

Anschluss der Normale der deutschen Maasse und Gewichte an die neuen Prototype des Meter und des Kilogramm

WISSENSCHAFTLICHE ABHANDLUNGEN

DER

KAISERLICHEN NORMAL-AICHUNGS-
KOMMISSION

(FORTSETZUNG DER „METRONOMISCHEN BEITRÄGE“)



I. HEFT

ANSCHLUSS DER NORMALE DER DEUTSCHEN MAASSE UND GEWICHTE AN DIE
NEUEN PROTOTYPE DES METER UND DES KILOGRAMM

MIT 16 IN DEN TEXT GEDRUCKTEN FIGUREN

Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH



VORWORT.

Das vorliegende Heft der „Wissenschaftlichen Abhandlungen der Kaiserlichen Normal-Aichungs-Kommission“, welche eine Fortsetzung der früheren, unter dem Titel „Metronomische Beiträge“ in sieben Heften erschienenen wissenschaftlichen Veröffentlichungen bilden, enthält nach einer allgemeinen Einleitung, welche sich auf die neuen Grundlagen des Maass- und Gewichtswesens bezieht, in drei Abschnitten die folgenden Berichte:

- I. Ueber den Anschluss der bisherigen Temperaturskale des Deutschen Maass- und Gewichtsdienstes an die internationale Skale des Wasserstoffthermometers.
- II. Ueber den Anschluss des älteren Urmaasses und der Copieen desselben an das neue Deutsche Prototyp für das Meter.
- III. Ueber den Anschluss des älteren Urgewichts und der Copieen desselben an das neue Deutsche Prototyp für das Kilogramm.

Von welchen Mitarbeitern die in diesen Abschnitten bearbeiteten Messungen und Wägungen ausgeführt worden sind, ist in den einzelnen Abschnitten an den bezüglichen Stellen angegeben.

Bei der rechnerischen Bearbeitung des ersten Abschnittes sind die Herren W. Schloesser und Dr. W. Brix betheilig gewesen, bei derjenigen des dritten Abschnittes die Herren Dr. H. Homann und Dr. E. Meyer. Die Bearbeitung des zweiten Abschnittes rührt von den Herren B. Pensky und Dr. H. Stadthagen her. Die beiden Mitglieder der Normal-Aichungs-Kommission, Herr Regierungsrath Dr. Schwirkus und Herr Regierungsrath Dr. Weinstein, haben die Redaction, insbesondere die Bearbeitung des dritten Abschnittes, übernommen.

Als Hauptergebniss der vorliegenden Arbeiten ist zu bezeichnen, dass die Beziehungen der Normale des Deutschen Maass- und Gewichtsdienstes zu den neuen internationalen Einheiten mit einer den strengsten Anforderungen des Maass- und Gewichtswesens mehr als genügenden Sicherheit festgestellt worden sind, nämlich für die beiden Metercopieen, die eine aus Stahl, die andere aus Bronze, mit einer Genauigkeit von wenigen Zehntausendtheilen des Millimeter, für die Kilogrammcopye, zwei aus Platin, zwei aus Messing (die eine der beiden letzteren vergoldet, die andere vernickelt), mit einer Genauigkeit von wenigen Hunderttheilen des Milligramm.

Was die Temperaturskale betrifft, welche vorher wesentlich auf Glas-Quecksilberthermometern aus älterem Thüringer Glas beruhte und auf die Angaben eines Luftthermometers bezogen war, so ist diese nunmehr mit Hilfe der von dem internationalen Maass- und Gewichtsbüreau gelieferten Thermometer mit der Genauigkeit von wenigen Tausendtheilen des Centigrades an die internationale Skale des Wasserstoffthermometers angeschlossen und zugleich auf eine grössere Anzahl von Glas-Quecksilberthermometern aus neuerem, nachwirkungsfreierem Glase basirt worden.

Ein weiteres, zugleich im Interesse der Continuität zwischen den älteren und den neueren international fundirten Einheiten des metrischen Systems wichtiges Ergebniss der vorliegenden Arbeiten besteht in folgendem Nachweis:

Die neue Einheit des Längenmaasses, wie sie durch das von dem internationalen Maass- und Gewichtsdienst hierher gelieferte und durch die Novelle zur Maass- und Gewichtsordnung (vom 26. April 1893) als Urmaass sanctionirte neue Prototyp Nr. 13, in Verbindung mit der Gleichung zwischen demselben und dem internationalen Prototyp des Meter bei der Temperatur des schmelzenden Eises, dargestellt wird, ist innerhalb eines Tausendtheils des Millimeter übereinstimmend mit derjenigen Länge des Meter, welche früherhin durch das in der Maass- und Gewichtsordnung vom 17. August 1868 sanctionirte Urmaass, in Verbindung mit der daselbst angegebenen Gleichung zwischen dem letzteren und dem damaligen Pariser Prototyp des Meter bei der Temperatur des schmelzenden Eises, dargestellt wurde.

Die neue Masseneinheit, wie sie durch das von dem internationalen Maass- und Gewichtsdienst hierher gelieferte und durch die Novelle zur Maass- und Gewichtsordnung (vom 26. April 1893) als Urgewicht sanctionirte Prototyp Nr. 22, in Verbindung mit der Gleichung zwischen demselben und dem internationalen Prototyp des Kilogramm, dargestellt wird, ist mit derjenigen Masse, welche früherhin durch das in der Maass- und Gewichts-

ordnung vom 17. August 1868 sanctionirte Urgewicht, in Verbindung mit der daselbst angegebenen Gleichung zwischen dem letzteren und dem damaligen Pariser Prototyp des Kilogramm, dargestellt wurde, übereinstimmend bis auf einige Hundertheile des Milligramm, also innerhalb derjenigen Genauigkeitsgrenzen, welche bei dem nachgewiesenen Grade der Veränderlichkeit der älteren Platingewichte überhaupt eingehalten werden konnten.

Berlin, den 24. April 1895.

W. Foerster,
Geheimer Regierungsrath.

EINLEITUNG.

Im Sinne einer von dem Reichstage des Norddeutschen Bundes im Anschluss an die Einführung des metrischen Systems angenommenen Resolution ist unter dem 20. Mai 1875 zu Paris ein internationaler Vertrag, die sogenannte „Meter-Convention“ abgeschlossen worden — Reichs-Gesetzblatt 1876, S. 191 —, in welchem die Errichtung eines internationalen ständigen Büreaus für Maass und Gewicht, mit dem Sitze in Paris, auf gemeinsame Kosten festgesetzt wurde. Der Zweck dieser Einrichtung ging nach dem Vertrage dahin, gemeinsame Urnormale (internationale Prototype) und genaue, für die einzelnen Staaten bestimmte Copieen derselben (nationale Prototype) in grösstmöglicher Vollkommenheit herzustellen, alle diese Normale untereinander zu vergleichen, die Aufbewahrung der internationalen Prototype zu übernehmen und für die wiederkehrende Vergleichung derselben mit den nationalen Prototypen Sorge zu tragen.

Ausserdem hat das Bureau die Aufgabe, den Anschluss der Prototype der wichtigsten älteren Maass- und Gewichtssysteme, sowie der zu den Landesaufnahmen bisher benutzten Normal-Messstangen und anderer wichtiger Maasse an die neuen internationalen Prototype zu bewerkstelligen und überhaupt die Ausführung aller wissenschaftlichen Arbeiten im Gebiete des Maass- und Gewichtswesens, welche die Conventionsstaaten in Zukunft beschliessen sollten, ins Werk zu setzen.

Als Arbeitsraum des Büreaus wurde in der Nähe von Paris, im Park von St. Cloud, durch Umbau und Erweiterung eine von früher her als Pavillon de Breteuil bezeichnete Baulichkeit eingerichtet und dieselbe mit den vollkommensten technischen Mitteln ausgerüstet. Die Oberleitung der Arbeiten wurde einem aus Fachmännern der beteiligten Staaten zusammengesetzten Komitee übertragen, welches sich zunächst alljährlich am genannten Ort zu versammeln und die wissenschaftlichen Arbeiten des Büreaus sowie die Geldverwaltung zu überwachen hatte.

Nach Ueberwindung von mancherlei Schwierigkeiten und nach Ausführung sehr umfangreicher und zeitraubender Arbeiten war es bis zu der Ge-

neralconferenz von 1889 gelungen, den ersten grundlegenden Theil der gestellten Aufgaben, nämlich die Festsetzung der Urnormale und Ausgabe der nationalen Prototype, zu einem glücklichen Ende zu führen.

An Stelle der bisherigen Prototype des metrischen Systems, nämlich des Platinmeters und des Platinkilogramms der französischen Archive, sind von der im September 1889 in Paris zusammengetretenen Generalconferenz die neuen, unter der Oberleitung des Komitees hergestellten internationalen Prototype als Einheiten sanctionirt und in dem internationalen Bureau mit allen in dem Vertrage vorgeschriebenen Sicherungsmassregeln niedergelegt worden.

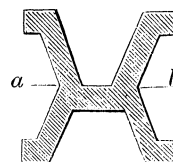
Zugleich hat die Conferenz die erforderliche Anzahl gleichartiger, für die einzelnen Staaten hergestellter Copieen, die sogenannten nationalen Prototype, als legale Vertreter der internationalen Prototype sanctionirt und die zahlenmässigen Beziehungen derselben zu den von den internationalen Prototypen dargestellten Einheiten nach den Vorlagen des Komitees festgestellt.

Endlich wurde als Grundlage für alle diese zahlenmässigen Beziehungen und deren Abhängigkeit von der Temperatur eine gemeinsame Normal-Thermometerskala festgesetzt und durch beglaubigte Quecksilberthermometer, welche jedem Meter-Prototyp beigegeben sind, verbürgt. Eine besondere Untersuchung hat es ermöglicht, die Angaben dieser Thermometer auf die als Normalskala angenommenen Angaben des hierfür als vorzugsweise geeignet anerkannten Wasserstoffthermometers zurückzuführen.

Die bisherigen Prototype des metrischen Systems, welche den neueren Anforderungen an die Zuverlässigkeit der Verkörperung von Maass- und Gewichts-Einheiten nicht mehr entsprachen, bleiben ferner nur als historische, nicht mehr in Gebrauch zu nehmende Erinnerungsstücke erhalten. In dem Meter-Vertrage ist jedoch ebensowohl aus Pietät für die Grundlagen und für die Begründer des metrischen Systems als zur Verhütung der Uebelstände, welche aus dem Vorhandensein einer merklichen Verschiedenheit der bisherigen und der neuen Einheiten zu befürchten sein würden, ausdrücklich bestimmt, dass die in den neuen Prototypen verkörperten Einheiten mit den bisherigen Einheiten identisch sein sollen, und es ist in der That gelungen, wie aus den Nachweisungen des internationalen Büreaus und auch aus unseren im Vorworte erwähnten Ergebnissen folgt, diese Absicht in genügender Schärfe zu verwirklichen.

Die Metereinheit wurde bisher durch den Abstand dargestellt, welcher bei der Temperatur des schmelzenden Eises zwischen den Mitten der Endflächen des in den französischen Archiven aufbewahrten Platinstabes von rechteckigem Querschnitte stattfand.

Nach dem Beschluss der Conferenz wird künftig das Meter durch den Abstand dargestellt, welcher ebenfalls bei der Temperatur des schmelzenden Eises zwischen den Mitten der Endstriche (genau genommen der Mittelstriche in den beiden Gruppen von je drei Strichen, die sich an jedem Ende befinden) eines Stabes stattfindet, dessen Querschnitt durch nebenstehende Figur in natürlicher Grösse veranschaulicht ist. Das Material ist nicht mehr das ziemlich weiche und unreine Platin der früheren Prototype, sondern eine sehr reine Legirung aus 90% Platin und 10% Iridium, deren fast stahlgleiche Festigkeit neben ihren ebenfalls sehr günstigen sonstigen chemischen wie physikalischen Eigenschaften für die Beständigkeit der Darstellung der Längeneinheit die zur Zeit höchsterreichbare Gewähr bietet. Die Striche befinden sich in der neutralen Ebene dieses Stabes, nämlich in derjenigen Ebene, welche gleichlaufend mit der Fulsebene durch die Schwerpunkte der Querschnitte gelegt und in der Zeichnung durch die Linie *a b* angedeutet ist.



Durch die Gesamtheit dieser Anordnungen ist die grösstmögliche Unabhängigkeit des Abstandes der Striche von dem Einfluss aller Durchbiegungs-Wirkungen erreicht, was bei dem früheren Urmaasse ebenfalls nicht genügend gesichert war.

In derselben Weise sind auch die nationalen Prototype hergestellt, und die Längen derselben zwischen den beiden Endstrichen sind mit der im internationalen Prototyp verkörperten Längeneinheit in Temperaturen zwischen 0° und 40° so genau verglichen, dass man bei jeder im Maass- und Gewichtsdienste vorkommenden Gebrauchstemperatur auf Grund der von dem internationalen Komitee ausgestellten Certificate den jeweiligen Abstand der Endstriche von einander innerhalb eines wahrscheinlichen Fehlers von ein bis zwei Zehntausendsteln des Millimeter kennt und somit auch die feinsten Maassbestimmungen mit Hülfe der nationalen Prototype mit aller Sicherheit auf die metrische Längeneinheit zu beziehen vermag.

Was die Verkörperung der Masseneinheit betrifft, so ist das bisherige Prototyp der französischen Archive, ein Platincylinder von einer dem Durchmesser seines kreisförmigen Querschnitts gleichen Höhe, nunmehr durch einen ganz ebenso geformten Cylinder aus derselben Platin-Iridium-Legirung ersetzt worden, aus welcher das neue Meter-Prototyp hergestellt ist.

Auch für die Verkörperung der Masseneinheit, des Kilogramm, bietet dieses Material bedeutende Vorzüge vor dem Material des früheren Prototyps, dessen vergleichsweise noch erheblicheren Mängel in Nr. 2 der Metronomischen Beiträge dargelegt sind.

Ebenso wie für das Meter ist auch für das Kilogramm eine Anzahl von nationalen Prototypen als Vertreter der Masseneinheit in den einzelnen

Conventionsstaaten in derselben Gestalt und aus demselben Material wie das internationale Prototyp des Kilogramm angefertigt worden. Vermöge der darüber von dem internationalen Komitee ausgestellten Certificate wird man im Stande sein, das Gewicht eines nationalen Prototyps, wenn Temperatur, atmosphärischer Luftdruck und andere Nebeneinflüsse gehörige Berücksichtigung finden, jederzeit innerhalb eines wahrscheinlichen Fehlers von wenigen Tausendsteln des Milligramm anzugeben.

Vertragsmässig sollen in geeigneten Zeiträumen, vielleicht alle 10 Jahre, worüber die nächste Conferenz Beschluss zu fassen haben wird, die sämtlichen nationalen Prototype, sowohl der Längen- als der Masseneinheit, mit den internationalen Prototypen wiederum verglichen werden, um eine beständige sichere Kenntniss der zahlenmässigen Beziehungen beider zu verbürgen.

Durch die in der Generalconferenz ausgeführte Vertheilung der nationalen Prototype nach dem Loose ist Deutschland in den Besitz des Urmeters Nr. 18 und des Urgewichts Nr. 22 gelangt, welche von der Kaiserlichen Normal-Aichungs-Kommission aufbewahrt und gehandhabt werden.

Die Certificate dieser Deutschen Prototype und der dem Meter-Prototyp beigegebenen vier Thermometer werden nachstehend in Uebersetzung mitgetheilt.

Internationales Komitee für Maass und Gewicht.

Beglaubigung des internationalen Büreaus für Maass und Gewicht für das Meter-Urmaass Nr. 18, zugetheilt dem Deutschen Reiche.

Dieses Urmaass wurde von den Herren Johnson, Matthey & Co. zu London aus einer Legirung von Platin mit 10 Procent Iridium in Form eines Stabes von 120 Centimeter Länge und sogenanntem x-förmigen Querschnitt verfertigt. Der Stab wurde von den Herren Gebr. Brunner in Paris durch Handarbeit gerichtet und abgezogen, endlich polirt und auf eine Länge von 102 Centimeter abgeschnitten.

Dasselbe wurde von dem der französischen Abtheilung der Meter-Commission beigeordneten Ingenieur Herrn G. Tresca auf ellipsenförmigen Flächenstücken, deren ebene Flächen Spiegelpolitur erhalten hatten, mit den Begrenzungsstrichen versehen. Diese ganze Arbeit wurde im Conservatoire des Arts et Métiers zu Paris unter der Leitung von Herrn Cornu, Mitglied des Instituts, als Vertreter der französischen Abtheilung, und von Herrn Broch, Director des internationalen Büreaus, als Vertreter des internationalen Komitees ausgeführt.

Die Entfernung des Grats von den Strichen geschah im internationalen Bureau durch Herrn Boinot, Assistent dieser Anstalt.

Dem Urmaasse beigegeben sind zwei Musterstücke, welche von seinen beiden Enden abgeschnitten und von Herrn L. Laurent zu Paris zum Behuf des Studiums der Ausdehnung nach der Methode Fizeau bearbeitet wurden.

Das Urmaass befindet sich in einer besonderen Capsel, gebildet von einem Cylinder aus massivem Holz, in welchen man eine Längsrinne zur Aufnahme des Stabes ausgespart hat, und welches sich seinerseits in einer starken cylindrischen Umhüllung aus Messing befindet, die einen Schraubverschluss trägt.

Beschreibung.

Der Querschnitt des Stabes ist von sogenannter x-Form und einem Quadrate von 20^{mm} Seite eingeschrieben. Die obere Fläche der Mittelrippe, auf welcher die Striche gezogen sind, fällt mit der neutralen Ebene zusammen. Durch eine geringe Schwächung der unteren Schenkel ist diese Ebene in die Mitte der Höhe des Querschnitts gebracht.

Die Theilung auf den polirten Flächenstücken besteht an jedem Ende aus drei 6 bis 8 Mikron¹⁾ breiten, von einander durch Zwischenräume von 0^{mm},5 getrennten Strichen. Der Abstand zwischen den Mittelstrichen dieser beiden Gruppen von 3 Strichen ist die Länge des Stabes. Die Lage der Mittelachse wird durch je 2 stärkere Längsstriche bestimmt, die auf den beiden Flächenstücken in einem gegenseitigen Abstände von 0^{mm},2 gezogen sind.

Der Stab trägt auf der oberen Fläche der Rippen eingravirt:

links die Inschrift: A. 18,
rechts „ „ B. 18.

Auf die beiden dem Urmaasse in einer besonderen Schachtel beigegebenen Musterstücke sind dieselben Nummern und Buchstaben eingravirt wie auf die Enden, von denen sie losgetrennt sind.

Chemische Zusammensetzung.

Die Reindarstellung des Platins und des Iridiums, aus welchen die Legirung des zur Herstellung der Stäbe dienenden Barrens bestand, wurde von Herrn Stas, Mitglied der Academie der Wissenschaften zu Brüssel, als Vertreter des internationalen Komitees, von Henri Sainte-Claire-Deville und nach seinem Tode von Debray, Mitgliedern des französischen Instituts, als Vertretern der französischen Abtheilung, controlirt.

Die Analyse der Legirung wurde von diesen Gelehrten an mehreren Proben ausgeführt, welche direct den bearbeiteten Stäben entnommen waren.

¹⁾ Mikron, bezeichnet durch μ , bedeutet das Tausendstel des Millimeter.

Nach den Ergebnissen dieser Analysen enthält die Legirung keine Spur unverbundenen Iridiums; sie enthält kein Ruthenium und nur eine äusserst kleine Menge, ein bis zwei Zehntausendstel Rhodium und ein Zehntausendstel Eisen. Die gefundene Menge Iridium betrug 10,08 bis 10,09 Procent.

Herr Tornøe, Assistent des internationalen Büreaus, hat unter der Leitung des Herrn Debray an den Analysen Theil genommen, welche im Laboratorium für wissenschaftliche Untersuchungen der École normale supérieure zu Paris ausgeführt wurden. Nach dem Tode des Herrn Debray hat Herr Tornøe über diese Analysen einen ausführlichen Bericht verfasst, welcher in Band 7 der Travaux et Mémoires des internationalen Büreaus veröffentlicht ist.

Bestimmung.

Ausdehnungscoefficient. — Die Bestimmung der Ausdehnung war Herrn R. Benoit, erstem Mitglied des internationalen Büreaus, und Herrn Ch. Guillaume, ständigem Hilfsarbeiter im Bureau, anvertraut worden. Behufs dieser Bestimmung verglich man das Urmaass Nr. 18 mit dem internationalen Urmaass \mathcal{M} in dem Troge des Ausdehnungscomparators bei acht verschiedenen Temperaturen zwischen $0^{\circ},1$ und $37^{\circ},6$. Die absolute Ausdehnung des internationalen Urmaasses \mathcal{M} war früher mit Hilfe des Ausdehnungscomparators sowie durch die Methode Fizeau gemessen worden.

Die Beobachtungen haben zu folgendem Ergebnisse geführt:

Ausdehnungscoefficient des Urmaasses Nr. 18 von 0° bis t° :

$$\alpha = 10^{-9} (8591 + 1,70 t),$$

wo t die in Graden ausgedrückte Temperatur des Quecksilberthermometers Tonnelot aus hartem Glase bezeichnet, oder:

$$\alpha = 10^{-9} (8642 + 1,00 T),$$

wo T die Temperatur nach der für den internationalen Dienst für Maass und Gewicht angenommenen Normalskale (Skale des Wasserstoffthermometers) bezeichnet.

Länge bei Null Grad. — Die Längenmessungen wurden im Wasser auf dem Comparator Brunner unter der Leitung des Directors Herrn Broch von den Assistenten des Büreaus, Herren Boinot und Isaachsen, ausgeführt.

Die nationalen Urmaasse, deren Zahl 30 beträgt, wurden untereinander in 11 ineinander greifenden Gruppen, nämlich 5 Gruppen von 6 Stäben und 6 Gruppen von 5 Stäben, verglichen; ausserdem wurde jedes derselben einerseits mit dem vorläufigen Urmaass I_2 des internationalen Büreaus, welches seinerseits im Jahre 1882 mit dem französischen Mètre des Archives verglichen worden war, und andererseits mit dem neuen internationalen Urmaass \mathcal{M} verglichen. Endlich sind diese beiden letzteren Stücke I_2 und \mathcal{M} auch

untereinander verglichen worden. In jeder Gruppe sind die Vergleichen in allen möglichen Combinationen ausgeführt. Jede vollständige Vergleichung umfasste vier besondere Vergleichen in den vier Lagen, welche die Stäbe zu den beiden Mikroskopen und zu den Beobachtern annehmen können.

Die vereinigten Ergebnisse dieser 196 vollständigen oder 784 besonderen Vergleichen haben für den Stab Nr. 18 ergeben:

bei der Temperatur Null:

$$\text{Urmaass Nr. 18} = 1^m - 1'',0 \pm 0'',1.$$

Die Gleichung des Urmaasses ist also:

$$\text{Urmaass Nr. 18} = 1^m - 1'',0 + 8'',642 T + 0'',00100 T^2 \pm 0'',2,$$

wo T die in Graden der im internationalen Dienst für Maass und Gewicht angenommenen Normalskala ausgedrückte Temperatur bezeichnet.

Intervalle der Hilfsstriche — Diese Intervalle wurden unter Wasser mittelst der Mikrometer des Comparators Brunner bestimmt, indem man an jedem Ende die beiden Intervalle und ihre Summe gesondert beobachtete. Die Beobachtungen wurden jedesmal 10 mal wiederholt.

Bezeichnet man die Striche von dem Ende A bis zum Ende B des Urmaasses der Reihe nach durch die Nummern 1, 2, 3 und 4, 5, 6, so dass also die Nummern 2 und 5 die Striche bezeichnen, welche das Meter begrenzen, so findet man für die Intervalle die folgenden Werthe:

$$\text{Ende A. Intervall [1—2]} = 499'',7 \pm 0'',1$$

$$\text{„ [2—3]} = 507'',6 \pm 0'',1$$

$$\text{„ [1—3]} = 1007'',3 \pm 0'',2$$

$$\text{Ende B. Intervall [4—5]} = 501'',5 \pm 0'',1$$

$$\text{„ [5—6]} = 496'',8 \pm 0'',1$$

$$\text{„ [4—6]} = 998'',3 \pm 0'',2.$$

Internationales Bureau
für Maass und Gewicht,
(Pavillon de Breteuil, bei Sèvres)
den 28. September 1889.

Der Director des
Büreaus,
gez. Dr. **René Benoit.**

Die Richtigkeit beglaubigt:
für das internationale Komitee für Maass und Gewicht,
Der Secretär, Der Präsident,
gez. Dr. **Ad. Hirsch.** gez. **Gal Marquis de Mulhacén.**

Beglaubigung des internationalen Büreaus für Maass und Gewicht für das Kilogramm-Urgewicht Nr. 22, zugetheilt dem Deutschen Reiche.

Dieses Urgewicht wurde von den Herren Johnson, Matthey & Co. zu London aus einer Legirung von Platin mit zehn Procent Iridium in Form eines Cylinders verfertigt, dessen Höhe seinem Durchmesser gleich ist.

Es wurde sodann abgedreht, mit feinem Schmirgel polirt und nach Bestimmung seines Volumens im Dienstgebäude des internationalen Büreaus endgültig justirt. Diese verschiedenen Operationen wurden von Herrn Collot, Mechaniker zu Paris, ausgeführt.

Beschreibung.

Das Kilogramm hat die Form eines geraden Cylinders von 39^{mm} Höhe und 39^{mm} Durchmesser mit abgerundeten Kanten.

Es trägt auf der cylindrischen Fläche in zwei Drittel seiner Höhe die aufpolirte Nr. 22. Es wird unter einer doppelten Glasglocke aufbewahrt und steht auf einem Untersatz, der mit einer Platte aus Bergcrystal bedeckt ist. Zur Versendung wird es auf seinem Untersatz durch Schrauben festgehalten, welche mit speciell zu diesem Zweck gereinigtem Wildleder bekleidet sind; das Ganze wird durch eine aufgeschraubte Umhüllung aus Messing geschützt.

Chemische Zusammensetzung.

Die Reindarstellung des Platins und des Iridiums, aus welchen die Legirung des zur Herstellung der Kilogramme dienenden Barrens bestand, wurde von Herrn Stas, Mitglied der Akademie der Wissenschaften zu Brüssel, als Vertreter des internationalen Komitees, von Henri Sainte-Claire-Deville und nach seinem Tode von Debray, Mitgliedern des französischen Instituts, als Vertretern der französischen Abtheilung, controlirt.

Nach den Ergebnissen dieser Analysen enthält die Legirung keine Spur unverbundenen Iridiums; sie enthält kein Ruthenium und nur eine äusserst kleine Menge, ein bis zwei Zehntausendstel Rhodium und ein Zehntausendstel Eisen. Die gefundene Menge Iridium betrug 10,08 bis 10,09 Procent.

Herr Tornøe, Assistent des internationalen Büreaus, hat unter der Leitung des Herrn Debray an den Analysen Theil genommen, welche im Laboratorium für wissenschaftliche Untersuchungen der École normale supérieure zu Paris ausgeführt wurden. Nach dem Tode des Herrn Debray hat Herr Tornøe über diese Analysen einen ausführlichen Bericht verfasst, welcher in Band 7 der Travaux et Mémoires des internationalen Büreaus veröffentlicht ist.

Bestimmung des Volumens.

Die Bestimmung der Dichte des Kilogramms war Herrn Thiesen, Mitglied des internationalen Büreaus, anvertraut.

Die Bestimmung des Volumens erfolgte vor der endgültigen Justirung des Stückes, welches noch um 44^{mg},10 schwerer als ein Kilogramm war. Zehn Bestimmungen wurden bei einer mittleren Temperatur von 3°,7 in drei

verschiedenen Proben destillirten Wassers ausgeführt. Dieselben wurden auf die Temperatur des schmelzenden Eises mit Hülfe des folgenden, zwischen 0° und t° gültigen cubischen Ausdehnungscoefficienten des Platin-Iridiums reducirt:

$$k = 10^{-9} (25\,707 + 8,6 t),$$

wo t die in Graden ausgedrückte Temperatur des Quecksilberthermometers Tonnelot aus hartem Glase bezeichnet, oder:

$$k = 10^{-9} (25\,859 + 6,5 T),$$

wo T die Temperatur nach der für den internationalen Dienst für Maass und Gewicht angenommenen Normalskale (Skale des Wasserstoffthermometers) bezeichnet.

Aus dem für das Volumen bei Null Grad gefundenen Werthe

$$46^{\text{ml}},4048 \pm 0^{\text{ml}},0002 \text{ } ^1),$$

welchem eine Dichte von

$$21,5504$$

entspricht, hat man für das endgültig justirte Kilogramm den Werth abgeleitet:

Volumen des Kilogramms Nr. 22

$$46^{\text{ml}},403.$$

Masse des Kilogramms.

Die Vergleichen der Urgewichte untereinander wurden von Herrn Thiesen, Mitglied des Büreaus, mittelst der Waage Rueprecht Nr. 1, und von Herrn Kreichgauer, Assistent des Büreaus, mittelst der Waage Rueprecht Nr. 5 ausgeführt. Die Vergleichen mit dem internationalen Urgewicht geschahen durch Herrn Thiesen mittelst der Waage Bunge.

Die 42 Urgewichte wurden untereinander in 6 Gruppen, jede aus 7 Kilogrammen gebildet, und in 7 Gruppen von je 6 Kilogrammen verglichen, endlich wurde auch jedes Kilogramm mit dem neuen internationalen Urgewicht des Kilogramm \mathfrak{K} verglichen. Dieses letztere, im Jahre 1880 mit dem Kilogramm des Archives verglichen, war demselben in den Grenzen der Beobachtungsfehler gleich befunden worden.

In jeder Gruppe wurden die Vergleichen in allen möglichen Combinationen ausgeführt.

Jede vollständige Vergleichung bestand aus vier Wägungen; zwischen den Wägungen wurde die Belastung der Waage geändert, theils durch Zufügung von HülfsGewichten, theils durch Vertauschung der Schalen aus Bergcrystal, auf welchen die Kilogramme während der Wägung ruhten.

¹⁾ ml bedeutet Tausendstel Liter.

Die Ausgleichung des ganzen Systems dieser 273 Vergleichen oder 1092 Wägungen hat für das Kilogramm Nr. 22 die folgende Gleichung ergeben:

$$\text{Urgewicht Nr. 22} = 1^{\text{kg}} + 0^{\text{mg}},053 \pm 0^{\text{mg}},002.$$

Internationales Bureau
für Maass und Gewicht,
(Pavillon de Breteuil, bei Sèvres)
den 28. September 1889.

Der Director des
Büreaus,
gez. Dr. **René Benoit.**

Die Richtigkeit beglaubigt:
für das internationale Komitee für Maass und Gewicht,
Der Secretär, Der Präsident,
gez. Dr. **Ad. Hirsch.** gez. **Gal Marquis de Mulhacén.**

Internationales Komitee für Maass und Gewicht.

Beglaubigung des internationalen Büreaus für Maass und Gewicht für das Thermometer Tonnelot Nr. 4321, bestimmt für das Deutsche Reich.

20. April 1888.

Beschreibung.

Das Thermometer ist im Juli 1884 durch den Verfertiger meteorologischer Präcisionsinstrumente, Herrn Tonnelot zu Paris, hergestellt worden.

Das Thermometer besteht aus Hartglas, dessen Zusammensetzung in Anlage V zu diesem Beglaubigungsschein mitgetheilt ist; das Gefäss ist angeschmolzen und hat den gleichen Durchmesser wie die Röhre.

Die Röhre ist von $-4^{\circ},9$ bis $51^{\circ},5$ und von $94^{\circ},1$ bis $103^{\circ},2$ gleichmässig in Zehntelgrade getheilt; der dazwischenliegende Theil ist durch eine Erweiterung ersetzt.

Die wichtigsten Ausmessungen in Millimetern sind folgende:

Entfernung der Mitte des Gefässes vom Nullpunkt der Theilung	64 ^{mm} ,0
Entfernung der Mitte des Gefässes vom Punkt 100	458 ^{mm} ,9
Länge eines Grades der Theilung	6 ^{mm} ,744
Gesamtlänge des Thermometers	521 ^{mm} ,8
Aeusserer Durchmesser der Röhre und des Gefässes	4 ^{mm} ,8.

Untersuchung.

Die Theilung. — Die Untersuchung der Theilung geschah, indem auf die aufeinanderfolgenden Striche des Thermometers ein Mikroskop, welches

sich auf dem Schlitten einer Theilmaschine befindet, eingestellt wurde. Diese Untersuchung wurde zweimal für zwei symmetrische und umgekehrte Lagen des Thermometers ausgeführt. Die Gleichmässigkeit der Theilung war befriedigend.

Das Caliber. — Zuerst ist eine Calibrirung der beiden Hälften ausgeführt worden, indem 3 Fäden von je 50 Grad 10 mal in jeder Lage beobachtet wurden; sodann wurden 3 vollständige Calibrirungen durch Eintheilung der Strecke [0 bis 50] in 5 Theile ausgeführt und gesondert berechnet; zuletzt kam eine vollständige Calibrirung von 2 zu 2 Grad jeder Theilstrecke von 10 Grad, mit je 2 nach beiden Seiten übergreifenden Graden (also von -2° bis $+12^\circ$, von $+8^\circ$ bis $+22^\circ$ u. s. w.). Die Caliberfehler der um 100° liegenden Stellen sind durch 4 Hilfsfäden von verschiedener Länge bestimmt worden. Die Caliberfehler, bezogen auf das Intervall [0 bis 100], sind folgende:

Caliberfehler.

Theilstriche	Fehler	Theilstriche	Fehler	Theilstriche	Fehler
— 2	— 0,0026	20	+ 0,0346	42	+ 0,0963
0	0,0000	22	+ 0,0393	44	+ 0,0823
+ 2	+ 0,0010	24	+ 0,0502	46	+ 0,0671
4	+ 0,0046	26	+ 0,0603	48	+ 0,0478
6	+ 0,0033	28	+ 0,0670	50	+ 0,0241
8	+ 0,0077	30	+ 0,0715	52	— 0,....
10	+ 0,0161	32	+ 0,0814		
12	+ 0,0263	34	+ 0,1010	96	+ 0,0708
14	+ 0,0359	36	+ 0,1184	98	+ 0,0319
16	+ 0,0386	38	+ 0,1240	100	0,0000
18	+ 0,0391	40	+ 0,1133	102	— 0,0269

Der wahrscheinliche Fehler dieser Fehlerangaben ist nicht grösser als $\pm 0^\circ,001$.

Eine vollständige Tafel der Caliberfehler für alle Zehnthelle des Grades ist aus graphischer Interpolation abgeleitet worden.

Die Untersuchung der Theilung und die Calibrirung ist im Juli 1885 durch Fräulein A. Taufflieb ausgeführt worden unter Leitung des Herrn Dr. Ch. Ed. Guillaume, savant-attaché im internationalen Bureau für Maass und Gewicht.

Die Druckcoefficienten. — Der Coefficient für den äusseren Druck β^e ist durch eine Reihe von 81 Beobachtungen mit Drucken, welche zwischen $726^{\text{mm}},2$ und $712^{\text{mm}},6$ lagen, bestimmt worden.

Der Coefficient für den inneren Druck β_i wurde aus der Relation

$$\beta_i = \beta_e + 0,0000154$$

berechnet.

Diese Untersuchung ist durch Herrn Dr. Ch. Ed. Guillaume am 12. December 1884 ausgeführt worden.

Die Druckcoefficienten sind folgende:

$$\beta_e = 0,0001084 \pm 0,00000033$$

$$\beta_i = 0,0001238 \pm 0,00000033.$$

Diese Zahlen bedeuten, in Graden, die Aenderung der Lesung für eine Aenderung des Quecksilberdruckes um ein Millimeter.

Der Fundamentalabstand. — Der Fundamentalabstand ist 5 mal bestimmt worden. Die Beobachtungen des Punktes 100 geschahen jedesmal sowohl in horizontaler wie in verticaler Lage, während der Nullpunkt jedesmal in verticaler Lage unmittelbar nach dem Punkt 100 bestimmt wurde.

Die Beobachtungen sind mit Hülfe der Druckcoefficienten durchweg auf die horizontale Lage reducirt worden.

In der nachfolgenden Tafel sind die Beobachtungsergebnisse zusammengestellt.

Datum	Beobachter	Fundamentalabstand
3. März 1885	Herr Guillaume	100°,080
26. März 1885	do.	100°,083
15. April 1885	do.	100°,077
21. April 1885	do.	100°,075
11. Mai 1885	do	100°,084
Mittel		100°,0798
		± 0°,0011

Daraus ergibt sich der Werth eines Intervalles zu $0°,999203 \pm 0°,000011$.

Der Nullpunkt. — Nach Beendigung der Untersuchung des Thermometers wurde 3 mal der Nullpunkt durch Herrn Dr. Ch. Ed. Guillaume bestimmt.

Die Resultate der Beobachtungen sind folgende:

Datum der Beobachtungen	Temperatur vor der Bestimmung des Nullpunktes	Ablesung des verbesserten Nullpunktes	Nullpunkt, reducirt für hinreichend lange Einwirkung der Temperatur des schmelzenden Eises
31. März 1887	8°	− 0,005	+ 0,002
1. October 1887	11°	+ 0,004	+ 0,006
5. April 1888	4°	+ 0,006	+ 0,010

Reduction auf die normale Temperaturskale. — Die Tafel der Fehler, durch welche die in Graden des Quecksilberthermometers Tonnelot Nr. 4321 ausgedrückte Temperatur in Graden der normalen Temperaturskale des internationalen Maass- und Gewichtsdienstes angegeben wird, findet sich in der Anlage V zu diesem Beglaubigungsschein.

Der Director des Büreaus.

gez. Dr. O. J. Broch.

Beglaubigung des internationalen Büreaus für Maass und Gewicht für das Thermometer Tonnelot Nr. 4322, bestimmt für das Deutsche Reich.

20. April 1888.

Beschreibung.

Das Thermometer ist im Juli 1884 durch den Verfertiger meteorologischer Präcisionsinstrumente, Herrn Tonnelot zu Paris, hergestellt worden.

Das Thermometer besteht aus Hartglas, dessen Zusammensetzung in Anlage V zu diesem Beglaubigungsschein mitgetheilt ist; das Gefäss ist angeschmolzen und hat den gleichen Durchmesser wie die Röhre.

Die Röhre ist von $-3^{\circ},6$ bis $51^{\circ},4$ und von $94^{\circ},6$ bis $103^{\circ},2$ gleichmässig in Zehntelgrade getheilt; der dazwischenliegende Theil ist durch eine Erweiterung ersetzt.

Die wichtigsten Ausmessungen in Millimetern sind folgende:

Entfernung der Mitte des Gefässes vom Nullpunkt der Theilung	57 ^{mm} ,0
Entfernung der Mitte des Gefässes vom Punkt 100	461 ^{mm} ,2
Länge eines Grades der Theilung	6 ^{mm} ,960
Gesamtlänge des Thermometers	526 ^{mm} ,5
Aeusserer Durchmesser der Röhre und des Gefässes	4 ^{mm} ,8.

Untersuchung.

Die Theilung. — Die Untersuchung der Theilung geschah, indem auf die aufeinanderfolgenden Striche des Thermometers ein Mikroskop, welches sich auf dem Schlitten einer Theilmaschine befindet, eingestellt wurde. Diese Untersuchung wurde zweimal für zwei symmetrische und umgekehrte Lagen des Thermometers ausgeführt. Die Gleichmässigkeit der Theilung war befriedigend.

Das Caliber. — Zuerst ist eine Calibrirung der beiden Hälften ausgeführt worden, indem 3 Fäden von je 50 Grad 10 mal in jeder Lage beobachtet wurden; sodann wurden 3 vollständige Calibrirungen durch Eintheilung der Strecke [0 bis 50] in 5 Theile ausgeführt und gesondert berechnet; zuletzt kam eine vollständige Calibrirung von 2 zu 2 Grad jeder Theilstrecke von 10 Grad, mit je 2 nach beiden Seiten übergreifenden Graden (also von -2° bis $+12^\circ$, von $+8^\circ$ bis $+22^\circ$ u. s. w.). Die Caliberfehler der um 100° liegenden Stellen sind durch 4 Hilfsfäden von verschiedener Länge bestimmt worden. Die Caliberfehler, bezogen auf das Intervall [0 bis 100], sind folgende:

Caliberfehler.

Theilstriche	Fehler	Theilstriche	Fehler	Theilstriche	Fehler
— 2	+ 0,0028	20	— 0,0391	42	+ 0,0292
0	0,0000	22	— 0,0375	44	+ 0,0305
+ 2	— 0,0089	24	— 0,0284	46	+ 0,0250
4	— 0,0190	26	— 0,0076	48	+ 0,0163
6	— 0,0275	28	+ 0,0096	50	+ 0,0214
8	— 0,0348	30	+ 0,0175	52	— 0,
10	— 0,0398	32	+ 0,0202		
12	— 0,0401	34	+ 0,0138	96	+ 0,0339
14	— 0,0442	36	+ 0,0159	98	+ 0,0230
16	— 0,0434	38	+ 0,0259	100	0,0000
18	— 0,0426	40	+ 0,0266	102	— 0,0333

Der wahrscheinliche Fehler dieser Fehlerangaben ist nicht grösser als $\pm 0^\circ,001$.

Eine vollständige Tafel der Caliberfehler für alle Zehnthelle des Grades ist aus graphischer Interpolation abgeleitet worden.

Die Untersuchung der Theilung und die Calibrirung ist im August 1885 durch Fräulein A. Taufflieb ausgeführt worden, unter der Leitung des Herrn Dr. Ch. Ed. Guillaume, savant-attaché im internationalen Bureau für Maass und Gewicht.

Die Druckcoefficienten. — Der Coefficient für den äusseren Druck β_e ist durch eine Reihe von 81 Beobachtungen mit Drucken, welche zwischen $726^{\text{mm}},7$ und $712^{\text{mm}},8$ lagen, bestimmt worden.

Der Coefficient für den inneren Druck β_i wurde aus der Relation

$$\beta_i = \beta_e + 0,0000154$$

berechnet.

Diese Untersuchung ist durch Herrn Dr. Ch. Ed. Guillaume am 12. December 1884 ausgeführt worden.

Die Druckcoefficienten sind folgende:

$$\beta_e = 0,0001154 \pm 0,00000029$$

$$\beta_i = 0,0001308 \pm 0,00000029.$$

Diese Zahlen bedeuten, in Graden, die Aenderung der Lesung für eine Aenderung des Quecksilberdruckes um ein Millimeter.

Der Fundamentalabstand. — Der Fundamentalabstand ist 5 mal bestimmt worden. Die Beobachtungen des Punktes 100 geschahen jedesmal sowohl in horizontaler wie in verticaler Lage, während der Nullpunkt jedesmal in verticaler Lage unmittelbar nach dem Punkt 100 bestimmt wurde.

Die Beobachtungen sind mit Hülfe der Druckcoefficienten durchweg auf die horizontale Lage reducirt worden.

In der nachfolgenden Tafel sind die Beobachtungsergebnisse zusammengestellt.

Datum	Beobachter	Fundamentalabstand
3. März 1885	Herr Guillaume	100°,076
26. März 1885	do.	100°,077
15. April 1885	do.	100°,072
21. April 1885	do.	100°,064
11. Mai 1885	do.	100°,075
Mittel		100°,0728
		± 0°,0016

Daraus ergibt sich der Werth eines Intervalles zu $0°,999273 \pm 0°,000016$.

Der Nullpunkt. — Nach Beendigung der Untersuchung des Thermometers wurde 3 mal der Nullpunkt durch Herrn Dr. Ch. Ed. Guillaume bestimmt.

Die Resultate dieser Beobachtungen sind folgende:

Datum der Beobachtungen	Temperatur vor der Bestimmung des Nullpunktes	Ablesung des verbesserten Nullpunktes	Nullpunkt, reducirt für hinreichend lange Einwirkung der Temperatur des schmelzenden Eises
1. April 1887	8°	+ 0,010	+ 0,017
1. October 1887	11°	+ 0,008	+ 0,018
5. April 1888	4°	+ 0,020	+ 0,024

Reduction auf die normale Temperaturskale. — Die Tafel der Fehler, durch welche die in Graden des Quecksilberthermometers Tonnelot Nr. 4322 ausgedrückte Temperatur in Graden der normalen Temperaturskale des internationalen Maass- und Gewichtsdiensstes angegeben wird, findet sich in der Anlage V zu diesem Beglaubigungsschein.

Der Director des Büreaus.

gez. Dr. **O. J. Broch.**

Beglaubigung des internationalen Büreaus für Maass und Gewicht für das Thermometer Tonnelot No. 4323, bestimmt für das Deutsche Reich.

20. April 1888.

Beschreibung.

Das Thermometer ist im Juli 1884 durch den Verfertiger meteorologischer Präcisionsinstrumente, Herrn Tonnelot zu Paris, hergestellt worden.

Das Thermometer besteht aus Hartglas, dessen Zusammensetzung in Anlage V zu diesem Beglaubigungsschein mitgetheilt ist; das Gefäss ist angeschmolzen und hat den gleichen Durchmesser wie die Röhre.

Die Röhre ist von $-4^{\circ},1$ bis $51^{\circ},4$ und von $94^{\circ},4$ bis $103^{\circ},3$ gleichmässig in Zehntelgrade getheilt; der dazwischenliegende Theil ist durch eine Erweiterung ersetzt.

Die wichtigsten Ausmessungen in Millimetern sind folgende:

Entfernung der Mitte des Gefässes vom Nullpunkt der Theilung	60 ^{mm} ,0
Entfernung der Mitte des Gefässes vom Punkt 100	458 ^{mm} ,4
Länge eines Grades der Theilung	6 ^{mm} ,848
Gesamtlänge des Thermometers	523 ^{mm} ,0
Aeusserer Durchmesser der Röhre und des Gefässes	4 ^{mm} ,8.

Untersuchung.

Die Theilung. — Die Untersuchung der Theilung geschah, indem auf die aufeinanderfolgenden Striche des Thermometers ein Mikroskop, welches sich auf dem Schlitten einer Theilmaschine befindet, eingestellt wurde. Diese Untersuchung wurde zweimal für zwei symmetrische und umgekehrte Lagen des Thermometers ausgeführt. Die Gleichmässigkeit der Theilung war befriedigend.

Das Caliber. — Zuerst ist eine Calibrirung der beiden Hälften ausgeführt worden, indem 3 Fäden von je 50 Grad 10 mal in jeder Lage beobachtet wurden; sodann wurden 3 vollständige Calibrirungen durch Eintheilung der Strecke [0 bis 50] in 5 Theile ausgeführt und gesondert berechnet; zuletzt kam eine vollständige Calibrirung von 2 zu 2 Grad jeder Theilstrecke von 10 Grad, mit je 2 nach beiden Seiten übergreifenden Graden (also von -2° bis $+12^\circ$, von $+8^\circ$ bis $+22^\circ$ u. s. w.). Die Caliberfehler der um 100° liegenden Stellen sind durch 4 Hilfsfäden von verschiedener Länge bestimmt worden. Die Caliberfehler, bezogen auf das Intervall [0 bis 100], sind folgende:

Caliberfehler.

Theilstriche	Fehler	Theilstriche	Fehler	Theilstriche	Fehler
— 2	— 0,0043	20	+ 0,0988	42	+ 0,0748
0	0,0000	22	+ 0,1098	44	+ 0,0529
+ 2	+ 0,0099	24	+ 0,1181	46	+ 0,0284
4	+ 0,0163	26	+ 0,1214	48	+ 0,0038
6	+ 0,0250	28	+ 0,1265	50	— 0,0224
8	+ 0,0373	30	+ 0,1220	52	— 0, . . .
10	+ 0,0499	32	+ 0,1198		
12	+ 0,0600	34	+ 0,1167	96	+ 0,0420
14	+ 0,0686	36	+ 0,1121	98	+ 0,0288
16	+ 0,0796	38	+ 0,1052	100	0,0000
18	+ 0,0862	40	+ 0,0928	102	— 0,0433

Der wahrscheinliche Fehler dieser Fehlerangaben ist nicht grösser als $\pm 0^\circ,001$.

Eine vollständige Tafel der Caliberfehler für alle Zehnthelle des Grades ist aus graphischer Interpolation abgeleitet worden.

Die Untersuchung der Theilung und die Calibrirung ist im August 1885 durch Fräulein A. Taufflieb ausgeführt worden unter der Leitung des Herrn Dr. Ch. Ed. Guillaume, savant-attaché im internationalen Bureau für Maass und Gewicht.

Die Druckcoefficienten. — Der Coefficient für den äusseren Druck β_e ist durch eine Reihe von 81 Beobachtungen mit Drucken, welche zwischen $728^{\text{mm}},2$ und $713^{\text{mm}},0$ lagen, bestimmt worden.

Der Coefficient für den inneren Druck β_i wurde aus der Relation

$$\beta_i = \beta_e + 0,0000154$$

berechnet.

Diese Untersuchung ist durch Herrn Dr. Ch. Ed. Guillaume am 12. December 1884 ausgeführt worden.

Die Druckcoefficienten sind folgende:

$$\beta_e = 0,0001129 \pm 0,00000026$$

$$\beta_i = 0,0001283 \pm 0,00000026.$$

Diese Zahlen bedeuten, in Graden, die Aenderung der Lesung für eine Aenderung des Quecksilberdruckes um ein Millimeter.

Der Fundamentalabstand. — Der Fundamentalabstand ist 5 mal bestimmt worden. Die Beobachtungen des Punktes 100 geschahen jedesmal sowohl in horizontaler wie in verticaler Lage, während der Nullpunkt jedesmal in verticaler Lage unmittelbar nach dem Punkt 100 bestimmt wurde.

Die Beobachtungen sind mit Hülfe der Druckcoefficienten durchweg auf die horizontale Lage reducirt worden.

In der nachfolgenden Tafel sind die Beobachtungsergebnisse zusammengestellt.

Datum	Beobachter	Fundamentalabstand
3. März 1885	Herr Guillaume	100°,099
26. März 1885	do.	100°,091
15. April 1885	do.	100°,097
21. April 1885	do.	100°,085
12. Mai 1885	do.	100°,092
Mittel		100°,0928 ± 0°,0016

Daraus ergibt sich der Werth eines Intervalles zu $0°,999073 \pm 0°,000016$.

Der Nullpunkt. — Nach Beendigung der Untersuchung des Thermometers wurde 3 mal der Nullpunkt durch Herrn Dr. Ch. Ed. Guillaume bestimmt.

Die Resultate dieser Beobachtungen sind folgende:

Datum der Beobachtungen	Temperatur vor der Bestimmung des Nullpunktes	Ablesung des verbesserten Nullpunktes	Nullpunkt, reducirt für hinreichend lange Einwirkung der Temperatur des schmelzenden Eises
2. April 1887	8°	+ 0,012	+ 0,019
1. October 1887	11°	+ 0,010	+ 0,020
5. April 1888	4°	+ 0,020	+ 0,024

Reduction auf die normale Temperaturskale. — Die Tafel der Fehler, durch welche die in Graden des Quecksilberthermometers Tonnelot Nr. 4323 ausgedrückte Temperatur in Graden der normalen Temperaturskale des internationalen Maass- und Gewichtsdiensstes angegeben wird, findet sich in der Anlage V zu diesem Beglaubigungsschein.

Der Director des Büreaus.

gez. Dr. **O. J. Broch.**

Beglaubigung des internationalen Büreaus für Maass und Gewicht für das Thermometer Tonnelot Nr. 4324', bestimmt für das Deutsche Reich.

8. September 1892.

Beschreibung.

Das Thermometer ist im Juli 1884 durch den Verfertiger meteorologischer Präcisionsinstrumente, Herrn Tonnelot zu Paris, hergestellt worden.

Das Thermometer besteht aus Hartglas, dessen Zusammensetzung in Anlage V zu diesem Beglaubigungsschein mitgetheilt ist; das Gefäss ist angeschmolzen und hat den gleichen Durchmesser wie die Röhre.

Die Röhre ist von $-4^{\circ},7$ bis $51^{\circ},5$ und von $94^{\circ},3$ bis $103^{\circ},2$ gleichmässig in Zehntelgrade getheilt; der dazwischenliegende Theil ist durch eine Erweiterung ersetzt.

Die wichtigsten Ausmessungen in Millimetern sind folgende:

Entfernung der Mitte des Gefässes vom Nullpunkt der Theilung	63 ^{mm} ,0
Entfernung der Mitte des Gefässes vom Punkt 100	459 ^{mm} ,8
Länge eines Grades der Theilung	6 ^{mm} ,780
Gesamtlänge des Thermometers	522 ^{mm} ,0
Aeusserer Durchmesser der Röhre und des Gefässes	5 ^{mm} ,0.

Untersuchung.

Die Theilung. — Die Untersuchung der Theilung geschah, indem auf die aufeinanderfolgenden Striche des Thermometers ein Mikroskop, welches sich auf dem Schlitten einer Theilmaschine befindet, eingestellt wurde; diese Untersuchung wurde zweimal für zwei symmetrische und umgekehrte Lagen des Thermometers ausgeführt. Die Gleichmässigkeit der Theilung war befriedigend.

Das Caliber. — Zuerst ist eine Calibrirung der beiden Hälften ausgeführt worden, indem 3 Fäden von je 50 Grad 10 mal in jeder Lage beobachtet wurden; sodann wurden 3 vollständige Calibrirungen durch Eintheilung der Strecke [0 bis 50] in 5 Theile ausgeführt und gesondert berechnet. Zuletzt kam eine vollständige Calibrirung von 2 zu 2 Grad jeder Theilstrecke von 10 Grad, mit je 2 nach beiden Seiten übergreifenden Graden (also von -2° bis $+12^\circ$, von $+8^\circ$ bis $+22^\circ$ u. s. w.). Die Caliberfehler der um 100° liegenden Stellen sind durch 4 Hilfsfäden von verschiedener Länge bestimmt worden. Die Caliberfehler, bezogen auf das Intervall [0 bis 100], sind folgende:

Caliberfehler.

Theilstriche	Fehler	Theilstriche	Fehler	Theilstriche	Fehler
— 2	— 0,0016	20	+ 0,0706	42	— 0,0216
0	0,0000	22	+ 0,0740	44	— 0,0217
+ 2	— 0,0015	24	+ 0,0710	46	— 0,0246
4	— 0,0008	26	+ 0,0670	48	— 0,0296
6	+ 0,0029	28	+ 0,0571	50	— 0,0267
8	+ 0,0078			52	— 0,
		30	+ 0,0415		
10	+ 0,0161	32	+ 0,0247		
12	+ 0,0246	34	+ 0,0063	96	— 0,0247
14	+ 0,0367	36	— 0,0096	98	— 0,0085
16	+ 0,0505	38	— 0,0162	100	0,0000
18	+ 0,0627	40	— 0,0204	102	+ 0,0145

Der wahrscheinliche Fehler dieser Fehlerangaben ist nicht grösser als $\pm 0^\circ,001$.

Eine vollständige Tafel der Caliberfehler für alle Zehnthelle des Grades ist aus graphischer Interpolation abgeleitet worden.

Die Untersuchung der Theilung und die Calibrirung ist im Juni 1892 durch Fräulein S. Maudet ausgeführt worden unter der Leitung des Vorstehers der Abtheilung für Thermometrie, Herrn Dr. Ch. Ed. Guillaume, Adjoint im internationalen Bureau für Maass und Gewicht.

Die Druckcoefficienten. — Der Coefficient für den äusseren Druck β_e ist durch eine Reihe von 41 Beobachtungen mit Drucken, welche zwischen $735,^{mm}5$ und $729,^{mm}6$ lagen, bestimmt worden.

Der Coefficient für den inneren Druck β_i wurde aus der Relation

$$\beta_i = \beta_e + 0,0000154$$

berechnet.

Diese Untersuchung ist durch Herrn Dr. Ch. Ed. Guillaume am 23. Juni 1892 ausgeführt worden.

Die Druckcoefficienten sind folgende:

$$\beta = 0,0001196 \pm 0,0000007$$

$$\beta_z = 0,0001350 \pm 0,0000007.$$

Diese Zahlen bedeuten, in Graden, die Aenderung der Lesung für eine Aenderung des Quecksilberdruckes um ein Millimeter.

Der Fundamentalabstand. — Der Fundamentalabstand ist 5 mal bestimmt worden. Die Beobachtungen des Punktes 100 geschahen jedesmal sowohl in horizontaler wie in verticaler Lage, während der Nullpunkt jedesmal in verticaler Lage unmittelbar nach dem Punkt 100 bestimmt wurde. Die Beobachtungen sind mit Hülfe der Druckcoefficienten durchweg auf die horizontale Lage reducirt worden.

In der nachfolgenden Tafel sind die Beobachtungsergebnisse zusammengestellt.

Datum	Beobachter	Fundamentalabstand
19. Mai 1892	Herr Guillaume	100°,129
24. Mai 1892	do.	100°,131
27. Mai 1892	do.	100°,128
25. Juni 1892	do.	100°,137
25. Juni 1892	do.	100°,136
Mittel		100°,1327

Daraus ergibt sich der Werth eines Intervalles zu

$$0,998675 \pm 0,000012.$$

Reduction auf die normale Temperaturskale. — Die Tafel der Fehler, durch welche die in Graden des Quecksilberthermometers Tonnelot Nr. 4324' ausgedrückte Temperatur in Graden der normalen Temperaturskale des internationalen Maass- und Gewichtsdienstes angegeben wird, findet sich in der Anlage V zu diesem Beglaubigungsschein.

Der Director des Büreaus.

gez. Dr. René Benoit.

I. ABSCHNITT.

Ueber den Anschluss der bisherigen Deutschen Temperaturskale an die internationale Skale des Wasserstoffthermometers.

Ueber die bis gegen das Ende des Jahres 1881 ausgeführten Untersuchungen auf thermometrischem Gebiete hat die Normal-Aichungs-Kommission im Metronomischen Beitrag No. 3 berichtet. Zum ersten Male ist hier von den Herren Prof. Thiesen, Prof. Grunmach und Dr. Wiebe an den Ergebnissen ausgedehnter Beobachtungsreihen gezeigt, dass, bei Annahme der von Herrn Professor Pernet begründeten Berechnungsweise thermometrischer Vergleichen, Thermometer gleicher Herkunft, insbesondere auch solche, welche aus sogenanntem Thüringer Glas angefertigt sind, innerhalb der Temperaturen von -20° bis $+100^{\circ}$ ganz übereinstimmende Angaben liefern, oder nur noch einen solchen Gangunterschied zeigen, der wenige Hunderttheile des Grades erreicht.

Inzwischen sind diese Arbeiten nach verschiedenen Richtungen hin fortgesetzt und durch Aufnahme neuer Untersuchungen erweitert worden. Die nachfolgenden Darlegungen beziehen sich auf denjenigen Theil dieser fernerer Arbeiten, welcher die Einführung der im internationalen Maass- und Gewichtsbüreau festgestellten internationalen Temperaturskale im Deutschen Maass- und Gewichtswesen zum Zweck hatte und die Umrechnung der Angaben der bei den Arbeiten an den Deutschen Prototypen benutzten Thermometer in Graden dieser Skale bis $+50^{\circ}$ C ermöglichte. Andere Untersuchungen haben sich auf die weitere Erforschung der Nachwirkungserscheinungen an Thermometern bezogen und sind im Interesse sowohl einer noch grösseren Sicherung thermometrischer Bestimmungen als einer Verbesserung der Fabrikation der Thermometer unternommen worden. Dieselben haben, nachdem ihre Hauptergebnisse durch Herrn Dr. Wiebe¹⁾ veröffentlicht worden sind und nachdem es dem Glastechnischen Laboratorium

¹⁾ Sitzungsberichte d. Berl. Akad. 1884 S. 843 und 1885 S. 1021. Zeitschrift für Instrumentenkunde: VI. 1886 S. 167, VIII. 1888 S. 373, X. 1890 S. 16 und 233, 207, 435.

der Herren Dr. Schott und Genossen in Jena gelungen ist, das „Normalthermometerglas No. XVI^{III}“ herzustellen, dessen thermische Nachwirkungserscheinungen von fast unmerklichem Einfluss sind, ihre vorläufige Erledigung gefunden.

A. Anschluss des Hauptnormal-Thermometers No. 101 der Normal-Aichungs-Kommission an die internationale Temperaturskale durch Versuche im internationalen Maass- und Gewichts-bureau.

Bis zum Jahre 1887 hat bei der Normal-Aichungs-Kommission als thermometrische Normalskale diejenige des aus den Angaben im Metronomischen Beitrag No. 3 bekannten Thermometers No. 101 gedient.

Der Uebergang auf die internationale Skale musste deshalb dadurch bewerkstelligt werden, dass dieses Thermometer mit anderen Thermometern verglichen wurde, deren Angaben auf diese Skale bereits reducirt waren. Die ersten hierauf sich beziehenden Arbeiten sind bereits im Jahre 1885 ausgeführt, indem Herr Professor Pernet im internationalen Maass- und Gewichts-bureau das Thermometer 101 ausser mit anderen Thermometern auch mit den von ihm an die internationale Skale des Wasserstoffthermometers unmittelbar angeschlossenen Thermometern Baudin 6654 und 7605 und Tonnelot 4250 innerhalb des Intervalls 0° bis 30° unmittelbar verglich. Aus diesen Vergleichen hat Herr Pernet für die Angaben t_{101} des Thermometers 101 die folgenden Reductionen $t_H - t_{101}$ auf die Angaben t_H eines Wasserstoffthermometers abgeleitet, welche, auf Hundertstelgrade abgerundet, in der Zeitschrift für Instrumentenkunde (1888, S. 27/28) veröffentlicht worden sind.

Tabelle 1.

Angabe des Thermometers 101 t_{101}	Reduction auf die internationale Temperaturskale $t_H - t_{101}$
5°	— 0,04°
10°	7°
15°	9°
20°	10°
25°	11°
30°	12°
35°	12°
40°	11°
45°	11°
50°	— 0,10°

Dabei hatten ihm als Reductionen für die Angaben t_{Th} der drei vorbezeichneten Thermometer Baudin 6654 und 7605 sowie Tonnelot 4250 die nachfolgenden Zahlen gedient.

Tabelle 2.

Angabe des Thermometers t_{Th}	Reductionen auf die internationale Temperaturskale		
	$t_H - t_{6654}$	$t_H - t_{7605}$	$t_H - t_{4250}$
2,5°	— 0,013°	— 0,009°	— 0,009°
5°	27°	19°	21°
10°	50°	35°	41°
15°	69°	46°	56°
20°	84°	53°	66°
25°	94°	57°	73°
30°	— 0,101°	— 0,059°	— 0,077°

Später nahm Herr Dr. Chappuis im internationalen Maass- und Gewichtsbüreau die Untersuchungen über den Anschluss der dort benutzten Quecksilberthermometer von Tonnelot an das internationale Wasserstoffthermometer in grösserem Umfange wieder auf. Die aus diesen Untersuchungen abgeleiteten Reductionen der Tonnelot'schen Thermometer auf das Wasserstoffthermometer zeigten jedoch, wie aus der nachstehenden Tabelle 3 zu ersehen, gegen die aus den Pernet'schen Versuchen folgenden systematische Abweichungen, welche in maximo (bei 30°) auf 0,025° anstiegen.

Tabelle 3.

Angabe der Thermometer Tonnelot	Reductionen auf die internationale Temperaturskale	
	$t_H - t_{Tonn.}$ nach Pernet	$t_H - t_{Tonn.}$ nach Chappuis ¹⁾
2,5°	— 0,009°	— 0,015°
5°	21°	28°
10°	41°	52°
15°	56°	70°
20°	66°	85°
25°	73°	95°
30°	— 0,077°	— 0,102°

¹⁾ Vergl. Chappuis, Études sur le thermomètre à gaz et comparaisons des thermomètres à mercure. Trav. et Mém. du B. int. des p. et m. Bd. VI. S. 116.

Da nun dem Uebergang von den Angaben der im internationalen Maass- und Gewichtsbüreau bei den Arbeiten an den Prototypen des Meter und des Kilogramm benutzten Tonnelot'schen Thermometer auf Angaben der internationalen Temperaturskale die Ergebnisse der Versuche von Chappuis zu Grunde gelegt sind, musste die Normal-Aichungs-Kommission bei der Ableitung der Reduction ihrer Thermometer auf die Angaben der internationalen Temperaturskale von den gleichen Ergebnissen Gebrauch machen und die von Pernet ermittelten Reductionen unter Benutzung der in der vorstehenden Tabelle angegebenen Zahlen umrechnen. Die in dieser Weise gewonnenen Reductionen werden später mitgetheilt werden.

B. Anschluss des Hauptnormal-Thermometers No. 101 und anderer Normal-Thermometer der Normal-Aichungs-Kommission an die internationale Temperaturskale durch Versuche der Normal-Aichungs-Kommission.

Die im Vorstehenden bezeichneten Untersuchungen des Herrn Pernet machten eine Erweiterung insofern wünschenswerth, als zum eigentlichen Anschluss an die internationale Skale nur eines der Thermometer von Tonnelot benutzt worden war, während Erfahrungen, welche späterhin mitgetheilt werden, dargethan hatten, dass auch die Thermometer des genannten Fabrikanten in ihren Angaben, selbst nach Anbringung aller Fehler, Abweichungen zeigen, die freilich nicht sehr erheblich, aber unzweifelhaft vorhanden sind. Es sind in Folge dessen die Untersuchungen unter Benutzung einer grösseren Zahl von Tonnelot-Thermometern von der Normal-Aichungs-Kommission wieder aufgenommen worden. Als solche Thermometer dienten diejenigen vier Instrumente, welche mit den Nummern 4321 bis 4324' bezeichnet und dem Deutschen Prototyp des Meter mit Certificaten für ihre im internationalen Maass- und Gewichtsbüreau bestimmten Reductionen auf die internationale Temperaturskale beigegeben sind.

In Verbindung mit diesen Untersuchungen sind dann noch Vergleichen zweier anderer, mit F 17 und F 20 bezeichneter Thermometer mit dem Thermometer 101 ausgeführt worden, weil der Wunsch bestand, neben dem Thermometer 101 noch weitere Normale für die thermometrischen Arbeiten der Normal-Aichungs-Kommission zu besitzen. Mit Hülfe der so gewonnenen drei Normale sind dann die anderen bei den Arbeiten der Normal-Aichungs-Kommission mit den neuen Prototypen benutzten Thermometer bestimmt worden. Diese anderen Thermometer sind die zur Temperaturbestimmung bei Längenmessungen dienenden, mit F I, III, IV, V, VI bezeichneten, und die F 51 und 52 genannten, welche bei den Wägungen gebraucht wurden.

Tabelle 4.

Bezeichnung des Thermometers	Verfertiger	Zeit der Verfertigung	Durchmesser des Thermometers in mm	Gesamtlänge in mm	Grenzen der Theilung	Theilung in	Mittlere Länge eines Grades in mm	Dicke der Theilstriche in Graden	Länge des Gefäßes in mm	Durchmesser in mm	Abstand der Mitte des Nullstrich der Theilung in mm	in Graden	Bezeichnung des Thermometers
101	Aktien-Gesellschaft, vorm. Greiner & Geissler, Berlin	1874	10,5	540	- 13 + 110	$1/10^{\circ}$	3,47	0,020	20	6,0	113	32,6	101
To 4321	Tunnelot, Paris	1884 Juli	4,8	522	- 4,9 + 51,5 + 94,1 + 103,2	$1/10^{\circ}$	6,74	0,004	52	4,8	64,0	9,5	To 4321
To 4322	"	"	4,8	526	- 3,6 + 51,4 + 94,6 + 103,2	$1/10^{\circ}$	6,96	0,004	55	4,8	57,0	8,2	To 4322
To 4323	"	"	4,8	523	- 4,1 + 51,4 + 94,4 + 103,3	$1/10^{\circ}$	6,85	0,005	53	4,8	60,0	8,8	To 4323
To 4324'	"	1892	4,8	522	- 4,1 + 51,4 + 94,4 + 103,3	$1/10^{\circ}$	6,78	0,005	54	5,2	63,0	9,3	To 4324'
F 17	Fuess, Berlin	1877	13	485	- 22 + 103	$1/5^{\circ}$	2,94	0,016	12	5,5	121	41,2	F 17
F 20	"	"	13	475	- 27 + 105	$1/5^{\circ}$	2,52	0,016	15	6	128	50,1	F 20
F 51	"	1879	10,5	220	- 4,0 + 32,0	$1/5^{\circ}$	4,00	0,023	8,5	8,5	41	10,2	F 51
F 52	"	"	10,5	230	- 4,0 + 30,0	$1/5^{\circ}$	4,33	0,016	8,5	8,5	41	9,5	F 52
F I	"	1877	10	360	- 18,2 + 41,5	$1/10^{\circ}$	4,55	0,012	23	6,5	109	24,0	F I
F III	"	"	9,5	355	- 10,5 + 38,0	$1/10^{\circ}$	5,60	0,009	15	6	82	14,6	F III
F IV	"	"	9,5	345	- 14,5 + 38,0	$1/10^{\circ}$	4,65	0,011	19	6,5	99	21,2	F IV
F V	"	"	9,5	350	- 14,2 + 40,0	$1/10^{\circ}$	4,84	0,010	17	6	93	19,1	F V
F VI	"	"	9,5	355	- 15,4 + 41,0	$1/10^{\circ}$	4,77	0,013	19	6,5	99	20,7	F VI

Bemerkung: Das den Prototypen ursprünglich beigegebene Thermometer To 4324 ist beschädigt worden, nach der Reparatur ist es mit 4324' bezeichnet.

Die charakteristischen Dimensionen und Merkmale aller dieser Instrumente sind in der vorstehenden Tabelle 4 zusammengestellt.

Hierzu ist ergänzend nur noch zu erwähnen, dass die Tonnelot'schen Thermometer Stabthermometer ohne jeden Belag mit gleichmässiger Theilung und fast völlig gleichen Dimensionen, die übrigen Einschlussthermometer aus „Thüringer Glas“ sind, deren Theilung dem Caliber angepasst worden ist. Bei dem Thermometer 101 ruht die Skale auf Baumwolle, ist mit Kitt an den Wandungen des Umhüllungsrohrs befestigt und an ihrem oberen Ende zwischen Korkstückchen gepresst. Diese halten gleichzeitig die Capillare, welche eine andere Führung nicht hat. Die übrigen Einschlussthermometer haben die bekannte, Herrn Fuess patentirte, Skalenbefestigung, während die Capillare durch eine feine Drahtschlinge geführt ist, welche durch zwei rechts und links gelegene Bohrungen der Skale gezogen und auf deren Rückseite zusammengedreht ist.

I. Bestimmung der Fehler und der Constanten der Thermometer.

1. Die Theilfehler.

Die systematische Verfälschung der Theilung durch Anpassung an das Caliber machte bei allen Thermometern eine Bestimmung der Theilfehler erforderlich. Diese geschah nach der bereits früher (vergl. Metronomischer Beitrag Nr. 3, S.40/41) angewandten Methode durch Ausmessung der einzelnen Intervalle auf einem Comparator vermittelt eines stählernen Halbmeters, dessen eigene Theilungsfehler vorher ermittelt waren und bei der Berechnung berücksichtigt wurden. Bei der Untersuchung der Theilung von F 17 und F 20 ist jedoch auch eine von Herrn Professor Dr. Pernet zur Verfügung gestellte Brunner'sche Theilmaschine benutzt worden.

Die genaue Einstellung wird durch die Breite und die meist etwas unregelmässige Gestaltung der Theilstriche der Thermometer beeinträchtigt; auch kommt hinzu, dass die Skale bei den Beobachtungen sich etwas durchbiegt, wodurch die Länge des Fundamentalintervalls, auf welche alle übrigen Längen bezogen werden, etwas zu klein gefunden wird. Da aber die Thermometer auch bei der Calibrirung horizontal liegen, die Durchbiegung also auch bei der Schätzung der Lage der Fadenenden gegen die Skalenstriche in ähnlicher Weise verfälschend wirkt, so wird dieser Fehler zum grössten Theile aufgehoben werden.

Im Allgemeinen sind das Fundamentalintervall drei- oder viermal, die ganzen Gradintervalle zweimal, die kleinsten Theilintervalle einmal nachgemessen worden. Es zeigte sich, dass nicht nur, wie zu erwarten stand,

die systematischen, sondern auch nicht selten die zufälligen Fehler beträchtliche Grössen erreichten. So betrug z. B. die Fehler der Theilung bei dem Thermometer F I an einzelnen Stellen bis zu $0,08^\circ$ und schwankten selbst an benachbarten Strichen und öfter auch im wechselnden Sinne um mehr als $0,01^\circ$.

2. Die Caliberfehler.

Sämmtliche Thermometer sind nach der Neumann-Thiesen'schen Methode calibrirt worden; bei dem Thermometer F 20 ist diese Methode mit der von Hansen für Theilfehlerbestimmungen angegebenen, von den Herren Marek und Pernet auf die Calibrirung übertragenen, combinirt worden. Durch das Fehlen einer genügend grossen Erweiterung am Ende der Capillare wurde die Calibrirung bei den Thermometern F 17 und F 20 etwas erschwert, so dass bei der Benutzung kürzerer Fäden und namentlich bei den Einstellungen unter 0° das Gefäss stark abgekühlt werden musste. Der Einfluss einer Verlängerung der Fäden durch etwaiges Steigen der Temperatur während der Beobachtung wurde dadurch eliminirt, dass die Calibrirung durch Verschieben der Fäden nach beiden Richtungen des Thermometers hin ausgeführt wurde. Die Beobachtungen selbst, die mittelst der Loupe ausgeführt sind, wurden systematisch um die betreffenden Gradstriche gruppirt. Bei der Berechnung, welche für das Thermometer F 17 in zwei Näherungen durchgeführt ist, sind die einzelnen Lesungen um die Theilfehler verbessert worden. Die nicht durch unmittelbare Calibrirung ermittelten Fehler der Zwischenpunkte sind durch graphische Interpolation abgeleitet und rechnerisch in der Weise etwas ausgeglichen, dass ein guter Verlauf der Differenzen erzielt wurde. Schliesslich ist durch Summirung der so ermittelten Caliberfehler und der Theilfehler für jedes der Thermometer eine von Zehntel- zu Zehntelgrad fortschreitende Tafel der scheinbaren Caliberfehler abgeleitet worden.

Bezüglich der einzelnen Thermometer möge noch bemerkt werden, dass die Thermometer F 17 und F 20 mit allen Fäden von 10° zu 10° calibrirt und ausserdem bei dem erstgenannten Thermometer die Fehler der Zwischenpunkte durch Fäden von 5° , $5,5^\circ$, 6° und 12° , bei dem anderen Thermometer die Fehler der Zwei-Gradstriche innerhalb des Intervalls 0° bis 60° durch Verschieben eines Fadens von 2° Länge bestimmt worden sind. Von den übrigen Instrumenten sind F 51, F 52, F IV mit allen Fäden von 5° zu 5° , die F I, F III, F V, F VI dagegen nur mit allen Fäden von 10° zu 10° calibrirt. Ausserdem sind die Fehler der Zwei-Gradstriche durch Verschieben eines Fadens von 2° ermittelt.

Die wahren Caliberfehler sind im Allgemeinen ziemlich beträchtlich. Auch ist es dem Fabrikanten nur zum geringen Theile gelungen, durch die Theilung die Fehler des Calibers zu compensiren. So steigen bei dem Thermometer F 20 die wahren Caliberfehler bis auf $0,27^\circ$, während der grösste Theilfehler nur $0,17^\circ$ beträgt. Der grösste scheinbare Caliberfehler erreicht $0,13^\circ$. Aehnlich betragen bei dem Thermometer F 17 die wahren Caliberfehler bei -20 Grad $-0,235^\circ$, bei -15 Grad $-0,117^\circ$, bei -10 Grad $-0,050^\circ$. Bis etwa 40° sind durch die Theilung die Fehler des Calibers auf durchschnittlich $0,01^\circ$ compensirt. Dann aber steigen die wahren Caliberfehler sehr stark an, erreichen bei 80 Grad $+0,26^\circ$, bei 85 Grad $+0,28^\circ$ und betragen selbst bei 90 Grad noch $+0,23^\circ$, ohne von den Theilfehlern ausgeglichen zu sein, denn es sind die scheinbaren Caliberfehler für diese Punkte nicht viel kleiner, nämlich $+0,23^\circ$, $+0,25^\circ$, $+0,21^\circ$. Dass durch die ausserordentliche Grösse und das starke Schwanken dieser Fehler die Interpolation für die Zwischenpunkte eine ziemlich unsichere wird, bedarf nicht der Erklärung.

Von besonderem Interesse dürfte es jedoch sein hervorzuheben, dass in Bestätigung auch anderweit gemachter Erfahrungen bei einzelnen Thermometern ein starkes Schwanken der Beträge der Caliberfehler selbst innerhalb eines nur geringen Intervalls sich gezeigt hat. Dieses ist namentlich für das frühere Hauptnormal-Thermometer 101 im Intervall 15° bis 16° mit Sicherheit erwiesen. Es betragen daselbst die scheinbaren Caliberfehler, wie sich aus einer Calibrirung mit Fäden von 2° und 1° Länge ergab,

an der Stelle	15°	$15,1^\circ$	$15,2^\circ$	$15,3^\circ$	$15,4^\circ$	$15,5^\circ$	$15,6^\circ$	$15,7^\circ$	$15,8^\circ$	$15,9^\circ$	16°
in $0,001^\circ$	+ 55	58	57	58	62	57	61	67	60	63	61
dagegen die interpolirten Werthe	+ 45	45	45	46	50	44	42	51	49	49	48
Differenzen	+ 10	13	12	12	12	13	19	16	11	14	13

Die wahren Fehler schwankten hiernach selbst an unmittelbar benachbarten Stellen bis zu $0,006^\circ$. Zugleich ergibt sich, dass das Interpoliren der Caliberfehler für solche Stellen, für welche sie nicht unmittelbar bestimmt sind, aus den ermittelten Caliberfehlern der nächsten Stellen unter Umständen recht ungenaue Ergebnisse liefert. Die Differenzen der interpolirten Werthe gegen die unmittelbar beobachteten erreichen im obigen Beispiel $0,007$ bis $0,008$. Doch dürften Fälle, wo das Caliber so unregelmässig verläuft wie an dem vorstehend behandelten Thermometer, selten vorkommen.

3. Die Coefficienten für den äusseren und inneren Druck auf das Gefäss der Thermometer.

Der Einfluss des äusseren Druckes auf die Angaben der Thermometer wurde in der bekannten Weise durch abwechselnde Beobachtung des Standes

der Quecksilbersäule dieser Thermometer unter der Einwirkung des gewöhnlichen Luftdruckes und unter derjenigen eines anderen, verminderten Druckes bestimmt. Hierbei wurde der von Herrn Marek¹⁾ angegebene, von den Herren Benoit und Pernet²⁾ etwas modificirte Apparat verwandt, während zur Messung des Druckes ein zwisehenkliges Manometer mit Glasskale diente. Die erreichten Druckdifferenzen schwankten zwischen 700 und 730 mm. Bei den Thermometern F I und III bis VI sind je eine, bei 101 und F 17 je drei, bei F 51 und F 52, welche unter Umständen auch bei sehr niedrigen Drucken gebraucht werden sollen, fünf Bestimmungen an verschiedenen Stellen der Skale und meist auch an verschiedenen Tagen vorgenommen worden. In der Mehrzahl der Fälle fand eine Bestimmung bei schwach steigender, eine zweite bei schwach sinkender Temperatur statt. Für das Thermometer 101 lag eine Bestimmung durch Herrn Pernet bereits vor, aus welcher als Aenderung des Standes der Quecksilbersäule für eine Aenderung des Druckes, entsprechend dem Drucke einer Quecksilbersäule von 1 mm Höhe, $0,0001532^\circ$ folgte. Die neuen Bestimmungen ergeben hiermit gut übereinstimmend im Mittel $0,0001523^\circ$. Im Nachfolgenden sind die entsprechenden als „Coefficienten für den äusseren Druck“ bezeichneten Zahlen für alle Thermometer zusammengestellt.

Tabelle 5.

Bezeichnung des Thermometers	Coefficient für äusseren Druck für 1 mm Hg
101	$0,0001528^\circ$
F 17	0866°
F I	1415°
F III	1380°
F IV	1399°
F V	1242°
F VI	1466°
F 51	1311°
F 52	$0,0001420^\circ$

Die Coefficienten für den inneren Druck sind nur für das Thermometer 101 und für die bei den Längenmessungen benutzten Thermometer F I und III bis VI durch abwechselnde Beobachtung des Standes der Quecksilbersäule in horizontaler und verticaler Lage der Thermometer unmittelbar bestimmt. Bei den anderen Thermometern dagegen, welche übrigens in horizontaler Lage

¹⁾ Trav. et Mém. I. D, S. 6.

²⁾ Trav. et Mém. V, Guillaume, Études thermométriques S. 27.

nicht gebraucht werden, sind diese Coefficienten aus den Coefficienten für den äusseren Druck abgeleitet worden. Hierbei wurde die Relation zu Grunde gelegt

$$\gamma_i = \gamma_e + \frac{m-v}{q-g},$$

wo m , v die Coefficienten für die Compressibilität des Quecksilbers bezw. Glases, bezogen auf 1 mm Hg-Druck, bedeuten, $q-g$ die mittlere scheinbare thermische Ausdehnung des Quecksilbers im Glase, γ_i und γ_e die Coefficienten für den inneren bezw. äusseren Druck angeben. Für $q-g$ setzen wir, da es sich um Thermometer aus Thüringer Glas handelt, 0,000154. Für $m-v$ eine verbürgte Zahl anzugeben ist nicht möglich. Im internationalen Maass- und Gewichts-bureau wird hierfür 0,00000000246 angesetzt; nach den Angaben der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt scheint 0,00000000226 die richtigere Zahl zu sein. Hiernach hätten wir

entweder

$$\alpha) \gamma_i = \gamma_e + 0,000160$$

oder

$$\beta) \gamma_i = \gamma_e + 0,000147.$$

Diese Formeln können durch die unmittelbaren Bestimmungen für die vorstehend genannten Thermometer controlirt werden.

Für das Thermometer 101 liegen drei derartige von Herrn Professor Dr. Pernet ausgeführte Bestimmungen bei einer Temperatur von etwa 100° vor, welche für diesen Coefficienten im Mittel 0,000614° für 1°, und 0,000177 für 1 mm Hg-Druck ergeben haben.

Bei den Thermometern FI und III bis VI ist von verschiedenen Beobachtern zu verschiedenen Zeiten eine grössere Anzahl von entsprechenden Bestimmungen, jedoch bei Temperaturen in der Nähe von 0°, 20°, 30° ausgeführt. Die Mittel der bei denselben Temperaturen angestellten Beobachtungen, verbessert um die scheinbaren Caliberfehler, sind aus der Uebersicht in Tabelle 6 zu entnehmen, in welcher die Lesungen in der horizontalen und der verticalen Lage, sowie die Differenzen dieser Lesungen verzeichnet sind.

Um aus den Differenzen die Coefficienten für den inneren Druck abzuleiten, wären erstere auf gleiche Verhältnisse zu beziehen, also mit dem Quotienten aus der Dichte des Quecksilbers bei der Beobachtungstemperatur und derjenigen bei 0° zu dividiren. Da die Zahlen hierdurch nur um 1 bis 2 Zehntausendtheile des Grades sich ändern, ist von diesen Correctionen Abstand genommen.

Tabelle 6.

Bestimmung der Coefficienten für den inneren Druck bei den Thermometern F I und F III bis F VI.

Beobachter: Wiebe, Schlösser, Hermes, Kreitling.

Thermometer	Lesungen bei verschiedenen Temperaturen in horizontaler und verticaler Lage				
1	2	3	4	5	
F I	Verbesserte Lesung vertical	+ 0,0430°	20,7416°	29,8992°	
	„ „ horizontal	0605°	7740°	9380°	
	Differenz	0,0175°	0,0324°	0,0388°	
F III	Verbesserte Lesung vertical	+ 0,0151°	20,7570°	29,4216°	
	„ „ horizontal	0281°	7890°	4560°	
	Differenz	0,0130°	0,0320°	0,0344°	
F IV	Verbesserte Lesung vertical	+ 0,1321°	20,4036°	29,8793°	
	„ „ horizontal	1474°	4324°	9153°	
	Differenz	0,0153°	0,0288°	0,0360°	
F V	Verbesserte Lesung vertical	+ 0,0524°	21,2315°	30,6453°	
	„ „ horizontal	0667°	2558°	6789°	
	Differenz	0,0143°	0,0243°	0,0336°	
F VI	Verbesserte Lesung vertical	+ 0,0449°	18,4884°	30,1656°	
	„ „ horizontal	0632°	5166°	2028°	
	Differenz	0,0183°	0,0282°	0,0372°	

Indem man hiernach die unmittelbar verzeichneten Differenzen gleich dem Product aus dem betreffenden Coefficienten γ_i für den inneren Druck und der jeweiligen Länge der Quecksilbersäule von der Mitte des Gefässes in verticaler Stellung des Thermometers ansetzt, erhält man durch Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate in Milliontheilen bzw. Zehnmilliontheilen des Grades

für das Thermometer:	F I	F III	F IV	F V	F VI
γ_i { Druck 1° Hg :	723 ± 1	833 ± 29	700 ± 4	653 ± 21	741 ± 22
„ 1 mm Hg :	1589 ± 3	1487 ± 52	1505 ± 8	1349 ± 43	1553 ± 47.

Hiernach und nach den früher für die γ_e gemachten Angaben haben wir als Differenzen $\gamma_i - \gamma_e$ bezogen auf 1 mm Quecksilber, Druck

für das Thermometer	101	F I	F III	F IV	F V	F VI
$\gamma_i - \gamma_e$	242	174	107	106	107	87.

Diese Zahlen, welche theoretisch einander gleich sein sollten, wenn es sich um die nämliche Glassorte handelt, weichen von einander sehr stark ab. Im Mittel ergeben sie $\gamma_i = \gamma_e + 0,000137$, was mit der auf S. 32

unter β) angeführten, aus den Angaben der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt über $m-v$ abgeleiteten Formel ziemlich gut übereinstimmt. Es verdient hervorgehoben zu werden, dass auch aus den Untersuchungen der genannten Reichsanstalt erhebliche Abweichungen zwischen den theoretisch und den unmittelbar ermittelten Differenzen $\gamma_i - \gamma_e$ sich ergeben. Die aus diesen Untersuchungen unmittelbar abgeleitete mittlere Differenz ist 0,000133; sie weicht um genau den nämlichen Betrag 0,000010 und in dem gleichen Sinne von der für die Thermometer der Reichsanstalt geltenden theoretischen Differenz 0,000143 ab, wie die von der Normal-Aichungs-Kommission ermittelte. In der Reichsanstalt haben zu der Untersuchung Thermometer aus hartem (Tonnelot'schem und Jenaer) Glase gedient; das durchschnittliche Ergebniss für $\gamma_i - \gamma_e$ stimmt aber gut, bis auf 0,000004, mit dem hier abgeleiteten überein.

So geringfügig nun auch für die praktische Anwendung die Abweichung zwischen den theoretischen und experimentellen Ermittlungen ist, so ist es doch nicht ohne Interesse, sie von zwei verschiedenen Seiten constatirt zu sehen. Doch darf nicht ausser Acht gelassen werden, dass die Formel auf S. 32 überhaupt nur in gewisser Annäherung richtig ist, und auch dass die Festsetzung und Berechnung eines Coefficienten für den inneren Druck den thatsächlichen Verhältnissen nicht vollständig entspricht. Zu den Bemerkungen, die hierüber Herr Guillaume in seinem Buche „Traité pratique de la thermométrie de précision“¹⁾ und die Verfasser der bereits angeführten Veröffentlichung der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt gemacht haben, sei noch hinzugefügt, dass, wenn man die in der Tabelle 6 zusammengestellten Differenzen der Lesungen der Thermometer in horizontaler und verticaler Lage in der Weise ausgleicht, dass man zu dem veränderlichen, der Länge der Quecksilbersäule proportionalen Theil noch ein constantes Glied hinzufügt, für dieses bei allen Thermometern eine positive Zahl sich ergibt, welche auch für alle Thermometer fast den nämlichen Betrag hat. Dieser constanten Zahl muss hiernach wohl eine reelle Bedeutung zugeschrieben werden. Sie beruht wahrscheinlich darauf, dass die Berechnung eines Coefficienten γ_i für inneren Druck aus der Formel

$$\text{Les. in hor. } L - \text{Les. in vert. } L = \gamma_i \times \text{Fadenlänge}$$

physikalisch nicht hinlänglich gerechtfertigt ist, wofür sich auch eine erhebliche Anzahl von Gründen geltend machen lässt. Doch soll hierauf nicht weiter eingegangen werden, weil etwas Besseres noch nicht angegeben werden kann.

Zur Berechnung des Coefficienten für inneren Druck für die nicht unmittel-

¹⁾ Paris 1889 S. 102, 103.

bar untersuchten Thermometer ist die aus den vorstehenden Erörterungen sich ergebende Formel

$$\gamma_i = \gamma_e + 0,000137$$

in Anwendung gebracht.

4. Der Gradwerth der Thermometer.

Als Abweichung des Gradwerthes von seinem durch die Skalenlänge und den Inhalt der Capillare bestimmten Betrag, als „Gradwerthfehler“, ist für das Thermometer 101 gemäss den Angaben im Metronomischen Beitrag No. 3 auf S. 63 der „Beilagen“ in verticaler Lage $-0,00039^\circ$, in horizontaler Lage der aus den Pernet'schen Beobachtungen folgende, $-0,00101^\circ$, für jeden Grad angenommen worden.

Für die Thermometer F 17 und F 20 lagen sieben Bestimmungen aus den Jahren 1879 und 1880 vor, aus welchen als Gradwerthfehler in verticaler Lage $-0,00144^\circ$ bzw. $-0,00086^\circ$ folgte. Zur Ausführung der hierzu erforderlichen Beobachtung der Lage der Siedepunkte hatte eine Rudberg'sche Siederöhre gedient. Die innere Oeffnung derselben war dabei durch einen ca. 15 mm dicken Kork geschlossen. Durch die Bohrungen des Korkes sind die Thermometer geführt worden. Diese werden deshalb nicht ihre ganze Erstreckung entlang gleiche Temperatur gehabt haben, so dass die Berechnung der Fadencorrection mit einer gewissen Unsicherheit behaftet gewesen ist. In Folge dessen sind in jüngster Zeit neue Bestimmungen, zwar unter Benutzung desselben Apparates, jedoch mit solcher Einrichtung vorgenommen worden, dass der ganze Quecksilberfaden sich innerhalb der Siedetemperatur befand. Zu diesem Zweck wurde das Thermometer mit einem durch den abschliessenden Kork geführten, ca. 25 mm weiten, oben geschlossenen und sorgfältig gereinigten Glasrohre umgeben, nachdem es zur Vermeidung des Beschlagens vor dem Einbringen in den Apparat mittelst einer Gasflamme nahezu auf 100° erwärmt worden war. Die während der Ablesungen an der Wand des Glasrohres sich bildenden Niederschläge wurden mittelst einer Gasflamme zur Verdampfung gebracht. Besondere Versuche zeigten, dass durch diese letztere Erwärmung eine Veränderung des Standes der Quecksilbersäule nicht veranlasst wurde. Was die Bestimmung der Lage des Eispunktes anbetrifft, so wurde diese zweimal ausgeführt, vor der Siedepunktsermittlung und nachher. Dabei ist auch bei der ersten Ermittlung das Thermometer vorher erhitzt gewesen, indem man es zuerst längere Zeit auf der Siedetemperatur des Wassers erwärmte und dann erst in das Eis senkte. Aus beiden Ermittlungen wurde der Durchschnittswerth genommen. Der Druck während der Versuche in dem Siedeapparat wurde an einem, in $\frac{1}{5}$ mm getheilten, sehr gut compensirten Bohne'schen Aneroid bestimmt, dessen

Reductionsformel aus einer grösseren Vergleichsreihe mit einem durch $Pt^1)$ bezeichneten Barometer abgeleitet worden war, und dessen Standcorrection jedesmal vor und nach den an einem Tage angestellten Siedeversuchen durch Vergleichung mit diesem Barometer ermittelt wurde. Das Barometer Pt ist seinerseits an das Normal-Barometer der Kommission $B_o^2)$ im Juli 1892 angeschlossen worden. Aus den damals angestellten Vergleichungen hat sich ergeben:

$$Pt_o = B_o^\circ - 0,012 \text{ mm} \pm 0,027 \text{ mm},$$

woselbst Pt_o die um die Instrumentalfehler verbesserte, auf 0° reducirte Lesung von Pt bedeutet, B_o° die um die Instrumentalfehler sowie um die Correction für die Spannung der Gase im Vacuum von B_o verbesserte Angabe des Normal-Barometers B_o bei 0° angiebt.

Sechs hiernach in der Zeit vom 22. bis 28. Februar 1894 ausgeführte Versuche haben als Gradwerthfehler von F 17 ergeben:

$$\begin{array}{r} - 0,001691^\circ \\ 1711^\circ \\ 1656^\circ \\ 1646^\circ \\ 1670^\circ \\ - 0,001697^\circ \\ \hline \text{im Mittel } - 0,001679^\circ. \end{array}$$

Die Abweichungen der einzelnen Zahlen von ihrem Mittelwerthe steigen nur bis zu $0,000033^\circ$, die durchschnittliche Abweichung beträgt $0,000021^\circ$, der wahrscheinliche Fehler des Resultats $0,000010^\circ$. Ist hiernach die Uebereinstimmung der Einzelergebnisse dieser Versuche als eine gute zu bezeichnen, so muss hervorgehoben werden, dass das Endergebniss von dem in den Jahren 1879/80 erhaltenen um $0,00024$, also sehr erheblich abweicht. Der Grund liegt, worauf schon hingewiesen ist, wahrscheinlich in der früher nicht ausreichend herbeigeführten Gleichmässigkeit der Temperatur des Thermometers während der Versuche im Siedeapparat bzw. in der Unsicherheit der Berechnung der Temperatur des herausragenden Fadens.

Mit dem Thermometer F 20 konnten gleiche Neubestimmungen in der Normal-Aichungs-Kommission nicht vorgenommen werden, weil es mittlerweile in den Besitz der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt übergegangen ist. Einer aus dieser Reichsanstalt gemachten Mittheilung zufolge haben

¹⁾ Dieses Barometer hat dieselbe Construction wie das in den „Wissenschaftlichen Mittheilungen der Physikalisch-Techn. Reichsanstalt“ S. 93 beschriebene, weshalb hierauf verwiesen werden darf.

²⁾ Vergl. über dieses Barometer: Zeitschrift für Instrumentenkunde 1881, S. 1.

jedoch dort ausgeführte Bestimmungen auch bei diesem Thermometer für den Gradwerthfehler eine um fast den gleichen Betrag und im gleichen Sinne von der früher angenommenen abweichende Zahl ergeben, nämlich $-0,00108$. Hiernach sind in allen folgenden Berechnungen als Gradwerthfehler für die beiden Thermometer F 17 und F 20 die Werthe $-0,00168$ bzw. $-0,00108$ in verticaler Lage angenommen.

II. Vergleichen der Thermometer.

1. Vergleichung des Thermometers Nr. 101 mit den Thermometern Tonnelot 4250, 4262 und Tonnelot 4321 bis 4324'.

Wie oben bemerkt, ist die Gangdifferenz des Thermometers Nr. 101 gegen die Skale des internationalen Wasserstoffthermometers aus zwei grösseren Vergleichsreihen mit den Tonnelot'schen Thermometern 4250 bzw. 4321 bis 4324' abgeleitet worden, deren erstere im November 1885 von Herrn Pernet in den Räumen des internationalen Maass- und Gewichtsbüreaus, deren zweite im Mai und Juni 1894 bei der Kommission angestellt wurde. Die Vergleichstemperaturen waren in beiden Reihen $2,5^\circ$, 5° , 10° , 15° , 20° , 25° , 30° , in der zweiten ausserdem noch 40° , 45° , 50° .

Bei der ersten Reihe befanden sich die Thermometer in horizontaler Lage und es war beabsichtigt, sämmtliche Ablesungen mit Benutzung von Mikrometern auszuführen. In Folge der sehr ungleichen Empfindlichkeit der verglichenen Thermometer konnte letzteres jedoch nur bei den Temperaturen $2,5^\circ$, 5° , 10° geschehen. Im Uebrigen musste sich der Beobachter darauf beschränken, durch Häufung der Beobachtungen und Herstellung eines bald steigenden, bald sinkenden Temperaturganges die Vergleichen von systematischen Fehlern möglichst frei zu halten. Die Eispunkte wurden jedoch stets mikrometrisch bestimmt, und zwar sowohl vor den Vergleichen, nachdem die Thermometer längere Zeit auf der betreffenden Vergleichstemperatur gehalten worden waren, als auch nach den Vergleichen. Das Mittel beider Bestimmungen wurde der Berechnung zu Grunde gelegt. Auf diese Weise sind für jede Temperatur vier Reihen, meist zu je 10 Beobachtungen ausgeführt worden. Bei den Beobachtungen der Normal-Aichungs-Kommission befanden sich die Thermometer in verticaler Lage in einem Glaszylinder von 55 cm Höhe und 20 cm Durchmesser, der bei den Temperaturen über 25° in einen ca. 80 Liter fassenden Kupferzylinder gesetzt wurde. Die Temperaturregulirung geschah bis 25° durch Zufügen von heissem Wasser bzw. von Eisstückchen, bei den Temperaturen über 25° durch Erwärmung des Wassers

in dem Kupfercylinder. Es bot keine Schwierigkeiten, die Temperatur während einer Beobachtung hinlänglich constant zu erhalten.

Wie bei den Beobachtungen des Herrn Pernet wurden die Eispunkte vor und nach jeder Vergleichung bestimmt und ihre Mittel der Berechnung zu Grunde gelegt. Alle Ablesungen geschahen unter Zuhülfenahme einer Loupe. Doch wurde bei den Tonnelot'schen Thermometern die Lesung zur Vermeidung der Parallaxe zweimal ausgeführt, einmal, wenn die Theilung dem Beobachter zugekehrt, das andere Mal unter möglichster Erhaltung derselben Kopfstellung, nachdem das Thermometer um 180° gedreht, die Theilung also dem Beobachter abgekehrt war. Das Mittel beider Lesungen wurde als Angabe des betreffenden Instruments betrachtet. Auf diese Weise ist das Thermometer 101 bei jeder der obengenannten Temperaturen in vier Reihen zu je 10 Beobachtungen zweimal mit den Thermometern Tonnelot 4321 und 4323, und dann zweimal mit Tonnelot 4322 und 4324' verglichen worden. Die Reduction der Beobachtungen geschah bei 101 für die Fehler der Theilung und des Calibers, sowie für den des Gradwerths nach den in dem Metronomischen Beitrag No. 3 angegebenen Tafeln, wobei jedoch die Caliberfehler im Intervall 15° — 16° gemäss den mittlerweile gemachten Erfahrungen (S. 30) Correcturen erfuhren. Als Correction für den äusseren Druck wurde die oben (S. 31) aufgeführte angenommen. Der Reduction der Angaben der Tonnelot'schen Thermometer wurden die diesen Thermometern beigegebenen Certificate des internationalen Instituts zu Grunde gelegt.

Die Tabelle 7 auf folgender Seite enthält unter a und b die Mittelwerthe der Ergebnisse aller dieser Beobachtungen, doch ist zu bemerken, dass die Neuberechnung der Vergleichungen des Herrn Pernet durch Zuziehung der bei gleicher Gelegenheit ermittelten Abweichungen von 101 gegen ein zweites Tonnelot'sches Thermometer, 4262, dessen Reductionen gegen das Wasserstoffthermometer denen von 4250 gleich angenommen wurden, vervollständigt worden ist. Ferner sind die aus den Beobachtungen unmittelbar folgenden Angaben der Tonnelot'schen Thermometer auf diejenigen umgerechnet worden, welche sich ergeben haben würden, wenn das Thermometer 101 genau die beabsichtigte Temperatur ($2,5^\circ$, 5° u. s. w.) gezeigt hätte. Da die beobachteten Temperaturen von den beabsichtigten nur wenig entfernt waren, sind die aufgeführten Zahlen nur um wenige Zehntausendstelgrade von den aus den Beobachtungen unmittelbar folgenden verschieden.

Zur Ausgleichung der Mittelergebnisse ist die vielfach angewandte Formel

$$T - t = x \cdot t (100 - t) + y \cdot t (100 - t)^2$$

benutzt worden, in der T die Angabe des als Normal betrachteten, t

diejenige des verglichenen Thermometers, x und y zwei zu bestimmende Constanten bedeuten.

Tabelle 7.

Ergebnisse der Comparationen des Thermometers 101 mit Tonnelot'schen Thermometern.

a.				b.			
Vergleichungen von 101 mit Tonnelot 4250, 4262 Beob. Pernet, 1885, Pavillon de Breteuil				Vergleichungen von 101 mit Tonnelot 4321 bis 4324' Beob. Schlösser, Hermes, Brix, 1894, Berlin.			
t_{101}	$t_{Tonn.} - t_{101}$		Beob. — Ber.	t_{101}	$t_{Tonn.} - t_{101}$		Beob. — Ber.
	Beob.	Ber.			Beob.	Ber.	
1	2	3	4	1	2	3	4
2,5°	−0,0027	−0,0056	+ 0,0029	2,5°	+ 0,0006	−0,0050	+ 0,0056
5°	101	108	+ 7	5°	− 30	97	+ 67
10°	235	198	− 37	10°	182	184	+ 2
15°	247	273	+ 26	15°	270	262	− 8
20°	315	332	+ 17	20°	379	331	− 48
25°	420	377	− 43	25°	391	390	− 1
30°	−0,0390	−0,0409	+ 0,0019	30°	442	439	− 3
				40°	451	507	+ 56
				45°	569	525	− 44
				50°	−0,0522	−0,0533	+ 0,0011

Die Formel wird:	Die Formel wird:
$t_{Tonn.} - t_{101} = -0,000010536 \cdot t_{101} (100 - t_{101})$ $- 0,0000001278 \cdot t_{101} (100 - t_{101})^2.$	$t_{Tonn.} - t_{101} = -0,000022430 \cdot t_{101} (100 - t_{101})$ $- 0,0000000220 \cdot t_{101} (100 - t_{101})^2.$

Die Abweichungen in den beobachteten Differenzen $t_{Tonn.} - t_{101}$ der beiden Vergleichsreihen unter a und b der Tabelle betragen in Zehntausendstelgraden

$$+ 33 \quad + 71 \quad + 53 \quad - 23 \quad - 64 \quad + 29 \quad - 52.$$

Angesichts der Verschiedenheit der Beobachtungsmethoden, der als Normale benutzten Thermometer, und mit Rücksicht auf die nicht allzugute Beschaffenheit des Thermometers 101 sind diese Abweichungen nicht als erheblich zu bezeichnen. Sie betragen im Durchschnitt mit Rücksicht auf die Zeichen + 7, ohne Rücksicht auf die Zeichen \pm 46. Darauf, dass die beiden Formeln wenig Aehnlichkeit mit einander haben, ist kein Gewicht zu legen. Indem man aber diese Formeln zur Berechnung der ausgeglichenen Differenzen benutzt, erhält man, wie aus den in den Spalten 4. verzeichneten Zahlen zu ersehen, übrigbleibende Fehler von der nämlichen Grössenordnung wie die vorstehend aufgeführten Differenzen der beiden Reihen gegeneinander. Hier-nach können diese Differenzen an sich nicht beunruhigend wirken; den Formeln aber ist kein anderer Werth beizumessen als ein rein interpolatorischer.

Es sind deshalb die Ergebnisse beider Reihen zu Mitteln vereinigt und nochmals ausgeglichen worden, wobei den Beobachtungen bis 30° das doppelte Gewicht beigelegt wurde wie den übrigen. Es wird dann

Tabelle 8.

t_{101}	$t_{Tonnelot} - t_{101}$		Beob. — Ber.
	Beob.	Ber.	
1	2	3	4
2,5°	— 0,0011	— 0,0050	+ 0,0039
5°	66	97	+ 31
10°	208	185	— 23
15°	258	262	+ 4
20°	347	330	— 17
25°	405	389	— 16
30°	416	437	+ 21
40°	451	502	+ 51
45°	569	520	— 49
50°	— 0,0522	— 0,0527	+ 0,0005

Die Formel wird:

$$t_{Tonnelot} - t_{101} = -0,000021800 \cdot t_{101} (100 - t_{101}) + 0,0000000144 \cdot t_{101} (100 - t_{101})^2.$$

Hiernach ist anzunehmen, dass in dem Intervall von 0° bis 50° die Relation des Thermometers 101 zu der Tonnelot'schen Skale bis auf durchschnittlich 0,003° festgestellt ist.

2. Vergleichung des Thermometers Nr. 101 mit den Thermometern F 20 und F 17.

Da das Thermometer F 20 im Jahre 1887 an die zweite Abtheilung der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt abgegeben worden ist, so kann hinsichtlich dieses Instruments hier nur über zwei Reihen von Vergleichungen mit dem Thermometer 101 berichtet werden, deren erste im December 1886, deren zweite im September-October 1887 stattgefunden hat.

Dagegen liegt für das Thermometer F 17 eine grössere Anzahl von Vergleichungsreihen vor, von denen allerdings nur die aus dem December 1886 und September-October 1887 zum Zweck der Feststellung einer etwaigen Gangdifferenz dieses Thermometers gegen das Thermometer 101 benutzt wurde; die übrigen, welche sich bis in das Jahr 1892 erstrecken, sind gelegentlich, zur gegenseitigen Controle des Zustandes der beiden Thermometer, angestellt worden. Die folgende Zusammenstellung (Tabelle 9 und 10) enthält die zu Mittelwerthen vereinigten, bei denselben Temperaturen beobachteten Differenzen. Die Formeln sind in der Weise abgeleitet, dass diesen

Mittelwerthen ein der Anzahl der Beobachtungsreihen entsprechendes Gewicht gegeben ist. Die aus diesen Formeln berechneten Differenzen sind in den Spalten 3, die übrigbleibenden Fehler in den Spalten 4 enthalten.

Tabelle 9.

t_{F20}	$t_{101} - t_{F20}$		Beob.—Ber.
	Beob.	Ber.	
1	2	3	4
5°	—0,0112	—0,0047	—0,0065
10°	— 125	— 78	— 47
15°	— 120	— 95	— 25
20°	— 92	— 99	+ 7
25°	— 50	— 93	+ 43
30°	— 63	— 79	+ 16
35°	+ 49	— 57	+ 106
40°	— 69	— 31	— 38
45°	— 6	— 2	— 4
50°	+ 20	+ 29	— 9
78°	+0,0122	+0,0138	—0,0016

Die Formel wird:

$$t_{101} - t_{F20} = +0,000013434 \cdot t_{F20} (100 - t_{F20}) - 0,0000002455 \cdot t_{F20} (100 - t_{F20})^2.$$

Tabelle 10.

t_{F17}	$t_{101} - t_{F17}$		Beob.—Ber.
	Beob.	Ber.	
1	2	3	4
5°	—0,0003	—0,0019	+0,0016
10°	— 73	— 36	— 37
15°	+ 2	— 50	+ 52
20°	— 65	— 62	— 3
25°	— 36	— 73	+ 37
30°	— 81	— 81	0
35°	— 113	— 87	— 26
40°	— 146	— 91	— 55
45°	— 54	— 94	+ 40
50°	— 86	— 94	+ 8
60°	— 87	— 89	+ 2
78°	—0,0012	—0,0062	+0,0050

Die Formel wird:

$$t_{101} - t_{F17} = -0,000003512 \cdot t_{F17} (100 - t_{F17}) - 0,0000000049 \cdot t_{F17} (100 - t_{F17})^2.$$

Die beiden Thermometer sind im Jahre 1886 auch unmittelbar mit einander verglichen worden; die Ergebnisse sind folgende:

Tabelle 11.

Anzahl der Beobachtungen	t_{F20}	t_{F17}	$t_{F20} - t_{F17}$	Rechn.	Beob.—Ber.
1	2	3	4	5	6
4	5,0112	5,0000	+0,0112	+0,0038	+0,0074
4	10,0190	10,	+ 190	+ 58	+ 132
4	15,0053	15,	+ 53	+ 62	— 9
4	19,9994	20,	— 6	+ 52	— 58
4	25,0007	25,	+ 7	+ 31	— 24
12	29,9928	30,	— 72	+ 2	— 74
4	34,9993	35,	— 7	— 34	+ 27
8	39,9933	40,	— 67	— 74	+ 7
4	44,9884	45,	— 116	— 116	0
4	49,9873	50,0000	—0,0127	—0,0156	+0,0029

Die Formel wird:

$$t_{F20} - t_{F17} = -0,000022111 \cdot t_{F17} (100 - t_{F17}) + 0,0000003171 \cdot t_{F17} (100 - t_{F17})^2.$$

Es fällt auf, dass in allen diesen Vergleichen mit F 17 und F 20 die übrigbleibenden Fehler nach der Ausgleichung mittelst der angegebenen Formeln einen bestimmten Gang aufweisen. Auch herrscht Uebereinstimmung dieses Ganges in den verschiedenen Reihen; denn bildet man die Differenzen der übrigbleibenden Fehler in den Vergleichsreihen von F 20 und F 17 mit 101 im erforderlichen Sinne, so erhält man für die Zahlen bis 50° von 5 zu 5 Grad

$$+ 81 + 10 + 77 - 10 - 6 - 16 - 132 - 17 + 44 + 17,$$

welche Reihe fast denselben Gang aufweist wie die der übrigbleibenden Fehler in der Vergleichung der beiden Thermometer F 20 und F 17 mit einander. Man muss hieraus schliessen, dass die Formeln unzulänglich sind zur Darstellung der Abweichungen dieser Thermometer. Andere Formeln zu suchen schien ohne Werth, so lange hierfür bestimmte physikalische Grundlagen mangeln. Es ist darum vorgezogen worden, zunächst die drei Reihen der übrigbleibenden Fehler nach der Methode der kleinsten Quadrate mit einander, sodann jede dieser neuen Reihen von übrigbleibenden Fehlern graphisch in sich auszugleichen und mit diesen zuletzt erhaltenen ausgeglichenen Zahlen die nach den Formeln berechneten Abweichungen $t_{101} - t_{F20}$ bezw. $t_{101} - t_{F17}$ zu corrigiren. Die übrigbleibenden Fehler nach der Ausgleichung der drei Reihen mit einander und in sich selbst sind nunmehr:

Tabelle 12.

Temperatur	Ausgegliche, übrigbleibende Fehler		
	$t_{101} - t_{F20}$	$t_{101} - t_{F17}$	$t_{F17} - t_{F20}$
5°	- 0,0082	+ 0,0002	- 0,0088
10°	- 60	+ 8	- 74
15°	- 10	+ 12	- 14
20°	+ 27	+ 12	+ 32
25°	+ 40	+ 12	+ 50
30°	+ 40	+ 7	+ 46
35°	+ 21	- 6	+ 25
40°	- 3	- 15	0
45°	- 20	- 5	- 20
50°	- 0,0027	+ 0,0021	- 0,0027

Die Vergleichung dieser drei Reihen zeigt, dass der Gang in den übrigbleibenden Differenzen hauptsächlich in einer besonderen Eigenheit des Thermometers F 20 begründet ist.

Hiernach erhalten wir für die gesuchten Differenzen zwischen den Angaben der Thermometer F 20 bezw. F 17 und 101:

Tabelle 13.

Temperatur	Abweichungen der thermometrischen Angaben	
	$t_{101} - t_{F20}$	$t_{101} - t_{F17}$
5°	- 0,0129	- 0,0017
10°	- 138	- 28
15°	- 105	- 38
20°	- 72	- 50
25°	- 53	- 61
30°	- 39	- 74
35°	- 36	- 93
40°	- 34	- 106
45°	- 22	- 99
50°	+ 0,0002	- 0,0073

Stellt man endlich die aus den Vergleichen mit dem Thermometer 101 sich ergebenden Differenzen $t_{F20} - t_{F17}$ mit denen aus den Vergleichen der beiden Thermometer mit einander unmittelbar erhaltenen zusammen, so resultirt:

Tabelle 14.

Temperatur	$t_{F20} - t_{F17}$			
	aus den Vergleichen mit 101		aus den Vergleichen mit einander	
	unmittelbar beobachtet	ausgeglichen	unmittelbar beobachtet	ausgeglichen
5°	+ 0,0109	+ 0,0112	+ 0,0112	+ 0,0138
10°	+ 52	+ 110	+ 190	+ 122
15°	+ 122	+ 67	+ 53	+ 74
20°	+ 27	+ 22	- 6	+ 20
25°	+ 14	- 8	+ 7	- 19
30°	- 18	- 35	- 72	- 44
35°	- 162	- 57	- 6	- 59
40°	- 77	- 72	- 65	- 74
45°	- 48	- 77	- 114	- 96
50°	- 0,0106	- 0,0075	- 0,0125	- 0,0129

Die Abweichungen sind namentlich zwischen den unmittelbar beobachteten Zahlen nicht unerheblich, sie steigen bei 35° bis zu 0,016°. Zwischen den ausgeglichenen Zahlen erreichen sie jedoch nur bei 50° etwa 0,005°. Uebrigens sind diese Abweichungen in Zehntausendstelgraden für die

$$\left. \begin{array}{l} \text{beobachteten} \\ \text{ausgeglichenen} \end{array} \right\} \text{Differenzen} \left\{ \begin{array}{cccccccccccc} + 3 & + 138 & - 69 & - 33 & - 7 & - 54 & + 156 & + 12 & - 66 & - 19 \\ + 26 & + 12 & + 7 & - 2 & - 11 & - 9 & - 2 & - 2 & - 19 & - 54. \end{array} \right.$$

Sie betragen also durchschnittlich mit Rücksicht auf das Zeichen + 6 bezw. — 5, ohne Rücksicht auf das Zeichen ± 56 bezw. ± 14 . Dass die ausgeglichene Reihe der Abweichungen einen Gang zeigt, stand zu erwarten; die nicht ausgeglichene würde voraussichtlich gleichfalls einen Gang erkennen lassen, wenn nicht bei 35° ein starker Beobachtungsfehler vorhanden wäre, über dessen Grund sich nichts aussagen lässt.

III. Reductionszahlen auf die internationale Temperaturskale.

1. Die Thermometer 101, F 17 und F 20.

Nimmt man als Reduction der Angaben der Tonnelot'schen Thermometer auf die Skale des Wasserstoffthermometers die von Herrn Chappuis auf S. 116 des Bd. VI der „Travaux et Mémoires du bureau international des poids et mesures“ mitgetheilten Zahlen an, so ergeben sich hiernach für die drei oben besprochenen Normal-Thermometer 101, F 17 und F 20 die in der folgenden Tabelle aufgeführten Gangdifferenzen gegen das Wasserstoffthermometer, neben welche zur Vergleichung die für die Tonnelot'schen Thermometer geltenden Werthe gestellt sind.

Tabelle 15.

Reductionszahlen auf die internationale Temperaturskale für die Thermometer 101, F 17, F 20, Tonnelot.

t_{Th}	$t_H - t_{101}$	$t_H - t_{F17}$	$t_H - t_{F20}$	$t_H - t_{Tonn.}$
10°	— 0,070	— 0,073	— 0,084	— 0,052
20°	118	123	125	85
30°	146	153	150	102
40°	157	169	161	107
50°	— 0,156	— 0,162	— 0,150	— 0,103

Trotz kleiner Abweichungen, welche die drei Thermometer aus Thüringer Glas in ihren Reductionen zeigen, ist die Uebereinstimmung der Grösse und des Ganges ihrer Reductionen nicht zu verkennen. Dieses ist von um so grösserer Bedeutung, als die Depressionsconstanten nach längerer Erwärmung auf die Siedetemperatur des Wassers, und, wie hieraus zu schliessen ist,

auch die Zusammensetzung der Glasarten dieser Thermometer merklich verschieden ist. Die Maximaldepressionen betragen nämlich

bei 101	F 17	F 20
etwa 0,39°,	0,50°,	0,14°.

Wo die Gangdifferenz von Thermometern aus Thüringer Glas gegen das Wasserstoffthermometer nicht direct bestimmt werden kann, wird man also, vorausgesetzt, dass die Depressionen sich innerhalb der angegebenen Grenzen halten, das Mittel der für die drei Thermometer abgeleiteten Reductionen mit einer für die meisten Zwecke ausreichenden Genauigkeit annehmen dürfen. Für Thüringer Thermometer mit merklich grösserer Depression ist dies allerdings unzulässig, wie Herr Marek in der Zeitschrift für Instrumentenkunde vom Jahre 1890 auf S. 284 gezeigt hat, und wie auch durch von der Normal-Aichungs-Kommission angestellte Vergleichen eines Thermometers F 30 mit 101 und Tonnelot'schen Thermometern, über welche an anderem Orte berichtet werden soll, bestätigt wird. Bei diesem Thermometer F 30, dessen Depression 0,70° beträgt, erreicht die Differenz gegen das Wasserstoffthermometer in der Nähe von 50° etwa — 0,20°.

Uebrigens übersteigen die Abweichungen der Angaben der Thermometer 101, F 20 und F 17 von einander nur wenig die Grössen, welche sich bei den Vergleichen der vier als Normale betrachteten Tonnelot'schen Thermometer gezeigt haben. Bezeichnet man das Mittel der corrigirten Angaben dieser vier Thermometer mit $t_{Tonn.}$, so fand sich:

Tabelle 16.

$t_{Tonn.}$	$= t_{4321}$	$= t_{4322}$	$= t_{4323}$	$= t_{4324}$
2,5°	+ 0,0014	+ 0,0006	+ 0,0013	— 0,0033
5°	+ 16	+ 19	— 24	— 9
10°	— 27	+ 19	— 14	+ 20
15°	— 22	+ 39	— 9	— 8
20°	— 6	+ 20	+ 10	— 22
25°	+ 47	+ 27	— 57	— 15
30°	+ 61	+ 28	— 33	— 54
40°	+ 67	+ 14	— 5	— 76
45°	+ 25	+ 63	— 30	— 57
50°	+ 0,0042	+ 0,0084	— 0,0080	— 0,0046

Abweichungen derselben Art und Grösse haben sich auch in den Temperaturangaben dieser Thermometer gelegentlich der Längenmessungen herausgestellt,

worüber in demjenigen Abschnitt dieser Abhandlungen, welcher die Prototypvergleichen enthält, das Nöthige gesagt ist. Ferner haben sie sich auch bei noch nicht veröffentlichten Vergleichen mit Thermometern aus Jenaer Glas XVI^m gefunden. Sie zeigen sich ebenfalls bei den Thermometern Tonnelot 4250 und 4262, welche Herr Pernet bei seinen Vergleichen benutzt hat, und sie kommen ebenso bei den anderen Tonnelot'schen Thermometern vor, welche den Prototypen des Meter beigegeben sind und über welche Herr Guillaume im 10. Bande der „Travaux et Mémoires“ berichtet hat. Sie sind demnach nicht auf Beobachtungsfehler zurückzuführen, sondern scheinen auf ein verschiedenes Verhalten der Thermometer an sich hinzuweisen, wodurch strenggenommen die Bestimmung der Gangdifferenz gegen die internationale Skale für jedes dieser Thermometer gesondert erforderlich wird. Vollständige Identität der Angaben wird man nach diesen Ergebnissen selbst bei Thermometern mit geringer Nachwirkung, insbesondere bei solchen aus Natronglas, nur dann erwarten dürfen, wenn sie aus demselben Glaszuge herrühren, und wenn sowohl die Röhren nach dem Ziehen, wie die aus ihnen geblasenen Thermometer vor und nach der Verfertigung ganz gleichmässig behandelt werden. Doch scheint die Art der Kühlung des Glases, welche nach den Untersuchungen des Herrn Dr. Schott auf die Ausdehnung einen beträchtlichen Einfluss hat, für die dickwandigen Stabthermometer von grösserer Bedeutung zu sein als für die mit feinen Capillaren versehenen Einschluss-thermometer.

2. Die Thermometer F 51, F 52 und F I, F III bis VI.

Von den bei den Wägungen benutzten Thermometern ist F 51 zweimal, F 52 dreimal mit F 20 und F 17 verglichen worden. Für die Thermometer F I, F III bis VI liegen Vergleichen mit den Thermometern 101, F 20 und F 17 aus den Jahren 1883 bis 1893 vor.

Obwohl die Anzahl der Beobachtungen bei den einzelnen Temperaturen verschieden ist, so sind doch, da bei F I und F III bis VI die innere Uebereinstimmung der Resultate mehrfach zu wünschen übrig lässt, für jede Temperatur alle Werthe zu Mitteln vereinigt und ist den Mitteln gleiches Gewicht gegeben worden. Eine Ausgleichung nach einer quadratischen Formel liess bei allen Thermometern systematische Abweichungen in den übrigbleibenden Fehlern erkennen. Da die Einführung complicirterer Formeln aus praktischen Gründen sich nicht empfahl, so wurde die Interpolation für die Zwischenpunkte graphisch vorgenommen und durch kleine Verbesserungen an den abgelesenen Werthen ein guter Gang der Differenzen bewirkt. Auf diese Weise

sind die folgenden Reductionszahlen ermittelt, welche jedoch auch die Gradwerthfehler enthalten, die sich gesondert nicht bestimmen liessen.

Tabelle 17.

Reductionszahlen auf die internationale Temperaturskala einschliesslich der Gradwerthfehler für die Thermometer F 51, F 52, und F I, F III bis VI.

t_{Th}	F e h l e r							t_{Th}
	$t_H - t_{51}$	$t_H - t_{52}$	$t_H - t_{FI}$	$t_H - t_{FIII}$	$t_H - t_{FIV}$	$t_H - t_{FV}$	$t_H - t_{FVI}$	
5°	— 0,036	— 0,044	— 0,046	— 0,045	— 0,028	— 0,044	— 0,043	5°
10°	71	84	96	86	66	84	87	10°
15°	103	119	146	117	109	121	129	15°
20°	130	147	190	142	144	154	169	20°
25°	151	171	226	160	165	177	201	25°
30°	— 0,164	— 0,187	250	169	178	188	222	30°
32°			— 0,256	— 0,170	— 0,182	— 0,189	— 0,227	32°

Bemerkung. Um die Gesamtfehler zu erhalten, sind zu vorstehenden Reductionen noch die Fehler für die Lage des Eispunktes, für die Theilung und das Caliber hinzuzufügen.

IV. Schluss.

Um eine richtige Beurtheilung der erreichten Genauigkeit bei der Untersuchung und namentlich bei den Vergleichen der Thermometer zu ermöglichen, darf darauf hingewiesen werden, dass die hier besprochenen Thermometer aus Thüringer Glas aus einer Zeit herrühren, in der die Fabrikation von Thermometern in Deutschland bei Weitem noch nicht auf der Höhe stand, wie dies jetzt der Fall ist. Diese älteren „Normal-Thermometer“ entsprechen weder in der Güte des Glases noch in der Einrichtung denjenigen Anforderungen, die jetzt an derartige Instrumente gestellt werden und sich erfüllt finden. So ist bei den Thermometern 101 und F17 die Depression von verhältnissmässig so grossem Betrage, dass naturgemäss die Bestimmung des einer Vergleichstemperatur zugehörigen Eispunktes erschwert wird, und in den nicht seltenen Fällen, in denen die Lage des Eispunktes durch Interpolation gefunden werden musste, letztere nur unsicher ausgeführt werden kann. Dazu kommen die nicht unbeträchtlichen und in ihren Schwankungen sehr zufälligen Fehler der Theilung und auch die, im Verhältniss zu der geringen Länge der kleinsten Theilintervalle, grosse Breite der Theilstriche und die Verschiedenheit dieser Breiten, die bei dem Thermometer 101 mehr als 0,005° beträgt, wodurch

Schätzungen bei den Ablesungen, namentlich in der Nähe der Striche selbst, sehr erschwert werden. Endlich wird auch durch die sehr verschiedenen Dimensionen der Thermometer die Genauigkeit der Vergleichen und der Bestimmungen der Eispunkte etwas beeinträchtigt. Die Angaben der Fehler auf Zehntausendtheile des Grades sind deshalb auch nur erfolgt, um die Rechnungen auf Tausendtheile hinlänglich zu sichern. Immerhin beweisen die Beobachtungen, und zeigt namentlich die Uebereinstimmung der Pernet'schen Untersuchungen mit den später in der Kommission angestellten Vergleichen, dass die Genauigkeit der Endergebnisse bis in Tausendtheile des Grades gehen dürfte.

II. ABSCHNITT.

Ueber den Anschluss des älteren Urmaasses und der Copieen desselben an das neue Deutsche Prototyp für das Meter.

In Nachstehendem wird über die Arbeiten berichtet, durch welche die wichtigsten Copieen des früheren Urmaasses an das neue Deutsche Urmaass, das Prototyp des Meter No. 18, mittelst Vergleichen bei verschiedenen Temperaturen angeschlossen worden sind.

Die Darlegungen werden von einer Beschreibung des früheren Urmaasses und der Copieen eingeleitet, welche bei diesen Vergleichen Anwendung gefunden haben. Es folgt eine Auseinandersetzung über die bei den Maassvergleichen benutzten Einrichtungen, sowie über deren Wirksamkeit und die beobachteten Vorsichtsmassregeln. Daran schliesst sich die Angabe des bei den Messungen angewendeten Verfahrens, die Mittheilung der Einzelergebnisse, die Discussion ihrer Bedeutung und die Vergleichung mit früheren Messungsergebnissen.

A. Beschreibung der Längenmaasse, Beobachtungsräume und Apparate.

I. Die wichtigsten bei der Normal-Aichungs-Kommission benutzten Maassstäbe.

1. Das ältere Urmaass,

welches bis zum Erlass des in der allgemeinen Einleitung erwähnten Gesetzes vom 26. April 1893 auf Grund der Maass- und Gewichtsordnung vom 17. August 1868 für das Deutsche Maasswesen als gesetzliches Urmaass gedient hat, ist eine

Copie des Meters der Archive in Paris. Es ist ein Endmaass aus Platin von rechteckigem Querschnitt mit 25,8 zu 5,65 mm Seitenlänge (Fig. 1). Die Entfernung der Mitten der eben und senkrecht zur Stabachse abgeschnittenen Endflächen bei der Temperatur des schmelzenden Eises giebt die Maasslänge.



Fig. 1.

Das Material des Stabes ist ein weiches, ziemlich unreines Platin, das vermuthlich nicht aus gegossenem Platinmetall, sondern, wie alle älteren Platinmeter, durch Hämmern und Schweissen aus Platinschwamm hergestellt ist.

Dieser Stab wurde 1817 durch Vermittelung des damals in Paris weilenden Alexander v. Humboldt von dem dortigen Mechaniker Fortin für die Preussische Regierung angekauft. Er trägt die Bezeichnung „Mètre“ auf der einen, „Fortin à Paris“ auf der anderen Fläche. Vor seiner Versendung wurde der Stab durch Arago und Humboldt mit dem Mètre des Archives und mit einem anderen im Besitze des Bureau des Longitudes befindlichen Meter verglichen. Am 24. October 1817 ist über diese und einige andere Vergleichen von beiden Beobachtern an die Preussische Regierung ein Bericht erstattet, dessen auf das vorliegende Meter bezüglicher Theil folgenden Wortlaut hat:

„Nous soussignés, certifions avoir comparé le mètre en platine que Sa Majesté le Roi de Prusse a fait exécuter chez Fortin, à l'étalon en platine des Archives françaises et à celui que possède le Bureau des Longitudes, et nous être assurés qu'il leur est parfaitement conforme. L'instrument dont on s'est servi dans ces opérations, aurait fait reconnaître une différence de $\frac{1}{500}$ de millimètre.

.
Fait à Paris, à l'Observatoire Royal, le 24 octobre 1817.

„Signé: F. Arago

Membre de l'Institut et du Bureau des Longitudes.

„Signé: Alexandre de Humboldt

„De l'Academie de Berlin, de l'Institut etc.“

Eine erneute schärfere Vergleichung mit dem Mètre des Archives durch Regnault, Morin und Brix ergab 1863, dass dieses Preussische Meter, welches in der Folge als „Prototyp Fortin“ und in der Abkürzung mit „Fr. F.“ bezeichnet wird, bei der Temperatur des schmelzenden Eises um 0,00301 mm länger ist, als das Meter der Archive.

Als Ausdehnungscoefficient des Stabes ist der für das Mètre des Archives geltende angenommen worden. Die unmittelbare Bestimmung dieses Coeffi-

cienten hat erst in neuerer Zeit ausgeführt werden können, nachdem der Stab als Urmaass durch das neue Prototyp No. 18 ersetzt worden war, und es nun zulässig erschien, in der Nähe der Endkanten Hilfsstriche aufzutragen.

2. Die Copieen des Urmaasses.

a) Die Copie No. 1605 hat vornehmlich bei der Uebertragung der durch das ältere Prototyp („Fr. F.“) dargestellten Länge auf die Gesamtlängen der messingenen Strichnormale des Deutschen Aichwesens gedient. Dieser im Jahre 1869 von Th. Baumann in Berlin hergestellte Stab ist ein Strichmaass aus Messing und hat rechteckigen Querschnitt von 10 zu 18 mm Seitenlänge. Die Länge des ganzen Stabes, einschliesslich der über die begrenzenden Striche hinausragenden Theile, beträgt 1035 mm. Die Maasslänge ist auf zwei eingesetzten Silberstiften durch je einen Strich markirt; der Abstand der Mitten dieser Striche, gemessen zwischen zwei feinen Längslinien, stellt die Länge des Maasses dar. Diese Länge ist mit der des älteren Prototyps „Fr. F.“ verglichen und auf sie sind die sämmtlichen den Aichungs-Aufsichtsbehörden überwiesenen Hauptnormale des Meter bezogen worden. Bei allen Vergleichen dieser Art lagen die Stäbe stets auf ebener Unterlage.

b) Die Copie S_s ist ein im Jahre 1878 von der Firma J. A. Repsold & Söhne in Hamburg gelieferter Strichmaassstab aus Stahl und diente zur Uebertragung der Länge des früheren Prototyps auf stählerne und eiserne

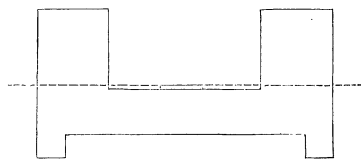


Fig. 2.

Strichmaasse. Die Querschnittsform ist aus der nebenstehenden Fig. 2 ersichtlich. Der Stab ist in Decimeter, das erste Decimeter ist in Millimeter, die ersten zehn Millimeter sind in Zehntelmillimeter eingetheilt. Zur Aufnahme der Theilstriche sind Platinflächen hergerichtet, und zwar für die Decimeterstriche auf eingesetzten Platinplöcken, für die erste Decimeterstrecke auf einem an beiden Enden mit Plöcken im Stahlkörper befestigten Platinstreifen. Die Theilflächen liegen in einer Ebene, welche mit der für Biegungen neutralen Schicht des Stabquerschnittes zusammenfällt.

Dieser Stab ist im Jahre 1878 mit dem älteren Prototyp „Fr. F.“ und im Jahre 1879 mit der Copie No. 1605 verglichen. Im Jahre 1882 wurde er sodann in Breteuil mit einem für die internationalen Arbeiten hergestellten provisorischen Meterstab gemessen. Die so erhaltenen Werthe für seine Länge zeigten eine befriedigende Uebereinstimmung.

c) Die Copie B_s ist ein im Jahre 1888 von C. Reichel in Berlin gelieferter Strichmaassstab aus Bronze von der Zusammensetzung: 16 Theile Kupfer, 2,5 Theile Zinn, 1 Theil Zink. Der Stab ist zum Ersatz für die Copie

No. 1605 bei feinsten Messungen bestimmt, und es sollten bei seiner Herstellung alle seit der Anfertigung von No. 1605 erzielten Fortschritte der Technik verworther werden. Die Form und Abmessung des Querschnittes sind nahezu

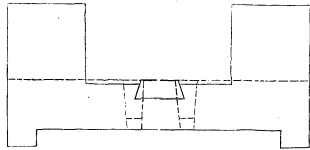


Fig. 3.

die gleichen wie bei der vorherbeschriebenen Copie S_s . Die Eintheilung ist hier ebenfalls auf Flächen angebracht, welche in die Ebene der neutralen Schicht fallen. Für die Decimeterstriche sind Pflöcke aus Platin-Iridium fest in den Körper eingesetzt. Das erste Decimeter hat eine Eintheilung in Centimeter, deren erstes eine solche in Millimeter und wieder deren erstes eine Eintheilung in Zehntelmillimeter. Die ganze Strecke des ersten Decimeters befindet sich auf einem Streifen aus Platin-Iridium, welcher durch zwei in der Verlängerung des Nullstriches eingetriebene schwach konische Pflöcke mit dem Körper verbunden ist. Der Streifen durfte mit Rücksicht auf den vorhandenen erheblichen Unterschied zwischen der Ausdehnung der Bronze und derjenigen des Platin-Iridiums nicht seiner ganzen Länge nach mit dem Bronzekörper fest verbunden werden; vielmehr musste die völlig zwangfreie Ausdehnung des Streifens, bei übrigens gesicherter Lage, dadurch ermöglicht werden, dass derselbe in einer schwalbenschwanzförmigen Nuth des Bronzekörpers (Fig. 3) leicht passend geführt wird, in welcher er sich ohne Widerstand verschieben kann. Diese Einrichtung erfordert bei der Benutzung von Theillängen, welche zwischen einem Strich auf dem Streifen und einem anderen Strich des Maasses liegen, die besondere Berücksichtigung der von der Ausdehnung des Stabkörpers verschiedenen Ausdehnung der von Null an gerechneten Strecke des Streifens.

II. Die Einrichtungen für die feineren Maassvergleichungen.

1. Der Raum und die Pfeiler.

Der für alle feineren Längenmessungen bestimmte Comparatorsaal der Normal-Aichungs-Kommission liegt nach der Nordseite des Dienstgebäudes. Er grenzt auf früher drei, jetzt noch zwei Seiten an das Freie, ist jedoch ohne Fenster. Die südliche Längswand trennt den Saal von zwei ähnlichen, zur Vornahme von feinsten Wägungen eingerichteten Räumen. Für die Isolirung des Raumes ist in folgender Weise Vorsorge getroffen. Zunächst enthalten die 1 m starken Wände in etwa 0,68 m Abstand von ihrer äusseren Fläche eine isolirende Luftschicht von 8 cm Dicke. Sodann sind die Wände selbst und auch die Decke mit Zinkwellblech bekleidet. Endlich ist innerhalb des Raumes im Abstände von 25 cm von dieser Mauerbekleidung eine zweite Wandung aus Zinkwellblech gezogen, welche mit der ersteren durch mehr

als 500 Bolzen in gehörige, doch innerhalb der nöthigen Grenzen nachgiebige Verbindung gebracht ist. Dadurch ist der Raum einerseits überhaupt gegen Schwankungen der Aussenwärme derartig geschützt, dass der Gang der im Comparatorsaal herrschenden Temperatur im Allgemeinen nur wenige Hundertstelgrade im Laufe von 24 Stunden beträgt. Andererseits ist durch die Metallbekleidung und die Metallwände auch für eine gehörige gleichmässige Vertheilung der Temperatur in dem Raume gesorgt und die Bildung von Schichten verschiedener Wärme möglichst beseitigt oder doch an bestimmte Regeln gebunden.

Der Fussboden wird durch eiserne $\bar{\Gamma}$ -Träger gestützt und besteht aus einem doppelten Rahmenwerk von Winkeleisen, dessen untere wie obere Ebene mit Glasplatten belegt ist, so dass die Feuchtigkeit der Fundamente den Raum in keiner Weise beeinflusst. Zur Aufnahme der Instrumente dienen Sandsteinblöcke, welche auf einen besonders eingerichteten Pfeiler aufgesetzt sind, auf dessen Fundirung zur Ausschliessung der durch den Strassenverkehr hervorgerufenen Erschütterungen des Bodens besondere Sorgfalt verwendet worden ist. Der untere Theil dieses Pfeilers ist durch zwei andere Pfeiler gebildet, die in etwa 5 m Achsenabstand 5 m unter die Bodenfläche hinabreichen. Diese beiden Pfeiler sind von den umgebenden oberen Bodenschichten dadurch isolirt, dass sie sich in Brunnen befinden, welche bis zu der angegebenen Tiefe mit Durchmessern von 5,4 m gesenkt sind. Sie stehen auf einer die Brunnen nach unten hin abdichtenden Betonschicht von 0,75 m Stärke. Beide Pfeiler sind in ihrem oberen Theile durch ein Gewölbe verbunden, über welchem eine ca. 4 m starke Backstein- und Betonschicht aufgeführt ist. Die Schicht ist sodann oberhalb mit einer 0,2 m dicken Sandsteinplatte von 9,8 zu 3,8 m mit abgestumpften Ecken abgedeckt. Diese Platte bildet die Unterlage für die durch den Fussboden ragenden vorbezeichneten Sandsteinblöcke, auf welchen die Instrumente aufgestellt sind.

2. Heizungs- und Ventilationseinrichtung.

Die Heizung des Comparatorsaales erfolgte früher durch eine centrale Heisswasser-Luftheizungsanlage, welche in einem besonderen Gebäude untergebracht war. Mittelst eines durch Maschinenkraft bewegten Ventilators wurde Luft zwischen einem System von mit überhitztem Wasser gefüllten Röhren hindurch und durch einen unterirdischen Kanal, welcher sich vor den Beobachtungsräumen verzweigte, zwischen die Zinkhohlräume getrieben. Der innere Saalraum wurde dadurch entweder mittelst Umspülung oder auch, nach Oeffnen der Klappen in der inneren Wand, durch unmittelbare Einführung der erwärmten Luft geheizt. Dieses Heizungssystem litt indessen

noch an einer zu beschränkten Regulirfähigkeit. Eine bestimmte Temperatur konnte nämlich am zweckmässigsten nur dadurch hergestellt werden, dass man den Raum längere Zeit über diese Temperatur hinaus erwärmte. Dann musste durch sorgfältige Regulirung der im oberen Theil der Zinkwände angebrachten, zu den Abzugsschächten führenden Klappen die Temperatur entsprechend erniedrigt werden, worauf nach Schliessung aller Klappen die Temperatur, welche erfordert wurde, durch den natürlichen, überaus langsamen Abfall erreicht wurde.

Im Jahre 1882 erhielt das Dienstgebäude Gasleitung. Hiervon war bei dem Bau abgesehen worden, weil man von dem Schwefelgehalt des Gases Gefahr für die feineren Gewichte und Maassstäbe befürchtete. Später konnte nachgewiesen werden, dass die Reinigung des Berliner Gases hinreichend vervollkommenet war, um seine Verbrennungsproducte als unschädlich betrachten zu dürfen. Man entschloss sich deshalb zu seiner Verwendung, jedoch nicht, ohne gegen das Austreten unverbrannten Gases — das weit schädlicher ist als die Verbrennungsgase — durch besonders sorgfältige Abdichtung der Leitung sichere Vorkehr zu treffen. Die Gasleitung ermöglichte nun die Heizung des Comparatorsaales auf einfache Weise durch zwanzig im untersten Theile des Hohlraumes zwischen den Zinkwänden angeordnete grosse Flachbrenner. Jeder dieser Brenner ist durch besonderen Hahn regulirbar, um etwaige Ungleichheiten der Erwärmung der verschiedenen Wände zu beseitigen. Das ganze System der Heizflammen wird überdies durch einen gemeinsamen Haupthahn mit Feinstellung regulirt. Diese einfache Einrichtung erfüllt ihren Zweck in Verbindung mit den Zinkwänden vollkommen, da die ausgleichende und vertheilende Wirkung der letzteren hierbei zur vollen Entfaltung kommt. Die erhitzten Verbrennungsgase verbreiten sich im Raum zwischen den Zinkwänden, geben den grössten Theil ihrer Wärme an diese ab und werden an zwei Stellen durch Abzugsschachte abgeleitet, deren regulirbare Zugangsöffnungen gerade hinreichen, um die genügende Menge frischer Luft zu den Flammen treten zu lassen. Da die Zinkwände dicht gelöthet sind, bleibt der Saalraum frei von schädlichen Verbrennungsproducten. Durch die weitgehende Ausnutzung der erzeugten Wärme und die genaue Regulirbarkeit der Wärmezufuhr bezw. Wärmeabfuhr bietet dies einfache System die Möglichkeit, den Raum auf jede zwischen der niedrigsten Aussentemperatur und 35 bis 40 Grad liegende Temperatur zu bringen und dauernd darauf zu erhalten, zumal ein in die Gaszuleitung eingeschalteter Gasdruckregulator die Flammen vor den Einflüssen gröberer Druckschwankungen in der Leitung bewahrt.

Neben dem Vorzuge einer äusserst subtilen Regulirbarkeit hat diese Art der Heizung noch den ferneren, dass beim Uebergange von einer niederen

auf eine erheblich höhere Temperatur die anfänglich noch kalten Metalltheile der Instrumente nicht beschlagen können, weil die Erwärmung nicht mit dem Eintritt fremder Luft verbunden ist, sondern in einer Temperaturerhöhung der im Raume selbst enthaltenen Luft besteht, wodurch die relative Feuchtigkeit dieser Luft sogar gemindert wird. Auch bei der freiwilligen Abkühlung kann eine schädliche Wirkung in dieser Beziehung nicht auftreten, da die in Frage kommenden Instrumententheile stets eine etwas höhere Temperatur haben werden als die umgebende Luft.

Die Ventilation. Für die Temperaturerniedrigung und die Ventilation des Comparatorsaales ist in zweifacher Weise Vorsorge getroffen. Um den ganzen Raum nach künstlicher Erwärmung in verhältnissmässig kurzer Zeit auf eine niedrigere Temperatur zu bringen, wird mittelst des Ventilators der früheren Centralheizung von aussen her Luft durch die oben erwähnten Kanäle, nach Oeffnung einer grösseren Anzahl von in der Mitte der Wände angebrachten Klappen, unmittelbar in den Saal gepresst und die darin befindliche Luft durch nahe an der Decke und am Boden des Saales angebrachte Klappen in die Abzugsschächte getrieben. Soll die Abkühlung des Saales sehr energisch vor sich gehen, so lässt man die kalte Luft unmittelbar in den hinteren (westlichen) Theil des Saales eintreten und in grösseren Mengen durch die geöffnete Thür in der südöstlichen Ecke des Saales entweichen. Bei Herstellung sehr niedriger Temperaturen in der Nähe von und unter Null ist man lediglich auf die Benutzung niedriger Wintertemperaturen angewiesen. Von der Herstellung besonderer Kühleinrichtungen ist abgesehen worden, weil Versuche bei der Normal-Aichungs-Kommission und an anderen Orten gezeigt haben, dass der zeitweise Betrieb solcher künstlicher Kühleinrichtungen für grössere Räume entweder allzu kostspielig ist oder der hinreichenden Sicherheit der Regulirung entbehrt.

Der Zweck, die Luft in dem fast hermetisch abgeschlossenen Raum stets rein und gesund zu erhalten, wird durch eine besondere, dauernd und selbstthätig wirkende, den ganzen Raum gleichmässig beeinflussende Ventilationseinrichtung erreicht. Dieselbe besteht aus zwei Strängen von ca. 6 cm weitem Zinkrohr. Einer dieser Stränge ist längs der vier Wände am Boden, der andere in gleicher Weise dicht unter der Decke geführt. Beide Stränge sind mit vielen in gleichen Abständen angebrachten Löchern versehen, durch welche Luft aus dem Saal in die Rohre eintreten kann. Sie stehen ferner an je zwei Stellen durch ein Schöpfrohr mit dem Raum unter dem Saal, welchem durch Mauerschichten ständig frische Luft zugeführt wird, sowie durch Verbindungsschächte sowohl untereinander als mit je einem Abzugsschacht, der bis über das Dach des Gebäudes hinausgeführt ist, in Verbindung. Durch die saugende Wirkung dieser Schächte kann mittelst geeigneter

Stellung von Klappenventilen der untere oder der obere Rohrstrang beeinflusst werden, je nachdem man kalte Luft in der Nähe des Bodens oder warme Luft in der Nähe der Decke langsam abzuführen wünscht. Die Wirksamkeit dieser Einrichtung ist derartig, dass sich die Luft im Raum dauernd und selbstthätig gesund und rein erhält, ohne dass störende Luftströmungen auftreten; ferner arbeitet sie der Bildung von Temperaturschichtungen wirksam entgegen.

3. Der Comparator.

Von den im Comparatorsaal aufgestellten Instrumenten für Längenmessungen kommt hier lediglich der auf dem oben erwähnten Mittelpfeiler ruhende grosse Universalcomparator von Repsold in Betracht. Derselbe

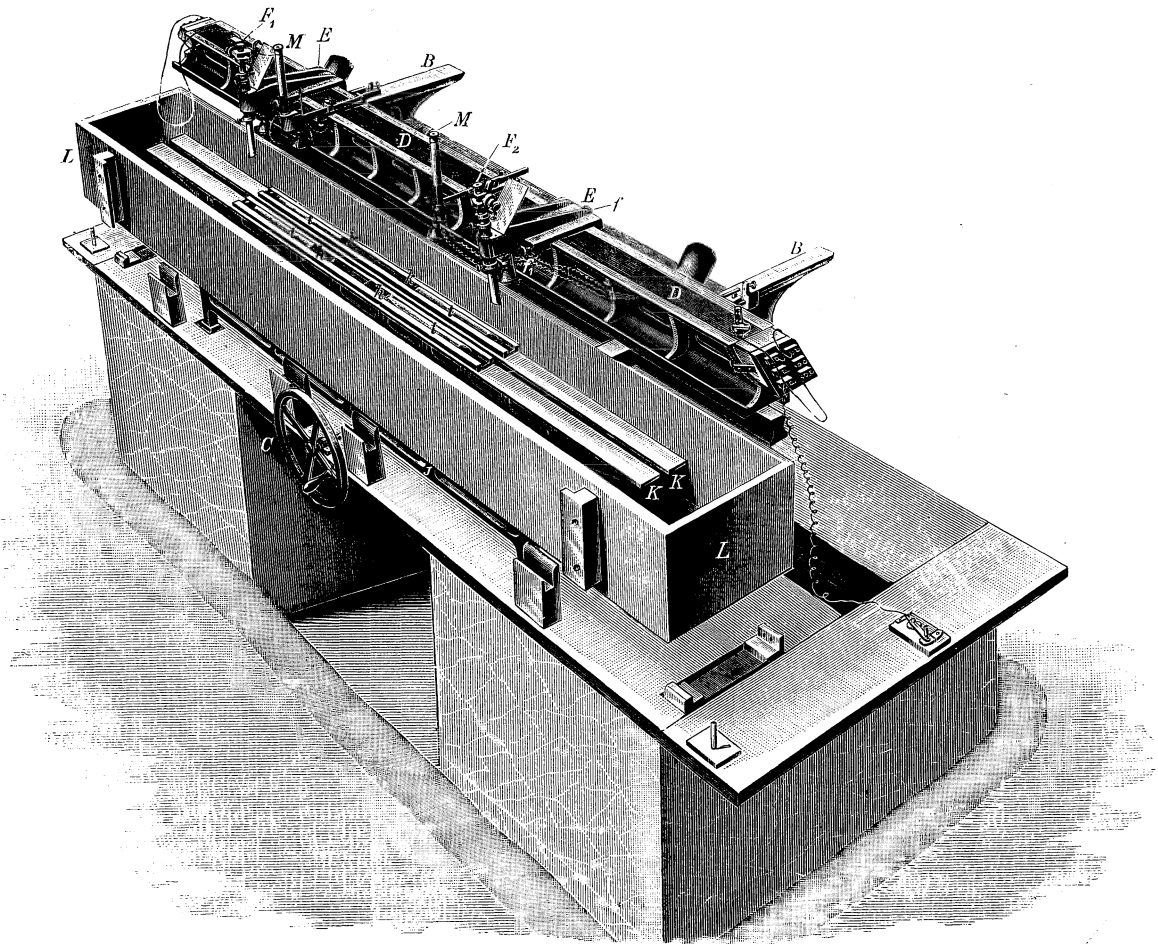


Fig. 4.

gehört der Gattung der Transversalcomparatoren an. Die Anordnung solcher Comparatoren kann eine zweifache sein, je nachdem die messenden Organe unveränderlich feststehen und die zu vergleichenden Objekte nachein-

ander behufs Einstellung transversal verschoben werden oder das Umgekehrte stattfindet. Dem ersteren System gehört z. B. der bei dem Bureau international des poids et mesures benutzte Comparator von Brunner an. Der Repsold'sche Comparator der Normal-Aichungs-Kommission ist nach dem zweiten System gebaut. Er ist für die Vergleichung von Endmaassen und Strichmaassen gleicher Längen bis zu 2 m eingerichtet. End- und Strichmaasse verschiedener Länge lassen sich in solchen Grenzen vergleichen, dass Maasse

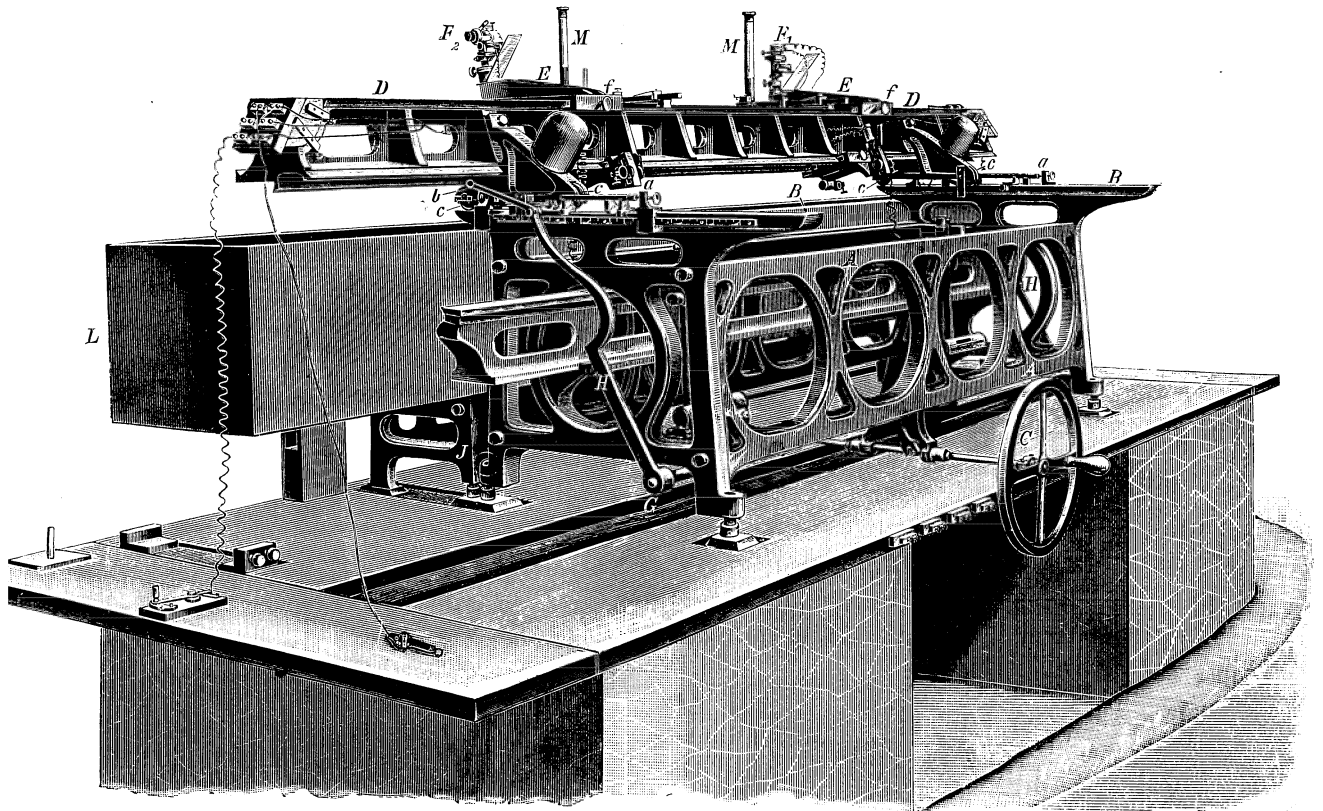


Fig. 5.

von 4 m noch mit Maassen bis zu 2 m geprüft werden können. Die dazu dienenden Einrichtungen werden, als für die vorliegende Arbeit bedeutungslos, hier übergangen. Die wesentliche Einrichtung des Comparators, von welchem die Figuren 4 und 5 allgemeine perspectivische Ansichten geben, Fig. 6 eine geometrische Seitenansicht bietet, in welcher letzteren einzelne Theile zur Verdeutlichung durchschnitten sind, ist die folgende:

Ein festes auf dem Pfeiler ruhendes Rahmengestell *A* aus Gusseisen ist mit zwei parallelen, zur Längenerstreckung des Comparators normalen horizontalen Gleitbahnen *B B* versehen, die, von Mitte zu Mitte gemessen, einen Abstand von etwa 1,45 m haben.

Auf diesen wird durch Bethätigung eines der Handräder *C* ein kräftig gebauter prismatischer Wagen *D* von mehr als 2 m Länge, der auf jeder Bahn mit zwei Rollen *c c* läuft, zwischen Anschlägen *a a* hin- und herbewegt. Der Wagen, dessen obere Fläche horizontal verläuft, dient zur Aufnahme zweier Schlitten *E E*, die sich auf ihm in beliebigen Entfernungen bis zu 2 m festklemmen lassen. Die Schlitten tragen die Mikrometermikroskope *F₁ F₂*.

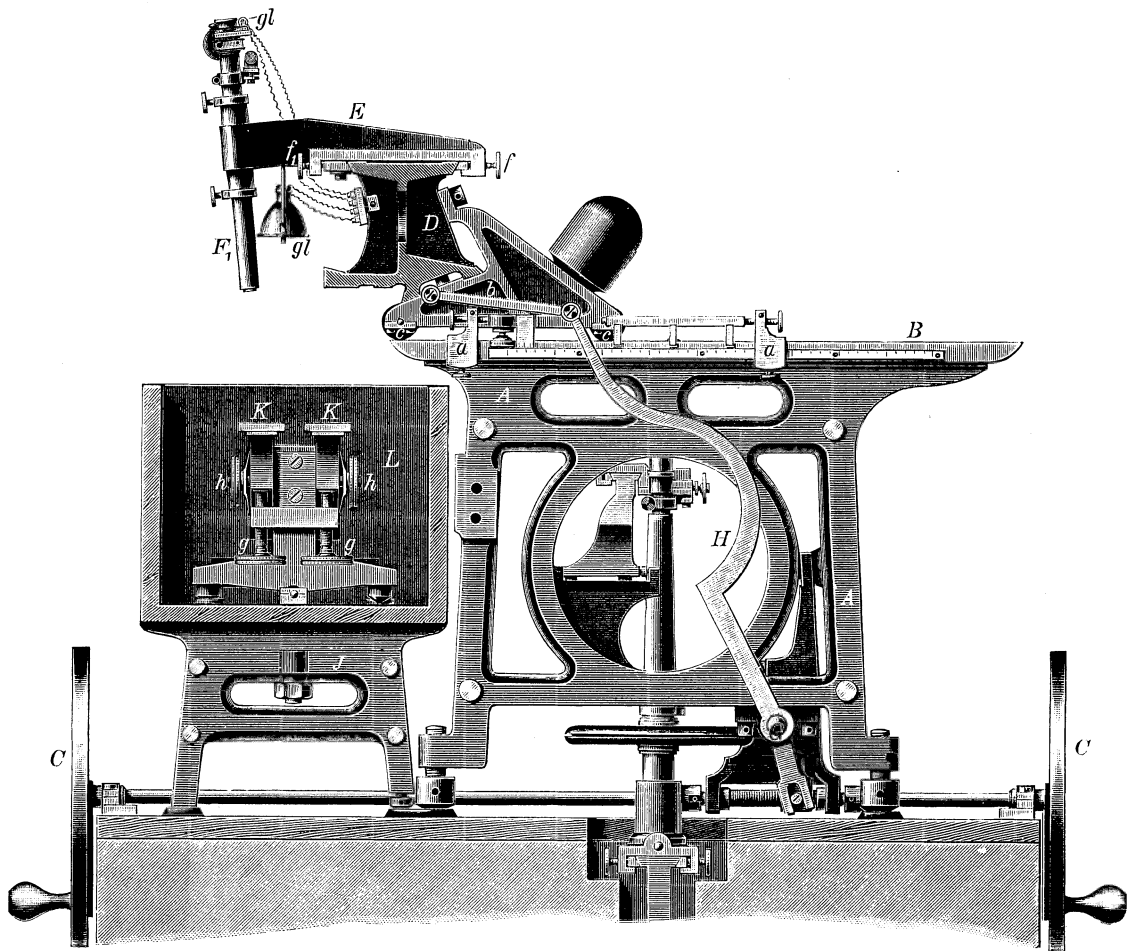


Fig.

Die Führung des Wagens ist derart eingerichtet, dass größere Longitudinalverschiebungen ausgeschlossen sind. Die Transversalverschiebung findet frei statt; eine besondere Parallelführung für sie ist nicht vorgesehen, um nicht dadurch unnöthigen Zwang während der Verschiebung auszuüben, der gefährliche Deformationen des Wagens hervorbringen könnte. Die Stellung des Wagens und damit der Mikroskope am Schluss der Bewegung wird vielmehr lediglich durch die augenblickliche Einstellung der Anschläge bestimmt. Zur weiteren Verhütung einer jeden Verbiegung des übrigen

sehr steif construirten Wagens sind die Anschläge so nahe als möglich an diejenigen Ebenen gebracht, in welchen die bewegenden Zug- oder Schubkräfte wirken. Diese werden von zwei Zugstangen b ausgeübt, welche an zwei auf gemeinsamer Welle G befestigte, ziemlich lange, gebogene Arme HH angelenkt sind. Die Arme sind absichtlich etwas schwach gestaltet, so dass sie eine geringe Federung zulassen, um bei kleinen Verstellungen der Anschläge ein sicheres Anlegen des Wagens gegen diese zu sichern. Trotz dieser Vorsichtsmassregeln sind, wie aus den auf S. 80 u. ff. mitgetheilten Untersuchungen über die Abhängigkeit der Ergebnisse der Längenmessungen von der Lage der Stäbe erhellt, Einflüsse unverkennbar, die auf eine, wenn auch sehr geringe Aenderung der Entfernung der Mikroskope bei Verschiebung des Wagens nach entgegengesetzten Richtungen zurückgeführt werden können.

Diese Aenderung kann nach den obwaltenden Umständen nur durch eine Formänderung des Wagens bei der Hin- und Rückbewegung bewirkt

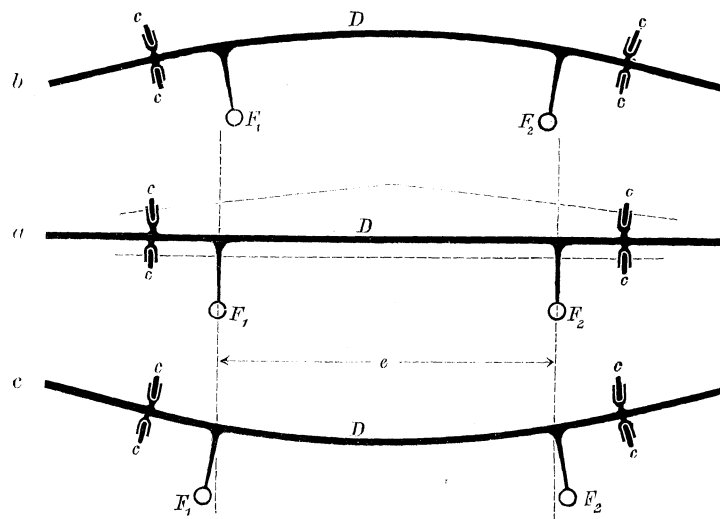


Fig. 7.

sein. Für eine Krümmung des Wagens in einer Verticalebene ist eine Veranlassung nicht vorhanden. Dagegen kann die Art der Führung des Wagens durch die vier Rollen $c c c c$, obgleich die Lage dieser Rollen möglichst günstig gewählt wurde, die Veranlassung zu einer Krümmung des Wagens in der Horizontalebene sein. In den Figuren 7a, b und c sind die einschlägigen Verhältnisse schematisch dargestellt. Fig. 7a stellt die ungekrümmte Mittellinie des Wagens D von oben her gesehen mit den im Abstände e von einander entfernten Mikrophaltern und den Laufrollen $c c c c$ dar. Nimmt man nun an, dass die Achsen dieser Laufrollen nicht genau parallel, sondern

ein wenig gegen einander geneigt sind, etwa in der Weise, wie es in Fig. 7a etwas übertrieben angedeutet ist, so entsteht bei der Verschiebung des Wagens nach beiden Richtungen die Tendenz der Rollenpaare, sich auf ihren Führungen nicht mehr geradlinig, sondern in gekrümmter Bahn zu bewegen. Da sie jedoch durch feste Verbindung der Rollenlager mit dem Wagenkörper daran verhindert sind, so ist das Ergebniss eine leichte Krümmung des Wagens, wie sie in den Figuren 7b und c, wiederum stark übertrieben, zum Ausdruck gelangt ist. Je nach der Art des Rollenfehlers wird die Krümmungsform eine verschiedene sein und die Verhältnisse werden noch complicirter, wenn gleichzeitig der Wagen genöthigt wird, beim Uebergang von einer Anschlagstellung in die andere eine geringe Schwenkung auszuführen. Der resultirende Messungsfehler wird natürlich durch Wiederholung der Messungen nach Vertauschung der Stäbe eliminirt. Er ist übrigens überaus klein, da er bei den späterhin discutirten Vergleichungsreihen nur $0,4 \mu$ beträgt.

Unabhängig von dem ersten, die Gleitbahnen $B B$ tragenden Rahmen-gestell A , ruht vor demselben, d. h. dem Beobachter zugewandt, ein zweites Gestell J auf dem Pfeiler, welches die zur Auflagerung der Vergleichsobjecte dienenden Tische und die Einrichtungen zu deren Einstellung, ferner zum Schutz gegen äussere Temperatureinflüsse und dergl. trägt. Die zum Comparator in seiner ursprünglichen Form gehörenden gusseisernen Tische $K K$ bilden ebene Flächen von 2,05 m Länge und 0,05 m Breite, welche gegen Verbiegungen durch die trägerförmige Gestalt der darunter liegenden stützenden Theile gesichert sind. Jeder der Tische ruht auf zwei im Abstände von etwa 1,5 m am Gestell angebrachten Stützschrauben $g g$, mittelst deren er gehoben und gesenkt werden kann. Die Führung erfolgt bei dieser Bewegung längs verticaler, dem Gestell J angearbeiteter Flächen, gegen welche der Tisch mittelst Mutter h und Federplatte festgeklemmt wird.

Zum Schutz gegen äussere Temperatureinflüsse und um nöthigenfalls die Stäbe in Flüssigkeiten bringen zu können, sind die Tische nebst Stell-einrichtungen von einem mit Zinkblech ausgefütterten Troge L umgeben, der in seinem unteren Theil eine Rührvorrichtung trägt und nach Justirung der Lage der Stäbe bis auf Oeffnungen für die Durchsicht der Mikroskope $F_1 F_2$ mit Glasplatten bedeckt wird.

Die zur Bestimmung der Temperatur der Maassstäbe, welche (Fig. 4) in der hier beschriebenen Trogeinrichtung unmittelbar auf den Tischen $K K$ liegen, dienenden Thermometer $t t t t$ sind in der aus der Figur ersichtlichen Weise auf den Stäben gelagert. Um die Thermometerablesung in möglichste Uebereinstimmung mit der wahren Temperatur der Maassstäbe zu bringen, werden die Thermometergefässe in passend ausgebohrte Kupfer-

klötze k gesteckt, welche mittelst ebener Flächen den Stabkörper möglichst innig berühren. Der Hohlraum der Ausbohrung in den Kupferklötzen kann mit Quecksilber gefüllt und so die Leitung der Wärme und der Temperaturausgleich zwischen Thermometer und Stab gefördert werden. Zum Schutz gegen störende Strahlungswirkungen werden die Kupferklötze k mit Hartgummikappen h überdeckt, welche zwischen sich und dem Metall der Kupferhülse eine Luftschicht lassen. Für die Ablesung der Thermometer dienen die Mikroskope MM (Fig. 4 und 5), welche am Wagen des Comparators befestigt sind.

Bei den neueren Prototypvergleichen hat der Wunsch, möglichst in derjenigen Weise zu verfahren, welche bei dem Anschluss des Deutschen Prototyps an das internationale Prototyp befolgt worden ist, zur Anwendung einer anders construirten Lagerung für die Stäbe geführt, indem die Tische mit Rollen versehen wurden, auf welchen die Stäbe ruhen. Dadurch ist einerseits eine bestimmt definirte Unterstütsungsweise gewonnen, wodurch die Berechnung des Einflusses von etwa noch vorhandenen Durchbiegungen der Stäbe ermöglicht wurde, und ist ferner den Stäben völlig freie Ausdehnung gesichert worden. Bei dieser Auflagerung der Stäbe durften diese nicht mehr mit den Thermometern belastet werden, weil dadurch neue unbestimmbare Biegungseinflüsse hervorgebracht worden wären. Die Thermometer mussten deshalb von den Stäben getrennt angebracht werden. Sie sind, wie aus Fig. 8, woselbst zwei dieser Thermometer durch t bezeichnet sind, ersichtlich ist, in besonderen Haltern in unmittelbarer Nähe der Stäbe befestigt worden.

Diese Trennung der Thermometer von den Stäben führte namentlich mit Rücksicht auf die bei niederen Temperaturen geringere Sicherheit der Temperaturregulirung des Saales, nach dem Vorschlage von Prof. Dr. Thiesen, zur Durchbildung einer neuen Einrichtung des Troges. Sie war darauf gerichtet, bei allen in Frage kommenden Wärmegraden eine möglichst beständige und gleichmässige Temperatur innerhalb des Troges zu erzielen. Zugleich sollte durch die Construction die Möglichkeit gegeben sein, innere Eingriffe in den Trog, welche mit Entfernung der Bedeckung und Einführung der Hände verbunden waren, zu vermeiden, und die letzte Justirung der Lage der Stäbe nach der Höhe, der Längs- und der Querrichtung leicht und bequem von aussen kurz vor der Messung vornehmen zu können. Der in Fig. 8 in perspectivischer Ansicht dargestellte Trog ist hiernach folgendermaassen eingerichtet.

In einem Umschlusskasten N aus Eichenholz befindet sich ein doppelwandiger Kasten O aus Messing von 3 mm Stärke, dessen lichter Raum die Abmessungen 124 zu 21 zu 24 cm hat, während die äusseren Abmessungen

des Kastens 138 zu 30 zu 29 cm betragen. Der Hohlraum zwischen den Wänden wird mit Flüssigkeit, und zwar mit Rücksicht auf die Beobachtungen bei Temperaturen unter Null, mit einer schwachen Spiritusmischung gefüllt. Durch das starkwandige Material des Kastens und durch diese den inneren Kasten unten und von den Seiten umspülende Flüssigkeit soll Gleichmässigkeit der Temperatur innerhalb des ganzen inneren Kastenraumes erzielt werden.

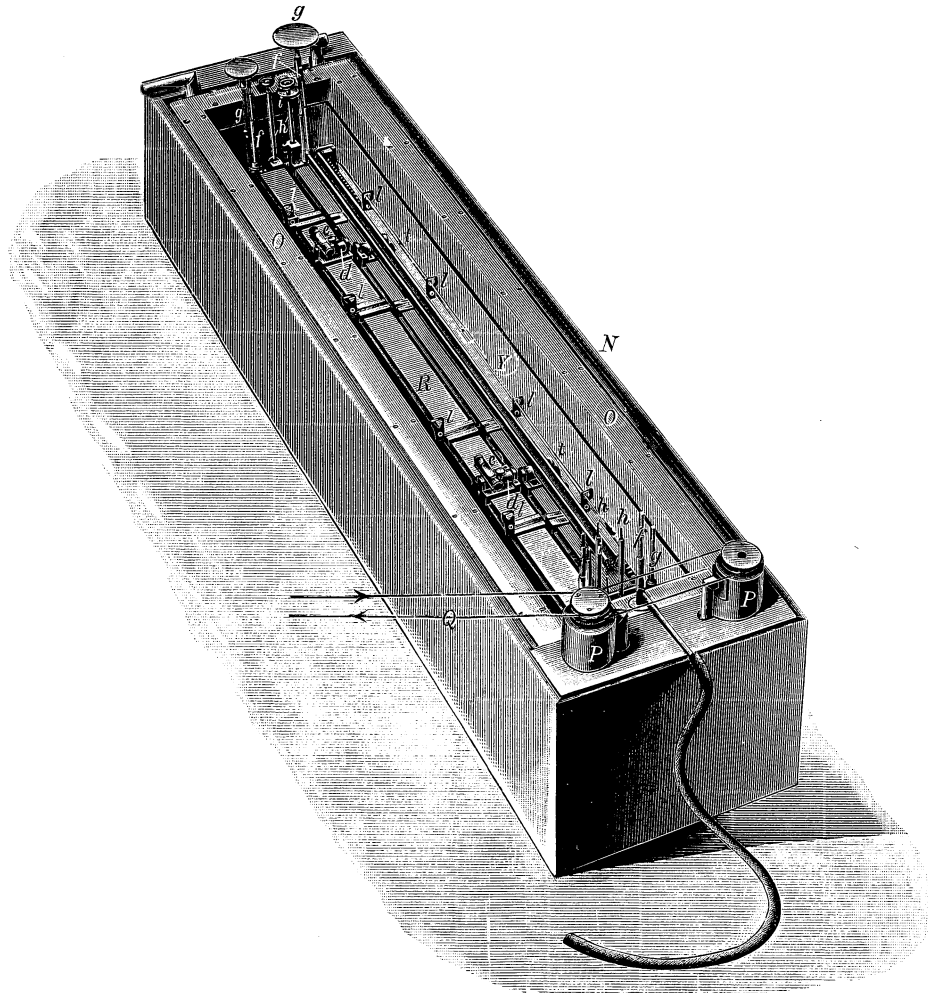


Fig. 8.

Um auch jegliche Schichtung innerhalb der Flüssigkeit zu beseitigen, wird dieselbe vor der Beobachtung längere Zeit in strömender Bewegung erhalten. Zu diesem Behuf sind am rechten Ende des Troges (in der Figur vorn) zwei Schöpfbrunnen *PP* angeordnet, in denen durch einen kleinen Motor mittelst Schnurlauf *Q* angetriebene Schraubenschnecken die Flüssigkeit anheben und überfließen lassen, welche sie mittelst am Boden des doppelwandigen Kastens geführter Rohre vom linken unteren Ende her entnommen

haben. Auf diese Weise wird eine andauernde Strömung und vollständige Durchmischung der Flüssigkeit erzielt, welche letztere noch besonders dadurch befördert wird, dass das Schöpfrohr des vorderen bezw. hinteren Brunnens im hinteren bezw. vorderen Theil des anderen Kastenendes mündet.

Innerhalb dieses thermisch möglichst ausgeglichenen Raumes steht ein sehr massiver Trog Y aus nahezu 9 mm starkem Messing, dessen erhebliche Masse äussere Wärmeeinwirkungen stark abschwächt und verlangsamt, während die gute Leitungsfähigkeit die Ausgleichung etwa noch verbliebener Temperaturunterschiede zwischen den einzelnen Theilen befördert und durch Strahlung von aussen her zutretende Wärmemengen schnell vertheilt.

Dieser Trog enthält auf gusseisernem Gestell die vorerwähnten erforderlichen Einrichtungen zur Auflagerung und Justirung der zu vergleichenden Maassstäbe. Wie bereits hervorgehoben, werden die letzteren auf je zwei Rollen gelegt. Diese Rollen sind in Schlitten d gelagert, welche auf prismatischen Schienen R in passender Entfernung von einander festgeklemmt werden können. Die Entfernung der Rollennachsen wird bestimmt, indem man auf die beiden zusammengehörenden Rollen je einen Reiter e setzt, welcher mit einer Libelle und einem Index versehen ist. (Diese Hülfeinrichtungen sind in Fig. 8 auf dem vorderen, in der Figur mehr links liegenden Tisch sichtbar gemacht, während auf dem Rollenpaar des hinteren Tisches, in der Figur nach rechts liegend, das Prototyp No. 18 abgebildet ist.) Nach Justirung der Reiter in die Einspielungslage der Libellen mittelst einer Schraube liest man an einem eingetheilten Maassstabe, der mit senkrecht stehender Theilfläche auf beide Rollen gelegt wird, die Entfernung der mit den Reitern verbundenen Indices ab. Durch Vertauschung der Reiter auf den Rollen und durch eine zweite Ablesung eliminirt man den Indexfehler und findet aus dem Mittel beider Ablesungen die Entfernung der beiden Rollennachsen von einander. Die Schienen R liegen flach auf gusseisernen Tischen, die in ähnlicher Weise wie bei der früher (S. 60) beschriebenen Einrichtung der Höhe nach verstellt und festgeklemmt werden können; nur erfolgt dies hier von oben her mittelst der Handgriffe f und g unter Bewegungsübertragung durch Gliederketten. Geringe Seitenverschiebungen der Maasse werden durch entsprechende Verschiebungen der Enden der die Rollenlager tragenden Prismenschienen R mittelst der Handgriffe h , durch deren Drehung Winkelhebel bewegt werden, kleine Längsbewegungen durch mikrometrische Drehung einer der Rollen, auf denen der Maassstab ruht, vermittelst Drehung der Achsen i bewirkt.

Die sämmtlichen Handgriffe zur Herbeiführung der Bewegungen befinden sich ausserhalb des inneren messingenen Troges.

Zum Schutz gegen Strahlungen von oben her wird der innere

massive Metalltrog mit starken Metallplatten bedeckt, welche nur die erforderlichen Stellen für die Durchsicht auf die Strichmarken und Thermometer frei lassen. Der äussere Trog wird mit einer Glastafel bedeckt, die nur für die Durchsicht auf die Strichmarken der Maassstäbe und für die Handgriffe unterbrochen ist. Die letzte Justirung der Lage der Maassstäbe mittelst der erwähnten Organe erfolgt, nachdem der Trog völlig bedeckt ist.

Zur Ablesung der Temperatur sind an jedem Maassstabe zwei Thermometer t angeordnet. Sie liegen in entsprechend geformten Lagern l , welche auf den Schienen R verschiebbar und derart verstellbar sind, dass die Thermometer in gleicher Höhe mit dem betreffenden Stabe und ihm möglichst nahe im Troge sich befinden.

Diese ganze Trogeinrichtung ermöglichte eine Ausgleichung der Temperaturen der Maassstäbe bei den in Luft ausgeführten Vergleichen bis zu solchem Grade, wie er im Allgemeinen bisher nur unter Anwendung von Flüssigkeitsbädern erreicht zu werden pflegte.

Die ursprünglich dem Comparator zugehörigen Mikroskope F haben eine zweifache Objectiv- und eine etwa $12\frac{1}{2}$ fache Ocularvergrösserung, also insgesamt eine etwa fünfundzwanzigfache Vergrösserung. Diese Vergrösserung ist anscheinend gering im Verhältniss zu den anderweitig zu gleichem Zweck vielfach verwendeten starken Vergrösserungen. Sie ist jedoch gewählt und als zweckentsprechend befunden worden, weil die Anwendung starker Vergrösserungen bei den vorhandenen Einrichtungen nicht unerhebliche Unbequemlichkeiten verursacht hätte, und weil die Genauigkeit der Messungen nicht sowohl von der Benutzung starker Vergrösserungen, als vielmehr von der guten Definition der einzustellenden Striche und von der Temperaturkenntniss abhängt. Wo es sich, wie in dem Bureau international des poids et mesures, darum handelt, gleichartige Stäbe ersten Ranges mit einander zu vergleichen, bei denen auf die Gleichartigkeit, Feinheit und scharfe Begrenzung der Striche ebenso wie auf die Vorbereitung der Flächen zur Aufnahme der Striche die höchste Sorgfalt verwendet worden ist, wie dies bei den Prototypen der Fall war, bietet selbstverständlich starke Vergrösserung auch besondere Vortheile. Doch hat die Erfahrung gezeigt, dass mit steigender Vergrösserung die Einstellung von Objecten minderer Qualität an Sicherheit nicht in dem gleichen Maasse gewinnt, dagegen der systematische Einfluss zufälliger localer Gestaltfehler der Strichbegrenzungen unverhältnissmässig wächst. Hieraus können aber besonders in dem Falle Nachtheile erwachsen, wo die weitere Uebertragung der durch die Comparatormessungen ermittelten Längen durch optische Hilfsmittel von erheblich geringerer vergrössernder Kraft zu erfolgen hat, wie dies bei Anwendung der Hauptnormale seitens der Aichungs-Aufsichtsbehörden der Fall ist.

Die Mikrometerschrauben der Mikroskope haben eine Ganghöhe von 0,2 mm und ihre Trommeln sind in 100 Theile eingetheilt. Da die Objectivvergrößerung eine zweifache ist, so bewirkt die Drehung der Schraubentrommel um ein Theilungsintervall eine Verschiebung der Fäden um diejenige Grösse, in der sich eine Strecke auf dem Maassstabe von 1μ in der Fadenebene des Mikroskops abbildet. Die Einstellung der Trommel kann auf Zehntelintervalle abgelesen werden. Bezeichnet man ein Zehntelintervall der Trommeltheilung als ein pars derselben, so entspricht also einer Verschiebung um ein pars der Trommel ein Unterschied der Strichlage von $0,1 \mu$.

Jedes der Mikroskope F wird in einem Halter E (Fig. 4 und 5) festgeklemmt, dessen Hauptkörper von einem auf dem oberen Prisma des Wagens D gleitenden und darauf mittelst Schraube f festklemmbaren Schlitten gebildet wird. Die Führungsleisten jedes Halters sind mittelst der Schrauben $f_1 f_2$ in gewissen Grenzen verstellbar, um den Abstand der Mikroskope von der Wagenkante verändern zu können. Werden dabei diese Schrauben $f_1 f_2$, welche die Stellung der vorderen, d. h. dem Mikroskop zunächst liegenden Führungsleiste bestimmen, um ungleiche Strecken verstellt, so tritt eine Drehung des Schlittens auf der oberen Ebene des Wagens, also eine solche um eine dazu senkrechte Achse ein.

Da derartige Drehungen, wenn auch nur in sehr geringem Maasse, die Ergebnisse der Messungen beeinflussen können, so sind für die Vergleichen der Metercopieen mit dem neuen Prototyp die Mikroskophalter in der Weise eingerichtet worden, dass ihre unveränderte Lage zu einander controlirt werden kann, indem die Halter ausser mit einer Justirungseinrichtung auch mit Collimatoren versehen worden sind. Fig. 9 stellt diese Halter in der nunmehrigen Form dar.

Eine Schlittenplatte mit zwei eingelegten Führungsleisten gestattet die Justirung des ganzen Halters um eine Verticalachse, indem, wie bei dem vorherbeschriebenen Halter, die eine (hier hintere) Leiste mittelst zweier Schrauben (in der Figur nicht sichtbar) nicht nur vorgestellt, sondern auch gedreht, die andere (vordere) Leiste und damit der Halter mittelst einer, ebenfalls verdeckten Schraube festgeklemmt werden kann. Auf diese Schlittenplatte stützt sich mittelst dreier Justirschrauben $s s s$ und festgehalten von zwei Anzugschrauben tt eine zweite Platte T , welche nach vorn zu zwei Fortsätze T_1 trägt, die halbcylindrisch ausgebohrt das Ruhelager für die Ringe eines starken, aus massivem Rothguss hergestellten Collimatorrohres W bilden. Dieses kann nach einer Aufsatzlibelle mittelst der Stützschrauben s horizontal gerichtet werden, und seine Ringe dienen einer dritten Platte U mit entsprechenden cylindrisch ausgearbeiteten Fortsätzen U_1 als Auflager und

Drehungsachse. Ein nach vorn hinabreichender Fortsatz U_2 der Platte U trägt den von zwei Schrauben $u u$ gehaltenen, mittelst zweier Schraubenpaare $v v$ justirbaren Halter V , in welchem das Mikroskop F mittelst der Schrauben $k k$ festgeklemmt werden kann. Die Platte U läuft nach hinten zu in einen Arm aus, der mittelst der Stellschraube w die Theile U und V nebst dem Mikroskop F um die Collimatorachse zu drehen und so dem Mikroskop F nach seiner Justirung in die Verticale die für bequeme Beleuchtung erforderliche Neigung zu geben gestattet. Mittelst zweier Muttern w wird dann U mit T unverrückbar verbunden.

Die Justirung der Mikroskope mittelst dieser Einrichtung erfolgt nun in der Weise, dass zunächst beide Schlitten und die Collimatorlagerplatten T auf

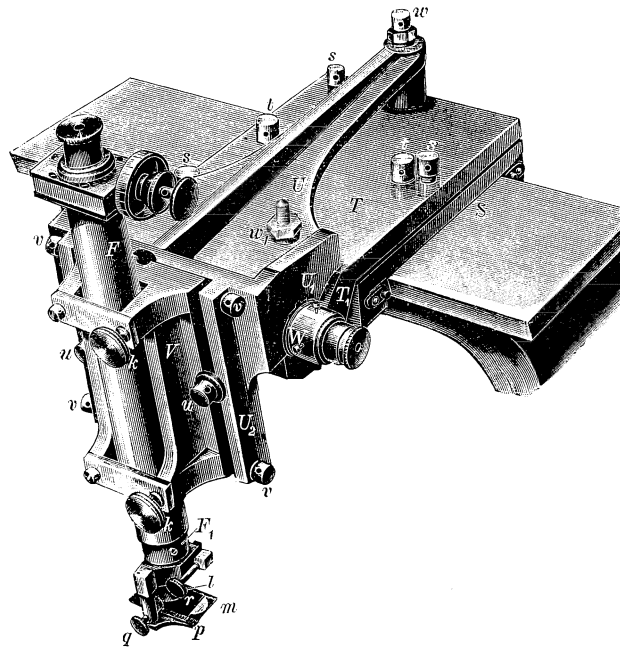


Fig. 9.

dem Wagen D des Comparators in solche gegenseitige Stellung gebracht werden, dass die Collimatorachsen parallel und horizontal liegen. Alsdann werden die Platten U auf die Collimatoren W aufgesetzt und bei entsprechender Stellung der Platte U die Halter V so justirt, dass die geometrische Achse der aus durchbohrten Stahlcylindern bestehenden Mikroskoprohre F vertical stehen, was mit Hülfe einer, an Stelle des Mikrometers aufgeschraubten Libelle unter Controle mittelst Umdrehens geprüft wird. Es erübrigt noch die Beseitigung vorhandener Centrirungsfehler des Objectivs gegen die geometrische Achse. Diese erfolgt durch Drehung des die Objectivfassung tragenden Auszugrohres F_1 im Stahlrohre bis in diejenige Stellung, in welcher das Bild eines in der verticalen Achsenebene liegenden Punktes keine Ver-

schiebung in der Richtung der zu messenden Längen erfährt, wenn man das Mikroskop aus seiner Gebrauchsstellung um 180° dreht. Es liegt alsdann die optische Achse in der gleichen Verticalebene wie die geometrische Achse. In dieser Stellung wird das Objectivrohr im Stahlrohr befestigt. Schliesslich wird noch mittelst der Schraube w die für die Beleuchtung passende Neigung der Mikroskope hergestellt. Dabei erfolgt die Drehung lediglich um die Collimatorenachsen.

Die Beleuchtung der Maassstäbe, Thermometer und Mikrometertrommeln erfolgt mittelst kleiner durch Accumulatoren erregter Vier-Volt-Glühlampen g (Fig. 6), welche lediglich während der kurzen Dauer der Ablesungen und Einstellungen bethätigt werden, so dass die erzeugte Wärmemenge nicht in Betracht kommt. Während die Lampen für die Trommelbeleuchtung von kleinen schwarzen Röhrchen mit passend ausgeschnittenen durchscheinenden Fenstern umschlossen sind, werden zur Beleuchtung der Theilflächen kleine parabolische Laternen verwandt, in deren Focus das Lämpchen steht, so dass dessen ganzes Licht auf matte, die Oeffnung verschliessende Glasplatten fällt, von denen nun diffuses Licht ausgeht. Die gleiche Anordnung ist für die Thermometerbeleuchtung vorgesehen, um störende Glanzlichter auszuschliessen.

Um, nach vorgängiger Scharfstellung der Fäden mittelst des Oculars, ein Kriterium für genaue Focaleinstellung (*mise au point, mise au foyer*) der Objecte unter den Mikroskopen zu besitzen, genügt die blosse Beurtheilung der Schärfe des Bildes nicht. In der That kann man das Mikroskop gegen die zu pointirenden Gegenstände, wie Versuche dargethan haben, fast um 0,4 mm verschieben, ehe das Bild beginnt nicht mehr gut einstellbar zu sein. Es sind deshalb die Mikroskope (Fig. 9), welche zu den Prototypvergleichen gedient haben, mit Einrichtungen zur beliebigen theilweisen Verdeckung des Objectivs versehen. In der vorliegenden Ausführung besteht die Einrichtung aus einer mittelst Klemmschraube l am Objectivrohr befestigten Platte p mit zum Objectiv concentrischer Oeffnung von gleicher Grösse mit diesem. Diese Oeffnung kann durch einen mittelst Zahnstange und Triebknopf q verschiebbaren Schirm r mit geraden Kanten ganz oder theilweise verdeckt werden. Zwei seitliche, mit matten Glasplättchen geschlossene Oeffnungen m dienen zur leichten Controle des bedeckten Theiles des Objectivs von oben her, indem der Bedeckungsschieber r gerade ebenso viel von den seitlichen Oeffnungen frei lässt, als er von der benachbarten Objectivhälfte bedeckt.

Die Wirksamkeit dieser Einrichtung beruht darauf, dass, so lange die Focaleinstellung ungenau ist und in Folge dessen an Stelle eines scharfen Bildes in der Fadenebene ein Zerstreungsbild durch die Wirkung des

ganzen Objectivs entworfen wird, die scheinbare Lage des Zerstreuungsbildes bzw. des Schwerpunktes der Dunkelheit, auf welchen man tatsächlich einstellt, sich ändert, sobald das Zerstreuungsbild lediglich unter Mitwirkung von Theilen des Objectivs zu Stande kommt, welche nicht symmetrisch zur Mitte liegen. So lange in der Fadenebene ein Zerstreuungsbild vorhanden ist, bringt also die Bedeckung einer Hälfte des Objectivs eine durch Differenzen der Trommeleinstellungen messbare Verschiebung des Strichbildes hervor. Diese Verschiebung geschieht, wie aus dem in Fig. 10 gegebenen Schema des Strahlenganges hervorgeht, nach der gleichen Richtung,

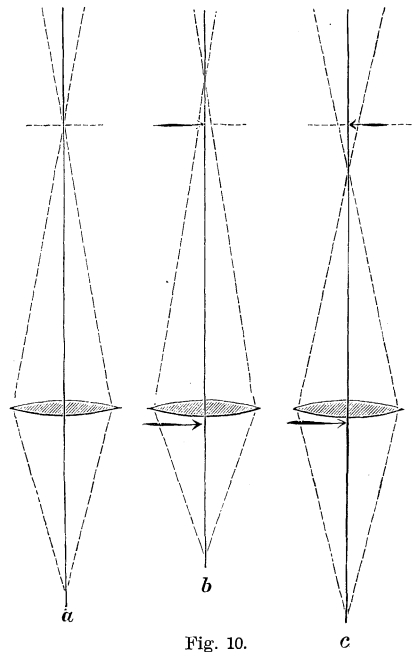


Fig. 10.

auf welcher der bedeckte Theil des Objectivs liegt, falls der Abstand vom Object zu gross, und nach der entgegengesetzten Richtung, falls dieser Abstand zu klein ist. In dem Maasse als man sich der genauen Focaleinstellung nähert, bei welcher die Zerstreuungskreise, in denen sich punktförmige Objecte in der Fadenebene abbilden, ein Minimum werden, vermindert sich der Betrag der Aenderung der Strichlage bei Bedeckung einer Objectivhälfte. Unter der Voraussetzung, dass die optische Wirkung aller Theile der Objectivöffnung völlig gleichartig und das Objectiv gut corrigirt ist, verschwindet die Aenderung der Bildlage zuletzt fast ganz. Umgekehrt ist die nachgewiesene Möglichkeit, die Aenderung der Bildlage durch geeignete Einstellung des Mikroskopes nach scharfer Einstellung des Oculars auf die Fadenebene in der That zum Verschwinden zu bringen, ein Beweis für die Gleichartigkeit und Güte der optischen Einrichtung.

Diese Einrichtung zur genaueren Prüfung der richtigen Focaleinstellung ist bei den Prototypvergleichen vom Jahre 1892 in Anwendung gekommen. Dabei wurde die Einstellung eines Striches für hinreichend scharf erachtet, wenn bei Bedeckung der einen bezw. anderen Objectivhälfte die Mikrometerablesungen innerhalb des Betrages von etwa $0,5 \mu$ mit der bei freier Objectivöffnung erhaltenen Ablesung übereinstimmten. Es mag dazu bemerkt werden, dass bei einer Einstellung des Objectivs, bei welcher das Bild des Striches noch eben pointirbar erscheint, zwischen der Pointirung bei freiem und derjenigen bei halbbedecktem Objectiv Differenzen bis zu 4μ auftreten.

B. Die Maassvergleichen.

I. Die Hauptvergleichen.

1. Die Beobachtungen.

Die Hauptvergleichen der Copieen des Urmaasses, S_s , B_s und No. 1605, mit dem neuen Prototyp des Deutschen Reichs, Fr. 18 , wurden im Winter und Frühjahr 1892 von den Herren Pensky (*P.*) und Dr. Stadthagen (*St.*) auf dem im Vorstehenden (Seite 56 u. ff.) beschriebenen grossen Repsold'schen Comparator ausgeführt.

Bei diesen Beobachtungen fand die zur Ausschliessung uncontrolirbarer Fehler nöthige Variation der äusseren Umstände in ausgedehntestem Maasse statt; das Hauptgewicht wurde auf die Bestimmung der beiden, fortan ausschliesslich als Hauptnormale in der Kaiserlichen Normal-Aichungs-Kommission anzuwendenden Stäbe S_s und B_s gelegt. Die Vergleichung des Stabes No. 1605 mit dem Prototyp hatte wesentlich nur Bedeutung für die Vergangenheit, da an dasselbe seinerzeit die Hauptnormale der Aichungs-Aufsichtsbehörden angeschlossen waren, und es von Interesse sein musste, zu ermitteln, wie weit die früheren Annahmen mit dem neu zu erhaltenden Befund, übereinstimmten.

Demnach wurden die beiden erstgenannten Stäbe ausser mit dem Prototyp auch mit einander verglichen, während man sich bei dem Stabe No. 1605 auf die Vergleichung mit dem Prototyp beschränkte. Es wurden also folgende 4 Vergleichsreihen ausgeführt:

eine Vergleichsreihe von	S_s	mit	Fr. 18 ,
„	„	„ B_s „ Fr. 18 ,
„	„	„ S_s „ B_s ,
„	„	„	. . No. 1605 „ Fr. 18 .

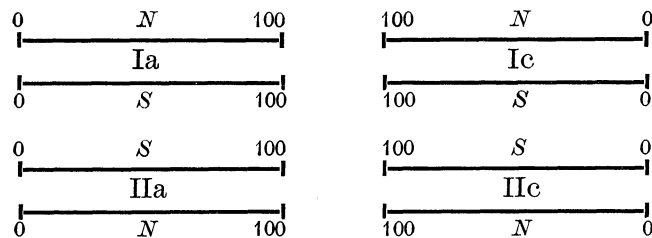
Jede dieser Reihen umfasste, um auch die Differenzen in der thermischen Ausdehnung der Stäbe kennen zu lernen, Beobachtungen bei mehreren Temperaturen. Diese Temperaturen in der befolgten Anordnung waren ungefähr

$$+7^{\circ}, -1^{\circ}, +19^{\circ}, +29^{\circ}, +24^{\circ}, +13^{\circ}.$$

Die Anordnung in der Folge der Temperaturen und die Wahl der Anzahl dieser Temperaturen war von dem Bestreben beeinflusst, einerseits einen, soweit die Witterungsverhältnisse es zuliessen, möglichst vollständigen Hin- und Rückgang der Temperatur zu erreichen und dadurch etwaige systematische Abweichungen von der vollständigen Temperaturlausgleichung zwischen den Stäben und den Thermometern, sowie etwaige Einflüsse der thermischen Nachwirkungen auszugleichen, andererseits aber auch eine grössere Anzahl von Bedingungsgleichungen zu erhalten.

In jeder Temperaturgruppe wurde bei jeder der obengenannten Combinationen zweier Maassstäbe die gegenseitige Lage beider Stäbe mehrmals variiert. Als Normal galt entweder das Prototyp 18 oder, wenn dasselbe bei der betreffenden Vergleichung nicht benutzt war, der Stab B_s . Im Folgenden ist das Normal mit N , der damit verglichene Stab mit S bezeichnet.

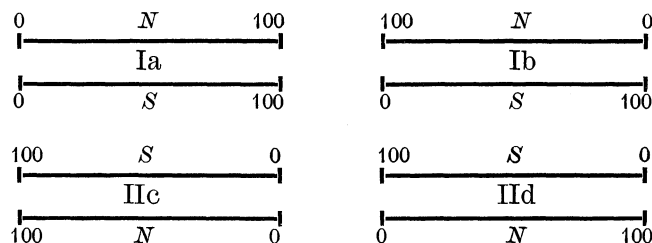
Die Vergleichungen von S_s und B_s mit Fr. 18 und untereinander wurden bei jeder Combination in den folgenden 4 Lagen der Stäbe ausgeführt:



Lage Ia: Normal hinten, beide Nullpunkte links,
 „ Ic: „ „ „ „ rechts,
 „ IIa: „ vorn, „ „ links,
 „ IIc: „ „ „ „ rechts.

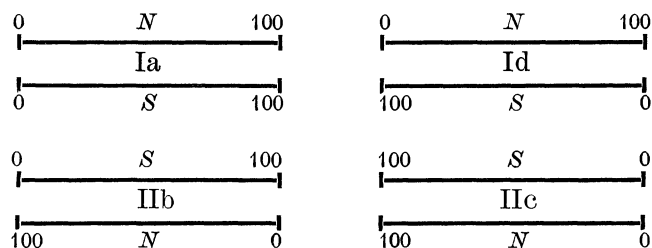
Diese 4 Lagencombinationen, welche die Hälfte aller 8 überhaupt möglichen ausmachen, gestatten sowohl den Einfluss der Vertauschung der Stäbe wie auch den Einfluss der Umkehrung der Stabenden von rechts nach links zu ermitteln.

Abweichungen von diesen Lagencombinationen fanden nur zweimal statt; nämlich in der Beobachtungsgruppe, welche Vergleichungen von B_s mit Fr. 18 bei $+7^{\circ}$ umfasst, woselbst sämtliche möglichen 8 Variationen der Stablagen einer Untersuchung unterworfen wurden, und in der Gruppe der Vergleichungen von S_s mit Fr. 18 gleichfalls bei $+7^{\circ}$, wobei die Stäbe in folgenden 4 Lagen gemessen wurden:



Lage Ia: Normal hinten, Nullpunkt von N links, von S links,
 „ Ib: „ „ „ „ N rechts, „ S links,
 „ IIc: „ vorn, „ „ N rechts, „ S rechts,
 „ IIId: „ „ „ „ N links, „ S rechts.

Die Vergleichen von No. 1605 mit §r. 18 wurden in folgenden 4 Lagen ausgeführt:



Lage Ia: Normal hinten, Nullpunkt von N links, von S links,
 „ Id: „ „ „ „ N links, „ S rechts,
 „ IIb: „ vorn, „ „ N rechts, „ S links,
 „ IIc: „ „ „ „ N rechts, „ S rechts.

Durchgehends wurde nun nach dem Grundsatz verfahren, alle Einzelbeobachtungen doppelt, das zweitemal in umgekehrter Reihenfolge, und mit Beobachterwechsel auszuführen, damit die Verschiedenheiten der persönlichen Fehlerquellen und die der Zeit proportionalen Veränderungen der Umstände eliminiert wurden. Demgemäss wurde in jeder Stablage immer eine aus zwei Theilen bestehende sogenannte vollständige Vergleichung ausgeführt. Ihre Anordnung ist also folgende:

Beide Beobachter machen gleichzeitig an den bezüglichen Stabenden für jeden Stab in der Folge N, S, S, N

1. eine Temperaturablesung,
2. eine Mikrometerablesung,
3. eine Mikrometerablesung,
4. eine Temperaturablesung.

Sodann wechseln die Beobachter ihre Plätze und führen die nämlichen 4 Beobachtungen in der gleichen Folge der Stäbe aus.

Es wurden im Ganzen 100 solche vollständige Vergleichungen ausge-

führt, über die die folgende Tabelle 1 in Hinsicht auf Reihenfolge, Datum und Mitteltemperatur der Vergleichung, sowie hinsichtlich der Lage der Stäbe eine Uebersicht giebt, und zwar liegen für die Ausgleichung zwischen S_s , B_s und Fr. 18 : 76, für die zwischen No. 1605 und Fr. 18 : 24 vollständige Vergleichungen vor.

Tabelle 1.

Nr. der Vergleichung	Datum der Vergleichung	Vergleichung		Ungefähre Mitteltemperatur der Vergleichung	Lage der Stäbe
		von (S)	mit (N)		
	1892				
1	3. Febr.	B_s	Fr. 18	+ 7,7°	I a
2	4. "	"	"	+ 7,5	II b
3	4. "	"	"	+ 7,5	II d
4	4. "	"	"	+ 7,5	II c
5	5. "	"	"	+ 7,3	II b
6	5. "	"	"	+ 7,4	II a
7	6. "	"	"	+ 7,5	I c
8	6. "	"	"	+ 7,6	I d
9	8. "	No. 1605	Fr. 18	+ 7,1	I a
10	9. "	"	"	+ 6,8	I d
11	9. "	"	"	+ 7,0	II c
12	9. "	"	"	+ 6,9	II b
13	13. "	S_s	Fr. 18	+ 7,2	II c
14	13. "	"	"	+ 7,3	II d
15	15. "	"	"	+ 6,4	I b
16	15. "	"	"	+ 6,4	I a
17	16. "	B_s	Fr. 18	+ 0,9	I a
18	16. "	"	"	+ 0,8	I c
19	16. "	"	"	+ 0,8	II a
20	16. "	"	"	+ 0,7	II c
21	17. "	S_s	Fr. 18	— 0,9	II c
22	17. "	"	"	— 0,8	II a
23	17. "	"	"	— 0,7	I c
24	17. "	"	"	— 0,7	I a
25	18. "	S_s	B_s	— 2,4	I a
26	18. "	"	"	— 2,4	I c
27	18. "	"	"	— 2,3	II a
28	18. "	"	"	— 2,2	II c

Nr. der Vergleichung	Datum der Vergleichung	Vergleichung		Ungefähre Mitteltemperatur der Vergleichung	Lage der Stäbe
		von (<i>S</i>)	mit (<i>N</i>)		
	1892				
29	19. Febr.	No. 1605	Fr. 18	- 1,5°	II b
30	19. "	"	"	- 1,4	II c
31	19. "	"	"	- 1,1	I a
32	19. "	"	"	- 0,9	I d
33	24. "	<i>S_s</i>	<i>B_s</i>	+ 6,7	I a
34	25. "	"	"	+ 7,3	I c
35	26. "	"	"	+ 6,9	II a
36	26. "	"	"	+ 6,9	II c
37	29. "	<i>S_s</i>	<i>B_s</i>	+ 19,5	II c
38	29. "	"	"	+ 19,2	II a
39	1. März	"	"	+ 17,4	I c
40	1. "	"	"	+ 17,6	I a
41	2. "	<i>S_s</i>	Fr. 18	+ 19,9	I a
42	2. "	"	"	+ 20,0	I c
43	2. "	"	"	+ 20,1	II a
44	3. "	"	"	+ 19,9	II c
45	3. "	<i>B_s</i>	Fr. 18	+ 19,8	II c
46	3. "	"	"	+ 19,8	II a
47	4. "	"	"	+ 19,6	I c
48	4. "	"	"	+ 19,7	I a
49	4. "	No. 1605	Fr. 18	+ 19,7	I a
50	4. "	"	"	+ 19,7	I d
51	5. "	"	"	+ 19,3	II b
52	5. "	"	"	+ 19,3	II c
53	10. "	<i>S_s</i>	Fr. 18	+ 29,1	II c
54	10. "	"	"	+ 29,2	II a
55	10. "	"	"	+ 29,3	I c
56	10. "	"	"	+ 29,3	I a
57	11. "	<i>B_s</i>	Fr. 18	+ 30,1	I a
58	11. "	"	"	+ 30,2	I c
59	11. "	"	"	+ 30,1	II a
60	11. "	"	"	+ 30,1	II c
61	12. "	No. 1605	Fr. 18	+ 29,4	II b
62	12. "	"	"	+ 29,4	II c
63	12. "	"	"	+ 29,4	I a
64	12. "	"	"	+ 29,4	I d

Nr. der Vergleichung	Datum der Vergleichung	Vergleichung		Ungefähre Mitteltemperatur der Vergleichung	Lage der Stäbe
		von (<i>S</i>)	mit (<i>N</i>)		
	1892				
65	14. März	S_s	B_s	+ 29,6 °	I a
66	14. "	"	"	+ 29,7	I c
67	16. "	"	"	+ 29,1	II a
68	16. "	"	"	+ 28,9	II c
69	21. "	S_s	B_s	+ 22,8	II c
70	21. "	"	"	+ 23,0	II a
71	22. "	"	"	+ 23,7	I c
72	22. "	"	"	+ 23,8	I a
73	22. "	S_s	Pr. 18	+ 23,9	I a
74	22. "	"	"	+ 24,1	I c
75	23. "	"	"	+ 24,7	II a
76	23. "	"	"	+ 24,5	II c
77	23. "	B_s	Pr. 18	+ 24,4	II c
78	23. "	"	"	+ 24,3	II a
79	24. "	"	"	+ 22,8	I c
80	24. "	"	"	+ 22,7	I a
81	24. "	No. 1605	Pr. 18	+ 22,7	I a
82	24. "	"	"	+ 22,6	I d
83	25. "	"	"	+ 22,7	II b
84	25. "	"	"	+ 22,8	II c
85	29. "	No. 1605	Pr. 18	+ 14,0	II c
86	29. "	"	"	+ 13,8	II b
87	29. "	"	"	+ 13,7	I d
88	29. "	"	"	+ 13,7	I a
89	30. "	S_s	Pr. 18	+ 12,8	I a
90	30. "	"	"	+ 12,8	I c
91	30. "	"	"	+ 12,9	II a
92	30. "	"	"	+ 12,9	II c
93	31. "	B_s	Pr. 18	+ 12,9	II c
94	31. "	"	"	+ 13,0	II a
95	31. "	"	"	+ 13,3	I c
96	31. "	"	"	+ 13,4	I a
97	1. April	S_s	B_s	+ 14,0	I a
98	1. "	"	"	+ 14,1	I c
99	1. "	"	"	+ 14,3	II a
100	1. "	"	"	+ 14,5	II c

Von den zu §r. 18 gehörigen, aus Breteuil mitgelieferten 4 Stabthermometern von Tonnelot T 4321 bis 4324 hatte das letzte, T 4324, vor Beginn der Messungen eine Beschädigung erlitten; statt desselben wurde das Einschluss-thermometer von Fuess FI aus Thüringer Glas benutzt.

Die Thermometer blieben immer bei denselben Stäben, und die beiden zu einem Stabe gehörigen Thermometer behielten immer ihre gegenseitige Lage, demnach erfolgte die Temperaturbestimmung eines und desselben Stabes immer mit denselben zwei Thermometern.

Ueber die Einrichtung dieser Thermometer ist in dem I. Abschnitt das Nöthige gesagt. Die Ablesung der Angaben konnte auf Tausendtheile des Grades ausgeführt werden. Die Eispunkte der vier Thermometer wurden unmittelbar nach jeder Beobachtungsgruppe direct bestimmt, und zwar bei den Stabthermometern in der Weise, dass die Lage des Eispunktes unter Drehung des Thermometers um 180° von zwei gegenüberliegenden Seiten abgelesen wurde.

Da der zu dieser Bestimmung dienende Apparat sich in einem anderen Raume befand, wurden die Thermometer, um Erwärmungen auf andere Temperaturen als die Beobachtungstemperaturen auszuschliessen, sofort nach ihrer Entnahme vom Comparator an Ort und Stelle in ein Gefäss mit Eis gethan und mit diesem in den Raum, wo der bezeichnete Apparat stand, gebracht. Der Apparat war mit geschabtem Eis, das völlig mit destillirtem Wasser durchtränkt wurde, gefüllt. In dieses Eis wurden die Thermometer gesenkt. Zwischen der Abnahme vom Comparator und der Ablesung der Thermometer zur Eispunktsbestimmung verstrichen durchschnittlich 5 bis 10 Minuten.

An den Mikrometerschrauben der Einstellungsmikroskope des Comparators wurden Tausendstel Umdrehungen abgelesen. Dies entspricht Ablesungen auf $0,1 \mu$ (S. 65 u. 81). Zur Ermittlung des genauen Werthes der in Betracht kommenden Schraubengänge — die periodischen Fehler waren früher bestimmt — wurden nach jeder vollständigen Beobachtung directe Messungen in folgender Weise angestellt.

Es wurden die an die Hauptstriche der gerade aufliegenden Stäbe angrenzenden Hilfsintervalle mit den beiden Mikrometerschrauben, ohne deren vorherige Stellung zu verändern, eingestellt, sodass z. B. beim Prototyp, bei dem die Hauptstriche die Bezeichnung 2 und 5, die Nebenstriche die Bezeichnung 1, 3 bezw. 6, 4 tragen, der eine Beobachter nacheinander Strich 1, 2, 3, der andere gleichzeitig Strich 6, 5, 4 einstellte, worauf die Beob-

achter wechselten und die Einstellungen in umgekehrter Folge wiederholten. Das Entsprechende geschah darauf bei Einstellung der Mikroskope auf den anderen Stab.

So wurden auf §r. 18 die nominell 0,5 mm betragenden Intervalle: 1 bis 2, 2 bis 3, 4 bis 5 und 5 bis 6, auf S_s und B_s die nominell 0,1 mm betragenden Intervalle $-0,1$ bis $0,0$, $0,0$ bis $+0,1$, $999,9$ bis 1000 und 1000 bis $1000,1$ bei allen Temperaturen mehrfach bestimmt.

2. Die Reduction der Beobachtungen.

a) Die Temperaturablesungen.

Bezüglich der Reduction der Temperaturablesungen ist zu unterscheiden zwischen den drei Tonnelot-Thermometern und dem Fuess'schen Thermometer F I.

Für die Tonnelot-Thermometer lagen die amtlichen Certificate des internationalen Büreaus für Maass und Gewicht vor, die sich in dem allgemeinen einleitenden Theil abgedruckt finden und hinsichtlich der Eispunkte eine Ergänzung in den mit den Messungen verbundenen Eispunktbeobachtungen (siehe oben) erfuhren. Es wurden alle für genaue Temperaturberechnung erforderlichen Correctionen berücksichtigt. Zu bemerken ist noch Folgendes:

Die Correction wegen des äusseren Druckes brauchte nur insoweit in Rücksicht gezogen zu werden, als es sich um die Zusammendrückung des Gefässes handelte; sie ist mit den Correctionen für die Lage des Eispunktes vereinigt. Die Correction wegen des inneren Druckes fiel völlig fort, da die Thermometer horizontal lagen.

Bei der auf der vorigen Seite erwähnten Bestimmung der Eispunktfehler haben sich die Thermometer in verticaler Lage befunden, die Beobachtungen mussten also wegen des inneren Druckes corrigirt werden, um für horizontale Lage Geltung zu erlangen. Es geschah dieses für die Tonnelot-Thermometer mit Hülfe der in den Certificaten gemachten Angaben für die inneren Druckcoefficienten und die Abstände der Nullpunktstriche vom Mittelpunkt der Quecksilbergefässe, während für das Thermometer F I die im I. Abschnitt auf S. 8 u. ff. verzeichneten Zahlen benutzt wurden.

Die Tabelle 2 auf der nächsten Seite enthält die so für inneren und äusseren Druck corrigirten Lagen der Eispunkte zunächst für jedes der

Tunnelot-Thermometer in je einer Reihe. Zur Vergleichung sind in den Zeilen mit der Bezeichnung „berechnet“ diejenigen Zahlen aufgeführt, welche sich unter Zugrundelegung der in den „Travaux et Mémoires du bureau international des poids et mesures“ Bd. V S. 119 gemachten Angaben über die für diese Thermometer seinerzeit in Breteuil ermittelten Depressionen ableiten lassen.

Tabelle 2.

Thermometer Tunnelot	Art der Ermittelung	Temperatur vor der Eispunktsbestimmung					
		0°	+ 7°	+ 14,5°	+ 19,5°	+ 22,5°	+ 28,5°
		Lage der Eispunkte					
4321	beobachtet	+ 0,018°	+ 0,008°	+ 0,009°	+ 0,004°	- 0,007°	- 0,001°
	berechnet	—	+ 0,012°	+ 0,005°	± 0,000°	- 0,003°	- 0,003°
4322	beobachtet	+ 0,029°	+ 0,020°	+ 0,022°	+ 0,011°	—	+ 0,009°
	berechnet	—	+ 0,023°	+ 0,016°	+ 0,011°	—	+ 0,003°
4323	beobachtet	+ 0,029°	+ 0,015°	+ 0,016°	+ 0,010°	—	+ 0,010°
	berechnet	—	+ 0,023°	+ 0,016°	+ 0,011°	—	+ 0,003°

Die im internationalen Maass- und Gewichtsbüreau für die drei Thermometer für 0° gefundenen Eispunktslagen waren:

im April 1887	im April 1888
+ 0,002	+ 0,010
+ 0,017	+ 0,024
+ 0,019	+ 0,024.

Hiernach besteht eine befriedigende Uebereinstimmung zwischen den beobachteten und berechneten Lagen der Eispunkte. Auch zeigt sich, dass man innerhalb der hier in Frage kommenden Temperaturen die Veränderung der Eispunktslagen mit wachsender Temperatur der letzteren proportional setzen darf. Demgemäss sind aus den unmittelbar beobachteten und in der angegebenen Weise reducirten Eispunktslagen durch graphische Ausgleichung und Interpolation die folgenden Tabellen unter Nr. 3 für diese Lagen bei allen Temperaturen zwischen 0° und 30° in 0,001° abgeleitet.

Tabelle 3.

Deprimirte Eispunktslagen.

a) Thermometer Tonnelot 4321.

in 0,001°

Temperatur bei der Messung	0°	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°	9°
0°	+18	+18	+17	+16	+15	+14	+13	+13	+12	+11
+10°	+10	+9	+8	+8	+7	+6	+5	+4	+4	+3
+20°	-2	+1	0	-1	-2	-2	-3	-4	-5	-5
+30°	-6									

b) Thermometer Tonnelot 4322.

in 0,001°

Temperatur bei der Messung	0°	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°	9°
0°	+29	+28	+28	+27	+26	+25	+24	+23	+23	+22
+10°	+21	+20	+19	+18	+17	+16	+15	+14	+13	+13
+20°	+12	+11	+10	+9	+8	+8	+7	+6	+5	+4
+30°	+3									

c) Thermometer Tonnelot 4323.

in 0,001°

Temperatur bei der Messung	0°	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°	9°
0°	+28	+27	+26	+25	+24	+23	+23	+22	+21	+20
+10°	+19	+18	+18	+17	+16	+15	+14	+13	+13	+12
+20°	+11	+10	+9	+8	+8	+7	+6	+5	+4	+3
+30°	+3									

Der wahrscheinliche Fehler dieser Werthe dürfte zu $\pm 0,003^\circ$ bis $\pm 0,004^\circ$ anzunehmen sein.

Mit Hülfe der hieraus durch Umkehrung der Zeichen zu entnehmenden Eispunktsfehler und der für die anderen Fehler der Thermometer in den Certificaten gemachten Angaben ergeben sich die weiteren Tabellen unter Nr. 4 für die vollständigen, bei der Reduction der Längenmessungen angewendeten Fehler dieser drei Thermometer bei horizontaler Lage, berechnet von Grad zu Grad, bezogen auf die Angaben der internationalen Temperaturskale und ausgedrückt in 0,001°.

Tabelle 4.

Fehlertafel.

a) Thermometer Tonnelot 4321.

in 0,001°

Theilung	0°	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°	9°
— 0°	— 18	— 13	— 8	— 3						
+ 0°	— 18	— 24	— 30	— 34	— 37	— 42	— 47	— 51	— 54	— 53
+ 10°	— 54	— 53	— 51	— 50	— 49	— 51	— 52	— 55	— 58	— 63
+ 20°	— 68	— 68	— 67	— 64	— 60	— 58	— 54	— 52	— 50	— 50
+ 30°	— 48	— 44								

b) Thermometer Tonnelot 4322.

in 0,001°

Theilung	0°	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°	9°
— 0°	— 29	— 22	— 14	— 5						
+ 0°	— 29	— 39	— 50	— 61	— 71	— 80	— 89	— 97	— 107	— 113
+ 10°	— 120	— 124	— 128	— 133	— 138	— 141	— 143	— 145	— 148	— 150
+ 20°	— 151	— 152	— 152	— 150	— 147	— 139	— 131	— 123	— 116	— 113
+ 30°	— 109	— 109								

c) Thermometer Tonnelot 4323.

in 0,001°

Theilung	0°	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°	9°
— 0°	— 28	— 24	— 19	— 15						
+ 0°	— 28	— 29	— 30	— 33	— 34	— 35	— 37	— 35	— 34	— 32
+ 10°	— 30	— 29	— 29	— 28	— 27	— 25	— 22	— 22	— 22	— 19
+ 20°	— 16	— 12	— 9	— 6	— 5	— 5	— 6	— 4	— 4	— 7
+ 30°	— 11	— 13								

Die Genauigkeit der Angaben für die vollständigen Fehler darf man mit Rücksicht auf die Genauigkeit der Fehlerermittelungen für den Eispunkt, und weil nach den Angaben in den Certificaten die Genauigkeit der anderen Fehlerbestimmungen etwa $\pm 0,002^\circ$ beträgt, auf $\pm 0,005^\circ$ bis $\pm 0,007^\circ$ schätzen.

Bezüglich der Fehlerermittlung für das Thermometer FI ist auf die Mittheilungen im I. Abschnitt zu verweisen. Was die für dieses Thermometer vorgenommenen Bestimmungen der Lage des Eispunktes anbetrifft, so konnte von einer Verbesserung der Beobachtungen für den inneren Druck Abstand genommen werden, weil sie in den im I. Abschnitt für dieses Thermometer gemachten Angaben bereits enthalten ist. Die Correction für den äusseren Druck ist berücksichtigt worden.

Es ergaben sich in dieser Weise folgende reducirte Werthe:

Temperatur vor der Eis-					
punktsbestimmung . . .	0°	+ 7°	+ 19,5°	+ 25,5°	+ 28,5°
Lage des Eispunktes . . .	+ 0,072°	+ 0,068°	+ 0,063°	+ 0,057°	+ 0,057°

Später (gegen Ende des Jahres 1893) ist von Herrn W. Schloesser die Lage des Eispunktes bei 0° zu + 0,080° und die Depression zu - 0,001° für jeden Grad beobachtet. Die hieraus zu berechnenden Eispunktslagen stimmen relativ gut (bis auf 0,007°) mit den unmittelbar beobachteten überein. Es sind darum die letzteren unter Annahme proportionaler Veränderung mit wachsender Temperatur ausgeglichen und zur Berechnung der folgenden Tabelle 5 benutzt.

Tabelle 5.

Deprimirte Eispunktslagen
für das Thermometer FI.

in 0,001°

Temperatur bei der Messung	0°	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°	9°
0°	+ 72	+ 71	+ 71	+ 70	+ 70	+ 69	+ 69	+ 68	+ 67	+ 67
+ 10°	+ 66	+ 66	+ 65	+ 65	+ 64	+ 64	+ 63	+ 63	+ 62	+ 61
+ 20°	+ 61	+ 60	+ 60	+ 59	+ 59	+ 58	+ 58	+ 57	+ 57	+ 56
+ 30°	+ 56									

Die vollständigen Fehler in Tausendstelgraden sind in der nachfolgenden Tabelle 6 zusammengestellt, wiederum bezogen auf horizontale Lage und auf die Angaben der internationalen Temperaturskala.

Tabelle 6.
Fehlertafel
für das Thermometer F I.

Temperatur	,0°	,1°	,2°	,3°	,4°	,5°	,6°	,7°	,8°	,9°
- 2°	- 82	- 82	- 81	- 81	- 80	- 80				
- 1	- 86	- 86	- 85	- 85	- 85	- 84	- 84	- 83	- 83	- 83
- 0	- 87	- 88	- 89	- 85	- 79	- 86	- 88	- 86	- 87	- 85
+ 0°	- 87	- 90	- 87	- 91	- 88	- 90	- 91	- 93	- 94	- 93
+ 1°	- 89	- 94	- 93	- 93	- 95	- 93	- 97	- 95	- 97	- 95
2	- 98	- 95	- 97	- 99	- 101	- 101	- 99	- 102	- 99	- 101
3	- 99	- 104	- 100	- 104	- 102	- 104	- 107	- 106	- 110	- 109
4	- 111	- 112	- 115	- 111	- 115	- 113	- 114	- 113	- 112	- 117
+ 5°	- 114	- 116	- 114	- 116	- 117	- 117	- 117	- 119	- 118	- 120
+ 6°	- 120	- 119	- 123	- 122	- 123	- 122	- 125	- 124	- 127	- 127
7	- 125	- 124	- 126	- 128	- 128	- 128	- 129	- 131	- 131	- 134
8	- 129	- 132	- 133	- 146	- 136	- 135	- 140	- 140	- 139	- 140
9	- 141	- 138	- 140	- 141	- 143	- 142	- 144	- 145	- 144	- 142
+ 10°	- 141	- 149	- 147	- 154	- 151	- 153	- 152	- 158	- 160	- 160
+ 11°	- 160	- 162	- 163	- 163	- 166	- 167	- 169	- 169	- 172	- 175
12	- 173	- 175	- 177	- 181	- 181	- 181	- 181	- 184	- 187	- 187
13	- 193	- 194	- 193	- 197	- 201	- 201	- 203	- 202	- 207	- 212
14	- 208	- 218	- 215	- 223	- 221	- 225	- 224	- 229	- 228	- 234
+ 15°	- 232	- 233	- 238	- 238	- 242	- 240	- 244	- 243	- 246	- 248
+ 16°	- 247	- 253	- 254	- 257	- 256	- 258	- 258	- 261	- 261	- 265
17	- 262	- 266	- 267	- 268	- 272	- 270	- 270	- 273	- 273	- 275
18	- 272	- 278	- 278	- 281	- 279	- 282	- 282	- 287	- 282	- 284
19	- 284	- 295	- 299	- 298	- 302	- 302	- 303	- 301	- 306	- 303
+ 20°	- 300	- 297	- 302	- 303	- 300	- 302	- 305	- 305	- 305	- 303
+ 21°	- 303	- 304	- 304	- 307	- 309	- 305	- 312	- 311	- 312	- 308
22	- 309	- 311	- 308	- 312	- 315	- 311	- 315	- 317	- 318	- 321
23	- 316	- 317	- 316	- 317	- 321	- 318	- 318	- 323	- 326	- 326
24	- 331	- 332	- 333	- 330	- 328	- 333	- 332	- 339	- 332	- 338
+ 25°	- 337	- 339	- 340	- 343	- 341	- 340	- 340	- 343	- 344	- 343
+ 26°	- 344	- 344	- 344	- 344	- 343	- 340	- 343	- 345	- 343	- 347
27	- 343	- 349	- 345	- 348	- 344	- 345	- 347	- 347	- 348	- 348
28	- 349	- 346	- 345	- 349	- 344	- 343	- 346	- 348	- 348	- 348
29	- 344	- 349	- 348	- 350	- 346	- 348	- 348	- 347	- 348	- 347
+ 30°	- 347	- 347	- 349	- 347	- 350	- 346				

b) Die Mikrometerablesungen.

Die Correctionen der Ablesungen der Mikrometer A_I und B_{II} wegen der periodischen Ungleichheiten der Schrauben wurden aus der nach-

folgenden Tabelle 7, die aus Messungen im Jahre 1890 hervorgegangen ist, entnommen.

Tabelle 7,
zur Verbesserung der periodischen Ungleichheiten der Mikrometerschrauben der neuen
Mikroskope, zum Repsold'schen Comparator gehörig.

Mikroskop B _{II} (links).											Mikroskop A _I (rechts).										
Ablesung an der Trommel	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Ablesung an der Trommel	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Fehler in 0,001 Schraubenumdrehung											Fehler in 0,001 Schraubenumdrehung										
0,00	0	0	0	0	-1	-1	-1	-1	-1	-1	0,00	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	-1
0,10	-1	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	0,10	-1	-1	-1	-2	-2	-2	-2	-3	-3	-3
0,20	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-2	0,20	-3	-4	-4	-4	-4	-5	-5	-5	-5	-5
0,30	-2	-2	-2	-2	-2	-2	-1	-1	-1	-1	0,30	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-6
0,40	-1	-1	-1	0	0	0	0	0	0	0	0,40	-6	-6	-6	-6	-6	-6	-5	-5	-5	-5
0,50	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+2	0,50	-5	-5	-5	-5	-4	-4	-4	-4	-4	-4
0,60	+2	+2	+2	+2	+2	+2	+2	+2	+2	+2	0,60	-4	-4	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3	-3
0,70	+2	+2	+2	+2	+2	+2	+2	+2	+2	+2	0,70	-3	-3	-3	-3	-2	-2	-2	-2	-2	-2
0,80	+2	+2	+2	+2	+2	+2	+2	+2	+1	+1	0,80	-2	-2	-2	-1	-1	-1	-1	-1	-1	-1
0,90	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	0	0	0	0,90	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
1,00	0										1,00	0									

Die Zeichen sind hier und in allen früheren Fehlertafeln so gewählt, dass die Hinzufügung der Fehler zu den Ablesungen die richtigen Werthe ergibt.

Was die Uebertragung der in Umdrehungswerthen der Schrauben gemachten Ablesungen an den Schraubentrommeln in Millimeter betrifft, so war, wie auf S. 53 erwähnt, zu diesem Behufe eine Anzahl kleiner Intervalle auf den drei Stäben direct durch Messung mit den Schrauben bei verschiedenen Temperaturen bestimmt worden.

Als Sollwerthe dieser Längen wurden folgende Zahlen angenommen

für \mathfrak{R} . 18:

Intervall 1 bis 2 = 499,7 ^u	}	im Certificat angegebene Werthe,
„ 2 „ 3 = 507,6		
„ 4 „ 5 = 501,5		
„ 5 „ 6 = 496,8		

für S_s :

Intervall - 0,1 bis 0 = 100,6 ^u	}	aus neueren Vergleichungen abgeleitet,
„ 0 „ + 0,1 = 99,1		
„ 999,9 „ 1000 = 98,7		
„ 1000 „ 1000,1 = 101,5		

für B_3 :

Intervall — 0,1 bis 0	= 100,1"	aus neueren Vergleichen abgeleitet.
„ 0 „ + 0,1	= 99,8	
„ 999,9 „ 1000	= 99,7	
„ 1000 „ 1000,1	= 100,6	

Nimmt man an, dass eine vollständige Schraubenumdrehung genau 0,1 mm beträgt, so ergeben sich als Abweichungen obiger Sollwerthe von den mit den Schrauben gemessenen (im Sinne Sollwerth — gemessener Werth), die in der nachstehenden Tabelle 8 für die verschiedenen Intervalle und Temperaturen in der Einheit 0,1" verzeichneten Beträge:

Tabelle 8.

1. Aus der Messung der Intervalle auf Nr. 18.

Die Zahlen gelten für 5 volle Umdrehungen der Schraube.

Mikrometer B_{11} (links).Mikrometer A_1 (rechts).

Einheit 0,1".

Tempe- ratur	Intervall				Mittel	Tempe- ratur	Intervall				Mittel
	1-2	2-3	4-5	5-6			1-2	2-3	4-5	5-6	
0°	+8	+7	-10	+10	+4	0°	+5	+16	+12	+15	+12
	-8	-2	+9	-7	-2		+2	-1	-1	-2	0
+7°	-1	+6	+3	+11	+5	+7°	+3	+13	+12	+14	+11
	+1	-1	-4	-8	-3		+4	+2	-1	-1	+1
+13°	-3	+5	+2	-2	+1	+13°	+10	+20	+13	+14	+14
	+3	0	-3	+5	+1		-3	-5	-2	-1	-2
+19°	-1	+4	+3	+2	+2	+19°	+3	+12	+10	+11	+9
	+1	+1	-4	+1	0		+4	+3	+1	+2	+3
+23°	-2	-4	-3	-2	-1	+23°	+11	+17	+9	+11	+12
	+2	+1	+2	+5	+3		-4	-2	+2	+2	0
+29°	-3	+3	+2	-1	0	+29°	+11	+12	+10	+14	+12
	+3	+2	-3	+4	+2		-4	+3	+1	-1	0
Mittel	0	+5	-1	+3	+2	Mittel	+7	+15	+11	+13	+12
Mittel für 1 Um- drehung	0	+1	0	+1	0	Mittel für 1 Um- drehung	+1	+3	+2	+3	+2

Die kleinen in der Mitte stehenden Zahlen geben die Abweichungen der Werthe bei den einzelnen Temperaturen vom Mittel innerhalb jeder Spalte an.

2. Aus der Messung der Intervalle auf S_s .

Die Zahlen gelten für 1 volle Umdrehung der Schraube.

Mikrometer B_{II} (links).Mikrometer A_I (rechts).Einheit $0,1''$.

Temperatur	Intervall					Mittel	Temperatur	Intervall					Mittel
	-0,1-0,0	0,0-+0,1	999,9-1000	1000-1000,1				-0,1-0,0	0,0-+0,1	999,9-1000	1000-1000,1		
0°	+12	-7	-1	+13	+4		0°	+7	-2	-5	+14	+4	
	-7	0	-2	-8	-4			+3	-3	+4	-5	-1	
+7°	+6	-9	-2	+4	0		+7°	+8	-4	0	+8	+3	
	-1	+2	-1	+1	0			+2	-1	-1	+1	0	
+13°	+6	-7	-4	+4	0		+13°	+14	-6	-1	+8	+4	
	-1	0	+1	+1	0			-4	+1	0	+1	-1	
+19°	+4	-4	-2	+2	0		+19°	+9	-5	-1	+8	+3	
	+1	-3	-1	+3	0			+1	0	0	+1	0	
+23°	+5	-9	-7	+2	-2		+23°	+10	-6	+3	+5	+3	
	0	+2	+4	+3	+2			0	+1	-4	+4	0	
+29°	-1	-7	-3	+5	-2		+29°	+10	-8	-1	+9	+3	
	+6	0	0	0	+2			0	+3	0	0	0	
Mittel für 1 Umdrehung	+5	-7	-3	+5	0		Mittel für 1 Umdrehung	+10	-5	-1	+9	+3	

3. Aus der Messung der Intervalle auf B_s .

Die Zahlen gelten für 1 volle Umdrehung der Schraube.

Mikrometer B_{II} (links).Mikrometer A_I (rechts).Einheit $0,1''$.

Temperatur	Intervall					Mittel	Temperatur	Intervall					Mittel
	-0,1-0,0	0,0-+0,1	999,9-1000	1000-1000,1				-0,1-0,0	0,0-+0,1	999,9-1000	1000-1000,1		
0°			-10	+9	0		0°	+5	+3			+4	
			+7	-7	-1			-1	-3			-2	
+7°	-1	+1	-3	-1	-1		+7°	+9	-3	-1	+6	+4	
	-2	-1	0	+3	0			-5	+3	-1	+2	0	
+13°	-4	-1	-2	+2	-1		+13°	0	-3	-2	+10	+1	
	+1	+1	-1	0	0			+4	+3	0	-2	+1	
+19°	-3	-1	0	-2	-1		+19°	+3	-3	+1	+5	+2	
	0	+1	-3	+4	0			+1	+3	-3	+3	+1	
+23°	-4	0	-3	-1	-2		+23°	+4	+2	-2	+6	+3	
	+1	0	0	+3	+1			0	-2	0	+2	0	
+29°	-5	+2	-1	+4	0		+29°	+5	+2	-7	+13	+3	
	+2	-2	-2	-2	-1			-1	-2	+5	-5	-1	
Mittel für 1 Umdrehung	-3	0	-3	+2	-1		Mittel für 1 Umdrehung	+4	0	-2	+8	+3	

Zur Vergleichung und Kontrolle sollen noch die Ergebnisse der entsprechenden Beobachtungen bei der älteren Vergleichsreihe, die später weniger ausführlich discutirt werden wird, herangezogen werden.

4. Aus der Messung der Intervalle auf Ψ r. 18.

Die Zahlen gelten für 5 volle Umdrehungen der Schraube.

Mikrometer B_{II} (links).

Mikrometer A_I (rechts).

Einheit $0,1''$.

Temperatur	Intervall				Mittel	Temperatur	Intervall				Mittel
	1-2	2-3	4-5	5-6			1-2	2-3	4-5	5-6	
+ 5°	-3 +4	+4 -5	-4 +2	+1 +3	-1 +1	+ 5°	-4 +4	+11 -1	+7 0	+2 +6	+4 +2
+ 15°	+3 -2	-2 +1	-3 +1	+7 -3	+1 -1	+ 15°	+2 -2	+10 0	+6 +1	+9 -1	+7 -1
+ 25°	+2 -1	-4 +3	+1 -3	+5 -1	+1 -1	+ 25°	+3 -3	+9 +1	+8 -1	+14 -6	+8 -2
Mittel	+1	-1	-2	+4	0	Mittel	0	+10	+7	+8	+6
Mittel für 1 Umdrehung	0	0	0	+1	0	Mittel für 1 Umdrehung	0	+2	+1	+2	+1

5. Aus der Messung der Intervalle auf S_g .

Die Zahlen gelten für 1 volle Umdrehung der Schraube.

Mikrometer B_{II} (links).

Mikrometer A_I (rechts).

Einheit $0,1''$.

Temperatur	Intervall				Mittel	Temperatur	Intervall				Mittel
	-0,1-0,0	0,0-+0,1	999,9-1000	1000-1000,1			-0,1-0,0	0,0-+0,1	999,9-1000	1000-1000,1	
+ 5°	+8 -1	-5 0	-2 -1	+1 +3	+1 0	+ 5°	+5 +2	-7 +2	-6 +4	+3 +1	-1 +2
+ 15°	+9 -2	-7 +2	-2 -1	+5 -1	+1 0	+ 15°	+9 -2	-5 0	0 -2	+5 -1	+2 -1
+ 25°	+4 +3	-4 -1	-6 +3	+7 -3	0 +1	+ 25°	+8 -1	-2 -3	0 -2	+5 -1	+3 -2
Mittel für 1 Umdrehung	+7	-5	-3	+4	+1	Mittel für 1 Umdrehung	+7	-5	-2	+4	+1

6. Aus der Messung der Intervalle auf B_s .

Die Zahlen gelten für 1 volle Umdrehung der Schraube.

Mikrometer B_{II} (links).Mikrometer A_I (rechts).Einheit $0,1''$.

Temperatur	Intervall					Mittel	Temperatur	Intervall					Mittel
	-0,1-0,0	0,0-+0,1	999,9-1000	1000-1000,1				-0,1-0,0	0,0-+0,1	999,9-1000	1000-1000,1		
+ 5°	-4	0	-3	+1	-1	-1	+ 5°	-5	+1	-1	+2	-1	
	0	0	-1	+1	0	0		+2	+1	+1	-2	+1	
+15°	-6	+2	-6	+5	-1	-1	+15°	-3	+3	0	0	0	
	+2	-2	+2	-3	0	0		0	-1	0	0	0	
+25°	-1	-3	-4	+1	-2	-2	+25°	-1	+2	+2	-1	0	
	-3	+3	0	+1	+1	+1		-2	0	-2	+1	0	
Mittel für 1 Umdrehung	-4	0	-4	+2	-1	-1	Mittel für 1 Umdrehung	-3	+2	0	0	0	

Im Mittel aus allen Messungen ergibt sich demnach für das Mikrometer B_{II} gar keine Abweichung der Solllänge der Intervalle von den unter Zugrundelegung der angenommenen Schraubenwerthe berechneten Längen. Für das Mikrometer A_I ist eine solche Abweichung allerdings vorhanden. Da sie jedoch nur gering ist, ferner ihr Betrag nicht mit hinlänglicher Sicherheit ermittelt sein dürfte, und endlich ihre Berücksichtigung im ungünstigsten Falle nur einige Zehntel μ betragen würde, ist sie bei der Berechnung ausser Beachtung gelassen worden.

Von Interesse ist es noch, die etwaige Abhängigkeit der Schraubenwerthe von der Temperatur zu ermitteln.

Die folgende Zusammenstellung giebt für die 3 Gruppen zunächst der neueren Bestimmungen die mittleren Abweichungen der Werthe bei den 6 Temperaturen gegen das Mittel in Hundertstel μ , sämmtlich auf eine Schraubenumdrehung reducirt. Es lag kein Bedenken vor, die Werthe für die verschiedenen Stäbe zu mitteln, da alle Hilfsintervalle auf nahezu gleichem Material, Platin oder Platin-Iridium, aufgetragen waren.

Tabelle 9.

Einheit $0,01''$.

Temperatur	B_{II}			Mittel	A_I			Mittel	Generalmittel
0°	-4	-38	0	-14	-1	-8	-18	-9	-12
+ 7°	-6	+ 2	0	- 1	+1	+2	+ 2	+2	0
+13°	+2	+ 2	0	+ 1	-5	-8	+12	0	0
+19°	0	+ 2	0	+ 1	+5	+2	+12	+6	+ 4
+23°	+6	+22	+10	+13	-1	+2	+ 2	+1	+ 7
+29°	+4	+12	-10	+ 2	-1	+2	- 8	-2	0

Ein positiver Werth in dieser Tafel bedeutet, dass der angenommene Schraubenumdrehungswerth zu klein, ein negativer, dass letzterer zu gross war.

Der Gang der Zahlen ist, obwohl die Schwankungen 0,1" nicht übersteigen, bei beiden Mikrometern genau der nämliche. Durch die Differenz in der Ausdehnung der Intervalle und der Schraube ist er nicht zu erklären, einerseits weil hieraus eine stetige Vergrösserung der Werthe mit der Zunahme der Temperatur folgen würde, andererseits weil die oben verzeichneten Differenzen hierfür zu gross sind, da sie unter der Annahme einer Ausdehnungsdifferenz von Platin gegen Stahl von rund 2" für 1 m selbst bei +30° nicht mehr als etwa 0,006" betragen dürfte.

Das entgegengesetzte Verhalten hat sich bei den früheren Messungen herausgestellt. Die folgende Tabelle 10 enthält eine der Tabelle 9 entsprechende Zusammenstellung, aus der dieses unmittelbar erhellt.

Tabelle 10.

Einheit 0,01".

Temperatur	B_{II}			Mittel	A_I			Mittel	Generalmittel
+ 5°	+2	+3	+1	+2	+7	+24	+7	+13	+8
+15°	-1	-9	-3	-4	+1	-9	-2	-3	-4
+25°	-1	+6	+2	+2	-8	-14	-5	-9	-4

Ist also eine Abhängigkeit der Schraubenwerthe von der Temperatur überhaupt vorhanden, so hängt sie jedenfalls von besonderen Verhältnissen ab, über welche eine Controle nicht leicht zu gewinnen sein dürfte.

3. Die reducirten Beobachtungen und die Endergebnisse.

a) Berechnung der der Ausgleichung zu Grunde zu legenden Beobachtungsgleichungen.

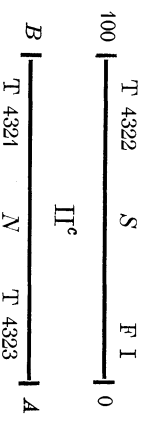
Als Grundlage für die Berechnung der endgültigen Formeln wurden diejenigen Gleichungen genommen, die aus den vollständigen Beobachtungen folgten. Es wurden demnach die Mittel der Temperatur während einer vollständigen Beobachtung, also $\frac{T_N + T_S}{2}$, sowie die dazu gehörigen Mittel der Beträge $S-N$ gebildet. Im Folgenden ist eine vollständige Beobachtung mit allen Reductionszahlen abgedruckt:

Datum: 3. März 1892.

Vergleichung No. 44.

Beobachter: P. n. St.

Von S_s (Copie des Urmasses) (S)
 mit Str. 18 (N)
 auf Repsold's Comparator.



Zeit: 9 h 30 m.

Barometer (reduc.) 768 mm.

Mikroskop B_{II}

Mikroskop A_1

Stab	Therm. No.	Therm. Angabe	Corrig. Mittel	Beob. achter	Strich	Ab-lesung A_2	Mittel der corrig. Ables. A_2	Therm. No.	Therm. Angabe	Corrig. Mittel	Beob. achter	Strich	Ab-lesung A_1	Mittel der corrig. Ables. A_1	$A_1 + A_2 = 2A$	ΣA_N minus ΣA_S	$S - N$	T_N	T_S
N	T 4321	19,942	19,874	P.	B	5,602	5,599	T 4323	19,894	19,878	St.	A	5,269	5,263	10,862	"	"	"	"
		19,941				5,592			19,895				5,267						
S	T 4322	20,022	19,870	"	100	5,570	5,570	F I	20,187	19,904	"	0	4,186	4,185	9,755	"	110,1	19,876	19,886
		20,020				5,568			20,187				4,190						
S	T 4322	20,018	19,867	"	100	5,550	5,550	F I	20,185	19,901	"	0	4,221	4,216	9,766	"			
		20,019				5,549			20,183				4,219						
N	T 4321	19,942	19,874	"	B	5,514	5,517	T 4323	19,895	19,879	"	A	5,352	5,343	10,860	"			
		19,942				5,518			19,895				5,347						

Mittel $S - N = 110,1$ bei $T_N + T_S = 19,883$

N	T 4321	19,943	19,877	St.	B	5,638	5,638	T 4323	19,900	19,884	P.	A	5,253	5,251	10,889	"			
		19,947				5,634			19,900				5,260						
S	T 4322	20,021	19,871	"	100	5,542	5,539	F I	20,188	19,905	"	0	4,244	4,244	9,783	"	1,106		
		20,023				5,534			20,188				4,252						
S	T 4322	20,020	19,868	"	100	5,544	5,545	F I	20,190	19,907	"	0	4,244	4,240	9,785	"	110,1	19,882	19,888
		20,019				5,544			20,190				4,244						
N	T 4321	19,949	19,882	"	B	5,522	5,522	T 4323	19,900	19,884	"	A	5,370	5,359	10,881	"	1,096		
		19,950				5,520			19,900				5,360						

Zeit: 9 h 40 m.

Die so erhaltenen Werthe $S - N$ erfahren aber noch eine kleine Correction.

Die Werthe $S - N$ entsprechen nämlich nicht dem Mittel $\frac{T_N + T_S}{2}$ der Temperatur der Stäbe, sondern den mit dieser nicht identischen wirklichen mittleren Temperaturen jedes der beiden Stäbe.

Die hieraus entspringende Correction ist leicht zu ermitteln.

Es seien die Längen zweier Stäbe N und S gegeben durch

$$\begin{aligned} N &= n + a_n T + b_n T^2, \\ S &= s + a_s T + b_s T^2. \end{aligned}$$

Für die bezüglichen Temperaturen der Stäbe (T_N und T_S) ist dann die Längendifferenz $S - N = \mathcal{A}$:

$$\mathcal{A} = s - n + a_s T_S - a_n T_N + b_s T_S^2 - b_n T_N^2.$$

Dagegen beträgt die gesuchte Differenz X bei der Temperatur $\frac{T_N + T_S}{2}$

$$X = s - n + \frac{T_N + T_S}{2} (a_s - a_n) + \left(\frac{T_N + T_S}{2} \right)^2 (b_s - b_n).$$

Hiernach wird die gesuchte Correction, indem $T_N - T_S = \delta T$ gesetzt wird

$$X - \mathcal{A} = (a_n + a_s) \frac{\delta T}{2} + \left(\frac{T_N + T_S}{2} \right)^2 (b_s - b_n) - T_S^2 b_s + T_N^2 b_n$$

oder, da $T_N = T_S + \delta T$ ist

$$X - \mathcal{A} = (a_n + a_s) \frac{\delta T}{2} + (b_s + b_n) T_S \delta T + \frac{\delta T^2}{4} (b_s + 3b_n).$$

Bei der vorliegenden Untersuchung ist nun im Maximum

$$b_n = 0,0074'' \quad b_s = 0,0059'' \quad T_S = 29^\circ \quad \delta T = 0,08^\circ \quad T_S \delta T = 25 \cdot 0,08 = 2.$$

Demnach wird im Maximum

$$(b_s + b_n) T_S \delta T = 0,027'', \quad \frac{\delta T^2}{4} (b_s + 3b_n) = 0,00004''.$$

Diese beiden Glieder sind also zu vernachlässigen, sodass als Correction zu der unmittelbar beobachteten Differenz $\mathcal{A} = S - N$, um sie auf die Mitteltemperatur beider Stäbe $\frac{T_N + T_S}{2}$ zu reduciren, hinzuzufügen ist

$$X - \mathcal{A} = + \frac{a_n + a_s}{2} (T_N - T_S).$$

Die folgende Tabelle enthält in den einzelnen Spalten die Nummern der Vergleichen, die unmittelbar gefundenen Werthe $S - N$, die Differenzen $T_N - T_S$, die dementsprechenden Correctionen $X - \mathcal{A}$, die mit $X - \mathcal{A}$ corrigirten Werthe $S - N$ und die dazu gehörigen Werthe der Mitteltemperatur $\frac{T_N + T_S}{2}$.

Zur Berechnung der Correction $X-A$ war die Kenntniss der linearen Ausdehnungscoefficienten α_n und α_s erforderlich. Es lagen für dieselben die folgenden näherungsweise richtigen Werthe vor:

$$\alpha_{\text{Nr. 18}} = 8,64'' \quad \alpha_{S_s} = 10,39'' \quad \alpha_{B_s} = 17,13'' \quad \alpha_{\text{Nr. 1605}} = 18,56''.$$

Tabelle 11.

No. der Vergleichung		$S-N$ (uncorrigirt)	$T_N - T_S$	$X-A$	$S-N + X-A$ oder corrigirte Werthe $S-N$	$T_N + T_S$
		in $0,1''$	in $0,001^\circ$	in $0,1''$	in $0,1''$	2
Vergleichung von B_s mit Nr. 18	1	+ 821	- 1	0	+ 821	+ 7,686°
	2	+ 800	- 6	- 1	+ 799	+ 7,524
	3	+ 786	- 16	- 2	+ 784	+ 7,514
	4	+ 784	- 11	- 1	+ 783	+ 7,525
	5	+ 778	- 11	- 1	+ 777	+ 7,305
	6	+ 784	- 9	- 1	+ 783	+ 7,366
	7	+ 806	+ 2	0	+ 806	+ 7,520
	8	+ 810	- 2	0	+ 810	+ 7,638
von No. 1605 mit Nr. 18	9	+ 201	- 4	- 1	+ 200	+ 7,125
	10	+ 172	+ 1	0	+ 172	+ 6,824
	11	+ 177	- 14	- 2	+ 175	+ 6,956
	12	+ 154	- 4	- 1	+ 153	+ 6,913
von S_s mit Nr. 18	13	+ 865	- 3	0	+ 865	+ 7,245
	14	+ 870	- 6	- 1	+ 869	+ 7,308
	15	+ 865	+ 1	0	+ 865	+ 6,444
	16	+ 872	- 4	0	+ 872	+ 6,395
von B_s mit Nr. 18	17	+ 238	+ 9	+ 1	+ 239	+ 0,919
	18	+ 221	- 20	- 3	+ 218	+ 0,775
	19	+ 226	- 35	- 5	+ 221	+ 0,795
	20	+ 200	- 7	- 1	+ 199	+ 0,734
von S_s mit Nr. 18	21	+ 720	- 11	- 1	+ 719	- 0,864
	22	+ 718	- 6	- 1	+ 717	- 0,804
	23	+ 728	- 14	- 1	+ 727	- 0,711
	24	+ 710	- 6	- 1	+ 709	- 0,676
von S_s mit B_s	25	+ 761	- 6	- 1	+ 760	- 2,378
	26	+ 762	+ 3	0	+ 762	- 2,423
	27	+ 741	- 5	- 1	+ 740	- 2,266
	28	+ 737	- 6	- 1	+ 736	- 2,168
von No. 1605 mit Nr. 18	29	- 695	- 6	- 1	- 696	- 1,515
	30	- 687	- 12	- 2	- 689	- 1,386
	31	- 638	- 23	- 3	- 641	- 1,079
	32	- 648	- 32	- 4	- 652	- 0,902

No. der Vergleichung		$S-N$ (uncorrigirt)	$T_N - T_S$	$X-A$	$S-N + X-A$ oder corrigirte Werthe $S-N$ in $0,1''$	$T_N + T_S$ 2
		in $0,1''$	in $0,001^\circ$	in $0,1''$		
Vergleichung von S_s mit B_s	33	+ 146	- 18	- 3	+ 143	+ 6,719°
	34	+ 116	- 9	- 1	+ 115	+ 7,262
	35	+ 116	- 11	- 2	+ 114	+ 6,951
	36	+ 124	- 12	- 2	+ 122	+ 6,945
von S_s mit B_s	37	- 733	+ 8	+ 1	- 732	+ 19,493
	38	- 715	- 31	- 4	- 719	+ 19,218
	39	- 579	- 15	- 2	- 581	+ 17,416
	40	- 605	- 1	0	- 605	+ 17,640
von S_s mit Fr. 18	41	+ 1114	+ 27	+ 3	+ 1117	+ 19,919
	42	+ 1106	- 10	- 1	+ 1105	+ 20,020
	43	+ 1108	- 24	- 2	+ 1106	+ 20,126
	44	+ 1101	+ 1	0	+ 1101	+ 19,878
von B_s mit Fr. 18	45	+ 1859	- 21	- 3	+ 1856	+ 19,841
	46	+ 1860	- 19	- 2	+ 1858	+ 19,840
	47	+ 1834	- 23	- 3	+ 1831	+ 19,617
	48	+ 1855	- 19	- 2	+ 1853	+ 19,675
von No. 1605 mit Fr. 18	49	+ 1461	- 21	- 3	+ 1458	+ 19,709
	50	+ 1453	- 16	- 2	+ 1451	+ 19,744
	51	+ 1396	- 2	0	+ 1396	+ 19,267
	52	+ 1406	- 1	0	+ 1406	+ 19,272
von S_g mit Fr. 18	53	+ 1296	- 14	- 1	+ 1295	+ 29,128
	54	+ 1297	- 11	- 1	+ 1296	+ 29,177
	55	+ 1297	- 10	- 1	+ 1296	+ 29,284
	56	+ 1298	- 29	- 3	+ 1295	+ 29,275
von B_g mit Fr. 18	57	+ 2770	+ 3	0	+ 2770	+ 30,130
	58	+ 2769	- 19	- 2	+ 2767	+ 30,158
	59	+ 2770	- 11	- 1	+ 2769	+ 30,137
	60	+ 2770	- 28	- 4	+ 2766	+ 30,128
von No. 1605 mit Fr. 18	61	+ 2450	- 7	- 1	+ 2449	+ 29,379
	62	+ 2448	- 17	- 2	+ 2446	+ 29,390
	63	+ 2448	+ 5	+ 1	+ 2449	+ 29,426
	64	+ 2456	+ 4	+ 1	+ 2457	+ 29,435
von S_g mit B_g	65	- 1422	+ 15	+ 2	- 1420	+ 29,609
	66	- 1407	+ 6	+ 1	- 1406	+ 29,703
	67	- 1383	- 13	- 2	- 1385	+ 29,058
	68	- 1368	- 5	- 1	- 1369	+ 28,898

No. der Vergleichung	$S-N$ (uncorrigirt) in $0,1''$	$T_N - T_S$ in $0,001^\circ$	$X-A$ in $0,1''$	$S-N + X-A$ oder corrigirte Werthe $S-N$ in $0,1''$	$T_N + T_S$ 2	
Vergleichung von S_s mit B_s	69	- 938	+ 5	+ 1	- 937	+ 22,812°
	70	- 983	- 7	- 1	- 984	+ 23,041
	71	- 1008	+ 9	+ 1	- 1007	+ 23,727
	72	- 1029	+ 3	0	- 1029	+ 23,782
von S_s mit Fr. 18	73	+ 1193	+ 17	+ 2	+ 1195	+ 23,883
	74	+ 1196	+ 1	0	+ 1196	+ 24,103
	75	+ 1199	- 27	- 3	+ 1196	+ 24,680
	76	+ 1197	- 85	- 8	+ 1189	+ 24,542
von B_s mit Fr. 18	77	+ 2245	- 60	- 8	+ 2237	+ 24,386
	78	+ 2252	- 68	- 9	+ 2243	+ 24,307
	79	+ 2111	- 21	- 3	+ 2108	+ 22,761
	80	+ 2123	- 33	- 4	+ 2119	+ 22,718
von No. 1605 mit Fr. 18	81	+ 1758	- 7	- 1	+ 1757	+ 22,661
	82	+ 1755	- 11	- 2	+ 1753	+ 22,642
	83	+ 1751	- 1	0	+ 1751	+ 22,687
	84	+ 1761	- 7	- 1	+ 1760	+ 22,837
von No. 1605 mit Fr. 18	85	+ 866	- 8	- 1	+ 865	+ 13,979
	86	+ 850	- 10	- 1	+ 849	+ 13,811
	87	+ 857	- 6	- 1	+ 856	+ 13,716
	88	+ 845	- 7	- 1	+ 844	+ 13,711
von S_s mit Fr. 18	89	+ 981	- 21	- 2	+ 979	+ 12,849
	90	+ 976	- 22	- 2	+ 974	+ 12,840
	91	+ 967	- 27	- 3	+ 964	+ 12,853
	92	+ 965	- 26	- 3	+ 962	+ 12,879
von B_s mit Fr. 18	93	+ 1240	- 2	0	+ 1240	+ 12,891
	94	+ 1270	- 10	- 1	+ 1269	+ 13,038
	95	+ 1280	- 23	- 3	+ 1277	+ 13,258
	96	+ 1315	- 33	- 4	+ 1311	+ 13,401
von S_s mit B_s	97	- 349	- 10	- 1	- 350	+ 13,971
	98	- 352	- 6	- 1	- 353	+ 14,107
	99	- 387	- 8	- 1	- 388	+ 14,298
	100	- 378	+ 8	+ 1	- 377	+ 14,475

Es muss auffallen, dass die Differenzen $T_N - T_S$ überwiegend negativ sind. Man könnte sich dies daraus erklären, dass die Ablesungen der beiden Thermometer T 4321 und T 4323, die wie oben erwähnt immer bei Stab N

lagen, eine systematische Differenz gegen diejenigen der Thermometer T 4322 und FI zeigten. In der That ist dies, wie wir später sehen werden, der Fall, und zwar gerade in demjenigen Sinne, welcher bereits aus den Angaben im I. Abschnitt auf S. 45 zu entnehmen ist. Hieraus könnten Zweifel gegen die Zweckmässigkeit der Correctionen entstehen, die an die beobachteten Werthe von $S-N$ durch Hinzufügung von $X-A$ angebracht sind. Da indessen die hier verzeichneten Differenzen die im ersten Theil eruirten sehr stark übersteigen, können sie nicht allein in noch vorhandenen systematischen Verschiedenheiten der Thermometerangaben begründet sein und müssen zum grösseren Theil sehr kleinen wirklichen Temperaturunterschieden der verglichenen Stäbe zugeschrieben werden, worauf später noch zurückzukommen sein wird.

b) Die Ausgleichung.

Da die Stäbe S_s und B_s auch unter einander verglichen sind, während der Stab No. 1605 nur mit Fr. 18 verglichen worden ist, so ist auch die Ausgleichung der Ergebnisse für jene beiden Stäbe besonders behandelt und wird hier vorangestellt.

α) Die Ausgleichung für die Stäbe S_s und B_s .

Zur bequemerer Ausführung der Ausgleichung wurden die für die verschiedenen Temperaturen gefundenen und reducirten Beobachtungswerthe $S-N$ auf den dem Mittel der Temperaturen einer Gruppe zunächst liegenden ganzen Grad umgerechnet. Die Gleichungen der beiden Stäbe seien gegeben durch

$$\begin{aligned} S_s - \text{Fr. 18} &= X + Y T + Z T^2 \\ B_s - \text{Fr. 18} &= U + V T + W T^2 \end{aligned}$$

Als erste durch Einklammerung bezeichnete Näherungswerthe für die Grössen X, Y, Z, U, V, W zur Umrechnung der Differenzen $S-N$ auf ganze Grade konnten diejenigen Zahlen angenommen werden, welche aus einer vorläufigen Rechnung sich ergaben und bereits recht gut mit den endgültigen Werthen übereinstimmten. Sie sind

$$\begin{aligned} (X) &= + 74,28'' & (Y) &= + 1,747'' & (Z) &= + 0,00492'' \\ (U) &= + 15,05'' & (V) &= + 3,488'' & (W) &= + 0,00638'', \end{aligned}$$

wobei für Fr. 18 die im Certificat verzeichnete Gleichung

$$\text{Fr. 18} = 1 \text{ m} - 1,0'' + 3,642'' T + 0,00100'' T^2$$

zu Grunde gelegt wurde.

Bezeichnet man die noch erforderlichen Correctionen mit x, y, z, u, v, w , so ist also

$$\begin{aligned} X &= (X) + x & U &= (U) + u \\ Y &= (Y) + y & V &= (V) + v \\ Z &= (Z) + z & W &= (W) + w \end{aligned}$$

Die Differenzen der Temperaturen der einzelnen vollständigen Beobachtungen gegen die der Mitteltemperatur zunächst liegenden ganzen Grade betragen meist nur einige Zehntelgrade; nur bei den Temperaturen in der Nähe von 0° stiegen sie auf nahezu 1,5 Grad an. Irgend ein Bedenken gegen die Bildung der Mittel in jeder Gruppe und die Reduction auf ganze Grade ergibt sich trotzdem nicht.

Im Folgenden sind die so reducirten Beobachtungswerte $S-N$ zusammengestellt.

Tabelle 12.

a) S_x — Fr. 18.Einheit $0,1''$

bei	$- 1^\circ$	$+ 7^\circ$	$+ 13^\circ$	$+ 20^\circ$	$+ 24^\circ$	$+ 29^\circ$
	+ 717	+ 861	+ 982	+ 1119	+ 1197	+ 1292
	+ 714	+ 864	+ 977	+ 1105	+ 1194	+ 1292
	+ 722	+ 875	+ 967	+ 1104	+ 1182	+ 1290
	+ 703	+ 883	+ 964	+ 1103	+ 1178	+ 1289
Mittel	+ 714	+ 871	+ 973	+ 1108	+ 1188	+ 1291

b) B_s — Fr. 18

bei	$+ 1^\circ$	$+ 8^\circ$	$+ 13^\circ$	$+ 20^\circ$	$+ 24^\circ$	$+ 30^\circ$
	+ 246	+ 848	+ 1249	+ 1870	+ 2203	+ 2758
	+ 238	+ 840	+ 1266	+ 1872	+ 2216	+ 2753
	+ 238	+ 826	+ 1255	+ 1865	+ 2217	+ 2757
	+ 222	+ 824	+ 1276	+ 1881	+ 2232	+ 2755
		+ 837				
		+ 837				
		+ 847				
		+ 841				
Mittel	+ 236	+ 838	+ 1262	+ 1872	+ 2217	+ 2756

c) $S_s - B_s$.

bei	- 2°	+ 7°	+ 14°	+ 18°	+ 23°	+ 29°
	+ 734	+ 124	- 352	- 634	- 950	- 1379
	+ 733	+ 133	- 346	- 636	- 981	- 1358
	+ 722	+ 111	- 368	- 621	- 957	- 1381
	+ 725	+ 118	- 345	- 629	- 976	- 1376
Mittel	+ 729	+ 122	- 353	- 630	- 966	- 1374

Es wurden nun die Werthe $S-N$ für die ganzen Grade mit Hülfe der obigen Näherungswerthe berechnet. Die Differenzen der obenstehenden beobachteten reducirten Mittel und dieser berechneten Mittel geben die übrigbleibenden Differenzen im Sinne Beobachtung weniger Rechnung, und demnach die 18 auszuwerthenden Bedingungsgleichungen:

$$\begin{aligned}
 + x - 1 y + 1 z &= - 11 \\
 + x + 7 y + 49 z &= + 3 \\
 + x + 13 y + 169 z &= - 5 \\
 + x + 20 y + 400 z &= - 4 \\
 + x + 24 y + 576 z &= - 2 \\
 + x + 29 y + 841 z &= 0 \\
 + u + 1 v + 1 w &= + 1 \\
 + u + 8 v + 64 w &= + 4 \\
 + u + 13 v + 169 w &= - 3 \\
 + u + 20 v + 400 w &= - 2 \\
 + u + 24 v + 576 w &= - 7 \\
 + u + 30 v + 900 w &= + 2 \\
 + x - 2 y + 4 z - u + 2 v - 4 w &= + 2 \\
 + x + 7 y + 49 z - u - 7 v - 49 w &= + 2 \\
 + x + 14 y + 196 z - u - 14 v - 196 w &= + 1 \\
 + x + 18 y + 324 z - u - 18 v - 324 w &= - 4 \\
 + x + 23 y + 529 z - u - 23 v - 529 w &= 0 \\
 + x + 29 y + 841 z - u - 29 v - 841 w &= + 1.
 \end{aligned}$$

Jede dieser Gleichungen, mit einer Ausnahme, ist aus je 4 vollständigen Messungen hervorgegangen; nur der Vergleichung von B_s mit Fr. 18 bei $+ 8^\circ$ liegen 8 solche Messungen zu Grunde. Da diese Beobachtungsreihe aber den Anfang der ganzen Reihe von Vergleichen bildet, wo die Constanz der Temperatur und der Einstellung noch nicht so gesichert war wie später, empfahl es sich, allen Gleichungen gleiches Gewicht beizulegen.

Aus obigen 18 Gleichungen ergeben sich nun die folgenden 6 Normalgleichungen:

$$\begin{aligned}
& + 12x + 181y + 3979z - 6u - 89v - 1943w = -17 \\
& + 181x + 3979y + 94219z - 89u - 1943v - 45467w = -180 \\
& + 3979x + 94219y + 2362951z - 1943u - 45467v - 1132931w = -3614 \\
& - 6x - 89y - 1943z + 12u + 185v + 4053w = -7 \\
& - 89x - 1943y - 45467z + 185u + 4053v + 97001w = -135 \\
& - 1943x - 45467y - 1132931z + 4053u + 97001v + 2467365w = -3129.
\end{aligned}$$

Die Ausgleichung wurde nach dem Weinstein'schen Schema¹⁾ ausgeführt.

Es ergaben sich folgende Werthe der 6 Unbekannten:

$$\begin{aligned}
x &= -0,363'' & u &= -0,237'' \\
y &= +0,0131'' & v &= +0,0090'' \\
z &= -0,000192'' & w &= -0,000224'',
\end{aligned}$$

demnach werden die definitiven Werthe der Coefficienten

$$\begin{aligned}
X &= +73,92'' & U &= +14,81'' \\
Y &= +1,760'' & V &= +8,497'' \\
Z &= +0,00473'' & W &= +0,00616''.
\end{aligned}$$

Die wahrscheinlichen Fehler dieser Coefficienten findet man zu

$$\begin{aligned}
r_X &= \pm 0,21'' & r_U &= \pm 0,23'' \\
r_Y &= \pm 0,032'' & r_V &= \pm 0,034'' \\
r_Z &= \pm 0,00109'' & r_W &= \pm 0,00110''.
\end{aligned}$$

Die Controlen waren sehr befriedigend.

Es fand sich durch Einsetzen

$$(al) = x(aa) + y(ab) + z(ac) + u(ad) + v(ae) + w(af) = -17,0$$

gegen den directen Werth -17 ; ferner

$$(vv) = 2,27 \text{ aus der Ausgleichung,}$$

$$(vv) = 2,27 \text{ aus } (vv) = (ll) - x(al) - y(bl) - z(cl) - u(dl) - v(el) - w(fl),$$

$$(vv) = 2,26 \text{ durch directes Einsetzen,}$$

und es wird

$$(v) = +0,5''.$$

Unter Zugrundelegung der oben angegebenen Gleichung für \mathfrak{R} . 18 erhalten wir also als:

Endergebnisse der Prototypvergleichen vom Jahre 1892 für die beiden Stäbe S_s und B_s :

$$\begin{aligned}
S_s &= 1\ m + 72,92'' + 10,402'' T + 0,00573'' T^2 \\
&\pm 0,21 \quad \pm 0,032 \quad \pm 0,00109
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
B_s &= 1\ m + 13,81'' + 17,139'' T + 0,00716'' T^2 \\
&\pm 0,23 \quad \pm 0,034 \quad \pm 0,00110
\end{aligned}$$

Der wahrscheinliche Fehler einer Beobachtungsgleichung als Mittel der innerhalb einer Gruppe bei naheliegenden Temperaturen ausgeführten vollständigen Beobachtungen ergibt sich zu

$$r = \pm 0,3''.$$

¹⁾ Weinstein, Physikalische Maassbestimmungen Bd. I. S. 424 bis 433.

Da die einzelnen Beobachtungsgleichungen aus je 4 vollständigen Beobachtungen abgeleitet sind, so ist der wahrscheinliche Fehler einer einzelnen vollständigen Beobachtung r_0 :

$$r_0 = r \sqrt{4} = \pm 0,6''.$$

Ein annähernd gleicher Werth folgt für r_0 aus den Einzelwerthen der Differenzen Beobachtung weniger Rechnung, wenn wir die Werthe der Unbekannten in die Gleichungen der einzelnen vollständigen Beobachtungen einsetzen. Diese auf S. 106 vollständig mitgetheilten übrigbleibenden Fehler bleiben sämmtlich unter $2''$. Ihre Summe, ohne Rücksicht auf das Vorzeichen, ist

$$(\pm v) = \pm 56,0''.$$

Der durchschnittliche Fehler folgt hieraus, da 76 vollständige Messungen vorlagen, zu

$$\varepsilon_0 = \pm \frac{56,0}{\sqrt{76 \cdot 75}} = \pm 0,7''.$$

Demnach wird der wahrscheinliche Fehler einer vollständigen Beobachtung, berechnet aus den übrigbleibenden Fehlern

$$r_0 = \pm 0,5''.$$

Setzt man die Werthe der Unbekannten in die 18 Beobachtungsgleichungen ein, so erhält man für diese folgende übrigbleibende Fehler, denen die auf der rechten Seite dieser Gleichungen verzeichneten übrigbleibenden Differenzen vor der Ausgleichung gegenübergestellt sind.

v in $0,1''$:

vor der Ausgleichung	nach der Ausgleichung
— 11	— 7
+ 3	+ 6
— 5	— 3
— 4	— 2
— 2	0
0	+ 1
+ 1	+ 3
+ 4	+ 6
— 3	— 1
— 2	0
— 7	— 5
+ 2	+ 4
+ 2	+ 3
+ 2	+ 3
+ 1	+ 2
— 4	— 4
0	0
+ 1	+ 1

Die Summe ($v v$) ist hiernach von 2,84 auf 2,26 herabgegangen.

Die übrigbleibenden Fehler der Beobachtungsgleichungen übersteigen nach der Ausgleichung 0,7" nicht.

Es ist noch von Interesse, zu ermitteln, wie weit diese übrigbleibenden Fehler der Beobachtungsgleichungen, in denen systematische Einflüsse durch die Mittelbildung eliminirt sein sollen, dem Erforderniss rein zufälliger Fehler entsprechen. Sehen wir also, welches Resultat die Anwendung der Kriterien¹⁾ auf obige Reihe ergibt, deren Anordnung wir unverändert nach Stäben und Temperaturen gruppirt lassen wollen.

Zunächst ist zu bemerken, dass der Grösse nach kein einziger Fehler aus der Reihe der übrigen besonders herausfällt.

Die Anzahl der positiven Fehler, welche möglichst gleich der der negativen sein soll, ist 9, die der negativen 6, während 3 Fehler gleich 0 sind. Die Forderung ist also in genügender Weise erfüllt.

Das Kriterium des Zeichenwechsels, dass ebenso viele Zeichenwechsel wie Zeichenfolgen vorkommen sollen, wobei 0 einfach übersprungen wird, findet in der vorliegenden Reihe volle Bestätigung; es kommen 7 Zeichenwechsel und 7 Zeichenfolgen vor. Das Seeliger'sche Kriterium ferner besagt, dass die Anzahl aller Zeichenwechsel z , dividirt durch die Anzahl aller Zeichen n , also $\frac{z}{n}$ nahezu gleich dem doppelten Product aus dem Quotienten der Anzahl der positiven Zeichen n_+ zu der Anzahl aller Zeichen n und dem Quotienten der Anzahl der negativen Zeichen n_- zu der aller Zeichen n , also gleich $2 \frac{n_+}{n} \cdot \frac{n_-}{n}$ sein soll:

$$\frac{z}{n} = 2 \frac{n_+ \cdot n_-}{n^2}.$$

In unserem Falle wird

$$\frac{z}{n} = \frac{7}{15} \text{ und } 2 \frac{n_+ \cdot n_-}{n^2} = \frac{108}{225} = \frac{7,2}{15}.$$

Die Uebereinstimmung ist also eine vorzügliche. Da ferner in den übrigbleibenden Fehlern alle Grössen von 0 bis 7 vertreten sind, so liegt ihnen zufolge der wahrscheinliche Fehler in der Nähe von 3,4, die Rechnung ergab hiermit übereinstimmend 3. Endlich sind auch die kleinen Fehler jedenfalls häufiger vertreten als die grösseren, da bereits die 3 Grössen 0 bis 2 öfter vertreten sind als die sie übersteigenden 3 bis 7. Die Untersuchung

¹⁾ Siehe z. B. Weinstein, Handbuch der Physikalischen Maassbestimmungen, Bd. I, S. 124 u. ff.

nach den bis jetzt bekannten Kriterien weist demnach auf systematische Fehler in den Beobachtungsgleichungen nicht hin.

Der wahrscheinliche Fehler r_s der Endgleichungen für die Stäbe S_s und B_s wird gefunden aus:

$$r_s^2 = r^2 \{ \eta_1^1 + 2 \eta_2^1 T + (2 \eta_3^1 + \eta_2^2) T^2 + 2 \eta_3^2 T^3 + \eta_3^3 T^4 \},$$

wo r der wahrscheinliche Fehler einer Bedingungsgleichung, T die Temperatur und die η Coefficienten sind, die sich direct aus dem Weinstein'schen Schema¹⁾ ergeben zu:

	η_1^1	η_1^2	η_1^3	η_2^2	η_2^3	η_3^3
für S_s :	+ 0,505	- 0,0554	+ 0,001354	+ 0,012249	- 0,00039257	+ 0,000013824
für B_s :	+ 0,597	- 0,0686	+ 0,001712	+ 0,013577	- 0,00041891	+ 0,000014097.

Für die 4 Temperaturen 0° , $+ 10^\circ$, $+ 20^\circ$ und $+ 30^\circ$ wird sonach:

	$T = 0^\circ$	$+ 10^\circ$	$+ 20^\circ$	$+ 30^\circ$
für S_s : $r_s = \pm 0,21''$	$\pm 0,21''$	$\pm 0,15''$	$\pm 0,13''$	$\pm 0,24''$
für B_s : $r_s = \pm 0,23$	$\pm 0,23$	$\pm 0,14$	$\pm 0,14$	$\pm 0,23$

sodass die grösste Genauigkeit der Anwendung bei Temperaturen zwischen 10° und 20° gewährleistet ist.

Die obigen Resultate der Vergleichen von S_s und B_s mit §r. 18 gelten zunächst für eine Auflagerung der Stäbe an 2 Stellen, und zwar an den sogenannten Bessel'schen Punkten, auf Rollen.

Zur Beurtheilung des Einflusses einer noch vorhandenen Durchbiegung dient folgende Rechnung. Nach den Bessel'schen Entwicklungen²⁾ ist diese Durchbiegung K für einen Stab, dessen Länge in der neutralen Schicht gemessen wird, falls die, hier gleiche, Entfernung der Unterstützungsstellen von den Enden a , die Entfernung des Nullstrichs von dem bezüglichen Ende des Stabes a_1 , die entsprechende Grösse bei dem 1 m-Strich a_2 , das Gewicht des Stabes G , der Elasticitätscoefficient des Materials E , das Trägheitsmoment eines Querschnitts in Bezug auf die horizontale Mittelachse des Stabes λ , die Länge des ganzen Stabes L genannt und zur Abkürzung

$$\frac{2 E \lambda L}{G} = \alpha$$

gesetzt wird,

¹⁾ Siehe Weinstein, Handbuch der Physikalischen Maassbestimmungen Bd. I S. 427 bis 432 und 449 bis 456.

²⁾ Desgleichen Bd. II S. 176 bis 186.

$$K = -\frac{L^7}{360 \alpha^2} \left\{ \frac{17}{28} - 6 \left(\frac{\alpha}{L}\right) + 15 \left(\frac{\alpha}{L}\right)^2 + 10 \left(\frac{\alpha}{L}\right)^3 - 60 \left(\frac{\alpha}{L}\right)^4 + 42 \left(\frac{\alpha}{L}\right)^5 + 2 \left(\frac{\alpha}{L}\right)^6 \right\} \\ + \frac{L^7}{2016 \alpha^2} \left[7 \left\{ 1 + 6 \left(\frac{\alpha}{L}\right)^2 - 6 \left(\frac{\alpha}{L}\right) \right\} \left\{ \frac{a_1}{L} + \frac{a_2}{L} \right\} \right. \\ \left. + 14 \left\{ 1 + 6 \left(\frac{\alpha}{L}\right)^2 - 6 \left(\frac{\alpha}{L}\right) \right\} \left\{ \frac{a_1^4}{L^4} + \frac{a_2^4}{L^4} \right\} + 16 \left\{ \frac{a_1^7}{L^7} + \frac{a_2^7}{L^7} \right\} \right].$$

Im Folgenden sind die zur Berechnung von K notwendigen Constanten für die drei Stäbe zusammengestellt, wobei als Einheiten Millimeter und Gramm gewählt sind.

§r. 18¹⁾.

$$\begin{array}{lll} L = 1020 & G = 3300 & \alpha = 689629 \cdot 10^5 \\ E = 21,4 \cdot 10^6 & \lambda = 5212,97 & \\ a = 224,6 & a_1 = a_2 = 10 & \end{array}$$

S_s .

$$\begin{array}{lll} L = 1036 & G = 3790 & \alpha = 1125823 \cdot 10^5 \\ E = 19 \cdot 10^6 & \lambda = 11905 & \\ a = 228,3 & a_1 = a_2 = 18 & \end{array}$$

B_s .

$$\begin{array}{lll} L = 1036 & G = 4145 & \alpha = 535596 \cdot 10^5 \\ E = 9 \cdot 10^6 & \lambda = 11905 & \\ a = 233,0 & a_1 = a_2 = 18 & \end{array}$$

Hiernach wird

$$\begin{array}{lll} \text{§r. 18} & S_s & B_s \\ K = -0,0005'' & -0,0002'' & -0,0008'' \end{array}$$

Diese Werthe sind von ausserordentlicher Kleinheit, sodass die Rigidität der Stäbe und die gewählte Auflagerung nichts zu wünschen übrig liess.

Von Interesse ist nun noch die Kenntniss der Gleichung der beiden Stäbe S_s und B_s für mittlere Temperatur. Wenn man die Formeln, die für T° gelten, für $T^\circ - 15^\circ$ umrechnet, so erhält man

$$S_s = 1 m + 230,24'' + 10,574'' (T^\circ - 15^\circ) + 0,00573'' (T^\circ - 15^\circ)^2 \\ B_s = 1 m + 272,51'' + 17,354'' (T^\circ - 15^\circ) + 0,00716'' (T^\circ - 15^\circ)^2.$$

Aus den Endformeln sind noch für beide Stäbe Tafeln zur Ermittlung ihrer Gesamtlänge bei verschiedenen Graden der internationalen Wasserstoffskale abgeleitet, die im Folgenden gegeben sind.

¹⁾ Die Werthe sind zum Theil den Trav. et Mém. Bd. VII. B 69 entnommen.

Tabelle 13.

a) Tafel zur Ermittlung der Gesamtlänge der Copie des Urmaasses S_s bei verschiedenen Temperaturen T der internationalen Skale des Wasserstoffthermometers.

T	0°	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°	9°
Gesamtlänge des Stabes = 1 m + 0, ... mm										
0°	0729	0833	0937	1042	1146	1251	1355	1460	1565	1670
10°	1775	1880	1986	2091	2197	2302	2408	2514	2620	2726
20°	2833	2939	3045	3152	3259	3366	3473	3580	3687	3794
30°	3901									

b) Tafel zur Ermittlung der Gesamtlänge der Copie des Urmaasses B_s bei verschiedenen Temperaturen T der internationalen Skale des Wasserstoffthermometers.

T	0°	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°	9°
Gesamtlänge des Stabes = 1 m + 0, ... mm										
0°	0138	0310	0481	0653	0825	0997	1169	1341	1514	1686
10°	1859	2032	2205	2378	2552	2725	2899	3072	3246	3420
20°	3595	3769	3943	4118	4293	4468	4643	4818	4993	5169
30°	5344									

β) Die Ausgleichung für den Stab No. 1605.

Die für Nr. 1605 — §r. 18 gefundenen Werthe wurden in derselben Weise, wie dies im Vorstehenden für die Stäbe S_s und B_s näher ausgeführt ist, auf die ganzen Grade reducirt. Als Näherungswerthe (X'), (Y'), (Z') der Coefficienten in der Gleichung

$$\text{Nr. 1605 — §r. 18} = + X' + Y' T + Z' T^2$$

wurden zufolge der Ergebnisse einer älteren Vergleichung von Nr. 1605 mit §r. F angenommen

$$(X') = - 59,78'' \quad (Y') = + 9,918'' \quad (Z') = - 0,00100''.$$

Die auf ganze Grade reducirtten Beobachtungswerthe $S - N$ ergibt die folgende Zusammenstellung.

Tabelle 14.

Nr. 1605 — Fr. 18.

Einheit 0,1''

bei -1°	$+7^\circ$	$+14^\circ$	$+19^\circ$	$+23^\circ$	$+29^\circ$
— 645	+ 188	+ 867	+ 1388	+ 1790	+ 2412
— 651	+ 189	+ 867	+ 1377	+ 1788	+ 2408
— 633	+ 179	+ 884	+ 1370	+ 1782	+ 2407
— 662	+ 162	+ 873	+ 1379	+ 1776	+ 2414
Mittel: — 648	+ 175	+ 873	+ 1378	+ 1784	+ 2410

Hiernach werden die Beobachtungsgleichungen zur Berechnung der 3 Correctionen x' , y' , z' , der Näherungswerthe (X'), (Y'), (Z'):

$$\begin{aligned}
 x' - 1 y' + 1 z' &= + 49 \\
 x' + 7 y' + 49 z' &= + 79 \\
 x' + 14 y' + 196 z' &= + 84 \\
 x' + 19 y' + 361 z' &= + 95 \\
 x' + 23 y' + 529 z' &= + 106 \\
 x' + 29 y' + 841 z' &= + 140.
 \end{aligned}$$

Jede dieser Gleichungen ist aus je 4 vollständigen Messungen hervorgegangen.

Die Normalgleichungen sind

$$\begin{aligned}
 6 x' + 91 y' + 1977 z' &= + 553 \\
 91 x' + 1977 y' + 46501 z' &= + 9983 \\
 1977 x' + 46501 y' + 1158261 z' &= + 228493.
 \end{aligned}$$

Die Ausgleichung ergibt

$$\begin{aligned}
 x' &= + 5,545'' \\
 y' &= + 0,1497'' \\
 z' &= + 0,004251''.
 \end{aligned}$$

Die definitiven Werthe der Coefficienten wurden sonach

$$\begin{aligned}
 X' &= - 54,23'' \\
 Y' &= + 10,068'' \\
 Z' &= + 0,00325''
 \end{aligned}$$

mit den wahrscheinlichen Fehlern

$$\begin{aligned}
 r_X &= \pm 0,50'' \\
 r_Y &= \pm 0,077'' \\
 r_Z &= \pm 0,00270''.
 \end{aligned}$$

Die Controlen stimmten gut.

Es fand sich durch Einsetzen:

$$(a l) = x' (a a) + y' (a b) + z' (a c) = 553,0$$

in Uebereinstimmung mit dem Ausgangswerth $(a l) = 553$; ferner

$$(v v) = 2,32 \text{ aus der Ausgleichung,}$$

$$(v v) = 2,34 \text{ aus } (v v) = (l l) - x' (a l) - y' (b l) - z' (c l),$$

$$(v v) = 2,23 \text{ durch directes Einsetzen.}$$

Die Summe der übrigbleibenden Fehler mit Berücksichtigung der Zeichen wird

$$(v) = +0,1''.$$

Das Resultat ist also unter Zugrundelegung der oben angegebenen Gleichung des Prototyps folgendes:

$$\begin{aligned} \text{Nr. 1605} &= 1 \text{ m} - 55,23'' + 18,710'' T + 0,00425'' T^2 \\ &\pm 0,50 \quad \pm 0,077 \quad \pm 0,00270. \end{aligned}$$

Die entsprechende Gleichung für eine mittlere Beobachtungstemperatur wird (siehe S. 100)

$$\text{Nr. 1605} = 1 \text{ m} + 226,38'' + 18,838'' (T^\circ - 15^\circ) + 0,00425'' (T^\circ - 15^\circ)^2.$$

Der wahrscheinliche Fehler einer Beobachtungsgleichung ist

$$r = \pm 0,6'',$$

und demnach der wahrscheinliche Fehler einer vollständigen Beobachtung r_0 :

$$r_0 = \pm 1,2''.$$

Die später aufzuführenden übrigbleibenden Fehler der Einzelbeobachtungen bleiben sämtlich unter $2,5''$. Die Summe der übrigbleibenden Fehler ohne Rücksicht auf das Vorzeichen wird

$$(\pm v) = \pm 19,9''.$$

Der durchschnittliche Fehler folgt hieraus, da 24 vollständige Messungen vorlagen, zu

$$\epsilon_0 = \pm \frac{19,9}{\sqrt{24 \cdot 23}} = \pm 0,8''.$$

Demnach ist der hieraus sich ergebende wahrscheinliche Fehler einer vollständigen Beobachtung:

$$r_0 = \pm 0,6''.$$

Die Uebereinstimmung mit dem aus der Ausgleichung gefundenen Werth ist hier nur gering; das erklärt sich wohl durch die in diesem Fall geringe Zahl von Beobachtungsgleichungen. Die übrigbleibenden Fehler der Beobachtungsgleichungen sind in $0,1''$

$$-5, +11, 0, -4, -6, +5.$$

Diese Werthe übersteigen also nicht 1,1".

Der wahrscheinliche Fehler r_s der Endgleichung für Nr. 1605 wird gefunden aus:

$$r_s^2 = r^2 \left[0,715 - 0,1508 T + 0,020635 T^2 - 0,0011092 T^3 + 0,00002004 T^4 \right],$$

also für

$$\begin{array}{cccc} T = & 0^\circ & + 10^\circ & + 20^\circ & + 30^\circ \\ r_s = & \pm 0,51'' & \pm 0,36'' & \pm 0,32'' & \pm 0,62'' . \end{array}$$

Auch hier ist die grösste Genauigkeit der Anwendung bei Temperaturen zwischen 10° und 20° gewährleistet.

Es ist ersichtlich, dass die Bestimmung von Nr. 1605 erheblich ungenauer ist als die der Stäbe S_s und B_s . Dies ist aber durch die bedeutend schlechtere Beschaffenheit der Striche dieses alten Maassstabes völlig erklärt.

Die obige Gleichung von Nr. 1605 gilt für die Auflagerung dieses Stabes an den Bessel'schen Punkten. Da dieser Stab wenig rigid und auch nicht in der neutralen Schicht getheilt ist (siehe S. 51), so ist eine ziemlich starke Durchbiegung zu erwarten.

Die Längenänderung, die in Folge dieser Durchbiegung bei Auflagerung auf den Rollen eintritt, berechnen wir wieder nach den Bessel'schen Formeln. Oben (S. 100) ist die Formel für Theilung in der neutralen Schicht angegeben. Bei Nr. 1605 liegt aber die Theilung auf der oberen Fläche des Stabes, über dessen Form und Dimensionen auf S. 51 nähere Angaben bereits gemacht sind.

In diesem Falle kommt also noch die Wirkung der Drehung D der zur Erstreckung senkrechten Schichten in Betracht. Bezeichnen wir mit d die Entfernung der Theilebene von der neutralen Schicht und benutzen im Uebrigen die früher angegebenen Bezeichnungen, so ist¹⁾

$$D = - \frac{L^3 d}{3 \alpha} \left[\left(\frac{a_1}{L} \right)^3 + \left(\frac{a_2}{L} \right)^3 + \frac{1}{2} \left\{ 1 + 6 \left(\frac{a}{L} \right)^2 - 6 \left(\frac{a}{L} \right) \right\} \right].$$

Für Nr. 1605 sind nun folgende Werthe bei der Berechnung von $K + D$ anzuwenden (Einheiten Millimeter und Gramm):

$$\begin{array}{ll} L = 1035,2 & G = 1537 \\ E = 9 \cdot 10^6 & \lambda = 1316 \\ a = 227,9 & a_1 = a_2 = 17,6 \\ \alpha = 15951 \cdot 10^6 & d = 4,85. \end{array}$$

¹⁾ Siehe das auf S. 99 citirte Werk S. 176 bis 186.

Das Glied K ist auch bei diesem Stabe zu vernachlässigen. Es ergibt sich aber

$$D = + 1,68'',$$

d. h. Nr. 1605 erleidet bei der stattgehabten Auflagerung auf Rollen eine Verlängerung von $1,68''$ gegenüber seiner Länge bei ebener Auflagerung.

Demnach wird die Formel für Nr. 1605, bei ebener Unterlage,

$$\text{Nr. 1605} = 1 \text{ m} - 56,91'' + 18,710'' T + 0,00425'' T^2.$$

Aus dieser Gleichung ist die folgende Tabelle berechnet.

Tabelle 15.

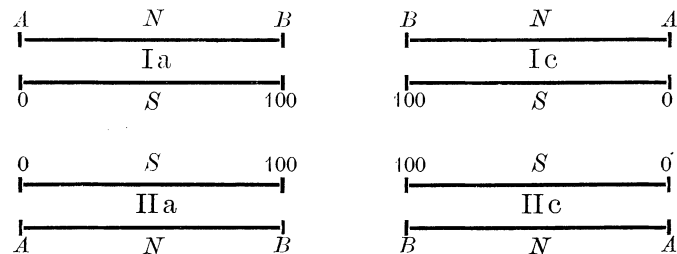
Tafel zur Ermittlung der Gesamtlänge des Stabes Nr. 1605 auf ebener Unterlage bei verschiedenen Temperaturen T der internationalen Skale des Wasserstoffthermometers.

T	0°	1°	2°	3°	4°	5°	6°	7°	8°	9°
	Gesamtlänge des Stabes = 1 m ± 0... mm									
0°	- 57	- 38	- 19	- 1	+ 18	+ 37	+ 56	+ 74	+ 93	+ 112
10°	+ 131	+ 149	+ 168	+ 187	+ 206	+ 225	+ 244	+ 262	+ 281	+ 300
20°	+ 319	+ 338	+ 357	+ 376	+ 395	+ 414	+ 432	+ 451	+ 470	+ 489
30°	+ 508									

4. Besondere Ergebnisse.

a) Einfluss der Lage der Stäbe.

Hauptsächlich kamen bei den Messungen die Lagen Ia, Ic, IIa und IIc vor (s. Figur). Ein eventueller Einfluss der Stablage auf die Beobachtungen



müsste sich aus den übrigbleibenden Fehlern v der Einzelbeobachtungen in den verschiedenen Lagen ableiten lassen. Im Folgenden sind deshalb diese übrigbleibenden Fehler (im Sinne Beobachtung weniger Rechnung) für die 3 Stabcombinationen

$$S_s \text{ und } \text{Fr. 18, } B_s \text{ und } \text{Fr. 18, } S_s \text{ und } B_s$$

gesondert zusammengestellt. Die Einheit ist immer $0,1''$.

Tabelle 16.

Uebrigbleibende Fehler.

a) Vergleichung von S_s mit $\mathfrak{F}r. 18.$

	L a g e n				Temperatur
	I a	I c	II a	II c	
	- 18	+ 1	- 7	- 4	- 1°
	+ 18			- 4	+ 7°
	+ 7	+ 2	- 8	- 11	+ 13°
	+ 9	- 5	- 6	- 7	+ 20°
	+ 9	+ 6	- 6	- 10	+ 24°
	- 1	0	+ 2	+ 2	+ 29°
Summe	+ 24	+ 4	- 25	- 34	
Mittel	+ 4	+ 1	- 5	- 6	
Mittel	N hinten: + 3		N vorn: - 5		

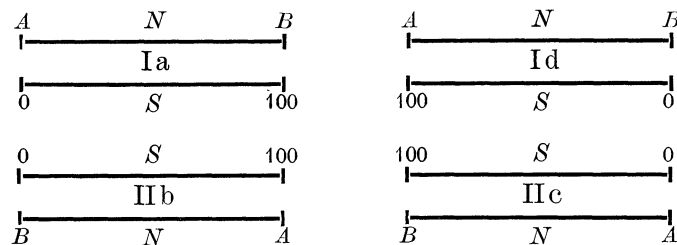
b) Vergleichung von B_s mit $\mathfrak{F}r. 18.$

	L a g e n				Temperatur
	I a	I c	II a	II c	
	+ 13	+ 5	+ 5	- 11	+ 1°
	+ 16	+ 15	+ 5	- 8	+ 8°
	+ 13	- 8	+ 3	- 14	+ 13°
	+ 8	- 8	- 1	- 3	+ 20°
	+ 10	- 5	- 6	- 19	+ 24°
	+ 6	+ 1	+ 5	+ 3	+ 30°
Summe	+ 66	0	+ 11	- 52	
Mittel	+ 11	0	+ 2	- 9	
Mittel	N hinten: + 6		N vorn: - 3		

c) Vergleichung von S_s mit $B_s.$

	L a g e n				Temperatur
	I a	I c	II a	II c	
	+ 8	+ 7	- 4	- 1	- 2°
	+ 5	+ 14	- 8	- 1	+ 7°
	+ 3	+ 9	- 13	+ 10	+ 14°
	- 3	+ 5	- 10	- 8	+ 18°
	- 10	+ 9	- 15	+ 16	+ 23°
	- 4	+ 17	- 6	- 1	+ 29°
Summe	- 1	+ 61	- 56	+ 15	
Mittel	0	+ 10	- 9	+ 3	
Mittel	N hinten: + 5		N vorn: - 3		

Wir fügen noch diejenigen Werthe hinzu, welche für die 4 Lagen Ia, Id, IIb und IIc (siehe Figur), in denen der Stab Nr. 1605 beobachtet ist, sich



ergeben, da auch diese für die Abweichungen zwischen den Lagen „Stab hinten“, „Stab vorn“ Material liefern.

d) Vergleichung von Nr. 1605 mit §r. 18.

	L a g e n				Temperatur
	Ia	Id	IIb	IIc	
	+ 10	- 19	- 2	- 8	- 1°
	+ 24	+ 25	- 2	+ 15	+ 7°
	0	+ 11	- 6	- 6	+ 14°
	+ 6	- 5	- 12	- 3	+ 19°
	0	- 2	- 8	- 14	+ 23°
	+ 2	+ 9	+ 7	+ 3	+ 29°
Summe	+ 42	+ 19	- 23	- 13	
Mittel	+ 7	+ 3	- 4	- 2	
Mittel	N hinten: + 5		N vorn: - 3		

Ganz deutlich zeigt sich in vorstehenden Tabellen ein systematischer Unterschied zwischen den Ergebnissen, je nachdem der als Normal dienende Stab hinten oder vorn lag. Es ergibt sich nämlich für die verschiedenen Vergleichsreihen,

$$\begin{array}{l}
 N \text{ hinten} \\
 + 3 \quad + 6 \quad + 5 \quad + 5, \text{ im Mittel } + 5, \\
 N \text{ vorn} \\
 - 5 \quad - 3 \quad - 3 \quad - 3, \text{ im Mittel } - 4,
 \end{array}$$

also ein Unterschied von +9 Zehntel μ als Differenz der Resultate, je nachdem das Normal hinten oder vorn lag.

Noch deutlicher zeigt sich dieser systematische Unterschied, wenn wir die Differenzzahlen für die Lagen Ia und IIa, bzw. Ic und IIc in den ersten 3 Gruppen bilden, wobei nur die Vertauschung von N und S in Bezug auf vorn und hinten, nicht auch in Bezug auf rechts und links in Betracht kommt:

Ia — IIa	Ic — IIc
+ 9	+ 7
+ 9	+ 9
+ 9	+ 7
+ 9	+ 8
Mittel: + 8	

In gleichem Sinne ergiebt sich bei der älteren Beobachtungsreihe, die weiter unten (S. 123) nach dieser Richtung hin untersucht ist, der erheblich grössere Werth + 2,8".

Die wahrscheinliche Ursache für diese systematische Abweichung ist im ersten Theil (S. 59) auseinandergesetzt; sie kann in der zu vermuthenden Durchbiegung des Wagens des Comparators beim Uebergang von einem Stab auf einen anderen bestehen.

Namentlich spricht hierfür auch der Umstand, dass bei den im Jahre 1890 ausgeführten Messungen erheblich grössere Differenzen der Ermittlungen in den verschiedenen Lagen sich finden, da bei diesen zur Ausbalancirung das Gegengewicht des Wagens noch besonders verstärkt war, wodurch eine bedeutende Steigerung des im ersten Theil (S. 59) vermutheten Zwanges wohl eintreten konnte. Freilich könnte sich in demselben Sinne auch der Einfluss der Wärme der Beobachter geltend machen. Doch müsste, um den Effect völlig zu erklären, der Unterschied der Temperatur im vorderen Theile des Troges gegen diejenige im hinteren mindestens 0,08° betragen haben, was, wie aus den Angaben auf S. 111 zu ersehen, nicht entfernt der Fall gewesen ist.

Auch hätte die Verschiedenheit der Messungsergebnisse alsdann bei den Vergleichen von S_s mit \mathfrak{R} 18 viel geringer sein müssen als bei den Vergleichen von B_s mit \mathfrak{R} . 18 bzw. mit S_s . Bilden wir noch die Mittel der übrigbleibenden Fehler, je nachdem das Normal hinten oder vorn lag, für alle 4 Vergleichsreihen und ordnen sie nach den Temperaturen, so ergiebt sich

a) N hinten

	bei -1°	bei $+7^\circ$	bei $+13^\circ$	bei $+19^\circ$	bei $+24^\circ$	bei $+29^\circ$
	- 9	+ 18	+ 5	+ 2	+ 8	0
	+ 9	+ 16	+ 3	0	+ 3	+ 4
	+ 8	+ 10	+ 6	+ 1	0	+ 7
	- 4	+ 25	+ 6	+ 1	- 1	+ 6
Mittel	+ 1	+ 17	+ 5	+ 1	+ 3	+ 4

b) N vorn

	bei -1°	bei $+7^\circ$	bei $+13^\circ$	bei $+19^\circ$	bei $+24^\circ$	bei $+29^\circ$
	- 6	- 4	- 10	- 7	- 8	+ 2
	- 3	- 2	- 6	- 2	- 13	+ 4
	- 3	- 5	- 2	- 9	+ 1	- 4
	- 5	+ 7	- 6	- 8	- 11	+ 5
Mittel	- 4	- 1	- 6	- 7	- 8	+ 2

Ein Gang der Fehler in Abhängigkeit von der Temperatur, wie er bei der älteren Beobachtungsreihe (S. 123 und 124) angedeutet scheint, zeigt sich hier mit Bestimmtheit nicht, so dass auch hieraus zu folgern ist, dass die Verschiedenheit der Ergebnisse in verschiedenen Lagen der Stäbe etwaigen Temperaturdifferenzen innerhalb des Troges nicht zuzuschreiben ist.

In Bezug auf die Umlegung der Stabenden von rechts nach links zeigt sich gleichfalls ein systematischer, wenn auch sehr kleiner Unterschied. Es ist dieses aus den folgenden, aus Tabelle 16a bis c entnommenen Differenzen zu ersehen:

Ia — Ic	IIa — IIc	Einheit 0,1"
+ 3	+ 1	
+ 11	+ 11	
— 10	— 12	
Mittel + 0,1".		

Dabei fällt es auf, dass die Werthe Ia — Ic und IIa — IIc bei jeder einzelnen Stabcombination von gleicher Grösse sind.

Ein bestimmter Grund hat hierfür nicht ermittelt werden können, wiewohl sich vermuthungsweise mehrere Gründe anzeigen lassen.

Bei der älteren Reihe von Beobachtungen (S. 123) hat sich für die entsprechende Differenz im Mittel, mit dem obigen Mittel übereinstimmend, + 0,2" ergeben.

b) Die Temperaturmessungen.

Das wichtigste Element bei feineren Längenmessungen ist sicherlich die Temperatur. Der Grad der Temperaturlausgleichung im Beobachtungsraum einerseits und die Genauigkeit der Temperaturbestimmung der Stäbe andererseits sind die wesentlich maassgebenden Factoren für die Genauigkeit der Längenmaassvergleichen. Welche Vorkehrungen im vorliegenden Falle getroffen sind, um eine möglichst vollkommene Temperaturlausgleichung im Beobachtungsraum, besonders aber im Beobachtungstrog zu erzielen und die Stäbe in demselben vor äusseren Einflüssen, in erster Linie vor der Wärme der Beobachter zu schützen, ist im I. Abschnitt ausführlich dargelegt.

Wie weit das Erstrebte erreicht ist, erhellt zum Theil bereits aus den auf den vorhergehenden Seiten enthaltenen Darlegungen und wird noch vollständiger aus den folgenden Erörterungen und Zusammenstellungen hervorgehen.

Zunächst giebt die folgende Tabelle über den Temperaturgang während der Messungen Aufschluss. Sie enthält die Temperaturänderung δT vom ersten Theil einer vollständigen Messung zum zweiten Theil, und zwar gesondert für das Mittel der an Stab N bzw. an Stab S liegenden Thermometer im Sinne „Temperatur im zweiten Theil der Messung weniger Temperatur im ersten Theil“, sodann deren Mittel, und in der letzten Columne die Differenz der Mittel aller Temperaturablesungen T_N und T_S .

Nr. der Vergleichung	Mitteltemperatur der Vergleichung	δT_N	δT_S	Mittel $\frac{\delta T_N + \delta T_S}{2}$	$T_N - T_S$	Nr. der Vergleichung	Mitteltemperatur der Vergleichung	δT_N	δT_S	Mittel $\frac{\delta T_N + \delta T_S}{2}$	$T_N - T_S$
1	+ 7,7°	+ 17	+ 9	+ 13	- 1	51	+ 19,3°	+ 1	+ 3	+ 2	- 2
2	+ 7,5	+ 14	+ 11	+ 12	- 6	52	+ 19,3	+ 5	+ 8	+ 6	- 1
3	+ 7,5	+ 12	+ 6	+ 9	- 16	53	+ 29,1	+ 5	- 4	0	- 14
4	+ 7,5	+ 12	+ 7	+ 9	- 11	54	+ 29,2	- 1	+ 2	0	- 11
5	+ 7,3	+ 17	+ 4	+ 10	- 11	55	+ 29,3	- 3	+ 1	- 1	- 10
6	+ 7,4	+ 8	+ 4	+ 6	- 9	56	+ 29,3	+ 3	0	+ 1	- 29
7	+ 7,5	+ 15	+ 12	+ 13	+ 2	57	+ 30,1	- 3	+ 1	- 1	+ 3
8	+ 7,6	+ 15	+ 17	+ 16	- 2	58	+ 30,2	+ 2	- 1	0	- 19
9	+ 7,1	+ 17	+ 23	+ 20	- 4	59	+ 30,1	+ 2	- 4	- 1	- 11
10	+ 6,8	+ 7	+ 9	+ 8	+ 1	60	+ 30,1	+ 3	- 7	- 2	- 28
11	+ 7,0	+ 4	+ 5	+ 4	- 14	61	+ 29,4	+ 5	+ 1	+ 3	- 7
12	+ 6,9	+ 8	+ 4	+ 6	- 4	62	+ 29,4	+ 5	+ 2	+ 3	- 17
13	+ 7,2	+ 19	+ 14	+ 16	- 3	63	+ 29,4	- 2	+ 4	+ 1	+ 5
14	+ 7,3	+ 14	+ 16	+ 15	- 6	64	+ 29,4	+ 4	+ 3	+ 3	+ 4
15	+ 6,4	+ 11	+ 8	+ 9	+ 1	65	+ 29,6	+ 1	+ 8	+ 4	+ 15
16	+ 6,4	+ 15	+ 7	+ 11	- 4	66	+ 29,7	- 2	+ 7	+ 2	+ 6
17	+ 0,9	+ 4	+ 3	+ 3	+ 9	67	+ 29,1	- 3	+ 5	+ 1	- 13
18	+ 0,8	+ 6	+ 1	+ 3	- 20	68	+ 28,9	+ 1	0	0	- 5
19	+ 0,8	+ 20	+ 15	+ 17	- 35	69	+ 22,8	+ 19	+ 14	+ 16	+ 5
20	+ 0,7	+ 24	+ 24	+ 24	- 7	70	+ 23,0	+ 1	+ 1	+ 1	- 7
21	- 0,9	+ 22	+ 17	+ 19	- 11	71	+ 23,7	- 4	+ 5	0	+ 9
22	- 0,8	+ 22	+ 18	+ 20	- 6	72	+ 23,8	+ 4	+ 16	+ 10	+ 3
23	- 0,7	+ 12	+ 17	+ 14	- 14	73	+ 23,9	+ 5	+ 12	+ 8	+ 17
24	- 0,7	+ 23	+ 17	+ 20	- 6	74	+ 24,1	- 5	+ 2	- 1	+ 1
25	- 2,4	+ 6	+ 11	+ 8	- 6	75	+ 24,7	- 4	+ 2	- 1	- 27
26	- 2,4	+ 9	+ 8	+ 8	+ 3	76	+ 24,5	+ 8	+ 6	+ 7	- 85
27	- 2,3	+ 10	+ 21	+ 15	- 5	77	+ 24,4	+ 8	+ 4	+ 6	- 60
28	- 2,2	+ 14	+ 22	+ 18	- 6	78	+ 24,3	+ 7	+ 14	+ 10	- 68
29	- 1,5	+ 12	+ 18	+ 15	- 6	79	+ 22,8	+ 17	+ 7	+ 12	- 21
30	- 1,4	+ 22	+ 19	+ 20	- 12	80	+ 22,7	+ 2	+ 4	+ 3	- 33
31	- 1,1	+ 14	+ 22	+ 18	- 23	81	+ 22,7	+ 19	+ 19	+ 19	- 7
32	- 0,9	+ 12	+ 16	+ 14	- 32	82	+ 22,6	+ 7	+ 9	+ 8	- 11
33	+ 6,7	+ 24	+ 12	+ 18	- 18	83	+ 22,7	+ 5	+ 7	+ 6	- 1
34	+ 7,3	+ 2	+ 4	+ 3	- 9	84	+ 22,8	+ 11	+ 13	+ 12	- 7
35	+ 7,0	+ 6	+ 12	+ 9	- 11	85	+ 14,0	+ 2	+ 1	+ 1	- 8
36	+ 6,9	+ 1	+ 4	+ 2	- 12	86	+ 13,8	+ 7	+ 10	+ 8	- 10
37	+ 19,5	+ 12	0	+ 6	+ 8	87	+ 13,7	+ 10	+ 8	+ 9	- 6
38	+ 19,2	+ 6	+ 3	+ 4	- 31	88	+ 13,7	+ 4	+ 6	+ 5	- 7
39	+ 17,4	+ 2	+ 3	+ 2	- 15	89	+ 12,8	+ 6	+ 4	+ 5	- 21
40	+ 17,6	+ 16	+ 12	+ 14	- 1	90	+ 12,8	+ 7	+ 3	+ 5	- 22
41	+ 19,9	+ 5	+ 6	+ 5	+ 27	91	+ 12,9	+ 1	+ 10	+ 5	- 27
42	+ 20,0	+ 8	+ 6	+ 7	- 10	92	+ 12,9	+ 2	0	+ 1	- 26
43	+ 20,1	+ 11	+ 4	+ 7	- 24	93	+ 12,9	+ 13	0	+ 6	- 2
44	+ 19,9	+ 6	+ 2	+ 4	+ 1	94	+ 13,0	+ 9	+ 2	+ 5	- 10
45	+ 19,8	+ 8	+ 3	+ 5	- 21	95	+ 13,3	+ 8	+ 3	+ 5	- 23
46	+ 19,8	+ 6	+ 2	+ 4	- 19	96	+ 13,4	+ 6	+ 5	+ 5	- 33
47	+ 19,6	+ 1	0	0	- 23	97	+ 14,0	+ 4	+ 3	+ 3	- 10
48	+ 19,7	+ 8	+ 5	+ 6	- 19	98	+ 14,1	+ 7	+ 7	+ 7	- 6
49	+ 19,7	+ 7	+ 8	+ 7	- 21	99	+ 14,3	+ 8	+ 3	+ 5	- 8
50	+ 19,7	+ 5	+ 3	+ 4	- 16	100	+ 14,5	+ 2	- 3	- 1	+ 8

demnach $\Sigma \delta T_N = + 0,790^\circ$ $\Sigma \delta T_S = + 0,720^\circ$
und $\Sigma (T_N - T_S) = - 1,115^\circ$.

Durchschnittlich hat sich also während einer vollständigen Messung von der ersten zur zweiten Hälfte die Temperatur um $0,008^\circ$, im Maximum um $0,024^\circ$ geändert. Wir sehen, dass diese Änderung an beiden Stäben ziemlich übereinstimmend eingetreten ist, denn es ist die Summe sämtlicher Änderungen für den Stab $N + 790$ und für $S + 720$. Ferner ist sie fast durchweg im Sinne einer Steigerung der Temperatur erfolgt. Doch hat sie mit steigender Temperatur, wahrscheinlich weil wesentlich die Wärme der Beobachter in Frage kommt, durchschnittlich abgenommen; sie betrug nämlich im Durchschnitt für beide Stäbe bei den Temperaturen

$$\begin{array}{cccccc} - 1^\circ & + 7^\circ & + 13,5^\circ & + 19,5^\circ & + 23,5^\circ & + 29,5^\circ \\ \text{in Tausendtheilen des Grades} & + 15 & + 11 & + 5 & + 5 & + 7 & + 1. \end{array}$$

Einen weiteren Anhalt für die Temperatursausgleichung im Trog gewinnen wir in folgender Weise. Es wurden die Mittel der Angaben jedes einzelnen der 4 Thermometer für jede vollständige Beobachtung gebildet.

Es wurden nun die Temperaturablesungen nach der Höhe der Temperatur in 6 Gruppen für etwa $- 1^\circ$, $+ 7^\circ$, $+ 13,5^\circ$, $+ 19,5^\circ$, $+ 23,5^\circ$ und $+ 29,5^\circ$ für jede Stelle des Troges und dann für alle Stellen zu Mitteln zusammengefasst.

Sodann wurden die allgemeinen Mittel von den besonderen Mitteln für die einzelnen Stellen des Troges in Abzug gebracht. Die folgende Tabelle enthält die Resultate dieser Gruppierung.

Tabelle 18.

Mittel aller Thermometerablesungen auf dem Comparator				Allgemeines Mittel M	Allgemeines Mittel weniger Mittel rechts	Allgemeines Mittel weniger Mittel links	Allgemeines Mittel weniger Mittel vorn	Allgemeines Mittel weniger Mittel hinten
rechts	links	vorn	hinten					
$- 0,877^\circ$	$- 0,867^\circ$	$- 0,871^\circ$	$- 0,872^\circ$	$- 0,872^\circ$	$+ 0,005^\circ$	$- 0,005^\circ$	$- 0,001^\circ$	$0,000^\circ$
$+ 7,159$	$+ 7,157$	$+ 7,157$	$+ 7,159$	$+ 7,158$	$- 1$	$+ 1$	$+ 1$	$- 1$
$+ 13,508$	$+ 13,502$	$+ 13,506$	$+ 13,503$	$+ 13,505$	$- 3$	$+ 3$	$- 1$	$+ 2$
$+ 19,422$	$+ 19,413$	$+ 19,417$	$+ 19,417$	$+ 19,417$	$- 5$	$+ 4$	0	0
$+ 23,474$	$+ 23,472$	$+ 23,467$	$+ 23,479$	$+ 23,473$	$- 1$	$+ 1$	$+ 6$	$- 6$
$+ 29,528$	$+ 29,511$	$+ 29,517$	$+ 29,522$	$+ 29,520$	$- 8$	$+ 9$	$+ 3$	$- 2$
Summe der Abweichungen Mittel					$- 0,013$	$+ 0,013$	$+ 0,008$	$- 0,007$
					$- 0,0022$	$+ 0,0022$	$+ 0,0013$	$- 0,0012$
Mittlere Abweichung vom Mittel					$\pm 0,0038$	$\pm 0,0038$	$\pm 0,0020$	$\pm 0,0018$

Hiernach erreichten die Abweichungen der Temperaturen an einem Theil des Troges von der allgemeinen Mitteltemperatur nie $0,01^\circ$ im Mittel der Gruppen und betrug durchschnittlich nur $0,002^\circ$ bis $0,004^\circ$. Sie sind

zu klein und im Vorzeichen zu variabel, um auf systematische Abweichungen schliessen zu können. Man darf hiernach wohl sagen, dass die erzielte Temperaturlausgleichung im Troge eine sehr vollkommene gewesen ist.

Anders verhält es sich mit der Temperatur und der Temperaturbestimmung der Stäbe selbst, worauf schon mehrfach hingewiesen ist. Vor Allem zeigt sich aus den in der Tabelle 17 zusammengestellten Zahlen für $T_N - T_S$, dass diese Abweichungen der Ablesungen für das Normal und den zu vergleichenden Stab einen ausgesprochen systematischen Charakter tragen. Die Differenzen sind fast durchweg negativ, steigen bis zu $0,03^\circ$ an und betragen im Mittel $-0,011^\circ$.

Es ist schon darauf hingewiesen (S. 93), dass diese Abweichungen, da zu demselben Stab immer die nämlichen Thermometer gehörten, zum Theil jedenfalls in einer systematischen Verschiedenheit der Angaben der Thermometer selbst begründet sind.

Die folgende Tabelle enthält die Mitteltemperaturen der einzelnen Thermometer in den 6 Temperaturgruppen, die Gesamtmittel dieser Angaben und die Abweichungen der einzelnen Mittel von diesen.

Tabelle 19.

Mittel der Angaben des Thermometers				Gesamtmittel	Gesamtmittel weniger T 4321	Gesamtmittel weniger T 4322	Gesamtmittel weniger T 4323	Gesamtmittel weniger F I
T 4321	T 4322	T 4323	F I	M				
$- 0,875^\circ$	$- 0,879^\circ$	$- 0,879^\circ$	$- 0,854^\circ$	$- 0,872^\circ$	$+ 0,003^\circ$	$+ 0,007^\circ$	$+ 0,007^\circ$	$- 0,018^\circ$
$+ 7,149$	$+ 7,152$	$+ 7,160$	$+ 7,171$	$+ 7,158$	$+ 9$	$+ 6$	$- 2$	$- 13$
$+ 13,490$	$+ 13,498$	$+ 13,507$	$+ 13,525$	$+ 13,505$	$+ 15$	$+ 7$	$- 2$	$- 20$
$+ 19,410$	$+ 19,415$	$+ 19,415$	$+ 19,430$	$+ 19,418$	$+ 8$	$+ 3$	$+ 3$	$- 12$
$+ 23,455$	$+ 23,478$	$+ 23,473$	$+ 23,486$	$+ 23,473$	$+ 18$	$- 5$	0	$- 13$
$+ 29,511$	$+ 29,522$	$+ 29,520$	$+ 29,525$	$+ 29,520$	$+ 9$	$- 2$	0	$- 5$
Summe der Abweichungen					$+ 0,062$	$+ 0,016$	$+ 0,006$	$- 0,081$
Mittel					$+ 0,0103$	$+ 0,0027$	$+ 0,0010$	$- 0,0135$

Vor Allem fallen die starken Unterschiede der Angaben von F I gegen diejenigen der Tönnelot-Thermometer, im Mittel von $+ 0,02^\circ$ auf, deren Grund nach den obigen Resultaten bezüglich der Temperaturen an verschiedenen Stellen des Troges in der besonderen Lage der Thermometer nicht zu suchen ist. Da auch die Fehlerermittelungen für dieses Thermometer durch Vergleichung mit Thermometern gewonnen sind, die ihrerseits mit den Tönnelot-Thermometern verglichen wurden (I. Abschnitt S. 46), so kann auch eine systematische, in der Natur dieses Thermometers begründete Ver-

schiedenheit von den Tonnelot-Thermometern nicht zur Erklärung herangezogen werden. Es bleibt also nichts übrig als anzunehmen, dass das Thermometer vermöge seiner abweichenden Gestalt und Befestigung rascher den Temperaturvariationen gefolgt ist als die Tonnelot-Thermometer.

Auch die Tonnelot-Thermometer zeigen untereinander nicht unerhebliche Abweichungen, wie noch deutlicher aus ihren im Folgenden zusammengestellten Abweichungen gegen das Mittel ihrer Angaben hervorgeht.

Tabelle 20.

m = Mittel der Angaben der Thermometer T 4321, T 4322 und T 4323	Mittel weniger T 4321	Mittel weniger T 4322	Mittel weniger T 4323
— 0,878°	— 0,003°	+ 0,001°	+ 0,001°
+ 7,154	+ 5	+ 2	— 6
+ 13,498	+ 8	0	— 9
+ 19,413	+ 3	— 2	— 2
+ 23,469	+ 14	— 9	— 4
+ 29,518	+ 7	— 4	— 2
Summe der Abweichungen	+ 0,034	— 0,012	— 0,022
Mittel	+ 0,0057	— 0,0020	— 0,0037

Ist hier die Grösse der Abweichungen auch nicht sehr auffallend, so lässt sich doch nicht verkennen, dass sie einen systematischen Charakter tragen.

Eine in Folge dessen angestellte Specialuntersuchung der Tonnelot-Thermometer hat nun in der That (I. Abschnitt S. 45), wie bereits erwähnt, systematische Unterschiede der Angaben dieser Thermometer von einander, freilich nur in theilweiser Uebereinstimmung mit den oben gefundenen Zahlen, ergeben, nämlich:

$$\begin{array}{lll}
 m - T 4321 & m - T 4322 & m - T 4323 \\
 + 0,0017^\circ & + 0,0022^\circ & - 0,0038^\circ
 \end{array}$$

Die Abweichungen gegen die oben gefundenen Zahlen betragen

$$\begin{array}{lll}
 + 0,0040^\circ & - 0,0042^\circ & + 0,0001^\circ
 \end{array}$$

sind also im Durchschnitt 0, so dass hinsichtlich dieser Thermometer wahrscheinlich alles durch die systematische Verschiedenheit ihrer Beschaffenheit und ihrer Angaben erklärt ist.

Für die Maassvergleichungen selbst sind diese Differenzen von keiner Bedeutung, da – die Differenz der mittleren Ausdehnung von N und S im Maximum zu $10''$ für 1° angenommen – eine Unsicherheit der Temperatur von $0,005^\circ$ nur $0,05''$ ausmacht. Selbst die Abweichung der Angaben von $F I$ gegen diejenige der Tonnelot-Thermometer bleibt noch innerhalb der zulässigen Grenzen.

Endlich würde noch zu entscheiden sein, ob die Temperaturangabe der Thermometer auch diejenige der Stäbe ist, da die Thermometer nicht auf den Stäben lagen, sondern neben ihnen. Hierüber Gewissheit zu verschaffen, bieten die vorliegenden Messungen keine bestimmten Angaben. Aus den früheren Ergebnissen über die Ausgleichung der Temperatur im Troge ist aber zu schliessen, dass nennenswerthe Abweichungen der Temperatur der Stäbe von der Temperatur der Thermometer nicht vorhanden waren. Einiges wird noch später, gelegentlich der Discussion der Messungen für das Platinmeter Fortin beigebracht werden, da bei diesem Maassstabe die Thermometer sowohl auf den Stäben als auch neben ihnen lagen.

e) Die mikrometrischen Einstellungen.

α) Die persönliche Gleichung der Beobachter.

Da bei den Messungen immer Beobachterwechsel stattfand, so fällt in den Endresultaten die persönliche Gleichung der Beobachter heraus. Dieselbe hat indessen insofern Interesse, als sie zugleich zur Beurtheilung der Genauigkeit der einzelnen Mikrometerablesungen dienen kann, die von der Grösse und Constanz der persönlichen Gleichung abhängig ist. Zur Bestimmung konnten die Beobachtungen herangezogen werden, welche zur Ableitung der Schraubenwerthe der Mikrometer (S. 81 u. ff.) benutzt waren. Es sind nämlich die Einstellungen von je 3 Strichen auf beiden Enden der Stäbe unmittelbar hintereinander von beiden Beobachtern ausgeführt worden. Man kann ohne Weiteres annehmen, dass in der kurzen Zwischenzeit eine Veränderung der Stäbe und demnach der Lage der einzelnen Striche zu den Mikroskopachsen in wesentlichem Betrage nicht stattgefunden hat. Auch können die Mikrometercorrectionen für die nahezu gleichen Ablesungen beider Beobachter als gleich angesehen werden. Man erhält unter diesen Voraussetzungen die persönliche Gleichung beider Beobachter, indem man die Differenzen der Einstellungen beider Beobachter bildet.

Diese Differenzen wurden gesondert für die 3 Stäbe, für die Striche auf ihnen und gesondert für die beiden Mikrometer berechnet.

Im Folgenden sind die Mittel dieser Differenzen zusammengestellt.

Tabelle 21.
 Persönliche Gleichung $P - St.$

Einheit 0,1 μ .

Mikrometer B II (links).					
§r. 18					
Strich 1	2	3	4	5	6
- 8	- 10	- 12	- 12	- 7	- 6
Mittel: - 9					
S_s					
Strich - 0,1	0	+ 0,1	999,9	1000	1000,1
- 9	- 10	- 10	- 9	- 9	- 8
Mittel: - 9					
B_s					
Strich - 0,1	0	+ 0,1	999,9	1000	1000,1
- 7	- 6	- 8	- 10	- 11	- 11
Mittel: - 9					

Mikrometer A I (rechts).					
§r. 18					
Strich 1	2	3	4	5	6
+ 12	+ 13	+ 15	+ 12	+ 12	+ 10
Mittel: + 12					
S_s					
Strich - 0,1	0	+ 0,1	999,9	1000	1000,1
+ 8	+ 8	+ 7	+ 9	+ 9	+ 9
Mittel: + 8					
B_s					
Strich - 0,1	0	+ 0,1	999,9	1000	1000,1
+ 7	+ 12	+ 8	+ 7	+ 9	+ 6
Mittel: + 8					

Die Umkehr des Vorzeichens bei dem Mikroskop A I ist durch die Verschiedenheit des Richtungs- und Bezifferungssinnes der beiden Mikrometer B II und A I begründet.

Die Uebersicht zeigt eine recht befriedigende Constanz der persönlichen Gleichung. Systematische Verschiedenheiten für die einzelnen Stäbe oder Striche treten nicht hervor.

β) Die Genauigkeit der Pointirung.

Um den mittleren Einstellungs- oder Pointirungsfehler der Beobachter zu bestimmen, konnte der Umstand nutzbar gemacht werden, dass immer 2 Mikrometerablesungen unmittelbar hintereinander, dass also Doppeleinstellungen gemacht waren.

Es wurden demnach die Differenzen der beiden unmittelbar aufeinander

folgenden Einstellungen, gesondert für die beiden Beobachter, für die 4 Stäbe und für die beiden Mikrometer gebildet. Die folgende Tabelle enthält in ihren einzelnen Theilen eine Zusammenfassung der so gewonnenen Ergebnisse, und zwar gesondert für die einzelnen Beobachter, die einzelnen Stäbe und die beiden Mikrometer. Gegeben sind darin die Summen der positiven sowie der negativen Differenzen, ferner die jeweilige Anzahl dieser Differenzen, die Generalsumme der Differenzen ohne Rücksicht auf das Vorzeichen, ihre Anzahl und das Mittel dieser Differenzen, gleichfalls ohne Rücksicht auf das Vorzeichen.

Tabelle 22.

Einstellungsdifferenzen

im Sinne zweite Ablesung weniger erste Ablesung, ausgedrückt in 0,1 μ .

1. Beobachter P.

a) Mikrometer B II (links).

Stab	Summe der		Anzahl der		Summe aller Differenzen	Anzahl aller Differenzen	Mittel \pm
	positiven Differenzen	negativen Differenzen	positiven Differenzen	negativen Differenzen			
Fr. 18	326	247	82	70	\pm 573	152	\pm 4
S_s	257	183	53	43	\pm 440	96	\pm 5
B_s	192	180	55	50	\pm 372	105	\pm 4
Nr. 1605	85	137	21	27	\pm 222	48	\pm 5
Summe resp. Mittel	860	747	211	190	\pm 1607	401	\pm 4

b) Mikrometer A I (rechts).

Stab	Summe der		Anzahl der		Summe aller Differenzen	Anzahl aller Differenzen	Mittel \pm
	positiven Differenzen	negativen Differenzen	positiven Differenzen	negativen Differenzen			
Fr. 18	413	202	98	54	\pm 615	152	\pm 4
S_s	332	124	62	34	\pm 456	96	\pm 5
B_s	221	181	53	51	\pm 402	104	\pm 4
Nr. 1605	138	93	25	23	\pm 231	48	\pm 5
Summe resp. Mittel	1104	600	238	162	\pm 1704	400	\pm 4

2. Beobachter St.

a) Mikrometer B II (links).

Stab	Summe der		Anzahl der		Summe aller Differenzen	Anzahl aller Differenzen	Mittel \pm
	positiven Differenzen	negativen Differenzen	positiven Differenzen	negativen Differenzen			
Fr. 18	305	209	77	67	\pm 514	144	\pm 4
S_s	226	176	46	42	\pm 402	88	\pm 5
B_s	168	243	40	58	\pm 411	98	\pm 4
Nr. 1605	101	100	21	25	\pm 201	46	\pm 4
Summe resp. Mittel	800	728	184	192	\pm 1528	376	\pm 4

b) Mikrometer A I (rechts).

Stab	Summe der		Anzahl der		Summe aller Differenzen	Anzahl aller Differenzen	Mittel \pm
	positiven Differenzen	negativen Differenzen	positiven Differenzen	negativen Differenzen			
Nr. 18	318	297	71	73	\pm 615	144	\pm 4
S_s	284	167	51	37	\pm 451	88	\pm 5
B_s	169	242	46	53	\pm 411	99	\pm 4
Nr. 1605	96	110	20	26	\pm 206	46	\pm 4
Summe resp. Mittel	867	816	188	189	\pm 1683	377	\pm 4

Bei beiden Beobachtern zeigt sich, dass die Summe der Differenzen bei gleicher Anzahl Beobachtungen bei Mikrometer A I etwas grösser ist, als bei Mikrometer B II. Auf die gleiche Anzahl (400) von Differenzen reducirt, beträgt dieser Unterschied für den ersten Beobachter etwa 100, für den zweiten 150.

Ferner ist zu ersehen, dass der Einstellungsfehler für den Stab S_s etwas grösser ist als für die anderen Stäbe. Im Wesentlichen aber sind die Einstellungsfehler für beide Beobachter, für alle 4 Stäbe und beide Mikrometer von nahezu gleicher Grösse und gering, da sie durchschnittlich für das Mittel zweier Einstellungen nur 0,2 bis 0,3 μ betragen.

II. Die älteren Messungen (1890).

Beobachter Prof. Dr. Thiesen, Pensky und Dr. Scheel.

Die ältere Reihe von Vergleichen der vorgenannten Copieen mit dem neuen Prototyp ist von den Herren Prof. Dr. Thiesen, Pensky und Dr. Scheel im Jahre 1890 ausgeführt. Von einer ins Einzelne gehenden Bearbeitung und Veröffentlichung dieser Beobachtungen kann abgesehen werden, weil sie wesentlich informatorischer Art gewesen sind und noch nicht zur endgültigen Festsetzung der Beziehung der genannten Copieen zum neuen Prototyp dienen sollten. Aus gleichem Grunde ist auch von einer Verbindung der Ergebnisse dieser Beobachtungen mit den vorstehend behandelten abgesehen worden.

Da sie jedoch immerhin mit grosser Sorgfalt ausgeführt sind, so soll im Nachfolgenden das Wesentlichste mitgeteilt werden.

1. Die Beobachtungen.

Die Reihe vom Jahre 1890 umfasste ein annähernd gleiches Temperaturintervall, wie die neuere Reihe, aber es ist nur bei 3 Temperaturen, in der Nähe von $+5^\circ$, $+15^\circ$ und $+25^\circ$ beobachtet worden. Die instrumentellen Einrichtungen waren, wie aus dem ersten Abschnitt zu ersehen, noch nicht so weit vervollkommen, wie bei der späteren massgebenden Reihe vom Jahre 1892;

namentlich war die Einrichtung des Troges die ältere, konnte also die Constanz der Temperatur nicht in dem Maasse gewährleisten wie die spätere.

Die Vergleichenungen geschahen in allen Combinationen der 4 Stäbe und in den mit Ia, IIa, Ic und IIc (S. 70) bezeichneten 4 Lagen. Dabei wurden bei einer Temperatur immer erst sämtliche Stabcombinationen in den beiden ersten Lagen hintereinander fort beobachtet und dann erst in den Lagen Ic und IIc.

Es liegen hiernach 72 vollständige Beobachtungen vor, welche in ähnlicher Weise ausgeführt sind wie die späteren Beobachtungen, doch wurde an Stelle der 2 Temperaturablesungen vor und nach den Mikrometerablesungen immer nur eine Temperaturablesung (symmetrisch einmal vor, das andere Mal nach den beiden Mikrometerablesungen) gemacht.

Die Stäbe lagen unmittelbar auf den Tischen auf; die Thermometer, als welche die 4 Tonnelot-Thermometer 4321, 4322, 4323 und 4324 dienten, befanden sich mit den S. 60 beschriebenen Einrichtungen versehen auf den Stäben in der in Fig. 4 gezeichneten Anordnung; die Temperaturbestimmung ein und desselben Stabes erfolgte immer mit denselben 2 Thermometern, die bei Lagenänderung der Stäbe zu diesen in gleicher Lage blieben. Die Ablesungen an den Thermometern wurden bis auf $0,005^\circ$ ausgeführt.

Die Ablesungen an den Mikrometerschrauben erfolgten in 0,001 Umdrehungen.

Eispunktsbestimmungen sowie Beobachtungen zur Ermittlung des genauen Werthes der Schraubengänge wurden in ähnlicher Weise wie bei der Hauptvergleichsreihe gemacht.

2. Die Reduction der Beobachtungen.

Die Reduction der Temperaturablesungen entsprach fast ganz dem oben (S. 76 u. ff.) geschilderten Verfahren, nur wurde eine Ausgleichung der Eispunktsbeobachtungen bei verschiedenen Temperaturen nicht vorgenommen. Eine solche Ausgleichung wäre nicht am Platze gewesen, weil später Luftblasen in den Thermometern T 4323 und T 4324 entdeckt wurden, die erst gegen Ende der Beobachtungen entfernt werden konnten. In Folge dieser Luftblasen sind auch die Ergebnisse dieser älteren Beobachtungen der Eispunkte erheblich von den späteren verschieden. Eine wesentliche Unsicherheit der Temperaturbestimmung ist aber durch sie nicht herbeigeführt worden, da von den Ablesungen der wirklich beobachtete Eispunkt abgezogen wurde.

Die Reduction der Mikrometerablesungen erfolgte ganz ebenso wie bei den Beobachtungen des Jahres 1892. Auch die weiteren Reductionen sind

wie bei diesen Beobachtungen vorgenommen; nur ist die Correction wegen der Temperaturdifferenz beider Stäbe unterblieben.

Die beobachteten Werthe $S - N$ wurden, wie oben, mit Hülfe von Näherungswerthen (s. unten) auf die Mitteltemperatur einer Beobachtungsgruppe in allen 4 Lagen reducirt. Die folgende Tabelle 23 enthält in ihren einzelnen Theilen die so berechneten Werthe der bezeichneten Differenzen bei den betreffenden Mitteltemperaturen für jede Combination der Stäbe und in allen Lagen. Die erste Zeile giebt die Temperaturen, die 4 folgenden enthalten die Werthe $S - N$ in $0,1''$ für alle 4 Lagen; in der letzten stehen die Mittelwerthe der $S - N$.

Tabelle 23.

a) $B_s - \text{Fr. 18}$			b) $S_s - \text{Fr. 18}$		
			Einheit $0,1''$.		
$+ 1,5^\circ$	$+ 15,3^\circ$	$+ 25,6^\circ$	$+ 3,7^\circ$	$+ 15,3^\circ$	$+ 25,0^\circ$
$+ 309$	$+ 1510$	$+ 2395$	$+ 829$	$+ 1032$	$+ 1239$
$+ 251$	$+ 1457$	$+ 2390$	$+ 807$	$+ 1024$	$+ 1213$
$+ 318$	$+ 1482$	$+ 2395$	$+ 838$	$+ 1046$	$+ 1246$
$+ 269$	$+ 1439$	$+ 2378$	$+ 813$	$+ 1037$	$+ 1227$
Mittel: $+ 287$	$+ 1472$	$+ 2390$	$+ 822$	$+ 1035$	$+ 1231$
c) $B_s - S_s$			d) Nr. 1605 — Fr. 18		
$+ 5,0^\circ$	$+ 15,2^\circ$	$+ 26,0^\circ$	$+ 1,8^\circ$	$+ 14,8^\circ$	$+ 25,8^\circ$
$- 231$	$+ 435$	$+ 1171$	$- 380$	$+ 924$	$+ 2049$
$- 273$	$+ 424$	$+ 1163$	$- 411$	$+ 951$	$+ 2053$
$- 242$	$+ 438$	$+ 1159$	$- 390$	$+ 934$	$+ 2033$
$- 286$	$+ 412$	$+ 1164$	$- 450$	$+ 882$	$+ 2023$
Mittel: $- 258$	$+ 427$	$+ 1164$	$- 408$	$+ 923$	$+ 2040$
e) $B_s - \text{Nr. 1605}$			f) $S_s - \text{Nr. 1605}$		
$+ 2,9^\circ$	$+ 15,3^\circ$	$+ 26,0^\circ$	$+ 2,9^\circ$	$+ 15,2^\circ$	$+ 26,4^\circ$
$+ 705$	$+ 497$	$+ 333$	$+ 1099$	$+ 96$	$- 864$
$+ 668$	$+ 520$	$+ 381$	$+ 1081$	$+ 63$	$- 844$
$+ 735$	$+ 493$	$+ 373$	$+ 1125$	$+ 69$	$- 829$
$+ 681$	$+ 513$	$+ 358$	$+ 1083$	$+ 98$	$- 840$
Mittel: $+ 697$	$+ 506$	$+ 361$	$+ 1097$	$+ 82$	$- 844$

Die Gleichungen der 3 Stäbe gegen das Prototyp seien

$$\begin{aligned} S_s - \text{Fr. 18} &= X + Y T + Z T^2 \\ B_s - \text{Fr. 18} &= U + V T + W T^2 \\ \text{Nr. 1605} - \text{Fr. 18} &= P + R T + S T^2. \end{aligned}$$

Als Näherungswerthe für die Coefficienten gelten

$$\begin{aligned} (X) &= + 75,61'', & (Y) &= + 1,702'', & (Z) &= + 0,00838'', \\ (U) &= + 16,39'', & (V) &= + 3,340'', & (W) &= + 0,01338'', \\ (P) &= - 54,23'', & (R) &= + 10,068'', & (S) &= + 0,00325''. \end{aligned}$$

Für die Correctionen $x, y, z; u, v, w; p, r, s$ ergeben sich dann die Gleichungen:

$$\begin{aligned} 1 \dots \dots & \begin{cases} x & + 3,7 y & + 13,69 z & = + 2 \\ x & + 15,3 y & + 234,09 z & = - 1 \\ x & + 25,0 y & + 625,00 z & = - 3 \end{cases} \\ 2 \dots \dots & \begin{cases} u & + 1,5 v & + 2,25 w & = - 2 \\ u & + 15,3 v & + 234,09 w & = + 1 \\ u & + 25,6 v & + 655,36 w & = + 3 \end{cases} \\ 3 \dots \dots & \begin{cases} (x-u) + 5,0 (y-v) + 25,00 (z-w) & = - 1 \\ (x-u) + 15,2 (y-v) + 231,04 (z-w) & = + 1 \\ (x-u) + 26,0 (y-v) + 676,00 (z-w) & = + 3 \end{cases} \\ 4 \dots \dots & \begin{cases} p & + 1,8 r & + 3,24 s & = - 47 \\ p & + 14,8 r & + 219,04 s & = - 32 \\ p & + 25,8 r & + 665,64 s & = - 37 \end{cases} \\ 5 \dots \dots & \begin{cases} (x-p) + 2,9 (y-r) + 8,41 (z-s) & = + 41 \\ (x-p) + 15,2 (y-r) + 231,04 (z-s) & = + 43 \\ (x-p) + 26,4 (y-r) + 696,96 (z-s) & = + 30 \end{cases} \\ 6 \dots \dots & \begin{cases} (u-p) + 2,9 (v-r) + 8,41 (w-s) & = + 40 \\ (u-p) + 15,3 (v-r) + 234,09 (w-s) & = + 40 \\ (u-p) + 26,0 (v-r) + 676,00 (w-s) & = + 36. \end{cases} \end{aligned}$$

Alle Gleichungen sind aus 4 vollständigen Beobachtungen hervorgegangen.

Von einer gemeinsamen Ausgleichung aller Gleichungen musste aber Abstand genommen werden, weil den Vergleichen mit dem Stabe Nr. 1605 wegen Form und Eintheilung dieses Stabes nicht das gleiche Gewicht wie denjenigen mit den beiden anderen Stäben zukommt. Die Ausgleichung der drei Gleichungsgruppen 1, 2 und 3 ergibt

$$\begin{aligned} x &= + 0,12'' & y &= - 0,018'' & z &= + 0,00056'' \\ u &= - 0,12'' & v &= + 0,019'' & w &= - 0,00058'' \end{aligned}$$

mit den wahrscheinlichen Fehlern

$$\begin{aligned} r_x &= \pm 0,34'' & r_y &= \pm 0,060'' & r_z &= \pm 0,00209'' \\ r_u &= \pm 0,26'' & r_v &= \pm 0,048'' & r_w &= \pm 0,00169''. \end{aligned}$$

Der wahrscheinliche Fehler einer Beobachtungsgleichung wird

$$\pm 0,2''.$$

Setzt man die erhaltenen Werthe für x, y, z, u, v und w in die letzten zwei Gleichungsgruppen 5 und 6 ein, so ergibt die Ausgleichung der Gruppen 4, 5 und 6 für den Stab Nr. 1605 folgende Correctionen der Coefficienten:

$$p = -4,38'' \quad r = +0,039'' \quad s = -0,00011''$$

mit den wahrscheinlichen Fehlern

$$r_p = \pm 0,25'' \quad r_r = \pm 0,045'' \quad r_s = \pm 0,00154''.$$

Der wahrscheinliche Fehler einer Beobachtungsgleichung wird

$$\pm 0,3''.$$

Somit erhält man

$$\begin{aligned} X &= +75,73'' & Y &= +1,684'' & Z &= +0,00894'' \\ U &= +16,27'' & V &= +8,359'' & W &= +0,01280'' \\ P &= -58,61'' & R &= +10,107'' & S &= +0,00314''. \end{aligned}$$

Die Endgleichungen für die 3 Stäbe sind also:

$$\begin{aligned} S_s &= 1 \text{ m} + 74,73'' + 10,326'' T + 0,00994'' T^2 \\ &\pm 0,34 \quad \pm 0,060 \quad \pm 0,00209 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B_s &= 1 \text{ m} + 15,27'' + 17,001'' T + 0,01380'' T^2 \\ &\pm 0,26 \quad \pm 0,048 \quad \pm 0,00169 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Nr. 1605} &= 1 \text{ m} - 59,61'' + 18,749'' T + 0,00414'' T^2 \\ &\pm 0,25 \quad \pm 0,045 \quad \pm 0,00154. \end{aligned}$$

Setzen wir die gefundenen Werthe in die 18 Beobachtungsgleichungen ein, so erhalten wir folgende übrigbleibende Fehler v (Beob. = Rechn.)

$$v \text{ in } 0,1''$$

$$\begin{aligned} +1 - 1 - 3 - 1 + 1 - 3 - 2 + 2 + 2 \\ - 4 + 7 - 2 + 2 - 5 + 5 + 2 - 2 - 2. \end{aligned}$$

Die Summe ($v v$) ist in der Gruppe der ersten 9 Gleichungen von $0,39''$ auf $0,34''$, in der zweiten von $2,28''$ auf $1,35''$ herabgegangen. Die Werthe der v übersteigen in der ersten Reihe nicht $0,3''$, in der zweiten nicht $0,7''$. Der Zeichenwechsel bei den übrigbleibenden Fehlern ist befriedigend. Bei dieser Sachlage kann die Auswerthung der Unbekannten als eine genügende angesehen werden.

Sehr erheblich sind aber die übrigbleibenden Fehler der einzelnen vollständigen Beobachtungen, sie steigen bis auf $4,6''$. Im Folgenden sind diese Werthe für Stäbe, Lagen und Temperaturen gesondert zusammengestellt.

Tabelle 24.
Uebrigbleibende Fehler.

Einheit 0,1".

a) Vergleichung von S_g mit Fr. 18

	Lagen				Temperatur
	Ia	Ic	IIa	IIc	
	+ 8	+ 17	- 14	- 8	+ 3,7°
	- 4	+ 10	- 12	+ 1	+ 15,3°
	+ 5	+ 12	- 21	- 7	+ 25,0°
Summe	+ 9	+ 39	- 47	- 14	
Mittel	+ 3	+ 13	- 16	- 5	
Mittel	+ 8		- 10		

b) Vergleichung von B_g mit Fr. 18

	Lagen				Temperatur
	Ia	Ic	IIa	IIc	
	+ 21	+ 30	- 37	- 19	+ 1,5°
	+ 39	+ 11	- 14	- 32	+ 15,3°
	+ 9	+ 9	+ 4	- 8	+ 25,6°
Summe	+ 69	+ 50	- 47	- 59	
Mittel	+ 23	+ 17	- 16	- 20	
Mittel	+ 20		- 18		

c) Vergleichung von B_g mit S_g

	Lagen				Temperatur
	Ia	Ic	IIa	IIc	
	+ 29	+ 18	- 13	- 26	+ 5,0°
	+ 6	+ 9	- 5	- 17	+ 15,2°
	+ 4	- 8	- 4	- 3	+ 26,0°
Summe	+ 39	+ 19	- 22	- 46	
Mittel	+ 13	+ 6	- 7	- 15	
Mittel	+ 10		- 11		

d) Vergleichung von Nr. 1605 mit Fr. 18

	Lagen				Temperatur
	Ia	Ic	IIa	IIc	
	+ 24	+ 14	- 7	- 46	+ 1,8°
	+ 7	+ 17	- 34	- 35	+ 14,8°
	+ 7	- 9	+ 11	- 19	+ 25,8°
Summe	+ 38	+ 22	- 30	- 100	
Mittel	+ 13	+ 7	- 10	- 33	
Mittel	+ 10		- 22		

e) Vergleichung von Nr. 1605 mit B_g

	Lagen				Temperatur
	Ia	Ic	IIa	IIc	
	+ 31	+ 18	- 6	- 36	+ 2,9°
	+ 7	+ 11	- 16	- 9	+ 15,3°
	+ 27	+ 2	- 21	- 13	+ 26,0°
Summe	+ 65	+ 31	- 43	- 58	
Mittel	+ 22	+ 10	- 14	- 19	
Mittel	+ 16		- 16		

f) Vergleichung von Nr. 1605 mit S_g

	Lagen				Temperatur
	Ia	Ic	IIa	IIc	
	- 1	+ 25	- 19	- 17	+ 2,9°
	+ 19	+ 21	- 14	- 8	+ 15,2°
	- 6	+ 9	- 26	- 2	+ 26,4°
Summe	+ 12	+ 55	- 59	- 27	
Mittel	+ 4	+ 18	- 20	- 9	
Mittel	+ 11		- 14		

Zunächst ergibt sich hieraus als Summe der übrigbleibenden Fehler ohne Rücksicht auf das Vorzeichen

$$(\pm v) = \pm 108,8''.$$

Der durchschnittliche Fehler wird also, da 72 vollständige Messungen vorlagen,

$$\epsilon_0 = \pm 1,3''$$

und der wahrscheinliche Fehler einer vollständigen Beobachtung, berechnet aus den übrigbleibenden Fehlern,

$$r_0 = \pm 1,0''.$$

Was die Abhängigkeit der Ergebnisse von der Lage der Stäbe betrifft, je nachdem das Normal hinten oder vorn lag, so tritt sie bei diesen Messungen in gleichem Sinne wie in den früher discutirten Hauptmessungen auf, aber in sehr verstärktem Maasse. Man findet für die verschiedenen Stäbe im Mittel:

$$\begin{array}{l} N \text{ hinten} \\ + 8 + 20 + 10 + 10 + 16 + 11, \quad \text{Mittel: } + 13 \\ N \text{ vorn} \\ - 10 - 18 - 11 - 22 - 16 - 14, \quad \text{Mittel: } - 15. \end{array}$$

Die Differenz in den Ergebnissen beträgt hiernach $2,8\mu$.

Die Wirkung der Umlegung der Stabenden von rechts nach links zeigt sich in den Differenzen der Lagen Ia und Ic bezw. IIa und IIc:

Ia — Ic	IIa — IIc
— 10	— 11
+ 6	+ 4
+ 7	+ 8
+ 6	+ 23
+ 12	+ 5
— 14	— 11
<hr/>	
Mittel: + 1	+ 3
Gesamtmittel: + 0,2''.	

Diese mittlere Differenz ist also sehr klein.

Ordnet man ferner die Differenzen nach Temperaturen, so ergeben sich als Mittel der übrigbleibenden Fehler für je zwei Lagen Ia und Ic bezw. IIa und IIc folgende Werthe:

$\frac{Ia + Ic}{2}$		
bei + 3°	bei + 15°	bei + 26°
+ 13	+ 3	+ 9
+ 26	+ 25	+ 9
+ 23	+ 8	— 2
+ 19	+ 12	— 1
+ 24	+ 9	+ 15
+ 12	+ 20	+ 2
<hr/>		
Mittel: + 20	+ 13	+ 5

$\frac{\text{IIa} + \text{IIc}}{2}$		
bei + 3°	bei + 15°	bei + 26°
— 11	— 6	— 14
— 28	— 23	— 2
— 20	— 11	— 4
— 27	— 35	— 4
— 21	— 13	— 17
— 18	— 11	— 14
Mittel: — 21	— 17	— 9.

Welche Bedeutung den so gefundenen Differenzen zukommt, ist bereits früher auf S. 109 auseinandergesetzt.

Im Folgenden sind noch die Resultate der beiden Messungsreihen aus den Jahren 1890 und 1892 einander gegenübergestellt. Die Werthe gelten für ebene Auflagerung der Stäbe.

$$1890: S_s = 1 \text{ m} + 74,73'' + 10,326'' T + 0,00994'' T^2$$

$$1892: S_s = 1 \text{ m} + 72,92'' + 10,402'' T + 0,00573'' T^2$$

$$1890: B_s = 1 \text{ m} + 15,27'' + 17,001'' T + 0,01380'' T^2$$

$$1892: B_s = 1 \text{ m} + 13,81'' + 17,139'' T + 0,00716'' T^2$$

$$1890: \text{Nr. 1605} = 1 \text{ m} - 59,61'' + 18,749'' T + 0,00414'' T^2$$

$$1892: \text{Nr. 1605} = 1 \text{ m} - 56,93'' + 18,710'' T + 0,00425'' T^2.$$

Bei den 3 Temperaturen 0°, +15° und +30° ergeben sich sonach folgende Differenzen der

	Werthe von 1890 — Werthe von 1892		
	bei 0°	bei + 15°	bei + 30°
S_s :	+ 1,81''	+ 1,62''	+ 3,32''
B_s :	+ 1,46	+ 0,88	+ 3,30
Nr. 1605:	— 2,68	— 2,14	— 1,60.

Es zeigt sich bei allen Stäben ein im Allgemeinen übereinstimmender, wohl in der nicht ganz sicheren Temperaturbestimmung der Stäbe während der älteren Messungsreihe begründeter Gang der Differenzen, aber bei Nr. 1605 haben die Differenzen selbst das umgekehrte Zeichen wie bei S_s und B_s . Doch sind diese Differenzen an sich nicht sehr erheblich, da sie bei mittleren Temperaturen für die Stäbe S_s und B_s nicht mehr als 1 bis 2'' betragen.

III. Die Ausdehnung des früheren Prototyps \mathfrak{F} .

Beobachter Pensky und Dr. Stadthagen.

Eine absolute Vergleichung des früheren Prototyps mit dem neuen hat noch nicht stattgefunden. Ersteres ist ein Endmaass, letzteres ein Strichmaass; es ist deshalb vorgezogen worden, diese absolute Vergleichung erst auszuführen, wenn die Endmaasscopie des internationalen Meters eingegangen sein wird. Mittlerweile hat jedoch wenigstens eine Untersuchung der Ausdehnung des alten Prototyps stattgefunden, weil über die letztere Zweifel herrschten. In Verbindung mit früheren Vergleichungen zwischen dem alten Prototyp und dem Stabe S , gestattet jedoch diese Untersuchung einen vorläufigen Rückschluss auf das Verhältniss des früheren Prototyps zu dem jetzigen.

Die Untersuchung für die Ausdehnung des früheren Prototyps wurde im Frühjahr 1893 auf dem grossen Comparator unter Anwendung des alten Troges (S. 56 und 60) von den Herren Pensky und Dr. Stadthagen ausgeführt. Das Platinmeter Fortin wurde als Strichmaass benutzt, nachdem, etwa 0,5 mm von den beiden Endkanten entfernt, feine Striche gezogen waren (S. 51). Da es sich nicht um die absolute Länge des \mathfrak{F} . F handelte, so kam eine eventuelle Durchbiegung, sofern die Lagerung in allen Temperaturen die nämliche blieb, nicht in Betracht. Um eine freie, ungezwungene Ausdehnung des Platinmeters zu ermöglichen, wurde dasselbe also auf Rollen gelegt. Die gewöhnliche Art der Auflage auf 2 Rollen erschien aber im Hinblick auf die geringe Dicke des Stabes und die erhebliche Schwere des Materials bedenklich. Es wurde deshalb der Stab auf 15, in annähernd gleichen Abständen vertheilte Stahlröllchen gelagert. Dieselben waren so gut gearbeitet und justirt, dass ein sicheres Aufliegen auf allen stattfand.

Die Vergleichung geschah mit dem neuen Prototyp \mathfrak{F} . 18. Eine Vertauschung der Stäbe erschien überflüssig, da es sich nur um die Messung der Längenänderungen handelte. Es lag daher andauernd \mathfrak{F} . F auf dem vorderen, \mathfrak{F} . 18 auf dem hinteren Tische.

Die Beobachtungen wurden in Luft ausgeführt.

Zur Temperaturbestimmung wurden 6 Thermometer verwendet. Tonnelot 4321, 4322 und 4323 sowie Fuess Nr. I, III und IV. Statt des letzten, F IV, wurde, von der fünften Messung an, da Bedenken gegen die weitere Verwendung desselben vorlagen, F VI benutzt.

Der Grund der Verwendung von 6 Thermometern lag in der Absicht, zugleich auch einen auf Beobachtungen gegründeten Anhalt für das Verhältniss der Temperaturangaben von Thermometern zu gewinnen, die auf den Stäben lagen, gegenüber solchen, die neben den Stäben frei in der Luft sich befanden. Auf §r. 18 lagen die Thermometer F IV bezw. F VI und T 4322; auf §r. F lagen T 4321 und T 4323 zwischen den Stäben F I und F III.

Das Schema der Beobachtungen war folgendes:

Temperaturablesung auf *N*
 Mikrometerablesung auf *N*
 Mikrometerablesung auf *N*
 Temperaturablesung auf *N*
 Temperaturablesung zwischen *N* u. *S*
 Temperaturablesung auf *S*
 Mikrometerablesung auf *S*
 Mikrometerablesung auf *S*
 Temperaturablesung auf *S*

und dasselbe rückwärts.

Es wurden 20 vollständige Vergleichen bei 7 Temperaturen innerhalb des Temperaturintervalls von $+6^{\circ}$ bis $+30^{\circ}$ in folgender Vertheilung ausgeführt:

bei 6°	. . .	4	vollständige	Vergleichen	
„ 8°	. . .	2	„	„	„
„ 14°	. . .	2	„	„	„
„ 19°	. . .	4	„	„	„
„ 20°	. . .	2	„	„	„
„ 25°	. . .	2	„	„	„
„ 30°	. . .	4	„	„	„

Die Eispunkte der Thermometer wurden in entsprechender Weise bestimmt wie bei der Hauptreihe der Prototypvergleichen.

Nach dem Verlauf der dementsprechend gezeichneten Curven der deprimirten Eispunkte erschien es angängig, die speciell für die Reduction der Hauptreihe der Prototypvergleichen aufgestellten Fehlertafeln (S. 79 und 81) unmittelbar zu benutzen. Für die Thermometer F III, IV und VI wurden, unter Benutzung der beobachteten Eispunkte und der im I. Abschnitt (S 46) gemachten Angaben, entsprechende Tafeln gerechnet.

Die folgende Tabelle enthält eine Zusammenstellung der Mittel der Temperaturangaben für alle 6 Thermometer innerhalb jeder Gruppe von Beobachtungen.

Tabelle 25.

Anzahl der Beobachtungen	Mittel aller Ablesungen der Thermometer							Gesamt-Mittel = m	Gesamtmittel m						
	T 4321	T 4322	T 4323	F I	F III	F IV	F VI		we-niger T 4321	we-niger T 4322	we-niger T 4323	we-niger F I	we-niger F III	we-niger F IV	we-niger F VI
									in 0,001°						
4	6,303°	6,324°	6,349°	6,393°	6,376°	—	6,355°	6,350°	+ 47	+ 26	+ 1	— 43	— 26	—	— 5
2	8,140	8,176	8,140	8,216	8,174	8,202°	—	8,175	+ 35	— 1	+ 35	— 41	+ 1	— 27	—
2	13,677	13,721	13,679	13,763	13,740	—	13,730	13,718	+ 41	— 3	+ 39	— 45	— 22	—	— 12
2	19,116	19,076	19,115	19,080	19,063	19,082	—	19,089	— 27	+ 13	— 26	+ 9	+ 26	+ 7	—
4	19,560	19,568	19,570	19,609	19,565	—	19,518	19,565	+ 5	— 3	— 5	— 44	0	—	+ 47
2	25,399	25,383	25,410	25,329	25,344	—	25,359	25,371	— 28	— 12	— 39	+ 42	+ 27	—	+ 12
4	29,469	29,525	29,480	29,555	29,566	—	29,539	29,522	+ 53	— 3	+ 42	— 33	— 44	—	— 17
Summe der Abweichungen vom Mittel (mit Berücksichtigung der Gewichte)									+ 231	+ 37	+ 85	— 275	— 108	(— 20)	+ 50
Mittlere Abweichungen vom Mittel									+ 23	+ 4	+ 8	— 27	— 11	(— 10)	+ 6

Zunächst ist bemerkenswerth, dass die mittleren Abweichungen vom Mittel bei denjenigen Thermometern, die links im Troge lagen, zusammen verschwindend klein sind, ebenso wie diejenigen der rechtsgelagerten Thermometer zusammengenommen, nämlich + 0,003° bzw. 0.

Die linke Hälfte des Troges scheint demnach durchschnittlich die nämliche Temperatur gehabt zu haben wie die rechte.

Auffällig ist aber dann die starke und im Ganzen gleichsinnige Abweichung der Angaben der beiden Thermometer, die in der Mitte lagen, F I und F III, von denjenigen der anderen Thermometer. Es betragen die mittleren Abweichungen vom Mittel bei diesen durchschnittlich + 0,010°, bei jenen — 0,019°, was eine Differenz von 0,029° ergibt.

Indessen ist diese Differenz hauptsächlich durch die Abweichung zweier Thermometer verursacht, nämlich der Thermometer Tonnelot 4321 und F I, die gegeneinander eine Differenz von 0,050° aufweisen. Bei den oben behandelten Hauptvergleichen der Metercopieen mit dem neuen Prototyp №r. 18 hat sich zwischen denselben Thermometern (S. 111) als mittlere Differenz im gleichen Sinne 0,024° ergeben. Betrachten wir hiernach das Mittel 0,037° als thatsächliche Verschiedenheit in den Angaben der beiden Thermometer überhaupt, so folgt, dass ein nennenswerther Unterschied zwischen der Temperatur in der Nähe der Stäbe und derjenigen der Stäbe selbst auch bei der unvollkommenen Einrichtung des älteren Troges nicht vorhanden ist.

Ferner ist zu ersehen, dass die Angaben der 3 Tonnelot-Thermometer etwa durchschnittlich in dem nämlichen Sinne von einander abweichen, wie gelegentlich der Hauptvergleichung der Metercopieen mit dem neuen Prototyp.

Die Beständigkeit der Temperatur während einer vollständigen Beobachtung wird dadurch erwiesen, dass von der ersten Hälfte einer vollständigen Beobachtung auf die zweite Hälfte die Temperaturdifferenz $0,015^\circ$ nicht überstieg.

Der weiteren Rechnung sind nur die Angaben der auf den Stäben gelagerten Thermometer zu Grunde gelegt.

Die Reduction der Mikrometerablesungen wurde in gleicher Weise wie bei den Prototypvergleichungen ausgeführt, die Werthe $S - N$ in gleicher Weise berechnet. Als Mittel der Ausdehnungscoefficienten beider Stäbe wurde $\frac{a_n + a_s}{2} = 8,75''$ angenommen.

Die Reduction auf die ganzen Grade geschah nach der aus ersten Rechnungen abgeleiteten Näherungsformel

$$\frac{d(\text{Fr. } F - \text{Fr. } 18)}{dT} = + 0,241'' + 0,00384'' T.$$

Es ergaben sich hiernach folgende Beobachtungsmittel:

T	$S - N$ (beobachtet)
+ 6°	- 10,6''
+ 8	- 10,0
+ 14	- 8,1
+ 19	- 7,6
+ 20	- 7,8
+ 25	- 5,7
+ 30	- 4,4

Bei der Beurtheilung der Grösse dieser Differenzen darf nicht ausser Acht gelassen werden, dass nicht die Länge des ganzen Platinmeters $\text{Fr. } F$ mit $\text{Fr. } 18$ verglichen ist, sondern nur das um etwa 1 mm kürzere, durch die neu aufgetragenen Striche definirte, durch $\text{Fr. } F_s$ zu bezeichnende Stück. Die Vergleichslänge auf dem Prototyp 18 war daher auch nicht die wirkliche Hauptlänge des Prototyps, also die Entfernung zwischen den Strichen $A 2$ und $B 5$, sondern die Entfernung zwischen den Hilfsstrichen $A 3$ und $B 4$.

Mit Hülfe des bekannten Werthes für die Entfernung der Striche $A 3$ und $B 4$ auf $\text{Fr. } 18$ und einer früher erhaltenen Gleichung für $\text{Fr. } F$

$$S_s - \text{Fr. } 18 = + 70,26'' + 1,506'' T + 0,003'' T^2,$$

wurden folgende Näherungswerthe für $S - N$ berechnet:

T	$S-N$ (berechnet) in $0,1^u$	$l = \text{Beobachtung} - \text{Rechnung}$ in $0,1^u$
+ 6°	- 11,2	+ 6
+ 8	- 10,7	+ 7
+ 14	- 8,9	+ 8
+ 19	- 7,4	- 2
+ 20	- 7,1	- 7
+ 25	- 5,5	- 2
+ 30	- 3,7	- 7

Die Ausgleichung dieser Werthe, denen das Gewicht 1 bzw. 2 gegeben wurde, je nachdem sie aus 2 bzw. 4 vollständigen Beobachtungen abgeleitet waren, ergab:

$$\text{Fr. } F_s = 1 \text{ m} - 1021,67^u + 8,804^u T + 0,00322^u T^2$$

$$\pm 0,31 \quad \pm 0,041 \quad \pm 0,00113$$

Der wahrscheinliche Fehler einer Beobachtungsgleichung vom Gewicht 1 ist

$$\pm 0,2^u .$$

Die Summe der Fehlerquadrate ($p vv$) wird

1. $(p vv) = ll, 3 \quad = 0,77$
2. $(p vv) = (ll) - x (al) - y (bl) - z (cl) \quad = 0,77$
3. $(p vv) = \text{durch Einsetzen} \quad = 0,80.$

Nach der Ausgleichung ergeben sich folgende Differenzen zwischen Beobachtung und Rechnung:

T	v (Beobachtung — Rechnung) in $0,1^u$	Gewicht p
+ 6°	- 1	2
+ 8	+ 1	1
+ 14	+ 6	1
+ 19	- 1	2
+ 20	- 5	1
+ 25	+ 2	1
+ 30	0	2

$$\text{Demnach } \Sigma (p v) = 0$$

Setzt man das Endergebniss in die einzelnen vollständigen Beobachtungen ein, so erhält man folgende übrigbleibende Fehler v im Sinne Beobachtung weniger Rechnung, nach der Reihenfolge der Beobachtungen angeordnet,

T	v (Beobachtung — Rechnung) in 0,1"
+ 19° {	+ 4 — 6
+ 8° {	+ 6 — 4
+ 14° {	+ 4 + 9
+ 19° {	+ 1 — 4
+ 30° {	+ 4 — 4 + 1 — 2
+ 25° {	+ 2 + 1
+ 20° {	— 4 — 6
+ 6° {	— 1 — 5 + 4 — 4

Ein Gang der Fehler mit dem Steigen oder Fallen der Temperatur im Sinne thermischer Nachwirkung zeigt sich nicht. Auch sind die Hauptkriterien für den zufälligen Charakter der übrigbleibenden Fehler gut erfüllt. Es kommt kein v vor, das die durchschnittliche Grösse aller erheblich überträfe; die Summen der positiven und negativen v sind nahezu gleich $\Sigma + v = +36$, $\Sigma - v = -40$; die Anzahl der positiven v ist absolut gleich der Anzahl der negativen, je 10. Zeichenwechsel ist allerdings sehr häufig, 14 gegen 6 Zeichenfolgen, so dass dem Seeliger'schen wie dem Abbe'schen Kriterium, denen aber jedenfalls bei einer relativ so geringen Zahl von Beobachtungen weniger Werth beizumessen ist, nur schlecht Genüge geleistet wird.

Rechnen wir nunmehr die Gleichung auf 1 Meter um, so ergibt sich

$$\text{Ausdehnungscoefficient von 1 m Nr. F} = + 8,813'' + 0,00322'' T \\ \pm 0,041 \pm 0,00113.$$

Sein wahrscheinlicher Fehler R wird ein Minimum für T etwa + 27°.

Im Einzelnen erhalten wir

$$\begin{array}{cccc} T = + 10^\circ & + 20^\circ & + 27^\circ & + 30^\circ \\ R = \pm 0,015'' & \pm 0,009'' & \pm 0,006'' & \pm 0,007'' \end{array}$$

Die wahrscheinlichen Fehler der Längenreduktionen betragen hiernach bei allen Temperaturen etwa $\pm 0,2''$.

IV. Vergleichung der Einzelergebnisse untereinander und mit früheren Ergebnissen.

Eine Vergleichung der neu ermittelten Werthe für die Metercopieen mit den früher angegebenen ist darzuthun geeignet, ob und inwieweit durch die Einführung des neuen internationalen Urmaasses \mathfrak{M} , von welchem das Deutsche Prototyp \mathfrak{P} r. 18 eine Copie ist, etwa Aenderungen im Deutschen Maasssystem eingetreten sind.

Diese Vergleichung kann sich zunächst auf Grund des vorliegenden Materials nur erstrecken auf die alten und neuen Werthe für die beiden Copieen des Urmaasses, S_s aus Stahl und Nr. 1605 aus Messing, von denen auch nur S_s fundamentalere wissenschaftliche Bedeutung hat. Die Copie B_s aus Bronze ist erst in der neueren Zeit hergestellt und hat auch in den Jahren 1888 bis 1890 eine Ueberarbeitung erfahren. Für das ältere Prototyp \mathfrak{P} r. F kommt einstweilen nur die Ausdehnung in Betracht. Ein directer Anschluss dieses Prototyps, welches Endmaass ist, an das neue Strichmaass \mathfrak{P} r. 18 ist bisher nicht erfolgt, da erst, wenn von Seiten des internationalen Maass- und Gewichtsbüreaus in Breteuil auch die Copieen des neuen Endmeters ausgegeben sind, einer umfassenden Untersuchung dieser Beziehung näher getreten werden kann.

a) Stellen wir zunächst die alten und neuen Werthe für die Ausdehnung des alten Prototyps einander gegenüber.

Wir haben hierfür

1. den früher angewendeten Betrag, welcher dem Mètre des Archives gleich, zu $3,6''$ für jeden Grad der hunderttheiligen Skale angenommen ist;

2. einen Werth vom Jahre 1881/82, der auf den Vergleichungen von \mathfrak{P} r. F mit S_s und auf Vergleichungen von S_s mit dem vorläufigen Platin-Iridium-Urmaass Type I in Breteuil basirt, nämlich

$$3,942 t + 0,003 t^2;$$

3. den neuesten Werth vom Jahre 1893, der aus den Vergleichungen mit \mathfrak{P} r. 18 abgeleitet ist, also

$$+ 3,813 T + 0,00322 T^2.$$

In dem Werthe unter 2. ist der zweite Coefficient nicht mit dem ersten zugleich berechnet, sondern von vornherein in der angegebenen Grösse angenommen worden. Ferner bedeutet daselbst t die Temperatur nach der früheren, durch die Angaben des Thermometers 101 fixirten Temperatur-

skale der Normal-Aichungs-Kommission. Der Uebergang auf Temperaturangaben nach der internationalen Skale geschieht mit Hülfe der im I. Abschnitt auf S. 44 gegebenen Reductionstabelle für das Thermometer. Man erhält hiernach folgende mittlere Ausdehnungscoefficienten.

Tabelle 26.

	+ 5°	+ 15°	+ 25°
ursprünglich	8,60	8,60	8,60
1881-82	8,96	8,98	9,01
1893	8,83	8,86	8,89

Die Zahlen stimmen leidlich überein, doch nähern sich die zuletzt gefundenen Beträge wieder mehr der ursprünglichen Annahme von 8,6 für den Ausdehnungscoefficienten. Immerhin hat jene ursprüngliche Annahme zu einem zu kleinen Coefficienten geführt.

b) Die früher seit 1881 angenommenen Werthe für S_s und No. 1605 waren aus Vergleichen von S_s und No. 1605 untereinander und mit Fr. F einerseits, und solchen von S_s in Breteuil mit dem vorläufigen Prototyp Type I im Jahre 1881 andererseits, abgeleitet.

Die hieraus gewonnenen Gleichungen lauten in μ :

$$S_s - 1 \text{ m} = + 73,31 + 10,448 t + 0,00514 t^2$$

$$\text{Nr. 1605} - 1 \text{ m} = - 60,74 + 18,455 t + 0,00414 t^2.$$

Auch hier bedeutet t die an der früheren Skale der Normal-Aichungs-Kommission gemessene Temperatur.

Aus den beiden letzten Gleichungen erhält man folgende Zusammenstellung für die seit 1881 bis 1892 angenommenen Unterschiede der Längen auf S_s und Nr. 1605 gegen ein Meter bei verschiedenen nach der Skale der internationalen Thermometer gemessenen Temperaturen und die nunmehr geltenden, sowie die Differenzen beider Reihen von Beträgen.

	T	0°	+ 10°	+ 20°	+ 30°
$S_s - 1 \text{ m}$	{ Alter Werth . . .	+ 73,3 μ	+ 177,6 μ	+ 283,1 μ	+ 389,8 μ
	{ Neuer Werth . . .	+ 72,9	+ 177,5	+ 283,3	+ 390,1
	{ Differenz	- 0,4	- 0,1	+ 0,2	+ 0,3
Nr. 1605 - 1 m {	{ Alter Werth . . .	- 60,7	+ 122,9	+ 307,8	+ 493,9
	{ Neuer Werth . . .	- 56,9	+ 130,6	+ 319,0	+ 508,2
	{ Differenz	+ 3,6	+ 7,7	+ 11,2	+ 14,3

Hiernach stimmen die neuen Werthe für S_s bis zu $+20^\circ$ sehr gut mit den alten überein, und gerade bei mittleren Temperaturen ist die noch vorhandene Differenz sehr gering und verschwindet zwischen 13° und 14° vollständig.

Dagegen ergeben sich für den Stab Nr. 1605, der überhaupt nur mit in die Discussiongezogen ist, weil mit ihm die Normale der Aichungs-Aufsichtsbehörden bestimmt sind,¹⁾ recht erhebliche Differenzen, die bei mittlerer Temperatur etwa 0,01 mm betragen. Die Gründe hierfür sind hauptsächlich in der zu genauen Längenmessungen nicht sehr geeigneten Form und Eintheilung des Stabes Nr. 1605 zu suchen, worüber bereits im ersten Theil dieses Abschnittes das Nöthige gesagt ist. Sodann kommt noch die frühere nicht ausreichende Bestimmung des Ausdehnungscoefficienten in Betracht.

Für die Zwecke, denen der Stab seinerzeit gedient hat, sind hieraus Bedenken nicht zu entnehmen. Auch steht eine Neubestimmung der Normale der Aufsichtsbehörden für die nächste Zeit in Aussicht. Der neue Werth ist aber durch die Beobachtungen vom Jahre 1890 in weit engeren Grenzen, als den obigen Abweichungen entspricht, gesichert.

Bei beiden Stäben ist deren früher berechnete Temperaturausdehnung zu gering.

Zu feineren Messungen hat in den letzten 15 Jahren lediglich der Stab S_s gedient. Für diesen erfahren also die Angaben durch Einführung des neuen Prototyps keine nennenswerthe Aenderung.

c) Die vorhandene Uebereinstimmung der neuen Gleichung für S_s mit der früher seit 1881 angenommenen giebt noch keine Gewähr dafür, dass auch das alte Prototyp mit dem neuen übereinstimmt, weil die alte Gleichung für S_s aus der in Breteuil vorgenommenen Vergleichung mit einem an das internationale Meter bereits angeschlossenen Stab gewonnen ist.

Wie bemerkt, ist jedoch im Jahre 1881 S_s auch mit dem alten Prototyp verglichen. Da dieses alte Prototyp ein Endmaass, S_s aber ein Strichmaass ist, mussten dabei besondere Hilfsmittel verwendet werden, welche in Antriebscylindern bestanden, die mit Skalen versehen waren. Die Cylinder bestanden aus Stahl, die Skalen waren in einigen Messungen gleichfalls aus Stahl hergestellt, in anderen aus Silberstreifen angefertigt, welche auf Messingstücken montirt waren. Die Contactenden der Antriebscylinder waren Kugelcalotten aus Stahl bezw. Edelstein. Es ergab sich aus dieser Vergleichung in μ :

¹⁾ Aeltere aus den 70. Jahren stammende Bestimmungen von feineren Maassstäben, z. B. Pendelmaassstäben mit Hülfe von Nr. 1605, können gar nicht mit in Vergleich gezogen werden, da bei dem damaligen Stande der Thermometrie und der Einrichtungen der Normal-Aichungs-Kommission Messung und Temperaturbestimmung unsicherer war, als jetzt.

$$\text{Fr. } F - S_s = -70,26 - 1,506 t - 0,003 t^2,$$

also unter Zugrundelegung der 1881 gewonnenen Formel für S_s :

$$\text{Fr. } F - 1 \text{ m} = +3,05 + 8,942 t + 0,00214 t^2.$$

Die gesetzliche Formel für Fr. F ist

$$\text{Fr. } F - 1 \text{ m} = +3,01.$$

bei 0° Temperatur.

Hiernach haben bereits die Messungen von 1881 eine nicht unbefriedigende Uebereinstimmung des alten Maasssystems mit dem neuen, wenigstens für 0° Temperatur, nachgewiesen. Als Ausdehnungscoefficient für das ältere Prototyp ist bis zum Jahre 1881 der für das Archivmeter geltende angenommen, also $8,6 \mu$ gesetzt worden. Die vorbezeichneten Messungen haben erkennen lassen, dass dieser Coefficient für das in Frage stehende Prototyp zu klein ist. Sie ergeben für dieses Prototyp eine erheblich stärkere Ausdehnung, und zwar derartig, dass bei mittleren Temperaturen Differenzen bis zu 7μ auftreten, je nachdem die angenommene oder die 1881 ermittelte Ausdehnung in Rechnung gestellt wird. Die letzten Messungen für das ältere Prototyp Fr. F haben das Resultat von 1881 zum Theil zwar bestätigt, haben jedoch eine kleinere Ausdehnung ergeben, als 1881 abgeleitet war. Es darf daher angenommen werden, dass die Abweichung der Länge des älteren Prototyps von dem früher angenommenen Betrag bei mittleren Temperaturen thatsächlich sogar noch geringer sein wird als 5μ . Zur Stütze können einstweilen noch folgende Rechnungen dienen. Die im Jahre 1881 unmittelbar beobachteten Differenzen Fr. $F - S_s$ betragen bei den verschiedenen Beobachtungstemperaturen in μ

T	4,80°	19,56°	24,06°
Fr. $F - S_s$	— 76,80	— 101,11	— 109,14.

Nach den letzten, weitaus genauesten Ermittlungen ist die Differenz der Ausdehnung des alten Prototyps gegen den Stab S_s

$$- 1,589 T - 0,00251 T^2.$$

Man erhält also aus den bei den 3 vorgenannten Temperaturen gemachten Ermittlungen für Fr. $F - S_s$ bei der Temperatur 0° die 3 Werthe

$$69,12 \quad 69,07 \quad 69,46.$$

Diese stimmen mit einander recht gut überein, und da ein Gang auch nicht hervortritt, dürfen wir sie zu einem Mittelwerth vereinigen. Hiernach wird bei 0°

$$\text{Fr. } F - S_s = -69,22.$$

Da nun bei 0° sich fand:

$$1881: S_s - 1 \text{ m} = + 73,31,$$

$$1893: S_s - 1 \text{ m} = + 72,92,$$

so haben wir bei 0°

$$1881: \text{Fr. } F' - 1 \text{ m} = + 4,09'',$$

$$1893: \text{Fr. } F' - 1 \text{ m} = + 3,70''.$$

Beide Werthe weichen von dem gesetzlich festgestellten Betrag $+ 3,01$ nur wenig ab. Sehen wir den Mittelwerth $+ 3,90$ als richtig an, so ergibt sich

$$\text{Fr. } F' - 1 \text{ m} = + 3,90 + 8,813 T + 0,00322 T^2,$$

und es ist

für T	0°	10°	20°
$\text{Fr. } F' - 1 \text{ m}$	$+ 3,9$	$+ 92,4$	$+ 181,4.$

III. ABSCHNITT

Ueber den Anschluss des älteren Urgewichts und der Copieen desselben an das neue Deutsche Prototyp für das Kilogramm.

Der nachfolgende Bericht bezieht sich auf die Wägungsarbeiten, welche zum Anschluss des früheren Urgewichts und der Hauptcopieen desselben an das neue Deutsche Urgewicht, das Prototyp des Kilogramm Nr. 22, ausgeführt worden sind.

Die Anordnung entspricht der des II. Abschnitts. Der Bericht beginnt also mit einer Beschreibung der benutzten Gewichtsstücke, woran sich eine Schilderung des Beobachtungsraumes und dessen Besonderheiten, sowie der benutzten Waage schliesst. Sodann sind die Hilfsgewichte, Hilfsschalen und Hilfsinstrumente behandelt. Auf diesen beschreibenden Theil folgt, wie in dem vorangegangenen Abschnitt, die Erörterung des Wägungsverfahrens, die Mittheilung und Discussion der Einzelergebnisse, die Ableitung der Schlussresultate und deren Vergleichung mit den früheren Festsetzungen über die Fehler der geprüften Gewichtsstücke.

A. Beschreibung.

I. Die verglichenen Gewichtsstücke.

1. Das neue Prototyp Nr. 22.

Ueber das neue Prototyp Nr. 22, seine Herstellung, Form, chemische Zusammensetzung, sowie über seine Beziehung zum internationalen Prototyp enthält die Einleitung das Nähere. Es erübrigt nur, die Einrichtung zu erwähnen, in welcher es zum Gebrauch transportirt und während desselben, in den Pausen, aufbewahrt wird. Diese Einrichtung, welche von dem inter-

nationalen Bureau allen neuen Prototypen des Kilogramm beigegeben worden ist, findet sich in den Travaux et Mémoires, Band III 1884 S. D. 118 im Wesentlichen wie folgt beschrieben.

In der Mitte einer breiten, dreifüssigen, oben versilberten Platte P (Fig. 11) ist der Messingcylinder P' befestigt, auf welchem eine planparallel geschliffene Quarzplatte p liegt. Auf diese Platte wird das Kilogramm gestellt. Man setzt dann auf P die Metallmuffe g auf, die genau dem Cylinder P' angepasst ist. Diese Muffe enthält einen spiegelglatt polirten Platinring, dessen innerer Durchmesser um 3 mm grösser ist als der Durchmesser des

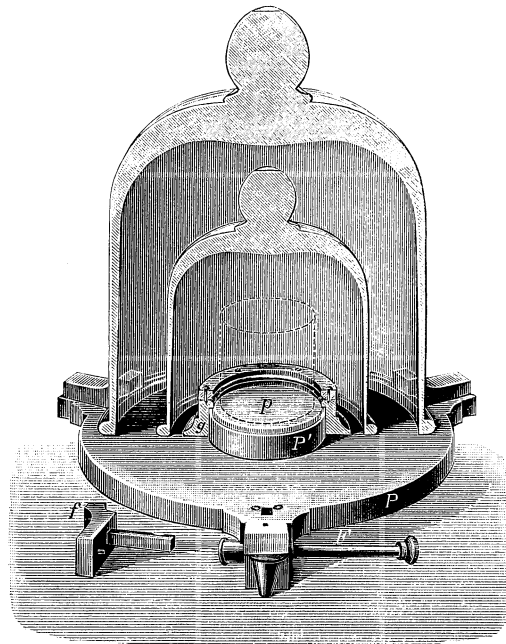


Fig. 11.

Kilogramms. Will man das Kilogramm abheben, so ist es zweckmässig, vorher die Muffe g zu entfernen. Ueber das Kilogramm werden zwei Glasglocken gedeckt, von denen die eine, welche sich aussen befindet, durch drei Klammern gehalten wird. Zwei dieser Klammern sind fest, die dritte f dient zum Verschliessen. Wenn man diese einsetzt und dann den Schlüssel f herauszieht, ist der Apparat verschlossen, und man kann so das Kilogramm kurze Strecken transportiren, indem man den Apparat an dem Knopf der Glocke emporhebt.

2. Das bisherige Prototyp B' .

Das bisherige Prototyp, in allen darauf bezüglichen Publicationen B' genannt, wurde zum Urgewicht für den Norddeutschen Bund und damit zugleich für das spätere Deutsche Reich durch die Maass- und Gewichtsordnung

vom 17. August 1868 (Bundes-Gesetzblatt S. 473) bestimmt. Es ist von Fortin in Paris aus reinem, allerdings nicht gegossenem, sondern aus Platinschwamm in Schweisshitze gehämmertem Platin hergestellt und trug anfänglich nur die Bezeichnung Nr. 1. Seine Gestalt ist die des annähernd gleichseitigen Cylinders. Es ist seinerzeit von der Königlich Preussischen Regierung dem Norddeutschen Bunde zur Verfügung gestellt worden. Wie schon in dem Metro-nomischen Beitrag Nr. 2 S. 20 angegeben ist, wurde es 1817 von Arago und Humboldt angeblich dem Kilogramm der Archive bis auf höchstens 2 mg gleich befunden,¹⁾ stellt sich aber 1859 um etwa 12 mg zu leicht heraus²⁾ und wurde hierauf berichtigt. Ob die Differenz von 12 mg darauf zurückzuführen ist, dass die früheren Vergleichen ungenau waren, oder dass eine Veränderung des Platinkilogramms stattgefunden hat, oder dass diese beiden Ursachen zusammengewirkt haben, soll hier nicht weiter erörtert werden.³⁾ Bei den nach der Berichtigung im Jahre 1860 zu Paris ausgeführten Vergleichen mit dem Kilogramm der Archive fand sich B' im Mittel um 0,158 mg leichter als letzteres.⁴⁾ Dieser Werth wurde der gesetzlichen Bestimmung (vergl. Artikel 5 des vorgenannten Gesetzes) zu Grunde gelegt, obwohl die einzelnen Wägungsergebnisse erheblich von einander abwichen. Dass diese Abweichungen möglicherweise einer Veränderlichkeit des Urgewichts zuzuschreiben waren, wird später zu behandeln sein.

Das Kilogramm wurde gelegentlich der Berichtigung im Jahre 1859 mit der eingravirten Jahreszahl „1859“ bezeichnet.

Das Volumen des Kilogramm B' wurde im Jahre 1859 in Paris auf dem Gambey'schen Comparator durch Messung festgestellt. Aus verschiedenen Durchmessern und Höhen wurde das Volumen bei 0° zu 49,9378 ccm abgeleitet.⁵⁾ Ausserdem ist nach Loewenherz⁶⁾ eine Wasserwägung ausgeführt worden, aus der das specifische Gewicht 20,023, bezogen auf Wasser von 0° , folgte, wonach sich das Volumen zu 49,9352 ccm, also sehr nahe übereinstimmend mit dem Messungsergebniss berechnet. Bei den vorliegenden Vergleichen ist das Volumen zu 49,938 ccm angenommen worden, wie in allen bisherigen Publicationen.

1) Regnault, Morin et Brix, Rapport sur les comparaisons qui ont été faites à Paris en 1859 et 1860 de plusieurs kilogrammes avec le kilogramme prototype des Archives Impériales, S. 13. Es kann auch mit dem Kilogramm des Observatoriums verglichen worden sein, was aber keinen grossen Unterschied macht.

2) Ebenda S. 10.

3) Ebenda S. 13.

4) Nach dem schon genannten Rapport S. 85.

5) Ebenda S. 6

6) Metron. Beiträge Nr. 2 S. 22.

Als cubische Ausdehnung des Platins ist der Werth 0,0000270 für je einen Grad der hunderttheiligen Temperaturskala angenommen worden.

3. Das Platinkilogramm B'' .

Im Jahre 1860 wurde für die Königlich Preussische Regierung ein zweites Kilogramm aus Platin, ebenfalls in der Gestalt eines annähernd gleichseitigen Cylinders, von Froment in Paris hergestellt. Es ist mit der eingravirten Jahreszahl „1860“ bezeichnet, wird aber im Rapport und im Folgenden B'' genannt. Es wurde 1860 ebenfalls mit dem Kilogramm der Archive verglichen und um 1,85 mg zu leicht befunden.¹⁾

Das Volumen dieses Kilogramms B'' wurde im Jahre 1860 durch Messungen auf dem Gambey'schen Comparator zu 47,6019 ccm bestimmt.²⁾ Im Jahre 1879 fand ferner eine dreimalige Bestimmung des Volumens durch Wägung im Wasser bei der Normal-Aichungs-Kommission statt. Es ergaben sich die Werthe

$$\begin{array}{r} 47,5499 \\ 47,5516 \\ \hline 47,5522 \end{array}$$

im Mittel $47,5512 \pm 0,0005$ ml.

Hiernach wurde das Ergebniss der Messungen befriedigend bestätigt. Da das Messungsergebniss auch bis dahin zu allen Reductionen auf den leeren Raum benutzt worden war, ist es der Continuität wegen immer als Volumen von B'' beibehalten worden. Wenn dadurch allerdings die Masse des Stückes, bezogen auf den leeren Raum, sich um den Fehler des Volumens, multiplicirt mit dem Luftgewicht, anders bestimmt, als es bei der Annahme des richtigen Volumens der Fall sein würde, so hat dies doch nur zur Folge, dass bei Benutzung des Stückes B'' zur Bestimmung eines anderen Kilogrammgewichts ein Fehler begangen wird, welcher gleich ist dem Fehler des Volumens von B'' multiplicirt mit dem Unterschied zwischen dem Luftgewicht, bei welchem die Bestimmung von B'' stattgefunden hat, und dem Luftgewicht, bei welchem B'' zur Bestimmung des anderen Kilogrammstückes dient. Der Fehler liesse sich also dadurch berücksichtigen, dass die Gleichung für B'' um ein Glied, das das ersterwähnte Luftgewicht enthält, vermehrt wird. Indessen hat sich dies in Betracht der Genauigkeitsgrenzen, innerhalb deren Vergleichen von Kilogrammstücken zur Zeit überhaupt ausgeführt werden können, noch nicht als nöthig erwiesen. Der fragliche Unterschied der Luftgewichte dürfte, da nur in temperirten Räumen ge-

¹⁾ Rapport S. 85.

²⁾ Rapport S. 21.

arbeitet wird, und daher neben einer Temperaturschwankung von vielleicht 5° im Wesentlichen nur die barometrische Differenz von höchstens 30 mm in Betracht kommt, 0,070 mg pro ml nicht übersteigen. Der Fehler bleibt also, da der Fehler des Volumens von B'' nur 0,051 ml beträgt, selbst unter den aussergewöhnlichsten Umständen kleiner als 0,004 mg.

Das im Vergleich zu dem Volumen von B' um etwa 2,4 ccm oder 5 Procent kleinere Volumen von B'' lässt erkennen, dass das Material des letzteren von ungleich dichterem Gefüge ist als das von B' . Das Kilogramm B' hat in dieser Beziehung noch den Charakter der ältesten Platinkilogramme der Archive, der Pariser Sternwarte u. s. w.

4. Die Messingkilogramme W und St .

Als nächste Copieen des Urgewichts aus Messing dienen zur Zeit bei der Normal-Aichungs-Kommission die beiden Kilogramme W und St ; diese sind daher zur Vermittelung des Anschlusses der Gewichte aus Messing, Bronze und anderen Materialien von annähernd gleichem specifischem Gewicht an das Urgewicht bei den nachstehend beschriebenen Wägungen hauptsächlich benutzt. Beide Stücke haben ihrem Ursprung nach keine ausgewählte Beschaffenheit, da sie lediglich den vorhandenen Beständen bestbeschaffener Messinggewichte entnommen sind; allenfalls könnte man ihr verhältnissmässig kleines Volumen, das einen dichten (d. h. wenig porösen) Guss des Materials vermuthen lässt, von vornherein als einen Vorzug gelten lassen. Ihre Auswahl erfolgte, weil sie im Laufe der Zeit die geringsten Veränderungen ihrer Masse gezeigt hatten.

Das Kilogramm W ist nach der Politur galvanisch stark vergoldet, es zeigt daher Hochglanz-Politur. Es entstammt einem im Uebrigen nicht völlig beständigen, äusserlich gleich beschaffenen Gewichtssatze, der 1872 von Westphal in Celle hergestellt ist. Die Form des Gewichts ist die eines gerade abgeschnittenen Cylinders von 52 mm Durchmesser und 49 mm Höhe mit (nicht eingeschraubtem) Knopf; auf letzterem trägt es die eingravirte Bezeichnung $\frac{1000}{\text{Grm}}$.

Das Kilogramm St ist 1876 von Stückrath in Berlin geliefert; es ist auf demselben Wege, wie die Oberfläche des Kilogramms W hergestellt ist mit starker Hochglanz-Vernickelung versehen. Auch seine Form ist annähernd dieselbe wie die des Kilogramms W (50 mm Durchmesser und 49 mm Höhe); eine Bezeichnung hat es nicht

Das äussere Volumen von W wurde im Jahre 1874 durch zwei Wägungen im Wasser, welche 118,898 und 118,900 ergaben, im Mittel

zu 118,899 bestimmt. Das Kilogramm *St* wurde 1876 dreimal im Wasser gewogen; es fand sich

116,4503

116,4505

116,4553

im Mittel 116,452.

Als cubische Ausdehnung für Messing ist in Nachstehendem der Werth 0,0000555 angenommen.

II. Der Beobachtungsraum.

Die Wägungen erfolgten in einem der beiden Räume, welche in ihrer Einrichtung dem Comparatorsaal entsprechen (s. S. 52) und für feinste Wägungen bestimmt sind. Der Raum hat im Wesentlichen dieselben Umschlusswände und Hülfeinrichtungen wie der Comparatorsaal, er ist jedoch quadratisch und nicht halb so gross; ferner hat er keine besondere Gas-Heizanlage, und sein Fussboden besteht nicht aus Glas, sondern ebenso wie die inneren Wände aus einer doppelten Wellblechwand von Zink, auf welcher eine mit Linoleum belegte Lattenschicht ruht. Von den am Boden ringsum laufenden Heiz- und Ventilationskanälen braucht fast niemals Gebrauch gemacht zu werden. Um namentlich im Winter den Verschiedenheiten der Temperatur in verschiedenen Höhen entgegenzuwirken, sind unter dem Raume einige Gasflammen angebracht.

Den Raum wie den Comparatorsaal zu heizen (mit zwischen den Zinkwänden frei brennenden Gasflammen), ist wegen der damit verbundenen Gefahr der Verunreinigung der Luft nicht zulässig.¹⁾

Die Waage steht in der Mitte des Raumes auf einem Pfeiler, welcher den beiden Fundamentpfeilern des Comparatorsaales gleich ist. Eine Bleirohrleitung mit Luftfilter führt aus dem Freien zum Pfeiler, damit der Behälter der Waage mit Luft aus dem Freien gefüllt werden kann.

Zur Beleuchtung befinden sich im Raume einige Gasflachbrenner nach Siemens'schem Regenerativsystem, wohl die einzigen Flachbrenner, welche nach diesem System überhaupt hergestellt sind. Flache Flammen sind, wenn ihr Licht mittelst Sammellinse auf ein Object gerichtet werden soll, zur Beleuchtung geeigneter als Rundbrenner, von deren Flammen wegen ihrer Ausdehnung in die Tiefe nur ein Theil zur Wirkung kommt. Bekanntlich erhält man die vollkommenste derartige Beleuchtung, wenn eine flache,

¹⁾ Vergl. Schwirkus, Der Einfluss der menschlichen Expirationsluft auf Wägungsergebnisse, Zeitschrift für Instrumentenkunde 1881, S. 84 und 124.

möglichst dünne und, wenn thunlich, wie das Object geformte Flamme direct auf letzterem abgebildet wird.

Jede dieser Flammen ist in einen doppelwandigen, unten offenen Kasten aus Kupferblech eingeschlossen, durch dessen Mantel Leitungswasser mit regulirbarer Geschwindigkeit circulirt. Die Verbrennungsgase werden durch ein luftdicht aufgesetztes, mit weichem Baumwollenstoff gegen Wärme isolirtes Rohr durch die Decke abgeführt. Die zur Sammlung des Flammenlichtes dienende grosse Linse bildet die vordere Wand eines vor der Flamme in ein entsprechendes Loch des Kastens eingepassten Rohrstückes, dessen hintere Wand von einer Spiegelglasplatte gebildet wird. Das Rohrstück wird zur annähernden Absorption der strahlenden Flammenwärme mit destillirtem Wasser gefüllt. Früher wurde Alaunlösung verwendet, welche noch besser absorbirt; dabei wurden aber allmählig die inneren Wände der Linse und der Glasplatte trübe.

Bei dieser Anordnung gewinnt man den Vortheil, dass

1. die Verbrennungsgase von dem Beobachtungsraum ferngehalten werden,
2. durch die aspirirende Wirkung der Flammen der Raum ventilirt wird,
3. bei entsprechender Verminderung der Wassercirculation im Umschlusskasten im Winter eine hinreichende Heizung des Raumes erzielt werden kann.

Die Einzelheiten der Construction werden eines näheren Eingehens nicht bedürfen, auch sind sie, soweit sie die Dimensionen betreffen, ohne allgemeineres Interesse, da letztere von den Umrissen der gewählten Lampe und der Brennweite der Linse abhängen, welche an anderen Orten und für andere zu beleuchtende Objecte vielleicht verschieden zu wählen sein werden. Es möge hier nur erwähnt werden, dass durch die unvermeidliche Belastung der Flamme mit der Arbeit des Luftspirirens die Lichtstärke etwas Einbusse leidet, und dass ebenso, wie sich leicht berechnen lässt, die Brennweite der Linse durch Einschaltung einer Wasser- und Glasschicht eine Vergrösserung erfährt, die in ihrer Wirkung einer Verkleinerung der Oeffnung, also auch des Effects der Linse gleichkommt. Beides muss bei der Wahl der Flamme und der Linse berücksichtigt werden.

Bei den Wägungen ist nur eine dieser eingeschlossenen Gasflammen benutzt worden, und zwar zur Beleuchtung der Skale der Fernrohr-Spiegelablesung. Die sonst zu beleuchtenden Theile (Thermometer, Barometer, Hygrometer) erfordern nur Licht während der kurzen Dauer der Ablesung; hierzu dienen elektrische Glühlämpchen wie bei dem Comparator.

Zur Führung des Lichtes der Gasflammen werden mit bestem Erfolge mehrtheilige ebene Spiegel verwendet, deren Theile, ein jeder für sich, mittelst Kugelgelenks drehbar sind. Der zur Beleuchtung der Skale dienende Spiegel besteht aus einer Reihe schmaler Streifen. Wird jeder Streifen so eingestellt, dass er das empfangene parallele Licht ebenfalls in einem die Skale gerade deckenden Streifen auf diese wirft, so wirken alle Streifen zusammen wie ein Cylinderspiegel von gerade passender Brennweite, abgesehen von dem kleinen Verlust an Licht, welches in die Zwischenräume der Streifen fällt. Diese Lichtführung ist trotz der ansehnlichen Vergrösserung des Fernrohrs von ausreichender Wirkung und hat den Vortheil, dass die Brennweite des imitirten Hohlspiegels verstellbar, letzterer also bei den verschiedensten räumlichen Anordnungen verwendbar bleibt. Die Normal-Aichungs-Kommission verwendet mit Nutzen auch derartige unvollkommene, dafür aber in der Brennweite verstellbare sphärische Hohlspiegel aus einzeln verstellbaren ebenen Sektoren.

Insoweit die Lichtquelle dem damaligen Stande der Gasbeleuchtungstechnik gemäss noch unvollkommen, namentlich streifig, uneben und zu dick ist, dürfte, wo elektrisches Licht nicht zur Verfügung steht, das moderne Gasglühlicht mit thunlichst ebenen und der Form des Objects angepassten Glühkörpern in Bezug auf Zweckmässigkeit und höchsten Effect zur Zeit die vollkommenste Beleuchtung nach dieser Methode ermöglichen. Die Normal-Aichungs-Kommission hat dies indessen nicht erprobt, da sie inzwischen zum elektrischen Glühlicht auch für Beleuchtung der Skale übergegangen ist.

III. Die Waage.

Die Wägungen sind auf der von Stückrath in Berlin für die Normal-Aichungs-Kommission construirten Vacuumwaage ausgeführt worden, von welcher Loewenherz bereits 1880 eine Beschreibung gegeben hat.¹⁾ Die Waage war seinerzeit zum Ersatz der Bunge'schen Vacuumwaage²⁾ bestimmt und ist im Wesentlichen dieser Beschreibung entsprechend geliefert worden. Zu ihrer Erläuterung ist es daher, obwohl sie später einige Abänderungen erfahren hat, am zweckmässigsten, die vorgedachte Beschreibung hier zu wieder-

¹⁾ Bericht über die wissenschaftlichen Instrumente auf der Berliner Gewerbeausstellung im Jahre 1879, herausgegeben von L. Loewenherz, S. 187.

²⁾ Bericht über die wissenschaftlichen Apparate auf der Londoner internationalen Ausstellung im Jahre 1876, herausgegeben von A. W. Hofmann, S. 207. — Siehe auch vorstehenden Bericht S. 186.

holen und im Anschluss daran die späteren Aenderungen nebst deren Begründung anzuführen. Eine derartige, auch die Entwicklung des Instruments berücksichtigende Erläuterung dürfte nicht nur an sich förderlicher sein, sondern auch vor einer lediglich den heutigen Zustand darstellenden Beschreibung den Vorzug darbieten, dass sie erkennen lässt, warum manches an der Waage nicht von vornherein so einfach als möglich ausgeführt ist. Bei der Aenderung eines alten Instruments lassen die bereits vorhandenen Theile und Einrichtungen die möglichste Einfachheit der Ausführung, so nahe diese auch liegen möge, oft nicht mehr zu. Dennoch hat die Waage die mit den Abänderungen beabsichtigt gewesenen Zwecke vollkommen erfüllt, es fehlte ihr daher bei der Benutzung höchstens an constructiver Homogenität. Neuerdings freilich hat die wachsende Erkenntniss der an vollkommenste Waagen dieser Art zu stellenden Anforderungen das Bedürfniss hervorgerufen, diese Anforderungen an einer ganz neuen Waage in einheitlicher Construction verwirklicht zu sehen. Eine solche neue Waage hat Stückrath der Normal-Aichungskommission in jüngster Zeit geliefert, ihre Aufstellung ist aber noch nicht beendet.

Es folgt zunächst wörtlich die Loewenherz'sche Beschreibung:

„Die Waage steht auf einem massiven Messingteller, auf diesen ist ein luftdicht abschliessender Glascylinder aufgesetzt und auf den Cylinder wiederum ein luftdicht abschliessender Messingdeckel. Durch den Teller hindurch reichen eine Anzahl durch Stopfbuchsen abgedichteter Bewegungstangen, die von einem entfernt stehenden Beobachter gedreht bzw. hin- und hergezogen werden können. Die Stangen übertragen ihre Bewegung auf geeignete Mechanismen im Innern des Glascylinders, und hierdurch können die folgenden Operationen vollführt werden:

1. Die Arretirungen des Waagebalkens und der Gehänge können angehoben oder gesenkt werden;
2. ein Transporteur kann gesenkt oder gehoben und damit können die zu vergleichenden Gewichtsstücke auf die Schalen niedergesetzt oder die auf den Schalen stehenden Stücke von denselben abgehoben werden;
3. der Transporteur mit den darauf stehenden Gewichtsstücken kann um 180° gedreht werden;
4. so viel kleinere Gewichtsstücke, als zur Ausgleichung der Belastungen beider Schalen erforderlich sind, können an jede Schale angehängt oder von derselben weggenommen werden.

Fig. 12 stellt den Teller *A* dar und die durch ihn hindurch reichenden Bewegungswellen, von denen die Welle *S* die Ausführung der Operationen

unter 1 und 2, die Zahnstange Z die Drehung des Transporteurs T , die Wellen $s_1, s_2 \dots s_5$ und $\sigma_1, \sigma_2 \dots \sigma_5$ die Ausführung der Operationen unter 4 vermitteln. Fig. 13 giebt einen Verticalschnitt durch die Mitte der Waage und zeigt die Wirksamkeit der inneren Mechanismen zur Ausführung der Operationen unter 1, 2 und 3. Fig. 14 veranschaulicht die Mechanismen zum Auflegen und Abheben der Ausgleichgewichte und erläutert zugleich das Abheben und Aufsetzen der zu vergleichenden Stücke mittelst des Transporteurs, während die übrigen Hebemechanismen hier weggelassen sind. Fig. 15 endlich stellt den Waagebalken und die Arretiereinrichtungen dar.

Auf dem Teller A ist festfundirt das hohle Stativ D und D' (Fig. 13), das durch Vermittelung daran befestigter Zwischenstücke D'' und D''' das

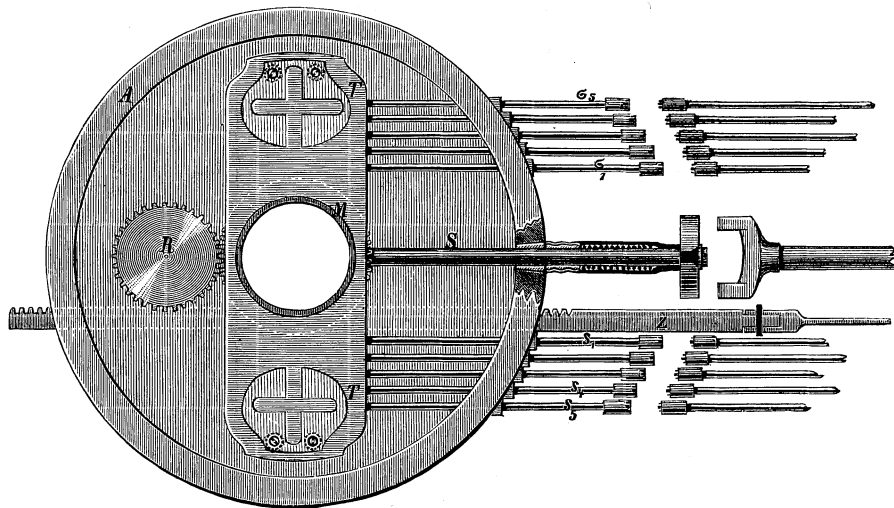


Fig. 12.

Achatlager für die Mittelschneide des Waagebalkens W trägt. Im Innern von D' sind verschiebbar angebracht ein Vollcylinder F und ein darüber geschobenes Rohr E ; ersterer trägt die Platte F' , welche die Arretirung des Balkens vermittelt, letzteres die Platte E' , auf der die Arretirungsstützen für die Gehänge sitzen. Das Rohr E ruht auf den beiden identischen Excentern 2, der Vollcylinder F auf dem Excenter 3; diese drei Excenter sind auf die Welle S aufgesteckt, so dass durch Drehung der letzteren die Arretirungen des Waagebalkens und der Gehänge gehoben oder gesenkt werden können. Dieselbe Welle S trägt zwei identische Excenter 1, auf welchen der den Transporteur T tragende Hohlcylinder M ruht (vergl. auch Fig. 14 links). T hat auf jeder Seite eine Plattform mit Ausschnitten von dem aus Fig. 12 ersichtlichen Profil; die in Form zweier kreuzförmig übereinander gelegter Stäbe gebildeten Waagschalen Q passiren diese Ausschnitte ohne anzustossen; ein Gewichtstück, das auf der Plattform steht, wird aber beim Senken von T

auf die Schale abgesetzt, und umgekehrt, ein Gewichtsstück, das auf der Schale steht, beim Anheben von T von der Plattform ab- und emporgehoben. Eine Drehung des Transporteurs wird durch einen passenden Einschnitt in der Hülse M und die darin einliegende Welle S so lange verhindert, bis die Excenter 1, und mit ihnen M , ihre höchste Stellung erreicht haben; sobald dies der Fall ist, ruht M auf besonderen in die Excenter 1 eingelegten Röllchen r und kann auf diesen leicht gedreht werden. Um die Drehung zu vermitteln, ist auf M ein Zahnrad aufgesteckt, in welches ein zweites auf

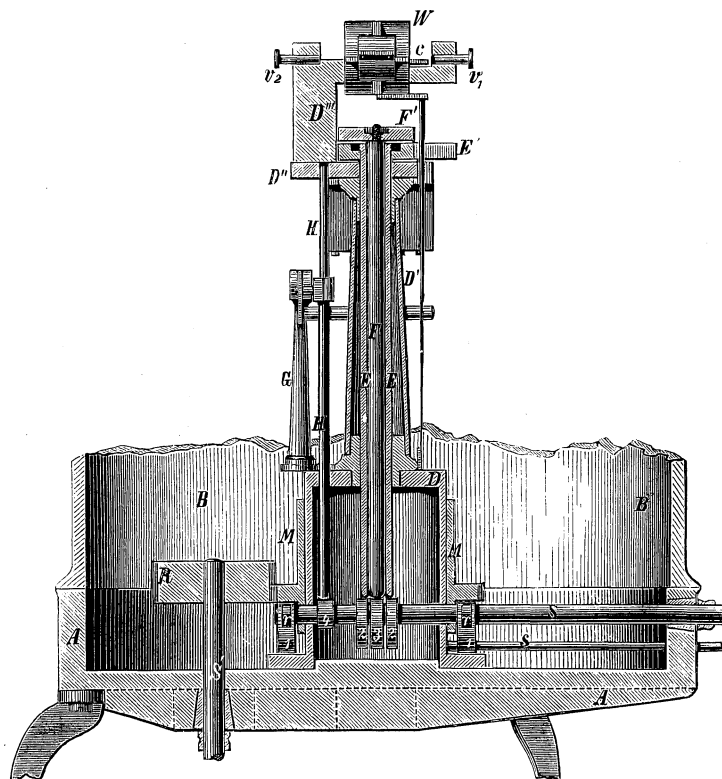


Fig. 13.

der verticalen Welle S' sitzendes Zahnrad R eingreift. Auf S' ist unterhalb des Tellers A ein drittes Zahnrad aufgesteckt, das durch die Zahnstange Z (Fig. 12) bewegt wird. Die Excenter 1, 2 und 3 sind so gestaltet, dass der Transporteur nur dann angehoben werden kann, wenn die Waage vollständig arretirt ist.

Der Mechanismus zum Auflegen der Ausgleichgewichte ist folgendermassen eingerichtet. In einer auf der hinteren Seite der Waage auf dem Stativ D fest fundirten Säule G (Fig. 14) haben zwei Hebel K_1 und K_2 ihren Drehpunkt. Zwischen der Säule G und dem Stativ D' verschiebt sich ferner mit Hülfe des gleichfalls auf die Welle S aufgesteckten Excenters 4 eine Stange H und mit ihr ein Querstück, das mit den Hebeln K_1 und K_2

derartig verbunden ist, dass diese bei Bewegung der Stange H sich um ihre gemeinsame Achse drehen und hierdurch die beiden horizontalen Cylinder L_1 und L_2 , die auf ihre äussersten Enden in normaler Richtung aufgesetzt sind, heben und senken. Diese Cylinder dienen zur Unterstützung von je fünf Gleitstäben $u_1 \dots u_5$ (in der Zeichnung sind die auf der linken Seite befindlichen weggelassen), die in einem am Stativ festen Stück Führung haben und auf geeigneten Ansätzen kleine Drahtgewichte von der aus der Figur ersichtlichen Form tragen. Andererseits ist aber an dem Gestänge g' jeder Waagschale Q ein kleiner Querbalken q mit fünf gabelförmigen An-

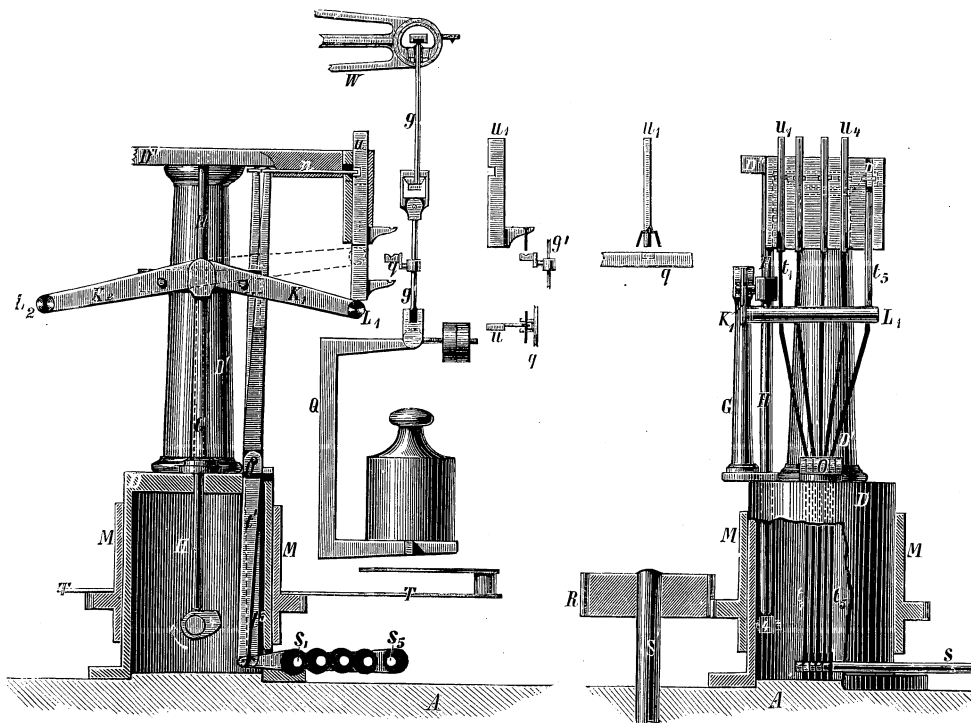


Fig. 14.

sätzen angebracht, durch deren Ausschnitte die Ansätze der Stäbe u gerade hindurch gehen. Durch Senken bzw. Heben der Cylinder L werden auch die Gleitstäbe u gesenkt bzw. gehoben und demnach die Drahtgewichte an die Schale angehängt bzw. von derselben abgenommen. Um nun aber zu erreichen, dass nur gewisse von den vorhandenen kleinen Gewichtsstücken sich an die Schalen anhängen, werden diejenigen Stäbe u , deren Gewichtsstücke zur Ausgleichung nicht gebraucht werden sollen, durch Verriegelung, d. h. durch Einschubung einer Riegelstange n in einen passenden Ausschnitt des betr. Stabes u , am Senken verhindert. Jede Stange n wird eingeschoben oder zurückgezogen dadurch, dass ein Hebel t , dessen unteres Ende an einem Excenter befestigt ist, mittelst des letzteren um den Punkt 0 gedreht wird.

Die fünf Excenter sitzen an den fünf Bewegungswellen $s_1 \dots s_5$, sie liegen hintereinander, so dass, wenn die Waage von vorn angesehen wird, das Excenter von s_5 am weitesten nach vorn, das von s_1 am weitesten nach hinten liegt. In Fig. 14 sind die Stäbe u_1, u_2, u_3, u_4 verriegelt, nur u_5 ist nicht verriegelt und hat sich deshalb mit L_1 gesenkt.

Die grosse Zahl der für den letzten Mechanismus erforderlichen Bewegungswellen und Stopfbüchsen hat zu Bedenken Veranlassung gegeben, indessen hat Stückrath seinen Stopfbüchsen eine sinnreiche Einrichtung gegeben, welche die Gefahr des Undichtwerdens jedenfalls erheblich vermindert. Ausserdem nämlich, dass jede Welle in den Teller eingeschliffen wird, wendet er noch eine eigenthümliche Gummidichtung an. Für die Welle S

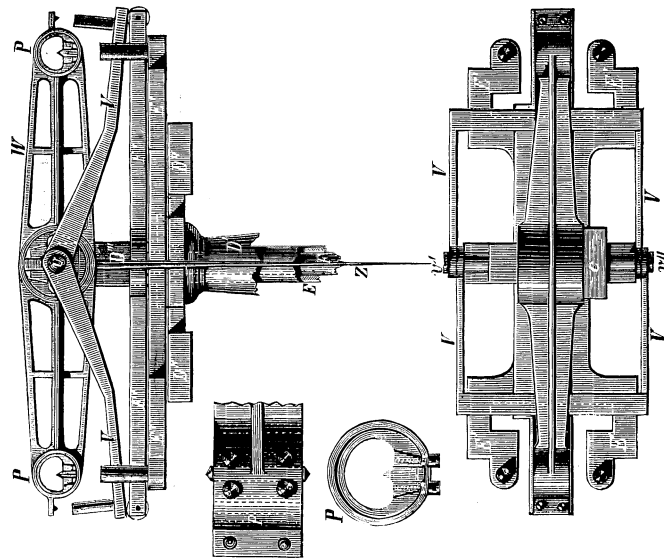


Fig. 15.

z. B. (Fig. 12) hat der Teller A einen Ansatz; in diesen wird S eingeschliffen, ausserdem wird um S eine Drahtspirale gelegt, darüber ein Stück Gummischlauch gezogen und das eine Ende desselben an den Telleransatz, das andere an der Welle S festgebunden. Bei der Drehung der Welle wird der Gummischlauch in sich verdreht.

Für die Arbeit mit dieser Waage bleibt nur noch zu bemerken, dass die Fortsätze, welche von den Bewegungswellen zum Tische des Beobachters führen (Fig. 12), durch blosses Zurückziehen ausgerückt werden können und dass hierdurch ermöglicht wird, die auf einem isolirten Steinpfeiler aufgestellte Waage während ihrer Schwingungen von allen äusseren Erschütterungen — auch von den durch etwaige Bewegungen des Beobachters veranlasst — frei zu halten. Behufs Einrückung des betreffenden Fortsatzes in die Hauptwelle S ist auf diese eine Scheibe mit zwei breiten Einschnitten

aufgesteckt, in welche die gegabelten Enden des Fortsatzes eingreifen. Die Verbindung der Zahnstange Z mit ihrem Fortsatz wird durch einen Keil gesichert, der sich leicht herausziehen lässt.

Vom Tische des Beobachters aus geschieht endlich auch die Ablesung der Schwingungen des Waagebalkens, und zwar mit Hilfe eines Fernrohrs und einer oberhalb desselben fest angebrachten Skale. Mit dem Waagebalken W schwingt nämlich ein horizontal liegender Metallspiegel c (Fig. 13 und 15); ferner ist in den auf dem Glascylinder B aufgesetzten Messingdeckel ein Glasprisma eingekittet, das ein Bild der Ableseskale in den Spiegel c wirft. Im Beobachtungsfernrohr erscheint deshalb ein Bild dieser Skale, das sich hin und her bewegt, sobald der Waagebalken und mit ihm der Spiegel c in Schwingungen versetzt wird. Die Umkehrpunkte der Schwingungen werden am Fadenkreuz des Fernrohrs ermittelt. Ein Skalentheil sind 3 mm, die übrigen Maassverhältnisse sind derartig, dass die Senkungen des Balkens (an der Endschneide) etwa 40 mal vergrössert in Millimeter der Skale zur Anschauung kommen.

Auch der Balken und die Arretirungseinrichtungen der Stückrath'schen Waage im luftabgeschlossenen Raume sind neu und eigenartig construirt. Der Balken W (Fig. 15) ist vollständig symmetrisch gestaltet und aus einem Stücke hergestellt. Er wird gebildet von einem grösseren und zwei kleineren Hohlcyllindern, die durch Streben mit einander verbunden sind. Die kleineren Cylinder umschliessen die Endschnitten, der grössere Cylinder die Mittelschneide. Die drei Achatschnitten sind in ganz gleichmässiger Weise eingesetzt, sie werden zwischen den einander zugekehrten Seiten zweier Keile festgeklemmt (siehe die Detailzeichnungen für die Balkenenden P , links in der Mitte von Fig 15), deren äussere Seiten an ebenen Flächen von entsprechend ausgearbeiteten Cylindern anliegen; diese Cylinder werden in die hohlcyllindrischen Schneidenlager des Balkens eingeschoben.

Mit je zwei Zugschrauben kann jeder Keil angezogen und die Schneide so festgestellt werden. Auch die Justirung der Schneide geschieht mit Hilfe dieser Schrauben; es kann nämlich jedes Ende jedes der beiden Keile für sich gehoben oder gesenkt und damit die Schneide sowohl parallel mit sich in der Verticalen verschoben, als auch um eine horizontale oder um eine verticale Achse gedreht werden. Da hier nur ebene Flächen auf einander verschoben werden, so ist jede Verzerrung der Schneide, wie sie bei den meisten anderen Arten der Schneidenbefestigung¹⁾ unvermeidlich ist, ausgeschlossen.

Es darf indessen nicht unerwähnt bleiben, dass nur bei kleinen Ver-

¹⁾ Bericht über die wissenschaftlichen Apparate auf der Londoner internationalen Ausstellung im Jahre 1876, S. 237.

rückungen der Keile die Berührung derselben und der Schneide wirklich in Ebenen geschieht; bei grösseren Verrückungen würde unter Umständen nur noch eine Berührung in Linien stattfinden und damit der Vortheil dieser Schneidenbefestigung illusorisch werden.

Die Gehänge werden durch langgestreckte viereckige Bügel g (Fig. 14) gebildet, welche mittelst ebener Pfannen aus Achat an den Endschneiden hängen und unten je eine zur Endschneide normal gerichtete Stahlschneide tragen; auf dieser spielt eine dachförmige Pfanne, die mit dem eigentlichen Schalengestänge g' verbunden ist.

Die Arretirung dieser Gehänge geschieht in üblicher Weise durch vier Stützen (Fig. 15), die auf E' aufgesetzt sind und sich mit diesem vertical verschieben. Die Arretirung des Balkens hat Stückrath nach der zuerst von Mendelejeff für Waagenarretirungen vorgeschlagenen Kreisbewegung eingerichtet. Die auf den Cylinder F aufgesetzte Platte F' hat an beiden Enden Rollen und nimmt mit diesen beim Anheben zwei gegabelte Hebel V mit, die ihren gemeinsamen Drehpunkt bei v' und v'' in der Verlängerung der Auflagelinie der Mittelschneide auf ihrem Lager haben. Auf die Enden der beiden Hebel V sind je zwei Arretirungsstützen aufgesetzt, welche unten zugespitzte Vorsprünge des Balkens angreifen.

Diese Einrichtung gestattet also, den Balken in jeder beliebigen Phase seiner Schwingung zu fassen, ohne dass ein Gleiten der Mittelschneide auf ihrem Lager zu befürchten ist. Da nun ausserdem die Hebungsexcenter für die Cylinder E und F so gestaltet sind, dass der Arretirung der Gehänge die des Balkens vorausgeht, so dürfte die Arretirungseinrichtung dieser Stückrath'schen Waage zu den besten Einrichtungen dieser Art zu zählen sein.“

Insoweit die Waage in ihrer gegenwärtigen Gestalt dieser Beschreibung nicht mehr ganz entspricht, handelt es sich einerseits a) um die erfolgte Beseitigung hervorgetretener Mängel, andererseits b) um Hinzufügungen, welche den Zweck hatten, die Genauigkeit der Waage besser auszunutzen, und zwar in Betreff der Berücksichtigung des Luftgewichtes.

a) Verbesserung hervorgetretener Mängel.

1. Beseitigung der Drehzapfen in den Gehängen. — Schon bei der oben erwähnten Bunge'schen Vacuumwaage war bemerkt worden, dass, wenn die Gewichte mittelst des Transporteurs abgehoben, fortgeführt und sodann wieder an ihre Stelle gebracht wurden, häufig eine nicht unerhebliche Aenderung der Gleichgewichtslage eintrat, besonders nach vollständigen Vertauschungen. Erscheinungen dieser Art sind auch bei Waagen gewöhnlicher Ausführung zu bemerken, wenn die Gewichte abgehoben und von

Neuem aufgesetzt werden, ja sogar schon, wenn man die Waage arretirt und wieder frei lässt. Der Grund liegt darin, dass bei der erneuten Aufsetzung die Gesamtschwerpunkte von Gewichten und Schalen zunächst nicht mehr auf denselben Ort treffen wie vorher, dass in Folge dessen das Gehänge Drehungen und Schwingungen, sowohl als Ganzes als auch in seinen einzelnen beweglichen Theilen, ausführt, bis der Gesamtschwerpunkt wieder seine Ruhelage eingenommen hat, dass aber weder diese Ruhelage, in Folge kleiner Reibungswiderstände, genau senkrecht unter der Schneide, noch die Stellung der ebenen Pfanne auf der Schneide eine genau horizontale ist, woraus folgt, dass beide Stellungen bei Wiederholung der Belastungen überhaupt innerhalb gewisser enger Grenzen variabel sind. Zur Erzielung immer gleicher Stellungen der Pfannen auf den Endschnitten müssten die Belastungen unendlich gross sein. Die bei feinsten Kilogrammwaagen aus diesem Anlass früher wahrgenommenen Schwankungen der Gleichgewichtslage erreichten 0,1, ungünstigsten Falles auch wohl 0,2 bis 0,3 mg.

Bei der Prüfung der Frage, wie dem abzuhelfen sei, fand sich zunächst zu beanstanden, dass die Gehänge, welche lediglich denen der Bunge'schen Waage nachgebildet waren, neben einer Schneide, welche mit der Endschneide zusammen die erforderlichen Drehungen zur Einstellung des Gesamtschwerpunktes gestattet, noch zwei Zapfen enthielten, welche zur Erhöhung der Gelenkigkeit weitere Drehungen ermöglichen sollten. Diese Drehungen wären zwar an sich kein Fehler, wohl aber ist die Zapfenreibung vom Uebel, denn sie bildet ein weiteres Hinderniss für die Wiederherstellung der Belastungen in gleicher Schwerpunktslage und in gleicher gegenseitiger Lage der Gehängetheile. Die Zapfen wurden daher durch starre Verbindungen ersetzt.

2. Herstellung einer Schalenarretirung. — Dies genügte aber für den Zweck noch nicht. Zwischen dem Aufbringen der Gewichte auf den Transporteur und dem Beginn der Wägung muss ein Centriren der Gewichte stattfinden, da die Gewichte ja niemals nach dem Augenmaass allein centrisch aufgesetzt werden können. Zu dem Ende werden die Gewichte wiederholt aufgesetzt und wieder abgehoben. Dabei kommen sie, wenn nichts stört, allmählig zu einer centrischen Stellung auf den Gewichtsträgern, allerdings vorausgesetzt, dass man sowohl nach jedem Aufsetzen als auch nach jedem Abheben wartet, bis die Schwingungen der Gehänge völlig wieder aufgehört haben. Aber auch wenn dieses lästige und sehr zeitraubende Warten noch so sorgfältig beobachtet wurde, konnte es nicht erreicht werden, dass die Gehänge nach dem Aufsetzen der Gewichte ganz ruhig blieben.

Anfänglich betrachtete man diese letzten Schwankungen der Gehänge als etwas Unvermeidliches und richtete sein Augenmerk darauf, sie während des Centrirens unschädlich zu machen. Hierzu bedarf es eines Mechanismus,

welcher die Gehänge vor dem Aufsetzen der Gewichte, aber nur dann, in ihrer Mittelstellung festhält. Stückrath hatte einen solchen Mechanismus auf Anregung der Normal-Aichungs-Kommission zuerst an einer im Besitze des internationalen Büreaus für Maass und Gewicht befindlichen, von Bunge hergestellten Vacuumwaage angebracht und fand daher auch keine Schwierigkeiten, auch vorliegende Waage damit noch nachträglich zu versehen, obwohl diese nachträgliche Vervollständigung recht umständlich war.

Es wird hier genügen, nicht den Mechanismus selbst, welcher auf der Anwendung einer unrunder mit der Hauptwelle verbundenen Nuth zur Erzeugung einer auf- und abwärts gehenden Bewegung beruht¹⁾, sondern seine Function näher zu beschreiben. An jedem der beiden Gewichtsträger wurde unten in der Mitte ein nach unten geöffneter kleiner Hohlconus angebracht, in welchen je eine von dem neuen Mechanismus nach oben bewegte Spitze eingreift und den Träger festhält, wenn die Gewichte vom Transporteur auf den Träger übergehen. Dagegen senken sich die Spitzen langsam, wenn der Transporteur niedergeht, und dabei können die Gehänge, soweit sie in Folge excentrischer Stellung des Gewichts auf ihnen noch eine schiefe Stellung einzunehmen bestrebt sind, an der Spitze entlang ohne Schwingungen in diese hineingleiten. Beim Aufwärtsgehen aber, wenn die Gewichte abgehoben werden, bleiben die Spitzen zunächst zurück, bis die Gewichte auf dem Transporteur abgesetzt und die nun leeren Gehänge wieder um ihre Mittellage schwingen können. Erst dann greifen die Spitzen von Neuem ein und machen dem Schwingen der Gehänge ein Ende. Das Bemerkenswerthe und Neue an der Einrichtung ist somit, dass die Aufwärtsbewegung der Spitzen nach einem anderen Gesetz erfolgt als die Abwärtsbewegung, denn nur dadurch wird erreicht, dass das Gewicht, wie nöthig, bei der Aufwärtsbewegung auf einer anderen, der richtigen Mittelstellung näheren Stelle des Transporteurs abgesetzt wird. Gleichzeitig sind die Schwingungen der Gehänge unschädlich gemacht.²⁾

¹⁾ In Bezug auf die Wirkung als Getriebe unterscheidet sich eine solche Nuth nicht von der profilirten Scheibe (meist kurzweg Excenter genannt) oder der unrunder Rinne in der Scheibe, mit welcher sonst die nöthigen Bewegungen bei Waagenarretirungen hervorgerufen zu werden pflegen.

²⁾ Bei seinen neueren Waagen ersten Ranges, insbesondere auch bei der neuesten für die Normal-Aichungs-Kommission hergestellten Vacuumwaage, hat Stückrath eine weitere Vereinfachung damit erreicht, dass er die Arretirung der Gehänge, also das feste Eingreifen der Spitzen in die Hohlconen, erst in der höchsten Stellung des Transporteurs geschehen lässt, sodass das Gehänge bei dem Aufsetzen des Gewichts bereits frei ist. Dies erfüllt den Zweck ebenso, weil das Gehänge bis zum Aufsetzen des Gewichts keinen Anlass hat sich zu bewegen. Dagegen wird der Vortheil erreicht, dass die Aufwärts- und die Abwärtsbewegung der Spitzen vollkommen gleich sein können, ja dass es sogar genügt, die Spitzen, unter Wegfall jedes Mechanismus, mit dem Transporteur in feste Verbindung zu bringen.

3. Veränderung der Form der Gewichtsträger. — Wenn trotz der vorbeschriebenen Einrichtung, welche das Centriren der Gewichte bis an die Grenze des Möglichen beschleunigt, die letzten Schwingungen der Gehänge nach dem Aufsetzen der Gewichte nicht zu beseitigen waren, so lag dies einerseits an der Form der Gewichtsträger als vierarmige Kreuze, welche keine gehörig ebene Auflagerfläche darboten, andererseits an der ziemlich starken Neigung der Auflagerfläche in Folge von Durchbiegung der knieförmigen Gehängetheile beim Aufsetzen der Gewichte. Um beides unschädlich zu machen, ist es erforderlich, dass die Gewichte auf dem Transporteur auf einer ganz bestimmten Ebene stehen, welche mit einer gleichfalls bestimmten Ebene der Gewichtsträger im Augenblick des Abhebens coincidirt, denn sonst werden immer sich Schwankungen der Gehänge beim Abheben oder Aufsetzen der Gewichte ergeben. Der Bedingung lässt sich nur dadurch genügen, dass die Gewichte auf dem Transporteur auf drei abgestumpfte Spitzen zu stehen kommen und dass die Gewichtsträger ebenfalls mit drei abgestumpften Spitzen versehen werden, derart, dass alle sechs Spitzen im Augenblick des Abhebens in einer Ebene liegen. Statt vierarmiger Kreuze wurden daher Träger mit drei, je einen Winkel von 120° einschliessenden Armen angebracht, und es wurde der Transporteur mit entsprechenden Ausschnitten versehen. Die Arme erhielten je eine abgestumpfte Spitze, und auch der Transporteur wurde auf den tragenden Flächen mit drei solchen Spitzen ausgestattet.

Mit dieser Aenderung, in Verbindung mit den voranstehend geschilderten, war die Aufgabe gelöst. Es genügt jetzt ein drei- bis viermaliges Lösen und Arretiren der Waage, um mit Sicherheit jedes Schwingen der Gewichtsträger nach dem Aufsetzen der Gewichte zu beseitigen.

4. Vorgelege zur feineren Bewegung der Arretirungswelle. — Um gute Wägungen zu erhalten, ist es bekanntlich nöthig, die Berührung der Schneiden und Pfannen beim Freilassen der Waage möglichst sanft stattfinden zu lassen, und ebenso sanft bei der Arretirung wieder aufzuheben. Bei der grossen Entfernung zwischen Beobachter und Waage ist es aber nicht möglich, diesen Augenblick während der Drehung der Hauptwelle an der Waage selbst zu erkennen, es wurde daher in diesen Theil der Drehung ein Vorgelege, bestehend in Schnecke und Zahnrad, welches die Bewegung nur sehr langsam fortzusetzen gestattet, eingeschaltet. Das Zahnrad befindet sich auf der Hauptwelle und ist soweit ohne Zähne, als die Drehung der Welle frei geschehen darf. Nachher stösst der erste Zahn an die Schnecke an und zwingt den Beobachter, deren Kurbel anzuwenden.

5. Stahlschneiden anstatt Achat-schneiden. — Da sich den Achat-schneiden durch Schliff zweifellos eine geometrisch vollkommenere Schärfe

geben lässt als Stahlschneiden, so hatte Stückrath anfangs, der damals herrschenden Anschauung gemäss, die Waage mit Achatschneiden versehen. Indessen kann der Schneidenwinkel bei Achat nicht so klein sein wie bei Stahl, deshalb bringt die Abnutzung der Achatschneiden beim Gebrauche der Waage, trotz der anfänglich grösseren Schärfe der Schneide und obwohl sie an sich vielleicht geringer ist wie bei Stahl, allmählig eine grössere Unsicherheit der Begrenzung der Hebellängen hervor als die Abnutzung von Stahlschneiden. Der cylindrische Sattel, der an Stelle der Schärfe durch die Abnutzung entsteht, hat eben bei gleicher Abnutzung einen um so grösseren Radius, je grösser der Schneidenwinkel ist, und einen um so grösseren Einfluss müssen die dementsprechend im Beginn dieses Capitels geschilderten Fehlerquellen gewinnen. Die Normal-Aichungs-Kommission hat daher die Achatschneiden bald durch solche von Stahl ersetzen lassen, mit dem Erfolge, dass die Fehler der Waage, abgesehen von der allerersten Zeit des Gebrauchs, geringer und die Wägungsergebnisse gleichmässiger wurden als vorher. Sie wendet seitdem Steinschneiden auch bei ihren anderen Waagen nicht mehr an.

6. Anderweitige Anbringung des Ableseprisma. — Das Prisma war auf dem Deckel fest eingekittet und bekam daher nach jedem Hochziehen der Glocke, ja auch bei der geringsten Drehung oder Verschiebung der aufstehenden Glocke eine andere Lage. Dies war namentlich beim Dichten der Glocke, wobei sie aufgerieben werden muss, ein grosser Uebelstand, denn oft liess sich, wenn die Glocke bereits schwer beweglich geworden war, mit der grössten Mühe kein Bild der Skale mehr erreichen. Uebrigens ändert es auch den Winkelwerth der Spiegelskalenablesung, wenn das Prisma nicht dieselbe Stellung zwischen Waagenspiegel und Fernrohr beibehält. Das Prisma wurde daher in einem besonderen Gestell, das auf drei Spitzen ruht, über der Waage fest aufgestellt und der Deckel oben mit einer aufgeschliffenen planparallelen Scheibe aus optischem Glase verschlossen.

7. Andere Spiegel am Balken. — Eine zwar unbedeutende, aber doch nicht ganz nebensächliche Aenderung war der Ersatz des ursprünglich silbernen Waagenspiegels c durch einen Stahlspiegel. Dieser giebt zwar etwas dunklere, aber schärfere Skalenbilder als jener und ist dabei sehr viel beständiger.

8. Versteifung des Balkens. — Da sich der Balken als zu schwach erwies, wurde er im Jahre 1892 durch Aufschrauben von drei Streben auf seiner oberen Fläche verstärkt, obwohl man sich bewusst war, dass dadurch wegen der unvermeidlichen Verschiedenheit der Ausdehnungen des alten und des hinzugekommenen Balkenkörpers die Empfindlichkeit des Balkens

bis zu einem gewissen Grade von der Temperatur abhängig wird. Die Streben bildeten zusammen einen massiven, in einem Stück gegossenen Körper, bestehend in einer verticalen Mittelstrebe und je einer von deren Scheitel nach einem der Balkenenden führenden Seitenstrebe.

Während vor der Versteifung des Balkens die Empfindlichkeit der Waage von der Belastung so stark abhängig war, dass beispielsweise Wägungen bei 1 kg und 500 g ohne beträchtliche Verschiebung des Empfindlichkeitsgewichts hintereinander nicht vorgenommen werden konnten — allerdings handelt es sich hier um eine sehr hochgesteigerte Empfindlichkeit und daher um einen anderen Maassstab als bei gewöhnlichen Waagen — war dieser Uebelstand nach der Versteifung wesentlich vermindert. Dagegen zeigte sich, wie kaum anders zu erwarten, die Empfindlichkeit nunmehr von Temperaturschwankungen abhängig.

Zur Bestätigung des Gesagten mögen hier einige Mittelwerthe von beobachteten Empfindlichkeiten Platz finden. Die folgenden Zahlen sind dadurch erhalten, dass die Reihen der an den einzelnen Wägungstagen beobachteten Empfindlichkeiten nach aufsteigender Temperatur geordnet und dann in Gruppen zusammengefasst sind. In jeder Gruppe ist für sich das Mittel genommen. In der ersten Columnne, überschrieben „t“, sind die Mittelwerthe der Temperaturen angegeben, in der zweiten, „partes“ überschrieben, die Anzahl der Skalentheile, um welche sich bei Zulage von 1 Milligramm auf eine der beiden Seiten der Waage die Gleichgewichtslage der Waage geändert hat.

1. Vor der Versteifung.

Wägungen vom 4. Januar bis 11. Februar 1892:

t	partes
8,9°	5,2
12,5°	5,0
15,0°	4,6
18,0°	4,4.

2. Nach der Versteifung.

a) Die Wägungen vom 17. bis 26. November 1892 sind bei nur geringen Temperaturschwankungen ausgeführt, daher ergibt sich nur der eine Mittelwerth

t	partes
14,1°	22,7 ¹⁾ ,

¹⁾ Die Empfindlichkeit konnte nach der Versteifung erheblich grösser gewählt werden als vorher; sie war damals für ein Kilogramm Belastung so klein gehalten worden, damit die Waage bei kleineren Belastungen nicht labil werden sollte.

der sich gut einreicht in die Werthe der

b) Wägungen vom 12. April bis 17. Mai 1893, welche ergeben:

t	partes
15,0°	22,4
16,0°	19,5
18,0°	15,8
19,4°	12,8.

Die letzte Reihe ist nicht aus den hier vorliegenden Kilogramm wägungen entnommen, sondern aus einer anderen Wägungsreihe, welche um diese Zeit ausgeführt wurde.

Man erkennt bei einem Vergleich der Reihe 2 b mit 1 die Folgen der Versteifung. Wenn auch die geringere Empfindlichkeit in der ersten Reihe die fraglichen Unterschiede sehr verkleinert, so würde doch eine so grosse Temperaturdifferenz, von 9° bis 18°, eine erhebliche Wirkung der Temperatur, wenn sie vorhanden wäre, bemerkbar machen.

c) Auch die Wägungen vom 16. Mai bis 1. Juni 1894 sind bei geringerer Empfindlichkeit und wenig schwankender Temperatur vorgenommen. Aber auch sie zeigen, wenn man sie nach abnehmenden Empfindlichkeiten anordnet und Gruppen von je 6 Tagesmitteln zusammenfasst, ein Sinken der Empfindlichkeit bei steigender Temperatur.

t	partes
15,77°	14,33
16,17°	13,38
16,49°	12,37.

3. Aus einer anderen, nach der Versteifung des Balkens vorgenommenen Wägungsreihe mögen die Zahlen für die Empfindlichkeit bei geringeren Belastungen, nämlich bei 500 g und 200 g, der letzten Zahl in 2 b hinzugefügt werden.

Belastung:	1 kg	500 g	200 g
	t partes	t partes	t partes
	19,4° 12,8	19,7° 17,2	21,1° 17,6.

Die Empfindlichkeit zeigt sich also noch von der Belastung abhängig, aber in viel geringerem Grade als vor der Versteifung des Balkens der Fall war.

Die Versteifung des Balkens hat also die nicht nur bei Belastungsänderungen, sondern auch im Verlauf einer Wägung störend auftretenden Durchbiegungserscheinungen grösstentheils aufgehoben, dafür aber die Waage gegen Temperatureinflüsse beträchtlich empfindlicher gemacht.

Diese Abhängigkeit der Empfindlichkeit von der Temperatur ist indessen unerheblich, da die Normal-Aichungs-Kommission bei allen Waagen, welche ohne Oeffnen des Behälters bedient und aus der Entfernung beobachtet werden, also auch bei den Vacuumwaagen, die Empfindlichkeit für jede Wägung besonders bestimmen lässt. Das vielfach übliche Verfahren, die Empfindlichkeit für wechselnde Belastungen, vielleicht auch für wechselnde Temperaturen, durch eigene Versuche auszuwerthen und dafür eine Tafel aufzustellen, empfiehlt sich allerdings bei anderen Waagen, weil hier die Störungen, welche die Angaben der Waage unter der Einwirkung der Wärme des Beobachters erleiden, kurze Empfindlichkeitsbestimmungen ad hoc, welche die Angaben einer solchen Tafel an Sicherheit immer überträfen, nicht zulassen. Sind diese Störungen aber vermieden, so ist es richtiger, die Empfindlichkeit, die ja ausser von der Belastung und der Temperatur noch von anderen Dingen abhängen kann, erst dann zu bestimmen, wenn man sie braucht.

9. Metallumhüllung der Glocke. — Um aber trotzdem während jeder Wägung möglichst geringe und stetig verlaufende Temperaturänderungen zu erzielen, hat die Glocke der Waage eine doppelte Metallumhüllung erhalten. Eine eng anliegende Bekleidung aus verzinnem Eisenblech unterstützt den Ausgleich der Temperatur innerhalb der Glocke, während ein cylindrischer Schirm aus Zinkblech das Ganze in weiterem Umkreise umgiebt, um einseitige Bestrahlungen während der Beobachtungen unwirksam zu machen. Die äussere Bekleidung kann in drei Segmente zerlegt und leicht abgenommen werden. Die neue Vacuumwaage hat gleich der Pariser ein Gehäuse von Kupfer erhalten.

10. Krahn zum Aufziehen der Glocke. — Zur Erleichterung des Abhebens und Aufsetzens der Glocke ist letztere zum Aufziehen, mittelst eines Krahns mit Sperrvorgelege, eingerichtet worden. Das Gestell des Krahns bilden drei senkrechte Eisenstangen, welche zugleich zur Führung der Glocke dienen.

b) Einrichtung der Waage zur besseren Ermittlung des Luftgewichts.

Mit der im Laufe der letzten Jahrzehnte eingetretenen Steigerung der Genauigkeit der Wägungsmittel sind auch die Ansprüche an die Genauigkeit der Kenntniss des Luftgewichts derartig gestiegen, dass die Bestimmung oder Ausschliessung des Einflusses des Luftauftriebes bei feinsten Wägungen zu einer grossen Schwierigkeit geworden ist. Wie das Beispiel der Beglaubigung der neuen Prototype des Kilogramm darthut, gelingt es gegenwärtig, Massen von einem Kilogramm, sofern sie gleiches oder nahezu gleiches Volumen haben, mit einem Fehler von weniger als 0,01 mg mit einander zu ver-

gleichen. Gewichtsstücke von dem Material der Prototype befinden sich aber nur an wenigen Stellen, und auch an diesen nur zu dem Zweck, andere Gewichte von stets grösserem Volumen davon abzuleiten. Soll daher die ausserordentliche Genauigkeit der Kenntniss der Masse des Prototyps der Fehlerbestimmung anderer Gewichte zu Nutze kommen, so muss ermöglicht werden, die Verschiedenheit der Wirkungen des Luftauftriebes auf Massen von derartig verschiedenem Volumen ebenso genau zu berücksichtigen oder auszuschliessen.

Das Erforderniss einer Wägungsgenauigkeit von 0,01 mg würde bei Messinggewichten, welche bekanntlich in Luft etwa 90 mg leichter als Platingewichte sind, bedingen, dass die Wirkungen des Luftauftriebes, sei es durch Rechnung, sei es durch Evacuierung der Waage, bis auf $\frac{1}{9,000}$ seines Werthes beseitigt werden; erwünscht ist aber eine noch höhere Genauigkeit, da ja auch die Genauigkeit der Wägung selbst weiter als bis auf 0,01 mg getrieben werden kann und da bei Gewichten von voluminöserem Material (Quarz, Glas, Aluminium) das Verhältniss selbst ein noch ungünstigeres ist.

Nun lässt sich zur Zeit eine absolute Genauigkeit von auch nur $\frac{1}{9,000}$ bei der Bestimmung des Luftgewichts nicht erreichen.

Man bedarf dazu der entsprechend genauen Kenntniss des Druckes, der Temperatur, der Feuchtigkeit, des Kohlensäuregehaltes, des Grades der Reinheit der Luft, welche durchweg mehr oder weniger schwierig zu erlangen ist, neben einer Reihe physikalischer Constanten, von welchen nur ein Theil hinreichend sicher bekannt, ein anderer, wie namentlich die Regnault'sche Grundzahl, die Meereshöhe und die Erdgravitation des Beobachtungsortes, zur Zeit noch mehr oder weniger unsicher ist. Diese Erkenntniss war der Grund, zu den Vacuumwaagen überzugehen, weil es das Einfachste schien, anstatt das Gewicht der Luft zu ermitteln, die Wägungen im hinreichend luftentleerten Raume auszuführen.

Wenn nun auch die Vacuumwaagen der neueren Zeit, ungeachtet der ungemainen Schwierigkeiten ihrer Construction, der Herstellung eines ganz luftdichten Verschlusses, sowie ihrer Handhabung, zu einer sehr hohen Leistungsfähigkeit gediehen sind, so ist ihre Benutzbarkeit im evacuirten Zustande doch deshalb eine eng begrenzte, weil nicht jedes Gewichtsstück dem Vacuum ausgesetzt werden darf. Namentlich Messinggewichte sind fast stets porös, sogar oft auch dann, wenn das Mikroskop äussere Poren nicht erkennen lässt; der Raumgehalt der Poren ist aber gemeinhin nicht bestimmbar, da die Volumenbestimmung mittelst Wägung im Wasser stattfindet, welches die Poren nicht ausfüllt, endlich bleibt die Luftausgleichung in den Poren bei Herstellung des Vacuums oft eine zweifelhafte, da sie um so mehr Zeit erfordert, je feiner die Poren sind. Gewisse Gewichtsstücke

können dadurch, dass sie dem Vacuum ausgesetzt werden, sogar auf einige Zeit ihre Brauchbarkeit verlieren, nämlich wenn die Feinheit der Poren eine aussergewöhnliche ist. So hat z. B. das frühere Urgewicht B' , nachdem es im Vacuum aus seinen bis dahin unbemerkt gebliebenen (wahrscheinlich von seiner Herstellung durch Schweissen aus Platinschwamm herrührenden) Poren etwa 2,6 mg Luft (entsprechend dem grossen Betrage von $4\frac{1}{2}\%$ Porenraum) verloren hatte, Jahr und Tag gebraucht, um sich wieder mit Luft zu sättigen.¹⁾ Auch spielen Oberflächen-Condensationen, sowie die Dämpfe und Destillationsniederschläge des Dichtungsmittels bei Vacuumwägungen eine wahrscheinlich nicht zu vernachlässigende Rolle, obwohl ihr Einfluss im Wesentlichen uncontrolirbar ist. Die Wägungen im Vacuum haben daher zur Zeit noch immer überwiegend den Charakter des physikalischen Experimentes.

Dessenungeachtet bedeutet die Einführung der Vacuumwaagen, auch wenn die Bestimmung des Luftgewichts nicht erspart wird, einen wesentlichen Fortschritt. Die Möglichkeit, eine Vacuumwaage aus einer Entfernung zu beobachten und zu bedienen, bei welcher der so schädliche Einfluss der Wärme von Körper und Hand des Beobachters im Wesentlichen beseitigt ist, die fernere Möglichkeit, den Wägungsbehälter mit trockener, kohlenstofffreier, aus dem Freien geschöpfter Luft zu füllen, erlaubt auch bei gewöhnlichem Luftdruck die schädlichsten zufälligen Fehler bei der Berücksichtigung des Luftgewichts auszuschliessen und die Genauigkeit, welche die Waage für sich selber besitzt, weit besser auszunutzen.

Namentlich ist unter äusserster Steigerung der Genauigkeit aller Hilfsmittel eine Uebereinstimmung der Reductionen auf den leeren Raum an demselben Beobachtungsorte unter den hier fraglichen Umständen von $\frac{1}{9000}$ des Luftgewichts wohl erreichbar.

Indessen bleibt der Uebelstand bestehen, dass die Bestimmung des Luftgewichts bei dieser äussersten Grenze der Feinheit noch immer ungewein schwierig und namentlich zeitraubend ist, besonders wenn man bedenkt, wie oft sie bei der grossen Veränderlichkeit der Messinggewichte, welche eine unaufhörliche Controle bedingt, in Frage kommt.

Unter diesen Umständen gewann ein Gedanke grosse Bedeutung, dem schon Regnault Ausdruck gegeben hatte, nämlich der, das Luftgewicht aus den Schwankungen des Gewichts eines Körpers von grösserem Volumen zu ermitteln, nachdem man die Abhängigkeit dieses Gewichts vom Luftgewicht experimentell ermittelt hat. Zwar muss bei der Ermittlung dieser Abhängigkeit das Luftgewicht ebenfalls mit der Genauigkeit bestimmt werden, welche

¹⁾ Näheres hierüber später.

die spätere Anwendung des Körpers gewährleisten soll, indessen braucht dies, wenn Volumen und Masse des Körpers als hinreichend constant angesehen werden dürfen, nur einmal zu geschehen, und wenn nicht, so genügen wenigstens Controlen in längeren Zeiträumen.

Das Verfahren fand seinerzeit keine praktische Verwirklichung, weil damals an die Genauigkeit der Bestimmung des Luftgewichts weit geringere Anforderungen als heute gestellt wurden. Es genügte die Bestimmung des Druckes der Temperatur und der Feuchtigkeit der Luft mit den vorhandenen Instrumenten nebst einer kleinen Rechnung; der Gewinn hätte also lediglich in einer kleinen Zeitersparnis bestanden. Später schien die Evacuirung des Waagenbehälters, wie schon erwähnt, der näher liegende Ausweg.

Wenn oben gesagt wurde „ein Körper“, so ist dies natürlich nicht wörtlich zu nehmen, da die Benutzung von Federwaagen ausgeschlossen ist und der Körper daher immer ein, wenn auch noch so kleines Gegengewicht in Gestalt eines zweiten Körpers braucht. Das Einfachste ist, zwei Körper von annähernd gleicher Masse und Oberfläche, aber möglichst verschiedenem Volumen herzustellen und deren je nach dem Luftgewicht verschiedenen Gewichtsunterschied auf einer entsprechend feinen Waage zu beobachten.

Als solche Körper hat Herr Marek, wenn auch bei einem anderen Anlass, vorgeschlagen: einen hohlen Stahlcylinder, der unter hohem Druck mit Blei umgossen und dann abgedreht wird, und eine unter hohem Druck gegossene Bleiplatte, beide danach in demselben Goldbade galvanisch stark vergoldet.¹⁾ Der Normal-Aichungs-Kommission schien Stahl wegen der Gefahr des Magnetischwerdens nicht geeignet, sie hat daher zwei solche Körper unter Aufwendung der äussersten hier gebotenen Sorgfalt, aus getriebenem, erst stark verzintem, dann vergoldetem Kupfer herstellen lassen, und zwar den Hohlkörper zum Schutze gegen die Schwankungen des äusseren Druckes mit einer starken inneren Versteifung aus Schmiedeeisen. Der Volumenunterschied der beiden Körper ist so gross, ihre Masse und damit der Wägungsfehler so gering, dass sie auf die Schwankungen des Luftgewichts 8 bis 10 mal empfindlicher reagiren als die scheinbare Gewichts-differenz eines Platin- und eines Messingkilogramms in der Luft.

Als Waage für diese Körper wurde die Vacuumwaage selbst bestimmt. Sie erhielt dazu:

1. einen neuen Transporteur mit einem zweiten Paar von Ausschnitten für die beiden Körper,

¹⁾ W. J. Marek, Vorschlag zur experimentellen Bestimmung der Zustandsgleichung der Gase, Carl's Repertorium Bd. 18 S. 547.

2. eine Einrichtung, um die hinzukommenden Einstellungen des Transporteurs mittelst Beobachtung durch das Skalenfernrohr genau bewirken zu können, da mehr als zwei Stellungen in der bisherigen Weise durch Anschläge nicht mehr begrenzt werden können,

3. eine von Herrn Professor Dr. Pernet, jetzt in Zürich, angegebene Einrichtung zur Befreiung der in die Waage eintretenden Luft von Wasserdampf und Kohlensäure.

Hinzuzuzählen wäre noch die Versteifung des Balkens, die vorher nur erwünscht war, nun aber, wo verschiedene Belastungen der Waage unmittelbar abwechseln sollten, nothwendig wurde.

Zu 2. ist zu bemerken, dass diese optische Einstellung des Transporteurs auch noch deshalb sehr vortheilhaft ist, weil der Stoss an einem Anschläge vermieden wird. Dieser Stoss giebt leicht Anlass zum Rutschen der Gewichtstücke auf dem Transporteur, ja er kann bei seiner unvermeidlich häufigen Wiederholung bei Vacuumwaagen, welche keine Einrichtung zum Arretiren der Gewichtsträger besitzen, zum Herabfallen der Gewichte führen, wie es bei dem Kilogramm B'' thatsächlich einmal vorgekommen ist.

Werden die beiden Körper auf die Waage gebracht, so bedarf es zur Ermittlung des jeweiligen Luftgewichts nur des Ablesens der Schwingungen der Waage und einer — aber nur angenäherten — Bestimmung der Temperatur in der Waagenglocke zur Berücksichtigung der thermischen Ausdehnung der Körper. Ja, man kann sogar, wenn man will, stets bei einem und demselben Luftgewicht wägen, indem man jedesmal mittelst der Luftpumpe den in der Glocke herrschenden Druck so regulirt, dass die Waage wieder dieselbe Ablesung zeigt.

Ebenso einfach gestaltet sich die Beziehung der Gewichts-differenz der beiden Körper zum Luftgewicht. Es seien H die Masse, V_h das Volumen, ε_h die Ausdehnung des Hohlkörpers, F , V_f und ε_f die gleichen Grössen für den Vollkörper, t_0 die Temperatur, γ_0 das Luftgewicht, bei welchen die Gewichts-differenz a_0 der beiden Körper in Milligrammen ermittelt wird, so hat man die Gleichung

$$H - V_h (1 + \varepsilon_h t_0) \gamma_0 - [F - V_f (1 + \varepsilon_f t_0) \gamma_0] = a_0$$

$$\text{oder, wenn } H - F = \delta, \quad V_h - V_f = V_\delta \text{ gesetzt wird,}$$

$$1. \quad \delta - V_\delta \gamma_0 - t_0 \gamma_0 (V_h \varepsilon_h - V_f \varepsilon_f) = a_0.$$

Unter anderen Umständen t , γ , a findet die Gleichung statt:

$$2. \quad \delta - V_\delta \gamma - t \gamma (V_h \varepsilon_h - V_f \varepsilon_f) = a.$$

Durch Subtraction erhält man:

$$(\gamma - \gamma_0) V_\delta + (V_h \varepsilon_h - V_f \varepsilon_f) (t \gamma - t_0 \gamma_0) = a_0 - a.$$

Für $t\gamma - t_0\gamma_0$ kann man setzen $(t - t_0)\gamma_0$; es ergibt sich daher das Luftgewicht γ aus Vorigem durch den Ausdruck

$$3. \quad \gamma = \gamma_0 + \frac{a_0 - a + (t_0 - t)\gamma_0(V_h \varepsilon_h - V_f \varepsilon_f)}{V_\delta}$$

Hierin kann man noch dasjenige Luftgewicht γ_0' und diejenige Temperatur t_0' einführen, bei denen die beiden Körper im Gewicht gerade übereinstimmen.

$$4. \quad \gamma_0' = \gamma_0 + \frac{a_0 + (t_0 - t_0')\gamma_0(V_h \varepsilon_h - V_f \varepsilon_f)}{V_\delta}$$

γ_0' und t_0' sind, weil die Gewichts-differenz ebensowohl von γ wie von t abhängt, in gewissem Grade willkürlich, es genügt aber, correspondirende Werthe γ_0' und t_0' auszusuchen, für welche $a = 0$ wird. Durch Subtraction der beiden Gleichungen 3. und 4. erhält man

$$5. \quad \gamma = \gamma_0' - \frac{a + (t - t_0')\gamma_0(V_h \varepsilon_h - V_f \varepsilon_f)}{V_\delta}$$

Endlich kann man die Ausdehnungs-differenz $\varepsilon_h - \varepsilon_f = \varepsilon_\delta$ einführen. Man erhält

$$\begin{aligned} V_h \varepsilon_h - V_f \varepsilon_f &= V_h \varepsilon_h - V_f \varepsilon_h + V_f \varepsilon_\delta \\ &= V_\delta \varepsilon_h \left(1 + \frac{V_f \varepsilon_\delta}{V_\delta \varepsilon_h}\right). \end{aligned}$$

Setzt man noch $\frac{1}{V_\delta} = \mu$ (worin V_δ in Cubik-Millimeter), so wird schliesslich

$$6. \quad \gamma = \gamma_0' - \mu a - (t - t_0')\gamma_0 \varepsilon_h \left(1 + \frac{V_f \varepsilon_\delta}{V_\delta \varepsilon_h}\right).$$

Wenn sich die Temperaturen t und t_0' um nicht mehr als 10° , ε_h und ε_f um nicht mehr als 0,000020 unterscheiden, so kann man die letztere Klammer vernachlässigen ohne einen grösseren Fehler als $\frac{1}{50000}$ des Luftgewichts zu begehen; es ergibt sich dann die wesentlich einfachere Formel

$$6^1. \quad \gamma = \gamma_0' [1 - (t - t_0') \varepsilon_h] - \mu a,$$

worin a die Differenz $H - F$ in der Luft vom Gewicht γ bedeutet.

Abgesehen aber von dieser Bequemlichkeit zur Erzielung übereinstimmender Reductionen auf den leeren Raum an demselben Orte bieten solche Körper in ihrer Eigenschaft als transportable Verkörperungen eines bestimmten Luftgewichts noch einen Vorthell, welcher für die internationale Uebereinstimmung von Massenbestimmungen von der grössten Bedeutung zu werden verspricht. Die Uebereinstimmung der Luftgewichtsermittlungen an verschiedenen Orten ist nämlich viel geringer als diejenige an demselben Orte. Schon Herr Geheimer Regierungsrath Förster hat in dem Metronomischen Beitrag Nr. 1 unter 11 (S. 4) auf die Unsicherheiten auf-

merksam gemacht, welche bezüglich der Annahmen über die Meeres- und Polhöhen der einzelnen Orte bzw. deren Einfluss auf die Luftdruckbestimmung bestehen. Ferner hat die Luft der verschiedenen Beobachtungsräume, welche bei feineren Wägungen zur Vermeidung von Luftströmungen stets geschlossen gehalten werden müssen, in Folge der menschlichen Expiration, der Vermischung mit den Gasen verbrannter Heiz- und Leuchtstoffe und dergl. eine anomale Zusammensetzung, welche zwar an jedem Orte annähernd constante Verhältnisse aufweisen kann, an den verschiedenen Orten aber zweifellos verschieden ist. Sogar die für die Vacuumwaagen aus dem Freien angesogene Luft kann je nach der Oertlichkeit (d. h. je nach der Enge oder Grösse der Stadt, der Nähe von Fabriken u. s. w.) in ihrer Zusammensetzung schwanken. Endlich gestattet die Auswahl und die Art der Beobachtung der Instrumente eine gewisse Willkür, welche nothwendig zu Verschiedenheiten führt. Alle diese Umstände müssen zur Folge haben, dass die in verschiedenen Beobachtungsorten stattfindenden Reductionen auf den leeren Raum erheblich differiren, ohne dass eine derselben als massgebend angesehen werden kann, weil keinem der einzelnen Beobachtungsorte zur Zeit wissenschaftlich ein Vorrang zukommt.

Es liegt daher der Gedanke nahe, einem, und zwar dem hierfür passendsten Orte, nämlich dem internationalen Institut für Maass und Gewicht diesen Vorrang einzuräumen, indem dessen Annahme über das dortige Luftgewicht allen Reductionen auf den leeren Raum im internationalen Gewichtswesen zu Grunde gelegt werden.

Gleichwie die Einheit im Längenmaasswesen illusorisch geblieben wäre, wenn man nicht für die Anwendung der Prototype — da diese gemeinhin weder bei der Normaltemperatur, noch lediglich zur Bestimmung von Stäben gleicher Ausdehnungscoefficienten stattfinden kann — eine Temperaturskala festgesetzt und als Träger derselben bestimmte Thermometer beglaubigt hätte, so bleibt auch die Einheit der Masse illusorisch, so lange man nicht der Thatsache, dass beim Gebrauche weder nur im Vacuum, noch unter Ausschluss jeder Volumendifferenz gewogen werden kann, dadurch Rechnung trägt, dass man, in vollständiger Analogie, auf Grund der genauesten, gegenwärtig möglichen Festsetzungen ein internationales Luftgewicht bestimmt und als Träger dieser Bestimmung beglaubigte Körper von der oben beschriebenen Art ausgiebt.

Das internationale Institut hat von dieser Anregung der Normal-Aichungskommission mit Interesse Kenntniss genommen und anerkannt, dass die Uebernahme dieser Aufgabe allerdings eine natürliche Fortsetzung der internationalen Arbeiten zur Herstellung der Gewichtseinheit sein würde. Dass einer solchen Festsetzung über das Luftgewicht zur Zeit ein gewisser hypo-

thetischer Charakter verbliebe, wird gleichwie bei der Temperaturskala, dem grossen Nutzen der Herstellung einer wirklichen Einheit im Gewichtswesen gegenüber nicht in Betracht kommen, zumal etwaige spätere kleine Correc-turen für strengste wissenschaftliche Anwendungen jederzeit möglich bleiben. Nebenbei möge noch erwähnt werden, dass solche Körper bei geeigneter Zuziehung der Waage auch im Mittel zur internationalen Barometervergleichung von bisher nicht annähernd erreichter Genauigkeit werden könnten.

Bei der Wichtigkeit dieser Neuerung war es wohl nicht überflüssig, dabei etwas länger zu verweilen, obwohl dies die hier gestellte Aufgabe nicht erfordert hätte. Zur Zeit der vorliegenden Wägungen waren nämlich zwar die Waage und die beiden Körper fertig, nicht aber die Untersuchung der letzteren, welche ziemlich lange Zeit erfordert. Die Körper konnten daher noch nicht in Gebrauch genommen werden. Namentlich die Unter-suchung in Betreff einer etwaigen Unbeständigkeit der Masse und des Volumens der Körper in Folge von Oxydation, elastischen oder thermischen Nachwirkungen muss über einen Zeitraum von wenigstens einigen Jahren ausgedehnt werden, welcher noch nicht abgelaufen war. Es bedarf daher hier auch nicht der Beschreibung der oben erwähnten optischen Einstellung des Transporteurs und der Pernet'schen Einrichtung zur Luftreinigung. In einer späteren Abhandlung soll über die Bemühungen der Normal-Aichungs-Kommission zur Herstellung von Copieen des Urgewichts berichtet werden, welche annähernd dasselbe Volumen wie Messinggewichte haben, aber be-ständiger sind, wobei auf diese damit in nahem Zusammenhang stehenden Gegenstände zurückzukommen sein wird.

IV. Hülfgewichte und Hülfschalen.

Die zur Gewichtsausgleichung benutzten Anhängengewichte haben die Form von Hufeisen und sind nach Potenzen von 3 abgestuft, um ihre Zahl gering zu halten. Sie sollten ursprünglich auf jeder Seite die Stückelung $\frac{1}{3}$, 1, 3, 9, 27, 81 mg erhalten. Da sich aber solche Gewichte von $\frac{1}{3}$ mg, die genügende Sicherheit gegen zufällige Veränderungen geboten hätten, nicht herstellen liessen, so wurden statt dessen Gewichte von $1\frac{1}{3}$ mg gewählt; die Zulage von $\frac{1}{3}$ mg wird also durch die Differenz $1\frac{1}{3} - 1$ mg dargestellt. Die Gewichte gestatten auf jeder Seite einen Gewichtsunterschied bis zu 121 mg auf $\frac{1}{3}$ mg auszugleichen.

Die Anhängengewichte zu 81 und 27 mg bestehen aus Platindraht, die übrigen aus Aluminiumdraht. Zur Bestimmung dieser beiden Sätze von

Gewichten war noch ein dritter Satz in derselben Form hergestellt worden. Diese drei Sätze wurden untereinander vollständig ausgeglichen, derart, dass die Summe der drei Gewichte zu je 81 mg mit den ihrer Masse entsprechenden Gewichtsstücken eines genau bestimmten Milligrammgewichtssatzes, und dann die Stücke unter sich verglichen wurden. Von den anderen Gewichten wurden dann stets die drei gleich schweren zusammengenommen mit jedem der drei nächst schwereren Gewichte und demnächst einzeln untereinander verglichen. Bei den Gewichten zu $1\frac{1}{3}$ mg musste insofern abweichend verfahren werden, als ihre Summe an die Summe des 1 und 3 mg-Gewichts aus allen drei Sätzen angeschlossen wurde. Die bei dieser Ausglei- chung erlangte Genauigkeit ist grösser als nöthig; die wahrscheinlichen Fehler der gefundenen Werthe berechnen sich auf nur wenige Zehntausendtheile des Milligramm.

Die zu vergleichenden Kilogramme wurden nicht direct auf die Gehänge der Waage aufgesetzt, sondern standen auf Hülfschalen, die gleichzeitig mit ihnen vertauscht wurden. Man beabsichtigte damit, etwaige Beschädigungen zu vermeiden, die die Gewichte durch die Art der Unterstützung etwa erleiden könnten. Zur Bestimmung der Kilogramme musste deshalb jedesmal noch eine Vertauschung derselben auf den Hülfschalen vorgenommen werden, um die Gewichtsunterschiede dieser Schalen zu eliminiren. Solcher Hülfschalen waren zwei Paare in Benutzung, das eine Paar aus Bergcrystal, K_1 und K_2 bezeichnet, jede Schale 30,5 g schwer, kreisförmig von 55 mm Durchmesser, das andere Paar aus vergoldetem Messing, P_1 und P_2 bezeichnet, jede Schale 122 g schwer, ebenfalls kreisförmig, aber von 85 mm Durchmesser.

V. Hülfsinstrumente und Apparate.

Von den Instrumenten, welche zur Bestimmung des Luftgewichts dienten, befanden sich die Thermometer und das Hygrometer im Innern der Waagenglocke.

Die beiden Thermometer von Fuess, F 51 und F 52, sind auf der Vorderseite der Waage rechts und links an dem Metallstück D'' (Fig. 15) so angebracht, dass ihre Gefässe sich in der Höhe der Gewichte befinden. Die Ablesung geschieht bei Beginn und nach dem Schluss jeder Wägung mit Hülfe eines entfernt aufgestellten Fernrohrs; zur Beleuchtung dienen elektrische, am Gerüst für den Glockenaufzug durch drehbare Arme befestigte Glühlämpchen, die nur während dieser Ablesung benutzt werden. Ueber die Bestimmung der Fehler dieser Instrumente siehe S. 46.

Die Luftfeuchtigkeit wurde mittelst eines Koppe'schen Procent-Haarhygrometers mit Justirvorrichtung bestimmt, das innerhalb der Glocke vom Deckel herabhing und mit den Thermometern zusammen abgelesen wurde.

Da eine Reihe von Versuchen hatte erkennen lassen, dass, in Uebereinstimmung mit auch sonst gemachten Erfahrungen, eine durch systematische Vergleichung erhaltene Fehlertafel für die Ablesungen des Hygrometers keine genügende Sicherheit bot, so wurde vom 11. April 1893 an vor und nach jeder Wägungsreihe eine Vergleichung des Haarhygrometers mit einem Alluard'schen Condensationshygrometer vorgenommen, und zwar unter Feuchtigkeitsverhältnissen und Temperaturen, die den in der Waage herrschenden möglichst nahe kamen. Die erforderliche Genauigkeit der Feuchtigkeitsbestimmung wurde dadurch mehr als erreicht.

Zur Bestimmung des Luftdrucks wurden abwechselnd die beiden Quecksilberbarometer „F 38“ und „Pt“ benutzt. Das erstere, F 38, ist das im Metronomischen Beitrag Nr. 4 S. 13 erwähnte Heberbarometer Fuess Nr. 38 nach dem System Wild-Fuess, das zweite, das bereits im I. Abschnitt S. 36 angeführte Barometer von ebenfalls Wild-Fuess'scher, aber etwas modificirter Construction. Beide Barometer sind, zum Schutze gegen Temperatureinflüsse seitens des Beobachters, mit polirten Nickelhülsen umgeben. Der zufällige Fehler einer Luftdruckbestimmung mittelst dieser beiden Barometer ist jedenfalls kleiner als 0,1 mm. — Die Barometer haben ihre Aufstellung an eisernen in die Wand eingelassenen Armen im Beobachtungsraum. Der Umstand, dass im Verlauf der einzelnen Wägungsperioden das eine oder das andere der beiden Barometer wegen besonderer Untersuchungen von der Benutzung bei den Wägungen ausgeschlossen war, machte den abwechselnden Gebrauch beider erforderlichlich.

Zur angenäherten Erkennung des Vacuums in der Waage ist ferner noch ein einfaches Quecksilbermanometer in Verbindung mit der Waage auf dem Pfeiler aufgestellt, das nur zum Anhalt beim Gebrauch der Luftpumpe dient, z. B. beim Füllen der Glocke mit Luft aus dem Freien, wobei dreimal bis auf $\frac{1}{10}$ Atmosphäre ausgepumpt, die Luft also bis auf $\frac{1}{1000}$ ihres Volumens erneuert zu werden pflegt. Zu wirklichen Vacuummessungen dient entweder ein dazu besonders beschafftes transportables Manometer mittlerer Feinheit oder, bei genauesten Ermittlungen, das mit dem Normalbarometer B_0 (s. S. 36) verbundene Normalmanometer. Beide Instrumente bedürfen hier keiner näheren Erwähnung, da sie bei den vorliegenden Arbeiten nicht zur Benutzung gekommen sind.

B. Gewichtsvergleichungen.

1. Die Wägungen und ihre Ergebnisse.

Die Wägungen sind durchweg nach der Gauss'schen Methode mit Vertauschung der zu vergleichenden Gewichte ausgeführt. Das hierbei in der überwiegenden Mehrzahl der Vergleichen zur Anwendung gekommene Schema ist nachfolgend (S. 169) abgedruckt.

P und N sind Bezeichnungen für die zu vergleichenden Gewichte, z_I, z_{II} für die zur hinreichenden Ausgleichung dieser Gewichte erforderlichen Zulagen, x steht für das zur Bestimmung der Empfindlichkeit dienende Gewicht. Die α und β bedeuten die Abweichungen der Gleichgewichtslage des Waagebalkens von einer willkürlich festgestellten Einspielungsstellung und ausgedrückt in Theilen einer willkürlich eingerichteten Skale. Die sechs hiernach vorzunehmenden Einzelwägungen, die wir in ihrer Gesamtheit als eine vollständige Wägung bezeichnen, führen zu der Gleichung

$$P - N = \frac{z_I - z_{II}}{2} - x \frac{\frac{\alpha + \alpha'}{2} - \frac{\beta + \beta'}{2}}{\frac{\alpha_x + \alpha'_x}{2} - \frac{\alpha + \alpha'}{2}} + \lambda$$

woselbst λ die wegen Umrechnung auf Wägungen im luftleeren Raum erforderliche Correction ist. Die Bedingungen, unter denen aus der vollständigen Wägung eine Gleichung der vorstehenden Form entnommen werden darf, sind in meinem Handbuch der physikalischen Maassbestimmungen, Bd. II, S. 422, auseinandergesetzt. Sie sind bei den hier zu behandelnden Wägungen stets erfüllt gewesen. Einige Wägungen sind nach dem in Breteuil gebräuchlichen Schema ausgeführt worden, das sich in den Travaux et Mémoires, Bd. III, S. 273, näher beschrieben findet.

Was die Gleichgewichtslagen betrifft, so sind sie in der üblichen Weise aus den Ablesungen dreier aufeinander folgender Umkehrpunkte der Ausschläge des Waagebalkens ermittelt. Sind l_1, l_2, l_3 die Ablesungen an der Skale für diese drei Umkehrpunkte, so giebt $\frac{l_1 + 2l_2 + l_3}{4}$ die für die Gleichgewichtslage geltende Skalenablesung α bzw. β .

Wiewohl die Waage mit Einrichtungen zur Herstellung jedes beliebigen Luftdrucks innerhalb der sie überdeckenden Glocke versehen ist, hat man doch vorgezogen, bei den Wägungen von ihnen einen Gebrauch nur insoweit zu machen, als es sich um Einführung frischer reiner Luft vor Beginn der

Wägungen handelte. Die Wägungen sind also jedesmal bei dem gerade herrschenden Luftdruck, jedoch stets in frischer, der freien Atmosphäre entnommenen Luft ausgeführt worden. Von der Vornahme von Wägungen unter vermindertem Luftdruck ist aus den im ersten Theil angegebenen Gründen, und weil es wünschenswerth erschien, die Copieen des Kilogramms mit dem neuen Prototyp unter den nämlichen Verhältnissen zu vergleichen, unter welchen sie zur Verwendung gelangen, Abstand genommen.

Zur Reduction der Wägungsergebnisse auf solche im luftleeren Raum mit Hülfe der Ablesungen für Druck, Temperatur und Feuchtigkeit sind die im Metronomischen Beitrag Nr. 1 enthaltenen Tabellen benutzt worden. Zu bemerken ist hierzu nur, dass die daselbst in Tafel Nr. 6 gegebenen Tabellen A und B zur Berücksichtigung der Feuchtigkeit der Luft für die Anwendung eines Psychrometers berechnet sind. Da bei den hier zu beschreibenden Wägungen ein Procenthygrometer zur Anwendung kam, genügten die Zahlen der Tabelle A, die lediglich mit $\frac{p}{100}$ zu multipliciren waren, woselbst p die an der Hygrometerskala abgelesene Procentzahl an giebt. Die Ablesung der meteorologischen Instrumente geschah unmittelbar vor jeder vollständigen Wägung und nach derselben. Zur Berechnung der Luftdichte diente das Mittel der Ablesungen, wobei durch Vorwägungen dafür gesorgt wurde, dass die mittlere Zeit zwischen den Ablesungen der vorgenannten Instrumente mit der mittleren Zeit innerhalb einer vollständigen Wägung möglichst genau zusammenfiel und dass zwischen je zwei aufeinander folgenden Theilwägungen immer die gleiche Zeit verging.

Die nachfolgende Tabelle Nr. 1 bietet die Zusammenstellung der vollständig reducirten Ergebnisse der einzelnen vollständigen Wägungen. Die erste Spalte enthält das Datum, die zweite die Bezeichnung der Massen, die mit einander verglichen wurden; in den folgenden drei Spalten stehen die Angaben über den Barometerstand, die Lufttemperatur und den Dunstdruck, die zur Berechnung des Luftgewichts dienten, Spalte 7 giebt die vollständig reducirten Differenzen der verglichenen Massen. Von den folgenden Spalten enthält die 8. die übrigbleibenden Fehler nach Ausgleichung der Wägungen in jeder Reihe, die 9. die Angaben der Empfindlichkeiten, in der 10. bis 12. stehen die Zunahmen des Luftgewichts, der Temperatur und der Empfindlichkeit von der ersten bis zur letzten Theilwägung einer vollständigen Wägung. Die Wägungen sind in Reihen nach der Zeit, in der sie ausgeführt worden sind, und nach den Beobachtern geordnet.

Datum:

Wägung mit Vertauschung der Gewichte.

Vergleichung von $P =$
mit $N =$

Waage:

Beobachter:

N.B. Etwa nöthige Zulagen werden mit z_I bzw. z_{II} bezeichnet und unten besonders notirt.

	Belastung der Waage		Ablesungen der Skale	Gleichgewichtslage	Mittel		Empfindlichkeit pro α mg = n
	links	rechts			II	I	
	P	$N + z_I + \alpha$		$\alpha_x =$	}		
I	P	$N + z_I$		$\alpha =$			
II	N	$P + z_{II}$		$\beta =$			
II	N	$P + z_{II}$		$\beta' =$			
I	P	$N + z_I$		$\alpha' =$			
	P	$N + z_I + \alpha'$		$\alpha'_x =$			

$$P - N + \frac{z_{II} - z_I}{2} =$$

$$= \alpha \text{ mg} \cdot \frac{I - II}{2n}$$

=

Beobachtungen zur Ermittlung des Luftgewichts.				
Zeit	Luftdruck	Temperatur des Quecksilbers	Feuchtigkeit	Temperatur im Wägungsraum
Vor der Wägung				
Nach der Wägung				
Angenommene Mittel				
Fehler der Instrumente				
Berichtigte Mittel				
$\eta = A - B =$ (Barometer - η) =		$A =$	$B =$	
Berechnung der Volumendifferenz.				
Volumina bei 0°: $V_o(N) =$		$V_o(P) =$		
Diff. der Gegend ihrer Log.				
Corr. der Log. für Temperatur				
Daher Corr. der Volumina selbst				
$V_t(N) =$		$V_t(P) =$		
		$V_t(N) + V_t(Z) =$		
$\Delta V = V_t(P) - [V_t(N) + V_t(Z)] =$				
Zur Reduction auf den leeren Raum:				
Corr. für (Barometer - η)				
„ „ Lufttemperatur				
„ „ Quecksilber-Temperatur				
Summe der Correctionen				
		log Const. =		
		log γ =		
		log (ΔV) =		
		log ($\gamma \cdot \Delta V$) =		

Etwaige Zulagen.

Nominalwerth Fehler

$z_I =$

$\Sigma_I =$

$z_{II} =$

$\Sigma_{II} =$

$$Z = \frac{\Sigma_I - \Sigma_{II}}{2} =$$

Demnach ist in der Luft:

$$P - N =$$

Reduction auf den leeren Raum:

$$+ \gamma \cdot \Delta V =$$

Im leeren Raume:

$$P - N =$$

$$\text{Red. } N =$$

$$\text{Red. } P =$$

Berechnet:

Controlirt:

Tabelle 1.

Ergebnisse der Wägungen.

I. Vergleichung von B'' mit Fr. 22 .Volumenunterschied bei 0° $\Delta V_0 = V(B'') - V(\text{Fr. 22}) = +1,199$ ccm.

1. Reihe. 1890. Beobachter: Thiesen.

Datum	Bezeichnung der verglichenen Gewichte und Schalen	Baro- meter bei 0°	Luft- tempe- ratur	Dunst- druck = η	Luft- gewicht in mg	Massen- unter- schied in mg	Uebrig- bleibende Fehler in mg	Emp- find- lichkeit 1 μ =mg	Zunahme		
									des Luft- ge- wichts in mg	der Tempe- ratur	der Empfind- lichkeit in mg
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Juni 21.	$+K_1 - K_2 + B'' - \text{Fr. 22}$	759,99	18,66	3,30	+1,445	-2,084	-0,012	0,0646	0,000	+0,07	+0,0072
24.		760,64	17,96	3,21	+1,450	-2,075	-0,003	0,0603	+0,001	+0,09	+0,0064
24.		760,29	18,10	3,19	+1,449	-2,095	-0,023	0,0903	+0,001	+0,09	+0,0420
25.		762,51	18,19	3,20	+1,453	-2,047	+0,025	0,0574	0,000	+0,03	+0,0066
25.		762,71	18,35	3,26	+1,452	-2,074	-0,002	0,0703	0,000	+0,12	-0,0093
26.		756,79	17,87	3,15	+1,443	-2,058	+0,014	0,0632	+0,002	+0,12	+0,0034
27.		751,94	18,25	3,22	+1,432	-2,075	-0,003	0,0702	+0,001	+0,09	-0,0041
28.		755,38	18,59	3,61	+1,436	-2,066	+0,006	0,0609	0,000	+0,05	-0,0226
30.	$-K_1 + K_2 + B'' - \text{Fr. 22}$	754,89	18,66	3,12	+1,436	-2,265	-0,023	0,0696	-0,001	+0,10	+0,0101
Juli 2.		750,57	18,83	3,15	+1,427	-2,246	-0,004	0,0627	0,000	+0,04	-0,0416
2.		751,27	18,89	3,18	+1,428	-2,242	0,000	0,0777	0,000	+0,10	-0,0375
2.		752,04	18,98	3,20	+1,429	-2,230	+0,012	0,0696	-0,001	+0,02	+0,0021
3.		757,76	18,83	3,20	+1,440	-2,234	+0,008	0,0792	-0,001	+0,08	-0,0221
3.		757,23	18,98	3,26	+1,439	-2,252	-0,010	0,0763	-0,001	+0,06	-0,0286
3.		756,91	19,07	3,27	+1,438	-2,223	+0,019	0,0698	-0,001	+0,09	-0,0090
4.		755,28	19,00	3,24	+1,435	-2,241	+0,001	0,0746	0,000	+0,06	-0,0038

2. Reihe. 1892. Beobachter: Meyer.

Nov. 23.	$+P_1 - P_2 + B'' - \text{Fr. 22}$	768,19	13,99	2,27	+1,488	-2,506	-0,008	0,0470	+0,001	+0,02	+0,0033
23.		767,84	14,05	2,31	+1,487	-2,476	+0,022	0,0499	0,000	+0,03	+0,0012
23.		767,45	14,08	2,31	+1,486	-2,543	-0,045	0,0493	+0,001	+0,02	-0,0158
23.		767,35	14,13	2,32	+1,486	-2,468	+0,030	0,0425	0,000	+0,08	-0,0004
24.	$-P_1 + P_2 + B'' - \text{Fr. 22}$	762,29	14,08	2,26	+1,476	-1,812	+0,034	0,0461	+0,001	+0,07	-0,0162
24.		761,54	14,19	2,28	+1,474	-1,865	-0,019	0,0398	+0,001	+0,03	-0,0020
24.		761,02	14,23	2,24	+1,473	-1,875	-0,029	0,0506	+0,001	+0,02	-0,0120
24.		760,66	14,28	2,29	+1,472	-1,831	+0,015	0,0491	+0,001	+0,05	+0,0009

3. Reihe. 1893. Beobachter: Meyer.

Bemerkung. Während der Wägungen dieser Reihe lag auf der Schale P_1 ein Haar von dem Pinsel, mit dem die Gewichte gereinigt waren.

April 20.	$+P_1 - P_2 + B'' - \text{Fr. 22}$	760,31	15,47	2,80	+1,466	-2,398	+0,031	0,0419	0,000	+0,03	+0,0057
20.		760,15	15,51	2,80	+1,465	-2,416	+0,013	0,0435	0,000	+0,02	+0,0101
21.		759,74	15,18	2,74	+1,466	-2,451	-0,022	0,0405	+0,001	+0,04	+0,0094
21.		758,16	15,26	2,76	+1,465	-2,440	-0,011	0,0410	+0,001	+0,07	+0,0042
22.		764,62	15,21	2,75	+1,476	-2,446	-0,017	0,0414	0,000	+0,02	-0,0024
22.		764,54	15,32	2,78	+1,475	-2,421	+0,008	0,0471	+0,001	+0,05	-0,0002
24.	$-P_1 + P_2 + B'' - \text{Fr. 22}$	763,15	15,79	2,86	+1,469	-1,924	+0,001	0,0465	0,000	+0,04	+0,0066
24.		761,33	15,85	2,87	+1,466	-1,961	-0,036	0,0516	-0,001	+0,04	+0,0071
25.		760,99	16,05	2,86	+1,464	-1,922	+0,003	0,0528	0,000	+0,04	+0,0039
25.		760,90	16,08	2,86	+1,464	-1,915	+0,010	0,0537	0,000	+0,01	-0,0022
26.		757,43	16,10	2,86	+1,458	-1,910	+0,015	0,0536	-0,001	+0,06	-0,0024
26.		755,77	16,18	2,88	+1,453	-1,920	+0,005	0,0507	0,000	+0,02	+0,0021

II. Vergleichung von B' mit B'' .Volumenunterschied bei $0^\circ \Delta V = V(B') - V(B'') = +2,336$ ccm.

1. Reihe. 1893. Beobachter: Meyer.

Datum	Bezeichnung der verglichenen Gewichte und Schalen	Baro- meter bei 0°	Luft- tempe- ratur	Dunst- druck = η	Luft- gewicht in mg	Massen- unter- schied in mg	Uebrig- bleibende Fehler in mg	Em- pfind- lichkeit 1p=mg	Zunahme		
									des Luft- ge- wichts in mg	der Tempe- ratur	der Empfind- lichkeit in mg
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Mai 15.	$-P_1 + P_2 + B' - B''$	756,15	15,48	2,80	+ 2,836	+ 1,993	- 0,005	0,0483	+ 0,002	+ 0,04	- 0,0035
15.		755,63	15,59	2,82	+ 2,833	+ 2,003	+ 0,005	0,0485	+ 0,001	+ 0,02	+ 0,0071
17.	$+P_1 - P_2 + B' - B''$	752,07	16,18	3,29	+ 2,812	+ 1,390	- 0,019	0,0436	+ 0,001	+ 0,01	- 0,0019
17.		750,87	16,34	3,32	+ 2,806	+ 1,427	+ 0,019	0,0475	+ 0,001	+ 0,05	- 0,0018

2. Reihe. 1894. Beobachter: Homann, Meyer.

Mai 28.	$-P_1 + P_2 + B' - B''$	746,73	15,46	3,39	+ 2,799	+ 2,078	- 0,010	0,0660	0,000	+ 0,05	- 0,0047
28.		747,44	15,61	3,42	+ 2,800	+ 2,099	+ 0,010	0,0691	0,000	0,00	- 0,0097
29.	$+P_1 - P_2 + B' - B''$	753,25	15,52	3,45	+ 2,823	+ 1,524	+ 0,006	0,0715	+ 0,001	+ 0,08	+ 0,0037
29.		752,96	15,64	3,42	+ 2,821	+ 1,513	- 0,005	0,0681	+ 0,001	+ 0,06	+ 0,0089

III. Vergleichung von B' mit Fr. 22 .Volumenunterschied bei $0^\circ \Delta V = V(B') - V(\text{Fr. 22}) = +3,535$ ccm.

1. Reihe. 1894. Beobachter: Homann, Meyer.

Mai 16.	$-P_1 + P_2 + B' - \text{Fr. 22}$	760,89	16,41	3,54	+ 4,302	- 0,096	- 0,012	0,0755	+ 0,001	+ 0,04	- 0,0168
16.		760,63	16,57	3,58	+ 4,298	- 0,072	+ 0,012	0,0755	+ 0,001	+ 0,02	- 0,0002
17.	$+P_1 - P_2 + B' - \text{Fr. 22}$	760,69	16,99	4,00	+ 4,290	- 0,716	+ 0,002	0,0826	0,000	+ 0,02	- 0,0111
17.		760,00	17,15	3,99	+ 4,284	- 0,721	- 0,003	0,0765	+ 0,002	+ 0,04	- 0,0108

2. Reihe. 1894. Beobachter: Homann, Meyer.

Juni 5.	$+P_1 - P_2 + B' - \text{Fr. 22}$	752,25	16,27	3,57	+ 4,255	- 0,783	0,000	0,0877	+ 0,001	+ 0,06	- 0,0033
5.		752,58	16,41	3,59	+ 4,255	- 0,783	0,000	0,0858	0,000	+ 0,02	- 0,0168
6.	$-P_1 + P_2 + B' - \text{Fr. 22}$	752,89	16,54	4,05	+ 4,252	- 0,121	- 0,022	0,0860	+ 0,001	+ 0,04	- 0,0088
6.		752,48	16,65	4,07	+ 4,248	- 0,075	+ 0,024	0,0816	+ 0,001	+ 0,04	+ 0,0054

IV. Vergleichung von W mit St .Volumenunterschied bei $0^\circ \Delta V = V(W) - V(N) = +2,448$ ccm.

1. Reihe. 1892. Beobachter: Meyer.

Jan. 4.	$W - St$	750,63	12,25	2,00	+ 2,988	+ 33,862	- 0,007	0,1801	0,000	0,00	+ 0,0040
4.		750,96	12,36	2,02	+ 2,988	+ 33,839	- 0,030	0,1677	0,000	+ 0,10	+ 0,0042
5.		754,58	11,95	1,96	+ 3,007	+ 33,866	- 0,003	0,1868	+ 0,002	+ 0,10	- 0,0412
5.		752,99	12,06	1,98	+ 2,999	+ 33,890	+ 0,021	0,1908	+ 0,002	+ 0,12	+ 0,0054
6.		739,39	11,78	1,94	+ 2,948	+ 33,891	+ 0,022	0,1797	+ 0,001	+ 0,11	- 0,0212
6.		737,44	11,89	1,96	+ 2,939	+ 33,866	- 0,003	0,1707	+ 0,006	+ 0,11	- 0,0055

2. Reihe. 1893. Beobachter: Meyer.

Bemerkung. Die Empfindlichkeit ist nach der 2. und nach der 14. Wägung geändert worden.

Datum	Bezeichnung der verglichenen Gewichte und Schalen	Baro- meter bei 0°	Luft- tempe- ratur	Dunst- druck = η	Luft- gewicht in mg	Massen- unter- schied in mg	Uebrig- bleibende Fehler in mg	Em- pfind- lichkeit 1 p = mg	Zunahme		
									des Luft- ge- wichts in mg	der Tempe- ratur	der Empfind- lichkeit in mg
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
April 11.	$-P_1 + P_2 + W - St$	760,42	13,10	2,96	+ 3,015	+ 34,117	- 0,032	0,0178	+ 0,002	+ 0,04	- 0,0035
11.		760,00	13,20	2,97	+ 3,012	+ 34,157	+ 0,008	0,0120	+ 0,002	+ 0,05	- 0,0005
12.		763,46	13,27	3,03	+ 3,024	+ 34,110	- 0,039	0,0474	+ 0,002	+ 0,07	+ 0,0073
12.		762,20	13,40	3,06	+ 3,018	+ 34,201	+ 0,052	0,0446	+ 0,002	+ 0,05	- 0,0237
12.		761,70	13,44	3,07	+ 3,016	+ 34,156	+ 0,007	0,0464	+ 0,003	+ 0,04	+ 0,0227
13.		758,13	13,62	3,08	+ 3,000	+ 34,196	+ 0,047	0,0416	0,000	+ 0,04	+ 0,0096
13.		758,35	13,73	3,10	+ 2,999	+ 34,123	- 0,026	0,0430	+ 0,003	+ 0,06	+ 0,0008
13.		758,18	13,78	3,11	+ 2,998	+ 34,124	- 0,025	0,0433	0,000	+ 0,04	+ 0,0013
14.	$+P_1 - P_2 + W - St$	764,66	13,81	2,74	+ 3,025	+ 33,575	+ 0,004	0,0466	+ 0,001	+ 0,02	+ 0,0061
14.		764,30	13,85	2,75	+ 3,023	+ 33,594	+ 0,023	0,0486	- 0,002	+ 0,06	- 0,0046
14.		763,78	14,02	2,78	+ 3,019	+ 33,548	- 0,023	0,0500	0,000	0,00	- 0,0076
15.		761,74	14,00	2,77	+ 3,011	+ 33,570	- 0,001	0,0493	- 0,002	+ 0,04	+ 0,0048
15.		761,23	14,13	2,80	+ 3,008	+ 33,581	+ 0,010	0,0568	- 0,002	+ 0,06	- 0,0019
15.		760,71	14,17	2,80	+ 3,005	+ 33,526	- 0,045	0,0519	- 0,003	+ 0,04	+ 0,0008
19.		762,29	18,15	2,33	+ 2,973	+ 33,588	+ 0,017	0,0647	- 0,001	- 0,04	- 0,0023
19.		761,56	17,78	2,28	+ 2,974	+ 33,586	+ 0,015	0,0616	0,000	- 0,06	+ 0,0012

V. Vergleichung von W mit \mathfrak{R} . 22.Volumenunterschied bei 0° $\Delta V = V(W) - V(\mathfrak{R}. 22) = + 72,497$ ccm.

1. Reihe. 1892. Beobachter: Homann, Meyer.

Jan. 16.	$-K_1 + K_2 + W - \mathfrak{R}. 22$	756,59	9,83	1,73	+ 89,996	+ 19,964	+ 0,027	0,1562	- 0,066	+ 0,08	0,0000
16.		756,40	9,91	1,74	+ 89,944	+ 19,923	- 0,014	0,1506	+ 0,004	0,00	+ 0,0115
18.		767,85	9,22	1,66	+ 91,538	+ 19,923	- 0,014	0,2077	+ 0,004	+ 0,08	- 0,1840
18.		768,60	9,19	1,66	+ 91,636	+ 19,937	0,000	0,1842	+ 0,038	+ 0,02	- 0,0031
19.	$+K_1 - K_2 + W - \mathfrak{R}. 22$	768,31	8,86	1,65	+ 91,706	+ 20,051	- 0,058	0,2028	+ 0,034	+ 0,04	+ 0,0392
19.		768,73	8,86	1,65	+ 91,758	+ 20,135	+ 0,026	0,2467	- 0,006	0,00	0,0000
20.		765,77	8,67	1,60	+ 91,468	+ 20,011	- 0,098	0,2369	- 0,178	+ 0,22	+ 0,1095
20.		765,09	8,74	1,61	+ 91,365	+ 20,241	+ 0,132	0,2417	+ 0,024	+ 0,08	+ 0,2052

2. Reihe. 1892. Beobachter: Meyer.

Nov. 19.	$-P_1 + P_2 + W - \mathfrak{R}. 22$	760,74	13,89	2,34	+ 89,160	+ 20,363	+ 0,049	0,0396	+ 0,038	+ 0,02	0,0000
19.		760,28	13,94	2,36	+ 89,092	+ 20,312	- 0,002	0,0351	+ 0,018	0,00	+ 0,0018
19.		760,13	13,98	2,38	+ 89,060	+ 20,290	- 0,024	0,0550	+ 0,020	+ 0,04	+ 0,0264
19.		760,17	13,94	2,37	+ 89,078	+ 20,292	- 0,022	0,0351	+ 0,002	+ 0,03	- 0,0036
21.	$+P_1 - P_2 + W - \mathfrak{R}. 22$	770,59	13,85	2,31	+ 90,336	+ 19,772	+ 0,052	0,0414	+ 0,030	+ 0,03	+ 0,0007
21.		770,33	13,94	2,33	+ 90,278	+ 19,699	- 0,021	0,0412	+ 0,020	+ 0,04	+ 0,0146
21.		770,24	13,98	2,33	+ 90,254	+ 19,706	- 0,014	0,0522	- 0,022	+ 0,03	- 0,0262
21.		770,37	14,01	2,34	+ 90,258	+ 19,701	- 0,019	0,0354	+ 0,004	0,00	- 0,0014

VI. Vergleichung von St mit Fr. 22 .Volumenunterschied bei 0° $\Delta V = V(St) - V(\text{Fr. 22}) = +70,049$ ccm.

1. Reihe. 1892. Beobachter: Homann, Meyer.

Datum	Bezeichnung der verglichenen Gewichte und Schalen	Baro- meter bei 0°	Luft- tempe- ratur	Dunst- druck $= \eta$	Luft- gewicht in mg	Massen- unter- schied in mg	Uebrig- bleibende Fehler in mg	Em- pfind- lichkeit $1p = \text{mg}$	Zunahme		
									des Luft- gewichts in mg	der Tempe- ratur	der Empfind- lichkeit in mg
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Jan. 21.	$+K_1 - K_2 + St - \text{Fr. 22}$	764,26	13,00	2,18	+ 86,838	- 13,779	+ 0,009	0,1912	- 0,030	+ 0,07	+ 0,0430
21.		763,76	13,31	2,23	+ 86,680	- 13,792	- 0,004	0,2041	- 0,060	+ 0,14	+ 0,0138
22.		761,47	14,54	1,90	+ 86,096	- 13,728	+ 0,060	0,2041	- 0,072	+ 0,12	+ 0,1373
22.		760,19	14,60	2,00	+ 85,922	- 13,852	- 0,064	0,2007	- 0,018	+ 0,02	- 0,1071
25.	$-K_1 + K_2 + St - \text{Fr. 22}$	761,57	17,17	2,41	+ 85,286	- 13,950	+ 0,066	0,2498	+ 0,038	+ 0,12	- 0,1181
25.		761,01	17,31	2,43	+ 85,180	- 14,009	+ 0,007	0,2448	+ 0,024	+ 0,08	+ 0,0196
28.		752,53	18,77	2,73	+ 83,782	- 14,045	- 0,029	0,2040	+ 0,008	- 0,04	+ 0,0069
28.		753,04	18,49	2,63	+ 83,928	- 14,040	- 0,024	0,2267	- 0,054	- 0,06	0,0000
Febr. 11.		764,13	8,51	1,55	+ 88,250	- 14,059	- 0,043	0,1630	- 0,044	+ 0,07	+ 0,0307
11.		763,76	8,72	1,57	+ 88,140	- 13,991	+ 0,025	0,2180	- 0,070	+ 0,09	+ 0,0776

2. Reihe. 1892. Beobachter: Meyer.

Nov. 17.	$+P_1 - P_2 + St - \text{Fr. 22}$	763,50	13,96	2,49	+ 86,430	- 14,190	- 0,039	0,0439	+ 0,012	+ 0,04	+ 0,0085
17.		763,36	13,98	2,51	+ 86,406	- 14,127	+ 0,024	0,0452	+ 0,034	+ 0,12	+ 0,0062
17.		763,60	14,09	2,49	+ 86,406	- 14,119	+ 0,032	0,0490	+ 0,020	+ 0,10	+ 0,0362
17.		763,78	14,19	2,51	+ 86,390	- 14,168	- 0,017	0,0445	- 0,002	+ 0,10	- 0,0122
18.	$-P_1 + P_2 + St - \text{Fr. 22}$	764,91	13,51	2,35	+ 86,738	- 13,421	+ 0,020	0,0476	+ 0,082	+ 0,12	+ 0,0157
18.		764,58	13,61	2,37	+ 86,668	- 13,373	- 0,028	0,0413	+ 0,046	+ 0,05	+ 0,0022
18.		763,87	13,63	2,38	+ 86,580	- 13,376	- 0,025	0,0422	+ 0,026	+ 0,02	- 0,0159
18.		763,75	13,66	2,38	+ 86,556	- 13,432	+ 0,031	0,0538	+ 0,016	+ 0,03	+ 0,0252

3. Reihe. 1892. Beobachter: Meyer.

Nov. 25.	$-P_1 + P_2 + St - \text{Fr. 22}$	764,20	14,29	2,30	+ 86,432	- 13,456	+ 0,022	0,0409	+ 0,008	+ 0,08	+ 0,0072
25.		764,96	14,38	2,30	+ 86,490	- 13,500	- 0,022	0,0478	- 0,054	+ 0,03	+ 0,0113
26.	$+P_1 - P_2 + St - \text{Fr. 22}$	773,51	14,19	2,28	+ 87,520	- 14,106	+ 0,034	0,0529	+ 0,042	0,00	+ 0,0169
26.		772,73	14,19	2,28	+ 87,436	- 14,175	- 0,035	0,0364	+ 0,036	+ 0,02	- 0,0089

VII. Vergleichung von W mit B'' .Volumenunterschied bei 0° $\Delta V = V(W) - V(B'') = +71,298$ ccm.

1894. Beobachter: Homann, Meyer.

Mai 23.	$-P_1 + P_2 + W - B''$	762,10	16,03	3,21	+ 87,104	+ 22,487	- 0,019	0,0699	+ 0,028	+ 0,03	+ 0,0075
23.		762,64	16,18	3,19	+ 87,130	+ 22,457	- 0,049	0,0753	- 0,003	+ 0,06	+ 0,0064
24.	$+P_1 - P_2 + W - B''$	765,89	15,59	3,22	+ 87,672	+ 21,831	- 0,023	0,0707	- 0,024	+ 0,02	+ 0,0117
24.		765,44	15,69	3,24	+ 87,592	+ 21,851	- 0,003	0,0734	- 0,042	+ 0,06	+ 0,0046
25.		759,75	15,29	3,16	+ 87,062	+ 21,822	- 0,032	0,0707	- 0,044	+ 0,05	- 0,0068
25.		757,94	15,43	3,19	+ 86,808	+ 21,911	+ 0,057	0,0762	- 0,053	+ 0,02	- 0,0016
26.	$-P_1 + P_2 + W - B''$	743,43	15,51	3,00	+ 85,136	- 22,493	- 0,013	0,0714	- 0,056	+ 0,10	- 0,0003
26.		742,75	15,62	3,03	+ 85,032	- 22,585	- 0,079	0,0785	- 0,024	+ 0,04	- 0,0088

VIII. Vergleichung von St mit B'' .Volumenunterschied bei 0° $\Delta V = V(N) - V(B'') = +68,850$ ccm.

1893. Beobachter: Meyer.

Datum	Bezeichnung der verglichenen Gewichte und Schalen	Baro- meter bei 0°	Luft- tempe- ratur	Dunst- druck = ν	Luft- gewicht in mg	Massen- unter- schied in mg	Uebrig- bleibende Fehler in mg	Em- pfind- lichkeit $1\mu = \text{mg}$	Zunahme			
									des Luft- ge- wichts in mg	der Tempe- ratur	der Empfind- lichkeit in mg	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
Mai	4.	$+P_1 - P_2 + St - B''$	764,85	15,28	2,57	+ 84,712	- 12,036	- 0,021	0,0484	+ 0,028	+ 0,08	+ 0,0080
	4.		766,18	15,37	2,59	+ 84,828	- 11,950	+ 0,065	0,0435	+ 0,028	+ 0,02	+ 0,0080
	5.		768,84	15,45	2,60	+ 85,098	- 12,033	- 0,018	0,0473	- 0,020	+ 0,03	+ 0,0023
	5.		768,62	15,45	2,60	+ 85,076	- 12,042	- 0,027	0,0456	+ 0,003	- 0,02	+ 0,0098
	8.	$-P_1 + P_2 + St - B''$	764,23	14,47	2,40	+ 84,894	- 11,392	- 0,001	0,0428	- 0,032	+ 0,06	+ 0,0019
	8.		763,86	14,60	2,42	+ 84,808	- 11,395	- 0,004	0,0439	- 0,024	+ 0,03	+ 0,0011
	9.		766,53	14,44	2,44	+ 85,157	- 11,368	+ 0,023	0,0357	- 0,020	+ 0,07	- 0,0030
	9.		765,86	14,54	2,45	+ 85,050	- 11,410	- 0,019	0,0369	- 0,020	+ 0,04	+ 0,0065

IX. Vergleichung von W mit B' .Volumenunterschied bei 0° $\Delta V = V(W) - V(B') = +68,961$ ccm.

1894. Beobachter: Homann, Meyer.

Mai	18.	$-P_1 + P_2 + W - B'$	759,15	17,16	4,27	+ 83,492	+ 20,646	- 0,050	0,0813	- 0,020	0,00	+ 0,0009
	18.		758,35	17,34	4,37	+ 83,342	+ 20,731	+ 0,035	0,0722	- 0,048	+ 0,02	+ 0,0126
	19.	$+P_1 - P_2 + W - B'$	756,63	17,29	4,25	+ 83,176	+ 20,088	- 0,020	0,0744	+ 0,018	+ 0,08	+ 0,0018
	19.		756,57	17,41	4,23	+ 83,140	+ 20,090	- 0,018	0,0826	- 0,032	+ 0,04	+ 0,0186
	21.		753,16	16,46	3,77	+ 83,080	+ 20,150	+ 0,042	0,0665	- 0,015	+ 0,08	+ 0,0040
	21.		753,25	16,60	3,80	+ 83,046	+ 20,105	- 0,003	0,0728	- 0,004	0,00	+ 0,0096
	22.	$-P_1 + P_2 + W - B'$	755,50	16,23	3,25	+ 83,460	+ 20,673	- 0,023	0,0754	+ 0,006	0,00	- 0,0116
	22.		755,96	16,30	3,32	+ 83,486	+ 20,734	+ 0,038	0,0754	- 0,018	+ 0,04	+ 0,0025

X. Vergleichung von St mit B' .Volumenunterschied bei 0° $\Delta V = V(N) - V(B') = +66,515$ ccm.

1894. Beobachter: Homann, Meyer.

Mai	30.	$-P_1 + P_2 + St - B'$	754,33	15,55	3,31	+ 80,552	- 13,158	0,000	0,0718	- 0,020	+ 0,05	+ 0,0020
	30.		754,19	15,65	3,27	+ 80,516	- 13,069	+ 0,089	0,0826	- 0,017	+ 0,04	- 0,0218
	31.	$+P_1 - P_2 + St - B'$	755,55	15,57	3,26	+ 80,684	- 13,838	- 0,002	0,0678	- 0,032	+ 0,06	+ 0,0044
	31.		755,18	15,68	3,28	+ 80,612	- 13,841	- 0,005	0,0720	- 0,018	+ 0,06	- 0,0010
Juni	1.		759,14	15,60	3,27	+ 81,060	- 13,828	+ 0,008	0,0783	- 0,009	+ 0,03	+ 0,0023
	1.		758,88	15,68	3,28	+ 81,012	- 13,837	- 0,001	0,0773	- 0,008	+ 0,02	- 0,0143
	2.	$-P_1 + P_2 + St - B'$	756,55	15,97	3,45	+ 80,662	- 13,216	- 0,058	0,0807	- 0,031	+ 0,04	+ 0,0011
	2.		755,97	16,06	3,47	+ 80,575	- 13,188	- 0,030	0,0764	- 0,020	+ 0,06	- 0,0063

Indem man in jeder Reihe die in Frage kommenden Differenzen der Massen der verglichenen Gewichtstücke und benutzten Platten nach der Methode der kleinsten Quadrate berechnet, erhält man für die Beziehungen der einzelnen Kilogrammstücke zu einander und für die mittleren Fehler

dieser Beziehungen die in Spalte 5 und 6 der nächsten Tabelle Nr 2 enthaltenen Zahlen, während von den anderen Spalten die erste die Reihenummer, die zweite die Anzahl der vollständigen Wägungen in jeder Reihe, die vierte die Bezeichnung der verglichenen Kilogrammstücke nachweist. Die in der dritten Spalte stehenden Gewichte, welche den Zahlen in Spalte 5 zuzuschreiben sind, ergeben sich aus folgender Ueberlegung.

Tabelle 2.
Massendifferenzen der verglichenen Kilogrammstücke.

Nr. der Reihe	Anzahl der vollständigen Wägungen	Gewichte	Bezeichnung	Ausgleichung der einzelnen Reihen		Uebrigbleibende Fehler nach Gesamtausgleichung mg
				Differenz der Massen	Mittlere Fehler	
				mg	mg	
1	2	3	4	5	6	7
1	16	16	$B'' - \text{Fr. 22}$	- 2,158	$\pm 0,0037$	+ 0,008
2	8	8	$B'' - \text{Fr. 22}$	- 2,172	0,0112	- 0,006
3	12	12	$B'' - \text{Fr. 22}$	- 2,177	0,0056	- 0,011
1	4	4	$-(B'' - \text{Fr. 22}) + (B' - \text{Fr. 22})$	+ 1,703	0,0098	- 0,055
2	4	4	$-(B'' - \text{Fr. 22}) + (B' - \text{Fr. 22})$	+ 1,803	0,0061	+ 0,045
1	4	4	$B' - \text{Fr. 22}$	- 0,401	0,0059	+ 0,007
2	4	4	$B' - \text{Fr. 22}$	- 0,441	0,0115	- 0,033
1	8	8	$(W - \text{Fr. 22}) - (St - \text{Fr. 22})$	+ 33,869	0,0079	+ 0,006
2	16	16	$(W - \text{Fr. 22}) - (St - \text{Fr. 22})$	+ 33,860	0,0075	- 0,003
1	8	2	$W - \text{Fr. 22}$	+ 20,023	0,0259	+ 0,012
2	8	2	$W - \text{Fr. 22}$	+ 20,017	0,0122	+ 0,006
1	10	2,5	$St - \text{Fr. 22}$	- 13,902	0,0148	- 0,050
2	8	2	$St - \text{Fr. 22}$	- 13,776	0,0114	+ 0,076
3	4	1	$St - \text{Fr. 22}$	- 13,809	0,0205	+ 0,043
1	8	2	$-(B'' - \text{Fr. 22}) + (St - \text{Fr. 22})$	- 11,703	0,0118	- 0,017
1	8	2	$-(B' - \text{Fr. 22}) + (W - \text{Fr. 22})$	+ 20,402	0,0131	- 0,017
1	8	2	$-(B'' - \text{Fr. 22}) + (W - \text{Fr. 22})$	+ 22,180	0,0171	+ 0,003
1	8	2	$-(B' - \text{Fr. 22}) + (St - \text{Fr. 22})$	- 13,497	$\pm 0,0160$	- 0,053

Die ersten 9 Zeilen der Tabelle 2 enthalten Angaben für Gewichtsstücke, die gegen einander eine relativ geringe Volumendifferenz aufweisen, die folgenden 9 dagegen solche für Gewichtsstücke, deren Volumendifferenz im Gegentheil ziemlich bedeutend ist. Bildet man aus den mittleren Fehlern dieser beiden Gruppen Mittelwerthe unter Berücksichtigung der den Zahlen in Spalte 2 proportional zu setzenden Gewichte dieser mittleren Fehler, so erhält man

für die erste Gruppe: Mittlere Fehler = $\pm 0,0070$, Gewicht 19
 „ „ zweite „ „ „ = $\pm 0,0155$, „ 17,5.

Hiernach muss man dem Ergebniss einer vollständigen Wägung in der ersten Gruppe mindestens das vierfache Gewicht beimessen, wie dem einer solchen der zweiten Gruppe. Diesem Hinweis entsprechend sind die in vorstehender Tabelle 2 in Spalte 3 zusammengestellten Gewichte berechnet. Gleicht man nunmehr unter Benutzung dieser Gewichte die 18 Gleichungen aus, so erhält man

$$\begin{aligned} B'' - \text{Fr. 22} &= - 2,166 \pm 0,003 \text{ mg,} \\ B' - \text{Fr. 22} &= - 0,408 \pm 0,004 \text{ ,,} \\ W - \text{Fr. 22} &= + 20,010 \pm 0,005 \text{ ,,} \\ St - \text{Fr. 22} &= - 13,852 \pm 0,005 \text{ ,,} \end{aligned}$$

als Beziehungen für die verglichenen Kilogramme zu dem neuen Prototyp. Zufolge der Angaben in der Einleitung (S. 10) ist

$$\text{Fr. 22} = 1 \text{ kg} + 0,053 \text{ mg} \pm 0,002 \text{ mg,}$$

also haben wir schliesslich als absolute Gleichungen für die 4 Kilogramme:

$$\begin{aligned} B'' &= 1 \text{ kg} - 2,113 \text{ mg} \pm 0,004 \text{ mg,} \\ B' &= 1 \text{ ,,} - 0,461 \text{ ,,} \pm 0,004 \text{ ,,} \\ W &= 1 \text{ ,,} + 20,063 \text{ ,,} \pm 0,005 \text{ ,,} \\ St &= 1 \text{ ,,} - 13,799 \text{ ,,} \pm 0,005 \text{ ,,} \end{aligned}$$

2. Wahrscheinliche Genauigkeit der Massenbestimmungen.

Wir haben nunmehr zu untersuchen, welche Genauigkeit den vorstehend aufgeführten Endergebnissen zuzuschreiben ist.

1. Die rechnermässigen mittleren Fehler der Endergebnisse können nur als durchaus zufriedenstellend bezeichnet werden, sie übersteigen nicht ein halbes Hunderttheil des Milligramm. Da ferner die Endergebnisse aus 18 von einander unabhängigen Wägungsreihen ermittelt sind, und die Reductionen auf Massenbestimmungen innerhalb sehr weiter Grenzen (von 1 mg bis 90 mg) schwankten, darf man aus der Kleinheit dieser mittleren Fehler auch einen recht günstigen Schluss auf die thatsächliche Genauigkeit ziehen.

2. Noch mehr eingenommen werden wir durch die Betrachtung der in Spalte 7 der Tabelle Nr. 2 zusammengestellten übrigbleibenden Fehler der Gesamtausgleichung der 18 Wägungsreihen. Naturgemäss sind diese grösser als die mittleren Fehler der Ergebnisse der einzelnen Wägungsreihen; sie überschreiten aber selbst in denjenigen Reihen, die sich auf Vergleichung von Kilogrammen sehr verschiedenen Volumens beziehen, 0,076 mg nicht. Man darf ein Kilogramm aus Messing als durch ein Kilogramm aus Platin oder Platin-Iridium schon sehr gut bestimmt ansehen, wenn der mittlere Fehler nicht mehr beträgt als 0,1 mg. Hier wird diese Grenze selbst von den einzelnen übrigbleibenden Fehlern nicht erreicht. Die durchschnittlichen

Beträge der übrigbleibenden Fehler für die früher bezeichneten beiden Gruppen von Wägungsreihen sind

mit Rücksicht auf die Zeichen

Gruppe I: $-0,0026$ mg,

Gruppe II: $+0,0001$ „

ohne Rücksicht auf die Zeichen

Gruppe I: $\pm 0,0126$ mg,

Gruppe II: $\pm 0,0314$ „

Diese Zahlen können nur als unerheblich bezeichnet werden. Die Ausgleichung der übrigbleibenden Fehler ist in der Gruppe II besser als in der Gruppe I, die durchschnittliche Grösse der Fehler stellt sich jedoch für die Gruppe I viel günstiger als für die Gruppe II. Jedenfalls ist aber eine systematische Abweichung der Ergebnisse der beiden Gruppen von Wägungen aus den übrigbleibenden Fehlern mit Sicherheit nicht zu entnehmen. Es herrscht also Uebereinstimmung zwischen Wägungsreihen mit Gewichtsstücken von geringer Volumenverschiedenheit und solchen mit Gewichtsstücken von sehr grosser Volumenabweichung, und dadurch ist nachträglich die sonst vielleicht befremdliche Gesamtausgleichung von zwei hinsichtlich der ihnen von vornherein zuzuschreibenden Genauigkeit so stark verschiedenen Gruppen von Ergebnissen gerechtfertigt.

3. Einen weiteren Anhalt für die Beurtheilung der rechnermässig erreichten Genauigkeit gewinnen wir durch die Untersuchung der Fehler in den einzelnen Wägungsreihen. Die mittleren Fehler der Endergebnisse (Spalte 6 der Tabelle 2) sind auch hier relativ gering, da sie nicht über 0,026 steigen. Dass sie jedoch für die beiden Gruppen von Wägungsreihen in der Grösse nicht unerheblich verschieden sind, ist bereits bemerkt. Gehen wir zu den (in Spalte 3 der Tabelle Nr. 1 verzeichneten) übrigbleibenden Fehlern in den einzelnen Wägungsreihen über, so sind auch diese selbstverständlich in den Wägungsreihen der zweiten Gruppe erheblich grösser als in denen der ersten Gruppe, und wir haben sie jedenfalls für die beiden Gruppen getrennt zu betrachten. Einfluss auf die Grösse der übrigbleibenden Fehler können nun haben: die Veränderungen der Luftgewichtsreduction, diejenigen der Temperatur und die der Empfindlichkeit der Waage von vollständiger Wägung zu vollständiger Wägung. Sodann jedoch auch die Schwankungen, welche Luftgewicht, Temperatur und Empfindlichkeit innerhalb einer vollständigen Wägung selbst erfahren haben. Wir betrachten erst den Einfluss der ersten Veränderungen.

4. Hinsichtlich des Luftgewichts kommen die Wägungen der ersten Gruppe nicht in Betracht, weil hier die Veränderungen von Wägung zu

Wägung nur wenige Hunderttheile des Milligramm betragen. Von den Wägungen der zweiten Gruppe genügt es, solche Reihen herauszugreifen, welche erheblichere Veränderungen des Luftgewichts aufweisen. Wir wählen die erste Reihe unter V, die entsprechende unter VI und die Reihe unter VII der Tabelle Nr. 1. Ordnen wir in diesen die übrigbleibenden Fehler nach steigendem Luftgewicht, so ergeben sich unter Zusammenziehung der Zahlen für nahezu gleiche Luftgewichte:

	1			2			3	
Luftgewicht in mg	90,0	91,5	83,9	85,2	86,4	88,2	85,1	87,2
übrigbleibende Fehler in 0,001 mg	+6	-2	-26	+36	0	-9	-46	-11.

Hieraus kann wohl ohne Weiteres der Schluss gezogen werden, dass die Schwankungen des Luftgewichts zwischen den einzelnen vollständigen Wägungen einen bestimmten Einfluss auf den Gang der übrigbleibenden Fehler nicht gehabt haben.

Was den Einfluss der Temperatur anbetrifft, so müsste dieser, wenn er vorhanden wäre, am stärksten hervortreten in der schon benutzten Reihe 1 der Wägungen unter VI der Tabelle Nr. 1. Ordnen wir darin die übrigbleibenden Fehler nach mittleren Temperaturen, so ergibt sich:

Temperatur	8,6	13,1	14,6	17,2	18,6
übrigbleibende Fehler mit Zeichenberücksichtigung	- 9	+ 2	- 2	+ 36	- 26
„ „ ohne „	34	6	62	36	26.

In diesen Zahlen ist sicher ein Zusammenhang nicht zu erkennen. Gleiches gilt von den anderen Reihen.

Die Empfindlichkeit ist innerhalb einer einzelnen Reihe nur zweimal geändert worden, nämlich in der zweiten Reihe unter IV. Darin haben wir in 0,001 mg

Empfindlichkeit 1 <i>pars</i> =	15	47	63,
übrigbleibender Fehler ohne Zeichenberücksichtigung	20	25	16,

also keinen Zusammenhang. Ordnen wir ferner die mittleren Fehler der Ergebnisse der einzelnen Reihen nach der mittleren Empfindlichkeit innerhalb dieser Reihen, so folgt (s. Tabelle 1 und 3) in 0,0001 mg

	Gruppe I			Gruppe II		
mittlere Empfindlichkeit 1 <i>pars</i> =	1793	753	465	2070	748	438
mittlere Fehler	79	68	85	203	150	143.

Auch aus diesen Zahlenreihen lässt sich ein bestimmter Schluss auf die Abhängigkeit der Genauigkeit der Ergebnisse von der Empfindlichkeit der Waage nur aus den Zahlen der zweiten Gruppe entnehmen. Doch scheint eine Empfindlichkeit von 0,06 bis 0,08 mg pro *pars* der benutzten Skale für die Genauigkeit der Ergebnisse die zweckmässigste gewesen zu sein, ein

Schluss, den übrigens die Wägungen innerhalb der einzelnen Reihen bestätigen. Es sei hierzu bemerkt, dass ein Ausschlag der Waage um 1 *pars* an der Skale einer Winkelbewegung des Balkens von 1 Bogenminute entspricht.

5. Wir kommen zu denjenigen Einflüssen auf die Wägungsergebnisse, welche von Schwankungen des Luftgewichts, der Temperatur und Empfindlichkeit von Theilwägung zu Theilwägung innerhalb der einzelnen vollständigen Wägungen herrühren. Diese Schwankungen sind in den Spalten 10 bis 12 der Tabelle 1 verzeichnet. Bildet man ihre Mittelwerthe für die einzelnen Reihen mit Berücksichtigung der Zeichen und ohne Berücksichtigung der Zeichen, so ergeben sich die Zahlen der nachstehenden Tabelle 3.

Tabelle 3.

Mittlere Veränderungen des Luftgewichts, der Temperatur und der Empfindlichkeit.

Reihe	Mittlere Veränderungen					
	mit Berücksichtigung des Zeichens			ohne Berücksichtigung des Zeichens		
	des Luftgewichts in mg	der Temperatur	der Empfindlichkeit in mg	des Luftgewichts in mg	der Temperatur	der Empfindlichkeit in mg
1	0,000	+ 0,08	— 0,0063	0,001	0,08	0,0160
2	+ 0,001	+ 0,04	— 0,0051	0,001	0,04	0,0065
3	0,000	+ 0,04	+ 0,0035	0,000	0,04	0,0047
4	+ 0,001	+ 0,03	0,0000	0,001	0,03	0,0036
5	+ 0,001	+ 0,05	— 0,0005	0,001	0,05	0,0068
6	+ 0,001	+ 0,03	— 0,0097	0,001	0,03	0,0097
7	+ 0,001	+ 0,04	— 0,0059	0,001	0,04	0,0086
8	+ 0,002	+ 0,09	— 0,0091	0,002	0,09	0,0136
9	0,000	+ 0,03	+ 0,0007	0,002	0,04	0,0062
10	— 0,018	+ 0,07	+ 0,0223	0,044	0,07	0,0691
11	+ 0,014	+ 0,02	+ 0,0015	0,019	0,02	0,0093
12	— 0,028	+ 0,06	+ 0,0076	0,042	0,08	0,0554
13	+ 0,029	+ 0,07	+ 0,0082	0,030	0,07	0,0153
14	+ 0,008	+ 0,03	+ 0,0066	0,035	0,03	0,0111
15	— 0,027	+ 0,05	+ 0,0016	0,034	0,05	0,0060
16	— 0,007	+ 0,04	+ 0,0043	0,022	0,04	0,0051
17	— 0,014	+ 0,03	+ 0,0048	0,020	0,03	0,0077
18	— 0,019	+ 0,05	— 0,0042	0,019	0,05	0,0067

Was nun zunächst die Schwankungen selbst anbetrifft, so kommen diejenigen des Luftgewichts naturgemäss wieder nur in den Wägungen der zweiten Gruppe in Betracht. In denen der ersten Gruppe erreichen sie innerhalb der einzelnen Wägungen nur einmal den Betrag von 0,006 mg, sonst bleiben sie

unterhalb 0,003 mg. In den Mittelwerthen für die einzelnen Reihen steigen sie selbst dem absoluten Betrage nach nur bis auf 0,002 mg. In den einzelnen Wägungen der zweiten Gruppe steigen sie einmal freilich bis zu 0,178 mg, in allen andern Fällen bleiben sie jedoch unterhalb 0,083 mg, während ihre Mittelwerthe für die einzelnen Reihen, ohne Berücksichtigung des Zeichens nur 0,044 mg, mit Berücksichtigung des Zeichens nur 0,029 mg erreichen. Durchschnittlich nimmt das Luftgewicht innerhalb der Wägungen der ersten Gruppe während der Wägung zu, innerhalb der zweiten dagegen ab.

Die Schwankungen der Lufttemperatur gehen stets in dem nämlichen Sinne vor sich, indem die Temperatur fast ausnahmslos während einer vollständigen Wägung zugenommen hat. Die Zunahme in den einzelnen Wägungen geht nur einmal bis zu 0,22°, sonst nur selten bis zu 0,1° C. Die durchschnittliche Zunahme in den einzelnen Reihen erreicht 0,1° nicht. Ein Unterschied zwischen den beiden Wägungsgruppen ist, wie zu erwarten steht, nicht vorhanden.

Endlich die Schwankungen der Empfindlichkeit erreichen innerhalb der einzelnen Wägungen sehr erhebliche Beträge und steigen sogar bis zur Hälfte der Zahl für die Empfindlichkeit selbst an. Mit der Grösse der Empfindlichkeit zeigen sie insofern einen Zusammenhang, als sie im Allgemeinen mit wachsender Empfindlichkeit dem absoluten Betrage nach abnehmen, wie aus der folgenden Zusammenstellung erhellt,

	Gruppe I			Gruppe II		
Empfindlichkeit 1 <i>pars</i> =	1793	753	465	2070	748	438
Schwankung } ohne Zeichenberücksichtigung	136	103	53	622	68	102
} mit	- 91	- 56	- 2	+ 149	+ 7	+ 51,

in welcher die Zahlen Zehntausendtheile des Milligramm angeben. Eine besondere Erwähnung aber verdient die Thatsache, dass innerhalb der Wägungen der ersten Gruppe die Schwankungen der Empfindlichkeit durchschnittlich im entgegengesetzten Sinne geschehen sind als in denen der zweiten; hier nahm die Empfindlichkeit zu, dort dagegen nahm sie ab. Wodurch dieses entgegengesetzte Verhalten der beiden Wägungsgruppen bewirkt worden ist, hat nicht ermittelt werden können.

6. Zur richtigen Beurtheilung der Schwankungen, insbesondere der Lufttemperatur und der Empfindlichkeit, kann nachfolgender Hinweis dienen. Die Wägungsreihen sind nicht alle unter gleichen äusseren Verhältnissen ausgeführt. Zunächst ist, wie im beschreibenden Theil dieses Abschnitts (S. 154) bereits angegeben, zwischen diesen Reihen eine Versteifung des Balkens vorgenommen worden. Vor Anbringung dieser Versteifung fallen die Reihen 1, 8, 10, 12. Nun lehrt ein Blick auf die Angaben in Tabelle 3, dass allerdings diese Reihen die grössten Schwankungen der Empfindlichkeit

aufweisen, da jedoch zugleich innerhalb dieser Reihen nur geringe Empfindlichkeit zur Anwendung gekommen ist, kann hieraus ein Schluss auf Mangel an Stabilität der Waage vor erfolgter Versteifung nicht wohl gezogen werden. Nach der Versteifung ist die Waage während der Reihen 2, 11, 13, 14 ohne neue Justirung der Schneiden benutzt worden. Dieses scheint nicht ohne Einwirkung geblieben zu sein. In der That zeichnen sich die Schwankungen der Empfindlichkeit innerhalb dieser Reihen im Verhältniss zu den noch übrigen Reihen durch besondere Grösse aus, wie namentlich in den Reihen 11, 13, 14 hervortritt. Da diese Reihen der zweiten Gruppe angehören und zugleich grösserer Empfindlichkeit entsprechen, ist auf diese Weise vielleicht das auffallende, aus den Zahlen auf S. 180 unter 5 zu entnehmende, Wiederaanwachsen der absoluten Empfindlichkeitsschwankungen bei der grössten Empfindlichkeit innerhalb der Gruppe II der Wägungen zu erklären. Ein zweiter Umstand besteht darin, dass die Reihe 9 und sämtliche vorgenannten Reihen von Wägungen bei freistehender Waage ausgeführt sind, während bei den übrigen, ausschliesslich der Reihe 4, ein einfacher, bei der letztgenannten ein doppelter Metallschirm die Waage rings umgab. Von diesem müssen wir erwarten, dass er einen Einfluss hauptsächlich auf die Schwankung der Temperatur gehabt haben wird. Wirklich finden wir diese Schwankung bei ungeschützter Waage im Durchschnitt gleich 0,054, bei geschützter 0,040, bei doppeltgeschützter 0,030, also mit zunehmendem Schutz abnehmend. Doch ist einerseits die Grösse der Schwankung selbst, und andererseits ihre Abnahme nicht so erheblich, dass gegen die Wägungen bei ungeschützter Waage ein Einwand entstehen könnte. Die Schutzhüllen haben dazu beigetragen, die an sich schon nicht bedeutende Temperaturschwankung noch weiter herabzusetzen. Auch bestand ihre Hauptaufgabe darin, die Temperatur innerhalb der Waage möglichst auszugleichen und locale Temperaturverschiedenheiten möglichst auszuschliessen.

7. Unterziehen wir hiernach das Verhältniss der rechnerisch ermittelten Fehler der Wägungen zu den Schwankungen der drei vorbehandelten Elemente einer näheren Untersuchung, so zeigt sich in Bezug auf Luftgewicht und Lufttemperatur weder hinsichtlich der mittleren Fehler der Mittelwerthe der Ergebnisse der einzelnen Wägungsreihen, noch hinsichtlich der übrigbleibenden Fehler der Gesamtausgleichung irgend ein Zusammenhang. Auch eine Abhängigkeit von den Schwankungen der Empfindlichkeit ist mit Sicherheit nicht zu erschliessen und kann nur darum als wahrscheinlich vorhanden bezeichnet werden, weil diese Schwankungen zu der Grösse der Empfindlichkeit selbst in Beziehung stehen sollen, letztere aber, wie früher bemerkt, anscheinend einigen Zusammenhang mit den mittleren Fehlern der Ergebnisse der Wägungsreihen aufweisen.

Was aber die übrigbleibenden Fehler der einzelnen vollständigen Wägungen innerhalb der einzelnen Reihen anbetrifft, so hat auch hier die mannigfachste Anordnung nach den einzelnen Schwankungen und deren Grösse weder hinsichtlich des Sinnes noch des durchschnittlichen Betrages etwas Besonderes erkennen lassen. Lediglich eine Zunahme der Fehlerbeträge mit wachsender Empfindlichkeitsschwankung, was nach dem Vorstehenden zu erwarten war, konnte, wenngleich nicht mit voller Sicherheit, ermittelt werden.

8. Nicht ganz so günstig fällt eine Untersuchung nach der folgenden Richtung aus. In jeder vollständigen Wägung sind, wie bemerkt, die Theilwägungen symmetrisch zur Mitte angeordnet. Corrigirt man die Ergebnisse der Theilwägungen für die inzwischen etwa eingetretenen Veränderungen des Luftgewichts, so müsste man, falls andere Veränderungen an der Waage, der Lage der Gewichte und der Ablesungseinrichtung nicht eingetreten sind, für die zwei symmetrisch liegenden, einander entsprechenden Wägungsergebnisse gleiche Werthe erhalten, abgesehen von den zufälligen Fehlern. Dieses ist nun bei den hier behandelten Wägungen nicht der Fall. In der folgenden Tabelle 4 sind in Spalte 4 und 5 die Differenzen der entsprechenden, in der angegebenen Weise bereits corrigirten Einzelergebnisse innerhalb der vollständigen Wägungen in durchschnittlichen Werthen sowohl mit Berücksichtigung des Zeichens, als auch ohne Berücksichtigung des Zeichens enthalten. Die Spalte 3 giebt die Nummern der Theilwägungen einer vollständigen Wägung in der Folge der wachsenden Zahlen, so dass beispielsweise in einem Falle VIII das Ergebniss der letzten, I dasjenige der ersten Wägung andeutet. Nur die vollständigen Wägungen der ersten Reihe enthalten 8 Theilwägungen, alle anderen sind nur aus 6 solchen Wägungen zusammengesetzt. Die Angaben in den anderen Spalten sind durch die Ueberschriften hinlänglich gekennzeichnet.

Die Zahlen für die durchschnittlichen Differenzen der 4 zuerst aufgeführten Reihen 1, 8, 10, 12 weisen ein anderes Verhalten auf, als diejenigen der 14 folgenden. Zunächst sind sie an sich durchschnittlich viel kleiner, als die der folgenden Reihen. Bei Berücksichtigung des Zeichens steigen sie nur bis zu 0,035 mg, während in den anderen Reihen sich Beträge bis zu 0,177 mg vorfinden. Sodann ist auch der Gang dieser Zahlen entgegengesetzt demjenigen der anderen. Sie gehen mit abnehmendem Abstand der zu einander zugehörigen Einzelwägungen aus dem Positiven ins Negative über, während die der anderen umgekehrt durchschnittlich aus dem Negativen ins Positive schreiten.

Nun sind die Wägungen in den zuerst aufgeführten Reihen bei unversteiftem Balken vorgenommen, die folgenden dagegen bei ver-

Tabelle 4.

Reihe	Vergleichung von	Mittlere Differenz symmetrischer Wägungen: in mg			Ab- weichungen der Zahlen unter 4 von Durch- schnitts- werthen	Bemerkungen
		Nummer	alge- braisch	absolut		
1	2	3	4	5	6	7
1	<i>B''</i> mit <i>Pr.</i> 22	VIII—I	+ 0,008	0,057		Waagebalken nicht versteift. Waage ohne Schirm. " " "
		VII—II	+ 0,002	0,066		
		VI—III	— 0,005	0,071		
		V—IV	— 0,010	0,031		
8	<i>W</i> mit <i>St</i>	VI—I	+ 0,031	0,071		"
		V—II	+ 0,033	0,051		"
		IV—III	— 0,009	0,051		"
10	<i>W</i> mit <i>Pr.</i> 22	VI—I	+ 0,023	0,049		"
		V—II	— 0,012	0,086		"
		IV—III	+ 0,041	0,106		"
12	<i>St</i> mit <i>Pr.</i> 22	VI—I	+ 0,035	0,100		"
		V—II	— 0,026	0,074		"
		IV—III	— 0,009	0,061		"
13	<i>St</i> mit <i>Pr.</i> 22	VI—I	— 0,126	0,126	+ 0,025	Waagebalken versteift. Schneiden nicht neu justirt. Waage ohne Schirm.
		V—II	— 0,059	0,080	+ 0,006	
		IV—III	+ 0,013	0,028	— 0,017	
11	<i>W</i> mit <i>Pr.</i> 22	VI—I	— 0,087	0,134	— 0,014	"
		V—II	— 0,050	0,061	— 0,003	"
		IV—III	— 0,015	0,036	+ 0,011	"
2	<i>B''</i> mit <i>Pr.</i> 22	VI—I	— 0,055	0,082	— 0,046	"
		V—II	— 0,030	0,065	— 0,023	"
		IV—III	+ 0,016	0,029	— 0,020	"
14	<i>St</i> mit <i>Pr.</i> 22	VI—I	— 0,008	0,055	— 0,093	"
		V—II	— 0,082	0,082	+ 0,029	"
		IV—III	— 0,060	0,032	+ 0,056	"
9	<i>W</i> mit <i>St</i>	VI—I	— 0,020	0,091	— 0,081	Waagebalken versteift. Schneiden neu justirt. Waage ohne Schirm.
		V—II	— 0,016	0,096	— 0,037	
		IV—III	— 0,012	0,042	+ 0,008	
3	<i>B''</i> mit <i>Pr.</i> 22	VI—I	— 0,177	0,177	+ 0,076	" " " " Waage mit einem Schirm umgeben.
		V—II	— 0,104	0,104	+ 0,051	
		IV—III	— 0,015	0,040	+ 0,011	
16	<i>B''</i> mit <i>St</i>	VI—I	— 0,102	0,152	+ 0,001	"
		V—II	— 0,022	0,037	— 0,031	"
		IV—III	— 0,027	0,060	+ 0,023	"

Reihe	Vergleichung von	Mittlere Differenz symmetrischer Wägungen: in mg			Ab- weichungen der Zahlen unter 4 von Durch- schnitts- werthen	Bemerkungen
		Nummer	alge- braisch	absolut		
1	2	3	4	5	6	7
7	<i>B'</i> mit Pr. 22	VI—I	-0,125	0,177	+0,024	Waagebalken versteift. Schneiden neu justirt. Waage mit einem Schirm umgeben.
		V—II	-0,057	0,074	+0,004	
		IV—III	-0,020	0,020	+0,016	
6	<i>B'</i> mit Pr. 22	VI—I	-0,151	0,151	+0,050	„
		V—II	-0,024	0,081	-0,029	
		IV—III	+0,059	0,059	-0,063	
7	<i>B'</i> mit <i>W</i>	VI—I	-0,127	0,137	+0,026	„
		V—II	-0,042	0,053	-0,011	
		IV—III	+0,040	0,040	-0,044	
15	<i>B''</i> mit <i>W</i>	VI—I	-0,143	0,143	+0,042	„
		V—II	-0,066	0,066	+0,013	
		IV—III	-0,040	0,040	+0,036	
5	<i>B'</i> mit <i>B''</i>	VI—I	-0,091	0,097	-0,010	„
		V—II	-0,082	0,090	+0,029	
		IV—III	+0,010	0,027	-0,014	
18	<i>B'</i> mit <i>St</i>	VI—I	-0,099	0,124	-0,002	„
		V—II	-0,055	0,060	+0,002	
		IV—III	+0,004	0,034	-0,008	
4	<i>B'</i> mit <i>B''</i>	VI—I	-0,096	0,096	-0,005	„
		V—II	-0,059	0,076	+0,006	
		IV—III	-0,003	0,031	-0,001	

steiftem. Die Versteifung hat daher anscheinend zur Folge gehabt, dass erstens die Differenzen der entsprechenden Einzelwägungen erheblich angewachsen sind, zweitens, dass der Gang dieser Differenzen ins Entgegengesetzte überging. Das letztere hat keine besondere Bedeutung für die Sicherheit der Wägungen, das erstere aber scheint die vorgenommene Versteifung als sehr unzweckmässig hinzustellen. Indessen ist dabei noch Folgendes zu beachten. Aenderungen der Gleichgewichtslage der Waage haben, wenn sie systematisch verlaufen und der Zeit proportional fortschreiten, auf das Endergebniss der vollständigen Wägung sicher keinen Einfluss. Systematisch scheinen nun die hier behandelten Aenderungen allerdings zu sein, ob sie aber der Zeit proportional gehen, ist nicht ohne Weiteres angebar. Es erhellt dies namentlich, wenn man diese Aenderungen im Durchschnitt aus allen Wägungsreihen, ausschliesslich der 4 zuerst aufgeführten, berechnet.

Man findet:

$$\begin{array}{ccc} \text{VI—I} & \text{V—II} & \text{IV—III} \\ -0,101 & -0,053 & -0,004 \text{ mg.} \end{array}$$

Die mittleren Fehler dieser Zahlen sind bezw. $\pm 0,013$, $\pm 0,007$, $\pm 0,008$. Davon betragen also die beiden ersten nur $\frac{1}{8}$ der Zahlen selbst; die letzte freilich ist doppelt so gross wie die zugehörige Zahl, doch ist diese Zahl selbst verschwindend klein.

Die systematische Aenderung der Ergebnisse von Wägung zu Wägung ergibt sich aus diesen 3 Zahlen einzeln berechnet zu: $-0,0202$, $-0,0177$, $-0,004$. Das Mittel aus allen würde sein $-0,0128$. Da dieser Betrag von der nämlichen Grössenordnung ist wie der wahrscheinliche Fehler der letzten der drei obigen Zahlen, so können wir schliessen: Entweder ist die bezeichnete Aenderung der Zeit proportional vor sich gegangen, oder es ist dieses nicht geschehen, und es hat die Aenderung von der Mitte einer vollständigen Wägung nach beiden Seiten hin stetig zugenommen. Im ersten Fall ist die Aenderung jedenfalls ohne Einfluss auf das Endergebniss geblieben. Im zweiten könnte sie freilich dieses Endergebniss systematisch beeinträchtigt haben. Da indessen die gefundene Aenderung von Wägung zu Wägung zwischen der dritten und vierten Wägung durchschnittlich verschwindend klein ist und diejenige zwischen der ersten und sechsten fast so gross wie die zwischen der zweiten und fünften ist, so kann man im zweiten Falle die Verhältnisse auch so betrachten, als ob zwischen der dritten und vierten Wägung überhaupt keine solche Aenderung vorgegangen ist und als ob die Aenderungen zwischen der ersten und zweiten, zweiten und dritten, vierten und fünften, fünften und sechsten einander nahezu gleich (nämlich gleich $-0,0189$) gewesen sind.

Nun genügt für die Neutralisirung derartiger Aenderungen im Endergebniss der vollständigen Wägung, wenn zwischen der zweiten und dritten Wägung keine andere Aenderung vorgegangen ist, wie zwischen der vierten und fünften, und zwischen der ersten und zweiten keine andere wie zwischen der fünften und sechsten.

Bezeichnen wir hiernach die Gesamtänderungen mit $\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4, \delta_5$, so wäre hiernach, gemäss dem obigen Ergebniss und dieser Forderung:

$$\begin{aligned} \delta_2 &= \delta_3, & 5(\delta_4 - \delta_1) &= 3\delta_5; \\ \frac{\delta_1 + \delta_4}{2} &= \frac{\delta_2 + \delta_3}{2}, & \frac{\delta_1 + \delta_4}{2} &= \frac{\delta_5}{2} \end{aligned}$$

und diese 4 Gleichungen führen zu folgendem Schema der Aenderungen:

$$\begin{array}{cccccc} \text{I} & \text{II} & \text{III} & \text{IV} & \text{V} & \text{VI} \\ 0 & \delta_1 & \frac{5}{2} \delta_1 & \frac{5}{2} \delta_1 & 4\delta_1 & 5\delta_1. \end{array}$$

Die grössten Aenderungen gehen hiernach vor zwischen der Wägung

II und III und zwischen derjenigen IV und V und diese Aenderungen überschreiten den unter Voraussetzung der Proportionalität ihnen zukommenden Betrag um die Hälfte. Die anderen Aenderungen geschehen, wie wenn sie der Zeit proportional eingetreten wären. Nun findet aber zwischen den Wägungen II und III bzw. IV und V die Vertauschung der Gewichte statt, ferner zwischen den Wägungen I und II bzw. V und VI Abnehmen und Aufsetzen der Empfindlichkeitsgewichte. Dagegen wird zwischen den Wägungen III und IV keine andere Operation vorgenommen als mit dem Arretiren und Wiederloslassen der Waage verbunden ist. Hiernach kann man wohl behaupten, dass der vorstehend angenommene Gang der Aenderungen in der Gleichgewichtslage der Waage demjenigen der Operationen zwischen den einzelnen Wägungen durchaus angemessen ist. Und hieraus wiederum ist eine gewisse Wahrscheinlichkeit dafür zu entnehmen, dass die Aenderungen, auch wenn der zweite Fall stattgefunden haben sollte, auf das Endergebniss einer vollständigen Wägung im Durchschnitt nicht von besonderem Einfluss gewesen sind.

Es ist noch von Interesse, zu untersuchen, wie sich die Aenderungen innerhalb der einzelnen Reihen geltend gemacht haben. Die Angaben in der Tafel 4 zeigen, dass die Einzelzahlen von den vorstehend angegebenen Durchschnittszahlen unter Umständen nicht unerheblich abweichen. Namentlich betrifft dieses die Zahlen für die Reihe 14 der Wägungen; die Abweichungen gegen die Durchschnittszahlen betragen hier $-0,090$, $+0,031$, $+0,065$. In allen anderen Reihen sind die Abweichungen geringer. Ein Unterschied derjenigen Wägungen, welche nach Justirung der Schneiden ausgeführt sind, gegen diejenigen, welche man vor dieser Justirung vorgenommen hat, ist mit Bestimmtheit nicht zu ersehen. Auch ein Zusammenhang mit den in Tabelle 3 verzeichneten Aenderungen der Empfindlichkeit und Temperatur ist nicht zu entnehmen. Endlich besteht anscheinend auch kein Zusammenhang mit den in Tabelle 2 angegebenen mittleren und übrigbleibenden Fehlern, was wiederum zu Gunsten der Annahme einer Ausgleichung der behandelten Aenderungen in den Endergebnissen spricht.

9. Noch grösser und variabler als die Aenderungen der Gleichgewichtslage der Waage im Durchschnitt der Wägungen einer Reihe sind diejenigen innerhalb einer einzelnen vollständigen Wägung. Sie sämmtlich vorzuführen ist nicht erforderlich. Es genügen hierfür die folgenden Angaben über die grössten Beträge und die Häufigkeit derselben:

Zwischen 0,5 u. 0,4	0,4 u. 0,3	0,3 u. 0,2	0,2 u. 0,1	0,1 u. 0,0 mg	
liegen	1	5	18	90	316 Differenzen.

Der Gang dieser Zahlen entspricht ziemlich genau dem Gesetz für die Häufigkeit zufälliger Fehler, wiewohl wir gesehen haben, dass die Differenzen nicht lediglich zufälliger Art sind. Unter den 430 Differenzen ist nur eine, welche

fast 0,5 mg erreicht, und sind nur 24, welche 0,2 mg übersteigen. Die anderen 405 liegen unterhalb 0,2 mg. Zu bemerken ist, dass auch in der durch die Kleinheit der durchschnittlichen Differenzen sich auszeichnenden Reihe 1 im Einzelnen unter 64 Differenzen 12 enthalten sind, welche 0,1 mg übersteigen, darunter 3, die bis zu 0,17 mg heranreichen.

10. Ueber die Entstehung dieser Differenzen innerhalb der einzelnen Wägungen lässt sich eine bestimmte Ansicht einstweilen nicht aufstellen. Sie können begründet sein in Aenderungen 1. der Gleichgewichtslage der Waage, 2. des Verhältnisses der Hebellängen, 3. der Empfindlichkeit.

Aenderungen der Gleichgewichtslage haben wenig Wahrscheinlichkeit für sich. Sie könnten entstanden sein durch systematische Verschiebungen des Spiegels an der Waage, des Prisma, des Fernrohrs mit der Skale, des Schwerpunkts des Waagebalkens und Gehänges (durch Verschiebung der Massen). Von allen diesen Einflüssen könnte lediglich der letztgenannte in Betracht kommen.

Aenderungen der zweiten Art würden eintreten durch stetiges Anwachsen oder Abnehmen des Temperaturverhältnisses, ferner des Durchbiegungsverhältnisses der beiden Arme des Waagebalkens, durch fortschreitend falsche Centrirung der Gewichte, endlich durch ungleiche Verschiebung der Endschneiden gegen die Mittelschneide. Gegen die erste und dritte dieser Annahmen spricht der Umstand, dass die erheblichen Aenderungen der Wägungsergebnisse sich alsdann auch bei den Wägungen vor der Versteifung des Balkens hätten in gleicher Weise geltend machen müssen. Was insbesondere noch den etwaigen Einfluss der Temperatur anbetrifft, so hätte dieser vor Anbringung des die Waage umgebenden Schirms grösser sein müssen als nachher. Dieses ist aber, wie ein Blick auf die Zahlen der Tabelle 4 unter Berücksichtigung der Angaben in den Bemerkungen sofort erweist, so wenig der Fall, dass eher das Entgegengesetzte stattzufinden scheint. Mehr Wahrscheinlichkeit haben die zweite und vierte Annahme. Es ist einerseits möglich, dass die Versteifung auf die beiden Theile des Waagebalkens verschieden gewirkt hat, sei es, dass die Verbindung auf einer Seite nicht so fest gewesen ist als auf der anderen, so dass hier eine stärkere und mit der Zeit zunehmende Durchbiegung eintreten musste, sei es, dass mit der Versteifung auf beiden Seiten verschiedene Spannungen im Waagebalken entstanden sind, welche unter dem Einfluss der Belastung in verschiedener und mit der Zeit veränderlicher Weise gewirkt haben. Andererseits könnte auch die Sicherheit, mit der die Schneiden insbesondere die mit Correctureinrichtung versehenen Endschneiden, in ihren Lagern befestigt waren, auf beiden Seiten verschieden gewesen sein, so dass im Laufe der Wägungen eine der Schneiden sich mehr und mehr nach einer

Seite geneigt hat. In allen diesen Fällen würden wir es mit Erscheinungen zu thun haben, die Nachwirkungen ähnlich sind.

Fortschreitende Aenderungen der Empfindlichkeit endlich könnten gar wohl aus manchen Gründen, namentlich auch aus den vorstehend genannten, hervorgegangen sein. Irgend ein Mittel zur bestimmten Entscheidung, ob das eine oder das andere eingetreten ist, haben wir nicht. Bei der grossen Zahl von Möglichkeiten lässt sich kaum etwas anderes sagen, als dass wahrscheinlich die Waage im Verlaufe einer vollständigen Wägung auf die eine oder andere Art systematische Aenderungen ihres Hebelverhältnisses und ihrer Empfindlichkeit erfahren hat, wodurch die Abweichungen der Ergebnisse der Theilwägungen entstanden sind.

11. Ein letztes Kriterium für die Güte der Wägungen gewinnen wir aus den Ergebnissen für die Massendifferenz der Platten, auf welchen die Gewichte während der Wägungen gestanden haben.

Wir finden aus den einzelnen Reihen von Wägungen, und geordnet nach der Zeit, die in der nachfolgenden Tabelle Nr. 5 zusammengestellten Zahlen.

Tabelle 5.

Datum	Reihe der Wägungen	Massendifferenz mg	Abweichungen von Mittelwerthen mg	Bemerkungen
1	2	3	4	5
Crystallplatten				
$K_1 - K_2 =$				
21. VI. bis 4. VII. 90	1	+ 0,086	— 0,003	
16. I. „ 20. I. 92	10	+ 0,086	— 0,003	
21. I. „ 11. II. 92	12	+ 0,114	+ 0,025	
Messingplatten				
$P_1 - P_2 =$				
17. XI. „ 18. XI. 92	13	— 0,375	— 0,065	
19. XI. „ 21. XI. 92	11	— 0,297	+ 0,013	
23. XI. „ 24. XI. 92	2	— 0,326	— 0,016	
25. XI. „ 26. XI. 92	14	— 0,331	— 0,021	
11. IV. „ 19. IV. 93	9	— 0,289	+ 0,021	
20. IV. „ 26. IV. 93	3	— 0,252	—	Pinselhaar auf P_2 !
4. V. „ 9. V. 93	16	— 0,312	— 0,002	
15. V. „ 17. V. 93	7	— 0,295	+ 0,015	
16. V. „ 17. V. 94	6	— 0,317	— 0,007	
18. V. „ 22. V. 94	17	— 0,294	+ 0,016	
23. V. „ 26. V. 94	15	— 0,326	— 0,016	
28. V. „ 29. V. 94	5	— 0,285	+ 0,025	
30. V. „ 2. VI. 94	18	— 0,339	— 0,029	
5. VI. „ 6. VI. 94	4	— 0,342	— 0,032	

Eine systematische Aenderung der Massendifferenz der Platten im Laufe der Zeit ist mit Sicherheit nicht zu entnehmen. Für die Crystallplatten erhellt dieses aus den Angaben unmittelbar, für die Messingplatten ersieht man es durch Bildung der Mittel für die einzelnen Jahre; man findet:

	Nov. 92	Mai/Juni 93	Juni/Juli 94
Massendifferenz	— 0,331	— 0,292	— 0,316 mg.

Hiernach sind die mittleren Massendifferenzen (wobei die aus der 3. Reihe von Wägungen ermittelte Zahl wegen der in den Bemerkungen enthaltenen Feststellung ausgeschlossen wurde) unter Berücksichtigung der in Tabelle Nr. 2 verzeichneten Gewichte aus allen Zahlen gebildet. Die in Spalte 4. stehenden Zahlen geben die übrigbleibenden Fehler. Sie gehen bei den Crystallplatten bis zu 0,025 mg, bei den Messingplatten bis zu 0,065 mg. Der durchschnittliche Fehler der Ermittlung durch eine Wägungsreihe vom Gewicht 1 beträgt bei den Crystallplatten 0,005 mg, bei den Messingplatten 0,020 mg. In Anbetracht des Umstandes, dass die Massen der Platten selbst nicht erheblich, und dass ihre in Betracht kommenden Volumendifferenzen unbedeutend sind, hätte man vielleicht geringere Fehler erwarten dürfen. Da jedoch die Platten nicht für sich allein, sondern eben zugleich mit erheblichen Massen von zum Theil auch stark verschiedenem Volumen verglichen worden sind, können jene Fehler nur als unerheblich bezeichnet werden. Dazu kommt noch der Umstand, dass der Reinheit der Platten nicht in gleichem Maasse Sorgfalt gewidmet worden ist wie derjenigen der Gewichte, da die Platten lediglich die Stelle von Schalen vertraten; einige der grösseren Abweichungen von den Mittelwerthen können daher möglicherweise durch nicht bemerkte Unreinigkeiten auf den Platten verursacht sein. Es ist deshalb auch nicht — was sehr nahe lag — für die Berechnung der Massendifferenzen der Kilogrammstücke eine zweite Näherung ausgeführt, indem für die Massendifferenzen der beiden Plattenpaare deren in erster Näherung ermittelte Mittelwerthe in die Ergebnisse der einzelnen Reihen von Wägungen eingetragen und diese hernach nochmals ausgeglichen worden sind. Doch muss es auffallen, dass diejenige Reihe, welche den grössten übrigbleibenden Fehler für die Massendifferenz der Platten aufweist, zugleich auch den grössten übrigbleibenden Fehler für die betreffenden beiden Kilogrammstücke hat.

12. Das Endergebniss dieser Fehleruntersuchung können wir nunmehr wie folgt zusammenfassen:

1. Die Reduction der Wägungen auf solche im luftleeren Raum ist mit hinlänglicher Genauigkeit selbst bei Vergleichung von Gewichtsstücken von grosser Volumendifferenz ausgeführt. Schwankungen des Luftgewichts haben

in diesen Reductionen ausreichende Berücksichtigung gefunden und die Ergebnisse nicht beeinflusst.

2. Die Waage hat unter allen benutzten Temperaturen gleich gut gewirkt. Schwankungen der Temperatur haben allerdings und fast ausschliesslich in dem nämlichen Sinne stattgefunden, sie sind jedoch ziemlich unerheblich ausgefallen und auf die Wägungsergebnisse anscheinend ohne Einfluss geblieben.

3. Die Empfindlichkeit der Waage, wiewohl in ziemlich weiten Grenzen gelegen, ist stets eine ausreichende gewesen. Ihre Schwankungen haben im Sinne und im Betrage von den äusseren Umständen abgehungen und sind auch vielfach innerhalb der einzelnen Wägungen nicht unbeträchtlich gewesen, haben jedoch einen erheblicheren Einfluss auf die Genauigkeit der Ergebnisse nicht gehabt, wiewohl eine schwache Einwirkung nicht zu verkennen ist.

4. Systematische Fehler, herrührend von fortschreitenden Veränderungen an der Waage oder der Wägungseinrichtung, scheinen nicht vorgefallen zu sein.

Die für die Massen der Copieen des Kilogramm erhaltenen Zahlen sind also soweit gesichert, als es für wissenschaftliche Untersuchungen, selbst grösserer Genauigkeit, zur Zeit erforderlich ist.

3. Vergleichung mit früheren Annahmen über das Verhältniss zur Masseneinheit.

Bei der Vergleichung der nachstehend mitgetheilten und discutirten Ergebnisse für die aus dem neuen Prototyp abgeleiteten Massen der mit ihm gewogenen Kilogrammstücke haben wir unser Augenmerk besonders auf etwaige Abweichungen gegenüber früheren Annahmen über das Verhältniss zur Masseneinheit zu richten.

Mit dem Kilogramm der Archive unmittelbar verglichen sind nur die beiden Platinkilogramme B' und B'' , von denen ersteres, wie bereits angegeben, bis zu der am 26. April 1893 erfolgten gesetzlichen Einführung des neuen Deutschen Prototyps, das Urgewicht zuerst des Norddeutschen Bundes und dann des Deutschen Reiches gesetzlich gewesen ist.

Nach Artikel 5 der Maass- und Gewichtsordnung vom 17. August 1868 sollte nun die Masse des Kilogrammstücks B' sein gleich 0,999999842 Kilogramm, also um 0,158 mg weniger betragen als die Masse des Kilogrammstücks der Archive zu Paris. Da die Abweichung des gleichen Kilogrammstücks von der durch das neue internationale Prototyp verkörperten Masseneinheit dem Vorstehenden zufolge: $-0,461$ mg beträgt, so findet sich

eine Differenz der früheren Beziehung zur Masseneinheit gegen die jetzige von etwa 0,3 mg, um welche das Kilogrammstück B' nunmehr leichter erscheint als es im Jahre 1859/60 war.

Zur Erklärung dieser Differenz können drei Annahmen gemacht werden. Entweder sind die aus den Wägungen von 1859 abgeleiteten Ergebnisse um $\frac{3}{10}$ mg unrichtig, oder es besteht eine Abweichung der früheren Masseneinheit gegen die jetzige in der Weise, dass letztere um $\frac{3}{10}$ mg grösser sein würde als erstere, oder es hat das Gewichtsstück B' innerhalb der mehr als 30 Jahre, welche seit der ersten Bestimmung bis zur jetzigen verfloßen sind, $\frac{3}{10}$ mg Substanz durch den Gebrauch verloren.¹⁾

Einen Anhalt für die Wahrscheinlichkeit der einen oder anderen dieser drei Annahmen gewinnen wir zunächst durch die analoge Untersuchung für das Kilogramm B'' . Für dieses Gewicht ist im Jahre 1860 durch Vergleichung mit dem Kilogramm der Archive als Abweichung von der letztgenannten Masseneinheit gefunden worden: — 2,206 mg. Die nunmehrige Abweichung von der jetzigen Masseneinheit beträgt — 2,113 mg. Das stimmt bis auf etwa 0,09 mg überein, und da die noch vorhandene Differenz im entgegengesetzten Sinne liegt, wie bei dem Kilogrammstück B' , so würde man sonach die Annahme, dass die neue Masseneinheit von der alten verschieden ist, als sehr unwahrscheinlich wohl ausscheiden dürfen. Indessen ist noch ein Umstand vorhanden, welcher einer näheren Darlegung bedarf. Am 11. Januar 1889 ist nämlich das Kilogrammstück B'' während einer Wägung in Folge unzureichender Centrirung von der Schale herabgefallen und hat dabei eine Beschädigung davongetragen, die sich als Einbeulung erwies. Der Verdacht liegt hiernach vor, dass es eine Veränderung der Masse erfahren hat. Eine erste Aufklärung hierüber bietet die folgende Zusammenstellung der vor und nach diesem Sturze ermittelten Massendifferenzen von B'' gegen B' , W und St .

Tabelle 6.

Es fand sich		$B' - B''$	$W - B''$	$St - B''$
vor dem Sturz	Oct. 1887	+ 1,70 mg		
	Dec. 1888		+ 22,30 mg	— 11,64 mg
	Jan. 1888	+ 1,68 „		
nach dem Sturz	Jan. 1889	+ 1,68 „	+ 22,17 „	— 11,63 „
	1892/94	+ 1,75 „	+ 22,18 „	— 11,68 „

¹⁾ Dass das Kilogramm der Archive von 1859 bis zu der im Jahre 1892 erfolgten Vergleichung mit dem neuen internationalen Prototyp sich geändert hat, ist keine wahrscheinliche Annahme, weil diese Aenderung in einer Zunahme an Substanz bestehen müsste.

Aus den Vergleichen mit B' wäre auf einen Substanzverlust im Betrage von etwa 0,03mg, aus denen mit W dagegen auf eine Substanzzunahme von etwa 0,12 mg, aus denen mit St auf Unversehrtheit des Massenbetrages zu schliessen. Da W ein Messingkilogramm ist und, wie andere Erfahrungen darthaten, in Folge besonderer Behandlung (es wurde im Jahre 1887 mehrmals ausgekocht) sich während der Jahre 1888/89 in einem veränderlichen Zustand befand, so kann man auf die aus der Vergleichung mit diesem Kilogramm zu schliessende Substanzzunahme kein erhebliches Gewicht legen. Die in dieser Zusammenstellung enthaltenen Ergebnisse sind also der Annahme, dass das Gewicht B'' trotz des Sturzes unversehrt geblieben ist, nicht ungünstig. Anders verhält es sich mit folgenden Ermittlungen. Das Gewicht B'' ist zweimal, nämlich 1880 und 1885 in Paris mit dem neuen internationalen Prototyp verglichen worden. Die dabei ermittelten Relationen sind

$$1880: B'' = 1 \text{ kg} - 2,04 \text{ mg},$$

$$1885: B'' = 1 \text{ kg} - 1,99 \text{ mg}.$$

Da wir jetzt finden $B'' = 1 \text{ kg} - 2,11 \text{ mg}$, so würde hieraus sich ergeben, dass die Masse von B'' sich in der Zwischenzeit — wahrscheinlich durch den Sturz — um etwa 0,1 mg verringert hat. Nehmen wir dieses aber auch an, so würde hieraus folgen, dass die vorstehend angegebene Uebereinstimmung der Beziehung von B'' auf die neue Masseneinheit mit derjenigen auf die frühere bis auf etwa 0,1 mg nur scheinbar ist, und dass thatsächlich eine Abweichung von etwa 0,19 mg vorhanden ist.

Indessen würde diese Abweichung bei dem Gewicht B'' gerade im entgegengesetzten Sinne stattfinden wie bei dem Gewicht B' , und da sie absolut genommen von der nämlichen Grössenordnung ist, kann diese Betrachtung nur dazu dienen, die Annahme eines Unterschiedes zwischen der alten und neuen Masseneinheit auch nur von wenigen Zehnteln des Milligramm — was an sich schon nicht erheblich sein würde — als sehr unwahrscheinlich darzuthun.

Zur Entscheidung zwischen den beiden noch übrigbleibenden Annahmen und zur Verstärkung des vorstehenden Schlusses fassen wir in der folgenden Zusammenstellung alle für die beiden Kilogrammstücke B' und B'' im Laufe der Zeit ermittelten Angaben über ihre Massendifferenz zusammen.

Die einzelnen Werthe für die Massendifferenz der beiden Kilogrammstücke stimmen mit einander nicht so gut überein, als man es angesichts des Umstandes erwarten sollte, dass die Gewichte annähernd gleiches Volumen haben, und dass die Wägungen auf sehr feinen Waagen zur Ausführung gelangt sind. Verschiedene, bei Gelegenheit von Wägungen mit dem Prototyp B' gemachte Erfahrungen haben darauf hingewiesen, dass der Grund derartiger Discordanzen wahrscheinlich darin zu suchen ist, dass erstens die

thatsächlich in Rechnung zu stellende Volumendifferenz zwischen den beiden Gewichten nicht mit der angenommenen übereinstimmt, und zweitens, dass dem Gewicht B' überhaupt kein eindeutiges Luftgewicht entspricht.

Tabelle 7.

Zeit der Bestimmung	Beobachter	Anzahl der Wägungen	Massendifferenz $B' - B''$ mg
1	2	3	4
1859/60	?	5?	+ 1,72
1869/74	?	27?	1,67
1879	Schwirkus	5	1,64
1881	„	6	1,44
1883	„	4	1,60
1884	Baumann	8	1,40
1887	Weinstein	17	1,70
1888	„	10	1,68
1889	„	4	1,68
1893,94	Homann, Meyer	—	1,76

Folgende Angaben mögen zur Klarstellung dienen.

Am 4. März 1879 ergab eine Vergleichung von B' mit B'' unter gewöhnlichem Luftdruck (757 mm): $B' - B'' = + 1,71$ mg.

Vom 6. März bis zum 4. April des gleichen Jahres wurden dann B' und B'' unter Drucken von 30 mm bis 757 mm mit einander verglichen. Es fanden sich folgende Massendifferenzen:

Tabelle 8.

$B' - B''$	bei einem Druck von	Datum
- 0,89 mg	55 mm	6. III. 79
- 0,51 „	40 „	29. III. „
- 0,65 „	31 „	30. III. „
- 0,81 „	119 „	30. III. „
+ 0,03 „	243 „	1. IV. „
+ 1,51 „	757 „	4. IV. „

Ferner: am 18./19. September 1884 ergaben mehrere Vergleichungen unter dem herrschenden Luftdruck von 762 mm: $B' - B'' = + 1,40$ mg. Dagegen fand sich

$B' - B''$	bei einem Druck von	Datum
- 1,05 mg	66 mm	23. IX. 84
- 1,05 „	68 „	„ „
- 1,04 „	70 „	„ „
- 1,03 „	74 „	„ „
+ 0,01 „	399 „	24. IX. 84
+ 0,04 „	401 „	„ „
- 0,05 „	381 „	25. IX. 84
0,00 „	383 „	„ „
0,00 „	384 „	„ „
- 0,01 „	385 „	„ „

Diese beiden Beobachtungsreihen zeigen auf das Deutlichste, dass die Beziehung zwischen den beiden Gewichten B' und B'' eine Function der herrschenden Luftdichte ist, die Differenz $B' - B''$ schwankt von einem Druck von 30 mm bis zu einem von 760 mm um den ausserordentlichen Betrag von 2 bis 3 mg, indem mit wachsendem Druck dabei B' scheinbar schwerer wird. Setzt man die Abweichung der berechneten Massendifferenzen bei verschiedenen Luftdrucken lediglich auf Rechnung einer unrichtigen Annahme über die Volumendifferenz der beiden Gewichte, und bestimmt diese Differenz aus den Wägungen selbst, so erhält man

1. aus der Wägungsreihe von 1879:

$$\begin{aligned} B' - B'' &= -0,89 \text{ mg,} \\ V_{B'} - V_{B''} &= +0,226 \text{ ccm;} \end{aligned}$$

2. aus der Wägungsreihe von 1884:

$$\begin{aligned} B' - B'' &= -1,35 \text{ mg,} \\ V_{B'} - V_{B''} &= +0,01 \text{ ccm.} \end{aligned}$$

Die übrigbleibenden Fehler steigen in der ersten Reihe bis zu 0,31 mg, in der zweiten bis zu 0,11 mg. In der zweiten Reihe weisen sie einen systematischen Gang auf, welcher Differenzen bis zu 0,2 mg hervorbringt; in der ersten tritt zwar ein solcher Gang nicht deutlich hervor, dafür zeigt sich aber eine gewisse Nachwirkung der vorgenommenen Luftverdünnung, wie aus den Zahlen für $B' - B''$ selbst leicht zu entnehmen ist.

Selbst bei solchen Schwankungen des Luftdruckes, wie sie durch Aenderung der meteorologischen Verhältnisse herbeigeführt werden, treten Abweichungen der Differenz $B' - B''$ im gleichen Sinne auf. Wägungen von 1887 ergaben:

Tabelle 9.

$B' - B''$	bei einem Druck von	Luftgewicht
+ 1,65 mg	746 mm	2,765
+ 1,67 „	752 „	2,786
+ 1,77 „	768 „	2,854

Entsprechende Wahrnehmungen haben bereits 1860 die Herren Regnault, Morin und Brix gelegentlich der in nahezu luftleerem Raum vorgenommenen, in der III. Partie des im ersten Theil dieses Abschnittes genannten Rapport beschriebenen Wägungen gemacht, zu denen eine von Deleuil gefertigte, in einem luftdichten Gehäuse placirte Waage gedient hat. Allerdings konnte bei diesen Wägungen weder die Ungleicharmigkeit der Waage eliminirt, noch auch Gewissheit über das Vorhandensein des thermischen Gleichgewichtszustandes erlangt werden, und es fehlte somit jede Möglichkeit zu sicherer Schätzung des Wägungsfehlers, also zu sicheren Schlüssen überhaupt. Es kann daher auch nicht überraschen, dass die Berichterstatter, als sie hinsichtlich des Gewichts B' Wahrnehmungen der vorbeschriebenen Art gemacht hatten, trotz mancher zur Erklärung dieser sie offenbar sehr beunruhigenden Erscheinungen angestellten Specialuntersuchungen, wegen der Unzulänglichkeit ihrer Hilfsmittel nicht in die Lage kamen, eine ausreichende Erklärung abgeben zu können. Im Gegentheile hatten Versuche mit einem Bündel von Platinblech, welches von grosser Dichte und 33mal grösserer Oberfläche als derjenigen eines massiven Kilogramms aus Platin war, ergeben, dass dieses Bündel im Vacuum nicht nur nicht leichter, sondern sogar — unabhängig von der Volumendifferenz — um etwa 1 mg schwerer geworden war. Diese Wahrnehmung hat die Berichterstatter insofern von der Wahrheit abgelenkt, als sie hieraus schliessen zu dürfen glaubten, dass ein Platinkörper von kleinerer Oberfläche um so sicherer ein normales Verhalten zeigen, das Gegentheile also gewiss anderen Ursachen zugeschrieben werden müsste.

Jedoch schon die Zulässigkeit der letzteren Deduction ist zweifelhaft, weil die in den älteren Platinstücken höchst wahrscheinlich in Menge vorhandenen Poren nicht in Betracht gezogen sind und weil von einem mechanisch so stark bearbeiteten, vielleicht ganz porenfreien Material wie Platinblech ein Schluss auf das Verhalten massiver Stücke, welche aus Platinschwamm durch eine damals noch sehr unvollkommene Schweissung hergestellt sind und deren geringe Dichte ihre hohe Porosität deutlich genug anzeigt, kaum erlaubt sein möchte. Und in der That zeigt der Verlauf der Beobachtungen selbst, so schwer auch eine nur annähernde Schätzung ihrer Fehler

ist, doch mit einer unter den obwaltenden Umständen überraschenden Deutlichkeit, „dass unter allen Kilogrammen nur eines, B' , und zwar dieses **jedesmal**, im nahezu luftleeren Raume einen anomalen Gewichtsverlust erlitt.“

Die in Rede stehenden Beobachtungen sind in den §§. 32 bis 53 der III. Partie des Rapport enthalten und sollen in Folgendem, soweit zur Aufklärung nöthig, gruppirt und in den Hauptresultaten mitgetheilt werden. Von geringerer Wichtigkeit sind hierbei die Angaben in §§. 32 bis 36. Die §§. 32 bis 34 sind nur deshalb bemerkenswerth, weil sie Vergleichen von C' und C'' (die beiden Kilogramme des Conservatoire), mit theilweiser Zuhilfenahme von B'' und einem Messingkilogramm, enthalten und, besonders nach §. 34, die Differenz beider Stücke bei den verschiedensten Drucken nahezu unverändert ergeben. Da C' das grösste Volumen der in Frage kommenden Kilogramme hat (52,128 ccm), so wird man hieraus schliessen müssen, dass das anomale Verhalten von B' nicht allen Platinstücken von geringerer als der normalen Dichte zukommt, sondern als eine rein individuelle Eigenthümlichkeit zu betrachten ist. §. 35 bespricht dann ferner den schon erwähnten Versuch mit dem Bündel von Platinblech, §. 36 weist die annähernde Gleichheit der Volumina von Schalen und Gehängen nach.

Mit §. 37 beginnt die Beschreibung der regelrechten Wägungen, bei welchen man die Gleichgewichtslage der Waage unter einer und derselben Belastung sowohl in Luft als in fast vollkommenem Vacuum beobachtete. Zunächst zeigten die nach §. 37 in dieser Weise ausgeführten Theilwägungen von C' und C'' wiederum gute Uebereinstimmung, dagegen stösst im §. 38, bei Vergleichen von C'' mit B' , also gleich bei der ersten Gelegenheit, wo B' dem Vacuum ausgesetzt wird, sofort jenes Leichterwerden von B' auf, und zwar in einem Betrage von 1,25 mg. Die beobachtete Anomalie fällt dabei in ihrem ganzen Betrage B' zur Last, denn C'' hatte in allen vorhergehenden Beobachtungen gleichfalls schon als Tara gedient und (wie überhaupt die beiden neueren und bedeutend dichteren, mit dem Index “ bezeichneten Kilogramme B'' und C'') niemals etwas Auffälliges wahrnehmen lassen. Wie wenig die Wiederherstellung des Vacuums, woran vielleicht ausserdem zu denken wäre, das Hebelverhältniss beeinflusste, ist aus den drei Einzelbestimmungen im §. 38 zu ersehen, bei welchen trotz der jedesmaligen neuen Evacuation die mittlere Abweichung der einzelnen Gleichgewichtslagen vom Mittel nur 0,17 mg betrug. Im §. 39 wird dann nochmals $C'' - B'$ im Vacuum ohne wesentlich anderen Erfolg bestimmt und am Schluss des Tages wieder C' an die Stelle von B' gebracht, wobei die Differenz $C'' - C'$ zu $-2,51$ mg gefunden wird, während bei Beginn des nämlichen Beobachtungstages sich nach §. 37 hierfür $-1,45$ mg ergeben hatte. Die Gleich-

gewichtslage war also im Laufe des Tages zwischen der ersten und der letzten Wägung um 1,06 mg fortgerückt.

Diese den Berichterstattem gleichfalls sehr aufgefallenen Wahrnehmungen waren die Veranlassung, dass von nun an hauptsächlich mit B' und den beiden Stücken des Conservatoire operirt wurde, was im §. 40 angekündigt wird.

Sind die bisherigen Beobachtungen nur sozusagen als Vorprüfungen anzusehen, so beanspruchen die nun folgenden in den §§. 41 bis 43 behandelten ein ganz besonderes Interesse. Sie stellen nämlich eine Art von Wägungen nach der Borda'schen Methode im luftleeren Raume dar. Selbstverständlich musste zwischen den einzelnen Theilwägungen das Waagengehäuse geöffnet und dann von Neuem evacuirt werden; indess wird aus der verhältnissmässig sehr guten Uebereinstimmung der Resultate — die ersten beiden Beobachtungen sind an einem Tage, die dritte ist zwei Tage später ausgeführt — dennoch zu schliessen erlaubt sein, dass Hebelverhältniss und Temperaturzustand keine allzugrosse Quelle der Unsicherheit abgegeben haben. Ueberdies hatten ja die vorhergehenden Wägungen, §§. 37 bis 39, bei denen unter Beibehaltung der Belastung mehrfach evacuirt und hierauf jedesmal die Gleichgewichtslage wieder ermittelt worden war, bei denen also ähnliche Verhältnisse obgewaltet hatten, nur Schwankungen der Gleichgewichtslage von wenigen Zehnteln des Milligramm wahrnehmen lassen, und auch bei den neuen in §§. 41 bis 43 dargelegten Wägungen selbst ist, wie wir sehen werden, wenn auch in beschränkterer Weise, eine ähnliche Constanz erkennbar. Das oben constatirte Fortrücken der Gleichgewichtslage um 1,06 mg hat sogar bei diesen Wägungen überhaupt — selbst nach Verlauf von zwei Tagen — nicht stattgefunden.

Die genannten Reihen ergaben nacheinander:

§. 41 Nr. 1 bei 15,86 mm Druck:	$C'' = B' + 2,909$ mg	
" 2 " 15,52 " "	$C'' = C' - 1,774$ }	} — 1,627 mg
" 3 " 14,18 " "	$C'' = C' - 1,480$ }	
	<hr style="width: 50%; margin: 0 auto;"/>	
	$B' = C' - 4,536$ mg	
§. 42 Nr. 4 " 16,12 " "	$B'' = C' + 2,846$ "	
" 5 " 14,74 " "	$B'' = B' + 7,191$ "	
	<hr style="width: 50%; margin: 0 auto;"/>	
	$B' = C' - 4,345$ mg	
§. 43 Nr. 6 " 11,54 " "	$B'' = C' + 2,339$ "	
" 7 " 11,84 " "	$B'' = B' + 7,280$ "	
	<hr style="width: 50%; margin: 0 auto;"/>	
	$B' = C' - 4,941$ mg	

Hier sind es die Beobachtungen 2 und 3, 4 und 6, 5 und 7, welche, zum Theil an verschiedenen Tagen gewonnen, eine hinreichende Constanz des Hebelverhältnisses deutlich zu erweisen scheinen. Im Mittel erhält man aus diesen 3 Wägungen:

$$B' = C' - 4,61 \text{ mg,}$$

während nach §. 31, welcher eine Zusammenstellung aller zum Anschluss der Berliner Kilogramme an das der Archive gemachten, in der zweiten Partie des Rapport beschriebenen Vergleichen enthält, der Werth dieser Differenz in Uebereinstimmung mit den bisher für B' und C' angenommenen Constanten betragen soll:

$$B' = C' - 2,43,$$

woraus sich für B' eine im Vacuum auftretende anomale Gewichtsverminderung von 2,14 mg, d. h. von nahezu demselben Betrage ergibt, wie er bei den neueren Beobachtungen in der Normal-Aichungs-Kommission constatirt worden ist. Uebrigens haben die Berichterstatter auch aus den §§. 37 bis 39 indirect: $B' = C' - 4,21$ abgeleitet, was einer weiteren, wenn auch minder werthvollen, Bestätigung gleichkommt.

Den nun folgenden Beobachtungen kann zwar nicht dieselbe Beweiskraft beigelegt werden wie denen der §§. 41 bis 43, insofern die Gleichgewichtslage der Waage bei unveränderter Belastung immer nur einmal in Luft und einmal im Vacuum, also ohne die Möglichkeit auch nur indirecter Prüfung des Hebelverhältnisses ermittelt wurde, indess bleibt es auch hier höchst bemerkenswerth, dass nach wie vor B' im Vacuum jedesmal leichter befunden wurde als seinem Volumen entspricht, so in §. 50 um 2,5 mg, endlich in §. 52 um 1,7 mg. Demgegenüber wurde, wie nicht anders zu erwarten, in den Beobachtungen der §§. 51 und 53 für B'' ein durchaus normales Verhalten constatirt. Eine scheinbare Veränderung in einem ähnlichen Sinne wie bei B' ist überhaupt nur noch bei einem einzigen der untersuchten Kilogramme, und auch dieses nur in einem einzigen Falle, bemerkt worden, nämlich in dem Betrage von 1,6 mg an C' . Hier aber möchten die bedeutend zahlreicheren Beobachtungen des Gegentheils (in den §§. 32 bis 35) mehr als genügen, um als Erklärung dieser einen abweichenden Erscheinung eine Cumulation der mannigfachen einwirkenden Fehler annehmen zu dürfen.

Die anderen bisher nicht erwähnten Beobachtungen dieses Abschnittes sind für die vorliegende Fragen bedeutungslos; die §§. 44 bis 46 enthalten nur Beobachtungen im Vacuum, ohne Variation der Belastung, §§. 47 und 48 zwar solche abwechselnd in Luft und im Vacuum, aber mit Zuziehung von Messingstücken, deren so viel grösseres Volumen den Werth dieser Beobachtungen innerhalb der hier in Frage kommenden Grenzen wohl völlig illusorisch macht.

Zu bemerken ist noch, dass bei den Wägungen der §§. 52 und 53 ein mit Quecksilber gefüllter Glasbehälter als Kilogramm figurirte, sonst sind bei den aufgeführten Wägungen nur Platingewichte mit einander verglichen worden.

Die weiteren bis zum Schluss des Rapport aufgeführten Beobachtungen und Untersuchungen bringen zur Aufklärung der vorliegenden Frage gleichfalls keinen Beitrag. In den in den §§. 54 und 55 beschriebenen Wägungen werden C' und C'' noch besonders, durch Vergleichung mit der fiole à mercure, untersucht, ohne dass die gefundenen Abweichungen die Höhe eines Milligramm erreichen. Den Rest bilden Vergleichungen von verschiedenen Messing- und Platingewichten und der fiole à mercure untereinander, sowie Specialuntersuchungen.

In der Enddiscussion des Rapport (§. 64) werden unter Nichtaufführung der Resultate der gerade so wichtigen §§. 41 bis 43, die drei in den §§. 38 und 50 an B' , sowie in §. 49 an C' wahrgenommenen Gewichtsverluste im nahezu luftleeren Raume zusammengestellt. Dieser Zusammenstellung schliesst sich die damals unbeantwortet gebliebene Frage an: Comment expliquer cette différence, tient-elle à un hasard qui a cumulé les erreurs partielles de chaque pesée? tient-elle à un dérangement momentané de la balance? ou enfin, est-elle produite par ce fait que les kilogrammes platine B' et C' présentent une condensation anormale d'air, que l'on ne trouve plus sur les autres kilogrammes en platine?

Hiernach kann kaum noch ein Zweifel darüber bestehen, dass die Ergebnisse von Wägungen, welche mit dem Kilogrammstück B' ausgeführt werden, von dem Luftdrucke abhängen, unter welchem dieses Gewicht sich befindet, was sich am einfachsten durch unrichtige Annahme über das Volumen erklären lässt.

Dieses Volumen ist durch lineare Ausmessung (s. S. 138) ermittelt. Ein Grund zur Vermuthung, dass diese Ausmessung so ungenau gewesen ist, dass ihr Ergebniss um 2 ccm unrichtig ist, fehlt. Im Gegentheil muss aus der Thatsache, dass der 1860 in gleicher Weise und mit den nämlichen Apparaten ermittelte Betrag für das Volumen von B'' dem 1883 aus Wasserwägungen abgeleiteten fast gleich kam, geschlossen werden, dass auch die Linearmessung für B' genau genug gewesen ist. Auch soll, wie im ersten Theil dieses Abschnitts bereits erwähnt, eine Wasserwägung für B' ausgeführt worden sein, die fast dasselbe Ergebniss wie die Linearmessung gehabt hat (s. S. 138), und endlich haben in der Normal-Aichungs-Kommission ausgeführte Bestimmungen mittelst des Paalzow'schen Volumenometers für beide Gewichte zu Werthen für die Volumina geführt, welche den Annahmen hierüber annähernd gleich kamen. Es besteht also sehr grosse Wahrscheinlichkeit dafür, dass auch für B' das Volumen hinlänglich richtig

angenommen ist. Weisen nun die Wägungen unter verschiedenen Drucken trotzdem auf systematisch unrichtig berechnete Luftgewichte hin, so kann das nur dadurch erklärt werden, dass das durch die Linearmessung für B' ermittelte äussere Volumen mit dem thatsächlichen Volumen der Substanz von B' nicht übereinstimmt, sondern dieses um etwa 2 ccm übertrifft. Es muss also B' von Poren und Gängen durchsetzt sein. Innerhalb dieser Poren und Gänge wird die Luft frei circuliren können; zum Theil wird sie jedoch auch stagniren und jedenfalls wird die Dichtenausgleichung gegen die äussere Luft unregelmässig geschehen und unter Umständen auch gehemmt sein. Hiernach darf es auch nicht Wunder nehmen, dass die zu verschiedenen Zeiten ermittelten Beträge für die Massendifferenz der beiden Gewichtstücke B' und B'' mit einander nicht hinreichend übereinstimmen; es kann also aus der Zahlenreihe in Spalte 4 der Tabelle 7 kaum ein anderer Schluss gezogen werden, als dass seit 1859 mindestens bis 1889 (in welchem Jahre B'' eine Beschädigung erlitten hat) die Beziehung zwischen den Massen der beiden Kilogrammstücke B' und B'' keine nennenswerthe Aenderung erfahren hat. Für die Zeit von 1859 bis 1875 hat der verstorbene Director der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt, Dr. Loewenherz, in seiner 1875 als „Metronomischer Beitrag Nr. 2“ veröffentlichten Abhandlung „Ueber Veränderlichkeit von Platin-Gewichtsstücken“ den nämlichen Schluss gezogen. Es ist nicht ohne Wichtigkeit und Interesse, dass dieser Schluss über weitere mindestens 14 Jahre ausgedehnt werden kann.

Aus den Angaben auf S. 192 über die Bestimmungen des Gewichts B'' in Paris ist nun ferner zu ersehen, dass dieses Gewicht innerhalb der 5 Jahre von 1880 bis 1885 keine nennenswerthe Substanzveränderung erfahren hat; die Gleichung von 1885 schreibt ihm 0,05 mg Substanz mehr zu als die von 1880. Gleiches lassen die in Tabelle 6 in den letzten Zeilen enthaltenen Angaben, welche Wägungen entsprechen, die um drei Jahre auseinanderliegen, erkennen. Die aus diesen Angaben etwa zu entnehmende Massenänderung ist nur sehr gering und geht im entgegengesetzten Sinne vor sich wie im Zeitintervall 1880/85 geschehen sein soll. Beachtet man nun noch, dass das Gewicht B'' unverhältnissmässig viel öfter zur Benutzung gelangt ist wie das Gewicht B' , so scheint der Schluss nicht ungerechtfertigt, dass dieses letztere Gewicht innerhalb der etwa 34 Jahre, die es als Prototyp gedient hat, gar keine, oder doch nur sehr geringe Veränderungen seiner Masse erfahren hat.

Von den drei Annahmen zur Erklärung der Abweichung, welche die jetzige Relation des Gewichts B' zur Masseneinheit gegen die früher angenommene aufweist, bleibt uns also nur diejenige übrig, dass die Vergleichen von 1859/60 mit dem Archivkilogramm mit nicht unerheblichen

Unsicherheiten behaftet gewesen sind und in Folge dessen zu nicht ganz den Thatsachen entsprechenden Ergebnissen geführt haben. Dass diese Annahme aber sehr viel Wahrscheinlichkeit für sich hat, leuchtet ohne Weiteres ein, wenn man die vom Director Loewenherz in der bereits genannten Arbeit zusammengestellten Ergebnisse dieser Vergleichen auf ihre Differenzen gegeneinander untersucht. Diese Differenzen betragen bis zu 1,15 mg, und da die Zahl der Vergleichen nur eine relativ geringe ist, kann die Genauigkeit des Resultats nur eine sehr beschränkte sein. Dazu kommt noch ein besonderer Umstand. Die Wägungen, welche zu der Ableitung der im Gesetz vom 17. August 1868 enthaltenen Angabe über die Masse des Kilogramms B' benutzt worden sind, haben freilich alle nicht im Vacuum, sondern unter den gerade herrschenden Luftdrucken (zwischen 747 und 770 mm schwankend) stattgefunden, so dass sie mit den hier behandelten durchaus vergleichbar sind. Allein diese Angabe ist als Mittel zweier sehr ungleichartiger Ergebnisse gewonnen. Zwei von einander um fast 0,8 mg abweichende Wägungen vom Jahre 1859 hatten im Durchschnitt als Fehler von B' ergeben + 0,048 mg. Eine viel grössere Zahl von Wägungen aus dem Jahre 1860 hatte dagegen im Durchschnitt zu einem Fehler vom Betrage - 0,364 mg geführt, welcher nur 0,1 mg von dem hier erhaltenen abweicht. Aus diesen beiden Zahlen ist im Rapport das Mittel genommen, woraus die Angabe im Gesetz resultirt. Bereits Herr Loewenherz hat in seiner genannten Abhandlung versucht, nach genauer Discussion der Genauigkeit der im Rapport mitgetheilten einzelnen Ergebnisse, die wahrscheinlichste Gleichung für B' abzuleiten. Er kam zu dem Resultat, dass diese wahrscheinlichste Gleichung sei

$$B' = 1 \text{ kg} - 0,468 \text{ mg},$$

was von der hier gefundenen nur um 0,007 mg abweicht — ein Zeugnis für den Scharfsinn dieses vielbetrauten Mannes —.

Wir sind hiernach einerseits zu dem Ergebniss gelangt, dass die angenommene Beziehung des früheren Prototyps zu der durch das Archivkilogramm dargestellten Masseneinheit wohl um 0,3 mg unrichtig ausgefallen ist. Andererseits aber haben wir eine gewisse Sicherheit dafür gewonnen, dass die neue Masseneinheit mit der früheren fast vollständig übereinstimmt, so dass durch die Einführung des neuen internationalen Prototyps für das Kilogramm an Stelle des früheren, als Archivkilogramm bezeichneten Prototyps, selbst für feinste Massenbestimmungen nichts geändert ist.
