

VERÖFFENTLICHUNG DES KÖNIGL. PREUSSISCHEN GEODÄTISCHEN INSTITUTS.

DAS
MÄRKISCH-THÜRINGISCHE
DREIECKSNETZ.

MIT EINER DREIECKSKARTE.



SPRINGER-VERLAG BERLIN HEIDELBERG GMBH

1889.

DAS
MÄRKISCH - THÜRINGISCHE
DREIECKSNETZ.

VERÖFFENTLICHUNG DES KÖNIGL. PREUSSISCHEN GEODÄTISCHEN INSTITUTS.

DAS
MÄRKISCH-THÜRINGISCHE
DREIECKSNETZ.

MIT EINER DREIECKSKARTE.



Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH

1889

Additional material to this book can be downloaded from <http://extras.springer.com>.

ISBN 978-3-662-38866-2 ISBN 978-3-662-39792-3 (eBook)
DOI 10.1007/978-3-662-39792-3

V o r w o r t.

Die geodätischen und astronomischen Beobachtungen, welche der vorliegenden Veröffentlichung des Märkisch-Thüringischen Dreiecksnetzes zu Grunde liegen, sind in den Jahren 1864 bis 1876 auf Anordnung von General *Baeyer* von Mitgliedern des Königlich Preussischen Geodätischen Instituts angestellt worden. An denselben waren die Herren *Baeyer, Sadebeck, Habelmann, Albrecht, Schur, Werner* und *Lamp* betheilig. Die Leitung der bezüglichlichen praktischen und rechnerischen Arbeiten befand sich seit Begründung des Centralbüreaus der Europäischen Gradmessung in den Händen des Sektionschefs, Herrn Professor Dr. *Sadebeck*, bei dessen Pensionirung im Jahre 1883 die Rechnungen bis auf Kleinigkeiten vollendet waren.

Die Stationsausgleichungen für das Dreiecksnetz sind grösstentheils von den Beobachtern erledigt worden, während die Netzausgleichung und die Ableitung der Endergebnisse, sowie auch verschiedene Stationsausgleichungen von Herrn *Werner* und mir zu Ende geführt sind. Die astronomischen Beobachtungen sind, abgesehen von Einzelheiten, von den Herren *Sadebeck, Schur, Werner* und mir berechnet worden. Alle diese Rechnungen sind doppelt und zumeist auch von zwei verschiedenen Rechnern ausgeführt worden.

Ende 1885, dem Todesjahr *Baeyer's*, waren die Arbeiten so weit gefördert, dass, abgesehen von dem begleitenden Text, die Drucktabellen für die Beobachtungen und die Resultate im Manuskripte fertig vorlagen, und zwar genau in derselben Anordnung und Ausdehnung wie im „Hessischen Dreiecksnetz“.

Im Winter 1886/87 unterzog ich im Auftrage des Direktors, Herrn Professor Dr. *Helmert*, das gesammte in Frage kommende Aktenmaterial einer kritischen Durch-

sicht. Das Resultat derselben war, dass Herr Professor *Helmert* aus einer Reihe von Gründen, die in der Einleitung zum ersten Theil zur Sprache kommen, von einer Veröffentlichung in der zuerst beabsichtigten Form abzusehen und nur die Hauptergebnisse dem Druck zu übergeben beschloss. Mit der Herstellung des Druckmanuskriptes und der Ausführung der bei der Neuredaktion behufs Kontrolle oder Kritik der Ergebnisse sich als nothwendig herausstellenden Rechnungen wurde ich beauftragt. Für eine hinreichende Sicherstellung der hierbei von mir allein ausgeführten Rechnungen ist gesorgt worden, insbesondere wurde die Kontrolrechnung für die Zusammenstellung der Lothabweichungen (Zweiter Theil. III. Kapitel. S. 129/136) von Herrn Dr. *L. Krüger* übernommen.

Die Bearbeitung und Herausgabe der vorliegenden Veröffentlichung ist unter der speciellen Leitung des Direktors, Herrn Professor Dr. *Helmert*, erfolgt; von meinen Zuthaten will ich hier die Aufdeckung des Einflusses einer systematischen Fehlerquelle, welche in den Schlussfehlern mehrerer Dreiecksgruppen zu Tage getreten ist (siehe S. 67/68 und den Anhang), erwähnen.

Berlin, im Dezember 1888.

Dr. A. Börsch,

ständiger Hülfсарbeiter im Königl. Preussischen Geodätischen Institut.

Inhalt.

Vorwort	Seite V
-------------------	------------

Erster Theil.

Das Dreiecksnetz.

I. Kapitel. Einleitung	3
II. Kapitel. Ergebnisse der Winkelmessungen auf den einzelnen Stationen	7
1. Eichberg	7
2. Glienicke	8
3. Colberg	9
4. Hagelsberg	10
5. Golmberg	11
6. Barnitz	14
7. Hirseberg	15
8. Hubertusberg	16
9. Herzberg	17
10. Grossberg	20
11. Strauch	21
12. Collm	22
13. Hohburg	22
14. Leipzig	23
15. Petersberg	25
16. Spitzberg	26
17. Magdeburg	27
18. Hoppel	29
19. Burkersroda	30
20. Fallstein	31
21. Seeberg	32
22. Inselsberg	33
23. Brocken	36
III. Kapitel. Bedingungsgleichungen	40
IV. Kapitel. Zusammenstellung der Entfernungen und Richtungen	47
V. Kapitel. Zusammenstellung der geographischen Positionen	56
VI. Kapitel. Einige mittlere Fehler und Gewichte	58
I. Mittlerer Fehler der Gewichtseinheit aus den Stationsbeobachtungen	58
II. Mittlere Fehler im Netz	62
III. Gewichte und mittlere Fehler einiger ausgeglichener Winkel und Seiten	68

— VIII —

VII. Kapitel. Beschreibung der Stationen und ihrer Festlegungen, sowie Vergleichen mit den Resultaten anderer Bestimmungen	72
VIII. Kapitel. Vergleichen von Ausgleichungsergebnissen des Märkisch-Thüringischen Dreiecksnetzes mit solchen der Königl. Preussischen Landes-Triangulation	100

Zweiter Theil.

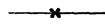
Astronomische Bestimmungen.

I. Kapitel. Einleitung	107
II. Kapitel. Ergebnisse der astronomischen Bestimmungen	110
1. Hagelsberg	112
2. Hubertusberg	115
3. Herzberg	117
4. Petersberg	119
5. Strauch	124
III. Kapitel. Zusammenstellung der Lothabweichungen	129

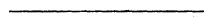
Anhang. Zur Berechnung des mittleren Richtungsfehlers in einer Kette aneinander hängender Dreiecke 137

Karte des Märkisch-Thüringischen Dreiecksnetzes.

Erster Theil.



Das Dreiecksnetz.



I. Kapitel.

Einleitung.

Unter den ersten Aufgaben, welche im Interesse der von General *Baeyer* 1861/62 ins Leben gerufenen Mitteleuropäischen Gradmessung von Seiten Preussens in Aussicht genommen waren, befand sich die Messung einer Dreieckskette zur Verbindung der Berliner mit der Leipziger Sternwarte und von hier bis zur Seite Brocken—Inselsberg, behufs Anschlusses an die Hannoverische Gradmessung von *Gauss* und an die Kurhessische Triangulation von *Gerling*. Diese Dreieckskette sollte ausserdem die Dreiecke der „Küstenvermessung“ und der neu projektirten Königl. Sächsischen Triangulation in Zusammenhang bringen, und zugleich für die schon 1857 entworfene Längengradmessung unter 52° Breite die Lücke zwischen den Königl. Sächsischen und den Kurhessischen Dreiecken ausfüllen. Endlich sollte sie die Einfügung eines neu zu bestimmenden astronomischen Punktes im Norden des Harzes ermöglichen.

Nach vorläufigen Rekognoscirungen begannen General *Baeyer* und Prof. *Sadebeck* bereits 1864 die Arbeiten mit der Bestimmung von Polhöhe und Azimut und mit den Winkelmessungen auf Station Fallstein bei Hornburg, wobei ein dreizehnzölliges Universal-Instrument von *Pistor & Martins* zur Verwendung kam, welches auch früher schon von General *Baeyer* zu astronomischen Beobachtungen benutzt worden war. *) Gleichzeitig wurden mit einem achtzölligen Universal-Instrument von *Pistor & Martins* durch Hauptmann *Habelmann* Winkelbeobachtungen in Magdeburg und auf dem Hoppelberg angestellt, von denen die letzteren indessen später nicht zur Benutzung gekommen sind. Im Jahre 1865 führten *Baeyer* und *Sadebeck* die Bestimmung von Polhöhe und Azimut auf dem Brocken gleichzeitig mit Winkelmessungen aus, während 1866 die Arbeiten ruhten.

Nachdem am 1. April 1866 das Centralbureau der Europäischen Gradmessung unter *Baeyer's* Leitung in Berlin fest organisirt worden war, wurden zwei neue, vollständig gleichgebaute zehnzöllige Universal-Instrumente von *Pistor & Martins* für die Triangulations-Arbeiten angeschafft. Mit der No. I derselben erledigte Prof. *Sadebeck*, in den Jahren 1867 und 1868 gemeinsam mit Dr. *Albrecht* (welcher ausserdem 1869 auf Station Inselsberg allein astronomische und Winkelbeobachtungen anstellte) und von 1869 bis 1872 unter Mitwirkung von Dr. *Schur*, die gesammten Winkelmessungen in dem Märkisch-Thüringischen Dreiecksnetze von dem Anschluss an die Seiten Eichberg—Glienicke—Colberg der „Küstenvermessung“ bis zur Seite Brocken—Inselsberg der Kurhessischen Dreiecke.

Als 1873 auf der Station Meisner (*Gerling's* Punkt) von Prof. *Sadebeck* und Herrn *Werner* einige Kontrol- und Ergänzungsmessungen für die Kurhessischen Dreiecke zugleich mit der Bestim-

*) „Astronomische Bestimmungen für die Europäische Gradmessung aus den Jahren 1857—66. Von *J. J. Baeyer*.“ S. 4.

mung von Polhöhe und Azimut ausgeführt wurden, stellte es sich heraus, dass mehrere *Gerling'sche* Punkte verloren gegangen waren. Da ferner auch schon im Jahre 1869, beim Anschluss der Rheinischen Triangulation an die Kurhessische, im Westen der letzteren, der Punkt Hasserod nicht sicher rekonstruiert werden konnte, so beschloss man auf die *Gerling'schen* Messungen überhaupt zu verzichten und von der Seite Brocken—Inselsberg bis zum Zuge Dünsberg—Hasserod—Taufstein ein ganz neues Dreiecksnetz zu messen. Die für diesen Zweck 1874 auf Inselsberg von Prof. *Sadebeck* und *Werner* und 1876 auf Brocken von *Werner* und Dr. *Lamp* mit dem Universal-Instrument I angestellten Winkelbeobachtungen wurden nunmehr mit den älteren gemeinsam ausgeglichen. Die Resultate der im Jahre 1876 beendeten Beobachtungen für die Hessische Triangulation sind bereits 1882 unter dem Titel: „Das Hessische Dreiecksnetz. Publication des Königl. Preuss. Geodätischen Instituts“ veröffentlicht worden. Der Grund dafür, dass die Veröffentlichung des früher beobachteten Märkisch-Thüringischen Dreiecksnetzes noch zurückgehalten wurde, ist höchst wahrscheinlich darin zu suchen, dass sich die Beobachter und Berechner dieses Netzes der relativen Schwäche des westlichen Theiles von der Seite Brocken—Inselsberg bis Magdeburg—Petersberg—Leipzig wohl bewusst waren, und dass sie dieselbe durch nachträgliche Messungen noch beseitigen zu können hofften. Die Gründe, welche dahin geführt haben, jetzt noch zur Publikation dieses Netzes, wenn auch in abgekürzter Form, zu schreiten, obwohl sich jene Hoffnung nicht erfüllt hat, werden weiterhin noch zur Sprache kommen.

Das Märkisch-Thüringische Dreiecksnetz erstreckt sich von $50^{\circ} 51'$ bis $52^{\circ} 19'$ nördlicher Breite und von $10^{\circ} 18'$ bis $13^{\circ} 58'$ östlicher Länge gegen Greenwich. Es enthält, einschliesslich der Anschlusspunkte, 23 Stationen, auf welchen beobachtet ist, und 3 Punkte, die von mehr als einem andern aus angeschnitten sind. Die Beobachtungspunkte lagen bei 12 Stationen auf Steinpfeilern von 1,0 m bis 6,9 m Höhe, welche zu ebener Erde errichtet waren, und bei 2 Stationen auf Baumstämmen von 10,1 m und 17,2 m Höhe, welche mit Beobachtungsgerüsten umgeben waren. Für 2 Stationen kamen ferner Steinpfeiler (1,0 m und 4,1 m hoch) und Baumstämme (beide 9,7 m hoch) nebeneinander zur Verwendung, während für 7 Stationen steinerne Beobachtungspfeiler auf massiven Thürmen, meistens Kirchthürmen, erbaut wurden.

Polhöhe und Azimut sind bestimmt auf den Stationen: Hagelsberg, Hubertusberg, Herzberg, Strauch, Leipzig, Petersberg, Fallstein, Seeberg, Inselsberg und Brocken. Davon sind bereits publicirt die Resultate für Leipzig, Fallstein, Seeberg, Inselsberg und Brocken*). Für die übrigen 5 Stationen auf welchen die Beobachtungen gelegentlich der Winkelmessungen erledigt sind, werden die Hauptergebnisse im zweiten Theile des vorliegenden Werkes mitgetheilt werden. Leipzig, Gotha bei Seeberg und Brocken gehören dem Netz der telegraphischen Längenbestimmungen an.

Ueber die zur Verwendung gekommenen Instrumente ist nur wenig zu sagen. Das 13-zöllige Universal-Instrument, welches 1864 auf Fallstein, 1865 auf Brocken und 1869 auf Inselsberg benutzt wurde, ist bereits in den „Verbindungen der Preussischen und Russischen Dreiecksketten bei Thorn und Tarnowitz“, S. 69/72, und in den „Astronomischen Bestimmungen für die Europäische Grad-

*) „Astronomisch-Geodätische Arbeiten für die Europäische Gradmessung im Königreiche Sachsen. III. Abtheilung. Die astronomischen Arbeiten.“ S. 179 ff.

„Astronomische Bestimmungen für die Europäische Gradmessung aus den Jahren 1857—66. Von *J. J. Baeyer*.“ S. 54/74 und S. 74/94.

„Astronomisch-Geodätische Arbeiten in den Jahren 1872, 1869 und 1867. Publication des Königl. Preussischen Geodätischen Instituts.“ S. 66/99 und S. 100/119.

„Astronomisch-Geodätische Arbeiten in den Jahren 1879 und 1880. Publication des Königl. Preussischen Geodätischen Instituts.“ S. 42/45 und S. 49/58. Diese Publikation enthält die Umrechnung der Polhöhen von Fallstein, Brocken, Seeberg und Inselsberg wegen Einführung der Sternörter des „Fundamentalkatalogs“.

messung aus den Jahren 1857—66⁴, S. 4, beschrieben worden. Es ist vielleicht nur daran zu erinnern, dass dasselbe ein gebrochenes, centrisches Fernrohr besitzt, und dass bei Drehung des Fernrohrs im azimutalen Sinne der Kreis sich mit dreht, die Mikroskope aber fest stehen bleiben. Für die Beobachtungen auf 5 äquidistanten Kreisständen (6 gestattete die Kreisklemme nicht) wurden die Mikroskope auf dem sie tragenden, schweren eisernen Ring verstellt. Die Trommelablesungen der Mikroskope geben direkt Doppelsekunden, deren Zehntel geschätzt werden. Das 10-zöllige Universal-Instrument No. I (U.-J. I) von *Pistor & Martins* ist vollständig gleich dem Instrument No. II derselben Verfertiger, welches im „Rheinischen Dreiecksnetz“, S. 2/3, beschrieben ist. Es hat ein gerades, excentrisches Fernrohr, einen ruhenden, aber verstellbaren Horizontalkreis und sich bewegende Mikroskope. 5' der Theilung entsprechen $2\frac{1}{2}$ Revolutionen der Mikroskopschrauben, welche direkt Sekunden geben und die Zehntel derselben zu schätzen gestatten. Das 8-zöllige Universal-Instrument, ebenfalls von *Pistor & Martins*, welches nur in Magdeburg 1864 zur Verwendung gekommen ist, hat im allgemeinen dieselbe Konstruktion wie die beiden 10-zölligen Instrumente. Die Trommelablesungen der Mikroskope geben direkt 10 Sekunden und erlauben die einzelne Sekunde zu schätzen.

Die Beobachtungsmethode war im Princip diejenige der Satzbeobachtungen, wie sie durch *Bessel* und *Baeyer* eingeführt wurde, nach der besonderen Anordnung, die derselben von *Baeyer* in der im „Rheinischen Dreiecksnetz“, S. VII und VIII, abgedruckten Vorschrift gegeben ist.

Als Satz gelten hier die Resultate der Beobachtungen sämtlicher, gerade sichtbaren Objekte, wie sie sich im Mittel aus den Einstellungen in beiden Fernrohrlagen ergeben, wobei die Einstellungen in der zweiten Fernrohrlage in umgekehrter Reihenfolge der Objekte vorgenommen wurden. Unvollständige Sätze, mit Beobachtungen in nur einer Fernrohrlage, sind nie benutzt worden. Die Beobachtungen sind im allgemeinen auf 6 äquidistante Kreisstände gleichmässig vertheilt worden (bezüglich des 13-zölligen U.-J. siehe oben) und sollten aus 18 Doppeleinstellungen für jede Richtung bestehen; jedoch sind wegen zu geringer Symmetrie in den beobachteten Sätzen, und weil auf einigen Stationen zu verschiedenen Zeiten beobachtet wurde, grössere Ungleichmässigkeiten in dieser Hinsicht entstanden. Oefter sind auch, bei ungünstigen Heliotropenbildern, die Ergebnisse zweier aufeinander folgender Sätze, welche dieselben Objekte enthielten, nur als ein Satz eingeführt worden. Bei jedem Mikroskop wurden die Theilstriche links und rechts vom Nullpunkt eingestellt; aus den beiden hierzu gehörigen Ableesungen wurde, ohne Rücksicht auf einen etwa vorhandenen, jedoch sicher immer sehr unbedeutenden Run, das arithmetische Mittel gebildet. Eine Bestimmung und Berücksichtigung der Theilungsfehler für die verschiedenen Instrumente hat nicht stattgefunden.

Die Stationsausgleichungen sind ebenfalls im Princip in der für die sogenannte „*Bessel'sche Methode*“ maassgebenden Weise ausgeführt worden; bei einzelnen Stationen, wo die Ausführung zu Bedenken Anlass gegeben hat, ist dies an den betreffenden Stellen des folgenden Kapitels bemerkt worden. Ebenso ist endlich auch die Netzausgleichung in bekannter Weise durchgeführt worden. Etwaige Bemerkungen, die zu machen waren, sind in die bezüglichen Kapitel aufgenommen worden. Als Gewichtseinheit ist hierbei die Doppelbeobachtung einer Richtung (Mittel aus beiden Fernrohrlagen) für das 10-zöllige Universal-Instrument No. I eingeführt worden. Nach den Angaben im „*Hessischen Dreiecksnetz*“, S. VI, ist den Beobachtungen mit dem 13-zölligen Instrument dasselbe Gewicht wie denen mit dem 10-zölligen gegeben worden, während die mit dem 8-zölligen Instrument angestellten Beobachtungen nur das Gewicht 0,28 erhalten haben*).

*) Die Beobachtungen und Rechnungen, aus denen das Gewicht für das 8-zöllige Universal-Instrument abgeleitet wurden, konnten in dem Aktenmaterial nicht mehr aufgefunden werden; jedoch sind sie in derselben Weise wie für die beiden anderen Instrumente angestellt worden. Diese Ableitung selbst giebt zwar zu verschiedenen Bedenken Anlass, indessen ist dies bei der geringen Anzahl der Beobachtungen mit dem 13-zölligen und dem 8-zölligen Instrumente ohne besondere Bedeutung.

Die Veröffentlichung des ganzen Netzes war ursprünglich in derselben Form wie für das Hessische und Rheinische Dreiecksnetz beabsichtigt. Eine Reihe von Gründen haben jedoch dazu geführt, die Resultate nur in abgekürzter Form zu geben, indem man besonders von der Aufnahme der Einzelbeobachtungen und der Zwischenrechnungen der Ausgleichungen absehen zu dürfen glaubte. Inzwischen ist nämlich die Hannoversch-Sächsische Dreieckskette der Königlich Preussischen Landesaufnahme beobachtet und auch bereits in ihren Resultaten veröffentlicht worden*). Diese Kette erstreckt sich u. a. von den Seiten Hagelsberg—Golm—Grossberg—Collm bis zu der Seite Inselsberg—Meisner, und überspannt also fast dasselbe Areal wie das Märkisch-Thüringische Dreiecksnetz, so dass für grössere, geodätische Rechnungen diese neuere, vortreffliche Kette jedenfalls vorzuziehen ist. Eine Vergleichung der Resultate dieser Kette mit denen des Märkisch-Thüringischen Netzes (siehe weiterhin das letzte Kapitel des ersten Theils) hat nun gezeigt, dass das letztere in seinem östlichen Theile bis zur Seite Petersberg—Leipzig in genügender Weise mit dem ersteren übereinstimmt, dass dagegen der westliche, nur wenige grosse Dreiecke enthaltende Theil des Netzes Abweichungen erkennen lässt, welche die zulässige Grenze überschreiten. Wie schon oben bemerkt, hielt man auch schon früher im Geodätischen Institut diesen westlichen Theil für relativ schwächer, weil die Winkel in dieser Gegend theilweise mit gar zu geringem Gewicht bestimmt waren (beispielsweise erhält der für die Uebertragung der Seiten so wichtige Winkel Petersberg—Brocken—Burkersroda nach der Stationsausgleichung nur das Gewicht 2,1). Da indessen der östliche Theil des Netzes ausreichend ist, und ausserdem mehrere Punkte enthält, die der Hannoversch-Sächsischen Kette nicht angehören, so glaubte man, nicht ganz auf die Veröffentlichung verzichten zu dürfen, sich jedoch auf eine abgekürzte Wiedergabe der Resultate beschränken zu können. Zu diesem letzteren Vorgang wurde man umso mehr veranlasst, als einige Stationsausgleichungen nicht ganz korrekt ausgeführt, und insbesondere verschiedene Gewichtsgleichungssysteme nicht richtig angesetzt sind, wenn auch der Einfluss dieser Versehen auf die schliesslichen Werthe der Winkel und Seiten verhältnismässig nur sehr gering gewesen sein wird. Dazu kommt noch in Betracht, dass die ganze Ausgleichung an einem Mangel leidet, den sie freilich fast mit allen nach der *Bessel'schen* Methode beobachteten und berechneten Dreiecksnetzen gemein hat, dass sich nämlich aus ihr der mittlere Fehler der eingeführten Gewichtseinheit wesentlich grösser ergibt, als aus den Stationsausgleichungen, und dass deshalb die strenge Berücksichtigung der Gewichte, wie sie die *Bessel'sche* Methode fordert, doch nur von sehr zweifelhaftem Werth ist.

Weitere Einzelheiten sind in die Vorbemerkungen zu den betreffenden Kapiteln aufgenommen worden.

*) „Die Königlich Preussische Landes-Triangulation. — I. Verzeichniss der Druckwerke der trigonometrischen Abtheilung der Landesaufnahme. — II. Die Dreiecksmessungen I. Ordnung 1876—1887. — III. Die Ergebnisse der Hauptdreiecksmessungen 1876—1885. — Mit 2 Uebersichtsblättern. Berlin, 1887.“ Im Folgenden wird diese Publikation unter der abgekürzten Bezeichnung: „Uebersichtsheft der Landesaufnahme vom Jahre 1887“ citirt werden.

II. Kapitel.

Ergebnisse der Winkelmessungen auf den einzelnen Stationen.

Von numerischen Ergebnissen sind im Folgenden für die einzelnen Stationen nur die aus der Stationsausgleichung folgenden, überall auf die Centra der Stationen bezogenen Richtungswerthe nebst den dazu gehörigen Gewichtsgleichungen aufgenommen. Als Centra der Stationen sind hierbei immer die vom Geodätischen Institut benutzten Punkte zu verstehen. Um aber einen allgemeinen Ueberblick über den Verlauf der Messungen und die sie begleitenden Umstände zu gestatten, sind Bemerkungen über die Zeit der Beobachtungen und die Anzahl der Beobachtungstage, über die Beobachtungspunkte, die Instrumente, die Beobachter, die Anzahl der Beobachtungen (und zwar sowohl die Anzahl der Sätze als die Anzahl der Doppeleinstellungen für die einzelnen Objekte) und die Art und die Lage der Zielpunkte (ob Heliotrop oder Pyramide etc., ob centrisch oder excentrisch) beigefügt. Waren für ein Objekt zu einer bestimmten Beobachtungsepoche die Beobachtungen nicht auf 6 Kreisstände vertheilt, so ist dies ebenfalls bemerkt worden. Bedenken und sonstige Bemerkungen, welche beim erneuten Studium der Originalmessungen und der Stationsausgleichungen sich aufdrängten, sind in Anmerkungen besprochen, und es ist hierbei gleichzeitig der numerische Einfluss etwaiger Versehen auf die Schlussergebnisse untersucht worden. Auf die Angabe der Centrirtbeträge glaubte man verzichten zu können; es sei aber erwähnt, dass die Centrirungen nochmals, unabhängig von den früheren Rechnungen und unmittelbar nach den Originalmessungen, geprüft worden sind, ohne dass unzulässige Differenzen zu Tage getreten wären. Die Beschreibung der Stationen und ihrer Festlegungen, sowie die Vergleichen mit den Resultaten anderweitiger Bestimmungen sind am Schlusse des ersten Theils in einem besonderen Kapitel zusammengestellt, um im II. Kapitel die Zahlenergebnisse nicht zu sehr auseinanderzuziehen.

1. Eichberg.

Stationsergebnis:	Berlin	0°	0'	0,000''
	Glienicke	64	23	15,967
	Golmberg*)	113	8	13,029 + (1)
	Hagelsberg*)	203	22	16,035 + (2)

*) Die Punkte Golmberg und Hagelsberg sind nicht mit den gleichnamigen Punkten bezw. Leuchtständen der „Küstenvermessung“, S. 414/415, identisch, während Eichberg, Glienicke, Colberg und Berlin als zusammenfallend mit den Dreieckspunkten der „Küstenvermessung“ anzusehen sind.

Gewichtsgleichungen: (1) = + 0,05958 [1] + 0,01684 [2]
 (2) = + 0,01684 [1] + 0,08752 [2]

Zeit der Beobachtungen: 1867, Juli 28 — Aug. 6, 7 Beobachtungstage.
Ort der Beobachtungen: Ein 3,3 m hoher, excentrisch stehender Ziegelsteinpfeiler.
Instrument: Universal-Instrument No. I von *Pistor & Martins*.
Beobachter: *Sadebeck* und *Albrecht*.

Anzahl der Beobachtungen und Zielpunkte: 40 Sätze (Mittel aus F. r. und F. l.), und zwar für

Berlin:	18	Doppeleinst. auf die Helmstange des Marienkirchth., Centrum.			
Glienicke:	20	" "	Heliotrop,	}	beide sehr wenig excentrisch.
	19	" "	Pyramidenspitze,		
	1	" "	theilweise auf Hel. und Pyr.,		
Golmberg:	25	" "	auf Heliotrop,	}	beide excentrisch.
	4	" "	Pyramidenspitze,		
Hagelsberg:	12	" "	Heliotrop,	}	beide excentrisch.
	3	" "	die Masse des Pfeilers 1867,		
	3	" "	theilweise auf Hel. und Pfeiler,		

Die Stationsausgleichung ist unter der Bedingung ausgeführt worden, dass der Winkel: Berlin—Eichberg—Glienicke den aus der Netzausgleichung der „Küstenvermessung“, Seite 364, hervorgegangenen Werth: 64°23' 15,967" behält. Führt man die Ausgleichung ohne diesen Zwang durch, so ergibt sich als

Stationsergebnis:

Berlin	0°	0'	0,000"
Glienicke	64	23	15,263 + (a)
Golmberg	113	8	12,487 + (b)
Hagelsberg	203	22	15,537 + (c)

Gewichtsgleichungen:

(a) = + 0,09613 [a] + 0,07402 [b] + 0,06800 [c]
 (b) = + 0,07402 [a] + 0,11657 [b] + 0,06920 [c]
 (c) = + 0,06800 [a] + 0,06920 [b] + 0,13562 [c]

2. Glienicke.

Stationsergebnis:

Berlin	0°	0'	0,000"
Colberg	91	51	26,453
Golmberg	180	19	15,672 + (3)
Eichberg	281	28	24,633

Gewichtsgleichung: (3) = + 0,07843 [3]

Zeit der Beobachtungen: 1867, September 12 — 15, 4 Beobachtungstage.
Ort der Beobachtungen: Ein 1,0 m hoher, excentrisch stehender Ziegelsteinpfeiler.
Instrument: U.-J. I.
Beobachter: *Sadebeck* und *Albrecht*.

Anzahl der Beobachtungen
und Zielpunkte:

33 Sätze (Mittel aus F. r. und F. l.), und zwar für

Berlin: 12 Doppeleinst. auf die Helmstange des Marienkirchth., Centrum.
Nur auf 4, nicht symmetrischen Kreisständen.

Colberg: $\left\{ \begin{array}{l} 18 \\ 5 \end{array} \right.$ " " Heliotrop, } beide excentrisch, letztere
" " " Pyramidenspitze, } aber nur sehr wenig von
" " " " Hel. verschieden.

Golmberg: $\left\{ \begin{array}{l} 19 \\ 1 \end{array} \right.$ " " Heliotrop, } beide excentrisch, letztere
" " " Pyramidenspitze, } aber nur sehr wenig.

Eichberg: $\left\{ \begin{array}{l} 23 \\ 4 \\ 1 \end{array} \right.$ " " Heliotrop, } beide excentrisch.
" " " Pyramidenspitze, }
" " " theilweise auf Hel. und Pyr., }

Die Stationsausgleichung ist unter der Bedingung ausgeführt worden, dass die Winkel zwischen Berlin, Colberg und Eichberg die aus der Netzausgleichung der „Küstenvermessung“, Seite 363, hervorgegangenen Werthe erhalten. Führt man die Ausgleichung ohne diesen Zwang durch, so findet man als

Stationsergebnis:

Berlin 0° 0' 0,000''
Colberg 91 51 27,768 + (a)
Golmberg 180 19 16,540 + (b)
Eichberg 281 28 25,087 + (c)

Gewichtsgleichungen:

(a) = + 0,20628 [a] + 0,16992 [b] + 0,14037 [c]
(b) = + 0,16992 [a] + 0,23596 [b] + 0,15145 [c]
(c) = + 0,14037 [a] + 0,15145 [b] + 0,16859 [c]

3. Colberg.

Stationsergebnis:

Golmberg 0° 0' 0,000''
Glienicke 43 38 15,938 + (4)

Gewichtsgleichung:

(4) = + 0,11111 [4]

Zeit der Beobachtungen:

1867, Septbr. 19 — 20, 2 Beobachtungstage.

Ort der Beobachtungen:

Ein 1,0 m hoher, excentrisch stehender Ziegelsteinfeiler.

Instrument:

U.-J. I.

Beobachter:

Sadebeck und Albrecht.

Anzahl der Beobachtungen
und Zielpunkte:

18 Sätze (Mittel aus F. r. und F. l.), und zwar für

Golmberg: 18 Doppeleinst. auf Heliotrop, excentrisch.

Glienicke: $\left\{ \begin{array}{l} 17 \\ 1 \end{array} \right.$ " " Heliotrop, } beide wenig excentrisch.
" " " Pyramidenspitze, }

4. Hagelsberg. *)

Stationsergebnis:	Lotzschke	0° 0' 0,000"
	Hubertusberg	0 42 31,352 + (5)
	Eichberg	244 40 10,520 + (6)
	Golmberg	283 50 18,525 + (7)
	Hirseberg	335 29 4,576 + (8)
	Barnitz	356 18 48,351 + (9)
Gewichtsgleichungen:	(5) = + 0,13586 [5] + 0,08014 [6] + 0,04577 [7] + 0,06408 [8] + 0,00546 [9]	
	(6) = + 0,08014 [5] + 0,14288 [6] + 0,04553 [7] + 0,06430 [8] + 0,00545 [9]	
	(7) = + 0,04577 [5] + 0,04553 [6] + 0,07249 [7] + 0,03982 [8] + 0,00648 [9]	
	(8) = + 0,06408 [5] + 0,06430 [6] + 0,03982 [7] + 0,06949 [8] + 0,00523 [9]	
	(9) = + 0,00546 [5] + 0,00545 [6] + 0,00648 [7] + 0,00523 [8] + 0,10590 [9]	
Zeit der Beobachtungen:	1867, Aug. 9 — 14, 6 Beobachtungstage, und 1872, Aug. 22 — Septbr. 2, 10 Beobachtungstage.	
Ort der Beobachtungen:	1867 ein 4,1 m hoher, excentrisch stehender Ziegelsteinpfeiler; 1872 ein 9,7 m hoher, ebenfalls, aber wenig, excentrischer Baumstamm.	
Instrument:	U.-J. I.	
Beobachter:	1867 <i>Sadebeck</i> und <i>Albrecht</i> ; 1872 <i>Sadebeck</i> und <i>Schur</i> .	
Anzahl der Beobachtungen und Zielpunkte:	1867 : 49 Sätze, 1872 : 41 Sätze (Mittel aus F. r. und F. l.) und zwar für	
	Lotzschke,	im Jahre 1867 : 8 Doppelpinst. auf Kirchthurmspitze (4 symmetrische Kreisstände).
	" , "	1872 : 41 " " "
	Hubertusberg,	" " 1867 : 23 " " die Helmstange des Thurmes, excentrisch.
	Eichberg,	" " 1867 : 21 " " Heliotrop, excentrisch.
	Golmberg,	" " 1867 : 18 " " " "
	" , "	1872 : 18 " " Hel., sehr wenig excentrisch.
	Hirseberg,	" " 1867 : 49 " " Pyramidenspitze, excentrisch.
	" , "	1872 : $\left\{ \begin{array}{l} 7 \\ 5 \end{array} \right.$ " " " , nur wenig anders excentrisch als 1867,
	Barnitz,	" " 1872 : 18 " " Hel., centrisch.
		" " Hel., sehr wenig excentrisch.

*) Der Dreieckspunkt ist identisch mit dem Beobachtungspunkt auf dem 2,0 m hohen Holzpfeiler vom Jahre 1856, welcher auch der „Zusammenstellung der Entfernungen der Dreieckspunkte von der Seite Eichberg-Eichstädt bis zur Seite Hühbeck—Ruhnerberg“ zu Grunde liegt. („Generalbericht über die Mitteleuropäische Gradmessung pro 1863.“ S. 23/26.)

In Bezug auf die Beobachtungen von 1867 sind zwei Umstände bemerkenswerth, erstens das Vorhandensein einer starken Excentricität des Beobachtungspfeilers im Betrage von 32,8 m und zweitens die Annahme unveränderter Lage des Nullobjectes Lotzschke für diese Messungen und für diejenigen von 1872. Da Lotzschke nur 11300 m entfernt ist, kann sowohl ein kleiner Irrthum in der Excentricität, wie eine kleine Lagenverschiebung des Lotzschker Kirchthurmes in der Zeit von 1867 bis 1872 auf die Winkel einen merkbaren Einfluss erlangen. Um dieses an der Hand der Beobachtungen selbst zu prüfen, sind nachstehend die Ergebnisse der Messungen von 1867 und 1872 nach den gemeinsamen Objecten Lotzschke, Hirseberg und Golmberg mit einander verglichen worden.

1867 ist Lotzschke auf 4 symmetrischen Kreisständen mit Hirseberg durch 8 Doppelbeobachtungen verbunden. Das Mittel dieser Messungen giebt, auf den Dreieckspunkt reducirt, als Werth des Winkels

Lotzschke—Hagelsberg—Hirseberg	335° 29' 4,57".
Die 12 unmittelbar beobachteten Werthe dieses Winkels auf 6 Kreisständen	
im Jahre 1872 ergeben (ebenfalls auf T. P. reducirt) im Mittel . . .	335 29 5,07,
während das Gesamtausgleichsresultat ist	335 29 4,58.

Für die dritte gemeinschaftliche Richtung, nach Golmberg, sind sämmtliche 18 Doppelstellungen des Jahres 1867 mit Hirseberg auf 6 Kreisständen verbunden. Beachtet man die ausserdem vorhandenen Verbindungen mit Eichberg und Hubertusberg hierbei nicht, so ergiebt sich aus diesen Messungen für den auf T. P. reducirt Winkel

Golmberg—Hagelsberg—Hirseberg der Werth	51° 38' 45,69",
und hieraus, unter Heranziehung des oben für 1867 ermittelten Werthes für	
den Winkel zwischen Lotzschke und Hirseberg, als Werth des Winkels	
Lotzschke—Hagelsberg—Golmberg	283 50 18,88.
Der Winkel zwischen Lotzschke und Golmberg ergiebt sich aber aus den	
18 Doppelbeobachtungen des Jahres 1872 centrirt zu	283 50 18,17,
während die Gesamtausgleichung	283 50 18,53 liefert.

Hiernach ist die Uebereinstimmung der Ergebnisse von 1867 und 1872 befriedigend, und man kann umsomehr voraussetzen, dass die oben angegebenen, beiden möglichen Ursachen keinen merkbaren Unterschied in der centrirt Richtung nach Lotzschke von 1867 und der direkt beobachteten von 1872 erregt haben, als dieser Unterschied aus beiden Winkeln mit entgegengesetztem Zeichen sich ergeben würde.

5. Golmberg.

Stationsergebnis:	Marke	0°	0'	0,000"
	Glienicke	28	16	32,728 + (10)
	Colberg	76	10	29,119 + (11)
	Marienberg	115	17	57,596 + (12)
	Brautberg	157	9	2,566 + (13)
	Grossberg	203	10	44,116 + (14)
	Herzberg	215	21	55,667 + (15)
	Barnitz	262	0	39,146 + (16)
	Hirseberg	288	2	33,797 + (17)
	Hagelsberg	307	34	45,217 + (18)
	Eichberg	358	10	38,039 + (19)

Gewichtsgleichungen:

- (10) = +0,09591[10]+0,06573[11]+0,09264[12]+0,09231[13]+0,08925[14]+0,08202[15]+0,08674[16]+0,08851[17]+0,04291[18]+0,06385[19]
 (11) = +0,06573[10]+0,13800[11]+0,06419[12]+0,06404[13]+0,06260[14]+0,05918[15]+0,06157[16]+0,06526[17]+0,04297[18]+0,06639[19]
 (12) = +0,09264[10]+0,06419[11]+0,18998[12]+0,12566[13]+0,10487[14]+0,08685[15]+0,08866[16]+0,08643[17]+0,04247[18]+0,06224[19]
 (13) = +0,09231[10]+0,06404[11]+0,12566[12]+0,19264[13]+0,10797[14]+0,08734[15]+0,08885[16]+0,08622[17]+0,04243[18]+0,06208[19]
 (14) = +0,08925[10]+0,06260[11]+0,10487[12]+0,10797[13]+0,15583[14]+0,09185[15]+0,09063[16]+0,08428[17]+0,04202[18]+0,06058[19]
 (15) = +0,08202[10]+0,05918[11]+0,08685[12]+0,08734[13]+0,09185[14]+0,10252[15]+0,09485[16]+0,07970[17]+0,04106[18]+0,05702[19]
 (16) = +0,08674[10]+0,06157[11]+0,08866[12]+0,08885[13]+0,09063[14]+0,09485[15]+0,19716[16]+0,08742[17]+0,04163[18]+0,05935[19]
 (17) = +0,08851[10]+0,06526[11]+0,08643[12]+0,08622[13]+0,08428[14]+0,07970[15]+0,08742[16]+0,17348[17]+0,04074[18]+0,06024[19]
 (18) = +0,04291[10]+0,04297[11]+0,04247[12]+0,04243[13]+0,04202[14]+0,04106[15]+0,04163[16]+0,04074[17]+0,13034[18]+0,05807[19]
 (19) = +0,06385[10]+0,06639[11]+0,06224[12]+0,06208[13]+0,06058[14]+0,05702[15]+0,05935[16]+0,06024[17]+0,05807[18]+0,10138[19]

Zeit der Beobachtungen: 1867, Aug. 22 — Sept. 9, 18 Beobachtungstage, und 1871, Sept. 15 — Okt. 14, 14 Beobachtungstage.

Ort der Beobachtungen: 1867 ein 9,7 m hoher Eichstamm (Centrum der Station) und ein Backsteinpfeiler über einer 0,6 m tief, excentrisch versenkten Festlegungssteinplatte mit eingemeissem Kreuz.
 1871 gleichfalls der Baumstamm von 1867, aber etwas excentrisch, weil derselbe durch eine neue Verstrebung eine kleine Verschiebung erlitten hatte.

Instrument: U.-J. I.

Beobachter: 1867 *Sadebeck* und *Albrecht*, 1871 *Schur*.

Anzahl der Beobachtungen und Zielpunkte: 1867 auf dem Baumstamm 120 Sätze (Mittel aus F.r. u. F.l.),
 1867 " " Steinpfeiler 8 " (" " " " "),
 1871 " " Baumstamm, etwas excentrisch, 58 " (" " " " "),
 darunter jedoch 4 mit dem Gewicht $\frac{1}{2}$,

und zwar für

Marke, im Jahre 1867 auf dem Baumstamm: 28 Doppeleinst. einer weissen Tafel mit senkrechtem schwarzen Strich.

Glienicke,	"	"	1867	"	"	"	:	60	"	auf Heliotrop,	}	
								2	"	" Pyramidenspitze,	}	beide sehr
								2	"	theilw. auf Hel. u. Pyr.,	}	wenig
								7	"	auf Heliotrop,	}	excentrisch.
								1	"	theilw. auf Hel. u. Pyr.	}	
								39	"	(zus. nur auf 2 Kreisst.),	}	
									"	auf Heliotrop, excentrisch, darunter	}	
										4 mit dem Gewicht $\frac{1}{2}$.	}	
Colberg,	"	"	1867	"	"	"	:	17	"	" Heliotrop,	}	beide
								2	"	" Pyramidenspitze,	}	excentrisch.
								2	"	" Heliotrop, excentrisch (nur auf	}	
									"	1 Kreisstand).	}	
Marienberg,	"	"	1871	"	"	Baumstamm:	:	21	"	" Heliotrop, in der Richtung nach	}	
									"	dem T. P.	}	
Brautberg,	"	"	1871	"	"	"	:	23	"	" Heliotrop, in der Richtung nach	}	
									"	dem T. P.,	}	
									"	darunter 4 mit dem Gewicht $\frac{1}{2}$.	}	

Grossberg,	im Jahre 1871	auf dem Baumstamm:	28	Doppeleinst.	auf Heliotrop,	in der Richtung nach dem T. P.
Herzberg,	" "	1867	" "	" "	im Centrum,	
				38	" "	die Helmstange des Thurmes,
				1	" "	excentrisch.
"	,	"	"	1867	" "	Pfeiler
				7	" "	Heliotrop im Centrum,
				1	" "	die Helmstange des Thurmes,
						excentrisch
						(zusammen nur auf 2 Kreisst.).
"	,	"	"	1871	" "	Baumstamm:
				20	" "	Heliotrop im Centrum,
				4	" "	" , excentrisch.
Barnitz,	" "	1867	" "	19	" "	" , "
Hirseberg,	" "	1867	" "	19	" "	" , im Centrum,
				2	" "	theilweise auf Hel. und Pyramiden-
						spitze, letztere excentrisch.
Hagelsberg,	" "	1867	" "	20	" "	, welche sich auf zwei excentrische
						Heliotropen und eine auf dem Pfeiler
						von 1867 aufgestellte Magnesium-
						lampe vertheilen.*)
Eichberg,	" "	1867	" "	41	" "	auf Heliotrop, excentrisch auf den
						Pfeiler 1867.

Die wenigen Beobachtungen auf dem vom T. P. 9,9 m entfernten Pfeiler 1867 ergeben für sich, auf T. P. reducirt, folgende Resultate:

- 1) Winkel Glienicke—Golmberg—Colberg (nur 2 Doppeleinst. auf 1 Kreisstand) 47° 53' 59,78"
 - 2) Winkel Glienicke—Golmberg—Herzberg (8 Doppeleinst. auf 2 um 90° verschiedenen Kreisständen) 187 5 23,07
- Die Gesamtausgleichungsergebnisse sind bezw. 47 53 56,39 und 187° 5' 22,94".

Die Unterschiede übersteigen nicht die mit Rücksicht auf die Einstellungszahl möglichen Beobachtungsfehler.

*) Die Beobachtungen nach Hagelsberg wurden vor der Stationsausgleichung sämmtlich auf den Pfeiler 1867 reducirt. Bei der darauf erfolgten Anbringung der Reduktion auf T. P. ist der angenäherte Betrag + 17,889" statt des definitiven + 17,896" benutzt worden; die Richtung nach Hagelsberg ist aus diesem Grunde um den allerdings unerheblichen Betrag von 0,007" ungenau.

6. Barnitz.

Stationsergebnis:	Reinharz	0°	0'	0,000''
	Hohburg	50	25	46,803 + (20)
	Leipzig	93	59	44,073 + (21)
	Petersberg	148	59	34,598 + (22)
	Spitzberg	209	1	1,232 + (23)
	Hubertusberg	246	42	57,540 + (24)
	Hirseberg	266	32	29,497 + (25)
	Golmberg	313	48	4,542 + (26)
	Herzberg	349	14	49,746 + (27)
	Hagelsberg	251	50	32,589 + (28)
	Grossberg	351	31	36,471 + (29)

Gewichtsgleichungen:

- (20) = +0,08873[20]+0,01509[21]+0,01062[22]+0,01123[23]+0,00822[24]+0,01321[25]+0,00277[26]+0,00766[27]+0,00047[28]+0,00139[29]
 (21) = +0,01509[20]+0,09233[21]+0,01220[22]+0,00719[23]+0,00579[24]+0,00426[25]+0,00515[26]+0,01398[27]+0,00087[28]+0,00258[29]
 (22) = +0,01062[20]+0,01220[21]+0,08763[22]+0,00653[23]+0,00831[24]+0,00397[25]+0,00300[26]+0,00933[27]+0,00050[28]+0,00150[29]
 (23) = +0,01123[20]+0,00719[21]+0,00653[22]+0,08978[23]+0,00966[24]+0,01523[25]+0,00469[26]+0,00332[27]+0,00079[28]+0,00235[29]
 (24) = +0,00822[20]+0,00579[21]+0,00831[22]+0,00966[23]+0,08342[24]+0,01881[25]+0,00504[26]+0,00863[27]+0,00086[28]+0,00252[29]
 (25) = +0,01321[20]+0,00426[21]+0,00397[22]+0,01523[23]+0,01881[24]+0,09072[25]+0,00341[26]+0,00505[27]+0,00057[28]+0,00170[29]
 (26) = +0,00277[20]+0,00515[21]+0,00300[22]+0,00469[23]+0,00504[24]+0,00341[25]+0,03362[26]+0,00437[27]+0,00569[28]+0,01681[29]
 (27) = +0,00766[20]+0,01398[21]+0,00933[22]+0,00332[23]+0,00863[24]+0,00505[25]+0,00437[26]+0,09146[27]+0,00074[28]+0,00218[29]
 (28) = +0,00047[20]+0,00087[21]+0,00050[22]+0,00079[23]+0,00086[24]+0,00057[25]+0,00569[26]+0,00074[27]+0,10266[28]+0,00285[29]
 (29) = +0,00139[20]+0,00258[21]+0,00150[22]+0,00235[23]+0,00252[24]+0,00170[25]+0,01681[26]+0,00218[27]+0,00285[28]+0,09174[29]

Zeit der Beobachtungen: 1868, Sept. 8 — Okt. 12, 25 Beobachtungstage, und 1872, Juli 2 — Aug. 12, 14 Beobachtungstage.

Ort der Beobachtungen: 1868 eine in 17,2 m Höhe abgeschnittene, gewachsene Kiefer (Centrum der Station), 1872 derselbe Ort, welcher jedoch seine Lage gegen 1868 etwas geändert hat (excentrisch).

Instrument: U.-J. I.

Beobachter: 1868 *Sadebeck* und *Albrecht*, 1872 *Sadebeck* und *Schur*.

Anzahl der Beobachtungen und Zielpunkte: 1868 auf dem Baumstamm (Centrum) . . . 81 Sätze (Mittel F.r. u. F.l.),
 1872 " " " (etwas excentrisch) 49 " (" " " "),
 und zwar für

Reinharz, im Jahre 1868: 81 Doppeleinst. auf die Helmstange des Schlossturmes.
 " " " 1872: 49 " " " " " "
 Hohburg, " " 1868: 18 " " Heliotrop im Centrum.
 Leipzig, " " 1868: 17 " " " " " (Eine kleine Excentricität von + 0,040'' ist nicht angebracht).
 Petersberg, " " 1868: 19 " " " " "
 Spitzberg, " " 1868: 18 " " " " "

Hubertusberg, im Jahre 1868:	}	15	Doppeleinst. auf Heliotrop im Centrum,
		4	" " die Helmstange des Jagdschlosses, excentrisch.
Hirseberg, " " 1868:	}	8	" " Heliotrop im Centrum,
		6	" " Pyramidenspitze, wenig excentrisch,
		4	" " theilweise auf Hel. und Pyr.
Golmberg, " " 1868:	}	17	" " auf Heliotrop, excentrisch,
		1	" " Pyramidenspitze, sehr wenig excentrisch.
" " " 1872:		36	" " Heliotrop im Beobachtungspunkt 1871, sehr wenig excentrisch.
Herzberg, " " 1868:	}	17	" " Heliotrop im Centrum,
		1	" " theilweise auf Hel. und die Helmstange des Kirchthurms, letztere excentrisch.
Hagelsberg, " " 1872:		18	" " auf Heliotrop im Beobachtungsorte 1872, excentrisch.
Grossberg, " " 1872:		18	" " Heliotrop im Centrum.

Da der Schlossthurm zu Reinharz nur 7560 m entfernt ist, so wäre es wohl möglich, dass eine etwaige Verschiebung der Thurmspitze von 1868 bis 1872 auf die Resultate entstellend hätte einwirken können; indessen stimmen die nachstehenden Resultate für den Winkel zwischen Reinharz und Golmberg, welcher sowohl 1868 wie 1872 gemessen wurde, so gut überein, dass keine merkbare Veränderung stattgefunden zu haben scheint.

Winkel Reinharz—Barnitz—Golmberg, 1868 = 313° 48' 4,83"; 18 Doppelbestimmungen.
 " " " " , 1872 = 313 48 4,51 ; 36 "

7. Hirseberg.

Stationsergebnis:	Grabo	0° 0' 0,000"
	Barnitz	12 56 7,202 + (30)
	Petersberg	51 33 41,485 + (31)
	Hubertusberg	54 40 47,351 + (32)
	Hagelsberg	157 24 28,294 + (33)
	Golmberg	266 13 34,785 + (34)
Gewichtsgleichungen:	(30) = + 0,09177[30] + 0,01022[31] + 0,01919[32] + 0,02114[33] + 0,00508[34]	
	(31) = + 0,01022[30] + 0,10469[31] + 0,00270[32] + 0,00534[33] + 0,00087[34]	
	(32) = + 0,01919[30] + 0,00270[31] + 0,05682[32] + 0,02074[33] + 0,01234[34]	
	(33) = + 0,02114[30] + 0,00534[31] + 0,02074[32] + 0,09136[33] + 0,00991[34]	
	(34) = + 0,00508[30] + 0,00087[31] + 0,01234[32] + 0,00911[33] + 0,09980[34]	
Zeit der Beobachtungen:	1868, Mai 19 — Juni 10, 16 Beobachtungstage.	
Ort der Beobachtungen:	Ein steinerner Beobachtungspfeiler, Centrum der Station.	
Instrument:	U.-J. I.	
Beobachter:	Sadebeck und Albrecht.	

**Anzahl der Beobachtungen
und Zielpunkte:**

67 Sätze (Mittel aus F. r. und F. l.), und zwar für

Grabo:	67	Doppeleinst.	auf die Helmstange	des Kirchthurms.
Barnitz:	18	"	"	Heliotrop, excentrisch.
Petersberg:	18	"	"	im Centrum.
Hubertusberg:	32	"	"	die Helmst. des Jagdschlusses, excentrisch.
Hagelsberg:	18	"	"	Hel., excentrisch auf dem Pfeiler 1867. *)
Golmberg:	{ 16	"	"	Pyramidenspitze, excentrisch,
	2	"	"	Heliotrop, excentrisch.

8. Hubertusberg.

Stationsergebnis:

Wahlsdorf	0°	0'	0,000''
Hagelsberg	4	44	53,681 + (35)
Hirseberg	56	47	47,266 + (36)
Herzberg	120	27	45,925 + (37)
Barnitz	175	13	34,410 + (38)
Petersberg	233	0	48,084 + (39)
Spitzberg	281	4	18,766 + (40)

Gewichtsgleichungen:

- (35) = + 0,07746 [35] + 0,01708 [36] + 0,00546 [37] + 0,00884 [38] + 0,00941 [39] + 0,01274 [40]
 (36) = + 0,01708 [35] + 0,04741 [36] + 0,01119 [37] + 0,01026 [38] + 0,01029 [39] + 0,01239 [40]
 (37) = + 0,00546 [35] + 0,01119 [36] + 0,07370 [37] + 0,00577 [38] + 0,01396 [39] + 0,00622 [40]
 (38) = + 0,00884 [35] + 0,01026 [36] + 0,00577 [37] + 0,06604 [38] + 0,01558 [39] + 0,01987 [40]
 (39) = + 0,00941 [35] + 0,01029 [36] + 0,01396 [37] + 0,01558 [38] + 0,04834 [39] + 0,01585 [40]
 (40) = + 0,01274 [35] + 0,01239 [36] + 0,00622 [37] + 0,01987 [38] + 0,01585 [39] + 0,05862 [40]

Zeit der Beobachtungen: 1868, Juni 20 — Juli 20, 24 Beobachtungstage.

Ort der Beobachtungen: Zwei Ziegelsteinpfeiler auf der Nordwest- und Südostecke des Thurmkranzes des Jagdschlusses; der Dreieckspunkt ist durch einen in die Deckplatte des Nordwest-Pfeilers eingelassenen Messingbolzen markirt.

Instrument: U.-J. I.

Beobachter: *Sadebeck* und *Albrecht*.

**Anzahl der Beobachtungen
und Zielpunkte:**

Auf dem Nordwest-Pfeiler 52 Sätze (Mittel aus F. r. und F. l.),
 " " Südost-Pfeiler 23 " (" " " " "),
 und zwar für

*) In Folge eines Versehens ist ein angenäherter Betrag des Centrirungswerthes: — 3' 43,779'', anstatt des definitiven: — 3' 43,994'' angebracht worden.

Wahlsdorf, auf dem NW-Pf.: 52 Doppeleinst. auf eine weisse Tafel mit vertikalem schwarzen Strich, am Kirchthurme.

"	"	"	SO-Pf.: 23	"	"	die Tafel.
Hagelsberg,	"	"	NW-Pf.: { 7	"	"	Heliotrop, auf dem Pfeiler 1867,
			14	"	"	den Pfeiler selbst, excentrisch.
Hirseberg,	"	"	NW-Pf.: 28	"	"	die Pyramide, excentrisch.
"	"	"	SO-Pf.: 8	"	"	" " " " " "
Herzberg,	"	"	SO-Pf.: 23	"	"	Hel. in der Laterne des Kirchthurms, excentrisch.
Barnitz,	"	"	NW-Pf.: 25	"	"	" excentrisch.
Petersberg,	"	"	NW-Pf.: { 19	"	"	" centrisch,
			5	"	"	den Dachreiterthurm der Kirche, excentrisch.
"	"	"	SO-Pf.: 11	"	"	Hel. im Centrum.
Spitzberg,	"	"	NW-Pf.: 28	"	"	" " " "

Da die Messungen auf dem 4,3 m vom T. P. entfernten SO-Pf. ausser durch Hirseberg und Petersberg hauptsächlich durch die nur 3746 m entfernte Nullmarke an die Beobachtungen auf dem T. P. angeschlossen sind, so ist es von Interesse, die Ergebnisse der Messungen für die gemeinsamen Winkel auf beiden Pfeilern zu vergleichen, obgleich nicht anzunehmen ist, dass grössere Unsicherheiten in den Centrirungsbeträgen vorhanden sind.

Aus den Beobachtungen auf den beiden Pfeilern, die sich überall, wenn auch nicht gleichmässig, auf 6 Kreisstände erstrecken, ergeben sich, jedoch ohne Berücksichtigung der Verbindungen mit anderen Richtungen, die auf T. P. reducirten Werthe:

- | | |
|--|--|
| 1) Winkel Wahlsdorf—Hubertusberg—Hirseberg, | NW-Pf. = 56° 47' 46,97" (28 Doppelmess.) |
| " " " " " " | SO-Pf. = 56 47 48,32 (8 ") |
| " " " " " " | Gesammtausgleichung = 56 47 47,27 |
| 2) Winkel Wahlsdorf—Hubertusberg—Petersberg, | NW-Pf. = 233° 0' 48,01" (24 Doppelmess.) |
| " " " " " " | SO-Pf. = 233 0 48,73 (11 ") |
| " " " " " " | Gesammtausgleichung = 233 0 48,08 |

Aus diesen Angaben erhält man für den in die Netzausgleichung eingehenden

Winkel Hirseberg—Hubertusberg—Petersberg auf dem NW-Pf.	den Werth: 176° 13' 1,04"
" " " " " " " SO-Pf.	" " : 176 13 0,41
" " " " " " " aus der Gesamtausgleichung " "	: 176 13 0,82

Hiernach ist ein geringer Einfluss einer Ungenauigkeit der Centrirungselemente nicht ausgeschlossen, was noch wahrscheinlicher wird, wenn man die Vertheilung der übrigbleibenden Fehler der Gesamtausgleichung im Einzelnen betrachtet.

9. Herzberg.

Stationsergebnis:	Gräfendorf, Tafel	0° 0' 0,000"
	Collm	8 26 40,181 + (41)
	Hohburg	33 56 14,800 + (42)
	Barnitz	82 8 49,700 + (43)
	Golmberg	180 3 24,313 + (44)
	Grossberg	277 17 58,773 + (45)
	Strauch	313 40 9,207 + (46)

Gewichtsgleichungen:

- (41) = + 0,05713 [41] + 0,00709 [42] + 0,00842 [43] + 0,01240 [44] + 0,01501 [45] + 0,00819 [46]
 (42) = + 0,00709 [41] + 0,08352 [42] + 0,01120 [43] + 0,00336 [44] + 0,00277 [45] + 0,00551 [46]
 (43) = + 0,00842 [41] + 0,01120 [42] + 0,08649 [43] + 0,01575 [44] + 0,00332 [45] + 0,00533 [46]
 (44) = + 0,01240 [41] + 0,00336 [42] + 0,01575 [43] + 0,07174 [44] + 0,00525 [45] + 0,00437 [46]
 (45) = + 0,01501 [41] + 0,00277 [42] + 0,00332 [43] + 0,00525 [44] + 0,09205 [45] + 0,01110 [46]
 (46) = + 0,00819 [41] + 0,00551 [42] + 0,00533 [43] + 0,00437 [44] + 0,01110 [45] + 0,04695 [46]

Zeit der Beobachtungen: 1868, Juli 31 — Aug. 26, 17 Beobachtungstage.
 1870, Okt. 2 — Okt. 12, 5 " "
Ort der Beobachtungen: 1868 ein Ziegelsteinpf. auf der NW-Ecke des Kirchthurmkranzes, Dreieckspkt.
 1868 " " " " SW-Ecke " " "
 1870 " " " " SO-Ecke " " "
Instrument: U.-J. I.
Beobachter: 1868 *Sadebeck* und *Albrecht*, 1870 *Sadebeck* und *Schur*.

**Anzahl der Beobachtungen
 und Zielpunkte:**

Auf dem NW-Pf. 25 Sätze (Mittel aus F. r. und F. l.),
 " " SW-Pf. 44 " (" " " " "),
 " " SO-Pf. 28 " (" " " " "),
 und zwar für

Gräfendorf 1868, auf dem NW-Pf.: 25 Doppeleinst. auf Tafel am Mauerwerk des Kirchthurms.
 " 1868, " " SW-Pf.: 44 " " " " " " " "
 " 1870, " " SO-Pf.: 28 " " die Helmstange des Kirchthurms (siehe die
 nachfolgende Bemerkung).
 Collm 1868, " " NW-Pf.: 14 " bei 5 Kreisständen, } zusammen bei 6 Kreisständen,
 " 1868, " " SW-Pf.: 5 " " 3 " } auf Hel., excentrisch.
 " 1870, " " SO-Pf.: 10 " " 4 " } auf Hel., excentrisch, ver-
 schieden von 1868.
 Hohburg 1868, " " NW-Pf.: 2 " " 2 " }
 " 1868, " " SW-Pf.: 19 " " 6 " } auf Hel. im Centrum.
 Barnitz 1868, " " NW-Pf.: 10 " " 5 " } zusammen bei 6 Kreisständen,
 " 1868, " " SW-Pf.: 9 " " 4 " } auf Hel., excentrisch. *)
 Golmberg 1868, " " NW-Pf.: 18 " " 6 " }
 " 1870, " " SO-Pf.: 6 " " 2 " } auf Hel., excentrisch.
 " " " " " " " " " " in der Richtung
 nach dem Dreieckspunkt.
 Grossberg 1870, " " SO-Pf.: 18 " auf Heliotrop im Centrum.
 Strauch 1868, " " SW-Pf.: 23 " " " " " "
 " 1870, " " SO-Pf.: 15 " " " " " "

Ausser dem Umstande, dass zur Verbindung der Beobachtungen auf den 3 Pfeilern (Entfernung NW-Pf. bis SW-Pf. = 3,3 m und NW-Pf. bis SO-Pf. = 11,2 m) das nur 3908 m entfernte Nullobjekt hinzugezogen ist (Red. vom SO-Pf. nach dem NW-Pf. für dasselbe = -9' 44,4"), ist noch Folgendes zu bemerken.

*) Als Reduktion auf das Centrum ist irrthümlich ein provisorischer Werth (-7,259") anstatt des definitiven (-7,253") angebracht worden.

Die Stationsausgleichung wurde zunächst unter der Voraussetzung erledigt, dass die centrirten Richtungen nach Gräfendorf 1868 (Tafel) und Gräfendorf 1870 (Helmstange), wie thatsächlich, unabhängig von emander sind, wobei die Resultate folgende waren:

Stationsergebnis:	Gräfendorf, Tafel	0°	0'	0,000''
	„ , Helmstange	359	59	23,628 + (a)
	Collm	8	26	40,180 + (b)
	Hohburg	33	56	14,799 + (c)
	Barnitz	82	8	49,700 + (d)
	Golmberg	180	3	24,312 + (e)
	Grossberg	277	17	58,772 + (f)
	Strauch	313	40	9,206 + (g)

Gewichtsgleichungen:

- (a) = + 0,11182 [a] + 0,03605 [b] + 0,00822 [c] + 0,01247 [d] + 0,03068 [e] + 0,07835 [f] + 0,03836 [g]
- (b) = + 0,03605 [a] + 0,06875 [b] + 0,00973 [c] + 0,01245 [d] + 0,02229 [e] + 0,04027 [f] + 0,02055 [g]
- (c) = + 0,00822 [a] + 0,00973 [b] + 0,08413 [c] + 0,01212 [d] + 0,00562 [e] + 0,00853 [f] + 0,00833 [g]
- (d) = + 0,01247 [a] + 0,01245 [b] + 0,01212 [c] + 0,08789 [d] + 0,01916 [e] + 0,01205 [f] + 0,00960 [g]
- (e) = + 0,03068 [a] + 0,02229 [b] + 0,00562 [c] + 0,01916 [d] + 0,08014 [e] + 0,02675 [f] + 0,01489 [g]
- (f) = + 0,07835 [a] + 0,04027 [b] + 0,00853 [c] + 0,01205 [d] + 0,02675 [e] + 0,14697 [f] + 0,03798 [g]
- (g) = + 0,03836 [a] + 0,02055 [b] + 0,00833 [c] + 0,00960 [d] + 0,01489 [e] + 0,03798 [f] + 0,06011 [g]

Darauf ist die Ausgleichung unter der Annahme wiederholt, dass die Reduktion von der Helmstange nach der Tafel gegeben ist und + 36,37'' beträgt. Hiermit sind die obigen, definitiv benutzten Resultate entstanden. Die Winkel sind natürlich ungeändert geblieben, die Gewichtsgleichungen sind aber ungenau, weil ein aus den Beobachtungen selbst abgeleiteter Werth wie eine unabhängig von ihnen bestimmte Grösse behandelt worden ist.

Der Winkel zwischen Gräfendorf, Helmstange, und Gräfendorf, Tafel, ist übrigens auf den NW-Pf. im Jahre 1868 an 3 Tagen 7-mal bestimmt worden und zu + 38,84'' ± 0,44'' ermittelt. Die Differenz von + 2,5'' gegen den sich aus der Ausgleichung ergebenden Werth + 36,37'' kann eine Folge der sich hier sehr stark aussprechenden Unsicherheit in der Centrirung einer so nahen Richtung sein, oder auch durch eine Verschiebung der Thurmspitze, oder durch beides zugleich verursacht sein.

Unter Beibehaltung des Werthes + 36,37'' gestatten die Beobachtungen nachstehende Vergleichung der auf den verschiedenen Pfeilern gemessenen und auf den NW-Pf. reducirten Winkel mit der Nullrichtung Gräfendorf, Tafel.

	Collm		Hohburg		Barnitz		Golmberg		Strauch	
Auf dem NW-Pf.	8°26'40,17''	14	33°56'12,16''	2	82°8'49,70''	10	180°3'24,16''	18	313°40' —	—
„ „ SW-Pf.	41,37	(5) 5	14,63	(2) 19	49,82	(5) 9	—	(6) —	9,32''	23
„ „ SO-Pf.	39,15	(3) 10	—	(6) —	—	(4) —	25,62	6	8,77	15
Gesamtausgl. . .	40,18	(4) 29	14,80	21	49,70	19	24,31	(2) 24	9,21	(6) 38

In dieser Tabelle bezeichnen die Zahlen in den Kolonnen hinter den Richtungswerthen die Anzahl der Doppelbeobachtungen und Kreisstände; für letztere ist sie in Klammern gesetzt.

Die Differenzen der Werthe der drei auf dem SO-Pf. gemessenen Winkel gegen die übrigen Resultate verschwinden im Mittel nahezu, wie es in Folge der Einführung der aus der Ausgleichung erhaltenen Reduktion von Gräfendorf, Helmstange, nach Gräfendorf, Tafel, selbstverständlich ist. Bei Benutzung des direkt gemessenen Werthes + 38,84'' würden aber hier einseitige Differenzen hervorgetreten sein. Solche Differenzen zeigen die Ergebnisse für den SW-Pf., und man könnte hieraus auf eine Ungenauigkeit der Centrirung schliessen, die besonders für die nahe Richtung nach Gräfendorf merkbar wird.

10. Grossberg.

Stationsergebnis:	Malitzschkendorf	0°	0'	0,000''
	Golmberg	28	37	51,187 + (47)
	Brautberg	113	45	42,763 + (48)
	Strauch	182	24	37,947 + (49)
	Collm	239	20	51,321 + (50)
	Hohburg	263	41	6,083 + (51)
	Barnitz	305	11	12,415 + (52)
	Herzberg	318	3	36,113 + (53)

Gewichtsgleichungen:

$$\begin{aligned}
 (47) &= +0,09392[47]+0,01461[48]+0,00207[49]+0,00204[50]+0,01020[51]+0,01486[52]+0,01375[53] \\
 (48) &= +0,01461[47]+0,09386[48]+0,00441[49]+0,00273[50]+0,00926[51]+0,01456[52]+0,01108[53] \\
 (49) &= +0,00207[47]+0,00441[48]+0,10047[49]+0,03874[50]+0,00180[51]+0,00162[52]+0,01062[53] \\
 (50) &= +0,00204[47]+0,00273[48]+0,03874[49]+0,10079[50]+0,00187[51]+0,00153[52]+0,01223[53] \\
 (51) &= +0,01020[47]+0,00926[48]+0,00180[49]+0,00187[50]+0,09532[51]+0,01682[52]+0,01299[53] \\
 (52) &= +0,01486[47]+0,01456[48]+0,00162[49]+0,00153[50]+0,01682[51]+0,09339[52]+0,00994[53] \\
 (53) &= +0,01375[47]+0,01108[48]+0,01062[49]+0,01223[50]+0,01299[51]+0,00994[52]+0,08938[53]
 \end{aligned}$$

Zeit der Beobachtungen: 1871, August 22 — Septbr. 8, 16 Beobachtungstage.

Ort der Beobachtungen: Ein 10,1 m hoher, von der Königl. Preussischen Landesaufnahme errichteter Baumstamm, Dreieckspunkt.

Instrument: U.-J. I.

Beobachter: *Sadebeck* und *Schur*.

Anzahl der Beobachtungen und Zielpunkte:

74 Sätze (Mittel aus F. r. und F. l.), und zwar für

Malitzschkendorf: 74 Doppeleinst. auf Tafel mit vertikalem schwarzen Strich in weissem Felde.

Golmberg:	18	"	"	Hel. im Centrum.
Brautberg:	18	"	"	Hel., ein wenig excentrisch.
Strauch:	18	"	"	Hel. im Centrum.
Collm:	18	"	"	Hel., excentrisch.
Hohburg:	18	"	"	Hel. im Centrum.
Barnitz:	18	"	"	" " "
Herzberg:	18	"	"	Helmstange des Kirchth., excentrisch.

11. Strauch.

Stationsergebnis:	Krauschütz	0° 0'	0,000''
	Grossberg	0 6	38,148 + (54)
	Brautberg	57 54	27,328 + (55)
	Koschenberg*)	97 46	52,573 + (56)
	Keulenberg	149 58	42,051 + (57)
	Collm	283 57	49,045 + (58)
	Herzberg	352 7	45,760 + (59)

Gewichtsgleichungen:

- (54) = + 0,09438 [54] + 0,00569 [55] + 0,01283 [56] + 0,01058 [57] + 0,01137 [58] + 0,01048 [59]
 (55) = + 0,00569 [54] + 0,09854 [55] + 0,00419 [56] + 0,00801 [57] + 0,01263 [58] + 0,00818 [59]
 (56) = + 0,01283 [54] + 0,00419 [55] + 0,09869 [56] + 0,01150 [57] + 0,00541 [58] + 0,00312 [59]
 (57) = + 0,01058 [54] + 0,00801 [55] + 0,01150 [56] + 0,09309 [57] + 0,01491 [58] + 0,01069 [59]
 (58) = + 0,01137 [54] + 0,01263 [55] + 0,00541 [56] + 0,01491 [57] + 0,09102 [58] + 0,02313 [59]
 (59) = + 0,01048 [54] + 0,00818 [55] + 0,00312 [56] + 0,01069 [57] + 0,02313 [58] + 0,09535 [59]

Zeit der Beobachtungen: 1870, Septbr. 10 — Septbr. 27, 12 Beobachtungstage.
Ort der Beobachtungen: Ein 5,8 m hoher Steinfeiler, der bis auf Standhöhe mit Sand umschüttet ist, zugleich Dreieckspunkt.
Instrument: U.-J. I.
Beobachter: *Sadebeck* und *Schur*.
Anzahl der Beobachtungen und Zielpunkte: 72 Sätze (Mittel aus F. r. und F. l.), und zwar für

Krauschütz:	72	Doppeleinst.	auf Tafel mit vertikalem schwarzen Strich in weissem Felde, an einem starken Pfahle.
Grossberg:	18	" "	Heliotrop im Centrum.
Brautberg:	18	" "	" " "
Koschenberg:	18	" "	Pyramide, als Centrum angenommen.
Keulenberg:	18	" "	Hel. im Centrum.
Collm:	18	" "	Hel., excentrisch.
Herzberg:	18	" "	Hel. auf dem SW-Pf., excentrisch.

*) Zwischenpunkt I. Ordnung der Königl. Preussischen Landesaufnahme.

12. Collm.

Stationsergebnis:	Merkwitz	0° 0'	0,000''
	Strauch	5 35	11,749 + (60)
	Keulenberg	25 41	33,736 + (61)
	Leipzig	203 41	10,639 + (62)
	Hohburg	239 48	18,237 + (63)
	Herzberg	308 31	34,785 + (64)
	Grossberg	318 40	11,264 + (65)

Gewichtsgleichungen:

$$\begin{aligned}
 (60) &= + 0,09678 [60] + 0,00640 [61] + 0,00447 [62] + 0,00555 [63] + 0,01289 [64] + 0,01048 [65] \\
 (61) &= + 0,00640 [60] + 0,10038 [61] + 0,01776 [62] + 0,00390 [63] + 0,00229 [64] + 0,00113 [65] \\
 (62) &= + 0,00447 [60] + 0,01776 [61] + 0,09774 [62] + 0,00687 [63] + 0,00721 [64] + 0,00180 [65] \\
 (63) &= + 0,00555 [60] + 0,00390 [61] + 0,00687 [62] + 0,09773 [63] + 0,01158 [64] + 0,00893 [65] \\
 (64) &= + 0,01289 [60] + 0,00229 [61] + 0,00721 [62] + 0,01158 [63] + 0,09421 [64] + 0,01392 [65] \\
 (65) &= + 0,01048 [60] + 0,00113 [61] + 0,00180 [62] + 0,00893 [63] + 0,01392 [64] + 0,09856 [65]
 \end{aligned}$$

Zeit der Beobachtungen: 1870, August 13 — Septbr. 1, 15 Beobachtungstage.
Ort der Beobachtungen: Ein steinerner Beobachtungspfeiler auf einem 19,5 m hohen, massiven Aussichtsturm, zugleich Dreieckspunkt.
Instrument: U.-J. I.
Beobachter: Sadebeck und Schur.

Anzahl der Beobachtungen und Zielpunkte: 80 Sätze (Mittel aus F. r. und F. l.), und zwar für

Merkwitz:	80	Doppeleinst.	auf die Helmstange des Kirchthurms.
Strauch:	18	"	" Hel. im Centrum.
Keulenberg:	18	"	" " "
Leipzig:	18	"	" Hel., sehr wenig excentrisch.
Hohburg:	18	"	" Hel. im Centrum.
Herzberg:	18	"	" " "
Grossberg:	18	"	" " "

13. Hohburg.

Stationsergebnis:	Zschorna	0° 0'	0,000''
	Leipzig	82 13	26,626 + (66)
	Petersberg	118 33	15,009 + (67)
	Barnitz	164 9	13,643 + (68)
	Herzberg	234 45	46,016 + (69)
	Müglentz	315 56	9,177 + (70)
	Collm	320 32	58,791 + (71)

Gewichtsgleichungen :

$$\begin{aligned} (66) &= + 0,06440 [66] + 0,03087 [67] + 0,01593 [68] + 0,01045 [69] + 0,00983 [70] + 0,00770 [71] \\ (67) &= + 0,03087 [66] + 0,10108 [67] + 0,02568 [68] + 0,00983 [69] + 0,00882 [70] + 0,00640 [71] \\ (68) &= + 0,01593 [66] + 0,02568 [67] + 0,05693 [68] + 0,01582 [69] + 0,00818 [70] + 0,00720 [71] \\ (69) &= + 0,01045 [66] + 0,00983 [67] + 0,01582 [68] + 0,07834 [69] + 0,00774 [70] + 0,00863 [71] \\ (70) &= + 0,00983 [66] + 0,00882 [67] + 0,00818 [68] + 0,00774 [69] + 0,03426 [70] + 0,01525 [71] \\ (71) &= + 0,00770 [66] + 0,00640 [67] + 0,00720 [68] + 0,00863 [69] + 0,01525 [70] + 0,05230 [71] \end{aligned}$$

Zeit der Beobachtungen: 1869, Juni 2 — Juni 22, 19 Beobachtungstage.
Ort der Beobachtungen: Ein 6,9 m hoher, von einem Beobachtungsgerüst umgebener Steinpfeiler, zugleich Dreieckspunkt.
Instrument: U.-J. I.
Beobachter: *Sadebeck* und *Schur*.

Anzahl der Beobachtungen und Zielpunkte: 141 Sätze (Mittel aus F. r. und F. l.), und zwar für
Zschorna: 94 Doppeleinst. auf eine senkrechte Spalte in der Wand einer Scheune.
Leipzig: 32 „ „ Heliotrop, nur sehr wenig excentrisch.
Petersberg: 24 „ „ Hel. im Centrum.
Barnitz: 36 „ „ „ „ „
Herzberg: 20 „ „ „ „ „
Müglentz: 67 „ „ die Helmstange des Kirchthurms.
Collm: 42 „ „ Hel., excentrisch.

14. Leipzig.

Stationsergebnis:	Klein-Zschocher	0°	0'	0,000''
	Burkersroda	19	37	14,936 + (72)
	Petersberg	83	41	31,503 + (73)
	Barnitz	146	23	1,590 + (74)
	Hohburg	200	53	20,914 + (75)
	Collm	223	5	45,333 + (76)

Gewichtsgleichungen:

$$\begin{aligned} (72) &= + 0,10021[72] + 0,01693[73] + 0,00658[74] + 0,00291[75] + 0,00083[76] \\ (73) &= + 0,01693[72] + 0,09314[73] + 0,00440[74] + 0,00635[75] + 0,00181[76] \\ (74) &= + 0,00658[72] + 0,00440[73] + 0,09839[74] + 0,01000[75] + 0,00286[76] \\ (75) &= + 0,00291[72] + 0,00635[73] + 0,01000[74] + 0,05044[75] + 0,01441[76] \\ (76) &= + 0,00083[72] + 0,00181[73] + 0,00286[74] + 0,01441[75] + 0,09936[76] \end{aligned}$$

Zeit der Beobachtungen: 1869, Juni 26 — Juli 18, 17 Beobachtungstage.

Ort der Beobachtungen: Zwei Pfeiler, der eine (von sächsischer Seite errichtet und mit B bezeichnet) auf der unteren Gallerie der Pleissenburg, der andere auf der Umfassungsmauer des oberen Saales (vom Geodätischen Institut vorübergehend erbaut), beide excentrisch.

Instrument: U.-J. I.
Beobachter: Sadebeck und Schur.

Anzahl der Beobachtungen und Zielpunkte: Auf dem oberen Pfeiler . . 55 Sätze (Mittel aus F. r. und F. l.),
 „ „ unteren Pfeiler B . 27 „ („ „ „ „ „),
 und zwar für

Klein-Zschocher, auf dem oberen Pfeiler:	55	Doppeleinst.	auf die Helmstange des Kirchthurms.
„ „ „ „ unteren „ :	27	„ „ „ „ „ „	„ „
Burkersroda, „ „ „ oberen „ :	18	„ „	Hel. im Centrum.
Petersberg, „ „ „ „ „ :	19	„ „ „ „ „	„
Barnitz, „ „ „ „ „ :	18	„ „ „ „ „	„
Hohburg, „ „ „ „ „ :	18	„ „ „ „ „	„
„ „ „ „ „ unteren „ :	18	„ „ „ „ „	„
Collm, „ „ „ „ „ :	18	„ „	Hel., excentrisch.

Die horizontalen Entfernungen der beiden excentrischen Beobachtungspfeiler (Oberer Pfeiler und Pfeiler B) vom Dreieckspunkt (Centrum der Pleissenburg) waren durch Ablothing und direkte Messung zu 6,646 m bzw. 8,119 m bestimmt worden, wobei die Entfernung der Pfeiler voneinander über 14 m beträgt. Bei der Centrirung des auf beiden Pfeilern bestimmten Winkels zwischen dem nur 3883,4 m entfernten Klein-Zschocher und Hohburg war es deshalb auch nicht auffällig, dass in den centrirten Werthen des Winkels eine Differenz von 2,94" auftrat. Diese wurde nun dadurch zum Verschwinden gebracht, dass beiden Werthen 8,119 m und 6,646 m eine Korrektion von +0,025 m gegeben wurde. Mit den so geänderten Centrirungselementen sind sodann die definitiven Centrirungsbeträge berechnet worden, welche übrigens für die Netzrichtungen als grösste Aenderung nur 0,16" ergaben.

Bestimmt man nämlich, ohne Rücksicht auf anderweitige Verbindungen, aus den Messungen auf dem oberen und dem unteren Pfeiler den Winkel zwischen Klein-Zschocher und Hohburg, so ergeben sich unter Benutzung der direkt gemessenen und der geänderten Centrirungselemente für ihn nachstehende centrirte Werthe:

	Vor der Aenderung der Elemente.	Nach der Aenderung der Elemente.
Auf dem oberen Pfeiler	200° 53' 22,514"	200° 53' 21,013"
„ „ unteren „	200 53 19,578	200 53 21,054,

während aus der Gesamtausgleichung 200° 53' 20,914" folgt.

Infolge dieses Verfahrens sind natürlich auch die Gewichtsgleichungen nicht als korrekt anzusehen, während ein gröberer störender Einfluss auf die Werthe der resultirenden Netzwinkel indessen nicht vorhanden ist.

Uebrigens scheint nach 3 anderweitigen Bestimmungen*) der Entfernung Pfeiler B — T. P. der direkt bestimmte Werth 8,119 m ziemlich scharf zu sein, so dass in Wirklichkeit eine etwa vorhandene Unsicherheit in den Centrirungselementen allein der andern, auch weit schwieriger bestimmbar Entfernung Oberer Pfeiler — T. P. zur Last fallen würde.

*) Siehe später unter: Beschreibung der Stationen u. s. w.

15. Petersberg.

Stationsergebnis:	Lobejün	0°	0'	0,000''
	Magdeburg	18	8	22,304 + (77)
	Spitzberg	62	16	17,833 + (78)
	Hubertusberg	86	28	51,798 + (79)
	Hirseberg	87	8	43,217 + (80)
	Barnitz	110	58	17,195 + (81)
	Hohburg	146	48	33,853 + (82)
	Leipzig	173	17	1,056 + (83)
	Burkersroda	243	39	3,861 + (84)
	Brocken	322	45	45,330 + (85)
	Hoppel	331	28	16,140 + (86)

Gewichtsgleichungen:

- (77) = +0,06786[77]+0,01456[78]+0,00798[79]+0,00248[80]+0,00803[81]+0,00625[82]+0,00648[83]+0,02647[84]+0,03008[85]+0,00136[86]
- (78) = +0,01456[77]+0,05570[78]+0,01008[79]+0,00053[80]+0,01676[81]+0,02009[82]+0,02102[83]+0,02977[84]+0,00646[85]+0,00029[86]
- (79) = +0,00798[77]+0,01008[78]+0,08412[79]+0,00029[80]+0,01748[81]+0,01329[82]+0,01149[83]+0,00694[84]+0,00354[85]+0,00016[86]
- (80) = +0,00248[77]+0,00053[78]+0,00029[79]+0,10368[80]+0,00029[81]+0,00024[82]+0,00024[83]+0,00097[84]+0,00156[85]+0,01411[86]
- (81) = +0,00803[77]+0,01676[78]+0,01748[79]+0,00029[80]+0,08030[81]+0,01810[82]+0,02093[83]+0,01002[84]+0,00356[85]+0,00016[86]
- (82) = +0,00625[77]+0,02009[78]+0,01329[79]+0,00024[80]+0,01810[81]+0,08924[82]+0,02278[83]+0,01103[84]+0,00277[85]+0,00013[86]
- (83) = +0,00648[77]+0,02102[78]+0,01149[79]+0,00024[80]+0,02093[81]+0,02278[82]+0,08925[83]+0,01152[84]+0,00288[85]+0,00013[86]
- (84) = +0,02647[77]+0,02977[78]+0,00694[79]+0,00097[80]+0,01002[81]+0,01103[82]+0,01152[83]+0,10470[84]+0,01173[85]+0,00053[86]
- (85) = +0,03008[77]+0,00646[78]+0,00354[79]+0,00156[80]+0,00356[81]+0,00277[82]+0,00288[83]+0,01173[84]+0,11180[85]+0,00400[86]
- (86) = +0,00136[77]+0,00029[78]+0,00016[79]+0,01411[80]+0,00016[81]+0,00013[82]+0,00013[83]+0,00053[84]+0,00400[85]+0,10374[86]

Zeit der Beobachtungen: 1869, Juli 23 — Septbr. 1, 24 Beobachtungstage.
Ort der Beobachtungen: Zwei Steinpfeiler, von denen der eine, als „Ostpfeiler“ bezeichnet, zum Dreieckspunkt gewählt ist, während der zweite, der „Nordpfeiler“, excentrisch steht.
Instrument: U.-J. I.
Beobachter: Sadebeck und Schur.

Anzahl der Beobachtungen und Zielpunkte: Auf dem Pfeiler O: 114 Sätze (Mittel aus F. r. und F. l.),
 „ „ „ N: 24 „ („ „ „ „ „),
 und zwar für

Lobejün,	auf dem Pfeiler O:	101	Doppeleinst.	auf die Helmstange des Kirchthurms.
„ „ „ „ „	N:	6	„ „ „ „ „	(nur bei 4 Kreisständen).
Magdeburg,	„ „ „	O:	20 7	„ „ Heliotrop im Centrum, die Spitze des nördlichen Domthurmes, excentrisch.
„ „ „ „ „	N:	7	„ „	Heliotrop im Centrum (nur bei 5 Kreisständen).
Spitzberg,	„ „ „	O:	28	„ „ Hel. im Centrum.
„ „ „ „ „	N:	11	„ „ „ „ „	

Märk.-Thür. Dreiecksnetz.

Hubertusberg,	auf dem Pfeiler O:	20	Doppeleinst.	auf Heliotrop	im Centrum.
Hirseberg,	" " "	{	14	" " " " " "	"
	O:		3	" " " " " "	Pyramide, excentrisch,
			1	" " " " " "	theilweise auf Hel. und Pyr.
Barnitz,	" " "	O:	21	" " " " " "	auf Heliotrop im Centrum.
Hohburg,	" " "	O:	18	" " " " " "	" " " " " "
Leipzig,	" " "	O:	19	" " " " " "	, excentrisch auf dem oberen Pfeiler.
Burkersroda,	" " "	N:	24	" " " " " "	im Centrum.
Brocken,	" " "	O:	9	" " " " " "	, excentrisch,
			11	" " " " " "	die Thurmmitte, excentrisch.
Hoppel,	" " "	O:	18	" " " " " "	Heliotrop im Centrum.

Die beiden Beobachtungspfeiler, O und N, sind 47,9 m voneinander entfernt, während das Objekt der Nullrichtung 5605 m abliegt, so dass die Reduktion für dieselbe vom Pfeiler N nach dem Pfeiler O den hohen Betrag von $-23' 39''$ erreicht. Eine auch nur sehr mässige Ungenauigkeit in den Centrirungselementen müsste sich also hier in den centrirten Einzelresultaten stark bemerkbar machen. Gleicht man aber die Beobachtungen auf dem Nordpfeiler für sich allein aus, so geben sie centrirt nachstehende Resultate, denen zum Vergleich die der Gesamtausgleichung beigefügt sind, mit welchen sie in durchaus befriedigender Uebereinstimmung stehen.

	Nach den Messungen auf Pfeiler N.		Nach der Gesamtausgleichung.	
Lobejün	0° 0' 0,00''	6	0,00''	107
		(4)		(6)
Magdeburg	18 8 21,93	7	22,30	34
		(5)		(6)
Spitzberg	62 16 17,77	11	17,83	39
		(6)		(6)
Burkersroda	243 39 3,72	24	3,86	24
		(6)		(6)

Die Zahlen hinter den Richtungswerthen geben die Anzahl der Doppelbeobachtungen und Kreisstände, letztere in Klammern, an.

16. Spitzberg.

Stationsergebnis:	Harzwinkel	0°	0'	0,000''	
	Hubertusberg	96	36	56,607	+ (87)
	Barnitz	133	4	16,283	+ (88)
	Petersberg	204	20	54,630	+ (89)
	Magdeburg	299	56	27,876	+ (90)

Gewichtsgleichungen: (87) = + 0,09769 [87] + 0,01486 [88] + 0,01552 [89] + 0,01226 [90]
 (88) = + 0,01486 [87] + 0,09898 [88] + 0,02402 [89] + 0,00599 [90]
 (89) = + 0,01552 [87] + 0,02402 [88] + 0,09400 [89] + 0,01938 [90]
 (90) = + 0,01226 [87] + 0,00599 [88] + 0,01938 [89] + 0,10010 [90]

Zeit der Beobachtungen: 1869, Septbr. 9 — Septbr. 19, 11 Beobachtungstage.
Ort der Beobachtungen: Der mit einer Granitplatte bedeckte und mit einem Beobachtungsgertist umgebene, mächtige Schornstein des herzoglich anhaltischen Jagdschlusses, zugleich Dreieckspunkt.

Instrument: U.-J. I.
Beobachter: *Sadebeck* und *Schur*.

Anzahl der Beobachtungen und Zielpunkte: 49 Sätze (Mittel aus F. r. und F. l.), und zwar für

Harzwinkel: 49 Doppelinst. auf eine Tafel an einem starken, freistehenden Pfahl.

Hubertusberg:	{	12	"	"	"	Heliotrop im Centrum,
		6	"	"	"	die Helmstange des Jagdschlusses, excentrisch.
Barnitz:		18	"	"	"	Hel. im Centrum.
Petersberg:		18	"	"	"	" " "
Magdeburg:	{	17	"	"	"	Hel., excentrisch,
		1	"	"	"	die Spitze des nördlichen Domthurmes, excentrisch.

17. Magdeburg.

Stationsergebnis:

Westerhüsen	0°	0'	0,000''
Petersberg	0	5	0,921 + (91)
Hoppel	75	2	45,820 + (92)
Brocken	83	46	13,482 + (93)
Spitzberg	319	48	24,798 + (94)

Gewichtsgleichungen: (91) = + 0,08298 [91] + 0,02598 [92] + 0,01547 [93] + 0,00873 [94]
 (92) = + 0,02598 [91] + 0,08008 [92] + 0,02195 [93] + 0,00273 [94]
 (93) = + 0,01547 [91] + 0,02195 [92] + 0,08575 [93] + 0,00163 [94]
 (94) = + 0,00873 [91] + 0,00273 [92] + 0,00163 [93] + 0,10618 [94]

Zeit der Beobachtungen: 1864, Septbr. 14 — Oktbr. 2, 10 Beobachtungstage,
 1869, Septbr. 27 — Oktbr. 3, 5 " "
 1870, Mai 27 — Mai 30, 4 " "

Ort der Beobachtungen: 1864 ein Backsteinpfeiler, W, auf der Westseite des obersten Kranzes des nördlichen Domthurmes, T. P.
 1869 der Pfeiler W und ein zweiter Pfeiler, O, auf der Ostseite des Thurmkranzes.
 1870 der Pfeiler W.

Instrument: 1864 ein achtzölliges Universal-Instrument von *Pistor & Martins* mit Mikroskopen.
 1869 und 1870 U.-J. I.

Beobachter: 1864 *Habelmann*.
 1869 und 1870 *Sadebeck* und *Schur*.

Anzahl der Beobachtungen und Zielpunkte: 1864 auf dem Pfeiler W: 27 Sätze (Mittel aus F. r. und F. l.),
 1869 " " " O: 19 " (" " " " "), darunter jedoch 2 aufeinander folgende mit dem Gewicht $\frac{1}{2}$,
 1869 " " " W: 13 " (Mittel aus F. r. und F. l.),
 1870 " " " W: 28 " (" " " " "),
 und zwar für

Westerhüsen, 1869, auf dem Pfeiler O: 19 Doppelpinst. auf Tafel mit schwarzem Strich in weissem Felde, an einem starken Pfahle, darunter jedoch 2 aufeinander folgende mit dem Gewicht $\frac{1}{2}$.

" , 1869, " " " W: 13 " " dieselbe Tafel (nur bei 5 Kreisständen).
 " , 1870, " " " W: 28 " " " " " "
 Petersberg, 1864, " " " W: 18 " " das Kreuz des Dachreiterthurms, excentrisch (nur bei 3 symm. Kreisständen).
 " , 1869, " " " O: 4 " " den Dachreiterthurm (bei 1 Kreisstand), darunter jedoch 2 aufeinander folgende mit dem Gewicht $\frac{1}{2}$.

" , 1869, " " " W: $\left\{ \begin{array}{l} 2 \\ 1 \\ 2 \end{array} \right.$ " " Heliotrop im Centrum, den Dachreiterthurm, theilweise auf Hel. und Dachreiterthurm (zusammen bei 3 Kreisständen).
 " , 1870, " " " W: 10 " " auf Hel. im Centrum (bei 5 Kreisständen).
 Hoppel, 1864, " " " W: 27 " " " " " (" 3 symm. Kreisst.).
 " , 1869, " " " W: 10 " " " " " (" 4 Kreisständen).
 " , 1870, " " " W: 8 " " " " " (" 3 ").
 Brocken, 1864, " " " W: 18 " " die Mitte des Brockenthurmes, excentrisch (bei 3 symmetrischen Kreisständen).
 " , 1869, " " " W: 1 " " die Mitte des Brockenthurmes, excentrisch.

Brocken, 1870, auf dem Pfeiler W: 17 Doppelinst. auf Hel., excentrisch.
 Spitzberg, 1869, " " " O: 19 " " Hel. im Centrum, darunter jedoch zwei
 aufeinander folgende mit dem Gewicht $\frac{1}{2}$.

Bei der Ausgleichung ist der Doppelbeobachtung einer Richtung mit dem achtzölligen Universal-Instrument das Gewicht 0,28 beigelegt worden, während für U.-J. I der Werth 1 beibehalten wurde. Die Zahl 0,28 ist zu derselben Zeit und auf dieselbe Weise ermittelt, wie das Gewichtsverhältnis zwischen dem dreizehnzölligen und dem zehnzölligen Universal-Instrument No. I (Siehe: „Das Hessische Dreiecksnetz“, S. VI). Vergl. auch S. 5.

Gleicht man die Beobachtungen von 1864 und 1869/70 einzeln aus, so erhält man:

1864		1869/70	
		Westerhüsen 0° 0' 0,000"	60 (6)
Petersberg 0° 5' 1,000"	18 (3)	Petersberg 0 5 0,961	24 (5)
Hoppel 75 2 45,300	27 (3)	Hoppel 75 2 45,952	18 (4)
Brocken 83 46 12,952	18 (3)	Brocken 83 46 13,551	18 (6)
		Spitzberg 319 48 24,606	19 (6)

Die Uebereinstimmung dieser Resultate unter sich und mit denen der Gesamtausgleichung ist genügend.

In den Jahren 1864 und 1869 ist noch ein nicht zum Netz gehöriger Punkt: Warberg, Stein, mitbeobachtet worden; jedoch sind die Beobachtungen desselben unberücksichtigt geblieben.

Auf dem Pfeiler O (10,55 m vom T. P. entfernt) ist die auf dem Pfeiler W verdeckte Richtung nach Spitzberg ausser an Westerhüsen (7164 m entfernt) noch durch 4 Doppelbeobachtungen, von denen zwei das Gewicht $\frac{1}{2}$ haben, bei 1 Kreisstand auch an Petersberg angeschlossen. Der hieraus erhaltene und centrirte Werth des Winkels zwischen Westerhüsen und Petersberg (0° 5' 0,40") stimmt gut mit dem Resultat der Gesamtausgleichung überein.

18. Hoppel.

Stationsergebnis:

Spiegelberg	0° 0' 0,000"
Magdeburg	16 29 8,070 + (95)
Petersberg	74 51 24,446 + (96)
Brocken	222 41 24,548 + (97)
Fallstein	269 44 37,294 + (98)

Gewichtsgleichungen:

(95) = + 0,09487 [95] + 0,02634 [96] + 0,02003 [97] + 0,02286 [98]
(96) = + 0,02634 [95] + 0,09589 [96] + 0,01691 [97] + 0,02150 [98]
(97) = + 0,02003 [95] + 0,01691 [96] + 0,09636 [97] + 0,02278 [98]
(98) = + 0,02286 [95] + 0,02150 [96] + 0,02278 [97] + 0,09496 [98]

Zeit der Beobachtungen: 1871, Juni 14 — Juni 30, 9 Beobachtungstage.
Ort der Beobachtungen: Ein Beobachtungspfeiler nahe beim Dreieckspunkt (nicht identisch mit dem 1864 erbauten und später zerstörten Pfeiler).
Instrument: U.-J. I.
Beobachter: *Sadebeck* und *Schur*.
Anzahl der Beobachtungen und Zielpunkte: 44 Sätze (Mittel aus F. r. und F. l.), von denen indessen zweimal zwei aufeinander folgende nur das Gewicht $\frac{1}{2}$ haben,

und zwar für

Spiegelberg: 44 Doppeleinst. auf Tafel mit schwarzem Strich in weissem Felde, am Aussichtsthurme, darunter zweimal zwei aufeinander folgende mit dem Gewicht $\frac{1}{2}$.

Magdeburg: 18	"	"	Hel. im Centrum.
Petersberg: 18	"	"	" " "
Brocken: 18	"	"	" " "
Fallstein: 20	"	"	Hel., nur sehr wenig excentrisch, darunter zweimal zwei aufeinander folgende mit dem Gewicht $\frac{1}{2}$.

19. Burkersroda.

Stationsergebnis:

Crahwinkel	0°	0'	0,000''
Petersberg	44	11	6,120 + (99)
Leipzig	89	44	53,168 + (100)
Inselsberg	266	9	44,827 + (101)
Brocken	334	2	43,024 + (102)

Gewichtsgleichungen:

(99) = + 0,06429 [99] + 0,00252 [100] + 0,00108 [101] + 0,00637 [102]
 (100) = + 0,00252 [99] + 0,10737 [100] + 0,00064 [101] + 0,00375 [102]
 (101) = + 0,00108 [99] + 0,00064 [100] + 0,10453 [101] + 0,01671 [102]
 (102) = + 0,00637 [99] + 0,00375 [100] + 0,01671 [101] + 0,09862 [102]

Zeit der Beobachtungen: 1870, Juni 6 — Juli 12, 17 Beobachtungstage.
Ort der Beobachtungen: Zwei Ziegelsteinpfeiler, der eine in der nordöstlichen Ecke, NO-Pfeiler, zugleich Dreieckspunkt, der andere in der nordwestlichen Ecke des Mauerkranzes des Kirchthurms, NW-Pfeiler.
Instrument: U.-J. I.
Beobachter: *Sadebeck* und *Schur*.

**Anzahl der Beobachtungen
und Zielpunkte:**

Auf dem NO-Pfeiler 28 Sätze (Mittel aus F. r. und F. l.),
" " NW-Pfeiler 46 " (" " " " "),
und zwar für

Crahwinkel, auf dem	NO-Pfeiler:	28	Doppeleinst. auf	Tafel mit schwarzem Strich in weissem Felde, am Kirchthurme.
" , " "	NW-Pfeiler:	46	" "	dieselbe Tafel.
Petersberg, " "	NO-Pfeiler:	{ 10 1	" "	den Dachreiterthurm, Hel., excentrisch auf Pfeiler W.
" , " "	NW-Pfeiler:	19	" "	" " " " " W.
Leipzig, " "	NO-Pfeiler:	17	" "	Hel., sehr wenig excentrisch.
" , " "	NW-Pfeiler:	1	" "	" " " " "
Inselsberg, " "	NW-Pfeiler:	18	" "	Hel. im Centrum.
Brocken, " "	NO-Pfeiler:	1	" "	Hel., excentrisch.
" , " "	NW-Pfeiler:	17	" "	" " " "

Zum Anschluss der Beobachtungen auf dem NW-Pfeiler (7,77 m von T. P. entfernt) an die auf dem NO-Pfeiler sind die Richtungen nach dem nur 3253 m entfernten Crahwinkel und nach Petersberg benutzt worden. (Je eine einzige Doppeleinstellung von Brocken auf dem NO-Pfeiler und von Leipzig auf dem NW-Pfeiler kann hier nicht in Frage kommen). Nimmt man das Mittel der Beobachtungen des Winkels zwischen Crahwinkel und Petersberg für jeden Pfeiler, ohne Rücksicht auf anderweitige Verbindungen, so erhält man centritt:

Winkel Crahwinkel—Burkersroda—Petersberg = 44° 11' 5,86" nach den Messungen auf dem NO-Pfeiler,
" " " " " = 44 11 6,47 " " " " " NW-Pfeiler,
während die Gesamtausgleichung . . . = 44 11 6,12 ergibt.

20. Fallstein.

Stationsergebnis:

Marke	0°	0'	0,000"
Hoppel	126	44	57,431 + (103)
Brocken	181	30	59,355 + (104)

Gewichtsgleichungen:

(103) = + 0,08134 [103] + 0,02632 [104]
(104) = + 0,02632 [103] + 0,05263 [104]

Zeit der Beobachtungen:

1864, Juli 30 — August 14, 6 Beobachtungstage.

Ort der Beobachtungen:

Ein Steinpfeiler aus Ziegelsteinen mit unterirdischer Festlegung, zugleich Dreieckspunkt. *)

Instrument:

Dreizehnzölliges Universal-Instrument von *Pistor & Martins*, mit welchem gleichzeitig die Bestimmung der Zeit, des Azimuts und der Polhöhe

*) Wurde im Winter 1864/65 muthwillig zerstört und ist 1865 durch einen massiven Sandsteinpfeiler ersetzt worden.

ausgeführt wurde. (Vergl. „*Baeyer*, Astronomische Bestimmungen für die Europäische Gradmessung aus den Jahren 1857—66. Leipzig, 1873.“ S. 54 ff.).

Beobachter: *Baeyer* und *Sadebeck*.

Anzahl der Beobachtungen und Zielpunkte: 44 Sätze (Mittel aus F. r. und F. l.), und zwar für

Marke: 40 Doppeleinst. auf Tafel mit schwarzem Strich in weissem Felde, an einem starken Pfahl in 2400 m nördlicher Entfernung; dieselbe Marke wurde auch bei Bestimmung des Azimuts benutzt.

Hoppel: 24 „ „ Hel., excentrisch.

Brocken: 40 „ „ Tafel am Thurme, excentrisch.

Den Beobachtungen am dreizehnzölligen Universal-Instrument ist dasselbe Gewicht wie denen am U.-J. I gegeben worden (Vergl. „Das Hessische Dreiecksnetz.“ S. VI). Es ist bei 5 symmetrischen Kreisständen beobachtet worden. Siehe auch S. 5.

21. Seeberg.

Stationsergebnis:

Gotha	0°	0'	0,000''
Struth	9	11	54,787 + (105)
Brocken	47	9	29,448 + (106)
Inselsberg	295	25	16,415 + (107)

Gewichtsgleichungen:

(105) = + 0,05336 [105] + 0,00524 [106] + 0,00524 [107]
 (106) = + 0,00524 [105] + 0,10493 [106] + 0,00324 [107]
 (107) = + 0,00524 [105] + 0,00324 [106] + 0,10493 [107]

Zeit der Beobachtungen: 1870, Juli 21 — August 2, 8 Beobachtungstage.

Ort der Beobachtungen: Ein 2,3 m hoher Porphyrfleiler, auf welchem der Dreieckspunkt durch ein eingemeisseltes Kreuz bezeichnet ist. Das Instrument stand etwas excentrisch.

Instrument: U.-J. I.

Beobachter: *Sadebeck* und *Schur*.

Anzahl der Beobachtungen und Zielpunkte: 66 Sätze (Mittel aus F. r. und F. l.), und zwar für

Gotha: 66 Doppeleinst. auf die Helmstange des östlichen Schlossturms.
 Struth: $\left\{ \begin{array}{l} 18 \\ 18 \end{array} \right.$ „ „ „ „ „ „ Kirchthurms,
 „ „ „ „ „ „ Hel., excentrisch.
 Brocken: 18 „ „ „ „ „ „
 Inselsberg: 18 „ „ „ „ „ „ Hel. im Centrum.

22. Inselsberg.

(Siehe: „Das Hessische Dreiecksnetz“, S. 14,25 und S. 113.)

Netzausgleichungs-Ergebnis des „Hessischen Dreiecksnetzes“:

Marke	0° 0'	0,000"
Milseburg	35 35	28,109
Taufstein	53 1	0,062
Knüll	81 46	28,958
Herkules	110 40	35,577
Meisner	120 13	14,920
Brocken	171 20	12,252
Struth	150 33	16,829 + (108)
Seeberg	229 10	45,568 + (109)
Burkersroda	231 37	53,257 + (110)

Gewichtsgleichungen:
 (108) = + 0,05248 [108] + 0,00253 [109] + 0,00166 [110]
 (109) = + 0,00253 [108] + 0,02074 [109] + 0,01364 [110]
 (110) = + 0,00166 [108] + 0,01364 [109] + 0,08792 [110]

Zeit der Beobachtungen:
 1869, Sept. 3 — Sept. 30, 7 Beobachtungstage.
 1871, Aug. 5 — Aug. 13, 9 „ „
 1874, Juni 12 — Juli 6, 18 „ „

Ort der Beobachtungen:
 1869 ein Steinfeiler, G, im Dreieckspunkt.
 1871 derselbe, aber um 0,8 m erhöhte Steinfeiler.
 1874 ein Holzstamm auf dem 4 m hohen, steinernen Aussichtsturm.

Instrument:
 1869, dreizehnzölliges Universal-Instrument von *Pistor & Martins*.
 1871 und 1874, U.-J. I.

Beobachter:
 1869 *Albrecht*.
 1871 *Sadebeck* und *Schur*.
 1874 *Sadebeck* und *Werner*.

**Anzahl der Beobachtungen
und Zielpunkte:**
 1869, 30 Sätze (Mittel aus F. r. und F. l.),
 1871, 56 „ („ „ „ „ „ „),
 1874, 90 „ („ „ „ „ „ „ „),
 und zwar für

Marke, 1871: 42 Doppeleinst. auf eine Tafel an der Pyramide auf dem Seimberge.
 „ „ 1874: 46 „ „ die Pyramidenspitze auf dem Seimberge, excentrisch.
 Milseburg, 1874: 28 „ „ Hel., excentrisch.
 Taufstein, 1874: 20 „ „ „ „ „ „
 Knüll, 1874: 19 „ „ Hel. im Centrum.

Märk.-Thür. Dreiecksnetz.

Herkules,	1874: 22	Doppeleinst. auf	Hel.,	excentrisch.
Meisner,	1874: 30	"	"	Hel. im Centrum.
Brocken,	1869: 20	"	"	Hel., excentrisch (bei 5 symmetrischen Kreisständen).
"	, 1871: 31	"	"	" " " " " "
"	, 1874: 6	"	"	" " " " (bei 3 um je 30° voneinander entfernten Kreisständen).
Struth,	1871: 34	"	"	" " " " " "
Seeberg,	1869: 28	"	"	Hel. im Centrum (bei 5 symmetrischen Kreisständen).
"	, 1871: 18	"	"	" " " " " "
"	, 1874: 52	"	"	eine Tafel, excentrisch.
Burkersroda,	1869: 22	"	"	Hel., excentrisch (bei 5 symmetrischen Kreisständen).

Die Beobachtungen und sonstigen nothwendigen Angaben sind zwar schon im „Hessischen Dreiecksnetz“, S. 14/25, ausführlich aufgeführt, indessen ist hier dasjenige, was wegen der Konformität mit den übrigen Stationen wünschenswerth erschien, nochmals gegeben.

Die Stationsausgleichung allein hatte die folgenden Resultate geliefert (siehe: „Hessisches Dreiecksnetz“, S. 24/25):

Marke	0°	0'	0,000"
Milseburg	35	35	27,455 + (a)
Taufstein	53	1	1,328 + (b)
Knüll	81	46	29,723 + (c)
Herkules	110	40	35,318 + (d)
Meisner	120	13	14,201 + (e)
Brocken	171	20	12,310 + (f)
Struth	150	33	16,848 + (g)
Seeberg	229	10	45,497 + (h)
Burkersroda	231	37	53,230 + (i)

- (a) = +0,07110[a] +0,01201[b] +0,00906[c] +0,01524[d] +0,02200[e] +0,00987[f] +0,00673[g] +0,01724[h] +0,01471[i]
 (b) = +0,01201[a] +0,09833[b] +0,01857[c] +0,02568[d] +0,02056[e] +0,01501[f] +0,00917[g] +0,01741[h] +0,01659[i]
 (c) = +0,00906[a] +0,01857[b] +0,09885[c] +0,02290[d] +0,02054[e] +0,00895[f] +0,00545[g] +0,01026[h] +0,00981[i]
 (d) = +0,01524[a] +0,02568[b] +0,02290[c] +0,09648[d] +0,02557[e] +0,01732[f] +0,01086[g] +0,02240[h] +0,02066[i]
 (e) = +0,02200[a] +0,02056[b] +0,02054[c] +0,02557[d] +0,06507[e] +0,01283[f] +0,00800[g] +0,01625[h] +0,01508[i]
 (f) = +0,00987[a] +0,01501[b] +0,00895[c] +0,01732[d] +0,01283[e] +0,04636[f] +0,02379[g] +0,01663[h] +0,02680[i]
 (g) = +0,00673[a] +0,00917[b] +0,00545[c] +0,01086[d] +0,00800[e] +0,02379[f] +0,06478[g] +0,01177[h] +0,01589[i]
 (h) = +0,01724[a] +0,01741[b] +0,01026[c] +0,02240[d] +0,01625[e] +0,01663[f] +0,01177[g] +0,03257[h] +0,02712[i]
 (i) = +0,01471[a] +0,01659[b] +0,00981[c] +0,02066[d] +0,01508[e] +0,02680[f] +0,01589[g] +0,02712[h] +0,10595[i]

Hierbei ist jedoch zu bemerken, dass für die Marke Seimberg die Reduktion von der Pyramidenspitze (1874) nach der Tafel (1871), im Betrage von +7,114", nicht direkt bestimmt wurde, sondern aus der Vergleichung der Beobachtungen von 1871 mit denen von 1874 hervorgegangen ist*), so dass also die Gewichtsgleichungen nicht korrekt sind. Die richtige Ausgleichung würde verlangt haben, dass die Beobachtungen nach der Pyramidenspitze auf Seimberg (1874) wie die einer neuen Richtung behandelt wären.

Für den Anschluss an das Märkisch-Thüringische Dreiecksnetz wären nun die Ergebnisse der Stationsausgleichung so umzuformen gewesen, dass die Winkel des Hessischen Netzes ungeändert blieben. Zu dem Ende wäre es am zweckmässigsten gewesen, die gemeinschaftliche Richtung nach Brocken als Nullrichtung zu wählen, und sodann ausser den Richtungen nach Struth, Seeberg und Burkersroda auch noch derjenigen nach der Marke (als nicht zum Hessischen Netz gehörig) ein zweites System von Netzverbesserungen zu geben. In

*) Eine direkte, sechsmalige Bestimmung des Winkels zwischen der Pyramidenspitze und der Tafel aus dem Jahre 1871 hatte +8,03" ± 0,57" ergeben. Natürlich kann diese Zahl nicht mit der obengenannten in Vergleich gestellt werden, weil eine Veränderung der Lage der Pyramidenspitze von 1871 bis 1874 sehr wahrscheinlich ist.

Wirklichkeit ist aber ein etwas zu grosser Zwang ausgeübt worden, indem auch noch die Winkel zwischen der Marke und den Richtungen des Hessischen Netzes als fest beibehalten wurden. (Dies gilt auch für die entsprechenden Fälle im „Hessischen Dreiecksnetz“, S. 79/80.)

Der Beobachtungspunkt von 1874 liegt 32,0 m vom Dreieckspunkt ab, und es ist zum Anschluss der auf ihm angestellten Beobachtungen, ausser Seeberg und Brocken, auch die Richtung nach der 4631 m entfernten Marke benutzt worden. Die gesonderten Ausgleichungen der Beobachtungen von 1869 und derjenigen von 1869 und 1871 zusammen ergeben aber nachstehende Resultate.

1869		1869/71	
		Marke 0° 0' 0,000''	42 (6)
		Struth 150 33 16,966	34 (6)
Brocken 171° 20' 12,000''	20 (5)	Brocken 171 20 12,466	51 (5) u. (6)
Seeberg 229 10 45,893	28 (5)	Seeberg 229 10 45,877	46 (5) u. (6)
Burkersroda 231 37 53,385	22 (5)	Burkersroda 231 37 53,534	22 (5)

Die Uebereinstimmung dieser Resultate unter sich und mit dem der Gesamtausgleichung ist genügend. Ferner ist Folgendes zu bemerken. Im Jahre 1869 sind die Richtungen nach Brocken, Seeberg und Burkersroda zwar auf 5 symmetrischen Kreisständen, jedoch nicht gleichmässig, weil gelegentlich einer Azimutmessung beobachtet worden. So ist der sehr wichtige Winkel zwischen Brocken und Burkersroda auf Stand I gar nicht direkt beobachtet worden, und da 1871 und 1874 Burkersroda nicht bestimmt ist, das dreizehnzöllige Instrument aber offenbar stärkere systematische Theilungsfehler besass, so hätte hieraus leicht eine grössere Unsicherheit in dem Winkel Brocken—Inselsberg—Burkersroda entspringen können. Um dies einigermassen zu untersuchen, wurde angenommen, dass den Richtungen nach Seeberg und nach Burkersroda, da sie nur einen Winkel von $2\frac{1}{2}^\circ$ miteinander bilden, dieselben Theilungsfehler für jeden der 5 Kreisstände zukommen. Werden sodann die an die Winkel zwischen Brocken und Seeberg oder zwischen Brocken und Burkersroda anzubringenden Verbesserungen wegen der Theilungsfehler für die 5 Stände bezw. mit $\delta_1, \delta_2, \dots \delta_5$ bezeichnet, und wird wegen der Symmetrie der Stände

$$\delta_1 + \delta_2 + \delta_3 + \delta_4 + \delta_5 = 0$$

gesetzt, so ergeben die Beobachtungen von 1869 die Resultate:

Brocken	0° 0' 0,000''
Seeberg	57 50 33,736
Burkersroda	60 17 41,020

$$\delta_1 = +0,618'', \delta_2 = +2,152'', \delta_3 = +2,672'', \delta_4 = -2,644'', \delta_5 = -2,798''.$$

Dieses Resultat weicht von dem obenstehenden für 1869 bei dem Winkel zwischen Brocken und Seeberg um $-0,16''$, bei dem zwischen Brocken und Burkersroda um $-0,37''$ ab; die Differenzen sind also nicht erheblich.

Aus dieser Ausgleichung ergibt sich der mittlere Fehler der Gewichtseinheit (doppelte Richtungsbeobachtung) zu

$$m = \pm 0,718'' \pm 0,090'',$$

und der des Winkels Brocken—Inselsberg—Burkersroda (Gewicht = 7,94) zu

$$\mu = \pm 0,225''.$$

Die entsprechenden Zahlen der Gesamtausgleichung für Inselsberg, S. 34, (ohne Rücksicht auf Theilungsfehler) sind bezw. $\pm 1,198'' \pm 0,056''$ und $\pm 0,376''$ (Gewicht = 10,13).

Für das Märkisch-Thüringische Netz ergibt sich aus den Gewichtsgleichungen auf S. 33 das Gewicht dieses Winkels zu 11,38.

23. Brocken.

(Siehe: „Das Hessische Dreiecksnetz“, S. 1/13 und S. 113.)

**Netzausgleichungs- Ergebnis
des**
„Hessischen Dreiecksnetzes“:

Marke	0°	0'	0,000''
Inselsberg	75	55	54,810
Meisner	110	7	4,563
Herkules	128	19	18,314
Burkersroda	24	6	13,430 + (111)
Seeberg	65	30	37,769 + (112)
Struth	88	53	1,906 + (113)
Fallstein	251	42	49,356 + (114)
Woldsberg	252	13	16,067 + (115)
Magdeburg	312	24	43,306 + (116)
Hoppel	329	53	34,999 + (117)
Petersberg	353	21	6,578 + (118)

Gewichtsgleichungen:

(111) = +0,27040[111] + 0,02028[112] + 0,00790[113] + 0,03390[114] + 0,09541[115] + 0,06208[116] + 0,02995[117] + 0,05566[118]
 (112) = +0,02028[111] + 0,08246[112] + 0,02706[113] + 0,00745[114] + 0,01406[115] + 0,01034[116] + 0,00525[117] + 0,00933[118]
 (113) = +0,00790[111] + 0,02706[112] + 0,08690[113] + 0,00474[114] + 0,00599[115] + 0,00517[116] + 0,00277[117] + 0,00469[118]
 (114) = +0,03390[111] + 0,00745[112] + 0,00474[113] + 0,05965[114] + 0,03655[115] + 0,04658[116] + 0,02750[117] + 0,04276[118]
 (115) = +0,09541[111] + 0,01406[112] + 0,00599[113] + 0,03655[114] + 0,10354[115] + 0,06725[116] + 0,03241[117] + 0,06029[118]
 (116) = +0,06208[111] + 0,01034[112] + 0,00517[113] + 0,04658[114] + 0,06725[115] + 0,14774[116] + 0,03311[117] + 0,12482[118]
 (117) = +0,02995[111] + 0,00525[112] + 0,00277[113] + 0,02750[114] + 0,03241[115] + 0,03311[116] + 0,07256[117] + 0,04100[118]
 (118) = +0,05566[111] + 0,00933[112] + 0,00469[113] + 0,04276[114] + 0,06029[115] + 0,12482[116] + 0,04100[117] + 0,30806[118]

- Zeit der Beobachtungen:** 1865, Juli 17 — Aug. 15, 11 Beobachtungstage.
 1871, Juli 5 — Juli 24, 12 „ „ „ „ „ „
 1876, Aug. 26 — Okt. 3, 7 „ „ „ „ „ „
- Ort der Beobachtungen:** 1865 und 1871 ein Granitfeiler, zugleich Dreieckspunkt.
 1876 ein excentrischer Backsteinfeiler.
- Instrument:** 1865, dreizehnzölliges Universal-Instrument von *Pistor & Martins*.
 1871 und 1876, U.-J. I.
- Beobachter:** 1865 *Baeyer* und *Sadebeck*.
 1871 *Sadebeck* und *Schur*.
 1876 *Werner* und *Lamp*.
- Anzahl der Beobachtungen
und Zielpunkte:** 1865, 68 Sätze (Mittel aus F. r. und F. l.),
 1871, 65 „ („ „ „ „ „ „ „ „ „ „ „ „),
 1876, 36 „ („ „ „ „ „ „ „ „ „ „ „ „),
 und zwar für

Marke,	1871: 59	Doppeleinst. auf eine Signalstange der Forstvermessung auf den Hohneklippen.
„ ,	1876: 31	„ „ „ Tafel mit schwarzem Strich in weissem Felde, an der Signalstange, excentrisch.
Inselsberg,	1865: 11	„ „ Hel. im Centrum (bei 4 um 36° voneinander entfernten Kreisst.).
„ ,	1871: 6	„ „ „ „ „ („ 5 „ 30° „ „ „).
„ ,	1876: 18	„ „ „ auf dem Thurme, excentrisch.
Meisner,	1876: 18	„ „ „ im Centrum.
Herkules,	1876: 18	„ „ „ auf dem Pfeiler 1874, excentrisch.
Burkersroda,	1865: 11	„ „ „ im Centrum (bei 5 symmetrischen Kreisständen).
Seeberg,	1865: 5	„ „ „ „ „ („ 3 von 5 symm. „).
„ ,	1871: 19	„ „ „ „ „ .
Struth,	1871: 24	„ „ Hel., excentrisch.
Fallstein,	1865: 29	„ „ Hel. im Centrum (bei 5 symmetrischen Kreisständen).
„ ,	1871: 18	„ „ Hel., sehr wenig excentrisch.
Woldsberg,	1865: 37	„ „ einen Pfahl (1865), zugleich Marke für die Azimutbestimmung (bei 5 symmetrischen Kreisständen).
Magdeburg,	1865: { 18 10	„ „ Hel. im Centrum,
		„ „ den Gipfelpunkt des nördlichen Domthurmes, excentrisch (bei 5 symmetr. Kreisständen).
Hoppel,	1865: 14	„ „ Hel. im Centrum (bei 5 symmetr. Kreisständen).
„ ,	1871: 18	„ „ Hel., excentrisch.
Petersberg,	1865: 10	„ „ Hel. auf dem Westpfeiler, excentrisch (bei 5 symm. Kreisst.).

Für Brocken sind ebenso wie für Inselsberg die Beobachtungen, Centrirungen, die Ausgleichung u. s. w. schon ausführlich im „Hessischen Dreiecksnetz“, S. 1/13, aufgeführt. Die Stationsausgleichung allein hatte unter Berücksichtigung der hier angenommenen Reihenfolge der Richtungen ergeben (S. 10/13):

Marke	0°	0'	0,000"
Inselsberg	75	55	54,628 + (a)
Meisner	110	7	4,723 + (b)
Herkules	128	19	18,581 + (c)
Burkersroda	24	6	13,371 + (d)
Seeberg	65	30	37,723 + (e)
Struth	88	53	1,889 + (f)
Fallstein	251	42	49,312 + (g)
Woldsberg	252	13	16,006 + (h)
Magdeburg	312	24	43,256 + (i)
Hoppel	329	53	34,972 + (k)
Petersberg	353	21	6,532 + (l)

- (a) = +0,05940[a]+0,01764[b]+0,01526[c]+0,01937[d]+0,01503[e]+0,00543[f]+0,01430[g]+0,01981[h]+0,01644[i]+0,00871[k]+0,01490[l]
 (b) = +0,01764[a]+0,10097[b]+0,02725[c]+0,00575[d]+0,00446[e]+0,00161[f]+0,00425[g]+0,00588[h]+0,00488[i]+0,00259[k]+0,00442[l]
 (c) = +0,01526[a]+0,02725[b]+0,11101[c]+0,00498[d]+0,00386[e]+0,00140[f]+0,00368[g]+0,00509[h]+0,00422[i]+0,00224[k]+0,00383[l]
 (d) = +0,01937[a]+0,00575[b]+0,00498[c]+0,27672[d]+0,02517[e]+0,00967[f]+0,03857[g]+0,10187[h]+0,06744[i]+0,03279[k]+0,06051[l]
 (e) = +0,01503[a]+0,00446[b]+0,00386[c]+0,02517[d]+0,08626[e]+0,02843[f]+0,01106[g]+0,01907[h]+0,01450[i]+0,00745[k]+0,01309[l]
 (f) = +0,00543[a]+0,00161[b]+0,00140[c]+0,00967[d]+0,02843[e]+0,08739[f]+0,00605[g]+0,00781[h]+0,00668[i]+0,00359[k]+0,00606[l]
 (g) = +0,01430[a]+0,00425[b]+0,00368[c]+0,03857[d]+0,01106[e]+0,00605[f]+0,06310[g]+0,04131[h]+0,05052[i]+0,02959[k]+0,04635[l]
 (h) = +0,01981[a]+0,00588[b]+0,00509[c]+0,10187[d]+0,01907[e]+0,00781[f]+0,04131[g]+0,11015[h]+0,07273[i]+0,03533[k]+0,06526[l]
 (i) = +0,01644[a]+0,00488[b]+0,00422[c]+0,06744[d]+0,01450[e]+0,00668[f]+0,05052[g]+0,07273[h]+0,15229[i]+0,03552[k]+0,12894[l]
 (k) = +0,00871[a]+0,00259[b]+0,00224[c]+0,03279[d]+0,00745[e]+0,00359[f]+0,02959[g]+0,03533[h]+0,03552[i]+0,07385[k]+0,04320[l]
 (l) = +0,01490[a]+0,00442[b]+0,00383[c]+0,06051[d]+0,01309[e]+0,00606[f]+0,04635[g]+0,06526[h]+0,12894[i]+0,04320[k]+0,31179[l]

Gesonderte Ausgleichungen der Beobachtungen von 1865, von 1865 und 71, und von 1876 liefern nachstehende Resultate:

1865				1865/71				1876			
Burkersroda	24° 6'	13,437"	11	Hohneklippen, Signalstange	0° 0'	0,000"	59	Hohneklippen, . Tafel	0° 0'	1,210"	31
			(5)	Burkersroda	24 6	13,371	11	—	—	—	—
Seeberg	65 30	37,083	5	Seeberg	65 30	37,723	24	—	—	—	—
			(3)								
Inselsberg	75 55	54,857	11	Inselsberg	75 55	54,627	17	Inselsberg	75 55	54,627	18
			(4)								
—	—	—	—	Struth	88 53	1,888	24	Meisner	110 7	4,723	18
Fallstein	251 42	49,243	29	Fallstein	251 42	49,312	47	Herkules	128 19	18,582	18
			(5)								
Woldsberg	252 13	16,000	37	Woldsberg	252 13	16,006	37				
			(5)								
Magdeburg	312 24	43,000	28	Magdeburg	312 24	43,255	28				
			(5)								
Hoppel	329 53	35,206	14	Hoppel	329 53	34,971	32				
			(5)								
Petersberg	353 21	6,371	10	Petersberg	353 21	6,532	10				
			(5)								

Die Uebereinstimmung der Werthe für 1865 mit denen von 1865/71 ist gut, besonders, wenn man berücksichtigt, dass für die etwas stärker abweichende Richtung nach Seeberg im Jahre 1865 nur 5 Doppelbeobachtungen vorhanden sind.

Die Beobachtungen von 1876 sind auf einem Punkt, der 31,9 m vom Dreieckspunkt entfernt ist, angestellt, wobei das Objekt der Nullrichtung 5728 m entfernt war. Die Reduktion für den Zielpunkt an der Marke im Jahre 1876 (Tafel) auf den im Jahre 1871 (Signalstange) im Betrage von $-1,210''$ ist aber nicht direkt bestimmt worden, sondern dieselbe ist nichts anderes als die Differenz des Winkels zwischen Hohneklippen, Signalstange, und Inselsberg nach der Ausgleichung 1865/71 und zwischen Hohneklippen, Tafel, und Inselsberg nach den Messungen von 1876. Dadurch, dass für die Gesamtausgleichung dieser Betrag von $-1,210''$ als Centrirungswerth von Hohneklippen, Tafel, nach Hohneklippen, Signalstange, eingeführt wurde, ist einerseits bewirkt worden, dass die Resultate der Ausgleichung 1865/71 ungeändert geblieben sind, und dass ferner die 1876 gemessenen Winkel zwischen Inselsberg, Meisner und Herkules nur durch die Richtung nach Inselsberg an die früheren angeschlossen und demgemäss unverändert an die Werthe von 1865/71 angehängt sind, andererseits aber auch, dass die Gewichtsgleichungen, und zwar sowohl die für das Hessische als die für das Märkisch-Thüringische Dreiecksnetz, nicht ganz korrekt sind, indem sie der Voraussetzung entsprechen, dass der Centrirungswerth $-1,210''$ unabhängig bestimmt sei.

Führt man die Beobachtungen nach der Marke 1876 als solche einer neuen Richtung ein, so ergibt die Stationsausgleichung, abgesehen von Abweichungen im Betrage von $0,001''$, in der That dieselben Werthe der Richtungen wie oben, und für die Richtung nach der Tafel auf den Hohneklippen (1876) den Werth $0^\circ 0' 1,207''$. Sind (m) und [m] die für letztere Richtung nothwendigen Korrekturen aus der Netzausgleichung, so lauten nunmehr die richtigen Gewichtsgleichungen:

- (a) = +0,13544[a]+0,13767[b]+0,13779[c]+0,04420[d]+0,03426[e]+0,01239[f]+0,03262[g]+0,04519[h]+0,03749[i]+0,01986[k]+0,03397[l]+0,13861[m]
 (b) = +0,13767[a]+0,29042[b]+0,22065[c]+0,04491[d]+0,03481[e]+0,01260[f]+0,03317[g]+0,04592[h]+0,03810[i]+0,02020[k]+0,03452[l]+0,21877[m]
 (c) = +0,13779[a]+0,22065[b]+0,30845[c]+0,04495[d]+0,03485[e]+0,01261[f]+0,03319[g]+0,04597[h]+0,03814[i]+0,02021[k]+0,03456[l]+0,22333[m]
 (d) = +0,04420[a]+0,04491[b]+0,04495[c]+0,28482[d]+0,03145[e]+0,01195[f]+0,04456[g]+0,11015[h]+0,07432[i]+0,03643[k]+0,06673[l]+0,04522[m]
 (e) = +0,03426[a]+0,03481[b]+0,03485[c]+0,03145[d]+0,09112[e]+0,03018[f]+0,01570[g]+0,02550[h]+0,01984[i]+0,01028[k]+0,01792[l]+0,03506[m]
 (f) = +0,01239[a]+0,01260[b]+0,01261[c]+0,01195[d]+0,03018[e]+0,08802[f]+0,00773[g]+0,01012[h]+0,00860[i]+0,00460[k]+0,00780[l]+0,01268[m]
 (g) = +0,03262[a]+0,03317[b]+0,03319[c]+0,04456[d]+0,01570[e]+0,00773[f]+0,06749[g]+0,04742[h]+0,05560[i]+0,03229[k]+0,05095[l]+0,03338[m]
 (h) = +0,04519[a]+0,04592[b]+0,04597[c]+0,11015[d]+0,02550[e]+0,01012[f]+0,04742[g]+0,11861[h]+0,07976[i]+0,03904[k]+0,07162[l]+0,04624[m]
 (i) = +0,03749[a]+0,03810[b]+0,03814[c]+0,07432[d]+0,01984[e]+0,00860[f]+0,05560[g]+0,07976[h]+0,15812[i]+0,03861[k]+0,13422[l]+0,03837[m]
 (k) = +0,01986[a]+0,02020[b]+0,02021[c]+0,03643[d]+0,01028[e]+0,00460[f]+0,03229[g]+0,03904[h]+0,03861[i]+0,07548[k]+0,04599[l]+0,02033[m]
 (l) = +0,03397[a]+0,03452[b]+0,03456[c]+0,06673[d]+0,01792[e]+0,00780[f]+0,05095[g]+0,07162[h]+0,13422[i]+0,04599[k]+0,31658[l]+0,03476[m]
 (m) = +0,13861[a]+0,21877[b]+0,22333[c]+0,04522[d]+0,03506[e]+0,01268[f]+0,03338[g]+0,04624[h]+0,03837[i]+0,02033[k]+0,03476[l]+0,25262[m]

Es ist noch hervorzuheben, dass gerade die sehr wichtigen Winkel zwischen den Richtungen nach Inselsberg, Burkersroda und Petersberg mit relativ sehr geringem Gewicht bestimmt sind. Man findet nämlich, jenachdem man die Gewichtsgleichungen für das Hessische (S. 37) oder die für das Märkisch-Thüringische Netz (S. 36) benutzt,

das Gewicht des Winkels	Inselsberg—Brocken—Burkersroda	= 3,4	bezw.	3,7,
" " " "	Inselsberg—Brocken—Petersberg	= 2,9	" "	3,2,
" " " "	Burkersroda—Brocken—Petersberg	= 2,1	" "	2,1,

während die obenstehenden Gleichungen sogar nur bezw. 3,0, 2,6 und 2,1 ergeben.

In Betreff eines etwas zu grossen Anschlusszwanges bei Ableitung der Gewichtsgleichungen für das Märkisch-Thüringische Dreiecksnetz (S. 36) gilt dasselbe wie für Inselsberg (S. 34/35).

III. Kapitel.

Bedingungsgleichungen.

Insoweit die Konfiguration des Märkisch-Thüringischen Dreiecksnetzes zu Bedingungsgleichungen Anlass giebt, enthält es 23 Punkte, auf denen beobachtet ist, und 2 Punkte, welche nur angeschnitten sind. Zwischen ihnen sind 55 Richtungen gegenseitig und 8 einseitig beobachtet worden. Hieraus ergibt sich

$$\left. \begin{array}{l} \text{die Anzahl der Winkelgleichungen} = 55 - 23 + 1 = 33 \\ \text{und „ „ „ Seitengleichungen} = 63 - 50 + 3 = 16 \end{array} \right\} \text{zusammen 49.}$$

Als fünfzigste Gleichung ist sodann noch die Zwangsbedingung dafür aufgenommen, dass das Verhältnis der Anschlussseiten Glienicke—Colberg und Glienicke—Eichberg den durch die „Küstenvermessung“, S. 363, bestimmten Werth behalten soll.

Die Aufstellung der Bedingungsgleichungen erfolgte in derselben Weise, wie im „Hessischen Dreiecksnetz“, S. 81 ff.; insbesondere sind zur Ableitung der Seitengleichungen Logarithmen mit 8 richtigen Decimalstellen benutzt worden; jedoch ist von einer ausführlichen Darstellung im Folgenden abgesehen, indem man sich bei den Winkelgleichungen auf die Aufführung des sphärischen Excesses und bei den Seitengleichungen auf die Kenntlichmachung des bei ihrer Ableitung benutzten Centralpunktes durch fetten Druck beschränkte. Endlich sind auch diejenigen Winkelgleichungen aufgenommen, welche von den bei der Ausgleichung benutzten abhängig sind, um hierdurch einen besseren Ueberblick über die Schlussfehler der Dreiecke zu ermöglichen; indessen sind die Excesse der überschüssenden Dreiecke nicht direkt berechnet, es ist aber eine Kontrolle durch Einsetzen der ermittelten Verbesserungen in die fraglichen Gleichungen ausgeübt worden.

Bei der Durchsicht des vorgefundenen Rechnungsmateriales fanden sich in der Aufstellung der Seitengleichungen einige, übrigens unbedeutende und das Endergebnis nicht schädigende Mängel. Es hätte nämlich in einigen Fällen der Centralpunkt bei Vierecken mit Rücksicht auf die numerische Rechnung etwas günstiger gewählt werden können; ferner ist in zwei Fällen ein Punkt unnöthigerweise in Rechnung gezogen.

I. Eichberg—Glienicke—Golmberg.

$$0 = -0,605'' + (1) - (3) + (10) - (19); \quad \varepsilon = 1,317''.$$

II. Glienicke—Colberg—Golmberg.

$$0 = -0,614'' + (3) + (4) - (10) + (11); \quad \varepsilon = 2,162''.$$

III. **Glienicke—Eichberg—Berlin—Colberg—Golmberg.***)

$$0 = -1,054'' + 0,8770 (1) - 1,0487 (4) - 2,6288 (10) + 0,9036 (11) + 1,7252 (19).$$

IV. **Hagelsberg—Eichberg—Golmberg.**

$$0 = -0,358'' - (1) + (2) - (6) + (7) - (18) + (19); \quad \varepsilon = 4,191''.$$

V. **Hagelsberg—Golmberg—Barnitz.**

$$0 = +1,224'' - (7) + (9) - (16) + (18) + (26) - (28); \quad \varepsilon = 6,626''.$$

VI. **Hagelsberg—Golmberg—Hirseberg.**

$$0 = +1,583'' - (7) + (8) - (17) + (18) - (33) + (34); \quad \varepsilon = 2,379''.$$

VII. **Hirseberg—Golmberg—Barnitz.**

$$0 = -1,261'' - (16) + (17) - (25) + (26) + (30) - (34); \quad \varepsilon = 3,374''.$$

Hagelsberg—Hirseberg—Barnitz.

V - VI - VII.

$$0 = +0,902'' - (8) + (9) + (25) - (28) - (30) + (33); \quad \varepsilon = 0,873''.$$

VIII. **Golmberg—Barnitz—Hagelsberg—Hirseberg.**

$$0 = -0,304'' + 0,4755 (7) - 0,7913 (8) + 0,3158 (9) - 0,9241 (25) + 0,3915 (26) + 0,5326 (28) \\ + 0,3002 (30) + 0,3408 (33) - 0,6410 (34).$$

IX. **Hagelsberg—Hirseberg—Hubertusberg.**

$$0 = +0,739'' + (5) - (8) - (32) + (33) - (35) + (36); \quad \varepsilon = 0,565''.$$

X. **Hubertusberg—Hirseberg—Barnitz.**

$$0 = -1,290'' - (24) + (25) - (30) + (32) - (36) + (38); \quad \varepsilon = 0,540''.$$

Hagelsberg—Barnitz—Hubertusberg.

- V + VI + VII + IX + X.

$$0 = -1,453'' + (5) - (9) - (24) + (28) - (35) + (38); \quad \varepsilon = 0,232''.$$

*) Um das Verhältnis der Seite Glienicke—Colberg zur Seite Glienicke—Eichberg mit dem aus der „Küstenvermessung“, S. 363, folgenden in Uebereinstimmung zu bringen, ist die obige Seitengleichung unter der Bedingung angesetzt worden, dass die Winkel der Dreiecke Glienicke—Eichberg—Berlin und Glienicke—Berlin—Colberg die in der „Küstenvermessung“, S. 363/364, gegebenen Werthe behalten. Hierdurch ergibt sich zwar für den Logarithmus des betr. Verhältnisses ein um 1.0 Einheiten der 7. Decimale kleinerer Werth, als er aus den Logarithmen der betr. Seitenlängen selbst nach Seite 363 der „Küstenvermessung“ folgt, indessen ist in Hinblick darauf, dass sich bei vorgenommenen Nachrechnungen von Dreiecken in der Nähe der Berliner Grundlinie, unter Benutzung der definitiven Winkel der „Küstenvermessung“, noch weit bedeutendere Differenzen gegen die daselbst angegebenen Logarithmen der Seiten herausstellten, hierauf nicht weiter Rücksicht genommen. (Vergl. S. 48.)

XI. Hirseberg—Barnitz—Hubertusberg—Hagelsberg—Golmberg.

$$0 = + 5,847'' + 2,1228 (5) + 0,7913 (7) - 2,9141 (8) + 2,0474 (16) - 4,8656 (17) + 2,8182 (18) \\ + 2,7737 (24) - 3,6978 (25) + 0,9241 (26) + 0,7799 (35) - 0,2385 (36) - 0,5414 (38).$$

XII. Barnitz—Golmberg—Herzberg.

$$0 = - 0,972'' - (15) + (16) - (26) + (27) - (43) + (44); \quad \varepsilon = 4,268''.$$

XIII. Barnitz—Hubertusberg—Hirseberg—Golmberg—Herzberg.

$$0 = - 4,559'' + 0,9442 (15) - 2,9916 (16) + 2,0474 (17) - 2,3899 (24) + 2,3899 (27) - 0,8204 (30) \\ + 1,1206 (32) - 0,3002 (34) - 0,5414 (36) - 3,0963 (37) + 3,6377 (38) + 0,1389 (43) \\ - 0,1389 (44).$$

XIV. Golmberg—Grossberg—Barnitz.

$$0 = + 0,448'' - (14) + (16) - (26) + (29) + (47) - (52); \quad \varepsilon = 5,283''.$$

XV. Golmberg—Grossberg—Herzberg.

$$0 = + 0,322'' - (14) + (15) - (44) + (45) + (47) - (53); \quad \varepsilon = 0,763''.$$

Barnitz—Herzberg—Grossberg.

XIV - XII - XV.

$$0 = + 1,098'' - (27) + (29) + (43) - (45) - (52) + (53); \quad \varepsilon = 0,252''.$$

XVI. Golmberg—Grossberg—Barnitz—Herzberg.

$$0 = - 0,432'' - 0,1121 (26) + 1,4048 (27) - 1,2927 (29) - 0,1389 (43) + 0,2660 (44) - 0,1271 (45) \\ - 0,2378 (47) - 0,1149 (52) + 0,3527 (53).$$

XVII. Herzberg—Strauch—Collm.

$$0 = + 0,709'' + (41) - (46) - (58) + (59) + (60) - (64); \quad \varepsilon = 3,944''.$$

XVIII. Herzberg—Grossberg—Collm.

$$0 = + 1,720'' + (41) - (45) - (50) + (53) - (64) + (65); \quad \varepsilon = 0,959''.$$

XIX. Grossberg—Strauch—Collm.

$$0 = - 0,537'' - (49) + (50) + (54) - (58) + (60) - (65); \quad \varepsilon = 3,499''.$$

Herzberg—Grossberg—Strauch.

XVIII + XIX - XVII.

$$0 = + 0,474'' - (45) + (46) - (49) + (53) + (54) - (59); \quad \varepsilon = 0,514''.$$

XX. Collm—Herzberg—Grossberg—Strauch.

$$0 = -0,689'' + 0,7261 (41) - 0,0200 (45) - 0,7061 (46) + 0,6510 (49) - 0,8506 (50) + 0,1996 (53) \\ + 0,2466 (54) + 0,1541 (58) - 0,4007 (59).$$

XXI. Grossberg—Herzberg—Golmberg—Brautberg—Strauch—Collm.*)

$$0 = -1,107'' + 1,8388 (13) - 6,4692 (14) + 4,6304 (15) - 0,0200 (41) - 0,1271 (44) + 0,1471 (45) \\ + 0,8741 (47) - 1,6126 (48) + 0,7385 (49) - 1,6149 (54) + 1,3683 (55) + 0,2466 (58) \\ + 0,9352 (60) + 5,5894 (64) - 6,5246 (65).$$

XXII. Herzberg—Collm—Hohburg.

$$0 = +1,795'' - (41) + (42) - (63) + (64) - (69) + (71); \quad \varepsilon = 2,147''.$$

XXIII. Collm—Hohburg—Herzberg—Grossberg.

$$0 = +3,315'' - 2,0772 (41) + 2,0972 (43) - 0,0200 (45) + 2,2459 (50) - 2,4455 (51) + 0,1996 (53) \\ + 0,2346 (63) - 0,2346 (65) + 0,0737 (69) - 0,0737 (71).$$

XXIV. Barnitz—Herzberg—Hohburg.

$$0 = +0,588'' + (20) - (27) - (42) + (43) - (68) + (69); \quad \varepsilon = 3,742''.$$

XXV. Leipzig—Hohburg—Collm.

$$0 = -1,468'' - (62) + (63) + (66) - (71) - (75) + (76); \quad \varepsilon = 1,320''.$$

XXVI. Barnitz—Hohburg—Leipzig.

$$0 = +0,782'' - (20) + (21) - (66) + (68) - (74) + (75); \quad \varepsilon = 2,829''.$$

XXVII. Hohburg—Leipzig—Barnitz—Herzberg—Collm.

$$0 = -8,900'' - 1,6016 (20) + 1,0514 (21) + 0,5502 (27) + 2,0972 (41) - 2,9910 (42) + 0,8938 (43) \\ + 1,3704 (62) - 1,7599 (63) + 0,3895 (64) + 0,7132 (74) - 3,1628 (75) + 2,4496 (76).$$

XXVIII. Herzberg—Hohburg—Barnitz—Golmberg—Grossberg—Collm.

$$0 = +2,090'' - 4,6304 (14) + 5,5746 (15) - 0,9442 (16) - 0,5502 (20) - 1,4048 (26) + 1,9550 (27) \\ - 0,3527 (47) - 0,1996 (50) + 0,5523 (53) - 0,3895 (63) + 5,9789 (64) - 5,5894 (65) \\ - 0,3520 (68) + 0,4257 (69) - 0,0737 (71).$$

XXIX. Barnitz—Hohburg—Petersberg.

$$0 = -0,986'' - (20) + (22) - (67) + (68) - (81) + (82); \quad \varepsilon = 4,073''.$$

*) Weshalb Collm in diese Gleichung aufgenommen wurde, ist unklar.

XXX. Barnitz—Leipzig—Petersberg.

$$0 = + 0,370'' - (21) + (22) - (73) + (74) - (81) + (83); \quad \varepsilon = 4,103''.$$

Petersberg—Hohburg—Leipzig.

XXVI — XXIX + XXX.

$$0 = + 2,138'' - (66) + (67) - (73) + (75) - (82) + (83); \quad \varepsilon = 2,859''.$$

XXXI. Barnitz—Hohburg—Leipzig—Petersberg.

$$0 = - 0,095'' + 0,1418 (66) - 0,9793 (67) + 0,8375 (68) + 0,5163 (73) - 1,2295 (74) + 0,7132 (75) \\ + 0,8599 (81) - 1,3846 (82) + 0,5247 (83).$$

XXXII. Barnitz—Petersberg—Hirseberg.

$$0 = + 0,276'' - (22) + (25) - (30) + (31) - (80) + (81); \quad \varepsilon = 2,884''.$$

XXXIII. Barnitz—Petersberg—Hubertusberg.

$$0 = - 0,427'' - (22) + (24) - (38) + (39) - (79) + (81); \quad \varepsilon = 2,440''.$$

Petersberg—Hubertusberg—Hirseberg.

X — XXXII + XXXIII.

$$0 = - 1,993'' - (31) + (32) - (36) + (39) - (79) + (80); \quad \varepsilon = 0,096''.$$

XXXIV. Barnitz—Petersberg—Hubertusberg—Hirseberg.

$$0 = - 2,185'' + 0,1309 (30) - 1,2515 (31) + 1,1206 (32) - 0,5414 (36) - 0,0886 (38) + 0,6300 (39) \\ + 2,1953 (79) - 2,2645 (80) + 0,0692 (81).$$

XXXV. Barnitz—Leipzig—Petersberg—Hirseberg—Golmberg—Herzberg—Hohburg.*

$$0 = + 1,273'' + 0,9442 (15) - 2,9916 (16) + 2,0474 (17) - 0,9513 (30) + 1,2515 (31) - 0,3002 (34) \\ + 0,8938 (42) - 0,7549 (43) - 0,1389 (44) + 0,1418 (66) - 0,4938 (68) + 0,3520 (69) \\ + 0,5163 (73) - 1,2295 (74) + 0,7132 (75) + 2,2645 (80) - 2,7892 (81) + 0,5247 (83).$$

XXXVI. Barnitz—Petersberg—Spitzberg.

$$0 = + 0,889'' - (22) + (23) - (78) + (81) - (88) + (89); \quad \varepsilon = 3,454''.$$

XXXVII. Hubertusberg—Petersberg—Spitzberg.

$$0 = + 0,462'' - (39) + (40) - (78) + (79) - (87) + (89); \quad \varepsilon = 2,208''.$$

Spitzberg—Hubertusberg—Barnitz.

XXXIII — XXXVI + XXXVII.

$$0 = - 0,854'' - (23) + (24) - (38) + (40) - (87) + (88); \quad \varepsilon = 1,194''.$$

*) Der Grund für die Aufnahme von Leipzig in diese Gleichung ist unklar.

XXXVIII. Petersberg—Spitzberg—Hubertusberg—Barnitz.

$$0 = +0,043'' + 0,7124 (22) - 0,5768 (23) - 0,1356 (24) + 0,6300 (38) - 1,5286 (39) + 0,8986 (40) \\ - 0,3198 (87) - 0,3389 (88) + 0,6587 (89).$$

XXXIX. Magdeburg—Spitzberg—Petersberg.

$$0 = +0,391'' - (77) + (78) - (89) + (90) + (91) - (94); \quad \varepsilon = 4,507''.$$

XL. Petersberg—Hoppel—Magdeburg.

$$0 = -0,782'' + (77) - (86) - (91) + (92) - (95) + (96); \quad \varepsilon = 8,221''.$$

XLI. Petersberg—Brocken—Magdeburg.

$$0 = +0,368'' + (77) - (85) - (91) + (93) - (116) + (118); \quad \varepsilon = 12,439''.$$

XLII. Petersberg—Burkersroda—Brocken.

$$0 = -0,824'' - (84) + (85) + (99) - (102) + (111) - (118); \quad \varepsilon = 12,241''.$$

XLIII. Petersberg—Leipzig—Burkersroda.

$$0 = +1,352'' - (72) + (73) - (83) + (84) - (99) + (100); \quad \varepsilon = 5,068''.$$

XLIV. Petersberg—Brocken—Hoppel.

$$0 = -0,105'' - (85) + (86) - (96) + (97) - (117) + (118); \quad \varepsilon = 2,596''.$$

Brocken—Magdeburg—Hoppel.

— XL + XLI — XLIV.

$$0 = +1,255'' - (92) + (93) + (95) - (97) - (116) + (117); \quad \varepsilon = 1,622''.$$

XLV. Hoppel—Brocken—Fallstein.

$$0 = -1,314'' - (97) + (98) - (103) + (104) - (114) + (117); \quad \varepsilon = 1,627''.$$

XLVI. Burkersroda—Inselsberg—Brocken.

$$0 = -0,380'' - (101) + (102) + (110) - (111); \quad \varepsilon = 20,962''.$$

XLVII. Seeberg—Inselsberg—Brocken.

$$0 = -1,298'' + (106) - (107) + (109) - (112); \quad \varepsilon = 4,688''.$$

XLVIII. Petersberg—Brocken—Magdeburg—Hoppel.

$$0 = + 2,280'' - 0,1581 (91) + 0,2687 (92) - 0,1106 (93) + 0,6159 (95) + 0,9741 (96) - 1,5900 (97) \\ - 1,1528 (116) + 2,3044 (117) - 1,1516 (118).$$

XLIX. Petersberg—Leipzig—Burkersroda—Brocken—Magdeburg—Spitzberg—Barnitz.

$$0 = + 2,664'' + 0,7003 (21) - 1,2771 (22) + 0,5768 (23) + 0,4862 (72) - 1,0025 (73) + 0,5163 (74) \\ + 0,3389 (88) - 0,2410 (89) - 0,0979 (90) - 1,2907 (91) + 0,1106 (93) + 1,1801 (94) \\ - 1,3417 (99) + 0,9805 (100) + 0,3612 (102) + 1,6807 (111) + 1,1528 (116) - 2,8335 (118).$$

L. Struth—Brocken—Seeberg—Inselsberg.

$$0 = + 0,608'' - 1,5728 (105) + 1,2818 (106) + 0,2910 (107) + 2,4338 (108) + 0,2012 (109) + 2,3138 (112) \\ + 2,0343 (113).$$

IV. Kapitel.

Zusammenstellung der Entfernungen und Richtungen.

Die Ausgleichung des Märkisch-Thüringischen Dreiecksnetzes ist unter Zugrundelegung der Gewichtsgleichungen des II. Kapitels und der im III. Kapitel aufgeführten Bedingungsgleichungen für die Richtungs- bzw. Winkel-Verbesserungen in bekannter Weise durchgeführt worden. Von der Wiedergabe der Zwischenrechnungen in der gewohnten Ausführlichkeit hat man indessen aus den in der Einleitung angeführten Gründen absehen zu können geglaubt. Alle Rechnungen sind doppelt von zwei verschiedenen Rechnern geführt; insbesondere geschah die Auflösung der 50 Normalgleichungen einmal logarithmisch und sodann mit Hilfe der *Thomas'schen* Rechenmaschine. Ueberdies wurde die Auflösung der Normalgleichungen durch Einsetzen der Korrelaten, und die Befriedigung der Bedingungsgleichungen durch Einsetzen der gefundenen Verbesserungen geprüft. Bei der mit 8 richtigen Dezimalstellen der Logarithmen (durch Entnahme aus *Vega's* „Thesaurus logarithmorum“) durchgeführten Berechnung der Entfernungen ist von der Seite Brocken—Inselsberg ausgegangen, und für sie derjenige Werth angenommen, welcher sich aus der Ausgleichung des Rheinischen und Hessischen Dreiecksnetzes, gestützt auf die Bonner Grundlinie, ergeben hatte, nämlich:

$$\text{Brocken—Inselsberg: } S = 105\,976,409 \text{ m; } \log S = 5,0252092.0.^*)$$

Somit bilden die bis jetzt vom Königl. Preussischen Geodätischen Institut publicirten Dreiecksketten ein zusammenhängendes, einheitliches Ganzes, was im Interesse der Einfachheit wünschenswerth erschien.

Leitet man aus den Resultaten der „Hannoversch-Sächsischen Dreieckskette“ der Königlich Preussischen Landesaufnahme, wie sie in dem 1887 veröffentlichten Uebersichtsheft**) mitgetheilt sind, die Länge der Seite Brocken—Inselsberg, bezogen auf die Dreieckspunkte des Geodätischen Instituts, ab, so erhält man:

$$\text{Brocken—Inselsberg: } S' = 105\,976,254 \text{ m; } \log S' = 5,0252085.6.^{***})$$

*) Vergl. „Hessisches Dreiecksnetz“, S. 113.

**) „Die Königlich Preussische Landes-Triangulation. — I. Verzeichniss der Druckwerke der trigonometrischen Abtheilung der Landesaufnahme. — II. Die Dreiecksmessungen I. Ordnung 1876—87. — III. Die Ergebnisse der Hauptdreiecksmessungen 1876—1885“. S. 26/29.

***) Siehe die Vergleichen im letzten Kapitel.

Da nun dieser Werth, wie überhaupt die Berechnung der Seitenlängen für die Hannoversch-Sächsische Dreieckskette in jenem Uebersichtshefte, auf der nahe gelegenen Göttinger Grundlinie beruht, so war man bei der geringen Differenz von 6.4 Einheiten der 7. Decimale des Logarithmus auch aus diesem Grunde berechtigt, mit der aus der Bonner Grundlinie folgenden Länge der Seite Brocken—Inselsberg weiterzurechnen.

Die Berechnung der Dreiecke konnte überall unter Anwendung des *Legendre'schen* Satzes erfolgen, wobei häufige Kontrollen durch die Ableitung von Dreiecksseiten auf verschiedenen Wegen ausgeführt wurden. Die grösste hierbei zu Tage getretene Differenz erreichte noch nicht 3 Einheiten der 8. Decimale des Logarithmus.

In der folgenden Zusammenstellung, welche keiner weiteren Erläuterung bedarf, sind bei allen Angaben, welche sich auf Punkte beziehen, die anderen Triangulationen oder bereits veröffentlichten Dreiecksketten unmittelbar angehören, die nöthigen Hinweisungen in Anmerkungen angegeben. Für diejenigen Punkte aber, deren Stationscentra im Märkisch-Thüringischen Netze mit anderweitig angenommenen nicht übereinstimmen, sei hiermit auf die später folgende Beschreibung der Dreieckspunkte u. s. w. verwiesen.

Der Anschluss an die „Küstenvermessung“, von dem allein an dieser Stelle die Rede sein soll, wurde nicht nur auf die Seiten Eichberg—Glienicke und Glienicke—Colberg beschränkt, sondern es wurden entsprechend der Bedingungsgleichung III., S. 41, auch noch die Dreiecke Eichberg—Berlin—Glienicke und Glienicke—Berlin—Colberg mit den definitiven Winkeln der „Küstenvermessung“, S. 363/364, und den Seitenlängen des Märkisch-Thüringischen Netzes berechnet, und die Resultate in die Tabellen für die Stationen Eichberg, Glienicke und Colberg aufgenommen. In analoger Weise wurde mit dem Dreiecke Eichberg—Rauenberg—Glienicke verfahren, um hierdurch den astronomischen Punkt I. Ordnung Rauenberg in das System des vorliegenden Dreiecksnetzes einzufügen. Auf diese Art wurden nachstehende Vergleichen ermöglicht, wobei zu bemerken ist, dass die Logarithmen der Seitenlängen der „Küstenvermessung“ 1. eine Korrektion von + 31.6 Einheiten der 7. Decimale*) erhalten haben und 2. durch Addition von 0,2898199.3 für Meter angesetzt sind.

<i>S</i>	<i>log S</i>		<i>M — K</i>
	Märk.-Thür. Netz.	Küstenvermessung.	
Eichberg—Berlin	4,4851223.2	. . . 1340.0	— 116.8
Eichberg—Rauenberg	4,3655973.3	. . . 6088.4	— 115.1
Eichberg—Glienicke	4,2742155.7	. . . 2271.6	— 115.9
Glienicke—Rauenberg	4,3099212.9	. . . 9328.0	— 115.1
Glienicke—Berlin	4,4489700.1	. . . 9816.1	— 116.0
Glienicke—Colberg	4,4815507.2	. . . 5624.1	— 116.9
Colberg—Berlin	4,6232923.1	. . . 3037.3	— 114.2

Die Abweichungen der Differenzen voneinander rühren von Ungenauigkeiten in den Rechnungsergebnissen der „Küstenvermessung“ her.

*) Vergl. den „General-Bericht über die mitteleuropäische Gradmessung pro 1863“. S. 22/23.

Station	Entfernung in Metern		Richtung				
	S	log S	Ausgeglichen			Beobachtet	Verbesserung
1. Eichberg.¹⁾							
Berlin ¹⁾	30557,817 ²⁾	4,4851223.2 ²⁾	0°	0'	0,000''	0,000''	—
Rauenberg ¹⁾	23205,842 ²⁾	4,3655973.3 ²⁾	7	23	28,179 ³⁾	—	—
Glienicke ¹⁾	18802,499 ²⁾	4,2742155.7 ²⁾	64	23	15,967 ³⁾	—	—
Golmberg	36785,513	4,5656768.1	113	8	13,557	13,029	+ 0,528''
Hagelsberg ⁴⁾	45003,687 ⁵⁾	4,6532480.9 ⁵⁾	203	22	16,244 ⁵⁾	16,035	+ 0,209
2. Glienicke.¹⁾							
Berlin ¹⁾	28117,067 ²⁾	4,4489700.1 ²⁾	0	0	0,000	0,000	—
Colberg ¹⁾	30307,542 ²⁾	4,4815507.2 ²⁾	91	51	26,453 ³⁾	—	—
Golmberg	28188,790	4,4500764.3	180	19	15,555	15,672	— 0,117
Eichberg ¹⁾	18802,499 ²⁾	4,2742155.7 ²⁾	281	28	24,633 ³⁾	—	—
Rauenberg ¹⁾	20413,679 ²⁾	4,3099212.9 ²⁾	353	54	10,640 ³⁾	—	—
3. Colberg.¹⁾							
Golmberg	40833,043	4,6110117.5	0	0	0,000	0,000	—
Glienicke ¹⁾	30307,542 ²⁾	4,4815507.2 ²⁾	43	38	16,010	15,938	+ 0,072
Berlin ¹⁾	42004,161 ²⁾	4,6232923.1 ²⁾	85	37	50,481 ³⁾	—	—
4. Hagelsberg.⁴⁾							
Lotzschke	—	—	0	0	0,000	0,000	—
Hubertusberg	25452,370	4,4057282.2	0	42	31,489	31,352	+ 0,137
Eichberg ¹⁾	45003,687 ⁵⁾	4,6532480.9 ⁵⁾	244	40	10,628	10,520	+ 0,108
Golmberg	58240,966	4,7652285.7	283	50	18,756	18,525	+ 0,231
Hirseberg	20575,481	4,3133500.0	335	29	4,736	4,576	+ 0,160
Barnitz	47120,276	4,6732078.2	356	18	47,961	48,351	— 0,390

¹⁾ Identisch mit den gleichnamigen Punkten der „Küstenvermessung“.
²⁾ Die entsprechenden Angaben der „Küstenvermessung“ für diese Seiten vergl. daselbst, S. 363/364.
³⁾ Uebereinstimmend mit den definitiven Resultaten der „Küstenvermessung“, S. 363/364.
⁴⁾ Identisch mit dem gleichnamigen Punkte der „Zusammenstellung der berechneten Entfernungen der Dreieckspunkte von der Seite Eichberg—Eichstädt bis zur Seite Hoehbeck—Ruhnerberg“ im „General-Bericht über die mitteleuropäische Gradmessung pro 1863“, S. 23/26.
⁵⁾ Die entsprechenden Angaben für diese Seite in der „Zusammenstellung u. s. w.“ vergl. im „General-Bericht pro 1863“, S. 23/24, und für die dazugehörige Richtung auf Eichberg in der „Küstenvermessung“, S. 364, und im „General-Bericht pro 1863“, S. 23.

Station	Entfernung in Metern		Richtung			
	<i>S</i>	log <i>S</i>	Ausgeglichen	Beobachtet	Verbesserung	
5. Golmberg.						
Marke	—	—	0° 0' 0,000"	0,000"		
Glienicke ¹⁾	28188,790	4,4500764.3	28 16 32,848	32,728	+ 0,120"	
Colberg ¹⁾	40833,043	4,6110117.5	76 10 29,900	29,119	+ 0,781	
Marienberg	—	—	115 17 57,994	57,596	+ 0,398	
Brautberg	51289,206	4,7100259.8	157 9 3,442	2,566	+ 0,876	
Grossberg	38755,209	4,5883300.8	203 10 44,792	44,116	+ 0,676	
Herzberg	36842,228	4,5663458.8	215 21 55,327	55,667	— 0,340	
Barnitz	62924,543	4,7988200.8	262 0 39,034	39,146	— 0,112	
Hirseberg	48251,194	4,6835080.7	288 2 34,678	33,797	+ 0,881	
Hagelsberg ⁴⁾	58240,966	4,7652285.7	307 34 44,824	45,217	— 0,393	
Eichberg ¹⁾	36785,513	4,5656768.1	358 10 38,200	38,039	+ 0,161	
6. Barnitz.						
Reinharz	—	—	0 0 0,000	0,000		
Hohburg ⁶⁾	36512,039	4,5624360.8	50 25 46,283	46,803	— 0,520	
Leipzig	44401,842	4,6474009.9	93 59 43,874	44,073	— 0,199	
Petersberg	44555,169	4,6488980.9	148 59 34,498	34,598	— 0,100	
Spitzberg	35342,753	4,5483003.8	209 1 0,565	1,232	— 0,667	
Hubertusberg	21830,085	4,3390554.4	246 42 57,454	57,540	— 0,086	
Hirseberg	28833,069	4,4598908.5	266 32 29,507	29,497	+ 0,010	
Golmberg	62924,543	4,7988200.8	313 48 4,730	4,542	+ 0,188	
Herzberg	46192,818	4,6645744.6	349 14 50,032	49,746	+ 0,286	
Hagelsberg ⁴⁾	47120,276	4,6732078.2	251 50 33,099	32,589	+ 0,510	
Grossberg	54195,597	4,7339640.0	351 31 36,416	36,471	— 0,055	
7. Hirseberg.						
Grabo	—	—	0 0 0,000	0,000		
Barnitz	28833,069	4,4598908.5	12 56 7,161	7,202	— 0,041	
Petersberg	63283,595	4,8012911.5	51 33 40,723	41,485	— 0,762	
Hubertusberg	11120,002	4,0461048.5	54 40 47,960	47,351	+ 0,609	
Hagelsberg ⁴⁾	20575,481	4,3133500.0	157 24 28,400	28,294	+ 0,106	
Golmberg	48251,194	4,6835080.7	266 13 34,653	34,785	— 0,132	

⁶⁾ Identisch mit dem gleichnamigen Punkte der Königl. Sächsischen Landesvermessung.

Station	Entfernung in Metern		Richtung				
	S	log S	Ausgeglichen			Beobachtet	Verbesserung
8. Hubertusberg.							
Wahlsdorf	—	—	0°	0'	0,000''	0,000''	
Hagelsberg ⁴⁾	25452,370	4,4057282.2	4	44	53,535	53,681	— 0,146''
Hirseberg	11120,002	4,0461048.5	56	47	46,906	47,266	— 0,360
Herzberg	55207,863	4,7420009.4	120	27	45,821	45,925	— 0,104
Barnitz	21830,085	4,3390554.4	175	13	34,594	34,410	+ 0,184
Petersberg	52183,570	4,7175337.8	233	0	48,412	48,084	+ 0,328
Spitzberg	22466,264	4,3515308.5	281	4	18,938	18,766	+ 0,172
9. Herzberg.							
Gräfendorf	—	—	0	0	0,000	0,000	
Collm ⁷⁾	45920,773	4,6620091.9	8	26	40,627	40,181	+ 0,446
Hohburg ⁶⁾	42906,042	4,6325184.5	33	56	13,703	14,800	— 1,097
Barnitz	46192,818	4,6645744.6	82	8	49,392	49,700	— 0,308
Golmberg	36842,228	4,5663458.8	180	3	24,651	24,313	+ 0,338
Grossberg	8246,609	3,9162754.0	277	17	59,415	58,773	+ 0,642
Strauch ⁷⁾	41517,030	4,6182262.9	313	40	9,215	9,207	+ 0,008
10. Grossberg.							
Malitzschkendorf	—	—	0	0	0,000	0,000	
Golmberg	38755,209	4,5883300.8	28	37	51,123	51,187	— 0,064
Brautberg	37045,372	4,5687339.6	113	45	42,158	42,763	— 0,605
Strauch ⁷⁾	35217,930	4,5467638.2	182	24	38,592	37,947	+ 0,645
Collm ⁷⁾	46817,245	4,6704058.5	239	20	51,869	51,321	+ 0,548
Hohburg ⁶⁾	47182,692	4,6737827.2	263	41	6,658	6,083	+ 0,575
Barnitz	54195,597	4,7339640.0	305	11	11,768	12,415	— 0,647
Herzberg	8246,609	3,9162754.0	318	3	35,659	36,113	— 0,454

⁷⁾ Identisch mit den gleichnamigen Punkten der Königl. Sächsischen Landesvermessung und der Märkisch-Schlesischen Kette der „Königl. Preussischen Landes-Triangulation. Haupt-Dreiecke. Zweiter Theil“, S. 441/442.

Station	Entfernung in Metern		Richtung				
	S	log S	Ausgeglichen			Beobachtet	Verbesserung
11. Strauch.⁷⁾							
Krauschütz	—	—	0°	0'	0,000''	0,000''	
Grossberg	35217,930	4,5467638.2	0	6	38,345	38,148	+ 0,197''
Brautberg	40775,572	4,6104000.6	57	54	27,806	27,328	+ 0,478
Koschenberg	—	—	97	46	52,616	52,573	+ 0,043
Keulenberg ⁷⁾	31793,087 ⁸⁾	4,5023327.0 ⁸⁾	149	58	42,057 ⁸⁾	42,051	+ 0,006
Collm ⁷⁾	40411,555 ⁸⁾	4,6065055.7 ⁸⁾	283	57	49,337 ⁸⁾	49,045	+ 0,292
Herzberg	41517,030	4,6182262.9	352	7	44,697	45,760	— 1,063
12. Collm.⁷⁾							
Merkwitz	—	—	0	0	0,000	0,000	
Strauch ⁷⁾	40411,555 ⁸⁾	4,6065055.7 ⁸⁾	5	35	11,770 ⁸⁾	11,749	+ 0,021
Keulenberg ⁷⁾	66546,375 ⁸⁾	4,8231244.1 ⁸⁾	25	41	33,850 ⁸⁾	33,736	+ 0,114
Leipzig	44623,179	4,6495605.0	203	41	11,262	10,639	+ 0,623
Hohburg ⁶⁾	19817,406	4,2970468.0	239	48	18,367	18,237	+ 0,130
Herzberg	45920,773	4,6620091.9	308	31	34,599	34,785	— 0,186
Grossberg	46817,245	4,6704058.5	318	40	10,556	11,264	— 0,708
13. Hohburg.⁶⁾							
Zschorna	—	—	0	0	0,000	0,000	
Leipzig	30907,254	4,4900604.2	82	13	27,120	26,626	+ 0,494
Petersberg	61666,389	4,7900485.2	118	33	14,707	15,009	— 0,302
Barnitz	36512,039	4,5624360.8	164	9	13,908	13,643	+ 0,265
Herzberg	42906,042	4,6325184.5	234	45	45,710	46,016	— 0,306
Müglentz	—	—	315	56	9,154	9,177	— 0,023
Collm ⁷⁾	19817,406	4,2970468.0	320	32	58,550	58,791	— 0,241
14. Leipzig.							
Klein-Zschocher	—	—	0	0	0,000	0,000	
Burkersroda	54181,157	4,7338482.8	19	37	15,376	14,936	+ 0,440
Petersberg	41073,946	4,6135664.3	83	41	31,970	31,503	+ 0,467
Barnitz	44401,842	4,6474009.9	146	23	1,697	1,590	+ 0,107
Hohburg ⁶⁾	30907,254	4,4900604.2	200	53	20,148	20,914	— 0,766
Collm ⁷⁾	44623,179	4,6495605.0	223	5	45,793	45,333	+ 0,460

⁸⁾ Die entsprechenden Werthe für diese Seiten und für die Winkel Keulenberg—Strauch—Collm und Strauch—Collm—Keulenberg in der Märkisch-Schlesischen Kette siehe: „Die Königl. Preussische Landes-Triangulation. Haupt-Dreiecke. Zweiter Theil“, S. 441.

Station	Entfernung in Metern		Richtung				
	<i>S</i>	log <i>S</i>	Ausgeglichen			Beobachtet	Verbesserung
15. Petersberg.							
Lobejün	—	—	0°	0′	0,000″	0,000″	
Magdeburg	62736,803	4,7975223.8	18	8	22,482	22,304	+ 0,178″
Spitzberg	40751,611	4,6101447.9	62	16	17,937	17,833	+ 0,104
Hubertusberg	52183,570	4,7175337.8	86	28	51,659	51,798	— 0,139
Hirseberg	63283,595	4,8012911.5	87	8	43,011	43,217	— 0,206
Barnitz	44555,169	4,6488980.9	110	58	17,324	17,195	+ 0,129
Hohburg ⁶⁾	61666,389	4,7900485.2	146	48	33,981	33,853	+ 0,128
Leipzig	41073,946	4,6135664.3	173	17	1,076	1,056	+ 0,020
Burkersroda	51734,707	4,7137820.0	243	39	3,403	3,861	— 0,458
Brocken	95163,871	4,9784721.0	322	45	45,930	45,330	+ 0,600
Hoppel	71158,290	4,8522255.1	331	28	15,826	16,140	— 0,314
16. Spitzberg.							
Harzwinkel	—	—	0	0	0,000	0,000	
Hubertusberg	22466,264	4,3515308.5	96	36	56,596	56,607	— 0,011
Barnitz	35342,753	4,5483003.8	133	4	16,556	16,283	+ 0,273
Petersberg	40751,611	4,6101447.9	204	20	54,556	54,630	— 0,074
Magdeburg	43893,122	4,6423964.8	299	56	27,688	27,876	— 0,188
17. Magdeburg.							
Westerhüsen	—	—	0	0	0,000	0,000	
Petersberg	62736,803	4,7975223.8	0	5	0,860	0,921	— 0,061
Hoppel	53595,078	4,7291249.1	75	2	45,831	45,820	+ 0,011
Brocken	78787,857	4,8964592.9	83	46	13,380	13,482	— 0,102
Spitzberg	43893,122	4,6423964.8	319	48	24,939	24,798	+ 0,141
18. Hoppel.							
Spiegelberg	—	—	0	0	0,000	0,000	
Magdeburg	53595,078	4,7291249.1	16	29	7,703	8,070	— 0,367
Petersberg	71158,290	4,8522255.1	74	51	24,296	24,446	— 0,150
Brocken	27062,673	4,4323706.8	222	41	24,496	24,548	— 0,052
Fallstein	32429,321	4,5109378.5	269	44	37,862	37,294	+ 0,568

Station	Entfernung in Metern		Richtung				
	<i>S</i>	log <i>S</i>	Ausgeglichen		Beobachtet	Verbesserung	
19. Burkersroda.							
Crahwinkel	—	—	0°	0'	0,000''	0,000''	
Petersberg	51734,707	4,7137820.0	44	11	6,565	6,120	+ 0,445''
Leipzig	54181,157	4,7338482.8	89	44	52,713	53,168	— 0,455
Inselsberg	89930,867	4,9539087.8	266	9	44,592	44,827	— 0,235
Brocken	99360,492	4,9972137.3	334	2	42,956	43,024	— 0,068
20. Fallstein.							
Marke	—	—	0	0	0,000	0,000	
Hoppel	32429,321	4,5109378.5	126	44	56,999	57,431	— 0,432
Brocken	24252,286	4,3847526.5	181	30	59,561	59,355	+ 0,206
21. Seeberg.							
Gotha	—	—	0	0	0,000	0,000	
Struth	43670,144	4,6401846.2	9	11	54,791	54,787	+ 0,004
Brocken	96585,780	4,9849131.9	47	9	29,863	29,448	+ 0,415
Inselsberg	20636,436	4,3146346.9	295	25	15,992	16,415	— 0,423
22. Inselsberg.⁹⁾							
Marke	—	—	0	0	0,000	0,000	
Milseburg	52639,709	4,7213134.8	35	35	28,109	—	—
Taufstein	94388,030	4,9749169.2	53	1	0,062	—	—
Knüll	73827,877	4,8682203.8	81	46	28,958	—	—
Herkules	91231,509	4,9601448.6	110	40	35,577	—	—
Meisner	59745,386	4,7763043.7	120	13	14,920	—	—
Brocken	105976,409	5,0252092.0	171	20	12,252	—	—
Struth	42771,545	4,6311549.3	150	33	16,837	16,829	+ 0,008
Seeberg	20636,436	4,3146346.9	229	10	45,684	45,568	+ 0,116
Burkersroda	89930,867	4,9539087.8	231	37	53,507	53,257	+ 0,250

⁹⁾ Vergl. „Hessisches Dreiecksnetz“, S. 113.

Station	Entfernung in Metern		Richtung				
	<i>S</i>	log <i>S</i>	Ausgeglichen		Beobachtet	Verbesserung	
23. Brocken.⁹⁾							
Marke	—	—	0°	0'	0,000''	0,000''	—
Inselsberg	105976,409	5,0252092.0	75	55	54,810	—	—
Meisner	82770,935	4,9178778.6	110	7	4,563	—	—
Herkules	100393,289	5,0017046.8	128	19	18,314	—	—
Burkersroda	99360,492	4,9972137.3	24	6	13,467	13,430	+ 0,037''
Seeberg	96585,780	4,9849131.9	65	30	37,425	37,769	— 0,344
Struth	67710,172	4,8306539.1	88	53	1,779	1,906	— 0,127
Fallstein	24252,286	4,3847526.5	251	42	49,163	49,356	— 0,193
Woldsberg	—	—	252	13	16,172	16,067	+ 0,105
Magdeburg	78787,857	4,8964592.9	312	24	43,995	43,306	+ 0,689
Hoppel	27062,673	4,4323706.8	329	53	34,861	34,999	— 0,138
Petersberg	95163,871	4,9784721.0	353	21	7,362	6,578	+ 0,784

V. Kapitel.

Zusammenstellung der geographischen Positionen.

Zur Ableitung der geographischen Positionen der Dreieckspunkte sind die im vorigen Kapitel aufgeführten Richtungen und Entfernungen benutzt worden. Als Ausgangspunkt wurde der Brocken gewählt, und zwar sind für denselben diejenigen Werthe der Breite und des Azimuts eingeführt, welche auf S. 117 und 230 des „Hessischen Dreiecksnetzes“ mitgetheilt sind und auf den astronomischen Bestimmungen der Breite und des Azimuts für Station Meisner beruhen, nämlich (Vergl. „Hessisches Dreiecksnetz“, S. 188):

$$\begin{aligned} \text{Station Meisner: Geographische Breite} &= 51^\circ 13' 37,78'', \\ \text{Azimut der Marke} &= 183\ 12\ 16,76 . \end{aligned}$$

Auf diese Weise ist für die Punkte des Hessischen und des Märkisch-Thüringischen Dreiecksnetzes dieselbe Grundlage beibehalten. Als Ausgangspunkt der geographischen Längen ist der Rauenberg angenommen, dessen östliche Länge gegen Greenwich aus der von *Hilfiker* („Ausgleichung des Längennetzes der Europäischen Gradmessung“, Astr. Nachr. No. 2674) gegebenen Länge

$$\text{Greenwich—Berlin} = 0^{\text{h}} 53^{\text{m}} 34,934^{\text{s}} = + 13^\circ 23' 44,01''$$

durch Anfügung des im Jahre 1886 bestimmten Werthes des Längenunterschiedes

$$\text{Berlin—Rauenberg} = - 6,393^{\text{s}} = - 0^\circ 1' 35,895''$$

(„Astronomisch-Geodätische Arbeiten I. Ordnung. Telegraphische Längenbestimmungen in den Jahren 1885 und 1886“, S. 216) zu

$$+ 13^\circ 22' 8,12''$$

bestimmt wurde (Vergl. „Lothabweichungen. Heft I“, S. 31).

Die Rechnungen wurden seinerzeit mittelst der *Bessel'schen* Formeln und unter Zugrundelegung der *Bessel'schen* Elemente des Erdellipsoides mit 7-stelligen Logarithmen, von Station zu Station weitergehend, durchgeführt, wobei öftere Kontrollen durch Führung der Rechnung auf verschiedenen Wegen geschaffen wurden. Die Resultate sind infolge dieser Rechnungsart schon in den Hundertelsekunden nicht mehr scharf, indessen gewähren sie zur Ermittlung vorläufiger und an-

genäherter Werthe der Lothabweichungen und als ein System angenäherter Werthe von geographischen Längen und Breiten, wie es z. B. bei der scharfen Berechnung der Lothabweichungen als bekannt vorausgesetzt wird (siehe: „Lothabweichungen. Heft I.“ Seite 5 u. ff.), schon manchen Vorthail. Da ausserdem für die Ausführung definitiver Rechnungen die Seitenlängen noch Korrekturen wegen anderer Annahmen über die zu Grunde liegende Längeneinheit erhalten werden, so wurde hier auf eine nachträgliche scharfe Berechnung der geographischen Positionen verzichtet.

Station	Geographische Breite	Oestliche geographische Länge gegen Greenwich	Azimut	
			nordöstlich	nach
Rauenberg	52° 27' 11,60"	13° 22' 8,12"	178° 10' 18,71"	Glienicke
Eichberg	52 18 55,49	13 6 47,03	41 9 8,06	Berlin
Glienicke	52 16 11,43	13 22 42,47	4 16 35,27	Berlin
Colberg	52 14 23,64	13 49 10,76	232 50 41,62	Golmberg
Hagelsberg	52 8 23,57	12 31 10,45	179 23 4,84	Lotzschke
Golmberg	52 1 2,19	13 20 43,97	336 17 44,43	Marke
Barnitz	51 43 3,16	12 34 14,59	103 53 44,65	Reinharz
Hirseberg	51 58 20,71	12 38 48,26	177 33 42,20	Grabo
Hubertusberg	51 54 40,14	12 31 8,27	355 20 41,07	Wahlsdorf
Herzberg	51 41 34,39	13 14 16,22	191 31 10,19	Graefendorf
Grossberg	51 40 7,99	13 21 2,45	330 50 52,65	Malitzschkendorf
Strauch	51 23 9,51	13 34 42,04	333 19 34,59	Krauschütz
Collm	51 18 16,90	13 0 46,75	71 15 42,72	Merkwitz
Hohburg	51 25 17,52	12 47 53,41	170 20 58,45	Zschorna
Leipzig	51 20 15,21	12 22 29,84	231 21 15,04	Klein-Zschocher
Petersberg	51 35 53,19	11 57 21,92	321 26 6,37	Lobejün
Spitzberg	51 55 59,82	12 11 39,61	359 32 43,44	Harzwinkel
Magdeburg	52 7 34,09	11 38 10,88	159 14 22,65	Westerhüsen
Hoppel	51 50 35,59	11 0 17,48	37 18 9,66	Spiegelberg
Burkersroda	51 10 35,38	11 38 32,61	340 39 20,77	Crahwinkel
Fallstein	52 1 5,65	10 37 39,99	0 0 1,84	Marke
Seeberg	50 56 5,74	10 43 51,26	308 14 9,63	Gotha
Inselsberg*)	50 51 8,37	10 28 5,72	194 16 26,20	Marke
Brocken*)	51 48 1,13	10 37 6,49	109 47 45,86	Marke
Brautberg	51 41 56,37	13 53 3,14	313 52 13,03	Golmberg
Keulenberg	51 13 42,37	13 57 31,63	303 36 5,60	Strauch
Struth	51 13 23,85	10 18 28,83	18 26 12,79	Brocken.

*) Vergl. „Hessisches Dreiecksnetz“, S. 117 und 230.

VI. Kapitel.

Einige mittlere Fehler und Gewichte.

I. Mittlerer Fehler der Gewichtseinheit aus den Stationsbeobachtungen.

Als Gewichtseinheit ist für Stations- und Netzausgleichung die Doppelbeobachtung einer Richtung angenommen, welche sich aus je einer Einstellung bei Fernrohrlage rechts und bei Fernrohrlage links zusammensetzt. Dem entsprechend ist bei der Fehlerbildung von den Mittelwerthen der Beobachtungen für die einzelnen Objekte in je zwei aufeinander folgenden Reihen bei Fernrohr rechts und links ausgegangen. In denjenigen Fällen, wo zwei aufeinander folgenden Sätzen nur das Gewicht $\frac{1}{2}$ gegeben wurde, ist das Mittel aus den 4 Einstellungen der betreffenden Richtungen als eine Beobachtung vom Gewicht 1 aufgefasst worden.

Die Rechnung selbst ist ebenso wie im „Hessischen Dreiecksnetz“, S. 140/149, für jede Station nach der Formel ausgeführt worden:

$$M = \sqrt{\frac{[vv]}{[o] - (G + U)}}$$

wo $[vv]$ die Fehlerquadratsumme, $[o]$ die Gesamtanzahl aller Doppelbeobachtungen, G die Anzahl der Sätze und U die Anzahl der durch die Stationsausgleichung zu ermittelnden Unbekannten bedeutet. Bei Annahme des *Gauss'schen* Fehlergesetzes, die allerdings aus verschiedenen Gründen mehr oder weniger unzutreffend sein wird, ist ferner der mittlere Fehler von M gleich

$$\frac{M}{\sqrt{2} \{[o] - (G + U)\}} = \frac{\sqrt{[vv]}}{\{[o] - (G + U)\} \sqrt{2}}.$$

Die Fehlerquadratsumme erhält man aber aus der Formel:

$$[vv] = \left[(d_A^2 + d_B^2 + \dots) - \frac{(d_A + d_B + \dots)^2}{o} \right] = \left[\Sigma d^2 - \frac{(\Sigma d)^2}{o} \right],$$

wo d_A, d_B, \dots — allgemein d — die Differenzen: Beobachtung *minus* Stationsergebnis für die Winkel gegen die jedesmalige Nullrichtung in jedem einzelnen Satze und o die Anzahl der in diesem Satze beobachteten Objekte bezeichnen, und die für die einzelnen Sätze ermittelten Grössen $\left(\Sigma d^2 - \frac{(\Sigma d)^2}{o}\right)$ schliesslich zu addiren sind. Für die Station Magdeburg waren die Grössen $\left(\Sigma d^2 - \frac{(\Sigma d)^2}{o}\right)$, welche sich auf die Beobachtungen mit dem 8-zölligen Universal-Instrument beziehen, behufs Reduktion auf die Gewichtseinheit, noch mit dem Faktor 0,28 zu multipliciren. (Vergl. S. 5).

Auf den Stationen Eichberg und Glienicke wurde von dem Ergebnis der Zwangsausgleichung ausgegangen, und demgemäss im Divisor von M die Anzahl der Unbekannten bemessen. Obwohl für Brocken und Inselsberg die Bestimmung des mittleren Fehlers der Gewichtseinheit schon im „Hessischen Dreiecksnetz“, S. 142, gegeben ist, wurde sie hier nochmals durchgeführt, aber jetzt mit den Resultaten der Netzausgleichung des Hessischen Dreiecksnetzes, welche für die Ausgleichung des Märkisch-Thüringischen Netzes den Charakter von Stationsergebnissen angenommen haben.*) Die Divisoren von M wurden entsprechend der Anzahl der für das Märkisch-Thüringische Netz übrigbleibenden Unbekannten verändert.

Die Rechnungen sind doppelt geführt worden. Eine weitere Prüfung derselben, durch Ausgehen von den „Annahmen“ der Stationsausgleichungen unter Hinzuziehung der reducirten Normalgleichungen, wurde deshalb nicht für nöthig erachtet.

In der Tabelle auf folgender Seite sind die Ergebnisse für die einzelnen Stationen zusammengestellt.

*) Bei dieser neuen Fehlerberechnung hätten eigentlich alle Messungen wegbleiben sollen, die zwischen Richtungen erfolgt sind, welche nicht in das Märkisch-Thüringische Netz eingehen. Indessen ist dies nicht von Bedeutung, weil man bei denjenigen Sätzen, die theils Richtungen des Hessischen, theils solche des Märkisch-Thüringischen Netzes enthalten, doch jene nicht ausschliessen kann.

Station	Divisor	$[vv]$	M	Mittl. Fehler für M
Eichberg	63	103,3624	$\pm 1,281''$	$\pm 0,114''$
Glienicke	49	65,8262	1,159	0,117
Colberg	17	5,1189	0,549	0,094
Hagelsberg	113	146,1759	1,137	0,076
Golmberg	206	303,6559	1,214	0,060
Barnitz	207	193,8820	0,968	0,048
Hirseberg	99	51,7113	0,723	0,051
Hubertusberg	162	152,4229	0,970	0,054
Herzberg	143	148,1449	1,018	0,060
Grossberg	119	89,9014	0,869	0,056
Strauch	102	153,9570	1,229	0,086
Collm	102	90,5573	0,942	0,066
Hohburg	168	134,5926	0,895	0,049
Leipzig	104	136,9032	1,147	0,080
Petersberg	190	194,1360	1,011	0,052
Spitzberg	68	81,6939	1,096	0,094
Magdeburg	104	86,3108	0,911	0,063
Hoppel	68	77,2588	1,066	0,091
Burkersroda	80	120,7023	1,228	0,097
Fallstein	58	144,1623	1,577	0,146
Seeberg	69	68,7858	0,998	0,085
Inselsberg*)	239	379,4547	1,260	0,058
Brocken*)	197	432,1489	1,481	0,075
Zusammen	2727	3360,8650		

*) Die entsprechenden Resultate des „Hessischen Dreiecksnetzes“, S. 148, sind:

Station	Divisor	$[vv]$	M	Mittl. Fehler für M
Inselsberg	233	334,6670	$\pm 1,198''$	$\pm 0,056''$
Brocken	194	430,4199	1,489	0,076

Aus allen 23 Stationen zusammen ergibt sich demnach im Durchschnitt für den mittleren Fehler der Gewichtseinheit aus den Stationsbeobachtungen der Werth:

$$M = \sqrt{\frac{3360,8650}{2727}} = \pm 1,110''.$$

Die entsprechenden Werthe des Hessischen und Rheinischen Dreiecksnetzes*) sind bezw.

$$\pm 1,130'' \text{ und } 1,174''.$$

Ogleich diese drei Werthe sehr nahe miteinander übereinstimmen, so darf man sich doch dadurch nicht verleiten lassen, ihnen eine erhebliche Bedeutung beizumessen. Nur die Gleichheit der Umstände der Beobachtung und der Art der Berechnung führten jene nahe Uebereinstimmung herbei. Jedoch geräth man in Verlegenheit, wenn man sagen soll, was durch diese Zahlen genau genommen gekennzeichnet wird, und wie weiterhin ihre Verwendung zu bewirken ist. Thatsächlich stellen die Zahlen weder den mittleren zufälligen Fehler einer Doppelbeobachtung vor — sei es ohne oder mit Einschluss des zufälligen Theilungsfehlers —, noch passen sie genau zu den Gewichtsgleichungen der Stationsergebnisse als mittlere Fehler der Beobachtung vom Gewicht 1. Ganz abgesehen von den konstanten Richtungsfehlern, welche erst durch die geometrischen Bedingungen des Dreiecksnetzes erkannt werden können, sind es vor allem die Theilungsfehler des Kreises, welche bei der gewählten Beobachtungsart dieses bewirken. Sie bilden einen wesentlichen Theil der von der Ausgleichung geforderten Verbesserungen der Beobachtungen, beeinflussen also M nicht unerheblich, besonders bei dem 13-zölligen, mit grossen systematischen Theilungsfehlern behafteten Universal. Da aber an sechs gleichmässig vertheilten Stellen des Theilkreises beobachtet ist, so hebt sich in den Endergebnissen der Stationsausgleichung ein gewisser Theil der systematischen Theilungsfehler auf, und es wird sich daher M in dieser Hinsicht zu gross ergeben. Andererseits ist die Genauigkeit der Endergebnisse kleiner als nach Maassgabe der Gewichtsgleichungen, weil infolge des Umstandes, dass immer mehrere Beobachtungen einer Richtung (im allgemeinen nicht unter drei) bei derselben Kreisstellung an denselben Strichen ausgeführt wurden, also die zufälligen Theilungsfehler einen theilweise konstanten Charakter erlangen, die Voraussetzung der Unabhängigkeit der Beobachtungen voneinander nicht zutrifft. Unter Festhaltung der Gewichtszahlen aus den Gewichtsgleichungen heisst das, M ist zu klein.***) Welche Gesamtwirkung sich aus den beiden Einwirkungen auf M ergibt, hängt von dem Verhältnis des mittleren Betrages der eliminirten systematischen Theilungsfehler zu demjenigen der zufälligen (nicht eliminirten) Theilungsfehler ab, sowie von der Anzahl der Beobachtungen bei derselben Kreisstellung bezw. an denselben Theilstrichen. Es kann hier auf eine numerische Feststellung dieser Dinge um so weniger eingegangen werden, als sich die Verhältnisse durch den Umstand sehr compliciren und ändern, dass die Gruppierung der Richtungsbeobachtungen zu Sätzen in jeder Hinsicht als eine nur wenig regelmässige erscheint. Als Beispiel für den Einfluss der systematischen Theilungsfehler auf M möge aber erwähnt werden, dass die bereits auf S. 35 angeführte Ausgleichung der im Jahre 1869 auf Inselsberg mit dem 13-zölligen Universal angestellten Beobachtungen

$$M = \pm (0,718'' \pm 0,087'')$$

*) „Hessisches Dreiecksnetz“, S. 148; „Rheinisches Dreiecksnetz“, III. Heft, S. 147.

**) Auf diese wichtige Angelegenheit hat zuerst Herr Oberst *Schreiber* in der „Zeitschrift für Vermessungswesen“, 1879, VIII, S. 97 u. ff., hingewiesen.

ergab, wobei den systematischen Theilungsfehlern möglichst Rechnung getragen ist. Eine in gewöhnlicher Weise bewirkte Ausgleichung gab dagegen:

$$M = \pm (1,475'' \pm 0,167'').$$

Man vergleiche hiermit auch in obiger Tabelle den entsprechenden Werth von M für Fallstein, wo ebenfalls das 13-zöllige Universal zur Verwendung kam.

Nächst den Theilungsfehlern bestehen im vorliegenden Falle noch eine Reihe anderer Ursachen von weit geringerem Werth, welche die klare Bedeutung der Resultate trüben. Es werden nämlich in den Fällen, wo für eine Richtung verschiedene Zielpunkte als Beobachtungsobjekte gedient haben, oder wo verschiedene Aufstellungspunkte für das Instrument benutzt sind, oder wo endlich zu verschiedenen Zeiten beobachtet ist, übrig gebliebene Unsicherheiten in den Centrirungsbeträgen und etwaige Aenderungen in den vielleicht vorhandenen, merklichen Lateralrefractionen von einer Beobachtungsperiode zur anderen vergrößernd auf M eingewirkt haben. Endlich haben verschiedene, schon bei den Resultaten der Stationsausgleichungen erwähnte Umstände (siehe z. B. die Stationen Herzberg, Leipzig und Brocken, S. 18/19, 24, 38/39), die betreffenden Ergebnisse verfälscht.

II. Mittlere Fehler im Netz.

Den mittleren Fehler der Gewichtseinheit, wie er sich aus der Netzausgleichung in Folge der Fehler der Bedingungsgleichungen ergibt, erhält man am einfachsten nach der Formel:

$$M' = \sqrt{\frac{S}{\sigma}} \text{ mit dem mittleren Fehler } \frac{M'}{\sqrt{2}\sigma},$$

wo man, bei bekannter Bezeichnungsweise,

$$S = \frac{\mathfrak{A}^2}{(\text{I} \cdot \text{I})} + \frac{(\mathfrak{B} \cdot 1)^2}{(\text{II} \cdot \text{II} \cdot 1)} + \frac{(\mathfrak{C} \cdot 2)^2}{(\text{III} \cdot \text{III} \cdot 2)} + \dots$$

aus den reducirten Normalgleichungen findet. σ bedeutet die Anzahl der Bedingungsgleichungen.

Im vorliegenden Falle erhält man

$$M' = \sqrt{\frac{227,2347}{50}} \text{ oder}$$

$$M' = \pm 2,132'' \text{ mit dem mittleren Fehler } \pm 0,213''.$$

Die entsprechenden Werthe des Hessischen und Rheinischen Dreiecksnetzes*) sind bezw.

$$\pm (2,721'' \pm 0,340'') \text{ und } \pm (2,164'' \pm 0,169'').$$

Der Werth $M' = \pm 2,132''$ ist fast doppelt so gross als der unter I. für M ermittelte. Hierbei können zwei Gruppen von Ursachen mehr oder weniger gleichmässig gewirkt haben: 1. Ursachen, die überhaupt nur aus dem Netz erkannt werden können, besonders Seitenrefractionen und Mängel der Centrirungen. 2. Irrige Schätzung der Unsicherheit der Stationsergebnisse wegen Nichterfüllung

*) Siehe „Hessisches Dreiecksnetz“, S. 154, und „Rheinisches Dreiecksnetz, III. Heft“, S. 147.

der Voraussetzungen, welche den Stationsausgleichungen zu Grunde liegen, besonders infolge unvollkommener Elimination der Theilungsfehler (siehe S. 61). Dieses letztere reicht ungezwungen schon allein aus, um den Unterschied von M und M' zu erklären, indem man einestheils annimmt, dass der mittlere Fehler einer nackten Richtungsbeobachtung annähernd denselben Betrag hat wie derjenige Theil der Theilungsfehler, der sich durch Messung bei 6 Kreisstellungen nicht eliminirt, und indem man ferner beachtet, dass auch diese Elimination meist eine unvollständige geblieben ist infolge der ungleichmässigen Anordnung der Messungen. Wenn nun auch auf Grund des vorliegenden Materiales kaum über das Auftreten von Seitenrefractionen eine Entscheidung zu treffen sein dürfte, so kann man dagegen wegen des nahezu gleichen Verhaltens von M und M' in den drei Dreiecksnetzen schliessen, dass im Märkisch-Thüringischen Netz Centrirungseinflüsse nicht einen ausnahmsweise schädlichen Einfluss ausgeübt haben.

Weil also im Netze noch ganz andere Fehlerursachen als auf der Station zum Ausdruck kommen, ist es für eine allgemeine Beurtheilung der Genauigkeit der Winkelmessungen im Netze erwünschter, statt des mittleren Fehlers der Gewichtseinheit denjenigen mittleren Fehler kennen zu lernen, mit welchem eine auf der Station ausgeglichene Richtung im Durchschnitt im Netze behaftet ist. Um diesen aus obenstehendem mittleren Fehler der Gewichtseinheit ableiten zu können, ist es nöthig, das mittlere Gewicht einer auf der Station im Netze gemessenen Richtung zu ermitteln*).

Heissen die Netzrichtungen einer Station $1, 2, \dots, n$, und kommt die Nullrichtung unter denselben nicht vor, so ist das mittlere Fehlerquadrat für den Winkel ih im Netze bei bekannter Bezeichnungsweise:

$$\mu_{ih}^2 = M^2 (Q_{ii} - 2Q_{ih} + Q_{hh}),$$

wo M der mittlere Fehler der Gewichtseinheit ist. Bildet man alle Winkel der Richtung i mit den Richtungen $1, 2, \dots, n$ (ohne i), und addirt die betr. μ_{ih}^2 , so wird

$$\sum_{\substack{h=1 \\ h \leq i}}^{h=n} \mu_{ih}^2 = M^2 \left\{ (n-1) Q_{ii} + \sum_{\substack{h=1 \\ h \leq i}}^{h=n} Q_{hh} - 2 \sum_{\substack{h=1 \\ h \leq i}}^{h=n} Q_{ih} \right\},$$

oder

$$\sum_{\substack{h=1 \\ h \leq i}}^{h=n} \mu_{ih}^2 = M^2 \left\{ (n-2) Q_{ii} + \sum_{h=1}^{h=n} Q_{hh} - 2 \sum_{\substack{h=1 \\ h \leq i}}^{h=n} Q_{ih} \right\}.$$

Lässt man i alle Werthe von 1 bis n durchlaufen, und zieht somit alle überhaupt möglichen Winkel in Betracht, so erhält man $n(n-1)$ Winkel, darunter jeden doppelt, was indessen nichts schadet.

Es wird dann

$$\sum_{i=1}^{i=n} \sum_{\substack{h=1 \\ h \leq i}}^{h=n} \mu_{ih}^2 = M^2 \left\{ (n-2) \sum_{i=1}^{i=n} Q_{ii} + n \sum_{h=1}^{h=n} Q_{hh} - 2 \sum_{i=1}^{i=n} \sum_{\substack{h=1 \\ h \leq i}}^{h=n} Q_{ih} \right\},$$

oder, da

$$Q_{ih} = Q_{hi}$$

ist,

*) Eine ähnliche Untersuchung ist in der Publikation der Schweizerischen geodätischen Commission: „Das Schweizerische Dreiecksnetz. Zweiter Band“, S. 38, angestellt worden.

$$\sum_{i=1}^{i=n} \sum_{\substack{h=1 \\ i \leq h}}^{h=n} \mu_{ih}^2 = M^2 \left\{ 2(n-1) \sum_{i=1}^{i=n} Q_{ii} - 4 \sum_{i=1}^{i=n} \sum_{\substack{h=1 \\ i < h}}^{h=n} Q_{ih} \right\}.$$

Somit ist endlich für jede Station im Durchschnitt das mittlere Fehlerquadrat eines Winkels im Netz:

$$\mu^2 = \frac{2M^2}{n} \left\{ \sum_{i=1}^{i=n} Q_{ii} - \frac{2}{n-1} \sum_{i=1}^{i=n} \sum_{\substack{h=1 \\ i < h}}^{h=n} Q_{ih} \right\}.$$

$\sum_{i=1}^{i=n} Q_{ii}$ ist die Summe der Koeffizienten in der Diagonale der Gewichtsgleichungen, und $\sum_{i=1}^{i=n} \sum_{\substack{h=1 \\ i < h}}^{h=n} Q_{ih}$

die Summe der Koeffizienten, welche auf einer Seite der Diagonale stehen. Bezeichnet man den mittleren Fehler einer Richtung auf der Station im Netz mit m , so ist

$$2m^2 = \mu^2,$$

und für die Summe der n Fehlerquadrate der n Netzrichtungen erhält man für die betrachtete Station den Werth:

$$nm^2 = M^2 \left\{ \sum_{i=1}^{i=n} Q_{ii} - \frac{2}{n-1} \sum_{i=1}^{i=n} \sum_{\substack{h=1 \\ i < h}}^{h=n} Q_{ih} \right\}.$$

Gehört auch die Nullrichtung zum Netze, so bleibt diese Formel unverändert bestehen, wenn die Nullrichtung bei der Abzählung von n mitgezählt wird.

Aus sämtlichen Stationen erhält man, wenn [] ein Summenzeichen vorstellt:

$$[n]m^2 = M^2 \left[\sum_{i=1}^{i=n} Q_{ii} - \frac{2}{n-1} \sum_{i=1}^{i=n} \sum_{\substack{h=1 \\ i < h}}^{h=n} Q_{ih} \right].$$

Bezeichnet P das mittlere Gewicht einer im Netz auf der Station gemessenen Richtung, so ist

$$m^2 : M^2 = \frac{1}{P} : 1,$$

oder schliesslich

$$\frac{1}{P} = \frac{1}{[n]} \left[\sum_{i=1}^{i=n} Q_{ii} - \frac{2}{n-1} \sum_{i=1}^{i=n} \sum_{\substack{h=1 \\ i < h}}^{h=n} Q_{ih} \right].$$

Aus den 23 Stationen des vorliegenden Netzes findet man nun

$$118m^2 = 8,682M^2,$$

und hieraus

$$P = 13,59. *)$$

Den durchschnittlichen mittleren Fehler m einer auf der Station ausgeglichenen Richtung im Netz findet man demnach unter Hinzuziehung des sich aus der Netzausgleichung ergebenden Werthes des mittleren Fehlers der Gewichtseinheit (oben mit M' bezeichnet) zu

$$m = \pm \frac{2,132}{\sqrt{13,59}} = \pm 0,587'' \text{ mit dem mittleren Fehler } \pm 0,059'',$$

und demgemäss den mittleren Fehler μ eines auf der Station ausgeglichenen Winkels im Netz

$$\mu = \pm 0,587 \sqrt{2} = \pm 0,818'' \text{ mit dem mittleren Fehler } \pm 0,082''.$$

Für m kann man nun noch auf zwei anderen Wegen angenäherte Werthe ableiten, einmal aus den ermittelten Netzverbesserungen, und zweitens aus den Widersprüchen der Bedingungsgleichungen.

Für das erstere Verfahren würde es am zweckmässigsten sein, die gefundenen Verbesserungen der Netzrichtungen auf jeder Station durch Hinzufügung einer gemeinschaftlichen Korrektur so abzuändern, dass ihre Summe Null ergibt. Im vorliegenden Fall waren aber früher schon die sogenannten Nullpunkts-Korrekturen ermittelt, und durch deren Anbringung ein System von Verbesserungen für alle Richtungen auf jeder Station abgeleitet, deren Summe nahezu Null war. Bei der Kleinheit der Verbesserungen für die ausserhalb des Netzes liegenden Richtungen, ist aber auch für die Netzrichtungen allein diese Summe nahezu gleich Null, so dass man ohne Bedenken von diesen Werthen ausgehen kann. Bildet man also nach bekannten Principien die Quadratwurzel aus der Summe der Quadrate der so bestimmten 118 Netzverbesserungen dividirt durch 50 (Anzahl der Bedingungsgleichungen), so erhält man für den durchschnittlichen mittleren Fehler einer Richtung im Netz den Werth:

$$m' = \sqrt{\frac{17,2512}{50}} = \pm 0,587'' \text{ mit dem mittleren Fehler } \pm 0,059'',$$

genau mit dem oben gefundenen Werthe von m übereinstimmend.

Bezeichnet ferner w den Schlussfehler eines Dreiecks und m_1' den hierzu gehörigen mittleren Fehler einer Richtung im Netz, so giebt jede Winkelgleichung für letzteren eine Bestimmung:

$$m_1'^2 = \frac{w^2}{6}.$$

*) Auf den Stationen des Märkisch-Thüringischen Dreiecksnetzes sind vorhanden

für 118 Netzrichtungen	3000	Doppeleinst.,
„ 7 Richtungen, welche allein dem Hessischen Netz angehören,	155	„ ,
„ 22 Nullrichtungen, ausserhalb des Netzes,	1493	„ ,
„ 6 weitere überschüssige Richtungen	179	„ ,
im Ganzen für 153 Richtungen	4827	Doppeleinst.

Hierbei sind zwei aufeinander folgende Doppelbeobachtungen, je vom Gewicht $\frac{1}{2}$, als eine einzige gezählt, und auf Station Magdeburg sind die 63 Doppelbeobachtungen mit dem 8-zölligen Universal-Instrument nur als 18 ($0,28 \times 63 = 17,64$) gezählt worden. Im Durchschnitt kommen auf jede Netzrichtung $\frac{3000}{118} = 25,4$ Doppelbeobachtungen, welchen indessen nach den Stationsausgleichungen nur das Gewicht 13,59 zukommt.

Um in einem Viereck mit Diagonalen auch die vierte, von den drei anderen abhängige Dreiecksungleichung zu berücksichtigen, damit eine zu allen Richtungen symmetrische Berechnung entsteht, wurde gebildet:

$$24m_1''^2 = w_1^2 + w_2^2 + w_3^2 + w_4^2 = \Sigma w^2,$$

und hieraus

$$3m_1''^2 = \frac{1}{8} \Sigma w^2,$$

wo w_1, w_2, \dots die Schlussfehler der 4 Dreiecke bedeuten, und der Ausdruck für $3m_1''^2$ der Beitrag der Winkelgleichungen des Vierecks zur Fehlerquadratsumme ist. Analog wurde verfahren in komplizierteren Fällen.

Bei den Seitengleichungen von der Form

$$w' = a_1(1) + a_2(2) + \dots + a_n(n)$$

wurde gebildet

$$(a_1^2 + a_2^2 + \dots + a_n^2) m_2''^2 = w'^2; \quad m_2''^2 = \frac{w'^2}{[aa]}.$$

Dies ist deshalb zulässig, weil die (1), (2), ... hier als Richtungsverbesserungen aufgefasst werden müssen, indem beim Märkisch-Thüringischen Netze die Nullrichtungen für die in die Seitengleichungen eingehenden Winkel im allgemeinen keine Netzrichtungen sind. Bei den beiden Gleichungen III. und L., wo allein dies wegen des Eingehens der Beobachtungen auf den Anschlussstationen Eichberg, Glienicke, Colberg, Inselsberg und Brocken nicht zutrifft, sind die vorkommenden Winkelverbesserungen in Richtungsverbesserungen zerlegt worden.

Hiernach ergab sich aus 41 Dreiecksungleichungen, von denen jedoch nur 33 voneinander unabhängig sind,

$$33m_1''^2 = 5,95; \quad m_1' = \pm 0,425'', \text{ *)}$$

und aus den 17 Seitengleichungen

$$17m_2''^2 = 4,99; \quad m_2'' = \pm 0,542''.$$

Aus Winkel- und Seitengleichungen zusammen erhält man also

$$50m''^2 = 10,94; \quad m'' = \pm 0,468''.$$

*) Nach einem Beschlusse der Permanenten Kommission der Internationalen Erdmessung auf der Oktober-Versammlung von 1887 zu Nizza wurde es, im Interesse des Berichtes über die Triangulationen von General Ferrero, für wünschenswerth erachtet, dass, unbeschadet anderer Ermittlungen, für jedes Dreiecksnetz der mittlere Winkelfehler aus sämtlichen, möglichen n Dreiecken nach der Formel abgeleitet werde:

$$\mu = \sqrt{\frac{[w^2]}{3n}},$$

der mittlere Richtungsfehler also aus:

$$m = \sqrt{\frac{[w^2]}{6n}}.$$

Wendet man dies auf das vorliegende Netz mit seinen 41 möglichen Dreiecken an, so erhält man:

$$m = \sqrt{\frac{44,6089}{246}} = \pm 0,426'', \text{ fast dasselbe wie oben.}$$

Hierbei ist der Unterschied zwischen den Werthen von m'_1 und m'_2 und die Abweichung von m'' gegen m bzw. m' auffällig. Während m'_2 nahe mit dem zu erwartenden Werthe $\pm 0,587''$ übereinstimmt, findet sich m'_1 und infolge dessen auch m'' bedeutend kleiner. Der Grund dieser Erscheinung ist darin zu suchen, dass sich im Märkisch-Thüringischen Netz drei Gruppen von 3, 9 und 6 aneinander hängenden Dreiecken vorfinden, deren Schlussfehler in jeder einzelnen dieser Gruppen dasselbe Vorzeichen haben. Durch diesen Umstand wird nämlich bei Netzausgleichungen nach Richtungen der mittlere Fehler einer Richtung aus der Ausgleichung bedeutend grösser gefunden, als er sich bei obiger Berechnungsweise aus den Schlussfehlern selbst ergibt. Beispielsweise findet man bei 10 aneinander hängenden Dreiecken, welche sämmtlich den Schlussfehler $+1''$ bzw. $-1''$ haben, aus den Schlussfehlern den mittleren Richtungsfehler zu $\pm 0,408''$, aus der Ausgleichung dagegen zu $\pm 0,662''$. Ferner folgt aus der Ausgleichung der nachstehend aufgeführten 9 Dreiecke der Gruppe II., bei Annahme gleicher Gewichte, für den mittleren Richtungsfehler der Werth $\pm 0,580''$, während die Schlussfehler nur $\pm 0,380''$ ergeben würden.*)

Die betreffenden Dreiecksgruppen mit ihren Schlussfehlern sind folgende:

D r e i e c k	S c h l u s s f e h l e r
Gruppe I.	
1. Colberg—Golmberg—Glienicke	— 0,614''
2. Glienicke—Golmberg—Eichberg	— 0,605
3. Eichberg—Golmberg—Hagelsberg	— 0,358
Gruppe II.	
1. Grossberg—Strauch—Herzberg	+ 0,474
2. Herzberg—Strauch—Collm	+ 0,709
3. Herzberg—Collm—Hohburg	+ 1,795
4. Herzberg—Hohburg—Barnitz	+ 0,588
5. Barnitz—Hohburg—Leipzig	+ 0,782
6. Barnitz—Leipzig—Petersberg	+ 0,370
7. Petersberg—Leipzig—Burkersroda	+ 1,352
8. Barnitz—Petersberg—Spitzberg	+ 0,889
9. Spitzberg—Petersberg—Magdeburg	+ 0,391
Gruppe III.	
1. Magdeburg—Petersberg—Hoppel	— 0,782
2. Hoppel—Petersberg—Brocken	— 0,105
3. Hoppel—Brocken—Fallstein	— 1,314
4. Brocken—Petersberg—Burkersroda	— 0,824
5. Brocken—Burkersroda—Inselsberg	— 0,380
6. Inselsberg—Brocken—Seeberg	— 1,298

*) Eine genauere Untersuchung hierüber für schematische Beispiele findet sich im Anhang.

Bestimmte Ursachen oder bestimmte einseitig wirkende Fehlerquellen, welche diese Gruppierungen hätten hervorrufen können, waren nicht zu ermitteln. Jedenfalls ist aber hierdurch der Unterschied zwischen den Werthen von m'_1 und m bzw. m' erklärt.

Die sich sofort aufdrängende Frage, welcher Zahlenwerth dem mittleren Fehler nun am besten entspricht, ist insofern gegenstandslos, als in einem Falle, wie dem vorliegenden, die Fehlerfortpflanzung in den Dreiecken nicht mehr nach den Gesetzen der Fehlerwahrscheinlichkeit erfolgt, da offenbar stellenweise durch mehrere Dreiecke hindurch Anhäufungen von Fehlern gleichen Zeichens stattgefunden haben.

III. Gewichte und mittlere Fehler einiger ausgeglichener Winkel und Seiten.

Jede Funktion der ausgeglichenen Beobachtungen lässt sich auf die bekannte Form bringen:

$$f = f_0 + l_1(1) + l_2(2) + l_3(3) + \dots,$$

worin f_0 den Werth der Funktion für die unausgeglichene Beobachtungsergebnisse bedeutet.

Das Gewicht dieser Funktion ist nach der bekannten *Gauss'schen* Bezeichnungsweise bestimmt durch den Algorithmus:

$$\frac{1}{P} = (ll) - \frac{(al)^2}{(aa)} - \frac{(bl \cdot 1)^2}{(bb \cdot 1)} - \frac{(cl \cdot 2)^2}{(cc \cdot 2)} - \dots,$$

wo (ll) zugleich das reciproke Gewicht derselben Funktion vor der Ausgleichung darstellt. Der mittlere Fehler von f ist sodann

$$\mu_f = M' \sqrt{\frac{1}{P}},$$

wo M' den aus der Netzausgleichung errechneten mittleren Fehler der Gewichtseinheit bedeutet, nämlich:

$$M' = \pm 2,132'', \text{ oder für Längenmaass: } M'_s = \pm \frac{2,132''}{0''} = \pm 0,0000103.4 = \pm \frac{1}{96750}.$$

1. Winkel: Glienicke—Golmberg—Eichberg.

$$f = f_0 + (10) - (19)$$

Gewicht:	Vor der Ausgleichung:	14,37	, nach der Ausgleichung:	54,53
Mittlerer Fehler:	"	"	: ± 0,562''	, " " " : ± 0,289''.

2. Winkel: Leipzig—Collm—Strauch.

$$f = f_0 + (60) - (62)$$

Gewicht: Vor der Ausgleichung: 5,39 , nach der Ausgleichung: 9,97
Mittlerer Fehler: " " " : $\pm 0,918''$, " " " : $\pm 0,675''$.

3. Winkel: Brocken—Burkersroda—Inselsberg.

$$f = f_0 + (102) - (101)$$

Gewicht: Vor der Ausgleichung: 5,89 , nach der Ausgleichung: 9,91
Mittlerer Fehler: " " " : $\pm 0,878''$, " " " : $\pm 0,677''$.

4. Winkel: Petersberg—Brocken—Burkersroda.

$$f = f_0 + (111) - (118)$$

Gewicht: Vor der Ausgleichung: 2,14 , nach der Ausgleichung: 17,80
Mittlerer Fehler: " " " : $\pm 1,457''$, " " " : $\pm 0,505''$.

5. Winkel: Grossberg—Strauch—Collm.

$$f = f_0 + (54) - (58)$$

Gewicht: Vor der Ausgleichung: 6,15 , nach der Ausgleichung: 14,57
Mittlerer Fehler: " " " : $\pm 0,860''$, " " " : $\pm 0,559''$.

6. Winkel: Strauch—Collm—Grossberg.

$$f = f_0 + (60) - (65)$$

Gewicht: Vor der Ausgleichung: 5,73 , nach der Ausgleichung: 16,16
Mittlerer Fehler: " " " : $\pm 0,890''$, " " " : $\pm 0,530''$.

7. Winkel: Strauch—Grossberg—Collm.

$$f = f_0 + (50) - (49)$$

Gewicht: Vor der Ausgleichung: 8,08 , nach der Ausgleichung: 23,44
Mittlerer Fehler: " " " : $\pm 0,750''$, " " " : $\pm 0,440''$.

8. Seite: Glienicke—Colberg in Bezug auf die Seite Brocken—Inselsberg.

$$\begin{aligned}
 f = f_0 &+ 0,8729 (1) + 0,0041 (2) - 0,1971 (3) - 1,0487 (4) - 1,2275 (6) + 1,5433 (7) \\
 &- 0,3158 (9) - 0,9036 (10) + 0,9036 (11) + 0,9442 (15) - 0,9442 (16) + 0,7003 (21) \\
 &- 0,7003 (22) + 0,5326 (26) - 0,5326 (28) + 0,8938 (42) - 0,7549 (43) - 0,1389 (44) \\
 &+ 0,1418 (66) - 0,4938 (68) + 0,3520 (69) + 0,4862 (72) - 0,4862 (73) - 0,7132 (74) \\
 &+ 0,7132 (75) - 0,5247 (81) + 0,5247 (83) + 0,1924 (84) - 0,1924 (85) - 0,9805 (99) \\
 &+ 0,9805 (100) + 0,4064 (101) - 0,4064 (102) + 0,5705 (110) + 1,6807 (111) - 1,6807 (118)
 \end{aligned}$$

Gewicht:*) Vor der Ausgleichung: 0,40, nach der Ausgleichung: 2,71.

Mittlerer Fehler:	Vor der Ausgleichung:	$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{61230} \text{ der Länge} \\ \text{oder } \pm 70,9 \text{ Einh. d. 7. Dec.} \\ \text{des Log.} \end{array} \right\}$	nach der Ausgleichung:	$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{159400} \text{ der Länge} \\ \text{oder } \pm 27,2 \text{ Einh. d. 7. Dec.} \\ \text{des Log.} \end{array} \right\}$
-------------------	-----------------------	--	------------------------	---

9. Seite: Leipzig—Collm in Bezug auf die Seite Brocken—Inselsberg.

$$\begin{aligned}
 f = f_0 &+ 1,3704 (62) - 1,3704 (63) + 0,7429 (66) - 1,3599 (67) + 0,6170 (71) + 0,4862 (72) \\
 &- 0,4862 (73) - 2,0080 (82) + 2,0080 (83) + 0,1924 (84) - 0,1924 (85) - 0,9805 (99) \\
 &+ 0,9805 (100) + 0,4064 (101) - 0,4064 (102) + 0,5705 (110) + 1,6807 (111) - 1,6807 (118)
 \end{aligned}$$

Gewicht: Vor der Ausgleichung: 0,38, nach der Ausgleichung: 3,23.

Mittlerer Fehler:	Vor der Ausgleichung:	$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{59650} \text{ der Länge} \\ \text{oder } \pm 72,8 \text{ Einh. d. 7. Dec.} \\ \text{des Log.} \end{array} \right\}$	nach der Ausgleichung:	$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{173800} \text{ der Länge} \\ \text{oder } \pm 25,0 \text{ Einh. d. 7. Dec.} \\ \text{des Log.} \end{array} \right\}$
-------------------	-----------------------	--	------------------------	---

10. Seite: Collm—Strauch in Bezug auf die Seite Brocken—Inselsberg.

$$\begin{aligned}
 f = f_0 &+ 0,5502 (20) + 0,7003 (21) - 0,7003 (22) - 0,5502 (27) + 0,7061 (41) + 0,8938 (42) \\
 &- 0,8938 (43) - 0,7061 (46) + 0,4007 (58) - 0,4007 (59) + 0,3895 (63) - 0,3895 (64) \\
 &+ 0,1418 (66) - 0,1418 (68) - 0,0737 (69) + 0,0737 (71) + 0,4862 (72) - 0,4862 (73) \\
 &- 0,7132 (74) + 0,7132 (75) - 0,5247 (81) + 0,5247 (83) + 0,1924 (84) - 0,1924 (85) \\
 &- 0,9805 (99) + 0,9805 (100) + 0,4064 (101) - 0,4064 (102) + 0,5705 (110) + 1,6807 (111) \\
 &- 1,6807 (118)
 \end{aligned}$$

Gewicht: Vor der Ausgleichung: 0,50, nach der Ausgleichung: 2,97.

Mittlerer Fehler:	Vor der Ausgleichung:	$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{68130} \text{ der Länge} \\ \text{oder } \pm 63,7 \text{ Einh. d. 7. Dec.} \\ \text{des Log.} \end{array} \right\}$	nach der Ausgleichung:	$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{166800} \text{ der Länge} \\ \text{oder } \pm 26,0 \text{ Einh. d. 7. Dec.} \\ \text{des Log.} \end{array} \right\}$
-------------------	-----------------------	--	------------------------	---

*) Bei Berechnung der Gewichte und der mittleren Fehler der Seiten ist die Ausgangsseite Brocken—Inselsberg als fehlerfrei vorausgesetzt, da es hier zunächst nur darauf ankam, den Einfluss des Märkisch-Thüringischen Netzes zu berücksichtigen. Die Gewichte und mittleren Fehler vor der Ausgleichung beziehen sich natürlich nur auf den jedesmal zur Berechnung von f eingeschlagenen Weg.

11. Seite: Brocken—Burkersroda in Bezug auf die Seite Brocken—Inselsberg.

$$f = f_0 + 0,4064 (101) - 0,4064 (102) + 0,5705 (110)$$

Gewicht: Vor der Ausgleichung: 17,65, nach der Ausgleichung: 18,73.

Mittlerer Fehler: Vor der Ausgleichung: $\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{406500} \text{ der Länge} \\ \text{oder } \pm 10,7 \text{ Einh. d. 7. Dec.} \\ \text{des Log.} \end{array} \right\}$ nach der Ausgleichung: $\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{418700} \text{ der Länge} \\ \text{oder } \pm 10,4 \text{ Einh. d. 7. Dec.} \\ \text{des Log.} \end{array} \right\}$

Es wäre wohl von Interesse, auch von einigen nicht direkt beobachteten Winkeln oder von einigen berechneten geodätischen Linien zwischen astronomisch bestimmten Punkten die Gewichte zu kennen. Von einer nachträglichen Berechnung derselben konnte man jedoch schon deshalb absehen, weil die später folgende Vergleichung mit den Resultaten der Hannoversch-Sächsischen Kette der Königl. Preussischen Landesaufnahme zeigt, dass schon von der Seite Brocken—Inselsberg bis zur Seite Leipzig—Petersberg grössere Abweichungen bestehen, welche sehr wahrscheinlich dem Märkisch-Thüringischen Netz zur Last fallen, bei der Ausgleichung desselben aber nicht hervorgetreten sind. Ueberdies geben auch alle diese Rechnungen (von denen sich die oben aufgenommenen bereits vorfanden) schon wegen des auf Seite 67 hervorgehobenen systematischen Fehlers nur einen unvollkommenen Maassstab für die erlangte Genauigkeit, indem letztere aus diesem Grunde in Wirklichkeit jedenfalls geringer sein wird.

VII. Kapitel.

Beschreibung der Stationen und ihrer Festlegungen, sowie Vergleichen mit den Resultaten anderer Bestimmungen.

Im Nachfolgenden sind die einzelnen Beobachtungsstationen in derselben Reihenfolge wie im II. Kapitel bei den Stationsergebnissen aufgeführt; die nur angeschnittenen Punkte folgen hinterher. Neben der Angabe der allgemeinen Lage der Dreieckspunkte sind nur solche Bemerkungen aufgenommen, welche entweder zur Festlegung dienen, oder sich auf wahrscheinlich noch erhaltene Punkte beziehen, oder welche zur Reduktion der von anderer Seite angestellten Beobachtungen auf die Centra des Geodätischen Instituts nothwendig sind. Insbesondere sind die Reduktionselemente für vorübergehend eingerichtete, excentrische Heliotropenstände überall fortgelassen. Da im Märkisch-Thüringischen Dreiecksnetze sehr viele und zum Theil verwickelte Centrirungen auszuführen waren, so sind zur Prüfung der ursprünglich von den Herren *Sadebeck* und *Schur* berechneten und zur Reduktion der Beobachtungen benutzten Centrelemente alle hierauf bezüglichen Rechnungen von Herrn *Werner*, und theilweise auch, neben mancherlei Ergänzungen, während der schliesslichen Redaktion, unter Zurückgehen auf die Originalbeobachtungen nachgerechnet worden. Es haben sich hierbei nirgends unzulässige Differenzen ergeben. Bei der Bestimmung der Centrelemente kam zu meist eine hölzerne Halbtoise von *Baumann* (Strich- und Endmaass) zur Verwendung, deren Länge zu 0,49954 t bestimmt wurde. Die korrekte Bestimmung der Centrelemente wird ausserdem auf einer Reihe von Stationen durch die Vergleichung mit Ermittelungen der Königl. Preussischen Landesaufnahme*) bestätigt, welche durchweg eine hinreichende Uebereinstimmung mit den ganz unabhängig, zu anderer Zeit gefundenen Werthen des vorliegenden Dreiecksnetzes zeigen.

Ebenso gestatten auch die Resultate der Winkelmessungen selbst mehrfache Prüfungen durch Vergleichung mit den Resultaten der „Küstenvermessung“, sowie der „Märkisch-Schlesischen“ und „Hannoversch-Sächsischen Dreieckskette“ und der „Elbkette“, von denen die drei letzteren auf Messungen der L. A. beruhen und bereits im Drucke vorliegen.**)

Ausserdem wurden seinerzeit von dem Chef der trigonometrischen Abtheilung der L. A., Herrn Oberst *Schreiber* (jetzt Generalmajor und Chef der L. A.), einige Messungen auf Golmberg vom Jahre 1870 handschriftlich zur Verfügung gestellt.

*) Zur Abkürzung ist im Nachstehenden für „Königl. Preussische Landesaufnahme“ die Bezeichnung L. A. und für „Königl. Geodätisches Institut“ G. J. gesetzt worden.

**) „Hauptdreiecke. II. Theil, 2. Abth.“, „Hauptdreiecke. IV. Theil. Die Elbkette, 1. Abth.: Die Ergebnisse“ und „Uebersichtsheft der Landesaufnahme von 1887“.

Da bei den verschiedenen Triangulationen auf der Mehrzahl der in Frage kommenden Stationen nicht dieselben Punkte als Centra der Station angenommen sind, so waren zur Ermöglichung der Vergleichen Reduktionen auf ein und denselben Punkt für jede dieser Stationen nothwendig; sie erfolgten auf die Dreieckspunkte des G. J. Dies war auch durchweg möglich, da Bestimmungen für die gegenseitige Lage der betr. Punkte überall, oft sogar mehrfach, vorhanden waren. Die zu den Reduktionen nöthigen Elemente sind im Folgenden ebenfalls aufgeführt. Aus ihnen ergeben sich sodann für die verschiedenen in Frage kommenden Richtungen die mitgetheilten Centrirungsbeträge auf die Centra des G. J.

Bei der Vergleichung der Stationsergebnisse der einzelnen Dreiecksketten wurden nur solche Ausgleichungsergebnisse herangezogen, die ohne Anschlusszwang abgeleitet sind.

1. Eichberg.

Der Dreieckspunkt liegt auf der Hügelreihe südwestlich von Saarmund bei Potsdam in einer Seehöhe von 94,5 m und ist als identisch mit dem gleichnamigen Punkte der „Küstenvermessung“, der „Elbkette“ und der „Märkisch-Schlesischen Kette“ der L. A. anzusehen. Das Centrum der „Küstenvermessung“ (zugleich Beobachtungspunkt) wurde nach S. 413 derselben folgendermaassen festgelegt: Vier mit Bleiplatten bedeckte Festlegungsklötze wurden versenkt, und auf die Bleiplatten derart Kreuze eingeschnitzt, dass der Schnittpunkt der Diagonalen des durch sie bestimmten Vierecks mit dem Dreieckspunkt zusammenfiel. Behufs Anschlusses der „Elbkette“ wurde 1856 der Dreieckspunkt aus den unversehrt vorgefundenen vier Klötzen durch die L. A. rekonstruiert und demnächst durch eine versenkte Platte und darauf stehenden Pfeiler (beide mit eingemeisselten Kreuzen versehen) excentrisch festgelegt. Gelegentlich der „Triangulation der Umgegend von Berlin“ (siehe daselbst S. 28) wurden 1865 Pfeiler und Platte herausgenommen und sodann centrisch eingegraben. Das Kreuz in der Platte gilt der L. A. als maassgebende Bezeichnung für das Centrum der Station. Ueber demselben wurde im Jahre 1867 eine von der L. A. errichtete Pyramide vorgefunden, und deshalb wurde für die Beobachtungen des Märkisch-Thüringischen Netzes ein 3,5 m hoher, excentrischer Pfeiler aus Ziegelsteinen und Cement aufgeführt, welcher auch von der L. A. 1870 für die Beobachtungen der Märkisch-Schlesischen Dreieckskette benutzt wurde; in seinem Fundamente liegt 1,3 m unter der Erdoberfläche eine Granitplatte von 0,6 m im Quadrat, auf welche ein Kreuz eingemeisselt ist. Das Centrum der „Küstenvermessung“ wurde 1867 vom G. J. von neuem aus den immer noch unversehrten vier Festlegungsklötzen rekonstruiert, wobei die nachfolgenden, im Märkisch-Thüringischen Netz verwendeten Centrirungselemente ermittelt wurden:

1867. Im Dreieckspunkte (G. J.).

				log e (e in Metern)
Berlin, Marienkirche, Helmstange	0°	0'	0"	
Centrum des Gradmessungspfeilers 1867	269	4	43	0,83379
Kreuz auf der Platte im Fundamente des Pfeilers 1867	269	15	38	0,83369
Kreuz auf dem zu Tage tretenden Pfeiler	291	37	—	8,49
Märk.-Thür. Dreiecksnetz.				10

Die hier gefundene, geringe excentrische Lage des Kreuzes auf dem zu Tage tretenden Pfeiler, dessen lothrechte Lage über dem Kreuz auf der Platte festgestellt wurde, wird hauptsächlich wohl eine Folge der Unsicherheiten in den beiderseitigen Rekonstruktionen des Dreieckspunktes sein.

Im Jahre 1870 hatte ferner die Landesaufnahme gefunden (Vergl. „Hauptdreiecke. II. Theil“, S. 457/458, und „Hauptdreiecke. IV. Theil. Die Elbkette“, S. 35/36):

1870. Im Dreieckspunkte (L. A.).

	0°	$0'$	$0''$	$\log e$ (e in Metern)
Berlin, Marienkirche, Helmstange	0°	0'	0''	
Gradmessungspfeiler 1867	269	0	21	0,83161

Bezieht man jetzt die Bestimmungen von 1867 auf das Kreuz im Pfeiler, so erhält man:

1867. Im Kreuz auf dem zu Tage stehenden Festlegungspfeiler.

	0°	$0'$	$0''$	$\log e$ (e in Metern)
Berlin	0°	0'	0''	
Gradmessungspfeiler	268	58	41	0,83197

Die bessere Uebereinstimmung dieser Angaben mit denen von 1870 scheint in der That darauf hinzuweisen, dass von der L. A. und dem G. J. etwas verschiedene Punkte als Dreieckspunkt angenommen werden. Da indessen die Identität der Beobachtungspunkte von 1867 und 1870 auf dem Gradmessungspfeiler nicht feststeht (denn der von 1867 war nicht näher bezeichnet, und die Figur der Pfeileroberfläche ist nicht ganz regelmässig), und die Entfernung der beiderseitig als Centra benutzten Punkte jedenfalls nur sehr gering ist, so ist unter weiterer Berücksichtigung der den verschiedenen Rekonstruktionen noch anhaftenden Unsicherheiten die Annahme der Identität der Punkte der L. A. und des G. J. mit dem der „Küstenvermessung“ beibehalten worden.

Beobachtet wurde in Eichberg:

- 1845 für die „Küstenvermessung“, S. 214/221; die Richtungen nach Hagelsberg und Götzer Berg für die „Elbkette“ sind schon damals, zugleich mit denen für die „Küstenvermessung“, beobachtet worden. Die gleichfalls vorhandenen Beobachtungen nach Golmberg sind von der L. A. nicht benutzt worden.
- 1867 für das „Märkisch-Thüringische Dreiecksnetz“ (S. 7/8). Auch hier ist bei Einführung des Anschlusszwanges an die Resultate der „Küstenvermessung“ auf Golmberg keine Rücksicht genommen, weil dem G. J. erst 1868 die Wiederauffindung dieses Punktes gelang.
- 1870 für die „Märkisch-Schlesische Kette“. („Hauptdreiecke. II. Theil“, S. 326/328.)

Zur Reduktion der 1845 und 1870 beobachteten Richtungen auf die Centra des G. J. dienen nach Maassgabe der weiterhin angegebenen bezüglichen Centrirungselemente folgende Beträge:

für Golmberg,	1845: + 50,870''
„ „ „	1870: — 2,683
„ Hagelsberg,	1845: — 9,077

Hiernach ergeben sich bei Benutzung der ohne Zwang ausgeglichenen Beobachtungen von 1867 (S. 8) nachstehende Vergleichen:

	K. V. 1845	G. J. 1867	L. A. 1870
Berlin 0° 0'	0,000''	0,000''	0,000''
Glienicke 64 23	15,795	15,263	—
Golmberg 113 8	12,519	12,487	13,119
Hagelsberg 203 22	15,014	15,537	—

2. Glienicke.

Der Dreieckspunkt befindet sich auf dem, einen Kilometer nördlich von Glienicke oder Glienicke bei Zossen gelegenen Weinberg in 89 m Meereshöhe und ist identisch mit dem Punkte der „Küstenvermessung“ (S. 420), welcher ebenso wie Eichberg durch 4 versenkte Klötze festgelegt war. Bei Gelegenheit der „Triangulation der Umgegend von Berlin“ (S. 28) wurde 1863 oder 1865 das Centrum der „Küstenvermessung“ wiederhergestellt und durch Platte und zu Tage stehenden Stein centrisch markirt. Weil 1867 eine Pyramide über dem Dreieckspunkte vorgefunden wurde, musste excentrisch beobachtet werden, zu welchem Zwecke aus Ziegelsteinen ein Pfeiler von 1 m Höhe errichtet wurde. Seine Lage gegen das Centrum der Station ergibt sich aus nachstehenden Elementen:

Im Dreieckspunkte.

		log e (e in Metern)
Berlin, Marienkirche	0° 0' 0''	
Centrum des Beobachtungspfeilers 1867	227 32 17	0,79376

Eine selbständige Wiederherstellung des Punktes der „Küstenvermessung“ aus den etwa noch vorhandenen Festlegungsklötzen scheint 1867 nicht versucht worden zu sein.

Punkt der Märkisch-Schlesischen Kette ist Glienicke nicht. Die im Jahre 1870 von Golmberg aus, gleichzeitig mit den in den „Hauptdreiecken. II. Theil“, S. 343/345, verzeichneten Beobachtungen der „Märkisch-Schlesischen Kette“, angestellten Beobachtungen nach Eichberg, Glienicke und Colberg, welche von der L. A. nicht benutzt, jedoch im Manuskripte zur Verfügung gestellt sind, beziehen sich indessen für Glienicke ebenfalls auf das Centrum der „Küstenvermessung“. Hierbei stand der Heliotrop auf dem Beobachtungspfeiler 1867, und zwar beträgt die bei dieser Gelegenheit bestimmte Reduktion auf das Centrum + 33,413''. Die vorstehenden Elemente ergeben + 33,406''^{*)}, so dass also für ihre Richtigkeit eine gute Kontrolle vorhanden ist.

*) Angewandt wurde nach früheren Ermittlungen: + 33,414''.

Beobachtet wurde in Glienicke:

1845 für die „Küstenvermessung“, S. 224/227.

1867 für das „Märkisch-Thüringische Dreiecksnetz“. Zum Vergleich ist die zwanglose Stationsausgleichung herangezogen worden (S. 9).

Reduktion für die Richtung nach Golmberg, 1845, auf das Centrum des G. J. daselbst: + 62,136''.

	K. V. 1845	G. J. 1867
Berlin 0° 0'	0,000''	0,000''
Colberg 91 51	26,307	27,768
Golmberg 180 19	15,686	16,540
Eichberg 281 28	25,059	25,087

Die grössere Differenz in der Richtung nach Colberg ist nicht aufgeklärt; Unsicherheiten in den Centrirungen fällt sie jedenfalls nicht zur Last.

3. Colberg.

Der Dreieckspunkt liegt auf einer Anhöhe nordöstlich vom Dorfe Colberg bei Storkow in 93 m Meereshöhe und ist als identisch mit dem Dreieckspunkte der „Küstenvermessung“ und der „Märkisch-Schlesischen Kette“ anzusehen. Das Centrum der „Küstenvermessung“ war in gleicher Weise wie in Eichberg und Glienicke durch vier versenkte Klötze festgelegt. Aus ihnen wurde 1863 oder 1865 für die „Triangulation der Umgegend von Berlin“ (S. 28) von der L. A. der Punkt rekonstruiert und durch versenkte Platte und zu Tage stehenden Stein centrisch bezeichnet. Das auf der Platte eingemeisselte Kreuz stellt das Centrum dar. Im Jahre 1867 befand sich neben dem Dreieckspunkte eine Pyramide, welche ein centrisches Beobachten verhinderte; deshalb wurde für die Beobachtungen des Märkisch-Thüringischen Netzes unter der Pyramide ein 1 m hoher Pfeiler aus Ziegelsteinen errichtet. Zugleich wurde das Centrum der „Küstenvermessung“ nochmals aus den unversehrt vorhandenen 4 Festlegungsklötzen wiederhergestellt und seine Lage durch nachstehende Centrirungselemente bestimmt:

Im Dreieckspunkt.

		log e (e in Metern)
Glienicke, T. P.	0° 0' 0''	
Beobachtungspfeiler 1867	53 1 58	0,52052
Kreuz auf dem zu Tage stehenden Festlegungsstein	95 — —	7,83

Nimmt man an, dass das Kreuz des Pfeilers lothrecht über dem Kreuz der Platte gelegen hat (was allerdings nach einer Bemerkung in den Centrirungsrechnungen nicht scharf der Fall gewesen zu sein scheint*), so ergibt sich hiernach eine so geringe Excentricität des von der L. A. als Centrum angenommenen Punktes, dass sie innerhalb der Unsicherheit der Messungen liegt. Es wurde die Annahme der Identität des Punktes der „Küstenvermessung“ mit denen des G. J. und der L. A. beibehalten. Im Jahre 1884 hat übrigens die L. A. die Identität ihres Punktes mit dem der „Küstenvermessung“ nochmals constatirt.

Im Jahre 1870 benutzte die L. A. gleichfalls den Pfeiler 1867 für die Beobachtungen der „Märkisch-Schlesischen Kette“, und fand nachstehende Elemente zur Bestimmung seiner Lage gegen das Kreuz in der Platte („Hauptdreiecke. II. Theil“, S. 457), denen zum Vergleich die entsprechenden, aus vorstehenden Angaben abgeleiteten Werthe des G. J. beigefügt sind, indem wieder die lothrechte Lage des Kreuzes im Pfeiler über dem in der Platte vorausgesetzt wurde.

Im Beobachtungspfeiler 1867.

				log e (e in Metern)	
Glienicke, T. P.	0°	0'	0''		
Kreuz auf der Platte . .	232	57	7	0,51991	(G. J. 1867)
„ „ „ „ . .	232	44	36	0,51627	(L. A. 1870)

Die hier noch vorhandenen Differenzen können sehr wohl darauf beruhen, dass die Beobachtungspunkte 1867 und 1870 nicht identisch sind, da das Centrum des Instrumentes 1867 auf dem Pfeiler nicht markirt worden zu sein scheint. Jedenfalls schliessen diese Angaben grössere, einige Zehntel der Sekunde überschreitende Centrirungsfehler aus.

Beobachtet wurde in Colberg:

1845 für die „Küstenvermessung“, S. 222/223.

1867 für das „Märkisch-Thüringische Dreiecksnetz“ (S. 9).

1870 für die „Märkisch-Schlesische Kette“ („Hauptdreiecke. II. Theil“, S. 322/325).

Am letzten Orte ist die Stationsausgleichung unter der Bedingung ausgeführt, dass der Winkel zwischen den Richtungen nach Berlin und Krugberg den in der „Küstenvermessung“, S. 363, gegebenen definitiven Werth erhält. Gleicht man unter Benutzung der auf Seite 324 a. a. O. gegebenen Normalgleichungen ohne diesen Zwang aus, so ergibt sich:

*) Es ist nämlich als gemessen angegeben:

1867. Im Beobachtungspunkt.

Kreuz im zu Tage stehenden Stein	0°	0'	0''
Kreuz in der Festlegungsplatte	0	2	53
Kreuzungspunkt der Linien zwischen den alten 4 Festlegungsklötzen	0	5	9

Station Colberg.

Ziegelberg, T. P. d. L. A.	0°	0'	0,000''
Marienberg, „	69	52	38,152
Golmberg, „	146	31	55,543
Berlin, T. P. d. K. V.	232	9	54,604
Krugberg, „	298	34	52,437

Die Reduktionen auf die Punkte des G. J. betragen

für Golmberg, 1845: + 15,853''
 „ „ , 1870: + 8,169,

so dass man folgende vergleichende Zusammenstellung erhält:

	K. V. 1845	G. J. 1867	L. A. 1870
Golmberg 0° 0'	0,000''	0,000''	0,000''
Glienicke 43 38	15,440	15,938	—
Berlin 85 37	48,264	—	50,892
Krugberg 152 2	46,657	—	48,725

Die grossen Abweichungen zwischen 1845 und 1870 sind durch Unsicherheiten der Centrirungsbeträge für Golmberg jedenfalls nicht zu erklären.

4. Hagelsberg.

Der Dreieckspunkt (T. P. d. G. J.) liegt auf dem dicht an das Dorf Hagelsberg oder Hagelberg (Kreis Belzig) angrenzenden Windmühlenberge, 15,6 m nordwestlich von der Mitte der Windmühle, in 200 m Meereshöhe, und ist identisch mit dem Beobachtungspunkte des Jahres 1856, einem Holzpfeiler von 2,0 m Höhe, welcher auch für die „Zusammenstellung der berechneten Entfernungen der Dreieckspunkte von der Seite Eichberg—Eichstädt bis zur Seite Hühbeck—Ruhnerberg“ („General-Bericht über die mitteleuropäische Gradmessung pro 1863“, S. 23/26) als Centrum der Station angenommen war. Eine excentrische Festlegung des Beobachtungspunktes wurde 1856 in der Weise bewirkt, dass südlich von demselben eine Granitplatte mit eingemeissem Kreuze etwa 0,6 m in die Erde versenkt und auf ihr ein zu Tage stehender Pfeiler errichtet wurde, so dass ein auf der Scheitelfläche eingemeisseltes Kreuz senkrecht über das Kreuz der Granitplatte zu liegen kam. Dieser zu Tage stehende Festlegungsstein trägt auf der einen Seitenfläche die Buchstaben P T und auf der entgegengesetzten die Jahreszahl 1856. Bei der definitiven Bearbeitung und Ergänzung der Beobachtungen vom Jahre 1856 für die „Hauptdreiecke von Berlin bis zur Mecklenburgischen Grenze“, welche

letzteren mit den Dreiecken der obenerwähnten „Zusammenstellung u. s. w.“ identisch sind, nahm die L. A. den so festgelegten Punkt als Centrum der Station (T. P. d. L. A.) an, indem sie zugleich dem erweiterten Netz den Namen „Elbkette“ beilegte („Hauptdreiecke. IV. Theil. Die Elbkette. 1. Abth.: Die Ergebnisse“, S. 33/34). Der Leuchtstand, welcher 1845 für die Beobachtungen in Eichberg gedient hatte und ebenso wie Eichberg u. s. w. durch vier versenkte Klötze festgelegt war („Küstenvermessung“, S. 414), wurde im Jahre 1856 ebenfalls rekonstruirt. Von den damaligen Beobachtern wurden dem G. J. die nachstehenden Centrirungselemente mitgetheilt, welche zur Reduktion der Beobachtungen des Märkisch-Thüringischen Netzes vom T. P. d. L. A. auf den T. P. d. G. J. benutzt sind.

1856. Im T. P. d. G. J.

			log <i>e</i> (<i>e</i> in Metern)
Eichberg, T. P.	0°	0'	0''
T. P. der Landesaufnahme	108	26	37
Leuchtstand der Küstenvermessung	207	55	45,5
			0,63611
			0,62161

Um den durch die Windmühle zu befürchtenden Störungen zu entgehen, wurde für die Beobachtungen des Jahres 1867 östlich von derselben, excentrisch ein 4 m hoher Pfeiler aus Ziegelsteinen errichtet, dessen Lage gegen den T. P. d. L. A. folgendermaassen bestimmt wurde:

Im Pfeiler 1867.

			log <i>e</i> (<i>e</i> in Metern)
Eichberg, T. P.	0°	0'	0''
T. P. d. L. A.	221	3	43
			1,49056*)

Als sich bei den Beobachtungen auf Station Barnitz herausstellte, dass die Richtung Hagelsberg—Barnitz beiderseits beobachtet werden konnte, wenn man auf Hagelsberg einen erhöhten Standpunkt schuf, so wurde im Jahre 1872 auf einem nahe dem T. P. d. G. J. errichteten, 9,5 m hohen Eichstamm die Richtung nach Barnitz von Hagelsberg aus eingefügt. Es wurde hierbei ermittelt:

Im Beobachtungspunkte auf dem Baumstamme 1872.

			log <i>e</i> (<i>e</i> in Metern)
Lotzschke, Kirchthurm	0°	0'	0''
T. P. d. G. J.	81	30	53
			2,053172
			9,62286

Bei Gelegenheit der Beobachtungen für die „Hannoversch-Sächsische Dreieckskette“ bestimmte die L. A. ebenfalls die Lage des „Gradmessungspfeilers 1867“ (Leuchtbolzen auf demselben) gegen den T. P. d. L. A. und rekonstruirte nochmals den Leuchtstand der „Küstenvermessung“ („Hauptdreiecke. IV. Theil. Die Elbkette“, S. 33/34, und „Uebersichtsheft der Landesaufnahme vom Jahre

*) Hierbei ist auf die Verbesserung der *Baumann'schen* Halbtoise (siehe S. 72) keine Rücksicht genommen. Nur bei der Bestimmung der Reduktionen der von Eichberg und Golmberg aus beobachteten Heliotropen auf den Pfeiler 1867 ist hierauf geachtet (vergl. S. 13).

1887⁴, S. 23). Reducirt man die oben aufgeführten, und vom G. J. adoptirten Centrirellemente auf den T. P. d. L. A., so erhält man nachstehende Vergleichung mit den eben erwähnten Bestimmungen der L. A.:

Im T. P. d. L. A.

	L. A. 1856 u. 80		G. J.		log e (e in Metern)	
					L. A.	G. J.
Eichberg 0°	0'	0''	0'	0''		
Beobachtungspfeiler 1867 41	0	9	2	10	1,49079	1,49056
T. P. d. G. J. 288	26	55	26	56	0,63609	0,63611
Leuchtstand der K. V. 248	54	51	(60	3)	0,81431	(0,81261)

Hieraus geht hervor, dass die Angaben für den T. P. d. G. J. bei L. A. und G. J. beide auf den Messungen von 1856 beruhen. Bei dem Beobachtungspfeiler 1867 ist die Identität des Beobachtungspunktes 1867 und des 1880 bestimmten Leuchtbolzens (welcher erst von der L. A. eingelassen ist) nicht gewiss, so dass hierauf die etwas grössere Differenz in der Richtung beruhen kann. Der alten, unter G. J. aufgeführten, Bestimmung des Leuchtstandes der „Küstenvermessung“ kann endlich kein Werth beigelegt werden, da über ihre Grundlagen gar nichts bekannt ist; zur Reduktion sind also hierfür nur die Angaben der L. A. verwendet. Die letzteren erhalten dadurch eine Bestätigung, dass von Seiten des G. J. im Jahre 1872 der Leuchtstand der K. V. gleichfalls wiederhergestellt, in dessen nur seine Entfernung vom T. P. d. L. A. zu 3,3455 tois. (log. in Metern = 0,81429) durch direkte Messung bestimmt wurde.

Auf Station Hagelsberg wurde beobachtet:

- 1856 für die „Elbkette“ („Hauptdreiecke. IV. Theil“, S. 33).
- 1867 „ das „Märkisch-Thüringische Dreiecksnetz“ (S. 10/11).
- 1872 „ „ „ „ „ (Einfügung der Richtung nach Barnitz.)
- 1880 „ die „Hannoversch-Sächsische Dreiecks-kette“, unter Anschluss an die „Elbkette“ durch die Richtung nach Gollwitzer Berg („Uebersichts-Heft der L. A. 1887“, S. 23).

Die Reduktionen auf die Punkte des G. J. betragen

- a) auf Hagelsberg vom T. P. d. L. A. auf den T. P. d. G. J.
- für die Richtung nach Eichberg : + 18,809''
- " " " " Gollwitzer Berg: — 12,526
- " " " " Golmberg : + 14,330
- " " " " Petersberg : — 8,084*)
- b) für die Richtung nach Golmberg (1880): — 5,879
- " " " " Petersberg : + 47,601*)

*) Wird erst im folgenden Kapitel für die Rechnungen behufs der Vergleichungen von Ausgleichungsergebnissen gebraucht.

so dass sich nachstehende Vergleichung ergibt:

	L. A. 1856	G. J. 1867 u. 72	L. A. 1880
Eichberg 0° 0'	0,000"	0,000"	—
Gollwitzer Berg . 264 28	13,307	—	13,307"
Golmberg 39 10	—	8,005	8,130

5. Golmberg.

Der Golmberg ist der Gipfelpunkt einer bewaldeten Berggruppe, 3,6 km südlich vom Dorfe Stülpe (Kreis Jüterbogk). Der Dreieckspunkt des G. J. liegt auf der höchsten Stelle des Berges in einer Meereshöhe von 177 m und ist nicht identisch mit den Punkten der L. A. und der „Küstenvermessung“ (S. 414/415), welch' letzterer im Jahre 1867 nicht rekonstruirt werden konnte. In seiner Nähe war 1847 ein Aussichtsturm von 9 3/4 m Höhe aus Holz erbaut worden, welcher 1867 zwar noch in gutem Zustande vorgefunden wurde, sich zum Beobachtungsorte aber wegen zu geringer Festigkeit nicht eignete. Deshalb wurde südwestlich von demselben ein Eichstamm von 10 m Höhe aufgerichtet und mit einem Gerüste umgeben, welches sich unmittelbar an den Thurm anlehnte. Hier waren alle benachbarten Dreieckspunkte sichtbar, und hier sind auch die meisten Beobachtungen ausgeführt worden, weshalb der neue Dreieckspunkt (T. P. d. G. J.) auf diesen Baumstamm verlegt und durch Eintreibung eines langen Nagels markirt wurde. Ausserdem ist zur Festlegung auf der entgegengesetzten Seite des Thurmes eine Steinplatte mit eingemeisseltem Kreuze etwa 0,6 m tief in die Erde versenkt worden. Zur Kontrolle der Beobachtungen auf dem Baumstamme sind auf einem senkrecht über jener Platte zeitweilig errichteten Backsteinpfeiler 1867 einige daselbst sichtbare Punkte beobachtet worden, wobei seine Lage folgendermaassen bestimmt wurde:

1867. Im T. P. d. G. J.

	$\log e$
	(e in Metern)
Herzberg, T. P. 0° 0' 0"	
Pfeiler 1867 236 13 1	0,99573

Im Jahre 1868 gelang es indessen Herrn Prof. *Albrecht* den Dreieckspunkt der „Küstenvermessung“ zu rekonstruiren, indem es ihm glückte, 3 von den 4 Festlegungsklötzen aufzufinden und hieraus nachfolgende Elemente zu bestimmen:

Märk.-Thür. Dreiecksnetz.

Im Pfeiler 1867.

				log e (e in Metern)
Herzberg, T. P.	0°	0'	0''	
Dreieckspunkt der „Küstenvermessung“	12	25	17	0,03083

Jedoch wurde hierauf weiter keine Rücksicht genommen, und der 1867 neugewählte Dreieckspunkt unverändert beibehalten.

Bei Gelegenheit der Beobachtungen für die „Märkisch-Schlesische Dreieckskette“ im Jahre 1870 gelang der L. A. die Wiederherstellung des Punktes der „Küstenvermessung“ zunächst auch nicht, weshalb sie einen neuen Punkt durch versenkte Platte und zu Tage stehenden Stein festlegte (T. P. d. L. A.). Beobachtet wurde 1870 von der L. A. auf dem 1867 vom G. J. errichteten Baumstamm, dessen Lage aber nicht mehr als identisch mit der von 1867 anzusehen ist. Für die Lage des T. P. d. L. A. und der Festlegung des G. J. (Pfeiler 1867) gegen den Beobachtungspunkt (1870) leitete die L. A. folgende Elemente ab („Hauptdreiecke. II. Theil“, S. 459):

1870. Im Beobachtungspunkte.

				log e (e in Metern)
Eichberg, T. P.	0°	0'	0''	
T. P. d. L. A.	195	30	57	0,25997
Pfeiler 1867	93	24	18	0,99547

Im Jahre 1871 beobachtete das G. J. nochmals auf Golmberg behufs Einschaltung der Richtungen nach Marienberg, Brautberg und Grossberg. Da sich der Baumstamm gegen 1867 etwas verschoben hatte, wurde die Lage des 1871^{er} Beobachtungspunktes auf demselben gegen den T. P. d. G. J. aus der Festlegung von 1867 möglichst scharf bestimmt, ebenso wie der T. P. d. L. A., nämlich:

1871. Im T. P. d. G. J.

				log e (e in Metern)
Herzberg, T. P.	0°	0'	0''	
T. P. d. L. A.	338	3	44	0,25986
Beobachtungsort 1871	178	45	43	8,505

Im Jahre 1880 kam die L. A. auch noch einmal nach Golmberg wegen der Beobachtungen für die „Hannoversch-Sächsische Dreieckskette“. Diesmal gelang ihr ebenfalls die Wiederherstellung des Punktes der „Küstenvermessung“ und zwar auch nur aus 3 Festlegungsklötzen, weil beim vierten während des Nachgrabens die Bleiplatte von dem stark verfaulten Holz fiel; zugleich wurde die Festlegung 1867 nochmals in ihrer Lage gegen den T. P. d. L. A. bestimmt („Uebersichtsheft der Landesaufnahme vom Jahre 1887“, S. 23):

1880. Im T. P. d. L. A.

	0° 0' 0''			log e (e in Metern)
Eichberg, T. P.	0° 0' 0''			
Pfeiler 1867	83 34 22			1,01883
T. P. d. „Küstenvermessung“	87 7 17			0,98087

Reducirt man nunmehr die in Frage kommenden Elemente auf den T. P. d. L. A., so ergibt sich folgende Vergleichung der verschiedenen Resultate:

Im T. P. d. L. A.

	G. J. 1867, 68, 71	L. A. 1870	L. A. 1880	log e (e in Metern)		
				G. J. 1867, 1868, 71	L. A. 1870	L. A. 1880
Eichberg, T. P.	0° 0' 0''	0' 0''	0' 0''			
T. P. d. G. J.	15 14 59	— —	— —	0,25986	—	—
Beobachtungspunkt d. L. A. (1870)	15 — —	30 54	— —	—	0,25997	—
„ d. G. J. (1871)	15 36 1	— —	— —	0,26696	—	—
Festlegung des G. J. (1867) . . .	83 34 29	35 2	34 22	1,01823	1,01832	1,01883
T. P. der „Küstenvermessung“ . .	87 10 18	— —	7 17	0,98031	—	0,98087

Zur Ableitung der Reduktionsbeträge für den T. P. der „Küstenvermessung“ wurde das arithmetische Mittel der vorstehenden Bestimmungen des G. J. und der L. A. benutzt.

Beobachtet wurde auf Golmberg:

1867 und 1871 für das „Märkisch-Thüringische Dreiecksnetz“, S. 11/13.

1870 für die „Märkisch-Schlesische Dreiecks-kette“ („Hauptdreiecke. II. Theil“, S. 343/345).

1870 wurden ferner von der L. A. gleichzeitig mit den vorerwähnten Beobachtungen, aber unabhängig von denselben, die Winkel zwischen Eichberg, Glienicke und Colberg gemessen. Diese unbenutzt gebliebenen Beobachtungen, welche dem G. J. handschriftlich zur Verfügung gestellt wurden, ergaben:

Golmberg, im T. P. d. L. A.

Eichberg	0° 0' 0,000''
Glienicke	30 5 48,408
Colberg	77 59 42,051.

1880 für die „Hannoversch-Sächsische Dreiecks-kette“ („Uebersichtsheft der Landesaufnahme von 1887“, S. 23).

Zur Reduktion auf die Punkte des G. J. dienen nachstehende Beträge:

1. Reduktion vom T. P. d. L. A. auf den T. P. d. G. J. in Golmberg

für die Richtung nach	Eichberg:	— 2,683"
" " " "	Glienicke:	+ 3,411
" " " "	Colberg:	+ 8,169
" " " "	Marienberg:	+ 8,322
" " " "	Brautberg:	+ 4,329
" " " "	Grossberg:	— 1,640
" " " "	Hagelsberg:	— 5,879

2. Reduktion der beobachteten Punkte auf die Punkte des G. J.

für Marienberg:	+ 4,451"
" Brautberg:	— 4,839
" Grossberg:	+ 8,412
" Hagelsberg:	+ 14,330

Hiermit ergeben sich folgende Vergleichen:

	G. J. 1867 u. 71	L. A. 1870 M.-S. Dr.	L. A. 1870 Nicht benutzt	L. A. 1880 H.-S. Dr.
Eichberg 0° 0'	0,000"	0,000"	0,000"	—
Glienicke 30 5	54,689	—	54,502	—
Colberg 77 59	51,080	53,276	52,903	—
Marienberg 117 7	19,557	21,147	—	—
Brautberg 158 58	24,527	26,339	—	—
Grossberg 205 0	6,077	8,820	—	8,820"
Hagelsberg 309 24	7,178	—	—	6,695

6. Barnitz.

Der Dreieckspunkt liegt auf dem Halleschen Berge im Forstgebiete Thielenheide, 8,5 km östlich von Gräfenhainichen und 2 km westlich von dem Forsthause Barnitz, in 183 m Meereshöhe. Da der Berg vollständig bewaldet war, so musste ein erhöhter Standpunkt geschaffen werden. Zu diesem Zwecke wurde eine naturwüchsige, starke Kiefer in einer Höhe von 17,1 m abgeschnitten und mit einem Gerüst umgeben. Das im Baumstamme durch einen eisernen Nagel markirte Beobachtungscentrum von 1868 ist als Dreieckspunkt angenommen. Um denselben festzulegen, wurde nordöstlich von dem Baumstamme eine mit eingemeisseltem Kreuze versehene Steinplatte 1 m unter die Erdoberfläche versenkt. Zur leichteren Auffindung der Festlegung ist über der Platte ein

gleichfalls mit Kreuzschnitt versehener Steinpfeiler errichtet, welcher 0,3 m über den Boden hervorragt. Bei den Beobachtungen im Jahre 1872 stellte es sich heraus, dass die Scheitelfläche des Baumes ihre Lage gegen den Festlegungsstein etwas geändert hatte. Die Lage des Festlegungssteines und des Beobachtungsortes von 1872 gegen den Dreieckspunkt ist aus nachstehenden Elementen zu entnehmen.

Im Dreieckspunkte auf dem Baumstamm.

			log e (e in Metern)	
Reinharz, Helmstange des Schlossturmes . .	0°	0'	0''	3,87855
Beobachtungsort 1872 auf dem Baumstamm	16	26	13	8,718
Kreuz in dem Festlegungsstein	275	0	30	0,22769

7. Hirseberg.

Der Dreieckspunkt liegt auf der Hügelreihe nördlich von dem Dorfe Berkau bei Wittenberg in einer Meereshöhe von 186 m und ist durch ein auf die Scheitelfläche eines steinernen Beobachtungspfeilers eingemeisseltes Kreuz bezeichnet. Zur Festlegung sind 4 Steine versenkt worden, deren Lage durch folgende Elemente bestimmt ist.

Im Dreieckspunkte auf dem Pfeiler.

				log e (e in Metern)
Grabo, Kirchthurm	0°	0'	0''	
Südlicher Stein	3	39	50	0,53442
Westlicher „	94	21	59	0,52391
Nördlicher „	183	35	2	0,53109
Oestlicher „	274	24	33	0,53591

Ausserdem wurde eine 6,8 m hohe Pyramide errichtet, deren Spitze verschiedentlich als Beobachtungsobjekt gedient hat; ihre Lage gegen den Dreieckspunkt ist 1867 und 1872 folgendermaassen ermittelt worden:

Im Dreieckspunkt.

				log e (e in Metern)
Grabo, Kirchthurm	0°	0'	0''	
Pyramidenspitze, 1872	19	45	40	9,69363
„ , 1867	19	55	15	9,67739

8. Hubertusberg.

Eine Meile nordöstlich von Coswig im Herzogthum Anhalt steht auf einem kleinen Plateau von 140 m Meereshöhe das herzogliche Jagdschloss Hubertusberg, an dessen Nordseite ein massiver Thurm angebaut ist. Da des Thurmdaches wegen an keiner Stelle des Thurmkranzes sämtliche zu beobachtende Richtungen frei waren, mussten zwei Beobachtungspfeiler aus Ziegelsteinen, der eine in der Nordwestecke und der andere (für Herzberg) in der Südostecke des Thurmkranzes, errichtet werden. Ein in die steinerne Deckplatte des Nordwest-Pfeilers eingelassener Messingbolzen bezeichnet den Dreieckspunkt, welcher sich 14,2 m über dem Fusse des Thurmes befindet. Zur Sicherung des Dreieckspunktes ist ein Festlegungsstein mit eingemeissem Kreuz, der Südwestecke des Schlosses gegenüber, etwa 1 m unter die Erdoberfläche versenkt worden, dessen Lage gegen das Schloss aus folgenden, direkt gemessenen Abständen hervorgeht:

Abstand des Festlegungssteines von der Südwest-Ecke	des Schlosses	=	11,02 m,
„ „ „ „	Nordwest-Ecke	„ „	= 15,50 m,
„ „ „ „	Südost-Ecke	„ „	= 23,75 m.

Als Zielpunkt hat ausserdem auf einigen Stationen die Helmstange des Thurmes gedient. Die gegenseitige Lage der für die Messungen benutzten Punkte ist aus folgenden, durch eine kleine Lokal-Triangulation ermittelten Angaben zu ersehen:

Auf dem Nordwestpfeiler, im Dreieckspunkte.

			log <i>e</i> (<i>e</i> in Metern)	
Wahlsdorf, Tafel	0°	0'	0''	3,57360
Helmstange des Thurmes auf Hubertusberg	128	22	51	0,35605
Südost-Pfeiler	129	8	17	0,63343
Festlegungsstein	220	19	35	1,33172

9. Herzberg.

Der Dreieckspunkt liegt auf dem Kirchturm der Hauptkirche der Stadt Herzberg. Die Beobachtungen sind auf dem Kranze des Kirchturms, welcher unterhalb desselben aus sehr starkem Mauerwerk besteht, 37,6 m über dem Fusse des Thurmes und in 120 m Meereshöhe ausgeführt worden; jedoch war es nicht möglich, von einem Punkte aus alle Richtungen zu beobachten, es mussten vielmehr 3 Beobachtungspfeiler, der Nordwest- und Südwest-Pfeiler im Jahre 1867 und der Südost-Pfeiler im Jahre 1870, auf dem Mauerkranze aus Ziegelsteinen errichtet werden. In die Deckplatte des Nordwest-Pfeilers ist ein Messingbolzen eingelassen, dessen Mitte als Dreieckspunkt eingeführt ist.

Die Lage der drei Pfeiler und der Helmstange des Thurmes, welche zuweilen als Ziel gedient hat, ist durch eine Lokal-Triangulation ermittelt, aus der die folgenden Centrirungselemente hergeleitet sind:

Auf dem Nordwestpfeiler, im Dreieckspunkt.

			log e (e in Metern)	
Gräfendorf, Tafel	0°	0'	0''	3,59186
Südost-Pfeiler	262	33	38	1,04825
Helmstange des Thurmes	267	15	7	0,74715
Südwest-Pfeiler	333	38	50	0,51989

10. Grossberg.

Der Grossberg ist der Gipfelpunkt einer bewaldeten Hügelreihe, 12 km südöstlich von Herzberg, und hat 147 m Meereshöhe. Als Beobachtungsort diente ein von der L. A. errichteter Baumstamm von 9,6 m Höhe, welcher vom G. J. als Dreieckspunkt eingeführt ist. Der Beobachtungspunkt der L. A. für die „Märkisch-Schlesische Dreieckskette“ ist mit dem des G. J. identisch, und zwar hat die L. A. vom 13.—21. Aug. und das G. J. vom 22. Aug. — 8. Sept. 1871 daselbst beobachtet (vergl. „Hauptdreiecke. II. Theil“, S. 351/352). Jedoch ist der Dreieckspunkt der L. A. von dem des G. J. verschieden und durch Stein und Platte I. Ordnung von ersterer festgelegt. Aus den Angaben auf S. 460 der „Hauptdreiecke. II. Theil“ findet man:

Im T. P. d. G. J. = Beobachtungspunkt der L. A. 1871.

			log e (e in Metern)	
Collm, T. P.	0°	0'	0''	
T. P. d. L. A.	207	42	30	0,26834

Endlich hat die L. A. im Jahre 1880 für die „Hannoversch-Sächsische Dreieckskette“ nochmals Beobachtungen auf Grossberg angestellt. („Uebersichtsheft der Landesaufnahme von 1887“, S. 24).

Zur Reduktion der Beobachtungen der L. A. auf die Punkte des G. J. dienen nachfolgende Beträge:

a) Reduktion vom T. P. d. L. A. auf den T. P. d. G. J. in Grossberg

für die Richtung nach Golmberg:	+ 8,412''
„ „ „ „ Brautberg:	— 4,643
„ „ „ „ Strauch :	— 10,817
„ „ „ „ Collm :	— 3,800

b) Reduktion der beobachteten Punkte auf die Punkte des G. J.

für die Richtung nach Golmberg:	— 1,640''
„ „ „ „ Brautberg:	— 1,770

Hiernach erhält man nachstehende vergleichende Zusammenstellung:

	G. J. 1871	L. A. 1871	L. A. 1880
Golmberg 0° 0'	0,000''	0,000''	0,000''
Brautberg 85 7	51,576	51,313	—
Strauch 153 46	46,760	47,222	—
Collm 210 42	60,134	57,944	60,561

11. Strauch.

Der Dreieckspunkt liegt 2 km nördlich vom Dorfe Strauch im Königreich Sachsen auf dem Landrücken, welcher sich zwischen Grossenhain und Elsterwerda längs der Preussisch-Sächsischen Grenze hinzieht, in einer Meereshöhe von 203 m, und ist identisch mit den Punkten der Königl. Sächsischen Triangulation und der „Märkisch-Schlesischen Kette“ der L. A. Das Centrum ist durch einen Kreuzschnitt auf der oberen Fläche eines Messingcylinders bezeichnet, der in dem von der Königl. Sächsischen Kommission für die Europäische Gradmessung aus Granit erbauten Beobachtungspfeiler mit Blei eingegossen ist. Der 7,3 m hohe Pfeiler ist bis zur Höhe von 5,6 m mit einem angeschütteten Sandberge umgeben. Näheres über die Festlegung der Dreieckspunkte im Königreich Sachsen findet sich im „General-Bericht über die mitteleuropäische Gradmessung für das Jahr 1864“, S. 39/40. Die Beobachtungen der L. A. vom Jahre 1870 finden sich „Hauptdreiecke. II. Theil“, S. 353/354 und 460/461; die sächsischen Beobachtungen sind noch nicht veröffentlicht.

Reduktion der beobachteten Punkte der L. A. auf die des G. J.

für die Richtung nach Grossberg: — 10,817''
 „ „ „ „ Brautberg: + 4,418

Man erhält nachfolgende Vergleichung:

	G. J. 1870	L. A. 1870
Grossberg 0° 0'	0,000''	0,000''
Brautberg 57 47	49,180	49,576
Keulenberg 149 52	3,903	4,716
Collm 283 51	10,897	10,892

12. Collm.

Der Collm ist ein vereinzelter Bergkegel, 7,5 km westlich von Oschatz im Königreich Sachsen. Auf dem Gipfel befindet sich ein aus Steinen erbauter Aussichtsturm (Albertsturm, früher Hubertussturm) von 19,5 m Höhe. Das Centrum der Station ist in 333 m Meereshöhe durch einen Messingcylinder in dem von sächsischer Seite auf der Plattform des Thurmes errichteten Granitpfeiler bezeichnet. Dasselbe ist identisch mit den Dreieckspunkten der L. A. („Hauptdreiecke. II. Theil“, S. 355/356 und S. 461, sowie „Uebersichtsheft der Landesaufnahme von 1887“, S. 24) und des trigonometrischen Netzes im Königreich Sachsen.

Reduktion der beobachteten Punkte der L. A. („Märkisch-Schlesische“ und „Hannoversch-Sächsische Dreieckskette“) auf die des G. J.

für die Richtung nach Leipzig : + 0,050''
 „ „ „ „ Grossberg: — 3,800

Hiernach ermöglichen die an den oben erwähnten Orten aufgeführten Ergebnisse nachstehende Vergleichen:

	G. J. 1870	L. A. 1870	L. A. 1880
Strauch 0° 0'	0,000''	0,000''	0,000''
Keulenberg 20 6	21,987	20,573	—
Leipzig 198 5	58,890	—	58,282
Grossberg 313 4	59,515	56,557	56,828

13. Hohburg.

Der Dreieckspunkt liegt auf dem Lehmberge bei Hohburg, einem Dorfe 7,5 km nordöstlich von Wurzen, im Königreich Sachsen, und ist mit dem gleichbenannten sächsischen Punkte identisch. Auf dem Gipfel jenes Berges in 188 m Meereshöhe ist von der Sächsischen Gradmessungs-Kommission ein 6,9 m hoher Steinpfeiler und um denselben ein Beobachtungsgerüst erbaut worden. Das Centrum der Station ist durch einen Messingcylinder auf dem Pfeiler bezeichnet.

14. Leipzig.

Als Dreieckspunkt ist das Centrum des Thurmes der Pleissenburg eingeführt, wie es durch die Mitte eines hölzernen Sternes im steinernen Fussboden des oberen Thurmsaales markirt ist; der Dreieckspunkt ist nur wenig verschieden von dem der „Hannoversch-Sächsischen Dreieckskette“ der L. A. („Uebersichtsheft der Landesaufnahme von 1887“, S. 24/25). Von den beiden graniteneen Steinpfeilern, welche damals schon (1869) von der Sächsischen Gradmessungs-Kommission auf dem Kranze des Thurmes, in der Höhe des oberen Thurmsaales, errichtet waren, ist nur der südliche (als Pfeiler B bezeichnet und zugleich Dreieckspunkt der Königl. Sächsischen Triangulation) als Beobachtungsort benutzt worden. Um die Richtung nach Barnitz, welche durch einen von West nach Ost sich hinziehenden Höhenrücken verdeckt war, sichtbar zu machen, wurde nach Norden auf der Krone des Thurmgebäuers ein neuer Pfeiler (Oberer Pfeiler) aufgemauert, nachdem das Dach an der betreffenden Stelle aufgedeckt war. Aber selbst hier war der Barnitzer Heliotrop nur in den späten Nachmittagsstunden sichtbar, wenn er durch stärkere Refraktion gehoben wurde.

Die Meereshöhe der Oberfläche des Pfeilers B beträgt 146 m und die des Oberen Pfeilers 155 m. Die Entfernung des Schlossturms zu Klein-Zschocher vom Centrum wurde durch eine Lokal-Triangulation zu 3883,4 m ermittelt.

Zur Verwendung kamen nachstehende Centrirungselemente:

Im T. P. d. G. J.

			log <i>e</i> (<i>e</i> in Metern)
Collm, T. P.	0°	0' 0''	
Pfeiler B	40	42 0	0,91084
Oberer Pfeiler	227	22 56	0,82420

Die Lage des Pfeilers B gegen das Centrum lässt sich ferner aus den oben erwähnten Angaben der L. A. und aus einer Bestimmung von *F. R. Helmert* vom Jahre 1868 folgendermaassen ableiten:

Im T. P. d. G. J.

	L. A.	H.	log <i>e</i> (<i>e</i> in Metern)	
			L. A.	H.
Collm, T. P. 0° 0'	0''	0''		
Pfeiler B 40 41	21	34	0,90969	0,91011

C. Bruhns endlich giebt für die Entfernung: Pfeiler B — Centrum den Werth 8,1156 m (log = 0,90932).*)

Die Lage des Centrums des G. J. gegen das der L. A. ist von letzterer im „Uebersichtsheft“, S. 24/25, in folgender Weise festgelegt:

Im T. P. d. L. A.

	0°	$0'$	log e (e in Metern)
Collm, T. P. . . .	0°	0'	
T. P. d. G. J. . . .	350	20	8,8075

Zu den oben angegebenen, vom G. J. benutzten Entfernungen des Pfeilers B und des Oberen Pfeilers vom Centrum, 8,144 m bzw. 6,671 m, ist noch folgendes zu bemerken. Die direkt ermittelten Entfernungen waren nämlich 8,119 m und 6,646 m. Da aber der mit ihnen centrirte Winkel zwischen Klein-Zschocher und Hohburg, welcher sowohl auf dem Pfeiler B als auf dem Oberen Pfeiler beobachtet war, eine Differenz von 3 Sekunden für diese beiden Bestimmungen ergab, so wurden zur Beseitigung derselben beide Entfernungen um 25 mm vergrößert. In der That scheint nun aber die direkt bestimmte Entfernung: Pfeiler B — Centrum ziemlich scharf gewesen zu sein, sowohl weil drei unabhängige Bestimmungen zu Grunde liegen, als auch weil sie mit den anderen Angaben besser stimmt. Eine etwaige Unsicherheit scheint also nur der Entfernung: Oberer Pfeiler — Centrum anzuhaften, deren Bestimmung in der That mit grossen Schwierigkeiten verbunden war und dabei ohne Kontrolle geblieben ist. Ein grösserer, etwa 0,1'' erreichender Einfluss auf die Netzwinkel ist indessen durch diese Unsicherheiten nicht entstanden. (Vergl. S. 24).

Zur Reduktion der Angaben der „Hannoversch-Sächsischen“ Dreieckskette auf die Punkte des G. J. findet man:

1. Reduktion vom T. P. d. L. A. auf den T. P. d. G. J. in Leipzig

für die Richtung nach Petersberg:	— 0,248''
" " " " Collm	: + 0,050
" " " " Wilsdorf	: + 0,080**)

2. Reduktion der beobachteten Punkte der L. A. auf die des G. J.

für die Richtung nach Petersberg: + 2' 51,706''***)

*) „*C. Bruhns*. Mittheilung über die Ermittlung der Koordinaten der Pleissenburg und verschiedener Thürme in Bezug auf die Leipziger Sternwarte und über die Konstruktion eines Basisapparates. Berichte der Königl. Sächs. Gesellschaft der Wissenschaften. Mathematisch-Physische Klasse. Sitzung am 12. December 1872“, S. 368.

**) Wird nur indirekt zur Ableitung der Ergebnisse des folgenden Kapitels gebraucht.

***) Wo die Grösse der Reduktionen, wie im vorliegenden Falle, eine Berücksichtigung der sphärischen Excesse der kleinen Centrirungs-Dreiecke erforderte, ist es auch geschehen.

Hiermit erhält man nachstehende Vergleichung:

	G. J. 1869	L. A. 1881
Petersberg 0° 0'	0,000''	0,000''
Collm 139 24	13,830	13,471

15. Petersberg.

Der Petersberg ist ein kleiner, isolirter Bergkegel, 11 Kilometer nördlich von Halle. Auf dem Gipfel in 249 m Meereshöhe steht eine Kirche mit 2 Thürmen, einem Hauptthurme am westlichen Ende und einem Dachreiterthurm ziemlich in der Mitte des Kirchendaches. Der alte Dreieckspunkt des Generalstabes befand sich auf dem Hauptthurme und ist bei der in den Jahren 1854—56 erfolgten Renovation der Kirche verloren gegangen, von der L. A. jedoch wiederhergestellt worden („Uebersichtsheft von 1887“, S. 25/26). Weil sich keiner der beiden Thürme zum Beobachtungsort eignete, so sind auf dem die Kirche umgebenden Friedhofe mehrere Steinpfeiler errichtet worden. Der erste liegt in der Nordostecke des Friedhofes (hier als Ostpfeiler, von der L. A. als Pfeiler IV bezeichnet); auf seiner Scheitelfläche ist der Dreieckspunkt durch ein eingemeisseltes Kreuz markirt. Da von hier aus nicht alle Objekte sichtbar waren, ist westlich davon ein zweiter Beobachtungspfeiler (Nordpfeiler bezw. Pfeiler III der L. A.) erbaut worden. Nur diese beiden Pfeiler haben als Beobachtungsorte gedient, während ein dritter, in der Nähe der Südwestecke des Friedhofes, (Westpfeiler bezw. Pfeiler I der L. A.) bloss als Heliotropenstand benutzt ist. Das Centrum der L. A. fiel 1880 mit dem Fuss des Kreuzes auf dem Dachreiterthurm zusammen. Der Ostpfeiler (T. P. d. G. J.) ist überdies 1880 von der L. A. durch 3 excentrische Steine unterirdisch festgelegt worden. Die von der L. A. a. a. O. gegebenen Elemente gestatten nach Reduktion auf den T. P. d. G. J. nachstehende Vergleichung der beiderseits ermittelten Centrirungselemente.

Im T. P. d. G. J. (Ostpfeiler = Pfeiler IV).

	G. J. 1869		L. A. 1880		log e (e in Metern)	
					G. J.	L. A.
Leipzig, T. P. d. G. J. 0°	0'	0''	0'	0''		
Kreuz auf dem Dachreiterthurm 54	35	35	35	7	1,621983	1,622527
Westpfeiler = Pfeiler I 81	10	34	9	48	1,92543	1,92584
Nordpfeiler = Pfeiler III 133	26	22	21	59	1,68033	1,68005
Lobejün, Kirchthurm 186	42	59	—	—	3,748561	—

Hierzu ist noch zu bemerken:

- I. Das vom G. J. bestimmte Kreuz des Dachreiterthurmes ist nur als annähernd mit dem T. P. d. L. A. zusammenfallend anzusehen. Deshalb sind zur Reduktion vom T. P. d. L. A. auf den T. P. d. G. J. nur die Angaben der L. A. zu benutzen.
- II. Im Jahre 1869 sind die Punkte auf den 3 Pfeilern durch Kreuzschnitte bezeichnet, während nach der L. A. („Uebersichtsheft“, S. 25/26) im Ost- und Westpfeiler Leuchtbolzen eingelassen sind.
- III. Die Resultate des G. J. sind durch die doppelte Bestimmung der Seite Nordpfeiler-Dachreiterthurm aus voneinander unabhängigen Beobachtungen in sich kontrolirt.

Vergleichungen direkt gemessener Winkel sind auf Station Petersberg nicht möglich. Für die Vergleichung berechneter Resultate im folgenden Kapitel sind nachstehende Reduktionen zur Verwendung gekommen:

1. Reduktion vom T. P. d. L. A. auf den T. P. d. G. J. in Petersberg

für die Richtung nach Hagelsberg:	+	47,598''
„ „ „ „ Leipzig :	+	2' 51,703
„ „ „ „ Kyffhäuser:	—	1 59,207*)
„ „ „ „ Brocken :	—	1 30,540
2. Reduktion der beobachteten Punkte der L. A. auf die des G. J.

für die Richtung nach Hagelsberg:	—	8,084''
„ „ „ „ Leipzig :	—	0,248
„ „ „ „ Brocken :	+	11,483

16. Spitzberg.

Der Spitzberg bei Roslau im Herzogthum Anhalt ist ein kleiner bewaldeter Sandhügel, welcher sich nur etwa 40 m über die ihn umgebende Ebene erhebt. Auf seinem Gipfel steht ein herzogliches Jagdschloss von 17 m Höhe, dessen Dach von einem mächtigen Schornsteine gekrönt wird. Dieser ist, da für die Beobachtungen ein möglichst hoher Standpunkt erforderlich war, zur Station eingerichtet worden, indem er mit einer Granitplatte zugedeckt und mit einem Gerüst umgeben wurde. Ein in die Platte eingemeisseltes Kreuz bezeichnet den Dreieckspunkt, dessen Meereshöhe 129 m beträgt. Zur Festlegung ist nordwestlich vom Jagdschlosse, 26,08 m von der nordöstlichen Ecke, 21,62 m von der nordwestlichen Ecke und 23,30 m von der Thurmmitte ein Stein mit eingemeisseltem Kreuze ungefähr 1 m tief in den Erdboden versenkt worden. Die Lage des Dreieckspunktes gegen diesen Stein ergibt sich aus folgenden Elementen:

Auf dem Festlegungssteine.

			log e (e in Metern)
Zerbst, Nikolaithurm	0°	0'	0''
Dreieckspunkt, Kreuz auf dem Schornstein	208	45	19
			1,44749

*) Auf Station Kyffhäuser beträgt die Reduktion für die Richtung nach Petersberg: — 1' 59,213''.

17. Magdeburg.

Auf der Westseite des obersten Gesimses des nördlichen Domthurmes war schon früher vom Königl. Generalstabe ein Beobachtungspfeiler (W) aus Backsteinen errichtet worden. Das Centrum der steinernen Deckplatte desselben ist auch hier als Dreieckspunkt eingeführt. Da jedoch von diesem Standpunkt aus der Spitzberg nicht sichtbar war, so ist auf der Ostseite des Kranzes ein zweiter Beobachtungspfeiler (O) hergestellt worden. Die Scheitelfläche des Westpfeilers, 82,95 m über der Schwelle der nordwestlichen Kirchenthür, hat eine Meereshöhe von 139 m. Es wurden folgende Centrirungselemente ermittelt:

Auf dem Pfeiler W, im Dreieckspunkt.

			log <i>e</i> (<i>e</i> in Metern)
Westerhüsen, Tafel	0°	0' 0''	3,855131
Pfeiler O, Mitte	292	30 50	1,02323
Spitze des nördlichen Domthurmes	296	5 36	0,72762

18. Hoppel.

Der Hoppel ist ein langgestreckter Bergrücken von 292 m Meereshöhe, 9,5 km südlich von Halberstadt unweit des Dorfes Langenstein. In einer Felsgruppe auf seinem Gipfel war im Jahre 1864 ein Backsteinpfeiler errichtet worden, dessen Centrum als Dreieckspunkt eingeführt ist. Da derselbe 1871 muthwillig zerstört worden war, wurde für die Beobachtungen dieses Jahres ein neuer Pfeiler in der Nähe des früheren erbaut. Das Centrum des Pfeilers 1864 war gegen ein in den Felsen eingemeisseltes Kreuz (K₁), welches schon bei den von General *Baeyer* ausgeführten Nivellement von Berlin nach dem Brocken hergestellt war, festgelegt. Dieses Kreuz fand sich 1871 noch vor, so dass hierdurch die Beziehung auf den Punkt von 1864 ermöglicht wurde. Zur grösseren Sicherheit sind 1871 in dem benachbarten Felsen noch zwei weitere Kreuze (K₂ und K₃) eingemeisselt.

Die gegenseitige Lage aller dieser Punkte ergibt sich aus nachstehenden Elementen:

I. 1864. Im Dreieckspunkt, auf dem Pfeiler 1864.

			log <i>e</i> (<i>e</i> in Metern)
Fallstein, T. P.	0°	0' 0''	
Kreuz K ₁	36	59 24	0,35615

II. 1871. Auf dem Pfeiler 1871.

				log e (e in Metern)
Spiegelberg, Tafel	0°	0'	0''	3,647708
Fallstein, T. P.	269	44	19	—
Kreuz K_1	313	16	50	0,29414
Dreieckspunkt (berechnet)	91	14	1	9,58754

III. 1871. Direkt gemessene Entfernungen.

Entfernung vom Pfeiler 1871 nach dem Kreuze K_1	= 1,969 m
" " " " " " "	K_2 = 2,230 m
" " " " " " "	K_3 = 2,366 m
" " Kreuz K_1 " " "	K_2 = 2,481 m
" " " " " " "	K_3 = 2,046 m

19. Burkersroda.

Burkersroda, ein Dorf 5,5 km östlich von Bibra und 8 km westlich von Freiburg an der Unstrut, liegt auf einem Hochplateau von rund 290 m Meereshöhe. Der Dreieckspunkt befindet sich auf dem dortigen Kirchthurme in einer Meereshöhe von 307 m. Für die Winkelmessungen sind nach Aufnahme des Thurmdaches auf dem Mauerwerke zwei Pfeiler aus Backsteinen errichtet worden, der eine an der nordwestlichen, der andere an der nordöstlichen Ecke; das Centrum des letzteren ist als Dreieckspunkt eingeführt. Zur Festlegung ist seine Lage gegen das Thurmcentrum und gegen einen auf dem Kirchhofe 1 m tief versenkten Festlegungsstein bestimmt worden.

Im Dreieckspunkt, auf dem Nordost-Pfeiler.

				log e (e in Metern)
Crahwinkel, Tafel	0°	0'	0''	3,512242
Festlegungsstein	79	10	57	0,23965
Thurmcentrum	243	39	58	0,76639
Nordwest-Pfeiler	286	28	25	0,89060

20. Fallstein.

Der kleine Fallstein bei Hornburg ist ein langgestreckter, schmaler Bergrücken, welcher sich parallel dem Ilsethale hinzieht. Nahe an seinem nördlichen Ende ist ein massiver Steinpfeiler mit unterirdischer Festlegung errichtet worden, auf dessen Scheitelfläche der Dreieckspunkt bei 178 m Meereshöhe durch ein eingemeisseltes Kreuz bezeichnet ist. (Vergl. „Astronomische Bestimmungen für die Europäische Gradmessung aus den Jahren 1857—1866“, S. 54.)

21. Seeberg.

Der Dreieckspunkt liegt auf der Hügelreihe im Osten der Stadt Gotha, innerhalb des Gebietes der ehemaligen Sternwarte. Er ist auf der Oberfläche eines 2,3 m hohen Porphyrfeilers, welcher sich 35,2 m östlich der Ostseite des Wirthshauses (des früheren Wohnhauses der Sternwarte) befindet, durch ein eingemeisseltes Kreuz bezeichnet. Eine nähere Beschreibung der Oertlichkeit findet sich in der Publikation des Geodätischen Instituts: „Astronomisch-Geodätische Arbeiten in den Jahren 1872, 1869 und 1867“, S. 66/67. Das Instrument stand auf dem Porphyrfeilern nicht ganz centrisch. Es wurde ermittelt:

Im Beobachtungspunkte.

		log e (e in Metern)
Gotha, östlicher Schlossthurm	0° 0'	3,31840
Dreieckspunkt	163 53	7,781

22. Inselsberg.

Die ausführliche Beschreibung dieser Station findet sich im „Hessischen Dreiecksnetz“ (S. 20,21 und auf Tafel II). Der Dreieckspunkt der L. A. befindet sich auf einem Steinpfeiler, welcher 1879 auf dem steinernen Aussichtsthum errichtet worden ist. Seine Lage gegen den T. P. d. G. J. (*Gerling's Stein G*) folgt aus den Angaben der L. A. folgendermaassen („Uebersichtsheft der L. A. von 1887“, S. 26/27):

Im T. P. d. L. A.

		log e (e in Metern)
Meisner (T. P. d. G. J. = <i>Gerling's Stein</i>)	0° 0' 0"	
T. P. d. G. J. = Pfeiler G	324 29 51	1,506605

Die Entfernung: Pfeiler G bis Hessischer Pfeiler H ist 1851 gelegentlich der Triangulation von Thüringen zu 19,580 tois. = 38,162 m bestimmt worden („Die Triangulation von Thüringen“, Tafel für Inselsberg, und „Hessisches Dreiecksnetz“, Tafel II). Aus den am oben erwähnten Orte aufgeführten Elementen der L. A. aus dem Jahre 1880 findet man für diese Entfernung den Werth: 38,200 m.

Für die Vergleichenungen des folgenden Kapitels finden folgende Reduktionsbeträge Verwendung:

Reduktion vom T. P. d. L. A. auf den T. P. d. G. J. auf Inselsberg		
für die Richtung nach Meisner, <i>Gerling's Stein</i> :	+	1' 4,379''*
„ „ „ „ Ettersberg	:	+ 52,172''**)

*) Auf Station Meisner, *Gerling's Stein*, beträgt die Reduktion für Inselsberg: + 1' 4,382''

**) „ „ Ettersberg „ „ „ „ „ „ : + 52,174

23. Brocken.

Die Beschreibung der Station findet sich gleichfalls im „Hessischen Dreiecksnetz“ (S. 7/8 und Tafel I). Dreieckspunkt der Landesaufnahme ist die Mitte des steinernen Aussichtsturmes, wie sie im Jahre 1881 durch die Bestimmung der Centrirelemente, besonders der 4 vorhandenen Steinpfeiler, festgelegt ist. Der Thurmpfeiler ist 1879 auf der nordwestlichen Ecke des Thurmes von der L. A. aus Granit erbaut, während die Steinpfeiler I bis III älter sind und auch schon früher vom G. J. festgelegt sind (vergl. „Uebersichtsheft der L. A. von 1887“, S. 28/29). Die Angaben der L. A. am angeführten Orte und die der „Triangulation von Thüringen“ (auf der Tafel für Brocken und Petersberg) ermöglichen nachstehende Vergleichen mit den Centrirelementen des „Hessischen Dreiecksnetzes“.

Im T. P. d. G. J. = Steinpfeiler II.

	G. J.	Tr. v. Thüringen	L. A.	log e (e in Metern)		
				G. J.	Tr. v. Thüringen	L. A.
Hohneklippen, Signalstange	0° 0' 0"	0' 0"	0' 0"	3,758014	—	—
Pfeiler 1876 = Steinpfeiler III	71 51 51	— —	51 13	1,50424	—	1,50381
Alter Pfeiler des Generalstabs = „ I	140 31 40	(31 40)	32 19	1,27927	(1,27927)	1,27870
Kreuz im Felsen	141 42 0	41 14	41 45	1,28525	1,28525	1,28516
Centrum des hölzernen Thurmes	158 — —	16 13	18 —	—	1,30774	1,30810
„ „ alten „	158 33 58	33 32	34 31	1,59302	1,59309	1,59286
„ „ neuen „ (1856)	158 — —	20 54	23 —	—	1,31675	1,31717
„ „ „ „ (1881), T. P. d. L. A.	158 — —	— —	30 27	—	—	1,314858

Hierzu ist Nachstehendes zu bemerken:

1. Vom G. J. sind die Centrirelemente selbständig bestimmt worden, mit Ausnahme des Centrums des alten Thurmes, welcher aus der „Triangulation von Thüringen“ abgeleitet ist. Die Abweichungen gegen die Angaben unter Tr. v. Thür. und unter L. A., welche letzteren auf derselben Quelle beruhen, sind unerheblich und durch verschiedenen Rechnungsgang erklärbar. Im „Hessischen Dreiecksnetz“ ist das Centrum des alten Thurmes als Dreieckspunkt von *Gauss* bezeichnet; jedoch ist dieses nicht ganz korrekt, vielmehr ist es der Punkt der alten *Müffling'schen* Dreieckskette von Berlin nach dem Rhein; während der *Gauss'sche* Dreieckspunkt (Theodolitplatz) etwas excentrisch lag („Uebersichtsheft der L. A. von 1887“, S. 28/29).

2. Die auf den alten Pfeiler bezogenen Angaben der „Triangulation von Thüringen“ wurden aus den daselbst gegebenen Daten zunächst nach der Richtung Magdeburg, T. P. d. G. J., orientirt, und darauf vermittelt der vom G. J. bestimmten Lage des alten Pfeilers gegen den T. P. d. G. J. auf letzteren reducirt. Die Resultate für das Centrum des hölzernen und des neuen Thurmes (1856) stimmen hinlänglich mit den auf derselben Grundlage beruhenden der L. A. überein.
3. Die Orientirung der Elemente der L. A. erfolgte unter Zuhilfenahme der errechneten Richtung nach Petersberg.

Für die Vergleichenungen des nächsten Kapitels werden folgende Centrirungsbeträge gebraucht:

a) Reduktion vom T. P. d. L. A. auf den T. P. d. G. J. auf Brocken

für die Richtung nach Petersberg :	+	11,482''
„ „ „ „ Kyffhäuser :	+	1' 5,075*)
„ „ „ „ Ohmberg :	+	1 37,271**)
„ „ „ „ Ahlsburg :	+	5,821

b) Reduktion der beobachteten Punkte der L. A. auf die T. P. d. G. J.

für die Richtung nach Petersberg : — 1' 30,550''.

24. Berlin.

Dreieckspunkt ist die Helmstange des Marienthurms. Derselbe ist für die in Frage kommenden Triangulationen als identisch mit dem der „Küstenvermessung“ (S. 418/419) anzusehen. Eine Verschiebung der Helmstange gegen ihre Lage im Jahre 1845 lassen die Beobachtungen auf Eichberg und Glienicke vom Jahre 1867 nicht sicher erkennen (vergl. S. 75/76). Für das Märkisch-Thüringische Dreiecksnetz des G. J. und die Märkisch-Schlesische Kette der L. A. ist in Berlin selbst nicht beobachtet worden, dieses wurde vielmehr seitens des G. J. 1867 von Eichberg und Glienicke aus, und seitens der L. A. 1870 von Eichberg und Colberg aus nur angeschnitten, um einen sicheren Anschluss an die „Küstenvermessung“ zu erlangen.

25. Marienberg.

Der Punkt ist 1871 von Golmberg aus seitens des G. J. nur angeschnitten worden. Der Standpunkt des Heliotropen, welcher als Centrum beibehalten wurde, ist identisch mit dem Beobachtungspunkte der L. A. aus demselben Jahre, welcher sich auf einem 9,6 m hohen Holzpfeiler befand. Der T. P. d. L. A. ist durch Stein und Platte I. Ordnung festgelegt. Aus den Angaben in den „Hauptdreiecken. II. Theil“, S. 459, erhält man nachstehende Elemente:

*) Auf Station Kyffhäuser beträgt die Reduktion für Brocken: + 1' 5,077''
 **) „ „ Ohmberg „ „ „ „ „ : + 1 37,273

Im Beobachtungspunkt der L. A. = T. P. d. G. J.

				log e (e in Metern)
Colberg, T. P.	0°	0'	0''	
T. P. d. L. A.	350	18	41	0,06781

26. Brautberg.

Diese Station ist seitens des G. J. 1870 und 1871 von Grossberg, Golmberg und Strauch aus angeschnitten, und zwar ist der Dreieckspunkt des G. J. mit dem Beobachtungspunkt der L. A. vom Jahre 1871, welcher sich auf einem 15,5 m hohen Holzpfiler befand, identisch. Der T. P. d. L. A. ist durch Stein und Platte I. Ordnung festgelegt. Seine Lage gegen den Beobachtungspunkt ergibt sich aus nachstehenden aus den Angaben der L. A. („Hauptdreiecke. II. Theil“, S. 460) abgeleiteten Elementen:

Im Beobachtungspunkt der L. A. = T. P. d. G. J.

				log e (e in Metern)
Grossberg, T. P. d. G. J.	0°	0'	0''	
T. P. d. L. A.	346	27	58	0,13290

27. Keulenberg.

Der Keulenberg ist Dreieckspunkt der Königl. Sächsischen Triangulation und durch einen mit Kreuzschnitt versehenen Messingcylinder auf der oberen Fläche eines 4,9 m hohen Granitpfilers bezeichnet. Dieser Punkt ist sowohl seitens der L. A. als auch seitens des G. J. beibehalten worden. Keulenberg wurde im Märkisch-Thüringischen Dreiecksnetz von Strauch und Collm aus angeschnitten.

28. Struth.

Dieser Punkt ist eingeschoben, um die astronomische Station Seeberg fester mit den Punkten des Märkisch-Thüringischen Netzes zu verbinden. Beobachtet wurde in Struth selbst nicht. Dreieckspunkt ist die Helmstange des Kirchthurms, welche auch schon in den Müffling'schen Dreiecken von Berlin bis zum Rhein und in der „Triangulation von Thüringen“ als Dreieckspunkt benutzt ist.

VIII. Kapitel.

Vergleichungen von Ausgleichungsergebnissen des Märkisch-Thüringischen Dreiecksnetzes mit solchen der Königl. Preussischen Landes-Triangulation.

Die definitiven Resultate des Märkisch-Thüringischen Dreiecksnetzes lassen zweierlei Arten von Vergleichungen mit Ausgleichungsergebnissen der Königl. Preussischen Landes-Triangulation zu, einmal, im Norden und Osten des Netzes, mit den definitiven Resultaten der „Küstenvermessung“, der „Märkisch-Schlesischen Kette“ und der „Elbkette“, welche in Folge von Zwangsbedingungen ein einheitliches System bilden, und hieran anschliessend, nach Süden und Westen hin, mit den Ergebnissen der ohne jeden Zwang ausgeglichenen „Hannoversch-Sächsischen Kette“.*) Die beiden Systeme der Landesaufnahme stossen in den Seiten Hagelsberg—Golmberg—Grossberg—Collm zusammen. Der Vollständigkeit halber wurde aus dem „Hessischen Dreiecksnetz“ noch das Dreieck Meisner-Brocken-Inselsberg herangezogen.**)

Zur Ermöglichung der Vergleichungen wurden die Angaben der Landes-Triangulation auf die Centra des Geodätischen Instituts reducirt. Für die Winkel geschah dies unmittelbar mit den im Vorhergehenden aufgeführten Centrirungsbeträgen. Zur Reduktion der Seitenlogarithmen wurde die Formel benutzt:

$$\log \frac{s'}{s} = -M \frac{x''}{\rho''} \cotg \left(A' + \frac{x}{2} \right),$$

wo $M = 0,434 \dots$ der Modul der Briggschen Logarithmen, x'' die aus dem als eben behandelten Centrirungsdreieck berechnete Reduktion auf das Centrum in Sekunden und A' der der Seite s' gegenüber liegende Winkel ist. Wird A' sehr klein oder nahe gleich 180° , so geht die Formel über in

*) Vergl. „Küstenvermessung“, S. 361/371, „Hauptdreiecke. II. Theil“, S. 439/444, „Hauptdreiecke. IV. Theil. Die Elbkette“, S. 13/44, und „Uebersichtsheft der Landesaufnahme von 1887“, S. 23/30.

**) „Hessisches Dreiecksnetz“, S. 113/114. Die auf Meisner, *Gerling's* Stein (dem T. P. d. G. J.), reducirten Resultate der Hannoversch-Sächsischen Dreieckskette wurden dem G. J. von der L. A. handschriftlich zur Verfügung gestellt.

$$\log \frac{s'}{s} = -M \frac{2e}{s+s'} \cos A',$$

wo e die Centringsseite ist.

Für eine Reihe von Winkeln und Seiten, welche, als nicht direkt bestimmt, behufs Ermöglichung der Vergleichung erst errechnet werden mussten, ist dies stets auf zwei verschiedenen Wegen geschehen; die Angaben dieser Art sind überdies in den nachfolgenden Zusammenstellungen kenntlich gemacht.

Da auch eine Vergleichung der Seitenlängen selbst vorgenommen ist, so war in den Fällen, wo gemeinschaftliche Dreiecke oder Polygone entstanden, eine summarische Prüfung der Resultate mittelst der Differential-Formeln für geschlossene Polygonzüge

$$\begin{aligned} [\Delta s \cos \alpha] &= [s \sin \alpha \Delta \alpha] \\ [\Delta s \sin \alpha] &= -[s \cos \alpha \Delta \alpha] \end{aligned}$$

möglich, wo s die Längen der Polygonseiten und α die auf ein rechtwinkeliges Koordinatensystem bezogenen Azimute der Seiten bezeichnen. Eine Berücksichtigung der Erdkrümmung war hierbei in keinem Falle nothwendig.

I. Vergleichung ausgeglichener Winkel.

Winkel	Reduktionen auf die T. P. d. G. J.	L. A. ₁ Aeltere Ketten	L. A. ₂ Hann.- Sächs. K.	G. J.	L. A. ₁ — G. J.	L. A. ₂ — G. J.
Golmberg—Eichberg—Hagelsberg . .	+ 21,492''	90° 14' 2,827''	—	2,687''	+ 0,140''	—
Colberg—Eichberg—Golmberg	— 2,683	54 41 9,649	—	10,842*)	— 1,193	—
Golmberg—Colberg—Eichberg	— 8,169	47 19 0,915	—	1,178*)	— 0,263	—
Eichberg—Hagelsberg—Golmberg . .	— 10,358	39 10 8,344*)	—	8,128	+ 0,216	—
Golmberg—Hagelsberg—Petersberg . .	+ 31,066	109 46 —	21,441	20,101*)	—	+ 1,340''
Hagelsberg—Golmberg—Eichberg . .	— 11,134	50 35 53,020*)	—	53,376	— 0,356	—
Eichberg—Golmberg—Colberg	+ 10,852	77 59 53,156	—	51,700	+ 1,456	—
Grossberg—Golmberg—Hagelsberg . .	+ 1,679	104 23 58,621	58,409	60,032	— 1,411	— 1,623
Collm—Grossberg—Golmberg	+ 10,572	149 16 61,920	60,221	59,254	+ 2,666	+ 0,967
Strauch—Grossberg—Collm	+ 7,017	56 56 11,045	—	13,277	— 2,232	—
Collm—Strauch—Grossberg	— 10,817	76 8 49,006	—	49,008	— 0,002	—
Grossberg—Collm—Strauch	+ 3,800	46 55 3,448	—	1,214	+ 2,234	—
Leipzig—Collm—Grossberg	— 3,850	114 58 —	59,077	59,294	—	— 0,217
Petersberg—Leipzig—Collm	— 171,408	139 24 —	13,500	13,823	—	— 0,323
Brocken—Leipzig—Petersberg	—	21 26 —	36,667*)	36,138*)	—	+ 0,529
Inselsberg—Leipzig—Brocken	—	44 51 —	56,084*)	56,478*)	—	— 0,394
Hagelsberg—Petersberg—Leipzig . .	+ 131,941	102 9 —	59,288	59,437*)	—	— 0,149
Leipzig—Petersberg—Brocken	—	149 28 —	43,804*)	44,854	—	— 1,050
Brocken—Inselsberg—Leipzig	—	61 38 —	36,719*)	34,122*)	—	+ 2,597
Meisner—Inselsberg—Brocken	—	51 6 —	57,035*)	57,332	—	— 0,297
Petersberg—Brocken—Leipzig	—	9 4 —	44,555*)	44,034*)	—	+ 0,521
Leipzig—Brocken—Inselsberg	—	73 30 —	1,211*)	3,414*)	—	— 2,203
Inselsberg—Brocken—Meisner	—	34 11 —	9,506*)	9,753	—	— 0,247
Brocken—Meisner—Inselsberg	—	94 42 —	5,939*)	5,395	—	+ 0,544

Für Azimutübertragungen ist vielleicht die Vergleichung der nachstehenden Winkelsummen von Interesse. Es ist nämlich für den Zug

Inselsberg—Brocken—Petersberg—Hagelsberg—Golmberg: L. A.₂ — G. J. = + 1,541'',
 und für Inselsberg—Brocken—Petersberg—Leipzig—Collm : L. A.₂ — G. J. = + 2,409 .

*) Errechnet.

II. Vergleichung von Seitenlogarithmen.

Seite	Reduktionen auf die T. P. d. G. J. in Einh. d. 7. Dec. d. Log.	L. A. ₁ Aeltere Ketten Berl. Basis	L. A. ₂ Hann.-Sächs. Kette Gütt. B.	G. J. Bonner B.	L. A. ₁ — G. J. in Einh. d. 7. Dec.	L. A. ₂ — G. J. in Einh. d. 7. Dec.
Golmberg—Hagelsberg	+ 58.6	4,7652382.9*)	.. 2337.2	.. 2285.7	+ 97.2	+ 51.5
Hagelsberg—Eichberg	— 132.1	4,6532572.0	—	.. 2480.9	+ 91.1	—
Eichberg—Golmberg	— 207.2	4,5656871.0	—	.. 6768.1	+ 102.9	—
Eichberg—Colberg	± 0.0	4,6897351.0	—	.. 7236.4*)	+ 114.6	—
Colberg—Golmberg	— 88.6	4,6110207.6	—	.. 0117.5	+ 90.1	—
Golmberg—Grossberg	+ 309.7	4,5883394.6	.. 3341.7	.. 3300.8	+ 93.8	+ 40.9
Grossberg—Collm	— 152.3	4,6704145.3	.. 4092.5	.. 4058.5	+ 86.8	+ 34.0
Grossberg—Strauch	— 21.3	4,5467769.0	—	.. 7638.2	+ 130.8	—
Strauch—Collm	± 0.0	4,6065112.0	—	.. 5055.7	+ 56.3	—
Collm—Leipzig	— 6.2	4,649 5641.2	.. 5605.0	—	+ 36.2
Leipzig—Petersberg	+ 2572.7	4,613 5726.9	.. 5664.3	—	+ 62.6
Petersberg—Hagelsberg	— 2134.2	4,855 4516.9	.. 4500.8*)	—	+ 16.1
Leipzig—Brocken	—	5,121 2434.1*)	.. 2402.6*)	—	+ 31.5
Brocken—Petersberg	—	4,978 4743.4*)	.. 4721.0	—	+ 22.4
Leipzig—Inselsberg	—	5,158 4994.8*)	.. 5006.6*)	—	— 11.8
Inselsberg—Brocken	—	5,025 2085.6*)	.. 2092.0	—	— 6.4
Inselsberg—Meisner	— 1899.6	4,776 3030.6	.. 3043.7	—	— 13.1
Meisner—Brocken	—	4,917 8768.0*)	.. 8778.6	—	— 10.6

*) Errechnet.

III. Vergleichen von Seitenlängen.

Seite	L. A. ₁ Aeltere Ketten Berl. B. Meter	L. A. ₂ Hann.-Sächs. Kette Gött. B. Meter	G. J. Bonner B. Meter	L. A. ₁ — G. J. Meter	L. A. ₂ — G. J. Meter
Golmberg—Hagelsberg . . .	58242,270*)	.. 1,657	.. 0,966	+ 1,304	+ 0,691
Hagelsberg—Eichberg	45004,630	—	.. 3,687	+ 0,943	—
Eichberg—Golmberg	36786,384	—	.. 5,513	+ 0,871	—
Eichberg—Colberg	48928,017	—	.. 6,725*)	+ 1,292	—
Colberg—Golmberg	40833,891	—	.. 3,043	+ 0,848	—
Golmberg—Grossberg	38756,046	.. 5,574	.. 5,209	+ 0,837	+ 0,365
Grossberg—Collm	46818,180	.. 7,611	.. 7,245	+ 0,935	+ 0,366
Grossberg—Strauch	35218,990	—	.. 7,930	+ 1,060	—
Strauch—Collm	40412,080	—	.. 1,555	+ 0,525	—
Collm—Leipzig	4462 „,...	.. 3,551	.. 3,179	—	+ 0,372
Leipzig—Petersberg	4107 „,...	.. 4,538	.. 3,946	—	+ 0,592
Petersberg—Hagelsberg . . .	7168 „,...	.. 8,863	.. 8,598*)	—	+ 0,265
Leipzig—Brocken	13220 „,...	.. 3,639*)	.. 2,680*)	—	+ 0,959
Brocken—Petersberg	9516 „,...	.. 4,362*)	.. 3,871	—	+ 0,491
Leipzig—Inselsberg	14404 „,...	.. 5,430*)	.. 5,821*)	—	— 0,391
Inselsberg—Brocken	10597 „,...	.. 6,254*)	.. 6,409	—	— 0,155
Inselsberg—Meisner	5974 „,...	.. 5,205	.. 5,386	—	— 0,181
Meisner—Brocken	8277 „,...	.. 0,733*)	.. 0,935	—	— 0,202

*) Errechnet.

Zweiter Theil.

—*—

Astronomische Bestimmungen.

—————

I. Kapitel.

Einleitung.

Die nachfolgenden Bestimmungen von Polhöhe und Azimut auf den Stationen Hagelsberg, Hubertusberg, Herzberg, Petersberg und Strauch sind in den Jahren 1867 bis 1870 gleichzeitig mit den Horizontalwinkelmessungen ausgeführt worden. Da nur die für die Winkelbeobachtungen nicht verwerthbare Zeit zur Verfügung stand, und die astronomischen Beobachtungen nicht über die Dauer der ersteren ausgedehnt werden sollten, so war natürlich eine wünschenswerthe Vollständigkeit der Beobachtungen und eine solche Anordnung derselben, dass systematische Fehler in den Endergebnissen möglichst eliminirt werden, nicht überall zu erreichen. Namentlich haben die Polhöhenbestimmung auf Hagelsberg und die Azimutbestimmungen auf Hagelsberg, Hubertusberg und Herzberg nur einen ganz beiläufigen Charakter, so dass bei letzteren die verbliebene Unsicherheit der Resultate das gewohnte Maass übersteigen dürfte. Für Hagelsberg sind überdies im Jahre 1887 von Herrn Professor Dr. *Fischer* bei Gelegenheit der Untersuchung über die Lothabweichungen um Rauenberg nochmals Beobachtungen für Polhöhe und Azimut angestellt worden, deren Resultate seinerzeit die älteren Bestimmungen ersetzen sollen. Die übrigen Bestimmungen erfüllen die an astronomische Stationen II. Ordnung zu stellenden Anforderungen, insbesondere aber sind die Azimute in Petersberg und Strauch als ausreichend bestimmt anzusehen.

Die Beobachtungen wurden mit dem 10-zölligen Universal-Instrument No. I von *Pistor & Martins* angestellt, über dessen Konstruktion die Einleitung des ersten Theils, S. 5, Auskunft giebt. Hier mögen noch einige Angaben, welche speciell für die astronomischen Beobachtungen von Werth sind, hinzugefügt werden. Das Objektiv des excentrischen Fernrohrs hat 48 mm Oeffnung und 0,512 m Brennweite, und die Excentricität des Fernrohrs beträgt 0,2097 m; die angewandte Vergrösserung war 30- oder 50-fach. Das Fadennetz hat zwei parallele Horizontalfäden von ungefähr 29" Distanz und 6 Vertikalfäden, von denen die beiden mittelsten ebenfalls 29" voneinander entfernt sind, so dass in der Mitte des Gesichtsfeldes ein kleines Quadrat gebildet wird. Die zur Verwendung gekommenen Werthe der Fadendistanzen vom ideellen Mittel des inneren Fadenpaares sind folgende:

	1867	1868—70
Faden I	37,35 ^s	37,46 ^s
„ II	19,17	19,26
„ III	0,97	0,95
„ IV	0,97	0,95
„ V	19,08	19,11
„ VI	37,32	37,33

Faden I ist derjenige, an welchen bei Fernrohrlage rechts die Zeitsterne zuerst antreten. Abgeleitet wurden diese Zahlen aus Einstellungen von im Horizonte des Instrumentes befindlichen Objekten an den verschiedenen Fäden und aus den dazugehörigen Kreisablesungen.

Für das Aufsatzniveau zur Nivellirung der Horizontalachse ist auf allen 5 Stationen der Winkelwerth eines Theilstriches (gleich 1 Pariser Linie) zu 3,95'' angenommen worden. Als Winkelwerthe für einen Theilstrich des Höhenniveaus wurden nachstehende Resultate ermittelt:

1867	1868		1868	1869	1870
Hagelsberg	Hubertusberg*)		Herzberg	Petersberg	Strauch
	bis zum 23. Juni	nach dem 7. Juli			
3,41''	3,41''	3,00''	3,00''	3,14''	3,24''

Zu den Zeitbestimmungen bediente man sich in Hagelsberg, Hubertusberg und Herzberg eines Sternzeitchronometers von *Tiede*, in Petersberg und Strauch des Boxchronometers nach mittlerer Zeit No. 1291 von *Kessels*.**)

Zur Bestimmung des Luftdrucks wurde theils ein Heberbarometer von *Greiner* in Berlin benutzt, theils ein Aneroidbarometer von *Krügelstein* in Berlin, dessen Reduktion auf das Heberbarometer durch direkte Vergleichen bestimmt wurde. Die Lufttemperatur wurde durch verschiedene Thermometer mit Réaumur- oder Celsius-Skala ermittelt, deren Korrekturen aus Vergleichen mit einem dem Geodätischen Institut gehörigen sogenannten Normalthermometer abgeleitet wurden.

Die Methode der Zeitbestimmungen war diejenige der Durchgangsbeobachtungen eines Zeitsternes durch beliebige Vertikalebene in der Nähe des Meridians, wobei das Azimut des Zeitsternes durch Messung des Horizontalwinkels zwischen dem Stern und einem irdischen Objekt, dessen Azimut bereits angenähert bekannt war, abgeleitet wurde. In einigen Fällen trat an Stelle des irdischen Objektes der Polarstern, während in Hagelsberg der Zeitstern durch die Sonne ersetzt wurde. Die Kollimation wurde im allgemeinen durch Beobachtung in beiden Fernrohrlagen eliminirt; war nur ein Durchgang erhalten, so wurde die Kollimation aus Einstellungen auf irdische Objekte ermittelt, wobei natürlich auf die Excentricität des Fernrohrs Rücksicht genommen wurde. Die vorläufigen Annahmen für das Azimut des irdischen Objektes und für die Polhöhe stimmten immer so nahe mit den definitiven Werthen derselben überein, dass ein merklicher Einfluss auf die Resultate der Zeitbestimmungen keimmal eintrat. Statt des Antritts des Sterns an die beiden nahen Mittelfäden wurde der Moment des Durchgangs durch die ideelle Mitte zwischen beiden beobachtet.

Für die Polhöhe ist die Methode der Messung von Zenitdistanzen des Polarsternes und entsprechender Südsterne in der Nähe des Meridians zur Anwendung gekommen. Die Sterne wurden in die Mitte zwischen die beiden Horizontalfäden in der Nähe der vertikalen Mittelfäden eingestellt. Die Beobachtungen sind immer auf beide Fernrohrlagen gleichmässig vertheilt. Eine Verstellung des Vertikalkreises wurde nicht vorgenommen, da man der Ansicht war, dass die periodischen Theilungsfehler durch die Beobachtung von Sternen in nahezu gleicher nördlicher und südlicher Zenitdistanz im Resultat in der Hauptsache eliminirt würden. Diese Voraussetzung ist in der That durch spätere

*) In der Zeit vom 23. Juni bis 7. Juli 1868 wurde das Höhenniveau, welches zum Theil ausgelaufen war, von *Pistor & Martins* in Berlin neu gefüllt.

***) Dieses Chronometer wurde im Winter 1873/74 von der Firma *Kessels* in Hamburg in ein nach Sternzeit gehendes umgewandelt.

Beobachtungen mit dem U. J. I., bei denen der Kreis verstellt wurde, bestätigt worden. Eine vollständig gleichmässige Vertheilung der Beobachtungen auf Polarstern und Südsterne und auf Morgen und Abend ist nicht erzielt worden.

Bei der Bestimmung des Azimuts ist die Methode der direkten Winkelmessung zwischen Polaris und einem irdischen Objekt angewendet worden. Der Polarstern wurde, ebenso wie das irdische Objekt, im allgemeinen in die Mitte des durch die 4 Mittelfäden gebildeten kleinen Quadrates eingestellt. Die Beobachtungen sind immer in beiden Fernrohrlagen ausgeführt. Ausser für Petersberg und Strauch ist eine gleichmässige Vertheilung der Beobachtungen auf 6 Stände des Horizontalkreises, auf beide Achsenlagen und auf Morgen und Abend nicht erstrebt worden.

Die mittleren Oerter der benutzten Sterne beruhen auf dem „Fundamentalcatalog für die Zonenbeobachtungen am nördlichen Himmel, herausgegeben von *A. Auwers*. Leipzig, 1879“, während die scheinbaren Oerter derselben (auch für die Zeitsterne) mit Hilfe von *Struve's Tabulae quantitatum Besselianarum* abgeleitet wurden.

Für die doppelt ausgeführten Reduktionen der Beobachtungen sind theils noch die in den „Verbindungen der Preussischen und Russischen Dreiecksketten bei Thorn und Tarnowitz, herausgegeben von *J. J. Baeyer*“ auf S. 73 u. ff. angegebenen Formeln benutzt, theils kamen die Vorschriften der „Formeln und Hülftafeln für geographische Ortsbestimmungen. Von Professor Dr. *Th. Albrecht*. 2. Auflage. Leipzig, 1879“ zur Verwendung. Bei der Berechnung der Refraktionen insbesondere wurden die in letzterem Werke enthaltenen *Bessel'schen* Refraktionstafeln benutzt.

II. Kapitel.

Ergebnisse der astronomischen Bestimmungen.

Wie für die Horizontalwinkelmessungen waren auch hier ursprünglich die Zusammenstellungen der Resultate in derselben Weise und Ausführlichkeit für den Druck vorbereitet, wie es im „Hessischen Dreiecksnetz“ geschehen ist. Wegen des sekundären Charakters der Bestimmungen hat man sich indessen schliesslich auf die in die nachfolgenden Tabellen aufgenommenen Angaben beschränkt, welche wohl kaum noch einer Erläuterung bedürfen. Obwohl alle einzelnen Polhöhen und Azimute auf Hundertelsekunden berechnet waren, wurden in den aufgeführten Gruppenmitteln und auch in den Endresultaten doch nur die Zehntelsekunden berücksichtigt. In Betreff der Ableitung der Endergebnisse ist noch Folgendes zu bemerken.

Bei der Ableitung der Polhöhe sind die Bestimmungen aus dem Polarstern $= \varphi + b$ und die aus den Südsternen $= \varphi - b$ gesetzt, wo b eine Grösse ist, durch deren Einführung die Biegung des Fernrohres für die mittlere beobachtete Zenitdistanz, die periodischen Theilungsfehler und etwaige Unsicherheiten der zu Grunde gelegten Refraktionstheorie grösstentheils eliminirt werden. Auf die Grösse des ermittelten Werthes von b wirken aber ferner ein: Reste periodischer und zufälliger Theilungsfehler, etwaige zufällige Unterschiede in der Refraktion nach Norden und Süden hin und Einflüsse konstanter oder rein persönlicher Natur, deren vollständige oder auch nur theilweise Elimination aus dem Endwerthe der Polhöhe auf diese Weise nicht erreicht wird. Eine Trennung dieser verschiedenen Einflüsse ist aber bei dem vorliegenden Material nicht thunlich. Da indessen die Biegung des Fernrohres nach anderen Bestimmungen sehr gering ist, so scheinen zu den abgeleiteten Werthen von b hauptsächlich die Theilungsfehler beigetragen zu haben. Da ferner auf den verschiedenen Stationen nicht immer dieselben Stellen des Vertikalkreises benutzt wurden, so ist es auch nicht auffällig, dass die ermittelten Werthe für b von $+1,5''$ bis $+3,8''$ schwanken.

Als Beispiel der Berechnung der Polhöhe möge die für Station Herzberg hier einen Platz finden. Es wurde gesetzt:

$$\varphi = 51^{\circ} 41' 35,0'' + \Delta \varphi.$$

Die vier Beobachtungsgruppen (vergl. die Tabelle für die Polhöhe in Herzberg) ergaben sodann folgende Fehlergleichungen:

$$\begin{aligned}
 +2,0 &= \mathcal{A}q + b; & \text{Gewicht} &= 10 \\
 -2,3 &= \mathcal{A}q - b; & \text{„} &= 5 \\
 -1,0 &= \mathcal{A}q - b; & \text{„} &= 5 \\
 +1,9 &= \mathcal{A}q + b; & \text{„} &= 5,
 \end{aligned}$$

aus welchen die Normalgleichungen

$$\begin{aligned}
 +13,0 &= +25 \mathcal{A}q + 5b \\
 +46,0 &= +5 \mathcal{A}q + 25b
 \end{aligned}$$

folgen, deren Auflösung

$$\mathcal{A}q = +0,2'', \quad b = +1,8'', \quad \text{beide mit dem Gewicht } 24,0, \text{ liefert.}$$

Die Summe der Fehlerquadrate ist gebildet mit den Differenzen der Hauptmittel von $q + b$ bezw. $q - b$ gegen die einzelnen Doppelbestimmungen. Die berechneten mittleren Fehler für die einzelne Doppelbestimmung, entsprechend einer Doppelzenitdistanz, und für das Endresultat:

$$m = \sqrt{\frac{[vv]}{n-2}}; \quad \mu = \pm \frac{m}{\sqrt{P}},$$

wo n die Anzahl der Doppelbeobachtungen und P das Gewicht des Resultates bedeuten, haben daher nur den Charakter von mittleren unregelmässigen Fehlern für die betreffenden Bestimmungen und geben nur einen unvollkommenen Maassstab für die wirklich erreichte Genauigkeit. Zu eingehenderen Untersuchungen über letztere reichte das vorliegende Material nicht aus.

Der Endwerth des Azimutes wurde als arithmetisches Mittel aus den einzelnen Gruppennitteln, mit Rücksicht auf die Anzahl der Doppelbestimmungen innerhalb derselben, gebildet. Für die Stationen Hagelsberg, Hubertusberg und Herzberg kann die Genauigkeit der Azimutbestimmung, wie schon oben erwähnt, darum nur sehr gering sein, weil überhaupt nur wenige Beobachtungen vorhanden sind, die überdies weder auf symmetrische Kreisstellungen noch auf Morgen und Abend gleichmässig vertheilt sind. Die Fehlerquadratsummen sind wieder aus den Differenzen des Gesamtmittels gegen die Einzelwerthe der Doppelbestimmungen abgeleitet, so dass über den Werth und den Charakter der errechneten mittleren Fehler m und μ dasselbe wie bei den Polhöhenbestimmungen gilt.

1. Hagelsberg.

Zeit der Beobachtungen: 1867, Aug. 12 — Aug. 14.
 Für die Polhöhe 2 Abende und 1 Morgen,
 Für das Azimut 1 Abend und 1 Morgen.

Ort der Beobachtungen: Gradmessungspfeiler 1867, excentrisch.

Beobachter: *Sadebeck* und *Albrecht*.

Objekt der Azimutbestimmung: Lotzschke, Kirchthurm, zugleich Nullmarke für die Richtungsbeobachtungen;
 Zenitdistanz von Lotzschke = $90^{\circ} 7' 52''$.

Mittlere Oerter der beobachteten Sterne für 1867,0.

Polaris: $\alpha = 1^{\text{h}} 10^{\text{m}} 17,81^{\text{s}}$; $\delta = + 88^{\circ} 36' 1,19''$
 ζ Aquilae: $\alpha = 18 59 17,86$; $\delta = + 13 40 4,19$
 γ Aquilae: $\alpha = 19 39 56,20$; $\delta = + 10 17 28,12$

Resultate der Zeitbestimmungen.

1867	Uhrzeit	Anzahl der Durchgänge der Sonne	Uhrkorrektion auf St. Z.	Täglicher Gang
Aug. 12	9 ^h 32 ^m	2	— 5 ^m 30,79 ^s	— 6,23 ^s
„ 13	9 36	2	— 5 37,04	— 6,22
„ 14	9 40	2	— 5 43,28	

Die Methode der Zeitbestimmungen war in diesem Falle die von Durchgangsbeobachtungen der Sonne bezw. ihrer Ränder in der Nähe des Meridians. Es wurde jedesmal in beiden Lagen der Horizontalachse beobachtet. Das Azimut der Sonne wurde durch Anschluss an die Richtung nach Lotzschke ermittelt, deren Azimut zu $179^{\circ} 32' 24''$ angenommen wurde. Die Rektascensionen und die Kulminationsdauer der Sonne sind dem „Berliner astronomischen Jahrbuch für 1867“ entnommen und auf den wahren Hagelsberger Mittag interpolirt worden.

Polhöhe.

Datum 1867	Stern	Anzahl der Doppel- zenit- distanzen	Genähertes Mittel (in Sternzeit)		Abhängigkeit der Polhöhe vom Sternort $d\varphi''$	Mittelwerth der Polhöhe $\varphi \pm b$	Summe der Fehler- quadrate	φ
			der Beob- achtungszeit	des Stunden- winkels				
August 12	ζ Aquilae	6	18 ^h 49,7 ^m	— 0 ^h 9,7 ^m	$-0,63d\alpha^s + 1,00d\delta''$	52° 8' 19,4''	83,7	52° 8' 23,2''
" 12	Polaris	10	19 20,2	18 8,9	$+0,37d\alpha^s + 0,01d\delta''$	— — 30,5	48,8	— — 26,7
" 12	γ Aquilae	6	19 47,3	+ 0 7,3	$+0,45d\alpha^s + 1,00d\delta''$	— — 24,9	111,5	— — 28,7
" 13	Polaris	10	17 20,3	16 9,0	$+0,32d\alpha^s - 0,49d\delta''$	— — 30,2	21,4	— — 26,4
" 13	Polaris	10	5 2,4	3 51,1	$-0,32d\alpha^s + 0,52d\delta''$	— — 28,5	24,0	— — 24,7

$$\varphi = 52^\circ 8' 25,9''; \quad b = +3,8''; \quad \text{Gewicht} = 34,3.$$

$$m = \sqrt{\frac{289,4}{42 - 2}} = \pm 2,7''; \quad \mu = \pm 0,5''.$$

Azimet.

Datum 1867	Stand des Kreises für Lotzschke bei F. r.	Achsenlage	Anzahl der Doppel- bestim- mungen	Genähertes Mittel (in Sternzeit)		Abhängigkeit des Azimuts vom Sternort und von der Polhöhe da''	Summe der Fehler- quadrate	Azimet von Lotzschke, Kirch- thurm a
				der Beob- achtungszeit	des Stunden- winkels			
August 13	74° 30'	1	2	16 ^h 8,1 ^m	14 ^h 56,8 ^m	$-0,43d\alpha^s - 1,09d\delta'' + 0,04d\varphi''$	1,0	179° 32' 24,4''
" 13	135 20	1	2	16 28,8	15 17,5	$-0,39d\alpha^s - 1,19d\delta'' + 0,04d\varphi''$	54,6	— — 18,7
" 13	193 20	1	2	16 50,8	15 39,5	$-0,35d\alpha^s - 1,29d\delta'' + 0,04d\varphi''$	10,8	— — 26,0
" 13	195 30	1	2	5 26,2	4 14,9	$+0,25d\alpha^s + 1,50d\delta'' - 0,05d\varphi''$	0,9	— — 24,1
" 13	287 5	1	2	5 58,0	4 46,7	$+0,17d\alpha^s + 1,58d\delta'' - 0,05d\varphi''$	16,4	— — 26,5

$$a = 179^\circ 32' 23,9''; \quad m = \sqrt{\frac{83,7}{9}} = \pm 3,1''; \quad \mu = \pm 1,0''.$$

$$da'' = -0,15d\alpha^s - 0,10d\delta'' + 0,00d\varphi''.$$

Reduktion auf den Dreieckspunkt des Geodätischen Instituts.

Aus den auf S. 79 angegebenen Centrirungselementen erhält man in Verbindung mit vorstehender Azimutbestimmung zur Reduktion des Azimuts vom Gradmessungspfeiler 1867 nach dem Dreieckspunkt den Centrirungsbetrag: $-9' 13,7''$, dazu kommt
die Korrektion wegen Meridiankonvergenz: $- 1,3$, also
zusammen: $-9' 15,0''$.

Für die Polhöhe beträgt die entsprechende Reduktion: $+ 0,4''$.

Resultat.

Polhöhe von Hagelsberg, T. P. d. G. J. = $52^{\circ} 8' 26,3''$
Azimut von Lotzschke, Kirchthurm, auf Hagelsberg, T. P. d. G. J. = $179 23 8,9$

2. Hubertusberg.

- Zeit der Beobachtungen:** 1868, Juni 20 — Juni 26 und Juli 11 — Juli 18.
 Für die Polhöhe 4 Abende und 5 Morgen.
 Für das Azimut 1 Abend und 6 Morgen.
- Ort der Beobachtungen:** Nordwest-Pfeiler auf dem Thurme, zugleich Dreieckspunkt.*)
- Beobachter:** *Sadebeck* und *Albrecht*.
- Objekt der Azimutbestimmung:** Weisse Tafel mit senkrechtem schwarzen Strich in Wahlsdorf, zugleich Nullmarke für die Richtungsbeobachtungen.
 Zenitdistanz der Tafel = $89^{\circ} 58' 38''$.

Mittlere Oerter der beobachteten Sterne für 1868,0.

Polaris:	$\alpha = 1^{\text{h}} 10^{\text{m}} 37,59^{\text{s}}$;	$\delta = + 88^{\circ} 36' 20,30''$
α Tauri:	$\alpha = 4 28 20,91$;	$\delta = + 16 14 28,27$
α Virginis:	$\alpha = 13 18 14,51$;	$\delta = - 10 28 17,59$
α Bootis:	$\alpha = 14 9 38,50$;	$\delta = + 19 52 14,91$

Resultate der Zeitbestimmungen.

1868	Uhrzeit	Anzahl der Sterndurchgänge	Uhrkorrektion auf St. Z.	Täglicher Gang
Juni 20	14 ^h 10 ^m	1	— 0 ^m 16,69 ^s	
„ 21	13 18,5	1	— 0 14,05	+ 2,74 ^s
„ 22	14 5	2	— 0 11,21	+ 2,75
„ 26	13 18	1	— 0 0,09	+ 2,80
Juli 14	5 5,5	1	+ 1 24,78	+ 1,17
„ 15	14 8	1	+ 1 25,22	+ 2,96
„ 16	5 5,5	1	+ 1 30,03	+ 2,12
„ 17	5 5,5	1	+ 1 32,15	

*) Nur die Zeitbestimmungen vom 21. Juni und 15. Juli sind auf dem Südost-Pfeiler ausgeführt worden. Bei der Zeitbestimmung vom 15. Juli wurde zur Bestimmung des Azimuts des Südsternes an die Tafel in Wahlsdorf angeschlossen. Die hierbei zu berücksichtigende Centrirung des Azimuts der Tafel vom Nordwest-Pfeiler nach dem Südost-Pfeiler beträgt einschl. Meridiankonvergenz: + 3' 3,3" (vergl. die Centrirungselemente auf S. 86); bei der Beobachtung vom 21. Juni wurde Polaris zur Azimutbestimmung benutzt.

Polhöhe.

Datum 1868	Stern	Anzahl der Doppel- zeit- distanzen	Genähertes Mittel (in Sternzeit)		Abhängigkeit der Polhöhe vom Sternort $d\varphi''$	Mittelwerth der Polhöhe $\varphi \pm b$	Summe der Fehler- quadrate	φ
			der Beob- achtungszeit	des Stunden- winkels				
Juni 20	Polaris	3	1 ^h 12,0 ^m	0 ^h 1,2 ^m	$-0,00d\alpha^s + 1,00d\delta''$	51° 54' 47,6''	7,6	51° 54' 45,4''
" 21	α Bootis	10	14 7,2	- 0 2,5	$-0,19d\alpha^s + 1,00d\delta''$	— — 40,4	25,4	— — 42,6
" 21	Polaris	10	1 1,1	23 50,3	$+0,02d\alpha^s + 1,00d\delta''$	— — 46,9	8,0	— — 44,7
" 22	Polaris	3	13 9,3	11 58,5	$-0,00d\alpha^s - 1,00d\delta''$	— — 46,3	0,3	— — 44,1
" 22	α Virginis	3	13 21,7	+ 0 3,4	$+0,16d\alpha^s + 1,00d\delta''$	— — 40,4	6,3	— — 42,6
Juli 14	Polaris	10	2 8,6	0 57,4	$-0,09d\alpha^s + 1,00d\delta''$	— — 45,6	3,6	— — 43,4
" 15	Polaris	10	11 59,3	10 48,1	$-0,11d\alpha^s - 0,95d\delta''$	— — 45,7	6,4	— — 43,5
" 16	α Tauri	10	4 28,2	- 0, 0,2	$-0,01d\alpha^s + 1,00d\delta''$	— — 43,0	24,6	— — 45,2
" 17	α Tauri	10	4 27,4	- 0 1,0	$-0,07d\alpha^s + 1,00d\delta''$	— — 42,3	9,5	— — 44,5
" 18	Polaris	10	15 39,0	14 27,8	$+0,22d\alpha^s - 0,81d\delta''$	— — 45,6	4,2	— — 43,4

$$\varphi = 51^\circ 54' 43,9''; \quad b = +2,2''; \quad \text{Gewicht} = 76,9.$$

$$m = \sqrt{\frac{95,9}{79 - 2}} = \pm 1,1''; \quad \mu = \pm 0,1''.$$

Azimut.

Datum 1868	Stand des Kreises	Achsenlage	Anzahl der Doppel- bestim- mungen	Genähertes Mittel (in Sternzeit)		Abhängigkeit des Azimuts vom Sternort und von der Polhöhe da''	Summe der Fehler- quadrate	Azimut von Wahlsdorf, Tafel a
				der Beob- achtungszeit	des Stunden- winkels			
Juni 20	II	1	2	1 ^h 15,2 ^m	0 ^h 4,4 ^m	$+0,61d\alpha^s + 0,03d\delta'' - 0,00d\varphi''$	4,9	355° 20' 48,9''
" 21	II	1	2	1 39,2	0 28,4	$+0,61d\alpha^s + 0,23d\delta'' - 0,00d\varphi''$	30,1	— — 52,5
" 24	IV	1	2	1 15,2	0 4,3	$+0,61d\alpha^s + 0,03d\delta'' - 0,00d\varphi''$	2,8	— — 47,4
Juli 11	V	2	1	14 40,7	13 29,6	$-0,54d\alpha^s - 0,58d\delta'' + 0,02d\varphi''$	43,6	— — 42,0
" 16	VI	2	3	2 40,1	1 28,9	$+0,56d\alpha^s + 0,65d\delta'' - 0,02d\varphi''$	3,4	— — 49,3
" 17	IV	1	1	2 2,8	0 51,6	$+0,60d\alpha^s + 0,38d\delta'' - 0,01d\varphi''$	2,0	— — 47,3
" 18	IV	1	1	2 14,0	1 2,8	$+0,59d\alpha^s + 0,47d\delta'' - 0,02d\varphi''$	1,0	— — 47,6

$$\alpha = 355^\circ 20' 48,6''; \quad m = \sqrt{\frac{87,8}{11}} = \pm 2,8''; \quad \mu = \pm 0,8''.$$

$$da'' = +0,50d\alpha^s + 0,23d\delta'' - 0,01d\varphi''.$$

Es wurden auf Hubertusberg bei der Azimutbestimmung stets die Antritte von Polaris an die beiden vertikalen Mittelfäden beobachtet.

3. Herzberg.

- Zeit der Beobachtungen:** 1868, Juli 28 — August 27.
 Für die Polhöhe 2 Abende und 2 Morgen.
 Für das Azimut 1 Abend und 5 Morgen.
- Ort der Beobachtungen:** Nordwest-Pfeiler auf dem Kirchthurm, zugleich Dreieckspunkt. Nur die Zeitbestimmungen vom 28. Juli, 10. und 15. August, Abends, und die Azimutbestimmung vom 28. Juli sind auf dem Südwest-Pfeiler angestellt.*)
- Beobachter:** *Sadebeck* und *Albrecht*.
- Objekt der Azimutbestimmung:** Weisse Tafel mit senkrechtem schwarzen Strich in Gräfendorf, zugleich Nullmarke für die Richtungsbeobachtungen.
 Zenitdistanz der Tafel = $90^\circ 30'$.

Mittlere Oerter der beobachteten Sterne für 1868,0.

Polaris: $\alpha = 1^h 10^m 37,59^s$; $\delta = + 88^\circ 36' 20,30''$
 α Orionis: $\alpha = 5 48 1,55$; $\delta = + 7 22 46,92$
 α Bootis: $\alpha = 14 9 38,50$; $\delta = + 19 52 14,91$

Resultate der Zeitbestimmungen.

1868	Uhrzeit	Anzahl der Sterndurchgänge	Uhrkorrektion auf St. Z.	Täglicher Gang
Juli 28	14 ^h 10 ^m	1	— 0 ^m 4,91 ^s	
Aug. 8	4 31,5	2	+ 0 38,75	+ 3,76 ^s
" 10	14 9	1	+ 0 43,48	+ 3,38
" 10	4 28	1	+ 0 44,87	+ 3,33
" 10	6 39	1	+ 0 44,80	
" 14	4 27	1	+ 0 58,18	
" 15	16 20	1	+ 1 0,49	
" 15	4 27	1	+ 1 1,94	+ 3,76
" 16	6 38	1	+ 1 6,33	+ 4,02
" 18	5 47	1	+ 1 14,00 ^{**})	+ 3,90
" 26	6 37	1	+ 1 58,01	(+ 5,48)

*) Die Reduktion des Azimuts der Tafel vom Südwest-Pfeiler nach dem Nordwest-Pfeiler beträgt einschl. Meridiankonvergenz: — 1' 17,7" (siehe die Centrirungselemente auf S. 87).

***) Bei der Zeitbestimmung vom 18. August wurde Polaris zur Bestimmung des Azimuts des Zeitsterns benutzt.

Polhöhe.

Datum 1868	Stern	Anzahl der Doppel- zenit- distanzen	Genähertes Mittel (in Sternzeit)		Abhängigkeit der Polhöhe vom Sternort $d\varphi''$	Mittelwerth der Polhöhe $\varphi \pm b$	Summe der Fehler- quadrate	φ
			der Beob- achtungszeit	des Stunden- winkels				
August 18	Polaris	10	4 ^h 45,2 ^m	3 ^h 33,6 ^m	$-0,29d\alpha^s + 0,58d\delta''$	51° 41' 37,0''	5,5	51° 41' 35,2''
" 19	α Bootis	5	14 6,2	— 0 3,5	$-0,19d\alpha^s + 1,00d\delta''$	— — 32,7	2,1	— — 34,5
" 26	α Orionis	5	5 47,6	— 0 0,4	$-0,02d\alpha^s + 1,00d\delta''$	— — 34,0	4,6	— — 35,8
" 27	Polaris	5	14 58,3	13 46,6	$+0,07d\alpha^s - 0,98d\delta''$	— — 36,9	3,0	— — 35,1

$$\varphi = 51^\circ 41' 35,2''; \quad b = +1,8''; \quad \text{Gewicht} = 24,0.$$

$$m = \sqrt{\frac{15,2}{25-2}} = \pm 0,8''; \quad \mu = \pm 0,2''.$$

Azimet.

Datum 1868	Stand des Kreises	Achsenlage	Anzahl der Doppel- bestim- mungen	Genähertes Mittel (in Sternzeit)		Abhängigkeit des Azimuts vom Sternort und von der Polhöhe da''	Summe der Fehler- quadrate	Azimet von Gräfendorf, Tafel a
				der Beob- achtungszeit	des Stunden- winkels			
Juli 28	I	1	1	14 ^h 6,5 ^m	12 ^h 55,2 ^m	$-0,51d\alpha^s - 0,36d\delta'' + 0,01d\varphi''$	24,0	191° 31' 3,0''*)
August 8	V	1	1	4 9,0	2 57,5	$+0,39d\alpha^s + 1,18d\delta'' - 0,04d\varphi''$	4,0	— — 9,9 *)
" 13	III	1	2	5 14,6	4 3,0	$+0,26d\alpha^s + 1,43d\delta'' - 0,04d\varphi''$	4,3	— — 9,4
" 14	II	1	2	5 2,8	3 51,2	$+0,29d\alpha^s + 1,39d\delta'' - 0,04d\varphi''$	8,4	— — 8,9
" 15	I	1	2	5 4,4	3 52,8	$+0,28d\alpha^s + 1,39d\delta'' - 0,04d\varphi''$	1,0	— — 7,4
" 16	III	1	2	5 19,3	4 7,7	$+0,25d\alpha^s + 1,45d\delta'' - 0,05d\varphi''$	0,6	— — 7,5

$$a = 191^\circ 31' 7,9''; \quad m = \sqrt{\frac{42,3}{9}} = \pm 2,2''; \quad \mu = \pm 0,7''.$$

$$da'' = +0,20 d\alpha^s + 1,21 d\delta'' - 0,04 d\varphi''.$$

*) Die Beobachtung vom 28. Juli, welche auf dem Südwest-Pfeiler angestellt wurde, ist bereits auf den Nordwest-Pfeiler reducirt. Bei ihr und derjenigen vom 8. August wurden die Antritte des Polarsterns an beide vertikale Mittelfäden beobachtet.

4. Petersberg.

- Zeit der Beobachtungen:** 1869, Juli 23 — August 30.
Für die Polhöhe 7 Abende und 4 Morgen.
Für das Azimut 11 Abende und 7 Morgen.
- Ort der Beobachtungen:** Pfeiler O, Dreieckspunkt.
- Beobachter:** *Sadebeck* und *Schw.*
- Objekt der Azimutbestimmung:** Die Helmstange des Kirchthurms zu Lobejün, zugleich Nullrichtung für die Winkelbeobachtungen. Viermal wurde auch der centrische Heliotrop in Spitzberg eingestellt.
- Zenitdistanz von Lobejün = $90^{\circ} 53' 51''$
" " Spitzberg = $90 19 52$.

Mittlere Oerter der beobachteten Sterne für 1869,0.

Polaris: $\alpha = 1^{\text{h}} 10^{\text{m}} 57,51^{\text{s}}$; $\delta = + 88^{\circ} 36' 39,41''$
 α Tauri: $\alpha = 4 28 24,34$; $\delta = + 16 14 35,89$
 α Bootis: $\alpha = 14 9 41,23$; $\delta = + 19 51 56,00$

Resultate der Zeitbestimmungen.

1869	Anzahl der Sterndurchgänge	Uhrzeit	Uhrkorrektion auf St. Z.	Täglicher Gang
Juli 23	2	7 ^h 35 ^m	+ 8 ^h 6 ^m 6,79 ^s	+ 238,23 ^s
„ 24	2	7 30	+ 8 10 3,86	+ 237,33
„ 28	2	9 5	+ 8 25 53,45	+ 229,24
„ 30	2	7 8	+ 8 33 13,31	+ 239,92
„ 30	2	19 58	+ 8 35 21,60	+ 232,94
Aug. 4	2	19 29	+ 8 54 41,62	
„ 12	2	19 1	+ 9 27 56,36	
„ 17	2	4 25	+ 9 47 29,92	+ 240,33
„ 18	2	7 20	+ 9 51 59,46	+ 241,00
„ 18	2	18 42	+ 9 53 53,60	+ 240,31
„ 19	2	7 18	+ 9 55 59,76	+ 240,76
„ 26	2	3 46	+ 10 23 29,65	+ 241,75
„ 26	2	7 4	+ 10 24 2,89	+ 240,58
„ 27	2	3 31	+ 10 27 27,88	+ 240,56
„ 27	2	19 14	+ 10 30 5,41	+ 240,75
„ 28	2	17 49	+ 10 33 51,95	+ 240,38
„ 28	2	21 1	+ 10 34 24,00	+ 239,99
„ 30	2	20 59	+ 10 42 23,65	

Polhöhe.

Datum 1869	Stern	Anzahl der Doppel- zenit- distanzen	Genähertes Mittel (in Sternzeit)		Abhängigkeit der Polhöhe vom Sternort $d\varphi''$	Mittelwerth der Polhöhe $\varphi \pm b$	Summe der Fehler- quadrate	φ
			der Beob- achtungszeit	des Stunden- winkels				
Juli 24	Polaris	16	1 ^h 23,3 ^m	0 ^h 11,8 ^m	$-0,02d\alpha^s + 0,99d\delta''$	51° 35' 55,3''	78,0	51° 35' 51,8''
" 28	Polaris	18	1 4,5	23 52,9	$+0,01d\alpha^s + 0,99d\delta''$	— — 57,0	11,1	— — 53,5
August 12	α Tauri	5	4 6,3	— 0 22,1	$-1,49d\alpha^s + 1,00d\delta''$	— — 49,7	1,5	— — 53,2
" 13	Polaris	12	13 37,5	12 25,8	$+0,04d\alpha^s - 0,98d\delta''$	— — 57,0	22,5	— — 53,5
" 16	Polaris	5	14 11,8	13 0,0	$+0,09d\alpha^s - 0,96d\delta''$	— — 58,5	11,6	— — 55,0
" 17	Polaris	10	13 39,6	12 27,8	$+0,04d\alpha^s - 0,99d\delta''$	— — 58,2	16,1	— — 54,7
" 20	Polaris	5	14 39,2	13 27,3	$+0,13d\alpha^s - 0,93d\delta''$	— — 58,8	16,6	— — 55,3
" 26	α Bootis	5	14 14,9	+ 0 5,2	$+0,38d\alpha^s + 1,00d\delta''$	— — 49,7	2,0	— — 53,2
" 27	α Bootis	5	14 0,5	— 0 9,2	$-0,68d\alpha^s + 1,00d\delta''$	— — 49,4	5,0	— — 52,9
" 27	α Tauri	12	4 15,2	— 0 13,2	$-0,89d\alpha^s + 1,00d\delta''$	— — 51,7	39,2	— — 55,2
" 28	α Bootis	10	13 58,2	— 0 11,5	$-0,83d\alpha^s + 1,00d\delta''$	— — 48,8	22,2	— — 52,3

$$\varphi = 51^\circ 35' 53,5''; \quad b = + 3,5''; \quad \text{Gewicht} = 94,8.$$

$$m = \sqrt{\frac{225,8}{103 - 2}} = \pm 1,5''; \quad \mu = \pm 0,2''.$$

Azimut.

Datum 1869	Stand des Kreises	Achsenlage	Anzahl der Doppel- bestim- mungen	Genähertes Mittel (in Sternzeit)		Abhängigkeit des Azimuts vom Sternort und von der Polhöhe da''	Summe der Fehler- quadrate	Azimut von Lobejün, Kirch- thurm a
				der Beob- achtungszeit	des Stunden- winkels			
Juli 23	I	1	1	15 ^h 10,2 ^m	13 ^h 58,7 ^m	$-0,50d\alpha^s - 0,76d\delta'' + 0,02d\varphi''$	0,0	321° 26' 12,0''*)
" 24	II	1	1	16 2,4	14 50,9	$-0,43d\alpha^s - 1,04d\delta'' + 0,03d\varphi''$	5,2	— — 9,9
" 28	V	1	2	15 42,4	14 30,9	$-0,46d\alpha^s - 0,94d\delta'' + 0,03d\varphi''$	14,9	— — 14,9
" 30	IV	1	2	16 14,1	15 2,5	$-0,41d\alpha^s - 1,10d\delta'' + 0,03d\varphi''$	12,3	— — 14,6
" 30	IV	1	2	5 2,8	3 51,2	$+0,30d\alpha^s + 1,41d\delta'' - 0,04d\varphi''$	3,7	— — 13,4
" 30	III	1	2	5 35,5	4 23,9	$+0,23d\alpha^s + 1,51d\delta'' - 0,05d\varphi''$	0,7	— — 12,7
" 30	II	1	2	6 11,7	5 0,1	$+0,14d\alpha^s + 1,58d\delta'' - 0,05d\varphi''$	0,4	— — 12,2
August 12	I	2	2	6 6,7	4 54,9	$+0,15d\alpha^s + 1,57d\delta'' - 0,05d\varphi''$	0,6	— — 12,0
" 13	II	1	2	15 58,9	14 47,1	$-0,44d\alpha^s - 1,02d\delta'' + 0,03d\varphi''$	2,3	— — 11,2
" 13	III	1	2	16 26,1	15 14,3	$-0,39d\alpha^s - 1,16d\delta'' + 0,04d\varphi''$	0,7	— — 11,7
" 17	V	2	2	16 18,2	15 6,4	$-0,40d\alpha^s - 1,12d\delta'' + 0,03d\varphi''$	8,6	— — 10,2
" 17	VI	2	2	16 47,3	15 35,5	$-0,35d\alpha^s - 1,25d\delta'' + 0,04d\varphi''$	3,3	— — 11,1
" 18	I	2	2	16 31,4	15 19,6	$-0,38d\alpha^s - 1,18d\delta'' + 0,04d\varphi''$	17,6	— — 9,2
" 18	II	2	2	7 11,4	5 59,6	$-0,02d\alpha^s + 1,60d\delta'' - 0,05d\varphi''$	18,9	— — 9,1
" 19	IV	2	2	16 2,9	14 51,1	$-0,43d\alpha^s - 1,05d\delta'' + 0,03d\varphi''$	1,1	— — 12,6
" 19	III	1	2	16 36,7	15 24,9	$-0,37d\alpha^s - 1,21d\delta'' + 0,04d\varphi''$	0,2	— — 12,0
" 20	II	2	1	15 15,7	14 3,8	$-0,49d\alpha^s - 0,79d\delta'' + 0,02d\varphi''$	3,2	— — 10,4
" 20	I	2	2	16 18,9	14 37,1	$-0,40d\alpha^s - 1,11d\delta'' + 0,03d\varphi''$	7,7	— — 10,2
" 26	I	1	1	17 6,2	15 54,3	$-0,31d\alpha^s - 1,33d\delta'' + 0,04d\varphi''$	0,0	— — 12,4
" 26	I	1	2	8 9,1	6 57,1	$-0,16d\alpha^s + 1,54d\delta'' - 0,05d\varphi''$	5,0	— — 10,7
" 27	V	1	2	4 52,6	3 40,7	$+0,33d\alpha^s + 1,37d\delta'' - 0,04d\varphi''$	1,1	— — 11,5
" 27	VI	1	2	7 0,3	5 48,4	$+0,01d\alpha^s + 1,61d\delta'' - 0,05d\varphi''$	21,4	— — 14,8*)
" 27	I	1	2	7 46,6	6 34,6	$-0,10d\alpha^s + 1,58d\delta'' - 0,05d\varphi''$	9,0	— — 10,3
" 28	VI	2	2	5 26,0	4 14,1	$+0,25d\alpha^s + 1,48d\delta'' - 0,05d\varphi''$	18,0	— — 15,2
" 28	V	2	2	5 57,4	4 45,5	$+0,17d\alpha^s + 1,55d\delta'' - 0,05d\varphi''$	20,3	— — 15,4
" 28	IV	2	2	6 32,7	5 20,8	$+0,08d\alpha^s + 1,60d\delta'' - 0,05d\varphi''$	6,6	— — 14,0
" 29	VI	1	2	17 17,9	16 5,9	$-0,29d\alpha^s - 1,37d\delta'' + 0,04d\varphi''$	6,4	— — 10,4
" 30	V	2	2	8 26,6	7 14,6	$-0,20d\alpha^s + 1,49d\delta'' - 0,05d\varphi''$	15,6	— — 15,0

$$a = 321^\circ 26' 12,2''; \quad m = \sqrt{\frac{204,8}{51}} = \pm 2,0''; \quad \mu = \pm 0,3''.$$

$$da'' = -0,15d\alpha^s + 0,21d\delta'' - 0,01d\varphi''.$$

*) Die beiden Einstellungen am 23. Juli und die beiden Einstellungen bei F. r. auf Stand VI am 27. August erfolgten auf den centriscch stehenden Heliotrop in Spitzberg. Zur Reduktion auf Lobejün wurde der definitive Werth des Winkels Lobejün—Petersberg—Spitzberg = 62° 16' 17,94" benutzt. Im zweiten Falle wurde selbstverständlich auf den Einfluss der Excentricität des Fernrohrs Rücksicht genommen.

5. Strauch.

Zeit der Beobachtungen: 1870, September 22 — September 27.
 Für die Polhöhe 3 Abende und 2 Morgen.
 Für das Azimut 3 Abende und 2 Morgen.

Ort der Beobachtungen: Astronomischer Pfeiler 1870, excentrisch.

Beobachter: *Sadebeck* und *Schur*.

Objekt der Azimutbestimmung: Astronomische Marke in der Nähe des Meridians, bestehend aus einer weissen Tafel mit senkrechtem schwarzen Strich.
 Zenitdistanz der Marke = $91^{\circ} 48' 10''$.

Mittlere Oerter der beobachteten Sterne für 1870,0.

Polaris: $\alpha = 1^{\text{h}} 11^{\text{m}} 17,58^{\text{s}}$; $\delta = + 88^{\circ} 36' 58,51''$
 α Leonis: $\alpha = 10 \quad 1 \quad 26,79$; $\delta = + 12 \quad 36 \quad 5,16$
 α Aquilae: $\alpha = 19 \quad 44 \quad 26,43$; $\delta = + 8 \quad 31 \quad 36,45$

Resultate der Zeitbestimmungen.

1870	Uhrzeit	Anzahl der Sterndurchgänge	Uhrkorrektion auf St. Z.	Täglicher Gang
Septbr. 22	22 ^h 6 ^m	2	+ 11 ^h 59 ^m 49,15 ^s	
„ 23	7 49	2	+ 12 1 23,53	+ 233,12 ^s
„ 24	5 38	2	+ 12 4 51,34	+ 228,61
„ 25	5 35	2	+ 12 8 43,73	+ 232,87
„ 26	5 20	2	+ 12 12 35,47	+ 234,18
„ 26	19 19	2	+ 12 14 50,97	+ 232,56

Polhöhe.

Datum 1870	Stern	Anzahl der Doppel- zenit- distanzen	Genähertes Mittel (in Sternzeit)		Abhängigkeit der Polhöhe vom Sternort $d\varphi''$	Mittelwerth der Polhöhe $\varphi \pm b$	Summe der Fehler- quadrate	φ
			der Beob- achtungszeit	des Stunden- winkels				
Septbr. 22	Polaris	30	11 ^h 15,4 ^m	10 ^h 3,1 ^m	$-0,17d\alpha^s - 0,86d\delta''$	51° 23' 8,8''	36,5	51° 23' 7,3''
" 23	Polaris	31	0 15,6	23 3,3	$+0,09d\alpha^s + 0,95d\delta''$	— — 9,4	125,3	— — 7,9
" 26	α Aquilae	16	19 57,6	+ 0 13,1	$+0,78d\alpha^s + 1,00d\delta''$	— — 6,4	71,3	— — 7,9
" 26	α Leonis	10	10 0,0	— 0 1,4	$-0,09d\alpha^s + 1,00d\delta''$	— — 5,8	12,1	— — 7,3
" 27	α Aquilae	5	19 48,3	+ 0 3,8	$+0,23d\alpha^s + 1,00d\delta''$	— — 6,3	13,1	— — 7,8

$$\varphi = 51^\circ 23' 7,7''; \quad b = +1,5''; \quad \text{Gewicht} = 82,2.$$

$$m = \sqrt{\frac{258,3}{92 - 2}} = \pm 1,7''; \quad \mu = \pm 0,2''.$$

Azimet.

Datum 1870	Stand des Kreises	Achsenlage	Anzahl der Doppel- bestim- mungen	Genähertes Mittel (in Sternzeit)		Abhängigkeit des Azimuts vom Sternort und von der Polhöhe da''	Summe der Fehler- quadrate	Azimet der astronomischen Marke a
				der Beob- achtungszeit	des Stunden- winkels			
Septbr. 22	I	1	2	8 ^h 9,7 ^m	6 ^h 57,4 ^m	$-0,16 d\alpha^s + 1,53 d\delta'' - 0,05 d\varphi''$	1,4	359° 17' 21,1''
" 22	II	1	2	8 33,7	7 21,4	$-0,22 d\alpha^s + 1,47 d\delta'' - 0,04 d\varphi''$	36,5	— — 25,9
" 22	III	1	2	9 4,0	7 51,7	$-0,28 d\alpha^s + 1,38 d\delta'' - 0,04 d\varphi''$	1,9	— — 22,4
" 22	IV	1	2	9 26,3	8 14,0	$-0,33 d\alpha^s + 1,29 d\delta'' - 0,04 d\varphi''$	0,3	— — 21,8
" 25	IV	2	2	18 11,8	16 59,5	$-0,17 d\alpha^s - 1,52 d\delta'' + 0,05 d\varphi''$	5,3	— — 23,3
" 25	V	2	2	18 44,0	17 31,7	$-0,09 d\alpha^s - 1,58 d\delta'' + 0,05 d\varphi''$	47,8	— — 26,4*)
" 25	VI	2	2	19 13,9	18 1,6	$-0,01 d\alpha^s - 1,60 d\delta'' + 0,05 d\varphi''$	8,1	— — 20,1*)
" 26	III	2	2	17 58,5	16 46,2	$-0,20 d\alpha^s - 1,49 d\delta'' + 0,05 d\varphi''$	8,7	— — 23,8
" 26	II	2	2	18 38,3	17 26,0	$-0,10 d\alpha^s - 1,57 d\delta'' + 0,05 d\varphi''$	4,2	— — 22,5
" 26	I	2	2	19 10,9	17 58,6	$-0,02 d\alpha^s - 1,60 d\delta'' + 0,05 d\varphi''$	14,1	— — 19,4
" 26	V	1	2	8 3,2	6 50,9	$-0,14 d\alpha^s + 1,54 d\delta'' - 0,05 d\varphi''$	4,2	— — 21,1
" 26	VI	1	2	8 22,7	7 10,4	$-0,19 d\alpha^s + 1,50 d\delta'' - 0,05 d\varphi''$	0,0	— — 21,9
" 26	I	2	2	8 43,6	7 31,3	$-0,24 d\alpha^s + 1,44 d\delta'' - 0,04 d\varphi''$	0,3	— — 21,5
" 26	III	2	2	9 2,2	7 49,9	$-0,28 d\alpha^s + 1,38 d\delta'' - 0,04 d\varphi''$	1,5	— — 31,8
" 26	V	2	2	9 21,2	8 8,9	$-0,32 d\alpha^s + 1,31 d\delta'' - 0,04 d\varphi''$	5,0	— — 21,0
" 27	II	1	2	18 12,6	17 0,3	$-0,17 d\alpha^s - 1,52 d\delta'' + 0,05 d\varphi''$	43,8	— — 17,4
" 27	IV	1	2	18 57,7	17 45,4	$-0,06 d\alpha^s - 1,59 d\delta'' + 0,05 d\varphi''$	12,4	— — 24,0*)
" 27	VI	1	2	19 24,4	18 12,1	$+0,01 d\alpha^s - 1,61 d\delta'' + 0,05 d\varphi''$	18,3	— — 19,1*)

$$\alpha = 359^\circ 17' 21,9''; \quad m = \sqrt{\frac{213,8}{35}} = \pm 2,5''; \quad \mu = \pm 0,4''.$$

$$da'' = -0,16 d\alpha^s - 0,07 d\delta'' + 0,00 d\varphi''.$$

*) Bei diesen Beobachtungen wurde die Flamme einer Lampe eingestellt, welche centrisch an der astronomischen Marke angebracht war.

Da die Bestimmungen des Azimuts auf Strauch hinlänglich zahlreich sind und gleichmässig auf 6 Kreisstände, die beiden Achsenlagen und auf Morgen- und Abendbeobachtungen vertheilt sind, so gestatten sie mit einer gewissen Sicherheit etwa hierdurch entstandene systematische Unterschiede aufzudecken.

Zunächst zeigen die nachstehend aufgeführten, Abends bezw. Morgens doppelt beobachteten Bestimmungen auf demselben Kreisstande, aber in verschiedener Achsenlage, dass ein systematischer Unterschied zwischen den Resultaten der beiden Achsenlagen nicht vorhanden ist.

Datum 1870	Stand und Achsenlage	Morgens oder Abends	Azimut	Lage 1 — Lage 2
Septbr. 22	I, 1	M	359° 17' 21,1''	
" 26	I, 2	M	21,5	- 0,4''
" 27	II, 1	A	— — 17,4	
" 22	II, 2	A	22,5	- 5,1
" 22	III, 1	M	— — 22,4	
" 26	III, 2	M	21,8	+ 0,6
" 27	IV, 1	A	— — 24,0	
" 25	IV, 2	A	23,3	+ 0,7
" 26	V, 1	M	— — 21,1	
" 26	V, 2	M	21,0	+ 0,1
" 27	VI, 1	A	— — 19,1	
" 25	VI, 2	A	20,1	- 1,0

Im Mittel erhält man aus allen Bestimmungen

für die Achsenlage 1 als Azimut: 359° 17' 21,6''
und " " " 2 " " : — — 22,2.

Ferner sind die Differenzen zwischen Morgen- und Abendbeobachtungen für die einzelnen Kreisstände zwar nicht gerade unbeträchtlich, aber doch 3 mal positiv und 3 mal negativ, so dass auch hier ein systematischer Unterschied nicht zu konstatiren ist. Im Mittel erhält man aus sämmtlichen Bestimmungen als

Werth des Azimuts aus den Morgenbeobachtungen: 359° 17' 22,1''
" " " " " " Abendbeobachtungen: — — 21,8,

so dass sich die Differenzen der einzelnen Stände im Mittel ausgeglichen haben.

Centrirung.

Behufs Reduktion des Azimuts auf den Dreieckspunkt und zum Anschluss desselben an die Richtungen des Dreiecksnetzes wurden nachstehende Resultate, zum Theil vermittelt einer kleinen Lokaltriangulation, ermittelt.

Auf dem astronomischen Pfeiler.

	0°	0'	0''	log e (e in Metern)
Astronomische Marke				
Dreieckspunkt	82	48	10	1,266020

Entfernung: Strauch, Dreieckspunkt, — Krauschütz, Tafel, = 6398,67 m (log = 3,806090).

Endlich wurde in der Zeit vom 25. bis 28. September (4 Beobachtungstage) auf dem astronomischen Pfeiler der Winkel zwischen der Astronomischen Marke und Krauschütz, Tafel (der Nullmarke für die Richtungsbeobachtungen), durch 18 Doppelbestimmungen, welche gleichmässig auf 6 äquidistante Kreisstände vertheilt sind, gemessen.

Das Resultat ist:

Winkel Krauschütz, Tafel, — Strauch, Astr. Pfeiler, — Astr. Marke = 25° 48' 24,7'' ± 0,2''.*)

Hieraus folgt:

Azimut von Krauschütz, Tafel, auf dem astronomischen Pfeiler . . . = 333° 28' 57,2''.

Aus obenstehenden Daten erhält man zur Reduktion dieses Azimuts auf den Dreieckspunkt den Centrirungsbetrag: $-9' 23,7''$
 und die Korrektion wegen Meridiankonvergenz: $+ 0,7$

 zusammen: $-9 23,0$.

Die Reduktion der Polhöhe vom astronomischen Pfeiler auf den Dreieckspunkt beträgt:
 $+ 0,1''$.

Resultat.

Polhöhe von Strauch (Dreieckspunkt) 51° 23' 7,8''
 Azimut von Krauschütz (Tafel) auf Strauch (Dreieckspunkt) 333 19 34,2

*) Der mittlere Fehler ± 0,2'' ist abgeleitet aus den Differenzen der 6 Standmittel gegen die betr. einzelnen Doppelbestimmungen nach der Formel:

$$\mu = \sqrt{\frac{[vv]}{18(18-6)}}$$

III. Kapitel.

Zusammenstellung der Lothabweichungen.

Zur Ableitung der Lothabweichungen im Märkisch-Thüringischen Dreiecksnetz, wie sie in den Tabellen I. bis IV. am Schlusse dieses Kapitels zusammengestellt sind, haben die astronomischen Bestimmungen gedient, welche in den nachstehend aufgeführten Quellen enthalten sind.

0.) Meisner. Polhöhe und Azimut der Marke finden sich im „Hessischen Dreiecksnetz“, S. 188. Die Beobachtungen sind im Dreieckspunkt des G. J. angestellt.

1.) Inselsberg. Die astronomische Station und der Dreieckspunkt des G. J. stimmen überein. Der Werth der Polhöhe ist den „Astr.-Geod. Arb. i. d. J. 1879 u. 1880“, S. 58, entnommen. Nach den „Astr.-Geod. Arb. i. d. J. 1872, 1869 u. 1867“, S. 119, ist

das Azimut von Seeberg, T. P. = $63^{\circ} 27' 13,0''$, davon ab der
Winkel zwischen Marke und Seeberg, T. P. = $229 10 45,7$ (Erster Theil, S. 54), so ergibt sich
das Azimut der Marke = $194 16 27,3$.

2.) Brocken. Astronomische Station ist der Dreieckspunkt des G. J. Die Angabe für die Polhöhe ist nach den „Astr.-Geod. Arb. i. d. J. 1879 u. 1880“, S. 45, angesetzt. Der in den „Astr. Best. f. d. Europ. Gradm. i. d. J. 1857—66“, S. 94, aufgeführte Werth für das Azimut des Fallstein ($1^{\circ} 30' 41,254''$) geht durch Einführung der definitiven Richtungswerthe des „Märk.-Thür. Netzes“, S. 55, in die nach mehreren Richtungen erfolgte Azimutbestimmung über in:

$1^{\circ} 30' 41,238''$ (vergl. „Lothabweichungen. Heft I.“ S. 45.),
davon ab der Winkel zwischen
Marke und Fallstein = $251 42 49,163$ (Erster Theil, S. 55), so folgt
das Azimut der Marke = $109 47 52,075$.

Die geographische Länge gegen Greenwich beruht auf der *Hilfiker'schen* „Ausgleichung des Längennetzes der Europäischen Gradmessung“ (Astr. Nachr. Bd. 112, No. 2674).

3.) Fallstein. Astronomische Station und Dreieckspunkt sind identisch. Für die Polhöhe vergleiche man: „Astr.-Geod. Arb. i. d. J. 1879 u. 1880“, S. 43, und für das Azimut der Marke: „Astr. Best. f. d. Europ. Gradm. i. d. J. 1857—66“, S. 74.

4.) **Seeberg.** Polhöhe und Azimut sind im Dreieckspunkt bestimmt. Die erstere ist den „Astr.-Geod. Arb. i. d. J. 1879 u. 1880“, S. 54, entnommen. Das Azimut der Richtung nach Inselsberg, T. P., ist nach den „Astr.-Geod. Arb. i. d. J. 1872, 1869 u. 1867“, S. 99:

243° 39' 24,6'', hiervon ab der
 Winkel zwischen Inselsberg und Gotha = 295 25 16,0 (Erster Theil, S. 54), so folgt
 das Azimut von Gotha = 308 14 8,6.

Die geographische Länge ist für Seeberg nicht unmittelbar bestimmt worden, sondern nur für die neue Sternwarte in Gotha („Bestimmung der Längendifferenz zwischen den Sternwarten zu Leipzig und Gotha, ausgeführt im April 1865 von *C. Bruhns* und *A. Auwers*“.). Die geographische Länge von Seeberg, T. P., findet man auf folgende Weise:

Nach *Hilfiker* (Astr. Nachr. No. 2674) liegt

Leipzig, Centrum der Sternwarte 12° 23' 31,035'' östlich von Greenwich;
 die Längendifferenz Leipzig-Gotha beträgt — 1 40 52,275 (S. 96 a. a. O.);

ferner liegt nach trigonometrischen Messungen von *Auwers* der Standpunkt des Passagen-Instrumentes der ehemaligen Sternwarte auf dem Seeberge (S. 17 a. a. O.)

+ 0° 1' 9,000'' östlich von Gotha, und endlich
 findet man aus den Angaben in den „Astr.-Geod. Arb. i. d. J. 1872, 1869 u. 1867“, S. 66 u. 67, als
 Reduktion in Länge von Seeberg, Pass.-Instr., nach Seeberg, T. P.,
 + 0,824'', so dass schliesslich folgt:
 Seeberg, T. P. 10° 43' 48,58'' östlich von Greenwich.

Da die Sternwarte in Gotha nur ungefähr 1690 m von der alten Sternwarte auf dem Seeberge entfernt ist, so sind, auch in Hinblick auf das Terrain, grössere lokale Lothstörungen in Länge zwischen beiden nicht wahrscheinlich.*)

5.) **Petersberg.** Siehe S. 121/122.

6.) **Leipzig.** Die Polhöhe ist auf dem Pfeiler B (S. 90), das Azimut auf einem Pfeiler A auf der Pleissenburg bestimmt worden („Astronomisch-Geodätische Arbeiten für die Europäische Gradmessung im Königreich Sachsen. III. Abtheilung. Die astronomischen Arbeiten“, S. 303). Die Reduktion vom Pfeiler B auf den T. P. d. G. J. (siehe S. 52, 57 u. 90) beträgt für die Polhöhe + 0,19''. Das nach Wachberg gemessene Azimut lässt sich bis jetzt noch nicht an eine Richtung des Märk.-Thür. Netzes anschliessen. Da indessen die Veröffentlichung der Königl. Sächsischen Landes-

*) Die von *Hansen* 1827 angestellten Beobachtungen ergaben für die geographische Breite des Passagen-Instrumentes der Sternwarte auf dem Seeberge den Werth: 50° 56' 5,19'' („Bestimmung des Breitenunterschiedes zwischen den Sternwarten von Göttingen und Altona von *C. F. Gauss*“, S. 80). Die Reduktion auf Seeberg, T. P., beträgt + 0,11'', so dass also aus dieser Bestimmung ein um 0,50'' kleinerer Werth als aus der neueren folgt. Endlich hat eine Polhöhenbestimmung aus den Jahren 1859/60 für die neue Sternwarte in Gotha den Werth: 50° 56' 37,46'' ergeben („Längendifferenz zwischen Leipzig und Gotha“, S. 18). Da nach derselben Quelle, S. 17, die Sternwarte in Gotha nach trigonometrischen Messungen 33,11'' nördlich von dem Passagen-Instrument der alten Sternwarte auf dem Seeberg liegt, so würde für Seeberg, T. P., hieraus die geographische Breite 50° 56' 4,46'' folgen. Hiernach scheint zwischen Seeberg und Gotha eine kleine lokale Störung der Lothrichtung in Breite vorhanden zu sein.

Triangulation, und damit die Möglichkeit der Uebertragung des Azimuts nahe bevorsteht, so sind die nachfolgenden Tabellen so eingerichtet, dass sie durch Einfügung des gemessenen Azimuts in Leipzig leicht vervollständigt werden können. Die oben bei Seeberg aufgeführte geogr. Länge von Leipzig bezieht sich auf die Mitte der Drehkuppel der Sternwarte. Als Reduktion auf die Pleißenburg, T. P. d. G. J., erhält man übereinstimmend aus dem „Uebersichtsheft der Landesaufnahme von 1887“, S. 24/25, und nach „C. Bruhns. Mittheilung über die Ermittlung der Koordinaten der Pleißenburg u. s. w.“, S. 368:

$$- 59,19''.$$

Da in der Umgegend von Leipzig grössere, regelmässig verlaufende lokale Störungen der Lothrichtung konstatiert sind (vergl. „Verhandlungen der vom 27. Oktober bis zum 1. November 1886 in Berlin abgehaltenen Achten allgemeinen Konferenz der internationalen Erdmessung u. s. w.“, S. 218/227), so ist die Lothablenkung in Länge für Leipzig (Tabelle IV.) in Strenge nur für die Sternwarte gültig.

7.) **Hubertusberg.** Siehe S. 116.

8.) **Hagelsberg.** Siehe S. 114.

9.) **Herzberg.** Siehe S. 118.

10.) **Rauenberg.** Der aufgenommene Werth für die Polhöhe ist das arithmetische Mittel von 4 Bestimmungen des G. J. aus den Jahren 1886 und 87. Ebenso beruht das Azimut von Glienicke auf 3 Bestimmungen des G. J. aus denselben Jahren. Die Veröffentlichung dieser Arbeiten ist im Werke. In Betreff der geographischen Länge vergl. S. 56.

11.) **Strauch.** Siehe S. 128.

Durch Vergleichung der auf Seite 57 mitgetheilten Werthe für die geodätischen Breiten, \overline{B}_k , und die geodätischen Azimute, \overline{T}_k , mit den astronomisch bestimmten Breiten und Azimuten, B'_k und T'_k , erhält man direkt die numerischen Werthe der Lothabweichungen in geogr. Breite und in Azimut für die in Frage kommenden Punkte, P_k :

$$\begin{aligned} \xi'_k &= B'_k - \overline{B}_k \\ \lambda'_k \sin B_k &= T'_k - \overline{T}_k, \end{aligned}$$

bezogen auf Meisner als Ausgangspunkt und für die *Bessel'schen* Elemente des Erdellipsoides. Diese Werthe sind in die Tabellen I. und II. aufgenommen. Die so erhaltenen Lothabweichungen in Azimut sind ausserdem durch Multiplikation mit $\operatorname{cosec} B_k$ in Lothabweichungen in geogr. Länge, λ'_k , verwandelt worden. Um der Annahme, dass für Meisner die Lothabweichungs-Komponenten nicht Null, sondern bezw. ξ'_0 und λ'_0 seien, Rechnung tragen zu können, wurden ferner ξ'_k und λ'_k in der Form angesetzt:

$$\begin{aligned} \xi'_k &= B'_k - \overline{B}_k - p_1 \xi'_0 - p_2 \lambda'_0 \\ \lambda'_k &= \frac{T'_k - \overline{T}_k}{\sin B_k} - r_1 \xi'_0 - r_2 \lambda'_0, \end{aligned}$$

wo die Koeffizienten p_1, p_2, r_1, r_2 nach den Formeln auf S. 4 der Tafeln für die „Lothabweichungen. Heft I.“ berechnet, und Meisner immer als Ausgangspunkt, P_i , beibehalten ist.

Da für die Lothabweichungs-Rechnungen des Geodätischen Instituts Rauenberg als Ausgangspunkt eingeführt ist, so erschien es wünschenswerth, auch die vorliegenden Ergebnisse auf diesen Punkt zu beziehen. Vermittelst der vorstehend genannten Gleichungen war es aber leicht, diesen Uebergang zu bewerkstelligen, indem man ξ'_0 und λ'_0 für Meisner so bestimmte, dass ξ'_{10} und λ'_{10} für Rauenberg (Tabelle I. und II.) verschwinden. Aus

$$\begin{aligned} 0 &= + 0,6 + 0,9979 \xi'_0 - 0,0300 \lambda'_0 \\ 0 &= + 6,4 + 0,1265 \xi'_0 - 1,0085 \lambda'_0 \end{aligned}$$

erhält man

$$\xi'_0 = - 0,79''; \quad \lambda'_0 = - 6,25''.$$

Setzt man diese Zahlen in die Ausdrücke für ξ'_k und λ'_k der Tabellen I. und II. ein, so erhält man die Werthe für die Lothabweichungs-Komponenten (ξ_k, λ_k) bezogen auf Rauenberg als Nullpunkt, wie sie in Tabelle III. aufgeführt sind.

Um mit Leichtigkeit den Uebergang vom *Bessel'schen* auf ein beliebiges anderes Elementensystem des Erdellipsoides bewerkstelligen zu können, sind die Koeffizienten p_3, p_6, r_5, r_6 von $\frac{da}{a}$ und da berechnet und aufgenommen worden. Abgeleitet wurden dieselben nach den angenäherten Formeln, welche an der oben angeführten Stelle der „Lothabweichungen. Heft I.“ zu finden sind.

Die aus den Längenbestimmungen folgenden, in Tabelle IV. zusammengestellten Lothabweichungen in geogr. Länge gegen Rauenberg (P_i) als Nullpunkt wurden nach der Formel bestimmt:

$$\lambda_k = (L'_k - \bar{L}_k) - (L'_i - \bar{L}_i) + q_1 (B'_i - \bar{B}_i) + q_4 (T'_i - \bar{T}_i) + q_5 \frac{da}{a} + q_6 da,$$

wo q_1, q_4, q_5, q_6 ebenfalls nach den Formeln des eben citirten Werkes, und zwar q_1, q_5, q_6 nur bis auf Glieder 3. Ordnung exel. genau, berechnet sind, wo ferner im vorliegenden Falle (vergl. Tabelle I. und II.)

$$L'_i - \bar{L}_i = 0; \quad B'_i - \bar{B}_i = + 0,6''; \quad T'_i - \bar{T}_i = + 5,1''$$

zu setzen war, und endlich die \bar{L}_k der Tabelle auf Seite 57 entnommen wurden.

Für Brocken hat die *Laplace'sche* Gleichung (d. h. die Gleichheit der aus den Längenbestimmungen und aus den Azimutmessungen erhaltenen Werthe der Lothabweichung in geogr. Länge) nur einen Fehler von $- 0,1''$, während für Seeberg eine Differenz von $+ 5,2''$ auftritt, deren grösster Theil wohl durch die mangelhaften Winkelmessungen im westlichen Theil des Märk.-Thür. Netzes verursacht sein dürfte. Für Leipzig ist eine solche Kontrolle bis jetzt noch nicht ausführbar.

Schliesslich ist noch zu bemerken, dass die hier erhaltenen Ergebnisse keine definitiven sind, indem die abschliessende Bearbeitung der Lothabweichungen für Deutschland nach dem Verfahren der „Lothabweichungen. Heft I.“ erst später erfolgen wird. Jedoch sind grössere Aenderungen nur für die aus den Azimutmessungen folgenden Werthe der Lothabweichungen in geogr. Länge zu erwarten.

Bessel's Ellipsoid.

I.

 ξ'_k = Nördliche Abweichung des wahren Zenits, bezogen auf Meisner als Nullpunkt.

No.	Station	An- genäherte Meeres- höhe des Terrains Meter	Geogr. Länge gegen Greenwich	Geogr. Breite		ξ'_k
				astron.	geod.	
0	Meisner . . .	750	9° 51' 29"	51° 13' 37,8"	37,8"	$\xi'_0 = 0,0'' + 1,0000 \xi'_0 + 0,0000 \lambda'_0$
1	Inselsberg . .	915	10 28 6	50 51 11,5	8,4	$\xi'_1 = + 3,1 + 1,0000 \xi'_0 - 0,0052 \lambda'_0$
2	Brocken . . .	1141	10 37 6	51 48 10,3	1,1	$\xi'_2 = + 9,2 + 0,9998 \xi'_0 - 0,0065 \lambda'_0$
3	Fallstein . . .	177	10 37 40	52 1 9,0	5,7	$\xi'_3 = + 3,3 + 0,9998 \xi'_0 - 0,0066 \lambda'_0$
4	Seeberg . . .	356	10 43 51	50 56 5,8	5,7	$\xi'_4 = + 0,1 + 0,9999 \xi'_0 - 0,0075 \lambda'_0$
5	Petersberg .	249	11 57 22	51 35 53,5	53,2	$\xi'_5 = + 0,3 + 0,9993 \xi'_0 - 0,0179 \lambda'_0$
6	Leipzig . . .	119	12 22 30	51 20 15,7	15,2	$\xi'_6 = + 0,5 + 0,9990 \xi'_0 - 0,0215 \lambda'_0$
7	Hubertusberg	140	12 31 8	51 54 43,9	40,1	$\xi'_7 = + 3,8 + 0,9988 \xi'_0 - 0,0227 \lambda'_0$
8	Hagelsberg .	200	12 31 10	52 8 26,3	23,6	$\xi'_8 = + 2,7 + 0,9988 \xi'_0 - 0,0227 \lambda'_0$
9	Herzberg . .	82	13 14 16	51 41 35,2	34,4	$\xi'_9 = + 0,8 + 0,9982 \xi'_0 - 0,0289 \lambda'_0$
10	Rauenberg .	62	13 22 8	52 27 12,2	11,6	$\xi'_{10} = + 0,6 + 0,9979 \xi'_0 - 0,0300 \lambda'_0$
11	Strauch . . .	196	13 34 42	51 23 7,8	9,5	$\xi'_{11} = - 1,7 + 0,9979 \xi'_0 - 0,0318 \lambda'_0$

II.

λ'_k = Oestliche Abweichung des wahren Zenits in geogr. Länge, bezogen auf Meisner als Nullpunkt und abgeleitet aus den Azimutbestimmungen.

No.	Station	Nordöstliches Azimut			Lothabweichung in Azimut	λ'_k
		nach	astron.	geod.		
0	Meisner	Marke	183° 12' 16,8''	16,8''	0,0''	$\lambda'_0 = 0,0'' + 0,0000 \xi'_0 + 1,0000 \lambda'_0$
1	Inselsberg . . .	Marke	194 16 27,3	26,2	+ 1,1	$\lambda'_1 = + 1,4 + 0,0217 \xi'_0 + 0,9972 \lambda'_0$
2	Brocken	Marke	109 47 52,1	45,9	+ 6,2	$\lambda'_2 = + 7,9 + 0,0273 \xi'_0 + 1,0045 \lambda'_0$
3	Fallstein	Marke	0 0 1,7	1,8	- 0,1	$\lambda'_3 = - 0,1 + 0,0277 \xi'_0 + 1,0064 \lambda'_0$
4	Seeberg	Gotha	308 14 8,6	9,6	- 1,0	$\lambda'_4 = - 1,3 + 0,0311 \xi'_0 + 0,9977 \lambda'_0$
5	Petersberg . . .	Lobejün	321 26 12,2	6,4	+ 5,8	$\lambda'_5 = + 7,4 + 0,0751 \xi'_0 + 1,0023 \lambda'_0$
6	Leipzig	Klein-Zschocher	231 21 —	15,0	—	$\lambda'_6 = — + 0,0899 \xi'_0 + 0,9999 \lambda'_0$
7	Hubertusberg .	Wahlsdorf . . .	355 20 48,6	41,1	+ 7,5	$\lambda'_7 = + 9,5 + 0,0955 \xi'_0 + 1,0045 \lambda'_0$
8	Hagelsberg . .	Lotzschke . . .	179 23 8,9	4,8	+ 4,1	$\lambda'_8 = + 5,2 + 0,0957 \xi'_0 + 1,0064 \lambda'_0$
9	Herzberg	Gräfendorf . . .	191 31 7,9	10,2	- 2,3	$\lambda'_9 = - 2,9 + 0,1210 \xi'_0 + 1,0020 \lambda'_0$
10	Rauenberg . . .	Glienicke	178 10 23,8	18,7	+ 5,1	$\lambda'_{10} = + 6,4 + 0,1265 \xi'_0 + 1,0085 \lambda'_0$
11	Strauch	Krauschütz . . .	333 19 34,2	34,6	- 0,4	$\lambda'_{11} = - 0,5 + 0,1329 \xi'_0 + 0,9991 \lambda'_0$

III.

Lothabweichungen, bezogen auf Rauenberg als Nullpunkt.

No.	Station	Nördliche Abweichung des wahren Zenits ξ_k	Oestliche Abweichung des wahren Zenits in geogr. Länge, abgeleitet aus den Azimutmessungen λ_k
0	Meisner	$\xi_0 = -0,8'' - 4602 \frac{da}{a} + 525 da$	$\lambda_0 = -6,2'' - 12299 \frac{da}{a} - 7813 da$
1	Inselsberg	$\xi_1 = +2,3 - 5892 \frac{da}{a} + 813 da$	$\lambda_1 = -4,9 - 10080 \frac{da}{a} - 6425 da$
2	Brocken	$\xi_2 = +8,5 - 2466 \frac{da}{a} + 235 da$	$\lambda_2 = +1,6 - 9758 \frac{da}{a} - 6167 da$
3	Fallstein	$\xi_3 = +2,6 - 1680 \frac{da}{a} + 125 da$	$\lambda_3 = -6,4 - 9772 \frac{da}{a} - 6165 da$
4	Seeberg	$\xi_4 = -0,6 - 5572 \frac{da}{a} + 769 da$	$\lambda_4 = -7,6 - 9184 \frac{da}{a} - 5849 da$
5	Petersberg	$\xi_5 = -0,4 - 3108 \frac{da}{a} + 400 da$	$\lambda_5 = +1,1 - 4990 \frac{da}{a} - 3159 da$
6	Leipzig	$\xi_6 = -0,2 - 4031 \frac{da}{a} + 563 da$	$\lambda_6 = - - 3490 \frac{da}{a} - 2215 da$
7	Hubertusberg	$\xi_7 = +3,2 - 1962 \frac{da}{a} + 243 da$	$\lambda_7 = +3,1 - 3023 \frac{da}{a} - 1908 da$
8	Hagelsberg	$\xi_8 = +2,1 - 1139 \frac{da}{a} + 131 da$	$\lambda_8 = -1,2 - 3037 \frac{da}{a} - 1914 da$
9	Herzberg	$\xi_9 = +0,2 - 2737 \frac{da}{a} + 365 da$	$\lambda_9 = -9,3 - 464 \frac{da}{a} - 294 da$
10	Rauenberg	$\xi_{10} = 0,0 + 0 \frac{da}{a} + 0 da$	$\lambda_{10} = 0,0 + 0 \frac{da}{a} + 0 da$
11	Strauch	$\xi_{11} = -2,3 - 3843 \frac{da}{a} + 542 da$	$\lambda_{11} = -6,8 + 736 \frac{da}{a} + 467 da$

IV.

λ_k = Oestliche Abweichung des wahren Zenits in geogr. Länge, bezogen auf Rauenberg als Nullpunkt
und abgeleitet aus den Längenbestimmungen.

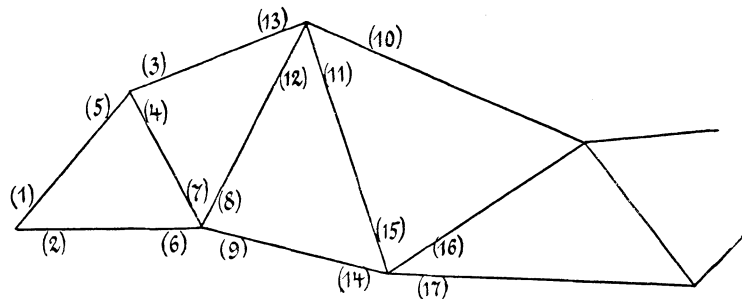
No.	Station	Oestliche Länge gegen Greenwich		q_1	q_4	λ_k
		astron.	geod.			
2	Brocken	10° 37' 7,9''	6,5''	+ 0,0608	+ 0,0193	$\lambda_2 = + 1,5'' - 9758 \frac{da}{a} - 6134 da$
4	Seeberg (Gotha) .	10 43 48,6	51,3	+ 0,0566	+ 0,0429	$\lambda_4 = - 2,4 - 9184 \frac{da}{a} - 5773 da$
6	Leipzig	12 22 31,8	29,8	+ 0,0216	+ 0,0313	$\lambda_6 = + 2,2 - 3490 \frac{da}{a} - 2194 da$
10	Rauenberg	13 22 8,1	8,1	0	0	$\lambda_{10} = 0,0 + 0 \frac{da}{a} + 0 da$

Von den vorstehenden Werthen der Lothabweichungs-Komponenten werden die in geographischer Breite und die aus den Längenbestimmungen erhaltenen in geographischer Länge einen hinreichenden Grad von Genauigkeit besitzen; nur für Hagelsberg dürfte infolge unzureichender Beobachtungen die Unsicherheit von ξ_8 etwas grösser sein, jedoch kaum den Betrag einer Sekunde erreichen. Was die aus den Azimuten abgeleiteten Werthe der Lothabweichungen in geographischer Länge betrifft, so wirken auf sie besonders zwei Fehlerquellen ein, erstens Unsicherheiten der Azimutbestimmungen und zweitens Ungenauigkeiten der Winkelmessungen. Auf den Stationen Hubertusberg, Hagelsberg und Herzberg können nach früheren Bemerkungen (S. 111) hauptsächlich die mangelhaften Azimutbestimmungen verfälschend auf die λ eingewirkt haben; für Brocken hat der Werth von λ_2 durch die Längenbestimmung eine gute Kontrolle erhalten, und da das Azimut auf Brocken direkt nach Fallstein bestimmt ist, so wird auch λ_3 für Fallstein ziemlich scharf sein. Durch die Unsicherheiten der Winkelmessungen dürften die λ von Meisner, Inselsberg und besonders von Seeberg beeinflusst sein, was auch für Seeberg durch den grossen Fehler der *Laplace'schen* Gleichung im Betrage von + 5,2'' bestätigt wird. Für Petersberg ist kein Anlass vorhanden, einen grösseren störenden Einfluss der beiden Fehlerquellen anzunehmen, während bei Strauch die grösseren Differenzen zwischen den Angaben der L. A. und des G. J. für die Winkel des Dreiecks Grossberg—Strauch—Collm die Sicherheit der Winkelübertragung zweifelhaft machen.

Anhang.

Zur Berechnung des mittleren Richtungsfehlers in einer Kette
aneinander hängender Dreiecke.

I.



Sind in einer Kette aneinander hängender Dreiecke (vergl. die Figur) die Winkelmessungen in der Weise angeordnet, dass die Ergebnisse der Stationsausgleichungen vollen Richtungssätzen von gleichem Gewicht äquivalent sind — ein Verfahren, wie es neuerdings bei der Königl. Preussischen Landesaufnahme durch Herrn General *Schreiber* eingeführt ist — so nehmen für die Netzausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate, bei bekannter Bezeichnungsweise, die Bedingungs- und Normalgleichungen nachstehende Gestalt an:

$$\begin{array}{l}
 \text{I} \quad w_1 = (2) - (1) + (5) - (4) + (7) - (6) \\
 \text{II} \quad w_2 = (4) - (3) + (8) - (7) + (13) - (12) \\
 \text{III} \quad w_3 = (9) - (8) + (12) - (11) + (15) - (14)
 \end{array} \tag{1}$$

$$\begin{array}{l}
 w_1 = + 6 \text{ I} - 2 \text{ II} \quad - \quad - \quad \cdot \cdot \\
 w_2 = - 2 \text{ I} + 6 \text{ II} - 2 \text{ III} \quad - \quad \cdot \cdot \\
 w_3 = \quad - 2 \text{ II} + 6 \text{ III} - 2 \text{ IV} \quad \cdot \cdot \\
 \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \quad \cdot \cdot
 \end{array} \tag{2}$$

Die reducirten Normalgleichungen erhalten sodann die Form:

$$\begin{aligned}
 w_1 &= + \frac{6}{1} \text{I} - 2 \text{II} & - & & - & & \dots \\
 w_2 + \frac{1}{3} w_1 &= & + \frac{16}{3} \text{II} - 2 \text{III} & - & & & \dots \\
 w_3 + \frac{3}{8} w_2 + \frac{1}{8} w_1 &= & & + \frac{42}{8} \text{III} - 2 \text{IV} & & & \dots \\
 \dots & & & & & & \dots
 \end{aligned} \tag{3}$$

Die Zahlenkoeffizienten der Gleichungen (3) hängen mit einer gewissen Zahlenreihe zusammen, welche Herr Dr. *Paul Simon* bei Gelegenheit von Gewichtsberechnungen in schematischen Dreiecksnetzen eingeführt und genauer untersucht hat. Da diese Abhandlung in Verbindung mit dem in der Vorbereitung begriffenen II. Heft der „Lothabweichungen“ veröffentlicht werden wird, so sollen im Nachstehenden nur die Haupteigenschaften dieser Zahlenreihe, soweit sie hier in Betracht kommen, mit Erlaubnis des Verfassers, ohne Beweis aufgeführt werden.

Ist n eine ganze positive Zahl und N_n das n^{te} Glied der Zahlenreihe, so bestehen folgende Gleichungen:

Grundeigenschaft: $N_{n+1} + N_{n-1} = 3 N_n$

Anfangszahlen:

$N_1 = 1;$	$N_8 = 987$
$N_2 = 3;$	$N_9 = 2584$
$N_3 = 8;$	$N_{10} = 6765$
$N_4 = 21;$	$N_{11} = 17711$
$N_5 = 55;$	$N_{12} = 46368$
$N_6 = 144;$	$N_{13} = 121393$
$N_7 = 377;$	$N_{14} = 317811$ u. s. w.

Diophantische Gleichung: $N_n^2 + N_{n+1}^2 - 3 N_n N_{n+1} = 1$

Independente Darstellung: $N_n \sqrt{5} = \left(\frac{3 + \sqrt{5}}{2}\right)^n - \left(\frac{3 - \sqrt{5}}{2}\right)^n$

Nebenformeln:

$$\begin{aligned}
 \frac{N_{n-\sigma}}{N_n N_\sigma} &= \frac{N_{n-\rho}}{N_n N_\rho} + \frac{N_{\rho-\sigma}}{N_\rho N_\sigma} \\
 N_{n-\rho} &= N_{n-1} N_\rho - N_n N_{\rho-1} \\
 N_n^2 - N_{n+1} N_{n-1} &= 1 \\
 \frac{N_{n+1} - N_{n-1}}{N_n} + \frac{N_{\rho+1} - N_{\rho-1}}{N_\rho} &= 2 \frac{N_{n+\rho}}{N_n N_\rho} \\
 N_{2n+2} - N_{2n} &= 5 N_n N_{n+1} + 3 \\
 N_{2n+1} - N_{2n-1} &= 5 N_n^2 + 2
 \end{aligned} \tag{u. s. w.}$$

Summenformeln:
$$\left\{ \begin{aligned} N_1 + N_2 + N_3 + \dots + N_n &= N_{n+1} - N_n - 1 \\ N_1 - N_2 + N_3 - \dots + (-1)^{n+1} N_n &= \frac{(-1)^{n+1}}{5} \left[N_{n+1} + N_n + (-1)^{n+1} \right] \\ N_1 + N_3 + N_5 + \dots + N_{2n+1} &= N_n^2 = \frac{1}{5} \left[N_{2n+3} - N_{2n+1} - 2 \right] \\ N_2 + N_4 + N_6 + \dots + N_{2n} &= N_n N_{n+1} = \frac{1}{5} \left[N_{2n+2} - N_{2n} - 3 \right] \\ N_1 - N_3 + N_5 - \dots + (-1)^n N_{2n+1} &= (-1)^n \frac{1}{3} N_{2n+2} \\ N_2 - N_4 + N_6 - \dots + (-1)^{n+1} N_{2n} &= \frac{1}{3} + (-1)^{n+1} \frac{1}{3} N_{2n+1} \\ N_1 + 2N_2 + 3N_3 + \dots + nN_n &= nN_{n+1} - (n+1)N_n \\ \frac{1}{N_\rho N_{\rho+1}} + \frac{1}{N_{\rho+1} N_{\rho+2}} + \dots + \frac{1}{N_{n-1} N_n} &= \frac{N_{n-\rho}}{N_n N_\rho} \\ \frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 8} + \dots + \frac{1}{N_n N_{n+1}} &= \frac{N_n}{N_{n+1}} \end{aligned} \right.$$

Zwei Limites:
$$\left. \begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(N_{n+1} + N_n + g)^2}{N_n N_{n+1}} &= 5 \\ \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(N_{n+1} - N_n + g)^2}{N_n N_{n+1}} &= 1 \end{aligned} \right\} g \text{ eine beliebige endliche Grösse.}$$

Unter Einführung der Zahlen N_n erhält nunmehr die x^{te} reducirte Normalgleichung des Systems (3) die Gestalt:

$$\frac{1}{N_x} \sum_{\lambda=1}^{\lambda=x} N_\lambda w_\lambda = + \frac{2 N_{x+1}}{N_x} \{K\} - 2 \{K+1\}, \tag{4}$$

wo $\{K\}$ und $\{K+1\}$ die Korrelaten der x^{ten} und der $(x+1)^{\text{ten}}$ Bedingungsgleichung bedeuten. Ist das x^{te} Dreieck zugleich das letzte der Kette, so fällt das Glied $-2\{K+1\}$ fort.

II.

Den mittleren Richtungsfehler einer auf der Station ausgeglichenen Richtung im Netz erhält man im vorliegenden Falle bei σ Dreiecken aus der Formel auf Seite 62:

$$m = \sqrt{\frac{S}{\sigma}},$$

wenn man

$$S = \sum_{x=1}^{x=\sigma} W_x \quad \text{und} \quad (5)$$

$$W_x = \frac{1}{2 N_x N_{x+1}} \left[\sum_{\lambda=1}^{\lambda=x} N_\lambda w_\lambda \right]^2$$

setzt.

Einen andern, wenn auch weniger genauen Werth von m erhält man auch direkt aus den Dreieckswidersprüchen nach der Formel (vergl. S. 66):

$$m' = \sqrt{\frac{[w^2]}{6 \sigma}}. \quad (6)$$

Wären in der Dreieckskette die einzelnen Dreieckswinkel unabhängig voneinander und alle mit demselben Gewicht beobachtet worden, so würde bei einer Ausgleichung nach Winkeln der sich aus ihr ergebende mittlere Richtungsfehler m mit dem aus (6) berechneten m' genau übereinstimmen. Anders aber verhält es sich in dem hier betrachteten Falle. Bei einer grösseren Anzahl von Dreiecken werden zwar m und m' um so mehr übereinstimmen, je mehr sich die Grösse und die Anordnung der Vorzeichen der aufeinander folgenden Schlussfehler w_x den Forderungen der Wahrscheinlichkeit anschliesst. Ist dies aber nicht der Fall, wie es vielleicht infolge systematischer Fehlerquellen in einer Dreieckskette vorkommen kann (vergl. S. 67/68), so werden m und m' in grösserem oder geringerem Grade voneinander abweichen. Die Frage, ob in einem solchen Falle der eine oder der andere Werth vorzuziehen sei, oder ob sie noch den Charakter von zufälligen mittleren Fehlern besitzen, ist gegenstandslos, weil die Schlussfehler nicht mehr die Voraussetzungen der Anwendbarkeit der Methode der kleinsten Quadrate erfüllen. Jedenfalls dürfte aber in konkreten Beispielen eine etwa auftretende grössere Verschiedenheit von m und m' auf die Einwirkung systematischer Fehlerquellen in den Winkelmessungen hinweisen.

III.

Das Verhalten der Werthe von m und m' zueinander soll nunmehr an drei schematischen Beispielen untersucht werden.

1. Die Schlussfehler w_x seien sämtlich gleich $+1$ (oder auch sämtlich gleich -1), so dass nur Zeichenfolgen vorhanden sind.

Mit Benutzung der unter I. aufgeführten Formeln erhält man:

$$W_x = \frac{(N_1 + N_2 + \dots + N_x)^2}{2 N_x N_{x+1}} = \frac{(N_{x+1} - N_x - 1)^2}{2 N_x N_{x+1}}.$$

Mit wachsendem x nähert sich W_x einer bestimmten Grenze, nämlich:

$$\lim_{x=\infty} W_x = \frac{1}{2}.$$

Ferner findet man:

$$S = \sum_{x=1}^{x=\sigma} W_x = \frac{\sigma}{2} - 1 + \frac{N_\sigma + 1}{N_{\sigma+1}}$$

$$m_1^2 = \frac{1}{2} - \frac{1}{\sigma} + \frac{1}{\sigma} \frac{N_\sigma + 1}{N_{\sigma+1}}$$

$$\lim_{\sigma=\infty} m_1^2 = \frac{1}{2}; \quad \lim_{\sigma=\infty} m_1 = \pm 0,707.$$

Die Schlussfehler ergeben:

$$m'^2 = \frac{1}{6}; \quad m' = \pm 0,408.$$

In diesem Falle folgen also aus der Ausgleichung grössere Werthe des mittleren Richtungsfehlers als aus den Schlussfehlern. Der Unterschied wächst mit der Anzahl der Dreiecke und nähert sich rasch einer bestimmten Grenze. Um über den Gang der Zahlenwerthe näheren Aufschluss zu geben, sind in Tabelle I die Grössen W_x , ΣW_x , m_1^2 und m_1 für Ketten von 1 bis 12 Dreiecken zusammengestellt.

2. Es sei

$$w_x = (-1)^{x+1},$$

so dass also die Schlussfehler abwechselnd $+1$ und -1 sind, und nur Zeichenwechsel vorkommen. Entsprechend dem Fall 1. erhält man:

$$W_x = \frac{(N_1 - N_2 + \dots + (-1)^{x+1} N_x)^2}{2 N_x N_{x+1}} = \frac{(N_{x+1} + N_x + (-1)^{x+1})^2}{50 N_x N_{x+1}}$$

$$\lim_{x=\infty} W_x = \frac{1}{10}$$

$$S = \sum_{x=1}^{x=\sigma} W_x = \frac{\sigma}{10} + \frac{1}{25} + \frac{1}{25} \frac{N_\sigma + (-1)^{\sigma+1}}{N_{\sigma+1}}$$

$$m_2^2 = \frac{1}{10} + \frac{1}{25\sigma} + \frac{1}{25\sigma} \frac{N_\sigma + (-1)^{\sigma+1}}{N_{\sigma+1}}$$

$$\lim_{\sigma=\infty} m_2^2 = \frac{1}{10}; \quad \lim_{\sigma=\infty} m_2 = \pm 0,316$$

$$m'^2 = \frac{1}{6}; \quad m' = \pm 0,408.$$

m_2 wird also kleiner als m' . Tabelle II enthält für diesen Fall die analogen Grössen wie Tabelle I.

3. Es sei

$$w_x = (-1)^{\frac{2x+7+(-1)^x}{4}},$$

so dass die Reihenfolge der Schlussfehler

$$\underbrace{+1 - 1 - 1 + 1} \quad \underbrace{+1 - 1 - 1 + 1} \dots$$

ist, und Zeichenwechsel und Zeichenfolgen regelmässig abwechseln. Wir unterscheiden 2 Fälle:

a) x ungerade

$$W_x = \frac{\left(N_{x+1} + N_x + (-1)^{\frac{x+1}{2}}\right)^2}{18 N_x N_{x+1}}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} W_x = \frac{5}{18}$$

b) x gerade

$$W_x = \frac{\left(N_{x+1} - N_x + (-1)^{\frac{x}{2}}\right)^2}{18 N_x N_{x+1}}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} W_x = \frac{1}{18}$$

Hieraus erhält man:

$$S = \sum_{x=1}^{x=\sigma} W_x = \frac{\sigma}{6} - \frac{1}{9} \frac{1 + (-1)^\sigma}{2} + \frac{1}{9} \frac{N_\sigma + (-1)^{\frac{2\sigma+1-(-1)^\sigma}{4}}}{N_{\sigma+1}}$$

$$m_3^2 = \frac{1}{6} - \frac{1}{9\sigma} \frac{1 + (-1)^\sigma}{2} + \frac{1}{9\sigma} \frac{N_\sigma + (-1)^{\frac{2\sigma+1-(-1)^\sigma}{4}}}{N_{\sigma+1}}$$

$$\lim_{\sigma \rightarrow \infty} m_3^2 = \frac{1}{6}; \quad \lim_{\sigma \rightarrow \infty} m_3 = \pm 0,408$$

$$m'^2 = \frac{1}{6}; \quad m' = \pm 0,408.$$

In diesem Falle nähern sich also m_3 und m' derselben Grenze. Tabelle III gibt die den beiden ersten Fällen entsprechenden Grössen.

Tabelle I.

$w_x = + 1$

Anzahl der Dreiecke	W	ΣW	$m_1^2 = \frac{\Sigma W}{\sigma}$	$m_1 = \sqrt{\frac{\Sigma W}{\sigma}}$
1	0,1667	0,1667	0,1667	$\pm 0,408$
2	0,3333	0,5000	0,2500	0,500
3	0,4286	0,9286	0,3095	0,556
4	0,4714	1,4000	0,3500	0,592
5	0,4889	1,8889	0,3778	0,615
6	0,4957	2,3846	0,3974	0,630
7	0,4984	2,8830	0,4119	0,642
8	0,4994	3,3824	0,4228	0,650
9	0,4997	3,8821	0,4313	0,657
10	0,4999	4,3820	0,4382	0,662
11	0,5000	4,8820	0,4438	0,666
12	0,5000	5,3820	0,4485	0,670

Tabelle II.

$w_x = (- 1)^{x+1}$

Anzahl der Dreiecke	W	ΣW	$m_2^2 = \frac{\Sigma W}{\sigma}$	$m_2 = \sqrt{\frac{\Sigma W}{\sigma}}$
1	0,1667	0,1667	0,1667	$\pm 0,408$
2	0,0833	0,2500	0,1250	0,354
3	0,1071	0,3571	0,1190	0,345
4	0,0974	0,4545	0,1136	0,337
5	0,1011	0,5556	0,1111	0,333
6	0,0996	0,6552	0,1092	0,330
7	0,1001	0,7553	0,1079	0,328
8	0,1000	0,8553	0,1069	0,327
9	0,1000	0,9553	0,1061	0,326
10	0,1000	1,0553	0,1055	0,325
11	0,1000	1,1553	0,1050	0,324
12	0,1000	1,2553	0,1046	0,323

Tabelle III.

$$w_x = (-1)^{\frac{2x+7+(-1)^x}{4}}$$

Anzahl der Dreiecke	W	ΣW	$m_3^2 = \frac{\Sigma W}{\sigma}$	$m_3 = \sqrt{\frac{\Sigma W}{\sigma}}$
1	0,1667	0,1667	0,1667	$\pm 0,408$
2	0,0833	0,2500	0,1250	0,354
3	0,2976	0,5476	0,1825	0,427
4	0,0524	0,6000	0,1500	0,387
5	0,2750	0,8750	0,1750	0,418
6	0,0561	0,9311	0,1552	0,394
7	0,2782	1,2093	0,1728	0,416
8	0,0554	1,2647	0,1581	0,398
9	0,2777	1,5424	0,1714	0,414
10	0,0556	1,5980	0,1598	0,400
11	0,2778	1,8758	0,1705	0,413
12	0,0555	1,9313	0,1609	0,401

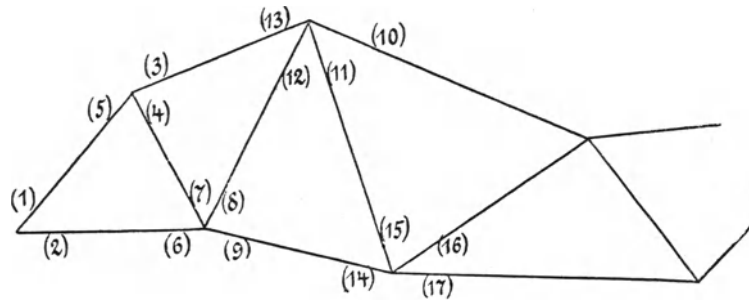


Additional material from *Das Märkisch-Thüringische Dreiecksnetz*,
ISBN 978-3-662-38866-2, is available at <http://extras.springer.com>



Zur Berechnung des mittleren Richtungsfehlers in einer Kette aneinander hängender Dreiecke.

I.



Sind in einer Kette aneinander hängender Dreiecke (vergl. die Figur) die Winkelmessungen in der Weise angeordnet, dass die Ergebnisse der Stationsausgleichungen vollen Richtungssätzen von gleichem Gewicht äquivalent sind — ein Verfahren, wie es neuerdings bei der Königl. Preussischen Landesaufnahme durch Herrn General *Schreiber* eingeführt ist — so nehmen für die Netzausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate, bei bekannter Bezeichnungsweise, die Bedingungs- und Normalgleichungen nachstehende Gestalt an:

$$\begin{array}{ll}
 \text{I} & w_1 = (2) - (1) + (5) - (4) + (7) - (6) \\
 \text{II} & w_2 = (4) - (3) + (8) - (7) + (13) - (12) \\
 \text{III} & w_3 = (9) - (8) + (12) - (11) + (15) - (14)
 \end{array} \tag{1}$$

$$\begin{array}{ll}
 w_1 = + 6 \text{ I} - 2 \text{ II} & - & - & . & . \\
 w_2 = - 2 \text{ I} + 6 \text{ II} - 2 \text{ III} & - & . & . & \\
 w_3 = & - & - 2 \text{ II} + 6 \text{ III} - 2 \text{ IV} & . & . \\
 & . & . & . & . & .
 \end{array} \tag{2}$$

Die reducirten Normalgleichungen erhalten sodann die Form:

$$\begin{aligned}
 w_1 &= +\frac{6}{1} \text{I} - 2 \text{II} & - & & - & & \dots \\
 w_2 + \frac{1}{3} w_1 &= & +\frac{16}{3} \text{II} - 2 \text{III} & - & & & \dots \\
 w_3 + \frac{3}{8} w_2 + \frac{1}{8} w_1 &= & & +\frac{42}{8} \text{III} - 2 \text{IV} & & & \dots
 \end{aligned} \tag{3}$$

Die Zahlenkoeffizienten der Gleichungen (3) hängen mit einer gewissen Zahlenreihe zusammen, welche Herr Dr. *Paul Simon* bei Gelegenheit von Gewichtsberechnungen in schematischen Dreiecksnetzen eingeführt und genauer untersucht hat. Da diese Abhandlung in Verbindung mit dem in der Vorbereitung begriffenen II. Heft der „Lothabweichungen“ veröffentlicht werden wird, so sollen im Nachstehenden nur die Haupteigenschaften dieser Zahlenreihe, soweit sie hier in Betracht kommen, mit Erlaubnis des Verfassers, ohne Beweis aufgeführt werden.

Ist n eine ganze positive Zahl und N_n das n^{te} Glied der Zahlenreihe, so bestehen folgende Gleichungen:

Grundeigenschaft: $N_{n+1} + N_{n-1} = 3N_n$

Anfangszahlen:

$N_1 = 1;$	$N_8 = 987$
$N_2 = 3;$	$N_9 = 2584$
$N_3 = 8;$	$N_{10} = 6765$
$N_4 = 21;$	$N_{11} = 17711$
$N_5 = 55;$	$N_{12} = 46368$
$N_6 = 144;$	$N_{13} = 121393$
$N_7 = 377;$	$N_{14} = 317811$ u. s. w.

Diophantische Gleichung: $N_n^2 + N_{n+1}^2 - 3N_n N_{n+1} = 1$

Independente Darstellung: $N_n \sqrt{5} = \left(\frac{3 + \sqrt{5}}{2}\right)^n - \left(\frac{3 - \sqrt{5}}{2}\right)^n$

Nebenformeln:

$$\begin{aligned}
 \frac{N_{n-\sigma}}{N_n N_\sigma} &= \frac{N_{n-\rho}}{N_n N_\rho} + \frac{N_{\rho-\sigma}}{N_\rho N_\sigma} \\
 N_{n-\rho} &= N_{n-1} N_\rho - N_n N_{\rho-1} \\
 N_n^2 - N_{n+1} N_{n-1} &= 1 \\
 \frac{N_{n+1} - N_{n-1}}{N_n} + \frac{N_{\rho+1} - N_{\rho-1}}{N_\rho} &= 2 \frac{N_{n+\rho}}{N_n N_\rho} \\
 N_{2n+2} - N_{2n} &= 5 N_n N_{n+1} + 3 \\
 N_{2n+1} - N_{2n-1} &= 5 N_n^2 + 2
 \end{aligned} \tag{u. s. w.}$$

Summenformeln:

$$\left\{ \begin{aligned} N_1 + N_2 + N_3 + \dots + N_n &= N_{n+1} - N_n - 1 \\ N_1 - N_2 + N_3 - \dots + (-1)^{n+1} N_n &= \frac{(-1)^{n+1}}{5} \left[N_{n+1} + N_n + (-1)^{n+1} \right] \\ N_1 + N_3 + N_5 + \dots + N_{2n+1} &= N_{n+1}^2 = \frac{1}{5} \left[N_{2n+3} - N_{2n+1} - 2 \right] \\ N_2 + N_4 + N_6 + \dots + N_{2n} &= N_n N_{n+1} = \frac{1}{5} \left[N_{2n+2} - N_{2n} - 3 \right] \\ N_1 - N_3 + N_5 - \dots + (-1)^n N_{2n+1} &= (-1)^n \frac{1}{3} N_{2n+2} \\ N_2 - N_4 + N_6 - \dots + (-1)^{n+1} N_{2n} &= \frac{1}{3} + (-1)^{n+1} \frac{1}{3} N_{2n+1} \\ N_1 + 2N_2 + 3N_3 + \dots + nN_n &= nN_{n+1} - (n+1)N_n \\ \frac{1}{N_\rho N_{\rho+1}} + \frac{1}{N_{\rho+1} N_{\rho+2}} + \dots + \frac{1}{N_{n-1} N_n} &= \frac{N_{n-\rho}}{N_n N_\rho} \\ \frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 8} + \dots + \frac{1}{N_n N_{n+1}} &= \frac{N_n}{N_{n+1}} \end{aligned} \right.$$

Zwei Limites:

$$\left. \begin{aligned} \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(N_{n+1} + N_n + g)^2}{N_n N_{n+1}} &= 5 \\ \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(N_{n+1} - N_n + g)^2}{N_n N_{n+1}} &= 1 \end{aligned} \right\} g \text{ eine beliebige endliche Grösse.}$$

Unter Einführung der Zahlen N_n erhält nunmehr die x^{te} reduirte Normalgleichung des Systems (3) die Gestalt:

$$\frac{1}{N_x} \sum_{\lambda=1}^{\lambda=x} N_\lambda w_\lambda = + \frac{2 N_{x+1}}{N_x} \{K\} - 2 \{K+1\}, \quad (4)$$

wo $\{K\}$ und $\{K+1\}$ die Korrelaten der x^{ten} und der $(x+1)^{\text{ten}}$ Bedingungsgleichung bedeuten. Ist das x^{te} Dreieck zugleich das letzte der Kette, so fällt das Glied $-2\{K+1\}$ fort.

II.

Den mittleren Richtungsfehler einer auf der Station ausgeglichenen Richtung im Netz erhält man im vorliegenden Falle bei σ Dreiecken aus der Formel auf Seite 62:

$$m = \sqrt{\frac{S}{\sigma}},$$

wenn man

$$S = \sum_{x=1}^{x=\sigma} W_x \quad \text{und} \quad (5)$$

$$W_x = \frac{1}{2 N_x N_{x+1}} \left[\sum_{\lambda=1}^{\lambda=x} N_\lambda w_\lambda \right]^2$$

setzt.

Einen andern, wenn auch weniger genauen Werth von m erhält man auch direkt aus den Dreieckswidersprüchen nach der Formel (vergl. S. 66):

$$m' = \sqrt{\frac{[w^2]}{6 \sigma}}. \quad (6)$$

Wären in der Dreieckskette die einzelnen Dreieckswinkel unabhängig voneinander und alle mit demselben Gewicht beobachtet worden, so würde bei einer Ausgleichung nach Winkeln der sich aus ihr ergebende mittlere Richtungsfehler m mit dem aus (6) berechneten m' genau übereinstimmen. Anders aber verhält es sich in dem hier betrachteten Falle. Bei einer grösseren Anzahl von Dreiecken werden zwar m und m' um so mehr übereinstimmen, je mehr sich die Grösse und die Anordnung der Vorzeichen der aufeinander folgenden Schlussfehler w_x den Forderungen der Wahrscheinlichkeit anschliesst. Ist dies aber nicht der Fall, wie es vielleicht infolge systematischer Fehlerquellen in einer Dreieckskette vorkommen kann (vergl. S. 67/68), so werden m und m' in grösserem oder geringerem Grade voneinander abweichen. Die Frage, ob in einem solchen Falle der eine oder der andere Werth vorzuziehen sei, oder ob sie noch den Charakter von zufälligen mittleren Fehlern besitzen, ist gegenstandslos, weil die Schlussfehler nicht mehr die Voraussetzungen der Anwendbarkeit der Methode der kleinsten Quadrate erfüllen. Jedenfalls dürfte aber in konkreten Beispielen eine etwa auftretende grössere Verschiedenheit von m und m' auf die Einwirkung systematischer Fehlerquellen in den Winkelmessungen hinweisen.

III.

Das Verhalten der Werthe von m und m' zueinander soll nunmehr an drei schematischen Beispielen untersucht werden.

1. Die Schlussfehler w_x seien sämtlich gleich $+1$ (oder auch sämtlich gleich -1), so dass nur Zeichenfolgen vorhanden sind.

Mit Benutzung der unter I. aufgeführten Formeln erhält man:

$$W_x = \frac{(N_1 + N_2 + \dots + N_x)^2}{2 N_x N_{x+1}} = \frac{(N_{x+1} - N_x - 1)^2}{2 N_x N_{x+1}}.$$

Mit wachsendem x nähert sich W_x einer bestimmten Grenze, nämlich:

$$\lim_{x=\infty} W_x = \frac{1}{2}.$$

Ferner findet man:

$$S = \sum_{x=1}^{x=\sigma} W_x = \frac{\sigma}{2} - 1 + \frac{N_\sigma + 1}{N_{\sigma+1}}$$

$$m_1^2 = \frac{1}{2} - \frac{1}{\sigma} + \frac{1}{\sigma} \frac{N_\sigma + 1}{N_{\sigma+1}}$$

$$\lim_{\sigma=\infty} m_1^2 = \frac{1}{2}; \quad \lim_{\sigma=\infty} m_1 = \pm 0,707.$$

Die Schlussfehler ergeben:

$$m'^2 = \frac{1}{6}; \quad m' = \pm 0,408.$$

In diesem Falle folgen also aus der Ausgleichung grössere Werthe des mittleren Richtungsfehlers als aus den Schlussfehlern. Der Unterschied wächst mit der Anzahl der Dreiecke und nähert sich rasch einer bestimmten Grenze. Um über den Gang der Zahlenwerthe näheren Aufschluss zu geben, sind in Tabelle I die Grössen W_x , ΣW_x , m_1^2 und m_1 für Ketten von 1 bis 12 Dreiecken zusammengestellt.

2. Es sei

$$w_x = (-1)^{x+1},$$

so dass also die Schlussfehler abwechselnd $+1$ und -1 sind, und nur Zeichenwechsel vorkommen.

Entsprechend dem Fall 1. erhält man:

$$W_x = \frac{(N_1 - N_2 + \dots + (-1)^{x+1} N_x)^2}{2 N_x N_{x+1}} = \frac{(N_{x+1} + N_x + (-1)^{x+1})^2}{50 N_x N_{x+1}}$$

$$\lim_{x=\infty} W_x = \frac{1}{10}$$

$$S = \sum_{x=1}^{x=\sigma} W_x = \frac{\sigma}{10} + \frac{1}{25} + \frac{1}{25} \frac{N_\sigma + (-1)^{\sigma+1}}{N_{\sigma+1}}$$

$$m_2^2 = \frac{1}{10} + \frac{1}{25\sigma} + \frac{1}{25\sigma} \frac{N_\sigma + (-1)^{\sigma+1}}{N_{\sigma+1}}$$

$$\lim_{\sigma=\infty} m_2^2 = \frac{1}{10}; \quad \lim_{\sigma=\infty} m_2 = \pm 0,316$$

$$m'^2 = \frac{1}{6}; \quad m' = \pm 0,408.$$

m_2 wird also kleiner als m' . Tabelle II enthält für diesen Fall die analogen Grössen wie Tabelle I.

3. Es sei

$$u_x = (-1)^{\frac{2x+7+(-1)^x}{4}},$$

so dass die Reihenfolge der Schlussfehler

$$\underbrace{+1-1-1+1}_{\quad} \underbrace{+1-1-1+1}_{\quad} \dots$$

ist, und Zeichenwechsel und Zeichenfolgen regelmässig abwechseln. Wir unterscheiden 2 Fälle:

a) x ungerade

$$W_x = \frac{\left(N_{x+1} + N_x + (-1)^{\frac{x+1}{2}}\right)^2}{18 N_x N_{x+1}}$$

$$\lim_{x=\infty} W_x = \frac{5}{18}$$

b) x gerade

$$W_x = \frac{\left(N_{x+1} - N_x + (-1)^{\frac{x}{2}}\right)^2}{18 N_x N_{x+1}}$$

$$\lim_{x=\infty} W_x = \frac{1}{18}$$

Hieraus erhält man:

$$S = \sum_{x=1}^{x=\sigma} W_x = \frac{\sigma}{6} - \frac{1}{9} \frac{1 + (-1)^\sigma}{2} + \frac{1}{9} \frac{N_\sigma + (-1)^{\frac{2\sigma+1-(-1)^\sigma}{4}}}{N_{\sigma+1}}$$

$$m_3^2 = \frac{1}{6} - \frac{1}{9\sigma} \frac{1 + (-1)^\sigma}{2} + \frac{1}{9\sigma} \frac{N_\sigma + (-1)^{\frac{2\sigma+1-(-1)^\sigma}{4}}}{N_{\sigma+1}}$$

$$\lim_{\sigma=\infty} m_3^2 = \frac{1}{6}; \quad \lim_{\sigma=\infty} m_3 = \pm 0,408$$

$$m'^2 = \frac{1}{6}; \quad m' = \pm 0,408.$$

In diesem Falle nähern sich also m_3 und m' derselben Grenze. Tabelle III gibt die den beiden ersten Fällen entsprechenden Grössen.

Tabelle I.

$w_x = + 1$

Anzahl der Dreiecke	W	ΣW	$m_1^2 = \frac{\Sigma W^2}{\sigma}$	$m_1 = \sqrt{\frac{\Sigma W^2}{\sigma}}$
1	0,1667	0,1667	0,1667	$\pm 0,408$
2	0,3333	0,5000	0,2500	0,500
3	0,4286	0,9286	0,3095	0,556
4	0,4714	1,4000	0,3500	0,592
5	0,4889	1,8889	0,3778	0,615
6	0,4957	2,3846	0,3974	0,630
7	0,4984	2,8830	0,4119	0,642
8	0,4994	3,3824	0,4228	0,650
9	0,4997	3,8821	0,4313	0,657
10	0,4999	4,3820	0,4382	0,662
11	0,5000	4,8820	0,4438	0,666
12	0,5000	5,3820	0,4485	0,670

Tabelle II.

$w_x = (- 1)^{x+1}$

Anzahl der Dreiecke	W	ΣW	$m_2^2 = \frac{\Sigma W^2}{\sigma}$	$m_2 = \sqrt{\frac{\Sigma W^2}{\sigma}}$
1	0,1667	0,1667	0,1667	$\pm 0,408$
2	0,0833	0,2500	0,1250	0,354
3	0,1071	0,3571	0,1190	0,345
4	0,0974	0,4545	0,1136	0,337
5	0,1011	0,5556	0,1111	0,333
6	0,0996	0,6552	0,1092	0,330
7	0,1001	0,7553	0,1079	0,328
8	0,1000	0,8553	0,1069	0,327
9	0,1000	0,9553	0,1061	0,326
10	0,1000	1,0553	0,1055	0,325
11	0,1000	1,1553	0,1050	0,324
12	0,1000	1,2553	0,1046	0,323

Tabelle III.

$$w_x = (-1)^{\frac{2x+7+(-1)^x}{4}}$$

Anzahl der Dreiecke	W	ΣW	$m_3^2 = \frac{\Sigma W}{\sigma}$	$m_3 = \sqrt{\frac{\Sigma W}{\sigma}}$
1	0,1667	0,1667	0,1667	$\pm 0,408$
2	0,0833	0,2500	0,1250	0,354
3	0,2976	0,5476	0,1825	0,427
4	0,0524	0,6000	0,1500	0,387
5	0,2750	0,8750	0,1750	0,418
6	0,0561	0,9311	0,1552	0,394
7	0,2782	1,2093	0,1728	0,416
8	0,0554	1,2647	0,1581	0,398
9	0,2777	1,5424	0,1714	0,414
10	0,0556	1,5980	0,1598	0,400
11	0,2778	1,8758	0,1705	0,413
12	0,0555	1,9313	0,1609	0,401

Berlin, Geodätisches Institut, im December 1888.

Dr. A. Börsch.