

Zahnräder

Zweiter Teil

Räder mit schrägen Zähnen

(Räder mit Schraubenzähnen und Schneckengetriebe)

von

Dr. A. Schiebel

Einzelkonstruktionen aus dem Maschinenbau
Herausgegeben von Ingenieur C. Volk-Berlin □ □ □ Fünftes Heft

Zahnräder

Zweiter Teil

Räder mit schrägen Zähnen

(Räder mit Schraubenzähnen und Schneckengetriebe)

von

Dr. A. Schiebel

o. ö. Professor der deutschen technischen Hochschule zu Prag

Zweite, vermehrte Auflage

Mit 137 Textfiguren



Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH

1923

ISBN 978-3-642-98264-4 ISBN 978-3-642-99075-5 (eBook)
DOI 10.1007/978-3-642-99075-5

Alle Rechte, insbesondere das der
Übersetzung in fremde Sprachen, vorbehalten.
Copyright by Springer-Verlag Berlin Heidelberg 1923
Ursprünglich erschienen bei Julius Springer in Berlin 1923

Vorwort zur ersten Auflage.

Der Sammelname „Räder mit schrägen Zähnen“ umfaßt die Stirn- und Kegelräder mit Schraubenzähnen und die Getriebe für sich kreuzende Achsen. Bei allen diesen Rädern ist die Zahngestaltung im sogenannten Normalschnitte, einem Schnitte des Zahnes senkrecht zu seinem Verlaufe, maßgebend. Im Normalschnitte hat der Zahn die übliche Bemessung und abgesehen von den Schneckenrieben auch die übliche Profilierung der Stirnradzähne zu erhalten. Diese Forderung leitet sich aus der Bearbeitungsmöglichkeit ab; man sucht nämlich die gleichen Schneidwerkzeuge zu verwenden, die zum Schneiden von geraden Zähnen benützt werden.

Die Notwendigkeit der Einfachheit von Schneidwerkzeug und Maschinenbewegung gestattet bei einzelnen Getriebeausführungen nur eine Bearbeitung in angenäherter Richtigkeit, die man bei den Schraubenzähnen um so eher zulassen kann, als die Ruhe des Ganges im ausgeführten Getriebe darunter nicht leidet. Beim Schraubenzahn verbleibt nämlich der Eingriff in den richtigen Profiltteilen der angenäherten Zahngestalt, weil die einzelnen Profile des Zahnes nacheinander zur Einwirkung kommen. Es können sich keine so großen Gangunregelmäßigkeiten ausbilden wie beim geraden Zahne, wo zufolge des Eintretens einer größeren Profillänge in den Eingriff auch der falsche Profiltteil zur Betätigung gelangt. Soll der genannte Vorteil erreicht werden, so muß man für eine richtige Tangentenlage und eine richtige Krümmung der Zahnprofile im Teiltrisse vorsorgen; weiter muß noch darauf gesehen werden, daß der übrige Profilverlauf gegen die theoretisch richtige Form zurücktritt, damit die falschen Profiltteile dem Eingriffe entzogen bleiben. Bei weitgehender Annäherung kann man dann darauf rechnen, daß sich die Zahnaufgabe beim Einlaufen hinreichend vergrößert.

Für die Ersatzverzahnung des Normalschnittes ist die Evolventenverzahnung besonders geeignet; Tangentenlage und Krümmung sind durch die Eingriffsgerade in einfachster Weise bestimmt. Der Zykloidenzahn hat im Teiltrisse keine ausgesprochene Krümmung, er ist daher untauglich für die Anwendung bei Ersatzverzahnungen.

Die erwähnte Überlegenheit des Evolventenzahnes gilt schließlich auch allgemein für den ganzen Zahnradbau. Tatsächlich werden auf den Maschinen ausnahmslos nur Evolventenzähne geschnitten. Der praktisch schwerwiegendste Nachteil des Zykloidenzahnes ist der Umstand, daß Kopf und Fuß verschiedene Flächenbildungen besitzen. Er steht daher hinsichtlich der Einfachheit in der Bearbeitung gegenüber dem Evolventenzahne zurück, der eine einheitliche Ausgestaltung im ganzen Zahne aufweist. Überdies bietet der Evolventenzahn gleich günstige Eingriffsverhältnisse. Allerdings muß man bei kleinen Zähnezahlen dem Unterschneidungsgebiete ausweichen, welchem Umstände leider noch nicht allgemein in der Praxis die gebührende Beachtung entgegengebracht wird. Fehlen die Unterschneidungen, so tritt Kantenlauf der Zähne und daher auch stoßender Gang auf; ausreichende Unterschneidungen verringern dagegen beträchtlich das Eingriffsgebiet. Es bleibt somit nichts anderes übrig, als den Unterschneidungen gänzlich aus dem Wege zu gehen, was sich in einfachster und wirksamster Weise durch eine ungleiche Aufteilung der Zahnhöhe erreichen läßt.

Den Schneckengetrieben wurde ihrer Wichtigkeit halber eine ausführliche Behandlung zuteil. Auf eine geometrisch genaue Feststellung der Eingriffsverhältnisse mußte eingegangen werden, weil kein anderer Weg ausreichende Hilfsmittel für die zweckmäßige Bemessung der Getriebeeinheiten bietet. Die Untersuchung vereinfacht sich wesentlich, wenn man die Eingriffspunkte nicht im Längsschnitte der Schnecke ermittelt, wie es gewöhnlich geschieht, sondern im Querschnitte. In der Projektionsebene senkrecht zur Schneckenachse ist es nämlich möglich, auf Grundlage einer aus den Bestimmungsgrößen der Schnecke und dem Übersetzungsverhältnis abgeleiteten Eingriffsgleichung durch ein übersichtliches Zeichenverfahren, das nur wenige Linienzüge erfordert, die Eingriffsfläche durch eine Schar von Eingriffslinien der einzelnen Schneckenquerschnitte darzustellen. Diesem Verfahren kommt der Vorzug der Einfachheit insofern zu, als man dabei in den Zusammenhang der eigentlichen Eingriffsabhängigkeiten nicht einzudringen braucht. Aus der gefundenen Schar der Eingriffslinien lassen sich dann alle übrigen Eingriffseinheiten ohne weitere Umständlichkeiten aufsuchen, da man in zusammenhängenden orthogonalen Projektionen arbeitet und nur Beziehungen der Stirnradverzahnung anzuwenden hat.

Von Bedeutung für die Schneckengetriebe mit kleinen Zähnezahlen und großen Steigungen sind die Einflüsse, die eine Beeinträchtigung des Eingriffs herbeiführen. Es wurden deshalb diese Einflüsse und ihre Folgen genau untersucht und bestimmte Angaben darüber gebracht, wie man die Umgrenzung des verwendbaren Eingriffsgebietes und die Einbuße an Eingriffsfeld bei etwaigen Unterschneidungen feststellt.

Die Ergebnisse der allgemeinen Eingriffsuntersuchung sind im Abschnitte XVI C als Grundlagen für die richtige Bemessung der Triebe verwertet. In diesem Abschnitte wird der Weg gewiesen, den man beim Entwurfe der Schneckengetriebe einzuschlagen hat, wenn man zu den zweckmäßigsten Verhältnissen gelangen will, ohne erst eine eingehende Eingriffsuntersuchung vorzunehmen.

Die volle Einsicht in die Eingriffsverhältnisse ist auch für die Bearbeitungseinheiten notwendig. Um einem Mißlingen der Getriebeausführung bei der Bearbeitung vorzubeugen, muß man die Einflüsse kennen, die Zähnezahl, Übersetzung und Schneckensteigung auf die Zahnausgestaltung ausüben. Für die Güte der Bearbeitung ist ferner noch das Schneidverfahren und die Ausgestaltung des Fräasers maßgebend. Es kommt dabei auf Einzelheiten an, die in der Praxis wenig bekannt sind, obzwar ihre Würdigung erheblich bessere Bearbeitungsergebnisse zeitigt. Der Abschnitt über die Bearbeitung bildet daher eine wichtige Ergänzung der Grundlagen für einen richtigen Entwurf der Schneckengetriebe.

Auf eine genaue Untersuchung der Globoidschneckengetriebe wurde nicht eingegangen, weil sie etwas umständlich ausfällt und eine angenäherte Feststellung der Eingriffsverhältnisse vollständig ausreicht, um die wesentlichen Fehler dieser Getriebeform aufzudecken.

Eine wertvolle Bereicherung erfuhr die Veröffentlichung durch die Aufnahme von Zeichnungen ausgeführter Getriebe, für deren bereitwillige Zuwendung ich den im Texte genannten Firmen den Dank ausspreche.

Prag, im November 1913.

Dr. A. Schibel.

Vorwort zur zweiten Auflage.

Die Ausführungen der ersten Auflage wurden bei der Neubearbeitung durch eine eingehendere und vollständigere Behandlung einiger wichtiger Einzelheiten und durch die Besprechung der neuesten Fortschritte im Zahnräderbau und in der Zahnbearbeitung erweitert. Der große Aufschwung, den der erfolgreiche Bau von Großleistungsgetrieben zur Geschwindigkeitsminderung der Dampfturbinenantriebe erfahren hat, konnte allerdings nur in spärlicher Darstellung wiedergegeben werden, da bauliche und Erfahrungseinzelheiten auf diesem Gebiete derzeit noch nicht veröffentlichungsreif sind.

Die Sonderverzahnung der Schraubenzähne für kleine Zähnezahlen wurde auf den im I. Teil gebotenen Grundlagen aufgebaut. Als Nachtrag dieses Teiles sei noch angeführt daß Fölmer („Der Betrieb“ 1919) durch Aufstellung eines eigenen „V-Systems“ als Satzausführung der Sonderverzahnung und durch rechnerische Auswertung des geometrischen Zusammenhanges eine allgemeinere Anwendung der Sonderverzahnung angebahnt hat.

Die völlige Umarbeitung des Abschnittes „Ermittlung der Abmessungen von Schneckengetrieben“ strebt eine Vereinheitlichung in den Ausführungsgrößen an. Durch die Bezugnahme auf die Teilungsmoduln der Stirnräder läßt sich der Werkzeugsatz für das Ausarbeiten der Trieb- und Frässhnecke wesentlich einschränken, zumal die Anwendung jeder Werkzeuggröße unabhängig von der Gangzahl der Schnecke ist. Die abgeleitete Beziehung zwischen Schneckenlänge und Gangzahl sichert nicht nur eine einwandfreie Herstellungsmöglichkeit sondern bietet auch die Gewähr für einen zureichend günstigen Getriebeeingriff. Einfache Angaben über die Abgrenzung des Radzahnes und die zugehörige Schneckenlänge vervollständigen schließlich das vereinheitlichte Ausführungsbild. Beim Einhalten der gebrachten Beziehungen sind Unzukömmlichkeiten im Eingriffsverhalten und in der Radzahngestaltung ausgeschlossen; es kann daher auch die umständliche Untersuchung des Eingriffes entfallen.

Prag, im Juni 1922.

Dr. A. Schiebel.

Inhaltsverzeichnis.

	Seite
I. Stirnräder mit Schraubenzähnen	1
II. Die Sonderverzahnung der Stirnräder mit Schraubenzähnen	5
III. Die Bearbeitung der Stirnräder mit Schraubenzähnen	14
IV. Kegelräder mit Schraubenzähnen	17
V. Die Bearbeitung der Kegelräder mit Schraubenzähnen	19
VI. Räder mit roh gegossenen Winkelzähnen	23
VII. Die Bearbeitung der Räder mit Winkelzähnen	27
VIII. Die Berechnung der Räder mit bearbeiteten Winkelzähnen	30
IX. Die Konstruktion der Räder mit Winkelzähnen	32
X. Großleistungsgetriebe mit doppelten Schraubenzähnen	36
XI. Die Verzahnung der Hyperboloidräder	40
A. Zykloidenverzahnung	42
B. Angenäherte Verzahnung	45
XII. Die Berechnung der Hyperboloidräder	48
XIII. Die Bearbeitung der Hyperboloidräder	49
XIV. Schraubenträger	51
XV. Die Verzahnung der Schneckengetriebe	61
XVI. Die Eingriffsverhältnisse der Schneckengetriebe	64
1. Aufstellung der Eingriffsgleichung	65
2. Zeichnerische Ermittlung der Eingriffspunkte	68
3. Darstellung der Eingriffsfläche	69
4. Ermittlung der Radzahnfläche	73
5. Bestimmung des Querprofils der Schneckenfläche	74
6. Verlauf der Linien des gleichzeitigen Eingriffes	74
7. Bestimmung des Eingriffsfeldes	75
8. Bestimmung der eingreifenden Radzahnfläche	76
9. Bestimmung der eingreifenden Schneckenfläche	77
10. Beschränkungen des Eingriffsgebietes	78
11. Außenbegrenzung der Zahnflächen	79
12. Unterschneidung der Radzähne	81
13. Profilabrückung der Radzähne	82
XVII. Die Bearbeitung der Schneckengetriebe	83
A. Bearbeitung der Schnecke	83
B. Bearbeitung des Rades	85
C. Einlaufen des Getriebes	89
XVIII. Die Berechnung der Schneckengetriebe	90
A. Wirkungsgrad	90
B. Zulässige Belastung	94
C. Ausmittlung der Triebabmessungen	97
XIX. Die Konstruktion der Schneckengetriebe	106
XX. Globoidschneckengetriebe	118
XXI. Schneckengetriebe mit Rollenzähnen	125

I. Stirnräder mit Schraubenzähnen.

Eine Übergangsform vom geraden zum Schraubenzahn findet man bei den Rädern mit Stufen- oder Staffelzähnen vor. Der gerade Zahn wird der Breite nach in i gleiche Teile zerlegt und die Anordnung der einzelnen Zahnteile am Radumfang erfolgt in einer Versetzung von $\frac{t}{i}$ (Abb. 1). Setzt man überdies noch

die Zahnprofile in den äußersten Flankenteilen gegen die theoretisch richtige Flanke leicht zurück (Abb. 2), so sichert man sich bei roher Ausführung einen gleichmäßigeren Gang gegenüber den Rädern mit geraden Zähnen. Während der gerade Zahn gezwungen ist, den Eingriff in einer Teilungslänge t zu besorgen, dauert die Einwirkung eines Zahnteils vom Staffelzahne nur in einem Eingriffsbogen $\frac{t}{i}$ an. In dieser wesentlich

verkürzten Einwirkungsdauer können sich nur geringere Gangunregelmäßigkeiten herausbilden.

Von den Ausführungen mit Staffelzähnen ist man abgekommen, da ihre Vorteile bei den Schraubenzähnen in ausgedehnterem Maße zur Geltung kommen. Nur Stirnräder mit zwei um die halbe Teilung versetzten Zahnkränzen führt man noch aus; für die Bearbeitung der Zahnücken muß eine ausreichend breite Nut zwischen den beiden Zahnhälften freigelassen werden.

Der Schraubenzahn entsteht aus einer Verdrehung des Zahnprofiles im Breitenverlauf des Rades. Die Ableitung der Schraubenzahngestalt aus einem Zahnstangeneingriff bietet nicht nur einen vereinfachten Überblick, sondern auch die Möglichkeit einer vereinfachten Bearbeitung. In der Teilrißebene (Abb. 3) kann der Zahnstangenzahn eine beliebige Leitlinie L aufweisen; ihre Aufwicklung auf dem Teilrißzylinder liefert die Leitlinie L_1 des Schraubenzahnes vom Rade. Damit sind die Teilrißpunkte des Zahnes in allen Radebenen bestimmt; die Gestalt der Zahnflanken ermittelt man aus den zugehörigen Schnittprofilen der Zahnstange. Von einer kreisförmigen Leitlinie macht man Gebrauch bei den Rädern mit Bogenzähnen.

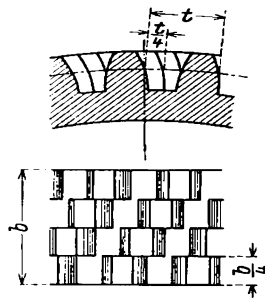


Abb. 1. Staffelzähne.

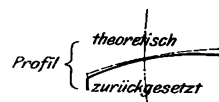


Abb. 2.

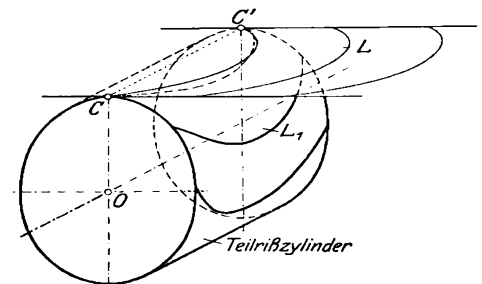


Abb. 3. Zahnverlauf in den Teilrißflächen von Zahnstange und Rad.

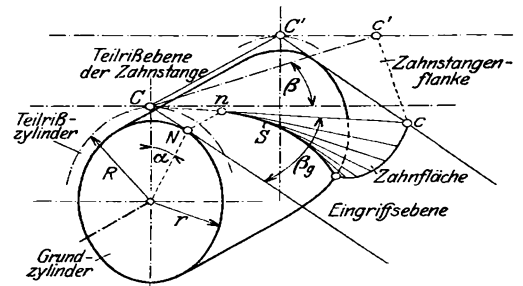


Abb. 4. Entstehen der Schraubensfläche des Evolventenzahnes.

Die einfachste und gebräuchlichste Leitlinie ist eine Gerade Cc' (Abb. 4), die unter dem Winkel $(90^\circ - \beta)$ schräg gegen die Richtung CC' des geraden Zahnes steht; die Aufwicklung am Teilrißzylinder ergibt dann eine zylindrische Schraubelinie im unveränderlichen Steigungswinkel β . Damit ist ein einfacher Bewegungsvorgang für das Schneidwerkzeug gegeben.

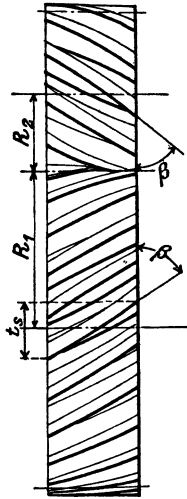


Abb. 5.

Eine weitere Vereinfachung bringt die Evolventengestaltung der Zahnfläche. Die Zahnstange erhält schräge Zähne mit ebenen Zahnflächen (Abb. 8); senkrecht zu ihrer Zahnflanke steht die Eingriffsebene des Rades, geneigt unter dem Winkel $(90^\circ - \alpha)$ gegen die Radmitte. Die Eingriffsebene berührt längs Nn (Abb. 4) den Grundzylinder des Rades vom Halbmesser

$$r = R \cos \alpha.$$

Die schräge Zahnfläche der Zahnstange schneidet die Eingriffsebene in einer Geraden Cc , die als die Erzeugende der Schraubenzahnfläche angesehen werden kann. Sie durchläuft bei der Aufwicklung der Eingriffsebene am Grundzylinder die Schraubenzahnfläche, die somit eine Geradenfläche ist. Bei der Aufwicklung legt sich die Erzeugende als Schraubelinie vom Steigungswinkel β_g an den Grundzylinder an und bildet die Fußlinie S der Zahnfläche. Zwischen den Steigungswinkeln β und β_g am Teilriß- und Grundzylinder und dem Eingriffswinkel α besteht die Beziehung

$$\operatorname{tg} \beta_g = \frac{\operatorname{tg} \beta}{\cos \alpha} \dots (1)$$

Der Schraubenverlauf der Zähne eines Getriebes hat in einem Rade rechtsgängigen, im eingreifenden Rade linksgängigen Steigungssinn (Abb. 5). Die im Teilkreisbogen gemessene Verdrehung der beiden Stirnprofile innerhalb der Zahnbreite b bezeichnet man als den Sprung t_s des Schraubenzahnes:

$$t_s = b \cot \beta.$$

Für die Zahngestaltung behalten die üblichen Verzahnungen der geraden Zähne ihre Geltung. Die Einwirkung zweier Zähne aufeinander, die sonst bei geraden Zähnen nur auf die Eingriffsdauer ε_p der Zahnflanken beschränkt bleibt, wird bei der schraubenförmigen Ausgestaltung durch den Sprung t_s der Zähne verlängert. Es beträgt somit die gesamte Eingriffsdauer

$$\varepsilon = \varepsilon_p + \varepsilon_s = \varepsilon_p + \frac{b}{t} \cot \beta \dots (2)$$

Der Eingriff beginnt in einem Punkte A des in der Drehrichtung vorgehenden Flankenpaares (Abb. 6) und verbreitert sich allmählich in Linienberührungen 1, 2, 3 ... über die volle Zahnbreite, bis er schließlich in einem Punkte E endet. Bei der Evol-

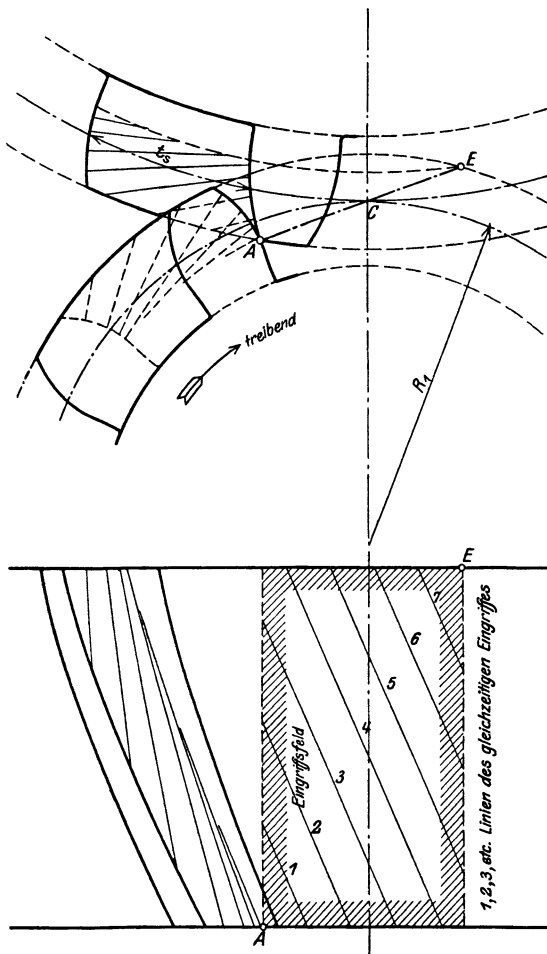


Abb. 6. Eingriffsbild des Schraubenzahnes.

ventenverzahnung findet eine Berührung in geraden Linien statt; zur Verdeutlichung des Eingriffsvorganges sind diese Geraden in Abb. 6 sowohl im Eingriffsfelde selbst als auch in den beiden Zahnflächen eingezeichnet.

Das allmähliche Eintreten der Zähne in die volle Belastung, das mit dem Anwachsen der Berührungslänge gleichen Schritt hält, sowie der um den Sprung verlängerte Eingriff sichern den Rädern mit Schraubenzähnen einen weit ruhigeren Gang, als er unter sonst gleichen Umständen bei geraden Zähnen zu erwarten ist. Bei unbearbeiteten Zähnen ist ein schwaches Zurücksetzen der Kopf flanken gegen die theoretisch richtige Form empfehlenswert, um Kanteneingriffe auszuschließen. Ungleichheiten in Profilierung und Teilung, sowie etwaige Durchbiegungen der Zähne verursachen dann beim Übergang des Eingriffs von einem Zahn auf den andern wesentlich geringere Stoßwirkungen als bei den geraden Zähnen. Ist der Sprung größer als die Teilung, so läßt sich der Eingriff bei genügender Zurücksetzung der Profile auf den Zentralpunkt allein beschränken, wodurch jegliche Zahnreibung verschwindet. Von dieser reibungsfreien Ausführung kann aber bei Kraftübertragung kein Gebrauch gemacht werden, weil die Pressung in dem Berührungspunkt der beiden Zahnflächen zu groß ausfällt.

Infolge der Schrägstellung der Zähne macht sich bei der Übertragung einer Umfangskraft P ein Normaldruck senkrecht zum Zahnverlauf von

$$P_n = \frac{P}{\sin \beta}$$

geltend (Abb. 7). Dieser vermehrte Druck vergrößert die Zahnreibung im Maße von $\frac{1}{\sin \beta}$ gegenüber jener der geraden Zähne (siehe I. Teil, Abschn. III A). Es beträgt daher der Zahnreibungsverlust im Verhältniswerte ausgedrückt:

$$\mathfrak{R} = \frac{\mu \pi}{\sin \beta} \left(\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} \right) \frac{\varepsilon_p}{2}.$$

Durch den schrägerichteten Normaldruck P_n wird eine axial wirkende Kraft

$$P_a = P \cot \beta$$

wachgerufen, deren Abstützung in der Lagerung einen zusätzlichen Reibungsverlust verursacht. Dieser Übelstand läßt größere Schrägstellungen bei einfachen Schraubenzähnen nicht zu; die Ausführungen weisen Schrägen von 10° bis 30° , also Steigungswinkel β von 80° bis 60° auf. Größere Zahnschrägen bis zu 45° und darüber sind nur bei doppelten Schraubenzähnen zulässig, die von einem einseitigen Axialdruck frei sind.

Durch das Zahnprofil in der Radebene ist nur ein schräger Schnitt des Schraubenzahnes dargestellt. Das eigentliche Querschnittsprofil ergibt der Normalschnitt, dessen Ebene senkrecht steht zur Schraubenlinie des Zahnes im Teilrißzylinder (Abb. 7). Diese Ebene schneidet den Teilrißzylinder in einer Ellipse, deren große Achse $a = \frac{R}{\sin \beta}$ und deren kleine Achse $b = R$ ist. Ihr Krümmungskreis im

Punkte C vom Halbmesser

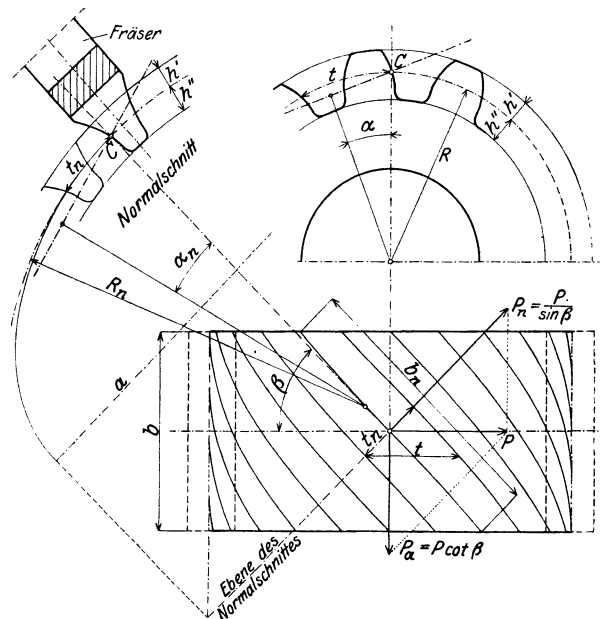


Abb. 7. Flankenermittlung des Schraubenzahnes.

$$R_n = \frac{a^2}{b} = \frac{R}{\sin^2 \beta} \dots \dots \dots (3)$$

kann angenähert als Teilkreis des Normalschnittes angesehen werden.

Die Zahnteilung t_n im Normalschnitte, die im Gegensatz zur Umfangsteilung t gewöhnlich als Normalteilung bezeichnet wird, beträgt

$$t_n = t \sin \beta \dots \dots \dots (4)$$

Im Normalschnitt kann somit die Zahngestaltung eines Rades mit Schraubenzähnen, dessen Bestimmungsgrößen t , z und β sind, angenähert ersetzt werden durch die Verzahnung eines geradzahnigen Stirnrades von den Bestimmungsgrößen t_n und

$$z_n = \frac{2R_n \pi}{t_n} = \frac{z}{\sin^3 \beta} \dots \dots \dots (5)$$

Dieser Umstand ermöglicht die Anwendung der Schneidwerkzeuge, mit denen die geraden Zähne bearbeitet werden. Man braucht nur den Teilungsmodul $\left(\frac{t_n}{\pi}\right)$ des Normalschnittes in den ganzen Ziffernwerten der geraden Zähne zu halten. Es beträgt dann der Teilkreishalbmesser des Rades

$$R = \frac{z}{2} \frac{1}{\sin \beta} \left(\frac{t_n}{\pi}\right) \dots \dots \dots (6)$$

Auf ein rundes Maß von R muß man gewöhnlich verzichten, da eine Ausgleichung des unganzen Wertes von β durch kleine Abänderungen des Steigungswinkels untunlich und meistens auch unausführbar ist.

Die Zahnhöhe ist abhängig vom Teilungsmodul des Normalschnittes zu halten, also bei bearbeiteten Zähnen

$$\text{die Kopfhöhe } h' = \left(\frac{t_n}{\pi}\right) \text{ und die Fußtiefe } h'' = \frac{1}{6} \left(\frac{t_n}{\pi}\right).$$

Angewendet wird ausschließlich die Evolventenverzahnung. Bei einem Eingriffswinkel α_n im Normalschnitte nimmt die Eingriffsebene des Rades einen Neigungswinkel $(90^\circ - \alpha)$ gegen die Rädermitte ein; man berechnet den Eingriffswinkel α in der Radebene aus

$$\text{tg } \alpha = \frac{\text{tg } \alpha_n}{\sin \beta} \dots \dots \dots (7)$$

Behält man in der Radebene den üblichen Eingriffswinkel $\alpha = 15^\circ$ bei, so wird die Mindestzähnezahl $z_{\min} = 32$, die noch frei ist von den Unvollkommenheiten der Satzräderbemessung bei geraden Zähnen, durch die auf die Normalteilung bezogene, verringerte Zahnhöhe herabgemindert auf $z_{\min} \sin \beta$, also

$$\begin{aligned} z &= 28 \quad \text{bei } \beta = 60^\circ \\ z &= 24 \quad \text{bei } \beta = 45^\circ. \end{aligned}$$

Überträgt man jedoch den Satzräderwinkel auf den Normalschnitt $\alpha_n = 15^\circ$, wozu man bei der Verwendung von den profilierten Schneidwerkzeugen der geraden Zähne gezwungen ist, so vergrößert sich der Eingriffswinkel in der Radebene auf

$$\begin{aligned} \alpha &= 17^\circ 11' 30'' \quad \text{bei } \beta = 60^\circ \\ \alpha &= 20^\circ 45' 13'' \quad \text{bei } \beta = 45^\circ. \end{aligned}$$

Dabei geht die Mindestzähnezahl der einwandfreien Zahngestaltung herab auf $z_{\min} \sin^3 \beta$, also

$$\begin{aligned} z &= 20 \quad \text{bei } \beta = 60^\circ \\ z &= 12 \quad \text{bei } \beta = 45^\circ. \end{aligned}$$

Bei noch kleineren Zähnezahlen, bis herab auf $z = 3$, ist Sonderverzahnung durchzuführen.

Die Übertragung der Evolventenflanke des geraden Zahnes auf den Normalschnitt des Schraubenzahnes ist nur angenähert richtig. Vollkommen genau ist hierbei nur die Tangentenlage und die Krümmung des Teilrißpunktes der Flanke. Dieser Umstand ist insofern wichtig, als man trotz der Annäherung doch genaue Eingriffsverhältnisse für die Teilrißstelle des Zahnes bewahrt. Die Annäherung ist desto unvollkommener, je kleiner die Zähnezahl ist.

Die Berechnung der Zahngröße kann von der Formel für die geraden Zähne ausgehen; in sinngemäßer Umformung würde sie lauten:

$$P_n = k b_n t_n$$

und in der Überführung auf die Umfangskraft

$$P = k \sin \beta b t.$$

Der vermindernde Einfluß, den die Zahnschräge somit auf die Belastungsgröße ausübt, wird aber durch die vergrößerte Eingriffsdauer wettgemacht. Wie die Erfahrung zeigt, vertragen Schraubenzähne sogar höhere Belastungen als gerade Zähne. Man kann deshalb auch für die Schraubenzähne

$$P = k b t$$

als Ausdruck der zulässigen Zahnbelastung gelten lassen und für die Berechnung der Zahnteilung t die Formeln der geraden Zähne verwenden. Demnach ermittelt man unmittelbar den für die Zahnbearbeitung maßgebenden Teilungsmodul des Normalschnittes für ein Belastungsmoment M_d aus

$$\left(\frac{t_n}{\pi}\right) = \sin \beta \sqrt[3]{\frac{0,2 M_d}{k z \left(\frac{b}{t}\right)}} \quad \text{in cm} \dots \dots \dots (8)$$

und für eine Leistung von N Pferdestärken bei n Umdrehungen aus

$$\left(\frac{t_n}{\pi}\right) = \sin \beta \sqrt[3]{\frac{14500 N}{k z \left(\frac{b}{t}\right) n}} \quad \text{in cm} \dots \dots \dots (9)$$

II. Die Sonderverzahnung der Stirnräder mit Schraubenzähnen.

Die Sonderverzahnung der Schraubenzähne geht von einer Modulzahnstange mit schrägen Zähnen vom Steigungswinkel β_0 aus (Abb. 8); im Normalschnitt besteht volle Übereinstimmung mit der Modulzahnstange der geraden Zähne, also

$$\text{Eingriffswinkel } \alpha_n = 15^\circ$$

$$\text{Teilungsmodul} = \left(\frac{t_n}{\pi}\right)$$

$$\text{Zahnstärke in der Modulgeraden} = 0,5 t_n$$

$$\text{Kopfhöhe über der Modulgeraden} = \frac{7}{6} \left(\frac{t_n}{\pi}\right).$$

In der Radebene zeigt dann die Modulzahnstange folgende Abmessungen:

$$\left. \begin{aligned} \text{Eingriffswinkel } \alpha_0, \quad \text{tg } \alpha_0 &= \frac{\text{tg } \alpha_n}{\sin \beta_0} \\ \text{Teilung} \quad \quad \quad t_0 &= \frac{\pi}{\sin \beta_0} \left(\frac{t_n}{\pi}\right) \\ \text{Zahnstärke in der Modulgeraden} &= 0,5 t_0 \\ \text{Kopfhöhe über der Modulgeraden} &= \frac{7}{6} \left(\frac{t_n}{\pi}\right). \end{aligned} \right\} (10)$$

Die Zahngestaltung eines Rades von der Zähnezahl z wird abgeleitet aus dem spielfreien Eingriff mit der Modulzahnstange, wobei der Teilrißpunkt C_0 um den Betrag der Profilabbrückung

$$x = \xi \left(\frac{t_n}{\pi} \right) \dots (11)$$

von der Modulgeraden absteht (Abb. 9).

Der in diesem Zahnstangen-eingriff sich einstellende Teilkreis des Rades wird Modulkreis¹⁾ genannt; sein Halbmesser ist

$$R = \frac{z t_0}{2 \pi} = \frac{z}{2 \sin \beta_0} \left(\frac{t_n}{\pi} \right) \dots (12)$$

Der Halbmesser des zugehörigen Grundkreises ist

$$r = R \cos \alpha_0.$$

Die Fußtiefe des Zahnes innerhalb des Modulkreises ist

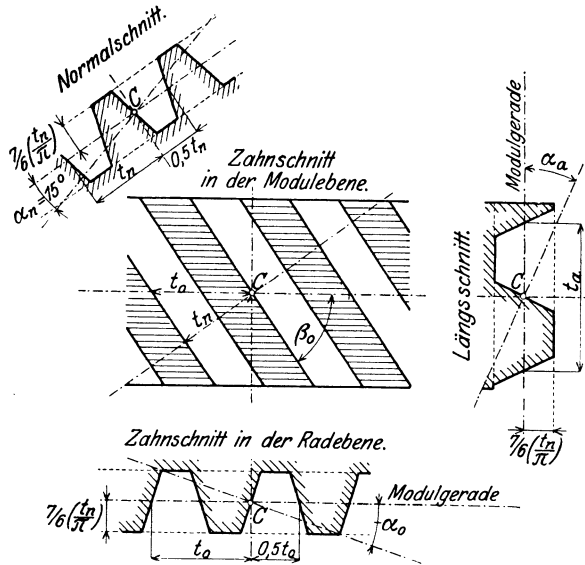


Abb. 8. Modulzahnstange der Schraubenzähne.

$$h'' = \kappa'' \left(\frac{t_n}{\pi} \right) = \frac{7}{6} \left(\frac{t_n}{\pi} \right) - x = \left(\frac{7}{6} - \xi \right) \left(\frac{t_n}{\pi} \right), \text{ also } \kappa'' = \left(\frac{7}{6} - \xi \right) \dots (13)$$

Die Kopfhöhe des Zahnes außerhalb des Modulkreises

$$h' = \kappa' \left(\frac{t_n}{\pi} \right)$$

wird erst durch die Paarung mit dem zweiten Rade festgelegt.

Auf Grund dieser Angaben erfolgt das Aufzeichnen des Zahnes in der Radebene entsprechend der Abb. 9. Die Zahnevolvente ist in der Eingriffsstellung C_0 aufzuzeichnen, wobei insbesondere der Kopfpunkt k genau zu ermitteln ist. Die Gegenflanke des Zahnes muß das Zahnstangenprofil im Punkte E der Eingriffsgeraden tangieren. Die Lückenweite des Zahnes im Bogenmaße am Modulkreis entspricht der Stärke w_0 des Zahnstangenzahnes auf der Teilgeraden; die Ergänzung zur Umfangsteilung t_0 ergibt das Bogenmaß s_0 der Zahnstärke am Modulkreis: —

$$t_0 = s_0 + w_0.$$

Die Zahnevolvente ist nach innen nur so weit zu zeichnen, als die Flanke durch das Zahnstangenprofil beim Wälzverfahren rein ausgeschnitten wird. Einen Behelf zur Bestimmung des inneren Abgrenzungspunktes p bietet der Zahnstangenabschnitt

$$\overline{P'N} = r \cdot \lambda.$$

Die sinngemäße Übertragung des Ausdruckes für die geraden Zähne aus Gl. 3, I. Teil liefert den Verhältniswert des Zahnstangenabschnittes

$$\lambda = \frac{4}{z \cdot \sin 2 \alpha_0} \kappa'' \sin \beta_0 - \operatorname{tg} \alpha_0 \dots \dots \dots (14)$$

Dem Verhältniswert λ ist ein Verhältniswert φ der Eingriffsminderung zugehörig. Durch das Auftragen der Eingriffsminderung

$$\overline{NM} = r \cdot \varphi$$

¹⁾ Nach dem Vorschlag von Fölmcr, siehe „Der Betrieb“, 1919, S. 107 und 265.

gelangt man zum inneren Begrenzungspunkte M der Eingriffsgeraden. Die Überführung des Punktes M im Kreise auf die Zahnevolvente ergibt deren inneren Grenzpunkt p .

Ist λ negativ, so ist

$$\varphi = -\lambda.$$

Abb. 9. Nach dem Wälzverfahren geschnittene Zahnflanken im Eingriffsbild der Radebene im Längsschnitt

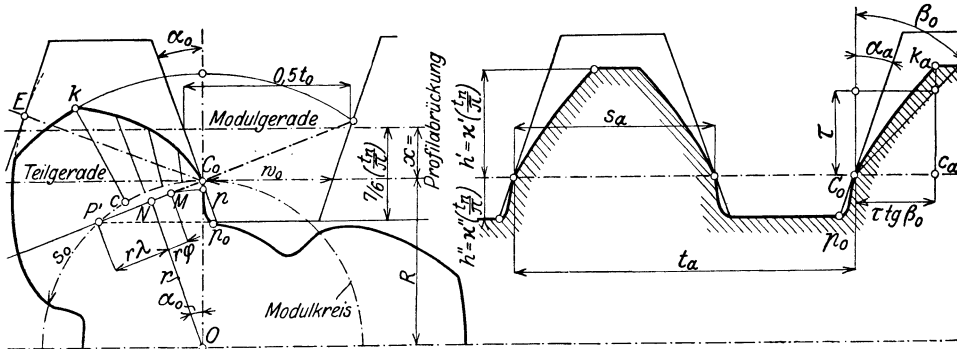
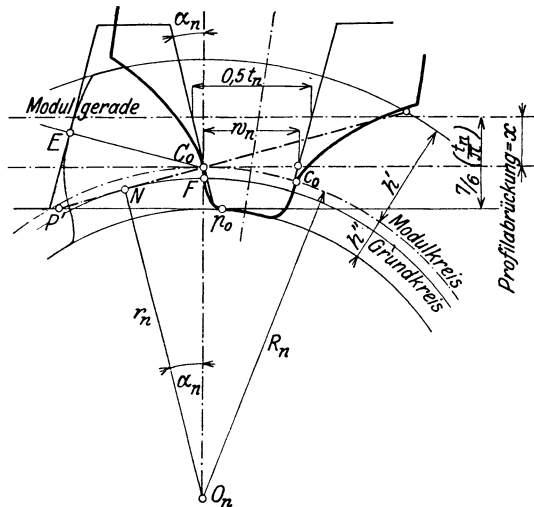


Abb. 10. Ermittlung des Formfräserprofils aus dem Eingriffsbild des Normalschnittes.

Abb. 9, 10. Sonderverzahnung des Schraubenzahnes ($z_1 = 3, \beta_0 = 45^\circ, \xi = 0,645$ zugehörig einer Paarung mit $z_2 = 8$).



Bei positiven Werten von λ wird φ ein Funktionswert, der auch vom Steigungswinkel β_0 abhängt, da der Eingriffswinkel α_0 durch β_0 beeinflusst wird. Die Darstellung der Funktionswerte gibt die Abb. 11. Die einem bestimmten Steigungswinkel β_0 angehörenden Verhältnisswerte φ der Eingriffsminderungen sind als Ordinaten einer Kurve eingetragen, deren Abszissen die Verhältnisswerte λ der Zahnstangenabschnitte sind. Die Kurve $\beta_0 = 90^\circ$ entspricht den Eingriffsminderungen der geraden Zähne, die in der Zahlentafel 1 des I. Teiles enthalten sind.

Der Verlauf des Fußanschlusses pp_0 hängt vom Vorzeichen des Zahnstangenabschnittes ab. Ist λ negativ, so schließt die Überführungslinie tangierend an die Evolvente an; ihre Ermittlung ist aus Abb. 25 des I. Teiles zu entnehmen. Bei positivem λ tritt eine Unterschneidung auf, die nach Abb. 26 des I. Teiles zu bestimmen ist.

Im Längsschnitt des Schraubenzahnes (Abb. 9) besteht eine Axialteilung

$$t_a = t_0 \cdot \operatorname{tg} \beta_0 = \frac{t_n}{\cos \beta_0}$$

und eine Zahnstärke am Modulzylinder von

$$s_a = s_0 \operatorname{tg} \beta_0.$$

Der Axialschnitt der Modulzahnstange tangiert die Zahnflanke im Punkt C_0 des Modulzylinders; der Neigungswinkel α_a ist bestimmt durch

$$\operatorname{tg} \alpha_a = \frac{\operatorname{tg} \alpha_n}{\cos \beta_0} = \operatorname{tg} \alpha_0 \operatorname{tg} \beta_0.$$

Bei der Ermittlung der Profilmomente im Längsschnitte geht man in folgender Weise vor. Die Schraubelinie eines beliebigen Zahnpunktes k durchstößt die

axiale Schnittebene im Punkte k_a . Der Winkelentfernung dieser beiden Punkte entspricht am Modulzylinder ein Bogenmaß von

$$\widehat{cC_0} = \tau,$$

dem eine Axialentfernung gleichwertig ist von

$$\overline{C_0 c_a} = \tau \cdot \operatorname{tg} \beta_0.$$

Diese Axialentfernung erlangt man durch das Einschneiden der Größe τ auf einer Geraden, die im Punkte C_0 unter dem Steigungswinkel β_0 geneigt gegen die radiale Richtung eingezeichnet wird. Das Übertragen der Länge ck nach $c_a k_a$ führt zur Feststellung des Profilverpunktes k_a im Längsschnitte.

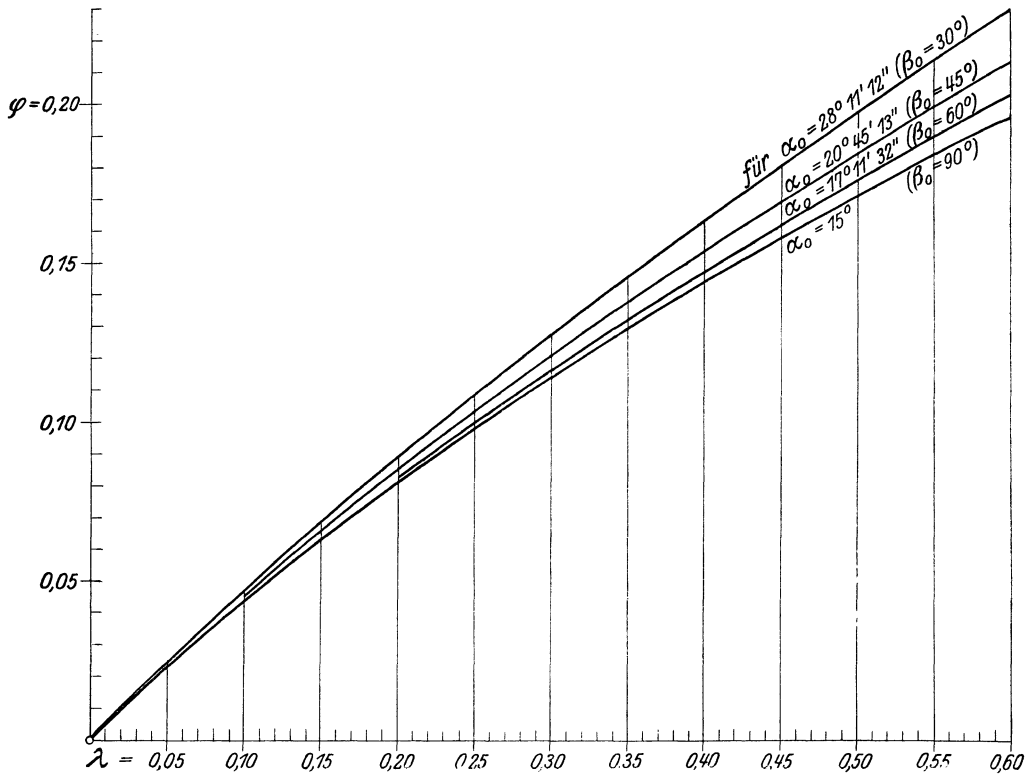


Abb. 11. Verhältniszerte φ der Eingriffsminderungen.

Soll der Schraubenzahn mit einem Formfräser geschnitten werden, so muß das Fräserprofil aus dem Eingriffsbild des Normalschnittes (Abb. 10) ermittelt werden, das aber nur eine angenäherte Zahnform liefert. Der Normalschnitt der Modulzahnstange weist die Abmessungen der Abb. 8 auf. Es sind die Halbmesser

$$\left. \begin{array}{l} \text{des Modulkreises} \\ \text{des Grundkreises} \\ \text{und die Zähnezahl} \end{array} \right\} \begin{array}{l} R_n = \frac{R}{\sin^2 \beta_0} = \frac{z_n}{2} \left(\frac{t_n}{\pi} \right), \\ r_n = R_n \cos \alpha_n \\ z_n = \frac{z}{\sin^3 \beta_0} \end{array} \quad (15)$$

Die Profilabrückung und die Zahnhöhen sind die gleichen, wie in der Radebene.

Durch diese Angaben ist die Zahnevolvente festgelegt. Der Stärke w_n des Zahnstangenzahnes auf der Teilgeraden ist im Bogenmaß als Lückenweite $C_0 c_0$ des Radzahnes am Modulkreis aufzutragen.

Da bei der Bearbeitung nach dem Wälzverfahren die Fußecke des Radzahnes über das erforderliche Raumausmaß des Getriebeeingriffes ausgeräumt wird, so kann

man bei der Formgebung des Fräserprofils von der Fußlinie des Wälzverfahrens absehen. Durch das Einlegen einer verlängerten Zykloide erreicht man einen verstärkten Fußanschluß. Damit entfällt eine etwaige Unterschneidung, deren Vorhandensein im Getriebeeingriff nicht benötigt wird und deren Ausführung am Formfräser unmöglich wäre. Fällt der Eingriffspunkt P' des Zahnstangenkopfes außerhalb der Eingriffsstrecke NC_0 (Abb. 10), so wird die Zahnevolvente bis zum Fußpunkte F am Grundkreis geführt und daselbst die Fußlinie Fp_0 nach dem Vorgang der Abb. 21 im I. Teil tangierend angeschlossen.

Liegt dagegen der Punkt P' im Bereich der Strecke NC_0 (Abb. 12), so wird die Zahnevolvente nur so weit geführt, als es der Eingriff mit einer Zahnstange erfordert deren Kopfgerade im normalen Kopfspiel $\left(\frac{1}{6} \frac{t_n}{\pi}\right)$ vom Fuß-

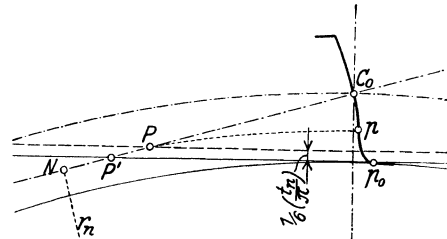


Abb. 12.

kreise des Rades absteht. Das Eindrehen des Eingriffspunktes P dieser Kopfgeraden auf die Zahnflanke liefert den inneren Begrenzungspunkt p der Evolvente, an dem dann tangierend eine verlängerte Zykloide als Fußübergang nach dem Verfahren der Abb. 22, I. Teil angelegt wird.

Die Voraussetzung für die Eingriffsfähigkeit zweier Räder mit Evolventenschraubenzähnen ist nicht nur gleiche Grundkreisteilung, sondern auch gleicher Steigungswinkel β_g des Schraubenverlaufes am Grundzylinder. Dieser Winkel steht zum Steigungswinkel β_0 der Modulzahnstange in der Beziehung

$$\cos \beta_g = \cos \beta_0 \cdot \cos \alpha_n \dots (16)$$

Erfüllt sind beide Forderungen, wenn die Zahngestaltung beider Räder eines Getriebes auf die gleiche Modulzahnstange vom Eingriffswinkel α_n und Steigungswinkel β_0 bezogen wird, wobei allerdings der Schraubenverlauf im einen Rade rechtsgängig, im zweiten Rade linksgängig gehalten werden muß.

Das Eingriffsbild des Normalschnittes bietet die Möglichkeit, die für eine günstige Getriebeausführung benötigten Profilabrückungen ξ der geraden Zähne unmittelbar auch bei den Schraubenzähnen anzuwenden. Aus der Tafel der Profilabrückungen (Abb. 33, 34, I. Teil) sind für die Zähnezahlen z_{n_1} und z_{n_2} des Normalschnittes die zugehörigen Profilabrückungen ξ_1 und ξ_2 zu entnehmen; sie bedeuten die auf den Modul $\left(\frac{t_n}{\pi}\right)$ des Normalschnittes bezogenen Verhältniswerte.

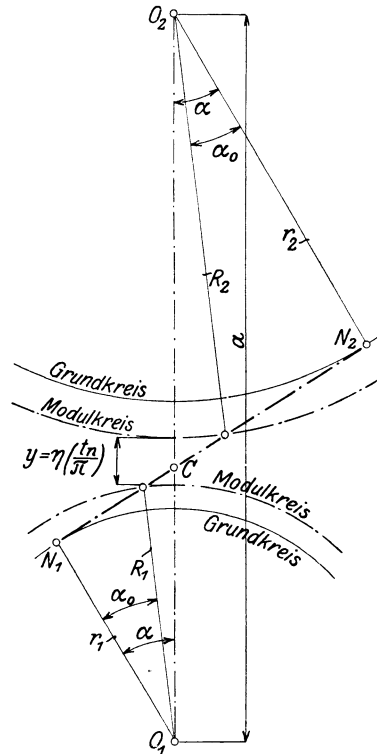


Abb. 13.

Für Zähnezahlen $z_{n_2} > 180$ gelten die Profilabrückungen ξ_1 des Zahnstangeneingriffes (Abb. 37, I. Teil), wobei $\xi_2 = 0$ zu halten ist. Alle Tafelwerte der Profilabrückungen sind nur Mindestwerte, denen man einen positiven Zuschlag hinzufügen kann. Hiervon macht man Gebrauch bei der Abrundung des Achsenabstandes, den man nur auf einen größeren Wert abändern darf. Die wirklichen Größen der Profilabrückungen sind

$$x_1 = \xi_1 \left(\frac{t_n}{\pi} \right), \quad x_2 = \xi_2 \left(\frac{t_n}{\pi} \right).$$

Aus den festgelegten Profilabbrückungen ξ_1 und ξ_2 sind die Einzelheiten des Eingriffsbildes in der Radebene (Abb. 13) genau zu berechnen. Die zu verwendenden Formeln für die geraden Zähne (Gl. 11 bis 15, I. Teil) erfahren insofern eine Abänderung, als die Verhältniswerte nicht mehr auf den Modul $\left(\frac{t_0}{\pi}\right)$ der Umfangsteilung, sondern auf den kleineren Modul

$$\left(\frac{t_n}{\pi}\right) = \left(\frac{t_0}{\pi}\right) \sin \beta_0$$

der Normalteilung zu beziehen sind.

Bei spielfreiem Eingriff des Getriebes lauten die Gleichungen für den Eingriffswinkel α in der Radebene (gewonnen aus der Forderung, daß die Summe der Zahnstärken in den Teilkreisen gleich der Teilung ist)

$$(\operatorname{tg} \alpha - \alpha) = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha_n}{z_1 + z_2} (\xi_1 + \xi_2) + (\operatorname{tg} \alpha_0 - \alpha_0) \dots \dots \dots (17)$$

und für den Verhältniswert der Radabbrückung (gewonnen aus der Forderung, daß die Eingriffsgerade tangierend an den Grundkreisen liegt)

$$\eta = \frac{z_1 + z_2}{2} \left(\frac{\cos \alpha_0}{\cos \alpha} - 1 \right) \frac{1}{\sin \beta_0}, \dots \dots \dots (18)$$

wobei der Eingriffswinkel α_0 der Modulzahnstange in der Radebene nach Gl. 10 zu berechnen ist aus

$$\operatorname{tg} \alpha_0 = \frac{\operatorname{tg} \alpha_n}{\sin \beta_0}.$$

Der Achsenabstand des spielfrei arbeitenden Getriebes setzt sich zusammen aus der Summe $(R_1 + R_2)$ der Modulkreishalbmesser und der Radabbrückung

$$y = \eta \left(\frac{t_n}{\pi} \right);$$

er beträgt somit

$$a = R_1 + R_2 + y = (R_1 + R_2) \frac{\cos \alpha_0}{\cos \alpha} \dots \dots \dots (19)$$

Die Fußtiefen innerhalb der Modulkreise sind

$$h_1'' = \kappa_1'' \left(\frac{t_n}{\pi} \right) = (\gamma_1 - \xi_1) \left(\frac{t_n}{\pi} \right), \quad h_2'' = \kappa_2'' \left(\frac{t_n}{\pi} \right) = (\gamma_2 - \xi_2) \left(\frac{t_n}{\pi} \right) \dots (20)$$

Beim Einhalten des üblichen Kopfspieles von $\frac{1}{6} \left(\frac{t_n}{\pi} \right)$ betragen die Kopfhöhen außerhalb der Modulkreise

$$h_1' = \kappa_1' \left(\frac{t_n}{\pi} \right) = (\eta + 1 - \xi_2) \left(\frac{t_n}{\pi} \right), \quad h_2' = \kappa_2' \left(\frac{t_n}{\pi} \right) = (\eta + 1 - \xi_1) \left(\frac{t_n}{\pi} \right) \quad (21)$$

In der Tafel der Profilabbrückungen kann aus den punktiert eingetragenen Linien für die Zähnezahlen z_{n_1} und z_{n_2} die Eingriffsdauer ϵ_n des Eingriffes im Normalschnitte eingeschätzt werden. Die Eingriffsdauer ϵ_p des Zahnprofils in der Radebene berechnet man dann ungefähr aus

$$\epsilon_p = \epsilon_n \sin^2 \beta_0 \dots \dots \dots (22)$$

Ungenauigkeiten der Bearbeitung zwingen zur Belassung eines Flankenspieles. Ein solches Spiel Δs_n , gemessen in der Eingriffsgeraden des Normalschnittes (also senkrecht zu den Zahnflächen), wird erreicht durch Vergrößerung des Achsenabstandes um den Betrag

$$\Delta a = \frac{\Delta s_n}{2 \sin \alpha_n} \dots \dots \dots (23)$$

Der Achsenabstand des mit Flankenspiel laufenden Getriebes ist dann

$$a' = a + \Delta a.$$

Zur Erleichterung der Anwendung vorstehender Gleichungen folgt die Durchrechnung eines Stirnrädergetriebes mit Schraubenzähnen, das in Abb. 14 bis 16 dargestellt ist. Die Zähnezahlen des Getriebes sind

$$z_1 = 4, \quad z_2 = 48,$$

der Eingriffswinkel und der Modul des Normalschnittes

$$\alpha_n = 15^\circ, \quad \left(\frac{t_n}{\pi}\right) = 12$$

Abb. 14. Fräserprofile im Normalschnitt.

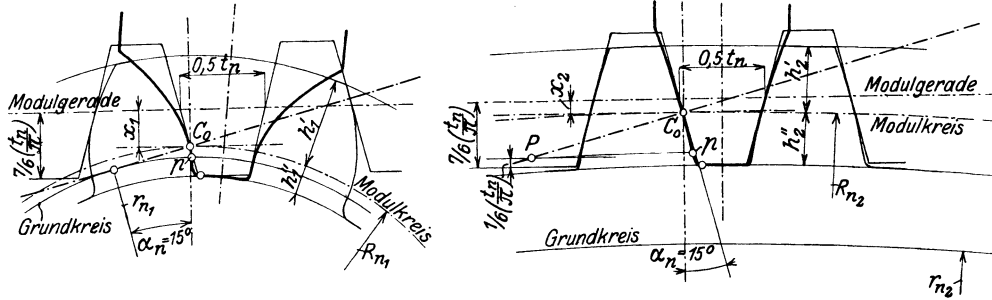


Abb. 15. Zahnprofile in der Radebene.

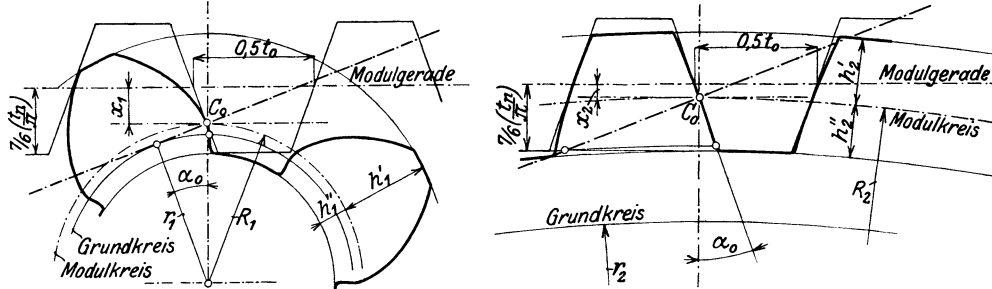


Abb. 16. Getriebeeingriff.

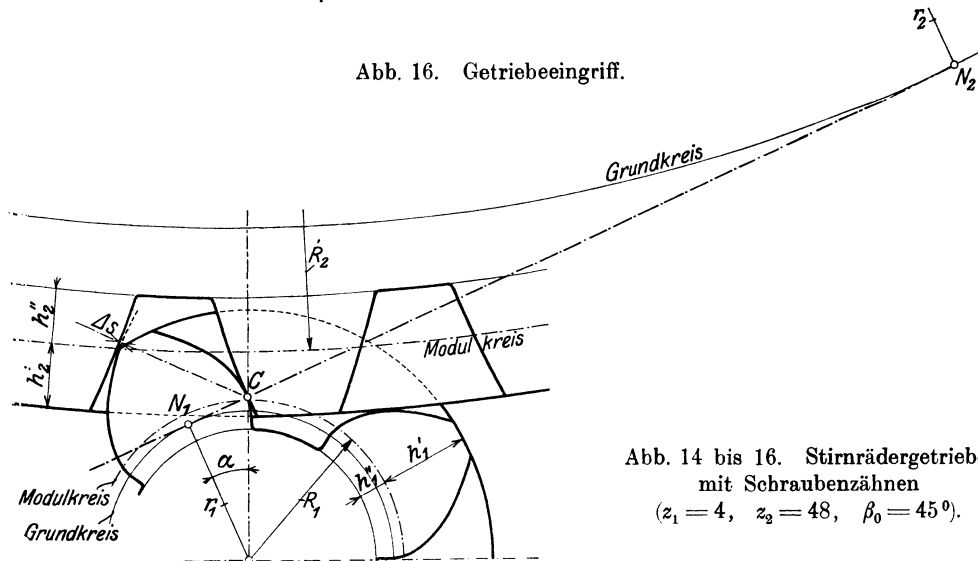


Abb. 14 bis 16. Stirnrädergetriebe mit Schraubenzähnen ($z_1 = 4, z_2 = 48, \beta_0 = 45^\circ$).

und der Steigungswinkel des Zahnverlaufs am Modulzylinder $\beta_0 = 45^\circ$.

Zunächst berechnet man den Eingriffswinkel α_0 der Modulzahnstange in der Radebene aus

$$\text{tg } \alpha_0 = \frac{\text{tg } \alpha_n}{\sin \beta_0} \quad \text{mit } \alpha_0 = 20^\circ 45' 12'',$$

die Umfangsteilung aus

$$t_0 = \left(\frac{t_n}{\pi}\right) \frac{\pi}{\sin \beta_0} = 53,314 \text{ mm},$$

die Halbmesser der Modulkreise aus

$$R_1 = \frac{z_1}{2} \cdot \frac{1}{\sin \beta_0} \left(\frac{t_n}{\pi}\right) = 33,94 \text{ mm},$$

$$R_2 = \frac{z_2}{2} \cdot \frac{1}{\sin \beta_0} \left(\frac{t_n}{\pi}\right) = 407,29 \text{ mm},$$

also

$$R_1 + R_2 = 441,23 \text{ mm}$$

und die Halbmesser der Grundkreise aus

$$r_1 = R_1 \cos \alpha_0 = 31,74 \text{ mm},$$

$$r_2 = R_2 \cos \alpha_0 = 380,86 \text{ mm}.$$

Die Zähnezahlen des Normalschnittes sind

$$z_{n_1} = \frac{z_1}{\sin^3 \beta_0} = 11,3, \quad z_{n_2} = \frac{z_2}{\sin^3 \beta_0} = 135,7.$$

Nun hat man für diese Zähnezahlen die zugehörigen Profilabrückungen in der Tafel (Seite 32, I. Teil) einzuschätzen. Man legt zwischen den Kurven $z = 11$ und 12 eine dem Werte $z_{n_1} = 11,3$ entsprechende Zwischenkurve ein und bestimmt nach dem angeschriebenen Höhenmaßstab ihre Ordinate

$$\xi_1 = +0,63$$

auf der Abszisse $z = 135,7$.

In gleicher Weise ermittelt man auf einer Kurve $z_{n_2} = 135,7$ (zwischen den Kurven $z = 128$ und 144 liegend) die Profilabrückung

$$\xi_2 = +0,18$$

für die Abszisse $z = 11,3$.

Aus der Summe der Profilabrückungen

$$\xi_1 + \xi_2 = 0,63 + 0,18 = +0,81$$

folgt nach Gl. 17

$$(\operatorname{tg} \alpha - \alpha) = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha_n}{z_1 + z_2} (\xi_1 + \xi_2) + (\operatorname{tg} \alpha_0 - \alpha_0) = 0,025067.$$

Aus diesem Funktionswerte ermittelt man unter Zuhilfenahme der Zahlentafel auf Seite 28, I. Teil die Größe des Eingriffswinkels im spielfrei arbeitenden Getriebe mit

$$\alpha = 23^\circ 37' 22''$$

und die Achsenentfernung

$$a = (R_1 + R_2) \frac{\cos \alpha_0}{\cos \alpha} = 450,34 \text{ mm}.$$

Ein etwaiges Flankenspiel von

$$\Delta s_n = 0,4 \text{ mm}$$

wird herbeigeführt durch ein Abrücken im Betrage von

$$\Delta a = \frac{\Delta s_n}{2 \sin \alpha_n} = 0,77 \text{ mm},$$

wobei die Achsenentfernung anwächst auf

$$a' = a + \Delta a = 451,11 \text{ mm}.$$

Zur Vereinfachung des Einbaues der Räder wird der Achsenabstand abgerundet auf

$$a' = 452,0 \text{ mm},$$

welcher Umstand eine Änderung der angenommenen Profilabrückungen notwendig macht; ihre Ermittlung erfolgt im umgekehrten Rechnungsgange. Die spielfrei ineinanderliegenden Räder haben dann einen Achsenabstand aufzuweisen von

$$a = a' - \Delta a = 452 - 0,77 = 451,23 \text{ mm},$$

einen Eingriffswinkel nach Gleichung

$$\cos \alpha = \frac{R_1 + R_2}{a} \cos \alpha_0 \quad \text{von } \alpha = 23^\circ 52' 40''$$

und nach Gl. 17 eine Summe der Profilabrückungen von

$$\xi_1 + \xi_2 = +0,894,$$

welcher Wert gegen den früheren Summenwert um den Betrag $0,894 - 0,81 = 0,084$ größer ist. Da die Zahnausgestaltung des kleinen Rades in das Gebiet der spitzen Zähne fällt (ξ_1 oberhalb der Kurve BB in der Tafel der Profilabrückungen), so hat man etwa ein Drittel des Betrages auf den ursprünglichen Wert von ξ_1 , den Rest auf ξ_2 aufzuteilen, also

$$\xi_1 = 0,63 + 0,030 = 0,660 \quad \text{und} \quad \xi_2 = 0,18 + 0,054 = 0,234.$$

Eine gleichmäßige Aufteilung des Zuwachses auf die ursprünglichen Werte von ξ_1 und ξ_2 ist dann vorzunehmen, wenn die Zahngestaltung im Gebiet der gleich starken Zähne (ξ_1 unterhalb der Kurve BB in der Tafel) liegt.

Die Radabrückung ist

$$y = a - (R_1 + R_2) = 451,23 - 441,23 = 10,00 \text{ mm},$$

im Verhältniswert

$$\eta = \frac{y}{\left(\frac{t_n}{\pi}\right)} = \frac{10}{12} = 0,83.$$

Es sind die Fußtiefen der Zähne

$$h_1'' = \left(\frac{r}{6} - \xi_1\right) \frac{t_n}{\pi} = 6,1 \text{ mm}, \quad h_2'' = \left(\frac{r}{6} - \xi_2\right) \frac{t_n}{\pi} = 11,2 \text{ mm}$$

und die Kopfhöhen

$$h_1' = (\eta + 1 - \xi_2) \frac{t_n}{\pi} = 19,2 \text{ mm}, \quad h_2' = (\eta + 1 - \xi_1) \frac{t_n}{\pi} = 14,1 \text{ mm}.$$

Die Räder erhalten somit Außendurchmesser von

$$2(R_1 + h_1') = 106,2 \text{ mm} \quad \text{und} \quad 2(R_2 + h_2') = 842,6 \text{ mm}$$

und sind zu schneiden mit den Profilabrückungen von

$$x_1 = \xi_1 \left(\frac{t_n}{\pi}\right) = 0,660 \cdot 12 = 7,9 \text{ mm},$$

$$x_2 = \xi_2 \left(\frac{t_n}{\pi}\right) = 0,234 \cdot 12 = 2,8 \text{ mm}.$$

Beim Einbau der Räder auf den Achsenabstand $a' = 452$ mm besteht dem früheren nach ein Flankenspiel von 0,4 mm.

In der Tafel der Profilabrückungen kann man für diese Getriebeausführung eine Eingriffsdauer für den Normalschnitt entnehmen von

$$\varepsilon_n = 1,5;$$

es ist daher die Eingriffsdauer der Zahnprofile in der Radebene ungefähr

$$\varepsilon_p = \varepsilon_n \sin^2 \beta_0 = 0,75.$$

Wird etwa eine Zahnbreite im Verhältnis

$$\frac{b}{t} = 2$$

ausgeführt, so berechnet sich nach Gl. 2 die gesamte Eingriffsdauer der Schraubenzähne mit

$$\varepsilon = \varepsilon_p + \frac{b}{t} \cot \beta_0 = 0,75 + 2 \cdot 1,0 = 2,75.$$

Dem Aufzeichnen des Getriebebildes (Abb. 16) muß zunächst die gesonderte Ermittlung der Zahnprofile aus dem spielfreien Zahnstangeneingriff (Abb. 15) nach dem früher angeführten Verfahren vorangehen. Alsdann sind in der Achsenentfernung a' die Grund-, Modul-, Fuß- und Kopfkreise beider Räder einzutragen. Der Schnittpunkt der Eingriffsgeraden, die als Tangente an die Grundkreise gezogen wird, in der Rädermitte liefert den Teilrißpunkt C , an den die ermittelten Zahnprofile beider Räder anzulegen sind. Entsprechend dem vorausgesetzten Flankenpiel Δs_n im Normalschnitte muß sich in der Eingriffsgeraden der Radebene ein Spiel zeigen von

$$\Delta s = \Delta s_n \frac{\sin \alpha}{\sin \alpha_n} = 0,59 \text{ mm.}$$

Sind die Zähne mit Profilfräsern zu schneiden, so muß noch eine zeichnerische Ausmittlung der Lückenprofile des Normalschnittes (Abb. 14) vorgenommen werden, wobei jedes Profil gesondert aus dem spielfreien Eingriff mit der Modulzahnstange ($\alpha_n = 15^\circ$) unter Einhalten der zugehörigen Profilabückung x zu bestimmen ist.

Es betragen im Normalschnitt die Halbmesser der Modulkreise

$$R_{n_1} = \frac{R_1}{\sin^2 \beta_0} = 67,88 \text{ mm,} \quad R_{n_2} = \frac{R_2}{\sin^2 \beta_0} = 814,58 \text{ mm}$$

und der Grundkreise

$$r_{n_1} = R_{n_1} \cos \alpha_n = 65,56 \text{ mm,} \quad r_{n_2} = R_{n_2} \cos \alpha_n = 786,80 \text{ mm.}$$

III. Die Bearbeitung der Stirnräder mit Schraubenzähnen.

Schraubenzähne lassen sich mit einem Formstahl aushobeln, sobald das Rad gleichzeitig entsprechend verdreht wird. Die Schwierigkeit einer genauen Herstellung der Profilschneiden, sowie deren rasche Abnützung beschränken dieses Verfahren auf die Bearbeitung kleiner Teilungen.

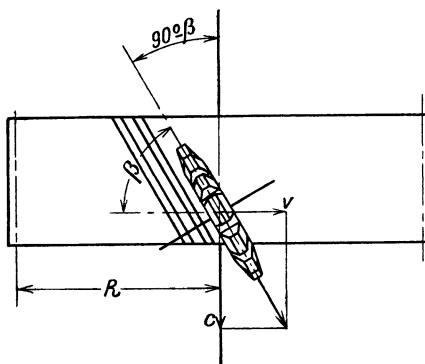


Abb. 17. Ausschneiden mit Scheibenfräser.

Günstiger ist die Verwendung eines geformten Scheibenfräasers, wie er zum Ausfräsen der geraden Zähne gebraucht wird. In einfachster Anordnung können die Schraubenzähne auf der Universalfräsmaschine geschnitten werden. Bei einem Steigungswinkel β der Schraubenzähne wird der Aufspanntisch mit dem Rade im Winkel $(90^\circ - \beta)$ schräg gestellt (Abb. 17) und dem Rade im Teilkreise eine Umfangsgeschwindigkeit v erteilt, die zur Vorschubgeschwindigkeit c des Tisches das Verhältnis einhält von

$$\frac{c}{v} = \operatorname{tg} \beta.$$

Um kräftigere Schnitte ausführen zu können, werden besondere Fräsmaschinen gebaut, bei denen die Einstellung und die Vorschubbewegung dem Werkzeugträger zugewiesen sind.

Zum Ausschneiden einer Teilung t benötigt man einen Scheibenfräser von der Normalteilung $t_n = t \sin \beta$. Die Zähnezahzahl z_n , für die der Fräser profiliert sein muß, bestimmt sich aus der Gl. 5 mit

$$z_n = \frac{z}{\sin^3 \beta},$$

wobei z die Zähnezahzahl des zu schneidenden Rades ist.

Dem Schneiden der Schraubenzähne mit den Scheibenfräsern der geraden Zähne haften Ungenauigkeiten an. Zunächst entspricht das Fräserprofil nur angenähert dem Normalschnitte der Zahnflächen. Dann schneidet ein Scheibenfräser nicht seine eigene Form in eine Schraubennut hinein, sondern hinterläßt ein Profil, das in Kopf und Fuß etwas zurückgesetzt ist (siehe Abschnitt XVII A). Je kleiner der Steigungswinkel β ist, desto unrichtiger wird das Profil; unter 70° sollte nicht gegangen werden. Die genaue Bestimmung des notwendigen Fräserprofils für jedes einzelne Rad ist praktisch undurchführbar. Trotz dieser Mängel ist das Verfahren sehr beliebt wegen seiner Einfachheit und der Möglichkeit, in einfachster Weise den Fräser ohne Beeinträchtigung seines Schnittprofils nachzuschleifen.

Eine weit genauere Zahnausgestaltung erhält man bei der Verwendung eines End- oder Fingerfräasers, der in gleicher Relativbewegung zum Werkstück geführt wird (Abb. 18). Die Fräserform entspricht dem Normalschnitt der Zähne. Der Fingerfräser arbeitet aber langsamer und nützt sich rascher ab, auch sein Nachschleifen gestaltet sich umständlicher; die Schleifscheibe muß an einer Lehre geführt werden. Aus diesen Gründen wird der Fingerfräser zum Ausarbeiten von einfachen Schraubenzähnen nur wenig benützt.

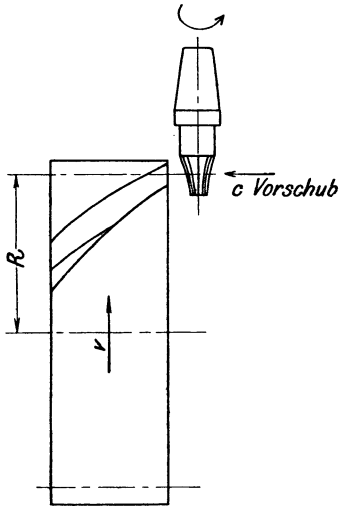


Abb. 18. Ausschneiden mit Fingerfräser.

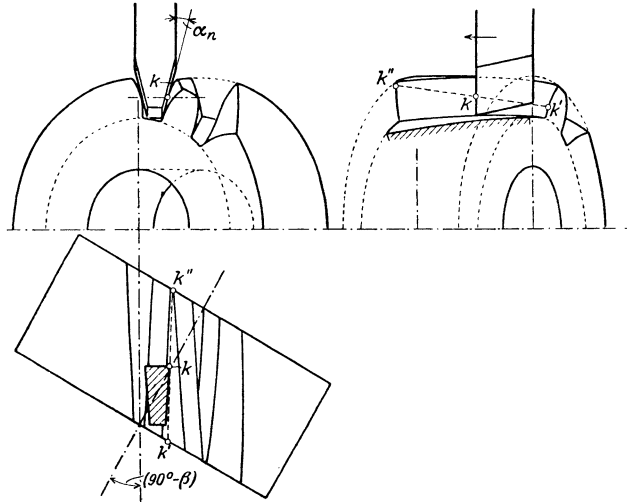
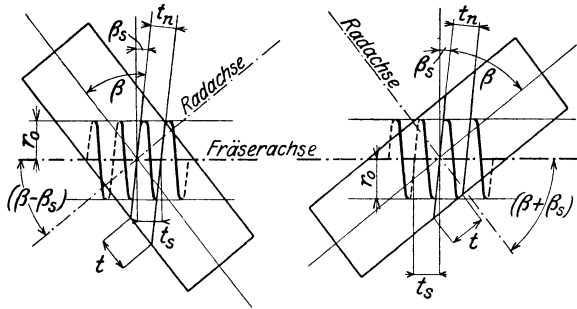


Abb. 19. Aushobeln nach dem Wälzverfahren.

Die gleichen Vorteile, die das Abwälzverfahren für die Herstellung gerader Zähne bietet, kommen bei den Schraubenzähnen in noch verstärkterem Maße zur Geltung. Außer den Abänderungen, die die Schraubengestalt der Zähne erfordern, wird es in gleicher Weise gehandhabt wie bei den geraden Zähnen. Das Werkzeug und das zu bearbeitende Rad werden aufeinander abgewälzt.

Gemäß der Ableitung der Zahngestalt aus dem Eingriff einer Zahnstange mit schrägen Zähnen lassen sich die Schraubenzähne mit einem Stichel aushobeln, dessen gerade Schneidkanten dem Normalschnitt der Zahnstange nachgebildet sind (Abb. 19). Die Schneidrichtung wird in die Zahnschräge $(90^\circ - \beta)$ des Teilriß- bzw. Modulzylinders eingestellt; bei jedem Durchgang des Stahles wird der Schraubenzahn

längs einer Geraden $k'k''$ tangentiell angeschnitten. Eine abwälzende Schaltbewegung zwischen Rad und Stichelträger bereitet die einzelnen Schnittlagen vor. Diese Art der Bearbeitung ist heute das einzige Verfahren, das die Möglichkeit bietet, vollkommen genaue Schraubenzähne herzustellen. Die Genauigkeit bleibt auch bei Einstellung beliebig großer Profilabrückungen aufrechterhalten. Anzuwenden ist dieses Verfahren insbesondere beim Ausschneiden von kleinen Zähnezahlen und großen Zahnschrägen, bei denen alle übrigen Bearbeitungsverfahren zu ungenauen Ergebnissen liefern. Auf der Maschine von Maag werden die Schraubenzähne mit einer mehrzähligen Zahnstange ausgehobelt.

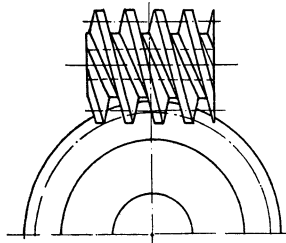


bei gleichem Steigungssinn des Schraubenverlaufes. bei ungleichem Steigungssinn des Schraubenverlaufes.

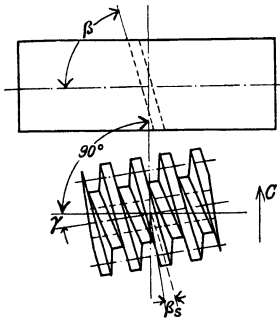
Abb. 20. Anstellung des Schneckenfräasers.

Gebräuchlicher ist die Anwendung des Wälzverfahrens unter Zuhilfenahme des Schneckenfräasers, der an das zu schneidende Rad derart angesetzt wird, daß seine mittlere Schraubenlinie an der Schnittstelle in die Richtung der Zahnschräge fällt (Abb. 20). Sind β und β_s die Steigungswinkel des Schrauben-

verlaufs im Rad und Fräser, so hat man bei gleichem Steigungssinn (also beide Schraubenlinien entweder rechts- oder linksgängig) die Rad- und Fräserachse im Kreuzungswinkel $(\beta - \beta_s)$ anzustellen; bei ungleichem Steigungssinn beträgt jedoch der Kreuzungswinkel $(\beta + \beta_s)$.



Das zu schneidende Rad ist einer Drehbewegung zu unterwerfen (Abb. 21), die sich aus zwei Einzelbewegungen zusammensetzt. Zunächst muß das Rad im Übersetzungsverhältnisse, das zwischen Rad und Frässhnecke besteht, angetrieben werden. Um den Fräser längs des Schraubenverlaufs durch die Radbreite zu führen, muß eine zweite Drehbewegung zugefügt werden; ihr Anteil v an der Teilrißgeschwindigkeit des Rades hält mit der Vorschubgeschwindigkeit des Fräasers das Verhältnis ein von



$$\text{tg } \beta = \frac{c}{v}.$$

Abb. 21. Ausschneiden mit Schneckenfräser.

Beide Bewegungen werden dem Rade durch ein Differentialrädlergetriebe übermittelt.

Der Zusammenhang der Zahngestaltung von Rad- und Frässhnecke ist aus dem gemeinsamen Normalschnitt zu ermitteln. Die Eingriffswinkel und Teilungen seien im Normalschnitt α_n und t_n , im axialen Längsschnitt der Frässhnecke α_s und t_s , in der Radebene α und t ; es bestehen folgende Beziehungen:

$$\begin{aligned} \text{tg } \alpha_n &= \text{tg } \alpha_s \cos \beta_s = \text{tg } \alpha \sin \beta \\ t_n &= t_s \cos \beta_s = t \sin \beta. \end{aligned}$$

Der Steigungswinkel der eingängigen Frässhnecke vom mittleren Radius r_0 folgt aus

$$\text{tg } \beta_s = \frac{t_s}{2 r_0 \pi}.$$

Diese Gleichungen geben den notwendigen Behelf, um zu einer vorhandenen Frässhnecke die passenden Zahn- und Radabmessungen herauszufinden oder auch für gegebene Radgrößen die zugehörige Frässhnecke auszumitteln.

Die Bearbeitung mit Frässchnecke liefert keine vollkommen genauen Schraubenzähne; die Ursache ist die gleiche wie beim Schneiden von geraden Zähnen. Da der Außenumriß der Schneckenfläche, in der Richtung der Schraubensteigung gesehen, nicht geradlinig ist, so zeigen die geschnittenen Zahnflanken im Kopf ein leichtes Zurücktreten gegenüber dem genauen Evolventenprofil. Durch diesen Umstand leidet die Ruhe des Ganges zwar nicht in demselben Ausmaße wie bei den geraden Zähnen, weil ausschließlich der genauere Teil der Profile in der Teilrißnähe abwechselnd über die volle Radbreite den Eingriff besorgt, doch werden damit die weiter vom Teilriß abstehenden Flankenteile dem Eingriffe entzogen, also eigentlich überflüssig gemacht. Die Fehlerhaftigkeit wächst mit dem Steigungswinkel β_s ; man soll sich auch beim Schneiden der Schraubenzähne nur mit eingängigen Frässchnecken behelfen, deren Steigungswinkel ungefähr $\beta_s = 5^\circ$ ist. Profilabrückungen sollen beim Schneiden mit Schneckenfräser unterbleiben, weil die Ungenauigkeit der Zahngestaltung bei Abrückungen beträchtlich größer ausfällt.

IV. Kegelräder mit Schraubenzähnen.

Der Schraubenzahn eines Kegelrades entsteht aus einem geraden Zahne durch Verdrehung der in den Mantelflächen der Ergänzungskegel liegenden Zahnprofile. Zu einer deutlichen Vorstellung gelangt man, wenn man die Gestaltung der Schraubenzähne eines Kegelrades aus dem Eingriff mit dem für beide Räder eines Getriebes gemeinsamen Planrade ableitet (Abb. 22). Die Zähne des Planrades werden in der ebenen Teilrißfläche entlang einer beliebigen Leitlinie L geführt. Die Aufwicklung der Leitlinie L auf dem Teilrißkegel ergibt eine Schraubenlinie L' , längs welcher der Zahn am Rade aufzusetzen ist.

Die Wahl des geometrischen Charakters der Leitlinie hängt vom Bearbeitungsverfahren ab. Beim Wälzverfahren erfordert der gerade Stichelhub eine gerade Leitlinie L , die im Winkel $(90^\circ - \beta)$ schräg zum Halbmesser steht (Abb. 27); die Bahn drehender Schneidstichel entspricht einer kreisförmigen Leitlinie (Abb. 28).

Für das Ausschneiden der Zähne mit dem Fingerfräser zieht man jedoch als Leitlinie L des Planradzahnes eine archimedische Spirale vor (Abb. 23), um zu einem einfachen Bewegungsvorgang zwischen Fräser und Werkstück zu gelangen. Bei der Aufwicklung der Spirale am Teilrißkegel ergibt sich eine konische Schraubenlinie L' , die auch als Schnittlinie des Teilrißkegels und einer um die Kegelachse gelegten Schraubenfläche angesehen werden kann.

Die konische Schraubenlinie entsteht aus der resultierenden Bewegung eines Punktes auf der Mantelfläche des Teilrißkegels, die sich aus einer gegen die Kegelspitze gerichteten fortschreitenden Bewegung mit der Geschwindigkeit c und einer gleichzeitigen Drehbewegung mit der Winkelgeschwindigkeit ω um die Radachse zusammensetzt; ihr Steigungswinkel β in einem Punkte, der im Betrage r von der Kegelspitze absteht, berechnet sich aus der Abb. 24 mit

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{c}{r \sin \varphi \cdot \omega}, \dots \dots \dots (24)$$

wobei φ der Spitzenwinkel des Teilrißkegels ist. Die Zahnschräge $(90^\circ - \beta)$ nimmt daher gegen die Kegelspitze ab.

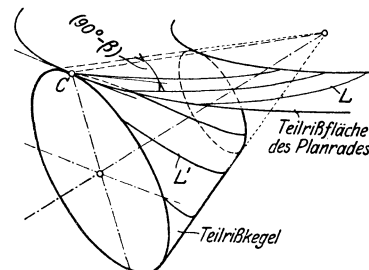


Abb. 22. Zahnverlauf in den Teilrißflächen von Plan- und Kegelrad.

Erhalten die Zähne des einen Rades einen rechts ansteigenden Schraubenvorlauf, so sind die Zähne des gepaarten Rades links ansteigend auszuführen. Durch die Schraubenausgestaltung findet eine Vergrößerung der Eingriffsdauer des Zahnes statt; zu der Eingriffsdauer ε_p des Profils tritt hier noch ein Betrag von $\frac{R\tau_0}{t}$ hinzu, der aus der Verdrehung der beiden Endprofile um den Winkel τ_0 herrührt (Abb. 23).

Die bei den Stirnrädern ausführlich geschilderten Vorteile der Schraubenzähne kommen auch hier zur Geltung. Man erzielt ruhigeren Gang und es können auch

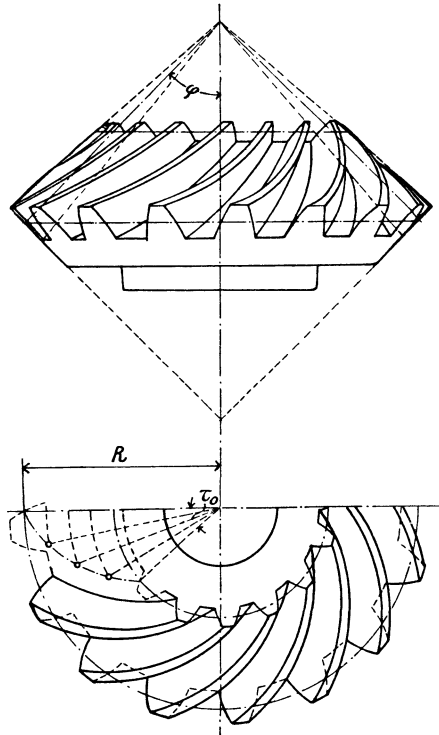


Abb. 23.

größere Übersetzungen zur Ausführung gebracht werden, sobald eine sorgfältigere Zahnausgestaltung durch Bearbeitung vorgesehen wird. Während man bei geraden Zähnen nicht gern über eine 4fache Übersetzung hinausgeht, gestatten Schraubenzähne Übersetzungen bis 1:10, wodurch sich für die Anwendung der Kegelräder ein weiteres Gebiet erschließt.

Der für die Bearbeitung maßgebende Normalschnitt der Zähne wird senkrecht auf die Zahnschraubelinie des Teilrisses gelegt. Beim geraden Zahn hat der Halbmesser des Ersatzteilkreises für die Verzahnung die Länge der Ergänzungskegelkante $r \operatorname{tg} \varphi$. Durch die Schrägstellung der Schnittebene beim Schraubenzahn ergibt sich daher gemäß Gl. 3 für den Normalschnitt ein Teilkreisradius in der Größe von

$$R_n = \frac{r \operatorname{tg} \varphi}{\sin^2 \beta} \dots \dots \dots (25)$$

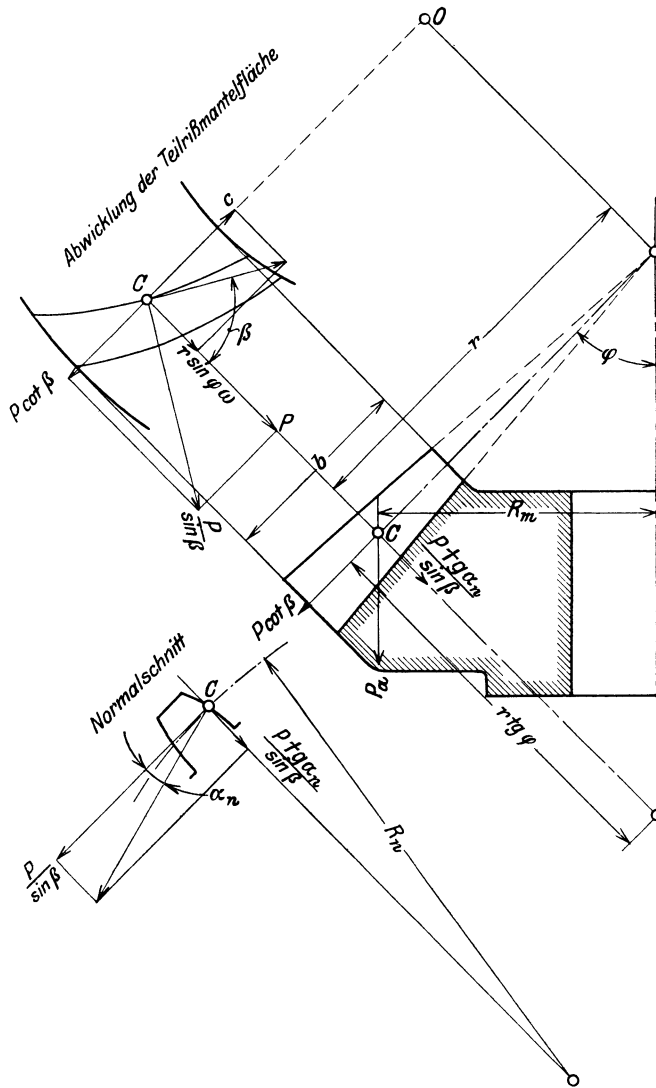


Abb. 24.

Für die Berechnung denkt man sich die Umfangskraft P am mittleren Radius R_m wirkend; der schräge Zahn ist dann durch eine Normalkraft $\frac{P}{\sin \beta}$ belastet. Dieser Umstand erhöht die Zahnreibung gegenüber den geraden Zähnen; man erhält den verhältnismäßigen Verlust aus der Gleichung für gerade Kegelhäderzähne (siehe I. Teil, Abschnitt III B) durch Multiplikation mit dem Faktor $\frac{1}{\sin \beta}$.

Beim Übertragen einer Umfangskraft P macht sich in der Richtung der Teilrißkegelkante eine Kraftwirkung von $P \cot \beta$ geltend (Abb. 24). Senkrecht hierzu, in die Achsenebene fallend, wirkt eine Komponente

$$\frac{P \operatorname{tg} \alpha_n}{\sin \beta}$$

des in der Richtung der Eingriffslinie wirkenden Zahndruckes im Normalschnitt. Durch diese beiden Kraftäußerungen wird in der Richtung der Radachse ein Druck in der Größe von

$$P_a = \frac{P}{\sin \beta} (\cos \beta \cos \varphi + \operatorname{tg} \alpha_n \sin \varphi) \dots \dots \dots (26)$$

ausgeübt, der das Rad außer Eingriff zu schieben trachtet.

Die Berechnung erfolgt auf Grundlage der Formel

$$P = k \cdot b \cdot t,$$

worin für t die Umfangsteilung am mittleren Radhalbmesser R_m einzuführen ist. Der daselbst bestehende Teilungsmodul des Normalschnittes kann aus den Gl. 8 und 9 ermittelt werden.

V. Die Bearbeitung der Kegelhäder mit Schraubenzähnen.

Die Ausführung der Kegelschraubenzähne im Gußstücke auf Grund zeichnerischer Ermittlung bereitet nicht nur erhebliche Schwierigkeiten, sondern läßt auch an Genauigkeit viel zu wünschen übrig. Die Vorzüge der Schraubengestaltung kommen erst bei geschnittenen Zähnen zur Geltung. Als Bearbeitungsverfahren kommen in Betracht das Profilfräsen und das Wälzverfahren.

Das Profilfräsen erfolgt mit einem Fingerfräser, dessen Profil mit dem Normalschnitt der Zahnücke übereinstimmt. Abb. 25 zeigt die Anordnung einer hierzu geeigneten Bearbeitungsmaschine der Zahnradfabrik Augsburg (D. R. P.). Der Fingerfräser wird in eine drehende Welle eingespannt und auf einem Schlitten längs der Kegelkante des Zahnfußes geführt; gleichzeitig erhält das zu bearbeitende Kegelrad eine Drehung in dem durch Gl. 24 festgelegten Verhältnis. Nach vollzogenem Durchgang des Fräasers ist die Zahnücke im Schraubenverlaufe fertiggestellt.

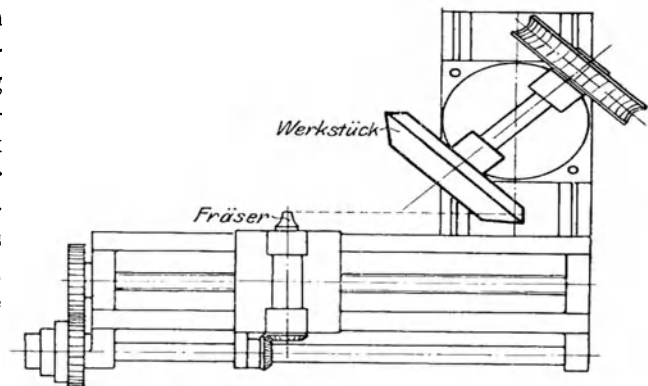


Abb. 25. Ausschneiden mit Fingerfräser.

Die notwendige Verjüngung der Lückenweite wird bei diesem einfachen Verfahren der Hauptsache nach dadurch erreicht, daß die unveränderliche Normallückenweite

des Fräasers zufolge der wachsenden Steigung der Schraubenlinie gegen die Kegelspitze abnehmende Umfangslückenweiten veranlaßt. Im Kopfteile der Lücken wird diese Verjüngung noch durch einen andern Umstand gefördert; der längs der Fußkante geführte Fräser vermag in der abnehmenden Zahnhöhe nur kleinere Weiten auszuschneiden.

Eine vollständig richtige Ausarbeitung der Zahnücke ist bei dem erwähnten Verfahren nicht zu erzielen. Im folgenden sind nun die Verhältnisse klargelegt, unter denen man der theoretisch genauen Zahnausbildung am nächsten kommt.

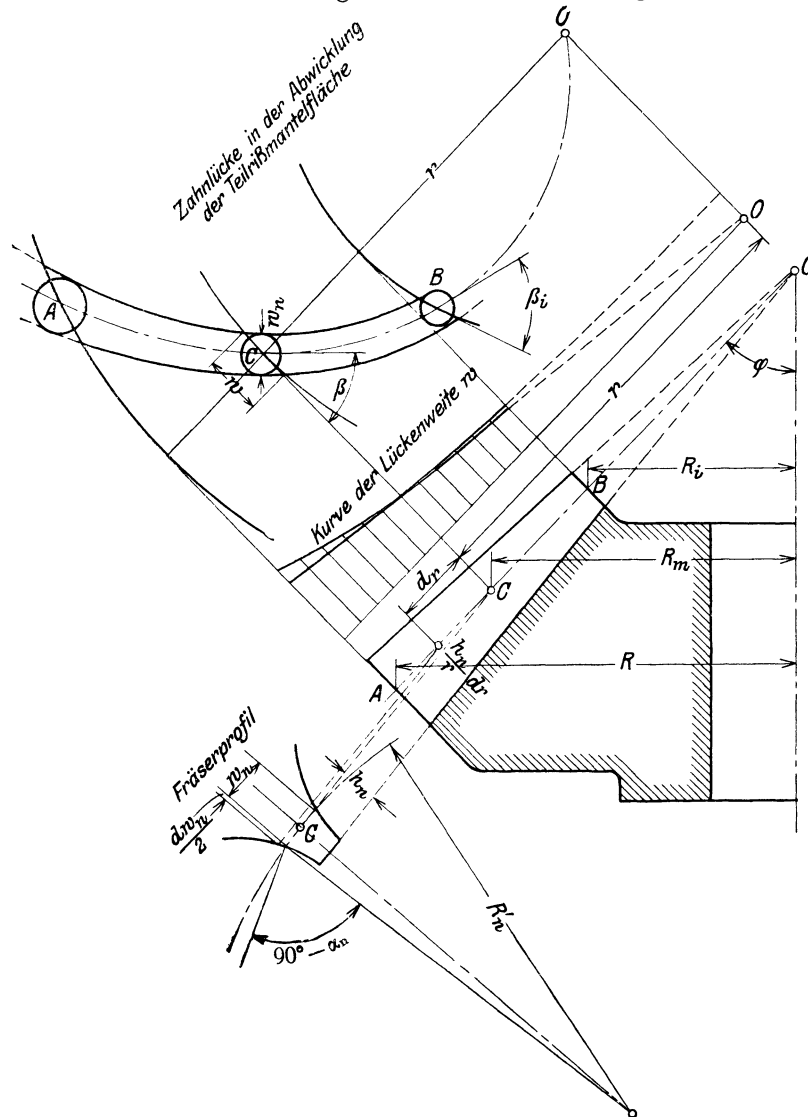


Abb. 26. Zahnückenverlauf beim Ausschneiden mit Fingerfräser.

In erster Reihe muß man trachten, den Eingriff der im Teilrißkegel liegenden Zahnpunkte zu sichern. Der Fräser schneidet aus der Teilrißkegelfläche eine Lücke aus, deren Umfangsweite w nicht proportional mit der Entfernung r von der Kegelspitze zunimmt. In Abb. 26 ist der kurvenförmige Verlauf der Lückengröße dargestellt; zu jeder Entfernung r ist die zugehörige Umfangslückenweite w als Ordinate eingetragen. Notwendig ist aber ein proportionaler Verlauf, der durch eine aus O gezogene Gerade ausgedrückt ist. Gestaltet man nun die Verhältnisse derart, daß die sich ergebende Kurve der fehlerhaften Lückenweiten tangierend an die Gerade

der richtigen Weiten verläuft, so gelangt man im Tangierungsbereiche zur weitgehendsten Annäherung an die gewünschte Proportionalität. In den von der Tangierungsstelle weiter abstehenden Zahnteilen stellen sich dann nur zulässige Lückenerweiterungen ein, unstatthafte Lückenverengungen bleiben ausgeschlossen. Die Tangierungsstelle ist zweckmäßig auf die Mitte der Zahnbreite zu verlegen.

Die Bedingung, durch die der ausgesprochenen Forderung entsprochen wird, läßt sich rechnerisch aufsuchen. Der auf Zahnmitte stehende Fingerfräser besitzt im Teilrißpunkte C einen Durchmesser w_n ; er hinterläßt in der Teilrißfläche eine Lückenweite w , gemessen am Umfang des Kreises vom Halbmesser r in der abgewinkelten Mantelfläche, von

$$w = \frac{w_n}{\sin \beta}.$$

Die Änderung der Umfangslückenweite im Punkte C stimmt mit dem geforderten proportionalen Verlauf überein, wenn die Beziehung besteht:

$$\frac{dw}{dr} = \frac{w}{r}.$$

Die Einführung des vorangehenden Wertes für w und seines Differentialquotienten liefert die Bedingungsgleichung

$$\frac{dw_n}{dr} - w_n \cot \beta \frac{d\beta}{dr} = \frac{w_n}{r} \dots \dots \dots (27)$$

Eine Änderung von w_n nach r ergibt sich aus dem Umstande, daß der Fräser parallel zum Zahnfuße geführt wird; in der Entfernung $(r + dr)$ kommt ein Fräserdurchmesser $(w_n + dw_n)$ zum Schnitt in der Teilrißfläche, der um den Betrag

$$\frac{h_n}{r} dr$$

vom ursprünglichen Teilrißfräserquerschnitt absteht, wobei h_n die Fußhöhe der Zahnmitte ausdrückt. Der Evolvententeil im Teilriß steht senkrecht auf der durch den Winkel α_n bestimmten Eingriffsgeraden des Normalschnittes; es berechnet sich daher die Erweiterung des Fräserdurchmessers mit

$$dw_n = 2 \frac{h_n}{r} dr \operatorname{tg} \alpha_n.$$

Die Änderung des Steigungswinkels β nach r erhält man aus der in Gl. 24 ausgedrückten Beziehung

$$r \operatorname{tg} \beta = \text{konstant.}$$

Die Differentiation dieser Gleichung

$$\operatorname{tg} \beta + \frac{r}{\cos^2 \beta} \frac{d\beta}{dr} = 0$$

ergibt

$$\frac{d\beta}{dr} = - \frac{\sin \beta \cos \beta}{r}.$$

Die Einführung der beiden ermittelten Änderungswerte $\frac{d\beta}{dr}$ und $\frac{dw_n}{dr}$ formt die Bedingungsgleichung 27 um in

$$2 h_n \operatorname{tg} \alpha_n + \frac{w_n}{r} \cos^2 \beta = \frac{w_n}{r}.$$

Daraus erhält man unter Berücksichtigung von

$$w_n = \frac{t_n}{2}$$

schließlich die Bedingung

$$\sin^2 \beta = 4 \operatorname{tg} \alpha_n \frac{h_n}{t_n} \dots \dots \dots (28)$$

Der Steigungswinkel β des Schraubenzahnes wird somit zur abhängigen Größe der Fräserprofilierung, sobald das innigste Anschmiegen an den gewünschten proportionalen Verlauf erreicht werden soll.

Für die gebräuchlichen Abmessungen der Evolventenprofilierung

$$\alpha_n = 15^\circ \quad \text{und} \quad h_n = 1,2 \frac{t_n}{\pi}$$

berechnet sich der hierzu passende Steigungswinkel in der Mitte der Zahnbreite mit $\beta = 39^\circ 4'$. Ein Steigungswinkel von 45° , wie ihn die praktischen Ausführungen zumeist aufweisen, erfordert einen etwas größeren Eingriffswinkel von $\alpha_n = 17^\circ$.

Ein weiterer Umstand, der zu berücksichtigen ist, betrifft die Flankenform. Die einzelnen Normalschnitte längs der ganzen Zahnbreite liefern verschieden große Krümmungsradien R_n der Verzahnungsteilkreise, also auch in der Form verschiedene Lückenprofile. Um vorstehende Profile zu vermeiden, die zu Kanteneingriff führen würden, muß nun der Fräser nach der Zahnevolventenform des kleinsten Krümmungskreises profiliert werden. Dieser findet sich an der inneren Seite des Zahnes im Punkte B vor; seine Größe beträgt nach Gl. 25

$$R_n' = \frac{\left(r - \frac{b}{2}\right) \operatorname{tg} \varphi}{\sin^2 \beta_i},$$

wobei der Steigungswinkel β_i an der inneren Zahnbegrenzung aus Gl. 24 bestimmt ist durch

$$\left(r - \frac{b}{2}\right) \operatorname{tg} \beta_i = r \operatorname{tg} \beta.$$

Das Zusammenziehen beider Gleichungen ergibt unter Einführung des inneren Radhalbmessers R_i die Beziehung

$$R_n' = \frac{R_i}{\cos \varphi} \left[1 + \cot^2 \beta \left(\frac{R_i}{R_m}\right)^2 \right] \dots \dots \dots (29)$$

Das Fräserprofil ist demnach auf dem Ersatzteilkreise vom Halbmesser R_n' mit der Normalteilung der Zahnmitte

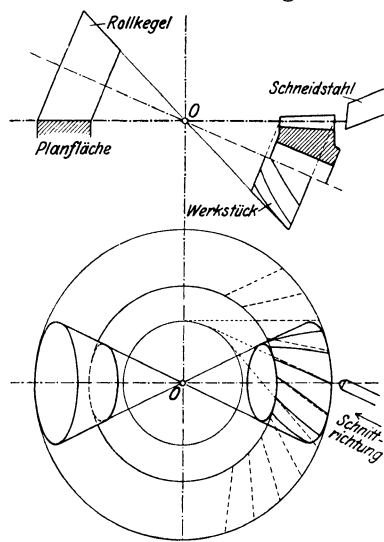


Abb. 27. Aushobeln nach dem Wälzverfahren.

$$t_n = \frac{2 R_m \pi}{z} \sin \beta$$

und einer Ersatzzähnezahl

$$z' = \frac{2 R_n' \pi}{t_n} = \frac{z R_n'}{\sin \beta R_m}$$

zu ermitteln. Mit dem Eingriffswinkel α_n hat außerdem der Steigungswinkel β die Beziehung der Gl. 28 einzuhalten.

Die Ungenauigkeit der Bearbeitung zwingt zur Ausführung größerer Zähnezahlen (über 12) und kleinerer Zahnbreiten (unter $b = 3t$).

Neuerdings gewinnt das Wälzverfahren zur Bearbeitung der Schraubenzähne an Verbreitung. Die Zahnobelmaschinen für geradzahnige Kegelräder lassen sich diesem Zwecke leicht anpassen; man braucht nur den Stichelhub schräg gegen die Kegelkante zu legen (Abb. 27). Die von der Stichel-schneide durchlaufene Fläche entspricht dann einem geradlinigen schrägstehenden Planradzahne, längs

welchem der vorbeiwälzende Zahn des Kegelrades geformt wird. Auf diese Weise arbeitet die für diesen Zweck umgebaute Bilgramhobelmaschine der Firma

I. E. Reinecker A.-G.¹⁾ Die Zahnücken werden zunächst vorgeschruppt; dann erfolgt in zwei aufeinander folgenden Schnittgängen das Fertigschneiden der beiden Zahnflächen. Auf gleicher Grundlage werden die Schraubenzähne auch in der Maschine von Heidenreich & Harbeck²⁾ geschnitten.

Der geradlinige Verlauf solcher Schraubenzähne ermöglicht das Schleifen der Zahnflächen. An Stelle des Hobelstahles tritt eine gleichprofilerte Schleifscheibe, die im Arbeitshub schräg zur Kegelkante vorgeschoben wird. Eine solche Kegelschleifmaschine wird gleichfalls von der Firma I. E. Reinecker A. G.²⁾ ausgeführt.

Nach dem Abwälzverfahren gefräste Zähne in Kreisbogenverlauf liefert die Maschine der Gleason Works, Rochester, N. Y.³⁾ Ein um die Achse m drehender Messerkopf (Abb. 28) trägt am Umfange eine größere Zahl von einstellbaren Schneidsticheln M mit geraden Schneidkanten, von denen zunächst die eine Hälfte außen im Halbmesser ϱ die Hohlseite aller Zähne in abwäzender Bewegung ausarbeitet, worauf nach Umschaltung und Einstellung auf die richtige Zahnstärke in einem zweiten Schnittgange die andere Hälfte der Stichel mit den inneren Schneidkanten im Halbmesser $(\varrho - s)$ die gewölbte Seite aller Zähne fertigstellt. Die beiden Zahnseiten weisen somit ungleiche Krümmungshalbmesser auf, so daß im Getriebeeingriff eine gleichmäßige Zahnauflage über die ganze Radbreite nicht erzielt wird und eigentlich die Zahnberührung auf die Radmitte beschränkt bleibt.

Eine raschere Bearbeitung gewährt das Verfahren von Böttcher²⁾, bei dem die drehenden Messer gleichzeitig beiderseits schneiden; es wird die Zahnücke auf beiden Flanken in einem Schnittgang fertiggestellt. Die Möglichkeit für diesen vereinfachenden Vorgang ist gegeben, wenn die Steigungswinkel β_a und β_i (Abb. 28) an den Stirnenden des bogenförmigen Zahnverlaufs derart gewählt werden, daß am äußeren und inneren Radumfang gleiche Normalteilung besteht,

$$t_n = t_a \sin \beta_a = t_i \sin \beta_i.$$

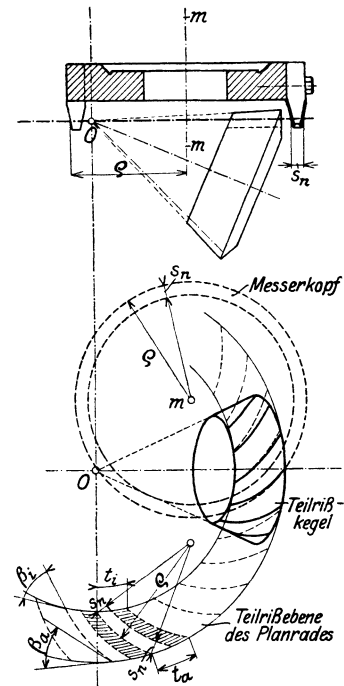


Abb. 28. Ausdrehen nach dem Wälzverfahren.

Abb. 28. Ausdrehen nach dem Wälzverfahren.

VI. Räder mit roh gegossenen Winkelzähnen.

Der Verwendungsbereich der Räder mit einfachen Schraubenzähnen ist wegen des auftretenden Axialdruckes nur auf leichte Triebe beschränkt. Ihre Ausführung bei hohen Umfangsgeschwindigkeiten und großen Belastungen wäre praktisch verfehlt.

Der Axialdruck läßt sich durch eine Zahnausgestaltung beseitigen, bei der der Zahn zur Hälfte in linksgängigem und zur anderen Hälfte in rechtsgängigem

¹⁾ Siehe Uhlich: „Kegelräder mit Schraubenzähnen und deren Herstellung“. Z. V. d. I. 1920, S. 208.

²⁾ Siehe Buxbaum: „Neue Werkzeugmaschinen für die Automobilindustrie“. Z. V. d. I. 1922, S. 201.

³⁾ Siehe „Kegelraderfräsmaschine nach dem Abwälzverfahren“, Werkst. Techn. 1914, Heft 11.

Schraubenverlauf bei gleicher Steigung ausgeführt wird (Abb. 29); die axialen Komponenten der Normaldrücke auf die beiden Zahnhälften heben sich dann gegenseitig auf. Derartige Zähne bezeichnet man als Winkelzähne; wenn beide Zahnhälften zusammenhängen, werden sie auch Pfeilzähne genannt.

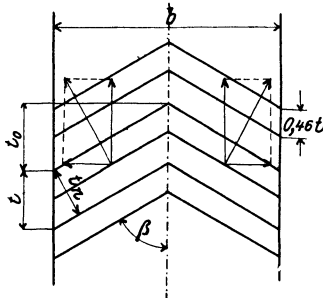


Abb. 29.

Der Seitendruck entfällt gänzlich nur bei gleichmäßiger Auflage beider Zahnhälften; die Herstellung und Aufstellung der Räder erheischt daher große Sorgfalt. Viel sicherer verhindert man das Aufkommen eines Axialdruckes und somit auch eine ungleichmäßige Beanspruchung der Zahnhälften, wenn man es dem kleineren Rade überläßt, sich selbst genau einzustellen. Kleine Ritzel kann man etwa durch Aufsetzen auf zwei um 180° versetzte Federn verschiebbar halten. Besser ist es jedoch, die Einstellbarkeit auf die Ritzelwelle auszudehnen, was durch Anordnung einer längsverschieblichen Kupplung und Belassen eines geringen axialen Spieles in den Lagern zu erreichen ist.

Den Winkelzähnen kommt eine große Widerstandsfähigkeit zu, sobald die Winkelspitze in der Drehrichtung vorangeht. Die gefährlichste Inanspruchnahme erleidet jeder Zahn beim Eintreten in den Eingriff, nachdem bei Fehlerhaftigkeit der Eingriffsbeginn immer mit Stoß einsetzt. Eine solche Stoßwirkung trifft dann

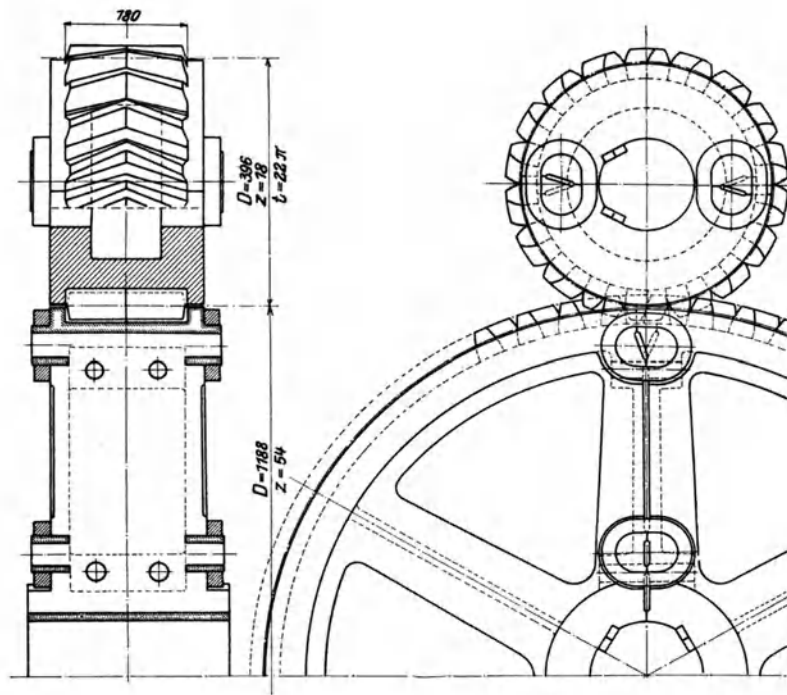


Abb. 30.

den Pfeilzahn in der Winkelspitze, dem widerstandsfähigsten Teile des ganzen Zahnes. Die an den Stirnflächen liegenden Zahnteile werden bei schweren Trieben durch Seitenränder (Abb. 30) verstärkt, insbesondere dann, wenn die Räder auch in umgekehrter Drehrichtung laufen sollen.

Die größere Widerstandsfähigkeit der Winkelzähne ist auch durch einen anderen Umstand bedingt. Die Durchbiegung von zwei eingreifenden Zahnprofilen veranlaßt ein Zurückbleiben des getriebenen Rades, das bei sonst gleicher Kraftwirkung desto

größer sein muß, je weiter der Berührungspunkt der Profile vom Teilriß absteht, weil die Durchbiegung eines Stabes mit der dritten Potenz der Stablänge wächst. Die kleinste Gesamtdurchbiegung zeigen die im Teilriß sich berührenden Profile. Das Zurückstehen des getriebenen Rades muß nun aber für alle Profile der Radbreite ein gleiches sein; es folgt daraus, daß jene Profile, die in der Nähe des Teilrisses sich berühren, mehr Druck übernehmen als die Profile in den weiter abliegenden Berührungspunkten. Von einer gleichmäßigen Aufteilung des Druckes längs der Zahnberührungslinie kann somit keine Rede sein. Es stellt sich eine weit günstigere Druckverteilung ein, bei der das Maximum an Belastung dem Teilrißpunkte des Profils und das Minimum der Zahnspitze zukommt. Die Biegungsbeanspruchung des Schraubenzahnes fällt daher geringer aus als beim geraden Zahne. Schließlich wird die größere Nachgiebigkeit der Seitenteile des Winkelzahnes zur Folge haben, daß die steifere Zahnmitte mehr an Druck übernimmt, welcher Umstand ebenfalls zur Erhöhung der Widerstandsfähigkeit beiträgt.

Wegen der großen Festigkeit kommen die Winkelzähne zur Ausführung bei schweren, stoßenden Antrieben, so z. B. bei Pumpen, Winden usw. Die Räder werden in Gußeisen oder Stahlguß ausgeführt und die Zähne mit eingegossen (Abb. 30). Der um den Sprung t_0 verlängerte Eingriff ermöglicht es auch, mit den Zähnezahlen herunterzugehen. Die Zahnbreite wird

$$b = 3t \text{ bis } 4t$$

gehalten und die Profilbemessung so gewählt, daß der Normalschnitt des Zahnes ungefähr den Abmessungen von roh gegossenen Stirnzähnen entspricht. Die Ausführungen zeigen Steigungswinkel

$$\text{von } \beta = 55^\circ \text{ bis } \beta = 65^\circ.$$

Der roh gegossene Winkelzahn besitzt daher ungefähr eine Kopfhöhe von $0,25t$, eine Fußtiefe von $0,35t$ und eine Zahnstärke im Teilkreis gemessen von $0,46t$. Der Eingriffswinkel α in der Radebene wird dann gemäß Gl. 7 ungefähr

$$\alpha = 18^\circ.$$

Kleine Zähnezahlen erfordern aus später erörterten Gründen noch größere Winkel bis $\alpha = 25^\circ$.

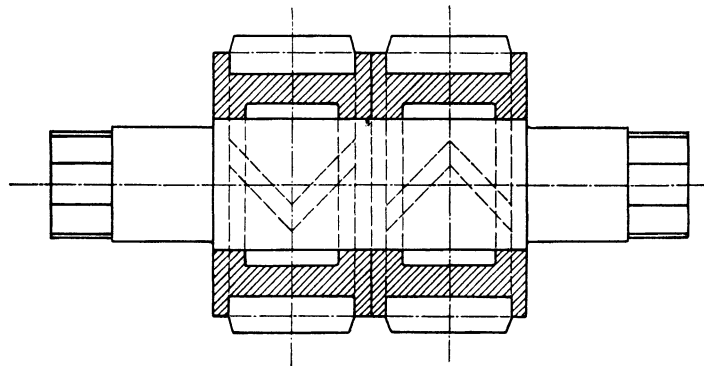


Abb. 31. Kammwalze.

Die weitgehendste Ausnutzung der Festigkeit von Winkelzähnen findet man vor bei den Antriebsrädern der Walzwerke, den Kammwalzen. Es werden Zähnezahlen von 10 bis 26 ausgeführt. Bis etwa 800 mm Durchmesser wird das Rad mit den Lager- und Kuppelzapfen in einem Stück aus Stahlguß ausgeführt; größere Räder werden für sich hergestellt und aufgekeilt. Für Reversierwalzwerke werden mitunter zwei Räder nebeneinander aufgesetzt mit verkehrt gerichteten Winkelzähnen (Abb. 31), um dem Triebe für beide Drehrichtungen gleiche Widerstandsfähigkeit zu geben. Die Zahnbreite der Kammwalzen beträgt ungefähr

$$b = 5t.$$

Die Berechnung der roh gegossenen Winkelzähne kann wegen der geringen Zahnschrägen nach der Formel der geraden Zähne erfolgen:

$$P = kbt.$$

Es wird für Gußeisen $k=20$ und für Stahlguß $k=40$ genommen.

Ist der Sprung t_s größer als die Teilung, so wird der Einfluß etwaiger Profilungenauigkeiten auf die Ruhe des Ganges wesentlich abgeschwächt. Die Ausführungen weisen einen Sprung bis zur Größe von $1,4t$ auf, bei kleinen Zahn-

zahlen beträgt er aber manchmal nur $0,5t$.

Bei roh gegossenen Zähnen ist die Größe des ausführbaren Sprunges, sowie auch die Ausgestaltung des Fußanschlusses an den Radboden abhängig von der Möglichkeit, das Modell für das Einformen der Zahnluken nach innen radial herausziehen zu können; es läßt sich nämlich jede Zahnluke nur einzeln einformen. Die Verhältnisse liegen beim kleineren Rade ungünstiger; dieses Rad bestimmt daher die mögliche Sprunggröße. Das Evolventenprofil muß nach innen mindestens so weit rein ausgegossen sein, als der Eingriff reicht. Von dieser Stelle an kann das Profil in tangentieller Richtung bis zum Radboden geführt werden, ohne eine Störung des Eingriffes zu veranlassen. Radiale Fußansätze sind unausführbar, weil sie das Herausnehmen des Modells hindern. Um sicherzugehen, gestaltet man das Evolventenprofil zweckmäßig so weit aus, als es ein Zahnstangeneingriff notwendig macht. Dieser Forde-

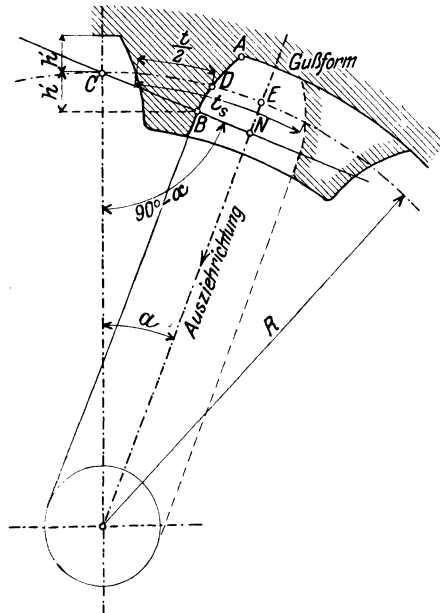


Abb. 32. Einformen des Pfeilzahnes.

derung entspricht in Abb. 32 eine Profillänge AB bei der Zahnkopfhöhe h' . Über B hinaus kann nun das Profil in der Tangente weitergeführt werden. Im äußersten Falle läßt sich die radiale Ausziehrichtung parallel zu diesem Tangentenanschluß halten; sie fällt dann in die Richtung der aus dem Radmittelpunkt gezogenen Senkrechten EN auf die Eingriffsgerade. Da die radiale Ausziehrichtung in die Mitte der Schraubenzahnluke verlegt wird, so erhält man durch eine zu EN symmetrische Übertragung der Luken die Größe des ausführbaren Sprunges t_s . Rechnerisch bestimmt er sich nach der Abb. 32 aus

$$t_s = \frac{t}{2} + 2\widehat{DE}.$$

Nun ist

$$\widehat{DE} = \widehat{CE} - \widehat{CD} = \widehat{CE} - \frac{CB}{\cos \alpha} = R\alpha - \frac{h'}{\sin \alpha \cos \alpha}.$$

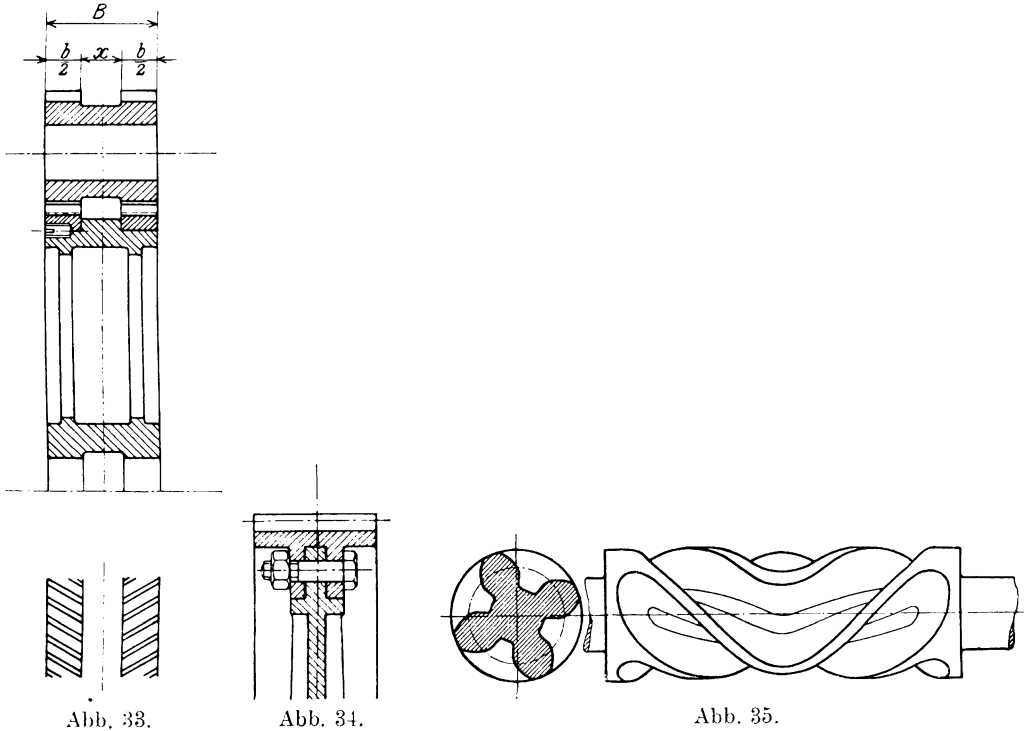
Die Einführung der Zähnezahl z ergibt schließlich

$$\frac{t_s}{t} \leq \frac{1}{2} + 2 \left[\frac{z}{2\pi} \alpha - \frac{2h'}{t \sin 2\alpha} \right].$$

Die voranstehende Formel drückt die Größe des zulässigen Sprunges aus; es ergibt sich aus ihr, daß eine Sprunggröße gleich der Teilung bei einer Kopfhöhe $h'=0,25t$ und einem Winkel $\alpha=22^\circ$ sich erreichen läßt, wenn die Zähnezahl mindestens 16 beträgt. Empfehlenswert ist eine etwas kleinere Ausführung des Sprunges, um ein Streifen an den geraden Fußansätzen in B beim Herausziehen des Modells zu umgehen.

VII. Die Bearbeitung der Räder mit Winkelzähnen.

Die eigentlichen Vorteile der Räder mit Winkelzähnen werden erst bei einer genauen Zahnbearbeitung erreicht, die unter Hinzufügung gewisser Einzelheiten durch die Schnittverfahren der einfachen Schraubenzähne (siehe Abschnitt III



Vorteilhafter erweist sich die Verwendung des Fingerfräasers. Die Zahnücke wird über die ganze Breite in einem Schnitt ausgearbeitet. Erreicht der Fräser die Mitte des Zahnes, so erfolgt eine Umkehrung der Raddrehung, wodurch sich

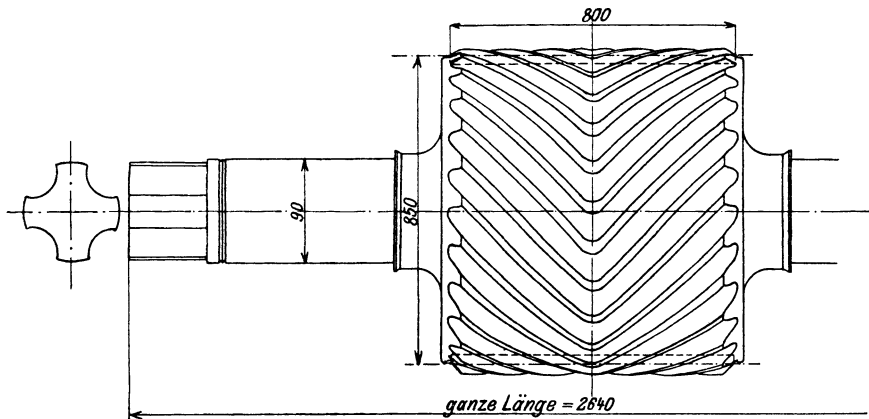


Abb. 36. Kammwalze, $z = 25$, $t = 34\pi$. Ausführung der Bergischen Stahlindustrie in Remscheid.

der entgegengesetzt gerichtete Schraubenverlauf der zweiten Zahnhälfte einstellt. Der Zusammenhang des Zahnes bleibt hier in der Mitte aufrecht erhalten. Es ist nicht notwendig, den Fräser an den Stirnseiten auslaufen zu lassen. Eine Zahnverstärkung

der Stirnenden läßt sich ohne weiteres mit einer Kranzverbreiterung erzielen, die in vollem Außendurchmesser entweder nur beim kleinen Rade (Abb. 35), oder bis zum Teilriß reichend gleichzeitig bei beiden Rädern der Paarung (Abb. 36) ausgeführt werden kann.

Die Zahnücke wird in der Winkelspitze ungenügend weit vom Fingerfräser ausgeschnitten (Abb. 37); im Bereiche EE' der Tangierungspunkte verbleibt eine Umfangslückenweite w' , die kleiner ist als die Weite w des eigentlichen Schraubens-

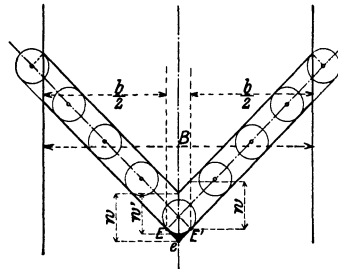


Abb. 37.

Zahnücken im Teilriß.

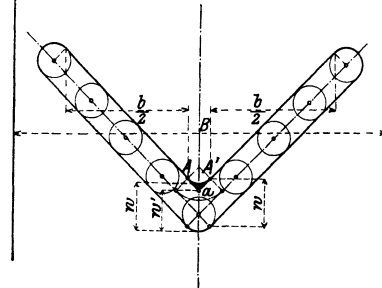


Abb. 38.

verlaufs. Zur Fertigstellung der Zähne muß daher eine Nachbearbeitung vorgenommen werden, die entweder von Hand aus oder durch besondere Arbeits-

verfahren erfolgt. Dabei wird entweder die Ab-
rundung EE' (Abb. 37) so weit ausgenommen, daß eine scharfe einspringende Winkelecke e übrigbleibt, oder es wird in der Gegenseite die scharfe Zahnecke a (Abb. 38) beseitigt. Da in der einspringenden Ecke die Kopfkante des Zahnes die größte Rundung aufweist (Abb. 39), so muß eine etwaige Abrundung der scharfen Winkelspitze nach einem Mittelpunkt m erfolgen, der von den beiden Wegen der Fräsermitte im Betrage der äußeren Lückenweite w_a absteht. Die Zahnteile in der Ausnehmungszone bleiben dem Eingriff entzogen, da der mindere Genauigkeitsgrad der Nachbearbeitung eine kleine Lückenerweiterung notwendig macht.

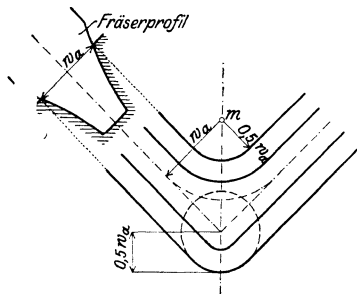


Abb. 39. Abrundung der Winkelspitze.

Die Nachteile dieses Verfahrens sind hauptsächlich praktischer Natur. Die raschere Abnutzung des verhältnismäßig kleinen Werkzeuges verursacht Änderungen in der Profilierung und in der Zahnstärke. Auch ein etwaiger Totgang im Mechanismus bei der Umkehrung der Drehbewegung trägt zur Ungenauigkeit bei.

Beliebt ist die Anwendung des Schneckenfräasers wegen seiner mannigfachen Vorteile. Der Zahnkranz wird entweder aus zwei Hälften zusammengesetzt und jeder Teil einzeln geschnitten, oder es werden die entgegengesetzt gerichteten Zahnteile nacheinander aus dem ungeteilten Kranz ausgearbeitet, wobei aber für den Auslauf des Fräasers in der Mitte eine genügend breite Mittelnute freigelassen wird.

Ingenieur C. Wüst hat eine Maschine gebaut, in der die links- und rechtsgängigen Zahnteile gleichzeitig geschnitten werden mit zwei Schneckenfräsern (Abb. 40), die sich mit gleicher Vorschubgeschwindigkeit c gleichmäßig der Radmitte nähern. Die Steigung der Schneckenfräser wird mit der Zahnschräge gleich gehalten, so daß die Fräserachsen senkrecht zur Radachse angestellt werden können.

Die Zahnteile der beiden Radhälften sind um die halbe Teilung gegeneinander versetzt. Dadurch beschränkt man das Durchkreuzungsgebiet der Fräser in den

Endstellungen auf Radmitte; die Fräser schneiden dann kürzere Zahnteile aus der gegenüberliegenden Radhälfte weg. Abb. 41 zeigt ein nach diesem Verfahren geschnittenes 7 zahniges Ritzel. Das mit einem solchen Rad in Eingriff kommende

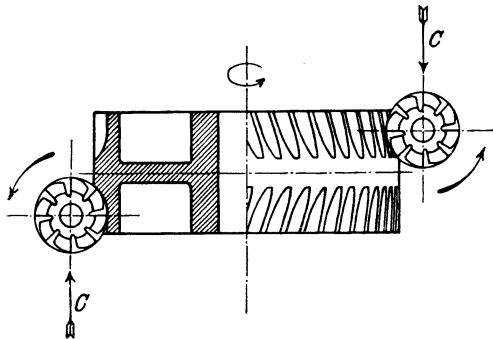


Abb. 40.

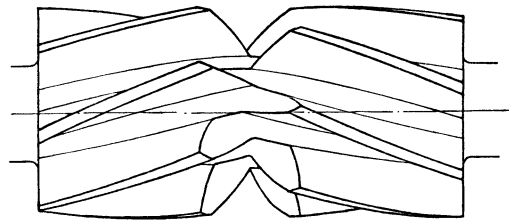


Abb. 41.

zweite Rad erhält notwendigerweise eine zwischen beiden Zahnreihen liegende Ringnute. Um diese möglichst klein zu halten, sind Zahnschräge und Fräserdurchmesser passend zu wählen.

Die Ausführungen der Wüst-Räder (D.R.P.) zeigen eine Steigung der Zähne im Winkel $\beta = 67^\circ$ (Abb. 45), der durchschnittene Zahnteil in der Mitte hat dann eine Breite von

$$x = \frac{t}{2} \operatorname{tg} \beta = 1,18 t.$$

Das Rad von der Kranzbreite B , die ungefähr $6t$ groß ist, hat somit eine nutzbare Zahnbreite von

$$b = B - 1,18 t.$$

Die Zahnradfabrik Augsburg vorm. J. Renk führt die Wüst-Räder bis zu 2,5 m Durchmesser und 15π Teilung aus.

Das Aushobeln der Winkelzähne nach dem Wälzverfahren mit einem Schneidstahl, dessen Schneidprofil senkrecht zum Schraubenverlauf angestellt wird, ist nur dann möglich, wenn eine Zahnunterbrechung in der Radmitte für den Auslauf des Stahles vorgesehen ist.

Nur auf der Zahnradhobelmaschine von Sykes¹⁾, deren Arbeitsverfahren der Stirnradstoßmaschine der Fellows Gear Shaper Co. entlehnt ist, können Winkelzähne in vollem Zusammenhang der beiden Zahnhälften unter scharfer Ausräumung der Winkellecke bearbeitet werden. Als Werkzeug dienen zwei Stirnräder von kleiner Zahnbreite, deren Zahnprofile durch Hinterschleifen der erforderlichen Ansatzwinkel zu Schneidprofilen umgewandelt werden. Die Schneidräder werden abwechselnd durch je eine Zahnhälfte hindurchgestoßen (Abb. 42), wobei die Schneidräder eine passende Drehung um ihre eigene Achse erhalten, um dem Schraubenverlauf der Zähne des Werkstückes folgen zu können. Während das eine Schneidrad nach vollzogenem Schnitt unter leichtem Abheben aus der Zahnücke axial herausgezogen wird, führt das andere Schneidrad auf der entgegengesetzten Radhälfte den Schnittgang aus und bleibt genau in der Winkelspitze stehen. Da zwei aufeinander folgende, aus entgegengesetzten Richtungen unternommene Schnitte genau auf der gleichen Stelle enden, so ist die

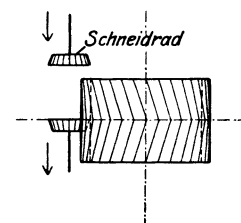


Abb. 42.

¹⁾ Siehe Toussaint: „Das Hobeln von Pfeilrädern auf der Sykes-Zahnradhobelmaschine“. Z. V. d. I. 1917, S. 306, auch Engineering Vol. CII, 1916, S. 34.

Gewähr für einen reinen Schnitt gegeben, trotzdem ein Auslauf der Schneiden nicht besteht. Im ersten Anarbeiten werden die Schneidräder allmählich dem Werkstücke so lange genähert, bis eine Entfernung gleich der Summe der Teilkreishalbmesser erreicht ist. Alsdann setzt eine Drehbewegung beider Teile ein im Übersetzungsverhältnis der Zähnezahlen.

Da die Schneidprofile der Stoßräder senkrecht zur Radachse stehen, liegt ihre Schneidlage ziemlich weit ab von der günstigsten Anstellung eines Schneidprofils senkrecht zum Schraubenverlauf. Es ergeben sich daher schon bei Zahnschrägen von 30° ungünstige Schneidwinkel. Ein weiterer Nachteil des Verfahrens ist durch die radialen Fußansätze des 20 zähligen Stoßrades bedingt, welcher Umstand bei großen Zähnezahlen zu fehlerhaft geschnittenen Kopfflanken führt (siehe I. Teil, Abschnitt V C I).

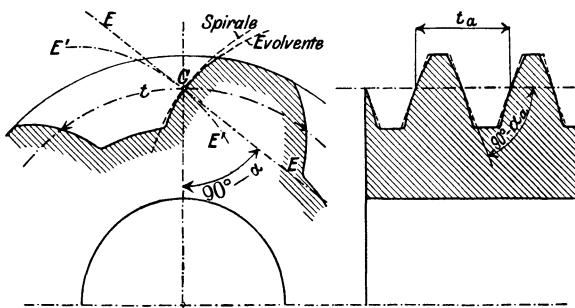


Abb. 43.

Bei beträchtlichen Schrägstellungen fallen die Profile der Schraubenzähne im Längsschnitt nahezu gerade aus (Abb. 43), das Rad erhält den Charakter einer Schnecke.

Im Teilriß ist dann die axiale Entfernung der Zähne

$$t_a = t \cdot \operatorname{tg} \beta,$$

und es nimmt die Profiltangente eine Winkellage ein von

$$\operatorname{tg} \alpha_a = \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta.$$

Es liegt nun der Gedanke nahe, die stark schräggestellten Zähne genau so wie die Schneckengänge durch ein Schneidwerkzeug mit gerader Schneide auszuarbeiten. Beim Ausdrehen ergibt sich dann aber eine Schraubenfläche, die im Radschnitte als Zahnprofil eine archimedische Spirale aufweist (siehe Abschnitt XVI, 5).

Dieses Spiralenprofil tritt gegen das richtige Evolventenprofil vor; die Eingriffslinie $E' E'$ der Spirale krümmt sich im Kopf- und Fußeingriff nach derselben Seite von der erforderlichen geraden Eingriffslinie $E E$ ab. Es muß sich deshalb ein fehlerhafter Eingriff einstellen, der wegen der vorstehenden Profile in ständigem Kanteneingriff der äußersten Zahnkante verläuft (siehe I. Teil, Abschnitt VII).

Aus diesem Grunde darf man sich das Ausdrehen der Schraubenzähne mit geradliniger Schneidkante nur bei Steigungswinkeln β unter 30° und bei Zähnezahlen über 36 erlauben.

VIII. Die Berechnung der Räder mit bearbeiteten Winkelzähnen.

Die Berechnung der Zahnteilung erfolgt auf Grundlage der zulässigen Zahnbelastung

$$P = k b t$$

nach den Gl. 8 und 9, die eine unmittelbare Ermittlung des Teilungsmoduls $\left(\frac{t_n}{\pi}\right)$ vom Normalschnitt ermöglichen.

Die durch die Bearbeitung erzielte Genauigkeit läßt erwarten, daß mehrere Zähne gleichzeitig an der Kraftübertragung teilnehmen; im Eingriff stehen bei den normalen Ausführungen zumindest immer zwei Zähne. Dieser Umstand erlaubt es

nun, die Räder selbst bis zu Umfangsgeschwindigkeiten von 15 m noch mit einer spezifischen Größe k zu belasten, die nahezu an den Wert der bloßen Festigkeitsforderung der Stirnräder heranreicht (siehe I. Teil, Abschnitt VIII). Man hat demnach zu setzen für

Gußeisen	$k = 15$
Phosphorbronze	$k = 25$
Stahlguß	$k = 30$
Geschmiedeten Stahl	$k = 45$.

Die Räder vertragen hinsichtlich Festigkeit allein noch größere Belastungen, da die größten Zahnpressungen sich nicht an der Spitze, sondern in der Mitte der Zähne einstellen (siehe Abschnitt VI). Doch hindert die Rücksichtnahme auf Abnützung eine Höherbewertung von k . In Fällen, bei denen wegen eines weichen Materials des Ritzels und hoher Geschwindigkeit eine rasche Abnützung zu gewärtigen ist, müssen die vorstehenden Werte entsprechend erniedrigt werden.

Bei Steigungswinkeln über 60° muß man die Zahnbreite gleich der 4- bis 5 fachen Teilung halten, um eine Eingriffsdauer über 2 herauszubekommen. Größtenteils hält man sich aber an kleinere Winkel

$$\beta = 60^\circ \text{ bis } 45^\circ$$

und bemißt die Zahnbreite mit

$$b = 3t,$$

insolange nicht sehr hohe Leistungen einen Zwang zur Ausführung größerer Breiten auferlegen.

Sehr kleine Steigungswinkel, in der Größe bis zu 18° herunter, führt die Zahnradfabrik Augsburg vorm. Renk bei ihren Stirnrad-Schneckengetrieben (Abb. 46) aus.

Die durch die Schraubenstellung der Zähne vergrößerte Eingriffsdauer gestattet es, mit der Zähnezahlnzahl des kleinen Rades viel weiter herunterzugehen, als es bei geraden Zähnen möglich ist. Die Rücksichtnahme auf Abnützung erfordert allerdings noch Minimalzähnezahlen von 16 bis 20 bei mittleren Geschwindigkeiten, wenn das kleine Rad aus Gußeisen oder Stahlguß gefertigt ist. Sobald aber das Ritzel aus geschmiedetem Stahl gefertigt wird, kann man bei gedrängter Ausführung bis auf 3 Zähne heruntergehen. Die große Widerstandsfähigkeit des Materials sichert eine hinreichende Lebensdauer, die man durch Härten des Ritzels noch erhöhen kann. Die Zahnzahl von 3 ist insofern etwas zu gering, als der Wellenquerschnitt nicht hinreichend groß genug ausfällt; erst bei 4 Zähnen kommt man zu einer gleichwertigen Ausnutzung von Welle und Rad.

Die Möglichkeit der Anwendung derart kleiner Zähnezahlen gestattet die Ausführung größerer Übersetzungen; praktisch kann man auf Übersetzungsverhältnisse bis zu 1:30 gehen. Bei derartig hohen Übersetzungen bleibt die Wirtschaftlichkeit immer noch sehr günstig, da die Zahnreibungsverluste verhältnismäßig gering sind, zumal für eine ausgiebige Schmierung durch Laufenlassen im Ölbad vorgesorgt wird. Es lassen sich Wirkungsgrade bis 95 v. H. einschließlich Lagerreibung erreichen. In wirtschaftlicher Beziehung sind die Räder mit Winkelzähnen den Schneckenrieben überlegen, die bei größeren Übersetzungen bestenfalls einen Wirkungsgrad von 85 v. H. aufweisen. Der ruhige Gang und der gute Nutzeffekt befähigt die Winkelzahntriebe besonders zu Antrieben von Elektromotoren, deren hohe Umlaufgeschwindigkeiten gewöhnlich größere Übersetzungen ins Langsame verlangen.

Durch Verbindung zweier stark übersetzender Winkelzahntriebe, die man in einem Gehäuse unmittelbar nebeneinander anbringen kann, lassen sich Gesamtübersetzungen bis 1:60 bei einem Wirkungsgrad von 90 v. H. erreichen.

Versuche an Stirnschneckengetrieben der Zahnradfabrik Augsburg führte Bach¹⁾ aus. Untersucht wurden zwei in den Hauptabmessungen nahezu gleiche Räderpaare (Teilkreisdurchmesser 34,98 und 349,8 mm, Zahnbreite = 85 mm), die in einem Gehäuse doppelseitig gelagert eingebaut waren. Das eine Räderpaar hatte eine Teilung von 21,98 mm (Zähnezahlen 5 und 50, $\beta = 29^\circ 45' 40''$) und war durchschnittlich mit 3,5 PS belastet; die Teilung des zweiten Räderpaares war 36,62 mm (Zähnezahlen 3 und 30, $\beta = 18^\circ 56' 30''$), seine Belastung etwa 5,2 PS. Die Räder liefen mit einer Umfangsgeschwindigkeit von ungefähr 3 m. Festgestellt wurde ein Wirkungsgrad bis rund 94 v. H., in dem aber die Verluste, hervorgerufen durch die Bremsbelastung, einbezogen sind, so daß der eigentliche Wirkungsgrad des Getriebes etwas höher bewertet werden kann.

Von den Siemens-Schuckertwerken wurde ein 10-PS-Getriebe der gleichen Firma in fliegender Anordnung, entsprechend der Abb. 30, untersucht²⁾. Die Hauptabmessungen waren: Zähnezahlen 5 und 50, Teilkreisdurchmesser 70 und 700 mm, Umfangsteilung 14π , Zahnbreite 120 mm, $\beta = 20^\circ 55'$. Um das Getriebe einlaufen zu lassen, wurde es einem Dauerbetriebe von 35 Stunden bei 10 PS Belastung unterworfen. Bei einer Lufttemperatur von 20°C stieg die Öltemperatur im Schutzgehäuse auf 33°C und die Temperatur des Antriebswellenlagers auf 38°C . Die darauf vorgenommenen Bremsversuche bei 1200 und 1500 Umdr./min und Leistungen von 5 bis 16 PS ergaben einen Wirkungsgrad von 94 bis 95 v. H. bei einer Umlaufrichtung mit vorangehender Winkelspitze der Zähne. Bei umgekehrter Drehrichtung erniedrigte sich der Wirkungsgrad auf 91 v. H.

IX. Die Konstruktion der Räder mit Winkelzähnen.

Bei Ritzeln mit den kleinsten Zähnezahlen werden die Zähne im Wellenkörper selbst eingefräst. Besonders tauglich ist hierzu der Fingerfräser, nachdem er keinen Auslauf braucht und der unvollkommen ausgeschnittene Teil der Zahn-lückenenden nur eine kleine Breite wegnimmt (Abb. 35).

Das gleiche gilt für die Bearbeitung der schweren Kammwalzen zum Antrieb der Walzwerke, bei denen der Zusammenhang des Zahnes in der Mitte nicht unterbrochen sein darf. Hier tritt die Überlegenheit der gefrästen Schraubenzähne gegenüber den roh gegossenen besonders deutlich hervor. Die Zahnaufgabe wird nicht nur durch die Bearbeitung eine vollkommene, sondern auch die Zahl der im Eingriff stehenden Zähne läßt sich durch größere Schrägstellungen (gewöhnlich $\beta = 45^\circ$) vermehren, was bei den roh gegossenen Zähnen wegen der Schwierigkeiten des Einformens ausgeschlossen ist. Die Ausführung einer aus Siemens-Martin-Stahl geschmiedeten Kammwalze mit automatisch eingeschnittener Pfeilverzahnung zeigt Abb. 36.

Wegen der Erleichterung der Bearbeitung und des Härtens werden mitunter auch bei den kleinsten Zähnezahlen noch besondere Stahlritzel ausgebildet (Abb. 46), die man allerdings nur mit ganz geringen Nabenstärken auf die Welle aufsetzen kann.

Erfordert die Bearbeitung eine Teilung des Zahnkranzes der Breite nach, so wird bei kleiner Ausführung das Rad in zwei Hälften geteilt und durch Verschraubung zusammengesetzt (Abb. 44). Bei größerer Ausführung wird eine Zahn-

¹⁾ Siehe Z. V. d. I. 1908, S. 661.

²⁾ Siehe Zeitschr. f. Werkzeugmaschinen u. Werkzeuge Nr. 1, VIII. Jahrg.

kranzhälfte mit dem Radkörper zusammengegossen (Abb. 46) und die andere Kranzhälfte mit Innenflansch angeschraubt. Soll der Kranz aus einem widerstandsfähigeren Material (Phosphorbronze) hergestellt werden, so schraubt man entweder beide Kranzhälften mit Innenflansch an die Radscheibe an (Abb. 34) oder zieht die Kranzringe auf (Abb. 33).

Besondere Einzelheiten in der Verbindung geteilter Räder sind aus den folgenden Abbildungen zu ersehen. Den Halt eines geteilten Kegelrades von kleinem Radquerschnitt durch verkeilte Bolzen zeigt Abb. 49. Die Hälften des kleinen Kegelrades in Abb. 48 werden beiderseits durch je eine innen und außen liegende Schraube verbunden; für diesen Zweck sind an der inneren Radseite vorstehende Augen, im Radinnern Diagonalrippen eingegossen. Abb. 50 zeigt die normale Verschraubung größerer Räder. Gut durchgebildet ist die Verbindung beim WüstRad in Abb. 45, das die Merkmale einer sehr steifen Radkonstruktion aufweist. Die Arme laufen an einen Mittelkranz an, der durch eine zentrale Scheibe mit der Nabe zusammenhängt. Dadurch kommt man nicht nur mit den Schrauben sehr nahe an die Welle heran, sondern erzielt auch noch eine bessere Zugänglichkeit zu den Schrauben.

Bei Rädern mit eingegossenen Pfeilzähnen stellen

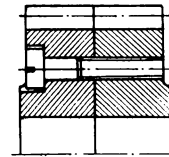


Abb. 44.

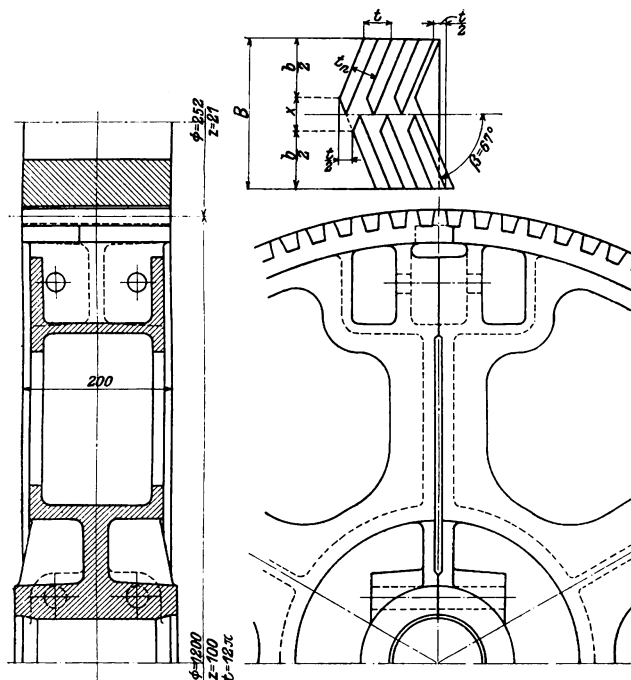


Abb. 45.

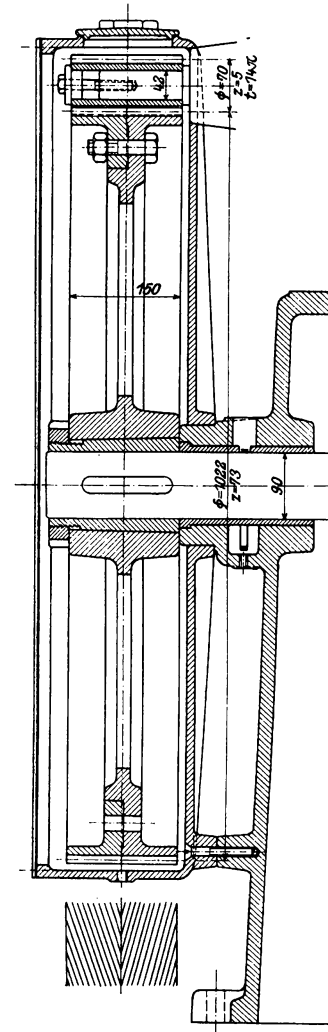


Abb. 46.

Ausführungen der Zahnradfabrik Augsburg, vorm. J. Renk.

sich zufolge der Ungenauigkeiten Erzitterungen ein, die eine Sicherung des Haltes in der Verbindung notwendig machen. Bei stoßenden Antrieben ordnet man nebst den Schrauben noch Schrumpfringe an, die an den Stirnseiten auf angegossene Zapfen warm aufgezwängt werden (Abb. 30).

Eine besondere Ausgestaltung erfordert die Stoßfuge im Kranz. Sie muß in der Schraubenlinie des Zahnverlaufes ständig auf Lückenmitte durch die ganze

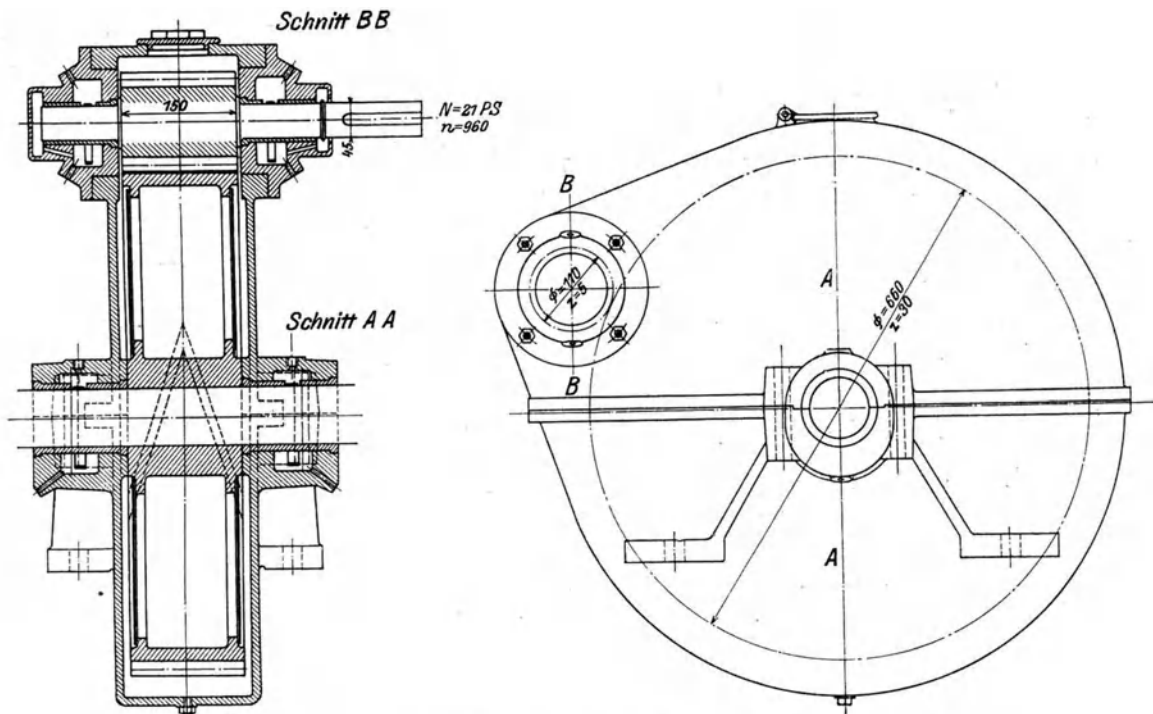


Abb. 47. Ausführung der Zahnradfabrik Augsburg, vorm. J. Renk.

Radbreite hindurchgeführt werden, und zwar derart, daß sie in den äußersten Stellen gleich weit nach beiden Seiten die Teilungsebene des Rades übergreift.

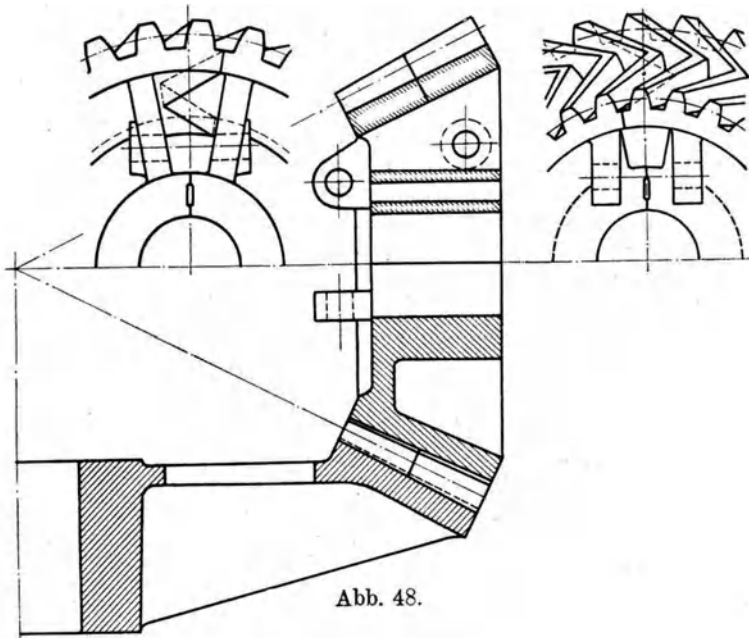


Abb. 48.

Bei Abrundungen der Zahnmitten wird zweckmäßig von einer scharfen Ecke der Stoßfuge abgesehen und in der Mitte eine Abflachung eingelegt, die auch beim Auslauf an den Seiten angebracht werden kann (Abb. 49). Zwischen dem Winkel-ausschnitt des Kranzes und der geraden Auflage im Arm muß nun ein Übergang geschaffen werden. Wird das Rad im ganzen eingeformt, so legt man zwischen Kranz- und Armauflage (Abb. 30) ein windschief gebogenes Blech zur Trennung der Hälften und gleichzeitig

zur Formgebung des Überganges ein. Bei großem Sprung der Zähne muß man den windschiefen Übergangsteil etwas weiter in das Radinnere mit entsprechender

Verstärkung des Armrippenanlaufes eintreten lassen, damit die Radteile in den äußersten Stellen nicht zu flach ineinandergreifen. Dadurch kommt man aber mit den Schrauben etwas weiter vom Kranz weg (Abb. 50).

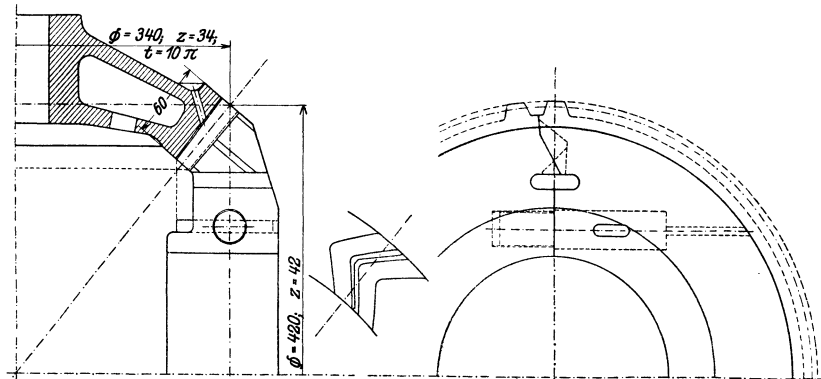


Abb. 49. Ausführung der Bergischen Stahlindustrie in Remscheid.

Konstruktiv ist es besser, unmittelbar an den Kranz anschließend eine genügend weite Öffnung durch die ganze Radbreite hindurch anzuordnen, damit die winkelförmige Stoßfuge des Kranzes frei auslaufen kann (Abb. 48). Etwaige Arm-

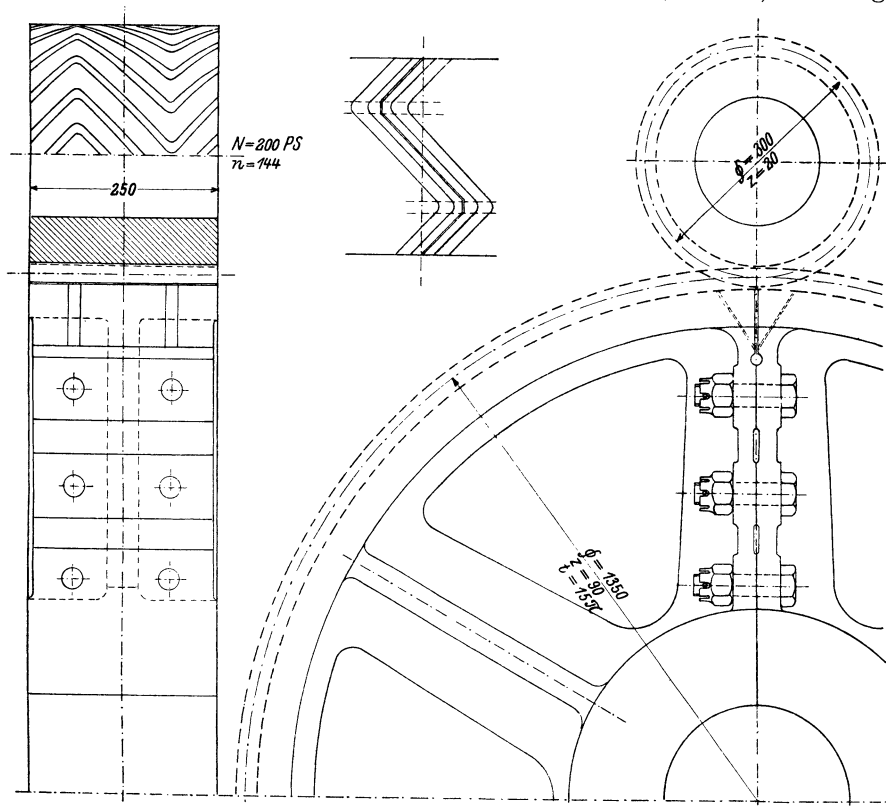


Abb. 50. Ausführung der Bergischen Stahlindustrie in Remscheid.

anschlüsse müssen dann um diese mittlere Öffnung herumgeführt werden; Abb. 45 zeigt einen sehr breiten Armanschluß, in dem noch Fenster für die Zugänglichkeit der Verbindungsschrauben ausgenommen sind.

Zur Herabminderung der Reibungsverluste empfiehlt es sich bei größeren Geschwindigkeiten, die Getriebe einzukapseln und in Öl laufen zu lassen. Eine der-

artige Ausführung bei fliegender Anordnung des Getriebes zeigt Abb. 46; es ist dies ein Stirnschneckengetriebe der Zahnräderfabrik Augsburg, dessen Benennung von dem kleinen Steigungswinkel der Zähne (ca. 20°) herrührt, der dem Ritzel das Aussehen einer Doppelschnecke verleiht. Die gußeiserne Gehäusekappe ist auf die Lagerhäse aufgesetzt und vorn durch einen Blechdeckel öldicht abgeschlossen. Das Rad ist wegen der Gefahr des Schiefziehens nicht aufgekeilt, sondern auf einer konischen Büchse mit Mutter festgeklemmt.

Der Einbau eines Stirnschneckengetriebes in ein eigenes Gehäuse ist aus Abb. 47 ersichtlich. Das Gehäuse ist auf Radwellenmitte horizontal geteilt. Alle Lagerungen haben Ringschmierung. Das mit der Welle aus einem Stück hergestellte Ritzel wird seitlich durch entsprechend große Öffnungen des Gehäuses eingeschoben und die Öffnungen beiderseits durch Deckel geschlossen, die als Lager der Ritzelwelle ausgebildet sind. Das Eindringen von Öl in das Radinnere wird durch eine Blechverschalung gehindert.

Da die Festigkeit der Winkelzähne nur dann vollständig ausgenutzt wird, wenn die Winkelspitzen in der Bewegungsrichtung voranlaufen, wird bei Getrieben, die ihre Drehrichtung wechseln, der Schraubenverlauf der Zähne zweimal gebrochen, so daß sich Doppelwinkelzähne ergeben. Die Zähne sind dann nach jeder Drehrichtung gleich widerstandsfähig. In Abb. 50 ist eine derartige Ausführung der Bergischen Stahlindustrie in Remscheid wiedergegeben. Das Getriebe dient zum Antrieb einer elektrisch betriebenen Fördermaschine. Das Rad ist aus Stahlguß, der Triebfling aus geschmiedetem Siemens-Martin-Stahl. Bei der Maximalleistung von 200 PS sind die Zähne belastet mit $P = 55 \text{ bt}$.

X. Großleistungsgetriebe mit doppelten Schraubenzähnen.

In den Begriff Großleistungsgetriebe sind die Ausführungen einbezogen, die sehr große Leistungen bei hohen Umlaufzahlen und zumeist auch bei sehr großen Übersetzungen übertragen. Benötigt werden diese Getriebe zur Geschwindigkeitsminderung der Dampfturbinen- und Elektromotorenantriebe.

Den Anstoß zur Entwicklung dieser Triebe ergab die Einführung der Dampfturbinen zum Antrieb der Schiffsschraube. Ein unmittelbarer Antrieb befriedigt nicht; günstige Verhältnisse sind zu erzielen nur mit raschlaufenden Turbinen, die aber den Einbau einer Übersetzung auf die langsamer laufende Schraubenwelle erfordern.

Um die Leistungsfähigkeit der Triebe für solche Zwecke sicherzustellen, führte Westinghouse¹⁾ an einem von Melville und Macalpine entworfenen Versuchsgetriebe eingehende Versuche aus, die vollständig befriedigten. Das aus Schmiedestücken geschnittene Getriebe war mit einer Umfangsteilung von $1\frac{1}{4}$ Zoll engl. und einer Übersetzung von ungefähr 1:5 ausgeführt (Zähnezahlen 35 und 176); die Schraubenzähne waren unter einem Schrägstellungswinkel von 30° angeordnet, ihr Eingriffsbogen überschritt die doppelte Teilung um $\frac{1}{4}$ Zoll. Eingebaut wurde das Getriebe in einem geschlossenen, mit Öl gefüllten Gehäuse. Die große Zahnbreite zwang zur Ausführung eines Mittellagers, an dessen beiden Seiten die Zahnkränze in gesondertem rechts- und linksgängigem Zahnverlauf angeordnet waren. Für die Sicherung einer gleichmäßigen Zahnauflage auf beiden Seiten war eine nachgiebige Lagerung der Ritzelwelle in einem Rahmen vorgesehen.

¹⁾ Siehe Engineering, Bd. LXXXVIII, S. 377 und 763.

Beim längsten Dauerversuch zeigte sich während der letzten 34 Stunden keine Temperaturänderung im Getriebe mehr. Es wurden 6000 PS bei 1500 Umdrehungen der Ritzelwelle (Teilkreisgeschwindigkeit = 27,8 m/sek) übertragen; dabei wurden keinerlei Anzeichen wahrgenommen, daß das Getriebe die Grenze der Belastungsfähigkeit erreicht hätte. Die Nachrechnung ergibt, daß die Zähne ungefähr mit $k=50$ belastet waren. Der festgestellte Wirkungsgrad von 98,5 bis 99 v. H. ist ein äußerst günstiger.

Diese günstigen Versuchsergebnisse bahnten den Bau von Großleistungsgetrieben an, der im letzten Jahrzehnt einen raschen Aufschwung nahm¹⁾. Gegenwärtig haben die Getriebe ein umfangreiches Anwendungsgebiet bei Schiffs- und ortsfesten Anlagen gefunden²⁾.

Einfache Übersetzungen werden ausgeführt bis 1:15. Noch größere Geschwindigkeitsminderungen bewältigt man mit doppelten Übersetzungen, um auf nicht zu große Raddurchmesser zu kommen.

Die Ausführungsverhältnisse führen zu Umfangsgeschwindigkeiten von 15 bis 60 m; bei so hohen Geschwindigkeiten verursachen geringfügige Ausführungsfehler bereits erhebliche dynamische Einwirkungen. Um ein nicht zu arges Ganggeräusch aufkommen zu lassen, ist daher nicht nur äußerste Genauigkeit in Zahnbearbeitung und Getriebeeinbau einzuhalten, sondern es ist auch durch weitgehende Einschränkung der Abnutzung für die Aufrechterhaltung des genauen Eingriffszustandes Vorsorge zu treffen. Die Voraussetzungen für die Ausführungsfähigkeit sind daher hochwertiger Baustoff für die Zahnkränze, reichliche Schmierung durch offenen Ölstrahl und hinreichend große Radbemessung.

Der Einfluß der Radgrößen auf die spezifische Sekundenreibrbeitsarbeit ist nach Gl. 50, I. Teil durch den Ausdruck $\left(\frac{N}{z \cdot b \cdot D}\right)$ festgelegt. Die große Übersetzung und die hohe Umlaufgeschwindigkeit unterbinden das Ansetzen größerer Werte für die Zähnezahl z und den Durchmesser D des Ritzels. Es bleibt nur die Möglichkeit übrig, durch Ausführung einer großen Zahnbreite b die Reibrbeitsarbeit und damit die Abnutzung herabzusetzen. Man geht deshalb von der sonst üblichen schmalen Radform ab und führt die Großleistungsgetriebe mit breiten Zahntrömmeln aus (Abb. 52).

Für große Zahnbreiten sind gerade Zähne weniger geeignet. Die Möglichkeit des Schleifens bietet zwar die Gewähr einer genaueren Herstellung, doch ergibt sich aus der Formänderung des verhältnismäßig schwachen Ritzels eine zu ungleiche Verteilung des Zahndruckes längs der Breite.

Als Formänderungen kommen in Betracht die Zahndurchbiegung durch den Zahndruck und die Verdrehung des Ritzels durch das Drehmoment; die Verdrehung des großen Radkörpers kann wegen der Kleinheit unberücksichtigt bleiben.

Die Zahndurchbiegung ist proportional dem Zahndrucke p , der die auf 1 cm Zahnbreite entfallende Umfangskraft ausdrückt. Die aus der Durchbiegung sich ergebende Ritzelverdrehung kann mit $c_1 p$ angesetzt werden, wobei c_1 die Federungskonstante der Zähne bedeutet.

Die Verdrehung zweier um dx abstehender Ritzelquerschnitte (Abb. 51) ist proportional dem im Ritzelquerschnitte D bestehenden Drehmoment, also auch proportional der Umfangskraft K , die außerhalb der Ritzellänge x noch auf das zweite Rad zu übertragen ist; bezeichnet c_2 die Federungskonstante des Ritzels, so ist die Größe der Verdrehung = $c_2 K dx$.

¹⁾ Siehe Kutzbach: „Zur Entwicklung der Zahnradgetriebe“. Z. V. d. I. 1916, S. 990 u. 1030.

²⁾ Siehe Kutzbach: „Fortschritte und Probleme der mechanischen Energieumformung“. Z. V. d. I. 1921, S. 673, 1302 u. 1376.

Diese Verdrehung verursacht einen Abfall des Zahndruckes um dp und stimmt wegen der Unnachgiebigkeit des großen Rades überein mit der Änderung $c_1 \cdot dp$ der Verdrehung aus dem Zahndruck, also

$$c_2 K \cdot dx = -c_1 \cdot dp.$$

Innerhalb der Zahnbreite dx wird eine Umfangskraft abgegeben von

$$dK = -p dx.$$

Die Gleichsetzung des Differentialquotienten $\frac{dp}{dx}$, der aus dieser Beziehung durch Differentiation erhalten wird, mit dem früher aufgestellten Werte ergibt

$$\frac{dp}{dx} = -\frac{d_2 K}{dx^2} = -\frac{c_2}{c_1} K.$$

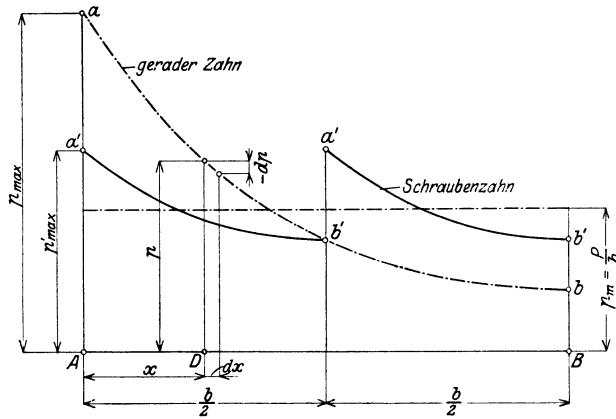


Abb. 51. Angenäherter Verlauf der Zahndruckverteilung.

Bezeichnet man zur Vereinfachung das Verhältnis der Federungskonstanten mit

$$m^2 = \frac{c_2}{c_1},$$

so lautet die vorstehende Differentialgleichung

$$\frac{d_2 K}{dx^2} - m^2 K = 0.$$

Ihre zweifache Integration führt unter Verwendung der Grenzwerte

$$K = P \text{ für } x = 0 \text{ und } K = 0 \text{ für } x = b$$

zu der Gleichung der mit x abnehmenden Umfangskraft K

$$K = \frac{\text{Sin } m(b-x)}{\text{Sin } mb} P.$$

Der Differentialquotient dieses Ausdruckes ist nach früherem der veränderliche Zahndruck

$$p = -\frac{dK}{dx} = m \frac{\text{Cos } m(b-x)}{\text{Sin } mb} P.$$

Der nach dieser Abhängigkeit sich einstellende Verlauf des Zahndruckes als hyperbolische Funktion ist in Abb. 51 durch die strichpunktierte Linie ab für den geraden Zahn dargestellt. In der Einführungsstelle A des Drehmomentes stellt sich der Höchstwert p_{\max} des Zahndruckes ein; gegen das entgegengesetzte Ritzelende fällt der Zahndruck allmählich ab. Die von der Linie ab gegen die Abszissenachse eingeschlossene Fläche stellt in ihrer Gesamtheit die übertragene Umfangskraft P vor; ihre Umwandlung in ein flächengleiches Rechteck ergibt in der Ordinatenhöhe den mittleren Zahndruck

$$p_m = \frac{P}{b}.$$

Eine günstigere Zahndruckverteilung stellt sich bei doppelten Schraubenzähnen ein, weil jede Radseite von der Zahnweite $0,5 b$ durch die freie axiale Einstellbarkeit des Ritzels gezwungen ist, die halbe Umfangskraft abzugeben. Behält man zur Vereinfachung des Vergleiches die Federungskonstanten in gleicher Größe bei, so lautet wegen der auf die Hälfte verminderten Grenzwerte die Gleichung des Zahndruckes:

$$p' = m \frac{\text{Cos } m(0,5 b - x)}{\text{Sin } m 0,5 b} \frac{P}{2}.$$

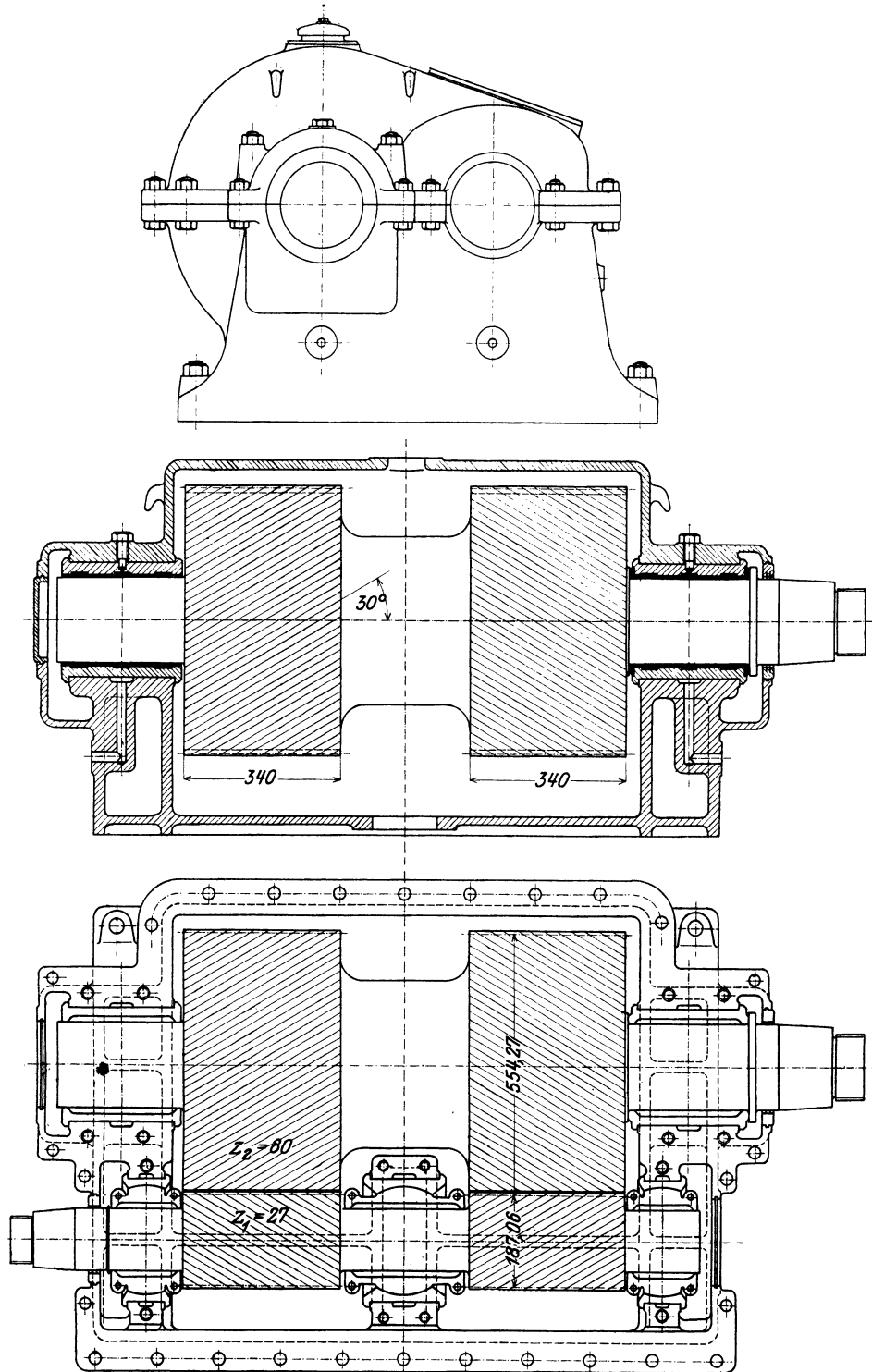


Abb. 52. Dampfturbinengetriebe zum Antrieb eines Generators ($N = 4000$ PS., $n_1 = 4500$).
Ausführung der Deutschen Werke A. G. Werft Kiel.

Diese Beziehung liefert die in Abb. 51 voll ausgezogenen Zahndrucklinien $a'b'$ des doppelten Schraubenzahnes, die einen weniger steilen Verlauf aufweisen; die Ungleichmäßigkeit des Zahndruckes vermindert sich mit der Zahnbreite. Der Höchstwert p'_{\max} des Zahndruckes an der Einführungsstelle des Drehmomentes

fällt daher unter sonst gleichen Verhältnissen wesentlich kleiner aus als beim geraden Zahn. Dieser Umstand im Verein mit dem günstigeren Eingriffsverhalten macht die doppelten Schraubenzähne zur geeignetsten Ausbildung für die großen Zahnbreiten der Großleistungsgetriebe.

Da die Federung im ungünstigen Sinne auf die Zahndruckverteilung einwirkt, so ist eine möglichst große Steifheit des Ritzels vorzusehen; man darf nicht auf zu kleine Ritzelhalbmesser und auch nicht auf zu kleine Zähnezahlen herabgehen.

Um die eingriffsstörende Durchbiegung der Ritzelwelle einzuschränken, sind bei großen Zahnbreiten die Zahnseiten so weit auseinander zu legen, daß ein Mittellager (Abb. 52) angeordnet werden kann. Der Einbau der Ritzelwelle in Lager-schalen mit gelenkiger Kugelflächenaufgabe sichert freie Einstellbarkeit. Für die selbsttätige Breiteneinstellung im Zahneingriff ist ein axiales Spiel der Ritzelwelle in den Lagern vorzusehen und der Antrieb durch eine längsverschiebliche Kuppung zu übermitteln. Der axiale Halt der Radwelle erfolgt durch doppelte Bund-aufgabe im Lager an der Kraftabgabeseite.

Die Zähne werden nach dem Wälzverfahren mit Schneckenfräser geschnitten¹⁾. Bei einem möglichst großen Durchmesser der Teilscheibe und äußerst genauer Ausführung der Teilvorrichtung ist es möglich, die Teilungsfehler bis auf etwa 0,01 mm zu beschränken.

Die Zahnschrägen betragen 30° bis 45°, es werden Umfangsteilungen von 18 bis 28 mm ausgeführt. Die Ritzel werden aus hochwertigem Konstruktionsstahl hergestellt und die aus S.-M.-Stahl geschmiedeten Zahnkränze auf den Radkörper aufgezogen. Die auf 1 cm Zahnbreite entfallende Zahnbelastung²⁾ beträgt etwa

$$\frac{P}{b} = 150, \quad 80, \quad 40 \text{ kg/cm}$$

bei $v = 5, \quad 30, \quad 60 \text{ m/sek.}$

Die zulässige Zahnbeanspruchung k wird in Durchschnittswerten gehalten von

$$k = \frac{P}{bt} = 40 \text{ bis } 50 \text{ kg/cm}^2.$$

XI. Die Verzahnung der Hyperboloidräder.

Bei sich kreuzenden Achsen erhalten die Radausführungen mit geradnigen Zahnflächen eine hyperboloidische Grundform. Die Lage der beiden Radachsen sei festgelegt durch den Kreuzungswinkel ψ und den kürzesten Abstand $a = O_1 O_2$ (Abb. 53). Alle Größenbezeichnungen des treibenden Rades I seien durch den Index 1 gekennzeichnet, jene des getriebenen Rades II durch den Index 2.

Für ein unveränderliches Übersetzungsverhältnis

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{z_1}{z_2}$$

ergeben sich als Teilrißflächen zwei Rotationshyperboloide, die sich in einer auf der kürzesten Entfernung $O_1 O_2$ senkrecht stehenden Geraden, der Momentanachse $C_0 C$ berühren. Bei der Drehung rollen die Hyperboloide zwar senkrecht zur Momentanachse ohne Gleiten ab, in der Richtung der Momentanachse findet jedoch stetes Gleiten statt. Die relative Bewegung der beiden drehenden Systeme

¹⁾ Siehe „Maschine zum Fräsen der Schraubenträder für Dampfturbinengetriebe“. Z. V. d. I. 1920, S. 839.

²⁾ Siehe Lasche: „Beitrag zur Zahnradfrage für Übersetzungsgetriebe“. Z. V. d. I. 1921, S. 1087.

entspricht somit einer Schraubung um die Momentanachse mit einer bestimmten Winkelgeschwindigkeit Ω und einer gleichzeitigen Translationsgeschwindigkeit C .

Die Lage der Momentanachse findet man durch folgende Erwägung. Die Bedingung des Rollens erfordert in jedem Punkte C der Momentanachse für beide Räder gleich große Geschwindigkeitskomponenten parallel zum kürzesten Abstände a :

$$r_1 \omega_1 = r_2 \omega_2.$$

Führt man in diese Gleichung die Beziehung

$$\overline{C_0 C} = \frac{r_1}{\sin \varphi_1} = \frac{r_2}{\sin \varphi_2}$$

ein, so erhält man den Ausdruck

$$\frac{\sin \varphi_1}{\sin \varphi_2} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{z_1}{z_2}, \quad (30)$$

der die Winkellage der Momentanachse festlegt.

Die Geschwindigkeitskomponenten des Punktes C in der zur kürzesten Entfernung senkrechten Ebene sind für beide Räder $a_1 \omega_1$ und $a_2 \omega_2$; ihre Zusammensetzung ergibt die in die Richtung der Momentanachse fallende Translationsgeschwindigkeit C . Das Geschwindigkeitsdreieck liefert die Beziehung

$$\frac{a_1 \omega_1}{a_2 \omega_2} = \frac{\cos \varphi_2}{\cos \varphi_1},$$

die unter Benutzung der Gl. 30 umgeformt werden kann in

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{\operatorname{tg} \varphi_1}{\operatorname{tg} \varphi_2} \dots \dots \dots (31)$$

Dieser Ausdruck bestimmt die kürzesten Entfernungen a_1 und a_2 der Momentanachse gegenüber den beiden Drehachsen.

Die Gleichungen 30 und 31 ermöglichen nun die unmittelbare Berechnung der Bestimmungsstücke der Momentanachse aus den Größen der Radachsenlage und dem Übersetzungsverhältnis:

$$\left. \begin{aligned} \cot \varphi_1 &= \frac{\frac{z_2}{z_1} + \cos \psi}{\sin \psi}, & \cot \varphi_2 &= \frac{z_1 + \cos \psi}{\sin \psi} \\ a_1 &= a \frac{1 + \frac{z_2}{z_1} \cos \psi}{1 + 2 \frac{z_2}{z_1} \cos \psi + \left(\frac{z_2}{z_1}\right)^2}, & a_2 &= a \frac{1 + \frac{z_1}{z_2} \cos \psi}{1 + 2 \frac{z_1}{z_2} \cos \psi + \left(\frac{z_1}{z_2}\right)^2} \end{aligned} \right\} \dots \dots (32)$$

Die Radhyperboloide ergeben sich aus der Drehung der Momentanachse um die Radachsen.

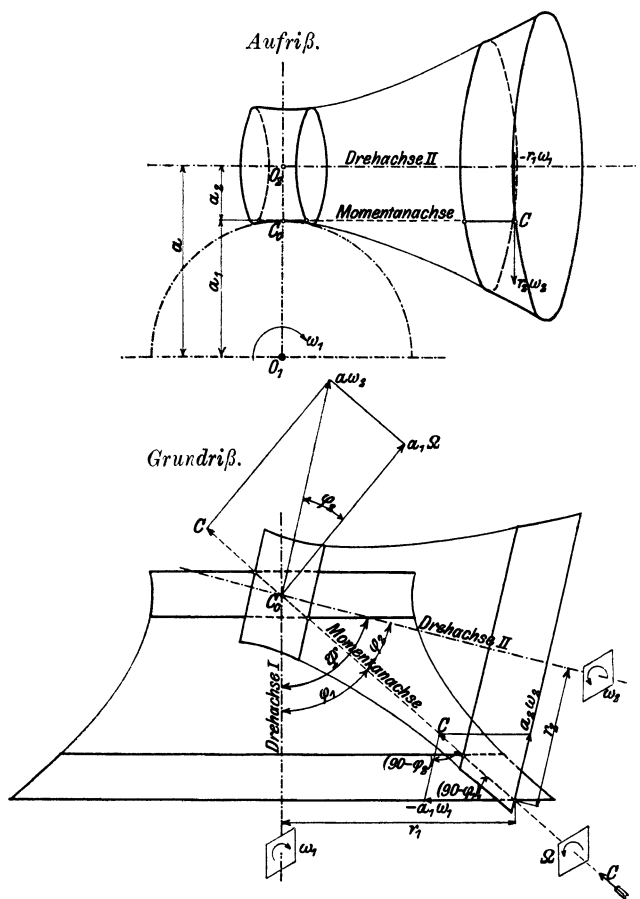


Abb. 53.

Die Geschwindigkeiten C und Ω der relativen Schraubenbewegung bestimmt man am einfachsten aus der relativen Geschwindigkeit des Punktes O_1 der kürzesten Entfernung. Die relative Geschwindigkeit dieses Punktes ist lediglich die Umfangsgeschwindigkeit $a\omega_2$ um die Drehachse II, da der Punkt in der Drehachse I selbst liegt. Die Komponente von $a\omega_2$ in der Richtung der Momentanachse ist die Translationsgeschwindigkeit C und die hierzu senkrechte Komponente ist die Umfangsgeschwindigkeit $a_1\Omega$ der drehenden Relativbewegung (siehe Grundriß der Abb. 53). Unter Benutzung der früher entwickelten Beziehungen erhält man aus dem Geschwindigkeitsdreieck für die relative Schraubung die Translationsgeschwindigkeit

$$C = a \sin \varphi_2 \omega_2 = a \sin \varphi_1 \omega_1$$

und die Winkelgeschwindigkeit

$$\Omega = \frac{a}{a_1} \omega_2 \cos \varphi_2 = \frac{a}{a_2} \omega_1 \cos \varphi_1 = \sqrt{\omega_1^2 + \omega_2^2 + 2 \omega_1 \omega_2 \cos \psi}.$$

Das Verhältnis der beiden Geschwindigkeiten, das die charakteristische Größe der Schraubung darstellt, berechnet sich aus den beiden vorstehenden Beziehungen mit

$$\frac{C}{\Omega} = a_1 \operatorname{tg} \varphi_2 \quad (33)$$

Zur Radausführung benutzt man einen begrenzten Teil der Momentanachse, dessen Umdrehung um die Radachsen die Teilrißflächen der Räder liefert. Die Zähne müssen mit geradem Verlauf in die Richtung der Erzeugenden der Teilrißflächen gelegt werden, damit bei der Bewegung das Abgleiten mit der Geschwindigkeit C erfolgen kann. Einen besonderen Fall der Anordnung stellen die Kehlräder vor, bei denen die Radmitte in die Kreuzungsstelle der Radachsen gelegt wird.

Die Anwendung der Voraussetzungen, aus denen bei den Stirn- und Kegelrädern die Zykloiden- und Evolventenzähne als einfachste Zahnformen hervorgehen, auf die allgemeineren Verhältnisse der Hyperboloidräder führt zu ähnlichen Ausgestaltungen, die man als räumliche Zykloiden- und Evolventenverzahnung¹⁾ bezeichnen kann.

Die räumliche Evolventenverzahnung ergibt sich aus der Annahme einer ebenen Eingriffsfläche parallel zu den Drehachsen; ihre Lage zwischen den Drehachsen ist vom Übersetzungsverhältnis unabhängig. Letzterer Umstand bedingt es, daß die Radausführungen mit Evolventenzähnen den Charakter der Hyperboloidräder im engeren Sinne verlieren und eigentlich in die Gruppe der Schraubenträger einzurechnen sind. Aus diesem Grunde wurde ihre Besprechung in den Abschnitt XIV verlegt, wo sie als Schraubenträger von Beale angeführt sind.

A. Zykloidenverzahnung.

Zur Zykloidenverzahnung gelangt man durch die Annahme einer aus zwei Schraubenflächen²⁾ zusammengesetzten Eingriffsfläche, deren Verlauf von der Wahl zweier Hilfsachsen abhängig ist.

Die Lage einer solchen Hilfsachse, die die beiden Drehachsen gleichfalls in ihrer kürzesten Entfernung $O_1 O_2$ kreuzt, sei gegen die Drehachsen festgelegt

¹⁾ Ihre vollständige Theorie brachte zuerst Disteli in dem Aufsatz „Über instantane Schraubengeschwindigkeiten und die Verzahnung der Hyperboloidräder“, Z. f. Mathematik u. Physik, 1904. Eine dem Ingenieur näher liegende Behandlung auf Grundlage der räumlichen Bewegungslehre liegt in der an der Techn. Hochschule Berlin eingereichten Dissertationsschrift von Rudolf Crain vor: „Schraubenträger mit geradlinigen Eingriffsflächen“, Berlin 1907.

²⁾ Hyperboloide als Eingriffsflächen ergeben keine geradlinigen Zahnflächen.

durch die Abstände a_1' und a_2' und die Kreuzungswinkel φ_1' und φ_2' (Abb. 54). Für diese Hilfsachse läßt sich nun ein Bewegungszustand ermitteln, der im Verein mit der Drehung um eine der beiden Radachsen als Relativbewegung eine gleiche Schraubung um die Momentanachse aufweist, wie sie bei der Relativbewegung der beiden Räder eintritt. Die relative Schraubung erfolgt zwar mit anderen Geschwindigkeitsgrößen (Translationsgeschwindigkeit = C' , Winkelgeschwindigkeit = Ω'), doch durchläuft sie die gleichen Bahnen. Dieser Forderung wird Ausdruck gegeben durch die Beziehung

$$\frac{C'}{\Omega'} = \frac{C}{\Omega}.$$

Die angedeutete Gleichheit in der Relativbewegung tritt ein, wenn sich um die Hilfsachse eine Schraubung mit einer gewissen Translationsgeschwindigkeit c' und einer Winkelgeschwindigkeit ω' vollzieht; zu ihrer Größenermittlung führen die beim Aufsuchen der Momentanachse gebrauchten Erwägungen.

Die Drehung um die Radachse I und um die Hilfsachse muß für jeden Punkt C der Momentanachse gleich große Geschwindigkeitskomponenten in der Richtung des Achsenabstandes ergeben (siehe Aufriß), also

$$r_1 \omega_1 = r' \omega'.$$

Daraus ergibt sich durch die Einführung von

$$\overline{C_0 C} = \frac{r_1}{\sin \varphi_1} = \frac{r'}{\sin(\varphi_1' - \varphi_1)}$$

eine die Größe der Winkelgeschwindigkeit ω' angehende Beziehung

$$\frac{\sin \varphi_1}{\sin(\varphi_1' - \varphi_1)} = \frac{\omega'}{\omega_1}, \dots \dots \dots (34)$$

die im Ausdruck mit Gl. 30 übereinstimmt.

Die Relativgeschwindigkeit v_r des Punktes O_1 setzt sich zusammen aus der Translationsgeschwindigkeit längs der Momentanachse = C' und der Umfangsgeschwindigkeit senkrecht zur Momentanachse = $a_1 \Omega'$.

Soll $\frac{C}{\Omega} = \frac{C'}{\Omega'}$ sein, so besagt Gl. 33, daß

$$\frac{C'}{\Omega'} = a_1 \operatorname{tg} \varphi_2.$$

Diese Bedingung ist erfüllt, wenn v_r senkrecht zur Drehachse II steht; denn dann schließt v_r mit $a_1 \Omega'$ den Winkel φ_2 ein, und es besteht die vorstehende Beziehung.

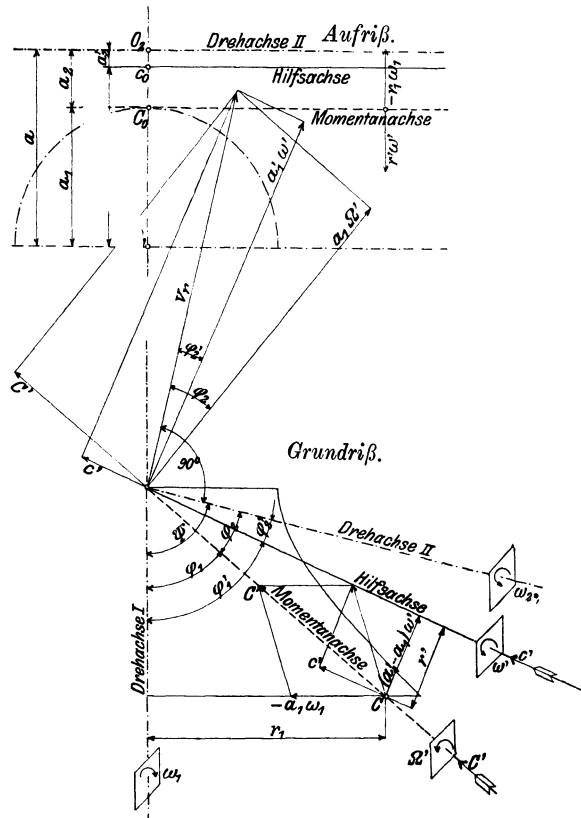


Abb. 54.

Nachdem die absolute Geschwindigkeit des Punktes O_1 um die Drehachse I null ist, besteht seine Relativgeschwindigkeit v_r allein aus der absoluten Geschwindigkeit um die Hilfsachse. Ihre Komponenten sind

$$\begin{aligned} & \text{die Translationsgeschwindigkeit} = c' \\ & \text{und die Umfangsgeschwindigkeit} = a_1' \omega', \end{aligned}$$

welch letztere mit v_r den Winkel φ_2' einschließt; aus diesem Umstande ergibt sich die Beziehung

$$\frac{c'}{\omega'} = a_1' \operatorname{tg} \varphi_2', \quad \dots \dots \dots (35)$$

die die Größe der Translationsgeschwindigkeit c' festlegt.

Zwischen der Unterteilung des Achsenabstandes a und des Kreuzungswinkels ψ durch die Hilfsachse besteht eine bestimmte Abhängigkeit, die aus den Geschwindigkeitsverhältnissen in der durch die Momentanachse hindurchgehenden und zu den Drehachsen parallelen Ebene zu entnehmen ist. Irgendein Punkt C der Momentanachse weist als Relativgeschwindigkeit allein die Translationsgeschwindigkeit C' auf. Sie ist die Resultierende aus

$$\left. \begin{aligned} & \text{der negativen Umfangsgeschwindigkeit} - a_1 \omega_1 \text{ der Drehachse I,} \\ & \text{der Umfangsgeschwindigkeit} (a_1' - a_1) \omega' \\ & \text{und der Translationsgeschwindigkeit} c' \end{aligned} \right\} \text{ der Hilfsachse.}$$

Die Projektion dieser 3 Komponenten auf eine zur Momentanachse senkrechte Richtung liefert

$$(a_1' - a_1) \omega' \cos(\varphi_1' - \varphi_1) = c' \sin(\varphi_1' - \varphi_1) + a_1 \omega_1 \cos \varphi_1,$$

welcher Ausdruck durch die Einführung der Gl. 34 und 35 weiter umgewandelt werden kann:

$$\begin{aligned} (a_1' - a_1) \cos(\varphi_1' - \varphi_1) &= a_1' \operatorname{tg} \varphi_2' \sin(\varphi_1' - \varphi_1) + a_1 \frac{\sin(\varphi_1' - \varphi_1)}{\sin \varphi_1} \cos \varphi_1, \\ a_1' &= a_1 \frac{\sin \varphi_1' \cos \varphi_2'}{\sin \varphi_1 \cos \varphi_2}. \end{aligned}$$

Der Ausdruck für den Abstand a_1 der Momentanachse läßt sich aus den Gl. 30 und 31 auch in die Form bringen

$$a_1 = a \frac{\sin \varphi_1 \cos \varphi_2}{\sin \psi}.$$

Seine Einführung in die vorstehende Gleichung ergibt für a_1' die analoge Beziehung:

$$a_1' = a \frac{\sin \varphi_1' \cos \varphi_2'}{\sin \psi} \quad \dots \dots \dots (36)$$

Daraus ersieht man, daß der Achsenabstand der Hilfsachse von der Unterteilung des Kreuzungswinkels abhängig ist.

Ein Gebilde, das dem Bewegungsvorgang der Hilfsachse unterworfen ist, weist als Aufeinanderfolge aller jeweiligen Lagen der Momentanachse eine Schraubenfläche auf. Zufolge des gleichen relativen Schraubungszustandes ist nun diese Schraubenfläche befähigt, auf den Hyperboloiden der Hauptachsen abzurollen und gleichzeitig längs der jeweiligen Berührungsgewaden abzugleiten, ein Bewegungsvorgang, für den Reuleaux die Bezeichnung „Schroten“ einführt. Der Schraubenfläche kommt daher die gleiche Eigenschaft zu wie dem Rollkreise der Stirnradverzahnung. Die Zahnfläche wird von der Berührungsgewaden der Anfangsstellung beim Schroten der Schraubenfläche auf dem Teilrißhyperboloid durchlaufen, und der Eingriff dieser Zahnfläche erfolgt in den einzelnen Geraden der in Anfangsstellung stehenden Schraubenfläche, wobei das Fortschreiten des Eingriffs der Winkel-

geschwindigkeit ω' entspricht. Das Schrotten der Schraubenfläche auf dem äußeren Umfange des Hyperboloids ergibt die Kopffläche und das Schrotten am inneren Umfange die Fußfläche der Zähne.

Um Kopf und Fuß an jedem Rade zu erhalten, ist demnach die Wahl zweier Hilfsachsen unter Berücksichtigung der Abhängigkeit in Gl. 36 notwendig. Jede dieser Hilfsachsen bestimmt eine Schraubenfläche, die aus der Verschraubung der Momentanachse um die Hilfsachse mit den Geschwindigkeiten ω' der Gl. 34 und c' der Gl. 35 hervorgeht. Die beiden Schraubenflächen bilden die Eingriffsfläche und die Zahnflächen ergeben sich durch das Schrotten der Schraubenflächen auf den Teilrißhyperboloiden der beiden Räder. Damit ist die geometrische Form der geradlinigen Zahnflächen und ihre Erzeugung vollständig festgelegt.

Auf Grund der voranstehenden Angaben ist eine zeichnerische Ermittlung der Zahnprofile in senkrecht zur Drehachse stehenden Radschnitten ohne weiteres möglich¹⁾. Die Lage der Hilfsachse übt auf die Zahnform den gleichen Einfluß aus, wie die Größe des Rollkreises bei der Stirnradverzahnung. Es treten auch die gleichen Sonderfälle auf.

B. Angenäherte Verzahnung.

Die Schwierigkeiten der theoretisch richtigen Verzahnung sind die Ursache, weshalb man sich gewöhnlich mit der Durchführung einer angenäherten Verzahnung bescheidet, deren Genauigkeit bei roh gegossenen Zähnen vollends zureicht.

Die Momentanachse kreuze die Radachse im Abstände a unter dem Winkel φ .²⁾ Für die Radausbildung hat man aus der Momentanachse eine Strecke $\overline{OC}_i = b_n$ (Abb. 55) herauszugreifen, die bei dem eingreifenden Rade in Größe und Entfernung von O übereinstimmen muß. Die gewählte Entfernung des Punktes C von der Kreuzungsstelle sei

$$e = \overline{OC}.$$

Es ist dann

$$\overline{CM} = r = e \sin \varphi$$

und

$$\overline{OM} = x = e \cos \varphi.$$

Der äußere Teilkreishalbmesser R ist die Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks mit den Katheten a und r , daher

$$\overline{MC'} = R = \sqrt{a^2 + r^2} \dots \dots \dots (37)$$

und die äußere Umfangsteilung $t = \frac{2 R \pi}{z}$.

Die Umfangsteilungen von zwei eingreifenden Rädern fallen ungleich groß aus.

Die Ermittlung der Halbmesser R für verschiedene x aus der angeführten Abhängigkeit ermöglicht nun das Aufzeichnen der Umfangshyperbel des Teilrißhyperboloids, dessen Kehlkreis den Halbmesser a hat.

Die Verzahnung kann in ähnlicher Weise wie bei den Kegelrädern angenähert auf die Stirnradverzahnung, der man die Verhältnisse des Normalschnittes zugrunde legt, zurückgeführt werden. Wegen des Gleitens müssen die Zähne in der Richtung der Momentanachse verlaufen, es steht daher die Ebene des Normal-

¹⁾ Solche Ermittlungen finden sich in den Veröffentlichungen vor, die in Fußnote 1 auf S. 42 angeführt sind.

²⁾ Die früher gebrauchten Indizes 1 und 2, die zur Unterscheidung der beiden Räder notwendig waren, sind fortan fortgelassen.

schnittes in C senkrecht zur Momentanachse OC . Die Radachse durchdringt diese Ebene in O_1 . Durch Eindrehen der Strecke O_1C in die Zeichenebene kann man aus der Lage O_1C' ihre wirkliche Länge R' entnehmen.

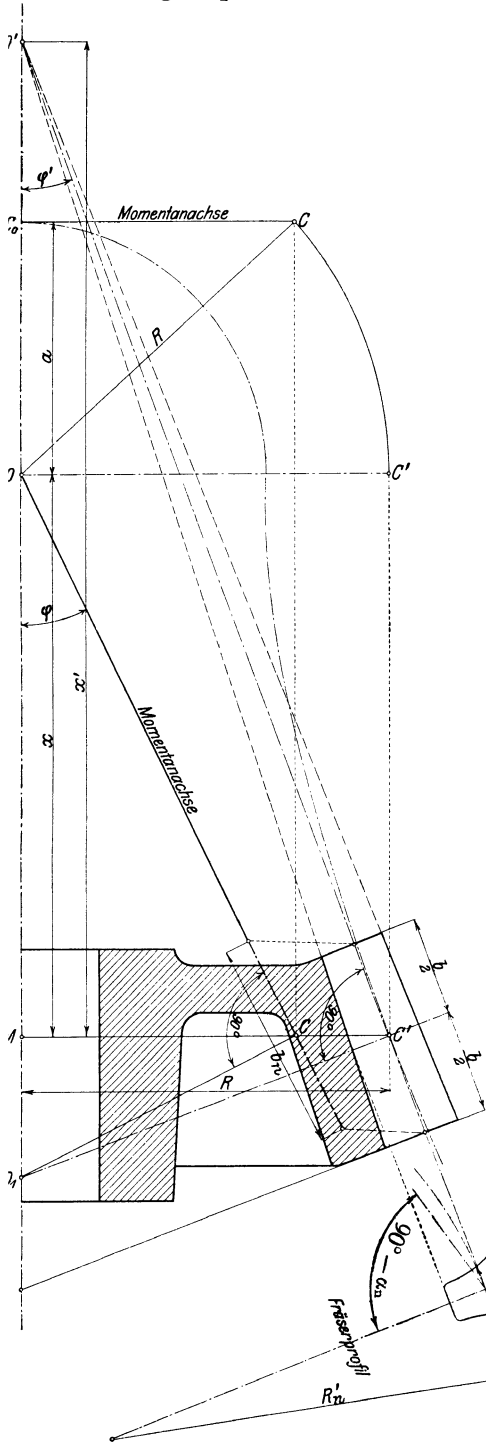


Abb. 56.

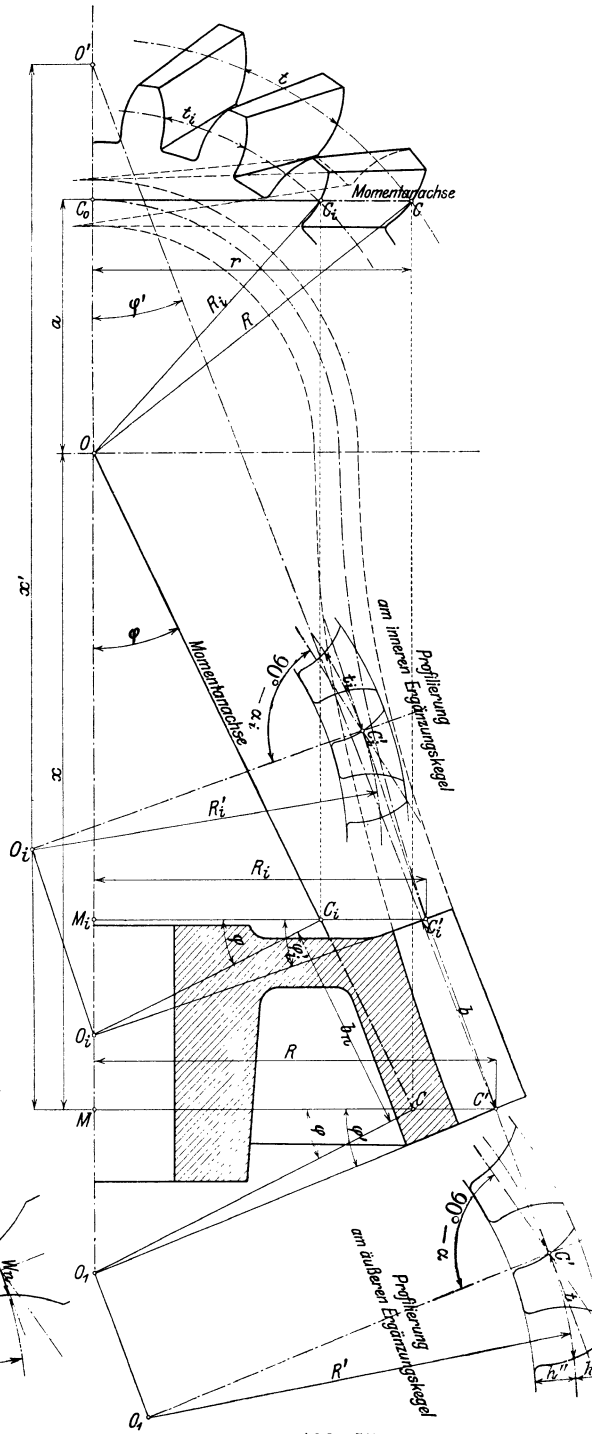


Abb. 55.

Die Gerade O_1C' steht senkrecht auf der Tangente $C'O'$ an den Außenumfang des Hyperboloids. Die Radausgestaltung in C' entspricht daher ungefähr den Verhältnissen eines Kegelrades, dessen Teilrißkegel die Spitze in O' und dessen

Ergänzungskegel die Spitze in O_1 hat. Der Spitzenwinkel φ' des Teilrißkegels ergibt sich aus dem Dreieck $C'MO_1$ mit

$$\operatorname{tg} \varphi' = \frac{MO_1}{MC'} = \frac{r \operatorname{tg} \varphi}{R} \dots \dots \dots (38)$$

Dieser Winkelwert bestimmt die Entfernung der Radebene von der Spitze des Teilrißkegels mit

$$\overline{MO'} = x' = R \cot \varphi'$$

und die Länge der Ergänzungskegelkante mit

$$C'O_1 = R' = \frac{R}{\cos \varphi'}$$

Die durch C hindurchgehende Kante des Tangierungskegels liegt gegen die Momentanachse schräg unter einem Winkel, dessen Größe mit $(90^\circ - \beta)$ bezeichnet sei. Der in die Richtung der Momentanachse gestellte Zahn des Hyperboloidrades kann nun im Punkte C als Schraubenzahn des Tangierungskegels mit dem Steigungswinkel β angesehen werden. Die Größe von β ermittelt man aus der Zahnbreite b_n in der Richtung der Momentanachse; sie erfordert eine Kantenlänge im Tangierungskegel von

$$b = b_n \sin \beta.$$

Die Projektionen beider Längen auf die Radachse sind gleich groß:

$$b \cos \varphi' = b_n \cos \varphi,$$

daher

$$\sin \beta = \frac{b}{b_n} = \frac{\cos \varphi}{\cos \varphi'} \dots \dots \dots (39)$$

Die zeichnerische Ermittlung der Verzahnung geht von dem Schraubenverlauf des Zahnes und seiner Profilierung im Normalschnitte aus, wobei für zwei ein-greifende Räder eine gleiche Normalteilung t_n und ein gleicher Eingriffswinkel $\alpha_n = 15^\circ$ anzunehmen sind. Es wird in ähnlicher Weise wie bei den Kegelrädern das Zahnbild in der abgewickelten Mantelfläche des Ergänzungskegels entworfen. Das Zahnprofil im Ergänzungskegel entspricht ungefähr einem schrägen Schnitte des Schraubenzahnes unter dem Winkel $(90^\circ - \beta)$ gegen den Normalschnitt.

Dem Eingriffswinkel α_n im Normalschnitt entspricht ein Zahnprofil im Ergänzungskegel vom Eingriffswinkel α in der Abhängigkeit

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\operatorname{tg} \alpha_n}{\sin \beta}.$$

Durch diesen Winkel α ist die Zahnevolvente gegeben; sie ist auf einem Verzahnungsteilkreis vom Halbmesser R' gleich der Länge der Ergänzungskegelkante aufzuzeichnen. Weiter ist die Teilung

$$t = \frac{t_n}{\sin \beta} = \frac{2 R \pi}{z} \dots \dots \dots (40)$$

aufzutragen und die Zahnhöhe in der üblichen Aufteilung von der Normalteilung abhängig zu bemessen, also

$$\text{Kopfhöhe } h_1 = 0,3 t_n \quad \text{und} \quad \text{Fußtiefe } h_2 = 0,4 t_n.$$

Das Zahnbild in der Mantelfläche des inneren Ergänzungskegels, dessen Kegelkante $C'_i O_i$ ist, wird in gleicher Weise durch Ermittlung der einschlägigen Größen R'_i , β_i , α_i und t_i erhalten.

Die ermittelten Zahnprofile sind auf den beiden Ergänzungskegeln so anzuordnen, daß die Teilrißpunkte der Flanken in die Richtung der Erzeugenden des Teilrißhyperboloids fallen. Werden die beiden Endprofile in dieser Lage durch gerade Linien verbunden, so entstehen die Zahnflächen. Die Kopf- und Fußbegrenzung der Zähne liegt in Hyperboloidflächen, deren Kehlkreise die Kopf- und Fußgeraden tangieren (Abb. 55).

XII. Die Berechnung der Hyperboloidräder.

Bei einem Kreuzungswinkel von $\psi = 90^\circ$ ergibt sich aus den Gl. 32 die Beziehung

$$\frac{a_1}{a_2} = \left(\frac{z_1}{z_2}\right)^2.$$

Das Verhältnis der Kehlkreishalbmesser wächst daher quadratisch mit dem Übersetzungsverhältnis. Dieses Maßverhältnis in den Radgrößen mildert sich bei der Anordnung der Räder außerhalb der Kreuzungsstelle der Achsen; das Verhältnis der Teilkreishalbmesser R nähert sich desto mehr dem einfachen Übersetzungsverhältnis, je größer das Verhältnis der Entfernung des Teilrißpunktes C von der Kreuzungsstelle zum Achsenabstand gehalten wird. Die Hyperboloidräder treten dann dem Charakter der Kegelräder näher, so daß die Eingriffsverhältnisse der Verzahnung, die auch bei bearbeiteten Rädern nur eine angenäherte ist, sich günstiger gestalten.

Dieses Verhalten gibt die Richtschnur für eine zweckmäßige Anordnung der Hyperboloidräder. Es ist die Achsenentfernung möglichst klein zu halten; wenn es zugänglich ist, so rückt man die Achsenmittel so nahe aneinander, als es die Wellenstärken zulassen (Abb. 57). Selbst bei kleineren Zähnezahlen ist es dann möglich, mit den Radgrößen, die die zulässige Zahnbelastung erfordert, noch einen halbwegs befriedigenden Eingriff zu erreichen.

In gleicher Weise wie bei den Kegelrädern geht man bei der Berechnung von den Verhältnissen der Radmitte aus (Abb. 56), für die im folgenden alle Bezeichnungen gelten sollen, die im früheren Abschnitte dem äußeren Teilrisse beigelegt wurden. Aus der angegebenen Belastung wird zunächst unter angenäherter Einschätzung der unbekanntener Größen nach der Formel 8 die Normalteilung t_n in der Zahnmitte C' berechnet. Wegen der Verzahnungsungenauigkeiten ist die Zahnbreite b_n etwa nur mit

$$b_n = 2 t_n$$

zu bemessen. Die Zähnezahlen sollen zumindest so groß gehalten werden, daß die normalen Zahnausgestaltungen des Normalschnittes keine Unterschneidungen notwendig machen, da solche Unterschneidungen durch die möglichen Bearbeitungsverfahren nicht ausführbar sind.

Nachdem die gerechneten Werte t_n und b_n in beiden Rädern der Paarung gleich groß sein müssen, ist eine genaue Berechnung aller Radgrößen aus diesen gemeinsamen Werten erforderlich. Für die unmittelbare Bestimmung des mittleren Radhalbmessers R aus t_n geht man von der Gl. 40 aus, in die der Reihe nach die Beziehungen der Gl. 39, 38 und 37 eingeführt werden.

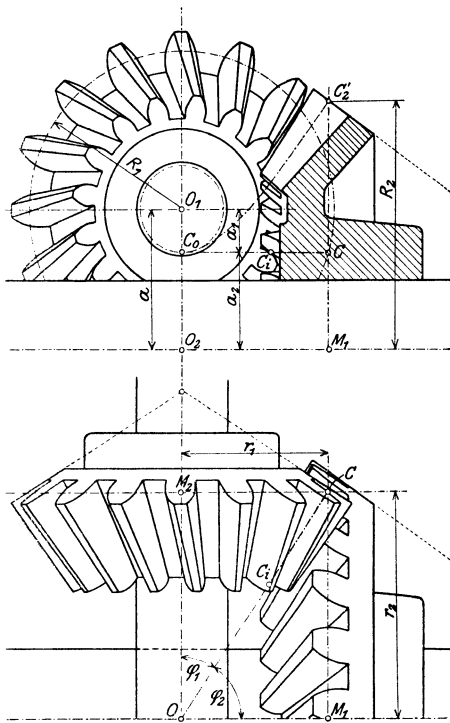


Abb. 57. Hyperboloidgetriebe
($z_1 = 16$, $z_2 = 24$).

$$R = \frac{z}{2\pi} \cdot \frac{t_n}{\sin \beta} = \frac{z}{2\pi} \cdot \frac{t_n}{\cos \varphi} \frac{1}{\sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi'}} =$$

$$= \frac{z}{2\pi} \cdot t_n \frac{R}{\sqrt{R^2 \cos^2 \varphi + r^2 \sin^2 \varphi}} = \frac{z}{2\pi} \cdot t_n \cdot \frac{R}{\sqrt{R^2 - a^2 \sin^2 \varphi}}.$$

Daraus geht der Teilkreishalbmesser der Radmitte hervor mit

$$R = \sqrt{\left(\frac{z}{2\pi} t_n\right)^2 + (a \sin \varphi)^2}.$$

Die Entfernung x der mittleren Radebene von der Kreuzungsstelle ist bestimmt durch

$$x = \cot \varphi \cdot r = \cot \varphi \sqrt{R^2 - a^2}.$$

Das Hyperboloidrad wird in der Gestalt eines Kegelrades, dessen Teilrißkegel das Hyperboloid auf Radmitte tangiert, ausgeführt. Für die Feststellung dieses Ersatzkegels berechnet man den Spitzenwinkel φ' nach Gl. 38

$$\cot \varphi' = \cot \varphi \frac{R}{\sqrt{R^2 - a^2}}$$

und die Entfernung x' der Kegelspitze von der mittleren Radebene

$$x' = R \cot \varphi' = \cot \varphi \frac{R^2}{\sqrt{R^2 - a^2}}.$$

Schließlich ist noch zur Festlegung des Zahnverlaufes der Steigungswinkel β auf Zahnmitte nach Gl. 39

$$\sin \beta = \frac{\cos \varphi}{\cos \varphi'}$$

und die Radbreite b , in der Richtung der Teilrißkegelkante gemessen, aus

$$b = b_n \sin \beta$$

zu ermitteln.

Die am mittleren Teilkreishalbmesser R wirkend gedachte Umfangskraft P äußert eine Axialkraft P_a , die das Rad von der Kreuzungsstelle wegzuschieben trachtet; ihre Größe entspricht der Beziehung in Gl. 26:

$$P_a = \frac{P}{\sin \beta} (\cos \beta \cos \varphi' + \operatorname{tg} \alpha_n \sin \varphi').$$

XIII. Die Bearbeitung der Hyperboloidräder.

Eine theoretisch genaue Bearbeitung der Hyperboloidradzähne nach Zykloiden ließe sich in ähnlicher Weise wie bei den Stirnrädern durch Hobeln mit Spitzstichel (siehe I. Teil, Abschn. V B) bewerkstelligen; die Verwendung von Flachsticheln ist wegen der wechselnden Tangentenlagen ausgeschlossen. Der Stichel wäre zunächst in der Anfangsstellung für die Bearbeitung der Teilrißkante des Zahnes entlang der Momentanachse schneidend zu führen und alsdann in die weiteren Schnittlagen durch eine Verschraubung um die Hilfsachse, die den Geschwindigkeiten c' und ω' entspricht, zu bringen, wobei dem zu bearbeitenden Rade gleichzeitig eine mit der eigenen Winkelgeschwindigkeit ω_1 übereinstimmende Verdrehung zu erteilen wäre (Abb. 54).

Die Ausführung einer derartigen Schnitfführung und Schaltbewegung in der Bearbeitungsmaschine ließe sich konstruktiv noch ohne zu große Schwierigkeiten bewältigen. Umständlich wird erst die Durchführung durch den Wechsel der

Schaltbewegung von einer Hilfsachse auf die andere, der beim Übergang der Bearbeitung vom Kopf auf den Fuß notwendig wird.

Den angeführten Umständlichkeiten ist es zuzuschreiben, daß die Praxis bisher noch nicht daran gegangen ist, sich mit dem Bau von Mechanismen für das Schneiden theoretisch genauer Zähne zu befassen, zumal hierfür ein regeres Bedürfnis nicht besteht. Man sucht der Anordnung von Hyperboloidrädern gewöhnlich aus dem Wege zu gehen und bevorzugt einfachere Radausgestaltungen.

Gegenwärtig erfolgt die Bearbeitung in angenäherter Weise durch Ausfräsen der Zähne aus dem Kegelkörper, durch den man die Hyperboloidform des Rades ersetzt.

Die Bearbeitung der Zähne ist mit Scheibenfräser möglich; jede Zahnfläche der Lücke wird durch einen eigenen Schnitt fertiggestellt. Der Fräser wird parallel zur Fußkante der Zahnfläche geführt; seine Achse wird so eingestellt, daß sie auf Radmitte mit der Teilrißkegelkante den Winkel β einschließt (Abb. 56).

Der Scheibenfräser muß einer Zahnteilung entsprechen, die etwas kleiner ist als die Normalteilung t_n' an der inneren Radseite, damit er durch das kleinste Zahnlückenprofil noch hindurchgehen kann, ohne die Gegenseite anzuschneiden. Aus dem inneren Teilkreisradius

$$R_i = R - \frac{b}{2} \sin \varphi'$$

berechnet sich die Teilung t_n' angenähert mit

$$t_n' = t \sin \beta \frac{R_i}{R} = (2R - b \sin \varphi') \frac{\pi}{z} \sin \beta \dots \dots \dots (41)$$

Es ist daher der Modul des Fräsers

$$m \leq \frac{t_n'}{\pi} = \frac{2R - b \sin \varphi'}{z} \sin \beta.$$

Um vorstehende Zahnprofile zu umgehen, hat man einen Fräser anzuwenden, der die Profilierung der inneren Zahnücke aufweist. Maßgebend ist daher der Teilrißradius R_n' des Normalschnittes an der inneren Radseite; seine Größe ist durch Gl. 25 bestimmt, die mit den hier gebrauchten Bezeichnungen lautet:

$$R_n' = \frac{R_i}{\cos \varphi' \sin^2 \beta} = \frac{R - \frac{b}{2} \sin \varphi'}{\cos \varphi' \sin^2 \beta} \dots \dots \dots (42)$$

Das Einsetzen der Beziehung in Gl. 41

$$\frac{z_n' t_n'}{2\pi} = \frac{z t_n'}{2\pi \sin \beta} \cdot \frac{1}{\cos \varphi' \sin^2 \beta}$$

führt zu der Zähnezahl

$$z_n' = \frac{z}{\cos \varphi' \sin^3 \beta},$$

für die der Fräser zu profilieren ist.

Da das Hyperboloidrad annähernd einem Kegelrad mit Schraubenzähnen gleichkommt, so läßt es sich auch als solches mit einem Fingerfräser in gleicher Art ausschneiden. Der Fräser ist parallel zur Fußkante und in einem Schraubenverlauf, der in der Mitte dem Steigungswinkel β entspricht, zu führen. Die Evolventenprofilierung des Fräsers ist auf einem Teilrißradius R_n' (Gl. 42) durchzuführen und die Lückenweite w_n etwas größer als $0,5 t_n$ wegen der sich einstellenden Ungenauigkeiten zu nehmen (Abb. 56). Es besteht nämlich ein ungleicher Schraubenverlauf; während der Steigungswinkel β des Hyperboloidzahnes gegen die Kreuzungsstelle abnimmt, zeigt der Schraubenzahn des Ersatzkegelrades

ein Zunehmen von β . Da zwei eingreifende Hyperboloidräder ungleiche Steigungswinkel aufweisen, ist ferner ein Anpassen des Winkels α_n an den Schraubenverlauf, wie es bei den Kegelrädern durch die Beziehung in Gl. 28 erfüllt wird, nicht möglich.

Beide Bearbeitungsverfahren weisen eine Reihe von wesentlichen Fehlerquellen auf, deren Einfluß durch die Anordnung kleiner Zahnbreiten (unter $b=2t$) gemildert wird.

XIV. Schraubenräder.

Zur Übertragung der Bewegung bei kreuzender Achsenlage eignen sich auch Stirnräder mit Schraubenzähnen, die in der Kreuzungsstelle der Drehachsen angebracht sind; für eine derartige Verwendung erhalten die genannten Räder den Namen Schraubenräder. Einen vollwertigen Ersatz für theoretisch genau verzahnte Hyperboloidräder bieten die Schraubenräder nicht; sie sind Getriebe mit verminderter Eingriffsfähigkeit, welcher Umstand im Späteren nachgewiesen wird. Ihr Anwendungsgebiet erstreckt sich auf Übersetzungen bis 1:4; für größere Übersetzungen sind die Schneckentriebe vorzuziehen, weil sie einen besseren Eingriff aufweisen.

Jedes Rad wird symmetrisch zur Kreuzungsstelle der beiden Wellenachsen eingebaut (Abb. 58). Die Wahl der Zahnschrägen in den Winkeln φ_1 und φ_2 (bzw. der Steigungswinkel $\beta_1 = 90^\circ - \varphi_1$ und $\beta_2 = 90^\circ - \varphi_2$) wird so getroffen, daß die Winkelsumme dem Kreuzungswinkel ψ der beiden Achsen gleich ist:

$$\psi = \varphi_1 + \varphi_2.$$

Der Schraubenverlauf der Zähne ist in beiden Rädern gleichzeitig rechts- oder linksgängig.

Bei einer Zahnberührung im Zentralpunkte C findet während der Bewegung ein Gleiten der Zähne in der Richtung der gemeinschaftlichen Tangente M an den Schraubenverlauf der Zähne statt. Aus dem Parallelogramm der Umfangsgeschwindigkeiten $R_1 \omega_1$ und $R_2 \omega_2$ beider Räder ergeben sich die Gleitgeschwindigkeit

$$C = R_1 \omega_1 \sin \varphi_1 + R_2 \omega_2 \sin \varphi_2$$

und die Beziehung

$$\frac{R_1 \omega_1}{R_2 \omega_2} = \frac{\cos \varphi_2}{\cos \varphi_1} = \frac{\sin \beta_2}{\sin \beta_1}.$$

Das Übersetzungsverhältnis ist hier somit ausgedrückt durch

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{R_1 \cos \varphi_1}{R_2 \cos \varphi_2} = \frac{R_1 \sin \beta_1}{R_2 \sin \beta_2} \dots \dots \dots (43)$$

Während bei den Hyperboloidrädern sowohl die Unterteilung des Kreuzungswinkels ψ als auch die Unterteilung der kürzesten Entfernung a durch das Übersetzungsverhältnis festgelegt ist, steht bei den Schraubenrädern die Wahl von einer der Unterteilungen frei; die andere Unterteilung ist dann durch die vorstehende Formel bestimmt, da

$$\psi = \varphi_1 + \varphi_2 \quad \text{und} \quad a = R_1 + R_2 \quad \text{ist.}$$

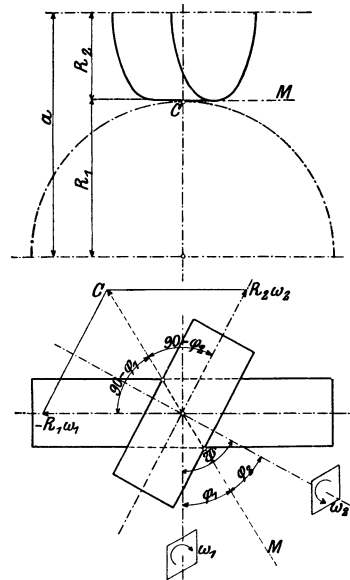


Abb. 58.

Bei der Untersuchung der Kräfteverteilung sieht man der Einfachheit halber von der eigentlichen Zahnreibung ab, die die abwälzende Relativbewegung verursacht, und berücksichtigt nur den wesentlich größeren Reibungswiderstand der

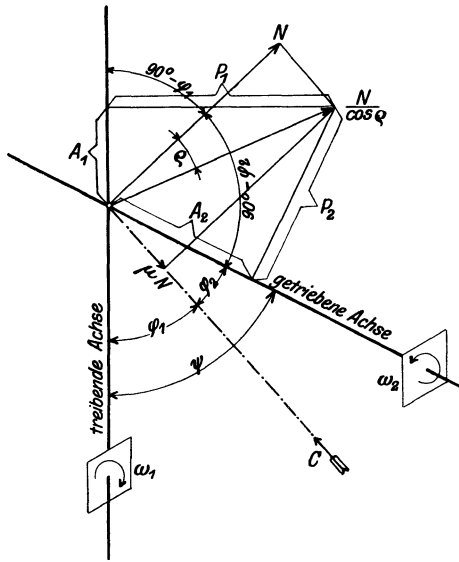


Abb. 59.

Gleitbewegung in der Längsrichtung der Zähne. Es stellt sich bei der Kraftübertragung senkrecht zur Zahnrichtung ein Normaldruck N ein, der einen der Gleitrichtung entgegengesetzt gerichteten Reibungswiderstand μN wachruft (Abb. 59). Beide Kraftäußerungen setzen sich zu einer resultierenden Kraft $\frac{N}{\cos \varrho}$ zusammen, die unter dem Reibungswinkel

$$\operatorname{tg} \varrho = \mu$$

gegen N geneigt ist. Die senkrecht auf den Drehachsen stehenden Komponenten dieser Resultierenden geben die Radumfangkräfte P_1 und P_2 , während die Komponenten in den Achsenrichtungen die Axialkräfte A_1 und A_2 vorstellen, die auf die Räder zufolge der Zahnschräge einwirken.

Es ist demnach für das treibende Rad:

die Umfangskraft . . . $P_1 = \frac{N}{\cos \varrho} \cos (\varphi_1 - \varrho),$

der Axial Schub . . . $A_1 = \frac{N}{\cos \varrho} \sin (\varphi_1 - \varrho),$

und für das getriebene Rad:

die Umfangskraft . . . $P_2 = \frac{N}{\cos \varrho} \cos (\varphi_2 + \varrho),$

der Axial Schub . . . $A_2 = \frac{N}{\cos \varrho} \sin (\varphi_2 + \varrho).$

Diese Gleichungen geben beim Zusammenziehen die sich einstellenden Kraftäußerungen bei der Überwindung einer Umfangskraft P_2 am getriebenen Rade, und zwar:

$$P_1 = P_2 \frac{\cos (\varphi_1 - \varrho)}{\cos (\varphi_2 + \varrho)} \dots \dots \dots (44)$$

$$A_1 = P_2 \frac{\sin (\varphi_1 - \varrho)}{\cos (\varphi_2 + \varrho)}$$

$$A_2 = P_2 \operatorname{tg} (\varphi_2 + \varrho).$$

Bei bloßer Berücksichtigung des Reibungsverlustes, der sich durch das Gleiten in der Richtung der Zahnschräge einstellt, ist der Wirkungsgrad des Getriebes bestimmt durch

$$\eta = \frac{P_2 v_2}{P_1 v_1} = \frac{P_2 R_2 \omega_2}{P_1 R_1 \omega_1}.$$

Durch Einführung der Gleichungen 43 und 44 wird diese Beziehung umgeformt in

$$\eta = \frac{\cos (\varphi_2 + \varrho) \cos \varphi_1}{\cos (\varphi_1 - \varrho) \cos \varphi_2} = \frac{1 - \mu \operatorname{tg} \varphi_2}{1 + \mu \operatorname{tg} \varphi_1}.$$

Der Wirkungsgrad ist somit von den Zahnschrägen abhängig. Zur Veranschaulichung dieser Abhängigkeit sind in Abb. 60 die Wirkungsgrade bei einem Reibungskoeffizienten $\mu = 0,1$ für ein Räderpaar mit senkrecht kreuzenden Achsen ($\varphi_1 + \varphi_2 = 90^\circ$) eingetragen. Man ersieht aus dem Linienverlaufe, daß der Wirkungsgrad bei einer bestimmten Zahnschräge sein Maximum erlangt. Rechnerisch erhält man dieses Maximum durch Differentiation von η nach φ_1 :

$$\frac{\partial \eta}{\partial \varphi_1} = 0 = \frac{1}{\cos^2 \varphi_2} (1 + \mu \operatorname{tg} \varphi_1) - \frac{1}{\cos^2 \varphi_1} (1 - \mu \operatorname{tg} \varphi_2).$$

Die weitere Ausrechnung der Maximumsbedingung ergibt

$$\operatorname{tg}(\varphi_1 - \varphi_2) = \mu.$$

Die Kleinheit des Reibungskoeffizienten bedingt eine ganz geringe Winkeldifferenz; es ist daher der günstigste Wirkungsgrad zu erreichen, wenn bei beiden Rädern die Zahnschrägen in gleichen Winkeln

$$\varphi_1 = \varphi_2 = \frac{\psi}{2}$$

ausgeführt werden. Gemäß Gleichung 43 entspricht dann das Verhältnis der Teilkreisradien dem Übersetzungsverhältnisse

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{R_1}{R_2}.$$

Doch zeigt der Linienverlauf in Abb. 60, daß der Wirkungsgrad nur unbedeutend abfällt, wenn man von der günstigsten Zahnschräge auch in größeren Winkelwerten abgeht. Bei $\psi = 90^\circ$ können Zahnschrägen innerhalb 30° bis 60° ohne nennenswerte Beeinträchtigung des Wirkungsgrades ausgeführt werden. Damit ist die Möglichkeit geboten, das Verhältnis der Radgrößen innerhalb dieses Winkelbereiches so auszuwählen, daß für gegebene Anforderungen der passendste Getriebeaufbau erreicht wird. Ein Beispiel bietet der Steuerwellenantrieb der Gasmotoren (Abb. 63), bei dem eine zweifache Übersetzung ins Langsame durch gleich große Schraubenräder vermittelt wird.

Die Einsicht in die Eingriffsverhältnisse der Schraubenräder wird erleichtert durch die Heranziehung eines Zahnstangeneingriffes. Die Flanken einer Stirnzahnstange (Abb. 61) haben gerade Erzeugende in der Richtung der Zahnschräge und verschieben sich parallel bei fortschreitendem Eingriff mit der Teilrißgeschwindigkeit v_1 . Diese Umstände bringen es mit sich, daß die Zahnflächen auch dann die gleichen Stellungen einnehmen, wenn sie senkrecht zur Zahnschräge mit einer Geschwindigkeit

$$v = v_1 \cos \varphi_1$$

verschoben werden. Eine derartige Bewegung entspricht der Anordnung einer Zahnstange mit geraden Zähnen, deren Achsenlage zur Stirnradachse unter dem Winkel φ_1 gekreuzt ist. Die Eingriffsverhältnisse bleiben die gleichen wie bei der Stirnradzahnstange, nur findet ein Gleiten der Zähne längs ihrer Berührungskanten mit der Geschwindigkeit C statt.

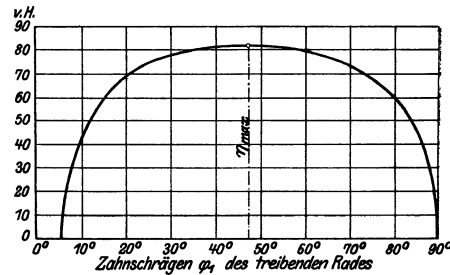


Abb. 60.

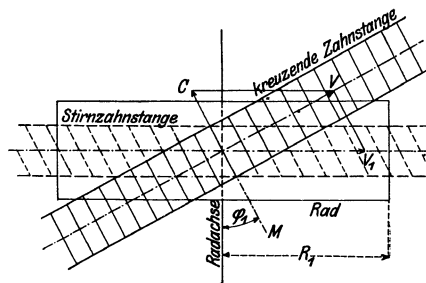


Abb. 61.

Für die Profilierung der Schraubenzähne ist der Normalschnitt maßgend; die Zähne beider Räder müssen hier gleiche Normalteilung t_n aufweisen. Die Umfangsteilungen sind dann nach Gl. 4 festgelegt durch

$$t_n = t_1 \sin \beta_1 = t_2 \sin \beta_2.$$

Bei der gebräuchlichen Evolventenverzahnung bestimmt eine unter dem Eingriffswinkel α_n geneigte Eingriffsgerade die Zahnflanken des Normalschnittes, und es bleibt der Eingriff im Normalschnitte auf die innerhalb der beiden Kopfkreise liegende Eingriffsstrecke AE beschränkt (Abb. 62).

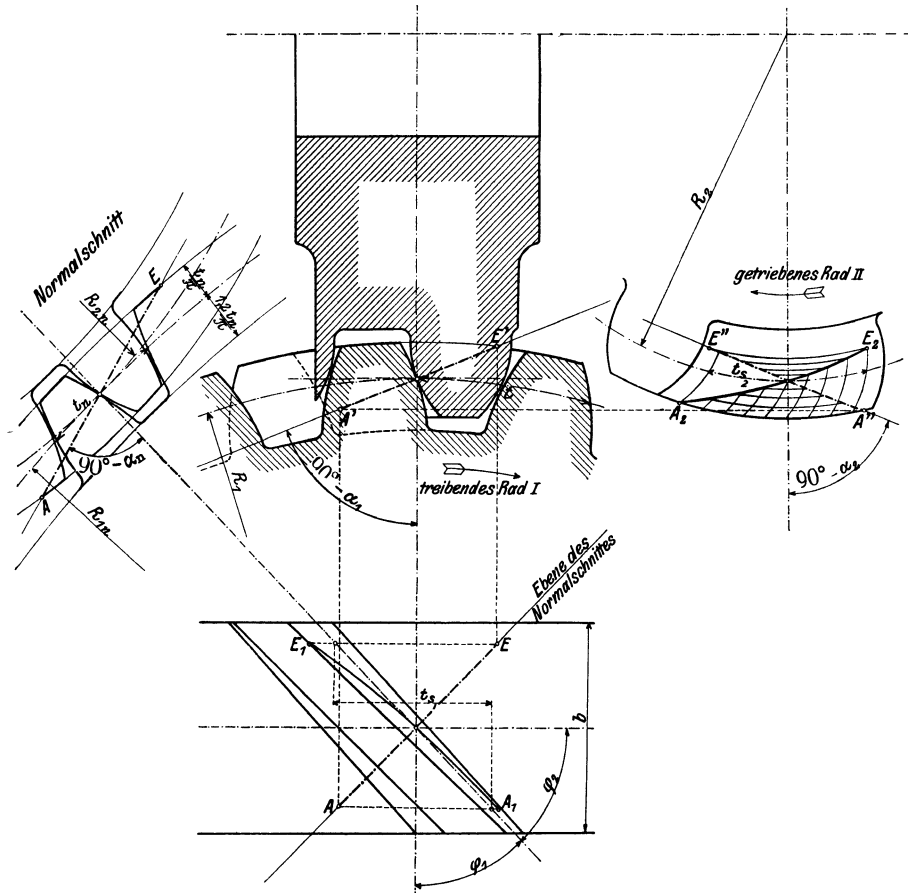


Abb. 62. Eingriffsbild der Schraubenräder.

Der Eingriff der Schraubenzähne vom Rade *I* mit einer kreuzenden Zahnstange vollzieht sich in einer Ebene, die durch die Eingriffsgerade AE des Normalschnittes hindurchgeht. Ihre Winkelneigung $(90^\circ - \alpha_1)$ gegen die Zentrale ist nach Gl. 7 gegeben durch

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{\operatorname{tg} \alpha_n}{\sin \beta_1}.$$

Die Schraubenzähne des Rades *II* kommen mit der gleichen kreuzenden Zahnstange zum Eingriff in einer andern Ebene, in der ebenfalls die Eingriffsgerade des Normalschnittes liegt. Eine gleiche Beziehung

$$\operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{\operatorname{tg} \alpha_n}{\sin \beta_2}$$

bestimmt die Neigung der Eingriffsebene im Rade *II*.

Die beiden Eingriffsebenen der Räder *I* und *II* haben somit nur die Eingriffsebene AE des Normalschnittes gemeinsam. Eine Einwirkung der Schraubenzähne beider Räder kann daher nur in den einzelnen Punkten dieser Geraden erfolgen. Die Zahnflächen berühren sich momentan immer in einem Punkte, eine Linienberührung ist ausgeschlossen. Die nacheinander zur Berührung gelangenden Punkte der Zahnflächen liegen in schräg über die Zahnflächen verlaufenden Linien A_1E_1 und A_2E_2 , deren Ermittlung aus dem Verzahnungsbilde ohne weiteres möglich ist.

Der übrige Teil der Zahnflächen steht gegen die richtige theoretische Ausgestaltung zurück, was aus den Verzahnungsverhältnissen in der mittleren Radenebene des Rades *I* zu ersehen ist. In dieser Mittelebene ergibt sich aus der Schraubengestalt des Zahnes eine axiale Bewegung des Profils vom Rade *II*, weshalb die Verzahnung daselbst einer Evolventenzahnstange entsprechen sollte. Demnach müßten die Zahnflanken einen zur Eingriffslinie $A'E'$ senkrechten geraden Verlauf aufweisen; in Wirklichkeit treten aber die Flanken des Schraubenzahnes in gekrümmter Form zurück.

Die Länge des Eingriffsbogens, innerhalb dessen die gesamte Zahneinwirkung erfolgt, ist verhältnismäßig groß. Sie setzt sich zusammen aus dem Teilkreisbogen, der eine Profildrehung von A' nach E' entspricht, im Betrage von

$$\frac{\overline{A'E'}}{\cos \alpha_1}$$

und dem Sprung t_{s1} der Zahnprofile innerhalb der zum Eingriff gelangenden Radbreite. Die gesamte Eingriffsdauer beträgt daher

$$\varepsilon = \left(\frac{\overline{A'E'}}{\cos \alpha_1} + t_{s1} \right) \frac{1}{t_1}.$$

Eine wesentliche Vergrößerung der Zahnbreiten über das Eingriffsgebiet AE hinaus ist zwecklos. Bei einem Kreuzungswinkel der Radachsen von 90° ergibt sich als passende Radbreite eine Breite gleich der Umfangsteilung:

$$b = t.$$

Beim Einlaufen der Räder verbreitert sich zwar der theoretisch eingriffsfähige Linienteil zu einem schmalen, schräg über die Zahnfläche laufenden Flächenstreifen, doch ist die dadurch erreichte Linienauflage so gering, daß man den Zahn nur mit geringem Zahndruck belasten kann, wenn man einer allzu raschen Abnutzung, die die ständige Gleitbewegung verursacht, vorbeugen will. Die Zähne der Schraubenräder dürfen nur mit der Hälfte der bei den Stirnrädern als zulässig erachteten Zahndrücke belastet werden. Gußeiserne Schraubenräder werden nur für kleinere Zahndrücke und mäßige Umlaufgeschwindigkeiten ausgeführt; bei größeren Anforderungen wird das rascher laufende Rad aus Stahl und das eingreifende Rad aus Phosphorbronze gefertigt.

Die gebräuchlichen Ausführungen der Schraubenräder weisen Zähnezahlen über 12 auf, so daß die im Abschnitt I angeführten Grenzen für die Anwendung der Satzräderbemessung bei der Verzahnung des Normalschnittes gewöhnlich nicht unterschritten werden. Doch bietet die Anwendung der Sonderverzahnung, selbst wenn sie nicht notwendig ist, bei kleinen Zähnezahlen insofern günstigere Verhältnisse, als sie kleinere Eingriffswinkel und längere Eingriffsdauer schafft. Dieser Umstand sei an dem Beispiel eines bei den Gasmotoren gebräuchlichen Schraubenrädernetriebes gezeigt, das von der Hauptwelle aus die senkrecht kreuzende Steuerwelle im Übersetzungsverhältnis 2:1 antreibt:

$$\psi = 90^\circ.$$

Die Zähnezahlen der Räder sind

$$z_1 = 28, \quad z_2 = 14,$$

der Teilungsmodul und Eingriffswinkel im Normalschnitt

$$\frac{t_n}{\pi} = 10 \text{ mm}, \quad \alpha_n = 15^\circ.$$

Der konstruktiven Forderung, daß beide Räder gleiche Teilkreisgröße $R_1 = R_2$ haben, wird entsprochen durch Erfüllung der Gl. 43:

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{R_1 \sin \beta_1}{R_2 \sin \beta_2} = \operatorname{tg} \beta_1 = \cot \beta_2 = 2.$$

Aus diesem Funktionswert ergeben sich die Steigungswinkel des Zahnverlaufs auf dem Teilrißzylinder mit

$$\beta_1 = 63^\circ 26' 6'', \quad \beta_2 = 26^\circ 33' 54''.$$

Die Zähnezahlen des Normalschnittes betragen nach Gl. 5

$$z_{n_1} = \frac{z_1}{\sin^3 \beta_1} = 39,1, \quad z_{n_2} = \frac{z_2}{\sin^3 \beta_2} = 156,5.$$

Im weiteren sind die Ausführungen mit Satzräder- und Sonderverzahnung gesondert behandelt.

I. Ausführung mit Satzräderverzahnung.

Eingriffswinkel in den Radebenen nach Gl. 7:

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{\operatorname{tg} \alpha_n}{\sin \beta_1}, \quad \alpha_1 = 16^\circ 40' 37'',$$

$$\operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{\operatorname{tg} \alpha_n}{\sin \beta_2}, \quad \alpha_2 = 30^\circ 55' 40''.$$

Umfangsteilungen nach Gl. 4:

$$t_1 = \left(\frac{t_n}{\pi}\right) \frac{\pi}{\sin \beta_1} = 35,12 \text{ mm}, \quad t_2 = \left(\frac{t_n}{\pi}\right) \frac{\pi}{\sin \beta_2} = 70,24 \text{ mm}.$$

Teilkreishalbmesser in den Radebenen nach Gl. 6:

$$R_1 = R_2 = \frac{z_1}{2} \left(\frac{t_n}{\pi}\right) \frac{1}{\sin \beta_1} = 156,525 \text{ mm}.$$

Achsenabstand

$$a = R_1 + R_2 = 313,05 \text{ mm}.$$

Teilkreishalbmesser des Normalschnittes nach Gl. 3:

$$R_{n_1} = \frac{R_1}{\sin^2 \beta_1} = 195,6 \text{ mm}, \quad R_{n_2} = \frac{R_2}{\sin^2 \beta_2} = 782,6 \text{ mm}.$$

Zahnhöhenabmessungen:

Kopfhöhe
$$h_1' = h_2' = \left(\frac{t_n}{\pi}\right) = 10 \text{ mm},$$

Fußtiefe
$$h_1'' = h_2'' = \frac{7}{6} \left(\frac{t_n}{\pi}\right) = 11,7 \text{ mm}.$$

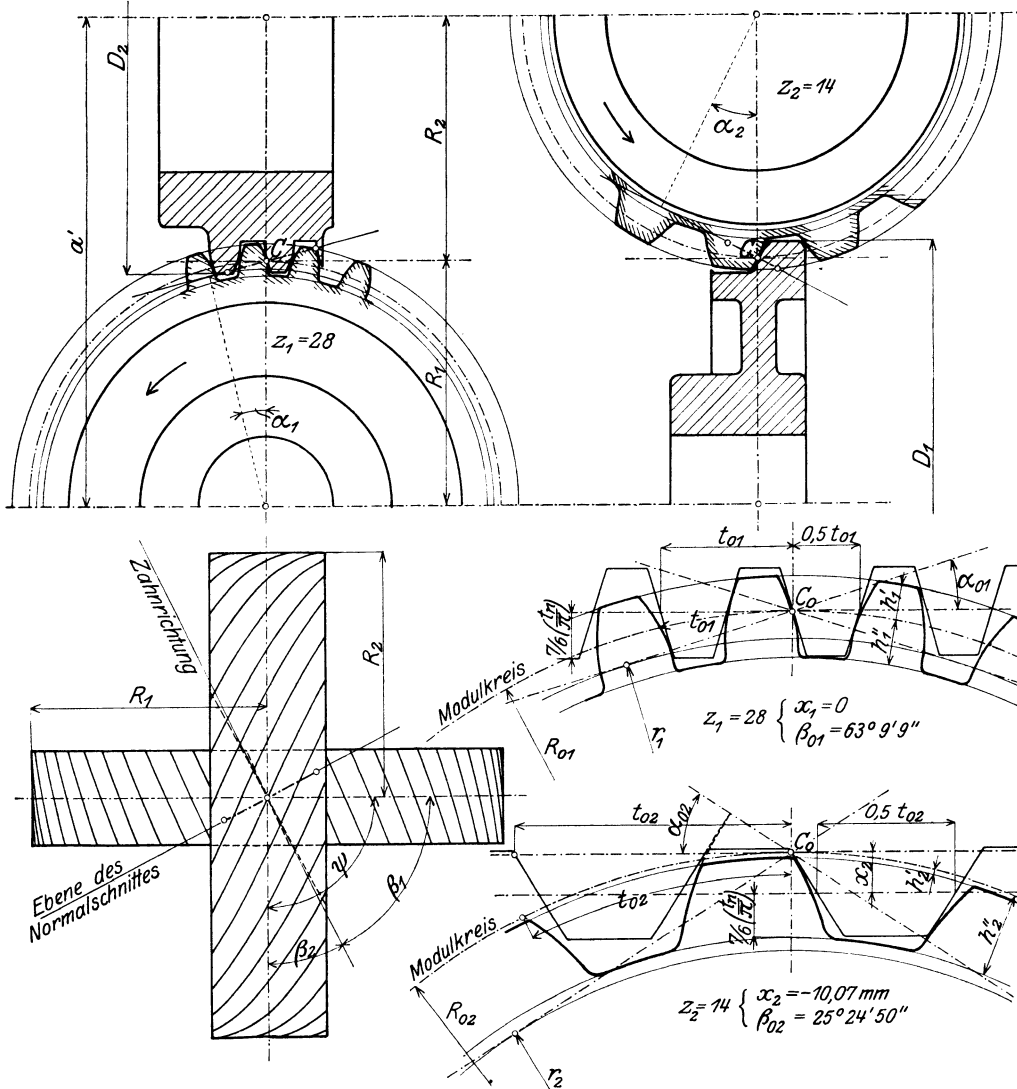
II. Ausführung mit Sonderverzahnung (Abb. 63).

Zu den früher errechneten Zähnezahlen z_{n_1} und z_{n_2} des Normalschnittes werden zunächst aus der Tafel (I. Teil, S. 32) die zugehörigen Profilabrückungen abgelesen von

$$\xi_1 = -0,08, \quad \xi_2 = -1,12,$$

somit

$$\xi_1 + \xi_2 = -1,20.$$



Zahnprofile der Radebenen.

Abb. 63. Schraubenrädergetriebe mit Sonderverzahnung.

$\alpha_{n_0} = 15^\circ$ bedeutet den Eingriffswinkel im Normalschnitt der Modulzahnstange. Der Eingriffswinkel α_n , der sich im Getriebeeingriff des Normalschnittes einstellt, läßt sich angenähert aus der Gl. 11 (I. Teil) der geraden Stirnradzähne berechnen, wenn man in diese Gleichung die Einzelheiten des Normalschnittes einführt:

$$(\operatorname{tg} \alpha_n - \alpha_n) = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha_{n_0}}{z_{n_1} + z_{n_2}} (\xi_1 + \xi_2) + (\operatorname{tg} \alpha_{n_0} - \alpha_{n_0}) = 0,002862.$$

Unter Zuhilfenahme der Zahlentafel auf S. 28 (I. Teil) ergibt sich daraus

$$\alpha_n = 11^\circ 40' 0''.$$

Den Achsenabstand berechnet man aus

$$a' = \left(\frac{z_1}{2} \frac{1}{\sin \beta_1} + \frac{z_2}{2} \frac{1}{\sin \beta_2} \right) \frac{\cos \alpha_{n0}}{\cos \alpha_n} \left(\frac{t_n}{\pi} \right) = 308,7 \text{ mm.} \quad (45)$$

Da die Zähne auch Flankenspiel aufweisen sollen, so sei der Betrag abgerundet auf

$$a' = 310 \text{ mm.}$$

Aus diesem festgelegten Achsenabstand werden nun alle Getriebeeinheiten genau herausgerechnet; zunächst aus der vorstehenden Gl. 45 der geänderte Eingriffswinkel des Normalschnittes mit

$$\alpha_n = 12^\circ 44' 0''.$$

Aus den angenommenen Steigungswinkeln β_1 und β_2 der Zähne im Teilriß ergeben sich die Steigungswinkel β_{01} und β_{02} auf den Modulzylindern aus

$$\cos \beta_{01} = \frac{\cos \alpha_n}{\cos \alpha_{n0}} \cos \beta_1, \quad \cos \beta_{02} = \frac{\cos \alpha_n}{\cos \alpha_{n0}} \cos \beta_2$$

mit $\beta_{01} = 63^\circ 9' 9''$, $\beta_{02} = 25^\circ 24' 50''$.

Die Eingriffswinkel der Modulzahnstange in den Radebenen berechnet man aus

$$\operatorname{tg} \alpha_{01} = \frac{\operatorname{tg} \alpha_{n0}}{\sin \beta_{01}}, \quad \operatorname{tg} \alpha_{02} = \frac{\operatorname{tg} \alpha_{n0}}{\sin \beta_{02}}$$

mit $\alpha_{01} = 16^\circ 42' 57''$, $\alpha_{02} = 31^\circ 58' 44''$.

Die zugehörigen Funktionswerte sind

$$(\operatorname{tg} \alpha_{01} - \alpha_{01}) = 0,008570, \quad (\operatorname{tg} \alpha_{02} - \alpha_{02}) = 0,066219.$$

Die Eingriffswinkel des Getriebes in den Radebenen werden erhalten aus

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{\operatorname{tg} \alpha_n}{\sin \beta_1}, \quad \operatorname{tg} \alpha_2 = \frac{\operatorname{tg} \alpha_n}{\sin \beta_2},$$

mit $\alpha_1 = 14^\circ 10' 42''$, $\alpha_2 = 26^\circ 48' 24''$.

Die zugehörigen Funktionswerte sind

$$(\operatorname{tg} \alpha_1 - \alpha_1) = 0,005178, \quad (\operatorname{tg} \alpha_2 - \alpha_2) = 0,037417.$$

Beim Belassen eines Flankenspiels Δs_n , gemessen in der Eingriffsgeraden des Normalschnittes, ergibt die Forderung, daß im Normalschnitte des Getriebes die Summe aus den Zahnstärken und dem tangentiellen Spiel gleich der Teilung ist, die Beziehung

$$\begin{aligned} (\xi_1 + \xi_2) \operatorname{tg} \alpha_{n0} + \frac{\Delta s_n}{2 \cos \alpha_{n0} \left(\frac{t_n}{\pi} \right)} &= \frac{z_1}{2} [(\operatorname{tg} \alpha_1 - \alpha_1) - (\operatorname{tg} \alpha_{01} - \alpha_{01})] + \\ &+ \frac{z_2}{2} [(\operatorname{tg} \alpha_2 - \alpha_2) - (\operatorname{tg} \alpha_{02} - \alpha_{02})]. \quad (46) \end{aligned}$$

Das Einsetzen der vorher berechneten Winkelwerte in die rechte Seite der Gleichung liefert

$$(\xi_1 + \xi_2) \operatorname{tg} \alpha_{n0} + \frac{\Delta s_n}{2 \cos \alpha_{n0} \left(\frac{t_n}{\pi} \right)} = -0,24908.$$

Bei einem Flankenspiel von etwa $\Delta s_n = 0,4$ mm ist

$$\frac{\Delta s_n}{2 \cos \alpha_{n0} \left(\frac{t_n}{\pi} \right)} = 0,02071,$$

also $(\xi_1 + \xi_2) \operatorname{tg} \alpha_{n0} = -0,24908 - 0,02071 = -0,26979$.

Der daraus sich ergebende Wert von

$$\xi_1 + \xi_2 = -1,007$$

weist gegen den ursprünglichen Wert der Tafelablesung von $-1,20$ einen Unterschied von $+0,193$ auf, der ungefähr zu gleichen Teilen auf die ursprünglichen Werte aufzuteilen ist.

Die auszuführenden Verhältniswerte der Profilabrückungen betragen demnach

$$\xi_1 = 0, \quad \xi_2 = -1,007.$$

Es sind die Halbmesser der Modulkreise

$$R_{01} = \frac{z_1}{2} \frac{1}{\sin \beta_{01}} \left(\frac{t_n}{\pi} \right) = 156,91 \text{ mm}, \quad R_{02} = \frac{z_2}{2} \frac{1}{\sin \beta_{02}} \left(\frac{t_n}{\pi} \right) = 163,12 \text{ mm},$$

die Halbmesser der Grundkreise

$$r_1 = R_{01} \cos \alpha_{01} = 150,28 \text{ mm}, \quad r_2 = R_{02} \cos \alpha_{02} = 138,36 \text{ mm},$$

und die Umfangsteilungen auf den Modulkreisen

$$t_{01} = \left(\frac{t_n}{\pi} \right) \frac{\pi}{\sin \beta_{01}} = 35,21 \text{ mm}, \quad t_{02} = \left(\frac{t_n}{\pi} \right) \frac{\pi}{\sin \beta_{02}} = 73,20 \text{ mm}.$$

Das Belassen eines Flankenspieles Δs_n beansprucht eine Vergrößerung des Achsenabstandes¹⁾ gegenüber dem spielfreien Eingriff um den Betrag

$$\Delta a = \frac{\Delta s_n}{2 \sin \alpha_{n0}} = 0,91 \text{ mm}.$$

Die Radabrückung (wegen des negativen Wertes eigentlich eine Radannäherung) beim spielfreien Eingriff ist daher

$$y = a' - (R_{01} + R_{02}) - \Delta a = 310 - (156,91 + 163,12) - 0,91 = -10,94 \text{ mm},$$

und ihr Verhältniswert

$$\eta = \frac{y}{\left(\frac{t_n}{\pi} \right)} = -1,094.$$

Es sind die Kopfhöhen $h_1' = (\eta + 1 - \xi_2) \left(\frac{t_n}{\pi} \right) = +9,13 \text{ mm},$

$$h_2' = (\eta + 1 - \xi_1) \left(\frac{t_n}{\pi} \right) = -0,94 \text{ mm},$$

und die Fußtiefen

$$h_1'' = \left(\frac{t_n}{\pi} - \xi_1 \right) \left(\frac{t_n}{\pi} \right) = +11,67 \text{ mm},$$

$$h_2'' = \left(\frac{t_n}{\pi} - \xi_2 \right) \left(\frac{t_n}{\pi} \right) = +21,74 \text{ mm},$$

daher die Gesamtzahnhöhe $h' = 20,80 \text{ mm}.$

Die Außendurchmesser der Räder betragen

$$D_1 = 2(R_{01} + h_1') = 332,1 \text{ mm}, \quad D_2 = 2(R_{02} + h_2') = 324,4 \text{ mm}.$$

¹⁾ Schraubenräder vertragen keine Änderung des Achsenabstandes, weil eine solche Verschiebung auch eine Änderung der Steigungswinkel bedingt.

Die Zähne sind zu schneiden

mit den Profilabrückungen $x_1 = \xi_1 \left(\frac{t_n}{\pi} \right) = 0$, $x_2 = \xi_2 \left(\frac{t_n}{\pi} \right) = -10,07 \text{ mm}$,
 und den Steigungswinkeln $\beta_{01} = 63^\circ 9' 9''$, $\beta_{02} = 25^\circ 41' 50''$.

Für die etwaige Ermittlung der Fräserprofile wären noch die Halbmesser der Modulkreise im Normalschnitt zu berechnen aus

$$R_{n_1} = \frac{R_{01}}{\sin^2 \beta_{01}} = 197,1 \text{ mm}, \quad R_{n_2} = \frac{R_{02}}{\sin^2 \beta_{02}} = 885,6 \text{ mm}.$$

Aus der Zeichnung läßt sich die gesamte Eingriffsdauer ermitteln im Werte von $\varepsilon = 2,8$.

Dieser bei der Anwendung der Sonderverzahnung erhaltene Wert ist größer als der bei der Satzradverzahnung erreichte Wert, der nur 2,1 beträgt. Auch der Vergleich der Eingriffswinkel fällt wegen der kleineren Werte zugunsten der Sonderverzahnung aus.

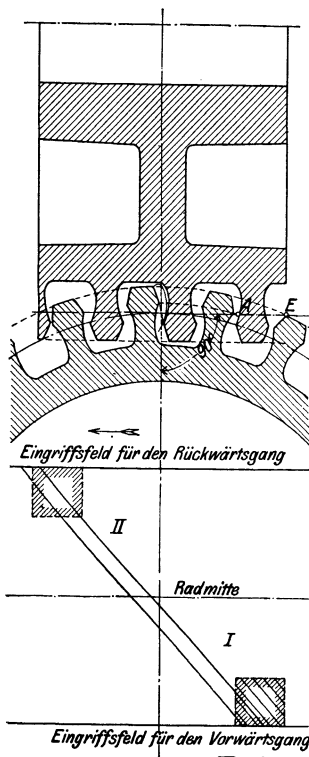


Abb. 64.

Bei den Schraubenrädern von Beale¹⁾ wird zwar eine ständige Linienauflage der Zähne erreicht, doch kommen ihnen andere Unzukömmlichkeiten zu, die ihre Ausführung als nicht empfehlenswert erscheinen lassen. Die Schraubenzähne der Räder sind nach Evolventen derart profiliert, daß der Grundkreis der Evolventen mit dem Teilkreis zusammenfällt. Der Evolventenverlauf erstreckt sich somit nur auf die Zahnköpfe, und es liegen die Eingriffsebenen in den Winkeln $\alpha_1 = \alpha_2 = 0^\circ$. Der letztere Umstand bringt es nun mit sich, daß die Eingriffsebenen beider Räder zusammenfallen. Es können daher derartige Schraubenzähne in fortschreitendem Linieneingriff aufeinander einwirken. Das Eingriffsfeld wird jedoch durch zwei Umstände bedeutend eingeengt (Abb. 64).

Zunächst erfolgt der Eingriff von Evolventenprofilen, die auf dem Teilkreis aufstehen, nur auf einer Seite der Zentralen. Diese Beschränkung besteht bei beiden Rädern; das Eingriffsgebiet liegt daher in einem Quadranten I, der von den Radmitten bis zu den Kopfkreisabschnitten E beider Räder reicht. Das Eingriffsgebiet der Gegenflanken für den Rückwärtsgang liegt verkehrt symmetrisch im Quadranten II.

Eine weitere Schmälerung des Eingriffsgebietes ist bedingt durch die großen Unterschneidungen der Zähne, die für das ungehinderte Vorbeigehen der Zahnspitzen notwendig sind. Da auch die Zahnköpfe von der Unterschneidung betroffen werden, so wird der Eingriff von der Radmitte bis A ausgeschaltet. Als wirkliches Eingriffsfeld verbleibt somit ein Flächenstreifen innerhalb der Abgrenzungen A und E (in Abb. 64 durch Schraffierung hervorgehoben). Der Eingriff des Zahnes beginnt in einem Punkte; der weitere Eingriff vollzieht sich in Linienberührungen, und es hört der Eingriff schließlich wieder in einem Punkte auf.

Die Radbreiten müssen das Eingriffsfeld umspannen. In den Eingriff tritt eigentlich nur der außen liegende Teil der Zahnbreite die Zahnmitte bleibt vom

¹⁾ Die Theorie dieser Räder hat bereits Olivier in seinem Buche „Théorie des engrenages“ behandelt. Über die Ausführungen von Beale siehe „Am. Mach.“ 1890.

Eingriff vollständig ausgeschaltet. Ein weiterer Übelstand ist der kleine Eingriffsbogen der Zähne, den man nur wenig über die Teilungslänge zu bringen vermag. Aus diesen Gründen muß die Konstruktion der Bealeschen Schraubenräder als unpraktisch hingestellt werden.

XV. Die Verzahnung der Schneckengetriebe.

Das Schneckengetriebe ist eine Getriebeausführung für sich kreuzende Achsen. Der kleinere Getriebeteil, die Schnecke oder der Wurm wird als ein- oder mehrgängige Schraube ausgestaltet. Das eingreifende Schneckenrad oder Wurmrade erhält dann Zähne, deren Verlauf sich dem Muttergewinde der Schraube nähert. Die Annäherung ist desto vollkommener, je größer die Übersetzung ist. Dies hängt mit der Lage der Momentanachse zusammen, die bei großen Übersetzungen sehr nahe an die Schneckenachse herantritt (gemäß den Gl. 32). Bei der relativen Schraubung des Getriebes um die Momentanachse verschraubt sich dann die Schnecke ungefähr in ihrer eigenen Schraubenfläche.

Dieses Verhalten begründet in einfachster Weise den günstigeren Eingriffsverlauf bei hohen Übersetzungen. Normale Zahnausführungen sind nur bei Zähnezahlen von 36 aufwärts gestattet. Kleinere Zähnezahlen erfordern bereits eine Profilabrückung, um einer Zahnunterschneidung aus dem Wege zu gehen. Bei Zähnezahlen unter 20 muß überdies noch die Zahnhöhe gekürzt werden, weil sonst die Zahnköpfe auf den Seiten zu spitz ausfallen. Mit der Zähnezahl 12 ist etwa die untere Grenze der Ausführbarkeit erreicht.

Jeder Schraubengang bedeutet für die Schnecke einen Zahn; bezeichnet man die Gangzahl der Schnecke mit m und die Radzähnezahl mit z , so ist das Übersetzungsverhältnis ausgedrückt durch

$$i = \frac{m}{z}.$$

Da der Eingriffsort weiter von der Momentanachse absteht, so vollzieht sich der Zahneingriff unter verhältnismäßig größeren Gleitgeschwindigkeiten. Dieser Umstand verursacht beträchtlichere Reibungsverluste, die bei Übersetzungen ins

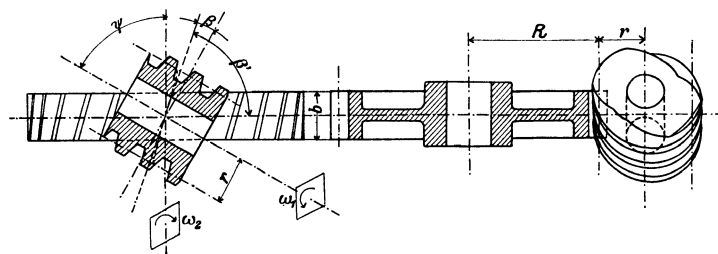


Abb. 65.

Schnelle erheblich größer ausfallen als bei Übersetzungen ins Langsame. Die richtige Eignung besitzen daher die Triebe für eine Übertragung von der rasch laufenden Schneckenwelle auf die langsamer gehende Radwelle. Übertragungen von der Radwelle aus lassen sich nur mit ungünstigeren Wirkungsgraden und steilgängigen Schnecken bewerkstelligen; bei kleinen Schneckensteigungen tritt sogar eine Selbsthemmung ein, das Drehmoment an der Radwelle vermag nicht mehr die eigenen Reibungswiderstände des Getriebes zu überwinden.

Schneckengetriebe sind für alle Schrägungswinkel der Wellenachsen ausführbar (Abb. 65); doch bevorzugt man gewöhnlich der Einfachheit halber eine Achsenkreuzung von 90° (Abb. 66).

Bei senkrechter Wellenlage stellt sich ein äußerst einfaches **Eingriffsbild** in der Radmittelebene (Abb. 67) ein. Die drehende Schnecke zeigt hier ein gleichmäßiges Wandern der unveränderlichen Zahnprofile in axialer Richtung; es vollzieht sich somit ein regelrechter Zahnstangeneingriff der Schneckenlängsprofilierung mit den Zahnflanken der Radmitte. Die im Mittelschnitte bestehenden Teilrißlinien bestimmen nun die Teilrißflächen des Getriebes. Man spricht von einem Teilrißzylinder des Rades mit dem Halbmesser R und einem Teilrißzylinder der Schnecke mit dem Halbmesser r , die sich beide im Zentralpunkt C berühren.

Die Zahnteilung t ist festgelegt durch die Beziehung:

$$2 R \pi = z t.$$

Die Ganghöhe h ist ein Vielfaches der Teilung, sobald die Schnecke mehrgängig ist:

$$h = m t.$$

Der Steigungswinkel β der im Teilrißzylinder verlaufenden Schraubenlinie rechnet sich aus

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{h}{2 r \pi}.$$

Die Ausführungen weisen Steigungswinkel innerhalb 5° bis 30° auf.

Zu einem runden Maß für die Radgröße R gelangt man bei einer Ausführung der Ganghöhe in einem Vielfachen von π . Die Ganghöhe einer auf der Drehbank geschnittenen Schnecke ist ein Vielfaches der Leitspindelganghöhe; ist letztere in englischem Maße gehalten, so muß man die Ganghöhe der Schnecken in englisch Zoll bemessen. Dadurch fällt die Radgröße R unganzzahlig aus; für den Schneckenhalbmesser r ist dann eine solche Ergänzungsgröße zu wählen, daß die Summe beider Halbmesser ein rundes Maß für die Achsenentfernung ergibt.

Das Zahnbild im Mittelschnitte wird hinsichtlich Gestaltung und Bemessung vollständig mit der Stirnradverzahnung übereinstimmend ausgeführt. Die Zahnhöhe wird $0,7 t$ bzw. $2,2 \frac{t}{\pi}$ gehalten; geringere Zahnhöhen empfehlen sich bei großen Schneckensteigungen. Die Zahnstärke s muß bei roh gegossenen Zähnen etwas kleiner als $0,5 t$ bemessen werden, weil die Ungenauigkeit der aus einer nur angenäherten Profilkonstruktion hervorgehenden Zahngestalt einen reichlicheren Spielraum notwendig macht.

Als Eingriffslinie wird im Mittelschnitt stets eine unter dem Winkel $\alpha = 15^{\circ}$ geneigte Eingriffslinie angenommen. Die damit bedingte Evolventenverzahnung liefert ein gerades Profil für die Zahnstange, also ein trapezförmiges Ganggewinde für die Schnecke, wodurch die Herstellung dieses Getriebeteils wesentlich erleichtert und auch die Gewähr für eine genauere Ausführung geboten wird.

In der einfachsten Ausführung werden die Radzähne auf den zylindrischen Radkranz (Abb. 65) unter einem Schrägstellungswinkel ($90^{\circ} - \beta$) aufgesetzt, so daß sie in die Richtung der Schneckensteigung fallen. Diese unvollkommene Gestaltung, die bloß auf Radmitte ein richtiges Profil aufweist, ist nur bei wenig gebrauchten und langsam gehenden Trieben möglich, da die Zahneinwirkung auf eine Punktberührung beschränkt bleibt.

Eine etwas vollkommenere Zahnausgestaltung, wie sie für die Herstellung des Zahnmodells bei unbearbeiteten Rädern notwendig ist, bestimmt man durch angenäherte Profilmittlungen.

Die Außen- und Innenbegrenzung des Zahnes (Abb. 66) wird konzentrisch zu den Schneckenumrissen gehalten; an den Seiten wird der Zahn radial gegen den Schneckenmittelpunkt O_1 abgegrenzt. Die Stirnprofile der Radzähne liegen dann

auf Kegelflächen; ihre Flankenbestimmung auf den abgewickelten Mantelflächen (Abb. 68) erfolgt angenähert in ähnlicher Weise wie bei den Kegelrädern.

Die durch die Seitenkante des Zahnes gelegte Schnittebene O_1O_2' (Abb. 66) schneidet die Schnecke in der gleichen Profilierung wie der Mittelschnitt; doch sind zufolge des Schraubenverlaufes innerhalb des Winkels γ die Schneckenprofile gegen die Lage im Mittelschnitte um den Betrag

$$x = h \frac{\gamma}{2\pi}$$

axial verschoben (Abb. 68).

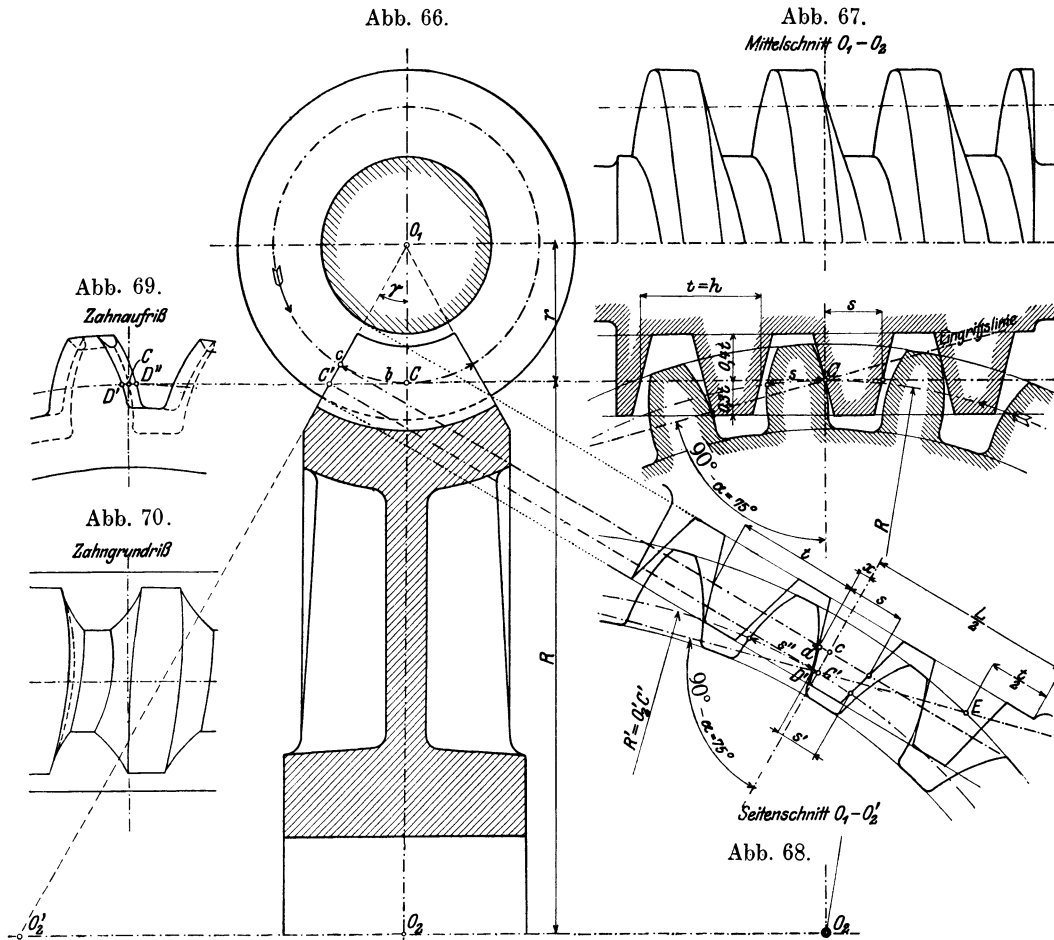


Abb. 66 bis 70. Schneckengetriebe mit unbearbeiteten Zähnen.

Den wirklichen Radeingriff in der Schnittebene O_1O_2' kann man sich nun ersetzt denken durch einen ebenen Eingriff der Zahnstangenprofile der Schnecke mit den abgewickelten Stirnprofilen des Rades, die eine Drehung um den Achsenpunkt O_2' ausführen. In diesem angenäherten Eingriffsbilde befindet sich der Zentralpunkt nicht im Teilrißpunkte c der Schnecke, sondern im Punkte C' . Das Zahnstangenprofil des Seitenschnittes hat nämlich die gleiche axiale Bewegung wie im Mittelschnitte; die hier bestehende Teilrißgeschwindigkeit kommt im Seitenschnitte dem am gleichen Halbmesser R liegenden Radpunkte C' zu. Der Verzahnungsteilkreis des Rades im Seitenschnitte hat somit einen Halbmesser R' gleich der Länge $O_2'C'$ und es rückt die in C' tangierende Teilrißgerade der Zahnstange um den Betrag cC' von der Lage des Mittelschnittes ab (Abb. 68). Der Eingriffswinkel

von $\alpha = 15^\circ$ bleibt auch im Seitenschnitte wegen der ungeänderten Form des Zahnstangenprofils bestehen. Damit sind die Grundlagen für die Ermittlung der Evolventenflanken gegeben, die schließlich mit den entsprechenden Kopf- und Fußkreisen abzugrenzen sind.

Das Anlegen der ermittelten Radflanke an das eingezeichnete, um x verschobene Zahnstangenprofil liefert den Betrag $C'D'$, der die gegenseitige Stellung des Stirn- und Mittelprofils festlegt. Um diesen Betrag stehen die im Teilrißzylinder des Rades liegenden Profilmittelpunkte C und D' (Abb. 69) voneinander ab. Die Stirnprofile beider Radseiten besitzen die gleiche Gestalt, nur sind sie in entgegengesetzter Richtung vom Mittelprofil verschoben.

Das Hinausrücken der Teilgeraden von c nach C' im Seitenschnitte (Abb. 68) bedingt eine Verschwächung der Teilrißzahnstärke in der Zahnstange von s auf s' . Die ausgleichende Verstärkung des Radzahns wird nun so gehalten, daß die Summe der Teilrißzahnstärken von Rad und Zahnstange im Seiten- und im Mittelschnitte gleich groß ausfällt, also

$$s' + s'' = 2s.$$

Damit sind alle Einzelheiten festgelegt, die für die Herstellung eines Radzahnmodells benötigt werden. Den Zahnflächen muß am Modell ein solcher Verlauf gegeben werden, daß die ermittelten Stirn- und Mittelprofile eingehalten werden.

Die Schneckenlänge L läßt man etwa um $0,5t$ über den äußersten Eingriffspunkt E (Abb. 68) hinausreichen, damit das daselbst eingreifende Schneckenprofil genügend widerstandsfähig ist.

Die unzutreffende Annahme des ebenen Ersatzeingriffs im Seitenschnitt ist die Ursache, weshalb nur ungenaue Zahnformen durch die Konstruktion erhältlich sind. Danach ausgeführte Zähne liegen anfangs nur in den Ecken an; erst bei vorgeschrittenem Verschleiß stellen sich ausgedehntere Zahnauflagen ein. Wegen dieser Ungenauigkeit muß man sich mit einer kleineren Zahnbreite bescheiden; die Breite, im Bogen am Teilkreis der Schnecke gemessen (Abb. 66), darf etwa betragen

$$b = 1,5t.$$

Eine vollkommen richtige Zahnausgestaltung ist nur durch das Ausschneiden der Zahnlücken mit einem Schneckenfräser zu erzielen, dessen Gestalt mit der Tribschnecke übereinstimmt. Die Seitenbegrenzung der geschnittenen Räder erfolgt zweckmäßig nicht mehr durch konische, sondern durch zylindrische Flächen. Über die Einzelheiten solcher theoretisch genauer Getriebeausführungen gibt der folgende Abschnitt Aufschluß.

XVI. Die Eingriffsverhältnisse der Schneckengetriebe.

Für die Beurteilung der Schneckengetriebe hinsichtlich der Zweckmäßigkeit ihrer Ausführungseinzelheiten ist eine umfassende und übersichtliche Klarstellung der Eingriffsverhältnisse erforderlich, wie sie nur durch eine streng theoretische Untersuchung erreicht werden kann.

Die Zurückführung des Schneckeneingriffs auf den Eingriff einer Zahnstange mit einem Rade läßt sich völlig einwandfrei auch auf die außerhalb der Mitte liegenden Radebenen ausdehnen. Eine solche senkrecht zur Radachse stehende Ebene schneidet aus der Schnecke ein Profil heraus, das sich aus den geometrischen Beziehungen der Schraubenfläche zeichnerisch ermitteln läßt. Nach dem allgemeinen Verzahnungsgesetze der Stirnräder kann man nun aus dem ermittelten Profile die Eingriffslinie, das zugehörige Zahnprofil des Rades und alle sonstigen, die Eingriffs-

verhältnisse betreffenden Einzelheiten feststellen. Stribeck¹⁾ gebührt das Verdienst, nach diesem Vorgange zuerst eine genaue Untersuchung des Schneckengetriebes durchgeführt zu haben. Ernst²⁾ hat das Verfahren weiter ausgebildet durch Angabe genauerer Teilkonstruktionen auf Grund geometrischer Überlegungen. Obwohl das Verfahren von einfachen Grundlagen ausgeht, fällt seine Durchführung etwas umständlich und unübersichtlich aus, da die Untersuchung jedes Radschnittes in einer eigenen Abbildung erfolgen muß; auch erheischt der Vorgang eine peinliche Genauigkeit.

Im folgenden wird ein anderes Verfahren³⁾ entwickelt, bei dem der zeichnerische Gang der Untersuchung durch die Benutzung rechnerischer Ergebnisse wesentlich vereinfacht wird.

Da schräge Achsenlagen recht selten zur Anwendung gelangen, wird auf eine allgemeine Behandlung, die übrigens gar nicht besonders verwickelt ausfällt, verzichtet und der Einfachheit halber die Untersuchung auf den gewöhnlich vorkommenden Fall der rechtwinkligen Achsenkreuzung beschränkt.

1. Aufstellung der Eingriffsgleichung.

Die auf einem Punkt der Schneckenfläche errichtete Flächennormale nimmt in der Eingriffslage P' des Punktes eine bestimmte Raumstellung N' ein (Abb. 71), die sich aus dem Verhalten des Eingriffs in den einzelnen senkrecht zur Radachse gelegten Schnittebenen ableiten läßt. In diesen Radschnitten arbeiten die aus der Schneckenfläche herausgeschnittenen Profile als Zahnstange mit den Zahnprofilen des Rades zusammen. Die Teilkreise aller Radschnitte weisen den gleichen Halbmesser R auf, weil die axial fortschreitende Bewegung der Schneckenprofile, die der Drehung der Schraubenfläche gleichkommt, in allen Schnitten gleich groß ist.

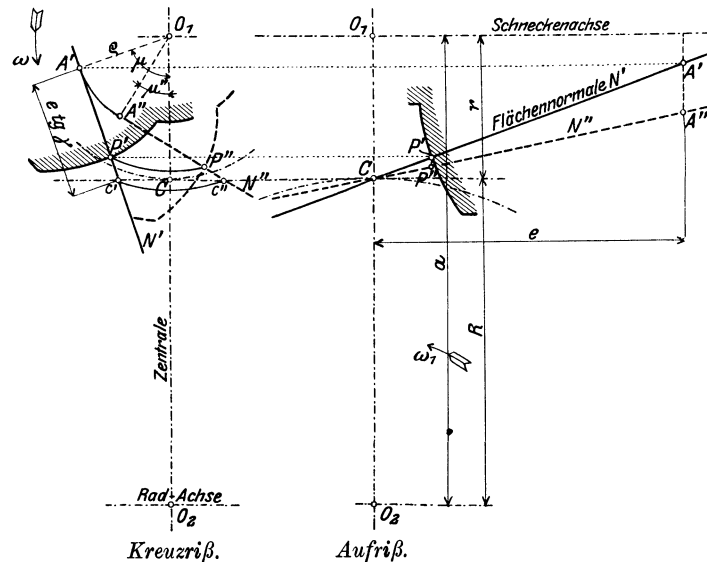


Abb. 71. Eingriffslagen der Flächennormalen.

Im Aufrisse der Abb. 71 ist das Schneckenprofil eingezeichnet, das die

durch P' gehende Radebene aus der Schneckenfläche herausschneidet. Soll nun im Schneckenpunkt P' tatsächlich Eingriff bestehen, so muß nach dem Verzahnungsgesetze der Stirnräder seine Profilnormale durch den in der Zentrale liegenden Punkt C des Teilkreises R hindurchgehen.

Die Profilnormale $P'C$ des Aufrisses deckt sich aber gleichzeitig mit der Projektion der Flächennormalen. Es besteht daher die Bedingung, daß die in die Längsansicht der Schnecke eingetragene Projektion der Flächennormalen in der

¹⁾ Siehe Stribek: „Versuche mit Schneckengetrieben“, Z. V. d. I. 1897, S. 936.

²⁾ Siehe Ernst: „Eingriffsverhältnisse der Schneckengetriebe“, 1901, Verlag von Julius Springer; auch Z. V. d. I. 1900, S. 1229 u. f.

³⁾ Vom Verfasser veröffentlicht in dem Aufsätze „Die Eingriffsverhältnisse der Zahnräder“, Technische Blätter, Jahrg. 1902.

Eingriffslage durch den Punkt C hindurchgehen muß. Räumlich findet dieses Verhalten seinen Ausdruck durch das Eingriffsgesetz:

„Ein Punkt der Schneckenfläche tritt dann in Eingriff, wenn seine Flächennormale eine Gerade schneidet, die durch den Zentralpunkt C parallel zur Radachse verläuft.“

Diese geometrische Forderung, gewonnen aus der Zurückführung des Eingriffes auf die Stirnradverzahnung, ist unmittelbar aber noch nicht geeignet, eine einfache zeichnerische Ermittlung des Eingriffes herbeizuführen. Dies gelingt erst durch eine rechnerische Umwertung, in die die besonderen geometrischen Beziehungen der Schneckenfläche aufgenommen werden.

Die charakteristischen Einzelheiten der Eingriffsstellung sind aus dem Schneckenquerschnitte (Kreuzriß der Abb. 71) zu ersehen. Die Eingriffslage der Flächennormalen N' kreuzt hier in der kürzesten Entfernung ϱ die Schneckenachse im Punkte A' und schneidet im Punkte c' die zur Radachse parallele Gerade $c'C$. Liegt die Kreuzungsstelle A' in der axialen Länge e von der Zentrale und kreuzt die Flächennormale unter dem Winkel γ die Schneckenachse, so beträgt die Projektionslänge der Normalen im Kreuzrisse

$$\overline{A'c'} = e \operatorname{tg} \gamma.$$

Die Eingriffsstellung der Flächennormalen N' sei durch den Winkel μ gekennzeichnet, den der Kreuzungsabstand ϱ mit der Zentralen einschließt.

Den mathematischen Ausdruck für das Eingriffsgesetz liefert die Projektion des Streckenzuges $O_1A'c'$ im Kreuzrisse auf die Zentrale O_1O_2 :

$$\varrho \cos \mu + e \operatorname{tg} \gamma \sin \mu = r \dots \dots \dots (47)$$

Diese Gleichung bietet die Handhabe zur Ermittlung der Eingriffslage einer Flächennormalen aus ihren Bestimmungsstücken e , ϱ und γ . Man hat im Schneckenquerschnitt einen rechten Winkel von den Schenkellängen ϱ und $e \operatorname{tg} \gamma$ so einzudrehen, daß der Schenkelendpunkt c' auf eine zur Zentrale senkrecht stehende Gerade fällt, die von der Schneckenachse im Teilrißhalbmesser r entfernt ist.

Bemerkenswert ist es, daß außer der Eingriffslage N' noch eine zweite Eingriffsstellung N'' unter dem Winkel μ'' besteht (Abb. 71), die die ausgesprochene Bedingung gleichfalls erfüllt. Im allgemeinen kann somit jeder Punkt der Schneckenfläche zweimal zum Eingriff in den Punkten P' und P'' gelangen.

Die verwendeten Bestimmungsstücke der Flächennormalen können aus den Größen, die die Gestalt der Schneckenfläche festlegen, aufgesucht werden.

In Abb. 72 ist das Schneckenprofil des Längsschnittes im Aufrisse eingezeichnet; P sei ein beliebiger Profilverpunkt, der am Radius r' liegt und dessen Entfernung von der Zentrale x ist. Die Projektion Pp der Flächennormalen N im Aufrisse muß senkrecht auf der Profiltangente des Punktes P stehen; sie schließt mit dem Radius r' den Winkel $(90^\circ - \alpha)$ ein.

Besitzt die Schnecke eine Ganghöhe h , so ist der Steigungswinkel β der durch P hindurchgehenden Schraubenlinie der Fläche ausgedrückt durch

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{h}{2r'\pi}.$$

Die Flächennormale N muß weiter auch zur Schraubenlinie senkrecht stehen; ihre Projektion im Grundrisse liegt normal zur Tangente an die Schraubenlinie.

Die Gleichsetzung der Werte, die man für die axiale Entfernung zwischen den Punkten P und p aus dem Aufriß und Grundriß herausrechnen kann, ergibt die Beziehung

$$r' \cot \alpha = \varepsilon \cot \beta.$$

Das Einführen des vorstehenden Ausdruckes für $\operatorname{tg} \beta$ liefert

$$\varepsilon = \frac{h}{2\pi} \cot \alpha \dots \dots \dots (48)$$

Mit Hilfe dieser Größe ε ist im Schneckenquerschnitt (Kreuzriß) die Projektion der Flächennormalen N von jedem Punkte P der Schneckenfläche leicht aufzufinden. Man trägt nämlich auf einer zum Radius O_1P gezogenen Senkrechten die Länge $\varepsilon = O_1p$ auf; die Verbindung pP ergibt dann die Projektion von N . Für die gebräuchlichen Schnecken von geradliniger Profilierung wird die Ermittlung noch dadurch vereinfacht, daß zufolge des unveränderlichen Wertes von α die Größe ε für alle Schneckenpunkte gleich groß ist.

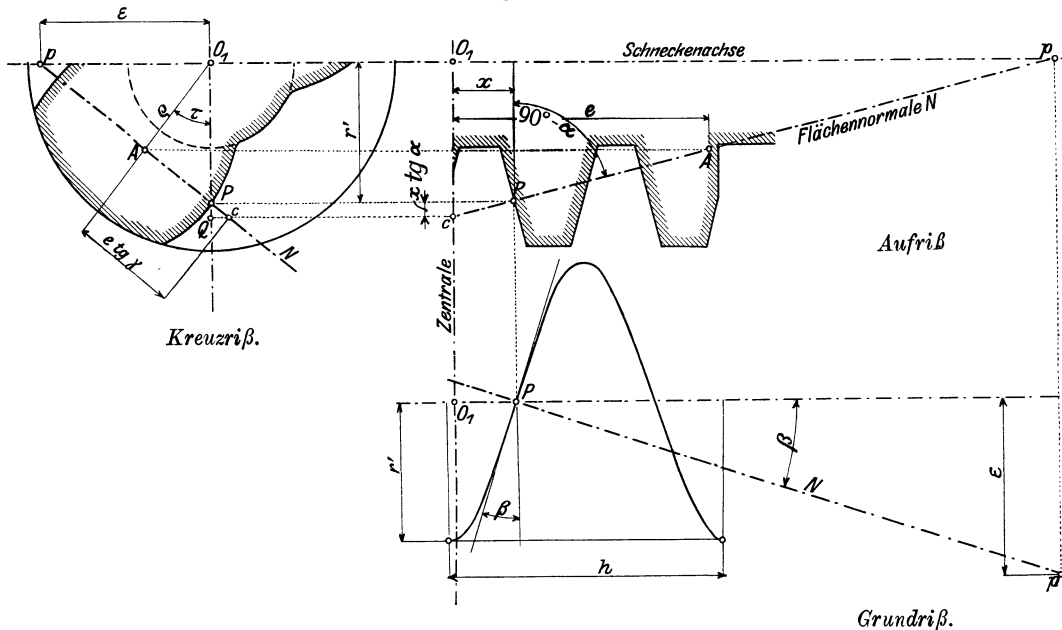


Abb. 72. Die Flächennormale der Schneckenfläche.

Aus der Lage der Flächennormalen im Schneckenquerschnitte ergibt sich durch Fällen einer Senkrechten O_1A der gesuchte Abstand ϱ und durch Projizieren des Normalenpunktes, der im Aufrisse in der Schneckenmitte liegt, nach c die gesuchte Strecke

$$\overline{Ac} = e \operatorname{tg} \gamma.$$

Bezeichnet τ den Winkel zwischen ϱ und r' , so kann man für die beiden gesuchten Größen folgende Abhängigkeiten herausrechnen:

$$\begin{aligned} \varrho &= r' \cos \tau \\ e \operatorname{tg} \gamma &= \overline{AP} + \overline{Pc} = r' \sin \tau + \frac{\overline{PQ}}{\sin \tau} = r' \sin \tau + \frac{x \operatorname{tg} \alpha}{\sin \tau}. \end{aligned}$$

Die Einführung dieser Größen in die Eingriffsgleichung 47 liefert

$$r' \cos \tau \cos \mu + \left(r' \sin \tau + \frac{x \operatorname{tg} \alpha}{\sin \tau} \right) \sin \mu = r$$

und in weiterer Vereinfachung

$$r' \cos (\mu - \tau) + \frac{x \operatorname{tg} \alpha}{\sin \tau} \sin \mu = r \dots \dots \dots (49)$$

Diese Form der Eingriffsgleichung gibt die geeignete Unterlage für eine einfache zeichnerische Ermittlung des Eingriffes.

2. Zeichnerische Ermittlung der Eingriffspunkte.

Die Bestimmung der Eingriffslage eines Schneckenpunktes P , der an einem Halbmesser r' und in einer Entfernung x von der Zentralen liegt, wird auf Grund der Eingriffsgleichung 49 im Schneckenquerschnitte vollzogen.

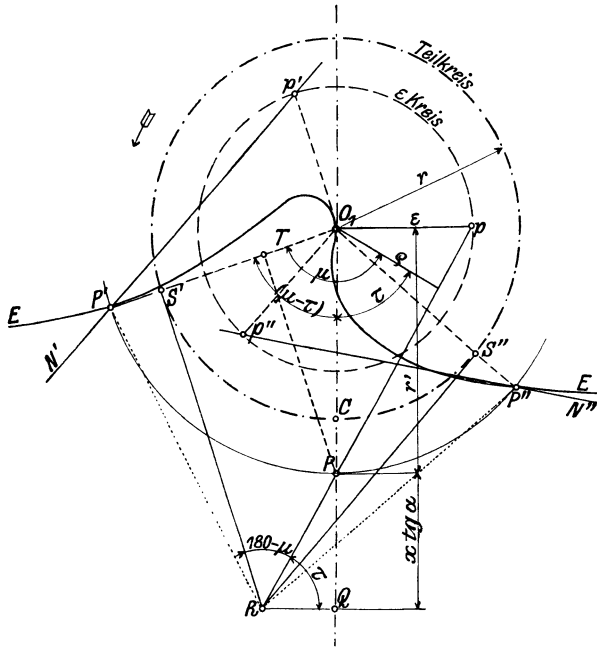


Abb. 73. Ermittlung der Eingriffspunkte.

Die durch die Zentrale gelegte Mittelebene scheidet die Schneckenlänge in zwei Teile; als vorderer Schneckenteil sei jene Hälfte bezeichnet, in der das Schneckenrad seinem Drehsinne gemäß den Eingriff beginnt. Das Vorzeichen für x sei positiv im vorderen und negativ im hinteren Schneckenteile.

Für den auf der Zentrale eingezeichneten Punkt P (Abb. 73) werden zunächst die Bestimmungsstücke seiner Flächennormalen nach dem im vorigen Abschnitte dargelegten Vorgange aufgesucht; man trägt die Größe ε (ausgedrückt durch Gl. 48) senkrecht zu O_1P auf und erhält in pP die Projektion der Flächennormalen. Ihre Senkrechte q schließt mit der Zentralen den Winkel τ ein.

Vom Punkte P aus ist nun der Wert

$$\overline{PQ} = x \operatorname{tg} \alpha$$

aufzutragen und zwar nach auswärts bei positivem x und einwärts bei negativem x . Fällt man weiter in Q eine Senkrechte auf die Zentrale und bringt sie in R zum Schnitte mit der Flächennormalen Pp , so wird

$$\overline{PR} = \frac{\overline{PQ}}{\sin \tau} = \frac{x \operatorname{tg} \alpha}{\sin \tau}.$$

Die Eingriffslage P' des Punktes P wird schließlich dadurch erhalten, daß man von R eine Tangente RS' an den Teilkreis der Schnecke vom Halbmesser r zieht und den Tangierungspunkt S' von O_1 radial auf den r' -Kreis herausprojiziert.

Daß diese Konstruktion richtig ist, ersieht man aus der Projektion des Streckenzuges O_1PR auf den Radius O_1S' , die unter Benutzung des zwischen den Schenkeln q und O_1S' eingetragenen Winkels μ rechnerisch die Beziehung der Eingriffsgleichung 49 wiedergibt. Auch liegt der Radius r' der Eingriffslage P' unter dem geforderten Winkel $(\mu - \tau)$.

Vom Punkte R läßt sich noch eine zweite Tangente RS'' an den Teilkreis r legen, so daß man für den Schneckenpunkt P eine zweite Eingriffslage P'' erhält. Es entspricht dies der bereits festgestellten Fähigkeit einer Flächennormalen, bei ihrer Drehung um die Achse in zwei Eingriffsstellungen zu gelangen. Diese zweite Eingriffslage erhält man am einfachsten durch Übertragen der Strecke

$$\overline{RP'} = \overline{RP''}.$$

Die Ermittlung des Schnittpunktes p' einer zu $P'O_1$ gefällten Senkrechten O_1p' auf dem ε -Kreise gestattet in einfacher Weise das Eintragen der Flächennormalen N' bei der Eingriffsstellung P' .

3. Darstellung der Eingriffsfläche.

Dehnt man die Eingriffsermittlung auf mehrere Schneckenpunkte aus, die bei gleichem Abstand x in verschiedenen Radien r' liegen, so erhält man durch die Verbindung aller Eingriffspunkte die Eingriffslinie EE des Schneckenquerschnittes im Abstande x , wie sie in Abb. 73 eingezeichnet ist. Zur Darstellung der gesamten Eingriffsfläche zieht man eine Schar von Eingriffslinien (Abb. 74) heran, die den in gleichen axialen Zwischenabständen liegenden Schneckenquerschnitten angehören.

Um mit möglichst wenig Konstruktionslinien auszukommen, ist es vorteilhaft und auch vollständig hinreichend, die Eingriffslagen nur solcher Punkte zu bestimmen, die einerseits in einem Vielfachen n von etwa $\frac{1}{10}$ der Teilung t radial vom Teilkreis r abstehen, also

$$r' = r \pm n \cdot 0,1 t,$$

und andererseits in Schneckenquerschnitten liegen, deren Entfernung x ein Vielfaches von $(0,1 t \cdot \cot \alpha)$ ist, also

$$x = \pm n \cdot 0,1 t \cdot \cot \alpha.$$

Es fallen nämlich bei diesen Annahmen die einzelnen Konstruktionspunkte P und Q zusammen. Für die Konstruktion sind nur zwei Linienscharen (Abb. 74) notwendig; die eine Schar der geraden Linien zieht man von p durch die einzelnen Punkte P und die andere Schar errichtet man in den einzelnen Punkten Q senkrecht zur Zentrale. Die Schnittpunkte der beiden Scharen ergeben die Punkte R , von denen aus die Ermittlung der Eingriffspunkte mit bloßer Handhabung des Zeichendreieckes ohne Linienzug erfolgen kann.

Die in der erwähnten Abstandsbemessung gewählten Querschnittsebenen sind in der Längsansicht der Schnecke (Abb. 75) mit $0, +1, +2, \dots, -1, -2, \dots$ bezeichnet; das Vorzeichen entspricht ihrer Lage im vorderen oder hinteren Schneckenenteil. Eine gleiche Bezeichnung tragen die zugehörigen Eingriffslinien in Abb. 74. Die Eingriffslinie 0 der Schneckenmitte ist eine Gerade, alle übrigen Eingriffslinien verlaufen kurvenförmig. Der Umstand, daß die einzelnen Eingriffslinien in deutlichen Abständen voneinander getrennt verlaufen, gestattet eine übersichtliche Vorstellung von der Gestalt der Eingriffsfläche. Auch bietet die gegenseitige Lage und der erforderliche gesetzmäßige Verlauf der Eingriffslinien eine Kontrolle für die Richtigkeit der Konstruktion, so daß etwaige Zeichenfehler sofort erkannt und berichtigt werden können.

Für den Verlauf der Eingriffslinien ist allein die Lage des Punktes p maßgebend, der gewissermaßen als Pol der ganzen Eingriffskonstruktion angesehen werden kann; seine Entfernung ε von O_1 läßt sich unter Einführen des Steigungswinkels am Teilriß

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{h}{2r\pi}$$

auch ausdrücken durch

$$\varepsilon = \frac{h}{2\pi} \cot \alpha = r \operatorname{tg} \beta \cot \alpha \quad \dots \dots \dots (50)$$

Aus dieser Beziehung ist zu entnehmen, daß der Pol p am Teilkreis liegt, wenn Steigungswinkel β und Eingriffswinkel α gleich groß sind. Bei kleinerer Steigung liegt der Pol innerhalb des Teilkreises; wie Abb. 74 zeigt, nähern sich dann alle Eingriffslinien der mittleren Eingriffsgerechten gg , ohne sie im Endlichen zu treffen.

Eingriffsfeld.

Abb. 74. Kreuzriß.

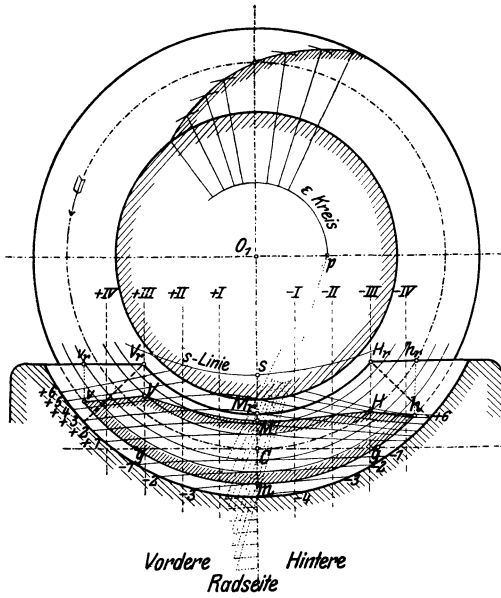


Abb. 75. Aufriß.

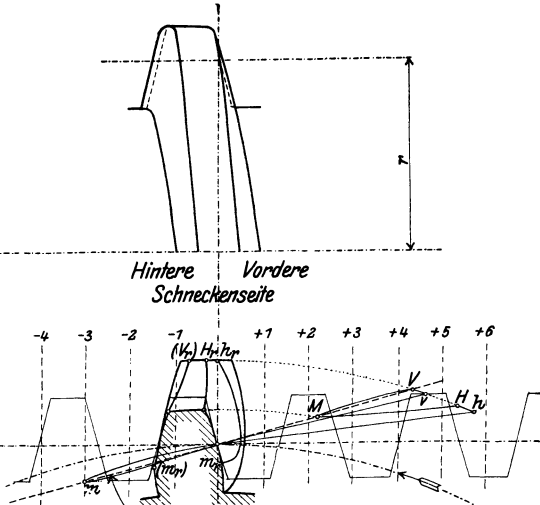


Abb. 77. Eingreifende Radzahnfläche.

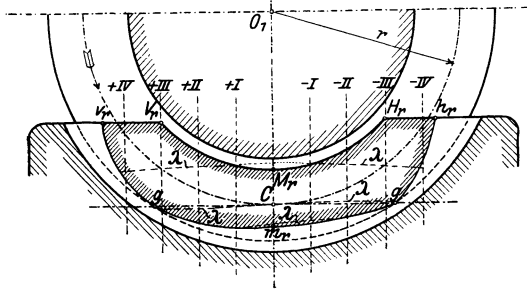


Abb. 76. Grundriß.

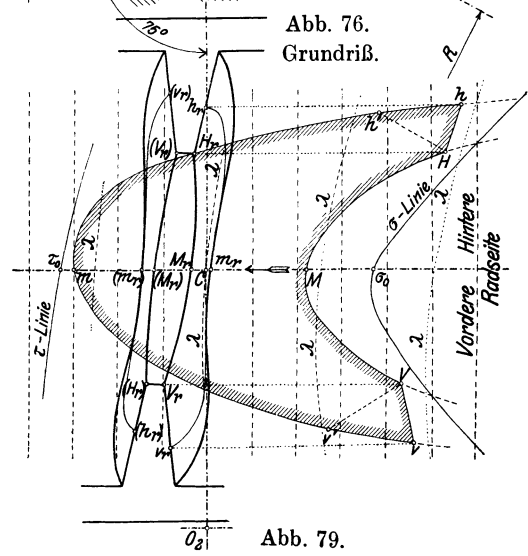


Abb. 78. Eingreifende Schneckenfläche.

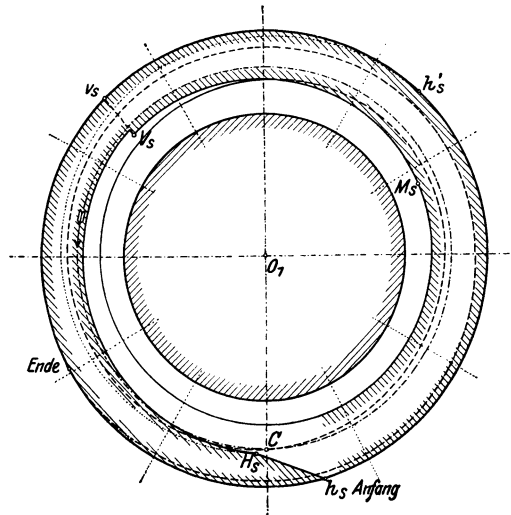


Abb. 79.

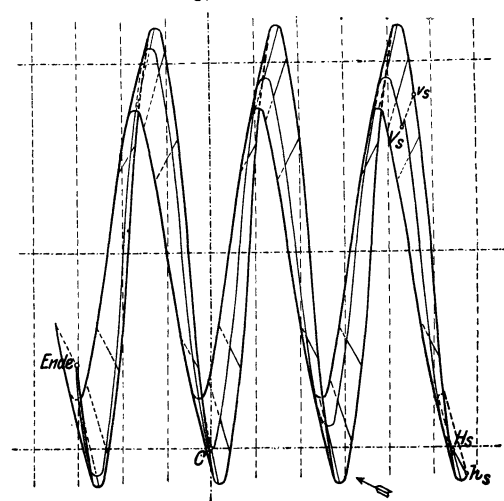


Abb. 74 bis 79. Eingängige Schnecke. Steigungswinkel $\beta = 6^\circ$, Zähnezahl = 30.

Abb. 80. Ausführung mit Profilabrückung. Abb. 81.

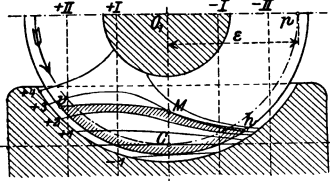


Abb. 83

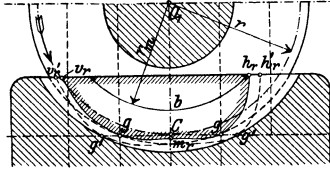


Abb. 84.

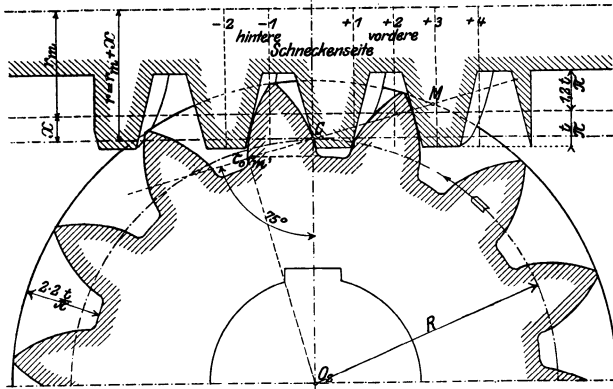


Abb. 82.

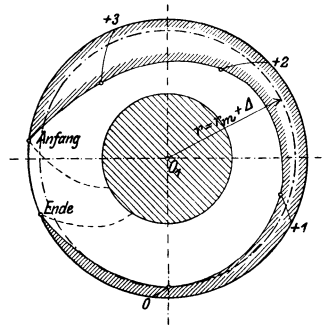


Abb. 85. Ausführung ohne Profilabrückung. Abb. 86.

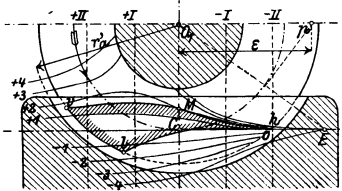


Abb. 88.

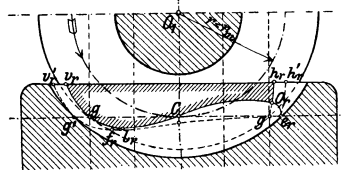


Abb. 89.

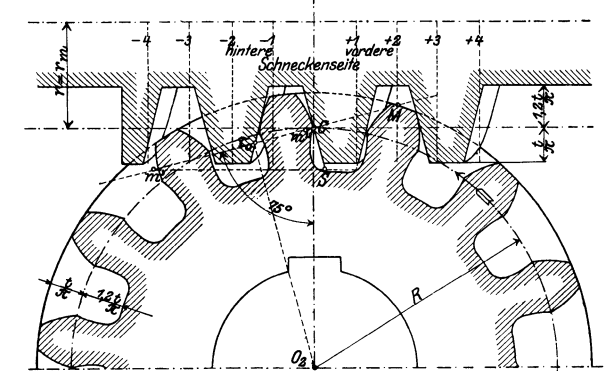


Abb. 87.

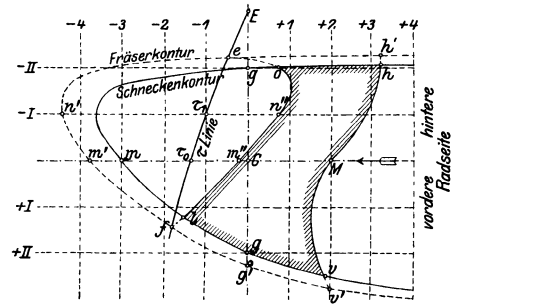
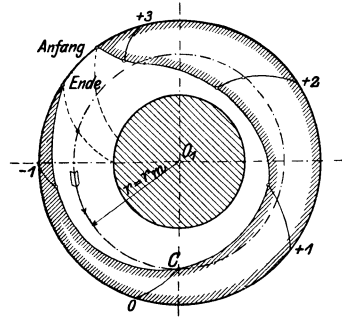


Abb. 80 bis 89. Zweigängige Schnecke.
Mittlerer Steigungswinkel $\beta_m = 18^\circ 40'$ am Halbmesser r_m , Zähnezah $z = 14$.

Bei Steigungswinkeln β , die größer als der Eingriffswinkel α sind, fällt jedoch der Pol p außerhalb des Teilkreises r (Abb. 90); die Eingriffslinien aller Schneckenquerschnitte gehen dann in der Projektion durch einen gemeinsamen Punkt E .

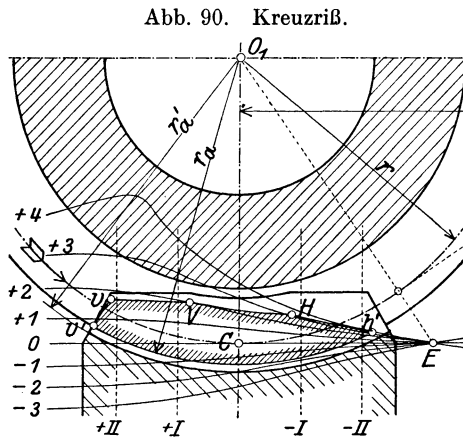


Abb. 90. Kreuzriß.

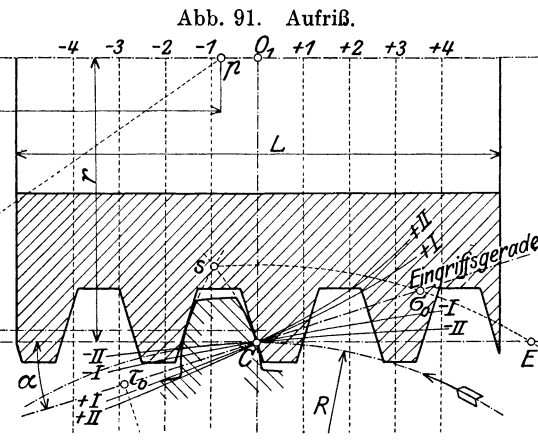


Abb. 91. Aufriß.

Abb. 93. Eingreifende Radzahnfläche.

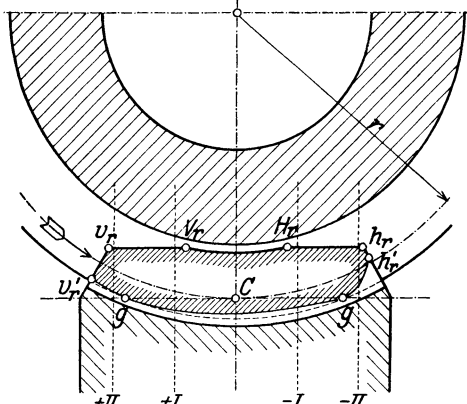


Abb. 92. Grundriß des Eingriffsfeldes.

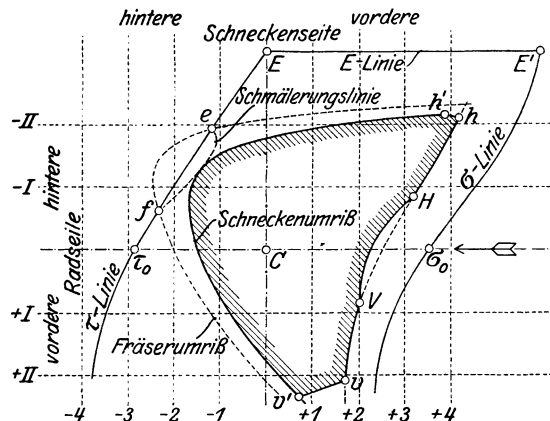


Abb. 90 bis 93. Achtgängige Schnecke. Steigungswinkel $\beta_m = 30^\circ$, Zähnezahl = 24.

Seine Lage erhält man, wenn man von p aus eine Tangente an den Teilkreis r zieht und den Tangierungspunkt radial von O_1 auf die mittlere Eingriffsgerade projiziert.

Aus der gefundenen Schar der Eingriffslinien in den Schneckenquerschnitten läßt sich in einfacher Weise die Eingriffslinie jeder beliebigen Radebene senkrecht zur Radachse ermitteln. Im Kreuzriß der Abb. 94 sei $+I$ die Spur einer solchen Radebene; man hat die in dieser Spur liegenden Punkte der einzelnen Eingriffslinien auf die zugehörigen Schneckenquerschnitte $+1, +2 \dots$ hinüber zu projizieren. Die Verbindung der einzelnen Punkte ergibt die gewünschte Eingriffslinie der Radebene $+I$.

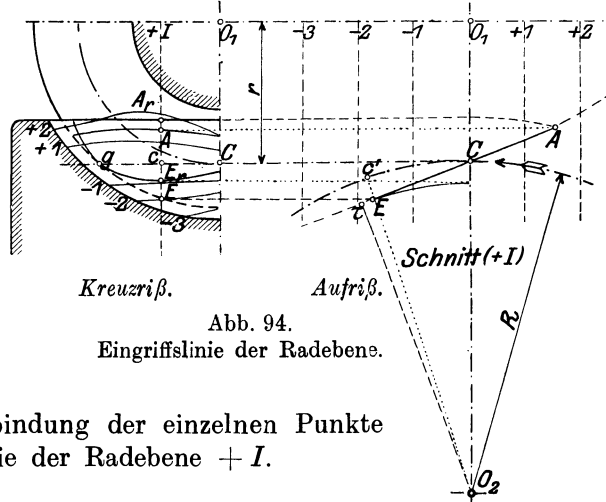


Abb. 94. Eingriffslinie der Radebene.

Die Eingriffsfläche der Schnecke ist eine gekrümmte Fläche, die zwei gerade Linien in den Mittelschnitten von Schnecke und Rad aufweist. Eine dritte Gerade, die parallel zur Schneckenachse verläuft und durch den Punkt E hindurchgeht (Abb. 90), stellt sich bei Steigungswinkeln β ein, die größer als der Eingriffswinkel α sind.

Die Mittelebene der Schnecke scheidet die Eingriffsfläche in die Eingriffsteile der vorderen und hinteren Schneckenhälfte. In bezug auf die Lage zur Radmittelebene werden die Teile als Eingriffsfläche der vorderen und hinteren Radhälfte bezeichnet. Vorn ist jene Radhälfte, in die die Schneckenprofile bei der Drehung zuerst eintreten.

Die Eingriffsfläche verläuft desto flacher, je weiter sie von der Radmittelebene zurücksteht. Vordere Radebenen weisen daher stärker geneigte Eingriffslinien auf als die hinteren Radebenen.

4. Ermittlung der Radzahnfläche.

Aus den bekannten Einzelheiten der Schneckenfläche und der zugehörigen Eingriffsfläche läßt sich die Gestalt der Radzahnfläche bestimmen. Bei der zeichnerischen Ermittlung bezieht man die Zahnfläche auf eine solche Lage, in der sie im Zentralpunkte C mit der Schneckenfläche im Eingriff steht.

Die durch einen Eingriffspunkt P gehende Schraubenlinie der Schneckenfläche trifft das Mittelprofil der Schnecke im Punkte P' (Abb. 95). Während der Eingriff von P nach dem Zentralpunkte C fortschreitet, vollführt das Mittelprofil eine axiale Bewegung von der Größe pC . Dabei dreht sich das Rad um die gleiche Länge im Teilkreise R

$$\widehat{p_1 C} = \overline{p C}.$$

Bei dieser Drehung kommt der Streckenzug $O_2 p_1 P$ in die Lage $O_2 C P_r$. Der gefundene Punkt P_r ist nun der in P eingreifende Punkt der Radzahnfläche, deren Lage einer mittleren Eingriffstellung im Zentralpunkte C entspricht.

Die Grundlage für eine einfachere Auffindung der Größe Cp ergibt die rechnerische Ermittlung des axialen Abstandes y der Punkte P und p . Steht der Eingriffspunkt P im Winkel δ von der Radmittelebene ab, so bestimmt sich aus der Ganghöhe h der axiale Abstand der Punkte P und P' mit

$$\frac{h}{2\pi} \delta.$$

Da nun weiter der axiale Abstand der Punkte P' und p

$$(r' - r) \operatorname{tg} \alpha$$

ist, so besteht die Beziehung

$$y = \frac{h}{2\pi} \delta - (r' - r) \operatorname{tg} \alpha.$$

Die Einzelglieder dieser Beziehung sucht man auf zeichnerischem Wege auf, indem man im Schneckenquerschnitte als Hilfslinien einen Kreis vom Halbmesser

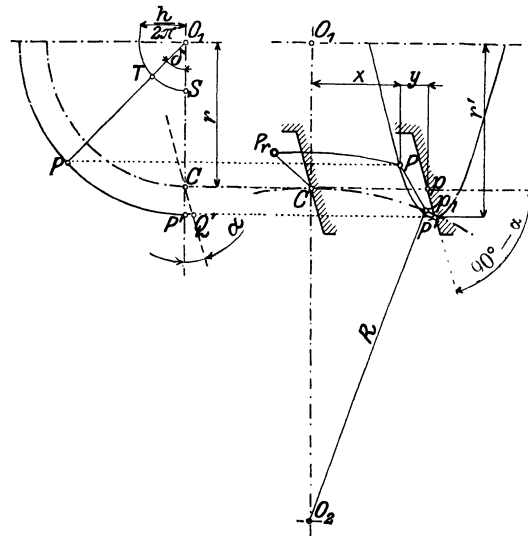


Abb. 95. Ermittlung eines Radzahnpunktes.

Steht der Eingriffspunkt P im Winkel δ von der Radmittelebene ab, so bestimmt sich aus der Ganghöhe h der axiale Abstand der Punkte P und P' mit

$\frac{h}{2\pi}$ und eine durch C gehende Gerade, unter dem Winkel α gegen die Zentrale geneigt, einträgt. Die Winkellage δ des Punktes P ergibt dann auf dem Hilfskreise die Bogenlänge

$$\widehat{ST} = \frac{h}{2\pi} \delta.$$

Ferner schneidet die Hilfsgerade aus der im Abstände r' errichteten Senkrechten zur Zentrale eine Strecke aus von

$$\overline{P'Q'} = (r' - r) \operatorname{tg} \alpha.$$

In vereinfachter Weise erfolgt daher das Aufsuchen des zu einem Eingriffspunkt P zugehörigen Radteilkreisbogens Cp_1 durch die zeichnerische Summierung der Größen:

$$\widehat{Cp_1} = x + y = x + \widehat{ST} - \overline{P'Q'}.$$

Nach dem geschilderten Verfahren ist eine theoretisch genaue Ermittlung der ganzen Zahnfläche, wie sie im Aufrisse und Grundrisse der Abb. 75 und 76 dargestellt ist, möglich. Die Zahnfläche zeigt im vorderen und hinteren Radteile einen ungleichen Verlauf. Ihre Gegenfläche am gleichen Zahne liegt zur Radmitte verkehrt symmetrisch; die Gegenfläche im hinteren Radteile stimmt mit der Zahnfläche der vorderen Radhälfte überein.

5. Bestimmung des Querprofils der Schneckenfläche.

Zum Aufsuchen einiger Eingriffseinzelheiten benötigt man das Zahnprofil der Schneckenfläche in einer zur Schneckenachse senkrechten Ebene; die Grundlage für seine Ermittlung geht aus der folgenden Betrachtung hervor.

Zwischen dem Teilrißpunkt C (Abb. 96) des geraden Längenprofils der Schnecke und einem beliebigen andern Profilpunkte S , der am Halbmesser r' liegt, besteht ein axialer Abstand von

$$(r' - r) \operatorname{tg} \alpha.$$

Die Schraubenlinie des Punktes S trifft die durch C gelegte Querschnittsebene im Punkte S_0 ; sein Winkelabstand δ verhält sich zum vollen Umfang 2π wie der Axialabstand zur Ganghöhe h :

$$\frac{\delta}{2\pi} = \frac{(r' - r) \operatorname{tg} \alpha}{h}.$$

Die Einführung der Größe ε aus der Gl. 48 ergibt

$$\delta \cdot \varepsilon = r' - r.$$

Aus dieser Beziehung ersieht man, daß das Querprofil der Schneckenfläche eine archimedische Spirale ist. Ihre Ermittlung ist leicht auszuführen; man trägt den radialen Abstand $(r' - r)$ der Punkte im Bogenmaß

$$\widehat{cs} = r' - r$$

auf einem Kreise vom Halbmesser ε auf und projiziert die Punkte s radial von O_1 nach S_0 auf die Kreise vom zugehörigen Halbmesser r' . Abb. 74 zeigt die Ermittlung zur Gänze; die Verbindung von mehreren Punkten liefert das Querprofil.

6. Verlauf der Linien des gleichzeitigen Eingriffes.

Diese Linien werden als Schnittlinien der Eingriffsfläche mit irgendeiner Lage der Schneckenfläche erhalten. Man schneidet beide Flächen durch eine Anzahl von Ebenen $0, +1, +2, \dots$ senkrecht zur Schneckenachse und bringt ihre

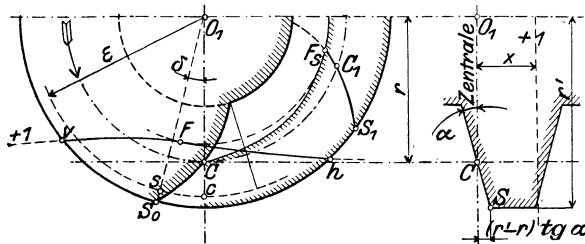


Abb. 96. Querprofil der Schneckenfläche.

Schnittlinien miteinander zum Schnitte. Die Verbindung der erhaltenen Schnittpunkte liefert die Linien des gleichzeitigen Eingriffes. Da die Schneckenfläche an mehreren Stellen in die Eingriffsfläche eintritt, so ergeben sich zu jeder Schneckenlage gleichzeitig mehrere Eingriffslinien.

Die Ermittlung ist bequem durchzuführen, da man die Eingriffslinien der Querschnittsebenen bereits kennt und das Querprofil der Schnecke für alle diese Ebenen eine gleiche Gestalt besitzt. Das Querprofil einer Ebene im Abstände x von der Schneckenmitte (Abb. 96) steht vom Querprofil der Mitte im Bogenmaß ab um

$$\widehat{CC}_1 = 2r\pi \cdot \frac{x}{h}.$$

Man kopiert das Querprofil auf ein Pauspapier und legt es in C_1 auf; sein Schnitt mit der Eingriffslinie der zugehörigen Querschnittsebene liefert einen Punkt der Linien des gleichzeitigen Eingriffes.

Nach diesem Vorgange wurden im Schneckengetriebe der Abb. 74 die einzelnen Punkte ermittelt und in den zugehörigen Grundriß der Abb. 76 übertragen. Ihre Verbindungslinien $\lambda\lambda$ stellen die Linien des gleichzeitigen Eingriffes dar für eine Schneckenstellung, bei der der Eingriff im Zentralpunkte C stattfindet. Aus der Lage der nur schwach gekrümmten Linien ist deutlich zu ersehen, wie der Eingriff im Sinne des eingezeichneten Bewegungspfeiles fortschreitet.

7. Bestimmung des Eingriffsfeldes.

Die Rotationsflächen, die die äußeren Zahnbegrenzungen von Rad und Schnecke umhüllen, schneiden aus der Eingriffsfläche das Eingriffsfeld heraus, in dem sich die eigentliche Einwirkung der Zahnflächen aufeinander vollzieht.

Der Darstellung der Feldbegrenzung im Kreuzrisse und Aufrisse, wie sie in den Abb. 74 und 75 der Vollständigkeit halber enthalten ist, kommt weniger Bedeutung zu. Die wesentliche Projektion ist der Feldgrundriß (Abb. 76), der die geeigneten Anhaltspunkte für die Beurteilung des Triebes bietet. Bei weniger eingehenden Untersuchungen genügt es vollkommen, bloß die Feststellung des Feldgrundrisses vorzunehmen und von dem Aufsuchen der sonstigen Eingriffseinzelheiten abzustehen.

Die Umhüllungsfläche der Schnecke ist ein Zylinder, der im Kreuzrisse (Abb. 74) durch den Außenkreis der Schnecke dargestellt ist. Der Kreisumfang vmh bestimmt daher die Abgrenzung des Feldes im Kreuzrisse. Durch das Übertragen der Abstände, die die in den Außenkreis der Schnecke fallenden Punkte der einzelnen Eingriffslinien $0, +1, +2, \dots$ von der Radmittelebene einnehmen, auf die Spuren der zugehörigen Querschnittsebenen im Grundrisse (Abb. 76) gelangt man zu einer Punktreihe, deren Verbindungslinie vmh die Begrenzung des Feldgrundrisses durch den äußeren Schneckenumfang ergibt. Die Linie schließt das Feld auf der hinteren Schneckenseite vollständig ab und begrenzt es im offenen Verlauf nur teilweise auf der vorderen Seite. Hier wird die Abgrenzung erst durch den Einschnitt der Radumhüllungsfläche geschlossen; seine punktweise Ermittlung erfolgt in den einzelnen Radebenen $0, +I, +II, \dots$

In Abb. 94 ist z. B. A_r der äußerste Zahnpunkt der Radebene $+I$. Es wird ihre Eingriffslinie im Aufrisse bestimmt und zum Schnitt mit dem Radkreise gebracht, auf dem A_r liegt. Der Schnittpunkt A ist dann ein Abgrenzungspunkt des Feldes. Durch Projizieren auf die Spur der zugehörigen Radebene bringt man ihn zur Darstellung im Kreuzrisse und Aufrisse. Für die Ermittlung genügt das Einzeichnen von jenem Teile der Eingriffslinie, der voraussichtlich im Bereiche des Schnittes A liegt, also in dem Falle der vorliegenden Abb. 94 von dem Teile zwischen den Querschnittsebenen $+1$ und $+2$.

Auf diese Weise werden im Bereiche der ganzen Zahnbreite die Feldbegrenzungspunkte der Radumhüllung aufgesucht. Die einzelnen Radebenen werden zweckmäßig so eingelegt, daß sie besonders charakteristische Punkte der Zahnungrenzungen enthalten, wie z. B. die Punkte V_r und H_r der Abb. 74, in denen die äußeren zylindrischen Begrenzungen an den mittleren, zur Schnecke konzentrischen Hohlteil V_r, M_r, H_r anschließen. Die Umhüllungsfläche der mittleren Zahnbegrenzung schneidet die Eingriffsfläche in der Linie VMH (Abb. 76), und die zylindrischen Seitenbegrenzungen schließen das Eingriffsfeld vollends in den beiden Linienteilen vV und Hh ab.

Der Feldgrundriß hat im allgemeinen die Gestalt eines Hufeisens, dessen Schenkel in der vorderen Schneckenhälfte liegen. Die Achse der hufeisenförmigen Figur liegt ungefähr senkrecht zum Schraubenverlauf des Zahnes. Bei größerer Steigung der Schneckenfläche ist deshalb die Figur mehr gegen die mittlere Radebene verdreht (Abb. 92).

Die Lage des Feldgrundrisses gegenüber der Schneckenmittelebene läßt erkennen, daß der Feldteil in der vorderen Schneckenhälfte an Länge und Breite größer ist als der hintere Feldteil. Es besteht daher in der vorderen Schneckenhälfte nicht nur eine größere Eingriffsdauer, sondern es vollzieht sich hier der Eingriff auch in längerer Linienberührung der Zahnflächen, was aus den in Abb. 76 eingezeichneten Linien $\lambda\lambda$ des gleichzeitigen Eingriffes zu ersehen ist.

In den einzelnen Teilen des Eingriffsfeldes zeigt sich ein ungleiches Eingriffsverhalten. Wie aus Abb. 91 ersichtlich ist, verflachen sich die Eingriffslinien in den hinteren Radebenen mit zunehmender Entfernung von der Radmitte, während in den vorderen Radebenen ein steilerer Anstieg auftritt, so daß sich hier ein größerer Zahndruck einstellt. Der um den Teilrißpunkt C zentral liegende Teil des Feldes bietet somit das günstigste Eingriffsverhalten. Je weiter die Eingriffsstelle von der Rad- und der Schneckenmitte abrückt, desto ungünstiger fällt die Eingriffsbetätigung aus.

Die erwähnte Ungleichmäßigkeit im Verlauf der Eingriffslinien nimmt mit der Polentfernung ε zu. Gemäß Gl. 50 wächst ε mit dem Steigungswinkel β ; größere Eingriffswinkel α dagegen mindern die Entfernung. Es läßt sich daher das ungleichmäßige Eingriffsverhalten großer Schneckensteigungen durch die Ausführung eines größeren Eingriffswinkels mildern. Doch ist eine leidliche Gleichmäßigkeit nur dann zu bewahren, wenn der Eingriff auf einen verhältnismäßig kleineren Feldausschnitt beschränkt bleibt, was durch eine entsprechend große Ausführung der Schnecke zu erreichen ist. Bei wachsender Steigung ist das Verhältnis aus Schneckenhalbmesser und Teilung zu vergrößern.

8. Bestimmung der eingreifenden Radzahnfläche.

Der zur Berührung gelangende Teil der Radzahnfläche reicht bis zur Außenbegrenzung des Zahnes. Inwieweit die Zahnfläche nach innen zum Eingriff herangezogen wird, hängt lediglich vom Außenumfang der Schnecke ab.

Die punktweise Bestimmung der Feldbegrenzung ist aus Abb. 94 ersichtlich. Der Außenkreis der Schnecke begrenzt im Punkte E den Eingriffsbereich der Eingriffslinie von der Radebene $+I$. In der Spur dieser Ebene im Kreuzrisse reicht daher das Zahnfeld bis zu einem Punkte E_r , der im Halbmesser O_2E von der Radachse absteht. Seine Aufsuchung erfolgt am einfachsten durch das Übertragen des radialen Abstandes $c'E$ vom Teilkreise nach cE_r . Um das Einzeichnen der Eingriffslinien im Aufrisse zu ersparen, führt man zweckmäßig die Ermittlung nur für solche Punkte E durch, in denen die Eingriffslinien des Kreuzrisses den Außenkreis der Schnecke treffen.

Für das in den Abb. 74—76 dargestellte Schneckengetriebe ist in der Kreuzrißprojektion des Radzahnes der Abb. 77 das Zahnfeld eingezeichnet und durch Schraffierung hervorgehoben; gekennzeichnet sind die Zahnfeldpunkte durch die Buchstabenbezeichnung der zugehörigen Eingriffsfeldpunkte unter Hinzufügung des Indexes r . Die innere Begrenzungslinie des Zahnfeldes tangiert den Außenkreis der Schnecke in zwei Punkten gg , die auf der Eingriffsgeraden der Schneckenmitte liegen; in diesen Punkten dringt der Eingriff am weitesten in den Zahnfuß ein. Man ersieht weiter aus der Figur, daß sich die vordere Hälfte des Zahnes mit einer etwas größeren Fläche am Eingriffe beteiligt als die hintere Hälfte.

9. Bestimmung der eingreifenden Schneckenfläche.

Mit Hilfe des Querprofils der Schnecke läßt sich der zum Eingriff gelangende Teil der Schneckenfläche aufsuchen. Dabei bezieht man der Einfachheit halber die Lage der Schnecke auf die Eingriffsstellung im Zentralpunkte C .

Bei einer solchen Stellung befindet sich das Querprofil der Schnittebene $+1$ (Abb. 96) in der Lage C_1S_1 , die von der Zentralstellung des Profils im Teilrißbogen

$$\widehat{CC}_1 = 2r\pi \frac{x}{x}$$

absteht. Der im Eingriffsfelde sich befindende Teil der Eingriffslinie für die Schnittebene $+1$ sei vFh . Überführt man nun den der Schneckenachse O_1 zunächst liegenden Punkt F und die weitesten Punkte v und h in Kreisen auf das Querprofil C_1S_1 , so erhält man in der Profillänge F_sS_1 den tatsächlich zum Eingriff kommenden Profiltteil; F_s und S_1 sind Punkte der Begrenzungslinie des eingreifenden Schneckenfeldes.

Für die vollständige Feldermittlung in einem besonderen Falle hat man demnach zunächst die Teilrißpunkte der Querprofile für die einzelnen Schnittebenen $0, +1, +2, \dots$ in einer eigenen Querschnittsfigur der Schnecke (Abb. 78) einzutragen. Alsdann entnimmt man mit dem Zirkel die radialen Abstände der im Eingriffsfelde liegenden Eingriffslinienteile aus Abb. 74 und überträgt sie in die Abb. 78 durch Einstechen auf die zugehörigen Querprofile, deren einzelne Lagen man sich in einfachster Weise durch das Auflegen eines auf Pauspapier kopierten Profils auf die entsprechenden Teilrißpunkte verschafft. Die eingestochenen Punkte sind schließlich durch Linienzüge miteinander zu verbinden.

Eine in mancher Hinsicht deutlichere Vorstellung erlangt man durch das Übertragen der Begrenzungslinie auf die Längsprojektion der Schneckenfläche, wie sie in Abb. 79 dargestellt ist.

Aus den Darstellungen des Schneckenfeldes und des Eingriffsfeldes ist zu ersehen, daß der Eingriff in der hinteren Radseite zuerst einsetzt; der Schneckenpunkt h_s beginnt hier den Eingriff im Feldpunkte h . Die Einwirkung auf die vordere Hälfte des Radzahnes fängt erst später in der Punktreihe $V_s v_s$ an; von hier aus wirken die Punkte der Schneckenfläche auf beide Zahnseiten ein. Der zum Eingriff herangezogene Teil der Zahnhöhe verbreitert sich im weiteren bis zu einem Maximum und nimmt dann allmählich so lange ab, bis er in einem Punkte des Außenumfangs aufhört.

Der größere Teil des Schneckenfeldes liegt auf der vorderen Schneckenseite. Es gelangt daselbst nicht nur eine größere Windungslänge der Schraube zur Einwirkung, sondern es wird auch ein größerer Teil der Zahnhöhe ausgenützt. Auf der hinteren Schneckenseite ist eine kleinere Windungslänge notwendig, und die zum Eingriff kommenden Punkte liegen sämtlich außerhalb des Teilrißzylinders vom Halbmesser r . Die Eingriffslänge der vorderen Schneckenseite bestimmt somit die Ausführungslänge der Schnecke.

Bei mehrgängigen Schnecken setzt sich die gesamte eingreifende Schneckenfläche aus den gleich begrenzten Teilfeldern der einzelnen Schneckengänge zusammen (Abb. 84, 89).

10. Beschränkungen des Eingriffsgebietes.

Ausführbar ist die Zahnfläche der Radzähne nur für ein bestimmtes Gebiet der Eingriffsfläche, das in der vorderen Schneckenseite, in der hinteren Schneckenseite und in der hinteren Radseite durch je eine Linie abgegrenzt ist.

Möglich ist die Zahnflächenentwicklung nur bis zur Schnittlinie der beiden Zahnflächen eines Zahnes. Abb. 91 zeigt in s den Schnittpunkt der Profile der mittleren Radebene; die Zahnspitze s kommt im Punkte σ_0 zum Eingriff. Dehnt man die Zahnspitzenermittlung auch auf die übrigen Radebenen aus, so erhält man durch Übertragen der einzelnen Punkte s in den radialen Abständen von der Radachse die s -Linie des Kreuzrisses, wie sie in Abb. 74 eingezeichnet ist. Diese Linie stellt die äußere Radumgrenzung vor, bei der der Zahnkopf durchweg in einer scharfen Kante endet. Das Übertragen der Eingriffspunkte σ für die einzelnen Zahnspitzen s in den Grundriß der Eingriffsfläche (Abb. 76) liefert die σ -Linie. In der vorderen Schneckenseite kann die Eingriffsfläche nur bis zu dieser σ -Linie verwertet werden.

Eine einfachere Ermittlung der σ -Linie gestattet die angenäherte Annahme, daß die Spitzenkante des Zahnes durch die ganze Radbreite als Gerade in der Höhe der mittleren Spitze s verläuft. Ein durch die Spitze s gelegter Radkreis (Abb. 91) schneidet dann aus den Eingriffslinien der Radseiten die Punkte σ ab, die in den Feldgrundriß zu übertragen sind.

Eine Einschränkung des Eingriffsgebietes auf der hinteren Schneckenseite ergibt der Umstand, daß die Zahnprofilierung nur bis zu den der Radachse zunächst liegenden Punkten der Eingriffslinien möglich ist. Die Fortsetzung der Profilkonstruktion über diese Punkte hinaus würde rückläufige Profile ergeben. In Abb. 91 ist τ_0 jener Punkt der mittleren Eingriffsgeraden, der der Radachse am nächsten liegt. Durch das Aufsuchen der zunächstliegenden Punkte τ in den Eingriffslinien der übrigen Radebenen gelangt man zu einer Reihe von Punkten, deren Projektion in den Grundriß (Abb. 92) zur τ -Linie führt. Das verwendbare Eingriffsgebiet auf der hinteren Schneckenseite schließt mit dieser τ -Linie ab.

Eine beschränkende Abgrenzung des Eingriffsgebietes auf der hinteren Radseite kommt eigentlich nur bei steilen Schneckenflächen in der Nähe von 30° Steigungswinkel praktisch zur Geltung. Die Eingriffslinien der Radebenen in der hinteren Radseite verlaufen desto flacher, je weiter sie von der Radmittelebene abstehen; dieses Verhalten ist deutlich aus den in Abb. 91 eingezeichneten Eingriffslinien zu ersehen.

Für eine Radebene im Abstände CE von der Mitte (Abb. 90) besteht schließlich eine gerade Eingriffslinie EE' , die den Radteilkreis tangiert (siehe Absatz 3). Die Zahnflanke des Rades beschränkt sich hier auf ein bloßes Kopfprofil, das nur in der vorderen Schneckenseite den Eingriff mit dem in der Schneckenteilrißgeraden sich bewegenden Zahnstangenpunkt aufnimmt.

Hinter der Radebene EE' verlaufen die Eingriffslinien in entgegengesetzter Neigung. Die Zahnausgestaltung im Rade ist hier bereits unmöglich, da die Flanken der Schnecke in die Radzähne eindringen. Die zur Schneckenachse parallele Gerade EE' der Eingriffsfläche, die im weiteren als E -Linie bezeichnet wird, grenzt somit den verwendbaren Teil auf der hinteren Radseite ab; sie schließt in E an die τ -Linie an (Abb. 92).

Durch den Punkt E ist auch die Grenze für den Außenumfang der Fräschnecke festgelegt, da weiter auswärts liegende Zahnteile aus einem Fräserschnitt nicht mehr entstehen können.

Bei einer zu nahen Lage des Punktes E läßt sich durch Vergrößerung des Eingriffswinkels α Abhilfe schaffen. Gemäß Gl. 50 fällt dann die Größe ϵ kleiner aus und es rückt der Punkt E weiter von der Radmitte ab. Bei weitgehender Anwendung dieses Mittels könnte man Schneckensteigungen bis 45° ausführen, was aber praktisch keinen Vorteil bringt, da zufolge des steileren Eingriffswinkels der Zahndruck groß ausfällt und eine nennenswerte Steigerung des Wirkungsgrades gegenüber den Ausführungen von 30° nicht erreicht wird.

Das für die Zahnflächengestaltung verwendbare Gebiet der Eingriffsfläche liegt demnach innerhalb der Umgrenzungen, die durch die σ -, τ - und E -Linie festgelegt sind.

11. Außenbegrenzung der Zahnflächen.

Die Umgrenzung der Zahnflächen von Rad und Schnecke soll zweckmäßig derart erfolgen, daß das von ihren Umrissen herausgeschnittene Eingriffsfeld durchweg im Bereiche des verwendbaren Eingriffsgebietes liegt. Etwaige herausreichende Teile des Eingriffsfeldes deuten auf eine überflüssig große Ausgestaltung der Zahnflächen, die überdies zu einer Einbuße an Eingriff führt, wenn die τ -Linie überschritten wird.

Die Belastungsgröße eines Triebes hängt unter anderem auch von der Zahnpressung in den Berührungslinien aller eingreifenden Zähne ab. Je mehr Zähne gleichzeitig im Eingriffe stehen und je größer die Berührungslängen sind, mit desto kleinerem Raddurchmesser kann man das Auslangen finden. Dieser Umstand spricht für die Verwendung eines möglichst großen Eingriffsfeldes.

Das kleinste Eingriffsfeld wird bei einer durchweg zylindrischen Außenbegrenzung der ganzen Radbreite im Halbmesser des mittleren Radschnittes (Abb. 83) erhalten. Ein solcher Radumriß schließt das von der Schnecke ausgeschnittene Feld (Abb. 82) mit einer schwach gekrümmten Linie ab, die ungefähr in der Schneckensteigung verläuft. Das Eingriffsfeld lagert sich um den Zentralpunkt C in abgerundeter Flächenentwicklung ohne Gabelung und nimmt den wertvollsten Teil der ganzen Eingriffsfläche ein, da in der Nähe der Zentralen die günstigsten Eingriffsverhältnisse bestehen. Auch setzt der Eingriff kurz nach Beginn in voller Radbreite ein und die Berührungslängen nehmen nur allmählich ab. Der auf das zentrale Gebiet zusammengedrückte Eingriff bedarf nur einer kurzen Schneckenlänge, weshalb sich der Einfluß geringfügiger Fehler in der Schneckenanghöhe und der Achsenschrägung weniger fühlbar macht.

Wegen dieses günstigen Verhaltens werden die Räder vielfach mit zylindrischer Abdehnung in der Größe des Mittelschnittes ausgeführt. Man braucht dann keine so hohen Anforderungen an die Güte der Herstellung zu stellen und sichert sich bei etwaigen Ungenauigkeiten doch noch einen zufriedenstellenden Gang der Triebe. Unumgänglich notwendig wird eine derartige Ausführung bei kleinen Zähnezahlen, wo die Zahnflanken beinahe in eine Spitze auslaufen.

Bei größerer Zähnezahl rückt die σ -Linie in der vorderen Schneckenseite weiter nach vorn; das frei werdende Eingriffsgebiet läßt sich durch eine äußere Zahnbegrenzung ausnützen, die im Kreise konzentrisch zum Schneckenkern geführt wird. Damit die seitlichen Zahnteile noch eine genügende Kopfstärke bewahren, darf man im äußersten Falle mit der Zahnumpanspannung V, M, H_r (Abb. 74) nur so weit gehen, daß das Eingriffsfeld in den Punkten V und H (Abb. 76) knapp vor der σ -Linie endet. Den Seitenabschluß der Zähne bewerkstelligt man zweckmäßig durch eine zylindrische Abgrenzung.

Durch die erweiterte Zahnbegrenzung wird das Eingriffsfeld gabelförmig nach vorn verlängert. Die einzelnen Teile dieser Feldverlängerung sind aber um so weniger wertvoll, je weiter sie von der Schneckenmitte abstehen. Es wird nämlich die Berührungslänge kleiner und die Gleitgeschwindigkeit größer. Berücksichtigt man ferner noch den Umstand, daß eine kleine Winkelabweichung in der Schneckenachsenlage und eine fehlerhafte Ganghöhe sich desto mehr fühlbar machen, je weiter der Eingriff nach vorn gelegt wird, so muß man es aus praktischen Gründen für gerechtfertigt erachten, die Feldverlängerung nicht bis zur äußersten Grenze auszudehnen. Wie weit man gehen darf, hängt lediglich von der Genauigkeit der Werkstättenausführung ab. Nähere Angaben finden sich im Abschnitt XVIII C vor.

Damit das von der äußeren Zahnbegrenzung ausgeschnittene Eingriffsfeld auch tatsächlich ganz ausgenützt wird, muß die Schnecke entsprechend lang bemessen werden. Ihre Länge ist durch den vordersten Eingriffspunkt h (Abb. 76) der hinteren Radseite bestimmt, nachdem das Feld auf der hinteren Radseite stets länger ist als auf der vorderen Seite. Diese Ungleichheit der Längen, die mit der Steigung zunimmt (vgl. Abb. 76 mit Abb. 92), kann man nun insofern umgehen, als man die Schnecke auf die Länge des Eingriffsfeldes in der vorderen Radseite kürzt. Hier wird dann das Eingriffsgebiet voll ausgenützt, während auf der hinteren Radseite der Eingriff im vordersten Teile entfällt. Eine solche Kürzung der Schnecke bewahrt zwar vor den Unannehmlichkeiten größerer Schneckenlängen bei ungenauen Ausführungen, sie ist jedoch nicht besonders zu empfehlen. Das eingreifende Zahnfeld auf der hinteren Radseite reicht nicht mehr bis zur äußeren Zahnbegrenzung H_r, h_r (Abb. 77); daselbst bleibt ein vom Eingriff unberührter Flächengrat übrig, der bei vorgeschrittener Abnutzung der Zahnflächen zu Anständen führt. Es ist jedenfalls besser, in Fällen, wo nur kurze Schnecken als zulässig erachtet werden, auch die Zahnbegrenzung so weit zu schmälern, daß die hintere Radzahnhälfte voll bestrichen wird.

Bei zylindrischer Seitenabgrenzung geht der Eingriff vom Anfangspunkte h_s (Abb. 78) mit kurzem Übergange bereits in H_s auf die ganze Kopfhöhe der Schneckenfläche über. Wie der Feldgrundriß in Abb. 76 zeigt, kommt gleich nach dem Eingriffsbeginn eine nennenswerte Linienberührung in den vordersten Teilen der Gabelausläufe des Feldes zustande. Weniger günstig erweist sich eine konische Seitenbegrenzung der Radzähne, wie sie in Abb. 74 durch strichlierte Linien angedeutet ist. Die zugehörigen Begrenzungslinien $v'V$ und $H'h'$ des Eingriffsfeldes (Abb. 76) lassen die Gabelenden in spitzen Zipfeln auslaufen. Die Folge davon ist, daß anfänglich nur ein verminderter Streifen der Schneckenfläche zum Eingriff herangezogen wird. Die äußere Begrenzungslinie seiner sichelförmigen Gestalt ist in Abb. 76 in punktierter Darstellung eingezeichnet; sie nähert sich vom Anfangspunkt H_s des Eingriffes nur allmählich dem äußeren Schneckenumfang, den sie erst im Punkte h_s' erreicht. Es wird daher der vorderste Teil der Schnecke nur ungenügend ausgenützt. Auch ist die schärfere Abgrenzung der Zahnnecken V_r und H_r (Abb. 74), wie sie der senkrechte Flächenabschluß durch die Kegelflächen hervorruft, nicht vorteilhaft, da solche scharfe Ecken leicht die Wirkung einer Meißelschneide äußern können. Aus diesen Gründen ist die zylindrische Seitenumhüllung des Rades vorzuziehen.

Aus Abb. 77 ist zu ersehen, daß die Zahnteile außerhalb v_r und h_r zum Eingriff nichts beitragen; diese überflüssigen Zahnteile kann man daher ohne Einbuße an Eingriff durch eine konische Endbegrenzung der Radseiten entsprechend der Abb. 93 entfallen lassen. Man erspart dabei etwas an Fräsarbeit und auch an Radbreite.

12. Unterschneidung der Radzähne.

Bei Rädern mit Zähnezahlen unter 36 stellt sich eine Verringerung des Eingriffsgebietes ein, sobald die Kopfhöhen beider Getriebeteile nach der üblichen Bemessung gleichgroß ausgeführt werden. Das vom Schneckenumriß ausgeschnittene Eingriffsgebiet reicht über die τ -Linie hinaus (Abb. 87), die als Ort aller der Schneckenachse zunächst liegenden Punkte der Eingriffsfläche dem möglichen Eingriffsbereiche eine Grenze zieht (siehe Absatz 10).

Die Ursache der Eingriffsminderung ist jener Teil der Schneckenfläche, dessen Eingriffsbereich außerhalb der τ -Linie fällt. Die Zahnpunkte dieses Schneckenteiles durchlaufen nämlich Bahnen, die in den Fuß der Radzähne eindringen. Es wird eine Unterschneidung der Zähne (Abb. 86) notwendig, bei der auch ein Teil der eingriffsfähigen Zahnfläche verloren geht. Der Eingriff erstreckt sich deshalb nicht mehr bis zur τ -Linie, sondern er hört früher auf.

Da die Zahnlücken des Rades mit einer Frässhnecke ausgearbeitet werden, deren Umriß bis an den Grund der Zahnlücken reicht, so bilden sich noch größere Unterschneidungen aus, als für den freien Durchgang des überflüssigen Flächenteils der Arbeitsschnecke notwendig sind. Die Verminderung des Eingriffsgebietes bestimmt daher der Umhüllungszyylinder der Frässhnecke vom Halbmesser r'_a (Abb. 85), dessen Einschnitt in die Eingriffsfläche (in Abb. 87 strichliert eingezeichnet) auf gleiche Art ermittelt wird, wie die Umrißlinie der Arbeitsschnecke.

Nach der im Teil I, Abschn. IC gegebenen Anleitung läßt sich die Eingriffsminderung im Radmittelschnitte (Abb. 86) in einfacher Weise festlegen. Die Kopfgerade Sm' der Frässhnecke schneidet die mittlere Eingriffsgerade im Punkte m' ; es reicht die Eingriffsstrecke um die Länge $\tau_0 m'$ über den dem Radmittelpunkt O_2 zunächst liegenden Grenzpunkt τ_0 des möglichen Eingriffes hinaus. Durch die Unterschneidung erfährt nun der Bereich des wirklichen Eingriffes eine Verkürzung um die Länge $\tau_0 m''$, deren Betrag ungefähr der halben Länge von $\tau_0 m'$ entspricht. Dieses Verhältnis bleibt in den Projektionslängen des Grundrisses ungeändert. Man kann deshalb unmittelbar im Feldgrundrisse (Abb. 87) den Punkt m'' der schmalernden Begrenzung durch Übertragen der halben Länge von $\tau_0 m'$ nach $\tau_0 m''$ auffinden.

Der gleiche Vorgang läßt sich auch in allen außerhalb der Mitte liegenden Radebenen ausführen, da die zugehörigen Eingriffslinien nur schwach gekrümmt verlaufen. Demgemäß hat man z. B. in der Radebene — I die Hälfte der zwischen Fräserkontur und τ -Linie liegenden Strecke $n'\tau_1$ von dem Punkte τ_1 aus nach $\tau_1 n''$ aufzutragen. Die Verbindung aller in den einzelnen Radebenen erhaltenen Punkte liefert zuletzt eine Linie, die in den Schnittpunkten e und f von Fräserkontur und τ -Linie abschließt und im Verlauf $lm''o$ die schmalernde Begrenzung des Eingriffsfeldes darstellt.

Die derart erhaltene endgültige Begrenzung des Feldgrundrisses ist in Abb. 85 orthogonal in den Kreuzriß projiziert; aus dieser Projektion ist zu ersehen, daß der Außenkreis der Schnecke das Feld nur bis zu den Punkten l und o begrenzt, zwischen denen die einwärts tretende Schmälerungslinie das Feld verringert.

Aus dem Eingriffsfelde *v'floh'* der Frässhnecke läßt sich nun nach den Angaben des Absatzes 8 das Zahnfeld des Radzahnes (Abb. 88) ermitteln, in dessen Umsäumung die eigentliche Zahnfläche von der Frässhnecke angeschnitten wird. Der Anschluß der Zahnfläche an den Lückenboden vermittelt eine Übergangsfläche, die von den am Außenradius r'_a liegenden Fräserpunkten beim Durchlaufen ihrer Kopfbahnen ausgearbeitet wird. Die Begrenzungslinie des Zahnfeldes ist in den strichliert eingezeichneten seitlichen Linienteilen $v_r'f_r$ und $h_r'e_r$ am ausgeschnittenen Zahne nicht wahrzunehmen, da hier die Übergangsfläche tangentiell an die Zahnfläche anläuft. Nur in dem Linienteile $f_r l_r o_r e_r$, der dem über die τ -Linie hinaus

reichenden Einwirkungsgebiete der Frässhnecke entspricht, macht sich eine scharfe Abgrenzungslinie der Zahnfläche bemerkbar. Die hier einsetzende Unterschneidung durch die Übergangsfläche hindert die volle Ausbildung der Zahnfläche, die bis zur strichliert eingezeichneten Linie $f_r e_r$ reichen würde, wenn sich der Eingriff durchwegs bis zur τ -Linie vollziehen könnte.

Die kleinere Arbeitsschnecke berührt das ausgefräste Zahnfeld innerhalb der engeren Seitenbegrenzungen $v_r l_r$ und $h_r o_r$ bis zur Unterschneidungslinie. Aus der Zeichnung ist zu entnehmen, daß der durch die Unterschneidung bedingte Verlust an eingreifender Zahnfläche stets in der hinteren Radzahnhälfte größer ist; es hängt dies mit dem flacheren Verlaufe der Eingriffsfläche in der hinteren Radseite zusammen. Auch das eingreifende Schneckenfeld erfährt eine Einbuße, und zwar nicht an Flächengröße, sondern an Intensität der Wirkung, da wegen Entfalles jenes Zahnflächenteils, der durch die Unterschneidung verloren geht, ein großer Teil der Schneckenpunkte nur einmal zum Eingriff gelangt, während sonst ein zweifacher Eingriff zustande käme.

Die Größe der Unterschneidung hält gleichen Schritt mit der Länge des über die τ -Linie hinausreichenden Fräserfeldes. Diese Länge fällt bei kleineren Zähnezahlen größer aus, da die τ -Linie näher an die Schneckenmitte herantritt. Kleine Zähnezahlen bedingen daher größere Unterschneidungen. Weiter wächst die Unterschneidung mit der Steigung der Schneckenfläche, weil die Eingriffsfläche der hinteren Radseite sich rascher verflacht. Der Fräserausschnitt in der Eingriffsfläche entfernt sich weiter von der Schneckenmitte, und die τ -Linie nimmt einen stärker geneigten Verlauf an; beide Umstände tragen zur Verlängerung des übergreifenden Feldes bei.

13. Profilabrückung der Radzähne.

Durch die Unterschneidung der Zähne wird der Eingriff auf der hinteren Schneckenseite stark beeinträchtigt; die Schnecke vermag dort nur in ganz kleinen Berührungslängen zu fassen. Diesem Übelstande kann man durch eine Profilabrückung in derselben Durchführung abhelfen, wie sie bei den Evolventen-Stirnrädern mit kleinen Zähnezahlen möglich ist (siehe I. Teil, Abschn. I D).

Ohne jede Änderung der Frässhnecke ist eine Profilabrückung durch eine Vergrößerung der Achsenentfernung um den Betrag x (Abb. 81) zu erzielen. Man läßt den Radteilkreis eine Teilrißgerade der Schnecke im Halbmesser r tangieren, die um den Betrag x von der mittleren Teilrißgeraden im Halbmesser r_m weiter absteht. Eine solche Verschiebung der Teilrißgeraden ist ohne weiteres zulässig, da für alle Schneckenpunkte eine gleiche axiale Fortbewegung besteht.

Die Unterschneidung der Zähne entfällt gänzlich, wenn der Fräser einschnitt in der Eingriffsfläche die τ -Linie berührt (Abb. 82), was durch eine bestimmte Profilabrückung erreichbar ist. Doch ist eine leichte Unterschneidung noch zulässig, insofern sie sich nur auf den außer Eingriff verbleibenden Zahnteil beschränkt. Die noch zulässige Grenzlage ist dann erreicht, wenn die Linie der Eingriffsminderung tangierend an das Eingriffsfeld der Schnecke heranrückt (Abb. 92).

Das Eingriffsfeld erfährt durch die Profilabrückung eine Verschiebung auf die vordere Schneckenseite (Abb. 82), die mit der Größe der Abrückung gleichen Schritt hält. Diese Verschiebung ist insofern nachteilig, als hierbei die Eingriffsbetätigung in eine ungünstigere Zone rückt und der wertvollere Teil des Feldes im Gebiete der Schneckenmitte weniger ausgenützt wird. Übermäßig große Abrückungen sind deshalb zu vermeiden.

Die Gegenüberstellung der Abb. 81 und 86 zeigt, daß die Zähne durch die Profilabrückung zwar spitzer im Kopf auslaufen, jedoch im Fußansatz wesentlich kräftiger ausfallen. Der eigentliche Gewinn liegt in der Heranziehung der ganzen

Zahnfläche zum Eingriff, wie es das in Abb. 83 eingezeichnete Zahnfeld veranschaulicht. Der Verkleinerung des eingreifenden Schneckenfeldes (Abb. 84) kommt weniger Bedeutung zu; die Schnecke wird intensiver ausgenutzt, da wegen der voll entwickelten Zahnfläche in der hinteren Radseite ein größerer Teil der Schneckenpunkte Gelegenheit hat, zweimal in Eingriff zu treten.

Abgesehen von der gänzlich entfallenden Unterschneidung bietet das vollständige Hineinrücken der Fräserkontur in den Bereich der τ -Linie noch den weiteren Vorteil, daß wegen des kleineren Außendurchmessers der Arbeitsschnecke die unmittelbar an den Evolventenfußpunkt anschließende Zahnfläche dem Eingriffe entzogen wird. Durch das verhältnismäßig lange Verbleiben dieses Flächenteils im Eingriffe macht sich nämlich daselbst bei höherer Belastung ein streifiges Aufräumen und rascher Verschleiß geltend.

Die Profilabrückung ist das einzige Mittel, um bei kleinen Zähnezahlen noch halbwegs zureichende Eingriffsverhältnisse herauszubekommen; sie macht es möglich, mit der Zähnezahl bis auf 12 herunterzugehen.

XVII. Die Bearbeitung der Schneckengetriebe.

A. Bearbeitung der Schnecke.

Eine einwandfreie Bearbeitung erzielt man beim Ausdrehen der Schnecke mit einem Schneidstahl, dessen geradliniges Schneidprofil dem normalen Zahnstangen- zahn hinsichtlich Teilungsmodul $\left(\frac{t}{\pi}\right)$ und Eingriffswinkel $\alpha_n = 15^\circ$ nachgebildet ist

(Abb. 97). Die Ebene des Schneidprofils wird unter dem mittleren Steigungswinkel β_m schräg zur Schneckenachse eingestellt, so daß das entstehende Lückenprofil der Schnecke im Normal- schnitte mit dem Schneidprofil übereinstimmt. Die Verschiedenheit in den Steigungswinkeln β_a und β_i am äußeren und inneren Schneckenumfang verursacht ungleiche Winkellagen δ der beiden Seitenrücken des Schneidstahles gegenüber den Schraubenflächen. Auf der einen Rückenseite verringert sich der Rückenwinkel δ_a von außen nach innen auf den Betrag

$$\delta_i = \delta_a - (\beta_i - \beta_a),$$

während auf der Gegenseite die Änderung im umgekehrten Sinne erfolgt. Da eine zu große Verschiedenheit in den Rückenwinkeln den Schnittvorgang ungünstig beeinflusst und eine übermäßige Verjüngung des Stahlquerschnittes am Fußende (Abb. 97) erfordert, so ist man genötigt, auf einem verhältnismäßig kleinen Unterschied in den Steigungswinkeln zu verbleiben, etwa

$$(\beta_i - \beta_a) = 6^\circ \text{ bis } 7^\circ.$$

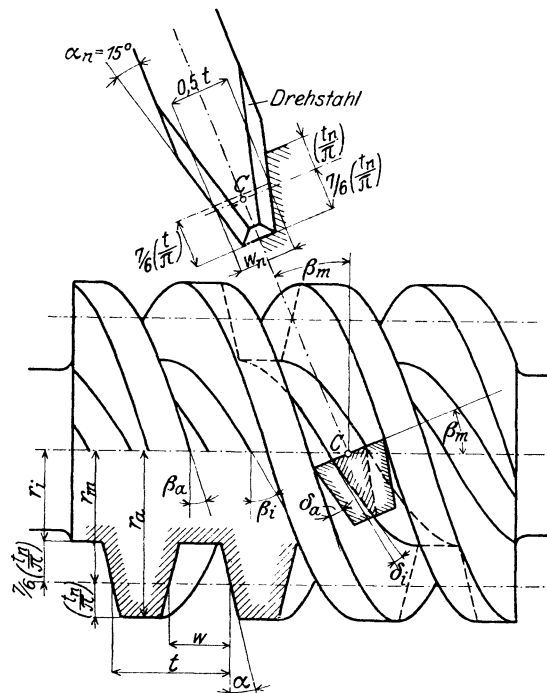


Abb. 97. Ausdrehen der Schnecke mit profiliertem Schneidstahl.

Beim Fräsen der Schnecke wird ein Fräser verwendet, dessen Fräsprofil mit dem geradlinigen Schneidprofil des Drehstabes, also mit dem Normalschnitt der Zahnücke senkrecht zur mittleren Schraubensteigung übereinstimmt. Der Fräser ist entweder ein Scheibenfräser, dessen Drehachse senkrecht zur mittleren Steigung eingestellt wird (Abb. 98), oder ein kegelförmiger Fingerfräser mit der Drehachse senkrecht zur Schneckenachse. Mit dem allmählichen Vorschub des Fräfers in der Richtung der Schneckenachse wird gleichzeitig ein entsprechend großer Drehvorschub des Werkstückes eingeleitet, so daß die gewünschte Steigung erreicht wird.

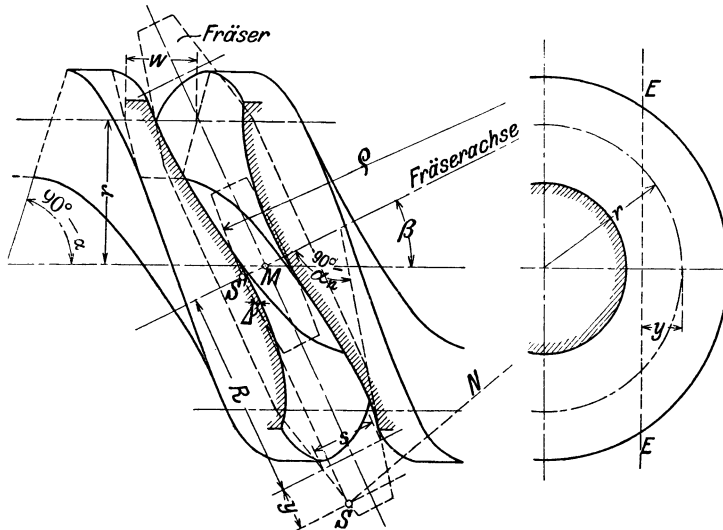


Abb. 98. Schneiden der Schnecke mit Scheibenfräser.

ein Scheibenfräser im mittleren Steigungswinkel β eingestellt. Seine Schneidkanten liegen in einer Kegelfläche vom Winkel $(90^\circ - \alpha_n)$, wobei

$$\operatorname{tg} \alpha_n = \operatorname{tg} \alpha \cos \beta$$

und seine Stärke s im Radius R , der an den Teilriß der Schnecke heranreicht, ist

$$s = w \cos \beta.$$

Der Schnitt der seitlichen Kegelfläche des Fräfers mit der Ebene EE ist eine Hyperbel, deren Scheitel S' durch den im Radius $(R + y)$ liegenden Punkt S festgelegt ist. Legt man in S auf die Kegelfläche des Fräfers eine Normale, so bestimmt deren Schnitt mit der Fräserachse den Mittelpunkt m für die Scheitelkrümmung der Hyperbel. Die Schnittlinie der Fräserfläche ist somit annähernd ein Kreis vom Radius $\rho = mS'$. Er schneidet in die Schnittkurve ein, die die Schneckenfläche in der Ebene EE aufweist. Der größte Betrag Δ des Eindringens in axialer Richtung gibt das Maß an, um welches der Profilpunkt im Abstände y vom Teilriß aus der geraden Richtung des Schneckenprofils zurücktritt.

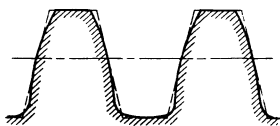


Abb. 99.

Das Profil der gefrästen Schnecke fällt deshalb nicht gerade aus, es erleiden Zahnkopf und Fuß Verschwächungen (Abb. 99). Bei Verwendung von Scheibenfräsern wird diese Ungenauigkeit bei Steigungswinkeln über 10° bereits praktisch fühlbar. Eine wesentlich geringere Profiländerung verursacht der Fingerfräser wegen der kleinen Krümmungsradien; unter 20° Steigungswinkel ist der fehlerhafte Einfluß verschwindend klein. Doch steht seiner praktischen Verwendung die rasche Abnützung des kleinen Fräserkörpers entgegen.

Durch das Fräsen erzielt man jedoch keine gerade Profilierung der Schnecke. Da die Steigungswinkel außerhalb des Teilrisses nicht mehr mit der Winkeleinstellung des Fräfers übereinstimmen, so stellen sich Einschnitte des Fräfers in die Schneckenfläche ein, die das gerade Profil abändern.

In Abb. 98 ist der Schnitt der Schnecke mit einer Ebene EE dargestellt, die um y vom Teilriß absteht. Über der Mitte M der Lücke sei

Eine gerade Flanke der Schnecke wäre nur mit einem Fräser zu erreichen, dessen Profilpunkte gegen den Normalschnitt der Zahnücke um den Betrag des jeweiligen Einscheidens zurückgesetzt sind. Die umständliche Ermittlung und Ausführung gestaltet jedoch eine derartige Abänderung als unvorteilhaft.

Die Voraussetzung für einen regelrechten Getriebeeingriff ist die vollständige Übereinstimmung der Tribschnecke mit der Gestalt der Frässchnecke, die für das Ausschneiden der Radzähne verwendet wird. Eine solche Frässchnecke weist aber gerade Zahnflanken auf, da das Hinterdrehen der Fräszähne nur mit einem Drehstahl, nicht aber mit einem Scheibenfräser besorgt werden kann. Die Unstimmigkeit zwischen der geraden Zahnflanke der Frässchnecke und der gekrümmten Flanke einer Tribschnecke, die mit einem Scheibenfräser geschnitten ist, muß daher stets zu einem falschen Getriebeeingriff führen.

B. Bearbeitung des Rades.

Das Ausfräsen der Radzahnücken in der gleichen Art, wie sie bei der Bearbeitung der Schraubenräder gehandhabt wird, liefert nur eine rohe Annäherung, da die Radzahnflächen keinen eigentlichen Schraubenverlauf aufweisen.

Ein etwaiges Vorschneiden der Zahnücken mit Hilfe eines Scheibenfräasers schont zwar den Schneckenfräser bei der folgenden Fertigstellung, ist aber ein umständlicher und zeitraubender Arbeitsvorgang. Dabei wird der Scheibenfräser in der Schneckensteigung schräg gegen das Rad angestellt und durch das Einleiten einer allmählichen Radannäherung jede Lücke einzeln vorgeschritten.

Allgemein üblich ist das unmittelbare Ausschneiden der Zähne aus dem vollen Radkranz mit einem Schneckenfräser, dessen Ausgestaltung vollständig der Arbeitsschnecke entlehnt ist; nur der Außenhalbmesser ist im Betrage des notwendigen Kopfspiels größer zu halten. Fräser und Rad werden zwangsläufig im Übersetzungsverhältnis des Triebes gedreht und einander langsam so weit genähert, bis der Fräser die Lage der Arbeitsschnecke im Getriebe einnimmt. Dieses einfache Bearbeitungsverfahren, das überdies wegen der großen Schneidenzahl des Werkzeugs auch rascher zum Ziele führt, wird durch die eigentümlichen Gleitverhältnisse des Schneckentriebes ermöglicht. In allen Punkten des Eingriffsbereiches herrscht eine genügend große und günstig gerichtete Gleitgeschwindigkeit, so daß die Fräterschneiden überall den Radzahn in zureichender Schnittbewegung treffen, was bei keiner andern Getriebeausführung der Fall ist. Es muß sonst immer der dem eingreifenden Zahnprofile nachgebildeten Werkzeugschneide eine besondere Schneidbewegung erteilt werden.

Die Frässchnecke schneidet eine regelrechte, eingriffsfähige Zahnfläche nur in einem Teile des Radzahnes aus, dem eingreifenden Zahnfelde, das aus der Abgrenzung des Eingriffes durch den Fräserumriß ermittelt werden kann (siehe Abschnitt XVI, 8). Die Umgrenzung dieses eingriffsfähigen Gebietes (Abb. 100) reicht in zwei Punkten g' , die im Halbmesser des Radteilkreises liegen, bis an den Lückenboden heran. Außerhalb der Umgrenzung wird eine Übergangsfläche zum Lückenboden ausgearbeitet; an ihrer Ausgestaltung beteiligen sich allein die am Außenzylinder der Frässchnecke liegenden Schneidenden.

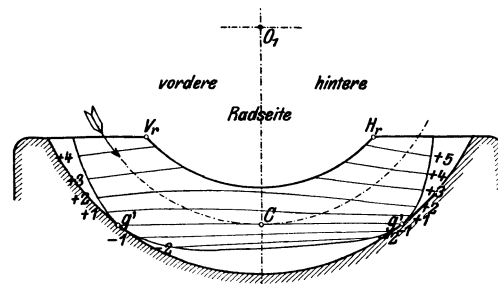


Abb. 100.

Da nur einzelne Profile der Schneckenfläche als Schneidkanten im Fräser ausgebildet sind, so kann die Zahnfläche nicht vollständig sauber ausgeschnitten werden.

Abb. 101 zeigt in übertriebener Darstellung die Lage von zwei benachbarten Fräterschneiden beim Durchgang durch die Radmittelebene. Das Anschneiden des mittleren Radzahnprofils erfolgt in den Punkten p_1' und p_2' der Eingriffsgeraden. Die Schnitte fallen in den zugehörigen Zahnprofilpunkten p_1 und p_2 tangential an den theoretischen Evolventenverlauf aus. Aus der Bearbeitung gehen daher Zahnflächen mit flächigem Aussehen hervor.

Eine noch ungünstigere Flächenbildung verursacht die beschränkte Schneidenzahl in der Übergangsfläche. Da hier die Schneidenden nicht mehr tangential vorbeigehen, so bleibt eine Stufenbildung in der Fläche zurück.

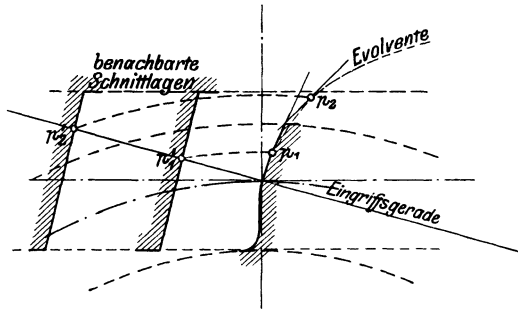


Abb. 101.

Glatte Zähne sind nur durch möglichst nahe Schnittlagen zu erzielen. Für die Erfüllung dieser Forderung stehen zwei Mittel zu Gebote; zunächst eine geeignete Wahl der Schneidenzahl, wobei aber die größere Zahl nicht immer zu besseren Ergebnissen führt, und dann eine besondere Zuführung des Fräasers an das Werkstück. Beide Einzelheiten werden später ausführlich behandelt.

Die Ausdehnung einer Fräterschneidkante in axialer Richtung macht nur einen kleinen Betrag aus. Man weicht deshalb nicht viel von dem tatsächlichen Verhalten ab, wenn man annimmt, daß die Fräterschneide den Radzahn längs der Eingriffslinie jenes Schneckenquerschnittes anschneidet, in dem ungefähr die Schneide liegt. Diese vereinfachte Vorstellung läßt nun eine leichte Ermittlung der Linie zu, längs der der Fräferschnitt die Radzahnfläche tangiert; man braucht nur die Radzahnpunkte aufzusuchen, die in der Eingriffslinie des zugehörigen Schneckenquerschnittes zum Eingriffe gelangen.

Nach diesem Vorgange wurden die in Abb. 100 eingezeichneten Linien $+1$, $+2$, ... ermittelt; sie entsprechen den gleichbezeichneten Eingriffslinien der Schneckenquerschnitte in Abb. 74. In diesen Linien der Abb. 100 wird der theoretische Zahnflächenverlauf durch die Schnitte jener Fräerskanten tangiert, die in die gleichweit voneinander abstehenden Schneckenquerschnitte $+1$, $+2$, ... der Abb. 75 hineinfallen. Aus der gegenseitigen Lage der Linien ist zu ersehen, daß die Schnitte desto weiter auseinanderrücken, je weiter sie sich von der Zahnwurzel entfernen.

Im großen und ganzen zeigen die Tangierungslinien der Fräerschnitte einen Verlauf, der den Eingriffslinien der Schneckenquerschnitte sehr ähnlich sieht. Man ist daher in der Lage, unmittelbar aus dem Eingriffsbild des Schneckenquerschnitts Rückschlüsse auf die Bearbeitungsverhältnisse zu ziehen. Auf der vorderen Radseite halten sich die Eingriffslinien weiter voneinander; die Folge davon ist eine weniger vollkommene Bearbeitung dieser Zahnseite gegenüber der hinteren Seite, wo die Schnitte einander nähertreten.

Das Auseinanderrücken der Eingriffslinien auf der vorderen Radseite nimmt mit der Schneckensteigung zu (vgl. Abb. 74 mit Abb. 90). Unter sonst gleichen Verhältnissen muß daher die Bearbeitung in den vorderen Zahnteilen um so gröber ausfallen, je steiler die Schnecke ist; die Zahnteile der hinteren Radseite werden allerdings glätter, weil sich hier die Eingriffslinien in gesteigertem Maße zusammendrängen. Bei Schneckensteigungen über 20° machen sich diese ungünstigen Verhältnisse bereits praktisch fühlbar. Will man vor einem Mißlingen der Zahnbearbeitung bewahrt bleiben, so muß man der Zahnungrenzung, der Ausführung der Frässhnecke und etwa auch der Art der Fräserzuführung ein besonderes Augenmerk widmen.

Die Zuführung des Fräasers kann in zweierlei Art erfolgen, entweder durch parallele Verschiebung der Fräserachse oder durch Hineinschrauben des Fräasers in der Richtung der Fräserachse.

Bei dem erstgenannten Fräsverfahren gelangt ein Schneckenfräser in der üblichen Ausführungsform (siehe I. Teil, Abschn. V C 2) zur Anwendung. Der Fräser wird in gleichmäßigem Vorschube allmählich dem Rade so lange genähert, bis die richtige Schnitttiefe erreicht ist. Dann wird der Vorschub ausgeschaltet und das Fertigschneiden der Zähne in so viel Radumdrehungen, als die Gangzahl der Schnecke beträgt, zu Ende geführt.

Abb. 102 verdeutlicht das Entstehen der Zahnücke im Radmittelschnitte. Die einzelnen Lückenausnehmungen nähern sich absatzweise der Vollendungsform, die sich im ganzen Verlaufe erst bei der Endstellung des Fräasers ausbildet. Hierbei schneiden die Fräserkanten das eigentliche Zahnprofil kf in den Punkten der Eingriffsgeraden KE an; den in f anschließenden Flankenübergang zum Lückenboden arbeiten die Kopfpunkte der Fräuserschneiden längs der Strecke ME aus. Die Bearbeitung des Gegenprofils erfolgt in den Strecken $E'K'$ und $E'M$. Weniger gleichmäßig fällt das Anrücken der Lückenauschnitte an das endgültige Zahnprofil

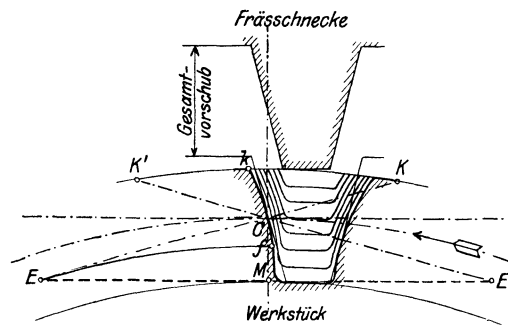


Abb. 102.

in den seitlichen Radschnitten aus, da sich hier die Gestalt der Eingriffslinien beim Annähern der Frässhnecke ändert. Doch wird auch außerhalb der Radmitte die gesamte Zahnfläche erst beim letzten Schnitte ausgestaltet.

Selbst wenn die Triebsschnecke nur gekürzt ausgeführt wird, muß dennoch der Schneckenfräser so lang bemessen werden, als es das volle Eingriffsfeld des Fräasers mit dem Rade erfordert; sonst werden die Zähne nur unvollkommen ausgeschnitten.

Da die gesamte Zahnfläche erst in der Fräserendstellung geformt wird, so läßt sich eine genügend glatte Zahnfläche nur durch eine große Zahl von Schneidkanten im Fräser erreichen. Man muß deshalb den Fräser mit so viel Spannuten ausstatten, als es die Rücksichtnahme auf eine längere Verwendungsdauer des Fräasers und eine hinreichende Festigkeit seiner Schneidzähne zuläßt.

Bei mehrgängigen Schnecken nimmt die Windungslänge innerhalb einer Ganghöhe nur wenig zu, so daß bei gleicher Rückenlänge der Schneidzähne die Schneidkanten eines Schraubenganges und mithin auch ihre Schnitte erheblich weiter auseinanderfallen, als bei eingängigen Schnecken unter sonst gleichen Verhältnissen. Eine Besserung erzielt man nur durch das Heranziehen der Schneidkanten aller Schraubengänge zum Ausschneiden einer Zahnücke. Dieser Umstand wird herbeigeführt durch die Ausführung einer Radzähnezahl, die kein Vielfaches der Schnecken-gangzahl ist. Jeder Radzahn tritt dann nach einer Radumdrehung in einen andern Schraubengang ein, so daß er schließlich von den Schneidkanten aller Schnecken-gänge getroffen wird. Zugunsten einer vollkommeneren Zahnbearbeitung ist daher das Übersetzungsverhältnis der mehrgängigen Schneckengetriebe von einer ganzen Zahl abweichend zu wählen.

Ein besserer Zahnschnitt gelingt aber in diesem Falle nur dann, wenn die Schneidkanten der einzelnen Gänge nicht in gleiche Schnittlagen fallen. Am gleichmäßigsten wird der Schnitt beschaffen sein, sobald die Schneidkanten aller Schraubengänge sich in gleicher axialer Entfernung voneinander halten. Dieser Forderung kann durch eine Formel Ausdruck gegeben werden.

Da die Spannute in einer Schraubenlinie ausgeschnitten wird, die senkrecht zur mittleren Schraubenlinie der Schneckengänge verläuft, so sind zwei Schneidkanten S und S_i desselben Ganges, die an einer Spannute liegen, im Abstände $h \cos^2 \beta$ axial voneinander entfernt (Abb. 103). Bei einer Spannutenzahl i stehen somit zwei aufeinanderfolgende Schneiden S und S_1 eines Schraubenganges in einer Axialentfernung

$$a = \frac{h \cos^2 \beta}{i}.$$

Die Schneiden S und S' zweier benachbarter Gänge einer m gängigen Schnecke, die an der gleichen Spannute liegen, haben einen axialen Abstand von

$$e = \frac{h \cos^2 \beta}{m}.$$

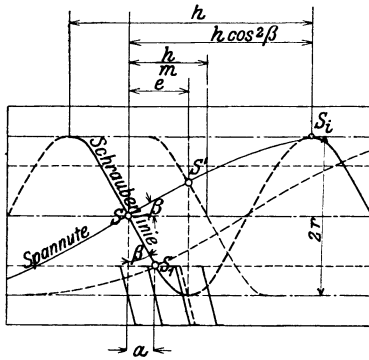


Abb. 103.

Ist dieser ein Vielfaches Z vom Abstand a , so fallen die Schneidkanten aller Gänge in gleiche Schnittlagen. Damit dies verhindert, also eine gleichmäßige Verteilung der Schneiden erreicht wird, muß der Abstand e um einen der Gangzahl m entsprechenden Teilbetrag größer oder kleiner sein:

$$\frac{h \cos^2 \beta}{m} = \frac{h \cos^2 \beta}{i} \left(Z \pm \frac{1}{m} \right).$$

Aus dieser Bedingung bestimmt sich die richtige Spannutenzahl mit

$$i = mZ \pm 1.$$

Für eine dreigängige Schnecke ($m = 3$) ergeben beispielsweise die Summen- und Differenzwerte unter Variation der Vielfachen $Z = 2, 3, 4, 5$ folgende günstige Nutenzahlen:

$$i = 5, 7, 8, 10, 11, 13, 14, 16.$$

Die Ausführung nach den fehlenden Zahlen 6, 9, 12, 15 würde zu größerer Bearbeitung führen.

Die Schneckenfläche läßt eine Verschraubung in sich selbst zu. Dieser Umstand kann für eine zweite Zuführungsart des Fräasers ausgenutzt werden. Die Fräserachse wird in die endgültige Achsenentfernung eingestellt und der Fräser durch allmähliche Verschraubung dem Werkstücke genähert. Zu der Drehbewegung, die der Fräserachse aus dem Übersetzungsverhältnis des anzufertigenden Triebes zukommt, muß dann noch eine zweite Drehbewegung hinzugefügt werden. Ihre Größe muß im Verein mit dem Axialvorschub des Fräasers so bemessen werden, daß sich der Fräser in seiner eigenen Gestalt verschraubt. Bei der Verwendung eines gewöhnlichen Fräasers würde den Schneiden, die in der Richtung des Vorschubs zuerst vorangehen, der größte Teil der Fräsararbeit zufallen. Um nun eine Entlastung dieser Kanten zu bewirken, wird der Schneckenfräser für diese Zuführungsart im vorderen Teil kegelförmig abgenommen (Abb. 104). Dieses Fräsverfahren¹⁾ rührt von J. E. Reinecker in Chemnitz her (D. R. P. 81418 u. 85079).

Aus Abb. 104 ist der Schnittverlauf in der Radmittelebene ersichtlich. Der Fräser beginnt den Anschnitt in Stellung A und beendet ihn nach einem Gesamtvorschub AE . In den einzelnen Zwischenstellungen 1, 2, 3... sind die Lückenausschnitte bis zu den gleichbezeichneten Umrissen vorgeschritten. In dem Maße, als die Fräferschneiden in die Punkte der Eingriffslinien KE und $E'K'$ eintreten,

¹⁾ Über die zugehörigen Fräsmaschinen siehe Fischer: „Werkzeugmaschinen auf der Weltausstellung in Paris.“ Z. V. d. I. 1901, S. 308.

zeigen die Ausschnitte bereits fertige Flankengestalt. Das Ausarbeiten der Lücke geht in der ersten Hälfte des Vorschubs sehr rasch vonstatten. In der Stellung 4 ist die Zahnücke beinahe ganz ausgenommen; von da ab beschränkt sich die weitere Bearbeitung nur auf einen geringfügigen Materialaushub, durch den der Lückenboden und die anschließenden Flankenfußteile ihre endgültige Gestalt erlangen. Der zylindrische Endteil des Fräasers wird somit nur unbedeutend ausgenützt; die Hauptarbeit leistet der kegelförmige Teil, der nicht nur das Material aus der Lücke herausschafft, sondern auch die Zahnfläche profiliert.

Eine gleichmäßigere Beanspruchung aller Schneidkanten kann man nur durch ein Zurücksetzen der Schneiden im kegelförmigen Teile erzielen. Durch eine kleine Abänderung der Ganghöhe lassen sich die Schraubflächen des kegelförmigen Teiles so ausdrehen, daß die Fußstärke s des zylindrischen Profils allmählich auf kleinere Beträge s' (Abb. 104) zurückgeht. Bei einem derartig gestalteten Fräser besorgt dann der konische Teil gewissermaßen das Vorschoppen der Zähne, während dem hinteren Teile als Vollendungsarbeit die eigentliche Profilierung vorbehalten bleibt.

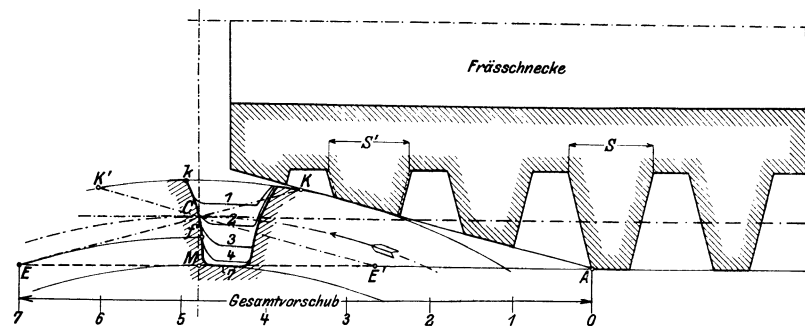


Abb. 104.

Aus dem axialen Fräservorschub ergibt sich ein großer Vorteil hinsichtlich der Güte der Bearbeitung. Während beim radialen Zuschub die Fräuserschneide nur in einem einzigen Schnitte die endgültige Zahnfläche trifft, wird durch den axialen Vorschub jede Fräuserschneide in viele Schnittlagen gebracht, so daß die Zahnflächen erheblich glätter ausfallen.

Auf einer für axialen Vorschub eingerichteten Fräsmaschine läßt sich schließlich auch das Schneckenrad mit einem einzigen Stichel, der dem Schneckenprofile nachgebildet ist, bearbeiten, sobald man der Herstellung einer eigenen Frässhnecke aus dem Wege gehen will.

C. Einlaufen des Getriebes.

Die beträchtlichen Gleitgeschwindigkeiten im Schneckeneingriff ermöglichen es, den flächigen Fräserschnitt an den Radzähnen beim Einlaufen des fertig eingebauten Triebes in kurzer Zeit zu beseitigen. Ein eigenes Schleifmittel, wie Schmirgel, Glaspulver u. dgl., darf hierbei nicht zur Anwendung gelangen. Die Verschiedenheiten im Eingriffsbilde lassen nämlich eine gleichmäßige Einwirkung des Schleifmittels nicht zustande kommen; die Folge davon ist die Zerstörung von sonst tragfähigen Flächenteilen, was aber vermieden werden muß.

Das Gehäuse ist mit gewöhnlichem Maschinenöl reichlich aufzufüllen. Vorgenommen wird das Einlaufen bei hohen Gleitgeschwindigkeiten (4 m) und allmählich gesteigertem Zahndrucke. Da das verschleißende Material die Lagerflächen gefährdet, so muß nach Bedarf eine gründliche Reinigung des Gehäuseinnern mehrmals vorgenommen und die Ölfüllung erneuert werden.

Als eingelaufen ist das Getriebe anzusehen, wenn auf den Radzähnen das eingreifende Feld vollständig angeschliffen ist. Um ein völliges Glätten der Flächen und Verdichten des Materials zu erzielen, wird das Getriebe zuletzt noch bei starker Belastung in dickem Zylinderöl laufen gelassen.

Bei roh gegossenen Zähnen kann man die mangelnde Bearbeitung durch das Einlaufen ersetzen, das aber einen größeren Zeitaufwand erfordert. Ein passend geleitetes Einlaufverfahren¹⁾, das man etwa durch helfendes Nacharbeiten unterstützen kann, ergibt auch hier sauber angeschliffene Zahnflächen in geometrisch richtigem Verlaufe.

XVIII. Die Berechnung der Schneckengetriebe.

A. Wirkungsgrad.

Ein einfaches angenähertes Kräftebild des Schneckentriebes verschafft man sich durch die Annahme einer bloß auf den Zentralpunkt *C* beschränkten Berührung der Zähne (Abb. 105). Senkrecht auf die Zahnfläche stellt sich der Normaldruck *N* ein, der in der Ebene des Normalschnittes der Zähne liegt und unter dem Winkel $(90^\circ - \alpha_n)$ gegen die Zentrale gerichtet ist. Dieser Normaldruck verursacht einen Reibungswiderstand μN in der Tangentenrichtung an die mittlere Schraubelinie der Schnecke, deren Steigungswinkel β sei. Diese beiden Kräftewirkungen belasten nun die treibende Schneckenwelle mit einer

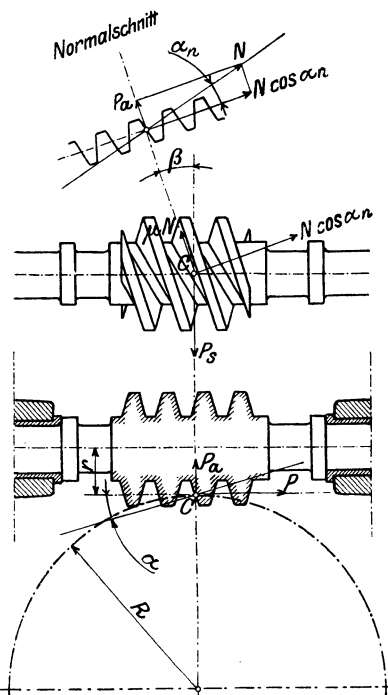


Abb. 105. Kräfteplan des Schneckengetriebes.

Axialkraft $P = N \cos \alpha_n \cos \beta - \mu N \sin \beta$,
 Umfangskraft $P_s = N \cos \alpha_n \sin \beta + \mu N \cos \beta$
 und
 Radialkraft $P_a = N \sin \alpha_n$.

Die Axialkraft *P* ist zugleich die auf das Schneckenrad übertragene Umfangskraft, deren übliche Bezeichnung als Zahndruck im weiteren gebraucht wird.

Bei der üblichen Bemessung von $\alpha_n = 15^\circ$ wird der Wert von $\cos \alpha_n$ nahezu eins und beeinflusst nur wenig die vorstehenden Beziehungen. Führt man zur Vereinfachung die erlaubte Annäherung

$$\cos \alpha_n \cong 1$$

und den Reibungswinkel ϱ in der Abhängigkeit

$$\mu = \text{tg } \varrho$$

ein, so erhält man aus den zwei ersten Gleichungen für die Umfangskraft an der treibenden Schneckenwelle den Ausdruck:

$$P_s = P \frac{\sin \beta + \mu \cos \beta}{\cos \beta - \mu \sin \beta} = P \text{tg } (\beta + \varrho) \dots \dots \dots (51)$$

Für die Radialkraft kann annähernd gesetzt werden:

$$P_a = P \text{tg } \alpha.$$

Zum Hervorrufen einer Umfangskraft *P* am Schneckenrade muß somit die Schneckenwelle mit einem Drehmomente angetrieben werden von

$$M = P r \text{tg } (\beta + \varrho) \dots \dots \dots (52)$$

¹⁾ Siehe Stribeck: „Versuche mit Schneckengetrieben“. Z. V. d. I. 1898, S. 1156.

Für die Berechnung des Momentes aus der unmittelbar bekannten Ganghöhe h der Schnecke dient die Umformung

$$M = Pr \frac{h + 2\pi r \mu}{2\pi r - h\mu},$$

zu welcher man durch die Beziehung

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{2r\pi}{h}$$

gelangt.

Den theoretischen Wirkungsgrad des Schneckengetriebes, in dem nur die Zahnreibung inbegriffen ist, kann man aus der Gleichung 52 ableiten mit

$$\eta = \frac{\operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg}(\beta + \varrho)} \dots \dots \dots (53)$$

Als Mittelwerte für den Reibungskoeffizienten μ können bei glatten Zahnflächen und guter Schmierung eingeführt werden

$$\begin{aligned} \text{für Gußeisen auf Gußeisen} \quad \mu &= 0,1, \\ \text{„ Stahl auf Phosphorbronze} \quad \mu &= 0,03. \end{aligned}$$

Bei unvollkommeneren Verhältnissen sind die Werte zu erhöhen; für Triebe, die unter den günstigsten Bedingungen laufen, sind die Koeffizienten des Beharrungszustandes bei höheren Geschwindigkeiten noch kleiner.

Geeignete Beschaffenheit des Schmieröles, richtige Eingriffsverhältnisse, mäßige spezifische Zahnpressungen und größere Gleitgeschwindigkeiten vermindern den Reibungskoeffizienten. Dickflüssiges Schmieröl ist dem dünnflüssigen vorzuziehen, weil die Ölschicht weniger leicht durch die Pressung aus der Berührungsstelle herausgedrückt wird. Zwischen den Zahnflächen muß stets eine dünne Ölschicht verbleiben, damit sich eine wesentlich kleinere Flüssigkeitsreibung einstellt. Dieser Umstand macht es erklärlich, daß der Reibungskoeffizient mit der Belastung zunimmt. Bei kleiner Umfangsgeschwindigkeit der Schnecke hat das Öl Zeit, aus den Druckstellen zu entweichen; ein rascherer Gang ist daher wegen der Abkürzung der Druckdauer vorteilhafter. Die Verminderung der Koeffizienten mit zunehmender Geschwindigkeit reicht jedoch nur bis zu einer bestimmten Grenze; darüber hinaus wird die Reibung größer, weil das Öl durch die Fliehkraft abgeschleudert wird.

Die Abhängigkeit des Reibungskoeffizienten von der Gleitgeschwindigkeit v der Schnecke wies Stribeck¹⁾ durch eine Versuchsreihe an einem gußeisernen Getriebe (eingängige Schnecke, $r = 40$ mm, $\operatorname{tg} \beta = 0,1$) mit unbearbeiteten Zahnflächen nach; im eingelaufenen Zustande zeigten sich bei 60° Öltemperatur folgende Werte:

$v = 0,5$ m	$\mu = 0,06$
1 „	0,05
2 „	0,04
3 „	0,03
4 „	0,025

Dagegen zeigen die Versuche Stribecks²⁾ mit einer gehärteten Stahlschnecke (doppelgängig, $r = 41$ mm, $\operatorname{tg} \beta = 0,16$) und einem Rad aus Phosphorbronze einen fast unveränderlichen Wert von ungefähr $\mu = 0,02$ innerhalb von Gleitgeschwindigkeiten $v = 1,5$ m bis 6 m. Dieses Verhalten ist den wesentlich härteren und glatteren Zahnflächen des Stahl-Bronzegetriebes zuzuschreiben, bei denen sich der

¹⁾ Siehe Stribeck: Versuche mit Schneckenradgetrieben, Z. V. d. I. 1898, S. 1156 u. f.

²⁾ Desgleichen, Z. V. d. I. 1897, S. 968 u. f.

Zustand einer reinen Flüssigkeitsreibung schon bei kleineren Geschwindigkeiten auszubilden vermag. Einen noch niedrigeren Wert von $\mu = 0,01$ stellte Westberg¹⁾ an einer steilgängigen Schnecke fest.

Nach Gleichung 53 ist der Wirkungsgrad η abhängig vom Steigungswinkel β . Je größer β ist, desto günstiger wird η ; steilgängige Schnecken sind deshalb vorzuziehen.

Die Abhängigkeit des Wirkungsgrades vom Steigungswinkel ist in der Abb. 106 für Reibungskoeffizienten von $\mu = 0,02$ bis 0,1 veranschaulicht. Der Höchstwert von η ist ungefähr bei 45° erreicht. Aus der Abbildung ist zu ersehen, daß bei den kleinsten Reibungskoeffizienten die Größe des Wirkungsgrades über 30° Steigungswinkel nur unmerklich zunimmt. Man geht deshalb bei den Ausführungen nicht über diesen Winkel hinaus, zumal sich auch Bearbeitungsschwierigkeiten einstellen.

Bei Einbeziehung der Reibungswiderstände in den Lagern der Rad- und Schneckenwelle und des Reibungsverlustes, den das Auffangen des in der Schneckenwelle auftretenden Axialdruckes verursacht, ist das wirkliche Antriebsmoment an der Schneckenwelle in annähernder Einschätzung

$$M_s = M(1 + \varphi)$$

und der Gesamtwirkungsgrad des Getriebes

$$\eta_s = \frac{\eta}{1 + \varphi} \dots \dots \dots (54)$$

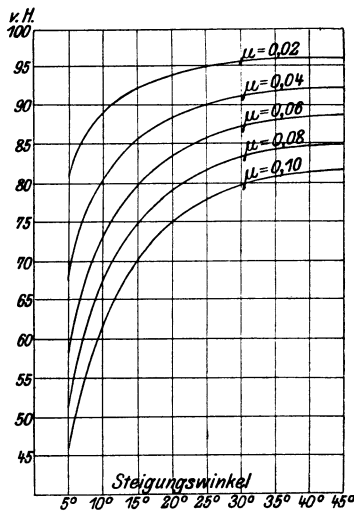


Abb. 106.

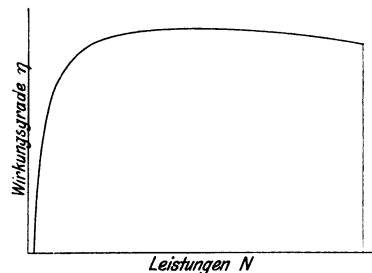


Abb. 107.

φ ist ungefähr in den Werten von 0,1 bis 0,02 einzuführen, wobei der kleinste Wert nur bei guter Schmierung der Lager und bei Kugeldrucklagern der Schneckenwelle gilt.

Die früher erwähnten Versuche Stribecks mit dem Schneckentriebe in gußeiserner Ausführung von Rad und Schnecke (Kugeldrucklager) ergaben günstigste Wirkungsgrade von

$\eta_s = 67$	v. H.	bei	1,5 m	Gleitgeschwindigkeit,
71	"	"	2,5 "	"
74	"	"	4 "	"

Für Stahlschnecken und Räder aus Phosphorbronze, bei denen die gebräuchlichen Geschwindigkeiten nur wenig die Größe des Reibungskoeffizienten beeinflussen, zeigt sich für den Wirkungsgrad η_s innerhalb Leerlauf und größter zulässiger Belastung ungefähr die in Abb. 107 angedeutete Abhängigkeit von der übertragenen Leistung N . Es treten nämlich nur unbedeutende Änderungen von η_s im Bereiche der zulässigen Belastungen auf.

¹⁾ Siehe Fußnote 2, S. 93.

Stodola¹⁾ stellte an einer doppelgängigen Schnecke ($r=40$ mm, $\beta=18^{\circ}25'$), bei der der Axial Schub durch ein Kammlager aufgefangen wurde, bei verschiedenen Belastungen und Gleitgeschwindigkeiten bis 6 m Wirkungsgrade η_s von 68 bis 87 v. H. fest.

Die Verbesserung des Wirkungsgrades durch die Anbringung von Kugeldrucklagern an der Schneckenwelle lassen die folgenden Versuchsergebnisse erkennen.

Stribeck erreichte mit dem früher erwähnten Stahl-Bronzegetriebe bei Gleitgeschwindigkeiten bis 6 m einen Wirkungsgrad bis 90 v. H. bei 60° Öltemperatur.

Westberg²⁾ berichtet von der Untersuchung einer fünfgängigen Stahlschnecke ($2r=95$ mm, Ganghöhe = 185 mm), bei der sogar ein günstigster Wirkungsgrad $\eta_s=96$ v. H. ermittelt wurde.

Versuche von Bach³⁾ an einer dreigängigen Schnecke ($2r=76,6$ mm, $\beta=17^{\circ}34'$) ergaben Wirkungsgrade von 65 bis 84 v. H.

Die hohen Wirkungsgrade der Laboratoriumsversuche, die doch nur als Ergebnisse der günstigsten Verhältnisse anzusehen sind, werden in den Ausführungen der Praxis nicht erreicht; geringe Ausführungs- und Aufstellungsfehler, die bei den Stirnrädern als einzige Folge nur das Ganggeräusch verstärken, schmälern bei den Schneckenrieben schon wesentlich den Wirkungsgrad, der übrigens auch durch den rascher einsetzenden Verschleiß bei einer weniger sorgfältigen Wartung vermindert wird.

Die hohen Wirkungsgrade gelten auch nur für den Beharrungszustand. Bei ständig wiederkehrenden Anlaufperioden liegen ungünstigere Verhältnisse zufolge des unvollkommeneren Schmierzustandes und der Mehrbelastung durch die Beschleunigungswiderstände vor.

Bei Entwürfen empfiehlt es sich daher, die Wirkungsgrade η_s unter Annahme größerer Reibungsverluste zu berechnen. Für unbearbeitete Zahnausführungen ist $\varrho=7^{\circ}$ ($\mu=0,12$) und $\varphi=0,1$ (Gl. 54) zu nehmen. Für die vollkommenen Ausführungen (bearbeitete Zähne, Schnecke aus Stahl, Radkranz aus Phosphorbronze und Kugelstützlager) sind bei normaler Belastung und Gleitgeschwindigkeiten über 1,5 m die Werte $\varrho=3^{\circ}$ ($\mu=0,05$) und $\varphi=0,02$ einzuführen; bei den üblichen Abmessungen der Schnecken (entsprechend der Abb. 109) ergeben sich für die einzelnen Gangzahlen m Wirkungsgrade von

	volle Schnecke	aufgesetzte Schnecke
$m=1$	$\eta_s=71,7$ v. H.	$\eta_s=63,2$ v. H.
2	79,5 "	75,8 "
3	82,6 "	81,0 "
4	84,3 "	83,6 "

Diese Zahlen sind niedriger als die Wirkungsgrade, die bei doppelten Stirnrädergetrieben in gleich guter Ausführung zu erreichen sind. Der Ersatz von doppelten Stirnräderübersetzungen durch Schneckenriebe, der namentlich beim Antrieb von Elektromotoren zufolge mannigfacher Vorteile Verbreitung gefunden hat, liefert daher in wirtschaftlicher Beziehung immer etwas ungünstigere Ergebnisse⁴⁾.

Bei steilgängigen Schnecken lassen sich die Triebe auch zum Übersetzen ins Schnelle verwenden. Die treibenden Zähne sind dann die Radzähne im Steigungswinkel ($90^{\circ}-\beta$). Zum Hervorrufen einer am Schneckenradius r wirkenden Umfangskraft P_s ist am Teilkreise des treibenden Schneckenrades eine Umfangskraft P erforderlich, deren Größe aus der Formel 51 durch Analogie entnommen werden kann:

$$P = P_s \operatorname{tg}(90^{\circ} - \beta + \varrho) = P_s \cot(\beta - \varrho).$$

¹⁾ Schweiz. Bauzeitung 1895, S. 16.

²⁾ Siehe Westberg: „Schneckengetriebe mit hohem Wirkungsgrade“, Z. V. d. I. 1902, S. 915.

³⁾ Siehe Fußnote 1, S. 96.

⁴⁾ Siehe Ernst: „Die Hebezeuge auf der Industrie- und Gewerbeausstellung in Düsseldorf“, Z. V. d. I. 1902, S. 1551 u. f.

Der Wirkungsgrad eines derart umgekehrten Triebes ist

$$\eta = \frac{\operatorname{tg}(90^\circ - \beta)}{\operatorname{tg}(90^\circ - \beta + \varrho)} = \frac{\cot \beta}{\cot(\beta - \varrho)}$$

Bei einem Steigungswinkel β von 30° läßt sich auch ein ziemlich günstiger Wirkungsgrad erzielen; doch darf man die Triebe wegen der ungünstigeren Eingriffsverhältnisse der steilgängigen Schnecken nicht hoch belasten.

Wird der Steigungswinkel β kleiner als der Reibungswinkel ϱ gehalten, also

$$\operatorname{tg} \beta \leq \mu,$$

so vermag ein an der Radachse wirkendes Drehmoment keine Drehung mehr hervorzubringen. Der Schneckentrieb ist dann selbsthemmend, es wird die Belastung durch die eigenen Reibungswiderstände aufgefangen.

Selbsthemmende Triebe können bei geringen Schneckengeschwindigkeiten wegen der Unveränderlichkeit des Reibungskoeffizienten nur Wirkungsgrade unter 50 v. H. aufweisen. Bei größeren Geschwindigkeiten ist jedoch der Reibungskoeffizient im Beharrungszustand wegen der günstigeren Schmierverhältnisse wesentlich geringer. Dieser Umstand ermöglicht es, noch selbsthemmende Schneckentriebe bis zu einem Wirkungsgrade von 70 v. H. zu bauen, allerdings auf Kosten der Zuverlässigkeit.

Die Schneckentriebe haben den oft erwünschten Vorteil, beim Abstellen des Antriebes die Bremsung der bewegten Teile durch das Heruntergehen des Wirkungsgrades bei sinkenden Umlaufzahlen zu unterstützen.

B. Zulässige Belastung.

Die Abnützung haben die Radzähne zu tragen; sie werden gewöhnlich aus einem weicheren Baustoff gefertigt, während die Schnecke eine möglichst große Härte aufweisen soll. Für die Berechnung der Zahnteilung sind deshalb die Verhältnisse der Radzähne maßgebend. Die Formel der geraden Zähne gilt hier gleichfalls als Ausdruck der zulässigen Zahnbelastung

$$P = k b t.$$

Als Zahnbreite b ist die Bogenlänge des Zahnes am Teilkreis r anzusehen; sie beträgt bei normalen Zahnausführungen, entsprechend Abb. 108, etwa

$$b = 2,5 t.$$

Die verhältnismäßig günstigen Eingriffsverhältnisse der Schneckentriebe (auch bei kleineren Breiten stehen zumindest immer zwei Zähne gleichzeitig im Eingriff) gestatten es, die Werte von k höher als bei geraden Zähnen zu bewerten, sobald die Rücksichtnahme auf Festigkeit allein maßgebend ist.

Zuverlässig sicher sind die Werte:

$$\left. \begin{array}{l} k = 25 \text{ für Radzähne aus Gußeisen} \\ k = 40 \text{ „ „ „ Phosphorbronze} \\ k = 50 \text{ „ „ „ Aluminiumbronze} \end{array} \right\} \dots \dots \dots (55)$$

Eine Überschreitung der Werte um $1/4$ ist bei vorübergehenden Maximalbelastungen noch als zulässig anzusehen. Die äußerst widerstandsfähige Aluminiumbronze eignet sich insbesondere für stoßende Belastungen.

Versuche haben gezeigt, daß der Schmierzustand eingelaufener Triebe bei Belastungen entsprechend den angegebenen Werten von k bis zu Umlaufgeschwindigkeiten der Schnecke von 8 m noch befriedigend ist; bei sonst tadelloser Ausführung ist ein rascher Verschleiß durch Aufrauen der Zahnflächen nicht zu befürchten.

Genau ausgeführte Schneckengetriebe mit sorgfältiger Schmierung können daher bis zu den an die Festigkeitsgrenze reichenden Werten k belastet werden, wenn sie einem durch Betriebspausen unterbrochenem Laufe ausgesetzt sind. Bei intermittierendem Gange erwärmt sich nämlich das Getriebe weniger, in den Stillständen hat es Zeit zum Abkühlen.

Für Dauerbetriebe tritt die Rücksichtnahme auf zulässige Erwärmung in den Vordergrund. Die Getriebeabmessungen müssen größer gehalten werden, damit eine vollständige Ableitung der durch die Reibungsarbeit erzeugten Wärme möglich ist; sonst würde sich eine ständige Temperaturzunahme einstellen, die schließlich ein Heißlaufen verursachen würde. Die zulässige Temperaturhöhe im Gleichgewichtszustande hängt von der Beschaffenheit des Öles ab. Bach erreichte bei den später angeführten Versuchen eine Temperatur von 120°C , ohne daß sich besondere Anstände einstellten. Gewöhnlich läßt man aber nur eine Temperatursteigerung von ungefähr 60°C zu. Bei gedrängten Abmessungen kann man die Ableitung der Wärme durch ständige Erneuerung der Ölfüllung unterstützen.

Eine weitere Rücksichtnahme muß auch hinsichtlich der Abnutzung eingehalten werden, um den Trieben eine hinreichend lange Lebensdauer zu sichern.

Für Dauerbetrieb werden Schneckentriebe in sorgfältiger Ausführung mit einer Größe k belastet, die bis an einen Betrag von $\frac{3}{4}$ der unter Gl. 55 angegebenen Zifferwerte heranreicht.

Eine weitergehende Verringerung von k ist angezeigt bei Trieben mit Zähnezahlen unter 30 und Steigungswinkeln über 20° wegen der kleineren Eingriffsfelder und der kürzeren Eingriffsdauer.

Eine bestimmte Angabe, die den wichtigsten beeinflussenden Größen gerecht wird, ist für die zulässigen Werte von k zurzeit nicht möglich. Einzelne wertvolle Versuche an Schneckengetrieben haben zwar bereits zu einem umfassenden Einblick in die wesentlichen Faktoren verholfen. Der Umstand jedoch, daß nur einige wenige Ausführungsgrößen untersucht wurden, läßt eine Übertragung der bei den Versuchen ermittelten einschlägigen Zifferwerte auf das ganze Ausführungsgebiet der Triebe nicht zu. Im folgenden sind nun die wichtigsten Formelansätze und ihre aus Versuchsergebnissen abgeleiteten Zifferwerte wiedergegeben.

Stribeck¹⁾ sieht als maßgebend für die Erwärmung jenen Betrag der Reibungsarbeit an, der auf 1 cm^2 des eingreifenden Teiles der Schneckenfläche entfällt. Dieser spezifische Betrag darf einen gewissen zulässigen Wert, den die Art der Wärmeableitung und die Güte des Schmiermittels beeinflußt, nicht überschreiten. Die rechnerische Auswertung dieser Forderung führt schließlich zu einer Beziehung für die Leistung, die ein Schneckentrieb ohne Gefahr des Warmlaufens übernehmen kann:

$$N = \varkappa m t^2.$$

Die an einer ein- und zweigängigen Stahlschnecke ($r = 41\text{ mm}$, $t = 13\pi$, Rad aus Phosphorbronze, $z = 30$) vorgenommenen Versuche ergaben eine Abhängigkeit des Wertes \varkappa von der Gangzahl m und der Umlaufzahl n der Schnecke, die in der umstehenden Tabelle niedergelegt ist.

Bei Dauerbetrieb sind nur 0,8 von den für 45 Minuten Betriebsdauer angeführten Beträgen zulässig, wenn die Öltemperatur sich auf ungefähr 60°C halten soll.

Eine weitere Versuchsreihe führte Stribeck²⁾ an einem gußeisernen Getriebe mit roh gegossenen Zähnen in Rad und Schnecke ($m = 1$, $r = 40\text{ mm}$, $t = 8\pi$, $z = 30$) aus. Zunächst wurde das Getriebe so lange einlaufen gelassen, bis sich

¹⁾ Siehe Stribeck: Versuche an Schneckengetrieben. Z. V. d. I. 1897, S. 936 und 968.

²⁾ Siehe Z. V. d. I. 1898, S. 1156.

Werte von κ :

n	Die Temperatur des Schmieröls beträgt 60° C nach einer Betriebsdauer von durchschnittlich					
	15 Min.		30 Min.		45 Min.	
	$m = 1$	$m = 2$	$m = 1$	$m = 2$	$m = 1$	$m = 2$
352	0,35	0,40	0,26	0,34	0,19	0,26
542	0,45	0,49	0,36	0,42	0,26	0,31
745	0,49	0,56	0,42	0,49	0,30	0,34
991	0,51	0,60	0,45	0,54	0,33	0,36
1476	0,52	0,63	0,46	0,57	0,34	0,37

die Eingriffsflächen an den Rad- und Schnecken­zähnen in vollständiger Ausdehnung glatt und dicht zeigten. Die alsdann vorgenommenen Belastungen ergaben noch einen anstandslosen Betrieb bei folgenden Gleitgeschwindigkeiten v

$$k = \frac{P}{bt} = 23 \quad 26 \quad 31 \quad 41 \quad 46 \quad 52$$

$$v = 3,9 \quad 2,6 \quad 1,9 \quad 1,4 \quad 0,9 \quad 0,4 \text{ m.}$$

Die bei diesen Belastungen sich einstellenden Pressungen liegen sehr nahe dem zulässigen Grenzwert, über den hinaus sich ein Aufrauen der Zahnflächen bemerkbar machen würde. Die Rücksicht auf Erwärmung fällt bei eingelaufenen gußeisernen Trieben außer Betracht.

Auf Grund der beim Einlaufen gemachten Erfahrungen gibt Stribeck für die zulässige Betriebsbelastung eines noch nicht eingelaufenen gußeisernen Schneckengetriebes die Beziehung:

$$N = 0,15 m t^2.$$

Die von Bach und Roser durchgeführte Untersuchung eines dreigängigen Schneckengetriebes¹⁾ (Schnecke aus nicht gehärtetem Stahl, $r = 76,6$ mm, $t = 25,4$ mm, Rad aus Phosphorbronze, $z = 30$) bezweckte in erster Reihe die Feststellung der Öltemperatur im Dauerbetriebe bei verschiedenen Belastungen und Geschwindigkeiten. Es wurde bei gleichen Gleitgeschwindigkeiten eine proportionale Abhängigkeit zwischen Zahndruck und Temperaturunterschied des Öles und der Außenluft ermittelt. Weiter ergab sich für eine bestimmte Öltemperatur zwischen Zahndruck und Gleitgeschwindigkeit eine Abhängigkeit von hyperbolischem Charakter. Aus den Versuchsergebnissen wurde von Braun der Zusammenhang zwischen Belastung, Gleitgeschwindigkeit v in m und Temperaturerhöhung ($t_0 - t_1$) mit guter Ubereinstimmung in die Formel zusammengefaßt:

$$k = \frac{P}{bt} = a (t_0 - t_1) + b,$$

worin

$$a = \frac{0,0669}{v} + 0,4192 \quad \text{und} \quad b = \frac{109,1}{v + 2,75} - 24,92.$$

Diese Beziehung gestattet die Ermittlung des Wertes k aus einer angenommenen Temperaturerhöhung bei Trieben, deren Verhältnisse nicht zu weit von den Abmessungen des Versuchsgetriebes abliegen.

¹⁾ Siehe Z. V. d. I. 1903, S. 221. Eine graphische Zusammenstellung der Versuchsergebnisse ist im Nachtrage von Baumann in der Z. V. d. I. 1903, S. 536, veröffentlicht worden.

C. Ausmittlung der Triebabmessungen.

Lastet auf der Radwelle ein Drehmoment M_d , so wird aus den Gleichungen

$$\begin{array}{ll} \text{des Zahndruckes} & \dots \dots \dots M_d = P R, \\ \text{der zulässigen Zahnbelastung} & \dots \dots \dots P = k b t \\ \text{und der Zähnezahl} & \dots \dots \dots 2 R \pi = z t \end{array}$$

der Teilungsmodul berechnet mit

$$\left(\frac{t}{\pi}\right) = \sqrt[3]{\frac{0,2 M_d}{k \cdot z \left(\frac{b}{t}\right)}} \text{ in cm} \dots \dots \dots (56)$$

Ist jedoch die Belastung der Radwelle durch ihre Umdrehungszahl n und die in Pferdestärken ausgedrückte Leistung

$$N = \frac{P}{75} \cdot \frac{2 R \pi n}{60 \cdot 100}$$

festgelegt, so ergeben die vorstehenden Gleichungen den benötigten Teilungsmodul mit

$$\left(\frac{t}{\pi}\right) = \sqrt[3]{\frac{14\,500 N}{k \cdot z \left(\frac{b}{t}\right) n}} \text{ in cm} \dots \dots \dots (57)$$

Das Breitenverhältnis des Zahnes beträgt bei normalen Ausführungen

$$\left(\frac{b}{t}\right) = 2,5.$$

Die Radzähnezahl z ist bei gegebenem Übersetzungsverhältnis abhängig von der Wahl der Schneckenangzahl. Die Entscheidung über die auszuführende Gangzahl trifft man auf Grund des anzustrebenden Wirkungsgrades (entsprechend Abb. 109) und der zulässigen Radgröße. Bei größerer Gangzahl m ist der Wirkungsgrad günstiger, andererseits nimmt aber der Raddurchmesser mit dem Faktor $\sqrt[3]{m^2}$ zu. Zugunsten eines besseren Zahnschnittes ist es bei mehrgängigen Schnecken empfehlenswert, die Radzahnzahl nicht als Vielfaches der Gangzahl auszuführen (siehe Abschnitt XVII B).

Die Umlaufzahl n_s der Schneckenwelle beträgt

$$n_s = n \cdot \frac{z}{m}.$$

Auf die Schneckenwelle ist bei einem Getriebewirkungsgrad η_s (einschließlich der Verluste durch Lagerreibung) ein Antriebsmoment von

$$M_s = \frac{M_d}{\eta_s} \cdot \frac{m}{z}$$

bzw. eine Leistung einzuführen von

$$N_s = \frac{N}{\eta_s}.$$

Die Schneckenwelle ist mit einer Drehbeanspruchung von ungefähr $k_d = 120 \text{ kg/cm}^2$ zu belasten; diese Annahme führt zu Wellenstärken, bei denen eine den Eingriff gefährdende Durchbiegung nicht mehr zu befürchten ist. Demnach ist der Wellendurchmesser d zu berechnen aus

$$d = \sqrt[3]{\frac{M_s}{0,2 \cdot 120}} \text{ bzw. } d = \sqrt[3]{3000 \frac{N_s}{n_s}} \text{ in cm} \dots \dots (58)$$

Zur Vereinfachung des Werkzeugsatzes ist es vorteilhaft, die nach Teilungsmodulen $\left(\frac{t}{\pi}\right)$ abgestuften Zahngrößen der Stirnräder auch auf die Ausführung der Schnecken zu übertragen. Der Drehstahl erhält normale Modulbemessung und dient zum Ausdrehen aller Schneckensteigungen. Dadurch wird die Zahnlückengestalt der Schnecke vom Teilungsmodul abhängig. Eine vollständige Übereinstimmung der Zahnteilung t mit dem Teilungsmodul $\left(\frac{t}{\pi}\right)$ des Drehstahles ist jedoch nicht unbedingt notwendig; ein geringfügiger Unterschied ist zulässig, da er nur eine unwesentliche Änderung der Lückenweite im Gefolge hat. Dies ist insofern wichtig, als die Ausführung der Zahnteilung gebunden ist an die Ganghöhe

$$h = m t,$$

die ein Vielfaches der Leitspindelganghöhe der Drehbank sein muß, auf der die Schnecke geschnitten wird. Bei einer Leitspindelbemessung in engl. Zoll, die auch Zahnteilungen in engl. Zoll ergibt, besteht eine genügend große Annäherung an den Teilungsmodul des Werkzeuges, da ein engl. Zoll ungefähr dem Werte 8π entspricht.

Der Drehstahl erhält das Profil der normalen Zahnstange (Abb. 97), also

- einen Zahnwinkel $\alpha_n = 15^\circ$
- und eine Zahnstärke $= 0,5 \pi \left(\frac{t}{\pi}\right)$
- in der Fußhöhe $= \frac{7}{6} \left(\frac{t}{\pi}\right)$

Mit diesem Drehstahlprofil stimmt das Lückenprofil der Schnecke im Normal-schnitt überein, dessen Ebene senkrecht zur mittleren Schraubensteigung liegt; der Steigungswinkel β_m am mittleren Schneckenhalbmesser r_m bestimmt sich aus

$$\operatorname{tg} \beta_m = \frac{h}{2 r_m \pi} \dots \dots \dots (59)$$

Im Längsschnitt der Schnecke (Abb. 108) stellt sich ein größerer Zahnwinkel α ein, dessen Größe bestimmt ist aus

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\operatorname{tg} \alpha_n}{\cos \beta_m} \dots \dots \dots (60)$$

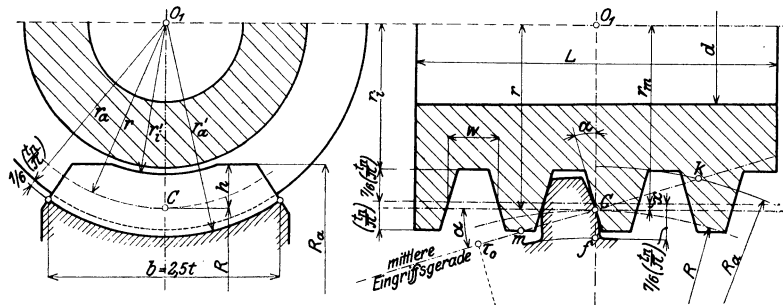


Abb. 108. Fünfgängige Schnecke, Radzähnezahl $z = 28$.

Der Eingriffswinkel α in der mittleren Radebene nimmt daher mit der Schneckensteigung zu. Diese aus der Bearbeitung sich ergebende Vergrößerung von α ist insofern vorteilhaft, als sich hierbei ein weniger steiler Verlauf des Eingriffes in den seitlichen Radebenen einstellt (siehe Abschnitt XVI, 7).

Die Zahnhöhenbemessung wird abhängig gemacht vom Teilungsmodul des Normalschnittes

$$\left(\frac{t_n}{\pi}\right) = \left(\frac{t}{\pi}\right) \cos \beta_m \dots \dots \dots (61)$$

Es betragen:

$$\begin{aligned} \text{die Kopfhöhe} & \dots \dots \dots = \left(\frac{t_n}{\pi}\right), \\ \text{die Fußtiefe} & \dots \dots \dots = \frac{7}{6} \left(\frac{t_n}{\pi}\right), \\ \text{daher die gesamte Zahnhöhe} & \dots \dots \dots = 2\frac{1}{6} \left(\frac{t_n}{\pi}\right) \\ \text{und das Kopfspiel der Zähne} & \dots \dots \dots = \frac{1}{6} \left(\frac{t_n}{\pi}\right). \end{aligned}$$

Demnach erhält die Schnecke

$$\begin{aligned} \text{einen Außenhalbmesser} & \dots \dots \dots r_a = r_m + \left(\frac{t_n}{\pi}\right) \\ \text{und einen Innenhalbmesser} & \dots \dots \dots r_i = r_m - \frac{7}{6} \left(\frac{t_n}{\pi}\right). \end{aligned}$$

Der normalen Bemessung des Schneidprofils entspricht am mittleren Schneckenhalbmesser r_m eine Lückenweite der Schnecke im Normalschnitt von

$$w_n = 0,5 t - \frac{7}{6} \left[\left(\frac{t}{\pi}\right) - \left(\frac{t_n}{\pi}\right) \right] 2 \operatorname{tg} \alpha_n$$

und eine Lückenweite im Längsschnitt von

$$w = \frac{w_n}{\cos \beta_m} \dots \dots \dots (62)$$

Der Unterschied der Lückenweite w gegenüber dem normalen Betrage von $0,5 t$ fällt selbst bei großen Schneckensteigungen nur geringfügig aus; bei $\beta_m = 30^\circ$ beträgt die Lückenweite etwa $w = 0,55 t$. Die sich daraus ergebende Zahnverstärkung im Rade ist schon bei mittleren Zähnezahlen als günstig zu erachten.

Durch die Bezugnahme der Zahnhöhe auf den Modul des Normalschnittes gelangt man zu abnehmenden Zahnhöhen bei wachsenden Steigungswinkeln. Dieser Umstand bietet einen zweifachen Vorteil. Das Ausschneiden der Schnecke wird erleichtert durch den geringeren Unterschied ($\beta_a - \beta_i$) in den Steigungswinkeln von Kopf- und Fußschraubenlinie (siehe Abschnitt XVII A). Andererseits bleibt der Eingriff auf ein kleineres Gebiet der Eingriffsfläche beschränkt, die bei größerem Steigungswinkel in der Neigung einen weniger gleichmäßigen Verlauf zeigt und somit auch nur in einem kleineren Bereiche ausgenützt werden kann (siehe Abschnitt XVI, 7).

Durch bloße Zahnhöhenverringerung kann man jedoch den Anforderungen, die Herstellungsmöglichkeit und Eingriffsverhalten stellen, nicht voll gerecht werden. Einen wirkungsvolleren Einfluß auf die Verhältnisse übt der Schneckenhalbmesser r_m aus; die Schneckengröße muß der Zunahme an Steigung folgen.

Eine Handhabe für die rechnerische Ermittlung der notwendigen Schneckengröße bietet die Forderung der Herstellungsmöglichkeit; der Winkelunterschied ($\beta_a - \beta_i$) von äußerer und innerer Steigung muß innerhalb eines zulässigen Grenzwertes verbleiben. Aus den Gleichungen

$$r_a - r_i = 2\frac{1}{6} \left(\frac{t_n}{\pi}\right), \quad \frac{m}{2} \left(\frac{t}{\pi}\right) = r_a \operatorname{tg} \beta_a = r_i \operatorname{tg} \beta_i$$

folgt die Beziehung

$$\frac{m}{2} (\cot \beta_a - \cot \beta_i) = 2^{1/6} \cos \beta_m,$$

welche die Gangzahl m der Schnecke vom Steigungswinkel β_m abhängig macht. Damit ist aber auch die Schneckengröße festgelegt. Durch die weitere Gleichung

$$\frac{r_m}{\left(\frac{t}{\pi}\right)} = \frac{m}{2} \cot \beta_m$$

wird nämlich der auf den Modul bezogene Verhältnisswert des mittleren Schneckenhalbmessers zur abhängigen Größe der Gangzahl.

Diese Abhängigkeit ist ausgedrückt durch den in Abb. 109 eingezeichneten Verlauf der Ausführungsgrößen, der unter Annahme eines allmählich von 6° auf 7°

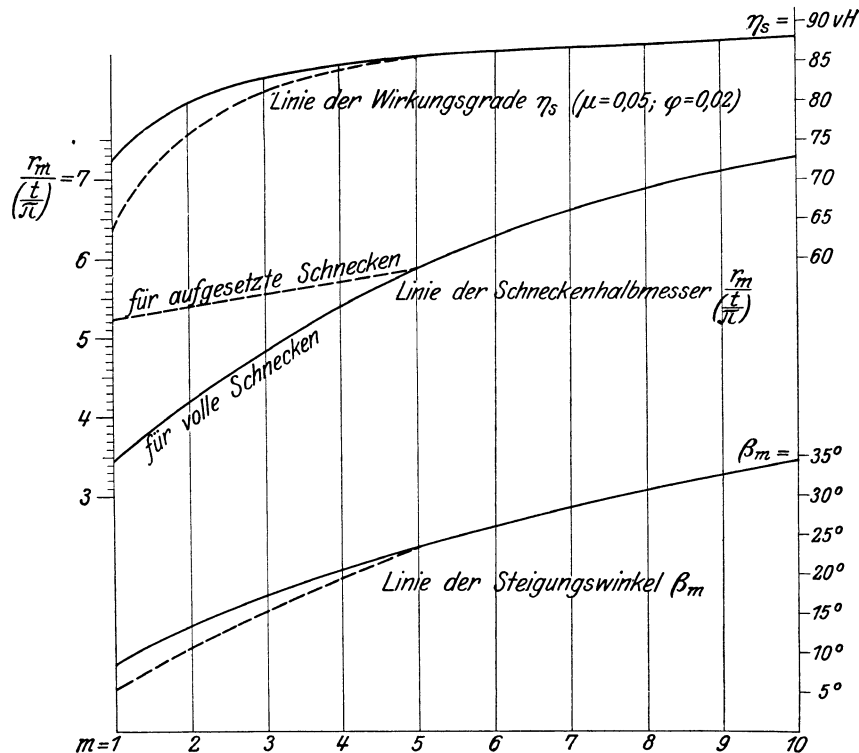


Abb. 109. Ausführungsgrößen der Schnecke.

steigenden Winkelunterschiedes ($\beta_a - \beta_i$) berechnet ist. Die Verhältnisswerte der Schneckenhalbmesser sind als Ordinaten auf den zugehörigen Gangzahlen eingetragen. Gleichzeitig sind auch die Größen der sich einstellenden Steigungswinkel β_m beigegeben; β_m steigt von $8^\circ 22'$ bei $m=1$ bis auf $34^\circ 26'$ bei $m=10$ an. Eine weitere Linie zeigt die zugehörigen Getriebewirkungsgrade (einschließlich der Verluste durch Lagerreibung), die unter der Annahme $\mu=0,05$ (Gl. 53) und $\varphi=0,02$ (Gl. 54) ermittelt sind.

Die dargestellten Verhältnisswerte geben eine einfache und sichere Grundlage für die Bemessung der Schneckengröße; sie gewährleisten nicht nur eine anstandslose Bearbeitung, sondern schließen auch Unzukömmlichkeiten des Eingriffes aus, da die Anforderungen des Eingriffes ungefähr in gleichem Maße eine Vergrößerung des Schneckenhalbmessers bei zunehmender Steigung verlangen. Schneckenausführungen unter den angegebenen Werten zeitigen ungünstigere Bearbeitungs- und Eingriffsverhältnisse.

Bei der 10 gängigen Schnecke ist bei dem angeführten Größenverlauf die Grenze der Ausführbarkeit erreicht. Die das verwendbare Eingriffsgebiet einengende Linie EE (siehe Abschnitt XVI, 10) tritt hier bereits an den Außenumfang der Frässhnecke heran, so daß die Zahnausgestaltung des Rades an den Seiten gerade noch brauchbar ist.

Bis zur Gangzahl 4 sind die benötigten Halbmesser so klein, daß die Schneckengänge aus dem verstärkten Wellenkörper herausgeschnitten werden müssen. Erst die fünfgängige Schnecke läßt sich als eigener Teil ausbilden und auf die Welle aufsetzen. Beharrt man bei kleinerer Gangzahl auf der Durchführung einer aufgesetzten Schnecke, so muß der Halbmesser r_m so weit vergrößert werden, daß Platz für die Nabenstärke der Schnecke im Ausmaße von etwa

$$2 \left(\frac{t}{\pi} \right)$$

geschaffen wird und die aus Festigkeitsrücksichten benötigte Wellenstärke erhalten bleibt.

Die Verhältniswerte der mittleren Halbmesser von aufgesetzten Schnecken sind in der Abb. 109 gleichfalls eingetragen. Aufgesetzte Schnecken ermöglichen eine bequemere Bearbeitung und leichtere Auswechslung. Der größere Halbmesser zeitigt zwar ein günstigeres Eingriffsverhalten, doch erniedrigt er den Steigungswinkel und damit den Wirkungsgrad des Getriebes.

Zur Vermeidung einer Unterschneidung der Radzähne durch den Schneckenfräser ist bei Zähnezahlen unter 36 eine Profilabrückung vorzunehmen (siehe Abschnitt XVI, 13). In der mittleren Radebene könnte die äußere Kopfkante des Schneckenfräasers im Halbmesser

$$r_m + \frac{7}{6} \left(\frac{t_n}{\pi} \right)$$

bis an den dem Radmittelpunkt zunächst liegenden Punkt τ_0 der Eingriffslinie heranreichen, der im Betrage

$$R \sin^2 \alpha$$

von der Teilrißgeraden im Punkte C absteht (Abb. 108). Dabei würde aber der Fräser in den hinteren seitlichen Radebenen die Zähne unterschneiden, weil sich das Eingriffsfeld ungefähr im Steigungswinkel β schräg gegen die Radmittelebene stellt. Die Kopfkante des Fräasers darf daher den Teilrißpunkt C (Abb. 108) nur in einem kleineren Betrage übergreifen von etwa

$$\overline{Cf} = R \sin^2 \alpha_n \cos \beta.$$

Damit ergibt sich die erforderliche Profilabrückung mit

$$x = \frac{7}{6} \left(\frac{t_n}{\pi} \right) - \overline{Cf} = \left(\frac{7}{6} - \frac{z}{2} \sin^2 \alpha_n \right) \left(\frac{t_n}{\pi} \right) = \left(1,167 - 0,067 \frac{z}{2} \right) \left(\frac{t_n}{\pi} \right). \quad (63)$$

Dann ist der Teilkreisradius der Schnecke

$$r = r_m + x$$

und die Achsenentfernung des Getriebes

$$a = R + r = R + r_m + x.$$

Die Abgrenzung der Radzahnhöhe erfolgt im normalen Kopfspiel $\frac{1}{6} \left(\frac{t_n}{\pi} \right)$ konzentrisch zur Schneckenrundung (Abb. 108); es sind die Halbmesser

$$\text{der inneren Kreisbegrenzung } r'_a = r_a + \frac{1}{6} \left(\frac{t_n}{\pi} \right)$$

$$\text{und der äußeren Kreisbegrenzung } r'_i = r_i + \frac{1}{6} \left(\frac{t_n}{\pi} \right).$$

Inwieweit man mit der zylindrischen Außenbegrenzung des Rades im Halbmesser

$$R_a = R + h$$

gehen darf, hängt von der Zähnezahl, der Schneckenlänge und dem Genauigkeitsgrade der Ausführung ab (siehe Abschnitt XVI, 11).

Jedenfalls darf die äußere Zahnbegrenzung nur soweit reichen, daß die zugehörige Schneckenlänge zum Bestreichen der Radzähne längs des vollen Eingriffsfeldes genügt. Beim Herausrücken der äußeren Zahnbegrenzung wird zwar der Eingriff länger, doch ist das Eingriffsverhalten in der verlängerten Eingriffszone weniger günstig und etwaige Ausführungsfehler machen sich deutlicher bemerkbar. Besonders störend sind die Teilungsfehler, die sich aus dem Verziehen der Frässhnecke beim Härten ergeben. Als Folgeerscheinung solcher Fehler zeigt sich eine Beschränkung des Getriebeeingriffes auf die äußersten Schneckengänge, so daß die seitlichen Kopfteile der Radzähne stark angegriffen werden und die für den Eingriff wertvollere Schneckenmitte gar nicht zum Greifen gelangt. Aus diesem Grunde empfiehlt es sich, die Schneckenlänge und dementsprechend auch die Zahnabmessung nur so groß zu halten, daß der Eingriff auf etwa 2,5 bis 3,5 Zahnteilungen beschränkt bleibt¹⁾.

Ein für das ganze Ausführungsbereich brauchbarer Mittelwert für die Zahnhöhe h über dem Teilrißpunkt C ist

$$h = 1,5 \left(\frac{t_n}{\pi} \right) \dots \dots \dots (64)$$

Diese Bezugnahme der Zahnaußenbegrenzung auf den Teilrißpunkt erfüllt auch wirksam die Forderung, die Zahnhöhe nur so weit auszubilden, daß an den Radseiten noch eine genügende Kopfstärke der Zähne verbleibt. Mit abnehmender Zähnezahl von $z = 36$ an vermindert sich die mittlere Kopfkehle der äußeren Zahnbegrenzung wegen der erforderlichen Profilabrückung x und verschwindet bei $z = 20$; der Radzahn ist dann außen entsprechend Abb. 83 durchwegs gerade abgegrenzt. Diese gerade Abgrenzung tritt bei noch kleineren Zähnezahlen $z < 20$ bereits vom Schneckenkern in einem Kopfspiel ab, das größer als der normale Betrag $\frac{1}{6} \left(\frac{t_n}{\pi} \right)$ ist. Damit ist eine genügende Kürzung der gesamten Zahnhöhe erreicht, die einen unzulässig spitzen Verlauf der Zahnköpfe in den Radseiten verhindert.

Für die in Abb. 109 enthaltenen Schnecken Größen kann die Zahnbreite b , gemessen in der Sehne des Fußkreises, ausgeführt werden mit

$$b = 2,5 t \dots \dots \dots (65)$$

In dieser Breite ist dann der Zahn seitlich durch radiale Geraden abzugrenzen (Abb. 108). Damit beseitigt man nicht nur die außer Eingriff verbleibenden Zahnecken, sondern scheidet auch bei Steigungswinkeln über 25° das unbrauchbare Zahngebiet aus.

Für die Bemessung der Schneckenlänge L ist die Eingriffslänge in der vorderen Schneckenseite maßgebend. Beim Einhalten der vorstehend angeführten Einzelheiten über die äußere Zahnungsgrenzung und die Schnecken Größe ergibt sich für die einzelnen Übersetzungsverhältnisse ein Eingriffsumfang, der in der Abb. 110 durch den Grundriß der Eingriffsfelder wiedergegeben ist. Der Vergleich der ein- und sechsgängigen Schnecke zeigt, daß sich die Eingriffslänge mit der Gangzahl nur wenig ändert. Dagegen beeinflußt die Radzähnezahl z merklich die vordere Länge des Eingriffsfeldes bis etwa $z = 72$; darüber hinaus ist die Zunahme an

¹⁾ Siehe „Betriebserfahrungen an Schneckengetrieben“. Z. V. d. I. 1912, S. 806.

Feldverlängerung nur unbedeutend. Aus den Feldlängen der Abb. 110 lassen sich daher bloß von z abhängige Durchschnittswerte der erforderlichen Schneckenlängen aufstellen.

Die auf die Teilung t bezogenen Verhältnisswerte der Schneckenlänge L betragen für die einzelnen Zähnezahlen

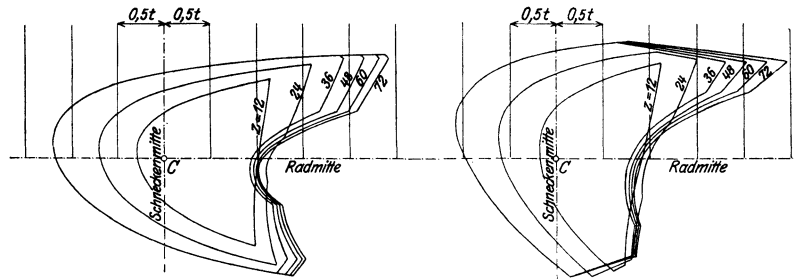
$$\left. \begin{array}{l} z = \quad 12 \quad 24 \quad 36 \quad 48 \quad 60 \quad \text{über } 72 \\ \frac{L}{t} = \quad 3,2 \quad 4,0 \quad 4,8 \quad 5,2 \quad 5,6 \quad 6,0 \end{array} \right\} \dots (66)$$

Zur Größe der Eingriffsdauer kommt man durch folgende Überlegung. Das Eingriffsfeld weist senkrecht zur Schraubensteigung β gemessen eine Länge auf von ungefähr

$$\frac{\overline{km}}{\cos \beta},$$

wobei \overline{km} der Abschnitt auf der mittleren Eingriffsgeraden ist, den der Außenkreis des Rades vom Halbmesser R_a im Punkte k und die Kopfgerade der Schnecke im Punkt m abgrenzen (Abb. 108). Wegen der Schrägstellung der Zähne führt diese Feldlänge zu einer Eingriffslänge von

$$\frac{\overline{km}}{\cos^2 \beta}.$$



Eingängige Schnecke.

Sechsgängige Schnecke.

Abb. 110. Feldgrundrisse bei verschiedenen Übersetzungen.

Es beträgt daher die Eingriffsdauer

$$\varepsilon = \frac{\overline{km}}{\cos^2 \beta \cdot t \cos \alpha} \dots (67)$$

Eine übersichtliche Zusammenfassung der vorstehenden Bemessungseinzelheiten und eine Anleitung zu ihrer Anwendung bietet die folgende Berechnung eines in Abb. 108 dargestellten Schneckengetriebes für eine abzugebende Leistung von

$$N = 26 \text{ PS.}$$

Die Umlaufzahl der Schneckenwelle

$$n_s = 750$$

sei durch das Getriebe auf etwa 130 herabzumindern. Verlangt wird eine gedrängte Ausführung mit höherem Wirkungsgrad, was bei der verhältnismäßig kleinen Übersetzung leicht zu erreichen ist. Unter diesen Umständen sei eine Schneckengangzahl gewählt von

$$m = 5.$$

Die geforderte Geschwindigkeitsminderung wird dann annähernd erzielt durch eine Radzähnezahl von

$$z = \frac{750}{130} \cdot 5 \simeq 28,$$

der eine Umlaufzahl der Radwelle entspricht von

$$n = n_s \frac{m}{z} = 134.$$

Unter der Annahme eines für Radzähne aus Phosphorbronze zulässigen Belastungswertes (Gl. 55) von

$$k = 40$$

und einer Zahnbreite

$$\frac{b}{t} = 2,5$$

ergibt sich aus Gl. 57 der benötigte Teilungsmodul mit

$$\left(\frac{t}{\pi}\right) = \sqrt[3]{\frac{14500}{k \cdot z \left(\frac{b}{t}\right)} \cdot \frac{N}{n}} \approx 1 \text{ cm.}$$

Für das Ausdrehen der Schnecke ist somit ein Drehstahl vom Modul 10 mm zu nehmen.

Die Übertragung der diesem Modul entsprechenden Zahnteilung von 31,4 mm auf die Ausführung ist jedoch unstatthaft, wenn die Schnecke auf einer Drehbank mit einer Leitspindelbemessung nach engl. Zoll geschnitten wird. Dann muß für die Zahnteilung der zunächst liegende Wert gewählt werden von

$$t = 1\frac{1}{4}'' = 31,75 \text{ mm.}$$

Dieser Teilungsgröße sind zugehörig

$$\text{eine Ganghöhe der Schnecke} \quad h = mt = 6\frac{1}{4}'' = 158,8 \text{ mm}$$

$$\text{und ein Teilkreishalbmesser des Rades von } R = \frac{zt}{2\pi} = 141,5 \text{ mm.}$$

Zur Bestimmung des mittleren Schneckenhalbmessers entnimmt man aus der Abb. 109 den der 5gängigen Schnecke zugehörigen Verhältniswert

$$\frac{r_m}{\left(\frac{t}{\pi}\right)} = 5,8.$$

Es ist deshalb der mittlere Schneckenhalbmesser

$$r_m = 5,8 \left(\frac{t}{\pi}\right) = 58 \text{ mm}$$

und der mittlere Steigungswinkel nach Gl. 59

$$\text{tg } \beta_m = \frac{h}{2 r_m \pi} = 0,431, \quad \beta_m = 23^\circ 19'.$$

Aus dem normalen Zahnwinkel $\alpha_n = 15^\circ$ im Normalschnitte ergibt sich nach Gl. 60 ein Zahnwinkel der Schnecke im Längsschnitt von

$$\text{tg } \alpha = \frac{\text{tg } \alpha_n}{\cos \beta_m} = 0,292, \quad \alpha = 16^\circ 16'.$$

Aus dem Modul des Normalschnittes nach Gl. 61

$$\left(\frac{t_n}{\pi}\right) = \left(\frac{t}{\pi}\right) \cos \beta_m = 10 \cdot 0,918 = 9,2 \text{ mm}$$

berechnet man die Schneckenhalbmesser

$$\text{außen} \quad r_a = r_m + \left(\frac{t_n}{\pi}\right) = 58 + 9,2 \approx 67 \text{ mm}$$

$$\text{und innen} \quad r_i = r_m - \frac{7}{6} \left(\frac{t_n}{\pi}\right) = 58 - 10,6 \approx 47 \text{ mm.}$$

Die Lückenweite der Schnecke am mittleren Halbmesser r_m ist nach Gl. 62

$$w = \frac{0,5 t - \frac{1}{6} \left[\left(\frac{t}{\pi} \right) - \left(\frac{t_n}{\pi} \right) \right] 2 \operatorname{tg} \alpha_n}{\cos \beta_m} = 16,6 \text{ mm.}$$

Das Verhältnis $\frac{w}{t} = \frac{16,6}{31,75} = 0,52$ entfernt sich nur unbedeutend vom normalen Werte 0,5.

Da die Radzähnezahl unter 36 liegt, wäre eine Profilabrückung nach Gl. 63 vorzunehmen im abgerundeten Betrage von

$$x = \left(\frac{1}{6} - 0,067 \frac{z}{2} \right) \left(\frac{t_n}{\pi} \right) = 2,1 \text{ mm.}$$

Um jedoch zu einem ganzen Maß der Achsenentfernung zu gelangen, wird der unganze Wert des Radhalbmessers R durch eine Vergrößerung der Profilabrückung um 0,4 mm ausgeglichen; es beträgt daher

die Profilabrückung	$x = 2,5 \text{ mm,}$
der Teilkreishalbmesser der Schnecke	$r = r_m + x = 58 + 2,5 = 60,5 \text{ mm}$
und die Achsenentfernung	$a = R + r = 141,5 + 60,5 = 202 \text{ mm.}$

Aus dem Steigungswinkel im Teilriß

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{h}{2 r \pi} = 0,417, \quad \beta = 22^\circ 37'$$

ergibt sich der Wirkungsgrad des Zahneingriffes unter der vorsichtigen Annahme eines Reibungswinkels $\varrho = 3^\circ$ nach Gl. 53 mit

$$\eta = \frac{\operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg}(\beta + \varrho)} = 0,869$$

und durch Einbeziehen der Lagerreibung im Verhältniswert von $\varphi = 0,02$ (nach Gl. 54) der gesamte Wirkungsgrad des Getriebes mit

$$\eta_s = \frac{\eta}{1 + \varphi} = \frac{0,869}{1,02} = 0,852.$$

Der Arbeitsbedarf des Triebes ist daher

$$N_s = \frac{N}{\eta_s} = \frac{26}{0,852} = 30,5 \text{ PS.}$$

Die Schneckenwelle ist nach Gl. 58 in einer Stärke auszuführen von

$$d = \sqrt[3]{3000 \frac{N_s}{n_s}} = \sqrt[3]{3000 \frac{30,5}{750}} \cong 50 \text{ mm.}$$

Für die Nabenstärke der Schnecke verbleibt dann der bereits mit $2 \left(\frac{t}{\pi} \right)$ zu reichende Betrag von

$$r_i - 0,5 d = 47 - 25 = 22 \text{ mm.}$$

Die Kreisbegrenzung der Radzähne erfolgt mit dem Halbmesser

innen $r'_a = r_a + \frac{1}{6} \left(\frac{t_n}{\pi} \right) = 67 + 2 = 69 \text{ mm,}$

außen $r'_i = r_i + \frac{1}{6} \left(\frac{t_n}{\pi} \right) = 47 + 2 = 49 \text{ mm.}$

Die Zahnhöhe über dem Teilrißpunkt C ist nach Gl. 64

$$h = 1,5 \left(\frac{t_n}{\pi} \right) = 13,8 \text{ mm}$$

und der Außenhalbmesser des Rades

$$R_a = R + h = 141,5 + 13,8 \cong 155 \text{ mm.}$$

Die zugehörige Schneckenlänge ist nach Gl. 66

$$L = 4,2 t \cong 130 \text{ mm.}$$

Die Zahnbreite (Gl. 65)

$$b = 2,5 t \cong 78 \text{ mm,}$$

als Sehne am Fußkreis gemessen, bestimmt die radiale Seitenabgrenzung des Radzahnes.

Aus der Zeichnung des Getriebes (Abb. 108) ist der Abschnitt

$$\overline{km} = 61 \text{ mm}$$

zu entnehmen, den Außenkreis R_a des Rades und Kopfgerade der Schnecke auf der mittleren Eingriffsgeraden abschneiden; aus dieser Größe ermittelt man die Eingriffsdauer nach Gl. 67 mit

$$\varepsilon = \frac{\overline{km}}{\cos^2 \beta t \cos \alpha} = 2,4.$$

XIX. Die Konstruktion der Schneckengetriebe.

Schneckengetriebe mit roh gegossenen Zähnen vertragen zufolge der unvollkommenen Zahnaufgabe nur kleine Geschwindigkeiten und einen unterbrochenen Betrieb. Für kleine Kraftäußerungen werden sie aus Gußeisen, für größere aus Stahlguß gefertigt. Rohe Gußeisentreibe laufen bei vorsichtig gesteigerter Belastung so weit ein, daß sie einem ständigen Betriebe gewachsen sind. Bei höheren Geschwindigkeiten und Dauerbetrieb ist eine zufriedenstellende Arbeitsübertragung nur mit bearbeiteten Zähnen möglich; die Schnecke wird geschnitten und poliert und das Rad durch einen Schneckenfräser ausgearbeitet.

Die Getriebeausführung fällt am kleinsten aus, wenn die Schnecke unmittelbar aus dem stählernen Wellenkörper herausgeschnitten wird. Das Anbringen einer besonderen Schnecke, die auf der Welle festgekeilt oder mit eingesetzter Feder befestigt wird, führt zu größeren Getriebeabmessungen, sobald der gleiche Steigungswinkel eingehalten wird. Doch wird die Herstellung erleichtert und mitunter auch der Einbau vereinfacht; weiter erzielt man etwas günstigere Eingriffsverhältnisse als bei der aus dem Vollen geschnittenen Schnecke mit kleinerem Durchmesser.

Um die Schnecke vor einer zu raschen Abnützung zu bewahren, soll ihr Baustoff härter als die Radzähne sein; diesem Verlangen entspricht die Stahlschnecke. Ihre Härtung verlängert die Haltbarkeit; doch steht man vielfach davon ab wegen des Verziehens beim Härten. Besonders unangenehm ist die Längenänderung der gehärteten Schnecke; die dadurch bedingten Ganghöhenfehler verursachen bei längeren Schnecken derartige Eingriffsverschlechterungen, daß der Wirkungsgrad erheblich sinken kann. Die mißliebigen Betriebserfahrungen mit gehärteten Schnecken haben dazu geführt, die Schnecken aus naturhartem Spezialstahl auszuführen.

Stahlguß und Deltametall sind als Baustoff für Radzähne ungeeignet; im Betriebe zeigt sich bald ein Fressen der Zahnflächen. Gußeiserne Räder laufen mit Stahlschnecken bis zu gewissen Belastungsgrenzen zufriedenstellend. Das günstigste

Verhalten zeigen jedoch Radzähne aus Phosphorbronze, die man ungefähr doppelt so hoch belasten kann als gußeiserne Zähne, so daß auch die Getriebeabmessungen wesentlich kleiner ausfallen.

Um an Kosten zu sparen, begnügt man sich allgemein mit dem Aufsetzen eines eigenen Radkranzes aus Phosphorbronze auf den gußeisernen Radkörper. Ein bloß aufgeschobener Kranz wird durch eingepaßte Schraubenbolzen gehalten. Hierbei trägt entweder vorwiegend die Schubfestigkeit der Bolzen, wie in der Ausgestaltung der Abb. 119, oder es wird nebstdem ein Reibungshalt durch Flanschenausbildung der Verbindungsstelle (Abb. 111) bewirkt, was aber einen weniger steifen Armanschluß ergibt. Einen ausgesprochenen Reibungshalt erzielt man durch Aufpressen oder Warmaufziehen des Kranzes auf der zylindrischen Außenfläche des Rades, die entweder durchweg glatt (Abb. 118) oder mit einem kleinen Absatz behufs axialen Anschlages (Abb. 116) ausgestattet ist; zur Sicherung werden kleine Stifte in die Auflagefläche eingeschraubt.

Die Schneckengetriebe sind in bezug auf genaues Einhalten der Achsenentfernung und des Kreuzungswinkels äußerst empfindlich. Die Genauigkeit der Getriebeaufstellung wird gefördert durch die Vereinigung der Lagerungen von Rad- und Schneckenwelle in einem Radgehäuse, dessen geschlossene Ausführung überdies die Gewähr für reichliche Schmierung und staubdichten Abschluß des Getriebes bietet.

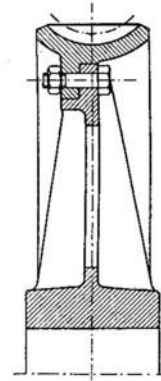


Abb. 111.

Bei horizontaler Achsenlage weisen die Ausführungen über oder unter dem Rade eingebaute Schneckenwellen auf. Ist die Höhenlage nicht durch besondere Erfordernisse des Getriebeanschlusses vorgeschrieben, so empfiehlt es sich, die Schnecke oben anzuordnen. Die Lagerteile der schnelllaufenden Schneckenwelle, die am ehesten dem Schadhafwerden ausgesetzt sind, werden bei einem solchen Einbau leichter zugänglich. Sie können im Betriebe nachgesehen werden, und eine etwaige Auswechslung geht rascher vonstatten. Die Ölzufuhr mag zwar etwas weniger reichlich sein als bei unten liegender Schnecke, doch ist sie auch bei größerer Geschwindigkeit noch zulänglich. Das unten im Ölbad wachsende Rad bringt das Öl zur Eingriffsstelle, wo es von der Schnecke abgeschleudert wird. Beim Herunterrinnen an der Gehäusewand findet es dann Gelegenheit zu einer rascheren Abkühlung.

Bei unterer Einlagerung wird die Schnecke wirksamer gekühlt; die entstehende Wärme wird unmittelbar vom Ölbad aufgenommen und an das Radgehäuse abgegeben. Der Vorteil der reichlicheren Schmierung wird aber dadurch geschmälert, daß etwaiger, aus dem Zahnverschleiß herrührender Schleifstaub wegen der Durchwirbelung des Öles ständig zu den Zahnflächen geführt wird; damit ist die Veranlassung zu größerer Reibung und rascherer Abnutzung gegeben. Um eine besondere Abdichtung gegen das seitliche Herausfließen des Öles aus den Wellenlagern überflüssig zu machen, läßt man den Ölstand gewöhnlich nur bis zur Schneckenwelle heranreichen. Eine ausgiebigere Auffüllung des Öltroges etwa bis zur Höhe der Radzähne erfordert eine stopfbüchsenartige Abdichtung an der Austrittsstelle der Welle (Abb. 112).

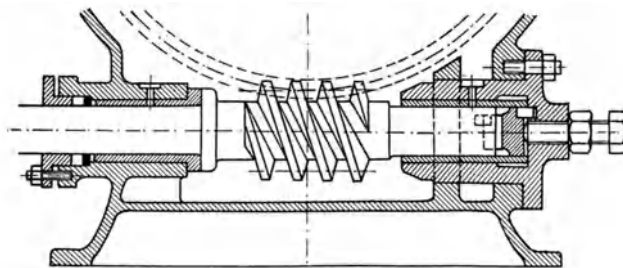


Abb. 112.

Bei hohen Umfangsgeschwindigkeiten wird nämlich das Öl in der Laufrichtung abgedrängt, so daß eine größere Eintauchtiefe der Schnecke von Nutzen ist.

Auf der höchsten Stelle des Gehäuses wird eine mit einem Deckel verschließbare Öffnung freigehalten, durch die das Getriebe beobachtet und das Öl eingegossen werden kann. Am Gehäuseboden ist eine Entleerungsöffnung, die mit einem eingeschraubten Pfropfen abgedichtet wird, so anzubringen, daß auch der Bodensatz zur Gänze auslaufen kann.

Gewöhnliches Maschinenöl ist zur Schmierung der Schneckengetriebe unzureichend; es zeigt sich ein merkbarer Verschleiß. Günstigere Ergebnisse erzielt man mit zähflüssigem Zylinderöl, dem mitunter Zusätze von Graphit, ungesalzenem Schweinefett u. dgl. beigemischt werden. Eine Temperaturmessung des Ölbad während des Laufes bietet den besten Anhaltspunkt für die Beurteilung des Wertes eines Schmiermaterials. Die Ölfüllung ist bei Dauerbetrieb ungefähr jede Woche und bei unterbrochenem Betrieb jeden Monat zu erneuern.

Die Schmierung der Getriebezähne und aller Lagerflächen kann gemeinsam aus der Ölfüllung des Troges besorgt werden; eine derartige Anordnung zeigt Abb. 118. Das von der Schnecke abgeschleuderte Öl gerät zum Teil auf die Mittelrippe des Deckels und läuft längs der Rippe den Einführungsstellen in die Schneckenwellenlager zu. Andererseits wird das an den Seitenwänden des Gehäuses herunterfließende Öl durch eigene Kanäle in die Radwellenlager geleitet. Aus den Lagern tropft das Öl wieder in den Behälter ab.

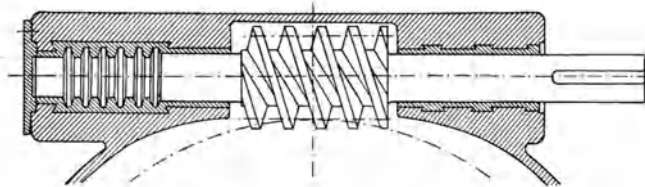


Abb. 113. Ausführung der A. G. Lauchhammer.

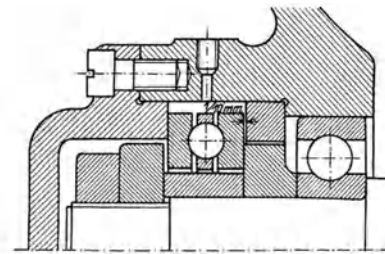


Abb. 114. Ausführung der Kugelfabrik Fischer in Schweinfurt.

Der Umstand jedoch, daß das Getriebeöl durch den Zahnverschleiß verunreinigt wird, läßt es ratsam erscheinen, die Schmierung der empfindlicheren Lager unabhängig vom Ölbad einzurichten. Die Lager der Schneckenwelle erhalten dann eine Ringschmierung im abgesonderten Ölraum (Abb. 119), der durch eigene Öffnungen gefüllt und entleert wird; bei großen Ausführungen und hoher Umlaufzahl wird auch Druckschmierung (Abb. 120) angewendet. Für die Lager der verhältnismäßig langsam laufenden Radwelle genügt die Ölung durch aufgesetzte Schmierbüchsen.

Um Ölverluste hintanzuhalten, soll das an den Stirnseiten der Lager austretende Öl durch entsprechende Vorkehrungen dem Ölbehälter wieder zugeführt werden (Abb. 118); etwaige in die Welle eingedrehte Spritzgrate unterstützen dabei die Absonderung des Öles von der Welle (Abb. 116).

Gering beanspruchte Radwellen läßt man unmittelbar in gußeisernen Lageraugen (Abb. 118) laufen. Bei Voraussicht einer fühlbaren Abnutzung sind jedoch die Radwellenlager mit Weißmetall auszugießen (Abb. 117), auszubüchsen (Abb. 115) oder bei geteilter Ausführung mit Lagerschalen (Abb. 120) auszustatten.

Wegen der Gefahr des Schiefziehens ist das Schneckenrad nicht aufzukeilen, sondern auf sorgfältig aufgepaßter Feder aufzuschieben. Die Radnabe läßt man beiderseits an den Stirnflächen der Lageraugen oder der Schalenbunde aufsitzen, wodurch in einfachster Weise die Abstützung des Axialdruckes erfolgt, den der

senkrecht zur Schneckensteigung gerichtete Zahndruck auf das Rad ausübt. Erforderlich ist ein genaues Einpassen der Radnabe in den seitlichen Lagerauflagen; es muß die Mittelebene des Rades genau mit der Schneckenachse zusammenfallen.

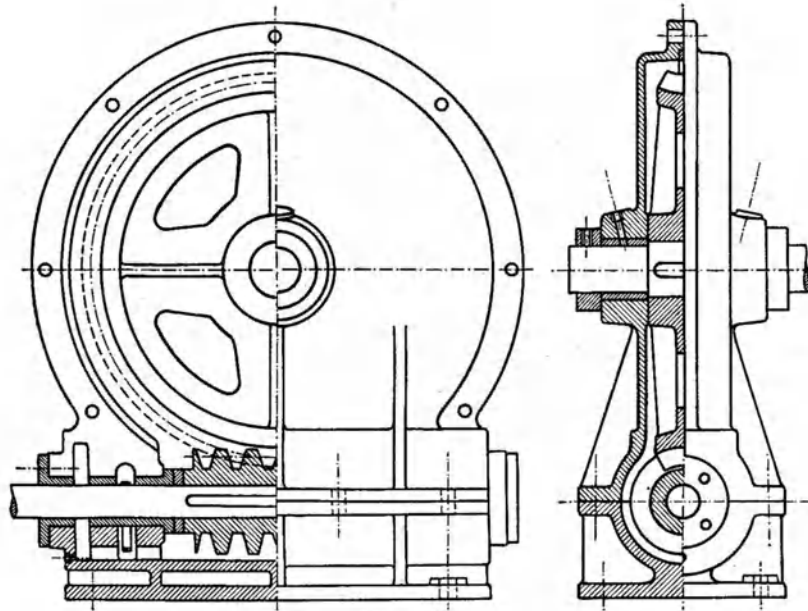


Abb. 115.

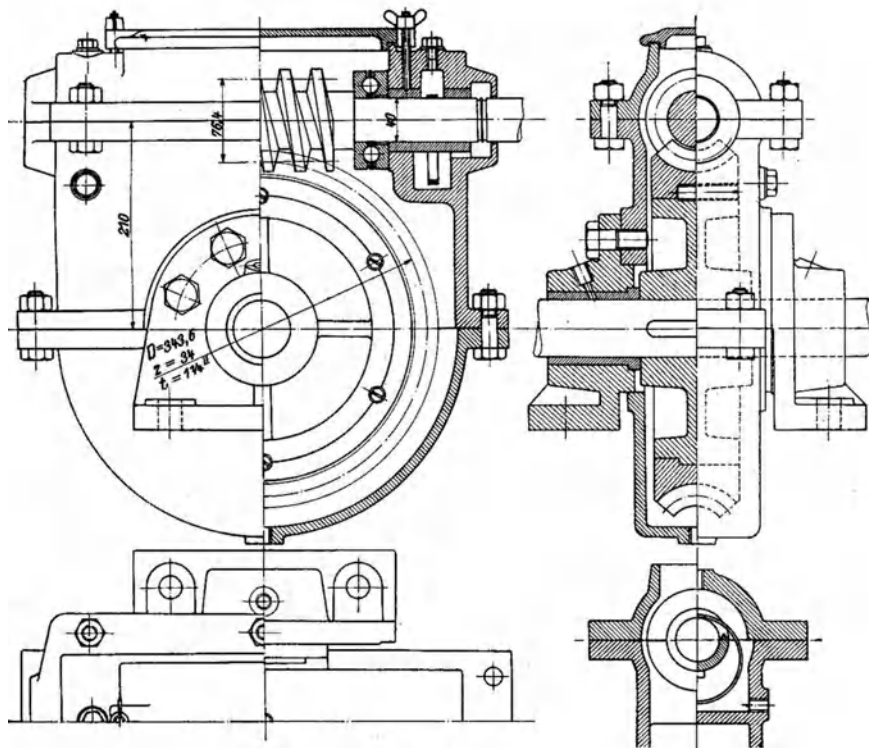


Abb. 116.

Erleichtert wird das Einpassen durch die Anordnung eigener Lagerbrillen (Abb. 116, 121), die seitlich in das Gehäuse eingeschoben und mit Flanschen befestigt werden. Die Umständlichkeit des Einpassens kann man durch einstellbare Lagerschalen um-

gehen (Abb. 120). Eine Stellmutter, axial gehalten in einer Ringnut und gesichert durch eine Gegenmutter, ermöglicht das Heranschieben der Schale an die Radnabe.

Ein erheblicher Axialdruck in der Größe der übertragenen Umfangskraft macht sich in der Schnecke geltend. Der Richtungswechsel des Druckes bei einer Umkehrung des Drehsinnes erfordert eine doppelte Abstützung; dreht jedoch die Schnecke beständig nur in einer Richtung, so genügt es, die unbenützte Auflage in unvoll-

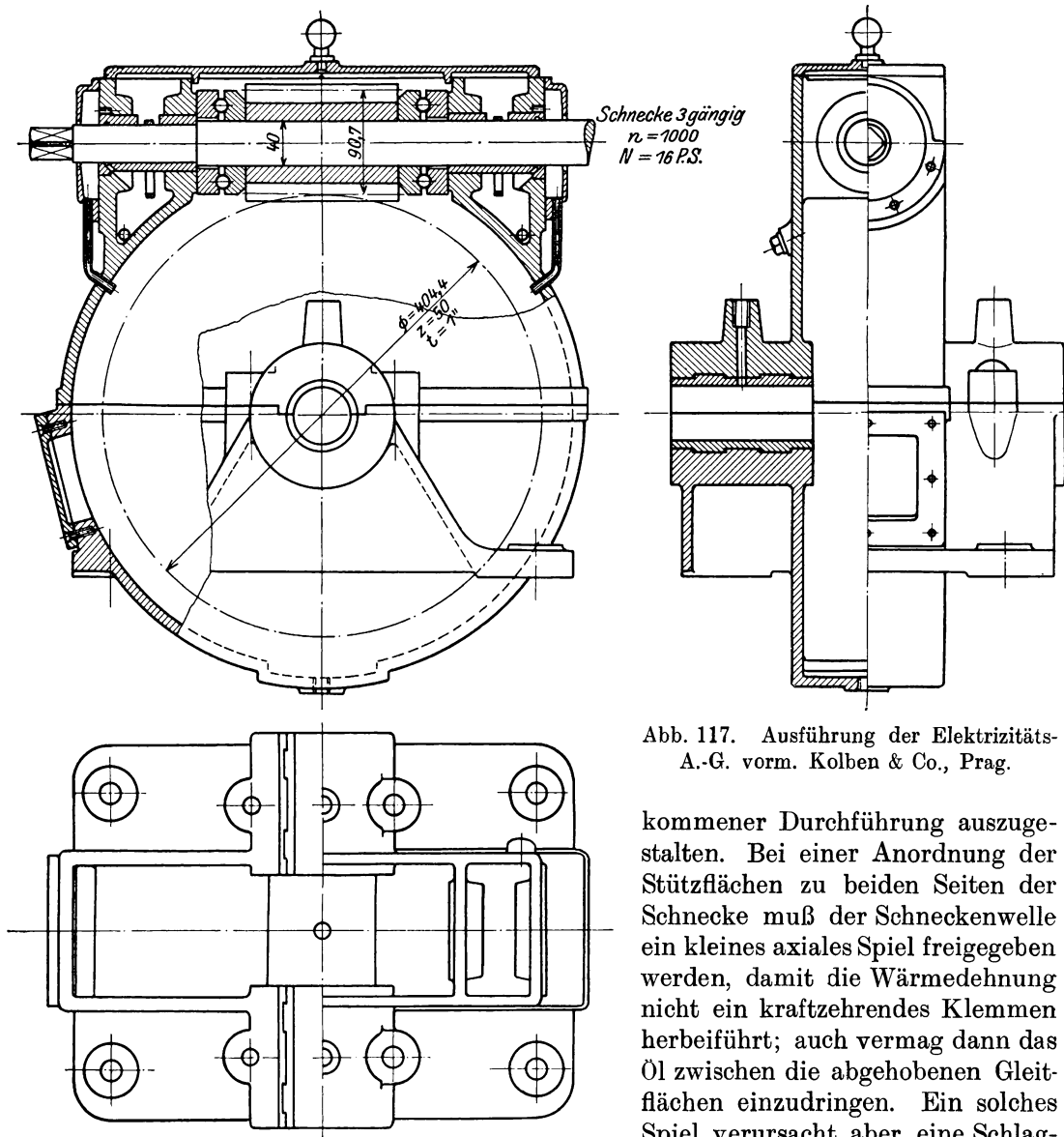


Abb. 117. Ausführung der Elektrizitäts-A.-G. vorm. Kolben & Co., Prag.

kommener Durchführung auszugestalten. Bei einer Anordnung der Stützflächen zu beiden Seiten der Schnecke muß der Schneckenwelle ein kleines axiales Spiel freigegeben werden, damit die Wärmedehnung nicht ein kraftzehrendes Klemmen herbeiführt; auch vermag dann das Öl zwischen die abgehobenen Gleitflächen einzudringen. Ein solches Spiel verursacht aber eine Schlagwirkung bei jähem Druckwechsel;

andererseits kann bei einer axial stellbaren Abstützungskonstruktion durch ein unvorsichtiges Anspannen das Spiel beseitigt und dadurch ein Warmlaufen veranlaßt werden. Aus diesen Gründen ist es vorteilhafter, die Auflagen für beide Druckrichtungen in einem einzigen Stützlager unterzubringen.

Für einseitige Abstützung genügt die Anordnung eines einfachen Spurzapfens (Abb. 112). Eine gehärtete Stahllinse wird in das Wellenende eingesteckt und läuft auf einer gleichfalls gehärteten Spurscheibe, die durch einen Stift gegen

Drehung gesichert ist. Behufs genauer Einstellung kann man die Spurscheibe auf einer Stellschraube aufliegen lassen. Diese Lagerungseinzelheiten werden samt der Halslagerbüchse in einem aufgeschraubten Spurzapfentopfe untergebracht, der die zum Einbringen der Schnecke benötigte zylindrische Öffnung verschließt. Die Abstützung nach der Gegenrichtung verlegt man in einen Wellenbund, der auf der Stirnfläche des zweiten Halslagers aufsitzt.

Für mäßige Anforderungen ist bei vollen Schnecken eine bloße Wellenbundaufgabe auf beiden Lagerseiten ausreichend. Aufgesetzte Schnecken läßt man in einem solchen Falle an der Nabe unmittelbar oder unter Einlage eines losen Ringes (Abb. 115) aufliegen, um sie nicht auf der Welle axial festmachen zu müssen.

Für Dauerlauf sind größere Auflagsflächen in axialer Richtung erforderlich, wie sie durch die Ausgestaltung eines Kammlagers erreicht werden können, das

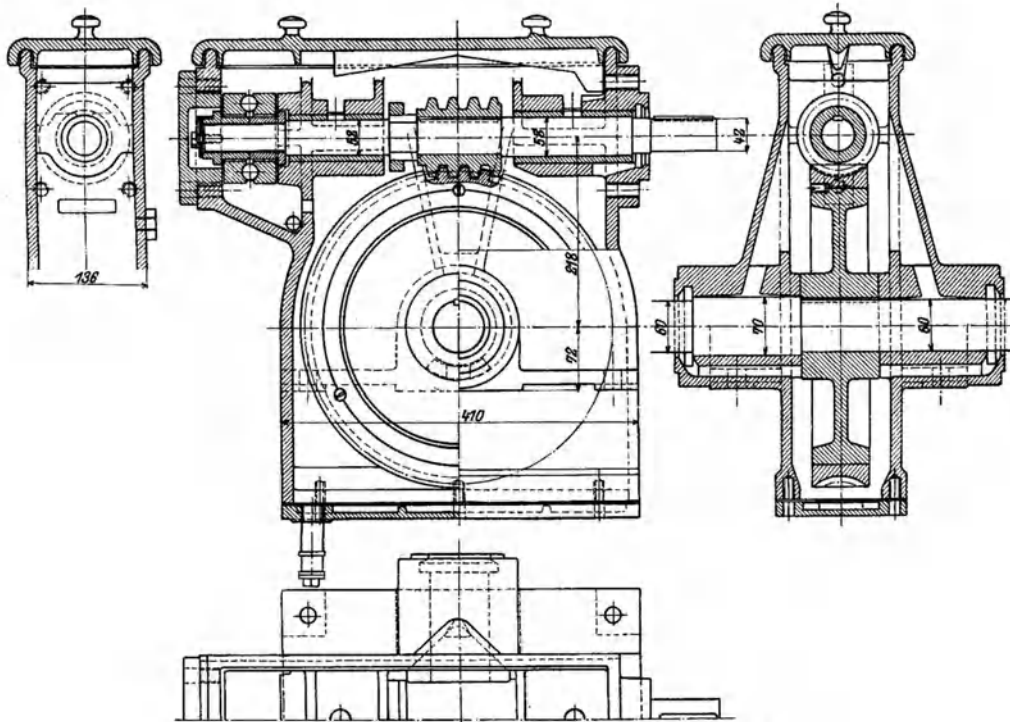


Abb. 118. Ausführung der Maschinenfabrik Oerlikon.

nebstdem noch den Vorteil bietet, an einer Stelle den Halt für beide Drehrichtungen zu geben. Eine Anzahl von Wellenkämmen wird in einer eingesetzten Rotgußlagerschale laufen gelassen; durch ein sorgfältiges Einschleifen muß man vorher eine gleichmäßige Auflage in allen Ringflächen zu erreichen trachten. Einfacher ist die Einbettung der Kämme in einem Weißmetallausguß des Gehäuses; Abb. 113 zeigt eine solche Ausführung, herrührend von der A.-G. Lauchhammer¹⁾. Die Kämme sind schwach konisch gehalten, und das Ausgießen der Lagerfläche erfolgt unter Einlage einer Lehre, so daß eine weitere Bearbeitung entfällt. Eine Ausführung von C. Flohr, Berlin, ist in Abb. 124 enthalten; zum Eingießen des Weißmetalls dienen Längsrinnen, die in der Zeichnung den querschnittsfreien Stellen entsprechen. Das Kammlager wird mit Schrauben seitlich am Gehäuse befestigt und von einer mit Öl gefüllten Kappe umschlossen. Das Öl gelangt

¹⁾ Siehe Frölich: „Maschinelle Einrichtungen für das Eisenhüttenwesen“. Z. V. d. I. 1906, S. 1856.

durch eine axiale Anbohrung der Welle zu den radialen Ausläufen der einzelnen Schmierstellen.

Die Abstützung der Axialkraft auf Gleitflächen ist bei größeren Geschwindigkeiten immer eine heikle Sache; die ungünstigen Schmierverhältnisse aller Stützapfenausbildungen bedingen nicht nur erheblichere Reibungsverluste, sondern führen auch leicht zum Warmlaufen. Die große Empfindlichkeit der Kammlager ist hinlänglich bekannt. Man benützt deshalb heute überwiegend Kugelstützlager, die die Gewähr für wesentlich kleinere Reibungsverluste und einen betriebssicheren Gang bieten.

Die Verwendung von Kugelstützlager, die nur einseitigen Druck aufzunehmen vermögen, ist insofern einfach, als sie keine besondere konstruktive Entwicklung im Radgehäuse notwendig macht. Die Stützringe werden zu beiden Seiten

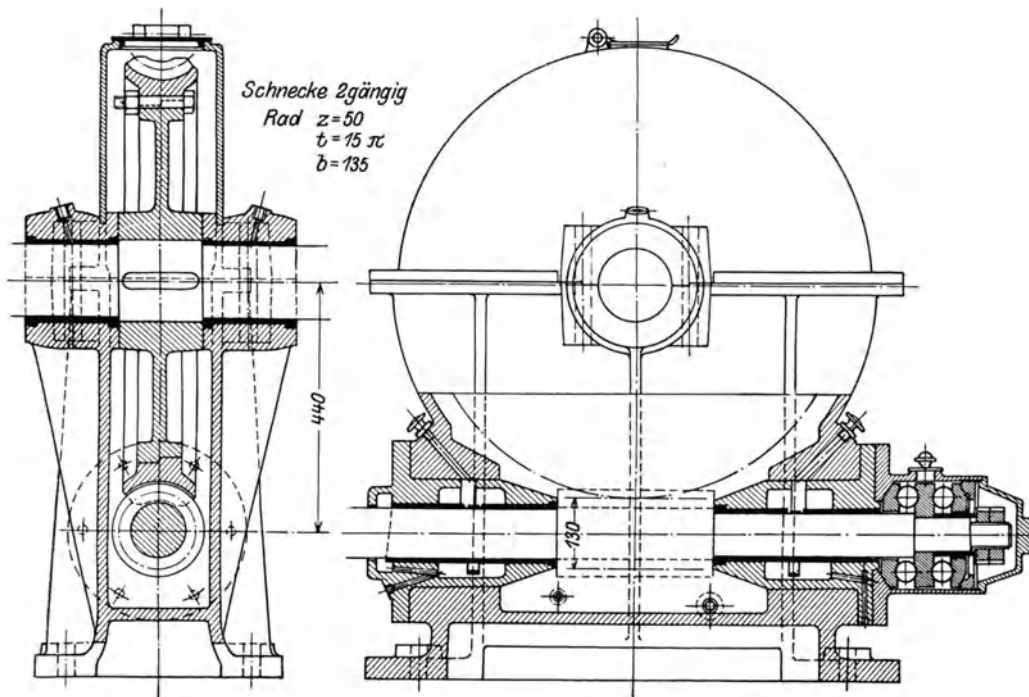


Abb. 119. Ausführung der Zahnradfabrik Augsburg, vorm. J. Renk, für Dauerbetrieb $N = 40$ PS, $n = 510$.

zwischen Lager und Wellenbund bei voller Schnecke (Abb. 116) oder zwischen Lager und Schneckenabe bei aufgesetzter Schnecke (Abb. 117) eingelegt. Die Notwendigkeit, dem ruhenden Stützringe ein radiales Spiel zu belassen, führt zu einer unliebsamen Erscheinung. Die Wärmedehnung erfordert ein axiales Spiel der Schnecke in etwas reichlicherem Maße wegen der größeren Entfernung der Stützstellen. Tritt nun ein Druckwechsel auf, so verschiebt sich die Schnecke und es rutscht der entlastete Stützring hinunter. Bei jedem Anlauf des Getriebes muß daher der ruhende Stützring erst durch die Wirkung des Zahndruckes sich von neuem in die richtige Lage einstellen.

Dieses nachteilige Verhalten, das der Einbau von zwei getrennten Kugellagern mit sich bringt, wird behoben durch die Anordnung eines doppelseitigen Kugelstützlagers, dem auch der früher angeführte Vorteil des in einer Stelle vereinigten Wellenhaltes zugute kommt. Eine leichte Zugänglichkeit wird dem gemeinsamen Kugellager dadurch gewahrt, daß man es als selbständigen Kon-

struktions teil an der Außenseite eines Halslagers anbringt. Das Kugellager liegt dann abgesondert vom Getrieberaum; es läßt sich daher das Getriebeschmieröl, das stets mehr oder minder mit abgeriebenen Zahnteilchen durchsetzt ist, von den

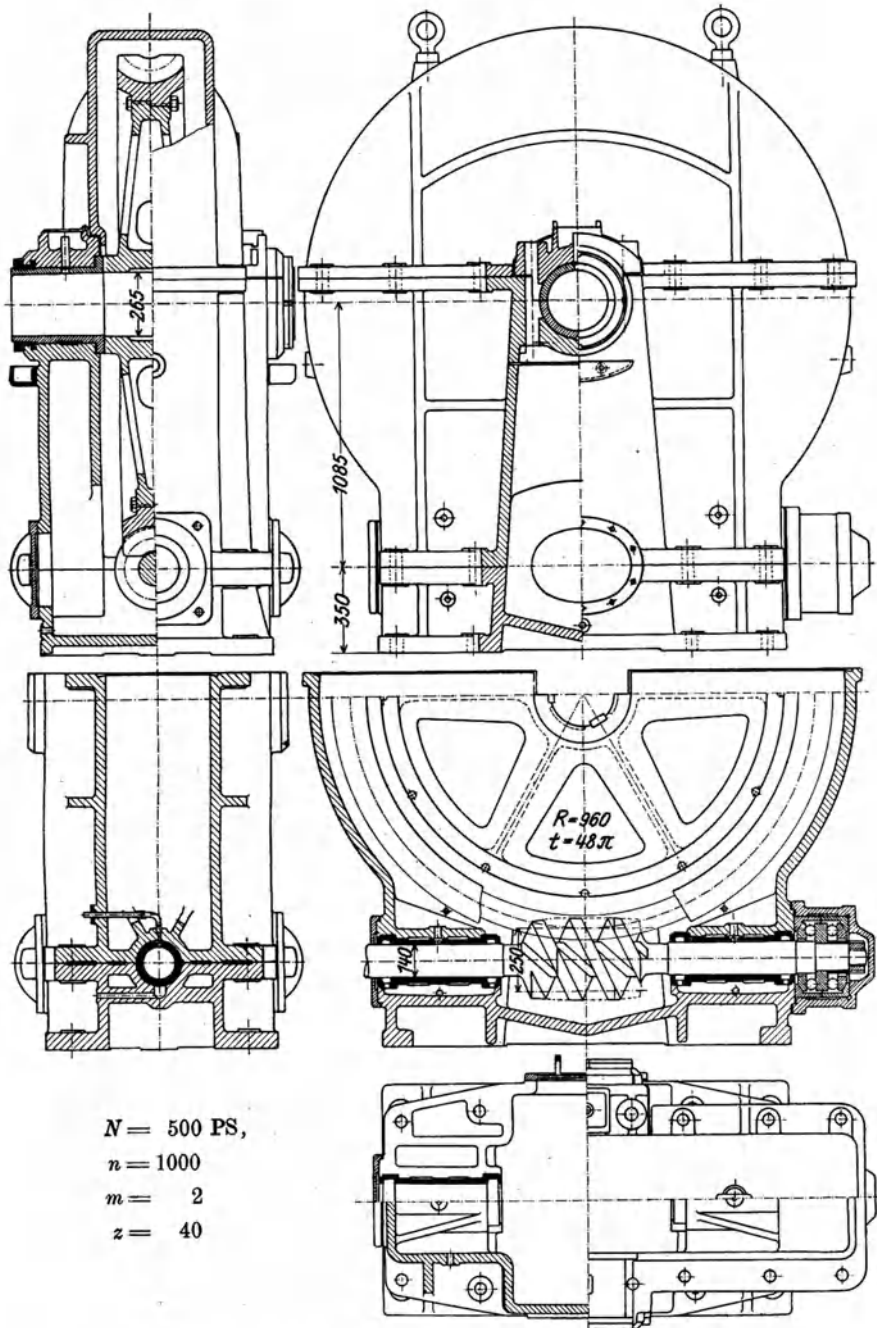


Abb. 120. Schneckenantrieb eines Wellrohrwalzwerkes,
Ausführung der Zahnradfabrik Otto Gruson & Co., Magdeburg-Buckau.

empfindlichen Kugellagern fernhalten, welcher Umstand insbesondere beim Einlaufen des Getriebes von Bedeutung ist. Andererseits ist eine Beschädigung des Getriebes durch zufälliges Einführen zerstörter Kugelteile ausgeschlossen.

*Einzelkonstruktion. Heft 5. 2. Aufl.

Aufgesetzte Schnecken müssen auf irgendeine Art auch axial festgemacht werden, sobald das Stützlager nach außen verlegt wird. Eine leicht lösbare Befestigung (Abb. 118) führt die Maschinenfabrik Oerlikon aus. Die Schneckennabe stößt auf der einen Seite an einem Wellenabsatz an; auf der anderen Seite stützt sie sich gegen einen zweiteiligen Ring, der in einer Welleneinschnürung eingelegt und mit einem auf schwach konischer Fläche aufgestreiften Schlußringe zusammengehalten wird.

Am günstigsten verhalten sich jene doppelseitigen Stützlager, die zwei Kugelsätze besitzen. Allgemein üblich ist es, den Laufring durch aufgeschraubte Muttern an einem Wellenabsatze festzuhalten und zwei Stützringe zu beiden Seiten einzulegen (Abb. 119). Die umgekehrte Anordnung (Abb. 121), ein mittlerer Stütz-

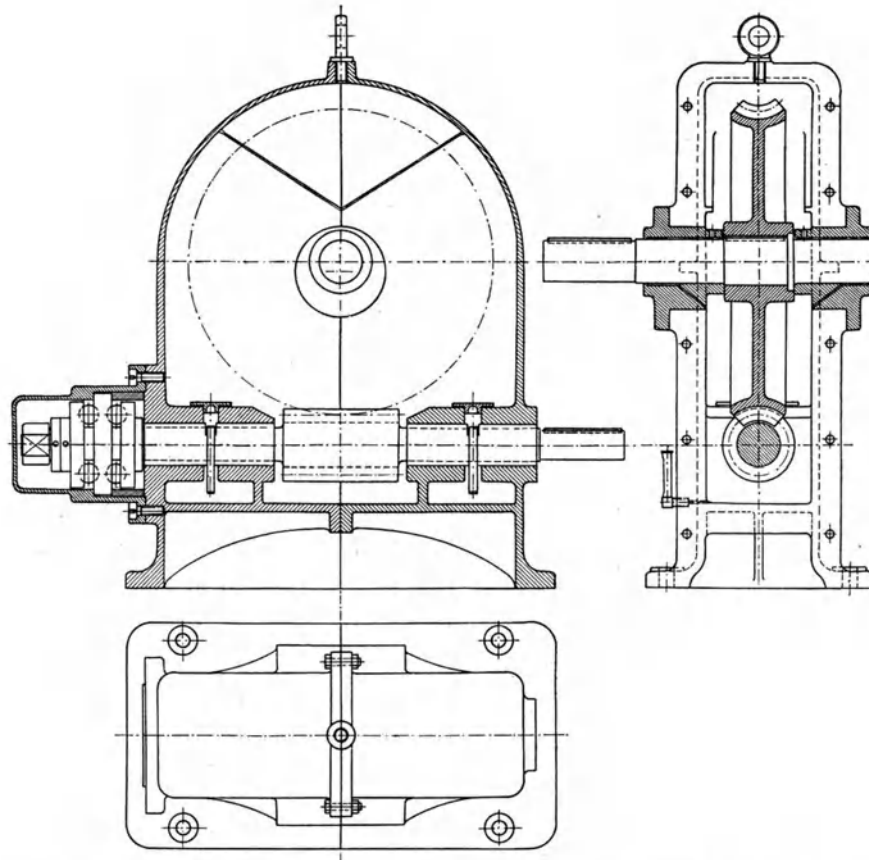


Abb 121. Ausführung von F. Stolzenberg & Co., Berlin-Reinickendorf.

ring und zwei seitliche Laufringe, ist wenig gebräuchlich. Die Stützringe werden gewöhnlich in ein eigenes Gehäuse eingesetzt, das mit einer zentrierten Flanschenaufgabe auf den Radkasten angeschraubt wird. Bei einer Auflage des inneren Stützringes am Radkasten ist es möglich, durch Abnehmen des Gehäuses das ganze Stützlager freizulegen (wie etwa in Abb. 121). Läßt man jedoch den inneren Stützring im Gehäuse aufrufen, so kann man nach Entfernen eines Deckels und Lösen der Wellenmutter das Gehäuse samt dem ganzen Ringsatze von der Welle abziehen (Abb. 119). Beim Einlegen der Stützringe in einen engen Hals, der am Radkasten angegossen wird, leidet die Zugänglichkeit. Um jedes überflüssige Spiel beheben zu können, wird die Auflage des einen Stützringes stellbar eingerichtet; ein Beispiel bietet die Ausführung in Abb. 119, bei der ein eingeschraubter Deckring die genaue Einstellung ermöglicht. Allerdings bringen solche Einstell-

vorrichtungen auch einen Nachteil; bei einem zu scharfen Anziehen läuft das Lager heiß. Aus diesem Grunde wird mitunter von der Ausführung einer Nachstellung abgesehen.

Einfacher aber weniger vollkommen ist die Anordnung eines einzigen Kugelsatzes für beide Druckrichtungen (Abb. 114 u. 118). Beiden Kugelringen muß dann gleichzeitig ein leichtes radiales und axiales Spiel freigegeben werden, weil die jeweilige Funktion jedes Ringes als Lauf- oder Stützring mit der Druckrichtung wechselt.

Kugeltraglager als Ersatz für die Halslager der Schneckenwelle haben bisher wenig Eingang gefunden. Die Reibungsverluste werden zwar etwas herabgesetzt, doch rücken die nur schmalen Abstützungsstellen aus konstruktiven Rücksichten weiter von der Schnecke weg, so daß die Welle eine größere Durchbiegung erleidet und dadurch der Zahneingriff mehr beeinträchtigt wird. Der innere Ring des Kugeltraglagers (Abb. 114) wird durch eine Mutter auf einem Wellenabsatz festgespannt. Der äußere Ring muß in der zylindrischen Außenauflage axial frei beweglich sein, damit er sich bei einer Wärmedehnung der im Stützlager festgehaltenen Welle ungehindert verschieben kann. Wegen dieser Verschiebung müssen die Kugeln scharf in die Ringe eingepaßt werden.

An Bearbeitungskosten spart man bei der Ausführung eines ungeteilten Radgehäuses mit angegossenen Lageraugen (Abb. 118); für das Einbringen des Rades wird das Gehäuse unten offen ausgebildet und mit einem aufgeschraubten Boden öldicht geschlossen. Die Radwelle wird mit eingelegter Feder seitlich durch die erweiterte Lagerbohrung eingeschoben. Ein gleiches axiales Einführen der Schneckenwelle wird durch die Anordnung einer aufgesetzten Schnecke ermöglicht.

Einen ungeteilten Getriebekasten für eine stehende Radwelle zeigt Abb. 122. Unvorteilhaft ist hier die große Lagerentfernung, die das Einbringen des Rades erfordert. Für die Axialabstützung der Schnecke müssen eigene Distanzringe auf die Welle aufgestreift werden. Das Radgehäuse ist auf einen Ständer aufgegossen, dessen Fensteröffnungen den Zutritt zur Stellschraube der Spurlinse freigeben.

Das axiale Einschieben der Schneckenwellen mit eingeschnittener Schnecke wird durch eine entsprechend große, zylindrische Seitenöffnung ermöglicht, die mit einem außen aufgeschraubten Lagereinsatz ausgefüllt wird (Abb. 119).

Wird jedoch eine axiale Einführung der Wellen nicht in Aussicht genommen, so muß das Gehäuse geteilt werden. Eine Teilung in vertikaler Ebene gestattet das Einlegen der beiden Getriebeteile. Die Teilung kann auf Schneckenmitte (Abb. 121) oder auf Radmitte (Abb. 130) erfolgen; im letzteren Falle kann man die vertikale Teilung auch bloß auf den Gehäuseteil des Rades beschränken (Abb. 115). Eine vertikale Teilung ist aber wenig beliebt, da das Einlegen der Wellen in horizontaler Richtung unangenehm ist. Wegen der Gewichtswirkung ist eine horizontale Teilung vorteilhafter; ihre konstruktive Durchführung für die Radwelle zeigt Abb. 117, für die Schneckenwelle Abb. 116.

Bei untenliegender Schnecke läßt man das Gehäuse gewöhnlich auf einer unteren Fußplatte aufruhend (Abb. 119); bei obenliegender Schnecke werden aus den Lageraugen der Radwelle eigene Tragfüße entwickelt (Abb. 117). Die mit Tragfuß ausgestatteten Lagereinsätze in Abb. 116 verfolgen den Zweck, die Modellherstellung für verschiedene Bauhöhen zu vereinfachen.

Im gleichen Gehäuse läßt sich eine größere Zahl von Getrieben mit verschiedenen Übersetzungen einbauen. Eine Änderung der Übersetzung ist durch eine Änderung der Schneckengangzahl und der Teilung zu erzielen; kleine Abänderungen der Teilrißhalbmesser ermöglichen dann ein genaues Einhalten der gleichen Achsenentfernung. Wegen der geänderten Schneckensteigung haben aber die einzelnen Getriebe einen verschiedenen hohen Wirkungsgrad. Diese Änderungsmöglichkeit nützen die Spezialfabriken aus, um mit einer geringen

Zahl von Modellen das Auslangen zu finden. So verwendet z. B. die Maschinenfabrik Oerlikon die in Abb. 118 dargestellten Gehäusegröße für 25 verschiedene

Übersetzungen in Abstufungen von 1:59 bis 1:6,6; die Wirkungsgrade liegen innerhalb 60 v. H. bis 90 v. H.

Die Maschinenfabrik Carl Flohr, Berlin, schneidet die Schneckengänge (Abb. 123) in die Welle ein (D. R. P. 135 434). Der dadurch stark verschwächte Wellenquerschnitt reicht gerade für die Torsionsanstrengung aus. Um jedwede Biegungsbeanspruchung fernzuhalten, wird die Schneckenwelle einschließlich des Gewindeteiles in eine lange, mit Weißmetall ausgegossene Lagerhülse eingebettet, in die das Rad durch eine entsprechend große Öffnung eintritt. Der radiale Druck wird somit unmittelbar in der Gewindaufgabe abgestützt; in diesem Umstande liegt der Nachteil der Konstruktion, die den Zweck verfolgt, möglichst kleine Getriebeabmessungen zu schaffen. Ungünstige Eingriffsverhältnisse sind dabei allerdings nicht zu umgehen.

Ordnet man auf einer Welle zwei Schnecken mit links- und rechtsgängigem Gewinde an (Abbildung 125), und kuppelt man die Wellen der eingreifenden Schneckenräder zwangläufig miteinander, so verschwindet der Axialdruck in der Schneckenwelle. Ein Stützlager hat dann zu entfallen, denn es würde die Ausgleichung des Axialdruckes vereiteln. Die Schneckenwelle muß nämlich axiales Spiel besitzen, um sich derart einstellen zu können, daß die beiden Schnecken auf den Radzähnen mit gleicher Druckwirkung aufliegen. In einfachster Weise wird die Kupplung der beiden Radwellen durch unmittelbaren Eingriff der Schneckenräder erreicht. Für eine solche

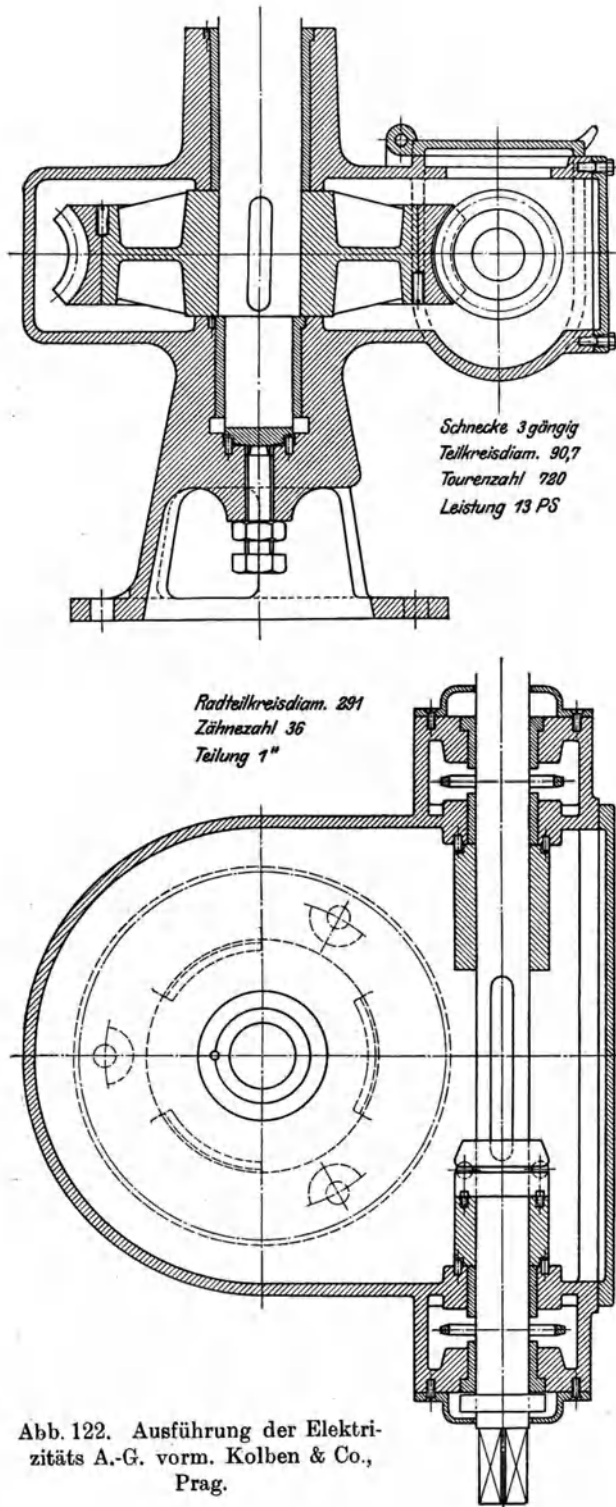


Abb. 122. Ausführung der Elektrizitäts A.-G. vorm. Kolben & Co., Prag.

Betätigung können aber die Räder nur als Schraubenräder ausgeführt werden, wodurch die Zahnaufgabe im Schneckeneingriff unzureichend und damit die ganze

Anordnung unvollkommen wird. Unvergleichlich besser ist die Verwendung von zwei eigenen Stirnrädern für die Verbindung der beiden Radwellen. Beim Einbau aller Getriebeteile in einen gemeinsamen Kasten wird der Schneckenradkranz seitlich auf das Stirnrad aufgeschraubt; symmetrisch wird die Anordnung, wenn das in der Kranzbreite geteilte Stirnrad zu beiden Seiten des Schneckenradkranzes aufgesetzt wird¹⁾.

Beide Radwellen können den von den Schneckenrädern empfangenen Arbeitsteil selbständig an zwei voneinander unabhängige Verbrauchsstellen abgeben. Es kann aber auch die gesamte Arbeit nur von einer Welle weiter geleitet werden; diese Welle erhält dann die eine Hälfte der Arbeit vom aufgekeilten Schneckenrade, während die andere Hälfte des zweiten Schneckentriebes durch die Vermittlung des Stirnräderpaares zugeführt wird. Eine solche Getriebeübersetzung mit

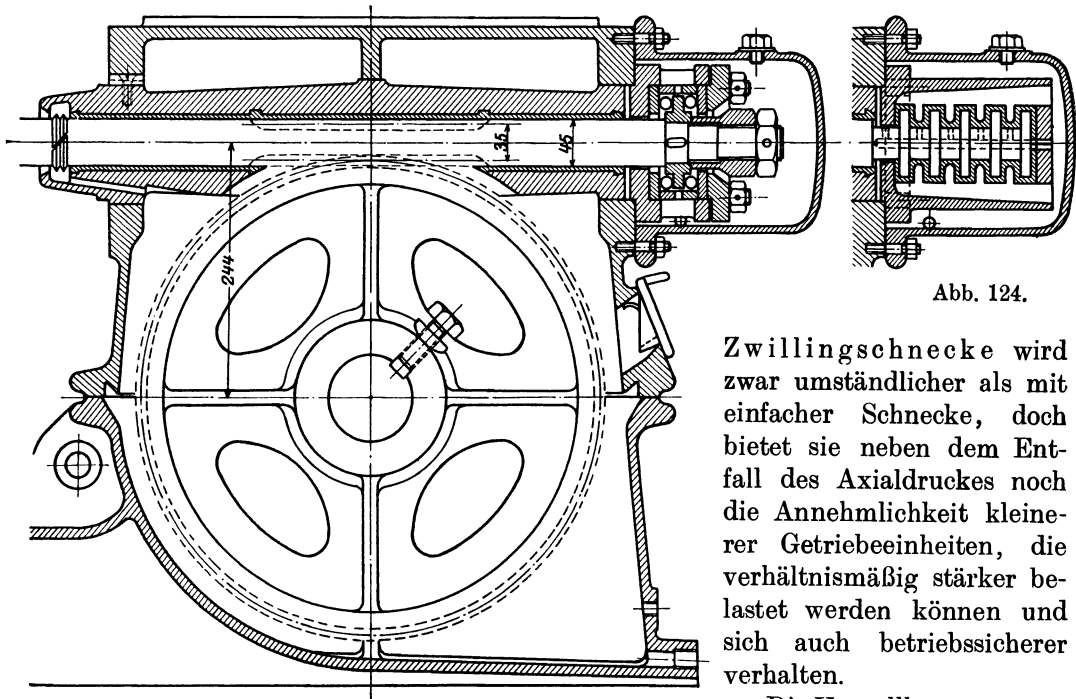


Abb. 123. Ausführung der Maschinenfabrik Carl Flohr, Berlin.

Zwillingschnecke wird zwar umständlicher als mit einfacher Schnecke, doch bietet sie neben dem Entfall des Axialdruckes noch die Annehmlichkeit kleinerer Getriebeeinheiten, die verhältnismäßig stärker belastet werden können und sich auch betriebssicherer verhalten.

Schneckengetrieben zu günstigeren Wirkungsgraden verholfen, so daß sie den mehrfachen Stirnradübersetzungen in wirtschaftlicher Beziehung nur unbedeutend nachstehen. Diesem Umstande im Verein mit mannigfachen Vorzügen baulicher und betriebstechnischer Natur verdanken die Schneckengetriebe ihre heutige ausgiebige Benützung bei Übertragungen mit größerer Geschwindigkeitsminderung. Gegenüber den schwerfälligen und lärmenden Stirnrädervorgelegen bieten sie die Vorteile eines geringeren Raumbedarfes und eines geräuschlosen Ganges. Zahnbrüche sind nicht zu befürchten; bei knappen Abmessungen können jedoch zufällige Verschlechterungen im Schmierzustande und Überlastungen leicht den Anstoß zu einem Warmlaufen geben.

Sehr beliebt sind die Schneckengetriebe als Übersetzungsglied beim elektrischen Antriebe von Hebezeugen, Werkzeugmaschinen u. dgl. Bei derartigen Anwendungen, insbesondere wenn nur geringe Leistungen und unterbrochener Betrieb vorliegen,

¹⁾ Siehe American Machinist, November 1896: „The Sprague wormgeared electric elevators“.

handelt es sich weniger um einen besonders günstigen Wirkungsgrad, als vielmehr um Einfachheit und möglichst gedrängte Anordnung des Antriebes. Die Wahl größerer Übersetzungen setzt dabei noch die Anschaffungskosten herab, weil man dann rascher laufende Motoren mit geringerem Gewichte einbauen kann.

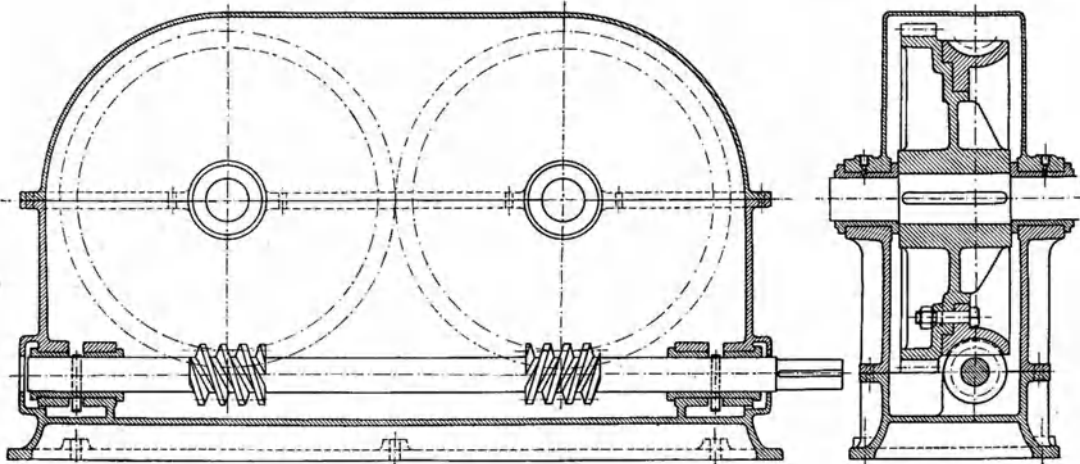


Abb. 125. Zwillingschneckengetriebe.

XX. Globoidschneckengetriebe.

Der Längsschnitt einer Globoidschnecke (Abb. 127) zeigt eine zum Radmittelpunkte konzentrisch angeordnete Profilierung, die der Einfachheit halber in geraden Linien gehalten wird. Das Ausschneiden der Schneckenfläche erfolgt durch einen Stichel, dessen Schneidkante in der Radmittelebene eine Drehung um die Radachse ausführt, während gleichzeitig die Schnecke im Übersetzungsverhältnis des Triebes angetrieben wird. Auf der einen Schneckenseite nimmt der Schneidstahl in der Entfernung x eine senkrecht zur Schneckenachse stehende Stellung ein; bis zu dieser Lage bleibt die Schneckenfläche konvex, darüber hinaus wird sie konkav. Die Fläche zeigt daher zu beiden Seiten der Schneckenmitte einen ungleichen Verlauf; auf der erhabenen Seite besteht durchwegs konvexe Flächenentwicklung, auf der hohlen Seite stellt sich in der Entfernung x eine konkave Gestaltung ein. Die Globoidschneckenfläche weist eine veränderliche Steigung auf; die größeren Schnecken-durchmesser an den Seiten bewirken, daß die Steigung von der Mitte weg abnimmt.

Da die Bewegung der Stichelschneide mit der Raddrehung übereinstimmt, so fällt die Zahnform des Rades im Mittelschnitte mit der Schneckenprofilierung zusammen. Beim Durchgang durch das Schneckengebiet verbleibt das Mittelprofil der Radzähne beständig in Auflage auf voller Zahnhöhe. Die einzelnen Profillagen stellen daher die Eingriffslinien vor, die Radmittelebene ist die Eingriffsfläche des Getriebes. Damit ist die Möglichkeit einer Zahnauflage in tangentialer Flächenberührung außerhalb der Radmittelebene ausgeschlossen. In den Radseiten können nur noch Auflagen der äußeren Schneckenkanten vorkommen; diese Art der Einwirkung ist aber wegen der schabenden Wirkung unerwünscht. So bestechend also das Eingriffsbild des Mittelschnittes aussieht so unvollkommen gestaltet sich die Eingriffsbetätigung in den seitlichen Radteilen.

Das Verhalten der Zahnprofile außerhalb der Radmitte erhellt aus einem schrägen Seitenschnitte O_1C' (Abb. 126), dessen Ebene durch die Schneckenachse gelegt wird. Das Zurückführen des Eingriffes in einer solchen Ebene auf die Stirnradverzahnung in der Art, wie sie bei den zylindrischen Schnecken gehand-

habt wird, ist zwar nur ein angenäherter Behelf, der aber für das Bloßstellen der wesentlichen Fehler dieser Getriebeausführung hinreicht.

Der in Abb. 128 nur im Umriß eingezeichnete Schnitt O_1C' der Schnecke stimmt mit dem Mittelschnitte überein; die Bewegung des Schneckenprofils entspricht daher der Drehung um einen Mittelpunkt, der von O_1 um den Betrag der Achsendistanz $(r + R)$ absteht. Für die Raddrehung besteht ein anderer Mittelpunkt; es ist dies der Durchstoßpunkt der Radachse in der Schnittebene, der von O_1 in der Länge O_1O_2' entfernt ist. Die Drehungen der Schnecken- und Radprofile um die beiden auseinanderliegenden Mittelpunkte weisen nun im Punkte O_1 der Schneckenachse eine gleich große Umfangsgeschwindigkeit auf; dorthin ist daher die Teilkreisberührungsstelle für den einer Stirnradverzahnungsgleichkommenden Bewegungsvorgang zu verlegen. Es ist O_1 der Zentralpunkt und die Teilkreishalbmesser von Schnecke und Rad haben die Größen O_1O_2 bzw. O_1O_2' .

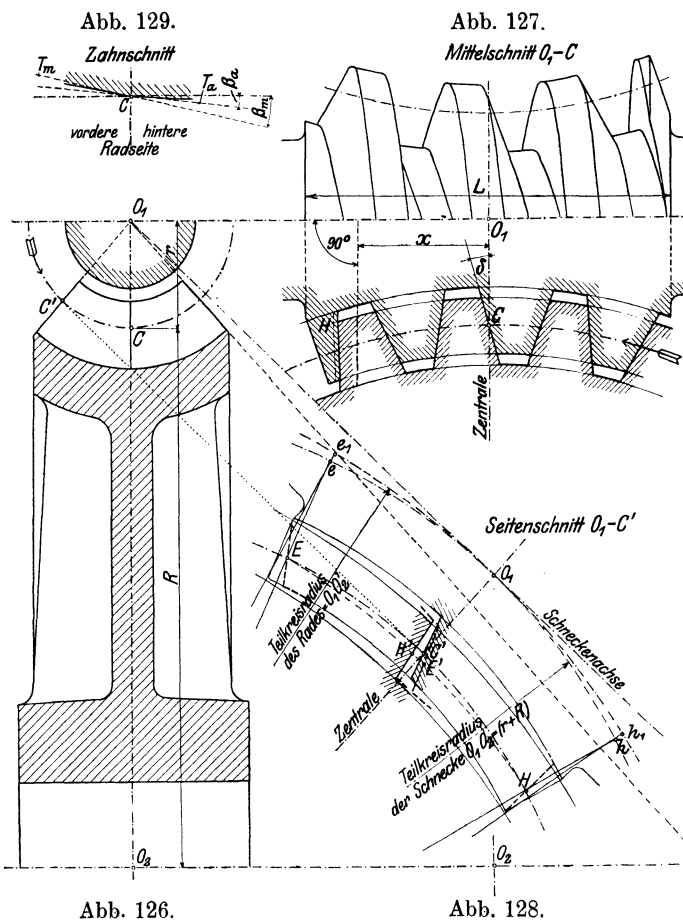
Die eingezeichneten Kopf- und Fußkreise beider Getriebe zeigen, daß sich der Spielraum zwischen Kopf und Fuß von der Schneckenmitte weg vermindert. Für den freien Durchgang der Profile an den Schneckenenden ist es daher notwendig, entweder den Spielraum der Profile in der Mitte genügend groß zu bemessen, oder die Kopfentwicklung beider Getriebe zu beschränken. Im letzteren Falle werden die Radzähne im Halbmesser der Radmitte und die Schnecke an den Enden zylindrisch abgegrenzt (Abb. 133).

Die Ermittlung des Radzahnprofils, das der Schnecke im Seitenschnitte O_1C' (Abb. 128) freien Durchgang gewährt, kann nun in der Weise erfolgen, daß man die einzelnen Relativlagen aufsucht, die das Schneckenprofil gegenüber dem Radzahne, auf die Mittelstellung in C' bezogen, einnimmt. Die Gesamtheit aller dieser Lagen umhüllt dann die Radzahnflanke.

Das äußerste Profil der Schneckenfläche auf der hohlen Seite steht im Punkte H . Der durch H gelegte Halbmesser Hh des Schneckenteilkreises gibt das Bogenmaß $\widehat{O_1h}$ an, das der Bewegung des Schneckenprofils von H nach der Mittellage C' entspricht. Die gleiche Bogenlänge

$$\widehat{O_1h_1} = \widehat{O_1h}$$

durchläuft dabei das Rad im eigenen Teilkreise. Durch den Punkt h_1 ist die Relativstellung des Schneckenprofils H im Rade gekennzeichnet. Die Verdrehung



des Profils H um den Radmittelpunkt in einem Betrage, der der Bogenlänge $O_1 h_1$ am Radteilkreise entspricht, liefert daher die Relativlage H' gegenüber der auf Mittelstellung C' stehend gedachten Radzahnflanke. In gleicher Art läßt sich die Relativstellung E' des äußersten Schneckenprofils auf der erhabenen Seite ermitteln. Diese beiden Relativlagen H' und E' der äußersten Profile zeigen im Verein mit dem mittleren Profile C' , daß ein umhülltes Radzahnprofil und somit auch eine tangentielle Zahnberührung im Seitenschnitte nicht zustande kommt. Da das äußerste Profil der hohlen Seite relativ am weitesten vortritt, so kann im äußersten Falle das Radzahnprofil nur bis zur Lage H' herantreten. Eine Berührung der anderen Schneckenprofile ist dabei aber ausgeschlossen, weil ihre Relativlagen sämtlich gegen H' zurücktreten.

Eine passende Ausgestaltung der Zahnflächen erlangt man durch das Ausschneiden des Radkörpers mit einem Schneckenfräser, der der Globoidschnecke in der Form nachgebildet ist. An der Fertigstellung der Zahnflächen beteiligen sich dabei lediglich die Schneidkanten der hohlen Gangseiten, weil diese Kanten relativ am weitesten gegen die Radzähne vortreten. Aus einer derartigen Bearbeitung gehen Zähne hervor, die zu beiden Seiten der Radmitte eine ungleiche Flächenentwicklung aufweisen.

Diese Verschiedenheit in der Flächenausbildung ist aus dem Verlaufe der Profillinie zu ersehen, welche eine zur Radachse konzentrische Zylinderfläche vom Halbmesser R aus der Zahnfläche ausschneidet; den Grundriß dieser Profillinie zeigt Abb. 129. Der Radzahnpunkt C gelangt während des ständigen Eingriffes im Mittelschnitte zur Auflage auf verschieden geneigte Schneckenflächenteile. Auf Schneckenmitte besteht der größte Steigungswinkel β_m ; es nimmt daher die Schneckenfläche daselbst die schrägste Tangentenlage T_m ein. Weniger geneigt im Winkel β_a sind die Tangentenlagen T_a der Schneckenenden. Diese beiden äußersten Tangentenlagen T_m und T_a bestimmen nun den Profilverlauf des Radzahnes im Punkte C . Auf der vorderen Radseite dringt die Tangentenlage T_m weiter in den Zahn hinein; infolgedessen muß hier das in C ansetzende Linienelement des Zahnprofils tangentiell an T_m verlaufen. Auf der hinteren Radseite tritt dagegen die andere Tangentenlage T_a vor, so daß das hintere Profil im Punkte C tangierend an T_a anschließen muß. Der Profilverlauf ist somit in der Radmitte gebrochen und es treffen die Zahnflächenteile der beiden Radseiten in einer ausspringenden Kante auf Radmitte zusammen.

Ein regelrechter Eingriff mit Flächenberührung besteht daher selbst im Mittelschnitte nicht; die Schneckenfläche legt sich hier nur auf eine ausspringende Kante des Zahnes an. Neben dieser andauernden Auflage kommen noch vorübergehende Kantenauflagen auf den seitlichen Radzahnflächen zustande, an der sich die Kanten der Schneckenausläufe in den hohlen Flächenseiten beteiligen.

Die Globoidschnecke in einer Ausführung, bei der die theoretische Flächenform eingehalten wird, ist wegen des Entfalles jeglicher Flächenberührung nur für die Übertragung kleiner Kräfte verwendbar. Die schabende Wirkung der ausspringenden Zahnkante läßt eine stärkere Belastung nicht zu; außerdem verschleißt die Kante sehr rasch.

Abb. 130 veranschaulicht die konstruktive Ausführung eines kleinen Globoidschneckengetriebes der Maschinenfabrik Pekrun. Das Einsetzen der ganzen Getriebeanordnung ist durch eine Teilung des Gehäuses auf Radmitte ermöglicht. Die Lagerstellen sind ausgebüchert und der Axialdruck wird durch beiderseitige Kugeldrucklager aufgefangen.

Um die Globoidschnecke einer stärkeren Belastung zugänglich zu machen, bedarf es einer kleinen Änderung der Schneckengestalt, deren Ziel die Beseitigung der ausspringenden Mittelkante im Radzahne ist. Diese Änderung be-

trifft hauptsächlich die hohle Seite der Schneckenfläche, die von der Schneckenmitte an in allmählich wachsendem Betrage zurückgesetzt wird (siehe strichliertes Profil H in Abb. 127). Die Relativlagen H' (Abb. 128), die die einzelnen Schneckenprofile gegenüber dem Radzahne einnehmen, treten dann näher an C' , so daß in den Seitenschnitten eingehüllte Radzahnprofile zustande kommen. Auch die auspringende Mittelkante verschwindet aus der Zahnfläche, die nun eine einheitliche Ausbildung aufweist. Durch die Änderung der Schneckenfläche wird zwar die ständige Profilaufgabe im Mittelschnitte zum Teil beseitigt, man gewinnt aber dafür die wertvollere Flächenberührung in den Radseiten.

Es bestehen gegenwärtig zwei Verfahren für die Herstellung verbesserter Globoidgetriebe; ihre Erzeugnisse sind unter dem Namen Hindleyschnecke und Lorenzschnecke bekannt.

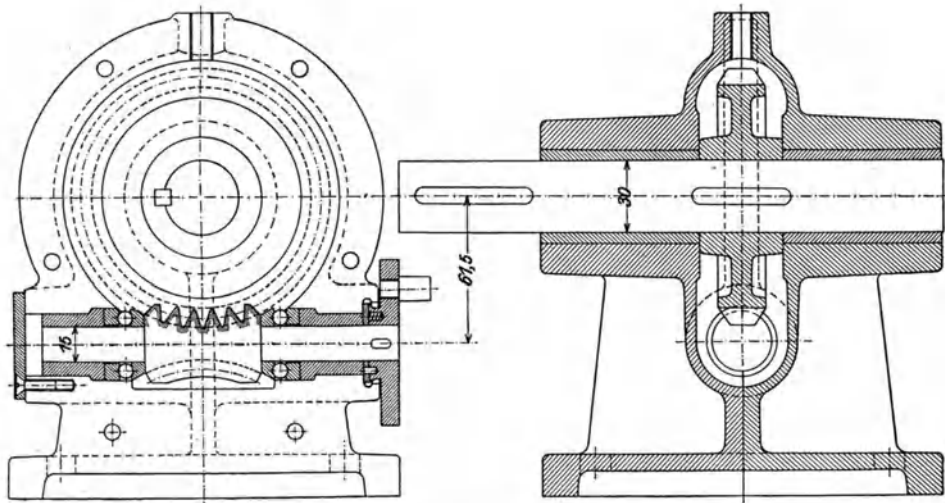


Abb. 130. Ausführung der Maschinenfabrik Pekrun, Coswig.

Die Hindleyschnecke¹⁾ wird zunächst als regelrechte Globoidschnecke ausgeschnitten. Zur Beschleunigung der Arbeit werden mehrere Stichel am Umfang einer Scheibe derart eingespannt, daß ihre geraden Schneidkanten in einem Vielfachen der Teilung voneinander abstehen (Abb. 131). Das Ausschneiden des vollen Schneckenkörpers erfolgt durch allmähliches Nähern der Stichelscheibe bis zum Achsenabstand $(R + r)$ des Triebes; Schnecke und Stichelscheibe werden dabei im Übersetzungsverhältnis des Triebes gedreht.

Ihre Vollendungsgestalt erlangt die Hindleyschnecke durch ein neuerliches Ausdrehen mit derselben Stichelscheibe in gleichem Übersetzungsverhältnis, wobei aber die Stichel um einen kleinen Betrag Δ radial weiter nach außen aufgesetzt werden. Die Annäherung der Stichelscheibe endet etwas früher in der Achsenentfernung $(r + R + \Delta)$. Die Stellung des herausgezogenen Stichels, der sich in der Fertiglage um den Mittelpunkt O_2' dreht, weist eine parallele Verschiebung zu der Lage (in Abb. 131 strichliert eingezeichnet) auf, die der Stichel in der gleichen Winkellage γ beim ersten Ausdrehen einnimmt. Das zweite Ausdrehen führt daher zu einer Lückenerweiterung der Schnecke; während die erhabenen Flächenseiten der Schnecke unberührt bleiben, dringt der Stichel in die hohlen Flächenseiten ein und schneidet desto mehr weg, je weiter er sich von der Schneckenmitte entfernt.

Beim zweiten Ausdrehen der hohlen Gangflächen halten die Stichelschneiden ungefähr jene Bewegung ein, die den Radzahnprofilen in zwei zur Radmitte

¹⁾ Siehe Am. Mach. 1897, März und April, „The construction of the Hindley worm“.

symmetrisch liegenden Seitenschnitten $O_1 O_2'$ (Abb. 126) zukommt. Die Lage dieser Seitenschnitte ist durch die Bedingung bestimmt:

$$O_1 O_2' = r + R + A.$$

Auf der hohlen Gangseite vollzieht sich daher die ständige Auflage der vollen Zahnhöhe nicht in der Radmitte, sondern in den beiden erwähnten Seitenschnitten, wodurch eine bessere Ansmiegung der Zahnflächen erzielt wird. Die gebrachte Erklärung ist zwar nicht vollständig zutreffend, doch legt sie in einfacher Weise die Eingriffsverbesserung klar.

Das Ausfräsen der Radzähne mit einem der Arbeitsschnecke gleichbearbeiteten Fräser liefert unmittelbar noch keinen zufriedenstellenden Flächeneingriff. Erst durch ein kräftiges Einschleifen gelingt es, eine halbwegs leidliche Flächenberührung zustande zu bringen.

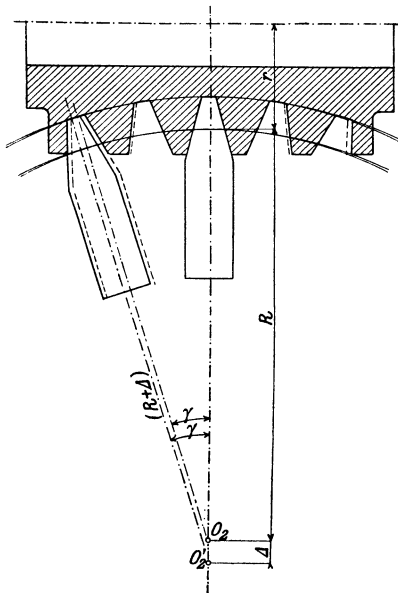


Abb. 131. Ausdrehen d. Hindleyschnecke.

Die Zahnhöhe der Hindleyschnecke beträgt 0,9 der Teilung. Um ein zu tiefes Ausschneiden der seitlichen Zahnteile zu umgehen, wird die Schnecke außen zylindrisch abgedreht (Abb. 131).

In anderer Weise erfolgt das Ausschneiden der Hindleyschnecke nach dem Verfahren von Lanchester¹⁾. Die ursprüngliche Form der Frässhnecke, die sich als reine Globoidschneckenfläche beim Ausdrehen mit einem um die Radachse drehenden Messer ergibt, wird durch eine Nacharbeit in eine zweckmäßigere Gestaltung überführt. Die abgeänderte Frässhnecke dient nicht nur zum Fertigschneiden der Radzähne, sondern auch zum Ausschneiden der Zähne einer mit dem Schneckenrad übereinstimmenden Stahlscheibe, die alsdann zum Fräser umgewandelt wird. Damit erhält man einen Radfräser für das Ausschneiden der Triebsschnecke, welcher Arbeitsvorgang in gleicher Weise wie das Ausschneiden der Radzähne erfolgt. Da die Gestalt des Radfräasers aus der Gestalt der Frässhnecke abgeleitet ist, so besteht

vollständig Übereinstimmung in der Gestaltung von Fräs- und Arbeitsschnecke und somit die Gewähr für einen richtigen Schneckeneingriff im Rade. Durch die Gleichwertigkeit des Bewegungsvorganges wird es möglich, auf der gleichen Maschine sowohl die Frässhnecke und den Radfräser, als auch die Schnecke und das Rad des Getriebes zu schneiden. Bei einer Reihe umfangreicher Versuche, die an einem Lanchestergetriebe in der Absicht vorgenommen wurden, den Einfluß des Schmiermittels auf den Wirkungsgrad klarzulegen, ergaben sich Wirkungsgrade von 92 bis 97 v. H.²⁾.

Nach dem Verfahren (D. R. P. 114211) der Maschinenfabrik Lorenz in Ettlingen entfällt die Herstellung der Frässhnecke; es werden die Radzähne durch zwei Stichel S mit einseitigen geraden Schneidkanten ausgeschnitten, von denen jeder eine Zahnflächenseite bearbeitet (Abb. 132). Die Stichel werden in die Fräswelle diametral eingesteckt und durch aufgeschraubte Muttern festgehalten. Die Einlage eines auswechselbaren Zwischenstückes gestattet es, die Schneidkanten in die jeweilig passende Entfernung x zu bringen. Stichelwelle und Rad werden im

¹⁾ Siehe Lanchester: „Worm Gear“, Engg., Vol. C, S. 201.

²⁾ Siehe Hyde: „The Variation in Efficiency of a Worm Gear due to Differences in the Lubricant employed“; Department of Scientific and Industrial Research, London 1920.

Übersetzungsverhältnis des Getriebes gedreht und das Ausschneiden erfolgt unter allmählichem Heranführen des Werkstückes.

Bei diesem Verfahren wird eigentlich nur ein einziges Schneckenprofil zur Ausgestaltung der Zahnfläche herangezogen, wodurch eine einheitliche Flächenentwicklung ohne Kantenbildung erreicht wird. Auch kommt man dem Verlaufe des regelrechten Globoidradzahnes sehr nahe, da die formgebende Profilkante aus dem äußeren Teile der hohlen Gangseite entnommen wird, deren Profile zufolge ihrer am weitesten vortretenden Relativlagen sich hauptsächlich an der Zahnflächenausgestaltung beteiligen.

Das Ausschneiden der Schneckenflächen erfolgt durch einen geradlinigen Stichel, dessen Drehbewegung entlang der Schnecke zwei Stahlbänder vermitteln, die sich auf einem Bogensegment abwälzen (D. R. P. 109119). Durch passende Ausgestaltung des Bogensegmentes ist es möglich, die Stichelbewegung in den einzelnen Entfernungen von Schneckenmitte so abzuändern, daß ein inniges Anschmiegen der Schnecke an die Radzähne erzielt wird. Die geometrisch richtige Form der Schneckenfläche, die der Erzeugung der Radzähne entspricht, ist natürlich nach diesem einfachen Verfahren nicht zu erreichen; auch hier muß das Einlaufen erst die Unzulänglichkeiten der Herstellung beseitigen.

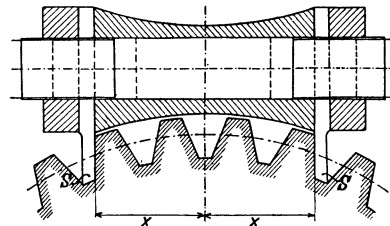


Abb. 132.

Moog¹⁾ hat an einem Lorenzgetriebe das Entstehen der eingreifenden Zahnfelder eingehend beobachtet; er stellte in verschiedenen Einlaufstadien die Ausdehnung der jeweiligen Berührung an den geschwärzten Zahnflächen fest. Als Ergebnis seiner Untersuchung sei folgendes angeführt: Beim nicht eingelaufenen Triebe trägt der Radzahn nur auf einer Radseite und die Auflage der Schnecke ist auf eine Gangwindung der hohlen Flächenseite beschränkt, von der aber bloß ein auf Profilmittte verbleibender Flächenstreifen Eingriff zeigt. Erst beim Einlaufen verbreitert sich die Auflage daselbst bis zur vollen Zahnhöhe. Zu diesem eingreifenden Schneckengange tritt im eingelaufenen Zustande noch der Auslauf auf der erhabenen Gangseite hinzu, ebenfalls in einem Eingriff auf voller Zahnhöhe, während die Schneckenmitte, abgesehen von einer kleinen Berührungszone im Zahnfuße, dem Eingriff entzogen bleibt. Der eingreifende Teil der Radzahnfläche vergrößert sich gleichfalls beim Einlaufen. Als unliebsame Erscheinung zeigt sich eine Muldenbildung auf Radzahnmitte, die von dem Eingriffe des erhabenen Schneckenganges herrührt. Dadurch wird der Vorteil eines verlängerten Eingriffes, der sich aus der Auflage des erhabenen Ganges ergibt, wieder abgeschwächt. Ein regelrechtes Eingriffsfeld, wie es sich bei den zylindrischen Schnecken einstellt, bildet sich bei der Lorenzschnecke nicht aus.

Eine streng theoretische Untersuchung, bei der aus der geometrischen Gestalt der Radzahnfläche die zugehörige Eingriffsfläche ermittelt wird, führt ebenfalls zu der Erkenntnis, daß die Eingriffsverhältnisse des Lorenzgetriebes weniger vollkommen sind als bei den zylindrischen Schnecken. Es ist auch ein anderes Ergebnis nicht zu erwarten, da sich doch ausgiebige Besserungen bei dem geringfügigen Abgehen von der reinen Globoidschneckenfläche, deren Eingriffsverhalten minderwertig ist, nicht einstellen können. Das Eingriffsgebiet der Lorenzschnecke hat zwar eine große Ausdehnung, es wird aber hinsichtlich Ort und Art des Eingriffes nicht vollwertig ausgenützt. Insbesondere fehlt hier der auf Getriebemitte konzentrierte Eingriff, wie er sich bei den zylindrischen Schnecken als wertvollste Eingriffserscheinung zeigt.

¹⁾ Siehe Moog: „Die Globoidschneckengetriebe“, Z. Werkzeugmasch. u. Werkz. XV. Jahrg., S. 205.

Immerhin muß aber die Lorenzschnecke als die beste der im Rahmen der Globoidgetriebe liegenden Ausführungen bezeichnet werden. Ausführliche Versuche hat Lindner¹⁾ an einem dreigängigen Schneckengetriebe (mittl. Steigungswinkel $= 24^{\circ} 40'$, $t = 1\frac{1}{4}''$, Übersetzung 1:11) durchgeführt. Bei durchschnittlich 800 Umdrehungen der Schnecke wurde die Bremsleistung bis auf 13 PS gesteigert; die Öltemperatur im Gehäuse erhöhte sich dabei bis auf 67°C . Als mittlerer Wirkungsgrad ergab sich ein Wert von 88 v. H.

Weitere Versuche an einem eingängigen Getriebe (Steigungswinkel $= 10^{\circ}$, $t = 1''$, Übersetzung 1:24) liegen von Moog²⁾ vor. Bei diesen eingehenden Versuchen wurde sichergestellt, welchen Einfluß Beschaffenheit des Öles, Temperatur, Gleitgeschwindigkeit und Zahndruck auf die Größe des Wirkungsgrades ausüben;

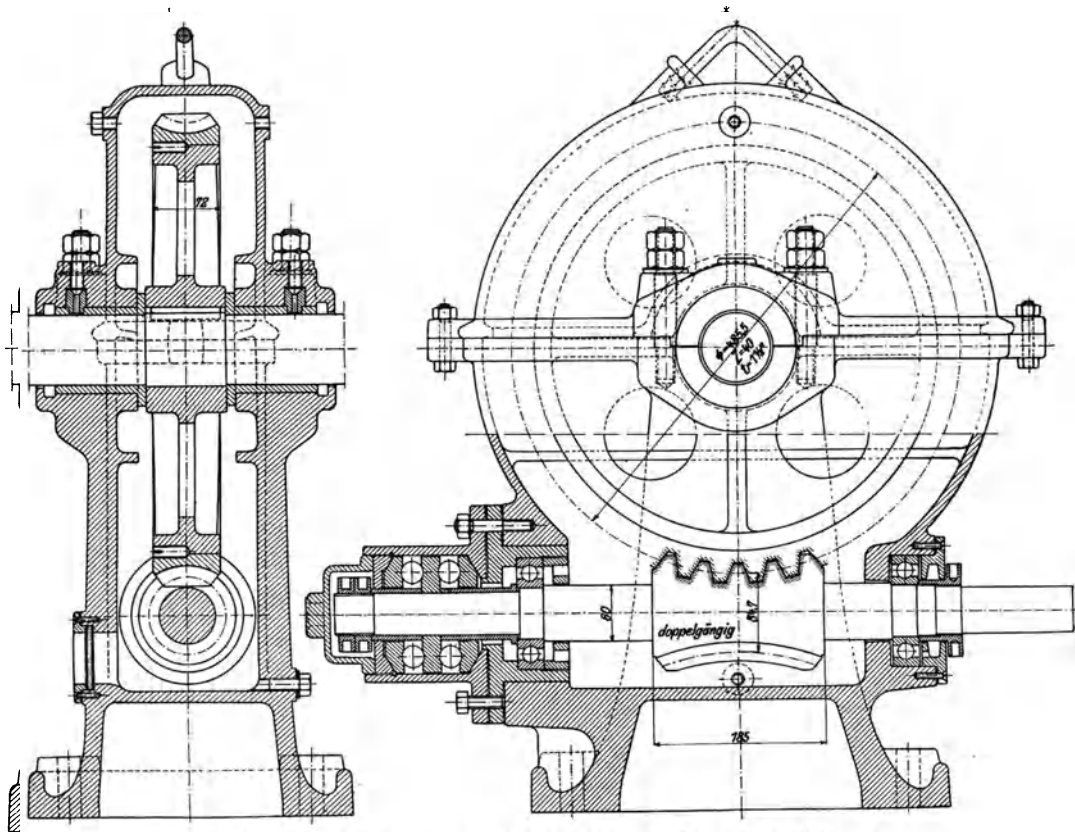


Abb. 133. Ausführung der Maschinenfabrik Lorenz in Ettlingen.

die Ergebnisse decken sich größtenteils mit den Erfahrungen an zylindrischen Schnecken. Der höchste Wirkungsgrad betrug 87,8 v. H.

Die Lorenzschnecke weist eine Zahnhöhe von ungefähr 0,6 der Teilung auf; die Neigung der geraden Profilkanten wird innerhalb 15 bis 20° gehalten. Die Radumgrenzung ist zylindrisch. Abb. 133 zeigt den Einbau des Getriebes in ein Gehäuse, dessen gefällige Form hervorzuheben ist. Die Schneckenwelle ruht in Kugeltraglagern. Das doppelte Kugeldrucklager wird auf den Einsatz des Traglagers aufgeschoben und durch Stiftschrauben am Gehäuse festgemacht. In den Flanschen eingesetzte Druckschrauben dienen für eine genaue Axialeinstellung der Schneckenmitte.

¹⁾ Siehe Lindner: „Globoidschnecken“, Z. V. d. I. 1902, S. 644.

²⁾ Siehe Fußnote 2 S. 123.

Bei jeder Ausführungsform der Globoidschnecke muß nämlich die Schneckenmittelebene genau in die Kreuzungsstelle der beiden Drehachsen gelegt werden. Die allergeringste Verschiebung der Schnecke führt bereits zu fühlbaren Anständen, da das Eingriffsbild eine Veränderung erfährt. In dieser Empfindlichkeit der Triebe liegt von praktischer Seite aus gesehen der schwerwiegendste Nachteil, demgegenüber etwaige Vorzüge an Bedeutung verlieren. Auch in dieser Beziehung zeigt sich eine Überlegenheit der zylindrischen Schnecke, deren gleichmäßige Flächenausgestaltung in axialer Richtung eine solche Einstellungsbedingung als überflüssig erscheinen läßt.

Da selbst das kleinste axiale Spiel bei den Globoidschnecken unzulässig ist, so kann diese Schneckenform in einer Zwillingausführung zum Ausgleich des Achsendruckes (siehe S. 117) nicht verwendet werden.

XXI. Schneckengetriebe mit Rollenzähnen.

Die verhältnismäßig große Gleitbewegung in der Zahnauflage der Schneckengetriebe legt den Gedanken nahe, zwecks Herabminderung der Reibungsverluste die Radzähne durch Rollen zu ersetzen. Zu einer praktisch brauchbaren Ausführung gelangt man durch die Anordnung der Rollen auf Bolzen, die in radialer Stellung am Radkranz befestigt sind. Das Abfallen der Rollen muß dabei durch irgendeinen axialen Halt gehindert werden. Um einen nennenswerten Gewinn an rollender Reibung zu erzielen, muß der Rollendurchmesser wesentlich größer als die Zahnstärke der Schnecke gehalten werden. Die Größe des Rollendurchmessers im Teilriß ist bestimmt durch die Lückenweite der Schnecke im Normalschnitt, dem Schnitte senkrecht zur Schneckensteigung. Die Neigung der Schneckenfläche bedingt eine Auflage der Rollen außerhalb des Mittelschnittes.

Die zylindrische Schnecke ist für die Zuordnung eines Rollenrades wenig geeignet. Da sich die Rollen im Eingriffsverlaufe auf verschieden geneigte Schneckenflächenteile anlegen, so rückt der Eingriffsort ungleich weit aus dem Mittelschnitte heraus. Dieser Umstand macht eine geometrisch genaue Ermittlung und Ausführung des Rollenprofils praktisch unmöglich. Die Ausgestaltung der Rolle nach dem Radzahnprofil des Mittelschnittes ist nur ein angenäherter Behelf, der Unregelmäßigkeiten im Eingriffsverhalten veranlaßt. Eine weitere Unvollkommenheit ist die bloße Punktberührung der Flächen, die eine stärkere Belastung des Getriebes ausschließt.

Von den Ausführungen der Rollengetriebe mit zylindrischer Schnecke sei hier nur die Konstruktion von Hirth¹⁾ (D. R. P. 138768) erwähnt. Ein Ring, der außerhalb der Rollen das Rad in ganzer Breite umschließt, ermöglicht noch eine äußere Einlagerung der Rollenbolzen, so daß ihre Stärke kleiner gehalten werden kann; außerdem gibt der Ring den Rollen einen axialen Halt. Die Schneckengänge treten durch Öffnungen des Ringes in das Bereich der Rollen ein. Von Bach vorgenommene Versuche an einer doppelgängigen Schnecke mit $33^{\circ}24'34''$ Steigungswinkel ergaben einen Wirkungsgrad von durchschnittlich 90 v. H.

Eine ideale Form für Rollenzähne besitzt die Globoidschnecke, die für einen solchen Verwendungszweck viel besser geeignet ist als für Flächeneingriff in festen Radzähnen. Da die Globoidschraubensfläche aus der Drehung eines Profils um die Radachse hervorgeht, so erzielt man bei gleicher Profilierung der Rolle eine ständige Kantenauflage in voller Profilhöhe, wodurch die Belastungsfähigkeit des Triebes erhöht wird. Nachteilig ist die große Empfindlichkeit des Triebes hinsichtlich der genauen axialen Einstellung.

¹⁾ Siehe Bach: „Maschinenelemente“.

Die zu den Rollenzähnen passende Schneckengestaltung erreicht man in voller Genauigkeit durch Ausschneiden mit einem Fräser, dessen Form mit der Rollfläche übereinstimmt. Weniger vollkommen ist das Ausdrehen der Schnecke mit einem Stichel, da die Rollen außerhalb des Mittelschnittes aufliegen.

Von den einzelnen Konstruktionen dieser Getriebeanordnung haben sich nur die Ausführungen der Maschinenfabrik Pekrun in Coswig praktische Geltung verschafft. Die ältere Ausgestaltung veranschaulicht Abb. 134. Die kegelförmigen Zahnrollen sind auf Zapfen aufgesteckt, die im Radkranz durch Schraubenmuttern festgehalten werden. Durch eine unmittelbare Auflage am Gehäuseinnern und am Schneckenrunde bleiben die Rollen vor dem Abschleudern bewahrt.

Die gegenwärtige Ausführung der Pekruntriebe¹⁾ (Abb. 135) weisen wesentliche Verbesserungen auf (D. R. P. 148733, 212725 und 214530). Die Führung der Rollen wird einem seitlich angebrachten Ringe übertragen; es entfällt dadurch nicht nur das lästige Scheuern der Rollen an der Gehäusewand, sondern man erreicht außerdem noch ein ruhigeres Eintreten der Rollen in die Schnecke. Der

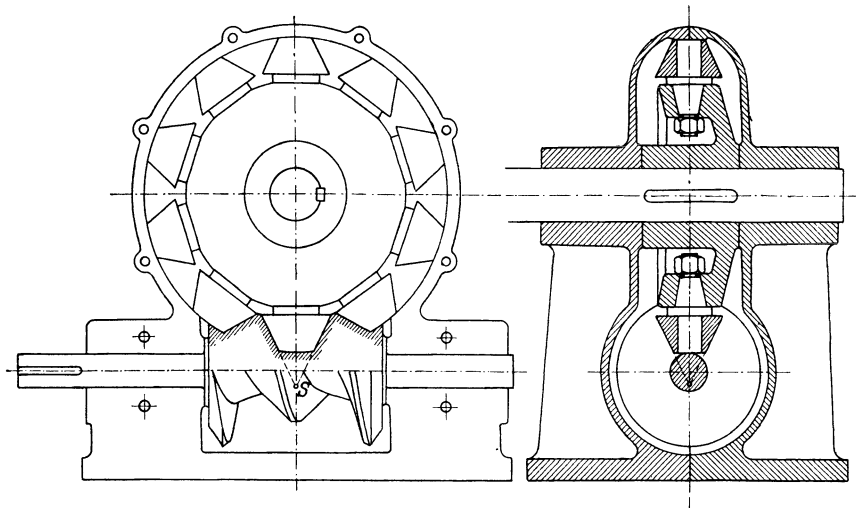


Abb. 134.

Führungsring ist exzentrisch eingesetzt, so daß die Rollen beim Heraustreten aus der Schnecke eine radial nach außen gerichtete Verschiebung auf den Bolzen, die in schwach konische Löcher des Radkranzes eingepreßt werden, erfahren. Da die Bolzen auch gegen die äußeren Enden schwach verjüngt sind, so stellt sich bei der Verschiebung eine Lockerung ein, die dem Öl Gelegenheit zum Eintritt in Rollenbohrungen bietet; gleichzeitig erneuert sich beim Abheben die Schmier-schicht in der inneren Rollenstirnfläche. Durch die Verschiebung wird somit eine ausgiebige Schmierung der Rollengleitflächen erreicht.

Der kegelförmigen Rollenausgestaltung kommt der Vorteil zu, die geringsten Gleitgeschwindigkeiten am Rollenumfang aufzuweisen. In einer Lage, bei der die Kegelspitze *S* (Abb. 134) in die Schneckenachse eintritt, herrscht in der ganzen Kantenaufgabe ein reines Abwälzen. Außerhalb dieser Lage, die man zweckmäßig zwischen die Mittel- und Endstellung des Eingriffes einlegt, bestehen Geschwindigkeitsunterschiede zwischen Schnecke und Rolle, so daß neben dem Abrollen ein in den einzelnen Berührungspunkten verschieden großes Abgleiten zustande kommt. Ein weiteres Gleiten verursacht das Anliegen der Rolle außerhalb des Mittel-

¹⁾ Siehe Pekrun: „Globoidschneckengetriebe“, Z. V. d. I. 1912, S. 442.

schnittes. Dazu gesellt sich schließlich noch das Gleiten beim Eingriffsbeginn während der Beschleunigung der Rolle von der Ruhe bis zu der erforderlichen Drehgeschwindigkeit. Diese nicht zu umgehenden Gleiterscheinungen schädigen nicht nur den Gütegrad, sondern veranlassen auch eine ungleichmäßige Abnutzung der Rollen.

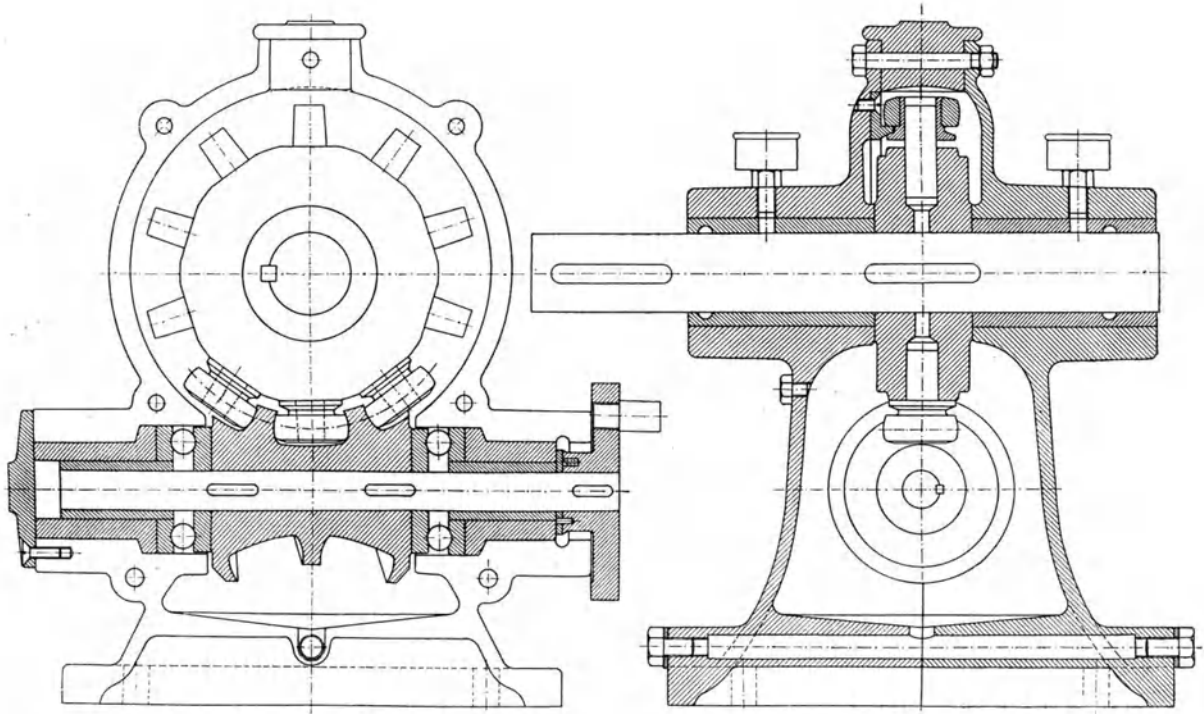


Abb. 135. Ausführung der Maschinenfabrik Pekrun, Coswig.

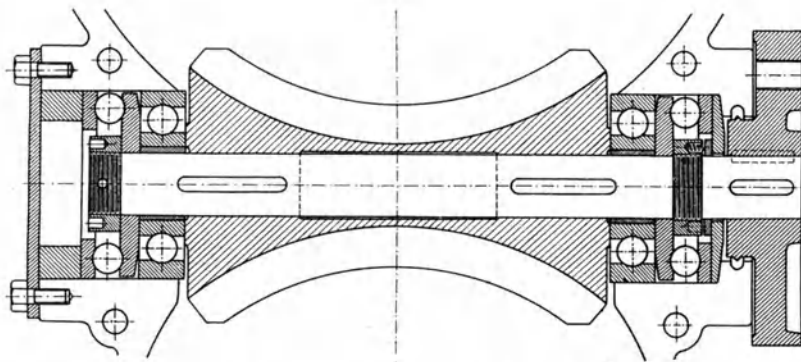


Abb. 136. Ausführung der Maschinenfabrik Pekrun, Coswig.

Bietet zwar die Kegelrolle das geringste Umfangsgleiten, welcher Umstand der Erhaltung der Rollenform zugute kommt, so ist sie doch andererseits die Ursache größerer Reibungsverluste an der inneren Stirnauflage, da der schräg gerichtete Zahndruck eine größere Axialkomponente in diese Auflage hineinschiebt. In dieser Hinsicht ist eine Kugelgestalt der Rolle vorteilhafter, welche Ausführungsform die neuesten Getriebe der Firma Pekrun aufweisen. Abb. 135 zeigt die Kon-

struktions eines solchen Triebes. Das Gehäuse besteht aus zwei zur Radmitte symmetrisch ausgebildeten Hälften. Der Ölraum unter der Schnecke ist sehr groß gehalten; dadurch wird dem Öle eine große Abkühlungsfläche geboten. Außer der Schneckenwellenlagerung in Büchsen aus Phosphorbronze werden auch Aus-

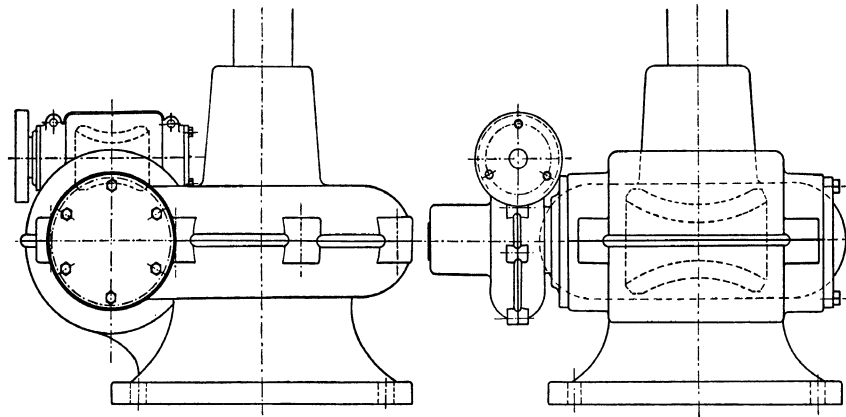
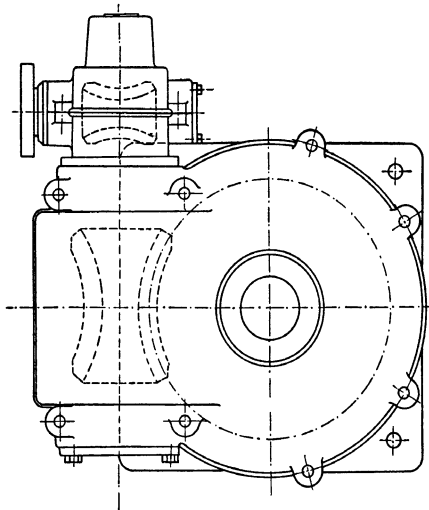


Abb. 137. Ausführung der Maschinenfabrik Pekrun, Coswig.



führungen mit Kugeltraglagern (Abbildung 136) geliefert. Die Länge der Schnecke, die an den seitlichen Enden zylindrisch abgegrenzt ist, wird gewöhnlich so groß bemessen, daß stets zwei Rollen im Eingriffe verweilen.

Vorgenommene Messungen an Pekrungetrieben ergaben Wirkungsgrade von 90 bis 95 v. H. Moog¹⁾ hat den Einfluß der freien Rollendrehung untersucht. Für die gleiche Bremsleistung erfordert ein Pekrungetriebe den Mehrbetrag an zugeführter Leistung von 52 v. H., sobald die Rollen festgelegt werden.

Die Pekrungetriebe werden in Übersetzungen von 1:3 bis 1:20 ausgeführt; bei den kleinen Übersetzungen kommen mehrgängige Schnecken in Anwendung. Zur Überwindung sehr großer Übersetzungen werden zwei Getriebe vereint, aus Abb. 137 ist eine derartige Getriebeanordnung mit zugehöriger Gehäuseausgestaltung für den Antrieb einer stehenden Welle zu ersehen.

Das Rollen-Separator-Werk, Radebeul-Dresden, baut Triebe²⁾, bei denen gehärtete Stahlkugeln die Stelle der Rollenzähne einnehmen. Die Stahlkugeln sind zur Hälfte in Aussparungen des Radkranzes eingebettet, zur anderen Hälfte reichen sie in die Schneckengänge hinein; außerhalb der Schnecke bewahrt sie die Gehäusewand vom Abfallen. Solche Ausführungen können nur mit ganz kleinen Kräften belastet werden.

¹⁾ Siehe Moog: „Die Globoidschneckengetriebe“. Z. Werkzeugmasch. u. Werkz., XV. Jahrg., S. 236.

²⁾ Siehe Fußnote S. 128.

Einzelkonstruktionen aus dem Maschinenbau. Herausgegeben von Ingenieur
C. Volk in Berlin.

Erstes Heft: **Die Zylinder ortsfester Dampfmaschinen.** Von Oberingenieur H. Frey in
Berlin. Mit 109 Textfiguren. 1912. GZ. 2.4

Zweites Heft: **Kolben.** I. Dampfmaschinen- und Gebläsekolben. Von Ingenieur C. Volk in
Berlin. II. Gasmaschinen- und Pumpenkolben. Von A. Eckardt, Betriebsingenieur in
Deutz. Mit 247 Textfiguren. 1911. GZ. 4

Drittes Heft: **Zahnräder.** I. Teil. Stirn- und Kegelräder mit geraden Zähnen. Von Prof
Dr. A. Schiebel in Prag. Zweite, vermehrte Auflage. Mit 132 Textfiguren. 1922. GZ. 4.5

Viertes Heft: **Kugellager.** Von W. Ahrens in Winterthur. Zweite Auflage.

In Vorbereitung.

Sechstes Heft: **Schubstangen und Kreuzköpfe.** Von Oberingenieur H. Frey, Waidmanns-
lust b. Berlin. Mit 117 Textfiguren. 1913. GZ. 1.6

Das Maschinenzeichnen des Konstrukteurs. Von C. Volk, Direktor der Beuth-
Schule und Privatdozent an der Technischen Hochschule in Berlin. Mit 214 Abbildungen.
1921. GZ. 2.8

Das Skizzieren von Maschinenteilen in Perspektive. Von Ingenieur Carl
Volk, Direktor der Beuth-Schule und Privatdozent an der Technischen Hochschule in Berlin.
Fünfte Auflage. In Vorbereitung.

Entwerfen und Herstellen. Eine Anleitung zum graphischen Berechnen der Bearbeitungs-
zeit von Maschinenteilen. Von Ingenieur C. Volk. Zweite Auflage. In Vorbereitung.

Der praktische Maschinenzeichner. Leitfaden für die Ausführung moderner ma-
schinentechnischer Zeichnungen. Von W. Apel und A. Fröhlich, Konstruktions-Ingenieure.
Mit 96 Figuren. 1921. GZ. 1.5

Freies Skizzieren ohne und nach Modell für Maschinenbauer. Ein Lehr-
und Aufgabenbuch für den Unterricht. Von K. Keiser, Oberlehrer an der Städtischen Maschinen-
bau- und Gewerbeschule in Leipzig. Dritte, erweiterte Auflage. Mit 22 Einzelfiguren und
24 Figurengruppen. 1921. GZ. 2

**Verwendung normalisierter Maschinenteile im Fachzeichnen der
Maschinenbaulehrlinge.** Von Otto Stolzenberg, Charlottenburg. (Sonderabdruck
aus „Werkstattstechnik“ 1920. Heft 7—11.) 1920. GZ. 1.9

Für den Konstruktionstisch. Leitfaden zur Anfertigung von Maschinenzeichnungen
nach neuesten Gesichtspunkten. Von Diplomingenieur W. Leuckert, Assistent an der Tech-
nischen Hochschule zu Berlin und Dipl.-Ing. H. W. Hiller, Konstruktions-Ingenieur. Mit 64 Ab-
bildungen im Text und 3 Tafeln. 1920. GZ. 1.25

Maschinenbau und graphische Darstellung. Einführung in die Graphostatik und
Diagrammentwicklung. Von Dipl.-Ing. Walter Leuckert, Assistent an der Technischen Hoch-
schule zu Berlin und Dipl.-Ing. H. W. Hiller, Stadtbaumeister. Zweite, verbesserte und ver-
mehrte Auflage. Mit 72 Textabbildungen und 2 Tafeln. 1922. GZ. 1.8

*Die Grundzahlen (GZ.) entsprechen den ungefähren Vorkriegspreisen und ergeben mit dem jeweiligen Entwertungsfaktor
(Umrechnungsschlüssel) vervielfacht den Verkaufspreis. Über den zur Zeit geltenden Umrechnungsschlüssel geben alle Buch-
handlungen sowie der Verlag bereitwilligst Auskunft.*

Maschinenelemente. Leitfaden zur Berechnung und Konstruktion für technische Mittelschulen, Gewerbe- und Werkmeisterschulen sowie zum Gebrauche in der Praxis. Von Ingenieur **Hugo Krause**. Vierte, vermehrte Auflage. Mit 392 Textfiguren. 1922. Gebunden GZ. 7.5

Leitfaden der Werkzeugmaschinenkunde. Von Prof. Dipl.-Ing. **H. Meyer**, Magdeburg. Zweite, neubearbeitete Auflage. Mit 330 Textfiguren. 1921. GZ. 4

Die Grundzüge der Werkzeugmaschinen und der Metallbearbeitung.

Von Prof. **Fr. W. Hülle** in Dortmund. In zwei Bänden.

Erster Band: **Der Bau der Werkzeugmaschinen.** Vierte, vermehrte Auflage. Mit 360 Textabbildungen. Erscheint Anfang 1923.

Zweiter Band: **Die wirtschaftliche Ausnutzung der Werkzeugmaschinen.** Dritte, vermehrte Auflage. Mit 395 Textabbildungen. 1922. GZ. 3.6

Die Werkzeugmaschinen, ihre neuzeitliche Durchbildung für wirtschaftliche Metallbearbeitung. Ein Lehrbuch. Von Prof. **Fr. W. Hülle**, Dortmund. Vierte, verbesserte Auflage. Mit 1020 Abbildungen im Text und auf Textblättern, sowie 15 Tafeln. Unveränderter Neudruck. 1922. Gebunden GZ. 20

Werkstattbücher. Für Betriebsbeamte, Vor- und Facharbeiter. Herausgegeben von **Eugen Simon**, Berlin.

Heft 1. **Gewindeschneiden.** Von Oberingenieur **Otto Müller**. Mit 151 Textfiguren. 7.—12. Tausend. 1922.

Heft 2. **Meßtechnik.** Von Betriebsingenieur Privatdozent Dr. **Max Kurrein**, Berlin. Mit etwa 150 Textfiguren. In Vorbereitung.

Heft 3. **Das Anreißen in Maschinenbauwerkstätten.** Von Ingenieur **Hans Frangenheim**. Mit 105 Textfiguren. 7.—12. Tausend. 1922.

Heft 4. **Wechselräderberechnung für Drehbänke** unter Berücksichtigung der schwierigen Steigungen. Von Betriebsdirektor **Georg Knappe**. Mit 13 Textfiguren und 6 Zahlentafeln. 1921.

Heft 5. **Das Schleifen der Metalle.** Von Dr.-Ing. **Bertold Buxbaum**. Mit 71 Textfiguren. 1921.

Heft 6. **Teilkopfarbeiten.** Von Dr.-Ing. **W. Pockrandt**. Mit 23 Textfiguren. 1921.

Heft 7. **Härten und Vergüten.** Teil I: Stahl und sein Verhalten. Von Dipl.-Ing. **Eugen Simon**. Zweite Auflage. Mit 60 Figuren im Text. Erscheint Anfang 1923.

Heft 8. **Härten und Vergüten.** Teil II: Die Praxis der Warmbehandlung. Von Dipl.-Ing. **Eugen Simon**. Zweite Auflage. Mit etwa 91 Figuren und 10 Zahlentafeln im Text. Erscheint im Frühjahr 1923.

Heft 9. **Rezepte für die Werkstatt.** Von Ingenieur-Chemiker **Hugo Krause**. 1922.

Heft 10. **Kupolofenbetrieb.** Von Gießereidirektor **Carl Irresberger**. Mit 63 Figuren und 5 Zahlentafeln im Text. 1922.

Heft 11. **Freiformschmiede.** Von **P. H. Schweißguth**. 1. Teil: Technologie des Schmiedens. — Rohstoff der Schmiede. Mit 225 Textfiguren. 1922.

Heft 12. **Freiformschmiede.** Von Direktor **P. H. Schweißguth**. 2. Teil: Einrichtungen und Werkzeuge der Schmiede. Mit 128 Textfiguren. 1922.

Heft 13. **Die neueren Schweißverfahren.** Von Dr.-Ing. **Paul Schimpke**, Professor an der Staatlichen Gewerbeakademie Chemnitz. Mit 60 Figuren und 2 Zahlentafeln im Text. 1922.

Die Grundzahl jedes Heftes beträgt 1.
