

Wissenschaftliche Veröffentlichungen aus den Siemens-Werken

Fünfzehnter Band

herausgegeben von der

Zentralstelle für wissenschaftlich-technische Forschungsarbeiten
der Siemens-Werke

 Springer

Wissenschaftliche Veröffentlichungen aus den Siemens-Werken

Fünfzehnter Band
1936



Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH

Inhaltsübersicht.

Erstes Heft.

	Seite
F. Heintzenberg: Friedrich Natalis †	1
C. Trettin: Wirbelstromdämpfung des Nutenfeldes in Dynamoankern	7
J. Tittel: Der Einfluß der Läuferstreuung auf den Spannungsverlauf von Synchronmaschinen mit Dämpferwicklung bei plötzlichen Laständerungen	35
H. Neuhaus u. R. Strigel: Modellversuche zur Wanderwellenübertragung auf die Unterspannungswicklung von Transformatoren	51
R. Strigel: Vergleichende Untersuchungen über Gleich- und Wechselspannungskorona an Doppelleitungen	68
E. Spenke: Zur technischen Beherrschung des Wärmedurchschlages von Heißeleitern	92
R. Holm u. B. Kirschstein: Über das Haften zweier Metallflächen aneinander im Vakuum und die Herabsetzung des Haftens durch gewisse Gase	122

Zweites Heft.

M. Steenbeck: Über die magnetischen Eigenschaften des Plasmas von Gasentladungen	1
E. Spenke u. M. Steenbeck: Zur Theorie der positiven Säule bei beliebigen Querschnittsformen	18
H. Kniepkamp: Trägerdiffusionsströme in gittergesteuerten Stromrichtern mit Glühkathode	25
G. Mierdel: Über die Zündung von Quecksilberdampflichtbögen durch Innenzünder (Ignitron)	35
R. Bauer: Das Impulsmesserprinzip und seine Anwendung in neuen Meß- und Überwachungsgeräten der Nachrichtentechnik.	51
R. Bauer u. E. Spenke: Theorie des mit Trockengleichrichtern arbeitenden Impulsmessers der Nachrichtentechnik	64
F. Trendelenburg u. E. Franz: Sprachuntersuchungen mit Siebketten und Oszillograph	78
M. Kornetzki u. A. Weis: Die Wirbelstromverluste im Massekern	95
O. v. Auwers: Ein Beitrag zur Kenntnis der magnetischen Anisotropie vielkristalliner Werkstoffe	112
R. Swinne: Zur Kristallisierung unterkühlter dielektrischer Flüssigkeiten in einem elektrischen Felde	124

Drittes Heft.

R. Strigel: Über den Entladeverzug im gleichförmigen Feld bei größeren Schlagweiten	1
R. Strigel: Über die Aufbauzeit des Entladeverzugs im Spitzenfelde	13
M. Steenbeck: Über die Rolle der positiven Ionen bei der Zündung einer Gasentladungssäule	32
A. v. Engel u. M. Steenbeck: Eine Prüfung der Trägergesetze für den Quecksilberdampf-Gleichrichterbogen	42
G. Mierdel u. W. Schmalenberg: Die Längsfeldstärke der positiven Säule in Quecksilberdampf bei sehr kleinen Stromdichten	60
F. Waibel: Über den Aufbau der Sperrschicht beim Kupferoxydulgleichrichter	75
E. Nitsche u. F. Waibel: Die Bestimmung des Sauerstoffgehaltes von Kupfer	87
F. Lieneweg: Darstellung von Parameterfunktionen mittels elektrischer Meßanordnungen	92
W. Geyger: Ein einfacher Kompensations-Schnellschreiber für Gleichstrommessungen	109
Namenverzeichnis zu Band XV, Heft 1 ··· 3	116
Sachverzeichnis zu Band XV, Heft 1 ··· 3	119

Wissenschaftliche Veröffentlichungen aus den Siemens-Werken

XV. Band

Erstes Heft (abgeschlossen am 31. Dezember 1935)

Mit 120 Bildern im Text und 1 Bildnis

Unter Mitwirkung von

Heinrich v. Buol, Robert Fellingner, Adolf Franke, Hans Gerdien, Friedrich
Güldenpfennig, Friedrich Heintzenberg, Ragnar Holm, Emil Otto Kieffer,
Bernhard Kirschstein, Carl Köttgen, Fritz Lüschen, Hermann Neuhaus, Bruno
Pohlmann, Reinhold Rüdénberg, Walter Schottky, Hermann v. Siemens,
Eberhard Spenke, Adolf Stauch, Robert Strigel, Richard Swinne,
Josef Tittel, Carl Trettin, Julius Wallot, Paul Wiegand

herausgegeben von der

Zentralstelle für wissenschaftlich-technische Forschungsarbeiten
der Siemens-Werke



Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH

1936

ISBN 978-3-642-98776-2 ISBN 978-3-642-99591-0 (eBook)
DOI 10.1007/978-3-642-99591-0

Alle Rechte, insbesondere das der Übersetzung
in fremde Sprachen, vorbehalten.

Copyright Springer-Verlag Berlin Heidelberg 1936
Ursprünglich erschienen bei Verlag von Julius Springer 1936
Softcover reprint of the hardcover 1st edition 1936

№ 1115

Vorwort.

Das vorliegende Heft XV, 1 der Wissenschaftlichen Veröffentlichungen aus den Siemens-Werken wird durch einen Nachruf auf unseren langjährigen Mitarbeiter Friedrich Natalis, verfaßt von F. Heintzenberg, eingeleitet. Es kommen dann zunächst vier Arbeiten aus dem Starkstromgebiet.

Die Arbeit von C. Trettin über „Wirbelstromdämpfung des Nutenfeldes in Dynamoankern“ schließt sich an einen in diesen Veröffentlichungen, XII, 2 (1933), erschienenen Aufsatz über „Stromwendung und Dämpfung bei Gleichstrommaschinen“ an und behandelt die Verminderung der Selbstinduktion eines Nutenleiters durch Dämpfung zwecks Verbesserung der Stromwendung. Die entwickelte Theorie hat sich an bereits ausgeführten Maschinen bewährt.

Es folgt eine Abhandlung von J. Tittel: „Der Einfluß der Läuferstreuung auf den Spannungsverlauf von Synchronmaschinen mit Dämpferwicklung bei plötzlichen Laständerungen“. Die hier erstmalig gebrachte strenge Lösung des Problems der bei Laständerungen auftretenden Ausgleichsvorgänge führt zu wichtigen neuen Erkenntnissen, die sich sowohl technisch als auch wirtschaftlich auswirken.

Die folgende Arbeit: „Modellversuche zur Wanderwellenübertragung auf die Unterspannungswicklung von Transformatoren“ von H. Neuhaus und R. Strigel bringt Untersuchungen an einem Transformatormodell mit Hilfe des Kathodenstrahl-Oszillographen. Die Vorgänge werden rechnerisch erfaßt und mit Messungen aus anderen Arbeiten verglichen.

In das Gebiet der Stromübertragung führt die anschließende Arbeit von R. Strigel über „Vergleichende Untersuchungen über Gleich- und Wechselspannungskorona an Doppelleitungen“. Es wird die Abhängigkeit des Koronaverlustes von dem Durchmesser, dem Abstand, der Oberfläche und dem Metall der Leiter sowie von der Witterung untersucht und für die Praxis die Folgerung gezogen, daß mit Gleichspannung betriebene Leitungen hinsichtlich des Koronaverlustes keine Vorteile gegenüber mit Wechselspannung betriebenen aufweisen.

Die folgenden zwei Arbeiten behandeln Fragen, die für die Starkstrom- und die Schwachstromtechnik von Belang sind, und zwar: E. Spenke: „Zur technischen Beherrschung des Wärmedurchschlages von Heißeitern“ und R. Holm und B. Kirschstein: „Über das Haften zweier Metallflächen aneinander im Vakuum und die Herabsetzung des Haftens durch gewisse Gase“.

In der grundlegenden Arbeit von E. Spenke werden die besonderen Bedingungen untersucht, welche bei Heißeitern in Form dünner Scheiben zu einem Wärmedurchschlag führen, und es wird gezeigt, wie ein solcher vermieden oder abgeschwächt werden kann.

Die letzte Arbeit von R. Holm und B. Kirschstein berichtet über Versuche, welche im Anschluß an die in diesen Veröffentlichungen schon mehrfach behandelten Untersuchungen über elektrische Kontakte von R. Holm und seinen Mitarbeitern ausgeführt wurden und nun auch auf das Vakuum und verschiedene Gase in ihrem Einfluß auf das Haften zweier Metallflächen ausgedehnt worden sind.

Berlin-Siemensstadt, im März 1936.

Zentralstelle für wissenschaftlich-technische
Forschungsarbeiten der Siemens-Werke.

Inhaltsübersicht.

	Seite
F. Heintzenberg: Friedrich Natalis †	1
C. Trettin: Wirbelstromdämpfung des Nutenfeldes in Dynamoankern	7
J. Tittel: Der Einfluß der Läuferstreuung auf den Spannungsverlauf von Synchronmaschinen mit Dämpferwicklung bei plötzlichen Laständerungen	35
H. Neuhaus u. R. Strigel: Modellversuche zur Wanderwellenübertragung auf die Unterspannungswicklung von Transformatoren	51
R. Strigel: Vergleichende Untersuchungen über Gleich- und Wechselspannungskorona an Doppelleitungen	68
E. Spenke: Zur technischen Beherrschung des Wärmedurchschlages von Heißeleitern	92
R. Holm u. B. Kirschstein: Über das Haften zweier Metallflächen aneinander im Vakuum und die Herabsetzung des Haftens durch gewisse Gase	122

Anfragen, die den Inhalt dieses Heftes betreffen, sind zu richten an die Zentralstelle für wissenschaftlich-technische Forschungsarbeiten der Siemens-Werke, Berlin-Siemensstadt, Verwaltungsgebäude.



Friedrich Matulis

Friedrich Natalis †.

Von F. Heintzenberg.

Friedrich Natalis weilt nicht mehr unter uns. Am 9. Juli 1935 hat ihn ein milder Tod von langem Leiden erlöst. Alle, die das Glück hatten, ihn persönlich zu kennen, trauern um den gütigen Menschen, der bei all seinen anerkannten Leistungen doch so bescheiden war, daß es eine ehrenvolle Pflicht ist, das nachzuholen, was er aus Bescheidenheit ängstlich vermieden hat, und einmal aufzuzeigen, was er der deutschen Technik gewesen ist.

Natalis wurde am 16. April 1864 zu Braunschweig geboren; sein Vater war Mitinhaber der Nähmaschinenfabrik Grimme, Natalis & Co. in Braunschweig. Von 1871 bis 1873 besuchte er die Bürgerschule und von 1873 an das Gymnasium seiner Vaterstadt, das er 1884 nach bestandem Abiturium verließ, um sich dem Ingenieurberuf zu widmen. Nach einer halbjährigen praktischen Ausbildung in einer Maschinenfabrik bei Braunschweig trat er als Einjährig-Freiwilliger beim Eisenbahnregiment in Berlin ein und schloß das Studium des Maschinenbaufachs an der Technischen Hochschule zu Charlottenburg an seine Dienstzeit an. 1887 bestand er die Vorprüfung und 1889 die Hauptprüfung zum Regierungsbauführer, beide mit Auszeichnung. Während des Studiums erhielt er das Gauß-Stipendium in „Anerkennung für hervorragende Leistungen“. 1907 bestand er das Diplomexamen für Maschinenbau, das er brauchte, um noch im gleichen Jahr, und zwar wieder mit Auszeichnung, zum Dr.-Ing. zu promovieren.

Erst jetzt hat sich in seinem Nachlaß eine Patenturkunde aus dem Jahre 1883 gefunden, durch die dem damals 19jährigen Primaner Friedrich Natalis in Braunschweig eine „Hohle Kolbenstange, den großen und den kleinen Cylinder einer Dampfmaschine verbindend, mit Dreh- oder Muschelschieber in der ersteren“ geschützt wurde.

Das Titelblatt der Patenturkunde ist als ganz interessantes Dokument aus der damaligen Zeit in Bild 1 wiedergegeben.

Daß er sich gerade eine Aufgabe aus dem Gebiet der Steuerungsgetriebe gewählt hat, ist wohl kein Zufall, denn die Kinematik ist auch in seinem späteren Leben immer ein besonderes Lieblingsfach geblieben, mit dem sich zu beschäftigen für ihn eine erholsame Ausfüllung seiner Mußestunden war. Noch kurz vor seinem Tode hat er bei seinem kleinen Jagdhäuschen in der Mark eine alte Handpumpe für elektrischen Antrieb mit Compurgetriebe umgebaut.

Schon im Jahre 1890 trat Natalis in Beziehung zum Hause Siemens, und zwar war es das Bahnbüro von Siemens & Halske, in dem er seine Ingenieurlaufbahn begann.

Es ist merkwürdig, daß der Verstorbene immer wieder seine durch zahllose Veröffentlichungen bewiesenen literarischen Fähigkeiten mit großer Energie in Abrede



Bild 1.
Titelblatt einer Patenturkunde für eine Erfindung des 19 jährigen Primaners Friedrich Natalis.

gestellt hat, und doch entsprach die Klarheit seiner Darstellungsweise durchaus der peinlichen Sorgfalt und Gewissenhaftigkeit seines Arbeitens und der Schärfe seines Denkvermögens. Schon im Jahre 1891 finden wir zwei Veröffentlichungen von ihm: „Gleichstrommaschinen ohne Kommutator“ und „Vergleich zwischen Akkumulator und Druckluft als Triebkraft für Eisenbahnfahrzeuge“. In der ersteren weist der junge Regierungsbauführer, nicht ohne vorher eingehende Versuche gemacht zu haben, nach, daß ein in der damaligen „Elektrizitäts-Zeitung“ veröffentlichtes Patent auf einem Trugschluß beruht. Die zweite Arbeit ist insofern charakteristisch für den Verfasser, als darin der Nachweis der Überlegenheit des Akkumulatorenbetriebs durch umfangreiche mathematische Berechnungen geführt wird. Hier tritt zum erstenmal seine Liebe zur Mathematik und seine Fähigkeit hervor, schwierige technische Probleme mathematisch zu fassen und der Berechnung zugänglich zu machen, eine Fähigkeit, die sich später bei seinen vektor-analytischen Arbeiten in noch viel stärkerem Maße zeigt.

Schon 1891 kehrt Natalis von Berlin wieder in seine Heimatstadt Braunschweig zurück, wo ihm eine Konstruktortätigkeit bei der Signalbauanstalt Max Jüdel & Co. angeboten war. Das damals im Aufblühen begriffene Gebiet des Eisenbahn-Sicherungswesens bot ihm so recht die Möglichkeit, seine erfinderische und konstruktive Begabung zu entwickeln. Seine Arbeiten sind in der Fachpresse der damaligen Zeit mehrfach behandelt worden¹⁾.

1897 trat er dann zur Elektrizitäts-Aktiengesellschaft vorm. Schuckert & Co. in Nürnberg über und hat seit 1903, als sich die Firma Schuckert mit Siemens & Halske verband, ununterbrochen sein reiches Wissen und Können bis zu seinem Tode in den Dienst des Hauses Siemens gestellt.

Seine Tätigkeit bei Schuckert begann er wieder im Bahnbüro. Dort machte er schon 1898 eine seiner bedeutsamsten Erfindungen, nämlich die einer selbsttätigen Blocksicherungsanlage neuer Art, die von ihm auch konstruktiv bis in alle Einzelheiten durchgebildet wurde und sich bei der von Schuckert gebauten Schwebebahn Barmen-Elberfeld glänzend bewährte.

Auch bei dieser Gelegenheit wurde ihm die Feder in die Hand gedrückt, und die von ihm verfaßten Beschreibungen der Elberfelder Anlage gelangen offenbar besonders gut, so daß er vorübergehend Vorstand des literarischen Büros der Firma Schuckert wurde.

Aber schon nach einem Jahre kehrte er wieder zu seinen Konstruktionen zurück, die er viel lieber selbst schaffen als beschreiben wollte.

Im Jahre 1899 wurde ihm die Leitung des „Regulatorenbüros“ übertragen und hier glückte ihm noch im gleichen Jahre die Erfindung und Durchbildung der ersten Selbstschalter mit elektrischer Freiauslösung. Unter dem Titel „Selbsttätiger Starkstrom-Hebelschalter“ hat Natalis diese bahnbrechende Neukonstruktion 1901 in der Elektrotechnischen Zeitschrift behandelt. Von seinen sonstigen literarischen Arbeiten aus der Schuckertzeit seien noch erwähnt: „Über die günstigste Anordnung der Rückleitungen elektrischer Bahnen“, ein Aufsatz, der auch in die englische Fachpresse Eingang fand, und „Spannungskurven bei Ausschaltung induktiver Widerstände“.

¹⁾ Z. B.: Natalis' Vorrichtung zur selbsttätigen Verriegelung und Entriegelung von Fahrstraßen. Z. Elektrotechn. 15. Febr. 1896 S. 105 — Elektrische Sperrvorrichtungen für Weichen- und Signalstellwerke von Fr. Natalis. Von L. Kohlfürst. Z. VDI 29. Febr. 1896 S. 227 — Blocksignaleinrichtung für eingleisige Eisenbahnstrecken. Dinglers polytechn. J. 13. Nov. 1896 S. 157.

Auch die ersten Steuerschalter mit Kupfer-Kohlekontakten und Funkenbläser stammen von Natalis. Sie entstanden, als ihm die Aufgabe gestellt wurde, für die damals noch kaum zu bewältigenden hohen Beanspruchungen der Rollgangsbetriebe geeignete Steuerorgane zu schaffen. Bei den Rollgängen des Peiner Walzwerks haben die neuen Schalter ihre Feuerprobe anstandslos bestanden. Der 1900 entwickelte Gleichstrom-Kniehebel-Bremsmagnet mit mechanischer Dämpfung kündet in einem Modell den Namen des Verstorbenen im Deutschen Museum zu München.

Mit der Fusion im Jahre 1903 verlegte Natalis seinen Wohnsitz und sein Arbeitsfeld von Nürnberg nach Charlottenburg. Er übernahm das Büro für Kraftübertragungsapparate im damaligen Charlottenburger Werk der Siemens-Schuckertwerke. Das Vertrauen, das seine Leistungen und sein lauterer Charakter überall erweckten, ließ ihn schnell aufsteigen, so daß er 1912 Leiter sämtlicher technischen Abteilungen, Versuchs- und Prüffelder dieses Werkes wurde. Das gesamte Gebiet der Anlaß-, Regel- und Schaltgeräte hat er in diesen Jahren richtunggebend beeinflußt, wovon unter anderem eine große Zahl von Patenten Zeugnis ablegt. Von all den Konstruktionen, die seinen Namen im stillen tragen, seien nur noch Heißwasser-Anlasser und Eilregler hervorgehoben.

Nur der Krieg, in den er als 51jähriger Kompagnieführer zog, und aus dem er mit dem Eisernen Kreuz I. und II. Klasse zurückkehrte, hat seine 44jährige Tätigkeit im Hause Siemens unterbrochen. 1917 wurde er von der Front zurückgerufen, um die Leitung des Flugzeugbaues in Siemensstadt zu übernehmen, und dieser, ihn auf ein ganz neues Gebiet führenden Aufgabe hat er sich mit begeistertem Interesse und glühender Vaterlandsliebe gewidmet.

Im Alter von 64 Jahren lenkte ihn das Schicksal doch wieder zu einer vorwiegend literarischen Tätigkeit zurück. Er wurde mit der Leitung des Siemens-Archivs betraut, die er dann bis zu seinem Tode innegehabt hat. Seine lange Verbundenheit mit dem Hause Siemens, seine genaue Kenntnis der wichtigeren Vorgänge in der Entwicklung des Unternehmens, sein ungewöhnlich vielseitiges Fachwissen und seine schriftstellerische Begabung befähigten ihn besonders für dieses mehr wissenschaftliche Arbeitsgebiet. Er ist auch in den letzten Lebensjahren immer in lebendiger Fühlung mit der schnell fortschreitenden technischen Entwicklung geblieben und hat eine seiner Hauptaufgaben darin gesehen, alle irgendwie bedeutsamen Fortschritte im Hause Siemens im Archiv für den künftigen Historiker der Elektrotechnik festzuhalten.

Die wichtigsten Veröffentlichungen des Verstorbenen sind am Schluß zusammengestellt. Seine Arbeiten für die „Wissenschaftlichen Veröffentlichungen“ begannen im Jahre 1921 mit einem gemeinsam mit Hans Behrend verfaßten Aufsatz: „Kreisdiagramme in verketteten Wechselstromkreisen“. Hier hat er zum erstenmal mit der Vektoranalysis Fühlung genommen und wendet sie auf die Berechnung von Wechselstromkreisen an. Im Gegensatz zu Steinmetz, der mit komplexen Größen arbeitet, findet Natalis die Vektorenrechnung anschaulicher, sie erleichtert ihm die Aufdeckung von Gesetzmäßigkeiten.

In der nächsten Arbeit „Vektorverhältnisse und Vektorprodukte“ ist er noch tiefer in die Möglichkeiten der Vektoranalysis eingedrungen. Die neuen Begriffe „Vektorverhältnis“ und „Vektorprodukt“ werden eingeführt, und es wird eine Reihe von Umwandlungen gezeigt, die man zur Lösung der jeweiligen Aufgabe, z. B. zur Berechnung von Stromverzweigungen mit diesen neuen Grundbegriffen vornehmen

kann. Ein solches Beispiel gibt dann der Aufsatz: „Vektoranalytische Berechnung von Transformatoren und Asynchronmotoren“, wobei auch bisher noch nicht bekannte Eigenschaften von Transformatoren und Asynchronmotoren aufgedeckt werden. In einem späteren Aufsatz wendet er seine neuen Rechnungsverfahren auf „Unsymmetrische Drehstromsysteme“ an. 1925 geht er wieder einen Schritt weiter in die Vektoranalysis hinein, deren Handhabung ihm offenbar ein geradezu ästhetisches Vergnügen bereitet. Unter dem Titel: „Maxima und Minima von Vektorfunktionen“ entwickelt er die Grenzbeträge für beide Parameter des Vektors: Phasenwinkel und Vektorbetrag.

Eine größere Arbeit aus dem Jahre 1928 läßt erkennen, daß er inzwischen begonnen hat, sich mit dem Studium der Geschichte der Technik zu befassen: „Kritische Betrachtungen über die Vertikalbewegung von Lasten und ihre Regelung bei elektrischen Aufzügen und Kranen“. Hier wird die Entwicklung der elektrischen Hebezeuge von den ersten Anfängen an geschildert, vor allem die der in den letzten 25 Jahren geschaffenen elektrodynamischen Regelvorrichtungen. Die Untersuchung kommt zu dem Ergebnis, daß die Grenzen der Entwicklung auf diesem Gebiet heute nicht mehr durch die Beherrschung der elektrischen Leistungen, sondern mehr durch die Standfestigkeit und Betriebssicherheit der mechanischen Bauteile bestimmt werden.

Das Deutsche Museum besitzt eine umfangreiche Sammlung von Geradführungsmodellen, die für Natalis bei seiner Vorliebe für Kinematik immer einen besonderen Anziehungspunkt bildete. Dort ist er sicher auch dazu angeregt worden, im Jahre 1930 eine Arbeit über „Genaue Gelenkgeradführungen“ zu verfassen.

Sein letzter, ein halbes Jahr vor seinem Tode erschienener Beitrag für die „Wissenschaftlichen Veröffentlichungen“ ist wieder eine technisch-historische Studie: „Die erste Dynamomaschine von Werner Siemens im Lichte neuzeitlicher Meßtechnik.“ Mit Drehspul- und Hitzdraht-Instrumenten sowie mit dem Oszillographen wird die erste Dynamomaschine von Werner Siemens aus dem Jahre 1866 nach heutigen Verfahren untersucht. Das Ergebnis der Messungen zeigt, wie groß das Verdienst von Werner Siemens bei der Entdeckung des dynamo-elektrischen Prinzips war, der trotz aller damaligen Schwierigkeiten und unzulänglichen Meßmöglichkeiten diese bedeutsamste Entdeckung des 19. Jahrhunderts machte und ihren Wert im vollen Umfang sofort erkannte.

Von dem Patent des Primaners, mit dem wir diesen Rückblick beginnen konnten, hat kaum jemand etwas gewußt, und nur den nächsten Angehörigen war es bekannt, daß er fast alle seine Examina mit Auszeichnung bestanden hat. Auch darüber hat er nie gesprochen, daß er Inhaber der Rettungsmedaille am Bande war. Das kennzeichnet die echte Bescheidenheit dieses Mannes, der immer mehr gewesen ist, als er geschehen hat. Aber wenn er auch seine Leistungen bescheiden verschwieg, so konnte er doch seine gewinnende Güte und seine liebenswürdige Hilfsbereitschaft nicht verbergen. Bei allen Fachgenossen innerhalb und außerhalb des Hauses Siemens wird Friedrich Natalis nicht vergessen werden.

Siemensstadt, Oktober 1935.

Veröffentlichungen von Friedrich Natalis.

Gleichstrommaschinen ohne Kommutator. Elektr.-Ztg 1891 Nr. 42 S. 165 ... 166.
Vergleich zwischen Akkumulator und Druckluft als Triebkraft für Eisenbahnfahrzeuge. Elektr.-Ztg. 1891 Nr. 113 S. 449 ... 450.

- Über die günstigste Anordnung der Rückleitungen elektrischer Bahnen. *Elektrotechn. Z.* **19** (1898) Heft 11 S. 168 ... 174.
- The best way to arrange the return feeders on electric tramways. *Street Railway J.* **1898** Heft 5 S. 277.
- Spannungskurven bei Ausschaltung induktiver Widerstände. *Elektrotechn. Z.* **19** (1898) Heft 35 S. 592 ... 595.
- Selbsttätiger Starkstrom-Hebelschalter. *Elektrotechn. Z.* **22** (1901) Heft 15 S. 318 ... 320.
- Die selbsttätige Regulierung der elektrischen Generatoren. *Elektrotechnik in Einzeldarstellungen.* Heft 11. Verlag Vieweg 1908.
- Erläuterungen zu den Normalien für die Bezeichnung von Klemmen bei Maschinen, Anlassern, Regulatoren und Transformatoren. *Elektrotechn. Z.* **29** (1908) Heft 19 S. 469 ... 474.
- Direkter elektrischer Antrieb für Hobelmaschinen. SSW-Druckschrift 1909.
- Ein neues Türschloß. SSW-Druckschrift 1910.
- Das Einschießen von Kugelläufen. Schuß u. Waffe **1910** Heft 15 S. 316 ... 318; Heft 16 S. 340 ... 342.
- Abstufung von Anlassern. *Elektrotechn. u. Maschinenb.* **29** (1911) Heft 6 S. 109 ... 111.
- Elektrischer Antrieb für Hobelmaschinen. SSW-Druckschrift 1911.
- Die Entwicklung der Regulier- und Anlaßapparate, Aufzüge, Krane, Hebemagnete. *Elektrotechn. u. Maschinenb.* Festnummer März 1913. S. 37.
- Eilregler. SSW-Druckschrift 1913.
- Ein neues Gesetz über die Leistungsaufnahme elektrisch unbestimmter Systeme. *Elektrotechn. Z.* **40** (1919) Heft 50 S. 645 ... 648.
- Druck- und Knickfestigkeit. *Dinglers polytechn. J.* **334** (1919) Heft 7 S. 69 ... 74, Heft 8 S. 81 ... 85.
- Bestimmung des Elastizitätsmoduls E für Stäbe. *Dinglers polytechn. J.* **334** (1919) Heft 11 S. 117 ... 118.
- Die Leistungsaufnahme von Wechselstromsystemen und ein vereinfachter Weg zur Berechnung der letzteren. *Elektrotechn. Z.* **41** (1920) Heft 26 S. 505 ... 508.
- Wechselstromkreise in analytischer Behandlung. *Elektrotechn. u. Maschinenb.* **39** (1921) Heft 42 S. 510 ... 516.
- Kreisdiagramme in verketteten Wechselstromkreisen. (Zusammen mit H. Behrend.) *Wiss. Veröff. Siemens-Konz.* **I**, 2 (1921) S. 65 ... 75.
- Vektorverhältnisse und Vektorprodukte. *Wiss. Veröff. Siemens-Konz.* **II** (1922) S. 275 ... 292.
- Die Entwicklung der Großanlasser. *Siemens-Z.* **3** (1923) Heft 10 S. 437.
- Vektoranalytische Berechnung von Transformatoren und Asynchronmotoren. *Wiss. Veröff. Siemens-Konz.* **III**, 1 (1923) S. 1 ... 21.
- Die Entwicklung der Großanlasser. *Der prakt. Masch.-Konstrukt.* **1924** Heft 16 S. 220 ... 222.
- Die Lösung von Wechselstromaufgaben mit reellen Hilfsmitteln. *Arch. Elektrotechn.* **14** (1925) Heft 5 S. 425 ... 431.
- Maxima und Minima von Vektorfunktionen. *Wiss. Veröff. Siemens-Konz.* **IV**, 1 (1925) S. 189 ... 196.
- Unsymmetrische Drehstromsysteme. *Wiss. Veröff. Siemens-Konz.* **V**, 1 (1926) S. 1 ... 25.
- Kritische Betrachtungen über die Vertikalbewegung von Lasten und ihre Regelung bei elektrischen Aufzügen und Kranen. *Wiss. Veröff. Siemens-Konz.* **VII**, 1 (1928) S. 1 ... 32.
- Carl von Siemens. *Siemens-Jb.* **1929** S. 1 ... 3.
- Die erste elektrische Grubenlokomotive. *Siemens-Jb.* **1929** S. 47 ... 54.
- Genauere Gelenkgeradfürungen. *Wiss. Veröff. Siemens-Konz.* **IX**, 2 (1930) S. 99 ... 111.
- Regler und Anlasser. Abschnitt aus dem Taschenbuch für Elektrotechniker **1930** S. 740 ... 848.
- Das 60jährige Jubiläum der Eisenbahnblockapparate und der 100. Geburtstag ihres Schöpfers Carl Frischen. *Siemens-Jb.* **1930** S. 25 ... 45.
- Die erste Dynamomaschine von Werner Siemens im Lichte neuzeitlicher Meßtechnik. *Wiss. Veröff. Siemens-Werk.* **XIV**, 1 (1935) S. 1 ... 15.

Wirbelstromdämpfung des Nutenfeldes in Dynamoankern.

Von Carl Trettin.

Mit 30 Bildern.

Mitteilung aus dem Dynamowerk der Siemens-Schuckertwerke A.-G. zu Siemensstadt.

Eingegangen am 31. Dezember 1935.

Inhaltsübersicht.

- | | |
|---|---|
| Ziel der Arbeit, Fortsetzung einer früheren. | II. Für endliche Stromwendung, $T > 0$. |
| A. Die Gründe für die Einführung der Wirbelströme. | a) Die Stromdichten i . |
| I. Die Nutenfelder des gewickelten Rahmens. | b) Die Nutenfeldstärken ξ . |
| II. Die Vorzüge der massiven Kopfplatte. | c) Erörterung und Zahlenbeispiele. |
| B. Die Differentialgleichungen und ihre Lösungen. | C. Nutzanwendung für die Kommutierung. |
| I. Für momentanes Schalten, Stromwendedauer $T = 0$. | I. Das zeitlich verzögerte Nutenquerfeld. |
| a) Die Nutenfeldstärken ξ . | II. Die verminderte Selbstinduktionsspannung. |
| b) Die Stromdichten i . | D. Die Verluste. |
| c) Erörterung und Zahlenbeispiele. | I. Die Berechnung für $T = 0$. |
| | II. Übergang auf $T > 0$. |
| | III. Zahlen- und Ausführungsbeispiele. |
| | Zusammenfassung. |

Ziel der Arbeit, Fortsetzung einer früheren.

Die Bedeutung der Induktivität einer Ankerwicklung, und zwar vornehmlich ihrer in den Nuten gebetteten Wicklungsteile, für den Vorgang der Stromwendung ist von alters her bekannt; sie bestimmt auch bei den neuzeitlichen, hochentwickelten Kommutatormaschinen immer noch die Grenze der guten Kommutierung, nämlich des funkenfreien Bürstenlaufes, und damit auch der ausführbaren Leistungen bzw. der Ausnutzbarkeit. Die beherrschende Stellung, die die auf der Induktivität beruhenden Spannungen mit ihren Störerscheinungen heute mehr als je einnehmen, habe ich mich bemüht, in dem Aufsatz¹⁾ „Stromwendung und Dämpfung bei Gleichstrommaschinen“ nachzuweisen; dabei habe ich auch einen Weg angedeutet, auf dem es gelingt, die Selbstinduktion eines Nutenleiters durch Dämpfung zu vermindern. Inzwischen ist die Entwicklung nicht stehengeblieben, zumal auch die Anforderungen an große Kommutatormaschinen unter dem Druck des Wettbewerbes der Stromrichter ständig gewachsen sind, insbesondere im Hinblick auf die Laufdauer und Bedienungslosigkeit des Stromwenders samt Bürsten. Es ist daher wohl gerechtfertigt, dem Studium der Dämpfung weitere Aufmerksamkeit zuzuwenden; die vorliegende Arbeit soll über Fortschritte darüber berichten.

¹⁾ Wiss. Veröff. Siemens-Konz. **XII**, 2 (1933) S. 34.

A. Die Gründe für die Einführung der Wirbelströme.

In dem obengenannten Aufsatz, auf den wir uns noch mehrfach beziehen müssen und den wir abkürzend von hier ab mit I bezeichnen wollen, war der Zweck und die Wirkungsweise eines Nutendämpfers auf S. 56 u. f. erläutert worden, seine damals geschaffene Ausführungsform war ebenda in Bild 19 und 20 dargestellt worden. Wir hatten auch darauf hingewiesen, daß die Gesamtstreuung σ zwischen Nutenleiter und Dämpfer verhältnismäßig groß, die zahlenmäßige Verminderung der wirksamen Stromwendespannung demnach nicht sehr bedeutend sei, etwa auf 60%. Trotz der an mehreren Großmaschinen nachgewiesenen Erfolge blieb aber eine gewisse Unbefriedigung und der Wunsch nach einer innigeren Verkettung der beiden Wicklungen bestehen, denn mit einem kleineren σ -Wert mußte unbedingt eine weitere Verbesserung der Stromwendung mit allen genugsam bekannten Vorteilen erreicht werden.

I. Die Nutenfelder des gewickelten Rahmens.

Einen Fingerzeig über den Weg gab die Aufzeichnung der Nutenflüsse (Bild 1) in den beiden Zeitpunkten $t = 0$ und $t = T$, bei Beginn und bei Ende der Stromwendedauer, die unter den einfachen Annahmen

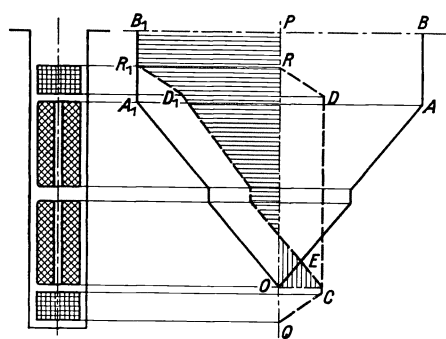


Bild 1. Nutenflüsse eines gewickelten Dämpferrahmens.

des geradlinigen Überganges und vieldrätiger, wirbelstromfreier Stromleiter leicht zu berechnen sind. Bei linearer Änderung des Ankerstromes nimmt das Trapez $OABP$ stetig bis Null ab und wächst bis zu der entgegengesetzt gleichen Form OA_1B_1P an; die Änderung des (ungedämpften) Nutenfeldes wird also durch die ganze Fläche $OABB_1A_1$ dargestellt. Der durch die Feldänderung erzeugte Dämpferstrom ruft nun ein Feld von der Form $QCDR$ hervor, dessen Größe stetig von Null (bei $t = 0$) bis zu dem gezeichneten Wert ($t = T$) anwächst; das resultierende Feld wird dann durch die schraffierte Differenzfläche dargestellt. Für die Selbstinduktion der Ankerleiter kommt es aber nicht so sehr auf die rein algebraische Differenz als auf die geometrische Form der sich jeweils ergebenden Differenzflächen an; die der Nutöffnung zunächst liegenden Feldstreifen geben den höchsten Beitrag zur Selbstinduktion. Diese Anforderung wird von dem im wesentlichen rechteckförmigen Dämpferfeld im Zusammenwirken mit dem im wesentlichen dreieckförmigen Hauptfeld nicht erfüllt. Das gibt eine anschaulichere Erklärung für die magnetisch mangelhafte Verkettung als die formale Berechnung von $\sigma = 1 - \frac{M^2}{L_1 L_2}$ aus den Bestimmungs-

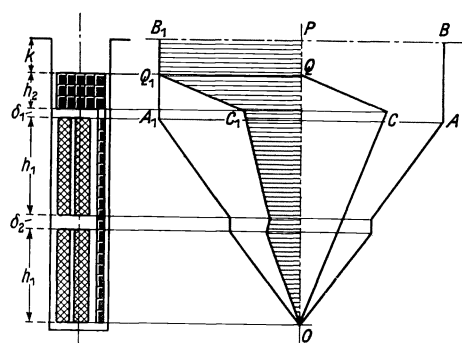


Bild 2. Nutenflüsse eines in zweckmäßiger Form gewickelten Dämpferrahmens.

stücken L_1 , L_2 und M . Wünschenswert wäre demnach ein Dämpferfeld von einer dem Hauptfeld möglichst ähnlichen Form, nämlich eines Dreiecks. Das läßt sich grundsätzlich durch eine Auflösung der

demnach ein Dämpferfeld von einer dem Hauptfeld möglichst ähnlichen Form, nämlich eines Dreiecks. Das läßt sich grundsätzlich durch eine Auflösung der

unteren Spulenseite des Dämpferrahmens des Bildes 1 in eine über die Nutflanke ausgebreitete Schicht erreichen, wobei natürlich alle Leiter dieser Schicht mit denjenigen der oberen, an der Nutöffnung liegenden Dämpferspule hintereinandergeschaltet zu denken sind (Bild 2). Ob und wie eine solche Dämpferspule technisch ausführbar ist, wollen wir hier nicht untersuchen, ihre dämpfende — transformatorische — Wirkung ist jedenfalls einwandfrei der vorher betrachteten Ausführungsform überlegen. Die Form des Dämpferfeldes OCQ ist annähernd dreieckförmig und ihre Verkettung so eng, daß σ nahezu auf zwei Drittel des früheren Wertes zurückgeht. Das läßt sich auch aus der schraffierten Fläche $OABB_1Q_1C_1O$ ablesen, denn gerade das der Nutöffnung zugekehrte Nutenquerfeld wird am meisten verkleinert. Für ein Beispiel mit den folgenden Zahlen: $h_1 = 18$, $\delta_1 = 2$, $\delta_2 = 4$, $h_2 = 12$ mm ist Kurve b des Bildes 3 berechnet; der Vergleich mit der Kurve a für den zuerst betrachteten Dämpferrahmen zeigt den Fortschritt. Leider läßt er sich mit einfachen Mitteln nicht verwirklichen, denn eine aus einem dünnen Profildraht gewickelte Spule mit einem konzentrierten und einem in eine Ebene ausgebreiteten Schenkel bietet große Herstellungsschwierigkeiten und noch größere für den Einbau in einen großen Nutenanker.

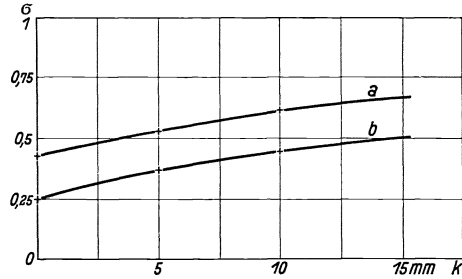


Bild 3. Relative Stromwendespannung a) bei einem Dämpferrahmen nach Bild 1, b) bei einem Rahmen nach Bild 2.

II. Die Vorzüge der massiven Kopfplatte.

Mit einem Schlage verschwinden aber alle praktischen Hindernisse, wenn man den weiteren, durch die Querschnittsform schon nahegelegten Schritt tut, den Dämpfer nicht aus Draht zu wickeln, sondern aus massivem Kupfer, also als zusammenhängende Platte herzustellen, etwa in der Form des Bildes 4. Dann ist bestimmt die magnetische Verkettung sehr eng, beinahe ideal eng, wenn man senkrechten und geradlinigen Verlauf der Kraftlinien zwischen den Nutenwänden voraussetzt; fraglich bleibt nur noch die Verteilung der Stromdichten über die Platte und ihren Kopf sowie die Größe der Stromwärmeverluste, die durch die zeitliche Änderung des Nutenquerfeldes entstehen.

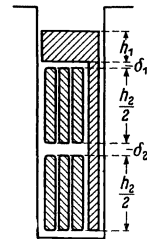


Bild 4. Massive Kopfplatte als Dämpfer.

Die Beantwortung dieser Fragen führt auf ein System von Differentialgleichungen, deren Integration außerordentlich schwierig und mit so umfangreichen Rechnungen verbunden wäre, daß wir von vornherein auf die strenge Lösung verzichten und uns mit Näherungen begnügen wollen. Die Größe der damit begangenen Fehler werden wir am Schlusse der Entwicklung abzuschätzen versuchen und bei den Endergebnissen berücksichtigen. Wir beschränken uns ferner auf eine Einschichtwicklung mit einem Stab in der Nut, die zwar praktisch so gut wie nie vorkommt, aber für den Vergleich zwischen gedämpfter und ungedämpfter Stromwendung ganz brauchbare Unterlagen gibt und hinreichend genaue Schlüsse auf die übliche Zweischichtenwicklung (mit zwei übereinanderliegenden Stäben in der Nut) erlaubt. Wir nehmen ferner (wie auch sonst üblich) einen unendlich langen Anker an, d. h. wir vernachlässigen die Randwirkungen des begrenzten Eisenkörpers.

B. Die Differentialgleichungen und ihre Lösungen.

Die erwähnten Näherungen sind folgende:

a) Die Isolationsschichten zwischen dem Ankerleiter und dem Dämpfer seien verschwindend klein, d. h. es sei (Bild 5) $h_1 + h_2 \approx h$ und $b_2 + b'_2$ sei die Kupferbreite wie bei einem homogenen Leiter, nur elektrisch getrennt. Diese Annahme für den wirklichen Vorgang enthält gewisse Ungenauigkeiten, die mit der Dicke der Isolationsschichten wachsen, aber keine wesentlichen Fehler in den Endergebnissen der Stromwendespannung und den Stromwärmeverlusten bedingen.

b) Wir setzen einen geradlinigen Verlauf der magnetischen Kraftlinien, senkrecht zu den Nutenwänden, voraus. Das ist für das homogene Kupfer des Dämpferkopfes noch allenfalls zulässig, ist jedenfalls in allen Rechnungen über Stromverdrängung in einseitig offenen Nuten durchweg ohne Bedenken als Grundlage benutzt worden¹⁾.

Für den Bereich der Dämpferplatte ist unsere Annahme jedoch nicht zulässig, denn wir können nicht voraussetzen, daß in jedem Augenblick die Stromdichten im Ankerleiter und in der Dämpferplatte gleich sind. Wenn das aber nicht der Fall ist, insbesondere in unmittelbarer Nachbarschaft der Trennfuge (δ_1 in Bild 4),

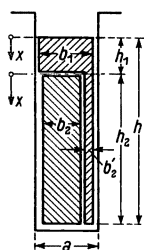


Bild 5. Einstabwicklung mit massiver Kopfplatte als Dämpfer.

dann muß eine ξ -Komponente in der x -Richtung auftreten. Die Unterdrückung dieser Komponente, die wir uns mit unserer Näherung b zuschulden kommen lassen, erlaubt zwar den großen Vorteil der einfachen Gleichungen mit einer unabhängigen räumlichen Veränderlichen (x) statt der in Strenge erforderlichen x und y (y senkrecht zur Nutenwand), gibt aber insofern unrichtige Ergebnisse — wie wir später sehen werden —, daß die Stromdichten im Dämpfer an der Trennfuge sich unstetig ändern, was physikalisch nicht möglich ist. Auch der Grenzfall $t = 0$ wird in einer Weise verzerrt, der wenig glaubwürdig ist. Trotzdem wollen wir zugunsten der Vereinfachung die Annahme b), den geradlinigen, senkrechten Verlauf der magnetischen Feldlinien, benutzen und

die Rechtfertigung darin sehen, daß die berechneten Ergebnisse mit der Erfahrung, d. h. mit den Beobachtungen an ausgeführten Nutendämpfern, nicht in Widerspruch stehen. Schließlich muß ja auch der Aufwand an theoretischer Rechenarbeit in einem vernünftigen Verhältnis zum Ziel bleiben, und das wird durch unsere Näherungen sicher gewahrt, wenn auch mit einigen Opfern an Genauigkeit.

I. Für momentanes Schalten, Stromwendedauer $T = 0$.

Als zweckmäßigsten Weg zur Lösung der Aufgabe, den zeitlichen und örtlichen Verlauf der Wirbelströme im Ankerleiter und im Dämpfer während des Stromwendevorganges zu bestimmen, wollen wir den von L. Dreyfus²⁾ eingeschlagenen wählen: wir bestimmen zunächst die Wirbelstromverteilung nach momentaner Unterbrechung des Ankerleiterstroms, setzen also die Stromwendedauer $T = 0$. Das gibt die Anfangsbedingung, daß das Nutenfeld unmittelbar nach dem Schaltvorgang erhalten bleiben muß. Da bei der Stromwendung in Gleichstromankern, mit gewissen Abweichungen auch bei Wechselstrom, der Ankerleiter-

¹⁾ Vgl. z. B. F. Emde: Elektrotechn. u. Maschinenb. **26** (1908) S. 703 u. f.

²⁾ Elektrotechn. u. Maschinenb. **32** (1914) S. 281 u. f.: Zusätzl. Kommutierungsverluste bei Gleichstrommaschinen. — Arch. Elektrotechn. **3** (1915) S. 273 u. f.: Theorie d. zusätzl. Kommutierungsverluste bei Gleichstrommaschinen.

strom von $+I$ in $-I$ umgekehrt wird, also eine Änderung um $2I$ durchmacht, müssen wir uns bei obiger Annahme den Strom $2I$ plötzlich unterbrochen denken, Gerade AB in Bild 6; der weitere Schritt ist dann der, die momentane Unterbrechung (AB) durch eine endliche, stetige (Gerade CD) in der Zeit T zu ersetzen, wobei wir in guter Annäherung an die üblichen Verhältnisse der Praxis einen linearen Übergang zugrunde legen dürfen. Wir ersetzen zu diesem Zwecke die Gerade CD (Bild 6) durch die getreppte Linie, wobei jede Treppenstufe als momentane Stromänderung betrachtet wird, und gehen allmählich zur Grenze der unendlich vielen, unendlich kleinen Stufen über. Dieser kurze Überblick mag als Einführung an dieser Stelle genügen; die Einzelheiten des Rechnungsganges und ihre Begründung, die von L. Dreyfus in den genannten Abhandlungen ausführlich gegeben sind, wollen wir als bekannt voraussetzen und können von einer Wiederholung absehen.

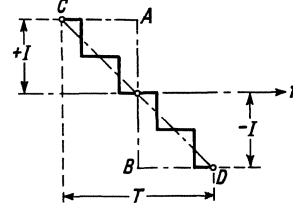


Bild 6. Übergang von unendlich kurzer auf endliche Stromwendedauer.

Während eines jeden Ausgleichsvorganges, also auch nach der Unterbrechung des Ankerleiterstromes I , gelten mit den obenerwähnten Annäherungen folgende Differentialgleichungen¹⁾:

a) Für den Bereich II, die Dämpferplatte mit der Höhe h_2 :

Aus dem Durchflutungsgesetz folgt unmittelbar

$$-a \frac{\partial \xi}{\partial x} = 0,4 \pi (b_2 i_2 + b'_2 i'_2). \quad (1)$$

Hierin ist ξ die Feldstärke im Abstände x von der Trennfuge, i_2 die Stromdichte im Ankerleiter und i'_2 in der Dämpferplatte. Wir setzen von hier ab

$$b'_2 = \beta b_2 \quad (2)$$

und erhalten als erste Grundgleichung

$$-a \frac{\partial \xi}{\partial x} = 0,4 \pi b_2 (i_2 + \beta i'_2). \quad (3)$$

Aus dem Induktionsgesetz folgen ferner, wenn λ die elektrische Leitfähigkeit bezeichnet:

$$-\frac{\partial i_2}{\partial x} = \lambda \cdot 10^{-8} \frac{\partial \xi}{\partial t}, \quad (4a)$$

$$-\frac{\partial i'_2}{\partial x} = \lambda \cdot 10^{-8} \frac{\partial \xi}{\partial t}. \quad (4b)$$

Das bedeutet u. a., daß

$$\frac{\partial i_2}{\partial x} = \frac{\partial i'_2}{\partial x}, \quad (5)$$

oder

$$i_2 = i'_2 + k \quad \text{ist.} \quad (6)$$

k , eine Hilfsgröße mit den Dimensionen einer Stromdichte, ist also von x unabhängig, kann aber noch von der Zeit t abhängen.

Durch nochmaliges Differenzieren und Trennung der Veränderlichen erhalten wir aus (3) und (4)

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \frac{0,4 \pi b_2 (1 + \beta) \lambda \cdot 10^{-8}}{a} \frac{\partial \xi}{\partial t}, \quad (7)$$

$$\frac{\partial^2 i_2}{\partial x^2} = \frac{0,4 \pi b_2 (1 + \beta) \lambda \cdot 10^{-8}}{a} \frac{\partial i_2}{\partial t}, \quad (8)$$

$$\frac{\partial^2 i'_2}{\partial x^2} = \frac{0,4 \pi b_2 (1 + \beta) \lambda \cdot 10^{-8}}{a} \frac{\partial i'_2}{\partial t}. \quad (9)$$

¹⁾ Ausführliche Ableitung bei F. Emde: Elektrotechn. u. Maschinenb. **26** (1908) S. 703 und W. Rogowski: Arch. Elektrotechn. **2** (1913) S. 81 u. f.

b) Für den Bereich I, den Dämpferkopf mit der Höhe h_1 , lassen sich die entsprechenden Gleichungen ansetzen:

$$-a \frac{\partial \xi}{\partial x} = 0,4\pi b_1 i'_1, \quad (12)$$

wobei hier x von Oberkante Dämpferkopf gerechnet wird.

$$-\frac{\partial i'_1}{\partial x} = \lambda 10^{-8} \frac{\partial \xi}{\partial t}, \quad (13)$$

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \frac{0,4\pi b_1 \lambda \cdot 10^{-8}}{a} \frac{\partial \xi}{\partial t}, \quad (14)$$

$$\frac{\partial^2 i'_1}{\partial x^2} = \frac{0,4\pi b_1 \lambda \cdot 10^{-8}}{a} \frac{\partial i'_1}{\partial t}. \quad (15)$$

Machen wir nun $b_1 = b_2(1 + \beta)$, d. h. die Breite des Dämpferkopfes gleich der Summe der Ankerstab- und Dämpferplattenbreite, so nehmen Gl. (7) und Gl. (14) die gleiche Form an [von Gl. (8), (9) und (15), die wir nur der Vollständigkeit wegen angeschrieben hatten, können wir absehen] und legen den Gedanken nahe, die Feldstärkegleichung (7) oder (14) für die Gesamthöhe $h_1 + h_2 = h$ anzusetzen. Damit wird die Unstetigkeitsstelle δ_1 mit den Grenzen h_1 und $h_1 + dx$, die streng genommen eine entsprechende 3. Gleichung, aber mit βb_2 statt mit $(1 + \beta)b_2$ erfordert, vernachlässigt, eine Lösung in einigermaßen übersichtlicher Form, unter Vermeidung umfangreicher Grenzwertrechnungen, aber erst ermöglicht. Wir wollen daher diesen vereinfachten Weg hier einschlagen und aus den Endergebnissen seine Rechtfertigung bzw. die Abschätzung des begangenen Fehlers zu geben versuchen.

Durch die Abkürzung

$$\frac{0,4\pi b_2(1 + \beta)\lambda \cdot 10^{-8}}{a} = \tau \left(\frac{\pi}{h}\right)^2, \quad (16)$$

bzw.

$$\tau = \frac{0,4}{\pi} \cdot \frac{b_2(1 + \beta)h^2 \cdot \lambda \cdot 10^{-8}}{a}, \quad (16a)$$

in der τ eine für die ganze Stabhöhe gemeinsame Zeitkonstante darstellt, also für beide Bereiche I und II gilt, wird aus (7) und (14)

$$\frac{\partial^2 \xi}{\partial x^2} = \left(\frac{\pi}{h}\right)^2 \tau \frac{\partial \xi}{\partial t}. \quad (17)$$

Augenscheinlich ist aber Gl. (17) auch noch nicht hinreichend, den Vorgang vollständig zu beschreiben, denn die Zusammensetzung der Nutenfüllung aus zwei

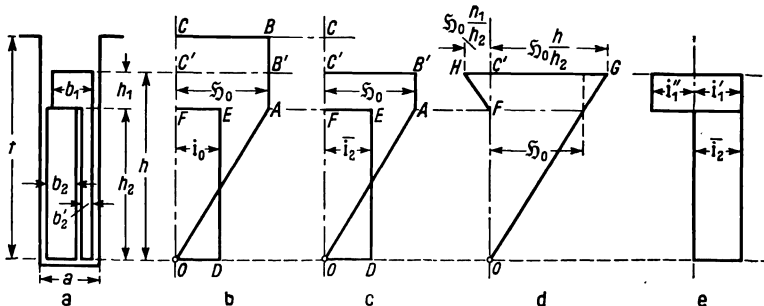


Bild 7. Nutenquerschnitt, Feldformen und Stromdichten vor und nach der momentanen Stromunterbrechung.

getrennten, verschiedenartig durchfluteten Leiterbestandteilen muß noch eine Ergänzung nötig machen; das wird sofort klar, wenn wir uns die Anfangsbedingungen ansehen. In Bild 7 sind unter a) der Nutquerschnitt und unter b) . . . c) die Formen

der Feldstärken ξ und der Stromdichten i für bestimmte Zeitpunkte dargestellt. Im Beharrungszustande ($t < 0$) ist der Ankerleiterstrom gleich I und erzeugt die Feld-

stärke ξ in der Form des Trapezes $OABC$; die Stromdichte i_0 des Ankerleiters bildet das Rechteck $ODEF$ über der Höhe h_2 . Nach der momentanen Unterbrechung von I und i_0 verschwindet augenblicklich der den Nutenraum $t - h$ durchsetzende Querfluß, entsprechend dem Rechteck $B'BCC'$ des Bildes 7b; der übrige Teil, nämlich das Trapez $OAB'C'$ (Bild 7c), bleibt aber unmittelbar nach $t = 0$ noch bestehen, da die augenblicklich einsetzende Wirbelstrombildung im Leiter und im Dämpfer die Feldstärke ξ in unveränderter Verteilung aufrechterhalten. Das Stromdichtenrechteck $ODEF$ bleibt auch bestehen, aber mit anderer Zusammensetzung. Es tritt die scheinbare Stromdichte der Kombination:

$$i_2 = \frac{i_2 b_2 h_2 + i_2' b_2' h_2}{b_2 h_2 + b_2' h_2} = \frac{i_2 + \beta i_2'}{1 + \beta} \quad (18)$$

an die Stelle der vorher vorhandenen Leiterstromdichte i_0 . Über der Strecke FC' (entspr. der Kopfhöhe h_1) muß die Stromdichte = 0 sein, denn hier ändert sich ξ ($= \xi_0$) nicht, ist also $\frac{\partial \xi}{\partial x} = 0$, vgl. Gl. (12). Im Punkte C' muß aber $i = -\infty$ werden, da dort $\frac{\partial \xi}{\partial x} = -\infty$, $BC' \perp OC'$ wird.

a) Die Nutenfeldstärken ξ .

Wir machen nun, um die weitere Rechnung möglichst kurz halten und bereits vorhandene Lösungen benutzen zu können, folgenden Ansatz:

α) Das ξ -Trapez $OAB'C'$ des Bildes 7c wird zusammengesetzt aus den beiden Dreiecken OGC' und FHC' des Bildes 7d.

β) Dementsprechend muß die Linie FC' , die in Bild 7c die resultierende Stromdichte Null darstellt, durch zwei entgegengesetzt gleiche Stromdichten-Rechtecke mit den Höhen i_1' und i_1'' ersetzt werden. Im Augenblick $t = 0$ ist natürlich $i_1' = i_2 = -i_1''$. Aus diesen beiden Annahmen folgt, daß wir zur Bestimmung der Feldstärke im Bereich I, am Kopf, noch eine Gleichung brauchen, die bei $t = 0$ das ξ -Dreieck FHC' ergibt, also ganz entsprechend aufgebaut sein muß wie die für das ganze Dreieck OGC' geltende Gl. (17). Wir können sie daher unmittelbar — ohne Wiederholung der Herleitung — anschreiben:

$$\frac{\partial^2 \xi''}{\partial x^2} = \left(\frac{\pi}{h_1}\right)^2 \tau_1 \frac{\partial \xi''}{\partial t}, \quad (19)$$

worin $\tau_1 = \frac{0,4 \pi b_2 (1 + \beta) \lambda 10^{-8}}{a} \left(\frac{h_1}{\pi}\right)^2$ eine andere, auf h_1 bezogene Zeitkonstante darstellt, und $\xi''_{t=0} = 0$ bei $x = h_1$ (Punkt F) und $x = 0$ (Punkt C'), außerdem $\xi''_0 = \xi_0 \frac{h_1}{h_2}$ ist. Für den Bereich I gelten also gleichzeitig (17) und (19), während für Bereich II (17) allein hinreichend ist. Die vorstehende Überlagerung der beiden ξ -Dreiecke ist nicht korrekt, denn die Linie der Hilfsfeldstärke muß bis 0 reichen, d. h. $OFHC'$ statt FHC' muß abgezogen werden. Der auf dieser strengeren Grundlage berechnete Verlauf der Feldstärke weicht aber so wenig von dem nach unserer Annahme berechneten ab, daß die sich ergebenden Ungenauigkeiten mit Rücksicht auf die in Abschnitt B, Absatz b geschilderte Näherung nicht ins Gewicht fallen. Wir wollen daher den erheblich einfacheren Rechnungsausgang beibehalten.

Lösungen der partiellen Differentialgleichung Form (17) sind bekannt; die für die vorliegende Aufgabe zweckmäßigste ist von L. Dreyfus in seinen bereits erwähnten Aufsätzen¹⁾ gegeben; wir wiederholen nochmals, um den Gang unserer Entwicklung

¹⁾ Siehe Fußnote 1, Seite 10.

nicht zu unterbrechen, die Hauptpunkte der Ableitung. Ein partikuläres Integral ist offenbar

$$\mathfrak{H} = p \cdot e^{i\alpha x + \beta t} \quad (i = \sqrt{-1}), \quad (20)$$

das in (17) eingesetzt, die Beziehung

$$\left(\frac{h}{\pi}\right)^2 \alpha^2 = -\beta\tau \quad \text{oder} \quad \beta = -\frac{\alpha^2}{\tau} \left(\frac{h}{\pi}\right)^2 \quad (21)$$

ergibt. Damit wird (20)

$$\mathfrak{H} = p e^{i\alpha x - \left(\frac{\alpha h}{\pi}\right)^2 \frac{t}{\tau}} = p e^{-\left(\frac{\alpha h}{\pi}\right)^2 \frac{t}{\tau}} (\cos \alpha x + i \sin \alpha x). \quad (22)$$

Mit $\frac{\alpha h}{\pi} = n$ oder $\alpha = \frac{\pi n}{h}$ und $p = p' + i p''$ wird aus (20)

$$\text{oder} \quad \left. \begin{aligned} \mathfrak{H} &= \sqrt{p'^2 + p''^2} e^{-n^2 t/\tau} \sin\left(n\pi \frac{x}{h} + \varphi_n\right) \\ &= \sqrt{p'^2 + p''^2} e^{-n^2 t/\tau} \cos\left(n\pi \frac{x}{h} + \varphi_n\right) \quad \left[\text{tg } \varphi = \frac{p'}{p''} \right]. \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

Durch Summierung aller n partikulären Integrale ergibt sich das allgemeine Integral

$$\mathfrak{H} = \sum_{n=1}^{\infty} \mathfrak{H}_n e^{-n^2 t/\tau} \sin\left(n\pi \frac{x}{h} + \varphi_n\right) \quad \text{mit} \quad \mathfrak{H}_n = \sqrt{p_n'^2 + p_n''^2} \quad (24)$$

und das gleiche mit der cos-Funktion.

Da nach den Grenzbedingungen $\mathfrak{H} = 0$ für $x = 0$ und $x = h$ bei allen t -Werten sein muß, ergibt sich $\varphi_n = 0$ für die sin-Funktionen und $= \pi/2$ für die cos-Funktionen, daher ist die einzige Lösung

$$\mathfrak{H} = \sum_{n=1}^{\infty} \mathfrak{H}_n e^{-n^2 t/\tau} \sin n\pi \frac{x}{h}. \quad (25)$$

Die Glieder \mathfrak{H}_n , die in der Fourier-Reihe bei $t = 0$ Dreieckform (lt. unseren Anfangsbedingungen) haben müssen, folgen aus dem Koeffizientengesetz zu

$$\mathfrak{H}_n = \frac{2}{\pi} \frac{\mathfrak{H}_0}{n}. \quad (26)$$

Daher heißt die endgültige Lösung der Gl. (17)

$$\mathfrak{H} = \frac{2\mathfrak{H}_0}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} e^{-n^2 t/\tau} \sin n\pi \frac{x}{h} \quad (27)$$

für den Bereich II, $h_1 < x < h_2$, und für den Bereich I, $0 < x < h_1$, mit Berücksichtigung von (19)

$$\mathfrak{H} = \frac{2\mathfrak{H}_0}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} e^{-n^2 t/\tau} \sin n\pi \frac{x}{h} - \frac{2\mathfrak{H}_0}{\pi} \frac{h_1}{h_2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} e^{-n^2 t/\tau_1} \sin n\pi \frac{x}{h_1}. \quad (28)$$

Damit ist der zeitliche und örtliche Verlauf der Nutenfeldstärke \mathfrak{H} über der ganzen Dämpferhöhe h eindeutig bestimmt; im Bereich der Stabhöhe h_2 klingt \mathfrak{H} mit der Zeitkonstanten τ , im Bereich des Kopfes h_1 teilweise mit τ , teilweise mit τ_1 ab.

b) Die Stromdichten i.

Ein ähnlich einfacher Weg zur Bestimmung der Stromdichten läßt sich unmittelbar aus den Differentialgleichungen (8), (9) und (15) nicht herleiten, weil ent-

sprechende Anfangsbedingungen für die einzelnen Teilstromdichten i_1' , i_1'' , i_2 und i_2' fehlen. Dagegen gelingt eine Lösung auf folgendem kleinen Umweg:

Nach (3) war

$$-a \frac{\partial \xi}{\partial x} = 0,4\pi b_2 (i_2 + \beta i_2') \quad \text{und nach (6) war} \quad i_2 = i_2' + k,$$

daher ist

$$i_2'(1 + \beta) + k = -\frac{a}{0,4\pi b_2} \frac{\partial \xi}{\partial x} \quad (29)$$

im Bereich h_2 .

Nach (12) war ferner
$$i_1' = -\frac{a}{0,4\pi b_2(1 + \beta)} \frac{\partial \xi}{\partial x},$$

und die entsprechende fiktive Stromdichte

$$i_1'' = -\frac{a}{0,4\pi b_2(1 + \beta)} \frac{\partial \xi''}{\partial x}.$$

Daher ist die wirkliche Kopfstromdichte gegeben:

$$i_1 = i_1' - i_1'' = -\frac{a}{0,4\pi b_2(1 + \beta)} \left[\frac{\partial \xi}{\partial x} - \frac{\partial \xi''}{\partial x} \right], \quad (30)$$

worin $\frac{\partial \xi}{\partial x}$ und $\frac{\partial \xi''}{\partial x}$ aus (28) berechnet werden können.

Zur Berechnung der Leiter- und Plattenstromdichten i_2 , i_2' und k beachten wir, daß zu allen Zeiten t

$\alpha)$ $\int_{h_1}^h b_2 i_2 dx = 0$ sein muß, denn nach dem Abschalten von $I_0 = i_0 b_2 h_2$ fließen im Ankerleiter nur noch Wirbelströme, die in sich zurücklaufen, d. h. bei $x = h_1$ ein Feld $\xi = 0$ ergeben müssen. Daher ist

$$b_2 \int_{h_1}^h i_2 dx = b_2 \int_{h_1}^h (i_2' + k) dx = b_2 \left[\int_{h_1}^h i_2' dx + \int_{h_1}^h k dx \right] = 0 \quad (31)$$

oder

$$\int_{h_1}^h i_2' dx = -k h_2 \quad (32)$$

bzw.

$$k = -\frac{1}{h_2} \int_{h_1}^h i_2' dx. \quad (33)$$

Dieser Wert in (29) eingesetzt, ergibt

$$i_2'(1 + \beta) - \frac{1}{h_2} \int_{h_1}^h i_2' dx = -\frac{a}{0,4\pi b_2} \frac{\partial \xi}{\partial x}. \quad (34)$$

Ferner muß zu allen Zeiten t aus demselben Grunde wie oben

$$\beta) \quad \int_0^h (b_2' i_2' + b_1 i_1' - b_1 i_1'') dx = 0$$

sein, worin allein schon

$$\int_0^{h_1} b_1 i_1'' dx = 0$$

ist. Mithin ist

$$\int_0^h (b_2' i_2' + b_1 i_1') dx = 0, \quad (35)$$

oder

$$\int_0^{h_1} b_1 i_1' dx + \int_{h_1}^h b_2 i_2' dx = 0. \quad (36)$$

Da i_1' aus (12) bekannt war, ist auch das bestimmte Integral

$$b_1 \int_0^{h_1} i_1' dx = -\frac{a b_1}{0,4 \pi b_2 (1 + \beta)} [\mathfrak{S}(x=h_1) - \mathfrak{S}(x=0)] \quad (37)$$

bekannt. Da ferner $\mathfrak{S}_{x=0} = 0$ ist, wird

$$b_1 \int_0^{h_1} i_1' dx = -\frac{a}{0,4 \pi} \mathfrak{S}(x=h_1) \quad (38)$$

und

$$b_2 \int_{h_1}^h i_2' dx = -b_1 \int_0^{h_1} i_1' dx = \frac{a}{0,4 \pi} \mathfrak{S}(x=h_1). \quad (39)$$

Mit Berücksichtigung von (32) ist mithin

$$-b_2' k h_2 = \frac{a}{0,4 \pi} \mathfrak{S}(x=h_1),$$

oder

$$k = -\frac{a}{0,4 \pi b_2' h_2} \mathfrak{S}(x=h_1). \quad (40)$$

Nun folgt aus (29) sofort

$$i_2'(1 + \beta) = \frac{a}{0,4 \pi b_2 \beta h_2} \mathfrak{S}(x=h_1) - \frac{a}{0,4 \pi b_2} \frac{\partial \mathfrak{S}}{\partial x},$$

oder endgültig

$$i_2' = -\frac{a}{0,4 \pi b_2 (1 + \beta)} \left[\frac{\partial \mathfrak{S}}{\partial x} - \frac{\mathfrak{S}(x=h_1)}{\beta h_2} \right] \quad (41)$$

und

$$i_2 = i_2' + k \quad (42)$$

nach (6) und (40).

Damit sind alle gesuchten Stromdichten bestimmt; wir schreiben noch die Auswertung der benutzten \mathfrak{S} -Funktionen und der Hilfsstromdichte k an:

$$\frac{\partial \mathfrak{S}}{\partial x} - \frac{\partial \mathfrak{S}''}{\partial x} = \frac{2 \mathfrak{S}_0}{h_2} \sum_{n=1}^{\infty} e^{-n^2 t/\tau} \cos n \pi \frac{x}{h} - \frac{2 \mathfrak{S}_0}{h_2} \sum_{n=1}^{\infty} e^{-n^2 t/\tau_1} \cos n \pi \frac{x}{h_1}, \quad (43)$$

$$\mathfrak{S}(x=h_1) = \frac{2}{\pi} \mathfrak{S}_0 \frac{h}{h_2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} e^{-n^2 t/\tau} \sin n \pi \frac{h_1}{h}, \quad (44)$$

$$k = -\frac{2 i_0}{\beta \pi} \frac{h}{h_2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} e^{-n^2 t/\tau} \sin n \pi \frac{h_1}{h} \quad (45)$$

und erhalten als vollständige Lösung für den Ausschaltvorgang von I (bzw. i_0) auf Null in der Zeit $T = 0$, also momentan, zu den Hauptgleichungen für \mathfrak{S}_1 [(27) und (28)], die weiteren für i .

$$i_1 = -\frac{2 i_0}{1 + \beta} \left[\sum_{n=1}^{\infty} e^{-n^2 t/\tau} \cos n \pi \frac{x}{h} - \sum_{n=1}^{\infty} e^{-n^2 t/\tau_1} \cos n \pi \frac{x}{h_1} \right] \quad (46)$$

im Dämpferkopf,

$$i_2 = -\frac{2 i_0}{1 + \beta} \left[\sum_{n=1}^{\infty} e^{-n^2 t/\tau} \cos n \pi \frac{x}{h} + \frac{h}{h_2 \pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} e^{-n^2 t/\tau} \sin n \pi \frac{h_1}{h} \right] \quad (47)$$

im Ankerleiter,

$$i_2' = -\frac{2i_0}{1+\beta} \left[\sum_{n=1}^{\infty} e^{-n^2 t/\tau} \cos n\pi \frac{x}{h} - \frac{h}{\beta h_2 \pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} e^{-n^2 t/\tau} \sin n\pi \frac{h_1}{h} \right] \quad (48)$$

in der Dämpferplatte.

e) Erörterung und Zahlenbeispiele.

Aus diesen Gleichungen entnehmen wir zunächst, ohne bestimmter Zahlenwerte zu bedürfen, zwei wichtige Tatsachen:

Erstens: Wenn $h_1 = 0$ wird, der Dämpfer also zu einer einfachen Platte mit der Höhe des Ankerleiters zusammenschumpft, dann wird $i_2 = i_2'$, d. h. in der Dämpferplatte herrscht dieselbe Stromdichte mit der gleichen zeitlichen und örtlichen Verteilung wie im Ankerleiter, ganz gleich, wie groß die relative Plattendicke β ist. Diese Tatsache hätten wir auch schon bei Aufstellung der Grundgleichungen finden können, denn die Hilfsgröße k in Gl. (6) muß $= 0$ sein, weil bei der einfachen Platte sowohl $\int_0^h i_2 dx$ als auch $\int_0^h i_2' dx \left[= \int_0^h (i_2 - k) dx \right]$ zu allen Zeiten $= 0$ sein müssen. Was dieser eine Unterschied für die Stromwendung und Verluste bedeutet, werden wir später an Hand der Beispiele noch sehen.

Zweitens: Aus dem 2. Klammergliede der Gl. (48) geht hervor, daß die Plattenstromdichte i_2' mit abnehmendem β immer größer, im Grenzfalle $\beta = 0$ sogar unendlich wird, während die Kopfstromdichte i_1 von β nahezu unabhängig ist; es kommt ja nur $1 + \beta$ im Nenner vor. Das deutet darauf hin, daß sich Ankerleiter und Dämpferplatte nicht etwa gleichmäßig oder vielleicht im Verhältnis ihrer Dicken an der Dämpfung des Querfeldes beteiligen, sondern daß die Platte die Hauptlast übernimmt. Um diese Frage weiter zu klären, prüfen wir unsere durch Bild 7d und 7e abgebildete Anfangsbedingung dadurch nach, daß wir in den Hauptgleichungen [(27), (28) und (46), (47), (48)] $t = 0$ setzen. Für die Feldstärke ξ ergibt sich natürlich das Trapez des Bildes 7d, denn das war ja die Voraussetzung [(Gl. (26)] für die Lösung in der Form (27).

Zur Bestimmung der Stromdichten bei $t = 0$ beachten wir die Identitäten:

$$\text{a) } \frac{2}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sin n\pi \frac{x}{h} = 1 - \frac{x}{h}$$

(gültig für alle x außer $x = 0$) und

$$\text{b) } \sum_{n=1}^{\infty} \cos n\pi \frac{x}{h} = -\frac{1}{2}$$

(gültig für alle x außer $x = 0$, wo die $\sum = \infty$ und für $x = h$, wo sie alternierend $+1$ und -1 wird).

Wir erhalten demnach für $t = 0$:

$$i_1 = -\frac{2i_0}{1+\beta} \left[-\frac{1}{2} - \left(-\frac{1}{2} \right) \right] = 0 \quad (49a)$$

für alle x außer $x = 0$,

$$= -\frac{2i_0}{1+\beta} [\infty - \infty] = -\infty \quad (49b)$$

für $x = 0$.

Daß der unbestimmte Ausdruck in der letzten Klammer $= \infty$ werden muß, ist, abgesehen von der physikalischen Bedingung [vgl. Bemerkung zu Gl. (18), S. 13], daraus zu schließen, daß mit abnehmendem t nicht nur die beiden Klammerglieder in Gl. (46), sondern auch ihre Differenz immer größer wird, so daß wir bei $t = 0$ auch diese Differenz $= \infty$ annehmen dürfen. Ferner ist

$$i_2 = -\frac{2i_0}{1+\beta} \left[-\frac{1}{2} + \frac{h}{(h-h_1)\pi} \frac{\pi}{2} \left(1 - \frac{h_1}{h} \right) \right] = 0 \quad (50)$$

für alle x ($x = 0$ ist Kopfoberkante),

$$i_2 = -\frac{2i_0}{1+\beta} \left[-\frac{1}{2} - \frac{h}{(h-h_1)\beta\pi} \frac{\pi}{2} \left(1 - \frac{h_1}{h} \right) \right] = \frac{i_0}{\beta} \quad (51)$$

für alle x .

Diese Ergebnisse sind nun recht bemerkenswert, z. T. sogar überraschend. Gl. (50) zeigt, daß durch die momentane Unterbrechung der Ankerleiter vollständig stromlos wird, und daß laut Gl. (51) die Dämpferplatte den gesamten Strom mit entsprechend dem Dickenverhältnis (β) erhöhter Stromdichte übernimmt. Der Kopf bleibt gemäß Gl. (49) im ersten Augenblick auch stromlos bis auf die oberste, unendlich dünne Faser, durch die sich der Plattenstrom mit unendlich hoher Stromdichte hindurchzwängen muß. Vergleichen wir damit die Stromverteilung eines einfachen Stabes, die L. Dreyfus¹⁾ für die gleichen Bedingungen zuerst bestimmt hat, oder auch die ganz ähnliche bei einer Dämpferplatte ohne Kopf, so erkennen wir den grundlegenden Unterschied: beim Stab bleibt die volle Stromdichte über die ganze Höhe h erhalten, an der obersten unendlich dünnen Faser wird sie unendlich; beim Stab + Platte bleibt der auf beide Leiter mit gleicher Stromdichte verteilte Strom ebenfalls erhalten und erzeugt auch in den obersten Fasern beider Leiter unendliche Stromdichten. Wenn wir diesen theoretisch gedachten Grenzfall ($T = 0$ gibt es ja in der Tat nicht) als ersten, rohen Maßstab für die Stromverdrängungsverluste annehmen, so sehen wir, daß der Kopf auf der Dämpferplatte den wertvollen Vorteil besitzt, den Ankerleiter vollständig vor den Nachteilen der Stromverdrängung zu schützen und ihm diese Last abzunehmen, wozu er durch die größere Masse ($1 + \beta$ statt 1) und das Fehlen des Arbeitsstromes sehr gut in der Lage ist.

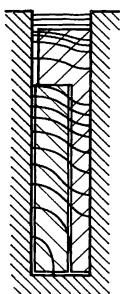


Bild 8. Vermutliches Nutenfeld bei in Querrichtung der Nut veränderlichen Stromdichten.

Der oben dargestellte Stromdichtenverlauf in der Kopfplatte und im Ankerleiter ist nun aber in Wirklichkeit nicht möglich, denn ein so unstetiger Stromdichtensprung zwischen Platte und Kopf kann nicht eintreten. Hier an dieser Stelle macht sich der mit unserer Annäherung b auf S. 10 begangene Fehler bemerkbar. Im Augenblick des Ausschaltens entstehen Feldlinien, die sich um den Ankerleiter mehr oder weniger vollständig schließen und dadurch die vor dem Schaltvorgang senkrecht angenommenen Kraftlinien nach dem Nutengrund zu krümmen (Bild 8). Im Ankerleiter werden also durch diese „Streuung“ auch Wirbelströme erzeugt, in der Dämpferplatte in entsprechendem Maße weniger, und zwar so, daß der Übergang von der Platte zum Kopf stetig erfolgt. Mit Beachtung der geringen Streuung zwischen den beiden Nutenleitern, der nach roher Überschlagsrechnung nur wenige Prozente beträgt, kann man den Einfluß des Vernachlässigungsfehlers auf den ganzen Vorgang als nicht erheblich einschätzen.

¹⁾ L. Dreyfus: Elektrotechn. u. Maschinenb. 32 (1914) S. 281 u. f.

Wir wollen dies an einem Zahlenbeispiel zu zeigen versuchen:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Es sei } h = 4 \text{ cm} \\ \text{,, } h_1 = 1 \text{ cm} \\ \text{,, } h_2 = 3 \text{ cm} \end{array} \right\} \eta = 0,25, \quad \beta = 0,25, 0,5, 0,75, \\ \lambda = 50 \cdot 10^4 \frac{\text{Siemens}}{\text{cm}}.$$

Das ergibt

$$\tau = \frac{0,4 \cdot b_2(1 + \beta)h^2}{\pi a} \lambda \cdot 10^{-8} = 0,0061 \text{ s} = 6,1 \text{ ms}, \\ \tau_1 = \eta^2 \tau_1 = 0,00038 \text{ s} = 0,38 \text{ ms}.$$

Wir wählen, um dem Grenzfall $t = 0$ möglichst nahe zu kommen, zunächst den Zeitpunkt $t = 61 \mu\text{s}$, $t/\tau = 0,01$ und erhalten nach den Gl. (46) ... (48) die in Bild 9a und 9b dargestellten Kurven. Der Unterschied der Plattenstromdichte i'_2 gegen den nach Gl. (50) bestimmten Grenzwert ist in der Tat sehr gering, größer ist er allerdings für die Kopfstromdichte i_1 , die hier durchaus endlich ist und stetig bis zu Null bei $x = h_1$ abnimmt. Der mutmaßlich richtige Verlauf von i'_2 und i_2 ist durch die strichpunktierten Linien gekennzeichnet; in der Nähe der Trennfuge ($x \geq h_1$) muß i'_2 von Null stetig anwachsen bis zu etwa $\frac{i_0}{\beta}$ (bei $t = 0$ wäre z. B. $i'_2 = \frac{i_0}{\beta} = 4 i_0$ für $\beta = 0,25$) und dann diesen Wert bis $x = h$ so weit überschreiten, daß die Flächendifferenzen gleichbleiben. Entsprechend muß i_2 des Ankerleiters die in Bild 10b gezeichnete Form haben. Es tritt also eine gewisse, wenn auch geringfügige Stromverdrängung ein, der Leiter bleibt mithin nicht völlig stromlos, wie nach den Näherungsgleichungen (S. 18) zu schließen war.

Bild 10a und 10b geben den Verlauf bei $t = 6,1 \text{ ms}$, $t/\tau = 1$, wieder. Die ausgezogenen Linien entsprechen wieder den Gleichungen, die strichpunktierten stellen den (mutmaßlich) richtigen Verlauf dar. Es ist von Interesse, wie sich unter dem Druck des abklingenden Feldes alle Stromdichten geändert haben: i_1 hat sich vergleichmäßig, i_2 und i'_2 haben sich dagegen ungleichmäßig verteilt, wenn auch in verschiedenem Maße.

Der Vollständigkeit wegen soll auch der Verlauf der Feldstärke ξ in Bild 11 und 12 wiedergegeben werden, allerdings ohne Berichtigung, die am Charakter der Kurve nicht ändern, nur ihre Ordinaten um einen kleinen Betrag verkürzen würde. Ge-

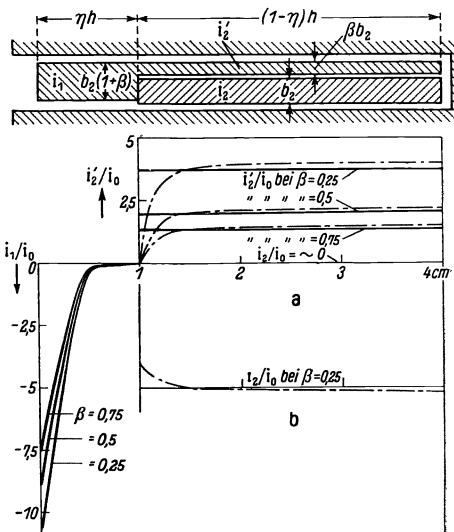


Bild 9. Relative Stromdichten bei momentaner Stromwendung, a) im Dämpfer, b) im Ankerleiter nach $t = 61 \mu\text{s}$.

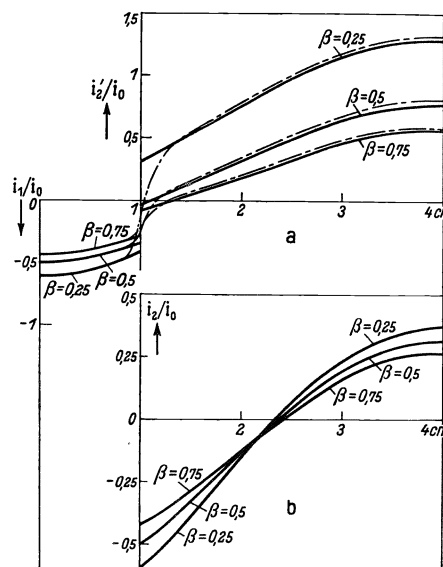


Bild 10. Relative Stromdichten bei momentaner Stromwendung, a) im Dämpfer, b) im Ankerleiter nach $t = 6,1 \text{ ms}$.

wählt ist der Zeitpunkt $t = 6,1 \text{ ms}$ [bei $t = 61 \mu\text{s}$ würde die Abweichung gegen das Trapez ($t = 0$) kaum zu sehen sein]. Bild 11 zeigt den Abschaltvorgang

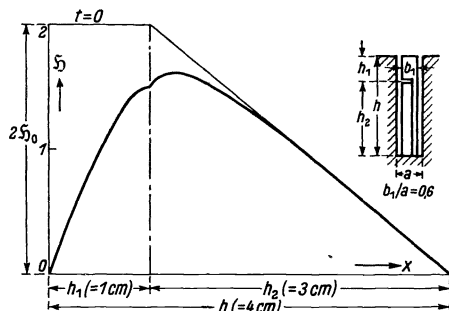


Bild 11. Verlauf der Feldstärke ξ beim Abschalten des Stromes von $2I$ auf 0 .

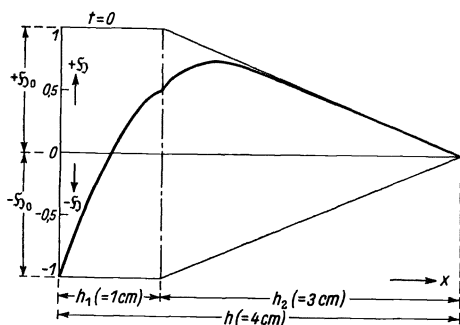


Bild 12. Verlauf der Feldstärke ξ beim Abschalten des Stromes von $+I$ auf $-I$.

ξ_x -Komponente gemachte Fehler nicht von schwerwiegenden Nachteilen begleitet ist und das Endergebnis nicht erheblich fälschen wird.

Damit schließen wir den Vorgang der momentanen Stromwendung ab; obwohl er den Verhältnissen der wirklichen Stromwendung in einer Maschine keineswegs entspricht, hat er als Grenzfall für sehr kurze Stromwendezzeiten doch einen gewissen Wert und ist als Vergleichsgrundlage für die nun folgende Untersuchung der endlichen Stromwendedauer ($T > 0$) unerlässlich gewesen.

II. Die Lösungen für endliche Stromwendedauer, $T > 0$.

Für den Übergang zur endlichen Stromwendedauer, $T > 0$, die allein eine praktische Bedeutung hat, benutzen wir, wie wir schon kurz durch die Bemerkung zu Bild 6 angedeutet hatten, die Zerlegung der Übergangsgeraden in einzelne, unter sich gleiche Treppentufen (Bild 13).

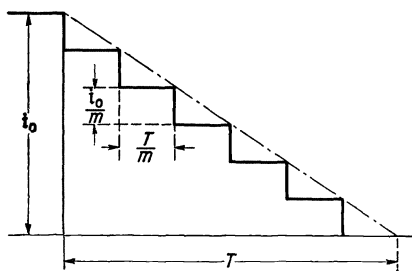


Bild 13. Übergang von momentaner Stromwendung auf Stromwendung endlicher Dauer.

a) Die Stromdichten i .

Zunächst berechnen wir die Stromdichten, die sich laut Gl. (46) bis (48) alle aus Gliedern von der Form $e^{-n^2 t/\tau} \cos n\pi \frac{x}{h}$ bzw. $\frac{e^{-n^2 t/\tau}}{n} \sin n\pi \frac{h_1}{h}$ zusammensetzen. Nehmen wir einen beliebigen Punkt x der Nutentiefe und eine beliebige Welle, z. B. die

Grundwelle mit $n = 1$, so können wir eine i -Komponente abkürzend durch die Form

$$y = y_0 \cdot e^{-t/\tau} \tag{52}$$

darstellen, worin y_0 die Faktoren $\frac{2i_0}{1+\beta}$ und $\cos\pi\frac{x}{h}$ bzw. $\sin\pi\frac{h_1}{h}$ enthalten mag. Bei einer Unterteilung in m Intervalle (Bild 13 u. 14) wird y_0/m momentan unterbrochen und klingt T/m Sekunden lang bis zur nächsten Unterbrechung ab. Überlagern wir also alle Exponentialkurven, so erhalten wir das Bild 14 mit den eingeschriebenen Bezeichnungen, die weitere Erklärungen überflüssig machen. Am Ende von T ist z. B. die Ordinatensumme

$$AB = y_T = a_0 + a_0 e^{-\frac{T}{m\tau}} + a_0 e^{-\frac{2T}{m\tau}} + \dots + a_0 e^{-\frac{T}{\tau}}$$

oder mit $\frac{T}{\tau} = \vartheta$ als Abkürzung

$$y_T = a_0 \left(1 + e^{-\frac{\vartheta}{m}} + e^{-\frac{2\vartheta}{m}} + \dots + e^{-\vartheta} \right).$$

Da nun $e^{-\frac{\vartheta}{m}} = 1 - \frac{\vartheta}{m} + \frac{1}{2!} \left(\frac{\vartheta}{m}\right)^2 - \frac{1}{3!} \left(\frac{\vartheta}{m}\right)^3 + \dots$ ist, erhalten wir durch Einsetzen dieser Reihen in (52) und passende Zusammenfassung der einzelnen Glieder

$$y_T = a_0 \left[m - \frac{\vartheta}{m} \frac{m(m+1)}{2} + \frac{1}{2!} \left(\frac{\vartheta}{m}\right)^2 \frac{m(m+1)(2m+1)}{3!} - \frac{1}{3!} \left(\frac{\vartheta}{m}\right)^3 \frac{(m(m+1))^2}{2} + \dots \right], \tag{53}$$

oder mit $a_0 = \frac{y_0}{m}$

$$y_T = y_0 \left[1 - \frac{\vartheta}{2} \left(1 + \frac{1}{m}\right) + \frac{\vartheta^2}{12} \left(1 + \frac{1}{m}\right) \left(2 + \frac{1}{m}\right) - \frac{\vartheta^3}{24} \left(1 + \frac{1}{m}\right)^2 + \dots \right].$$

Gehen wir nun zur Grenze $m = \infty$ über und erweitern die Klammer mit ϑ , so wird

$$y_T = y_0 \frac{1}{\vartheta} \left[\vartheta - \frac{\vartheta^2}{2!} + \frac{\vartheta^3}{3!} - \frac{\vartheta^4}{4!} + \dots \right] = y_0 \frac{1 - e^{-\vartheta}}{\vartheta}. \tag{54}$$

Dies gilt natürlich nicht nur für den Zeitraum $T = \vartheta\tau$, sondern für jeden innerhalb T gelegenen Zeitpunkt t ; wir erhalten demnach nach t Sekunden

$$y_t = y_0 \frac{1 - e^{-t/\tau}}{T/\tau} = y_0 \frac{t}{T} \frac{1 - e^{-t/\tau}}{t/\tau} \tag{55}$$

und haben nur überall $\frac{t}{T} \frac{1 - e^{-t/\tau}}{t/\tau}$ an Stelle von $e^{-t/\tau}$ in unsere Gleichungen für i einzusetzen, wenn wir von der momentanen zur endlichen Stromwendung übergehen, natürlich auf die höheren Harmonischen sinngemäß übertragen, also $\frac{t}{T} \frac{1 - e^{-n^2 t/\tau}}{n^2 t/\tau}$ für $e^{-n^2 t/\tau}$. Diese etwas elementare Ableitung hätten wir uns durch den Hinweis auf L. Dreyfus¹⁾, der sie eleganter und kürzer gemacht hat, ersparen können. Zugunsten des Lesers, der bei Verfolgung des Rechnungsganges zum Nachschlagen anderer Aufsätze nicht veranlaßt werden sollte, haben wir den umständlicheren, aber bestimmt anschaulicheren Weg der Reihenbenutzung gewählt.

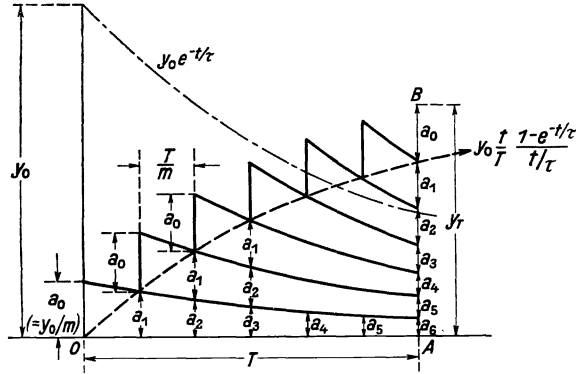


Bild 14. Übergang von momentaner Stromwendung auf Stromwendung von endlicher Dauer.

¹⁾ Arch. Elektrotechn. 3 (1915) S. 288 u. f.

Wir erhalten nunmehr mit Benutzung der Gl. (55) an Stelle der für momentane Stromwendung gültigen (46) bis (48) folgende Gleichungen:

$$i_1 = -\frac{2i_0}{1+\beta} \frac{t}{T} \left[\sum_{n=1}^{\infty} \vartheta(n^2) \cos n\pi \frac{x}{h} - \sum_{n=1}^{\infty} \vartheta_1(n^2) \cos n\pi \frac{x}{\eta h} \right] \quad (56)$$

für den Dämpferkopf,

$$i_2 = -\frac{2i_0}{1+\beta} \frac{t}{T} \left[\sum_{n=1}^{\infty} \vartheta(n^2) \cos n\pi \frac{x}{h} + \frac{1}{\pi(1-\eta)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \vartheta(n^2) \sin n\pi \eta \right] + i_0 \left(1 - \frac{t}{T}\right) \quad (57)$$

für den Ankerleiter,

$$i_2' = -\frac{2i_0}{1+\beta} \frac{t}{T} \left[\sum_{n=1}^{\infty} \vartheta(n^2) \cos n\pi \frac{x}{h} - \frac{1}{\beta(1-\eta)\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \vartheta(n^2) \sin n\pi \eta \right] \quad (58)$$

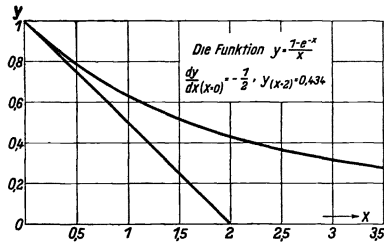


Bild. 15. Die Funktion $\eta = \frac{1 - e^{-x}}{x}$.

für die Dämpferplatte.

Hierin ist die Abkürzung

$$\eta = \frac{h_1}{h} \quad (59)$$

und

$$\vartheta(n^2) = \frac{1 - e^{-n^2 t/\tau}}{n^2 t/\tau} \quad \text{und} \quad \vartheta_1(n^2) = \frac{1 - e^{-n^2 t/\tau_1}}{n^2 t/\tau_1} \quad (60)$$

gesetzt worden; da diese Funktion bei unseren Zahlenrechnungen noch viel gebraucht werden wird, geben wir in Bild 15 ihren Verlauf; sie hat eine gewisse Ähnlichkeit mit der Kurve e^{-x} , von der sie sich aber durch ihren flacheren Verlauf unterscheidet. Das Glied $i_0 (1 - t/T)$ in Gl. (57) berücksichtigt die Tatsache, daß im Ankerleiter die Stromdichte von $+i_0$ auf Null abnimmt, die gesamte Stromdichte im Augenblick t sich also aus Arbeits- + Wirbelstromdichte zusammensetzt.

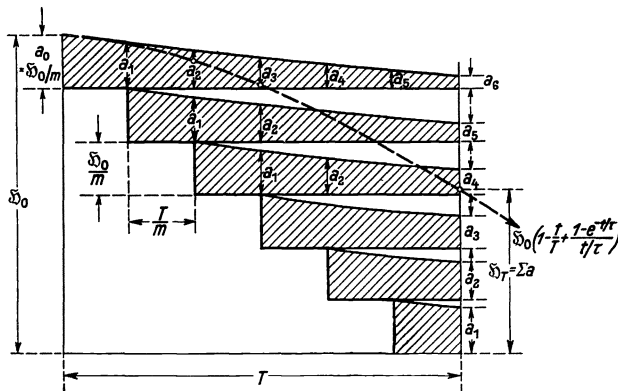


Bild 16. Darstellung der Reihenentwicklungen für die Nutenfeldstärke \mathfrak{S} .

b) Die Nutenfeldstärken \mathfrak{S} .

Ganz entsprechend wird der Übergang von der momentanen zur endlichen Stromwendung für die Feldstärke \mathfrak{S} durchgeführt; hierbei ist natürlich zu beachten, daß \mathfrak{S} von dem Werte \mathfrak{S}_0 bei $t = 0$ abnimmt, während die Wirbelstromdichten i_1 und i_2 von Null aus zunehmen. Wir erhalten demnach für unsere Reihenentwicklungen die Darstellung des Bildes 16, das die dem Bild 14 entsprechenden Bezeichnungen trägt und mit Rücksicht auf die vorhergegangenen Erläuterungen nicht weiterer Erklärungen bedarf. Wir begnügen uns daher mit der Schlußgleichung

$$y = y_0 \left(1 - \frac{t}{T} + \frac{t}{T} \frac{1 - e^{-t/\tau}}{t/\tau}\right) \quad (61)$$

für die Grundwelle von y_0 und schreiben mit Benutzung der gleichen Abkürzung wie oben [Gl. (59) und (60)],

$$\mathfrak{S} = \frac{2\mathfrak{S}_0}{\pi(1-\eta)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left(1 - \frac{t}{T} + \frac{t}{T} \vartheta_{(n^2)}\right) \sin n\pi \frac{x}{h} \quad (62)$$

für den Bereich II,

$$\mathfrak{S} = \frac{2\mathfrak{S}_0}{\pi(1-\eta)} \left[\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left(1 - \frac{t}{T} + \frac{t}{T} \vartheta_{(n^2)}\right) \sin n\pi \frac{x}{h} - \eta \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \left(1 - \frac{t}{T} + \frac{t}{T} \vartheta_{1(n^2)}\right) \sin n\pi \frac{x}{\eta h} \right] \quad (63)$$

für den Bereich I; diese Gleichungen entsprechen (27) und (28), die für den momentanen Übergang galten. Zum Vergleich mit dem vorher behandelten Fall $T = 0$ wollen wir uns jetzt den Verlauf der Kurven für eine Stromwendedauer $T = 1$ ms durch ein Zahlenbeispiel veranschaulichen und wählen die gleichen Bestimmungsstücke wie auf S. 19; wir erhalten für \mathfrak{S} die Kurve auf Bild 17, die sich, wie vorauszusehen, von der Kurve Bild 12 dadurch unterscheidet, daß sie beträchtlich höher liegt. Die Nutenfeldstärke hat eben bei endlicher, linearer Stromwendung in der Zeit T nicht so viel abgenommen wie in der gleichen Zeit nach plötzlicher Unterbrechung ($T = 0$). Dieser Umstand ist für die Beurteilung der Stromwendespannungs-Dämpfung wichtig, wie sich später herausstellen wird. Wir haben gleich den Übergang von $+I$ auf $-I$, nicht mehr den von $+I$ auf Null zugrunde gelegt, wofür die aus (62) und (63) leicht abzuleitenden Formeln (für $t = T$) gelten:

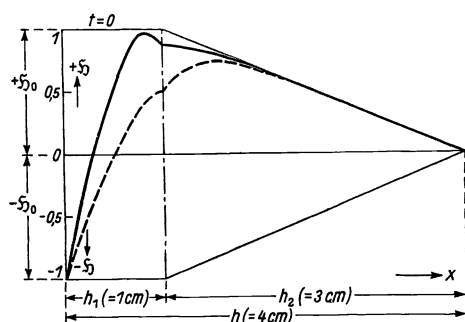


Bild 17. Feldstärke \mathfrak{S} bei endlicher Stromwendedauer.

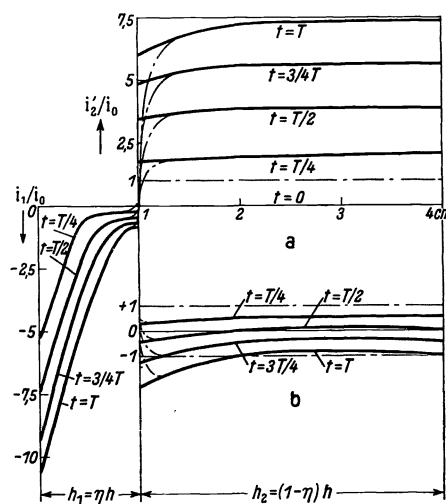


Bild 18. Relative Stromdichten, a: in der Dämpferplatte, b: im Ankerleiter bei endlicher Stromwendedauer.

$$\mathfrak{S}_{II} = \frac{4\mathfrak{S}_0}{\pi(1-\eta)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \vartheta_{(n^2)} \sin n\pi \frac{x}{h} - \frac{\mathfrak{S}_0}{1-\eta} \left(1 - \frac{x}{h}\right), \quad (64)$$

$$\mathfrak{S}_{I} = \frac{4\mathfrak{S}_0}{\pi(1-\eta)} \left[\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \vartheta_{(n^2)} \sin n\pi \frac{x}{h} - \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \vartheta_{1(n^2)} \sin n\pi \frac{x}{\eta h} \right] - \mathfrak{S}_0. \quad (65)$$

c) Erörterung und Zahlenbeispiele.

Für die Stromdichten des Dämpfers ergibt sich die Kurvenschar des Bildes 18a und für i_2 des Ankerleiters die entsprechende auf Bild 18b. Auch hier enthalten die ausgezogenen Kurven den vorher (S. 19) geschilderten Annäherungsfehler; die Berichtigung ist durch die strichpunktierten Abrundungen gegeben. Auf diesen Dar-

stellungen fällt wieder die ziemlich gleichmäßige Stromdichtenverteilung in der Dämpferplatte sowohl wie im Ankerleiter auf, ganz ähnlich derjenigen in Bild 9 und 10 bei $T = 0$. Nur im Dämpferkopf drängt sich der Strom nach der Nutenöffnung zu zusammen und erreicht erst am Ende von T den 11fachen Wert von i_0 , der Normalstromdichte des Ankerleiters. Dieser zeigt erst bei $t = T$ eine merkbare Ungleichmäßigkeit, die aber ganz beträchtlich kleiner ist als bei Fehlen des Plattenkopfes. Das zeigt Bild 19, das für die gleichen Zahlenverhältnisse gezeichnet ist; sowohl im Ankerleiter als auch in der (einfachen) Dämpferplatte steigt die Stromdichte bei $t = T$ an der Oberkante auf den $13\frac{1}{2}$ fachen Wert von i_0 , läßt also auf ganz erhebliche Zusatzverluste infolge Stromverdrängung schließen. Bevor wir auf die

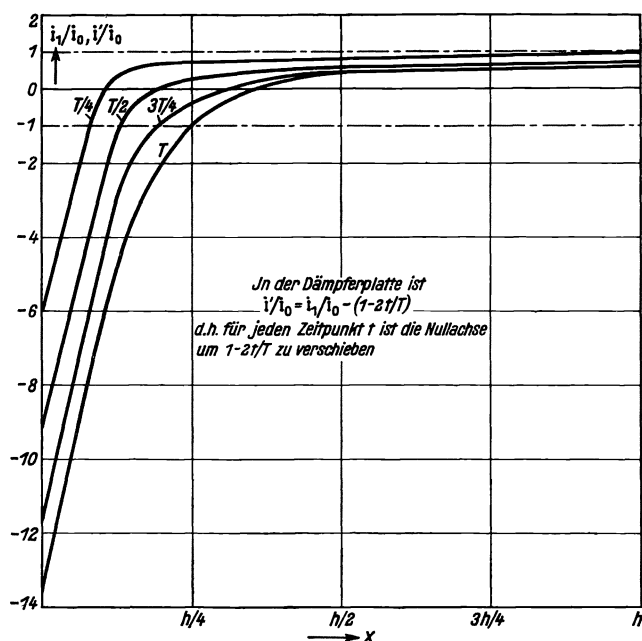


Bild 19. Relative Stromdichten im Ankerleiter und in einer einfachen Dämpferplatte.

Verlustberechnung näher eingehen, wollen wir uns noch in etwas anderer Form ein Bild über den örtlichen Verlauf der Wirbelströme machen, indem wir im Längsschnitt die einzelnen Fäden aufzuzeichnen versuchen (Bild 20);

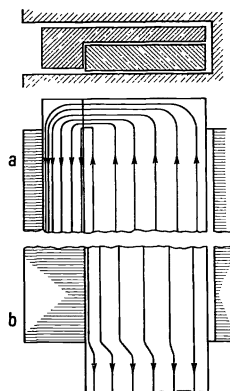


Bild 20. Wirbelströme im Ankerleiter und in der Dämpferplatte.

wir haben uns dabei zu erinnern, daß wir von vornherein den Widerstand der aus dem Ankereisen herausragenden Enden gleich Null gesetzt, indem wir einen unendlich langen Leiter angenommen hatten. Die Form der Stromlinien ist also außerhalb der Nut etwas willkürlich dargestellt.

C. Nutzenanwendung auf die Kommutierung.

Mit diesen graphischen Darstellungen, die den physikalischen Inhalt der unübersichtlichen Formeln unserer Anschauung näherbringen sollten, können wir die vorbereitenden Untersuchungen über Verlauf und Form der Feldstärken und Stromdichten abschließen und uns der Hauptaufgabe, ihren Einfluß auf die Stromwendung festzustellen, zuwenden. Wie in I, S. 55 u. f., ausführlich erläutert, besteht der Zweck der Dämpfereinrichtungen darin, die Induktivität der von den Bürsten jeweilig kurzgeschlossenen Ankerwindungen zu vermindern, um dadurch die Selbstinduktionsspannung $L di/dt$, die für die Funkenbildung maßgebende Größe, soweit als irgend möglich herabzusetzen. Da wir es bei unserer Aufgabe nur mit Massiv-

stäben zu tun haben, ist anstatt des Selbstinduktionskoeffizienten (L), der bei den üblichen Stromwendungsrechnungen für mehrdrähtige und mehrlagige Ankerspulen gewöhnlich benutzt wird, hier aber seine Bedeutung verliert, der Nutenquerfluß (Φ) selbst gewählt. Wir wollen daher durchweg den Ausdruck $d\Phi/dt$ als Maß der Stromwendespannung und die Größe

$$y = \frac{d\Phi/dt}{-\Phi_0/T} \quad (66)$$

als relative Stromwendespannung einführen. Der Nenner $-\Phi_0/T$ ist die Feldänderung während des geradlinigen, stetigen Überganges von Φ_0 auf 0 bei einem wirbelstromfreien Ankerleiter ohne Dämpfungsvorrichtung und $d\Phi/dt$ die entsprechende mit Dämpfung, wenn der Ankerstrom von $+i_0$ auf Null in der gleichen Zeit T gleichförmig abnimmt. Der Einfachheit wegen haben wir nur die halbe Änderung, i_0 auf 0 statt i_0 auf $-i_0$, eingesetzt, was natürlich am Wert des Quotienten y nichts ändert,

die Rechnung aber bequemer macht. Der zeitliche Mittelwert, $\bar{y} = \frac{1}{T} \int_0^T y dt$, kann als Wertmesser der Dämpferwirkung, d. h. als eine Art Gütezahl des Dämpfers betrachtet werden; er gibt die Verminderung der funkenbildenden Induktionsspannung in Teilen, z. B. Prozenten, der ohne Dämpfung vorhandenen an.

I. Das zeitlich verzögerte Nutenquerfeld.

Zu ihrer Berechnung greifen wir auf Gl. (62), (63), S. 23 nebst Bild 17 zurück und schreiben für den Nutenquerfluß (Φ_t) im Augenblicke t

$$\Phi_t = l \left[\int_0^{h_1} \xi_1 dx + \int_{h_1}^{h_2} \xi_2 dx \right], \quad (67)$$

worin l die wirksame Ankereisenlänge bedeutet.

Die Integration ergibt unter Benutzung der bereits früher eingeführten Abkürzungen

$$\eta = \frac{h_1}{h}, \quad \vartheta_{(n^2)} = \frac{1 - e^{-n^2 t/\tau}}{n^2 t/\tau}, \quad \vartheta_{1(n^2)} = \frac{1 - e^{-n^2 t/\tau_1}}{n^2 t/\tau_1},$$

$$\Phi_t = \frac{4\xi_0 l h}{\pi^2(1-\eta)} \left[\tilde{\xi}_1(t) + \frac{1}{9} \tilde{\xi}_9(t) + \frac{1}{25} \tilde{\xi}_{25}(t) + \dots - \eta^2 \left(\check{f}_1(t) + \frac{1}{9} \check{f}_9(t) + \frac{1}{25} \check{f}_{25}(t) + \dots \right) \right], \quad (68)$$

wobei zur weiteren Abkürzung

$$\tilde{\xi}_{(2n-1)^2}(t) = 1 - \frac{t}{T} + \frac{t}{T} \vartheta_{(2n-1)^2}$$

und

$$\check{f}_{(2n-1)^2}(t) = 1 - \frac{t}{T} + \frac{t}{T} \vartheta_{1(2n-1)^2}$$

gesetzt ist. Für $t = T$ wird

$$\Phi_T = \frac{4\xi_0 l h}{\pi^2(1-\eta)} \left[\vartheta_{(1)} + \frac{1}{9} \vartheta_{(9)} + \frac{1}{25} \vartheta_{(25)} + \dots - \eta^2 \left(\vartheta_{1(1)} + \frac{1}{9} \vartheta_{1(9)} + \frac{1}{25} \vartheta_{1(25)} + \dots \right) \right]. \quad (69)$$

Nun ist

$$\Phi_0 = \Phi_{t=0} = l\xi_0 \left(\eta h + \frac{1-\eta}{2} h \right) = lh \frac{(1+\eta)}{2} \xi_0. \quad (70)$$

Daher wird

$$\frac{\Phi_t}{\Phi_0} = \frac{\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2} \tilde{\xi}_{(2n-1)^2}(t) - \eta^2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2} \check{f}_{(2n-1)^2}(t)}{\pi^2/8 (1-\eta^2)} \quad (71)$$

und

$$\frac{\Phi_T}{\Phi_0} = \frac{\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2} \vartheta_{(2n-1)^2} - \eta^2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2} \vartheta_{1(2n-1)^2}}{\pi^2/8 (1-\eta^2)}. \quad (72)$$

Diese Gleichung gilt nur für den theoretisch wichtigen, aber praktisch nicht herstellbaren Fall, daß die gesamte Stabhöhe h gleich der Nutentiefe t ist. In Wirklichkeit erfordert die Stabisolierung und der Nutenverschlußkeil stets einen Überstand h' , der das Nutenquerfeld vergrößert und mit einfachen Mitteln nicht abgedämpft werden kann. Mit Rücksicht auf dieses unvermeidliche Zubehör lautet die vervollständigte Gl. (71)

$$\frac{\Phi_t}{\Phi_0} = \frac{\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2} \vartheta_{(2n-1)^2}(t) - \eta^2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2} t_{(2n-1)^2}(t)}{\frac{\pi^2}{8} (1-\eta^2) + \frac{\pi^2}{4} (1-\eta) \frac{h'}{h}} + \frac{1}{1 + \frac{1+\eta}{2} \frac{h}{h'}} \quad (73)$$

und Gl. (72) mit entsprechender Änderung

$$\frac{\Phi_T}{\Phi_0} = \frac{\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2} \vartheta_{(2n-1)^2} - \eta^2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2} \vartheta_{1(2n-1)^2}}{\frac{\pi^2}{8} (1-\eta^2) + \frac{\pi^2}{4} (1-\eta) \frac{h'}{h}} + \frac{1}{1 + \frac{1+\eta}{2} \frac{h}{h'}}. \quad (74)$$

Den zeitlichen Verlauf von Φ_t zeigt Bild 21, das für die gleichen Abmessungen wie für die früheren Beispiele gezeichnet ist. Der Vergleich mit ungedämpftem

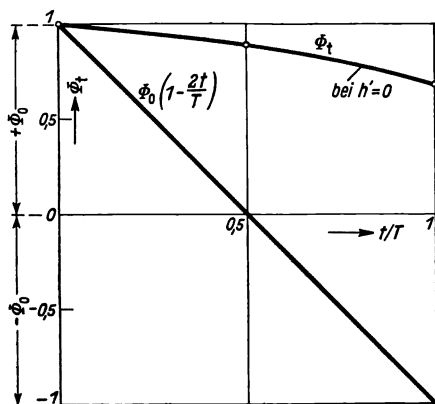


Bild 21. Zeitlicher Verlauf des Nutenquerflusses Φ_t .

Verlauf, der hier durch die Gerade $\Phi_0 \left(1 - \frac{2t}{T}\right)$ dargestellt ist, bestätigt augenfällig die Vermutung, die wir bereits aus Bild 17, S. 23 bezügl. der verzögerten Feldänderung entnommen hatten.

II. Die verminderte Stromwendspannung.

Einen zahlenmäßigen Beweis erhalten wir freilich erst aus der Berechnung von $d\Phi/dt$. Da

$$\frac{d}{dt} \left(1 - \frac{t}{T} + \frac{1 - e^{-n^2 t/\tau}}{n^2 t/\tau}\right) = -\frac{1}{T} (1 - e^{-n^2 t/\tau})$$

ist, erhalten wir aus (68):

$$\begin{aligned} \frac{d\Phi}{dt} &= -\frac{\Phi_0/T}{\frac{\pi^2}{8} (1-\eta^2)} \frac{t}{\tau} \left[\frac{1 - e^{-t/\tau}}{t/\tau} + \frac{1 - e^{-9t/\tau}}{9t/\tau} + \frac{1 - e^{-25t/\tau}}{25t/\tau} + \dots \eta^2 \left(\frac{1 - e^{-t/\tau_1}}{t/\tau_1} + \frac{1 - e^{-9t/\tau_1}}{9t/\tau_1} + \dots \right) \right] \\ &= -\frac{\Phi_0/T}{\frac{\pi^2}{8} (1-\eta^2)} \frac{t}{\tau} \left[\sum_{n=1}^{\infty} \vartheta_{(2n-1)^2} - \eta^2 \sum_{n=1}^{\infty} \vartheta_{1(2n-1)^2} \right]. \end{aligned} \quad (75)$$

Da bei geradlinigem Übergang $\frac{d\Phi}{dt} = -\frac{\Phi_0}{T}$ ist, wird die relative Stromwendspannung

$$y = \frac{t}{\tau} \left[\frac{\sum_{n=1}^{\infty} \vartheta_{(2n-1)^2} - \eta^2 \sum_{n=1}^{\infty} \vartheta_{1(2n-1)^2}}{\pi^2/8 (1-\eta^2)} \right], \quad (76)$$

und ihr zeitlicher Mittelwert (vgl. S. 25)

$$\bar{y} = \frac{1}{T} \int_0^T y dt = 1 - \frac{\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2} \vartheta_{1(2n-1)^2} - \eta^2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(2n-1)^2} \vartheta_{1(2n-1)^2}}{\pi^2/8 (1-\eta^2)}. \quad (77)$$

Bezeichnet man in Gl. (76) den Klammerausdruck mit $[A]$, so wird für den praktisch allein wichtigen Fall $h' > 0$:

$$y = \frac{t/\tau [A]}{\frac{\pi^2}{8} (1-\eta^2) + \frac{\pi^2}{4} (1-\eta) \frac{h'}{h}} + \frac{1}{1 + \frac{1+\eta}{2} \frac{h}{h'}}. \quad (78)$$

Der Verlauf von y , der relativen Stromwendespannung, ist aus Bild 22 zu ersehen; die Kurven vermitteln anschaulicher als die Formeln einen schnellen Überblick über den Gewinn, den der massive Nutendämpfer für die Stromwendung durch Verkleinerung der Selbstinduktionsspannung bringt. Wir entnehmen beispielsweise dem Bild 22, daß die mittlere Stromwendespannung selbst bei dem großen Wert $h' = 10$ mm, der einer Nutenkeilstärke von etwa 8 mm bei schnelllaufenden, großen Maschinen entspricht, auf ungefähr 40 % des ohne Dämpfung (z. B. bei Kunststäben) vorhandenen Wertes verkleinert wird. Wenn also die Funkengrenze allein von der Selbstinduktionsspannung und nicht noch von anderen Umständen, wie z. B. von der Bürstenstromdichte, Kommutatorbeschaffenheit u. dgl. m., abhängig wäre, könnte sie auf den $\frac{1}{0.4} = 2,5$ fachen Wert erweitert werden. Praktisch wird man sich natürlich mit einem wesentlich geringeren Bereich begnügen, zumal man ihn aus anderen Gründen nicht voll ausnützen kann, auf jeden Fall aber die größere Unempfindlichkeit gegen elektrische und mechanische Symmetriestörungen hochausgenutzter Modelle gern verwerten.

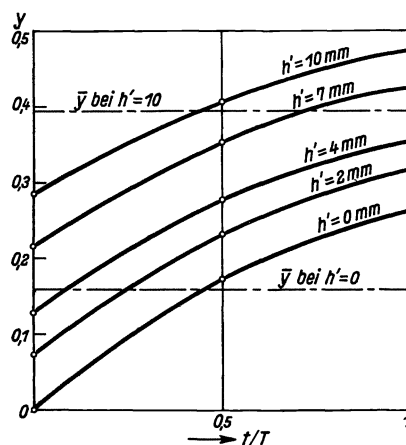


Bild 22. Relative Stromwendespannung bei verschiedenen Nutenüberständen.

D. Die Verluste.

Wie wir durch den Vergleich des massiven Dämpfers mit dem in I, S. 58 beschriebenen Rahmendämpfer gesehen haben, beruht die Überlegenheit des ersteren, der Kopfplatte, auf der zweckmäßigen Verteilung der Wirbelströmung, die das schädliche Nutenquerfeld in jedem Punkte erfaßt und auf einen geringen Betrag verkleinert. Das besorgt in gewissem Maß ein massiver Ankerstab auch und kann trotzdem nicht zur Verbesserung der Stromwendung herangezogen werden, weil die dabei entstehende Stromverdrängung viel zu große Verluste ergibt. Wir wissen ja nicht nur aus den bereits früher erwähnten Arbeiten von F. Emde¹⁾ und W. Rogowski¹⁾, insbesondere aber von L. Dreyfus¹⁾, daß die Induktivitätsverminderung durch massive Nutenleiter sehr teuer erkauft werden muß, auch sind die Erfahrungen mit mehr oder minder verbrannten Oberstabisolationen allenthalben bekannt. Die Frage nach den Wirbelstromverlusten unserer Kombination: massiver Ankerleiter

¹⁾ Siehe Fußnote auf S. 10.

und massiver Nutendämpfer, ist also sehr berechtigt. Wir wollen sie durch nachstehenden Rechnungsgang zu beantworten versuchen, der sich nur auf die Hauptlinien, unter Fortlassung aller umständlichen Zwischenrechnungen, beschränkt und einige abkürzende Näherungen enthält.

I. Die Berechnung für $T = 0$.

Wir betrachten zunächst den Vorgang der momentanen Stromwendung (vgl. S. 10), kehren also in der Zeit $T = 0$ den Ankerstrom von $+i_0$ auf $-i_0$ im Leiter um; nach Θ Sekunden, der halben Maschinenperiode einer Kommutatormaschine,

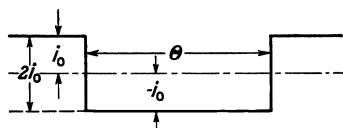


Bild 23. Verlauf der mittleren Stromdichte bei momentaner Stromwendung.

beginnt der Vorgang von neuem, von $-i_0$ auf $+i_0$. Die plötzlich entstehenden und während der Zeit Θ mehr oder weniger abklingenden Wirbelströme entsprechen also einer momentanen Stromänderung von $2i_0$ (Bild 23). Im Dämpfer treten sie allein auf, im Ankerleiter überlagern sie sich dem Arbeitsstrom i_0 . Für den Übergang auf die endliche Stromwendedauer $T > 0$ benutzen wir die Verkleinerungsfaktoren, die

L. Dreyfus¹⁾ mit dankenswerter Ausführlichkeit für verschiedene Wicklungsverhältnisse berechnet hat. Sie werden vielleicht nicht genau für unsere Anordnung passen, sicherlich aber eine gute Näherung darstellen.

Die in Wärme umgesetzten Energieverluste eines Stabelementes $bl dx$ betragen, wenn λ wieder die Leitfähigkeit bezeichnet, für den Zeitraum Θ

$$dW = \frac{bl}{\lambda} \int_0^{\Theta} i^2 dx \cdot dt$$

und im ganzen Stab:

$$W = \frac{bl}{\lambda} \int_0^{\Theta} dt \int_0^h i^2 dx \quad (\text{in Ws}). \quad (79)$$

Werden die sekundlichen Verluste (in W) mit V bezeichnet, so ist $W = V\Theta$ oder

$$V = \frac{bl}{\lambda \Theta} \int_0^{\Theta} dt \int_0^h i^2 dx \quad (80)$$

für einen Stab mit den Abmessungen blh , der von $+i_0$ auf 0 umgeschaltet wird. Bei dem vorausgesetzten Umschalten von $+i_0$ auf $-i_0$ ist $4i^2$ statt i^2 unter dem Integral zu setzen und für den Ankerleiter $\int (i_0 + 2i)^2 dx = \int (i_0^2 + 4i^2) dx$; das doppelte Produkt fällt fort, da $\int_0^h i dx = 0$ (vgl. S. 15) sein muß. Wir bekommen demnach mit Benutzung der Gl. (46) ... (48) S. 16 und 17 und einigen Umrechnungen schließlich

$$V_1 = \frac{16i_0^3 bl}{(1+\beta)\lambda \Theta} \int_0^{\Theta} dt \int_0^{h_1} \left[\sum_{n=1}^{\infty} e^{-n^2 t/\tau} \cos n\pi \frac{x}{h} - \sum_{n=1}^{\infty} e^{-n^2 t/\tau_1} \cos n\pi \frac{x}{h_1} \right]^2 dx \quad (81)$$

für den Dämpferkopf,

$$V_2 = \frac{16i_0^3 bl}{(1+\beta)^2 \lambda \Theta} \int_0^{\Theta} dt \int_{h_1}^{h_2} \left[\left(\frac{1+\beta}{4} \right)^2 + \left(\sum_{n=1}^{\infty} e^{-n^2 t/\tau} \cos n\pi \frac{x}{h} + \frac{1}{(1-\eta)\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-n^2 t/\tau}}{n} \sin n\pi \eta \right)^2 \right] dx \quad (82)$$

¹⁾ Arch. Elektrotechn. 3 (1915) S. 293 u. f.

für den Ankerleiter,

$$V_2' = \frac{16i_0^2 b l \beta}{(1 + \beta) \lambda \Theta} \int_0^\Theta dt \int_{h_1}^{h_2} \left[\sum_{n=1}^{\infty} e^{-n^2 t/\tau} \cos n \pi \frac{x}{h} - \frac{1}{\beta(1-\eta)\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-n^2 t/\tau}}{n} \sin n \pi \eta \right]^2 dx \quad (83)$$

für die Dämpferplatte.

Da es für die allgemeine Verwendbarkeit der Formeln nicht zweckmäßig ist, die jeweiligen Nutabmessungen b , l , h mitschleppen zu müssen, führen wir die spezifischen Verluste in W/cm^3 ein und schreiben:

$$v_1 = \frac{V_1}{b(1+\beta)lh\eta}, \quad v_2 = \frac{V_2}{b l h(1-\eta)}, \quad v_2' = \frac{V_2'}{b\beta \cdot l h(1-\eta)},$$

außerdem $v_0 = \frac{i_0^2}{\lambda}$ als normale spezifische Verluste bei der Arbeitsstromdichte i_0 ; dann ergeben sich an Stelle der Gl. (81) bis (83) die folgenden:

$$\frac{v_1}{v_0} = \frac{16/\eta}{(1+\beta)^2 h \Theta} \int_0^\Theta dt \int_0^{h_1} \left[\sum_{n=1}^{\infty} e^{-n^2 t/\tau} \cos n \pi \frac{x}{h} - \sum_{n=1}^{\infty} e^{-n^2 t/\tau} \cos n \pi \frac{x}{h_1} \right]^2 dx, \quad (84)$$

$$\frac{v_2}{v_0} = \frac{16/1-\eta}{(1+\beta)^2 h \Theta} \left[\left(\frac{1+\beta}{4} \right)^2 h(1-\eta) + \int_0^\Theta dt \int_{h_1}^{h_2} \left(\sum_{n=1}^{\infty} e^{-n^2 t/\tau} \cos n \pi \frac{x}{h} + \frac{1}{(1-\eta)\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-n^2 t/\tau}}{n} \sin n \pi \eta \right)^2 dx \right], \quad (85)$$

$$\frac{v_2'}{v_0} = \frac{16/1-\eta}{(1+\beta)^2 h \Theta} \int_0^\Theta dt \int_{h_1}^{h_2} \left[\sum_{n=1}^{\infty} e^{-n^2 t/\tau} \cos n \pi \frac{x}{h} - \frac{1}{\beta(1-\eta)} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^{-n^2 t/\tau}}{n} \sin n \pi \eta \right]^2 dx. \quad (86)$$

Die Ausrechnung der Quadratsummen der Fourierschen Reihen unter dem Integral, die etwas mühsam ist, wollen wir hier nur in den Schlußergebnissen wiedergeben; man kann sie im Bedarfsfalle auch durch planimetrische Auswertung der Kurven, Bild 18, nachprüfen. Wir haben dabei das Zeitintegral \int_0^Θ durch \int_0^∞ ersetzt, wodurch sich die Rechenarbeit wesentlich vereinfacht; die Abweichungen gegenüber dem wirklichen Vorgang werden wir durch einen Berichtigungsfaktor berücksichtigen.

Wir schreiben demnach unsere Gl. (84) bis (86) in die Form um:

$$\frac{v_1}{v_0} = \frac{16/\eta \tau}{(1+\beta)^2 \pi \Theta} A \quad \text{im Kopf}, \quad (87)$$

$$\frac{v_2}{v_0} = 1 + \frac{16/(1-\eta)}{(1+\beta)^2} \frac{\tau}{\pi \Theta} \left[B - \frac{2C}{\pi(1-\eta)} + \frac{D}{\pi(1-\eta)} \right] \quad \text{im Ankerleiter}, \quad (88)$$

$$\frac{v_2'}{v_0} = \frac{16/(1-\eta)}{(1+\beta)^2} \frac{\tau}{\pi \Theta} \left[B + \frac{2C}{\pi(1-\eta)\beta} + \frac{D}{\pi(1-\eta)\beta^2} \right] \quad \text{in der Platte}, \quad (89)$$

in denen die Abkürzungen A bis D folgendes bedeuten:

$$A = \frac{\pi^3}{24} \eta (1 + \eta^2) + \frac{1}{8} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin 2n\pi\eta}{n^3} + \underbrace{\left[\sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n\pi\eta}{n(m^2 + (n+m)^2)} + \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(n+2m)\pi\eta}{(n+2m)(m^2 + (n+m)^2)} \right]}_{[S]}$$

$$- \eta^3 \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{f(n\eta - m)}{m^2 + n^2\eta^2} \quad \text{mit} \quad f(n\eta - m) = \frac{\sin(n\eta - m)\pi}{n\eta - m} + \frac{\sin(n\eta + m)\pi}{n\eta + m},$$

$$B = \frac{\pi^3}{24} (1 - \eta) - \frac{1}{8} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin 2n\pi\eta}{n^3} - [S],$$

$$C = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n\pi\eta}{n} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n\pi\eta}{n(m^2 + n^2)},$$

$$D = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 n\pi\eta}{n^4} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin n\pi\eta}{n} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\sin(m+n-1)\pi\eta}{(m+n)[(m-1)^2 + (m+n)^2]}.$$

Um dem Leser einen Begriff von der Größenordnung dieser ganz undurchsichtigen Reihensummen zu geben, schreiben wir einige Zahlenwerte an, die für $\eta (= h_1/h) = 1/8$ und $\eta = 1/4$ berechnet sind. Da wir das Zeitintegral von 0 bis ∞ genommen hatten, anstatt von 0 bis Θ , ist η der einzige in den Winkelfunktionen vorkommende Parameter. Es wird

$\eta = 1/4$	$1/8$		$\eta = 1/4$	$\eta = 1/8$
$A = 0,8$	$= 0,72$	$\frac{v_1}{v_0} = \left(\frac{4}{1+\beta}\right)^2 \frac{\tau}{\Theta}$	$\times 1,016$	$\times 1,828$
$B = 0,409$	$= 0,55$	$\frac{v'_2}{v_0} = \left(\frac{4}{1+\beta}\right)^2 \frac{\tau}{\Theta}$	$\times \left[0,173 + \frac{0,165}{\beta} + \frac{0,0835}{\beta^2}\right]$	$\times \left[0,2 + \frac{0,062}{\beta} + \frac{0,3}{\beta^2}\right]$
$C = 0,46$	$= 0,23$	$\frac{v_2}{v_0} - 1 = \left(\frac{4}{1+\beta}\right)^2 \frac{\tau}{\Theta}$	$\times 0,0912$	$\times 0,172$
$D = 0,464$	$= 0,222$			

Da die Zeitkonstante $\tau = \frac{0,4}{\pi} \frac{b_2(1+\beta)}{a} \lambda \cdot h^2 \cdot 10^{-8}$ [laut Gl. (16), S. 7] und $\Theta = \frac{1}{2f}$ ($f =$ Maschinenfrequenz) war, so wachsen die Wirbelstromverluste mit dem Quadrat der Stabhöhe und mit der Drehzahl bzw. Polzahl der Maschine, was ja auch von vornherein zu vermuten war.

II. Übergang auf $T > 0$.

Für die praktische Maschinenberechnung sind aber die vorstehenden Gleichungen noch nicht ohne Einschränkungen brauchbar, weil die eingangs gemachten Voraussetzungen noch gewisser Berichtigungen bedürfen, sonst rechnen wir alle Wirbelstromverluste viel zu hoch. Wir hatten, um die recht umständliche Auswertung der Reihensummenquadrate [Gl. (81) bis (83)] ein wenig vereinfachen zu können, die momentane Stromwendung mit $T = 0$ zugrunde gelegt und konnten deshalb mit dem Glied $e^{-n^2 t/\tau}$ rechnen, anstatt mit dem unbequemerem $\vartheta_{(n^2)} = \frac{1 - e^{-n^2 t/\tau}}{n^2 t/\tau}$. Die dadurch bedingte Abweichung, d. h. Verminderung der Verluste, werden wir nun, vielleicht nicht ganz zutreffend, für unsere mit mancherlei anderen Ungenauigkeiten behaftete Lösung wohl aber hinreichend genau, durch den Verkleinerungsfaktor f_1

berichtigen, den L. Dreyfus¹ für den Unterstab einer Zweistabwicklung bestimmt hat. Er ist als Funktion der spezifischen Stromwendedauer, nämlich T/τ nach unseren Bezeichnungen, in Bild 24 wiedergegeben. Die Kurve gilt in Strenge nur für einen Stab mit der Höhe h , wird aber vermutlich auch für unsere Kombination Stab + Kopfplatte der Form nach gelten, da der Aufbau der Verlustgleichungen für alle 3 Bereiche sehr ähnlich ist. Wir ziehen also aus der Verwandtschaft der Formeln den zahlenmäßigen Schluß, daß der Übergang von $T = 0$ auf $T = 1 \dots 2$ ms eine Verminderung auf etwa 70 bis 60 % der Verluste bringt.

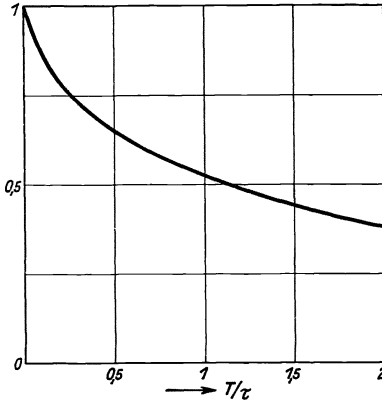


Bild 24. Der Dreyfussche Verkleinerungsfaktor f_1 .

Dies galt unter der weiteren, von uns gemachten Annahme, daß der Abklingvorgang aller Wirbelströme am Ende einer vollständigen Stromwendeperiode Θ (d. h. der halben Maschinenperiode, die durch $f = \frac{1}{2\Theta}$ definiert war) beendet war, daß

wir also berechtigt waren, zugunsten bequemerer Integration \int_0^∞ statt \int_0^Θ zu setzen.

Auch diese Näherung ergibt zu große Verluste, wie sich durch folgende Überschlagsrechnung feststellen läßt. Der zeitliche Verlauf eines Wirbelstromes in der Höhe x eines einfachen Stabes ist annähernd von der durch Bild 25 dargestellten Form,

wenn wir nur die Grundwelle berücksichtigen. Während der Zeit T steigt i auf den Wert AP an und klingt dann nach der Kurve ABC_∞ ab. Die dabei erzeugten Verluste entsprechen der Fläche $\int_0^\Theta i^2 dt$. Be-

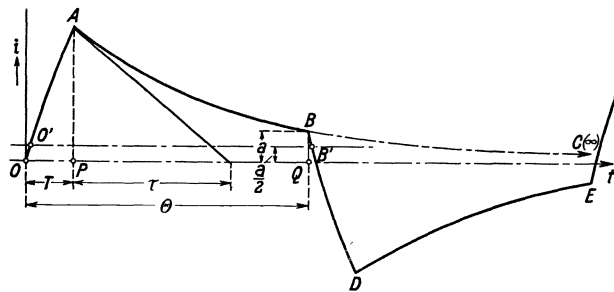


Bild 25. Zeitlicher Verlauf der Stromdichte in der Höhe x eines einfachen Stabes.

ginnt aber nach Θ Sekunden die nächste Stromwendeperiode, so verläuft i von B ab nach der Kurve BDE usw., bis der Zustand stationär geworden ist; dann ist $O'B'$ die neue Abszissenachse mit $a/2$ als

Abstand von der ursprünglichen (OQ). Die neue Fläche $\int_0^\Theta (i - a/2)^2 dx$ ist kleiner, und zwar, wie der Augenschein lehrt, merklich kleiner als die alte. Eine für den Bereich $PQ = \Theta - T$ durchgeführte Rechnung, die hier nicht wiedergegeben zu werden braucht, ergibt folgenden Verkleinerungsfaktor, den man ohne erheblichen Fehler auf die ganze Periode Θ und mit einiger Annäherung auch auf die Kombination Stab + Dämpfer übertragen kann. Es ist

$$f_2 = \frac{12}{\pi^2} \frac{T}{\tau} \left[\sum \vartheta_{(2n)^2} - 2 \sum a_{n^2} \vartheta_{(n^2)} + \sum a_{n^2}^2 \right]. \tag{90}$$

Darin bedeutet

$$\vartheta_{(2n)^2} = \frac{1 - e^{-(2n)^2 \Theta/\tau}}{(2n)^2 \Theta/\tau}$$

(wie früher, vgl. S. 22) und

$$a_{n^2} = \frac{1}{2} e^{-n^2 \Theta/\tau}.$$

¹ L. Dreyfus: Arch. Elektrotechn. 3 (1935) S. 293 Gl. (32b).

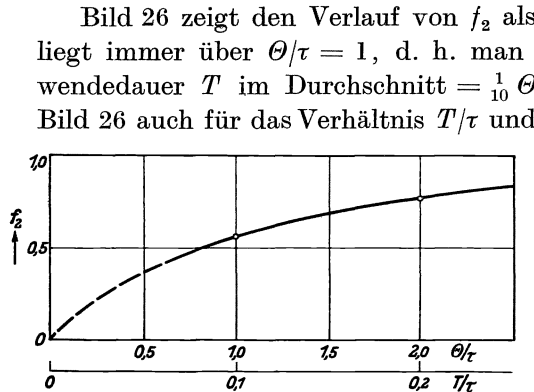


Bild 26. Verkleinerungsfaktor f_2 als Funktion von Φ/τ .

Bild 26 zeigt den Verlauf von f_2 als Funktion von Θ/τ ; der praktische Bereich liegt immer über $\Theta/\tau = 1$, d. h. man muß mit $f_2 > 0,6$ rechnen. Da die Stromwendedauer T im Durchschnitt $= \frac{1}{10} \Theta$ bei allen Kommutatormaschinen ist, gilt Bild 26 auch für das Verhältnis T/τ und läßt sich für unsere Zahlenbeispiele mit der

Kurve des Bildes 24 vereinigen. Wählen wir also wieder $\tau = 6,1$ ms (vgl. S. 19) und $T = 1$ ms, so wird $T/\tau = 0,164$ und (Bild 24) $f_1 = 0,78$, $f_2 = 0,7$ und $f_1 \cdot f_2 = 0,645$ die Verkleinerungszahl für die nach Gl. (87) bis (89) berechneten Verluste für eine Einstabwicklung mit $h_2 = 3$ cm und einen Nutendämpfer von $h = h_1 + h_2 = 1 + 3 = 4$ cm Höhe. Maschinen mit

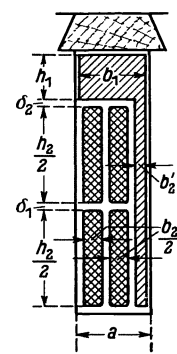


Bild 27. Ankernut mit 4 Stäben und Dämpferplatte.

Einstabwicklungen kommen nur in ganz seltenen Ausnahmen vor; die Regel ist die Zweistab- bzw. Zweischichtenwicklung, für die alle Verhältnisse günstiger, d. h. die Verluste niedriger werden, u. a. schon deshalb, weil zwischen der Stromwendung des Oberstabes und der des Unterstabes stets eine wenn auch kleine Phasenverschiebung besteht. In dem mehrfach erwähnten Aufsatz des Arch. Elektrotechn. hat L. Dreyfus die Stromverdrängungsverluste für die meisten, praktisch vorkommenden Wicklungsverhältnisse sehr genau bestimmt; wir müssen uns hier mit dem Hinweis auf seine Rechnungen begnügen und entnehmen als weiteren Verkleinerungsfaktor für Zweischichtenwicklungen den ungefähr zutreffenden Mittelwert $f_3 \approx 0,8$, so daß die Gesamtverminderung $\varphi = f_1 f_2 f_3 \approx 0,5$ betragen soll.

In Wirklichkeit sind die Dämpferverluste noch etwas geringer, da die Kopfbreite b_1 stets viel größer gehalten werden kann als $b_2 (1 + \beta)$ (was wir nur zur Erleichterung der mathematischen Lösung angenommen hatten). Da in der Regel bei 2 und mehr Stäben nebeneinander in der Nut der Abzug für Isolation 3 bis 5 mm beträgt, während er für den Dämpferkopf nur so gering gehalten zu werden braucht, daß er die Bleche nicht gerade kurzschließt, ist

$b_1 \approx 1,5 (u b_2 + b'_2)$, wo u die Zahl der nebeneinanderliegenden Ankerleiter bedeutet. In Bild 27 ist $u = 2$. Wir können daher mit genügender Sicherheit die Kopfverluste um mindestens 30 % ermäßigen.

III. Zahlen- und Ausführungsbeispiele.

Den Inhalt der Gl. (87) bis (89) mit den obengenannten Verkleinerungsfaktoren wollen wir in Zahlen ausdrücken und wählen in Anlehnung an die Praxis eine Nut nach Art des Bildes 27, wobei wir aber, um im Einklang mit unseren Voraussetzungen (S. 10) zu bleiben, $\delta_1 = 0$ und $\delta_2 = 0$ setzen müssen. Es sei $h_2/2 = 15$ mm, also h_2 unserer Gleichungen $= 30$ mm, die Kopfhöhe bei $\eta = 1/8$ beträgt 4,5 mm, bei $\eta = 1/4 = 10$ mm; es sei ferner $\frac{b_2(1+\beta)}{a} = 0,6$ und die Drehfrequenz des Ankers $f = 50$ Hz.

Dann wird $\tau = 6,1$ ms für $\eta = 1/4$ und $= 4,5$ ms für $\eta = 1/8$ und die spezifischen Verluste abhängig von der relativen Dämpferplattendicke β verlaufen so, wie es die Kurven Bild 28 und 29 darstellen. Wie früher, bezeichnet v_1 die Verluste im Dämpfer-

kopf, v_2' in der Dämpferplatte und \bar{v}' die mittleren Verluste im ganzen Dämpfer; v_0 ($= \frac{i_0^2}{\lambda}$) sind die in einem wirbelstromfreien Kunststab zulässigen Normalverluste, auf die alle anderen bezogen sind. Sowohl v_2' wie \bar{v}' nehmen mit zunehmender Kopf-

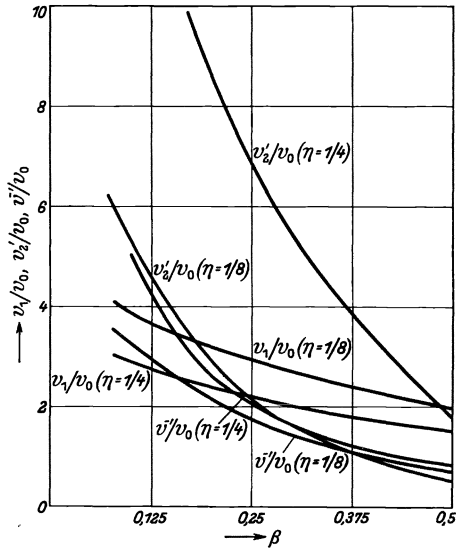


Bild 28. Spezifische Verluste in der Dämpferplatte, abhängig von der relativen Dämpferplattendicke.

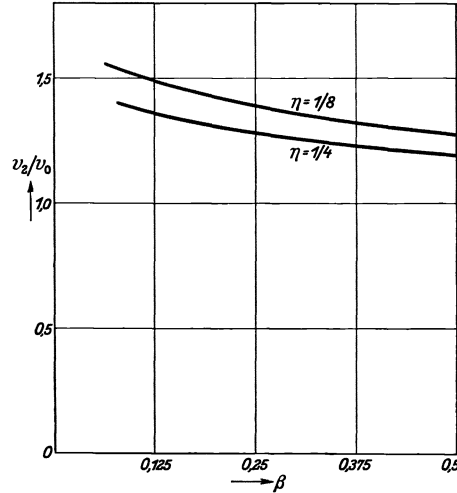


Bild 29. Spezifische Verluste in der Dämpferplatte bei verschiedenen Kopfhöhen.

höhe (η) zu, was zunächst nicht ganz erklärlich scheint; es ist aber zu beachten, daß der Dämpferkopf nicht nur als Rückschluß für die Plattenströme anzusehen ist, sondern wegen seiner Lage im stärksten Nutenfelde selbst eine Quelle für Wirbelströme ist, die sich über die Platte schließen müssen. Die Zusatzverluste in den Ankerleitern bleiben verhältnismäßig klein, im Mittel etwa 30 %, während sie ohne den Dämpferschutz mehr als 100 % betragen würden. Für die Bemessung des Dämpfers ist zu beachten, daß er zwar seine Stromwärme sehr bequem an das Ankereisen abführen kann, also selbst eine hohe Belastung verträgt, daß er aber auch wegen der engen Nachbarschaft zu den Ankerleitern diese anheizt, mithin nicht zu heiß werden darf. In dieser Beziehung ist der massive Dämpfer dem gewickelten Rahmen, der die breiten Nutflanken frei läßt, etwas unterlegen, übertrifft ihn aber nicht nur durch die bessere Dämpferwirkung (vgl. S. 27), sondern auch durch seine einfachere Bauart, die eine billigere Herstellung und ein bequemes Einlegen in den fertig gewickelten Anker ermöglicht. Bild 30 zeigt die Ansicht eines fertiggestellten Ankers.



Bild 30. Fertig gewickelter Nutendämpferanker eines Gleichstromdynamos für 4000 kW-Spitzenleistung und 600 U/min.

Angesichts der Vernachlässigungen in der theoretischen Ableitung und der Näherungen in den Zahlenrechnungen könnten Zweifel entstehen, ob die Ergebnisse, insbesondere die Kurven der Bilder 28 u. 29, als wirklich verlässliche Unterlagen für die Praxis zu gebrauchen seien. Um diese Bedenken zu zerstreuen, mögen einige Erfahrungen an ausgeführten Maschinen mitgeteilt werden, deren Nutendämpfer nach den hier entwickelten Grundsätzen bemessen sind. Außer einem Gleichstrombahnmotor für 265 kW und einem (noch nicht zur Probe angelieferten) Drehstromkommutatormotor für 135 kW sind 7 große Gleichstrommaschinen gebaut worden, die allen Erwartungen bezüglich Stromwendung und Erwärmung entsprochen haben. Wir nennen u. a. eine Steuermaschine mit folgender Leistung:

770 V	3450 A	2650 kW	590 ··· 470 U/min	dauernd (Ilgnerbetrieb),
770 V	8700 A	6700 kW	590 ··· 470	„ 1 min lang,
770 V	11900 A	9180 kW	590 ··· 470	„ 10 s lang.

Bei 8700 A war absolute Funkenfreiheit vorhanden, erst bei 11900 A, Strombelag $A = 1550$ A/cm, begann geringes Perlfeuer an einzelnen Bürsten. Auch zwei 6polige Turbomotoren für je 220 V, 2000 A, 400 kW, 3000 U/min ließen sich ohne Schwierigkeit bis 3000 A ($A \approx 600$ A/cm) belasten und blieben, ebenso wie die erstgenannte Maschine, innerhalb der zulässigen Erwärmungsgrenzen.

Damit sind wir am Schlusse angelangt; wir glauben gezeigt zu haben, daß der eingangs ausgesprochene Dämpfungsgedanke noch entwicklungsfähig war und Fortschritte auch in werkstättentechnischer Beziehung gegenüber der in I, S. 56 u. f. geschilderten Form gebracht hat.

Zusammenfassung.

Die Erfolge der Nutenfelddämpfung bei großen Gleichstrommaschinen, über die in dieser Zeitschrift **XII**, 2 berichtet worden war, gaben die Veranlassung, den eingeschlagenen Weg weiter zu verfolgen und für den Dämpfer eine vollkommene Gestalt als bisher zu finden. Theoretische Überlegungen führten zur Bauform eines massiven, aus einer Platte mit Kopf bestehenden Nutendämpfers, der elektrisch und mechanisch dem aus Draht oder Blech gewickelten Rahmen merklich überlegen sein mußte. Dies ließ sich durch die Lösung der Differentialgleichung des Problems, die den zeitlichen und örtlichen Verlauf der Feld- und Stromlinien sowie die Größe der Verluste für den Grenzfall momentaner Stromwendung in einigermaßen strenger Form und für die praktisch vorkommenden Stromwendezeiten in guter Näherung zu berechnen gestatteten, auch weitgehend bestätigen. Einen weiteren Anhalt für die Richtigkeit der Theorie geben die bereits mit massiven Nutendämpfern ausgeführten Maschinen, von denen zwei besonders bemerkenswerte Beispiele kurz beschrieben werden.

Der Einfluß der Läuferstreuung auf den Spannungsverlauf von Synchronmaschinen mit Dämpferwicklung bei plötzlichen Laständerungen.

Von Josef Tittel.

Mit 13 Bildern.

Mitteilung aus dem Dynamowerk der Siemens-Schuckertwerke A.-G. zu Siemensstadt.

Eingegangen am 28. Juni 1935.

An die Spannungsregelung von Synchrongeneratoren werden heute durch das Einschalten immer größerer Kurzschlußmotoren mit voller Spannung oder beim Betrieb von Generatoren über lange Hochspannungsfernleitungen steigende Anforderungen gestellt. Es ist daher notwendig, den ersten Spannungsverlauf der Generatoren im Augenblick der Laständerung, bevor noch die Spannungsregler eingreifen können, genauestens zu kennen, um beurteilen zu können, wieweit die Regler überhaupt in der Lage sind, die Spannung zu beherrschen, bzw. welche Gewährleistungen man für die Spannungsregulierung und Ausregulierzeiten zugestehen kann. Auch in dem besonderen Fall der Stoßgeneratoren ist zur Ermittlung der Abschaltleistung die genaue Kenntnis der wiederkehrenden Spannung im Augenblick des Abschaltens erforderlich.

In einigen grundlegenden Arbeiten, wie z. B. von R. Rüdemberg, E. Juillard, H. Hess u. a., ist bereits der Spannungsverlauf bei plötzlichen Laständerungen behandelt worden. In diesen Arbeiten ist aber der Einfluß der Streuung der Erregerwicklung auf den Spannungs- und Erregerstromverlauf mehr oder weniger unberücksichtigt geblieben. Wie ferner bei Vorhandensein einer Dämpferwicklung durch die Streuung der Erreger- und Dämpferwicklung der Erregerstromsprung bei einer plötzlichen Laständerung beeinflusst wird, und wie die Ausgleichströme sich im weiteren Verlauf auf Erreger- und Dämpferwicklung verteilen, ist anscheinend bei Generatoren überhaupt noch nicht untersucht worden. Da aber die genannten Streuungen von erheblichem Einfluß auf die plötzlichen Zustandsänderungen von Synchronmaschinen sein können, sollen sie hier in ihrer Auswirkung auf den Ausgleichsvorgang eingehender betrachtet werden.

Die Lösung der gestellten Aufgabe wird in gewisser Weise durch den Aufbau der Synchronmaschine erschwert, denn die Unstetigkeiten des Läufers mit seinen ausgeprägten Polen, den Fehlstäben des Dämpferkäfigs und den zusätzlichen Dämpferkreisen in den massiven Eisenwegen lassen sich durch die Rechnung allein nur in grober Näherung erfassen. Glücklicherweise gibt aber die Theorie Mittel an die Hand, die Lücken durch Versuche zu beseitigen, so daß eine hinreichende Genauigkeit und gute Übereinstimmung mit den Messungen an ausgeführten Maschinen

erreicht wird. Die Ergebnisse dürften auch von Wert für Synchronmotoren sein, denn für die Vorausberechnung der Anlaufverhältnisse ist die genaue Kenntnis der Streuung der Dämpferwicklung von größter Wichtigkeit.

1. Synchronmaschine ohne Dämpferwicklung.

a) Als Reaktionsmaschine betrieben.

Wird ein Generator synchron an ein Netz geschaltet und seine Erregung bis auf Null verringert, dann erhält er seine volle Magnetisierungsleistung vom Netz und läuft als Reaktionsmaschine. Er bleibt dabei synchron am Netz, die Erregerwicklung ist kurzgeschlossen und stromlos.

Für irgendeine Änderung im Ständer- oder Erregerkreis gelten die bekannten Differentialgleichungen

$$L_1 \frac{di_1}{dt} + r_1 i_1 + L_{21} \frac{di_2}{dt} = 0, \quad (1)$$

$$L_2 \frac{di_2}{dt} + r_2 i_2 + L_{21} \frac{di_1}{dt} = 0. \quad (2)$$

Dabei bedeuten: i_1, i_2 Ständer- bzw. Erregerstrom,
 L_1 Induktivität des gesamten Ständerfeldes,
 L_2 Induktivität des gesamten Läuferfeldes,
 L_{21} Induktivität des Hauptfeldes, das mit der Erreger- und Ständerwicklung verkettet ist,
 r_1, r_2 Ohmscher Widerstand des Ständer- bzw. Erregerkreises.

Es wird nun der Ständerkreis plötzlich geöffnet. Wenn wir bei diesem Abschaltvorgang von den Rückwirkungen der Ständerstreuelder auf den Läuferkreis absehen, was bei sehr kurzer Abschaltzeit berechtigt ist, dann können wir unsere weiteren Betrachtungen auf den Erregerkreis beschränken und mit Gl. (2) allein auskommen. Es werden dadurch die Vorgänge im Erregerkreis in ihrem Gesamtverlauf nicht beeinflusst. Ebenso ist auch die Sättigung ohne Einfluß auf die Vorgänge im Augenblick des Abschaltens.

Die Abschaltzeit des Ständerkreises soll als klein vorausgesetzt werden. Nennen wir diese Zeit zunächst t , dann erhalten wir aus Gl. (2) durch Integration nach dt

$$\int_0^{I_2} L_2 di_2 + \int_0^t r_2 i_2 dt + \int_{I_1}^0 L_{21} di_1 = 0. \quad (3)$$

Dabei sei I_1 der Ständerstrom vor dem Abschalten und I_2 der Erregerstrom nach dem Abschalten bzw. der Anfangswert für den weiteren Verlauf nach dem Abschalten.

In dem zweiten Integral in Gl. (3) ist r_2 endlich und konstant. Vom Erregerstrom i_2 wissen wir, daß er nur endliche Werte annehmen kann. Wenn wir daher die Abschaltzeit t dem Wert 0 zustreben lassen, dann muß das zweite Integral verschwinden. Physikalisch bedeutet dies, daß wir die in dem Erregerkreis während des Schaltens entwickelte Wärme vernachlässigen.

Nach Fortfall des zweiten Integrals in Gl. (3) erhalten wir nunmehr

$$L_2 I_2 - L_{21} I_1 = 0$$

und hieraus den Anfangswert des Erregerstromes nach dem Öffnen des Ständerkreises

$$I_2 = \frac{L_{21}}{L_2} \cdot I_1. \quad (4)$$

Die Differentialgleichung für den weiteren Verlauf des Erregerstromes ist nun

$$L_2 \frac{di_2}{dt} + r_2 i_2 = 0. \quad (5)$$

Setzen wir für $\frac{L_2}{r_2} = T_2$ (magnetische Zeitkonstante der Erregerwicklung), dann erhalten wir als Lösung der Gl. (5) unter Benutzung des Anfangswertes aus Gl. (4)

$$i_{2(t)} = \frac{L_{21}}{L_2} \cdot I_1 e^{-\frac{t}{T_2}}. \quad (6)$$

Nun können wir für Gl. (4) auch schreiben

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{L_{21}}{L_2} = \frac{\lambda n_1 n_2}{\lambda(1 + \tau_2) n_2^2} = \frac{n_1}{(1 + \tau_2) n_2}. \quad (7)$$

Dabei bedeuten

- λ den magnetischen Leitwert des Hauptfeldes,
- n_1 die wirksame Windungszahl der Ständerwicklung,
- n_2 die wirksame Windungszahl der Erregerwicklung,
- τ_2 den Streukoeffizienten der Erregerwicklung.

In Gl. (7) ist L_2 die Induktivität des vom Erregerstrombelag erzeugten Gesamtfeldes. Der Hauptteil dieses Feldes ist entsprechend dem magnetischen Leitwert λ des Hauptfeldes mit allen vorhandenen Kreisen verkettet. Der restliche Teil entsprechend dem Leitwert $\tau_2 \lambda$ bildet das Streufeld der Erregerwicklung.

τ_2 bedeutet daher das Verhältnis der Streuinduktivität der Erregerwicklung zur Induktivität des Hauptfeldes.

Führen wir die Strombelage der Ständerrückwirkung (A_g) und des Läufers (A_2) ein, so erhält man aus Gl. (7)

$$\frac{I_2 n_2}{I_1 n_1} = \frac{A_2}{A_g} = \frac{1}{(1 + \tau_2)}. \quad (8)$$

In Gl. (8) wurde für $I_1 n_1 = A_g$ gesetzt. Da wir alle Strombelage auf den Erregerkreis beziehen, ist in dem Begriff der wirksamen Windungszahl n_1 außer dem Wicklungsfaktor der Ständerwicklung auch die Polschuhform und die Wicklungsverteilung der Erregerwicklung mit zu berücksichtigen.

Bezeichnen wir ferner mit

- x_2 die Streuung der Erregerwicklung und mit
- x_μ den Blindwiderstand des Hauptfeldes,

dann ist $\tau_2 = \frac{x_2}{x_\mu}$, und aus Gl. (8) erhalten wir

$$x_2 = \left(\frac{A_g}{A_2} - 1 \right) x_\mu. \quad (9)$$

Die aus der Theorie gewonnenen Werte können wir nun auch zur Messung der Streuung x_2 heranziehen.

Messung der Streuung der Erregerwicklung: Die Synchronmaschine läuft als leerlaufende Reaktionsmaschine, d. h. synchron am Netz bei Erregung Null. Die Erregerwicklung ist kurzgeschlossen.

Dabei ist der Strombelag der Ankerrückwirkung A_g .

Durch Erweiterung von Gl. (7) ist

$$\frac{L_{21} I_1}{n_2} = \frac{L_{21} (1 + \tau_2) I_2}{n_1}. \quad (9a)$$

Nun ist

$$\frac{L_{21} I_1}{n_2} = \Phi_{12}$$

der vom Ständerstrom erzeugte Fluß, der mit der Erregerwicklung verkettet ist;

$$\frac{L_{21}(1 + \tau_2) I_2}{n_1} = \Phi_2$$

ist der vom Erregerstrom erzeugte Gesamtfluß.

Für Gl. (9a) können wir daher auch schreiben

$$\Phi_{12} = \Phi_2. \quad (10)$$

Gl. (10) besagt, daß der vor dem Abschalten vom Ständerstrom erzeugte Fluß, und zwar jener Teil des Flusses, der mit der Erregerwicklung verkettet ist (Φ_{12}), gleich ist dem nach dem Abschalten vom Erregerstrom erzeugten Gesamtfluß Φ_2 .

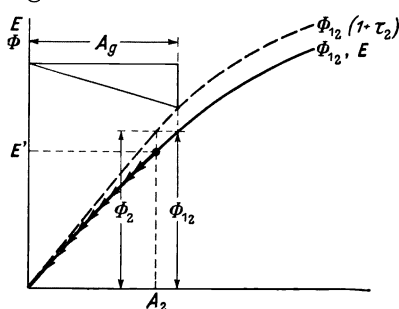


Bild 1. Als Reaktionsmaschine betrieben. Generator ohne Dämpferwicklung, Erregerwicklung kurzgeschlossen.

Wird der Generator plötzlich vom Netz abgeschaltet, so springt der Erregerstrombelag von 0 auf den Wert A_2 (Bild 1), der mit der Ständerwicklung nach dem Abschalten verkettete Fluß ist um den Läuferstreufuß kleiner und erzeugt in der offenen Ständerwicklung die Spannung E' .

Aus der gemessenen Ständerstromaufnahme A_g und dem beim Abschalten auftretenden Erregerstromsprung A_2 , der oszillographisch aufgenommen wird, kann unter Benutzung von Gl. (9) die Streuung der Erregerwicklung leicht ermittelt werden. In Bild 1 ist das bekannte Potiez- Δ verwendet worden¹⁾, wodurch die Größe der Ankerrückwirkung (A_g) zum Ausdruck

kommt. Der oszillographischen Aufnahme des Erregerstromes oder der Ständerspannung kann auch gleichzeitig die magnetische Zeitkonstante der Erregerwicklung entnommen werden.

b) Abschalten aus dem Dauerkurzschluß.

Bei kurzgeschlossenem Ständerkreis wird bei synchronem Lauf der Maschine der Läufer erregt. Die dem Läuferkreis aufgedrückte Erregerspannung e_{2_0} und der ihr entsprechende Erregerstrom i_{2_0} erzeugt im Ständer den Dauerkurzschlußstrom I_1 .

Für den Abschaltvorgang gelten wieder die Hauptgleichungen (1) und (2), jedoch kommt jetzt in Gl. (2) noch die im Erregerkreis aufgedrückte Erregerspannung e_{2_0} hinzu

$$L_2 \frac{di_2}{dt} + r_2 i_2 + L_{21} \frac{di_1}{dt} = e_{2_0}. \quad (11)$$

Auch in diesem Falle können wir bei sehr kurzer Abschaltzeit den Ständerkreis außer acht lassen und kommen für den Läuferkreis zu der gleichen Lösung wie in Gl. (3), nur erfolgt jetzt der Erregerstromsprung nicht von 0 auf I_2 , sondern von i_{2_0} auf den kleineren Wert I_2 , so daß als Erregerstromsprung der Differenzbetrag in Gl. (3) einzusetzen ist.

Der Erregerstromsprung ist $\Delta I_2 = i_{2_0} - I_2$.

Unter den gleichen Annahmen wie bei der Entwicklung von Gl. (3) erhalten wir

$$\int_0^{-\Delta I_2} L_2 di_2 + \int_0^t r_2 i_2 dt + \int_{I_1}^0 L_{21} di_1 = \int_0^t e_{2_0} dt. \quad (12)$$

¹⁾ Siehe „Anhang der REH 1929“.

Hieraus ist für den Grenzwert $t = 0$

$$\begin{aligned} -\Delta I_2 L_2 &= L_{21} I_1, \\ \Delta I_2 &= -\frac{L_{21}}{L_2} \cdot I_1, \end{aligned} \quad (13)$$

und der endgültige Erregerstromverlauf nach dem Abschalten ist

$$i_2(t) = \frac{e_{20}}{r_2} - \frac{L_{21}}{L_2} I_1 e^{-\frac{t}{T_2}}. \quad (14)$$

Der Anfangswert des Erregerstromes nach dem Öffnen des Ständerkreises ist aus Gl. (14)

$$I_2 = i_{20} - \frac{L_{21}}{L_2} I_1. \quad (15)$$

Führen wir wieder den Streukoeffizienten der Erregerwicklung und die wirk-samen Windungszahlen der Ständer- und Erregerwicklung ein, und setzen wir den durch die aufgedrückte Erregerspannung erzeugten Er-regerstrombelag A_{20} ein, so erhält Gl. (15) die Form

$$A_2 = A_{20} - \frac{A_g}{(1 + \tau_2)}, \quad (16)$$

und der Erregerstromsprung

$$\Delta A_2 = \frac{A_g}{(1 + \tau_2)}. \quad (17)$$

Hieraus ist die Läuferstreuung

$$x_2 = \left(\frac{A_g}{\Delta A_2} - 1 \right) x_\mu. \quad (18)$$

Messung der Streuung der Erregerwicklung: Beim plötzlichen Abschalten des Kurzschlusses springt der Erregerstrombelag von A_{20} auf A_2 zurück (Bild 2). Die wiederkehrende Spannung E' entspricht der Erregung A_2 . Aus A_{20} und dem oszillographisch gemessenen Wert A_2 sowie aus dem gemessenen Ständerstrom kann nun mit Hilfe von Gl. (18) die Läuferstreuung ermittelt werden. Ist die Läuferstreuung gegeben, und es soll die wiederkehrende Spannung E' bzw. A_2 ermittelt werden, dann gilt Gl. (16).

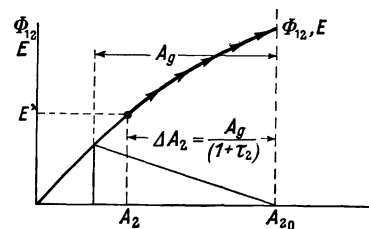


Bild 2. Abschalten aus dem Dauerkurzschluß, Generator ohne Dämpferwicklung.

2. Synchronmaschine mit Erreger- und Dämpferwicklung.

a) Als Reaktionsmaschine betrieben.

Die Differentialgleichungen der 3 Stromkreise Ständer-, Erreger- und Dämpferwicklung sind dann, wenn wir für die zweite Ableitung i'' und für die erste Ableitung i' setzen und die Werte der Dämpferwicklung mit dem Index 3 kennzeichnen,

$$L_1 \dot{i}_1 + r_1 i_1 + L_{21} \dot{i}_2 + L_{31} \dot{i}_3 = 0, \quad (19)$$

$$L_2 \dot{i}_2 + r_2 i_2 + L_{21} \dot{i}_1 + L_{23} \dot{i}_3 = 0, \quad (20)$$

$$L_3 \dot{i}_3 + r_3 i_3 + L_{31} \dot{i}_1 + L_{23} \dot{i}_2 = 0. \quad (21)$$

Entsprechend Gl. (3) setzen wir wieder für die Gl. (20) und (21)

$$\int_0^{I_2} L_2 di_2 + \int_0^t r_2 i_2 dt + \int_{I_1}^0 L_{21} di_1 + \int_0^{I_3} L_{23} di_3 = 0, \quad (22)$$

$$\int_0^{I_3} L_3 di_3 + \int_0^t r_3 i_3 dt + \int_{I_1}^0 L_{31} di_1 + \int_0^{I_2} L_{23} di_2 = 0, \quad (23)$$

und hieraus für $t = 0$

$$L_2 I_2 + L_{23} I_3 - L_{21} I_1 = 0,$$

$$L_3 I_3 + L_{23} I_2 - L_{31} I_1 = 0.$$

Die Lösung ergibt für

$$I_3 = \frac{I_1}{L_3 \sigma} \left[L_{31} - \frac{L_{23} L_{21}}{L_2 \sigma} \right], \quad (24)$$

$$I_2 = \frac{I_1}{L_2 \sigma} \left[L_{21} - \frac{L_{23} L_{31}}{L_3 \sigma} \right]. \quad (25)$$

Dabei wurde für

$$\sigma = \left(1 - \frac{L_{23}^2}{L_2 L_3} \right) \quad (26)$$

gesetzt.

Bezeichnen wir die Induktivität des gemeinsamen Hauptfeldes aller 3 Wicklungen mit L_0 , die wirksame Windungszahl der Dämpferwicklung mit n_3 , ferner den Streukoeffizient der Dämpferwicklung mit τ_3 und den totalen Streukoeffizient von Erreger- und Dämpferkreis mit τ , wobei

$$\tau = (1 + \tau_2)(1 + \tau_3) - 1, \quad (27)$$

dann ist

$$\sigma = 1 - \frac{L_0^2 n_2^2 n_3^2}{L_0(1 + \tau_2) n_3^2 \cdot L_0(1 + \tau_3) n_3^2} = \frac{\tau}{(1 + \tau)}. \quad (28)$$

Man erhält dann durch Einsetzen von Gl. (28) in Gl. (24) und (25) die Anfangswerte des Erreger- und Dämpferstromes nach dem Öffnen des Ständerkreises

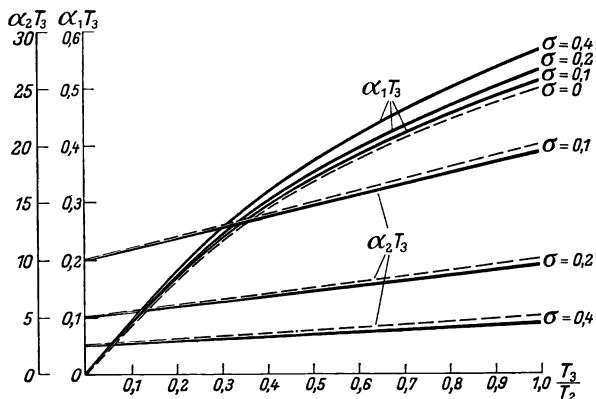


Bild 3. Kurvenschar zur Ermittlung der Wurzelwerte α_1 und α_2 .

— Aus Gl. (35), --- Näherungswerte nach R. Rüdtenberg: Elektr. Schaltvorgänge S. 57 u. 58 Gl. (29) u. (30). 3. Aufl.

$$I_3 = I_1 \frac{n_1}{n_3} \cdot \frac{\tau_2}{\tau}, \quad (29)$$

$$I_2 = I_1 \frac{n_1}{n_2} \cdot \frac{\tau_3}{\tau}. \quad (30)$$

Für den weiteren Verlauf von I_2 und I_3 gelten nunmehr nach Ausfall des Ständerkreises die Differentialgleichungen

$$L_2 i_2' + r_2 i_2 + L_{23} i_3' = 0, \quad (31)$$

$$L_3 i_3' + r_3 i_3 + L_{23} i_2' = 0. \quad (32)$$

Aus Gl. (31) und (32) erhalten wir für i_2 und i_3 gleiche Differentialgleichungen 2. Ordnung. Führen wir noch die magnetische Zeit-

konstante der Dämpferwicklung $\frac{L_3}{r_3} = T_3$ ein, dann ist

$$i'' + \frac{1}{\sigma} \left(\frac{1}{T_2} + \frac{1}{T_3} \right) i' + \frac{1}{\sigma} \cdot \frac{1}{T_2 T_3} i = 0, \quad (32a)$$

und hieraus für

$$i_2(t) = K_1 e^{-\alpha_1 t} + K_2 e^{-\alpha_2 t}, \quad (33)$$

$$i_3(t) = K_3 e^{-\alpha_1 t} + K_4 e^{-\alpha_2 t}. \quad (34)$$

Dabei sind die Wurzelwerte

$$\alpha_{1,2} = + \frac{1}{2\sigma} \left(\frac{1}{T_2} + \frac{1}{T_3} \right) \mp \sqrt{\frac{1}{4\sigma^2} \left(\frac{1}{T_2} + \frac{1}{T_3} \right)^2 - \frac{1}{\sigma T_2 T_3}}. \quad (35)$$

Zur raschen Ermittlung der Wurzelwerte α_1 und α_2 kann die Kurvenschar in Bild 3 verwendet werden.

Die Anfangswerte zur Zeit $t = 0$ sind aus Gl. (29) und (30) bekannt, so daß wir zur Ermittlung der Konstanten $K_1, 2, 3, 4$ setzen können

$$I_2 = K_1 + K_2 = I_1 \frac{n_1}{n_2} \cdot \frac{\tau_3}{\tau},$$

$$I_3 = K_3 + K_4 = I_1 \frac{n_1}{n_3} \cdot \frac{\tau_2}{\tau}.$$

Gehen wir dann noch mit den Gl. (33) und (34) in die Ursprungsgl. (31) und (32) ein, dann erhalten wir für

$$K_1 = +I_1 \frac{n_1}{n_2} \cdot \frac{1}{(\alpha_2 - \alpha_1) \tau T_3} \cdot [(1 + \tau_3) - \alpha_1 \tau_3 T_3], \quad (36)$$

$$K_2 = -I_1 \frac{n_1}{n_2} \cdot \frac{1}{(\alpha_2 - \alpha_1) \tau T_3} \cdot [(1 + \tau_3) - \alpha_2 \tau_3 T_3], \quad (37)$$

$$K_3 = +I_1 \frac{n_1}{n_3} \cdot \frac{1}{(\alpha_2 - \alpha_1) \tau T_2} \cdot [(1 + \tau_2) - \alpha_1 \tau_2 T_2], \quad (38)$$

$$K_4 = -I_1 \frac{n_1}{n_3} \cdot \frac{1}{(\alpha_2 - \alpha_1) \tau T_2} \cdot [(1 + \tau_2) - \alpha_2 \tau_2 T_2]. \quad (39)$$

Der zeitliche Verlauf des Erregerstrombelages $A_{2(t)}$ ist nunmehr

$$A_{2(t)} = A_g \frac{1}{(\alpha_2 - \alpha_1) \tau T_3} \{ [(1 + \tau_3) - \alpha_1 \tau_3 T_3] e^{-\alpha_1 t} - [(1 + \tau_3) - \alpha_2 \tau_3 T_3] e^{-\alpha_2 t} \}. \quad (40)$$

Der zeitliche Verlauf des Dämpferstrombelages ist

$$A_{3(t)} = A_g \frac{1}{(\alpha_2 - \alpha_1) \tau T_2} \{ [(1 + \tau_2) - \alpha_1 \tau_2 T_2] e^{-\alpha_1 t} - [(1 + \tau_2) - \alpha_2 \tau_2 T_2] e^{-\alpha_2 t} \}. \quad (41)$$

Im Augenblick nach dem Öffnen des Ständerkreises, also in Gl. (40) und (41) für $t = 0$, erhalten wir

$$\left. \begin{aligned} A_2 &= A_g \frac{\tau_3}{\tau} \\ A_3 &= A_g \frac{\tau_2}{\tau} \end{aligned} \right\} A_2 + A_3 = A_g \frac{\tau_2 + \tau_3}{\tau}, \quad (42)$$

$$\frac{A_3}{A_2} = \frac{\tau_2}{\tau_3}, \quad (43)$$

d. h. es verhalten sich die wirksamen Strombeläge der Erreger- und Dämpferwicklung im Augenblicke nach dem Abschalten umgekehrt wie ihre Streuungen.

Der sich ergebende wirksame Läuferstrombelag aus Erreger- und Dämpferwicklung ist $(A_2 + A_3)$. Diesem entspricht auch die wiederkehrende Spannung E' .

Messung der Streuung der Erreger- und Dämpferwicklung: Beim plötzlichen Abschalten vom Netz springt der Strombelag der Erregerwicklung von 0 auf A_2 (Bild 4). Die wiederkehrende Spannung ist E' . Aus der Leerlaufkennlinie ist hierfür der gesamte Läuferstrombelag $(A_2 + A_3)$ zu entnehmen. Dadurch ist der Wert A_3 bestimmt. Aus den Gl. (42) und der Beziehung

$$\tau = \tau_2 + \tau_2 \tau_3 + \tau_3$$

erhalten wir für

$$\frac{A_3}{A_g} = \frac{1}{1 + \frac{A_2}{A_3} + \tau_3},$$

$$\tau_3 = \frac{A_g - (A_2 + A_3)}{A_2}, \quad (44) \qquad \tau_3 = \frac{A_g - (A_2 + A_3)}{A_3}. \quad (45)$$

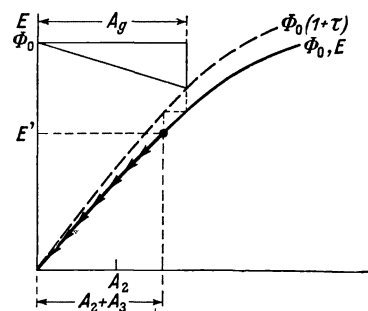


Bild 4. Als Reaktionsmaschine betrieben. Generator mit Dämpferwicklung, Erregerwicklung kurzgeschlossen.

Die Streuung der Erregerwicklung ist dann

$$x_2 = \frac{A_g - (A_2 + A_3)}{A_2} \cdot x_\mu. \quad (44a)$$

Die Streuung der Dämpferwicklung ist

$$x_3 = \frac{A_g - (A_2 + A_3)}{A_3} \cdot x_\mu. \quad (45a)$$

Erfolgt der Versuch bei offener Erregerwicklung, dann ist $x_2 = \infty$ und $A_2 = 0$. Man erhält dann aus Gl. (45)

$$x_3 = \left(\frac{A_g}{A_3} - 1 \right) x_\mu.$$

Es ist deutlich die Ähnlichkeit mit Gl. (9) für die Erregerwicklung ohne Dämpferwicklung zu erkennen.

b) Abschalten aus dem Dauerkurzschluß.

Die Differentialgl. der 3 Stromkreise sind die gleichen wie in den Gl. (19) bis (21), nur kommt in Gl. (20) als Störungsglied noch die beim Dauerkurzschluß aufgedrückte Erregerspannung e_{2_0} hinzu.

$$L_2 \dot{i}_2 + r_2 i_2 + L_{21} \dot{i}_1 + L_{23} \dot{i}_3 = e_{2_0}, \quad (46)$$

$$L_3 \dot{i}_3 + r_3 i_3 + L_{31} \dot{i}_1 + L_{23} \dot{i}_2 = 0. \quad (47)$$

In entsprechender Entwicklung wie nach Gl. (12) erhalten wir

$$\int_0^{-\Delta I_2} L_2 d i_2 + \int_0^t r_2 i_2 dt + \int_{I_1}^0 L_{21} d i_1 + \int_0^{-\Delta I_3} L_{23} d i_3 = \int_0^t e_{2_0} dt, \quad (48)$$

$$\int_0^{-\Delta I_3} L_3 d i_3 + \int_0^t r_3 i_3 dt + \int_{I_1}^0 L_{31} d i_1 + \int_0^{-\Delta I_2} L_{23} d i_2 = 0. \quad (49)$$

Hieraus ist für $t = 0$

$$-\Delta I_2 L_2 - I_1 L_{21} - \Delta I_3 L_{23} = 0,$$

$$-\Delta I_3 L_3 - I_1 L_{31} - \Delta I_2 L_{23} = 0.$$

Die weitere Lösung ergibt dann

$$\Delta I_2 = -I_1 \frac{n_1}{n_2} \frac{\tau_3}{\tau}, \quad (50)$$

$$\Delta I_3 = -I_1 \frac{n_1}{n_3} \frac{\tau_2}{\tau}. \quad (51)$$

Um nun die Anfangswerte für den Erreger- und Dämpferstrom und deren weiteren Verlauf ermitteln zu können, benutzen wir wieder die Gl. (46) und (47) und erhalten entsprechend Gl. (31) und (32)

$$L_2 \dot{i}_2 + r_2 i_2 + L_{23} \dot{i}_3 = e_{2_0}, \quad (52)$$

$$L_3 \dot{i}_3 + r_3 i_3 + L_{23} \dot{i}_2 = 0. \quad (53)$$

Die Lösung ergibt die gleichen Werte für die Wurzeln α_1 und α_2 entspr. Gl. (35)

$$i_2(t) = K_1 e^{-\alpha_1 t} + K_2 e^{-\alpha_2 t} + \frac{e_{2_0}}{r_2}, \quad (54)$$

$$i_3(t) = K_3 e^{-\alpha_1 t} + K_4 e^{-\alpha_2 t}. \quad (55)$$

Zur Ermittlung der Konstanten $K_1, 2, 3, 4$ benutzen wir wieder die Gl. (50) und (51) und erhalten für $t = 0$

$$K_1 + K_2 = -I_1 \frac{n_1}{n_2} \frac{\tau_3}{\tau},$$

$$K_3 + K_4 = -I_1 \frac{n_1}{n_3} \frac{\tau_2}{\tau},$$

und durch Eingehen der Gl. (54) und (55) in die Ursprungsgleichungen (52) und (53) erhalten wir für die Konstanten $K_{1, 2, 3, 4}$ die gleichen Werte wie früher in Gl. (36) bis (39), nur haben sie entgegengesetztes Vorzeichen. Gehen wir wieder auf die Strombelage über, so erhalten wir nunmehr für den zeitlichen Verlauf des Erregerstrombelages

$$A_2(t) = A_{2_0} - \frac{A_g}{(\alpha_2 - \alpha_1)\tau T_3} \{[(1 + \tau_3) - \alpha_1 \tau_3 T_3] e^{-\alpha_1 t} - [(1 + \tau_3) - \alpha_2 \tau_3 T_3] e^{-\alpha_2 t}\}, \quad (56)$$

$$A_3(t) = - \frac{A_g}{(\alpha_2 - \alpha_1)\tau T_2} \{[(1 + \tau_2) - \alpha_1 \tau_2 T_2] e^{-\alpha_1 t} - [(1 + \tau_2) - \alpha_2 \tau_2 T_2] e^{-\alpha_2 t}\}. \quad (57)$$

Für $t = 0$ erhalten wir

$$A_2 = A_{2_0} - A_g \frac{\tau_3}{\tau}, \quad (56a)$$

$$A_3 = -A_g \frac{\tau_2}{\tau}. \quad (57a)$$

Die Gl. (56a) und (57a) besagen, daß im Augenblick des Abschaltens der Läuferstrombelag von dem Wert A_{2_0} auf den Wert $(A_2 + A_3)$ zurückspringt.

$$(A_2 + A_3) = A_{2_0} - A_g \frac{(\tau_2 + \tau_3)}{\tau}. \quad (58)$$

Dabei springt der Erregerstrombelag von A_{2_0} um den Betrag $A_g \frac{\tau_3}{\tau}$ auf den Wert A_2 zurück.

Messung der Streuung der Erreger- und Dämpferwicklung: Vor dem Abschalten ist der durch die Erregung eingestellte wirksame Strombelag der Erregerwicklung A_{2_0} (Bild 5). Beim Abschalten messen wir die wiederkehrende Spannung E' . Dieser entspricht der im ersten Augenblick nach dem Abschalten vorhandene resultierende Strombelag $(A_2 + A_3)$, der aus der Leerlaufkennlinie zu entnehmen ist. Dadurch ist auch A_3 bestimmt, und unter Verwendung der Gl. (56a) und (57a) erhalten wir

$$x_2 = \frac{A_g - [A_{2_0} - (A_2 + A_3)]}{(A_{2_0} - A_2)} \cdot x_{\mu}, \quad (59)$$

$$x_3 = \frac{A_g - [A_{2_0} - (A_2 + A_3)]}{A_2 - (A_2 + A_3)}. \quad (60)$$

Sind τ_2 und τ_3 bekannt, und soll die wiederkehrende Spannung E' , d. h. $(A_2 + A_3)$ ermittelt werden, oder soll der Erregerstromsprung A_2 vorausberechnet werden, dann gelten die Gl. (56a) und (58).

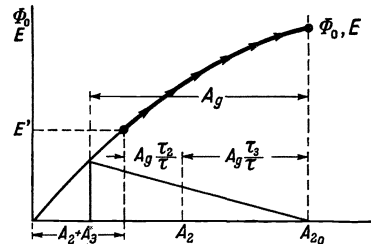


Bild 5. Abschalten aus dem Dauerkurzschluß, Generator mit Dämpferwicklung.

c) Plötzliche Blindlaständerungen.

Die aus dem Kurzschlußversuch erhaltenen Werte können auch für die normalen Fälle plötzlicher Blindlaständerungen sinngemäß verwendet werden.

Wird z. B. ein unbelasteter, auf Nennspannung erregter Generator plötzlich belastet, dann würde sich bei Vernachlässigung der Läuferstreuung der Läuferstrombelag gemäß Bild 6a um den durch den Laststrom entstehenden Ständerstrombelag A_g sprunghaft vergrößern. Die Zunahme A_g verteilt sich dabei im Verhältnis der magnetischen Zeitkonstanten auf die Erreger- und Dämpferwicklung. Dabei bleibt die treibende innere EMK der Maschine, die vorher gleich der Leerlauf-EMK E_0 war, unverändert. In Bild 6a ist auch die der Belastung entsprechende Kennlinie der inneren EMK E_{i_b} eingezeichnet. Es springt der gesamte Läuferstrombelag vom Punkte 1 der Leerlaufkennlinie zum Punkte 2 der inneren Lastkennlinie. Im

weiteren Verlauf sinkt dann der Erregerstrombelag $A_2 = A_{2_0} + A_g \frac{T_2}{(T_2 + T_3)} \cdot e^{-\frac{t}{T_2 + T_3}}$ mit der Zeitkonstante $(T_2 + T_3)$ bis zu seinem Wert A_{2_0} zurück. Mit der gleichen Zeitkonstante klingt auch der Dämpferstrombelag $A_3 = A_g \frac{T_3}{T_2 + T_3}$ auf Null ab. Dabei läuft die innere EMK E_{iB} entlang der Lastkennlinie vom Punkte 2 zum Punkt 3 herab. Die jeweilige Klemmenspannung U , die als meßbarer Wert am meisten von Belang ist, erhält man in einfacher Weise durch Abzug des Ständerstreuungsabfalles von der inneren Last-EMK. Bei der gegebenen Belastung bricht also in Bild 6a die Spannung plötzlich auf 75 % zusammen und sinkt dann bis auf 42 %.

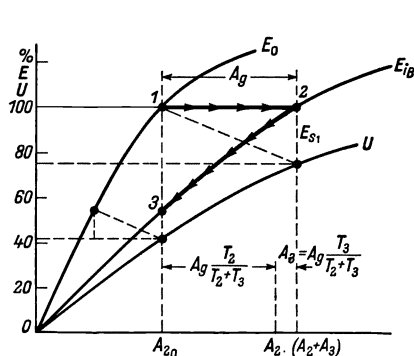


Bild 6a.

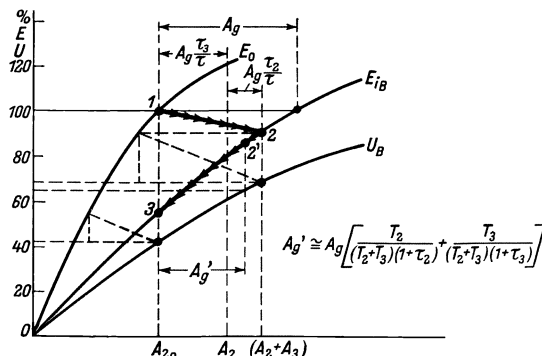


Bild 6b.

Bild 6a u. 6b. Zuschalten von Blindlast. a) Läuferstreuung vernachlässigt, b) Läuferstreuung berücksichtigt.

Wenn man aber die Streuung der Erreger- und Dämpferwicklung berücksichtigt, dann ist der Spannungszusammenbruch beim Einschalten größer, wie aus Bild 6b zu ersehen ist. Infolge der Läuferstreuung ist der Sprung des Läuferstrombelages nicht mehr gleich A_g , sondern nur $A_g \frac{(\tau_2 + \tau_3)}{\tau}$. Der gesamte Läuferstrombelag ist nun nicht mehr $(A_{2_0} + A_g)$, sondern nur mehr

$$A_{2_0} + A_g \frac{\tau_2 + \tau_3}{\tau} = A_2 + A_3. \quad (61)$$

Dadurch liegt der innere EMK Punkt 2 und damit auch die Klemmenspannung niedriger als früher. Sie beträgt jetzt in Bild 6b nur mehr 68 % gegen 75 % in Bild 6a.

Für den weiteren Verlauf des gesamten Läuferstrombelages gelten nun auch die Gl. (56) und (57), nur ist jetzt A_g positiv einzusetzen. Es ist also

$$A_{2_0} + A_{3_0} = A_{2_0} + \frac{A_g}{(\alpha_2 - \alpha_1)\tau} \left\{ \left[\frac{(1 + \tau_3)}{T_3} + \frac{(1 + \tau_2)}{T_2} - \alpha_1(\tau_2 + \tau_3) \right] e^{-\alpha_1 t} - \left[\frac{(1 + \tau_3)}{T_3} + \frac{(1 + \tau_2)}{T_2} - \alpha_2(\tau_2 + \tau_3) \right] e^{-\alpha_2 t} \right\}. \quad (62)$$

Das zweite Glied in der Klammer mit dem Dämpfungsglied α_2 sinkt sehr rasch ab, da α_2 mehrfach größer ist als α_1 . Es wird daher am Anfang der sich ergebende Läuferstrombelag sehr rasch sinken, und zwar bis zum Punkte 2' in Bild 6b, der etwa einem Läuferstrombelag von $A_{2_0} + A_g'$ entspricht. Den Näherungswert A_g' erhalten wir aus Gl. (62), wenn wir den kleinen Wert α_1 gegen α_2 vernachlässigen; dann ist das langsam abklingende Glied

$$A_g' = \frac{A_g}{\alpha_2 \tau} \left[\frac{(1 + \tau_3)}{T_3} + \frac{(1 + \tau_2)}{T_2} \right].$$

Setzen wir noch für α_2 den Näherungswert¹⁾

$$\alpha_2 \approx \frac{1}{T_2} + \frac{1}{T_3} \approx \frac{(T_2 + T_3)(1 + \tau)}{T_2 T_3 \tau}$$

ein, dann ist

$$A'_g = A_g \left[\frac{T_2}{(T_2 + T_3)(1 + \tau_2)} + \frac{T_3}{(T_2 + T_3)(1 + \tau_3)} \right].$$

Die Klemmenspannung sinkt dabei bis auf 65 %. Die Zeit ist so kurz, daß diese Spannungssenkung durch keinen Regler beherrscht werden kann. Erst im weiteren Verlauf, wenn die Spannung praktisch mit der Summenzeitkonstante von Erreger- und Dämpferwicklung langsam weiter absinkt, wird der Regler eingreifen können und die Erregung A_2 verstärken.

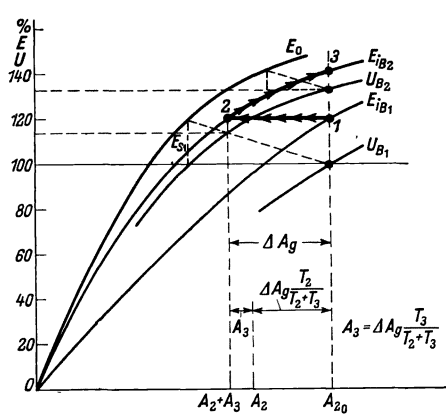


Bild 7 a.

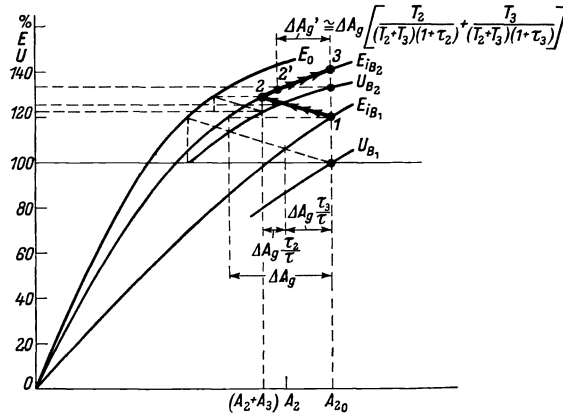


Bild 7 b.

Bild 7 a u. 7 b. Entlastung auf Teillast. a) Läuferstreuung vernachlässigt, b) Läuferstreuung berücksichtigt.

In Bild 7 a und b ist auch noch in gleicher Weise ein Entlastungsfall von Voll- last auf eine Teillast dargestellt. Während bei Vernachlässigung der Läuferstreuung die Klemmenspannung plötzlich auf 114 % springt (Bild 7 a), beträgt der entsprechende Wert bei Berücksichtigung der Läuferstreuung 122 % bzw. 125 % (Bild 7 b).

Für den zeitlichen Verlauf des gesamten Läuferstrombelages gilt jetzt

$$A_{2(t)} + A_{3(t)} = A_{20} - \frac{\Delta A_g}{(\alpha_2 - \alpha_1)\tau} \left\{ \left[\frac{(1 + \tau_3)}{T_3} + \frac{(1 + \tau_2)}{T_2} - \alpha_1(\tau_2 + \tau_3) \right] e^{-\alpha_1 t} - \left[\frac{(1 + \tau_3)}{T_3} + \frac{(1 + \tau_2)}{T_2} - \alpha_2(\tau_2 + \tau_3) \right] e^{-\alpha_2 t} \right\}. \quad (63)$$

Arbeitet man im gesättigten Teil der Charakteristik, dann muß bei der Ermittlung von τ_2 und τ_3 die Verringerung des Blindwiderstandes des Hauptfeldes (x_μ) und damit auch die Änderung der Zeitkonstanten T_2 und T_3 berücksichtigt werden, d. h. mit zunehmender Sättigung wachsen die Werte τ_2 und τ_3 und sinken die Werte T_2 und T_3 .

3. Ausgeführte Messungen.

Es bleibt noch zu untersuchen, ob die angegebenen Meßverfahren zur Ermittlung der Streuung der Erreger- und Dämpferwicklung brauchbare Ergebnisse liefern.

¹⁾ R. Rüdénberg: Elektr. Schaltvorgänge, 1933 S. 58 Gl. (30).

Bei Turbogeneratoren mit massivem Rotor ist z. B. gerade zu Beginn eines Schaltvorganges der zeitliche Verlauf der Wirbelströme im massiven Eisen sehr verwickelt. Es ist streng genommen nicht möglich, das massive Eisen durch eine gleichwertige einzige Dämpferwicklung zu ersetzen, vielmehr müßte das massive Eisen durch eine

größere Zahl von Dämpferkreisen mit verschiedenen Zeitkonstanten ersetzt werden¹⁾.

An einem Turbogenerator für 820 kVA, 6000 V, 3000 U/min mit massivem Rotor wurde der Feldverlauf beim Abschalten gemessen. Das Oszillogramm *a* in Bild 8 zeigt den Spannungsverlauf bei plötzlichem Abschalten aus dem Betrieb als Reaktionsmaschine bei offener Erregerwicklung. In Bild 9 ist der zeitliche Verlauf der Spannung ausgewertet. Man erkennt deutlich, daß am Anfang sich das Feld aus einer Summe von Teilfeldern zusammensetzt, die mit verschiedenen Zeitkonstanten abklingen. Erst nach dem Verschwinden der Oberfelder tritt der klare Verlauf des Grundfeldes mit einer Zeitkonstanten von 0,78 s hervor. Aus Bild 9 ist auch deutlich der Anfangswert des Grundfeldes zu erkennen. Er beträgt $100 \frac{3550}{5300} = 67\%$

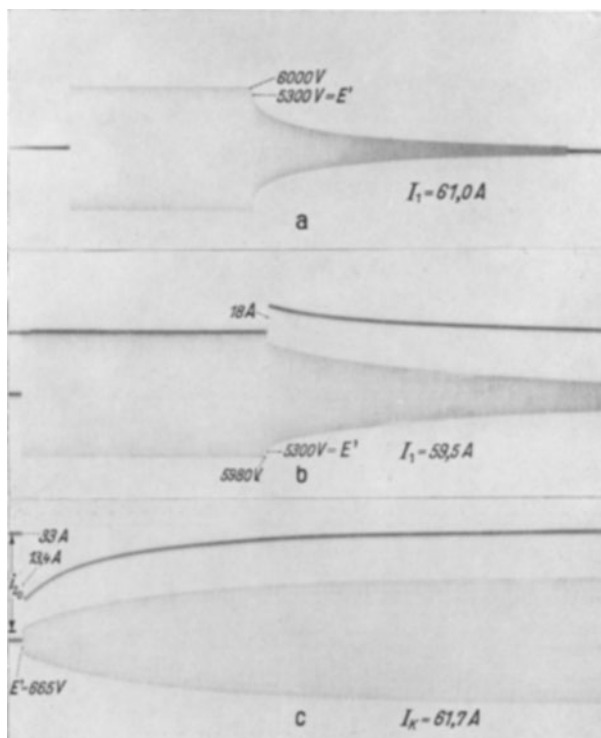


Bild 8. Abschaltversuche. a) Als Reaktionsmaschine betrieben, Erregerwicklung offen, b) als Reaktionsmaschine betrieben, Erregerwicklung geschlossen, c) Abschalten aus dem Dauerkurzschluß.

des Gesamtfeldes, was mit dem theoretischen Wert von 66,6% gut übereinstimmt²⁾.

Um nun aber doch mit einer einzigen gleichwertigen Dämpferwicklung und Zeit-

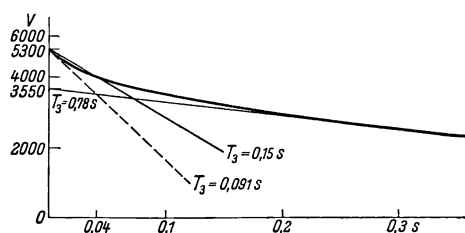


Bild 9. Spannungsverlauf nach dem Abschalten aus dem Betrieb als Reaktionsmaschine mit offener Erregerwicklung.

wellen in den verhältnismäßig engen Grenzen von 0,15 bis 0,25 s liegt.

Eine weitere Schwierigkeit bei der Messung der Streuungen aus dem Abschaltversuch besteht darin, daß in den Gl. (44) und (45) bzw. (59) und (60) zur Ermitt-

¹⁾ R. Rüdberg: Elektr. Schaltvorgänge, 1933 S. 67—74.

²⁾ R. Rüdberg: Elektr. Schaltvorgänge, 1933 S. 72.

lung der Streuung der Erreger- und Dämpferwicklung im Zähler ein Differenzwert steht, der meist sehr klein ist und die Rechnung unsicher macht. Oszillogramm *b* in Bild 8 zeigt z. B. den Versuch zur Ermittlung der Streuung durch Abschalten aus dem Reaktionsbetrieb bei geschlossener Erregerwicklung. In Bild 10 sind die gemessenen Werte in die Maschinencharakteristik eingetragen. Nach Gl. (44) ist damit

$$\tau_2 = \frac{A_g - (A_2 + A_3)}{A_2} = \frac{29,5 - 28,5}{18} = 0,0555,$$

$$\tau_3 = \frac{A_g - (A_2 + A_3)}{A_3} = \frac{29,5 - 28,5}{10,5} = 0,095.$$

Ein weiterer Versuch (Oszillogramm *c* in Bild 8) an der gleichen Maschine, und zwar Abschalten aus dem Dauerkurzschluß¹⁾, ist in Bild 11 ausgewertet und ergibt nach Gl. (59) und (60) für

$$\tau_2 = \frac{A_g - [A_{20} - (A_2 + A_3)]}{A_{20} - A_2} = \frac{30,5 - [33,0 - 3,5]}{33,0 - 13,4} = 0,051,$$

$$\tau_3 = \frac{A_g - [A_{20} - (A_2 + A_3)]}{A_2 - (A_2 + A_3)} = \frac{1,0}{13,4 - 3,5} = 0,101.$$

Diese beiden Versuche zeigen bereits, daß zur sicheren Erfassung der Streuwerte die vorherige Kenntnis eines der beiden Streuwerte notwendig wird, und dann nach Gl. (43) $\frac{\tau_3}{\tau_2} = \frac{A_2}{(A_2 + A_3) - A_2}$ der zweite Wert ermittelt wird.

Meist ist es möglich, die Streuung der Erregerwicklung durch einen besonderen Versuch (z. B. ballistische Feldmessung) gesondert zu ermitteln oder genügend genau zu errechnen. Es wird dann wenigstens durch die Messung die Streuung der Dämpferwicklung genau ermittelt, was besonders für Synchronmotoren sehr wichtig ist.

Schließlich wurden noch die gewonnenen Gleichungen für die Ermittlung des zeitlichen Verlaufs der wiederkehrenden Spannung auf ihre Brauchbarkeit bei Maschinen mit massivem Rotor geprüft. Dabei wurde als Zeitkonstante des dem massiven Eisen gleichwertigen Dämpferkreises wieder wie im ersten Versuch ein Mittelwert über 4 Halbwellen eingesetzt. Ein Stoßgenerator wurde aus dem Stoßkurzschlußversuch abgeschaltet, und der genaue Verlauf der wiederkehrenden Spannung gemessen.

In Bild 12 sind die gemessenen Werte i_{20} , I_g und die beim Abschalten erhaltenen Werte E' bzw. $(I_2 + I_3)$ und I_2 eingetragen. Die Rechnung ergibt dann aus Gl. (59) und (60) bzw. (57a)

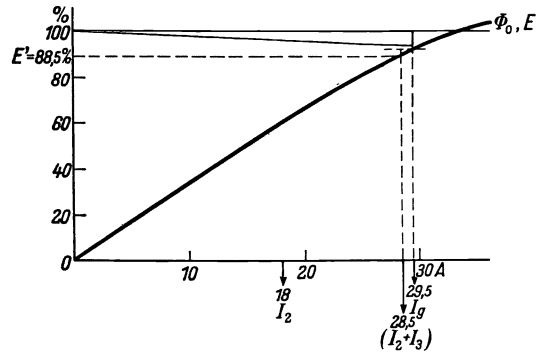


Bild 10. Als Reaktionsmaschine betrieben. Erregerwicklung geschlossen, Abschalten vom Netz.

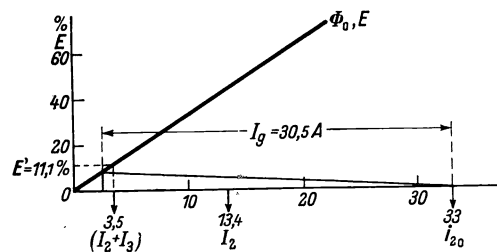


Bild 11. Abschalten aus dem Dauerkurzschluß.

¹⁾ Die Anfangswerte in den Oszillogrammen 8a, b, c sind an gleichen Aufnahmen mit großem Zeitmaßstab genau ermittelt worden.

$$\tau_2 = \frac{A_g - [A_{2_0} - (A_2 + A_3)]}{A_{2_0} - A_2} = \frac{3535 - [3750 - 350]}{3750 - 2000} = 0,0772,$$

$$\tau_3 = \frac{A_g - [A_{2_0} - (A_2 + A_3)]}{A_2 - (A_2 + A_3)} = \frac{3535 - [3750 - 350]}{2000 - 350} = 0,0818.$$

$$\tau = \tau_2 + \tau_2 \tau_3 + \tau_3 = 0,165,$$

$$\sigma = \frac{\tau}{1 + \tau} = 0,1417.$$

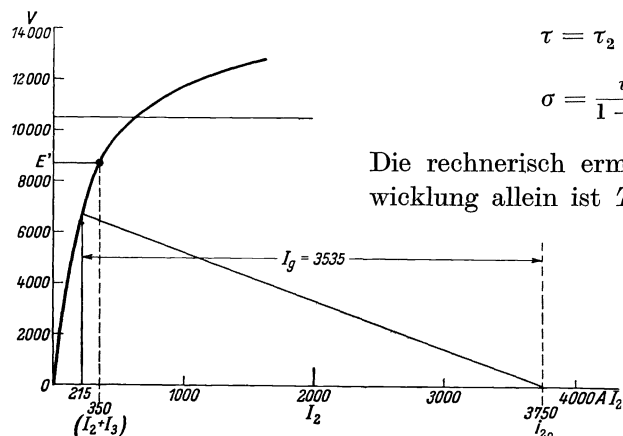


Bild 12. Kurzschlußversuch mit Stoßerregung.

Die rechnerisch ermittelte Zeitkonstante der Erregerwicklung allein ist $T_2 = 4,3$ s. Für die Zeitkonstante der dem massiven Eisen gleichwertigen Dämpferwicklung setzen wir als Mittelwert über die ersten 4 Halbwellen (denn nur der anfangs sehr schnelle Anstieg der Spannung ist von Belang) einen an ähnlich großen Maschinen aus Abschaltversuchen als

Reaktionsmaschine mit offener Erregerwicklung gewonnenen Wert von $T_3 = 0,25$ s.

Die Werte T_3 , T_2 und σ ergeben dann aus Gl. (35) die Dämpfungsexponenten

$$\alpha_1 = 0,24,$$

$$\alpha_2 = 29,66.$$

Durch Zusammenfassung von Gl. (56) und (57) erhalten wir die sich ergebende Gesamterregung und damit den zeitlichen Verlauf der Spannung nach dem Abschalten

$$\begin{aligned} A_2(t) + A_3(t) &= A_{2_0} - \frac{A_g}{(\alpha_2 - \alpha_1)\tau} \left\{ \left[\frac{(1 + \tau_3)}{T_3} + \frac{(1 + \tau_2)}{T_2} - \alpha_1(\tau_2 + \tau_3) \right] e^{-\alpha_1 t} \right. \\ &\quad \left. - \left[\frac{(1 + \tau_3)}{T_3} + \frac{(1 + \tau_2)}{T_2} - \alpha_2(\tau_2 + \tau_3) \right] e^{-\alpha_2 t} \right\} \\ &= 3750 - [3298 e^{-0,24 t} + 102 e^{-29,66 t}]. \end{aligned}$$

Auffällig ist in der letzten Gleichung der sehr kleine Wert für das rasch abklingende Glied in der Kammer gegenüber dem großen Wert des langsam abklingenden Gliedes. Das rasch abklingende kleine Glied ist aber im Verhältnis zur Leerlauferregung (630 A) doch so groß, daß es nach dem Abschalten innerhalb weniger Perioden eine Steigerung der Spannung von 8700 V auf 9600 V bewirkt.

Wollte man das rasch abklingende Glied vermeiden, d. h. soll in Gl. (63) das Glied mit dem Dämpfungsexponenten α_2 Null werden, dann müßte

$$\frac{(1 + \tau_3)}{T_3} + \frac{(1 + \tau_2)}{T_2} = \alpha_2(\tau_2 + \tau_3).$$

sein. Die rechnerische Entwicklung führt dann zu der Bedingung

$$\frac{\tau_2}{(1 + \tau_2)} \cdot \frac{T_2}{T_3} = \frac{\tau_3}{1 + \tau_3}. \quad (64)$$

Gl. (64) läßt bereits erkennen, daß bei der praktischen Ausführung diese Bedingung nur schwer zu erreichen ist. Bei gleichen Zeitkonstanten für Erreger- und Dämpferwicklung, was etwa gleichem Kupfereinsatz für jede Wicklung entspricht, müßten nach Gl. (64) die Streuungen beider Wicklungen gleich groß sein. Nun ist aber die

Zeitkonstante der Erregerwicklung meist erheblich größer, so daß die Streuung der Dämpferwicklung annähernd im Verhältnis T_2/T_3 erhöht werden müßte. Dadurch würde aber der eigentliche Zweck der Dämpferwicklung in Frage gestellt werden. Man wird daher bei Stoßgeneratoren mit Stoßerregung die Dämpfung besser nur als Querfelddämpfung ausbilden und soweit wie möglich massive Eisenwege vermeiden. Das hat noch den Vorteil, daß dadurch auch die gesamte Stoßerregungszeit verringert wird.

In Bild 13 wurde über 4 Halbwellen der rechnerisch ermittelte Verlauf der Ständerspannung mit der Messung verglichen und ergibt gute Übereinstimmung. Es dürfte damit für die Rechnung die Annahme einer einzigen Dämpferwicklung an Stelle des Massiveisens mit einer mittleren Zeitkonstante über einen sehr kurzen Zeitabschnitt berechtigt sein. Wie schon früher erwähnt wurde, ist es allerdings streng genommen nicht zulässig, das massive Läuferisen durch eine einzige Dämpferwicklung zu ersetzen. Es liegen auch noch sehr wenig genaue Messungen vor, so daß die Brauchbarkeit der Rechnung mit einer einzigen Ersatzwicklung noch durch Messungen an einer größeren Zahl von Maschinen erhärtet werden müßte. Schließlich sei noch auf den Erregerstromsprung beim Abschalten hingewiesen. Durch das Eingreifen der Dämpfung des massiven Läuferisens springt nicht der Erregerstrom um den der verschwindenden Ständerrückwirkung entsprechenden Betrag von (3750—350) A zurück, sondern dieser Betrag verteilt sich im umgekehrten Verhältnis der Streuung von Erreger- und Dämpferkreis [siehe Gl. (43)] auf die Erreger- und Dämpferwicklung, so daß der Erregerstrom von 3750 A nur auf den Wert von 2000 A zurückspringt.

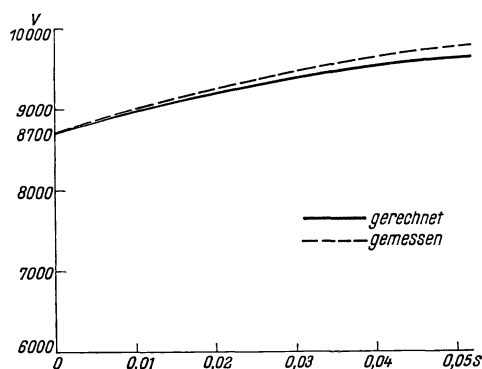


Bild 13. Spannungsverlauf nach dem Abschalten des Kurzschlusses.

Zusammenfassung.

Die genauen Lösungen der Differentialgleichungen des Erreger- und Dämpferkreises führen zu dem Ergebnis, daß das durch die Ausgleichströme der Dämpfer- und Erregerwicklung (mit der magnetischen Zeitkonstante T_2 bzw. T_3) erzeugte Hauptfeld bzw. die dadurch erzeugte Generatorspannung in ihrem Verlauf nicht allein der Hauptfeldzeitkonstanten ($\frac{1}{\alpha_1} \approx T_2 + T_3$) folgt, sondern sich aus zwei Feldanteilen zusammensetzt, von denen der eine nach der Zeitkonstante $1/\alpha_1$ und der zweite nach der wesentlich kleineren Zeitkonstante $1/\alpha_2$ verläuft. Der rasch verlaufende Feldanteil kann bei Stoßerregungsanordnungen erhebliche Spannungsänderungen verursachen, da er durch keinen Regler beherrscht werden kann.

Die strenge Lösung zeigt auch, daß der Sprung des gesamten Läuferstrombelages bei plötzlichen Laständerungen durch die Streuung der Erreger- und Dämpferwicklung (mit dem Einzelstreuoeffizienten τ_2 bzw. τ_3 und dem totalen Streuoeffizienten τ) im Verhältnis $\frac{\tau_2 + \tau_3}{\tau}$ verringert wird und sich im umgekehrten Verhältnis der

Streuungen auf die Erreger- und Dämpferwicklung verteilt. Diese Erscheinung muß bei der Ermittlung von zu gewährleistenden Regelzeiten berücksichtigt werden, denn der die Regelung bei plötzlichen Entlastungen oder Belastungen unterstützende Erregerstromsprung wird durch die Dämpferwicklung verringert. Ist die Streuung des Dämpferkreises gegenüber der Streuung der Erregerwicklung vernachlässigbar klein, dann tritt praktisch überhaupt kein Erregerstromsprung auf, was z. B. bei Mittelfrequenzmaschinen mit hoher Streuung der Erregerwicklung öfters beobachtet wurde. Nach dem Verschwinden der mit dem Dämpfungsglied α_2 rasch abklingenden Erreger- und Dämpferstromanteile verteilen sich die Ausgleichströme annähernd im Verhältnis $\frac{T_2}{(1 + \tau_2)} : \frac{T_3}{(1 + \tau_3)}$ auf die Erreger- und Dämpferwicklung, wobei in beiden Wicklungen die Ströme praktisch mit der Summenzeitkonstante $(T_2 + T_3)$ verlaufen.

Für verschiedene Anregungen bei der Abfassung der Arbeit spreche ich Herrn Dr.-Ing. e. h. C. Trettin und Herrn E. Jasse meinen besten Dank aus.

Schrifttumverzeichnis.

- K. W. Wagner: Über die Wirkungsweise von Dämpferwicklungen auf Gleichstrommagneten. Elektrotechn. u. Maschinenb. **27** (1909) S. 804.
- H. Thoma: Theorie des Tirrillreglers nebst Versuchen an einem Generator. Berlin 1914.
- N. B. Hill: The damping effect of solid rotors. Electrician **42** (1924) S. 511.
- R. Rüdberg: Die Spannungsregelung großer Drehstromgeneratoren nach plötzlicher Entlastung. Wiss.Veröff.Siemens-Konz. **IV**, 2 (1925) S. 61 — Kurzschlußströme beim Betrieb großer Kraftwerke. Elektrotechn. u. Maschinenb. **43** (1925) S. 658 — Schaltvorgänge beim Betrieb gesättigter Synchronmaschinen. Wiss.Veröff.Siemens-Konz. **X**, 1 (1931) S. 1 — Elektrische Schaltvorgänge. Berlin 1933.
- E. J. Burnham: Over-voltage on transmission systems due to dropping of load. J. Amer. Inst. electr. Engr. **44** (1925) S. 579.
- R. Pohl: Schnellentregung von Generatoren. VDE-Fachbericht **1927** S. 108.
- C. A. Powel: High-speed excitation for stability. Electr. Wld. **89** (1927) S. 1061.
- A. Mandl: Das Verhalten der Synchronmaschine bei veränderlicher Spannung, Frequenz und Belastung. Elektrotechn. u. Maschinenb. **46** (1928) S. 671.
- R. E. Doherty: Excitation systems, their influence on short circuits and maximum power. Trans. Amer. Inst. electr. Engr. **47** (1928) S. 944.
- P. H. Robinson: Practical considerations affecting quick reponse excitation for salient pole machines. Electr. J. **25** (1928) S. 65.
- H. Hess: Dämpfung und Schnellentregung großer Generatoren. VDE-Fachbericht **1929** S. 88.
- E. Juillard: Die selbsttätige Regelung elektrischer Maschinen. Deutsch von F. Ollendorf. Berlin 1931.
- J. W. Butler: Calculation of generator overvoltage. Electr. Engng. **51** (1932) S. 163.
- W. Wolman u. H. Kaden: Über die Wirbelstromverzögerung magnetischer Schaltvorgänge. Z. techn. Physik **13** (1932) S. 330.
- M. Liwischitz u. H. Raymond: Stoßerregung bei der synchronen und asynchronen Blindleistungsmaschine. Wiss.Veröff.Siemens-Konz. **XI**, 1 (1932) S. 60.

Modellversuche zur Wanderwellenübertragung auf die Unterspannungswicklung von Transformatoren.

Von Hermann Neuhaus und Robert Strigel.

Mit 17 Bildern.

Mitteilung aus der Wissenschaftlichen Abteilung und dem Laboratorium des Dynamowerkes der Siemens-Schuckertwerke A.-G. zu Siemensstadt.

Eingegangen am 18. Dezember 1935.

Inhaltsübersicht.

- | | |
|--|---|
| A. Übersicht über bisher vorliegende Arbeiten. | C. Berechnung der einzelnen Teilspannungen. |
| B. Experimentelle Untersuchung des Übertragungsvorganges. | 1. Die kapazitiv übertragene Teilspannung und die durch sie angestoßene Eigenschwingung der Unterspannungswicklung. |
| I. Versuchsmodell und Versuchsanordnung. | 2. Die induktiv übertragene Eigenschwingung der Oberspannungswicklung. |
| II. Untersuchung der Wanderwellenübertragung auf die Unterspannungswicklung. | 3. Die magnetisch übertragene Teilspannung. |
| 1. Ende der gestoßenen Wicklung offen. | D. Vergleich der gewonnenen Ergebnisse mit den bisher vorliegenden Arbeiten. |
| 2. Ende der gestoßenen Wicklung über den Wellenwiderstand der Freileitung geerdet. | Zusammenfassung. |
| 3. Ende der gestoßenen Wicklung kurz geerdet. | |

A. Übersicht über bisher vorliegende Arbeiten.

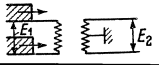
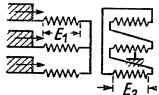
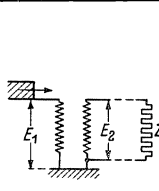
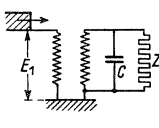
Das Eindringen von Wanderwellen in Transformatorwicklungen ist bereits in einer Reihe theoretischer und experimenteller Arbeiten untersucht¹⁾. Eine Transformatorwicklung verhält sich beim Auflaufen einer Stoßwelle mit unendlich langem Rücken zunächst wie eine Kondensatorkette: die Spannung über der Wicklung fällt hyperbolisch ab, und zwar fast unabhängig von der Stirndauer der Stoßwelle. Die Endverteilung der Spannung dagegen hängt wesentlich von der Belastung des Wicklungsendes ab. Bei offenem Wicklungsende wird sich die gesamte Transformatorwicklung auf konstante Spannung aufladen, während bei geerdetem Wicklungsende sich ein linearer Spannungsabfall über der Transformatorwicklung einstellen wird. Der Ausgleich zwischen Anfangs- und Endverteilung findet unter Schwingungen statt, deren Grundwelle durch Wicklungslänge und Reflexion an den Wicklungsenden bestimmt ist.

Die Übertragung der auf der gestoßenen Seite auftretenden Spannungen auf die nichtgestoßene Wicklung wird in den meisten Veröffentlichungen nur kurz gestreift;

¹⁾ Siehe z. B. W. Rogowski: Arch. Elektrotechn. **20** (1928) S. 299. — R. Willheim: Elektrotechn. u. Maschinenb. **50** (1932) S. 16 u. 28. — L. V. Bewley: Trans. Amer. Inst. Electr. Engr. **50** (Dez. 1931) S. 1215. — K. K. Palueff: Trans. Amer. Inst. Electr. Engr. **48** (Juli 1929) S. 681; **49** (Juli 1930) S. 1179. — H. Norinder: Techn. Comm. of Swed. Roy Boards of Waterfalls, Sekt. E. **19** (Juni 1931). — W. Krug: Bull. S. E. V. **12** (1931) S. 277. — P. L. Bellaschi: Eletrotecn. **21** (1934) S. 1.

es wird zumeist nur die Höhe der übertragenen Spannung festgestellt, ihr zeitlicher Verlauf oszillographiert, jedoch wenig auf den Mechanismus der Übertragung eingegangen. In der folgenden Zahlentafel sind Messungen zusammengestellt, soweit

Beobachter	Schaltungsangaben (Z_1 Wellenwiderstand der ankommenden, Z_2 Wellenwiderstand der abgehenden Leitung)	Angaben über Versuchsspulen bzw. Versuchstransformator			Stoßwelle			Übertragene Welle			Stationäres Übersetzungsverhältnis $\frac{U_2}{U_1}$	$\frac{U_s}{U_w}$, wobei $\frac{U_s}{U_w} = \frac{E_2}{E_1}$	
		U_1 in kV	U_2 in kV	N in kW	E_1 in kV	T_{s_1} in μ s	T_{h_1} in μ s	E_2 in kV	T_{s_2} in μ s	T_{h_2} in μ s			
Gabór		$Z_1 = 35 \Omega$	0,13	20	14	?	$>0,1$	∞	?	≈ 10	Schw.	154:1	1,00
Rebhan		S aus	15	0,4	{200 400}	0...120	?	?	$0,25 E_1$?	} sehr kurz	1:37,5	9,4
		S ein							$0,05 E_1$?			1,86
		E_2 zwischen $0 \dots E$							0,1 E_1	?			?
E_2 zwischen u, v, w und E	0,15 E_1	?	?	1:37,5	5,6								
		E_2 zwischen u, v, w						0,02 E_1	?	?		0,75	
Reimann		$Z_1 = 600 \Omega$	10	0,1	0,22	23	0,1	6	0,75	?	?	1:100	3,3
Flegler		$Z_1 = 375 \Omega$ $Z_2 = \infty$	Versuchsspulen zu je 9 Wdgn.			?	$<0,1$	0,6	?	$<0,1$	Schw.	1:1	1,23
		$Z_1 = 375 \Omega$ $Z_2 = R = Z_1$?	0,15	3	1:1	0,5
Röhrig		$Z_1 = 500 \Omega$ $Z_2 = \infty$	0,13	3	15	?	$\approx 0,1$	2	$0,26 E_1$	35	250	23:1	0,011
			5,25	21	600	?	≈ 2	40	$0,65 E_1$	250	Schw.	4:1	0,18
Krug		$Z_1 = 0$ $Z_2 = \infty$	Versuchsspulen $w_1 = 84$ Wdgn. $w_2 = 1500$ „			2	$0,5 \dots 1$	∞	60	20	?		1,66
		$Z_1 = 200 \Omega$ $Z_2 = \infty$				1,2	$0,5 \dots 1$	∞	26	20	?	18:1	1,22
		$Z_1 = 500 \Omega$ $Z_2 = \infty$				0,6	$0,5 \dots 1$	∞	11,5	20	?		1,05
		$Z_1 = 0$ $Z_2 = \infty$?	<1	∞	E_1	3	?	1,31:1	0,76
McMorris		$Z_1 = 500 \Omega$ $Z_2 = 500 \Omega$	66,4	13,2	18 750	?	<1	≈ 500	$0,196 E_1$	>1	500	1:5,03	0,99
Opsahl, Brookes, Southgate		$R = 500 \Omega$ kleines Netz als Z_2	2,3	0,23	5	41	0,1	15	$0,14 E_1$	0,5	Schw.	1:20	2,85
						41	0,4	15	$0,14 \dots 0,24 E_1$	0,8	Schw.		$2,85 \dots 5,0$
McEachron, Saxon		E_2	2,3	0,23	10	30...60	3	12	$0,4 \dots 0,9$	2	Schw.	1:20	0,27
		E_{20}				30...60	2	12	$12 \dots 14$	2	Schw.	—	—

Beobachter	Schaltungsangaben (Z_1 Wellenwiderstand der ankommenden, Z_2 Wellenwiderstand der abgehenden Leitung)	Angaben über Versuchsspulen bzw. Versuchstransformator			Stoßwelle			Übertragene Welle			Stationäres Übersetzungsverhältnis $\bar{u}_w = \frac{U_2}{U_1}$	$\frac{\bar{u}_s}{\bar{u}_w}$, wobei $\bar{u}_s = \frac{E_2}{E_1}$	
		U_1 in kV	U_2 in kV	N in kW	E_1 in kV	T_{s_1} in μ s	T_{h_1} in μ s	E_2 in kV	T_{s_2} in μ s	T_{h_2} in μ s			
Harding, Sprague		—	4	0,23	?	?	?	?	?	?	?	1:17,3	2,5 ...0,87
		—	?	?	?	?	?	?	?	?	?	1:17,3	1,5 ...3,5
Palueff, Hagenguth		$Z_1 = 400 \Omega$ $Z_2 = \infty$						$0,30 E_1$	≈ 2	Schw.		2,14	
		$Z_1 = 400 \Omega$ $Z_2 = 1600 \Omega$						$0,23 E_1$	≈ 2	Schw.		1,62	
		$Z_1 = 400 \Omega$ $Z_2 = 800 \Omega$?	?	26 000	?	$\approx 0,2$	∞	$0,15 E_1$	≈ 2	Schw.	1:7,05	1,05
		$Z_1 = 400 \Omega$ $Z_2 = 200 \Omega$							$0,12 E_1$	≈ 2	Schw.		0,83
		$Z_2 = 1600 \Omega$ $C = 12 \text{ nF}$							$0,18 E_1$	10	30		1,26
		$Z_2 = 1600 \Omega$ $C = 36 \text{ nF}$?	?	26 000	?	$\approx 0,2$	∞	$0,20 E_1$	25	35	1:7,05	1,40
$Z_2 = 400 \Omega$ $C = 36 \text{ nF}$								$0,15 E_1$	25	50		1,05	

sie sich in übersichtlicher Form aus den Arbeiten von D. Gabór¹⁾, J. Rebhan²⁾, E. Reimann³⁾, E. Flegler⁴⁾, J. Röhrig⁵⁾, W. Krug⁶⁾, C. F. Harding und C. S. Sprague⁷⁾, A. M. Opsahl, A. S. Brookes und R. N. Southgate⁸⁾, K. B. McEachron und L. Saxon⁹⁾, W. A. McMorris¹⁰⁾, K. K. Palueff und J. H. Hagenguth¹¹⁾ entnehmen lassen.

Die Zahlentafel enthält außer den Beobachtern die verwendeten Schaltungen, ferner Angaben über den Versuchstransformator bzw. die Versuchsspulen, über die auflaufende und die übertragene Welle. Weiter wird der Vergleich gezogen zwischen dem Übersetzungsverhältnis der Windungszahlen (\bar{u}_w) und dem beim Stoß ermittelten Spannungsverhältnis (\bar{u}_s). Die auflaufende Welle hatte in allen Fällen un-

1) D. Gabór: Elektr.-Wirtsch. **25** (1926) S. 307.
 2) J. Rebhan: nach bisher unveröffentlichten Messungen aus dem Jahr 1931.
 3) E. Reimann: Wiss. Veröff. Siemens-Konz. **VII**, 2 (1928) S. 31.
 4) E. Flegler: Arch. Elektrotechn. **25** (1931) S. 25.
 5) J. Röhrig: Arch. Elektrotechn. **25** (1931) S. 420.
 6) W. Krug: Bull. S. E. V. **12** (1931) S. 277.
 7) C. F. Harding u. C. S. Sprague: Trans. Amer. Inst. Electr. Engr. **51** (März 1932) S. 234 — Electr. Engng. **51** (1932) S. 639.
 8) A. M. Opsahl, A. S. Brookes u. R. N. Southgate: Trans. Amer. Inst. Electr. Engr. **51** (März 1932) S. 245 — Electr. Engng. **51** (1932) S. 634.
 9) K. B. McEachron u. L. Saxon: Trans. Amer. Inst. Electr. Engr. **51** (März 1932) S. 239 — Electr. Engng. **51** (1932) S. 642.
 10) W. A. McMorris: Electr. Wld., N. Y. **100** (1932) S. 399.
 11) K. K. Palueff u. J. H. Hagenguth: Trans. Amer. Inst. Electr. Engr. **51** (1932) S. 601.

periodischen Verlauf mit steiler Stirn und mehr oder minder stark abfallendem Rücken. Ihr zeitlicher Verlauf war daher durch Scheitelwert (E_1), Stirndauer (T_{s1}) und Halbwertsdauer (T_{h1}) eindeutig bestimmt und konnte auch für viel Fälle angegeben werden¹⁾. Die übertragene Welle bestand dagegen meistens in Schwingungen mit verhältnismäßig geringer Dämpfung, die zum Teil starke Oberschwingungen enthielten. Diese Fälle sind in der Zahlentafel mit „Schw.“ bezeichnet. Das Verhältnis der übertragenen zur auflaufenden Welle $\dot{u}_s = \frac{E_2}{E_1}$ zeigt keinen eindeutigen Zusammenhang mit dem Verhältnis der Windungszahlen $\dot{u}_w = \frac{w_2}{w_1} = \frac{U_2}{U_1}$: die übertragene Spannung ist teils kleiner, teils größer, als dem Windungszahlenverhältnis entspricht. Jedoch lassen sich für ihre Höhe folgende allgemeine Gesichtspunkte herauschälen:

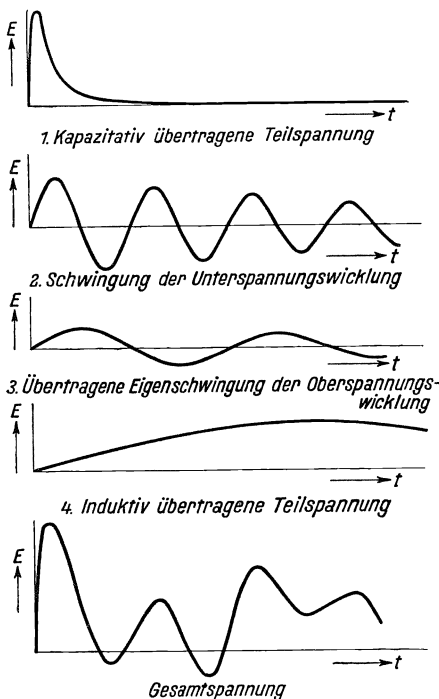


Bild 1. Die auf die Unterspannungswicklung übertragene Spannung und ihre Zerlegung nach K. K. Palueff und J. H. Hagenguth.

daß die übertragene Spannung längs der nichtgestoßenen Wicklung aus vier Teilspannungen zusammengesetzt werden kann.

1. Während des Auftreffens der Wanderwellenstirn auf die gestoßene Wicklung wird kapazitiv eine Spannung auf die nichtgestoßene Wicklung übertragen, die von der geometrischen Anordnung der Spulen gegeneinander und gegen Erde, nicht aber vom Verhältnis der Windungszahlen abhängt.

2. Durch diese kapazitiv übertragene Spannung wird die nichtgestoßene Wicklung in ihren Eigenschwingungen angestoßen.

3. Die in den gestoßenen Wicklungen sich ausbildenden Eigenschwingungen werden ebenfalls im Verhältnis der Windungszahlen auf die nichtgestoßene Wicklung übertragen.

1. Ohmsche Belastung auf der nichtgestoßenen Seite setzt den Höchstwert der übertragenen Spannung herab und dämpft die auftretenden Schwingungen.

2. Kapazitive Belastung längs der nichtgestoßenen Wicklung ändert die Höhe der übertragenen Spannung wenig, flacht hingegen die Stirn der übertragenen Welle erheblich ab, wie die Versuche von K. K. Palueff und J. H. Hagenguth zeigen.

3. Ein Teil der Spannung der nichtgestoßenen Wicklung muß kapazitiv übertragen werden, da nach den Versuchen von J. Rebhan und von K. B. McEachron und L. Saxon auch zwischen dem Nullpunkt der nichtgestoßenen Wicklung und Erde Spannungen selbst bei gleichsinnigem Stoß auftreten. Die Werte dieser Spannungen liegen erheblich höher, als man nach dem Übersetzungsverhältnis längs der Wicklung erwarten würde.

Der Übertragungsvorgang läßt sich auf Grund dieser Versuche nicht klar erkennen; theoretische Überlegungen von K. K. Palueff und J. H. Hagenguth haben jedoch ergeben,

¹⁾ Stirndauer und Halbwertsdauer wurden nach den VDE-Leitsätzen 0450/1933 ermittelt [siehe Elektrotechn. Z. 54 (1933) S. 290; 55 (1934) S. 522].

4. Die auflaufende Stoßwelle wirkt ferner induktiv auf die nichtgestoßene Seite. Der zeitliche Verlauf der Spannung auf der nichtgestoßenen Seite wird durch die Kurzschlußinduktivität des Transformators umgebildet in gleicher Weise wie durch die Induktivität im Zuge einer Leitung. Die Höhe dieser übertragenen Teilspannung ist deshalb abhängig von der Länge des Rückens und erreicht im Grenzfalle einer auflaufenden Welle mit sehr langem Rücken den Wert, der sich aus dem Übersetzungsverhältnis errechnen läßt.

Der grundsätzliche Verlauf dieser vier Teilspannungen ist in Bild 1 wiedergegeben: sie überlagern sich zu einer Gesamtwellen.

B. Experimentelle Untersuchung des Übertragungsvorganges.

Da der Höchstwert induktiv übertragener Teilspannungen nicht höher werden kann als die im Verhältnis der Windungszahlen umgerechnete Höhe der auflaufenden Welle, so ist die auf der Niederspannungsseite auftretende Welle wegen der dort herrschenden höheren Isolierungssicherheit auf alle Fälle ungefährlicher als auf der Hochspannungsseite. Außerdem ist diese Teilspannung, wie später noch gezeigt wird, in einfacher Weise der Rechnung zugänglich.

Gänzlich anders ist jedoch die Wirkung der drei anderen Teilspannungen einzuschätzen. Allein durch die erste, die kapazitiv übertragene Teilspannung, kann im ungünstigsten Fall die volle Höhe der auflaufenden Welle auf die nichtgestoßene Wicklung übertragen werden.

Die nachfolgende experimentelle Untersuchung soll sich daher mit der Übertragung der ersten drei Teilspannungen näher befassen, die nicht ohne weiteres der Rechnung zugänglich sind.

I. Versuchsmodell und Versuchsanordnung.

Zu den Versuchen wurde ein Transformatormodell verwendet, das statt des Eisenkernes nur einen Zylinder aus Eisenblech enthielt. Diese Vereinfachung ist

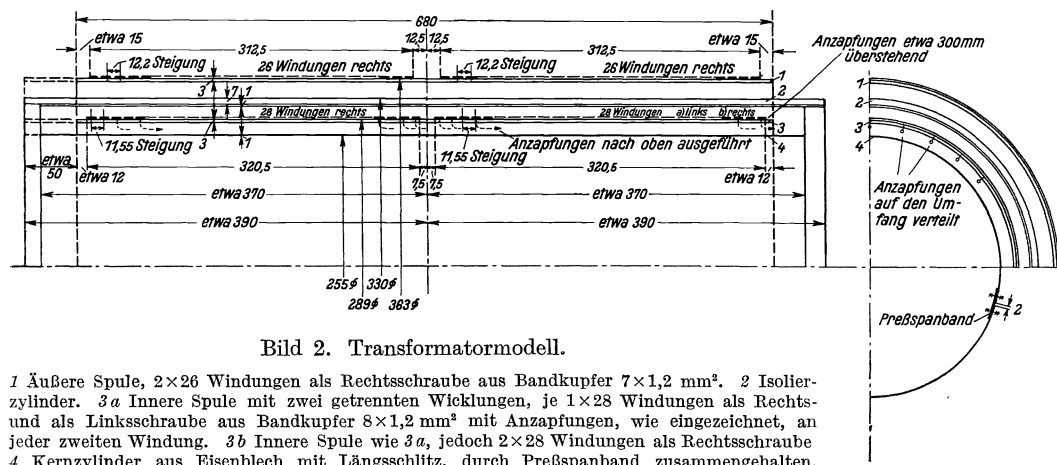


Bild 2. Transformatormodell.

1 Äußere Spule, 2×26 Windungen als Rechtsschraube aus Bandkupfer 7×1,2 mm². 2 Isolierzylinder. 3a Innere Spule mit zwei getrennten Wicklungen, je 1×28 Windungen als Rechts- und als Linksschraube aus Bandkupfer 8×1,2 mm² mit Anzapfungen, wie eingezeichnet, an jeder zweiten Windung. 3b Innere Spule wie 3a, jedoch 2×28 Windungen als Rechtsschraube 4 Kernzylinder aus Eisenblech mit Längsschlitz, durch Preßspanband zusammengehalten.

zulässig, da es sich um eine Untersuchung von Vorgängen handelt, die sich in Zeiten der Größenordnung von 1 μs und darunter abspielen; die magnetische Wirkung eines Eisenkernes würde also, soweit induktive Übertragung eine Rolle spielt, nur in

sehr geringem Maße in Erscheinung treten¹⁾. Auch die Wicklungsanordnung konnte gegenüber üblichen Transformatoren vereinfacht werden, weil es in erster Linie auf die Nachbildung der Kapazitätsverhältnisse ankam: Es wurden deshalb nur einlagige, aus Flachkupfer gewickelte Spulen verwendet. Die Abmessungen dieser Spulen und auch die des Eisenzylinders sind in Bild 2 angegeben. Die innere Spule wurde in zwei Ausführungen hergestellt: beide waren in der Mitte unterteilt; während aber bei der einen beide Teilspulen Rechtswicklung hatten, war bei der anderen die eine Wicklung als Rechts-, die andere als Linksschraube ausgeführt. Jede zweite Windung der inneren Spule war mit einer Anzapfung versehen. Das ganze Transformatormodell wurde in einen Ölkessel aus Steingut gesetzt.

Das Transformatormodell wurde stets mit der außenliegenden Spule an das Ende einer Freileitung angeschlossen und mit einer Welle²⁾ von einer Stirndauer T_s von

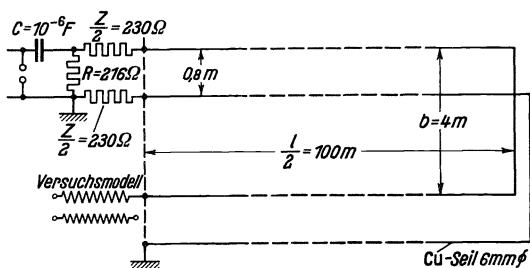


Bild 3. Meßschaltung.

(Mittlere Höhe der Leitung über dem Erdboden 20 m.)

etwa $0,1 \mu s$ und einer Halbwertdauer $T_h = 150 \mu s$ gestoßen. Diese Welle entspricht der ungünstigsten auftretenden Gewitterüberspannung³⁾. Schaltung, Anordnung und Abmessungen der Freileitung und der verwendeten Stoßanlage sind in Bild 3 angegeben. Der Wellenwiderstand Z_1 der Freileitung wurde durch Abgleichen mit einem Widerstand aus Kupfersulfatlösung mit Hilfe des Kathodenoszillographen zu 460Ω

bestimmt. Am Anfang der Leitung waren Widerstände von der Größe $Z_1/2$ eingeschaltet, um die Leitung auf die einseitig unendlich lange Freileitung abzugleichen. Zu den Messungen wurde ein Kathodenstrahloszillograph nach W. Rogowski und H. Boekels⁴⁾ verwendet⁵⁾.

II. Untersuchung der Wanderwellenübertragung auf die Unterspannungsspule.

Die Übertragung der Wanderwelle auf die nichtgestoßene Spule ist in den nachstehenden Schaltungen der gestoßenen Spule untersucht:

1. Ende der gestoßenen Wicklung offen.
2. Ende der gestoßenen Wicklung über den Wellenwiderstand Z_1 der Freileitung geerdet.
3. Ende der gestoßenen Wicklung kurz geerdet.

Als nichtgestoßene Spule wurden beide Ausführungen der inneren Spule verwendet, ihre beiden Wicklungshälften waren meistens getrennt, zum Teil aber auch in Reihe oder parallel geschaltet. An der gestoßenen Spule wurde mit dem Kathodenstrahloszillographen die Spannung längs der Wicklung gemessen, dann noch die Spannung am Anfang und Ende der Wicklung gegen Erde; an der nichtgestoßenen

¹⁾ E. Flegler: Arch. Elektrotechn. **19** (1927/28) S. 527. — H. Neuhaus u. R. Strigel: Arch. Elektrotechn. **29** (1935) S. 702.

²⁾ Siehe Fußnote 1 auf S. 54.

³⁾ H. Neuhaus u. R. Strigel: siehe Fußnote 1 auf S. 56.

⁴⁾ H. Boekels: Arbeiten aus dem Elektrotechn. Inst. der Techn. Hochschule Aachen **5** (1931/32) S. 229.

⁵⁾ An der Aufnahme der Oszillogramme hat Herr C. Bullendorf wesentlichen Anteil.

Spule wurde die Spannungsverteilung längs der Wicklung und zwischen Wicklungsanzapfungen und Erde untersucht.

1. Ende der gestoßenen Wicklung offen.

In Bild 4a und b ist zunächst der zeitliche Verlauf der an der gestoßenen Spule auftretenden Spannungen aufgetragen. Der Spannungsverlauf am Anfang *A* und Ende *E* der Oberspannungswicklung gegen Erde läßt noch in grober Annäherung den Spannungsverlauf am Anfang und Ende einer Leitung endlicher Länge mit dem Wellenwiderstand Z_2 erkennen, die an die Versuchsleitung mit ihrem Wellenwiderstand Z_1 angeschlossen ist. Der theoretische Verlauf, wie er sich ergeben würde, wenn man das Versuchsmodell durch ein Leitungsgebilde mit gegebenem Wellenwiderstand ersetzt denkt, ist in Bild 5 wiedergegeben. Ein Vergleich mit den eingangs angeführten Arbeiten über das Eindringen von Wanderwellen in Transformatoren zeigt, daß das Transformatormodell sich durchaus wie ein richtiger Transformator verhält, da in beiden Fällen die Abweichungen des gemessenen Verlaufes der Spannungen vom theoretischen Verlauf bei konstant angenommenem Wellenwiderstand gleichartig sind. Die Abweichungen zwischen dem gemessenen (Bild 4) und dem Verlauf mit gegebenem Wellenwiderstand (Bild 5) ist auf die verhältnismäßig große Windungskapazität im Vergleich zur Erdkapazität zurückzuführen. Die Verzerrung am Anfang und Ende der Wicklung ist daher zu groß, um einen eindeutigen Wert für den Wellenwiderstand der Wicklung anzugeben. Dagegen läßt sich aus dem Oszillogramm 4b die Eigenschwingungsdauer der Spule zu annähernd $1,52 \mu\text{s}$ entnehmen. Daraus ergibt sich die Fortpflanzungsgeschwindigkeit bei einer Wicklungslänge von 59 m zu etwa 150 000 km/s.

Die an der ersten Unterspannungsspule gegen Erde auftretende Spannung, die in Bild 4c wiedergegeben ist, zeigt, daß bei ungeerdeter Unterspannungsspule diese gegen das Erdpotential in Schwingungen gerät. Die Schwingungen gleichen in guter Annäherung dem in Bild 4a für die Oberspannungsspule angegebenen Spannungs-

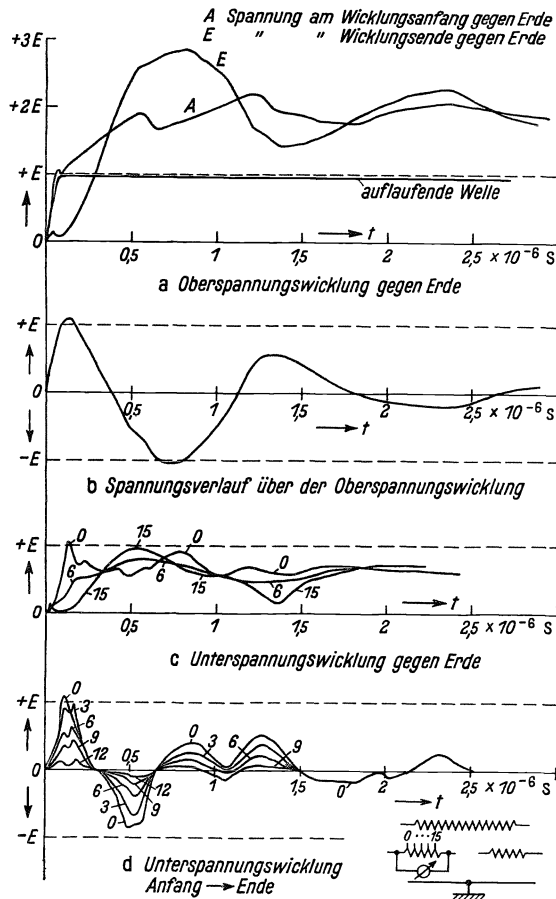


Bild 4. Zeitlicher Verlauf der Spannungen an Ober- und Unterspannungswicklung; Oberspannungswicklung frei am Ende der Wanderwellenleitung, Unterspannungswicklung linksläufig. (Die in c und d eingetragenen Zahlen bedeuten die Nummer der Anzapfung, von der aus gegen Erde bzw. gegen das Ende der Unterspannungswicklung gemessen wurde.)

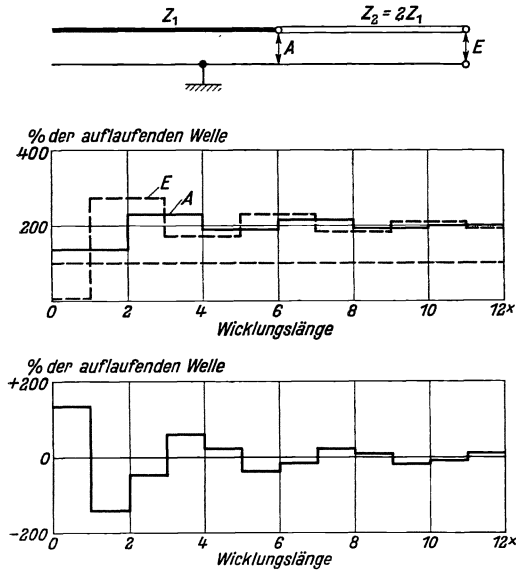


Bild 5. Spannungsverlauf an der Oberspannungswicklung unter der Annahme eines bekannten Wellenwiderstandes für die Wicklung.

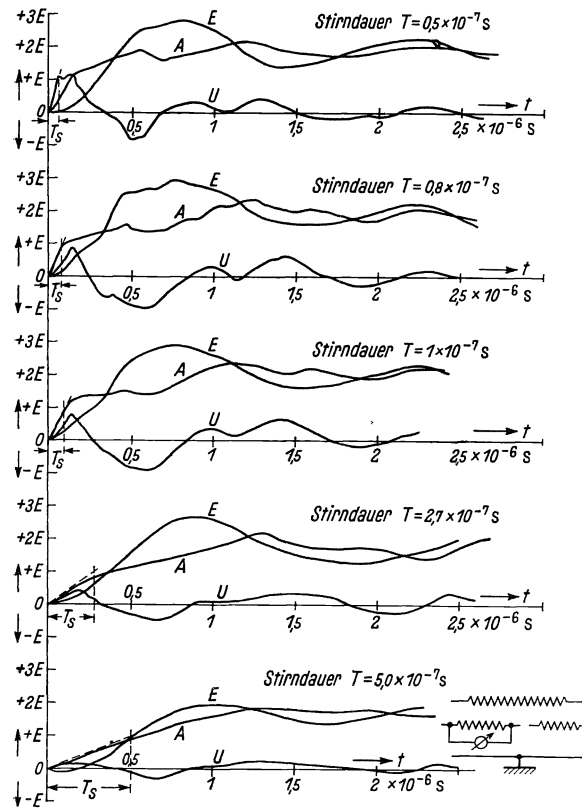


Bild 6. Einfluß der Stirndauer der auftreffenden Wanderwelle auf die unterspannungseitig übertragene Spannung. A Spannung am Anfang der Oberspannungswicklung gegen Erde. E Spannung am Ende der Oberspannungswicklung gegen Erde. U Spannung über der Unterspannungswicklung.

verlauf. Eine erhebliche Abweichung ist nur am Anfang der Unterspannungsspule während der Stirnreflexion der auflaufenden Welle vorhanden. Im Gegensatz zu den Spannungsverhältnissen in der Oberspannungswicklung, wo die höchste Spannung am Spulenende auftritt, ist hier die Spannung am Anfang der Unterspannungsspule am höchsten, nimmt gegen die Mitte hin ab und steigt am Ende der Wicklung wieder fast auf den Wert am Wicklungsanfang an. Wie schon dieses Oszillogramm zeigt, kann dabei die volle Höhe der auflaufenden Spannung erreicht werden.

Die Spannung längs der Unterspannungsspule, die in Bild 4d aufgezeichnet ist, weicht in ihrem Verlauf wesentlich stärker von dem Verlauf längs der Oberspannungswicklung ab (Bild 4b). Die auf die Unterspannungsspule im Verhältnis der Windungszahlen übertragene Eigenschwingung der Oberspannungsspule ist zwar noch gut zu erkennen; jedoch wird die freie Schwingung der Unterspannungsspule für den Gesamtverlauf bestimmend. Sie wird offenbar durch die Ladung angestoßen, die während des Auflaufens der Wellenstirn auf die Oberspannungswicklung kapazitiv auf die Unterspannungswicklung übertragen wird.

Wenn diese Deutung für den Anstoß der Eigenschwingung der Unterspannungswicklung richtig ist, so muß eine starke Amplitudenabhängigkeit dieser Eigenschwingung von der Stirndauer der gestoßenen Welle vorhanden sein. Deshalb wurde das Transformatormodell mit Wellen verschiedener Stirndauer ($T_s = 0,05$ bis $0,5 \mu s$) gestoßen. Der Spannungsverlauf am Wicklungsanfang und am Wicklungsende der Oberspannungsspule gegen Erde und über der Unterspannungswicklung ist abhängig von der Zeit in Bild 6 wiedergegeben. Mit abnehmender Steilheit der auflaufen-

den Welle erniedrigen sich wie erwartet die Amplitudenwerte der Eigenschwingung der Unterspannungsspule. Die dritte Teilspannung, die Eigenschwingung der Oberspannungswicklung, geht ungefähr in gleichem Maße zurück wie die Spannung längs der Oberspannungswicklung.

In Bild 7 ist von der auf die Unterspannungswicklung übertragenen Spannung die Höhe der ersten positiven (a) und der ersten negativen (b) Amplitude abhängig von der Stirndauer der auflaufenden Welle dargestellt. Beide Amplituden nehmen mit zunehmender Stirndauer rasch ab; im allgemeinen ist die negative Amplitude (b) die höhere. Nur bei sehr kurzen Stirndauern nimmt die Amplitude (b) der zweiten Halbwelle wieder ab und wird dabei sogar noch kleiner als die der ersten (a). Dieser Verlauf der Kurven wird sofort klar, wenn man die Vorzeichen der einzelnen Teilspannungen im Augenblick des Eintretens der beiden Amplituden betrachtet. Der Ausgleichsvorgang in der Oberspannungswicklung ist noch durchaus, wie ja ein Vergleich der Bilder 4 b und 5 ergeben hat, durch den Wellenwiderstand beherrscht,

wenn auch dieser Wellenwiderstand keine feste Größe mehr besitzt und der Verlauf durch Querkapazität stark verschliffen ist: es müssen also Spannung und Strom in der Oberspannungswicklung noch annähernd in Phase sein. Die auf die Unterspannungswicklung induktiv übertragene Spannung wird proportional der Flußänderung $\frac{d\Phi}{dt}$, also auch der Stromänderung $\frac{di_1}{dt}$ und somit auch der Spannungsänderung $\frac{de_1}{dt}$ in der Oberspannungswicklung, d. h. die übertragene Spannung eilt der Spannung in der Oberspannungswicklung um 90° voraus. Dabei ist noch zu beachten, daß während des ersten Durchgangs der Wanderwelle durch die Oberspannungswicklung das Feld noch im Aufbau begriffen ist, so daß während dieser Zeit ein sehr viel geringerer Betrag auf die Unterspannungswicklung übertragen wird, als dem Übersetzungsverhältnis entspricht. Der Verlauf der Kurven in Bild 7 läßt sich dann so erklären, daß zur Zeit der Amplitude b die Eigenschwingung der Unterspannungsspule und die aus der Oberspannungsspule induktiv übertragene Spannung sich addieren. Dagegen wird die Amplitude a im wesentlichen nur aus der kapazitiv übertragenen Ladung gebildet, da von der Oberspannungsspule in dieser Zeit noch keine nennenswerte Spannung induktiv übertragen wird. Nur bei sehr kurzer Stirndauer erhält diese durch aufgebrauchte Ladungen hervorgerufene erste Amplitude a größere Höhe, weil dann während des Auflaufens der Wellenstirn keine wesentlichen Ladungsmengen zu den Nachbarwindungen abfließen können.

Ein weiterer Beweis für die Richtigkeit der entwickelten Erklärung über den Übertragungsvorgang liefert die nachfolgende Überlegung. Würde es sich bei der Übertragung der Wanderwellenspannung auf die Unterspannungswicklung um eine rein elektromagnetische handeln, so müßte die Spannung über der Unterspannungswicklung zu jedem Zeitpunkt gleichmäßig verteilt sein. Diese gleichmäßige Spannungsverteilung muß jedoch gestört werden, sobald ein Spulenende durch kapazitive

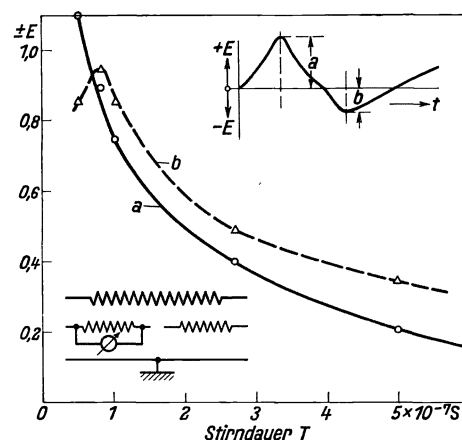


Bild 7. Einfluß der Stirndauer der auftretenden Wanderwelle auf die Höhe der unterspannungseitig übertragenen Spannung.

Übertragung zusätzliche Spannung erhält. Auch muß man dann für die Spannungsverteilung verschiedenartigen Kurvenverlauf erhalten, je nachdem man bei der Ermittlung der Spannungsverteilung den Anfang oder das Ende der Wicklung festhält. Derartige Spannungsverteilungen sind in den Bildern 8 bis 10 aufgezichnet. In Bild 8 ist die Spannungsverteilung bei einer Stirndauer $T_s = 0,05 \mu s$ für die Zeitpunkte der ersten bis vierten Amplitude des auf die Unterspannungswicklung übertragenen Schwingungsvorganges aufgetragen: als fester Meßpunkt war dabei das Ende der Wicklung gewählt. Die erste Amplitude spaltet sich innerhalb der Wicklung auf. Bild 8 läßt auch erkennen, daß die Geradlinigkeit nur innerhalb der ersten Halbwelle merklich gestört wird. Zum Vergleich ist in diesem Bild auch die umgekehrte Spannungsverteilung, also die Spannungsverteilung bei festgehaltenem Anfang, wiedergegeben. Da diese Spannungsverteilung sich nicht symmetrisch zur

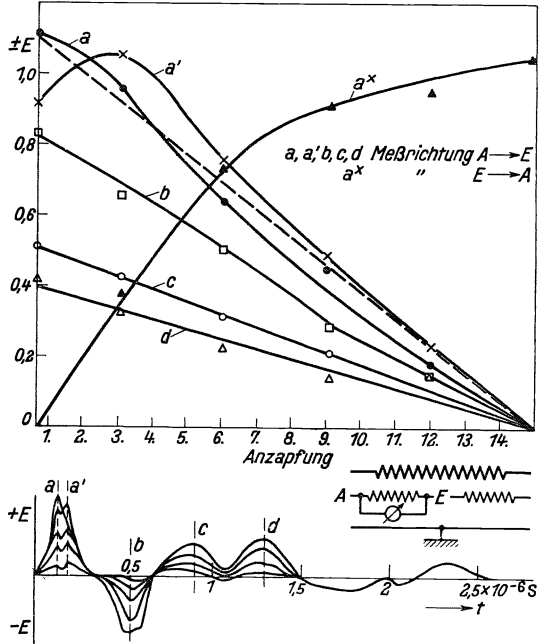


Bild 8. Spannungsverteilung über der Unterspannungswicklung zu verschiedenen Zeiten. (E Höhe der auflaufenden Stoßwelle.)

umgekehrten Meßrichtung ergibt, so ist auch aus ihr eine Bestätigung der kapazitiven Einflüsse zu erkennen. In Bild 9 ist für die gleiche Stoßwelle an einer Unter-

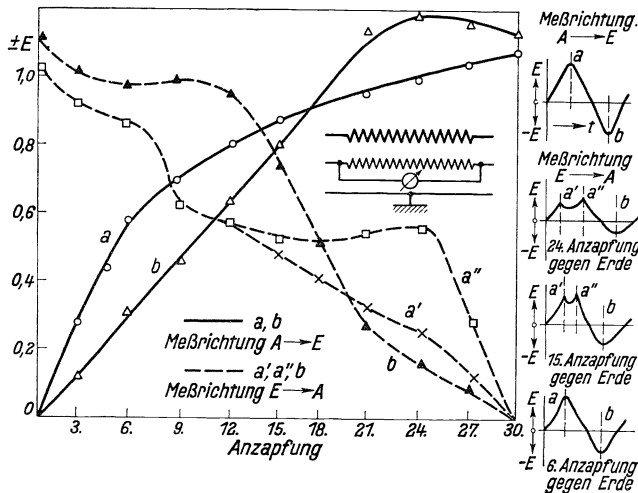


Bild 9. Spannungsverteilung über der Unterspannungswicklung im Höchstwert der ersten Stoßspitze bei doppelter Windungszahl gegenüber Bild 8 und einer Stirndauer der Stoßwelle von $T = 0,05 \mu s$. (E Höhe der auflaufenden Stoßwelle.)

angestoßene Eigenschwingung der Unterspannungswicklung gegenüber der induktiv übertragenen Eigenschwingung der Oberspannungswicklung zurückgetreten; man

spannungsspule doppelter Windungszahl die Spannungsverteilung zur Zeit der Amplituden der ersten beiden Halbwellen aufgetragen: es ergeben sich ähnliche Verhältnisse, nur sind die kapazitiven Einflüsse wesentlich stärker ausgeprägt. Bei den Versuchen, die Bild 10 zugrunde liegen, wurde wieder die Unterspannungsspule doppelter Windungszahl verwendet, jedoch die Spannungsverteilung bei einer wesentlich längeren Stirndauer ($T_s = 0,27 \mu s$) der auf die Oberspannungswicklung auflaufenden Welle gemessen. In diesem Falle ist die kapazitiv übertragene Ladung und die durch sie

übertragene Ladung und die durch sie

erhält daher auch geradlinige Spannungsverteilung über der Spule.

Vergleichende Versuche zwischen rechtsgängig und linksgängig gewickelten Spulen ergaben, daß der Wicklungssinn auf den Übertragungsvorgang ohne Einfluß ist. Daher wurde von der Wiedergabe entsprechender Oszillogramme abgesehen.

2. Ende der gestoßenen Wicklung über den Wellenwiderstand Z_1 der Freileitung geerdet.

Die in diesem Falle erhaltenen Oszillogramme sind in Bild 11 wiedergegeben. Die Spannung am Anfang und Ende der Oberspannungswicklung gegen Erde zeigt unter dem Einfluß der Windungskapazität eine ähnliche, verhältnismäßig starke Abweichung von dem Verlauf, wie er sich für eine Leitung konstanten Wellenwiderstandes ergeben müßte. Die Spannung der Unterspannungsspule gegen Erde weist eine unperiodisch abklingende Spitze auf, die auf kapazitive Übertragung zurückzuführen ist. Ebenso wird die Eigenschwingung der Unterspannungsspule angestoßen; die Spule schwingt um das Erdpotential aus. Die Spannung längs der Unterspannungsspule ist ähnlich wie in Bild 4 bei am Ende offener Oberspannungsspule aufgebaut. Die erste Amplitude erreicht fast dieselbe Höhe; dagegen liegen die weiteren Amplituden wesentlich niedriger. Diese Erniedrigung ist in erster Linie darauf zurückzuführen, daß die Eigenschwingung der Oberspannungsspule sehr stark gedämpft ist; sie ist bereits in einer Halbwelle fast völlig abgeklungen, und da ja ihre Übertragung transformatorisch erfolgt, ist sie in der Unterspannungsspule kaum zu erkennen.

3. Ende der gestoßenen Wicklung kurz geerdet.

Bild 12 gibt die in dieser Schaltung gemessenen Oszillogramme wieder. Die

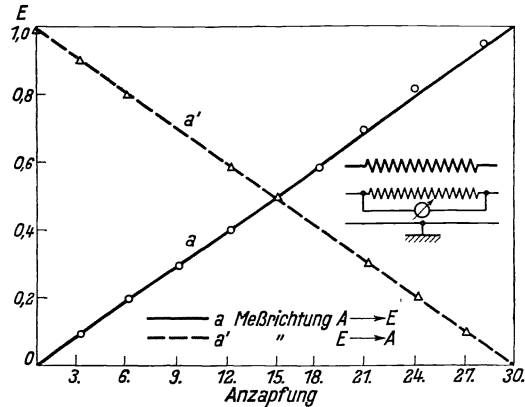


Bild 10. Spannungsverteilung über der Unterspannungswicklung im Höchstwert der ersten Stoßspitze bei doppelter Windungszahl gegenüber Bild 8 und einer Stirndauer der Stoßwelle von $T = 0,27 \mu s$.

(E Höhe der auflaufenden Stoßwelle.)

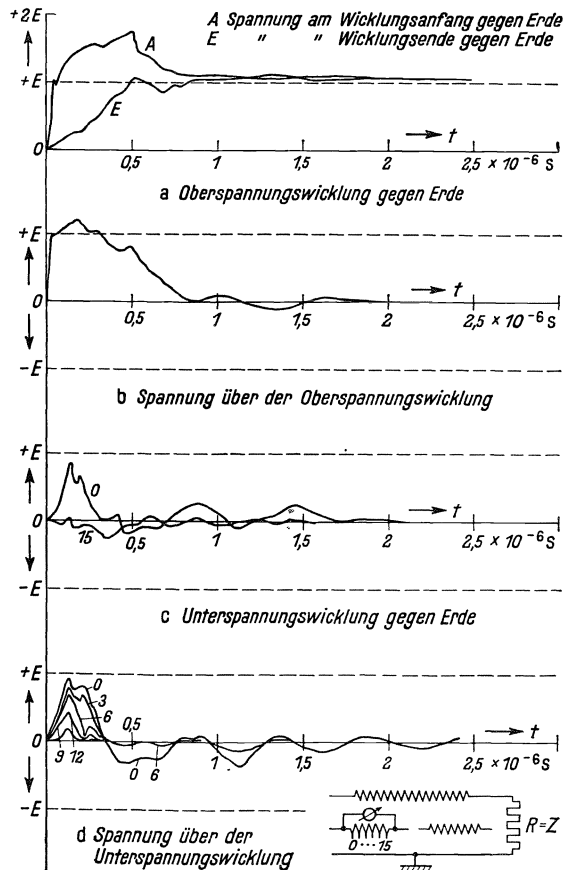


Bild 11. Zeitlicher Verlauf der Spannungen an Ober- und Unterspannungswicklung; Oberspannungswicklung über den Wellenwiderstand der Leitung geerdet, Unterspannungswicklung linksläufig. (Die in c und d eingetragenen Zahlen bedeuten die Nummer der Anzapfung, von der aus gegen Erde und gegen das Ende der Unterspannungswicklung gemessen wurde.)

erste Amplitude der auf die Unterspannungsspule übertragenen Spannung erreicht etwa dieselbe Höhe wie in den beiden anderen Fällen: die kapazitive Komponente

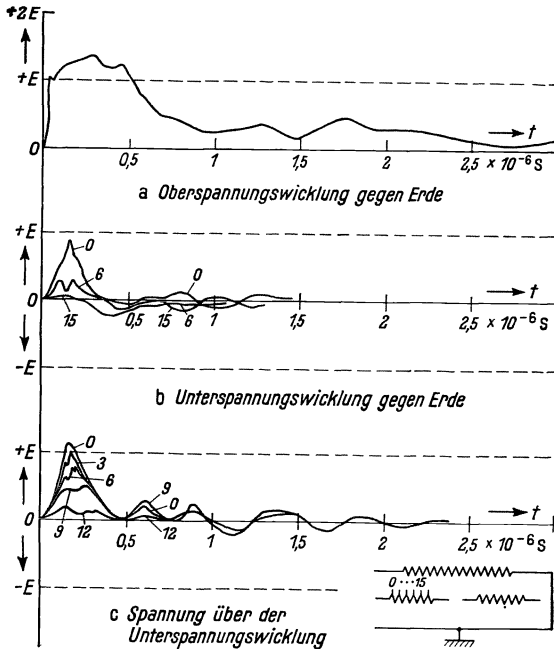


Bild 12. Zeitlicher Verlauf der Spannungen an Ober- und Unterspannungswicklung; Oberspannungswicklung kurz geerdet, Unterspannungswicklung links-läufig. (Die in c und d eingetragenen Zahlen bedeuten die Nummer der Anzapfung, von der aus gegen Erde bzw. gegen das Ende der Unterspannungswicklung gemessen wurde.)

Dabei ist unter C_1 und C_2 , strenggenommen, nur derjenige Teil der Wicklungs- und Erdkapazität zu verstehen, der von der Stirn der auflaufenden Welle aufgeladen wird. Für die Berechnung der möglichen Höchstwerte dieser Spannung $(e_{20\max})_I$ kann man jedoch angenähert die Kapazitätswerte der ganzen Wicklungen einsetzen. $2E_0$ ist der durch die Reflexion am Wicklungsende verdoppelte Amplitudenwert der auflaufenden Welle. Wenn man die geringe Rückwirkung der Transformatorkapazität auf die Wellenstirn vernachlässigt, wird dieser Höchstwert nach Ablauf einer gewissen Zeit erreicht nur unter der zusätzlichen Annahme, daß die auf die Unterspannungswicklung aufgebrauchten Ladungen örtlich gebunden bleiben, daß also keine Ladung abfließen kann: der zeitliche Spannungsverlauf $(e_{20})_I$ längs der Unterspannungsspule und auch gegen Erde wäre dann

$$(e_{20})_I = \frac{C_1}{C_1 + C_2} \cdot 2E_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau_1}}\right), \quad (2)$$

wenn τ_1 die Zeitkonstante des Stirnanstiegs der auf die Oberspannungswicklung auflaufenden Welle ist. In Wirklichkeit jedoch fließt die auf den Anfang der Unterspannungsspule aufgebrauchte Ladung auf das nicht beeinflusste Ende ab. Da die Unterspannungsspule ein Gebilde aus Widerstand R_2 , Induktivität L_2 und Kapazität C'_2 darstellt, so gilt für die Entladung:

$$(e_{20})_I + \frac{1}{C'_2} \int i_2 dt + R_2 i_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} = 0^1). \quad (3)$$

1) Siehe R. Rüdberg: Schaltvorgänge, 3. Aufl., S. 214. Berlin: 1933.

ist also in derselben Höhe erhalten geblieben. Auch die Eigenschwingung der Unterspannungsspule wird wieder angestoßen.

C. Berechnung der einzelnen Teilspannungen.

1. Die kapazitiv übertragene Teilspannung und die durch sie angestoßene Eigenschwingung der Unterspannungswicklung.

Die kapazitive Teilspannung wird, wie die oszillographischen Versuche zeigen, von der Wellenstirn übertragen. Die höchstmögliche Spannung $(e_{20\max})_I$, die zwischen Unterspannungsspule und Erde sowie längs der Unterspannungsspule auftreten kann, ist gegeben durch die Aufteilung, die die Stoßwelle durch die Kapazität C_1 zwischen Ober- und Unterspannungsspule und durch die Erdkapazität C_2 der Unterspannungsspule erfährt:

$$(e_{20\max})_I = \frac{C_1}{C_1 + C_2} \cdot 2E_0. \quad (1)$$

i_2 ist der Entladestrom dieser Teilkapazität C'_2 , der wirksamen Kapazität der Eigenschwingung der Unterspannungsspule, die etwas von der Kapazität C_2 abweicht. Führt man ein

$$\left. \begin{aligned} i_2 &= C'_2 \frac{d(e_2)_I}{dt}, \\ \sqrt{L_2 C'_2} &= \tau_2 = \frac{1}{2\pi} \text{fache der Eigenschwingungsdauer der Unterspannungsspule} \\ \text{und} \\ \frac{L_2}{R_2} &= T = \text{Dämpfungskonstante der Unterspannungswicklung,} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

so erhält man die Gleichung für die erste Teilspannung längs der Unterspannungsspule

$$\frac{d^2(e_2)_I}{dt^2} + \frac{1}{T} \frac{d(e_2)_I}{dt} + \frac{1}{\tau_2^2} (e_2)_I = -\frac{1}{\tau_2^2} \frac{C_1}{C_1 + C_2} \cdot 2E_0 \left(1 - \varepsilon^{-\frac{t}{\tau_1}}\right), \quad (5)$$

deren Lösung lautet:

$$(e_2)_I = \frac{\sigma - 1}{\sigma} \cdot \frac{C_1}{C_1 + C_2} \cdot 2E_0 \left\{ \left[\cos\left(\frac{\nu}{\tau_2} t\right) + \frac{\tau_2}{\nu} \left(\frac{1}{2T} - \frac{1}{\tau_1(\sigma - 1)}\right) \sin\left(\frac{\nu}{\tau_2} t\right) \right] \varepsilon^{-\frac{t}{2T}} - \varepsilon^{-\frac{t}{\tau_2}} \right\}. \quad (6)$$

Darin bedeuten

$$\nu = \sqrt{1 - \left(\frac{\tau_2}{2T}\right)^2} \quad \text{und} \quad \sigma = 1 - \frac{\tau_2^2}{T\tau_1} + \left(\frac{\tau_2}{\tau_1}\right)^2. \quad (7)$$

Diese Beziehung läßt sich wesentlich vereinfachen, wenn man beachtet, daß

$$T \begin{cases} > \tau_1 \\ > \tau_2 \end{cases} \quad (8)$$

ist. Dann kann man in erster Annäherung schreiben

$$(e_2)_I = \frac{\left(\frac{\tau_2}{\tau_1}\right)^2}{1 + \left(\frac{\tau_2}{\tau_1}\right)^2} \cdot \frac{C_1}{C_1 + C_2} \cdot 2E_0 \left\{ \left[\cos \frac{t}{\tau_2} - \frac{\tau_1}{\tau_2} \sin \frac{t}{\tau_2} \right] \varepsilon^{-\frac{t}{2T}} - \varepsilon^{-\frac{t}{\tau_1}} \right\}. \quad (9)$$

Der Spannungsverlauf längs der Unterspannungsspule setzt sich demnach aus drei Einzelgliedern zusammen, deren erstes eine abnehmende e -Funktion mit der Zeitkonstanten τ_1 darstellt: τ_1 ist aber ebenfalls die Zeitkonstante der auf die Oberspannungsspule auflaufenden Welle. Die beiden anderen Glieder stellen eine Sinus- bzw. eine Kosinus-Schwingung dar, die schwach gedämpft sind mit der Zeitkonstanten $2T$. In Bild 13 ist der Verlauf der Gesamtspannung $(e_2)_I$ und der drei Einzelglieder auf Grund von Werten errechnet, die Bild 4 entnommen sind ($\tau_1 = 0,05 \mu\text{s}$; $\tau_2 = 0,1 \mu\text{s}$; $2T = 2,5 \mu\text{s}$)¹⁾. Der Verlauf der Gesamtspannung entspricht sehr gut dem oszillo-

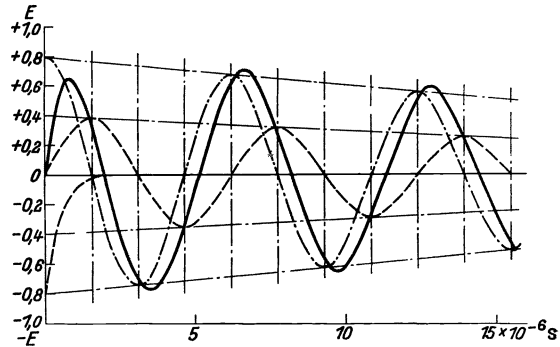


Bild 13. Gerechneter Verlauf der ersten Teilspannung in der Unterspannungswicklung.

$\tau_1 = 0,05 \mu\text{s}$, $\tau_2 = 0,1 \mu\text{s}$, $T = 2,5 \mu\text{s}$. (Für ein reduziertes Kapazitätsverhältnis $2 \cdot \frac{C_1}{C_1 + C_2} = 1$.)

graphisch ermittelten Verlauf. Außerdem läßt sich der höchstmögliche Spannungswert $(e_{2\text{max}})_I$ in einfacher Weise bestimmen, wenn man berücksichtigt, daß das erste nach einer e -Funktion abfallende Teilglied von (e_2) zu einer Zeit abgeklungen ist, zu

¹⁾ Dabei wurde das gemessene Kapazitätsverhältnis $2 \cdot \frac{C_1}{C_1 + C_2} = 1,28$ auf den Wert 1 reduziert.

der die Dämpfung der beiden Schwingungsglieder noch nicht wesentlich ist, also wenn

$$e^{-\frac{t}{\tau_1}} = 0 \quad \text{und} \quad e^{-\frac{t}{2T}} = 1$$

gesetzt wird. Bezeichnet man noch mit A die Amplitude der cos- und mit B die Amplitude der sin-Schwingung, so ergibt sich

$$\frac{d(e_2)_I}{dt} = A \cdot \cos \frac{t}{\tau_2} - B \cdot \sin \frac{t}{\tau_2} = 0 \quad (10)$$

oder

$$\sin \frac{t}{\tau_2} = \sqrt{\frac{B^2}{A^2 + B^2}} = \sqrt{\frac{\frac{\tau_1}{\tau_2}}{1 + \frac{\tau_1}{\tau_2}}}, \quad (10a)$$

damit wird

$$(e_{2\max})_I = \frac{\left(\frac{\tau_2}{\tau_1}\right)^2}{1 + \left(\frac{\tau_2}{\tau_1}\right)^2} \cdot \frac{1 - \sqrt{\left(\frac{\tau_1}{\tau_2}\right)^3}}{\sqrt{1 + \frac{\tau_1}{\tau_2}}} \cdot \frac{C_1}{C_1 + C_2} \cdot 2E. \quad (11)$$

Rechnet man für ein reduziertes Kapazitätsverhältnis $2 \frac{C_1}{C_1 + C_2} = 1$ die Werte für $(e_{2\max})_I$ aus und trägt sie abhängig von τ_2/τ_1 auf, so erhält man den in Bild 14 dar-

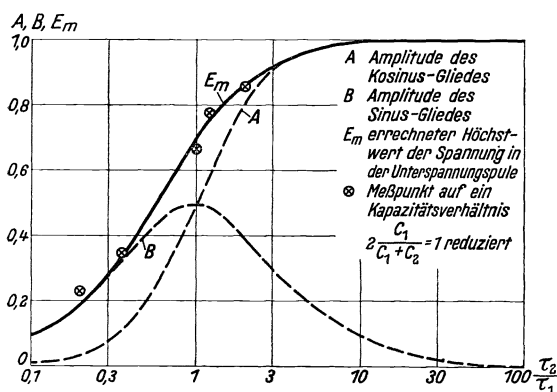


Bild 14. Vergleich zwischen Messung und Rechnung für die erste Teilspannung.

$\tau_2 = \frac{1}{2\pi}$ fache Eigenschwingungsdauer der nicht gestoßenen Wicklung. τ_1 = Stirnzeitkonstante der Stoßwelle.

muß in diesem Falle auf die ursprüngliche Lösung zurückgehen. Die Betrachtung der Lösung wird unübersichtlich. Man erhält für $(e_2)_I$ einen Spannungsverlauf, wie er oszillographisch in den Bildern 11 und 12 wiedergegeben ist.

2. Die induktiv übertragene Schwingung der Oberspannungswicklung.

Die Schwingung der Oberspannungswicklung wird induktiv, also angenähert im Windungszahlverhältnis auf die Unterspannungswicklung übertragen; es wird demnach im Höchstfall

$$(e_{2\max})_{II} = \frac{w_2}{w_1} e_{1\max}, \quad (12)$$

wenn $e_{1\max}$ die Amplitude der Eigenschwingung der Oberspannungswicklung ist.

¹⁾ Diese Werte für $(e_{20\max})_I$ sind zu hoch: es müßte eigentlich noch der auf die Unterspannungswicklung übertragene Anteil der Eigenschwingung der Oberspannungswicklung abgezogen werden. Dieser Anteil ist indes nur gering, schätzungsweise höchstens 20% von der gesamten Höhe der ersten Amplitude der Spannung längs der Unterspannungswicklung, da die Eigenschwingung der Oberspannungsspule zu dieser Zeit erst in geringem Maße übertragen wird (siehe S. 59).

gestellten Verlauf. In die Kurve sind außerdem die aus Bild 6 entnommenen und auf dasselbe Kapazitätsverhältnis reduzierten Meßwerte für $(e_{2\max})_I$ eingetragen. Messung und Rechnung stimmen gut überein¹⁾. Man kann also sagen, daß, je kürzer die Stirndauer der auflaufenden Stoßwelle im Vergleich zur Eigenschwingung der Unterspannungswicklung ist, desto größer die in ihr erzeugte Spannung wird und damit um so gefährdeter der Transformator ist.

Oberspannungsseitige und unterspannungsseitige Belastung des Transformators wirken stark dämpfend. In diesem Falle gilt nicht mehr $T \begin{cases} > \tau_1 \\ > \tau_2 \end{cases}$. Man

3. Die magnetisch übertragene Teilspannung.

Die Berechnung der magnetisch übertragenen Teilspannung kann nach K. K. Palueff und J. H. Hagenguth¹⁾ mit Hilfe zweier Ersatzschaltbilder durchgeführt werden. Die Rechnung sei beschränkt auf das Beispiel eines Einphasentransformators mit beidseitiger Erdung des Nullpunktes; die Wellenwiderstände der angeschlossenen Leitungen seien Z_1 und Z_2 (s. Bild 15 a). Das erste Ersatzschaltbild (Bild 15 b) berücksichtigt den Einfluß der am Ende der Leitung vorhandenen Induktivität L_1 ; bei kürzeren Stoßwellen entspricht L_1 der Luftinduktivität der gestoßenen Wicklung, bei längeren Wellen hingegen geht sie allmählich auf den viel höheren Wert der Leerlaufinduktivität des Transformators über. Der Anfangswert $(E_2)_{III}$ der Spannung an L_1 einer auflaufenden Rechteckwelle wird

$$(E_2)_{III} = E_1 \cdot \frac{2 Z_{20}}{Z_1 + Z_{20}}, \tag{13}$$

wobei Z_{20} der auf die gestoßene Seite umgerechnete Wellenwiderstand Z_2 ist. Von diesem Anfangswert fällt die Spannung an der Wicklung von L_1 ab mit einer Zeitkonstanten

$$T_{L_1} = \frac{L_1(Z_1 + Z_{20})}{Z_1 Z_{20}} \approx \frac{L_1}{Z_1}, \tag{14}$$

da $Z_{20} \gg Z_1$ bei dem praktisch nur wichtigen Fall der Übertragung der Stoßwelle von einer Hoch- auf eine Niederspannungswicklung wird. Man erhält also, wie in Bild 16 gestrichelt als e_{2L_1} eingetragen, einen Abfall von E_2 .

Das zweite Ersatzschaltbild (Bild 15 c) berücksichtigt die Tatsache, daß die Kopplung zwischen L_1 und L_2 nicht beliebig eng ist, wie in Bild 15 b angenommen ist. Das Streufeld L_S ²⁾ zwischen den beiden Wicklungen erzwingt einen allmählichen Anstieg von $(e_2)_{III}$ in gleicher Weise wie eine Drosselspule von der Induktivität L_S im Zuge einer Leitung mit den Wellenwiderständen Z_1 und Z_{20} : die Zeitkonstante T_{L_S} dieses Anstiegs wird

$$T_{L_S} = \frac{L_S}{Z_1 + Z_{20}}. \tag{15}$$

Der Höchstwert, auf den die Spannung nach dieser Zeitkonstanten ansteigt, ist derselbe wie in Bild 15 b: er ist in Bild 16 strichpunktirt eingetragen. Daraus ergibt sich dann die resultierende Kurve für $(e_2)_{III}$, die bisher noch auf die Hochspannungsseite bezogen ist. Die tatsächlich auf der nichtgestoßenen Seite auftretende Spannung erhält man durch Umrechnung aus den Windungszahlen.

Bei kurzen Wanderwellen kann die Rechnung noch weiter vereinfacht werden, wenn die Zeitkonstante des Wanderwellenrückens τ_R vergleichbar wird mit der Zeitkonstanten T_{L_1} . Man kann dann die Wirkung von L_1 vernachlässigen und die über-

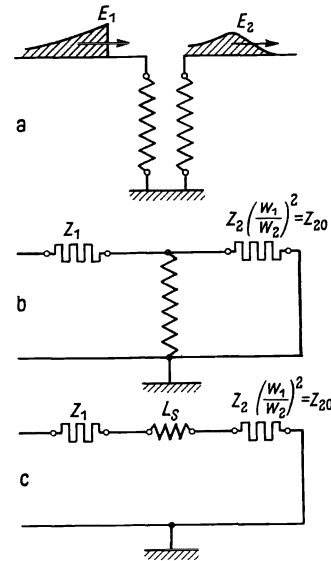


Bild 15. Ersatzschaltbilder zur Berechnung der magnetisch übertragenen Teilspannung.

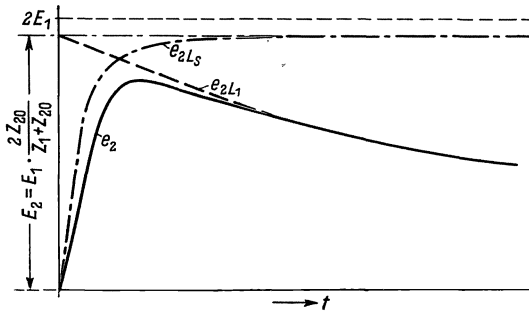


Bild 16. Die Aufteilung der magnetischen Teilspannung in Einzelspannungen.

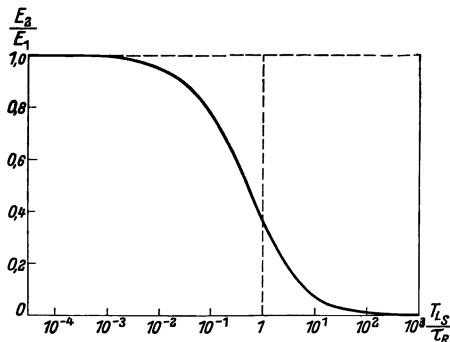
¹⁾ K. K. Palueff u. J. H. Hagenguth: siehe Fußnote 11 auf S. 53.
²⁾ L_S ist die aus der Kurzschlußmessung bestimmte Streuinduktivität.

tragene Spannung lediglich nach Bild 15c berechnen: Die auflaufende Welle sei gegeben mit

$$e_1 = E_1 \cdot \varepsilon^{-\frac{t}{\tau_R}}. \quad (16)$$

Dann wird nach R. Rüdberg¹⁾ die Spannung auf der Leitung Z_{20} , also auf der nichtgestoßenen Seite des Transformators,

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{2Z_{20}}{Z_1 + Z_{20}} \cdot \frac{E_1}{1 - \frac{T_{LS}}{\tau_R}} \left(\varepsilon^{-\frac{t}{\tau_R}} - \varepsilon^{-\frac{t}{T_{LS}}} \right). \quad (17)$$



Der Höchstwert E_2 ergibt sich zu

$$(E_2)_{III} = \frac{2Z_{20}}{Z_1 + Z_{20}} \cdot E_1 \left(\frac{T_{LS}}{\tau_R} \right)^{\frac{T_{LS}/\tau_R}{1 - T_{LS}/\tau_R}}, \quad (18)$$

und die Anfangsteilheit wird

$$\left[\frac{d(e_2)_{III}}{dt} \right]_{A=0} = \frac{2E_1}{L_s/Z_{20}}. \quad (19)$$

Bild 17. Das Verhältnis des Höchstwertes der magnetisch übertragenen Teilspannung zur Höhe der auflaufenden Stoß-

welle E_2/E_1 abhängig von $\frac{T_{LS}}{\tau_R}$.

$T_{LS} = \frac{L_s}{Z_1 + Z_{20}}$. τ_R = Rückzeitkonstante der Stoßwelle.

In Bild 17 ist $\left(\frac{T_{LS}}{\tau_R} \right)^{\frac{T_{LS}/\tau_R}{1 - T_{LS}/\tau_R}}$ abhängig von $\frac{T_{LS}}{\tau_R}$ aufgetragen. Dieser Wert gibt für $Z_{20} \gg Z_1$ die Spannung E_2 in Prozent von $2E_1$ an. Auch bei dieser Berechnung muß E_2 noch im Verhältnis der Windungszahlen umgerechnet werden.

D. Vergleich der gewonnenen Ergebnisse mit bisher vorliegenden Arbeiten.

Die von K. K. Palueff und J. H. Hagenguth angegebene Erklärung des Übertragungsvorgangs²⁾ ist nach den durchgeführten Rechnungen und Messungen richtig. Lediglich die von den beiden Verfassern gemachte Annahme, daß die kapazitiv übertragene Teilspannung und die in der Unterspannungswicklung angestoßene Eigenschwingung als zwei getrennte Teilspannungen anzusehen sind, kann nicht aufrechterhalten werden³⁾. Beide Vorgänge sind so eng gekoppelt, daß eine Auftrennung nicht möglich ist. Auch erklärt sich zwanglos, warum J. Rebhan, E. Reimann, E. Flegler, C. F. Harding und C. S. Sprague, K. K. Palueff, J. H. Hagenguth, A. M. Opsahl, A. S. Brookes und R. N. Southgate höhere Spannungen auf der Unterspannungsseite messen, als dem Übersetzungsverhältnis entspricht: sie führen die Versuche in einem Gebiet durch, in dem die kapazitive Übertragung noch von Einfluß ist. Sie arbeiten alle mit Stoßwellen, deren Stirndauer unter $1 \mu s$ liegen. Sehr schön zeigen auch die Versuche von K. K. Palueff und J. H. Hagenguth den Einfluß unterspannungsseitiger Belastung: Mit abnehmenden Werten von Z_2 (∞ bis 200Ω) nimmt auch das Stoßübersetzungsverhältnis von $1:3,3$ auf $1:8,45$ ab, während das stationäre Übersetzungsverhältnis $1:7,05$ beträgt. W. A. McMorris, K. K. McEachron und L. Saxon arbeiten mit längeren Wellenstirnen, sie erhalten Werte für die übertragene Spannung, die höchstens dem Übersetzungsverhältnis entsprechen, ja sogar teilweise noch darunterliegen⁴⁾. Eine weitere Folge-

¹⁾ R. Rüdberg: Elektrische Schaltvorgänge, 3. Aufl., S. 480 u. 139. Berlin 1933.

²⁾ Siehe S. 54.

³⁾ Auf diesen Punkt hat Herr Dr. R. Elsner nach dem Vorliegen der ersten Oszillogramme schon aufmerksam gemacht. Wir sind Herrn Dr. Elsner auch noch für manche andere kritische Bemerkung dankbar.

⁴⁾ Namentlich bei K. K. McEachron u. L. Saxon, die mit der längsten Wellenstirn ($3 \mu s$) arbeiten.

rung aus den hier durchgeführten Versuchen ist, daß bei unterspannungsseitigem Stoß höchstens eine Spannung in der Oberspannungswicklung auftreten kann, die dem Übersetzungsverhältnis entspricht, wie dies auch bei den Versuchen von D. Gabór, J. Röhrig und W. Krug der Fall ist. Dabei ist zu berücksichtigen, daß die Spannung längs der gestoßenen Unterspannungswicklung durch Reflexion ungefähr die doppelte Höhe der auflaufenden Stoßwelle E_1 erreicht.

Die Versuche der Zahlentafel zeigen also im Einklang mit den hier veröffentlichten, daß eine erhebliche Gefährdung der Unterspannungswicklung eines Transformators dann auftreten kann, wenn Wanderwellen kurzer Stirndauer auf den Transformator auftreffen. Gefährlich sind Stirndauern, die erheblich kleiner sind als die Eigenschwingungsdauer der nichtgestoßenen Wicklung, sofern außerdem diese Wicklung eine wesentlich geringere Windungszahl besitzt als die gestoßene Wicklung. Da die Eigenschwingungsdauer von Transformatorunterspannungswicklungen meistens mehr als eine Mikrosekunde beträgt und Gewitterüberspannungen mit Stirndauern von $1 \mu s$ und darunter nicht selten sind¹⁾, so sind Beschädigungen von unterspannungsseitig schwach belasteten Transformatoren durchaus möglich²⁾. Als vorbeugende Maßnahmen sollen Transformatoren unterspannungsseitig stets genügend belastet sein: es genügen Freileitungen oder auch Kabel, deren Erdkapazität groß ist im Verhältnis zur Kapazität zwischen Ober- und Niederspannungswicklung. Auch der etwa vorhandene Nullpunkt muß stets entsprechend geschützt werden.

Zusammenfassung.

Der Übertragungsvorgang von Wanderwellen auf die Unterspannungswicklung von Transformatoren wird an einem Transformatormodell mit dem Kathodenstrahl-oszillographen untersucht. Die Vorgänge lassen sich auch rechnerisch erfassen und werden außerdem mit Messungen aus anderen Arbeiten verglichen. Die übertragene Spannung läßt sich in drei Teilspannungen zerlegen:

1. Durch die Stirn der Stoßwelle wird in der Unterspannungswicklung des Transformators die Eigenschwingung angestoßen. Ihre Amplitude nimmt wesentliche Werte an, wenn die Stirndauer der Stoßwelle in die Größenordnung der Eigenschwingung kommt oder gar darunterliegt. In letzterem Falle können Amplitudenwerte von der Höhe der auflaufenden Welle erreicht werden.

2. Die in der gestoßenen Oberspannungswicklung sich ausbildenden Eigenschwingungen werden induktiv mit einer Voreilung von 90° annähernd im Verhältnis der Windungszahlen auf die Unterspannungswicklung übertragen.

3. Die auflaufende Stoßwelle wirkt ferner induktiv auf die nichtgestoßene Seite. Der zeitliche Verlauf der Spannung auf der nichtgestoßenen Seite wird durch die Kurzschlußinduktivität des Transformators umgebildet in gleicher Weise wie durch die Induktivität im Zuge einer Leitung. Die Höhe der übertragenen Spannung ist deshalb abhängig von der Länge des Rückens und erreicht im Grenzfalle einer auflaufenden Welle mit sehr langem Rücken den Wert, der sich aus dem Übersetzungsverhältnis errechnen läßt.

¹⁾ H. Neuhaus u. R. Strigel: siehe Fußnote 1 auf S. 56.

²⁾ Über Messungen an ausgeführten Transformatoren wird in nächster Zeit Herr Dr. R. Elsner in der Elektrotechn. Z. berichten.

Vergleichende Untersuchungen über Gleich- und Wechselspannungskorona an Doppelleitungen.

Von Robert Strigel.

Mit 40 Bildern.

Mitteilung aus dem Laboratorium des Dynamowerkes der Siemens-Schuckertwerke A.-G. zu Siemensstadt.

Eingegangen am 21. Oktober 1935.

Inhaltsübersicht.

- | | |
|---|--|
| A. Einleitung. | |
| B. Versuchsanordnung. | |
| 1. Die Messung der Gleichspannungskorona. | 3. Der Einfluß des Drahtdurchmessers bei gleichbleibendem Leiterabstand. |
| 2. Die Messung der Wechselspannungskorona. | 4. Der Einfluß der Leiteroberfläche und des Leitermaterials. |
| 3. Die Leitungsanordnung. | 5. Der Einfluß der Welligkeit auf die Gleichspannungskorona. |
| 4. Gang einer Messung. | |
| C. Vergleichsmessungen an der Doppelleitung zwischen Gleich- und Wechselspannungskorona. | D. Witterungseinflüsse auf die Gleichspannungskorona. |
| 1. Der Einfluß des Drahtdurchmessers bei festem Verhältnis von Drahtdurchmesser zu Leiterabstand. | E. Folgerungen für die praktische Betriebsspannung. |
| 2. Der Einfluß des Leiterabstandes. | F. Ergebnisse.
Zusammenfassung. |

A. Einleitung.

Bei der Diskussion des Problems der Gleichstromkraftübertragung¹⁾ spielt die Frage der Gleichspannungskorona eine wesentliche Rolle; es wurden daher in den letzten Jahren eine Reihe systematischer Untersuchungen über die Gleichstromkorona durchgeführt. Neben eingehenden Versuchen in Laboratoriumsräumen²⁾ liegen Messungen an im Freien ausgespannten Leitungen vor³⁾. Jedoch fehlen fast gänzlich Messungen, die den Vergleich zwischen Wechselspannungs- und Gleichspannungskorona unter denselben Witterungsbedingungen erlauben. Die vorliegende Arbeit hat den Zweck, solche Vergleichsmessungen an Doppelleitungen durchzuführen und außerdem die Wettereinflüsse auf die Gleichspannungskorona näher zu untersuchen.

¹⁾ O. Burger: Berechnung von Gleichstromkraftübertragungen. Berlin 1932. — H. Piloty: Elektrische Hochleistungsübertragung auf weite Entfernung. Herausgegeben von R. Rüdtenberg. Berlin 1932 — A. Matthias: Elektrotechn. Z. **56** (1935) S. 601.

²⁾ J. E. Almy: Amer. J. Sci. (4) **12** (1901) S. 175. — V. Schaffers: Physik. Z. **14** (1913) S. 981; **15** (1914) S. 405. — C. S. Fazel u. S. R. Parsons: Physic. Rev. **23** (1924) S. 598. — W. Stockmeyer: Wiss. Veröff. Siemens-Konz. **XIII**, 2 (1934) S. 27. — H. Prinz: Diss. München, inger. 18. 12. 1934.

³⁾ E. Marx u. H. Göschel: Elektrotechn. Z. **54** (1933) S. 1112. — A. Matthias: a. a. O. — E. Kühn: Elektrotechn. Z. **56** (1935) S. 609 und Diss. Dresden 1935.

Die Messungen wurden an Kupferrunddrähten von 1, 3, 5, 8 und 12 mm und an Kupfer-Hohlseilen von 25 mm Durchmesser ausgeführt, die im Freien ausgespannt waren. Um auch zu Zeiten rascher Witterungsänderungen messen zu können, war die Wechselspannungs- und die Gleichspannungserzeugeranordnung so aufgebaut, daß eine Umschaltung von Gleichspannung auf Wechselspannung innerhalb kürzester Frist möglich war. Die Versuche wurden während des Sommerhalbjahres 1935 in Siemensstadt bei den verschiedensten Witterungsverhältnissen durchgeführt; die Einflüsse von Oberflächenbeschaffenheit der Leiter, von Leitermaterial und Leitungsabstand wurden außerdem noch näher untersucht.

B. Versuchsanordnung.

1. Die Messung der Gleichspannungskorona.

Die Gleichspannung wurde in der bekannten Doppelwellenschaltung erzeugt (Bild 1). Ein Umspanner T für 200 kV_{eff}, dessen Mittelpunkt geerdet war, arbeitete in jedem der beiden Umspannerzweige über 2 in Reihe geschaltete Glühventile (V_1 und V_2 bzw. V_3 und V_4) auf die Kondensatorbatterien C_K . Die Sperrspannung der Glühkathodengleichrichter betrug 180 kV_{max}; ihr Sättigungsstrom war 400 mA. Um eine gleichmäßige Spannungsverteilung über den in Reihe geschalteten Gleichrichter zu erzielen, wurde den Gleichrichtern V_1 und V_3 , die an die Umspannerklemmen angeschlossen waren, die Kapazität C_V (etwa 0,14 μ F parallel geschaltet¹). Die Kapazität der beiden Kondensatorbatterien C_K betrug je 0,078 μ F, also die resultierende Kapazität, wenn beide Batterien in Reihe geschaltet waren, 0,039 μ F. In dieser Anordnung konnten bis zu 325 kV Gleichspannung erzeugt werden. Wichtig für die Beurteilung der Messungen ist die Frage der Welligkeit dieser Gleichspannung: bei einem Entladestrom der Kondensatorbatterie von 3 mA, dem Höchstwerte, der im Verlauf der Messungen erreicht wurde, und einer Entladezeit von einer Halbperiode bei 50 Hz (10^{-2} s) wird die absolute Welligkeit

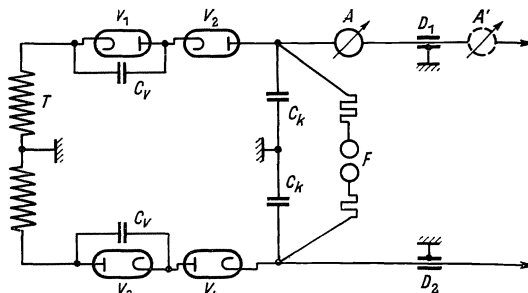


Bild 1. Gleichspannungserzeugeranlage.

wird die absolute Welligkeit

$$\Delta U = \frac{3 \text{ mA} \cdot 10 \text{ ms}}{0,039 \mu\text{F}} = 770 \text{ V}.$$

Die Welligkeit beträgt im ungünstigsten Falle (Draht von 0,1 mm Durchmesser bei 80 kV Entladespannung) somit etwas weniger als 1%, bei der höchsten Spannung (325 kV) nur noch etwa 0,25%.

Die Spannung an der Leitung wurde durch Ablesung der Unterspannung des Umspanners bestimmt, nachdem diese zunächst mit einer 25-cm-Kugelfunkenstrecke (F) geeicht war²). Diese Art der Spannungsmessung ist zulässig, da Gleichrichterrohre mit zylindrischer Anode verwendet wurden, und solche Gleichrichterrohre keinen anormalen Spannungsabfall aufweisen³). Außerdem wurde die Richtigkeit der Span-

¹) H. Starke u. R. Schröder: Arch. Elektrotechn. **26** (1932) S. 301.

²) Für die Umrechnung von Schlagweite auf Spannung wurde die von S. Frank (Meßentladungstrecken. Berlin 1931) auf S. 177 angegebene Tabelle verwendet.

³) R. Strigel: VDE-Fachberichte 1929.

nungsmessung durch gelegentliche Stichproben mit der Kugelfunkenstrecke nachgeprüft. Der Koronastrom wurde mit einem Drehspulinstrument (A bzw. A') mit einer Empfindlichkeit von 50 Sk.-T./mA gemessen. Das Instrument war an der Durchführung vom Laboratoriumsraum ins Freie (D_1) befestigt, und zwar für die Leiter kleineren Durchmessers im Innenraum, für die Leiter größeren Durchmessers im Freien. Die Ablesung erfolgte in beiden Fällen durch Fernrohr.

Bei den Untersuchungen über den Einfluß der Welligkeit auf die Koronaverluste wurde die Kondensatorbatterie von $0,039 \mu\text{F}$ durch eine solche von $0,0025 \mu\text{F}$ ersetzt; dieser war ein mit Anzapfungen versehener Widerstand von $10 \text{ M}\Omega$ aus Widerstandskordel parallel geschaltet. Der Prozentsatz der Welligkeit wurde mit dem Siemens-Schleifenzillographen zu 49 % bestimmt, und der Höchstwert der Gleichspannung mit der Kugelfunkenstrecke ermittelt.

2. Die Messung der Wechselfspannungskorona.

Die Messung der Wechselfspannungskorona erfolgte wattmetrisch. Als Wattmeter wurde ein Lichtmarkenleistungsanzeiger verwendet, der bereits bei $\cos \varphi = 0,02$ Vollausschlag hatte¹⁾. Bis zu Spannungen von $240 \text{ kV}_{\text{max}}$ war die Schaltung so getroffen, daß die Spannungsspule des Lichtmarkenleistungsanzeigers (W) in die geerdete Verbindungsleitung der beiden Oberspannungswicklungen des Transformators eingebaut war, während die Stromspule von der Unterspannung des Transformators erregt wurde (Bild 2). Durch die Drossel L und den zu ihr parallel liegenden Widerstand R_L konnte der Phasenwinkel zwischen dem Vektor der Unterspannung und auf demjenigen der Oberspannung abgeglichen werden²⁾. Die Abgleichung wurde noch dadurch nachgeprüft, daß bei rein kapazitiver Belastung des Kondensators in die geerdete Verbindungsleitung der beiden Oberspannungswicklungen Karbowid-Widerstände von $1 \text{ M}\Omega$ geschaltet, und die errechneten Stromwärmeverluste in diesen Widerständen mit der Leistungsanzeige

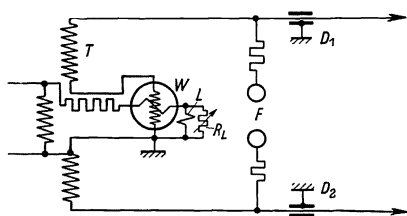


Bild 2. Meßschaltung bei Wechselspannungen bis $240 \text{ kV}_{\text{max}}$.

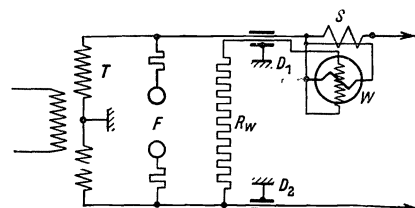


Bild 3. Meßschaltung bei Wechselspannungen über $240 \text{ kV}_{\text{max}}$.

des Leistungsmessers verglichen wurden. Dabei ergaben sich die errechneten Stromwärmeverluste höchstens um etwa 2 % kleiner als die mit dem Leistungsmesser ermittelten Verluste. Die Oberspannung wurde wieder aus den unterspannungsseitig eingestellten Spannungswerten bestimmt, nachdem zunächst eine Eichung mit der Kugelfunkenstrecke (F) vorausgegangen war.

Bei Spannungen, die höher als $240 \text{ kV}_{\text{max}}$ waren, wurde der Leistungsanzeiger auf Hochspannung angeordnet, da einmal bei diesen hohen Spannungen der Fehlwinkel zwischen Unter- und Oberspannung infolge der allmählich einsetzenden Eisensättigung nicht mehr genügend konstant war, und andererseits auch die Isolationsverluste in der Umspannerwicklung und den Durchführungen bei kleinen

¹⁾ Siehe Arch. Techn. Mess. V 3148, Juli 1935.

²⁾ Die Leistungsmessung wurde auf Vorschlag von Herrn Dr. W. Thal und Herrn Dr. W. Krämer in der angegebenen Weise ausgeführt.

Werten der Koronaverluste nicht mehr vernachlässigt werden konnten. Deshalb wurde für diese Spannungen der Leistungsanzeiger über einen Stromwandler $0,5/5$, der einen Winkelfehler von weniger als 3 Minuten besaß, in die Koronaleitung unmittelbar an der Durchführung (D_1) angebracht. Die Spannungsspule wurde an die andere Leitung über einen Widerstand von $10\text{ M}\Omega$ aus Widerstandskordel (R_W) angeschaltet. Auf eine Abgleichung des Fehlwinkels wurde verzichtet; es wurde vielmehr die durch den festen Fehlwinkel bedingte Fehlweisung des Leistungsanzeigers von den Meßwerten abgezogen.

3. Die Leitungsanordnung.

Die Leitung war von einem Balkon auf dem Dach des Laboratoriumsgebäudes zu einem im Hofe aufgestellten Gerüst gespannt. Ihre Länge betrug etwa 48 m. Die Maße von Gebäude und Gerüst sind aus Bild 4 zu ersehen. Die Zuleitung von der Spannungserzeugeranlage, die im obersten Stockwerk untergebracht war, war so gewählt, daß ihr Koronaverlust gegenüber dem Leistungsverlust vernachlässigt werden konnte: sowohl Abstand der Zuleitungen wie auch Leitungsdurchmesser wurden größer als bei der zu untersuchenden Leitung gewählt. Bild 5 zeigt die Zuleitungsführung beim 25-mm-Hohlseil: man erkennt die aus den Fenstern herausragenden Durchführungen (für $200\text{ kV}_{\text{eff}}$), an der linken ist in den zylinderförmigen Topf das Wattmeter für die Koronamessung bei Wechselspannung angebracht, an der rechten in der Sprühkappe das Drehspulinstrument für die Messung bei Gleichspannung. Die Zuleitungen haben 32 mm Durchmesser.

Der lagermäßig bezogene Leitungsdraht hatte je nach Leitungsdurchmesser mehr oder minder tiefe, zum Teil außerordentlich scharfkantige Riefen. Um eine vergleichbare Oberflächenbeschaffenheit der Drähte zu erreichen, wurden daher die Drähte mit Schmirgelleinen 1/0 abgerieben. Der Einfluß dieses Abschmirgeln auf die Koronaverlustleistung wird späterhin noch behandelt.

Die Leitung war an Hängeisolatoren der Hermsdorff-Schomburg-Isolatoren-G. m. b. H. des Typs K 3 aufgehängt. Der Verlustfaktor eines solchen Isolators bei 150 Hz und dessen Verluste bei 50 Hz sind in Bild 6 wiedergegeben¹⁾. Dieses Bild läßt erkennen, daß der Verlust des Isolators bei etwa $12,5\text{ kV}_{\text{eff}}$ merklich wird. Bild 7 zeigt den Verlust einer 5gliedrigen Hängekette für Gleich- und Wechselspannung,

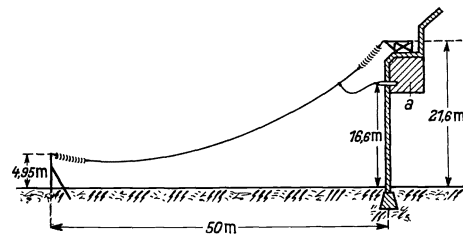


Bild 4. Anordnung und Maße der Hochspannungsleitung.
a Hochspannungsraum.



Bild 5. Anordnung der Instrumente und Führung der Zuleitungen.

¹⁾ Nach Messungen von Herrn Dipl.-Ing. R. Bauer.

wie er in der beschriebenen Versuchsanordnung gemessen wurde, a) bei Regen, b) nach 14tägigem Hängen in Luft in verschmutztem Zustand und c) in geputztem Zustand.

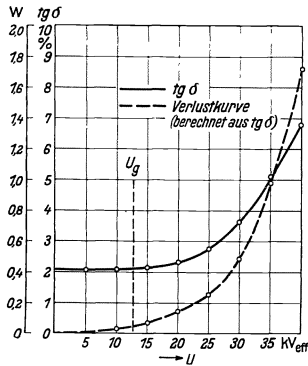


Bild 6. $\text{tg } \delta$ -Kurve, gemessen bei $\nu = 150$ Hz, und Verlustkurve für $\nu = 50$ Hz eines Isolators des Typs K 3. (Kapazität des Einzelgliedes 50 pF.)

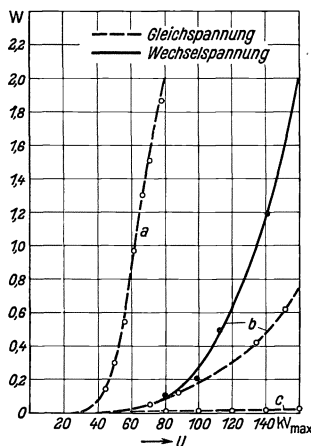


Bild 7. Verluste einer fünfgliedrigen Hängekette aus Isolatoren des Typs K 3. a) bei Regen, b) nach 14tägigem Hängen an Luft, c) in frisch geputztem Zustand.

Während der Verlust der sauberen Isolatorenkette selbst bei $160 \text{ kV}_{\text{max}}$ noch kaum merklich ist, erreicht er in verschmutztem Zustand schon erhebliche Werte und steigt bei Regen noch vielfach stärker an¹⁾. Die Isolierung wurde bei den Messungen so getroffen, daß der Ableitungsverlust über den Isolatoren in verschmutztem Zustand um mindestens eine Zehnerpotenz kleiner war als der Koronaverlust der Leitung. Die 5gliedrige Kette wurde daher nur zu Messungen benützt, bei denen die Spannung des Einzelleiters gegen Erde nicht mehr als $80 \text{ kV}_{\text{max}}$ betrug. Beim 25-mm-Hohlseil, bei dem die Spannung zwischen Leiter und Erde $162,5 \text{ kV}_{\text{max}}$ erreichte, wurde dementsprechend eine 10gliedrige Kette verwendet.

4. Gang einer Messung.

Vor jeder Messung wurde zunächst die Leitung unter Spannung gesetzt, da sich herausstellte, daß sich beim ersten Hochfahren der Leitung stets zu hohe Werte für den Koronaverlust ergaben, die offensichtlich durch lose anhaftenden Staub bedingt waren. Dann wurde eine Messung bei Gleichspannung vorgenommen, daraufhin auf Wechselspannung umgeschaltet, und die Wechselspannungsmessung durchgeführt. Nach dieser wurde wieder auf Gleichspannung zurückgeschaltet und nochmals bei Gleichspannung gemessen; auf diese Weise konnte man sofort erkennen, ob sich inzwischen die atmosphärischen Verhältnisse geändert hatten. Nur bei den ersten Versuchen an der Doppelleitung von 1 mm Drahtdurchmesser und späterhin noch bei rasch sich ändernden Wetterlagen (Schauerregen!) wurde keine Kontrollmessung vorgenommen.

C. Vergleichsmessungen an der Doppelleitung zwischen Gleich- und Wechselspannungskorona.

1. Der Einfluß des Drahtdurchmessers bei festem Verhältnis von Drahtdurchmesser und Leiterabstand.

Diese Vergleichsmessungen wurden an Rundkupferleitungen von 3, 5, 8 und 12 mm Leiterdurchmesser und an einem Kupferhohlseil von 25 mm Durchmesser vorgenommen. Das Verhältnis zwischen Leiterabstand s und Leiterdurchmesser d war bei den 4 Rundkupferleitungen zu 200 gewählt, ein Wert, der praktischen Verhältnissen entspricht. Beim Hohlseil wurde s/d aus Gründen der räumlichen Anordnung etwas geringer angenommen, nämlich zu 150. In Bild 8 ist die Koronaverlustleistung in W/km für Gleich- und Wechselspannung an der Rundkupferdoppelleitung von

¹⁾ S. auch H. Obenaus: Hescho-Mitt. 1933 Heft 70 und Diss. Dresden 1933.

3 mm Leiterdurchmesser abhängig vom Höchstwert der an die Leitung angelegten Spannung aufgetragen. Die Aufnahme der Kurven ist in der bereits beschriebenen Art vorgenommen worden: zunächst wurde die Verlustkurve bei Gleichspannung ermittelt, dann die Verlustkurve bei Wechselspannung aufgenommen, und daraufhin nochmals eine Kontrollmessung bei Gleichspannung durchgeführt. Das Bild läßt deutlich die Übereinstimmung dieser Kontrollmessung mit der zuerst aufgenommenen Verlustkurve erkennen. Der Koronaverlust bei Gleichspannung ist unterhalb $72 \text{ kV}_{\text{max}}$ höher als derjenige bei Wechselspannung, oberhalb dieses Spannungswertes kehren sich jedoch die Verhältnisse um. Da man im praktischen Betrieb im untersten Teil der Koronakennlinie arbeitet, so ist dieser von größter technischer Wichtigkeit. Um gerade den unteren Bereich der Verlustkurve deutlicher darstellen zu können, wurde die Koronaverlustleistung im logarithmischen Maßsystem aufgetragen. Man erhält dann die Darstellung des Bildes 9 für die Bild 8 zugrunde liegenden Messungen.

Nicht immer ließ sich, namentlich bei den Leitungen größeren Durchmessers, die höhere Meßspannungen erforderlich machten, die Umschaltung von Gleich- und Wechselspannung so rasch durchführen, daß inzwischen nicht Witterungsveränderungen Einfluß auf die Koronaverlustleistung gewannen. Aber auch in diesem Falle ist stets das Überschneiden der Verlustkurven unter gleichwertigen Witterungsverhältnissen sichergestellt, wie die in Bild 10 und 11 wiedergegebenen Messungen beweisen. Sie sind an der Kupferleitung von 12 mm Durchmesser während mehrerer Stunden ausgeführt und zeigen trotz der teilweise schon starken Änderungen der Verlustleistung noch einwandfreies Überschneiden der Gleich- und Wechselspannungskoronakennlinien.

In den Bildern 12 bis 16 sind für verschiedene Witterungsverhältnisse die Vergleichskurven für Gleich- und Wechselspannung an der 3-, 5-, 8- und 12-mm-Leitung und dem 25-mm-Hohlseil wiedergegeben. Jede Leitung blieb solange auf der Versuchsstrecke, bis einwandfreie Schönwetterkurven vorlagen. Die Messungen an der 12-mm-Leitung und an der 25-mm-Hohlseilleitung wurden länger ausgedehnt, so daß für diese Leitungen auch die Koronaverlustleistung bei schauerartigen Regenfällen miterfaßt wurde. Um die Bilder übersichtlicher zu machen, sind die Grenz-

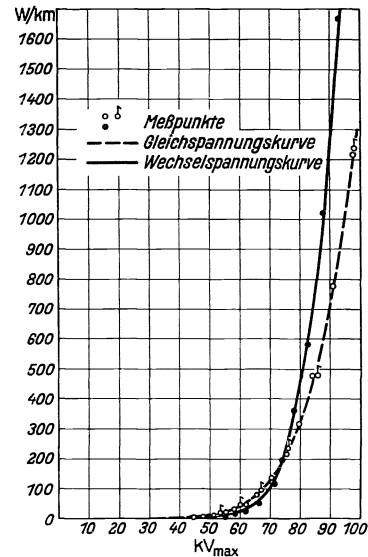


Bild 8. Koronaverlust einer Doppelleitung mit 3 mm Drahtdurchmesser für $s/d = 200$ bei Gleich- und Wechselspannung. Verlustleistung in linearer Darstellung. s Leiterabstand, d Leiterdurchmesser.

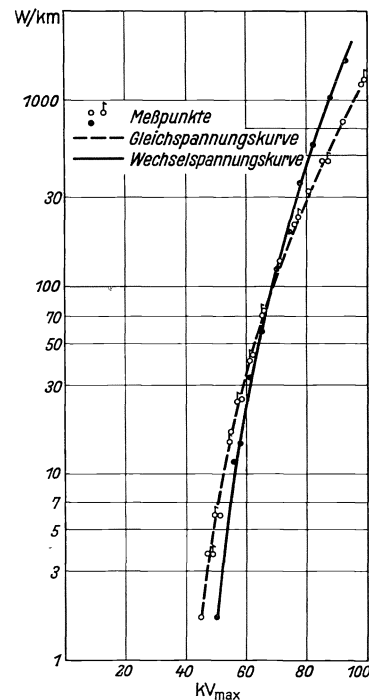


Bild 9. Die Meßkurven des Bildes 8 bei logarithmischer Darstellung der Koronaverlustleistung.

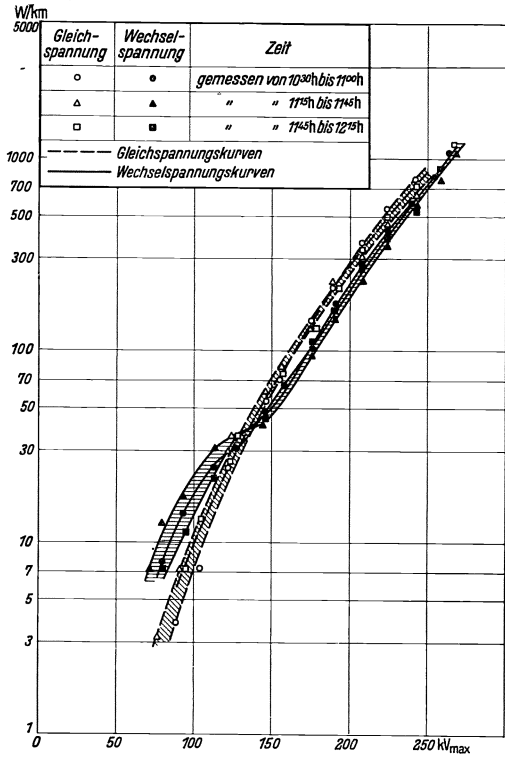


Bild 10. Reproduzierbarkeit der Koronakennlinien: Messungen am 18. 6. 35. Leiterdurchmesser $d = 12$ mm, Leiterabstand $s = 2,4$ m, $s/d = 200$.

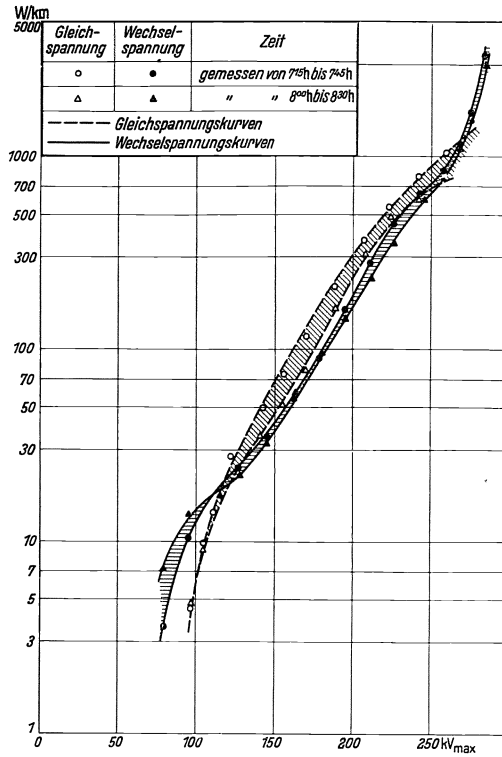


Bild 11. Reproduzierbarkeit der Koronakennlinien: Messungen am 18. 6. 35. Leiterdurchmesser $d = 12$ mm, Leiterabstand $s = 2,4$ m, $s/d = 200$.

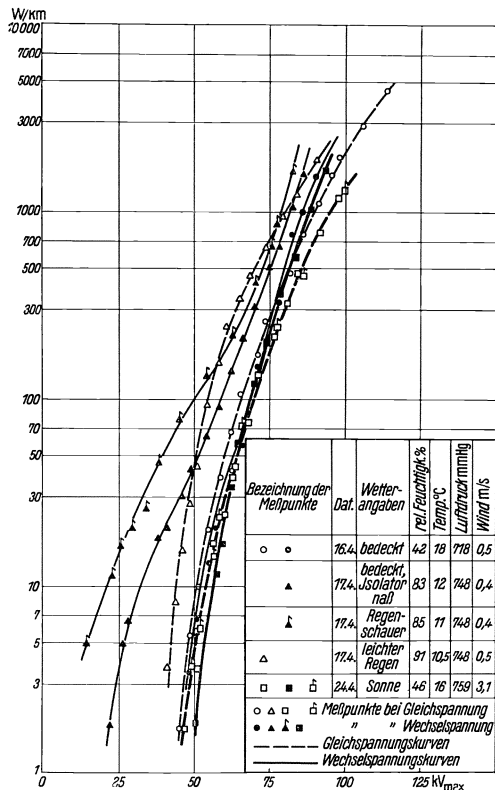


Bild 12. Gleich- und Wechselspannungskorona der Doppelleitung. Leiterdurchmesser $d = 3$ mm, Leiterabstand $s = 0,6$ m, $s/d = 200$.

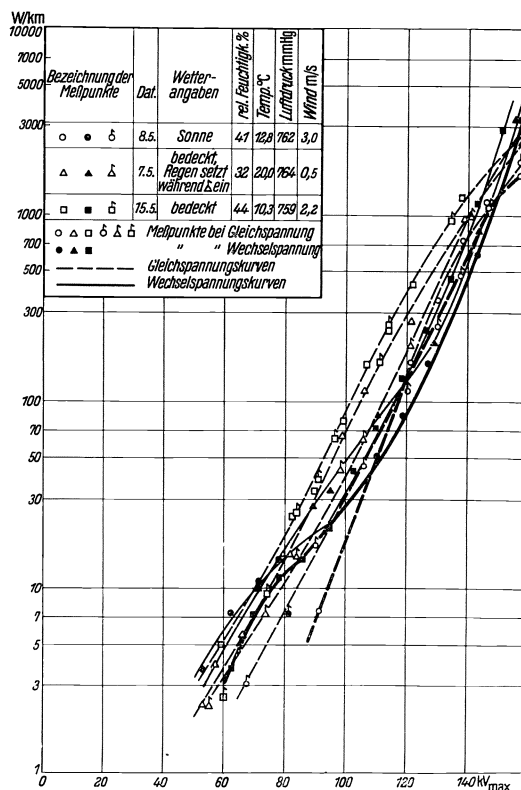


Bild 13. Gleich- und Wechselspannungskorona der Doppelleitung. Leiterdurchmesser $d = 5$ mm, Leiterabstand $s = 1,0$ m, $s/d = 200$.

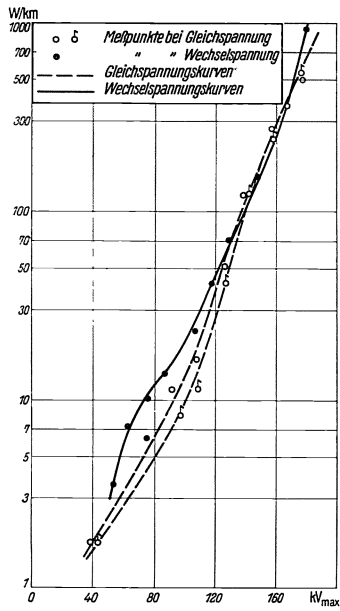


Bild 14. Gleich- und Wechselspannungskorona der Doppelleitung. Messung am 6. 5. bei Sonne, relative Luftfeuchtigkeit 48%, Temperatur 21°C, Luftdruck 766 mm Hg, Windstärke 0,35 m/s. Leiterdurchmesser $d = 8$ mm, Leiterabstand $s = 1,6$ m, $s/d = 200$.

kurven, die bei den einzelnen Leitungen für extreme Witterungsverhältnisse erhalten wurden, stärker ausgezogen. Es sei auch noch ausdrücklich bemerkt, daß diese Kurven in der Zeit von 7.30 Uhr morgens bis etwa 16.30 Uhr nachmittags aufgenommen wurden, also die Koronaverhältnisse am Tage wiedergeben.

Die Bilder lassen erkennen, daß eine sehr starke Abhängigkeit der Koronaverlustleistung vom Wetter besteht, so sind z. B. die Verluste bei Regen um eine volle Zehnerpotenz höher als bei Sonnenschein. Dieser experimentelle Befund steht zunächst in Widerspruch mit einer kürzlich erschienenen Arbeit von E. Kühn¹⁾,

¹⁾ E. Kühn: a. a. O.

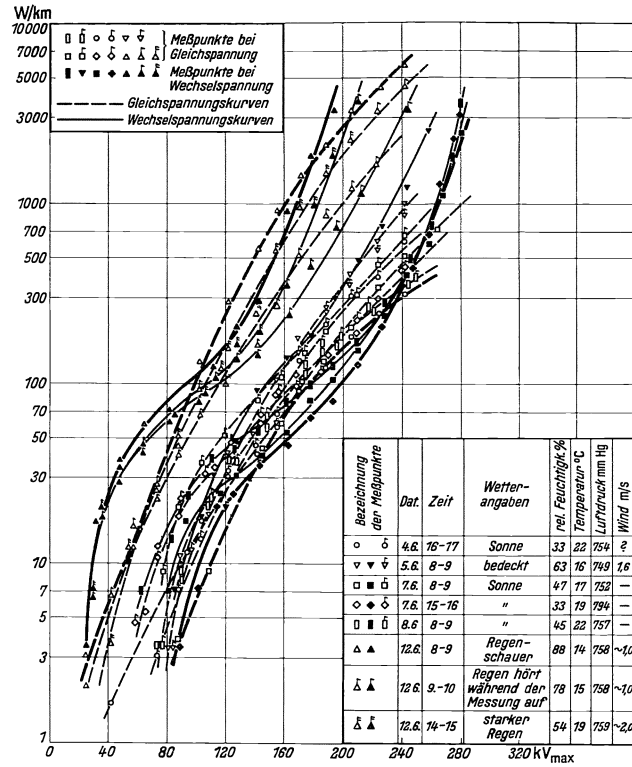


Bild 15. Gleich- und Wechselspannungskorona der Doppelleitung. Leiterdurchmesser $d = 12$ mm, Leiterabstand $s = 2,4$ m, $s/d = 200$

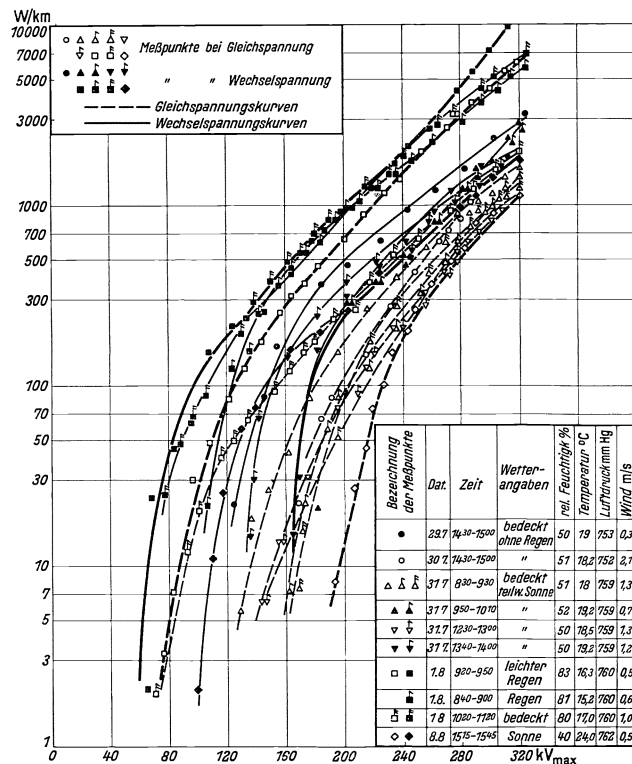


Bild 16. Gleich- und Wechselspannungskorona der Doppelleitung. Drahtdurchmesser $d = 25$ mm, Drahtabstand $s = 3,75$ m, $s/d = 150$.

der diese Witterungsunterschiede in der Koronaverlustleistung bei Gleichspannung lediglich auf stark vergrößerte Isolatorenverluste zurückführen will. Es wurde deshalb für die 12-mm-Leitung in einem Fall Isolatorenverlust und Koronaverlust bei Gleichspannung getrennt ermittelt. Die Ergebnisse sind in Bild 17 dargestellt und zeigen deutlich, daß auf Grund der früher erwähnten Isolatorkettenanordnung¹⁾ bei den wiedergegebenen Messungen der Isolatorenverlust weniger als 10% ausmacht, und daß also die Erhöhung der Koronaverlustleistung bei Regen für die wiedergegebenen Messungen keinesfalls durch Erhöhung der Isolatorenverluste erklärt werden kann.

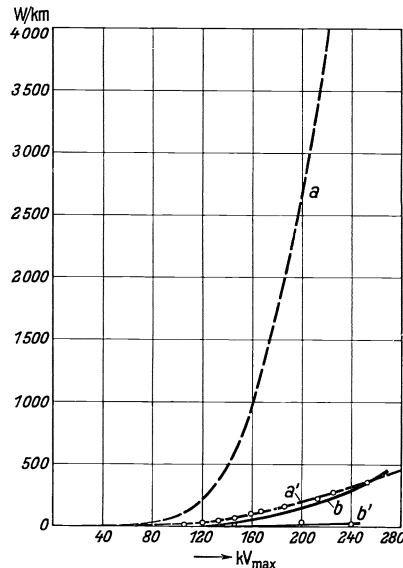


Bild 17. Korona- und Isolatorenverlust einer Doppelleitung von 12 mm Durchmesser für $s/d = 200$ bei Gleichspannung. Leiterabstand $s = 2,4$ m, Leiterdurchmesser $d = 12$ mm. Isolatoren: 4 Ketten aus je 6 Isolatoren des Typs K 3. Jede Kette mit der halben Spannung beansprucht (Spannung gegen Erde!).

a Koronaverlust bei Regen, *a'* Isolatorenverlust bei Regen, *b* Koronaverlust bei Sonne, *b'* Isolatorenverlust bei Sonne.

zu Beginn jeder Halbwelle auf. Wird eine Spannung an die Leitung gelegt, die so bemessen ist, daß die Koronaanfangsspannung nur wenig überschritten wird, so ist bei der Gleichspannungskorona eine stetige Erzeugung und ein stetiges Abwandern von Ladungsträgern vorhanden; bei der Wechsellspannungskorona dagegen werden nur in einem kurzen Zeitabschnitt der Halbwelle Ladungsträger erzeugt; der Verlust, der durch die Erzeugung und Abwanderung der Ladungsträger herrührt, wird also erheblich geringer sein als bei der Gleichspannungskorona. Außerdem werden auch die Umladungsverluste beim Polaritätswechsel der Leitungsdrähte noch gering sein, da nur sehr wenig Ladungsträger sich im Feldraum befinden

¹⁾ Siehe S. 72.

²⁾ Siehe z. B. A. v. Engel u. M. Steenbeck: Elektrische Gasentladungen 2 (Berlin 1934) S. 211. — R. Holm: Wiss. Veröff. Siemens-Konz. IV, 1 (1925) S. 14 — Arch. Elektrotechn. 28 (1927) S. 517. Ein derartiges Überschneiden haben auch E. Marx u. H. Göschel a. a. O. für die unipolare Koronarentladung (ein Leiter gegen Erde) gefunden.

werden. Erst wenn die Koronaanfangsspannung erheblich überschritten wird, nehmen die Umladungsverluste an relativer Stärke zu und erhöhen die Koronaverluste bei Wechselspannung gegenüber denen bei Gleichspannung; der Verlust an Ladungsträgern bleibt aber immer noch hinter dem der Gleichspannungskorona zurück.

Während bei der Leitung mit 3 mm Leiterdurchmesser die Verhältnisse noch klar erkennbar sind, werden diese bei den Leitungen mit größerem Leiterdurchmesser erheblich verwickelter. So zeigt sich schon bei der Leitung mit 5 mm Leiterdurchmesser und noch deutlicher bei den Leitungen größeren Durchmessers ein wesentlicher Unterschied gegenüber der Verlustkurve der 3-mm-Leitung. Während an

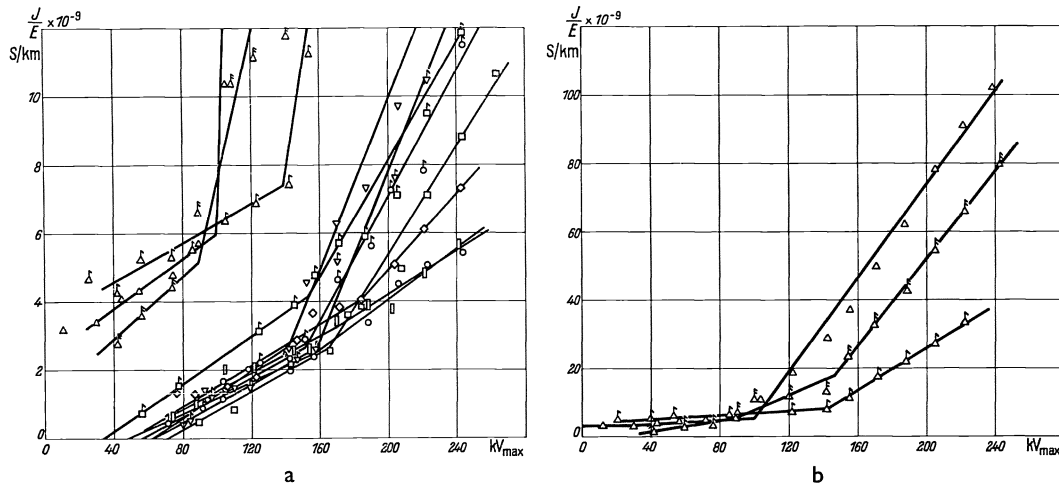


Bild 18. Leitwertkennlinien bei Gleichspannung abhängig von der Koronaspannung a) bei gutem Wetter, b) bei Regenwetter.

Bezeichnung der einzelnen Meßpunkte und Angaben über Witterung und Leitung siehe Bild 15.

dieser zunächst die Verlustkurve der Gleichspannungskorona über der der Wechselspannungskorona liegt, und sich die beiden Kurven oberhalb 72 kV_{max} überschneiden, ist bei den Leitungen größeren Leiterdurchmessers der Koronaverlust bei Gleichspannung nur noch in einem mittleren Bereich, z. B. bei der Leitung von 5 mm Leiterdurchmesser zwischen den Spannungswerten 110 und 150 kV_{max} , höher als bei Wechselspannung. Die Messungen lassen es sogar als wahrscheinlich erscheinen, daß bei Verlängerung der Kurven bis zu ganz geringen kilometrischen Verlusten (etwa unterhalb von 2 W/km) sich die Kurven nochmals überschneiden, so daß unterhalb dieses Wertes der Koronaverlust bei Gleichspannung wieder höher liegt als der bei Wechselspannung. Einblick in den zunächst eigenartig erscheinenden Verlauf der Verlustkurven gibt eine Darstellungsweise, die zuerst von H. Prinz¹⁾ bei seinen Untersuchungen über Gleichspannungskorona angewandt wurde. Er trägt das Verhältnis aus Koronastrom und Koronaspannung, das er „Koronaleitwert“ nennt, über der Koronaspannung auf und erhält für die Abhängigkeit zwischen diesen beiden Größen eine Gerade. Diese sagt zunächst nichts weiter aus, als daß die Abhängigkeit zwischen Koronastrom und Koronaspannung sich innerhalb des untersuchten Bereiches durch eine Parabel darstellen läßt. Trägt man aber nun, wie es für die Leitung von 12 mm Durchmesser in Bild 18a und b für die Gleichspannungsmessungen geschehen ist,

¹⁾ H. Prinz: a. a. O.

den „Koronaleitwert“ über die Spannung auf, so erhält man 2 verschieden geneigte, gerade Äste für jede Kurve. Man wird also annehmen können, daß die Koronaentladung in den beiden Ästen verschiedene Entstehungsursachen hat; die Anfangsspannung des ersten Astes beträgt im Mittel $60 \text{ kV}_{\text{max}}$, die des zweiten Astes $160 \text{ kV}_{\text{max}}$. Spannung und Feldstärke sind bei der Doppelleitung durch die Beziehung verknüpft

$$U = \mathcal{E} \cdot 2 \cdot r \ln\left(\frac{s-r}{r}\right),$$

wobei U die an die Leitung angelegte Spannung in V, \mathcal{E} die dieser Spannung entsprechende Feldstärke an der Leiteroberfläche in V/cm, r den Leiterhalbmesser und s den Leiterabstand in cm bedeuten. Die Anfangsfeldstärken der beiden Äste betragen somit etwa $8,3$ bzw. $22,3 \frac{\text{kV}_{\text{max}}}{\text{cm}}$. Schon aus dem Vergleich dieser Feldstärkenwerte erkennt

Bild 19. Bestimmung der Anfangsfeldstärke für beide Polaritäten. Leiterdurchmesser $d = 5 \text{ mm}$, Leiterabstand $s = 1,0 \text{ m}$.

man, daß der erste Ast, dessen Anstieg auch wesentlich flacher ist als der des zweiten Astes, von der Korona einzelner Unebenheiten des Drahtes herrühren dürfte. H. Prinz hat nun gefunden, daß die Korona des negativen Drahtes in weit stärkerem Maße von den Rauigkeiten der Leiteroberfläche abhängig ist als die Korona des

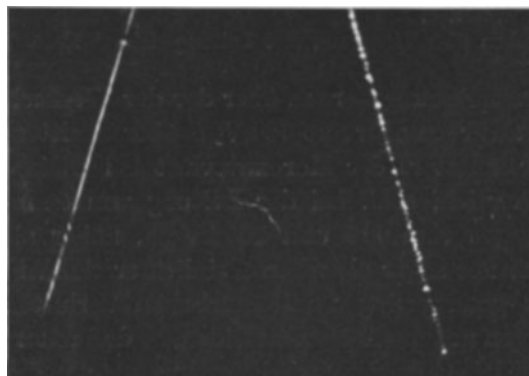


Bild 20. Aufnahme der Gleichspannungskorona an einer Doppelleitung. Leiterdurchmesser $d = 5 \text{ mm}$, Leiterabstand $s = 1 \text{ m}$. $U = 220 \text{ kV}_{\text{max}}$, Belichtungszeit bei Blende 11: $\frac{1}{2}$ Stunde auf Agfa-Isochromplatte.

positiven Drahtes. Dieses Versuchsergebnis konnte für die einzelnen Rauigkeiten, die für das Sprühen im ersten Ast verantwortlich gemacht werden müssen, nicht bestätigt werden, wie aus Bild 19 hervorgeht. Bei den Versuchen, die diesem Bild zugrunde liegen, wurde zwischen den beiden Leitungen eine etwa 2 m lange und 1 m breite Blechtafel gehängt, die vom anderen Leiter abgeschirmt war, und der zu dieser Blechtafel fließende Strom mit Hilfe eines Spiegelgalvanometers gemessen. Die Korona des ersten Astes setzte bei beiden Leitern etwa bei einer Spannung von $40 \text{ kV}_{\text{max}}$ an einzelnen Sprühpunkten ein. Im zweiten Ast dagegen sprühte der gesamte Draht, hier handelte es sich um die eigentliche Koronaentladung. Man konnte sich auch optisch davon überzeugen: beobachtete man nachts den Draht, so erkannte man, solange die Leiterspannung im Bereiche des ersten Astes lag, nur bei genauester Aufmerksamkeit am negativen Leiter einzelne, wenige außerordentlich schwache Glimmpunkte. War aber die Einsatzspannung des zweiten Astes überschritten, so bildeten

sich sofort längs des Drahtes eine sehr große Anzahl von neuen Glimmpunkten aus, deren Leuchtintensität mit zunehmender Spannung rasch zunahm. Die Leitung bekam schließlich das Aussehen des Bildes 20.

Während der zweite Ast, der die eigentliche Koronaentladung darstellt, sehr starken Witterungseinflüssen unterworfen ist, erweist sich der erste Ast nur in schwachem Maße von der Witterung abhängig; bei Regen wird der „Isolatorenleitwert“, der ja konstant sein muß und bei gutem Wetter nicht zu messen ist, erkennbar als eine parallele Gerade zur Abszissenachse. Diese Tatsache erklärt auch, warum E. Kühn die Gleichspannungskorona unabhängig von der Witterung gefunden hat: er hat an einem Kupferseil von 50 mm² Querschnitt gemessen. Nach den Untersuchungen von H. Prinz ist ein solches Seil einem Runddraht gleichen Querschnittes gleichwertig, also einem Draht von etwa 8 mm Durchmesser. E. Kühn hat nun

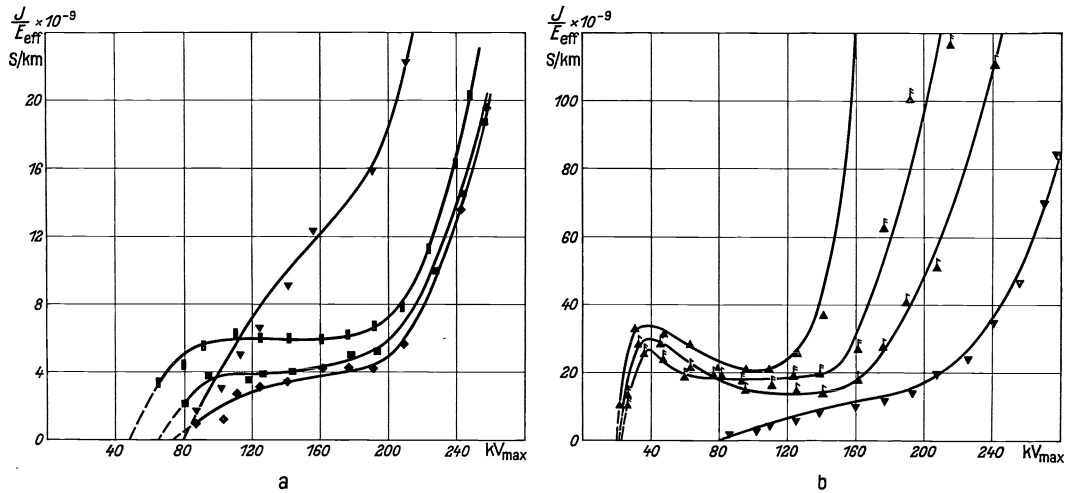


Bild 21. Leitwertkennlinien bei Wechselspannung abhängig von der Koronaspannung a) bei gutem Wetter, b) bei Regenwetter,

Bezeichnung der einzelnen Meßpunkte und Angaben über Witterung und Leitung siehe Bild 15.

dieses Seil bis etwa 160 kV_{max} durchgemessen: die eigentliche Korona, der zweite Ast also, beginnt nach den in Bild 11 wiedergegebenen Messungen erst oberhalb dieses Spannungswertes¹⁾. Die Untersuchungen von E. Kühn an Freileitungen erstrecken sich also lediglich auf den ersten Ast der Korona und ergeben hier in Übereinstimmung mit den Ergebnissen nach Bild 18 nur geringe Abhängigkeit der Koronaentladung von der Witterung. Wie späterhin noch näher ausgeführt wird, liegt der Betriebspunkt einer Freileitung am Ende des ersten oder Anfang des zweiten Astes, so daß also für den Betriebspunkt die Gleichspannungskorona nur schwach von der Witterung abhängig ist.

In Bild 21 sind die „Leitwertkurven“ für die Wechselspannungskorona wiedergegeben. Die „Leitwertkurven“ sind in diesem Falle keine Geraden mehr, sondern mehrfach gekrümmte Kurven: Nach einem steilen Anstieg bleibt der Leitwert an-

¹⁾ Ein Vergleich der Schönwetterverluste bei 160 kV_{max} der vorliegenden Messungen mit denen von Kühn ist möglich; man erhält, wenn man die Messungen von Kühn auf eine Doppelleitung bezieht, etwa 630 W/km. Nach Bild 11 beträgt der Koronaverlust bei 160 kV_{max} 310 W/km. Der Unterschied kann wohl durch Oberflächeneinflüsse erklärt werden.

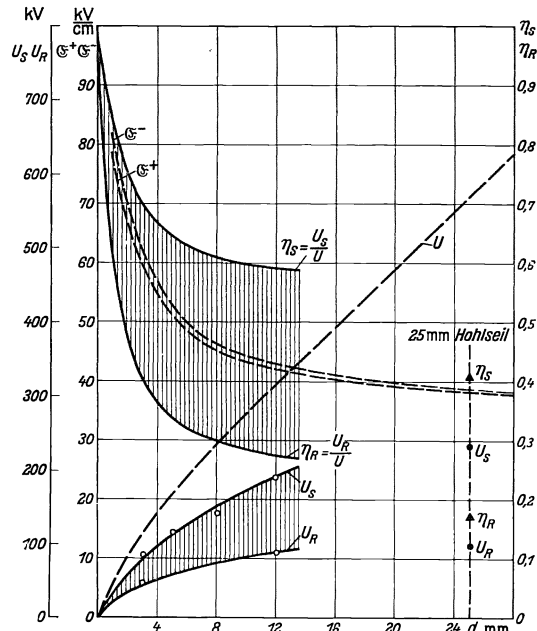


Bild 22. Anfangsfeldstärke, Anfangsspannung und Rauigkeitsfaktor bei der Gleichspannungskorona. \mathcal{E}^- Anfangsfeldstärke des negativen Leiters, \mathcal{E}^+ Anfangsfeldstärke des positiven Leiters, U Anfangsfeldstärke der Doppelleitung bei glatter Leiteroberfläche, U_S Anfangsfeldstärke der Doppelleitung bei Sonne, U_R Anfangsfeldstärke der Doppelleitung bei Regen.

nähernd konstant, um dann allmählich in einen neuen, raschen Anstieg überzugehen. Man kann den ersten Anstieg zusammen mit dem annähernd konstanten Teil der Kurve dem ersten Ast der „Leitwertkennlinien“ bei Gleichspannung zuordnen, den zweiten Anstieg dann dem zweiten Ast. Diesen „Wechselspannungsleitwertkennlinien“ kommt nicht die Übersichtlichkeit der Darstellung zu, wie den „Gleichspannungsleitwertkennlinien“, sie lassen jedoch eines deutlich erkennen: hier ist auch der erste Ast erheblich von der Witterung abhängig in Übereinstimmung mit allen bisherigen Untersuchungen über die Wechselspannungskorona¹⁾.

In Bild 22 sind die an den verschiedenen Versuchsleitungen erhaltenen Werte der Anfangsspannung bei sonnigem (U_S) und bei Regenwetter (U_R) für ein Verhältnis $s/d = 200$ eingetragen. Außerdem wurde auf Grund der Messungen von H. Prinz über die Anfangsfeldstärke des glatten Leiters dessen Anfangsspannung berechnet. Aus ihr und den gemessenen Werten wurde der Rauigkeitsfaktor η der Versuchsleitungen bestimmt:

$$\eta = \frac{U_S}{U} \text{ bzw. } \frac{U_R}{U};$$

η nimmt mit zunehmendem Leiterdurchmesser ab, er erreicht bei der 12-mm-Leitung den Wert 0,59 bei Sonne und 0,27 bei Regen. Die Werte für das 25-mm-Hohlseil fallen aus dem Rahmen, da das Hohlseil schon durch seine Konstruktion erheblich größere Unebenheiten auf seiner Oberfläche aufweist: η liegt bei 0,41 für sonniges und bei 0,17 für Regenwetter. Man hat also bei betriebsmäßigen Leitungen mit Rauigkeitsfaktoren, die erheblich verschieden von 1 sind, zu rechnen.

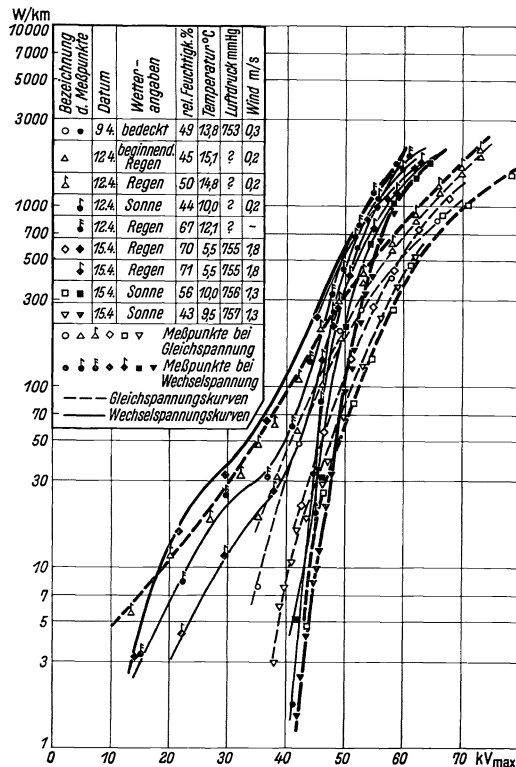


Bild 23. Gleich- und Wechselspannungskorona der Doppelleitung. Leiterdurchmesser $d = 1$ mm, Leiterabstand $s = 0,5$ m, $s/d = 500$.

¹⁾ Siehe z. B. K. Potthof u. B. Matthiesen: Elektrotechn. Z. 56 (1935) S. 3.

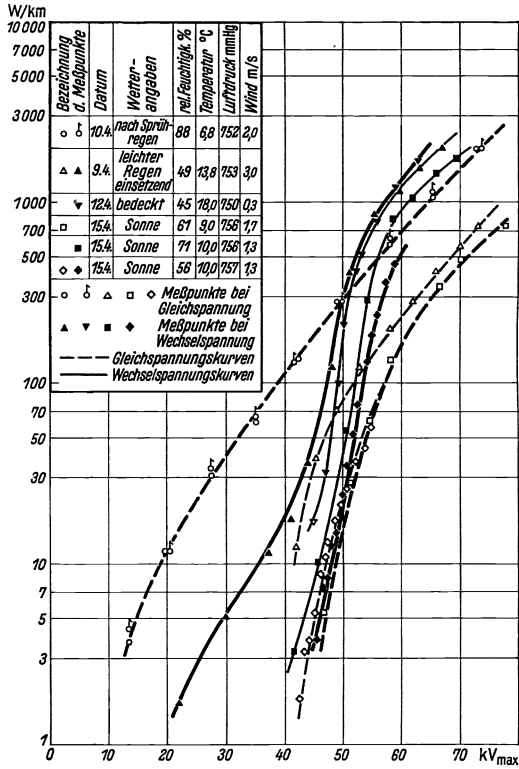


Bild 24. Gleich- und Wechselspannungskorona der Doppelleitung. Leiterdurchmesser $d = 1$ mm, Leiterabstand $s = 0,65$ m, $s/d = 650$.

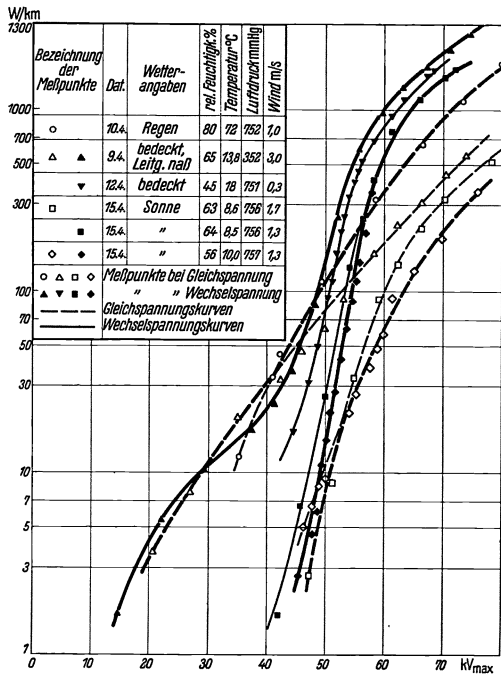


Bild 25. Gleich- und Wechselspannungskorona der Doppelleitung. Leiterdurchmesser $d = 1$ mm, Leiterabstand $s = 0,8$ m, $s/d = 800$.

2. Der Einfluß des Leiterabstandes.

Die Abhängigkeit der Koronaverlustleistung der Doppelleitung für Gleich- und Wechselspannung vom Leiterabstand wurde an Leitungen mit einem Drahtdurchmesser von 1, 3, 5, 8 und 12 mm untersucht. Für alle diese Leistungen ergab sich dieselbe Gesetzmäßigkeit. Es sind

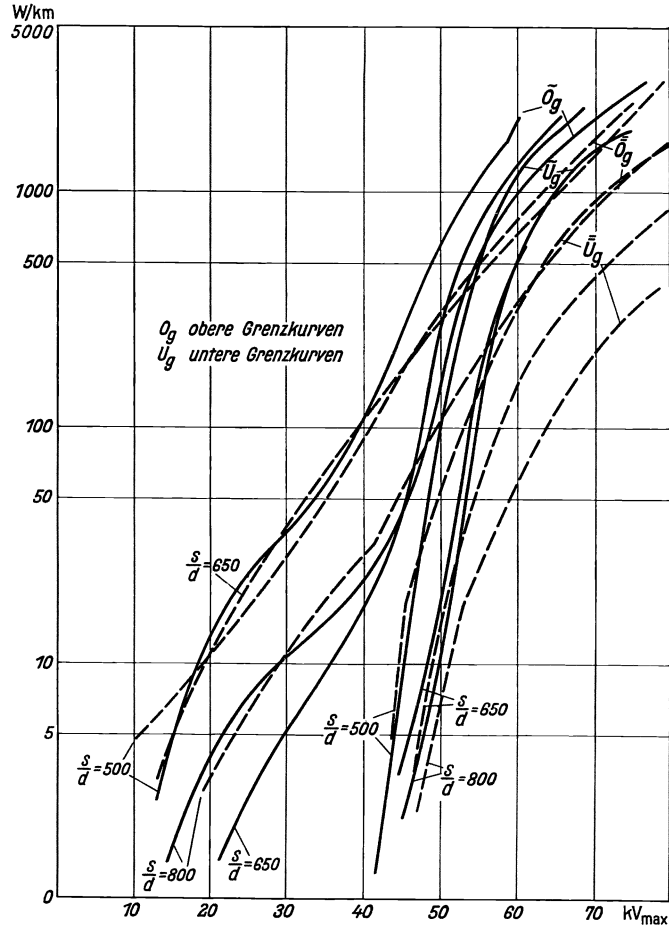


Bild 26. Abhängigkeit der Gleich- und Wechselspannungskorona vom Leiterabstand. Leiterdurchmesser $d = 1$ mm.

daher nur die Ergebnisse für die Leitung von 1 mm und 12 mm Drahtdurchmesser in den Bildern 15 und 24 bis 29 wiedergegeben. Diese beiden Leitungen wurden deshalb ausgewählt, weil bei der Leitung mit 1 mm Drahtdurchmesser mit außerordentlich hohen Werten s/d (500, 650 und 800) und bei der Leitung mit 12 mm Drahtdurchmesser mit außerordentlich niedrigen Werten s/d (100, 150 und 200) gearbeitet wurde. Für alle diese s/d -Werte wurden die unteren

Grenzkurven (U_g) für sonniges Wetter und für einige dieser Werte auch die oberen Grenzkurven (O_g) für Regenwetter ermittelt. In den Bildern 26 und 29 wurden diese Grenzwerte für den 1-mm-Draht bzw. den 12-mm-Draht zusammengestellt. Man erkennt, daß die Anfangsspannung der Gleichspannungskorona nur wenig durch den Leiterabstand beeinflußt wird, daß aber der Anstieg der Verlustkurve mit zunehmendem Leiterabstand stark abnimmt: so beträgt der Koronaverlust der 12-mm-Doppelleitung z. B. für 200 kV_{max} bei $s/d = 200$ nur etwa den 12. Teil des Verlustes bei $s/d = 100$. Die Verlustkurven bei Wechselspannung zeigen infolge der großen

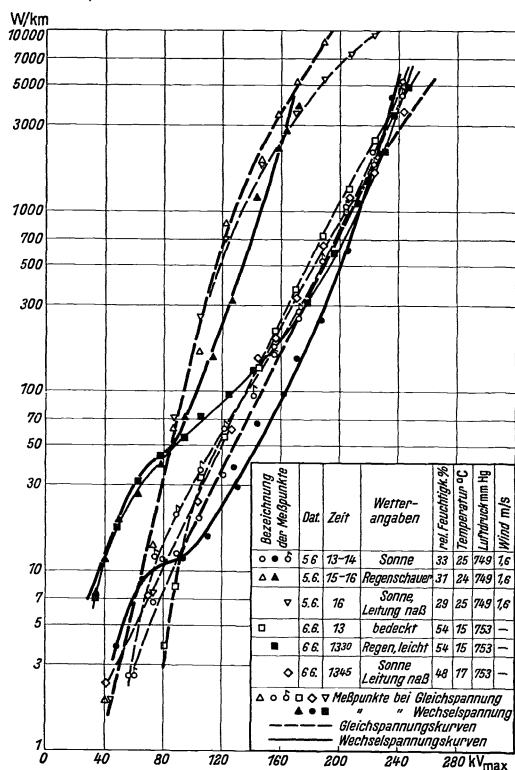


Bild 27. Gleich- und Wechselspannungskorona der Doppelleitung. Leiterdurchmesser $d = 12$ mm, Leiterabstand $s = 1,2$ m, $s/d = 100$.

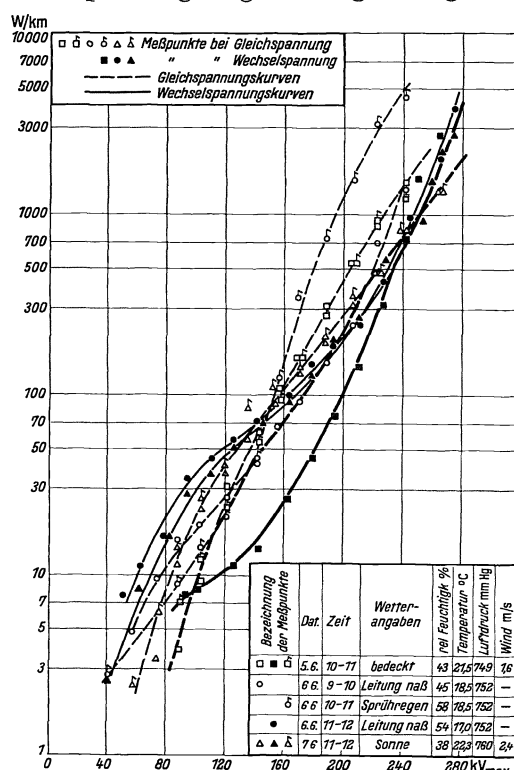


Bild 28. Gleich- und Wechselspannungskorona der Doppelleitung. Leiterdurchmesser $d = 12$ mm, Leiterabstand $s = 1,8$ m, $s/d = 150$.

Witterungsempfindlichkeit des unteren Astes der Koronakennlinie (siehe Bild 21) keinen eindeutigen Verlauf, erst bei höheren Werten der angelegten Spannung ergibt sich dieselbe Gesetzmäßigkeit wie bei den Gleichspannungskurven. In allen Fällen, mit Ausnahme für $s/d = 800$ bei der 1-mm-Doppelleitung, findet Überschneiden der Gleich- und Wechselspannungskorona statt in demselben Sinne, wie die Messungen des vorhergehenden Abschnittes für $s/d = 200$ ergeben haben. Diese einzige Ausnahme ist dadurch zu erklären, daß die niedrigste Gleichspannungskoronaverlustkurve zu anderer Zeit und unter etwas anderen Witterungsverhältnissen aufgenommen wurde als die niedrigste Wechselspannungskoronakurve.

3. Der Einfluß des Drahtdurchmessers bei gleichbleibendem Leiterabstand.

In Bild 30 sind die Verlustkurven für Schönwetter der 1-mm, 3-mm und 5-mm-Doppelleitung bei einem Leiterabstand $s = 600$ mm für Gleich- und Wechselspannung aufgetragen. Bei zunehmendem Leiterdurchmesser und gleichem Leiterabstand

nimmt der Koronaverlust stark ab: so beträgt z. B. die Gleichstromkorona-verlustleistung bei 80 kV_{max} für die 1-mm-Doppelleitung 800 W/km, für die 3-mm-Doppelleitung 300 W/km und für die 5-mm-Doppelleitung nur 30 W/km. Die Verlustkurven bei Wechselspannung haben auch in diesem Falle erst bei höheren Spannungswerten dieselbe Gesetzmäßigkeit wie bei Gleichspannung, da ja bei Wechselspannung die Witterungsempfindlichkeit des unteren Astes der Kennlinie sehr stark ausgeprägt ist.

4. Der Einfluß der Leiteroberfläche und des Leitermaterials.

Der Einfluß, den die Rauigkeit der Oberfläche auf die Koronaverluste ausübt, geht aus Bild 31 hervor. Dort sind Messungen an der Doppelleitung aus 8 mm

Bild 29. Abhängigkeit der Gleich- und Wechselspannungskorona vom Leiterabstand. Leiterdurchmesser $d = 12$ mm.

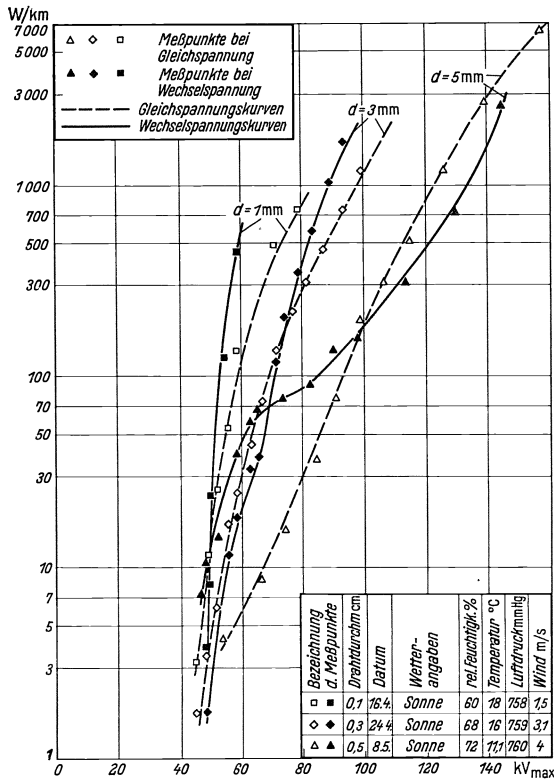
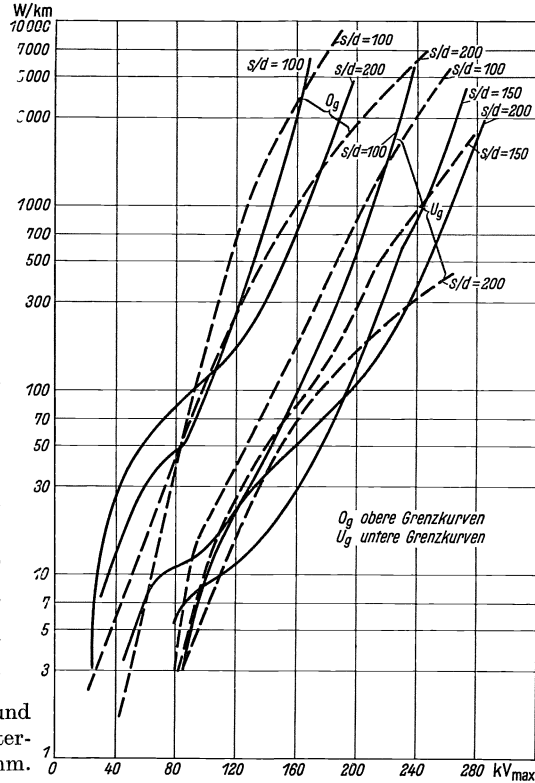


Bild 30. Einfluß des Drahtdurchmessers bei gleichbleibendem Leiterabstand. Leiterabstand $s = 600$ mm.

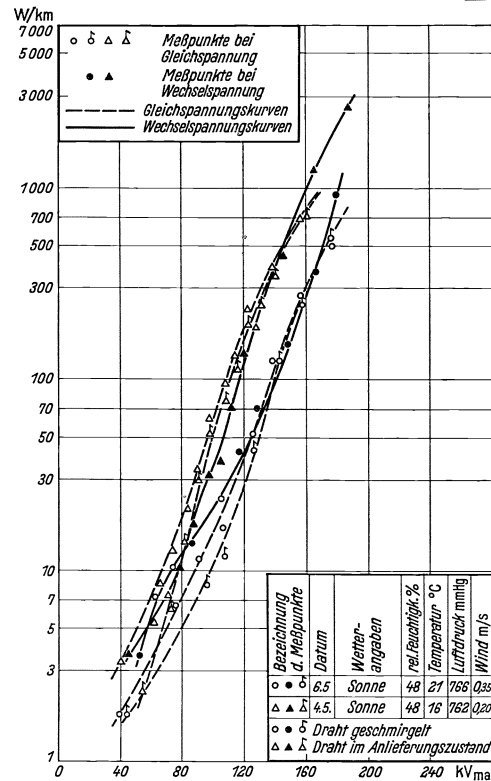


Bild 31. Einfluß der Leiteroberfläche auf die Koronaverlustleistung. Leiterdurchmesser $d=0,8$ mm, Leiterabstand $s=1,6$ m, $s/d=200$.

Kupferdrähten wiedergegeben, bei denen einmal der Draht ausgeprägtere Riefen hatte und im zweiten Falle mit Schmirgelleinen 1/0 abgeschmirgelt war¹⁾. Die Leitung mit gerieftem Draht weist etwa 4...5 mal so hohe Koronaverluste auf als die Leitung mit geschmirgeltem Draht. Die wenigen starken Riefen erhöhen also die Korona-

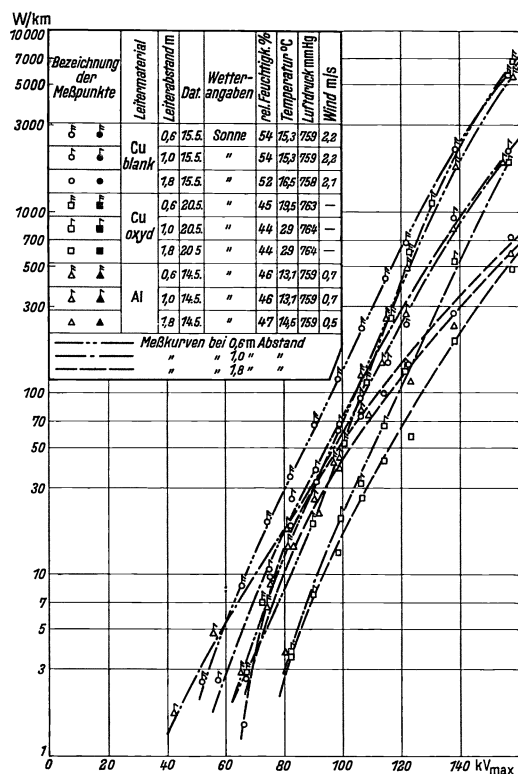


Bild 32. Einfluß des Leitermaterials auf die Gleichspannungskorona. Leiterdurchmesser $d = 5$ mm.

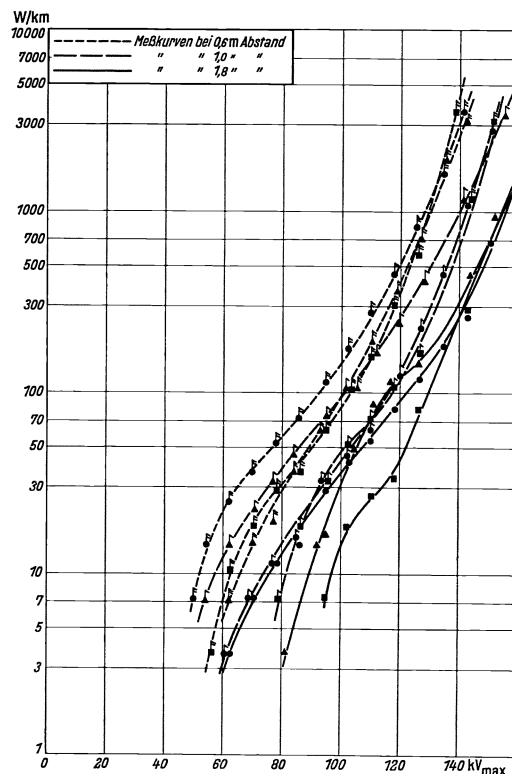


Bild 33. Einfluß des Leitermaterials auf die Wechselspannungskorona. Leiterdurchmesser $d = 5$ mm. Angaben über die Witterungsverhältnisse siehe Bild 32.

verluste erheblich mehr als die vom Schmirgeln zurückbleibenden, feinen Rinnen. Wechselspannungs- und Gleichspannungskorona verhalten sich in beiden Fällen gleichsinnig.

Der Einfluß des Leitermaterials wurde an der Doppelleitung von 5-mm-Drähten untersucht. Verwendet wurden Drähte aus Kupfer in frisch geschmirgelt und in oxydiertem Zustand²⁾ und solche aus Aluminium in geschmirgelt Zustand. In Bild 32 sind die Meßergebnisse für den Koronaverlust bei Gleichstrom, in Bild 33 für denjenigen bei Wechselstrom aufgezeichnet. Bei höheren Werten der an die Leitung angelegten Spannung besteht kein nennenswerter Unterschied zwischen den Verlustkurven für die verschiedenen Leitermaterialien; hingegen werden bei niederen Spannungswerten die Unterschiede in den Verlustkurven beträchtlich. So

¹⁾ Auch sei noch erwähnt, daß der geriefte Draht unmittelbar dem Lager entnommen war und unter allen Vorsichtsmaßregeln behandelt wurde. Man hat also bei neuen Leitungen unter Umständen mit erheblich höheren Werten für den Koronaverlust zu rechnen.

²⁾ Die abgeschmirgelten und von Fettspuren befreiten Kupferdrähte wurden durch Behandlung mit einer Lösung von 5% Natronlauge und 1% Kupfersulfat oxydiert.

zeigen auch die in Bild 34 für $s/d = 133$ wiedergegebenen „Leitwertkennlinien“ der Gleichspannungskorona Unterschiede in der Anfangsspannung und in der Neigung des ersten Astes; der zweite Ast hat jedoch für alle 3 Materialien denselben Anstieg. Die gemessenen Unterschiede sind demnach auf Oberflächenunterschiede der Leiter zurückzuführen, während solche, die vom Leitermaterial herrühren, offenbar nicht vorhanden sind. Dieser Befund ist in Übereinstimmung mit den Messungen von W. Stockmeyer und H. Prinz¹⁾. Auch dürften die von A. v. Engel²⁾ angegebenen, gegenteiligen Versuchsergebnisse, worauf auch schon von anderer Seite hingewiesen wurde³⁾, auf allmähliche Korrosion anfänglich vorhandener, spitzer Verletzungen an Freileitungen bzw. durch Abrunden vorhandener kleiner Spitzen beim Oxydationsvorgang im Laboratorium zurückzuführen sein. Als Beweis für diese Annahme kann gelten, daß nach der Oxydation derselbe Kupferdraht in allen gemessenen Fällen die höhere Anfangsspannung des ersten Astes aufgewiesen hat.

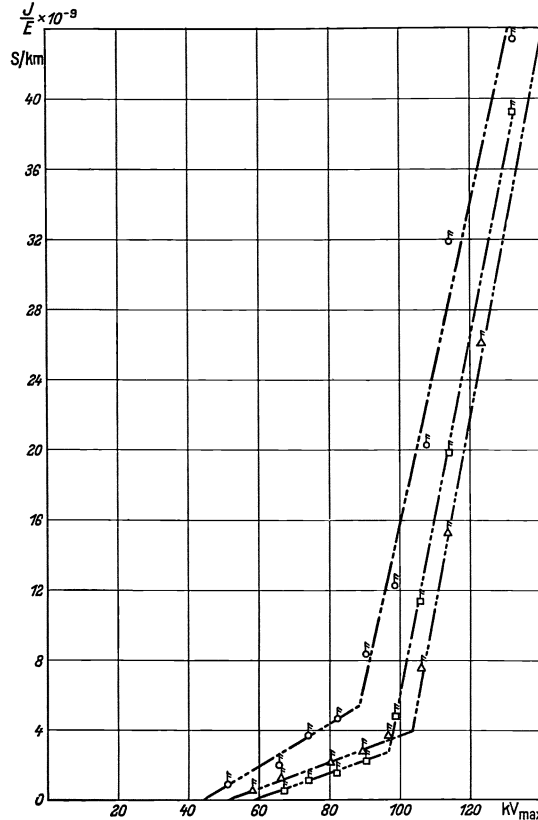


Bild 34. Leitwertkennlinien der Gleichspannungskorona bei verschiedenem Leitermaterial. Leiterabstand $s = 0,6$ m. Angaben über die Witterungsverhältnisse siehe Bild 32.

5. Der Einfluß der Welligkeit auf die Gleichspannungskorona.

Der Welligkeitseinfluß der Gleichspannung auf die Korona wurde an der Doppelleitung von 5 mm Durchmesser bei einer Welligkeit $100 \cdot \frac{E_{\max} - E_{\min}}{E_{\max}} = 49\%$ untersucht. Die gemessenen Koronakennlinien bei dieser Welligkeit sind in Bild 35 den gleichzeitig ermittelten Kennlinien bei konstanter Gleichspannung gegenübergestellt. Die gemessenen Kurven umfassen bedecktes und sonniges Wetter, die Grenzkurven für sonniges Wetter sind wieder deutlich hervorgehoben und auf Bild 36 übertragen. In dieses Bild ist außerdem noch die Koronaverlustkennlinie abhängig vom arithmetischen Mittelwert der an die Leitung gelegten Spannung aufgetragen. Bezogen auf gleichen Spannungshöchstwert nimmt der Koronaverlust bei vorhandener Welligkeit mit zunehmender Welligkeit ab, jedoch steigt er erheblich an, wenn er auf gleiche Spannungsmittelwerte bezogen wird. Wenn man entsprechend dem Verlauf der Spannungskurve mit 49% Welligkeit für jeden Augenblickswert den dazugehörigen Koronaverlust aus der Kennlinie für konstante Gleichspannung entnimmt und den so erhaltenen Koronaverlauf über eine Welligkeitsperiode mittelt,

¹⁾ Siehe W. Stockmeyer: a. a. O., und H. Prinz: a. a. O.

²⁾ A. v. Engel: Z. Physik 68 (1931) S. 768.

³⁾ H. Prinz: a. a. O., und A. Matthias: a. a. O.

erhält man die Kurve 4 des Bildes 36. Sie stimmt namentlich für die niedrigeren Koronawerte einigermaßen mit dem gemessenen Verlust überein; man kann also mit einiger Genauigkeit aus der Kennlinie für konstante Gleichspannung den Koronaverlust für beliebige Welligkeit der Spannung graphisch abschätzen.

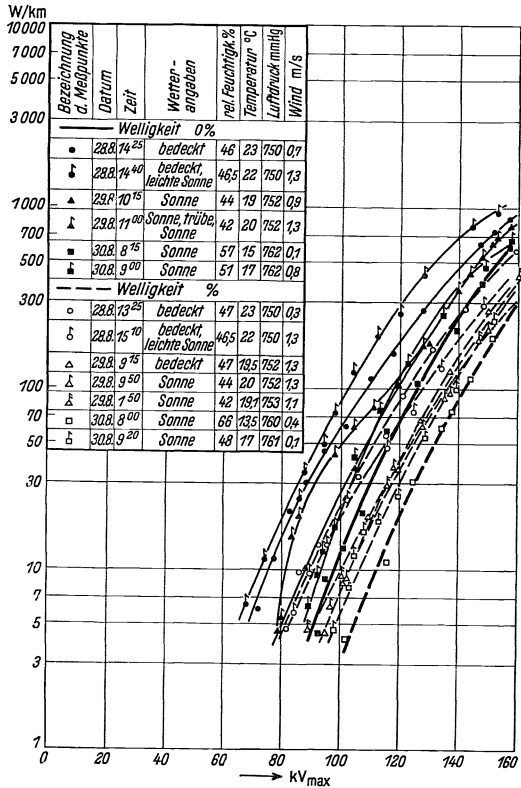


Bild 35. Vergleich der Gleichspannungskorona bei einer Welligkeit von 0% mit einer solchen von 49%. Leiterdurchmesser $d = 5$ mm, Leiterabstand $s = 1$ m, $s/d = 200$.

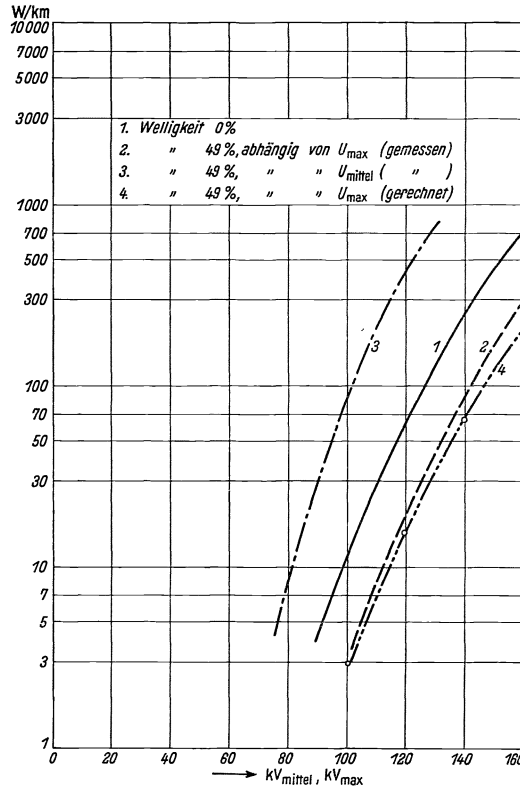


Bild 36. Einfluß der Welligkeit auf die Gleichspannungskorona. Leiterdurchmesser $d = 5$ mm, Leiterabstand $s = 1$ m, $s/d = 200$.

D. Die Witterungseinflüsse auf die Gleichspannungskorona.

Eine Untersuchung der Witterungseinflüsse auf die Gleichspannungskorona stößt an im Freien ausgespannten Leitungen auf Schwierigkeiten, da es im Gegensatz zu Laboratoriumsversuchen nicht möglich ist, einwandfreie, stets kontrollierbare Versuchsbedingungen zu schaffen. Luftdruck, Temperatur, Luftfeuchtigkeit, Bewölkung und Sonnenschein, Tau, verschiedene Stärke des Regens ändern sich stets weitgehend unabhängig voneinander oft schon innerhalb einer Stunde. Die Meßergebnisse sind somit notwendig beeinflußt von einer ganzen Reihe von Einzelgrößen. Man wird daher von einer solchen Untersuchung weniger numerische als vielmehr richtungweisende Ergebnisse erwarten können.

Schon bei den bisher besprochenen Messungen hat es sich nicht umgehen lassen, verschiedentlich auch Witterungseinflüsse in den Kreis der Betrachtung zu ziehen, so wurden für die einzelnen Leiterdurchmesser die Koronaverluste als Grenzkurven bei einer Reihe verschiedener Wetterlagen bestimmt: es zeigte sich, daß der kleinste Koronaverlust bei trockenem, sonnigem Wetter, der größte bei schauerartigem Regen

auftritt. Die Unterschiede betragen etwa eine Zehnerpotenz (siehe z. B. die Bilder 15 und 16). Außerdem ändern sich Gleich- und Wechselfspannungskorona wenigstens im 2. Ast der Koronaentladung, der hier wesentlich interessiert, immer in demselben gegenseitigen Verhältnisse mit einer Veränderung der Wetterlage. Daher konnte auch bei der Untersuchung der Witterungseinflüsse auf Vergleichsmessungen mit der Wechselfspannungskorona verzichtet werden.

Wie ebenfalls schon früher gezeigt wurde¹⁾, läßt sich die Koronakennlinie bei Gleichspannung in erster Annäherung festlegen durch die Anfangsspannungen und den Anstieg der beiden Äste der „Leitwertkennlinien“. Die Untersuchung der Witterungseinflüsse kann sich somit auf die Abhängigkeit der 4 Einzelgrößen vom jeweiligen Witterungscharakter beschränken.

Bei den beschriebenen Versuchen änderte sich die Luftdichte nicht wesentlich: der Barometerstand schwankte zwischen 748 und 766 mm Hg, die Lufttemperatur

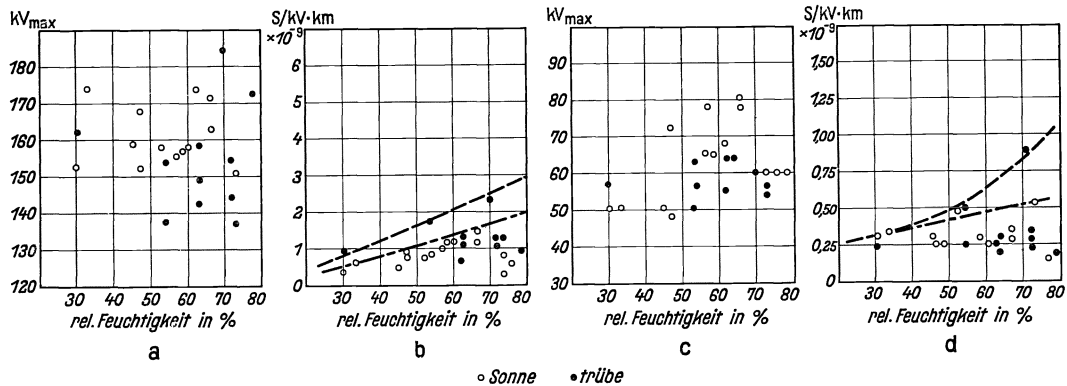


Bild 37. Einfluß der Luftfeuchtigkeit auf die Gleichspannungskorona: a) auf die Anfangsspannung des 2. Astes der Leitwertkennlinie, b) auf den Leitwertanstieg des 2. Astes der Leitwertkennlinie, c) auf die Anfangsspannung des 1. Astes der Leitwertkennlinie, d) auf den Leitwertanstieg des 1. Astes der Leitwertkennlinie. Messungen im August zwischen 7 Uhr und 17 Uhr. Leiterdurchmesser $d = 12$ mm, Leiterabstand $s = 2,4$ m, $s/d = 200$.

zwischen 8 und 20° C, es lagen also Luftdichteänderungen von 0,97 bis 1,06 vor; selbst wenn man nach H. Prinz²⁾ berücksichtigt, daß der Luftdichtefaktor der Korona nicht völlig proportional mit der Luftdichte ist, so bleiben die Änderungen, die auf die Luftdichte zurückzuführen sind, immer noch unter 10%, so daß sie gegenüber den anderen Einflüssen vernachlässigt werden konnten.

Der Einfluß der Luftfeuchtigkeit auf die Gleichspannungskorona sei an Hand von Bild 37 diskutiert; die vier kennzeichnenden Größen der „Leitwertkennlinie“ sind für die Doppelleitung von 12 mm Durchmesser für $s/d = 200$ abhängig von der relativen Luftfeuchtigkeit aufgetragen. Außerdem sind die Werte für trübes und für sonniges Wetter verschieden markiert; Regenmessungen sind nicht in die Darstellung aufgenommen. Eine Abhängigkeit der Anfangsspannung der beiden Äste von der relativen Luftfeuchtigkeit ist aus den vorliegenden Messungen nicht zu erkennen. Man kann lediglich aussagen, daß im allgemeinen die Anfangsspannungen bei trübem Wetter niedriger liegen als bei sonnigem Wetter. Man könnte dies dadurch zu erklären versuchen, daß bei sonnigem Wetter etwaige Wasserhäute, die sich auf den Leitern gebildet haben und die Unebenheiten auf diesen abschwächen, durch die

¹⁾ Siehe S. 77 und Bild 18. ²⁾ H. Prinz: a. a. O.

Sonneneinstrahlung verdampft werden. Der Leitwertanstieg des ersten Astes zeigt eine geringe Abhängigkeit von der Luftfeuchtigkeit, die scheinbar bei trübem Wetter etwas ausgeprägter ist. Auf diese nur geringe Abhängigkeit wurde schon früher

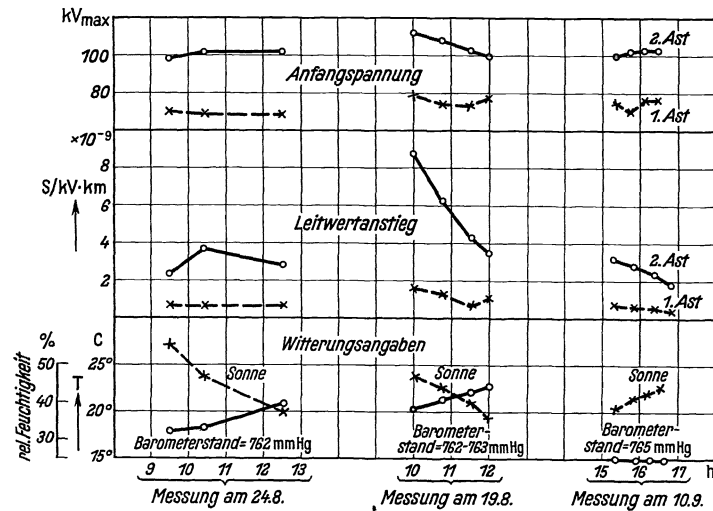
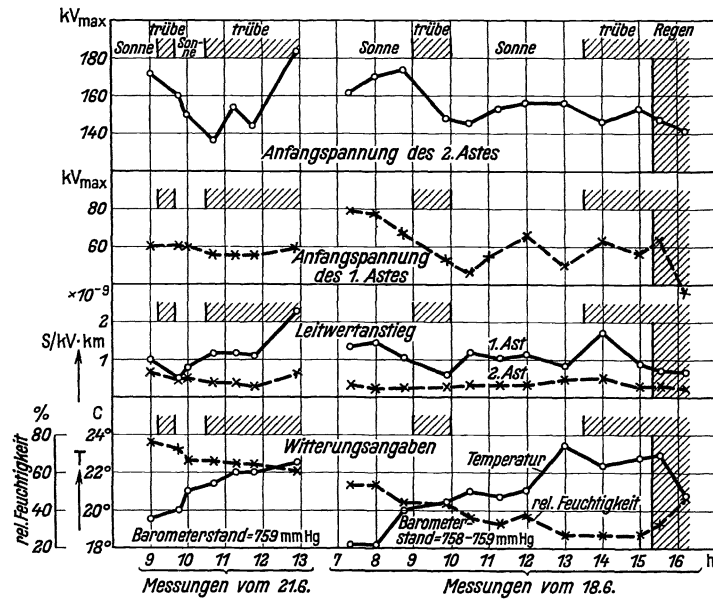


Bild 38. Witterungseinflüsse auf die Gleichspannungskorona.

Bild	a	b
Leiterdurchmesser d	12 mm	5 mm
Leiterabstand s	2,4 m	1,0 m
$s/d = 200.$		

genommene Kennlinie zeigt deutlich während der Zeit, in der die Sonne durch die Wolke verdeckt war, ein Ansteigen des Koronaverlustes.

Der Einfluß der relativen Luftfeuchtigkeit muß mit der Art der Kondensation des Wasserdampfes auf der Leiteroberfläche zusammenhängen, ist also als Oberflächeneinfluß anzusehen. Denn auf den zwischen den Leitern vorhandenen Wasserdampf kann diese Verlusterhöhung deshalb nicht zurückgeführt werden, weil in der Luft vorhandener Wasserdampf die Trägerbeweglichkeit herabsetzt und so

hingewiesen: sogar bei Regen ist der Leitwertanstieg nicht wesentlich vergrößert als bei sonnigem Wetter: er liegt bei sonnigem Wetter im Mittel zwischen $0,25$ und $0,5 \cdot 10^{-10}$ S/kV, bei Regen a wurden $0,35 \cdot 10^{-10}$ und $0,4 \cdot 10^{-10}$ S/kV gemessen. Stärker hingegen ist die Abhängigkeit des Leitwertanstieges für den 2. Ast; auch hier werden bei trübem Wetter höhere Werte erreicht als bei sonnigem Wetter; der Leitwertanstieg liegt bei trockenem Wetter zwischen $0,25$ und $2,5 \cdot 10^{-10}$ S/kV; bei Regen werden in diesem Ast Werte von über 50 S/kV ermittelt. Der Einfluß der Bewölkung b auf den Koronaverlust geht ferner sehr schön aus der am 28. VIII. um 14.40 Uhr aufgenommenen Kennlinie (Bild 35) hervor: während der Messung schien zunächst die Sonne, dann schob sich eine schwere, tiefhängende Wolke vor diese, und späterhin trat die Sonne wieder aus der Wolke hervor. Die auf-

zu einer Minderung des Verlustes führen müßte¹⁾. Man könnte auch hier Wasserhäute auf den Leitern, durch die vorhandene Unebenheiten gemildert werden, zur Erklärung heranziehen.

Diese qualitativen Schlüsse seien nun noch an Hand der in Bild 38 wiedergegebenen Meßreihen nachgeprüft. Die Messungen an der Doppelleitung von 12 mm Durchmesser vom 18. VI. zeigen mit der allmählich fallenden relativen Feuchtigkeit ein ebenfalls allmähliches Abfallen der Anfangsspannungen für beide Koronaäste, während der Leitwertanstieg in beiden Ästen im Mittel konstant bleibt. Die Messungen an derselben Leitung vom 21. VI. lassen keine Abhängigkeit von der Feuchtigkeit erkennen. Während das Wetter am 18. VI. in der Hauptsache sonnig war, war es am 21. VI. trübe. Die Messungen an der Doppel-

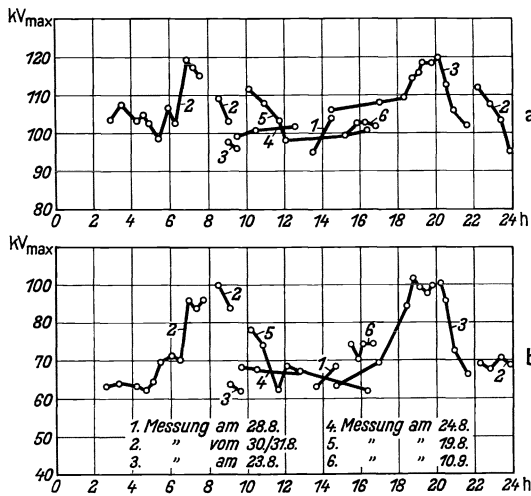


Bild 39. Abhängigkeit der Koronaanfangsspannung a) des ersten Astes der Leitwertkennlinie, b) des zweiten Astes der Leitwertkennlinie, bei Gleichspannung von der Tageszeit. Leiterdurchmesser $d = 5$ mm, Leiterabstand $s = 1$ m, $s/d = 200$.

leitung von 5 mm Durchmesser vom 19. und 24. VIII. und vom 10. IX. zeigen, daß die Abhängigkeit von Anfangsspannung und Leitwertanstieg auch durchaus im entgegengesetzten Sinne, wie bei den Messungen vom 18. und 21. VI. verlaufen kann.

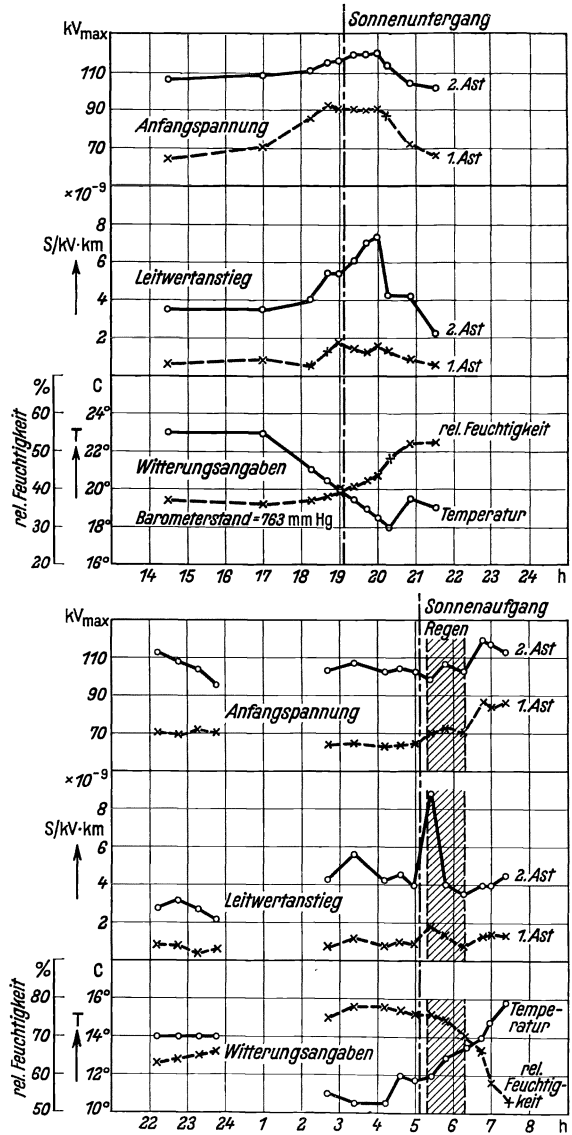


Bild 40. Gleichspannungskoronamessungen bei Sonnenuntergang und bei Sonnenaufgang. Sonnenuntergangsmessung am 23.VIII., Sonnenaufgangsmessung am 30./31.VIII. Leiterdurchmesser $d = 5$ mm, Leiterabstand $s = 1$ m, $s/d = 200$.

¹⁾ A. W. Simon: Proc. Nat. Acad. Sci. **14** (1928) S. 279 — H. Prinz: a. a. O. — Siehe auch die aus der elektrischen Gasreinigung vorliegenden Erfahrungen, z. B. R. Strigel: Naturwiss. **19** (1931) S. 626 und S. Kalaschnikoff: Z. techn. Physik **14** (1933) S. 267.

Bei Messungen, die sich über eine Dauer von mehreren Stunden erstreckten und zu verschiedenen Tageszeiten vorgenommen wurden (Bild 39), war kurz nach Sonnenaufgang und kurz nach Sonnenuntergang ein erheblicher Anstieg der Anfangsspannung vorhanden. In Bild 40 sind die Sonnenaufgangs- und Sonnenuntergangsmessungen eingehender aufgezeichnet. Auch der Leitwertanstieg des 2. Koronaastes erfährt zu diesen Zeiten eine starke Vergrößerung. Diese Veränderungen in der Koronakennlinie können nicht auf die relative Feuchtigkeit der Luft zurückgeführt werden, sondern hängen wohl mit einer Art Taubildung auf der Leitoberfläche zusammen.

E. Folgerungen für die praktische Betriebsspannung.

Für Planung und Betrieb von Leitungen interessiert der Vergleich der Koronaverluste bei Gleich- und Wechselspannung bei der betriebsmäßigen Spannung der Leitung: Der Betriebspunkt liegt etwa zu Beginn des zweiten Koronaastes um den Punkt herum, um den sich Gleich- und Wechselspannungskorona kaum unterscheiden. Daher erhält man auch je nach Leiterdurchmesser einmal für Wechselspannung, einmal für Gleichspannung höhere Verlustwerte. Dies sei noch an den Leitungen von 12 mm und 25 mm Drahtdurchmesser näher ausgeführt, deren Betriebsspannung U_B 141 kV_{max} bzw. 283 kV_{max} ist. Bezeichnet man mit V_w bzw. V_g den Verlust bei Wechsel- bzw. bei Gleichspannung und mit $U_{g(V_w=V_g)}$ denjenigen Gleichspannungswert, bei dem sich Wechselspannungs- und Gleichspannungskoronaverlust die Waage halten, und mit ΔU_g die prozentuale Spannungsänderung $100 \cdot \frac{U_B - U_{g(V_w=V_g)}}{U_B}$, so ergibt sich für die beiden Leitungsdurchmesser die nachstehende Zusammenstellung

Leitungsdurchmesser	U_B in kV _{max}	Wetter	V_w in W/km für U_B	V_g in W/km	$U_{g(V_w=V_g)}$ in kV _{max}	ΔU_g in %
12	141	Sonne	35	35	141	± 0
		Regen	300	510	125	-11,4
25	283	Sonne	1050	540	315	+11,3
		Regen	4800	3400	303	+ 7,1

Der Wert ΔU_g besagt, um wieviel Prozent man die Gleichspannung gegenüber der Wechselspannung ändern muß, um auf der gleichstromgespeisten Leitung denselben Koronaverlust zu erhalten wie auf der wechselstromgespeisten. Während bei der Leitung mit 12-mm-Drahtdurchmesser bei sonnigem Wetter der Koronaverlust bei Gleich- und Wechselspannung gleich ist, und bei Regen die Gleichspannung höhere Koronaverluste ergibt, ist bei der Leitung mit 25 mm Durchmesser bei beiden Witterungsverhältnissen der Koronaverlust bei Gleichspannung niedriger als bei Wechselspannung. Dabei gelten aber diese Angaben bisher nur für Gleichspannung ohne Welligkeit. Tatsächlich wird man immer mit einer Welligkeit von einigen Prozent rechnen müssen. Dies drückt bei den Leitungen größeren Durchmessers ΔU_g von +10% auf etwa +7% schon bei einer Welligkeit von etwa 10% herab, bei einer solchen von 20% wird ΔU_g sogar nur noch 4% betragen, wenn man die Korona auf den Gleichspannungsmittelwert bezieht, d. h. also auf den Spannungswert, der der gleichen von der Leitung übertragenen Leistung entspricht. Man kann somit zusammenfassend sagen, daß mit Gleichspannung betriebene Leitungen hinsichtlich der Koronaverluste so gut wie keinen Vorteil gegenüber der mit Wechselspannung betriebenen Leitung aufweisen.

F. Ergebnisse.

Vergleichende Verlustmessungen der Gleich- und Wechselspannungskorona wurden an Doppelleitungen mit Leiterdurchmessern von 1, 3, 5, 8, 12 und 25 mm ausgeführt. Die Messung des Wechselspannungskoronaverlustes erfolgte wattmetrisch, die des Koronaverlustes bei Gleichspannung durch Strom-Spannungsmessung:

1. Die Koronakennlinie zerfällt in 2 Gebiete: zunächst beginnen bei einer Spannung, die je nach Leiterdurchmesser und Witterung $\frac{1}{10}$ bis $\frac{1}{3}$ der Anfangsfeldstärke des glatten Leiters beträgt, einzelne verletzte Stellen am Leitungsdraht zu sprühen; bei einer Feldstärke, die bei gutem Wetter etwa 60...70 % der Anfangsfeldstärke des glatten Leiters beträgt, setzt dann die eigentliche Koronaentladung über den ganzen Draht ein. Innerhalb eines jeden dieser beiden Gebiete ist zunächst der Koronaverlust bei Gleichspannung höher als bei Wechselspannung. Späterhin jedoch nimmt der Verlust bei Wechselspannung sehr viel rascher zu und überwiegt weitaus denjenigen bei Gleichspannung. Größerer Leiterabstand beim gleichen Leiterdurchmesser und größerer Leiterdurchmesser bei demselben Leiterabstand setzen Gleich- und Wechselspannungskorona herab. Von der mechanischen Oberflächenbeschaffenheit wird der Koronaverlust bei beiden Spannungsarten in weitem Maße, vom Leitermaterial dagegen nicht abhängig gefunden.

2. Durch die Witterung werden bei der Wechselspannungskorona beide Gebiete, bei der Gleichspannungskorona nur das zweite Gebiet stark, das erste Gebiet aber nur schwach beeinflusst. Bei Regen kann der Koronaverlust bis zum 10fachen desjenigen bei sonnigem Wetter ausmachen. Sonniges Wetter setzt die Anfangsspannung beider Äste herauf und erniedrigt den Anstieg der Koronakennlinien.

3. Der Betriebspunkt von Freileitungen liegt ungefähr zu Beginn des 2. Koronagebietes. Hier überschneiden z. B. im Mittel Gleich- und Wechselspannungskoronaverlust. Je nach Leiterdurchmesser und Rauigkeit der Leiteroberfläche erhält man einmal für die Gleich-, einmal für die Wechselspannungskorona höhere Verlustwerte. Vorhandene Welligkeit setzt den Gleichspannungsverlust, bezogen auf den Spannungsmittelwert (gleiche Übertragungsleistung!) herauf: 10 % Welligkeit in der Gleichspannung würde den Koronaverlust z. B. um etwa 3 % heraufsetzen. Man kann daher sagen, daß mit Gleichspannung betriebene Leitung hinsichtlich der Koronaverluste praktisch keinen Vorteil gegenüber mit Wechselspannung betriebener Leitung aufweist.

Die Arbeit wurde auf Veranlassung von Herrn Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. e. h. R. Rüdenberg ausgeführt. An der Durchführung der Messungen sind die Herren C. Bullendorf und K. Thiele wesentlich beteiligt.

Zusammenfassung.

Vergleichende Verlustmessungen der Gleich- und Wechselspannungskorona an Doppelleitungen ergaben, daß die Koronakennlinie in 2 Gebiete zerfällt: Zunächst sprühten einzelne verletzte Stellen, und erst bei höherer Feldstärke setzt die eigentliche Koronaentladung ein. Innerhalb eines jeden dieser beiden Gebiete ist zunächst der Koronaverlust bei Gleichspannung höher als bei Wechselspannung. Es wird die Abhängigkeit des Koronaverlustes vom Leiterdurchmesser, vom Leiterabstand, von der Leiteroberfläche, vom Leitermetall und von der Witterung untersucht. Als Folgerungen für den praktischen Betriebspunkt ergibt sich, daß mit Gleichspannung betriebene Leitungen hinsichtlich des Koronaverlustes keinen Vorteil gegenüber mit Wechselspannung betriebenen aufweisen.

Zur technischen Beherrschung des Wärmedurchschlages von Heißeitern¹⁾.

Von Eberhard Spenke.

Mit 18 Bildern.

Mitteilung aus dem Zentrallaboratorium des Wernerwerkes der Siemens & Halske A.-G.
zu Siemensstadt.

Eingegangen am 24. Dezember 1935.

I. Einleitung.

Werkstoffe mit negativem Temperaturkoeffizienten des elektrischen Widerstandes ergeben bekanntlich²⁾ unter gewissen Bedingungen eine Strom-Spannungskennlinie, die mehr oder weniger ausgedehnte Teile mit negativem differentielltem Widerstand aufweist. Solche Werkstoffe kann man als Halbleiter bezeichnen; die neuere Entwicklung, die diese Stoffe zu einem gut reproduzierbaren und haltbaren Bestandteil elektrischer Stromkreise der verschiedensten Art zu machen verspricht, hat jedoch das Bedürfnis nach einigen präziseren Bezeichnungen auf diesem Gebiet hervorgerufen. Wir nennen nach einem Vorschlag von W. Schottky einen Stoff mit einem negativen Temperaturkoeffizienten des Widerstandes, gleichviel wie groß sein Absolutleitvermögen ist, „Heißeiter“-Stoff, weil er in heißem Zustande besser leitet als in kaltem. Ein Widerstand, bei dessen Aufbau ein Heißeiterstoff einen wesentlichen Bestandteil bildet, wird Heißeiter-Widerstand oder kurz „Heißeiter“ genannt. Ein Heißeiter enthält also nicht nur einen aus dem heißleitenden Stoff selbst bestehenden Körper („Heißeiterkörper“), sondern auch die metallischen oder nichtmetallischen Stoffe, welche ihn umgeben und die im Heißeiterkörper erzeugte Wärme an die Umgebung abführen („Wärmeableitungen“). Die Umgebung ist hier von demjenigen Teil des Gesamtsystems an zu rechnen, der auch im Dauerzustand nicht mehr merklich erwärmt wird; in diesem Sinne bezeichnen wir die Umgebung auch als „Wärmeerde“. Der elektrische Strom wird meistens dem Heißeiterkörper über die Wärmeableitungen zugeführt, die in diesen Fällen auch die Rolle der Elektroden des Heißeiterkörpers übernehmen. Grundsätzlich braucht das jedoch nicht der Fall zu sein. An anderer Stelle³⁾ wurde bereits darauf

¹⁾ Siehe auch H. Lueder und E. Spenke: Z. techn. Physik **16** (1935) S. 373. — H. Lueder, W. Schottky und E. Spenke: Naturwiss. **24** (1936) S. 61. Die erste Arbeit wird im folgenden unter Lueder und Spenke I, die zweite unter Lueder, Schottky und Spenke II angeführt.

²⁾ W. B. Burnie und Ch. A. Lee: Electrician **43** (1899) S. 75. — W. Kaufmann: Ann. d. Phys. **5** (1901) S. 757. Die Kenntnis dieser ersten Veröffentlichungen auf dem Heißeitergebiet verdanke ich einem freundlichen brieflichen Hinweis meines früheren Lehrers Prof. W. Kaufmann.

³⁾ H. Lueder und E. Spenke I.

hingewiesen, daß die Kennlinie und überhaupt das ganze Verhalten eines Heißeiters nicht nur von den Abmessungen und Eigenschaften des Heißeiterkörpers abhängen, sondern ganz wesentlich auch von der Art und Größe der Wärmeableitungen beeinflußt werden.

Für manche technische Zwecke ist es angebracht, dem Heißeiterkörper eine platten- oder scheibenförmige Gestalt zu geben. Bei derartigen Heißeitern gelingt es, wie Versuche gezeigt haben, auch bei Anwendung eines stabilisierenden Vorwiderstandes nicht ohne weiteres, von dem ansteigenden Teil der Kennlinie auf ihren fallenden Teil überzugehen. Es bildet sich nämlich meistens am Rande der Heißeiterplatte plötzlich ein Glühfaden aus, der dann den gesamten Stromtransport bei sehr viel geringerer Spannung übernimmt. In diesem Glühfaden kann eine chemische Zersetzung des Heißeiterstoffes stattfinden, die in kurzer Zeit zur Zerstörung des Heißeiters führt.

Es fragt sich nun, ob diese Erscheinung eine naturnotwendige, im Wesen der Sache liegende ist, oder ob sich nicht doch Verhältnisse finden lassen, unter denen die Bildung lokal überhitzter Fäden vermieden wird, so daß der scheibenförmige Heißeiter auch im Gebiet seiner fallenden Kennlinie stabil zu betreiben ist. Zur Entscheidung dieser Frage bot die bekannte Tatsache, daß langgestreckte, zylinderförmige Heißeiter, wie etwa die Nernststifte, im fallenden Teil ihres Kennliniengebietes durch einen Vorschaltwiderstand leicht zu stabilisieren sind, noch keine sichere Handhabe; denn dort handelt es sich um einen Vorgang, bei dem die einzelnen Teile eines Querschnittes in engem Wärmeaustausch untereinander stehen und andererseits die weitere Fortführung der Wärme, sei es durch Strahlung oder Luftleitung an die Umgebung oder durch innere Wärmeleitung an die Elektroden, große Widerstände zu überwinden hat. Bei der dünnen Heißeiterscheibe ist das Gegenteil der Fall: die einzelnen Gebiete der Scheibe haben untereinander sehr schlechte, mit den metallischen Ableitkörpern dagegen sehr innige Wärmeverbindung. Trotzdem hat man das Gefühl, daß ein stetiger Übergang von dem einen zum anderen Fall bestehen und auch im Fall der dünnen Scheibe ein der beliebigen Überhitzung eines schmalen Fadens entgegenwirkendes Ausgleichsbestreben vorhanden sein muß. Ein erster Versuch, diesen Gedanken quantitativ auszuwerten, wurde 1933 von W. Schottky unternommen; es wurde angenommen, daß in einem scheibenförmigen Heißeiterkörper bei einem fadenförmigen Durchschlag auf einem den Glühfaden umgebenden Zylindermantel, dessen Durchmesser ungefähr der Scheibenhöhe gleichgesetzt ist, bereits Umgebungstemperatur herrscht. Unter diesen Bedingungen, die also eine wesentlich radiale Wärmeabfuhr von dem Faden in den Heißeiterkörper hinein ergeben, wurde die Stromspannungskennlinie und insbesondere die auftretende Höchstspannung in Gemeinschaft mit dem Verf. berechnet. Sofern diese Höchstspannung unterhalb der des isothermen Heißeiters lag, sollte die anisotherme Lösung mit fadenförmigem Durchschlag (an einer oder mehreren Stellen) stabiler sein als die isotherme Lösung.

Seitdem sind in gemeinsamen Diskussionen diese Fragen erheblich weiter geklärt worden, wobei uns die Mitarbeit von H. Lueder, der durch anschauliche Ersatzbilder die Verhältnisse qualitativ zu übersehen verstand, die wesentlichste Hilfe leistete. Auf diese Weise sind viele der im folgenden enthaltenen physikalischen Erkenntnisse schon gewonnen worden, bevor es gelang, mathematische Ansätze zu finden, die einerseits noch die Wirklichkeit nicht zu sehr idealisieren, andererseits

sich aber (mit Eigenwertverfahren und elliptischen Funktionen) geschlossen behandeln lassen. Es gelingt, die das Gleichgewicht zwischen Wärmeerzeugung und Wärmeabfuhr in jedem Plattenelement des Heißeiters bestimmende Differentialgleichung mit den dazugehörigen Randbedingungen unter gewissen, den Kern des Problems nicht berührenden Idealisierungen auszuwerten und festzustellen, daß zwar unterhalb einer gewissen kritischen Strombelastung nur eine, die isotherme, Lösung existiert, daß aber oberhalb dieser kritischen Strombelastung noch weitere Lösungen der Differentialgleichung auftreten, die durch transversale Anisothermie innerhalb der Heißeiterscheibe gekennzeichnet sind, und die bei gleichem Gesamtstrom geringeren Spannungsbedarf ergeben und somit stabiler sind als die isotherme Lösung. Die kritische Belastung wird frühestens erreicht bei demjenigen Stromwert, der zum Spannungsmaximum gehört, in vielen Fällen aber erst bei erheblich größeren Strömen.

Es sei hier eingeschaltet, daß die beschriebene Fragestellung im Grunde dieselbe ist wie bei der Wärmethorie des elektrischen Durchschlags von Isolatoren, die in der bekannten, von K. W. Wagner¹⁾ gegebenen Darstellung von zwei Annahmen ausgeht:

1. Der Temperaturkoeffizient des elektrischen Widerstandes der Isolationswerkstoffe ist negativ.
2. Jeder Isolator weist mehr oder weniger starke Inhomogenitäten auf.

K. W. Wagner betrachtet nun eine Isolatorplatte, die von einem oder mehreren Kanälen durchsetzt ist, in denen die Leitfähigkeit des Isolators besser als in der übrigen Platte ist, und zeigt, daß für diese „kranken Kanäle“ die Gefahr der Stromkonzentration und des Durchbrennens besteht. Bei seinen Rechnungen macht er die Annahme, daß sich nur der kranke Kanal infolge des Stromdurchgangs erwärmt, daß aber der umgebende gesunde Werkstoff kalt bleibt. Die entwickelte Wärme wird dabei radial abgeführt. Von anderer Seite²⁾ wurde mehrfach der rein frontal gekühlte Heißeiter untersucht, wobei radiale Isothermie vorausgesetzt wurde. Schließlich hat L. Dreyfus³⁾ Heißeiter mit gleichzeitigem axialem und radialem Temperaturgefälle näherungsweise behandelt.

Es ist wahrscheinlich auf die Eigenart der Fragestellung auf dem Isolatorengebiet zurückzuführen, daß sich das Augenmerk in allen diesen Arbeiten hauptsächlich auf die Berechnung des Maximums der Stromspannungskennlinie richtet. Denn für den Isolator ist ja der ansteigende Teil der Kennlinie das Wesentliche, und die entscheidende Frage ist demnach die nach dem Ende dieses ansteigenden Teiles, also nach dem Maximum der Stromspannungskennlinie. So scheint es zu erklären zu sein, daß in diesen Arbeiten meist stillschweigend vorausgesetzt wird, daß die Weiterverfolgung der Kennlinie in den fallenden Teil hinein auch bei Anwendung eines stabilisierenden Vorschaltwiderstandes nicht möglich sei, daß vielmehr der Durchbruch stets am Maximum stattfindet. In dem uns bekannten Schrifttum wird nur bei K. W. Wagner selbst auf diese Frage eingegangen. Er macht für die erwähnte Unmöglichkeit die elektrische Kapazität der Isolatorprobe zwischen ihren Elektroden verantwortlich, die der fallenden Kennlinie parallel geschaltet liegt und

¹⁾ K. W. Wagner: A. I. E. E. **41** (1922) S. 1034.

²⁾ W. Rogowski: Arch. Elektrotechn. **13** (1924) S. 153. — Th. v. Kármán: Ebenda **13** (1924) S. 174. — V. Foek: Ebenda **19** (1928) S. 71.

³⁾ L. Dreyfus: Bull. schweiz. elektrotechn. Ver. **15** (1934) S. 321 und 577.

mit dieser zusammen Kippschwingungen erzeugen kann¹⁾. Im Verlauf der ersten Halbschwingung sollen bereits so hohe lokale Temperaturen im Isolator erreicht werden, daß Zerstörung eintritt. Versuche und überschlägige Betrachtungen zeigen aber, daß die Gefahr der Kippschwingungen bei den mit nur mäßigen Spannungen belastbaren Heißeitern in den meisten Fällen nicht entscheidend für das Eintreten oder Unterbleiben des Durchschlages ist. Maßgebend scheint hier vielmehr das Labilwerden der anfänglich transversal isothermen Temperaturverteilung bei Überschreiten einer gewissen Strombelastung und das dann erfolgende Umschlagen in eine Temperaturverteilung mit großen transversalen Temperaturunterschieden zu sein, das auch bei fehlender Eigenkapazität auftritt. Wir kehren nunmehr zu diesem Problem zurück.

Wir betrachten einen Heißeiter, dessen Heißeiterkörper plattenförmige Gestalt hat, rein frontal gekühlt wird und keine Inhomogenitäten bezüglich des Heißeiterwerkstoffs oder der Wärmeableitungen aufweist²⁾. Seine unter der Voraussetzung radialer Isothermie berechnete Kennlinie hat bekanntlich, wenn die Stromstärke als Abszisse aufgetragen wird, einen ansteigenden Teil, ein Spannungsmaximum und einen daran anschließenden fallenden Teil³⁾. Unterteilt man die Heißeiterplatte gedanklich in n Elemente, so hat die Kennlinie jedes einzelnen Elementes bis auf eine n -fache Verkleinerung des Strommaßstabes dieselbe Gestalt. Wird der erwähnte Heißeiter im fallenden Teil dieser Kennlinie betrieben, so stellt er also eine Parallelschaltung von n Elementen mit fallenden Kennlinien dar, die im allgemeinen nicht stabil ist. Es liegt demnach nach Überschreitung des Maximums der isothermen Kennlinie stets die Gefahr vor, daß eines der n Elemente den Hauptteil des Stromes übernimmt und auf dem fallenden Teil seiner Kennlinie arbeitet, während die restlichen $n - 1$ sich abkühlen und mit gleicher Spannung wie das heiße Element, aber vor dem Maximum ihrer Kennlinien arbeiten. Mit anderen Worten heißt das, daß die Gefahr der Ausbildung heißer Zonen und der Abkühlung des Plattenrestes vorliegt. Zwischen einer heißen Zone und dem kalten Plattenrest findet aber ein transversaler Wärmefluß statt, der die radiale Isothermie wiederherzustellen bestrebt ist. Diese transversale „thermische Kopplung“ der einzelnen Plattenelemente wirkt also dem Bestreben zur Instabilität entgegen und hat zur Folge, daß die Ausbildung heißer Zonen nicht unmittelbar nach Überschreitung des Maximums, sondern je nach der Stärke der thermischen Kopplung mehr oder minder weit hinten auf dem fallenden Teil der Kennlinie stattfindet. Des weiteren hat die Tatsache der thermischen Kopplung zur Folge, daß nach einmal erfolgter Zonenbildung die heißen Teile der Platte nicht immer heißer werden und schließlich durchbrennen; vielmehr

¹⁾ Aus diesen Erwägungen heraus arbeitete K. W. Wagner dann mit Elektroden aus elektrisch anisotropem Werkstoff (Holz), die in Richtung des elektrischen Stromes elektrisch gut leiteten, quer dazu aber elektrisch schlecht leiteten. Mit diesen Anordnungen gelang es ihm, den fallenden Teil der Kennlinie in erheblicher Ausdehnung zu durchlaufen.

²⁾ Unsere Voraussetzungen sind also im wesentlichen dieselben, wie sie bei W. Rogowski, Th. v. Kármán und V. Fock gemacht wurden. Von dem axialen Temperaturgefälle innerhalb des Heißeiters, dessen Darstellung bei diesen Verfassern einen breiten Raum einnimmt, sehen wir in den rechnerischen Ausführungen der Abschnitte II . . . V der Einfachheit halber ab, indem wir annehmen, daß es vernachlässigbar klein ist. Inwieweit es die hier zu beschreibenden Erscheinungen beeinflusst, wird qualitativ kurz in Abschnitt VI berührt.

³⁾ Die genaue Form dieser Kennlinie hängt vom Temperaturgesetz des Widerstandes und der Wärmeableitung ab. Für einen mit $1/T$ fallenden Temperaturkoeffizienten vgl. die Abb. S. 770 bei W. Kaufmann (a. a. O.), für konstanten Temperaturkoeffizienten Abb. 2, S. 374 bei H. Lueder u. E. Spenke I.

gibt es auch stationäre Zustände mit inhomogener Temperaturverteilung¹⁾. Diese stationären Zustände ordnen sich in der Strom-Spannungs-Darstellung zu Abzweigenkennlinien an, die von gewissen Punkten des fallenden Teils der isothermen Kennlinie ausgehen (siehe Bild 6, 7 und 8). Den einzelnen Zweigen entsprechen Temperaturverteilungen mit einer oder mehreren heißen Zonen am Rande oder in der Mitte der Platte. Der stabilste Zustand mit geringstem Spannungsbedarf ist hierbei stets der erste Zweig, der je nach den Abkühlungsverhältnissen einer heißen Zone am Rande oder in der Mitte entspricht.

Ist die thermische Kopplung klein, so bildet sich die heiße Zone früh, also bereits dicht hinter dem Maximum aus. Weiter hat aber Kleinheit der thermischen Kopplung zur Folge, daß sich nur ein relativ kleiner Teil der gesamten Platte auf hoher Temperatur halten kann. Der große kalte Rest wirkt ungefähr wie ein kleiner konstanter Parallelwiderstand und bringt die Kennlinie der heißen Zone zum Überkippen²⁾. Die Abzweigenkennlinie hat daher in diesem Fall eine fallend rückläufige Gestalt (Bild 6 und 7). Auch bei Benutzung beliebig großer Vorschaltwiderstände tritt bei Überschreitung des Abzweigenpunktes ein Zusammenbrechen der Spannung ein, das erst auf dem unteren wieder hinläufigen Teil der anfangs rückläufigen Kennlinie zum Halten kommt. In praktischen Fällen dürfte allerdings der Werkstoff die diesem Zustand entsprechende lokale Höchsttemperatur in den meisten Fällen nicht aushalten und vollkommene Zerstörung eintreten. Es liegt dann ein richtiger Wärmedurchschlag vor.

Ist die thermische Kopplung groß, so liegt der Abzweigenpunkt erst weit hinter dem Maximum, und die „kalten“ Teile der Platte werden auch noch so stark erwärmt, daß das Ersatzbild „Isothermer Heißeiter mit konstantem Parallelwiderstand“ versagt. Eine thermisch in sich stark gekoppelte Heißeiterplatte wirkt vielmehr auch hinter dem Abzweigenpunkt ungefähr wie ein isothermer Heißeiter mit einer mittleren Temperatur. Dementsprechend unterscheidet sich die Abzweigenkennlinie wenig von der isothermen Kennlinie und hat fallend hinläufigen Charakter (Bild 8). Sie kann mit genügend großen Vorschaltwiderständen Punkt für Punkt durchlaufen und auch technisch benutzt werden. Versuche an CuO-Scheiben mit Ni-Elektroden haben diese Aussagen bestätigt.

Diesen physikalischen Gedankengängen entspricht eine mathematische Behandlung des Wärmedurchschlags als Eigenwertproblem. Dies wird besonders deutlich, wenn man erwähnt, daß ein auf dem fallenden Teil seiner Kennlinie betriebener plattenförmiger Heißeiter eine gewisse Analogie aufweist zu einem in seiner Achsenrichtung gedrückten Stab, dessen Enden eingespannt sind, sich aber senkrecht zur Stabachse frei verschieben können (Bild 1). Der Kraft P entspricht dabei der Überschuß der elektrischen Leistung, die in der Platte umgesetzt wird, über die Leistung beim Maximum. Der seitlichen Auslenkung des Stabes entspricht eine „thermische Verbeulung“ der Platte, die durch die Temperaturunterschiede der einzelnen Platten-

¹⁾ Obwohl zunächst immer noch rein frontale Kühlung vorausgesetzt wird. Daß bei gegebenen äußeren Betriebsbedingungen — elektrische Schaltung und Abkühlungsverhältnisse — mehrere stationäre Zustände möglich sind, von denen dann nur einer stabil ist, widerspricht nicht den von F. Kohlrausch: Ann. d. Phys. **1** (1900) S. 132 vermuteten und von W. Voigt: Gött. Nachr. 1899 S. 228 und von H. Dießelhorst: Ann. d. Phys. **1** (1900) S. 312 bewiesenen Eindeutigkeitssätzen, da diese für andere Randbedingungen bezüglich der Temperatur aufgestellt worden sind. Das gleiche gilt ja schon für die Doppeldeutigkeit bezüglich der Spannung, die beim Auftreten einer fallenden Kennlinie eintritt.

²⁾ Siehe H. Lueder u. E. Spenke I, Abschnitt II.

elemente gekennzeichnet wird. Dem elastischen Zusammenhalt der einzelnen Stabelemente entspricht die thermische Kopplung der einzelnen Plattenelemente. Ebenso wie infolge des elastischen Zusammenhalts bei Verbiegung des Stabes Biegemomente auftreten, die den Stab wieder zu strecken versuchen, werden durch die Wärmekopplung bei einer thermischen Verbeulung transversale Wärmeströmungen ausgelöst, die die thermische Verbeulung wieder auszugleichen bestrebt sind. Wie eine seitliche Ausbiegung des Stabes nicht schon bei beliebig kleiner Belastung P , sondern erst bei Überschreitung der „Eulerschen Knicklast“ als statischer Zustand möglich wird, so bildet sich eine heiße Zone nicht sofort hinter dem Maximum, sondern erst nach Überschreitung des Abzweigpunktes als stationärer Zustand aus. Schließlich führt beim Stab nicht jede seitliche Auslenkung sofort zum Zusammenbrechen, sondern es gibt auch nach Überschreitung der Eulerschen Knicklast Gleichgewichtszustände. Dem entspricht bei der Heißeiterplatte, daß auch nach Ausbildung einer heißen Zone diese nicht immer heißer wird, sondern daß auch bei radial anisothermer Temperaturverteilung stationäre Zustände möglich sind.

Diese Anschauungen über das Wesen des Wärmedurchschlages von Heißeitern bedürfen nun der näheren Begründung. Wir liefern sie, indem wir von einfachen zu komplizierteren Problemen aufsteigen. Der physikalische Grundgehalt der Ergebnisse bleibt dabei bis auf eine zunehmende Verfeinerung erhalten. Das stufenweise Vorgehen hat außerdem den Vorteil, die Verbindung zwischen Rechnung und Anschauung auch bei den zum Schluß ziemlich verwickelten Fragestellungen nicht abreißen zu lassen.

Im Abschnitt II behandeln wir zunächst ein diskontinuierliches Problem, an dem sich der Begriff der thermischen Kopplung besonders gut auseinandersetzen läßt. Es handelt sich um die Parallelschaltung zweier in sich isothermer Heißeiter, zwischen denen eine wärmeleitende Verbindung angebracht ist. In Abschnitt III und IV wird das einfachste kontinuierliche Beispiel, nämlich das Streifenproblem, durchgerechnet. Hierbei besitzt der Heißeiterkörper eine im Verhältnis zu seiner Breite geringe Höhe und unendlich kleine Tiefenausdehnung. Ein transversaler Wärmeaustausch wird zunächst nur im Heißeiterkörper selbst, dagegen nicht in den Wärmeableitungen berücksichtigt. Unter diesen Annahmen liegt ein eindimensionales Problem vor, das in Abschnitt III mit einem Störungsansatz als Randwertaufgabe und Eigenwertproblem behandelt wird. Nachdem sich so die Lage der Abzweigpunkte ergeben hat, wird in Abschnitt IV für ein spezielles Widerstandstemperaturgesetz der ganze Verlauf der Abzweigkennlinien mit Hilfe von elliptischen Funktionen berechnet. In Abschnitt V wird die einschränkende Voraussetzung, daß in den metallischen Wärmeableitungen kein transversaler Wärmeaustausch stattfindet, fallen gelassen, und zugleich der Übergang zu kreisförmigem Querschnitt des Heißeiter-

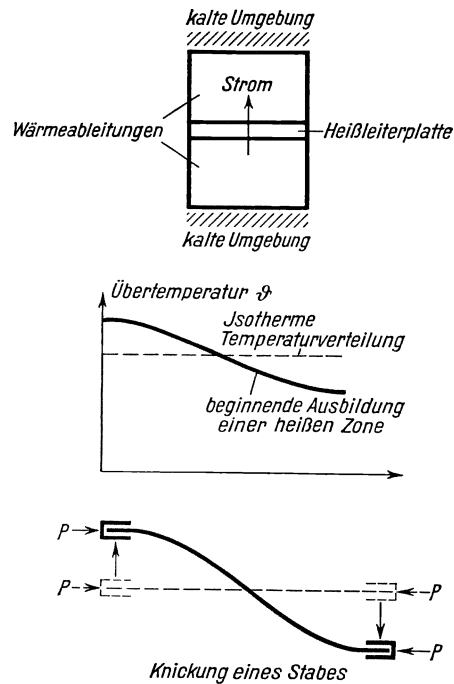


Bild 1. Analogie zwischen der Zonenbildung in einer Heißeiterplatte und der Knickung eines Stabes.

körpers vollzogen. Das Eigenwertverfahren liefert auch hier die Abzweigpunkte in verhältnismäßig einfacher Weise, während die Bestimmung der ganzen Abzweigenlinien in geschlossener Form bei der Kreisscheibe nicht gelungen ist. Die physikalische Bedeutung der gewonnenen Ergebnisse wird durch die Betrachtung von Heißeitern mit Wärmeableitungszyllindern, in denen der seitliche Wärmeaustausch nicht in ganzer Länge, sondern nur streckenweise möglich ist, erleichtert. Schließlich wird in Abschnitt VI der Einfluß angedeutet, den eine bisher ausgeschlossene Kühlung des Plattenrandes sowie die gleichfalls bisher nicht berücksichtigte axiale Anisothermie der Scheibe haben wird. Auch die Rolle kleiner Inhomogenitäten des Werkstoffs wird kurz gestreift.

II. Zwei elektrisch parallelgeschaltete, thermisch gekoppelte Einzelheißeiter.

Wir betrachten in diesem Abschnitt zwei gleiche Heißeiter 1 und 2 . Unter Gleichheit der beiden Heißeiter sei dabei verstanden, daß erstens der thermische Leitwert A der Wärmewege zwischen Heißeiterkörper und kalter Umgebung derselbe sein soll.

$$A_1 = A_2 = A. \quad (\text{II, 01})$$

Zweitens sollen beide Heißeiter bei jeder Übertemperatur ϑ denselben elektrischen Widerstand $R(\vartheta)$ haben:

$$R_1(\vartheta) = R_2(\vartheta) = R(\vartheta). \quad (\text{II, 02})$$

Dazu muß im einzelnen der elektrische Widerstand der beiden Heißeiter 1 und 2 bei der Außentemperatur $\vartheta = 0$ derselbe sein:

$$R_{01} = R_{02} = R_0, \quad (\text{II, 03})$$

und weiter muß die Temperaturabhängigkeit des elektrischen Widerstandes in beiden Fällen übereinstimmen. Da es uns im vorliegenden Abschnitt II nur auf eine Herausarbeitung grundsätzlicher Zusammenhänge ohne die Absicht zahlenmäßiger Anwendung auf wirkliche Verhältnisse ankommt, können wir für diese bei 1 und 2 gleiche Temperaturabhängigkeit einen ganz primitiven und von wirklichen Heißeiterstoffen nicht erfüllten, aber für die Rechnung sehr bequemen Ansatz machen:

$$\left. \begin{aligned} R_1(\vartheta_1) &= R_0(1 - \alpha \vartheta_1) = R_0(1 - \Theta_1), \\ R_2(\vartheta_2) &= R_0(1 - \alpha \vartheta_2) = R_0(1 - \Theta_2), \end{aligned} \right\} \quad (\text{II, 04})$$

bzw.

$$\left. \begin{aligned} R_1(\vartheta_1) &= R_0(1 - \alpha \vartheta_1) = R_0(1 - \Theta_1), \\ R_2(\vartheta_2) &= R_0(1 - \alpha \vartheta_2) = R_0(1 - \Theta_2), \end{aligned} \right\}$$

wobei α ein Temperaturkoeffizient und Θ_1 bzw. Θ_2 eine Abkürzung für das dimensionslose Temperaturmaß $\alpha \vartheta_1$ bzw. $\alpha \vartheta_2$ ist.

$$\left. \begin{aligned} \Theta_1 &= \alpha \vartheta_1, \\ \Theta_2 &= \alpha \vartheta_2. \end{aligned} \right\} \quad (\text{II, 05})$$

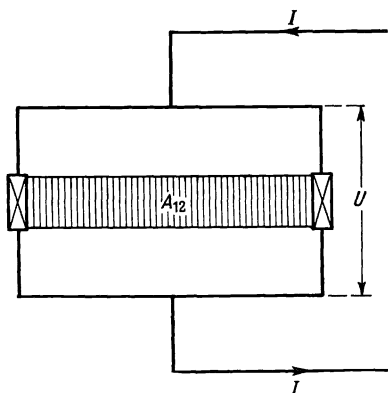


Bild 2. Zwei parallelgeschaltete Heißeiter, zwischen denen eine wärmeleitende Verbindung A_{12} angebracht ist.

Diese beiden gleichen Heißeiter 1 und 2 schalten wir elektrisch parallel (siehe Bild 2, U ist die an ihnen liegende Spannung) und bringen außerdem eine thermisch leitende Verbindung mit dem Wärmeleitwert A_{12} zwischen ihnen an. Dann lauten die Bedingungsgleichungen dafür, daß die beiden Heißeiter 1 und 2 stationär arbeiten, daß also in jedem von ihnen die erzeugte Joulesche Wärme gleich der in der Zeiteinheit abgeführten Wärme ist, wie folgt:

$$UI_1 = \frac{U^2}{R(\vartheta_1)} = A\vartheta_1 + A_{12}(\vartheta_1 - \vartheta_2), \quad (\text{II, 06})$$

$$UI_2 = \frac{U^2}{R(\vartheta_2)} = A\vartheta_2 + A_{12}(\vartheta_2 - \vartheta_1). \quad (\text{II, 07})$$

Aus dem Schaltbild 2 entnimmt man

$$U = I \frac{R(\vartheta_1) \cdot R(\vartheta_2)}{R(\vartheta_1) + R(\vartheta_2)}. \quad (\text{II, 08})$$

Mit Benutzung von (II, 04), (II, 05) und (II, 08) wird aus (II, 06) und (II, 07)

$$I^2 \frac{(1 - \Theta_1) \cdot (1 - \Theta_2)^2}{[(1 - \Theta_1) + (1 - \Theta_2)]^2} R_0 = \frac{A}{\alpha} \Theta_1 + \frac{A_{12}}{\alpha} (\Theta_1 - \Theta_2), \quad (\text{II, 09})$$

$$I^2 \frac{(1 - \Theta_2) \cdot (1 - \Theta_1)^2}{[(1 - \Theta_1) + (1 - \Theta_2)]^2} R_0 = \frac{A}{\alpha} \Theta_2 + \frac{A_{12}}{\alpha} (\Theta_2 - \Theta_1). \quad (\text{II, 10})$$

Wir teilen beide Gleichungen durch A/α und führen folgende neue Bezeichnungen ein

$$\frac{A_{12}}{A} = a_{12}, \quad (\text{II, 11})$$

$$1 - \Theta_1 = x_1, \quad 1 - \Theta_2 = x_2, \quad (\text{II, 12})$$

$$\frac{A}{\alpha} \cdot \frac{1}{R_0} = I_0^2, \quad (\text{II, 13})$$

$$\frac{I}{I_0} = i = \text{dimensionsloses Maß für den Gesamtstrom } I, \quad (\text{II, 14})$$

und erhalten aus (II, 09) und (II, 10) dadurch

$$i^2 \frac{x_1 x_2^2}{(x_1 + x_2)^2} = 1 - x_1 + a_{12}(x_2 - x_1), \quad (\text{II, 15})$$

$$i^2 \frac{x_1^2 x_2}{(x_1 + x_2)^2} = 1 - x_2 + a_{12}(x_1 - x_2). \quad (\text{II, 16})$$

Durch Division von (II, 15) durch (II, 16) und einige weitere Umformungen ergibt sich

$$(x_2 - x_1) - (x_2 - x_1)(x_2 + x_1)(1 + a_{12}) = 0 \quad (\text{II, 17})$$

und durch Subtraktion von (II, 16) von (II, 15)

$$i^2 \frac{x_1 x_2}{(x_1 + x_2)^2} (x_2 - x_1) = (x_2 - x_1) + 2a_{12}(x_2 - x_1). \quad (\text{II, 18})$$

(II, 17) und (II, 18) sind die Bedingungsgleichungen für stationäres Arbeiten der parallelgeschalteten Heißeiter; sie enthalten beide den Faktor $(x_2 - x_1)$ und werden daher durch

$$x_2 - x_1 = 0,$$

$$x_2 = x_1$$

oder mit Benutzung von (II, 12)

$$\Theta_2 = \Theta_1 = \Theta \quad (\text{II, 19})$$

erfüllt.

Wir erhalten also das (übrigens selbstverständliche) Ergebnis, daß die beiden Heißeiter 1 und 2 stationär arbeiten können, wenn sie sich beide auf derselben Temperatur Θ befinden. In diesem Fall (II, 19) ergibt sich leicht durch Benutzung von (II, 15) oder (II, 16), (II, 12) und (II, 08)

$$u = \sqrt{\Theta(1 - \Theta)}, \quad i = 2 \sqrt{\frac{\Theta}{1 - \Theta}}, \quad (\text{II, 20})$$

wobei jetzt auch die Spannung U in einem dimensionslosen Maß

$$u = \frac{U}{U_0} = \frac{U}{I_0 R_0} = \frac{U}{\sqrt{\frac{A}{\alpha} R_0}} \quad (\text{II, 21})$$

gemessen ist.

Neben diesem Fall der Isothermie ergibt sich aber auch die Existenz eines Falles der Anisothermie, d. h. es sind auch stationäre Zustände möglich, bei denen die beiden parallelgeschalteten Heißeiter 1 und 2 verschiedene Temperaturen $\Theta_1 \neq \Theta_2$ haben. Denn nach Abspaltung des Faktors $x_2 - x_1$ bleibt von den Bedingungengleichungen (II, 17) und (II, 18) folgendes übrig:

$$1 - (x_2 + x_1)(1 + a_{12}) = 0, \quad (\text{II, 22})$$

$$i^2 \frac{x_1 x_2}{(x_1 + x_2)^2} = 1 + 2a_{12}; \quad (\text{II, 23})$$

oder nach leichten Umformungen

$$x_1 + x_2 = \frac{1}{1 + a_{12}}, \quad (\text{II, 24})$$

$$x_1 x_2 = \frac{1}{i^2} \frac{1 + 2a_{12}}{(1 + a_{12})^2}. \quad (\text{II, 25})$$

Setzen wir (II, 24) und (II, 25) unter Benutzung von (II, 04) und (II, 12) in die durch $U_0 = I_0 R_0$ dividierte Gleichung (II, 08) ein und beachten (II, 14) und (II, 21), so erhalten wir

$$u \cdot i = \frac{1 + 2a_{12}}{1 + a_{12}}. \quad (\text{II, 26})$$

Zwischen den beiden (im Falle der Anisothermie verschiedenen) Temperaturen Θ_1 und Θ_2 der beiden Heißeiter 1 und 2 ergibt sich aus (II, 24) und (II, 12) der Zusammenhang:

$$\Theta_2 = \frac{1 + 2a_{12}}{1 + a_{12}} - \Theta_1. \quad (\text{II, 27})$$

Die im Falle der Anisothermie neu auftretenden stationären Zustände werden also nach (II, 26) durch eine neue Kennlinie, die „Abzweigkennlinie“, dargestellt, die von der durch (II, 20) bestimmten isothermen Kennlinie ausgeht. Die Abzweigkennlinie ist bei dem gewählten Widerstandsgesetz zufällig eine Hyperbel konstanter Leistung $u \cdot i$. Für einige Fälle verschiedener thermischer Kopplung a_{12} sind die jeweilige Abzweigkennlinie und die dazugehörigen, aus (II, 27) folgenden Temperaturen Θ_1 und Θ_2 in den Bildern 3a, 3b und 3c dargestellt.

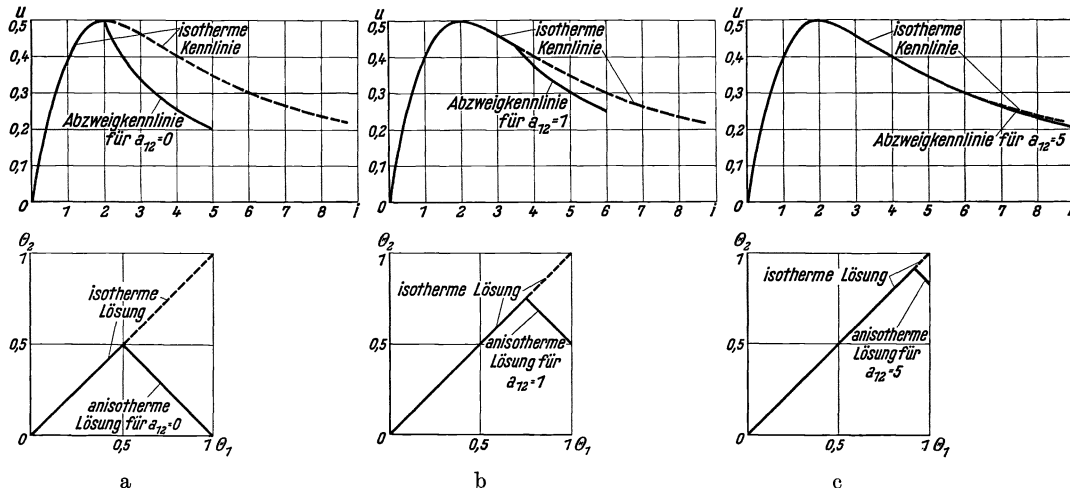


Bild 3a, b, c. Zwei parallelgeschaltete Heißeiter mit Wärmekopplung. Isotherme Kennlinie mit der Abzweigkennlinie bei verschiedenen Werten der thermischen Kopplung a_{12} . Temperatur $\Theta_2 = \alpha \vartheta_2$ des zweiten Heißeiters in Abhängigkeit von der Temperatur $\Theta_1 = \alpha \vartheta_1$ des ersten Heißeiters.

Der physikalische Gehalt dieser Ergebnisse ist nach dem Überblick in Abschnitt I klar. Hinter dem Maximum der isothermen Kennlinie stellen die beiden Heißeitern eine Parallelschaltung fallender Kennlinien dar. Ist die thermische Kopplung $a_{12} = 0$, so ist das auf jeden Fall ein instabiler Zustand. Beim Versuch, das Maximum zu überschreiten, wird der eine Heißeitern sich nicht miterwärmen, sondern vielmehr auf den ansteigenden Teil seiner Kennlinie zurücksinken. Nur der andere wird auf den fallenden Teil seiner Kennlinie übergehen, und beide werden dann bei gleicher Spannung, aber der eine vor, der andere hinter dem Maximum arbeiten. Im Bild 3, wo die Kennlinien für beide parallelgeschaltete Heißeitern zusammen gelten, drückt sich das durch das Abzweigen einer neuen anisothermen Abzweigkennlinie im Maximum der isothermen Kennlinie aus.

Bringt man eine wärmeleitende Verbindung zwischen den beiden Heißeitern an und erteilt dadurch der thermischen Kopplung a_{12} einen von Null verschiedenen Wert, so fließen beim Auftreten eines Temperaturunterschiedes zwischen den beiden Heißeitern Wärmeströme durch diese wärmeleitende Verbindung, die den Temperaturunterschied der beiden Heißeitern wieder auszugleichen bestrebt sind. So kommt es, daß für $a_{12} > 0$ das Auseinanderfallen der beiden parallelgeschalteten Heißeitern erst später eintreten kann. Die isotherme Lösung ist bis zu höheren Temperaturen stabil, und die Abzweigkennlinie verläßt die isotherme Kennlinie erst an einem Punkt, der hinter dem Maximum auf dem fallenden Teile liegt.

III. Heißeiternstreifen mit querkopplungsfreien Wärmeableitungen; Störungsverfahren.

Nachdem wir uns im vorigen Abschnitt an einem sehr einfachen diskontinuierlichen Beispiel orientiert haben, greifen wir jetzt ein kontinuierliches Problem an. Auch hierbei wird es uns zunächst nur auf eine Klarstellung der grundsätzlichen Verhältnisse ankommen, und deshalb wählen wir die Voraussetzungen ohne Rücksicht auf tatsächliche Ausführungsformen plattenförmiger Heißeitern möglichst einfach. Wir betrachten ein eindimensionales Problem, d. h. einen streifenförmigen Heißeitern (Bild 4) mit der Höhe H und der Länge $2b$. In der Richtung senkrecht zur Zeichenebene habe der Heißeitern eine so geringe Ausdehnung a , daß das Auftreten von Anisothermie in dieser Richtung praktisch ausgeschlossen ist. Der Heißeiternstoff habe eine Wärmeleitfähigkeit κ_H , und sein spezifischer elektrischer Widerstand ϱ befolge ein zunächst noch offen bleibendes Temperaturgesetz

$$\varrho = \varrho_0 f(x\vartheta) = \varrho_0 f(\Theta). \quad (\text{III, 01})$$

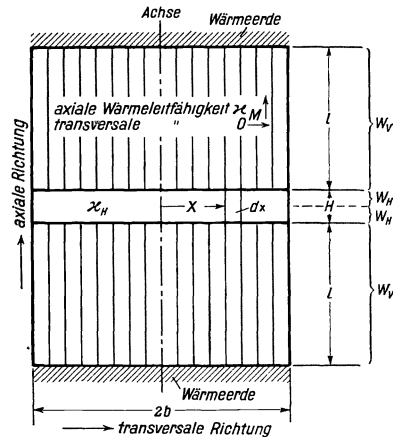


Bild 4. Heißeiternstreifen zwischen querkopplungsfreien Wärmeableitungen.

Die Stromzufuhr und die Wärmeableitung erfolge über zwei Metallkörper mit der Länge l und mit demselben rechteckigen Querschnitt $2b \times a$ wie der Heißeiternstreifen. Der elektrische Widerstand dieser Metallkörper sei so klein, daß wir ihn neben dem elektrischen Widerstand des Heißeiternstreifens nicht zu berücksichtigen brauchen und gleich 0 setzen dürfen. Die Wärmeleitfähigkeit der Metallkörper betrage

in axialer Richtung κ_M ; in transversaler Richtung sei sie dagegen 0. Diese „querkopplungsfreien Wärmeschaltwiderstände oder Wärmeableitungen“ gestatten also nur axiale Wärmeströmungen, transversale sind in ihnen nicht möglich. Elektrisch sollen sie aber im Gegensatz zu den Wagnerschen Holzelektroden¹⁾ völlig isotrop sein. Ob und wie man derartige querkopplungsfreie Wärmeschaltwiderstände realisieren kann, interessiert hier nicht; denn es handelt sich dabei um reine Gedankenkonstruktionen, die wir zunächst zur Vereinfachung der Rechnung einführen und später aus den Betrachtungen wieder entfernen werden.

Der thermische Widerstand
$$W_V = \frac{1}{\kappa_M} \cdot \frac{l}{2b \cdot a} \quad (\text{III, 02})$$

einer dieser querkopplungsfreien Wärmeableitungen sei so groß gegenüber dem entsprechenden thermischen Widerstand

$$W_H = \frac{1}{2} \frac{1}{\kappa_H} \frac{H}{2b \cdot a} \quad (\text{III, 03})$$

des halben Heißeleiters, daß das axiale Temperaturgefälle innerhalb des Heißeleiters zu vernachlässigen ist. Dann ist die Übertemperatur ϑ lediglich eine Funktion des nach rechts (links) positiv (negativ) gezählten Abstandes x von der Achse der ganzen Anordnung. Rand- oder Transversalkühlung des Heißeiterkörpers sei gänzlich vermieden, so daß

$$\frac{d\vartheta}{dx} \Big|_{x=+b} = \vartheta'(+b) = 0 \quad \text{und} \quad \frac{d\vartheta}{dx} \Big|_{x=-b} = \vartheta'(-b) = 0 \quad (\text{III, 04})$$

ist.

Wir wollen jetzt die Bedingungsgleichung dafür aufstellen, daß die in dem Heißeleiterstreifen herrschende Temperaturverteilung $\alpha \vartheta(x) = \Theta(x)$ stationär ist. Zu diesem Zweck betrachten wir ein Element des Streifens, das von den senkrecht zur Zeichenebene stehenden Ebenen $x + dx$ und x begrenzt wird. In der Zeiteinheit fließt durch die linke Begrenzungsebene x eine Wärmemenge

$$\kappa_H \cdot \vartheta'(x) \cdot H \cdot a$$

aus dem betrachteten Element heraus, durch die rechte Begrenzungsebene $x + dx$ eine Wärmemenge

$$\kappa_H \cdot \vartheta'(x + dx) \cdot H \cdot a$$

in das betrachtete Element hinein. Durch die transversale Wärmeströmung wird also in der Zeiteinheit dem betrachteten Element eine Wärmemenge

$$\kappa_H \cdot \vartheta'(x) \cdot H \cdot a - \kappa_H \cdot \vartheta'(x + dx) \cdot H \cdot a \approx -\kappa_H \cdot H \cdot a \cdot \vartheta''(x) \cdot dx$$

entzogen. Außerdem führt aber das betrachtete Element in axialer Richtung an jede Elektrode in der Zeiteinheit die Wärmemenge

$$\kappa_M \cdot \frac{\vartheta(x)}{l} \cdot a \, dx$$

ab, so daß die gesamte Wärmeabfuhr des betrachteten Elements in der Zeiteinheit

$$\left(-\kappa_H \cdot H \cdot \vartheta''(x) + 2\kappa_M \frac{\vartheta(x)}{l} \right) a \, dx$$

beträgt. Wenn der Zustand stationär sein soll, muß die in dem betrachteten Element erzeugte Joulesche Wärme

$$\frac{U^2}{\rho(\vartheta(x)) \frac{H}{a \, dx}} \quad (U = \text{an dem Heißeleiter liegende Spannung})$$

¹⁾ K. W. Wagner: A. I. E. E. **41** (1922) S. 1036.

diese Wärmeabfuhr gerade kompensieren. Wir erhalten also als Bedingungsgleichung dafür, daß der Zustand stationär ist, die Differentialgleichung

$$-\kappa_H \cdot H \cdot \vartheta''(x) + 2\kappa_M \frac{\vartheta(x)}{l} = \frac{U^2}{\varrho(\vartheta(x)) \cdot H}. \quad (\text{III, 05})$$

Wir messen den Abstand von der Achse durch das dimensionslose Maß

$$\xi = \frac{x}{b}, \quad (\text{III, 06})$$

die Temperatur $\vartheta(x)$ durch das dimensionslose Maß

$$\Theta(x) = \alpha \vartheta(x) \quad (\text{III, 07})$$

und die Spannung U durch das dimensionslose Maß

$$u = \frac{U}{U_0} = \frac{U}{\sqrt{\frac{R_0}{\alpha \cdot \frac{1}{2} W_V}}}}; \quad (\text{III, 08})$$

dabei ist R_0 der elektrische Widerstand des ganzen Heißeiterstreifens bei der Außentemperatur ($\vartheta(\xi) \equiv 0$), und $\frac{1}{2} W_V$ läßt sich nach (III, 02) und Bild 4 als gesamt, zwischen dem Heißeiterkörper und der kalten Umgebung liegender Wärmewiderstand auffassen¹⁾. Setzen wir schließlich noch den für die Güte der axialen Isothermie maßgebenden Quotienten

$$\frac{W_V}{W_H} = Q = 2 \frac{l}{H} \frac{\kappa_H}{\kappa_M}, \quad (\text{III, 09})$$

so wird aus (III, 05) durch leichte Umformungen unter Verwendung von (III, 01)

$$Q \cdot \left(\frac{H}{2b}\right)^2 \cdot \Theta''(\xi) - \Theta(\xi) + f^{-1}(\Theta(\xi)) \cdot u^2 = 0. \quad (\text{III, 10})$$

Stationäre Temperaturverteilungen $\Theta(\xi)$ müssen also Lösungen dieser Differentialgleichung (III, 10) sein und außerdem wegen der ausgeschlossenen Randkühlung (III, 04) die Randbedingungen

$$\Theta'(+1) = \Theta'(-1) = 0 \quad (\text{III, 11})$$

erfüllen.

Eine solche Lösung läßt sich sofort angeben:

$$\Theta(\xi) = \text{const} = \Theta_0. \quad (\text{III, 12})$$

Sie stellt den Fall der Isothermie dar und liefert in Verbindung mit dem Ohmschen Gesetz

$$I = \frac{U}{R(\vartheta)}$$

für die isotherme Kennlinie die bekannte Parameterdarstellung

$$u = \sqrt{\Theta \cdot f(\Theta)}, \quad i = \sqrt{\Theta f^{-1}(\Theta)}, \quad (\text{III, 13})$$

wobei auch für den Strom I ein dimensionsloses Maß

$$i = \frac{I}{I_0} = \frac{I}{U_0/R_0} = \frac{I}{\sqrt{\frac{1}{\alpha \cdot \frac{1}{2} W_V \cdot R_0}}} \quad (\text{III, 14})$$

benutzt wird.

Mit der isothermen Lösung (III, 12) dürfte die Mannigfaltigkeit der möglichen stationären Zustände aber in den meisten Fällen keineswegs erschöpft sein. Dies wird man jedenfalls nach dem Ergebnis des Abschnitts II vermuten. Damit erhebt

¹⁾ Man beachte, daß die beiden Wärmeableitungen thermisch parallelgeschaltet sind!

sich die Aufgabe, auch die anderen, anisothermen Lösungen von (III, 10), die die Randbedingungen (III, 11) erfüllen, aufzusuchen. Dies ist mit elementaren Mitteln nicht mehr möglich. Denn anisotherme Lösungen sind erst zu erwarten, wenn die isotherme Kennlinie (III, 13) einen fallenden Teil aufweist, und das ist wiederum nur bei Temperaturnetzen $f(\Theta)$ der Fall, die die Differentialgleichung (III, 10) nichtlinear machen. Wir werden erst im nächsten Abschnitt über die Ergebnisse einer strengen Behandlung der Differentialgleichung (III, 10) bei passend gewähltem Temperaturnetz $f(\Theta)$ berichten. Hier wollen wir zunächst mit einem Störungsverfahren an die neue Aufgabe herangehen.

Der dabei leitende Gedankengang ist folgender. In erster Linie interessiert die Lage des Abzweigpunktes auf der isothermen Kennlinie; denn erst dann, wenn er überschritten wird, ist bei einigermaßen vorsichtigem Arbeiten mit der gefährlichen Ausbildung heißer Zonen zu rechnen. Am Abzweigpunkt selbst wird die Abweichung von der Isothermie aber sicher nur eine verschwindend kleine Störung darstellen. Wir können daher zur Ermittlung der Lage des Abzweigpunktes die Differentialgleichung (III, 10) mit dem Störungsansatz

$$\begin{aligned}\Theta(\xi) &= \Theta_0 + \chi(\xi), \\ \chi(\xi) &\ll \Theta_0\end{aligned}\tag{III, 15}$$

linearisieren. Es ergibt sich in bekannter Weise für die Störung die neue lineare Differentialgleichung

$$Q \cdot \left(\frac{H}{2b}\right)^2 \cdot \chi''(\xi) - \left[1 + \left(\frac{d \ln f(\Theta)}{d \ln \Theta}\right)_{\Theta=\Theta_0}\right] \cdot \chi(\xi) = 0.\tag{III, 16}$$

Das erste Glied mit $\chi''(\xi)$ stellt den transversalen Wärmestrom dar, der infolge der im anisothermen Fall vorhandenen transversalen Temperaturunterschiede auftritt. Seinen Koeffizienten $Q \cdot \left(\frac{H}{2b}\right)^2$ können wir daher als Maß für die thermische Querkopplung auffassen. Mit (III, 09) erhalten wir also für die thermische Kopplung im vorliegenden Beispiel

$$\begin{aligned}\mathcal{K} &= Q \cdot \left(\frac{H}{2b}\right)^2 = 2 \frac{l}{H} \frac{\kappa_H}{\kappa_M} \left(\frac{H}{2b}\right)^2, \\ \mathcal{K} &= 2 \frac{\kappa_H}{\kappa_M} \cdot \frac{l}{2b} \cdot \frac{H}{2b} = \text{thermische Kopplung}.\end{aligned}\tag{III, 17}$$

Im Interesse der Anschaulichkeit führen wir jetzt auch ein spezielles Temperaturnetz ein

$$f(\Theta) = e^{-\Theta};\tag{III, 18}$$

dann wird nämlich der im Koeffizienten des zweiten Gliedes der Differentialgleichung (III, 16) auftretende Ausdruck

$$\left.\frac{d \ln f(\Theta)}{d \ln \Theta}\right|_{\Theta=\Theta_0} = -\Theta_0.\tag{III, 19}$$

Mit (III, 17) und (III, 19) erhalten wir jetzt also die Differentialgleichung

$$\chi''(\xi) + \frac{1}{\mathcal{K}} (\Theta_0 - 1) \cdot \chi(\xi) = 0,\tag{III, 20}$$

deren die Randbedingungen

$$\chi'(0) = 0; \quad \chi'(\pm 1) = 0\tag{III, 21}$$

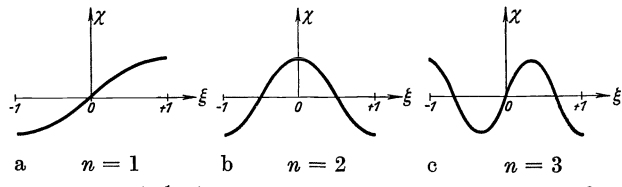
befriedigende Lösungen aufzusuchen sind. Es handelt sich hier um ein ganz bekanntes Eigenwertproblem, denn (III, 20) hat das vollständige Integral

$$\chi = C \sin \sqrt{\frac{1}{\mathcal{K}} (\Theta_0 - 1)} \xi + D \cos \sqrt{\frac{1}{\mathcal{K}} (\Theta_0 - 1)} \xi,\tag{III, 22}$$

wo C und D zwei willkürliche Integrationskonstanten sind. Diese sin- und cos-Funktion muß zur Erfüllung der Randbedingungen (III, 21) durch geeignete Wahl von C und D nun so in das Intervall $-1 \leq \xi \leq +1$ eingepaßt werden, daß sie in seinen Endpunkten mit waagerechter Tangente einläuft. Man sieht anschaulich ohne weiteres ein, und es läßt sich auch leicht exakt nachweisen, daß das nur möglich ist, wenn

$$\sqrt{\frac{1}{\mathcal{K}}(\Theta_0 - 1)} = n \cdot \frac{\pi}{2} \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad \text{(III, 23)}$$

ist. Die in den einzelnen Fällen ($n = 1, 2, \dots$) auftretenden Temperaturstörungen $\chi(\xi)$ zeigt Bild 5. Ihre Amplitude bleibt unbestimmt. Das ist ein charakteristischer Zug dieser durch Linearisierung sich ergebenden Eigenwertprobleme. Auch bei der Berechnung der Eigenfrequenzen eines schwingenden Systems wird die Amplitude der Eigenschwingungen nicht festgelegt. Falls keine Dämpfung vorhanden ist, wie z. B. bei einem entdämpften



a $n = 1$ b $n = 2$ c $n = 3$
 $\chi = \text{const} \cdot \sin \frac{1}{2} \pi \xi$ $\chi = \text{const} \cdot \cos \pi \xi$ $\chi = \text{const} \cdot \sin \frac{3}{2} \pi \xi$
 Bild 5 a, b, c. Temperaturstörungen bei einem Heißeleiterstreifen.

Verstärker, wird die Amplitude erst durch die Nichtlinearität des Systems bestimmt, und diese wird ja durch die Beschränkung auf kleine Schwingungen gerade vernachlässigt.

Die Tatsache, daß die Amplitude der Temperaturstörung von der bisherigen Rechnung nicht geliefert wird, hat zur Folge, daß auch der Verlauf der Abzweigkennlinie sich noch nicht ergibt; denn ihre einzelnen Punkte unterscheiden sich ja gerade durch die verschiedene Größe der transversalen Anisothermie. Und zwar sind die transversalen Temperaturdifferenzen hinten auf der Abzweigkennlinie groß. Durchläuft man von dort die Abzweigkennlinie rückwärts bis zum Abzweigpunkt, so nimmt die Anisothermie ab, um schließlich zu verschwinden. Auf Grund dieser Überlegung wird es verständlich, daß eine auf beliebig kleine Amplituden beschränkte Rechnung nur den Abzweigpunkt selbst liefern kann.

Aus (III, 23) folgt dafür

$$\Theta_{0n} = 1 + \mathcal{K} \cdot n^2 \cdot \frac{\pi^2}{4} \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \quad \text{(III, 24)}$$

Es gibt also bei einem kontinuierlichen Problem nicht nur einen Verzweigungspunkt der isothermen Kennlinie, sondern beim Widerstandsgesetz (III, 18) unendlich viele. Der erste entspricht dabei nach Bild 5a der Ausbildung einer heißen Zone am Rande, der zweite nach Bild 5b, in welchem ja die Amplitude der Kurve und daher erst recht ihr Vorzeichen unbestimmt ist, entweder einer heißen Zone in der Mitte des Streifens oder zwei heißen Zonen an den beiden Enden des Streifens usw. Wir werden am Ende des nächsten Abschnitts die Frage nach einer etwaigen physikalischen Bedeutung dieser höheren Lösungen behandeln. Aus (III, 24) folgt, daß sämtliche Verzweigungspunkte natürlich auf dem fallenden Teil der isothermen Kennlinie liegen, denn dem Maximum entspricht ja beim $e^{-\Theta}$ -Temperaturgesetz (III, 18) der Wert $\Theta_0 = 1$. Man sieht aus (III, 24) weiter, daß der erste Verzweigungspunkt ($n = 1$) bei verschwindender Kopplung $\mathcal{K} = 0$ im Maximum $\Theta_0 = 1$ liegt, und daß er um so weiter in den fallenden Teil der Kennlinie rückt, je größer die Kopplung \mathcal{K} ist.

Zum Abschluß wollen wir die in Abschnitt I erwähnte Analogie mit dem geknickten Stab mathematisch näher begründen. Bekanntlich¹⁾ führt die Berechnung der Knicklasten eines durch axiale Kräfte P belasteten Stabes (siehe Bild 1) bei Beschränkung auf kleine seitliche Auslenkungen y auf die Differentialgleichung

$$y'' + \frac{1}{B} \cdot P \cdot y = 0, \quad (\text{III, 25})$$

wobei B die Biegefestigkeit des Stabes bedeutet.

Man sieht durch Vergleich von (III, 20) und (III, 25), daß der seitlichen Auslenkung y die Temperatur-Störung oder „Verbeulung“ χ entspricht. Eine seitliche Auslenkung y ruft Biegemomente $B y''$, eine thermische Verbeulung ruft einen transversalen Wärmestrom $\mathcal{K} \chi''$ hervor. Der thermischen Kopplung \mathcal{K} der einzelnen Streifenelemente entspricht also die Biegesteifigkeit B , die ihren Grund in dem elastischen Zusammenhalt der einzelnen Stabelemente hat. Der Kraft P entspricht laut Vergleich von (III, 25) und (III, 20) die Größe $\Theta_0 - 1$. Θ_0 ist nun ein dimensionsloses Maß für die in dem Heißeiter umgesetzte elektrische Leistung²⁾. Ferner — wie schon einmal erwähnt — entspricht dem Maximum der isothermen Kennlinie der Wert $\Theta_0 = 1$. $\Theta_0 - 1$ ist also der Überschuß der im Heißeiter umgesetzten elektrischen Leistung über die Leistung am Maximum, und dieser Differenz entspricht beim gedrückten Stab die Kraft P . Genau wie sich beim Stabproblem die ganzzahligen Vielfachen der Eulerschen Knicklast $B \cdot \frac{\pi^2}{l^2}$ als kritische Werte ergeben, liefert unsere Rechnung die Folge (III, 24) der Verzweigungspunkte. Schließlich ist das Verhältnis von linearisierter Näherungsrechnung und einer Theorie, die auch endliche Auslenkungen umfaßt, beim mechanischen Analogon dasselbe wie beim thermischen Problem³⁾. Eine solche, im bisherigen noch nicht vorliegende Theorie für den Heißeiterstreifen bringen wir im nächsten Abschnitt.

IV. Heißeiterstreifen mit querkopplungsfreien Wärmeableitungen; strenge Behandlung.

Das den Ausführungen des vorigen Abschnitts zugrunde liegende Beispiel gestattet eine über die Berechnung der Abzweigungspunkte hinausgehende Behandlung, falls für das Temperaturgesetz $f(\Theta)$ des elektrischen Widerstandes ein geeigneter Ansatz gewählt wird. Eine solche Weiterführung hat nämlich an der noch nicht linearisierten Differentialgleichung (III, 10) anzugreifen, die nach Multiplikation mit $\Theta'(\xi)$ sich einmal integrieren läßt. Mit Benutzung von (III, 17) erhält man

$$\mathcal{K} \Theta'^2 = \Theta^2 - 2u^2 \int f^{-1}(\Theta) d\Theta + \text{const.} \quad (\text{IV, 01})$$

In (IV, 01) kann man jetzt die Variablen trennen, nochmals integrieren und erhält dann die unabhängige Variable ξ als Integral über eine Funktion der abhängigen Variablen Θ :

$$\xi - \xi_0 = \sqrt{\mathcal{K}} \int \frac{d\Theta}{\sqrt{\text{const} + \Theta^2 - 2u^2 \int f^{-1}(\Theta) d\Theta}}. \quad (\text{IV, 02})$$

¹⁾ Siehe z. B. H. Geiger und K. Scheel: Handb. d. Phys. **6**, S. 278 ff., Beitrag von I. W. Geckeler.

²⁾ Jedenfalls solange Isothermie herrscht. Die Verzweigungspunkte selbst liegen ja aber noch auf der isothermen Kennlinie.

³⁾ Siehe z. B. I. W. Geckeler: a. a. O. S. 280 unten.

Durch (IV, 02) ist aber nur dann ein mehr als formaler Fortschritt gegenüber (IV, 01) erzielt, wenn es gelingt, das auf der rechten Seite stehende Integral auf irgendeine Weise auszuwerten.

Wir haben nun keine Funktion $f(\Theta)$ finden können, die, als Widerstandstemperaturgesetz verwendet, einerseits eine elementare Auswertung des auf der rechten Seite von (IV, 02) stehenden Integrals gestattet, andererseits aber auch zu einem fallenden Teil der isothermen Kennlinie (III, 13) Veranlassung gibt, was ja nach den bisherigen Ergebnissen und der physikalischen Anschauung Vorbedingung für das Auftreten der uns interessierenden transversalen Zonenbildung ist. Dagegen führt der Ansatz

$$f(\Theta) = \frac{1}{1 + a\Theta + b\Theta^2 + c\Theta^3} \quad (\text{IV, 03})$$

unter gewissen, nicht allzu stark einschränkenden Voraussetzungen über die Konstanten a , b und c einerseits auf fallende Teile der isothermen Kennlinie (III, 13); andererseits ermöglicht er eine Darstellung der Temperaturverteilung $\Theta(\xi)$ mit Hilfe elliptischer Funktionen. Im einzelnen soll das hier nicht durchgeführt werden. Wir wollen im folgenden nur über die Ergebnisse berichten, die ein Sonderfall von (IV, 03), nämlich der Ansatz

$$f(\Theta) = \frac{1}{1 + \Theta^2} \quad (\text{IV, 04})$$

liefert.

Für den n · Abzweigpunkt erhält man die Gleichung

$$\Theta_{0n} = \sqrt{\frac{1 + \mathcal{K} \cdot n^2 \cdot \frac{\pi^2}{4}}{1 - \mathcal{K} \cdot n^2 \cdot \frac{\pi^2}{4}}} \quad (\text{IV, 05})$$

Eine Eigentümlichkeit des speziellen Widerstandsgesetzes (IV, 04) besteht also darin, daß bei jedem fest gegebenen Wert der Kopplung \mathcal{K} die Abzweigpunkte von einer gewissen Ordnung n ab imaginär werden, also keine physikalische Bedeutung haben. Es gibt demnach bei diesem Widerstandsgesetz (IV, 04) stets höchstens eine endliche Anzahl von Abzweigkennlinien, unter Umständen sogar gar keine; wenn nämlich $\mathcal{K} > \frac{4}{\pi^2} = 0,406$ wird, wird bereits der erste Abzweigpunkt imaginär. Dies steht im Gegensatz zu anderen Temperaturgesetzen, z. B. zum $e^{-\Theta}$ -Gesetz, das ja im Abschnitt III zugrunde gelegt wurde, und wo sich für jede auch noch so große thermische Kopplung \mathcal{K} stets unendlich viele (wenn auch immer weiter hinten auf dem fallenden Teil der isothermen Kennlinie abzweigende) reelle Abzweigkennlinien ergaben.

In den Bildern 6, 7 und 8 zeigen wir die Abzweigkennlinien, die sich für $\mathcal{K} = 0,00403$, $\mathcal{K} = 0,0385$ und $\mathcal{K} = 0,324$ ergeben.

Ihr Verlauf weist ziemliche Ähnlichkeit mit dem diskontinuierlichen Beispiel des Abschnitts II auf (siehe die Bilder 3 a, b, c); aber an den ersten Abzweigkennlinien des Bildes 6 zeigt sich eine wichtige neue Erscheinung. Diese infolge der Kleinheit der thermischen Kopplung dicht hinter dem Maximum abbiegenden Kennlinien zweigen fallend rückläufig ab. Im Grenzfall verschwindend kleiner thermischer Kopplung fallen übrigens die Abzweigkennlinien (endlicher Ordnung), die dann natürlich im Maximum $\Theta_0 = 1$ beginnen, mit dem ansteigenden Teil der isothermen Kennlinie zusammen, der rückwärts durchlaufen wird. Im andern Grenzfall, in

welchem der Abzweigpunkt Θ_{01} nach Unendlich geht, fällt die Abzweigkennlinie mit der isothermen Kennlinie hinter dem Abzweigpunkt zusammen.

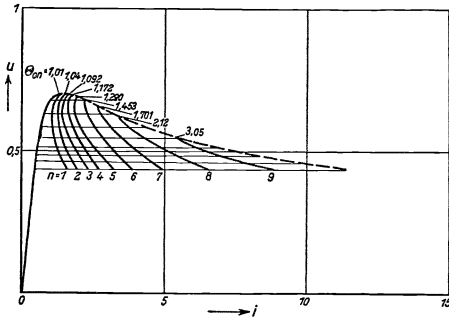


Bild 6. Thermische Kopplung $\mathcal{K} = 0,00403$. Isotherme Kennlinie und 9 Abzweigkennlinien. Die 10. Abzweigkennlinie ist auch noch reell, zweigt aber erst bei $\Theta_0 = 19,98$ oder $i = 89,5$ ab.

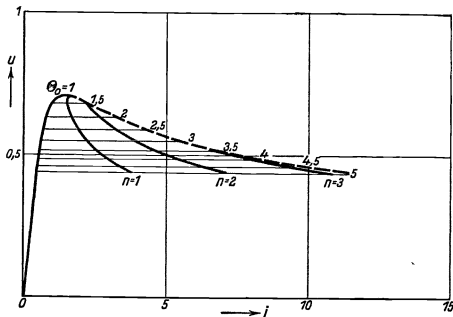


Bild 7. Thermische Kopplung $\mathcal{K} = 0,0385$. Isotherme Kennlinie und 3 Abzweigkennlinien.

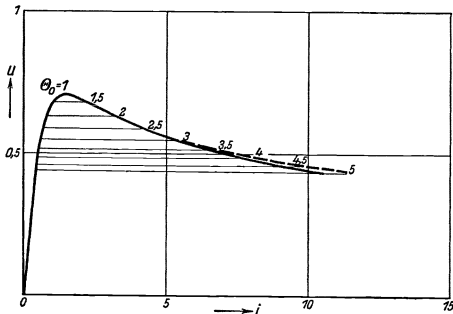


Bild 8. Thermische Kopplung $\mathcal{K} = 0,324$. Isotherme Kennlinie und 1 Abzweigkennlinie.

Bild 6, 7, 8. Heißleiterstreifen zwischen querkopplungsfreien Wärmeableitungen.

So übersehen wir den Einfluß der thermischen Kopplung auf den Verlauf der Abzweigkennlinien jetzt qualitativ ganz gut. Bei sehr kleiner thermischer Kopplung existieren die Abzweigkennlinien bis zu einer gewissen Ordnung n hinauf. Die ersten zweigen unmittelbar hinter dem Maximum ab und schmiegen sich zunächst dem ansteigenden Teil der isothermen Kennlinie an, sind also zunächst fallend rückläufig, um erst später fallend hinläufig zu werden (Bild 6). Bei größer werdender thermischer Kopplung rücken alle Abzweigpunkte weiter nach hinten, die Abzweigkennlinien hoher Ordnung fallen überhaupt weg, und die niedriger Ordnung zeigen nicht mehr so stark das Bestreben zum „Überkippen“ (Bild 7). Bei immer weiter wachsender thermischer Kopplung kommen wir schließlich zu dem Fall, in dem nur noch die erste Abzweigkennlinie existiert. Sie zweigt weit hinten ab und ist von dem Verlauf der isothermen Kennlinie kaum mehr zu unterscheiden (Bild 8). Schließlich kann die thermische Kopplung so groß werden, daß überhaupt keine Abzweigkennlinien mehr existieren. Dann besteht also die Gefahr der Ausbildung heißer Zonen nicht mehr.

Die wichtige Erscheinung der Rückläufigkeit¹⁾ der Abzweigkennlinien bei kleiner thermischer Kopplung läßt sich an Hand der Bilder 9, 10 und 11 recht gut verstehen. Diese Bilder zeigen nämlich die Temperaturverteilungen für stationäre Zustände mit einer heißen Zone am Rande des Heißleiterstreifens. Sie gehören dementsprechend zu einzelnen Punkten²⁾ der jeweiligen ersten Abzweigkennlinien der Bilder 6, 7 und 8.

Im Falle sehr kleiner thermischer Kopplung (Bild 6 und 9) sieht man, daß beim Arbeiten auf der Abzweigkennlinie die Erhitzung im wesent-

¹⁾ H. Lueder und E. Spenke I, Abschnitt III.

²⁾ Den einzelnen Punkten der Abzweigkennlinien ist dabei als Parameter immer derjenige Θ_0 -Wert zugeordnet, der dem Punkt gleicher elektrischer Spannung u auf dem fallenden Teil der isothermen Kennlinie als isotherme Temperatur Θ_0 entspricht. Im übrigen gehören im Fall des Widerstandsgesetzes (IV, 04) zu je 2 Punkten gleicher Spannung u , von denen der eine vor, der andere hinter dem Maximum der isothermen Kennlinie liegt, reziproke Werte der isothermen Temperaturen. Zum Beispiel haben die Punkte $\Theta_0 = 5$ und $\Theta_0 = 0,2$ gleiche Spannung u .

lichen auf das linke Fünftel des Heißeitersstreifens beschränkt ist und daß die restlichen vier Fünftel sich praktisch so verhalten, als ob sie von dem ersten Fünftel thermisch isoliert wären und als ob infolgedessen für sie wieder die isotherme Kennlinie gelten würde¹⁾, auf deren ansteigendem Teil sie bei der gleichen Spannung wie der ganze Heißeiter arbeiten. Denn die in diesen vier Fünfteln herrschende Temperatur ist praktisch gleich dem reziproken Werte des Parameters θ_0 ,²⁾ was nach Fußnote 2, S. 108

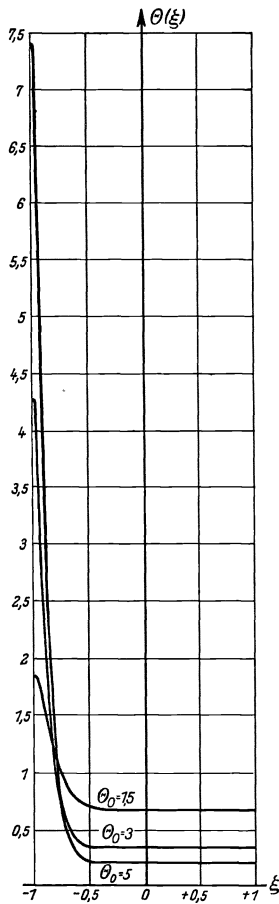


Bild 9. $\mathcal{K} = 0,00403$.

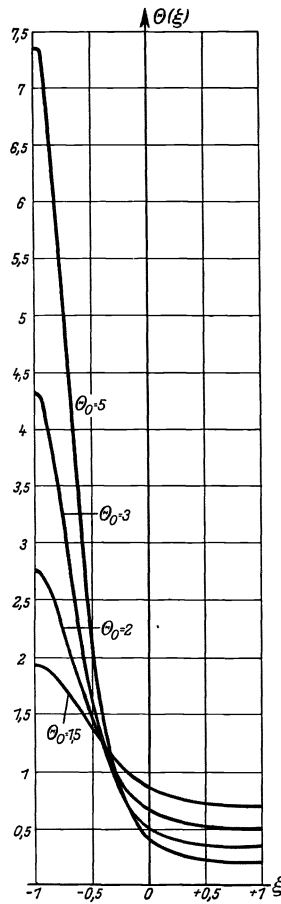


Bild 10. $\mathcal{K} = 0,0385$.

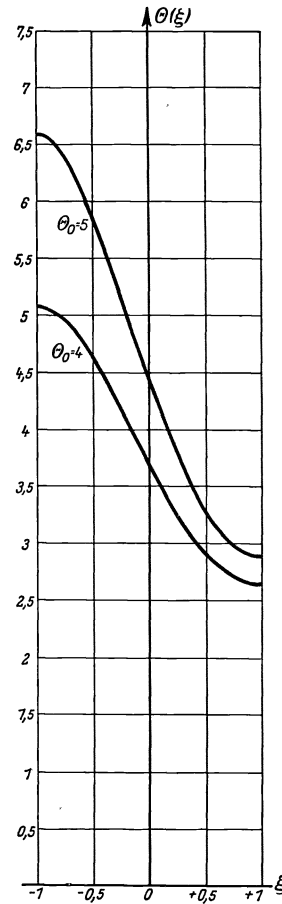


Bild 11. $\mathcal{K} = 0,324$.

Bild 9, 10, 11. Temperaturverteilungen $\theta(\xi)$ längs des Heißeitersstreifens bei stationären Zuständen der ersten Abzweigkennlinie.

gleiche Spannung auf dem ansteigenden Teil der isothermen Kennlinie wie bei der Temperatur θ_0 auf dem fallenden Teil bedeutet. Man kann sich also bei kleiner thermischer Kopplung die Abzweigkennlinie entstanden denken als Kennlinie einer Parallelschaltung von zwei thermisch getrennten Heißeitern, von denen der eine schmal ist und hinter dem Maximum der isothermen Kennlinie arbeitet, während der andere breit ist und bei gleicher Spannung vor dem Maximum liegt. Nun ergibt bereits Parallelschaltung eines Heißeiters mit einem genügend großen konstanten Leitwert eine überkippte Kennlinie³⁾. Das Bestreben zum Überkippen wird noch

¹⁾ Aber mit einem auf $\frac{1}{5}$ verkleinerten Strommaßstab!

²⁾ Also in Bild 9 gleich $0,666 = \frac{1}{1,5}$ bzw. $0,333 = \frac{1}{3}$ bzw. $0,2 = \frac{1}{5}$.

³⁾ Siehe z. B. H. Lueder und E. Spenke I, Abschnitt II.

verstärkt, wenn der parallelgeschaltete Leitwert mit kleiner werdender Spannung ebenfalls abnimmt. Dies trifft aber zu, wenn der parallelgeschaltete große Leitwert ein vor dem Maximum seiner Kennlinie arbeitender Heißeiter ist.

In dem Fall mittlerer thermischer Kopplung (Bild 7 und 10) erstreckt sich die kalte Zone statt über $\frac{1}{3}$ nur noch über ungefähr $\frac{1}{3}$ bis $\frac{1}{4}$ des Heißeiterstreifens. Des-

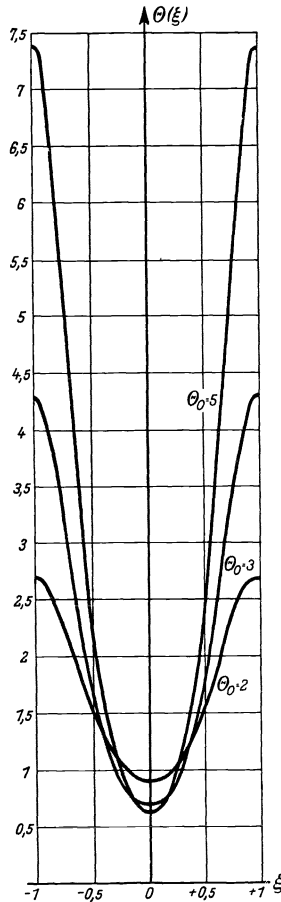


Bild 12. Temperaturverteilungen $\Theta(\xi)$ längs des Heißeiterstreifens bei stationären Zuständen der zweiten Abzweigkennlinie.

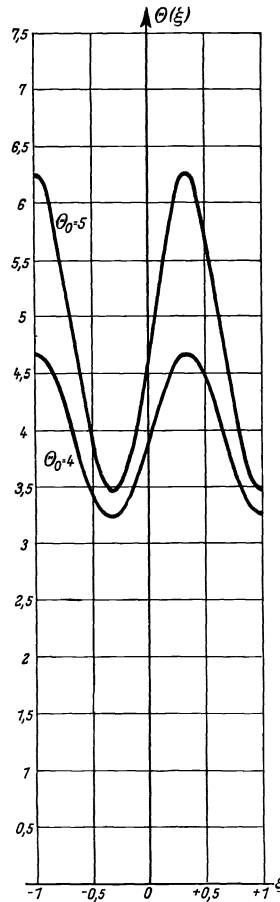


Bild 13. Temperaturverteilungen $\Theta(\xi)$ längs des Heißeiterstreifens bei stationären Zuständen der dritten Abzweigkennlinie.

Bild 12 u. 13. In beiden Bildern ist der Wert $\mathcal{K}=0,0385$ für die thermische Kopplung zugrunde gelegt.

die Kurve bei $\xi = 0$ auseinanderschneiden und bei $\xi = +1$ und $\xi = -1$ wieder aneinanderfügen kann. Es ergeben sich dann Temperaturverteilungen, die ebenfalls die Randbedingungen erfüllen, stetig sind und eine heiße Zone in der Mitte des Streifens darstellen. Es liegt eben in den Symmetrieverhältnissen des betrachteten Streifenquerschnitts begründet, daß man bei allen Zuständen gerader Ordnung nicht unterscheiden kann, ob sich ein Temperaturberg in der Mitte des Streifens oder deren zwei an den beiden Enden ausbilden.

halb liegt jetzt ein kleinerer Leitwert parallel zur heißen Zone, und dementsprechend ist die Überkippung längst nicht so stark ausgeprägt wie bei sehr kleiner thermischer Kopplung.

In dem Fall sehr großer thermischer Kopplung (Bild 8 und 11) endlich kann von einer kalten Zone im bisherigen Sinne überhaupt nicht mehr gesprochen werden. Denn auf dem rechten kühleren Ende $\xi = +1$ sind die Temperaturen in den dargestellten Fällen ($\Theta_0 = 4$ bzw. $\Theta_0 = 5$) $\Theta(+1) = 2,63$ bzw. $\Theta(+1) = 2,9$, liegen also weit über den Werten $\frac{1}{4}$ bzw. $\frac{1}{3}$, die in einer „kalten Zone“ im bisherigen Sinne zu erwarten wären. Der Streifen ist daher bei sehr großer thermischer Kopplung eher durch einen Heißeiter mit einer isothermen, durch Mittelung der tatsächlichen Temperaturverteilung (Bild 11) festzulegenden Temperatur zu ersetzen als durch zwei parallelgeschaltete Heißeiter, von denen der eine heiß und der andere kalt ist. Die Abzweigkennlinie zeigt in diesem Fall auch keine Überkippung mehr (Bild 8).

Schließlich zeigen wir noch der Vollständigkeit halber in Bild 12 und 13 Temperaturverteilungen, die zu stationären Zuständen gehören, die in Bild 7 auf der 2. bzw. 3. Abzweigkennlinie liegen. Zu Bild 12 sei übrigens noch bemerkt, daß man

Wir wollen jetzt noch kurz auf die schon einmal in Abschnitt III, Seite 105, vertagte Frage nach der physikalischen Bedeutung der Abzweigkennlinien höherer Ordnung eingehen. Zu diesen höheren Abzweigkennlinien gehören, wie wir eben sahen, im allgemeinen Temperaturverteilungen, die mehrere durch kalte Teile getrennte heiße Zonen aufweisen. Dies ist ungefähr dasselbe, wie mehrere parallelgeschaltete heiße Heißeiter, die untereinander thermisch nur schwach gekoppelt sind. Derartige Zustände werden daher äußerst labil sein und sich nicht verwirklichen lassen.

Diese Überlegung gilt nicht mehr für Zustände, die durch eine heiße Zone in der Mitte des Heißeiters gekennzeichnet sind¹⁾. Solche Zustände werden bei abgeschlossener Randkühlung zwar immer noch weniger stabil als die heiße Randzone sein und deshalb sich dann schwer und nicht für längere Zeit verwirklichen lassen. Sobald man jedoch durch genügend starke Randkühlung die Ausbildung der heißen Zone am Rande verhindert, wird die heiße Mittelzone der stabilste Zustand werden. Freilich wird bei den so geänderten Randbedingungen die Temperaturverteilungskurve auch etwas anders aussehen als jetzt, ihren allgemeinen Charakter indessen beibehalten.

V. Heißeiterkreisscheibe mit isotropen Wärmeableitungen; Störungsverfahren.

Mit den Ausführungen der Abschnitte II, III und IV halten wir die in Abschnitt I dargelegte Anschauung über das Wesen des Wärmedurchschlages für genügend begründet. Es wird sich daher im folgenden weniger um die Klärung grundsätzlicher Fragen, als um die Ermittlung von einzelnen quantitativen Ergebnissen handeln, die für die wirklichen Ausführungsformen von Heißeitern Bedeutung haben.

Die einschneidendste Vereinfachung, die wir im bisherigen zur Erleichterung der Rechnungen vorgenommen haben, ist das Verbot von transversalen Wärmeströmungen im Metall der Wärmeableitungszylinder. In Wirklichkeit sind die metallischen Wärmeableitungen natürlich nicht nur elektrisch, sondern auch thermisch isotrop, und die dadurch nun auch im Metall der Wärmeableitungen vorliegende Möglichkeit von transversalen Wärmeströmungen stellt wegen der in der Praxis stets sehr viel besseren Wärmeleitfähigkeit κ_M des Metalls und wegen der im allgemeinen auch größeren Querschnitte, die für diese transversalen Wärmeströme zur Verfügung stehen, eine viel stärkere thermische Kopplung der einzelnen Plattenelemente dar, als wenn für transversale Ausgleichsvorgänge nur der dünne und relativ schlecht wärmeleitende Heißeiterkörper zur Verfügung steht. Wir werden also im folgenden die die praktischen Verhältnisse am schärfsten fälschende Vereinfachung der querkopplungsfreien Wärmeableitungen fallen lassen und dabei zugleich auch den kreisförmigen Plattenquerschnitt einführen, der in Wirklichkeit ja meist vorliegt.

Wir betrachten also jetzt einen kreiszylindrischen Heißeiterkörper mit dem Radius R und der Höhe H , an dessen beide Deckflächen zwei metallische Wärmeableitungen von ebenfalls kreiszylindrischer Gestalt mit gleichem Radius R und der Höhe l anschließen (Bild 14). Durch den Zylindermantel der ganzen Anordnung

¹⁾ Im Falle des Streifens also Zustände der 2. Abzweigkennlinie, im Falle des kreisförmigen Querschnitts Zustände der 3. Abzweigkennlinie. (Siehe den nächsten Abschnitt V, S. 115.)

soll nirgends Wärme abgeführt werden. Die Kühlung soll vielmehr nur an den äußeren Deckflächen der beiden metallischen Wärmeableitungszyylinder angreifen, dort aber so stark sein, daß sich diese Stellen stets auf der Außentemperatur $\vartheta = 0$

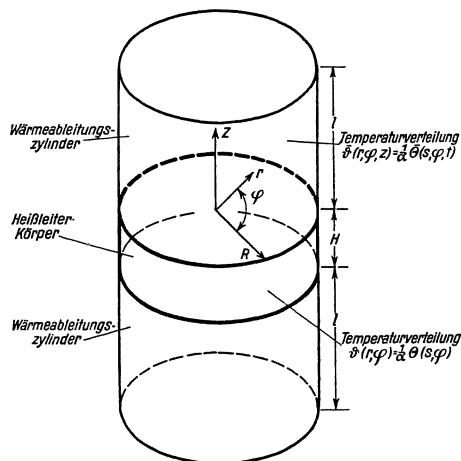


Bild 14. Heißeiter mit kreisförmigem Querschnitt und isotropen Wärmeableitungszyindern.

befinden. An der Voraussetzung der axialen Isothermie innerhalb des Heißeiterkörpers halten wir auch weiterhin noch fest. Ferner beschränken wir uns im folgenden auf die Berechnung der Abzweigpunkte, linearisieren also das Problem zu gegebener Zeit durch Beschränkung auf kleine thermische Verbeulungen.

Für den Heißeiterkörper zeigen die Rechnungen demgemäß viel Ähnlichkeit mit den Ausführungen des Abschnitts III. Durch den Übergang zum kreisförmigen Querschnitt wird an die Stelle des ersten Gliedes

$$Q \left(\frac{H}{2b} \right)^2 \cdot \Theta''(\xi)$$

der Differentialgleichung (III, 10) das Glied

$$Q \left(\frac{H}{2R} \right)^2 \left\{ \frac{1}{s} \frac{\partial}{\partial s} \left(s \frac{\partial \Theta}{\partial s} \right) + \frac{1}{s^2} \frac{\partial^2 \Theta}{\partial \varphi^2} \right\}$$

treten. Denn der in den geschweiften Klammern stehende Ausdruck stellt bei Einführung ebener Polarkoordinaten $(s = \frac{r}{R}, \varphi)$ genau so die Divergenz des Gradienten der Temperaturverteilung $\Theta(s, \varphi) = \alpha \vartheta(\frac{r}{R}, \varphi)$ dar, wie es $\Theta''(\xi)$ im Falle einer Koordinate $\xi = \frac{x}{b}$ tat. Der vor der Klammer stehende Faktor ist wie in Abschnitt III ein Maß für die thermische Kopplung:

$$\mathcal{K} = Q \cdot \left(\frac{H}{2R} \right)^2, \quad (\text{V, 01})$$

und da Q seine alte Bedeutung $\frac{W_V}{W_H}$ beibehält, ergibt sich jetzt aus (III, 17) durch Ersetzung von b durch R

$$\mathcal{K} = 2 \frac{\kappa_H}{\kappa_M} \cdot \frac{l}{2R} \cdot \frac{H}{2R}. \quad (\text{V, 02})$$

Das zweite Glied $-\Theta(\xi)$ in der Gleichung (III, 10) rührte von der frontalen Wärmeabfuhr jedes einzelnen Plattenelementes in die Wärmeableitungen her. Hierfür ist der axiale Temperaturgradient $\left. \frac{\partial \bar{\Theta}}{\partial t} \right|_{t=0}$ im Wärmeableitungszyylinder an der Grenzfläche gegen den Heißeiterkörper maßgebend. t ist dabei ein dimensionsloses Maß $t = z/l$ für den Abstand z eines Punktes von der Deckfläche des Heißeiterkörpers¹⁾, und $\bar{\Theta} = \alpha \vartheta$ ist die Temperatur in den Wärmeableitungszyindern (siehe Bild 14). In dem Fall unterbundener seitlicher Wärmeströmungen (Abschnitt III) ist der axiale Temperaturverlauf in den Wärmeableitungszyindern überall linear. Der Temperaturgradient $\frac{\partial \bar{\Theta}}{\partial z}$ ist daher in diesem Fall $-\frac{\vartheta}{l}$ oder in geeigneter Normierung $-\Theta$. So erklärt sich das zweite Glied in (III, 10). Hier wollen wir gerade die seitlichen Wärmeausbreitungsvorgänge in den Wärmeableitungen berücksichtigen und

¹⁾ An und für sich hätten die Bezeichnungen $\varrho = \frac{r}{R}$ und $\zeta = \frac{z}{l}$ näher gelegen. Das kollidiert aber mit dem spezifischen elektrischen Widerstand ϱ (III, 01). So wurde $s = \frac{r}{R}$ und $t = \frac{z}{l}$ gewählt.

haben daher den Ausdruck $\left. \frac{\partial \bar{\Theta}}{\partial t} \right|_{t=0}$ beizubehalten. Das dritte Glied der Differentialgleichung (III, 10) schließlich stellte ein Maß für die Wärmeerzeugung in dem betrachteten Plattenelement dar. Hieran wird sich nichts ändern. Wir werden also für den Heißeiterkörper im jetzt vorliegenden Fall kreisförmigen Querschnitts und isotroper Wärmeableitungen die Differentialgleichung

$$\mathcal{K} \left\{ \frac{1}{s} \frac{\partial}{\partial s} \left(s \frac{\partial \Theta}{\partial s} \right) + \frac{1}{s^2} \cdot \frac{\partial^2 \Theta}{\partial \varphi^2} \right\} + \left. \frac{\partial \bar{\Theta}}{\partial t} \right|_{t=0} + f^{-1}(\Theta) \cdot u^2 = 0 \quad (\text{V, 03})$$

erwarten dürfen als Bedingungsgleichung dafür, daß die Temperaturverteilung im Heißeiterkörper stationär ist. Als Randbedingung haben wir wegen der vollständigen Wärmeisolierung des Zylindermantels

$$\left. \frac{\partial \Theta}{\partial s} \right|_{s=1} = 0 \quad (\text{V, 04})$$

anzusetzen.

In den Wärmeableitungen wird keine Wärme erzeugt. Die Temperatur $\bar{\vartheta}$ muß deshalb dort der Potentialgleichung

$$\Delta \bar{\vartheta} = 0 \quad (\text{V, 05})$$

genügen, falls sie stationär sein soll. Indem wir in den Wärmeableitungen Zylinderkoordinaten r, φ und z oder vielmehr die dimensionslosen Maße $s = r/R, \varphi$ und $t = z/l$ verwenden, erhalten wir für die Wärmeableitungen aus (V, 05)

$$\frac{1}{s} \frac{\partial}{\partial s} \left(s \frac{\partial \bar{\Theta}}{\partial s} \right) + \frac{1}{s^2} \frac{\partial^2 \bar{\Theta}}{\partial \varphi^2} + \left(\frac{R}{l} \right)^2 \frac{\partial^2 \bar{\Theta}}{\partial t^2} = 0. \quad (\text{V, 06})$$

Als Randbedingung ist wegen des auch in den Wärmeableitungen vollständig wärmeisolierenden Zylindermantels

$$\left. \frac{\partial \bar{\Theta}}{\partial s} \right|_{s=1} = 0 \quad (\text{V, 07})$$

und wegen der Nullkühlung der Zylinderdeckfläche

$$\bar{\Theta}|_{t=1} = 0 \quad (\text{V, 08})$$

zu setzen. An der Grenze zwischen Heißeiterkörper und Wärmeableitungszyylinder müssen die Temperaturverteilungen im Heißeiter und im Wärmeableitungszyylinder natürlich stetig aneinander anschließen. Das liefert eine letzte Randbedingung an den inneren Deckflächen $t = 0$ der Wärmeableitungszyylinder:

$$\Theta(s, \varphi) = \bar{\Theta}(s, \varphi, 0). \quad (\text{V, 09})$$

Damit ist das Problem vollständig gestellt, und wir gehen, wie angekündigt, sofort zur Linearisierung über. Über die isotherme Lösung

$$\Theta = \text{const} = \Theta_0 \quad \text{im Heißeiter}$$

und

$$\bar{\Theta} = \Theta_0(1 - t) \quad \text{in den Wärmeableitungen}$$

ist nichts weiter zu sagen. Sie führt wieder auf die isotherme Kennlinie

$$u = \sqrt{\Theta f^{+1}(\Theta)}, \quad i = \sqrt{\Theta f^{-1}(\Theta)}. \quad (\text{V, 10})$$

Wir machen jetzt den Störungsansatz

$$\left. \begin{aligned} \Theta &= \Theta_0 + \chi(s, \varphi) && \text{im Heißeiter,} \\ \bar{\Theta} &= \Theta_0(1 - t) + \bar{\chi}(s, \varphi, t) && \text{in den Wärmeableitungen} \end{aligned} \right\} \quad (\text{V, 11})$$

und gehen damit in die Gleichungen (V, 03) bis (V, 09) ein. Es ergibt sich für den Heißeiterkörper

$$\frac{1}{s} \frac{\partial}{\partial s} \left(s \frac{\partial \chi}{\partial s} \right) + \frac{1}{s^2} \frac{\partial^2 \chi}{\partial \varphi^2} + \mathcal{H} \left[\frac{1}{\chi} \frac{\partial \bar{\chi}}{\partial t} \Big|_{t=0} + \frac{d \ln f^{-1}(\Theta)}{d \ln \Theta} \Big|_{\Theta=\Theta_0} \right] \chi = 0, \quad (\text{V, 12})$$

$$\frac{\partial \chi}{\partial s} \Big|_{s=1} = 0 \quad (\text{V, 13})$$

und für die Wärmeableitungen

$$\frac{1}{s} \frac{\partial}{\partial s} \left(s \frac{\partial \bar{\chi}}{\partial s} \right) + \frac{1}{s^2} \frac{\partial^2 \bar{\chi}}{\partial \varphi^2} + \left(\frac{R}{l} \right)^2 \frac{\partial^2 \bar{\chi}}{\partial t^2} = 0, \quad (\text{V, 14})$$

$$\frac{\partial \bar{\chi}}{\partial s} \Big|_{s=1} = 0, \quad (\text{V, 15})$$

$$\bar{\chi} \Big|_{t=1} = 0, \quad (\text{V, 16})$$

$$\chi(s, \varphi) = \bar{\chi}(s, \varphi, 0). \quad (\text{V, 17})$$

(V, 12) und (V, 14) sind zwei simultane Differentialgleichungen für die beiden Unbekannten χ und $\bar{\chi}$ mit den dazugehörigen Randbedingungen (V, 13), (V, 15), (V, 16) und (V, 17). Ihre Lösungen lauten

$$\chi = J_m(\lambda_{mn} s) \sin n\varphi \cdot \mathfrak{S} \operatorname{in} \left[\lambda_{mn} \frac{l}{R} \right], \quad (\text{V, 18})$$

$$\bar{\chi} = J_m(\lambda_{mn} s) \sin n\varphi \cdot \mathfrak{S} \operatorname{in} \left[\lambda_{mn} \frac{l}{R} (1-t) \right]. \quad (\text{V, 19})$$

Hierbei bedeutet J_m die m -Besselsche Funktion 1. Ordnung, und λ_{mn} ist eine der Lösungen der Gleichung

$$J'_m(\lambda_{mn}) = 0. \quad (\text{V, 20})$$

Daß (V, 18) und (V, 19) Lösungen der Differentialgleichungen (V, 12) und (V, 14) sind, die außerdem die Randbedingungen (V, 13), (V, 15), (V, 16) und (V, 17) erfüllen, wird man bei Beachtung gewisser Regeln für die Differentiation Besselscher Funktion leicht bestätigen. Wichtig ist dabei aber und überhaupt entscheidend für die Möglichkeit einer so einfachen Lösung des doch ziemlich verwickelten Problems, daß der in der eckigen Klammer der Differentialgleichung (V, 12) vorkommende Ausdruck

$$\frac{1}{\chi} \frac{\partial \bar{\chi}}{\partial t} \Big|_{t=0} = -\lambda_{mn} \frac{l}{R} \cdot \mathfrak{C} \operatorname{ot} \left(\lambda_{mn} \frac{l}{R} \right) = \text{const} = \text{unabhängig von } s \text{ und } \varphi$$

wird. Dies hat letzten Endes seinen Grund darin, daß für den Zylindermantel $s = 1$ der ganzen Anordnung sowohl im Heißeiterkörper wie in den Wärmeableitungen dieselbe Randbedingung (V, 13) bzw. (V, 15) gilt.

Bei der Verifikation zeigt sich aber auch, daß (V, 18) und (V, 19) nur dann Lösungen von (V, 12) und (V, 14) sind, wenn

$$\frac{1}{\mathcal{H}} \left[\frac{1}{\chi} \frac{\partial \bar{\chi}}{\partial t} \Big|_{t=0} + \frac{d \ln f^{-1}(\Theta)}{d \ln \Theta} \Big|_{\Theta=\Theta_0} \right] = \frac{1}{\mathcal{H}} \left[\frac{d \ln f^{-1}(\Theta)}{d \ln \Theta} \Big|_{\Theta=\Theta_0} - \lambda_{mn} \frac{l}{R} \mathfrak{C} \operatorname{ot} \lambda_{mn} \frac{l}{R} \right] = \lambda_{mn}^2$$

ist, und durch diese Forderung werden nun die Abzweigpunkte Θ_{0mn} der Abzweigenlinien festgelegt. Bei beliebigem Temperatursgesetz $f(\Theta)$ sind die Ablösepunkte Θ_{0mn} aus der transzendenten Gleichung

$$\frac{d \ln f^{-1}(\Theta)}{d \ln \Theta} \Big|_{\Theta=\Theta_{0mn}} = +\lambda_{mn} \frac{l}{R} \cdot \mathfrak{C} \operatorname{ot} \lambda_{mn} \frac{l}{R} + \mathcal{H} \lambda_{mn}^2 \quad (\text{V, 21})$$

zu berechnen. Für das besondere Temperatursgesetz $e^{-\Theta}$ wird die linke Seite einfach gleich Θ_{0mn} , und wir haben dann

$$\Theta_{0mn} = +\lambda_{mn} \frac{l}{R} \cdot \mathfrak{C} \operatorname{ot} \lambda_{mn} \frac{l}{R} + \mathcal{H} \lambda_{mn}^2. \quad (\text{V, 22})$$

Setzen wir in (V, 21) bzw. (V, 22) noch den Wert (V, 02) für die thermische Kopplung \mathcal{K} ein, so erhalten wir

$$\left. \begin{aligned} & \frac{d \ln f^{-1}(\Theta)}{d \ln \Theta} \Big|_{\Theta = \Theta_{0mn}} \\ & \Theta_{0mn} \end{aligned} \right\} = +\lambda_{mn} \frac{l}{R} \mathcal{C} \cot \lambda_{mn} \frac{l}{R} + 2 \lambda_{mn}^2 \frac{\alpha_H}{\alpha_M} \frac{l}{2R} \frac{H}{2R}. \quad (\text{V, 23})$$

Dies ist das für die Anwendung wichtigste Ergebnis der ganzen Theorie, und mit ihm wollen wir uns noch ein wenig beschäftigen.

Zunächst einmal etwas über die Werte λ_{mn} , die durch die transzendente Gleichung (V, 20) bestimmt sind. Der niedrigste und infolgedessen der ersten Abzweigenlinie entsprechende λ -Wert ist

$$\lambda_{11} = 1,84.$$

Ihm entspricht im Heißeleiter eine Temperaturstörungsverteilung

$$\chi = J_1(1,84s) \cdot \sin \varphi. \quad (\text{V, 24})$$

Sie ist in Bild 15 dargestellt. Es handelt sich also um die Ausbildung einer heißen Zone am Rande. Der nächsthöhere Eigenwert ist

$$\lambda_{21} = 3,2.$$

Die dann vorliegende Temperaturstörung

$$\chi = J_2(3,2s) \cdot \sin 2\varphi$$

entspricht zwei heißen Zonen am Rande.

Der nächsthöhere Eigenwert ist

$$\lambda_{01} = 3,83.$$

Ihm entspricht wegen

$$\chi = J_0(3,83s)$$

eine heiße Zone in der Mitte der Platte.

Nachdem wir uns so einen Überblick über die Zahlenwerte λ_{mn} und die physikalische Bedeutung der zugehörigen Temperaturstörungen χ verschafft haben, wollen wir noch durch Vergleich von (V, 22) und (III, 24) Einblick in die Wirkung der isotropen Wärmeableitungen gewinnen. Wenn man hierbei von den Unterschieden absieht, die vom Übergang zu einer anderen Querschnittsform herrühren, so äußert sich die jetzt berücksichtigte Querkopplung in den Wärmeableitern darin, daß der erste Summand 1 in (III, 24) durch den Summanden

$$\lambda \frac{l}{R} \cdot \mathcal{C} \cot \lambda \frac{l}{R} \quad (\text{V, 25})$$

in (V, 22) ersetzt wird. Seinen Verlauf in Abhängigkeit von $\lambda \frac{l}{R}$ zeigt die gestrichelte Kurve in Bild 16. Der Ausdruck (V, 25) ist also stets größer als 1. Dies entspricht

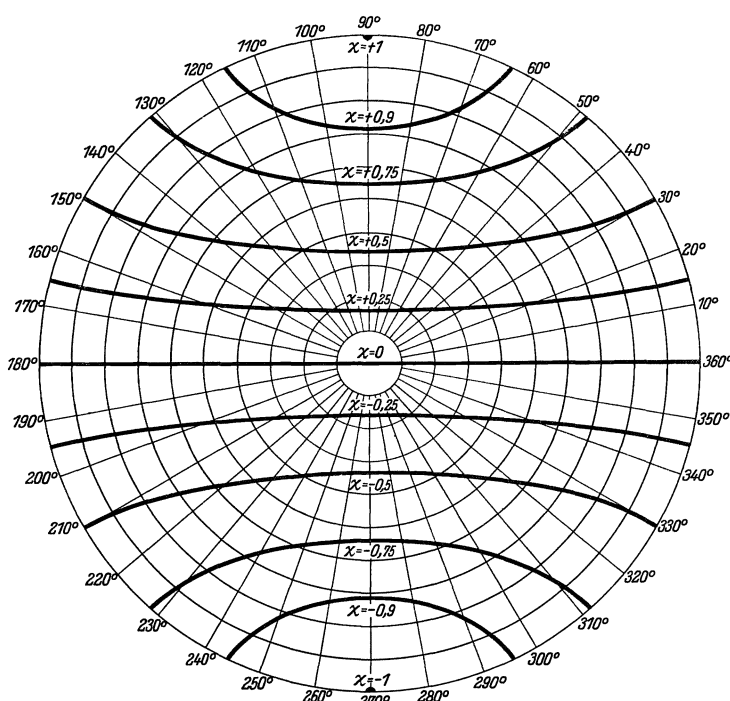


Bild 15. Temperaturstörungsverteilung χ über den kreisförmigen Heißeleiterquerschnitt bei Ausbildung einer heißen Zone am Rande.

auch durchaus der Erwartung, denn die transversalen Wärmeausgleichvorgänge in den Wärmeableitungszyklindern ergeben ja eine zusätzliche thermische Kopplung und müssen daher die Abzweigtemperaturen Θ_{0mn} erhöhen. Des weiteren ist klar, daß für sehr kleine l die transversale Ausbreitung der Wärme auch in isotropen Wärmeableitern außerordentlich stark behindert ist und daß in diesem Fall ihre gänzliche Vernachlässigung näherungsweise das Richtige treffen wird. Für kleine Längen l der Wärmeableitungen muß also (V, 25) nahezu den Wert 1 haben, was mit Bild 16 übereinstimmt.

Im übrigen erscheint aber an dem Ergebnis zweierlei befremdlich. Erstens kommen in dem Ausdruck (V, 25) nur rein geometrische Größen vor. Die Wärmeleitfähigkeit κ_M des Metalles der Wärmeableitungen erscheint in ihm nicht mehr. Man

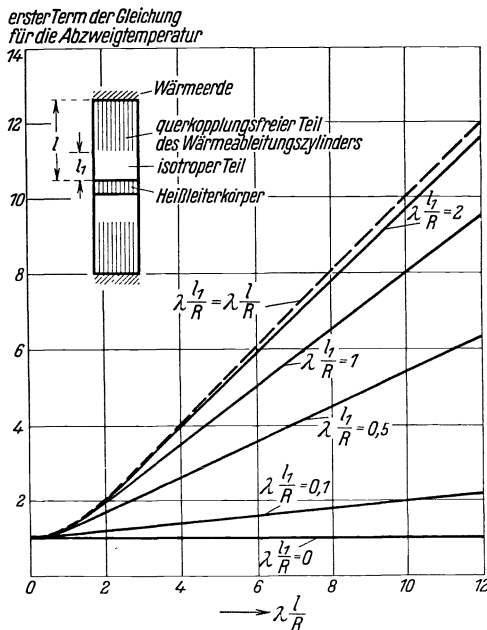


Bild 16. Erster Term der Gleichung für die Abzweigtemperatur.

kopplungsfreies Stück anschließt, bis die Gesamtlänge wieder l ist. Die Ergebnisse der diesbezüglichen Rechnungen zeigt ebenfalls Bild 16. Hier ist der erste Summand in der Gleichung für die Abzweigtemperatur in Abhängigkeit von der Gesamtlänge l in geeigneter Normierung $(\lambda \frac{l}{R})$ aufgetragen. Als Parameter der Kurvenschar wird die Länge l_1 des isotropen Teils in derselben Normierung $(\lambda \frac{l_1}{R})$ verwendet.

Die beiden Grenzkurven entsprechen bereits bekannten Fällen. Die untere für $\lambda \frac{l_1}{R} = 0$ stellt die Verhältnisse bei gänzlich querkopplungsfreien Wärmeableitungszyklindern dar. Dieser Fall wurde in Abschnitt III behandelt, und dort ergab sich für den ersten Summanden der Abzweigtemperatur (III, 24) der Wert 1 unabhängig von dem Maß $\lambda \frac{l}{R}$ für die Gesamtlänge l . Die obere Grenzkurve für $\lambda \frac{l_1}{R} = \lambda \frac{l}{R}$ gilt bei Wärmeableitungszyklindern, die in ihrer ganzen Länge l isotrop sind. Hier erhielten wir für die Abzweigtemperatur die Gleichung (V, 25), die soeben besprochen wurde.

müßte sich doch eigentlich sagen, daß den transversalen Wärmeströmen ein um so geringerer Wärmewiderstand entgegensteht, je größer κ_M ist und daß daher großes κ_M die zusätzliche Querkopplung verbessert. Zweitens steigt (V, 25) nach Bild 16 monoton an und verläuft sehr bald praktisch wie $\lambda \frac{l}{R}$, ohne sich einem Grenzwert zu nähern. Das ist deshalb nicht ohne weiteres verständlich, weil von einer gewissen Länge $l_1 \approx R$ ab eine weitere Verlängerung der Wärmeableitungszyklinders die Querströmungen nicht mehr wesentlich erleichtern kann.

Aufklärung und weiteren Einblick in den Mechanismus der isotropen Wärmeableitungen bringt die Betrachtung teilweise querkopplungsfreier Wärmeableitungen, d. h. die Untersuchung von Wärmeableitungen, von denen jede an den Heißleiter mit einem isotropen Teil der Höhe l_1 angrenzt, worauf sich ein weiteres querkopplungsfreies Stück anschließt, bis die Gesamtlänge wieder l ist.

Die dazwischenliegenden Kurven beziehen sich auf Ableitungszylinder, bei denen

$$\lambda \frac{l_1}{R} = \text{const}$$

ist, also die Länge l_1 des isotropen, zur Querkopplung beitragenden Teils des Wärmeableitungszylinders einen bestimmten Bruchteil $\frac{\text{const}}{\lambda}$ des Radius R ausmacht. Da die Gesamtlänge l des Wärmeableitungszylinders größer als die Länge l_1 des isotropen Teiles sein muß, können diese Kurven nur für

$$\lambda \frac{l}{R} \geq \lambda \frac{l_1}{R}$$

existieren. Für ihre Anfangspunkte gilt

$$\lambda \frac{l}{R} = \lambda \frac{l_1}{R}.$$

Dies ist aber wieder das charakteristische Merkmal der oberen Grenzkurve. Die Gesamtheit der Anfangspunkte aller Zwischenkurven ist also zugleich die obere Grenzkurve.

Als wichtigstes Ergebnis läßt sich Bild 16 entnehmen, daß von einem gewissen Wert des Parameters $\lambda \frac{l_1}{R}$ ab, für den wir ungefähr 2 ansetzen können, sich die Zwischenkurven von dem Verlauf der oberen Grenzkurve nicht mehr wesentlich unterscheiden. Physikalisch bedeutet das aber folgendes. Wenn die Länge l_1 des isotropen, also zur Querkopplung beitragenden Teils des Wärmeableitungszylinders erst einmal einen gewissen Bruchteil $2/\lambda$ des Radius R überschritten hat, ist es gleichgültig, ob l_1 noch weiter vergrößert und schließlich gleich l gemacht wird oder nicht. Der fragliche Bruchteil $2/\lambda$ ist ziemlich unabhängig von der Querschnittsform ungefähr gleich 1^1). Die Wärmeableitungszylinder tragen also nur mit ihrem ersten Stück, dessen Höhe ungefähr gleich dem Radius ist, zur Querkopplung bei. Die daran anschließenden Teile sind nur als longitudinale Wärmeschaltwiderstände wirksam. Man kann also den Wärmeableitungszylindern von einer Höhe $\approx R$ ab eine erheblich verringerte Wärmeleitfähigkeit erteilen und auf diese Weise großen axialen Wärmewiderstand bei geringer Länge erreichen, was beim Aufbau natürlich erwünscht ist.

Jetzt klären sich auch die beiden Punkte auf, die wir weiter oben als befremdlich am Ausdruck (V, 25) empfunden hatten. Die Wärmeleitfähigkeit κ_M kommt in (V, 25) nicht vor, weil eine Erhöhung von κ_M wohl das Querströmen der Wärme erleichtern würde, aber das Längsströmen in gleichem Maße. Dadurch wird also im Endeffekt doch nicht eine stärkere Querkopplung erzielt. Der zweite befremdliche Punkt klärt sich folgendermaßen auf. Eine Vergrößerung der Gesamtlänge l behindert das Längsströmen der Wärme immer stärker, begünstigt also das Querströmen und fördert daher die Querkopplung. Dieser auf die Wärme zum Querströmen ausgeübte Zwang wächst mit zunehmender Länge l dauernd an. Deshalb wird auch für $l \approx R$ kein Grenzwert erreicht. Wohl ist dies aber der Fall bei Verlängerung des isotropen Teils von l_1 über R hinaus; denn dieser isotrope Teil gibt der Wärme die Möglichkeit zum Querströmen, und diese Möglichkeit steigt zunächst mit dem Verhältnis $\frac{l_1}{R}$ und nähert sich nach Überschreitung des Wertes $\frac{l_1}{R} \approx 1$ einer festen oberen Grenze.

¹⁾ Für die erste Abzweigkennlinie gilt beim Kreisquerschnitt $\lambda = 1,84$ (siehe S. 115), beim Streifen $\lambda = 1,57$ (siehe S. 105)!

Man kann im übrigen den Aufbau der Gleichung (V, 23) auf Grund dieser Erkenntnisse physikalisch recht gut verstehen. Wir schreiben zu diesem Zweck (V, 23) ein wenig um:

$$\Theta_{0mn} = \lambda_{mn} \frac{l}{R} \cdot \mathfrak{Cot} \left(\lambda_{mn} \frac{l}{R} \right) + 2 \lambda_{mn}^2 \frac{\kappa_H}{\kappa_M} \cdot \frac{l}{2R} \cdot \frac{H}{2R} \quad (\text{V, 23})$$

$$= 1 + \left(\frac{1}{\kappa_M} \lambda_{mn} \frac{l}{R} \right) \kappa_M \left[\mathfrak{Cot} \left(\lambda_{mn} \frac{l}{R} \right) - \left(\lambda_{mn} \frac{l}{R} \right)^{-1} \right] + \left(\frac{1}{\kappa_M} \lambda_{mn} \frac{l}{R} \right) \cdot \left(\kappa_H \lambda_{mn} \frac{\frac{1}{2}H}{R} \right),$$

$$\Theta_{0mn} = 1 + \left(\frac{1}{\kappa_M} \lambda_{mn} \frac{l}{R} \right) \cdot \kappa_M \lambda_{mn} \frac{l_{\text{eff}}}{R} + \left(\frac{1}{\kappa_M} \lambda_{mn} \frac{l}{R} \right) \cdot \left(\kappa_H \lambda_{mn} \frac{\frac{1}{2}H}{R} \right),$$

$$\Theta_{0mn} - 1 = \left(\frac{1}{\kappa_M} \lambda_{mn} \frac{l}{R} \right) \left\{ \left(\kappa_M \lambda_{mn} \frac{l_{\text{eff}}}{R} \right) + \left(\kappa_H \lambda_{mn} \frac{\frac{1}{2}H}{R} \right) \right\}. \quad (\text{V, 26})$$

Die dabei neu eingeführte effektive Länge l_{eff} ist durch die Gleichung

$$\left[\mathfrak{Cot} \left(\lambda_{mn} \frac{l}{R} \right) - \left(\lambda_{mn} \frac{l}{R} \right)^{-1} \right] = \lambda_{mn} \frac{l_{\text{eff}}}{R}$$

definiert. Ihre Abhängigkeit von $\lambda_{mn} \frac{l}{R}$ zeigt Bild 17.

(V, 26) läßt sich jetzt folgendermaßen deuten.

Ohne jede thermische Kopplung verlassen die Abzweigkennlinien die isotherme Kennlinie am Maximum, wo beim $e^{-\theta}$ -Gesetz Θ gleich 1 ist. (V, 26) stellt also die durch die thermische Kopplung bewirkte Erhöhung $\Theta_{0mn} - 1$ der Abzweigtemperatur Θ_{0mn} als Produkt zweier

Faktoren dar, die mit dem Mechanismus der thermischen Kopplung zusammenhängen. Die Wärmekopplung beruht ja auf transversalen Ausgleichsvorgängen, deren Intensität um so größer sein wird, je stärker der axiale Abfluß der Wärme behindert ist. Für diese Behinderung ist der erste Faktor $\frac{1}{\kappa_M} \cdot \lambda_{mn} \frac{l}{R}$ ein Maß. Weiter hängt aber die Intensität der transversalen Wärmeausgleichsvorgänge auch davon ab, wie sehr ein Querströmen der Wärme begünstigt wird. Dies wird durch den zweiten Faktor

$$\left\{ \left(\kappa_M \lambda_{mn} \frac{l_{\text{eff}}}{R} \right) + \left(\kappa_H \lambda_{mn} \frac{\frac{1}{2}H}{R} \right) \right\}$$

angegeben. Der erste Summand dieses Ausdrucks läßt nämlich erkennen, wie leicht die Wärme im Wärmeableitzylinder querströmen kann, in dem hierfür das Metall mit der Wärmeleitfähigkeit κ_M in einer Höhe l_{eff} — natürlich nicht etwa in ganzer Länge l — zur Verfügung steht. Der zweite Summand hat die entsprechende Bedeutung für den Heißeiterkörper, in dem die Wärmeleitfähigkeit den Wert κ_H hat und die Breite des Querwegs $\frac{1}{2}H$ beträgt¹⁾. Die effektive Länge l_{eff} muß, wie schon die Anschauung zeigt, für wachsende Gesamtlänge l sich sehr bald einer oberen festen Grenze nähern und weiter mit l zusammen verschwinden. Beides wird durch Bild 17 bestätigt.

Abschließend sei nochmals hervorgehoben, daß in praktischen Fällen die Querkopplung im Metall der Wärmeableitzylinder bei weitem die Querkopplung im Heißeiterkörper überwiegt, was wegen der geringen Höhe plattenförmiger Heißeiter

¹⁾ Die Wärmeströmungen erfolgen symmetrisch zur Mittelebene. Jedem der beiden Wärmeableiter ist also nur der halbe Heißeiterkörper zuzuordnen.

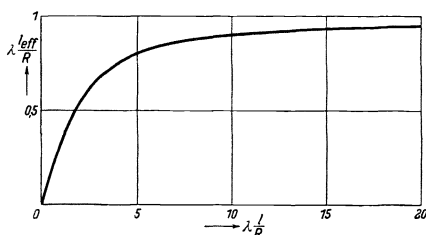


Bild 17. Die für das Querströmen der Wärme maßgebende Länge l_{eff} in Abhängigkeit von der Gesamtlänge l des Wärmeableitzylinders.

und der schlechten Wärmeleitfähigkeit des Heißeiterstoffs verständlich erscheint. Bei plattenförmigen Heißeitern ist man also auf die metallische Querkopplung in den Wärmeableitungszyklindern angewiesen, falls man ein einigermaßen langes Stück des fallenden Teils der isothermen Kennlinie verwendbar machen will.

VI. Axiale Anisothermie, Randkühlung, kleine Inhomogenitäten.

In diesem letzten Abschnitt besprechen wir noch einige Punkte, die für die Anwendungen zum Teil von ziemlicher Bedeutung sind, die sich aber leider bisher nicht quantitativ haben behandeln lassen.

Da ist zunächst der Einfluß einer etwaigen Kühlung des Plattenrandes. Die praktisch wichtigste Realisierung dieses Falles liegt vor, wenn an die Heißeiterplatte nicht zylindrische Wärmeableitungen vom gleichen Durchmesser wie die Heißeiterplatte, sondern metallische Halbräume angrenzen. Denkt man sich aus diesen Halbräumen (siehe Bild 18) Zylinder vom Radius der Heißeiterplatte herausgegriffen, so sieht man, daß gegenüber dem Fall eines wärmeundurchlässigen Zylindermantels jetzt durch die Halbräume die Randpartien der Heißeiterplatte erheblich stärker gekühlt werden.

Es ist dann anzunehmen, daß der ersten und praktisch allein wichtigen Abzweigkennlinie nicht mehr eine heiße Zone am Rande, sondern eine heiße Zone in der Mitte der Heißeiterplatte entsprechen wird¹⁾. Etwas einigermaßen Sicheres läßt sich aber über die Lage des Abzweigpunktes in diesem Fall bisher nicht aussagen, ausgenommen, daß er sicher bei höheren Temperaturen, also weiter hinten auf dem fallenden Teil der isothermen Kennlinie liegen wird als der Abzweigpunkt bei Zonenbildung am Rande im Falle der zylindrischen Elektroden.

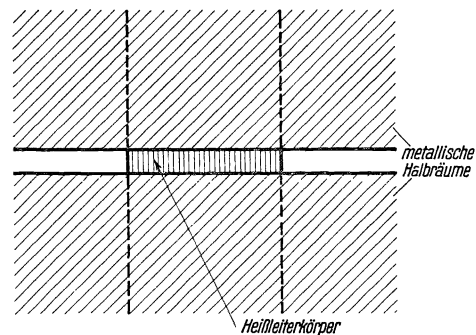


Bild 18. Heißeiterkörper zwischen metallischen Halbräumen als Wärmeableitungen.

Eine weitere wichtige Frage ist die nach der Wirkung axialer Anisothermien. Es ist z. B. sehr gut denkbar, daß die an und für sich immer vorhandene axiale Anisothermie solange von zu vernachlässigender Kleinheit ist, als der Heißeiter in der isothermen Lösung arbeitet. Dann wird nämlich die Wärme zum Beispiel bei zylindrischen Wärmeableitungen in einer ebenen Front abgeführt, und der dabei wirksame, auf die Flächeneinheit bezogene Wärmewiderstand in axialer Richtung ist genügend groß. Bildet sich jetzt aber eine thermische Ausbeulung der Heißeiterplatte aus, so findet die Ausbreitung der Wärme in den Wärmeableitungen nicht mehr in breiter, ebener Front, sondern mehr oder weniger divergierend statt. Auf diese Weise kann die Wärmeabfuhr von der Basis der heißen Zone in den metallischen Wärmeableiter hinein sehr erleichtert werden, so daß sich jetzt in der heißen Zone eine axiale Anisothermie von erheblicher Größe auszubilden beginnt. Dabei sind diejenigen Schichten des Heißeiterkörpers, die an das Metall der Wärmeableitungszyklinder angrenzen, kälter als die Schichten in seiner Mittelebene. Diese heiße Mittelschicht wird also durch die kühleren Grenzschichten von dem Metall der Wärmeableitungszyklinder thermisch gleichsam abgeschirmt. Nun haben wir aber am Schluß des vorigen Ab-

¹⁾ Siehe auch Abschnitt IV, Schluß; S. 111.

schnitts V darauf hingewiesen, daß bei praktischen Ausführungen die metallische Querkopplung in den Wärmeableitungszyklindern die thermische Querkopplung im Heißeiterkörper bei weitem überwiegt. Die erwähnte thermische Abschirmung der heißen Mittelschicht entkoppelt diese also sehr stark. Zu kleine thermische Kopplung zieht aber Überkippungserscheinungen nach sich. So kann also axiale Anisothermie Überkippungserscheinungen auch in Fällen hervorrufen, in denen bei gesicherter axialer Isothermie solche Überkippungserscheinungen noch nicht zu befürchten wären.

Es fragt sich schließlich noch, welchen Einfluß kleine Inhomogenitäten auf die Temperaturverteilung der Scheibe und auf die Stabilität der verschiedenen Kennlinienteile haben werden. Solche Inhomogenitäten können beruhen auf lokalen Schwankungen der elektrischen oder thermischen Leitfähigkeit des Heißeiterkörpers oder der Wärmeableiter, auf unvollkommener Berührung mit den ableitenden Metallkörpern, auf Luftströmungen, die den Heißeiter einseitig treffen, endlich auf ungleichen Temperaturverteilungen, die sich durch die Wärmeträgheit der Ableitkörper bei raschen Einschaltvorgängen ergeben. Ist die thermische Kopplung so fest, daß die erste Abzweigkennlinie von vornherein fallend hinläufig ist, dann werden diese kleinen Störungen beim Arbeiten vor dem Abzweigpunkt — die Verhältnisse hinter dem Abzweigpunkt besprechen wir weiter unten — durch transversale Wärmeströmungen ausgeglichen werden. Verläßt dagegen die erste Abzweigkennlinie die isotherme Kennlinie fallend rückläufig, so besteht bereits vor dem Abzweigpunkt eine gewisse Gefahr, daß der Arbeitspunkt von der isothermen auf die Abzweigkennlinie hinüberspringt. Diese Gefahr ist um so größer, je ausgeprägter der fallend rückläufige Charakter der Abzweigkennlinie ist, je dichter der Arbeitspunkt auf der isothermen Kennlinie an den Abzweigpunkt heranrückt und je größer schließlich die oben gekennzeichneten kleinen Störungen sind. Nach Überschreiten des Abzweigpunktes bedarf es solcher kleinen Inhomogenitäten nicht mehr, um den isothermen in den anisothermen Zustand umschlagen zu lassen. Die unvermeidlichen atomistischen Schwankungen werden eine Verwirklichung des isothermen Zustandes hinter dem Abzweigpunkt in jedem Fall verhindern. Die erwähnten kleinen Störungen werden hier lediglich einen Einfluß auf die Lage der heißen Zone haben, soweit diese durch die Theorie nicht völlig festgelegt ist. Dies ist z. B. bei der kreisförmigen Platte mit einer heißen Zone am Rande der Fall, wo das Azimut φ natürlich unbestimmt bleibt. Eine lehrreiche Beobachtung lieferten zu diesem Punkt Versuche, bei denen deutlich zu bemerken war, daß die Glühzone während des Versuchs um einen Winkel von manchmal bis zu 90° hin und her wanderte.

Die Arbeit ist unter Leitung von Herrn Prof. Dr. W. Schottky in engem Zusammenwirken mit meinem Kollegen Dr. H. Lueder entstanden. Ich möchte den beiden Herren auch an dieser Stelle herzlich danken, ebenso wie Herrn Dr. M. Steenbeck für zahlreiche wertvolle Diskussionen.

Zusammenfassung.

Heißeiter, die von einer gewissen Strombelastung ab eine fallende Stromspannungskennlinie zeigen, können in mannigfachen Regel-, Schalt- und Schwingungsanordnungen Verwendung finden. Große Belastbarkeit ohne übermäßige Trägheit

läßt sich hierbei am besten durch Ausbildung des Heißeiterkörpers als dünne Scheibe erzielen. Solche Anordnungen sind aber im fallenden Teil der Kennlinie durch Wärmedurchschläge gefährdet. In der vorstehenden Arbeit werden die Bedingungen für das Auftreten von Wärmedurchschlägen bei Heißeiterscheiben untersucht, indem die in ihrem Kennlinienfeld auftretenden „Abzweigpunkte“ und „Abzweigenlinien“ in Abhängigkeit von der Gestalt und den thermisch-elektrischen Eigenschaften berechnet werden. Vom Einfachen zum Verwickelteren aufsteigend werden dabei zunächst zwei parallelgeschaltete, thermisch miteinander gekoppelte Einzelheißeiter behandelt, dann wird der Heißeiter mit streifenförmigem und schließlich der mit kreisförmigem Querschnitt untersucht. Es zeigt sich, daß die Wärmedurchschläge vermieden oder auf unschädliche „thermische Ausbeulungen“ abgeschwächt werden können, wenn man für hinreichende thermische Querkopplung zwischen den einzelnen Scheibenelementen sorgt. Hierbei spielt vor allem der transversale Wärmeaustausch in den metallischen Wärmeableitungskörpern eine Rolle.

Über das Haften zweier Metallflächen aneinander im Vakuum und die Herabsetzung des Haftens durch gewisse Gase.

Von Ragnar Holm und Bernhard Kirschstein.

Mit 1 Bild.

Mitteilung aus dem Forschungslaboratorium der Siemens-Werke zu Siemensstadt.

Eingegangen am 23. Dezember 1935.

Einleitung.

Untersuchungen an elektrischen Metallkontakten hatten ergeben, daß für den Kontaktwiderstand neben den beiden Kontaktmetallen auch das umgebende Gas von Einfluß ist¹). Dies konnte nur durch die Annahme von Fremdhäuten auf den Metalloberflächen gedeutet werden. Diese Fremdschichten müssen sich auch bei nichtelektrischen Erscheinungen bemerkbar machen; tatsächlich hatte man auch schon beobachtet, daß im Vakuum ausgeglühte Kontakte „kleben“, und daß im Argon und in Wasserstoff das Kleben erhalten bleibt, während in Luft und in Wasserdampf das Kleben schnell verschwindet²). Es war zu erwarten, daß die Oberflächenbeschaffenheit der Metalle bei der mechanischen Reibung besonders deutlich in Erscheinung treten würde. Es liegen schon Versuche vor, aus denen hervorgeht, daß die Reibung im Vakuum mit zunehmender Reinheit der Oberflächen zunimmt³). Ähnliche Versuche haben wir jetzt mit verschärfter Sorgfalt ausgeführt, wobei es uns darauf ankam, zunächst durch Ausglühen im Vakuum für reine Metalloberflächen zu sorgen, diese zu untersuchen und dann bei Zusatz reiner Gase die Entstehung der Fremdhäute zu verfolgen, um so zu Aussagen über die Beschaffenheit der Fremdhäute zu kommen.

Versuchsordnung und Meßverfahren.

Wir verwendeten das Neigungsverfahren: Über einen geraden Draht war ein Röhrchen als Gleitkörper geschoben; der Draht wurde von der Wagerechten aus-

¹) R. Holm: Wiss.Veröff.Siemens-Konz. **X**, 4 (1931) S. 1 § 2. — R. Holm, F. Güldenpfennig, E. Holm u. R. Störmer: Wiss.Veröff.Siemens-Konz. **X**, 4 (1931) S. 20. — R. Holm u. W. Meißner: Z. Physik **74** (1932) S. 715; **86** (1933) S. 787.

²) R. Holm, F. Güldenpfennig, E. Holm u. R. Störmer: Wiss.Veröff.Siemens-Konz. **X**, 4 (1931) S. 20 § 11.

³) Ch. Jakob: Ann. Physik **38** (1912) S. 126. — P. E. Shaw u. E. W. L. Leavey: Philos. Mag. **10** (1930) S. 809. — Herr O. Berg hat laut persönlicher Mitteilung 1928 unveröffentlichte Untersuchungen ausgeführt, die auch schon den Einfluß von Gasen betreffen.

gehend langsam geneigt, bis das Röhrechen zu gleiten anfing. Der zugehörige Winkel zwischen dem Draht und der Wagerechten wurde als „Abgleitwinkel“ φ gemessen.

Da es uns auf größte Reinheit der Metalloberflächen sowie auch der verwendeten Gase ankam, haben wir eine Anordnung gewählt, bei der das Versuchsgefäß mit Draht und Röhrechen mit einer Pumpenanordnung verbunden war. Das Versuchsgefäß war mittels eines Schliffes um eine wagerechte, zum Draht senkrechte Achse drehbar. Um Hahnfett und Wasserdampf auszufrieren, war zwischen Schliff und Versuchsrohr eine Gasfalle mit flüssiger Luft eingeschaltet (vgl. Bild 1). Diese

wurde bei den Messungen mitgedreht. Wurden sehr große Winkel erreicht, so mußte die flüssige Luft für kurze Zeit (etwa 10 s) entfernt werden; die „Kältekapazität“ der Gasfalle war jedoch so groß, daß inzwischen keine nennenswerte Erwärmung eintrat. Zum Ent-

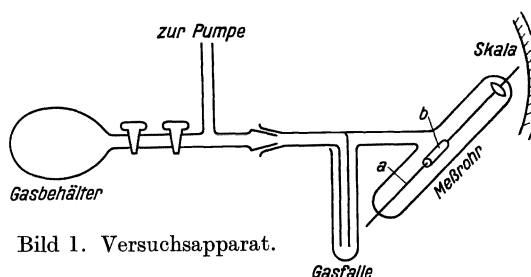


Bild 1. Versuchsapparat.

gasen wurde das Versuchsrohr stundenlang auf etwa 400°C , Draht und Röhrechen verschiedene Male auf etwa 1000°C während wenigstens je 15 min erhitzt. Der Draht bekam den Heizstrom zugeleitet, das Röhrechen wurde durch Hochfrequenzinduktion geheizt. Es wurden verwendet: ein Nickeldraht von 1,0 mm Durchmesser, ein Platindraht von 1,4 mm Durchmesser, ein Nickelröhrechen, Nr. 1, von 4 mm innerem und 5 mm äußerem Durchmesser und 15 mm Länge; ein anderes, Nr. 2, von 3,5 mm innerem und 8 mm äußerem Durchmesser und 20 mm Länge; ein Platinröhrechen von 2 mm innerem und 3 mm äußerem Durchmesser und 15 mm Länge; und schließlich ein Graphitröhrechen mit den entsprechenden Abmessungen von 2,5, 10 und 15 mm.

Die zu untersuchenden Gase wurden aus Vorratsgefäßen durch Glasleitungen dem Versuchsgefäß zugeleitet. Argon wurde zur Säuberung von Fremdgasen stundenlang durch einen Calcium-Lichtbogen getrieben; Wasserstoff wurde durch ein erhitztes Palladiumrohr eingelassen; Luft wurde tagelang über Chlorcalcium vorgetrocknet, die endgültige Trocknung erfolgte durch die erwähnte Gasfalle. Stickstoff wurde aus vorgewärmtem und dabei evakuiertem Bariumazid durch Erhitzen auf 200°C hergestellt. Die Dämpfe von Benzin, Toluol, Benzol und Alkohol wurden aus reinen Flüssigkeiten gewonnen; bei diesen Messungen herrschte der zur Zimmer-temperatur gehörige Dampfdruck der Flüssigkeit.

Vor jeder Messung wurde das Röhrechen, da der Draht durch das Ausglühen leicht durchgebogen war, zunächst auf die Mitte des Drahtes gebracht, die mit der Rohrachse gut parallel war. Darauf wurde das Versuchsrohr um den erwähnten Schliff vorsichtig gedreht, bis das Röhrechen zu gleiten begann bzw. abfiel.

Nach dem Ausglühen von Draht und Röhrechen wurden zunächst bei laufender Pumpe einige Messungen ausgeführt, dann der Hahn zur Pumpe geschlossen, das erste Gas langsam eingelassen, sodann mehrere Messungen ausgeführt, einige Minuten gewartet, dann nochmals gemessen usw., bis ein Dauerzustand erreicht war. Dann wurde das Gas abgepumpt, Draht und Röhrechen erneut ausgeglüht, eine Messung im Vakuum gemacht, das zweite Gas eingelassen usw. Nötigenfalls wurde zwischen zwei Messungen das ganze Versuchsgefäß nochmals im Ofen ausgeheizt.

„Gleiten“ und „Kleben“.

Schon bei den ersten Vakuumversuchen mit einem Nickeldraht und einem Nickelröhrchen ergaben sich ungewöhnlich große „Abgleitwinkel“, die durch das mehrfache Ausglühen noch größer wurden; schließlich fiel das Röhrchen selbst bei der Drehung durch die senkrechte Lage des Drahtes hindurch nicht herunter, sondern blieb hängen. Nur durch leichte Erschütterungen wurde es losgerissen und fiel ab¹⁾. Außerdem war von einem „Gleiten“ keine Rede mehr, sondern das Röhrchen fiel, wenn es nicht wieder irgendwo hängen blieb, sofort bis zum Ende des Drahtes. Dies zeigt, daß es sich hier nicht mehr um „Reibung“ handelt, sondern um „Kleben“, wie es schon bei den Kontaktversuchen²⁾ beobachtet worden war. Wir möchten annehmen, daß dieses „Kleben“ auf einer Art „kaltem Verschweißen“ beruht. Die Werte $\operatorname{tg}\varphi$ streuen unter diesen Umständen sehr.

Im Gegensatz hierzu waren bei Anwesenheit von Luft oder Dämpfen die Abgleitwinkel wesentlich kleiner, und das Röhrchen glitt langsam und gleichmäßig am Draht entlang. Infolge der leichten Krümmung des Drahtes kam es nach 1 bis 2 cm Weg wieder zur Ruhe, um nach weiterem Drehen des Rohres ein Stück weiter zu gleiten; auch hatten in diesem Falle Erschütterungen nur geringen Einfluß, und die beobachteten Werte von $\operatorname{tg}\varphi$ streuten mäßig. „Gleiten“ und „Kleben“ ließen sich demnach meistens gut unterscheiden.

Wo ein deutliches Gleiten auftrat, dürfen wir wohl annehmen, daß kurz vor dessen Anfang eine Ruhereibung im üblichen Sinne ohne wesentliches Kleben vorlag. Den Begriff Ruhereibung fassen wir dabei etwas schärfer als in den Lehrbüchern³⁾, indem wir im Kontakt den Höchstwert der Tangentialkraft nur so lange als Ruhereibung bezeichnen, als diese Kraft durch den jeweiligen Normaldruck eindeutig bestimmt ist. Dagegen liegt Kleben vor, wenn die Tangentialkraft durch frühere, größere Drucke mitbestimmt ist. Das Kleben kann auch bei normalem Druck 0 und sogar bei Zug endliche Werte haben. Im Falle sehr großer Abgleitwinkel φ hatte sich der Gleitkörper bei einer allmählichen Vergrößerung der Neigung eine Haftstelle schon bei einem kleineren Neigungswinkel als φ ausgebildet, wobei diese Haftstelle für das Haften bei der großen Neigung noch maßgebend war.

Unsere Untersuchung lief nun wesentlich darauf hinaus, festzustellen, bei welchen Gasen „Kleben“ und bei welchen „Gleiten“ auftritt. Im letzteren Falle dürfte der Abgleitwinkel φ für die durch die Fremdhaut bedingte Reibung kennzeichnend sein.

Meßergebnisse.

Die Meßergebnisse sind in den folgenden Tabellen 1, 2 und 3 zusammengestellt. Die Zeit t ist stets vom Einlassen des Gases an gerechnet. $\bar{\varphi}$ bedeutet einen Mittelwert mehrerer Messungen, zum mindestens einer Linksdrehung und einer Rechtsdrehung. Dadurch werden Symmetriefehler der Skala, der Aufhängung u. dgl. aufgehoben. $\bar{\mu}$ bedeutet $\operatorname{tg}\bar{\varphi}$.

¹⁾ Das Röhrchen haftete also gegen Zug.

²⁾ Siehe die unter Anm. 2 auf S. 122 angegebene Arbeit.

³⁾ W. Wien u. F. Harms: Handbuch der Experimentalphysik 3: L. Föppl: Techn. Mechanik, S. 172. Leipzig 1929. — F. Auerbach u. W. Hort: Handbuch der phys. u. techn. Mechanik 1, S. 753. Leipzig 1929.

Tabelle 1.

Meßreihe Nr.	Umgebendes Gas	p in Torr	Relative Zeit in min t	Abgleitwinkel		(Scheinbare) Reibungszahl μ	Bemerkungen
				$\bar{\varphi}$	φ_{\max}		
Ni-Zylinder auf Ni-Draht.							
1	Vak.	$<10^{-4}$	—	69,8°	—	2,72	?
2	Argon	52	—	59,3°	—	1,69	?
3	Vak.	$<10^{-4}$	—	75°	—	3,75	Kleben
4	Trockene Luft	52	—	58°	—	1,60	?
5	Vak.	$<10^{-4}$	—	80,3°	—	5,87	Kleben
6	Feuchte Luft.	52	—	19°	—	0,34	Gleiten
7	Vak.	$<10^{-4}$	—	77,9°	—	4,67	Kleben
8	H ₂	0,9	—	59,3°	—	1,68	?
9	Vak.	$<10^{-4}$	—	78,5°	—	4,92	Kleben
10	Argon	35	—	74,3°	—	3,56	Kleben
11	Vak.	$<10^{-4}$	—	79,7°	—	5,49	Kleben
12	Trockene Luft	0,7	2	65,5°	—	2,19	Gleiten
	„ „	0,7	20	59,2°	—	1,68	„
	„ „	2	52	59°	—	1,66	„
	„ „	50	59	58°	—	1,60	„
13	Vak.	$<10^{-4}$	—	83°	84°	8,14	Kleben
14	N ₂	$2 \cdot 10^{-4}$	5	84,7°	—	10,71	„
	N ₂	$3,6 \cdot 10^{-2}$	38	82°	—	7,12	„
	N ₂	6,4	55	82,3°	90°	7,43	„
	N ₂	32	167	78,3°	—	4,84	„
15	Wasserdampf	<1	2	61,5°	—	1,84	Gleiten
	„	<1	6	58°	—	1,60	„
	„	<1	18	58°	—	1,60	„
	„	<17	23	54°	—	1,38	„
	„	<17	30	47°	—	1,07	„
	„	17	38	35°	—	0,70	„
	„	17	39	32,5°	—	0,64	„
	„	17	42	33°	—	0,65	„
	„	17	45	30,5°	—	0,59	„
16	Feuchte Luft.	760	51	27,5°	—	0,52	„
Pt-Zylinder auf Pt-Draht.							
17	Vak.	$3 \cdot 10^{-4}$	—	81,5°	90°	6,69	Kleben
	Vak.	$2 \cdot 10^{-4}$	—	76,5°	—	4,17	„
18	H ₂	$8 \cdot 10^{-3}$	12	73°	—	3,27	?
	H ₂	$9 \cdot 10^{-2}$	30	71,3°	—	2,95	?
	H ₂	0,6	49	66,5°	—	2,30	?
	H ₂	2,0	72	63°	—	1,96	?
	H ₂	2,2	74	62°	—	1,88	?
19	Vak.	1,7	—	82°	—	7,12	Kleben
20	Trockene Luft	50	—	66,5°	—	2,30	?
21	Vak.	$<10^{-4}$	—	83,3°	90°	8,45	Kleben
22	N ₂	60	—	72,3°	90°	3,12	„
23	Vak.	$<10^{-4}$	—	90°	—	∞	Kleben
24	N ₂	20	2	88,8°	—	46	„
	N ₂	20	16	87,8°	90°	25,5	„
25	Wasserdampf	15	—	54°	—	1,38	Gleiten
26	Feuchte Luft	760	—	37°	—	0,75	„
Graphit-Zylinder auf Ni-Draht.							
27	Vak.	$<10^{-4}$	—	23,3°	—	0,43	Gleiten
28	„	$<10^{-4}$	—	32,8°	—	0,64	„
29	„	$<10^{-4}$	—	31,3°	—	0,61	„
30	„	$<10^{-4}$	—	32°	—	0,63	„
31	Trockene Luft	90	13	18,3°	—	0,33	„
	Trockene Luft	90	16	16°	—	0,29	„
32	Feuchte Luft.	760	—	17,9°	—	0,32	„
Ni-Zylinder auf Pt-Draht.							
33	Vak.	$<10^{-4}$	—	61,8°	—	1,87	Kleben

Einige ausführlich wiedergegebene Meßreihen geben eine Vorstellung von der Streuung der Einzelmessungen. Vak. bedeutet immer eine Messung im Vakuum nach Glühen in der oben beschriebenen Weise. In der letzten Spalte (Bemerkungen) bedeutet ein ?, daß nicht sicher festgestellt werden konnte, ob ein Kleben oder ein Gleiten stattfand.

Besprechung der Meßergebnisse.

Vor allen Dingen ist das hohe Haftvermögen der Einmetallkontakte im Vakuum bemerkenswert. Nach dem ersten Glühen (nach vorheriger Berührung mit feuchter Luft) wurde in keinem Fall der Höchstwert erreicht, sondern das Haftvermögen stieg mit jedem weiteren Glühen. Schließlich wurde mit beiden Metallen häufig $\varphi = 90^\circ$ erreicht, siehe die Meßreihen Nr. 14, 17, 21, 22, 23 und 24.

Unsere Messungen sind gewissermaßen nur als orientierende zu betrachten, zumal wir sie in mancher Hinsicht unvollständig gelassen haben; vgl. die Besprechung der einzelnen Meßreihen. Wir haben nur bei Pt-Ni (Nr. 33) einen Zweimetallkontakt untersucht und diesen nur unvollkommen¹⁾. Man könnte wohl eine belangreiche Abhängigkeit von der Gitterähnlichkeit, Legierungsfähigkeit u. dgl. erwarten, aber saubere Gesetze würden bei Neigungsmessungen kaum herauskommen²⁾. Daß überhaupt am Zweimetallkontakt im Vakuum große Werte des Haftvermögens auftreten, geht schon aus der angeführten Arbeit von Shaw und Leavey hervor.

Über den Einfluß der Gase ziehen wir aus der Tabelle 1, zuerst die Einmetallkontakte Ni und Pt betreffend, die folgenden Schlüsse:

In ganz reinem Stickstoff haben wir nicht mit Sicherheit eine Schwächung des Klebens gegenüber dem Vakuum festgestellt (vgl. die Meßreihen Nr. 13, 14, 23 und 24). Es ist unwahrscheinlich, daß sich das Edelgas Argon anders verhält, und die tatsächlich im Argon gemessene Reibungsänderung (vgl. die Meßreihen Nr. 1, 2, 9 und 10) dürfte auf unzureichende Reinigung zurückzuführen sein.

Was den Wasserstoff anbelangt, so dürfen wir wohl schließen, daß er nicht feuchter als das Argon gewesen ist. Da er trotzdem kleinere Abgleitwinkel ergibt, so betrachten wir diese als kennzeichnend für Wasserstoff. Analog betrachten wir die in trockener Luft, feuchter Luft, Wasserdampf (Tabelle 2) und anderen Dämpfen (Tabelle 3), desgleichen die bei Graphit (Tabelle 2) gefundenen Werte als kennzeichnend.

Tabelle 2.

Umgebendes Gas	Nickel-Nickel		Platin-Platin		Graphit-Nickel	
	φ	μ	φ	μ	φ	μ
Vak.	$\approx 90^\circ$	—	$\approx 90^\circ$	—	32°	0,63
N ₂	$\approx 90^\circ$	—	$\approx 90^\circ$	—	—	—
Ar	$\approx 90^\circ ?$	—	$\approx 90^\circ ?$	—	—	—
H ₂	59°	1,66	62°	1,88	—	—
Trockene Luft	59°	1,66	66°	2,25	18°	0,33
Wasserdampf	32°	0,62	54°	1,38	—	—
Feuchte Luft	27°	0,51	37°	0,75	18°	0,33

¹⁾ Bei dem zweiten Glühen verunglückte der Apparat.

²⁾ Dementsprechend sind wir der Ansicht, daß die Beobachtungen von Shaw und Leavey nicht ausreichen, um ein derartiges quantitatives Gesetz, wie sie es auf S. 818 anführen, zu prüfen oder gar zu begründen.

Tabelle 3.

Umgebender Dampf	Ni-Röhrchen Nr. 1 auf Ni-Draht		Ni-Röhrchen Nr. 2 auf Ni-Draht	
	φ	μ	φ	μ
Normalbenzin	24,2°	0,45	22,5°	0,41
Normalbenzin	24,5°	0,46	—	—
Toluol	21,1°	0,38	—	—
Benzol	17,4°	0,31	—	—
Alkohol	—	—	23,6°	0,44
Alkohol und Benzol	15°	0,27	20°	0,36

Zusammenfassung.

Mit dem Neigungsverfahren wurde der Abgleitwinkel in Metallkontakten (Ni-Ni, Pt-Pt, Ni-Pt, Graphit-Ni) bestimmt. Im Vakuum und in chemisch trägen Gasen (N_2 und Ar) kleben die ausgeglühten Metalle stark aneinander (Losreißwinkel etwa 90°), und ein wirkliches Gleiten kommt nicht zustande. Im Falle Graphit-Ni und allgemein bei Anwesenheit von Sauerstoff, Wasserstoff oder gewissen Dämpfen tritt ein Abgleiten ein, und dafür kennzeichnende Reibungszahlen werden gemessen; dieses Verhalten dürfte auf der Bildung einer Fremdhaut auf dem Metall beruhen.

Wissenschaftliche Veröffentlichungen aus den Siemens-Werken

XV. Band

Zweites Heft (abgeschlossen am 2. Mai 1936)

Mit 119 Textbildern und 7 Tafeln

Unter Mitwirkung von

Otto v. Auwers, Rudolf Bauer, Heinrich v. Buol, Robert Fellingner, Adolf Franke, Erich Franz, Hans Gerdien, Friedrich Heintzenberg, Heinrich Kniepkamp, Carl Köttgen, Max Kornetzki, Fritz Lüschen, Georg Mierdel, Bruno Pohlmann, Moritz Schenkel, Walter Schottky, Hermann v. Siemens, Eberhard Spenke, Max Steenbeck, Richard Swinne, Ferdinand Trendelenburg, Julius Wallot, Adolf Weis, Paul Wiegand

herausgegeben von der

Zentralstelle für wissenschaftlich-technische Forschungsarbeiten
der Siemens-Werke



Berlin

Verlag von Julius Springer

1936

ISBN-13: 978-3-642-98776-2
DOI: 10.1007/978-3-642-99591-0

e-ISBN-13: 978-3-642-99591-0

Alle Rechte, insbesondere das der Übersetzung
in fremde Sprachen, vorbehalten.

Copyright 1936 by Julius Springer in Berlin.

Softcover reprint of the hardcover 1st edition 1936

№ 1115

Vorwort.

Die ersten vier Mitteilungen des vorliegenden zweiten Heftes des XV. Bandes der Wissenschaftlichen Veröffentlichungen aus den Siemens-Werken befassen sich mit Gasentladungen.

An der Spitze steht eine grundlegende Arbeit von M. Steenbeck: „Über die magnetischen Eigenschaften des Plasmas von Gasentladungen“. Hiernach erweist sich das Entladungsplasma als diamagnetisch; seine Suszeptibilität ist größer als bei den bisher bekannten stärksten diamagnetischen Stoffen. Die auf Grund der klassischen Elektronentheorie gezogenen Folgerungen konnten durch Versuche bestätigt werden.

E. Spenke und M. Steenbeck erweitern in dem theoretischen Beitrag: „Zur Theorie der positiven Säule bei beliebigen Querschnittsformen“ die für kreisförmige Querschnitte aufgestellte Diffusionstheorie unseres Mitarbeiters W. Schottky und bringen dabei Richtlinien für zweckmäßige Bauformen von Entionisierungsgittern und Steuergittern.

Hieran schließt sich eine belangreiche Untersuchung von H. Kniepkamp über „Trägerdiffusionsströme in gittergesteuerten Stromrichtern mit Glühkathode“; sie liefert ein Verfahren zur Messung der für alle Entionierungsfragen wichtigen Beweglichkeit und des Diffusionskoeffizienten der positiven Ionen bei niedrigen Drucken.

Den Abschluß der Gasentladungsarbeiten bildet eine Mitteilung von G. Mierdel: „Über die Zündung von Quecksilberdampflichtbögen durch Innenzünder (Ignitron)“. Die hierbei erforderlichen Mindeststromstärken und Mindestspannungen werden experimentell ermittelt, und es wird ferner eine thermische Theorie der Wirkungsweise dieser Zünder entwickelt.

Die anschließenden vier Beiträge sind der Nachrichtentechnik gewidmet. R. Bauer bespricht näher: „Das Impulsmesserprinzip und seine Anwendung in neuen Meß- und Überwachungsgeräten der Nachrichtentechnik“. In der folgenden „Theorie des mit Trockengleichrichtern arbeitenden Impulsmessers der Nachrichtentechnik“ untersuchen R. Bauer und E. Spenke den zeitlichen Verlauf der Auflade- und Entladevorgänge bei dem in unserm Hause zur Überwachung von Nachrichtensystemen entwickelten Impulsmesser.

F. Trendelenburg und E. Franz behandeln in ihren „Sprachuntersuchungen mit Siebketten und Oszillograph“ ein Verfahren zur objektiven Untersuchung schnellstveränderlicher Schallvorgänge. Die aufgenommenen Oszillogramme lassen sehr anschaulich die Änderungen der Schallzusammensetzung im Ablauf der Sprache besonders bei Explosivlauten erkennen. Die Verfasser liefern hierdurch wichtige Beiträge zur Physik und Physiologie der Sprache.

In der folgenden Arbeit betrachten M. Kornetzki und A. Weis „Die Wirbelstromverluste im Massekern“, die bei hohen Frequenzen neben den anderen Verlusten besonders hervortreten. Eingegangen wird auf die Abhängigkeit jener Verluste

von dem magnetischen Werkstoff, dem Isolierstoff und der räumlichen Zusammensetzung des Mischkörpers „Massekern“. Hieran schließt sich eine weitere magnetische Mitteilung: „Ein Beitrag zur Kenntnis der magnetischen Anisotropie vielkristalliner Werkstoffe“ von O. v. Auwers. Bei diesen Werkstoffen wird durch Messung der Magnetostriktion eine Quervorzugslage der Magnetisierungsvektoren wahrscheinlich gemacht.

Den Abschluß dieses Heftes bildet ein im Anschluß an Entwicklungsarbeiten über Kerr-Zellen entstandener Beitrag von R. Swinne: „Zur Kristallisierung unterkühlter dielektrischer Flüssigkeiten in einem elektrischen Felde“. Selbst bei sorgfältiger chemischer Reinigung lassen unterkühlte Schmelzen polarer Stoffe Unterschiede der Kristallbildung mit und ohne Feld beobachten.

Berlin-Siemensstadt, im Juni 1936.

**Zentralstelle für wissenschaftlich-technische
Forschungsarbeiten der Siemens-Werke.**

Inhaltsübersicht.

	Seite
M. Steenbeck: Über die magnetischen Eigenschaften des Plasmas von Gasentladungen	1
E. Spenke u. M. Steenbeck: Zur Theorie der positiven Säule bei beliebigen Querschnittsformen.	18
H. Kniepkamp: Trägerdiffusionsströme in gittergesteuerten Stromrichtern mit Glühkathode.	25
G. Mierdel: Über die Zündung von Quecksilberdampflichtbögen durch Innenzündler (Ignitron)	35
R. Bauer: Das Impulsmesserprinzip und seine Anwendung in neuen Meß- und Überwachungsgeräten der Nachrichtentechnik.	51
R. Bauer u. E. Spenke: Theorie des mit Trockengleichrichtern arbeitenden Impulsmessers der Nachrichtentechnik	64
F. Trendelenburg u. E. Franz: Sprachuntersuchungen mit Siebketten und Oszillograph	78
M. Kornetzki u. A. Weis: Die Wirbelstromverluste im Massekern	95
O. v. Auwers: Ein Beitrag zur Kenntnis der magnetischen Anisotropie vielkristalliner Werkstoffe	112
R. Swinne: Zur Kristallisierung unterkühlter dielektrischer Flüssigkeiten in einem elektrischen Felde.	124

Anfragen, die den Inhalt dieses Heftes betreffen, sind zu richten an die Zentralstelle für wissenschaftlich-technische Forschungsarbeiten der Siemens-Werke, Berlin-Siemensstadt, Verwaltungsgebäude.

Über die magnetischen Eigenschaften des Plasmas von Gasentladungen.

Von Max Steenbeck.

Mit 15 Bildern.

Mitteilung aus dem Siemens-Röhren-Werk zu Siemensstadt.

Eingegangen am 17. April 1935.

1. Einleitung.

In der neueren Gasentladungsphysik tritt eine Auffassung in den Vordergrund, die eine Entladung nicht lediglich als Summe einer großen Zahl von Einzelprozessen ansieht, sondern auch dem stromdurchflossenen Gasvolumen, dem Plasma, als Ganzem gewisse charakteristische Eigenschaften zuschreibt. Daß dabei dieser Plasmazustand nur bei ständiger Energiezufuhr in die das Plasma erzeugende Gasentladung bestehen kann, schließt nicht aus, daß wir das Plasma als einen besonderen, für sich gegebenen Stoff auffassen und beschreiben; wie wir denn ja auch etwa bei einer Untersuchung der mechanischen Eigenschaften eines durch Stromwärme zum Glühen erhitzten Drahtes davon absehen, daß dieser heiße Draht eben auch nur bei ständiger äußerer Energiezufuhr seine Eigenschaften behält. Hier wie dort können wir davon absehen, wie im einzelnen durch die Strömung der Leitungselektronen die jeweiligen Zustände nun entstehen¹⁾.

Dieser Stoff „Plasma“ hat eine Reihe von Eigenschaften, die dem gewöhnlichen Gas abgehen. Als erste erkannten z. B. I. Langmuir und L. Tonks²⁾, daß im Plasma außerordentlich rasche Eigenschwingungen der Elektronen und Ionen möglich sind, die zu quasielastischen Kompressionswellen dieser Ladungen führen. Später hat vor allem D. Gábor³⁾ auf die große Verwandtschaft des Plasma mit starken Elektrolyten hingewiesen, mit denen es die hohe Konzentration freier Ladungen beiderlei Vorzeichens in einem reibungsbehafteten Medium gemeinsam hat; D. Gábors elektrostatische Theorie des Plasma ist zu großen Teilen eine Übertragung der Debye-Hückelschen Theorie starker Elektrolyte. Schließlich sei noch auf die engen Beziehungen zwischen dem klassischen Modell eines Metalles und dem Gasentladungsplasma hingewiesen: ein ziemlich frei bewegliches Elektronengas ist eingelagert in ein Gitter bzw. eine Wolke positiver Ionen, wobei diese Ionen

¹⁾ Ein grundsätzlicher Unterschied zwischen den beiden angeführten Beispielen Plasma — glühender Draht besteht trotzdem. Während man bei dem Draht durch bessere Wärmeisolation die erforderliche Energiezufuhr im Prinzip beliebig weit herabsetzen kann, sind manche der bekannten Plasmaeigenschaften, so auch die hier behandelten magnetischen Eigenschaften prinzipiell daran gebunden, daß das Entladungsplasma kein Gleichgewichtszustand ist.

²⁾ I. Langmuir u. L. Tonks: *Physic. Rev.* **33** (1929) S. 195. — L. Tonks: *Physic. Rev.* **37** (1931) S. 1458; **38** (1931) S. 1219.

³⁾ D. Gábor: *Physik. Z.* **34** (1933) S. 38.

gegen die Elektronen praktisch unbeweglich sind und durch ihre positiven Ladungen die Elektronenraumladung makroskopisch gerade kompensieren. Ja, da wohl in keiner Entladung das Elektronengas entartet ist (vgl. die späteren Ausführungen, S. 8), ist das Gasentladungsplasma in mancher Hinsicht geradezu eine ideale Verwirklichung des klassischen Metallmodells.

In der vorliegenden Arbeit, die in Fortsetzung einiger früherer Überlegungen¹⁾ über die Verwandtschaft zwischen einem Entladungsplasma und dem klassischen Metallmodell entstanden ist, werden nun die magnetischen Eigenschaften des Gasentladungsplasmas untersucht, das sich dabei als stärkster bekannter diamagnetischer Stoff zeigen wird.

2. Theoretische Überlegungen über den Plasmadiamagnetismus.

Die magnetische Suszeptibilität des Plasma wird durch eine große Zahl verschiedenster Einzelvorgänge bestimmt:

1. Die Krümmung der Elektronenflugwege ergibt eine diamagnetische Suszeptibilität;

2. die Krümmung der Ionenflugwege ergibt eine diamagnetische Suszeptibilität;

3. unter Zusammenwirkung von äußerem Magnetfeld und räumlichen Potentialunterschieden sind im Plasma Präzessionsbewegungen der Ionen und Elektronen möglich, die im vorliegenden Fall einen zusätzlichen Paramagnetismus infolge der Elektronenflugwege und einen zusätzlichen Diamagnetismus infolge der Ionenbahnen hervorrufen;

4. die Ausrichtung der magnetischen Drall-Eigenmomente der Elektronen ergibt eine paramagnetische Suszeptibilität;

5. weiter geht ein die Suszeptibilität des neutralen Gases und

6. die Suszeptibilität der ein-, zwei- und mehrfach geladenen Ionen.

Wir werden weiter unten (S. 8) zeigen, daß die Einflüsse 4 ··· 6 im Plasma größenordnungsmäßig hinter dem Anteil des Bahnmagnetismus der Elektronen und Ionen zurücktreten. Das liegt im wesentlichen daran, daß im Entladungsplasma die Anzahl der Elektronen, Ionen und neutralen Atome in der Volumeneinheit viel kleiner ist als etwa im Metall, daß also der Einfluß aller Eigenmomente dieser Teilchen entsprechend kleiner wird. Dagegen sind die freien Flugwege der Elektronen und Ionen im Plasma so viel größer als etwa im Metall, daß der Einfluß des Bahnmagnetismus entscheidend wird.

a) Bestimmung der Elektronenbahnmomente.

Wir behandeln das Elektronengas als ideales, in keiner Weise entartetes Gas. Die Zulässigkeit dieser rein klassischen Behandlungsweise zeigen wir am Schluß dieses Abschnittes.

Wenn ein äußeres Feld H auf das Plasma wirkt, so fliegen die Ladungsträger zwischen zwei Zusammenstößen nicht mehr geradlinig, sondern auf Kreisbögen mit einem Krümmungsradius

$$\varrho = \frac{mv}{eB} = \frac{mv}{\mu_0 e H}. \quad (1)$$

Darin bedeutet m die Masse, v die Geschwindigkeitskomponente senkrecht zu H , und e die Ladung des Trägers, μ_0 ist die Permeabilität des Vakuums. Dadurch, daß

¹⁾ M. Steenbeck: Z. Physik **76** (1932) 260.

zunehmend sämtliche Elektronen beispielsweise eine Rechtskrümmung auf ihrem Flug zwischen zwei Zusammenstößen beschreiben, resultiert ein endliches magnetisches Moment für jede Bahn. Man findet leicht, daß die diesen Bahnmomenten entsprechenden Elementarmagnete zusammen im Plasmaintern ein Magnetfeld ergeben, welches dem äußeren Magnetfeld H entgegengesetzt gerichtet ist: bei gleichen äußeren Amperewindungen ist der resultierende Fluß im Plasma also kleiner als es im Hochvakuum wäre, das Plasma ist diamagnetisch¹⁾.

Das magnetische Moment M einer Stromschleife ist das Produkt aus umschlossener Fläche f und der Stromstärke i . Dabei ist die Stromstärke i die Ladungsmenge, die in der Zeiteinheit durch einen festgehaltenen Bahnquerschnitt tritt, für das kreisende Elektron also das Produkt aus Elektronenladung e und der Anzahl ν der Umläufe des Elektrons in der Zeiteinheit. So wird das Moment M_e des kreisenden Elektrons

$$M_e = \mu_0 e \nu f. \quad (2)$$

Die Bestimmung des Bahnmomentes ist einfach, wenn die freie Weglänge so groß ist, daß das Elektron eine ganze Kreisbahn ungestört durchlaufen kann; daß dieses wirklich der Fall sein kann, zeigen wir in Abschnitt 5 unmittelbar. Dann ist die umschlossene Fläche f der Kreisinhalt $\varrho^2 \pi$, und die Anzahl ν der Elektronenumläufe in der Zeiteinheit ist bei einer Lineargeschwindigkeit v einfach $v/2\varrho\pi$; mit ϱ aus (1) ergibt sich so

$$M_e = \mu_0 e \cdot \frac{v}{2\varrho\pi} \cdot \varrho^2 \pi = \mu_0 \frac{e v}{2} \varrho = \mu_0 \frac{e v}{2} \cdot \frac{m v}{\mu_0 e H} = \frac{m}{2} v^2. \quad (3)$$

Da für die kinetische Energie $\frac{m}{2} v^2$ des Elektrons nur die beiden Geschwindigkeitskomponenten des Elektrons senkrecht zum Magnetfeld berücksichtigt werden dürfen, ist bei einer Elektronentemperatur T_e der Mittelwert von $\frac{1}{2} m v^2$ gegeben durch $k T_e$, und das mittlere Bahnmoment \bar{M}_e eines Plasmaelektrons unter Berücksichtigung des diamagnetischen Vorzeichens ist gleich

$$\bar{M}_e = - \frac{k T_e}{H}. \quad (3a)$$

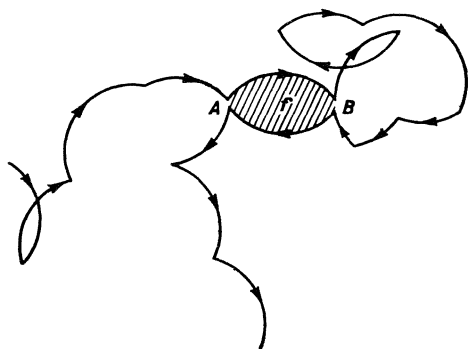
Das Moment wird also absolut genommen um so kleiner, je größer das erregende Magnetfeld ist, ein ungewohntes Ergebnis, das seinen Grund in der mit steigendem Magnetfeld kleiner werdenden umflogenen Fläche f hat. Da dieses Resultat immer dann gilt, wenn der Krümmungsradius ϱ genügend klein gegen die freie Weglänge λ ist, gilt es stets für genügend große Magnetfelder. Da nun die Elektronenbahnmomente die Ursache für das diamagnetische Verhalten des Plasmas sind, muß in jedem Plasma für genügend hohe Magnetfelder der Diamagnetismus verschwinden.

Wenn aber die freie Weglänge vergleichbar oder sogar klein ist gegen den Krümmungsradius, ist eine Bestimmung des Bahnmomentes eines Elektrons zunächst nicht mehr so einfach möglich, da ja dann das Elektron überhaupt keine ungestört geschlossenen Kreisbahnen durchläuft, also die umflogene Fläche und die Anzahl

¹⁾ Auch die Ionenbahnen werden in einem äußeren Magnetfeld abgelenkt; doch ist die magnetische Wirkung der Ionen trotz gleicher Anzahl viel kleiner als die der Elektronen. Wegen ihrer größeren Masse fliegen die Ionen langsamer; ihre Ladungen entsprechen also kleineren Strömen; andererseits führt die große Ionenmasse auch zu viel geringeren Bahnkrümmungen. Wir behandeln also weiterhin stets das Elektronengas des Plasmas; aber die Formeln gelten bei Ersatz der Elektronenmasse durch die Ionenmasse ohne weiteres auch für das Ionengas.

der sekundlichen Umläufe unbestimmt ist. Sie gelingt allgemein mit folgender Überlegung:

Die Elektronen eines ruhenden Elektronengases konstanter Dichte in einem Raum ohne wesentliche elektrostatische Potentialunterschiede und in einem homogenen Magnetfeld fliegen mit ihrer thermischen Geschwindigkeit isotrop im Raum



nach allen Richtungen; aber sie beschreiben dabei auf einem Freiflug zwischen zwei Zusammenstößen nicht mehr gerade Strecken, wie ohne Feld, sondern Kreisbögen der Länge l mit einem Krümmungsradius ϱ , wobei wir die magnetisch nicht interessierende Bewegung in der Magnetfeldrichtung unberücksichtigt lassen (Bild 1). Im über genügend lange Zeiten erstreckten Mittel existiert dann zu jedem Elektronen-Freiflug — etwa von A nach B — ein entgegengesetzter Flug — von B nach A —, wobei dieser auch von einem anderen Elektron ausgeführt sein kann; denn die Isotropie der

Bild 1. Zur Bestimmung der Bahnmomente.

thermischen Bewegung wird ja durch das Magnetfeld nicht gestört. Aber die Bahn $A-B$ ist nach der entgegengesetzten Seite ausgebaucht wie die Bahn $B-A$, so daß diese beiden Bahnelemente sich zu einer endlichen umflogenen Fläche f (schraffiert) zusammensetzen. Der diese Fläche umfließende Strom ist gleich der Elektronenladung e geteilt durch die Dauer eines Umlaufes, was bei einer Elektronengeschwindigkeit v und dem Umfang $2l$ also ergibt

$$M_e = -\mu_0 e \cdot f \cdot \frac{v}{2l}. \quad (4)$$

Da die die Fläche f begrenzenden Kreisbögen die Länge l und den Krümmungsradius ϱ haben, ist $f = \varrho^2(l/\varrho - \sin l/\varrho)$, und das magnetische Moment eines Elektrons also

$$M_e = -\mu_0 \frac{e v}{2l} \varrho^2 (l/\varrho - \sin l/\varrho). \quad (5)$$

Ist $l \ll \varrho$, so wird $l/\varrho - \sin(l/\varrho) = \frac{l^3}{6\varrho^3}$ und damit

$$M_e = -\mu_0 \frac{e v}{2l} \varrho^2 \cdot \frac{1}{6} \frac{l^3}{\varrho^3} = -\mu_0 \frac{e v l^2}{12 \varrho} \quad (6)$$

und mit ϱ aus (1)

$$M_e = \mu_0 \frac{e^2 l^2}{12 m} \cdot B = \mu_0^2 \frac{e^2 l^2}{12 m} \cdot H. \quad (7)$$

Mittelt man in (7) die — nur zwei Komponenten enthaltende — freie Flugstrecke l unter Berücksichtigung der statistischen Verteilung der Flugwege nach Größe und Richtung, so wird $l^2 = \frac{4}{3} \lambda^2$, und das mittlere Bahnmoment für kleine Feldstärken H also

$$\bar{M}_e = -\mu_0^2 \frac{e^2 \lambda^2}{9 m} \cdot H, \quad (8)$$

worin λ nunmehr die linear gemittelte freie Weglänge in der gewöhnlichen Begriffsbestimmung bedeutet. Die diamagnetische Bahnsuszeptibilität, wie sie durch Division des Bahnmomentes durch das Feld entsteht, ergibt sich also zu

$$\bar{\chi}_e = -\mu_0 \frac{e^2}{9 m} \cdot \lambda^2 = -3,12 \cdot 10^{-14} \left(\frac{\lambda}{\text{cm}} \right)^2 \cdot \text{cm}^3. \quad (9)$$

Sie ist, worauf wir unten noch zurückkommen, nicht nur unabhängig vom Magnetfeld, sondern auch von der Elektronengeschwindigkeit.

Durch die gleiche Mittelung, die von (7) zu (8) führte, wird aus der allgemeinen Formel (5) mit $k T_e = \frac{1}{2} m v^2$

$$\bar{M}_e \approx \frac{k T_e}{H} \left\{ \frac{\arctan \left[\sqrt{\frac{2}{3}} \mu_0 \frac{e H \lambda}{m v} \right]}{\left[\sqrt{\frac{2}{3}} \mu_0 \frac{e H \lambda}{m v} \right]} - 1 \right\}. \quad (10)$$

Man erhält (10) am einfachsten durch Reihenentwicklung von (5) und Substitution der entstehenden Faktoren (\bar{l}^p) durch $p! \cdot (\bar{l})^p$; dieser Ansatz ergibt sich aus der Überlegung, daß die Wahrscheinlichkeit freier Flugwege mit deren Länge exponentiell abnimmt. (10) enthält die Aussagen (3a) und (8) als Grenzfälle. Bild 2 zeigt den Verlauf des Bahnmomentes bei konstantem v und λ als Funktion von H ; Bild 3 gibt die entsprechend berechnete Bahnsuszeptibilität $\kappa_e = \frac{\bar{M}_e}{\mu_0 H}$. Bild 2 zeigt das merkwürdige Verhalten, daß die Elektronenbahnen oberhalb einer kritischen Feldstärke absolut genommen diamagnetische, differentiell genommen aber paramagnetische Eigenschaften des Plasmas ergeben müßten.

Genau so, wie wir bisher die statistische Verteilung der freien Weglängen durch eine Mittelung erfaßten, müßten wir auch die Maxwell'sche Geschwindigkeitsverteilung der Elektronen im Elektronengas berücksichtigen, da ja der Absolutwert der Geschwindigkeit in die Gl. (10) eingeht. Die Durchführung ergibt aber sehr unübersichtliche Ausdrücke, und sie würde auch kein genaues Ergebnis erreichen, weil dann immer noch die als Ramsauer-Effekt bekannte Abhängigkeit der mittleren freien Weglänge von der Elektronengeschwindigkeit unberücksichtigt bliebe. In dem von uns untersuchten Fall des Quecksilberdampfes ist aber zum Glück leicht zu übersehen, daß Ramsauer-Effekt und Geschwindigkeitsverteilung der Elektronen sich zum großen Teil aufheben müssen. Da nämlich der Wirkungsquerschnitt der Quecksilberdampf-atome gegenüber Elektronen in dem uns interessierenden Geschwindigkeitsbereich etwa mit $1/v$ abnimmt (siehe Bild 4), ist hier $\lambda \sim v$ und daher der in (10) nur eingehende Ausdruck λ/v annähernd konstant. Wir werden also kaum größenordnungsmaßige Fehler begehen, wenn wir uns weiterhin

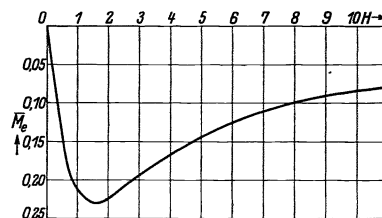


Bild 2. Gerechneter Verlauf von Elektronenbahnmoment abhängig vom Magnetfeld. Feldeinheit ist das Feld, das einen Krümmungshalbmesser gleich der freien Weglänge bewirkt; Momenteneinheit das Moment einer Vollkreisbahn mit diesem Halbmesser.

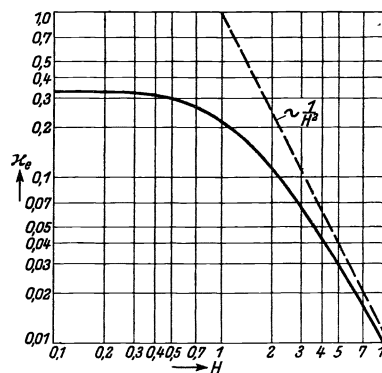


Bild 3. Elektronenssuszeptibilität abhängig vom Magnetfeld, gerechnet (Einheiten entsprechend Bild 2).

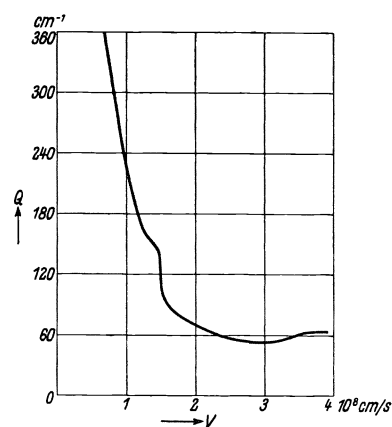


Bild 4. Wirkungsquerschnitt von Hg-Dampf gegen Elektronen, abhängig von der Elektronengeschwindigkeit (nach C. Ramsauer und R. Kollath).

um die Geschwindigkeitsverteilung der Elektronen und den Ramsauer-Effekt nicht kümmern¹⁾).

b) Beziehungen zwischen der Suszeptibilität des Plasmas und den magnetischen Momenten der Elektronenbahnen.

Wenn die bisher betrachteten Bahnmomente allein das magnetische Verhalten des Plasmas bestimmten, wären die magnetischen Eigenschaften des Plasmas — etwa seine Suszeptibilität oder seine Momentendichte — leicht anzugeben. Bei einem Elektronengehalt von N Elektronen in der Volumeneinheit wäre so die Plasmasuszeptibilität κ

$$\kappa = N \cdot \bar{\kappa}_e, \quad (11)$$

und die Momentendichte M in der Volumeneinheit

$$\bar{M} = NM_e. \quad (12)$$

Im allgemeinen aber sind die betrachteten Bahnmomente nicht allein wirksam, sondern gemeinsam mit ihnen treten Randeffekte auf, die unter Umständen die Wirkung der Elektronenbahnmomente völlig aufheben können. Das gilt z. B. für die magnetischen Bahnmomente des Elektronengases im klassischen Metallmodell, wenn wir annehmen, daß dieses Elektronengas das Metall gleichmäßig erfüllt, und die Elektronen an den Metallgrenzen so reflektiert werden, wie die Molekeln eines

gewöhnlichen Gases an den umschließenden Gefäßwänden.

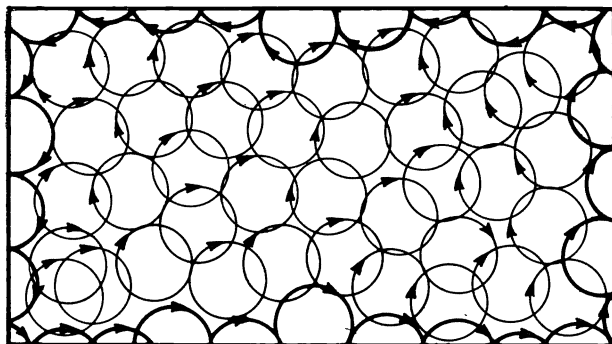


Bild 5. Aufhebung der diamagnetischen Elektronenbahnmomente durch eine Randwirkung, die ein paramagnetisches Moment ergibt, für das klassische Metallmodell.

In Bild 5 ist schematisch der Schnitt durch ein Metall, das einem senkrecht zur Zeichenebene stehenden Magnetfeld ausgesetzt sei, gezeichnet. Die Leitungselektronen beschreiben Kreisbogen, und wir nehmen der Einfachheit halber an, daß die Elektronen die ganzen Kreisbahnen ungestört durchlaufen, etwa im Uhrzeigersinn. Jeder dieser Kreisströme erzeugt wie

im Gasentladungsplasma ein diamagnetisches Moment. Elektronen, die auf die Wand auftreffen, werden im Metallplasma von der Wand zurückgeworfen und können daher ihre Kreisbahnen nicht ungestört durchlaufen. Bild 5 veranschaulicht nun, daß diese Randelektronen bei dem Versuch, auch im Uhrzeigersinn zu kreisen, durch ihre Reflexion an der Wand insgesamt die ganze Wand im entgegengesetzten Sinn entlanglaufen. Dieser entgegengesetzte Umlauf der Randelektronen um den

¹⁾ Leider ist der Gesamtverlauf des Wirkungsquerschnittes abhängig von der Elektronengeschwindigkeit für sehr langsame Elektronen (etwa $< 0,5$ V) nicht bekannt, so daß unbekannt ist, wie weit sich diese angenäherte Proportionalität zwischen v und λ zu langsameren Elektronen herunter erstreckt. Es ist aber aus optischen Messungen des Wirkungsquerschnittes von Chr. Füchtbauer [Physik. Z. **35** (1934) S. 975] und Chr. Füchtbauer und F. Gössler [Physik. Z. **93** (1935) S. 648] zu entnehmen, daß für sehr langsame Elektronen (Größenordnung 10^{-2} V) der Wirkungsquerschnitt wieder stark abnimmt (Grenzwert $37,2 \text{ cm}^{-1}$), so daß hier eine starke Abweichung von der zur Rechnung benutzten Annäherung $v \sim \lambda$ auftritt. Eine Abschätzung des dadurch gemachten Fehlers ist z. Z. noch nicht möglich.

ganzen Querschnitt des Metalles bedingt ein entgegengesetztes, also paramagnetisches Bahnmoment, das, wie sich leicht zeigen läßt, alle inneren diamagnetischen Bahnmomente exakt kompensiert¹⁾.

In einem Gasentladungsplasma dagegen werden die an die Wand diffundierenden Elektronen nicht — oder höchstens nur zum kleinen Teil — zurückgeworfen, sondern adsorbiert; und daher kommt hier nicht der gegenläufige Elektronenrandstrom zustande, kann also auch kein paramagnetisches Moment ergeben. Es wirken einzig die Elektronenbahnmomente im Volumen.

Aber aus dem Fehlen dieses Randstromes folgt noch nicht, daß nun in dem Entladungsplasma nur die im vorigen Abschnitt berechneten diamagnetischen Bahnmomente im Volumen wirken, daß also Gl. (11) und (12) hier exakt gälten. Auch im Entladungsplasma können vielmehr noch paramagnetische Ringströme entstehen, weil die auf S. 4 gemachte Voraussetzung über das Fehlen elektrostatischer Potentialunterschiede im Plasma nicht erfüllt ist.

Der dauernde Elektronenverlust durch Adsorption an der Wand hat nämlich ein Konzentrationsgefälle der Ladungsträger von der Mitte zum Rand zur Folge, wobei der entstehende radiale Diffusionsstrom die jeweils am Rand verlorengegangenen Träger nachliefert. Da nun an einer isolierenden Glaswand im stationären Fall positive Ionen und Elektronen nur in gleicher Anzahl adsorbiert werden können — sonst wäre eine dauernd

anwachsende Aufladung der Wand die Folge —, müssen also auch Elektronen und Ionen in gleicher Anzahl zur Wand diffundieren. Da nun Elektronen und Ionen verschiedene Diffusionskoeffizienten haben, stellt sich das Konzentrationsgefälle der Elektronen etwas anders — nämlich flacher — ein als das der Ionen. Es sind dann also die Konzentrationen von Elektronen und Ionen nicht mehr überall genau gleich; es entstehen überschüssige Raumladungen und daher ein elektrostatisches Feld. Wie

Schottky²⁾ in seiner Theorie der positiven Säule zeigt, ist dieses Feld vom Plasmaminnern zur Wand gerichtet: es fördert also den Abtransport der schweren Ionen und bremst den Elektronendifusionsstrom so, daß gleich viel Träger beiderlei Vorzeichens abwandern.

Das radiale elektrische Feld führt nun zu zusätzlichen paramagnetischen Elektronenbahnmomenten, die die Wirkung der bisher betrachteten diamagnetischen Momente zum Teil aufheben können. Wir denken uns die freie Weglänge wieder so groß, daß die Elektronen einige volle Kreisumläufe frei durchfliegen können. Wegen des elektrischen Radialfeldes kreist nun das Elektron nicht überall mit gleicher Geschwindigkeit, sondern fliegt auf den der Wand näheren Teilen seiner Bahn langsamer als auf den der Mitte näheren. Auf den der Wand näheren Teilen seiner Flugbahn wird es also eine stärkere Bahnkrümmung erleben als in den der Mitte näheren Teilen. Die Folge ist, daß das Elektron keine genaue Kreisbahn mehr ausführt, sondern eine überlagerte, gegenläufige Präzessionsbewegung beschreibt, wie sie Bild 6 zeigt. Diese gegenläufige Bahn gibt ein zu dem der Kreisbahn entgegengesetzt gerichtetes, also ein paramagnetisches Moment. — Die Ionen dagegen, die ja in den der Wand näheren Teilen ihrer Flugbahn rascher laufen als in den der Mitte näheren, führen entsprechend umgedreht eine gleichläufige Präzessionsbewegung aus, die also ein zusätzliches diamagnetisches Moment ergibt (Bild 7).

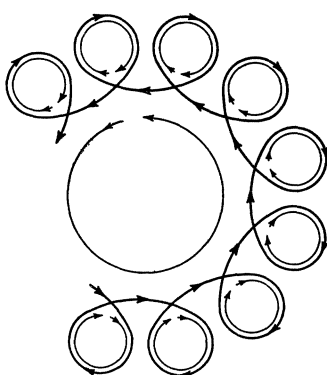


Bild 6. Auftreten einer paramagnetischen Präzessionsbahn der Elektronen im Plasma.

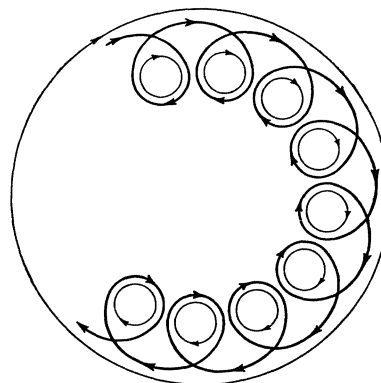


Bild 7. Auftreten einer diamagnetischen Präzessionsbahn der Ionen im Plasma.

¹⁾ N. Bohr: Diss. Kopenhagen 1911. — H. A. Lorentz: Göttinger Vorträge 1914.

²⁾ W. Schottky: Physik. Z. **25** (1924) S. 342 und 635. — W. Schottky u. J. v. Issendorff: Z. Physik **31** (1925) 163.

Es ist uns bisher nicht gelungen, diese zusätzlichen Momente auszurechnen, was vor allem dann auf Schwierigkeiten stößt, wenn die freie Weglänge klein ist gegen den Krümmungsradius¹⁾. Eine zahlenmäßige Abschätzung mit Einsatz vernünftiger Werte für das radiale Feld an Hand des — hier stark übertrieben gezeichneten — Bildes 6 hat ergeben, daß die paramagnetischen Momente erheblich kleiner sein können als die oben berechneten diamagnetischen Momente. Es läßt sich auch anschaulich begründen, daß die paramagnetischen Momente für schwache Felder bzw. größere Gasdichten wohl zu vernachlässigen sind. Einmal ergab sich für diesen Fall nach (9) die Bahnsuszeptibilität als geschwindigkeitsunabhängig, und lediglich Geschwindigkeitsänderungen waren ja die Ursache für das paramagnetische Moment. Überdies erlebt ein Elektron bei kleinen freien Weglängen nur geringfügige Geschwindigkeits- bzw. Bahnkrümmungsänderungen. Immerhin bleibt hier noch eine unbefriedigende Lücke offen, deren Schließung von einer späteren vollständigen Theorie des Plasma-Diamagnetismus erwartet werden muß. Bis dahin können wir die Gl. (11) und (12) daher nur als obere Grenzwerte und allenfalls als Näherungslösungen ansehen und müssen weitere Aufschlüsse vom Experiment erwarten.

Es mag von Belang sein, daß wir bei Beschränkung auf schwache Felder noch auch auf einem ganz anderen Weg zu dem Ergebnis der Gl. (8) gekommen sind — abgesehen von einem konstanten Zahlenfaktor. Der radiale Diffusionsstrom erzeugt mit einem axialen Magnetfeld eine tangentielle Hallspannung, die in dem leitenden Plasma zu einem in sich geschlossenen Ringstrom — analog dem vom Corbino-Effekt her bekannten — führt; das magnetische Moment dieses Ringstromes zeigt gleiches Vorzeichen und die gleiche Abhängigkeit vom Feld und freier Weglänge und Unabhängigkeit von der Elektronentemperatur. Das Wiederabsinken des magnetischen Momentes bei großen Feldern läßt sich hier durch Berücksichtigung der Beweglichkeitsabnahme im Magnetfeld ebenfalls erhalten.

Es blieb noch der Beweis nachzutragen, daß eine Gasentartung und die magnetischen Drallmomente der Elektronen zahlenmäßig so geringfügig sind, daß ihre bisherige Vernachlässigung gerechtfertigt ist.

Die Gasentartung ist dann unwesentlich, wenn die Elektronentemperatur groß ist gegen eine Entartungstemperatur T_E , die nur von der Elektronenkonzentration N abhängt gemäß²⁾

$$k T_E = \frac{\hbar^2}{2m} \left(\frac{N}{4\pi} \right)^{\frac{2}{3}}. \quad (13)$$

Noch bei einer Elektronenkonzentration $N \approx 10^{20} \text{ cm}^{-3}$ würde daher ein Elektronengas mit einer Elektronentemperatur $T_e \approx 10^4 \text{ }^\circ\text{K}$ nicht entartet sein; um so weniger also bei unseren Versuchen mit $N \approx 10^{11} \text{ cm}^{-3}$. Entartungserscheinungen sind in Entladungen, wenn überhaupt, wohl nur bei Hochstrombogen in Gasen von mindestens 100 at Druck zu erwarten.

Ein äußeres magnetisches Feld ruft durch Ausrichtung der zunächst thermisch

¹⁾ Es läßt sich allerdings leicht zeigen, daß in dem Fall großer freier Flugwege auch das Präzessions-Bahnelement mit $1/H$ abnimmt. An der Proportionalität mit $1/H$, wie wir sie in Gl. (3a) angaben, ändert sich also auch durch Hinzunahme der Präzessionsbahnen nichts; wohl aber kann der Zahlenfaktor abweichen.

²⁾ L. Nordheim: Müller-Pouillet's Lehrbuch der Physik 4, 4 (1934) S. 270, Formel (5a) mit $G = 2$.

ungeordneten Drallmomente ein paramagnetisches Moment hervor, dem eine positive Elektronenssuszeptibilität¹⁾ (bei $T_e \approx 10^4$)

$$(\chi_e)_{\text{Drall}} = \frac{e^2 \hbar^2}{16 \pi^2 m^2} \cdot \frac{1}{k T_e} \approx +7 \cdot 10^{-29} \text{ cm}^3 \quad (14)$$

entspricht. Ein Vergleich mit dem in Gl. (9) berechneten diamagnetischen Bahnmoment $-3,12 \cdot 10^{-14} \lambda^2$ CGS zeigt, daß das Drallmoment dann zu vernachlässigen ist, wenn λ^2 sehr groß ist gegen $2 \cdot 10^{-15} \text{ cm}$, d. h. wenn der Druck sehr klein ist gegen etwa 10^5 Torr. Da wir bei unseren Versuchen mit Drucken von höchstens einigen 10^{-2} Torr gearbeitet haben, war diese Voraussetzung bei weitem erfüllt.

c) Zusammenfassung der vermuteten Eigenschaften.

Die nach den theoretischen Überlegungen vermuteten magnetischen Eigenschaften eines Gasentladungsplasmas sind also folgende:

α) Das Plasma ist diamagnetisch,

β) bei schwachen Feldern ist die Suszeptibilität vom Magnetfeld unabhängig, der Elektronenkonzentration direkt und dem Quadrat der Gasdichte umgekehrt proportional,

γ) oberhalb einer kritischen Feldstärke, die mit dem Gasdruck zunimmt, wird das Plasma differentiell paramagnetisch, bleibt absolut genommen aber diamagnetisch,

δ) für sehr hohe Magnetfelder ist die Suszeptibilität des Plasmas umgekehrt proportional dem Quadrat des Magnetfeldes.

Die Proportionalitätsfaktoren von (β) und (δ) sind zahlenmäßig berechenbar, aber aus den angegebenen Gründen nicht sehr sicher.

3. Versuchsanordnung.

Vor allem, um die Wirkung der äußeren magnetischen Störfelder auszuschließen, wurde mit einem Resonanzverfahren gearbeitet. Die zu messende Feldstärke wurde in einer weiter unten beschriebenen Schaltung etwa 80mal in der Sekunde erzeugt und wieder zum Verschwinden gebracht. Dann wird auch eine Wechselspannung dieser Frequenz in der Meßspule induziert, und diese Wechselspannung wurde in einem Vibrationsgalvanometer mit Spiegelablesung, dessen Eigenfrequenz durch eine regelbare gleichmagnetische Richtkraft exakt auf die zu messende Frequenz abgestimmt war, gemessen. Die äußeren Störfelder enthielten diese 80 Perioden nur in verschwindendem Maße, da sie entweder einfache Stöße, vor allem aber die 50 Perioden des Netzes enthielten. So gelang es, in einem magnetischen Störpegel, der bis 100mal so stark war wie die zu messenden Felder, dennoch ausgezeichnet reproduzierbare Messungen durchzuführen. — Die Abklingdauer der im Plasma induzierten „Wirbelströme“, wie überhaupt die Eigenträgheit des Plasmas ist noch genügend klein, um bei etwa 10^2 Wechseln nicht zu stören.

Zunächst wurde mit einer Anordnung, wie sie Bild 8 zeigt, gearbeitet. Ein langer „Plasmazylinder“ — nämlich die Säule eines konstanten, gleichstromgespeisten Glühkathodenbogens in Quecksilberdampf — von etwa 5 cm Durchmesser und etwa 50 cm Länge ist von den beiden ineinanderliegenden Spulen $S p_1$ und $S p_2$ eng umgeben. Die äußere Spule $S p_1$ wird von einem 80periodigen Wechselstrom durch-

¹⁾ L. Nordheim: Müller-Pouillet's Lehrbuch der Physik 4, 4 (1934) S. 834, Formel (1) mit $\mu_0 = \frac{e \hbar}{4 \pi m}$.

flossen, der im Plasma das magnetisierende Feld H erzeugt. Die in die innere Spule Sp_2 induzierten Spannungen werden mit einem Vibrationsgalvanometer G gemessen und sind ein Maß für die magnetische Permeabilität des Plasmas.

Diese Anordnung wurde aber sehr bald wieder verlassen. Erstens sind nämlich die in Sp_2 induzierten Spannungen nur sehr wenig davon abhängig, ob ein und was für ein Plasma im Innern der Spulen vorhanden ist. Da nämlich die Plasmasuszeptibilität κ maximal etwa von der Größenordnung 10^{-3} ist, liegt die Permeabilität $1 + 4\pi\kappa$ immer zwischen 1,00 und 0,99, und demgemäß ändern sich auch die induzierten Spannungen mit und ohne Plasma um höchstens 1% (mit Plasma sind sie um diesen Betrag kleiner als ohne). Soll die Suszeptibilität auf $1/100$ genau gemessen werden, so müßte also die Messung der induzierten Gesamtspannung auf mindestens 10^{-4} genau sein, was mit dem Vibrationsgalvanometer ohne Kompensationschaltung natürlich ausgeschlossen ist. Es mußte also der sich ohne Plasma einstellende Grundausschlag nach Amplitude und Phasenlage etwa mit der Genauig-

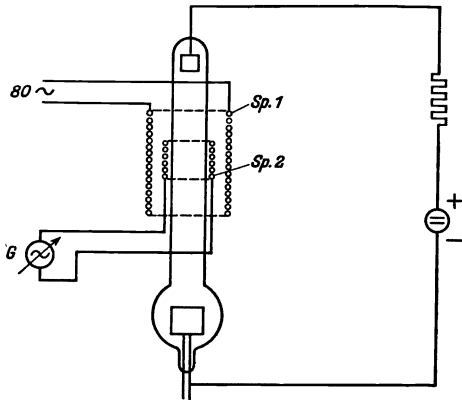


Bild 8. Prinzip der ersten Versuchsanordnung.

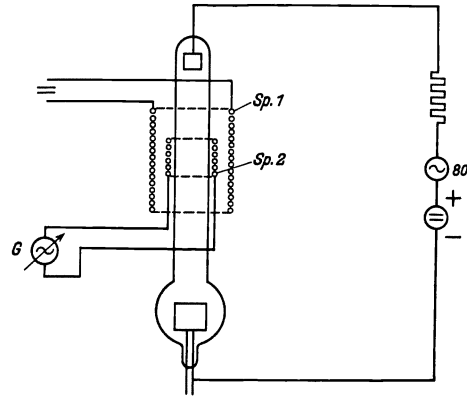


Bild 9. Prinzip der zweiten Versuchsanordnung.

keit 10^{-4} aufgehoben werden, was bereits recht konstant einstellbare Variometer bedingt. — Ein weiterer Nachteil dieses Meßverfahrens aber ist schwererwiegend. Da nämlich das im Plasma induzierte magnetische Moment sich nicht proportional, ja, nicht einmal einsinnig mit dem erregenden Feld ändert, ist die Auswertung einer Messung des magnetischen Momentes nach einem Verfahren, bei dem das erregende Feld sich jeweils von Null bis zu einem Höchstwert ändert, mit erheblichen Schwierigkeiten verbunden. Das gilt dann besonders, wenn man in die Gebiete jenseits des Minimums von Bild 2 vordringt, in denen das induzierte Moment mit steigendem Feld — absolut genommen — wieder fällt, wo also das Plasma absolut genommen diamagnetisch, differentiell aber paramagnetisch wird.

Das für die endgültigen Messungen gewählte Meßprinzip zeigt Bild 9. Zum Unterschied von Bild 8 wird hier das magnetisierende Feld der Spule Sp_1 mit einem konstanten Gleichstrom erzeugt, aber für den das Plasma erzeugenden Lichtbogen ein Gleichstrom mit überlagertem 80periodigem Wechselstrom verwendet — durch Serienschaltung eines 5-kW-Gleichstromgenerators mit einem einen 80periodigen Wechselstrom liefernden 5-kVA-Wechselstromgenerator¹⁾.

¹⁾ Ein 50-Perioden-Generator lief mit 60% seiner Soll-Drehzahl von 1500 Umdrehungen, wurde aber statt mit einem Gleichfeld mit einem gegenläufigen 50periodigen Drehfeld erregt.

Da nämlich das induzierte magnetische Moment im Plasma der Elektronenkonzentration, diese aber sehr angenähert der Bogenstromstärke proportional ist, bedeutet ein zeitliches Schwanken des Bogenstromes bei konstantem magnetisierendem Feld genau so eine zeitliche Änderung des von Sp_2 umschlossenen Magnetflusses wie eine zeitliche Schwankung des magnetisierenden Feldes bei konstantem Bogenstrom. Außer dem entscheidenden Vorteil, daß nunmehr die Größe des Bahnmomentes eines Elektrons konstant bleibt, solange Gasdichte und magnetisierendes Feld sich nicht ändern, hat dieses Verfahren noch zwei Vorzüge. Es wird in die Meßspule Sp_2 von vornherein nur die Spannung induziert, die durch die Änderung des Plasmamomentes entsteht; diese zu messende Spannung tritt hier also unmittelbar, nicht erst nach Aufhebung einer größenordnungsmäßig größeren von Sp_2 her induzierten Spannung auf. Weiter sind die durch die magnetischen Feldänderungen im Plasma entstehenden elektrischen Wirbelfelder und damit die im Plasma erzeugten „Wirbelströme“ um Größenordnungen schwächer als in der Anordnung nach Bild 8.

Da die Größe der freien Elektronenweglänge λ die magnetische Suszeptibilität entscheidend beeinflußt, mußte der Druck des Quecksilberdampfes in dem Entladungsrohr, also die Sättigungstemperatur des Bodenquecksilbers, bekannt sein. Sie wurde gemessen durch ein außen an die Glaswand neben dem Bodenquecksilber angebundenes Eisenkonstantan-Thermoelement, dessen andere Lötstelle in fließendem Wasser bekannter Temperatur lag. Der Temperaturabfall in der Glaswand wurde in einem besonderen Modell mit einem eingeschmolzenen, direkt in das Bodenquecksilber reichenden Thermoelement, abhängig von der im Rohr umgesetzten Leistung, nachträglich gemessen und bei der Berechnung der Dampfdichte berücksichtigt. Um Fremdgase auszuschließen, konnte das Rohr über eine etwa 0,5 m lange, weite Leitung von einer dreistufigen Stahlpumpe bis zum Klebevakuüm ausgepumpt werden. Zur Änderung der Quecksilbertemperatur wurde das ganze Entladungsrohr einschließlich der Spulen Sp_1 und Sp_2 in einen elektrischen Ofen gesetzt bzw. zur Erzeugung niedriger Temperaturen das Bodenquecksilber mit wassergekühlter Preßluft beblasen. Um die Übertemperaturen in der Entladung klein zu halten, wurde mit sehr schwachen Bogenströmen gearbeitet (meist etwa 0,3 A), die für das 5 cm weite Rohr der positiven Säule eine sehr geringe Belastung darstellen. Immerhin war die Bestimmung der Dampfdichte im Plasma und damit der freien Elektronenweglänge der unsicherste Teil der Messungen.

Die Bestimmung von Elektronenkonzentration und -temperatur geschah in üblicher Weise durch eine, teilweise auch durch mehrere an verschiedenen Stellen angebrachten Sonden nach dem Langmuirschen Verfahren. Diese Bestimmung „der“ Elektronenkonzentration macht hier insofern Schwierigkeiten, als diese ja räumlich inhomogen über dem Säulenquerschnitt verteilt ist. Für eine ohne äußeres Magnetfeld brennende Entladung ist die örtliche Konzentrationsverteilung nach der Schottkyschen Theorie der Säule bekannt, und verschiedentlich durch Messungen bestätigt. Aber ganz unübersichtlich wird die Konzentrationsverteilung, wenn der Bogen in einem starken axialen Magnetfeld brennt, wobei er sich auf die Mitte zu einem leuchtenden, von der Wand ziemlich abgelösten Strang zusammenzieht. Nur bei niedrigen Drucken kann dieses Zusammenziehen weitgehend vermieden werden, wohl, weil dann die große Querdiffusion (große Weglängen!) den Bogen aus der Mitte rasch genug auseinanderfließen läßt. Bei höheren Magnetfeldern und Drucken treten aber sehr hohe Konzentrationsunterschiede auf, wobei die Auswertung einer Sondenmessung noch dadurch erschwert wird, daß die Theorie der Sondenströme in einem starken Magnetfeld gar nicht vorliegt.

Im allgemeinen haben wir uns bei unseren Messungen also darauf beschränkt, mit so kleinen Feldern und Drucken zu arbeiten, daß noch keine ausgesprochene Ablösung des Bogens von der Rohrwand erfolgte. Aber wir glauben, daß bei unserem

Meßverfahren auch eine stärkere Abschnürung des Bogens kaum wesentlich stört. Da nämlich die Meßspule das magnetische Moment aller Elektronen auf dem Querschnitt der ganzen Säule summiert, stört eine Veränderung der Konzentrationsverteilung der Elektronen auf dem Querschnitt so lange nicht, als die Zahl der Elektronen über den ganzen Querschnitt, also etwa die Zahl der in einem Plasmazyylinder von 1 cm Länge gleichzeitig vorhandenen Elektronen konstant bleibt. Es ist aber sehr unwahrscheinlich, daß diese Zahl sich bei der Ablösung des Bogens von der Wand wesentlich ändert. Bei Vermeidung von Fremdgasen nämlich zeigte sich bei gleichem Entladungsstrom und gleichem Gasdruck die Säulenfeldstärke ziemlich unabhängig von der Größe eines überlagerten axialen Magnetfeldes¹⁾. Da nun ein axiales Magnetfeld auf die axialen Geschwindigkeitskomponenten der Elektronen nicht einwirken kann, darf sich auch die mittlere Wanderungsgeschwindigkeit der Elektronen in einem gleichgebliebenen elektrischen Längsfeld nicht wesentlich ändern. Gleiche Wanderungsgeschwindigkeit der Elektronen bei gleichbleibendem Gesamtstrom heißt aber gleichbleibende Elektronenzahl auf einem Querschnitt.

Wir haben die Elektronenanzahl, die sich bei gegebenem Druck und gegebenem Strom in der Längeneinheit der Säule im ganzen Querschnitt befindet, daher meist einfach aus der sich im magnetfeldfreien Rohr einstellenden zentralen Konzentration nach der Schottkyschen Theorie der Säule berechnet und diesen Wert auch für die gleiche Entladung in einem Magnetfeld zugrunde gelegt. Mindestens die Bestimmung der bei kleinen Feldern auftretenden Wirkungen ist also nicht durch Fehlbestimmung der wirksamen Elektronenzahl infolge der Bogenkontraktion gefälscht. — Die Eichung der Anordnung geschah dadurch, daß anstatt des Plasmazyinders wechselnder Elektronenkonzentration eine lange, gleichmäßig mit einer Lage bewickelte und mit bekannten, 80periodigen Wechselströmen erregte eisenfreie Spule in das Innere der Meßspule Sp_2 geschoben wurde.

4. Versuchsergebnisse.

Wir ordnen die Ergebnisse nach den vier Punkten des Abschnittes 2c.

α) Das Plasma ist diamagnetisch. Dieses Ergebnis wurde schon mit der Anordnung Bild 8 erhalten. Bei einem durch die Spule Sp_1 konstant erregten äußeren Wechselfeld sind nämlich die in die Meßspule Sp_2 induzierten Spannungen um 0,1 bis 1% kleiner, wenn der den Plasmazyylinder erzeugende Lichtbogen brennt, als ohne diesen Bogen. Es muß also die Permeabilität $\mu = 1 + 4\pi\kappa$ im Bogenplasma im gleichen Verhältnis kleiner sein als die des unerregten gewöhnlichen Quecksilberdampfes. Bei dem verwendeten Dampfdruck von höchstens 10^{-2} Torr unterscheidet sich die Permeabilität des Quecksilberdampfes nur um $< 10^{-8}$ von dem Wert 1 des Vakuums, ist also praktisch mit dem Vakuumwert identisch. Daraus folgt, daß

¹⁾ Da experimentelle Beobachtungen über einen in einem axialen Magnetfeld brennenden Quecksilberbogen kaum vorliegen, mag in Parenthese bemerkt werden, daß in reinem Quecksilberdampf von etwa 30° Sättigungstemperatur bei einem Strom von 0,3 A die Feldstärke bei einem Längsfeld von 200 Gauß etwa 5 bis 10% kleiner ist als ohne Magnetfeld. Gleichzeitig sinkt die Elektronentemperatur um einen Betrag, der die Meßgenauigkeit von etwa 3% eben überschreitet. Beide Erscheinungen sind wohl auf die verminderte Abdiffusion von Elektronen zur Wand zurückzuführen. Schon bei sehr geringen Verunreinigungen aber führt ein axiales Magnetfeld zu einer ebenfalls kleinen Steigerung der Brennspannung, wohl weil dann die erhöhte zentrale Konzentration zu einer verstärkten Wiedervereinigung im Volumen führt. Dieses Verhalten, das bisher nur für kleinere Ströme (≈ 1 A) beobachtet wurde, scheint eine Prüfung für die Reinheit des Quecksilberdampfes in einer Entladungsstrecke zu sein.

die Suszeptibilität κ des Plasmas selbst negativ sein muß; das Plasma ist also tatsächlich diamagnetisch.

In einer etwas anderen Weise haben wir das gleiche Ergebnis mit der Anordnung Bild 9 gewonnen. Wenn der Bogen mit seinem überlagerten Wechselstrom brannte und in der Spule Sp_1 ein reines Gleichfeld erzeugt wurde, wurde, wie erwartet, in die Meßspule Sp_2 eine Spannung induziert. Aus dem Auftreten dieser Spannung allein läßt sich aber nur auf periodische Schwankungen der Permeabilität schließen, nicht auf das Vorzeichen von κ ; hierzu müßte außerdem die Phasenlage der induzierten Spannung bekannt sein. Wir haben deswegen durch die Magnetisierungsspule Sp_1 außer dem Gleichstrom noch einen nach Größe und Phasenlage einregelbaren, mit den Bogenstromschwankungen gleichfrequenten Wechselstrom hindurchgeschickt und diesen so abgeglichen, daß die in Sp_2 induzierten Spannungen gerade wieder verschwanden. Dann ist die durch Sp_1 hindurchtretende Flußschwankung also gerade Null, also der Fluß konstant. Um dies zu erreichen, mußte der Bogenwechselstromanteil und der durch die Spule Sp_1 fließende Magnetisierungswechselstromanteil gleichphasig eingeregelt werden, so, daß gleichzeitig mit dem größten Bogenstromaugenblickswert auch der größte Magnetisierungsstrommomentanwert auftrat. Da trotzdem die stärksten äußeren Amperewindungen nur den gleichen Fluß ergeben, wie 180 elektrische Grade später die schwächsten, muß die Permeabilität des Bogenplasmas mit steigendem Bogenstrom sinken. Da nun ohne Bogenstrom das Rohr praktisch die Permeabilität des Vakuums hat, muß das Plasma bei bestehendem Bogen diamagnetisch sein.

Das Plasma eines Bogens von 1 A in Quecksilberdampf von etwa $3 \cdot 10^{-3}$ Torr hat in schwachen Magnetfeldern eine Suszeptibilität von etwa $-8 \cdot 10^{-5}$, das ist mehr als das fünffache der Suszeptibilität des Wismuts. Bei größeren Strömen und in noch kleineren Dampfdichten kann die Suszeptibilität noch erheblich größer sein.

β) Proportionalität der Anfangs-Suszeptibilität mit der Elektronenkonzentration, Unabhängigkeit vom Magnetfeld und umgekehrte Proportionalität mit dem Quadrat des Gasdrucks. Die Proportionalität der Suszeptibilität mit der Elektronenkonzentration ist an sich schon wahrscheinlich. Sie ist nachgeprüft durch folgenden Versuch: Bei gleichem Gasdruck, gleichem magnetisierendem Gleichfeld und gleichem Bogengleichstromanteil wurde die Größe der in die Meßspule induzierten Spannungen und damit also die Größe der Schwankung der Suszeptibilität proportional zum Wechselstromanteil des Bogenstromes gefunden¹⁾. Da nun die Elektronenkonzentration unter diesen Umständen recht gut proportional ist zum Bogenstrom — wie durch Messungen mit der Langmuir'schen Sonde nachgewiesen wurde — ist also die Schwankung der Suszeptibilität der Schwankung der Elektronenkonzentration proportional. Da nun die Suszeptibilität Null bei der Elektronenkonzentration Null ist, sind Suszeptibilität und Elektronenkonzentration einander proportional.

Die Unabhängigkeit der Suszeptibilität vom Magnetfeld, wie wir sie für schwache Felder erwarten, muß sich in einer Proportionalität zwischen dem erregenden Gleichfeld in Sp_1 und der in Sp_2 induzierten Spannung äußern, wenn Gasdruck und Bogen-

¹⁾ Daß dies nicht etwa durch gewöhnliche Induktion aus dem übrigen Bogen-Wechselstromkreis in die Meßspule Sp_2 verursacht wurde, wurde dadurch bewiesen, daß dieser Effekt bei fehlendem Magnetgleichfeld nicht auftrat (siehe folgenden Absatz). Die induktive Koppelung des Bogenstromkreises und der Meßspule wurde dabei durch ein besonderes Variometer aufgehoben.

strom (Gleich- und Wechselstromanteil) konstant gehalten werden. Auch diese Erwartung bestätigte sich. Die Proportionalität der Wechselspannung mit dem Magnetfeld einerseits und — wie oben angegeben — mit dem Wechselstromanteil des Bogenstromes muß also zu einer Proportionalität der induzierten Schwankung der Momentendichte mit dem Produkt aus Gleichfeld und Bogenwechselstrom führen. Bild 10 zeigt dies in einem Beispiel; dabei ist festgehalten der Quecksilberdampfdruck; der Bogengleichstromanteil war 2,5 A. Der Bogenwechselstromanteil wurde von 0 bis etwa 2 A, der Magnetfeldstrom von 0 bis 4 A verändert, entsprechend 0 bis 160 Oersted.

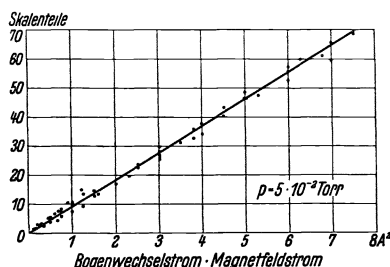


Bild 10. Proportionalität zwischen induzierter Momentendichte einerseits, gemessen durch den Galvanometerausschlag, und dem Bogenwechselstromanteil und dem in Sp_1 erzeugten Gleichmagnetfeld andererseits.

Die Suszeptibilität des Plasmas fällt sehr stark mit wachsendem Quecksilberdampfdruck. Ließ man z. B. den Bogenstrom (nach Gleich- und Wechselanteil) und das erregende Magnetfeld konstant, so genügte das Unterhalten eines brennenden Streichholzes unter das Bodenquecksilber des Vakuumbogengefäßes, um die induzierte Spannung auf kleine Bruchteile ihres Anfangswertes absinken zu lassen. Eine Druckabhängigkeit in der erwarteten Richtung ist also vorhanden.

Um diese auch zahlenmäßig zu prüfen, müssen wir die über den Querschnitt gemittelte Elektronenkonzentration berücksichtigen, die bei konstantem Strom

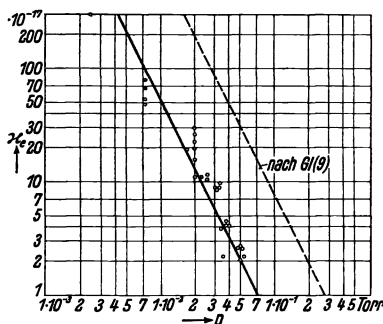


Bild 11. Gemessene Werte der Elektronenssuszeptibilität für schwache Magnetfelder, abhängig vom Dampfdruck und theoretische Abhängigkeit.

druckabhängig ist (in erster Näherung proportional zum Druck). Teilt man die gemessene Suszeptibilität des Plasmas durch die Elektronenkonzentration, so erhält man die Elektronenssuszeptibilität, die nach (9) $\sim \lambda^2$, also auch $\sim 1/p^2$ sein soll. Das Ergebnis einer sehr großen Zahl von Messungen ist in Bild 11 in doppelt logarithmischem Maßstab eingetragen. Trotz der großen Streuung der Meßpunkte ist ein Absinken etwa mit $1/p^2$ zu erkennen, wie sie die ausgezogene Gerade angibt. Dagegen finden wir den Absolutwert der Suszeptibilität kleiner als nach (9) erwartet; die gestrichelte Gerade zeigt die von (9) angegebene Abhängigkeit. Die Gründe für diese Abweichung, die z. B. in falscher Messung der Gasdichte — ein Fehler 1:4 wäre etwa nötig anzunehmen! —, in falscher

Bestimmung der Elektronenkonzentration — ein Fehler 1:15 wäre nötig! —, in falscher Berücksichtigung des Ramsauer-Effektes oder ähnlichem liegen könnten, sind solange nicht im einzelnen erörterbar, wie die genaue Theorie unter Berücksichtigung auch der paramagnetischen Bahnmomente noch nicht vorliegt.

γ) Oberhalb einer mit dem Druck zunehmenden Feldstärke wird das Plasma differentiell paramagnetisch, bleibt absolut genommen aber diamagnetisch. Beschränkt man sich bei festgehaltenen Werten des Bogengleich- und Wechselstromanteils und des Dampfdruckes nicht auf die Messungen bei kleinen Feldstärken, sondern geht bis zu den höchsten mit der Spule Sp_1 erreichbaren Werten — etwa 150 Oersted —, so findet man, daß die induzierte Momentendichte M nach

Durchlaufen eines Minimums wieder ansteigt. Bild 12 zeigt — entsprechend der gerechneten Kurve Bild 2 — eine solche typische Meßreihe. Die anfängliche Proportionalität zwischen H und M zeigt die anfängliche Konstanz der Suszeptibilität, das Ansteigen von M für große H -Werte den differentiellen Paramagnetismus, das dauernd negative Vorzeichen den absolut immer noch vorhandenen Diamagnetismus. Mit steigendem Druck nimmt die zum Minimum gehörende Feldstärke zu; die erwartete Druckproportionalität haben wir aber nicht über einen genügenden Bereich nachprüfen können, weil bei höheren Drucken die zum deutlichen Überschreiten des Minimums nötigen Felder zu groß werden, und weil der Bogen sich bei hohen Feldern dann von der Wand ablöst. Derartig eindeutige Minima erhielten wir daher stets nur bei sehr niedrigen Gasdrucken.

δ) Für sehr hohe Felder ist die Suszeptibilität proportional $1/H^2$. Berechnet man etwa aus Bild 12 die Suszeptibilität des Plasmas, so erhält man eine Kurve, wie sie Bild 13 wieder in doppelt logarithmischem Maßstab zeigt — entsprechend der gerechneten Kurve Bild 3. Mit eingezeichnet ist eine Gerade $1/H^2$. Es scheint aus dem Kurvenverlauf wahrscheinlich, daß für große Felder diese Proportionalität tatsächlich erreicht wird. Aus den gleichen Gründen wie unter γ angegeben sind diese Kurven auch nur bei sehr kleinen Drucken zu erhalten, treten dann aber regelmäßig auf. Der Absolutwert der Elektronensuszeptibilität χ_e soll nach (3a) durch $1/H^2 \cdot k T_e$ gegeben sein. Wir haben ihn wieder kleiner gefunden als berechnet, doch war die Abweichung geringer als in β . Es ist aber zu berücksichtigen, daß die dabei eingehende Bestimmung der Elektronenkonzentration in starken Magnetfeldern aus den oben angegebenen Gründen unsicherer ist, so daß wir nicht glauben, auf diese bessere Übereinstimmung sehr viel Gewicht legen zu dürfen.

Alle vier Erwartungen sind also bestätigt.

Wenn man sich um die paramagnetischen Bahnmomente gar nicht kümmert, die Gl. (11) und (12) also als exakt gültig ansieht, kann man aus der Anfangsuszeptibilität, der Lage des Minimums und der Suszeptibilität für große Felder die Elektronenkonzentration, die Elektronentemperatur und die mittlere freie Weglänge der Elektronen berechnen, dieses Meßverfahren also als eine Art magnetischer Sonde benutzen. Wir haben dies probeweise ausgeführt und eine rohe Übereinstimmung gefunden — die größten Abweichungen waren bei der freien Weglänge; doch möchten wir die Erörterung darüber noch hinausschieben, bis eine genauere Theorie der Plasmasuszeptibilität vorliegt.

5. Nachweis der Umlauffrequenz des kreisenden freien Elektrons.

Das — absolut genommene — Wiederabnehmen des induzierten magnetischen Momentes jenseits des Minimums von Bild 2 soll nach den entwickelten Anschauungen dann auftreten, wenn die Elektronen einen oder einige ganze Kreisumläufe

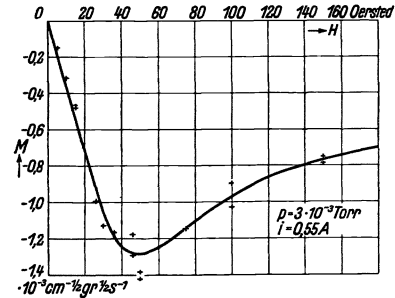


Bild 12. Induzierte Momentendichte, abhängig vom Magnetfeld, gemessen.

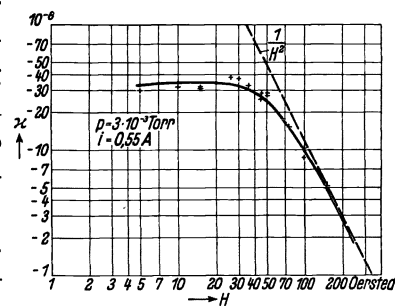


Bild 13. Plasmasuszeptibilität, abhängig vom Magnetfeld, gemessen.

ausführen können, ohne durch Zusammenstöße mit Gasmolekeln aus ihrer Bahn geworfen zu werden. Da nun die Umlauffrequenz $\nu = \omega/2\pi = \frac{v}{2\pi\rho} = \mu_0 e H / 2\pi m$ unabhängig von der Elektronengeschwindigkeit eindeutig durch das Magnetfeld H

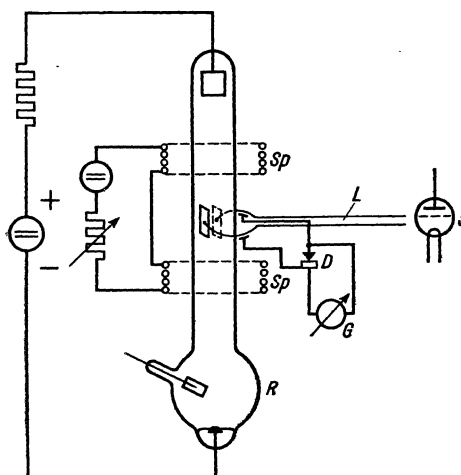


Bild 14. Versuchsanordnung zur Bestimmung der Elektronenumlauffrequenz.

gegeben ist, müssen bei einem dem Plasma aufgedrückten Magnetfeld alle Elektronen mit der gleichen Frequenz kreisen. Dabei ergibt ein Feld von 100 Oersted eine Umlauffrequenz der Elektronen entsprechend einer Hertzischen Welle von $c/\nu = \lambda = 2\pi m c^2 / e H = 107$ cm. Die Umlauffrequenz der Elektronen muß durch Absorption oder Emission dieser in einem bequem erfaßbaren Gebiet liegenden Wellenlänge unmittelbar nachweisbar sein. Dabei verspricht ein Absorptionsversuch mehr Erfolg als ein Emissionsversuch, weil die Phasen der einzelnen kreisenden Elektronen ja ungeordnet zueinander liegen und bei der Emission nach außen daher nur ein statistischer Differenzeffekt auftreten kann. Wir haben deswegen die Umlauffrequenz in einem Absorptionsversuch nach-

gewiesen, über den hier kurz berichtet werden soll, trotzdem er in anderem Zusammenhang schon vor längerer Zeit (Oktober 1931) ausgeführt wurde.

Bild 14 zeigt die Versuchsanordnung. Eine Gleichstromentladung von etwa 10^{-2} A brennt in einem mit Quecksilberdampf von etwa $5 \cdot 10^{-3}$ Torr gefüllten Rohr R von etwa 3 cm Durchmesser und etwa 60 cm Länge als Zweigentladung eines mit besonderem Erregerbogen erhaltenen Quecksilberbrennflecks. Durch ein aus wassergekühltem Kupferrohr gebildetes Helmholtzsches Spulenpaar Sp kann in der Mitte des Rohres ein axiales regelbares Gleichmagnetfeld bis etwa 500 Oersted erzeugt werden. Außen am Entladungsrohr sind hier diametral einander gegenüber zwei Metallbelegungen etwa 1 cm breit und 5 cm lang angebracht, die an die Enden eines Lechersystems L führen, das durch ein Kurzwellenrohr S in der Barkhausen-Kurz-Schaltung mit einer Wellenlänge λ 35 cm als vierter Oberschwingung erregt wurde. Die Amplitude der Hochfrequenzschwingung

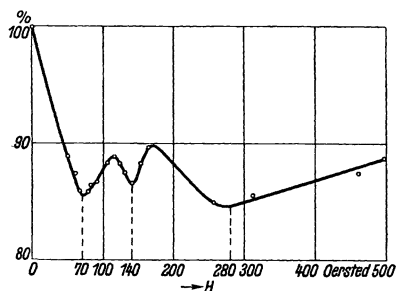


Bild 15. Selektive Dämpfung der Schwingung des Lechersystems, abhängig von der Stärke des im absorbierenden Plasma erzeugten Magnetfeldes.

wurde durch einen kapazitiv angekoppelten Detektor D mit einem empfindlichen Zeiger galvanometer G gemessen. Die Ausschläge waren von der Größe 10^{-5} A.

Die Umlauffrequenz der Elektronen ist bei einem Magnetfeld von 306 Oersted auf die Wellenlänge $\lambda = 35$ cm abgestimmt. Es wurde also erwartet, daß bei diesem Magnetfeld ein besonders großer Energieentzug aus dem Lechersystem in das Entladungsplasma erfolgte, also eine selektive Absorption durch Verkleinerung des Galvanometerauschlages zu beobachten sei. Bild 15 zeigt den Ausschlag des Galvanometers, abhängig vom Magnetfeld, wobei der Ausschlag beim Magnetfeld $H = 0$ zu 100 % gesetzt wurde. Es tritt nicht ein Minimum bei 306 Oersted, sondern drei

Minima bei etwa 280, 140 und 70 Oersted auf, entsprechend den Wellenlängen $\lambda = 38$ cm, 76 cm und 153 cm, neben einer allgemeinen Dämpfung der Schwingung, die schon bei sehr kleinen Magnetfeldern ihren Endwert erreicht. Die Wellenlänge 38 cm entspricht sicher der erregenden Welle von 35 cm, die vielleicht durch Rückwirkung des magnetischen Streufeldes auf das Schwingrohr etwas verändert wird. Außerdem war das Lechersystem anscheinend noch mit der Welle 76 cm (2. Oberschwingung) und 150 cm (Grundwelle) erregt, auf die die Plasmaelektronen schon bei entsprechend geringeren Magnetfeldern in Resonanz kamen. Die Minima sind klein, aber deutlich außerhalb der Meßgenauigkeit von etwa 0,5%. Eine dritte Oberschwingung ($\lambda = 50$ cm, $H = 214$ Oersted) konnte nicht beobachtet werden. Bei höheren Quecksilberdampfdrucken wurde der Effekt für die Beobachtung zu klein. — Damit ist also erwiesen, daß die Elektronen bei größeren Magnetfeldern und niedrigem Gasdruck tatsächlich den vollen Umlauf ihrer Kreisbahn mit der ungestörten Frequenz ausführen können.

Zusammenfassung.

1. Das Entladungsplasma wird als Metall im Sinne der klassischen Elektronentheorie aufgefaßt mit frei beweglichem, nicht entartetem Elektronengas, dessen Raumladungswirkung durch praktisch unbewegliche Ionen kompensiert ist.

2. Wegen der Bahnkrümmungen der Elektronen in einem Magnetfeld soll das Plasma diamagnetisch sein. Die diamagnetische Suszeptibilität ergibt sich rechnerisch bei schwachen Feldern konstant, der Elektronenkonzentration direkt und umgekehrt dem Quadrat des Gasdruckes proportional. Mit steigendem Feld bricht die Suszeptibilität so stark zusammen, daß schließlich sogar die induzierte Momentendichte wieder asymptotisch gegen Null abnimmt. Dann ist das Plasma absolut diamagnetisch, differentiell aber paramagnetisch. Zum Unterschied von Metallen werden die diamagnetischen Bahnmomente der Elektronen im Volumen nicht durch einen Randeffect aufgehoben.

3. Zur Messung der im Plasma induzierten magnetischen Momente wird eine Resonanzschaltung entwickelt, die von äußeren magnetischen Störungen weitgehend unabhängig ist. Die Plasmasuszeptibilität wird dabei in einem konstanten äußeren Gleichfeld periodisch geändert durch Änderung der Stromstärke der das Plasma erzeugenden Bogenentladung. Da die Wirkungen um so größer sein müssen, je niedriger der Druck ist, wird als Entladungsform der Niederdruck-Quecksilberdampfbogen gewählt.

4. Die theoretisch vermuteten magnetischen Eigenschaften des Plasmas werden experimentell im wesentlichen bestätigt; die Plasmasuszeptibilität ist größer als bei den bisher bekannten stärksten diamagnetischen Stoffen.

5. Durch die Absorption von Kurzwellen kann die Umlauffrequenz der Plasmaelektronen bestimmt werden; sie erweist sich in Übereinstimmung mit dem theoretischen Wert.

Zur Theorie der positiven Säule bei beliebigen Querschnittsformen.

Von Eberhard Spenke und Max Steenbeck.

Mit 4 Bildern.

Mitteilung aus dem Zentrallaboratorium des Wernerwerkes der Siemens & Halske A.-G. und dem Siemens-Röhren-Werk zu Siemensstadt.

Eingegangen am 12. Dezember 1935.

I. Erweiterung der Schottkyschen Säulentheorie auf beliebige Querschnittsformen¹⁾.

Für unsere Vorstellung über die Vorgänge in der positiven Säule von Edelgas- oder Metalldampfentladungen bei verminderten Drucken ist die Diffusionstheorie von W. Schottky²⁾ besonders fruchtbar geworden.

Bei seiner Theorie macht W. Schottky die Annahme, daß sich die Ionisierung im Entladungsraum einstellt als Gleichgewicht zwischen einer Ionenerzeugung im Raum und einer Ionenadsorption an der Wand des Entladungsbereiches. Dabei gelangen die Ionen durch Diffusion vom Entstehungsort zur Wand. Es wird angenommen, daß die Neuerzeugung proportional der am jeweiligen Ort vorhandenen Elektronenkonzentration selbst ist. In dem unmittelbar an die Wand angrenzenden Volumen wird dabei die Trägerkonzentration gleich 0 angesetzt. Die Gasdichte und damit der Diffusionskoeffizient D wird als über dem Querschnitt konstant angenommen. — Das Gleichgewicht zwischen Neuerzeugung und Wandverlusten der Ionen, das eigentliche Kernstück der Schottkyschen Vorstellung, läßt sich in einer von der ursprünglichen Fassung abweichenden, hier für das weitere aber besonders einfachen Weise ausdrücken: Es gibt eine durch die geometrischen Abmessungen und den Diffusionskoeffizienten bestimmte mittlere Lebensdauer τ eines Einzelträgers. Bei einer stationär brennenden Entladung muß dem Trägerverlust eine ebenso große Neuerzeugung entsprechen; die Längsfeldstärke in der Säule muß sich dann so einstellen, daß im Mittel jedes Elektron während seiner Lebensdauer τ gerade einmal ionisiert. Bei gegebener Gasart und Gasdichte ist die sich einstellende Feldstärke daher durch die mittlere Lebensdauer eindeutig bestimmt. Zwei Entladungsgefäße mit gleicher Gasart und Gasdichte, aber von verschiedener Querschnittsform, verlangen deswegen dann die gleiche Längsfeldstärke, wenn die mittleren Lebensdauern τ der Träger in ihnen gleich sind. Zwei verschiedene Quer-

¹⁾ Im Greifswalder Institut für theoretische Physik sind, wie uns Herr Prof. Dr. R. Seeliger seiner Zeit freundlichst mitgeteilt hatte, theoretische und experimentelle Untersuchungen über Säulen angestellt worden, die den kreisringförmigen Querschnitt zwischen zwei konzentrischen Glasrohren erfüllten. Die Diskussion über diese Fragen war mit ein Anlaß für die vorliegende Arbeit.

²⁾ W. Schottky: Physik. Z. **25** (1924) S. 342 und 635.

schnitte sind also „gleichwertig“, wenn sie gleiches τ ergeben. Die Aufgabe des Abschnittes I besteht also darin, für eine gegebene Querschnittsform den zugehörigen Wert der Lebensdauer τ zu berechnen.

Bei einer Konzentration von N Elektronen in der Raumeinheit finden in der Zeit dt

$$dN = N \cdot \frac{dt}{\tau} \quad (1)$$

Ionisierungsvorgänge statt. Die Anzahl der in der Zeit dt aus der Raumeinheit durch Diffusion abwandernden Ionen ist

$$dN = -D \cdot \Delta N \cdot dt. \quad (2)$$

Für den stationären Zustand folgt also durch Gleichsetzung der Anzahl (1) der neu-erzeugten und der Anzahl (2) der wieder abwandernden Ionen:

$$0 = \Delta N + \frac{1}{D \cdot \tau} N = \Delta N + \lambda^2 N, \quad (3)$$

wobei

$$\lambda^2 = \frac{1}{D \cdot \tau} \quad (4)$$

gesetzt ist. Diese Differentialgleichung ist zu lösen für die Randbedingung

$$N_{\text{Rand}} = 0. \quad (5)$$

Wir machen weiterhin die Annahme, daß die Säule in axialer Richtung homogen ist. Dann handelt es sich bei (3) und (5) um das ebene Problem.

Die Berechnung der Eigenfrequenzen einer am Rande eingespannten Membran führt auf dieselben Gl. (3) und (5), falls unter N jetzt die Auslenkung der Membran und unter dem Parameter λ der Quotient von Kreisfrequenz ω und Ausbreitungsgeschwindigkeit v der elastischen Wellen in der Membran verstanden wird

$$\lambda = \frac{\omega}{v}. \quad (6)$$

Damit ist die Berechnung der Lebensdauer τ in Analogie zu einem klassischen und intensiv behandelten Problem gesetzt, und wir können alle dort seit langem vorliegenden Ergebnisse auf unsere Aufgabe sinngemäß übertragen.

Das wichtigste dieser Ergebnisse ist zunächst einmal, daß die lineare Differentialgleichung (3) bei der Randbedingung (5) nur für ganz bestimmte diskrete Parameterwerte λ_n ($n = 0, 1, 2, 3 \dots$) Lösungen hat, außer der trivialen Lösung $N \equiv 0$. Diesen diskreten „Eigenwerten“ λ_n entsprechen beim akustischen Problem die diskreten Eigenschwingungen (Grund- und Oberschwingungen) der Membran mit den Frequenzen

$$\omega_n = \lambda_n \cdot v.$$

Zur tiefsten Eigenschwingung der Membran, ihrer Grundschiwingung also, gehört demnach der kleinste Eigenwert, den wir mit λ_0 bezeichnen wollen. Kennzeichnend für die Oberschwingungen ist das Auftreten von Knotenlinien. Die Grundschiwingung ist die einzige Schwingung, bei der die Auslenkung über die ganze Membran das gleiche Vorzeichen hat. Nur die Amplitudenverteilung der Grundschiwingung gestattet eine sinnvolle Übertragung auf das von uns behandelte Problem; denn der Amplitudenverteilung über die Membran entspricht die Konzentrationsverteilung über den Querschnitt, so daß man bei der Übertragung von Oberschwingungs-Amplituden-Verteilungen Gebiete mit negativen Konzentrationen erhalten würde, die physikalisch sinnlos sind.

Über die diskreten Eigenwerte λ_n kann man ganz allgemein aussagen, daß sie gleich dem Quotienten einer reinen Zahl q_n und einer kennzeichnenden Länge l sind, wobei q_n nur von der Form des Querschnitts abhängt (abgesehen von Ähnlichkeitstransformationen) und l die Größe des Querschnittes mißt, z. B. beim Streifen gleich der Breite, beim Kreis gleich dem Halbmesser ist. Wir erhalten also für die gesuchte Lebensdauer τ aus (4)

$$\tau = \frac{1}{D\lambda_0^2} = \frac{1}{D} \cdot \frac{l^2}{q_0^2}. \quad (7)$$

Liegt eine bestimmte Querschnittsform vor, so muß man jetzt den Darstellungen des akustischen Problems den zugehörigen q_0 -Wert und die Bedeutung von l entnehmen¹⁾. Für den Streifen erhält man z. B.

$$q_0 = \pi; \quad l = \text{Breite des Streifens};$$

für den Kreis

$$q_0 = 2,4088; \quad l = \text{Halbmesser des Kreises.}$$

Damit ist die eigentliche Aufgabe des Abschnittes I gelöst.

Wir wollen aber noch eine für die Anwendungen bequemere Darstellung der Lösung entwickeln, indem wir zu einer Anzahl Querschnittsformen die Größe des „gleichwertigen“ Vollkreises angeben. Gleichwertige Querschnitte sind solche mit gleichem τ -Wert. Aus (7) ergibt sich

$$\begin{aligned} \tau &= \frac{1}{D} \cdot \frac{l^2}{q_0^2} = \frac{1}{D} \cdot \frac{R^2}{(2,4088)^2}, \\ R &= \frac{2,4088}{q_0} \cdot l. \end{aligned} \quad (8)$$

Für ein Rechteck mit den Seiten a und b erhält man



$$R = \frac{2,4088}{\pi} \cdot \frac{a}{\sqrt{1 + (a/b)^2}},$$

für ein rechtwinkliges gleichschenkliges Dreieck mit der Kathete a



$$R = \frac{2,4088}{\pi} \cdot \frac{1}{\sqrt{5}} \cdot a,$$

und für ein gleichseitiges Dreieck mit der Seite a

$$R = \frac{2,4088}{\pi} \cdot \frac{1}{\sqrt{5,3333}} \cdot a.$$

Bild 1. Einige gleichwertige Querschnitte verschiedener Form im richtigen Größenverhältnis.

Bild 1 zeigt eine Reihe gleichwertiger Querschnittsformen. Für einen Kreisring mit dem äußeren Halbmesser r_a und dem inneren Halbmesser r_i und einer bestimmten Anzahl symmetrisch eingebauter fester Steghalbmesser ist der gleichwertige Vollkreishalbmesser R dem Bild 2 zu entnehmen. Auf der Ordinate ist das Verhältnis des gleichwertigen Vollkreishalbmessers R zum Außenhalbmesser r_a des vorliegenden Kreisringsektors aufgetragen. Auf der Abszisse ist das zwischen 0 und 1 liegende Verhältnis von Innenhalbmesser r_i und Außenhalbmesser r_a aufgetragen. Dem Werte 0 entspricht also der Vollkreis, dem Werte 1 ein unendlich schmaler Kreisring

¹⁾ Man findet diese Ergebnisse sehr bequem zusammengestellt in Lord Rayleigh, Schall I, S. 332ff., Braunschweig 1880 oder H. Geiger u. K. Scheel: Handbuch der Physik 6 (1928), S. 378 ... 380 (Beitrag von F. Pfeiffer).

mit dem Halbmesser r_a . Aufgetragen sind die Kurven für 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8 und 10 symmetrisch angeordnete feste Steghalbmesser, wobei die letzten drei in ihrem Verlauf von $r_i/r_a \approx 0,1$ bis $\approx 0,6$ etwas unsicher sind. Eine Reihe von Kurvenpunkten wurde mit Hilfe der Tabelle in Geiger-Scheel, Bd. 6, gewonnen¹⁾, wo das akustische Kreisringproblem für einige, namentlich kleine r_i/r_a -Werte behandelt worden ist. Die Gerade, die sich für einen festen Steghalbmesser ergibt, und die Kurven für 3 und 5 Steghalbmesser wurden Rayleigh²⁾ entnommen. Schließlich ergeben sich die Eigenwerte zahlreicher Kreisringsektoren bei Behandlung der Oberschwingungen einer Vollkreismembran, da man sich dort die Knotenlinien durch feste Stege ersetzt denken kann.

II. Parallelschaltung mehrerer Einzelsäulen durch Gittereinbau.

Wenn in einer positiven Säule ein Gitter eingebaut ist, durch das die Säule in eine Anzahl parallelgeschalteter Einzelsäulen aufgeteilt wird, so ist es im allgemeinen erwünscht, daß die Entladung durch sämtliche Gitteröffnungen möglichst gleichmäßig hindurchtritt. Das Ergebnis des ersten Abschnittes ermöglicht es, jetzt wenigstens für den Fall eines in axialer Richtung ausgedehnten Gitters — also für eine Anzahl paralleler Schächte — eine Bedingung dafür anzugeben, daß die einzelnen Schächte gleichen Spannungsbedarf haben, und infolgedessen parallelgeschaltet werden können. Wenn nämlich sämtliche Schächte gleich lang sind, so erfordert gleicher Spannungsbedarf der Schächte gleiche Längsfeldstärken; und gleiche Längsfeldstärken erfordern nach Abschnitt I gleichwertige Schachtquerschnitte, d. h. Schachtquerschnitte mit gleichen Werten für die Lebensdauer τ .

Wenn ein gegebener, etwa kreisförmiger Gesamtquerschnitt auf n Einzelöffnungen aufgeteilt werden soll, so ist es vorteilhaft, für die Gitterstege möglichst wenig von diesem Querschnitt zu verbrauchen. Es ist im allgemeinen deshalb unvorteilhaft, etwa eine Anzahl gleichwertiger Kreisöffnungen vorzusehen, weil diese zwischen sich zu viel Toträume lassen würden. Eine Anordnung, bei der die Löcher etwa als gleichwertige Polygone wabenartig zusammengesetzt sind, ist konstruktiv meist unerwünschter als eine Aufteilung in Kreisringsektoren. An sich ist ein Zusammenbau aus gleichwertigen Kreisringsektoren an Hand von Bild 2 ohne weiteres möglich. Ein Beispiel zeigt Bild 3³⁾. Wenn man sich aber von vornherein auf

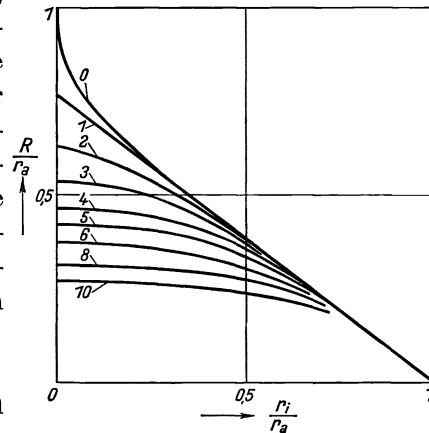


Bild 2. Kurvenschar zur Bestimmung des Halbmessers R desjenigen Vollkreises, der einem Kreisringsektor mit dem Außenhalbmesser r_a und dem Innenhalbmesser r_i gleichwertig ist. Die als Parameter angegebene Zahl ist die Anzahl der — symmetrisch angeordneten — Halbmesser, die aus dem Vollkreisring den betrachteten Kreisringsektor ausschneiden.

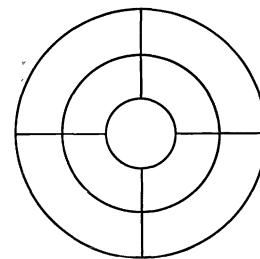


Bild 3. Beispiel für ein nach den Vorschriften von Bild 2 berechnetes Gitter mit gleichwertigen Gitteröffnungen.

¹⁾ a. a. O. S. 380; siehe auch E. Reinstein: Dissertation, Göttingen 1911. ²⁾ a. a. O. S. 367 ... 369.

³⁾ Dabei sind die Breiten der einzelnen Kreisringsektoren so bestimmt, daß die Kreisringsektoren alle dem inneren Vollkreis gleichwertig sind; dann sind sie auch untereinander gleichwertig.

Anordnungen beschränkt, bei denen in den einzelnen Kreisringen dieselbe Anzahl von Radialstegen eingebaut wird, erledigt sich die ganze Frage sehr einfach auf Grund der Bemerkung, daß die sich dann ergebenden Gitterfiguren sich mit dem Knoten-

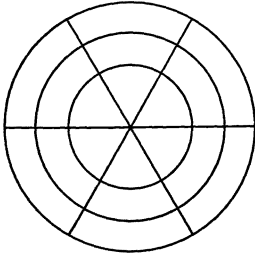


Bild 4. Gitterform mit gleichwertigen Öffnungen mit 6 durchgehenden Steghalbmessern, gerechnet als Knotenlinienbild einer Kreismembran, die in einer Oberschwingung erregt ist.

linienbild irgendwelcher Oberschwingungen der Kreismembran decken müssen. Führt nämlich eine Membran eine Oberschwingung aus, so schwingen die einzelnen, durch die Knotenlinien abgeteilten Teilgebiete mit gleicher Frequenz. Daran ändert sich auch nichts, wenn man die Knotenlinien durch mechanische Halterungen ersetzt. Die einzelnen Teilgebiete stellen also Querschnitte dar, die, mit einer Membran überspannt, gleiche Grundtöne ergeben; sie sind daher nach Abschnitt I „gleichwertig“. Bild 4 zeigt eine solche Aufteilung mit drei Knotenkreisen und sechs Steghalbmessern. Für die tatsächliche Ausführung eines Gitters ist natürlich die hier nicht beachtete Übertemperatur im Gasraum zu berücksichtigen, die für die einzelnen Gitteröffnungen verschiedene Werte haben kann.

III. Die Entionisierung der Säule bei beliebigen Querschnittsformen.

In Abschnitt I und II haben wir stationäre Zustände betrachtet; auch für einen nicht stationären Vorgang, nämlich das Abklingen der Ionisierung, läßt sich unter den gleichen Voraussetzungen eine allgemeine Aussage machen. Denkt man sich eine stationär brennende Entladung im Augenblick $t = 0$ plötzlich abgeschaltet, so klingt die noch vorhandene Ionisierung von der stationären Anfangsverteilung wegen der endlichen Diffusionsgeschwindigkeit mit einer gewissen Trägheit ab. Die Konzentration N ist dann eine Funktion des Ortes x, y und der Zeit t

$$N = N(x, y; t). \quad (9)$$

Die zeitliche Abnahme $-dN$ der Konzentration ist bei der jetzt fehlenden Neubildung gleich der Anzahl der durch Diffusion abwandernden Ionen, die nach Gl. (2)

$$-D \cdot \Delta N \cdot dt$$

ist. Es ergibt sich also für den Abklingvorgang $t \geq 0$ die

$$\text{partielle Differentialgleichung } \frac{\partial N(x, y; t)}{\partial t} = D \cdot \Delta N(x, y; t), \quad (10)$$

und zwar ist diejenige Lösung von (10) zu wählen, die erstens in jedem Zeitmoment t die

$$\text{räumliche Randbedingung } N_{\text{Rand}} = N(x_{\text{Rand}}, y_{\text{Rand}}; t) = 0 \quad (11)$$

erfüllt, und die zweitens zu Beginn ($t = 0$) des Abklingvorganges mit der bis dahin vorhanden gewesenen stationären Konzentrationsverteilung $N_{\text{stat}}(x, y)$ übereinstimmt:

$$\text{zeitliche Anfangsbedingung } N(x, y; 0) = N_{\text{stat}}(x, y). \quad (12)$$

Bevor wir die Lösung der durch (10), (11) und (12) gekennzeichneten Fragestellung geben, wollen wir bemerken, daß die Ermittlung von $N_{\text{stat}}(x, y)$ in Abschnitt I besprochen wurde, und daß deshalb in vorliegendem Abschnitt III

$N_{\text{stat}}(x, y)$ als eine im wesentlichen bekannte Funktion betrachtet werden darf¹⁾, von der insbesondere feststeht, daß sie die Differentialgleichung (3)

$$\Delta N_{\text{stat}} + \frac{1}{D \cdot \tau} N_{\text{stat}} = 0 \quad (3)$$

und die Randbedingung

$$N_{\text{stat}}(x_{\text{Rand}}, y_{\text{Rand}}) = 0 \quad (5)$$

erfüllt.

Zur Lösung von (10), (11) und (12) machen wir versuchsweise den Ansatz

$$N(x, y; t) = N_{\text{stat}}(x, y) \cdot e^{-\frac{t}{T}}, \quad (13)$$

wobei T eine zunächst noch willkürliche Konstante bedeutet. Geht man mit (13) in die Differentialgleichung (10) ein, so erhält man

$$-\frac{1}{T} N_{\text{stat}} e^{-\frac{t}{T}} = D \cdot \Delta N_{\text{stat}} \cdot e^{-\frac{t}{T}}$$

oder

$$\Delta N_{\text{stat}} + \frac{1}{D \cdot T} N_{\text{stat}} = 0. \quad (14)$$

Setzt man jetzt die bisher willkürliche Konstante T gleich der mittleren Lebensdauer τ im stationären Zustand

$$T = \tau, \quad (15)$$

so wird (14) mit der von N_{stat} per definitionem erfüllten Differentialgleichung (3) identisch; der Ansatz (13) erfüllt also mit $T = \tau$ die partielle Differentialgleichung (10). Auch die räumliche Randbedingung (11) ist wegen des Faktors N_{stat} , für den ja (5) gilt, für alle Zeiten $t \geq 0$ erfüllt, und schließlich wird für $t = 0$ der Exponentialfaktor in (13) gleich 1, so daß auch die zeitliche Anfangsbedingung (12) befriedigt wird.

Mit der erbrachten Bestätigung von (13), (15) ist der Nachweis geführt, daß die Konzentrationsverteilung N während des Abklingvorganges ihre relative räumliche Gestalt beibehält, wobei die Absolutwerte exponentiell mit einer Zeitkonstante T abklingen, die nach (15) gleich²⁾ der mittleren Lebensdauer τ der Ionen im stationären Zustand ist. Nach Abschnitt I gleichwertige Querschnitte ergeben also auch gleiche Zeitkonstanten T für die Entionisierung.

IV. Ergebnisse.

1. Die von W. Schottky für kreisförmige Querschnitte aufgestellte Theorie der positiven Säule wird unter Beibehaltung ihrer Vereinfachungen für beliebige Quer-

¹⁾ Für einen rechteckigen Querschnitt mit den Seiten a und b z. B. ist von dem Membranproblem her bekannt, daß $N_{\text{stat}} = \text{const} \cdot \sin \pi \frac{x}{a} \cdot \sin \pi \frac{y}{b}$ ist.

²⁾ Wenn die Elektronentemperatur T_e während des Abklingvorganges eine andere sein sollte als diejenige T_e bei bestehender Entladung, wird, wie man nach den hier gebrachten Überlegungen leicht prüfen kann,

$$T = \sqrt{\frac{T_e}{T_a}} \cdot \tau, \quad (15a)$$

da $D \sim \sqrt{T_e}$ ist.

Zwei gleichwertige Querschnitte mit gleicher Gasart und -dichte haben bei bestehender Entladung gleiche Feldstärken \mathcal{E} , und, da die Elektronentemperatur nur von p und \mathcal{E} abhängt, demnach auch gleiches T_e . Während des Abklingvorganges sinkt die Elektronentemperatur bei plötzlich stockender Energiezufuhr praktisch momentan auf die Gastemperatur ab; bei gleicher Gastemperatur haben zwei gleichwertige Querschnitte also auch gleiches T_a und damit nach (15a) die gleiche Entionisierungszeitkonstante.

schnittsformen durchgeführt. Dabei stellt sich heraus, daß die Längsfeldstärke bei gleichem Gasdruck und gleicher Gasart für solche Querschnitte die gleiche ist, die, mit gleichartigen Membranen überspannt, mit gleicher Grundfrequenz schwingen würden („gleichwertige“ Querschnitte). Die räumliche Verteilung der Ionisierungsdichte über den Querschnitt ist dieselbe wie die Verteilung der Amplituden über die schwingenden Membranen.

2. Soll eine positive Säule etwa durch Einbau eines Gitters mit mehreren Durchtrittsöffnungen in eine Anzahl parallel nebeneinander brennender Fäden aufgeteilt werden, so muß der Spannungsbedarf der Einzelfäden gleich sein. Hierzu müssen die Querschnitte der einzelnen Gitteröffnungen gleichwertig in dem unter 1. gekennzeichneten Sinne sein. Solche Aufteilungen der gesamten Gitterfläche in einzelne gleichwertige Teilgebiete ergeben sich u. a., wenn die Gitterstege wie die Knotenlinien einer in einer Oberschwingung erregten Membran angeordnet werden.

3. Wird eine bestehende Säule plötzlich etwa durch Abschalten der Spannung zum Abklingen gebracht, so verschwindet die Ionisierungsdichte exponentiell mit der Zeit, ohne daß sich dabei ihre relative räumliche Verteilung ändert. „Gleichwertige“ Querschnitte ergeben die gleiche Zeitkonstante des Abklingvorganges.

Zusammenfassung.

Die Schottkysche Diffusionstheorie der positiven Säule von Gasentladungen führt für den örtlichen Verlauf der Ionenkonzentration auf dieselbe Differentialgleichung, wie sie sich für die Amplitudenverteilung einer schwingenden Membran ergibt. Die Übertragung der für Membranschwingungen abgeleiteten Lösungen ergibt einfache Aussagen über Längsfeldstärken und Entionisierungszeiten bei beliebigen Querschnittsformen; die Knotenlinien einer in einer Oberschwingung erregten Membran geben einen Anhalt für zweckmäßige Bauformen von Entionisierungs- und Steuergittern.

Trägerdiffusionsströme in gittergesteuerten Stromrichtern mit Glühkathode.

Von **Heinrich Kniepkamp**.

Mit 12 Bildern.

Mitteilung aus dem Siemens-Röhren-Werk zu Siemensstadt.

Eingegangen am 4. Februar 1936.

Einleitung.

Für die Anwendung von gittergesteuerten Stromrichtern ist die Frage von großer Bedeutung, in welcher Zeit nach dem Abschalten der Bogenentladung die Gasstrecke wieder in den ursprünglichen Zustand zurückkehrt, d. h. in welcher Zeit aus dem Entladungsraum die in der Entladungszeit gebildeten Ladungsträger so weit verschwunden sind, daß die Zündbedingungen zwischen den Elektroden dieselben wie vor Beginn der Entladung geworden sind (Entionisierungszeit). Denn die Anwesenheit dieser Restladungen verändert die Zündkennlinie, Sperr- und Rückzündgrenze der Stromrichterröhre, und zwar alle drei Größen in einer für die technische Anwendung unerwünschten Richtung. Ihre Abhängigkeit von der Konzentration der Restladungen bedingt im Zusammenhang mit deren Neutralisierungsgeschwindigkeit eine obere Frequenzgrenze der Anodenwechselspannung, bis zu der die Stromrichterröhre verwendet werden kann, wobei diese Grenze noch von der Strombelastung in der Entladungszeit abhängt.

Man muß sich die Entionisierung der Entladungsstrecke als einen Diffusionsvorgang vorstellen. Die Ladungsträger diffundieren nach allen Seiten ihrem Konzentrationsgradienten und der elektrischen Feldstärke folgend nach den Elektroden und Begrenzungsflächen, an denen sie neutralisiert werden. Daraus ergibt sich die Abhängigkeit der Entionisierungszeit von der räumlichen Anordnung der Elektroden im Entladungsgefäß, dem Gasdruck und der zwischen den Elektroden herrschenden Feldstärke, wie sie z. B. von A. W. Hull und I. Langmuir¹⁾ und von W. E. Berkley und G. E. Haller²⁾ experimentell festgestellt worden ist.

Der Entionisierungsvorgang läßt sich durch die Beobachtung der zu den Elektroden fließenden Ströme nach Verlöschen der Entladung verfolgen. Die Zeitkurve solcher „Restströme“ zur Anode von Quecksilberdampfgleichrichtern mit Brennfleckkathode hat J. v. Issendorff³⁾ untersucht und zur Verringerung der Rückzündschwierigkeiten verwertet. Die gleichen Restströme zur Anode von Glühkathodenröhren sind von W. Koch⁴⁾ gemessen und mit dem Kathodenstrahloszillographen verfolgt worden.

¹⁾ A. W. Hull and I. Langmuir: Proc. Nat. Acad. Soc. **15** (1929) S. 218.

²⁾ W. E. Berkley and G. E. Haller: Electr. J. **31** (1934) S. 483.

³⁾ J. v. Issendorff: Elektrotechn. Z. **50** (1929) S. 1079.

⁴⁾ W. Koch: Z. techn. Physik **16** (1935) S. 461.

Die vorliegende Arbeit ist eine Untersuchung der Gitterrestströme in Glühkathodenstromrichtern, die sich von den vorgenannten in zwei Punkten unterscheidet:

1. Es werden nicht die Ströme der Restladungen selbst gemessen, sondern Elektronenströme zum Gitter, die aus der Raumladungskompensation der zur Kathode diffundierenden Restionen herrühren;

2. die Diffusion der Ladungsträger wurde in einem annähernd feldfreien Raum untersucht.

Das Ergebnis dieser Versuche erscheint insofern interessant, als sich aus ihm neben einem Einblick in die physikalischen Vorgänge in der Entladungsstrecke auch eine verhältnismäßig einfache Bestimmung des Diffusionskoeffizienten und damit der Beweglichkeit positiver Ionen bei niederem Gasdruck herleiten läßt.

Oszillographische Untersuchung von Restströmen zum Gitter bei positiver Gitterspannung.

Die Versuche wurden an Glühkathodenstromrichtern gemacht, deren Aufbau im Schnitt das Bild 1 darstellt. Die Kathode war indirekt geheizt, als Emissionsfläche diente ein mit metallischem Barium bedeckter Zylinder Z_2 , der von der

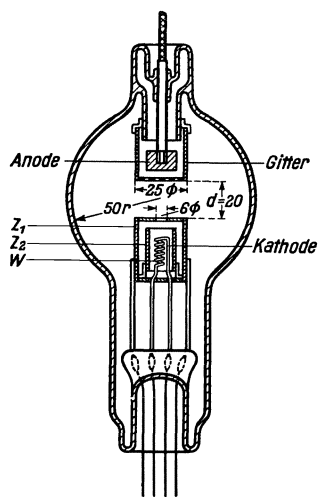


Bild 1. Entladungsröhre.
 Z_1 Strahlungsschutzzyliner;
 Z_2 Emissionszyliner; W Heizwendel.

Wolframwendel W durch Strahlung geheizt wurde. Der Außenzylinder Z_1 aus blankem Nickelblech diente als Strahlungsschutz. Diese Kathode konnte in der Entladung einen Glühelektronenstrom von 8 bis 10 A bei üblichen Temperaturen aussenden, im Hochvakuum lieferte sie infolge der Begrenzung durch die Raumladung bei mehreren 100 V beschleunigender Spannung nur wenige mA. Das Gitter war bei den drei Versuchsröhren, die mit den Nummern I, II und III gekennzeichnet werden sollen, etwas verschieden, bei I und II bestand es aus einem Ni-Drahtgewebe mit einer Maschenweite von 1 mm² und einer Drahtstärke von 0,5 mm Durchmesser, bei III aus einem Ni-Blechzylinder, dessen Stirnfläche Durchbohrungen von 2 mm Durchmesser hatte. Der sonstige Aufbau war bei den drei Röhren der gleiche. Der Abstand zwischen den Gitter- und Kathodenstirnflächen betrug 2 cm. Bei der Herstellung der Röhren wurden alle Verfahren einer modernen Röhrenfertigung

(auch Bariumgatterung) angewendet. Die Versuche wurden nur in Argon ausgeführt. Als Meßinstrument diente ein moderner 6-Schleifenoszillograph von Siemens & Halske.

Das Gitter einer solchen Stromrichterröhre ist beim Durchgang der Bogenentladung in das Plasma der positiven Säule eingetaucht und empfängt wie eine Sonde aus diesem Plasma, in dem Elektronen und Ionen in gleicher Zahl vorhanden sind, Ströme positiver Ionen und Elektronen, je nach dem Vorzeichen des Unterschiedes seines Potentials gegen das Raumpotential in seiner Umgebung. Das Raumpotential ist normalerweise positiv gegen das Kathodenpotential. Im äußeren Gitterkreis fließt der entsprechende Strom, dessen Abhängigkeit von der Gitterspannung die Form einer Langmuirschen Sondenkennlinie aufweist, allerdings mit gewissen Abwei-

chungen infolge der für Sondenmessungen unzureichenden Gestaltung des Gitters. Wird die Entladung abgeschaltet, so bricht das Raumpotential zusammen, und der Potentialunterschied des Gitters gegen seine Umgebung ändert sich um den Betrag des Raumpotentials. Unter dem Zwange des übrigbleibenden Feldes zwischen Gitter und Kathode wandern die Ladungsträger nach den Elektroden ab. Im äußeren Kreise fließt ein Strom, der den in der Zeiteinheit auftretenden Ladungsträgern proportional ist und mit fortschreitender Verarmung des Raumes schnell abfällt.

Der Verlauf des Gitterreststromes ist nun bei Anwesenheit einer Glühkathode unter gewissen Bedingungen bei positiver Gitterspannung grundsätzlich von dem Verlauf bei negativer Gitterspannung, wo er den beschriebenen Verlauf hat, verschieden. Liegt am Gitter eine positive Spannung gegen die Kathode (s. Bild 2), und ist der äußere Widerstand R_g des Gitterkreises groß genug, so beobachtet man nach Abschalten des Entladungsstromes i_a folgenden Verlauf des Gitterreststromes (Bild 3): Der Gitterstrom i_g steigt plötzlich im Augenblick der Anodenstromunterbrechung auf einen höheren Wert an, den er eine Zeitlang fast unverändert beibehält, um dann schnell auf 0 abzusinken. Verändert man bei gleichbleibender Gitterspannung u_g den Gittervorwiderstand R_g , so ändert sich die Größe des Reststromes und die Zeit t_1 , in der dieser annähernd konstant ist. Ein derartiger Versuch ist in den Bildern 3 ··· 6 wiedergegeben; u_g betrug +9 V, die verschiedenen Werte von R_g sind unter den Bildern angegeben.

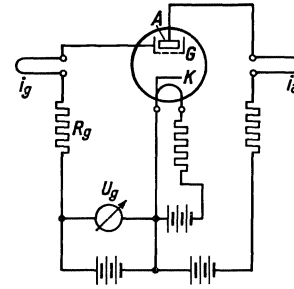


Bild 2. Schaltung.

Deutung des Gitterstromverlaufes.

Den Verlauf des Gitterreststromes kann man sich auf folgende Weise entstanden denken. Während der Entladung hat das Plasma in der Umgebung des Gitters ein gegen die Kathode positives Potential. Der zum Gitter fließende Strom richtet sich in seiner Größe und Richtung nach dem Potentialunterschied des Gitters gegen das Plasma, in dem Ionen und Elektronen in annähernd gleicher Konzentration vorhanden sind. Das Feld des Gitterpotentials reicht dabei nur auf einen kleinen Abstand vom Gitter in das Plasma hinein, weil sich um das Gitter herum eine positive oder negative Raumladungsschicht bildet, die das Gitter elektrostatisch vom Plasma abschirmt. In den meist interessierenden Fällen ist das Gitterpotential negativ gegen das Plasma. Dann liegt vor der Gitterfläche eine positive Raumladung. Auf das Gitter strömen Ionen und Elektronen, und zwar alle Ionen, die bei ihrer Bewegung im Plasma auf die Grenze der Raumladungsschicht treffen, und alle Elektronen, die vermöge ihrer Wärmegeschwindigkeit gegen das negative Feld in der Raumladungsschicht anlaufen können. Bei den Aufnahmen der Oszillogramme in den Bildern 3 ··· 6 bestand der Gitterstrom im Überschuss aus Elektronen, das Gitter hatte ein negatives Potential gegen das Plasma, dessen Potential auf etwa +6 ··· 7 V gegen Kathode geschätzt wird.

Wird die Anodenspannung abgeschaltet, so verschwindet das Raumpotential. Damit nimmt das negative Gitterpotential gegen das Plasma ab, und der Elektronenstrom steigt an. Genügende Elektronenkonzentration vorausgesetzt, kann der Gitterstrom so lange steigen, bis infolge des Spannungsabfalles am äußeren Gitterwiderstand R_g das Gitterpotential gegen das Restplasma einen negativen Wert

erreicht, gegen den die Elektronen vermöge ihrer noch in genügender Zahl anlaufen können. Dieses

thermischen Geschwindigkeit Gegenpotential ist wesentlich geringer als bei brennender Entladung, weil die Temperatur des Elektronengases unmittelbar nach dem Abschalten der Entladung auf die des neutralen Gases absinkt, und zwar, wie aus einer Abschätzung der elastischen Stoßverluste der Elektronen folgt, in einer gegen die Dauer des Entionisierungsvorganges kleinen Zeit. Der Anstieg des Elektronenstromes erfolgt wegen der großen Elektronenbeweglichkeit in einer Zeit von größenordnungsmäßig $0,1 \dots 1 \mu\text{s}$, was auch mit den Oszillogrammen in Einklang steht.

Auf dem neuen stationären Wert kann der Elektronenstrom nun so lange bleiben, wie der Elektronenverlust zum Gitter durch neu in das Restplasma eintretende Elektronen ersetzt wird. Den Ersatz liefert die Glühkathode, und zwar so lange, wie genügend viel Ionen in sie hineinströmen und die Elektronenraumladung kompensieren. Das ist in der Zeit t_1 der Fall (vgl. Bild 3). Sobald der Ionenstrom zur Kathode dazu nicht mehr ausreicht, sinkt mit dem Gitterstrom i_g auch der Spannungsabfall am Gitterwiderstand R_g , und das Gitterpotential steigt an¹⁾. Dadurch wird die

¹⁾ Hierzu sei noch bemerkt, daß auch während der Zeit t_1 ein geringes Ansteigen der Restspannung $u'_g = u_g - i_g R_g$ festzustellen ist. Es kommt dies in dem geringen Abfall

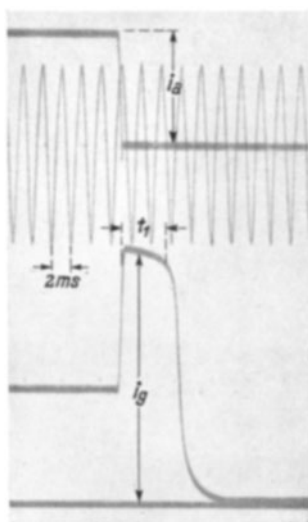


Bild 3.

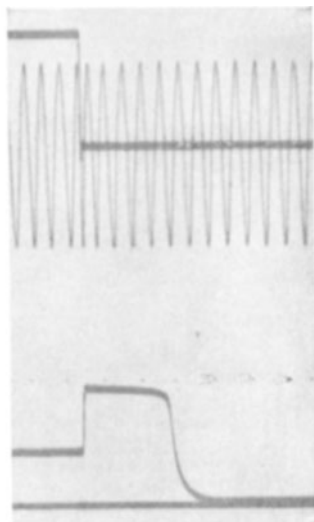


Bild 4.

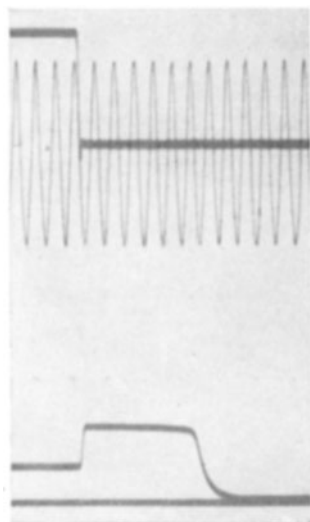


Bild 5.

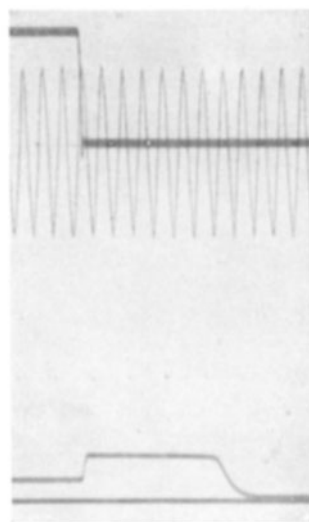


Bild 6.

Bild	U_g in V	i_a in A	p in Torr	R_g in Ω	i_g in mA	t_1 in ms
3	+ 9	1,0	0,5	550	20	5
4				1175	9	9,5
5				1840	6	11,8
6				2970	4	13,8

Bilder 3 ··· 6. Gitterrestströme bei verschiedenen R_g .

der Gitterstromkurve während dieser Zeit zum Ausdruck, besonders bei großen Gitterströmen. Das bedeutet ein Anwachsen des inneren Widerstandes der Entladungsstrecke, den wir uns aber auf Grund anderer Messungen als eine Art Übergangswiderstand zwischen Kathodenoberfläche und Plasma vorstellen können. Zur Befreiung von Elektronen aus der Raumladung einer Hohlkathode ist demnach trotz

Entionisierung der Gasstrecke und mit ihr auch der Abfall des Gitterstromes beschleunigt. Während der Zeit t_1 erfolgt nach dieser Anschauung die Bewegung der Ladungsträger in dem Raume zwischen Gitter und Kathode annähernd feldfrei, eine Bewegung, die demnach nur von den Konzentrationsverhältnissen in diesem Raume abhängt und den Gesetzen der feldfreien Diffusion unterliegt. Hierauf wird später näher eingegangen werden.

Einfluß verschiedener Versuchsgrößen auf die Reststromkurve.

Gitterwiderstand. Durch den Gitterwiderstand wird bei gegebener Spannung im Gitterkreise vorwiegend der Elektronenstrom in der Zeit t_1 begrenzt. Je kleiner dieser Strom ist, um so kleiner ist der zu seiner Aufrechterhaltung nötige Ionenstrom an der Kathode, um so länger also auch die Zeit t_1 . Ein Blick auf die Bilder 3 ... 6, die aus einem Versuch der Röhre I stammen, in dem nur R_g geändert wurde, zeigt die Bestätigung dieses Schlusses. Dieselbe Wirkung hat natürlich auch eine entsprechende Änderung der Gitterspannung u_g bei konstantem R_g .

Entladungsstromstärke. Die Konzentration der Ladungsträger im Plasma einer Bogenentladung hängt stark von der Entladungsstromstärke ab und ist dieser in bestimmten Grenzen proportional. Eine Änderung der Zahl der Entladungsträger müßte also auch eine gleichsinnige Änderung der Zeit t_1 bedingen. Dies bestätigen die Oszillogramme der Bilder 7 und 8, die an der Röhre I bei verschiedenen, unter den Bildern vermerkten Entladungsströmen i_a aufgenommen worden sind. Eine Vergrößerung von i_a von 1 A

Kompensationsmöglichkeit durch positive Ionen ein geringes beschleunigendes Feld nötig, das dem Verhältnis des Elektronen- zum Ionenstrom an der Kathode ungefähr proportional ist. Hierauf ist auch wahrscheinlich zurückzuführen, daß sich aus den Messungen für die mittlere Restspannung u'_g während der Zeit t_1 um so positivere Werte ergeben, je größer der Reststrom ist. Die gemessenen u'_g -Werte liegen zwischen +1 und -1 V (gegen Kathode). Sie enthalten noch den Kontaktpotentialunterschied zwischen Gitter und Kathode, der von der Aufdampfung von Kathodenstoff auf das Gitter beeinflusst wird und hier nicht gemessen wurde.

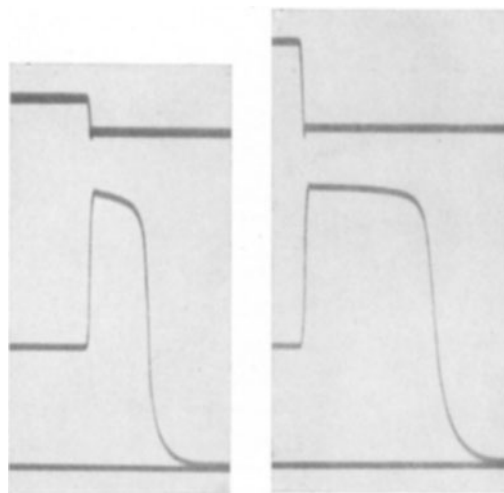


Bild 7.

Bild 8.

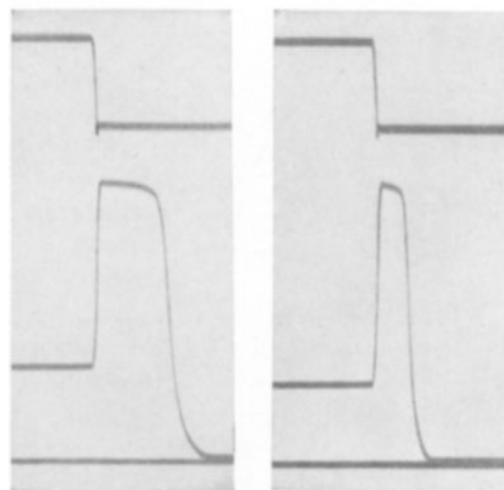


Bild 9.

Bild 10.

Bild	U_g in V	R_g in Ω	i_a in A	p in Torr	t_1 in ms
7	+9	550	0,9	0,5	5
8			3,0	0,5	13
9			3,0	0,25	6,2
10			3,0	0,1	3

Bilder 7 ... 10. Gitterrestströme bei verschiedenen i_a und p .

auf 3 A brachte eine Vergrößerung der Zeit t_1 von 4,5 ms auf etwa 9 ms. Ein entsprechendes Ergebnis hatten weitere, später quantitativ ausgewertete Versuche.

Gasdruck. Die Diffusionsgeschwindigkeit der Ladungsträger ist dem Gasdruck umgekehrt proportional. Eine Erhöhung des Druckes setzt also die Entionisierungsgeschwindigkeit herab und verlängert demnach die Zeit t_1 . Die Bilder 8, 9 und 10 zeigen die Reststromkurven der Röhre I bei drei verschiedenen Gasdrücken (0,5, 0,25 und 0,1 Torr) und sonst gleichen Versuchsbedingungen wie bei den vorhergehenden Aufnahmen. Auch dieser Versuch bestätigt die Folgerungen aus der oben dargestellten Annahme über die Entstehung der Reststromkurven.

Quantitativer Vergleich der Versuchsergebnisse mit der Diffusionstheorie.

Zu der nun folgenden theoretischen Betrachtung der Versuchsergebnisse diene die schematische Darstellung der gemessenen Gitterreststromkurve des Bildes 11. In der Zeit t_1 diffundieren gemäß der obigen Annahme in die Kathode Ionen aus dem

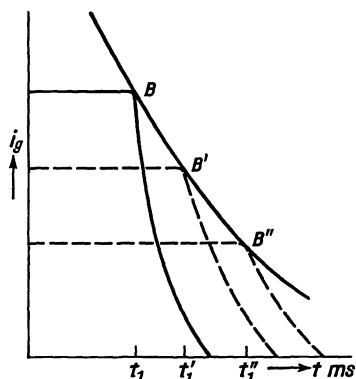


Bild 11. Gitterreststromkurven (schematisch).

feldfreien Gitter-Kathodenraum hinein und ermöglichen durch Raumladungsaufhebung die Aufrechterhaltung des Elektronenstromes i_g zum Gitter. Hierzu ist ein Mindestionenstrom nötig, dessen Verhältnis zum Gitterstrom bei idealen Versuchsbedingungen durch

$$\sqrt{\frac{m_-}{m_+}} \quad (m_- = \text{Elektronenmasse}, m_+ = \text{Ionenmasse}) \text{ gegeben ist.}$$

Die Ionenstromstärke zur Kathode sinkt nach Abschalten der Entladung zusammen mit der Ionenkonzentration von einem höheren Anfangswert ab und erreicht zur Zeit t_1 den zu i_g gehörigen Wert. Macht man i_g durch Erhöhung von R_g kleiner (gestrichelte Kurve), so wird der nunmehr kleinere kritische Wert des Ionenstromes nach einer längeren Zeit t'_1 erreicht.

Die Verbindungslinie der Knickpunkte BB' ergibt eine Kurve, die in ihrer Form der Zeitkurve entspricht, nach der der Ionenstrom allein infolge feldfreier Wegdiffusion der Ionen absinkt. Da dieser dem Konzentrationsgradienten an der Kathode proportional ist, und die Konzentration an der Kathodenfläche gleich Null gesetzt werden kann, gibt die Kurve BB' die Zeitfunktion der Konzentration an einem beliebigen Orte zwischen den Elektroden an.

Diese Zeitfunktion läßt sich aus dem Diffusionsgesetz unter Berücksichtigung ambipolarer Diffusion (denn die Elektronen- und Ionenkonzentration bleibt im Verlauf des feldfreien Diffusionsvorganges einander gleich) ableiten, wenn die Konzentrationsverteilung der Ladungsträger im Entladungsraum bekannt ist. Wir vergleichen in erster Annäherung die Diffusionsbedingungen mit denen zwischen zwei parallelen Ebenen mit dem Konzentrationsmaximum N_0 in der Mittelebene und der Konzentrationen 0 an den beiden Grenzebenen. Die Konzentrationsverteilung befolgt in diesem System eine Kosinusfunktion¹⁾. Ist d der Abstand der Grenzebenen in der zu ihnen senkrechten X-Richtung, so lautet der Ansatz für die Konzentrationsverteilung (Koordinatenbezugspunkt in der Mitte zwischen den Grenzebenen)

$$N_x = N_0 \cdot \cos \frac{x}{d} \pi. \quad (1)$$

¹⁾ E. Spenke u. M. Steenbeck: ds. Heft S. 18.

(Diese Verteilung kann sich erst in einer gewissen Zeit nach dem Abschalten einstellen, da während der Entladung die Trägerkonzentration im ganzen Raume angenähert konstant ist. Diese Zeit dürfte aber praktisch mit der Zeit des Anstieges des Gitterstromes, in der zwischen den Elektroden ein Feld besteht, zusammenfallen und daher zu vernachlässigen sein.)

Infolge der Diffusion der Ladungsträger in Richtung des Konzentrationsgradienten sinkt mit der Zeit an allen Orten die Konzentration nach dem Gesetz

$$\frac{dN_x}{dt} = D_a \frac{d^2 N_x}{dx^2}. \quad (2)$$

(D_a ist der ambipolare Diffusionskoeffizient.) Die Kosinusform der räumlichen Verteilung bleibt dabei erhalten¹⁾.

Nach Einsetzen von (1) in (2) ergibt die Integrierung

$$N_x(t_1) = N_x(0) \cdot e^{-\frac{D_a \pi^2 t_1}{d^2}}. \quad (3)$$

($N_x(t_1)$ bedeutet N_x zur Zeit t_1 , $N_x(0)$ entsprechend zur Zeit 0). Ein entsprechendes Gesetz gilt auch nach dem oben Gesagten für den Elektronenstrom $i_g(t_1)$ zum Gitter

$$i_g(t_1) = i_g(0) \cdot e^{-\frac{D_a \pi^2 t_1}{d^2}} = i_g(0) \cdot e^{-\frac{t_1}{\tau}}. \quad (4)$$

Nach (4) muß die Kurve BB' (Bild 11) demnach, wenn die Versuchsbedingungen nicht allzu stark von den idealen abweichen, im halblogarithmischen Koordinatensystem (i_g logarithmisch, t_1 linear) eine Gerade sein, aus deren Neigung $\frac{d \ln i_g}{dt} = \frac{1}{\tau}$ sich die Zeitkonstante τ des Diffusionsvorganges ergibt:

$$\tau = \frac{d^2}{D_a \cdot \pi^2}. \quad (5)$$

Das Versuchsergebnis steht mit dieser Forderung zunächst qualitativ in Einklang. Bild 12 zeigt eine Anzahl Zeitkurven in halblogarithmischer Darstellung, die aus verschiedenen Versuchen an den Röhren I, II und III stammen (Kurve 1 z. B. aus den Oszillogrammen der Bilder 3 ... 6). Die Ableseungenauigkeit des Knickpunktes B war bei den niedrigen Werten für i_g ungefähr 0,5 ms, bei den hohen ungefähr 1 ms. Auch unter Berücksichtigung dieser Ungenauigkeit kann der Verlauf dieser Kurven als geradlinig betrachtet werden.

Die Kurven 2 u. 3 sowie 4 u. 5 zeigen den Einfluß einer Änderung der Entladungsstromstärken und damit der Anfangskonzentration $N_x(0)$. 2 u. 3 sind an der Röhre I bei 1 A und 3 A Entladungsstrom, 4 u. 5 an der Röhre II mit 2 A und 4 A bei sonst konstanten Versuchsbedingungen aufgenommen worden. Der gegenseitige Abstand Δt in t -Richtung der im übrigen parallelen Kurven²⁾ beträgt bei den Kurven 2 u. 3

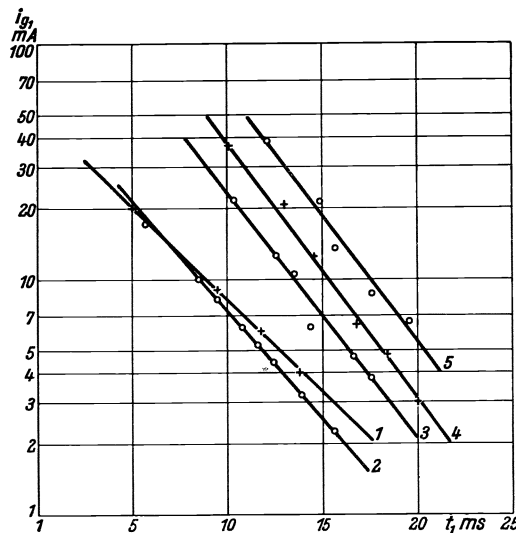


Bild 12. Diffusionskurven.

¹⁾ E. Spenke u. M. Steenbeck: a. a. O.

²⁾ Die Verschiebung der zu gleichen Strömen gehörenden Kurven der verschiedenen Röhren ist auf Aktivitätsunterschiede der Kathoden zurückzuführen.

5 ms, bei 4 u. 5 2,4 ms. Aus (4) läßt sich Δt berechnen, wenn $i_g(t_1)$ konstant gehalten und $i_g(0)$ auf $\alpha i_g(0)$ geändert wird (i_g war als proportional zur Konzentration N angesetzt):

$$i_g(0) \cdot e^{-\frac{t_1}{\tau}} = \alpha i_g(0) \cdot e^{-\frac{t'_1}{\tau}}$$

oder

$$t'_1 - t_1 = \Delta t_1 = \tau \cdot \ln \alpha. \quad (6)$$

Den Vergleich mit dem Meßergebnis zeigt die Tabelle 1.

Tabelle 1.

Röhre Nr.	Kurve Nr.	i_a in A	τ in ms	Δt_1 gemessen	Δt_1 berechnet
I	1	0,9	5,0	5	4,8
II	2	1,0	4,8		
III	3	3,0	4,3	2,4	2,7
	4	2,4	4,3		
	5	4,5	4,3		

Die Versuche bestätigen also auch die Beziehung (6) in befriedigendem Maße.

Bestimmung des Diffusionskoeffizienten und der Beweglichkeit der Ar-Ionen aus der Messung der Zeitkonstanten τ .

Die Übereinstimmung des Versuchsergebnisses mit der Theorie legt es nahe, die Messungen zu einer Bestimmung des Diffusionskoeffizienten und der Beweglichkeit der Ar-Ionen auszuwerten. Günstigstenfalls würde sich auf Grund der vorliegenden Versuche ein verhältnismäßig einfaches Meßverfahren für diese beiden wichtigen Größen ausarbeiten lassen.

Durch Messung von τ läßt sich nach Gl. (5) der ambipolare Diffusionskoeffizient D_a messen, aus dem sich dann, allerdings mit einigen Annahmen, deren Fehlergrenzen sich aber abschätzen lassen, der Diffusionskoeffizient der positiven Ionen berechnen läßt. Nach der Theorie der ambipolaren Diffusion von W. Schottky besteht zwischen den Diffusionskoeffizienten D_+ und D_- der positiven und negativen Träger in einem Plasma und ihrem gemeinsamen ambipolaren Diffusionskoeffizienten D_a die Beziehung:

$$D_a = \frac{D_+ b_- + D_- b_+}{b_+ + b_-}, \quad (7)$$

worin b_+ und b_- die Beweglichkeiten der positiven bzw. negativen Träger bedeuten. In Edelgasen bestehen die negativen Träger aus Elektronen, deren Beweglichkeit groß gegen die der positiven Ionen ist, so daß (7) vereinfacht werden kann zu

$$D_a = D_+ + D_- \frac{b_+}{b_-}. \quad (8)$$

Nun gilt allgemein

$$\frac{b}{D} = \frac{\varepsilon}{kT}. \quad (9)$$

(T = Trägertemperatur, ε = Elementarladung, k = Boltzmannsche Konstante.)

Als Temperatur der Elektronen und Ionen kann in unserem Falle nach Abschalten der Entladung praktisch die Temperatur des neutralen Gases angesetzt werden, wie oben bereits auseinandergesetzt. Also folgt aus (9)

$$\frac{b_+}{D_+} = \frac{b_-}{D_-} \quad \text{oder} \quad \frac{b_+}{b_-} = \frac{D_+}{D_-},$$

und damit aus (8)

$$D_a = 2D_+. \quad (10)$$

Unter Berücksichtigung von (10) ergibt (5) die Beziehung zwischen D_+ und der Zeitkonstanten τ

$$D_+ = \frac{d^2}{2\pi^2 \cdot \tau}. \quad (11)$$

Nun ist der Diffusionskoeffizient von der Trägertemperatur T und dem Gasdruck p bzw. der mittleren freien Weglänge λ abhängig, und zwar ist nach der kinetischen Gastheorie allgemein

$$D = \frac{\lambda}{3} \sqrt{\frac{3kT}{m}}. \quad (12)$$

Mittels (12) lassen sich also die nach (11) ermittelten D_+ -Werte auf Normaldruck und -temperatur umrechnen. Da λ dem Druck p umgekehrt proportional ist, ist dazu nur die Kenntnis der Trägertemperatur T_+ notwendig, die in unserem Falle gleich der Temperatur des durch die Entladung aufgeheizten Gases angesetzt und auf etwa 1000° K geschätzt werden kann.

Die Tabelle 2 zeigt die Auswertung der Kurven Bild 12.

Tabelle 2.

Füllgas Argon, $T_+ \approx 1000^\circ \text{ K}$					
Röhre	Kurve	p	τ	D_+ ($0^\circ \text{ C, 1 Torr}$)	b_+ ($0^\circ \text{ C, 1 Torr}$)
Nr.	Nr.	in Torr	in ms	in $\frac{\text{cm}^2}{\text{s}}$	in $\frac{\text{cm}}{\text{s}} \cdot \frac{\text{V}}{\text{cm}}$
I	1	0,5	5	81	$3,4 \cdot 10^3$
II	2	0,5	4,8	86	3,6
II	3	0,5	4,3	95	4,0
III	4	0,5	4,3	95	4,0
III	5	0,5	4,3	95	4,0

Die Genauigkeit der gefundenen Werte für D_+ und b_+ hängt von der Meßgenauigkeit für τ und der Unsicherheit der geschätzten Gastemperatur T ab. Die erste beträgt im Durchschnitt $\pm 20\%$. Für die Gastemperatur wurde 1000° K angesetzt, ein Wert, der sich aus einer Abschätzung der Gasaufheizung durch die Elektrodenflächen ergab, und der mit den Temperaturmessungen von H. Geiger¹⁾ in der Säule eines Glühkathodenbogens im gleichen Druck- und Stromstärkenbereich gut übereinstimmt. Nehmen wir zur Abschätzung des möglichen Fehlers eine Ungenauigkeit der Temperaturangabe von $\pm 200^\circ$ an, so errechnet sich eine Ungenauigkeit der D_+ - und b_+ -Werte von insgesamt $\pm 30\%$.

Aus der Tabelle 2 folgen als Mittelwerte

$$D_+ = 90 \frac{\text{cm}^2}{\text{s}}, \quad (T = 0^\circ \text{ C}, \quad p = 1 \text{ Torr})$$

$$b_+ = 3,8 \cdot 10^3 \frac{\text{cm}}{\text{s}} \cdot \frac{\text{V}}{\text{cm}}.$$

Nach der Theorie der Beweglichkeit von Ladungsträgern²⁾ in schwachen Feldern läßt sich bei bekannter Temperatur T_+ und mittlerer freier Weglänge λ_+ die Beweglichkeit berechnen:

$$b_+ = \frac{\varepsilon}{m_+} \cdot \frac{\lambda_+}{\sqrt{\frac{3kT_+}{m_+}}}. \quad (13)$$

¹⁾ H. Geiger: Ann. Physik **22** (1907) S. 973.

²⁾ Siehe A. v. Engel-M. Steenbeck: Elektrische Gasentladungen **1** S. 180. Berlin 1931.

Die Ionenweglänge λ_+ unterscheidet sich etwas von der der neutralen Gasatome λ_g , wenn man den Wirkungsquerschnitt des Ions berücksichtigt. Dieser ist für Ar-Ionen in Argon in seiner Abhängigkeit von der Ionengeschwindigkeit von F. Wolf¹⁾ gemessen worden, der bei sehr geringer Geschwindigkeit für das Verhältnis $\frac{\lambda_+}{\lambda_g}$ der beiden Weglängen den ungefähren Wert 1,3 angibt. λ_g beträgt für Argon bei Normaldruck und -temperatur $4,83 \cdot 10^{-3}$ cm²), demnach $\lambda_+ = 6,3 \cdot 10^{-3}$ cm. Mit diesem λ_+ errechnet sich aus (13) eine Beweglichkeit

$$b_+ = 4 \cdot 10^3 \frac{\text{cm}}{\text{s}} \frac{\text{V}}{\text{cm}},$$

und mit Benutzung von (9)

$$D_+ = 95 \frac{\text{cm}^2}{\text{s}}.$$

Das Versuchsergebnis steht also, auch mit Einrechnung der angegebenen Fehlergrenzen, in guter Übereinstimmung mit der Theorie. Im Schrifttum^{2, 3)} findet sich als einziger Meßwert für die Beweglichkeit von Ar-Ionen in Ar der von J. Franck⁴⁾ bei hohem Druck gemessene Wert $1,0 \cdot 10^3$ cm/s.

Die Messungen sind insofern unvollständig, als bisher die Druckabhängigkeit der genannten Größen nicht quantitativ untersucht worden ist. Vorversuche in dieser Richtung, jedoch an anderen Röhren, sind bereits gemacht. Sie fügen sich in ihren Ergebnissen gut in die vorhergehenden ein, müssen aber noch vervollständigt werden. Auch die Ausdehnung der Messungen auf andere Gase als Argon soll in einer späteren Arbeit, in der die Versuchsbedingungen noch exakter gestaltet werden können, nachgeholt werden.

Herrn Dr. M. Steenbeck verdanke ich wichtige Hinweise bei der Auswertung der Versuchsergebnisse.

Zusammenfassung.

Eine oszillographische Untersuchung der Ströme, die zu dem positiv vorgespannten Gitter einer Stromrichterröhre mit Glühkathode nach dem Abschalten der Bogenentladung fließen, gibt die Möglichkeit, das Verschwinden des Bogenplasmas im feldfreien Raum messend zu verfolgen und darauf die Gesetze der Trägerdiffusion anzuwenden. Wenn dieser Fall der Entionisierung auch in der technischen Verwendung von Stromrichtern im allgemeinen nicht vorkommt, weil dort die Entionisierung mit Hilfe eines elektrischen Feldes im Vordergrund steht, so hat die Untersuchung doch insofern eine praktische Bedeutung, als sie ein verhältnismäßig einfaches Verfahren zur Messung der für alle Entionisierungsfragen wichtigen Beweglichkeit und des Diffusionskoeffizienten der positiven Ionen bei niederen Drucken ergeben hat.

¹⁾ F. Wolf: Physik. Z. **32** (1931) S. 897.

²⁾ H. Landolt-R. Börnstein-W. A. Roth-K. Scheel: Physikalisch-chemische Tabellen. Berlin 1923.

³⁾ J. J. and G. P. Thomson: Conduction of electricity through gases **1**. Cambridge 1928.

⁴⁾ J. Franck: Verh. Dtsch. Physik. Ges. **11** (1909) S. 397.

Über die Zündung von Quecksilberdampflichtbögen durch Innenzündler (Ignitron).

Von Georg Mierdel.

Mit 16 Bildern.

Mitteilung aus dem Siemens-Röhren-Werk zu Siemensstadt.

Eingegangen am 4. Februar 1936.

Die in der Praxis heute üblichen Verfahren zur Zündung von Quecksilberdampflichtbögen mit flüssiger Kathode beruhen fast ausschließlich auf der Bildung eines sog. Abreißbogens: durch Bewegen entweder des ganzen Entladungsgefäßes (Quecksilberdampfampe, kleinere Gleichrichterkolben) oder besonderer im Vakuum beweglich angeordneter Zündanoden bzw. durch Spritzen von Quecksilber gegen eine Zündanode (mittlere und Großgleichrichter) wird kurzzeitig eine leitende Verbindung des Kathodenquecksilbers mit einer Haupt- oder Hilfsanode hergestellt, die beim Zurückfließen des Quecksilbers bzw. beim Herausheben der Zündanode unterbrochen wird. Die dabei eintretende Zusammenschnürung der Strombahn führt zu so hohen Stromdichten im Quecksilberfaden, daß eine Verdampfung beim Abreißen eintritt und eine so hohe Temperatur entsteht, daß die Bedingungen für die Entstehung eines Lichtbogenfleckes gegeben sind.

Allen diesen Zündeinrichtungen gemeinsam ist der Nachteil, daß stets verhältnismäßig große Massen bewegt werden müssen, so daß eine regelmäßige schnelle Aufeinanderfolge von Zündungen etwa im 50-Periodentakt oder gar in beliebig wählbarer Phasenlage zum Zwecke der Steuerung auf diese Weise unmöglich wird.

Um diesen Nachteil zu vermeiden, haben J. Slepian und L. R. Ludwig¹⁾ ein neues Zündverfahren ausgearbeitet, das sie „Ignitron-Zündung“ nennen.

Der Ignitron- oder Innenzündler besteht aus einem etwa 5 mm starken Stab *Z* aus einem Halbleiterwerkstoff von zylindrischem oder prismatischem Querschnitt, der senkrecht oder schräg in das Kathodenquecksilber eintaucht (Bild 1). Legt man an das obere Ende des Zünders eine genügend hohe positive Spannung gegen die Kathode *K* an, so entsteht in dem vom Halbleiter und Quecksilber gebildeten Randwinkel ein Lichtbogenfleck. Von nun an fließt der weitaus größte Teil des dem Zünder zugeleiteten Stromes nicht mehr durch den Zünder selbst, sondern nebenbei durch den vom Lichtbogenfleck als Kathode zu der metallischen Fassung *F* des

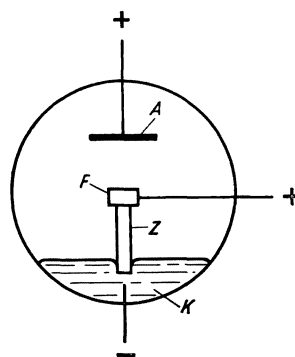


Bild 1. Grundsätzliche Anordnung des Innenzünders.

¹⁾ J. Slepian u. L. R. Ludwig: J. Amer. Inst. Electr. Engr. **52** (1933) S. 605. — J. Slepian: Ber. zum 69. Meeting d. Electrochem. Soc.; April 1936.

Innenzünders als Anode gebildeten Lichtbogen, der im allgemeinen den Strom bei einer kleineren Spannung als der Innenzünder zu führen imstande ist. Eine irgendwo im Vakuumgefäß befindliche Haupt- oder Erregeranode A übernimmt dann ebenfalls, sobald ihre Spannung genügend positiv ist, einen Bogenstrom, dessen Größe sich im wesentlichen nach den Daten des äußeren Stromkreises richtet. Der ganze Vorgang der Brennfleckbildung und Bogenzündung zur Anode A verläuft innerhalb von Zeiten einiger μs , so daß eine derartige Einrichtung mit einer den praktischen Bedürfnissen entsprechenden Genauigkeit zur Steuerung von Strömen und Leistungen verwandt werden kann.

Zur Aufklärung des der Innenzündung zugrunde liegenden physikalischen Vorganges wurden eine Reihe von Untersuchungen angestellt, über die im folgenden berichtet sei. In einem zweiten theoretischen Teil wird eine thermische Theorie der Innenzündung entwickelt.

A. Experimenteller Teil.

1. Form und Werkstoff der Zünder.

Von grundlegender Wichtigkeit für die Bildung einer brauchbaren Hypothese über den Vorgang der Innenzündung ist die Frage nach der zur Zündung erforderlichen Leistung, d. h. die Frage, wie groß Strom und Spannung am Zünder sein müssen, damit mit Sicherheit eine Brennfleckbildung und damit eine Lichtbogenzündung statthaben kann. Als willkürliche Veränderliche kommen dabei die Abmessungen des Zünders in Frage, und zwar sowohl die geometrischen (Länge, Dicke, Eintauchtiefe) als auch die elektrischen (Leitfähigkeit).

Was den Werkstoff des Zündstiftes anbelangt, so kommen hierfür nur Halbleiter in Frage, die, abgesehen von den üblichen, an Werkstoffe der Vakuumtechnik zu stellenden Anforderungen, wie ausreichende mechanische Festigkeit, gute Entgasbarkeit usw., auch noch den beträchtlichen thermischen und chemischen Beanspruchungen gewachsen sein müssen, wie sie die Zündung des Bogenbrennflecks in dem Keilspalt zwischen Zünder und Quecksilber mit sich bringt. Die elektrische Leitfähigkeit des Zünderwerkstoffes darf in weiten Grenzen schwanken. Als besonders geeignet für den vorliegenden Zweck hat sich Siliciumkarbid (Karborundum) erwiesen sowohl in kristalliner Form, wie es beim Herstellungsvorgang im Karbidofen anfällt, als auch besonders in Form von Sinterkörpern, die unter Zusatz von Bindemitteln zu fein vermahlenem Karborund durch Sinterung bei hohen Temperaturen hergestellt werden. Von derartigem Sinterwerkstoff standen drei verschiedene Proben zur Verfügung, die im weiteren Verlaufe mit A , B und C bezeichnet werden sollen.

Um übersichtliche Verhältnisse zu schaffen, wird der Zünder in Form prismatischer oder besser zylindrischer Stäbe senkrecht in das Kathodenquecksilber eingetaucht. Das obere Ende ist in eine Eisenkappe eingeschweißt oder federnd mit Draht umwickelt, so daß ein einwandfreier elektrischer Kontakt gewährleistet wird.

2. Ohmscher Widerstand des eingetauchten Zünders.

Für die Beurteilung der elektrischen Verhältnisse ist zunächst die Kenntnis des Zünderwiderstandes erforderlich. Es wurden daher entsprechende Messungen teils an fertigen Zündstäben, teils an flachzylindrischen Probestücken gemacht. Besonders interessiert in diesem Zusammenhang das Verhalten des Zünders beim

Eintauchen in Quecksilber. Ein stabförmiger Zünder habe die Gesamtlänge L , er tauche mit der Länge D in das Quecksilber ein. Die Metallfassung am oberen Ende habe die Länge M (Bild 2). Der gesamte Ohmsche Widerstand des Zünders setzt sich nunmehr aus folgenden drei Teilwiderständen zusammen, die in kennzeichnender Weise mit der Eintauchtiefe D in Beziehung stehen:

- a) Ausbreitungswiderstand beim Übergang des Stromes aus der Metallfassung in den Halbleiter;
- b) Ausbreitungswiderstand beim Übergang des Stromes aus dem Halbleiter in das Quecksilber;
- c) Widerstand des homogen durchströmten Mittelstückes.

Der Teilwiderstand a ist natürlich unabhängig von der Eintauchtiefe D und der Länge L . Der Teilwiderstand b nimmt mit zunehmender Eintauchtiefe bis zu einem Grenzwert ab, und zwar aus folgendem Grunde: Wie der in Bild 2 schematisch eingezeichnete Stromlinienverlauf erkennen läßt, findet an der Stelle, wo der Zünder die Quecksilberoberfläche durchsetzt, eine Konzentration der Stromlinien statt. Strenggenommen ist hier sogar die Stromdichte beim Übergang aus dem Halbleiter in das Quecksilber unendlich groß; eine genauere Erörterung des Stromverlaufes wird später auf S. 46 gegeben. Nach dem Stabende zu nimmt die Stromdichte schnell ab, so daß also die tief eingetauchten Stellen des Stabes wenig mehr zu der Stromleitung beitragen. Der Teilwiderstand c endlich nimmt mit steigendem D linear ab.

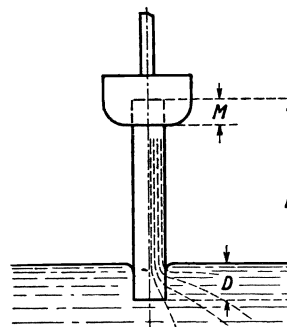


Bild 2. Aufteilung des Zünderwiderstandes.

Der tatsächlich gemessene Gesamtwiderstand W zeigt demnach, abhängig von der Eintauchtiefe D , folgenden typischen Verlauf (Bild 3): Mit zunehmendem D sinkt zunächst der Widerstand anfangs rasch, dann langsamer, bis er mit D linear abnimmt, um bei etwa $D = L - M$ zu verschwinden. Die Neigung des linearen Teiles der Kurve erlaubt die Berechnung des Widerstandes je Längeneinheit und damit auch des spezifischen Widerstandes. Aus der in Bild 3 gezeichneten Kurve, die sich auf den Werkstoff B bezieht, würde sich z. B. ein Widerstand von $W = 2,3 \Omega$ je cm berechnen lassen und, da es sich um einen zylindrischen Stab von 0,3 cm Halbmesser handelt, ein spezifischer Widerstand von $\rho = 0,65 \Omega \cdot \text{cm}$. Man sieht auf Bild 3 ferner, daß bei $D = 0,8$ cm die Widerstandskurve geradlinig wird, woraus zu folgern ist, daß bereits 0,8 cm unterhalb der Quecksilberoberfläche praktisch der gesamte Strom aus dem Halbleiter ausgetreten ist. Bild 4 zeigt die entsprechenden Kurven für einen anderen Werkstoff (C), und zwar für sehr dünne Stäbe. Hier ist die Veränderlichkeit des Ausbreitungswiderstandes b infolge der geringen Stabdicke nur noch auf ganz geringe Eintauchtiefen beschränkt und tritt daher bei den Widerstandsmessungen eigentlich nicht mehr in Erscheinung. Der wie früher aus der Neigung des geradlinigen Teiles ermittelte spezifische Widerstand folgt aus den zwei Kurven zu 0,36 und 0,21 $\Omega \cdot \text{cm}$. Die Unterschiede sind auf geringfügige,

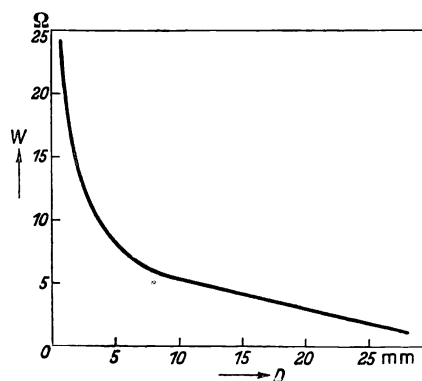


Bild 3. Zünderwiderstand und Eintauchtiefe.

aber trotzdem den Widerstand meßbar beeinflussende Abweichungen in der Zusammensetzung der Sinterkörper zurückzuführen.

Die bisher beschriebenen Widerstandsmessungen beziehen sich alle auf vollkommen kaltes Material, d. h. die Belastung durch den Meßstrom war so gering, daß keine merkliche Erwärmung eintrat, und daher auch das Ohmsche Gesetz gültig war. Im praktischen Betrieb dagegen muß man im allgemeinen mit wesentlich

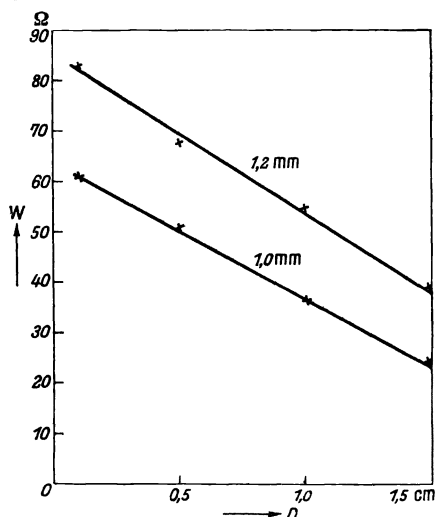


Bild 4. Zünderwiderstand und Eintauchtiefe bei dünnen Stäben.

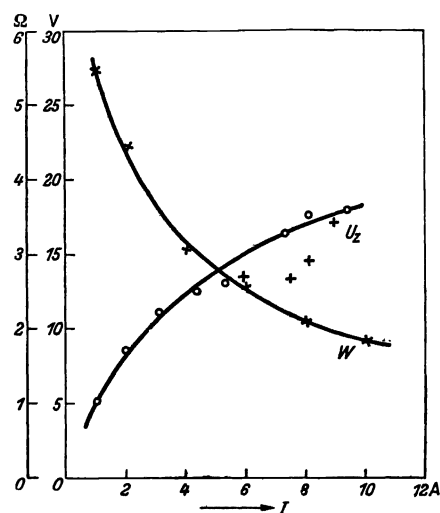


Bild 5. Gleichgewichtskennlinie und Widerstand eines Innenzünders.

höherer Belastung und entsprechender Erwärmung des Innenzünders rechnen, so daß der Widerstand abnimmt. Bild 5 gibt ein Beispiel dafür. Hier ist die Stromspannungskennlinie eines Zünders aus dem Werkstoff *B* von 4 cm Länge und 0,6 cm Durchmesser dargestellt, und zwar sind die Meßpunkte jeweils nach Erreichung stationärer Verhältnisse (Wärmegleichgewicht) aufgenommen. Bei den mit + bezeichneten Messungen hat bereits ein Lichtbogen gezündet, der an der Zünderfassung als Anode ansetzt. Die in diesem Fall gemessene Spannung ist daher mit der Bogenspannung

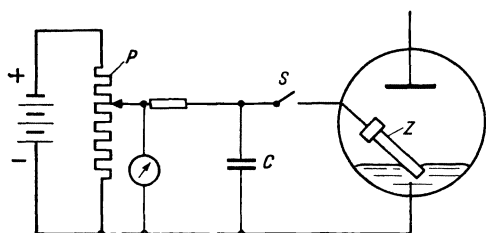


Bild 6. Speisung des Zünders durch Kondensatorentladung.

identisch und im allgemeinen kleiner als die Zünderspannung. In Bild 5 ist auch der Verlauf des Stabwiderstandes W mit der Belastung eingetragen.

3. Verfahren zur Untersuchung der Zündbedingungen.

Für die Speisung des Zünders bei den nun zu beschreibenden Zündversuchen gibt es zunächst zwei Möglichkeiten:

a) Kondensatorentladung. Nach Schaltung Bild 6 wird der durch eine veränderliche Gleichspannung (Spannungsteiler P) aufgeladene Kondensator C (Kapazität etwa 2 bis 5 μF) durch Einlegen des Schalters S auf den Zünder Z entladen. Dieses Verfahren gestattet die Erzielung hoher, aber kurzzeitiger Stromstöße; z. B. für einen Zünderwiderstand von $W = 5 \text{ Ohm}$ und für $C = 5 \mu\text{F}$ ergibt sich bei einer Kondensatorspannung $U_c = 300 \text{ V}$ ein Anfangsstrom von etwa 60 A, der mit der Zeitkonstante $T = CW = 25 \mu\text{s}$ exponentiell abklingt.

b) **Gleichstrom.** Der Zünder kann, gegebenenfalls unter Vorschaltung eines Widerstandes, an Gleichstrom oder gleichgerichteten Wechselstrom angelegt werden. Den Zünder mit Wechselstrom zu betreiben, geht deswegen nicht, weil während der negativen Halbwelle sowohl an der Fassung des Zünders als auch an der Eintauchstelle, und zwar nunmehr mit dem Brennfleck am Zünder ein Bogen zünden kann, was die Zerstörung des Zünders oder seiner Zuleitung zur Folge haben kann.

Wie bereits bemerkt, ist die Kenntnis der für die Zündung benötigten Mindestenergie notwendig, wenn man sich eine Vorstellung vom Zündvorgang machen will. Messungen dieser Art sind nun aber deswegen schwierig und zeitraubend, weil infolge verschiedener Ursachen — Schwanken des Quecksilberspiegels, Wellenbildung, Verunreinigung des Quecksilbers — die Zündung nicht mit Sicherheit an einem bestimmten Schwellenwert, z. B. des Zünderstromes, einsetzt, sondern die Anzahl der tatsächlich erfolgten Zündungen bezogen auf die Zahl der Zündversuche innerhalb eines mehr oder weniger starken Stromstärkebereiches von Null auf 100 % ansteigt.

Will man also einigermaßen sichere und für die Zwecke des Vergleichs ausreichende Werte der für die Zündung erforderlichen Energie erhalten, so muß man durch genügende Steigerung der Anzahl der Meßpunkte für statistisch einwandfrei begründete Mittelwerte Sorge tragen. Es wurden daher einige vollautomatisch arbeitende Anordnungen entwickelt, die die Zahl der tatsächlich erfolgten und die der versuchten Zündungen an elektromagnetisch betätigten Zählwerken (Gesprächszähler) abzulesen gestatteten und so mühelos eine große Anzahl von Werten lieferten.

Eine derartige für die Zünderspeisung mit Kondensatorentladung geeignete vollautomatische Schaltung sei im folgenden beschrieben (Bild 7): Die Anode *A* und die Quecksilberkathode *K* des evakuierten Lichtbogengefäßes *G* liegen dauernd über dem Begrenzungswiderstand R_1 am Netz (220 V Gleichstrom). Der Zündkondensator C_z wird durch den Widerstand *W* auf eine am Spannungsteiler *P* einstellbare Spannung U_z aufgeladen und beim Schließen des Schalters S_z durch den Zünder entladen, so daß der in Richtung vom Halbleiter ins Quecksilber fließende Strom

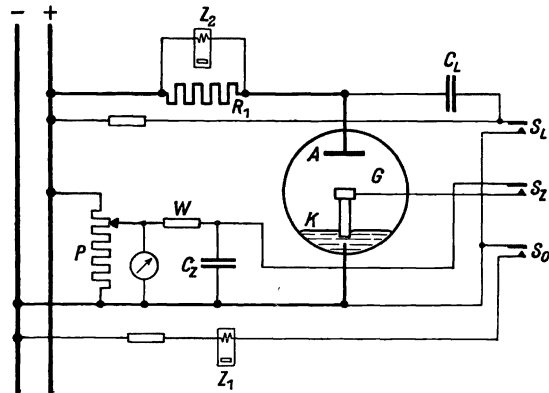


Bild 7. Selbsttätige Zählung der Häufigkeit von Zündungen.

positiv ist. Zündet jetzt der Bogen, so spricht der Zähler Z_2 an. Die Löschung des Bogens erfolgt in bekannter Weise durch Anlegen des positiv vorgeladenen Kondensators C_L (etwa $2 \mu\text{F}$) an die Kathode durch den Schalter S_L . Ein dritter Schalter S_0 endlich betätigt ein weiteres Zählwerk Z_1 . Alle drei Schalter S_0 , S_z und S_L werden nun durch eine gemeinsame, mit Nocken versehene und mit der gewünschten Drehzahl durch einen Motor angetriebenen Schaltwalze in willkürlich einstellbarem Takt betätigt. Der Zähler Z_1 zählt dabei die Umdrehungen dieser Nockenwalze, d. h. also die Zahl der versuchten, Z_2 dagegen die Zahl der tatsächlich erfolgten Zündungen.

Als Beispiel für ein nach diesem Verfahren erhaltenes Ergebnis zeigt Bild 8 an einem Zünder aus dem Werkstoff *A* (Länge 3 cm, Dicke 0,7 cm) die Abhängigkeit

der zur Zündung erforderlichen Spannung U_z und der Energie L_z (gleich $\frac{1}{2} C_z U_z^2$) von der Größe des Zündkondensators bei konstanter Eintauchtiefe D . Man sieht,

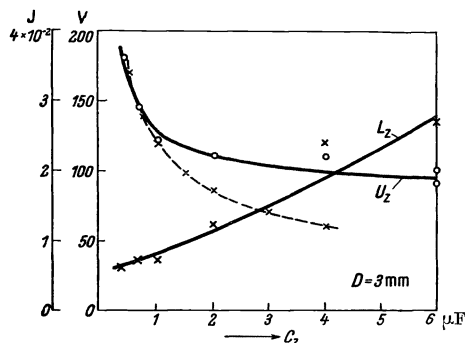


Bild 8. Energie und Spannung von Innenzündern bei Speisung durch Kondensatorentladung.

daß bei steigender Zündkapazität die Zünderspannung U_z zunächst abnimmt, um dann angenähert konstant zu bleiben. Dementsprechend steigt die Zündenergie L_z mit C_z an.

Das Verfahren des Kondensatorschlages hat den Nachteil, daß die Belastung des Zünders zeitlich veränderlich ist; die Zeitkonstante des Abklingens vom Zünderstrom und Spannung beträgt etwa $5 \cdot 10^{-5}$ s. Unter Umständen ist jedoch eine absolute Konstanz der genannten Größen erforderlich, d. h. man muß den Zünder mit Gleichstrom speisen und durch geeignete Schalthandlungen dafür sorgen, daß die Zeitdauer des Zündstoßes nicht so groß wird, daß eine beträchtliche Erwärmung

des Zünders eintritt, weil dann infolge Widerstandsabnahme der Strom ansteigen und schließlich doch noch eine Zündung bewirken würde, deren Bedingungen der Messung entgehen würden. Für diese Zwecke eignen sich schnell ansprechende mechanische Schalter, wie Höchststromauslöser und dergleichen, und bei erhöhten Ansprüchen Schaltungen mit zwei gittergesteuerten Stromrichtern, deren Zündungen durch Benutzung von Kondensatorkreisen für die Gitterspannungen mit großer Genauigkeit meßbar bis herab zu etwa einer Mikrosekunde zeitlich geregelt werden können.

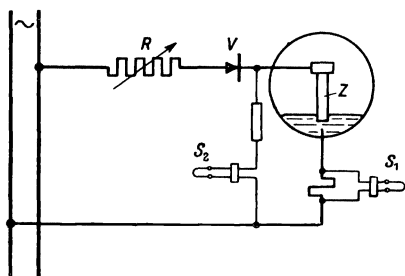


Bild 9. Zünderspeisung mit gleichgerichtetem Wechselstrom (Meßschaltung).

Ein weiteres Verfahren, das eine sehr schnelle Ansammlung von Meßpunkten für die statistische Auswertung ermöglicht, besteht in folgendem

(Bild 9): Der Zünder Z wird unter Vorschalten eines regelbaren Widerstandes R und eines Gleichrichters V (Quecksilberdampfgleichrichter) an Wechselspannung gelegt, so daß nur die Halbwellen positiver Polarität durch ihn hindurchfließen. Strom

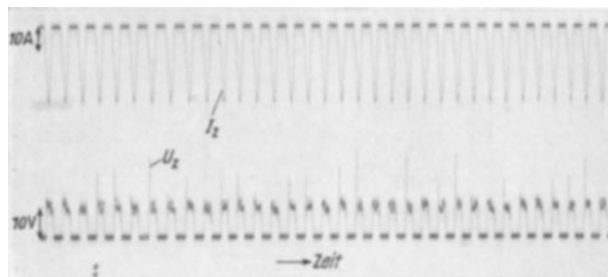


Bild 10. Oszillogramm von Zünderspannung und Strom.

und Spannung des Zünders werden durch die Schleifen S_1 und S_2 eines Oszillographen aufgezeichnet. Eine besondere Anode ist nicht vorhanden. Die von der Spannungsschleife S_2 geschriebene Zünderspannung U_z zeigt dann folgenden Verlauf (Bild 10): U_z steigt zunächst nach Maßgabe der Widerstandsaufteilung zwischen R und Z sinusförmig

an, bis die Zündung erfolgt und damit ein Bogen zur Zünderfassung als Anode entsteht. Dadurch sinkt die Spannung U_z praktisch augenblicklich auf den niedrigen Wert der Bogenspannung herab (10 bis 20 V) und verbleibt dort bis

zum Auslöschen des Bogens beim Phasenwechsel. Die Höhe der von S_2 aufgezeichneten Spannungszacke ist also unmittelbar die gesuchte Größe, nämlich die zur Zündung jeweils erforderliche Spannung am Zünder. Weniger ausgeprägt ist der von S_1 aufgezeichnete Stromverlauf. Hier macht sich die Zündung durch eine geringe Stromzunahme bemerkbar, da ja durch den einsetzenden Bogen der Zünderwiderstand überbrückt wird. Im Oszillogramm Bild 10 ist dieser Knick in der Stromaufzeichnung allerdings nur schlecht zu erkennen; es ist deshalb ratsam, die Stromstärke im Augenblick der Zündung aus der Phasenlage derselben zu berechnen, die man ja aus dem Spannungsozillogramm mit großer Genauigkeit entnehmen kann.

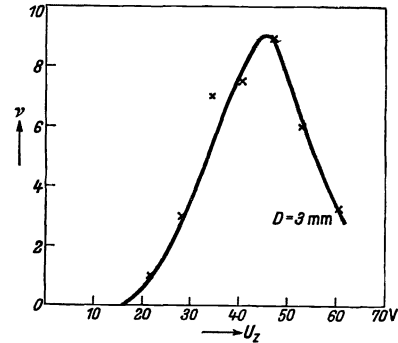


Bild 11. Verteilung der Zünder-
spannungen.

Obwohl, wie erwähnt, dieses Verfahren den Vorteil besitzt, in kurzer Zeit ein reichhaltiges Beobachtungsmaterial zu liefern, so haftet ihm jedoch der große Nachteil an, daß hauptsächlich infolge der dauernd und meist taktmäßig bewegten Quecksilberoberfläche eine noch größere Streuung der Zündwerte eintritt als z. B. bei der Kondensatorspeisung, bei der vor jeder Zündung genügend lange Pausen zur Beruhigung des Quecksilbers eingeschaltet werden können.

Bereits ein Blick auf das Oszillogramm Bild 10 gibt eine Anschauung von den zufälligen Schwankungen der Zündgrößen; die genauere statistische Auswertung, nämlich die Verteilung der Höhe der Zündzacken (in mm auf dem Oszillogramm gemessen), ist für verschiedene Eintauchtiefen des Zünder in Bild 11 gegeben. Die Messungen beziehen sich auf einen runden Zündstab aus dem Werkstoff *B* von 0,6 cm Durchmesser und 4,0 cm Länge. In der vorstehenden Zahlentafel sind die Ergebnisse zusammengestellt.

Zahlentafel I.

D in cm	L in cm	U_z in V	\mathcal{E}_z in V/cm	I_z in A	j_z in A/cm ²
0,1	3,4	37,5	11	17,5	62
0,3	3,2	42,0	13	22	78
0,5	3,0	40	13,3	21	74
0,7	2,8	42	15	23	81

Hierin ist L die freie Zünderlänge, d. h. also abzüglich des eingetauchten und des durch die Fassung beanspruchten Teiles, $\mathcal{E}_z = U_z/L$ ist die hieraus und aus der Zünderspannung U_z ermittelte Feldstärke, in entsprechender Weise $j_z = I_z/q$ die aus Zünderstrom I_z und Querschnitt q errechnete Stromdichte. Man bemerkt einen sanften Anstieg von Feldstärke und Stromdichte mit der Eintauchtiefe (Bild 12).

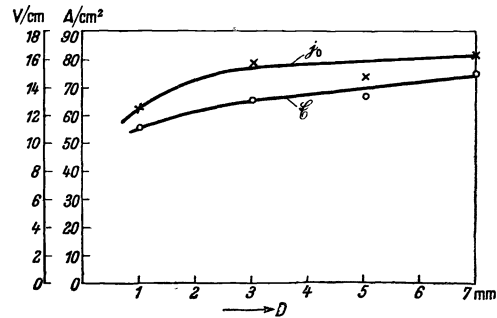


Bild 12. Feldstärke und Stromdichte des Zünder, abhängig von der Eintauchtiefe.

4. Zugespitzte Zünderformen.

Die zum Zünden erforderlichen Stromstärken im Zünder sind recht hoch und für die technische Verwendung in vielen Fällen unbequem, wenn auch natürlich die Energie wegen der kurzen Zündzeiten sich in mäßigen Grenzen hält. Man muß daher sein Augenmerk auf die Verbesserung des Zünder im Hinblick auf eine mög-

lichst geringe Stromstärke richten. Ein nicht unwesentlicher Fortschritt hierin läßt sich durch geeignete Formgebung des Zünders erzielen. Wie wir weiter unten im

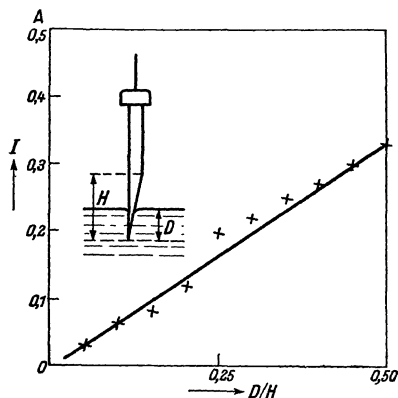


Bild 13. Stromverbrauch eines abgeschrägten Zünders.

theoretischen Teil sehen werden, kommt es bei der Formulierung der Zündbedingung in erster Linie auf die Stromdichte j_0 an, wie sie sich aus Stromstärke und Zünderquerschnitt berechnet. Es liegt daher zunächst nahe, den Zünder möglichst dünn zu gestalten. Das hat aber seine Grenzen wegen der mit abnehmender Dicke des Zündstiftes sehr schnell abnehmenden Bruchfestigkeit, so daß schließlich der Zünder den mechanischen Beanspruchungen durch das Wallen des Quecksilbers nicht mehr gewachsen ist. Bei einer Zünderlänge von 3 cm dürfte für den praktischen Betrieb die untere Grenze etwa bei 4 mm Stabdicke liegen. Man kann jedoch diese Schwierigkeit umgehen und trotzdem eine Verdichtung des Stromes wenigstens in der Nähe der Eintauchstelle,

d. h. also an der Stelle, wo es darauf ankommt, erzielen, wenn man das untere Ende des Zünders anspitzt. Dies kann entweder wie bei einer Bleistiftspitze kegel-

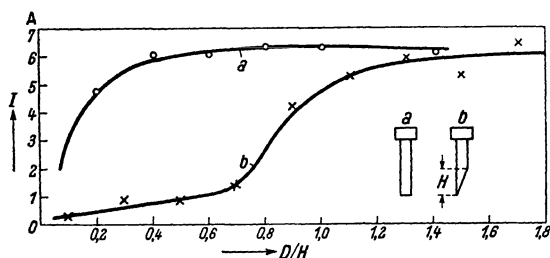


Bild 14. Vergleich zwischen zylindrischem (a) und abgeschrägtem (b) Zünder.

förmig geschehen, oder man schneidet den Zündstab in einer Ebene an, die mit der Stabachse einen Winkel von etwa 30 bis 50° einschließt.

Bei einem derartig verjüngten Zünder muß nun natürlich der Zünderstrom mit zunehmender Eintauchtiefe stark anwachsen, wie dies Bild 13 und im Vergleich mit einem nicht abgeschrägten Zünder, Bild 14 zeigen. Man sieht, daß

der Stromverbrauch durch die Abschrägung beträchtlich abnimmt und erst dann wieder den Wert des zylindrischen Stabes erreicht, wenn die Abschrägung vollständig untergetaucht ist.

5. Einfluß von Verunreinigungen.

Eine weitere vom Standpunkt der Zündertheorie sowie auch für den praktischen Betrieb wichtige Feststellung sei noch mitgeteilt: Wenn die Verhältnisse im Ent-

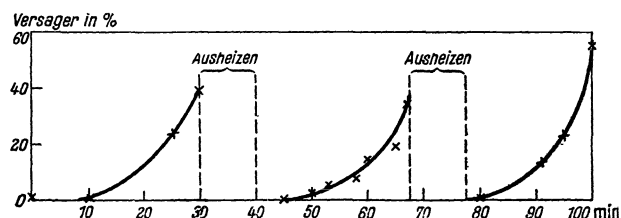


Bild 15. Zeitliche Verschlechterung und Regenerierung eines Innenzünders.

ladungsrohr nicht besonders sauber sind — schlechtes Vakuum, Verunreinigungen von seiten der Anode usw. —, kommt es des öfteren vor, daß nach einer größeren Reihe von Zündungen plötzlich der Zünder zu arbeiten aufhört, so daß die Stromstärke erheblich gesteigert werden muß, um wieder Zündungen

zu erreichen. Eine Regenerierung des Zünders läßt sich dann auf verschiedene Weise durchführen, z. B. durch kurzzeitiges Erwärmen. Bild 15 zeigt das beschriebene Verhalten. Der Zünder wurde hier mit Kondensatorentladung konstanter Energie

betrieben. Zündungen und Versager wurden automatisch gezählt (Schaltung nach Bild 7), und von Zeit zu Zeit wurde aus den Zählerangaben die Zündsicherheit errechnet. In Bild 15 ist die Häufigkeit der Zündversager in Abhängigkeit von der Zeit aufgetragen. Man sieht, wie von Null ausgehend die Zahl der Fehlzündungen zunimmt, daß aber nach einer 10 min währenden Ausheizzeit der Zünder seine alte Wirksamkeit wieder erreicht. Das Spiel läßt sich beliebig oft wiederholen.

Die genauere Besichtigung des Zünders im verdorbenen Zustand zeigt nun stets, daß der eingetauchte Teil seiner Oberfläche ganz oder teilweise mit einer dünnen silberglänzenden Schicht überzogen ist, also wahrscheinlich infolge von Amalgambildungen vom Quecksilber benetzt wird. In Übereinstimmung damit zeigt der verdorbene Zünder auch einen kleineren Ohmschen Widerstand als der gut arbeitende Zünder, da durch die Benetzung ein Teil des Überganges Halbleiter—Quecksilber für den Strom erleichtert wird. Diese Benetzung setzt sich in der Regel auch noch über den Quecksilberspiegel hinaus fort und führt dazu, daß der Randwinkel des Quecksilbers nicht, wie bei sauberen Verhältnissen, rund 45° , sondern weit über 90° beträgt, das Quecksilber also am Zünder heraufgezogen statt herabgedrückt wird. Über den Grund der Erschwerung der Zündungen unter diesen Verhältnissen sei später (S. 48) einiges gesagt.

6. Metallische Zünder.

Schließlich sei noch die Frage erörtert, ob unbedingt die Verwendung von Halbleitern als Zünderwerkstoff erforderlich ist, oder ob nicht auch Metalle denselben Dienst leisten würden. Bereits J. Slepian und L. R. Ludwig berichten am angeführten Orte von einem Versuch, mit einer feinen Spitze aus Wolfram, die etwa 1 mm in das Quecksilber eintaucht, einen Bogen zu zünden, und zwar so prompt, daß damit bei 60 Per/s in jeder Halbwelle neu gezündet werden konnte. Dazu wurde jedoch ein Strom von 200 A gebraucht, und die dann eintretende Zündung beruht auf der momentanen Bildung einer Dampfblase unter der Spitze, etwa nach Art des bekannten Wehnelt-Unterbrechers.

Wie die thermische Theorie der Innenzündung aussagt, verhalten sich die zur Zündung erforderlichen Stromdichten bei sonst geometrisch gleichen Anordnungen wie die Wurzeln aus der elektrischen Leitfähigkeit. Beim Übergang vom Halbleiter zum Metall, z. B. Platin, wird sich also die Stromdichte auf das $\sqrt{10^5}$ fache erhöhen, ein Zünder aus kompaktem Platin müßte also mit einer 300fachen Stromdichte betrieben werden, bei 5 mm Durchmesser also mit etwa 6000 A!

Die Verhältnisse werden aber durchaus diskutabel, wenn man zu außerordentlich dünnen Leitern übergeht, oder wegen mangelnder statischer Festigkeit derselben zu dünnen Schichten, die durch Kathodenzerstäubung, Verdampfung oder dergleichen, auf isolierenden Unterlagen hergestellt werden können.

Derartige Versuche sind mit Platin-, Eisen- und Molybdänschichten auf Porzellan- bzw. Calitstäbchen mit durchaus positivem Erfolg ausgeführt worden. Allerdings haftet derartigen Zündern noch der Übelstand an, daß sie nur für eine kleine Anzahl von Zündungen überhaupt brauchbar sind, da das Metall den hohen, an der Eintauchstelle auftauchenden Temperaturen nicht gewachsen ist und abdampft oder vom Quecksilber aufgelöst wird; jedenfalls ist nach ungefähr 5 bis 10 Zündungen plötzlich der Kontakt unterbrochen, und der Zünder muß tiefer eingetaucht werden. Immerhin ließen sich brauchbare Werte für den Stromverbrauch gewinnen. So

erfordert z. B. ein Platinzünder zur sicheren Zündung einen Stromverbrauch von einigen (etwa 5) A fast unabhängig von der Eintauchtiefe. Die aus Widerstandsmessungen unter Annahme einer zusammenhängenden Platinschicht errechnete Schichtdicke betrug $3 \cdot 10^{-6}$ cm. Die Belastung der Platinschicht ist dabei nicht zu hoch, da die entwickelte Wärme sofort von der Unterlage aufgenommen wird.

Entsprechende Versuche mit kathodisch zerstäubtem Eisen auf Keramikröhrchen von 5 mm Durchmesser ergaben bei einer aus Widerstandsmessung errechneten Dicke der Metallschicht von $d = 1,9 \cdot 10^{-6}$ cm einen zur sicheren Zündung notwendigen Stromverbrauch von etwa 7 A, ebenfalls fast unabhängig von der Eintauchtiefe. Drittens endlich wurden Versuche mit dünnen Molybdänschichten auf Keramik mit der Kondensatorschaltung unternommen, die eine saubere rechnerische Auswertung ermöglichen. Bei einer Kapazität von $2 \mu\text{F}$ waren hier nur 40 V zur Zündung erforderlich.

B. Theoretischer Teil.

1. Die Feldtheorie von Slepian und Ludwig.

Bereits J. Slepian und L. R. Ludwig (a. a. O.) haben sich gewisse Vorstellungen über den Vorgang der Innenzündung gemacht. Sie gehen dabei von dem Verlauf der elektrostatischen Feldlinien in der Nähe der Eintauchstelle aus: Das ursprünglich homogene Feld mit der Feldstärke E_0 wird an der Eintauchstelle des Zünders stark konzentriert. An der Eintauchstelle selbst wird die Feldstärke rechnerisch unendlich groß. Für die nähere Umgebung der Eintauchstelle kann man die Feldstärke angenähert darstellen durch den Ausdruck $E = E_0 \sqrt{\frac{d}{2x}}$, der sich allerdings nicht auf einen Rundstab als Zünder bezieht, sondern auf eine unendlich große ebene Platte der Dicke d , die senkrecht in das Quecksilber eintaucht. E_0 bedeutet die Feldstärke im Zünder, und zwar in so großer Entfernung über der Quecksilberoberfläche, daß man noch mit homogenem Feldverlauf rechnen darf. x ist die Entfernung des Aufpunktes von der Stelle, wo die Quecksilberoberfläche den Zünder trifft. Der Randwinkel des Quecksilbers ist in diesem Falle zu 90° angenommen. Eine Zündung soll nun dann eintreten, wenn die Feldstärke für einen Abstand von $x = 10^{-8}$ cm, also für den kleinsten Wert, der bei Berücksichtigung des atomaren Aufbaus der Materie gerade noch in Betracht käme, etwa 10^6 V/cm beträgt. Für eine Platten- bzw. Stabdicke — der Übergang von der Platte zum Stab wird größenordnungsmäßig nichts ändern — von $d = 0,5$ cm käme man dann zu $E_0 = 200$ V/cm, ein Wert, der größenordnungsgemäß zunächst mit den unter üblichen Verhältnissen experimentell gefundenen übereinstimmt.

Gegen diese Vorstellungen lassen sich nun aber eine Reihe gewichtiger, theoretisch und experimentell begründeter Einwände machen. Abgesehen von der Willkürlichkeit der Zahlenannahmen, bleibt die Auffassung unbefriedigend, daß allein unter der Einwirkung des elektrischen Feldes in dem engen, keilförmigen Spalt zwischen Quecksilber und Zünder ein Lichtbogen entstehen kann, namentlich bei der geringen Dampfdichte, die dem kalten Entladungsgefäß entspricht. Ferner lassen sich Zünder herstellen, die bereits bei sehr viel kleineren Feldstärken als 200 V/cm sicher arbeiten. So z. B. zünden die oben beschriebenen Zünder aus dem Werkstoff B bereits bei Feldern von $E_0 = 11$ bis 15 V/cm (siehe Zahlentafel auf S. 41). Ganz hoffnungslos wird jedoch die Sachlage im Falle der oben beschriebenen Versuche

mit dünnen Metallschichten, z. B. Platin, auf isolierenden Unterlagen. Hier treten unter Umständen bereits bei $E_0 = 10 \text{ V/cm}$ Zündungen ein. Mit $x = 10^{-8} \text{ cm}$ und $d = 10^{-6} \text{ cm}$, wie aus Widerstandsmessungen folgt, würde sich nur eine Feldstärke von 70 V/cm ergeben.

Wegen der theoretisch und experimentell begründeten Schwierigkeiten der elektrostatischen Zündertheorie wird man daher der Wirkung des elektrischen Feldes keinen großen Wert beilegen können.

2. Die thermische Theorie der Innenzündung.

Wir wollen hier eine weitere Möglichkeit ins Auge fassen, den Zündvorgang zu erklären, und zwar wollen wir, wie auch schon von J. Slepian und L. R. Ludwig angedeutet wurde, die Wärmewirkung¹⁾ des Stromdurchganges im Zünder besonders an der Grenzstelle Zünder-Quecksilber für die Zündung verantwortlich machen. Hierfür ist natürlich nicht mehr die Feldstärke maßgebend, sondern die Stromdichte und ihre räumliche Verteilung. Infolge der Verdichtung der Stromlinien an der Eintauchstelle wird hier sehr viel mehr Wärme erzeugt als anderswo.

Diese Wärmeerzeugung und die mit ihr verbundene Temperatursteigerung an der Eintauchstelle soll nun für die Bogenzündung verantwortlich gemacht werden. Wie dies im einzelnen geschieht, entzieht sich heute noch vollkommen unseren Kenntnissen, zumal da der Stromübergang an der Berührungsstelle Halbleiter-Quecksilber unter Verhältnissen vor sich geht, die so verwickelt sind, daß wir sie auch noch nicht angenähert zahlenmäßig beherrschen. Hingewiesen sei nur auf die Möglichkeit einer Ungleichmäßigkeit im Aufbau des Halbleiters, die eine Verdichtung des Stromes beim Übergang ins Quecksilber auf eine Anzahl einzelner Punkte bewirken, auf das aus oben (S. 43) mitgeteilten Messungen zu schließende Vorhandensein eines Übergangswiderstandes bei nicht benetzender Schicht und schließlich auf die in ihrer Gesamtwirkung schwer zu beurteilenden mechanischen Kräfte elektrostatischen, elektrodynamischen und aerodynamischen (Dampfstrahl!) Ursprungs. Dadurch wird die genaue Berechnung z. B. der Temperaturverteilung an der Berührungsstelle außerordentlich erschwert, wenn nicht sogar unmöglich gemacht, ganz abgesehen davon, daß sie vielleicht in Anbetracht des statistischen Charakters der Meßergebnisse auch nicht einmal lohnend erscheint.

Einfacher wird hingegen die Sachlage sofort, wenn wir auf eine genaue Aufstellung etwa einer Zündbedingung, die z. B. für einen vorliegenden Zünder mit seinen Abmessungen und Werkstoff-Festwerten die zur Zündung erforderliche Stromstärke bzw. Leistung zu errechnen gestattet, von vornherein verzichten und uns darauf beschränken, Zünder verschiedener Form und aus verschiedenen Werkstoffen miteinander zu vergleichen. Man kann dann nämlich in erster und wegen der erwähnten Streuung der Meßergebnisse durchaus genügender Annäherung die genannten Komplikationen beim Stromübergang ins Quecksilber als für alle untersuchten Zünderwerkstoffe gleichwertig ansehen und damit beim zahlenmäßigen Vergleich verschiedener Zünder untereinander außer acht lassen.

Ein dem Wesen der betrachteten Erscheinung durchaus angemessenes und daher vernünftiges Vergleichsmaß ist die Temperatur an der Eintauchstelle des Zünders. Wir fordern daher, daß eine Zündung erst dann eintreten soll, wenn die Temperatur an der Eintauchstelle einen bestimmten Wert T_k erreicht, dessen Größe

¹⁾ Vgl. auch I. M. Cage: Gen. Electr. Rev. 38 (1935) S. 464.

zunächst noch offen gelassen sein soll. Der Vergleich selbst besteht dann darin, daß wir für jeden Zünder die zur Erreichung derselben Temperatur T_k erforderlichen Energiewerte errechnen und mit der Erfahrung vergleichen.

Daß gerade die Temperatur an der Eintauchstelle für das Eintreten der Zündung maßgebend ist, wird verständlich, wenn wir uns vor Augen halten, daß zur Zündung eines Brennflekes in erster Linie ein hoher Dampfdruck erforderlich ist, da nur dann die für die Feldkathode notwendige Konzentration der Raumladungen und des Feldes vor der werdenden Kathode möglich ist.

Wir wollen nunmehr die zur Erreichung der Temperatur T_k an der Eintauchstelle nötige Leistung berechnen. Dazu ist zunächst die Kenntnis vom Verlauf der Stromdichte an der Eintauchstelle erforderlich. Wir behandeln das entsprechende ebene Problem, d. h. wir berechnen den Stromlinienverlauf in einer unendlich ausgedehnten, im Quecksilber senkrecht eintauchenden Halbleiterplatte der Dicke $2d$ (Bild 16). Für den Randwinkel des Quecksilbers nehmen wir 45° an. Nach den Regeln der konformen Abbildung¹⁾ läßt sich dann der Verlauf der Stromdichte j in der Nähe der Eintauchstelle folgendermaßen angeben:

$$j = j_0 \left(\frac{4}{7\pi} \cdot \frac{d}{r} \right)^{\frac{3}{7}}, \quad (1)$$

wobei r die Entfernung des Aufpunktes von der Eintauchstelle 0 und j_0 die Stromdichte im ungestörten Teil des Halbleiters, also sehr weit über der Quecksilberoberfläche bedeuten. Einem im Abstände r von 0 gelegenen Raumteilchen dv des Halbleiters wird also in der Zeit Δt die Wärmemenge $dQ = \frac{A j^2 \cdot \Delta t \cdot dv}{\kappa}$ zugeführt,

wo A das elektrische Wärmeäquivalent und κ die elektrische Leitfähigkeit ist. Bezeichnen wir mit ρ und c die Dichte und spezifische Wärme des Halbleiters, so würde sich bei Vernachlässigung des Temperatenausgleiches infolge der Wärmeleitung das betrachtete Raumteilchen um $\Theta = \frac{A j^2 \cdot \Delta t}{\rho \cdot c \cdot \kappa}$ über die Zimmertemperatur (300°K) hinaus erwärmen, und mit Berücksichtigung von (1) wäre

$$\Theta = \frac{A}{\rho c \kappa} \left(\frac{4}{7\pi} \cdot \frac{d}{r} \right)^{\frac{6}{7}} \cdot j_0^2 \Delta t. \quad (2)$$

Die Wärmeleitung verändert die durch (2) gegebene Temperaturverteilung derart, daß die nach der Gl. (2) für $r = 0$ unendlich hoch werdende Temperaturspitze abgeschliffen wird, und zwar in einer Weise, die sowohl durch die Wärmeleitfähigkeit des Halbleiters und des Quecksilbers als auch durch die Form des zugeführten Stromstoßes bestimmt wird. Glücklicherweise unterscheiden sich nun die Wärmeleitfähigkeiten und auch die Wärmekapazitäten $\rho \cdot c$ der benutzten Zünderwerkstoffe nicht allzusehr voneinander, so daß wir in hier genügender Näherung schließen können, daß unabhängig von den sonstigen Eigenschaften und Abmessungen des Zünders, die im wesentlichen durch ρ , c , κ und d gegeben sind, die an der Eintauchstelle auftretende Höchsttemperatur stets dann denselben Wert T_k annimmt,

¹⁾ W. Wittwer: Arch. f. Elektrotechn. 18 (1927) S. 91.

wenn der gleiche durch (2) beschriebene ideelle, d. h. ohne Berücksichtigung der Wärmeleitung errechnete Temperaturverlauf $\Theta = f(r)$ vorhanden ist. Unsere Zündbedingung geht also über in die Form

$$\frac{j_0^2 \cdot \Delta t \cdot d^6}{\varkappa \cdot c \cdot \varrho} = K. \quad (3)$$

Dabei ist allerdings noch vorausgesetzt, daß auch die Zeitdauer des Stromstoßes Δt nicht wesentlich von Zünder zu Zünder verändert wird. Eine Bestätigung der vorgeschlagenen thermischen Zündertheorie wird nun dadurch erbracht, daß es gelingt, zu zeigen, daß sich bei Zündern aus verschiedensten Werkstoffen, die sich namentlich in bezug auf d und \varkappa um mehrere Größenordnungen unterscheiden, für den Festwert K der Gl. (3) größenordnungsmäßig stets derselbe Wert ergibt.

Zur Auswertung der im experimentellen Teil mitgeteilten Meßergebnisse im Sinne eines derartigen Vergleiches sei noch folgendes bemerkt: Die Messungen mit Gleichstrom bzw. mit gleichgerichtetem Wechselstrom geben zunächst nur den Wert von j_0 , während Δt noch unbekannt ist. Untersuchungen an Innenzündern von W. G. Dow und W. H. Powers¹⁾, die die Zündzeit mit einem Kathodenstrahloszillographen gemessen haben, lassen eine statistische Verteilung der Zündzeiten in derselben Weise wie beim Entladeverzug erkennen, und zwar liegt der Mittelwert der Zündzeit je nach den besonderen Bedingungen zwischen 1 und 10 μ s. Wir nehmen daher für unsere Abschätzung $\Delta t = 5 \mu$ s an. Die Messungen nach dem Kondensator-entladungsverfahren hingegen liefern ohne weiteres den Wert von $j_0^2 \Delta t$. Es ist nämlich in diesem Fall

$$j_0^2 \Delta t = \int_0^{\infty} j_0^2 dt, \quad \text{wobei} \quad j_0 = \frac{U_0}{Q \cdot R} \cdot e^{-t/R C}$$

ist. Hierin ist U_0 die Aufladespannung, C die Kapazität des Kondensators, Q der Querschnitt und R der Widerstand des Zünder, so daß schließlich $j_0^2 \Delta t = \frac{U_0^2 C}{2 Q^2 R}$ wird.

Im übrigen sind in der folgenden Zahlentafel II die Meßergebnisse zusammengestellt, soweit sie eine Auswertung in dem beschriebenen Sinne zulassen. Hierzu ist noch zu bemerken, daß unter d die halbe „Plattendicke“ zu verstehen ist, also im Falle des Stabzünder dessen Halbmesser — die Krümmung wird keine wesentlichen Änderungen des Feldes in der Umgebung der Eintauchstelle bewirken —, im Falle des Schichtzünder die aus Widerstandsmessung berechnete Schichtdicke. Bei dem mit Kondensatorentladung gespeisten Mo-Schichtzünder ist die Auswertung besonders zuverlässig, weil in die Endformel für K die verhältnismäßig unsicheren Werte von \varkappa (dünne Schicht) und R nur mit der Potenz 1/7 eingehen. Beim kegelförmig verjüngten Zünder wurde mit dem Wert der Stromdichte j_0 gerechnet, der sich aus dem Querschnittswert an der Eintauchstelle ergibt, im übrigen aber wurde die gleiche Formel für K angewandt wie bei rein zylindrischen Stäben.

Man sieht, daß bei den verschiedensten Werten der Leitfähigkeit des Werkstoffes, der Schichtdicken und demgemäß auch der Größe $j_0^2 \Delta t$ — die letzteren liegen um mehr als 11 Zehnerpotenzen auseinander — die Werte von K aus Gl. (3) mehr als nur größenordnungsmäßig miteinander übereinstimmen, so daß man daraus schließen darf, daß der thermischen Innenzündertheorie ein erheblicher Wahrheitsgehalt zu-

¹⁾ W. G. Dow u. W. H. Powers: Electr. Engng. 54 (1935) S. 942.

Zahlentafel II.

Zünderwerkstoff	Art der Speisung	$j_0^2 \frac{dt}{cm^2}$ in $\frac{A^2 s}{cm^2}$	d in cm	$\frac{e}{cm^3}$ in $g \cdot cm^{-3}$	c in cal/g · grad	$\frac{K}{cm^{-1}}$ in $\Omega^{-1} cm^{-1}$	$\frac{K}{cal}$ in $\frac{Ws \cdot cm^5 \cdot grad}{cal}$
A	Kondensator	$2,7 \cdot 10^{-3}$	0,35	2,3	0,25	0,5	$3,9 \cdot 10^{-3}$
B	Gleichstrom	$3,2 \cdot 10^{-2}$	0,30	2,3	0,25	5,5	$3,6 \cdot 10^{-3}$
C (konisch) . .	„	$5,0 \cdot 10^{-4}$	0,10	2,1	0,25	0,04	$3,3 \cdot 10^{-3}$
Mo-Schicht . .	Kondensator	$1,6 \cdot 10^8$	$3,7 \cdot 10^{-7}$	10	0,07	$2,3 \cdot 10^5$	$3,0 \cdot 10^{-3}$
Fe-Schicht . .	Gleichstrom	$2,6 \cdot 10^7$	$1,9 \cdot 10^{-6}$	7,7	0,11	10^5	$3,9 \cdot 10^{-3}$
Pt-Schicht . . .	„	$4,0 \cdot 10^6$	$3,0 \cdot 10^{-6}$	21,4	0,032	10^5	$1,1 \cdot 10^{-3}$

kommen muß. Die Auswertung der Messungen an den drei Metallschichtzündern bedarf noch insofern einer geringen Korrektur, als bei ihnen auch die im Quecksilber erzeugte Stromwärme von gleicher Größenordnung ist wie die im Zünder erzeugte, also ihr gegenüber nicht vernachlässigt werden darf. Dadurch könnte sich der K -Wert unter Umständen um den Faktor 2 ändern, und zwar im Sinne einer Zünderleichterung. Aber auch bei den Zündern aus Halbleiterwerkstoff ist eine noch nicht berücksichtigte Ursache vorhanden, die die Zündung erleichtert, nämlich der positive Temperaturkoeffizient der Leitfähigkeit, der eine noch stärkere Verdichtung der Stromlinien als oben gerechnet und damit eine höhere Erhitzung an der Eintauchstelle zur Folge hat.

Auf Grund der thermischen Theorie läßt sich nun auch die oben (S. 43) beschriebene Verringerung der Zünderleistung bei Verschmutzung des Quecksilbers, die zur Benetzung des Halbleiters führt, verstehen. Die Benetzung bewirkt nämlich eine auch durch direkte Messung belegte Verminderung des Übergangswiderstandes, wobei allerdings noch offen bleibt, ob der Übergangswiderstand durch Fremdschichten oder durch eine Aufteilung des Stromüberganges in einzelne Punkte oder Spitzen zustande kommt. Die Wirkung einer Benetzung würde demgemäß in einer Zerstörung der Fremdschicht bzw. einem Verschmieren der Spitzen miteinander bestehen; beides wirkt im Sinne einer Erschwerung der Zündung.

Grundsätzlich könnte man nun daran gehen, die zum Zünden erforderliche Temperatur T_k an der Eintauchstelle zu berechnen. Das wäre jedoch, abgesehen von den mathematischen Schwierigkeiten, die das verwickelte nicht stationäre Wärmeleitungsproblem in sich trägt, wegen der obenerwähnten unübersichtlichen Verhältnisse an der Übergangsstelle ein hoffnungsloses und wegen der zur Zeit noch fehlenden Kontrollmöglichkeiten auch zweckloses Unternehmen.

Immerhin läßt sich ohne Schwierigkeit eine obere Grenze für die Temperatur T_k angeben: T_k muß nämlich auf jeden Fall unterhalb der stationären Temperatur T_s liegen, also auch unterhalb der stationär sich einstellenden Höchsttemperatur des Halbleiterstabes. Diese letztere läßt sich nun aber nach einer von F. Kohlrausch¹⁾ angegebenen Formel abschätzen²⁾. Voraussetzung hierfür ist jedoch, daß keine seitliche Wärmeabgabe des Stabes erfolgt, d. h. daß Wärmezufuhr und -abfuhr nur durch die Elektroden erfolgen soll³⁾, die wir uns auf gleicher Temperatur (z. B. 300° K) gehalten denken. Die stationäre Höchsttemperatur über der Elektrodenoberfläche ist dann $T_s = 0,03 \frac{\kappa}{\lambda} \cdot U^2$. Hierin ist κ ($\Omega^{-1} cm^{-1}$) die elektrische, λ ($\frac{cal}{cm \cdot grad \cdot s}$) die thermische Leitfähigkeit und U (V) die Spannung zwischen beiden gleichtempe-

¹⁾ F. Kohlrausch: Ann. Physik **1** (1900) S. 149.

²⁾ Auf diese Möglichkeit machte mich freundlicherweise Herr R. Holm aufmerksam.

³⁾ Für Schichtzündern gelten diese Überlegungen wegen der seitlichen Wärmeableitung nicht.

rierten Elektroden, also z. B. Zünderhalterung und Quecksilbernapf. Für den Werkstoff B würde sich so mit $\lambda = 0,024 \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot \text{grad} \cdot \text{s}}$, $\varkappa = 5,5 \Omega^{-1} \cdot \text{cm}^{-1}$ und $U \approx 15 \text{ V}$ als Übertemperatur $T_s = 1550^\circ$ ergeben, ein Wert, der sicher zu hoch geschätzt ist, da bei dieser Temperatur bereits merkliche Wärmemengen seitlich abgestrahlt werden und eine Temperatursenkung bewirken müßten.

Merkwürdigerweise kommt man nun aber auf ganz verschiedenem Wege, nämlich durch eine eigentlich nur als ad-hoc-Hypothese zu bewertende Annahme zu einem Wert sowohl der Temperatur T_k an der Eintauchstelle als auch der oben angegebenen Größe K , und zwar ergeben sich T_k und K ausschließlich aus thermodynamischen Konstanten des Quecksilbers.

Da die Durchführung dieses Gedankenganges im Interesse der Ermöglichung der Rechnung überhaupt eine ganze Reihe von Vernachlässigungen erfordert und deswegen dem Tatbestand nur in ganz grober Annäherung entsprechen dürfte, seien die diesbezüglichen Überlegungen nur kurz und im wesentlichen im Endergebnis mitgeteilt.

Wir verlangen, daß zur Zündung eines Brennflecks eine oberflächliche Verdampfung des Quecksilbers nicht ausreicht, sondern es muß sich unterhalb der Oberfläche eine Dampfblase bilden, die durch weitere Wärmezufuhr explosionsartig anschwillt, die Oberfläche zerreißt und einen winzigen Abreißbogen zündet. Eine solche Blase kann sich nun jedoch nicht bei einer jeden Temperaturverteilung längs des Zünders ausbilden, da ja infolge des Zusammenhangs zwischen Dampfdruck und Oberflächenspannung die Blasenbildung eine um so größere Temperatur verlangt, je kleiner die Blase ist. Wir nehmen an, daß die — halbkugelige — Dampfblase (Halbmesser r) dicht unter der Quecksilberoberfläche seitlich am Zünder ansetzt, und berechnen die über diese Grundfläche gemittelte Temperatur aus dem in Gl. (2) gegebenen ideellen Temperaturverlauf längs des Zünders. Diese ist naturgemäß eine Funktion von r und wird mit $r = 0$ unendlich groß. Wir fragen nun nach den Bedingungen, unter denen sich eine Dampfblase überhaupt bei einem derartig vorgeschriebenen Temperaturverlauf bilden kann, und zwar jeweils unter der Voraussetzung, daß der durch die klassische von W. Thomson¹⁾ angegebene Formel bestimmte von r und T abhängige Dampfdruck in der Blase gerade gleich dem äußeren Druck — etwa 2 Torr entsprechend der Depressionshöhe des Quecksilbers — ist. Für $r = \infty$ führt dies zu $T = 425^\circ \text{ K}$, d. i. die Temperatur, zu der $p = 2$ Torr als Sättigungsdruck über ebener Oberfläche gehört. Dazu wäre aber wegen der Größe des Gebietes eine unendlich große Zündarbeit $\frac{j_0^3 \Delta t}{\varkappa}$ erforderlich. Für $r = 0$ hingegen wäre $T = \infty$ und, wie sich zeigt, ebenfalls eine unendlich große Zündarbeit erforderlich. Dazwischen liegt ein Wertepaar von gemittelter Zündertemperatur T und Bläschengröße r , das mit einem Minimum von Zündarbeit erreicht werden kann, und das ist gerade die experimentell als untere Schwelle ermittelte Zündarbeit.

Die hier nicht näher durchgeführte Rechnung führt so auf eine Temperatur $T = 1100^\circ \text{ K}$ und einen Bläschenhalbmesser r von einigen Å. Ferner erhalten wir für die zur Zündung erforderliche Energiedichte $\frac{j_0^3 \Delta t}{\varkappa} = \frac{2,56 \cdot 10^{-3} \cdot c \cdot \rho}{d^{\frac{6}{7}}} \left[\frac{\text{W s}}{\text{cm}^3} \right]$, also nach Gl. (3): $K = 2,56 \cdot 10^{-3} \frac{\text{W s} \cdot \text{cm}^{\frac{6}{7}} \cdot \text{grad}}{\text{cal}}$. Dieser Wert stimmt über Erwarten gut mit dem durch Messungen gewonnenen (siehe Zahlentafel II) überein. Das ist jedoch

¹⁾ W. Thomson: Phil. Mag. (4) 42 (1871) S. 448.

in Anbetracht der vielfachen Vernachlässigungen wohl nur als eine zufällige und vielleicht durch gegenseitiges Aufheben der verschiedenen Fehler zustande gekommene Übereinstimmung zu bewerten, so daß wir eigentlich weniger auf die zahlenmäßige als auf die größenordnungsmäßige Übereinstimmung Wert legen wollen.

Die hier durchgeführten Überlegungen und Rechnungen sollen überhaupt — und das sei nochmals ausdrücklich betont — nicht etwa den bindenden Nachweis erbringen, daß der Zündvorgang am Innenzünder auf einer Wärmewirkung des Stromes beruht, sondern sie sollen lediglich zeigen, daß die thermische Hypothese des Ignitrons mit den beobachteten Tatsachen nicht in Widerspruch steht und eine auch vom Standpunkt der Gasentladungstheorie vernünftige Erklärung der Zündung gibt. Selbstverständlich sind noch viele Einzelheiten zu klären und bedürfen einer umfangreichen Weiterarbeit, ehe die Theorie auch zahlenmäßig einwandfrei begründet werden kann.

Herrn M. Steenbeck habe ich für fruchtbare Bemerkungen zu danken.

Zusammenfassung.

Im experimentellen Teil der Arbeit werden Meßverfahren beschrieben, die zur Ermittlung der zum Zünden mit Innenzündern erforderlichen Mindeststromstärken bzw. -spannungen führen. Zur Speisung des Innenzünders dienen Kondensatorentladungen und Gleichstromstöße. Die verhältnismäßig große Streuung der Meßergebnisse erfordert statistische Auswertung und demgemäß umfangreiche Meßreihen. Für Zünder aus verschiedenen Halbleiterwerkstoffen und verschiedener Form (zylindrisch und abgeschrägt) und für dünne Metallschichten auf Keramikunterlagen werden die erforderlichen Spannungs- bzw. Stromwerte in Kurvenform dargestellt. Versuche an absichtlich verschmutzten Zündern zeigen ein beträchtliches Nachlassen der Zündsicherheit, was auf Amalgamierung des Zünders zurückzuführen ist.

Im theoretischen Teil wird eine thermische Zündertheorie vorgeschlagen, wonach die Zündung durch die Erwärmung an der Eintauchstelle des Zünders infolge der Verdichtung der Stromlinien erfolgt. Unter gewissen Vernachlässigungen gelingt es, durch einen Vergleich der verschiedensten Zünder miteinander, deren elektrische Leitfähigkeiten um mehr als 5 Zehnerpotenzen auseinander liegen, die Richtigkeit der thermischen Auffassung zu erhärten. Eine besondere, unter Vernachlässigungen durchgeführte und deshalb nur unter Vorbehalt wiedergegebene Überlegung, die sich mit der Dampfblasenbildung im Quecksilber befaßt, erlaubt sogar den Anschluß der gefundenen Versuchsergebnisse über die Zündbedingungen an Absolutwerte, die sich ausschließlich aus gewissen thermodynamischen Festwerten des Quecksilbers berechnen lassen.

Das Impulsmesserprinzip und seine Anwendung in neuen Meß- und Überwachungsgeräten der Nachrichtentechnik.

Von **Rudolf Bauer.**

Mit 23 Bildern.

Mitteilung aus dem Zentrallaboratorium des Wernerwerkes der Siemens & Halske A.-G. zu Siemensstadt.

Eingegangen am 16. Dezember 1935.

I. Einleitung.

Meßgeräte, die nach dem Impulsmesserprinzip von K. K ü p f m ü l l e r und D. Thierbach^{1) 2)} arbeiten, sind in Deutschland mit Erfolg für die Überwachung von Nachrichtensystemen verwendet worden. Unter einem Impulsmesser wird ein Gerät (Röhrenvoltmeter) verstanden, das kurz andauernde Spannungsspitzen, Impulse, unmittelbar anzeigt. Man benutzt dabei einen Kondensator, der mit kleiner Zeitkonstante aufgeladen und mit großer Zeitkonstante entladen wird. Die mechanischen Teile der Anzeigeeinstrumente sind so träge, daß auf sie Vorgänge geringer Dauer nicht wirken. Deshalb lädt die zu messende Wechselspannung den Kondensator unmittelbar oder über geeignete Verstärker und über einen Gleichrichter auf. Der Kondensator liegt am Gitter eines Gleichspannungsverstärkers, in dessen Anodenkreis sich das Anzeigeeinstrument befindet, und hält die Spannung solange, bis das träge Instrument sich eingestellt hat. Da das Gerät für neue Impulse wieder empfangsbereit sein muß, muß der Kondensator entladen werden. Das kann durch einen Parallelwiderstand geschehen oder, wenn man Wert darauf legt, daß das Gerät zu einem willkürlich zu wählenden Zeitpunkt anzeigebereit ist, durch einen Kurzschlußkontakt.

In letzter Zeit sind häufig kleinere Ansprechzeiten oder geringere Meßunsicherheiten verlangt worden, als sie mit der bisher verwendeten Anordnung erreichbar waren. Diese wird mit Rücksicht auf die spätere systematische Darstellung in Abschnitt IV (S. 59) noch einmal kurz beschrieben. Wir haben das Grundsätzliche der Anordnung und ihre Arbeitsweise eingehend untersucht. Je nachdem, ob der Widerstand, über den die Auf- und Entladung erfolgt, linear oder nichtlinear ist, könnte man durch Kombination dieser zwei Möglichkeiten vier Sonderfälle unterscheiden. Mit Rücksicht auf die Wirkungsweise der Geräte wird aber nachstehend anders

¹⁾ DRP. 570286 vom 4. November 1926.

²⁾ D. Thierbach: Ein Gerät zur Messung von maximalen Spannungen in Fernsprechübertragungssystemen. Z. techn. Physik 9 (1928) S. 438.

unterteilt. Weiter werden neue, von uns entwickelte Meßgeräte mit einstellbarer Ansprechzeit sowie Überwachungsgeräte mit Trockengleichrichtern als Ventilen beschrieben.

II. Wirkungsweise der Impulsmesser.

Bild 1 ist ein allgemeines Ersatzbild des Impulsmessers. Darin ist U_0 eine Spannungsquelle, R_i ihr innerer Widerstand. C ist der aufzuladende Kondensator, G ein Ventil, R_e ein Entladewiderstand, V ein Verstärkerrohr und I ein Strommesser.

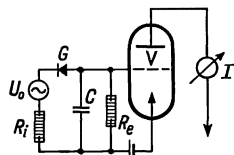


Bild 1. Allgemeines Ersatzbild des Impulsmessers.

Wir machen die Einschränkung, daß die Spannungsquelle eine sinusförmige EMK liefert, und daß die Dauer einer Periode klein ist gegen die Dauer eines Impulses und gegen die Aufladezeit. Die Spannung am Kondensator verläuft dann allgemein wie in Bild 2 dargestellt. Man kann sie zerlegt denken in einen Gleichspannungsanteil (mittlere Kurve in Bild 2) und in einen Wechselspannungsanteil, dessen Grundwelle bei Einweggleich-

richtung die gleiche, bei Zweiweggleichrichtung die doppelte Frequenz hat wie die aufladende Wechselspannung. Das von der Spannung am Kondensator gesteuerte Verstärkerrohr überträgt zwar auch den Wechselspannungsanteil. Da es sich aber

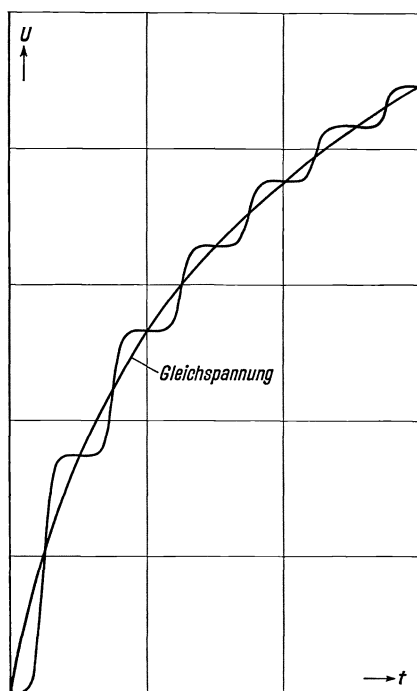


Bild 2. Verlauf der Kondensatorspannung.

stets um Frequenzen von mehr als 30 Hz handelt, und da das Instrument so schnelle Schwingungen nicht ausführen kann, folgt es einem Mittelwert, der mit großer Genauigkeit durch die „Gleichspannung“ gegeben ist.

Die Gleichspannung, auf die der Kondensator bei unendlich langer Dauer des Impulses aufgeladen wird, nennen wir den stationären Endwert oder die stationäre Endspannung und ihr Verhältnis zur Amplitude der aufladenden Wechselspannung die Ladezahl. Diese ist unabhängig von der Größe des Kondensators und wird durch das Verhältnis der Entlade- und Ladewiderstände bestimmt. Dabei ist unter dem Ladewiderstand die Summe aus dem inneren Widerstand der Stromquelle und dem Widerstand des Ventils in der Flußrichtung zu verstehen. Bei unendlich großem Entladewiderstand oder unendlich kleinem Ladewiderstand wäre die Ladezahl 1. Wegen des endlichen Isolierungswiderstandes wird dieser Wert jedoch nie erreicht, auch nicht bei unendlich großem Sperrwiderstand des Ventils und auch dann nicht, wenn

der Parallelwiderstand fehlt. Für die Geräte ist diese Erscheinung ohne Belang, sie ist nur eine Frage der Eichung. Für den Lade- und Entladevorgang ist außer der Größe der Lade- und Entladewiderstände auch die Kapazität des Kondensators bestimmend. Die Ladung und die Entladung gehen um so schneller vor sich, je kleiner die Kapazität gewählt wird.

Es ist üblich, bei der Behandlung des Aufbaus und der Rückbildung elektrischer und magnetischer Felder den Begriff der Zeitkonstante zu verwenden. Dieser ist aber nicht mehr bestimmt, wenn der Stromkreis nichtlineare Gebilde enthält. Nach einem Vorschlag des CCIT¹⁾ führen wir deshalb folgende Zeiten ein:

1. Die „Aufladezeit“ ist die Dauer eines Impulses, die notwendig ist, damit der Kondensator auf 80 % des stationären Endwertes aufgeladen wird.

2. Die „Ansprechzeit“ ist die Dauer eines Impulses, die notwendig ist, damit das Instrument 80 % des stationären Endwertes anzeigt.

3. Die „Entladezeit“ ist die Zeit, die vom Ende eines Impulses gerechnet vergeht, bis die Spannung am Kondensator bis auf 5 % der Anfangsspannung, d. h. der am Ende des Impulses am Kondensator liegenden Gleichspannung abgesunken ist.

4. Die „Rückgezeit“ ist die Zeit, die vom Ende des Impulses gerechnet vergeht, bis der Ausschlag bis auf 5 % des größten Ausschlages zurückgegangen ist.

Nach dem Verlauf der Auf- und Entladevorgänge unterscheiden wir folgende Sonderfälle:

a) Der lineare Impulsmesser.

Im Idealfall sind Vor- und Parallelwiderstand und damit Ladezahl und Auf- und Entladevorgänge spannungsunabhängig. Dies ist der Fall bei dem unten beschriebenen Impulsmesser mit einstellbarer Ansprechzeit. Als Ventile werden Elek-

tronenröhren verwendet, bei denen das Gitter und die Anode miteinander verbunden sind. Der Widerstand der Röhren in der Sperrichtung ist so groß, daß er als Nebenschluß zum Entladewiderstand keine Rolle spielt. Ihr Flußwiderstand ändert sich in weiten Grenzen mit der Spannung. Bild 3 zeigt als Beispiel diese Abhängigkeit für eine Ca-Röhre. Der Widerstand ist für kleine Spannungen sehr groß und nimmt, wenn die Spannung wächst, sehr stark ab.

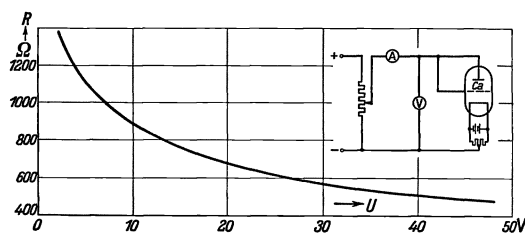


Bild 3. Widerstand eines Ca-Rohres in Flußrichtung.

Wenn man die Röhre stark durchsteuert, kann man Ventilwiderstände erreichen, die gegen den inneren Widerstand der Stromquelle zu vernachlässigen sind. Dann sind der Lade- und der Entladevorgang amplitudenunabhängig. Gegen sein Ende ist der Aufladevorgang nicht mehr von der Amplitude unabhängig, da jetzt fast die ganze Spannung am Kondensator und nur ein Rest am Ventil liegt. Da der Aufladewiderstand wächst, verläuft der Aufladevorgang kriechend. Er ist für uns von Belang aber nur bis zu dem Augenblick, in dem die Spannung am Kondensator 80 % des stationären Endwertes erreicht hat, und mit dieser Einschränkung kann der Idealfall praktisch hinreichend angenähert werden. Eine genaue und dennoch übersichtliche mathematische Darstellung der Wirkungsweise stößt auf große Schwierigkeiten; wir gehen deshalb nicht näher darauf ein.

Der Entladevorgang ist ein lineares Gleichstromproblem, das in bekannter Weise durch eine Exponentialfunktion mit der Zeitkonstante $T = R_e C$ beschrieben werden kann. Die Entladung ist bis auf 5 % vollzogen, wenn seit dem Ende des Impulses eine Zeit von der Größe der dreifachen Zeitkonstante verstrichen ist.

¹⁾ Comité Consultatif International Téléphonique.

b) Der nichtlineare Impulsmesser.

Der nichtlineare Impulsmesser ist durch Spannungsabhängigkeit der Lade- und Entladewiderstände oder beider Widerstände gekennzeichnet. Hier sind drei Fälle zu unterscheiden.

1. Der Ladewiderstand ist spannungsabhängig, der Entladewiderstand ist konstant. Damit ist die Ladezahl unabhängig von der Amplitude. Der Aufladevorgang verläuft aber je nach der Amplitude steiler oder flacher. Die Entladung vollzieht sich nach einer Exponentialfunktion. Hierher gehört die bisher verwendete Impulsmesseranordnung.

2. Der Ladewiderstand ist konstant, der Entladewiderstand ist spannungsabhängig. Dabei sind Ladezahl, Auflade- und Entladevorgang amplitudenabhängig. Dieser Fall ist praktisch ohne Belang und wird nur der Vollständigkeit halber erwähnt.

3. Lade- und Entladewiderstand sind spannungsabhängig. Auch hier sind Ladezahl-, Auflade- und Entladevorgang amplitudenabhängig. Zu dieser Gattung gehört der Impulsmesser mit Trockengleichrichtern, dessen Theorie an anderer Stelle ausführlich dargestellt wird¹⁾. Beschreibt man die Kennlinie eines Trockengleichrichters durch eine Exponentialfunktion, so ist er durch Richtkonstante oder Gütezahl und Nullpunktswiderstand gekennzeichnet²⁾. Die Ladezahl ist dann um so größer, je größer die Richtkonstante und die Amplitude sind. Der Aufladevorgang verläuft um so steiler, je größer die Amplitude und die Richtkonstante und je kleiner der Kondensator und der Nullpunktswiderstand sind. Die Entladung verläuft um so flacher, je größer die Anfangsspannung, der Kondensator, der Nullpunktswiderstand und die Richtkonstante sind.

c) Der linearisierte Impulsmesser.

Die Nichtlinearität von Impulsmesseranordnungen kann durch ein besonderes Meßverfahren stark herabgesetzt werden. Wenn man die Spannung nicht in üblicher Weise an einer z. B. in absoluten Spannungen oder absoluten Pegeln geeichten Skala abliest, sondern durch am Eingang des Meßgerätes befindliche geeichte Potentiometer auf eine Marke der Instrumentenskala einstellt, so erreicht man, daß im Aufladekreis eine nur in engen Grenzen veränderliche Spannung wirksam ist, und daß die Auf- und Entladevorgänge von der Amplitude der zu messenden Spannung unabhängig werden. Diese Art der Messung kann jedoch nur bei Vorgängen verwendet werden, die hinreichend oft wiederholt werden können; sie ist auch unbrauchbar, wenn zeitlich veränderliche Spannungen durch schreibende Meßgeräte aufgezeichnet werden sollen.

Alle neuen Geräte sind mit Doppelweggleichrichtung ausgerüstet, um Umpolfehler zu vermeiden, und zeigen bei unsymmetrischen Spannungen die größere Spitze an. Der Gleichspannungsverstärker setzt die Änderungen der Spannung an seinem Gitter trägeheitslos und hinreichend proportional in Stromänderungen im Anodenkreis um. In allen Impulsmessern sind die Ventile so geschaltet, daß die am Gitter des Gleichspannungsverstärkers liegende Belegung des Kondensators und damit das Gitter negativ aufgeladen werden. Damit kein Gitterstrom fließt, der eine zusätzliche Ent-

¹⁾ R. Bauer und E. Spenke: Theorie des mit Trockengleichrichtern arbeitenden Impulsmessers der Nachrichtentechnik, dieses Heft S. 64.

²⁾ W. Wolman und H. Kaden: Z. techn. Physik **12** (1931) S. 470 ··· 482.

ladung des Kondensators, die wir nicht in der Hand hätten, bewirken würde, erhalten die Gleichspannungsverstärkerröhren eine negative Gittervorspannung. Dann entspricht der zu messenden Spannung Null der größte Anodenstrom. Damit der Nullpunkt der Anzeige wie üblich an der linken Seite der Instrumentenskale liegt, so daß der Zeiger von links nach rechts ausschlägt, ist der mechanische Nullpunkt der Systeme an die rechte Seite verlegt worden.

Damit das Instrument sich einstellt, bevor die Spannung am Kondensator wesentlich gesunken ist, und damit man die Spitze ablesen kann, muß die Entladezeit groß sein gegen die Beruhigungszeit des Instrumentes. Sie darf aber einen bestimmten Wert nicht überschreiten; sonst werden Impulse kleinerer Amplitude von vorangehenden größerer Amplitude stark überdeckt. Die günstigste Entladezeit liegt unter diesen Bedingungen bei allen Impulsmessern mit Ansprechzeiten von 20 ms oder darunter bei etwa 4 s. In allen Impulsmessern wird das gleiche Instrument verwendet. Es ist nahezu aperiodisch gedämpft, schwingt 5 % über und hat eine kleine Beruhigungszeit.

Die Vorgänge bei der Anzeige von stationären Wechselspannungen und Impulsen sind in den Bildern 4 und 5 wiedergegeben, die auch die Begriffe Auflade-, Ent-

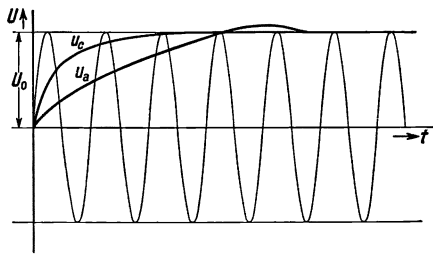


Bild 4. Vorgänge bei der Anzeige stationärer Wechselspannungen.

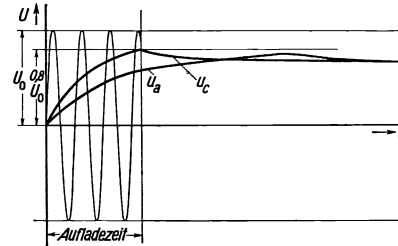


Bild 5. Vorgänge bei der Anzeige von Impulsen.

lade-, Ansprech- und Rückgezeit verdeutlichen sollen. Der besseren Übersicht wegen ist hier angenommen, daß die Ladezahl 1 ist, und daß zwischen Kondensatorspannung u_c und Anzeige u_a der Proportionalitätsfaktor 1 besteht. Die Zeigerbewegung u_a bleibt aus den schon angegebenen Gründen hinter dem Verlauf der Kondensatorspannung u_c zurück. Sobald die stationäre Endspannung ganz oder nahezu erreicht ist, schwingt das Instrument über, es erreicht mit $1/2$ Überschwingung den stationären Endwert (Bild 4). In Bild 5 ist angenommen, daß Impulsdauer t_i und Aufladezeit gerade übereinstimmen; die Spannung am Kondensator u_c steigt dann bis auf 80 % der Amplitude und sinkt wieder ab, bevor der Zeiger die richtige Stellung erreicht hat. Kehre der Zeiger seine Bewegungsrichtung im Gipfelpunkt der Kondensatorspannung um, so wäre die Anzeige zu niedrig. Das Instrument schwingt aber über; außerdem wird die Aufladezeit erfahrungsgemäß durch passende Wahl der Kapazität etwas kleiner gehalten als die gewünschte Ansprechzeit, so daß die Spannung u_c unter den angenommenen Bedingungen etwas mehr als 80 % der Amplitude erreicht. Entladezeit und Rückgezeit stimmen überein. Die Zeigerbewegung eilt zu Beginn des Entladevorganges dem Verlauf der Spannung am Kondensator nach, gegen Ende des Entladevorganges verlaufen beide synchron.

Wir kommen jetzt zur Beschreibung der neuen Geräte.

III. Impulsmesser mit einstellbaren Ansprechzeiten.

Nach Messungen mit Prüfsätzen besteht zwischen der Ansprechzeit und der angezeigten Spannung der in Bild 6 dargestellte Zusammenhang. Spitzen, wie sie bei Fernsprechnennungen vorkommen, werden von Impulsmessern mit 200 ms Ansprechzeit mit etwa 40%, von solchen mit 20 ms Ansprechzeit mit etwa 80% angezeigt; erst bei Ansprechzeiten von etwa 2 ms werden die Abweichungen vom wahren Wert so klein, daß sie für die weitaus meisten Zwecke vernachlässigt werden können¹⁾.

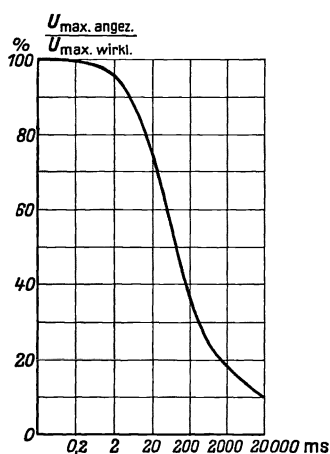


Bild 6. Anzeige von Spitzen bei verschiedenen Ansprechzeiten.

Für genaue Messungen ist ein Impulsmesser mit einstellbaren Ansprechzeiten in zwei Ausführungsformen entwickelt worden; mit ihm kann man auch feststellen, welche Ansprechzeit sich für die Überwachung von Nachrichtensystemen unter den verschiedensten Bedingungen am besten eignet. Bei diesem Gerät wurde der lineare Impulsmesser bzw. aus verstärkertechnischen Gründen der linearisierte Impulsmesser verwendet. Die Bilder 7, 8, 9 und 10 zeigen grundsätzliche Schaltbilder und Ansichten der beiden Ausführungsformen. Beide haben einen aus 2 Stufen bestehenden Vorverstärker V_1 und V_2 , der die

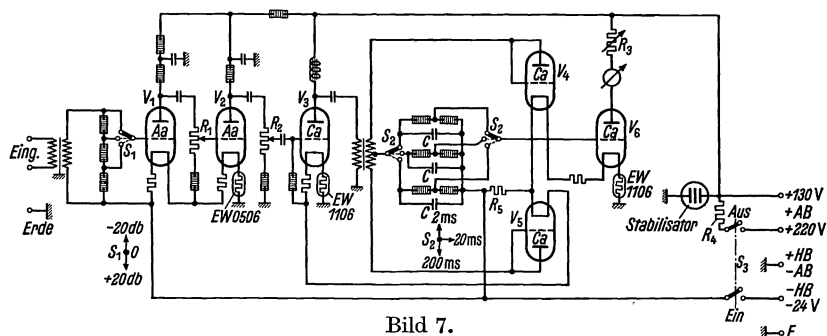


Bild 7.

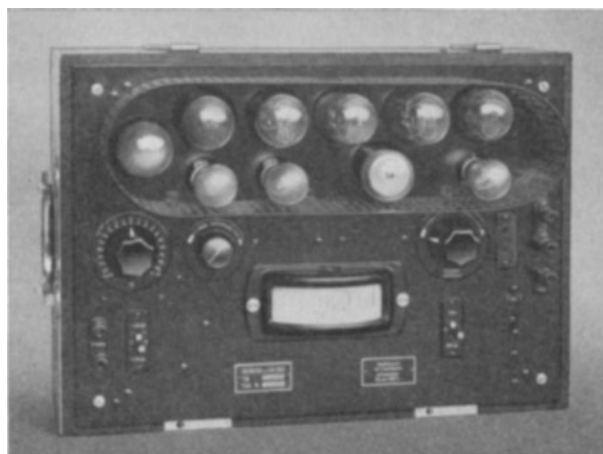


Bild 8.

Bild 7 u. 8. Normale Ausführung des Impulsmessers mit einstellbaren Ansprechzeiten.

kleinen Eingangsspannungen so weit verstärkt, daß sie zur Aussteuerung des Leistungsrohres V_3 ausreichen. Dies liefert die zur schnellen Aufladung der Impulskondensatoren erforderlichen Leistungen. V_4 und V_5 sind die Ventiltröhren. Die Ansprechzeit ist durch den Schalter S_2 umschaltbar auf

¹⁾ R. Tamm und C. A. Hartmann: VDE-Fachberichte 1934 S. 124ff.

2, 20 oder 200 ms. Die an den Kondensatoren C auftretenden Spannungen sind wegen der Bedingung, daß die Ventile stark durchgesteuert werden müssen, so groß, daß das Gleichspannungsverstärkerrohr V_6 übersteuert werden würde. Deshalb sind die Entladewiderstände parallel zu den Kondensatoren als Spannungsteiler ausgebildet.

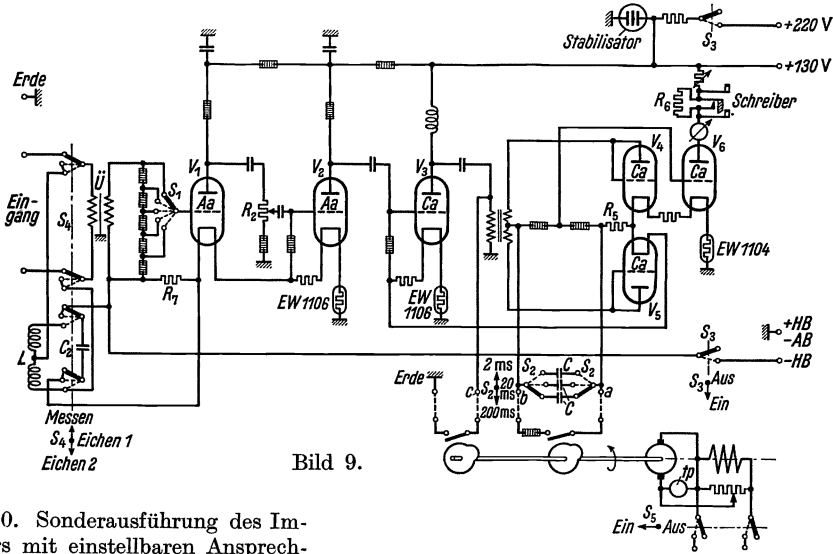


Bild 9 u. 10. Sonderausführung des Impulsmessers mit einstellbaren Ansprechzeiten.

Der Widerstand R_2 dient zur Einstellung richtiger Verstärkung; der Nullpunkt des Instrumentes wird bei offenem oder kurzgeschlossenem Eingang durch den Widerstand R_3 eingestellt.

Die Gittervorspannungen werden den Heizkreisen entnommen. Auch der Ventilkreis erhält durch den Widerstand R_5 eine negative Vorspannung, weil die bei den einzelnen Röhren verschiedenen Kontaktpotentiale bei Austausch der Röhren zu einer Nullpunktverlagerung führen würden. Die Vorspannung ist so gewählt, daß diese hinreichend beseitigt wird, der entstehende Schwellenwert der Anzeige aber bei genügend kleinen Spannungen liegt.

Beide Geräte sind für Anschluß an eine Heizbatterie von 24 V und für Anodenspannungen von 130 V oder 220 V gedacht. Bei Anschluß an 220 V wird die überschüssige Spannung an dem Widerstand R_4 vernichtet; der Rest wird durch einen Stabilisator konstant gehalten, weil der Arbeitspunkt des Gleichspannungsverstärkers V_6 bei der Messung längs der statischen Kennlinie verschoben wird und die dadurch bewirkte Änderung des Anodenstromes Änderungen der Anodenspannung herbeiführen würde.

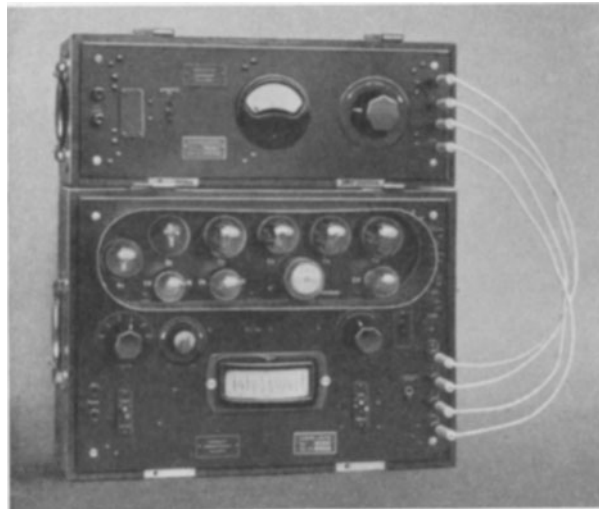


Bild 10.

Bild 11 zeigt die Ansprechkurve der beiden Geräte, bei der zu berücksichtigen ist, daß die Zeitmaßstäbe verschieden sind. Die Kurve ist unabhängig von der Amplitude der zu messenden Spannung.

Bei der Normalausführung nach den Bildern 7 und 9 stellt man bei der Messung durch die geeichten Spannungsteiler S_1 und R_1 auf einen roten Strich der Skala ein. Bild 12 zeigt die Skala; sie hat rechts und links von dem roten Strich 4 Marken im gegenseitigen Abstand von 1 db oder 0,1 N je nach Wunsch. Man eicht, indem man einen bekannten Pegel an den Eingang legt, die Spannungsteiler S_1 und R_1 in die entsprechende Stellung bringt und durch Variieren von R_2 auf den roten Strich einstellt.

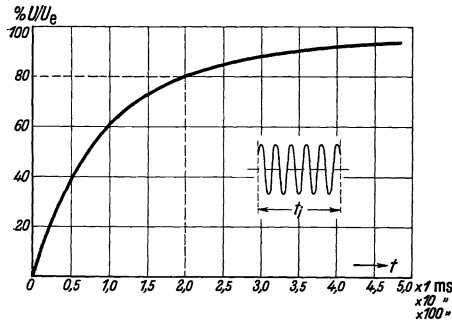


Bild 11. Ansprechkurven des Impulsmessers mit einstellbaren Ansprechzeiten.

Das Gerät hat folgende Eigenschaften:
 Ansprechzeiten: 2 ms Rückgezeit: 5 s
 20 ms
 200 ms
 Meßbereich: -30 db bis $+30$ db, bezogen auf 1 mW an 600Ω , Ablesung an Spannungsteilern, einstellbar in Stufen von je 1 db.
 Eingangsscheinwiderstand: $\geq 10000 \Omega$ zwischen 50 und 10000 Hz.
 Frequenzgang: $\pm 3\%$ zwischen 50 und 10000 Hz.

Die Sonderausführung nach den Bildern 8 und 10 ist als schreibendes Meßgerät ausgebildet. Im Anodenkreis des Gleichspannungsverstärkers befindet sich eine Klinke zum Anschluß des Schreibers; sie wird durch den Ersatzwiderstand R_6 überbrückt, wenn kein Schreiber angeschlossen ist. Die Skala dieser Ausführung zeigt Bild 13; sie ist in Effektiv- und Scheitelwerten geeicht. Der Meßbereich wird durch den Spannungsteiler S_1 umgeschaltet.

Das Sondergerät kann wie das normale mit einer bekannten Hilfsspannung, z. B. der eines Normalgenerators, geeicht werden.

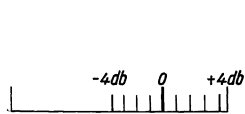


Bild 12. Skala der normalen Ausführung des Impulsmessers mit einstellbaren Ansprechzeiten.

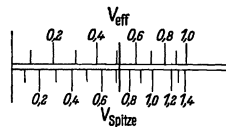


Bild 13. Skala der Sonderausführung des Impulsmessers mit einstellbaren Ansprechzeiten.

Falls eine solche nicht zur Verfügung steht, kann eine einfache Vorrichtung benutzt werden, die in das Gerät eingebaut ist. Diese wird im allgemeinen als „Knackeichung“ bezeichnet: Im Heizkreis der 1. Röhre (Bild 8) liegt ein Widerstand R_7 und parallel zu ihm im Betrieb ein Kondensator C_2 . Er lädt sich auf den am Widerstand R_7 bestehenden Spannungsabfall auf. Mit einem Kippschalter trennt man bei der Eichung den Kondensator von dem Widerstand ab und schaltet ihn an eine möglichst verlustarme Spule L . In dem aus Kondensator C_2 und Spule L bestehenden Kreise entsteht dann eine gedämpfte Schwingung. Dabei liegt ein Teil der Spulenwicklung parallel zum Eingang des Gerätes; dieses erhält auf diese Weise einen bestimmten Impuls. Der Zeiger des Anzeigeinstrumentes muß sich bei richtig eingestellter Verstärkung und bei Einstellung der Ansprechzeit 20 ms bis zu einer Eichmarke der Skala bewegen. Der Eichimpuls ist mit ausreichender Genauigkeit reproduzierbar.

Um den Nachteil, daß kleine Impulse durch vorangehende größere überdeckt werden, der sich besonders ungünstig bei einem Registriergerät auswirken muß, zu vermeiden, haben wir die Sonderausführung mit einem Schaltgerät ausgestattet,

das die Impulskondensatoren C periodisch entlädt. Der parallel zu ihnen liegende Widerstand ist sehr groß und dient nur als Spannungsteiler für das Gitter des Gleichspannungsverstärkers. Die Impulskondensatoren sind an die Klemmen a, b , die Primärwicklung des Aufladekreis-Übertragers an die Klemmen c , Erde angeschlossen. Diese 4 Klemmen werden mit dem Schaltgerät verbunden; seine Schaltung zeigt Bild 8. Ein Gleichstrommotor treibt über eine Schnecke 2 Nocken. Seine Feldwicklung liegt direkt am Netz. Damit die Feldstärke von kleinen Schwankungen der Netzspannung unabhängig ist, ist das Eisen der Feldmagnete bis ins Gebiet der Sättigung erregt. Bei kleinen Belastungen ändert sich die Drehzahl in weiten Gren-

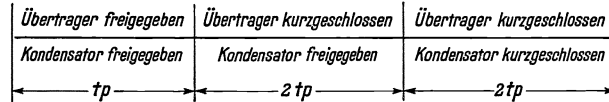


Bild 14. Reihenfolge der Schaltvorgänge.

zen linear mit der Ankerspannung. Schließlich sind Drehzahl und Schaltzeit der Nocken einander umgekehrt proportional, und die Schaltzeit kann an einem Spannungsmesser, der die Ankerspannung anzeigt, aber in „Prüfzeit“ geeicht ist, direkt abgelesen werden. Bei der Messung gibt das Schaltgerät während der Prüfzeit t_p (Bild 14) den Übertrager und den Impulskondensator zur Anzeige frei; in den zwei folgenden Zeiträumen von je $2t_p$ Dauer sperrt es den Übertrager und entlädt den Kondensator. Die Prüfzeit kann zwischen 140 und 2000 ms geändert werden. Auf diese Weise steht für die Messung zwar nur $1/5$ der gesamten Zeit zur Verfügung, der oben beschriebene Nachteil wird aber vermieden.

Dieses Gerät hat folgende Eigenschaften:

Ansprechzeiten:	2 ms	Rückgehzeiten ohne Schaltgerät:	8 s
	20 ms		80 s
	200 ms		800 s

Meßbereich: 20 mV_{eff} bis 4 V_{eff}, ablesbar an Instrument und Meßbereichumschalter.

Eingangswiderstand: $\geq 10000 \Omega$ zwischen 50 und 10000 Hz.

Frequenzgang: $\pm 3\%$ zwischen 50 und 10000 Hz.

IV. Der bisher verwendete Impulsmesser.

Der Vollständigkeit halber sei hier auch das Grundsätzliche des bisher verwendeten Impulsmessers erwähnt. Er ist ein nichtlinearer Impulsmesser mit amplitudenabhängigem Ladewiderstand und konstantem Entladewiderstand. Seine Schaltung zeigt Bild 15. Der Kondensator C wird durch den Gitterstrom aufgeladen, über den Widerstand R_e entladen. Die an ihm liegende Spannung steuert den Anodenstrom des Verstärkerrohres und wird durch das Instrument I angezeigt. Der Widerstand R dient zur Einstellung des Nullpunktes. Dieselbe Verstärkerrohre lädt den Kondensator und verstärkt die an ihm liegende Spannung. Bei dieser Anordnung können die Röhren nur dann ausgetauscht werden, wenn Gitter- und Anodenstromkennlinie übereinstimmen. Diese Forderung ist aber nur für wenige Stücke in dem heute verlangten Maß zu erfüllen; die Röhren mußten daher aus großen Röhrenmengen ausgesucht werden.

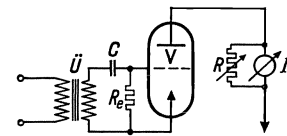


Bild 15. Schema des bisher verwendeten Impulsmessers.

V. Überwachungsgeräte mit Trockengleichrichtern als Ventilen.

Mit Trockengleichrichtern als Ventilen sind eine Reihe von Überwachungsgeräten entwickelt worden. Die Grundteile der Nachrichtensysteme arbeiten einwandfrei

nur in einem bestimmten Amplitudenbereich, der nach unten durch den Geräuschpegel, nach oben durch die Höchstleistung gegeben ist, die die Verstärker verzerrungsfrei abgeben. Nun beträgt die Dynamik der Rundfunksendungen mindestens 1 : 40. Geräte, die einen derartigen Amplitudenbereich mit hinreichender Genauigkeit zu überwachen gestatten, sind jedoch bis heute nicht vorhanden¹⁾. Deshalb sind zur Überwachung mindestens 2 Geräte erforderlich. Der Höchstwertzeiger gibt die Spitzen der zu übertragenden Spannungen an. Erfahrungsgemäß braucht die Ansprechzeit bei der Überwachung der Zwischenverstärker nicht kleiner als 20 ms zu sein. Der Höchstwertzeiger hat deshalb eine Ansprechzeit von 20 ms; als Rückgezeit haben sich nach den obigen Ausführungen etwa 4 s als praktisch günstig erwiesen. Zur Überwachung der unteren Grenze des zu übertragenden Amplitudenbereiches dient der Mindestwertzeiger. Seine Ansprechzeit muß so groß gewählt werden, daß Spitzen kurzer Dauer zur Anzeige nur wenig beitragen, seine Rückgezeit so groß, daß die Anzeige auch während kurzer Übertragungspausen nicht bis auf den Störpegel zurückgeht. Er hat eine Ansprechzeit von 200 ms und eine Rückgezeit von 20 s.

Damit die Gleichspannungsverstärkerröhren in den Impulsmessern hinreichend durchgesteuert werden, müssen am Kondensator eine bestimmte Spannung und deshalb eine bestimmte Wechselfspannungsamplitude vorhanden sein, und es müssen zur Aufnahme der Sperrspannungen mehrere Gleichrichterscheiben in Reihe geschaltet werden. Der innere Widerstand der Stromquelle wirkt wie eine Herabsetzung des Gütefaktors. Der bei der Herstellung der Gleichrichter erreichbare Gütefaktor muß aber wenigstens beim Höchstwertzeiger zur Erzielung der gewünschten Aufladezeit voll ausgenutzt werden. Wir haben daher Gleichrichter von solcher Fläche gewählt, daß die vorkommenden inneren Widerstände der Stromquelle, also die Wellenwiderstände der Leitungen, gegen den kleinsten vorkommenden Widerstand der Gleichrichter in der Flußrichtung vernachlässigt werden können.

Die Geräte werden in zwei Ausführungsformen angefertigt, mit technischen Röhren für Gleichstrombatterieanschluß und mit Rundfunkröhren für Wechselstromnetzanschluß. Als Beispiel wird im folgenden der Höchstwertzeiger behandelt.

Die Bilder 16 und 17 zeigen die Schaltungen der beiden Ausführungsformen, Bild 18 eine Ansicht des Gerätes für Wechselstromnetzanschluß. Die in den beiden Hälften der Sekundärwicklung des Eingangübertragers \ddot{U} induzierten Wechselfspannungen laden über die Gleichrichter G den Kondensator C_1 auf. Entladen wird er über die Gleichrichter in Sperrichtung. Parallel zum Kondensator C_1 befindet sich ein gegen die Sperrwiderstände hochohmiger Spannungsteiler R_2 , dessen Abgriff mit dem Gitter der Gleichspannungsverstärkerröhre verbunden ist. In deren Anodenkreis liegen das Anzeigeinstrument, ferner ein Buchsenpaar zum Anschluß des Schreibers, das durch den Widerstand R_4 überbrückt wird, wenn kein Schreiber angeschlossen ist, und ein Widerstand R_1 zur Einstellung der Nullpunkte beider Instrumente. Änderungen der Verstärkung bei Austausch der Röhren oder bei Änderungen der Anodenspannung können mit Hilfe des Widerstandes R_2 ausgeregelt werden. Zur Nacheichung kann eine bestimmte Wechselfspannung oder die bei der

¹⁾ Inzwischen ist ein Gerät mit wesentlich kleinerer Ansprechzeit und logarithmischer Anzeige über 4,5 Neper entwickelt worden. Über dieses Gerät wird in einer während der Drucklegung dieser Mitteilung erschienenen Arbeit von W. Nestel und H. G. Thilo, *Elektrotechn. Z.* **57** (1936) S. 197 berichtet.

Sonderausführung des Impulsmessers mit einstellbaren Ansprechzeiten beschriebene Knackeichung (Spule L und Kondensator C_2) verwendet werden.

Bild 19 zeigt die Skala des Höchstwertzeigers; ihre Ausführung geht auf einen Vorschlag des Reichspostzentralamts zurück. Bei der Überwachung der Rundfunkleitungen kommt es nicht darauf an, die an den Pegelpunkten bestehenden Spannungen absolut zu messen, sondern es soll verhütet werden, daß der für den Punkt vorgeschriebene „Sollpegel“ um mehr als etwa 20 % überschritten wird. Dieser Sollpegel darf nämlich um $\pm 20\%$ von dem Nennwert $3,1 V_{\text{eff}}$ abweichen. Demnach sind die an den einzelnen Pegelpunkten während der Übertragung auftretenden Spannungen für die höchste Nutzlautstärke verschieden; diese Tatsache hat bei Sollpegeln von $3,1 \text{ Volt} + 20\%$ zu Meinungsverschiedenheiten darüber geführt, ob an diesen Pegelpunkten die Verstärker nicht bereits übersteuert werden. Bei der täglichen Prüfung der Rundfunkleitungen wird daher eine Spannung von $3,1 V_{\text{eff}}$ an den Leitungsanfang gelegt, und dabei soll die Empfindlichkeit aller Höchstwertzeiger so geregelt werden, daß der Zeiger auf dem bei $3,1 V_{\text{eff}}$ liegenden blauen Strich „Sollpegel“ steht. Bei der Übertragung zeigen die Höchstwertzeiger die Spannungen absolut zwar falsch, in einem relativen Maß aber richtig an. Der blaue Strich ist zugleich Marke für die Knackeichung, die Skala hat außerdem das übliche rote Feld und eine Teilung in Effektivwerten für die Verwendung des Gerätes als Spannungsmesser, wobei je-

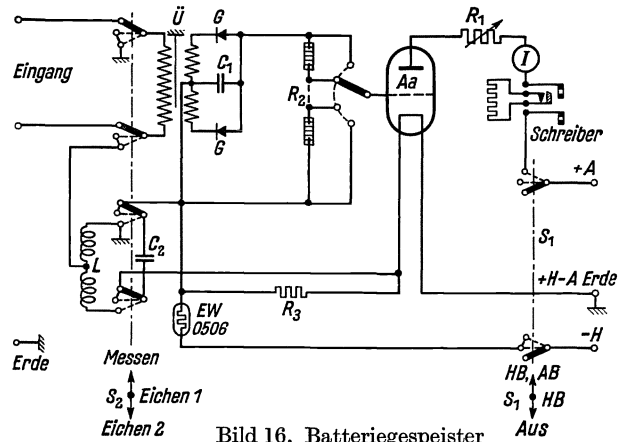


Bild 16. Batteriegespeister Höchstwertzeiger.

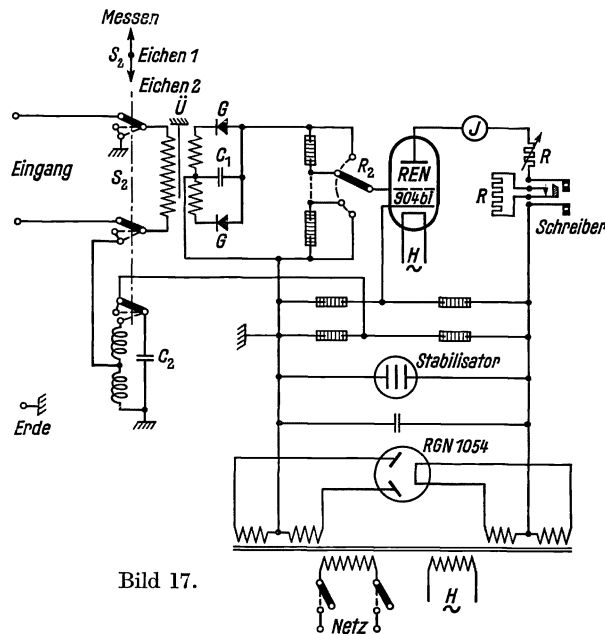


Bild 17.



Bild 18.

Bild 17 u. 18. Netzgespeister Höchstwertzeiger.

doch, wie bereits erwähnt, mit dem Nennwert der Spannung oder Knackeichung geeicht werden muß.

Bild 20 zeigt die Eichkurve der neuen Geräte. Wie sich auch aus Bild 19 ergibt, ist die Skala angenähert linear. Der Verlauf der Anzeige für Impulse konstanter Amplitude aber verschiedener Dauer wird durch Bild 21 veranschaulicht; die Ansprechkurven sind, wie schon erläutert, amplitudenabhängig. Das ist jedoch nicht nachteilig, weil bei der Überwachung nur die Grenze des Übertragungsbereiches interessiert. Die Rückgehkurve der neuen Geräte zeigt Bild 22. Wegen der Trägheit des mechanischen Systems geht der Zeiger bei Beginn der Entladung langsamer zurück, eine Erscheinung, die die Ablesung von Spitzen wesentlich erleichtert.

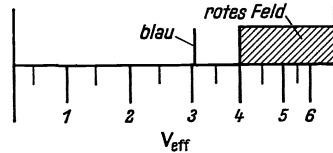


Bild 19. Skala der Höchstwertzeiger.

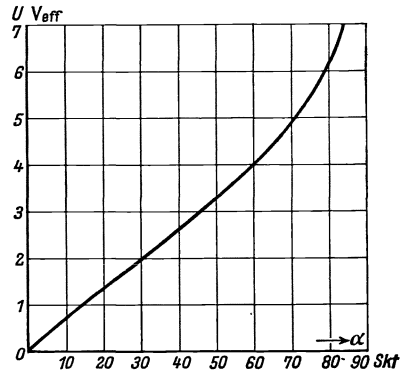


Bild 20. Eichkurve der Höchstwertzeiger.

Trockengleichrichter sind bekanntlich stark temperaturabhängig. Es ist aber zu berücksichtigen, daß im stationären Endzustand nur ein Bruchteil der aufladenden Spannung am Gleichrichter liegt. Die Temperaturabhängigkeit der Gleichrichter geht dann nur im Verhältnis $(1 - \frac{U_c}{U_0})$ in die Anzeige ein (U_c ist die „Gleichspannung“ am Kondensator, U_0 ist die Amplitude); hierdurch erklärt es sich, daß bei der Impulsmesserranordnung nur geringe Temperatur- und Frequenzabhängigkeiten gemessen werden. Aber auch der Ver-

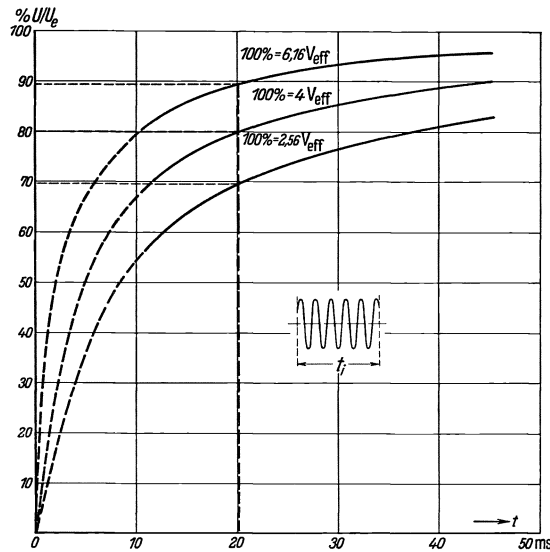


Bild 21. Ansprechkurven der Höchstwertzeiger.

lauf der Ansprechkurven ist, wie man aus Bild 23 ersieht, in dem maßgebenden Temperaturbereich nur wenig von der Temperatur abhängig.

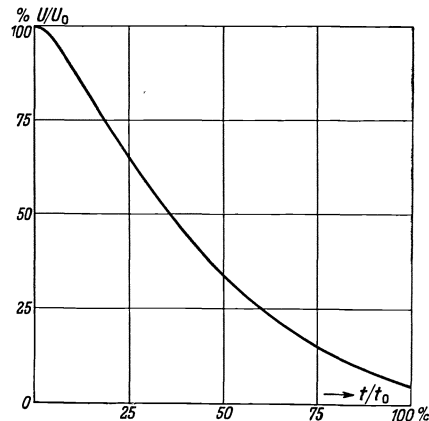


Bild 22. Rückgehkurve der Höchstwertzeiger.

Bei Belastung einer Wechselstromquelle mit nichtlinearen Verbrauchern entsteht ein Klirrfaktor. Impulsmesser ohne Vorverstärker sind solche nichtlineare Verbraucher. Ihre Nichtlinearität und damit der entstehende Klirrfaktor sind bei

konstanter EMK und konstantem innerem Widerstand der Stromquelle am kleinsten, wenn der Kondensator auf seine stationäre Endspannung aufgeladen ist, und am größten im Augenblick des Anlegens der Wechselspannung. Der Klirrfaktor muß noch viel größer sein, wenn man die Gleichrichter auf einen Kurzschluß arbeiten läßt, den Kondensator kurzschließt. Für diesen Fall wurde der Klirrfaktor gemessen, und es ergab sich, daß er im Nachrichtensystem sogar unter dieser Bedingung von zu vernachlässigender Größe ist, weil man berücksichtigen muß, daß der Eingangsscheinwiderstand der Geräte groß ist gegen den Wellenwiderstand.

Ob die Gleichrichter austauschbar sind, wurde an vielen Stücken untersucht. Beim Austausch ändert sich die Skala in ihrer ganzen Länge nur unbedeutend. Hinsichtlich der Ansprechzeit ergeben sich bei wenigen Exemplaren geringe Abweichungen.

Die Austauschbarkeit der Röhren wurde an einer größeren Stückzahl untersucht. Die beim Austausch auftretende Änderung der Empfindlichkeit kann ohne weiteres durch das Potentiometer R_2 ausgeregelt werden. Die Skala verschiebt sich dabei nur unwesentlich.

Eigenschaften des Höchstwertzeigers.

Ansprechzeit: 20 ms. Rückgehzeit: 4 s.
Empfindlichkeit: $\frac{2}{3}$ Vollausschlag für $4 V_{eff}$.

Eingangsscheinwiderstand: $\geq 10000 \Omega$
zwischen 30 und 10 000 Hz.

Frequenzgang: $\pm 5\%$ zwischen 30 und 10000 Hz.

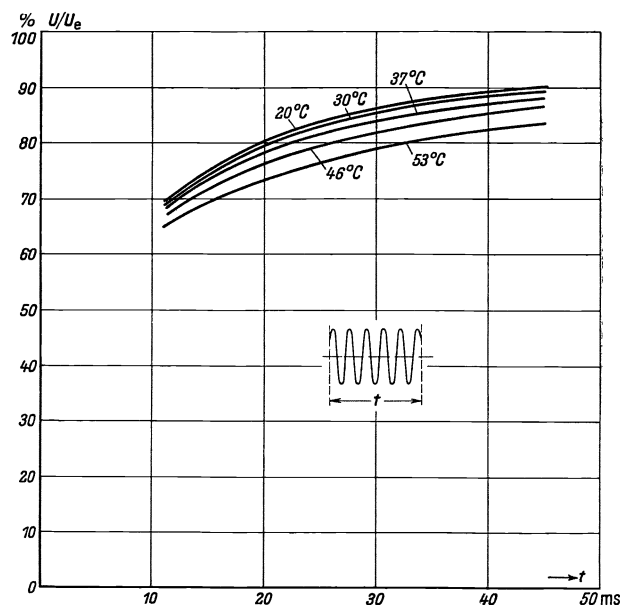


Bild 23. Temperaturabhängigkeit der Ansprechkurven.

Der beschriebene Höchstwertzeiger stellt, wie erwähnt, nur ein Beispiel der möglichen Geräte nach dem Impulsmesserprinzip mit Trockengleichrichtern dar; man kann auch Geräte mit anderen Ansprech- und Rückgehzeiten und anderen Empfindlichkeiten bauen. Die kleinste erreichbare Ansprechzeit hängt von der geforderten Rückgehzeit ab. Bei der beim Höchstwertzeiger verlangten Rückgehzeit von etwa 4 s sind kleinere Ansprechzeiten als 20 ms nicht zu erreichen. Die Empfindlichkeit kann durch Vorverstärker beliebig erhöht werden.

Zusammenfassung.

Die Wirkungsweise der in der Nachrichtentechnik verwendeten „Impulsmesser“ zur Messung von Spannungsspitzen wird hier näher untersucht. Es hat sich ergeben, daß man je nach dem Verlauf der Auflade- und der Entladevorgänge des in dem Gerät enthaltenen Kondensatorkreises einen linearen, einen nichtlinearen und einen linearisierten Impulsmesser unterscheiden kann. Verschiedene in letzter Zeit nach diesem Meßprinzip entwickelte Geräte werden beschrieben, und zwar Impulsmesser mit einstellbaren Ansprechzeiten sowie Überwachungsgeräte mit Trockengleichrichtern als Ventilen.

Theorie des mit Trockengleichrichtern arbeitenden Impulsmessers der Nachrichtentechnik.

Von Rudolf Bauer und Eberhard Spenke.

Mit 16 Bildern.

Mitteilung aus dem Zentrallaboratorium des Wernerwerkes der Siemens & Halske A.-G. zu Siemensstadt.

Eingegangen am 11. Dezember 1935.

In der Nachrichtentechnik wird bei den neuen Überwachungsgeräten und bei Einrichtungen zur Pegelregulierung durch die zu messende oder zu regelnde Spannung über Trockengleichrichter ein Kondensator aufgeladen; seine Spannung wird dann zur Steuerung eines Gleichspannungsverstärkers benutzt, dessen Anodenstrom gemessen oder zur Betätigung von Reglern verwendet wird. Das hierauf beruhende Meßgerät wird nach K. Küpfmüller und D. Thierbach^{1) 2)} Impulsmesser genannt. Um Grundlagen für die Bemessung des in der vorangehenden Mitteilung³⁾ beschriebenen Gerätes zu schaffen, haben wir nachstehend eine Theorie dieses Impulsmessers entwickelt.

Die Hilfsmittel, die zur Messung der an dem Kondensator C erzeugten Spannung u verwendet werden (Gleichspannungsverstärker und Anzeigeeinstrument im Anodenkreis) bieten in dem vorliegenden Zusammenhang für die rechnerische Behandlung keine wesentlichen Probleme. Wegen der Linearität und Trägheitslosigkeit des Gleichspannungsverstärkers ist die das Anzeigeeinstrument im Anodenkreis betätigende Kraft einfach proportional der Spannung u zu setzen. Die Berechnung des Ausschlages γ am Instrument als Funktion der Zeit t , die ja das Ziel einer Theorie des Impulsmessers bildet, ist einfach; für sie ist das Anzeigeeinstrument als ein mechanischer Schwingungskreis mit einer Eigenfrequenz ω und einer Dämpfung δ zu betrachten, der durch eine zeitabhängige Zwangskraft $k(t) \propto u(t)$ angetrieben wird, ein in der Mechanik wohl bekanntes Problem⁴⁾. Es bleibt also die Aufgabe, die Auf- und Entladung des Kondensators C in der verwendeten Doppelweggleichrichtung zu berechnen. Wir behandeln im folgenden wegen ihrer größeren Einfachheit ausführlich die Einweggleichrichtung und teilen für die Doppelweggleichrichtung nur die Ergebnisse mit.

§ 1. Aufstellung und Lösung der Differentialgleichung.

Den Übertrager \dot{U} der Einweggleichrichtung nach Bild 1a ersetzen wir durch eine Spannungsquelle mit dem inneren Widerstand Null, die eine zeitabhängige EMK $E(t)$ liefert: Bild 1b.

¹⁾ DRP. 570286 vom 4. November 1926. ²⁾ D. Thierbach: Z. techn. Physik **9** (1928) S. 438.

³⁾ R. Bauer: dieses Heft S. 51.

⁴⁾ R. Courant und D. Hilbert: Methoden der mathematischen Physik **I** S. 227, Formel (6), 1. Auflage 1924.

Der innere Widerstand der Spannungsquelle muß aus mathematischen Gründen leider vernachlässigt werden. Physikalisch ist das im allgemeinen zulässig: nur im allerersten Anfang eines Aufladevorganges ergibt sich damit ein etwas zu schneller Spannungsanstieg. Die Stromspannungskennlinie des Gleichrichters G stellen wir durch den bekannten Exponentialansatz¹⁾

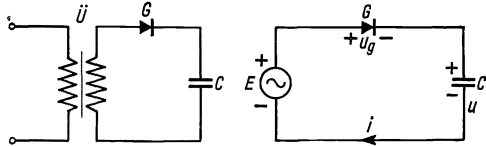


Bild 1 a. Bild 1 b.
Bild 1 a u. b. Einwegschaltung.

$$i = \frac{1}{c_r R_0} (e^{c_r u_g} - 1) \quad (1)$$

dar, wobei die reziproke Spannung c_r die „Richtkonstante“ und R_0 der „Nullpunkt-widerstand“ des Gleichrichters G sind. Nach Bild 1 b ergibt sich in Verbindung mit (1) die Differentialgleichung:

$$\frac{dE}{dt} = \frac{du_g}{dt} + \frac{1}{C} \frac{1}{c_r R_0} (e^{c_r u_g} - 1). \quad (2)$$

Ihre Lösung für die am Gleichrichter G liegende Spannung $u_g(t)$ liefert in Verbindung mit der aus Bild 1 b folgenden Spannungsbeziehung

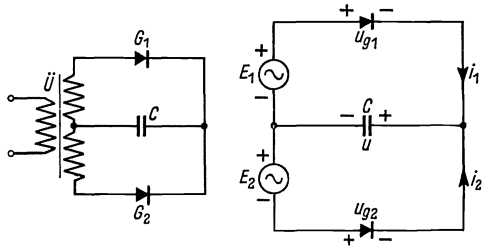


Bild 2 a. Bild 2 b.
Bild 2 a u. 2 b. Doppelwegschaltung.

$$E = u_g + u$$

für die hauptsächlich interessierende Spannung u am Kondensator C :

$$u\left(\frac{t}{R_0 C}\right) = \frac{1}{c_r} \left\{ -\frac{t}{R_0 C} + \ln \left[1 + \int_{\tau=0}^{\tau=\frac{t}{R_0 C}} e^x e^{c_r E(R_0 C \cdot \tau)} d\tau \right] \right\}. \quad (3)$$

Durch entsprechende Rechnungen ergibt sich für die Doppelweggleichrichtung (Bild 2 a und 2 b):

$$u\left(\frac{t}{\frac{1}{2} R_0 C}\right) = \frac{1}{c_r} \left\{ -\frac{t}{\frac{1}{2} R_0 C} + \ln \left[1 + \int_{\tau=0}^{\tau=\frac{t}{\frac{1}{2} R_0 C}} e^x \mathfrak{G}_0 \left(c_r E \left(\frac{1}{2} R_0 C \cdot \tau \right) \right) d\tau \right] \right\}. \quad (4)$$

Den Gleichungen (3) und (4) liegt die Anfangsbedingung zugrunde, daß zu Beginn des Impulses ($t = 0$) der Kondensator C völlig entladen ist:

$$u(0) = 0.$$

§ 2. Trennung von „Gleich“- und „Wechsel“-spannung.

Mit den Gleichungen (3) und (4) ist an und für sich das Einschaltproblem sowohl für die Ein- wie für die Doppelweggleichrichtung gelöst, und zwar in recht allgemeiner Weise. Denn diese Gleichungen gestatten, den von einem beliebigen [durch den zeitlichen Verlauf seiner EMK $E(t)$ gekennzeichneten] Impuls hervorgerufenen Spannungsanstieg $u(t)$ zu berechnen. Andererseits enthalten beide Gleichungen bestimmte Integrale, die auch bei einfachen Impulsformen nicht geschlossen ausgewertet werden können; infolgedessen sind sie vorläufig noch wenig anschaulich.

¹⁾ W. Wolman und H. Kaden: Z. techn. Physik **12** (1931) S. 470.

Man wird deshalb gut daran tun, die große Allgemeinheit zu opfern und sich auf eine bestimmte Form der Wechselstromimpulse zu beschränken. Als solche wählen wir das plötzliche Einsetzen einer sinusförmigen EMK konstanter Amplitude:

$$\left. \begin{aligned} E(t) &= 0 && \text{für } t < 0, \\ E(t) &= E \sin 2\pi ft && \text{für } t > 0, \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

worin f die Frequenz der sinusförmigen EMK bedeutet.

Wenn nun ein solcher sinusförmiger Wechselimpuls auf unsere Anordnungen nach Bild 1 oder 2 einwirkt, so läßt sich aus physikalischen Überlegungen bereits sagen, daß bei genügend hoher Frequenz ($f \gg \frac{1}{R_0 C}$) die Spannung u am Kondensator C einen Verlauf zeigen wird, den man sich aus zwei Anteilen zusammengesetzt denken kann. Der eine Anteil wird einen mehr oder weniger schnellen, monotonen Anstieg darstellen, der sich bei hinreichend langer Dauer des Wechselimpulses einem stationären Endwert asymptotisch nähert. Diesem Anteil, den wir in Zukunft etwas ungenau als den „Gleichspannungsanteil“ u_+ bezeichnen wollen, sind Wechselspannungszacken von der Frequenz¹⁾ der erregenden EMK überlagert; diese sind aber keineswegs sinusförmig, sondern weisen infolge der Nichtlinearität der Kennlinie des Gleichrichters eine starke Verzerrung auf. Die genauere Form dieser Zacken ist freilich für das Impulsmesserproblem nur mittelbar von Bedeutung. Tatsächlich ist nämlich die Schwingungsdauer der erregenden Impulse und damit auch die der Zacken sehr klein gegen die Beruhigungszeit des Instruments, so daß sich dessen Zeiger sehr nahe so bewegt, als ob u_+ allein vorhanden wäre. Man wird dies jedenfalls mit um so größerer Berechtigung behaupten dürfen, je mehr sich die durch die Wechselspannungszacken bedingten Abweichungen $u - u_+$ kompensieren.

Um uns einen Hinweis zu verschaffen, auf welchem Wege aus (3) und (4) $u_+(t)$ berechnet werden kann, haben wir die Gleichung (3) für die ersten 3 Perioden und die Gleichung (4) für die ersten 4 Halbperioden zahlenmäßig für einen bestimmten Fall ($E = \frac{10}{c}$, $f = 1000 \cdot \frac{1}{R_0 C}$) ausgewertet und das Ergebnis in Bild 3 dargestellt²⁾. Dieses Bild vermittelt nun einen recht guten Einblick in den Ablauf des ganzen Vorganges. Man sieht, wie sich infolge des verhältnismäßig großen Nullwiderstandes des Gleichrichters der Kondensator anfänglich nur langsam, später aber infolge des rasch abnehmenden Gleichrichterwiderstandes immer schneller auflädt. Ungefähr nach Ablauf einer $\frac{1}{4}$ Periode wird die Aufladung wieder langsamer, weil die erregende EMK $E(t) = E \sin 2\pi ft$ ihren Höchstwert überschritten hat. Schließlich kommt die Aufladung des Kondensators zum Stillstand und schlägt in eine Entladung um; diese geht freilich, da die Zeitkonstante $T = R_0 C$ in unserem Beispiel 1000mal größer ist als die Schwingungsdauer $1/f$, so langsam vor sich, daß sie in der Zeichnung als ein Stück zeitlich konstanten Spannungsverlaufs erscheint. Dieses Verhalten dauert bei Einweggleichrichtung während der ganzen zweiten Halbperiode bis zum Ende der ersten Vollperiode an; bei Doppelweggleichrichtung da-

¹⁾ Bzw. der doppelten Frequenz, je nachdem ob es sich um Ein- oder Doppelweggleichrichtung handelt.

²⁾ Dem Bild 3 liegen folgende Annahmen zugrunde: Beim Übergang von der Einweg- zur Doppelweggleichrichtung legt man erstens in den neuen Zweig eine zweite Transformatorhälfte, die die gleiche Spannung E zusätzlich liefert, bzw. die gesamte Sekundärspannung des Transformators wird verdoppelt. Zweitens wird die Kapazität des Kondensators verdoppelt. Dann liegen die Kurven in der in Bild 3 gezeichneten Weise bei- bzw. übereinander, da jetzt gleichen Zeiten t gleiche τ -Werte entsprechen ($\tau = \frac{t}{R_0 C}$ bzw. $\tau = \frac{t}{\frac{1}{2} R_0 C}$).

gegen übernimmt in der zweiten Halbperiode der zweite Gleichrichter die Rolle des ersten, so daß sich während der zweiten Halbperiode der Ladevorgang der ersten Halbperiode wiederholt. Im übrigen hat während der ersten Halbperiode der zweite Gleichrichter mit seinem Sperrwiderstand als Entladungsweg parallel zum Kondensator gelegen, dadurch die Ladewirkung des ersten Gleichrichters etwas kompensiert, so daß während der ersten Halbperiode nur ungefähr $\frac{2}{3}$ der Spannung, die bei Einweggleichrichtung in dieser Zeit erreicht worden wäre, tatsächlich erreicht worden sind. Diesen Verlust gegenüber der Einweggleichrichtung holt aber die Doppelweggleichrichtung während der zweiten Halbperiode wieder auf. Am Ende der zweiten Halbperiode haben Ein- und Doppelweggleichrichtung mit großer Genauigkeit¹⁾ dieselbe Spannung erreicht, ein Ergebnis, das nicht mehr ohne weiteres vorausgesagt werden kann, aber von den Formeln (3) und (4) geliefert wird.

Schließlich zeigt Bild 3, daß jede einigermaßen glatte Kurve, die die Spannungswerte nach Ablauf jeweils einer ganzen Periode miteinander verbindet, bereits eine recht brauchbare Annäherung für u_- sein muß. Damit ist aber klar, wie u_- berechnet werden kann: Man wird versuchen, einen allgemeinen analytischen Ausdruck für die Spannungswerte $u(t_n)$ zu finden, wobei

$$t_n = \frac{n}{f} \quad (n = 1; 2; 3; 4 \dots) \quad (6)$$

ist. Wenn man in diesem analytischen Ausdruck der Größe t_n nicht nur die herausgesuchten Werte (6) erteilt, sondern dafür die laufende Veränderliche t einführt, so wird man nach Bild 3 hoffen dürfen, bereits eine Funktion von t gefunden zu haben, die sich als $u_-(t)$ verwenden läßt.

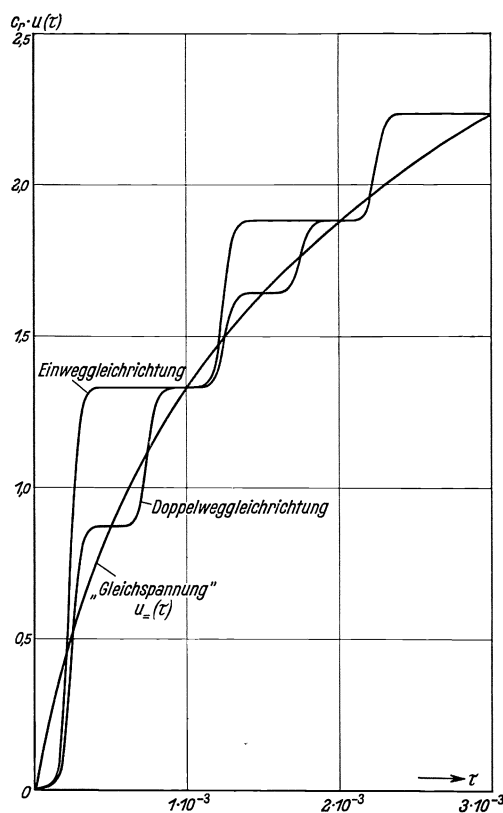


Bild 3. Aufladevorgang.

§ 3. Die Berechnung der „Gleichspannung“ $u_-(t)$.

Bei der Impulsform (5) nehmen die Ausdrücke (3) bzw. (4) für $u(t)$ folgende Gestalt an:

$$u\left(\frac{t}{R_0 C}\right) = \frac{1}{c_r} \left\{ -\frac{t}{R_0 C} + \ln \left[1 + \int_{\tau=0}^{\tau=\frac{t}{R_0 C}} e^{\tau} e^{c_r E} \sin \alpha \tau \, d\tau \right] \right\} \quad (7)$$

bzw.

$$u\left(\frac{t}{\frac{1}{2} R_0 C}\right) = \frac{1}{c_r} \left\{ -\frac{t}{\frac{1}{2} R_0 C} + \ln \left[1 + \int_{\tau=0}^{\tau=\frac{t}{\frac{1}{2} R_0 C}} e^{\tau} \mathfrak{C}o\left[c_r E \sin \alpha \tau \right] \, d\tau \right] \right\}, \quad (8)$$

¹⁾ Wäre dieses Ergebnis völlig streng richtig, so verlief bei gleicher Spannung E und gleicher Frequenz f die Gleichspannung $u_-(t)$ bei Einweggleichrichtung genau ebenso wie bei Doppelweggleichrichtung, wenn $u_-(t)$ in der weiter unten beschriebenen Art bestimmt wird. Es müßte sich infolge-

wobei $\alpha = 2\pi f \cdot R_0 C$ bzw. $2\pi f \cdot \frac{1}{2} R_0 C$ ist, je nachdem es sich um Einweg- bzw. Doppelweggleichrichtung handelt. Wir entwickeln $e^{c_r E \sin \alpha \tau}$ bzw. $\mathfrak{C}\mathfrak{O}\mathfrak{f}(c_r E \sin \alpha \tau)$ in Reihen, die nach Potenzen von $c_r E \sin \alpha \tau$ fortschreiten. Da diese Reihen für alle endlichen Werte von $c_r E \sin(\alpha \tau)$ gleichmäßig konvergieren, ist es erlaubt, die Integration gliedweise durchzuführen, und wir erhalten bei der Einweggleichrichtung:

$$u\left(\frac{t}{R_0 C}\right) = \frac{1}{c_r} \left\{ -\frac{t}{R_0 C} + \ln \left[1 + e^{\frac{t}{R_0 C}} \left(F(c_r E) + P\left(\frac{t}{R_0 C}, c_r E\right) \right) - (F(c_r E) + P(0, c_r E)) \right] \right\}, \quad (9)$$

wo F bzw. P Funktionen von $c_r E$ allein bzw. von $c_r E$ und $\frac{t}{R_0 C}$ sind, deren Form im einzelnen nicht besonders interessiert mit Ausnahme der Tatsache, daß $P\left(\frac{t}{R_0 C}, c_r E\right)$ in $\frac{t}{R_0 C}$ periodisch mit der Periode $\frac{1}{f} \cdot \frac{1}{R_0 C}$ ist.

Dann berechnen wir, wie am Schluß des § 2 angekündigt, die Spannung u für Zeitpunkte, die jedesmal um eine Periodendauer auseinanderliegen, also für die Zeiten

$$t_n = \frac{n}{f}.$$

Es ergibt sich mit Berücksichtigung der Periodizität von P

$$u\left(\frac{t_n}{R_0 C}\right) = \frac{1}{c_r} \left\{ -\frac{t_n}{R_0 C} + \ln \left[1 + \left(e^{\frac{t_n}{R_0 C}} - 1 \right) (F(c_r E) + P(0, c_r E)) \right] \right\}. \quad (10)$$

Wie am Schlusse des § 2 angekündigt, ersetzen wir jetzt die Einzelwerte t_n durch die laufende Veränderliche t und hoffen, hierdurch eine als „Gleichspannung“ brauchbare Funktion zu erhalten. Schließlich ist es zweckmäßig, an Stelle von $c_r E$ den asymptotischen Grenzwert der „Gleichspannung“ als Parameter einzuführen. Auf diese Weise erhalten wir endgültig

$$u = \left(\frac{t}{R_0 C}\right) = \frac{1}{c_r} \left\{ -\frac{t}{R_0 C} + \ln \left[1 + \left(e^{\frac{t}{R_0 C}} - 1 \right) e^{c_r u = (\infty)} \right] \right\}. \quad (11)$$

Dies ist also das Ergebnis bei Benutzung der für Einweggleichrichtung geltenden Formel (7). Verwendet man anstatt dessen (8) (Doppelweggleichrichtung), so ergibt sich natürlich ebenfalls (11)¹⁾.

Bevor wir (11) auswerten, müssen wir, da wir diese Gleichung auf einem etwas willkürlichen Wege gewonnen haben, in einem bestimmten Fall prüfen, wie die durch (11) definierte Gleichspannung $u =$ verglichen mit der tatsächlichen Spannung u verläuft. Hierzu wählen wir die bereits dem Bild 3 zugrunde gelegten Daten:

$$E = \frac{10}{c_r}; \quad f = 1000 \cdot \frac{1}{R_0 C}.$$

Da aber in (11) nicht E , sondern $u = (\infty)$ als Parameter vorkommt, fehlt uns jetzt der Zusammenhang zwischen diesen beiden Größen, den wir erst im nächsten Paragraphen ermitteln werden. Um unsere „Eignungsprüfung“ von (11) trotzdem schon

dessen für beide Arten der Gleichrichtung streng dieselbe stationäre Endgleichspannung $u = (\infty)$ ergeben. Im § 4 wird nun gezeigt, daß dies wirklich streng nur im Grenzfall unendlicher großer Frequenz gilt. Indessen sind die Abweichungen bei den praktisch interessierenden Frequenzwerten äußerst gering. Das gleiche gilt also für die oben erwähnte angenäherte Gleichheit der Spannung u bei Ein- und bei Doppelweggleichrichtung am Ende jeder vollen Periode.

¹⁾ Ein Unterschied besteht nur darin, daß sich bei Einweggleichrichtung $u =$ und u nur am Ende jeder vollen Periode, bei Doppelweggleichrichtung dagegen schon nach jeder halben Periode schneiden. Weiter ist bei der für die Doppelweggleichrichtung gültigen Gleichung $\frac{t}{R_0 C}$ überall durch $\frac{t}{\frac{1}{2} R_0 C}$ zu ersetzen.

jetzt durchführen zu können, nehmen wir vorweg, daß sich bei den angenommenen Werten von E und f

$$u_=(\infty) = 7,929 \frac{1}{c_r}$$

ergibt. Damit sind wir in der Lage, in Bild 3 den Verlauf von (11) einzutragen.

Das Ergebnis ist folgendes: Am Ende des § 2 war gefordert worden, daß $u_=-$ einen solchen Verlauf aufweisen muß, daß die übrigbleibenden Wechselspannungszacken sich gegenseitig möglichst kompensieren. Wir sehen aus Bild 3, daß diese Forderung für die praktisch allein wichtige Doppelweggleichrichtung gut erfüllt ist. Damit ist (11) gerechtfertigt, und wir können die oben aufgeschobene Auswertung durchführen.

Das Bild 4 zeigt für verschiedene Werte des Parameters $u_=(\infty)$ den Anstieg der Gleichspannung $u_=-$ in relativem Maßstabe aufgetragen.

Das Bild 4 zeigt für verschiedene Werte des Parameters $u_=(\infty)$ den Anstieg der Gleichspannung $u_=-$ in relativem Maßstabe aufgetragen.

§ 4. Die Berechnung des asymptotischen Grenzwertes $u_=(\infty)$ der Gleichspannung.

Die in diesem Paragraphen zu lösende Aufgabe läßt sich physikalisch so umreißen: Bis zu welcher Gleichspannung $u_=(\infty)$ wird der Kondensator durch einen beliebig lange andauernden Wechselimpuls der Amplitude E schließlich aufgeladen?

Bei der Beantwortung dieser Frage gehen wir von der Tatsache aus, daß $u_=-$ im Zeitpunkt

$$t = \frac{1}{f}$$

nach Definition denselben Wert hat wie u . Indem wir für $u_=-$ (11), für u (7) bzw. (8) benutzen, erhalten wir für die Einweggleichrichtung

$$u_=(\infty) = \frac{1}{c_r} \ln \left\{ \frac{\frac{1}{\alpha} \int_0^{2\pi} e^{\frac{1}{\alpha} x} e^{c_r E \sin x} dx}{e^{\frac{2\pi}{\alpha}} - 1} \right\} = \frac{1}{c_r} \ln H(c_r E) \quad (12)$$

und für die Doppelweggleichrichtung

$$u_=(\infty) = \frac{1}{c_r} \ln \left\{ \frac{\frac{1}{\alpha} \int_0^{2\pi} e^{\frac{1}{\alpha} x} \mathcal{C}_0(c_r E \sin x) dx}{e^{\frac{2\pi}{\alpha}} - 1} \right\} = \frac{1}{c_r} \ln \left\{ \frac{1}{2} [H(+c_r E) + H(-c_r E)] \right\}, \quad (13)$$

wobei

$$H(c_r E) = \frac{\frac{1}{\alpha} \int_0^{2\pi} e^{\frac{1}{\alpha} x} e^{c_r E \sin x} dx}{e^{\frac{2\pi}{\alpha}} - 1} \quad (14)$$

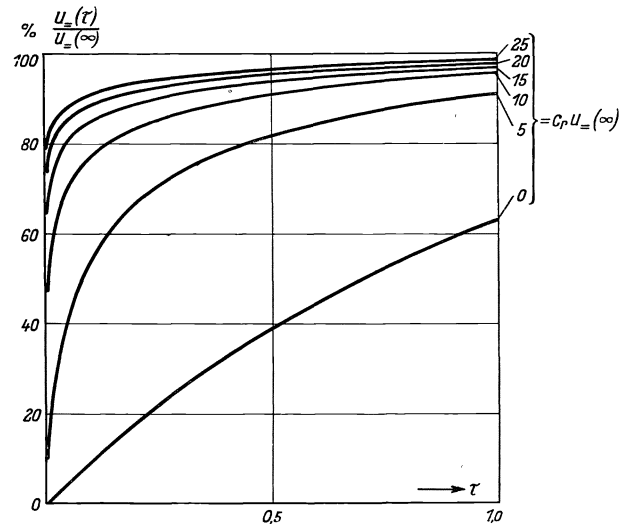


Bild 4. Aufladevorgang für verschiedene stationäre Endspannungen.

$$\frac{u_=(\tau)}{u_=(\infty)} = f(\tau) \text{ für } u_=(\infty) = \text{konst.}$$

Die Frequenzabhängigkeit der erzeugten Gleichspannung ist nun erst bei sehr tiefen Frequenzen merklich vorhanden; dies weiß man jedenfalls von den experimentellen Erfahrungen beim Impulsmesser her, wo man sogar noch bei 30 Hz überhaupt keine Frequenzabhängigkeit — außer bei ungünstiger Bemessung des Übertragers — bemerkt hat. Es wird deshalb für die Praxis vollkommen ausreichen, den Grenzwert des Ausdruckes (14) für unendlich hohe Frequenz, also für $\alpha \rightarrow \infty$ zu berechnen. Er lautet

$$H(c, E) = \frac{1}{2\pi} \int_{x=0}^{x=2\pi} e^{c_r E \sin x} dx = J_0(j c_r E)^1). \quad (15)$$

Hierbei bedeutet J_0 die Besselsche Funktion 1. Art und nullter Ordnung und j die imaginäre Einheit $\sqrt{-1}$.

Der Unterschied zwischen (15) und (14) läßt sich folgendermaßen abschätzen. Nach § 3 ist

$$\alpha = 2\pi \cdot R_0 C \cdot f \text{ bzw. } = 2\pi \cdot \frac{1}{2} R_0 C \cdot f.$$

Der kleinste, bei Impulsmessern vorkommende Wert der Zeitkonstante $R_0 C$ bzw. $\frac{1}{2} R_0 C$ beträgt 0,5 s. Die Frequenzen f interessieren erst oberhalb 30 Hz. Wir haben es also praktisch nur mit Werten von

$$\alpha \geq 2\pi \cdot 0,5 \cdot 30 = 15 \cdot 2\pi, \quad (16)$$

$$\frac{2\pi}{\alpha} \leq \frac{1}{15} = 0,0667$$

zu tun. (15) entsteht nun aus (14), wenn im Nenner $e^{\frac{2\pi}{\alpha}} - 1$ durch $\frac{2\pi}{\alpha}$ und im Zähler $e^{\frac{1}{\alpha} x}$ durch 1 ersetzt wird. Durch den ersten Schritt berechnen wir einen zu großen H -Wert, und zwar beträgt der Fehler für die α -Werte nach (16) höchstens 3,35%. Durch den zweiten Schritt berechnen wir einen zu kleinen H -Wert, und zwar beträgt der Fehler am Ende des Integrationsintervalls ($x = 2\pi$) 6,9%, zu Beginn des Integrationsintervalls ($x = 0$) verschwindet er. Im Mittel wird also durch den zweiten Schritt ein um ungefähr 3 bis 4% zu kleiner H -Wert berechnet. Man sieht, daß die beiden von (14) nach (15) führenden Schritte sich in ihren Fehlern gegenseitig ungefähr aufheben und daß im ganzen nur Fehler von einigen Promille zu erwarten sind²⁾.

Benutzen wir (15) in (12) und (13), so werden beide Formeln identisch, da die Besselsche Funktion nullter Ordnung J_0 eine gerade Funktion ist, und wir erhalten für Ein- und Doppelweggleichrichtung

$$u_-(\infty) \approx \frac{1}{c_r} \ln J_0(j c_r E). \quad (17)$$

Für große Werte von $c_r E$ kann man die asymptotische Näherung für die Besselschen Funktionen benutzen

$$J_0(j c_r E) \rightarrow \frac{e^{c_r E}}{\sqrt{2\pi c_r E}}^3),$$

¹⁾ Siehe E. Jahnke und F. Emde: Funktionentafeln, Ausgabe 1909, letzte Formel auf S. 169, für $n = 0$ und $z = j c_r E$. Es sind noch einige leichte Umformungen notwendig, wie die Ausdehnung des Integrationsintervalls von 0 bis π auf 0 bis 2π und eine Transformation der Integrationsvariablen $\varphi = x - \frac{\pi}{2}$.

²⁾ Eine auf Grund eines freundlichen Ratschlags von Herrn Prof. F. Fischer, Zürich, vorgenommene vollständige Auswertung von (14) bestätigt diese Abschätzung vollkommen.

³⁾ E. Jahnke und F. Emde: Funktionentafeln, Leipzig und Berlin 1909, S. 100.

womit man dann auf

$$u_-(\infty) \approx E - \frac{1}{2c_r} \ln(c_r E) - 0,919 \cdot \frac{1}{c_r} \quad (18)$$

kommt.

Beide Näherungen (17) und (18) sind in Bild 5 gezeichnet worden, wobei $J_0(jc_r E)$ den Tafeln von E. Jahnke u. F. Emde, Ausgabe 1909, S. 130, entnommen wurde. Man sieht, daß von $c_r E = 7$ ab (17) mit (18) praktisch zusammenfällt.

§ 5. Das Abklingen der Kondensatorladung.

Unsere letzte Aufgabe besteht in der Beschreibung des Abschaltvorganges nach Aufhören des Wechselimpulses. Sie unterscheidet sich von dem Problem des § 1 zunächst dadurch, daß E gleich 0 zu setzen ist. Ferner liegt hier eine andere Anfangsbedingung vor; u muß nämlich zu Beginn des Entladevorganges ($t = 0$) einen von 0 verschiedenen Wert $u(0)$ haben. Die Rechnung ist in keiner Weise bemerkenswert und liefert:

$$u\left(\frac{t}{R_0 C}\right) = \frac{1}{c_r} \ln \left[1 + (e^{c_r u(0)} - 1) e^{-\frac{t}{R_0 C}} \right] \quad (19)$$

(19) ist für verschiedene Ausgangsspannungen $u(0)$ ausgewertet, und das Ergebnis in Bild 6 in relativem Maßstabe aufgetragen worden.

§ 6. Rechnungsgang bei der Ermittlung von Auf- und Entladevorgängen.

Bei der Ermittlung der durch einen Wechselimpuls (Amplitude E und Frequenz f) ausgelösten Vorgänge hat man folgendermaßen vorzugehen:

1. Zunächst stellt man auf Grund der Gleichungen (19) bzw. (17) und des Bildes 6 fest, welche stationäre Gleichspannung $u_-(\infty)$ der Wechselimpuls hervorrufen würde, wenn er hinreichend lange dauerte.

2. Dann kann man mit Hilfe von (11) und dem Bild 5 den Anstieg der „Gleichspannung“ u_- ermitteln, der so lange andauert, bis der Wechselimpuls aufhört.

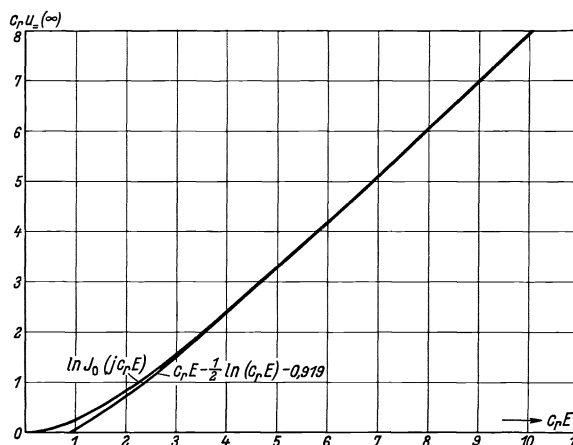


Bild 5. Stationäre Entspannung $u_-(\infty)$ als Funktion der Amplitude E des Wechselimpulses.

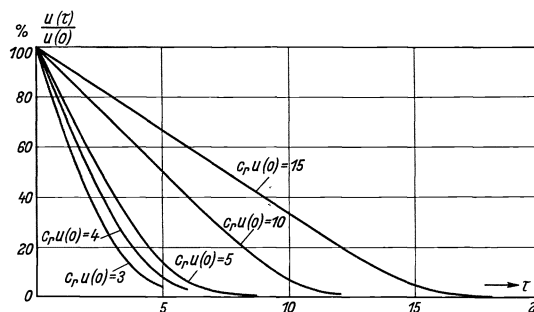


Bild 6. Entladevorgang.

$$\frac{u(\tau)}{u(0)} = f(\tau) \text{ für } u(0) = \text{konst.}$$

¹⁾ Beim Entladevorgang der Doppelweggleichrichtung ist wieder bloß an Stelle von $\frac{t}{R_0 C}$ der Ausdruck $\frac{t}{\frac{1}{2} R_0 C}$ zu setzen.

3. Die in diesem Augenblick erreichte Spannung ist schließlich bei der Berechnung des Abklingvorganges nach Gleichung (19) als Anfangsspannung $u(0)$ einzusetzen: Bild 6.

Die diesen drei Schritten zugrunde liegenden theoretischen Aussagen wurden auch experimentell geprüft. Hierüber wird in den nächsten Paragraphen berichtet.

§ 7. Auswahl der Gleichrichter, Aufbau und Eichung der Meßanordnung.

Die Nachprüfung der Theorie setzt Kenntnis der statischen Kennlinie der verwendeten Gleichrichter voraus. Außerdem wird bei der Theorie der Doppelweggleichrichtung vollkommene Symmetrie der Gleichrichter verlangt. Es mußten deshalb bei einer größeren Anzahl von Gleichrichtern die statischen Kennlinien aufgenommen und dann zwei Gleichrichter ausgewählt werden, bei denen diese Kennlinien möglichst gut übereinstimmten. Bild 7 zeigt die Streuung der Kennlinien von 25 gemessenen Trockengleichrichtern und die Kennlinien der beiden verwendeten. Da der Temperaturkoeffizient der Gleichrichter — 7 %/grad — ziemlich groß ist, können sich bei der Aufnahme der Kennlinien beträchtliche Meßfehler einschleichen, sofern nicht umfangreiche Vorkehrungen zur

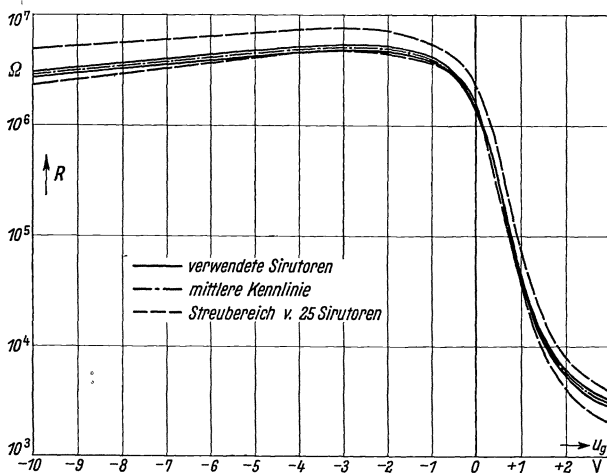


Bild 7. Widerstandskennlinie $R = f(u_g)$ der Sirutoren.

konstanthaltung der Temperatur getroffen werden. Der Meßaufwand würde dann in keinem Verhältnis zu dem angestrebten Ergebnis stehen. Auch wird die Kennlinie durch die Gleichung (1) nicht so genau dargestellt, daß es Sinn hätte, sie mit einem geringeren Fehler als etwa $\pm 10\%$ festzulegen.

Der Meßaufwand würde dann in keinem Verhältnis zu dem angestrebten Ergebnis stehen. Auch wird die Kennlinie durch die Gleichung (1) nicht so genau dargestellt, daß es Sinn hätte, sie mit einem geringeren Fehler als etwa $\pm 10\%$ festzulegen.

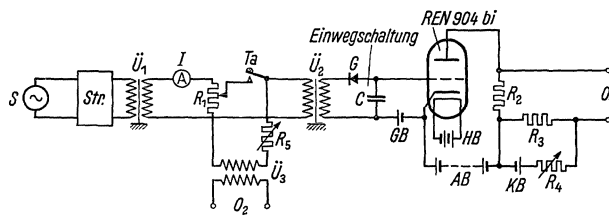


Bild 8a.

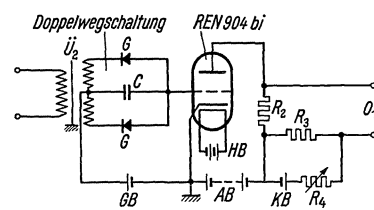


Bild 8b.

Bild 8a u. b. Versuchsschaltung.

Unter Verwendung der ausgewählten Sirutoren wurde der Aufladevorgang in einer Einweg- und in einer Doppelwegschaltung aufgenommen. Die Meßanordnung für die Einweggleichrichtung zeigt Bild 8a. Darin bedeuten S einen Röhrensummer, Str einen Stromreiniger, \dot{U}_1 einen Stromquellenübertrager, I ein Hitzdraht-Milliamperemeter, R_1 einen Stöpselwiderstand, \dot{U}_2 den Eingangsübertrager der Impulsmesserschaltung, G den Gleichrichter (Sirutor 5b), C den aufzuladenden Kondensator von $0,4 \mu F$, $REN 904 bi$ eine Verstärkerröhre, die dazu dient, die am Kondensator

liegende Spannung durch ihren Anodenstrom anzuzeigen, GB eine Gittervorspannungsbatterie. Zur Erhöhung der Empfindlichkeit wurde der Anodenruhestrom kompensiert. Dazu dienten die Widerstände R_2, R_3, R_4 und die Batterie KB . An O_1 lag die Oszillographenschleife; eingeschaltet wurde durch die Taste Ta . Bei der Doppelweggleichrichtung (Bild 8b) wurde statt des Übertragers \dot{U}_2 ein Gegentaktübertrager und ein Kondensator von $0,8 \mu\text{F}$ verwendet; dadurch wurde die Zeitkonstante R_0C

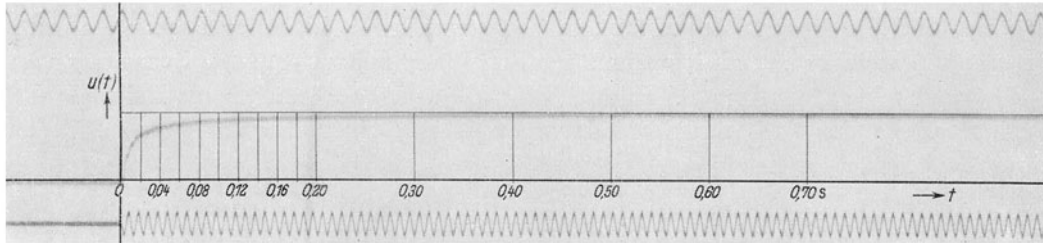


Bild 9. Oszillogramm eines Aufladevorganges.

bzw. $\frac{1}{2}R_0C$ des Kondensatorgleichrichterkreises auf denselben Wert wie bei der Einwegschtaltung gebracht.

Zur Eichung des Gleichspannungsverstärkers und der Oszillographenschleife wurde an den Kondensator C eine bekannte Gleichspannung gelegt und der Ausschlag der Schleife aufgenommen. Im Laufe der Messungen wurde im Kompensationskreis ein Widerstand ausgewechselt. Infolgedessen ergaben sich verschiedene Eichkurven.

Als Meßfrequenz haben wir eine Frequenz von 100 Hz gewählt, um die beim Aufladevorgang auftretenden Treppenstufen gut sichtbar zu machen. Um den Augen-

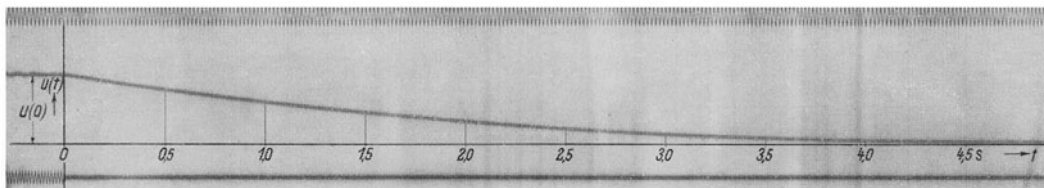


Bild 10. Oszillogramm eines Entladevorganges.

blick des Einschaltens markieren zu können, haben wir zugleich mit dem Gerät eine zweite Oszillographenschleife O_2 in Bild 8a getastet. Als Zeitmarke wurde eine 50-Hz-Schwingung aus dem Netz durch eine dritte Oszillographenschleife mitgeschrieben.

Die statische Kennlinie wurde punktweise aufgenommen. Bei jedem Punkt muß die Spannung eine bestimmte Zeit anliegen, nämlich solange, bis die Instrumente sich eingestellt haben und abgelesen sind. Dadurch erwärmen sich die Gleichrichterscheiben örtlich. Die experimentell ermittelten Aufladekurven stimmen daher mit den errechneten, denen die gemessene Kennlinie zugrunde liegt, nur dann überein, wenn die Gleichrichterscheiben in beiden Fällen wenigstens angenähert die gleiche Vorbehandlung erfahren haben. Deshalb wurde folgendermaßen vorgegangen: Die Taste wurde gedrückt und etwa 5 Minuten festgehalten; es herrschten dann am Gleichrichter die Bedingungen des stationären Endzustandes. Dann wurde die

Taste geöffnet, der Kondensator durch Kurzschluß entladen und sofort die Aufladekurve aufgenommen.

Bei der Aufnahme eines Aufladevorganges wurde nun zunächst der Papiertransport etwa 1 s eingeschaltet, dann 10 s gestoppt und dann nochmals kurz eingeschaltet; so wurde mit völliger Bestimmtheit der stationäre Endwert auf dem Oszillogramm erhalten. Bei der Aufnahme des Entladevorganges wurde der Kondensator mit bestimmter Wechselspannung aufgeladen. Dann wurde die Taste geöffnet und der Verlauf des Kompensationsstromes mit kleinerer Papiergeschwindigkeit aufgezeichnet. Oszillogramme wurden für Effektivwerte der Spannung von 1, 2, 3 und 4 V aufgenommen. In den Bildern 9 und 10 zeigen wir als Beispiele die Oszillogramme des Auf- und Entladevorganges mit einer Spannung von 2 V für Zweiweggleichrichtung.

§ 8. Vergleich zwischen Rechnung und Versuch.

Nach den Ausführungen am Schluß des § 6 handelt es sich jetzt darum, die drei folgenden Hauptaussagen der Theorie quantitativ mit den experimentellen Ergebnissen zu vergleichen:

1. Die Abhängigkeit der am Kondensator C erzeugten asymptotischen Gleichspannung $u_=(\infty)$ von der Amplitude E des Wechselstromimpulses.

2. Den zeitlichen Verlauf der Gleichspannung $u_=(\infty)$ am Kondensator beim Einschalten des Wechselstromes mit $u_=(\infty)$ als Parameter.

3. Den zeitlichen Verlauf der Gleichspannung u am Kondensator nach dem Ausschalten des Wechselstroms mit $u(0)$ als Parameter.

Bevor wir uns an die Erledigung dieser drei Aufgaben machen, müssen wir einiges über die Darstellung der Kennlinien der verwendeten Gleichrichter durch eine Exponentialfunktion sagen. Aus dem Näherungsansatz

$$i = \frac{1}{c_r R_0} (e^{c_r u} - 1)$$

folgt für den differentiellen Widerstand

$$R_{\text{diff}} = R_0 e^{-c_r u},$$

also

$$\ln R_{\text{diff}} = \ln R_0 - c_r u.$$

Trägt man den differentiellen Widerstand in logarithmischem Maßstab gegen die Spannung u in linearem Maßstab auf, so ergibt demnach unser Ansatz eine Gerade. Deshalb haben wir in Bild 11

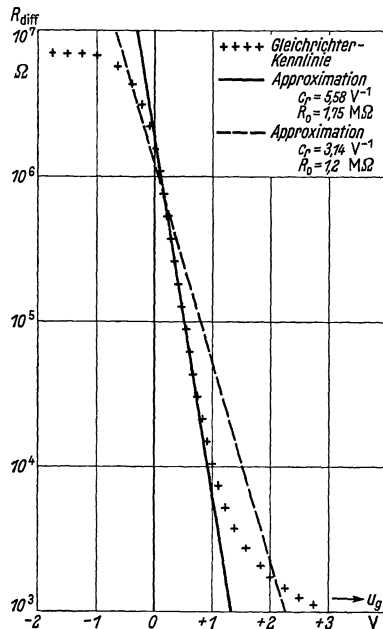


Bild 11. Differentieller Widerstand und Approximationen $R_{\text{diff}} = f(u_g)$.

den tatsächlichen differentiellen Widerstand der verwendeten Gleichrichter logarithmisch gegen die Spannung aufgetragen.

Wir wählen als Näherung die in Bild 11 ausgezogene Gerade, die zwischen 0 und 1 V mit dem experimentellen Verlauf übereinstimmt. Ihr entsprechen folgende Werte der Konstanten:

$$c_r = 5,58 \text{ V}^{-1},$$

$$R_0 = 1,75 \text{ M}\Omega.$$

In Bild 12a, b, c haben wir die tatsächliche Gleichrichter-kennlinie und die der aus-gezogenen Geraden entsprechende Exponentialfunktion in der gewöhnlichen Strom-spannungsdarstellung aufgetragen, um die Güte der Näherung in den einzelnen

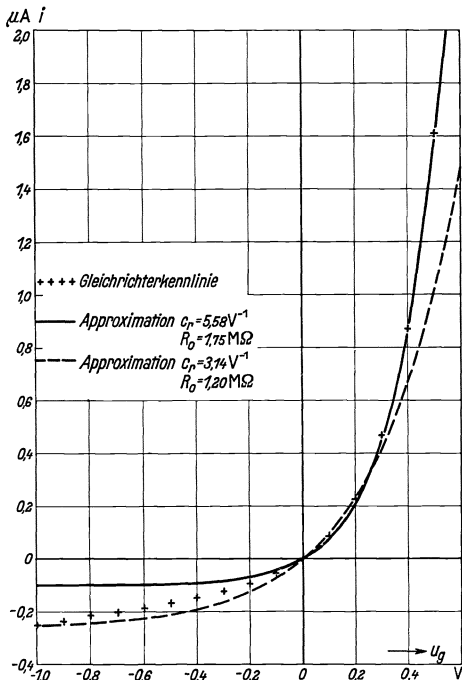


Bild 12a. Gleichrichter-kennlinie und Approximationen. $i = f(u_g)$.

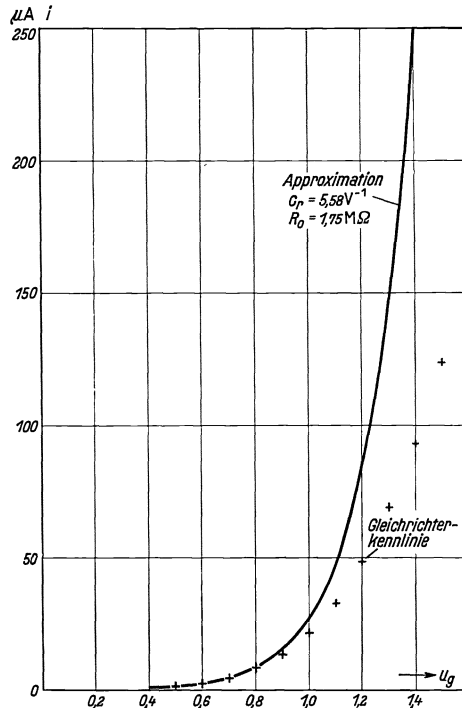


Bild 12b. Gleichrichter-kennlinie (Flußrichtung) und Approximation. $i = f(u_g)$.

Spannungsbereichen auch hinsichtlich der gelieferten Ströme zu prüfen. Man sieht, daß die Näherung im Gebiet zwischen 0 und $+0,6$ V recht brauchbar ist, daß sie dagegen im Sperrgebiet vollkommen versagt. Da der Entladevorgang ausschließlich durch den Verlauf der Kennlinie im Sperrgebiet bestimmt ist, haben wir für die Darstellung des Entladevorganges zwei andere Näherungen gewählt, erstens die Exponentialfunktion mit

$$c_r = 3,14 \text{ V}^{-1},$$

$$R_0 = 1,2 \text{ M}\Omega$$

und zweitens einen konstanten Sperrwiderstand von $4 \text{ M}\Omega$ (Bild 12c).

Wir versuchen jetzt, die eingangs gestellten Aufgaben zu erledigen.

Die den Oszillogrammen entnommenen Endwerte $u_-(\infty)$ wurden in die früher berechnete Kurve von Bild 5 eingetragen (Bild 13). Die Werte sind ungefähr 10% kleiner als die errechneten.

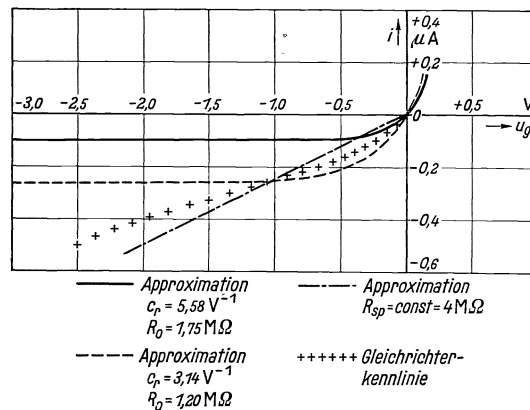


Bild 12c. Gleichrichter-kennlinie (Sperrichtung) und Approximationen. $i = f(u_g)$.

Das Bild 14 zeigt errechnete und gemessene Verläufe der Kondensatorspannung für die Spannungen 1, 2, 3 und 4 V, beide in Prozenten der errechneten stationären Endspannung. Wiederum ergibt sich, daß die gemessenen Kurven unterhalb der errechneten liegen.

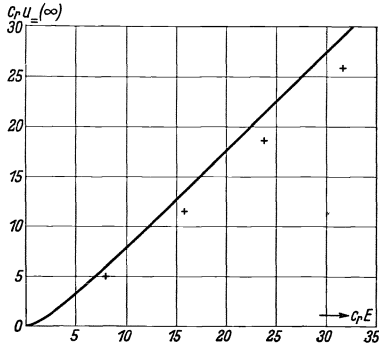


Bild 13. Stationäre Entspannung u_{∞} als Funktion der Amplitude E des Wechselimpulses. Berechnete Kurve und Meßpunkte.

Wie schon vorausgesagt, ist die bei Errechnung des Aufladevorganges benutzte e -Funktion vollständig unbrauchbar, die beiden anderen errechneten Kurven schließen den tatsächlichen Verlauf ein.

Der Grund für die Abweichungen zwischen Rechnung und Messung ist in den Abweichungen der Kennlinie von den benutzten Näherungen zu suchen. Alle Unterschiede im Ergebnis lassen sich in dieser Weise

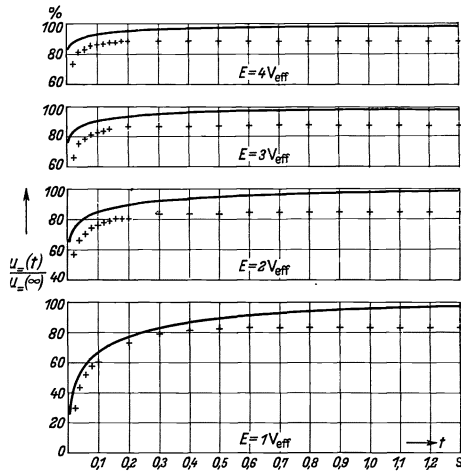


Bild 14. Aufladevorgang. Errechneter Verlauf und Meßpunkte. $\frac{u_{\infty}(t)}{u_{\infty}(\infty)} = f(t)$.

Den Entladevorgang haben wir für den Fall nachgeprüft, daß der Kondensator mit einer Wechselspannung von 2 V aufgeladen worden war. Bild 15 zeigt die gemessene Entladekurve. Außerdem sind drei errechnete Kurven eingetragen, denen folgende Näherungsansätze für die Gleichrichter Kennlinie zugrunde liegen:

1. Exponentialfunktion mit $c_r = 5,58 \text{ V}^{-1}$, $R_0 = 1,75 \text{ M}\Omega$,
2. Exponentialfunktion mit $c_r = 3,14 \text{ V}^{-1}$, $R_0 = 1,2 \text{ M}\Omega$,
3. konstanter Sperrwiderstand $R_{sp} = 4 \text{ M}\Omega$.

Die bei der Berechnung des Aufladevorganges benutzte Exponentialfunktion gibt im Flußgebiet, oberhalb $+0,6 \text{ V}$, zu große Ladeströme und im Sperrgebiet von Beginn an

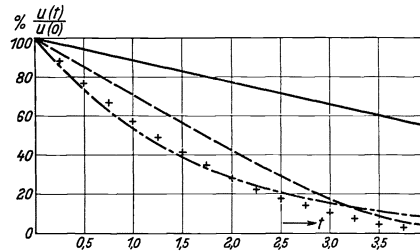


Bild 15. Entladevorgang. Errechneter Verlauf und Meßpunkte. $\frac{u(t)}{u(0)} = f(t)$.

und ständig wachsend zu kleine Entladeströme. Beide Ursachen wirken zu Beginn des Aufladevorganges, wo der Gleichrichter auch in der Flußrichtung anfangs bis zur Spitzenspannung durchgesteuert wird, zusammen. Gegen Ende des Aufladevorganges und im stationären Endzustand wird die Nachlieferung von Ladungen hinreichend richtig wiedergegeben; dagegen sind die aus der Exponentialfunktion folgenden Entladeströme jetzt in größerem Maße zu klein als zu Beginn des Aufladevorganges. So erklärt es sich, daß die errechneten Spannungen für den ganzen Aufladevorgang durchweg zu hoch liegen.

Die geringen Abweichungen zwischen Rechnung und Messung beim Entladevorgang lassen sich durch entsprechende Überlegungen an Hand von Bild 12c erklären.

Bemerkenswert sind die ausgedehnten linearen Stücke am Anfang der theoretischen Entladekurve. Diese sind dadurch begründet, daß die nähernde Exponentialfunktion bei größeren Sperrspannungen nahezu spannungsunabhängigen Sperrstrom liefert (siehe Bild 12c). Der Kondensator wird also danach zu Beginn mit konstantem Strom entladen, seine Ladung und damit seine Spannung sinken also proportional der Zeit. Bild 12c zeigt aber, daß der Sperrstrom keineswegs spannungsunabhängig ist, und deshalb verläuft der Entladevorgang auch zu Beginn gekrümmt, wenn auch nicht so stark wie die konstantem Sperrwiderstand entsprechende Funktion $e^{-\frac{t}{R_{sp} \cdot C}}$.

Die Ausführungen dieses Abschnittes zeigen, daß die entwickelte Theorie eine brauchbare Grundlage für die Bemessung von Impulsmessern und anderen Geräten liefert, bei denen die nicht stationären Vorgänge der behandelten Doppelweggleichrichtung eine Rolle spielen. Abschließend zeigen wir noch ein Oszillogramm eines Aufladevorganges an einer Einweggleichrichterschaltung, aus dem sehr schön in Übereinstimmung mit der Theorie zu übersehen ist, daß die Zahl der Treppenstufen halb so groß ist wie bei der Doppelweggleichrichtung (Bild 16).

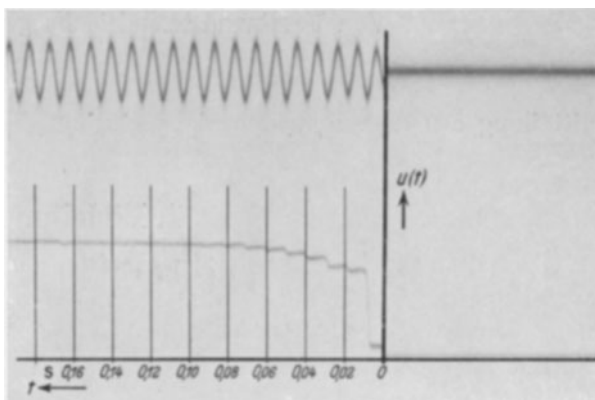


Bild 16. Aufladevorgang einer Einwegschaltung. Wechselimpulsamplitude $E = 3 V_{\text{eff}}$.

Zusammenfassung.

Der zeitliche Verlauf der Spannung an einem Kondensator, der mit Wechselspannung über Trockengleichrichter aufgeladen wird, wird berechnet. Es ergeben sich geschlossene Ausdrücke für die stationäre Endspannung und für den zeitlichen Verlauf des Auflade- und des Entladevorganges. Die Erscheinungen werden außerdem oszillographisch aufgenommen; die Ergebnisse von Rechnung und Messung werden verglichen und in dem zu erwartenden Maß in Übereinstimmung gefunden.

Sprachuntersuchungen mit Siebketten und Oszillograph.

Von **Ferdinand Trendelenburg** und **Erich Franz**.

Mit 8 Bildern im Text und 7 Tafeln.

Mitteilung aus dem Forschungslaboratorium der Siemens-Werke zu Siemensstadt.

Eingegangen am 5. Februar 1936.

1. Einleitung.

Über die physikalischen Eigenschaften einzelner, isoliert gegebener Sprachlaute liegen zahlreiche aufschlußreiche objektive Untersuchungen vor. Diese Untersuchungen wurden fast ausschließlich mit elektrischen Meßverfahren ausgeführt. Die in Frage stehenden Schallvorgänge wurden mit einem elektrischen Empfänger — meist einem Kondensatormikrophon — aufgenommen. Die vom Empfänger gesteuerten Ströme wurden dann entweder oszillographisch aufgezeichnet und später rechnerisch oder mechanisch analysiert¹⁾, oder sie wurden zwecks sofortiger spektraler Zerlegung einem automatischen, elektrischen Analysator zugeführt²⁾.

Die meisten dieser Untersuchungen bezogen sich auf eine bestimmte Gruppe von Sprachlauten, auf die Vokale. Aus verschiedenen Gründen wurden die Vokale bei physikalischen Experimentalarbeiten bevorzugt. Die Vokale sind sprachlich besonders ausgezeichnete Schallteile: allein in ihnen tritt die Tonlage der Stimme deutlich hervor; sie sind die Träger der Stimmelodie und des Stimmakzents. Das Problem der Vokalerzeugung ist eines der meist behandelten des Grenzgebiets der physikalischen und physiologischen Akustik. Gerade zur Vokaltheorie haben die neueren elektrischen Untersuchungsverfahren entscheidendes Material geliefert. Die allgemeine Richtigkeit der Helmholtzschen Vokaltheorie, welche die Vokale als erzwungene Schwingungen der Mundhöhle, angeregt durch die obertonreiche Stimmbandschwingung erklärt, konnte nachgewiesen werden³⁾. Aus der spektralen Verteilung der Teiltöne in den Vokalspektren konnten die Schwingungseigenschaften der Mundhöhle im einzelnen entnommen werden⁴⁾.

¹⁾ F. Trendelenburg: Wiss. Veröff. Siemens-Konz. **III**, 2 (1924) S. 43; **IV**, 1 (1925) S. 1.

²⁾ M. Grützmacher: Elektr. Nachrichtentechnik **4** (1927) S. 533. — E. Thienhaus: Z. techn. Physik **15** (1934) S. 637. — L. Barczinski u. E. Thienhaus: Arch. Néerland. phon. exp. **11** (1935) S. 47.

³⁾ F. Trendelenburg: Wiss. Veröff. Siemens-Konz. **III**, 2 (1924) S. 43. In dieser Arbeit wurde vor allen Dingen auch darauf hingewiesen, daß die Hermannsche Vokaltheorie — die man meist als im Gegensatz zur Helmholtzschen bestehend aufgefaßt hatte — sich ohne weiteres mit den Helmholtzschen Vorstellungen in Einklang bringen läßt. Hermann hatte in seiner Vokaltheorie angenommen, daß die Mundhöhle durch einen kurzzeitigen Impuls in ihren Eigenschwingungen angestoßen wird. Da die einzelnen Impulse streng periodisch mit der Periode der Stimmbandschwingung ablaufen, stellt die Hermannsche Theorie nur einen Spezialfall der Helmholtzschen dar.

⁴⁾ Vgl. insbesondere J. B. Crandall: Bell Syst. techn. J. **4** (1925) S. 586.

Bei den Erfolgen der elektrischen Meßverfahren bei Vokaluntersuchungen darf aber nicht verkannt werden, daß die Vokale verhältnismäßig einfache physikalische Vorgänge sind. Die Vokale können längere Zeit als stationäre Schallvorgänge gegeben werden; werden sie auf einer bestimmten Tonhöhe gesungen, so sind sie „reine“ Klänge mit nur harmonischen, diskret verteilten Obertönen. Das Anklingen vor Erreichen des stationären Zustandes und das Ausklingen nach dem Abbrechen der Stimme findet sehr rasch statt¹⁾.

Die Ein- und Ausklingvorgänge sind für die Erkennbarkeit eines Vokales praktisch bedeutungslos; die Charakterisierung der Vokale liegt allein in der Teiltonverteilung des stationären Klanges. Diese wichtige Tatsache folgt, worauf hier noch kurz hingewiesen sei²⁾, aus Versuchen von V. Engelhardt und E. Gehrcke³⁾; es wurden hierbei von F. Trendelenburg veröffentlichte Oszillogramme stationärer Teile von Vokalen mittels Photozellenanordnung und Lautsprecher reproduziert. Es zeigte sich, daß trotz der bei der Umzeichnung der Oszillogramme unvermeidlich auftretenden Fehler die reproduzierten Vokale durchweg gut erkannt wurden; so wurde beim Abhören der Vokal U in 100 %, O in 94 %, A in 82 %, E in 90 % und I in 96 % aller Fälle richtig erkannt.

Den Vokalen am ähnlichsten sind die häufig auch als Halbvokale bezeichneten Konsonanten L, M, N, R aus der Gruppe der Liquidae. Auch diese Konsonanten können nahezu stationär gegeben werden; sie besitzen aber im allgemeinen kein rein harmonisch verteiltes Spektrum wie die gesungenen Vokale. Meist treten in den Liquidae auch noch unharmonische Komponenten auf, die nicht vom Stimmband herrühren, sondern als Wirbelgeräusche an den Einengungsstellen des Luftstromes zu deuten sind. Immerhin dürften aber auch bei den Liquidae die wesentlichsten kennzeichnenden Eigenschaften in den stationären bzw. genähert stationären Klangteilen liegen.

Sehr viel verwickelter liegen die Verhältnisse bei anderen Konsonanten, und zwar insbesondere bei den Explosivlauten B, D, G, P, T, K. Bei diesen Lauten hat es überhaupt keinen Sinn, von stationären Klangteilen zu sprechen. Die Laute sind entsprechend ihrer Entstehungsweise bei der plötzlichen Freigabe einer Luftströmung kurzzeitig andauernde Schallvorgänge, deren Zusammensetzung sich sehr rasch ändert.

Die automatischen Analysierverfahren, welche über die Vokale — wie erwähnt —, reiche Aufschlüsse lieferten, versagen bei der Untersuchung rasch veränderlicher Schallvorgänge wegen ihrer begrenzten Analysiergeschwindigkeit; zur Ausführung einer hinsichtlich der Genauigkeit einigermaßen befriedigenden Analyse ist eine Zeitspanne von zumindest einigen Sekunden erforderlich. An die Zusammensetzung der Explosivlaute objektiv heranzukommen, war bisher nur auf dem von H. Backhaus¹⁾ in seiner grundlegenden Arbeit „Über die Bedeutung der Ausgleichsvorgänge in der Akustik“ beschrittenen Weg möglich: H. Backhaus nahm die betreffenden Schallvorgänge zunächst oszillographisch auf; das Oszillogramm wurde dann in geeignete kurze Zeitabschnitte eingeteilt, und die Fourierzusammenstellung der einzelnen Abschnitte nacheinander mit einem mechanischen Analysator ermittelt. Durch Aneinanderreihung der Ergebnisse der Analysen der verschiedenen Zeitabschnitte

¹⁾ H. Backhaus: Z. techn. Physik **13** (1932) S. 31.

²⁾ Vgl. F. Trendelenburg: Klänge und Geräusche, S. 68. Berlin 1935.

³⁾ V. Engelhardt u. E. Gehrcke: Vokalstudien, S. 6. Leipzig 1930.

konnte dann ein Bild der für den betreffenden Schallvorgang kennzeichnenden zeitlichen Abhängigkeit der Schallzusammensetzung gewonnen werden. Dieser Weg ist mühevoll. Die Fourieranalyse jedes einzelnen Zeitabschnittes kostet mehrere Stunden Arbeit, und erst die Zusammenfügung einer großen Zahl von Einzelanalysen

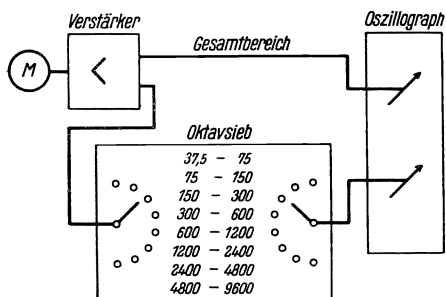


Bild 1. Anordnung zur Schallanalyse mittels eines Oktavsiebs von stufenweise veränderbarer Abstimmung.

zeitliche Verlauf der Vorgänge in den verschiedenen Oktavbereichen nacheinander ermittelt. Durch Zusammenstellung der bei den einzelnen Siebeinstellungen gewonnenen Ergebnisse konnte dann ein Bild der zeitlichen Änderungen der Zusammensetzung der in Frage stehenden Schallvorgänge gewonnen werden. Es ist

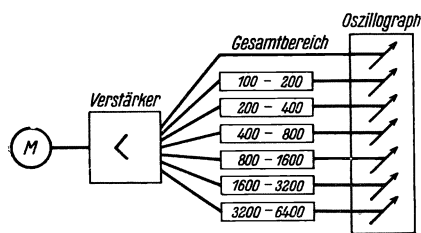


Bild 2. Anordnung zur Schallanalyse mittels eines Satzes von sechs gleichzeitig eingeschalteten Oktavsieben.

klar, daß die Verwendung nur eines, in seinen Abstimmungsbereichen durch einen Stufenschalter veränderbaren Siebes dann keinen Zweck hat, wenn die Schallvorgänge schlecht oder gar nicht reproduzierbar sind. Wir hatten deshalb in unserer Veröffentlichung auch besonders darauf hingewiesen, daß es selbstverständlich keine grundsätzlichen Schwierigkeiten bereitet, bei Verwendung mehrerer Oktavsiebe die gesamte Folge der Oktavsieb-Oszillogramme unter Benutzung der entsprechenden Zahl von Oszillographenschleifen gleichzeitig auf einen Film aufzuzeichnen, so daß man dann auch nicht wiederholbare Einzelvorgänge analysieren kann. Mit einem derartigen (in Bild 2 skizzierten) Oktavsiebsatz haben wir inzwischen einige Untersuchungen durchgeführt³⁾. Nach Besprechung der wesentlichsten Gesichtspunkte der Leistungsfähigkeit und der Grenzen der Siebkettenaufzeichnung werden wir im folgenden über einige Untersuchungen an gesprochenen Silben und Wörtern berichten.

¹⁾ F. Trendelenburg u. E. Franz: Z. techn. Physik **16** (1935) 513 — J. Acoust. Soc. Amer. **7** (1935) S. 142; dort weitere Schrifttumhinweise.

²⁾ Es handelte sich um ein Oktavsieb nach H. G. Thilo [vgl. H. G. Thilo u. U. Steudel: Wiss. Veröff. Siemens-Werk. **XIV**, 1 (1935) S. 78].

³⁾ Im zweiten „Stuttgart“-Heft der Z. techn. Physik [**16** (1935) S. 528, vgl. auch **17** (1936) S. 63] hat Herr O. Vierling über Untersuchungen berichtet, die er mittels Siebkettenaufzeichnung, und zwar im wesentlichen an Musikklängen, ausführte. Es sei hier bemerkt, daß der Zusammenbau unserer Schaltung zur gleichzeitigen Aufzeichnung der Vorgänge in 6 Oktavbereichen im wesentlichen bereits vor dem Stuttgarter Vortrag des Herrn Vierling, und zwar völlig unabhängig von ihm, von uns durchgeführt worden war. Auch der Einbau einer siebenten Schleife zur gleichzeitigen direkten Aufzeichnung des gesamten Klangbildes ist unabhängig von Herrn O. Vierling erfolgt.

2. Leistungsfähigkeit und Grenzen der Siebkettenaufzeichnung.

Die Frequenzkurve des gesamten Oktavsiebsatzes¹⁾ ergibt sich aus der in Tafel Ie wiedergegebenen Aufnahme. Die Oszillogramme wurden so hergestellt, daß am Eingang des Verstärkers eine von einem Schwebungssummer herrührende Wechselspannung konstanter Effektivstärke angelegt wurde, die Frequenz der Wechselspannung durchlief während der Aufnahme den Tonbereich. Die Oszillogramme zeigen, daß die Durchlaßbereiche der einzelnen Siebe lückenlos aneinander schließen. Die Grenzen der Durchlaßbereiche liegen an den angegebenen oktavenmäßig verteilten Stellen. Innerhalb der Siebgrenzen arbeiten die Siebe praktisch gleichmäßig²⁾.

Für die Aufzeichnung schnellveränderlicher Vorgänge sind von entscheidender Bedeutung die Ein- und Ausschwingzeiten der Ketten. Bei sehr schnell veränderlichen Vorgängen treten Verzerrungen durch Ein- und Ausschwingzeiten der Kettenglieder auf, auch macht sich die endliche Laufzeit in der Kette bemerkbar. Während sich die Laufzeitstörungen durch eine entsprechende Verschiebung der zueinander gehörenden Oszillogrammteile längs der Zeitachse praktisch leicht ausgleichen lassen — die Laufzeitstörungen sind überdies, insbesondere in den hohen Oktavbereichen, nur sehr klein — erfordert die Möglichkeit des Auftretens von Ausgleichschwingungen tatsächlich bei praktisch vorkommenden Schallvorgängen häufig scharfe Beachtung; man muß kritisch abwägen, ob nicht etwa Einzelheiten des Schallverlaufs nur durch Ausgleichsvorgänge der Ketten vorgetäuscht sind.

Nach K. Küpfmüller³⁾ besteht zwischen der Einschwingzeit τ und der Durchlaßbreite Δf in Hertz eines Wellenfilters in erster Annäherung die Beziehung $\tau = \frac{1}{\Delta f}$; als Einschwingzeit ist hierbei gemäß Bild 3 der zeitliche Abstand zwischen dem Schnittpunkt der Tangente am steilsten Teil der den Einschwingvorgang einhüllenden Kurve mit der Zeitachse und dem Schnittpunkt dieser Tangente mit einer dem stationären Zustand entsprechenden Parallelen zur Abszissenachse definiert. Bemerkte sei, daß für die Ableitung der Beziehung ein idealisiertes Wellenfilter mit einer einem Rechteck entsprechenden Durchlaßkurve angenommen wurde.

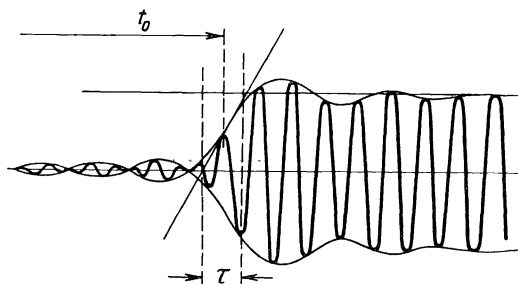


Bild 3. Einschwingvorgang einer Siebkette (schematisch).

¹⁾ Der für die Versuche benutzte Oktavsiebsatz war 1931 vom Zentrallaboratorium des Wernerwerks von Herrn A. Jaumann für uns gebaut worden; er war ursprünglich für andere Zwecke benutzt worden und wurde dann später zur Siebkettenaufzeichnung mit Oszillograph ausgebaut. Die Oktavbereiche des Siebkettensatzes waren 50 bis 100, 100 bis 200, 200 bis 400, 400 bis 800, 800 bis 1600, 1600 bis 3200, 3200 bis 6400, 6400 bis 12800 Hz. Für die Sprachuntersuchungen wurden im allgemeinen die 6 mittleren Siebe benutzt. Es sei an dieser Stelle auch auf die statistischen Untersuchungen an der Sprache hingewiesen, welche H. Lueder mit einem ähnlich gebauten Oktavsiebsatz durchführte [Wiss. Veröff. Siemens-Konz. IX, 2 (1930) 167].

²⁾ Unterschiede der mittleren Gesamtdämpfung der einzelnen Ketten lassen sich ohne weiteres durch ein an jeder Kette angeschlossenes variables Dämpfungsglied ausgleichen. Der geringe, in den Oszillogrammen noch erkennbare Frequenzgang des obersten Oktavbereiches ist nicht durch die Ketten selbst, sondern durch die übrige Schaltung bedingt; er wird größtenteils durch den ansteigenden Frequenzgang des für die Versuche verwendeten, hoch abgestimmten Kondensatormikrophons aufgehoben.

³⁾ K. Küpfmüller: Elektr. Nachr.-Techn. 5 (1928) S. 18.

Zur Prüfung der Küpfmüllerschen Beziehung erregten wir den Oktavsiebsatz durch plötzlich einsetzende Sinustöne. Die für die Einschwingzeit aus den Oszillogrammen Tafel Ia, b ermittelten Werte sind in der nebenstehenden Tabelle zusammengestellt.

Tabelle 1. Einschwingzeiten des Siebkettensatzes in Millisekunden.

Siebbereich in Hz	100	200	400	800	1600	3200
	bis 200	bis 400	bis 800	bis 1600	bis 3200	bis 6400
Berechnete Einschwingzeit in ms	10	5	2,5	1,25	0,625	0,3125
Frequenz der eingeschalteten Spannung in Hz						
101	10,4					
183	12,3					
200	7,1	7,3				
325		5,85				
395		6,0	2,6			
610			2,3			
800			3,8	3,1		
1270				1,0		
1580				1,15	0,71	
3160					0,64	0,325

Die Einschwingzeiten entsprechen im großen und ganzen — insbesondere in den Mitten der Oktavbereiche — den Küpfmüllerschen Werten; an den Siebgrenzen treten merkbare Abweichungen auf; es ist auch festzustellen, daß die Einschwingzeiten etwas von der Phasenlage beim Einschalten abhängen.

Aus den Oszillogrammen Tafel I können auch ohne wei-

teres die Laufzeiten in den verschiedenen Ketten entnommen werden¹⁾. Tabelle 2 gibt eine Zusammenstellung für die Laufzeitwerte, und zwar ist die Laufzeit wie üblich als diejenige Zeit definiert, die zwischen dem Einschaltmoment und dem Moment, wo der Einschwingvorgang seinen steilsten Anstieg hat, abläuft (Bild 3).

Tabelle 2. Laufzeiten des Siebkettensatzes in Millisekunden.

Siebbereich in Hz }	100	200	400	800	1600	3200
	bis 200	bis 400	bis 800	bis 1600	bis 3200	bis 6400
Frequenz der eingeschalteten Spannung in Hz						
101	13,2					
183	18,0					
200	14,7	8,7				
325		9,4				
395		8,8	5,0			
610			4,8			
800			4,0	2,65		
1270				2,3		
1580				2,25	1,3	
3160					1,25	0,95
Mittelwert	15,3	8,4	4,6	2,4	1,28	0,95
Halbe Einschwingzeit in ms	5,0	2,5	1,25	0,625	0,31	0,16
„Zeitverschiebung“ ²⁾ in ms	10,3	5,9	3,35	1,78	0,97	0,79

Die Zusammenstellung zeigt, daß eine Berücksichtigung der Laufzeitfehler nur in den tieferen Sieben erforderlich ist²⁾.

¹⁾ Es wäre an sich möglich, die Laufzeiten aller Siebe durch Phasenausgleichsglieder einander gleichzumachen.

²⁾ In Tabelle 2 sind die Laufzeiten so wie in der Fernmeldetechnik üblich definiert. Für unsere Fragestellungen ist praktisch wichtig die Zeit, welche abläuft, bis ein Vorgang in dem betreffenden Sieb eben merkbar wird. Um diese Zeit scharf zu bestimmen, kann man sie formulieren als die um die halbe Einschwingzeit verminderte Laufzeit; wir wollen diesen Unterschied mit „Zeitverschiebung“ bezeichnen. Die um die Zeitverschiebung gegeneinander versetzten Oszillogramme können dann praktisch ohne weiteres aufeinander bezogen werden.

In natürlichen Schallvorgängen kommen häufig periodisch angestoßene abklingende Schwingungszüge vor. So zeigen sich z. B. in den Vokalklangbildern gedämpft abklingende Schwingungszüge, welche den durch plötzliche Öffnung der Stimmritze angestoßenen Eigenschwingungen der Mundhöhle entsprechen. Es ist daher praktisch von großem Interesse zu prüfen, inwieweit derartige Vorgänge von den Oktavsieben noch richtig aufgezeichnet werden. Die Oktavsiebaufzeichnung kann nur so lange ein einigermaßen richtiges Bild des betreffenden natürlichen Vorganges liefern, als das Abklingen des natürlichen Schallvorganges langsamer erfolgt als das Abklingen der Siebeigenschwingungen. Über das Abklingen der Siebeigenschwingungen beim Abschalten einer stationären sinusförmigen Erregung geben ebenfalls die Oszillogramme Tafel I Auskunft. Wir haben — um eine Abschätzung der Bedeutung dieser Eigenschwingungen für die Aufzeichnung abklingender Sinuswellen gewinnen zu können — versucht, das Dekrement der Ausschwingvorgänge der Siebe zu bestimmen.

Wir sind uns hierbei durchaus darüber klar, daß sich das Dekrement — da ja das Ausschwingen nicht streng exponentiell erfolgt — nur mit einer gewissen Annäherung ermitteln läßt; praktisch kann man aber auf diesem Weg die in Frage stehenden Fehler gut kennzeichnen. Man kann die Grenze der Leistungsfähigkeit so formulieren, daß man aussagt: Natürliche Schallvorgänge, die mit einem Dekrement abklingen, das größer ist als das Eigendekrement der Kreise, werden unzulässig verfälscht. Tabelle 3 gibt über die Dekremente der verschiedenen Siebe Auskunft.

Tabelle 3. Dekremente des Siebkettensatzes.

Siebbereich in Hz	100 bis 200	200 bis 400	400 bis 800	800 bis 1600	1600 bis 3200	3200 bis 6400
Frequenz der ausgeschalteten Spannung in Hz						
95	0,47					
101	0,55	0,33				
183	0,47	0,41				
200	0,36	0,37				
325		0,50	0,27			
610			0,50			
800			0,29	0,23		
1580				0,29	0,23	
1600				0,26	0,23	
3160					0,21	0,23

Das Dekrement der höheren Ketten des Oktavsiebsatzes ist im allgemeinen kleiner als das Dekrement der tieferen Ketten; die Dekremente sinken bis zu einem geringsten Wert von etwa 0,21 ab. Man kann nach diesem Befund also feststellen, daß mit dem hier in Frage stehenden Oktavsiebsatz Aussagen über Dämpfungsdekremente natürliche Schallvorgänge fehlerhaft werden, wenn das Dekrement der betreffenden Vorgänge einen Wert von etwa 0,21 überschreitet.

Um die Frage der Abbildung gedämpfter Schwingungen durch den Oktavsiebsatz noch etwas schärfer zu beleuchten, haben wir den Siebkettensatz mit einem plötzlich einsetzenden, auf elektrischem Wege durch Kondensatorentladung erzeugten, gedämpft abklingenden Schwingungszug erregt. Tafel I c zeigt oszillographische Aufnahmen derartiger Vorgänge; man erkennt deutlich, daß bei einem Herankommen des Dekrements der erregenden Schwingung an das Eigendekrement der Kreise eine Verfälschung der Aufzeichnung bemerkbar wird. Die Oszillogramme zeigen weiterhin sehr anschaulich, daß an der Unstetigkeitsstelle beim plötzlichen Einsetzen der Erregung¹⁾ die abklingenden Eigenschwingungen sämtlicher Siebe angestoßen werden. Es ist bekannt²⁾,

1) Die Oszillogramme Tafel I lassen selbstverständlich diese Wirkung auch beim Aussetzen der Erregung deutlich erkennen.

²⁾ K. Küpfmüller: Elektr. Nachr.-Techn. 1 (1924) 141.

daß derartige un stetige Änderungen sich durch eine unendlich dicht verteilte Folge von Sinusschwingungen — durch ein Fourier-Integral — darstellen lassen; die Erscheinungen können so aufgefaßt werden, als würden die Siebe durch eben diese unendlich dichte Folge von Teilschwingungen erregt. Für die Erregung des einzelnen

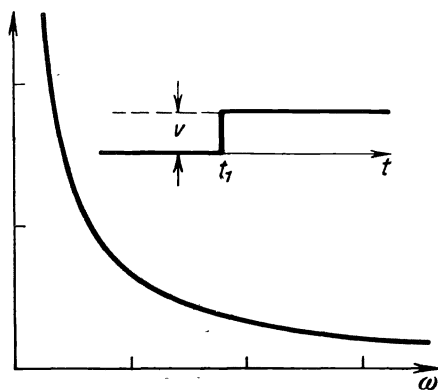


Bild 4. Amplitudenspektrum eines Spannungstoßes.

Siebes ist — neben den Eigenschaften des Siebes selbst — die Amplitude der Teilschwingungen maßgebend.

Für einige einfache Formen der Unstetigkeit läßt sich die skizzierte Darstellung streng oder zumindest mit guter Annäherung durchrechnen.

Der Spannungsstoß nach Bild 4 läßt sich formulieren:

$$E_0(t, t_1) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2\pi} \mu(t - t_1), \quad (1)$$

wobei

$$\mu(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d\omega}{\omega} \sin \omega t. \quad (2)$$

Die Amplituden der Teilschwingungen nehmen also mit der Frequenz, sowie in Bild 4 gezeichnet, ab. Wir können den Ausdruck $A = \frac{1}{2\pi\omega}$ als Amplitudenspektrum eines Spannungssprungs vom Betrag 1 auffassen.

Für eine plötzlich einsetzende Sinusspannung von der Kreisfrequenz ω_0 gilt der Ansatz

$$V = E_0(t, t_1) V_0 \sin \omega_0(t - t_1).$$

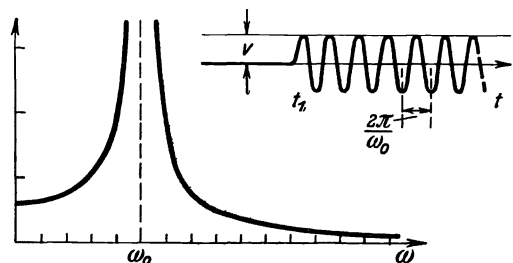


Bild 5. Amplitudenspektrum einer plötzlich eingeschalteten Sinusspannung.

Die Durchrechnung dieses Ansatzes ergibt für das Amplitudenspektrum den Ausdruck

$$\frac{A}{V_0} = \left| \frac{\omega_0}{2\pi(\omega^2 - \omega_0^2)} \right|; \quad (3)$$

die Amplituden der kontinuierlich verteilten Teilschwingungen fallen also mit wachsendem Frequenzabstand von der Frequenz der ein- und ausgeschalteten stationären Schwingung rasch ab (Bild 5).

Die mit dem Oktavsiebssatz durchgeführten oszillographischen Aufnahmen eines Spannungstoßes (Tafel Id) und einer plötzlich ein- und aussetzenden Sinusspannung (Tafel Ia, b) entsprechen den eben skizzierten Überlegungen¹⁾.

Bei Erregung des Siebkettensatzes mit einem exponentiell abklingenden Vorgang machen sich die durch den un stetigen Einsatz ausgelösten Schwingungen gegenüber dem eigentlichen Vorgang um so mehr bemerkbar, je stärker dieser gedämpft ist, ein Umstand, der verständlich ist, wenn man bedenkt, daß die Erregungsform bei genügend hoher Frequenz und genügend starker Dämpfung der eines kurzen Impulses nahe kommt.

Die wesentlichste Frage für Untersuchungen an natürlichen Schallvorgängen mit Siebketten ist nun die: Kommen in den natürlichen Schallvorgängen un stetige Änderungen vor, die verfälschende Ausgleichsvorgänge der Ketten auslösen, und

¹⁾ Beim Vergleich der Anzeige der einzelnen Siebe mit der spektralen Verteilung nach Gleichung (2) bzw. (3) ist zu bedenken, daß an sich bereits die in den Sieben angezeigten, durch Zusammensetzung aller Teilschwingungen zustande kommenden Spitzenwerte mit wachsender Frequenz ansteigen, weil die (in Hertz gemessene) Durchlaßbreite der Siebe mit wachsender Ordnungszahl der Siebe wächst.

weiterhin, ist die Dämpfung der in den natürlichen Schallvorgängen vorkommenden abklingenden Wellenzüge kleiner oder größer als diejenige der Eigenschwingungen der Ketten?

In vielen praktischen Fällen ist es von vornherein ausgeschlossen, daß im Schallfeld unstetige Änderungen von so ausgeprägter Art, wie wir sie auf elektrischem Wege leicht erzeugen können, vorkommen; in vielen Fällen durchlaufen ja die an sich unstetig einsetzenden Vorgänge zunächst akustische Resonanzsysteme, die dann ihrerseits erst die Abstrahlung vermitteln, so daß das Schallfeld von der Unstetigkeit selbst nicht erreicht wird. Ein Beispiel hierfür ist der Schall, der beim plötzlichen mechanischen Anschlag einer Seite erregt wird und durch ein mit der Saite gekoppeltes Resonanzsystem abgestrahlt wird. Im abgestrahlten Klang ist die Unstetigkeit als solche nicht mehr unmittelbar zu erkennen, dafür machen sich die angestoßenen Schwingungen des Resonanzsystems bemerkbar. Tafel II zeigt am Klavier durchgeführte Aufnahmen; diese Aufnahmen zeigen die geschilderten Zusammenhänge sehr anschaulich. Es wurde an einem (in einem stark gedämpften Raum stehenden) Klavier der Ton *d* in den verschiedenen Oktaven aufgenommen, dieser Ton liegt nahezu in der Mitte der Durchlässigkeitsbereiche der einzelnen Siebe. Besonders lehrreich sind die Aufnahmen bei hoher Lage des Grundtones; es treten bei diesen Aufnahmen, nämlich jeweils auch in den unterhalb der Tonhöhe des Grundtones liegenden Sieben die durch die Anschlagsunstetigkeit erregten Eigenschwingungen des Klavierresonanzsystems¹⁾ auf. Daß es sich hier nicht etwa um Eigenschwingungen des Oktavsiebsatzes selbst handelt, beweist die lange Dauer der in Frage stehenden Wellenzüge, die Eigenschwingungen des Siebes selbst wären in dieser Zeit längst abgeklungen. Die Erscheinungen sind, wie hier noch bemerkt sei, zweifellos für den Klavierklang sehr wichtig. Die Eigenschwingungen liegen im allgemeinen unharmonisch zu dem Grundton des gegebenen Klanges, sie bedingen eine Untermalung des Linienspektrums des Klavierklanges mit einem geräuschartigen Anteil²⁾.

Dem eben behandelten Beispiel, das die Verflachung von Unstetigkeiten durch die Eigenschwingungen des die Schallabstrahlung vermittelnden Resonators zeigt, lassen sich aber auch andere Beispiele natürlicher Schallvorgänge gegenüberstellen, bei denen im Schallfeld tatsächlich ein nahezu unstetiger Einsatz erfolgt; es sei hier auf einen im Freien oder auch in einem extrem stark gedämpften Raum erfolgenden Knall hingewiesen. Ein derartiger Knall würde, ähnlich wie ein elektrischer Spannungssprung, merkliche Ausgleichsschwingungen des Siebkettensatzes erregen.

Über die im Rahmen der vorliegenden Arbeit besonders interessierenden Schallvorgänge bei der Sprache ist folgendes zu sagen: Bei den Sprachlauten sind unstetige Änderungen im allgemeinen wegen der Mitwirkung der Ansatzrohrresonanzen,

¹⁾ Inwieweit hier auch noch das Hammergeräusch als solches auftritt, könnte ein Kontrollversuch zeigen, bei dem die Saite nicht durch Hammeranschlag, sondern anders, beispielsweise durch Abbrennen eines Spannfadens, erregt wird.

²⁾ Untersuchungen mit Sieben an Klavierklängen wurden bereits von O. Vierling: Z. techn. Physik **16** (1935) S. 528, durchgeführt; mit den obenerwähnten Erscheinungen hat sich aber O. Vierling nicht beschäftigt. Auf ganz anderem Wege, und zwar durch automatische Analyse mittels Suchtons, haben E. Meyer und G. Buchmann (Berliner Ber., phys.-math. Kl., **1931** Nr 32 S. 735) bereits früher unharmonische Komponenten im Klavierklang gefunden. Die Ergebnisse unserer Untersuchungen passen gut zu den Feststellungen von E. Meyer und G. Buchmann. — Wie gut die Siebe den Klavierklang mit all seinen Änderungen tatsächlich nachbilden, zeigt besonders anschaulich der Vergleich der Siebkettenaufnahme und der direkten Aufnahme *d*².

und zwar insbesondere der Mundhöhlenresonanzen bei der Schallabstrahlung nicht zu erwarten.

Wir können die bei Siebkettenuntersuchungen an Sprachklängen zu erwartenden wesentlichen Fehler abschätzen, wenn wir die Dekremente der Mundhöhlen-Eigen-schwingungen betrachten. Wir fanden früher¹⁾ für den Hauptformant des A einen Wert von 0,13 bis 0,29, für den hohen Formant des I einen Wert von 0,3. Die größeren der eben angegebenen Werte liegen bereits in der Gegend der Eigendekrementwerte des Oktavsiebsatzes. Bei Aussagen über den Kurvenverlauf im einzelnen müssen wir also hier bereits eine gewisse Vorsicht walten lassen. Da die eben angegebenen Dekrementwerte der Vokale ebenfalls mit einem Oktavsieb (und zwar mit dem erwähnten, in seiner Abstimmung stufenweise veränderbaren Sieb nach G. Thilo) gewonnen wurden, ist hier noch eine kurze Erklärung notwendig. Das damals benutzte Sieb besitzt wesentlich größeres Dekrement als der in der vorliegenden Arbeit benutzte Siebkettensatz²⁾. Die Dekremente lagen zwischen 0,7 und 1,4. Mit dem stufenweise veränderbaren Oktavsieb konnten also Aussagen bis zu Dekrementen von etwa 0,7 gemacht werden. Das stufenweise einstellbare Oktavsieb nach G. Thilo ist nach vorstehendem hinsichtlich der Ausgleichsvorgänge wesentlich günstiger als der zur gleichzeitigen Aufzeichnung aller Oktavbereiche benutzte Siebkettensatz; der Vorteil der gleichzeitigen Aufzeichnung aller Bereiche ist aber so groß, daß die ungünstigeren Ausgleichsvorgänge in Kauf genommen werden können. Würde man einen Satz von Einzelsieben, die in ihren Eigenschaften dem Oktavsieb von G. Thilo entsprechen, zusammenstellen, so würde man die gleichzeitige Aufzeichnung auch hinsichtlich der Ausgleichsvorgänge noch besser gestalten können. Für die Fragestellung der vorliegenden Arbeit reicht die Leistungsfähigkeit des verwendeten Siebkettensatzes aber aus.

3. Untersuchungsergebnisse an Silben und an Wörtern.

Von besonderem Interesse schien es, die schnellstveränderlichen Sprachlaute, die Explosivlaute, mit dem Oktavsiebsatz oszillographisch zu untersuchen. Über die Ergebnisse dieser Aufnahmen, welche die Leistungsfähigkeit des Untersuchungsverfahrens deutlich zeigen, sei im folgenden zunächst berichtet.

Man scheidet die Explosivlaute nach ihrer Entstehungsweise³⁾ in zwei Gruppen, in die Tenues (P, T, K) und die Mediae (B, D, G). Bei Abgabe von Lauten der erstgenannten Gruppe bleibt die Stimmritze zunächst weit geöffnet, die den Weg von der Lunge zur Außenluft sperrende Verschußstelle liegt weit oberhalb der Stimmritze im Ansatzrohr, und zwar beim P zwischen den Lippen, beim T zwischen dem vorderen Teil der Zunge und den oberen Zähnen, beim K zwischen dem mittleren Teil der Zunge und dem Gaumen. Im Augenblick der Verschußöffnung tritt zunächst

¹⁾ F. Trendelenburg u. E. Franz: Z. techn. Physik **16** (1935) S. 513.

²⁾ Die Tatsache, daß zwei Siebe gleicher Durchlaßbreite in ihren Ausgleichsvorgängen merkliche Unterschiede zeigen, mag, wenn man an die Küpfmüllersche Beziehung $\tau = 1/\Delta f$ denkt, befremdlich erscheinen. Diese Beziehung gilt aber nur für idealisierte, rechteckige Durchlaßkurven, während die Durchlaßkurve der einzelnen Siebe des Siebkettensatzes und der einzelnen Bereiche des stufenweise veränderbaren Oktavsiebes von der Rechteckkurve abweichen und insbesondere auch eine verschiedene Steilheit des Abfalls bei den Grenzfrequenzen aufweisen.

³⁾ Auf die grundsätzlichen Unterschiede der Entstehung der Mediae und der Tenues hat bereits H. v. Helmholtz in der Lehre von den Tonempfindungen (6. Auflage, S. 113, Braunschweig 1913) hingewiesen. Von H. Backhaus [Z. techn. Physik **13** (1932) S. 31] wurden — wie oben erwähnt — die Unterschiede der Mediae und der Tenues erstmalig objektiv untersucht.

ein durch Wirbelbildung in der Einengung verursachtes Strömungsgeräusch, das Konsonantgeräusch auf. Die Stimmritze verengt sich dann, und nach genügender Annäherung der Stimmbänder beginnt die Stimmbandschwingung einzuschwingen. Anders liegen die Dinge bei der Gruppe der Mediae. Bei diesen war die Stimmritze zunächst geschlossen, beim Beginn der Stimmritzenöffnung setzt sofort die Stimmbandschwingung ein, zu den von der Stimme herrührenden harmonisch zusammengesetzten Schallkomponenten tritt dann noch das an der Ansatzrohreinengung entstehende Konsonantgeräusch hinzu. Bei den Lauten aus der Gruppe der Mediae setzt also das Konsonantgeräusch frühestens gleichzeitig mit dem Stimmklang ein.

Die Explosivlaute lassen sich nach dem Vorstehenden etwa wie folgt ordnen:

Lautbezeichnung	Verschlößstelle im Ansatzrohr	Stimmbandschwingung
B } D } G }	Lippe-Lippe Zungenspitze-Oberzähne Zungenmitte-Gaumen	} Stimmbänder tönen sofort mit.
P } T } K }	Lippe-Lippe Zungenspitze-Oberzähne Zungenmitte-Gaumen	

Wir haben an einer Reihe von Versuchspersonen mit Explosivlauten beginnende Silben untersucht, weiterhin haben wir Aufnahmen von Wörtern durchgeführt, in denen Explosivlaute enthalten sind, wie z. B. roten, roden, Roben, Ekel, Egel, Buben Hupen, Stubben, Puppen¹⁾.

Einige der Silbenaufnahmen sind in den Tafeln III wiedergegeben. Die Oktav-sieboszillogramme zeigen sehr anschaulich die Richtigkeit der eben gebrachten Ausführungen über die Entstehungsweise der Explosivlaute. In allen Aufnahmen aus der Gruppe der Tenuis ist zunächst isoliert das Konsonantgeräusch zu erkennen, und zwar liegt dieses Geräusch im wesentlichen in den beiden Oktavbereichen von 1600 bis 3200 Hz und von 3200 bis 6400 Hz. Zeitlich wesentlich später nach dem Konsonantgeräusch treten bei den Tenuis von der Stimmbandschwingung herrührende harmonische Komponenten auf.

Die Zeitdauer des Konsonantgeräusches der Tenuis ist bei den einzelnen Versuchspersonen etwas verschieden, im Mittel fanden wir nebenstehende Werte.

Tabelle 4. Zeitdauer des Konsonantgeräusches bei den Tenuis (in Millisekunden).

Silbe	Versuchsperson						Mittelwert
	F.	H.	Sch.	T.	Wi.	Wo.	
Pe . . .	100	68	40	79	44	57	65
Te . . .	85	56	93	56	40	49	57
Ke . . .	78	58	104	100	49	87	79

Bemerkt sei, daß die in dieser Tabelle enthaltenen Werte etwa mit den von H. Backhaus²⁾ gemessenen Werten übereinstimmen.

Bei der Lautgruppe der Mediae sind Stimmkomponenten und Konsonantgeräusch nicht zeitlich getrennt wie bei den Tenuis, sondern sie überlagern sich; das Konsonantgeräusch beginnt also frühestens mit Einsatz der stimmhaften Komponenten,

¹⁾ Der Schallempfänger befand sich jeweils in etwa 20 cm Entfernung vom Mund des Sprechers. Bei den Aufnahmen muß darauf geachtet werden, daß in Richtung auf den Schallempfänger gesprochen wird, da sonst die in hohen Tonbereichen liegenden Konsonantgeräusche schlecht herauskommen; die hohen Komponenten der Stimmen werden ja stark gerichtet abgestrahlt [vgl. F. Trendelenburg: Z. techn. Physik **10** (1929) S. 558].

²⁾ H. Backhaus: Z. techn. Phys. **13** (1932) S. 31.

häufig setzen sogar die stimmhaften Komponenten erheblich vor dem Konsonantgeräusch ein. Diese Erscheinung ist so zu erklären, daß durch die nur wenig geöffnete Stimmritze zunächst etwas Luft in das Ansatzrohr gepreßt wird, wobei die Stimmbänder etwas zu schwingen beginnen. Nach genügender Steigerung des Druckes im Ansatzrohr wird dann die Verschlusstelle gesprengt, der eigentliche Explosivlaut setzt mit dem Konsonantgeräusch ein. Wir fanden diesen vorzeitigen Einsatz des Stimmtones [der übrigens auch der scharfen subjektiven Beobachtung von H. v. Helmholtz¹⁾ nicht entgangen ist!] in sehr vielen Fällen; der frühe Einsatz der stimmhaften Komponenten ist in der Aufzeichnung des tiefsten Oktavbereichs sehr schön zu erkennen (Tafel III)²⁾.

Über die Zeitdauer des Konsonantgeräuschs bei den Mediae ergaben sich folgende mittlere Werte:

Tabelle 5. Zeitdauer des Konsonantgeräusches bei den Mediae (in Millisekunden).

Silbe	Versuchsperson						Mittelwert
	F.	H.	Sch.	T.	Wi.	Wo.	
Be	14	6	19	14	13	10	13
De	10	14	26	29	21	15	19
Ge	14	10	25	25	30	26	22

Man sieht, daß das Konsonantgeräusch bei D etwas länger ist als bei B, eine

¹⁾ H. v. Helmholtz a. a. O. S. 114.

²⁾ In den Aufnahmen von H. Backhaus ist ein vorzeitiger Einsatz des Stimmtones nicht zu erkennen. Es wird dies daran liegen, daß die Stimmbandschwingungen sich in der direkten Aufzeichnung weit weniger deutlich bemerkbar machen als in der Aufzeichnung des Oktavbereichs von 100 ··· 200 Hz.

H. Backhaus weist aber übrigens darauf hin, daß man die Mediae auch mit einem starken Mitklingen der Brustresonanz erzeugen können, beim gewöhnlichen Sprechen geschehe dies allerdings nicht.

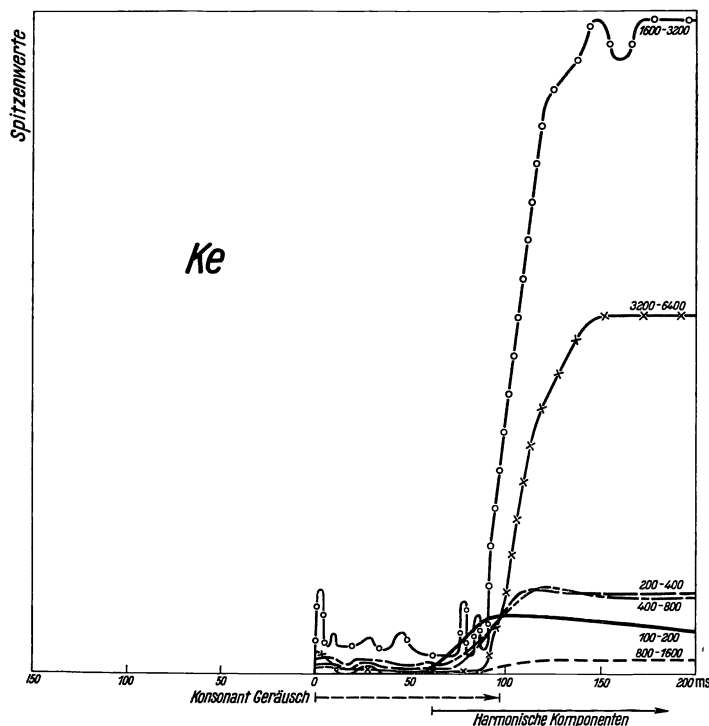


Bild 6a.

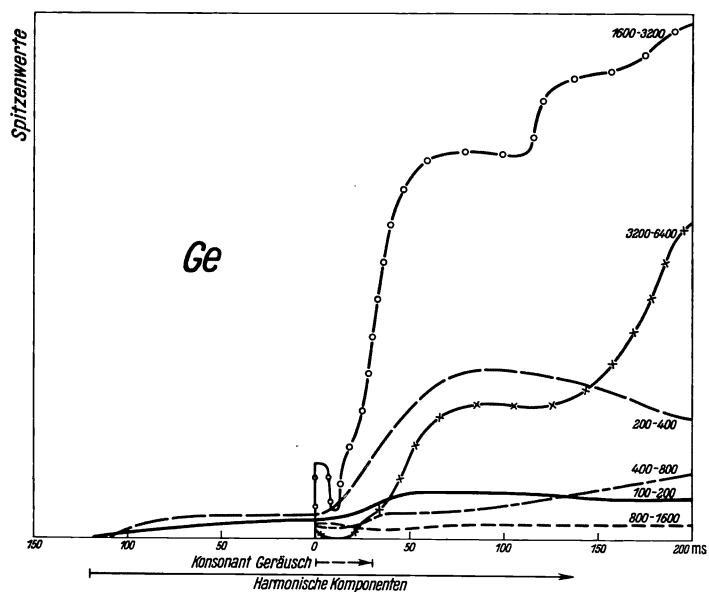


Bild 6b.

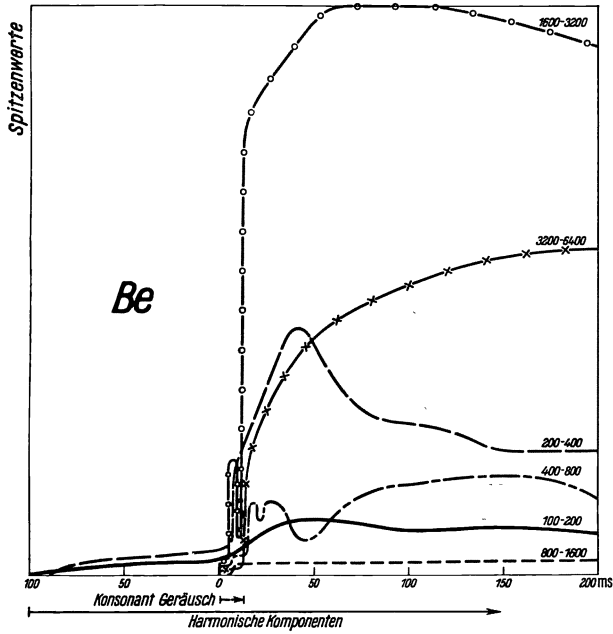


Bild 6c.

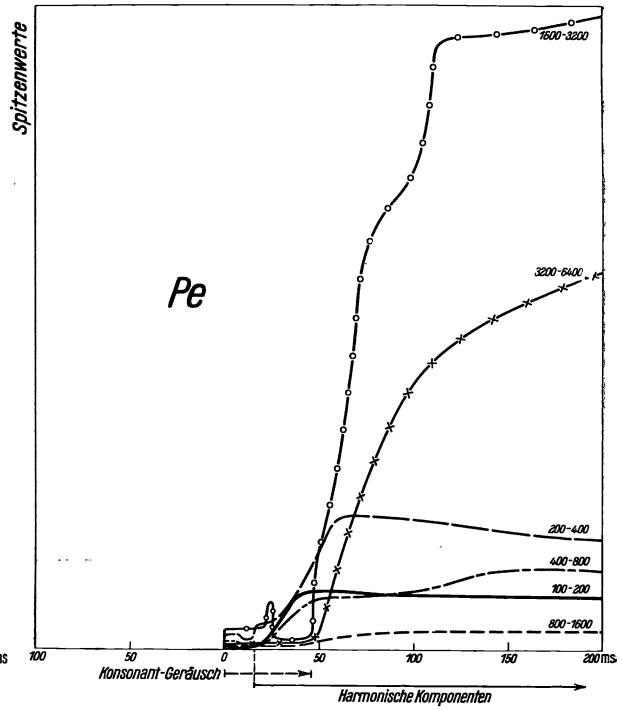


Bild 6d.

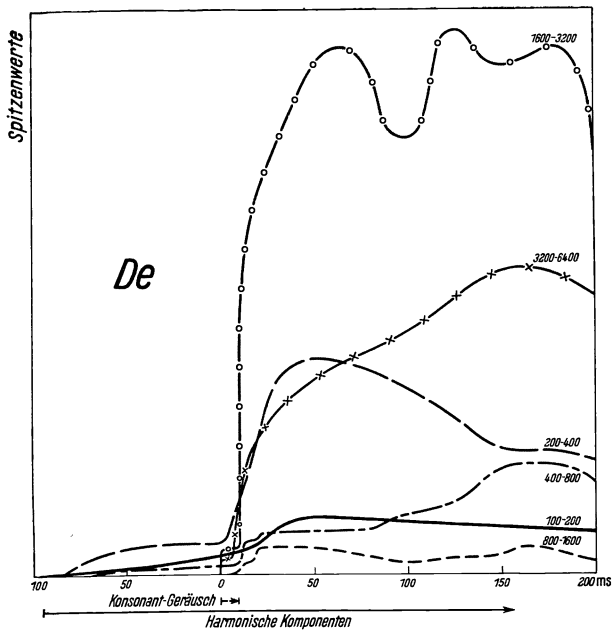


Bild 6e.

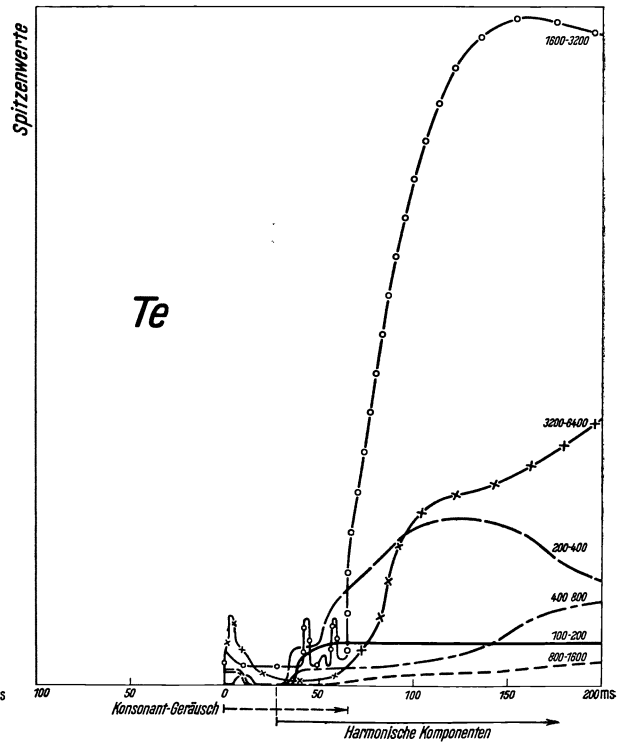


Bild 6f.

Bild 6a...6f. Spitzenwerte in den einzelnen Oktavbereichen bei den Silben *Be*, *De*, *Ge*, *Pe*, *Te*, *Ke*.

Feststellung, die sich mit der Beobachtung von H. Backhaus deckt. Für das G, und zwar insbesondere vor dem Vokal E, ist übrigens charakteristisch ein impulsähnlicher Einsatz des Konsonantgeräuschs (Tafel III)¹⁾.

Bemerkt sei noch, daß die Stärke des Konsonantgeräuschs bei den Mediae wesentlich geringer ist als bei den Tenues; ein Umstand, der ohne weiteres klar ist, wenn man daran denkt, daß bei den Tenues die Stimmritze zunächst weit geöffnet ist, und somit bei der Sprengung der Ansatzrohreinengung eine viel stärkere Strömung einsetzt als bei den Mediae mit nur geringer Stimmritzenöffnung.

Die Eigenart der zeitlichen Zuordnung von Konsonantgeräusch und stimmhaften Komponenten bei den verschiedenen Explosivlauten kommt besonders klar in Erscheinung, wenn man aus den Oktavsieb-Oszillogrammen den Amplitudenverlauf in den verschiedenen Oktavbereichen herauszeichnet, in den hohen Bereichen liegt im wesentlichen das Konsonantgeräusch, im tiefsten der Grundton der Stimme. In Bild 6a ··· 6f sind derartige Umzeichnungen wiedergegeben²⁾.

Zeitdauer des eigentlichen Konsonantgeräusches und zeitliche Zuordnung des Geräuschs zu dem vom Stimmband herrührenden Schallkomponenten sind die am meisten hervorstechenden physikalischen Kennzeichen der Einzelexplosivlaute. Es darf aber nicht übersehen werden, daß noch weitere Unterscheidungen vorhanden sind. So sind z. B. Unterschiede in der Tonlage der Geräuschkomponenten erkennbar. Besonders auffallend sind in dieser Hinsicht die tiefen³⁾ — noch wesentlich unterhalb der unteren Grenzen des tiefsten Siebes liegenden — Komponenten im P (Tafel V). Diese tiefen Komponenten dürften abklingende Eigenschwingungen der Lippenpartien sein.

Besondere Beachtung verdient die Frage, wie sich die Vokalformanten nach einem Explosivlaut aufbauen. Bei all unseren Aufnahmen beginnt der Aufbau des Vokalformanten erst nach Ablauf des Konsonantgeräuschs, und zwar, worauf ausdrücklich hingewiesen werden muß, ganz unabhängig vom Zeitpunkt des Einsatzes der Stimmbandschwingung. Bei vielen Silben, die mit einem Explosivlaut aus der Gruppe der Mediae beginnen, setzt der Stimmbandklang erheblich vor dem Konsonantgeräusch ein, der Vokalformant baut sich aber auch in diesen Fällen erst nach dem Konsonantgeräusch auf. Dieser Befund ist so zu erklären, daß das Ansatzrohr bei Beginn der Stimmbandschwingung noch verschlossen war, daß also auch durch Eigenresonanzen des Ansatzrohres hervorgerufene Formantschwingungen sich nicht ausbilden können. Erst nach Öffnung des Ansatzrohres (also nach Ablauf des an der Öffnungsstelle entstehenden Konsonantgeräuschs) kommt das Ansatzrohr, und zwar insbesondere Zunge und Mund, in die für den betreffenden Vokal charakteristische Resonanzstellung, der Vokal baut sich auf⁴⁾.

¹⁾ Auf diesen impulsähnlichen Einsatz des G hat bereits H. Backhaus hingewiesen.

²⁾ Als Nullpunkt der Zeitskala ist für alle unsere Umzeichnungen der Beginn des Konsonantgeräusches — also der Augenblick der Verschlußfreigabe — benutzt. Den Beginn des gesamten Schallvorganges als Nullpunkt einzusetzen, erscheint nicht empfehlenswert; beispielsweise bei den Mediae treten ja häufig von der Stimmbandschwingung herrührende Komponenten bereits vor dem Konsonantgeräusch ohne genau bestimmte zeitliche Zuordnung zu diesem auf. — Die „Zeitverschiebung“ (S. 82 Anm. 2) ist bei den Umzeichnungen berücksichtigt worden.

³⁾ Es sei noch bemerkt, daß die Empfindlichkeit der direkten Aufzeichnung bei den tiefsten Komponenten des P bereits nachläßt; nimmt man eine Verstärkeranordnung, die bis zu extrem tiefen Frequenzen gleichmäßig arbeitet, so sind die tiefen Komponenten im P noch deutlicher zu erkennen.

⁴⁾ Auch H. Backhaus hat bereits den verschieden schnellen Aufbau der Vokalformanten beobachtet, ohne allerdings hierfür eine Erklärung zu geben.

Nach dem Vorstehenden hat man zu erwarten, daß die Formantbildung je nach Art des betreffenden Explosivlautes und des betreffenden Vokals eine ganz verschiedene Zeitdauer erfordert. Bei bestimmten Zusammenstellungen Explosivlaut-Vokal sind nur ganz geringe Umstellungen des Sprachorgans erforderlich, so z. B. bei der Silbe *Di*. Beim *D* liegt die Zunge an den oberen Zähnen, sie braucht nur ein wenig von den Zähnen abzurücken und die Zungeneinstellung für das *I* liegt fertig vor. Ganz anders ist es bei der Zusammenstellung *Do*; die Zunge hat nach Ablauf des *D* weit von den Zähnen abzurücken, zwischen dem hinteren Teil der Zunge und dem Zäpfchen muß sich eine Einengung bilden, erst dann ist die Mundhöhleinstellung für das *O* fertig. Tatsächlich fanden wir auch (Tafel IV bzw. Bild 7) einen sehr langsamen Aufbau des Vokalformants bei der Silbe *Do*. Wir glauben aber, daß die eben geschilderten Erscheinungen für die Erkennbarkeit eines Explosivlautes als solchen nicht so wichtig sind als Zeitdauer und spektrale Verteilung des Konsonantgeräuschs. Der Vokal-aufbau erfolgt übrigens — wie eine größere Anzahl von Aufnahmen an verschiedenen Versuchspersonen zeigte — individuell etwas verschieden; es ist ja wohl auch verständlich, daß so verwickelte Muskelbewegungen wie diejenigen in den Sprachorganen bei einzelnen Versuchspersonen etwas verschieden ablaufen.

Die Untersuchung von Wörtern, welche Explosivlaute umschließen, lieferte Ergebnisse, die sich zwanglos denjenigen an Explosivlauten im Worteinsatz anschließen. Ganz allgemein ist festzustellen, daß bei den Mediae stimmhafte Komponenten und Konsonantgeräusch gleichzeitig vorhanden sind, während bei den Tenues das Konsonantgeräusch völlig oder zumindest nahezu allein auftritt. Bei den Mediae laufen die tiefen Stimmkomponenten von der dem Explosivlaut vorangehenden Silbe zu der mit dem Explosivlaut beginnenden Silbe durch. Die vom Stimmband herrührenden Komponenten bleiben in der Aufzeichnung des tiefsten Oktavsiebes während des Übergangs von dem dem Explosivlaut vorangehenden Vokal zu dem auf den Explosivlaut folgenden Vokal als fortlaufender — nahezu periodischer — Schwingungszug erkennbar. Lediglich die Amplitude dieses Schwingungszuges nimmt während des Verschlusses des Ansatzrohres etwas ab. Die hohen, durch die Ansatzrohrresonanzen zustande kommenden Formanten erlöschen naturgemäß während des Verschlusses vollständig. Die Verhältnisse liegen beim Übergang zweier durch einen Laut der Mediae verbundener Vokale offenbar so, daß während des Verschlusses des Ansatzrohres Luft durch die Stimm-

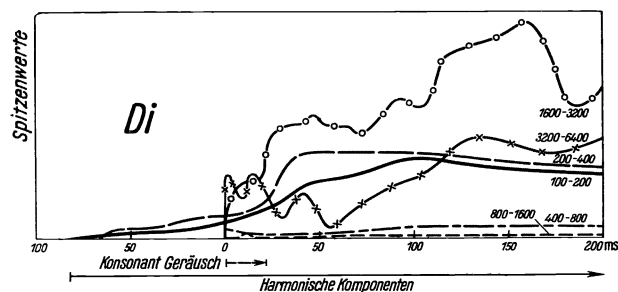


Bild 7 a.

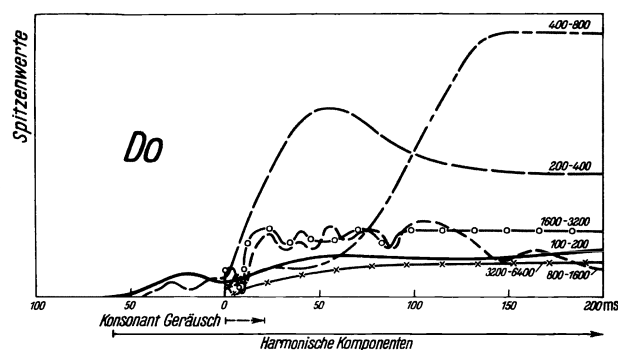


Bild 7 b.

Bild 7 a u. 7 b. Spitzenwerte in den einzelnen Oktavbereichen bei den Silben *Di* und *Do*.

ritze in die Mundhöhle gepreßt wird, wobei die Stimmbandschwingung aufrechterhalten bleibt.

Bei den Tenues setzen die stimmhaften Komponenten ganz oder zumindest

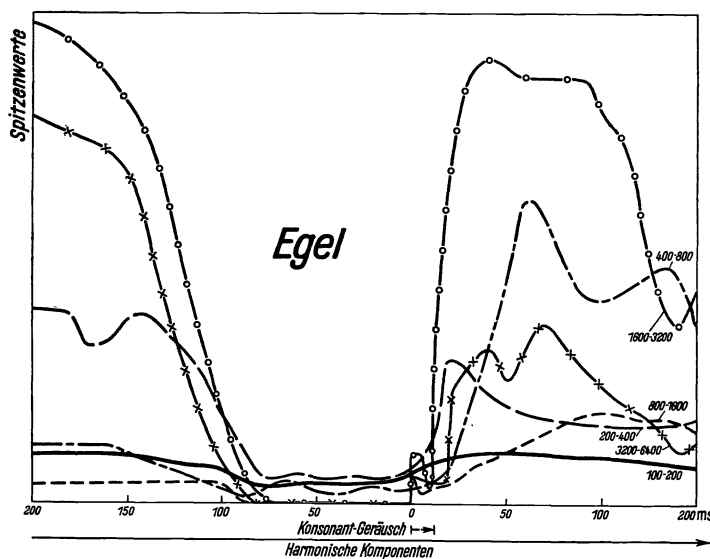


Bild 8 a.

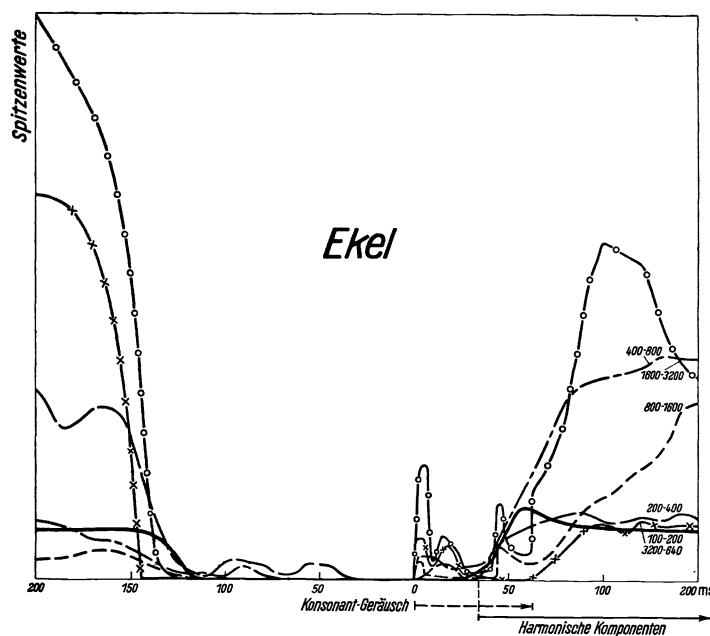


Bild 8 b.

Bild 8 a u. 8 b. Spitzenwerte in den einzelnen Oktavbereichen während des Ablaufs der Konsonanten *g* bzw. *k* in den Wörtern *Egel* bzw. *Ekel*.

Stimmbandschwingungen zu beobachten war; so z. B. bei dem Wort „Stubben“. Tafel VI c zeigt eine derartige Aufnahme. Wir glauben aber, daß dies auf eine unrichtige Aussprache durch die betreffende Versuchsperson zurückzuführen war, bei zahlreichen anderen Versuchspersonen (vgl. z. B. Tafel VI d) liefen die Stimmbandschwingungen auch beim Wort „Stubben“ durch.

größtenteils aus. Ein fortlaufender, genähert periodischer Schwingungszug ist nicht erkennbar. Erst nach dem Explosivlaut beginnt erneut die Stimmbandschwingung. Die in den Tafeln IV bis VII wiedergegebenen Worte zeigen die Erscheinungen sehr anschaulich¹⁾. [Vgl. auch die Umzeichnungen Bild 8 a und 8 b.]

Die Zeitdauer der Konsonantengeräusche ist auch innerhalb von Worten von ähnlicher Größe wie im Anklang von Einzelsilben. Bemerkenswert ist besonders, daß auch im Innern gesprochener Wörter das Geräusch des *D* etwas länger andauert als dasjenige des *B*. H. Backhaus hat die Meinung ausgesprochen, daß die unterschiedliche Geräuschkdauer dieser beiden Laute sehr wesentlich für die Erkennbarkeit sei; diese Ansicht findet durch unsere Beobachtung an gesprochenen Wörtern eine neue Stütze.

Auch zwei andere, nicht zu den Explosivlauten gehörende Konsonanten sind im Anlaut im wesentlichen nur durch die zeitliche

¹⁾ Bemerkt sei noch, daß auch bei einem Übergang von einem kurzen Vokal zu einem anderen Vokal über einen Laut aus der Gruppe der Mediae zuweilen ein nahezu völliges Erlöschen der

Zuordnung von Konsonantgeräusch und stimmhaften Komponenten unterschieden. Das als Strömungsgeräusch zwischen Oberzähnen und Unterlippe entstehende F geht in das W über, wenn zum Konsonantgeräusch stimmhafte Komponenten hinzukommen. Im Anlaut macht sich das Einsetzen der Stimmbandschwingung beim W bereits längere Zeit vor dem Konsonantgeräusch bemerkbar; beim F hingegen tritt das Konsonantgeräusch zunächst isoliert auf, erst später schwingt die Stimmbandschwingung ein (Tafel VII).

4. Schlußbemerkungen.

Die in der vorstehenden Arbeit wiedergegebenen Oszillogramme sind von Sprechern aufgenommen, die eine deutliche Aussprache besaßen; es war uns daran gelegen, die kennzeichnenden Unterschiede der einzelnen Laute möglichst gut zu veranschaulichen. Wir haben außer diesen Oktavsieb-Oszillogrammen auch solche von zufällig verfügbaren Sprechern, welche den Zweck unserer Aufnahmen nicht kannten, aufgenommen; grundsätzlich anderes zeigen diese Bilder trotz gewisser individuell kennzeichnender Unterschiede nicht. Vom phonetischen Standpunkt aus wäre es von besonderem Interesse, aus zwanglos gesprochenem Text der verschiedensten Sprecher einzelne Wörter herauszugreifen, um so dann insbesondere mundartliche Unterschiede herausholen zu können. Es ist dies leicht in der Weise möglich, daß man entsprechend ausgewählte Teile einer Schallplatten- oder Tonfilmaufzeichnung über den Oktavsiebsatz abspielt. Wir glauben, daß ein derartiges Vorgehen phonetisch sehr interessante Aufschlüsse liefern kann. Solange die hochwertige, physikalische Analyse nur auf stationäre oder nahezu stationäre Schallvorgänge beschränkt war, blieb ihre Anwendungsmöglichkeit vom phonetischen Standpunkt aus nur eine eng begrenzte — die Leistungsmöglichkeit der für die vorstehende Arbeit benutzten Untersuchungsmethode scheint uns gerade für phonetische Zwecke eine sehr viel größere.

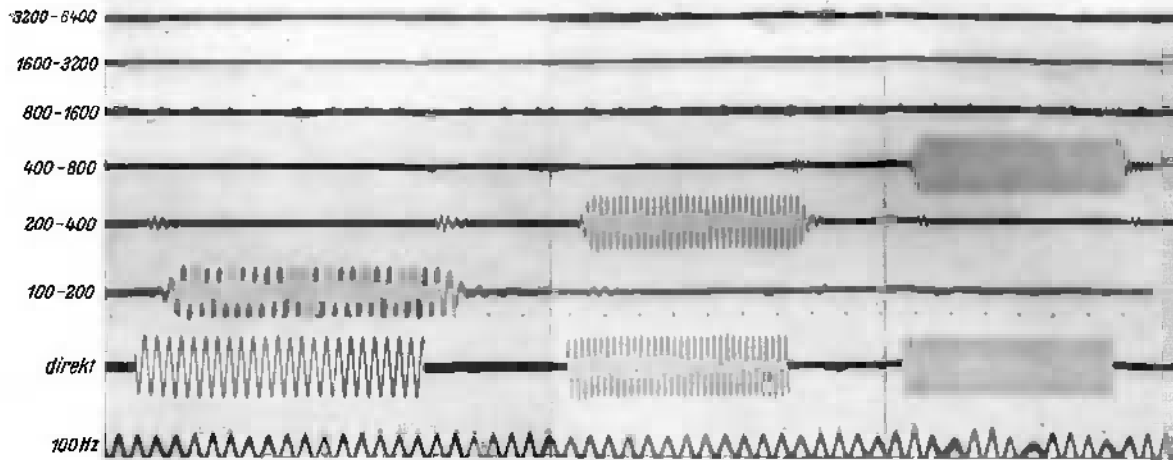
Unsere Untersuchungsergebnisse zeigen — worauf abschließend noch kurz hingewiesen sei — anschaulich die Bedeutung der Vermeidung von Laufzeitfehlern für die Klangwirkung bei Klangübertragungen. Während sich Phasenfelder in stationären Klangteilen subjektiv praktisch nicht bemerkbar machen, ist dies bei schnell wechselnden Vorgängen anders. Treten im Zuge einer Sprachübertragung Laufzeitunterschiede der Komponenten verschiedener Höhe von nur etwa 15 ms auf, so wird dies subjektiv bereits als störend empfunden, eine Laufzeitdifferenz von über 30 ms ist gänzlich unzulässig¹⁾. Diese Erscheinung dürfte wesentlich darauf beruhen, daß die zeitliche Zuordnung der in hohen Frequenzgebieten liegenden Konsonantgeräusche zu den in tiefen Gebieten liegenden Stimmbandkomponenten verschoben wird.

Zusammenfassung.

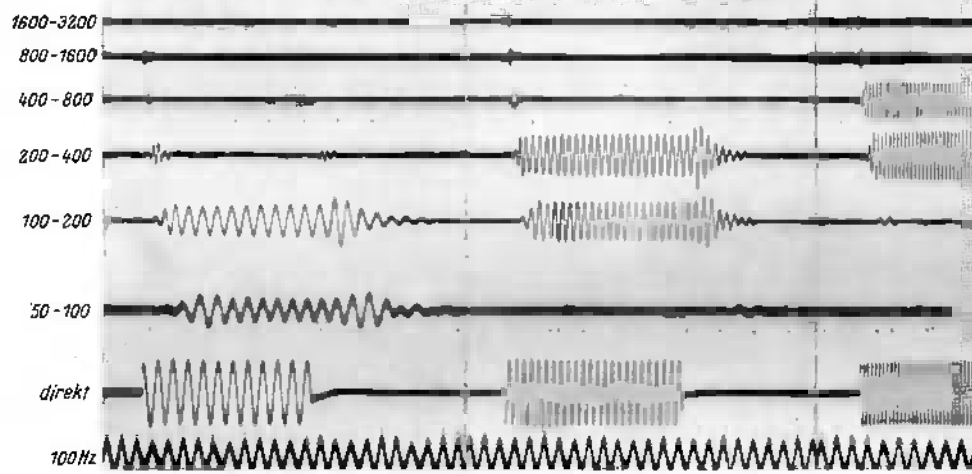
Zur objektiven Untersuchung schnellstveränderlicher Schallvorgänge wurde eine Anordnung ausgebaut, in welcher mittels eines Satzes von 6 gleichzeitig eingeschalteten Siebketten die in Frage stehenden Schallvorgänge oktavenmäßig zerlegt wurden, und dann durch eine entsprechende Anzahl von Oszillographenschleifen

¹⁾ Vgl. K. Küpfmüller: Schwachstromtechnik, im Handb. der Experimentalphysik **11/3** (1931) S. 430. Bei „klanggetreuer“ Übertragung sind an die Vermeidung von Laufzeitfehlern noch weit höhere Anforderungen zu stellen.

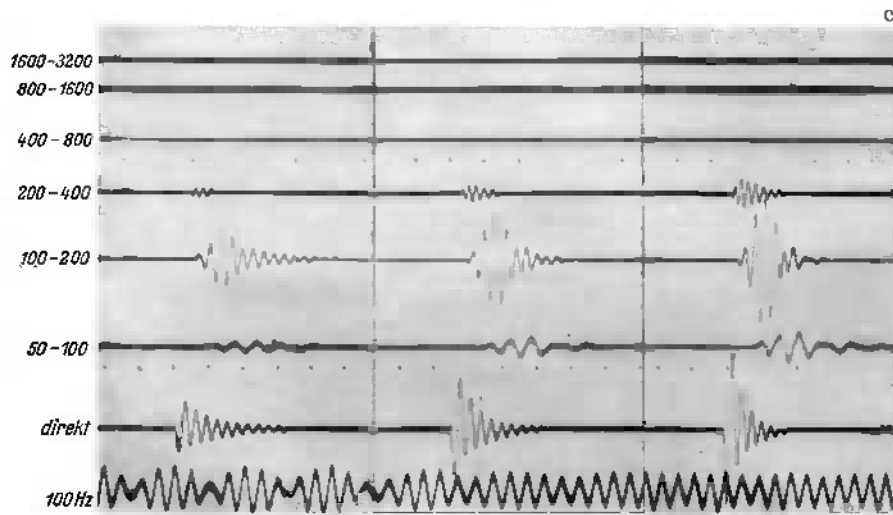
die in den einzelnen Oktavbereichen liegenden Komponenten gleichzeitig mit dem Schallbild des unzerlegten Vorganges aufgezeichnet wurden. Die Leistungsfähigkeit der Anordnung und die in ihr vorkommenden Fehler (und zwar insbesondere die durch die Einschwingzeit der Ketten und die durch die Laufzeit in den Ketten bedingten Verzerrungen) werden im ersten Teil der Arbeit eingehend kritisch besprochen. Im zweiten Teil der Arbeit werden Untersuchungen erörtert, welche mit der Anordnung an gesprochenen Silben und an Wörtern durchgeführt wurden. Die aufgenommenen Oszillogramme lassen sehr anschaulich die Änderungen der Schallzusammensetzung im Ablauf der Sprache erkennen, insbesondere tritt die sprachlich sehr wichtige zeitliche Zuordnung der (meist in hohen Oktavbereichen liegenden) Geräuschkomponenten zu den (meist im Oktavbereich von 100 bis 200 Hz liegenden) Stimmbandschwingungen in den Aufnahmen klar hervor. Im besonderen Maß wurden die schnellst veränderlichen Sprachlaute — die Explosivlaute — untersucht; die physikalischen Kennzeichen dieser Laute wurden herausgearbeitet und zu den physiologischen Momenten bei der Spracherzeugung in Beziehung gesetzt; Einzelheiten, wie z. B. der verschieden schnelle Aufbau der Vokalformanten nach den einzelnen Konsonanten, wurden geklärt.



Sinusschwingungen, ein- un...



Sinusschwingungen, ein- un...

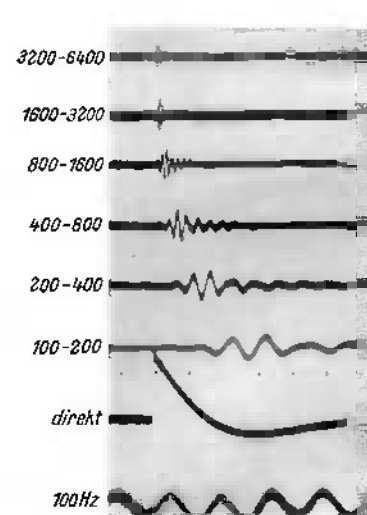


$\delta = 0,28$

$\delta = 0,41$

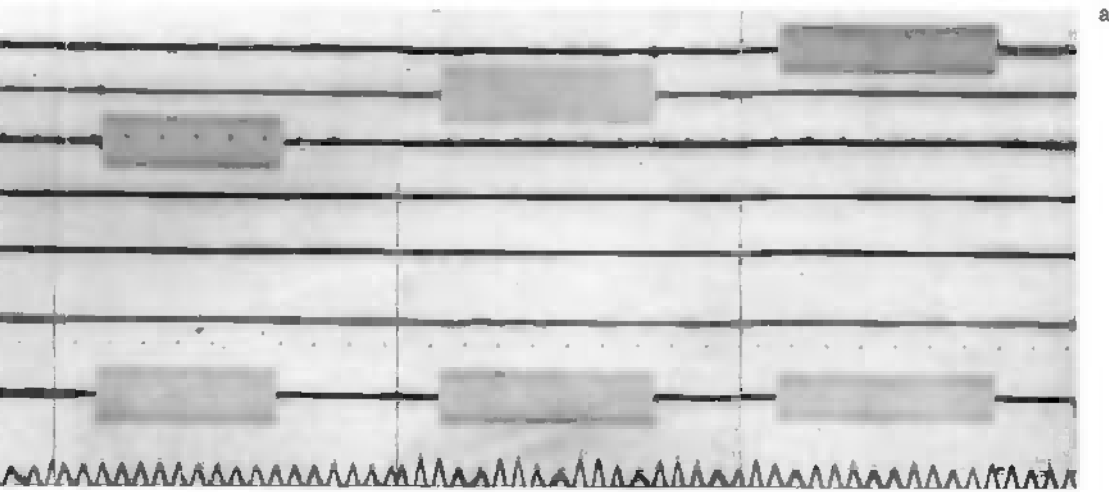
$\delta = 0,65$

Gedämpfte Sinusschwingungen (oszillatorische Kondensatorentladung).

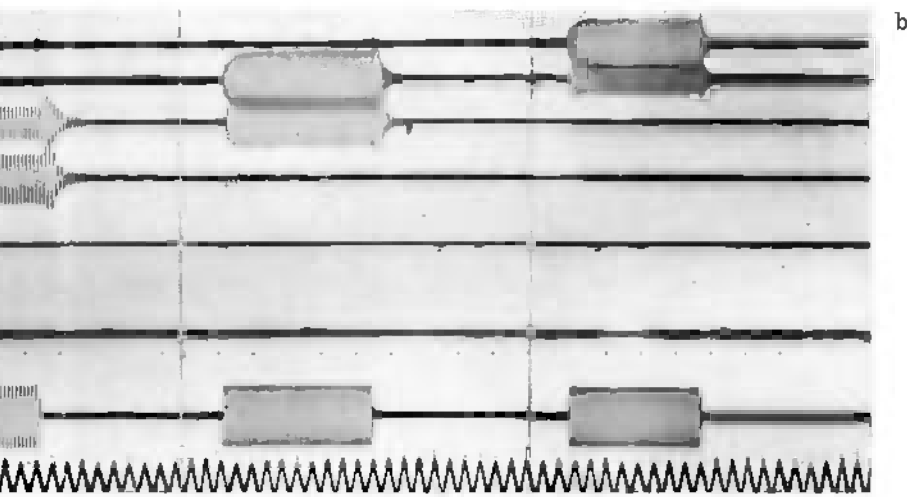


Spannu...

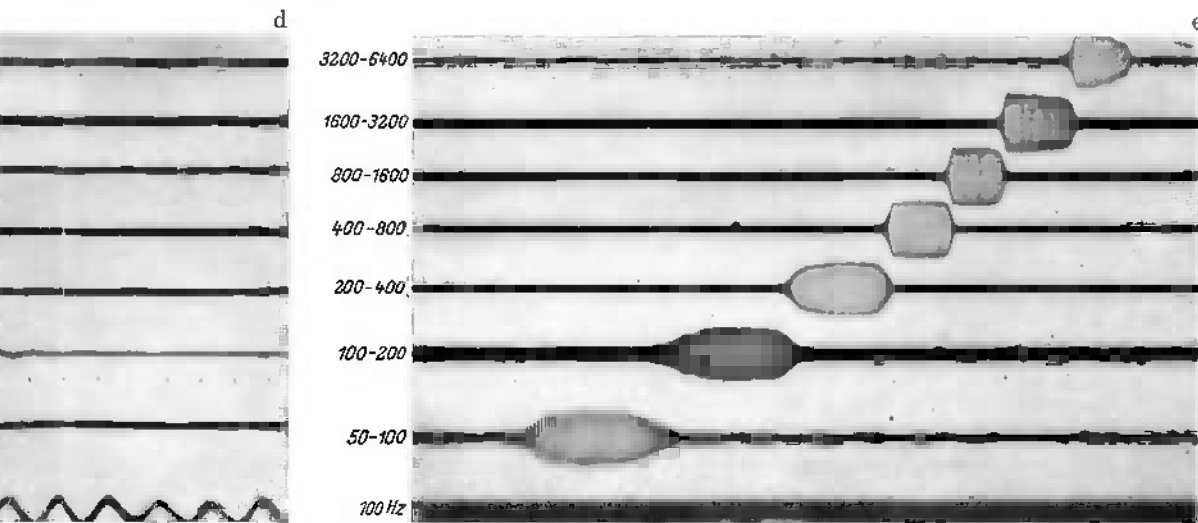
Alle Oszillogramme sind auf $\frac{1}{2}$ d...



nd ausgeschaltet (Siebmitten).

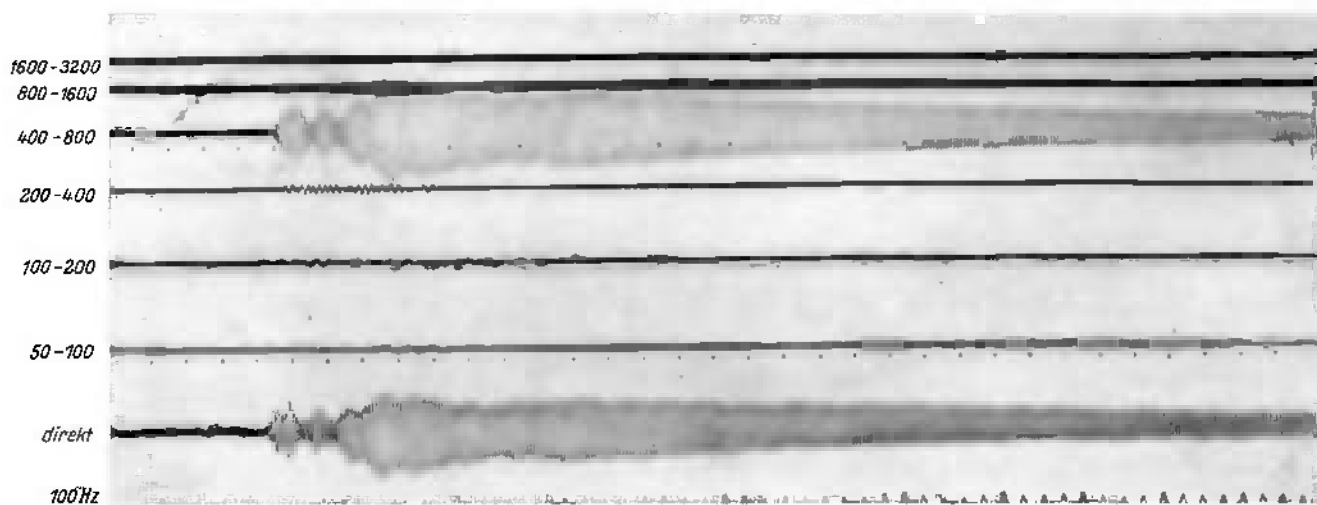


nd ausgeschaltet (Siebgrenzen).

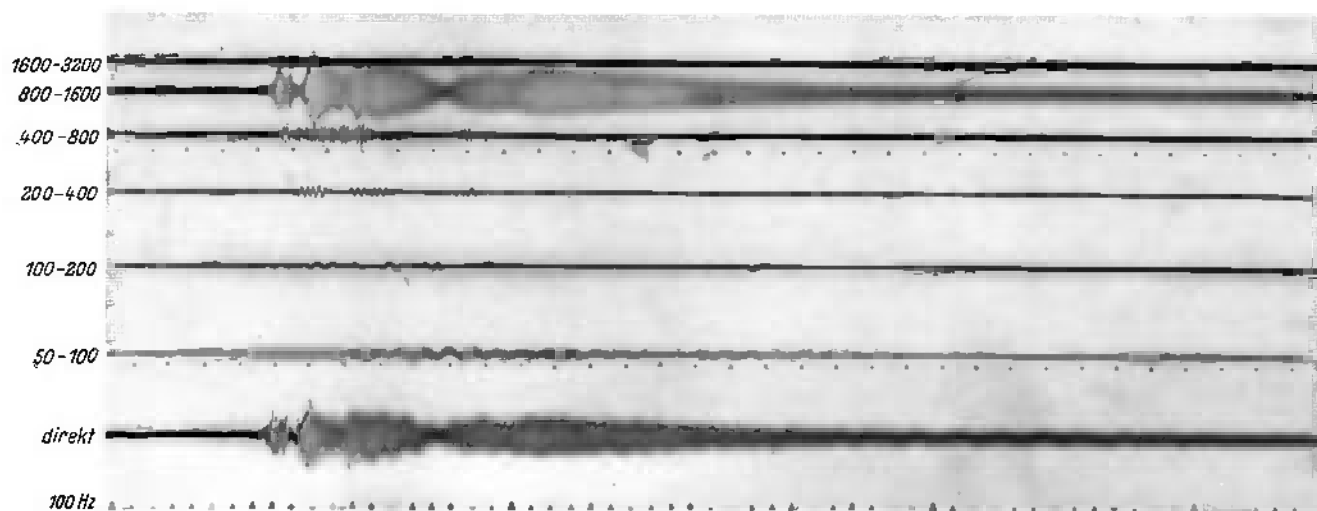


angsstoß. Frequenzkurve des Siebkettensatzes.

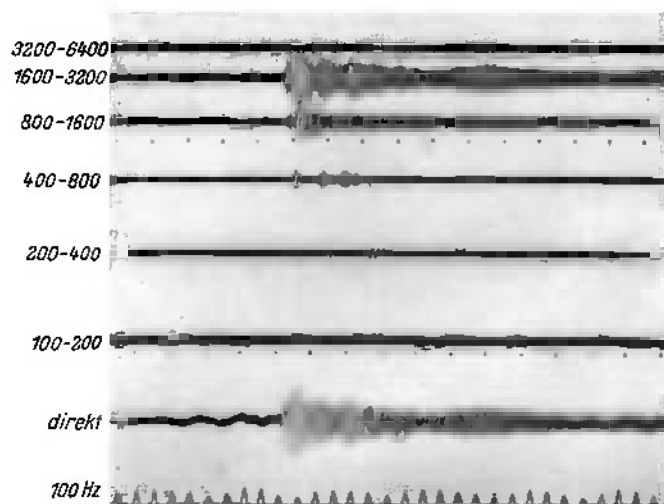
er natürlichen Größe verkleinert.



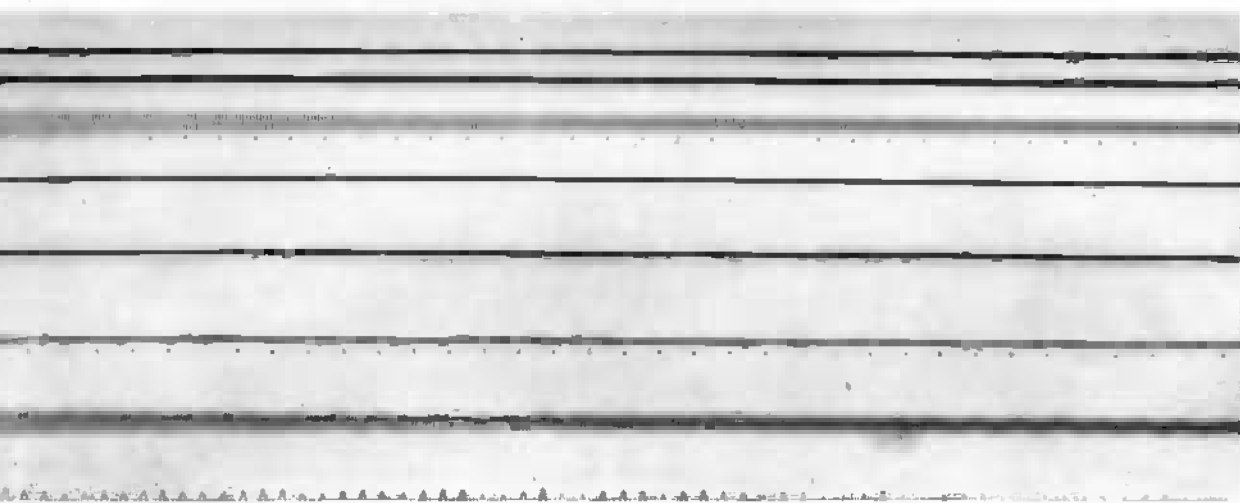
Klavierklang



Klavierklang

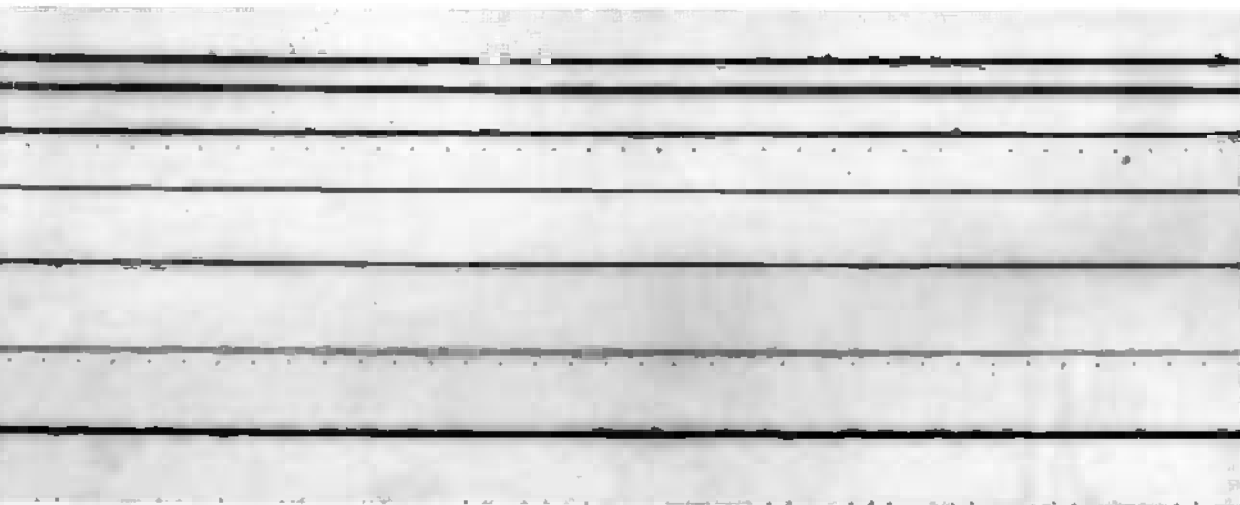


Klavierklang



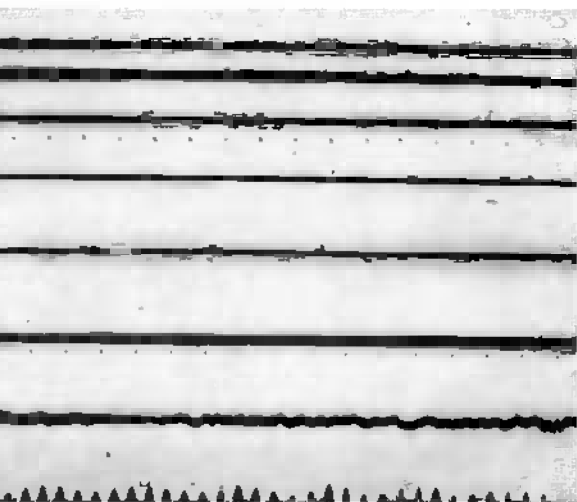
a

d^2 581 Hz.



b

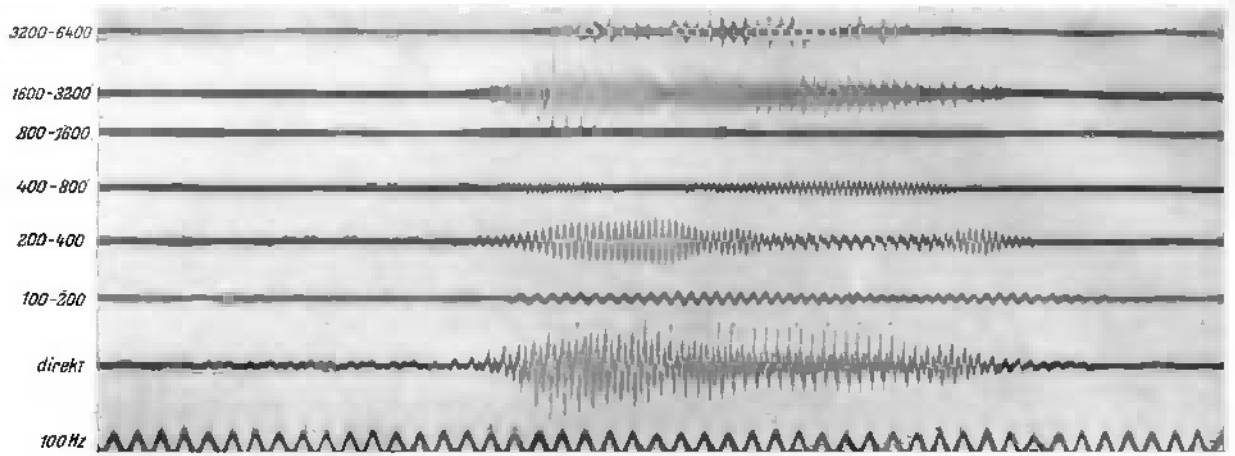
d^3 1161 Hz.



c

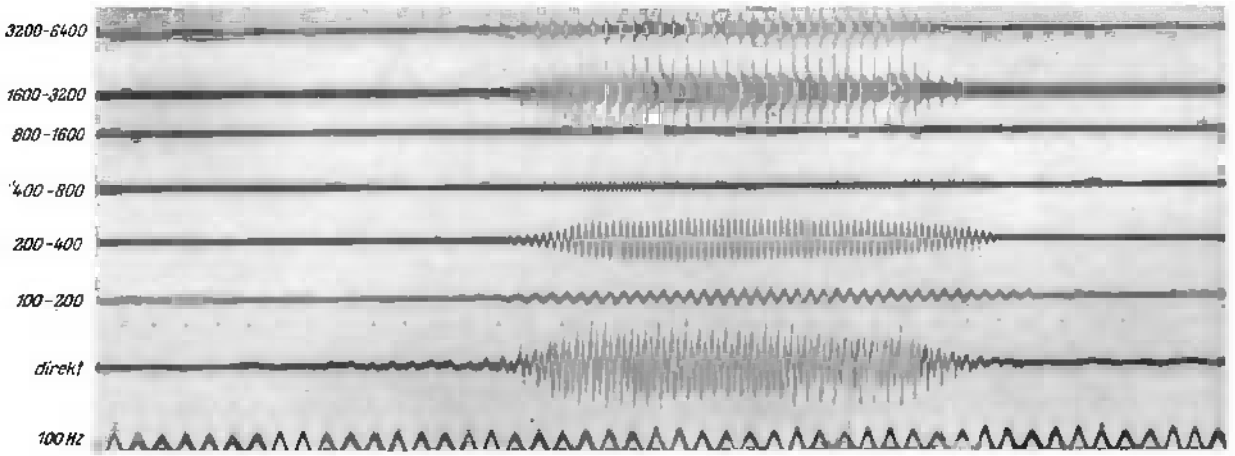
d^4 2323 Hz.

Mediae.



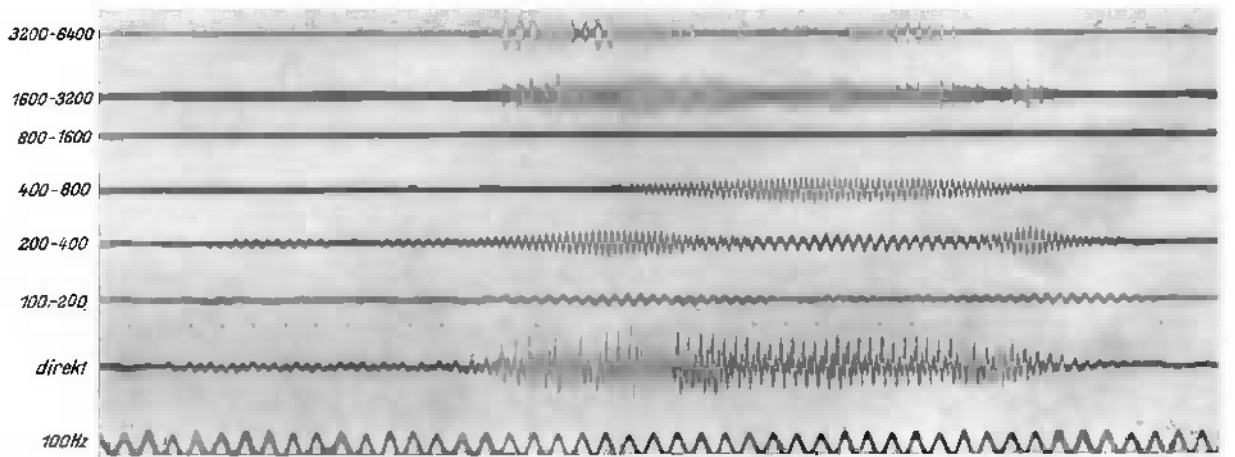
↑

Be



↑

De

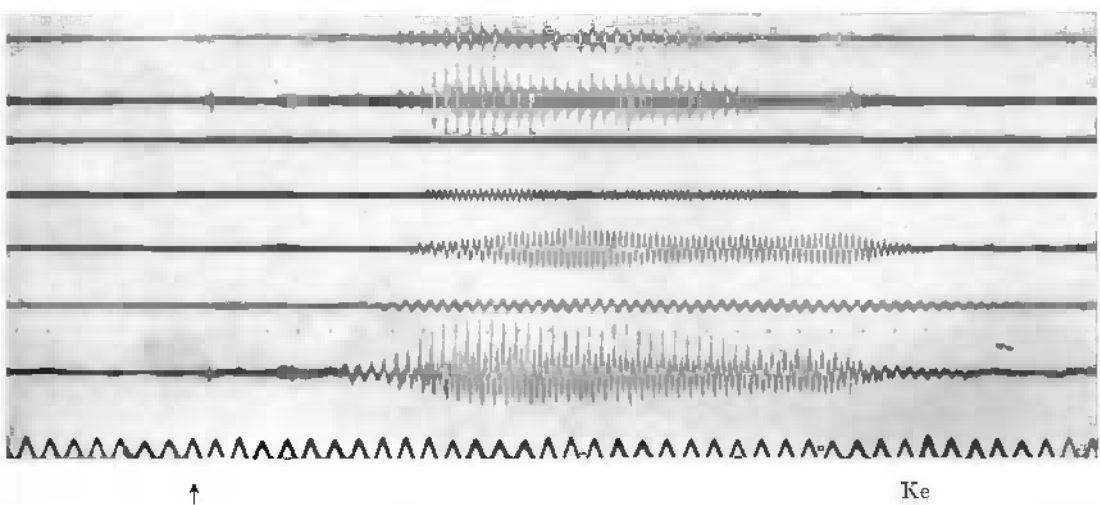
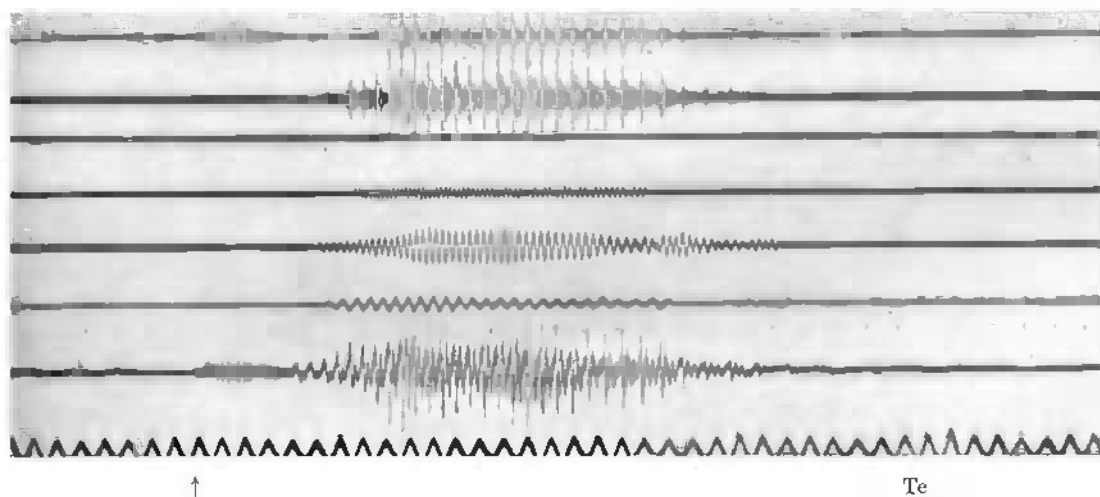
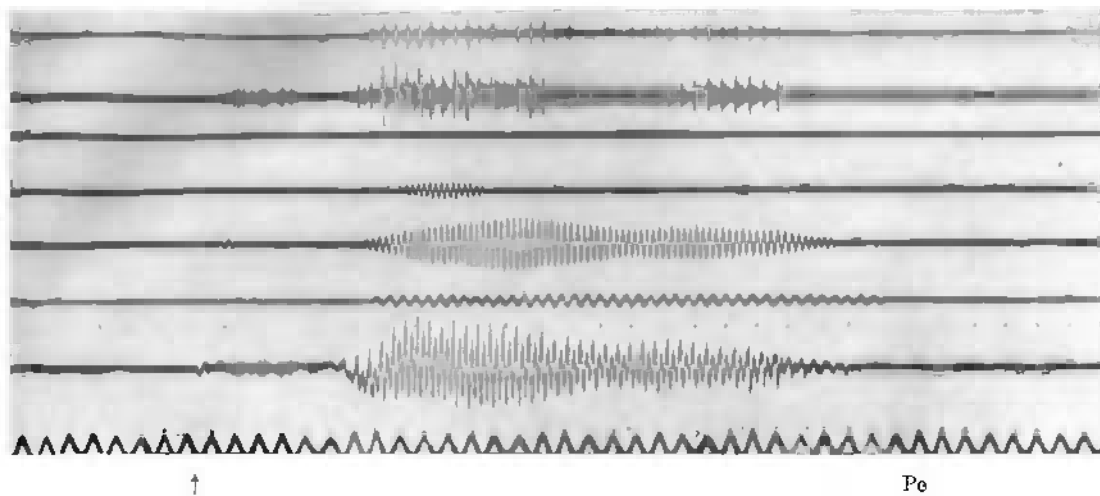


↑

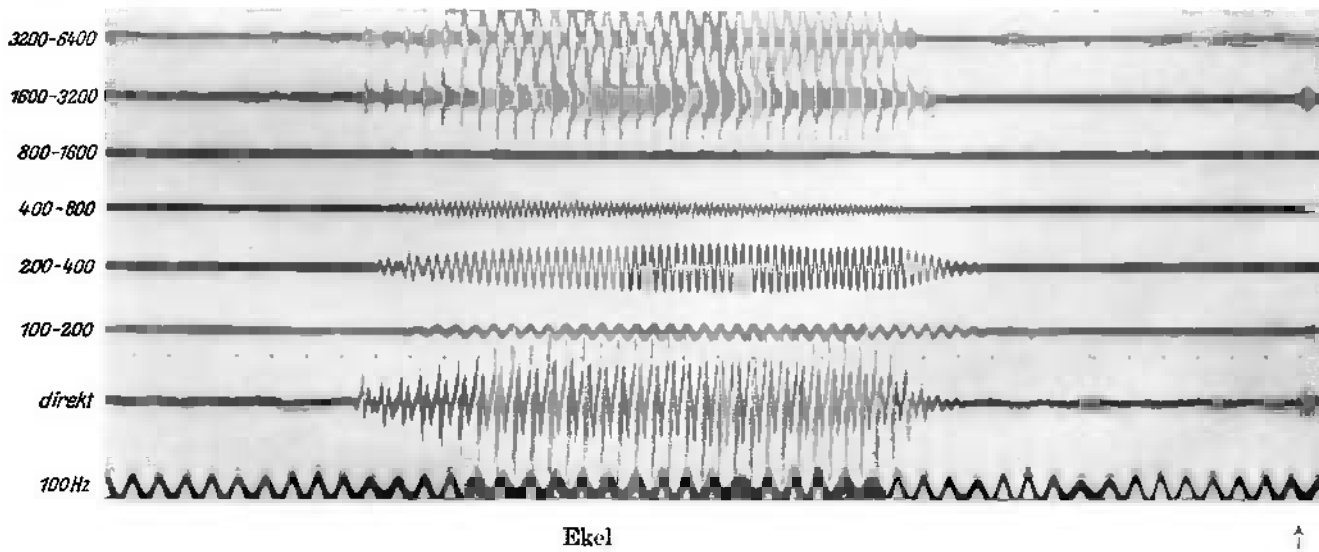
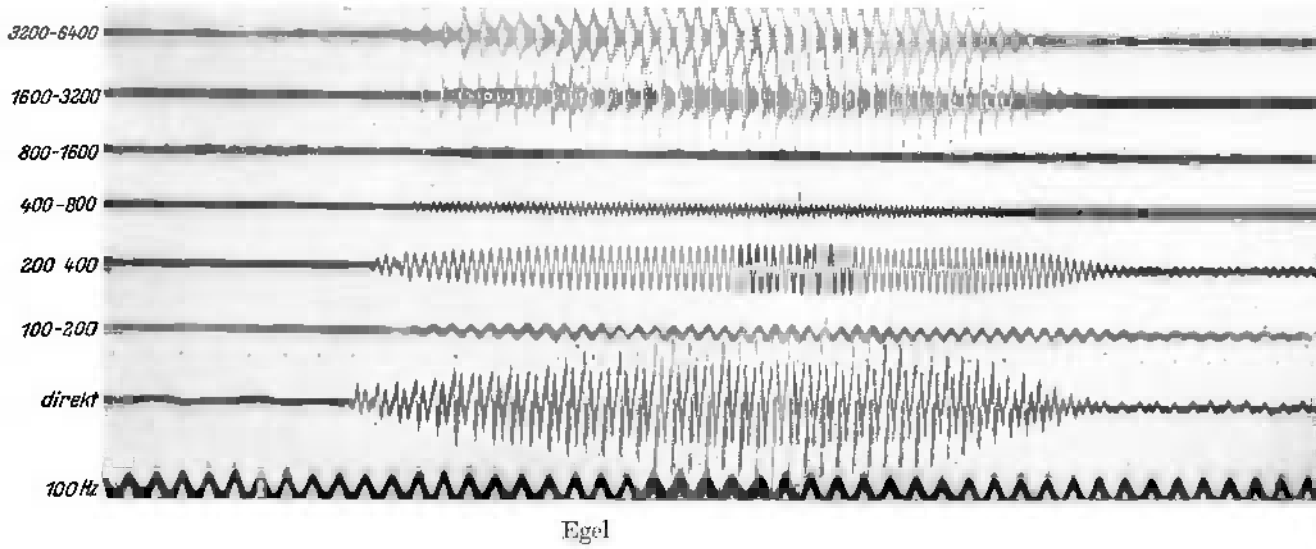
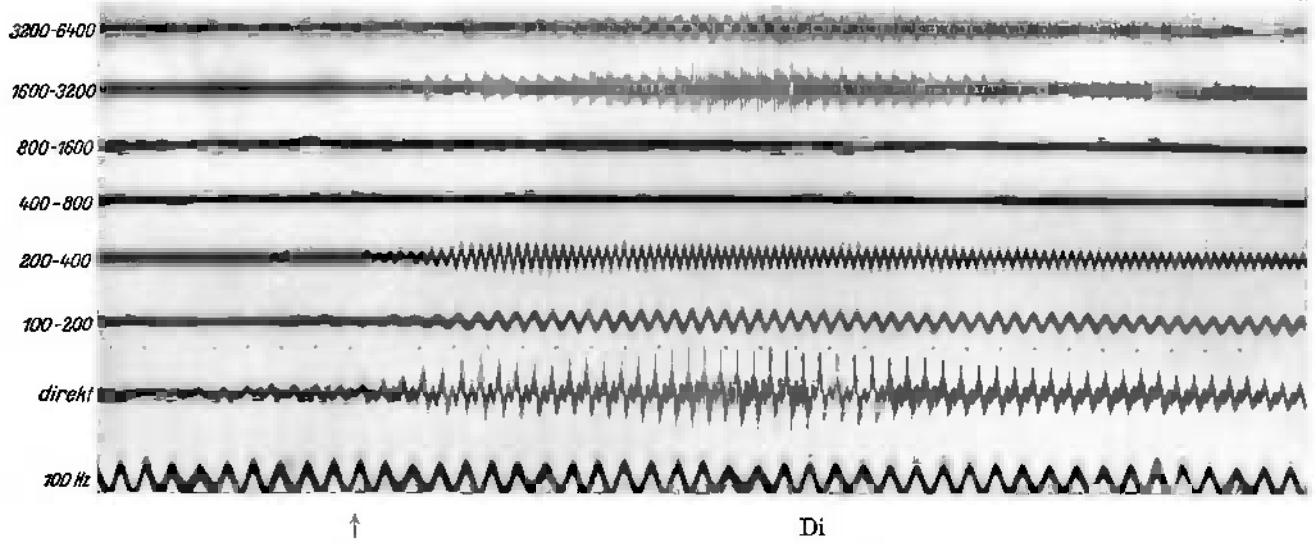
Ge

Ann.: Der Beginn des Konsonantgeräusches ist jeweils d

Hilfand Trendelenburg und Erich Franz, Sprachuntersuchungen mit Siebketten und Oszillograph.
Tenuis.

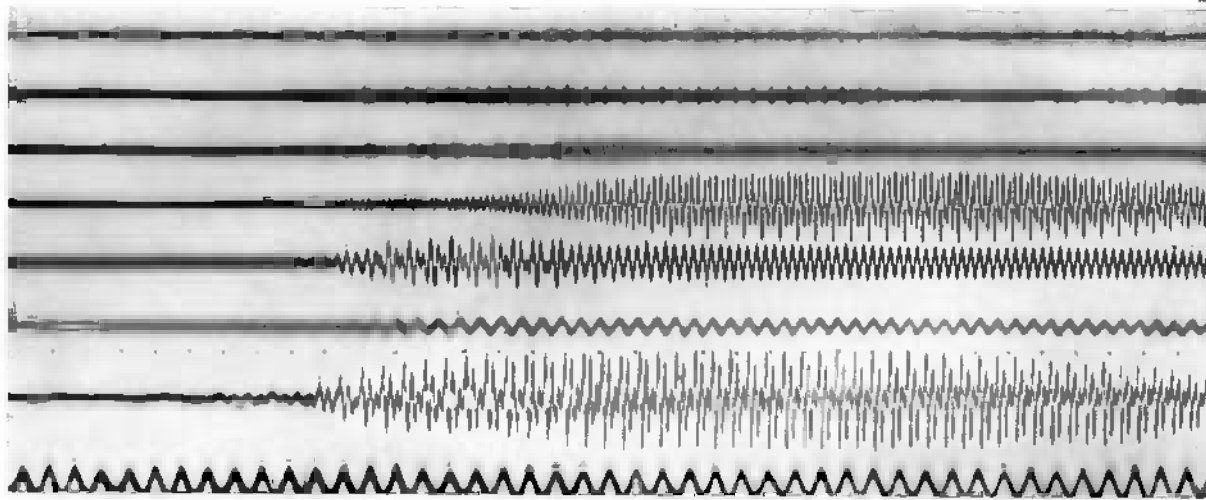


↑ gekennzeichnet. Versuchsperson T.



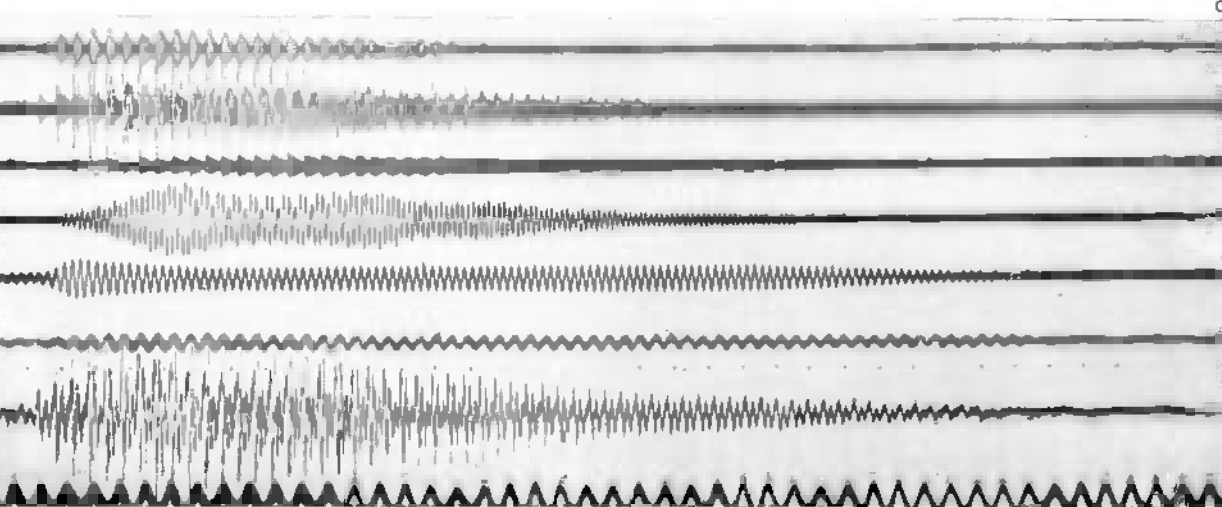
Anm.: Der Beginn des Konsonantgeräusches ist jeweils

b

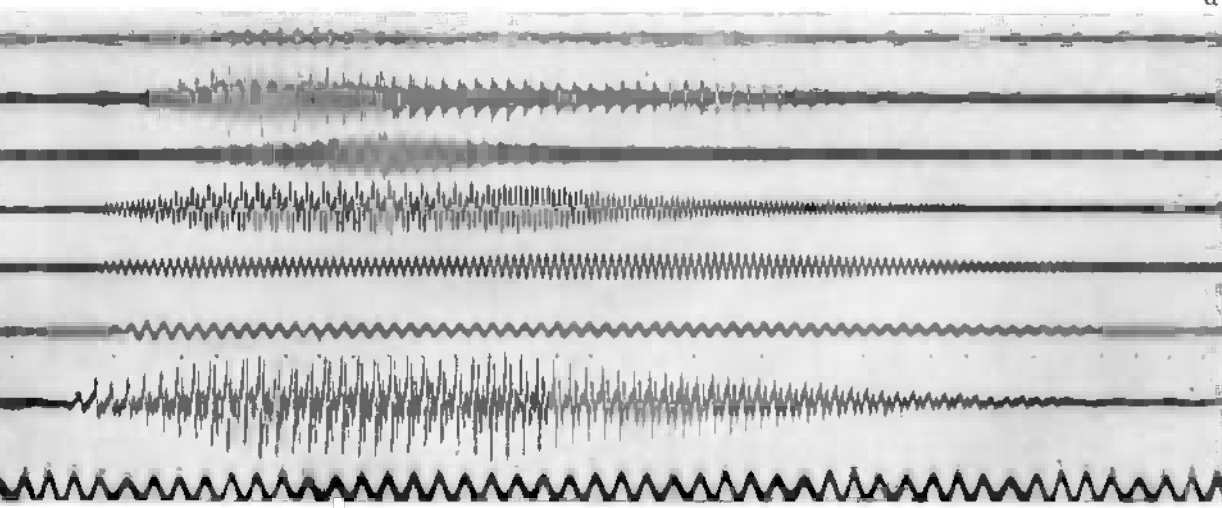


Do

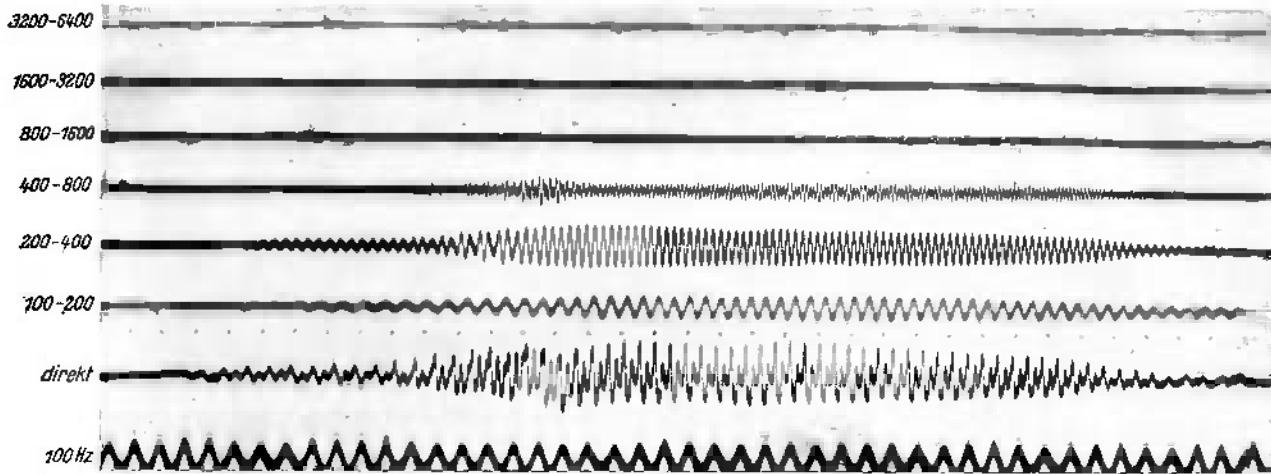
c



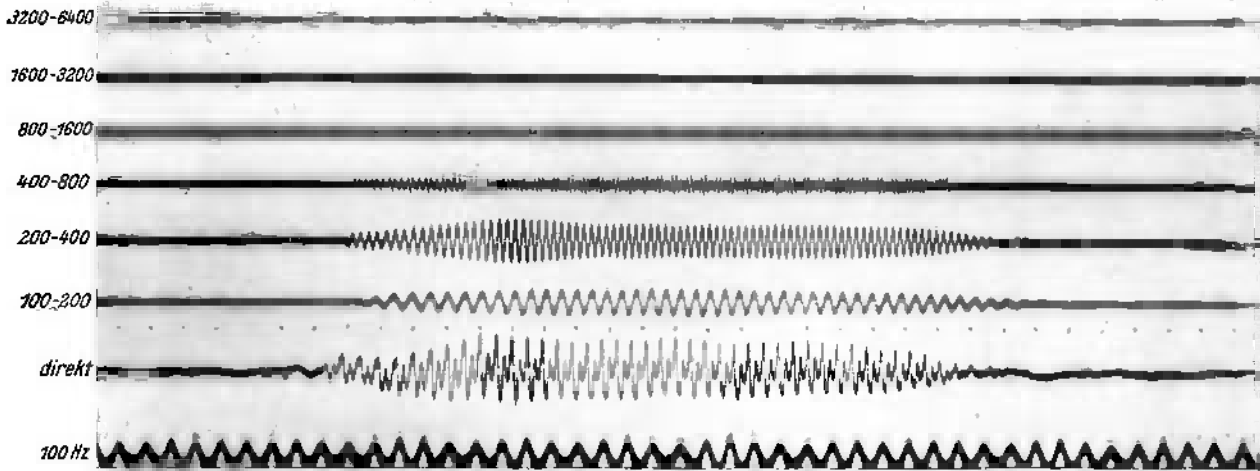
d



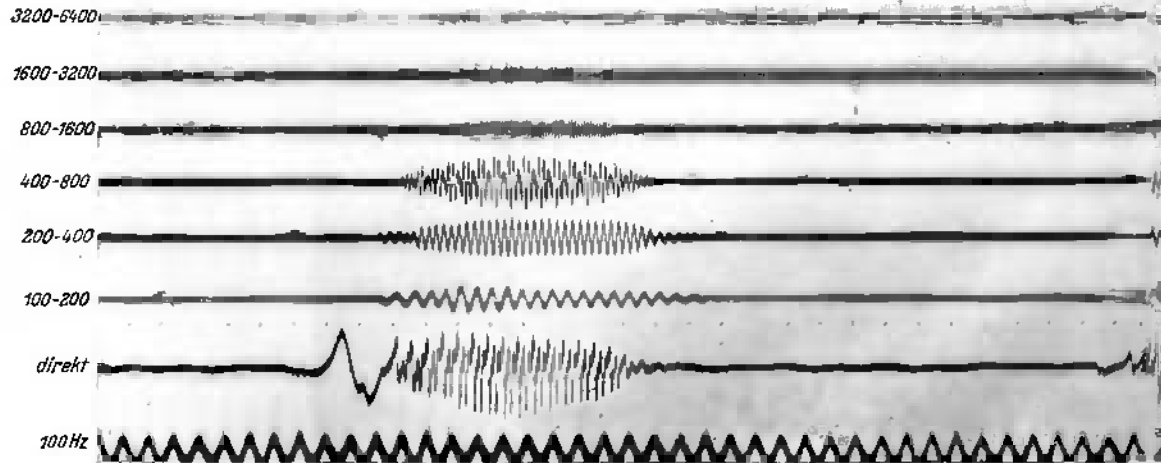
ls durch ↑ gekennzeichnet. Versuchsperson Wo.



Buben

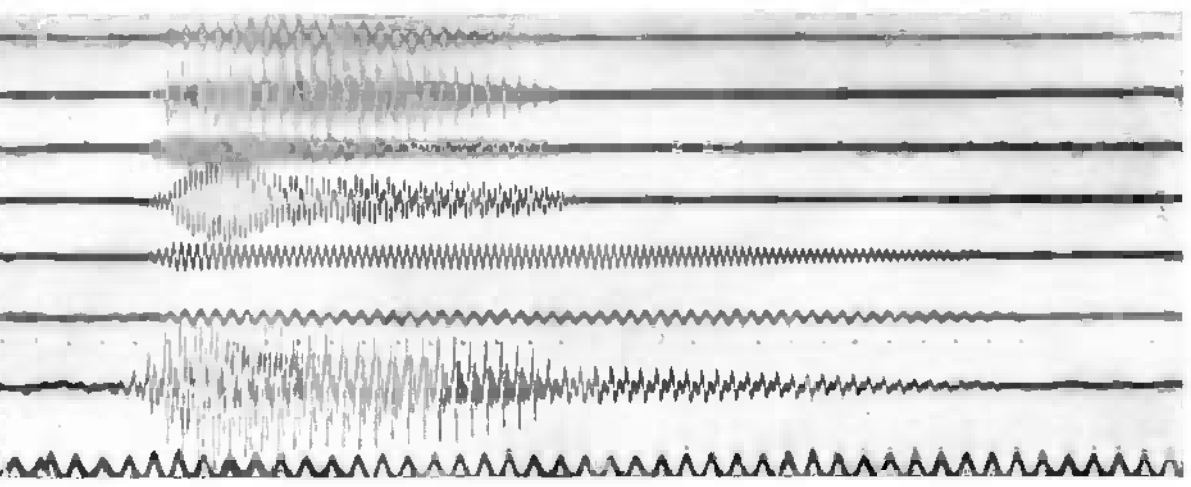


Hupen



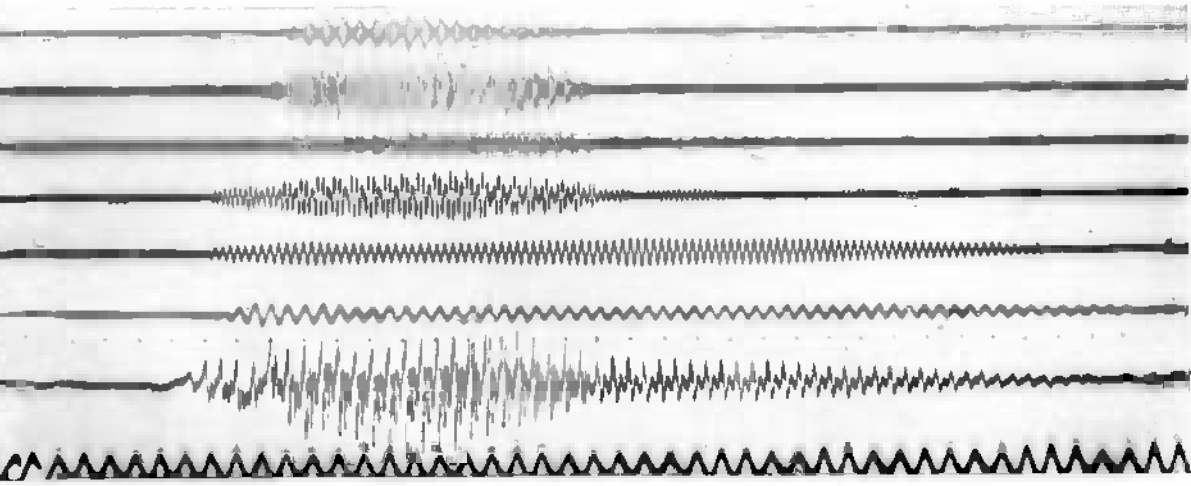
Puppen

Anm.: Der Beginn des Konsonantgeräusches ist jeweil



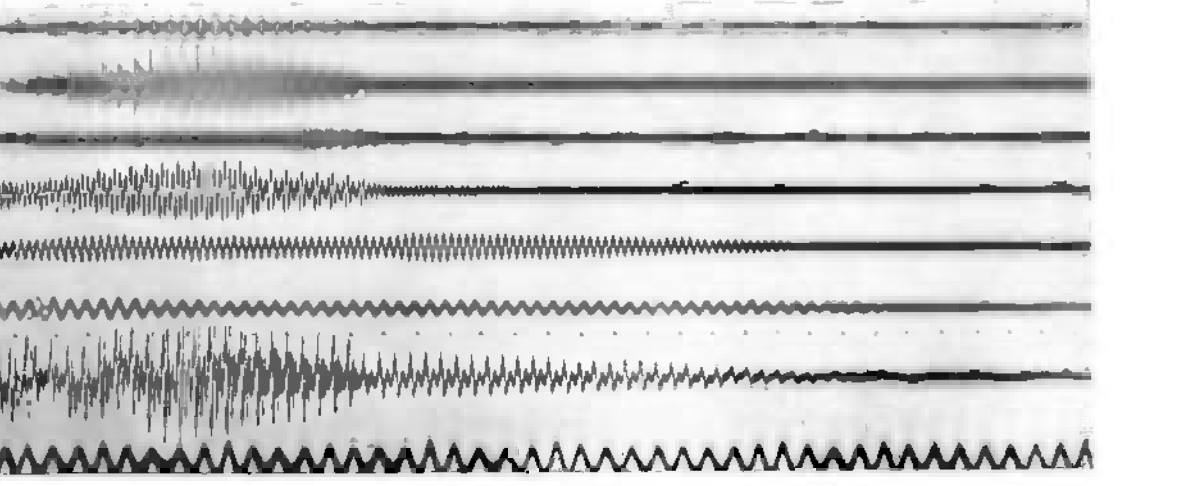
↑

b

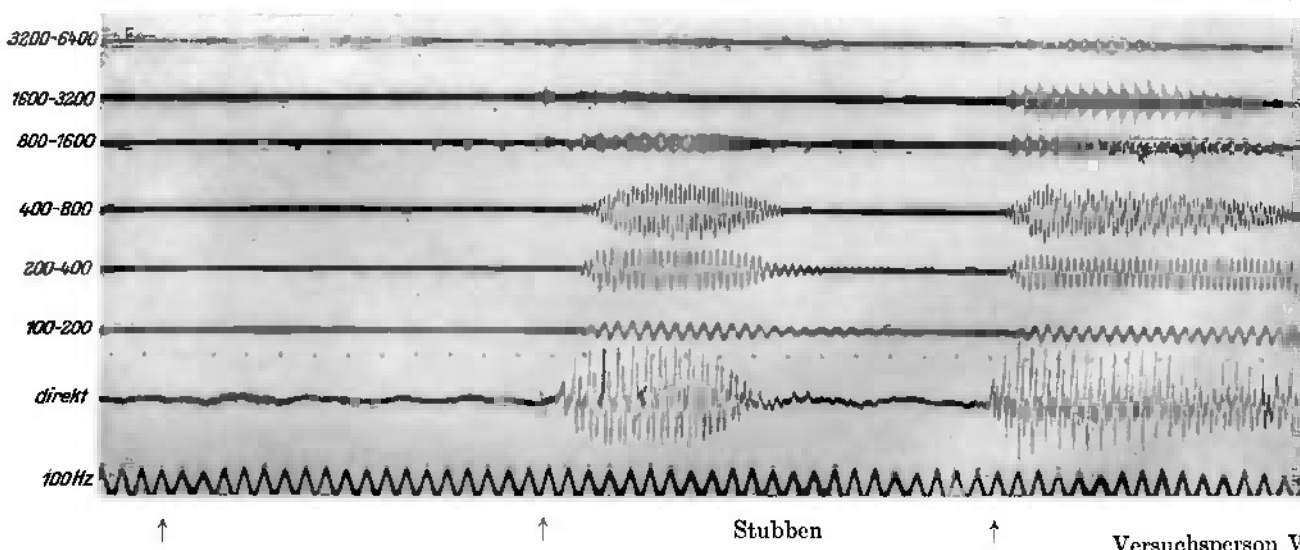
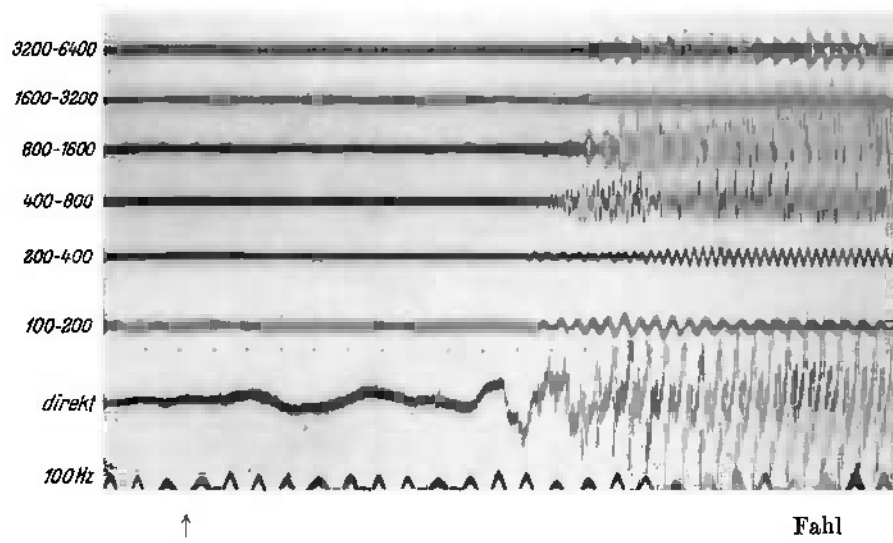
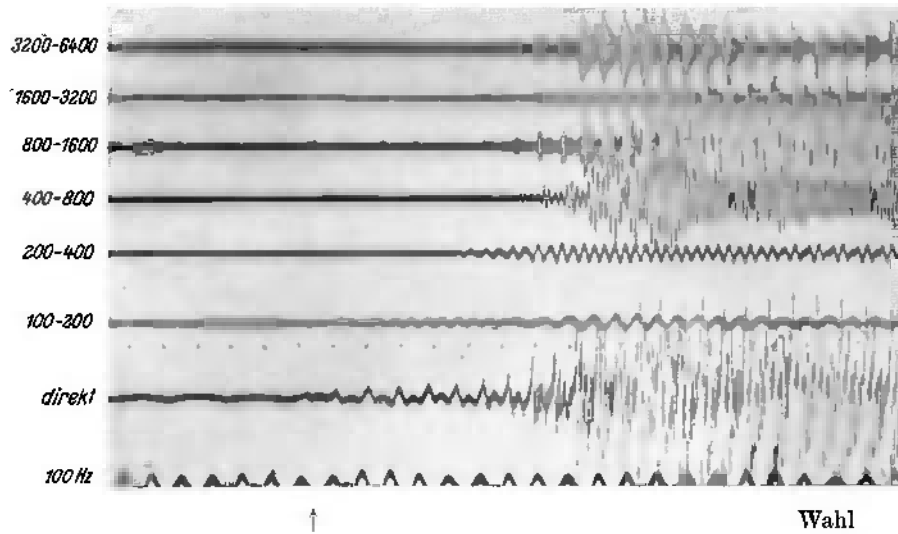


↑

c

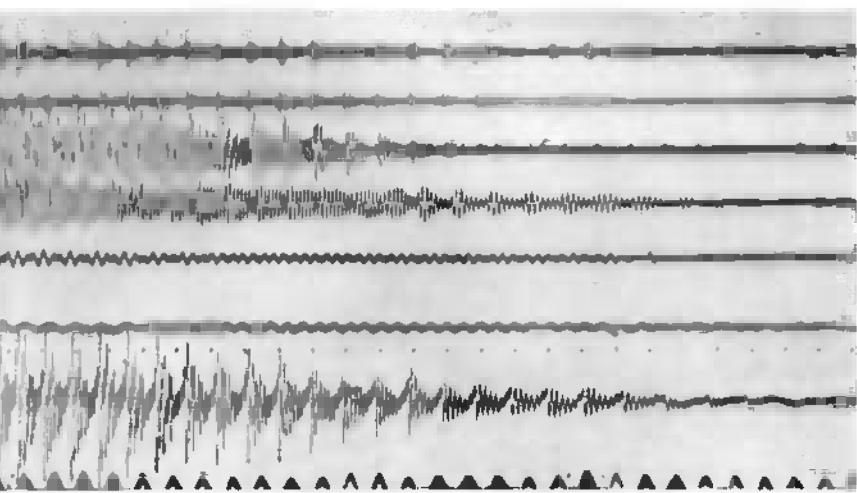


s durch ↑ gekennzeichnet. Versuchsperson Wo.



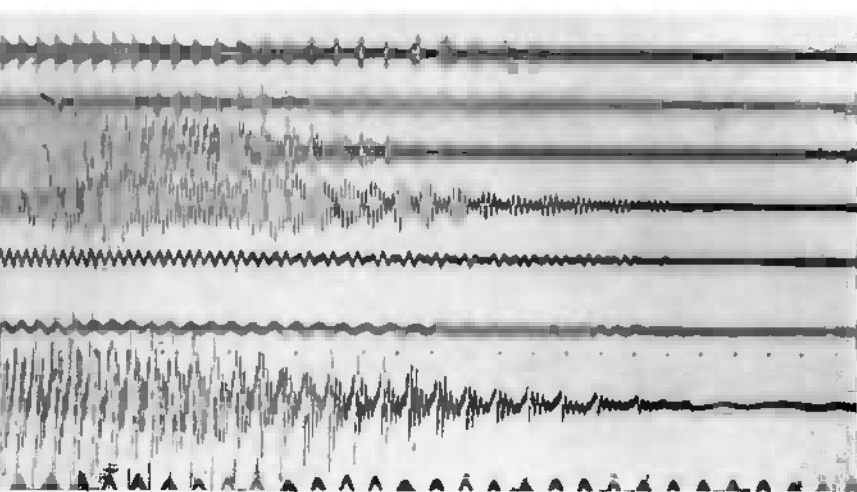
Versuchsperson V

Anm.: Der Beginn des Konsonantgeräus



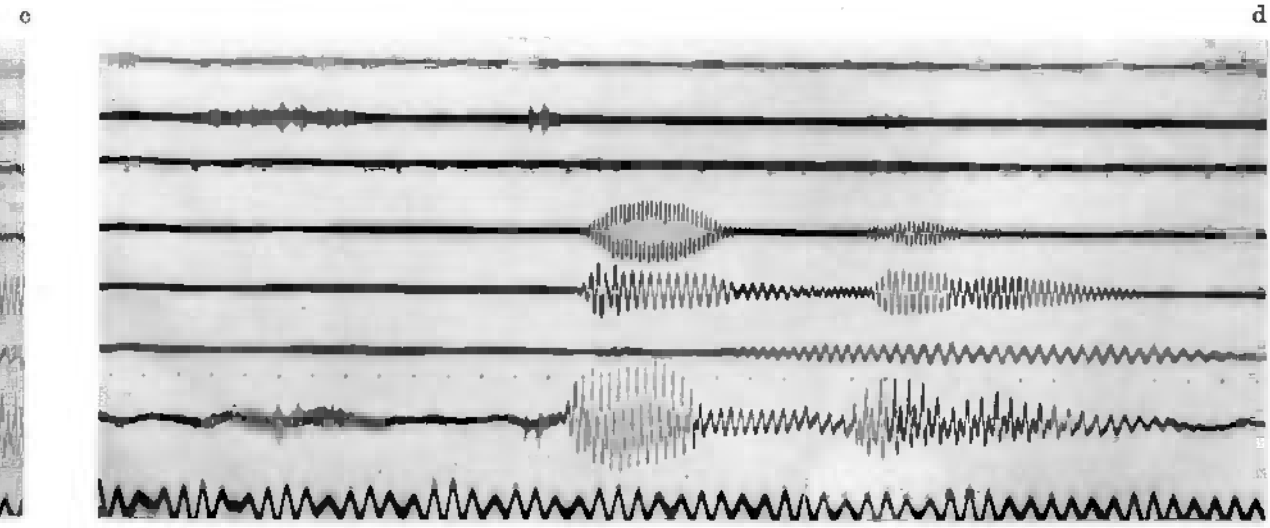
a

Versuchsperson T.



b

Versuchsperson T.



Vo.

↑

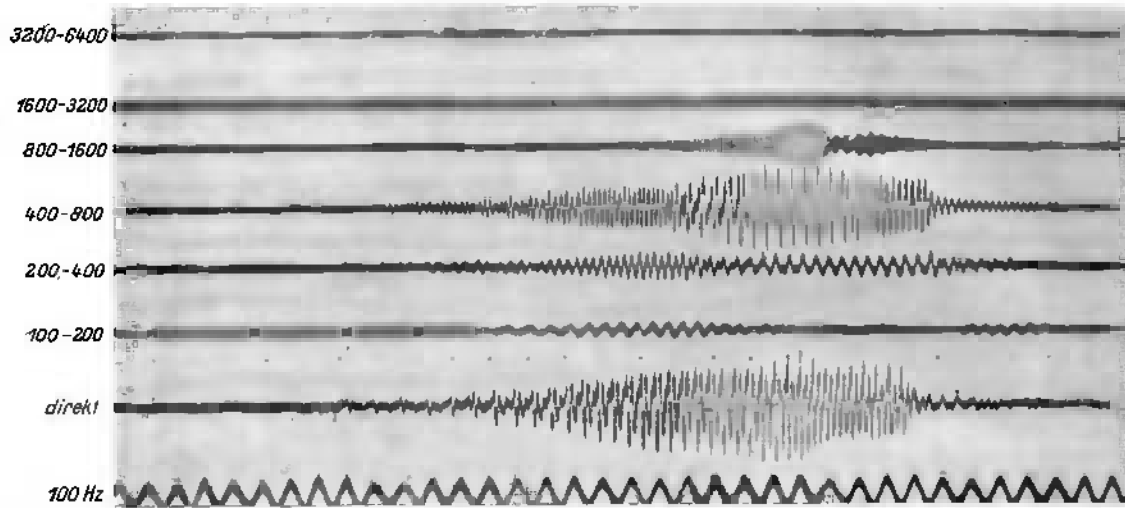
↑

Stubben

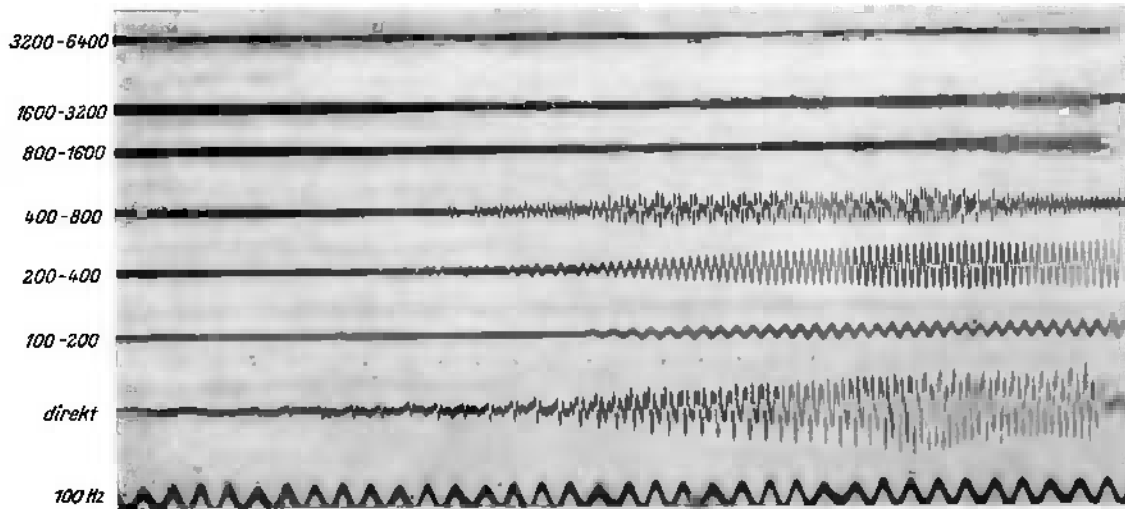
↑

Versuchsperson Fr. H.

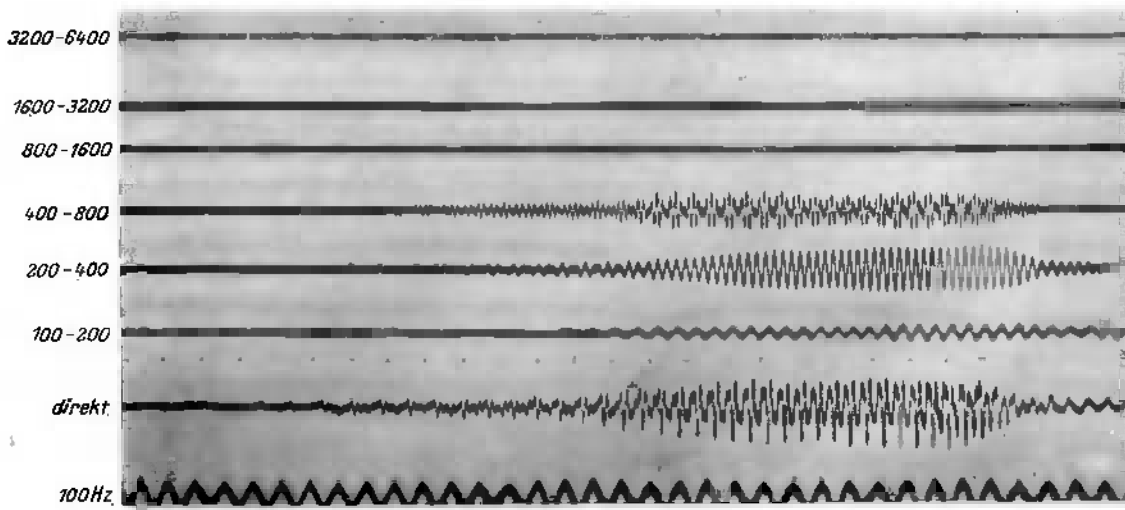
usches ist jeweils durch ↑ gekennzeichnet.



Roten

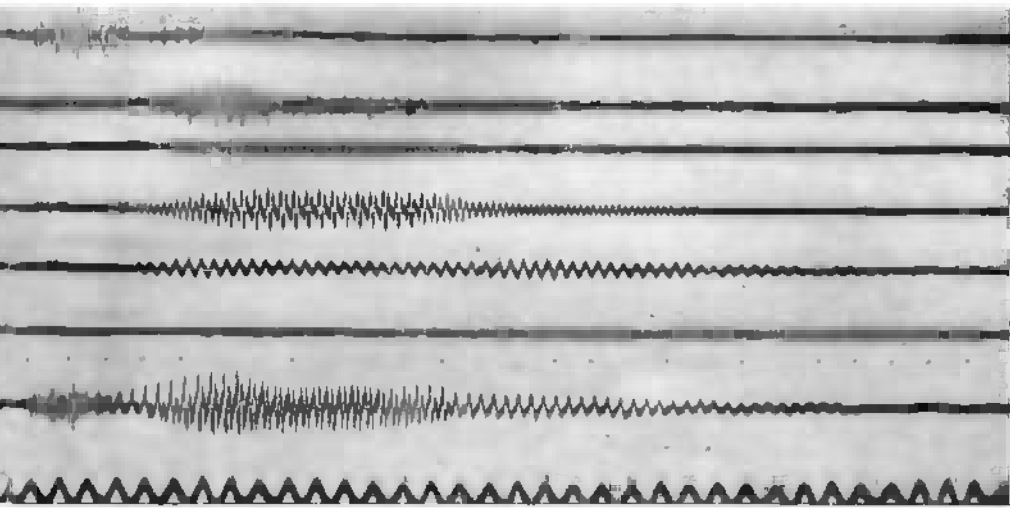


Roden



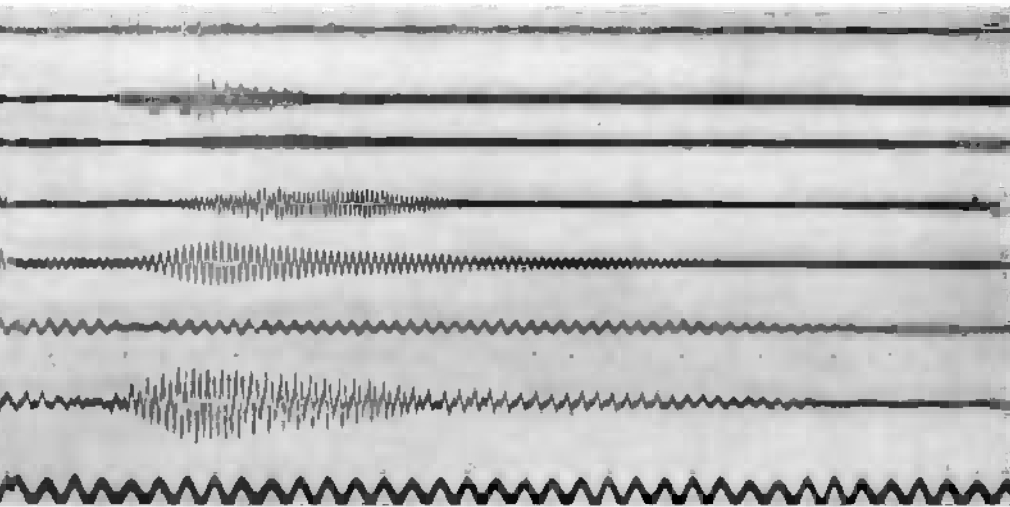
Roben

Anm.: Der Beginn des Konsonantgeräusches ist jeweils



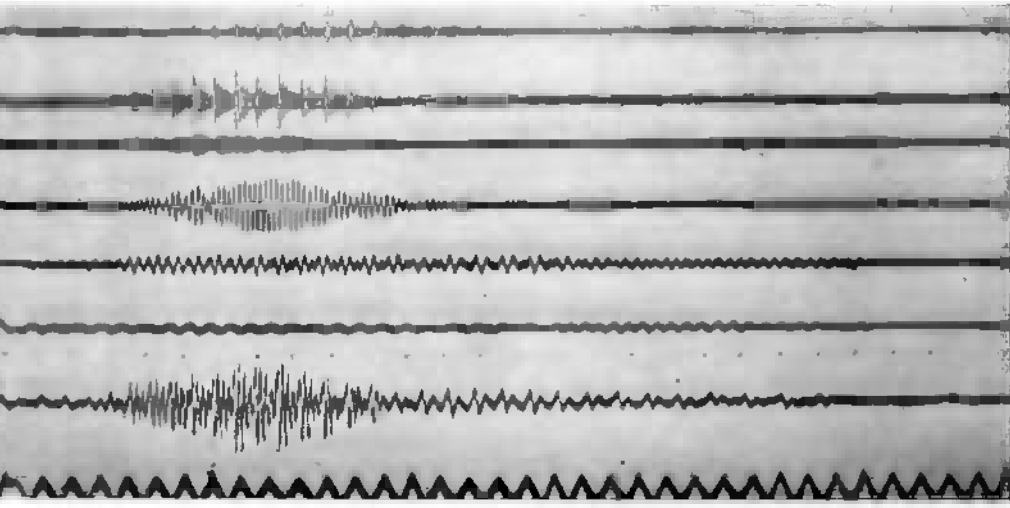
↑

b



↑

c



↑

weils durch ↑ gekennzeichnet. Versuch person T.

Die Wirbelstromverluste im Massekern.

Von Max Kornetzki und Adolf Weis.

Mit 13 Bildern.

Mitteilung aus dem Zentrallaboratorium des Wernerwerkes der
Siemens & Halske A.-G. zu Siemensstadt.

Eingegangen am 22. November 1935.

Einleitung.

Durch die Einführung des Hochfrequenzeisens hat sich der Umfang des Gebiets der Nachrichtentechnik, auf dem magnetische Werkstoffe verwendet werden, in letzter Zeit stark erweitert. Die magnetischen Werkstoffe lassen sich bei hohen Frequenzen deshalb nur schwer ausnutzen, weil die bei ihrer Verwendung zusätzlich auftretenden Verluste zum Teil mit der Frequenz stark anwachsen. Man unterscheidet drei Arten von Verlusten, und zwar Hystereseverluste, Wirbelstromverluste und Nachwirkungsverluste. Die Hystereseverluste haben ihre Ursache darin, daß die Magnetisierung selbst bei sehr kleinen Feldstärken dem Feld nicht reversibel folgt. Sie sind durch die von der Magnetisierungskurve umschriebene Fläche gegeben und steigen daher linear mit der Frequenz an. Die Untersuchungen Lord Rayleighs¹⁾ haben ergeben, daß bei Feldstärken, die wesentlich unterhalb der Koerzitivkraft liegen, die Magnetisierungskurve durch zwei zusammengesetzte Parabelbögen dargestellt werden kann, und daß die Remanenz quadratisch mit dem Scheitelpunkt der Feldstärke ansteigt. Die Fläche der Magnetisierungsschleife und damit die Hystereseverluste steigen daher mit der dritten Potenz der Feldstärke. Die Wirbelstromverluste haben ihre Ursache in der stets vorhandenen Leitfähigkeit des magnetischen Werkstoffs. Sie können sowohl ohmscher wie auch kapazitiver Natur sein; im allgemeinen steigen sie, wie sich später zeigen wird, entweder mit dem Quadrat oder der dritten Potenz der Frequenz und mit dem Quadrat der Feldstärke an. Trennt man die gemessenen Eisenverluste nach ihrer Frequenz- und Feldstärkeabhängigkeit auf, so findet man nach H. Jordan²⁾ außer dem Hysterese- und dem Wirbelstromverlust noch eine dritte Verlustart, die von ihm als „Nachwirkungsverlust“ bezeichnet worden ist. Der Nachwirkungsverlust steigt ebenso wie der Hystereseverlust linear mit der Frequenz an, mit der Feldstärke jedoch nur quadratisch. Er rührt wahrscheinlich daher, daß die Magnetisierung einer Änderung der Feldstärke nicht trägheitslos folgt³⁾.

Während sich bei niedrigen Frequenzen in der Hauptsache die Hysterese- und Nachwirkungsverluste geltend machen, treten bei höheren Frequenzen die Wirbelstromverluste immer mehr hervor. Bei der Einführung des Eisens für Hochfrequenz-

¹⁾ Lord Rayleigh: Philos. Mag. **23** (1887) S. 225.

²⁾ H. Jordan: Elektr. Nachr.-Techn. **1** (1924) S. 7.

³⁾ F. Preisach: Z. Physik **94** (1935) S. 277.

spulen war es daher mit die schwierigste Aufgabe, die Wirbelstromverluste zu überwinden. Zu ihrer Herabsetzung kann der schon in der Niederfrequenztechnik benutzte Weg der Unterteilung des magnetischen Werkstoffs eingeschlagen werden: man setzt den Werkstoff entweder aus dünnen Blechen oder Drähten zusammen oder bettet feinste Teilchen des Werkstoffes in Isolierstoff ein. Blech- und Drahtkerne lassen sich besonders für hohe Frequenzen nicht gut verwenden, weil es schwer ist, Bleche und Drähte von der verlangten Feinheit herzustellen. Daher werden Kerne für hohe Frequenzen im allgemeinen aus feinsten, voneinander isolierten Teilchen hergestellt. Derartig aufgebaute Kerne werden in der Fernmeldetechnik „Massekerne“ genannt. Für Kerne, die aus dünnen Blechen und Drähten bestehen, sind genaue Beziehungen für die Abhängigkeit der auftretenden Wirbelstromverluste von den magnetischen und elektrischen Eigenschaften und den Abmessungen des magnetischen Werkstoffs durchgerechnet und bekannt¹⁾, während solche Rechnungen für Massekerne noch nicht durchgeführt sind. Die vorliegende Arbeit soll die rechnerischen Unterlagen zur Bestimmung der Wirbelstromverluste in einem Massekern liefern. Insbesondere wird gezeigt, daß im Gegensatz zu den bei Blech- und Drahtkernen auftretenden Verhältnissen neben den Verlusten im Eisen selbst Verluste im Isolierstoff bei sehr hohen Frequenzen eine Rolle spielen können. Die Arbeit behandelt allgemein die Abhängigkeit des Wirbelstromverlustes von den Eigenschaften des magnetischen Werkstoffs, von der Gestalt der einzelnen Eisenteilchen, von der Art des Isolierstoffs und von der räumlichen Zusammensetzung des Mischkörpers.

I. Die Ausbildung von Wirbelströmen bei Massekernen.

In Bild 1 ist schematisch der Querschnitt eines Massekerns dargestellt (Bild 2 zeigt ein Schliffbild eines Massekerns). In diesem Kern können sich Wirbelströme in verschiedener Weise ausbilden. Sie können zunächst einmal, wie in dem Bild 1 angedeutet, in den einzelnen Eisenteilchen entstehen. Sie können sich aber auch, da der gesamte Kern-

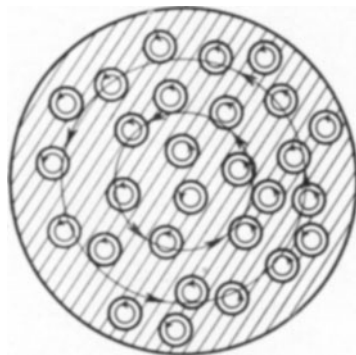


Bild 1. Die Ausbildung von Wirbelströmen im Massekern.

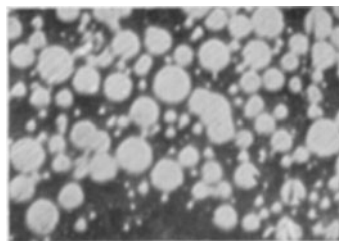


Bild 2. Schliffbild eines Massekerns (750mal vergrößert).

werkstoff stets eine gewisse Leitfähigkeit hat, in dem ganzen Kernquerschnitt ausbilden. Außerdem sind im Kern noch Verschiebungsströme durch die isolierenden Schichten zwischen den Eisenteilchen hindurch möglich. Diese kapazitiven Wirbelströme würden, falls sie sich in einem verlustlosen Dielektrikum bewegten, keinen Verlust hervorrufen. Ein solcher ergibt sich erst durch den dielektrischen Verlustwinkel des Isolierstoffs und den Widerstand der Eisenteilchen.

¹⁾ W. Wolman: Z. techn. Physik **10** (1929) S. 595.

II. Der Wirbelstromverlust in den Eisenteilchen.

1. Kugelförmige Eisenteilchen.

Das heute für hochwertige Massekerne am meisten verwendete Eisen besteht aus praktisch kugelförmigen Einzelteilchen, wie es Bild 3 für Karbonyleisen zeigt. Deshalb sollen die Verluste zunächst für die Kugelform berechnet werden. Wir nehmen an, eine Eisenkugel vom Radius R befinde sich in einem homogenen magnetischen Wechselfeld

$$\mathfrak{H} = \mathfrak{H}_0 e^{j\omega t}.$$

Wir setzen zunächst voraus, daß keine Flußverdrängung (keine Hautwirkung) eintrete, d. h. daß das von den Wirbelströmen selbst erzeugte Feld zu vernachlässigen sei gegenüber der von außen in der Kugel erzeugten Feldstärke. Bezeichnen wir mit μ_i die wirksame Permeabilität der Kugel, so tritt in ihr eine gleichförmige Induktion \mathfrak{B}_i auf:

$$\mathfrak{B}_i = \mu_0 \mu_i \mathfrak{H}_0 e^{j\omega t} = \mathfrak{B}_{i0} e^{j\omega t}, \quad (1)$$

dabei ist $\mu_0 = 1,256 \cdot 10^{-8}$ H/cm.

Die von dem magnetischen Wechselfluß Φ erzeugte elektrische Feldstärke hat im Abstand a von der Kugelachse (siehe Bild 4) den Wert:

$$\mathfrak{E}_a = -\frac{1}{2\pi a} \frac{d\Phi}{dt} = \mathfrak{E}_{a0} e^{j\omega t},$$

worin $\Phi = \pi a^2 \mathfrak{B}_i$ ist. Für ihren Scheitelwert erhält man also

$$\mathfrak{E}_{a0} = -\frac{1}{2} j \omega a \mathfrak{B}_{i0}. \quad (2)$$

Bezeichnen wir mit ϱ den spezifischen Widerstand des magnetischen Werkstoffs, mit dv das Volumenelement, dann ergibt sich für die wirksame Verlustleistung die Beziehung:

$$P = \frac{1}{2} \int \frac{|\mathfrak{E}_{a0}|^2}{\varrho} dv = \frac{1}{2} \int \frac{(\frac{1}{2} \omega a \mathfrak{B}_{i0})^2}{\varrho} dv, \quad (3)$$

$$P = \frac{1}{15} \pi \omega^2 \frac{R^5}{\varrho} \mathfrak{B}_{i0}^2.$$

Diese Gleichung gibt den Verlust in einem einzelnen kugelförmigen Eisenteilchen an. Nun seien in dem Massekern z Eisenteilchen vorhanden. Dann ist der von den Kornwirbelströmen herrührende Verlustanteil im ganzen Kern z mal größer als der Verlust in einem einzelnen Korn:

$$P_{\text{Kern}} = zP.$$

Wir bezeichnen nun mit p den relativen Raumanteil des Eisens im Kern (Füllfaktor). Dann kann man mit Hilfe der Beziehung ($V = \text{Volumen}$):

$$zV_{\text{Korn}} = V_{\text{Eisen}} = pV_{\text{Kern}} \quad (4)$$

an Stelle von Gl. (3) schreiben:

$$P_{\text{Kern}} = \frac{1}{20} \omega^2 p V_{\text{Kern}} \frac{R^2}{\varrho} \mathfrak{B}_{i0}^2. \quad (5)$$

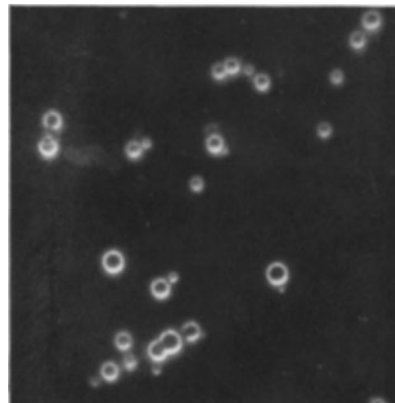


Bild 3. Eisenpulver für Massekerne (750 mal vergrößert).

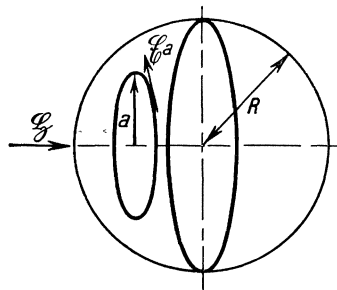


Bild 4. Zur Berechnung der Wirbelströme in einem kugelförmigen Teilchen.

Unter Benutzung der Gleichung

$$\mathfrak{B}_{i0} = \mu_0 \mu_i \mathfrak{H}_0$$

kann man die Gl. (5) ersetzen durch

$$P_{\text{Kern}} = \frac{1}{20} \mu_0^2 \omega^2 p V_{\text{Kern}} \frac{R^2}{\varrho} \mu_i^2 \mathfrak{H}_0^2. \quad (6)$$

Nun ist:

$$\mathfrak{H}_0 = \frac{\sqrt{2} IN}{l}. \quad (7)$$

Darin ist:

I = wirksame Stromstärke,

N = gesamte Windungszahl,

l = Länge des magnetischen Weges.

Da der Wirbelstromverlust proportional dem Quadrat der Stromstärke ist, kann man ihn so behandeln, als ob er von einem ohmschen Widerstand R_w herrühre, der mit der Spule in Reihe geschaltet ist. Dieser Widerstand hat dann nach (6) und (7) den Betrag:

$$R_w = \frac{1}{10} \mu_0^2 \omega^2 p V_{\text{Kern}} \frac{R^2}{\varrho} \mu_i^2 \frac{N^2}{l^2}. \quad (8)$$

Führen wir in diese Gleichung den Ausdruck für die Induktivität der Spule ein,

$$L = \frac{\mu_0 \mu_w N^2 V_{\text{Kern}}}{l^2} \quad (9)$$

(darin ist μ_w die wirksame Permeabilität des Massekerns; der Luftfluß ist vernachlässigt), dann ergibt sich:

$$R_w = \frac{1}{10} \mu_0 \frac{R^2}{\varrho} p \frac{\mu_i^2}{\mu_w} \omega^2 L. \quad (10)$$

Aus dieser Gleichung kann man nun eine von der Form des Kerns unabhängige Stoffkonstante w folgendermaßen definieren (f = Frequenz):

$$w = \frac{R_w}{L f^2}. \quad (11)$$

Sie ist der Verlustwiderstand für die Einheit der Induktivität und für die Einheit der Frequenz und wird „Wirbelstrombeiwert“ genannt. Aus unserer obigen Rechnung ergibt sich daher

$$w = \frac{2\pi^2}{5} \mu_0 \frac{R^2}{\varrho} p \frac{\mu_i^2}{\mu_w}. \quad (12)$$

Die in dieser Gleichung auftretende Größe μ_i ist im allgemeinen nicht bekannt. Wir wollen sie deshalb jetzt durch die wirksame Permeabilität des Massekerns ausdrücken.

Bezeichnen wir mit μ die wahre Permeabilität des Eisens und mit \mathfrak{H}_i die innere Feldstärke im Eisenteilchen, so ist:

$$\mathfrak{B}_i = \mu_0 \mu \mathfrak{H}_i. \quad (13)$$

Nun gilt nach F. Ollendorf¹⁾:

$$\mathfrak{H}_i = \frac{1}{1 + g(1-p)(\mu-1)} \mathfrak{H}; \quad (14)$$

g ist darin der Entmagnetisierungsfaktor der Eisenteilchen. Mithin ist:

$$\mathfrak{B}_i = \mu_0 \frac{\mu}{1 + g(1-p)(\mu-1)} \mathfrak{H}.$$

¹⁾ F. Ollendorf: Arch. Elektrotechn. **25** (1931) S. 436.

Unter Benutzung von Gl. (1) erhält man:

$$\mu_i = \frac{\mu}{1 + g(1 - p)(\mu - 1)}. \quad (15)$$

Ferner ergibt sich nach F. Ollendorf:

$$\mu_w = \frac{1 + (\mu - 1)[g(1 - p) + p]}{1 + (\mu - 1)g(1 - p)}, \quad (16)$$

und daraus folgt für den Füllfaktor:

$$p = \frac{(\mu_w - 1)[1 + (\mu - 1)g]}{(\mu - 1)[1 + (\mu_w - 1)g]}. \quad (17)$$

Setzt man Gl. (17) in Gl. (15) ein, dann ist:

$$\mu_i = \mu \frac{1 + g(\mu_w - 1)}{1 + g(\mu - 1)}. \quad (18)$$

Mit Hilfe der Gl. (17) und (18) kann man an Stelle der Gl. (12) schreiben:

$$w = \frac{2\pi^2}{5} \mu_0 \frac{R^2}{\varrho} k_1 k_2 \mu_w. \quad (19)$$

Darin ist

$$k_1 = \frac{g \mu^2}{(\mu - 1)[1 + g(\mu - 1)]} \quad (20)$$

und

$$k_2 = \frac{(\mu_w - 1)[1 + g(\mu_w - 1)]}{g \mu_w^2}. \quad (21)$$

Die Gl. (19) gibt den Wirbelstrombeiwert als Funktion der wirksamen Permeabilität an. Die Faktoren k_1 und k_2 sind dabei nur als Korrekturgrößen aufzufassen. Die Größe k_1 hängt bei gegebener Teilchenform, also bei gegebenem g , nur von der Permeabilität μ des Eisens ab, die Größe k_2 nur von der wirksamen Permeabilität

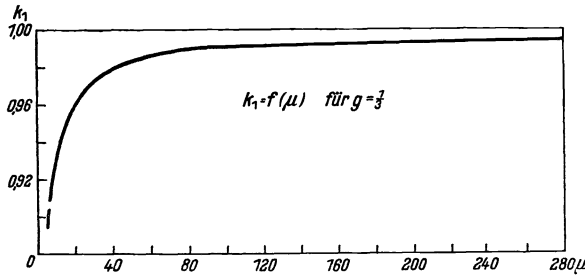


Bild 5. Der Korrekturfaktor k_1 in Abhängigkeit von der Eisenpermeabilität.

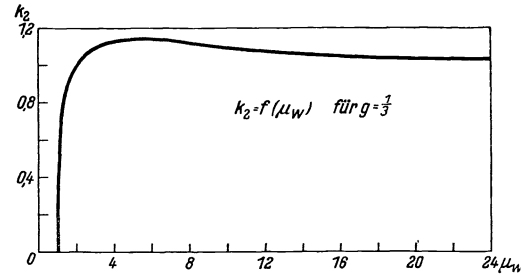


Bild 6. Der Korrekturfaktor k_2 in Abhängigkeit von der wirksamen Permeabilität des Massekernes.

μ_w . In den Bildern 5 und 6 ist der Verlauf dieser Größen dargestellt. Dabei ist für g der für eine Kugel geltende Entmagnetisierungsfaktor $1/3$ eingesetzt. Man sieht, daß die Größe k_1 selbst für eine ziemlich geringe Permeabilität μ von 1 nur wenig verschieden ist, und daß auch die Größe k_2 bis herab zu einer wirksamen Permeabilität von 2 praktisch gleich 1 gesetzt werden kann. Für nicht zu geringe Permeabilitäten μ_w vereinfacht sich die Formel (19), und wir erhalten

$$w \approx \frac{2\pi^2}{5} \mu_0 \frac{R^2}{\varrho} \mu_w. \quad (22)$$

Der Anteil des Wirbelstrombeiwerts eines Massekerns, der von den Wirbelströmen in den einzelnen kugelförmigen Teilchen von dem Durchmesser d (in mm) herrührt, ist, gemessen¹⁾ in $\Omega/(\text{H kHz}^2)$,

$$w_{\text{Kom}} \approx 1,25 \frac{(d/\text{mm})^2}{\varrho/(\Omega \text{mm}^2/\text{m})} \mu_w \mu\text{S}. \quad (23)$$

¹⁾ Für $\frac{\Omega}{\text{H kHz}^2}$ kann man auch setzen: μS .

Haben die Eisenteilchen nicht alle den gleichen Durchmesser, so ist an Stelle von d^2 der quadratische Mittelwert \bar{d}^2 in die Gl. (23) einzusetzen. In Bild 7 ist der Wirbelstrombeiwert für verschiedene Korndurchmesser (in Mikrometern = 10^{-6} m) in Abhängigkeit von der wirksamen Permeabilität aufgetragen.

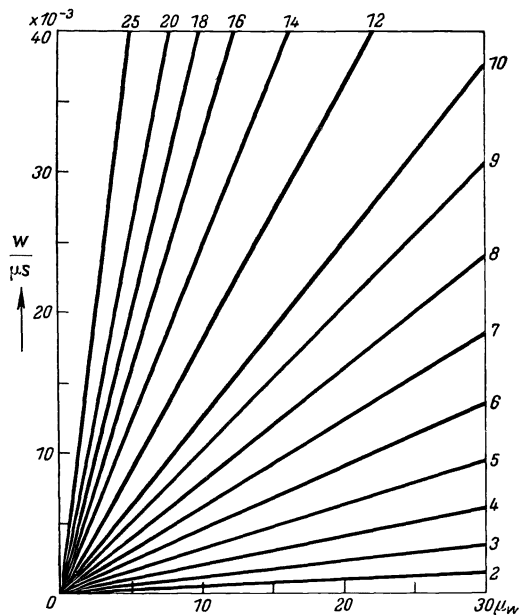


Bild 7. Abhängigkeit der Kornwirbelstromverluste vom Korndurchmesser und der wirksamen Permeabilität. Parameter: Korndurchmesser in μm .

2. Der Verlust in nichtkugelförmigen Eisenteilchen.

In der Praxis wird neben dem Karbonyleisen auch noch anderes Pulver verwendet, bei dem die Gestalt der Körner, da es beispielsweise durch mechanische Zerkleinerung hergestellt wird, von der Kugelgestalt erheblich abweicht. Es erscheint daher angebracht, den Wirbelstromverlust auch für nichtkugelförmige Teilchen zu berechnen. Die Schwierigkeiten liegen in diesem Fall darin, daß für beliebige Gestalt der Eisenteilchen der Entmagnetisierungsfaktor nicht genau angegeben werden kann, und daß er auch noch von der Lage der Teilchen zum äußeren Feld abhängt. Im allgemeinen wird die Induktion in den einzelnen Teilchen schwanken; um eine brauchbare Abschätzungsformel zu finden, vernachlässigen wir jedoch diese Verschiedenheit der Induktion. Es zeigt sich, daß die Größen k_1 und k_2 nach Gl. (19) von dem Wert von g nicht stark abhängen, besonders in den Fällen, wo die Permeabilität nicht zu nahe an 1 liegt. Wir berücksichtigen daher für die Abschätzungsgleichung diese Größen nicht, sondern nehmen an, daß wir bei gleicher wirksamer Permeabilität μ_w die gleiche innere magnetische Feldstärke und damit die gleiche Induktion \mathfrak{B}_i wie bei kugelförmigen Teilchen haben. Die Verschiedenheit des Entmagnetisierungsfaktors wirkt sich auf die Induktion in den einzelnen Teilchen des Massekerns auch längst nicht so kräftig aus, wie wenn sich die Teilchen frei in einem homogenen Feld befänden. Durch die verhältnismäßig große Nähe der Teilchen wird die Induktion gleichförmiger gemacht, da dort, wo ein Teilchen mit einem kleinen Entmagnetisierungsfaktor liegt, auch die äußere Feldstärke kleiner sein wird als in der Nähe eines Teilchens mit großem Entmagnetisierungsfaktor.

Der einfachste Fall ist der, daß die Eisenteilchen Rotationsellipsoide sind, deren Achse in der Feldrichtung liegt. Nennen wir die Länge der Rotationsellipsoide d_1 und ihren Durchmesser d_2 , dann ist leicht einzusehen, daß der Verlust in einem solchen Teilchen gleich ist dem Verlust in einer Kugel mit dem Durchmesser d_2 , multipliziert mit dem Verhältnis d_1/d_2 :

$$P = \frac{\pi}{15} \omega^2 \left(\frac{d_2}{2}\right)^5 \frac{d_1}{d_2} \frac{1}{\varrho} \mathfrak{B}_{i0}^2. \quad (24)$$

Gleichzeitig ändert sich aber die Gesamtzahl z der Teilchen im Verhältnis d_2/d_1 , so daß der Gesamtverlust P_{Kern} gleich ist dem Verlust in einem Kern aus kugelförmigen Teilchen von dem Durchmesser d_2 .

Außer den bis jetzt betrachteten kommen in der Praxis auch nadelförmige und blättchenförmige Teilchen vor. Für die Abschätzung des Wirbelstromverlustes bei derartigen Teilchen brauchen wir noch den Wirbelstromverlust von Eisenteilchen in Form von Zylindern, deren Achsen zur Feldrichtung parallel sind. Der Wirbelstrombeiwert ergibt sich ebenso wie für kugelförmige Teilchen, nur ist die Integration über einen Zylinder durchzuführen. Man erhält für zylinderförmige Teilchen mit dem Durchmesser d den Wirbelstrombeiwert:

$$w_{\text{Zyl}} \approx \frac{\pi^2}{8} \mu_0 \frac{d^2}{\rho} \mu_w, \quad (25)$$

oder, in der üblichen Einheit gemessen,

$$w_{\text{Zyl}} \approx 1,55 \frac{(d/\text{mm})^2}{\rho/(\Omega \text{ mm}^2/\text{m})} \mu_w \mu_{\text{S}}. \quad (26)$$

Die zylinderförmigen Teilchen ergeben also bei gleichem Durchmesser und gleicher wirksamer Permeabilität wie bei kugelförmigen Teilchen einen etwas größeren Verlust.

Ferner brauchen wir noch die Gleichung für den Verlust in dünnen Blechen. Der Wirbelstrombeiwert für eine Blechdicke d ist:

$$w_{\text{Blech}} = \frac{\pi^2}{3} \mu_0 \frac{d^2}{\rho} \mu_w \quad (27)$$

oder

$$w_{\text{Blech}} = 4,13 \frac{(d/\text{mm})^2}{\rho/(\Omega \text{ mm}^2/\text{m})} \mu_w \mu_{\text{S}}. \quad (28)$$

Zur Abschätzung des Wirbelstromverlustes bei nadelförmigen oder blättchenförmigen Teilchen, die regellos verteilt sind, nehmen wir an, daß die Achsen der Teilchen zu je $1/3$ in den 3 Koordinatenachsen liegen (siehe Bild 8a und b). Dann

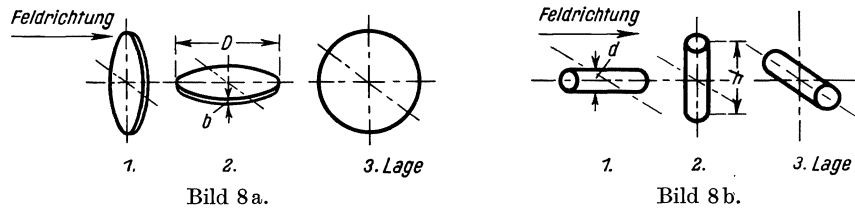


Bild 8a u. 8b. Zur Berechnung der Wirbelstromverluste blättchen- bzw. nadelförmiger Eisenteilchen.

ist der Wirbelstromverlust über die 3 Lagen zu mitteln, und zwar ist für Blättchen in der Lage 1 die Zylinderformel, in den Lagen 2 und 3 die Blechformel zu verwenden. Der Wirbelstrombeiwert wird also für Blättchen mit dem Durchmesser D und der Dicke b

$$\frac{w_{\text{Bl}}}{\mu_{\text{S}}} \approx \frac{1}{3} 1,55 \frac{(D/\text{mm})^2}{\rho/(\Omega \text{ mm}^2/\text{m})} \mu_w + \frac{2}{3} 4,13 \frac{(b/\text{mm})^2}{\rho/(\Omega \text{ mm}^2/\text{m})} \mu_w$$

oder

$$w_{\text{Bl}} \approx [0,52(D/\text{mm})^2 + 2,8(b/\text{mm})^2] \frac{\mu_w}{\rho/(\Omega \text{ mm}^2/\text{m})} \mu_{\text{S}}. \quad (29)$$

Bei den nadelförmigen Teilchen ist für die Lage 1 die Formel für einen längsmagnetisierten Zylinder von dem Durchmesser d und für die Lagen 2 und 3 die Formel für einen quermagnetisierten Zylinder mit dem Durchmesser d und der Länge h zu nehmen.

Der Verlust eines quermagnetisierten Zylinders ergibt sich nach einer ähnlichen Berechnung wie für eine Kugel zu:

$$P'_{\text{Zyl}} = \frac{\pi}{128} \omega^2 \frac{d^4}{\rho} h \mathfrak{B}_{i0}^2. \quad (30)$$

Der gesamte Verlust eines Massekerns aus quermagnetisierten Zylindern ist daher nach (4)

$$P'_{\text{Kern}} = \frac{1}{32} \omega^2 p V_{\text{Kern}} \frac{d^2}{\varrho} \mathfrak{B}_{i0}^2, \quad (31)$$

und sein Wirbelstrombeiwert wird zu:

$$w'_{\text{Zyl}} \approx \frac{\pi^2}{4} \mu_0 \frac{d^2}{\varrho} \mu_w, \quad (32)$$

und gemessen in $\Omega/(\text{H kHz}^2)$

$$w'_{\text{Zyl}} \approx 3,1 \frac{(d/\text{mm})^2}{\varrho/(\Omega \text{ mm}^2/\text{m})} \mu_w \mu_s. \quad (33)$$

Für den Wirbelstrombeiwert nadelförmiger Teilchen bei gleichmäßiger Verteilung in allen Richtungen erhalten wir also:

$$\frac{w_{\text{Nadel}}}{\mu_s} \approx \frac{1}{3} 1,55 \frac{(d/\text{mm})^2}{\varrho/(\Omega \text{ mm}^2/\text{m})} \mu_w + \frac{2}{3} 3,1 \frac{(d/\text{mm})^2}{\varrho/(\Omega \text{ mm}^2/\text{m})} \mu_w$$

oder

$$w_{\text{Nadel}} \approx 2,6 \frac{(d/\text{mm})^2}{\varrho/(\Omega \text{ mm}^2/\text{m})} \mu_w \mu_s. \quad (34)$$

Ein Vergleich der verschiedenen Verlustgleichungen zeigt, daß bei gleicher Dicke der Teilchen und gleicher wirksamer Permeabilität des Massekerns kugelförmige Eisenteilchen den kleinsten Wirbelstromverlust ergeben.

3. Einfluß der Flußverdrängung.

Bei der Berechnung der Gleichungen für den Wirbelstrombeiwert haben wir angenommen, daß die magnetische Feldstärke innerhalb der Eisenteilchen gleichförmig sei. Ferner haben wir das von den Wirbelströmen erzeugte Zusatzfeld vernachlässigt, das bekanntlich eine Flußverdrängung und damit eine Permeabilitätsänderung zur Folge hat. Wir müssen daher nachträglich untersuchen, ob wir dieses Feld vernachlässigen dürfen, oder ob und in welchen Fällen wir es berücksichtigen müssen. Die Stärke der Wirbelströme wächst mit der Frequenz an, also steigt auch die Flußverdrängung mit der Frequenz. Bei genügend niedrigen Frequenzen sind unsere obigen Rechnungen also sicher richtig. Um jedoch zu untersuchen, inwieweit unsere Gleichungen auch für höhere Frequenzen gelten; wollen wir im folgenden die Permeabilitätsänderung, die von dem Eigenfeld der Wirbelströme herrührt, berechnen. Der Einfluß der Flußverdrängung ist bei Blechen bekannt. Für eine Kugel läßt er sich jedoch nur äußerst schwer genau berechnen; wir wollen daher die Aufgabe für zylindrische Teilchen lösen, deren Achsen parallel zur Feldrichtung liegen. Zur bequemeren Rechnung setzen wir dabei voraus, daß die Länge der Zylinder groß sei gegenüber ihrem Durchmesser. Das in dem Zylinder von außen erzeugte Wechselfeld sei:

$$\mathfrak{H} = \mathfrak{H}_0 e^{j\omega t}.$$

Dann ergibt sich nach F. Wever und W. Fischer¹⁾ für das im Abstände r von der Achse herrschende Feld:

$$\mathfrak{H}' = \mathfrak{H}_0 \frac{I_0(\beta r)}{I_0(\beta R)}. \quad (35)$$

Dabei ist R der Halbmesser des Zylinders und

$$\beta^2 = -j \omega \frac{\mu_0 \mu}{\varrho}. \quad (36)$$

¹⁾ F. Wever u. W. Fischer: Mitt. Kais.-Wilh.-Inst. 8 (1926) S. 149.

$I_0(\beta r)$ ist die Zylinderfunktion erster Art, nullter Ordnung des komplexen Arguments βr . Der Fluß Φ' ergibt sich nach der Gleichung:

$$\Phi' = \int_0^R \mu_0 \mu \xi' 2\pi r dr$$

zu:

$$\Phi' = \frac{2\pi R \cdot \xi_0}{\beta} \cdot \frac{I_1(\beta R)}{I_0(\beta R)}. \tag{37}$$

$I_1(\beta R)$ ist darin die Zylinderfunktion erster Art, erster Ordnung für das komplexe Argument βR .

Die Abnahme der Permeabilität ist:

$$\frac{\Delta \mu}{\mu} = 1 - \left| \frac{\Phi'}{\Phi_0} \right|. \tag{38}$$

Dabei ist:

$$\Phi_0 = \mu_0 \mu \xi_0 \pi R^2. \tag{39}$$

Wir beschränken uns nun auf den Fall kleiner Permeabilitätsänderung; dann kann man die Reihenentwicklung der Zylinderfunktionen nach den Gliedern der 4. Potenz abbrechen¹⁾, und man erhält:

$$\frac{\Delta \mu}{\mu} = \frac{5}{24} \left(\frac{1}{2} |\beta| R \right)^4. \tag{40}$$

Setzt man nun den Wert von $|\beta|$ aus der Gl. (36) ein, so erhält man:

$$\frac{\Delta \mu}{\mu} = \frac{5}{384} \omega^2 \frac{\mu_0^2 \mu^2}{\rho^2} R^4. \tag{41}$$

Unter Benutzung der Gl. (25) ergibt sich:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\Delta \mu}{\mu} &= \frac{5}{24 \pi^2} f^2 w^2 \\ &= 0,22 \cdot 10^{-5} \left(\frac{f}{\text{kHz}} \right)^2 \left(\frac{w}{\mu\text{s}} \right)^2 \% \end{aligned} \right\} \tag{42}$$

Nach den Rechnungen W. Wolmans²⁾ ergibt sich für Bleche der gleiche Wert für die verhältnismäßige Abnahme der Permeabilität. Es ist anzunehmen, daß sich die Abnahme der Permeabilität für kugelförmige Teilchen in derselben Größenordnung bewegt.

Wir können nunmehr abschätzen, bis zu welchen Frequenzen die oben angegebene Formel für den Wirbelstromverlust gilt. Da dieser dem Quadrat der Induktion proportional ist, wird der Fehler des Wirbelstrombeiwerts nur doppelt so groß wie die Abweichung der Permeabilität. Aus dem Bild 9 kann man entnehmen, daß für einen Wert von $w = 0,01 \mu\text{s}$, wie er in der Praxis vorkommt, $\frac{\Delta \mu}{\mu}$ bei einer mittleren Rundfunkfrequenz von 10^6 Hz den Wert $2,2 \cdot 10^{-4} \%$ hat; $\frac{\Delta \mu}{\mu}$ erreicht den Wert von 1% erst bei einer Wellenlänge von 5 m.

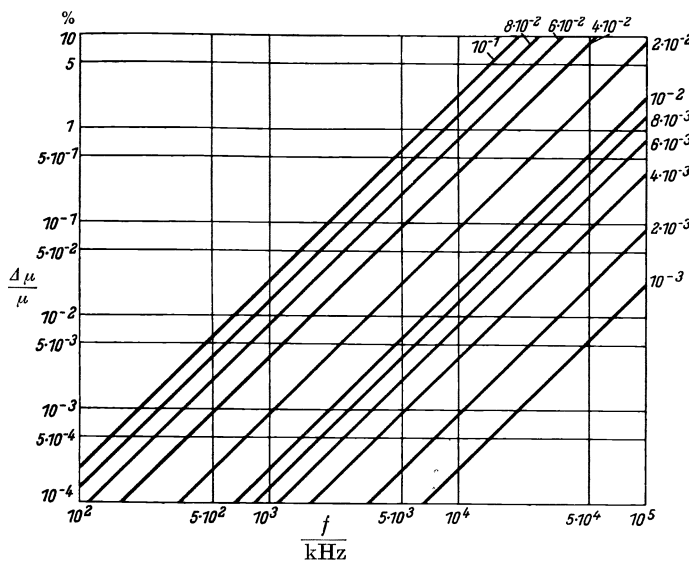


Bild 9. Permeabilitätsabnahme in Abhängigkeit von der Frequenz und dem Wirbelstrombeiwert. Parameter: $\frac{w}{\mu\text{s}}$.

¹⁾ E. Jahnke u. F. Emde: Funktionentafeln.

²⁾ W. Wolman: a. a. O.

III. Die Wirbelströme über den gesamten Querschnitt.

Für die Berechnung der Wirbelströme im gesamten Querschnitt eines Kernes soll vorausgesetzt werden, daß dieser Querschnitt die Form einer Kreisfläche vom Durchmesser D hat. Wir nehmen zunächst einen komplexen spezifischen Widerstand r an. Dann berechnet sich der Verlustwiderstand nach der für zylinderförmige Teilchen geltenden Gl. (25) für eine Ringkernspule der Induktivität L und der wirklichen Permeabilität μ_w zu:

$$\Re = \frac{1}{32} \mu_0 \omega^2 \frac{D^2}{r} \mu_w L. \quad (43)$$

Für offene Spulenformen gilt diese Gleichung wegen der dann auftretenden starken Streuung nur angenähert.

Für andere Kernquerschnittsformen, wie beispielsweise für die in der Praxis vorkommenden viereckigen Querschnitte, läßt sich die Rechnung nicht so streng durchführen; doch dürften sich die Werte nicht wesentlich von den oben angegebenen unterscheiden.

1. Ohmsche Leitfähigkeit¹⁾.

Für Kerne, deren spezifischer Widerstand verhältnismäßig klein ist, genügt es, den Verlustwiderstand allein aus der ohmschen Leitfähigkeit ρ_k auszurechnen unter Vernachlässigung einer noch vorhandenen Dielektrizitätskonstanten. In diesem Falle läßt sich ein Wirbelstrombeiwert definieren:

$$\begin{aligned} w_\rho &= \frac{\pi^2}{3} \mu_0 \frac{D^2}{\rho_k} \mu_w \\ &= 1,55 \frac{(D/\text{mm})^2}{\rho_k/(\Omega \text{ mm}^2/\text{m})} \mu_w \mu_s. \end{aligned} \quad (44)$$

2. Dielektrische Leitfähigkeit.

a) Ohne Verlustwinkel. — In diesem Falle ist

$$r = \frac{1}{j \omega \varepsilon_0 \varepsilon_k}, \quad (45)$$

wobei ε_0 gleich $0,886 \cdot 10^{-13}$ F/cm und ε_k die Dielektrizitätskonstante des Massekernstoffes ist. ($\varepsilon_0 \varepsilon_k$ ist die Kapazität eines Würfels mit der Kantenlänge 1 cm).

Der Kern wirkt jetzt als kapazitive Belastung der Spule und verursacht nach Gl. (43) einen scheinbaren Zuwachs der Induktivität:

$$\begin{aligned} \frac{\Delta L}{L} &= \frac{1}{32} \mu_0 \varepsilon_0 \omega^2 D^2 \mu_w \varepsilon_k \\ &= 1,37 \cdot 10^{-15} \left(\frac{f}{\text{kHz}} \right)^2 \left(\frac{D}{\text{mm}} \right)^2 \mu_w \varepsilon_k \%. \end{aligned} \quad (46)$$

b) Mit dielektrischem Verlustwinkel. — Nehmen wir an, der dielektrische Verlustwinkel des Massekernstoffes sei δ ; dann wird, falls δ klein gegen 1 ist,

$$r = \frac{1}{j \omega \varepsilon_0 \varepsilon_k} + \frac{\delta}{\omega \varepsilon_0 \varepsilon_k}. \quad (47)$$

Das imaginäre Glied liefert die schon oben angegebene Induktivitätsänderung, während das reelle Glied einen Verlustwiderstand zur Folge hat

$$\begin{aligned} R_\delta &= \frac{1}{32} \mu_0 \varepsilon_0 \omega^3 D^2 L \mu_w \varepsilon_k \delta, \\ R_\delta &= \frac{d}{10^{-9} \text{ s}^2} \frac{L}{\text{H}} \left(\frac{f}{\text{kHz}} \right)^3 \Omega. \end{aligned} \quad (48)$$

¹⁾ Unter ohmscher Leitfähigkeit sei hier die mit Gleichstrom gemessene Leitfähigkeit verstanden zum Unterschied von der durch die Dielektrizitätskonstante erzeugten zusätzlichen Leitfähigkeit bei Wechselstrom.

Darin ist:

$$\frac{d}{10^{-9} \text{ s}^2} \text{)}^1 = 8,6 \cdot 10^{-14} \left(\frac{D}{\text{mm}} \right)^2 \mu_w \varepsilon_k \delta. \quad (49)$$

Dieser Verlustwiderstand läßt sich nicht ohne weiteres als Wirbelstrombeiwert ausdrücken, da er mit der 3. Potenz der Frequenz ansteigt. Für einen Vergleich mit den Wirbelstrombeiwerten der anderen Verlustanteile ist naturgemäß nicht der Wert von d , sondern das Produkt df zu benutzen.

3. Ohmsche und dielektrische Leitfähigkeit.

Im allgemeinen Fall, wo sowohl ohmsche als auch dielektrische Leitfähigkeit auftreten, können beide Einflüsse getrennt aus den Gl. (44), (46), (48) und (49) errechnet werden. Die Berechtigung dieser getrennten Rechnung ergibt sich daraus, daß die Kernwirbelströme im allgemeinen zu gering sind, um das magnetische Feld des Kerns merklich zu ändern.

4. Die Bestimmung von ϱ_k , ε_k und δ .

Zur Abschätzung der Größen ϱ_k , ε_k und δ nehmen wir für den Massekern das folgende Modell an. Wir denken uns die Eisenteilchen so angeordnet, daß der Isolierstoff in den drei Achsen das Eisen gleichmäßig umgibt. Für den Fall, daß der Füllfaktor nicht allzu nahe bei eins liegt, kann das in Bild 10 dargestellte Ersatzmodell für die Berechnung der Größen benutzt werden. Der Anteil des Eisens nimmt in der angenommenen Darstellung den Raum eines Würfels ein, dessen Kantenlänge zu der Kantenlänge des Gesamtwürfels im Verhältnis α stehen möge, so ergibt sich für den Füllfaktor:

$$p = \alpha^3. \quad (50)$$

Dann ist die Leitfähigkeit des aus Eisen und Isolierstoff gebildeten Gesamtwürfels

$$\frac{1}{\varrho_k} \approx \frac{1}{\varrho_i} \left(1 - \alpha^2 + \frac{\alpha^2}{1 - \alpha} \right) = \frac{1}{\varrho_i} \left(1 + \frac{\alpha^3}{1 - \alpha} \right). \quad (51)$$

Dabei ist vorausgesetzt, daß die Leitfähigkeit des Eisens groß ist gegenüber der Leitfähigkeit des Isolationsmaterials $1/\varrho_i$. Unter Benutzung der Gl. (50) kann man schreiben:

$$\frac{1}{\varrho_k} = \frac{1}{\varrho_i} \left(1 + \frac{p}{1 - p^{\frac{1}{3}}} \right). \quad (52)$$

Die Dielektrizitätskonstante des Kernstoffs ε_k berechnet sich ebenso aus der Dielektrizitätskonstante des Isolierstoffes ε nach der Gleichung

$$\varepsilon_k = \varepsilon \left(1 + \frac{p}{1 - p^{\frac{1}{3}}} \right). \quad (53)$$

Der in den Gl. (52) und (53) auftretende Umrechnungsfaktor $K = 1 + \frac{p}{1 - p^{\frac{1}{3}}}$ ist in Bild 11 als Funktion des Füllfaktors p dargestellt.

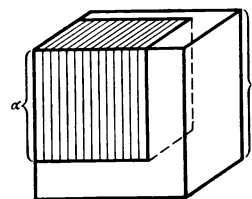


Bild 10. Modell zur Berechnung der Leitfähigkeit des Massekernwerkstoffs.

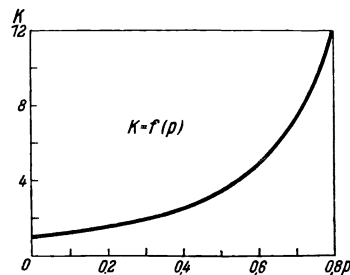


Bild 11. Die Funktion K in Abhängigkeit vom Füllfaktor.

¹⁾ $\frac{d}{10^{-9} \text{ s}^2}$ ist gleichbedeutend mit $\frac{d}{\Omega / (\text{H kHz}^3)}$.

Die dritte abzuschätzende Größe, der dielektrische Verlustwinkel des Massekernstoffs, wäre gleich dem des Isolierstoffs, wenn die Leitfähigkeit des Eisens unendlich groß wäre. Da dies jedoch nicht der Fall ist, ist er größer als der des Isolierstoffs, wie aus dem Folgenden hervorgeht. Die Verschiebungsströme im Kern nehmen ihren Weg durch die Eisenkörnchen; dabei verursachen sie, da diese nicht widerstandsfrei sind, einen zusätzlichen Verlust. Wir leiten diesen Verlustanteil ebenfalls aus dem obigen Modell ab (siehe Bild 10). Das dazugehörige elektrische Ersatzschema besteht aus einer Kapazität mit dem dielektrischen Verlustwinkel δ und einem vorgeschalteten Widerstand R , der in einen zusätzlichen Verlustwinkel δ' umgerechnet werden soll. Ist die Kantenlänge des Würfels 1 cm, so ergibt sich

$$C = \varepsilon_0 \varepsilon_k \frac{\alpha^2}{1 - \alpha},$$

$$R = \frac{\varrho}{\alpha}.$$

Mithin ist der zusätzliche dielektrische Verlustwinkel $\delta' = R\omega C$ oder:

$$\begin{aligned} \delta' &= \varepsilon_0 \omega \frac{p^{\frac{1}{3}}}{1 - p^{\frac{1}{3}}} \varepsilon \varrho \\ &= 5,57 \cdot 10^{-14} \frac{p^{\frac{1}{3}}}{1 - p^{\frac{1}{3}}} \frac{f}{\text{kHz}} \varepsilon \frac{\varrho}{\Omega \text{ mm}^2/\text{m}}. \end{aligned} \quad (54)$$

Die Größenordnung von δ' soll an folgendem Beispiel gezeigt werden. Es sei:

$$\begin{aligned} f &= 1 \text{ MHz}, \\ \varepsilon &= 4, \\ \varrho &= 0,1 \frac{\Omega \text{ mm}^2}{\text{m}}, \\ p &= 0,85 \left(p^{\frac{1}{3}} = 0,95 \right). \end{aligned}$$

Dann ergibt sich für δ' der Wert $4 \cdot 10^{-10}$; dieser Wert ist aber gegenüber dem gewöhnlich vorkommenden dielektrischen Verlustwinkel $10^{-2} \cdot \cdot \cdot 10^{-4}$ zu vernachlässigen.

IV. Zahlenmäßige Berechnung der Verlustwerte.

Um einen Überblick über die Größenordnungen der einzelnen Verlustanteile zu bekommen, wollen wir ein Zahlenbeispiel durchrechnen, und zwar mit Werten, wie sie in der Praxis vorkommen können. Wir nehmen an, der Massekern sei aus kugelförmigen Eisenteilchen von einem mittleren Durchmesser $d = 7 \mu\text{m}$ aufgebaut. Ferner sei vorausgesetzt, daß jedes Eisenteilchen durch eine dünne Isolierschicht von den anderen getrennt ist, so daß die oben abgeleiteten Gleichungen ohne weiteres benutzt werden können. Der Isolierstoff habe einen spezifischen Widerstand $\varrho_i = 10^{15} \Omega \text{ mm}^2/\text{m}$, eine Dielektrizitätskonstante $\varepsilon = 5$ und einen dielektrischen Verlustwinkel $\delta = 3 \cdot 10^{-2}$. Der Kern habe einen Durchmesser von 10 mm. Wir nehmen einen Füllfaktor $p = 0,75$ an. Die wirksame Permeabilität μ_w ergibt sich aus der Gl. (16). Wir können, da bei diesem Füllfaktor die wahre Eisenpermeabilität praktisch keine Rolle mehr spielt, in dieser Gleichung mit hinreichender Genauigkeit $\mu = \infty$ setzen. Dann ergibt sich für μ_w der Wert 10. Aus der Gl. (52) findet man für ϱ_k den Wert von $10^{14} \Omega \text{ mm}^2/\text{m}$, und aus Gl. (53) errechnet sich ein ε_k von 50. Die einzelnen Verlustkonstanten sind dann [vgl. Gl. (23), (44) und (49)]:

Tabelle 1.

f kHz	R_{Korn} Ω	R_{ϱ} Ω	R_{δ} Ω	$\Delta L/L$ %
10^3	1,2	$3 \cdot 10^{-9}$	$2,6 \cdot 10^{-5}$	$7 \cdot 10^{-5}$
10^4	120	$3 \cdot 10^{-7}$	$2,6 \cdot 10^{-2}$	$7 \cdot 10^{-3}$
$3 \cdot 10^4$	1100	$2,7 \cdot 10^{-6}$	$7 \cdot 10^{-1}$	$6,3 \cdot 10^{-2}$

$$\frac{w_{\text{Korn}}}{\mu\text{S}} = 6,1 \cdot 10^{-3},$$

$$\frac{w_{\varrho}}{\mu\text{S}} = 1,5 \cdot 10^{-11},$$

$$\frac{d}{10^{-9} \text{ s}^2} = 1,3 \cdot 10^{-10}.$$

Um den Anteil der verschiedenen Verlustarten an dem Gesamtverlust zu zeigen, geben wir in der vorstehenden Tabelle die Anteile für eine Hochfrequenzspule von 0,2 mH für verschiedene Frequenzen an.

Hiernach spielen die Verlustanteile, die sich aus der ohmschen und der dielektrischen Leitfähigkeit des Massekernmaterials ergeben, gegenüber den Anteilen der einzelnen Eisenteilchen praktisch überhaupt keine Rolle. Vergleicht man die Beiwerte w mit den experimentell ermittelten Werten, so findet man, daß sie größenordnungsmäßig übereinstimmen¹⁾. Auf Abweichungen zwischen den theoretischen und den experimentellen Werten und ihre Ursachen soll im nächsten Abschnitt eingegangen werden.

V. Der Einfluß von Kornzusammenballungen.

Bis jetzt haben wir stets angenommen, daß die einzelnen Eisenteilchen in dem Massekern durch eine Isolierschicht voneinander getrennt sind. Diese Voraussetzung braucht jedoch in der Praxis nicht erfüllt zu sein. Es wird vielmehr, besonders wenn nur wenig Isolierstoff zugesetzt ist, vorkommen, daß die einzelnen Körnchen sich metallisch berühren. Dies kann zum Teil daher rühren, daß die Körnchen schon während des Isolierens nicht voneinander getrennt werden, zum Teil daher, daß eine schon vorhandene Isolierstoffschicht beim Pressen der Kerne zerstört wird. Jede Berührung der Körnchen hat zur Folge, daß sich Wirbelstrombahnen nicht nur in den einzelnen Eisenteilchen, sondern auch in mehr oder minder großen Körnchengruppen ausbilden können. Da der Wirbelstrombeiwert w mit dem Quadrat des Durchmessers der Wirbelstrombahnen anwächst, werden solche Ströme, die über mehrere Teilchen fließen, eine erhebliche Vergrößerung von w verursachen. Hierbei ist allerdings zu berücksichtigen, daß der mittlere spezifische Widerstand einer solchen Wirbelstrombahn nicht mehr gleich dem spezifischen Widerstand des Eisens ist, denn gerade an der Berührungsstelle der Eisenteilchen tritt ein verhältnismäßig hoher Übergangswiderstand auf. Dieser Widerstand wird sehr stark davon abhängen, ob die Eisenteilchen beim Pressen verformt werden oder nicht. Ist der Werkstoff, aus dem die Körnchen bestehen, sehr hart, dann wird die Übergangsstelle einen verhältnismäßig kleinen Querschnitt haben, während bei weichem Werkstoff, der sich beim Pressen stark plastisch verformt, die Berührungsstelle größer und damit der Übergangswiderstand kleiner wird. Wenn sich die Eisenteilchen berühren oder nahe zusammendrängen, wird auch die bei der Berechnung der Gleichungen zugrunde gelegte Bedingung, daß die Induktion in den Teilchen konstant ist, nicht mehr erfüllt sein. Gerade an den Berührungsstellen wird sich der Fluß stark zusammendrängen, wodurch sich der Wirbelstrombeiwert ebenfalls verändert, und zwar wahrscheinlich im allgemeinen erhöht.

Diese Zusammenballungen der Eisenteilchen haben naturgemäß auch zur Folge, daß die Leitfähigkeit und die Dielektrizitätskonstante nicht mehr nach den Gl. (52) und (53) berechnet werden können. Der Strom braucht ja beim Übergang vom einen Korn zum nächsten nicht die Isolierschicht zu durchdringen; er wird also im Durchschnitt eine größere Strecke im Eisen zurücklegen, als es bei der Aufstellung dieser Gleichungen angenommen wurde. Der spezifische Widerstand des Kernwerkstoffs muß daher erheblich abnehmen. Ebenso wächst die Dielektrizitätskonstante erheblich an, da sie sich bei gleicher Kornverteilung stets umgekehrt proportional zum spezifischen Widerstand ändert. Mißt man den spezifischen Widerstand und die Dielektrizitätskonstante von Kernen mit geringen Isolierstoffzusätzen, so findet man, daß diese Abweichungen des Widerstandes und der Dielektrizitätskonstante recht

¹⁾ A. Weis: Elektr. Nachr.-Techn. **12** (1935) S. 47.

beträchtlich sein können. Es wurden zum Beispiel schon Werte der Dielektrizitätskonstante ε_k bis zu 5000 und dementsprechend niedrige spezifische Kernwiderstandswerte ρ_k von $10^7 \Omega \text{ mm}^2/\text{m}$ beobachtet. Die Glieder R_ρ und R_δ können also um einige Zehnerpotenzen oberhalb der in der Tabelle 1 angegebenen Werte liegen. Doch ist selbst in diesem Fall R_ρ meist noch klein gegenüber R_{Korn} .

R_δ wird aber nicht allein durch das Anwachsen von ε_k vergrößert, sondern auch dadurch, daß durch die Berührung der Körner auch noch der dielektrische Verlustwinkel δ des Kernwerkstoffs ansteigt. Auch für ihn gilt nicht mehr das Modell der Abb. 10. Der zwischen getrennten Teilchen auftretenden Kapazität ist nämlich nicht mehr der Widerstand eines einzelnen Eisenteilchens vorgeschaltet, sondern der Widerstand einer mehr oder minder langen Körnchenreihe mit den Übergangswiderständen zwischen den Körnchen. Da aber der Verlustwinkel proportional dem Produkt aus Kapazität und vorgeschaltetem Widerstand ist, muß bei einer Vergrößerung des Widerstandes die in Gl. (54) angegebene Größe δ' anwachsen. Messungen des dielektrischen Verlustwinkels an niedrig isoliertem Werkstoff ergaben beispielsweise $\text{tg } \delta \approx 1$. Aus diesem Grunde wächst der Widerstand R_δ , der ja dem Produkt $\varepsilon_k \delta$ proportional ist. Bei Spulen mit geringem Isolierstoffzusatz kann dieser Einfluß zusammen mit dem Anwachsen von ε_k so groß werden, daß, besonders bei sehr hohen Frequenzen, R_δ in die Größenordnung von R_{Korn} kommt.

Aus diesen Betrachtungen ergibt sich, daß die Eisenteilchen besonders bei höheren Frequenzen so weit wie möglich voneinander getrennt werden müssen. Dadurch sinken nicht nur die Verluste durch Wirbelströme, die sich über mehrere Teilchen verteilen, sondern auch die dielektrischen Verluste des Kerns. Ist jedoch eine solche Trennung erreicht, dann spielen die Dielektrizitätskonstante und der dielektrische Verlustwinkel bei den heute üblichen Größenordnungen dieser Werte keine Rolle mehr.

VI. Verluste durch das elektrische Feld der Wicklung.

Bei einer Spule mit Massekern sind neben den oben erwähnten Eisenverlusten noch die Wicklungsverluste zu beachten. Diese setzen sich zusammen aus dem Kupferverlust (gebildet aus dem Gleichstromwiderstand und dem Verlustwiderstand durch die Wirbelströme im Leiterwerkstoff), aus den dielektrischen Verlusten in der Draht- (Litzen-) Isolierung und in dem Wickelkörperwerkstoff und aus den durch das elektrische Feld der Spule erzeugten dielektrischen Verlusten im Kern. Hier soll jedoch nur von diesem letzten Verlustanteil die Rede sein, da er durch die Dielektrizitätskonstante, den dielektrischen Verlustwinkel und den ohmschen Widerstand des Massekernwerkstoff beeinflußt wird. Das elektrische Feld im Kern hängt jedoch nicht nur von den elektrischen Werten des Kernes, sondern auch sehr stark von der Form des Kernes und der Art der Wicklung ab. Es ist deshalb nicht möglich, für diesen Verlust eine allgemeine Gleichung anzugeben, die für jede Spulenart gilt. Die Rechnung soll hier nur für den einfachen Fall einer einlagigen, fortlaufend gewickelten Ringspule durchgeführt werden (siehe Bild 12). Liegt zwischen dem

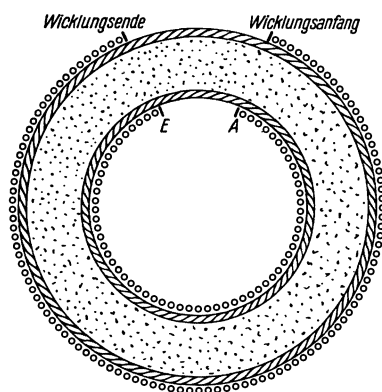


Bild 12. Aufbauschema eines Massekerns zur Berechnung der von dem elektrischen Feld herrührenden Kernverluste.

Wicklungsende

Wicklungsanfang

E

A

Bei einer Spule mit Massekern sind neben den oben erwähnten Eisenverlusten noch die Wicklungsverluste zu beachten. Diese setzen sich zusammen aus dem Kupferverlust (gebildet aus dem Gleichstromwiderstand und dem Verlustwiderstand durch die Wirbelströme im Leiterwerkstoff), aus den dielektrischen Verlusten in der Draht- (Litzen-) Isolierung und in dem Wickelkörperwerkstoff und aus den durch das elektrische Feld der Spule erzeugten dielektrischen Verlusten im Kern. Hier soll jedoch nur von diesem letzten Verlustanteil die Rede sein, da er durch die Dielektrizitätskonstante, den dielektrischen Verlustwinkel und den ohmschen Widerstand des Massekernwerkstoff beeinflußt wird. Das elektrische Feld im Kern hängt jedoch nicht nur von den elektrischen Werten des Kernes, sondern auch sehr stark von der Form des Kernes und der Art der Wicklung ab. Es ist deshalb nicht möglich, für diesen Verlust eine allgemeine Gleichung anzugeben, die für jede Spulenart gilt. Die Rechnung soll hier nur für den einfachen Fall einer einlagigen, fortlaufend gewickelten Ringspule durchgeführt werden (siehe Bild 12). Liegt zwischen dem

gilt. Die Rechnung soll hier nur für den einfachen Fall einer einlagigen, fortlaufend gewickelten Ringspule durchgeführt werden (siehe Bild 12). Liegt zwischen dem

Spulenanfang und dem Spulenende eine Wechselfeld, so entsteht in dem Kern sein elektrisches Wechselfeld. Dieses verursacht wegen der ohmschen Leitfähigkeit des Kerns Ströme, die einen Verlust verursachen. Ferner entstehen dielektrische Verschiebungsströme, die ebenfalls einen Verlust verursachen, wenn der Kernwerkstoff mit einem dielektrischen Verlustwinkel behaftet ist. In dem hier betrachteten Fall ist das elektrische Feld am stärksten in dem Teil der Kernes, der sich unmittelbar zwischen dem Wicklungsanfang und dem Wicklungsende befindet. In dem übrigen Kernteil ist es wesentlich geringer und kann daher für eine Abschätzung vernachlässigt werden. Wir beschreiben die hier vorliegenden Verhältnisse durch ein Ersatzschema nach Bild 13. Darin ist L die Induktivität der Spule. C_1 ist gegeben durch die Kapazität des Wicklungsanfangs und des Wicklungsendes gegen die Kernoberfläche. C_2 ist die Kapazität des zwischen Wicklungsanfang und Wicklungsende liegenden Stückes des Massekerns und R der Widerstand dieses Stückes. Man sieht sofort, daß die Feldstärke im Kern z. B. abhängt von der Dielektrizitätskonstante und der Dicke der Isolierstoffschicht zwischen Wicklung und Kern und auch von dem Abstand der Wicklungsenden. Dies bedeutet in unserem Ersatzschema, daß die Größen C_1 , C_2 und R ebenfalls davon abhängen. Sind jedoch diese Größen bekannt, so läßt sich der Verlust ohne weiteres angeben.

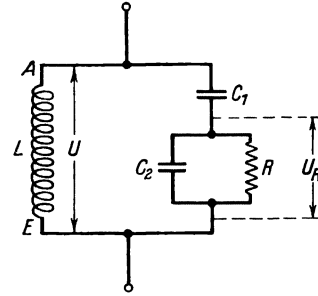


Bild 13. Ersatzbild zur Berechnung der von dem elektrischen Feld herrührenden Kernverluste.

Es soll hier nicht der bereits bekannte Fall behandelt werden, daß C_1 mit einem Verlustwinkel behaftet ist, sondern es sollen nur die Verluste, die von C_2 und R herrühren, bestimmt werden. Es muß hier jedoch bemerkt werden, daß die Verluste in C_1 abhängen von den Werten C_2 und R . Der Verlust in C_1 wird am größten, wenn der Kern entweder eine sehr große Leitfähigkeit oder eine sehr hohe Dielektrizitätskonstante hat; denn in beiden Fällen erreicht die Spannung an C_1 ihren größten Wert. Wir nehmen an, daß an der Spule eine wirksame Spannung U liegt. Dann ist die Spannung an R

$$U_R = U \frac{R \frac{1}{j\omega C_2}}{R + \frac{1}{j\omega C_2}}, \quad (55)$$

$$\frac{1}{j\omega C_1} + \frac{R \frac{1}{j\omega C_2}}{R + \frac{1}{j\omega C_2}}$$

und damit die Verlustleistung in R

$$P_R = U^2 \frac{R \omega^2 C_1^2}{1 + R^2 \omega^2 (C_1 + C_2)^2}. \quad (56)$$

Nun führen wir einen gleichwertigen Verlustwiderstand r_R ein, den wir uns mit L in Reihe geschaltet denken, und in dem dieselbe Verlustleistung auftreten soll. Da der Widerstand des Systems C_1 , C_2 , R groß ist gegenüber dem Scheinwiderstand der Spule, kann man setzen (I = wirksamer Spulenstrom)

$$U = I \omega L \quad (57)$$

und

$$P_R = r_R I^2. \quad (58)$$

Damit wird:

$$r_R = \frac{R \omega^4 C_1^2 L^2}{1 + R^2 \omega^2 (C_1 + C_2)^2},$$

oder:

$$r_R = \frac{k_R}{\mu\text{S}} \left(\frac{L}{\text{H}} \right)^2 \left(\frac{f}{\text{kHz}} \right)^2 \Omega, \quad (59)$$

wobei¹⁾

$$\frac{k_R}{\mu\text{S}} = \frac{1,6 \cdot 10^{15} \left(\frac{f}{\text{kHz}} \right)^2 \frac{R}{\Omega} \left(\frac{C_1}{\text{F}} \right)^2}{1 + 4 \cdot 10^7 \left(\frac{f}{\text{kHz}} \right)^2 \left(\frac{R}{\Omega} \right)^2 \left(\frac{C_1}{\text{F}} + \frac{C_2}{\text{F}} \right)^2} \quad (60)$$

ist. Man sieht, daß dieser Verlustanteil bei kleinen Frequenzen $\left[\omega \ll \frac{1}{R(C_1 + C_2)} \right]$ mit ω^4 , bei hohen Frequenzen mit ω^2 ansteigt. Bei hohen Frequenzen wird also k_R frequenzunabhängig (wie ein Wirbelstrombeiwert), und man kann setzen

$$\frac{k_R}{\mu\text{S}} = \frac{4 \cdot 10^7 \left(\frac{C_1}{\text{F}} \right)^2}{\frac{R}{\Omega} \left(\frac{C_1}{\text{F}} + \frac{C_2}{\text{F}} \right)^2}. \quad (61)$$

Nehmen wir jetzt noch an, daß C_2 einen Verlustwinkel δ hat, so ergibt sich ein zusätzlicher Verlustwiderstand

$$r_\delta = \frac{R^2 \omega^5 C_1^2 C_2 \delta L^2}{1 + R^2 \omega^2 (C_1 + C_2)^2} \Omega$$

oder in technischen Einheiten

$$r_\delta = \frac{k_\delta}{\text{nF}} \left(\frac{L}{\text{H}} \right)^2 \left(\frac{f}{\text{kHz}} \right)^3 \Omega. \quad (62)$$

Dabei ist²⁾

$$\frac{k_\delta}{\text{nF}} = \frac{9,8 \cdot 10^{18} \left(\frac{f}{\text{kHz}} \right)^2 \left(\frac{R}{\Omega} \right)^2 \left(\frac{C_1}{\text{F}} \right)^2 \left(\frac{C_2}{\text{F}} \right) \delta}{1 + 4 \cdot 10^7 \left(\frac{f}{\text{kHz}} \right)^2 \left(\frac{R}{\Omega} \right)^2 \left(\frac{C_1}{\text{F}} + \frac{C_2}{\text{F}} \right)^2}; \quad (63)$$

r_δ steigt bei niedrigen Frequenzen $\left[\omega \ll \frac{1}{R(C_1 + C_2)} \right]$ mit ω^5 , bei hohen Frequenzen wie die dielektrischen Verluste in der Wicklung mit ω^3 an. Die Verlustwiderstände r_R und r_δ unterscheiden sich aber wesentlich von den früher besprochenen Verlustarten dadurch, daß sie proportional L^2 ansteigen. Wenn sie also einen maßgebenden Einfluß haben, wird die Zeitkonstante einer Spule außer von der Spulenform und der Frequenz auch noch von der Induktivität abhängig.

Untersucht man r_R als Funktion des Widerstandes R , so findet man, daß der Verlustwiderstand r_R bei kleinen Werten von R linear mit R anwächst, während er bei großen Werten von R mit $1/R$ abfällt. Er hat als Funktion von R ein Maximum, wenn

$$R = \frac{1}{\omega(C_1 + C_2)} \quad (64)$$

ist. Es ergibt sich also hier die merkwürdige Tatsache, daß der Verlustwiderstand mit steigendem spezifischem Widerstand des Kernwerkstoffs anwachsen kann, wenn dieser spezifische Widerstand klein ist. Dafür hat man aber auch die Möglichkeit, bei hohem r_R den Verlustwiderstand entweder durch genügende Erhöhung oder durch genügende Herabsetzung des spezifischen Kernwiderstandes zu vermindern. Sowohl aus den Gleichungen wie auch aus dem Ersatzschema (Bild 13)

1) $\frac{k_R}{\mu\text{S}}$ ist gleichbedeutend mit $\frac{k_R}{\Omega/(\text{H kHz})^2}$. 2) $\frac{k_\delta}{\text{nF}}$ ist gleichbedeutend mit $\frac{k_\delta}{\Omega/\text{H}^2 (\text{kHz})^3}$.

ersieht man, daß bei gegebenem C_2 und R die Verlustwiderstände r_R und r_δ durch Verkleinern der Kapazität C_1 herabgesetzt werden können.

Die Größenordnungen der Werte von r_R und r_δ sollen an einem Zahlenbeispiel gezeigt werden. Wir nehmen an, zwischen dem Wicklungsanfang und dem Wicklungsende liege ein Massekernstück von der Größe eines cm^3 . Dann ist

$$C_2 = \varepsilon_0 \varepsilon_k$$

und

$$R = \varrho_k.$$

Die Kapazität C_1 soll 1 pF betragen. Für ε_k , δ und ϱ_k nehmen wir wieder die in obigem Zahlenbeispiel benutzten Werte an, es ist also

$$\varepsilon_k = 50; \quad \delta = 3 \cdot 10^{-2}; \quad \varrho_k = 10^{10} \Omega \cdot \text{cm}.$$

Die Verlustwiderstände einer 0,2 mH-Spule sind dann für drei verschiedene Frequenzen in folgender Tabelle angegeben:

Tabelle 2.

f kHz	r_R Ω	r_δ Ω
10^3	$5,3 \cdot 10^{-6}$	$4,5 \cdot 10^{-2}$
10^4	$5,3 \cdot 10^{-4}$	45
$3 \cdot 10^4$	$4,8 \cdot 10^{-3}$	$1,2 \cdot 10^3$

Hiernach sind r_R und r_δ für die angenommenen Werkstoffeigenschaften und die gewählte Kerngestalt zwar im Rundfunkwellengebiet gegenüber den Wirbelstromverlusten in den Körnern zu vernachlässigen; im Kurzwellengebiet können sie jedoch die Größenordnung der Kornwirbelstromverluste erreichen. In ungünstigen Fällen können sie den Wirbelstromverlust in den Eisenteilchen sogar erheblich überschreiten.

Zusammenfassung.

Die vorliegende Arbeit bezweckt, die rechnerischen Unterlagen zur Bestimmung der Wirbelstromverluste in einem Massekern zu geben. Die Wirbelströme im Massekern können sich entweder in den einzelnen Eisenteilchen ausbilden oder infolge einer ohmschen oder dielektrischen Leitfähigkeit des Kernes im gesamten Kernquerschnitt. Für die Berechnung der einzelnen Verlustanteile werden Gleichungen angegeben, und zwar für verschiedene Formen der Eisenteilchen. Die Abhängigkeit des spezifischen Widerstandes, der Dielektrizitätskonstante und des dielektrischen Verlustwinkels vom Kernaufbau wird besprochen. Ferner wird der Einfluß der Flußverdrängung behandelt. Im Gebiet der Rundfunkwellen ergibt sich als Hauptverlustanteil eines gut isolierten Kernes der Wirbelstromverlust in den einzelnen Eisenteilchen. Wenn sich die Eisenteilchen zusammenballen, sinkt der spezifische Widerstand des Kernes erheblich, während die Dielektrizitätskonstante und der dielektrische Verlustwinkel des Kernes entsprechend stark ansteigen. In diesem Fall können die kapazitiven Wirbelströme, die sich im gesamten Kernquerschnitt ausbilden, so stark anwachsen, daß sie in die Größenordnung der Wirbelstromverluste in den Körnern kommen. Zum Schluß wird noch eine besondere Verlustart besprochen, die von dem elektrischen Feld der Spule im Kern herrührt. Auch dieser Verlust kann, besonders im Kurzwellengebiet, die Größenordnung der Wirbelstromverluste in den Körnern erreichen.

Ein Beitrag zur Kenntnis der magnetischen Anisotropie vielkristalliner Werkstoffe.

Von **Otto v. Auwers.**

Mit 12 Bildern.

Mitteilung aus dem Zentrallaboratorium des Wernerwerkes
der Siemens & Halske A.-G. zu Siemensstadt.

Eingegangen am 18. Dezember 1935.

Einleitung.

In den letzten Jahren war, auf den Anisotropie-Eigenschaften großer metallischer Einkristalle von ferromagnetischen Elementen und Legierungen fußend, der Wunsch lebendig, diese Anisotropie-Eigenschaften auch unabhängig von den beschränkten Abmessungen der Einkristalle an vielkristallinen Werkstoffen herstellen und nutzbar machen zu können, da sie magnetisch in mancher Hinsicht Vorteile bieten. In Sonderheit sind Stoffe mit extremen Eigenschaften (hohe Anfangspermeabilität, kleinste Remanenzen od. dgl.) für viele technische Zwecke sehr erwünscht. Während man vor der Kenntnis der magnetischen Anisotropie der kubischen ferromagnetischen Gitter nur gelegentliche Walzeinflüsse bei siliziertem Eisen beobachtet hatte, ohne jedoch die Ursache zu erkennen¹⁾, häufte sich die Kenntnis von Wegen zur willkürlichen und wesentlich gesteigerten Erzeugung von magnetischen Anisotropien in vielkristallinen Werkstoffen in den letzten 2 bis 3 Jahren beträchtlich.

Ehe hier auf die wichtigsten von ihnen hingewiesen wird, soll kurz daran erinnert werden, daß die magnetische Anisotropie von hochsymmetrischen Kristallgittern, die sich in andern Eigenschaften isotrop verhalten, physikalisch dadurch zustande kommt, daß die Magnetisierungsvektoren auch in ungestörten kubischen Kristallen bestimmte Vorzugslagen in bezug auf das Kristallgitter einnehmen können. Aus dieser Annahme, deren Verknüpfung mit den Kristallgitterachsen naturgemäß bei J. A. Ewing noch fehlte, haben G. S. Mahajani und N. S. Akulov die Magnetisierungskurve der Einkristalle für kubische Gitter unter Verwendung von Quadrupolmomenten abgeleitet, während R. Becker anschließend zeigen konnte, daß man im verzerrten kubischen Gitter schon mit Dipolmomenten auskommt, deren Vorzugslagen durch die elastische Spannung verändert werden können, wodurch das reiche Erfahrungsmaterial von J. A. Ewing, Sh. Bidwell, H. Nagaoka u. a. einheitlich deutbar wurde.

Entsprechend der vielgestaltigen Abhängigkeit dieser Vorzugslagen von den mannigfaltigen Struktureigenschaften, die den Ferromagnetismus von jeher unter

¹⁾ E. Gumlich und E. Vollhardt: *El. techn. Z.* **29** (1908) 903.

die launischen „strukturempfindlichen“ Eigenschaften eingeordnet hat, gibt es auch viele Mittel und Wege zur willkürlichen Beeinflussung der Magnetisierungsschleife, von denen hier nur die für das Folgende wichtigsten hervorgehoben werden sollen. Sie seien nach inneren und äußeren Bedingungen unterschieden.

Wege zur magnetischen Anisotropie in vielkristallinen kubischen Werkstoffen.

A. Äußere Bedingungen (Erzwungene Unsymmetrien).

1. Zug und Druck. Am bekanntesten¹⁾ sind die Beeinflussungen der Formen und Lagen von Hysteresisschleifen durch Zug und Druck. Bei Stoffen mit positiver Magnetostraktion richtet sich die Schleife durch Zug auf und wird durch Druck flacher, bei Stoffen mit negativer Magnetostraktion umgekehrt. Dieser thermodynamisch bedingte Zusammenhang

$$\left(\frac{\partial \mathfrak{J}}{\partial p}\right)_{\mathfrak{J} = \text{konst.}} = \left(\frac{\partial \lambda}{\partial \mathfrak{J}}\right)_{p = \text{konst.}}$$

(\mathfrak{J} = Magnetisierungsintensität, $\partial p = \partial P/p$ = Spannungsänderung je Flächeneinheit des Querschnitts q durch das Gewicht P , $\lambda = \frac{\partial l}{l}$ = Längenänderung je Längeneinheit) ist schon lange bekannt, ohne daß man jedoch bisher aus dem atomistischen Aufbau des Stoffs das Vorzeichen der Magnetostraktion (und mithin auch der Magnetisierungsänderung) mit einleuchtenden Gründen hätte ableiten können. Die Theorie von R. Becker und M. Kersten²⁾ hat für den Fall des Nickels, d. h. für hinreichend isotrope negative Magnetostraktion ein befriedigendes Bild für das magnetische Verhalten unter Zug durch die Annahme gegeben, daß die beobachtete Abnahme der Magnetisierungsintensität durch elastische Drehung der Magnetisierungsvektoren in eine zum angelegten Zug senkrechte Querlage bedingt sei. Die dazugehörige Schleife hat naturgemäß flache lanzettförmige Form mit niedriger Remanenz (Massekerncharakter).

B. Innere Bedingungen (Eigensymmetrie).

Neben diesem künstlich erzwungenen Zustand des Stoffes, der nur so lange vorhanden ist als der äußere Zwang aufrechterhalten wird, gibt es zahlreiche andere Wege, die Vorzugslagen der Magnetisierungsvektoren im Stoff zu beeinflussen und ohne Aufwand eines äußeren Zwanges im Gleichgewicht festzuhalten.

2. Kristallbau. Wenn wir von den nichtkubischen Kristallgittern, wie beispielsweise Pyrrhotin, Kobalt u. a. und dem Ausgangspunkt unserer Überlegungen, den kubischen Einkristallen, absehen, ist das am frühesten bekanntgewordene Beispiel

¹⁾ Diese Kenntnis ist fast so alt wie der messende Magnetismus überhaupt [Matteucci (1847), Villari (1868), W. Thomson (1875), J. A. Ewing (1888) usw.] und bildet die Grundlage der Theorie von G. Kirchhoff (1885). In neuerer Zeit sind diese Zusammenhänge durch die Arbeiten von O. E. Buckley [Phys. Rev. **23** (1924) S. 783], O. E. Buckley und L. W. McKeehan [Phys. Rev. **25** (1925) S. 274], L. W. McKeehan und P. P. Cioffi [Phys. Rev. **28** (1926) S. 152], F. D. Smith [Proc. Phys. Soc. **42** (1930) S. 182] u. a. wieder in den Vordergrund des Interesses gebracht und haben zu den Theorien von L. W. McKeehan [Phys. Rev. (2) **23** (1924) S. 783; **26** (1925) S. 274; **36** (1930) S. 1670; J. Franklin Inst. **202** (1926) S. 737], G. S. Mahajani [Proc. Cambridge Phil. Soc. **23** (1926) S. 136; Phil. Trans. London (A) **228** (1929) S. 63], N. S. Akulov [Z. Phys. **59** (1930) S. 254; **66** (1930) S. 539; **69** (1931) S. 78] u. a. geführt.

²⁾ R. Becker u. M. Kersten: Z. Physik **64** (1930) S. 660.

„von Natur“ vorgegebener Anisotropie im vielkristallinen Stoff das Perminvar von G. W. Elmen¹⁾, dessen eingeschnürte Schleifen je nach der Zusammensetzung und thermischen und mechanischen Vorgeschichte auch verschwindende Remanenzen zeigen können. Als Vorläufer dieses Werkstoffzustandes, dessen Ursache im Einzelnen noch nicht völlig geklärt ist, aber nach Aussage der Röntgenaufnahmen²⁾ nichts mit groben Verspannungen zu tun hat, kann man die von E. Gumlich³⁾ aus zwei magnetisch verschieden harten Stoffen zusammengesetzten Legierungen betrachten, die ebenfalls bei passender Wahl der Bestandteile und Querschnitte eingeschnürte Schleifen mit kleiner Remanenz zu bauen erlauben. In diesem Fall sind die verursachenden Kräfte makroskopische Streufelder, also rein magnetischer Natur.

3. Backen im Magnetfeld. Eine geistreiche Verknüpfung beider Möglichkeiten — der Magnetostruktionsverspannung und der Wirkung eines Magnetfeldes — hat auf einen weiteren Weg zur willkürlichen Erzeugung magnetischer Anisotropie in vielkristallinen kubischen Stoffen geführt. Die Erfahrung hat gelehrt, daß die Kräfte, die die Vorzugsrichtungen der Magnetisierungsvektoren bestimmen und festhalten, sehr klein sein können. Es hat sich deshalb als möglich erwiesen⁴⁾, diese Richtungen unter Ausgleich der magnetostruktiven Verspannungen durch Einwirkung schwacher äußerer Magnetfelder (≈ 10 Oe) willkürlich im Stoff bei Zimmertemperatur dauernd festzulegen. Der Mechanismus, über den die Festlegung erfolgt, scheint die Magnetostruktion und die Kristallenergie zu sein. Durch kurzzeitiges Tempern bei $300 \dots 500^\circ \text{C}$ im longitudinalen oder transversalen Magnetfeld kann man auf diese Weise Schleifen von steiler (Pyrrhotincharakter) oder flacher Form und Lage (Massekerncharakter) hervorrufen, die dem Stoff auch nach Verschwinden des Magnetfeldes eingeprägt bleiben.

4. Aushärtungsanisotropie⁵⁾. Auf einem ganz anderen Vorgang beruht die Erzeugung⁶⁾ magnetisch anisotroper vielkristalliner Werkstoffe durch Kaltverformung ausscheidungsfähiger Legierungen. Bei diesen kann man — soweit die Forschung bisher erkennen läßt — durch eine beginnende, durch Kaltverformung nicht regellos, sondern gesetzmäßig gerichtete Ausscheidung der überschüssig in Lösung gehaltenen Zusatzelemente eine Vorzugslage der Magnetisierungsvektoren senkrecht⁷⁾ zur Bandebene und Walzrichtung, parallel zum Walzdruck hervorrufen, was naturgemäß zu flachen, gestreckten Hysteresisschleifen mit kleinen Remanenzen führen muß. Für diesen Vorgang geeignet sind beispielsweise Nickeleisenlegierungen mit Cu, Al, Ti, Si, Be und V; die Deutung des Werkstoffzustandes bereitet jedoch im einzelnen noch Schwierigkeiten, auf die wir weiter unten eingehen werden.

¹⁾ G. W. Elmen: Journ. Franklin Inst. **206** (1928) S. 317; **207** (1929) S. 583.

²⁾ O. v. Auwers u. H. Kühlewein: Ann. Phys. (5) **17** (1933) S. 107, 121.

³⁾ E. Gumlich: Arch. f. Elektrotechnik **9** (1920) S. 153.

⁴⁾ R. M. Bozorth, J. F. Dillinger u. G. A. Kelsall: Physic. Rev. **45** (1934) S. 742. — R. M. Bozorth: Physic. Rev. **46** (1934) S. 232. — G. A. Kelsall: Physics **5** (1934) S. 169.

⁵⁾ Als „Aushärtung“ wird hier und im Folgenden — wie in der Metallkunde üblich — der in übersättigten festen Lösungen vor sich gehende Alterungsvorgang bezeichnet.

⁶⁾ F. Noll: DRP. angem. 19. X. 1931. — O. Dahl, J. Pfaffenberger, H. Sprung: Elektr. Nachr.-Techn. **10** (1933) S. 317. — O. Dahl, J. Pfaffenberger: Z. techn. Physik **15** (1934) S. 99. — M. Kersten: Z. techn. Physik **15** (1934) S. 249.

⁷⁾ Diese technisch erwünschte Lage ist nicht die einzige Möglichkeit. Durch zweckmäßig geleitete Wärmebehandlung und Kaltverformung kann man den Magnetisierungsvektor auch parallel zur Walzrichtung legen, wie man überhaupt heute schon — bei bestimmten Legierungen — jede der drei ursprünglich gleichberechtigten Würfelachsen der Würfellage willkürlich bevorzugen kann.

5. Texturen. Die weitere¹⁾ Entwicklung hat gelehrt, daß man auch ohne überschüssig gelöste Zusatzstoffe und ohne Aushärtung lediglich auf der Grundlage der Texturen entsprechende Vorzugslagen der Magnetisierungsvektoren erreichen kann, die jedoch in diesem Fall — z. B. bei Eisennickellegierungen — nicht senkrecht zur Bandebene, sondern in der Bandebene, aber ebenfalls senkrecht zur Walzrichtung liegen.

Nach diesem kurzen Überblick über einige der heute bekannten Wege zur willkürlichen Erzeugung von magnetisch anisotropen, vielkristallinen Werkstoffen wollen wir uns lediglich mit den beiden zuletzt genannten beschäftigen, deren Modelle noch durch Erweiterung der Erfahrung gestützt²⁾ werden müssen. Dabei sei im voraus betont, daß sich diese beiden Wege und ihre Modelle nicht so sehr nur durch die verschiedene Art ihrer Erzeugung (Walzvorgänge mit und ohne Aushärtung) und ihrer Vektorlagen (zwar in beiden Fällen senkrecht zur Walzrichtung, aber einmal in der Bandebene, das andere Mal senkrecht zu ihr) unterscheiden als dadurch, daß bei den Ausscheidungswerkstoffen die Anisotropie im wesentlichen für den magnetischen Vektor (Drehscheibenversuch) nachgewiesen ist, ohne daß der Grad der kristallographischen Anisotropie genauer festgelegt ist, während bei den Stoffen ohne Ausscheidungshärtung gerade die kristallographische Anisotropie im Vordergrund des Interesses steht, und die magnetische Vorzugsrichtung erst auf dem Umweg über eine Verformung in den Werkstoff hineinkommt. Wesentlich für diese Stoffe ist auf jeden Fall der Umstand, daß nicht nur eine magnetische, sondern (primär) auch eine ausgeprägte kristallographische Vorzugsrichtung (Würfellage) vorhanden ist.

Über den Nachweis der Querlage der Magnetisierungsvektoren.

A. Bisherige Ergebnisse.

Die im Rahmen unserer heutigen Anschauungen nächstliegende Deutung der kleinen Remanenzen der unter (4) und (5) genannten Stoffe hat für die ausscheidungsfähigen Legierungen zuerst M. Kersten³⁾ gegeben, wobei er die als Modell zugrunde gelegte Anschauung der Querlage der Magnetisierungsvektoren u. a. durch Widerstandsmessungen im Magnetfeld stützen konnte, indem er zeigte, daß die Änderung des Widerstandes $\Delta R/R$ im Magnetfeld proportional dem Quadrat der Magnetisierung \mathfrak{J} verläuft. Aus diesem Befund folgt — wie die sinngemäße Übertragung der Theorie von R. Becker auf die Widerstandsabhängigkeit durch W. Gerlach⁴⁾ und Mitarbeiter gezeigt hat — unmittelbar, daß sich die Magnetisierungsbeiträge fast nur aus reversibeln Drehprozessen zusammensetzen, also wie bei Nickel unter Zug eine ausgeprägte Querlage der Magnetisierungsvektoren vorliegt.

¹⁾ W. Six, J. L. Snoek u. W. G. Burgers: Ingenieur, Haag **49** (1934) S. 195. — J. L. Snoek: Physica **2** (1935) S. 403. — O. Dahl, J. Pfaffenberger: Metallwirtsch. **13** (1934) S. 563; **14** (1935) S. 25. — O. Dahl u. F. Pawlek: Z. Physik **94** (1935) S. 504. — F. Pawlek: Z. Metallkde. **27** (1935) S. 160.

²⁾ Fragestellung und Versuche reichen bis in das Jahr 1934 zurück. Die Veröffentlichung erfolgte aus äußeren Gründen verspätet. Ein großer Teil der hier angeführten Literatur ist erst nach Abschluß der folgenden Versuche erschienen.

³⁾ M. Kersten: Z. techn. Physik **15** (1934) S. 249.

⁴⁾ W. Gerlach: Ann. Physik **8** (1931) S. 649; **12** (1932) S. 849. — K. Schneiderhan: Ann. Physik **11** (1932) S. 385. — E. Englert: Ann. Physik **14** (1932) S. 589. — E. Englert u. W. Gerlach: Heraeus-Vacuum-Schmelze 1923—1933, Hanau a. M., 1933, S. 109.

Auf demselben Gedanken fußend hat später auch J. L. Snoek¹⁾ die gleiche Tatsache durch Widerstandsmessungen im Magnetfeld erhärtet. Trotzdem erhebt er Bedenken gegen die Anwendbarkeit der Theorie von R. Becker, die er erstens damit begründet, daß die Ursache der kompensierenden Gegenspannung, die der die Querlage der Vektoren bedingenden Verspannung das Gleichgewicht hält, nicht erkennbar ist, und zweitens mit dem Umstand, daß die Versuche auch für Stoffe mit 65% Fe, d. h. für Stoffe mit positiver Magnetostriktion, zu dem gleichen Ergebnis geführt haben.

In ähnlicher Weise haben sich auch O. Dahl und J. Pfaffenberger²⁾ mit der Frage der Aufrechterhaltung der inneren Spannungen in ausscheidungsfähigen Werkstoffen auseinandergesetzt.

B. Theoretische Grundlage eines anderen Beweises der Querlage der Magnetisierungsvektoren.

Bei dieser Sachlage schien es 1934 erwünscht³⁾, nach weiteren Stützen für die Richtigkeit des zugrunde gelegten Modells, das wir kurz „Nickel unter Zug“ nennen wollen, durch die Erfahrung zu suchen.

Aus der Theorie von R. Becker und M. Kersten (l. c.) folgt⁴⁾ unmittelbar für die Längenzunahme⁵⁾ λ eines ferromagnetischen Elementargebietes mit annähernd isotroper Magnetostriktion, in dem der Magnetisierungsvektor aus einer Anfangslage ϑ_1 durch ein äußeres Magnetfeld in eine Endlage ϑ_2 übergeführt wird,

$$l_2 - l_1 = \lambda = \frac{3}{2} \lambda_\infty (\cos^2 \vartheta_2 - \cos^2 \vartheta_1) \quad (1)$$

(λ_∞ = Sättigungsmagnetostriktion), während gleichzeitig die Magnetisierung \mathfrak{J} durch

$$\mathfrak{J} = \mathfrak{J}_\infty (\cos \vartheta_2 - \cos \vartheta_1) \quad (2)$$

(\mathfrak{J}_∞ = Sättigung) gegeben ist.

Für den uns hier interessierenden Sonderfall der Querlage ($\vartheta_1 = 90^\circ$; „Nickel unter Zug“) vereinfacht sich (2) in

$$\mathfrak{J} = \mathfrak{J}_\infty \cos \vartheta_2 \quad (3)$$

und (1) durch Substitution in

$$\lambda = \frac{3}{2} \frac{\lambda_\infty}{\mathfrak{J}_\infty^2} \cdot \mathfrak{J}^2. \quad (4)$$

Wir erhalten⁶⁾ also für diesen Fall eine quadratische Beziehung zwischen der Längenänderung λ und der Magnetisierung \mathfrak{J} .

Wir müssen uns jetzt noch überlegen, welchen Beitrag andere als Drehvorgänge zur Längenänderung λ liefern können.

Als solche kommen in Frage:

1. 180° -Schrumpfvorgänge [auch Inversionen⁷⁾ genannt],
2. 90° -Schrumpfvorgänge.

Es ist klar und überdies vom Verfasser vor Jahren⁸⁾ an Perminvaren mit großem Barkhausensprung⁹⁾ durch Versuche geprüft und bestätigt, daß sich Schrumpfvorgänge um 180° nur in der Magnetisierung \mathfrak{J} , nicht in der Länge (Magnetostriktion λ)

¹⁾ J. L. Snoek: a. a. O. ²⁾ O. Dahl u. J. Pfaffenberger: Metallwirtsch. **13** (1934) S. 561.

³⁾ Vgl. Fußnote 2, S. 115. ⁴⁾ M. Kersten: Z. Physik **76** (1932) S. 505 Gl. (2).

⁵⁾ In Richtung der Endlage ϑ_2 .

⁶⁾ Die maximale Zunahme der Sättigungsmagnetostriktion λ_∞ von Nickel durch Zug haben schon R. Becker und M. Kersten [a. a. O. Gl. (10)] angegeben.

⁷⁾ Vgl. N. S. Akulov: Z. Physik **67** (1931) S. 794; **71** (1931) S. 704. ⁸⁾ Unveröffentlicht.

⁹⁾ Sog. „dreiteilige Schleife“; vgl. H. Kühlewein: Wiss. Veröff. Siemens-Konz. **X**, 2 (1931) S. 72.

bemerkbar machen können. Wir müssen also im λ - \mathfrak{J}^2 -Schaubild einen beträchtlichen Abszissenabschnitt in \mathfrak{J}^2 erwarten, ehe die λ - \mathfrak{J}^2 -Gerade beginnt (Bild 1).

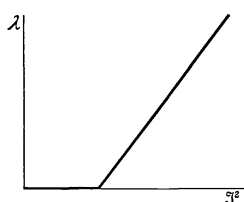


Bild 1. Modell einer λ - \mathfrak{J}^2 -Beziehung bei Schrumpf- und Drehvorgängen.

Anders steht es mit den 90° -Schrumpfvorgängen, die bei dem Modell „Nickel unter Zug“ durchaus denkbar sind. Hierbei muß man mehrere Fälle unterscheiden:

1. Wenn eine Richtung leichtester Magnetisierbarkeit mit der Richtung des äußeren Magnetfelds übereinstimmt, wird die 90° -Schrumpfung einen dem Magnetisierungsintensitätsgewinn proportionalen Magnetostriktionsbeitrag hervorrufen, so daß für diesen Fall

$$\lambda = c_{\max} \cdot \mathfrak{J} \quad (5)$$

ist.

2. Wenn eine Richtung leichtester Magnetisierbarkeit einen Winkel von -45° mit der Richtung des äußeren Magnetfeldes bildet, so wird die 90° -Schrumpfung ($+45^\circ$) zwar einen wesentlichen Beitrag zur Magnetisierungsintensität in Richtung des äußeren Feldes liefern, für die Magnetostriktion jedoch ebensowenig wie die 180° -Schrumpfung. Die Proportionalitätskonstante $c_{\min} = \frac{\lambda}{\mathfrak{J}}$ ist also Null geworden.

3. Für alle Zwischenlagen der durch 90° -Schrumpfungen ummagnetisierten Weißschen Elementargebiete wird c Werte zwischen c_{\max} und Null annehmen können, so daß man für die isotrop verteilten Richtungen der Weißschen Elementargebiete eine einfache Summation der linearen Beziehungen zwischen λ und \mathfrak{J} zu machen hat, nach der

$$\mathfrak{J} \approx \frac{n}{N} \mathfrak{J}_\infty \quad \text{und} \quad \lambda \approx \frac{n}{N} \cdot \frac{3}{2} \lambda_\infty \quad (6)$$

ist, wenn n den Anteil der um 90° geschrumpften Elementargebiete von der Gesamtzahl N ist. Wir können also im Gegensatz zu (4) eine lineare Beziehung zwischen λ und \mathfrak{J}

$$\lambda = c \frac{3}{2} \frac{\lambda_\infty}{\mathfrak{J}_\infty} \cdot \mathfrak{J} \quad (7)$$

annehmen, bei der c Werte zwischen c_{\max} und Null annehmen kann.

Wir sind also in der Lage, aus dem erfahrungsgemäßen Befund der λ - \mathfrak{J} - und der λ - \mathfrak{J}^2 -Beziehung Rückschlüsse auf den Magnetisierungsmechanismus und in Sonderheit auf die Gültigkeit des Modells „Nickel unter Zug“ zu machen:

1. 180° -Schrumpfvorgänge geben in λ - \mathfrak{J} und λ - \mathfrak{J}^2 Abszissenabschnitte,
2. 90° -Schrumpfvorgänge geben Linearität in λ - \mathfrak{J} ,
3. Drehvorgänge geben Linearität in λ - \mathfrak{J}^2 .

Im folgenden seien einige Messungen an den unter (4) und (5) beschriebenen Werkstoffen wiedergegeben, deren Befund nach den hier entwickelten Gesichtspunkten erörtert werden soll.

C. Messungen an ausscheidungsfähigen Eisen-Nickel-Kupferlegierungen.

Zunächst wurden Legierungen aus dem bekannten Eisen-Nickel-Kupfer-Schaubild gewählt, indem 0, 3, 6, 9, 12 und 15 % Cu zur Basis von 45 % Ni und 55 % Fe zugesetzt wurden. Die Proben waren¹⁾ in Drahtform bei etwa 3 mm Durchmesser 2 Stunden

¹⁾ Für freundliche Überlassung der Proben habe ich Herrn M. Kersten zu danken. Das magnetische Verhalten dieser Proben ist in Z. techn. Physik **15** (1934) S. 249 beschrieben.

bei 900 °C in H₂ geglüht, dann schnell an der Luft abgekühlt und ohne weitere Zwischenglühung ausgewalzt. Dann nimmt der Massekerncharakter der Schleifenform

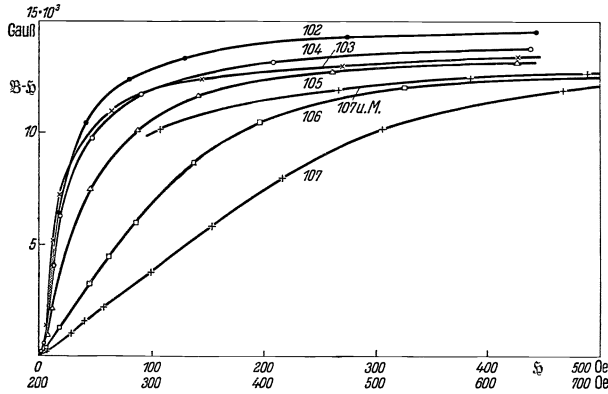


Bild 2. B-H-Kurven ausscheidungsfähiger Eisen-Nickel-Kupfer-Legierungen. Basis 45% Ni/55% Fe.
 Legierung Nr. 102 103 104 105 106 107
 Cu in % 0 3 6 9 12 15

mit wachsendem Kupfergehalt entsprechend der Steigerung der ausscheidbaren Kupfermenge zu, wie Bild 2 in den Neukurven und Bild 3 a und b in der Gegenüberstellung der Schleifen ohne Kupfergehalt und mit 15% Cu erkennen lassen.

Die dazugehörigen Magnetostruktionswerte λ sind in Bild 4 über der Magnetisierungsintensität \mathfrak{H} und in Bild 5 über $\mathfrak{H}^2/\mathfrak{H}_\infty^2$, d. h. über den auf gleiche Sättigungswerte \mathfrak{H}_∞ zurückgeführten Quadraten der Magnetisierungsintensität dargestellt. Das Ergebnis ist sehr klar und eindeutig: mit zunehmendem Masse-

kerncharakter, d. h. mit abnehmender Remanenz nimmt die Durchbiegung der λ - \mathfrak{H}^2 -Beziehung mehr und mehr ab und geht für die ganz gestreckte Schleife

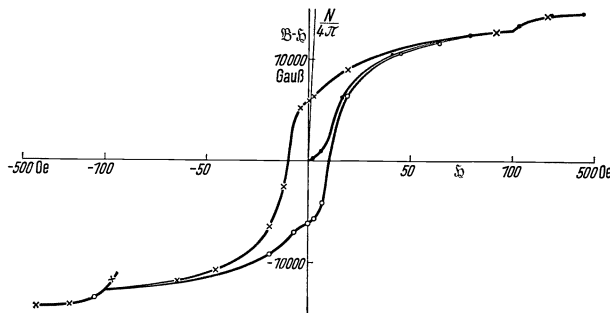


Bild 3a. Hysteresisschleife der Legierung 102 (ohne Cu).

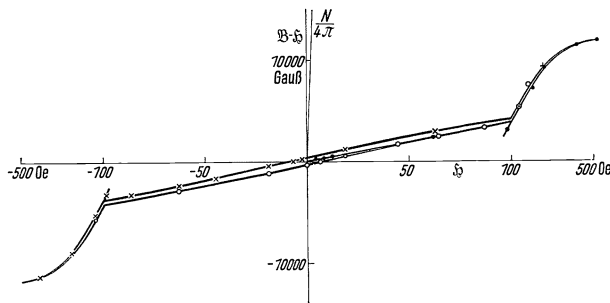


Bild 3b. Hysteresisschleife der Legierung 107 (mit 15% Cu) (vgl. Bild 2).

(Bild 3 b) in eine strenge Gerade über, bestätigt also Gl. (4) sehr gut. Ob die geringfügige Überhöhung der Kurve 106 und 107 am Anfang der Geraden auf Unsicherheiten der Zuordnung von λ und \mathfrak{H} zurückzuführen ist, die durch die Steilheit der λ - \mathfrak{H} - und der \mathfrak{H} - \mathfrak{H} -Beziehungen im ersten Teil der Kurven bedingt sind, oder als gesetzmäßige Abweichung zu werten ist, mag dahingestellt bleiben. Im zweiten Fall würde der Sinn der Abweichung dafür sprechen, daß anfangs ein sehr geringer Anteil der Magnetisierungsintensität \mathfrak{H} und der Magnetostruktion λ durch 90°-Schrumpfvorgänge nach Gl. (7) erreicht wird.

Eine numerische Bestätigung der Konstanten der Gl. (4) ist natürlich nur durch Vergleich mit der Sättigungsmagnetostruktion λ_∞ der ausgeglühten Legierungen möglich. Zu diesem Zwecke wurden die Sättigungsmagnetostruktionen von zwei ausgeglühten Proben gemessen, und zwar von den beiden Extremfällen 102 (0% Cu) und 107 (15% Cu). Das Ergebnis war:

Zu diesem Zwecke wurden die Sättigungsmagnetostruktionen von zwei ausgeglühten Proben gemessen, und zwar von den beiden Extremfällen 102 (0% Cu) und 107 (15% Cu). Das Ergebnis war:

$$\lambda_\infty (102) = 27,30 \cdot 10^{-6},$$

$$\lambda_\infty (107) = 27,85 \cdot 10^{-6}.$$

Vergleicht man diese Werte unter sich und mit den Sättigungswerten der Bilder 4 und 5, so fällt ihre völlige Übereinstimmung innerhalb der Fehlergrenzen auf. Hatte schon die nahe Übereinstimmung der Sättigungswerte von 102 und 107 im hartgewalzten Zustand überrascht und gegen die Möglichkeit einer Bestätigung des 3/2-Faktors des isotropen Modells

in der Gl. (4) gesprochen, so beweist die völlige Übereinstimmung im Fall der ausgeglühten Legierungen, daß in dem vorliegenden Fall für die Proportionalitätskonstante 1 statt 3/2 zu setzen ist. Man kann jedoch daraus weder auf das Versagen der Theorie von R. Becker noch auf eine Vieldeutigkeit der Ergebnisse in Bezug auf die Querlage schließen, da einerseits der 3/2-Faktor nur unter der Annahme der magnetostriktiven Isotropie des unverspannten Modells gewonnen werden kann, andererseits aber die Ableitung der zum Beweis der Querlage herangezogenen Gl. (4) ohne weitere Zusatzannahmen lediglich aus den $\cos^2\theta$ - und $\cos\theta$ -Winkelgesetzen der Gl. (1) und (2) folgt. Daß die Voraussetzung der Isotropie der Magnetostriktion jedoch keineswegs erfüllt ist, ist — wenigstens für die Legierung 102 ohne Kupfer — aus den Untersuchungen von F. Lichtenberger¹⁾ bekannt.

Es verdient jedoch darauf hingewiesen zu werden, daß die hier gefundene Abweichung vom theoretischen Isotropiefaktor 3/2 im umgekehrten Sinn auftritt als bei der entsprechenden Widerstandsänderung im Magnetfeld, bei der M. Kersten²⁾ einen größeren Faktor als 3/2 gefunden hatte.

D. Messungen an reinen Eisen-Nickellegierungen.

Dieselben Untersuchungen wurden dann an reinen Eisen-Nickel-Legierungen mit 50% Ni und 50% Fe durchgeführt. Verwandt wurden von Heraeus-Vacuumschmelze-Hanau gelieferte, durch Walzen sehr stark verformte Bänder von nur 0,034 mm Dicke. Der Mangel an Steifigkeit machte unmittelbare Magnetostriktionsmessun-

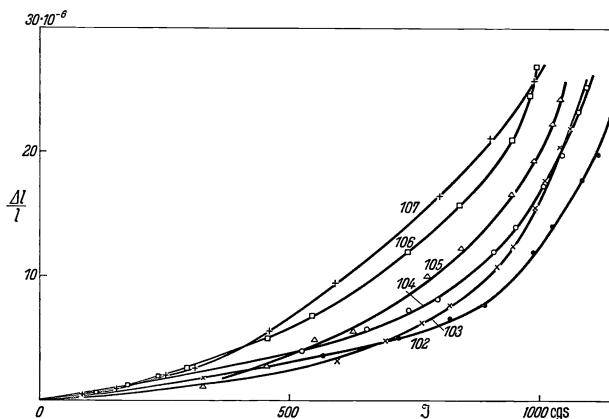


Bild 4. λ - H -Beziehung der ausscheidungsfähigen Legierungen (Bedeutung der Nr. vgl. Bild 2).

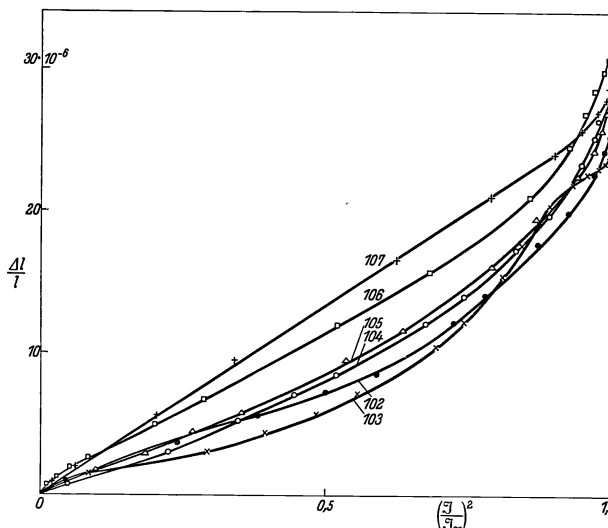


Bild 5. λ - H^2 -Beziehung derselben Legierungen (vgl. Bild 4).

¹⁾ F. Lichtenberger: Ann. Physik (5) 15 (1932) S. 45.

²⁾ M. Kersten: Z. techn. Physik 15 (1935) S. 249 (Bild 4).

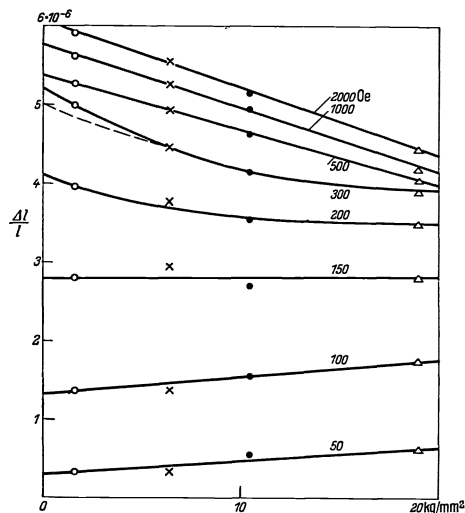


Bild 6. Abhängigkeit der Magnetostraktion einer stark verformten Eisen-Nickel-Legierung (50/50 Fe/Ni) von der Zugbelastung (Parameter: Feldstärke).

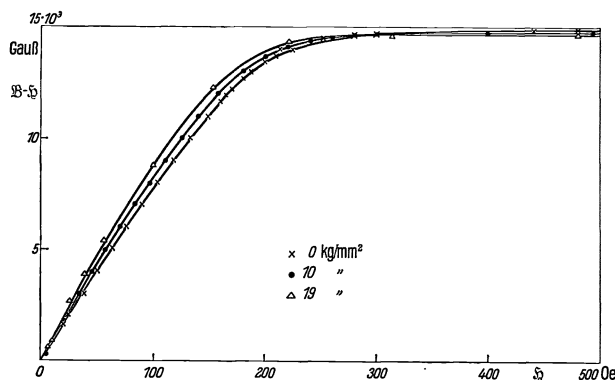


Bild 7. λ - \mathfrak{H} -Beziehung derselben Legierung (vgl. Bild 6) (Parameter: Zugbelastung).

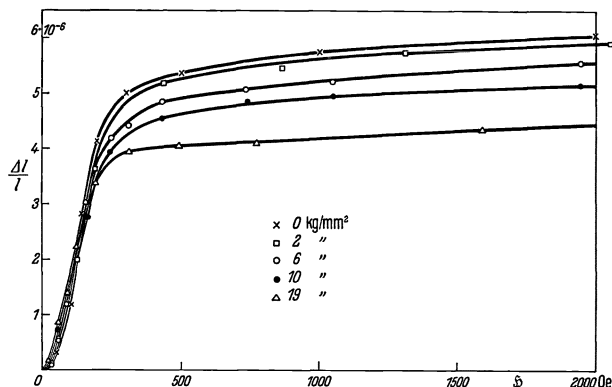


Bild 8. λ - \mathfrak{H} -Beziehung derselben Legierung (vgl. Bild 6) (Parameter: Zugbelastung); die Kurve für 0 kg ist aus den Kurven des Bildes 6 abgeleitet.

gen unmöglich. Deshalb mußte ein Umweg gewählt werden und unter Zugbelastung gemessen werden. Bei einem Werkstoff mit positiver Magnetostraktion wie dem vorliegenden¹⁾ bedeutet das aber je nach der Größe der Belastung teilweise oder völlige Aufhebung der nach dem magnetischen Verhalten zu erwartenden Querlage der Magnetisierungsvektoren. Es wurde deshalb sowohl die Magnetisierung wie die Magnetostraktion bei verschiedenen Belastungen gemessen, und daraus der Zusammenhang zwischen λ und \mathfrak{H}^2 für den unbelasteten Fall abgeleitet, indem die λ - \mathfrak{H} -Kurve für unbelastete Streifen aus den Kurven in Bild 6 erschlossen wurde. Bei dem einfachen Verlauf der λ -Zug-Kurven dürften gegen dieses Vorgehen kaum ernsthafte Bedenken bestehen.

In Bild 7 sind einige \mathfrak{H} - \mathfrak{H} -Kurven und in Bild 8 einige λ - \mathfrak{H} -Kurven für verschiedene Zugbelastungen als Parameter dargestellt. Die Verknüpfung beider führt unter Verwendung von Bild 6 zu dem in Bild 9 dargestellten Ergebnis, das für den Idealfall fehlenden äußeren Zuges wieder mit dem Befund von Bild 5 übereinstimmt, also ebenso nach Gl. (4) als Beweis für die Querlage der Magnetisierungsvektoren aufgefaßt werden kann, im übrigen aber für die Fälle, in denen die Quervorzugslage durch Zug gestört ist, einen von Bild 5 grundverschiedenen Typ darstellt.

Die modellmäßige Deutung dieses abweichenden Verhaltens dürfte im Einzelnen nicht ganz leicht sein.

Zunächst besteht kein Zweifel, daß die (geringe) positive Zugabhängigkeit der Magnetisierungsintensität (Bild 7), die mit einer geringfügigen Steigerung der Remanenz von 5 auf 7,7% verbunden ist, dem Sinn nach mit der (ebenfalls geringen) positiven Magnetostraktion (Bild 8) in Einklang ist. Ferner be-

¹⁾ Vgl. z. B. F. Lichtenberger (a. a. O).

sagt der für die Zusammensetzung von 50/50 % Fe/Ni überraschend niedrige Wert von λ_∞ , der für die isotrope vielkristalline Legierung ungefähr $20 \cdot 10^{-6}$ sein sollte¹⁾, daß die später von W. Six, L. Snoek und W. G. Burgers (l. c.) und von O. Dahl und J. Pfaffenberger²⁾ röntgenographisch nachgewiesene Würfellage vorliegt, da der beobachtete Wert von $6 \cdot 10^{-6}$ recht gut mit dem von F. Lichtenberger (l. c.) gemessenen Wert für die [100]-Richtung der 50/50proz. Legierung übereinstimmt.

Wir haben also einen Werkstoff vor uns, der in zweifacher Weise in höherem Sinn anisotrop ist als ein normaler quasiisotroper vielkristalliner Werkstoff: erstens kristallographisch durch die Würfellage (also nicht mehr isotrope Verteilung der Gitterorientierungen des normalen vielkristallinen Werkstoffs) und zweitens magnetisch, da die Gleichwertigkeit der drei Würfelkanten als Vorzugslage der Magnetisierungsvektoren ebenfalls aufgehoben ist.

Wir wissen von unserem Modell einerseits zu viel, andererseits zu wenig, um Bild 9 ohne weiteres verstehen zu können, zu viel, um ein

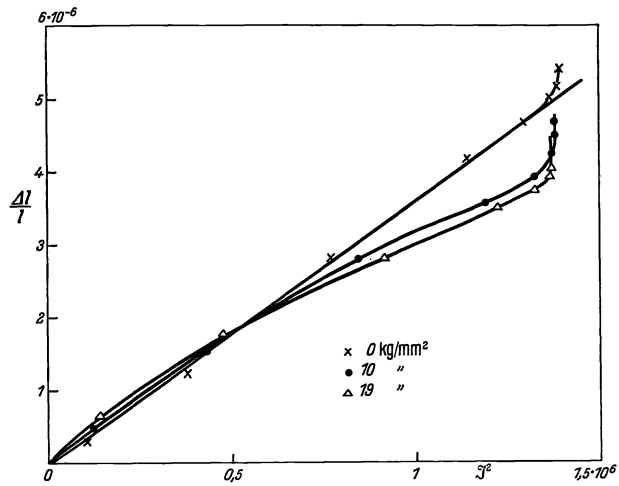


Bild 9. λ - S^2 -Beziehung der stark verformten 50/50 Fe-Ni-Legierung.

beliebiges, den Ergebnissen angepaßtes Modell zugrunde legen zu können, und zu wenig, um dieses erdachte Modell stützen zu können. Die Verhältnisse sind in Bild 10 wiedergegeben: die kristallographisch möglichen Richtungen der Magnetisierungsvektoren sind in ihrer Lage zum Werkstück durch die drei Pfeile angegeben. Von diesen drei Lagen ist diejenige senkrecht zur Walzrichtung in der Blechebene³⁾ als die allein vorhandene durch magnetische und elektrische Messungen gestützt. Von diesem Modell aus müßte Bild 9 unter Berücksichtigung der Magnetostruktionsmessungen von F. Lichtenberger aus der Spannungstheorie von R. Becker verständlich sein.

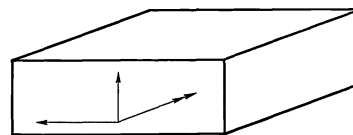


Bild 10. Lage der Magnetisierungsvektoren im Blech: \nearrow (\uparrow Walzdruck; \leftarrow Walzrichtung).

Wir haben durch die Würfellage einen besonders einfachen Fall vor uns: Wenn wir einmal annehmen, daß nur die Pfeilrichtung senkrecht zur Walzrichtung in der Banebene mit Magnetisierungsvektoren besetzt ist, so sind die unter B behandelten Gedankengänge anwendbar: Die Vektoren können unter dem Einfluß eines äußeren Feldes entweder durch Drehung oder durch 90°-Schrumpfvorgang in die Feldrichtung übergehen. Der in § quadratische Anfang der λ - S^2 -Kurve besagt, daß anfangs überwiegend Drehvorgänge stattfinden, und zwar um so deutlicher, je weniger die Quervorzugs-lage durch Zug gestört ist. Ohne Zugbelastung überwiegt dieser Drehvorgang jeden anderen, bis zur Erreichung der Sättigung. Unter Zug

¹⁾ Vgl. z. B. A. Schulze: Z. Physik 50 (1928) S. 448.

²⁾ O. Dahl u. J. Pfaffenberger: Metallwirtsch. 14 (1935) S. 25.

³⁾ Durch zwei Pfeilspitzen gekennzeichnet.

dagegen zeigt die λ - \mathfrak{J}^2 -Beziehung eine bei höheren Magnetisierungen stetig wachsende Abweichung vom quadratischen Gesetz, die — was in einer λ - \mathfrak{J} -Darstellung (vgl. Bild 11) deutlicher zum Ausdruck kommt — erst bei etwa $\frac{2}{3}\mathfrak{J}_\infty$ stark einsetzt. Während im Anfangsteil unter dem Einfluß des Zuges, d. h. der Beeinträchtigung der Quervorzugslage, eine geringfügige Erhöhung im λ - \mathfrak{J} - und λ - \mathfrak{J}^2 -Schaubild hervorgerufen wird¹⁾, tritt oberhalb $\frac{2}{3}\mathfrak{J}_\infty$ ein starkes Zurückbleiben der λ -Werte in beiden Darstellungen auf. Eine Untersuchung der Art dieses Zurückbleibens läßt sie eher in λ - \mathfrak{J} als in λ - \mathfrak{J}^2 linear erscheinen. Das würde heißen, daß das letzte Drittel der Magnetisierung unter dem Einfluß des Zuges nicht mehr als Drehvorgänge, sondern als (erschwerter) 90°-Schrumpfvorgänge²⁾, abläuft. Dies an sich überraschende Ergebnis der Untersuchung verdient vielleicht im Zusammenhang mit den gegen die Anwendbarkeit des Modells „Nickel unter Zug“ erhobenen Zweifeln Beachtung, denn es würde besagen, daß auch bei diesen Werkstoffen die Magnetisierung im

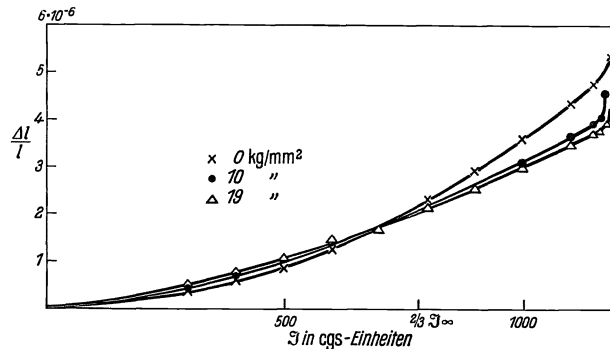


Bild 11. λ - \mathfrak{J} -Beziehung derselben Legierung (vgl. Bild 9).

unverspannten Zustand ausschließlich durch Drehvorgänge, im verspannten aber nur zu $\frac{2}{3}$ durch Drehvorgänge, im letzten Drittel aber durch behinderte 90°-Schrumpfvorgänge erreicht wird. Dieses Ergebnis ist insofern etwas überraschend, als wir gewohnt sind, die Drehvorgänge für die letzten, nach den (180°- und) 90°-Schrumpfvorgängen ablaufenden Vorgänge anzusehen. Offenbar sind diese späten 90°-Schrumpfvorgänge, die durch die teilweise Aufhebung der idealen Quervorzugslage durch Zugbelastung entstehen, energetisch benachteiligt gegenüber den 90°-Schrumpfvorgängen in einem normalen isotropen Werkstoff, was an sich gut zu der Vorstellung der hier zugrunde gelegten kristallographischen und magnetischen Anisotropie des Werkstoffes paßt, wegen der idealisierten Voraussetzung der Gl. (1).

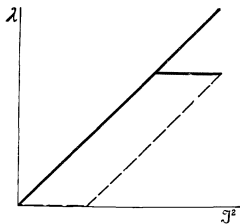


Bild 12. Modell einer λ - \mathfrak{J}^2 -Beziehung bei Dreh- und Schrumpfvorgängen.

und der nicht durchgeführten Auswertung der Proportionalitätskonstanten c in Gl. (7) jedoch nur als wahrscheinlichste Deutung der beobachteten Abweichung gelten mag.

¹⁾ Da dies den Abszissenabschnitt im λ - \mathfrak{J} -Diagramm verringert, kann die Ursache nicht in 180°-Schrumpfvorgängen liegen; vielmehr muß es sich wegen des parabelförmigen Verlaufs in der λ - \mathfrak{J}^2 -Beziehung um 90°-Schrumpfvorgänge handeln.

²⁾ 180°-Schrumpfvorgänge müssen (nach Bild 1) einen horizontalen Abszissenabschnitt in beiden Darstellungen geben. Wegen der Unveränderlichkeit der Anfangsneigung von Bild 9 könnte man in Umkehrung von Bild 1 ($\frac{1}{3}$ 180°-Schrumpfvorgänge, $\frac{2}{3}$ Drehvorgänge) schematisch den Typus von Bild 12, d. h. erst $\frac{2}{3}$ Drehvorgänge, dann $\frac{1}{3}$ 180°-Schrumpfvorgänge erwarten.

Doch hieße das offenbar — ganz abgesehen von der Unverständlichkeit derartig erschwerter 180°-Vorgänge ohne Hysteresis — den Bildern 9 und 11 gleichermaßen Gewalt antun.

Für Hilfe bei der Ausführung der Messungen habe ich Herrn E. Tschoppe, für kritische Erörterungen Herrn R. Becker zu danken.

Zusammenfassung.

Nach einem kurzen Überblick über die bisherigen Bedingungen, unter denen man magnetische Anisotropien in vielkristallinen Werkstoffen erzeugen kann, wird die Grundlage eines neuen Beweises für Quervorzugslagen gegeben, die zugleich die drei möglichen Magnetisierungsprozesse: 180°- und 90°-Schrumpfvorgänge sowie Drehvorgänge scharf zu unterscheiden erlaubt.

Anschließend wird dieses Verfahren auf ausscheidungsfähige und hochverformte Eisen-Nickel-Legierungen mit und ohne Kupfer mit Massekerncharakter (kleine Remanenz, schmale lineare Schleife) angewandt und in allen Fällen als Ursache der gekennzeichneten Schleifenform eine Quervorzugslage der Magnetisierungsvektoren sicher nachgewiesen.

Für eine Abweichung von dieser Quervorzugslage unter dem Einfluß eines äußeren Zuges wird eine Deutung an Hand des zugrunde gelegten Modells versucht.

Zur Kristallisierung unterkühlter dielektrischer Flüssigkeiten in einem elektrischen Felde.

Von **Richard Swinne.**

Mitteilung aus der Zentralstelle für wissenschaftlich-technische Forschungsarbeiten
der Siemens-Werke zu Siemensstadt.

Eingegangen am 2. Mai 1936.

Einleitung.

In den letzten Jahren haben verschiedene Forscher Versuche ausgeführt über den Einfluß elektrischer Felder auf physikalische Eigenschaften von Flüssigkeiten, besonders von unterkühlten Schmelzen. Diese Versuche haben jedoch keine eindeutigen Ergebnisse gezeitigt. So hat R. L. Mac Farlan (1) im Anschluß an die Deutung der elektrooptischen Kerr-Wirkung als einer Orientierung der Flüssigkeitsmolekeln in einem elektrischen Felde versucht, diese Orientierung durch den Einfluß nachzuweisen, den sie auf die Röntgenlichtstreuung von Flüssigkeiten hat. Seine Versuche verliefen bei Benzol negativ; bei Nitrobenzol dagegen ergaben sie bei Feldern bis zu 13 kV/cm eine gewisse Wirkung, die aber als Zunahme der Regelmäßigkeit bei der Verteilung der molekularen Streuungszentren des Röntgenlichtes gedeutet wurde. Spätere verfeinerte Untersuchungen über diese Frage hat im selben Laboratorium F. C. Todd (2) ausgeführt; er kam zu dem Schluß, daß die von R. L. Mac Farlan bei Nitrobenzol beobachtete Wirkung nicht dem elektrischen Felde, sondern einem unbeabsichtigten Umlauf und der schon von R. L. Mac Farlan selbst festgestellten Temperaturerhöhung der dem elektrischen Felde ausgesetzten Flüssigkeit zuzuschreiben sei.

Wenn die Behauptung von R. L. Mac Farlan richtig ist, daß die Verteilung der Nitrobenzolemolekeln beim Anlegen eines genügend starken elektrischen Feldes regelmäßiger wird, so ist zu vermuten, daß diese Erhöhung der molekularen Ordnung auch auf die Kristallbildung unterkühlter Flüssigkeiten von Einfluß ist. Nun haben bereits früher K. Schaum und Mitarbeiter von ihm (3) entsprechende Versuche mit einem positiven Ergebnis ausgeführt; ferner auch W. Kondoguri (4), vergleiche dazu aber K. Schaum und E. A. Scheidt (5). Während W. Kondoguri die höherschmelzenden Stoffe Piperin und Salol verwendete, untersuchten K. Schaum und seine Mitarbeiter außer Salol noch Urethan, Benzophenon, Acetophenon, sowie auch die unterhalb der Zimmertemperatur schmelzenden Stoffe Nitrobenzol und Benzol. Sie konnten bei dem größten Teil ihrer Versuche (meistens innerhalb 1 Minute) beim Anlegen eines genügend starken elektrischen Feldes eine Kristallbildung unterhalb der Schmelztemperatur, aber oberhalb der mittleren Temperatur freiwilliger

Kristallbildung erzwingen. Das Feld wurde hauptsächlich durch ein Induktorium (gewöhnlich mit einer Ventildfunkenstrecke) erregt, wobei meistens eine Elektrode geerdet war. Dabei bildeten sich im elektrischen Felde Kristalle zwischen den Elektroden (und zwar im Gebiet höherer Feldstärke), zwischen einer Elektrode und der Gefäßwand oder an der aufgeladenen Elektrode, nicht aber an der geerdeten.

Diese Versuche wurden aber an Luft ausgeführt; schon aus diesem Grunde konnten Verunreinigungen Einfluß haben, wie sie sich besonders infolge von nicht ganz vermiedenen Entladungen bilden können. Nun haben einige Forscher behauptet, das elektrische Feld beeinflusse die Viskosität von Flüssigkeiten. Nach S. Dobiński (6) tritt diese Wirkung nur bei polaren Flüssigkeiten und bei Gleichspannung auf und verschwindet bei fortschreitender Reinigung der untersuchten Flüssigkeiten. S. Dobiński führt diesen Feldeinfluß auf Ionenbewegungen zurück.

Daher seien im folgenden einige Versuche über den Einfluß eines elektrostatischen Feldes auf die Kristallbildung von Flüssigkeiten mitgeteilt, die — angeregt durch die obenerwähnten Versuche von R. L. Mac Farlan — im Anschluß an Entwicklungsarbeiten über Kerr-Zellen vor etwa 5 Jahren (1930/31) im Zentrallaboratorium des Wernerwerkes ausgeführt worden sind. Bei unseren Versuchen wurde auf die Reinheit der verwendeten Flüssigkeiten und auf eine langsame Ausbildung der Kristalle besonderer Wert gelegt. Versuche mit unreinen Flüssigkeiten, sowie auch unter bewußter Einwirkung von Luft oder Feuchtigkeit oder nach Entladungen, haben wir nicht vorgenommen.

Versuchsordnung.

Unsere Versuche wurden bei Feldstärken bis zu 5 kV/cm ausgeführt. Sie lassen sich in dieser Hinsicht mit den Versuchen von K. Schaum und seinen Mitarbeitern nur schwer vergleichen, da diese keine Angaben über den von ihnen verwendeten Elektrodenabstand und damit über die von ihnen verwendete Feldstärke machen; vielleicht war letztere aber bei K. Schaum größer als bei uns. Wir verwendeten nur Gleichspannung, indem wir als Spannungsquelle eine Reihe hintereinander geschalteter Trockenelemente benutzten; im Gegensatz zu K. Schaum arbeiteten wir unter Luftausschluß mit abgeschmolzenen Glasgefäßen, in welche die zu untersuchende Flüssigkeit im Vakuum vorher hineindestilliert war. Die Zuführungen der Nickelelektroden waren ganz in Glas eingeschmolzen und von der dielektrischen Flüssigkeit bedeckt; Überschlüge wurden nicht beobachtet. Die verwendeten chemisch reinen Flüssigkeiten waren vorher einer mehrfachen fraktionierten Destillation im Vakuum unterworfen und luftfrei gemacht worden. Dies ist besonders bei Nitrobenzol von Bedeutung, da es begierig kleine Mengen H_2O aus der Luft anzieht und dadurch seine dielektrischen Eigenschaften verschlechtert.

Anfangs wurde eine Glasröhre mit einem Thermometer (Teilungen in $1/10$ Grad) und mit drei Nickelelektroden verwendet (erste Anordnung); nach früheren eigenen Versuchen über das Verhalten verschiedener Werkstoffe gegenüber Nitrobenzol sind Nickelelektroden gegen dieses besonders beständig (7). Als Elektroden dienten zwei senkrecht angeordnete Platten im Abstände von 2 mm, 50 mm lang, 5 mm breit und 1 mm dick; 2 cm von der Mitte der einen Platte entfernt befand sich waagrecht angeordnet die dritte Elektrode, die halbkugelförmig aus einem Würfel von 5 mm Kantenlänge ausgedreht und mit der Wölbung nach der nächsten Plattenelektrode hin gerichtet war. Die Längsachsen der drei Elektroden lagen in einer Ebene. Wäh-

rend die mittlere (Platten-) Elektrode beim Anlegen des Feldes positiv aufgeladen wurde, konnte die zweite Plattenelektrode oder die Halbkugelelektrode nach Wahl negativ aufgeladen werden. Die Kristalle bildeten sich in der unterkühlten Schmelze gewöhnlich an einer Stelle, wo sich die Zuführung zur Halbkugelelektrode an der diese Zuführung isolierenden Glasrohrhose rieb.

Daher wurde noch eine zweite Anordnung verwendet, bei der auf die halbkugelförmige dritte Elektrode verzichtet wurde; dafür befand sich seitlich im Abstande von 2 cm von der Mitte der beiden senkrecht angeordneten Plattenelektroden das gleichfalls senkrecht angeordnete Stabthermometer und unter diesem ein oben erweitertes, offenes Glasnäpfchen, so daß an dessen oberem Rande sich das Stabthermometer bei Erschütterungen reiben konnte, und im letzteren Falle von hier aus die Kristallbildung der unterkühlten Schmelze einsetzte. Die Längsachsen der beiden Plattenelektroden und des Stabthermometers lagen in einer Ebene.

Versuchsergebnisse.

Polare Flüssigkeiten. Nitrobenzol (Spezialsorte E. Merck), el. Dipolmoment $\mu = 3,9 \cdot 10^{-18}$ ESE = $1,3 \cdot 10^{-27}$ Coul cm (8). Dieses nachgereinigte chemisch reine Nitrobenzol wurde um $4,2^\circ$ C unterkühlt, d. h. es wurde (in einem Eisbade) bis $1,5^\circ$ abgekühlt, und dann wurde durch Erschütterung eine Kristallbildung hervorgerufen. Die Kristalle erschienen gewöhnlich an der obenerwähnten Reibungsstelle; von dort aus breiteten sich die einzelnen Kristalle strahlenförmig nach verschiedenen Richtungen hin aus. War kein Feld angelegt, so entstanden zwischen den Plattenelektroden im allgemeinen keine Kristalle, wenn (durch Herausnahme aus dem Eisbade) für ein langsames Wachstum der Kristalle gesorgt wurde. War an die Plattenelektroden dagegen ein Feld (bis 5 kV/cm) angelegt, so entstanden — gewöhnlich von der negativen Elektrode ausgehend — Kristalle zwischen den Plattenelektroden, aber erst, sobald die von der Reibungsstelle aus sich ausbreitenden Kristallnadeln bis zu dem Bereich der Plattenelektroden hin gewachsen waren. Wurde das Feld zwischen der einen Platten- und der Halbkugelelektrode angelegt, so traten im Raumbereich zwischen diesen Elektroden mehr Kristalle auf als beim Kristallisieren ohne Feld, doch war das Bild nicht so überzeugend wie beim Anlegen eines Feldes an die Plattenelektroden.

Es wurde auch geprüft, ob diese Feldwirkung noch einige Zeit nach dem Abschalten des Feldes nachweisbar wäre. Tatsächlich traten nur wenige Kristalle zwischen den Plattenelektroden auf, falls das elektrische Feld abgeschaltet wurde, sobald sich die ersten Kristalle an der erwähnten Reibungsstelle gebildet hatten; trotzdem traten noch nach $3 \cdots 5$ s deutlich erkennbar Kristalle zwischen den Plattenelektroden auf, aber auch erst, nachdem Kristallnadeln von der Reibungsstelle aus bis zu dem Plattenbereich hin gewachsen waren. Begannen sich aber erst später ($10 \cdots 20$ s) nach Abschaltung des Feldes an der Reibungsstelle Kristalle zu bilden, so wurden keine Kristalle zwischen den Plattenelektroden beobachtet; ohne Feld betrug die ganze Kristallwachstumsdauer (von der Reibungsstelle bis zu den Plattenelektroden) etwa 60 s. Wurde das Feld erst eingeschaltet, nachdem die ersten Kristalle an der Reibungsstelle erschienen waren, so wurde der Bereich zwischen den Plattenelektroden ausgefüllt, aber im allgemeinen erst, sobald Kristallnadeln von der Reibungsstelle her bis dorthin gewachsen waren (etwa $8 \cdots 18$ s nach Beginn der Kristallbildung), während ohne Feld zwischen diesen Elektroden, wie erwähnt, eine Kristall-

bildung nicht festgestellt werden konnte. Hervorgehoben sei, daß die angegebenen Beobachtungen nicht nur einmal gemacht, sondern stets mehrere Male wiederholt wurden.

Spielen sekundäre Einflüsse bei dieser Wirkung des elektrostatischen Feldes auf die Kristallbildung mit? Man könnte an einen Gehalt der unterkühlten Schmelze an feinstem Staub, wie auch an eine Polarisationschicht an den Elektroden denken, die mit geringsten Abscheidungen aus dem weitgehend gereinigten Nitrobenzol zusammenhängt. Um dies zu prüfen, wurde das flüssige Nitrobenzol mehrere Wochen lang einem Feld von 1,5 kV/cm ausgesetzt; trotzdem wurde nach Erhöhung der Feldstärke auf 4,5 kV/cm die gleiche Wirkung wie vorher (ohne langdauernde vorangehende Feldeinwirkung) beobachtet. Demnach dürften solche sekundären Einflüsse nicht in Frage kommen. Bemerkte sei, daß auch bei der höchsten angewandten Feldstärke von 5 kV/cm durch alleinige Wirkung des Feldes nie eine Kristallbildung hervorgerufen werden konnte.

Trotzdem ist es aber unsicher, ob tatsächlich ein primärer Feldeinfluß vorliegt. Denn die Kristalle begannen sich erst zwischen den Plattenelektroden zu bilden, nachdem in die Nachbarschaft der Plattenelektroden Kristalle von der Reibungsstelle aus hingewachsen waren. Es könnte daher ein sekundärer Einfluß insofern vorliegen, als durch das Feld Kristallkeime zu den Plattenelektroden und in den Raum zwischen ihnen hingerissen werden, wonach diese Keime zu sichtbaren Kristallen auswachsen.

Außer Nitrobenzol wurden ferner, wenn auch nicht so eingehend, untersucht:

Fenchon mit $\mu = 2,9 \cdot 10^{-18}$ ESE (8) (chem. reinst von Schering-Kahlbaum, dreimal im Vakuum fraktioniert) ergab nach Unterkühlung bis auf $0,3^\circ \text{C}$ ($K_p = 5^\circ \text{C}$) ohne Feld eine von der Reibungsstelle ausgehende Kristallbildung an der äußeren Begrenzung der Plattenelektroden (2. Anordnung), mit einem Feld von 1,5 kV/cm aber außerdem zwischen den Plattenelektroden, somit ein ähnliches Verhalten wie Nitrobenzol.

Benzonitril mit $\mu = 3,9 \cdot 10^{-18}$ ESE (8) (E. de Haën, zwölfmal im Vakuum fraktioniert, anfangs über ausgeglühtem Na_2CO_3) wurde im Kältebad bis -16°C unterkühlt ($K_p = -11^\circ \text{C}$), ergab ohne Feld eine bedeutend geringere Kristallbildung als mit Feld (3 kV/cm). Einzelheiten konnten wegen des Kältebades nicht gut beobachtet werden (2. Anordnung).

Unpolare Flüssigkeit. Benzol (chem. reinst von Kahlbaum-Schering, thiophenfrei; zweimal fraktioniert destilliert, anfangs über Na; durch Ausfrieren fünfmal umkristallisiert) ergab bei Unterkühlung bis auf $2,0^\circ \text{C}$ das gleiche Bild der Kristallbildung ohne und mit Feld (4,5 kV/cm mit der 2. Anordnung). Dabei trat die schnell verlaufende Kristallbildung sowohl ohne als mit Feld nicht nur an den Außenseiten, sondern auch an den Innenseiten beider Plattenelektroden auf.

Herrn Fritz Müller sei für die bei der Durchführung dieser Versuche erwiesene Hilfe bestens gedankt.

Zusammenfassung.

Bei elektrischen Feldstärken bis zu etwa 5 kV/cm lassen sorgfältig gereinigte und gasfrei gemachte unterkühlte flüssige Schmelzen polarer Stoffe (Nitrobenzol, Fenchon, Benzonitril) bei langsamem Kristallwachstum im Gegensatz zu unterkühlten

Schmelzen des unpolaren Benzols gewisse Unterschiede bei der Kristallbildung ohne und mit Feld erkennen. Unentschieden ist, ob die durch das Feld bewirkte größere Ordnung der polaren Flüssigkeitsmolekeln die Kristallbildung fördert, oder ob hier sekundäre Einflüsse mitspielen.

Schrifttum.

1. R. L. Mac Farlan: *Physic. Rev.* **35** (1930) S. 211...212, 1426, 1469...1475.
 2. F. C. Todd: *Physic. Rev.* **44** (1933) S. 787...793.
 3. K. Schaum u. E. Riffert: *Z. anorg. allg. Chem.* **120** (1922) S. 257...258; K. Schaum u. E. A. Scheidt: *Z. wiss. Photogr.* **25** (1928) S. 363...364; *Z. anorg. allg. Chem.* **188** (1930) S. 52...59; E. A. Scheidt: *Diss. Gießen* 1929.
 4. W. Kondoguri: *Z. Physik* **47** (1928) S. 589...601.
 5. K. Schaum u. E. A. Scheidt: a. a. O. S. 364, sowie E. A. Scheidt a. a. O. S. 46.
 6. S. Dobiński: *Physik. Z.* **36** (1935) S. 509...513. Vgl. a. P. T. Sokolov u. S. L. Sosinskij: *C. R. U.R.S.S.* **4** (1935) S. 135...138; E. D. Alcock: *Physics* **7** (1936) 126...129.
 7. Franz. Patent 653 954, angemeldet 7. 5. 1928, erteilt 20. 11. 1928, DR-Prior. vom 7. 5. 1927. Vgl. auch A. Narath: *Z. techn. Physik* **17** (1936) S. 76.
 8. P. Debye: *Polare Molekeln*, Leipzig 1929; 1. Nachtrag, Leipzig 1930; 2. Nachtrag, Leipzig 1931.
-

Wissenschaftliche Veröffentlichungen aus den Siemens-Werken

XV. Band

Drittes Heft (abgeschlossen am 5. November 1936)

Mit 82 Bildern

Unter Mitwirkung von

Heinrich von Buol, Alfred von Engel, Robert Fellingner, Adolf Franke,
Wilhelm Geyger, Friedrich Heintzenberg, Georg Keinath, Emil Otto Kieffer,
Carl Köttgen, Fritz Lieneweg, Fritz Lüschen, Hans Ferdinand Mayer, Georg
Mierdel, Erich Nitsche, Moritz Schenkel, Werner Schmalenberg, Walter
Schottky, Richard Schwenn, Hermann von Siemens, Richard Swinne, Max
Steenbeck, Robert Strigel, Ferdinand Waibel, Julius Wallot, Paul Wiegand

herausgegeben von der

Zentralstelle für wissenschaftlich-technische Forschungsarbeiten
der Siemens-Werke



Berlin

Verlag von Julius Springer

1936

ISBN-13: 978-3-642-98776-2
DOI: 10.1007/978-3-642-99591-0

e-ISBN-13: 978-3-642-99591-0

Alle Rechte, insbesondere das der Übersetzung
in fremde Sprachen, vorbehalten.

Copyright 1936 by Julius Springer in Berlin.

Softcover reprint of the hardcover 1st edition 1936

№ 1115

Vorwort.

Das vorliegende dritte und letzte Heft des XV. Bandes der „Wissenschaftlichen Veröffentlichungen aus den Siemens-Werken“ bringt zuerst fünf Arbeiten aus dem Gebiet der Gasentladungen.

An der Spitze stehen zwei Mitteilungen von R. Strigel: „Über den Entladeverzug im gleichförmigen Feld bei größeren Schlagweiten“ und „Über die Aufbauzeit des Entladeverzugs im Spitzenfelde“; sie sind eine Weiterführung der in diesen Veröffentlichungen Bd. XI, 2 begonnenen Untersuchungen. Es wird hier versucht, unter Erweiterung der Versuchsbedingungen die physikalischen Vorgänge während der Aufbauzeit des Entladeverzugs zu klären. Hervorzuheben sind die in der zweiten Mitteilung gebrachten Entladungsbilder mit Stoßspannungen bis fast 3 Millionen Volt.

Anschließend behandelt M. Steenbeck in dem Aufsatz: „Über die Rolle der positiven Ionen bei der Zündung einer Gasentladungssäule“ einen neuen Fall der Begünstigung einer Zündung durch positive Ionen in Zusammenhang mit der durch sie bewirkten Feldverzerrung.

Dann nehmen A. von Engel und M. Steenbeck „Eine Prüfung der Trägergesetze für den Quecksilberdampf-Gleichrichterbogen“ in umfassender Weise vor. Nur bei kleinen Stromstärken läßt sich der Stromtransport in der technisch wichtigen Niederdrucksäule aus den gemessenen Kennwerten der Entladung, sowie die Elektronentemperatur nach der Diffusionstheorie berechnen.

Im Zusammenhang mit den in diesen zwei Mitteilungen behandelten Fragen steht die folgende über: „Die Längsfeldstärke der positiven Säule in Quecksilberdampf bei sehr kleinen Stromdichten“ von G. Mierdel und W. Schmalenberg. Unter den hier untersuchten Entladungsbedingungen dürfte die Bedingung der Quasi-neutralität der Entladungssäule nicht mehr erfüllt sein.

Es folgt ein Aufsatz von F. Waibel: „Über den Aufbau der Sperrschicht beim Kupferoxydulgleichrichter“; er bezweckt, die elektrischen Vorgänge in dieser Sperrschicht auf Grund neuer Versuchsergebnisse zu klären.

Hieran schließt sich ein empfindliches, bewährtes Verfahren über „Die Bestimmung des Sauerstoffgehaltes von Kupfer“ von E. Nitsche und F. Waibel, das zu meßtechnischen Arbeiten überleitet.

F. Lieneweg gibt in der „Darstellung von Parameterfunktionen mittels elektrischer Meßanordnungen“ auf Grund graphischer Ableitungen verschiedene neuartige Schaltungen an, die besonders für die fortlaufende Betriebsüberwachung von Wert sein dürften.

„Ein einfacher Kompensations-Schnellschreiber für Gleichstrommessungen“ von W. Geyger, der auf dem in diesen Veröffentlichungen Bd. IX, 2 beschriebenen Verstärkungsverfahren von J. Krönert und H. Miething beruht, bildet den Abschluß dieses Heftes.

Berlin-Siemensstadt, im Dezember 1936.

Zentralstelle für wissenschaftlich-technische
Forschungsarbeiten der Siemens-Werke.

Inhaltsübersicht.

	Seite
R. Strigel: Über den Entladeverzug im gleichförmigen Feld bei größeren Schlagweiten	1
R. Strigel: Über die Aufbauzeit des Entladeverzugs im Spitzenfelde	13
M. Steenbeck: Über die Rolle der positiven Ionen bei der Zündung einer Gasentladungssäule	32
A. v. Engel u. M. Steenbeck: Eine Prüfung der Trägergesetze für den Quecksilberdampf-Gleichrichterbogen	42
G. Mierdel u. W. Schmalenberg: Die Längsfeldstärke der positiven Säule in Quecksilberdampf bei sehr kleinen Stromdichten.	60
F. Waibel: Über den Aufbau der Sperrschicht beim Kupferoxydulgleichrichter	75
E. Nitsche u. F. Waibel: Die Bestimmung des Sauerstoffgehaltes von Kupfer	87
F. Lieneweg: Darstellung von Parameterfunktionen mittels elektrischer Meßanordnungen	92
W. Geyger: Ein einfacher Kompensations-Schnellschreiber für Gleichstrommessungen	109
Namenverzeichnis zu Band XV, Heft 1	116
Sachverzeichnis zu Band XV, Heft 1	119

Anfragen, die den Inhalt dieses Heftes betreffen, sind zu richten an die Zentralstelle für wissenschaftlich-technische Forschungsarbeiten der Siemens-Werke, Berlin-Siemensstadt, Verwaltungsgebäude.

Über den Entladeverzug im gleichförmigen Feld bei größeren Schlagweiten.

Von Robert Strigel.

Mit 6 Bildern.

Mitteilung aus dem Laboratorium des Dynamowerks der Siemens-Schuckertwerke A.-G. zu Siemensstadt.

Eingegangen am 7. Oktober 1936.

Inhaltsübersicht.

I. Meßanordnung und Versuchsaufbau.	IV. Folgerungen für den Mechanismus des Entladungsaufbaues.
II. Die Verteilungskurve des Entladeverzugs.	Zusammenfassung.
III. Die Spannungsabhängigkeit der Aufbauzeit des Entladeverzugs.	

Den Entladeverzug kann man in zwei zeitlich aufeinanderfolgende Abschnitte einteilen: in seine statistische Streuzeit, das ist der Zeitabschnitt, in dem die Anfangselektronen der einzelnen Elektronenlawinen gebildet werden, und in die eigentliche Aufbauzeit, in der irgendeines der in der Streuzeit gebildeten Anfangselektronen einen so günstigen Lawinenablauf nach sich zieht, daß durch ihn der Überschlag eingeleitet wird. Die Aufbauzeit im Entladeverzug ist demnach gleichzeitig der kürzest mögliche Wert des Entladeverzugs.

In früheren Arbeiten wurde die Statistik des Entladeverzugs eingehend untersucht¹⁾; aus ihren Gesetzmäßigkeiten ist die Art der Auslösung der Anfangselektronen abgeleitet und sind Schlüsse über die Ausbildung des Durchschlagsvorganges gezogen worden: Bei genügend hoher Überspannung vermag schon jedes einzelne aus der Kathode austretende Elektron den Durchschlag einzuleiten. Aber auch bei niedrigerer Überspannung muß ein Anfangselektron für den Durchschlag verantwortlich gemacht werden; aus der durch ein solches hervorgerufenen Elektronenlawine entwickelt sich der Stoßdurchschlag, wie die statistischen Betrachtungen eindeutig ergeben haben, unabhängig von Lawinen, die durch andere aus der Kathode austretende Elektronen ausgelöst sind. Diese letzteren Ergebnisse sind kürzlich durch Versuche in der Nebelkammer, die von E. Flegler und H. Raether ausgeführt wurden²⁾, bestätigt und ergänzt worden.

Die Versuche über die Statistik des Entladeverzugs wurden auf sehr kleine Elektrodentfernungen beschränkt, da bei diesen kleinen Schlagweiten sich die statistische Natur des Durchschlages und die Fragen der Auslösung der Anfangselektronen klar herausarbeiten ließen. Was aber in diesen Arbeiten nicht behandelt werden konnte, gerade infolge dieser Beschränkung auf sehr kleine Schlagweiten,

¹⁾ R. Strigel: Naturwiss. **20** (1932) S. 205 — Wiss. Veröff. Siemens-Konz. **XI**, 2 (1932) S. 54 — Arch. Elektrotechn. **26** (1932) S. 803 und **27** (1933) S. 131 und 377.

²⁾ E. Flegler und H. Raether: Z. Physik **99** (1936) S. 635.

war eine Untersuchung der eigentlichen Aufbauzeit der Entladung, also des Zeitabschnittes innerhalb des Entladeverzugs, der zwischen dem Beginn der Elektronenlawine, aus der sich schließlich der Durchschlag entwickelt, und dem Zusammenbruch der Elektrodenspannung liegt.

In letzter Zeit sind zwei Arbeiten über die Aufbauzeit des Stoßdurchschlags erschienen. H. J. Withe¹⁾ behandelt die Aufbauzeit im gleichförmigen Feld abhängig von der Bestrahlung der kathodischen Elektrode in Luft, Helium und Kohlensäure. Die Aufbauzeit betrug²⁾ bei wenigen Prozenten Überspannung etwa 100 ns und nimmt mit zunehmender Höhe der Überspannung sehr rasch auf 30 ns ab. Die untersuchten Schlagweiten lagen unter 1 cm. M. Meßmer³⁾ mißt die Aufbauzeit ebenfalls im gleichförmigen Feld in Luft von Atmosphärendruck an einer Plattenfunkenstrecke von 10 cm Durchmesser bei 2 cm Schlagweite. Die gemessenen Zeiten nehmen von 350 ns bei etwa 5% Überspannung auf 20 ns bei 40% Überspannung ab. Ferner wäre noch eine etwas ältere Arbeit von W. Förster⁴⁾ zu erwähnen, in der das Verhalten von Kugelfunkenstrecken bei Stoßspannungen von 10 bis 100 kV untersucht wird. W. Förster bestimmt dabei an einer Funkenstrecke von 5 cm Durchmesser allerdings nicht die Aufbauzeit, sondern bei starker Bestrahlung den Zuschlag, den man bei Stoßspannungen von Rechteckform und kurzer Dauer zu den mit der Kugelfunkenstrecke gemessenen Spannungswerten machen muß, um die Höhe der Stoßspannung zu erhalten. Diese Werte stimmen nicht genau mit der Aufbauzeit überein; sie müssen etwas niedrigerer liegen als der tatsächlichen Aufbauzeit entspricht, da diese Kurven ja nicht mit konstanter Schlagweite aufgenommen sind.

Die vorliegende Untersuchung befaßt sich mit der Bestimmung der Aufbauzeit und Streuzzeit des Entladeverzugs an Kugeln von 10 cm Durchmesser und an Plattelektroden; sie will die erhaltenen Ergebnisse mit denen der drei erwähnten Veröffentlichungen vergleichen und unter Zuhilfenahme der Nebelkammeraufnahmen von E. Flegler und H. Raether die physikalischen Vorgänge während der Aufbauzeit zu deuten versuchen.

I. Meßanordnung und Versuchsaufbau.

Als Stoßspannungsquelle wurde ein zweistufiger Hochspannungsgenerator benutzt, der als Kapazitätseinheit Kondensatoren von $0,142 \mu\text{F}$ für 100 kV Gleichspannungsbeanspruchung besaß; seine resultierende Kapazität betrug also $0,071 \mu\text{F}$, seine höchste Stoßspannung 200 kV. Die Zeitmessung erfolgte mit dem Zeittransformator⁵⁾. Den Hochspannungskreis mit dem Anschluß für den Zeittransformator zeigt in seinen Grundelementen

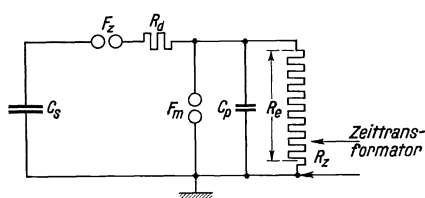


Bild 1. Stoßkreis.

Bild 1. C_s stellt die resultierende Kapazität des Stoßgenerators dar, F_z seine Schaltfunkenstrecke. F_m ist die zu untersuchende Entladestrecke, C_p eine kleine Parallelkapazität, R_d der Dämpfungswiderstand für den Stoßkreis, R_e der Entladewiderstand des Stoßkreises

¹⁾ H. J. Withe: Physic. Rev. **49** (1936) S. 507. ²⁾ $1 \text{ ns} = 10^{-9} \text{ s}$.

³⁾ M. Meßmer: Arch. Elektrotechn. **30** (1936) S. 133.

⁴⁾ W. Förster: Diss. Dresden (1934).

⁵⁾ M. Steenbeck u. R. Strigel: Arch. Elektrotechn. **26** (1932) S. 831, und zwar in der Ausführung, die demnächst in der Z. Instrumentenkde. veröffentlicht wird.

und R_z der an R_e abgegriffene Teilwiderstand, an dem die Aufladespannung für den Zeittransformator abgenommen wird.

Um eine einwandfreie Messung des Entladeverzugs zu erhalten, müssen die folgenden Bedingungen erfüllt sein:

1. Die Zeitkonstante T_a des Aufladekreises des Zeittransformators muß < 10 ns sein. Sie ist gegeben durch die Beziehung

$$T_a = C_a \cdot \frac{(R_e - R_z) \cdot R_z}{(R_e - R_z) + R_z} \approx C_a \cdot R_z.$$

Dabei ist C_a die Kapazität des Aufladekreises des Zeittransformators, die in der gewählten Anordnung zu 0,135 nF bestimmt wurde. Soll nun T_a nicht größer als 5 ns werden, so darf R_z nicht größer als 35 Ω sein. Das heißt aber andererseits wieder, daß der Entladewiderstand R_e nicht über 1000 Ω betragen darf, um noch die für die Aufladung des Zeittransformators notwendige Spannung am Widerstand R_z abgreifen zu können.

2. Wenn aber der Entladewiderstand R_e nicht größer als 1000 Ω gewählt werden kann, so ist damit auch schon der Höchstwert des Dämpfungswiderstandes R_d gegeben; dieser darf dann nur etwa 100 Ω betragen, da ja $R_e \gg R_d$ sein muß, schon allein um die vorhandene Stoßanlage möglichst weitgehend ausnützen zu können.

3. Um genügende Ausdämpfung der Stoßwelle zu erhalten, muß der Dämpfungswiderstand $R_d > 2 \sqrt{L/C_m}$ sein¹⁾, wobei C_m die Kapazität der zu untersuchenden Entladungsstrecke bedeutet und L die Induktivität der Stoßanlage samt ihrem Meßkreis. Diese wurde zu 0,3 μ H bestimmt, die Kapazität der Meßfunkenstrecke betrug 38 pF, daraus errechnete sich ein Dämpfungswiderstand R_d von 500 Ω . Da man jedoch mit einem solchen von 100 Ω auskommen muß, wurde die Kapazität des Meßkreises durch Parallelschaltung einer Kondensatordurchführung C_p für 100 kV auf den Wert 0,236 nF vergrößert. Somit war nunmehr ein Dämpfungswiderstand von 71 Ω nötig und der zur Verfügung stehende Betrag von 100 Ω völlig ausreichend.

Legt man diese Größen für den Stoßkreis zugrunde, so erhält man an der zu untersuchenden Entladungsstrecke einen Spannungsanstieg mit der Zeitkonstante $T = 23,6$ ns, ein Wert, der im Verhältnis zu den gemessenen Zeiten, die ja auch nur wenige 10 ns betragen, verhältnismäßig hoch ist. Es mußte deshalb die Angabe des Registrierstreifens des Zeittransformators noch korrigiert werden. Wie diese Korrektur vorgenommen wurde, sei an Hand des Bildes 2 näher erläutert.

Meßbar bzw. bekannt sind die folgenden Spannungswerte:

1. Die Höhe der Stoßspannung mit der Kugelfunkenstrecke: Die Messung ist deshalb zulässig, weil die Entladezeitkonstante etwa 0,1 ms beträgt, und bei solchen Stoßwellen die Kugelfunkenstrecke noch genaue Spannungswerte ergibt²⁾;

2. die statische Durchbruchspannung;

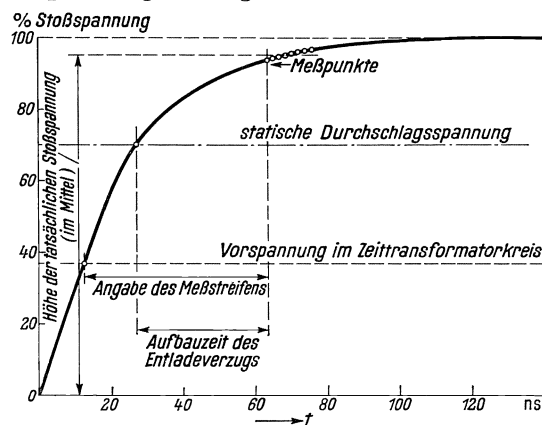


Bild 2. Auswertung der Zeittransformatoraufzeichnungen.

¹⁾ M. Lieber: Diss. Dresden (1934).

²⁾ W. Förster: a. a. O.

3. die Höhe der Vorspannung vor dem Zeittransformatorkreis, die sich aus dem Spannungsteilerverhältnis leicht auf Hochspannung umrechnen läßt.

Der Schreiber des Zeittransformators zeichnet aber diejenige Zeit auf, die zwischen dem Augenblick, in dem die Stoßspannung in ihrem Anstieg die Höhe der Zeittransformatorvorspannung, umgerechnet auf Hochspannung, überschreitet, und dem Augenblick verstreicht, in dem die Spannungsabsenkung beim Durchschlag beginnt. Da aber unter Entladeverzugszeit die Zeit verstanden wird, die zwischen dem Erreichen der statischen Durchbruchsspannung und dem Durchschlag liegt, so muß die Zeit, die verstreicht, bis die Stoßspannung von dem Wert der Zeittransformatorvorspannung auf den Wert der statischen Durchschlagsspannung angestiegen ist, von der mit dem Zeittransformator bestimmten Zeit abgezogen werden. Diese Korrektur ist abhängig vom Stoßverhältnis, also vom Verhältnis der Höhe der Stoßspannung zur statischen Durchbruchsspannung. Sie beträgt unter den Bedingungen der vorliegenden Versuche, bei denen am Spannungsteiler durch Verändern des Teilwiderstandes R_z in Bild 1 die Stoßspannung ständig auf 3 kV und die Vorspannung auf 1,1 kV eingestellt wurden, bei einem Stoßverhältnis von 1,5 nur 1,5 ns, während sie bei einem Stoßverhältnis von 1,05 auf etwa 52 ns anwächst.

Außerdem erscheint eine weitere Korrektur der Stoßspannung notwendig, wenn die Durchschläge im ansteigenden Ast der Stoßspannung erfolgen. Auch diese Korrektur ist in Bild 2 angedeutet. Es wurde in diesem Falle der Wert der Stoßspannung den Meßpunkten zugeordnet, der ihrem zeitlichen Mittelwert zukommt.

Als Elektroden wurde einmal eine Kugelfunkenstrecke mit Kupferkugeln von 10 cm Durchmesser verwendet, das andere Mal Plattenelektroden ebenfalls aus Kupfer von 5 cm und 15 cm Plattendurchmesser, deren Ränder der Feldlinie $\varphi = 120^\circ$ angepaßt waren¹⁾.

II. Die Verteilungskurve des Entladeverzugs.

Zur Bestimmung der Verteilungskurve des Entladeverzugs wurden für eine bestimmte Einstellung der Stoßspannung 25 bzw. 50 Einzeldurchschläge vorgenommen und deren Entladeverzug mit dem Zeittransformator aufgezeichnet. In Bild 3 ist das Ergebnis zweier derartiger Meßreihen wiedergegeben; die eine Meßreihe wurde bei 160 %, die andere bei 115 % Überspannung vorgenommen. Die Schlagweite war 3 cm. Als Ordinatenwert ist die jeweilige Anzahl der Versuche n_t , bezogen auf die Gesamtzahl n_0 aller Versuche, in logarithmischem Maßsystem aufgetragen, die eine größere Verzögerungszeit ergeben haben, als dem dazugehörigen Abszissenwert entspricht. Man erkennt, daß die Durchschläge erst nach einem eindeutig bestimmten Zeitverzug auftreten, und daß von diesem Zeitpunkt an die Anzahl der Versuche, die bei dem entsprechenden Abszissenwert noch nicht zum Durchschlag geführt haben, treppenförmig abnimmt. Die Treppenkurve kann namentlich bei der niedrigen Überspannung sehr gut durch eine Gerade gemittelt werden; sie läßt sich in erster Annäherung darstellen durch die Beziehung²⁾

$$n_t = n_0 \cdot \varepsilon^{-\frac{1}{\sigma_2}(t - \sigma_1)}, \quad \text{wobei } t \geq \sigma_1 \text{ ist.}$$

¹⁾ W. Rogowski u. H. Rengier: Arch. Elektrotechn. **16** (1926) S. 73. — H. Rengier: Arch. Elektrotechn. **16** (1926) S. 76.

²⁾ M. v. Laue: Ann. Physik **76** (1925) S. 261.

In dieser Beziehung bedeutet n_0 die Gesamtzahl der Versuche; σ_1 ist die Zeit, während der noch keine Durchschläge möglich sind, also die kürzest mögliche Aufbauzeit; σ_2 hingegen kann als Wahrscheinlichkeitsgröße von der Dimension einer Zeit gedeutet werden, die die Zufälligkeiten und die damit verbundenen Verzögerungen im Entladungsaufbau erfaßt; sie ist auch gegeben durch

$$\sigma_2 = \frac{\sum \tau}{n_0} - \sigma_1,$$

wenn $\sum \tau$ die Summe der Entladeverzugszeiten τ aller Einzelversuche n_0 bedeutet. σ_2 sei deshalb als mittlere statistische Streuzeit bezeichnet.

Die statistische Streuzeit beträgt, wie Bild 3 zeigt, nur noch einen Bruchteil der Aufbauzeit des Entladeverzugs und läßt sich wie bei den kleinen Schlagweiten der Streuzeit durch eine e -Funktion darstellen. Sie tritt aber an Bedeutung erheblich gegenüber der Aufbauzeit zurück, während sie bei kleinen Schlagweiten (1 mm) noch die beherrschende Größe war.

Es wurde deshalb in der weiteren Untersuchung über die Aufbauzeit auf eine nähere Untersuchung der Streuzeit verzichtet, und für jeden einzelnen Meßpunkt der Aufbauzeit wurden 10 Einzelversuche vorgenommen, die dann immerhin noch eine ungefähre Abschätzung des Streubereiches des Entladeverzugs erlauben.

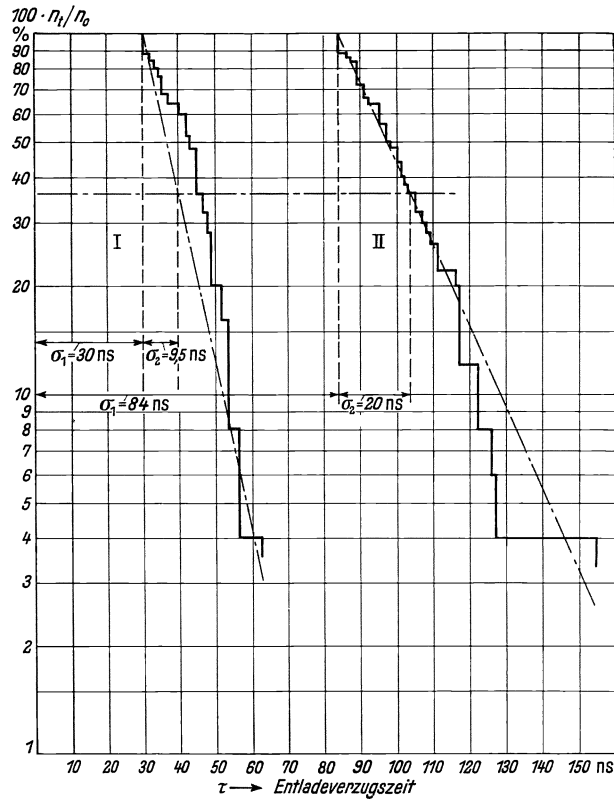


Bild 3. Die Verteilungskurve des Entladeverzugs bei einer Schlagweite von 3 cm.

I. 25 Versuche bei 160% Überspannung.
II. 50 Versuche bei 115% Überspannung.

III. Die Spannungsabhängigkeit der Aufbauzeit des Entladeverzugs.

Die Abhängigkeit der Aufbauzeit σ_1 des Entladeverzugs von der Höhe der Stoßspannung wurde zunächst für die Schlagweiten von 1 cm, 3 cm und 6 cm an der 10-cm-Kugelfunkenstrecke untersucht. Für jede Meßeinstellung wurden 10 Einzelmessungen vorgenommen, und aus diesen Einzelmessungen der kürzeste und der längste Entladeverzug bestimmt, so daß man auf diese Weise noch einigermaßen die Streuung der Entladeverzugszeiten abschätzen kann. Die Meßergebnisse sind in Bild 4a zusammengestellt. Eingetragen sind für jede Meßeinstellung immer die beiden Werte des kürzesten und längsten Entladeverzugs; diese sind dann durch einen Strich miteinander verbunden. Die Aufbauzeit σ_1 ergibt sich als Grenzkurve der Werte für die kürzeste Entladeverzugszeit. Bild 4a zeigt zunächst, daß die Streuung des Entladeverzugs bei hohen Werten des Stoßverhältnisses gering ist, daß sie

aber bei Stoßverhältnissen, die unter 1,15 liegen, doch erheblich wird. Weiter ist die Aufbauzeit σ_1 im untersuchten Schlagweitenbereich als praktisch von der Schlagweite unabhängig anzusehen. Es besteht die Möglichkeit, daß bei niederen Stoßverhältniswerten eine geringe Abnahme der Aufbauzeit σ_1 mit der Schlagweite vorhanden ist. Jedoch läßt sich eine solche bei der vorhandenen Anzahl von Einzelmessungen nicht mit Sicherheit nachweisen.

In Bild 4b sind die Meßergebnisse aufgetragen, die an den Elektroden mit Rogowski-Profil gewonnen wurden. Diese Messungen sind ausschließlich bei einer Schlagweite von 3 cm vorgenommen worden. Verwendet wurden sowohl die Elektroden mit 5 cm wie diejenigen mit 15 cm Plattendurchmesser, ohne daß die Entladungsstrecke bestrahlt wurde. Die Messungen an den 15-cm-Elektroden wurden auch mit solchen bei einer Quarzlampebestrahlung (Brenner G IV) im Abstand von 50 cm verglichen. Die Bestrahlung ist jedoch ohne Einfluß auf die Aufbauzeit,

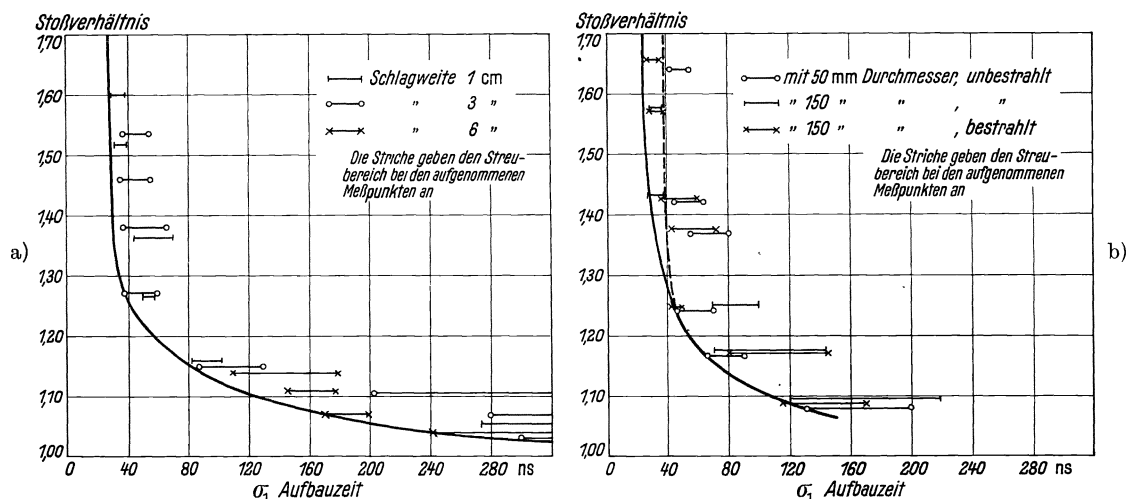


Bild 4. Die Abhängigkeit der Aufbauzeit σ_1 des Entladeverzugs von der Höhe der Stoßspannung bei verschiedenen Schlagweiten. a) Elektroden; Kugeln 10 cm Dmr. b) Elektroden mit Rogowski-Profil, bei der Schlagweite 3 cm.

ebenso scheint die Elektrodenfläche nicht die Größe der Aufbauzeit zu verändern; wenn auch die Meßpunkte bei den 5-cm-Elektroden etwas höhere Aufbauzeiten ergeben haben als die Messungen an den 15-cm-Elektroden, so ist dieser Unterschied in den Aufbauzeiten nicht so groß, daß daraufhin mit Sicherheit auf einen Einfluß der Elektrodengröße auf die Aufbauzeit geschlossen werden kann.

In Bild 5 sind die bisher im Schrifttum vorliegenden Messungen über die Aufbauzeit zusammengestellt. H. J. Withe¹⁾, der eine Kugelfunkenstrecke von 1 cm Elektrodendurchmesser verwendet, mißt die Aufbauzeit bei Schlagweiten von 0,1 cm, 0,3 cm und 0,5 cm bei ganz schwacher und sehr starker Bestrahlung. Er findet eine deutliche Abhängigkeit der Aufbauzeit von der Schlagweite als auch von der Bestrahlung. Mit zunehmender Schlagweite wird die Aufbauzeit geringer, so beträgt sie z. B. bei einem Stoßverhältnis von 1,20 bei 0,1 cm Schlagweite 97 ns, bei 0,3 cm Schlagweite 75 ns und bei 0,5 cm Schlagweite 60 ns. Noch ausgeprägter ist der Einfluß der Bestrahlung; so liegt bei starker Bestrahlung, 0,1 cm Schlagweite und einem Stoßverhältnis von 1,20 die Aufbauzeit bei 56 ns, während man unter

¹⁾ H. J. Withe: a. a. O.

denselben Verhältnissen bei schwacher Bestrahlung eine Aufbauzeit von 97 ns erhält. Der Einfluß der Bestrahlung entspricht also etwa einer Vergrößerung der Schlagweite von 0,1 cm auf 0,5 cm. Es ist noch besonders darauf hinzuweisen, daß die Kurven, die bei Bestrahlung für die Schlagweiten von 0,3 und 0,5 cm gewonnen wurden, sich überschneiden: unterhalb des Stoßverhältnisses von 1,2 liegen die Aufbauzeiten für Schlagweiten von 0,5 cm höher als diejenigen für 0,3 cm; oberhalb des Stoßverhältnisses von 1,20 jedoch ist die gegenseitige Lage der Kurven für die Aufbauzeit umgekehrt. Diese Ergebnisse von H. J. Withe scheinen zunächst in Widerspruch zu stehen

mit den in Bild 4a und 4b wiedergegebenen Messungen, nach denen die Aufbauzeit im Schlagweitenbereich von 1 bis 6 cm unabhängig gefunden wurden. Diese letzteren Messungen schließen sich jedoch gut an die Kurven über die Spannungsabhängigkeit der Aufbauzeit, die von M. Meßmer¹⁾ und W. Förster²⁾ aufgenommen wurden, an. M. Meßmer hat mit einer Plattenfunkenstrecke von 100 mm Durchmesser, die nicht bestrahlt war, und einer Schlagweite von 20 mm gearbeitet, W. Förster mit einer Funkenstrecke aus 50-mm-Kugeln bei einem Abstand von 1 bis 5 cm. W. Förster bestimmt dabei allerdings, wie bereits einleitend erwähnt, nicht die Aufbauzeit, sondern den Zuschlag, den man bei Stoßspannungen von Rechteck-

form und kurzer Dauer zu den mit Kugelfunkenstrecken gemessenen Spannungswerten machen muß, um die tatsächliche Höhe der Stoßspannung zu erhalten. Dabei hat W. Förster mit starker Quarzlampebestrahlung gearbeitet. Da er an seiner Funkenstrecke, je höher die Stoßspannung seiner Rechteckwelle ist, eine um so, wenn auch nur wenig, größere Schlagweite einstellen kann, so muß die von ihm aufgenommene Kurve nach höheren Werten des Stoßverhältnisses verschoben werden, wenn man die Kurve für die Spannungsabhängigkeit der Aufbauzeit erhalten will. Die in Bild 5 wiedergegebene, gemessene Kurve 10 von W. Förster würde sich dann noch besser den Kurven 2 und 3 anpassen, die ja Bild 4 entnommen sind.

¹⁾ M. Meßmer: a. a. O.

²⁾ W. Förster: a. a. O.

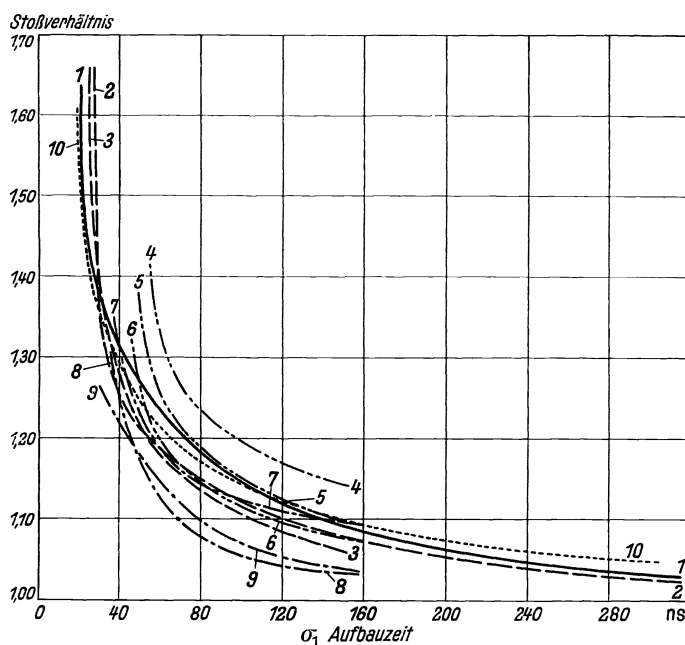


Bild 5. Zusammenstellung der Messungen über die Abhängigkeit der Aufbauzeit σ_1 von der Höhe der Stoßspannung.

- 1. M. Meßmer: 20 mm Abstand, Plattenelektroden 100 mm Dmr., nicht bestrahlt.
- - - - { 2. R. Strigel: 30 mm Kugelfunkenstrecke (s. Bild 4a).
3. R. Strigel: 30 mm Plattenfunkenstrecke (s. Bild 4b).
- · - · - { 4. H. J. Withe: Abstand 1 mm } Funkenstrecke 10 mm Dmr.,
5. H. J. Withe: Abstand 3 mm } nicht bestrahlt.
6. H. J. Withe: Abstand 5 mm }
- · - · - { 7. H. J. Withe: Abstand 1 mm } Funkenstrecke 10 mm Dmr.,
8. H. J. Withe: Abstand 3 mm } bestrahlt.
9. H. J. Withe: Abstand 5 mm }
- · · · · 10. W. Förster: Abstand 10 ... 50 mm, Funkenstrecke 50 mm Dmr., bestrahlt.

Nach dem Vergleich aller dieser Meßkurven kommt man zu dem Schluß, daß die Aufbauzeit etwa bis zu Schlagweiten von 0,5 cm abnimmt, dann aber unverändert bis zu Schlagweiten von etwa 6 cm bleibt. Ebenso ist bei Schlagweiten bis zu 0,5 cm Bestrahlung von Einfluß, darüber hinaus jedoch spielt sie keine Rolle mehr.

Die Elektrodenform, ob Plattenfunkenstrecke oder Kugelfunkenstrecke, ist namentlich, wenn Kugeln größeren Durchmessers verwandt werden, ohne wesentlichen Einfluß. Vielleicht kann aber ein Teil der Abweichung der durch von H. J. White aufgenommenen Kurven von den übrigen auf die Verwendung so kleiner Kugelelektroden zurückgeführt werden.

Zusammenfassend kann man sagen, daß bei der Kürze der zu messenden Zeiten die Übereinstimmung der einzelnen Meßkurven sehr gut ist. Dabei muß man noch bedenken, daß sie mit gänzlich verschiedenen Methoden, wie visueller Beobachtung mit einem elektrooptischen Momentverschluß, Kathodenstrahloszillographen bzw. selbsttätiger Aufzeichnung mit dem Zeittransformator gewonnen wurden.

IV. Folgerungen für den Mechanismus des Entladungsaufbaues.

Die Aufbauzeiten von 30 ns bei Überspannung von nur 60 % über der statischen Durchschlagsspannung erscheinen außerordentlich kurz, zumal wenn man bedenkt, daß diese Zeit nicht allein das Vorwachsen des Lawinenkanals, sondern auch den Umschlag der unselbständigen in die selbständige Entladung umfaßt. Das Vorwachsen des Lawinenkanals muß dabei in Zeiten geschehen, die einen Bruchteil der Aufbauzeit betragen. In der Tat haben auch E. Flegler und H. Raether¹⁾ bei Nebelkammeraufnahmen Kanalbildungszeiten beobachtet, die bei einer Schlagweite von 2 cm unter 10 ns lagen; dies ergibt mittlere Elektronengeschwindigkeiten, die höher als $2 \cdot 10^8$ cm/s sind. Solche Elektronengeschwindigkeiten sind nicht vereinbar mit den üblichen Vorstellungen über die Kanalbildung; jedoch braucht man nicht, wie E. Flegler und H. Raether dies tun, zur Erklärung eine lichtelektrisch wirksame Strahlung außerordentlich geringer Reichweite anzunehmen, die außerdem noch eine Vorzugsrichtung längs des Feldes aufweisen muß, sondern eine Erklärung dieser hohen Kopfgeschwindigkeiten ist aus den üblichen Vorstellungen über die Kanalbildung ableitbar, wie im folgenden noch gezeigt werden soll²⁾.

Wird ein Anfangselektron aus der Kathode ausgelöst, so wird dieses einen Lawinenkanal in den Entladungsraum vortreiben. Der Kanaldurchmesser dürfte mit einem Keilwinkel von $\frac{1}{50}$ vorwachsen und als größten Durchmesser 0,1 mm ³⁾ erreichen. Es ergeben sich dann für den Lawinenkopf Verhältnisse, wie sie in Bild 6 grundsätzlich wiedergegeben sind. In den der Kathode näherliegenden Teilen wird die Kanalbahn vorwiegend von positiven Ionen erfüllt sein, während bei zunehmender Annäherung an die Lawinenspitze Elektronen immer mehr überwiegen werden, ja die Spitze selbst durch eine dichte Elektronenwolke gebildet werden wird. In dieser Elektronenwolke wirken nun starke abstoßende Kräfte in Richtung des Feldes auf die Elektronen, die am weitesten vorgeschoben sind. So würde z. B. eine Elektronenwolke an der Kanalspitze von 10^8 Elektronen eine abstoßende Wirkung hervorrufen, die einer Feldstärke von 10^6 V/cm entsprechen würde. Solche Elektronenballungen im

¹⁾ E. Flegler u. H. Raether: a. a. O. — Siehe auch H. Raether: Z. Physik **37** (1936) S. 560.

²⁾ Siehe auch R. Holm: Z. Physik **102** (1936) S. 38.

³⁾ M. Toepler: Ann. Physik **53** (1927) S. 232. — F. Ollendorff: Arch. Elektrotechn. **26** (1932) S. 193. — J. Slepian: Electr. World **91** (1928) S. 768. — K. Buss: Arch. Elektrotechn. **26** (1932) S. 261.

Feld rufen aber auch Feldkonzentrationen an der Kanalspitze hervor¹⁾, die für das Vorwachsen des Kanales eine außerordentlich gute Führung bedeuten und so eine allmähliche Verbreiterung des Kanales verhindern. Auch werden diese äußeren Feldkräfte um so stärker und damit die Führung um so besser, je näher die Kanalspitze gegen die Anode fortschreitet. Man hat also eine über die Entladungsbahn veränderliche Lawinengeschwindigkeit. Die Elektronengeschwindigkeit v wird nach G. Hertz²⁾ durch die Beziehung bestimmt

$$v = \sqrt{\mathcal{E} \cdot \frac{e}{m} \cdot \lambda \cdot \sqrt{\frac{K}{2}}},$$

wenn \mathcal{E} die Feldstärke zwischen den Elektroden in elektrostatischen Einheiten, e/m den Quotienten aus der Ladung und Masse eines Elektrons ebenfalls in elektrostatischen Einheiten und λ die mittlere freie Weglänge in cm bei den der Untersuchung zugrunde liegenden Druckverhältnissen bedeutet. K ist eine Konstante, die berücksichtigt, daß die Elektronen beim Stoß ihre kinetische Energie nicht vollständig verlieren; sie ist für Luft nicht bekannt, beträgt aber für Stickstoff 0,35. Ein Anfangselektron, das aus der Kathode austritt, wird bei 60% Überspannung etwa in einem Felde von 45 kV/cm, das sind 150 el.st. Einheiten, loslaufen, also eine Geschwindigkeit v_0 von etwa $3,5 \cdot 10^7$ cm/s annehmen. Diese Laufgeschwindigkeit wird

allmählich ansteigen bis zu einem Vielfachen dieser Anfangsgeschwindigkeit und sich dann einer Art Sättigungszustand nähern, wie das in Bild 6 gezeigt ist; so wird z. B. wie oben erwähnt, wenn die Elektronenwolke an der Kanalspitze 10^8 Elektronen beträgt, auf das vorderste Elektron eine abstoßende Wirkung ausgeübt, die 10^6 V/cm, also etwa 3300 el.st. Einheiten entspricht; damit wäre seine Laufgeschwindigkeit schon auf $2 \cdot 10^8$ cm/s angestiegen, wobei aber nicht gesagt ist, daß dieser Wert schon einen Endwert darstellt. Diese Geschwindigkeiten erklären zwanglos die außerordentlich kurzen Ausbildungszeiten der Kanäle; sie sind auch noch durchaus verträglich mit der von R. Rüdénberg auf Grund der Maxwell'schen Beziehungen errechneten Grenzgeschwindigkeit von $7 \cdot 10^9$ cm/s³⁾.

Eine solche Elektronenwolke von 10^8 Elektronen in der Kanalspitze entspricht einer Elektronenkonzentration von mindestens 10^{14} Elektronen/cm³, also einer außerordentlich hohen Konzentration, die es ohne weiteres verständlich macht, daß so ausgeprägte Kanäle nur bei höheren Drucken auftreten können⁴⁾.

Darüber hinaus gibt diese Vorstellung vom Vorwachsen des Lawinenkanals auch eine Erklärung für die anfängliche Abnahme der Aufbauzeit σ_1 , mit zunehmender

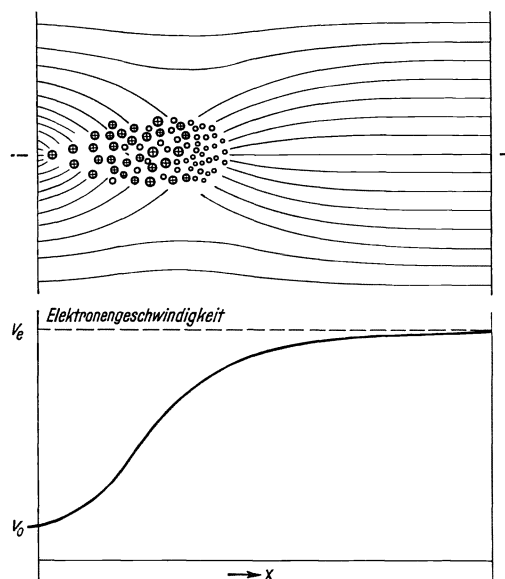


Bild 6. Lawinenaufbau und Elektronengeschwindigkeit (Entladungsraum).

¹⁾ R. Holm: a. a. O.

²⁾ G. Hertz: Verh. Dtsch. Physik. Ges. **19** (1917) S. 268.

³⁾ R. Rüdénberg: Wiss. Veröff. Siemens-Konz. **IX**, 1 (1930) S. 1.

⁴⁾ Nach einer mündlichen Mitteilung von Herrn Prof. Dr. E. Flegler findet er bei seinen gemeinsamen Untersuchungen mit Dr. H. Raether ausgeprägte Kanäle erst bei Drucken über 100 Torr.

Schlagweite. Die Ausbildungszeit des Lawinenkanals nimmt natürlich mit zunehmender Schlagweite auch zu, sie beträgt aber nach dem vorstehend Ausgeführten nur einen Bruchteil der Aufbauzeit σ_1 . Der weitaus größere Teil der Aufbauzeit wird ausgefüllt durch den Umschlag der unselbständigen in die selbständige Entladung. Dieser Umschlag findet nun bei größeren Schlagweiten erheblich günstigere Bedingungen vor. Denn bei diesen Schlagweiten wird nur der unterste Teil des Kanals, der noch rein nach den Townsend-Rogowskischen Vorstellungen abläuft¹⁾, also überwiegend in seinem Verlauf durch den Ionisierungskoeffizienten α bestimmt ist, nach dem Lawinendurchgang rein positive Raumladung enthalten. Der übrige Teil des Kanals wird dagegen mehr plasmaartig aufgebaut sein; denn lediglich die vordersten Elektronen der an der Kanalspitze befindlichen Elektronenwolke werden in der beschriebenen Weise vorwärts getrieben werden, während die weiter zurückliegenden Elektronen sich langsamer vorwärtsbewegen und schließlich überhaupt mehr oder weniger durch die von den Spitzenelektronen geschaffenen positiven Ionen in ihrer Vorwärtsbewegung abgebremst werden. So wird, wenn schließlich der Lawinenkopf die Anode erreicht hat, ein plasmaartiger Schlauch weit in den Entladungsraum hineinragen und eine erhebliche Feldaufsteilung an der Kathode zur Folge haben. Im weiteren Verlauf der Aufbauzeit muß also nur noch in diesem kleinen Kanalfußstück das Feld so weit erhöht werden, daß dort die Raumladung instabil wird.

Die Länge dieses Fußstücks des Kanals wird nun ziemlich unabhängig von der Schlagweite sein, da jedes Anfangselektron, das aus der Kathode austritt, zunächst die gleichen Ionisierungsbedingungen vorfindet. E. Flegler und H. Raether finden dieses Fußstück zu etwa 4 bis 5 mm Länge. Es ist auffallend, daß diese Länge nach Bild 5 ungefähr mit der Schlagweite übereinstimmt, bei der sich die Aufbauzeit σ_1 nicht mehr ändert. Unterhalb dieser Schlagweite hat man mit reiner Lawinenbildung zu rechnen; die Anzahl der Ionisierungsvorgänge im Fußstück läßt sich zu $e^{\alpha s}$ bestimmen, wenn s die Schlagweite darstellt. In diesem Gebiet der reinen Lawinenbildung wächst trotz der Abnahme von α mit der Schlagweite s jedoch $e^{\alpha s}$ mit zunehmender Schlagweite an, die durch die Anfangslawine gebildete Raumladung nimmt demnach ebenfalls mit der Schlagweite zu und begünstigt so die weitere Ionisierung, da in dem hier in Frage kommenden Feldstärkenbereich die Krümmung der Ionisierungskurve, also $d^2\alpha/d\mathcal{E}^2$ immer noch positiv ist²⁾. Anders jedoch liegen die Verhältnisse bei Schlagweiten $s > 0,5$ cm, bei denen ja schon ein Teil des Lawinenkanals als Plasmaschlauch sich ausbildet. Hierbei dürften die Feldstärkenwerte im Fußstück des Kanals über 138 kV/cm steigen, es dürfte im Kanalfußstück also eine Feldstärke herrschen, bei der $d^2\alpha/d\mathcal{E}^2$ negativ wird; die weitere Ionisierung wird somit durch die vorhandene Raumladung nicht mehr begünstigt.

Diese Ionisierungsverhältnisse lassen eine Erklärung zu, warum trotz höherer Feldstärkenwerte im Fußstück die Entladung ebensolange braucht, um dieses letzte Kanalstück noch zu überbrücken, wie bei den Schlagweiten unter 0,5 cm. Ebenso wird nun auch verständlich, warum bei kleineren Schlagweiten Fremdionisierung durch Quarzlampenbestrahlung von Einfluß ist, während sie bei Schlag-

¹⁾ W. Rogowski: Z. Physik **100** (1936) S. 1 (Zusammenfassende Darstellung!).

²⁾ W. Rogowski: Arch. Elektrotechn. **24** (1930) S. 679. — A. v. Engel u. M. Steenbeck: Elektrische Gasentladungen **2**, Berlin (1934) S. 52.

weiten über 1 cm nichts mehr ausmacht. Solange $d^2\alpha/d\mathcal{E}^2$ positiv ist, wird schon eine geringe Anzahl von Folgelawinen im Lawinenkanal die Entladung instabil machen, während bei negativem $d^2\alpha/d\mathcal{E}^2$, also größeren Schlagweiten, eine viel größere Anzahl von Folgelawinen nötig ist, um Instabilität im Kanalfußstück zu erreichen. Die Feldstärke über dem Fußstück wird bei diesen größeren Schlagweiten bereits so hoch, daß unter ihrer Einwirkung allein schon weitere Anfangselektronen aus der katholischen Elektrode ausgelöst werden und dabei die lichtelektrisch ausgelösten diesen gegenüber zurücktreten.

Es ist von Interesse, die vorstehend entwickelten Anschauungen über die Kanalbildung mit den Vorgängen beim Entstehen einer Blitzentladung, also einer Entladung mit extrem weiten Schlagweiten zu vergleichen. Nach den Untersuchungen mit einer rotierenden Boys-Kamera von K. B. F. Schonland, D. M. Malan u. H. Collens¹⁾ und K. B. McEachron²⁾ geht der Hauptentladung des Blitzes eine Vorentladung voraus, die ihren Ausgang von der negativen Wolke nimmt und ruckartig in Unterbrechungen gegen den Erdboden vorwächst. Dieses ruckartige Vorwachsen geht dabei so vor sich, daß eine verhältnismäßig lichtstarke Entladung etwa 15 bis 80 m weit vorschießt und diese Entladung dann aber zum Erlöschen kommt. Nach einer Pause, die bis zu 60 bis 70 μ s betragen kann, schießt wieder so ein leuchtender Pfeil etwa von der Stelle aus vor, an welcher der vorhergehende erloschen war. Dabei leuchtet auch die alte, durch die vorhergehende Pfeilentladung zurückgelegte Bahn wieder, wenn auch nur schwach, auf. Die gesamte Vorentladung kann aus über 100 solcher einzelnen Teilentladungen bestehen, im Durchschnitt ist mit 10 bis 12 je Kilometer Blitzlänge zu rechnen. Hat die Vorentladung den Erdboden erreicht, so schießt die Hauptentladung von dort gegen die Wolke vor. Ein beträchtlicher Teil der beobachteten Blitze weist mehrere aufeinanderfolgende Einzelentladungen auf, in einem Fall sogar 27, die im allgemeinen völlig in derselben Entladungsbahn verlaufen wie die erste Entladung. Diese Nachfolgeentladungen haben gänzlich andere Vorentladungen: sie wachsen stetig von der Wolke zur Erde vor, bleiben dauernd schwach leuchtend, bis die Hauptentladung vom Erdboden aus zurückschlägt.

Die Vorentladung des Blitzes scheint im wesentlichen der Kanalbildung im gleichförmigen Feld zu entsprechen, die vorschießenden, stark leuchtenden Entladungspfeile den Elektronenballungen im Kopf der Plasmaschläuche, die während des Vorschießens der Entladungspfeile nur schwach leuchtenden, rückwärtigen Entladungsteile den Plasmaschläuchen selbst.

Merkwürdig ist dieses Totlaufen der Entladungspfeile nach einer Lauflänge, die nur in Ausnahmefällen 200 m erreicht; es spricht aber das Meßergebnis, daß die mittlere Geschwindigkeit dieser Pfeilentladungen um so größer wird, je länger ihr Laufweg ist, für die Annahme, daß diese Pfeilentladungen von Elektronenballungen herrühren. Denn je stärker diese Elektronenballungen in der Pfeilspitze sind, desto längere Zeit wird der Pfeil benötigen, um sich totzulaufen und desto schneller wird er sich fortbewegen, wie ja vorstehend bei der Besprechung der Vorwachs geschwindigkeit des Kanalkopfes näher ausgeführt wurde, und bei denen auf Geschwindigkeiten von mehr als $2 \cdot 10^8$ cm/s geschlossen wurde. Die Vorwachs geschwindigkeit

¹⁾ K. B. F. Schonland u. H. Collens: Proc. Roy. Soc., Lond. A **143** (1934) S. 654. — K. B. F. Schonland, D. M. Malan u. H. Collens: ebenda **152** (1935) S. 595.

²⁾ K. B. McEachron: Electr. J. **31** (1934) S. 251.

der Pfeilentladung liegt zwischen 0,3 und $3 \cdot 10^8$ cm, erreicht also dieselben Werte wie die der Kanalköpfe im gleichförmigen Feld.

Bei den Nachfolgeentladungen eines Blitzes, die sich ja in bereits vorgezeichneter Blitzbahn abspielen, findet die neue Vorentladung eine immer noch stark vorionierte Bahn vor, sie läuft sich daher nicht mehr tot, sondern gelangt in einem Zuge von der Wolke bis zur Erde. Ihre mittlere Vorwachs geschwindigkeit beträgt $5,5 \cdot 10^{-8}$ cm/s, kann aber auch in Einzelfällen $2 \cdot 10^9$ cm/s erreichen. Diese Werte liegen noch höher als für die Kopfgeschwindigkeit im Kanal bei den untersuchten Schlagweiten des gleichförmigen Feldes gefunden wurde.

Die Arbeit wurde auf Veranlassung von Herrn Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. e. h. R. Rüdtenberg im Laboratorium des Dynamowerkes durchgeführt. An den Versuchen ist Herr C. Bullendorf wesentlich beteiligt. Herrn Dr. A. v. Engel und Herrn Dr. M. Steenbeck bin ich für eingehende Diskussion der Versuchsergebnisse zu Dank verpflichtet.

Zusammenfassung.

Mit dem Zeittransformator wurde an Kugel- und Plattenfunkenstrecken der Anteil der Aufbauzeit am Entladeverzug bei Schlagweiten zwischen 1 und 6 cm untersucht. Die Aufbauzeit wird als praktisch unabhängig von der Schlagweite in diesem Bereich gefunden. Während sie bei geringer Überspannung noch 100 ns beträgt, nimmt sie mit zunehmender Überspannung rasch ab und erreicht bei 60 % Überspannung etwa 30 ns. Sie wird ferner unabhängig von der Oberflächengröße der Elektroden und von Quarzlampenbestrahlung gefunden.

Die Meßergebnisse werden mit den durch das Schrifttum bekanntgewordenen Messungen über die Aufbauzeit verglichen, und auf Grund dieses Vergleiches wurden einige neue Anschauungen über die Art der physikalischen Vorgänge während der Aufbauzeit entwickelt.

Über die Aufbauzeit des Entladeverzugs im Spitzenfelde.

Von Robert Strigel.

Mit 16 Bildern.

Mitteilung aus dem Laboratorium des Dynamowerkes
der Siemens-Schuckertwerke A.-G. zu Siemensstadt.

Eingegangen am 21. Oktober 1936.

Inhaltsübersicht.

I. Die Stoßspannungskennlinien der Aufbauzeit.	1. Einleitung.
1. Einleitung.	2. Die rotierende Kamera.
2. Meßanordnung und Versuchsaufbau.	3. Die Stoßanlage.
3. Die Verteilungskurve des Entladeverzugs.	4. Die Aufnahmen bei positiver Spitzenelektrode gegenüber einer geerdeten, negativen Platte.
4. Die Spannungsabhängigkeit der Aufbauzeit des Entladeverzugs.	5. Die Aufnahmen bei negativer Spitzenelektrode gegenüber einer geerdeten, positiven Platte.
5. Der Durchschlagsvorgang im ungleichförmigen Felde.	6. Ergebnisse.
II. Der Umschlag der Kanalentladung in die Lichtbogenentladung.	Zusammenfassung.

I. Die Stoßspannungskennlinien der Aufbauzeit.

1. Einleitung.

Nachdem in einer früheren Arbeit¹⁾ der Entladeverzug in Luft von Atmosphärendruck im gleichförmigen Feld bis zu Schlagweiten von einigen Zentimetern behandelt worden ist, soll die vorliegende Arbeit diese Untersuchungen auf das ungleichförmige Feld ausdehnen.

Für kleine Schlagweiten (etwa 1 mm) hat sich gemäß einer weiter zurückliegenden Arbeit ergeben²⁾, daß der Entladeverzug im ungleichförmigen Feld ebenso wie derjenige im gleichförmigen Feld statistischen Gesetzen unterworfen ist. Hinsichtlich der räumlichen Ausbildung der kathodischen Elektrode konnte festgestellt werden, daß diejenigen Elektrodenanordnungen, bei denen die Kathode einen größeren Krümmungshalbmesser aufweist als die Anode, bei höheren Werten der Stoßspannung einen geringeren Entladeverzug besitzen als diejenigen Anordnungen, bei denen die gleichen Krümmungsverhältnisse den entgegengesetzten Elektroden zugeordnet sind. Der Einfluß der räumlichen Gestalt der anodischen Elektrode läßt sich dahin festlegen, daß namentlich bei niedrigen Werten der Stoßspannung diejenige Entladungsstrecke einen größeren Entladeverzug besitzt, deren Anode stärker gekrümmt ist.

¹⁾ R. Strigel: Wiss. Veröff. Siemens-Werk. **XV**, 3 (1936) S. 1.

²⁾ R. Strigel: Arch. Elektrotechn. **27** (1933) S. 377.

Diese Untersuchungen bei kleinen Schlagweiten waren lediglich auf die Statistik des Entladeverzugs beschränkt und konnten noch nichts aussagen über die Aufbauzeit der Entladung, also des Zeitabschnittes innerhalb des Durchschlagsvorganges, der über den Aufbau der Raumladung im Entladungsraum zum schließlichen Zusammenbruch der Elektrodenspannung führt.

Über den Entladeverzug bei größeren Schlagweiten im ungleichförmigen Feld sind im Schrifttum verschiedentlich Angaben gemacht worden, so z. B. von J. J. Torok¹⁾, der den Entladeverzug einer Nadelfunkenstrecke mißt, weiter auch von A. Matthias²⁾, der verschiedene ungleichförmige Feldanordnungen eingehend untersucht. Deren Arbeiten geben wohl ausreichende technische Gesichtspunkte; sie geben jedoch nicht die Möglichkeit, physikalische Zusammenhänge herauszuarbeiten, da stets Wellen verwendet worden sind, deren Stirnzeit 0,3 bis 1,0 μ s betrug. Dadurch werden natürlich alle die Vorgänge zugedeckt, die sich bei kürzeren Zeiten abspielen, und die aufgenommenen Kennlinien erscheinen nach längeren Zeiten hin verschoben. Wenn die Vorgänge in diesen kürzeren Zeiten auch technisch ohne wesentliche Bedeutung sind, so erlauben die physikalischen Erkenntnisse, die man gerade aus ihnen ziehen kann, doch wieder technische Rückschlüsse allgemeiner Art.

Im ungleichförmigen Feld sind die Stoßkennlinien in ausschlaggebendem Maße abhängig von der Elektrodengestalt: man muß sich daher bei Untersuchungen auf wenige, richtunggebende Grundformen beschränken; solche sind:

1. ungleichförmiges Feld an der Anode, gleichförmiges Feld an der Kathode;
2. gleichförmiges Feld an der Anode, ungleichförmiges Feld an der Kathode;
3. ungleichförmiges Feld an beiden Elektroden.

Als Elektroden für derartige ungleichförmige Feldanordnungen eignen sich in erster Linie Spitzenelektroden mit gegebenem Spitzenwinkel α , für gleichförmige



Bild 1. Spitzenelektroden.

Feldanordnungen dagegen Kugelelektroden großen Durchmessers. So wurden für die vorliegenden Untersuchungen Spitzenelektroden mit $\alpha = 15^\circ$ verwendet, wie sie in Bild 1 wiedergegeben sind, und als Kugelelektroden solche mit einem Durchmesser von 10 cm.

2. Meßanordnung und Versuchsaufbau.

Die Messung der Entladeverzugszeit wurde mit dem Zeittransformator vorgenommen³⁾. Als Stoßspannungsquelle diente ein zweistufiger Stoßspannungsgenerator, der als resultierende Kapazität 0,071 μ F besaß. Seine höchste Stoßspannung war 200 kV. Der Hochspannungskreis mit dem Anschluß für den Zeittransformator ist in derselben Weise ausgeführt wie in der Arbeit über den Entladeverzug im gleichförmigen Feld⁴⁾: die Spannung für den Zeittransformator wurde also an einem an Erde liegenden Teil des Entladewiderstandes abgegriffen.

Entladewiderstand und Abzweigewiderstand für den Zeittransformator wurden entsprechend den in der Arbeit über den Entladeverzug im gleichförmigen Feld wiedergegebenen Überlegungen immer so gewählt, daß die Stirnzeitkonstante mindestens dreimal kleiner war als die zu messende Entladeverzugszeit.

¹⁾ J. J. Torok: J. Amer. Inst. electr. Engr. **49** (1930) S. 276.

²⁾ A. Matthias: Elektr.-Wirtsch. **35** (1936) S. 103. [Die von A. Matthias angegebene Kennlinie für die Elektrodenanordnung Spitze—Spitze wurde bereits von R. Elsner: Arch. Elektrotechn. **29** (1935) S. 655, veröffentlicht.]

³⁾ M. Steenbeck u. R. Strigel: Arch. Elektrotechn. **26** (1932), und zwar in der Ausführung, die demnächst in der Z. Instrumentenkde. beschrieben wird.

⁴⁾ Siehe Anm. 1, S. 13.

3. Die Verteilungskurve des Entladeverzugs.

Zur Bestimmung der Verteilungskurve des Entladeverzugs wurden wieder für eine bestimmte Einstellung der Stoßspannung 50 Einzeldurchschläge vorgenommen und deren Entladeverzug mit dem Zeittransformator aufgezeichnet. Auch in diesem Falle traten Durchschläge erst nach einem eindeutig bestimmten Zeitverzug auf, und von diesem Zeitpunkte nahm die Anzahl der Versuche, die bei dem entsprechenden Zeitverzug noch nicht durchgeschlagen waren, in erster Annäherung nach einer e -Funktion ab¹⁾. Die statistische Natur des Entladeverzugs bleibt also auch im ungleichförmigen Feld erhalten, tritt aber hierbei noch mehr gegenüber der eigentlichen Aufbauzeit σ_1 zurück als im gleichförmigen Feld. Es wurde deshalb auch in der vorliegenden Arbeit auf eine nähere Untersuchung der statistischen Streuzeit σ_2 verzichtet, und für jeden einzelnen Meßpunkt der Aufbauzeit σ_1 wurden 10 Einzelversuche vorgenommen, die ja immerhin noch eine annähernde Abschätzung des Streubereiches des Entladeverzugs erlauben.

4. Die Spannungsabhängigkeit der Aufbauzeit des Entladeverzugs.

In Bild 2 sind die Messungen über die Aufbauzeit σ_1 des Entladeverzugs abhängig vom Stoßverhältnis aufgetragen für die vier Elektrodenanordnungen:

1. Anodenspitze—Kathodenspitze, 3. Anodenspitze—Kathodenkugel,
2. Anodenkugel—Kathodenspitze, 4. Anodenkugel—Kathodenkugel.

Von den 10 Einzelmessungen einer Stoßspannungseinstellung wurden jeweils die Meßpunkte in das Kurvenbild eingetragen, die den kürzesten bzw. längsten Entladeverzugswert ergeben haben. Diese beiden äußersten Meßpunkte sind in Bild 2 durch eine Gerade verbunden, die damit die Streuung der Meßwerte veranschaulicht. Da nicht anzunehmen ist, daß unter den 10 Einzelwerten stets der tatsächlich kleinstmögliche Entladeverzugswert enthalten ist, so wurde die Kennlinie so gezeichnet, daß nur die äußersten, nach der kürzeren Entladeverzugszeit hin liegenden Meßpunkte von ihr berührt werden.

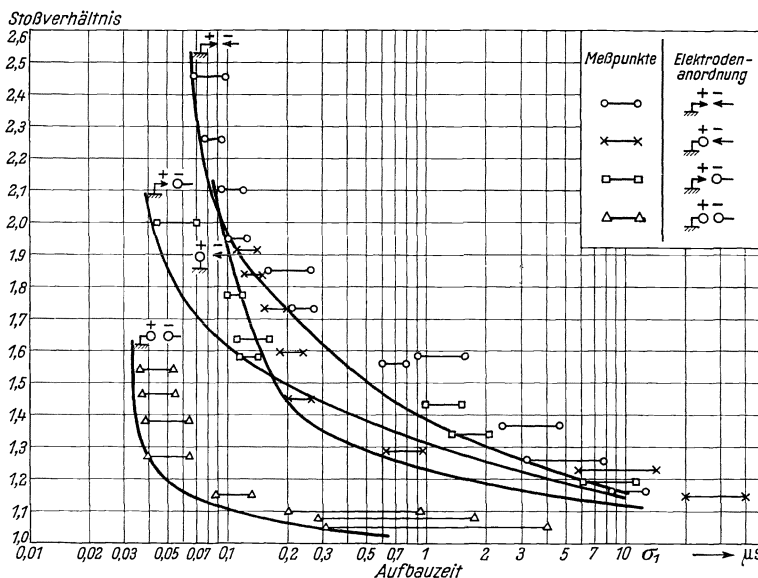


Bild 2. Die Abhängigkeit der Aufbauzeit von der Höhe des Stoßverhältnisses bei einer Schlagweite von 3 cm.

Man erkennt schon allein aus Bild 2, daß die Streuung der Meßpunkte im ungleichförmigen Feld wesentlich geringer ist als im gleichförmigen Feld (Kugel—Kugel), wie ja auch schon im Abschnitt über die Verteilungskurve des Entladeverzugs näher ausgeführt wurde; so beträgt sie bei der Elektrodenanordnung Spitze—Spitze bei hohen

¹⁾ M. v. Laue: Ann. Physik **76** (1925) S. 261.

Werten des Stoßverhältnisses etwa 30 %, bei niedrigeren Stoßverhältnissen steigt sie bis auf 100 % an. Demgegenüber stehen im Kugelfelde bei hohen Werten des Stoßverhältnisses Streuwerte von 100 % und bei niederen Stoßverhältnissen solche von 1000 %. Dies bedeutet für das ungleichförmige Feld, daß bei zwei Funkenstrecken gleicher Elektrodenanordnung, deren Schlagweite um 10 % verschieden eingestellt ist, unterhalb $0,1 \mu\text{s}$ in genügender Sicherheit immer die Funkenstrecke mit der niedrigeren Schlagweite ansprechen wird. Dies sei an Bild 3 näher erläutert: dort ist für die Elektrodenanordnung Spitze—Spitze abhängig von der Stoßspannung in Kilovolt die Aufbauzeit σ_1 des Entladeverzugs aufgetragen für die Schlagweiten 3,0 und 3,3 cm. Außerdem ist der Streubereich der Aufbauzeit bei der Schlagweite 3 cm eingetragen. Wie Bild 3 zeigt, fällt die Aufbauzeit des Entladeverzugs der Funkenstrecke mit einer Schlagweite von 3,3 cm erst bei Zeiten, die kleiner als $0,3 \mu\text{s}$ sind, merklich

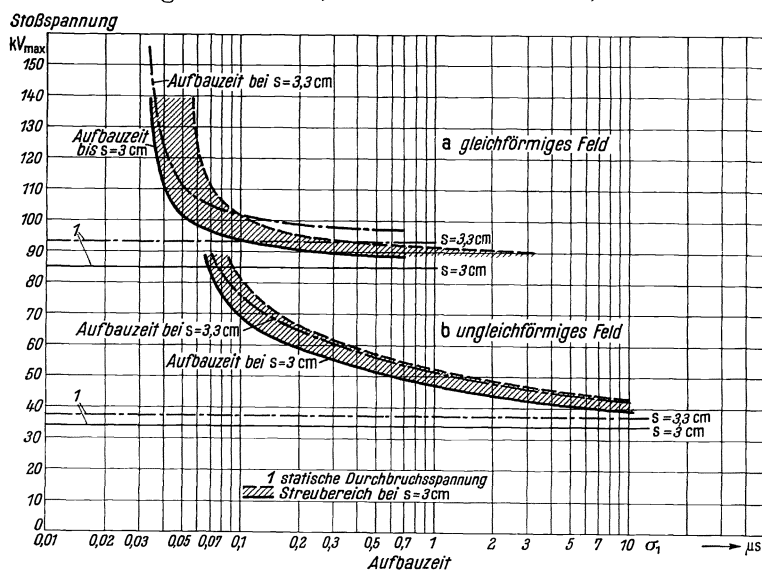


Bild 3. Vergleich der Aufbauzeit und ihres Streubereiches zwischen 2 Funkenstrecken, deren Schlagweite sich um 10 % unterscheidet.

in den Streubereich der anderen Funkenstrecke, deren Schlagweite 10 % niedriger eingestellt ist. Zum Vergleich ist in Bild 3 auch für das gleichförmige Feld dieselbe Überlegung durchgeführt: hier fällt erst, bei Zeiten, die kleiner als $0,1 \mu\text{s}$ sind, die Aufbauzeit der Funkenstrecke mit 10 % größerer Schlagweite in den Streubereich der niedriger eingestellten Funkenstrecke. Diese Betrachtungen stimmen annähernd mit den Angaben von A. Matthias¹⁾ überein, der findet, daß der Überschlag zwischen zwei Spitzenelektroden schon bei einem Unterschied von nur 5 % in der Schlagweite genügt, um mit Sicherheit den Überschlag an der enger eingestellten auftreten zu lassen.

Die Abhängigkeit der Aufbauzeit von der räumlichen Ausbildung der Elektroden ist sehr ausgeprägt: Zunächst einmal haben alle drei Grundanordnungen des ungleichförmigen Feldes erheblich höhere Aufbauzeiten als die des gleichförmigen Feldes. Dann sei zunächst auf den Einfluß Felddausbildung an der Kathode eingegangen. Hierzu zeigen die Kurven des Bildes 2 sehr deutlich, daß die Kennlinien der Anordnungen, bei denen in unmittelbarer Kathodennähe das Feld gleichförmig ist, bei Stoßverhältniswerten über 2,0 zusammenlaufen, d. h. also, daß sich für die Anordnung Anodenspitze—Kathodenkugel oberhalb dieses Stoßverhältnisses dieselbe Aufbauzeit ergibt wie für die Elektrodenanordnung Kugel—Kugel. Ebenso laufen auch die Kurven für die Aufbauzeit der Elektrodenanordnungen, bei denen das Feld in unmittelbarer Nähe der Kathode ungleichförmig ist, die Kathode also aus einer Spitze

¹⁾ A. Matthias: S. Fußnote 2, S. 14.

besteht, oberhalb dieses Stoßverhältnisses zusammen; auch sie verhalten sich also bei höheren Werten des Stoßverhältnisses gleich. Die absoluten Werte der Aufbauzeit liegen aber in diesem Falle mehr als doppelt so hoch gegenüber den Anordnungen, bei denen das Feld in Kathodennähe gleichförmig ist. Die Felddausbildung der Anode wirkt sich nur bei niedrigen Werten des Stoßverhältnisses (unter dem Wert 1,5) aus. So weisen diejenigen Elektrodenanordnungen eine längere Aufbauzeit auf, deren Anodenfeld ungleichförmig ist, also aus einer Spitze besteht.

Es ergeben sich demnach für die Aufbauzeit des Entladeverzugs ähnliche Gesetzmäßigkeiten wie für seine statistische Streuzeit, die ja in einer früheren Arbeit bei einer Schlagweite von 0,1 mm behandelt wurde¹⁾. Auch dort wurde gefunden, daß bei höheren Werten des Stoßverhältnisses die Kurven der statistischen Streuzeit für Elektrodenanordnungen,

die gleiches Feldbild vor der Kathode haben, zusammenstreben. Während aber die Aufbauzeit ein Maß für die tatsächliche Ausbildungszeit der Entladung abgibt, ist die statistische Streuzeit ein Maß für die Anzahl der aus der Kathode austretenden Elektronen. Bei Kathoden, die aus einer scharfen Spitze bestehen, werden die aus der Kathode austretenden Elektronen durch die an der Ka-

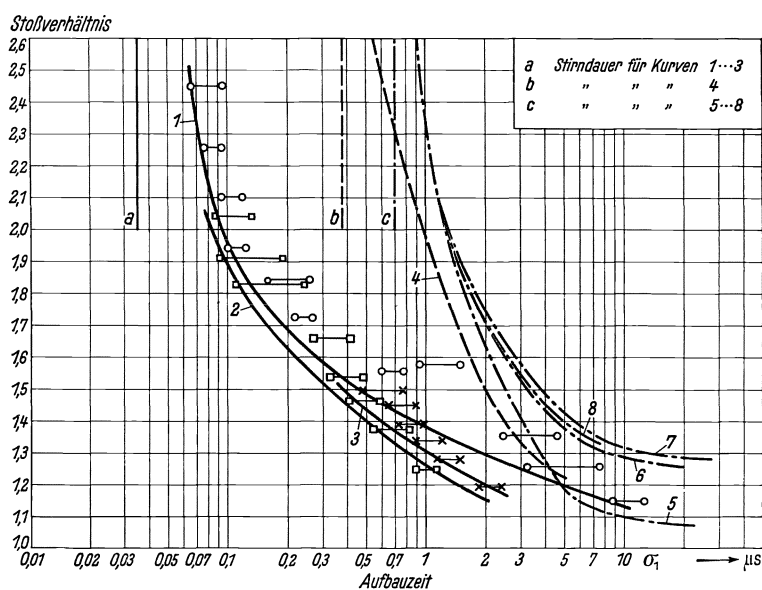


Bild 4. Einfluß der Schlagweite und Stirndauer auf die Aufbauzeit. (Nähere Angaben siehe Zahlentafel.)

thode angreifenden, hohen Feldstärken herausgerissen; bei ebener Kathode dagegen erfolgt die Elektronenauslösung im allgemeinen lichtelektrisch²⁾. Es ist nun lediglich eine Frage der Schärfe der Spitze, bzw. der Flächengröße und Bestrahlung der ebenen Elektroden, ob die Anzahl der Feldelektronen im Spitzenfelde die lichtelektrisch ausgelösten an der zum Vergleich herangezogenen ebenen Feldanordnung überwiegen. So kann es durchaus vorkommen, daß Elektrodenanordnungen mit einer Kathodenspitze eine geringere statistische Streuzeit aufweisen als Anordnungen mit ebener Kathode. Jedoch ist die Aufbauzeit bei den ersteren eindeutig größer als bei den letzteren. Ebenso wie die Aufbauzeiten sind auch die statistischen Streuzeiten bei Elektrodenanordnungen, bei denen die Anode ungleichförmig, also als Spitze ausgebildet ist, bei niederen Werten des Stoßverhältnisses größer als bei Anordnungen mit ebener Anode.

In Bild 4 ist weiterhin noch die Abhängigkeit der Stoßkennlinien der Aufbauzeit von der Schlagweite untersucht für die Elektrodenanordnung Spitze—Spitze,

¹⁾ R. Strigel: Arch. Elektrotechn. **27** (1933) S. 377.

²⁾ R. Strigel, Wiss. Veröff. Siemens-Konz. **XI**, 2 (1932) S. 54.

und außerdem sind die Meßergebnisse dieser Arbeit mit denjenigen von A. Matthias¹⁾ und J. J. Torok²⁾ verglichen. Die einzelnen Angaben für die Kurven des Bildes 4

sind in der nebenstehenden Zahlentafel zusammengestellt:

Kurve	Beobachter	Stirndauer der Versuchswelle	Schlagweite der Spitzenfunkstrecke	Statische Durchschlagsspannung
1	} Strigel	0,035 μ s	3 cm	33 kV
2			6 cm	43,5 kV
3			12 cm	72 kV
4	Matthias	\approx 0,38 μ s	12,6 cm	80 kV
5	} Torok	\approx 0,7 μ s	25,4 cm	170 kV
6			50,8 cm	290 kV
7			102,5 cm	530 kV
8			152,0 cm	790 kV

Die Stirndauer der Versuchswelle ist dabei gemäß VDE-Vorschrift 0450/1933³⁾ bestimmt.

Die Kurven 1 bis 3, die bei einer Stirnteilheit von 0,035 μ s und bei den Schlagweiten 3, 6 und 12 cm aufgenommen sind, lassen erkennen, daß ein Gang der Aufbauzeit mit der Schlag-

weite vorhanden ist, und zwar scheint die Aufbauzeit bei einem bestimmten Wert der Stoßspannung zunächst mit der Schlagweite ab- und dann wieder zuzunehmen. Der niedrigste Wert der Aufbauzeit wird etwa bei einer Schlagweite von 6 cm erreicht.

Die immerhin sehr beträchtlichen Unterschiede in den in Bild 4 wiedergegebenen Kennlinien für die Aufbauzeit der Spitzenfunkstrecke können durch drei verschiedene Ursachen geklärt werden:

1. Die von J. J. Torok und A. Matthias aufgenommenen Kurven lassen nicht die Streuung der Meßpunkte erkennen. Sie sind daher vermutlich Mittelwerte. Die tatsächliche Kurve der Aufbauzeit dürfte daher etwa um 15% der angegebenen Werte nach kürzeren Zeiten zu verschieben sein.

2. Bild 3 läßt deutlich den Einfluß der Stirndauer der Versuchswelle erkennen. Alle Kennlinien streben als Grenzwert offenbar der Größe der Stirndauer zu.

3. Untersuchungen von R. Elsner⁴⁾ haben ergeben, daß die Aufbauzeit der Entladung mit zunehmendem Strombegrenzungswiderstand im Stoßkreis auch zunimmt, also abhängig ist von der Energie, die während des Entladungsaufbaues von der Stoßbatterie nachgeliefert werden kann. Nun arbeitete A. Matthias mit Vorwiderständen von 400 Ω , während bei den hier beschriebenen Versuchen nur ein Widerstand von 100 Ω angeordnet war. Noch dazu war dabei der Funkenstrecke eine Kapazität von 0,2 nF parallelgeschaltet, die ja diesen geringen Ohmbetrag des Widerstandes erst ermöglichte⁵⁾. Dieser dritte Gesichtspunkt dürfte noch die restlich verbleibenden Unterschiede erklären.

Es wäre außerdem noch darauf hinzuweisen, daß die Übereinstimmung der Kennlinien bei Stoßverhältniswerten, die unter 1,2 liegen, durchaus befriedigend ist, wie ja auch auf Grund der angeführten drei Gesichtspunkte zu erwarten ist; denn sowohl Punkt 2 wie Punkt 3 fallen bei den großen Verzögerungszeiten von 10 μ s, die diesem Stoßverhältnis zukommen, nicht mehr ins Gewicht. Die Versuche von J. J. Torok lassen ferner Schlüsse zu, wie sich die Aufbauzeit bei größeren Schlagweiten über 12 cm verhalten wird: es findet offenbar ein weiterer Anstieg bis zu Schlagweiten

¹⁾ A. Matthias: S. Fußnote 2, S. 14.

²⁾ J. J. Torok: S. Fußnote 1, S. 14.

³⁾ Siehe Elektrotechn. Z. **56** (1934) S. 522.

⁴⁾ R. Elsner: Arch. Elektrotechn. **29** (1935) S. 655.

⁵⁾ R. Strigel: Wiss. Veröff. Siemens-Werk. **XV**, 3 (1936) S. 1.

von 50 cm statt, dann bleibt die Aufbauzeit fast unverändert bis zu Schlagweiten von 150 cm.

5. Der Durchschlagsvorgang im ungleichförmigen Feld.

Auch im ungleichförmigen Feld werden, ebenso wie im gleichförmigen Feld, allerdings erst bei erheblich höheren Werten des Stoßverhältnisses, Aufbauzeiten der Entladung erreicht, die sich nach den von E. Marx¹⁾ entwickelten Anschauungen über den Raumladungsbau, die später von A. v. Hippel²⁾ weiter ausgebaut worden sind, allein nicht erklären lassen. Man muß auch hierbei die für das gleichförmige Feld gemachten Annahmen zu Hilfe nehmen³⁾: Ein aus der Kathode austretendes Elektron wird eine keilförmige Lawine in den Entladungsraum vortreiben, bis sich nach einer Reihe von Ionisierungsspielen in zunehmendem Maße an der Lawinenspitze eine dichte Elektronenwolke gebildet hat. Diese Elektronenwolke übt auf die vordersten in Anodenrichtung vorgeschobenen Elektronen eine so stark abstoßende Wirkung aus, daß diese Elektronen mit einem Vielfachen ihrer mittleren Geschwindigkeit, die sie bei Austritt aus der Kathode angenommen haben, weiter auf die Anode zufliegen und auf ihrem Wege kräftig ionisieren. Da aber nur die vordersten Elektronen diese Geschwindigkeit annehmen, so bildet sich hinter ihnen eine dichte Konzentration von positiven und negativen Ladungsträgern aus: man erhält also nach Ablauf des anfänglichen keilförmigen Lawinstückes ein weiteres Vorwachsen des Lawinenkanals in der Form eines Plasmaschlauches.

Unter Zuhilfenahme dieser Vorstellungen über den Lawinenkanal und der Anschauungen von E. Marx und A. v. Hippel über den Raumladungsaufbau ergibt sich das folgende Bild für den Durchschlagsvorgang im ungleichförmigen Feld.

1. Fall: Ebene Kathode — Spitzenfeld an der Anode. Das noch nicht durch irgendwelche Raumladungen verzerrte Feld verläuft in diesem Falle so, daß an der Kathode und auch noch weit in den Entladungsraum hinein eine sehr niedrige Feldstärke herrscht, und daß diese Feldstärke aber gegen die anodische Spitzenelektrode zu sehr rasch und stark ansteigt. Ein aus der Kathode austretendes Elektron wird zunächst nur schwach ionisieren und eine sehr dünne Lawine bilden, bis es endlich in den stark anwachsenden Feldbereich eintritt, hier wird dann innerhalb kurzer Zeit die Konzentration in der an der Lawinenspitze liegenden Elektronenwolke so stark ansteigen, daß sich wieder diese plasmaartigen Kanalschläuche ausbilden. Wenn nun mehrere solcher Lawinen abgelaufen sind, die sich aus voneinander unabhängigen Anfangselektronen gebildet haben, so findet man die bekannten Ionisierungsbilder, wie sie von W. Holzer⁴⁾ an abgeschnittenen Funken und von H. Kroemer⁵⁾ und E. Flegler⁶⁾ bei Aufnahmen mit der Nebelkammer gefunden wurden. Bei niedrigeren Stoßspannungen läßt erst eine große Folge von Lawinen, die in ihrem Ablauf in die bereits abgelaufene Lawine münden, den Plasmaschlauch so weit in den Entladungsraum hineinwachsen, daß die Entladung instabil wird. Mit höherer Stoßspannung reicht der Plasmaschlauch der ersten Lawine immer weiter in den Entladungsraum

¹⁾ E. Marx: Arch. Elektrotechn. **24** (1930) S. 61.

²⁾ A. v. Hippel: Z. Physik **80** (1933) S. 19.

³⁾ R. Strigel: S. Fußnote 5, S. 18.

⁴⁾ W. Holzer: Z. Physik **77** (1932) S. 676.

⁵⁾ H. Kroemer: Arch. Elektrotechn. **28** (1934) S. 703.

⁶⁾ E. Flegler u. H. Raether: Z. techn. Physik **16** (1935) S. 435.

hinein, es werden zur Instabilität der Entladung immer weniger Lawinen nötig, bis schließlich bei sehr hohen Stoßspannungen Aufbauzeiten von 30 bis 40 ns¹⁾ erreicht werden, also Aufbauzeiten von derselben Größe wie im gleichförmigen Feld.

2. Fall: Ebene Anode — Spitzenfeld an der Kathode. Bei der als 1. Fall besprochenen Elektrodenanordnung Anodenspitze—Kathodenebene läuft der Plasmaschlauch in ein Feld hinein, das sich mit zunehmender Annäherung an die Anode ständig verstärkt. Infolgedessen wird die Elektronenkonzentration an der Spitze sich immer mehr verdichten und so die Fortpflanzungsgeschwindigkeit des Schlauches langsam aber stetig erhöhen. Anders jedoch im Falle der Elektrodenanordnung Anodenebene gegenüber einer Kathodenspitze. Hier findet ein starker Abfall der Feldstärke in Kathodennähe statt. Dementsprechend wird auch in sehr kurzer Entfernung die nötige Elektronenkonzentration am Lawinenkopf gebildet sein, um das weitere Vorwachsen der Lawine in Gestalt eines Plasmaschlauches zu ermöglichen. Die Trägerkonzentration innerhalb dieses Plasmaschlauches wird jedoch mit zunehmender Annäherung an die Anode infolge der Abnahme der Feldstärke abnehmen und erst in der unmittelbaren Nähe der Anode wieder ansteigen. Die Aufnahmen von W. Holzer²⁾ an den abgeschnittenen Funken zeigen für diese Elektrodenanordnung auch zunächst in unmittelbarer Nähe der Kathodenspitze eine Dunkelstelle; sie dürfte dem reinen Lawinenteil der Kanäle entsprechen. Dann folgt ein Gebiet mit starken Leuchtfäden, die allmählich dünner werden: sie können als die Plasmaschläuche mit abnehmender Trägerkonzentration gedeutet werden. Schließlich zeigen die Aufnahmen wieder fadenartige Leuchtgebilde unmittelbar vor der Anode: die Trägerkonzentration des Plasmaschlauches steigt wieder an.

Bei der Elektrodenanordnung Anodenebene—Kathodenspitze muß nach erfolgter Kanalbildung nicht allein die Entladung im Lawinstück instabil werden, sondern es muß außerdem die Trägerkonzentration im Mittelstück des Plasmaschlauches aufgefüllt werden. Dadurch erklärt sich das Zustandekommen der längeren Aufbauzeiten bei höheren Stoßspannungen. Bei niedrigeren Stoßspannungen jedoch überwiegt die Überbrückung des Lawinstückes den anderen Einfluß, so daß in diesem Falle die Aufbauzeiten kürzer werden als bei der unter Fall 1 besprochenen Elektrodenanordnung Anodenspitze—Kathodenebene.

3. Fall: Anodenspitze—Kathodenspitze. Aus dem bisher Gesagten läßt sich der Verlauf der Stoßkennlinie für diesen Fall ableiten: Bei niedrigen Stoßspannungen wird einmal das reine Lawinstück des Kanals länger werden als bei der Elektrodenanordnung des Falles 2, bei der lediglich die Kathode aus einer Spitze besteht, da ja auch die Feldstärke bei zwei Spitzenelektroden an der Kathode geringer sein muß. Auch wird die Trägerkonzentration im Mittelstück des Kanals noch weiter absinken, weil auch dort die Feldstärke niedriger ist; dagegen wird in unmittelbarer Anodennähe die Trägerbildung wieder höher sein als im Falle Anodenebene—Kathodenspitze. Diese Einflüsse haben eine längere Aufbauzeit zur Folge als bei den anderen beiden Grundanordnungen des ungleichförmigen Feldes. Bei hohen Werten der Stoßspannung jedoch verschwindet der Einfluß des ungleichförmigen Feldes an der Anode, wie aus der Betrachtung des ersten der drei Fälle hervorgeht, und die Kennlinie nähert sich der des Falles Anodenebene—Kathodenspitze.

¹⁾ 1 ns = 10⁻⁹ s.

²⁾ W. Holzer: S. Fußnote 4, S. 19.

II. Der Umschlag der Kanalentladung in die Lichtbogenentladung.

1. Einleitung.

Die Versuche von E. Flegler und H. Raether¹⁾ und von H. Kroemer²⁾ mit der Nebelkammer und von W. Holzer³⁾ an abgeschnittenen Funken geben zwar ein anschauliches Bild über die Vorgänge des Lawinenaufbaues bei Stoßentladungen; sie sagen aber nur wenig aus über den Umschlag der Kanalentladung in eine Lichtbogenentladung. Um diesen Vorgang näher zu untersuchen, kann man sich der rotierenden Kamera bedienen, wie sie zu Gewitterforschungen zuerst von Ch. Boys⁴⁾, später von F. J. Schonland und H. Collens⁵⁾ und K. B. McEachron⁶⁾ verwendet wurde. Mit Hilfe dieser Kamera wird der Entladungsvorgang entweder durch eine rotierende Optik bei feststehender, photographischer Platte oder aber durch eine rotierende photographische Schicht hinter feststehender Optik auseinandergezogen, so daß man die einzelnen Entwicklungsabschnitte der Entladung nebeneinander erkennen kann. Dabei ordnet man zweckmäßig eine doppelte Optik an, da man dann aus den so erhaltenen Doppelbildern nach Art von stereoskopischen Bildern die einzelnen Entladungsabschnitte entzerren kann. Mit einer solchen rotierenden Kamera wurde nun versucht, an einer Stoßanlage für 3000 kV bei Schlagweiten von 4 bis 5 m im Spitzen-

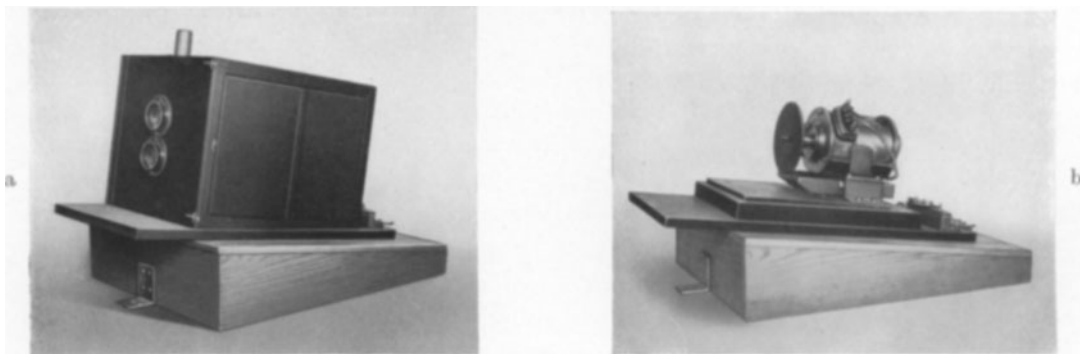
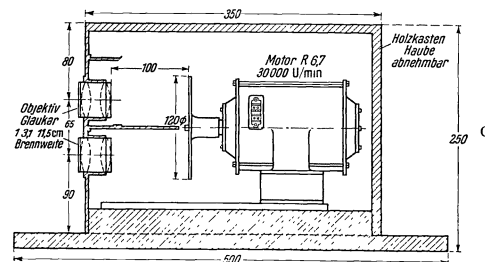


Bild 5. Ansicht der rotierenden Kamera.

a) Geschlossen. b) Mit abgehobener Haube. Man erkennt auf der rechten Seite die Zungen für die Drehzahlmessung. c) Schnittzeichnung.

Platten-Felde nähere Aufschlüsse über den zeitlichen Verlauf des Umschlages der Kanalentladung in eine Lichtbogenentladung zu gewinnen und so die bisher vorliegenden Versuche zu ergänzen.



2. Die rotierende Kamera.

Die zu den Versuchen benutzte Kamera ist in den Bildern 5a bis 5c wiedergegeben⁷⁾. Sie besitzt eine feststehende, doppelte Optik mit einem Öffnungsverhältnis 3,1. Als

¹⁾ E. Flegler u. H. Raether: s. Fußnote 6, S. 19.

²⁾ H. Kroemer: s. Fußnote 5, S. 19. ³⁾ W. Holzer: s. Fußnote 4, S. 19.

⁴⁾ Ch. Boys: Nature, Lond. **118** (1926) S. 749; siehe auch H. Walter: Ann. Physik **10** (1903) S. 393.

⁵⁾ B. F. J. Schonland u. H. Collens: Proc. Roy. Soc., Lond. A **143** (1933) S. 654; A **152** (1935) S. 595.

⁶⁾ K. B. McEachron: Electr. Wld., N. Y. **104** (1934) S. 15.

⁷⁾ Die konstruktive Durchbildung der Kamera wurde von Herrn Dipl.-Ing. R. Völzing vorgenommen.

bewegte photographische Schicht wurde Agfa-Isopanfilm in Scheiben von 12 cm Durchmesser verwendet. Die Filmscheiben waren auf eine Stahlscheibe aufgesetzt, die mit 24000 Umdrehungen in der Minute rotierte. Bei dieser hohen Drehzahl legte

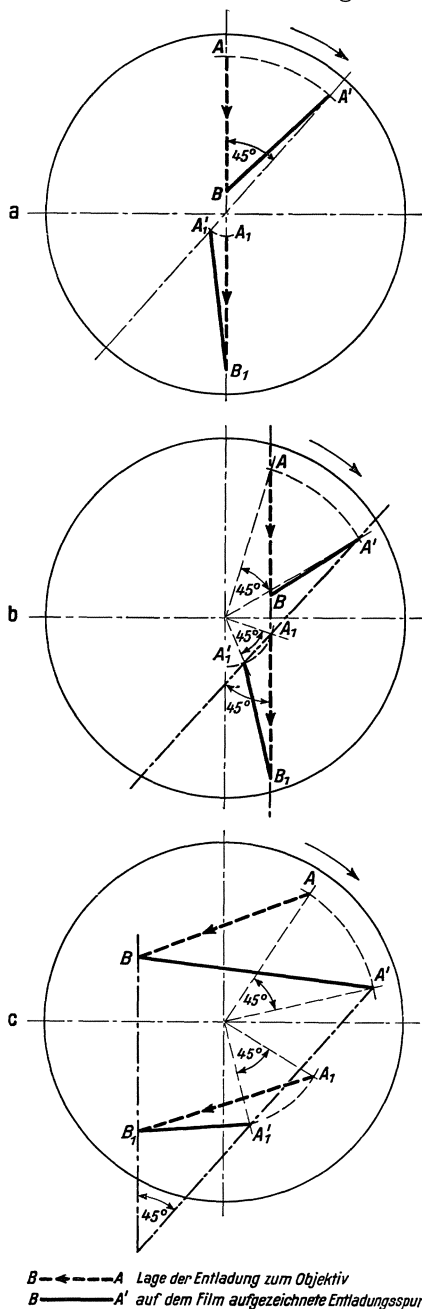


Bild 6. Auswertung der bewegten Entladungsaufnahmen.

- a) Entladung verläuft in der Achse des Objektivs; b) Entladung verläuft parallel zur Achse des Objektivs; c) Entladung verläuft in irgendwelche Lage.

sich der Film außerordentlich fest an die Stahlscheibe an, da offenbar die zwischen Film und Stahlscheibe befindliche Luft herausgeschleudert wird, so daß Randbefestigungen für den Film vermieden werden konnten. Die Stahlscheibe sitzt auf der Welle eines kleinen Motors, der für diese hohe Drehzahl gebaut ist und durch eine 500 Perioden-Maschine gespeist wird. Die Drehzahl wurde mit Hilfe schwingender Zungen ermittelt, deren Eigenschwingungszahl aus der Periodenzahl des 500-Periodengenerators und dem Schlupf des Antriebsmotors der Stahlscheibe mit Hilfe des Siemens-Schleifen-oszillographen bestimmt wurde¹⁾.

Die Zunge höchster Eigenschwingungszahl hatte eine solche von 23 340 Per/min. Auf sie wurde die Drehzahl des Antriebsmotors eingestellt. Ihr entspricht eine Drehung der Filmscheibe um 1° in 8,4 μ s. Nun läßt sich das Filmbild der Entladung, ohne wesentlich an Bildschärfe zu verlieren, durch Projektion auf weißes Zeichenpapier auf etwa das 10fache vergrößern. 1 mm am Umfang des vergrößerten Filmes entsprach dann etwa 0,84 μ s. Da man die Begrenzung der Entladung etwa auf 0,1 bis 0,3 mm genau bestimmen konnte, so waren noch Zeitunterschiede von 0,1 bis 0,3 μ s erkennbar. Die Geschwindigkeit v , mit der eine Entladung in den Raum vorwächst, läßt sich aus der Beziehung

$$v = \frac{l}{\alpha} \cdot \omega = 0,119 \cdot \frac{l/m}{\alpha/1^\circ} \frac{km}{ms} \quad \text{mit} \quad \omega = \frac{1^\circ}{8,4 \mu s}$$

errechnen, wenn l die Länge der Entladungsbahn und α der Umlaufwinkel der rotierenden Filmscheibe während des Fortschreitens der Entladung bedeuten. Man kann bei einer Entladungsbahn von 5 m Länge noch Geschwindigkeiten messen, die bis zu $\frac{1}{6}$ der Lichtgeschwindigkeit betragen können.

Die Bestimmung des Umlaufwinkels α sei an Hand des Bildes 6 näher erläutert. Zunächst werde angenommen, wie dies in Bild 6a angedeutet ist, die Entladungsbahn verlaufe in der Achse der beiden Kameraobjekte von Punkt A nach B , bzw., da ja Doppelbilder aufgenommen werden, von A_1 nach B_1 . Die Drehrichtung der

¹⁾ Nach einem Vorschlag von Herrn Dr.-Ing. E. Friedländer.

Filmscheibe sei im Uhrzeigersinne. Nach Ablauf des Entladungsvorganges wird sich Punkt A nach A' bzw. A_1 nach A'_1 bewegt haben, und zwar auf einem Kreise um den Mittelpunkt der Filmscheibe. In Bild 6b ist diese Bewegung so angenommen, daß der Umlaufswinkel $\alpha = 45^\circ$ wird: er ist zugleich der Winkel der Verbindungsgeraden zwischen A' und A'_1 und zwischen B und B_1 . In Bild 6b ist dieselbe Darstellung durchgeführt für den Fall, daß die Entladung nicht mehr in der Achse der beiden Objektive verläuft, sondern nur noch parallel zu ihr liegt. In Bild 6c ist auch diese Einschränkung fallen gelassen; die Entladung verläuft in beliebiger Lage zu den beiden Objektiven. Aber auch in diesen beiden Fällen läßt sich der Umlaufswinkel α in einfacher Weise im Schnittpunkt der beiden Verbindungsgeraden $A' - A'_1$ und $B - B_1$ ablesen.

3. Die Stoßanlage.

Die Versuche wurden an der Stoßanlage für 3000 kV des Transformatorwerks der Siemens-Schuckertwerke A.-G. zu Nürnberg vorgenommen¹⁾. Die Schaltung der Stoßanlage war dabei so getroffen, daß die Stoßkondensatoren sich nach ihrer Hintereinanderschaltung durch die Zündfunkenstrecken lediglich über ihre Ladewiderstände entluden, die Stoßwelle also eine Halbwertsdauer von mehreren hundert Mikrosekunden hatte. Ihren Verlauf zeigt Bild 7)²⁾; sie weist noch mehrere Oberschwingungen auf. Diese sind jedoch für die beschriebenen Versuche ohne Bedeutung, da der Entladeverzug bei nicht zu hoher Überspannung im Spitzenfelde immer noch 3 bis 10 μ s betrug.

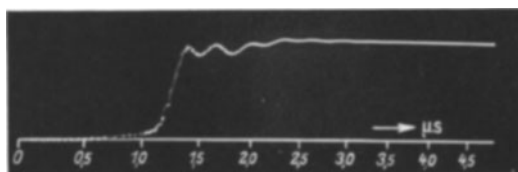


Bild 7. Kathodenstrahloszillogramm des Stoßspannungsverlaufes.

4. Die Aufnahmen bei positiver Spitzenelektrode gegenüber einer geerdeten, negativen Platte.

Bei positiver Spitzenelektrode gegenüber einer geerdeten, negativen Platte in einem Abstand von 5 m wurden Aufnahmen mit der rotierenden Kamera bei Stoßspannungen von 2160 kV, 2250 kV, 2400 kV und 2700 kV gemacht. In Bild 8 ist eine solche Aufnahme wiedergegeben, die drei solcher Entladungsvorgänge bei der höchsten dieser vier Stoßspannungen zeigt. Je zwei gegenüberliegende Entladungsbahnen gehören zusammen. Die oberen Enden der Entladungsbahnen gehen von der positiven Spitzenelektrode aus, die unteren endigen auf der geerdeten Platte. Der eine Entladungsvorgang teilt im unteren Drittel seine Bahn in zwei getrennte Äste, eine Erscheinung, die bei etwa 20 % aller Entladungen beobachtet wurde. Die dritte der aufgenommenen Entladungen führte nicht zum vollständigen Durchbruch der Entladungsstrecke; sie endigte, von der Spitzenelektrode ausgehend, etwa auf der Hälfte des Entladungsweges.

In den Bildern 9 und 10 sind die beiden Entladungsvorgänge des Bildes 8, die zum völligen Durchbruch geführt haben, vergrößert wiedergegeben. Sie sind so nebeneinander angeordnet, daß am oberen Ende der Entladungsbahn die Spitzenelektrode zu denken ist, am unteren die geerdete Platte. Es liegt in der Natur der Aufnahme-

¹⁾ J. Rebhan: Elektrotechn. Z. **56** (1935) S. 1041.

²⁾ Das in Bild 7 wiedergegebene Oszillogramm wurde mir von Herrn Dr.-Ing. R. Elsner freundlichst zur Verfügung gestellt.

kamera mit bewegtem Film und feststehender Optik, daß in einem Stereobild der von der Spitzenelektrode ausgehende Teil der Entladungsbahn mehr auseinandergezogen wird, während beim anderen Stereobild der Fußpunkt der Bahn an der geerdeten Platte entsprechend der jeweils höheren Drehgeschwindigkeit mehr aufgeteilt erscheint. Über das Entstehen des Entladungsvorganges kann man sich daher nur eine Vorstellung machen, wenn man beide Aufnahmen nebeneinander betrachtet. Die auf dem Film festgehaltenen Lichteindrücke stellen erst einen ziemlich späten Zeitabschnitt des Durchschlagsvorganges dar, da sich schon zu Beginn des Ent-

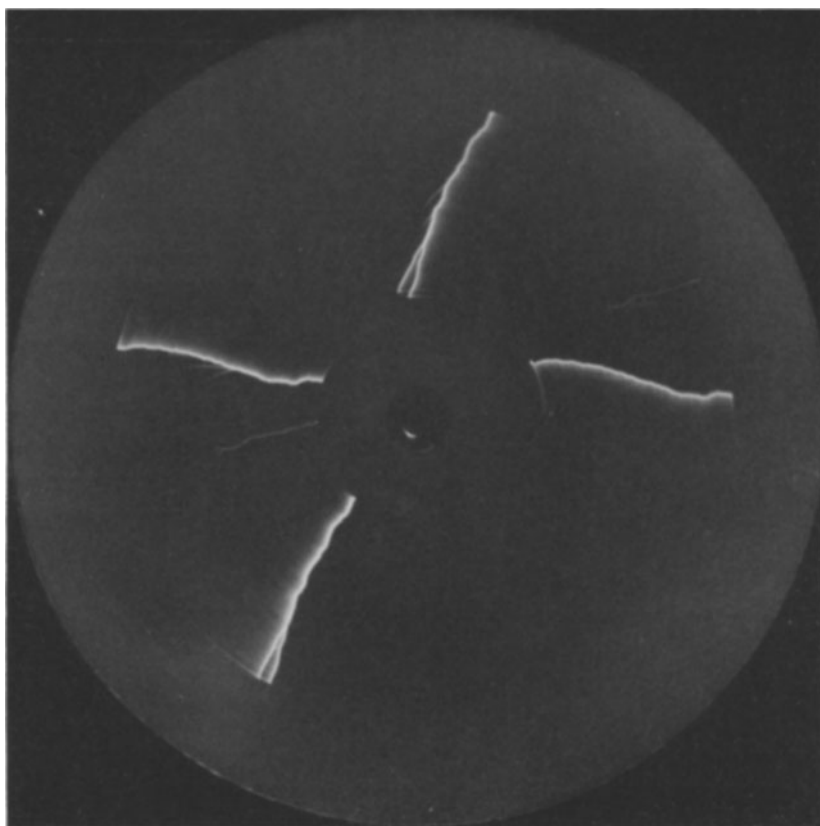


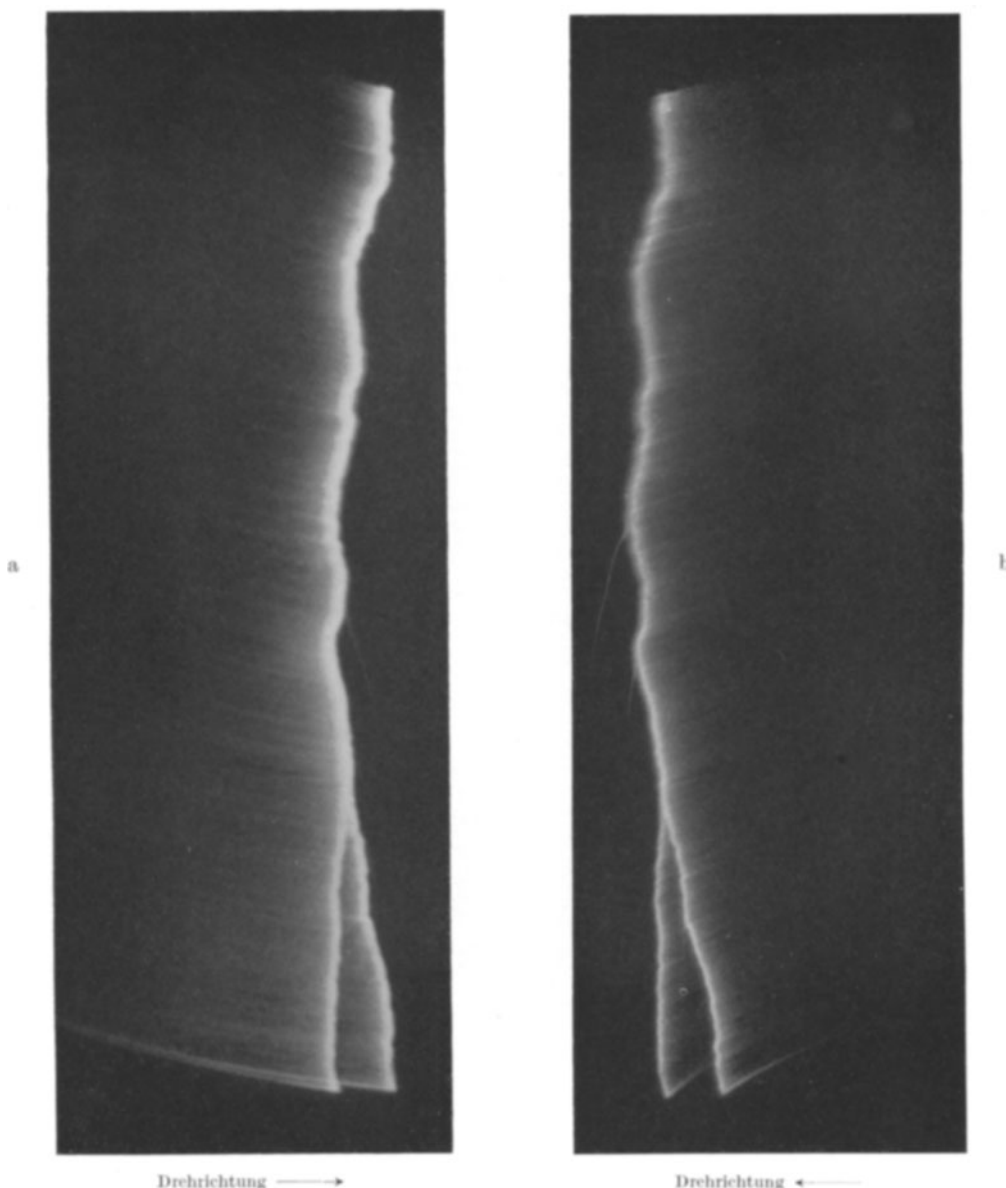
Bild 8. Aufnahme dreier Entladungsvorgänge. Die oberen Enden der Entladung gehen von einer positiven Spitze aus, die unteren endigen an einer geerdeten Plattenelektrode. Die eine der drei Entladungen führte nicht zum völligen Durchbruch. Der Elektrodenabstand war 5 m, die Stoßspannung 2700 kV.

ladungsvorganges außerordentlich starke Büschelentladungen gebildet haben, so wie sie z. B. W. Holzer bei seinen Versuchen mit abgeschnittenen Funken bei derselben Elektrodenanordnung beschrieb¹⁾. Diese Büschel sind offensichtlich für den schnell bewegten Film der rotierenden Kamera zu lichtschwach, um Schwärzung der lichtempfindlichen Schicht hervorzurufen.

In Bild 9 erkennt man vor dem Auftreten der sehr kräftigen Hauptentladung, von der Spitzenelektrode ausgehend, ein zunächst etwa 1 mm breites Gebiet schwächeren Lichteindruckes, das sich gegen die geerdete Plattenelektrode hin immer mehr

¹⁾ W. Holzer: Z. Physik **77** (1932) S. 676.

verjüngt und in der Nähe dieser überhaupt nicht mehr wahrnehmbar ist. Diese allmähliche Abnahme kann nicht allein auf das verringerte Auflösungsvermögen infolge der geringeren Umlaufgeschwindigkeit am Fußpunkt der Entladungsbahn zurückgeführt werden; denn sonst müßte in dem Stereobild 9a, bei dem ja gerade der Fuß-



Oberes Ende der Entladungspur liegt dem Mittelpunkt der Filmscheibe näher.

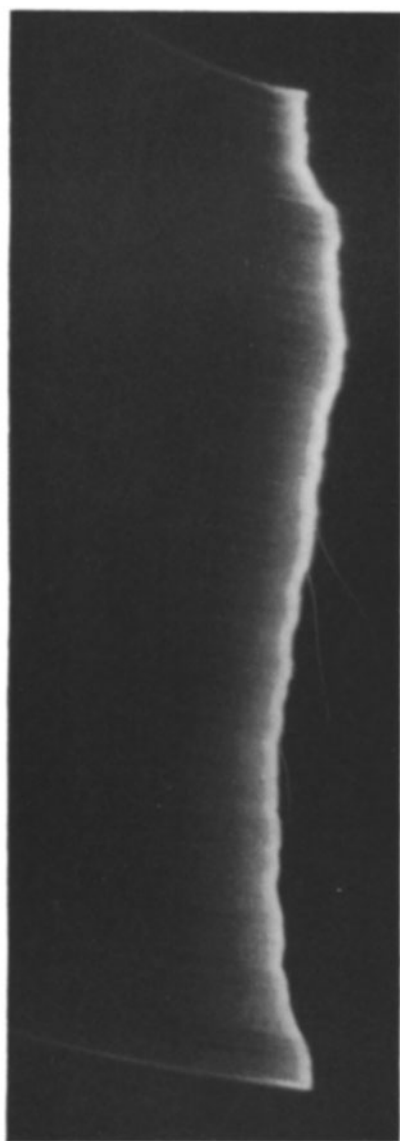
Unteres Ende der Entladungspur liegt dem Mittelpunkt der Filmscheibe näher.

Oberes Ende der Entladungspur: Spitzenelektrode (positiv); unteres Ende der Entladungspur: Plattenelektrode (geerdet, negativ); Länge der Entladungspur: 5 m; Höhe der Stoßspannung: 2700 kV.

Bild 9. Vergrößertes Entladungsbild dem Film entnommen, der in Bild 4 wiedergegeben ist.

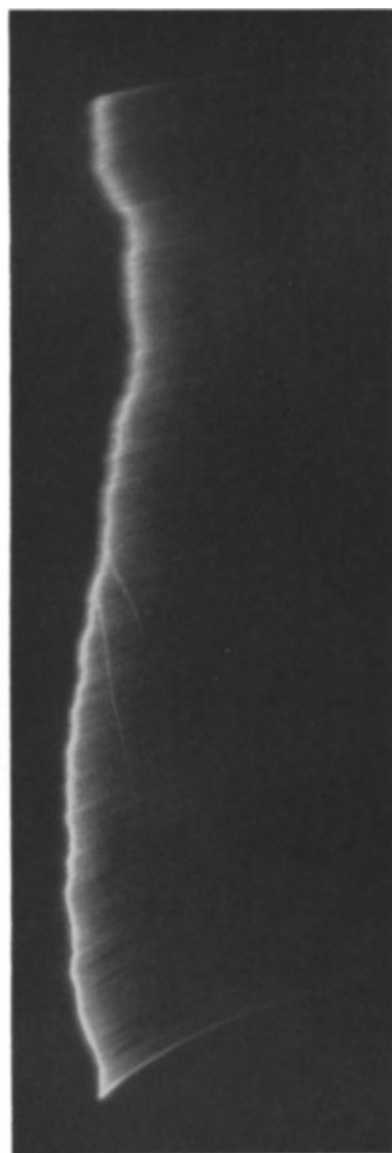
punkt die größte Umlaufgeschwindigkeit besitzt, an ihm ein solcher Streifen schwächeren Lichteindruckes wahrzunehmen sein. Ein solcher ist aber dort nicht zu erkennen. Hingegen zeigt sich ein solcher Streifen in der Mitte der Entladungsbahn,

der dann wieder mit zunehmender Annäherung an den Ansatzpunkt an der Spitzenelektrode an Breite abnimmt. Aus dem Verlauf dieses Streifens in beiden Bildern kann man schließen, daß es sich dabei um eine Vorentladung handelt, die von der Anodenspitze zur Kathodenplatte vorwächst.



Drehrichtung →

Oberes Ende der Entladungspur liegt dem Mittelpunkt der Filmscheibe näher.



Drehrichtung ←

Unteres Ende der Entladungspur liegt dem Mittelpunkt der Filmscheibe näher.

Oberes Ende der Entladungspur: Spitzenelektrode (positiv); unteres Ende der Entladungspur: Plattenelektrode (geerdet, negativ); Länge der Entladungspur: 5 m; Höhe der Stoßspannung: 2700 kV.

Bild 10. Vergrößertes Entladungsbild dem Film entnommen, der in Bild 4 wiedergegeben ist.

Denselben Verlauf hat die Vorentladung in den Bildern 10. Außerdem läßt sich aus diesen Bildern erkennen, daß es sich bei diesen Streifen nicht um eine Lichthoferscheinung handelt. In Bild 10b kann man deutlich den Lichthof vom Vorentladungs-

streifen trennen. In den der Spitzenelektrode benachbarten Entladungsteilen erkennt man die Vorentladung mit ihren etwas verschwommenen Begrenzungen und Helligkeitsunterschieden, am Fußpunkt der Entladung dagegen den Lichthof scharf gegen die unbelichteten Teile des Filmes abgesetzt mit völlig gleichmäßiger Helligkeit über seine ganze Breite.

Durch Ausmessung des Umlaufwinkels α konnte nachgewiesen werden, daß die Hauptentladung vom Fußpunkt auf der Plattenelektrode sich zur Spitzenelektrode hin fortpflanzt.

Die Vorentladung weist noch eine Reihe seitlicher Äste auf, die von Knickpunkten der Entladungsbahn ausgehen und sich nach einer Laufbahn von etwa 1 m Länge

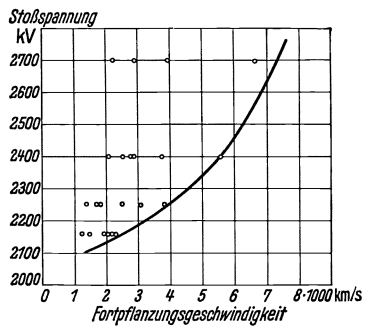


Bild 11. Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Vorentladung bei der Elektrodenanordnung positive Spitze — negative Platte.

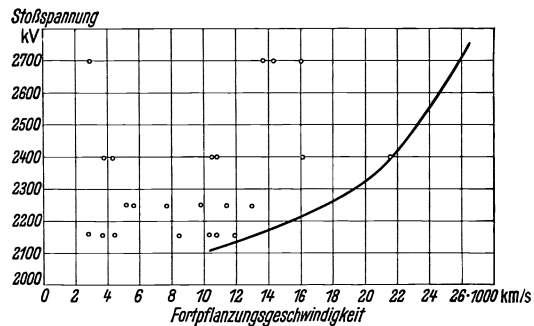


Bild 12. Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Hauptentladung bei der Elektrodenanordnung positive Spitze — negative Platte.

totlaufen. Erreichen jedoch solche Äste im unteren Ende der Entladungsbahn die Kathode, so verhalten sie sich hinsichtlich der Entwicklung der Hauptentladung gleichwertig: es entstehen dann die Gabelungen, wie sie Bild 9 zeigt.

Bild 11 gibt die Abhängigkeit der Vorwachs geschwindigkeit der Vorentladung, Bild 12 diejenige der Hauptentladung von der Höhe der Stoßspannung wieder. Die einzelnen Meßwerte streuen sehr stark, jedoch lassen ihre Grenzwerte eindeutig auf eine Zunahme der Vorwachs geschwindigkeit mit der Höhe der Stoßspannung schließen. Die Vorwachs geschwindigkeit der Hauptentladung ist, auf die Grenzwerte bezogen, um eine halbe bis eine ganze Größenordnung höher als die der Vorentladung; sie nähert sich schon der von R. Rüd enberg angegebenen Grenzwerts geschwindigkeit von 70 000 km/s, die sich auf Grund der Maxwellschen Gleichungen errechnen läßt¹⁾.

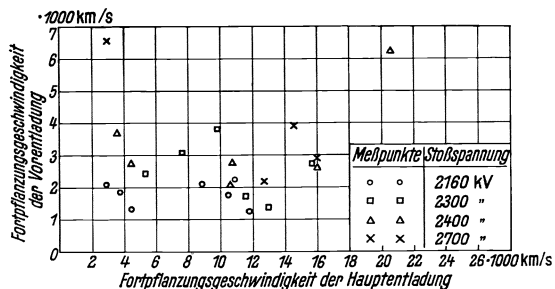


Bild 13. Zusammenhang zwischen der Fortpflanzungsgeschwindigkeit der Vorentladung und derjenigen der Hauptentladung.

Es liegt die Vermutung nahe, daß einer niedrigen Vorwachs geschwindigkeit der Vorentladung auch eine niedrige Vorwachs geschwindigkeit der Hauptentladung entspricht: ein solcher Zusammenhang zwischen beiden konnte jedoch nicht festgestellt werden, wie Bild 13 deutlich erkennen läßt.

¹⁾ R. Rüd enberg: Wiss. Veröff. Siemens-Konz. **IX**, 1 (1930) S. 1.

5. Die Aufnahmen bei negativer Spitzenelektrode gegenüber einer geerdeten, positiven Platte.

Bei negativer Spitzenelektrode gegenüber geerdeter, positiver Platte mußte der Elektrodenabstand auf 3,8 m verkürzt werden. Auch bei diesem Abstand konnte nur mit einer Stoßspannung von 2850 kV gearbeitet werden. In Bild 14 ist eine in dieser Anordnung erhaltene Aufnahme wiedergegeben: wieder gehören, wie in Bild 8, die jeweils sich gegenüberliegenden Entladungsbahnen zusammen; in der Unterschrift

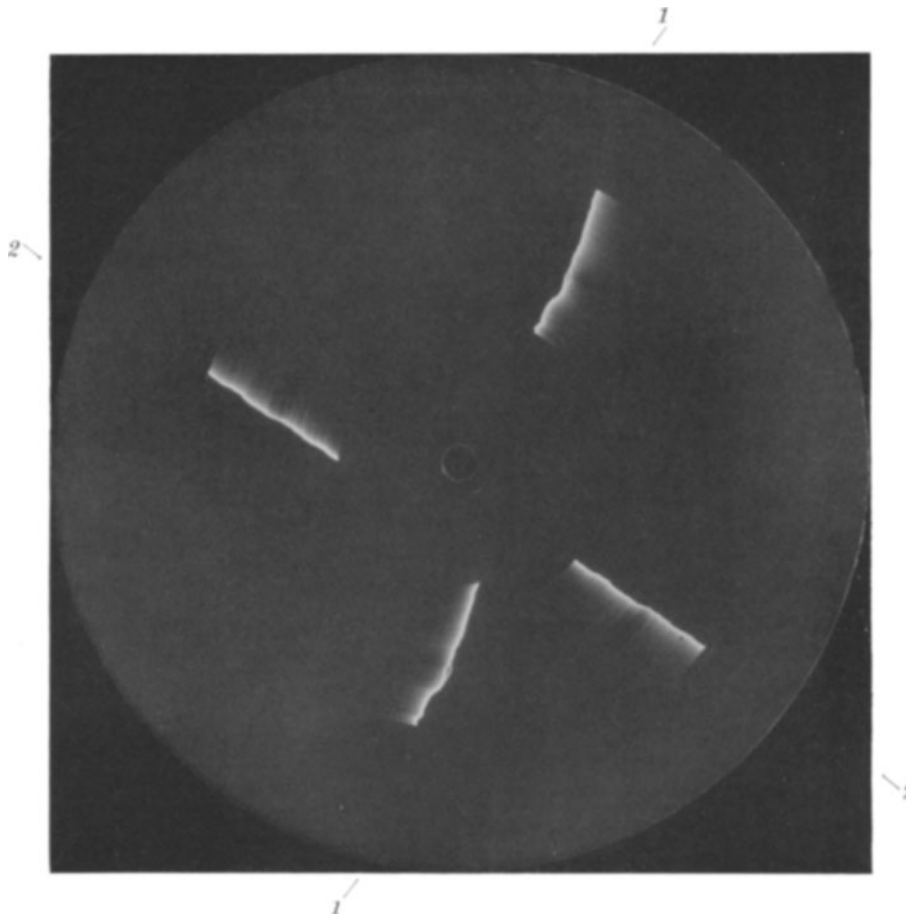


Bild 14. Aufnahme zweier Entladungsvorgänge. Die Aufnahmen sind bei negativer Spitze und positiver, geerdeter Platte in einem Abstand von 3,8 m bei einer Stoßspannung 2850 kV vorgenommen. Bei Entladung 1 ist die Spitze am unteren Ende der Entladung, bei Entladung 2 am linken Ende der Entladung zu denken.

des Bildes ist ferner angegeben, welche Enden der Entladungsbahn der Spitzenelektrode zuzuordnen sind.

In den Bildern 15 und 16 sind die beiden Entladungsvorgänge vergrößert gezeigt. Die zusammengehörigen Stereoaufnahmen eines Entladungsvorganges sind so angeordnet, daß wieder am oberen Ende der Entladungsbahn die Spitzenelektrode zu denken ist, und daß das untere Ende auf der Plattenelektrode endigt. Im Gegensatz zu den Aufnahmen bei positiver Spitzenelektrode ist hier eine Vorentladung nicht eindeutig zu erkennen. Eine solche müßte auf jeden Fall weniger breit sein als der Lichthof, der in Bild 15b und 16b zu beobachten ist. Bild 15a und 16a zeigen deutlich,

daß die Schwärzung zunächst noch etwas zunimmt, also nicht sofort mit voller Stärke einsetzt, sondern ihren Höchstwert erst nach 0,3 bis 0,4 μs erreicht. Außerdem ist für die Entladungsbilder dieser Elektrodenanordnung kennzeichnend, daß sich im mittleren Drittel der Entladungsbahn ein Gebiet befindet, in dem sich die Bahn mehr oder minder stark verzweigt. Bild 15 läßt diese Verzweigung sehr schön erkennen;

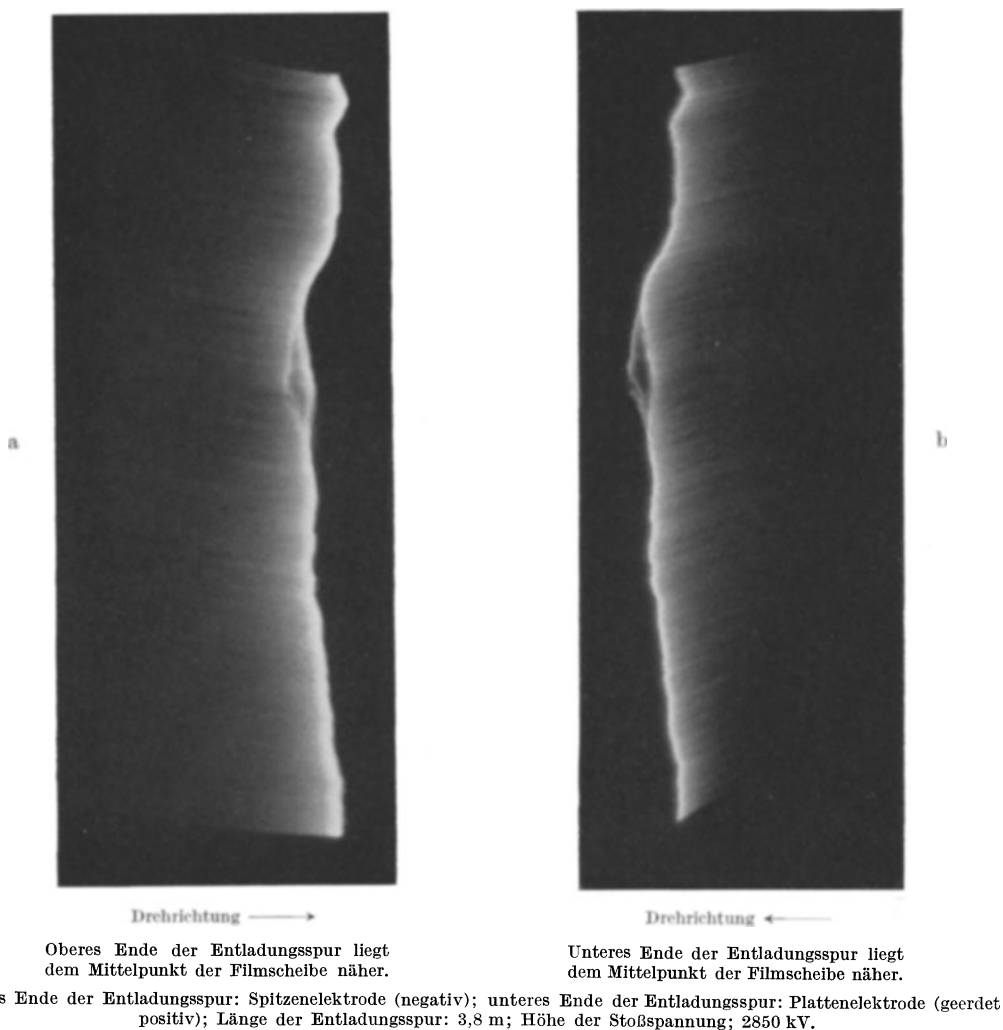


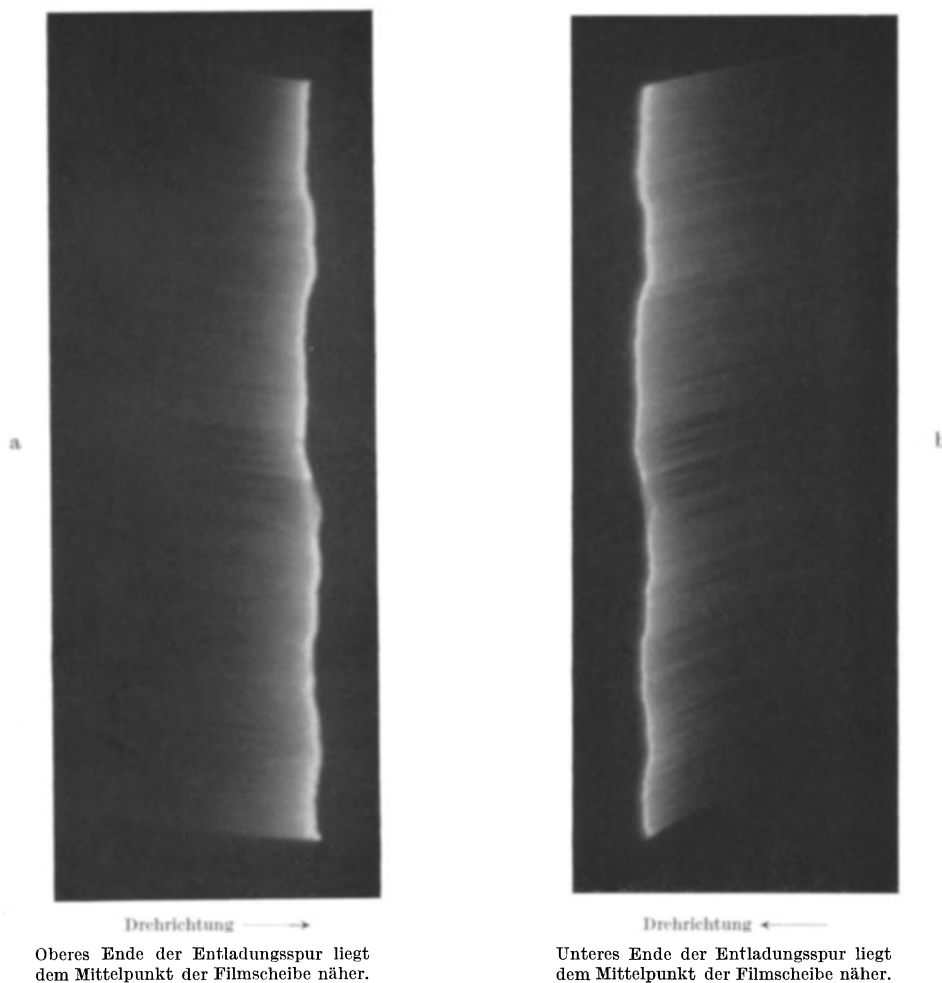
Bild 15. Vergrößertes Entladungsbild dem Film entnommen, der in Bild 10 wiedergegeben ist.

in Bild 16 ist sie weniger stark ausgeprägt. Es ist dies aus der von W. Holzer¹⁾ beobachteten Tatsache zu erklären, daß bei dieser Elektrodenanordnung die Entladung sowohl von der Spitze als auch von der geerdeten Platte aus vorwächst. Haben sich die Entladungskanäle bis auf eine kurze Entfernung genähert, so kann der Ausgleich auf verschiedenen Wegen erfolgen. Es sei noch darauf hingewiesen, daß in diesem Gebiet verzweigter Entladungsbahnen auch Vorentladungen deutlich zu erkennen sind: so in Bild 15a unterhalb der Verzweigungsstelle, in Bild 15b unterhalb der

¹⁾ W. Holzer: s. Fußnote 4, S. 19.

oberen Gabelung im rechten Entladungsast und in Bild 16a zum Beginn der Verzweigung¹⁾.

Da die Entladung sowohl von der Anode als auch der Kathode vorwächst, so ist eine einwandfreie Abschätzung der Vorwachsgeschwindigkeit schlecht möglich. Es scheint, als ob der anodische Teil, der auf der Plattenelektrode fußt, eine höhere Vor-



Oberes Ende der Entladungsspur: Spitzenelektrode (negativ); unteres Ende der Entladungsspur: Plattenelektrode (geerdet, positiv); Länge der Entladungsspur: 3,8 m; Höhe der Stoßspannung: 2850 kV.

Bild 16. Vergrößertes Entladungsbild dem Film entnommen, der in Bild 10 wiedergegeben ist.

wachsgeschwindigkeit besitzt und Werte bis zu 30 000 km/s erreichen kann, während der kathodische Kanal, der von der Spitze ausgeht, nur Vorwachsgeschwindigkeiten bis zu 20 000 km/s aufweisen kann.

¹⁾ In einer von T. E. Allibone u. K. F. Schonland [Nature, Lond. **134** (1934) S. 736] in dieser Schaltung bei 1000 kV Stoßspannung erhaltenen Einzelaufnahme mit rotierender Kamera sind auch Vorentladungen, die von der Spitze ausgehen, zu sehen. Leider haben die Verfasser sich auf diese eine Aufnahme beschränkt, so daß schwer ein Vergleich mit den in der vorliegenden Arbeit mitgeteilten Versuchen gezogen werden kann.

6. Ergebnisse.

Bei positiver Spitzenelektrode gegenüber geerdeter, negativer Platte geht der Umschlag der Kanalentladung so vor sich, daß sich zunächst eine Vorentladung von der Spitze zur Platte mit einer Geschwindigkeit von mehreren tausend Kilometern in der Sekunde vorentwickelt, und daß dann die Hauptentladung von der Kathode zur Anode zurückschlägt mit einer Geschwindigkeit, die eine Größenordnung höher liegt. Der ganze Umschlag kann bei einer Stoßspannung von 2700 kV in weniger als 1 μ s erfolgen. Die gemessenen Geschwindigkeiten für die Vorentladung sind in Übereinstimmung mit den von W. Holzer¹⁾ auf Grund seiner Versuche gefundenen Werten.

Bei negativer Spitzenelektrode gegenüber geerdeter, positiver Platte geht der Umschlag der Kanalentladung in die Lichtbogenentladung so vor sich, daß von der Kathode eine Entladung mit etwa 20000 km/s vorwächst und dieser ein anodischer Entladungsteil mit etwa 30000 km/s entgegenwächst.

Es wäre interessant, diese Vorgänge zu untersuchen mit einer Kamera, die ein mindestens 10faches Auflösungsvermögen aufweisen müßte. Da die Umlaufgeschwindigkeit der hier verwendeten Kamera schon 155 m/s beträgt, so müßte sie etwa eine solche von 1500 m/s erreichen, was mechanisch nicht mehr möglich sein dürfte. Die Bewegung müßte daher auf optischem bzw. elektronoptischem Wege unter Zwischenschaltung einer lichtelektrischen Zelle erfolgen.

Die Arbeit wurde auf Veranlassung von Herrn Prof. Dr.-Ing. e. h. Dr.-Ing. R. Rüdberg ausgeführt. Die Versuche mit dem Zeittransformator wurden im Laboratorium des Dynamowerks vorgenommen; an ihrer Durchführung war Herr C. Bullendorf wesentlich beteiligt. Die Versuche mit der rotierenden Blitzkamera fanden im Stoßprüffeld des Transformatorenwerks Nürnberg unter Mitwirkung von Herrn W. Grassel statt; Herrn Dr.-Ing. J. Rebhan und Herrn Dr.-Ing. R. Elsner bin ich für weitgehendes Entgegenkommen und bereitwillige Unterstützung zu Dank verpflichtet.

Zusammenfassung.

1. Es wird der Entladeverzug im ungleichförmigen elektrischen Feld untersucht, und zwar an den Grundanordnungen: 1. Anodenspitze—Kathodenebene, 2. Anodenebene—Kathodenspitze, 3. Anodenspitze—Kathodenspitze. Die Stoßspannungskennlinie dieser drei Elektrodenanordnungen wird mit derjenigen des Kugelfeldes verglichen. Dabei ergeben sich verschiedene Regelmäßigkeiten.

Die Messungen werden anderen im Schrifttum bereits veröffentlichten gegenübergestellt und die Unterschiede auf die Steilheit des Spannungsanstiegs der Versuchswellen zurückgeführt.

2. Der Umschlag der Kanalentladung in die Bogenentladung geht bei positiver Spitze gegenüber negativer Platte über eine Vorentladung vor sich, die sich mit einer Geschwindigkeit von mehreren tausend Kilometern in der Sekunde von der Anode zur Kathode hin fortpflanzt. Die Fortpflanzungsgeschwindigkeit der nachfolgenden Hauptentladung liegt eine Größenordnung höher.

Bei negativer Spitzenelektrode dagegen wächst von der Spitze und von der Platte eine Entladung vor, die beide etwa dieselbe Fortpflanzungsgeschwindigkeit wie die Hauptentladung bei positiver Spitze besitzen.

¹⁾ W. Holzer: s. Fußnote 4, S. 19.

Über die Rolle der positiven Ionen bei der Zündung einer Gasentladungssäule.

Von Max Steenbeck.

Mit 4 Bildern.

Mitteilung aus dem Siemens-Röhren-Werk zu Siemensstadt.

Eingegangen am 21. Oktober 1936.

Inhaltsübersicht.

- | | |
|---|--|
| I. Einleitung. | III. Näherungsweise durchgeführte Theorie. |
| II. Qualitative Beschreibung der Säulenzündung. | Zusammenfassung. |

I. Einleitung.

Der Fortschritt unserer jetzigen Auffassung¹⁾ über die Vorgänge bei der Zündung irgendwelcher Entladungen gegenüber der alten Townsendschen Theorie²⁾ beruht im wesentlichen auf der Einsicht, daß die positiven Ionen durch die Verzerrung des ursprünglichen Elektrodenfeldes einen maßgebenden Einfluß auf den Verlauf der Zündung nehmen, auch ohne daß sie dabei selbst aktiv ionisieren. In der Regel, aber keineswegs immer, wirkt dabei diese Feldverzerrung durch die Ionenraumladung auf den weiteren Verlauf der Zündung begünstigend, beschleunigend; es finden also die zeitlich später an der Entladungsentwicklung beteiligten Elektronen ein Feld vor, das ihre Ionisierung in irgendeiner Weise wirksamer sein läßt als das Feld, in dem die früheren Elektronen ionisierten. Der Beginn der Zündung, der noch in einem raumladungsfreien Feld erfolgt, konnte deswegen nach der alten Townsendschen Theorie, die die Raumladungen prinzipiell außer acht ließ, zwar meist richtig beschrieben werden; so sind die großen Erfolge dieser Theorie für die Berechnung der Erstzündungsspannung zu verstehen; aber diese Theorie muß ergänzt werden, wenn bei der weiteren Entwicklung der Entladungen Raumladungen entstehen und wirken. Deswegen wird von der alten Theorie meist nicht nur die zeitliche Geschwindigkeit des Entladungsaufbaues, sondern auch die nach einer Zündung in der Regel erfolgende Absenkung der Elektrodenspannung falsch wiedergegeben³⁾.

¹⁾ Siehe z. B. das zusammenfassende Referat von W. Rogowski: Z. f. Phys. **100** (1936) S. 1; siehe auch R. Seeliger: Einführung in die Physik der Gasentladungen. Leipzig (1934) S. 99...117. — A. v. Engel u. M. Steenbeck: Elektrische Gasentladungen. Berlin (1934) **2** S. 175...198.

²⁾ Siehe z. B. W. O. Schumann: Elektrische Durchbruchfeldstärke von Gasen. Berlin (1923).

³⁾ In den Fällen, wo sie doch zu richtigen Ergebnissen kommt, wie etwa hinsichtlich des zeitlichen Verlaufes bei der Zündung von Glimmentladungen in der Nähe der minimalen Zündspannung, ist dieses richtige Ergebnis eigentlich mehr ein Zufall. In diesen Fällen heben sich nämlich die an sich auch hier vorliegenden Wirkungen der entstandenen Raumladungen in den verschiedenen Gebieten der Entladung in erster Näherung gerade gegenseitig auf.

Es ist nun interessant, daß eine die Zündung begünstigende Wirkung der positiven Raumladung der Ionen in verschiedenen Entladungen auf prinzipiell verschiedene Weisen zustande kommen kann. Bisher bekannt sind im wesentlichen zwei Möglichkeiten: Bei der Zündung eines Funkens oder einer Glimmentladung mit genügend großem Elektrodenabstand in einem einigermaßen homogenen Feld wird durch jede Feldverzerrung, gleichgültig, wodurch sie entstanden ist, und wie sie im einzelnen aussieht, eine Begünstigung der Elektronenionisierung bewirkt derart, daß jedes einzelne Elektron auf seinem Wege von der Kathode zur Anode mehr ionisierende Zusammenstöße ausführt als im unverzerrten homogenen Feld der Elektroden. Hier könnte eine Feldverzerrung mit ganz ähnlicher Wirkung auch durch negative Ionen hervorgerufen sein. — Prinzipiell dagegen an das positive Vorzeichen der Raumladung gebunden ist die begünstigende Wirkung einer Feldverzerrung bei der Zündung einer Glühkathodenentladung in verdünnten Metalldämpfen oder Edelgasen. Bei dieser Entladungsform erhöht die Anwesenheit einer positiven Raumladung zwar nicht die Ionisationsausbeute eines einzelnen Ions, wie bei der Zündung einer Entladung mit kalter Kathode im ersten Beispiel; aber die Raumladung gestattet viel mehr Elektronen den gleichzeitigen Austritt aus der Glühkathode in den Gasraum gegenüber dem Fall fehlender positiver Raumladung und ermöglicht auf diesem Wege ein außerordentlich rasches, sich selbst aufschaukelndes Anwachsen der Ionisation. Der Unterschied der beiden Raumladungswirkungen äußert sich z. B. darin, daß bei der Funkenzündung mit der Entladungsentwicklung gleichzeitig eine Absenkung der Elektrodenspannung verbunden ist, weil eben durch die Feldverzerrung die Ionisationsausbeute jedes einzelnen Elektrons verbessert wird, so daß es sich seine Nachfolger im verzerrten Feld schon mit geringerem Energieaufwand, also bei verminderter Elektrodenspannung schaffen kann. Im zweiten Beispiel dagegen wird durch die positive Raumladung unmittelbar nicht die Ionisationsausbeute des Einzelelektrons gesteigert, und deswegen tritt hier als unmittelbare Wirkung dieser Raumladung auch nicht eine Absenkung der Brennspannung unter die Zündspannung ein¹⁾.

Wir wollen nun in der folgenden Arbeit auf eine neue, dritte Möglichkeit aufmerksam machen, wie die positiven Ionen die Entwicklung einer Zündung begünstigen können: diese Möglichkeit ist verwirklicht bei der Zündung der Säule von Vakuumentladungen und hat mit dem ersten der obengenannten Beispiele gemein, daß sie die Ionisationsausbeute jedes Einzelelektrons erhöht und deshalb auch zu einer Herabsetzung der Brennspannung unter die Zündspannung führt; eine Verwandtschaft mit dem zweiten Fall liegt insofern vor, als die Begünstigung der Zündung an das positive Vorzeichen der Raumladung gebunden ist.

Außer in dem hier genannten Zusammenhang hat die Untersuchung des Zündvorganges in einer langen Säule heute noch ein besonderes Interesse deswegen, weil die neueren Arbeiten²⁾ über die Zündung von Funken gezeigt haben, daß die Funkenentwicklung von Anfang an sich in einem engen, langgestreckten Kanal abspielen kann, ohne daß, wie von allen weiter ausgebauten Theorien bisher angenommen wurde, die Entwicklung wenigstens in dem allerersten Anfang in ausgedehnter ebener

¹⁾ Daß — bei größeren Strömen — auch hier die Brennspannung merklich unter der Zündspannung liegen kann, ist vielmehr eine Folge weiterer Effekte, wie etwa stufenweiser Ionisierung oder des Energieaustausches vieler Elektronen untereinander in den sich ausbildenden Mikrofeldern.

²⁾ Schrifttum siehe z. B. in der Arbeit von R. Strigel: *Wiss. Veröff. Siemens-Werk* **XV**, 3 (1936) S. 1 und diese Arbeit selbst.

Front geschieht. Man wird sich also mehr als bisher mit solchen Entladungsentwicklungen zu befassen haben, die in seitlicher Richtung eine wesentliche Inhomogenität aufweisen.

II. Qualitative Beschreibung der Säulenzündung.

Wir denken uns für die folgenden Überlegungen ein Entladungsgefäß, das aus einem sehr langen Rohr von gleichmäßigem, kreisförmigem Querschnitt besteht, irgendwelche Elektroden als Anode und Kathode enthält und mit einem Edelgas oder Metaldampf von vermindertem Druck gefüllt ist. An den Elektroden soll eine Spannung liegen, die allmählich bis zur Zündung gesteigert wird. Uns interessiert die sich in der Säule im Augenblick des Zündbeginns einstellende Feldstärke. Diese Zündfeldstärke kann man etwa so messen, daß man den Zündversuch unter sonst konstant gehaltenen Bedingungen für verschiedene Elektrodenabstände ausführt: Bei genügend großer Säulenlänge, d. h. genügend kleinem Elektrodeneinfluß, muß dann die Zündspannung linear mit dem Elektrodenabstand zunehmen, und das Maß dieser Zunahme ist die Zündfeldstärke. Damit dieser lineare Zusammenhang zwischen Zündspannung und Elektrodenabstand wirklich auftreten kann, ist nur noch nötig, dafür zu sorgen, daß die Elektrodenspannung tatsächlich zur Ausbildung einer in Längsrichtung gleichbleibenden Feldstärke führt; das kann man sich etwa so erreicht denken, daß das Entladungsrohr aus einem Stoff von geringer, aber doch endlicher Leitfähigkeit besteht und mit seinen beiden Enden auf Anoden- bzw. Kathodenpotential gehalten wird¹⁾. Wenn wir zu Beginn der Zündung von allen sonstigen Raum- oder Oberflächenladungen absehen, erhalten wir ein langes zylindrisches Volumen einer homogenen Feldstärke.

Die Zündbedingung für eine solche Entladungsstrecke kann sicher nicht die alte Townsend-Schumannsche Forderung sein, daß ein Elektron auf seinem ganzen Weg von Kathode zu Anode eine gewisse Anzahl von ionisierenden Zusammenstößen ausführt: denn bei genügend langem Entladungsrohr, das wir ja gerade voraussetzen, kommt überhaupt kein einziges Elektron aus der Kathode bis zur Anode. Da nämlich die Elektronen auf ihrem Flug durch den Gasraum dauernd mit den neutralen Gasmolekeln zusammenstoßen, folgt ihre Flugbahn nicht einfach den Feldlinien. Vielmehr ist ihrer in Feldrichtung fortschreitenden Bewegung eine Art Brownscher Molekularbewegung überlagert, die um so heftiger ist, je größer die Fluggeschwindigkeit des Elektrons ist. Infolge dieser Brownschen Bewegung stößt jedes Elektron im Mittel nach einer endlichen Lebensdauer, deren Mittelwert wir mit τ bezeichnen, gegen die die Entladungsstrecke seitlich begrenzende Rohrwand und wird hier — wie wir in Übereinstimmung mit aller Erfahrung annehmen wollen — eingefangen und damit am Weiterwirken in der Entladungsstrecke gehindert²⁾. Durch genügend große Länge unseres Entladungsrohres können wir also bewirken, daß diese Zeit τ nur zur Zurücklegung eines kleinen Bruchteiles des Elektrodenabstandes ausreicht, und die bekannte Townsend-Schumannsche Zündbedingung wird hier offenbar sinnlos.

¹⁾ Auch die für technische Hochspannungsentladungen gelegentlich benutzte gleichmäßige Aufteilung des Potentialabfalls durch gesonderte, passend gesteuerte Wandbelegungen könnte hier angewandt sein. — Über die dabei auftretenden Wandladungen siehe z. B. F. Ollendorff und R. Seeliger: Phys. Z. **33** (1932) S. 577.

²⁾ Außer dieser Adsorption an der Wand sollen keine Trägerverluste zu berücksichtigen sein, insbesondere also nicht Volumen-Wiedervereinigung.

Da nun — für den ins Auge gefaßten Grenzfall sehr großer Säulenlänge — die Zündfeldstärke unabhängig von der Elektrodenbeschaffenheit sein muß, wollen wir uns nicht darum kümmern, wie sich bei der Zündung die Raumladungen in der Nähe der Elektroden entwickeln: wie das auch geschieht, eine Entladung kann erst einsetzen, wenn Elektronen, die das Kathodengebiet verlassen, durch die sehr lange Säule hindurch wirklich zur Anode hingelangen. Nun haben wir gerade überlegt, daß wir bei genügend langer Säule den Fall, daß ein Elektronenindividuum die ganze Säule durchfliegt, überhaupt ganz ausschließen können. Aber wir brauchen auch ja nicht zu fordern, daß ein bestimmtes Einzelelektron die lange Reise durch die ganze Säule hindurch zurücklegt, wenn nur die Ladung des Elektrons dies tut. Wenn wir nun die Forderung erfüllen, daß jedes Elektron während seiner Lebensdauer gerade einmal ionisiert, so darf das erste Elektron jeweils nach dieser Zeit von der Wand eingefangen werden: den Ladungstransport während des nächsten Zeitabschnittes τ übernimmt das Tochterelektron, in der darauf folgenden Zeitspanne τ das Enkelelektron usw. Für jedes Elektron, das am kathodenseitigen Ende in die Säule eintritt, tritt dann am anodenseitigen Ende ein — anderes — Elektron aus der Säule in die Anode über. Die Säule wirkt, genau wie bei einer stationär brennenden Entladung, als verlustfreie Verbindung zwischen dem anodenseitigen Ende des Kathodengebietes und der Anode, und wir können das kathodenseitige Ende der Säule direkt als Ersatzanode gegenüber dem Kathodengebiet auffassen, wobei sich dessen Aufbau nach irgendwelchen, uns hier nicht näher interessierenden Gesetzen vollzieht. Die Zündbedingung der Säule lautet also gerade so wie die Bedingung für das stationäre Bestehen einer schon ausgebildeten Säule: Jedes Elektron muß — im Mittel — während seines Aufenthaltes im Gasraum der Säule gerade einmal ionisieren.

Diese Gleichheit der Bedingungen für das Zünden und das Brennen einer Säule könnte zunächst zu der Ansicht führen, daß auch die Zündfeldstärke und die Brennfeldstärke einander gleich sein müßten. Daß das nun tatsächlich nicht der Fall ist, ist eine Folge der Feldverzerrung durch die positive Ionenraumladung. Wir haben uns oben bei der Ableitung der Zündbedingung nicht um die positiven Ionen gekümmert, die ja notwendig bei jeder Bildung eines Tochterelektrons im Gasraum mit entstehen müssen. Diese Ionen wandern im elektrischen Längsfeld auf die Kathode zu und führen dabei, genau wie die Elektronen, eine dieser Bewegung überlagerte Brownsche Molekularbewegung aus, die auch die Ionen nach einer gewissen Zeit an die Wand gelangen läßt. Aber wegen der weit größeren Ionenmasse ist die Bewegung viel langsamer als die Bewegung der Elektronen, so daß man wenigstens für die erste Zeit des Entladungsaufbaues in der Säule in Annäherung so rechnen kann, als ob die Ionen am Ort ihrer Entstehung im Gasraum liegen blieben. Es bildet sich also im Verlauf der Entladungsentwicklung im Gasraum eine positive Raumladung aus, während sich die Wand durch die eingefangenen Elektronen negativ auflädt. Diese negative Wandladung bleibt übrigens auch dann bestehen, wenn, wie eingangs angenommen, die Wand leitet, weil die negative Wandladung als Influenzladung der positiven Raumladung gebunden bleibt.

Es bildet sich also während des Entladungsaufbaues zu dem anfangs allein vorhandenen homogenen axialen Feld ein radiales Feld aus, das so gerichtet ist, daß es den Elektronen erschwert, an die Wand zu gelangen. Die Theorie der Brownschen Molekularbewegung zeigt nun, daß die Elektronen zwar gegen jedes Brems-

feld schließlich doch an die Wand kommen müssen; doch dauert das um so länger, je stärker das sie von der Wand zurücktreibende Feld ist. Das sich allmählich aufbauende Radialfeld hat also die Wirkung, daß die Lebensdauer der freien Elektronen zunimmt. Die Zündbedingung, daß jedes Elektron während seiner Lebensdauer gerade einmal ionisieren muß, bleibt aber auch bei Anwesenheit des Radialfeldes bestehen. Das Elektron kann sich jetzt für die Erzeugung seines Nachfolge-Elektrons aber mehr Zeit lassen als anfänglich im raumladungsfreien Feldbild. Es führt jetzt insgesamt mehr Stöße mit den neutralen Gasmolekülen aus; wenn nun nach wie vor nur einer dieser Stöße zur Ionisierung führen soll, braucht das Elektron jetzt im Mittel nur noch eine geringere kinetische Energie zu besitzen, die ihm bereits ein weniger starkes Längsfeld erteilen kann.

Arbeitet man mit einer nachgiebigen Spannungsquelle¹⁾, läßt man also die Längsfeldstärke und damit die kinetische Energie der Elektronen etwa in dem Maße abnehmen, wie es die anwachsende Lebensdauer der Elektronen gestattet, so tritt eine merkwürdige Wirkung der Ionenraumladung ein: Die Vergrößerung der Lebensdauer der Elektronen gestattete ja die Erfüllung der Zündbedingung auch bei Absenkung der kinetischen Energie der Elektronen. Umgekehrt hat nun diese Absenkung der kinetischen Energie der Elektronen von sich aus wieder eine weitere Erhöhung der Lebensdauer zur Folge, selbst ohne weitere Erhöhung der Ionenraumladung. Wenn nämlich bei konstant gehaltener Raumladung, also konstant bleibendem Radialfeld die kinetische Energie der Elektronen sinkt, so sinkt damit auch die Heftigkeit der Brownschen Molekularbewegung der Elektronen; diese Bewegung kann deswegen nicht mehr ebenso leicht wie vor Absenkung der kinetischen Energie der Elektronen gegen das bremsende radiale Feld die Elektronen an die Wand führen. Das ist gleichbedeutend mit einer Erhöhung der Lebensdauer der Elektronen und gibt also die Möglichkeit zu einer noch weiteren Absenkung der kinetischen Energie. Hier liegt also eine gegenseitige Steigerung von Ursache und Wirkung vor, die zu einem instabilen Kippen des Vorganges, d. h. zu einem sprunghaften Abfallen der Säulenfeldstärke führen kann, sobald die Raumladung einen kritischen Wert erreicht hat, der für eine gegebene Versuchsanordnung eine feste, berechenbare Größe ist²⁾.

III. Näherungsweise Durchführung der Theorie.

Wir berechnen zunächst ausschließlich die zur Zündung erforderliche mittlere kinetische Energie der Elektronen, die wir unter der — sicher nicht exakt zutreffenden — Annahme einer Maxwell-Verteilung³⁾ durch die Elektronentemperatur T_e charakterisieren. Der Zusammenhang zwischen Elektronentemperatur T_e und Feldstärke ist an sich rechnerisch einfach, doch fehlt uns hier vorläufig noch die genaue

¹⁾ Am einfachsten denke man dabei an eine genügend große Induktivität im äußeren Stromkreis.

²⁾ Es ist für die Wirkung der Raumladung auf die Weiterentwicklung der Entladung gleichgültig, ob diese Raumladung erst im Verlauf des Entladungsaufbaues entstanden ist, oder ob sie etwa als Restladung von einer früheren Entladung noch im Volumen verblieben ist. Diese Wirkung der Raumladung macht ohne weiteres verständlich, weswegen z. B. für die Spannungsfestigkeit von Gleichrichtern eine möglichst vollständige Entfernung der letzten Restladungen — die im wesentlichen aus positiven Ionen bestehen — von so entscheidender Bedeutung ist.

³⁾ D. Gábor (Vortrag auf der Physikertagung 1931 in Bad Elster, nicht veröffentlicht; siehe auch D. Gábor, Phys. Z. **34** (1933) S. 38 rechte Spalte Fußnote 1) hat gezeigt, daß ohne Berücksichtigung des Energieaustausches der Elektronen untereinander die Form der Wirkungsquerschnittskurve in Hg-Dampf den Elektronen im Feld eine Geschwindigkeitsverteilung geben muß, die der Maxwellschen sehr nahe kommt.

Kenntnis einer Konstanten z .¹⁾ Wir werden daher zum Schluß ein halbempirisches Verfahren zur Berechnung der Feldstärke aus der Elektronentemperatur angeben.

Die Zündbedingung, daß jedes Elektron während seiner mittleren Lebensdauer im Mittel gerade einmal ionisieren soll, wird in der Form

Mittlere Lebensdauer mal Anzahl von Ionisierungsvorgängen in der Zeiteinheit = 1
oder

$$\tau \cdot z = 1 \quad (1)$$

der Ausgang für eine Gleichung für die für die Zündung erforderliche Elektronentemperatur T_e , da sich sowohl τ als z einfach als Funktionen von T_e darstellen lassen²⁾. Die Anzahl z von Ionisierungsvorgängen in der Zeiteinheit wird durch Integration der Ionisierungsfunktion für Elektronen bekannter Geschwindigkeit über die Geschwindigkeitsverteilung der Elektronen erhalten und lautet³⁾:

$$z = 2a \frac{m p}{e \sqrt{\pi}} w^3 e^{-\frac{e V_j}{k T_e}} \left[1 + \frac{1}{2} \frac{e V_j}{k T_e} \right]. \quad (2)$$

Darin bedeutet m und e Masse und Ladung eines Elektrons, V_j die Ionisierungsspannung des Gases, a den Proportionalitätsfaktor zwischen differentialer Ionisierung und Überschuß der Elektronenenergie über die Ionisierungsspannung⁴⁾; w ist die mittlere thermische Elektronengeschwindigkeit gemäß $\frac{1}{2} m w^2 = \frac{3}{2} k T_e$ und p der Gasdruck.

Es bleibt also noch die mittlere Lebensdauer τ zu bestimmen. Diese Bestimmung ist einfach für die beiden Grenzfälle einer gerade beginnenden Zündung, wo Raumladungen noch gar nicht wirken, und einer bereits fertig ausgebildeten Entladung mit der stationären Raumladungsverteilung. In beiden Fällen kann man nämlich so rechnen, als ob die Bewegung der Ladungsträger zur Wand als reine Diffusionsbewegung erfolgte. Das ist ohne weiteres einleuchtend für den noch praktisch raumladungsfreien Fall des Zündbeginns; auch die Raumladungseinwirkung auf die Trägerbewegung im zweiten Fall läßt sich aber, wie W. Schottky⁵⁾ zeigte, in das Diffusionsgesetz einbeziehen, wenn man, statt mit dem Elektronendiffusionskoeffizienten, mit einem passend definierten ambipolaren Diffusionskoeffizienten rechnet. Sei D der jeweils wirksame Diffusionskoeffizient, so wird die mittlere Lebensdauer⁶⁾

$$\tau = 1/D \cdot R^2/(2,4088)^2, \quad (3)$$

worin R den Halbmesser des die Säule begrenzenden Rohres bedeutet. Für den Fall des Zündbeginns, wo D den Elektronendiffusionskoeffizienten ($= D_e$) bedeutet, kann man für D den gaskinetischen Wert⁷⁾

$$D_e = \frac{1}{3} \lambda \cdot w = \frac{1}{3} \lambda_1/p \cdot w \quad (4)$$

¹⁾ Siehe A. v. Engel u. M. Steenbeck: *Wiss. Veröff. Siemens-Werk.* **XV**, 3 (1936) S. 42 und G. Mierdel u. W. Schmalenberg: ebenda S. 60.

²⁾ Diese Gleichung ist völlig analog der für die Berechnung der Elektronentemperatur bei brennender Entladung aufstellbaren, die zu einer quantitativ hervorragend genauen Bestätigung der Schottky'schen Säulentheorie geführt hat.

³⁾ Siehe A. v. Engel u. M. Steenbeck: *Elektrische Gasentladungen* **1** S. 89. Berlin (1932).

⁴⁾ A. v. Engel u. M. Steenbeck: a. a. O. S. 38; die dort in Tabelle 4 angegebenen Werte sind, um im hier benutzten elektrostatischen System zu gelten, mit 300 malzunehmen.

⁵⁾ W. Schottky: *Physik. Z.* **25** (1924) S. 342 u. 635.

⁶⁾ E. Spenke u. M. Steenbeck: *Wiss. Veröff. Siemens-Werk.* **XV**, 2 (1936) S. 18.

⁷⁾ Siehe z. B. A. v. Engel u. M. Steenbeck: a. a. O. S. 176.

einsetzen¹⁾ und erhält so mit Berücksichtigung von (1), (2), (3) und (4) die Gleichung

$$\frac{12 \alpha V_j}{(2,4088)^2 \sqrt{\pi} \cdot \lambda_1} (R \cdot p)^2 \cdot \left[\frac{k T_e}{e V_j} + \frac{1}{2} \right] \cdot e^{-\frac{e V_j}{k T_e}} = 1 \quad (5)$$

für die zur Zündung aus dem raumladungsfreien Anfangszustand erforderliche Elektronentemperatur T_e .

Wenn nun bei etwas fortgeschrittener Zündung bereits schwache positive Raumladungen im Entladungsvolumen entstanden sind, und ein radiales Potentialfeld $U = f(r)$ vorliegt, so ist die Aufenthaltswahrscheinlichkeit der Elektronen entsprechend der Boltzmannschen Verteilung gegenüber dem raumladungsfreien Fall in dem Sinn geändert, daß sich am Rand weniger und in der Mitte mehr Elektronen befinden. Nun sind die Elektronenverluste zur Wand der Elektronenkonzentration an der Wand und damit der Aufenthaltswahrscheinlichkeit in unmittelbarer Wandnähe direkt proportional. Die mittlere Lebensdauer, die den Verlusten umgekehrt proportional ist, ergibt sich somit auch umgekehrt proportional zur Aufenthaltswahrscheinlichkeit in Wandnähe. Diese Aufenthaltswahrscheinlichkeit ist also zunächst als Funktion der Raumladungsmenge zu berechnen.

Dazu müssen wir eine Annahme treffen über die radiale Dichteverteilung der positiven Raumladung; denn eine Ausrechnung dieser Verteilung aus den an sich leicht aufstellbaren Differentialgleichungen scheint vorläufig aussichtslos. Wenn wir nur eine ungefähre Abschätzung der Raumladungswirkung beabsichtigen, werden wir sicher mit einer homogenen Dichteverteilung auskommen, die den Vorzug größter mathematischer Einfachheit bietet, darüber hinaus sich aber auch physikalisch rechtfertigen läßt. Zu Beginn des Zündvorganges bzw. bei so schwachen Strömen, daß die Raumladungsfelder in erster Näherung noch vernachlässigt werden können, sind die Differentialgleichungen lösbar und geben ein Maximum der Ionenkonzentration in der Achse; dagegen findet sich in der fertig gezündeten Entladung die größte Raumladungsdichte am Rand. Während der Zündung wird also eine der homogenen Raumladungsverteilung ähnliche Verteilung sicher einmal durchlaufen. — Wenn wir annehmen, daß eine Ladungsmenge q je Längeneinheit der Säule homogen über deren Querschnitt verteilt ist, wird der radiale Potentialverlauf, der sich durch zweimalige Integration der Poissonschen Raumladungsgleichung ergibt:

$$U(r) = q \cdot r^2 / R^2. \quad (6)$$

Sei $W(r)$ die Aufenthaltswahrscheinlichkeit für den Achsenabstand r , so gilt nach L. Boltzmann

$$W(r) = W(0) \cdot e^{-\frac{eU(r)}{kT_e}} = W(0) \cdot e^{-\frac{e q}{k T_e} \cdot \frac{r^2}{R^2}}, \quad (7)$$

wobei die noch offene Aufenthaltswahrscheinlichkeit $W(0)$ für $r = 0$ sich durch Integration von (7) über den ganzen Querschnitt ergibt. Dieses Integral nämlich muß als Gesamtaufenthaltswahrscheinlichkeit für irgendeinen Ort des Querschnitts gleich Eins sein. Die Durchführung der Rechnung zeigt, daß sich durch die Anwesenheit einer positiven Raumladung q die Aufenthaltswahrscheinlichkeit für das

Randgebiet ($r = R$) um den Faktor $\frac{e q}{k T_e} \cdot \frac{e^{-\frac{e q}{k T_e}}}{1 - e^{-\frac{e q}{k T_e}}}$ gegenüber dem raumladungsfreien

¹⁾ λ_1 ist die freie Weglänge der Elektronen beim Druck $p = 1$.

Fall verringert; um das Reziproke dieses Wertes wird also die Lebensdauer vergrößert. Mit (3) und (4) erhalten wir somit für die Lebensdauer selbst den Wert

$$\tau = \frac{3}{(2,4088)^2} \frac{1}{\lambda_1 \cdot w} \cdot \frac{k T_e}{e q} \left[e^{+\frac{e q}{k T_e}} - 1 \right] \cdot R^2 \cdot p. \quad (8)$$

(1), (2) und (8) ergeben somit die Bedingungsgleichung für die zur Aufrechterhaltung der Entladung gerade nötige Elektronentemperatur

$$\frac{12 a V_j}{(2,4088)^2 \sqrt{\pi} \lambda_1} (R \cdot p)^2 \cdot \frac{k T_e}{e V_j} \cdot \frac{k T_e}{e q} \left[1 + \frac{1}{2} \frac{e V_j}{k T} \right] \cdot e^{-\frac{e V_j}{k T_e}} \left[e^{\frac{e q}{k T_e}} - 1 \right] = 1. \quad (9)$$

Mit den Abkürzungen

„bezogene“ Elektronentemperatur $x = \frac{k}{e V_j} \cdot T_e,$ (10a)

„bezogene“ Raumladungsmenge $y = \frac{1}{V_j} \cdot q,$ (10b)

„bezogener“ Halbmesser¹⁾ $A = \frac{2}{2,4088} \sqrt{\frac{3 a V_j}{\sqrt{\pi} \cdot \lambda_1}} \cdot R \cdot p$ (10c)

erhält (9) die einfachere Form

$$A^2 \cdot \left[x^2 + \frac{x}{2} \right] \cdot \left[e^{\frac{y-1}{x}} - e^{-\frac{1}{x}} \right] = y, \quad (11)$$

die sich numerisch auswerten läßt; das Ergebnis zeigt Bild 1.

Für den Fall fehlender Raumladungen ($y = 0$) geht (11) natürlich in (5) über. In Bild 1 ist die Gleichung (11) außer für $y = 0$ noch für $y = 1; 1,5; 2; 5; 10$ ausgewertet. Verfolgt man diese Kurven für $y = \text{const} > 1$, so findet man, daß sie mit steigendem Halbmesser A immer steiler werden und schließlich eine senkrechte Tangente ergeben, was bei um so kleineren A -Werten erreicht wird, je höher die Raumladung y ist. Die Bedeutung dieser Gebiete für die Zündung haben wir schon im Abschnitt II angedeutet: es sind die Zustände, in denen eine infinitesimal kleine Steigerung der

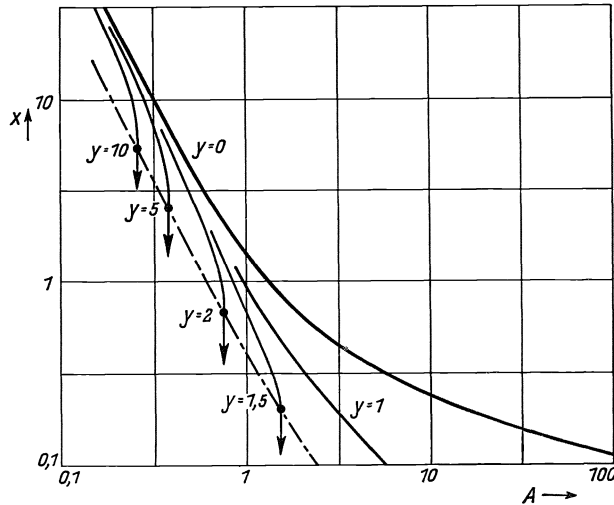


Bild 1. Zusammenhang zwischen der (bezogenen) Elektronentemperatur x , die gerade zur Zündung führt, und dem (bezogenen) Rohrhalmmesser A , für verschiedene (bezogene) positive Überschußraumladungen y . [Graphische Darstellung der Gl. (11).] Gestrichelte Kurve Kippgrenze.

Raumladungsmenge y eine endliche Absenkung der Elektronentemperatur bewirkt; es sind also die zum sprunghaften Absenken der Feldstärke gehörenden Kippwerte

¹⁾ Der Zweck der „bezogenen“ Größen ist, eine einmalige Durchführung der Rechnung auf alle Anordnungen direkt übertragen zu können. Die Elektronentemperatur, die man in bekannter Weise in Volt messen kann, wird auf die Ionisierungsspannung bezogen. Die in der Säule je Längeneinheit verteilte Ladungsmenge, die ja die Dimension einer Spannung hat, wird ebenfalls auf die Ionisierungsspannung bezogen. Die jeweilige Versuchsanordnung steckt im bezogenen Halbmesser, der außer Druck und geometrischen Abmessungen alle eingehenden Gaskonstanten enthält.

von Raumladungsmenge y_k und Elektronentemperatur x_k , die sich als Funktion des Radius A ausrechnen lassen. Das geht am einfachsten, wenn man in (11) bei konstantem A die Größe y nach x differenziert und den Differentialquotienten $dy/dx = 0$ setzt. Die so erhaltene weitere Beziehung zwischen x_k , y_k und A gestattet mit (11) zusammen die Ausrechnung von x_k und y_k als Funktion von A . Die Kippzustände liegen im Schaubild des Bildes 1 auf der strichpunktierten Linie;

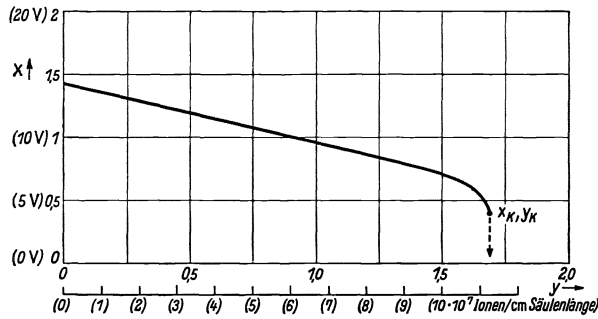


Bild 2. Absenkung der (bezogenen) Elektronentemperatur x , die gerade zur Zündung führt, mit steigender (bezogener) positiver Überschußraumladung y . Beispiel gerechnet für den (bezogenen) Rohrradius $A = 1$. (Die eingeklammerten Maßstäbe beziehen sich auf Hg-Dampf bei $R \cdot p = 3 \cdot 10^{-2} \text{ cm} \cdot \text{Torr}$.)

ist dieser Zustand im Verlauf der Zündung erst einmal erreicht, so erfolgt dann eine sprunghafte weitere Absenkung von Elektronentemperatur und Feldstärke. Bild 2 soll das an einem numerisch für $A = 1$ gelten den Beispiel veranschaulichen. Zur Erzeugung einer Entladung aus dem raumladungsfreien Anfangszustand ist eine Elektronentemperatur von $x = 1,42$ notwendig. In dem Maße, wie mit der Steigerung der Entladungsstromstärke während der Entladungsentwicklung die Raumladung y zunimmt, fällt die Elektro-

nentemperatur x . Dieses Absinken von x geht mit zunehmender Steilheit vor sich, bis beim Erreichen des Kippwertepaares x_k , y_k die Entladung umschlägt und die Zündung praktisch beendet ist. Bild 3 zeigt die Kippwerte x_k und y_k abhängig vom Radius A .

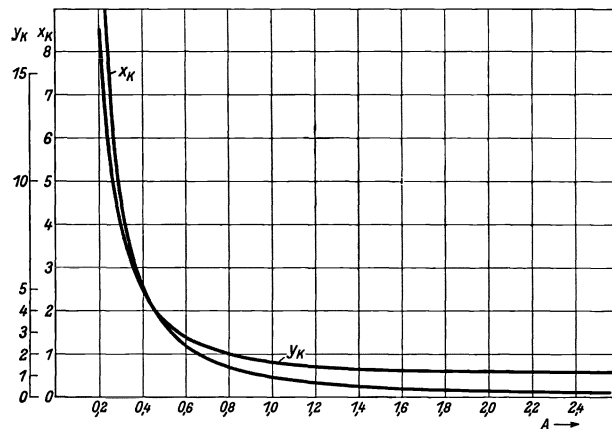


Bild 3. Kippwerte für die (bezogene) Elektronentemperatur x_k und die (bezogene) Raumladungsmenge y_k , abhängig vom (bezogenen) Rohrradius A .

nentemperatur x . Dieses Absinken von x geht mit zunehmender Steilheit vor sich, bis beim Erreichen des Kippwertepaares x_k , y_k die Entladung umschlägt und die Zündung praktisch beendet ist. Bild 3 zeigt die Kippwerte x_k und y_k abhängig vom Radius A . Wenn wir Aussagen für das Verhalten einer wirklichen Entladungsstrecke machen wollen, müssen wir über die Gleichungen (10 a, b, c) die bezogenen Größen wieder durch die wirklichen Werte von Elektronentemperatur, Raumladungsmenge und Abmessungen des Entladungsgefäßes ersetzen. Die Bedeutung des Bildes 2 für eine Hg-Entladung in nicht bezogenen Größen ist in einem zweiten Maßstab an Abszisse und Ordinate mit angegeben; bereits eine Raumladung von etwa 10^8 Ionen auf dem Zentimeter Säulenlänge — das sind bei den gewöhnlichen Querschnitten von Hg-Dampfentladungsstrecken Trägerdichten von einigen $10^8/\text{cm}^3$ — führt hier (bei $R \cdot p = 3 \cdot 10^{-2} \text{ cm} \cdot \text{Torr}$) zu einem Zusammenbrechen der Spannungsfestigkeit in der Säule. Ebenfalls numerisch für Hg-Entladungen gilt das Bild 4, das im wesentlichen eine Übersetzung des Bildes 1 in nicht bezogene Größen darstellt. Mit eingezeichnet ist hier nur noch die zum stationären Erhalten einer bereits ausgebildeten Entladung nötige Elektronentempera-

tur¹⁾, wie man sie erhält, wenn man in (3) statt des Elektronendiffusionskoeffizienten den ambipolaren Diffusionskoeffizienten einsetzt.

Dieses letzte Bild setzt uns nun instand, zu den hier allein berechneten Elektronentemperaturen auch die Zündfeldstärken selbst zu bestimmen, wenn nur die Brennfeldstärken

in dem ganzen $R \cdot p$ -Bereich gemessen sind: Da zur Erzeugung gleicher Elektronentemperaturen jedenfalls gleiche E/p -Werte — E sei die Feldstärke — nötig sind, ist die Zündfeldstärke für irgendeinen $R \cdot p$ -Wert und damit irgendeinen Wert der Elektronentemperatur auf der „Zündkurve“ ebenso groß wie die Brennfeldstärke desjenigen (anderen) $R \cdot p$ -Wertes, zu dem die gleiche Elektronentemperatur auf der „Brennkurve“ gehört.

Da nun die „Zündkurve“ und die „Brennkurve“ in Abszissenrichtung für Hg-Dampf etwa um den Faktor 20 gegeneinander verschoben sind, folgt, daß die Zündfeldstärke etwa ebenso groß ist wie die Brennfeldstärke eines Rohres mit zwanzigmal kleinerem Radius, gleichen Druck in beiden Rohren vorausgesetzt. — Da die Zündfeldstärke gleichzeitig der Grenzfall der Brennfeldstärke für $i \rightarrow 0$ ist, wird in einer anderen Arbeit dieses Heftes²⁾ der Verlauf dieser Feldstärke mit der für sehr kleine Ströme gemessenen Brennfeldstärke verglichen werden; an dieser Stelle soll daher auf den ohnehin erst in beschränktem Umfang möglichen Vergleich mit der Erfahrung nicht weiter eingegangen werden.

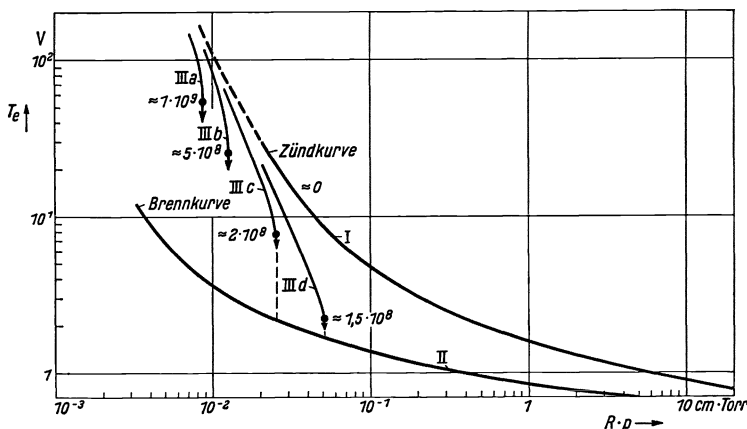


Bild 4. Hg-Dampf.

Kurve I: Zündtemperatur der Elektronen, abhängig vom Produkt aus Druck p und Rohrradius R , ohne Raumladungen. Kurve II: Brenntemperatur der Elektronen, abhängig von $R \cdot p$. Kurven III a · · · d: Zündtemperaturen der Elektronen, abhängig von $R \cdot p$, für verschieden hohe Restionenmengen (Parameter: Ionenzahl je cm Säulenlänge). \downarrow = Kippunkt.

Zusammenfassung.

Die Feldverzerrung durch positive Ionen führt bei der Zündung der Säule einer Vakuumentladung zu einer Begünstigung des weiteren Zündverlaufes, ähnlich wie bei der Zündung von Funken oder Glimmentladungen, jedoch mit einem gänzlich anderen Mechanismus. Die Elektronentemperaturen, die zur Zündung nötig sind, lassen sich ausrechnen; die Zündfeldstärken sind in Hg-Dampf etwa so groß wie die Brennfeldstärken bei einem Rohr mit einem 20mal so kleinem Halbmesser. Bereits sehr geringe Raumladungen von der Größenordnung 10^8 Ionen auf jedem Zentimeter Säulenlänge reichen aus, um die Zündfeldstärke weitgehend zusammenbrechen zu lassen.

¹⁾ Diese Elektronentemperatur ist in ausgezeichneter Übereinstimmung mit den Messungen bei Entladungströmen von etwa 10 mA. Über die Gründe siehe A. v. Engel u. M. Steenbeck: Wiss. Veröff. Siemens-Werk, **XV**, 3 (1936) S. 48 und G. Mierdel u. W. Schmalenberg: ebenda S. 60.

²⁾ G. Mierdel u. W. Schmalenberg: ebenda S. 60.

Eine Prüfung der Trägergesetze für den Quecksilberdampf-Gleichrichterbogen.

Von Alfred von Engel und Max Steenbeck.

Mit 21 Bildern.

Mitteilung aus dem Siemens-Röhren-Werk zu Siemensstadt.

Eingegangen am 22. Oktober 1936.

Inhaltsübersicht.

- | | |
|-----------------------|---|
| 1. Einleitung. | 4. Auswertung der Messungen. |
| 2. Versuchsanordnung. | a) Prüfung der Elektronenbeweglichkeitsgesetze. |
| 3. Meßergebnisse. | b) Prüfung der Elektronentemperaturgesetze. |
| | Zusammenfassung. |

1. Einleitung.

Von allen Vakuumbogenentladungen ist der Quecksilberdampfbogen wegen seiner in der Technik vorherrschenden Bedeutung wohl am häufigsten untersucht worden. So sind denn auch die Eigenschaften seiner Säule in neuerer Zeit mit Hilfe stromführender Sonden gemessen worden, nachdem I. Langmuir durch seine klassischen Arbeiten die von ihm aufgestellten Sondengesetze geprüft und daran anschließend den Begriff des Plasmas eingeführt hat. Während die ersten Sondenmessungen im wesentlichen den Zweck verfolgten, die Sonde als Meßorgan zu studieren, die Sonden­theorie zu verfeinern und die Fehler und Grenzen dieses Verfahrens¹⁾ festzustellen,

¹⁾ R. Seeliger: Physik. Z. **30** (1929) S. 527. (Verbindung der Theorie der Langmuir-Entladung und der Glimmentladung.) — R. Seeliger u. H. Straehler: Physik. Z. **30** (1929) S. 929. (Übergang der Sondenentladung in die selbständige Entladung durch genügend negative Sondenpotentiale wird spektroskopisch bzw. durch Dunkelraumdickenmessungen in Neon und Helium mit Hg und H₂ als Testgasen verfolgt.) — W. Kovalenko, D. Rozansky u. L. Sena: Z. techn. Phys. Sowjet-Union **1** (1934) S. 9. (In einer Glühkathoden-Hg-Dampf-Entladung wird als Ursache der Verzerrung der Sonden­kennlinien der gerichtete Elektronenstrom und der positive Ionenstrom festgestellt. Ionentemperatur $\leq 10\%$ Elektronentemperatur.) — R. H. Sloane u. K. G. Emeleus: Physic. Rev. **44** (1933) S. 334. (Sonden­messungen im Ar-Niedervoltbogen ergeben zu kleine Elektronenkonzentrationen bei kurzen Sonden wegen Unterdrückung der langsamen Elektronen infolge negativer Wadladung an Sonden­träger und Wand; wichtig für $p \cong 1$ Torr.) — S. D. Gvosdover: Physic. Rev. **43** (1933) S. 146. (Kennlinien parallel und senkrecht zur Achse einer Hg-Dampf-Entladung gestellter ebener Sonden unterscheiden sich voneinander bei stark negativem Potential sowie in der Nähe der Elektronenstromsättigung. Erklärung durch Sekundäremission und Reflexion. Ionenschichtdicke kathodenseitig kleiner.) — R. H. Sloane u. E. I. R. Mac Gregor: Philos. Mag. **18** (1934) S. 193. (Elektronengeschwindigkeitsverteilung wird aus zweiter Ableitung der Sonden­kennlinie bestimmt; ein Maß ist der Zusatzgleichstrom, der bei Überlagerung einer Wechselspannung über die Sonden­gleichspannung auftritt. Am Hg-Dampf-Niedervoltbogen geprüft.) — D. v. Oettingen: Ann. Physik **19** (1934) S. 513. (Die Stickstoffglimmentladung wird mittels einer „gerichteten“, also einseitig abgedeckten drehbaren ebenen Sonde vermessen. Elektronentemperatur unabhängig, Raumpotential und Elektronenkonzentration abhängig von Sonden­stellung gefunden, gedeutet als Wirkung der Elektronendrift.) — E. F. Buchmann: Z. techn. Physik **15** (1934) S. 180...186. (In der Säule einer Ar-Glühkathodenentladung von 30 mTorr reicht die Sonden­raumladungszone weiter

ist in jüngster Zeit eine Reihe von Arbeiten bekanntgeworden, die diese Sonde tatsächlich als Meßinstrument zur Erforschung der Entladung selbst verwenden¹⁾.

Aus dem uns interessierenden Gebiet des Quecksilberdampfbogens sind es dabei insbesondere die Untersuchungen von J. Kömmnick und E. Lübcke²⁾, die mit einer axial verschiebbaren Sonde eine in einem 12 cm weiten Rohr brennende Gleichstromladung von 10 A bei Dampfdrücken zwischen 0,04 und 16 mTorr gemessen haben. Sie fanden in der Säule Elektronentemperaturen äquivalent 5 bis 1 V, Elektronenkonzentrationen von $4 \cdot 10^{10}$ bis $5 \cdot 10^{11}/\text{cm}^3$ und Feldstärken von etwa 5 bis $8 \cdot 10^{-2}$ V/cm. Aus den hohen positiven Ionendichten schlossen sie auf die Existenz negativer Quecksilberionen, die später auch massenspektrographisch nachgewiesen wurden. E. S. Lamar und K. T. Compton³⁾ haben den Bogen bei 4 und 11 A mit beweglichen Sonden untersucht und fanden im Abstände von 0,4 bis 1,7 cm über der Kathode Elektronentemperaturen von 1,4 bis 0,7 V, Elektronenkonzentrationen von $3 \cdot 10^{11}$ bis $2 \cdot 10^{13}/\text{cm}^3$ und Feldstärken von unter 0,15 V/cm. D. R. Kasnakow⁴⁾ arbeitete ebenfalls mit verschiebbarer Sonde, um die Trägerverhältnisse bis in den Dampfdom von Gleichrichtern zu verfolgen. Er findet auch im nicht stromführenden Teil des Plasmas Elektronentemperaturen von etwa 1 V, axiale Feldstärken um 0,2 V/cm und eine mit $\exp(\text{constans}/\text{Abstand})$ vom Kathodenfleck nach dem Dom hin abnehmende Elektronenkonzentration. An einer Gleichrichterentladung

als theoretisch erwartet, was mit den störenden Elektronenreflexionen die Bestimmung der Elektronenkonzentration um den Faktor $\pm 1,8$ die Ionentemperatur um ± 5 unsicher macht.) — J. Johannesson: Diss. Univ. Berlin (1934). (Torsions-Sonde.) — W. Molthan: Z. Physik **98** (1935) S. 227. (Aus der Aufheizung einer negativen Sonde in einer Glühkathodenentladung in Ar bzw. Hg-Dampf wird der Akkommodationskoeffizient von Quecksilberionen gegenüber Kohlenstoff erschlossen.) — W. Dennecke u. E. Lübcke: Physik. Z. **37** (1936) S. 347; W. Dennecke: Ann. Physik **27** (1936) S. 597. (Einfluß negativer Ladungen an Sondenträger und Wand auf Sondenkennlinien in Hg-Entladung. Kurze Sonden geben zu hohe Elektronentemperatur, längere ergeben geknickte halblogarithmische Gerade, bei der die kleinere Elektronentemperatur die richtige ist.) — R. Seeliger: Physik der Gasentladungen. 2. Aufl. S. 274. Leipzig (1934). — A. v. Engel u. M. Steenbeck: Elektrische Gasentladungen **2**, S. 37. Berlin (1934).

¹⁾ J. L. Spencer-Smith: Philos. Mag. **19** (1935) S. 806. (In einer Glimmentladung zwischen Nickelelektroden in Joddampf wird durch Sondenmessungen der Anteil freier Elektronen zu 1% der negativer Ionen, bei Zumischung von Helium eine entsprechende Abnahme der Konzentration negativer Ionen gefunden.) — K. Sommermeyer: Z. Physik **90** (1934) S. 232. (In einer Neonsäule wird durch Sondenmessung zwischen 10 und 80 Torr bei $R = 2,5$ cm und 0,8 A die Elektronentemperatur etwa doppelt so hoch gemessen wie berechnet.) — H. B. Dorgelo, H. Altling u. C. J. Boers: Physica **2** (1935) S. 959. (Elektronentemperaturmessungen in Ne-Ar- und Ne-Hg-Säulen bei 1,5 bis 2 A, $R = 1,5$ cm, abhängig vom Mischungsverhältnis und Deutung von Abhängigkeitsanomalien durch Kataphorese, durch die in der Sondenumgebung eine Dichtesenkung erfolgt.) — G. Spiwak u. E. Reichrudel: Physica **3** (1936) S. 301. (In einer Ne- bzw. Ne-Ar-Entladung steigt die Elektronentemperatur in der Säule auf das Doppelte, wenn diese der Strahlung einer gleichen benachbarten Entladung ausgesetzt wird wegen Entregung der metastabilen Atome, also Ionisierungerschwerung.) — F. L. Arnot u. J. C. Milligan: Proc. Roy. Soc., Lond. A **156** (1936) S. 538; desgl. Nature, Lond. **138** (1936) S. 162. (Bildung negativer Ionen in einer Hg-Entladung soll durch Aufnahme zweier Elektronen seitens des an negativ geladener Oberfläche treffenden positiven Ions erfolgen, wobei 10 Volt-Ionen mit der Wahrscheinlichkeit $2 \cdot 10^{-5}$ umgeladen werden. Der Akkommodationskoeffizient ist bei Wolfram und 2200° K etwa 0,99.) — K. Siebertz: Z. Physik **101** (1936) S. 255; desgl. Ann. Physik **27** (1936) S. 421. (Die Ne-Hg-Dampf-Säule erfährt bei Steigerung der Dampfichte Feldstärkensenkung, wobei die durchweg absinkende Elektronentemperatur bei Dampfdrücken in der Nähe dieses Feldstärkeabfalles ein Maximum durchläuft.) — H. H. Paul: Z. Physik **97** (1935) S. 330. (Sondenmessungen in der Säule einer H₂-Glimmentladung [$R \approx 1$ cm, $p \approx 0,6$ Torr] zur Aufklärung der Vorgänge bei der Schichtbildung.)

²⁾ J. Kömmnick u. E. Lübcke: Physik. Z. **33** (1932) S. 215; J. Kömmnick: Ann. Physik (5) **15** (1932) S. 273.

³⁾ E. S. Lamar u. K. T. Compton: Physic. Rev. **37** (1931) S. 1069.

⁴⁾ D. R. Kasnakow: Phys. Z. Sowjet-Union **8** (1935) S. 119; s. a. R. H. Randall u. H. W. Webb: Physic. Rev. **48** (1935) S. 544 (Lit.!).

mit Glühkathode sind Sondenmessungen von W. Koch¹⁾ ausgeführt worden. Die in die Säule eintauchenden feststehenden Sonden waren am Rande bzw. im Innern eines um die Anode liegenden sich frei aufladenden metallischen Schutzzylinders ($r = 2,5$ cm) angebracht. Der Dampfdruck im Entladungsrohr wurde durch Heizung eines Quecksilbervorrates geregelt. Aufgenommen wurde mit dauernd eingeschalteten Sonden der zeitliche Verlauf des Sondenstromes für verschiedene Sondengleichspannungen. Die Elektronentemperatur sowie das Raumpotential sind zu Beginn und Ende der Halbwelle höher als während der Brennzeit. Bei Scheitelströmen von 100 A und Dampfdrucken von 10 mTorr werden Elektronentemperaturen unter 1 V und Feldstärken von etwa 0,2 V/cm beobachtet. Der Sondenstrom hat zu Beginn und Ende der Arbeitsperiode eine Spitze, deren Druckabhängigkeit und Entstehung noch ungeklärt ist.

In all diesen Arbeiten wird also jeweils nur ein Teil der die Entladung charakterisierenden Größen, wie etwa die Elektronentemperatur, die Trägerkonzentration, die Feldstärke usw. bestimmt. Das erschwert eine saubere Prüfung des zwischen diesen Kenngrößen bestehenden Zusammenhanges, für den unsere heutigen Anschauungen von den Entladungsvorgängen ganz bestimmte formelmäßig leicht faßbare Aussagen ergeben. Dieser Aufgabe hat sich T. J. Kilian²⁾ teilweise angenommen. Er mißt für einen einzigen Gleichstromwert (5 A) in einer Quecksilberdampfsäule ($r = 3$ cm) bei 0,3 bis 7 mTorr Elektronentemperaturen entsprechend 3,3 bis 1,7 V und findet die mittleren freien Elektronenweglängen ziemlich übereinstimmend mit den theoretischen Erwartungen. Diese Sondenmessungen geben weiterhin Unterlagen für die Trägerbilanz; insbesondere entsprechen die durch die Temperaturbewegung der Elektronen neugeschaffene Anzahl von Ionenpaaren der Rechnung.

Wir haben an derselben Entladung weitergehend alle wesentlichen Größen bestimmt, wobei aus Gründen technischen Interesses die Niederdrucksäule eines Quecksilberdampf-Glasgleichrichters als Untersuchungsobjekt diente. Dabei wurde sowohl die stationäre Gleichstromentladung als auch der pulsierende Gleichrichterbogen durchgemessen.

2. Versuchsanordnung.

Als Versuchsgefäß verwendeten wir einen 3poligen Glasgleichrichter mit 2 Erregeranoden und 3 Hauptanoden aus Graphit, die in geraden Armen eingebaut waren. Der Kolben besaß einen Dampfdruck von etwa 10 l Inhalt. Der kathodische Ansatz des Bogens wird durch ein amalgamiertes Molybdänblech, das aus dem Quecksilber um ein geringes herausragt, festgehalten. Das Gefäß wurde in der üblichen Weise entgast und ausgeheizt. Die Versuche wurden zum Teil mit abgeschmolzenem, zum Teil mit an der Pumpe befindlichem Kolben vorgenommen. Beim Betrieb mit höheren Strömen war die Anwendung zusätzlicher Luftkühlung erforderlich.

Der Gleichrichter wurde von Wechsel- bzw. Drehspannung (≈ 130 V, 50 Hz) gespeist, wobei im Gleichstromkreis ausschließlich Ohmsche Last angewandt wurde. Einige Versuche wurden auch mit an 220 V-Gleichspannung angeschlossenen Anoden ausgeführt. Bei Wechselstrommessungen wurde der zeitliche Verlauf des Anodenstromes außer mittels Gleichstrominstrumenten (stroboskopisches Verfahren, s. u.),

¹⁾ W. Koch: Z. techn. Physik **16** (1935) S. 461.

²⁾ T. J. Kilian; Physic. Rev. **35** (1930) S. 1238.

stichprobenweise auch oszillographisch, gemessen, da es sich bei unserer Untersuchung um eine möglichst genaue Erfassung der Momentanwerte des Stromes handelt. Im allgemeinen wurden die Anoden mit gleicher Stromstärke betrieben; doch konnte der Meßarm (s. u.) auch mit einer von den übrigen Anodenströmen verschiedenen Stromstärke belastet werden. Letzteres wurde dann angewandt, wenn eine Änderung des mittleren Dampfdruckes bei festgehaltenem Strom im Meßarm erwünscht war. Der mittlere Dampfdruck — im wesentlichen gegeben durch den gesamten Kathodenstrom — wurde durch Messung der Temperatur an der Außenwand des Kondensationsraumes (Kondensationsgrenze) mit Thermoelement oder Thermometer ermittelt; bei luftgekühltem Kolben war durch Einhüllen des Thermometers dafür gesorgt, daß an der Meßstelle keine nennenswerte Temperaturänderung auftrat, die sich dort als Abweichung der Form der Kondensationsgrenzlinie längs des Gefäßumfanges gezeigt hätte. Zwecks Bestimmung der Gastemperatur im Anodenarm wurde die Temperatur der äußeren Glaswand mit Thermoelement gemessen.

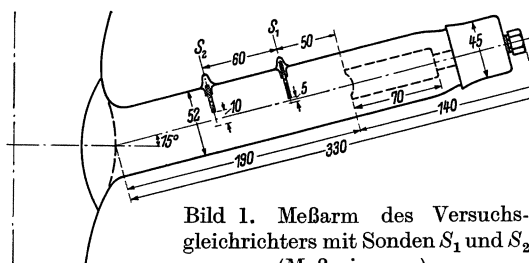


Bild 1. Meßarm des Versuchsgleichrichters mit Sonden S_1 und S_2 (Maße in mm).

In einem der unter sich gleichen Anodenarme waren zwei Sonden eingebaut. Bild 1 zeigt maßstäblich die Anordnung in diesem Meßarm. Die Sonden S_1 und S_2 bestanden aus 0,3 mm dicken Wolframdrähten, über die Quarzröhrchen geschmolzen waren. Die Mitte des 5 bzw. 10 mm langen Sondendrahtes lag jeweils in der Achse des Anodenarmes.

Mittels der Sonden sollte die Elektronentemperatur, das Raumpotential, die Elektronenkonzentration und die Feldstärke in der Säule abhängig vom Augenblickswert des Stromes unter den verschiedenen Arbeitsbedingungen festgestellt werden. Hierfür wurde eine stroboskopische Methode verwendet: Die Sonde wird durch einen Synchronschalter während einer gegenüber der Arbeitsperiode des Anodenstromes kurzen Zeit eingeschaltet. Dieser Zeitausschnitt (11 elektrische Grade bzw. 0,6 ms) konnte durch Verdrehen des winkelgeeichten Ständers eines Synchronmotors, auf dessen Welle eine Kontaktscheibe saß, über die Arbeitsperiode verschoben werden. Bild 2 zeigt die Meßschaltung. Gemessen wurde für festgehaltene Anodenarbeitsströme der mittlere Sondengleichstrom, abhängig von der Sondengleichspannung für verschiedene Phasenlagen. Auf diese Weise gewinnt man die der jeweiligen Phasenlage zugehörige Strom-Spannungskennlinie der Sonde, aus der die gesuchten Kenngrößen des Säulenplasmas in bekannter Weise¹⁾ ermittelt wurden. Der vom Strommesser angezeigte Stromwert i_s ist um einen den Zeitausschnitt entsprechenden Faktor kleiner als der für die Auswertung benutzte wahre Sondengleichstrom.

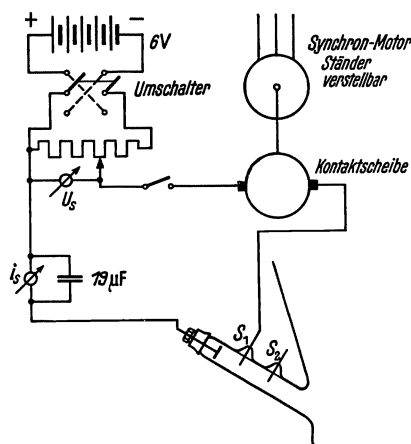


Bild 2. Schaltung zur stroboskopischen Messung der Sondencharakteristik $i_s = f(U_s)$.

Der vom Strommesser angezeigte Stromwert i_s ist um einen den Zeitausschnitt entsprechenden Faktor kleiner als der für die Auswertung benutzte wahre Sondengleichstrom.

¹⁾ A. v. Engel u. M. Steenbeck: Elektr. Gasentlad. 2 S. 25ff. Berlin (1934).

Dieses Meßverfahren hat vor der Messung mit dauernd eingeschalteten Sonden den Vorzug einer höheren Belastungsmöglichkeit der Sonden. So war es bei der kurzen Einschaltzeit ohne weiteres statthaft, die Sonden mit Meßströmen bis zu etwa 1 A zu belasten, ohne daß durch die dabei auftretende Erhitzung Temperaturen auftreten, die eine merkliche Elektronenemission aus der Sonde ergeben. Weiterhin ist der Fehler, der durch eine bei höherer Sondenbelastung erscheinende Gasverdünnung in der Umgebung der Sonde verursacht wird, kleiner als bei Dauer-einschaltung der Sonden.

Eine Messung mit vorübergehend eingeschalteten Sonden setzt aber voraus, daß die Einstellzeit der Sonde, also die Zeit, innerhalb der die Sonde sich vom stromlosen Zustand auf den stationären Zustand einspielt, klein ist gegen den jeweiligen Zeitausschnitt. Die Einstellzeit einer plötzlich gegen das Plasma negativ aufgeladenen Sonde¹⁾ läßt sich aus der Zeit schätzen, die die positiven Ionen zum Durchlaufen der Raumladungszone bis zur Sondenoberfläche benötigen. Diese Zeit ergibt sich aus dem linearen Mittelwert der Ionengeschwindigkeit und aus der Raumladungsdicke. Die Dicke d der Ionenschicht ist aus der Gleichung der Kennlinie der negativen Sonde²⁾ bestimmbar, die mittlere Ionengeschwindigkeit aus der Gleichung für den freien Fall. Für ein Potential von -10 V gegen das Plasma folgt bei einem Ionenstrom von $5 \cdot 10^{-6}$ A/cm² als größtmögliche Schichtdicke: $d = 0,1$ cm. Bei der mittleren Fallgeschwindigkeit der Ionen von etwa 10^5 cm/s ist die Ionenlaufzeit und damit die Einstellzeit der Sonde von der Größe 10^{-6} s.

Zur Prüfung der Richtigkeit der aus dieser überschlägigen Betrachtung folgenden Einflußlosigkeit der Einstelldauer wurde eine Sonde in der mit Gleichstrom betriebenen Säule einmal dauernd eingeschaltet und ein anderes Mal über den Synchronschalter betrieben. Die Auswertung dieser Messungen führte zu den gleichen Resultaten.

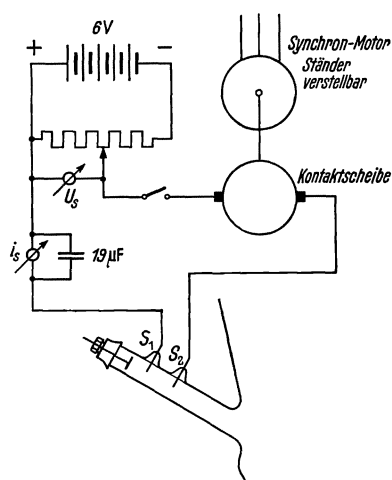


Bild 3. Schaltung zur stroboskopischen Messung der Säulenfeldstärke \mathcal{E} .

Die Feldstärke in der positiven Säule ist zunächst aus der Differenz der aus den Sondenkennlinien folgenden Raumpotentialen der beiden Sonden, geteilt durch ihren Abstand, ermittelt worden. Hierbei addieren sich aber die Fehler der beiden Raumpotentialmessungen, die an sich nicht gering sind. Wir haben daher vorgezogen, den Spannungsunterschied zwischen den stromlosen Sonden zu bestimmen. Die isolierten Sonden nehmen ein um die Kontaktspannung Sonde—Plasma gegenüber dem Raumpotential ins Negative verschobenes Potential an³⁾. Dieses Kontaktpotential ist bei der hier vorliegenden homogenen Säule für beide Sonden gleich, so daß der Spannungsunterschied der stromlosen Sonden ebenso groß ist

wie der Unterschied der Raumpotentiale. Die angewandte Meßschaltung zeigt Bild 3. Mit einem Spannungsteiler wird diejenige Spannung U_s gesucht, für die der in die Sonden fließende Meßstrom i_s verschwindet. Auch die Feldstärke wurde nach der

¹⁾ Siehe auch W. Pupp: Physik. Z. **33** (1932) S. 844.

²⁾ A. v. Engel u. M. Steenbeck: Elektr. Gasentlad. **2** S. 26. Berlin (1934).

³⁾ Desgl. S. 29.

oben beschriebenen stroboskopischen Methode ermittelt. In gleicher Weise (Kompensation des Spannungsabfalles an einem kleinen Widerstand im Anodenkreis) konnte der jeweilige momentane Anodenstrom stroboskopisch bestimmt werden.

3. Meßergebnisse.

Die experimentell erhaltene Beziehung zwischen dem Belastungsstrom des Gleichrichters und dem sich im stationären Zustand einstellenden Dampfdruck p im Gleichrichterdom, bestimmt aus der Temperatur T an der Kondensationsgrenze, zeigt Bild 4. Auf der Abszisse ist der in einem Arm fließende mittlere Anodenstrom i_A (Gleichstrommittelwert) aufgetragen, darunter der gesamte Kathodenstrom i_K , der sich aus den 3 Anodenströmen und dem Erregerbogenstrom zusammensetzt. Diese Abhängigkeit ist sowohl für den ungekühlten Kolben als auch für den bei konstanter Ventilatorzahl (s. o.) gekühlten Kolben eingetragen. Die den eingezeichneten Dampfdrücken entsprechenden Temperaturen an der Kondensationsgrenze liegen zwischen etwa 28 und 82° C. Die mittleren Dampfdrücke wurden danach im Bereich von etwa 4 bis 200 mTorr variiert.

Ein Ergebnis der Feldstärkemessung mit den beiden Sonden, abhängig von der Phasenlage, zeigt Bild 5. Hier ist die Hysterese der Feldstärke \mathcal{E} für die Arbeitsströme $i_A = 2,5$ und 5 A, abhängig vom Momentanwert i des Stromes im Meßarm aufgezeichnet. Der qualitative Verlauf der Kurve ist auch bei den höheren Strömen immer der gleiche. Bei steigendem Strom i nimmt die Feldstärke, von höheren Werten herkommend, schnell ab und verweilt während des größten Teiles der Arbeitsperiode auf einem nur wenig veränderlichen Wert. Wegen des endlichen Zeitausschnittes sind die Messungen zu Beginn und zu Ende der Arbeitsperiode ungenau. Insbesondere war es nicht mit Sicherheit möglich, den erwarteten Wiederanstieg der Feldstärke zu Ende der Arbeitsperiode festzustellen. Die Endwerte der Feldstärke $\mathcal{E}_{i=i_{\max}}$, die auch in der

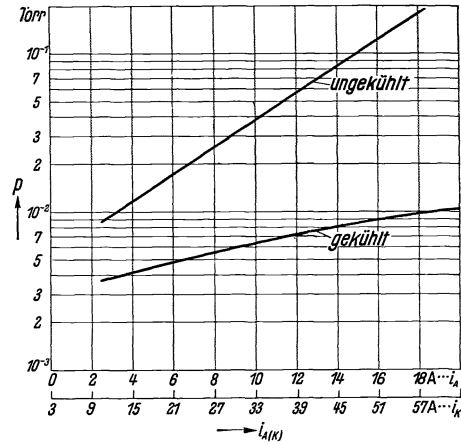


Bild 4. Abhängigkeit des mittleren Quecksilberdampfdruckes p vom Kathodenstrom i_K (Erregerbogenstrom eingerechnet) bzw. vom Gleichstrommittelwert des Anodenstromes i_A bei dreiphasigem symmetrischem Betrieb mit und ohne Ventilator-kühlung.

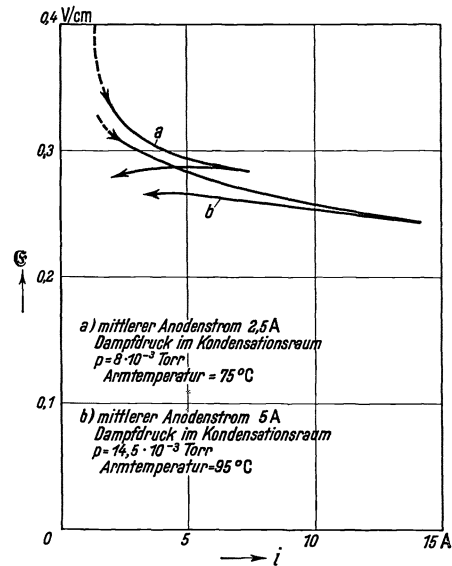


Bild 5. Säulenfeldstärke \mathcal{E} abhängig vom momentanen Anodenstrom i bei ungekühltem Gleichrichter.

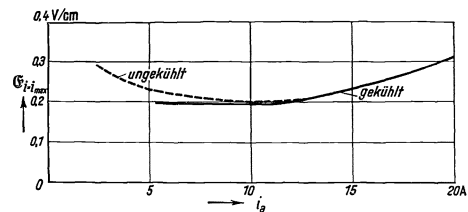


Bild 6. Säulenfeldstärke $\mathcal{E}_{i=i_{\max}}$ im Stromscheitel abhängig vom mittleren Anodenstrom i_A ($i_{i_{\max}} \approx 3 i_A$).

Umgebung des Scheitelstromes herrschen, abhängig vom mittleren Anodengleichstrom i_A , sind im Bild 6 aufgetragen. Mit steigendem Anodenstrom nimmt die

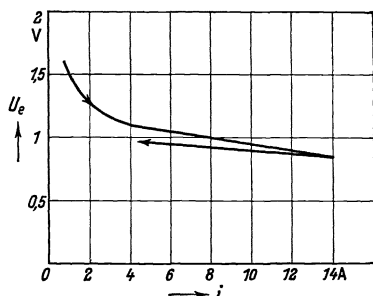


Bild 7. Spannungsäquivalent U_e der Elektronentemperatur T_e , abhängig vom Momentanstrom i bei ungekühltem Gleichrichter. Mittlerer Anodengleichstrom 5 A, Druck im Kondensationsraum ≈ 14 m Torr. 1 V entspricht 11600°K .

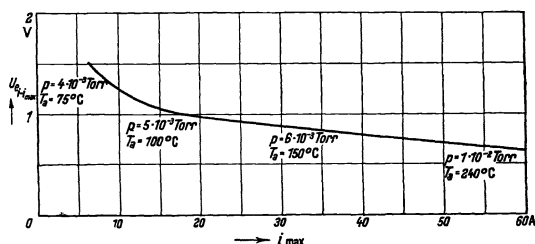


Bild 8. Spannungsäquivalent U_e der Elektronentemperatur T_e im Stromscheiden, abhängig vom Scheitelstrom i_{\max} bei den sich mit Kühlung einstellenden Drücken p im Kondensationsraum und Armtemperaturen T_a . (Mittlerer Anodengleichstrom $\approx 1/3$ Scheitelstrom.)

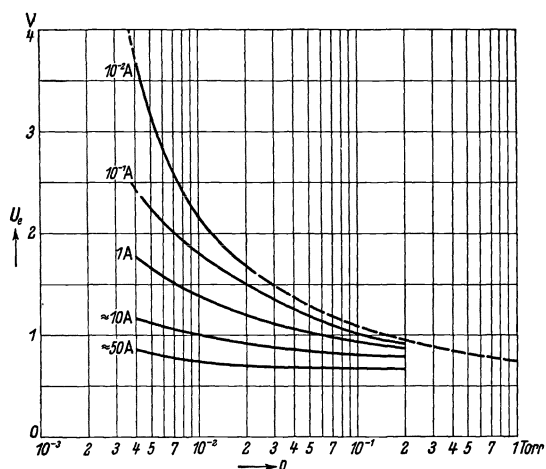


Bild 9. Spannungsäquivalent U_e der Elektronentemperatur T_e , abhängig vom Dampfdruck p im Kondensationsraum für verschiedene Momentanstromwerte (Rohrhalbmesser 2,5 cm; 1 V entspricht 11600°K).

Feldstärke anfangs ab und steigt bei höheren Strömen und Dampfdrücken wieder an. Im Meßarm (5 cm Durchmesser) stellen sich bei $i_A = 2,5$ bis 20 A Feldstärken zwischen 0,2 und 0,3 V/cm ein. Die Scheitelströme i_{\max} betragen rund das 3fache des mittleren Anodengleichstromes i_A .

Die aus der Neigung der Strom-Spannungs-Kennlinie der Sonde gewonnene Elektronentemperatur T_e , abhängig von der Phase bzw. dem Momentanstrom i , ist in Bild 7 aufgezeichnet. Auch die Hysteresekurve der Elektronentemperatur zeigt qualitativ für den ganzen untersuchten Strombereich gleiches Aussehen: mit steigender Stromstärke Abnahme der Elektronentemperatur bis zu einem fast konstanten Endwert,

der für den größten Teil der Arbeitsperiode gilt, bei abnehmendem Strom ein Wiederansteigen der Elektronentemperatur. Die im Scheitelwert des Stromes herrschende Elektronentemperatur $(T_e)_{i=i_{\max}}$, wie sie sich aus den einzelnen Hystereseschleifen ergibt, ist abhängig vom Scheitelstrom i_{\max} im Meßarm im Bild 8 aufgetragen. Mit steigender Stromstärke nimmt demnach die Elektronentemperatur langsam ab. Die Punkte der Kurve entsprechen aber verschiedenen Dampfdrücken, nämlich denjenigen, die sich bei der jeweiligen Belastung für gleiche Arbeitsströme in den 3 Armen ausbildet (s. Bild 4). Mit angeschrieben sind die Armtemperaturen T_a . Die Elektronentemperatur, ausgedrückt in Grad K, ist das 11630fache der Ordinatenwerte. Die Elektronentemperatur ist im wesentlichen eine Funktion des momentanen Anodenstromes im Meßarm und des Dampfdruckes, zwei Größen, die unabhängig voneinander verändert werden können (s. o.). Die entsprechenden Schaulinien sind in Bild 9 eingezeichnet. Die ausgezogenen Linien sind die gemessenen Elektronentemperaturen für festen Momentanstrom, aufgenommen in einem Druckbereich von etwa 1:50, wobei die Stromstärke als Parameter einen Bereich von

1:5000 umfaßt. Die gestrichelte Kurve ist eine theoretische Grenzlinie, über die weiter unten Näheres ausgeführt wird.

Die Elektronenkonzentration N_0 in der Säulenachse besitzt ebenfalls eine Hysterese, wie Bild 10 zeigt. Hier ist die Konzentration N_0 abhängig vom Momentanwert i des Anodenstromes für einen kleinen Arbeitsstrom ($i_A = 2,5$ A) aufgetragen. Die Hystereseschleife, die in einem dem Uhrzeiger entgegengesetzten Sinn durchlaufen wird, umfaßt nur eine relativ kleine Fläche. Das gilt auch bei größeren Strömen. Bei den folgenden Darstellungen der Konzentration bleibt daher die Hysterese unbeachtet und nur die Mittelwerte der Konzentrationskurve werden benutzt. Bild 11 gibt die Elektronenkonzentration, abhängig vom Augenblickswert des Anodenstromes für verschiedene Arbeitsströme und Kühlungsverhältnisse. Bei kleinem mittleren Anodenstrom verläuft ersichtlich die Konzentration proportional mit dem Momentanstrom und proportional mit dem Druck. Bei höheren Strömen ($i_a \geq 5$ A) steigt die Konzentration bei größeren Momentanströmen weniger als proportional an. Insbesondere geht dies aus Bild 12 hervor, der Konzentrationskurve für den höchsten von uns gemessenen mittleren Anodenstrom von 20 A, die bereits

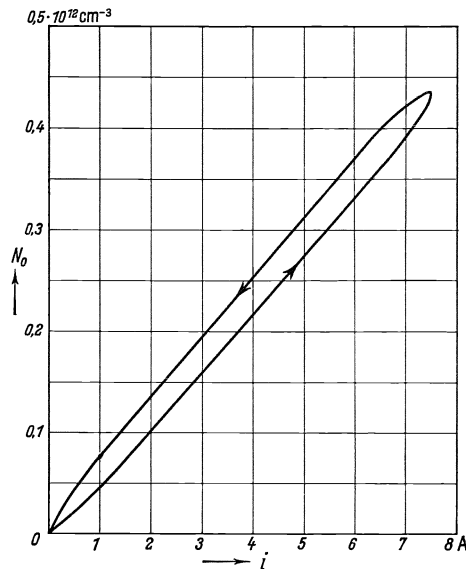


Bild 10. Elektronenkonzentration N_0 in der Säulenachse, abhängig vom Momentanstrom i bei ungekühltem Gleichrichter, einem mittleren Anodengleichstrom von 2,5 A und einem Dampfdruck im Kondensationsraum von 8,5 mTorr.

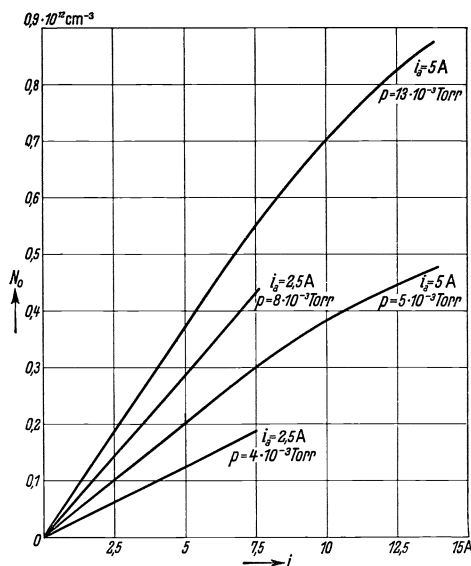


Bild 11. Elektronenkonzentration N_0 in der Säulenachse abhängig vom Momentanstrom i für zwei verschiedene mittlere Anodengleichströme, mit und ohne Kühlung.

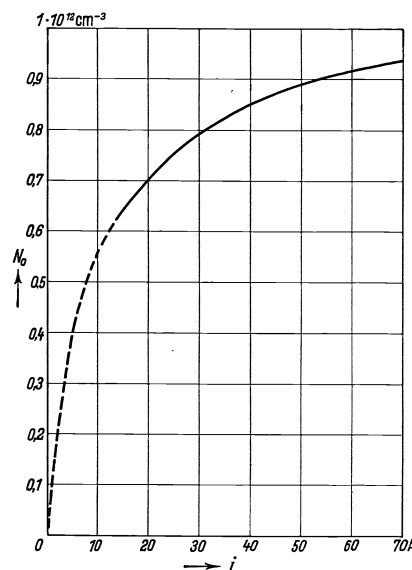


Bild 12. Elektronenkonzentration N_0 in der Säulenachse abhängig vom Momentanstrom i bei gekühltem Gleichrichter, 20 A mittlerem Anodengleichstrom und einem Dampfdruck im Kondensationsraum von 11 mTorr.

den Ansatz einer Sättigung zeigt. Auch bei dieser Kurve konnten die Meßpunkte für kleine Momentanströme wegen der endlichen Breite des Zeitausschnittes nicht genügend sicher durch die Messung erfaßt werden. Schließlich ist in Bild 13 die Druckabhängigkeit der Elektronenkonzentration aufgetragen, und zwar für

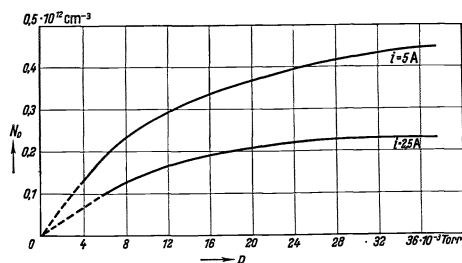


Bild 13. Elektronenkonzentration N_0 in der Säulenachse einer Gleichstromladung, abhängig vom mittleren Dampfdruck p im Kondensationsraum für zwei verschiedene Anodengleichströme.

zwei verschiedene Stromwerte. Diese Kurve wurde aus Messungen an der Gleichstromsäule erhalten, wobei zur Einstellung des Dampfdruckes bei gegebenem Strom im Meßarm, wie eingangs beschrieben, eine ungleiche Strombelastung in den 3 Armen vorgenommen wurde. Nur bei geringen Dampfdrücken ist demnach eine mit dem Druck proportional wachsende Konzentration vorhanden, während bei höheren Drücken die Konzentration sich allmählich zu sättigen scheint.

4. Auswertung der Messungen.

Wir wollen in diesem Abschnitt im wesentlichen die Auswertungen des gebrachten Meßmaterials nach zwei Richtungen hin vornehmen: Einmal soll geprüft werden, ob der Stromtransport in der Säule aus den gemessenen Werten der Elektronenkonzentration, der Feldstärke und der Elektronentemperatur heraus mit unseren Ansätzen über die Bewegungsgeschwindigkeit der Ladungsträger im Feld in Einklang steht; ferner soll untersucht werden, wieweit sich aus der gemessenen Elektronentemperatur Rückschlüsse auf den Bildungsmechanismus der Ladungsträger ergeben. Demgemäß gliedern wir die folgenden Ausführungen in zwei Teile.

a) Prüfung der Elektronenbeweglichkeitsgesetze.

Die Grundgleichung für den Ladungstransport lautet:

$$j = \rho^+ v^+ + \rho^- v^- . \quad (1)$$

Darin bedeutet j die Stromdichte, ρ die Raumladungsdichten und v die mittleren Geschwindigkeiten in Feldrichtung. Da ρ^+ und ρ^- ungefähr gleich groß sind und $v^+ \ll v^-$ ist, vernachlässigen wir wie üblich im folgenden den Stromanteil durch positive Ionen. Bei der Integration der Stromdichte über den Querschnitt des Anodenarmes erhalten wir

$$i = \int j df = \int \rho^- v^- df \approx v \int \rho df = ev \int N df . \quad (2)$$

Dabei ist angenommen, daß die mittlere gerichtete Elektronengeschwindigkeit v über den Querschnitt konstant ist. Das ist sicher erfüllt, wenn die Gasdichte über den Querschnitt konstant bleibt, weil ja die Längsfeldstärke vom Ort unabhängig ist. Aber selbst wenn radiale Gasdichtenunterschiede vorhanden sind, können wir in Annäherung diesen Ansatz machen, weil die Randpartien der Säule mit ihrer großen Gasdichte und der kleineren Elektronenbeweglichkeit infolge der dort herrschenden geringen Elektronenkonzentration ohnehin nichts zum Stromtransport beitragen. Nimmt man die Elektronenkonzentration über den Querschnitt in der theoretisch

begründeten Form¹⁾ an:

$$N_r = N_0 J_0 \left(2,4 \frac{r}{R} \right), \quad (3)$$

worin r der laufende und R der Rohrhalmmesser und N_0 die Achsenkonzentration bedeuten, so erhält man für

$$\int N df = 0,435 R^2 \pi N_0. \quad (4)$$

In unserem Fall ist der Integralausdruck numerisch das 8,52fache der gemessenen Elektronenkonzentration N_0 . Für die Wanderungsgeschwindigkeit v ergibt die Beweglichkeitsgleichung²⁾

$$v = b \mathfrak{E} = \frac{e}{m} \frac{\lambda_e}{w_e} \mathfrak{E}. \quad (5)$$

Darin bedeutet b die Elektronenbeweglichkeit, \mathfrak{E} die elektrische Längsfeldstärke in der Säule, e und m Ladung und Masse des Elektrons, λ_e die mittlere freie Elektronenweglänge und w_e die wahrscheinliche Geschwindigkeit des Elektrons, die mit der gemessenen Elektronentemperatur verknüpft ist durch

$$w_e = \sqrt{\frac{8k}{\pi m}} \sqrt{T_e} = 6,2 \cdot 10^5 \sqrt{\frac{T_e}{\text{°K}}} = 6,7 \cdot 10^7 \sqrt{\frac{U_e}{V}}, \quad (6)$$

wobei das Spannungsäquivalent U_e der Elektronentemperatur T_e so definiert ist, daß einer Temperatur von 11 600° K eine Spannung von 1 V entspricht (k = Boltzmannsche Konstante). Gleichung (2) nimmt wegen (4) und (5) die Form an

$$i = e \frac{e}{m} \frac{\lambda_e \mathfrak{E}}{\sqrt{\frac{8k}{\pi m}} \sqrt{T_e}} = 0,435 R^2 \pi N_0, \quad (7)$$

oder, wenn wir für den Rohrhalmmesser $R = 2,5$ cm einsetzen:

$$\frac{i}{A} = 3,58 \cdot 10^{-11} \frac{N_0}{\text{cm}^{-3}} \frac{\mathfrak{E}}{\text{V/cm}} \frac{\lambda_e}{\text{cm}}. \quad (8)$$

In Gleichung (8) sind alle Größen außer λ_e gemessen, so daß die mittlere freie Elektronenweglänge unmittelbar berechnet werden kann. Wir haben dies für eine große Anzahl von Fällen durchgeführt. Für diejenigen Phasenlagen, die in der Nähe des Stromschieitels liegen, gibt der endliche Zeitausschnitt bei der stroboskopischen Meßmethode die kleinsten Fehler. Das Ergebnis dieser Auswertungen zeigt Bild 14: Hier sind über den Momentanstromwerten die erhaltenen freien Weglängen ohne weitere Umrechnung aufgetragen, und zwar für den gekühlten wie für den ungekühlten Gleichrichter. Auffällig ist — abgesehen davon, daß die freie Elektronenweglänge wesentlich über dem Rohrradius liegt — die Tatsache, daß durch die Kühlung des Gleichrichters die Elektronenweglänge nur im Gebiet kleiner Ströme merklich vergrößert wird, während bei großen Strömen die Weglängen ziemlich unabhängig von den Kühlungsbedingungen sind. Dieses Ergebnis wird weiter unten noch näher ausgedeutet. Der den Meßpunkten jeweils zugehörige Dampfdruck im Kondensationsraum ist Bild 4 zu entnehmen, wobei zu berücksichtigen ist, daß der

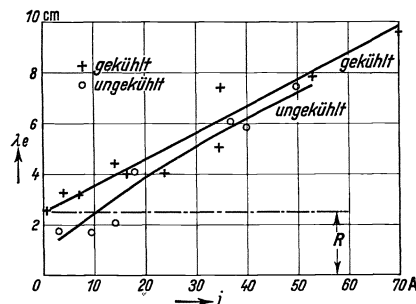


Bild 14. Aus Sondenmessungen ermittelte, mittlere freie Elektronenweglängen λ_e , abhängig vom Momentanstrom i (Phasenlage: $i = i_{\max}$) bei gekühltem und ungekühltem Gleichrichter. Rohrhalmmesser $R = 2,5$ cm.

¹⁾ Elektr. Gasentlad. 2 S. 84.

²⁾ Langevin-Formel, ebenda 1 S. 181.

in Bild 14 als Abszisse benutzte Momentanstrom etwa 3mal so groß ist als der entsprechende mittlere Anodenstrom des Bildes 4.

Aus Gleichung (8) können wir aber auch eine Aussage über die Abhängigkeit der Elektronenkonzentration von der Stromstärke und dem Dampfdruck ableiten. Da $\lambda_e \approx 1/p$ ist, und die freie Elektronenweglänge für 1 Torr und 0°C $\lambda_1 = 3,8 \cdot 10^{-3} \text{ cm}$ ist (s. Bild 16), ergibt sich

$$\frac{i}{\text{A}} = 5,0 \cdot 10^{-16} \frac{N_0}{\text{cm}^{-3}} \frac{1}{\sqrt{\bar{U}_e}} \frac{\mathcal{E}}{\text{V/cm}} \frac{1}{p} \frac{T_g}{\text{Torr} \cdot ^\circ \text{K}} \quad (9)$$

oder

$$\frac{N_0}{\text{cm}^{-3}} = 2,0 \cdot 10^{15} \frac{p}{\text{Torr}} \frac{i}{\text{A}} \sqrt{\bar{U}_e} \frac{\text{V/cm}}{\mathcal{E}} \frac{1}{T_g / ^\circ \text{K}}. \quad (10)$$

Gleichung (10) sagt aus, daß die axiale Elektronenkonzentration proportional dem Strom i und dem Dampfdruck p (genauer der Dampfdichte) ist, solange die Gastemperatur T_g keine wesentliche Übertemperatur bedeutet und damit keine merkliche Stromabhängigkeit zur Folge hat; der Proportionalitätsfaktor, der noch $\mathcal{E}/\sqrt{\bar{U}_e}$ enthält, ändert sich in dem untersuchten Bereich nur unwesentlich. Gleichung (10) darf also nur für kleine Ströme gelten, wo noch keine störenden Übertemperaturen im Querschnitt auftreten.

Tatsächlich ist dieses Ergebnis durch die in Bild 11 gezeigte Kurve bestätigt. Rechnet man aus den vier in diesem Bild angegebenen Meßreihen im Gebiete des proportionalen Verlaufes den Proportionalitätsfaktor aus, so findet man experimentell $\frac{N}{\text{cm}^{-3}} = 8 \cdot 10^{12} \cdot \frac{i}{\text{A}} \frac{p}{\text{Torr}}$, während Gleichung (10) nach Einsetzen der aus Bild 6 und 9 folgenden zugehörigen Werte für \mathcal{E} ($\approx 0,3 \text{ V/cm}$) und U_e ($\approx 1 \text{ V}$) sowie $T_g = 530^\circ \text{K}$ (gemessene Armtemperatur 100°C) die Beziehung $\frac{N_0}{\text{cm}^{-3}} = 13 \cdot 10^{12} \cdot \frac{i}{\text{A}} \frac{p}{\text{Torr}}$ liefert. Der Unterschied zwischen den gemessenen und den berechneten Werten entspricht dem Faktor 1,5, was im Hinblick auf den Fehler, der durch die vorläufige Schätzung der Gastemperatur aber auch auf Sonden- und Druckmeßfehler zurückzuführen ist, eine befriedigende Bestätigung des Ansatzes für die Beweglichkeit ist. Wenn bei höheren Strömen große Erwärmungen im Innern der Säule auftreten, können wir mit der einfachen Proportionalität gemäß Gleichung (10) nicht mehr rechnen, da die Veränderung der Gastemperatur eine Abweichung bedingt. Das Ansteigen der Gastemperatur bedeutet ein weniger als proportionales Ansteigen der axialen Elektronenkonzentration mit dem Produkt Stromstärke mal Druck. Dieser Verlauf zeigt sich bereits in Bild 11 andeutungsweise, in Bild 12 ist er ausgeprägt vorhanden. Um auch in diesen Fällen wenigstens eine annähernde Prüfung der Gültigkeit der Elektronenbeweglichkeitsgesetze durchführen zu können, müssen wir noch bestimmen, in welchem Maße die Gastemperatur mit dem Strom ansteigt.

Wir begnügen uns dabei mit einer relativ rohen Abschätzung, indem wir uns auf die Berechnung einer über den Querschnitt der Fläche nach gemittelten Gastemperatur \bar{T} beschränken. E. Warburg¹⁾ hat unter Annahme einer über den Säulenquerschnitt konstanten Stromdichte diese Übertemperatur errechnet für den Fall, daß die gesamte in die Säule eingeführte elektrische Energie durch Wärmeleitung des Gases radial zur Wand als Wärmestrom abfließt. Dabei hat er die Wärmeleitfähigkeit des Gases als temperaturunabhängig angenommen. Wir haben

¹⁾ E. Warburg: Wied. Ann. **54** (1895) S. 265.

die Rechnungen erweitert unter der Annahme der nach einer Besselschen Funktion nullter Ordnung verteilten Stromdichte und unter Berücksichtigung der Zunahme der Wärmeleitfähigkeit mit steigender Temperatur, wieder unter Vernachlässigung von Strahlungsverlusten. Letzteres ist nach Messungen der Strahlungsausbeute von Quecksilberdampf in diesem Druck- und Strombereich zulässig (Strahlungsanteil $< 10\%$). Für die Abhängigkeit der Wärmeleitfähigkeit χ von der Temperatur haben wir auf Grund der bis 400°C vorliegenden Messungen¹⁾ Temperaturproportionalität angenommen ($\chi = 1 \cdot 10^{-5} \cdot T$ in cal/cm s Grad). Diese im übrigen elementare Rechnung ergibt die Zahlenwertgleichung

$$\bar{T} = \frac{T_a}{2} + \sqrt{\left(\frac{T_a}{2}\right)^2 + 6,55 \cdot 10^5 \cdot \mathfrak{E} \cdot i}, \quad (11)$$

T_a = äußere Armtemperatur; \mathfrak{E} , i in V/cm bzw. A.

Setzt man für \mathfrak{E} abhängig von i die Meßwerte ein, so findet man die mittlere Gastemperatur \bar{T} abhängig vom Strom i im Bild 15 weitgehend unabhängig vom Gasdruck. Danach sind schon bei kleineren Strömen von einigen A Gastemperaturen von der Größe 1000°K zu erwarten; bei den höchsten von uns gemessenen Strömen treten Temperaturen von über 3000°K auf, so daß hier bereits beginnende Temperaturionisierung des Gases denkbar ist (s. u.).

Die Kenntnis der im Innern der Säule auftretenden Übertemperaturen setzt uns nun instand, zu prüfen, ob die absolute Größe der nach Gleichung (8) berechenbaren mittleren freien Elektronenweglänge — wie sie für einen Teil der Meßpunkte in Bild 14 zusammengestellt war — im Einklang mit der Erwartung steht. Wir haben deswegen für eine sehr große Anzahl von Einzelmessungen die freien Weglängen nach Gleichung (8) bestimmt und daraus berechnet, welche Werte diese Weglängen annehmen würden, wenn wir das im Arm befindliche Gas auf Normalbedingungen abkühlten bzw. komprimierten. Dabei ist zunächst angenommen worden, daß im Gleichrichterarm im wesentlichen derselbe Druck wie im Kondensationsraum herrscht.

Wenn man so die im Gleichrichterarm gemessenen freien Weglängen λ_e auf den Druck $p = 1$ Torr und die Gastemperatur $T = 273^\circ\text{K}$ reduziert, erhält man die Werte des Bildes 16, in dem als Abszisse die jeweilige Elektronentemperatur T_e , als Spannungsäquivalent U_e ausgedrückt, aufgetragen ist. Die Werte sind aus 9 verschiedenen Versuchsreihen gewonnen, wobei Anodenströme mit einem Mittelwert von 2,5 bis 20 A entsprechend Momentanströmen von 1 bis 70 A für den gekühlten bzw. ungekühlten Gleichrichter verwertet wurden. Da sich innerhalb einer Versuchsreihe der Dampfdruck nicht ändert, gruppieren sich die Meßpunkte der neuen Versuchsreihen in 9 Inseln, die in Bild 16 jeweils gestrichelt umrandet sind. Hinsichtlich der Elektronentemperaturen ist die Lage der einzelnen Inseln zueinander in Übereinstimmung mit den Messungen des Bildes 9, indem zu den höheren Strömen

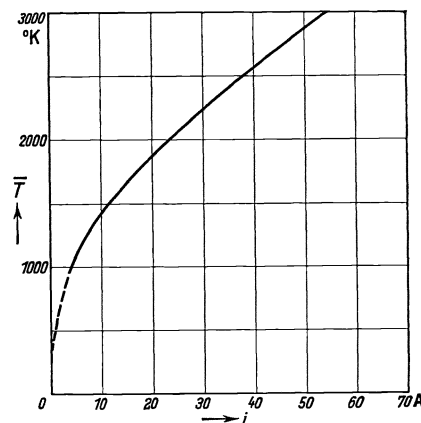


Bild 15. Mittlere Gastemperatur \bar{T} im Anodenarm, abhängig vom Momentanstrom i .

¹⁾ W. Espe u. M. Knoll: Werkstoffkunde der Hochvakuumtechnik. S. 231. Berlin (1936).

jeweils die niedrigen Elektronentemperaturen gehören. Die ausgezogene Kurve in Bild 16 zeigt den Erwartungswert der reduzierten freien Elektronenweglänge, wie er sich ergibt, wenn man die Wirkungsquerschnittkurven von C. Ramsauer und Mitarbeitern¹⁾ nach Maßgabe der Maxwell'schen Geschwindigkeitsverteilung eines Elektronengases mittelt. Strichpunktiert eingezeichnet ist der klassische Wert der freien Elektronenweglänge der $4 \cdot \sqrt{2}$ mal größer ist als der gaskinetische.

Bild 16 zeigt, daß bei kleinen Strömen (bei gekühltem Gleichrichter bis 10 A, bei ungekühltem Gleichrichter bis 2,5 A) die aus unseren Messungen reduzierten freien Elektronenweglängen innerhalb des Streubereiches sehr gut mit den aus dem

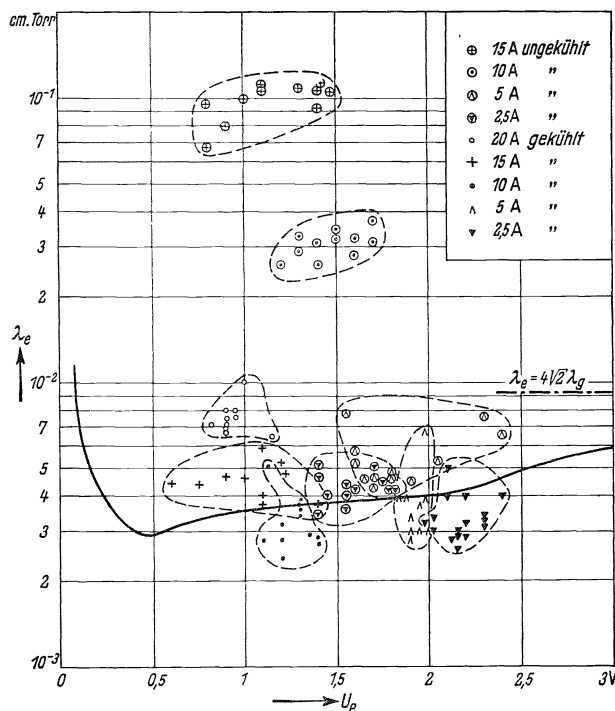


Bild 16. Berechneter Verlauf der mittleren freien Elektronenweglänge λ_e (ausgezogen), abhängig vom Spannungsäquivalent U_e der Elektronentemperatur T_e (1 V . . . 11600° K) für Quecksilberdampf von 0° C und 1 Torr, sowie reduzierte Meßwerte.

wohl kaum auf ein Ungültigwerden dieser Formel, sondern auf falsche Korrekturen oder neue bisher nicht berücksichtigte Effekte zurückzuführen.

Eine bedeutende Korrektur, die wir anbrachten, lag in der Bestimmung der mittleren Gastemperatur. Wenn die Übertemperatur allein aber eine 30mal größere freie Weglänge ergeben sollte, müßten wir der Gastemperatur Werte um 100000° K zuschreiben; dies ist aber bestimmt ausgeschlossen, da unter diesen Bedingungen die Elektronentemperatur, die sicher höher als die Gastemperatur ist, nur etwa 8000° K beträgt. Es bleibt also zu prüfen, ob im Anodenarm andere — bis zu 30mal niedrigere — Quecksilbergasdrücke auftreten könnten als im Kondensationsraum.

Wirkungsquerschnitt errechneten freien Weglängen übereinstimmen, jedenfalls viel besser als mit der gaskinetischen. Bei größerem Strom zeigt sich aber eine systematische Abweichung in Richtung einer Vergrößerung der aus unseren Messungen bestimmten freien Weglängen, die im höchsten Fall (15 A mittlerer Anodenstrom, ungekühlt) sich um den Faktor 30 zu groß ergeben.

Die Tatsache, daß die reduzierten freien Weglängen bis zu mittleren Stromstärken sehr gut mit der aus den Wirkungsquerschnitten berechneten übereinstimmt, ist ein Ausdruck dafür, daß unsere Vorstellungen über den Stromtransport bei schwachen Strömen, insbesondere die Elektronenbeweglichkeitsformel, die Abhängigkeiten von der Elektronentemperatur und der freien Weglänge richtig wiedergeben. Die Abweichungen bei großen Stromstärken sind daher

¹⁾ Elektr. Gasentlad. **1** S. 169; Anstieg von λ_e bei kleinen U_e aus C. Füchtbauer, Phys. Z. **35** (1934) S. 975 und C. Füchtbauer u. F. Göbller, Phys. Z. **36** (1935) S. 648.

Zunächst erschien uns ein solcher Druckunterschied zwischen Anodenarm und Gleichrichterdom wegen der weiten Querschnitte der Arme und des Domes unwahrscheinlich. Wie der Druck p' im Anodenarm gegenüber dem Druck p im Kondensationsraum aussehen müßte, um die allmähliche Erhebung der Inseln des Bildes 16 über die theoretische Kurve zu erklären, zeigt Bild 17. Für den ungekühlten Gleichrichter würde der Druck p' im Anodenarm etwa bis zu dem Wert 8 mTorr mit dem Druck p im Kondensationsraum übereinstimmen. Wenn aber dann durch weitere Steigerung der Kathodenstromstärke der Druck im Kondensationsraum noch weiter zunimmt, müßten wir für den Druck p' im Anodenarm — ganz im Gegensatz dazu — ein Fallen voraussetzen. Ähnlich ist der Druckverlauf für den gekühlten Gleichrichter.

Bild 18 gibt das Druckverhältnis p/p' , das zur Erklärung nötig wäre, als Funktion des Anodenstromes für gekühlten und ungekühlten Gleichrichter, während Bild 19 dieses Druckverhältnis als Funktion des Dampfdruckes p im Kondensationsraum zeigt.

Eine Erklärung für das Auftreten derartiger Druckunterschiede bietet die Annahme einer Saugwirkung des von der Kathode aufsteigenden Dampfstrahles, der — wie bei der bekannten Dampfstrahlpumpe — aus den seitlich angesetzten Anodenarmen das Gas herausreißt und mitnimmt. Diese Vorstellung macht erklärlich, weswegen die Pumpwirkung des Dampfstrahles erst oberhalb eines gewissen Kathodenstromes einsetzt, da ja hierzu ein deutlich ausgeprägter nach oben gerichteter Dampfstrahl sich erst ausbilden muß. Es würde dann im Gleichgewichtszustand an der Öffnung des Anodenarmes derselbe Druck p' herrschen wie im übrigen Arm, und das Druckgefälle zwischen dem Druck p im Dom und an der Armmündung stellt sich dann so ein, daß die vom Quecksilberdampfstrahl mitgerissene Molekelzahl gleich der im Druckgefälle $p \rightarrow p'$ zurückfließenden ist. Wegen der größeren freien Weglängen der Gasmolekeln erfolgt der Druckausgleich $p \rightarrow p'$ um so leichter, je niedriger der Dampfdruck p im Kondensationsraum ist. So könnte zu erklären sein, daß das Druckverhältnis p/p' im gekühlten Gleichrichter bei gleichem Kathodenstrom (also gleiche Dampfentwicklung und vermutlich gleiche Saugwirkung) so sehr viel kleiner ist (s. Bild 18) als im ungekühlten Gleichrichter. Vergleicht man jedoch die beiden Fälle gekühlt und ungekühlt für gleichen Druck p im Kondensationsraum, so ist nach Bild 19 die

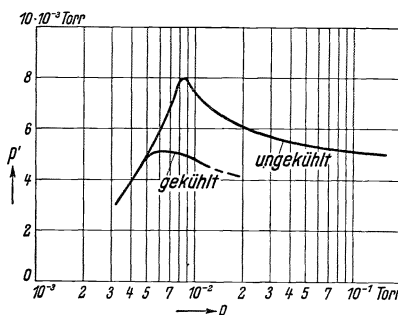


Bild 17. Aus mittlerer freier Elektronenweglänge berechneter Dampfdruck p' im Gleichrichterarm, abhängig vom Dampfdruck p im Kondensationsraum.

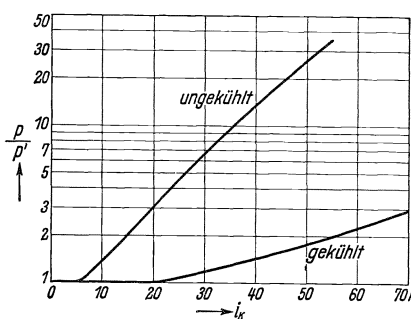


Bild 18. Verhältnis des im Kondensationsraum herrschenden Dampfdruckes p zum berechneten Dampfdruck p' im Anodenarm, abhängig vom Kathodenstrom i_k .

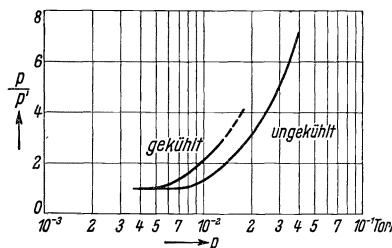


Bild 19. Verhältnis p/p' des Dampfdruckes im Kondensationsraum zum berechneten Dampfdruck im Arm, abhängig vom Dampfdruck p im Kondensationsraum.

Saugwirkung beim gekühlten Gleichrichter stärker als beim ungekühlten, weil jetzt zum gleichen „Rückströmungswiderstand“ für das Gas im gekühlten Gleichrichter ein viel stärkerer Kathodenstrom und damit ein intensiverer Dampfstrom gehört.

Diese Überlegungen ließen es immerhin möglich erscheinen, daß die großen gemessenen freien Weglängen nach Bild 16, also die kleineren Gasdrücke in den Anodenarmen reell sein können. Zur Entscheidung über das Auftreten einer Saugwirkung in unserem Versuchskolben haben wir manometrische Druckmessungen vorgenommen. Die Druckmessung wurde am Anodenarm (p_1) in der Nähe einer Anode sowie an der oberen Hälfte des Domes (p_2) mit je einem McLeod-Manometer ausgeführt. Da mit diesem die Messung des Quecksilberdampfdruckes selbst nicht möglich ist, wurde als Testobjekt für die Saugwirkung ein nicht kondensierbares Gas, nämlich Argon, von $p \approx 1 \cdot 10^{-2}$ Torr eingefüllt. In der Tat zeigt sich das Auftreten eines Druckunterschiedes entsprechend einer Saugwirkung des Quecksilberdampfstrahles ($p_1 < p_2$). Das Druckverhältnis p_2/p_1 in Abhängigkeit vom Kathodenstrom i_k zeigt Bild 20. Beim ungekühlten Gleichrichter setzt die Saugwirkung schon bei kleineren

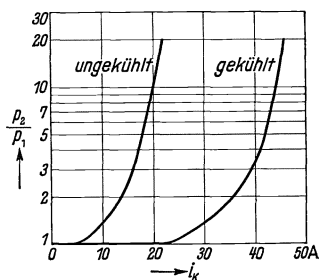


Bild 20. Verhältnis des im Kondensationsraum herrschenden Argondruckes p_2 ($\approx 10^{-2}$ Torr) zum Argondruck p_1 im Anodenarm, abhängig vom Kathodenstrom i_k .

Kathodenstrom ein, während sie beim gekühlten Gleichrichter bei viel höheren Strömen beginnt. Die Sachlage ist also hier anscheinend die gleiche wie in Bild 18. Wir vermuten, daß mit dieser Bestätigung der Saugwirkung für das Testgas Argon auch die großen Elektronenweglängen bei hohen Strömen als Folge einer Saugwirkung in Quecksilberdampf angesehen werden müssen¹⁾; wie weit eine solche Saugwirkung bei anderen Gefäßformen, -größen und -belastungen vorhanden ist, muß noch offen bleiben.

Daß es sich bei der Pumpwirkung nicht um eine Art Kataphorese, also um eine Mitführung von Gasionen aus dem Arm in den Kolbendom unter dem Einfluß des Anodenstromes handelt, zeigt folgender Versuch: Der in Verbindung mit dem Druckmeßgerät stehende Anodenarm wurde stromlos gemacht; die beiden anderen Anodenarme wurden mit einem (gegenüber dem mit untereinander gleichem Anodenstrom in den 3 Armen angestellten Versuch) um 50 % höheren Strom belastet, so daß also der gesamte Kathodenstrom der gleiche blieb. Bei dieser Messung stellte sich eine praktisch gleich große Saugwirkung ein, also ein ähnliches Druckverhältnis wie bei symmetrischer Belastung unter der Voraussetzung, daß störende Kondensatbildungen im stromlosen Arm vermieden wurden²⁾.

Die Sättigungserscheinung der Elektronenkonzentration, wie sie in Bild 12 abhängig von der Stromstärke und in Bild 13 abhängig vom Druck dargestellt ist, sind nunmehr qualitativ ohne weiteres verständlich. In Bild 12 nimmt längs der Konzentrationslinie die Gasdichte mit steigendem Strom fortgesetzt ab, einmal wegen der sich ausbildenden stärkeren Übertemperatur, zum anderenmal wegen der mit dem Strom zunehmenden Saugwirkung; in Bild 13 ist die Abnahme der Gasdichte nur eine Folge der Saugwirkung. Diese Abnahme der Gasdichte bedeutet eine Zunahme

¹⁾ Vielleicht besteht ein Zusammenhang zwischen der hier beschriebenen Saugwirkung und der rückstromverkleinernden Wirkung eines quer zur Anodenarmachse gerichteten zusätzlichen Hg-Dampfstromes. Siehe J. v. Issendorff, ETZ 50 (1929) S. 1079; A. Güntherschulze: Elektr. Gleichrichter u. Ventile. 2. Aufl. S. 85. Berlin (1929).

²⁾ Auf die beschriebene Saugwirkung soll in einer besonderen Arbeit näher eingegangen werden.

der freien Elektronenweglänge und damit eine Steigerung der Elektronenbeweglichkeit, so daß die Stromsteigerung nicht nur durch eine Erhöhung der Konzentration, sondern in vergleichbarem Umfang auch durch eine Erhöhung der Elektronengeschwindigkeit trotz der etwa konstanten Feldstärke bewirkt wird.

Bild 14 zeigt, daß die aus den Messungen unmittelbar errechenbaren freien Elektronenweglängen bis etwa 4mal so groß sind wie der Rohrradius, und es ist zunächst auffällig, daß unter diesen Bedingungen die freie Elektronenweglänge im Gas die Elektronenbeweglichkeit bestimmen soll und nicht vorzugsweise die Stöße der Elektronen gegen die Wand. Diese Erscheinung findet aber ihre zwanglose Erklärung durch die starke negative Aufladung der Wand gegenüber dem Säulennern, die dazu führt, daß die seitlichen Flugkomponenten der Elektronen dauernd wieder ins Säulennere umgelenkt werden, während die axialen Flugkomponenten, die für den Stromtransport allein maßgeblich sind, ungeändert bleiben¹⁾. — Auffällig dagegen und entgegen der Erwartung ist, daß die Mikrofelder²⁾ im Plasma anscheinend keinen Einfluß auf die Beweglichkeit haben, was vielleicht damit zusammenhängt, daß beim „Zusammenstoß“ von zwei Plasmaelektronen untereinander wegen der Erhaltung des Impulses der von diesen beiden Elektronen geführte Stromanteil exakt ungeändert bleibt. Warum aber der „Zusammenstoß“ eines Plasmaelektrons mit einem Plasmaion keinen Einfluß auf die Beweglichkeit haben soll, ist noch eine offene Frage.

b) Prüfung der Elektronentemperaturgesetze.

Die Diffusionstheorie der Säule von W. Schottky³⁾ führt zu einer Möglichkeit, die sich in einer Säule einstellende Elektronentemperatur abhängig von Gasart, Gasdruck und Rohrradius auszurechnen⁴⁾. Nach dieser Rechnung soll die Elektronentemperatur abhängig vom Gasdruck den in Bild 9 gestrichelt eingezeichneten Verlauf haben. Bei der Ableitung dieser Beziehungen ist angenommen, daß die Neuerzeugung von Ladungsträgern in der Säule nur durch Einfachstoß erfolgt; sämtliche Stufenprozesse sind also unberücksichtigt geblieben. Aus diesem Grunde ist zu erwarten, daß die Beziehung bei größeren Strömen ungültig wird, da die Häufigkeit der Stufenprozesse mindestens mit dem Quadrat der Stromdichte ansteigt. Die untere Gültigkeitsgrenze im Strombereich ist durch die Forderung nach Erhaltung der Quasineutralität gegeben, die nach einer Abschätzung⁵⁾ vermutlich unter 1 mA liegt. Tatsächlich fanden wir für einen Strom von 10 mA eine innerhalb der Meßgenauigkeit vollkommene Übereinstimmung der beobachteten und der berechneten Elektronentemperatur. Mit steigender Stromstärke fällt dagegen die Elektronentemperatur weit unter den berechneten Wert ab, so daß im Mittel also die Ionisierung bereits mit langsamen Elektronen vor sich geht. Diese Erscheinung ist

¹⁾ Siehe M. Steenbeck: *Wiss. Veröff. Siemens-Werk.* **XV**, 3 (1936) S. 32. Rechnet man die mittlere Lebensdauer eines Elektrons [E. Spenke u. M. Steenbeck: *Wiss. Veröff. Siemens-Werk.* **XV**, 2 (1936) S. 18] für unseren Fall aus, so findet man größenordnungsmäßig $5 \cdot 10^{-5}$ s, was bei einer thermischen Geschwindigkeit von $w = 6 \cdot 10^7$ cm/s einen gesamten mittleren Flugweg des Elektrons von $3 \cdot 10^3$ cm oder 300 Weglängen ergibt.

²⁾ A. v. Engel u. M. Steenbeck: *Elektr. Gasentlad.* **2** S. 18.

³⁾ W. Schottky: *Physik. Z.* **25** (1924) S. 342 u. 635.

⁴⁾ M. J. Druyvesteyn: *Z. Physik* **81** (1933) S. 571. Siehe auch *Elektr. Gasentlad.* **2** S. 85. Der Gedankengang dieser Ableitung ist in *Wiss. Veröff. Siemens-Werk.* **XV**, 3 (1936) S. 36 von M. Steenbeck kurz angegeben.

⁵⁾ Siehe G. Mierdel u. W. Schmalenberg: *Wiss. Veröff. Siemens-Werk* **XV**, 3 (1936) S. 60, insbesondere Bild 11 jener Arbeit.

um so auffälliger, als die Übertemperatur wie auch die Saugwirkung mit steigendem Strom zu einer Verdünnung des Gases führen, die wie eine Verkleinerung des Gasdruckes in Bild 9 wirkt und die eine Erhöhung der Elektronentemperatur ergeben sollte. Es müssen also mit steigendem Strom Vorgänge zusätzlich auftreten, die die Ionisierung außerordentlich kräftig erleichtern, was auf eine sehr starke Beteiligung der Stufenionisierung schließen läßt. Eine Abschätzung über die Wirksamkeit metastabiler Zwischenformen ist ebenfalls in der Arbeit von G. Mierdel und W. Schmalenberg enthalten¹⁾. Eine quantitative Durchrechnung unter Mitberücksichtigung der Mehrfachstöße mit ähnlicher Genauigkeit wie für den sauberen Einfachstoß erscheint zur Zeit ausgeschlossen. Die Schwierigkeit einer solchen Durchführung wird in unserem Fall noch dadurch gesteigert, daß bei den hohen auftretenden Gas-temperaturen auch eine Temperaturionisierung des Gases wirksam zu werden beginnt.

Wenn, wie hiernach anzunehmen ist, mit steigendem Strom die Stufenprozesse eine immer größere Bedeutung bekommen, wenn also die Wahrscheinlichkeit dafür, daß ein Elektron ein mit potentieller Energie vorgeladenes Quecksilberatom treffen kann, mit dem Strom weiter ansteigt, so muß sich das so äußern, daß die Wahrscheinlichkeit, seine kinetische Energie abzugeben, ebenfalls mit steigendem Strom wächst. Unsere Messungen gestatten nun den Bruchteil κ der im Mittel bei einem gaskinetischen Zusammenstoß abgegebenen Elektronenenergie auszurechnen aus dem Zusammenhang zwischen der Elektronentemperatur und der Weglängenspannung $\mathcal{E} \cdot \lambda_e$ ²⁾.

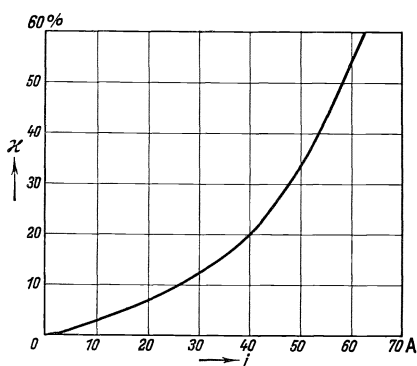


Bild 21. Mittlerer Bruchteil κ , der beim Stoß eines Elektrons gegen ein Quecksilberatom abgegebenen Elektronenenergie, abhängig vom Momentanstrom i (κ bei 10 mA $\approx 2 \cdot 10^{-4}$).

Je höher nämlich die Verlustziffer κ ist, um so besser ist der „Wärmekontakt“ zwischen Elektronengas und Neutralgas, um so niedriger stellt sich also die Elektronentemperatur ein. Die formelmäßige Beziehung zwischen diesen Größen, die sich aus dieser Überlegung ergibt, lautet:

$$\kappa = \frac{\sqrt{\pi}}{8} \frac{e^2}{k^2} \left(\frac{\mathcal{E} \lambda_e}{T_e} \right)^2 \quad (12)$$

oder

$$\kappa = 2,23 \cdot 10^{-1} \left[\frac{\mathcal{E}}{\text{V/cm}} \frac{\lambda_e}{\text{cm}} \frac{1}{U_e/\text{V}} \right]^2 \quad (13)$$

Mit den gemessenen Werten von T_e und \mathcal{E} und mit den oben berechneten Werten von λ_e haben wir κ als Funktion des Stromes ausgerechnet. Bild 21 zeigt als Ergebnis, wie erwartet, einen sehr starken Anstieg von κ mit dem Strom. Diese Abhängigkeit erweist sich innerhalb der Meßgenauigkeit als unabhängig vom Gasdruck, was verständlich wird, wenn man berücksichtigt, daß p' (s. Bild 17) kaum variiert; eine Tatsache, die übrigens auch erklärt, daß (Bild 14) die freien Weglängen bei höheren Strömen sich für den gekühlten und den ungekühlten Gleichrichter gleich einstellen. — Übrigens läßt sich aus der Stoßziffer κ auf den Umwegfaktor u (gerichtete: thermische Elektronengeschwindigkeit) schließen³⁾ wobei mit steigendem Strom die Elektronen besser gerichtet fliegen.

¹⁾ A. a. O. Während dort die Eigenlebensdauer eine Rolle spielen könnte, ist in dem von uns durchgemessenen Druckbereich die Auslöschung durch Wandstöße vorwiegend.

²⁾ Elektr. Gasentl. I S. 185.

³⁾ El. Gasentl. I S. 189, Gl. (262).

Herrn E. Lübcke sind wir insbesondere für wichtige Literaturhinweise dankbar. Herr E. Hempe hat uns wieder bei unseren langwierigen Messungen geholfen.

Zusammenfassung.

In der Quecksilberdampfsäule eines mit 50 Per/s betriebenen Glasgleichrichters wurde mittels synchron und kurzzeitig eingeschalteten Sonden die Elektronentemperatur, die axiale Elektronenkonzentration und die Längsfeldstärke, ferner der Druck im Kondensationsraum und die Armtemperatur gemessen. Der Strombereich erstreckte sich von 10^{-2} bis 70 A, der Druckbereich von 4 bis 200 mTorr.

Mit den Meßergebnissen läßt sich die mittlere freie Elektronenweglänge bestimmen, die bei kleinen Strömen mit der unter Berücksichtigung des Ramsauer-Effektes berechneten übereinstimmt. Bei größeren Strömen ist die Dampfdichte im Arm größenordnungsmäßig kleiner als im Dom, was auf eine Druckdifferenz zwischen Dom und Anodenarm zurückgeführt wurde. Als Ursache dieser Druckdifferenz wurde eine Saugwirkung des kathodischen Quecksilberdampfstrahles vermutet, die mit Argon als Testgas manometrisch bestätigt werden konnte. Ein Einfluß der Mikrofelder auf die Elektronenbeweglichkeit wurde nicht gefunden. — Die Elektronentemperatur, abhängig vom Dampfdruck, stimmt nur bei kleinem Strom (10^{-2} A) mit der aus der Diffusionstheorie berechneten überein; bei großem Strom ist sie wesentlich niedriger, was auf die maßgebliche Mitwirkung von Stufenionisierung deutet.

Die Längsfeldstärke der positiven Säule in Quecksilberdampf bei sehr kleinen Stromdichten.

Von Georg Mierdel und Werner Schmalenberg.

Mit 11 Bildern.

Mitteilung aus dem Laboratorium für Röhrentechnik und Gasentladung der Technischen Hochschule Berlin und dem Siemens-Röhren-Werk zu Siemensstadt.

Eingegangen am 21. Oktober 1936.

Inhaltsübersicht.

- | | | |
|---|--|--------------------------|
| I. Einleitung: Aufgabenstellung. | | III. Theoretischer Teil. |
| II. Experimenteller Teil.
1. Meßverfahren,
2. Versuchsergebnisse und ihre Auswertung. | | Zusammenfassung. |

I. Einleitung.

Die Schottkysche Diffusionstheorie der positiven Säule verlangt in ihrer ursprünglichen Form, daß die Längsfeldstärke in der Säule nicht vom Strom abhängen darf. Bei den mehratomigen Gasen (z. B. Stickstoff und Wasserstoff) scheint diese Forderung, wie A. Güntherschulze¹⁾ gezeigt hatte, in einem gewissen Stromstärkebereich erfüllt zu sein, allerdings unter der Voraussetzung, daß bei der Messung die durch die Erwärmung entstehende Druckerhöhung berücksichtigt wird. Für Edelgase und Quecksilberdampf dagegen wurde eine deutliche Abhängigkeit der Längsfeldstärke \mathcal{E} von der Stromstärke i festgestellt, und zwar ausnahmslos in dem Sinne, daß mit wachsendem Strom die Feldstärke abnimmt. A. Güntherschulze (a. a. O.) gibt seine eigenen Meßergebnisse durch die Formel wieder

$$\mathcal{E} = \frac{C \cdot \lambda}{R \left(1 + A \frac{i}{R}\right)},$$

worin C und A Festwerte, R und λ Rohrhalbmesser bzw. mittlere freie Weglänge bedeuten.

Spätere Messungen in Quecksilberdampf von W. Elenbaas²⁾ bringen eine wesentliche Erweiterung der Beobachtungen und führen zu einer Beziehung zwischen Längsfeldstärke und Stromstärke der folgenden Art:

$$\mathcal{E} = \frac{C}{R^a \cdot i^b},$$

in der ebenfalls das Wesen der Abhängigkeit $\mathcal{E}(i)$ klar in Erscheinung tritt. Auch die in Edelgasen vorgenommenen Messungen von A. Lompe und R. Seeliger³⁾

¹⁾ A. Güntherschulze: Z. Physik **41** (1927) S. 718; **42** (1927) S. 763.

²⁾ W. Elenbaas: Z. Physik **78** (1932) S. 603.

³⁾ A. Lompe u. R. Seeliger: Ann. Physik **15** (1932) S. 300.

bestätigen — abgesehen von gewissen Unregelmäßigkeiten in Helium — erneut das Absinken der Säulenfeldstärke mit zunehmendem Strom.

Alle die erwähnten Messungen beziehen sich auf Stromstärken, deren unterer Grenzwert etwa 20 mA nicht wesentlich unterschreitet. In diesem mittleren und erst recht in dem sich nach oben anschließenden Stromstärkebereich läßt sich, worauf die erwähnten Verfasser ebenfalls hinweisen, das beschriebene Verhalten des Gradienten ohne Schwierigkeit verstehen, wenn man annimmt, daß bei der Trägerneubildung in der Säule die stufenweise Ionisation in einem mit steigender Stromstärke immer mehr zunehmendem Maße eine Rolle spielt, d. h. die zum Ausgleich des Trägerverlustes zu fordernde Neuerzeugung ist bei zunehmender Stromstärke bereits bei kleineren Feldstärken möglich, als wenn die stufenweise Ionisation nicht vorhanden wäre. Man sollte zunächst annehmen, daß bei Verkleinerung der Stromdichte über einen leicht abschätzbaren Wert hinaus die stufenweise Ionisation gegenüber der Einstoßionisation zurücktritt und müßte im Sinne der ursprünglichen Diffusionstheorie der Säule erwarten, daß von da an auch der Gradient vom Strom unabhängig wird.

Diese Vermutung wird jedoch aus einem anderen Grunde nicht bestätigt. Wenn wir nämlich die Stromdichte immer weiter vermindern, so verkleinern wir damit auch die Trägerdichte n in der Säule und kommen bald an einen Punkt, wo die zum Aufbau des Querfeldes in der Säule erforderliche Raumladung nicht mehr gegenüber der durch den Strom gegebenen Trägerdichte zu vernachlässigen ist, mit anderen Worten, es gilt nicht mehr die von W. Schottky zur Ermöglichung der Durchführung der Rechnung angenommene Quasineutralität der Säule.

Von diesem Gesichtspunkt aus schien es wünschenswert, das Längsfeld in der Säule bis herab zu den kleinsten Stromdichtewerten messend zu verfolgen. Die Untersuchungen wurden in Quecksilberdampf durchgeführt und werden im experimentellen Teil beschrieben. Im theoretischen Teil wird sodann der Nachweis geführt, daß man bei den hier behandelten Stromdichtewerten schon damit rechnen muß, daß für einen beträchtlichen Teil des Rohrquerschnittes die Bedingung der Quasineutralität nicht mehr erfüllt wird.

II. Experimenteller Teil.

1. Meßverfahren.

Um eine möglichst gleichmäßige Temperaturverteilung im Entladungsrohr und damit eine genaue Berechnung der Dampfdichte zu gewährleisten, wurde auf die Verwendung einer Glühkathode oder eines Hilfslichtbogens von vornherein verzichtet und mit einer selbständigen Glimmentladung gearbeitet. Die Messung des Säulengefälles geschah nach der Methode der Elektrodenannäherung. Als Füllgas fand ausschließlich Quecksilberdampf in gesättigtem Zustande Verwendung, dessen Dichte aus der Sättigungstemperatur mit ausreichender Genauigkeit ermittelt werden konnte.

Einen Längsschnitt durch das benutzte Entladungsgefäß samt Heizofen zeigt Bild 1. Die Kathode, von unten durch einen Glasschliff einführbar, bestand aus einer kreisförmigen Eisenscheibe von 4 cm Dmr., die in zwei voneinander isolierte und mit besonderen Zuleitungen versehene konzentrische Stücke unterteilt war. Rückseite, Rand und Zuführungen waren vor dem Ansetzen der Entladung geschützt.

Als Anode diente eine kreisförmige Scheibe aus Eisenblech, die durch einen Eisenblechzylinder ausbalanciert mittels einer das Rohr umschließenden Magnetspule auf und ab bewegt werden konnte. Die Anordnung erlaubte eine Veränderung des Abstandes Kathode—Anode von 0 bis 15 cm. Die Rohrweite betrug $2R = 5,0$ cm.

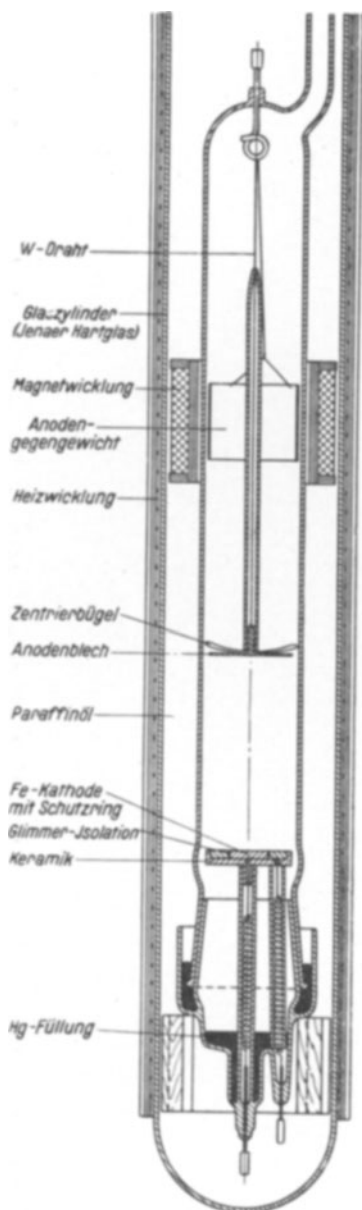


Bild 1. Längsschnitt durch das Entladungsgefäß.

Der Kathodenschliff wurde durch Quecksilber gedichtet und enthielt auch das zur Aufrechterhaltung der Dampfsättigung erforderliche Bodenquecksilber. Die ganze Entladungsröhre befand sich in einem Paraffinölbad, das durch eine auf die gesamte Länge gleichmäßig verteilte Heizwicklung geheizt werden konnte. Die Öltemperatur wurde an zwei verschiedenen Stellen durch Thermolement bzw. Thermometer gemessen. Eine Temperaturdifferenz wurde nach Erreichung des jeweils gewählten Beharrungszustandes nicht mehr be-

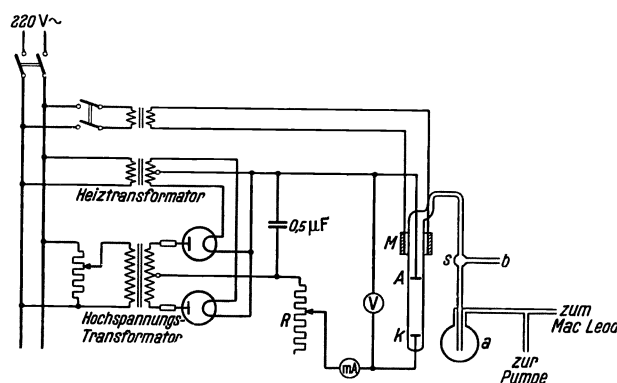


Bild 2. Schaltbild.

obachtet. Lästiges Heruntertropfen von Quecksilber, das in dem aus dem Ofen herausragenden Pumpstutzen kondensierte, wurde durch Erwärmen der Pumpleitung über die jeweilige Badtemperatur hinaus vermieden. Das Rohr lag während der Messungen dauernd an der Pumpe, so daß etwa entstehende gasförmige Verunreinigungen sofort abgepumpt wurden. Dieser Abtransport von Verunreinigungen wurde durch die lebhaft überdestilliert des Bodenquecksilbers vermutlich kräftig unterstützt. Der Druck der Restgase konnte mit dem McLeod-Manometer nicht mehr gemessen werden, betrug also höchstens 10^{-6} Torr.

Die benutzte Schaltung ist auf Bild 2 dargestellt. Die hochgespannte Gleichspannung wurde mit einem Doppelwellen-Ventilgerät hergestellt und durch einen Kondensator von $0,5 \mu\text{F}$ geglättet, wodurch für die kleinen hier interessierenden Entladungsstromstärken eine genügend geringe Welligkeit gewährleistet war. Ein Silitwiderstand R stabilisierte die Entladung in dem gewünschten Strombereich.

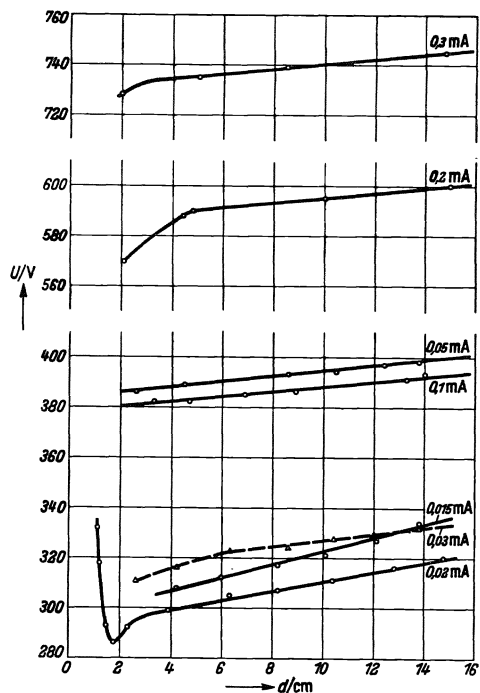


Bild 3. Spannungsverlauf bei $p = 0,76$ Torr ($\theta = 120^\circ$ C).

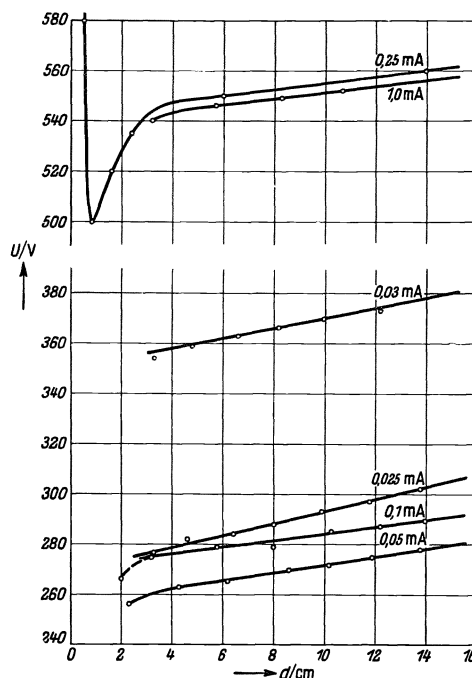


Bild 4. Spannungsverlauf bei $p = 1,85$ Torr ($\theta = 140^\circ$ C).

Die Elektrodenspannung U in Abhängigkeit vom Elektrodenabstand d bei jeweils konstanter Gesamtstromstärke in der Entladung wurde mit dem elektrostatischen Voltmeter V gemessen.

2. Versuchsergebnisse und ihre Auswertung.

In der hier angegebenen Weise wurden die Messungen bei Dampfdrucken von 0,76 bis 17,2 Torr entsprechend den Öltemperaturen von 120 bis 200° C durchgeführt. Die Höhe der Stromstärke war nach beiden Richtungen hin begrenzt: Bei abnehmendem Strom zieht sich die Entladung auf der Kathode, dem Hehlschen Gesetz entsprechend, zusammen, wobei schließlich ein Querschnitt erreicht wird, bei dem der seitliche Trägerverlust nicht mehr durch Neuerzeugung gedeckt werden kann, so daß die Entladung abreißt¹⁾. Die hierdurch gebotene Grenze liegt je nach der Dampfdichte bei 0,015 bis 0,1 mA.

Bei wachsender Stromstärke greift schließlich trotz sorgfältiger Abdeckung

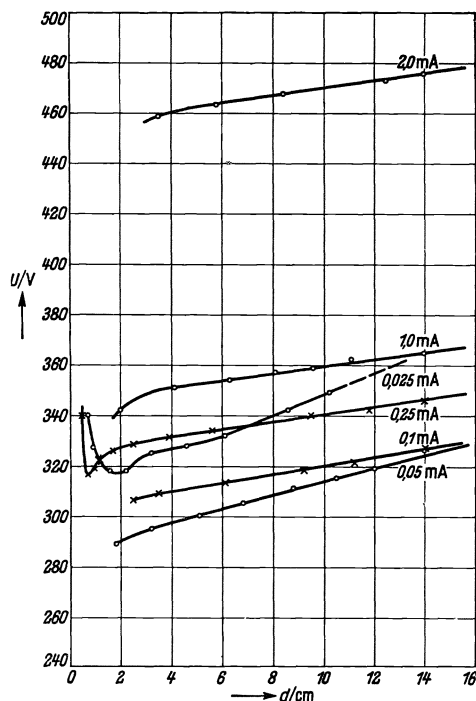


Bild 5. Spannungsverlauf bei $p = 4,18$ Torr ($\theta = 160^\circ$ C).

¹⁾ W. Rogowski: Arch. Elektrotechn. 25 (1931) S. 551.

der Kathodenzuleitung die Entladung an dieser Stelle an und gefährdet die Kathodenhaltung. Auch aus thermischen Gründen (unkontrollierbare Erwärmung der Kathode und des Dampfes über ihr) schien es uns nicht ratsam, mit der Stromstärke über 3 mA hinauszugehen.

Die Meßergebnisse — Elektrodenspannung U als Funktion des Abstandes d bei jeweils konstantem Strom und Druck — sind in Bild 3 bis 7 wiedergegeben. Die Kurven zeigen den typischen Verlauf: Linearer Abfall der Spannung, solange noch

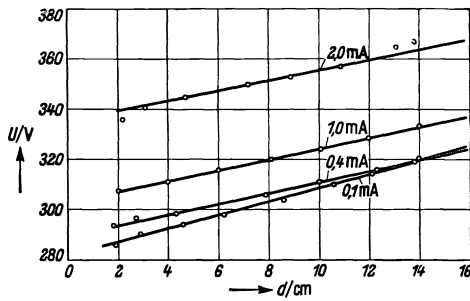


Bild 6. Spannungverlauf bei $p = 10,4$ Torr ($\theta = 185^\circ$ C).

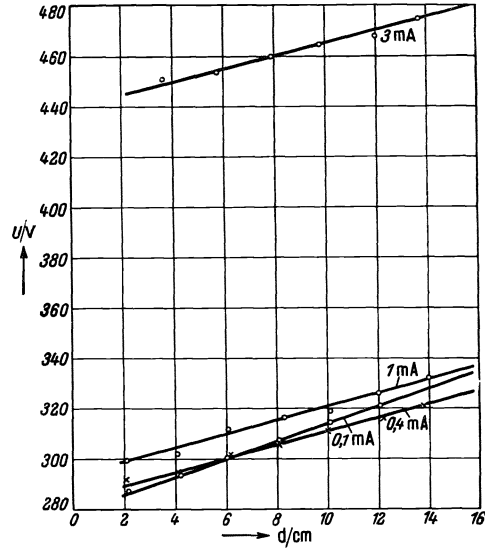


Bild 7. Spannungverlauf bei $p = 17,2$ Torr ($\theta = 200^\circ$ C).

eine Säule vorhanden ist, steiler Abfall der Spannung, sobald die Anode von Primärelektronen aus dem Fallraum getroffen wird, Minimum der Spannung (= Kathodenfall) und steiler Wiederanstieg im Gebiet der behinderten Entladung.

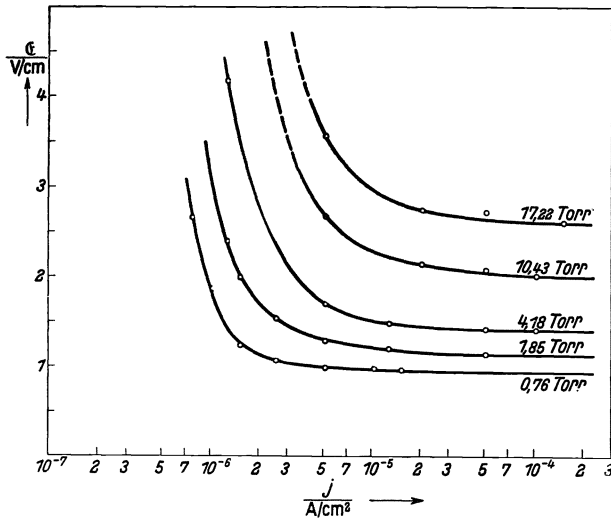


Bild 8. Längsfeldstärke, abhängig von der Stromdichte bei verschiedenen Dampfdrücken.

Aus der Neigung des linearen Stückes kann die Säulenfeldstärke \mathcal{E} entnommen werden. Da die Untersuchung von vornherein auf die Messung des Gradienten abgestellt war, wurde auf die Reproduzierbarkeit des Kathodenfalls, d. h. der Oberflächenbedingungen der Kathode, wenig Wert gelegt. Es schwankt daher der Kathodenfall, namentlich der anomale, wie die Kurven Bild 3 bis 7 zeigen, je nach dem Betriebszustand des Rohres ziemlich unsystematisch. Dabei spielen teilweise Bedeckung der Kathode mit Kondensquecksilber kurze Zeit nach dem Aufheizen

bzw. Selbstreinigung der Kathode durch Zerstäubung sicher eine große Rolle. Die dadurch bedingten Änderungen des Kathodenfalls verliefen jedoch so langsam, daß die Messung der Säulenfeldstärke dadurch nicht betroffen wurde.

Die Feldstärke \mathcal{E} , abhängig von der Stromdichte j (Querschnittsfläche des Rohres $R^2\pi = 19,7 \text{ cm}^2$), mit dem Dampfdruck p als Parameter ist in Bild 8 aufgezeichnet, während Bild 9 die Druckabhängigkeit der Längsfeldstärke bei verschiedenen Stromdichtewerten wiedergibt. Bild 10 bringt zur Vervollständigung die Darstellung des Verlaufes von \mathcal{E}/p als Funktion von Rp im Sinne der Ähnlichkeitsbeziehungen.

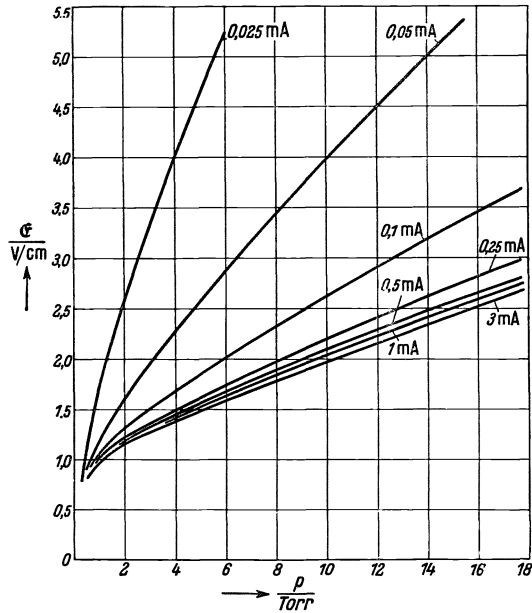


Bild 9. Längsfeldstärke, abhängig vom Dampfdruck bei verschiedenen Stromstärken.

Bild 10 bringt zur Vervollständigung die Darstellung des Verlaufes von \mathcal{E}/p als Funktion von Rp im Sinne der Ähnlichkeitsbeziehungen.

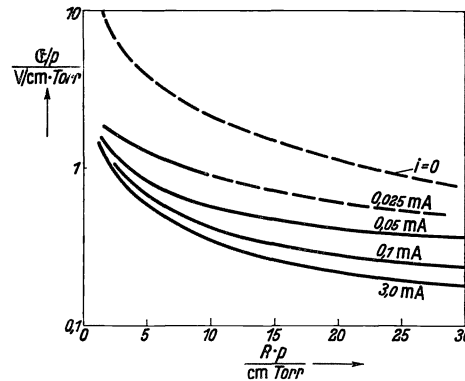


Bild 10. \mathcal{E}/p , abhängig von Rp bei verschiedenen Stromstärken.

Wir entnehmen aus den in Bild 8 dargestellten Kurven als wesentlichstes Ergebnis, daß die Längsfeldstärke in der Säule bei Erniedrigung der Stromdichte bis herunter zu etwa $8 \cdot 10^{-7} \text{ A/cm}^2$ stetig weiter zunimmt, und daß noch immer kein Anzeichen dafür vorhanden ist, daß sich die Feldstärke bei weiterer Verminderung der Stromdichte einem konstanten Wert nähert.

III. Theoretischer Teil.

Wir haben bereits in der Einleitung erwähnt, daß das Absinken der Längsfeldstärke mit zunehmendem Strom, das wenigstens für den Fall des Quecksilberdampfes nunmehr innerhalb des Stromdichtebereiches von einigen 10^{-7} A/cm^2 bis herauf zu den größten Werten durch Messungen belegt ist, in der ursprünglichen Fassung der Schottkyschen Diffusionstheorie der Säule nicht enthalten ist und bisher allgemein durch zusätzliche Wirkung von Mehrfachstößen, also durch einen die Trägererzeugung begünstigenden Mechanismus erklärt wurde. Bei der Suche nach weiteren Ursachen sekundärer Natur für die beobachtete Abhängigkeit der Feldstärke vom Strom wird man nun zweckmäßig von der Grundannahme der Säulentheorie, nämlich dem geforderten Gleichgewicht zwischen Trägererzeugung und Trägervernichtung ausgehen und sich fragen, in welcher Weise dieses Gleichgewicht durch Veränderung der Stromdichte, also in erster Linie der Trägerdichte allein geändert werden kann. Was zunächst die Trägererzeugung anbelangt, so liegt offensichtlich ganz unabhängig davon, welche sekundären, die Ionisierung durch Elektronenstoß begleitenden Vorgänge noch im Spiele sind (Mehrfachstöße, Stöße 2. Art, Photonenabsorption), der zu erwartende Einfluß der Stromdichte in der Richtung, daß auf jeden Fall eine

vermehrte Stromdichte auch die Neuerzeugung vermehrt, so daß also die Trägerbilanz durch ein geringeres Längsfeld aufrechterhalten werden kann.

Wir können ungefähr abschätzen, bis zu welchen Stromdichten herab noch mit solchen kumulativen Trägerbildungsvorgängen zu rechnen ist. Wir beschränken uns dabei auf den zweifachen Elektronenstoß und berechnen die Zeit τ , die im Mittel zwischen zwei gaskinetischen Elektronenstößen auf ein und dasselbe Dampfatom liegt. Dazu brauchen wir zunächst die Kenntnis der Trägerdichte n , die wiederum mit der Stromdichte j zusammenhängt durch die Beziehung

$$j = \varepsilon \cdot u \cdot n. \quad (1)$$

Für die Fortschrittggeschwindigkeit u setzen wir

$$u = \frac{\varepsilon \cdot \lambda}{m \cdot v} \cdot \mathcal{E} \quad (2)$$

ein, wobei ε , m und λ die Ladung, Masse und mittlere freie Weglänge des Elektrons und v seine mittlere thermische Geschwindigkeit bedeutet, für die ja bekanntlich gilt

$$v = \sqrt{\frac{8kT_e}{\pi m}}. \quad (3)$$

Damit wird dann schließlich

$$n = \frac{j \sqrt{8kT_e m}}{\varepsilon^2 \sqrt{\pi} \cdot \lambda \cdot \mathcal{E}}. \quad (4)$$

Jedes Elektron stößt nun in der Zeiteinheit mit

$$\nu = \frac{v}{\lambda} = \frac{1}{\lambda} \sqrt{\frac{8kT_e}{\pi m}}$$

Atomen zusammen. Ist N die Zahl der Atome je cm^3 , so ist im Mittel die sekundliche Stoßzahl für 1 Atom $\frac{n \cdot \nu}{N}$, also die Zeit τ zwischen zwei gaskinetischen Elektronenstößen

$$\tau = \frac{N}{n \cdot \nu}; \quad \text{und mit} \quad N = \frac{2,7 \cdot 10^{19} \cdot p \cdot 273}{760 T_g} = 0,974 \cdot 10^{19} \frac{p}{T_g}$$

(p = Dampfdruck in Torr, T_g = Gastemperatur in Grad K) wird schließlich

$$\tau = 6,36 \cdot 10^{11} \cdot \frac{\mathcal{E}/p}{T_g T_e \cdot j},$$

wobei für $p \cdot \lambda$ der Wert 10^{-2} Torr \cdot cm gesetzt wurde.

Für den kleinsten von uns benutzten Dampfdruck $p = 0,76$ Torr und demgemäß $T_g = 400^\circ \text{K}$, eine mittlere Feldstärke $\mathcal{E} = 1,5 \text{ V/cm} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ ESE}$ und eine mutmaßliche Elektronentemperatur $T_e = 6000^\circ \text{K}$ (s. w. u.) wird schließlich $\tau = 1,73 \cdot 10^3/j$. Einer Stromdichte von $j = 10^{-5} \text{ A/cm}^2 = 3 \cdot 10^4 \text{ ESE}$ würde daher eine mittlere Stoßzeit $\tau \approx 5 \cdot 10^{-2} \text{ s}$ entsprechen. Diese Zeit ist mit der Lebensdauer der metastabilen Zustände des Quecksilberatoms durchaus noch vergleichbar, für die im Schrifttum¹⁾ spektroskopisch ermittelte Werte von $4,5 \cdot 10^{-2} \text{ s}$ (für 2^3P_2) bzw. $1,3 \cdot 10^{-2} \text{ s}$ (für 2^3P_0) angegeben werden. Dabei ist allerdings zu berücksichtigen, daß es sich bei unserer Überschlagsrechnung lediglich um die mittleren Pausen zwischen zwei gaskinetischen Stößen handelt, so daß hierdurch nur gezeigt ist, daß unter den bestehenden Verhältnissen Mehrfachstöße grundsätzlich möglich sind, ohne daß man jedoch mangels genauer Kenntnis der Anregungswahrscheinlichkeiten besonders von höheren Niveaus aus etwas über die Häufigkeit solcher Prozesse aus-

¹⁾ M. Knoll, F. Ollendorff u. R. Rompe: Gasentladungstabellen. S. 62. Berlin (1935).

sagen könnte. Immerhin wird man vermuten können, daß eine merkliche Vermehrung der Trägerbildung durch Mehrfachstöße erst dann eintritt, wenn die Lebensdauer der metastabilen Zustände um 1 bis 2 Größenordnungen größer ist als die Pause zwischen zwei gaskinetischen Elektronenstößen, d. h. also unter den hier beschriebenen Verhältnissen bei Stromdichten von 10^{-4} bis 10^{-3} A/cm². Das beobachtete Anwachsen des Gradienten bei Abnahme der Stromdichte unterhalb dieses Wertes dürfte demnach durch den Mehrstoßmechanismus keine befriedigende Erklärung finden.

Es bleibt also als Ursache für die Abhängigkeit des Säulenfeldes von der Stromdichte die Beeinflussung des Trägerverlustes durch die Trägerdichte als einzige übrig. W. Schottky hat angenommen, daß der Trägerverlust in der Säule ausschließlich durch Abdiffusion zur Wand und Neutralisation dortselbst erfolgt, daß also — wenigstens für einatomige Gase — die Wiedervereinigung im Gasraum demgegenüber vernachlässigbar ist. Das ist in Strenge natürlich um so weniger zulässig, je höher die Trägerdichte wird. Den Einbau der Wiedervereinigung im Gase in die Diffusionstheorie der Säule hat R. Seeliger¹⁾ vollzogen (wenigstens für den vereinfachten Fall der „linearen“, d. h. zwischen zwei planparallelen Ebenen brennenden Säule).

Abgesehen davon, daß die Berücksichtigung der Wiedervereinigung im Raume einen mit der Stromdichte ansteigenden Gradienten verlangt, läßt sich für unseren Fall nun wiederum leicht zeigen, daß wir weit unterhalb der Trägerdichte gemessen haben, bei der eine Volumenrekombination überhaupt merklich in Erscheinung treten kann. Wir berechnen dazu die mittlere Lebensdauer eines Trägers unter alleiniger Berücksichtigung einmal der Rekombination (τ_r), zweitens der Abdiffusion zur Wand (τ_D). Für die erstere finden wir $\tau_r = \frac{1}{\rho \cdot n}$, wo ρ der Rekombinationskoeffizient ist. Für ρ liegen genaue Zahlenwerte, den Fall: freies Elektron—Atomion betreffend, nicht vor. Aus bekannten atommechanischen Gründen ist unser ρ wesentlich, und zwar um mindestens 4 Größenordnungen kleiner als für den Fall der Wiedervereinigung zweier entgegengesetzt geladener Atom- oder Molekülonen. Als obere Grenze für ρ können wir bei den niederen hier vorliegenden Elektronentemperaturen wohl mit 10^{-10} rechnen und erhalten damit zusammen mit dem aus Gleichung (4) mit $T_e = 6000^\circ$ K, $\mathcal{E} = 1,5$ V/cm und $j = 10^{-5}$ A/cm² für n folgenden Wert für die Lebensdauer $\tau_r = 115$ s als untere Grenze. Wir vergleichen damit die mittlere Lebensdauer τ_D der Träger, wie sie durch die Abdiffusion zur Wand und Neutralisation gegeben ist. Für ein zylindrisches Rohr vom Radius R folgt hierfür $\tau_D = \frac{R^2}{D_a \cdot 2,4^2}$.

Hierin ist D_a der ambipolare Diffusionskoeffizient. Für ihn müssen wir $D_a = \frac{k}{\epsilon} \cdot T_e \cdot b^+$ und in unserem Falle etwa $D_a = 150$ setzen. So erhalten wir mit $R = 2,5$ cm $\tau_D = 7,2 \cdot 10^{-3}$ s. Wir sind daher noch weit entfernt von den Stromdichten, bei denen in einatomigen Gasen und Dämpfen mit einer das Säulengleichgewicht merklich beeinflussenden Wiedervereinigung im Gasraum gerechnet werden muß.

Nachdem als erwiesen gelten muß, daß die Wiedervereinigung im Raum unter den betrachteten Verhältnissen keine wesentliche Rolle spielen kann, erhebt sich die Frage, ob der Abtransport der Träger zur Wand, d. h. die ambipolare Diffusion, durch die Trägerdichte in einer Weise beeinflußt werden kann, die die fallende Säulen-

¹⁾ R. Seeliger: Physik. Z. **33** (1932) S. 273.

²⁾ E. Spenke u. M. Steenbeck: Wiss. Veröff. Siemens-Werk. **XV**, 2 (1936) S. 18.

kennlinie erklärt. Die zu betrachtenden Einflüsse müssen natürlich in der Richtung liegen, daß durch vermehrte Trägerdichte der ambipolare Diffusionskoeffizient D_a verringert, die Diffusion selbst also verlangsamt wird. Wir wollen dabei absehen von all den Fällen, wo die durch Temperaturabfall bedingte räumliche Gasdichteninhomogenität die mittlere freie Weglänge der Träger und damit sowohl die Neuerzeugung als auch Abwanderung wesentlich beeinflußt und zu der schon seit langem bekannten Erscheinung der Einschnürung des Entladungspfades führt. Derartige Temperatur- und Dichteunterschiede sind bei den hier benutzten geringen Stromdichten natürlich zu vernachlässigen. Außerdem ist dieser Fall bereits von R. Seeliger¹⁾ behandelt worden.

Nur kurz hingewiesen sei ferner auf eine weitere Möglichkeit, die fallende Säulenkennlinie zu erklären, nämlich durch die Annahme, daß das magnetische Eigenfeld der Säule die mittlere freie Weglänge der Träger und damit auch ihren Diffusionskoeffizienten vermindert. Diese Wirkung des Magnetfeldes kommt einer Druckerhöhung δp gleich, für die sich folgender Ausdruck berechnet²⁾:

$$\frac{\delta p}{p} = 9,5 \cdot 10^{-3} \frac{\lambda_1^3}{MT} \cdot \left(\frac{H}{p}\right)^2.$$

Hierin ist λ_1 die mittlere freie Weglänge der betrachteten Trägergattung bei einem Druck von 1 Torr, M und T Molekulargewicht bzw. Temperatur (Grad K) der Träger, H das Magnetfeld in Oersted.

Es läßt sich leicht übersehen, daß für unseren Fall auch diese Wirkung zu vernachlässigen ist. Berechnen wir nämlich für Quecksilberdampf von $p = 1$ Torr ($\lambda_1 = 10^{-2}$ cm) dasjenige Magnetfeld, das eine Pseudodruckerhöhung von nur 1% hervorruft, so erhalten wir aus obiger Formel

$$H^2 = \frac{M \cdot T \cdot p^2}{9,5 \cdot 10^{-3} \cdot \lambda_1^3} \cdot 0,01,$$

und für Elektronen mit $M = 1/1800$ und $T = 6000^\circ \text{K}$ wird dann $H = 187$ Oersted. Nun gilt für das Eigenmagnetfeld der Säule im Abstände r von der Achse bei gleichmäßiger Stromverteilung — die Besselsche Verteilung der Stromdichte verändert die Sachlage natürlich nicht wesentlich — $H = \frac{0,2 \cdot i \cdot r}{R^2}$. Der Höchstwert von H gilt daher für $r = R$. Um auf 187 Oersted zu kommen, wäre also ein Entladungsstrom von 2300 A notwendig!

Als weitere Möglichkeit einer Beeinflussung des Diffusionskoeffizienten durch die Trägerdichte bleibt die Wirkung der Mikrofelder zu besprechen. Auch in diesem Falle kann man zeigen, daß ein merklicher Einfluß bei unseren geringen Stromdichten noch keineswegs in Erscheinung treten kann. Wir berechnen dazu in Annäherung die Relaxationslänge S , d. h. die Strecke, die ein Träger durchfliegen muß, damit die durch die statistisch unregelmäßig verteilten Mikrofelder im Mittel erfolgte Energieänderung von der Größe der kinetischen Energie des Trägers selbst wird. Es ist nämlich für Elektronen angenähert³⁾

$$S = 1,8 \cdot 10^3 \cdot T_e^2/n$$

(für positive Träger ist S noch um etwa 2 Größenordnungen größer) und in unserem Fall, d. h. für $T_e = 6000^\circ \text{K}$ und $n = 10^8 \text{cm}^{-3}$, wird also $S = 650 \text{cm}$. Dadurch

¹⁾ R. Seeliger: a. a. O.

²⁾ A. v. Engel u. M. Steenbeck: Elektr. Gasentlad. **1** (1932) S. 201.

³⁾ A. v. Engel u. M. Steenbeck: Elektr. Gasentlad. **2** (1934) S. 23.

wird die für die Abdiffusion maßgebliche mittlere freie Weglänge nicht merklich verändert, denn die neue Weglänge λ berechnet sich zu $\lambda \cdot S/\lambda + S$, wird also nur für $\lambda \approx S$ wirksam verkleinert.

In diesem Zusammenhang entsteht die Frage, ob überhaupt die Mikrofeldwirkung in unserem Falle imstande ist, die Maxwell-Verteilung der Elektronengeschwindigkeiten, die ja dauernd durch die unelastischen Stöße gestört wird, in genügend kurzer Zeit wiederherzustellen, so daß im Mittel mit der Maxwell-Verteilung gerechnet werden kann. Wir berechnen dazu aus der Relaxationsstrecke S die Relaxationszeit

$$T_r = \frac{S}{v} = \frac{1,8 \cdot 10^3 \cdot T_e^2}{n \cdot v}.$$

Diese ist zwar klein im Vergleich mit der Lebensdauer des Trägers, für die wir $\tau_D = \frac{R^2}{D_a \cdot (2,4)^2}$ setzen können, und zwar ist, wie sich durch Einsetzen unserer Zahlenwerte ($T_e = 6000^\circ \text{K}$, $n = 10^8 \text{ cm}^{-3}$, $R = 2,5 \text{ cm}$) berechnen läßt, $\frac{T_r}{\tau_D} \approx 1,6 \cdot 10^{-3}$; ob jedoch diese Relaxationszeit ausreichend ist, um nach einem jeden unelastischen Stoß die Maxwell-Verteilung wiederherzustellen, hängt von der Häufigkeit der letzteren, d. h. also von ihrem zeitlichen Abstände ab.

Auch diese Frage läßt sich nach Kenntnis der Lebensdauer τ_D befriedigend beantworten. In der Zeit τ_D durchläuft der Träger in Feldrichtung die Strecke $L = u \cdot \tau_D$, wobei $u = \frac{\varepsilon \cdot \lambda}{m \cdot v} \cdot \mathfrak{E}$ die gerichtete Geschwindigkeit ist. Dadurch gewinnt der Träger die Energie (in erg)

$$W = \varepsilon \cdot \mathfrak{E} \cdot L = \frac{\varepsilon^2 \cdot \lambda \cdot \mathfrak{E}^2}{m \cdot v} \cdot \tau_D.$$

Diese Energie wird in folgender Weise verwendet:

1. ν elastische Stöße mit je einem Energieverbrauch von

$$\frac{3}{2} \nu \cdot k \cdot T_e \quad \left(\nu = \frac{v \cdot \tau_D}{\lambda}, \quad \nu = \frac{2m}{M} \right);$$

2. ein ionisierender Stoß mit einem Energieverbrauch $\varepsilon \cdot U_j$;

3. x anregende Stöße mit einem Energieverbrauch von je $\varepsilon \cdot U_a$.

Wir haben daher die Energiebilanz

$$\frac{\varepsilon^2 \cdot \lambda \cdot \mathfrak{E}^2}{m \cdot v} \cdot \tau_D = \frac{3}{2} \nu \cdot k \cdot T_e + \varepsilon U_j + x \cdot \varepsilon U_a.$$

Setzt man wiederum die üblichen Zahlenwerte in ESE ein, so sieht man sofort, daß sowohl die Ionisierungsarbeit als auch der elastische Stoßverlust (= Gaserwärmung) gegenüber der vom Feld geleisteten Arbeit W verschwinden, so daß praktisch allein bleibt

$$x \cdot \varepsilon \cdot U_a = \frac{\varepsilon^2 \lambda \cdot \mathfrak{E}^2}{m \cdot v} \cdot \tau_D.$$

Also beträgt die Zahl der Anregungen während der Lebensdauer

$$x = \frac{\varepsilon \cdot \lambda \cdot \mathfrak{E}^2}{m v \cdot U_a} \tau_D,$$

und die mittlere Zeit zwischen zwei Anregungen

$$\tau_a = \frac{\tau_D}{x} = \frac{m \cdot v \cdot U_a}{\varepsilon \cdot \lambda \cdot \mathfrak{E}^2},$$

¹⁾ Hierin steckt allerdings bereits die Annahme einer Maxwell'schen Geschwindigkeitsverteilung.

wobei wiederum $v = \sqrt{\frac{8kT_e}{m \cdot \pi}}$ zu setzen ist. Mit $T_e = 6000^\circ \text{K}$, $U_a = 5 \text{V}$, $\lambda = 10^{-2} \text{cm}$ ($p = 1 \text{Torr}$) und $\mathcal{E} = 1 \text{V/cm}$ erhalten wir dann $\tau_a = 1,38 \cdot 10^{-5} \text{s}$. Es ist also die mittlere Zeit zwischen zwei Anregungen tatsächlich von derselben Größe etwa wie die Relaxationszeit der Mikrofelder, so daß es fraglich erscheint, ob durch die Mikrofelder überhaupt die Maxwell-Verteilung so weit hergestellt wird, daß man mit den entsprechenden statistischen Formeln und Größen rechnen kann. Nun ergibt sich allerdings aus dem besonderen Verlauf des Wirkungsquerschnittes mit der Elektronengeschwindigkeit eine Möglichkeit zur wirksamen Wiederherstellung der Maxwell-Verteilung, auf die D. Gábor¹⁾ aufmerksam gemacht hat, so daß wir in erster Annäherung nun doch vielleicht mit der Maxwell-Verteilung rechnen können.

Zusammenfassend läßt sich demnach sagen, daß zur Zeit keine Wirkung der Stromdichte, d. h. also auch der Trägerdichte bekannt ist, mit deren Hilfe in dem hier untersuchten Strombereich eine Beeinflussung der ambipolaren Diffusion im Sinne einer fallenden Säulenkenlinie erklärt werden kann. Wie jedoch bereits eingangs erwähnt, ist zu beachten, daß bei zu kleinen Strom- und Trägerdichten die Bedingung der Quasineutralität in der Säule nicht mehr erfüllt ist. Das kann so weit gehen, daß die zum Aufbau des Radialfeldes erforderliche positive Raumladung nicht nur vergleichbar wird mit der anwesenden Trägerladung, sondern sie sogar übersteigen kann. Wir wollen zeigen, daß bei den von uns verwendeten Stromdichten mit einer derartigen Wirkung bereits zu rechnen ist.

Nach W. Schottky ist die Trägerdichte wie auch die Stromdichte radialsymmetrisch verteilt und fällt von einem Höchstwert n_0 in der Rohrmitte nach außen hin ab, bis an der Rohrwandung ($r = R$) $n = 0$ wird. Der Verlauf $n(r)$ ist dabei durch die Besselsche Funktion nullter Ordnung

$$\frac{n}{n_0} = J_0\left(\frac{2,405 \cdot r}{R}\right)$$

gegeben. Zur bequemeren Durchrechnung nähern wir diesen Verlauf in einer hier ausreichenden Genauigkeit durch einen parabolischen Trägerdichteverlauf an, indem wir setzen

$$n/n_0 = 1 - r^2/R^2.$$

Da außerdem für das Potential $U(r)$ die Beziehung

$$n/n_0 = e^{-\frac{\varepsilon \cdot U(r)}{kT_e}}$$

(Boltzmann-Verteilung) besteht, so haben wir

$$e^{-\frac{\varepsilon \cdot U(r)}{kT}} = 1 - r^2/R^2$$

oder

$$U(r) = -\frac{k \cdot T_e}{\varepsilon} \cdot \ln\left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right). \quad (5)$$

Der hierdurch gegebene radiale Potentialverlauf kommt durch den Aufbau der Raumladung $\varrho = (n^+ - n^-) \cdot \varepsilon$ zustande und ist mit ihr durch die Poissonsche Differentialgleichung verknüpft, die für Zylindersymmetrie lautet:

$$-4\pi\varrho = -4\pi\varepsilon(n^+ - n^-) = \frac{d^2U}{dr^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{dU}{dr}.$$

¹⁾ D. Gábor: Physik. Z. **34** (1933) S. 38.

Aus (5) folgt nun
$$\frac{dU}{dr} = 2 \frac{k T_e}{\varepsilon} \cdot \frac{r}{R^2 - r^2},$$

und
$$\frac{d^2 U}{dr^2} = 2 \frac{k T_e}{\varepsilon} \cdot \frac{R^2 + r^2}{(R^2 - r^2)^2},$$

so daß also wird
$$-4 \pi \varepsilon (n^+ - n^-) = 4 \frac{k T_e}{\varepsilon} \cdot \frac{R^2}{(R^2 - r^2)^2}.$$

Hieraus berechnet sich die zum Feldaufbau notwendige überschüssige Trägerdichte $\delta n = n^+ - n^-$ zu

$$\delta n = \frac{k T_e}{\pi \varepsilon^2} \cdot \frac{R^2}{(R^2 - r^2)^2}. \quad (6)$$

Diesen Wert haben wir zu vergleichen mit der zum Stromtransport notwendigen Trägerzahl. Die letztere hängt mit der gemessenen Stromdichte $j = \frac{i}{R^2 \pi}$ durch die Gleichung (4) zusammen, wobei außerdem zu berücksichtigen ist, daß der durch (4) gegebene Wert für die Trägerdichte den über den ganzen Rohrquerschnitt genommenen Mittelwert (\bar{n}) darstellt. Um aus ihm den Scheitelwert n_0 in der Säulenachse zu berechnen, benutzen wir die Beziehung für den Mittelwert

$$\bar{n} = \frac{\int_0^R 2 \pi r \cdot n \cdot dr}{R^2 \pi},$$

die mit $n = n_0(1 - r^2/R^2)$ übergeht in

$$\bar{n} = \frac{2 n_0}{R^2} \int_0^R \left(r - \frac{r^3}{R^2} \right) dr = \frac{n_0}{2}.$$

Damit wird dann die radiale Verteilung der Trägerdichte

$$n(r) = n_0 \cdot \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right) = 2 \bar{n} \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right),$$

und mit Benutzung von (4) bekommen wir

$$n(r) = \frac{2 j \cdot \sqrt{8 k m T_e}}{\varepsilon^2 \cdot \sqrt{\pi} \cdot \lambda \cdot \mathcal{E}} \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right). \quad (7)$$

Während also die Trägerdichte selbst nach (7) von innen nach außen abfällt und an der Wand verschwindet, steigt umgekehrt nach (6) die Überschußraumladung (Trägerdichte) mit r an, um an der Wand selbst rechnerisch unendlich groß zu werden. [In Wirklichkeit gilt natürlich diese Beziehung und auch die Gleichung (5) nicht bis $r = R$; die Wand lädt sich nämlich, einer isolierten Sonde entsprechend, auf das statische Sondenpotential, d. h. also etwa um 5 bis 10 V gegen das Plasma, negativ auf, so daß weder U noch δn unendlich groß werden.] An irgendeiner Stelle r werden nun Trägerdichte n und Überschußträgerdichte δn einander gleich sein. Liegt diese Stelle beträchtlich von der Wand entfernt, so muß angenommen werden, daß für einen beträchtlichen Bruchteil des Rohrquerschnittes die Schottkysche Annahme der Quasineutralität nicht mehr auch nur angenähert zu Recht besteht und demzufolge auch die Aussagen der Diffusionstheorie der Säule nicht mehr zutreffen. Die Lage dieser Stelle ist gegeben durch die Forderung $\delta n = n$, d. h. nach (6) und (7) muß sein

$$\frac{k \cdot T_e}{\pi \varepsilon^2} \cdot \frac{R^2}{(R^2 - r^2)^2} = \frac{2 j \sqrt{8 k m T_e}}{\varepsilon^2 \sqrt{\pi} \cdot \lambda \cdot \mathcal{E}} \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right).$$

Daraus folgt nach Einsetzen der Zahlenwerte — $k = 1,37 \cdot 10^{-16}$ erg/grad, $\varepsilon = 4,77 \cdot 10^{-10}$ ESE, $m = 9 \cdot 10^{-28}$ g, $R = 2,5$ cm — und Übergang zu technischen Einheiten für \mathcal{E} und j

$$\frac{r}{R} = \sqrt{1 - 1,91 \cdot 10^{-3} \cdot \sqrt[3]{\frac{\mathcal{E} \cdot \lambda}{j}} \cdot \sqrt[6]{T_e}},$$

und, solange nur geringe Abweichungen des r/R -Wertes von 1 berücksichtigt werden sollen, gilt angenähert

$$\frac{r}{R} = 1 - 0,95 \cdot 10^{-3} \cdot \sqrt[3]{\frac{\mathcal{E} \cdot \lambda}{j}} \cdot \sqrt[6]{T_e}. \quad (8)$$

Zur Orientierung über den Verlauf dieser Funktion genügt die Einsetzung konstanter Werte für T_e und $\mathcal{E} \cdot \lambda$. Wir rechnen wiederum mit $T_e = 6000^\circ$ K (wenig empfindlich, da 6. Wurzel), $\mathcal{E} = 1,5$ V/cm und $\lambda = 10^{-2}$ cm¹).

Das Ergebnis ist in Bild 11 aufgetragen, in dem die ausgezogene Kurve darstellt, wie bei Verkleinerung der Stromdichte in einem Rohr von 2,5 cm Radius die Stelle,

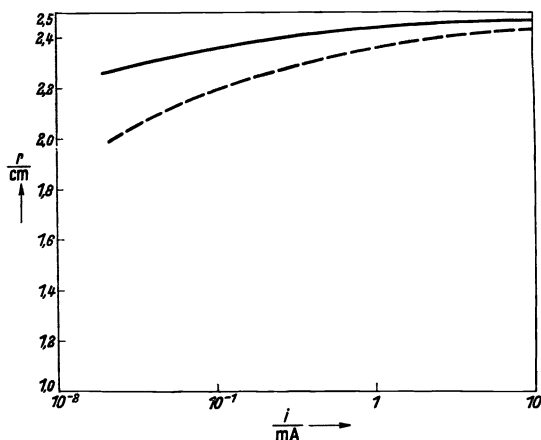


Bild 11. Einengung des Bereiches der Quasi-Neutralität durch abnehmenden Strom.

an der die Überschußladung gerade gleich der nach W. Schottky errechneten Trägerdichte ist, nach innen wandert. Natürlich hört die Quasineutralität bereits viel früher auf zu bestehen. In Bild 11 ist deshalb noch — gestrichelt — die entsprechende Kurve für die Stelle angegeben, an der die feldbildende Überschußladung gerade 10 % der Trägerdichte beträgt. Wie man sieht, beginnt bereits bei Stromstärken von einigen mA der quasineutrale Querschnitt sich beträchtlich zusammenzuziehen, so daß von hier an mit immer mehr zunehmenden Abweichungen von der ursprünglichen Diffusionstheorie gerechnet werden muß.

Die rechnerische Durchführung der Diffusionstheorie für den Fall der Nichtneutralität ist bisher wegen der auftretenden mathematischen Schwierigkeiten auch in Annäherung nicht lösbar. Man kann immerhin sofort erkennen, in welchem Sinne die durch die Einengung der Neutralitätszone bedingten Abweichungen liegen müssen: Durch den Mangel an positiver Raumladung in den Randzonen der Säule wird dort das Querfeld geschwächt, die Abwanderung der negativen Träger also beschleunigt. Jeder einzelne Träger bleibt daher kürzere Zeit im Gasraum und, da er während seiner Aufenthaltsdauer einmal ionisieren muß, um sich einen „Nachfolger“ zu verschaffen, ist eine höhere Feldstärke erforderlich als sonst, d. h. die Längsfeldstärke muß ansteigen, wenn der Strom unter die Neutralitätsgrenze sinkt.

Hier knüpfen nun die Überlegungen an, die M. Steenbeck²⁾ für den Fall einer zündenden Säule angestellt hat. Im Grenzfall $i = 0$ ist überhaupt kein Querfeld mehr vorhanden, das die Abdiffusion der Träger verzögert, und der Trägerverlust

¹⁾ Die Elektronenweglänge $\lambda = 10^{-2}$ cm würde sich aus gaskinetischen Daten unter Berücksichtigung von $\lambda = 4 \cdot \sqrt{2} \cdot \lambda_g$ berechnen. Berücksichtigt man dagegen den Ramsauer-Effekt, so müßte man mit etwa 30 bis 40% dieses Wertes rechnen (vgl. A. v. Engel u. M. Steenbeck: Wiss. Veröff. Siemens-Werk, XV, 3 (1936) S. 54).

²⁾ M. Steenbeck: Wiss. Veröff. Siemens-Werk XV, 3 (1936) S. 32.

ist nunmehr am größten. Zur Aufrechterhaltung einer stationären Strömung ist also in diesem Falle ein Höchstwert der Feldstärke erforderlich. Die Kurven auf Bild 10 sollten sich also mit immer mehr abnehmendem i einer Grenzkurve $\mathcal{E}/p = f(R \cdot p)$ nähern, die die \mathcal{E}/p -Werte für die Säulenzündung enthält. Wir können aus Bild 4 der erwähnten Steenbeckschen Veröffentlichung (S. 41) die Elektronentemperaturen der zündenden Säule entnehmen. Um diese Werte in unser Bild 10 einzuzeichnen, müßten wir allerdings erst Elektronentemperaturen in Feldstärken umrechnen. Dazu könnte grundsätzlich die bekannte aus den elementaren Ansätzen für die Trägerbeweglichkeit ableitbare Beziehung für die Weglängenspannung $\mathcal{E} \cdot \lambda_e = 1,83 \cdot 10^{-4} \cdot T_e \cdot \sqrt{\kappa}$ benutzt werden, die allerdings ein in zweifacher Hinsicht ungenaues Ergebnis erwarten läßt: einmal ist die Elektronenweglänge λ_e wegen des Ramsauer-Effektes nur unsicher bekannt. Dieser Fehler fällt allerdings bei den im Zündfeld herrschenden hohen Elektronentemperaturen nicht so sehr ins Gewicht, da sich hierfür λ_e genügend genau abschätzen läßt¹⁾. Zweitens spielt aber gerade im Zündfeld die Unsicherheit des Wertes für κ eine große Rolle. κ ist bekanntlich der Bruchteil der je Elektronenstoß auf das Atom übertragenen Energie. Bei den verhältnismäßig hohen Temperaturen im Zündfeld muß man natürlich mit einem erheblichen Maß von Anregungen rechnen, so daß der auf rein elastischen Stoßverlusten begründete Wert für κ ($= \frac{2 \text{ Elektronenmasse}}{\text{Atommasse}}$) sicher zu niedrig ausfallen dürfte. Diese Wirkung ist bereits im Falle der brennenden Säule zu beachten: In dem $R \cdot p$ -Bereich, in dem wir gemessen haben, läßt sich z. B. zeigen, daß κ zwischen $5,5 \cdot 10^{-6}$ (für rein elastische Stöße) als unterer Grenze und etwa 10^{-4} als oberer liegen muß. Es würde also bereits in diesem Falle und obgleich κ nur unter der Wurzel vorkommt, eine Unsicherheit um etwa den Faktor 4 entstehen.

Wir können nun jedoch beim Vergleich unserer Messungen mit der Steenbeckschen Zündkurve den Weg über das unsichere κ vermeiden, indem wir davon Gebrauch machen, daß bei der brennenden Entladung, unabhängig vom Strom — allerdings nur in einem solchen Strombereich, für den die Schottkysche Theorie gilt, für den also weder Mehrfachanregung noch Einengung des Neutralitätsbereiches eintritt — die Elektronentemperatur T_e nur von $R \cdot p$ abhängt. Wir können daher aus direkten Messungen der Säulenfeldstärke, wie sie z. B. von uns oder in einem benachbarten $R \cdot p$ -Bereich von W. Elenbaas²⁾ durchgeführt worden sind, die \mathcal{E}/p -Werte für verschiedene $R \cdot p$ entnehmen und an Stelle der Elektronentemperatur in unser Bild 10 eintragen. Als Stromstärke wählen wir dafür 10 mA. Ein besonderes Beispiel soll dieses Übertragungsverfahren veranschaulichen: Für $R \cdot p = 5 \text{ cm} \cdot \text{Torr}$ folgt aus der Steenbeckschen Zündkurve eine Elektronentemperatur von 1,05 V (= 11700° K). Zu derselben Temperatur gehört in der Brennkurve ein $R \cdot p = 0,30$. Die Elenbaasschen Messungen beziehen sich auf einen Dampfdruck von 0,27 Torr, entsprechend einer Ofentemperatur von 100° C. Für $R \cdot p = 0,30$ folgt also daraus $R = 1,1 \text{ cm}$, d. h. ein Rohrdurchmesser von $D = 2,2 \text{ cm}$. Nun hat Elenbaas selbst seine Messungen dargestellt durch die Formel

$$\mathcal{E} = \frac{1,045}{D^{0,69} \cdot i^{0,12}}$$

(\mathcal{E} in V/cm, D in cm, i in A). Für $D = 2,2 \text{ cm}$ und $i = 10^{-2} \text{ A}$ errechnet sich daraus $\mathcal{E} = 1,05 \text{ V/cm}$ und schließlich $\mathcal{E}/p = 3,9 \text{ V}/(\text{cm} \cdot \text{Torr})$. Dieser Wert ist in unser Bild 10

¹⁾ Siehe Fußnote auf S. 72.

²⁾ W. Elenbaas: a. a. O.

eingetragen. Die so erhaltene Kurve trägt die Bezeichnung $i = 0$. Es ist hierzu noch zu bemerken, daß innerhalb des $R \cdot p$ -Bereiches, in dem sowohl die Elenbaasschen als auch unsere Messungen auswertbar sind, die Abweichung beider \mathcal{E}/p -Werte voneinander 10% nicht übersteigt. Die Kurve $i = 0$ auf Bild 10 kann offensichtlich als Grenzkurve für $\mathcal{E}/p = f(R \cdot p)$ betrachtet werden, der sich die \mathcal{E}/p -Kurve nähert, wenn i gegen 0 geht. Damit findet die in der vorliegenden Arbeit vertretene Anschauung, daß in den hier betrachteten Stromdichtebereichen merkliche Abweichungen von der Quasineutralität auftreten, eine weitere Stütze.

Zusammenfassung.

In der Glimmentladungssäule im gesättigten Quecksilberdampf zwischen 0,76 und 17 Torr werden nach dem Elektrodenannäherungsverfahren die Längsfeldstärken in Abhängigkeit von dem Dampfdruck und der Stromdichte bis herab zu 10^{-6} A/cm² gemessen.

Es zeigt sich auch in diesem Stromdichtebereich eine fallende Säulenkenlinie.

Die theoretischen Überlegungen ergeben, daß die fallende Säulenkenlinie bei diesen kleinen Stromdichten nicht durch Temperaturwirkungen, Mehrfachstöße oder Mikrofeldwirkung erklärt werden kann. Vielmehr dürfte der Grund für die fallende Säulenkenlinie in dem Mangel an feldbildenden Trägern zu suchen sein, der die Bedingung der Quasineutralität nicht mehr erfüllt.

Über den Aufbau der Sperrschicht beim Kupferoxydulgleichrichter.

Von Ferdinand Waibel.

Mit 5 Bildern.

Mitteilung aus dem Zentrallaboratorium des Wernerwerkes
der Siemens & Halske A.-G. zu Siemensstadt.

Eingegangen am 19. Oktober 1936.

1. Einleitung.

Durch frühere Versuche (1) konnte der Nachweis erbracht werden, daß die unipolar leitende und lichtempfindliche Sperrschicht des Kupferoxydulgleichrichters aus einer sehr dünnen Kupferoxydulschicht besteht mit extrem erhöhtem spezifischem Widerstand gegenüber demjenigen der angrenzenden Grundmasse der Kupferoxydulschicht. Beim technischen Gleichrichter (Hinterwandgleichrichter) wurde die effektive Dicke dieser Sperrschicht durch Kapazitätsmessungen zu etwa 300 m μ bestimmt (2), beim Vorderwandgleichrichter zu etwa 10 m μ (3).

Eine Sperrschicht aus Kupferoxydul läßt sich bekanntlich auf recht verschiedene Art und Weise erzeugen. Beim technischen Gleichrichter entsteht sie während der Abkühlung der in Luft geglühten Kupfer-Kupferoxydul-Platte zwischen Mutterkupfer und der aufgewachsenen Kupferoxydulschicht. Beim Vorderwandgleichrichter (Photozelle) entsteht sie durch chemische oder elektrochemische Reduktion einer dünnen Oberflächenschicht des Kupferoxyduls zu Kupfer zwischen diesem und der nicht reduzierten Oxydulschicht. Die Reduktion kann dabei erfolgen durch naszierenden Wasserstoff (Säure) oder Ionen- oder Elektronenbombardement (Kathodenzerstäubung).

Die Entstehung der Kupferoxydulsperrschicht ist auf jeden Fall bei allen Erzeugungsarten zurückzuführen auf den Entzug des für die Kaltleitfähigkeit wesentlich maßgebenden stöchiometrisch überschüssigen Sauerstoffgehalts innerhalb einer gewissen Schichtdicke des Kupferoxyduls. Das Verständnis für solche Vorgänge und die zwangsläufige Erhöhung des spezifischen Widerstandes in der sauerstoffarm gemachten Sperrschicht haben Versuche über die elektrische Leitfähigkeit des Kupferoxyduls im Gleichgewicht mit seinen Nachbarphasen gebracht (4).

Bei dem rein thermisch hergestellten technischen Hinterwandgleichrichter entsteht die Sperrschicht während der Abkühlung infolge des immer kleiner werdenden Diffusionsvermögens für den überschüssigen Sauerstoff einerseits (oder noch besser gesagt, desjenigen der Kupferionen) und dank der Existenz eines Maximums der Kaltleitfähigkeit von Kupferoxydul andererseits, das bei 400 bis 450° C ins thermodynamische

Gleichgewicht mit der Kupferphase gebracht ist. In der Grundmasse der Cu_2O -Schicht friert ein zu höherer Temperatur (z. B. 600°C) gehöriger thermodynamischer Zustand des Cu_2O ein mit einer sehr guten Leitfähigkeit im erkalteten Zustand. Bei der Abkühlung von z. B. 600° auf Zimmertemperatur wird nur eine relativ dünne und sukzessive immer dünner werdende Schicht unmittelbar am Kupfer sich noch ins thermodynamische Gleichgewicht setzen können, und diese Gleichgewichtseinstellung ist von etwa 400°C ab mit einer starken Verringerung der Leitfähigkeit verbunden, daher entsteht von etwa 400°C ab bei der Abkühlung ein bezüglich der Leitfähigkeit inhomogener Schichtaufbau in der unmittelbar an das Mutterkupfer grenzenden Kupferoxydulschicht. Der spezifische Widerstand nimmt nach dem Mutterkupfer immer mehr zu (gemessen im kalten Zustande). Diese inhomogen aufgebaute schlechtleitende Cu_2O -Schicht ist die wirksame Sperrschicht.

Beim bekannten Vorderwandgleichrichter (Photozelle) erzeugen wir aus dem massiven Kupferoxydul an seiner Oberfläche eine Kupferschicht, die, wenn auch noch so dünn, immer vorhanden sein muß. Mit Hilfe dieser als unmittelbarer „Sperrkontakt“ wirkender Kupferhaut läßt sich durch geeignete Führung der oberflächlichen Reduktion die Sperrschicht erzeugen. Die Kupferoxydulmasse der Platte ist in irgendeinem thermodynamischen Gleichgewichtszustand gegen das Kupferoxydul bzw. Kupfer eingefroren. Dieser ist im allgemeinen mit einer guten Leitfähigkeit verbunden (10^{-2} bis $10^{-5}\ \Omega^{-1}\text{cm}^{-1}$). Bei der Oberflächenreduktion wird der eingefrorene Zustand bei Zimmertemperatur oder wenig erhöhter Temperatur gestört. Diese Störung ergreift infolge des kleinen Diffusionsvermögens der Kupferionen bei tiefer Temperatur nur eine ganz dünne Kupferoxydulschicht — etwa $10\ \text{m}\mu$ — und ist mit einer enormen Leitfähigkeitsverminderung verbunden. Die Dicke dieser so gebildeten Sperrschicht ist daher auch etwa 25mal kleiner als die des bei höherer Temperatur gebildeten technischen Hinterwandgleichrichters. Entsprechend der geringeren Sperrschichtdicke und dem andersartigen Aufbau der Leitfähigkeit weicht die Stromspannungscharakteristik des Vorderwandgleichrichters von der des Hinterwandgleichrichters ab und ist durch die Art der Herstellung von Grundplatte und Sperrschicht ebenso willkürlich zu beeinflussen wie diejenige des Hinterwandgleichrichters durch dessen thermische Behandlungsart.

Beiden Gleichrichtern gemeinsam ist der Einfluß der Ausgangsleitfähigkeit der Grundmasse des Cu_2O auf die aus dieser sich bildende Sperrschicht in Berührung mit dem Kupfer. Je höher der spezifische Widerstand der Cu_2O -Grundsicht ist, desto größer ist auch der spezifische Flächenwiderstand der zugehörigen Sperrschicht beim Hinterwand- wie beim Vorderwandgleichrichter. Diese Regel gilt für Leitfähigkeiten von 10^{-2} bis $10^{-12}\ \Omega^{-1}\text{cm}^{-1}$ und ist ohne weiteres einzusehen (siehe unten).

Ist uns aus dem Gesagten die Bildung der Sperrschicht an sich aus thermodynamischen Gründen verständlich, so können wir das heute noch nicht sagen von ihrem unipolaren Charakter und ihrer Spannungsabhängigkeit überhaupt. Gewiß sagt man, die Sperrschicht grenzt auf der einen Seite an Metall, nämlich Kupfer, auf der anderen Seite an einen Halbleiter, das Kupferoxydul. Zwischen diesem und dem Kupfer ist ein stetiger Übergang von der relativ großen Leitfähigkeit der Cu_2O -Grundsicht bis sehr geringen Leitfähigkeiten unmittelbar am Kupfer, bis dann plötzlich ein Sprung erfolgt zur praktisch unendlich großen Leitfähigkeit des Kupfers. Die Hauptursache der Unipolarität und Spannungsabhängigkeit überhaupt sucht man bis jetzt an dieser Sprungstelle und weniger in der Sperrschicht selbst, ohne daß man freilich dafür eine

einleuchtende Erklärung oder auch nur einen durch experimentelle Tatsachen gestützten Grund zu dieser Annahme besitzt. Bekanntlich nimmt man auf Grund verschiedenen Tatsachenmaterials [Thermokraftmessungen (5), Halleffektmessungen (6)] eine Defektstörstellenleitung im Kupferoxydul an. Man muß dann sagen, diese Defektstellen wandern im Sinne einer positiven Ladung von der Masse eines Elektrons besser vom Kupferoxydul durch die Sperrschicht zum Kupfer als in umgekehrter Richtung.

2. Aufgabe.

Die nachfolgend beschriebenen Versuche sollen einen experimentellen Beitrag liefern zu dieser schließlich wichtigsten Frage des Sperrschichtproblems. Sie sollen ein Versuch sein, die elektrischen Vorgänge in der Sperrschicht bei Anlegung einer Spannung experimentell zu klären.

Die bisher gemachten Erfahrungen über die Sperrschicht (Dicke, Unipolarität, optische Eigenschaften usw.) beziehen sich auf die vorhin erwähnten Gleichrichter (Hinterwand- und Vorderwandgleichrichter), bestehend aus Kupferoxydul mit normaler Leitfähigkeit — einige 10^{-2} bis $10^{-5} \Omega^{-1} \text{cm}^{-1}$ — und Sperrwiderständen je Flächeneinheit von etwa 10^2 bis $10^5 \text{Ohm} \cdot \text{cm}^2$. Die Dicke der Sperrschicht ist submikroskopisch und daher einer näheren Strukturanalyse nicht zugänglich. Es ist nun gelungen, Sperrschichten aus Kupferoxydul von makroskopischer Dicke — d. h. einigen $\frac{1}{10}$ mm — herzustellen und genauer zu untersuchen. Solche Sperrschichten sind durch wiederholtes Abätzen schichtweise abgetragen und jeweils bei der betreffenden Dicke auf ihre Strom-Spannungs-Kennlinien, Potentialverlauf und optische Eigenschaften untersucht worden. Über die rein elektrischen Eigenschaften solcher Schichten soll hier berichtet werden.

Diese makroskopischen Sperrschichten können erhalten werden durch Glühen und Abkühlung einer oberflächlich oxydierten Kupferplatte in hohem Vakuum. Durch das Evakuieren wird der auf dem Kupfer aufgewachsenen Kupferoxydulschicht der überschüssige Sauerstoff weitgehend entzogen, und der sich infolge der thermodynamischen Gleichgewichtseinstellung in Berührung mit dem Kupfer stets am Mutterkupfer neu bildende Sauerstoff (unter Reduktion des Cu_2O zu Cu) ebenso laufend wieder abgepumpt. An der Berührungsfläche des Oxyduls gegen das Mutterkupfer stellt sich entsprechend dem Sauerstoffzersetzungsdruck bei der jeweiligen Glüh-temperatur ein bestimmter überschüssiger Sauerstoffgehalt in der Kupferoxydulschicht ein. Würde der Sauerstoff nicht laufend abgepumpt werden, so stellte sich in der ganzen Tiefenerstreckung der Cu_2O -Schicht ein gleichmäßiger Gehalt an Sauerstoff ein, entsprechend einem bestimmten äußeren Sauerstoffzersetzungsdruck.

Durch dauerndes Abpumpen des Sauerstoffes ist es nun offenbar möglich, den dem Zersetzungsdruck entsprechenden Sauerstoffgehalt des Kupferoxyduls noch wesentlich zu unterschreiten und an der Außenseite einen sauerstoffuntersättigten oder kupferübersättigten Zustand aufrechtzuerhalten, ohne daß Kupferkeime dadurch auftreten. Entsprechend dem dabei auftretenden Diffusionsgefälle der überschüssigen Kupferionen in Richtung vom Mutterkupfer nach der Außenfläche, das vielleicht linear verläuft, geht ein entsprechendes Gefälle der Leitfähigkeit sowohl im heißen Zustand als auch erst recht nachher im kalten Zustande, wenn die vorhandene Sauerstoffverteilung eingefroren ist. Man hat dann nach der Abkühlung im Vakuum eine Gleichrichterplatte, die über die ganze Schichtdicke des Kupferoxyduls hinweg

— z. B. 0,3 mm — eine von außen nach innen wachsende Leitfähigkeit hat. Die Versuche ergaben, daß diese inhomogen aufgebaute Schicht Kupferoxydul ebenso unipolare Eigenschaften hat wie die viel dünnere Sperrschicht einer normalen Gleichrichterplatte. Durch schrittweisen Abbau der Schicht blieben diese unipolaren Eigenschaften erhalten, wenn auch in gesetzmäßiger Weise geändert, und es konnten aus den zugehörigen Kennlinien entsprechende Schlüsse gezogen werden.

3. Messungen.

An 4 Platten der Größe $28 \times 50 \text{ mm}^2$ wurden auf beiden Plattenseiten Messungen ausgeführt. Dieser Mitteilung werden der Übersichtlichkeit halber die Messungen einer einzigen Platte zugrunde gelegt, die Messungen der übrigen Platten stimmen damit qualitativ überein. Die ursprüngliche Schichtdicke betrug beiderseitig etwa 0,3 mm. Diese Cu_2O -Schicht wurde schrittweise in 9 Teilschichten von 0,03 bis 0,04 mm Ätzdicke abgeätzt und jeweils von der Restschicht die Gleichrichter Kennlinie zwischen -400 V bis $+400 \text{ V}$ in größeren Schritten aufgenommen, wobei auf die Konstanzhaltung der Temperatur wegen des enorm großen Temperaturwiderstandskoeffizienten (8 %) größter Wert gelegt wurde. Die jeweils abgetragenen Schichtdicken wurden durch Wägung bestimmt und mit der Mikrometerschraube kontrolliert.

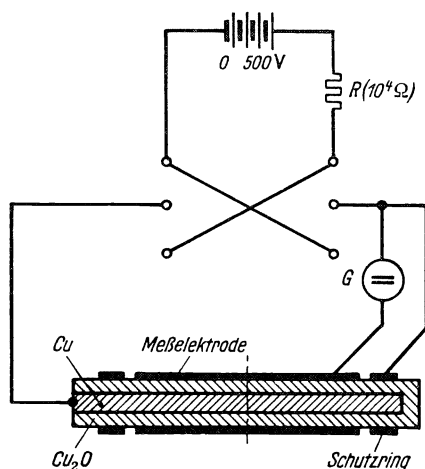


Bild 1. Meßschaltung.

Eine Schwierigkeit bei den Messungen ergab sich durch eine stets vorhandene Oberflächenleitfähigkeit. Die Oberfläche der an sich sauerstoffarmen Cu_2O -Schicht sättigt sich sofort an Luft mit Sauerstoff innerhalb einer gewissen Schichttiefe je nach Temperatur und Einwirkungs-dauer. Sie mag sich sogar mit einer ganz dünnen

unsichtbaren Schicht von CuO bedecken, der bei Zimmertemperatur und Atmosphärendruck stabilen Oxydverbindung. Die Folge dieser Sauerstoffsättigung ist eine starke Oberflächenleitung, welche die Querleitung durch die Schicht im ursprünglichen ungeätzten Zustande bei weitem überwiegen kann. Um ihren Einfluß zu beseitigen, wurde um die eigentliche Meßelektrode von $18 \times 36 \text{ mm}^2$ ein Schutzring in 1 mm Abstand gelegt. Dieser Schutzring lag gegenüber dem Mutterkupfer auf demselben Potential wie die Meßelektrode. Meßelektroden und Schutzring bestanden aus thermisch aufgedampftem Silber bzw. probeweise aus einem Aquadaganstrich. Nachweislich liefern beide Elektrodenarten einen vollkommen sperrlosen Kontakt. Mit Abnehmen der Schichtdicke verschwand schließlich die Oberflächenleitung relativ zum Durchgangsstrom, so daß dann auf den Schutzring verzichtet werden konnte. Die Widerstände der Schicht wurden bestimmt durch Messung von Strom und Spannung mit Drehspulinstrumenten passender Empfindlichkeit. Die Schaltung ist im Bild 1 skizziert.

a) Potentialverlauf.

Zur groben Feststellung des Potentialverlaufs in der Schicht wurden Sondennmessungen mit dem Elektrometer nach der von Schottky angegebenen Methode

gemacht (7). Es wurde also zwischen Mutterkupfer und einer flächenhaften Elektrode mit scharfem Rand auf der Außenseite der Kupferoxydulschicht (aufgedampftes Silber oder Aquadaganstrich) eine kleinere Spannung von z. B. 2 V angelegt. Mit einer spitzen Sonde wurde die freie Umgebung der Cu_2O -Oberfläche in verschiedenen Abständen vom Elektrodenrand abgetastet und mit einem Einfadenelektrometer deren Spannung gegen das Mutterkupfer gemessen. Es wurde festgestellt, daß neben der Meßelektrode auf der freien Cu_2O -Fläche in Richtung auf den Plattenrand überhaupt kein Potentialabfall meßbar war. Daraus mußte man schließen, daß entweder eine stark ausgeprägte Sperrschicht zwischen Mutterkupfer und Kupferoxydul sich befindet, oder eine gute Oberflächenleitfähigkeit vorhanden ist. Kapazitätsmessungen bewiesen, daß die zweite Möglichkeit zutrifft. Außerdem konnte aus optischen Messungen geschlossen werden, daß eine Sperrschicht an Mutterkupfer sich kaum bemerkbar machen konnte.

Diese Feststellungen nötigten dazu, den Potentialverlauf in anderer Weise aufzuklären. Zu diesem Zweck wurde die Schicht schrittweise abgeätzt. Bild 2 gibt die gemessenen Widerstände in Abhängigkeit von der Schichtdicke und damit auch die Potentialverteilung in der Schicht wieder. Es sind die Meßwerte für kleinere Spannungen, und zwar für 3 V bei den 6 zuerst entstehenden Restschichten R_1 bis R_6 , bei 45 mV für die letzten 3 Restschichten am Mutterkupfer R_7 bis R_9 . Die Spannungsabhängigkeit und Unipolarität ist in diesem Spannungsbereich noch wenig ausgebildet. Benützt sind die Widerstandswerte für die Hauptsperrichtung, d. h. für diejenige Stromrichtung, bei welcher das Mutterkupfer negativ war. Der Flächenwiderstand der ursprünglichen Schichtdicke von 0,3 mm ist mit etwa $3 \cdot 10^9 \text{ Ohm} \cdot \text{cm}^2$ außerordentlich hoch. Er sinkt, wenn man die Schicht abträgt, ganz rasch ab, und zwar in den ungefähr gleichmäßigen 9 Abtragungsschritten statt auf etwa $1/10$ auf den etwa 10^4 ten Teil, also um 3 Größenordnungen rascher, als wenn die Schicht in ihrer ganzen Dicke einen gleichmäßigen spezifischen Widerstand hätte. Die „Abklingstrecke“, d. h. Strecke, in der der Widerstand auf den e-ten Teil absinkt von außen nach innen, beträgt etwa 40μ . Der Hauptteil einer angelegten Spannung liegt daher auch stets an einer dünnen äußeren Schicht.

Der gezeichnete Widerstandsverlauf ergibt gleichzeitig den relativen Potentialverlauf in der ganzen Schicht bei schwachem Stromdurchgang. Er ist insofern noch mit einem Fehler behaftet, als die Gleichrichterplatten eine schwach konisch verlaufende Dicke hatten. Es sind daher die bei den letzten Abtragungen übriggebliebenen Restschichten der Fläche noch kleiner als die ganze Platte, und es sind die anfangs der Abtragung gemessenen Widerstände zu klein bestimmt. In Wirklichkeit ist der Widerstandsabfall von außen nach innen und der Potentialverlauf noch steiler.

Die Widerstandskurve zeigt zwischen Schicht R_4 und R_5 eine Unstetigkeitsstelle. Dieser Sprung ist bestimmt nicht echt, sondern durch eine längere Meßpause verursacht worden. Während dieser Lagerzeit der Platte konnte sich eine Oberflächenschicht in größerer Schichttiefe mit Sauerstoff anreichern, also gerade in der am schlechtesten leitenden Außenschicht, so daß die Leitfähigkeit etwa 2,5mal höher

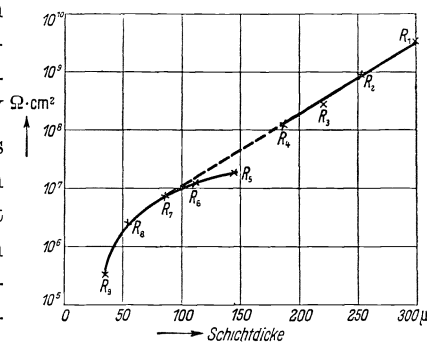


Bild 2. Widerstandsverlauf = Potentialverlauf in der Sperrschicht.

erscheint, als wenn alle Abtragungsversuche hintereinander gemacht worden wären. Eine Abtragung um etwa 50μ Dicke genügte dann, um wieder zu ungestörten Schichten zu kommen. In Bild 2 ist diese Unstetigkeitsstelle zwischen R_4 bis R_7 mit der gestrichelten Kurve überbrückt. Es ist die wahre Kurve ohne Meßpause. Es fällt auf, daß im logarithmischen Maßstab der Potentialverlauf bis zu den beiden letzten Restschichten R_8 und R_9 als gerade Linie erscheint. Das bedeutet, der Potentialverlauf folgt zwischen etwa 80 und 300μ einem Exponentialgesetz.

b) Verlauf der Leitfähigkeit.

Bild 3 gibt den Verlauf des spezifischen Widerstandes in der Schicht berechnet für die kleinsten Meßspannungen von 3 V bzw. $0,045 \text{ V}$ in der Hauptsperrichtung. Die Kurve ist gewonnen worden aus der Widerstandskurve Bild 2 durch Bildung des Differenzenquotienten. Hierbei ist der obenerwähnte Unstetigkeitsbereich zwischen R_4 bis R_7 überbrückt worden durch Benützung der gestrichelten Kurve von Bild 2.

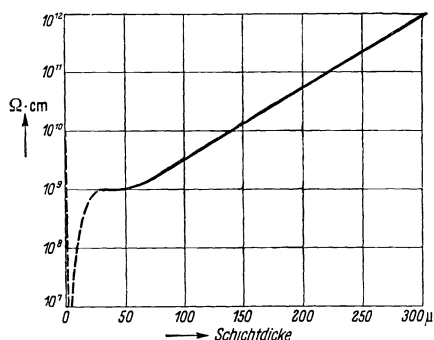


Bild 3. Verlauf des spezifischen Widerstandes in der Sperrschicht.

Der für die unversehrte Außenschicht extrapolierte Wert für den spezifischen Widerstand beträgt $1 \cdot 10^{12} \text{ Ohm} \cdot \text{cm}$. Das ist ein außergewöhnlich hoher und bisher noch unerreichter Wert für Sauerstoff-freies Kupferoxydul. Bis zur Restschicht R_8 mit der Dicke von 53μ sinkt der spezifische Widerstand nach demselben Exponentialgesetz wie der integrale Widerstand um 3 Größenordnungen ab auf $1 \cdot 10^9 \text{ Ohm} \cdot \text{cm}$, dann bleibt er bis zur letzten untersuchten Restschichtdicke von 35μ konstant. Es ist aber nicht möglich, daß sich diese homogene Schicht bis zum Mutterkupfer hin selbst fortsetzt. Denn der Widerstand

je Flächeneinheit der letzten Restschicht R_9 mit 35μ Dicke beträgt $3,2 \cdot 10^5 \text{ Ohm} \cdot \text{cm}^2$, d. h. die Konstanz des spezifischen Widerstandes bis zum Meßpunkt R_9 kann sich höchstens noch weitere 3μ nach dem Mutterkupfer zu erstrecken. Wenigstens von hier ab muß dann der spezifische Widerstand stark absinken.

Wie ist der Verlauf der Leitfähigkeit zu deuten? Die äußeren Schichtteile sind bei hoher Temperatur eingefroren. Die Leitfähigkeit derselben stellt also ein Bild dar der eingefrorenen Sauerstoffkonzentration, wenn man nur diese als Ursache der Leitfähigkeit ansieht und nicht außerdem noch eine gewisse Eigenleitfähigkeit des Kupferoxyduls. Das Diffusionsgesetz für den Sauerstoff ergibt ein lineares Konzentrationsgefälle vom Mutterkupfer nach der äußeren Begrenzungsfläche des Kupferoxyduls. Aus dem Exponentialverlauf der Leitfähigkeit müßte man also schließen, daß zwischen dem überschüssigen Sauerstoffgehalt und der Leitfähigkeit kein linearer, sondern ein exponentieller Zusammenhang besteht. Dieser Schluß wäre in Übereinstimmung mit einem experimentellen Befund von Jusé und Kurtschatow für kleinere Sauerstoffgehalte (10). Doch bestehen gegen die Richtigkeit dieses Befundes erhebliche Bedenken. Es muß also vorläufig offenbleiben, ob ein nichtlineares Konzentrationsgefälle oder eine sehr stark nichtlineare Beziehung zwischen Leitfähigkeit und Konzentration an dem beobachteten Leitfähigkeitsverlauf schuld ist.

In der Nähe des Mutterkupfers kann sich aber das Kupferoxydul bis zu tieferen Temperaturen ins Gleichgewicht mit dem Kupfer setzen. Infolge des früher (4) fest-

gestellten Leitfähigkeitsmaximums für eine Einfriertemperatur von etwa 400°C bildet sich unmittelbar am Mutterkupfer eine dünne Hinterwandsperrschicht aus, deren Entstehung wir oben schon geschildert haben. Vor dieser Sperrschicht liegt eine Zone mit sehr guter Leitfähigkeit; möglich ist eine solche mit etwa $2 \cdot 10^{-4} \Omega^{-1} \cdot \text{cm}^{-1}$ entsprechend einer Einfriertemperatur von 400°C . Dann steigt der spezifische Widerstand stark an. Denn erstens wird die Kaltleitfähigkeit für Gleichgewichtszustände oberhalb 400°C wieder kleiner, und zweitens nimmt der Sauerstoffgehalt durch das Abpumpen nach außen zu ab. Aus diesem Grunde wird die Leitfähigkeitsabnahme von der Hinterwandsperrschicht aus bis zu etwa 30μ Abstand vom Mutterkupfer aus wesentlich steiler verlaufen als in den äußeren Schichtteilen.

Der in Bild 3 gezeichnete gestrichelte Verlauf der Kurve trägt diesen Überlegungen für die letzte Restschicht R_9 von 0 bis $0,035 \text{ mm}$ Rechnung. Die Hinterwandsperrschicht ist durch die Messungen selbst sichergestellt.

c) Spannungsabhängigkeit und Unipolarität.

In Bild 4a und b sind in doppeltlogarithmischer Darstellung die Widerstands-Spannungs-Kennlinien im Spannungsbereich von -400 bis $+400 \text{ V}$ dargestellt. Die Widerstände sind direkt aus Strom und Spannung errechnet (also nicht differentiell). Entsprechend der Abtragung der Kupferoxydulschicht in 9 Schritten wurde für die jeweilige Restschicht die entsprechende Kennlinie eingezeichnet.

Die Kurven geben uns ein aufschlußreiches Bild über die elektrischen Eigenschaften der untersuchten makroskopischen Sperrschicht und erlauben uns, Schlüsse auf die elektrischen Vorgänge in ihr zu ziehen.

1. Wir stellen eine starke Spannungsabhängigkeit aller Schichten in beiden Stromrichtungen fest. Besonders bei den 4 durch Abätzen zuerst entstehenden Restschichten R_1 bis R_4 tritt nach ungefährender anfänglicher Konstanz des Widerstandes bei $\pm 100 \text{ V}$ ein starker Abfall des Widerstandes ein.

2. Eine starke Unipolarität ist ausgebildet sowohl für die äußeren wie für die inneren Schichten. Die Unipolarität ist nur schwach ausgebildet für die Restschichten in der Mitte. In den äußeren Restschichten ist die Flußrichtung diejenige, bei welcher die sperrlos aufgebrachte Meßelektrode negativer Pol ist, also wie beim Vorderwandgleichrichter. In den inneren Restschichten ist die Flußrichtung umgekehrt, also wie beim Hinterwandgleichrichter. Bild 5 mit den Strom-Spannungs-Kennlinien für die 4 Restschichten R_1, R_3, R_5, R_8 soll die Unipolarität und ihre Umkehr noch besonders deutlich hervorheben.

3. Der Kurvencharakter bleibt, abgesehen von der Vorzeichenumkehr der Unipolarität bei den mittleren Schichten, unabhängig von der Schichtdicke erhalten.

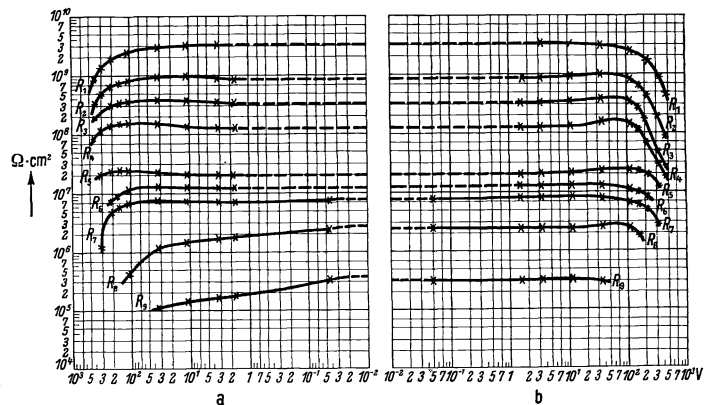


Bild 4. Widerstands-Spannungskennlinien. a) für positive, b) für negative Spannungen an der Außenelektrode.

Der Widerstand wächst mit zunehmender Spannung besonders in der Sperrichtung beträchtlich an, um dann auf einmal schnell abzufallen. Bei den Restschichten R_1 bis R_6 ist diese Widerstandszunahme bis zu einer gewissen Grenzspannung sogar in der Flußrichtung sehr beachtlich. Die Hinterwandsperrschicht am Mutterkupfer muß wesentlich dünner sein als die letzte Restschicht R_9 mit 35μ Dicke. Denn der spezifische Widerstand nimmt bis einschließlich der Schicht R_9 stark ab. Daß sie trotzdem schon bei 80μ Dicke der Abtragungsschicht sich stark bemerkbar macht bis zur Umkehr des Unipolaritätsvorzeichens, ist eigenartig und hat wohl folgenden Grund.

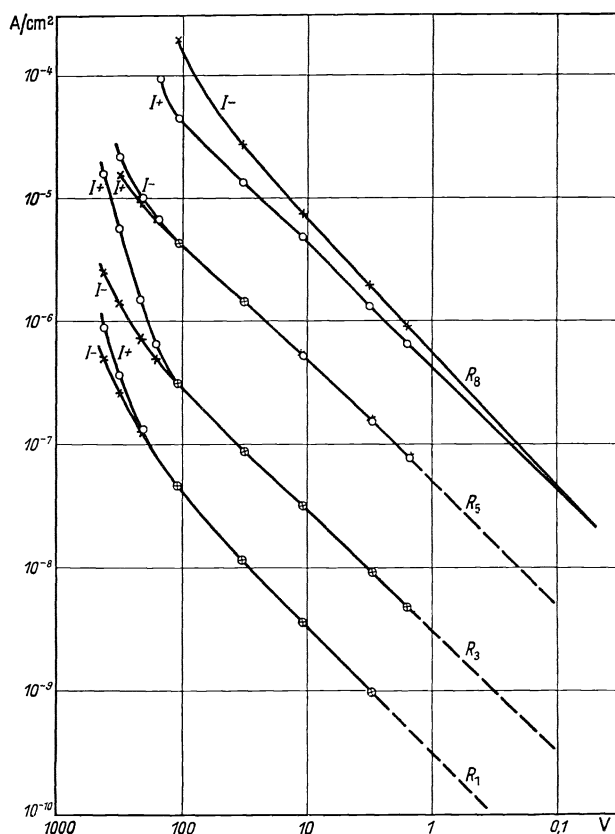


Bild 5. Strom-Spannungskennlinien für die Restschichten

R_1, R_3, R_5, R_8 .

I^- : Außenelektrode $-$ Pol, Flußrichtung,
 I^+ : Außenelektrode $+$ Pol, Sperrichtung.

Wohl ist der Widerstand der äußeren Sperrschicht auch noch von R_7 ab groß, aber der spezifische Widerstand und sein Gefälle in der Schicht nicht mehr. Daher ist die Spannungsabhängigkeit klein und der unipolare Charakter wenig ausgeprägt. Im Gegensatz hierzu steht die Hinterwandsperrschicht mit einem wahrscheinlich sehr hohen spezifischen Widerstand und mit geringer Schichtdicke.

4. Folgerungen.

Wenn wir oben eine Kurve für den spezifischen Widerstand in der Schicht mitgeteilt haben, so geschah das offenbar in der Voraussetzung, daß bei kleinen Spannungen überhaupt Materialkonstanten gemessen wurden. Ich möchte die Berechtigung dazu aus dem praktisch horizontalen Verlauf der Spannungs-Widerstands-Kennlinien bei kleinen Spannungen, Bild 4a und 4b, ableiten und daraus schließen, daß bei kleinen Spannungen wirkliche Leitfähigkeiten des Materials

gemessen worden sind. Andererseits ist bei höheren Spannungen eine ausgesprochene Abhängigkeit der Leitfähigkeit der Schichten — sowohl der ganzen unversehrten Schichten wie der durch Abtragen entstandenen Restschichten — von der Spannung gleichzeitig mit ihrer Richtungsabhängigkeit festgestellt. Und hierfür erscheint mir allein ein Feldstärkeneffekt verantwortlich zu sein. Ich glaube, in diesem den Schlüssel zum Verständnis der Spannungsabhängigkeit und Unipolarität von Sperrschichten und damit der Lösung des Gleichrichterproblems überhaupt sehen zu müssen.

a) Rolle der Sperrelektrode.

Die Versuche zeigen folgendes eindeutig: Der Sperrwiderstand oder, besser gesagt, Nullwiderstand ist sowohl bei der unversehrten Schichtdicke von $0,3 \text{ mm}$ als auch bei

jeder einzelnen Restschicht bei den vorgenommenen Abtragungen bis auf einen kleineren Bruchteil ungefähr gleichmäßig lokalisiert in einer fast gleichbleibenden Schichtdicke von jeweils etwa 40μ (Abklingstrecke), d. h. in etwa 10^5 Molekelschichten. Von einem Tunneleffekt durch die ganzen 10^5 Molekelschichten hindurch in quantenmechanischer Auffassung kann also nicht die Rede sein als Erklärung hierfür, daß Elektronen von der metallischen Sperrelektrode direkt durch die Sperrschicht auf die andere Seite stoßen. Bei der untersuchten Sperrschicht spielt der Metallkontakt der „Sperrelektrode“ überhaupt keine Rolle, denn erstens haben aufgedampfte Silberschichten und Aquadaganstriche überhaupt noch nie an normalem Kupferoxydul einen Sperrwiderstand gezeigt (8), und zweitens liegt ja hier bei diesen Versuchen zwischen der aufgedampften Silberschicht als „Sperrelektrode“ und der eigentlichen Cu_2O -Sperrschicht überhaupt noch eine gut leitende dünne Cu_2O -Schicht bzw. eine CuO - plus einer Cu_2O -Schicht. Die untersuchte makroskopische Cu_2O -Sperrschicht ist also beidseitig von einem Halbleiter begrenzt, und zwar von einem Halbleiter derselben Art, und offenbar mit einem kontinuierlichen Übergang von größerer zu kleinerer Leitfähigkeit. Eine in üblicher Weise absichtlich angebrachte Vorderwandsperrschicht — als dritte Sperrschicht — macht sich auch sofort elektrisch wie optisch stark bemerkbar, wie die Versuche zeigten, so daß der sperrfreie Kontakt der aufgedampften Silberschicht und ihre Wirkungslosigkeit auf die Kennlinien der makroskopischen Sperrschicht einwandfrei bewiesen ist.

b) Grenzfeldstärke, Spannungsabhängigkeit und Unipolarität.

Bei Betrachtung der neuen Widerstandskurven im Bild 4 fällt folgende Tatsache auf. Der Widerstand aller 9 Restschichten ist in einem erheblichen Spannungsbereich konstant, für die ersten 7 Schichten von 0 bis 100 V und für die beiden letzten zwischen 0 und 70 V, und zwar in beiden Stromrichtungen. Das bedeutet also die Gültigkeit des Ohmschen Gesetzes und die Konstanz der freien Weglänge der Ladungsträger. Bei etwa 100 V („Grenzspannung“) dagegen biegen einheitlich die Widerstandskurven ziemlich steil nach unten ab in beiden Stromrichtungen unabhängig von der Schichtdicke und der absoluten Höhe des Widerstandes. Nur bei den Restschichten R_8 und R_9 erfolgt das Abbiegen etwas früher. Das ist eine eigenartige und unerwartete Wirkung. Man hätte nach früheren Beobachtungen eine annähernd kongruente Verschiebung der Kennlinien erwarten dürfen. Dieses Verhalten muß man als Feldstärkeneffekt deuten. Der spezifische Widerstand, berechnet für Spannungen unter 100 V, fällt in der Schicht von 0,3 mm Dicke innerhalb der 7 äußeren Teilschichten nach einem einheitlichen Exponentialgesetz in Richtung nach dem Mutterkupfer zu ab. Die Abklingstrecke ist etwa 40μ . Legt man also die beobachtete Grenzspannung von 100 V an die durch das schrittweise Abtragen entstehenden Restschichten R_1 bis R_7 , so liegt stets der e-te Teil der Spannung, also etwa 63 V, an der jeweils äußeren Schicht von 40μ Dicke, solange nur die Abklingstrecke kleiner ist als die gesamte Schichtdicke. Die Feldstärke in dieser jeweiligen Außenschicht ist dann stets gleich groß, und zwar berechnet sie sich zu $1,5 \cdot 10^4 \text{ V/cm}$. Wir können also sagen, bei einer örtlichen Feldstärke von $1,5 \cdot 10^4 \text{ V/cm}$ („Grenzfeldstärke“) bricht der Widerstand der Kupferoxydulschicht zusammen. Mit dieser Leitfähigkeitsvermehrung tritt gleichzeitig eine Unipolarität auf, wenigstens dann, wenn wie hier der Schichtaufbau inhomogen ist.

Ob diese Feststellung einer Grenzfeldstärke als notwendige Voraussetzung für die Spannungsabhängigkeit und Unipolarität des Widerstandes einer Kupferoxydul-

schicht und gegebenenfalls eines Halbleiterwiderstandes überhaupt ganz allgemein zutrifft, müssen erst weitere Versuche an homogen aufgebauten Kupferoxydulstrecken bzw. Halbleiterwiderständen noch klären. Für den gewöhnlichen Kupferoxydulgleichrichter — Hinterwand- und Vorderwandgleichrichter — ist die Berechnung einer Grenzfeldstärke nicht ohne weiteres möglich, da man ja die Struktur der Sperrschicht nicht kennt. Aus der bekannten effektiven Sperrschichtdicke von $300\text{ m}\mu$ beim technischen Hinterwandgleichrichter (2) errechnet sich für eine Grenzspannung von $0,1\text{ V}$ eine mittlere Feldstärke von etwa 3000 V/cm . Berücksichtigt man, daß die örtliche Feldstärke (am Mutterkupfer) sicher größer ist als die mittlere, so ist die Annahme sehr plausibel, daß auch beim normalen technischen Hinterwandgleichrichter eine ähnlich große Grenzfeldstärke existiert, wie die hier an makroskopischen Sperrschichten direkt beobachtete.

Es ist bemerkenswert, daß wir dieselbe Grenzfeldstärke von etwa 10^4 V/cm wiederfinden bei der Entstehung des lichtelektrischen Sekundärstromes in Isolatoren und Halbleitern. Man wird daher annehmen dürfen, daß der Mechanismus der Leitfähigkeitsvergrößerung in einer Sperrschicht und der des lichtelektrischen Sekundärstromes, die doch beide an eine annähernd gleich große Feldstärke gebunden sind, verwandte Vorgänge sind.

Zur Erklärung der Spannungsabhängigkeit des Widerstandes einer Oxydulschicht durch die Wirkung einer gewissen Feldstärke wird man zunächst versucht sein, einen Ionisierungsvorgang im Kupferoxydulgitter anzunehmen. Ein solcher Vorgang wäre für die untersuchten dicken Sperrschichten durchaus einleuchtend, wie eine Rechnung ergibt, scheidet aber beim technischen Hinterwandgleichrichter von vornweg aus. Denn die Verringerung des Sperrwiderstandes beginnt schon bei einigen $1/100\text{ V}$, also bei einer Spannung, die weit unterhalb der elektrisch gemessenen Ablösearbeit der Ladungsträger liegt. Diese ergibt sich aus dem Temperaturkoeffizienten zu etwa $0,5\text{ V}$ beim normalen Hinterwandgleichrichter. Die Ablösbarkeit bei den hier untersuchten Makrosperrschichten von $0,3\text{ mm}$ Dicke wurde gar zu $0,7\text{ V}$ bestimmt aus dem Temperaturgang, und man wird richtiggehen, wenn man sowohl für die Makro- wie die Submikrosperrschichten eine gemeinsame Erklärung sucht.

W. Schottky sieht nach einer gemeinsamen Aussprache über die Deutung des offensichtigen Feldstärkeneffektes den entscheidenden Faktor für die Spannungsabhängigkeit der Makro- und Submikrosperrschichten und gleichzeitig auch für die neuerdings untersuchten Lackschichten (12) in der Abhängigkeit der freien Weglänge der Leitungselektronen von ihrer Geschwindigkeit, sofern diese unter dem Einfluß einer beschleunigenden Feldstärke schon innerhalb einer Laufstrecke von der freien Weglänge (etwa 10^{-6} cm) einen solchen Zuwachs erfährt, daß dieser gleich ist der thermisch bedingten Elektronengeschwindigkeit. Von diesem Punkte ab, also von einer gewissen Grenzfeldstärke ab, wächst dann die freie Weglänge enorm mit der Geschwindigkeit an, und es können dann weitere Strecken als größenordnungsweise 10^{-6} cm von Elektronen ohne Zusammenstoß durchstoßen werden, d. h. es tritt dann eine stark erhöhte Leitfähigkeit auf.

Die Unsymmetrie in der Spannungsabhängigkeit in beiden Stromrichtungen (Unipolarität) muß offenbar mit dem unsymmetrischen Aufbau der Sperrschicht selbst bzw. des Feldstärkenverlaufs zusammenhängen. Ohne eine nähere Erklärung angeben zu können, kann man zunächst nur sagen, diejenige Stromrichtung ist bevorzugt, bei der die Ladungsträger von Stellen geringerer Feldstärke zu solchen stärkerer

Feldstärke wandern. Beim Kupferoxydul wandern also in der bevorzugten Stromrichtung die positiv zu nehmenden Defektelektronen von der gut leitenden Seite der Sperrschicht durch diese hindurch nach der schlecht leitenden Seite. Daß die theoretische Deutung der Beobachtungen nicht ganz einfach ist, beweist schon der Umstand, daß sowohl bei der submikroskopischen Sperrschicht des technischen Gleichrichters wie bei den hier untersuchten Makrosperrschichten das Widerstandsmaximum nicht bei der Spannung Null liegt, sondern der Widerstand sowohl in der Sperr- wie merkwürdigerweise auch in der Flußrichtung zunächst noch ganz beträchtlich anwachsen kann (siehe Bild 4a und 4b). Es ist hervorzuheben, daß auch in dieser Hinsicht Submikro- und Makrosperrschichten dasselbe Verhalten zeigen.

Der hier beobachtete Feldstärkeneffekt scheint mir auch eine Lösung zu geben für die Klärung der Vorgänge bei den von F. Braun entdeckten Kontaktdetektoren. Wir haben hier einen Spitzkontakt gegen einen Halbleiter. Die Berührungsfläche dürfte einen Durchmesser von einigen $1/1000$ bis $1/100$ mm haben. Von ihr geht eine halbkugelig im Halbleiter sich ausbreitende elektrische (und thermische) Strömung aus, deren Widerstand einen $1/r$ -Verlauf hat. Der wesentliche Teil dieses Ausbreitungswiderstandes ist konzentriert in einer Halbkugel mit dem Durchmesser der Berührungszone der Spitze unmittelbar unter der Kontaktspitze und damit auch der Hauptteil einer angelegten Betriebsspannung. Wir haben also hier für den Leitungsvorgang vielleicht dieselben Verhältnisse wie bei der untersuchten Makrosperrschicht. Der Unterschied besteht nur darin, daß der inhomogene Feldverlauf hier durch die geometrische Form des Strömungswiderstandes gegeben ist, im Gegensatz zur Makrosperrschicht, wo die Inhomogenität der Leitfähigkeit den Feldstärkenverlauf vorschreibt. Es erscheint mir daher durchaus plausibel, wenn man für die Spannungsabhängigkeit und Unipolarität eines Kristalldetektors (Spitzendetektor) eine genügend hohe Grenzfeldstärke als notwendige Voraussetzung ansieht. Nebenbei können freilich gewisse andere Wirkungen, wie z. B. Thermokräfte bei kleinen Spannungen, starke Temperaturabhängigkeit des Widerstandes bei höheren Spannungen und elektrolytische Wirkungen, eine gewisse Rolle spielen. Messungen zur Bestätigung dieser Ansicht sind in Aussicht genommen.

Zusammenfassung.

Diese Arbeit bezweckt, die elektrischen Vorgänge in der Sperrschicht des Kupferoxydulgleichrichters aufzuklären.

Es ist mir gelungen, eine Sperrschicht mit der außergewöhnlich großen Dicke von 0,3 mm auf Mutterkupfer zu erzeugen. Ihre Beschaffenheit wird durch schichtweises Abtragen näher untersucht. Die jeweilige Aufnahme der Strom-Spannungskennlinien zwischen -400 bis $+400$ V liefert uns den Potentialverlauf in den Abtragungsschichten und den Verlauf der Leitfähigkeit in der ganzen Schicht. Der spezifische Widerstand fällt von der Außenseite der Kupferoxydulschicht nach dem Mutterkupfer zu von $1 \cdot 10^{12}$ Ohm \cdot cm auf wenigstens den 10^3 ten Teil nach einem Exponentialgesetz ab. Sie sinkt innerhalb einer Schichtdicke von 40μ auf den e -ten Teil ab. Alle Kennlinien der durch schichtweises Abtragen entstandenen Restsperrschichten zeigen eine starke Spannungsabhängigkeit in beiden Stromrichtungen und Unipolarität einheitlich erst von 100 V ab. Diese auffällige Tatsache wird als

Feldstärkenwirkung gedeutet, die von etwa $1,5 \cdot 10^4$ V/cm ab zu einer starken Leitfähigkeitsvermehrung führt. Die Vorgänge im technischen Gleichrichter und im Kristalldetektor werden gestreift.

Schrifttum.

1. F. Waibel u. W. Schottky: Naturwiss. **20** (1932) S. 297.
2. W. Schottky u. W. Deutschmann: Physik. Z. **30** (1929) S. 839.
3. W. Schottky: Physik. Z. **32** (1931) S. 838. — F. Waibel u. W. Schottky: Naturwiss. **20** (1932) S. 297.
4. F. Waibel: Z. techn. Physik **16** (1935) S. 366.
5. H. Dünwald u. C. Wagner: Z. physik. Chem. Abt. B **22** (1933) S. 212.
6. W. Schottky u. F. Waibel: Physik. Z. **34** (1933) S. 858; **36** (1935) S. 912.
7. W. Schottky: Physik. Z. **31** (1930) S. 913.
8. F. Waibel u. W. Schottky: Physik. Z. **33** (1932) S. 583.
9. C. Wagner: Physik. Z. **36** (1935) S. 721.
10. W. P. Jusé u. B. W. Kurtschatow: Sow. Physik. Z. **2** (1932) S. 453.
11. W. Schottky u. F. Waibel: Physik. Z. **36** (1935) S. 912.
12. W. Hartmann: Z. techn. Physik **17** (1936) S. 436.

Die Bestimmung des Sauerstoffgehaltes von Kupfer.

Von Erich Nitsche und Ferdinand Waibel.

Mit 1 Bild.

Mitteilung aus dem Zentrallaboratorium des Wernerwerkes der Siemens & Halske A.-G.
zu Siemensstadt.

Eingegangen am 5. November 1936.

Einleitung.

Der Sauerstoffgehalt von Kupfer wird chemisch meistens nach dem Verfahren von P. Oberhoffer(1) bestimmt. Bei diesem wird in Anlehnung an das Verfahren von W. Hampe (2) ein Wasserstoffstrom über die in einem Quarzrohr bei etwa 800° C befindliche zerkleinerte Kupferprobe geleitet. Das durch Reaktion des Sauerstoffes im Kupfer mit dem Wasserstoff entstandene Wasser wird mitgeführt, in einem Trockengefäß absorbiert und vor und nach dem Versuch gewogen. Bei Hampe wird der Gewichtsverlust der Probe bestimmt.

Verfahren.

Die Verfahren von Hampe und Oberhoffer erfordern erhebliche Sauerstoffgehalte bzw. Kupfermengen und ein peinlich sauberes Arbeiten, wenn man mit der Waage genaue Bestimmungen erreichen will. Eine Sauerstoffmenge von etwa $1 \cdot 10^{-4}$ g ist nach P. Oberhoffer die untere Grenze (Fehler der Waage). Für unsere Zwecke reichte diese Nachweisbarkeitsgrenze nicht aus. Es kam darauf an, möglichst kleine Prozentgehalte von Sauerstoff mit kleinen Versuchsproben mit einer Genauigkeit von einigen Prozent zu bestimmen. Eine Differenzwägung der Versuchsprobe nach W. Hampe oder eine Wägung des Reaktionswassers nach P. Oberhoffer kam daher nicht in Frage. Auch aus praktischen Gründen wurde auf die Wägung verzichtet, da auch bei größeren Sauerstoffmengen leicht unkontrollierbare Fehler durch Fremdwasser oder Schmutz zu befürchten sind. Die Wägungsmethode wurde daher ersetzt durch eine volumetrische Messung. Die Nachweisbarkeitsgrenze und Meßgenauigkeit ist dann hauptsächlich bestimmt durch die Wasserabgabe der leeren Apparatur (Quarzgefäß) und die Genauigkeit der Druckablesung für den Wasserdampf.

Der Reaktionsraum für die Kupferproben besteht aus einem Quarzrohr (siehe Bild), das an die vorhandene Probengröße angepaßt ist und möglichst klein genommen wird. Es wurde z. B. für eine Einwaage von 1 g ein Rohr mit 8 mm Innendurchmesser benutzt. Zum Erhitzen des Quarzrohres dient ein kurzer Chromnickelofen O_1 , der sich in etwa 5 Minuten auf 1000° C anheizen läßt. Die Wärmeisolation ist absichtlich klein gehalten, um zu kleinen Anheiz- und Abkühlungszeiten zu kommen. Die Chromnickeldrahtwicklung ist aus 0,7 mm dickem Chromnickeldraht eng auf ein

Quarzrohr oder Porzellanrohr gewickelt und nur mit einer 5 mm dicken Lage aus Asbest isoliert. Bei der geringen Anlaufzeit des Ofens und der knappen Dimensionierung des Quarzrohres werden die Reaktionszeiten sehr kurz, und es bleiben die vom Quarzrohr abgegebenen Wassermengen (Leermenge) sehr klein.

Das Quarzrohr wird vor seiner erstmaligen Benutzung bei 1000°C etwa $\frac{1}{2}$ Stunde lang an der Diffusionspumpe, die über dem Hahn H_1 angeschlossen ist, gründlich entgast. Nach tagelangem Stillstehen der Apparatur wird die Entgasung wiederholt. Im übrigen wird zum Auswechseln der Versuchsproben immer nur trockene Luft eingelassen, um eine Adsorption von Wasserdampf an den Quarz- und Glaswänden und deren Wiederabgabe beim Versuch zu verhindern.

Die eingebrachte gewaschene und gegebenenfalls abgeschmirgelte Kupferprobe wird zunächst bei 500°C 5 Minuten im vorher angeheizten Versuchsrohr entgast, dann rasch auf 900°C hochgeheizt, wobei die Diffusionspumpe dauernd angeschlossen ist.

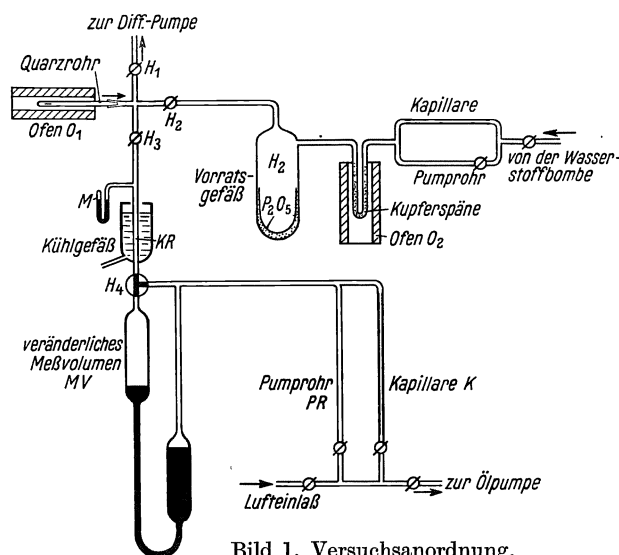


Bild 1. Versuchsanordnung.

Die toten Räume der Apparatur sind möglichst klein gehalten, so daß man im ganzen nur wenig Wasserstoff benötigt und etwaige Feuchtigkeitsgehalte des Wasserstoffes einen entsprechend geringen Einfluß auf das Meßresultat haben. Die Versuchsprobe wird in Wasserstoff 5 Minuten bei 900°C geglüht. Hierbei muß also der Wasserstoff in das Innere der Kupferprobe eindringen, allen Sauerstoff in Wasser umwandeln, und es muß während der Glühzeit das gebildete Wasser auch wieder herausdiffundieren. Es hat sich gezeigt, daß dieses kurzdauernde Glühen in Wasserstoff, den man hinterher abpumpt, selbst bei Blechen von 1 mm Dicke ausreichend ist, um allen Sauerstoff zur Reaktion und anschließend daran zur Messung zu bringen.

Der Wasserstoff wird nach dieser Glühzeit von 5 Minuten langsam über eine Kapillare K als Pumpdrossel durch eine Ölpumpe abgepumpt, wobei das Quarzrohr weiter auf 900°C geheizt bleibt, um eine Adsorption von Wasser an den entgasten Quarzwänden zu vermeiden. Der Wasserstoff strömt zusammen mit dem bei der Reaktion gebildeten Wasser durch ein etwa 4 mm weites Glasrohrstück KR von etwa 10 cm Länge, das außen mit einer Kühlflüssigkeit aus Aceton-Kohlensäure gefüllt ist. Die Kühlflüssigkeit wird dadurch erhalten, daß man käufliche feste Kohlensäure in ein Dewargefäß mit Aceton wirft, und zwar so viel, bis keine Kohlen-

Dann erst wird der Pumphaahn H_1 geschlossen und eine kleine, aber hinreichende Menge Wasserstoff über den Hahn H_2 mit einem Fülldruck zwischen $\frac{1}{2}$ bis 1 at eingelassen. Der eingelassene Wasserstoff wird vorher von Sauerstoff und Wasser äußerst gut befreit. Dazu wird eisenkarbonylfreier Bombenwasserstoff über Kupferspäne bei 500°C im Ofen O_2 geleitet, der dadurch von Wasserstoff befreite Sauerstoff wird dann in ein größeres Vorratsgefäß geleitet, in dem sich Phosphor-pentoxyd befindet, und durch längere Lagerung darin getrocknet.

säure mehr aufbraust. Diese Kühlflüssigkeit hält sich einen ganzen Tag und ist stets fertig zum Gebrauch. Eine Kühlung mit flüssiger Luft ist nicht ratsam. Frühere Versuche über gelöste Sauerstoffgehalte in Kupferoxydul(3) haben gezeigt, daß bei Kühlung mit flüssiger Luft auch permanente Gase an Glas adsorbiert und beim Erwärmen wieder abgegeben werden. Der letzte Rest des Wasserstoffes wird über ein weiteres Pumprohr *PR* von etwa 8 mm Innendurchmesser mit der Ölpumpe durch das Kühlrohr *KR* gezogen und schließlich die letzten $1/100$ Torr Restdruck mit der Diffusionspumpe über den Hahn H_1 abgepumpt, wobei die Ölpumpe über den Dreiweghahn H_4 abgesperrt ist.

Messungen.

Das Kühlrohr *KR* steht mit einem durch Quecksilber veränderlichen Meßvolumen *MV* über einen Dreiweghahn H_4 in Verbindung. Nach Abpumpen des Wasserstoffes werden Diffusionspumpe und Reaktionsgefäß durch die Hähne H_1 und H_3 abgeschaltet und der Weg vom Kühlrohr *KR* zum veränderlichen Meßvolumen *MV* geöffnet. Die Kühlflüssigkeit läßt man durch ein Seitenrohr abfließen und ersetzt sie durch Wasser von etwa 15°C (Temperatur unterhalb Zimmertemperatur). Es verdampft nun das kondensierte Reaktionswasser. Das Meßvolumen wird mit Hilfe des Quecksilbers geeignet eingestellt, so daß der Wasserdampfdruck zwar möglichst groß ist, aber unterhalb des Sättigungspunktes bleibt, z. B. auf 10 Torr. Der Druck wird abgelesen an einem an das Kühlrohr *KR* eng angeblasenen Manometer *M*. Aus Druck und Meßvolumen wird dann die Wassermenge und daraus die Sauerstoffmenge errechnet.

Das Meßvolumen wurde für verschiedene Einstellung des Quecksilberspiegels durch Einfüllen von Versuchspatronen geeicht, die mit einer abgewogenen Menge Wasser oder einer bestimmten Luftmenge gefüllt waren. Die Versuchspatronen wurden in das Quarzrohr gelegt und in der verschlossenen Apparatur elektromagnetisch entzweigeschossen. Die Menge des Reaktionswassers wurde berechnet unter der Annahme, daß das ideale Gasgesetz für kleine Wasserdampfdrucke gilt. Dies ist mit erheblicher Genauigkeit bis zum Sättigungspunkt selbst für kleine Wasserdampfdrucke bis etwa 30 Torr sichergestellt(4). Die Abweichungen der wirklichen Dampfdichte von der aus dem Gasgesetz errechneten — 0,623 — beträgt in diesem Druckbereich weniger als 1% und ist für uns daher unwesentlich. Dieser Tatsache trägt auch die Tabelle von F. Kohlrausch(5) Rechnung, die uns die Dichte des gesättigten Wasserdampfes bis zu 30°C angibt. Diese Tabelle kann daher ohne weiteres für unsere Berechnung der Wassermengen aus Druck und Volumen benutzt werden. Wir haben aber folgende Formel benutzt: Ist *p* der Meßdruck in Torr und *v* das Meßvolumen in cm^3 bei der Meßtemperatur *t* °C, so berechnet sich die Wassermenge *M* in g nach dem Gasgesetz zu:

$$M = 0,623 \cdot 0,001293 \cdot \frac{p}{760} \cdot \frac{v}{1 + \alpha t},$$

$$M = 1,06 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{p \cdot v}{1 + \alpha t}.$$

Das kleinste Meßvolumen beträgt bei der in Gebrauch genommenen Apparatur 3 cm^3 , das größtmöglichste 120 cm^3 . Liest man den Druck auf 0,1 Torr genau ab, so entspricht ihm bei kleinstem Meßvolumen eine Sauerstoffmenge von etwa $3 \cdot 10^{-7}\text{ g}$. Bei einer Einwaage bei 1 g Kupfer entspricht das einem O-Gehalt von $3 \cdot 10^{-5}\%$.

Diese Menge liegt weit unterhalb der bisher erreichten Nachweisbarkeitsgrenze und wird auch nach unserer Meinung tatsächlich erreicht, wie die vielfach vorgenommenen Leermessungen mit Restdrucken von 0,1 Torr oder weniger zeigen. Die obere Meßgrenze dieser Apparatur beträgt für 120 cm³ Maximalvolumen und 13 Torr Meßdruck 1,4·10⁻³ g Sauerstoff. Das entspricht bei 1 g Einwaage einem O-Gehalt von 0,14%. Die Konstanten der Apparatur erfüllen daher jedes praktische Bedürfnis. Der Meßbereich ist natürlich ohne weiteres anderen Anforderungen leicht anzupassen, z. B. allein schon durch die geeignete Wahl der Einwaage und gegebenenfalls der Größe des Quarzrohres.

Es ist selbstverständlich, daß dieses Verfahren den Gesamtgehalt des Sauerstoffes in Kupfer ergibt, soweit er als Oxyd gebunden ist und bei den angewandten Glühtemperaturen die betreffenden Oxyde reduziert werden können. Die Methode ist allgemein anwendbar für Sauerstoffmessungen. Es sei darauf hingewiesen, daß mit ihr ursprünglich kleinste Mengen von Sauerstoff bestimmt worden sind, wie sie in Kupferoxydul in stöchiometrisch überschüssiger Form gelöst und die Ursache seiner elektrischen Leitfähigkeit sind (3).

Meßbeispiele.

Die beigegebene Zahlentafel zeigt Messungen an einem und demselben Elektrolytkupferblech von 1 mm Dicke mit verschiedenen Einwaagen zwischen etwa 5,2 und 0,05 g. Die zwischen den Messungen eingeschalteten Leerversuche, d. h. Sauerstoffbestimmungen ohne Kupferprobe oder mit einer schon einmal geglühten und deshalb von Sauerstoff befreiten Probe, zeigen, daß die dabei auftretenden Wasserdampfmengen innerhalb des Ablesefehlers liegen. Die untersuchte Kupferblechsorte hat einen mittleren Kupferoxydulgehalt von 0,133%, wie vielfache Bestimmungen mit Einwaagen zwischen 2 bis 5 g zeigen. Aber bei kleineren Einwaagen unter 1 g (darunter auch die in der Zahlentafel aufgeführten) treten erhebliche Abweichungen auf, die nicht durch Meßfehler der Methode oder Apparatur entstehen können. Denn sie sind weit größer als die absoluten Fehler der Messungen mit größeren Einwaagen und auch weit größer als die sehr häufig bestimmten Leermengen ohne Probe oder mit Sauerstoff-freier Probe. Wir nehmen an, daß die Verteilung der Kupferoxydulkörner eine so unregelmäßige ist, daß man mit Mengen unter 1 g Kupfer keinen Mittelwert des Oxydulgehaltes erhält, sondern nur Lokalwerte, wenigstens bei Kupfer, das, wie das hier untersuchte, relativ sauerstoffarm ist. Diese Annahme wird bestätigt durch den mikroskopischen Befund nach dem Verfahren von E. Heyn (6), also auch durch die Tatsache, daß der arithmetische Mittelwert für eine größere Anzahl kleiner Blechproben, die im ursprünglichen Blechstück nebeneinander lagen, ungefähr gleich dem ist, wie man ihn direkt für größere Einwaagen erhält.

Weitere Verfahren.

Eine Abänderung des Verfahrens durch Arbeiten mit strömendem Wasserstoff ergab oft unsichere Resultate. Offenbar erfordert die Reinigung des Wasserstoffes und die Füllung der Versuchsapparatur erheblich viel mehr Sorgfalt dabei, so daß durch irgendeine zufällige Unachtsamkeit leicht Fehler entstehen. Auch wurde versucht, den Sauerstoff dadurch aus dem Kupfer herauszuholen, daß das Kupfer im Hochvakuum geschmolzen wurde. Das Kupferoxydul muß sich dabei zersetzen.

Zahlentafel.

Versuch Nr.	Form der Probe	Einwaage g	Meßvolumen cm ³	Meßdruck Torr	Wassermenge mg	Sauerstoffmenge mg	Sauerstoffgehalt %	Cu ₂ O-Gehalt %	Bemerkungen
1	leer	0	13,0	1,1	0,0144	—	—	—	nach 10 Min. Entgasung
1 a	„	0	5,0	≤0,1	≤0,0005	—	—	—	nach 30 Min. Entgasung
2	Blech 1 mm	1,41	34,0	7,0	0,239	0,213	0,0150	0,134	
2 a	dasselbe nochmals	1,41	13,0	≤0,1	≤0,001	—	—	—	Die Füllung 2 anschl. weitere 5 Min. b. 900° in Wasserstoff erhitzt
3	Blech 1 mm	5,25	100,0	8,9	0,895	0,794	0,0152	0,135	
4	„	2,74	100,0	4,0	0,402	0,360	0,0145	0,129	
5	„	1,67	66,0	4,3	0,285	0,254	0,0152	0,135	
6	„	0,70	13,0	8,5	0,111	0,0987	0,0141	0,126	
7	„	0,39	13,0	4,7	0,0615	0,0547	0,0140	0,125	
8	„	0,1790	4,15	7,0	0,0292	0,0260	0,0145	0,129	
9	„	0,1131	4,15	4,5	0,0187	0,0166	0,0147	0,131	
10	leer	0	5,60	≤0,1	≤0,0006	—	—	—	anschließend an Vers. 9
11	Blech 1 mm	0,0970	4,15	4,3	0,0179	0,0159	0,0164	0,147	
12	„	0,0484	4,15	1,3	0,0054	0,0048	0,0100	0,090	
13	Blechspäne	1,41	100,0	2,3	0,231	0,205	0,0145	0,130	
13 a	dieselben nochmals	1,41	13,0	≤0,1	≤0,001	—	—	—	

Es gelang aber nicht, den Sauerstoff quantitativ abzupumpen und mit einer Toepler-Pumpe aufzufangen. Wie schon frühere Erfahrungen zeigten, verbindet sich der freigemachte Sauerstoff in den kälteren Rohrzonen mit dem gleichzeitig abdestillierten Kupfer zu Kupferoxydul bzw. Kupferoxyd. Außerdem wird das Quarzglas wenigstens bei erheblichen Kupferoxydulgehalten von der Schmelze angegriffen. Dabei entstehen erhebliche Fälschungen der Meßergebnisse.

Zusammenfassung.

Der Sauerstoffgehalt von Kupfer wird durch Reaktion mit einer begrenzten Wasserstoffmenge zu Wasser und anschließende gasvolumetrische Bestimmung des Reaktionswassers ermittelt. Die kleinste, so nachweisbare Sauerstoffmenge beträgt etwa $3 \cdot 10^{-7}$ g.

Schrifttum.

1. P. Oberhoffer: Met. u. Erz **15** (1918) S. 33.
2. W. Hampe: Z. anal. Chem. **13** (1874) S. 188.
3. F. Waibel: Z. techn. Physik **16** (1935) S. 366.
4. O. D. Chwolson: Lehrbuch der Physik (Braunschweig 1922) **3**, 280ff.; S. 317ff.
5. F. Kohlrausch: Lehrbuch der praktischen Physik (Leipzig 1935) S. 902.
6. E. Heyn: Mitt. a. d. Kgl. Versuchsanst. Berlin 1900.

Darstellung von Parameterfunktionen mittels elektrischer Meßanordnungen.

Von Fritz Lieneweg.

Mit 14 Bildern.

Mitteilung aus dem Wärmelaboratorium des Wernerwerkes M
der Siemens & Halske A.-G. zu Siemensstadt.

Eingegangen am 19. Oktober 1936.

Bei physikalischen und technischen Untersuchungen werden vielfach die zu untersuchenden Größen durch elektrische Werte, wie Strom, Spannung, Widerstand, dargestellt, indem eine unmittelbare oder mittelbare Beziehung zwischen diesen Größen abgeleitet wird. Bei Temperatur- und Wärmeleitfähigkeitsmessungen, bei elektrolytischen Leitfähigkeitsbestimmungen und vielen anderen Messungen kann diese Beziehung unmittelbar hergestellt werden. In anderen Fällen, wie bei Heizwert-, Druck- bzw. Differenzdruckmessungen an Manometern usw., muß diese Beziehung mittelbar durch Übertragungsorgane, wie elektrische Thermometer oder Widerstandsfernsender, bewirkt werden.

Während die elektrischen Anzeigemöglichkeiten für derartige, nur von einer Variablen abhängige Größen im allgemeinen bekannt sind, sind zur Darstellung von Parameterfunktionen¹⁾, d. h. Funktionen zwischen einer abhängigen, gesuchten und zwei unabhängigen Veränderlichen, zwar schon verschiedentlich Schaltanordnungen angegeben, doch fehlt es bisher an einer systematischen Behandlung dieser Frage. Die Aufgabe zur Darstellung derartiger Parameterfunktionen besteht darin, die einzelnen Veränderlichen auf elektrisch meßbare Größen zurückzuführen und diese Größen dann so miteinander in Beziehung zu setzen, daß der das Resultat ergebende Meßwert unmittelbar angezeigt wird. Daß derartigen Funktionen bei physikalischen und technischen Untersuchungen große Bedeutung zukommt, geht allein aus der Tatsache hervor, daß fast alle physikalischen Beziehungen zwischen zwei Größen zusätzlich von der Temperatur beeinflußt werden. Für die Auswertung hat dann fast immer nur die von beiden Veränderlichen bestimmte Abhängige, also die von der Temperatur unabhängige Anzeige, Bedeutung. Auch auf die bei Mengenummessungen erforderlichen Druckberichtigungen soll hingewiesen werden.

Die systematische Behandlung der Darstellung von Parameterfunktionen durch elektrische Schaltanordnungen wurde vor allem dadurch erschwert, daß die Beziehungen zwischen den einzelnen Größen vielfach durch Gleichungen wiedergegeben werden, aus denen sich einfache Schaltanordnungen zur unmittelbaren Darstellung

¹⁾ Der Begriff der „Parameter-Funktion“ ist in die Meßtechnik erstmalig von J. Krönert (Siemens-Jahrbuch 1930, S. 237) eingeführt worden.

der Meßgrößen nicht oder nur schwer ableiten lassen. Im Rahmen dieser Arbeit kann nicht das ganze Gebiet der Darstellung von Parameterfunktionen erschöpfend behandelt werden. Es soll vor allem gezeigt werden, in welcher Weise man auf Grund graphischer Betrachtungen fast immer zu einfachen Beziehungen zwischen den unabhängigen und abhängigen Veränderlichen gelangen kann, die sich dann zur Darstellung in elektrischen Schaltanordnungen eignen.

Die elektrische Darstellung selbst beruht dann immer auf der Ausführung von elektrischen Rechenoperationen auf Grund der ermittelten Beziehungen, wie Additionen und Subtraktionen, Multiplikationen und Divisionen, nachdem die unabhängigen Variablen durch bekannte Verfahren in elektrisch meßbare Größen übertragen sind. Zur Ausführung derartiger Rechenoperationen gibt es eine große Anzahl von Schaltanordnungen, von denen nur einige besonders einfache und charakteristische behandelt werden sollen. Durch Meßergebnisse an ausgeführten Anordnungen zur Darstellung verschiedener physikalisch und technisch wichtiger Meßgrößen wird die Genauigkeit der Methode belegt.

I. Festlegung der Beziehungen zwischen der abhängigen und den zwei unabhängigen Veränderlichen auf Grund graphischer Darstellungen.

Bei manchen gesuchten Größen, die von zwei unabhängigen Veränderlichen abhängen, besteht ein einfacher Zusammenhang mit diesen. Die Wärmemenge ist bekanntlich durch das Produkt aus Wassermenge und Temperaturdifferenz zwischen Vorlauf und Rücklauf eines Heizkörpers bestimmt. Die Messung der Wärmemenge muß deshalb durch Multiplikation dieser beiden elektrisch dargestellten Einzelgrößen in einer Produktschaltung erfolgen (1). Als Beispiel einer Quotientenmessung sei eine Überwachungseinrichtung für Dampfkondensationsanlagen erwähnt. Der Gütegrad bzw. die Wärmeübergangszahl eines Kondensators ist durch die Gleichung bestimmt:

$$\eta = \frac{t_2 - t_1}{t_d - t_1} \quad \text{bzw.} \quad f(k) = \frac{t_d - t_1}{t_d - t_2}$$

(η = Gütegrad, k = Wärmeübergangszahl, t_d = Dampftemperatur, t_1, t_2 = Temperaturen des eintretenden und austretenden Kühlwassers). Durch Division beider Temperaturdifferenzen, die zunächst durch elektrische Widerstandsthermometer in Temperaturdifferenzschaltungen abgebildet werden, lassen sich diese Ausdrücke in Quotientenschaltungen unmittelbar darstellen (2). Auch für die Temperaturberichtigung von Druckmessungen und für Druck- und Temperaturberichtigungen für Durchflußmeßgeräte (3) sind geeignete Schaltanordnungen auf Grund der gegebenen Zusammenhänge unmittelbar anzugeben.

Im allgemeinen treten aber die Beziehungen zwischen den unabhängigen Veränderlichen und den gesuchten Meßwerten nicht in derart einfacher Form in Erscheinung, daß sich ohne weiteres elektrische Darstellungsverfahren hierfür finden ließen. Eine Umformung in einfachere Gleichungen ist ebenfalls auf Grund mathematischer Überlegungen nicht immer möglich. Es sei hier auf die unmittelbare absolute oder relative Feuchtemessung hingewiesen. Aus der Psychrometerformel

$$e = e' - A \cdot B(t - t_f)$$

(t und t_f = Lufttemperatur und Temperatur des befeuchteten Thermometers eines Psychrometers, A = Psychrometerkonstante, B = Luftdruck, e = Dampfdruck und

e' = Sättigungsdruck bei t_j) wird man kaum eine einfache Darstellungsmöglichkeit für die Feuchte ermitteln können. In anderen Fällen, wie bei der Salzgehaltbestimmung von Elektrolyten durch Leitfähigkeitsmessungen, bestehen zwar an sich einfache Gleichungen, durch die der Zusammenhang der Größen untereinander bestimmt ist, z. B.

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_0}(1 + \alpha(t - t_0))$$

($1/R$ = Leitfähigkeit, $1/R_0$ = Leitfähigkeit bei t_0 = Funktion des Salzgehaltes, t und t_0 = Temperaturen der Lösung, α = Temperaturkoeffizient). Da sich aber der Temperaturkoeffizient mit der Temperatur und dem Salzgehalt ändert, läßt sich aus diesen Gleichungen nicht ersehen, mit welcher Genauigkeit die hieraus ableitbaren Schaltanordnungen das Meßresultat wiedergeben.

Stellt man die Parameterfunktionen dagegen graphisch in Kurvenscharen dar, so lassen sich die Beziehungen zwischen den unabhängigen und abhängigen, gesuchten Veränderlichen sehr einfach übersehen. Man kann dann in fast allen Fällen, gegebenenfalls unter Anwendung von Kunstgriffen, aus diesen Kurven solche Beziehungen und Gleichungen ableiten, daß die elektrische Wiedergabe der gesuchten Größe in einfacher Weise möglich ist. Die so ableitbaren Beziehungen werden in einfacheren Fällen die Zusammenhänge exakt wiedergeben. Liegen verwickeltere Zusammenhänge zwischen den Veränderlichen vor, so wird man, wie bei den Feuchtemeßeinrichtungen, nur Näherungsgleichungen ableiten können, die die gesuchte Meßgröße nur in begrenzten Intervallen mit genügender Genauigkeit darzustellen gestatten. Die Größe des Bereiches ist durch die geforderte Meßgenauigkeit begrenzt. Da in technischen Anwendungsfällen die möglichen Schwankungen wenigstens einer Veränderlichen, z. B. der Temperatur bei Feuchtemessungen, fast immer beschränkt sind, kann man auf Grund solcher Näherungsgleichungen die gesuchten Größen mit genügender Genauigkeit darstellen, wenn man nur die möglichen Schwankungen berücksichtigt. Aus dem Verlauf der Kurven, die sich auf Grund der Näherungsgleichungen gegenüber den exakten Kurven ergeben, lassen sich die erreichbaren Genauigkeiten und bei festgelegten Genauigkeitsforderungen die größtmöglichen Meßbereichsumfänge leicht angeben.

Für die graphische Darstellung von Parameterfunktionen ergibt sich aus der gegenseitigen Verknüpfung der 3 Veränderlichen in Form einer Funktion $f(x, y, z) = 0$ die Möglichkeit, jeweils eine der drei Veränderlichen als Parameter aufzufassen. Nur in speziellen Fällen, in denen man die Beziehungen der Funktionskonstanten explizite ausdrücken kann, lassen sich aus einer gegebenen Funktion die Folgefunktionen angeben. Im allgemeinen ist dies aber nicht möglich. Hieraus ergibt sich, daß man je nach der Wahl der graphischen Darstellung zu ganz verschiedenen Beziehungen und Gleichungen gelangen kann. Aus graphischen Betrachtungen lassen sich deshalb fast immer für eine gesuchte Größe mehrere Schaltanordnungen ableiten. Welche der Darstellungsarten die einfachsten und günstigsten Schaltungen ergibt, ist je nach der zu untersuchenden Größe verschieden.

Im folgenden sollen die allgemeinen Beziehungen behandelt werden, die sich aus der graphischen Aufzeichnung eines der in $f(x, y, z) = 0$ enthaltenen Werte als Parameter ergeben. Zunächst werden die Gesetzmäßigkeiten untersucht, die sich aus der Darstellung einer der unmittelbar meßbaren Größen als Parameter ergeben, darauf die, die sich aus der Auftragung der gesuchten Größe als Parameter ableiten lassen.

1. Unmittelbar meßbare Größen als Parameter dargestellt und die hieraus ableitbaren Verschiebungsgesetze.

Für die folgenden Ausführungen sei y die durch x und z bestimmte meßbare Größe ($y = f(x, z)$) (z. B. EMK). z ist die bestimmende und gesuchte Hauptveränderliche (z. B. p_H -Wert), während x die zweite Veränderliche (z. B. Temperatur) ist.

Stellt man die Funktion $y = f(x, z)$ graphisch dar, wobei x als Parameter auftritt, so erhält man in den einfachsten Fällen Gerade, die entweder parallel oder geneigt zueinander verlaufen. So erhält man bei Thermoelementen (Bild 1) eine Parallelverschiebung der EMK-Temperaturkurven bei Änderung der Temperatur der kalten Lötstelle, während bei p_H -Messungen (Bild 2) die Isothermen gegeneinander geneigt sind. Zumeist findet man, daß diese Kurven sich in einem Schnittpunkt schneiden. An diesen und anderen speziellen Beispielen sollen nun die Grundsätze erläutert werden, nach denen man zu einer unmittelbaren Anzeige der gesuchten Größen gelangt.

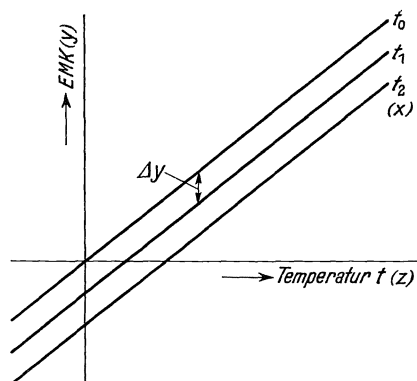


Bild 1. Parallelverschiebung. Die Berichtigungsgröße Δy ist nur abhängig von x .

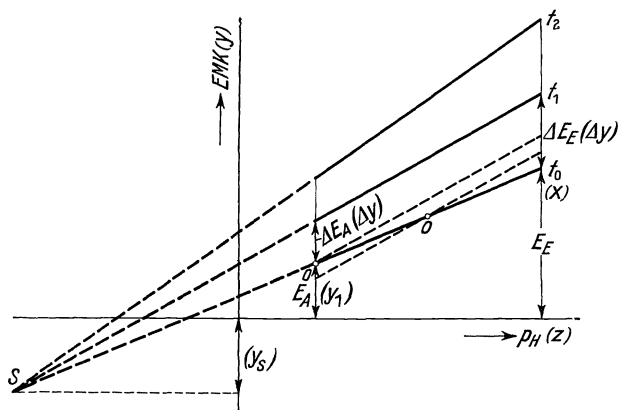


Bild 2. Neigungsänderung um S , Parallelverschiebung und Neigungsänderung um O . Die Berichtigungsgröße Δy ist abhängig von x und $y_0 = f(z)$.

Um die Temperatur bzw. die p_H -Zahl unabhängig von der Größe des Parameters, also der Temperatur der kalten Lötstelle oder der Flüssigkeitstemperatur anzugeben, wählt man eine der Isothermen als Grundfunktion zwischen der gesuchten Größe und der bestimmenden Meßbaren, der EMK. Die meßbare Veränderliche ist dann durch die als Parameter aufgetragene zweite Veränderliche so zu beeinflussen, daß der Verlauf und die Größe der resultierenden EMK mit der Grundfunktion übereinstimmen. Die Kurven müssen also zur Deckung gebracht werden. Bei parallel verlaufenden Isothermen ist demnach durch geeignete Schaltmittel eine Parallelverschiebung der EMK über den ganzen Meßbereich der gesuchten Größe bei Temperaturänderungen zu bewirken (Bild 1). Bei zueinander geneigten Kurven muß eine Neigungsänderung um den innerhalb oder außerhalb des Meßbereichs liegenden Schnittpunkt S der Isothermen (Bild 2) erfolgen. Man kann aber auch einerseits eine Parallelverschiebung der Isothermen bis zu einem beliebigen Schnittpunkt O mit der Grundisotherme vornehmen und außerdem eine Neigungsänderung um den so erhaltenen Schnittpunkt.

Die Beziehungen zwischen den zu messenden Größen und den anderen Veränderlichen müssen nicht geradlinig verlaufen. Es sind aber zur Kompensation einige Bedingungen zu erfüllen, die sich aus folgendem ergeben:

Gemäß dem angegebenen Neigungs- und Verschiebungsprinzip kann man allgemein setzen:

$$f(z) = y \pm \Delta y;$$

$f(z)$ ist die gesuchte Größe, y die unmittelbar meßbare abhängige Veränderliche. Sind $y_0 = f(z)$ die Meßfunktion z. B. bei der Temperatur t_0 , y_s der Meßwert beim Schnittpunkt S (Bild 2), y_1 der Meßwert beim Schnittpunkt O , Δy die Größe, um die y verändert werden muß, und a, b, c Konstante, so ist bei parallel verschobenen Parameterkurven x (Isothermen) Δy unabhängig von der Größe des Meßwertes. Die Temperaturfunktion von Thermometern ist unter Vernachlässigung der quadratischen Glieder durch die Beziehung gegeben:

$$\psi(t) = a \cdot t + b; \quad \psi(t_0) = a \cdot t_0 + b;$$

$$\psi(t) - \psi(t_0) = a(t - t_0) = a \cdot x,$$

wenn $x = t - t_0$ ist.

Zur Parallelverschiebung muß also die Gleichung erfüllt sein:

$$f(z) = y_0 = y \pm (a \cdot x) \cdot c. \quad (1)$$

Bei Neigungsänderungen ist Δy außerdem von der Größe des Meßwertes abhängig:

$$f(z) = y_0 = y \pm a \cdot x \cdot (y_0 - y_s) \cdot c'. \quad (2)$$

Bei gleichzeitiger Neigungs- und Parallelverschiebung ist

$$f(z) = y_0 = y \pm (a \cdot x) \cdot c \pm a' \cdot x \cdot (y_0 - y_1) \cdot c''. \quad (3)$$

Gleichung (2) geht in (3) über, wenn man setzt

$$y_0 - y_s = (y_0 - y_1) + (y_1 - y_s)$$

und

$$(y_1 - y_s) \cdot c' = c$$

sowie

$$c' = c''.$$

Die Thermometer müssen gleiche Temperaturkoeffizienten haben, wenn $a' = a$ gesetzt wird.

Aus diesen Gleichungen kann man folgende Beziehungen ableiten, die bei Temperaturkompensationsschaltungen erfüllt sein müssen, wenn die Thermometer geradlinige Charakteristiken besitzen:

1. Bei Parallelverschiebungen und Neigungsänderungen der Isothermen muß die Änderung von $y(z)$ (EMK) bei konstanter Meßgröße z proportional der Temperaturänderung x sein.

$$\Delta y(z) = k \cdot x. \quad (4)$$

2. Bei Neigungsänderungen muß außerdem die Änderung von $y(z)$ (EMK) bei konstanter Temperaturdifferenz x proportional dem jeweiligen Wert der Meßfunktion y_0 sein.

$$\Delta y(z) = k' \cdot y_0. \quad (5)$$

Durch Aufzeichnen dieser Funktionen kann man sich leicht über die Möglichkeiten und die erreichbaren Genauigkeiten der Verschiebungen und Kompensationen ein Bild machen.

Zur Salzgehaltbestimmung von Elektrolyten stellt man den Salzgehalt als Funktion des Widerstandes R_0 oder der Leitfähigkeit $1/R_0$ bei konstanter Temperatur dar. Die durch Temperaturschwankungen bewirkten Widerstandsänderungen sollen berichtigt werden. Aus den (nicht wiedergegebenen) Kurven gemäß den Gleichungen (4) und (5) geht dann hervor, daß man wohl eine ausreichende Kompensation

erhält, wenn man als unabhängige Veränderliche $1/R$ mißt. Dagegen ist durch Meßanordnungen, die dem Widerstand R proportionale Werte ergeben, keine einwandfreie Kompensation unmittelbar zu erreichen. Schaltet man aber parallel zum Elektrolyten einen festen Widerstand, so wird der Charakter der Widerstandsänderungen der Kombination bei der $1/R$ -Messung nicht geändert (Bild 3a). Bei der R -Messung verschieben sich aber die Kurven so, daß mit kleiner werdendem Parallelwiderstand die beiden Bedingungen immer besser erfüllt werden (Bild 3b). Als dann lassen sich auch bei Widerstandsschaltanordnungen nach diesem Prinzip temperaturunabhängige Messungen mit Thermometern durchführen, die eine lineare Temperaturabhängigkeit besitzen. Die Beziehung zwischen dem Grundwiderstand R_0 und dem Salzgehalt ist dabei nicht geradlinig.

Man kann also vielfach durch Parallelwiderstände zu der meßbaren abhängigen Veränderlichen eine zur Kompensation günstige Kurvenform erreichen. Das gleiche

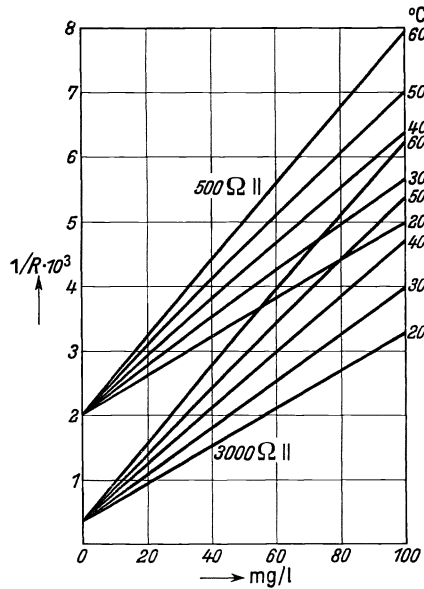


Bild 3a. Leitfähigkeit-Salzgehalt-Temperaturkurven mit je 3000 und 500 Ohm Parallelwiderstand zur Elektrode.

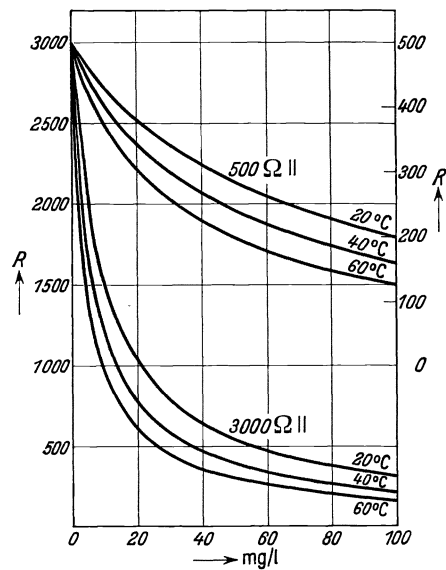


Bild 3b. Widerstand-Salzgehalt-Temperaturkurven mit je 3000 und 500 Ohm Parallelwiderstand zur Elektrode.

kann man oft durch Verwendung von Leitkurven oder geeignet gewickelten Widerständen, z. B. bei mechanischen Übertragungsarten der Meßwerte auf Widerstandsfernseindern, erreichen. Sind die durch die Gleichungen (4) und (5) dargestellten Funktionen nicht geradlinig, so kann eine Verbesserung der Anzeige auch dadurch erzielt werden, daß man bei der Messung, d. h. den Kurvenverschiebungen, die quadratischen Glieder dieser Funktionen mit berücksichtigt. Das kann durch Benutzen eines temperaturempfindlichen Meßorgans mit einem großen quadratischen Temperaturkoeffizienten erreicht werden. Am besten wählt man ein Thermometer, das die gleiche Kennlinie hat wie die meßbare Veränderliche, z. B. einen unveränderlichen Elektrolyten zur Leitfähigkeitsberichtigung. Auch die Widerstände der Meßbrücke können oft so bemessen werden, daß der zur Messung benutzte Strom bzw. die Spannung in der Diagonale die geforderte Charakteristik besitzt. Gleichartige Maßnahmen sind bei der Darstellung anderer Funktionen zu treffen.

Wenn sich die Kurven gleicher Parameterwerte nicht in einem Punkt schneiden, so erhält man vielfach genügende Meßgenauigkeiten, wenn man nur begrenzte Änderungen der Variablen zuläßt. Stellt man die meßbare abhängige Veränderliche y als Funktion der gesuchten Größe z gemäß obigen Ausführungen dar, so kann man bei geeigneten Begrenzungen der zulässigen Änderungen der Einzelwerte einen gemeinsamen Schnittpunkt derart festlegen, daß die von diesen Schnittpunkten aus gezogenen Geraden eine möglichst geringe Abweichung von den wahren Kurven ergeben. Solche Kurven sind in Bild 4 für Feuchtebestimmungen aus der trockenen und feuchten Temperatur eines Psychrometers gegeben. Man sieht, daß man durch derartige Begrenzungen nach dem Verschiebungsprinzip der Parameterkurven (Isothermen) auch solche Kurven innerhalb eines praktisch ausreichenden Meßbereiches

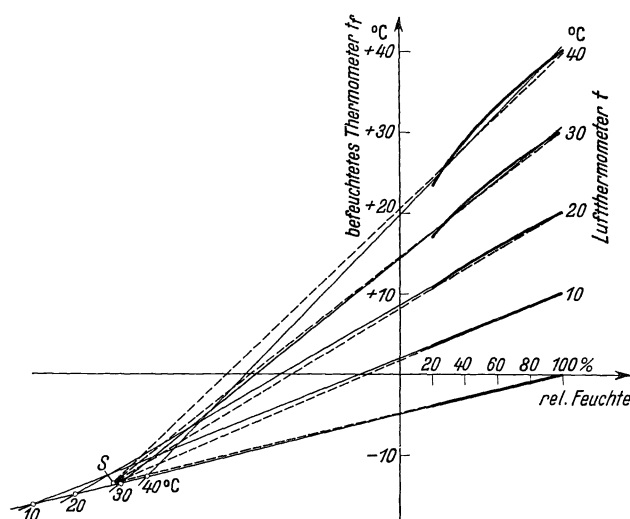


Bild 4. Isothermen zur Bestimmung der relativen Feuchte mit einem Psychrometer aus der Temperatur eines Luft- und eines befeuchteten Thermometers.

a) Neigungsänderung um S nach Gleichung 2. b) Gleichzeitige Parallelverschiebung nach Gleichung 6.

zur Deckung bringen kann, die insgesamt keine linearen Funktionen ergeben.

Bessere Übereinstimmung bei gleicher Begrenzung der Änderungen der Einzelwerte bzw. einen größeren zulässigen Schwankungsbereich bei gleicher Meßgenauigkeit kann man oft dadurch erhalten, daß man die Geraden sich nicht in einem Punkte schneiden läßt, sondern daß man unabhängig von der Lage der Schnittpunkte die einzelnen Geraden den zugehörigen Parameterkurven (Isothermen) möglichst weitgehend angleicht. Dann schneiden diese Geraden nach Bild 4 die Grundisotherme an verschiedenen Punkten. Ist der Abstand dieser

Punkte auf der Grundisotherme gleich oder annähernd proportional der Temperaturänderung, so besagt dies, daß zusätzlich zu der Neigungsänderung nach Gleichung (2) eine Parallelverschiebung proportional der Temperaturänderung zu berücksichtigen ist:

$$f(z) = y_0 = y \pm a \cdot x \cdot (y_0 - y_s) \cdot c' \pm (a' \cdot x) \cdot d. \quad (6)$$

Dabei müssen natürlich die für Gleichung (2) abgeleiteten Bedingungen (4) und (5) nach Ausführung der Parallelverschiebung wenigstens annähernd erfüllt sein.

Statt die Temperatur bzw. die Temperaturänderungen als Parameter darzustellen, kann man auch die meßbare Hauptveränderliche, bei Feuchtemessungen z. B. die Temperatur des befeuchteten Thermometers oder die Temperaturdifferenz, bei Druckmessungen den Druck als Parameter auftragen und die Temperatur als Ordinate wählen. Für die Darstellung der gesuchten Größe ergeben sich dann sinnentsprechend gleichartige Anforderungen und Bedingungen.

2. Die gesuchte Größe als Parameter dargestellt und die hieraus ableitbaren Gleichungen.

Auch bei der graphischen Aufzeichnung der gesuchten Größe z als Parameter erhält man in den einfachsten Fällen Gerade, die parallel oder zueinander geneigt verlaufen. Verlängert man die parallellaufenden Parameterkurven bis zur Abszissen- oder Ordinatenachse (Bild 5), so sind die für y bzw. $x = 0$ erhaltenen x - bzw. y -Werte eine Funktion der gesuchten Größe z . Aus Bild 5 ergibt sich die allgemeine Gleichung zur Darstellung derartiger Funktionen:

$$\frac{\pm f(z) \pm x}{\pm y} = k \quad \text{oder} \quad \frac{\pm \varphi(z) \pm y}{\pm x} = k', \quad (7)$$

wobei die Funktion z auf die x - bzw. y -Achse bezogen ist. Explizite lassen sich die gesuchten Funktionen immer durch Additionseinrichtungen darstellen. Die erhaltenen Gleichungen sind demnach der Gleichung (1) analog.

Sind die Parameterkurven zueinander geneigt, so schneiden sie sich bei geradlinigen Funktionen im allgemeinen in einem beliebig liegenden gemeinsamen Schnittpunkt (Bild 5). Man erkennt leicht, daß die Neigung der Kurven dann ein Maß für die gesuchte Größe sein muß. Bezeichnet man mit a den konstanten x -Wert und mit b den konstanten y -Wert, die dem Kurvenschnittpunkt zugeordnet werden müssen, so läßt sich die allgemeine Gleichung ableiten:

$$\frac{\pm a \pm x}{\pm b \pm y} = \text{tg } \alpha = \Phi(z). \quad (8)$$

Sind die Parameterkurven keine Geraden, so lassen sie sich meist in ähnlicher Weise, wie im vorigen Abschnitt gezeigt, durch geeignete Maßnahmen so strecken, daß die geradlinigen Beziehungen ganz oder annähernd erfüllt werden (Vor- und Parallelwiderstände zu den unabhängigen Variablen, Leitkurven, Formgebung der Widerstände, Bemessen der einzelnen Brückenwiderstände, Wahl von Wandlern, Auswahl der Thermometer mit geeignetem quadratischen Temperaturkoeffizienten usw.).

Legt man durch die unter Umständen geformten Kurven Gerade, die eine möglichst geringe Abweichung von den wahren Kurven ergeben, so findet man bei noch gekrümmten Kurven unter Umständen noch die geforderte Genauigkeit überschreitende Abweichungen. Außerdem müssen sich diese Geraden nicht in einem Punkte schneiden. Man kann dann, ähnlich wie im vorigen Abschnitt (Bild 4) angegeben, unter Begrenzung des Meßbereichumfanges beieinanderliegende Parameterkurven zusammenfassen und für solche Gruppen unter Berücksichtigung der möglichen Änderungen der Veränderlichen x und y einen gemeinsamen Schnittpunkt derart festlegen, daß die Abweichungen der gezogenen Geraden von den wahren Kurven innerhalb dieses Bereiches möglichst gering werden. In Bild 6 sind derartige Kurven für Salzgehaltbestimmungen aus Leitfähigkeitsmessungen gezeigt.

Eine bessere Übereinstimmung bei gleicher Begrenzung der Änderungen der Variablen bzw. größere zulässige Änderungen der Veränderlichen bei gleicher Meß-

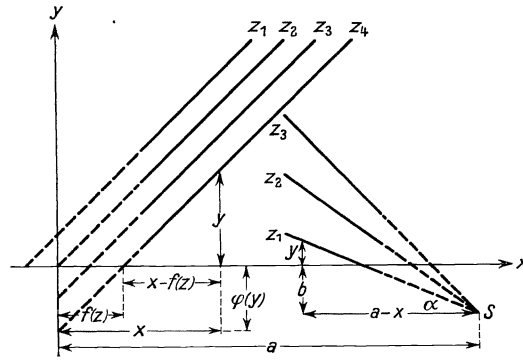


Bild 5. Kurven mit der gesuchten Größe z als Parameter, zur Ableitung der Bestimmungsgleichungen bei parallel und geneigt zueinander verlaufenden Kurven.

genauigkeit kann man erreichen, wenn man die Geraden unabhängig von der Lage der Schnittpunkte den wahren Kurven möglichst nahe anpaßt. Aus Bild 6 erkennt man, daß dann eine der Konstanten a oder b der Gleichung (8) von der Größe des Parameters, z. B. des Salzgehaltes abhängig wird, wenn man die andere an beliebiger Stelle durch Gerade parallel zur Abszisse oder Ordinate oder durch diese selbst festlegt. Die Gleichung (8) geht dann über in die Form

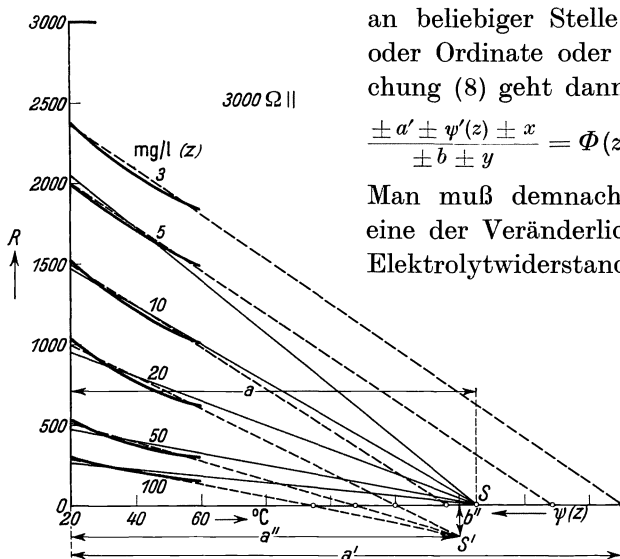


Bild 6. Kurven gleicher Salzgehalte in Abhängigkeit vom Widerstand und der Temperatur.

a) Neigungsänderung um S , $b = 0$ (Genauigkeit bei geringen Salzgehalten groß). b) Neigungsänderung um S' , $b \neq 0$ (Genauigkeit bei unterdrücktem Meßbereich groß). c) Gleichzeitige Veränderung von a' in Abhängigkeit vom Salzgehalt nach Gleichung 9.

$$\frac{\pm a' \pm \psi'(z) \pm x}{\pm b \pm y} = \Phi(z) \quad \text{bzw.} \quad \frac{\pm a \pm x}{\pm b' \pm \psi''(z) \pm y} = \Phi'(z). \quad (9)$$

Man muß demnach zur Darstellung dieser Funktionen eine der Veränderlichen, z. B. die Temperatur oder den Elektrolytwiderstand bei Salzgehaltmessungen, von der zu messenden Größe zusätzlich beeinflussen. Die Funktion $\psi'(z)$ bzw. $\psi''(z)$ kann geradlinig oder gekrümmt von $\Phi(z)$ abhängen. Sie kann durch geeignete Gestaltung z. B. des Widerstandes eines zweiten Potentiometers erfüllt werden, das mit dem ersten, mit dem die Abgleichung bei Kompensationsmessungen vorgenommen wird, zwangsläufig verbunden ist.

Die Gleichungen (8) und (9) lassen sich in verschiedener Weise umformen. Dadurch erhält man

Gleichungen, nach denen man mit anderen, unter Umständen einfacheren Hilfsmitteln die gesuchten Werte anzeigen kann. Derartige Umformungen sollen hier nur für Gleichung (8) und die abhängige Veränderliche y angegeben werden.

Durch Umformen erhält man:

$$\begin{aligned} \Phi'(z) &= \Phi(z) \mp \frac{a}{b} = \frac{\pm a \pm x}{\pm b \pm y} \mp \frac{a}{b}; \\ \Phi'(z) &= \frac{\pm a \pm x \mp \frac{a}{b} \cdot b \mp \frac{a}{b} \cdot y}{\pm b \pm y}; \\ \Phi'(z) &= \frac{\pm x \mp \frac{a}{b} \cdot y}{\pm b \pm y}. \end{aligned} \quad (10)$$

Setzt man $b = 0$, so ist aus (8) zu erhalten:

$$\Phi(z) = \frac{\pm a \pm x}{\pm y} = \pm \frac{1}{y} \cdot (a \pm x); \quad (11)$$

$$\Phi(z) = \pm \frac{1}{y} \cdot a \pm \frac{1}{y} \cdot x. \quad (12)$$

Bei positiven oder negativen Werten von b ergibt sich in ähnlicher Weise

$$\Phi(z) = \frac{\pm a \pm x}{\pm b \pm y} = \pm \frac{1}{b \pm y} \cdot (a \pm x); \quad (13)$$

$$\Phi(z) = \pm \frac{1}{b \pm y} \cdot a \pm \frac{1}{b \pm y} \cdot x. \quad (14)$$

Ist in speziellen Fällen $b \ll y$, so gilt auf Grund von bekannten Näherungsgleichungen:

$$\pm \frac{1}{b \pm y} = \pm \frac{1}{y \left(1 \pm \frac{b}{y}\right)} = \pm \frac{1}{y} \cdot \left(1 \mp \frac{b}{y}\right) = \pm \frac{1}{y} \mp \frac{b}{y^2}.$$

Diese Werte in Gleichung (13) bzw. (14) eingesetzt:

$$\Phi(z) = \pm \left(\frac{1}{y} \mp \frac{b}{y^2}\right) \cdot (a \pm x); \quad (15)$$

$$\Phi(z) = \pm \frac{1}{y} \cdot a \mp \frac{b}{y^2} \cdot a \pm \frac{1}{y} \cdot x \mp \frac{b}{y^2} \cdot x. \quad (16)$$

Ist weiter $\frac{b}{y^2} \ll \frac{1}{y}$, so kann man näherungsweise $\frac{b}{y^2} = c$ setzen, indem man der Konstanten c den mittleren der möglichen $\frac{b}{y^2}$ -Werte gibt. Dann ist

$$\Phi(z) = \pm \left(\frac{1}{y} \mp c\right) \cdot (a \pm x); \quad (17)$$

$$\Phi(z) = \pm \frac{1}{y} \cdot a \mp a \cdot c \pm \frac{1}{y} \cdot x \mp c \cdot x. \quad (18)$$

Ist es demnach möglich, die eine der unmittelbar meßbaren Veränderlichen mit ihrem Kehrwert elektrisch darzustellen, so kann man allgemein die gesuchten Funktionen auf Grund der in (11) bis (18) angegebenen Produkten- oder Summengleichungen ermitteln. Bei endlichen Werten von b muß jedoch gleichzeitig $b \ll y$ sein. Dies Verfahren führt z. B. bei Salzgehaltmessungen, bei denen man sowohl den Widerstand R als auch die Leitfähigkeit $1/R$ schaltungsmäßig unmittelbar erhalten kann, zu sehr einfachen Darstellungsmöglichkeiten.

Zu ähnlichen Beziehungen gelangt man, wenn man umgekehrt $y \ll b$ setzt oder derartige Umformungen an dem Ausdruck mit der zweiten Veränderlichen $\pm a \pm x$ vornimmt. Dabei ergibt sich, daß es nicht immer erforderlich ist, den Kehrwert der Veränderlichen elektrisch darzustellen.

II. Schaltanordnungen zur Darstellung von Parameterfunktionen.

Bei den auf Grund graphischer Betrachtungen ermittelten Gleichungen handelt es sich um die Bildung von Summen bzw. Differenzen, von Produkten und Quotienten. Für die unmittelbare Darstellung sind deshalb Summen- bzw. Differenzen-, Produkten- und Quotientenmeßschaltungen verwendbar (4 bis 7).

Die Summenbildung nach (1) und (7) ist gleichartig gestaltet. Die einzelnen Summanden enthalten nur je eine der unmittelbar meßbaren Veränderlichen:

$$f(z) = y \pm k \cdot x. \quad (19)$$

Die Gleichungen (2), (3), (12), (14), (16) und (18) enthalten in den Summanden auch gleichzeitig beide unmittelbar meßbare Veränderliche. Dabei sind die Gleichungen (2), (12), (14) gleichartig aufgebaut nach

$$f(z) = g \cdot f(y) \pm h \cdot x \cdot f(y_0) \quad \text{bzw.} \quad f(z) = g \cdot f(y) \pm h \cdot x \cdot f(y) \quad (20)$$

und die Gleichungen (3) und (18) [angenähert auch (16)] nach

$$f(z) = g \cdot f(y) \pm k \cdot x \pm h \cdot x \cdot f(y_0) \quad \text{bzw.} \quad f(z) = g \cdot f(y) \pm k \cdot x \pm h \cdot x \cdot f(y) \pm i. \quad (21)$$

Die Produktengleichungen nach (11), (13), (15) und (17) enthalten in den einzelnen Multiplikatoren immer nur eine der unmittelbar meßbaren Veränderlichen. Sie können durch den gemeinsamen Ausdruck dargestellt werden:

$$f(z) = (f(y) \pm b) \cdot (\pm a \pm x). \quad (22)$$

Auch die Quotientengleichung (8) enthält in Zähler und Nenner je nur eine der unmittelbar meßbaren Veränderlichen, während in der Gleichung (10) beide zusammen im Zähler vorkommen.

Die Gleichungen (19) bis (22) sowie (8) und (10) enthalten demnach alle vorkommenden Rechenaufgaben, die zur Anzeige von Parameterfunktionen (auf Grund graphischer Verfahren) durch elektrische Schaltanordnungen auszuführen sind. Eine Sonderstellung nehmen hinsichtlich der Darstellungsweise die Gleichungen (6) und (9) sowie die daraus ableitbaren Gleichungen ein.

Es sollen nun zunächst die Quotienten-, dann die Produkten- und zuletzt die Additionsschaltungen besprochen werden. Diese Reihenfolge ist der leichteren Übersicht wegen gewählt. Von den Schaltanordnungen werden nur einige für die Darstellung von Parameterfunktionen besonders charakteristische Beispiele erläutert. Auf Vollständigkeit kann hier verzichtet werden, da die meisten der zu benutzenden Rechenschaltungen allgemein bekannt und gebräuchlich sind.

1. Quotientenschaltungen.

Die Quotientenmessung nach Gleichung (8) oder (10) läßt sich mit beliebigen Quotientenmeßgeräten vornehmen. Die einzelnen Summen bzw. Differenzen werden durch Differenz- oder Summenschaltungen in Brücken oder Differenzgalvanometern vorgenommen. Derartige Anordnungen wurden für Wasserdampfbestimmungen in dieser Zeitschrift (8) behandelt. Sie lassen sich grundsätzlich für derartige Messungen immer verwenden (8a).

Nach Kompensationsverfahren kann man ebenfalls grundsätzlich das Verhältnis zweier Spannungen bestimmen. Stellt man die Summanden des Zählers und des Nenners in je einer Brücke durch die Diagonalspannungen dar, so läßt sich unter Verwendung einer gemeinsamen Spannungsquelle die Messung nach Bild 7 vor-

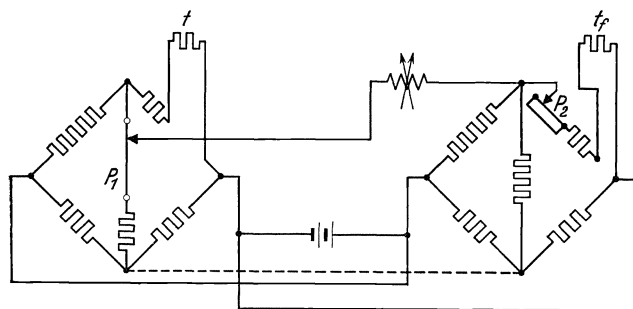


Bild 7. Feuchtemessung, Quotientenschaltung, Nullverfahren mit Doppelpotentiometer.

nehmen. Hierbei müssen die Spannungen an den Diagonaleckpunkten beider Brücken, deren Seiten nur feste Widerstände enthalten, gleich groß sein (Äquipotentialprinzip). Legt man, wie in Bild 7 angegeben, in einen der Brückenzweige ein mit dem Abgleichpotentiometer fest gekoppeltes zweites Potentiometer, so ist die Messung nach

Gleichung (9) zusätzlich von der gesuchten Größe abhängig. Für Feuchtemessungen muß dieser Widerstand, wie aus graphischen Darstellungen abgelesen werden kann, mit der Änderung des Meßwertes nach einer Kreisfunktion zunächst zu- und dann wieder abnehmen. Dies wird — nach einer abgeänderten Ausbildung der von L. Behr (9) angegebenen Schaltung — durch einen Kurzschluß am zweiten Potentiometer erreicht, das selbst eine lineare Charakteristik besitzt. Durch diese Zusatzeinrichtung erreicht man bei gleichen Meßbereichen eine Verbesserung der Genauigkeit der Kompensation von $\pm 2,5\%$ auf $\pm 1\%$ relative Feuchte.

Für Temperaturkompensationsschaltungen bei elektrometrischen Meßanordnungen (p_H -Messung) ergibt sich auf Grund der Gleichung (8) eine ähnliche Schaltung (Bild 8) (10). Durch Zusammenschalten einer Brückendiagonalspannung mit der meßbaren EMK wird eine Spannung $(a + e)$ hergestellt. Diese wird der Diagonalspannung einer zweiten Brücke, die proportional $(b + t)$ ist, über ein Potentiometer entgegengeschaltet. Bei Stromlosigkeit des Galvanometers ist Gleichung (8) erfüllt und der Abgriff ein Maß für die berichtigte EMK. Die beiden Brückenarme mit den festen Widerständen sind hier zu einem gemeinsamen Zweig vereinigt.

Zur Darstellung des Verhältnisses eignet sich nach H. Grüss (11) auch eine Brückenschaltung, in der der messende und der kompensierende Widerstand in zwei nebeneinanderliegende Zweige einer Wheatstone-Brücke gelegt werden. Die beiden übrigen Brückenwiderstände müssen dabei klein gegenüber den ersteren, dagegen der Diagonalwiderstand möglichst groß sein. Verwendet man als kompensierenden Temperaturwiderstand bei Salzgehaltmessungen einen Elektrolyten, der etwa die Zusammensetzung und Konzentration der zu untersuchenden Lösung hat, so sind auch die quadratischen Glieder der bestimmenden Gleichungen bis auf die durch die Konzentrationsänderungen bedingten geringen Abweichungen berücksichtigt. Alsdann ist bei diesen und ähnlichen Schaltungen eine sehr weitgehende, von der Temperatur unabhängige Anzeige zu erzielen.

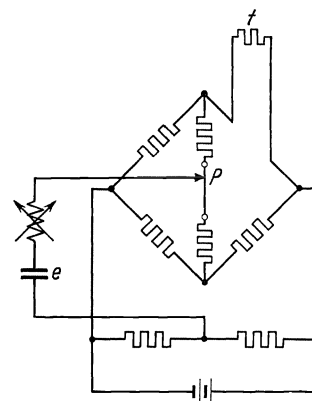


Bild 8. Temperaturkompensation für p_H -Messung, Quotientenschaltung, Nullverfahren.

2. Produktenschaltungen.

Die Produktmessung nach Gleichung (22) läßt sich mit beliebigen Multiplikationseinrichtungen durchführen. Bei Stromteiler- und Doppelbrückenmeßschaltungen werden die variablen Widerstände in je einen Stromteiler oder je eine Brücke gelegt.

Eine Schaltung, die wegen ihres geringen Energieverbrauches sehr vorteilhaft ist, zeigt Bild 9 für Leitfähigkeitsmessungen. Aus Gleichung (11) bzw. (17) ergibt sich für den Salzgehalt (siehe auch Bild 6):

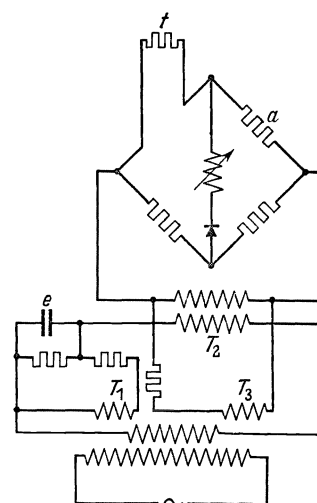
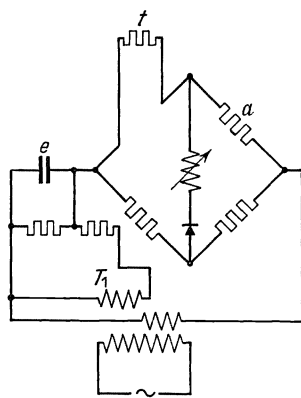


Bild 9a u. b. Salzgehaltmessung in Produktenschaltung

a) nach: $\frac{1}{R} \cdot (a - t)$,

b) nach: $\left(\frac{1}{R} + c\right) \cdot (a - t)$.

$$f(z) = \frac{1}{R} \cdot (a - t) \quad \text{bzw.} \quad = \left(\frac{1}{R} + c\right) \cdot (a - t).$$

In dieser Schaltung wird die Leitfähigkeit statt in einer Brücke in einer $1/R$ -Schaltung (bei konstanter Spannung an den Elektroden) gemessen. Der Grundstrom, der bei der Leitfähigkeit O durch R fließt, wird durch eine durch den Wandler T_1 erzeugte Gegenspannung unterdrückt. Ist bei unterdrückten Meßbereichen die Größe c

zu berücksichtigen, so wird an die Temperaturbrücke über einen Stromwandler T_2 eine Spannung gelegt, die proportional $1/R$ ist. Der Spannungswandler T_3 wird dann so bemessen, daß an der Temperaturbrücke außerdem eine der Größe c entsprechende Spannung wirksam wird (Überlagerungsprinzip!). Bei Gleichstrommessungen verwendet man für derartige Überlagerungen eine Schaltung nach dem schon beschriebenen Äquipotentialprinzip.

Dies Überlagerungsprinzip ist allgemein für Summen- und Differenzbildungen und Kompensationen anwendbar. So kann man an Stelle der Elektrodenspannung e in Bild 8 eine der meßbaren Veränderlichen proportionale Spannung in die Schaltung einfügen, bei Salzgehaltmessungen z. B. über Wandler eine $1/R$ oder R proportionale Spannung. Auch die Feuchteschaltung nach Bild 7 kann man sich in dieser Weise aus Bild 8 entwickelt denken.

3. Summen- und Differenzschaltungen.

Zur Darstellung der Summen- und Differenzgleichungen nach (19) bis (21) können sämtliche bekannten Summen- und Differenzschaltanordnungen und -meßsysteme verwendet werden (4 bis 6, 12, 13). Hier sollen vor allem einige neuartige Schaltungen und Meßprinzipien behandelt werden, nach denen derartige Messungen unter Verwendung einfacher Drehspulgalvanometer durch Kompensation mit dem Null- oder Ausschlagverfahren ausgeführt werden können.

Für die Darstellung von Parameterfunktionen, die eine Parallelverschiebung durch eine der Veränderlichen nach Gleichung (19) erfordern (Bild 1), sind derartige Temperatur-Kompensationsschaltungen nach dem Null- und Ausschlagverfahren bereits bekannt. Sowohl die einfachen Kompensationsanordnungen (J. C. Poggen-dorff) als auch die Brückenschaltungen sind unter Verwendung von Widerstandsthermometern zur Temperaturberichtigung der kalten Lötstelle von Thermoelementen gemäß Gleichung (19) benutzt worden (4 u. 14).

Es lassen sich aber auch solche Parameterfunktionen, bei denen gemäß Gleichung (20) Neigungsänderungen oder gemäß Gleichung (21) gleichzeitig Neigungsänderungen und Parallelverschiebungen, wie bei p_H -Messungen, vorzunehmen sind (Bild 2), nach Null- oder Ausschlagsverfahren in beliebigen Kompensationsschaltungen darstellen.

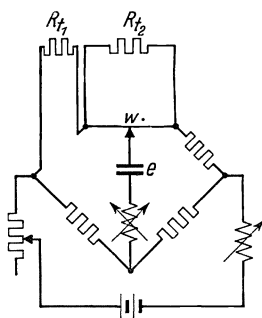


Bild 10. Temperaturkompensation für p_H -Messung, Summenschialtung, Neigungs- und Parallelverschiebung mit 2 Thermometern, Null-Verfahren.

Auf Grund der Gleichung (21) bzw. (3) (Bild 2) ist der meßbaren EMK (y) entgegenschalten 1. der Meßwert $f(z) = y_0$, 2. eine mit der Temperaturdifferenz steigende sowie 3. eine von der Temperaturdifferenz und dem Meßwert beeinflusste Spannung. Dazu wird in der Nullmethode nach Bild 10 zwischen den Diagonalpunkten der Brücke eine Spannung hergestellt, die sich entsprechend der Grundfunktion y_0 mit der Stellung des Abgriffes am Meßdraht w ändert. Wie bei Temperaturberichtigungen der kalten Lötstelle von Thermoelementen wird ein Widerstandsthermometer R_t in einen Zweig der Brücke gelegt. Dieses bewirkt die Parallelverschiebung. Ist der Meßdraht w symmetrisch zu den anderen Widerständen angeordnet,

und wird weiter parallel zu diesem ein temperaturempfindlicher Widerstand R_t gelegt, so verändert sich die Spannung an dem Meßdraht mit der Temperatur

so, daß die Spannung in der Mitte unverändert bleibt, nach beiden Seiten zu aber gleichmäßig zu- bzw. abnimmt. Man muß deshalb den Thermometern solche Widerstandswerte und Temperaturkoeffizienten geben, daß nach Bild 2 durch R_{t_1} eine Parallelverschiebung der Spannung um den Betrag $\frac{\Delta E_A + \Delta E_E}{2}$ und durch R_{t_2} eine Neigungsänderung um den Betrag $(\Delta E_E - \Delta E_A)$ erfolgt.

Bei der Ausschlagsmethode (Bild 11) bewirkt man durch das Thermometer R_{t_1} eine Parallelverschiebung um ΔE_A (Bild 2). Das Thermometer R_{t_2} wird z. B. in den Diagonalzweig der Brücke vor oder parallel zum Galvanometer gelegt. Dadurch wird bei Temperaturänderung die Spannungsempfindlichkeit so geändert, daß diese Änderung am Skalenende der Neigungsänderung $(\Delta E_E - \Delta E_A)$ entspricht.

Beide Effekte, die Parallelverschiebung und die Neigungsänderung, lassen sich auch nach Gleichung (20) bzw. (2) durch ein einziges in geeigneter Weise dimensioniertes Thermometer bewirken. Eine Anordnung für das Nullverfahren zeigt Bild 12.

Man macht dazu den Widerstand $(R_s + w)$ so groß, daß an dem Thermometer R_t eine Spannung liegt, die sich nach Bild 2 aus der Lage des Kurvenschnittpunktes S ermitteln läßt. Das Thermometer selbst ist so zu bemessen, daß am Ende des Meßdrahtes durch Temperaturänderung eine Spannungsänderung ΔE_E bewirkt wird. Beim Ausschlagverfahren bemißt man das die Parallelverschiebung bewirkende Thermometer R_{t_1} in Bild 11 sowie die übrigen Widerstände so, daß R_{t_1} gleichzeitig als Hauptschließungswiderstand für das Galvanometer wirkt und dadurch bei Temperaturänderungen zugleich dessen Spannungsempfindlichkeit entsprechend beeinflußt.

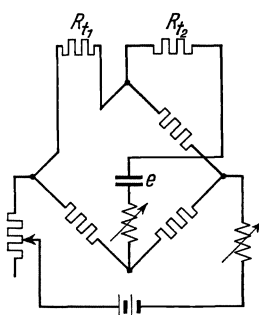


Bild 11. Wie Bild 10, jedoch Ausschlagsverfahren.

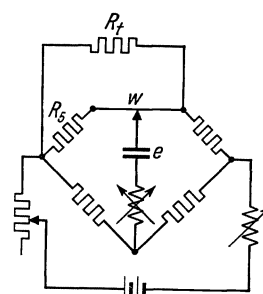


Bild 12. Wie Bild 10, jedoch mit nur 1 Thermometer.

Als Beleg für die erreichbare Temperaturkompensation ist in Zahlentafel 1 eine Meßreihe für p_H -Messungen mit der Antimon-Kalomel-Elektrode wiedergegeben. Die Genauigkeit der Kompensation zwischen 5 und 25° C ist mit $\pm 0,4 \text{ mV} \approx \pm 0,008 p_H$ sehr gut.

Zahlentafel 1. Fehler der p_H -Bestimmung (in mV).

p_H $f(z)$	mV bei 5° C $f(z) = y_0$	Δ mV bei 15° C		Δ mV bei 25° C	
		nicht kompensiert	kompensiert	nicht kompensiert	kompensiert
6,5	319,8	+15,6	+0,4	+31,2	-0,3
9,5	483,6	+19,7	-0,3	+39,4	+0,2

Auch diese Meßanordnungen kann man zur Darstellung anderer Parameterfunktionen benutzen, wenn man statt der Thermolemente oder Elektrodenspannungen nach den oben beschriebenen Überlagerungsprinzipien eine entsprechende meßbare Veränderliche einführt. Es ergeben sich dann oft außerordentlich einfache Schaltungen.

Schneiden sich die Isothermen nicht in einem Punkte, so ist nach Gleichung (6) und Bild 4 eine zusätzliche Korrektur, die z. B. proportional der Temperaturänderung

wirkt, vorzunehmen. Auf Grund näherer Überlegungen findet man, daß Gleichung (6) in einer Anordnung darstellbar ist, die mit der Schaltung nach Bild 7 übereinstimmt, wenn man das zweite Potentiometer durch ein geeignet bemessenes Widerstandsthermometer ersetzt. Alsdann erhält man die gleichen Genauigkeiten wie bei der Schaltung nach Bild 7.

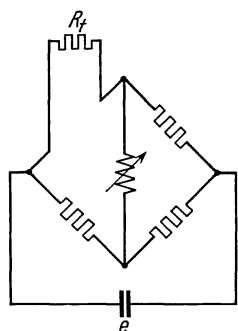


Bild 13. Temperaturkompensation für p_{H} -Messung, ohne fremde Stromquelle.

Nach Ausschlagsverfahren lassen sich Temperaturkompensationen auch ohne Zuhilfenahme fremder Stromquellen auf Grund des Verschiebungsprinzips durchführen, wenn bei vorzugsweiser Parallelverschiebung auch die Bedingung erfüllt ist, daß die Spannung selbst groß ist gegenüber den durch Temperaturschwankungen bewirkten Spannungsänderungen. Die meßbare EMK kann nach Bild 13 an eine so bemessene Brücke gelegt werden, daß die Spannung am Skalenanfang gerade kompensiert ist. Durch ein geeignet bemessenes Thermometer in einem der Brückenzweige wird dann die erforderliche Parallelverschiebung und Neigungsänderung nach den bereits angeführten Gesichtspunkten bewirkt. Legt man statt der Spannungsquelle an diese Brücke gemäß dem Überlagerungsprinzip eine andere Spannung, die einer meßbaren Veränderlichen entspricht, so erhält man Anordnungen, die den Produktschaltungen nach Gleichung (22) und Bild 9 gleichen.

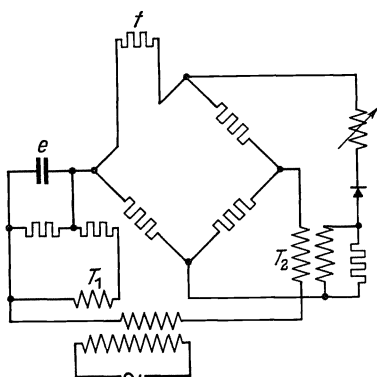


Bild 14. Salzgehaltmessung in Summenschaltung nach

$$\frac{1}{R} \cdot a - \frac{1}{R} \cdot t.$$

Als Beispiel einer Summenschaltung nach Gleichung (12) ist in Bild 14 eine Anordnung für Salzgehaltmessung dargestellt nach der Beziehung

$$f(z) = \frac{1}{R} \cdot a - \frac{1}{R} \cdot t.$$

Der Brückenstrom ist proportional der Leitfähigkeit $1/R$, der Diagonalstrom infolgedessen proportional $1/R \cdot t$. Diesem Diagonalstrom kann man (nach W. Geyger) einen Strom über einen Stromwandler T_2

Zahlentafel 2. Fehler der Salzgehaltbestimmung (\pm mg/l).

Schaltung	In Doppelbrücke, ähnlich Bild 9 und 13, mit Platinthermometer		Unterdrückter Meßbereich, nach Bild 9, mit Platinthermometer	Unterdrückter Meßbereich, mit Elektrolytthermometer
	20 ... 40° C	30 ... 80° C	20 ... 80° C	20 ... 80° C
Temperaturbereich	20 ... 40° C	30 ... 80° C	20 ... 80° C	20 ... 80° C
Meßbereich in mg/l	0 ... 100	0 ... 100	10 ... 100	30 ... 200
0	0	0	—	—
5	0,3	0,3	—	—
10	0,5	0,7	0,2	—
20	0,8	1,0	0,7	—
30	1,0	1,5	1,2	0
40	1,0	2,3	1,1	0,3
50	1,2	4,0	0,8	0,4
70	2,5	6,2	3,5	0,5
100	5,0	15,0	7,5	0,9
150	—	—	—	4,0
200	—	—	—	6,5

überlagern, der $1/R$ verhältnisgleich ist. Diese Anordnung geht in die Produktschaltung Bild 9a über, wenn man unter Fortfall des Stromwandlers T_2 die Brücke entsprechend der Größe a verändert. Sollen unterdrückte Meßbereiche ausgeführt werden, bei denen die Konstante c nach Gleichung (18) zu berücksichtigen ist, so sind für die Schaltung die gleichen Grundsätze anzuwenden, die in der Produktschaltung nach Bild 9b benutzt wurden.

Einen Überblick über die erreichbaren Genauigkeiten bei Salzgehaltbestimmungen durch Leitfähigkeitsmessungen nach den verschiedenen Verfahren gibt Zahlentafel 2. Zur Beurteilung der Angaben ist zu beachten, daß bei Temperaturschwankungen von 20 bis 80° C Leitfähigkeitsänderungen bis zu 170 % vom Grundwert zu kompensieren sind. In Prozent vom Skalenumfang des Meßgerätes ausgedrückt ist die erreichte Genauigkeit je nach dem Meßverfahren 2 bis 4 %.

III. Anwendungen.

Für die Darstellung von Parameterfunktionen auf Grund der graphisch ermittelten Zusammenhänge sind bisher als Anwendungsbeispiele die Temperaturberichtigungen für p_H - und andere elektrometrische Messungen sowie die Feuchte- (8 u. 8a) und Salzgehaltbestimmungen behandelt worden. Man kann auch auf Grund der angegebenen Verfahren Temperaturdifferenzmessungen (13) mit beliebig begrenzten Meßbereichen unabhängig von der Temperaturlage ausführen. Hier soll noch auf einige weitere Beispiele hingewiesen werden.

Zum Betrieb von Gichtgas- und Elektrofilteranlagen muß nach K. Guthmann (15) eine feste Beziehung zwischen der Gastemperatur und dem Taupunkt des Gases eingehalten werden, um eine günstigste Entstaubung zu erzielen. Diese Funktion läßt sich mit einem Feuchteregler unmittelbar unabhängig von Temperatur- und Taupunktschwankungen einregeln, wenn man nach dem angegebenen Verfahren der gewünschten Beziehung einen festen Skalenwert zuordnet.

Auf Grund von graphisch ermittelten Näherungsgleichungen kann man auch die Dampfnässe (Dampffeuchte) nach dem Drosselkalorimeterverfahren aus dem Dampfdruck und der Temperatur des entspannten Dampfes anzeigen. Es läßt sich eine Genauigkeit von etwa 0,2 % bei Dampffeuchten von 95 bis 100 % erreichen, wobei Dampfdruckänderungen bis zu ± 30 % und Änderungen des Druckes des entspannten Dampfes bis zu ± 50 % zulässig sind.

Ferner läßt sich nach diesem Verfahren eine Gleichung zur Bestimmung des Übersättigungskoeffizienten von siedenden Lösungen finden. Dieser Wert ist für die Beurteilung des Verkochens von dicken Säften (Zucker) von Bedeutung. Er läßt sich mit einem Vakuummeter zum Bestimmen der Dampftemperatur und mit einem Thermometer zum Bestimmen der Temperatur der übersättigten Lösung unmittelbar anzeigen (16).

Auch zur Temperaturberichtigung von spezifischen Gewichten, Druck- und Mengenmessungen können die angegebenen Verfahren verwendet werden (3).

Nach den gleichen Gesichtspunkten können auch Schaltanordnungen abgeleitet werden, die zur Beseitigung von Spannungsschwankungen der Stromquellen auf die Anzeige bei den verschiedensten Messungen üblich bzw. zweckmäßig sind.

Es soll zum Schluß darauf hingewiesen werden, daß man nach diesem graphischen Verfahren auch zu einfachen Darstellungsmöglichkeiten und Schaltungen, die ähn-

lich den beschriebenen sind, für Funktionen mit mehr als drei Veränderlichen gelangt (gleichzeitige Druck- und Temperaturberichtigung bei Mengmessungen).

Zusammenfassung.

Eine fortlaufende unmittelbare Darstellung von Parameterfunktionen, d. h. Funktionen zwischen einer abhängigen und zwei unabhängigen Veränderlichen, ist für wissenschaftliche und technische Untersuchungen und Betriebskontrollen von großem Wert. Auf Grund eines graphischen Verfahrens lassen sich durch Neigungsänderungen und Parallelverschiebungen oder durch Bestimmen des Neigungswinkels der als Parameter aufgetragenen Kurven allgemeine Gesetzmäßigkeiten und Gleichungen (auch Näherungsgleichungen) über die gegenseitigen Verknüpfungen der drei Veränderlichen ableiten. Diese Gleichungen ergeben einfache Rechenaufgaben, die durch elektrische Schaltanordnungen auszuführen sind. Einige besonders charakteristische einfache Beispiele für die Ausbildung derartiger Summen- bzw. Differenz-, Produkten- und Quotientenschaltungen werden beschrieben und die bei derartigen Messungen erreichten Genauigkeiten angegeben. Für Salzgehaltbestimmungen durch Leitfähigkeitsmessungen, für Feuchtemessungen, für temperaturberichtigte elektrometrische Messungen (p_{H} -Wert), für Mengmessungen mit gleichzeitiger Druck- und Temperaturkorrektur, für Spannungskompensationen und viele andere Zwecke lassen sich diese Beziehungen und Schaltungen anwenden.

Schrifttum.

1. H. Grüss: Verfahren zur Bestimmung nutzbarer Wärmemengen. In A. Eucken u. M. Jakob: Der Chemie-Ingenieur **2**, 3. Teil. Leipzig (1933).
2. Fr. Lieneweg: Wärme **50** (1927) S. 465.
3. H. Lohmann u. F. v. Grundherr: Arch. techn. Messen V 1245-2 (Mai 1934).
4. J. Krönert: Meßbrücken und Kompensatoren, **1** München (1935).
5. J. Krönert: Arch. techn. Messen J 0821-1 (1932).
6. W. Geyger: Arch. techn. Messen J 0821-2 (1932).
7. R. Sewig: Z. Instrumentenkde. **55** (1935) S. 34.
8. Fr. Lieneweg: Wiss. Veröff. Siemens-Werk. **XIV**, 2 (1935) S. 20 ··· 31.
- 8a. Fr. Lieneweg: Siemens-Z. **10** (1930) S. 584.
9. L. Behr: J. opt. Soc. Amer. **12** (1926) S. 623.
10. Amer. Pat. 1870982 (1927).
11. DRP. 521048 (1929).
12. W. Geyger u. W. Schmidts: Wärme **56** (1933) S. 200. — W. Geyger: Arch. techn. Messen V 3514-1 (Juni 1933).
13. W. Geyger: Arch. techn. Messen V 2166-2 (1931) — Arch. Elektrotechn. **25** (1931) S. 476, 483, 711.
14. Ch. Kessler u. J. Krönert: Siemens-Z. **11** (1931) S. 387.
15. K. Guthmann: Stahl u. Eisen **52** (1932) S. 529.
16. DRP. 599886 (1932).

Ein einfacher Kompensations-Schnellschreiber für Gleichstrommessungen.

Von **Wilhelm Geyger.**

Mit 4 Bildern.

Mitteilung aus dem Wernerwerk M der Siemens & Halske A.-G. zu Siemensstadt.

Eingegangen am 15. Oktober 1936.

Aufgabe.

Die bekannten Ausführungsformen der als Kompensations-Tintenschreiber ausgebildeten, sich selbsttätig abgleichenden Gleichstromkompensatoren (1) beruhen im allgemeinen darauf, daß ein im Nullstromkreis liegendes Drehspulgalvanometer über eine mechanische oder elektrische Relaiseinrichtung (z. B. Fallbügelmechanismus, Maximal- und Minimalkontakte oder Photozellen) mit einem Umkehrmotor oder Umkehrgetriebe eine zur Herbeiführung des Kompensationszustandes dienende Schleifdrahtanordnung so beeinflußt, daß der Nullstromkreis stromlos wird. Derartige Apparate haben infolge der aus ihrem Meß- bzw. Konstruktionsprinzip (sog. Nachlaufsteuerung) sich ergebenden Eigenschaften (z. B. schrittweise Einstellung bei Fallbügel-Meßgeräten) eine geringe Einstellgeschwindigkeit; die Einstellzeit beträgt etwa 15 bis 30 s, ist also ungefähr 10- bis 20mal so groß wie bei den gewöhnlichen Ausschlaginstrumenten. Eine wesentlich kürzere Einstellzeit (etwa 1 bis 2 s) ist bei dem „Speedomax“-Schreiber (2) der Leeds & Northrup Co., Philadelphia, Pa., und bei dem vom Verfasser bei Siemens & Halske entwickelten Kompensations-Schnellschreiber mit „Suchspule“ (3) erreicht worden. In ähnlicher Weise arbeitet der von der Westinghouse Elec. & Mfg. Co., Newark, N. J., geschaffene Tintenschreiber mit Röhrenverstärker („Electronic Recorder“) (4), bei dem die Schreibfeder ohne merkbare Verzögerung den Ausschlagänderungen eines empfindlichen Meßgerätes (z. B. Drehspul-Strom- oder Spannungsmesser) zu folgen vermag, wobei die Einstellzeit bei aperiodischer Dämpfung etwa 1,3 s beträgt. Diese Einrichtung hat aber den Nachteil, daß der zu messende Strom bzw. die zu messende Spannung nach dem Ausschlagverfahren, also mit einem bestimmten Energieverbrauch gemessen wird, während die vorliegende Aufgabe darin besteht, die Strom- oder Spannungsmessung ohne Energieverbrauch nach der Kompensationsmethode durchzuführen.

Eine besonders einfache und vorteilhafte Lösung dieser Aufgabe ergibt sich, wenn man von dem von J. Krönert und H. Miething (5) angegebenen, für viele Zwecke wertvollen Verfahren zur Verstärkung kleiner Gleichspannungen ausgeht: Der zu verstärkende (z. B. einer Thermospannung proportionale) Gleichstrom wird durch einen vom Wechselstromnetz elektromagnetisch erregten Zungenunterbrecher

synchron mit der Netzfrequenz periodisch zerhackt und mittels eines Transformators in eine Wechselspannung übergeführt, die über einen Röhrenverstärker auf einen Drehspul-Tintenschreiber einwirkt. Da dieses Verfahren für die vorliegende Aufgabe noch keine befriedigende Lösung darstellen kann, weil die Messung mit einem bestimmten Energieverbrauch ausgeführt wird, wobei Schwankungen der auf den Röhrenverstärker einwirkenden Hilfsspannung und Änderungen seines Verstärkungsfaktors in voller Größe in die Messung eingehen, wurde vom Verfasser die im folgenden beschriebene Meßanordnung (6) geschaffen. Sie ermöglicht einerseits, die Strom- und Spannungsmessung ohne Energieverbrauch vorzunehmen, und hat andererseits den Vorzug, daß die Messung, die hier auf einem reinen Nullverfahren beruht, von den Änderungen der Hilfsspannung und des Verstärkungsfaktors grundsätzlich unabhängig ist.

Aufbau und Wirkungsweise der Meßanordnung.

1. Spannungsmessung. In Bild 1 ist ein zur Messung kleiner Spannungen (Spannung U_1 des Thermoelementes Th) dienender Kompensations-Schnellschreiber dargestellt.

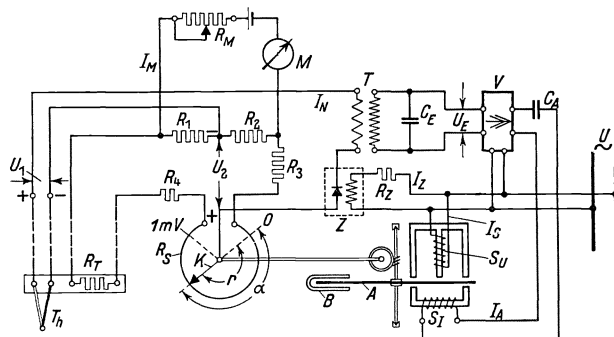


Bild 1. Schaltung des Kompensations-Schnellschreibers zur Messung kleiner Spannungen („Spannungskompensation“).

Regulierwiderstandes R_M und des Kontrollinstrumentes M auf den der Eichung entsprechenden Wert eingestellt oder mit einem Spannungsgleichhalter (7) konstant gehalten werden. Der der Temperatur der kalten Enden des Thermoelementes Th ausgesetzte temperaturempfindliche (z. B. Kupfer-) Widerstand R_T dient zum selbsttätigen Ausgleich der Temperatur der kalten Enden.

Ist die Kompensationsschaltung abgeglichen (Strom I_N im Nullstromkreis gleich Null), so ist der vom Schleifkontakt K am Schleifdraht R_S jeweils wirksam gemachte Teilwiderstand r bzw. der diesem Teilwiderstand verhältnismäßige Ausschlagwinkel α der Schreibvorrichtung den beiden gegeneinander kompensierten Spannungen U_1 und U_2 proportional ($U_1 = U_2$), die der zu messenden Temperatur entsprechen. Wenn nun durch eine Temperaturänderung der Kompensationszustand gestört wird, so tritt im Nullstromkreis ein Gleichstrom I_N auf, der durch den vom Wechselstromnetz über den Vorwiderstand R_Z erregten Zungenunterbrecher Z synchron mit der Netzfrequenz periodisch zerhackt wird. Der zerhackte Gleichstrom I_N durchfließt die Primärwicklung eines kleinen eisengeschlossenen Transformators T , in dessen Sekundärwicklung somit eine der Wechselstromkomponente dieses Stromes proportionale Wechselspannung U_E induziert wird, deren Phasenlage von der Richtung des Gleichstromes I_N (Richtung der Abweichung vom Kompensationszustand) ab-

gestellt. Die zu messende Spannung U_1 wird hier selbsttätig kompensiert durch eine an der Brückenschaltung $R_1 R_2 R_3 R_4 R_T R_S$ abgenommene, stetig veränderbare Vergleichsspannung U_2 , deren Größe einerseits von der Einstellung des Schleifkontaktes K am Schleifdraht R_S und andererseits von dem die Brücke durchfließenden Gleichstrom I_M abhängig ist. Dieser Strom muß daher in der üblichen Weise mit Hilfe des

hängig ist. Die Wechselspannung U_E beeinflusst über einen wechselstromgespeisten Röhrenverstärker V ein mit der Schleifdrahtanordnung $R_S K$ und mit der Schreibvorrichtung mechanisch gekoppeltes, gleichzeitig als phasenabhängiger Nullindikator und Umkehrmotor (als „Nullmotor“) (8) wirkendes Induktionszähler-Meßwerk derart, daß der Nullstromkreis stromlos wird ($U_1 = U_2$, $I_N = 0$). Da der bei einer Abweichung vom Kompensationszustand auftretende, vom Zungenunterbrecher Z zerhackte Gleichstrom I_N der Spannungsdifferenz $U_1 - U_2$ verhältnismäßig ist, so sind Eingangsspannung U_E und Ausgangstrom I_A des Röhrenverstärkers V dieser Spannungsdifferenz proportional. Die Ankerscheibe A des durch den Bremsmagneten B stark gedämpften Induktionszähler-Meßwerkes, dessen Spannungswicklung S_U von der Wechselstromnetzspannung U fremderregt wird, läuft infolgedessen nach rechts oder links mit einer Geschwindigkeit, die dem in der Stromwicklung S_I fließenden Ausgangstrom I_A bzw. der Abweichung vom Kompensationszustand proportional ist, und bewegt den Schleifkontakt K in Richtung der angestrebten Kompensationseinstellung. Je näher K an diese Einstellung herankommt, desto langsamer läuft die Ankerscheibe, ein Überschwingen oder Pendeln der mit dem Schleifkontakt gekoppelten Schreibfeder kann daher nicht auftreten. Die Einstellzeit beträgt hierbei etwa 1 s. Bei abgeglichener Meßanordnung ist der Strom $I_N = 0$, die Spannung U_1 wird durch „Spannungskompensation“, d. h. ohne Energieverbrauch, gemessen.

Bild 2 zeigt den zeitlichen Verlauf des bei einer Abweichung vom Kompensationszustand im Nullstromkreis auftretenden zerhackten Gleichstromes I_N und der von ihm hervorgerufenen, auf den Nullmotor $AB S_U S_I$ einwirkenden Wechselströme I_S und I_A . Da der Eingang- und Ausgangstromkreis des Verstärkers V durch die Kondensatoren C_E und C_A auf die Frequenz des den Zungenunterbrecher Z erregenden Wechselstromnetzes abgestimmt sind, hat der Ausgangstrom I_A einen praktisch sinusförmigen Verlauf. Die Phasenlage des den Zungenunterbrecher erregenden Stromes I_Z wird so gewählt, daß der Nullmotor beim Auftreten eines Ausgangstromes I_A ein möglichst großes Drehmoment entwickelt: $\sphericalangle(I_S, I_A) \approx 90^\circ$. Aus Bild 2 ist ersichtlich, daß der Ausgangstrom I_A dem Erregerstrom I_S um 90° vor- oder nach-eilt, wenn U_1 größer oder kleiner als U_2 ist.

2. Strommessung. Bild 3 zeigt die Schaltweise eines zur Messung schwacher Ströme dienenden Kompensations-Schnellschreibers, die auf der von L. Merz und J. Stanek angegebenen „Saugschaltung“ beruht. Der zu messende, der Primärwicklung des Transformators T und dem Zungenunterbrecher Z zugeführte Gleichstrom I_1 wird kompensiert durch den diese Teile in entgegengesetzter Richtung

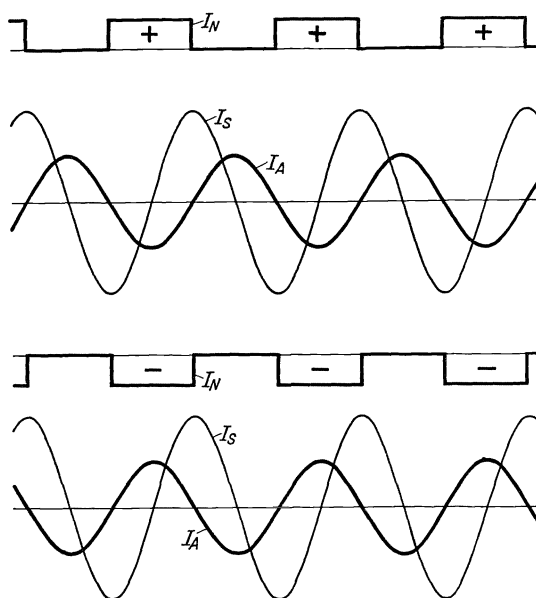


Bild 2. Zeitlicher Verlauf des zerhackten Gleichstromes I_N und der auf den Nullmotor einwirkenden Wechselströme I_S , I_A für den Fall, daß U_1 größer oder kleiner als U_2 ist (Rechts- oder Linkslauf des Nullmotors).

durchfließenden Vergleichstrom I_2 , der durch die vom Nullmotor $ABS_U S_I$ gesteuerte Schleifdrahtanordnung $R_S K$ selbsttätig so einreguliert wird, daß der zerhackte Gleichstrom $I_N = I_1 - I_2$ gleich Null wird. Der den Schleifdraht R_S durchfließende

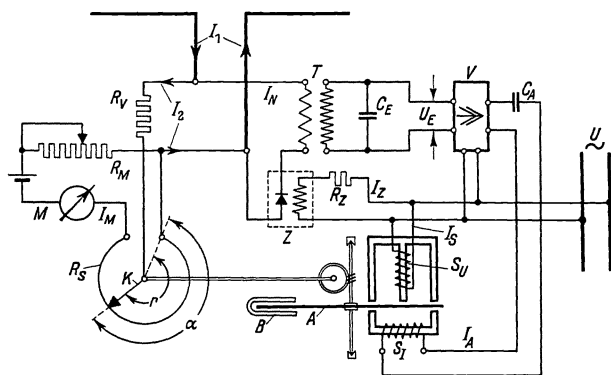


Bild 3. Schaltung des Kompensations-Schnellschreibers zur Messung schwacher Ströme („Stromkompensation“).

Gleichstrom I_M muß mit Hilfe des Regulierwiderstandes R_M und des Kontrollinstrumentes M auf den der Eichung entsprechenden Wert eingestellt oder durch einen Spannungsgleichhalter konstant gehalten werden. Der im hochohmigen Widerstand R_V fließende Vergleichstrom I_2 ist gegenüber dem Meßstrom I_M sehr klein ($I_2 \approx 1/100 \cdot I_M$) und infolgedessen dem vom Schleifkontakt K an R_S jeweils wirksam gemachten Teilwiderstand r bzw. dem diesem Teilwiderstand verhältnis-

nisgleichen Ausschlagwinkel α der mit K gekoppelten Schreibvorrichtung proportional. Bei dieser Meßanordnung, die — im Gegensatz zu der Einrichtung nach Bild 1 — mit „Stromkompensation“ arbeitet, tritt nach der Abgleichung ($I_N = I_1 - I_2 = 0$) an den Teilen T und Z kein Spannungsabfall auf, und somit wird der den Strom I_1 führende Meßkreis durch die Meßanordnung nicht belastet, d. h. die Strommessung erfolgt verlustlos.

3. Widerstandsmessung. Die beschriebene Kompensationsmeßeinrichtung kann, wie alle mit selbsttätiger Abgleichung arbeitenden Gleichstromkompensatoren, in

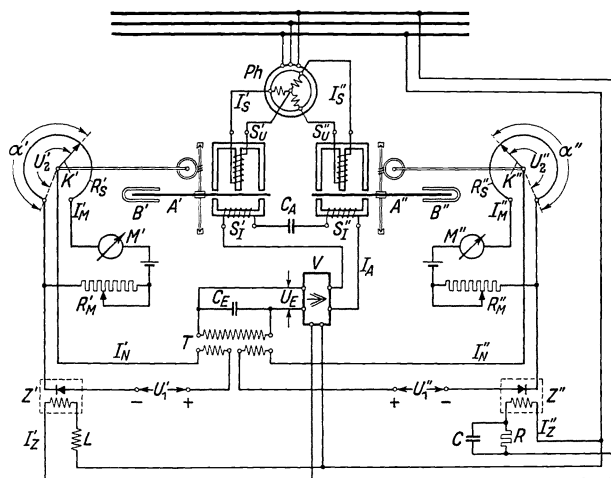


Bild 4. Schaltung zur gleichzeitigen Aufzeichnung zweier Meßgrößen (Gleichspannungen U'_1 und U''_1) mit zwei Kompensations-Schnellschreibern und einem gemeinsamen Röhrenverstärker.

Verbindung mit Brückenschaltungen auch zur spannungsunabhängigen Messung und Aufzeichnung von Widerständen bzw. Widerstandsänderungen (z. B. bei der Fernübertragung von Meßwerten mit Widerstandsgebern (9) und bei Temperaturmessungen mit Widerstandsthermometern) benutzt werden. Dabei wird die zur Herbeiführung des Kompensationszustandes (Stromlosigkeit des Nullzweiges) vorgesehene Schleifdrahtanordnung so in die Brückenschaltung eingefügt, daß an ihr der zu messende Widerstand als Schleifdrahtlänge bzw. Einstellwinkel des Schleifkontaktes linear abgebildet wird.

4. Gleichzeitige Aufzeichnung zweier Meßgrößen. Die in Bild 4 dargestellte Einrichtung ermöglicht, zwei gleich- oder verschiedenartige Meßgrößen mit zwei Kompensations-Schnellschreibern und einem gemeinsamen Röhrenverstärker gleichzeitig aufzuzeichnen. Sie besteht im wesentlichen aus zwei zur Messung der Gleichspan-

nungen U_1' und U_1'' dienenden Kompensationsschaltungen, die durch die beiden Nullmotoren $A'B'S'_V S'_I$ und $A''B''S''_V S''_I$ ohne gegenseitige Beeinflussung selbsttätig abgeglichen werden. Die Erregerströme I'_S, I''_S und I'_Z, I''_Z für die Nullmotoren bzw. für die Zungenunterbrecher Z', Z'' werden über einen kleinen Drehfeld-Phasenregler Ph bzw. über die Vorwiderstände L und RC dem Drehstromnetz entnommen: $\sphericalangle(I'_S, I''_S) = \sphericalangle(I'_Z, I''_Z) = 90^\circ$. Der eisengeschlossene Transformator T hat hier zwei Primärwicklungen, die mit Z' und Z'' in die beiden Nullstromkreise eingefügt sind. Durch entsprechende Einstellung von Ph wird die Phasenlage der Erregerströme I'_S, I''_S so gewählt, daß der erste Nullmotor $A'B'S'_V S'_I$ auf den (mit der Phase 0° zerhackten) Gleichstrom I'_N mit größter Empfindlichkeit und auf den (mit der Phase 90° zerhackten) Gleichstrom I''_N überhaupt nicht anspricht, und daß umgekehrt der zweite Nullmotor $A''B''S''_V S''_I$ nur auf I''_N , nicht aber auf I'_N reagiert. Ist diese Bedingung erfüllt, so werden die Spannungen U_1' und U_1'' durch die beiden mit den Schleifdrahtanordnungen $R'_S K'$ und $R''_S K''$ gekoppelten Schreibvorrichtungen ohne gegenseitige Beeinflussung mit Tintenschrift gleichzeitig aufgezeichnet, wobei die Einstellzeit der Schreibfedern nur etwa 1 s beträgt. In ähnlicher Weise kann man unter Verwendung eines gemeinsamen Röhrenverstärkers gleichzeitig eine Strom- und Spannungsmessung ohne Energieverbrauch vornehmen, wenn die erste Kompensationsschaltung nach Bild 3 und die zweite nach Bild 1 ausgeführt wird.

Eigenschaften der Meßanordnung.

Der mit der Primärwicklung des Eingangstransformators T in Reihe geschaltete „Zerhacker“ Z besteht, entsprechend der Anordnung nach Krönert und Mierthing, aus einem nach Art eines polarisierten Relais ausgebildeten Zungenunterbrecher [Schwing-Gleichrichter (10) von Siemens & Halske], dessen Zunge nur Bewegungen von Hundertstelmillimetern ausführt und, wie die Messungen gezeigt haben, keine Störungen durch etwaige Kontaktpotentiale aufweist. Die bei einer derartigen Anordnung zu berücksichtigenden kapazitiven Störströme werden durch Erdung und elektrostatische Abschirmungen in der üblichen Weise unschädlich gemacht.

Das Übersetzungsverhältnis des Eingangstransformators T ist vom geforderten Spannungs- bzw. Strommeßbereich abhängig; es wird beispielsweise bei dem Spannungsmeßbereich 0 bis 1 mV mit 1:100 (Gesamtwiderstand des Nullstromkreises gleich 20 Ohm) und bei dem Strommeßbereich 0 bis 10 μ A mit 1:10 festgelegt.

Der Röhrenverstärker (1 Gleichrichterrohr für Netzanschluß, 3 Verstärkerrohre) ist bei diesen Meßbereichen mit einer Eingangsspannung (U_E) von ungefähr 100 mV voll ausgesteuert und erzeugt hierbei einen Ausgangstrom (I_A) von etwa 50 mA (Ausgangsleistung etwa 1 W). Die Eigenschaften des Verstärkers (Kennlinien, Verstärkungsfaktor usw.) und die betriebsmäßigen Spannungs- und Frequenzschwankungen des Wechselstromnetzes haben, da es sich um reine Nullverfahren handelt, grundsätzlich keinen Einfluß auf die Einstellung der Schreibfeder; sie beeinflussen lediglich (in praktisch durchaus zulässigem Maße) die Größe des auf die Ankerscheibe (A) einwirkenden Drehmomentes und somit die Einstellzeit der Schreibfeder, die etwa 1 s beträgt.

Das bei voll ausgesteuertem Verstärker ($U_E = 100$ mV) auf die Ankerscheibe des Nullmotors einwirkende Drehmoment von etwa 50 gem ermöglicht, mit sehr kräftigen Schreibgeräten zu arbeiten. Bei dem benutzten Übersetzungsverhältnis

des Zahnradgetriebes zwischen Ankerscheibe und Schreibvorrichtung ist das bei $U_E = 100$ mV an der Schreibfeder wirksame Drehmoment ungefähr gleich 1000 gcm, also etwa 100mal so groß wie bei den in der Starkstromtechnik gebräuchlichen Tintenschreibern. Als Lenkermechanismus (11) kann entweder ein Ellipsenlenker oder ein sog. Schreibwagen vorgesehen werden. Der zur Abgleichung des Gleichstromkompensationskreises dienende Schleifdraht wird zweckmäßig als „Raupenwiderstand“ (12) ausgeführt.

Die erwähnte Einstellzeit von nur etwa 1 s dürfte in den meisten Fällen ausreichen. Je nach der Stärke des benutzten Bremsmagneten (B) läßt sich jeder gewünschte Dämpfungsgrad erreichen. Die Zeigerbewegung eines derartigen Kompensations-Schnellschreibers erfolgt genau wie bei gewöhnlichen Ausschlaginstrumenten. Die erzielbare Meßgenauigkeit ist hauptsächlich von der konstruktiven Durchbildung der Schleifdraht- und Schreibvorrichtung abhängig. Im allgemeinen kann mit einer Genauigkeit von $\pm 1\%$ des Skalenumfanges gerechnet werden, während sich bei besonders sorgfältigem Aufbau des Schreibgerätes eine Genauigkeit von $\pm 0,3\%$ des Skalenumfanges erreichen läßt.

Das Anwendungsgebiet der beschriebenen Meßeinrichtung ist außerordentlich groß, da sie ganz allgemein kleine Strom- und Spannungswerte von der Größenordnung 10^{-5} A bzw. 10^{-3} V nach der Kompensationsmethode (13) ohne Energieverbrauch zu messen und mit Tintenschrift fortlaufend aufzuzeichnen gestattet. Anzeigeeinstrumente können hier mit einer großen, z. B. 270 Winkelgrad umfassenden Skala versehen werden, die auf größere Entfernungen ablesbar ist (beispielsweise für Messungen mit Photozellen, Thermoelementen oder Strahlungspyrometern). Wenn man die mit dem Schleifkontakt gekuppelte Schreibvorrichtung durch eine Schreibwalze mit Registrierpapier ersetzt, über dem sich eine von einem zusätzlichen (z. B. Drehspul-) Meßwerk betätigte Schreibfeder bewegt, so gelangt man zu einem einfachen Tinten-Koordinatenschreiber (14) für Gleichstrommessungen. Es ist auch möglich, der Schreibwalze und der Schreibfeder des Koordinatenschreibers je eine (z. B. nach Bild 1 oder Bild 3 ausgebildete) Kompensationschaltung mit Nullmotor zuzuordnen, wobei die Abgleichung dieser beiden (der Abszisse und Ordinate entsprechenden) Schaltungen nach Bild 4 über einen gemeinsamen Röhrenverstärker ohne gegenseitige Beeinflussung erfolgt.

Zusammenfassung.

Ein einfacher Kompensations-Schnellschreiber mit großer Einstellgeschwindigkeit (Einstellzeit etwa 1 s) wird beschrieben, der sehr kleine Strom- und Spannungswerte (Größenordnung 10^{-5} A bzw. 10^{-3} V) ohne Energieverbrauch zu messen und mit Tintenschrift fortlaufend aufzuzeichnen gestattet. Die Einrichtung, die auf dem von J. Krönert und H. Miething angegebenen Verfahren zur Verstärkung kleiner Gleichspannungen (Zerhackermethode) beruht, kann zur gleichzeitigen Aufzeichnung zweier gleich- oder verschiedenartiger Meßgrößen mit zwei Kompensations-Tintenschreibern und einem gemeinsamen Röhrenverstärker benutzt werden. Sie ermöglicht auch die Schaffung eines Tinten-Koordinatenschreibers für Gleichstrommessungen, wobei die Abgleichung der beiden (der Abszisse und Ordinate entsprechenden) Kompensationsschaltungen ebenfalls über einen gemeinsamen Röhrenver-

stärker erfolgt. Die beschriebenen Anordnungen haben den Vorzug, daß die Messung, die hier auf einem reinen Nullverfahren beruht, von den Eigenschaften des benutzten Röhrenverstärkers (Kennlinien, Verstärkungsfaktor usw.) und von den betriebsmäßigen Spannungs- und Frequenzschwankungen des als Hilfsstromquelle dienenden Wechselstromnetzes grundsätzlich unabhängig ist.

Schrifttum.

1. Zusammenfassende Darstellung über Gleichstromkompensatoren mit selbsttätiger Abgleichung: W. Geyger: Arch. techn. Messen J 932-1 (März 1936).
2. „High-speed recording potentiometer for small D. C. voltages“. J. sci. Instrum. **11** (1934) S. 400...401, und Instruments, Pittsb., Pa. **6** (1933) S. 211.
3. Vgl. W. Geyger: Arch. Elektrotechn. **29** (1935) S. 850...855.
4. H. L. Bernarde u. L. J. Lunas: Electr. Engng. **52** (1933) S. 168...170, und Instruments, Pittsb., Pa. **6** (1933) S. 105; Referat: Elektrotechn. Z. **55** (1934) S. 1104.
5. J. Krönert u. H. Miething: Wiss. Veröff. Siemens-Konz. **IX** (1930) S. 112...118.
6. DRP. angemeldet.
7. Zusammenfassende Darstellung über Spannungsgleichhalter für Meßzwecke: W. Geyger: Arch. techn. Messen J 062-5 bis J 062-8 (1934) und Siemens-Z. **15** (1935) S. 464...467.
8. Vgl. W. Geyger: Arch. Elektrotechn. **29** (1935) S. 842...850.
9. Zusammenfassende Darstellung über Kompensationsverfahren zur Fernübertragung von Meßwerten mit Widerstandsgebern: W. Geyger: Arch. techn. Messen V 3821-3 (Februar 1936).
10. Zusammenfassende Darstellung über Schwing-Gleichrichter und ihre Anwendungen: H. Pfannenmüller: Arch. techn. Messen Z 540-1 bis Z 540-4 (1932).
11. Vgl. G. Keinath: Die Technik elektrischer Meßgeräte, **1**, 3. Aufl. S. 383...386 (München 1928).
12. Vgl. G. Keinath: a. a. O. **2** S. 192.
13. Zusammenfassende Darstellung: J. Krönert: Meßbrücken und Kompensatoren, **1** (München 1935).
14. Vgl. auch: W. Geyger: Arch. techn. Messen Z 224-7 (September 1935) und Z 224-8 (Juni 1936).

Namenverzeichnis.

[Die fettgedruckten Ziffern beziehen sich auf die Hefte, die anderen Zahlen auf die Seiten.]

- Akulov, N. S. **2**, 112f., 116.
 Allibone, T. E. **3**, 30.
 Almy, J. E. **1**, 68.
 Alting, H. **3**, 43.
 Arnot, F. L. **3**, 43.
 Auerbach, F. **1**, 124.
 Auwers, O. v. **2**, 112 ··· 123.
- Backhaus, H. **2**, 79, 86ff., 90, 92.
 Barczinski, L. **2**, 78.
 Barkhausen, H. **2**, 16.
 Bauer, R. **1**, 71; **2**, 51 ··· 63, 64 ··· 77.
 Becker, R. **2**, 113, 115f., 121, 123.
 Behr, L. **3**, 102, 108.
 Behrend, H. **1**, 4, 6.
 Bellaschi, P. L. **1**, 51.
 Berg, O. **1**, 122.
 Berkley, W. E. **2**, 25.
 Bernarde, H. L. **3**, 115.
 Bewley, L. V. **1**, 51.
 Bidwell, Sh. **2**, 112.
 Boekels, H. **1**, 56.
 Börnstein, R. **2**, 34.
 Boers, C. J. **3**, 43.
 Bohr, N. **2**, 7.
 Boltzmann, L. **3**, 38.
 Boys, Ch. **3**, 21.
 Bozorth, R. M. **2**, 114.
 Braun, F. **3**, 85.
 Brookes, A. S. **1**, 52f., 66.
 Buchmann, E. F. **3**, 42.
 —, G. **2**, 85.
 Buckley, O. E. **2**, 113.
 Bullendorf, C. **1**, 56, 91; **3**, 12, 31.
 Burger, O. **1**, 68.
 Burgers, W. G. **2**, 115, 121.
 Burnham, E. J. **1**, 50.
 Burnie, W. B. **1**, 92.
 Buss, K. **3**, 8.
 Butler, J. W. **1**, 50.
- Cage, I. M. **2**, 45.
 Chwolson, O. D. **3**, 91.
 Cioffi, P. P. **2**, 113.
 Collens, H. **3**, 11, 21.
 Compton, K. T. **3**, 43.
 Courant, R. **2**, 64.
 Crandall, J. B. **2**, 78.
- Dahl, O. **2**, 114ff., 121.
 Debye, P. **2**, 1, 128.
 Dennecke, W. **3**, 43.
 Deutschmann, W. **3**, 86.
 Dießelhorst, H. **1**, 96.
 Dillinger, J. F. **2**, 114.
 Dobiński, S. **2**, 125, 128.
 Doherty, R. E. **1**, 50.
 Don, W. G. **2**, 47.
 Dorgelo, H. B. **3**, 43.
 Dreyfus, L. **1**, 10f., 13, 18, 21, 27f., 31f., 94.
 Druyvesteyn, M. J. **3**, 57.
 Dünwald, H. **3**, 86.
- Elenbaas, W. **3**, 60, 73f.
 Elmen, G. W. **2**, 114.
 Elsner, R. **1**, 66f; **3**, 14, 18, 23, 31.
 Emde, F. **1**, 10, 27; **2**, 70f., 103.
 Emeleus, K. G. **3**, 42.
 Engel, A. v. **1**, 76, 85; **2**, 33; **3**, 10, 12, 32, 37, 41, 42 ··· 59, 68, 72.
 Englert, E. **2**, 115.
 Espe, W. **3**, 53.
 Eucken, A. **3**, 108.
 Ewing, J. A. **2**, 112f.
- Fazel, C. S. **1**, 68.
 Fischer, F. **2**, 70.
 —, W. **2**, 102.
 Flegler, E. **1**, 52f., 56, 66; **3**, 1f., 8ff., 19, 21.
 Fock, V. **1**, 94f.
 Föppl, L. **1**, 124.
 Förster, W. **3**, 2f., 7.
 Franck, J. **2**, 34.
 Frank, S. **1**, 69.
 Franz, E. **2**, 78 ··· 94.
 Friedländer, E. **3**, 22.
 Füchtbauer, Chr. **2**, 6; **3**, 54.
- Gábor, D. **1**, 52f., 67; **2**, 1; **3**, 36, 70.
 Geckeler, I. W. **1**, 106.
 Gehrcke, E. **2**, 79.
 Geiger, H. **1**, 106; **2**, 20f., 33.
 Gerlach, W. **2**, 115.
 Geyger, W. **3**, 106, 108, 109 ··· 115.
- Göschel, H. **1**, 68, 76.
 Gössler, F. **2**, 6; **3**, 54.
 Grassel, W. **3**, 31.
 Grimme, Natalis & Co. **1**, 1.
 Grüss, H. **3**, 103, 108.
 Grützmacher, M. **2**, 78.
 Grundherr, F. v. **3**, 108.
 Güldenpfennig, F. **1**, 122.
 Güntherschulze, A. **3**, 56, 60.
 Gumlich, E. **2**, 112, 114.
 Guthmann, K. **3**, 107f.
 Gvosdover, S. D. **3**, 42.
- Haën, E. de **2**, 127.
 Hagenguth, J. H. **1**, 53f., 65f.
 Haller, G. E. **2**, 25.
 Hampe, W. **3**, 87, 91.
 Harding, C. F. **1**, 53, 66.
 Harms, F. **1**, 124.
 Hartmann, C. A. **2**, 56.
 —, W. **3**, 86.
 Heintzenberg, F. **1**, 1 ··· 6.
 Helmholtz, H. v. **2**, 16, 78, 86, 88.
 Hempe, E. **3**, 59.
 Hermann, L. **2**, 78.
 Hermsdorff-Schomburg-Isolatoren-G. m. b. H. **1**, 71.
 Hertz, G. **3**, 9.
 Hess, H. **1**, 35, 50.
 Heyn, E. **3**, 90f.
 Hilbert, D. **2**, 64.
 Hill, N. B. **1**, 50.
 Hippel, A. v. **3**, 19.
 Holm, E. **1**, 122.
 —, R. **1**, 76, 122 ··· 127; **2**, 48; **3**, 8f.
 Holzer, W. **3**, 19ff., 24, 29, 31.
 Hort, W. **1**, 124.
 Hüchel, E. **2**, 1.
 Hull, A. W. **2**, 25.
- Issendorff, J. v. **2**, 7, 25; **3**, 56.
- Jahnke, E. **2**, 70f., 103.
 Jakob, Ch. **1**, 122.
 —, M. **3**, 108.
 Jasse, E. **1**, 50.
 Jaumann, A. **2**, 81.
 Johannesson, J. **3**, 43.

- Jordan, H. **2**, 95.
 Juillard, E. **1**, 35, 50.
 Jusé, W. P. **3**, 80, 86.
- Kaden, H. **1**, 50; **2**, 54, 64.
 Kahlbaum-Schering **2**, 127.
 Kalaschnikoff, S. **1**, 89.
 Kármán, Th. v. **1**, 94f.
 Kasnakow, D. R. **3**, 43.
 Kaufmann, W. **1**, 92, 95.
 Keinath, G. **3**, 115.
 Kelsall, G. A. **2**, 114.
 Kersten, M. **2**, 113ff., 116f., 119.
 Kessler, Ch. **3**, 108.
 Kilian, T. J. **3**, 44.
 Kirschstein, B. **1**, 122 ··· 127.
 Kniepkamp, H. **1**, 25 ··· 34.
 Knoll, M. **3**, 53, 66.
 Koch, W. **2**, 25; **3**, 44.
 Kömmnick, J. **3**, 43.
 Kohlfürst, L. **1**, 3.
 Kohlrausch, F. **1**, 96; **2**, 48; **3**, 89, 91.
 Kollath, R. **2**, 5.
 Kondoguri, W. **2**, 124, 128.
 Kornetzki, M. **2**, 95 ··· 111.
 Kovalenko, W. **3**, 42.
 Krämer, W. **1**, 70.
 Kroemer, H. **3**, 19, 21.
 Krönert, J. **3**, 92, 108f., 114f.
 Krug, W. **1**, 51ff., 67.
 Kühlewein, H. **2**, 114, 116.
 Kühn, E. **1**, 68, 75, 79.
 Küpfmüller, K. **2**, 51, 64, 81ff., 86, 93.
 Kurtschatow, W. B. **3**, 80, 86.
 Kurz, K. **2**, 16.
- Lamar, E. S. **3**, 43.
 Landolt, H. **2**, 34.
 Langevin, P. **3**, 51.
 Langmuir, I. **2**, 1, 11, 13, 25f.; **3**, 42.
 Laue, M. v. **3**, 4, 15.
 Leavy, E. W. L. **1**, 122, 126.
 Lee, Ch. A. **1**, 92.
 Leeds & Northrup Co. **3**, 109.
 Lichtenberger, F. **2**, 119ff.
 Lieber, M. **3**, 3.
 Lieneweg, F. **3**, 92 ··· 108.
 Liwschitz, M. **1**, 50.
 Lohmann, H. **3**, 108.
 Lompe, A. **3**, 60.
 Lorentz, H. A. **2**, 7.
 Ludwig, R. **2**, 35, 43 ff.
 Lübcke, E. **3**, 43, 59.
 Lueder, H. **1**, 92f., 95f., 108f., 120; **2**, 81.
 Lunas, L. J. **3**, 115.
- Mac Farlan, R. L. **2**, 124f., 128.
 Mac Gregor, E. I. R. **3**, 42.
- McEachron, K. B. **1**, 52ff., 66; **3**, 11, 21.
 McKeehan, L. W. **2**, 113.
 McMorris, W. A. **1**, 52f., 66.
 Mahajani, G. S. **2**, 112f.
 Malan, D. M. **3**, 11.
 Mandl, A. **1**, 50.
 Marx, E. **1**, 68, 76; **3**, 19.
 Matteucci, R. V. **2**, 113.
 Matthias, A. **1**, 68, 85; **3**, 14, 16, 18.
 Matthiesen, B. **1**, 80.
 Meißner, W. **1**, 122.
 Merck, E. **2**, 126.
 Merz, L. **3**, 111.
 Meßmer, M. **3**, 2, 7.
 Meyer, E. **2**, 85.
 Mierdel, G. **1**, 35 ··· 50; **3**, 37, 41, 57f., 60 ··· 74.
 Miething, H. **3**, 109, 114f.
 Milligan, J. C. **3**, 43.
 Molthan, W. **3**, 43.
 Müller, F. **2**, 127.
 —, J. **2**, 8f.
- Nagaoka, H. **2**, 112.
 Narath, A. **2**, 128.
 Natalis, F. **1**, 1ff., 4f.
 Nestel, W. **2**, 60.
 Neuhaus, H. **1**, 51 ··· 67.
 Nitsche, E. **3**, 87 ··· 91.
 Noll, F. **2**, 114.
 Nordheim, L. **2**, 8f.
 Norinder, H. **1**, 51.
- Obenaus, H. **1**, 72.
 Oberhoffer, P. **3**, 87, 91.
 Oettingen, D. v. **3**, 42.
 Ollendorff, F. **2**, 98; **3**, 8, 34, 66.
 Opsahl, A. M. **1**, 52, 66.
- Palueff, K. K. **1**, 51, 53f., 65f.
 Parsons, S. R. **1**, 68.
 Paul, H. H. **3**, 43.
 Pawlek, F. **2**, 115.
 Pfaffenberger, J. **2**, 114f., 121.
 Pfannenmüller, H. **3**, 115.
 Pfeiffer, F. **2**, 20.
 Piloty, H. **1**, 68.
 Poggendorff, J. C. **3**, 104.
 Pohl, R. **1**, 50.
 Potthof, K. **1**, 80.
 Pouillet, C. S. M. **2**, 8f.
 Powell, C. A. **1**, 50.
 Powers, W. H. **2**, 47.
 Preisach, F. **2**, 95.
 Prinz, H. **1**, 68, 77ff., 80, 85, 87, 89.
 Pupp, W. **3**, 46.
- Raether, H. **3**, 1f., 8ff., 19, 21.
 Ramsauer, C. **2**, 5; **3**, 54.
- Randall, R. H. **3**, 43.
 Rayleigh, Lord J. W. **2**, 20f., 95.
 Raymund, H. **1**, 50.
 Rebhan, J. **1**, 52f., 66; **3**, 23, 31.
 Reichrudel, E. **3**, 43.
 Reimann, E. **1**, 52f., 66.
 Reinstein, E. **2**, 21.
 Rengier, H. **3**, 4.
 Riffert, E. **2**, 128.
 Robinson, P. H. **1**, 50.
 Röhrig, J. **1**, 52f., 67.
 Rogowski, W. **1**, 11, 27, 51, 56, 94f.; **3**, 4, 6, 10, 32, 63.
 Rompe, R. **3**, 66.
 Roth, W. A. **2**, 34.
 Rozansky, D. **3**, 42.
 Rüdberg, R. **1**, 35, 45f., 50, 62, 66, 68, 91; **3**, 9, 12, 27, 31.
- Saxon, L. **1**, 52ff., 66.
 Schaffers, V. **1**, 68.
 Schaum, K. **2**, 124f., 128.
 Scheel, K. **1**, 106; **2**, 20f., 34.
 Scheidt, E. A. **2**, 124, 128.
 Schering-Kahlbaum **2**, 127.
 Schmalenberg, W. **3**, 37, 41, 57f., 60 ··· 74.
 Schmidts, W. **3**, 108.
 Schneiderhan, K. **2**, 115.
 Schonland, K. B. F. **3**, 11, 21, 30.
 Schottky, W. **1**, 92f., 120; **2**, 7, 11f., 18, 23f., 32, 37; **3**, 57, 60f., 65, 67f., 70ff., 73, 78, 84, 86.
 Schröder, R. **1**, 69.
 Schulze, A. 121.
 Schumann, W. O. **3**, 32, 34.
 Seeliger, R. **2**, 18; **3**, 32, 34, 42f., 60, 67f.
 Sena, L. **3**, 42.
 Sewig, R. **3**, 108.
 Shaw, P. E. **1**, 122, 126.
 Siebertz, K. **3**, 43.
 Siemens, Werner **1**, 5.
 Simon, A. W. **1**, 89.
 Six, W. **2**, 115, 121.
 Slepian, J. **2**, 35, 43ff.; **3**, 8.
 Sloane, R. H. **3**, 42.
 Smith, F. D. **2**, 113.
 Snoek, J. L. **2**, 115f., 121.
 Sokolov, P. T. **2**, 128.
 Sommermeyer, K. **3**, 43.
 Sosinsky, S. L. **2**, 128.
 Southgate, R. N. **1**, 52f., 66.
 Spencer-Smith, J. L. **3**, 43.
 Spenke, E. **1**, 92 ··· 121; **2**, 18 ··· 24, 30f., 54, 64 ··· 77; **3**, 37, 57, 67.
 Spiwak, G. **3**, 43.
 Sprague, C. S. **1**, 53, 66.

- Sprung, H. **2**, 114.
 Stanek, J. **3**, 111.
 Starke, H. **1**, 69.
 Steenbeck, M. **1**, 76, 120; **2**,
 1 ··· 17, 18 ··· 24, 30f., 33f.,
 50; **3**, 2, 10, 12, 14, 32 ··· 41,
 42 ··· 59, 67, 72f.
 Steinmetz, Ch. P. **1**, 4.
 Steudel, U. **2**, 8.
 Stockmeyer, W. **1**, 68, 85.
 Störmer, R. **1**, 122.
 Straehler, H. **3**, 42.
 Strigel, R. **1**, 51 ··· 67, 68 ··· 91;
3, 1 ··· 12, 13 ··· 31, 33.
 Swinne, R. **2**, 124 ··· 128.
- Tamm, R. **2**, 56.
 Thal, W. **1**, 70.
 Thiele, K. **1**, 91.
 Thienhaus, E. **2**, 78.
- Thierbach, D. **2**, 51, 64.
 Thilo, H. E. **2**, 60, 80.
 Thoma, H. **1**, 50.
 Thomson, G. P. **2**, 34.
 —, J. J. **2**, 34.
 —, W. **2**, 49, 113.
 Tittel, J. **1**, 35 ··· 50.
 Todd, F. C. **2**, 124, 128.
 Toepler, M. **3**, 8.
 Tonks, L. **2**, 1.
 Torok, J. J. **3**, 14, 18.
 Townsend, J. S. **3**, 10, 32,
 34.
 Trendelenburg, F. **1**, 78 ··· 94.
 Trettin, C. **1**, 7 ··· 34, 50.
 Tschoppe, E. **2**, 123.
- Vierling, O. **2**, 80, 85.
 Villari, E. **2**, 113.
 Völzing, R. **2**, 21.
- Voigt, W. **1**, 96.
 Vollhardt, E. **2**, 112.
- Wagner, C. **3**, 86.
 —, K. W. **1**, 50, 94f., 102.
 Waibel, F. **3**, 74 ··· 86, 87 ··· 91.
 Walter, H. **3**, 21.
 Warburg, E. **3**, 52.
 Webb, H. W. **3**, 43.
 Weis, A. **2**, 95 ··· 111.
 Westinghouse Electric & Manu-
 facturing Co. **3**, 109.
 Wever, F. **2**, 102.
 White, H. J. **3**, 2, 6ff.
 Wien, W. **1**, 124.
 Willheim, R. **1**, 51.
 Wittwer, W. **2**, 46.
 Wolf, F. **2**, 34.
 Wolman, W. **1**, 50; **2**, 54, 65, 96,
 103.

Sachverzeichnis.

[Die fettgedruckten Ziffern beziehen sich auf die Hefte, die anderen Zahlen auf die Seiten.]

- Ableitwinkel beim Haften von Metallen **1**, 123ff., 126f.
Abschaltversuche am Turbogenerator **1**, 46ff., 49.
Abzweigkennlinien beim Heißeiter **1**, 96, 100f., 105, 108ff., 111, 114, 117ff., 120.
Abzweigtemperatur — — **1**, 116.
Aneinanderhaften von Metallen **1**, 122ff.
Anisothermie, axiale, beim Heißeiter **1**, 119.
Anisotropie, magnetische, vielkristalliner Werkstoffe **2**, 112ff., 115.
Ankerleiter, relative Stromdichten **1**, 18f., 23f.
—, Wirbelströme **1**, 24.
Ansprechzeit, Impulsmesser mit einstellbarer — **2**, 56ff.
Argon und Haften von Metallen **1**, 125ff.
Argonion, Beweglichkeit und Diffusionskoeffizient **2**, 32ff.
Aufbauzeit des Entladeverzugs im gleichförmigen Felde, Spannungsabhängigkeit **3**, 2, 5ff.
— — — — Spitzenfelde **3**, 13 ··· 31.
— — — — —, Durchschlagvorgang **3**, 19f.
— — — — —, Spannungsabhängigkeit **3**, 15ff., 18.
— — — — —, Verteilungskurve **3**, 15.
Aufladevorgang bei Trockengleichrichtern von Impulsmessern **2**, 67ff., 73f., 76f.
Aushärtungsanisotropie **2**, 114.
Ausscheidungsfähige Fe-Ni-Cu-Legierungen **2**, 117ff.
- Bahnen**, Rückleitungen elektrischer —, **1**, 3.
Benzol, unterkühlt, im elektrischen Felde **2**, 127.
Benzonitril, —, — — — **2**, 127.
Besselsche Funktion **1**, 114; **2**, 70; **3**, 53, 68, 70.
Beweglichkeit von Argonionen **2**, 32ff.
Blitzentladung **2**, 11f.
Blocksicherungsanlage **1**, 3.
Boltzmannsche Konstante **2**, 32; **3**, 51.
— Verteilung **3**, 38, 70.
Bremsmagnet, Gleichstrom-Kniehebel — **1**, 4.
Brennfeldstärke einer Entladungssäule **3**, 41.
Brownsche Molekularbewegung **3**, 35f.
- Corbino-Effekt **2**, 8.
- Dämpfe, organische, und Haften von Metallen **1**, 124, 127.
Dämpferplatte, relative Stromdichten **1**, 18f., 23f.
—, spezifische Verluste **1**, 33.
—, Wirbelströme **1**, 24.
Dämpferrahmen, gewickelter **1**, 8f.
Dämpferrahmen, massiver **1**, 9.
Dampfdruck im Hg-Gleichrichterbogen **3**, 47, 55.
Diamagnetismus des Entladungsplasmas **2**, 3ff., 6ff., 9, 12ff., 15.
Dielektrische Flüssigkeit, unterkühlte, im elektrischen Felde **2**, 124ff., 127.
Differenzschaltungen **3**, 104ff.
Diffusionskoeffizient von Argonionen **2**, 32ff.
Diffusionstheorie der positiven Entladungssäule **2**, 18ff.; **3**, 60f., 65ff., 68ff., 71ff.
— des Gitterreststromverlaufes bei Stromrichtern **2**, 30ff.
Doppelleitungen, Gleich- und Wechselspannungskorona an — **1**, 68ff.
—, — — — —, Betriebsspannung **1**, 90f.
—, — — — —, Drahtdurchmessereinfluß **1**, 72ff., 82f.
—, — — — —, Leiterabstandseinfluß **1**, 81f.
—, — — — —, Leiterbeschaffenheitseinfluß **1**, 83ff.
Drehstromkommutatormotor mit Nutendämpfer **1**, 34.
Durchschlag bei der Entladung im ungleichförmigen Felde **3**, 19f.
Dynamoanker-Nutenfeld, Wirbelstromdämpfung **1**, 7 ··· 34.
Dynamomaschine, erste **1**, 5.
- Eintauchtiefe und Widerstand bei Innenzündern **2**, 37f.
Eisenbahn-Sicherungswesen **1**, 3.
Eisennickelkupferlegierungen, ausscheidungsfähige **2**, 117ff.
Eisennickellegierungen, verformte **2**, 119ff., 122f.
Eisenteilchen im Massekern, Wirbelstromverluste **2**, 97ff., 100ff., 103, 107f.
Elektrische Messung von Parameterfunktionen **3**, 92 ··· 108.
Elektrometrische Messungen, temperaturberichtigte **3**, 103ff., 106f.
Elektronenbahnmoment im Entladungsplasma, Berechnung **2**, 2ff.
— und Suszeptibilität des Entladungsplasmas **2**, 6ff.
Elektronengeschwindigkeit und Aufbau der Entladungslawine **3**, 8f.
Elektronenkonzentration eines Hg-Gleichrichterbogens **3**, 49f., 52.
Elektronentemperatur einer Entladungssäule **3**, 39ff.
— eines Hg-Gleichrichterbogens **3**, 48, 57f.

- Elektronenumlauffrequenz im Entladungsplasma, Nachweis **2**, 15ff.
- Elektronenweglängen eines Hg-Gleichrichterboogens **3**, 51, 54ff.
- Entionisierung der Entladungssäule beliebigen Querschnitts **2**, 22f.
- Entladeverzug im gleichförmigen Feld **3**, 1 ··· 12.
— — — —, Spannungsabhängigkeit der Aufbauzeit **3**, 5ff.
— — — —, Verteilungskurve **3**, 4f.
- Entladevorgang bei Trockengleichrichtern von Impulsmessern **2**, 71f., 74, 76.
- Entladungsaufbau-Mechanismus **3**, 8ff., 11f.
- Entladungsplasma, magnetische Eigenschaften **2**, 1ff.
—, Nachweis der Elektronenumlauffrequenz **2**, 15ff.
- Entladungssäule, Zündung und positive Ionen **3**, 32ff.
- Entladungsstromstärke in gittergesteuerten Stromrichtern **2**, 29f.
- Erregerwicklungsstreuung bei Synchronmaschinen mit Dämpferwicklung **1**, 41ff.
— — — ohne — **1**, 37ff.
- Eulersche Knicklast **1**, 97, 106.
- Explosivlaut-Untersuchungen **2**, 79, 86ff., 89ff., 92f.
- Fahrstraßenverriegelung, selbsttätige **1**, 3.
- Feldtheorie der Innenzündung von Hg-Lichtbögen **2**, 44f.
- Fenchon, unterkühlt, im elektrischen Felde **2**, 127.
- Feuchtemessung **3**, 98, 102, 107.
- Flüssigkeit, unterkühlte dielektrische, im elektrischen Felde **2**, 124ff., 127.
- Fourier-Integral **2**, 84.
—-Reihe **1**, 14, 29.
- Fremdhauteinfluß auf Haftvermögen von Metallen **1**, 122ff., 126f.
- Funkenbläser für Steuerschalter **1**, 4.
- Gasentartung und Plasmamagnetismus **2**, 8.
- Gasentladungsplasma, Berechnung der Elektronenbahnmomente **2**, 2ff., 5.
—, magnetische Eigenschaften **2**, 1 ··· 17.
—, — —, Versuchsanordnung **2**, 9ff.
—, — —, Versuchsergebnisse **2**, 12ff., 15.
—, Nachweis der Elektronenumlauffrequenz **2**, 15ff.
—, Suszeptibilität und Elektronenbahnmomente **2**, 6ff.
- Gasentladungssäule, Zündung und positive Ionen **3**, 32ff., 35ff., 38ff.
- Gastemperatur eines Hg-Gleichrichterboogens **3**, 52f.
- Gittereinbau bei positiver Entladungssäule **2**, 21f.
- Gittergesteuerter Stromrichter mit Glühkathode **2**, 25 ··· 34.
- Gitterstromverlauf bei Stromrichtern mit Glühkathode **2**, 27ff., 30ff.
- Gitterwiderstand — — — — **2**, 29f.
- Gleichförmiges Feld und Entladeverzug **3**, 1ff.
- Gleichspannungserzeugeranlage **1**, 69.
- Gleichspannungskorona, Aufnahme **1**, 78.
—, Leitwertkennlinien **1**, 77, 80.
—, Messung **1**, 69f., 72.
— und Welligkeit **1**, 85f.
- Gleichspannungskorona und Witterung **1**, 86ff., 89f.
- Gleichstrom-Kniehebel-Bremsmagnet **1**, 4.
- Gleichstrombahnmotor mit Nutendämpfer **1**, 34.
- Gleichstrommaschinen — — **1**, 7ff., 34.
- Gleichstrommessung durch Kompensations-Schnellschreiber **3**, 109ff., 112ff.
- Gleich- und Wechselfeldkorona an Doppelleitungen **1**, 68 ··· 91.
— — — —, Vergleichsmessungen **1**, 72ff.
- Gleiten bei Metallkontakten **1**, 124.
- Graphit-Nickel-Aneinanderhaften **1**, 125f.
- Grenzfeldstärke bei der Cu₂O-Gleichrichtersperrschicht **3**, 83f.
- Haftvermögen von Metallen **1**, 122ff.
- Hall-Spannung **2**, 8.
- Hebel-Bremsmagnet **1**, 4.
- Hebelschalter, Starkstrom- —, selbsttätiger **1**, 3.
- Hebezeuge, elektrische **1**, 4.
- Hehlsches Gesetz **3**, 63.
- Heißleiter, Abzweigkennlinien **1**, 96, 100f., 105, 108ff., 111, 114, 117ff., 120.
—, Begriff **1**, 92.
—, elektrisch parallelgeschaltet mit thermischer Kopplung **1**, 98ff.
—, thermische Kopplung **1**, 95ff., 100f., 104, 107ff., 112.
—, Wärmedurchschlag **1**, 92 ··· 121.
— mit axialer Anisothermie **1**, 119.
— — isotroper Wärmeableitung **1**, 111ff.
— — querkopplungsfreien Wärmeableitungen **1**, 101ff., 106ff.
— — Randkühlung **1**, 119.
— — Temperaturinhomogenitäten **1**, 120.
— — Temperaturstörungen **1**, 105, 115.
- Hertzische Wellen **2**, 16.
- Höchstwertzeiger der Nachrichtentechnik **2**, 60ff.
- Hysteresisschleife ausscheidungsfähiger Fe-Ni-Cu-Legierungen **2**, 118.
- Ignitron-Zünder **2**, 35ff.
- Ignitronbetrieb **1**, 34.
- Impulsmesser der Nachrichtentechnik **2**, 51 ··· 63.
— — —, Wirkungsweise **2**, 52ff., 55.
— — — mit einstellbaren Ansprechzeiten **2**, 56ff.
— — — — Trockengleichrichtern, Theorie **2**, 64 ··· 77.
- Inhomogenitäten beim Heißleiter **1**, 120.
- Innenzünder für Hg-Lichtbögen **2**, 35ff.
—, Einfluß von Verunreinigungen **2**, 42f.
—, metallische **2**, 43f.
—, Untersuchung der Zündbedingungen **2**, 38ff., 41.
—, Widerstand und Eintauchtiefe **2**, 37f.
—, zugespitzte Formen **2**, 41f.
- Ionen, positive, und Zündung einer Entladungssäule **3**, 32ff.
- Isotherme Kennlinie des Heißleiters **1**, 100, 103ff., 107, 118.
- Isotrope Wärmeableitung beim Heißleiter **1**, 111ff.
- Joulesche Wärme **1**, 98.

- Kamera, rotierende** **3**, 21ff.
Kanalentladung, Umschlag in Lichtbogen **3**, 21, 24ff., 27ff., 30f.
Karborundum-Innenzündler **2**, 36.
Karbowid-Widerstände **1**, 70.
Kennlinie, isotherme, des Heißeleiters **1**, 100, 103ff., 107.
Kennlinien des Trockengleichrichters von Impulsmessern **2**, 74ff.
Kinematik **1**, 1, 5.
Kleben bei Metallkontakten **1**, 122, 124, 126.
Kohle-Kupfer-Kontakte **1**, 4.
Kompensations-Schnellschreiber für Gleichstrommessungen **3**, 109ff., 112ff.
Konsonant-Geräuschdauer bei den Mediae **2**, 87ff., 90.
 — — — Tenues **2**, 87, 90.
Kontakte für Steuerschalter **1**, 4.
Kontaktwiderstand von Metallen **1**, 122.
Kopplung, thermische, beim Heißeleiter **1**, 95ff., 100ff., 104, 107ff., 112.
Korona an Doppelleitungen **1**, 68ff.
Koronakennlinie **1**, 91.
Koronaverlustleistung und Witterung **1**, 73ff., 91.
Kristalldetektoren **3**, 85.
Kupfer, Sauerstoffbestimmung **2**, 87ff., 90f.
Kupfer-Kohle-Kontakte **1**, 4.
Kupferoxydheißeleiter **1**, 96.
Kupferoxydulgleichrichter-Sperrschicht **3**, 75ff., 82ff.
 — — — Leitfähigkeitsverlauf **3**, 80f.
 — — — Potentialverlauf **3**, 78ff.
 — — — Spannungsabhängigkeit **3**, 81f., 83f.
- Längsfeldstärke der positiven Hg-Dampfsäule bei kleinen Stromdichten** **3**, 60ff., 64f.
Läuferstreuungseinfluß auf Synchronmaschinen mit Dämpferwicklung bei Laständerungen **1**, 35···50.
Laständerungen und Läuferstreuung **1**, 43ff.
Lawinaufbau bei der Entladung **3**, 8ff., 11, 21.
Lechersystem **2**, 16f.
Leitfähigkeit-Salzgehalt-Temperatur-Kurven **3**, 96f., 99ff., 103f., 106.
Leitfähigkeitsverlauf bei der Cu₂O-Gleichrichtersperrschicht **3**, 80f.
Leitwertkennlinie der Gleichspannungskorona **1**, 77, 80.
 — — Wechselfeldspannungskorona **1**, 79f.
Lichtbogenentladung aus Kanalentladung **3**, 21, 31.
Linearer Impulsmesser der Nachrichtentechnik **2**, 53.
Linearisierter — — — **2**, 54f.
Luft und Haften von Metallen **1**, 124ff.
Luftfeuchtigkeit und Gleichspannungskorona **1**, 87f.
- Magnetische Anisotropie vielkristalliner Werkstoffe** **2**, 112···123.
 — Eigenschaften des Gasentladungsplasmas **2**, 1ff.
Magnetisierungsvektoren, Nachweis ihrer Querlage **2**, 115ff., 118ff., 121ff.
Magnetostriktion bei ausscheidungs-fähigen Fe-Ni-Cu-Legierungen **2**, 118f.
 — — verformter Fe-Ni-Legierung **2**, 120ff.
Massekern, Wirbelstromverluste **2**, 95···111.
- Maxwellsche Geschwindigkeitsverteilung** **2**, 5; **3**, 36, 54, 69f.
 — Gleichungen **3**, 9, 27.
McLeod-Manometer **3**, 56, 62.
Mechanismus des Entladungsaufbaues **3**, 8ff., 11f.
Metalle, Aneinanderhaften **1**, 122···127.
Metallische Innenzündler für Hg-Lichtbögen **2**, 43f.
Molybdänschichtzündler — — — **2**, 47f.
- Nachrichtentechnik, Anwendung von Impulsmessern** **2**, 51ff.
Nichtlinearer Impulsmesser der Nachrichtentechnik **2**, 54.
Nickel-Graphit-Aneinanderhaften **1**, 125f.
 — -Nickel- — **1**, 125ff.
 — -Platin- — **1**, 125.
Nickeleisenkupferlegierungen, ausscheidungs-fähige **2**, 117ff.
Nitrobenzol, unterkühlt, im elektrischen Felde **2**, 126f.
Nutendämpferanker eines Gleichstromdynamos **1**, 33.
Nutenfeld in Dynamoankern, Wirbelstromdämpfung **1**, 7···34.
Nutenfeldstärken bei endlicher Stromwendung **1**, 22f.
 — — momentaner — **1**, 10ff., 13f., 18ff.
Nutenquerfeld, verzögertes, bei der Dämpferkommutierung **1**, 25f.
- Ohmsches Gesetz** **1**, 103.
Oszillograph zur Sprachuntersuchung **2**, 78, 80.
- Parameterfunktionen und graphische Darstellungen** **3**, 93ff., 96ff., 99ff.
 — — Schaltanordnungen **3**, 101ff., 104ff., 107f.
Perminvar **2**, 114.
Plasma von Gasentladungen, magnetische Eigenschaften **2**, 1ff.
Platin-Nickel-Aneinanderhaften **1**, 125.
 — -Platin- — **1**, 125f.
Platte, negative, gegen positive Spitze **3**, 23ff., 26f.
 —, positive — negative — **3**, 28ff.
Poissonsche Gleichung **3**, 38, 70.
Positive Raumladung der Ionen und Zündung **3**, 32ff.
 — Säule bei kleinen Stromdichten, Längsfeldstärke **3**, 60···74.
 — — beliebigen Querschnitts **2**, 18ff.
Potentialverlauf in der Cu₂O-Gleichrichtersperrschicht **3**, 80f.
Produktschaltungen **3**, 103f.
- Quasineutralität bei der positiven Hg-Dampfsäule** **3**, 61, 72ff.
Quecksilberdampf-Druck und Kathodenstrom **3**, 47.
 — -Gleichrichterbogen, Trägergesetze **3**, 42···59.
 — -Lichtbogen-Innenzündler **2**, 35ff.
 — -Plasma, magnetische Eigenschaften **2**, 9ff., 12ff., 15.
 — -Säule, Längsfeldstärke bei kleinen Stromdichten **3**, 60ff.
Querkopplungsfreie Wärmeableitungen bei Heißeleitern **1**, 101ff., 106ff.

- Querlage der Magnetisierungsvektoren **2**, 115ff., 118ff., 121ff.
 Querschnitte, beliebige, der positiven Säule **2**, 18 ff.
 —, gleichwertige, — — — **2**, 18ff.
 Quotientenschaltungen **3**, 102f.
- Ramsauer-Effekt** **2**, 5f., 14; **3**, 59, 72f.
 Randkühlung beim Heißeiter **1**, 119.
 Raumladung positiver Ionen **3**, 32ff., 35f., 38ff.
 Regelvorrichtung, elektrodynamische **1**, 5.
 Restströme in gittergesteuerten Stromrichtern **2**, 26ff., 29f.
 Röhrenvoltmeter **2**, 51.
 Rotierende Kamera **3**, 21ff.
 Rückleitungen elektrischer Bahnen **1**, 3.
- Säule, Entionisierung der — **2**, 22f.
 —, Längsfeldstärke der positiven — bei kleinen Stromdichten **3**, 60ff.
 —, Theorie der positiven — **2**, 18 ··· 24.
 — von Vakuumentladungen, Theorie der Zündung **3**, 36ff., 39ff.
 — — —, Zündung **3**, 34ff.
 — — — und positive Ionen **3**, 32f.
 Säulenfeldstärke eines Hg-Gleichrichterbogens **3**, 46f.
 Säulenparallelschaltung durch Gittereinbau **2**, 21f.
 Salzgehaltmessung **3**, 96f., 99ff., 103f., 106f.
 Sauerstoffbestimmung von Kupfer **3**, 87ff., 90f.
 Schallanalyse mit Oktavsiebsatz **2**, 80ff., 83ff.
 Selbstschalter mit elektrischer Freiauslösung **1**, 3.
 Siebkettenaufzeichnung von Schall **2**, 80ff., 83ff.
 Siliziumkarbid-Innenzündler **2**, 36.
 Sonden bei Gasentladungen **3**, 42ff., 45ff.
 Spannungsabhängigkeit bei der Cu_2O -Gleichrichtersperrschicht **3**, 81f., 83f.
 — der Aufbauzeit des Entladeverzugs **3**, 2, 5ff., 15ff., 18.
 Spannungskompensation **3**, 110f.
 Spannungsverlauf der positiven Hg-Dampfsäule **2**, 63f.
 Sperrschichtaufbau beim Cu_2O -Gleichrichter **3**, 75 ··· 86.
 Sperrvorrichtungen, elektrische **1**, 3.
 Spitzenelektrode, negative, gegen positive Platte **3**, 28ff.
 —, positive, — negative — **3**, 23ff., 26f.
 Sprachuntersuchungen **2**, 78 ··· 94.
 Starkstrom-Hebelschalter, selbsttätiger **1**, 3.
 Steuerschalter **1**, 4.
 Steuerungsgetriebe **1**, 1.
 Stickstoff und Haften von Metallen **1**, 125ff.
 Stoßdurchschlag, Aufbauzeit **3**, 2, 5ff., 8ff., 11f.
 Stroboskopische Messung der Säulenfeldstärke **3**, 46f.
 — — — Sondenkennlinie **3**, 45f.
 Stromdichten bei endlicher Stromwendung des Nutendämpfers **1**, 20ff., 23, 31.
 — — momentaner — — — **1**, 14ff., 19f.
 Stromkompensation **3**, 111f.
 Stromwidespannung bei Nutendämpfern **1**, 8f., 25ff.
 Summenschaltungen **3**, 104ff.
- Suszeptibilität des Entladungsplasmas **2**, 4f., 6ff., 9ff., 13ff.
 Synchronmaschinen mit Erreger- und Dämpferwicklung, Abschalten des Kurzschlusses **1**, 42f.
 — — —, als Reaktionsmaschine **1**, 39ff.
 — — —, plötzliche Blindlaständerungen **1**, 43ff.
 — ohne Dämpferwicklung als Reaktionsmaschine **1**, 36ff.
 — — —, Abschalten des Kurzschlusses **1**, 38f.
- Temperaturinhomogenitäten bei einer Heißeiter-scheibe **1**, 120.
 Temperaturstörungen beim Heißeiterstreifen **1**, 105, 115.
 Thermische Kopplung beim Heißeiter **1**, 95ff., 100f., 104, 107ff., 112.
 — Theorie der Innenzündung von Hg-Lichtbögen **2**, 45ff., 48ff.
 Trägerdiffusion in gittergesteuerten Stromrichtern **2**, 25ff., 32ff.
 Trägersetze beim Hg-Gleichrichterbogen **3**, 42ff.
 Transformatoren-Unterspannungswicklungen und Wanderwellenübertragung **1**, 51 ··· 67.
 Trockengleichrichter, Aufladevorgang **2**, 67ff., 73f., 76f.
 —, Entladevorgang **2**, 71f., 74, 76.
 —, Kennlinien **2**, 74ff.
 — als Ventile von Überwachungsgeräten **2**, 59ff., 62f.
 — beim Impulsmesser der Nachrichtentechnik **2**, 64ff.
 Turbogenerator mit massivem Rotor, Abschaltversuche **1**, 46ff., 49.
- Überwachungsgeräte mit Trockengleichrichtern **2**, 59ff., 62f.
 Umlauffrequenz des freien Elektrons im Quecksilberdampfplasma **2**, 15ff.
 Ungleichförmiges Feld, Durchschlagsvorgang **3**, 19f.
 Unipolarität der Cu_2O -Gleichrichtersperrschicht **3**, 81f., 83ff.
 Unterkühlte dielektrische Flüssigkeit im elektrischen Felde **2**, 124ff., 127.
- Vakuum, Metallhaften im — **1**, 122, 124ff., 126.
 Vektoranalyse **1**, 4f.
 Verteilungskurve des Entladeverzugs **3**, 4f., 15.
 Verunreinigungen bei Innenzündern von Hg-Lichtbögen **2**, 42f.
 Vokaltheorien **2**, 78.
 Vorwachs geschwindigkeit der Entladung bei positiver Spitze gegen negative Platte **3**, 27.
- Wärmeableitung **1**, 92.
 Wärmedurchschlag von Heißeitern **1**, 92 ··· 121.
 Wärmeerde **1**, 92.
 Wärmethorie des elektrischen Durchschlags von Isolatoren **1**, 94.
 Wanderwellenübertragung auf Transformatoren-Unterspannungswicklungen **1**, 51 ··· 67.
 — — —, Ende der gestoßenen Wicklung geerdet **1**, 61f.

- Wanderwellenübertragung auf Transformatoren-
Unterspannungswicklungen, Ende der gestoße-
nen Wicklung offen **1**, 57 ff., 60 f.
— — —, kapazitiv übertragene Teilspannung **1**,
62 ff.
— — —, magnetisch — — **1**, 65 f.
— — —, Modellversuche **1**, 55 ff.
Wasserdampf und Haften von Metallen **1**, 125 f.
Wasserstoff — — — — **1**, 125 ff.
Wechsel- und Gleichspannungskorona an Doppel-
leitungen **1**, 68 ff., 73 ff.
Wechselspannungskorona, Leitwertkennlinien **1**, 79 f.
—, Messung **1**, 70 ff.
Wehnelt-Unterbrecher **2**, 43.
Welligkeit und Gleichspannungskorona **1**, 85 f.
Werkstoffe, magnetische Anisotropie vielkristalliner
— **2**, 112 ff., 115.
Wheatstone-Brücke **3**, 103.
Wicklungsverluste im Massekern **2**, 108 ff., 111.
Widerstand, elektrischer, mit negativem Tempe-
raturkoeffizienten **1**, 92, 94.
— und Eintauchtiefe bei Innenzündern **2**, 37 f.
Wirbelstromdämpfung des Dynamoanker-Nuten-
feldes **1**, 7 ··· 34.
- Wirbelstromverluste bei massivem Nutendämpfer **1**,
27 ff.
— — — —, bei endlicher Stromwendung **1**, 30 ff.,
33.
— — — —, — momentaner — **1**, 28 ff.
— bei Zusammenballungen von Eisenteilchen **2**,
107 f.
— im Massekern **2**, 95 f.
— — Massekernquerschnitt **2**, 104 ff.
— in Eisenteilchen bei Flußverdrängung **2**, 102 f.
— — kugelförmigen Eisenteilchen **2**, 97 ff.
— — nichtkugelförmigen — **2**, 100 ff.
Witterung und Gleichspannungskorona **1**, 86 ff.,
89 ff.
— — Koronaverlustleistung **1**, 73 ff., 91.
- Zeittransformator **3**, 2 ff.
Zündfeldstärke einer Entladungssäule **3**, 41.
Zündung einer Entladungssäule und positive Ionen
3, 32 ff., 35 ff., 38 ff.
Zündung von Hg-Lichtbogen durch Innenzünder **2**,
35 ··· 50.
— — — — —, Feldtheorie **2**, 44 f.
— — — — —, thermische Theorie **2**, 45 ff., 48 ff.