

Bezugsbedingungen:

Preis des Heftes 1 bis 112 je 1 Mk,

zu beziehen durch Julius Springer, Berlin W. 9, Linkstr. 23/24;

für Lehrer und Schüler technischer Schulen 50 Pfg,

zu beziehen gegen Voreinsendung des Betrages vom Verein deutscher Ingenieure, Berlin N.W. 7, Charlottenstraße 43.

Von Heft 113 an sind die Preise entsprechend auf 2 *M* und 1 *M* erhöht.

Eine Zusammenstellung des Inhaltes der Hefte 1 bis 117 der Mitteilungen über Forschungsarbeiten zugleich mit einem Namen- und Sachverzeichnis wird auf Wunsch kostenfrei von der Redaktion der Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure, Berlin N.W., Charlottenstr. 43, abgegeben.

Heft 118: Döhne, Ueber Druckwechsel und Stöße bei Maschinen mit Kurbeltrieb.

v. Kármán, Festigkeitsversuche unter allseitigem Druck.

Heft 119: Seyrich, Ueber die Einwirkung des Ziehprozesses auf die wichtigsten technischen Eigenschaften des Stahles.

Heft 120: Pfarr, Versuche über die Druckverteilung in den Laufzellen arbeitender Reaktionsturbinen.

Skutsch, Ueber den Einfluß der elastischen Nachwirkung auf die Leistungsfähigkeit der Riementriebe.

Literarische Unternehmungen d. Vereines deutscher Ingenieure:

ZEITSCHRIFT DES VEREINES DEUTSCHER INGENIEURE.

Redakteur: D. Meyer.

Berlin N.W., Charlottenstraße 43

Geschäftstunden 9 bis 4 Uhr.

Expedition und Kommissionsverlag: Julius Springer, Berlin W., Linkstr. 23/24.

Die Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure erscheint wöchentlich Sonnabends. Je einmal im Monat liegt ihr die Zeitschrift „Technik und Wirtschaft“ bei. Preis bei Bezug durch Buchhandel und Post 40 *M* jährlich; einzelne Nummern werden gegen Einsendung von je 1.30 *M* — nach dem Ausland von je 1.60 *M* — portofrei geliefert.

Anzeigen:

Das Millimeter Höhe einer Spalte kostet 25 Pf.
Bei 6, 13, 26, 52 maliger Wiederholung im Laufe eines Jahres: 10, 20, 30, 40 vH Nachlaß.
Für Stellengesuche von Vereinsmitgliedern, die unmittelbar bei der Annahmestelle, Linkstraße 23/24 aufgegeben und vorausbezahlt werden, kostet das Millimeter Höhe einer Spalte nur 12 Pf.

Beilagen:

Preis und erforderliche Anzahl sind unter Einsendung eines Musters bei der Expedition zu erfragen. Die Beilagen sind frei Berlin zu liefern.

Den Einsendern von Ziffer-Anzeigen wird für Annahme und freie Zusendung einlaufender Angebote mindestens 1 *M* berechnet.

Schluß der Anzeigen-Annahme: Montag Vorm.; für Stellengesuche: Montag Abend 7 Uhr.

TECHNIK UND WIRTSCHAFT.

MONATSSCHRIFT DES VEREINES DEUTSCHER INGENIEURE.

REDAKTEUR D. MEYER.

IN KOMMISSION BEI JULIUS SPRINGER BERLIN.

Die »Technik und Wirtschaft« liegt der ganzen Auflage der Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure (Preis des Jahrgangs 40 *M*) allmonatlich bei. Sie ist außerdem für 8 *M* für den Jahrgang durch alle Buchhandlungen und Postanstalten sowie durch die Verlagsbuchhandlung von Julius Springer zu beziehen.

Anzeigen: Die ganze Seite 100 *M*, $\frac{1}{2}$ Seite 50 *M*, $\frac{1}{4}$ Seite 25 *M*, $\frac{1}{8}$ Seite 12,50 *M*. Ein kleinerer Raum als $\frac{1}{8}$ Seite wird nicht abgegeben.
Bei 3 6 12 maliger Wiederholung im Jahre.

5 10 20 vH Nachlaß. **Beilagen:** Preis und erforderliche Anzahl sind unter Einsendung eines Musters bei der Verlagsbuchhandlung von Julius Springer zu erfragen. Auflage des Blattes 27000.

Mitteilungen
über
Forschungsarbeiten

auf dem Gebiete des Ingenieurwesens

insbesondere aus den Laboratorien
der technischen Hochschulen

herausgegeben vom

Verein deutscher Ingenieure.

Heft 121.



Berlin 1912

Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH

ISBN 978-3-662-01685-5
DOI 10.1007/978-3-662-01980-1

ISBN 978-3-662-01980-1 (eBook)

Inhalt.

	Seite
Versuche über die Verdrehung von Stäben mit rechteckigem Querschnitt und zur Ermittlung der Längs- und Querdehnung auf Zug beanspruchter Stäbe. Von Dr.-Ing. Otto Bretschneider	1
Untersuchungen über Solenoide und über ihre praktische Verwendbarkeit für Straßenbahnbremsen. Von Dipl.-Ing. E. Steil	37

Versuche über die Verdrehung von Stäben mit rechteckigem Querschnitt und zur Ermittlung der Längs- und Querdehnung auf Zug beanspruchter Stäbe.

Von Dr.-Ing. **Otto Bretschneider.**

(Ausgeführt in der Materialprüfungsanstalt der Kgl. Technischen Hochschule Stuttgart.)

I. Teil.

Versuche über die Verdrehung von Stäben mit rechteckigem Querschnitt.

Einleitung und Begründung der Versuche.

Wirkt an einem Stab in Richtung seiner Achse eine Zugkraft, so erleidet er 1) eine Verlängerung in Richtung seiner Achse und 2) eine Zusammenziehung senkrecht dazu. Diese Formänderungen werden, auf die Längeneinheit bezogen, ε und ε_q genannt. Ihr Verhältnis, d. h. der Quotient $\frac{\varepsilon}{\varepsilon_q}$, pflegt mit dem Buchstaben m bezeichnet zu werden.

Die Kenntnis der Größe dieses Wertes ist für eine ganze Anzahl von Aufgaben der Elastizitätslehre erforderlich, weshalb sich seit langer Zeit eine Reihe von Arbeiten mit ihrer Bestimmung befaßte.

Auf Grund der älteren Versuche ist die Annahme üblich geworden, die Zahl m sei für alle Stoffe nahezu gleich groß und habe einen zwischen 3 und 4 liegenden Wert. Für einen und denselben Stoff gilt m als von der Höhe der Spannung unabhängig. In neueren Arbeiten dagegen finden sich Werte, die von der angegebenen Größe bedeutend abweichen. Namentlich ist dies in der Doktorarbeit von Hrn. Hempelmann »Versuche über Torsion rechteckig-prismatischer Stäbe« (Berlin 1907) der Fall, in der für Flußeisen m zu 5,5 bis 6 angegeben wird.

Zur Bestimmung von m stehen zwei Wege offen. Der eine, schon vielfach benutzte gibt m nicht unmittelbar. Man bestimmt durch geeignete Versuche die Dehnungszahl α und die Schubzahl β des Stoffes. Zwischen diesen drei Zahlengrößen besteht die Beziehung ¹⁾

¹⁾ S. z. B. Bach Elastizität und Festigkeit 5. Auflage § 31, 2 Seite 301.
Mitteilungen. Heft 121.

$$\beta = 2 \frac{m+1}{m} \alpha \dots \dots \dots (1),$$

so daß man, wenn α und β bekannt sind, m aus der Gleichung

$$m = \frac{1}{\frac{\beta}{2\alpha} - 1} \dots \dots \dots (2)$$

berechnen kann. Dieser Weg führte Hempelmann zu den oben angegebenen Werten 5,5 bis 6 für m .

Die Genauigkeit der Bestimmung ist nämlich verhältnismäßig gering, weil schon eine kleine Aenderung des Verhältnisses $\beta : 2\alpha$ auf die Größe von m bedeutenden Einfluß hat, wie folgende Zahlenreihe zeigt. In ihr ist α unveränderlich, β veränderlich angenommen worden.

Spalte:	1	2	3	4	5
Dehnungszahl α	$\frac{1}{2\ 100\ 000}$				
Schubzahl β	$\frac{1}{750\ 000}$	$\frac{1}{800\ 000}$	$\frac{1}{850\ 000}$	$\frac{1}{900\ 000}$	$\frac{1}{950\ 000}$
m nach Gl. (2)	2,5	3,2	4,25	6,0	9,5
Aenderung von β in vH des Wertes der Spalte 2	+6,7	0	-5,9	-11,1	-15,8
Aenderung von m in vH des Wertes der Spalte 2	-21,9	0	+32,8	+87,5	+196,9

Jede Ungenauigkeit bei der Bestimmung von α und β bedingt also einen unverhältnismäßig großen Fehler bei dem aus obiger Gleichung ermittelten Werte von m . Dadurch erklären sich auch die ganz unwahrscheinlichen Werte, die Hempelmann angibt.

Bei der Bestimmung sowohl der Dehnungszahl als auch der Schubzahl wurde von ihm übersehen, daß sich bei der Beanspruchung außer den federnden Formänderungen, für welche die Gleichungen der Elastizitätslehre allein gelten und die deshalb bei der Auswertung der Versuche allein berücksichtigt werden dürfen, auch bleibende Formänderungen von oft beträchtlicher Größe einstellen. Diesem Umstand muß in erster Linie die Schuld beigemessen werden, daß sich für die Dehnungszahl von Flußeisen die ganz unmöglich großen Werte — bis $\frac{1}{1\ 688\ 000}$ gegenüber der üblichen Größe von etwa $\frac{1}{2\ 100\ 000}$ — ergaben.

Man erhält, wie später (s. Seite 8) gezeigt ist, die Größe der rein federnden Formänderung am besten nach dem von Bach angewandten Belastungswechselverfahren.

Der zweite Weg¹⁾ zur Bestimmung von m besteht in der unmittelbaren Messung. Man ermittelt die federnde Verlängerung und die federnde Quersammmenziehung des auf Zug beanspruchten Probestabes und bestimmt dadurch die Zahl m . Hierzu dient ein Probestab von kreisrundem Querschnitt, für den allein die Gewähr vorhanden ist, daß die Quersammmenziehung nach allen Seiten hin gleichmäßig erfolgt.

Die auf diese Weise gefundenen Werte sind auch zutreffend, wenn für den untersuchten Stoff zwischen Dehnungen und Spannungen keine Proportionalität besteht, und auch, wenn m mit der Spannung veränderlich ist.

¹⁾ Einige andere Verfahren zur Bestimmung von m siehe Wüllner, Experimentalphysik 1895 2. Abschnitt 1. Kapitel.

Die Schwierigkeit bei dieser Art der Bestimmung von m liegt in der Messung der Querkontraktion. Ich habe nun eine Feinmeßvorrichtung entworfen, die gestattet, die Querkontraktion und gleichzeitig unter Anwendung eines Bauschinger-Spiegelapparates die Verlängerung eines Stabes zu ermitteln.

Nachdem auf Grund der oben angegebenen Erwägungen anzunehmen war, daß die Ergebnisse der Versuche von Hempelmann mit schweren Fehlern behaftet sind, schien es bei der großen Bedeutung, welche die Gesetze der Drehelastizität für den ausübenden Konstrukteur besitzen, und bei der zurzeit noch bestehenden Unsicherheit erforderlich, nachzuprüfen, inwieweit die von Hempelmann gezogenen Schlüsse (s. Seite 11) zutreffen. Diese Frage erschien mir weit wichtiger als die unmittelbare Feststellung von m , welche deshalb im zweiten Teil behandelt wird.

Die angestellten Verdrehungsversuche erstrecken sich auf Stäbe von rechteckigem Querschnitt mit Seitenverhältnissen von $h : b = 1 : 1$ bis $h : b = 10 : 1$, so daß ein ziemlich weites Gebiet gedeckt wird. Der Stoff war Flußeisen.

Frühere Verdrehungsversuche.

Verdrehungsversuche mit Stäben von rechteckigem Querschnitt wurden zur Erforschung des elastischen Verhaltens verschiedentlich ausgeführt, so von Savart, Duleau und Wertheim¹⁾. Die Versuchstoffe waren Glas, Messing, Kupfer und Eisen. Obgleich diese Stoffe zum Teil keine Proportionalität zwischen Dehnungen und Spannungen aufweisen, welche Eigenschaft die Lösungen der Elastizitätslehre vor allem voraussetzen, findet Saint-Venant¹⁾ doch eine befriedigende Uebereinstimmung dieser Versuchsergebnisse mit der von ihm aufgestellten Formel für den Drehungswinkel

$$\vartheta = \psi M_a \frac{\Theta'}{f^4} \beta \dots \dots \dots (3),$$

worin bezeichnet

- ϑ den verhältnismäßigen Drehungswinkel,
- M_a das Moment des verdrehenden Kräftepaars,
- Θ' das polare Trägheitsmoment des Stabquerschnittes,
- f den Inhalt des Stabquerschnittes,
- β die Schubzahl und
- ψ eine Zahl, die Saint-Venant für verschiedene Querschnittformen berechnet hat.

Es ist hier auf die außerordentlich wesentliche Feststellung von Bach hinzuweisen, daß Gl. (3) für Hohlquerschnitte nicht gilt²⁾.

Bauschinger³⁾ hat durch Versuche mit gußeisernen Stäben von verschiedenen Querschnittformen die Saint-Venantsche Formel für den Drehungswinkel geprüft. Die erreichte Uebereinstimmung unter Berücksichtigung der Veränderlichkeit der Schubzahl von Gußeisen bezeichnet Bach in seiner »Elastizität und Festigkeit«⁴⁾ als gut. An gleicher Stelle sind noch Verdrehungsversuche mit kreisförmigen und quadratischen Wellen aus Siemens-Martinstahl von Bauschinger besprochen. Die von ihm gefundenen Mittelwerte decken sich recht gut mit den nach Gl. (3) berechneten Verdrehungen.

¹⁾ Navier, Résistance des corps solides 1864, Appendice 4 § 40 Seite 622 f.
²⁾ Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure 1905 S. 960.
³⁾ Civil-Ingenieur 1881.
⁴⁾ Elastizität und Festigkeit 5. Auflage § 35, 2 S. 348.

Aus dem der Praxis entsprungenen Bedürfnis heraus, für gußeiserne Stäbe von verschiedenartigen Querschnittformen die Drehungsfestigkeit zu bestimmen, hat Bach entsprechende Versuche angestellt¹⁾. Er hat erstmals für gewisse Querschnitte nach Maßgabe der Versuche eine rechnerische Beurteilung der Drehungsfestigkeit gegeben.

Auf Grund von Versuchen mit langen zylindrischen Schraubenfedern, die nicht zu dem Zweck angestellt wurden, welchen ich hier verfolge, gibt Bach²⁾ für die Zahl ψ' der in folgender Form geschriebenen Gleichung für den Drehungswinkel

$$\vartheta = \psi' M_a \beta \frac{b^2 + h^2}{b^3 h^3} \dots \dots \dots (4)$$

eine vom Verhältnis der Querschnittseiten h und b abhängige lineare Funktion, welche Werte liefert, die mit wachsendem Seitenverhältnis schneller abnehmen als die von Saint-Venant dafür berechneten.

Art und Grundlagen der Versuche.

Die hier besprochenen Versuche hatten als Ziel die Ermittlung, ob und wie weit die wirklichen Verhältnisse bei der Verdrehung von Stäben mit rechteckigen Querschnitten der Lösung von Saint-Venant oder einer der Näherungslösungen entsprechen, und zwar unter möglichst genauer Einhaltung der von der Elastizitätslehre gemachten Annahmen.

Zu diesem Zweck wurden die Drehungswinkel von Stäben mit verschiedenen Querschnitten gemessen. Dieser auch bei den früheren Untersuchungen der Drehungsgesetze eingeschlagene Weg ist bis jetzt der einzige, der einen Einblick in die Spannungsverhältnisse gewährt, insofern man je nach der Uebereinstimmung des gefundenen Drehungswinkels mit einer der Lösungen des Torsionsproblems auf die Richtigkeit der Lösung schließen kann und damit vermuten darf, daß die von dieser Lösung geforderte Spannungsverteilung im Querschnitt eintritt. Die unmittelbare Ermittlung der größten Spannung durch Belastung bis zum Bruch oder bis zur Streckgrenze wird durch die Stoffeigenschaften verhindert: Gußeisen hat eine mit der Spannung veränderliche Schubzahl, und bei Flußeisen treten, sobald die Proportionalitätsgrenze oder Streckgrenze überschritten ist, Verhältnisse ein, die eine Anwendung der Saint-Venantschen Gleichung nicht mehr zulassen, da ja die vorausgesetzte Proportionalität nicht mehr besteht. Man könnte noch daran denken, zur Prüfung der Gleichungen einen Stoff zu verwenden, der eine ausgesprochene Streckgrenze aufweist und sich bis zu dieser Spannung proportional verhält. Aber auch damit käme man nicht zum Ziel, da die Streckgrenze infolge der eigenartigen Spannungsverteilung bei rechteckigen Stäben an Deutlichkeit allzuviel einbüßen wird.

Bei der Durchführung der Versuche zur Bestimmung des Drehungswinkels sollten die Forderungen erfüllt werden, auf deren Annahme die Lösung des Torsionsproblems beruht. Vor allem war reine Verdrehungsbeanspruchung zu erstreben. Wie weit dies im vorliegenden Fall erreicht wurde, ist aus der Beschreibung der Versuchsmaschine zu ersehen. Des weiteren ist zu verlangen, daß der Stoff homogen ist und Proportionalität zwischen Dehnungen und Spannungen bezw. zwischen Schiebungen und Schubspannungen aufweist. Diese Be-

¹⁾ Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure 1899 S. 140 bis 145; S. 163 bis 166; 1906 S. 481 bis 483; Elastizität und Festigkeit § 35 I.

²⁾ Bach Elastizität und Festigkeit 5. Auflage § 43 S. 392 bis 395 und § 57 S. 541.

dingungen erfüllte das verwendete Flußeisen in sehr befriedigender Weise. (Siehe Fig. 1 und 17.)

Damit der Einfluß des örtlichen Kräfteangriffes keine Störung innerhalb der Meßstrecke bedingt und die Formänderung ungehindert erfolgen kann, wurde über die Meßstrecke hinaus bis zum Angriff des Drehungsmomentes eine freie Stablänge gleich dem drei- bis vierfachen der größeren Querschnittseite belassen.

Um aus der Gleichung für den Drehungswinkel

$$\vartheta = \psi' M_a \beta \frac{b^2 + h^2}{b^3 h^3}$$

die Zahl ψ' ermitteln und mit den Werten der Näherungsformel und den von Saint-Venant gegebenen in Vergleich stellen zu können, mußte man noch die dem Stoff eigentümliche Schubzahl kennen. Diese war durch Verdrehungsversuch mit einem Rundstab aus demselben Stoff zu bestimmen, aus dem die zu untersuchenden Stäbe mit rechteckigem Querschnitt bestanden. Auf die Mißlichkeit der mittelbaren Bestimmung der Schubzahl aus Zug- oder Biegeversuch weist schon Saint-Venant bei der Beurteilung der früheren Verdrehungsversuche hin.

Bei den vorliegenden Versuchen war darauf zu achten, daß die Stäbe nicht über die Streckgrenze beansprucht wurden, um eine Wiederholung der Versuche unter den gleichen Bedingungen zu ermöglichen. Während nämlich bei Zug- oder Druckbeanspruchung ein Ueberschreiten der Proportionalitäts- oder Streckgrenze auf die elastischen Eigenschaften keinen merkbaren Einfluß hat¹⁾, liegen die Verhältnisse bei der Verdrehung anders. Es erfahren nicht alle Fasern über den Querschnitt gleiche Beanspruchung, sondern die Schubspannungen in einem Querschnittelement wachsen, beim kreisförmigen Querschnitt zum Beispiel, proportional mit seinem Abstand von der Achse. Die äußersten Fasern überschreiten daher zuerst und allein die Proportionalitäts- und die Streckgrenze. Je nach der Größe der Verdrehung wird also das Gebiet, in dem der Stoff über die Proportionalitäts- und Streckgrenze beansprucht ist, ein mehr oder minder breiter Kreisring sein. Bei der Entlastung des verdrehten Stabes treten dann innere Spannungen auf, davon herrührend, daß die verhältnismäßig große bleibende Verdrehung der gestreckten Zone sich dem federnden Zurückdrehen der Fasern des unversehrten Kerngebietes widersetzt. Nach genügend langer Zeit wird sich allerdings der Stoff einigermaßen erholt haben.

Einen Anhalt für die Größe der Schubspannung an der Streckgrenze k_s gibt die Beziehung

$$k_s = k_z \frac{m}{m+1} \dots \dots \dots (5),$$

wenn man für m $\frac{10}{3}$, und für k_z die aus dem Zerreißversuch erhaltene Zugspannung an der Streckgrenze einsetzt. Die angenäherte Gültigkeit ist nach Versuchen von Bach erwiesen²⁾.

Stoff, Form und Abmessung der Versuchstäbe.

Zur Herstellung der Versuchstäbe wurden zwei Stangen von Flußeisen mit den Querschnittabmessungen 3,5 cm auf 5,5 cm und der Länge 380 cm

¹⁾ Bauschinger, Mitteilungen aus dem mechanisch-technischen Laboratorium der Kgl. Techn. Hochschule zu München Heft 13, 1886.

²⁾ Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure 1895 S. 893.

gewählt. Die beiden Stangen wurden mit *A* und *B* bezeichnet. Sie erwiesen sich nach den Versuchen als vollkommen gleichartig. Um gegen Zufälligkeiten bei den Versuchen, gegen Stoff- und Bearbeitungsfehler gesichert zu sein, wurde aus beiden Stangen je ein Stab mit dem gleichen Seitenverhältnis hergestellt. Die Querschnittabmessungen waren so gewählt, daß die Walzhaut in genügender Stärke entfernt wurde. Das Herausarbeiten erfolgte symmetrisch zum ursprünglichen Stangenquerschnitt. Vor der Bearbeitung wurden die Stäbe sorgfältig ausgeglüht.

ZerreiBversuche mit zwei Stäben von Stange *A* und zwei Stäben von Stange *B* je mit den Querschnittabmessungen 1,43 cm auf 0,55 cm ergaben folgende Zahlen:

1	2	3	4	5
Bezeichnung	Streckgrenze kg/qcm	Zugfestigkeit kg/qcm	Dehnung auf 100 mm gemessen vH	Querschnitt- verminderung vH
1 <i>A</i>	2218	3619	32,2	65,4
2 <i>A</i>	2247	3601	34,5	66,6
1 <i>B</i>	2236	3631	33,1	65,1
2 <i>B</i>	2226	3571	31,5	64,9

Aus jeder der Stangen *A* und *B* wurde ein Rundstab ($d = 3$ cm) zur Ermittlung der Schubzahlen hergestellt, weiter vier rechteckige Stäbe mit den Seitenverhältnissen $h : b = 1 : 1, 2 : 1, 3 : 1$ und $4 : 1$. Die ungefähren Querschnitte waren 2,6 auf 2,6 cm, 3,6 auf 1,8 cm, 4,5 auf 1,5 cm und 4,8 auf 1,2 cm. Für die später behandelte unmittelbare Bestimmung des Verhältnisses der Längs- zur Querdehnung war noch je ein Rundstab ($d = 3$ cm) vorgesehen. Aus den innerhalb der Proportionalitätsgrenze untersuchten Stäben wurde später je ein Stab mit dem Seitenverhältnis $h : b = 6 : 1$ (4,5 auf 0,75 cm), $8 : 1$ (4,8 auf 0,6 cm) und $10 : 1$ (4,8 auf 0,48 cm) hergestellt. Für diese neuen Seitenverhältnisse schien je ein Probestab genügend, da die Ergebnisse der Versuche mit den zwei Stäben vom gleichen Seitenverhältnis sehr gute Uebereinstimmung aufgewiesen hatten.

Die genauen Abmessungen der Stäbe sind aus den Zahlentafeln zu ersehen. Die Querschnittseiten wurden innerhalb der 40 cm langen MeBstrecke an 7 Stellen, und weiterhin wurde jede Seite außen und in der Mitte auf $\frac{1}{1000}$ cm gemessen. Die Stäbe waren so gearbeitet, daß im allgemeinen $\frac{3}{1000}$ cm die größte Abweichung in den Abmessungen einer Stabseite war. Daß diese Genauigkeit in der Herstellung und Messung zu fordern war, zeigt folgende Betrachtung. Wollte man sich mit der Messung auf $\frac{1}{100}$ cm begnügen, so wäre der durch Aufrunden entstehende größte Fehler $v = 0,005$ cm. Bei der Auswertung der Versuchsergebnisse nach ψ' bewirkt der Fehler v im Endwert ψ' einen Fehler V , dessen Größe man erhält, wenn man die Gleichung

$$\psi' = \frac{\partial}{Ma\beta} \frac{b^3 h^3}{b^2 + h^2} \dots \dots \dots (6),$$

nach b oder h ableitet, je nachdem der Fehler v bei b oder h auftritt, und die Ableitung mit dem Fehler v multipliziert:

$$V = v \frac{d\psi'}{db} = v \frac{\partial}{Ma\beta} \frac{b^2 h^3 (b^2 + 3h^2)}{(b^2 + h^2)^2}.$$

Um nun den Einfluß des Fehlers v deutlich zum Ausdruck zu bringen, nehmen wir an, v trete in seiner vollen Größe von 0,005 cm bei der kleineren

Querschnittseite b des Stabes B_{10} (s. Zahlentafel 13) auf. Mit $b = 0,473$ cm, $h = 4,796$ cm, $\beta = \frac{1}{824700}$ und dem Versuchswert $\vartheta = \frac{4,70 \cdot 0,781}{2000}$ cm, der einer Zunahme des Drehungsmomentes um 240 kg · cm entspricht, ist $\psi' = 3,17$. Der Fehler V wird mit $b = \frac{h}{10}$,

$$V = v \frac{\vartheta}{Ma\beta} 0,0295 h^3 = 0,103,$$

das sind $3,2$ vH von $\psi' = 3,17$. Dieser große Fehler erweist die Berechtigung und Notwendigkeit der für die Messung der Querschnitte aufgewendeten Sorgfalt.

Die Länge der Stäbe wurde mit dem Querschnittverhältnis wachsend gewählt, einmal mit Rücksicht auf den schon erwähnten Einfluß des örtlichen Angriffes des verdrehenden Momentes, dann mit Rücksicht auf die an der Einspannstelle behinderte Querschnittwölbung. Aus demselben Grunde wurden nicht, wie bei den runden Stäben, Einspannköpfe angearbeitet, sondern die rechteckigen Stäbe wurden auf ihre ganze Länge prismatisch angefertigt.

Verdrehungsmaschine und Meßvorrichtung.

Zu den Verdrehungsversuchen stand die nach Angaben von Bach von Amsler-Laffon erbaute, stehende Maschine für gleichzeitige Aeüßerung von Zugkräften und Drehmomenten (letztere bis 16500 kg · cm) in der Materialprüfungsanstalt der Kgl. Techn. Hochschule Stuttgart zur Verfügung¹⁾.

Die Verdrehung des Probestabes wird durch ein Schneckenrad bewirkt. Dieses trägt einen Einspannkopf, in dessen Aussparung das untere Ende des Stabes zentriert wird. Der obere Einspannkopf zur Aufnahme des anderen Stabendes ist leicht beweglich mittels eines Körners aufgehängt. Das auf den Stab ausgeübte Drehmoment wird von dem oberen Einspannkopf aufgenommen, indem er zwei in geeigneter Weise mit ihm verbundene Kolben in Oelzylinder drückt, die auf entgegengesetzten Seiten, gleich weit von der Achse der Maschine entfernt, an dem Maschinengestell angegossen sind. Die Pressung, welche dadurch in den Zylindern entsteht, ist dem Drehmoment proportional und wird unter Zwischenschaltung eines Druckverminderers mittels einer Quecksilbersäule gemessen.

Der Verkürzung des Versuchstabes, die infolge der Verdrehung eintritt, wirken die Reibungswiderstände in den Einspannstellen entgegen. Diese rufen Zugkräfte hervor, die aber bei den vorliegenden Versuchen so klein waren, daß sie sich an der den Zug messenden Quecksilbersäule nicht bemerklich machten.

Die Verdrehung der Stäbe wurde mit der im Folgenden beschriebenen Zeigervorrichtung gemessen.

Zwei den Stab umfassende Ringe sind mit vier senkrecht zueinander stehenden Spitzenschrauben in leichten Körnervertiefungen an den Enden der Meßstrecke zentrisch befestigt, und zwar so, daß je zwei gegenüberliegende Schrauben eine Hauptachse des Querschnittes fassen. Am oberen Ring ist ein Zeiger festgeklemmt, dessen Ende bei der Verdrehung des Stabes über den am unteren Ring befestigten Ablesemaßstab gleitet. Dieser ist nach einem Kreis vom Halbmesser 50 cm gebogen. Die ganze Vorrichtung ist durch Gegen-

¹⁾ Eine ältere Ausführung der Maschine siehe Martens, »Materialienkunde« 1898 S. 415 bis 417 und Tafel 14 Fig. 2.

Die Unterschiede zwischen der ersten Ablesung beim Anfangsmoment 500 kg · cm und den folgenden Ablesungen in der dritten Spalte sind die gesamten, bleibenden und federnden Verdrehungen (4., 5. und 6. Spalte). In Fig. 1 sind die federnden Verdrehungen in Abhängigkeit der verdrehenden

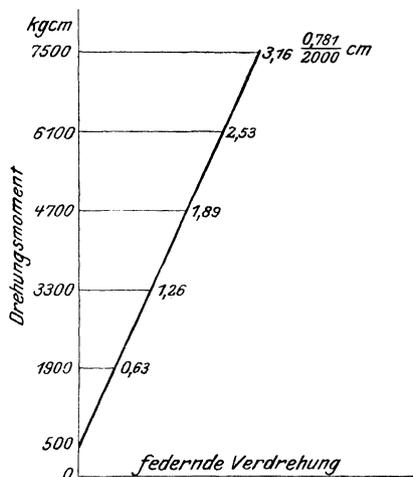


Fig. 1.

Momente aufgetragen. Sie folgen einer Geraden, d. h. es besteht Proportionalität zwischen Drehmoment und Verdrehungswinkel. Die bleibende Verdrehung wurde wegen ihrer Kleinheit nicht eingezeichnet.

Die Schubzahl β ergibt sich aus

$$\beta = \vartheta \frac{\pi}{32} \frac{d^4}{Ma} \dots \dots \dots (8)$$

zu

$$\beta = \frac{2,53 \cdot 0,781 \cdot \pi \cdot 2,893^4}{2000 \cdot 32 \cdot 5600} = \frac{1}{824000}$$

Es wurde, wie auch mit den anderen Stäben, ein zweiter vom ersten vollständig unabhängiger Versuch gemacht, bei dem infolge des proportionalen Verhaltens des Flußeisens nur zwei Stufen nötig erschienen. Die Versuchswerte zeigen gute Uebereinstimmung mit dem ersten Versuch (siehe Zahlentafel 1).

Der Verdrehungsversuch mit Stab B_0 zeigt das gleiche Bild: Proportionalität zwischen Verdrehung und Drehmoment, Uebereinstimmung der beiden mit ihm angestellten Versuche. Dasselbe war auch bei den Stäben mit rechteckigem Querschnitt der Fall. Es sind in den Zahlentafeln 2 bis 13 für jede Momentenstufe nur noch die Ausgleichwerte gegeben. Die größte Schubspannung (Spalte 2) für die Stäbe mit rechteckigem Querschnitt ist nach der Näherungsformel

$$\tau_{\max} = \frac{9}{2} \frac{Ma}{b^2 h} \dots \dots \dots (9)$$

berechnet.

Da man aus den für die federnde Verdrehung erhaltenen Werten ohne weiteres ihre Proportionalität mit dem verdrehenden Moment ersehen kann, erübrigt sich eine zeichnerische Darstellung.

Stab A_4 (s. Zahlentafel 9) ergab beim zweiten Versuch keine Proportionalität. Aus dem ersten Versuch ist aber zu ersehen, daß auch dort bei der Schubspannung $\tau = 1500 \text{ kg/qcm}$ schon die Proportionalitätsgrenze überschritten ist. Der dritte Versuch wurde deshalb wieder mit einem kleineren Anfangsmoment begonnen.

Die Stäbe mit den Seitenverhältnissen $h:b = 6:1, 8:1$ und $10:1$ wären mit Vorteil stärker gemacht worden, aber die vorhandene Meßeinrichtung gestattete dies nicht. Bei den erforderlichen kleinen Drehmomenten gestaltete sich außerdem die genaue Einstellung der Quecksilbersäule, die das Drehmoment mißt, etwas schwierig.

Zur Auswertung der Versuche wurde für die Schubzahl β der Mittelwert aus den Schubzahlen, welche die Stäbe A_0 und B_0 ergaben, verwendet:

$$\beta_{\text{mittel}} = \frac{\frac{1}{824200} + \frac{1}{825000}}{2} = \frac{1}{824700}$$

Aus den Versuchsergebnissen mit den rechteckigen Stäben wurden die Zahlen ψ' der Gleichung für den Verdrehungswinkel

$$\vartheta = \psi' M_a \beta \frac{b^2 + h^2}{b^3 h^3}$$

berechnet. Die untenstehende Zusammenstellung gibt diese Werte und den Vergleich mit den Saint-Venantschen Werten, die für obige Form der Gleichung für den Verdrehungswinkel umgerechnet sind. In Fig. 2 sind die Saint-Venantschen Werte für ψ' und die aus den Versuchsergebnissen berechneten sowie der feste Näherungswert $\psi' = 3,6$ eingetragen.

Die Versuchswerte sind etwas größer als die von Saint-Venant, doch ist der Unterschied sehr gering. Für die Stäbe mit den Seitenverhältnissen $h:b = 1:1$ bis $h:b = 6:1$ liegen die gefundenen Werte für ψ' nahezu auf einer Geraden. Es läßt sich für diese Stäbe ψ' ausdrücken durch

$$\psi' = 3,645 - 0,06 \frac{h}{b}.$$

Der Vergleich der Werte der Spalte 7 mit denjenigen der Spalte 10 und 8 zeigt, daß diese lineare Funktion, die nach dem Vorgange von Bach (siehe Elastizität und Festigkeit 5. Auflage S. 541) gebildet ist, mit den Versuchsergebnissen noch besser übereinstimmt, als die Saint-Venantschen Werte.

Ergebnisse der Versuche.

Stabbezeichnung	Querschnitts-abmessungen			ψ' mit $\beta_{\text{mittel}} = \frac{1}{824700}$ aus den Versuchswerten berechnet			Wert von ψ' nach Saint-Venant	Unterschied des Mittelwertes vom Saint-Venantschen in vH des Saint-Venantschen.	10 $\psi' = 3,645 - 0,06 \frac{h}{b}$ für $h:b = 1:1$ bis $h:b = 6:1$
	h	b	h:b	Ver-such 1	Ver-such 2	Mittel-wert			
A_1	2,609	2,609	1:1	3,58	3,58	3,58	3,56	0,6	3,585
B_1	2,596	2,596	1:1	3,59	3,58	3,58			
A_2	3,591	1,805	2:1	3,53	3,53	3,53	3,50	0,9	3,525
B_2	3,598	1,795	2:1	3,53	3,52	3,53			
A_3	4,338	1,446	3:1	3,45	3,465	3,47	3,42	1,5	3,465
B_3	4,488	1,499	3:1	3,47	3,48	3,47			
A_4	4,747	1,186	4:1	3,39	3,40	3,40	3,35	1,5	3,405
B_4	4,796	1,199	4:1	3,40	3,42	3,40			
B_6	4,488	0,743	6:1	3,29	3,295	3,29	3,26	0,9	3,285
A_8	4,745	0,590	8:1	3,22	3,20	3,21	3,21	0,0	—
B_{10}	4,796	0,473	10:1	3,17	3,19	3,18	3,17	0,3	—

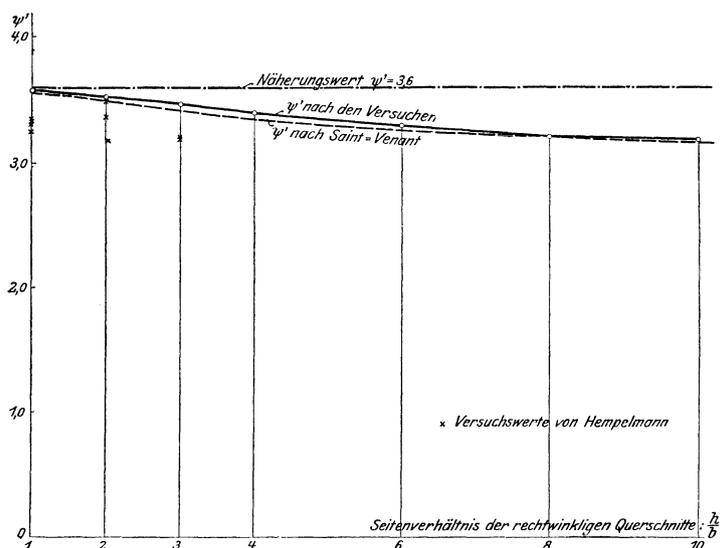


Fig. 2.

Das Ergebnis der Verdrehungsversuche ist folgendes:

Die aus Flußeisen hergestellten Stäbe mit rechteckigen Querschnitten vom Seitenverhältnis

$$h : b = 1 : 1 \text{ bis } h : b = 10 : 1$$

zeigten bei den Verdrehungsversuchen innerhalb des untersuchten Spannungsgebietes (bis etwa 1500 kg/qcm) Proportionalität zwischen Verdrehung und Drehmoment. Die gemessenen Verdrehungswinkel stimmten mit den nach Saint-Venant berechneten sehr gut überein. Die größte Abweichung betrug 1,5 vH der berechneten Werte.

Sieht man sich nun die Versuchsergebnisse der schon erwähnten Arbeit von Hempelmann an, so fällt vor allem auf, daß die von ihm gefundenen Werte für ψ' , die unter Zugrundelegung von $m = \frac{10}{3}$ berechnet sind, für dieselben Seitenverhältnisse sehr stark voneinander abweichen, und daß ihre Mittelwerte weit unter den Wert der Näherungslösung und die Werte von Saint-Venant zu liegen kommen (s. Fig. 2). Hempelmann schreibt nun: »Die im Laufe der Arbeit aufgetauchten Zweifel an der Richtigkeit dieser Zahl (nämlich $m = \frac{10}{3}$) veranlaßten mich jedoch, durch Torsionsversuche mit Rundstäben diesen Wert zu kontrollieren und zu berichtigen.« So erhielt er dann die Werte $m = 5,5$ bis 6. Damit rückten seine Werte für ψ' in die Nähe von 3,6, und er sprach als Ergebnis aus, »daß man für $m = 5,5$ bis 6 den Drall (verhältnismäßigen Verdrehungswinkel) nach der Formel

$$\vartheta = 3,6 M_a \beta \frac{b^2 + h^2}{b^3 h^3}$$

(mit den Bezeichnungen vorliegender Arbeit geschrieben) berechnen kann, um Werte zu erhalten, welche der Wirklichkeit hinreichend nahekommen.«

Seine Bestimmung von m ist aber ganz unbrauchbar, wie aus folgenden, seiner Arbeit entnommenen Versuchsergebnissen, die zu $m = 6$ führten, zu ersehen ist.

Stab	Gleitmodul G	Elastizitätsmodul E_{mittel}	$\bar{G} = \alpha E$
G Durchmesser = 15 mm	7825,25	16 960,5	$G = 0,4613 E$
H Durchmesser = 11,2 mm	8183,72	20 644,8	$G = 0,3964 E$

Im Mittel $G = 0,4288 E$. Entsprechender Wert von m ist 6.

Abgesehen von der Unwahrscheinlichkeit der einzelnen Werte von G und E (s. Seite 2) ist vor allem die Art der Mittelbildung unrichtig, wenn man hier überhaupt bei Einzelwerten, die sich um 16 vH des kleineren unterscheiden, an ein Mittel denken wollte. Es ist ohne weiteres klar, daß der Mittelwert aus den beobachteten Größen zu bilden ist — im vorliegenden Falle aus den Gleit- und Elastizitätsmoduln — und nicht erst aus den mit den Versuchswerten berechneten Schlußwerten. Statt des oben angegebenen Wertes 6 wird dann der Mittelwert $m = 7,8$. Die beiden Einzelwerte sind $m = 12$ und $m = 3,8$. Ihr Unterschied beträgt 220 vH des kleineren!

Die Spannungsverteilung im rechteckigen Querschnitt.

Die überaus gute Uebereinstimmung, welche die angestellten Verdrehungsversuche mit der Lösung des Torsionsproblems von Saint-Venant ergeben haben, berechtigt zu dem Schluß, daß die Spannungsverteilung über den Querschnitt den von der Saint-Venantschen Lösung geforderten Verlauf haben wird, worauf auch noch andere Erfahrungen hinweisen.

Im Folgenden soll die Spannungsverteilung über den Querschnitt nach Saint-Venant (s. Navier, Résistance des corps solides 1864) im Vergleich mit der von dem Näherungsverfahren angenommenen (s. z. B. Bach, Elastizität und Festigkeit) dargestellt werden.

Die Werte von Saint-Venant für die größten Schubspannungen, die bekanntlich in den Mitten der am nächsten der Achse gelegenen Querschnittseiten auftreten, weichen von den Werten, welche die Näherungslösung gibt, mit wachsendem Seitenverhältnis $\frac{h}{b}$ in noch bedeutenderem Maße ab, als dies bei den Werten für die Verdrehungswinkel der Fall ist. Dem festen Zahlenwert $\varphi = 4,5$ der Gleichung für die größte Schubspannung

$$\tau_{\text{max}} = \varphi \frac{M_a}{b^2 h}$$

stehen die mit wachsendem Seitenverhältnis $\frac{h}{b}$ fallenden Werte, wie sie Saint-Venant¹⁾ berechnet hat, gegenüber. Sie sind in Fig. 3 als Ordinaten zu den

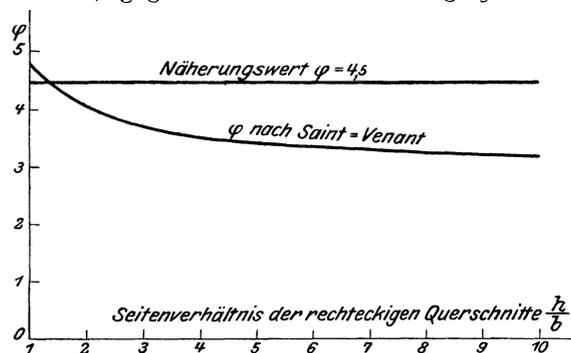


Fig. 3.

¹⁾ Navier, Résistance des corps solides Paris 1864 Art. V S. 362.

Seitenverhältnissen $\frac{h}{b}$ als Abszissen aufgetragen und durch einen stetigen Linienzug verbunden. Sie beginnen mit $\varphi = 4,8$ für das Seitenverhältnis $h:b = 1:1$ und erreichen zwischen $h:b = 1,25:1$ und $h:b = 1,3:1$ den Wert der Näherungsformel $\varphi = 4,5$. Von da an ergibt die Rechnung mit dem Näherungswert eine stärkere Schubspannung, als in Wirklichkeit vorhanden ist, was im Sinne der Festigkeitsrechnung liegt. Der größte Unterschied, welcher 50 vH des Wertes von Saint-Venant beträgt wird beim Seitenverhältnis $h:b = \infty:1$ erreicht, wo $\varphi = 3,0$ ist.

Dieser große Unterschied hat bei den zylindrischen Schraubenfedern, die ja bekanntlich — abgesehen von der zu vernachlässigenden Schubkraft und dem bei kleinem Steigungswinkel unbedeutenden Biegemoment — auf Drehung beansprucht sind, zu dem Glauben geführt, daß rechteckige Querschnitte im Vergleich zu quadratischen und runden eine höhere Schubbeanspruchung ertragen. So schreibt Hr. Professor Rausenberger in seiner »Theorie der Rohrrücklaufgeschütze« (Berlin 1907):

»In der Praxis hat sich gezeigt, daß trotz Verwendung genau desselben Stahlmaterials die Federn mit rechteckigem Querschnitt ganz bedeutend höhere zulässige Inanspruchnahmen auf Drehung zulassen als Rundfedern. So sind Rechteckfedern für Feldgeschütze zum Teil bis 14000 kg beansprucht, ohne die geringste Formänderung zu zeigen, während entsprechende Rundfedern aus demselben Stahl schon bei 9000 kg Beanspruchung zu Bruch gehen. Hiernach scheinen bei den auf Drehung beanspruchten Stäben aus gehärtetem Stahl ähnliche Verhältnisse zu bestehen, wie für Stäbe aus Gußeisen.«

Nach Saint-Venant ist aber die Anstrengung einer rechteckigen Feder z. B. vom Seitenverhältnis $h:b = 6:1$ um 25 vH kleiner als der nach der Näherungsformel berechnete Wert. Wenn man also die oben angedeuteten Erfahrungswerte für Federn mit verschiedenen Querschnitten, die aus demselben Stahl gemacht sind, nach den Werten von Saint-Venant umrechnet, so wird man auf zulässige Anstrengungen für runde und rechteckige Querschnitte kommen, die nicht allzuweit voneinander abliegen. Welchen Einflüssen die noch vorhandenen Unterschiede in dem Verhalten der verschiedenen Querschnittsformen zuzuschreiben sind, ist besonders zu untersuchen.

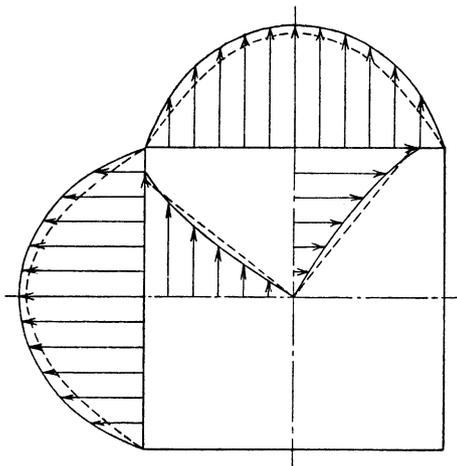


Fig. 4.

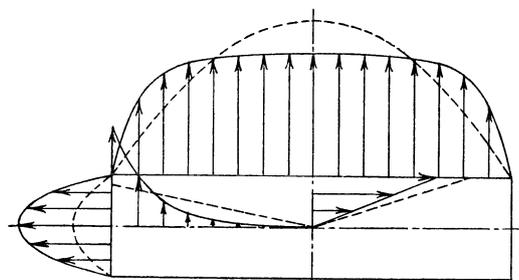


Fig. 5.

— nach Saint-Venant
 - - - nach der Näherungslösung

Den Vergleich der Schubspannungen nach Saint-Venant über die Seiten h und b mit der angenommenen Verteilung nach der Parabel geben die Fig. 4 für den quadratischen Querschnitt und Fig. 5 für den rechteckigen mit dem Seitenverhältnis $h:b=4:1$. Wir sehen, daß die Kurve der Spannungsverteilung nach Saint-Venant flacher verläuft als die Parabel, und daß sich mit wachsendem Seitenverhältnis eine immer gleichmäßigere Verteilung einstellt. Man sieht auch wieder aus den Figuren, daß die Näherungslösung für den quadratischen Querschnitt die größte Schubspannung zu klein, für den rechteckigen aber zu groß angibt.

Das Näherungsverfahren nimmt an, daß die Schubspannungen in den beiden Hauptachsen der Querschnitte proportional mit dem Abstand von der Stabachse sich vergrößern, während sie nach Kurven verlaufen, die diese angenommenen Geraden als Ausgleichlinien haben (s. Fig. 4 und 5)¹⁾.

Das Verhältnis der Schubspannungen τ_h in der Mitte der großen Seite zu den Schubspannungen τ_b in der Mitte der kleinen Seite ist in Fig. 6 in Ab-

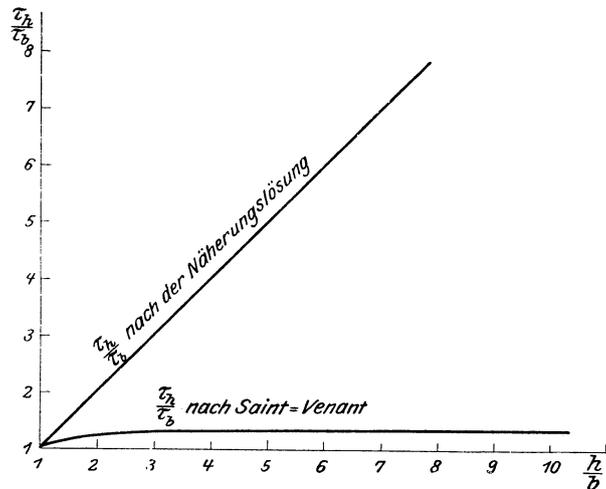


Fig. 6.

hängigkeit des Seitenverhältnisses $\frac{h}{b}$ dargestellt. Während das in Anlehnung an die Entwicklung für den elliptischen Querschnitt aufgestellte Näherungsverfahren annimmt, daß sich die Schubspannungen in der Mitte der großen Rechteckseite zu den Schubspannungen in der Mitte der kleinen verhalten wie die Seiten selbst, zeigt die Fig. 6, daß dieses Verhältnis $\tau_h : \tau_b$ viel langsamer wächst, und sich bald einem Endwert $\infty 1,34$ nähert.

Die Schubspannung in der Mitte der kleinen Rechteckseite ist also nicht viel von der absolut größten Schubspannung in der Mitte der großen Rechteckseite verschieden. Trotzdem ist die Spannungsverteilung nicht so günstig, als man auf dies hin glauben möchte, denn aus den Fig. 4 und 5 ist zu ersehen, daß die Spannung τ_b nach der Stabachse zu sehr rasch abnimmt, daß also die Fasern in der Gegend der großen Querschnittsachse nicht gut ausgenutzt werden.

Es sei noch auf folgende Beobachtung hingewiesen, die aber, wie ausdrücklich bemerkt werden soll, keinen Schluß auf die Spannungsverhältnisse erlaubt, da sie nicht mehr innerhalb des proportionalen Gebietes gemacht

¹⁾ Anthes, Dinglers polytechnisches Journal 1906 S. 342 f.

worden ist. Es wurde ein Flußeisenstab vom Seitenverhältnis $h:b = 5,4:1$ (Länge 45 cm, Seite $h = 4,9$ cm, Seite $b = 0,9$ cm) $\frac{1}{2}$ mal verdreht und die Schiebung an kleinen Quadraten, die in den Mitten der Seiten h und b eingeritzt waren, gemessen. Würde sich nun die Art des Spannungszustandes über der Streckgrenze nicht ändern, so müßten die gemessenen Schiebungen sich nach dem Näherungsverfahren verhalten, wie $5,4:1$. In Wirklichkeit war aber dieses Verhältnis etwa $1,3:1$, was mit dem nach der Saint-Venantschen Lösung richtigen Werte übereinstimmen würde.

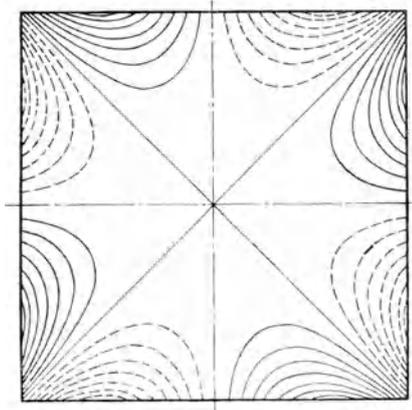


Fig. 7.

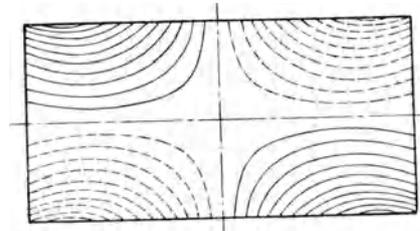


Fig. 8.

Saint-Venant¹⁾ hat die Gestalt der gekrümmten Flächen bestimmt, in welche die vor der Verdrehung ebenen Querschnitte übergehen. Er legte zu diesem Zweck in gleichen Abständen parallele Ebenen senkrecht zur Achse und berechnete ihre Schnittkurven mit der gekrümmten Fläche. Sie sind in Fig. 7 für den quadratischen Querschnitt und in Fig. 8 für den rechteckigen Querschnitt vom Seitenverhältnis $h:b = 4:1$ dargestellt. Der quadratische Querschnitt zeigt acht symmetrische Zwickel, die abwechselnd hohl und erhaben sind. Geht der quadratische Querschnitt in den rechteckigen über, so ist die Symmetrie nicht mehr vorhanden, und vom Seitenverhältnis $h:b = 1,45:1$ an gehen die acht Zwickel in die vier symmetrischen der Fig. 8 über, die auch abwechselnd hohl und erhaben sind.

II. Teil.

Versuche zur Ermittlung der Längs- und Querdehnung auf Zug beanspruchter Stäbe.

Wie schon in der Einleitung erwähnt, veranlaßte mich die trotz vieler Versuche noch bestehende Unsicherheit über die Größe der Verhältniszahl m , diese durch gleichzeitige Messung der Verlängerung und Quersammenziehung auf Zug beanspruchter Stäbe zu bestimmen. Während sich die Verlängerung durch verschiedene Einrichtungen, die sehr genaue Ergebnisse gewährleiten, messen läßt, war zur Bestimmung der Quersammenziehung ein besonderer Apparat zu entwerfen, dessen Einrichtung und Wirkungsweise im Folgenden

¹⁾ Navier, Art. V S. 279.

beschrieben ist. Die gewählte Art der Bestimmung von m hat den Vorzug, daß sie m unmittelbar ergibt und auch bei Stoffen zum Ziele führt, die keine Proportionalität zwischen Dehnungen und Spannungen aufweisen. Besonders im letzteren Falle ist die Kenntnis des mit der Spannung veränderlichen Wertes von m von großer Bedeutung, da sie einen Einblick in die schon bei den einfachsten Beanspruchungsfällen verwickelten Spannungszustände gestattet.

Die mannigfachen Versuche, die zur Ermittlung der Verhältniszahl m führten, deren Ergebnisse aber für denselben Stoff oft stark voneinander abweichen, haben als gemeinsames Ergebnis die Feststellung, daß m nicht ein theoretisch feststehender Wert ist, wie früher geglaubt wurde, sondern ein dem Stoff eigentümlicher; weiterhin, daß m für gewisse Stoffe, wie Gußeisen, mit der Spannung veränderlich ist.

Apparat zur Messung der Querdehnung auf Zug oder Druck beanspruchter Stäbe.

Die vorzüglichen Eigenschaften des Spiegelapparates nach Bauschinger gaben die Veranlassung, diese Art der Feinmessung auch für den vorliegenden Apparat in Anwendung zu bringen. Er besteht aus zwei Teilen a und b (s. Fig. 9 bis 11) die an gegenüber liegenden Stellen des zu untersuchenden Rundstabes c mit etwas abgerundeten, über Kreuz liegenden Schneiden durch schwachen Druck der vier Federn i angepreßt werden. Wenn der Stab c in seiner Längsrichtung durch Zugkräfte gedehnt wird, verringert sich sein Durchmesser, und die beiden Apparateteile bewegen sich unter dem Federdruck um den Betrag der Quersammenziehung gegeneinander. Die gegenseitige Bewe-

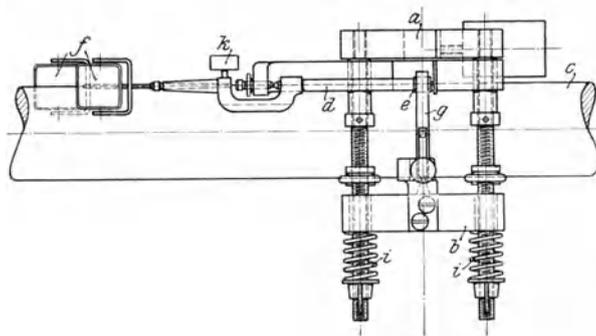


Fig. 9.

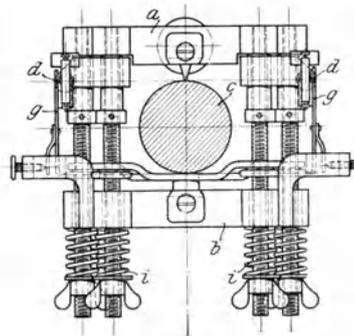


Fig. 10.

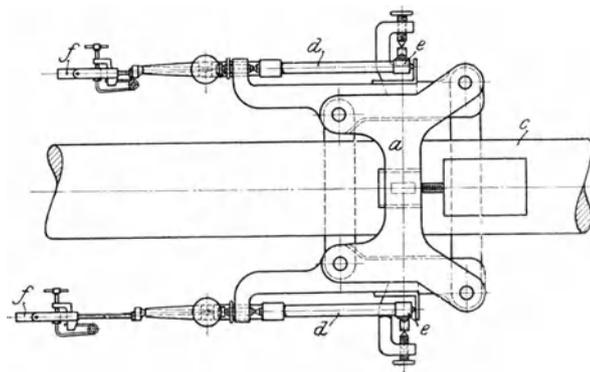


Fig. 11.

gung wird zweifach gemessen: es befinden sich an dem oben liegenden Teil a des Apparates symmetrisch zu der Schneide zwei sorgfältig gelagerte Achsen d , die am einen Ende Hartgummirollen e , am anderen kleine Spiegel f tragen. Zwei Meßstäbchen g , die mit ihren Schneiden in feinen Reißnadelrissen am Teil b eingesetzt sind, legen sich mit ihrem anderen, mit feinem Schmirgelpapier beklebten Ende leicht an die Hartgummirollen e vom Halbmesser r und drehen diese der Größe der Querszusammenziehung λ_q entsprechend um den Winkel

$$\alpha = \frac{\lambda_q}{r}.$$

Den Spiegeln gegenüber steht Fernrohr und Ablesemaßstab, Fig. 12. Das Fadenkreuz des Fernrohres steht auf einen gewissen Punkt des Ablesemaßstabes. Bei der Drehung der Spiegel um den Winkel α wird der Sehstrahl um den Winkel

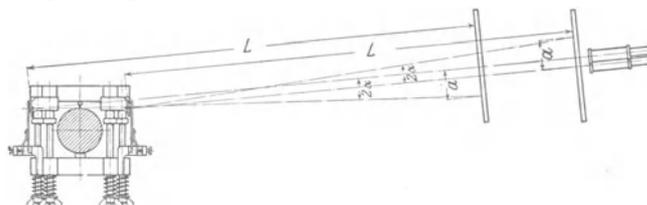


Fig. 12.

2α abgelenkt. Dementsprechend kommt das Fadenkreuz auf einen um die Strecke a vom ersten entfernten Punkt zu stehen. Beträgt der Abstand des Ablesemaßstabes von der spiegelnden Fläche L , dann ist

$$a = L \operatorname{tg} 2\alpha.$$

Es ergibt sich das Uebersetzungsverhältnis

$$\frac{\lambda_q}{a} = \frac{r\alpha}{L \operatorname{tg} 2\alpha}.$$

Da die Werte von α klein sind, darf man den Winkel für seine Tangente setzen und erhält

$$\frac{\lambda_q}{a} = \frac{r}{2L}.$$

Unter Einsetzung der für die Versuche benutzten Werte $r = 0,35$ cm und $L = 350$ cm ist das Uebersetzungsverhältnis

$$\frac{\lambda_q}{a} = \frac{0,35}{2 \cdot 350} = 1/2000.$$

Die Teilstriche des Maßstabes haben 0,4 cm Abstand; da man $1/10$ dieses Abstandes im Fernrohr mit Sicherheit schätzen kann, so erfolgt die Ablesung in $1/50000$ cm. Jeder Spiegel mißt für sich die ganze Querszusammenziehung. Durch Addition der Ablesungen der beiden Spiegel erhält man die Messung in $1/100000$ cm.

Die bei den Versuchen zu erwartende größte Querszusammenziehung eines Flußeisenstabes beträgt bei einem Durchmesser von 3 cm und bei der Spannung $\sigma = 2000$ kg/qcm unter der Annahme einer Dehnungszahl $\alpha = \frac{1}{2000000}$ und der Verhältniszahl $m = 3$

$$\lambda_q = 1/3 \frac{1}{2000000} \cdot 2000 \cdot 3 = 1/1000 \text{ cm.}$$

Daß unter diesen Verhältnissen die letzte geschätzte Stelle (s. Zahlentafel 14) das Ergebnis bedeutend beeinflusst, ist ersichtlich. Man könnte nun

einfach die Uebersetzung mit dem Abstand des Ablesemaßstabes vergrößern. Wenn man aber bedenkt, welchen Einfluß bei größerer Uebersetzung die Fehlerquellen, wie Temperaturschwankungen, Ungleichförmigkeit des Stoffes, Unvollkommenheit der Festigkeitsmaschine und der Meßvorrichtung haben, so drängt sich die Ueberzeugung auf, daß die größere Genauigkeit leicht auf einer Selbsttäuschung beruht.

Die Bügel h (siehe Fig. 9 bis 11) dienen zum Ansetzen des Apparates an den Probestab und vermeiden während des Versuches ein Kippen des oberen Teiles a .

Die wagerecht gelagerten Spiegelachsen sind in ihrer Drehrichtung durch Gegengewichte k ausgeglichen. Das gleichmäßige Arbeiten des Apparates hat die Bedenken gegen die wagerechte Lagerung der Achsen zerstreut.

Die Schneiden der Meßstäbchen sind nach Fig. 13 abgerundet, stützen sich also nur in einem Punkt auf. Es lassen sich so die Stäbchenenden leicht mit ihrer ganzen Breite an den Rollen zur Anlage bringen, wodurch die sichere Mitnahme der Spiegelachsen gewährleistet wird.

Dies ist bei der anderen dreipunktigen Stützung der Meßstäbchen nach Fig. 14, die Martens in seiner Materialienkunde (S. 476) empfiehlt, nicht der Fall. Weiterhin würde sich bei der Ausführung nach Fig. 14 das Uebersetzungsverhältnis unbestimmbar vergrößern, da infolge der verhältnismäßig großen spezifischen Pressung in dem Anlagepunkt sich der Rollenhalbmesser verringern wird.

Bei Druckversuchen ist die Wirkungsweise des Apparates dieselbe.

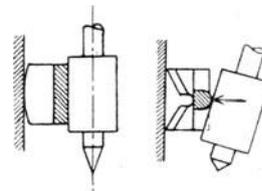


Fig. 13.

Fig. 14.

Fehlerquellen des Apparates.

Der durch Benutzung des geraden Maßstabes eintretende Fehler darf bei der Kleinheit der in Betracht kommenden Ausschläge vernachlässigt werden. Betreff der Verhältnisse, wie sie bei der Messung der Verlängerungen auftreten, ist auf »Elastizität und Festigkeit« von Bach (5. Auflage § 8) zu verweisen.

Damit die Apparateile infolge ihres Eigengewichtes keinen störenden Einfluß haben können, wird der Apparat in der Stellung, in welcher alle Gewichte ausgeglichen sind, an dem Versuchsstab angebracht. Nun ist aber der hintere Spiegel zur Hälfte vom Versuchsstab verdeckt. Da das Anzielen außerhalb der Spiegelmitte einen — wenn auch kleinen — Fehler ergeben würde, so ist die aus Fig. 12 ersichtliche schiefe Aufstellung der Ablesemaßstäbe gewählt worden. Diese Stellung ist so festgelegt, daß jeder Maßstab senkrecht zu der auf Mitte Spiegel gerichteten Feinrohrachse steht.

Die zweispiegelige Anordnung des Apparates macht die unvermeidlichen Verlagerungen des Probestabes unschädlich, die bei Verwendung von nur einem Spiegel unbestimmbare Fehler in das Ergebnis bringen würden.

Wie aus Fig. 9 bis 11 ersichtlich ist, liegen die Spiegelachsen d und die Längsschneide einerseits, die Schneiden der Meßstäbchen g und die Querschneide andererseits je in einer Ebene. Der Abstand jeder Spiegelachse von der Längsschneide ist genau gleich groß. Die Meßstäbchen g müssen parallel zu dem der Messung unterworfenen Durchmesser stehen. Dies ist der Fall, wenn man Teil b in der Querrichtung nach einer für diese Stellung bestimmten Marke einstellt. Weiterhin ist nötig, beim Ansetzen des Apparates an den Probestab

die beiden Teile *a* und *b* mittels der vier Flügelmuttern zueinander parallel zu stellen.

Diese vollkommene Symmetrie des Apparates muß vorhanden sein, da sich die Teile *a* und *b* während des Versuches einander nicht immer parallel nähern, wie aus den Versuchswerten (s. Zahlentafel 14 Spalte 11 und 13) zu ersehen ist. Bei unsymmetrischem Bau würde man infolgedessen fehlerhafte Werte bekommen. Der Grund für die Schiefstellung der Teile *a* und *b* bei der gegenseitigen Bewegung liegt darin, daß die Reibungswiderstände der Spiegelachsen links und rechts infolge ungleichen Anpressungsdruckes der Meßstäbchen verschieden groß sind.

Ein Fehler des Apparates ist dadurch bedingt, daß die Federkraft während des Versuches entsprechend der gegenseitigen Annäherung der Teile *a* und *b* nachläßt, wodurch sich die Durchbiegung dieser Teile vermindert. Dies hat zur Folge, daß die Ablesungen zu klein ausfallen. Um die Größe des Fehlers zu ermitteln, wurde folgende überschlägliche Rechnung angestellt. Die Zusammendrückung der vier Federn unter der Last von 25 kg wurde zu 0,5 cm gemessen. Die größte bei den vorliegenden Versuchen auftretende Quersammenziehung eines Stabes beträgt etwa $\frac{1}{1000}$ cm. Dem entspricht eine Verminderung des Druckes um $\frac{25}{0,5} \cdot \frac{1}{1000} = \frac{1}{20}$ kg, das ist $\frac{1}{40}$ des bei den Versuchen verwendeten Anpressungsdruckes von etwa 2 kg. Die Durchbiegung eines jeden der beiden Apparateteile *a* und *b* berechnet sich näherungsweise zu $y' = \frac{1}{50000}$ cm. Der größte Fehler, der infolge Nachlassens des Anpressungsdruckes während des Versuches eintritt, ist 2 mal $\frac{1}{40}$ der doppelt gemessenen Durchbiegung, also $\frac{1}{500000}$ cm. Er kann sich infolge dieser äußerst geringen Größe nicht bemerklich machen.

Der auf den zu messenden Durchmesser vom Apparat ausgeübte Druck ist für den Versuch ohne Belang, da er von vornherein vorhanden ist. Auch seine Aenderung während des Versuches hat nach Obigem keinen Einfluß.

Die Fehler, welche beim Arbeiten mit dem Apparat auftreten können, sind die gleichen, wie beim Bauschinger-Spiegelapparat¹⁾. Die Punkte, auf die bei den Versuchen sorgfältig zu achten war, sind gleichmäßige Temperatur im Versuchsraum, Beginn des Versuches erst, wenn der durch das Anbringen von der Hand erwärmte Apparat und der Versuchsstab mit Sicherheit Raumtemperatur angenommen haben, spiegelnde Fläche in der Drehachse, Spiegelachsen senkrecht bzw. parallel zum Probestab, Ebenheit der spiegelnden Flächen.

Prüfung des Apparates.

Die symmetrische Ausführung des Apparates wurde durch folgenden Versuch geprüft: Ein kleines Gewicht wurde stoßfrei seitlich an den unteren Teil *b* des an einem Versuchsstab angebrachten Apparates angehängt und dieser dadurch geneigt, was eine Drehung der beiden Spiegel bewirkt. Wie man leicht sieht, drehen sich beide im gleichen Sinn; es wird also lediglich der Nullpunkt verschoben. Die folgende Zusammenstellung gibt die Versuchswerte.

Die numerisch gleichen, im Vorzeichen entgegengesetzten Unterschiede der Ablesungen links und rechts erweisen die richtige Ausführung des Apparates und seinen richtigen Sitz am Probestab, außerdem sind sie eine vorzügliche Probe für das zuverlässige Arbeiten der wagerecht gelagerten Spiegelachsen.

¹⁾ Bach, Elastizität und Festigkeit 5. Aufl. S. 110 f.

	Spiegel links		Spiegel rechts	
	Ablesung	Unterschied	Ablesung	Unterschied
ohne Gewicht	2,30		2,78	
Gewicht vorn angehängt	0,62	-1,68	1,10	+1,68
Gewicht abgenommen	2,17	-0,13	2,65	+0,13
Gewicht hinten angehängt	3,98	+1,68	4,47	-1,69
Gewicht abgenommen	2,48	+0,18	2,95	-0,17
Gewicht vorn angehängt	0,61	-1,69	1,09	+1,69
Gewicht abgenommen	2,39	+0,09	2,87	-0,09
Gewicht hinten angehängt	4,01	+1,71	4,49	-1,71
Gewicht abgenommen	2,47	+0,17	2,95	-0,17

Das Uebersetzungsverhältnis wurde durch Ausmessen der Durchmesser der Hartgummirollen bestimmt. Außerdem wurde der Apparat an einem Kontrollstab mit einem Bauschinger-Spiegelapparat verglichen. Dies war dadurch ermöglicht, daß die Achsenhalter des Apparates zur Messung der Querszusammenziehung einem Bauschinger-Spiegelapparat entnommen waren und ohne weiteres zu diesem Apparat umgebaut werden konnten.

Mit jedem Spiegelapparat wurden drei Versuche an dem Kontrollstab gemacht, wobei jedesmal die Meßstäbchen an anderen Stellen der Hartgummirollen anlagen. Es wurde in der schon besprochenen Weise mit dem Wechsel zwischen Belastung und Entlastung auf jeder Stufe so lange fortgefahren, bis sich die gesamte, bleibende und damit die federnde Verlängerung nicht mehr änderte. Folgende Zusammenstellung gibt die Ausgleichwerte.

Verlängerungen des Kontrollstabes, mit dem Bauschinger-Spiegelapparat gemessen.

Für die Spannungsstufe	Federnde Verlängerung der 15,00 cm langen Meßstrecke in $\frac{1}{1000}$ cm		
	1. Versuch	2. Versuch	3. Versuch
152 und 610 kg/qcm	3,13	3,13	3,13
152 und 1067 kg/qcm	6,27	6,27	6,26
152 und 1525 kg/qcm	9,39	9,38	9,37
152 und 1982 kg/qcm	12,50	12,50	12,49
152 und 2592 kg/qcm	15,62	15,61	15,63

Verlängerungen des Kontrollstabes, mit dem umgebauten Spiegelapparat gemessen.

152 und 610 kg/qcm	3,12	3,13	3,13
152 und 1067 kg/qcm	6,26	6,26	6,27
152 und 1525 kg/qcm	9,39	9,39	9,40
152 und 1982 kg/qcm	12,51	12,54	12,54
152 und 2592 kg/qcm	15,64	15,67	15,66

Die Mittelwerte der drei Versuche betragen für den Bauschinger-Spiegelapparat $15,620 \frac{1}{1000}$ cm, für den umgebauten Spiegelapparat $15,657 \frac{1}{1000}$ cm. Sie unterscheiden sich also um 0,24 vH, was eine gute Uebereinstimmung bedeutet.

Querschnittsform der Versuchsstäbe.

Bauschinger¹⁾ fand bei seinen Messungen der Querszusammenziehung von Gußeisenstäben mit runden und rechteckigen Querschnitten, daß die Quer-

¹⁾ Civil-Ingenieur 1879.

schnittsform keinen Einfluß auf die Größe der Quersammenziehung habe. Bei der geringen Größe dieser Formänderung dürften aber auch die voraussichtlich sehr kleinen Unterschiede nicht zu bemerken sein. Es ist einleuchtend, daß lediglich ein Rundstab bei Zug- oder Druckbeanspruchung seine Querschnittsform beibehält. Deshalb wurden zu den vorliegenden Versuchen nur Rundstäbe verwendet.

Versuchsdurchführung und Ergebnisse.

Die Versuchsstäbe wurden in der 60 t Werdermaschine der Materialprüfungsanstalt den Zugbelastungen unterworfen. Die Dehnung wurde mit einem Bauschinger-Spiegelapparat auf einer Meßlänge von 15 cm bestimmt, in deren Mitte der Apparat zur Messung der Quersammenziehung angebracht war. Fig. 15 zeigt die beiden Apparate an einem Probestab. Die Versuchsanordnung ist

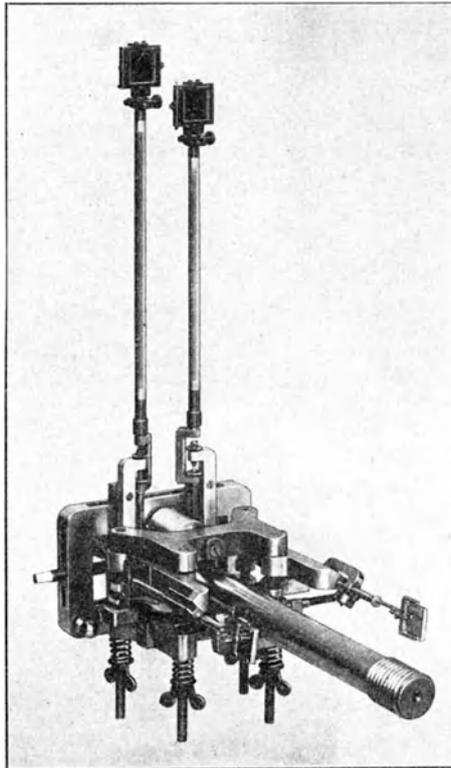


Fig. 15.

aus Fig. 16 zu ersehen. Das Uebersetzungsverhältnis war für alle vier Spiegel dasselbe.

Zahlentafel 14 gibt die Werte des ersten Versuches mit Rundstab A_1 . Er ist aus demselben Flußeisen hergestellt, aus dem die Stäbe zu den Verdrehungsversuchen gearbeitet waren.

Der Versuch wurde mit der Anfangsbelastung 1000 kg begonnen (Spalte 1), da bei einer Entlastung auf 0 kg Verlagerungen des Probestabes zu gewärtigen sind. Beim Belastungswechsel wurde soweit unter 1000 kg entlastet, daß beim Wiedereinstellen auf diese Last eine Bewegungsumkehr der Hartgummirollen erfolgte, wodurch ein etwaiger toter Gang der Achsen unschädlich gemacht wurde.

Die Belastung wurde für jede Stufe um 3000 kg entsprechend einer Spannungszunahme von 453 kg/qcm gesteigert; dann wurde auf 1000 kg zurückgegangen. In Spalte 3, 5, 10 und 12 sind die Ablesungen, die jeweils an den vier Fernrohren gemacht wurden, und in Spalte 4, 6, 11 und 13 ihre Unterschiede in $\frac{1}{500}$ cm eingetragen. Die Summen der Unterschiede ergeben die gesamten Verlängerungen bezw. Querszusammenziehungen in $\frac{1}{1000}$ cm (Spalte 7 und 14). Die bleibenden Aenderungen stehen in Spalte 8 und 15 und die federnden in Spalte 9 und 16. Der Wechsel der Belastung wurde auf jeder Stufe solange wiederholt, bis die gesamten, bleibenden und damit federnden Verlängerungen bezw. Querszusammenziehungen sich nicht mehr änderten.

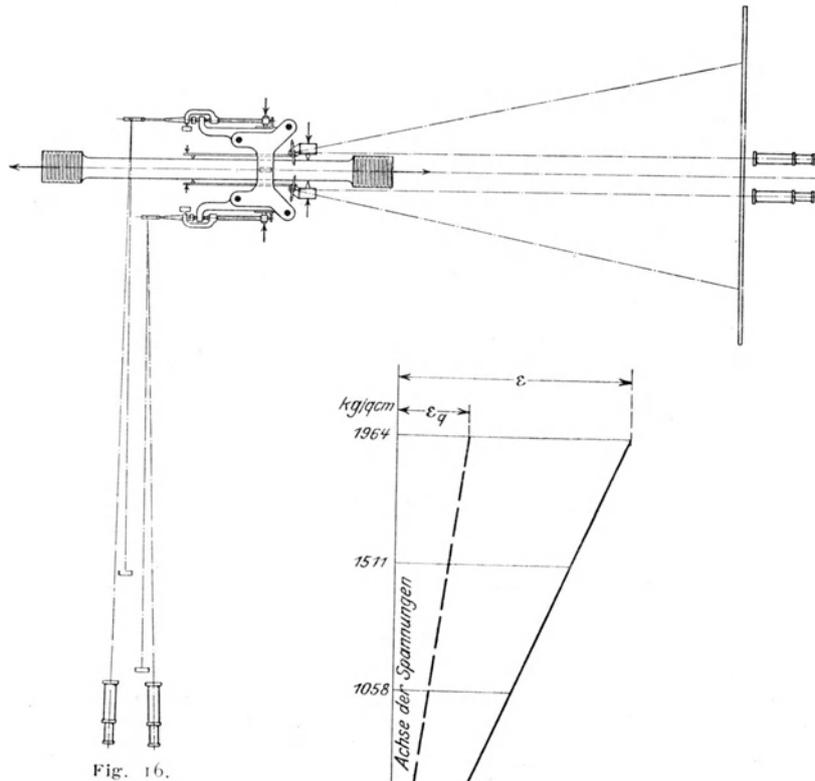


Fig. 16.

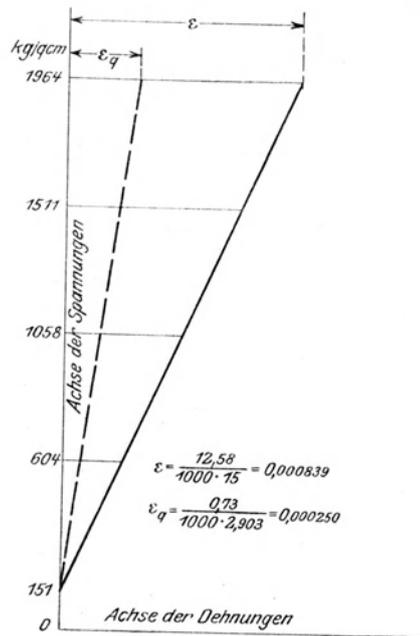


Fig. 17.

In Fig. 17 sind die Dehnungen ϵ und die verhältnismäßigen Querszusammenziehungen ϵ_q in Abhängigkeit der Spannungen aufgetragen. Man sieht, daß innerhalb des untersuchten Spannungsgebietes für beide Formänderungen Proportionalität besteht. Das Verhältnis $m = \frac{\epsilon}{\epsilon_q}$ ist also für diesen Stoff innerhalb dieses Spannungsgebietes unveränderlich. Es berechnet sich aus der Verlängerung λ und der Querszusammenziehung λ_q zu

$$m = \frac{\lambda}{l} \frac{d}{\lambda_q} = \frac{12,58 \cdot 2,903}{15,00 \cdot 0,73} = 3,34.$$

Die Unterschiede in der Zunahme der Quersammenziehung für die einzelnen Spannungsstufen (siehe Zahlentafel 14) rühren lediglich daher, daß die Größe der Quersammenziehung die Summe von zwei Zahlen darstellt, deren letzte Stelle geschätzt wurde.

Beim zweiten Versuch wurde die Quersammenziehung an dem zum vorigen senkrecht stehenden Durchmesser beobachtet. Das Ergebnis ist in Zahlentafel 15 in gekürzter Form enthalten. Es zeigt volle Uebereinstimmung mit dem ersten Versuch. Die Quersammenziehung wurde nun noch an zwei anderen Stellen des Stabes gemessen:

Für die Spannungsstufe	Quersammenziehung λ_q in $\frac{1}{1000}$ cm	
	3. Versuch	4. Versuch
151 und 604 kg/qem	0,18	0,18
151 und 1058 kg/qem	0,37	0,37
151 und 1511 kg/qem	0,56	0,54
151 und 1964 kg/qem	0,73	0,72

Die Quersammenziehung ist also — innerhalb der Genauigkeit, welche den Versuchen innewohnt — überall gleich groß, womit die Richtigkeit der Voraussetzung, daß die Querschnittsform erhalten bleibe, gezeigt ist.

Die Dehnungszahl berechnet sich zu

$$\alpha = \frac{12,58 \cdot 6,619}{1000 \cdot 15,00 \cdot 12000} = \frac{1}{2161700}.$$

Mit den so bestimmten beiden Zahlen α und m ist das elastische Verhalten des Flußeisens vollkommen bestimmt. Wir können also den verhältnismäßigen Verdrehungswinkel des aus diesem Flußeisen bestehenden Stabes A_0 vom Durchmesser $d = 2,893$ cm für das Drehmoment $M_a = 5600$ kg-cm berechnen:

$$\vartheta = \frac{32}{\pi} \frac{M_a}{d^3} \beta = \frac{32}{\pi} \frac{M_a}{d^3} 2 \frac{m+1}{m} \alpha = \frac{32}{\pi} \frac{5600}{2,893^3} 2 \frac{3,34+1}{3,34} \frac{1}{2161700} = 0,000979.$$

Der tatsächlich durch den Versuch ermittelte Verdrehungswinkel (s. Zahlentafel 1) war

$$\vartheta = \frac{2,53 \cdot 0,781}{2000} = 0,000988$$

Dieser Wert ist nur um 0,9 vH größer, der Unterschied also sehr gering. Zudem ist zu beachten, daß die Versuche zur Bestimmung von m , α und ϑ auf zwei verschiedenen Maschinen gemacht werden mußten.

Wir sehen aus dieser Uebereinstimmung der Verdrehungswinkel, daß die Beziehung zwischen der Dehnungszahl und der Schubzahl

$$\alpha = \frac{m}{2(m+1)} \beta$$

für das untersuchte Flußeisen innerhalb der Proportionalitätsgrenze volle Gültigkeit hat.

Mit Stab B_I aus dem Stoff der Stange B wurde in ganz gleicher Weise wie mit Stab A_I verfahren. Die Zahlentafeln 16 und 17 geben die beiden Versuche. Es berechnet sich daraus $m = 3,34$ und $\alpha = \frac{1}{2167800}$ in guter Uebereinstimmung mit den Werten für Stab A_I .

Berechnet man wie oben den verhältnismäßigen Verdrehungswinkel für Stab B_0 vom Durchmesser $d = 2,898$ cm für das Drehmoment $M_a = 5600$ kg·cm unter Zugrundelegung der ermittelten Werte für α und m , so erhält man

$$\vartheta = 0,0009695.$$

Der Verdrehungsversuch (s. Zahlentafel 2) ergab

$$\vartheta = 0,000980.$$

Der Unterschied beträgt 1,1 vH.

Es kam nun ein Stab »MS2« aus hartem, nicht ausgeglühtem Flußeisen, dessen Streckgrenze bei etwa 3000 kg/qcm ermittelt war, zur Prüfung. Der Stab war vor dem Versuch 14 Stunden lang mit 18000 kg belastet worden. Die Versuchswerte sind in Zahlentafel 18 enthalten.

Die Dehnungszahl berechnet sich zu $\alpha = \frac{1}{2149800}$ und das Verhältnis der Längsdehnung zur verhältnismäßigen Quersammenziehung zu $m = 3,65$.

Da der Stab nicht ausgeglüht war und man die Vorbehandlung nicht kennt, so läßt sich über den großen Wert von m nichts aussagen.

Ein Verdrehungsversuch (s. Zahlentafel 19), mit demselben Stab angestellt, ergab für das Drehmoment $M_a = 7700$ kg·cm den verhältnismäßigen Verdrehungswinkel

$$\vartheta = 0,001319.$$

Dieser Wert stimmt bis auf 0,3 vH mit dem aus obigen Werten berechneten verhältnismäßigen Verdrehungswinkel

$$\vartheta = 0,001323$$

überein.

Mit zwei Sorten hochwertigem Gußeisens wurden weitere Versuchsreihen ausgeführt. Leider wiesen die Ergebnisse so starke Schwankungen auf, daß sich ein klares Bild der Verhältnisse nicht ergab. Die Ursache wurde in starken Fehlstellen des Versuchsstoffes gefunden. Immerhin dürfte die Feststellung von Bedeutung sein, daß für das untersuchte Gußeisen die Verhältniszahl m von 3 bei der Spannung 60 kg/qcm bis gegen 6 bei der Spannung 1300 kg/qcm wuchs. Die Versuche sind in gleicher Weise durchgeführt worden, wie die mit Flußeisen, nur stellte sich hier der Ausgleich, besonders bei den höheren Spannungen, erst nach mehreren (bis zu 15) Belastungswechseln ein.

Zusammenfassung.

Die Verdrehungsversuche mit Stäben von rechteckigem Querschnitt, welche Seitenverhältnisse von $h:b = 1:1$ bis $h:b = 10:1$ besaßen, haben ergeben, daß die Verdrehungswinkel für homogenes Flußeisen innerhalb der Proportionalitätsgrenze nach der Formel

$$\vartheta = \psi' M_a \beta \frac{b^2 + h^2}{b^3 h^3}$$

zu berechnen sind, wobei für ψ' die von Saint-Venant für die verschiedenen Seitenverhältnisse ermittelten Werte (s. Figur 2 Seite 11 und die Zusammenstellung Seite 10) einzusetzen sind. Die größte Abweichung der Versuchsergebnisse beträgt 1,5 vH der nach obiger Gleichung berechneten Werte.

Für die Stäbe mit den Seitenverhältnissen $h:b = 1:1$ bis $h:b = 6:1$ kann man nach den Versuchen für ψ' setzen

$$\psi' = 3,645 - 0,06 \frac{h}{b}.$$

Es wurde die Spannungsverteilung über den rechteckigen Querschnitt, wie sie die Saint-Venantsche Lösung fordert, im Vergleich mit der von dem Näherungsverfahren angenommenen dargestellt.

Das Verhältnis der Längsdehnung zur Querdehnung $m = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_q}$ wurde an Flußeisenstäben, die auf Zug beansprucht waren, durch unmittelbare Messung der Verlängerung und Quersammenziehung bestimmt. Zur Messung der Quersammenziehung war ein besonderer Feinmeßapparat konstruiert worden. Man erhielt innerhalb der Proportionalitätsgrenze für ein ausgeglühtes, homogenes Flußeisen

$$m = 3,34,$$

für ein hartes, unausgeglühtes Flußeisen

$$m = 3,65.$$

Es wurde ermittelt, daß bei zwei hochwertigen Gußeisensorten m von 3 bei der Spannung 60 kg/qcm bis gegen 6 bei der Spannung 1300 kg/qcm wuchs.

Die Gültigkeit der Beziehung zwischen der Dehnungszahl α und der Schubzahl β

$$\alpha = \frac{m}{2(m+1)} \beta$$

wurde für das untersuchte Flußeisen innerhalb der Proportionalitätsgrenze festgestellt.

Zahlentafel 1.

Verdrehungsversuch mit Rundstab A_0 .

Durchmesser des Stabes: $d = 2,893$ cm. Länge des Stabes: $l = 61,0$ cm.

Meßlänge: $l' = 40,00$ cm.

1. Versuch.

1 Drehmoment kg·cm	2 Schubspannung kg/qcm	3 Ablesung $\frac{0,781}{2000}$ cm	4 Verdrehung in $\frac{0,781}{2000}$ cm			7 Bemerkungen
			gesamte	bleibende	federnde	
500	105	0,03				Temperatur im Versuchsraum 17,7°
1900	400	0,66	0,63			
500	105	0,03		0,00	0,63	
1900	400	0,66	0,63			
500	105	0,03		0,00	0,63	
3300	694	1,30	1,27			
500	105	0,03		0,00	1,27	
3300	694	1,30	1,27			
500	105	0,04		0,01	1,26	
3300	694	1,30	1,27			
500	105	0,04		0,01	1,26	
4700	989	1,95	1,92			
500	105	0,05		0,02	1,90	
4700	989	1,94	1,91			
500	105	0,05		0,02	1,89	
4700	989	1,94	1,91			
500	105	0,05		0,02	1,89	
6100	1283	2,58	2,55			
500	105	0,06		0,03	2,52	
6100	1283	2,59	2,56			
500	105	0,06		0,03	2,53	
6100	1283	2,59	2,56			
500	105	0,06		0,03	2,53	
7500	1578	3,23	3,20			
500	105	0,06		0,03	3,17	
7500	1578	3,23	3,20			
500	105	0,07		0,04	3,16	
7500	1578	3,23	3,20			
500	105	0,07		0,04	3,16	

2. Versuch.

500	105	0,03				15,6°
3300	694	1,30	1,27			
500	105	0,03		0,00	1,27	
3300	694	1,30	1,27			
500	105	0,03		0,00	1,27	
6100	1283	2,58	2,55			
500	105	0,04		0,01	2,54	
6100	1283	2,57	2,54			
500	105	0,04		0,01	2,53	
6100	1283	2,57	2,54			
500	105	0,04		0,01	2,53	15,6°

Zahlentafel 2. Verdrehungsversuch mit Rundstab B_0 . Durchmesser des Stabes: $d=2,898$ cm. Länge des Stabes: $l=61,0$ cm. Meßlänge: $l'=40,00$ cm.

1. Versuch.

1	2	3	4			7
			Verdrehung in $\frac{0,781}{2000}$ cm			
Drehmoment kg·cm	Schubspannung kg/qcm	Ablesung $\frac{0,781}{2000}$ cm	gesamte	bleibende	federnde	Bemerkungen
			500	105	0,21	
1900	398	0,84				
500	105	0,21	1,26	0,00	1,26	
3300	691	1,47				
500	105	0,21	1,90	0,01	1,89	
4700	984	2,11				
500	105	0,22	2,53	0,02	2,51	
6100	1276	2,74				
500	105	0,23	2,84	0,02	2,82	
6800	1423	3,05				
500	105	0,23				15,3°

2. Versuch.

500	105	0,73	0,63	0,00	0,63	18,9°
1900	398	1,36				
500	105	0,73	1,26	0,00	1,26	
3300	691	1,99				
500	105	0,73	1,88	0,00	1,88	
4700	984	2,61				
500	105	0,73	2,52	0,01	2,51	
6100	1276	3,25				
500	105	0,74	2,83	0,02	2,81	
6800	1423	3,56				
500	105	0,75				18,9°
7380	1544					Streckgrenze

Zahlentafel 3. Verdrehungsversuch mit Stab A_1 .
Quadratischer Querschnitt. Querschnittsabmessungen: $h=b=2,609$ cm.
Länge des Stabes: $l=64,0$ cm. Meßlänge: $l'=40,00$ cm.

1. Versuch.

1	2	3	4			7
			Verdrehung in $\frac{0,781}{2000}$ cm			
Drehmoment kg·cm	Schubspannung kg/qcm	Ablesung $\frac{0,781}{2000}$ cm	gesamte	bleibende	federnde	Bemerkungen
			500	127	0,26	
1650	418	0,81				
500	127	0,26	1,13	0,02	1,11	
2800	710	1,39				
500	127	0,28	1,67	0,02	1,65	
3950	1001	1,93				
500	127	0,28	2,24	0,03	2,21	
5100	1292	2,50				
500	127	0,29	2,54	0,04	2,50	
5675	1438	2,80				
500	127	0,30				20,1°

2. Versuch.

500	127	0,00	1,11	0,00	1,11	15,1°
2800	710	1,11				
500	127	0,00				
5100	1292	2,21	2,21	0,00	2,21	
500	127	0,00				

Zahlentafel 4. Verdrehungsversuch mit Stab B_1 .
 Quadratischer Querschnitt.

Querschnittsabmessungen: $h = b = 2,596$ cm.

Länge des Stabes: $l = 64,0$ cm. Meßlänge: $l' = 40,00$ cm.

1. Versuch.

1	2	3	4			7
			Verdrehung in $\frac{0,781}{2000}$ cm			
Drehmoment kg·cm	Schubspannung kg/qcm	Ablesung $\frac{0,781}{2000}$ cm	gesamt	bleibende	federnde	Bemerkungen
			500	129	0,27	
1650	424	0,84				
500	129	0,27	1,13	0,00	1,13	
2800	720	1,40				
500	129	0,27	1,71	0,01	1,70	
3950	1016	1,98				
500	129	0,28	2,30	0,04	2,26	
5100	1312	2,57				
500	129	0,31	2,80	0,25	2,55	
5675	1460	3,07				
500	129	0,52				18,5°

2. Versuch.

500	129	0,00	1,12	0,00	1,12	15,5°
2800	720	1,12				
500	129	0,00				
5100	1312	2,25	2,25	0,00	2,25	15,5°
500	129	0,00				

Zahlentafel 5. Verdrehungsversuch mit Stab A_2 .

Rechteckiger Querschnitt: $h : b = 2 : 1$.

Querschnittsabmessungen: $h = 3,591$ cm, $b = 1,805$ cm.

Länge des Stabes: $l = 67,0$ cm. Meßlänge: $l' = 40,00$ cm.

1. Versuch.

1	2	3	4			7
			Verdrehung in $\frac{0,781}{2000}$ cm			
Drehmoment kg·cm	Schubspannung kg/qcm	Ablesung $\frac{0,781}{2000}$ cm	gesamt	bleibende	federnde	Bemerkungen
			500	192	0,33	
1250	481	0,83				
500	192	0,34	0,99	0,015	0,975	
2000	769	1,32				
500	192	0,345	1,485	0,02	1,465	
2750	1058	1,815				
500	192	0,35	1,98	0,03	1,95	
3500	1346	2,31				
500	192	0,36	2,23	0,04	2,19	
3875	1490	2,56				
500	192	0,37				18,5°

2. Versuch.

500	192	0,00	0,97	0,00	0,97	16,6°
2000	769	0,97				
500	192	0,00				
3500	1346	1,95	1,95	0,00	1,95	16,6°
500	192	0,00				

Zahlentafel 6. Verdrehungsversuch mit Stab B₂.

Rechteckiger Querschnitt: $h : b = 2 : 1$.

Querschnittsabmessungen: $h = 3,598$ cm, $b = 1,795$ cm.

Länge des Stabes: $l = 67,0$ cm. Meßlänge: $l' = 40,00$ cm.

1. Versuch.

1 Drehmoment kg·cm	2 Schubspannung kg/qcm	3 Ablesung $\frac{0,781}{2000}$ cm	4 Verdrehung in $\frac{0,781}{2000}$ cm			7 Bemerkungen
			gesamte	bleibende	federnde	
500	194	0,19				Temperatur im Versuchsraum 17,2°
1250	485	0,685	0,495			
500	194	0,19		0,00	0,495	
2000	776	1,18	0,99			
500	194	0,19		0,00	0,99	
2750	1068	1,68	1,49			
500	194	0,20		0,01	1,48	
3500	1359	2,185	1,995			
500	194	0,21		0,02	1,975	
3875	1504	2,44	2,25			
500	194	0,22		0,03	2,22	

2. Versuch.

500	194	0,00				16,4°
2000	776	0,99	0,99			
500	194	0,00		0,00	0,99	
3500	1359	1,98	1,98			
500	194	0,01		0,01	1,97	16,4°

Zahlentafel 7. Verdrehungsversuch mit Stab A₃.

Rechteckiger Querschnitt: $h : b = 3 : 1$.

Querschnittsabmessungen: $h = 4,338$ cm, $b = 1,446$ cm.

Länge des Stabes: $l = 70,0$ cm. Meßlänge $l' = 40,00$ cm.

1. Versuch.

1 Drehmoment kg·cm	2 Schubspannung kg/qcm	3 Ablesung $\frac{0,781}{2000}$ cm	4 Verdrehung in $\frac{0,781}{2000}$ cm			7 Bemerkungen
			gesamte	bleibende	federnde	
200	99	0,08				Temperatur im Versuchsraum 17,6° Der Stab war vorbelastet.
850	422	0,67	0,59			
200	99	0,08		0,00	0,59	
1500	744	1,26	1,18			
200	99	0,08		0,00	1,18	
2150	1067	1,85	1,77			
200	99	0,08		0,00	1,77	
2800	1389	2,44	2,36			
200	99	0,08		0,00	2,36	
3125	1550	2,75	2,67			
200	99	0,09		0,01	2,66	

2. Versuch.

500	248	0,00				14,9°
1800	893	1,19	1,19			
500	248	0,00		0,00	1,19	
3100	1538	2,38	2,38			
500	248	0,01		0,01	2,37	14,9°

Zahlentafel 8. Verdrehungsversuch mit Stab B_3 .

Rechteckiger Querschnitt: $h : b = 3 : 1$.
 Querschnittsabmessungen: $h = 4,488$ cm, $b = 1,499$ cm.
 Länge des Stabes: $l = 70,0$ cm. Meßlänge: $l' = 40,00$ cm.

1. Versuch.

1 Drehmoment kg·cm	2 Schubspannung kg/qcm	3 Ablesung $\frac{0,781}{2000}$ cm	4 Verdrehung in $\frac{0,781}{2000}$ cm			7 Bemerkungen
			gesamte	bleibende	federnde	
200	89	0,37	0,515	0,00	0,515	Temperatur im Versuchsraum 16,7°
850	379	0,885				
200	89	0,37				
1500	669	1,405	1,035	0,005	1,03	
200	89	0,375				
2150	959	1,925	1,555	0,01	1,545	
200	89	0,38				
2800	1249	2,45	2,08	0,02	2,06	
200	89	0,39				
3125	1395	2,71	2,34	0,03	2,31	
200	89	0,40				

2. Versuch.

500	223	0,00	1,035	0,00	1,035	15,4°
1800	803	1,035				
500	223	0,00				
3100	1383	2,075	2,075	0,01	2,065	15,5°
500	223	0,01				

Zahlentafel 9. Verdrehungsversuch mit Stab A_1 .

Rechteckiger Querschnitt: $h : b = 4 : 1$.
 Querschnittsabmessungen: $h = 4,747$ cm, $b = 1,186$ cm.
 Länge des Stabes: $l = 72,0$ cm. Meßlänge: $l' = 40,00$ cm.

1. Versuch.

1 Drehmoment kg·cm	2 Schubspannung kg/qcm	3 Ablesung $\frac{0,781}{2000}$ cm	4 Verdrehung in $\frac{0,781}{2000}$ cm			7 Bemerkungen
			gesamte	bleibende	federnde	
200	135	0,30	0,64	0,00	0,64	Temperatur im Versuchsraum 16,6°
650	438	0,94				
200	135	0,30				
1100	741	1,57	1,27	0,00	1,27	
200	135	0,30				
1550	1045	2,22	1,92	0,01	1,91	
200	135	0,31				
2000	1348	2,86	2,56	0,02	2,54	
200	135	0,32				
2225	1500	3,22	2,92	0,035	2,885	
200	135	0,335				

2. Versuch.

400	270	0,005	1,30	0,02	1,28	16,9°
1300	876	1,305				
400	270	0,025				
2200	1483	2,605	2,60	0,025	2,575	16,8°
400	270	0,03				

3. Versuch.

200	135	0,00	1,27	0,00	1,27	16,0°
1100	741	1,27				
200	135	0,00				
2000	1348	2,55	2,55	0,00	2,55	16,0°
200	135	0,00				

Zahlentafel 10. Verdrehungsversuch mit Stab B_1 .

Rechteckiger Querschnitt: $h : b = 4 : 1$.

Querschnittsabmessungen: $h = 4,796$ cm, $b = 1,199$ cm.

Länge des Stabes: $l = 72,5$ cm. Meßlänge: $l' = 40,00$ cm.

1. Versuch.

1	2	3	4			7
			Verdrehung in $\frac{0,781}{2000}$ cm			
Drehmoment kg·cm	Schubspannung kg/qcm	Ablesung $\frac{0,781}{2000}$ cm	gesamte	bleibende	federnde	Bemerkungen
			200	131	0,28	
650	424	0,895				
200	131	0,28				
1100	718	1,50	1,22	0,00	1,22	
200	131	0,28				
1550	1012	2,12	1,84	0,005	1,835	
200	131	0,285				
2000	1305	2,745	2,465	0,02	2,445	
200	131	0,30				
2225	1452	3,09	2,81	0,03	2,78	
200	131	0,31				

2. Versuch.

200	131	0,00	1,225	0,00	1,225	16,6°
1100	718	1,225				
200	131	0,00				
2000	1305	2,485	2,485	0,03	2,445	
200	131	0,03				

Zahlentafel 11.

Verdrehungsversuch mit Stab B_6 (aus Stab B_3 gefertigt).

Rechteckiger Querschnitt: $h : b = 6 : 1$.

Querschnittsabmessungen: $h = 4,488$ cm, $b = 0,743$ cm.

Länge des Stabes: $l = 70,0$ cm. Meßlänge: $l' = 40,00$ cm.

1. Versuch.

1	2	3	4			7
			Verdrehung in $\frac{0,781}{2000}$ cm			
Drehmoment kg·cm	Schubspannung kg/qcm	Ablesung $\frac{0,781}{2000}$ cm	ge-ante	bleibende	federnde	Bemerkungen
			100	182	1,20	
330	599	2,57				
100	182	1,26				
560	1017	3,93	2,73	0,11	2,62	
100	182	1,31				
790	1435	5,28	4,08	0,15	3,93	
100	182	1,35				

2. Versuch.

100	182	1,31	1,31	0,00	1,31	14,6°
330	599	2,62				
100	182	1,31				
560	1017	3,92	2,61	0,00	2,61	
100	182	1,31				
790	1435	5,25	3,94	0,00	3,94	
100	182	1,31				

Zahlentafel 12.

Verdrehungsversuch mit Stab A_8 (aus Stab A_4 gefertigt).
 Rechteckiger Querschnitt: $h:b = 8:1$.
 Querschnittsabmessungen: $h = 4,745$ cm, $b = 0,590$ cm.
 Länge des Stabes: $l = 72,0$ cm. Meßlänge $l' = 40,00$ cm.

1. Versuch.

1	2	3	4	5	6	7
Drehmoment kg·cm	Schubspannung kg/qcm	Ablesung $\frac{0,781}{2000}$ cm	Verdrehung in $\frac{0,781}{2000}$ cm			Bemerkungen
			gesamte	bleibende	federnde	
100	272	0,91				Temperatur im Versuchsraum 13,9° Der Stab war vorbelastet.
250	681	2,47	1,56			
100	272	0,91		0,00	1,56	
400	1090	4,03	3,12			
100	272	0,91		0,00	3,12	
550	1498	5,60	4,69			
100	272	0,91		0,00	4,69	

2. Versuch.

100	272	1,38				15,4°
250	681	2,94	1,56			
100	272	1,38		0,00	1,56	
400	1090	4,49	3,11			
100	272	1,38		0,00	3,11	
550	1498	6,05	4,67			
100	272	1,39		0,01	4,66	15,8°

Zahlentafel 13.

Verdrehungsversuch mit Stab B_{10} (aus Stab B_4 gefertigt).
 Rechteckiger Querschnitt: $h:b = 10:1$.
 Querschnittsabmessungen: $h = 4,796$ cm, $b = 0,473$ cm.
 Länge des Stabes: $l = 72,5$ cm. Meßlänge: $l' = 40,00$ cm.

1. Versuch.

1	2	3	4	5	6	7
Drehmoment kg·cm	Schubspannung kg/qcm	Ablesung $\frac{0,781}{2000}$ cm	Verdrehung in $\frac{0,781}{2000}$ cm			Bemerkungen
			gesamte	bleibende	federnde	
100	419	1,70				Temperatur im Versuchsraum 14,4°
180	755	3,26	1,56			
100	419	1,70		0,00	1,56	
260	1090	4,84	3,14			
100	419	1,72		0,02	3,12	
340	1426	6,50	4,80			14,8°
100	419	1,80		0,10	4,70	

2. Versuch.

100	419	1,28				15,4°
180	755	2,85	1,57			
100	419	1,28		0,00	1,57	
260	1090	4,45	3,17			
100	419	1,30		0,02	3,15	
340	1426	6,02	4,74			
100	419	1,31		0,03	4,71	15,4°

Zahlentafel 14.

Zugversuch mit Rundstab d_1 zur Bestimmung von m .

Durchmesser des Stabes: $d = 2,903$ cm. Querschnitt des Stabes: $f = 6,619$ qcm. Zylindrische Länge des Stabes: $l = 38,0$ cm.

Messung der Verlängerung auf 15,00 cm. Messung der Quersammenziehung auf 2,903 cm.

Belastung kg	2	3	4	Messung der Verlängerung						9	Messung der Quersammenziehung						17		
				Spiegel links			Spiegel rechts				Verlängerung in $\frac{1}{1000}$ cm		Spiegel links		Spiegel rechts			Quersammenziehung in $\frac{1}{1000}$ cm	
				Ab- lesung $\frac{1}{500}$ cm	Unter- schied $\frac{1}{500}$ cm	Ab- lesung $\frac{1}{500}$ cm	Unter- schied $\frac{1}{500}$ cm	Ab- lesung $\frac{1}{500}$ cm	Unter- schied $\frac{1}{500}$ cm		Ab- lesung $\frac{1}{500}$ cm	Unter- schied $\frac{1}{500}$ cm	gesamte	bleibende	Ab- lesung $\frac{1}{500}$ cm	Unter- schied $\frac{1}{500}$ cm		gesamte	bleibende
1000	151	25,00	19,00	1,68	0,00	20,465	1,465	3,145	0,00	3,145	2,50	0,10	3,00	0,09	0,19	0,00	0,19	Temperatur im Versuchsraum 20,7°	
4000	604	23,32	20,465	0,00	0,00	19,00	0,00	3,145	0,00	3,145	2,60	0,00	2,91	0,00	0,00	0,00	0,19		
1000	151	25,00	19,00	0,00	0,00	20,455	1,455	3,145	0,00	3,145	2,50	0,15	2,96	0,04	0,19	0,00	0,19		
4000	604	23,31	1,69	20,455	1,455	0,00	0,00	3,145	0,00	3,145	2,50	0,00	3,00	0,00	0,00	0,00	0,19		
1000	151	25,00	19,00	0,00	0,00	20,455	1,455	3,145	0,00	3,145	2,50	0,00	3,00	0,00	0,00	0,00	0,19	Temperatur im Versuchsraum 20,7°	
7000	1058	21,66	21,96	3,34	0,00	19,01	2,96	6,30	0,01	6,30	2,71	0,21	2,84	0,16	0,37	0,00	0,37		
1000	151	25,00	19,01	0,00	0,00	19,01	0,01	6,30	0,01	6,30	2,50	0,00	3,00	0,00	0,37	0,00	0,37		
7000	1058	21,66	21,96	3,34	0,00	19,01	2,96	6,30	0,01	6,30	2,74	0,24	2,87	0,13	0,37	0,00	0,37		
1000	151	25,00	19,01	0,00	0,00	19,01	0,01	6,30	0,01	6,30	2,50	0,00	3,00	0,00	0,37	0,00	0,37	Temperatur im Versuchsraum 20,7°	
10000	1511	19,92	5,08	23,38	4,38	9,46	0,02	9,46	0,02	9,46	2,87	0,37	2,82	0,18	0,55	0,00	0,55		
1000	151	24,99	0,01	19,01	0,01	4,36	0,01	9,46	0,02	9,46	2,50	0,00	3,00	0,00	0,55	0,00	0,55		
10000	1511	19,90	5,10	23,36	4,36	9,46	0,01	9,46	0,02	9,46	2,83	0,33	2,78	0,22	0,55	0,00	0,55		
1000	151	24,99	0,01	19,01	0,01	4,36	0,01	9,46	0,02	9,46	2,50	0,00	3,00	0,00	0,55	0,00	0,55	Temperatur im Versuchsraum 20,8°	
13000	1964	18,20	6,80	24,81	5,81	12,61	0,03	12,61	0,03	12,61	3,00	0,50	2,78	0,22	0,72	0,00	0,72		
1000	151	24,99	0,01	19,02	0,02	5,80	0,02	12,61	0,03	12,61	2,50	0,00	3,00	0,00	0,72	0,00	0,72		
13000	1964	18,19	6,81	24,80	5,80	12,61	0,03	12,61	0,03	12,61	2,99	0,49	2,76	0,24	0,73	0,00	0,73		
1000	151	24,99	0,01	19,02	0,02	5,82	0,02	12,61	0,03	12,61	2,50	0,00	3,00	0,00	0,73	0,00	0,73	Temperatur im Versuchsraum 20,8°	
3000	1964	18,21	6,79	24,82	5,82	12,61	0,03	12,61	0,03	12,61	2,95	0,45	2,72	0,28	0,73	0,00	0,73		
1000	151	24,99	0,01	19,02	0,02	5,82	0,02	12,61	0,03	12,61	2,50	0,00	3,00	0,00	0,73	0,00	0,73		

Zahlentafel 15.
Zugversuch mit Rundstab A_r zur Bestimmung von m .

2. Versuch.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
Belastung		Verlängerung in $\frac{1}{1000}$ cm			Quersammenziehung in $\frac{1}{1000}$ cm			Bemerkungen
kg	kg/qcm	gesamte	bleibende	federnde	gesamte	bleibende	federnde	
1000	151	3,15	0,00	3,15	0,18	0,00	0,18	Temperatur im Versuchsraum 16,0°
4000	604							
1000	151							
7000	1058	6,30	0,00	6,30	0,36	0,00	0,36	
1000	151							
10000	1511	9,44	0,00	9,44	0,54	0,00	0,54	
1000	151							
13000	1964	12,59	0,01	12,58	0,73	0,00	0,73	16,0°
1000	151							

Zahlentafel 16.

Zugversuch mit Rundstab B_r zur Bestimmung von m .

Durchmesser des Stabes: $d = 2,892$ cm. Querschnitt des Stabes: $f = 6,569$ qcm.
Zylindrische Länge des Stabes: $l = 38,0$ cm. Messung der Verlängerung auf
15,00 cm. Messung der Quersammenziehung auf 2,892 cm.

1. Versuch.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
Belastung		Verlängerung in $\frac{1}{1000}$ cm			Quersammenziehung in $\frac{1}{1000}$ cm			Bemerkungen
kg	kg/qcm	gesamte	bleibende	federnde	gesamte	bleibende	federnde	
1000	152	3,16	0,00	3,16	0,18	0,00	0,18	Temperatur im Versuchsraum 22,6°
4000	609							
1000	152							
7000	1066	6,34	0,03	6,31	0,37	0,00	0,37	
1000	152							
10000	1522	9,52	0,05	9,47	0,55	0,00	0,55	
1000	152							
13000	1979	12,72	0,08	12,64	0,74	0,01	0,73	22,5°
1000	152							

Zahlentafel 17. 2. Versuch.

1000	152	3,16	0,00	3,16	0,18	0,00	0,18	21,0°
4000	609							
1000	152							
7000	1066	6,32	0,00	6,32	0,37	0,00	0,37	
1000	152							
10000	1522	9,48	0,00	9,48	0,55	0,00	0,55	
1000	152							
13000	1979	12,66	0,01	12,65	0,73	0,00	0,73	21,3°
1000	152							

Zahlentafel 18.

Zugversuch mit Rundstab *MS 2* zur Bestimmung von *m*.
 Durchmesser des Stabes: $d = 2,895$ cm. Querschnitt des Stabes: $f = 6,5825$ qcm.
 Zylindrische Länge des Stabes: $l = 40,0$ cm. Messung der Verlängerung auf
 $15,00$ cm. Messung der Quersammenziehung auf $2,895$ cm.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
Belastung		Verlängerung in $\frac{1}{1000}$ cm			Quersammenziehung in $\frac{1}{1000}$ cm			Bemerkungen
kg	kg/qcm	gesamte	bleibende	federnde	gesamte	bleibende	federnde	
1000	152							Temperatur im Versuchsraum $18,7^0$ 14 Stunden mit 18000 kg vorbe- lastet.
4000	608	3,18			0,17			
1000	152		0,00	3,18		0,00	0,17	
7000	1063	6,36			0,34			
1000	152		0,00	6,36		0,00	0,34	
10000	1519	9,54			0,50			
1000	152		0,00	9,54		0,00	0,50	
13000	1975	12,72			0,675			
1000	152		0,00	12,72		0,00	0,675	
16000	2431	15,91			0,84			
1000	152		0,00	15,91		0,00	0,84	
19000	2886	19,26			1,01			
1000	152		0,03	19,23		0,00	1,01	

Zahlentafel 19.

Verdrehungsversuch mit Rundstab *MS 2*.
 Durchmesser des Stabes: $d = 2,895$ cm. Zylindrische Länge des Stabes:
 $l = 40,0$ cm. Meßlänge: $l' = 30,00$ cm.

1	2	3	4	5	6	7
Dreh- moment kg·cm	Schubspannung kg/qcm	Ablesung $\frac{0,781}{2000}$ cm	Verdrehung in $\frac{0,781}{2000}$ cm			Bemerkungen
			gesamte	bleibende	federnde	
500	105	0,25				Temperatur im Versuchsraum $16,9^0$
1900	399	0,71	0,46			
500	105	0,25		0,00	0,64	
3300	693	1,17	0,92			
500	105	0,25		0,00	0,92	
4700	987	1,63	1,38			
500	105	0,25		0,00	1,38	
6100	1280	2,09	1,84			
500	105	0,25		0,00	1,84	
7500	1574	2,56	2,31			
500	105	0,255		0,005	2,305	
8200	1721	2,80	2,55			
500	105	0,26		0,01	2,54	
8900	1868	3,08	2,83			
500	105	0,29		0,04	2,79	

Untersuchungen über Solenoide und über ihre praktische Verwendbarkeit für Straßenbahnbremsen¹⁾.

Von Dipl.-Ing. E. Steil.

Einleitung.

Die Verwendung von Stromspulen zur Erzeugung elektromagnetischer Wirkungen ist in der Elektrotechnik allgemein. Die Berechnung solcher einfachen Elektromagnete ist jedem Fachmann geläufig und kann mit genügender Genauigkeit durchgeführt werden. Wesentlich anders gestalten sich jedoch die Verhältnisse bei der technischen Verwendung sogenannter Bremssole-noiden. Während bei Elektromagneten, wie sie als Feldmagnete bei Dynamomaschinen und Motoren, als Tragsmagnete bei Hebezeugen und dergleichen Verwendung finden, nur zwei veränderliche Größen, Amperewindungs- und Kraftlinienzahl vorkommen, deren eine immer durch die Aufgabe bekannt ist, so daß die Ver-änderliche mit Leichtigkeit berechnet werden kann, muß man bei Bremssole-noiden vier Veränderliche berücksichtigen, nämlich:

Amperewindungszahl, Kraftlinienzahl, Hubstellung des Kernes und Charakteristik.

Wenn im Folgenden von Solenoiden gesprochen wird, so sollen damit stets solche Stromspulen gemeint sein, welche, auf ihren äußeren Durchmesser bezogen, eine verhältnismäßig große Länge besitzen und die Aufgabe erfüllen, einen Eisenkern über einen gewissen Weg in sich hineinzuziehen. In der Lite-ratur sind solche Solenoide für größere Kraftleistungen wenig behandelt worden, insbesondere findet man fast gar keine Angaben über eisenumschlossene Sole-noide und deren Verhalten und Berechnung, so daß man bei der Konstruktion stets auf eigene Erfahrungen und Versuche angewiesen ist.

¹⁾ Zu der vorliegenden Abhandlung wurde ich durch die praktischen Untersuchungen ange-regt, welche ich im Betriebe der Großen Berliner Straßenbahn mit Solenoidbremsen anzustellen Gelegenheit hatte. Hierdurch kam ich zu der Ueberzeugung, daß infolge der eigenartigen magneti-schen Verhältnisse bei eisenumschlossenen Stromspulen noch eine ganze Reihe von Aufgaben, über die in der Literatur fast gar keine Angaben gemacht sind, gelöst werden müssen, um der Solenoid-bremse im Wettbewerb mit anderen Bremsarten den ihr gebührenden Platz anzuweisen. In Anerken-nung dieser Verhältnisse fand ich weitgehendste Unterstützung bei den interessierten Firmen. So unterstützte mich vor allem die Continentale Bremsengesellschaft tatkräftig bei den kostspieligen Untersuchungen durch Ueberlassung von Modellen. Weiteres Entgegenkommen fand ich beim Werk-stättenvorsteher der Großen Berliner Straßenbahn, Hrn. Ingenieur Stader. Für die Aufnahme der Kraftlinienbilder stellte mir Hr. Prof. W. Wedding bereitwilligst das elektrotechnische Laboratorium der Königl. Techn. Hochschule Berlin zur Verfügung.

Es ist mir eine angenehme Pflicht, allen diesen Herren an dieser Stelle meinen aufrichtigsten Dank für ihre Unterstützung auszusprechen.

Ich sah mich daher gezwungen, eine große Anzahl der verschiedensten Untersuchungen mit Solenoiden anzustellen. Diese sind im ersten Teil der vorliegenden Schrift eingehend behandelt, während der zweite Teil die praktische Verwendbarkeit und die Konstruktionsbedingungen der Solenoide als Straßenbahnbremsen im besonderen zur Aufgabe hat. Im dritten Teil ist versucht worden, die Nutzenanwendung zu ziehen, und die für Bremszwecke unbrauchbare Charakteristik eines Solenoides richtiggestellt.

I. Teil.

Allgemeines über Solenoide.

In Fig. 1 ist ein Solenoid einfachster Form dargestellt. Auf eine Spule a aus unmagnetischem Stoff sind eine Anzahl Drahtwindungen b im fortlaufenden Sinne aufgewickelt. Ein eiserner Kern c von der Länge der Spule kann bequem in ihr bewegt werden. Schließt man die Enden der Umwicklung an eine Stromquelle von genügender Stärke an, so wird beim Schließen des Stromkreises der eiserne Kern in bekannter Weise in die Spule mit einer gewissen Kraft hineingezogen und nimmt, wenn er nicht unter der Einwirkung einer Gegenkraft steht, eine solche Stellung ein, daß seine beiden Enden mit den Spulend-

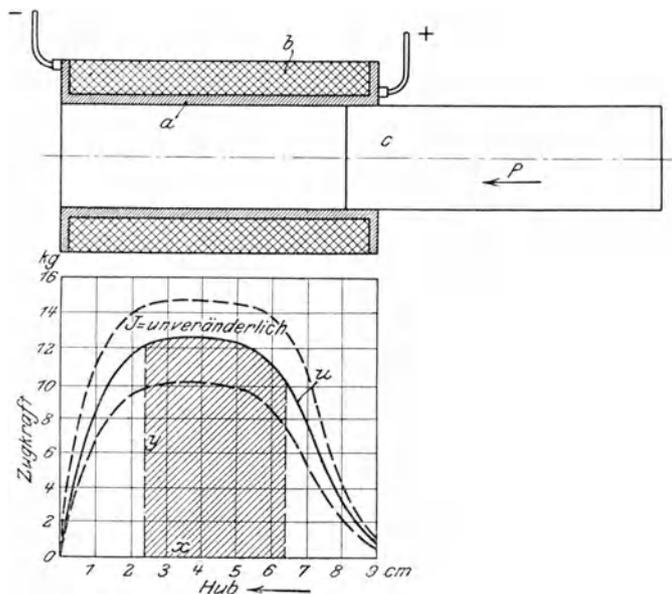


Fig. 1 und 2. Solenoid ohne Gehäuse mit Charakteristik.

flächen abschneiden. Mit anderen Worten: die beiden Symmetrieachsen des Kernes fallen mit denen des Solenoides zusammen. Ist der Kern länger als die Spule, so werden die beiden Enden gleich weit aus der Spule hervorstehen. Mißt man mit geeigneten Einrichtungen die Kraft, die den Eisenkern in die Spule hineinzuziehen bestrebt ist, und trägt sie als Ordinate zu den entsprechenden Kernstellungen in einem Achsensystem auf, so erhält man die Charakteristik des Solenoides. Da die erzeugte Kraft einerseits von der Stellung des Kernes im Solenoid, andererseits aber auch von der Stromstärke oder Amperewindungs-

zahl abhängig ist, so wählt man zweckmäßig, wie es auch im Folgenden allgemein durchgeführt ist, für eine Messungsreihe über den Hubbereich hin, die Stromstärke unveränderlich. Ein solches Diagramm, welches in Fig. 2 gezeichnet und den Veröffentlichungen von Underhill in der »Electrical World« entnommen ist, gibt allgemein die Charakteristik für ein Solenoid einfachster Art wieder. Erhöht oder verringert man die Stromstärke, so verschieben sich die Kurven nach Art der eingepunktirten, wahren jedoch den Charakter der mit *u* bezeichneten ausgezogenen Kurve. Das Integral eines durch die Kurven begrenzten beliebigen Flächenstückes ergibt die von dem Eisenkern geleistete Arbeit.

Es ist allgemein:

$$A = \int y dx \dots \dots \dots (1).$$

y ist in dieser Gleichung eine Veränderliche, welche sich mit der Amperewindungszahl, der Hubstellung und der Formgestaltung des Solenoides ändert. Gelingt es, *y* als Funktion dieser veränderlichen Größen darzustellen, so läßt sich mit Hilfe obiger Gleichung leicht der Arbeitswert und die in jeder Hubstellung erzeugte Kraft berechnen.

Hierbei ist jedoch zu berücksichtigen, daß die Kräfte bei jeder einzelnen Messung für den Ruhezustand des Kernes bestimmt worden sind. Bewegt sich der Kern mit einer gewissen Geschwindigkeit durch den ganzen Hubbereich, so müssen die Kurven infolge der stark zunehmenden Induktion einen anderen

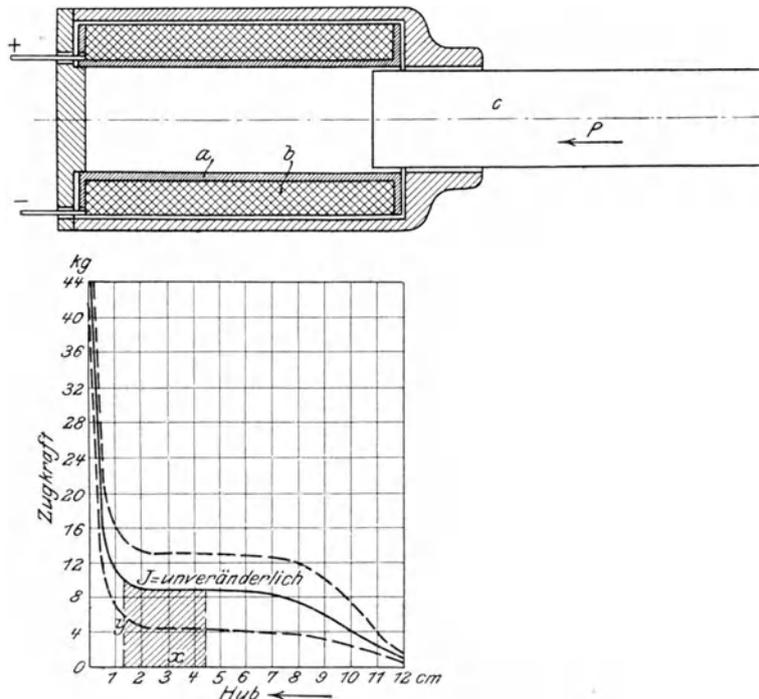


Fig. 3 und 4. Solenoid mit Gehäuse, mit Charakteristik.

Verlauf nehmen. Für Bremsolenoiden hat die Versuchskurve volle Gültigkeit, da der Kern, der gewünschten Bremskraft entsprechend, für eine gewisse Zeit immer eine Ruhestellung einnehmen muß.

Eine Charakteristik ganz anderer Art erhält man nun mit dem gleichen Solenoid, wenn man es mit einem Eisenmantel, etwa in der Art nach Fig. 3, umgibt.

In seinen Veröffentlichungen hat Underhill gleichfalls eine Charakteristik für derartige Solenoide angegeben. Diese ist in Fig. 4 gezeichnet und zeigt gegen Hubende einen wesentlich anderen Verlauf, der auf den Einfluß des Eisendeckels zurückzuführen ist.

Beschreibung der Versuchsmodelle.

Die Kenntnis der Charakteristik eines Solenoides ist, wie später gezeigt werden soll, für die Konstruktion von Bremsmagneten von großer Wichtigkeit. Es war daher vor allem mein Bestreben, durch praktische Versuche festzustellen, inwieweit sich der Verlauf der Kraftkurven durch verschiedene Bemessung und Gestaltung des Kernes und Deckels bei einer und derselben erregenden Spule beeinflussen läßt. Zu diesem Zweck ließ ich mir zwei Modelle herrichten, nach Art des in Fig. 3 dargestellten eisenumschlossenen Solenoids. Die beiden zu

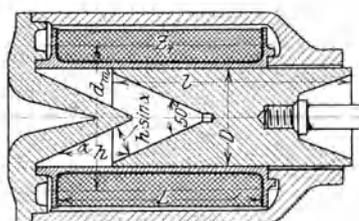
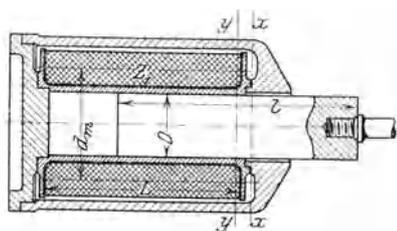


Fig. 5.

Fig. 6.

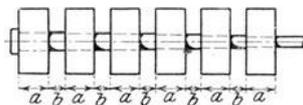


Fig. 7.

Fig. 5 bis 7. 1 : 10.

den Versuchen benutzten Modelle sind in Fig. 5 und 6 im Schnitt dargestellt. Fig. 5 zeigt die Konstruktion des Modells I und Fig. 6 die des Modells II. Die wichtigsten Abmessungen des Modells I sind:

Kernlänge	$l = 315$ mm
Kerndurchmesser	$D = 85$ »
Kernquerschnitt	$q_1 = 56,7$ qcm
Anzahl der Windungen	$Z_1 = 530$
Anzahl der Windungslagen	$Z_2 = 10$
mittlerer Durchmesser der Spule	$d_m = 147$ mm
Länge der Spule	$L = 238$ »
Durchmesser des Kupferdrahtes	$\delta_1 = 4$ »
Durchmesser des Kupferdrahtes mit Umspinnung	$\delta_2 = 4,5$ »
Querschnitt des Kupferdrahtes	$q_2 = 12,56$ qmm
Widerstand der Spule	$W = 0,334 \Omega$

Besondere Merkmale: Eben abgeschnittener Kern, Deckel entsprechend abgeflacht.

Für Modell II waren folgende Abmessungen gewählt:

Kernlänge	$l = 305$ mm
Kerndurchmesser	$D = 130$ »

Kernquerschnitt	$q_1 = 132,7 \text{ qcm}$
Anzahl der Windungen	$Z_1 = 560$
Anzahl der Windungslagen	$Z_2 = 10$
mittlerer Durchmesser der Spule	$d_m = 187 \text{ mm}$
Länge der Spule	$L = 261 \text{ »}$
Durchmesser des Kupferdrahtes	$\delta_1 = 4 \text{ »}$
Durchmesser des Kupferdrahtes mit Umspinnung	$\delta_2 = 4,5 \text{ »}$
Querschnitt des Kupferdrahtes	$q_2 = 12,56 \text{ qmm}$
Widerstand der Spule	$W = 0,456 \text{ } \Omega$

Besondere Merkmale: Kern kegelig ausgehöhlt. Kegelwinkel ist = 50° ; Deckel kegelig zugespitzt.

Die Gehäuse beider Modelle sowie die Deckel und die Kerne waren aus bestem Dynamostahl hergestellt. Große Sorgfalt wurde auf den guten Schluß des Deckels mit dem Gehäuse gelegt, um dem Kraftlinienstrom möglichst geringen Widerstand entgegenzusetzen. Fig. 7 zeigt ferner einen teleskopartig konstruierten Kern. Beim Einziehen des Kernes in die Spule reihen sich die einzelnen Scheiben nacheinander auf, während die Zugstange im Sinne der Bewegungsrichtung durchgezogen wird. Den Abmessungen nach konnte der Kern im Modell I benutzt werden.

Insgesamt wurden mit diesen Modellen folgende Versuche angestellt:

Versuch I. Aufnahme der Charakteristik für Spule Modell I ohne Gehäuse mit Kern $l = 315 \text{ mm}$.

Versuch II. Aufnahme der Charakteristik für Spule Modell I mit Gehäuse und Deckel unter gleichzeitiger Veränderung der Kernlänge $l = 315 \text{ mm}$ bis $l = 135 \text{ mm}$.

Versuch III. Aufnahme der Charakteristik für Modell II ohne Gehäuse mit entsprechendem Kern.

Versuch IV. Aufnahme der Charakteristik für Spule Modell II mit Gehäuse und entsprechendem Kern.

Versuch V. Aufnahme der Charakteristik für Spule Modell I mit Gehäuse und teleskopartig geformtem Kern.

Versuch VI. Kraftlinienbilder für Modell I für verschiedene Kernstellungen und Kernlängen.

Versuch VII. Kraftlinienbilder für Modell II bei verschiedenen Kernstellungen.

Versuchsanordnungen.

Zur Prüfung der beiden Solenoide, Fig. 5 und 6, richtete ich folgende Anordnung her. Auf einer gut arbeitenden Zentesimalwage stellte ich das Solenoid so auf, daß seine Längsachse genau senkrecht stand und daß sich die freie Oeffnung, in welche der Kern eintauchen konnte, oben befand. In der gleichen Achse wurde der Kern mit Hilfe einer Zugstange an zwei kräftigen Querträgern fest aufgehängt. Die Höhenstellung des Kernes erzielte ich durch zwei Schraubenmuttern, die oberhalb und unterhalb des Querträgers angeordnet waren. Außerdem befand sich an der Zugstange ein Zeiger, so daß an einer am Querträger angebrachten Teilung jeweilig die Eintauchtiefe des Kernes in das Solenoid und damit der Hub sofort abzulesen war. Die Versuchsanordnung ist in Fig. 8 schematisch dargestellt.

Bezeichnet man mit G_1 das Eigengewicht des Solenoides und mit G_2 die beim Einschalten des Stromes infolge der gegenseitigen Anziehung zwischen Kern und Spule auftretende Gewichts-minderung, so ist:

$$Z = G_1 - G_2 \dots \dots \dots (2).$$

Es ist also dafür Sorge zu tragen, daß G_1 stets größer als G_2 ist, um ein Hochspringen des Gehäuses zu vermeiden. Diese Anordnung bietet den Vorzug,

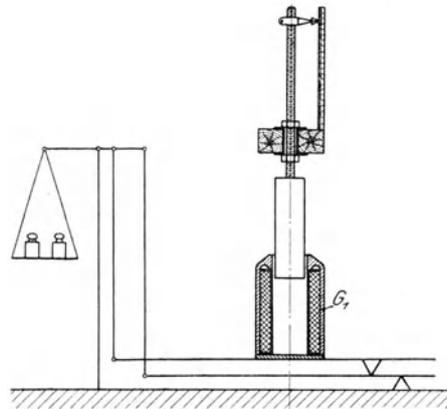


Fig. 8.

jegliche Reibungsverluste zu vermeiden, sowie positive und negative Kräfte gleichzeitig zu messen. Tritt nämlich zwischen Kern und Spule eine abstoßende Wirkung ein, so äußert sie sich in einer Gewichtvermehrung. Der aus obiger Formel berechnete Wert wird daher negativ sein müssen.

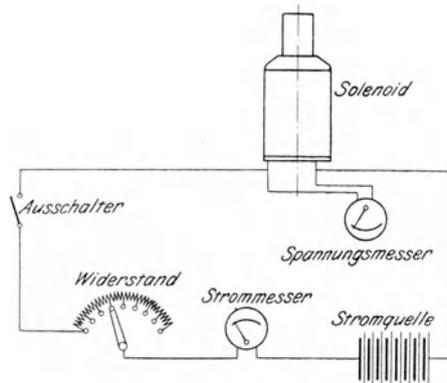


Fig. 9.

Das so vorbereitete Solenoid schaltete ich nunmehr in einen Stromkreis mit gut regelbarem Wasserwiderstand ein. Außerdem ordnete ich in dem Stromkreis einen Ausschalter mit Funkenlöscher sowie Präzisions-Spannungs- und Strommesser an, siehe Fig. 9.

Versuche.

Die Versuche selbst stellte ich nun in folgender Weise an. Der Kern von einer Länge $l = 315$ mm wurde so weit aus der Spule herausgezogen, daß sein Abstand vom Deckel 250 mm betrug. In dieser Stellung schneidet die untere Kernfläche fast gerade mit der oberen Spulenebene ab. Bei gleichbleibender

Stromstärke maß ich alsdann, den Hub stetig um 10 mm verringern, die Zugkräfte über den ganzen Weg, beginnend mit $J = 20$ Amp. Diese Versuchsreihe wurde dann mit 30, 40 . . . bis 100 Amp wiederholt. Das Ergebnis ist in Fig. 11 dargestellt; später soll ausführlich darauf eingegangen werden.

Da die Länge des Kernes im Verhältnis zum Solenoid mir von großer Wichtigkeit erschien, so verkürzte ich sie um 20 mm und wiederholte dieselbe Versuchsreihe, mit der Verkürzung fortfahrend bis zu einer kleinsten Länge von $l = 135$ mm. In ähnlicher Weise stellte ich Messungen mit dem Modell II sowie mit dem teleskopartigen Kern an.

Die Ergebnisse aller Versuche sind in Fig. 10 bis 24 sämtlich im gleichen Maßstabe zur Darstellung gebracht.

Besprechung der Versuchsergebnisse.

Um Vergleichswerte für Solenoide mit und ohne Eisenmantel zu erhalten, untersuchte ich erst die Spule des Modells I ohne Gehäuse mit Kern von 315 mm Länge. Fig. 10 zeigt die Versuchsergebnisse. Die Kurven sind aufgenommen für 60 und 90 Amp. In dem Diagramm ist wagerecht der Hub in cm und senkrecht die Zugkraft in kg aufgetragen. Die zugehörige Stromstärke ist den Kurven jeweilig angeschrieben. Der Verlauf dieser Charakteristik ähnelt den von Underhill in »Electrical World« veröffentlichten. Beim tieferen Eintauchen

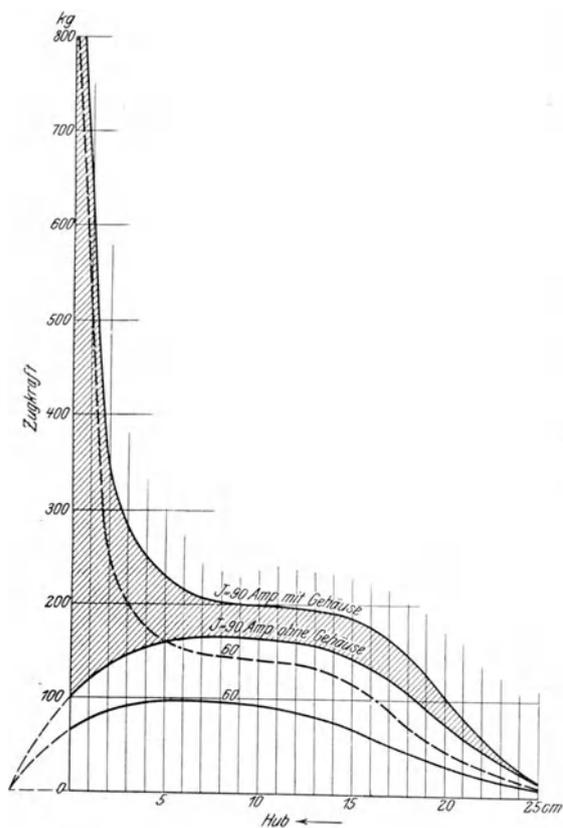


Fig. 10. Kurven für Solenoid mit und ohne Gehäuse.
Kernlänge 315 mm, Kräftemaßstab 1 mm = 8 kg,
Längenmaßstab 1 mm = 4 mm.

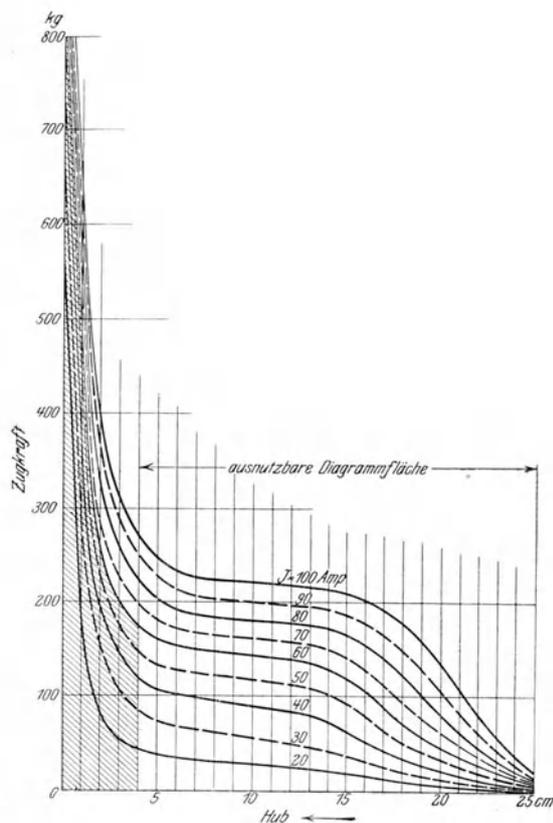


Fig. 11. Kurven für Solenoid mit Gehäuse.
Kernlänge 315 mm, Kräftemaßstab 1 mm = 8 kg,
Längenmaßstab 1 mm = 4 mm.

des Kernes in die Spule nimmt die Zugkraft bis zu einem Höchstwert rasch zu und fällt dann wieder bis 0 herab. Die gesamte Amperewindungszahl beträgt bei 60 Amp

$$60 \cdot 530 = 31800 \text{ AW.}$$

Denkt man sich eine einzige Windung in der Mitte des Solenoides angeordnet, die von dem Strome

$$J = 31800 \text{ Amp}$$

durchflossen wird, so bildet diese gewissermaßen einen ringförmigen Magnetpol. Nähert man einen Eisenstab diesem Ringpol, so wird auf ihn solange eine positive sich steigernde Anziehungskraft ausgeübt, bis das vordere Ende des Stabes in die Ebene des Poles getreten ist, alsdann findet eine Verminderung der anziehenden Wirkung statt, weil von dem Pol in einem der Bewegungsrichtung entgegengesetzten Sinne Kräfte auf die durchgetretene Eisenmasse ausgeübt werden. Anders liegen jedoch die Verhältnisse beim eisenumschlossenen Solenoid. Wie Fig. 11 zeigt, nimmt die Zugkraft gegen Hubende außerordentlich stark zu. Kurven der gleichen Charakteristik hat Underhill, wie schon eingangs erwähnt, ebenfalls veröffentlicht. Sie bieten daher an sich wenig Neues. Bis zur Mitte des Hubes sind sie fast identisch mit denen des nackten Solenoides, und erst von da ab beginnt sich der Einfluß des Eisenmantels stark bemerkbar zu machen. Die Kurven wahren bei steigender Stromstärke den

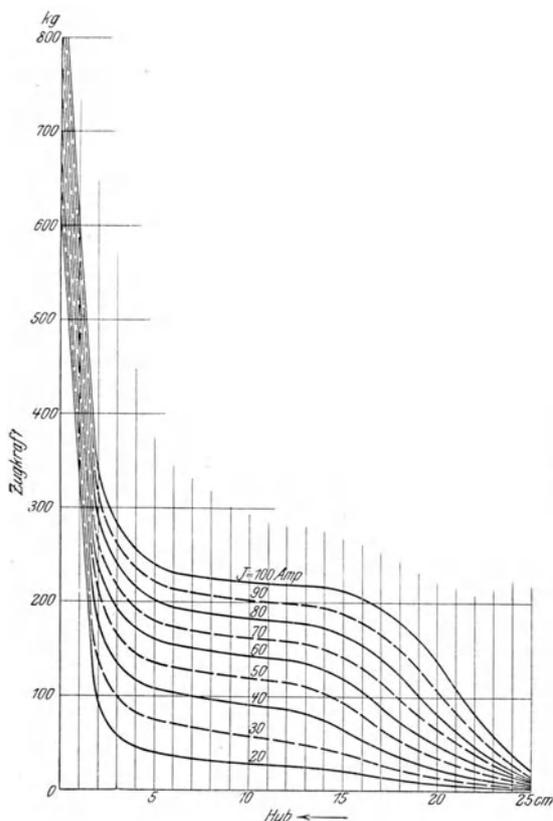


Fig. 12. Kurven für Solenoid mit Gehäuse.
Kernlänge 255 mm, Kräftemaßstab 1 mm = 8 kg,
Längenmaßstab 1 mm = 4 mm.

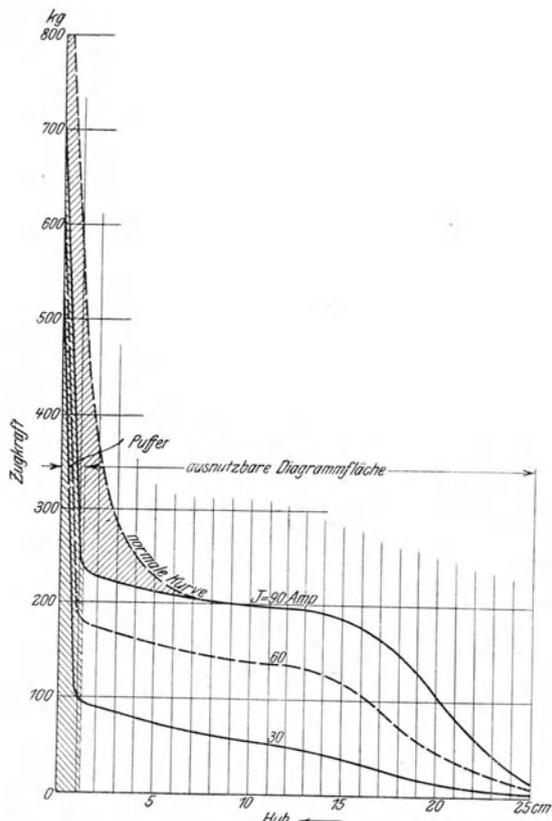


Fig. 13. Kurven für Solenoid mit Gehäuse.
Kernlänge 250 mm, Kräftemaßstab 1 mm = 8 kg,
Längenmaßstab 1 mm = 4 mm.

gleichen Charakter, nur die Wendepunkte verschieben sich, wie ein Blick auf die Figur zeigt, der zunehmenden Sättigung der Eisenmassen entsprechend. Einen großen Vorteil gewährt jedoch die Ummantelung des Solenoids, da hierdurch die Möglichkeit, die Arbeitsleistung zu erhöhen, an die Hand gegeben ist. Nunmehr ließ ich den Kern in seiner Gesamtlänge um 20 mm kürzen, ohne daß dies einen bemerkbaren Einfluß auf die Charakteristik ausübte. Die Kurven für diese Versuche sind daher nicht zur Darstellung gebracht. Eine weitere Verkürzung um 20 mm zeigte auch keine Einwirkung, dagegen wurde sie deutlich bemerkbar, als die Länge des Kernes nur noch 255 mm betrug. Die Darstellung in Fig. 12 läßt dies zur Genüge erkennen. Die Kurven besitzen gegen Hubende nicht mehr die stark ansteigende Tendenz des längeren Kernes. Eine solche Erscheinung ist bereits von E. Kramer in der Zeitschrift »Elektrische Bahnen und Betriebe« erwähnt. Der Verfasser glaubt, die Erklärung hierfür in einer zunehmenden Streuung der Kraftlinien zu finden. Der eigenartige Verlauf der Kurven bei der eben angegebenen Kernlänge legte die Vermutung nahe, daß die kritische Länge des Kernes, bei welcher die Charakteristik nahezu über den ganzen Hub linear verlaufen würde, bald erreicht sei, und so kürzte ich den Kern beim nächsten Versuch nur um 5 mm. Seine Gesamtlänge war demnach 250 mm. Die obere Kernfläche schnitt bei dieser Bemessung beim vollkommenen Eintauchen in das Solenoid mit der oberen Spulenebene gerade ab. Die Kurven Fig. 13 lassen deutlich erkennen, daß diese geringe Längenänderung

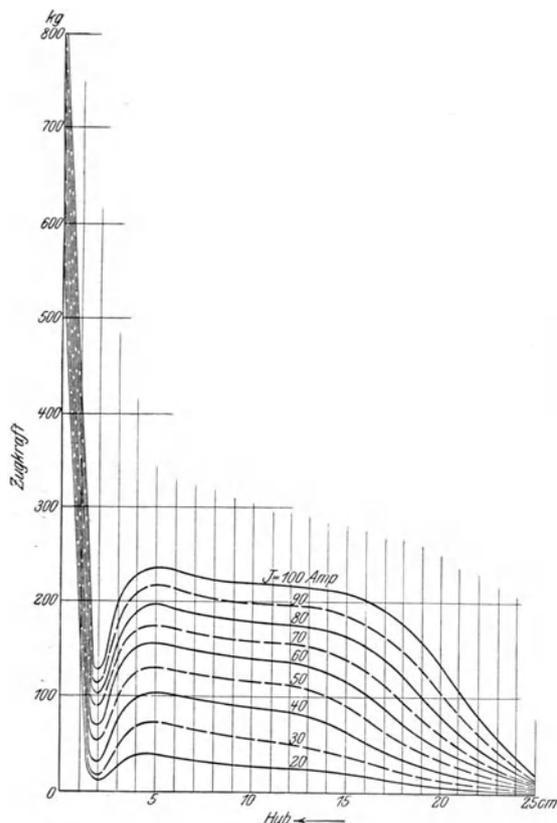


Fig. 14. Kurven für Solenoid mit Gehäuse.
Kernlänge 245 mm, Kräftemaßstab 1 mm = 8 kg,
Längenmaßstab 1 mm = 4 mm.

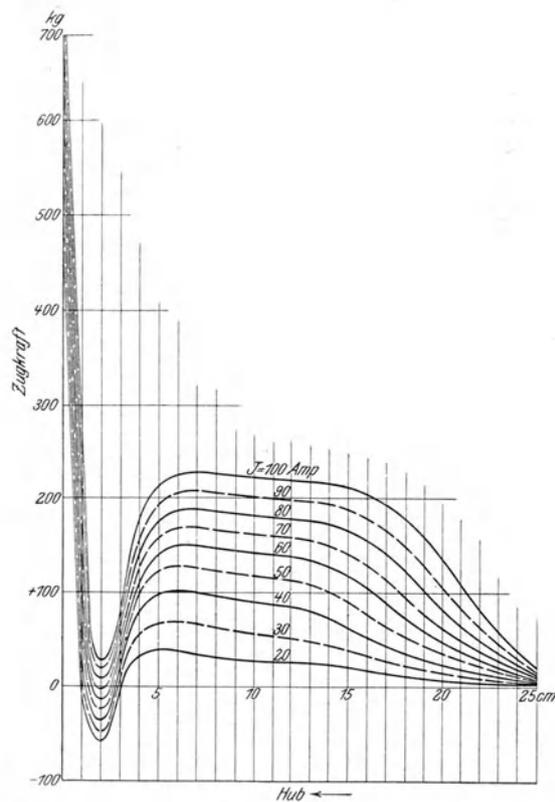


Fig. 15. Kurven für Solenoid mit Gehäuse.
Kernlänge 235 mm, Kräftemaßstab 1 mm = 8 kg,
Längenmaßstab 1 mm = 4 mm.

des Kernes schon einen wesentlichen Einfluß auf die Bildung der Kurvenform gegen Hubende ausübt. Zum Vergleich ist die Kraftkurve für einen Kern mit normaler Länge hineinpunktiert. Offenbar bedeutet diese Verkürzung des Kernes einen Verlust an Arbeitsleistung. Dieser Verlust ist in der Zeichnung durch Schraffur kenntlich gemacht.

Eine weitere Verkürzung des Kernes um 5 mm ergibt die in Fig. 14 verzeichnete Charakteristik. Die Zugkräfte lassen gegen Hubende stark nach, steigen jedoch dann mit scharfem Wendepunkt steil wieder an. Die Kurven wahren ebenfalls bei verschiedenen Stromstärken den gleichen Charakter, nur liegen die Wendepunkte für die verschiedenen Stromstärken verschieden hoch. Die Kurven sind des besseren Vergleichs wegen für die Stromstärken 20, 30, 40 . . . bis 100 Amp dargestellt.

Ein überraschendes Ergebnis lieferte eine weitere Verkürzung des Kernes um 10 mm. Wie man aus Fig. 15 ersieht, erhält man für die Stromstärke

$$J = 20 \text{ bis } J = 80 \text{ Amp}$$

gegen Hubende teilweise negative Werte, während für

$$J = 90 \text{ und } J = 100 \text{ Amp}$$

die **Zugkräfte** über den ganzen Hub gleich gerichtet bleiben. Der Verlauf der **Zugkraftkurve** ist also folgender:

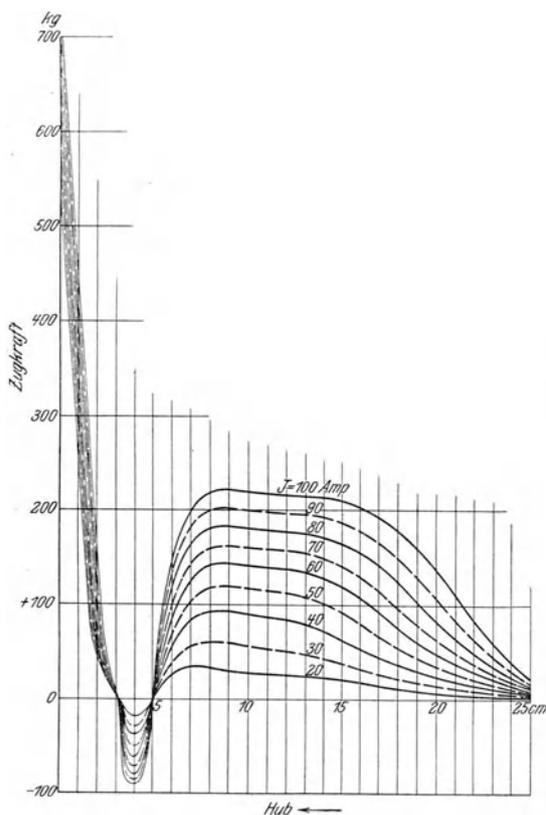


Fig. 16. Kurven für Solenoid mit Gehäuse.
Kernlänge 215 mm, Kräftemaßstab 1 mm = 8 kg,
Längenmaßstab 1 mm = 4 mm.

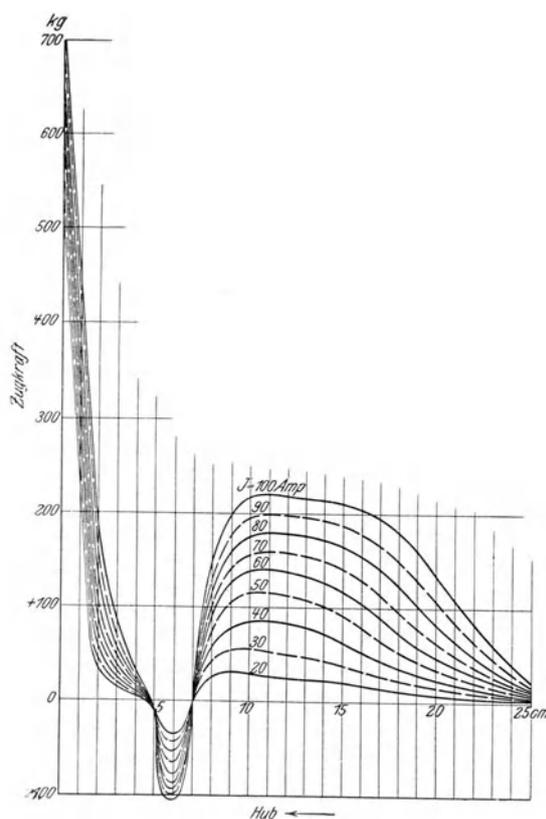


Fig. 17. Kurven für Solenoid mit Gehäuse.
Kernlänge 195 mm, Kräftemaßstab 1 mm = 8 kg,
Längenmaßstab 1 mm = 4 mm.

Der Kern wird beim Eintauchen mit steigender Kraft in das Solenoid hineingezogen, wobei die Kraft bis zu einem Höchstwert wächst, dann läßt sie schnell nach und sinkt auf 0 herab. Da wo die Zugkraftkurve die Nullachse schneidet, hat der Kern weder das Bestreben nach der einen noch nach der anderen Richtung sich zu bewegen, er nimmt also eine Gleichgewichtslage ein und kehrt sofort wieder in dieselbe zurück, wenn man ihn daraus entfernt. Will man den Kern tiefer eintauchen, so muß man Kraft ausüben. Der Richtungssinn der Kräfte wechselt somit. Eigenartig ist ferner, daß die abstoßenden Kräfte nur auf eine kurze Strecke wirksam sind. Sie erreichen nämlich ebenfalls einen Tiefstwert und steigen dann schnell wieder auf 0. An dieser Stelle schneidet die Kraftkurve zum zweiten Mal die Nullachse, und der Kern nimmt zum zweiten Mal eine Gleichgewichtslage ein. Bei noch weiterem Eintauchen wird er dagegen stark angezogen, was ebenfalls aus der Kurve ersichtlich ist.

Nach Beendigung dieser Versuche überzeugte ich mich bei geringer Stromstärke von $J = 20$ Amp von der Eigenart dieses Wechselspiels der Kräfte, indem ich die Zugstange mit den Händen festhaltend, den Kern langsam in das Solenoid gleiten ließ. Der Kraft richtungswechsel sowie die beiden Gleichgewichtslagen waren deutlich bemerkbar.

Ausgeprägt charakteristische Kurven lieferten die Kernlängen

$$L = 215, 195, 175, 155 \text{ und } 135 \text{ mm.}$$

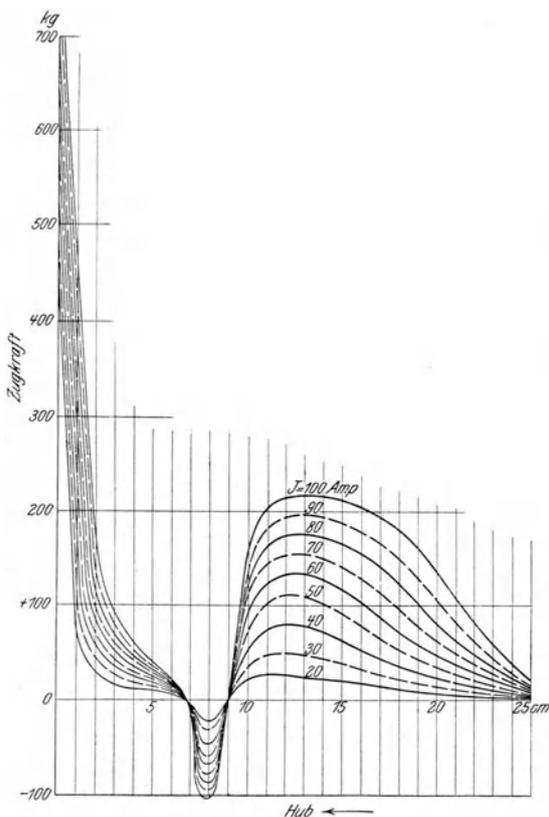


Fig. 18. Kurven für Solenoid mit Gehäuse.
Kernlänge 175 mm, Kräftemaßstab 1 mm = 8 kg,
Längenmaßstab 1 mm = 4 mm.

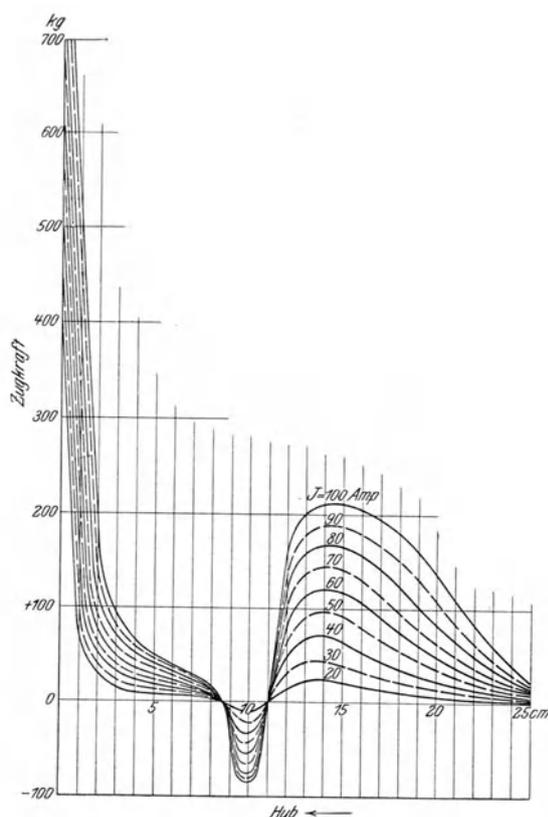


Fig. 19. Kurven für Solenoid mit Gehäuse.
Kernlänge 155 mm, Kräftemaßstab 1 mm = 8 kg,
Längenmaßstab 1 mm = 4 mm.

Sie sind daher sämtlich den Versuchsergebnissen entsprechend in den Fig. 16 bis 20 verzeichnet und sollen nunmehr verglichen werden.

Bemerkbar ist bei allen Kurven der Krafrichtungswechsel aus der positiven in die negative und von dieser wiederum in die positive Richtung. Außerdem fällt es auf, daß der Wirkungsbereich der negativen Kräfte sich nur auf einen Hub von ungefähr 20 mm erstreckt und daß er bei allen Kernlängen gleich groß ist. Ein weiteres anscheinend gesetzmäßiges Verhalten erkennt man, wenn die in das Solenoid eintauchende Kernfläche in eine der Gleichgewichtstellungen, gemäß den Charakteristiken der Fig. 16 bis 20 gebracht wird. Man beobachtet nämlich hierbei, daß sich die hintere Kernfläche, obwohl sich der Schnittpunkt der Charakteristik mit der Nullachse, den verschiedenen Kernlängen entsprechend, stetig verändert, immer an denselben Stellen befindet. Diese Stelle ist in Fig. 5, welche eine getreue Verkleinerung des Modells darstellt, mit $x-x$ bezeichnet. Für den zweiten Nullpunkt befindet sich diese kritische Stelle an der in derselben Figur mit $y-y$ bezeichneten Stelle. Der verkürzte Kern steht demnach unter der Wirkung dreier Pole, und zwar ist der erste in der Symmetrieachse liegend zu denken, während die beiden anderen durch den Deckel und den Eisenhals des Gehäuses gebildet werden. Da der Hals zu Anfang des Eintauchens eine wesentliche Wirkung auf den Kern nicht äußern kann, so übt lediglich die Spulwirkung eine Zugkraft aus, welche allerdings durch den geschlossenen Eisenweg erheblich verstärkt wird. Ist jedoch die hintere Kern-

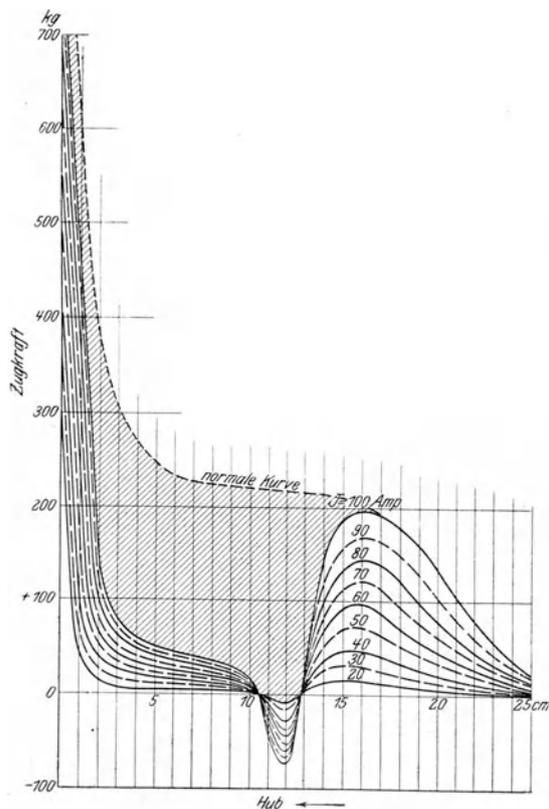


Fig. 20. Kurven für Solenoid mit Gehäuse.
Kernlänge 135 mm, Kräftemaßstab 1 mm = 8 kg,
Längenmaßstab 1 mm = 4 mm.

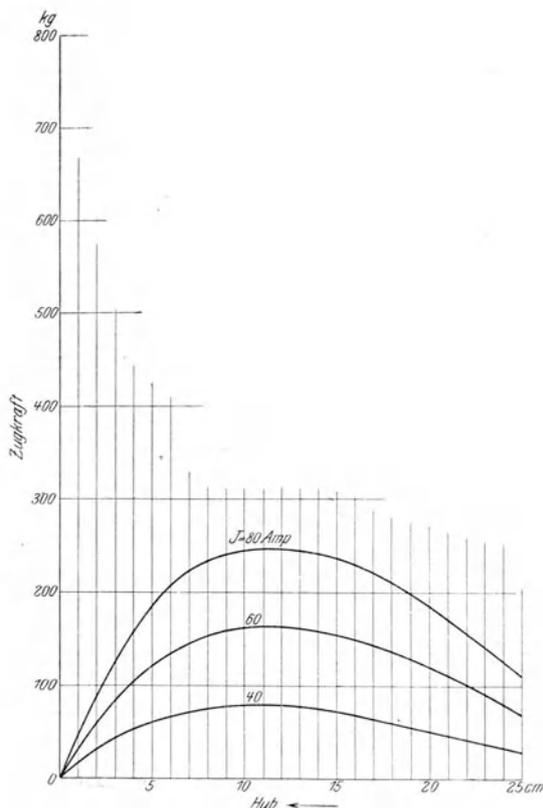


Fig. 21. Kurven für Solenoid ohne Gehäuse. Modell II.
Kernlänge 305 mm, Kräftemaßstab 1 mm = 8 kg,
Längenmaßstab 1 mm = 4 mm.

fläche in die Nähe der kritischen Ebene $x-x$ gelangt, so beginnt der Hals seine Wirkung als Pol zu äußern, indem er den Eisenkern rückwärts zieht. Ueber einen gewissen Punkt hinaus, und dieser entspricht der zweiten Gleichgewichtstellung, überwiegt die anziehende Kraft des Deckelpoles so sehr, daß er die Wirkungen der beiden anderen fast vollkommen aufhebt. Eine Erklärung mit Hilfe der Kraftlinientheorie ist ebenfalls möglich, wenn man annimmt, daß die Kraftlinien sich durch die Spule hindurch auf dem kürzesten Weg schließen. Letztere Annahme gewinnt durch die Aufnahme von Kraftlinienbildern, welche einer späteren Besprechung vorbehalten sind, sehr an Wahrscheinlichkeit.

Ein unverhältnismäßig großer Teil der im Solenoid mit normalem Kern vorhandenen und ausnutzbaren Arbeit geht jedoch bei den verkürzten Kernen verloren. Diese Formen sind daher wirtschaftlich unpraktisch, dagegen mag es Fälle geben, wo eine derartige Charakteristik geradezu erwünscht ist.

Nummehr untersuchte ich das Modell II, welches in Fig. 6 dargestellt ist, und zwar zuerst ohne Gehäuse. Die Windungszahl war dem Modell I gegenüber, wie aus den früheren Angaben hervorgeht, vermehrt worden. Die ohne Gehäuse aufgenommenen Kraftkurven zeigen im wesentlichen dieselbe Form, wie die für Modell I gewonnenen, nur der Anstieg der Kurve bei Beginn des Hubes erscheint steiler, siehe Fig. 21.

Mit Eisenummantelung nahmen die Kraftkurven einen Verlauf gemäß Fig. 22. Im Gegensatz zu Modell I mit Eisenmantel lassen die Zugkräfte gegen Hub-

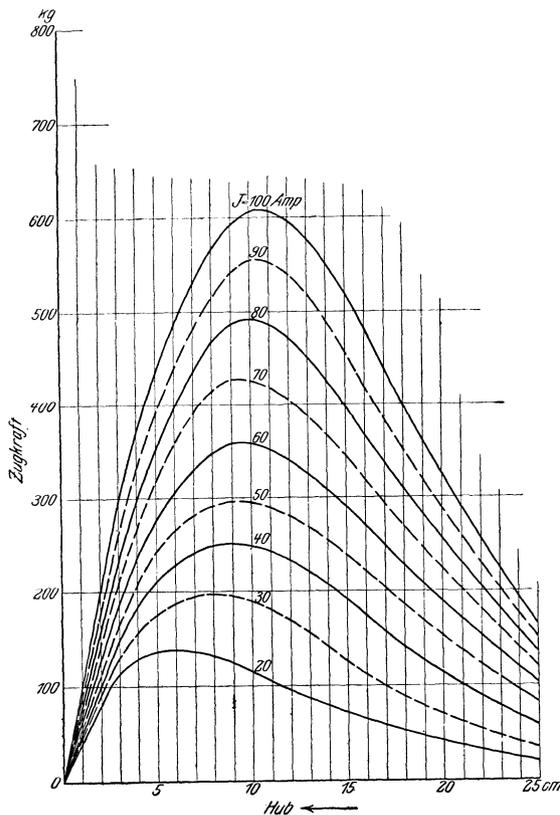


Fig. 22. Kurven für Solenoid mit Gehäuse. Modell II. Kernlänge 305 mm, Kräftemaßstab 1 mm = 8 kg, Längenmaßstab 1 mm = 4 mm.

Mitteilungen. Heft 121.

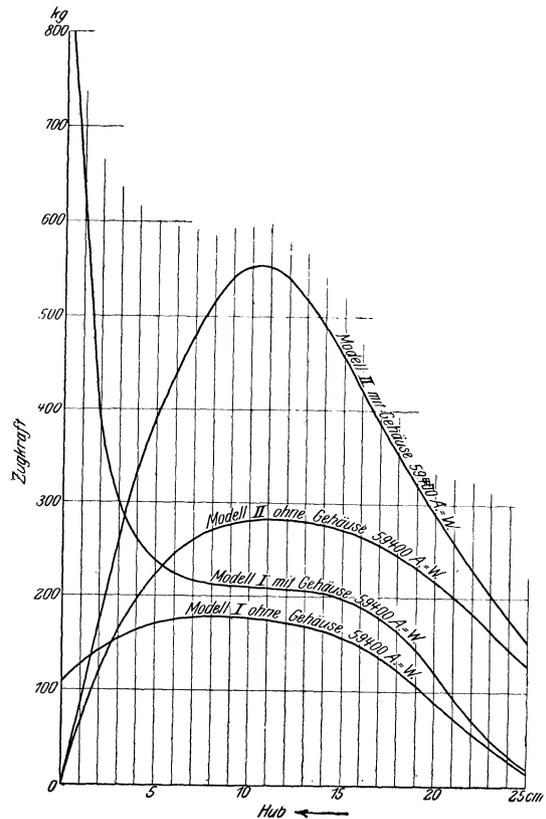


Fig. 23. Kurven für Solenoide mit gleicher Ampere-Windungszahl. Kräftemaßstab 1 mm = 8 kg, Längenmaßstab 1 mm = 4 mm.

ende stark nach, sinken sogar beinahe bis auf 0 herab. In der Schnittzeichnung des Modells II Fig. 6 erkennt man, daß Kern und Deckel stark kegelig zugespitzt sind. Nun ist es leicht erklärlich, daß beim Hube h die Kraftlinien nur den kurzen Weg

$$x = h \sin \alpha$$

überbrücken werden. Bezeichnet man mit Z und Z_1 die zwischen den kegelig zugespitzten und ausgehöhlten Enden auftretenden Zugkräfte, so beträgt die in der Hubrichtung wirkende Zugkraft

$$Z_1 = Z \sin \alpha \dots \dots \dots (3);$$

$\sin \alpha$ ist eine Konstante und von der Kegelform abhängig. Für das Versuchsmodell war $\alpha = 25^\circ$ gewählt, so daß der gesamte Kegelwinkel 50° betrug. Sämtliche senkrecht zu der Kegeloberfläche ausgeübten Zugkräfte sind daher mit

$$\sin \alpha = \sin 25^\circ = 0,42$$

zu multiplizieren. Trotzdem erzielt man mit kegelförmig zugespitzten Kernen bei größerem Hub höhere Zugkräfte, da der Kraftlinienweg andererseits erheblich kürzer wird und die Zugkraft mit dem Quadrat der Kraftlinienzahl zunimmt. Die Kurve für Modell II kann daher aus dem Grunde, weil der Kern zugespitzt ist, allein nicht so stark abfallen, vielmehr scheint die Kernlänge und das Zurücksetzen des Deckels der Spule gegenüber von entscheidendem Einfluß zu sein. Nach der Zeichnung, welche eine maßstäbliche Verkleinerung des wirklichen Modells vorstellt, schließt die hintere Kernfläche in der Endstellung des Hubes beinahe mit der oberen Spulenebene ab. Der Uebergang der Kraftlinien vom Hals des Gehäuses in den Kern ist somit sehr erschwert, daher wird nach dem Vorangegangenen bei so kurzen Kernen eine zurückziehende Kraft ausgeübt. Ein weiteres ungünstiges Moment ist bei dieser Konstruktion darin zu erblicken, daß der Kern auch an der oberen Seite mit einer kegeligen Aushöhlung versehen ist, wodurch der Kraftlinienübergang vom Hals zum Kern noch erheblich verschlechtert wird. Auch würde es zweckmäßiger sein, den Kern nach der Deckelseite zu anzuspitzen und den Deckel selbst auszuhöhlen, nicht wie beim Modell, wo das Umgekehrte der Fall ist. Der Eisenkern erhält dadurch nämlich mehr Eisenmasse. Wie man aus den Fig. 14 bis 20 ersieht, ergeben sämtliche verkürzten Kerne, die also eine geringere Eisenmasse besitzen, weit geringere Arbeitsfähigkeit. Der Abfall der Kraftkurve beim Modell II ist demnach aus dem Zusammentreffen dreier Konstruktionselemente zu erklären, die absichtlich so gewählt waren, um den Verlauf der Kurve zielbewußt zu beeinflussen. Es untersteht keinem Zweifel, daß sich die Charakteristik durch zweckmäßige Anordnung von Spule und Gehäuse sowie richtige Bemessung des Eisenkernes hinreichend beeinflussen läßt, so daß sie brauchbare Werte ergibt. In Fig. 23 sind für $AW = 59400$ die Kraftkurven des Solenoids Modell II mit und ohne Eisenmantel sowie die entsprechenden des Modells I bei gleicher Amperewindungszahl in einem Diagramm aufgetragen.

Die Kernquerschnitte verhalten sich wie

$$\frac{85^2 \pi}{4} : \frac{130^2 \pi}{4}$$

also wie

$$1 : 2,4.$$

Die Arbeitswerte der durch die Kurven eingeschlossenen Flächen sind jedoch sehr verschieden, ebenso ihre Charakteristiken. Die Planimetrierung der Flächen ergibt

Modell I ohne Gehäuse = 3324 cm/kg
 Modell I mit Gehäuse = 5371 cm/kg
 Modell II ohne Gehäuse = 5461 cm/kg
 Modell II mit Gehäuse = 9038 cm/kg

Es verhalten sich somit die Arbeitswerte von Modell I mit Gehäuse zu Modell II mit Gehäuse wie $5371 : 9038 = 1 : 1,7$.

Ohne Gehäuse sind die Verhältniszahlen Modell I zu Modell II $3324 : 5461 = 1 : 1,65$.

Schließlich sollen noch die Ergebnisse, welche mit dem eingangs beschriebenen teleskopartigen Kern erzielt wurden, besprochen werden. Die Ergebnisse der Messungen sind ebenfalls in einem Diagramm, Fig. 24, aufgetragen. Die durch die Versuche gewonnenen Punkte sind durch gerade Linien miteinander

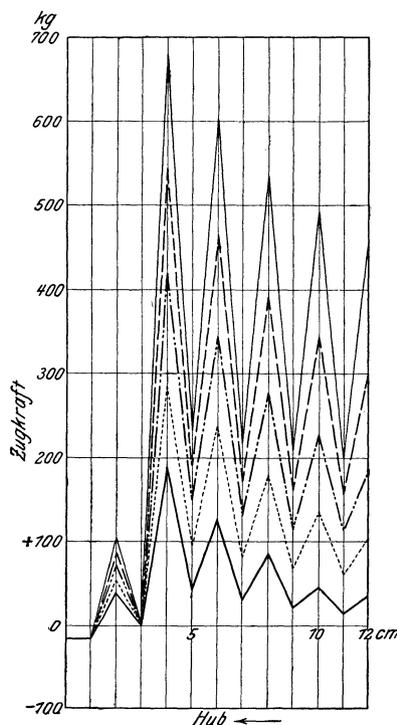


Fig. 24. Teleskopkern. Kräftemaßstab 1 mm = 9 kg, Längenmaßstab 1 mm = 3 mm.

verbunden, da sich die Werte sprunghaft auf- und abbewegen und jegliche Stetigkeit vermissen lassen. Um ein genaues Bild zu erhalten, wäre es erforderlich, die in Hubabständen von 10 mm angestellten Versuche durch mindestens je 5 Zwischenmessungen zu ergänzen. Es wurde in diesem Falle davon abgesehen, da sich die Kurven von vornherein als unbrauchbar für Bremssoleinoide erwiesen. Jedenfalls sind sie sehr lehrreich und beweisen aufs neue, daß es je nach Formgebung der Spule, des Gehäuses und Kernes möglich ist, beinahe jede gewünschte Form von Zugkraftkurven zu erhalten.

Angeregt durch die Mannigfaltigkeit der Erscheinungen bei Solenoiden kam ich auf den Gedanken, die Vorgänge im Innern der Spule bei Stromdurch-

gang und beim Vorhandensein von Eisenmassen durch Aufnahme von Kraftlinienbildern zu erforschen. Dazu wählte ich folgenden Weg. Ich ließ mir einen Kern, ähnlich dem zur Aufnahme der Kraftkurven benutzten, aus weichem Eisen drehen. Dieser Kern besaß die Länge $l = 315$ mm, also die des Versuchskernes. Der Durchmesser betrug jedoch nur 65 mm, um einen Raum für die Sichtbarmachung der zwischen Kern und Spule übertretenden Kraftlinien zu erhalten. Alsdann ließ ich einen Holzzylinder von 315 mm Länge mit einer Wandstärke von 10 mm anfertigen und ihn genau in die Rotgußbüchse des Solenoids einpassen. Dieser Holzzylinder wurde darauf in der Längsachse durchgeschnitten und die eine Hälfte als Auflage für den in das Solenoid einzuführenden Kern benutzt. Ich bettete nunmehr den Eisenkern in die Holzrinne. Ein Holzstopfen verhinderte die Bewegung des Kernes während der Aufnahme des Kraftlinienbildes. Auf der Holzrinne selbst klebte ich dann ein Stück Papier auf, welches so ausgeschnitten war, daß es den Kern seitlich umgab und den Hubabstand zwischen Kern und Deckel voll ausfüllte, also **U**-Form besaß. Diese Papierebene bestreute ich in bekannter Weise mit Eisenfeilspänen und führte die ganze Vorrichtung vorsichtig in das Solenoid ein. Nach dem Einschalten des Stromes ordneten sich die Feilspäne im Sinne der Kraftlinien an. Nach vorsichtigem Herausnehmen fixierte ich die Bilder durch Uebersprühen mit Fixativ. Man kann das Ordnen der Feilspäne sehr gut beobachten, wenn man das Innere des Solenoids mit irgend einer Lichtquelle beleuchtet. Zur Aufnahme dieser Kraftlinienbilder ist es zweckmäßig, nur geringe Stromstärken zu verwenden, da sonst die Feilspäne infolge der starken magnetischen Wirkungen vom Papier weggeblasen werden. Um daher die Anordnung bei höheren Stromstärken ebenfalls sichtbar zu machen, kann man das Papier mit Paraffin tränken und die Feilspäne in das erwärmte flüssige Paraffin hineinstreuen. Beim Stromdurchgang wird dann durch die entwickelte Wärme das Paraffin wieder flüssig, und die Feilspäne können sich anordnen. Beim Erkalten sind die Kraftlinien damit gleichzeitig fixiert. Denselben Zweck erreicht man mit leichtflüssigem Gummi arabicum, doch hat letzteres den Nachteil, daß die Feilspäne nach kurzer Zeit rosten und die Bilder ein gelbes Aussehen bekommen. Bild Nr. 1 der beigefügten Tafel zeigt den Kern in einer Hubstellung von 250 mm. Die Kraftlinien treten zwischen Kern und Gehäusehals senkrecht über. Der Raum zwischen Deckel und der eintretenden Kernfläche ist mit einem homogenen Kraftlinienfelde ausgefüllt. An dem Rande des Kernes drängen sich jedoch die Kraftlinien eng zusammen, ihre Richtung weist durch die Spule hindurch nach dem Eisenmantel hin. Sie nehmen also trotz des Querdruckes den kürzeren Weg zum Eisenmantel. Sämtliche Kraftlinienbilder (siehe Bild 1 bis 6) zeigen im allgemeinen den gleichen Verlauf, nur wird bei tiefer in die Spule tretendem Kern am Kopf desselben die starke seitliche Streuung, die auch auf den zylindrischen Teil übergeht, immer mehr bemerkbar. Nicht alle Kraftlinien werden demnach zur Erzeugung der Zugkraft nutzbar gemacht; man kann unterscheiden zwischen solchen, die unmittelbar wirksam sind, denen, die nur eine Zugkomponente abgeben, und den vollkommen unausgenutzten, welche aus dem Kernmantel senkrecht zur Bewegungsrichtung austreten. Weitere Aufnahmen machte ich dann mit einem ganz kurzen Eisenzylinder; seine Länge betrug 135 mm und sein Durchmesser 85 mm. Er entsprach somit dem für die Messungen der Zugkräfte benutzten verkürzten Modell. Vor und hinter dem Eisenkern wurden halbe Zylinder aus Holz gelegt, auf denen das Papier mit aufgestreuten Feilspänen befestigt war. Die Bilder 7 bis 9 zeigen ebenfalls deutlich das Hervor- und

Herausquellen des Kraftlinienstromes, wie aus den Photographien zu ersehen ist. Bei den früher angestellten Betrachtungen wurde angenommen, daß die Kraftlinien zwischen kegelig zugespitztem Deckel und entsprechend ausgehöhltem Kern senkrecht zur Kegelfläche übertreten. Um mir nun Aufklärung darüber zu verschaffen, ob diese Annahme gerechtfertigt sei, nahm ich ebenfalls Kraftlinienbilder für den zugespitzten Deckel und Kern auf. Die Versuche sind in ganz ähnlicher Weise angestellt, wie die eben beschriebenen. Bild Nr. 10 und 11 geben den Verlauf der Kraftlinien wieder. Sie treten zum Teil senkrecht, der früheren Annahme entsprechend, zwischen den Kegelmänteln über, indem sie den kürzeren Luftweg nehmen. Die Kraftliniendichte ist daher an dieser Stelle außerordentlich groß, und es erklärt sich deshalb sehr leicht, daß ein Teil eine **S**-Form annimmt. An der Kegelspitze des Kernes befindet sich jedoch auffallenderweise eine große neutrale Zone.

II. Teil.

Praktische Durchbildung der Solenoidbremse.

Die Durchbildung einer Solenoidbremse muß von verschiedenen Gesichtspunkten aus vorgenommen werden, um sie ihrem Verwendungszweck anzupassen. Daraus ergibt sich von selbst folgende Gliederung:

- I. Anpassung an die gegebenen Raum- und Betriebsverhältnisse,
- II. Bemessung des Wickelraumes der Spule in bezug auf
 - a) Widerstand,
 - b) Zugkraft,
 - c) Wärmeentwicklung,
- III. Zielbewußtes Erstreben einer sachgemäßen Charakteristik
 - a) durch Ausnutzung eines brauchbaren Kurvenstückes,
 - b) durch Berichtigung der Kurven mittels mechanischer Mittel,
 - c) durch Berichtigung mittels Veränderung der magnetischen Verhältnisse.

Bei elektrischen Straßenbahnen, für welche die Solenoidbremse hauptsächlich Verwendung findet, sind die Raum- und Betriebsverhältnisse überaus ungünstig. Es empfiehlt sich daher, die Abmessungen der Bremse nach Möglichkeit zu beschränken. Ferner muß die Spule selbstverständlich gut eingekapselt sein, da sie unter dem Wagen allen Unbilden der Witterung, einer rohen Behandlung und unter Umständen starken Stößen ausgesetzt ist; daraus ergibt sich von selbst die Ummantelung mit einem genügend widerstandsfähigen Eisenzylinder. Wählt man dazu Gußeisen, so nimmt man zweckmäßig einen größeren Querschnitt, um den magnetischen Widerstand möglichst gering zu halten. Im allgemeinen ist jedoch guter Dynamostahl vorzuziehen, da er seiner besseren Leitfähigkeit wegen geringere Abmessungen zuläßt. Dieselben Gesichtspunkte gelten für den Gehäusedeckel. An der freien Seite, da, wo der Kern aus dem Gehäuse tritt, empfiehlt sich die Anordnung einer staubsicheren Kappe, um das Eindringen von Schmutz und Schlamm zu verhüten. Der Gehäuseshals soll die Kraftlinien möglichst ohne Verlust zum Kern überleiten. Die Ausbildung nahm ich bisher in der Weise vor, daß der Hals den Kern ganz eng umschloß

und der Spielraum etwa nur $\frac{1}{2}$ mm betrug. Die umschließende Länge berechnete ich so, daß die Mantelfläche des Halses gleich dem Kernquerschnitt war, wählte jedoch ungefähr die dreifache Länge, um den Spaltverlust einigermaßen wieder auszugleichen. Diese Abmessungen ergaben sehr gute Werte.

Weit schwieriger gestaltet sich jedoch die Ausbildung des Wickelraumes der Spule. Hat man die Amperewindungszahl für einen bestimmten Kernquerschnitt festgelegt, so ist ohne weiteres klar, daß die Drähte in verschiedener Weise angeordnet werden können. So kann man 1, 2, 3, 4 und mehr Windungslagen wählen, wobei sich die Länge und der Durchmesser der Spule ständig verändern, jedoch das Produkt aus Länge und Breite unverändert bleibt. Es bezeichnen im Folgenden:

- X die Länge des Wickelraumes in mm,
- Y » Breite des Wickelraumes in mm,
- δ_1 den Durchmesser des Kupferdrahtes in mm,
- δ_2 » » » » » » mit Umspinnung,
- Z_1 die Gesamtzahl der Windungen,
- Z_2 » Zahl der Windungslagen,
- W den Widerstand in Ω ,
- l die Länge des aufgewickelten Drahtes in m,
- c den spezifischen Leitungswiderstand,
- q » Querschnitt des Drahtes in qmm,
- d » inneren Spulendurchmesser,

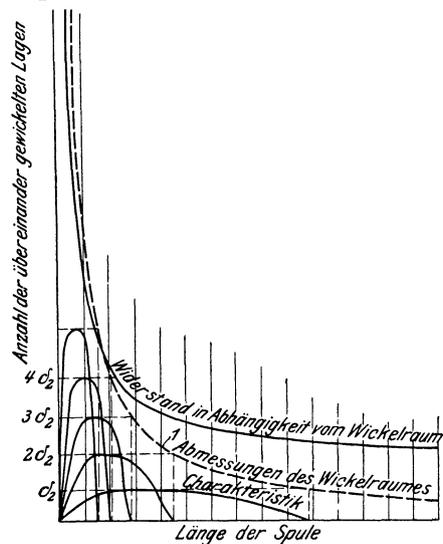


Fig. 25. Spulen mit gleicher Windungszahl.

dann ist

$$X = \frac{Z_1 \delta_2}{Z_2} \dots \dots \dots (4),$$

$$Y = Z_2 \delta_2,$$

durch Einsetzen erhält man:

$$X = \frac{Z_1 \delta_2^2}{Y} \dots \dots \dots (5),$$

die Gleichung einer gleichseitigen Hyperbel.

Setzt man für ein Y möglichst viele Werte von δ_2 bis $Z_2 \delta_2$ ein, so erhält man allgemein die Kurve 1, Fig. 25. Für praktische Zwecke ist es empfehlens-

wert, die Werte von X und Y im gleichen Maßstabe darzustellen, da man dann die günstigste Anordnung sofort aus dem Diagramm entnehmen kann.

In gleicher Weise läßt sich der Widerstand bei angenommener Windungszahl in Abhängigkeit von der Spulenlänge bringen. Es ist allgemein

$$W = \frac{c l}{q}.$$

Die Länge l des aufgewickelten Drahtes berechnet sich aus

$$l = d_m \pi Z_1$$

$$d_m = D + \delta_2 Z_2,$$

folglich

$$l = (D + \delta_2 Z_2) \pi Z_1.$$

Setzt man den für l gefundenen Wert ein, so erhält man

$$W = \frac{c \pi Z_1 (D + \delta_2 Z_2)}{\delta_1^2 \frac{\pi}{4}}.$$

Ersetzt man Z_2 aus Gl. (4), so ist

$$W = \frac{c 4 \pi Z_1}{\delta_1^2 \pi} \frac{D + \delta_2^2 Z_1}{X}$$

oder

$$W = \frac{c 4 Z_1 D}{\delta_1^2} + \frac{c 4 Z_1^2 \delta_2^2}{\delta_1^2} \frac{1}{X}.$$

Somit

$$W = C_1 + C_2 \frac{1}{X} \dots \dots \dots (6).$$

Für jeden Wert von X erhält man hieraus die entsprechende Größe von W . In Fig. 25 ist die Kurve eingezeichnet, sie läßt erkennen, in welchem Verhältnis der Widerstand für eine angenommene bestimmte Windungszahl durch verschiedene Wahl der Windungslagen wächst. Für praktische Zwecke ist die Widerstandsgröße von erheblicher Bedeutung. Da die Betriebsicherheit der Bremse vor allem gewährleistet sein muß, so muß der als Generator geschaltete Motor auch bei geringer Wagengeschwindigkeit genügend Strom in der kürzesten Zeit zur Betätigung der Bremse erzeugen. Dies ist nur möglich, wenn der Gesamtwiderstand des Bremsstromkreises so niedrig wie möglich gehalten wird. Die Maschinenabmessungen sowie die Vorschaltwiderstände sind für einen Wagen gegebene Größen, welche nicht verändert werden können. Es bleibt also nur übrig, den Widerstand des Solenoids möglichst klein zu halten. Hierbei kann man jedoch auch nur bis zu gewissen unteren Grenzen gehen, da man einerseits an die in der Praxis ausführbaren Abmessungen, andererseits an die von der Spule zu entwickelnden Zugkräfte gebunden ist. Die Höchstzugkraft wird nämlich um so größer, je kleiner man bei derselben Windungszahl die Längenabmessungen, mit anderen Worten je größer man den mittleren Durchmesser der Spule wählt. Für jede Spulenlänge erhält man eine andere Charakteristik, etwa nach Art der in Fig. 25 angedeuteten Kurven. Es ist also mehr oder weniger dem Geschick des Konstrukteurs überlassen, zwischen diesen drei Gesichtspunkten zu wählen und für bestimmte Zwecke die passende Wahl zu treffen.

Es soll nun ferner untersucht werden, welchen Einfluß die Zahl der Windungen bei gleichbleibender Amperewindungszahl auf die Wärmeentwicklung ausübt. Die Amperewindungszahl ist das Produkt aus der Windungszahl der Spule und der sie durchfließenden Stromstärke. Dieselbe Amperewindungszahl

läßt sich also erhalten bei niedriger Stromstärke und hoher Windungszahl und umgekehrt. Für die folgenden Entwicklungen bedeute:

- Q die Wärmemenge in g-cal,
- J » Stromstärke in Amp,
- W den Widerstand der Spule in Ω ,
- t die Zeit des Stromdurchganges in sk,
- a » Länge der Spule in mm,
- b » Breite » » » » ,
- d_m den mittleren Durchmesser des Wickelraumes in m,
- Z die Zahl der Windungen,
- δ_1 » Drahtstärke in mm,
- δ_2 » » » » mit Umspinnung,
- c den spezifischen Widerstand des Drahtes,
- l die Gesamtlänge des Drahtes in m,
- q den Querschnitt des Drahtes in qmm,
- AW die Amperewindungszahl.

Nach dem Jouleschen Gesetz ist

$$Q = J^2 W t \text{ o,238 g-cal} \dots \dots \dots (7).$$

Es ist nun

$$J = \frac{AW}{Z};$$

ferner

$$Z = \frac{ab}{\delta_2^2}.$$

Setzt man den für Z berechneten Wert ein, so ergibt sich

$$J = \frac{AW \delta_2^2}{ab}.$$

Die Länge des aufgewickelten Drahtes berechnet sich zu

$$l = d_m \pi Z,$$

oder

$$l = d_m \pi \frac{ab}{\delta_2^2};$$

damit ergibt sich der Widerstand der Spule, indem man in die Formel $W = \frac{cl}{q}$ die gefundenen Werte einsetzt mit

$$W = \frac{c d_m \pi a b}{\delta_2^2 \frac{\delta_1^2 \pi}{4}}$$

Durch Einsetzen der für Z und W gefundenen Werte in die Joulesche Formel erhält man

$$Q = \frac{(AW)^2 (\delta_2^2)^2}{a^2 b^2} \frac{c d_m \pi a b 4 t \text{ o,238}}{\delta_2^2 \delta_1^2 \pi}$$

oder

$$Q = \frac{(AW)^2 \delta_2^2}{\delta_1^2} \frac{d_m 4 t c \text{ o,238}}{ab} \dots \dots \dots (8).$$

Rechnet man aus dieser Gleichung für eine bestimmte angenommene Amperewindungszahl die entwickelte Wärmemenge aus, indem man den Durchmesser des Kupferdrahtes verändert, so erhält man die Kurvenschar Fig. 26. Auf der senkrechten Achse sind die berechneten Kalorien angegeben und auf der wagerechten die Durchmesser der verschieden starken Kupferdrähte. Man sieht hieraus, daß mit wachsender Drahtstärke die entwickelte Wärmemenge

abnimmt. Man würde also zweckmäßig für derartige Spulen möglichst dicken Draht verwenden. Die Frage, ob nun die theoretisch berechnete Wärmemenge so groß ist, daß sie die Zerstörung der Umspinnung und damit Kurzschluß herbeiführt, kann nur durch den praktischen Versuch geklärt werden, da sich die Wärmeableitung und der Wärmedurchgang bei einem gut eingekapselten Solenoid auch nicht annähernd genau bestimmen lassen. Ich stellte daher

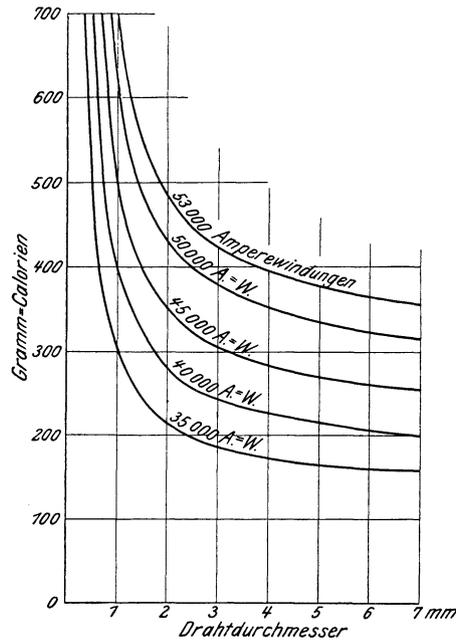


Fig. 26. Abhängigkeit der entwickelten Wärmemenge vom Durchmesser des Wicklungsdrahtes.

praktische Versuche an, und zwar beobachtete ich mit Solenoidbremsen ausgerüstete Wagen während des Betriebes. Dabei konnte ich feststellen, daß das Gehäuse eines Bremsolenoides, wenn der Wagen nach längerer Zeit aus dem Betriebe zurückkehrte, nur mäßig erwärmt worden war. Dies Ergebnis war zu erwarten, da die Bremse während der Fahrzeit genügend Zeit zur Auskühlung hat. Da ich meine Beobachtungen unter den äußerst ungünstigen Betriebsverhältnissen Berlins, welche einen Wagen zum häufigen und energischen Bremsen zwingen, gemacht habe, so kann man wohl ohne weiteres allgemein annehmen, daß die Beanspruchung durch den Bremsstrom nicht zu hoch ist. Voraussetzung hierfür ist natürlich, daß die Strombelastung für 1 qmm Querschnitt des Drahtes die zulässige Grenze nicht wesentlich übersteigt.

Rechnet man beispielsweise auf eine 10 km-Strecke 35 normale Haltestellen und 100 vH unvorhergesehene, ferner jede Bremsung im Durchschnitt zu 5 sk, so beträgt die gesamte Bremszeit

$$t_b = 5 \times 70 = 350 \text{ sk,}$$

also

$$t_b \approx 6 \text{ min.}$$

Die Fahrzeit ergibt sich für die angenommene 10 km-Strecke bei 15 km Reisegeschwindigkeit zu

$$t_f = 40 \text{ min.}$$

Für die Auskühlung verbleiben also insgesamt

$$t_f - t_b = 34 \text{ min.}$$

Macht man ferner die ungünstige Annahme, daß der Bremsstrom während der ganzen Bremszeit 100 Amp beträgt und ununterbrochen 6 min die Spule durchfließt, welches der Summe sämtlicher Bremsungen entspricht, so ergibt sich die gesamte entwickelte Wärmemenge in cal unter Zugrundelegung der Abmessungen der Versuchsspule zu

$$Q = 100 \cdot 100 \cdot 0,334 \cdot 0,238 \cdot 360 \text{ g-cal,}$$

$$Q \approx 286000 \text{ g-cal}$$

oder

$$Q = 286 \text{ kg-cal.}$$

Der Kupferdraht würde unter der Annahme, daß keine Wärmeableitung während dieser 6 min stattfindet, eine Temperaturerhöhung annehmen, die sich berechnet aus

$$t = \frac{W \text{ kg-cal}}{G \text{ kg } c}$$

Das Gewicht des bei der Versuchsspule verwendeten Kupferdrahtes beträgt 27,8 kg. c ist im Mittel für Kupferdraht = 0,0933, also beträgt die Temperaturzunahme

$$t = \frac{286}{27,8 \cdot 0,0933} = 110^\circ.$$

Für eine Außentemperatur von 25°C ergibt sich damit die Temperatur des Kupferdrahtes zu 135°C . Eine solche ununterbrochene Inanspruchnahme liegt jedoch bei der Solenoidbremse nicht vor, und selbst die eben berechnete Temperaturerhöhung, die unter sehr ungünstigen Annahmen gemacht ist, würde noch nicht zur Zerstörung der Isolation des Drahtes führen.

Nach Beendigung meiner Versuche über die Zugkräfte ließ ich, um die Drahtumspinnung zur Zerstörung zu bringen, rd. 1 st lang ununterbrochen den Strom aus- und einschalten und hielt dabei die Stromstärke ziemlich gleich zwischen 90 und 100 Amp. Als ich dann die Spule abwickeln ließ, zeigte sich allerdings die Isolation vollkommen zerstört und verkohlt. Es ist also eine beträchtliche Inanspruchnahme der Bremse erforderlich, um die Wicklung zur Zerstörung zu bringen und damit ein Versagen der Bremse herbeizuführen. Hieraus ergibt sich nun, daß man bei der Konstruktion von Bremsolenoiden für Straßenbahnzwecke die Wärmeentwicklung gänzlich vernachlässigen kann unter der Voraussetzung, daß die spezifische Strombelastung nicht zu hoch gewählt ist.

Das größte Augenmerk ist nun vor allem auf die Erzielung einer sachgemäßen Charakteristik zu legen. Eine jede Bremse soll nämlich, abgesehen von der Forderung der Betriebsicherheit und schneller Wirkung leicht regelbar sein und vor allem auch stoßfrei wirken. Die Stoßfreiheit der Bremse ist besonders deshalb zu fordern, weil sie das rollende Material schont, die Fahrgäste vor Schaden behütet und die Möglichkeit, die Räder festzubremsen, vermindert. Wann arbeitet nun eine Bremse stoßfrei? Zur Beurteilung dieser Frage ist es notwendig, die Charakteristik der Bremse zu kennen und sie im Zusammenhang mit der Gestängekurve zu betrachten. Unter Gestängekurve soll die Bremskraft als Funktion des Hubes des Gestänges verstanden sein.

Fig. 27 veranschaulicht ein Bremsgestänge, wie es vielfach bei elektrischen Bahnen Verwendung findet. a, a sind zwei Federn, welche die Bremsklötze

ständig in einer gewissen Entfernung von den Radbandagen halten, um während der Fahrt ein Schleifen zu verhüten. Im übrigen besteht das Gestänge aus starkem Flacheisen, dessen Federung als sehr starr anzusehen ist. Der Bremsvorgang spielt sich nun folgendermaßen ab. Die Bremssolenoidoide oder Luftdruckzylinder ziehen erst vermittelst des Gestänges die Bremsklötze gegen die

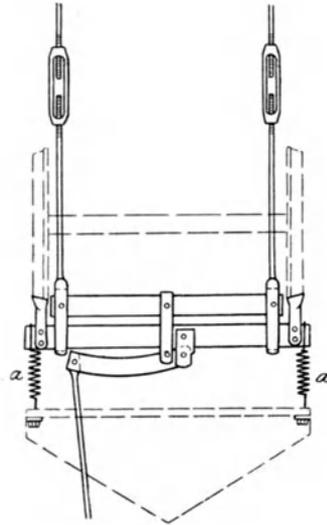


Fig. 27.

Räder unter Ueberwindung der durch die Abdruckfeder ausgeübten Gegenkraft. Dann beginnt die eigentliche Bremswirkung, indem der Druck auf die Bremsklötze durch die Bremse in gewünschtem Maße verstärkt wird. Trägt man die in dem Gestänge auftretenden Kräfte als Ordinaten und die entsprechenden Hubstellungen als Abszissen im Koordinatensystem auf, so erhält man die Gestängekurve. Rein theoretisch betrachtet, muß die Kurve die in Fig. 28 aufgezeichnete Form besitzen. Punkt *a* bezeichnet den Beginn der Bremsung, *c* das Anliegen der Bremsklötze an den Rädern, *e* die höchste gewünschte Bremskraft. Da der Hub der Abdruckfedern sich unmittelbar proportional mit der Kraft, also linear verhält, so prägt sich dieser Ast der Kurve als gerade Linie

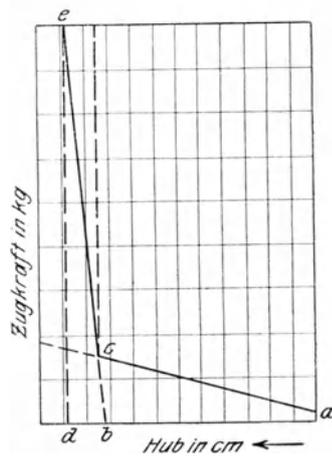


Fig. 28.

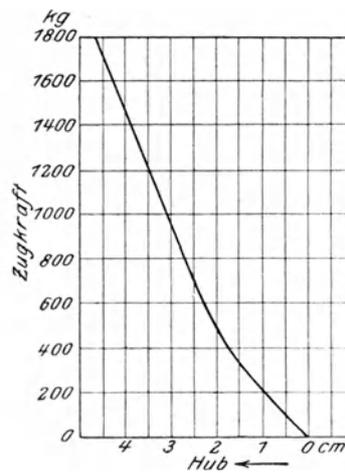


Fig: 29.

aus, Stück a bis c der Kurve. Das gleiche gilt von dem Stück c bis e , nur mit dem Unterschied, daß sich der Neigungswinkel der starren Federung entsprechend ändert. Es muß also im Punkt c ein Knick entstehen. Könnte man das Gestänge als absolut starr ansehen, so müßte im Punkt c die Druckkurve senkrecht ansteigen. Für die Bremsung kommt nur der zweite Teil der Kurve, welcher dem Hub d bis b entspricht, in Frage, das Stück a bis c kann somit für die Konstruktion der Bremse vollkommen vernachlässigt werden. Es handelt sich also nunmehr darum, die Bremse so auszubilden, daß durch ihre Regelung jeder Punkt der Gestängekurve erreicht werden kann; alsdann läßt sich auch ein Stoß auf die Räder vermeiden, wenn man die Kraftsteigerung bzw. -minderung in entsprechend kleinen Zwischenpausen vornimmt. Ein den wirklichen Verhältnissen entsprechendes Gestängediagramm ist in Fig. 29 aufgezeichnet. Es ist einer Abhandlung, erschienen in der Zeitschrift »Elektrische Bahnen und Betriebe« entnommen und sei als richtig und maßgebend für eine ganz bestimmte Gestängeart vorausgesetzt. Dies ist deshalb zulässig, da sich die späteren Entwicklungen sinngemäß auf andere Gestängekurven übertragen lassen. Die Kurve weicht, wie die Figur erkennen läßt, nur wenig von der theoretisch entwickelten ab.

Folgende Bedingungen lassen sich nun aufstellen als Kennzeichnung für die Stoßfreiheit einer Bremse:

- Bedingung 1) Die Kraftsteigerung bzw. -minderung der Bremse muß der Fahrer in kleinen Abstufungen vornehmen können.
- » 2) Die Charakteristik der Bremse muß sachgemäß sein, d. h. kleine Kraftsteigerungen oder -minderungen dürfen nur kleinen Hubänderungen entsprechen.

Bedingung 1 ist im allgemeinen sowohl bei der Luftdruck- wie bei der Solenoidbremse erfüllt. Bis zu einem Höchstwert, welcher dem Druck des Luftbehälters entspricht, kann beispielsweise durch Stellung eines Schiebers oder Hahnes jeder beliebige Bremsdruck im Zylinder erzielt werden. In ähnlicher Weise sind für die Regulierung der Bremsstromstärke bei Solenoidbremsen genügend Kontakte vorgesehen, die im Zusammenhang mit der Fahrgeschwindigkeit hinreichende Abstufungen ermöglichen. Für Bedingung 2 liegen jedoch die Verhältnisse bei weitem nicht so übersichtlich. Es seien daher die Bremskraftkurven mit Gestängekurven in einem Diagramm kombiniert. Man hat dazu nur nötig, die Kurven auf einen gemeinschaftlichen Hub zu bringen, wie das in Fig. 30 geschehen ist. Kurve g ist die Gestängekurve, auf den Hub eines Luftdruckzylinders bezogen, und die mit $h_1, h_2, h_3 \dots$ bezeichneten Kurven sind gewonnen durch Multiplikation der Flächen des Luftkolbens mit verschiedenen starken Drücken. Letztgenannte Kurven haben alle nach ganz kurzem steilen Anstieg einen zur Abszisse parallelen Verlauf und schneiden die Gestängekurven in den Punkten $a, b, c \dots$. Der jeweilig erreichte Schnittpunkt gibt den erzielten Bremsdruck in kg und den dazu erforderlichen Hub in cm an. Will der Wagenführer den im Schnittpunkt b erzielten Bremsdruck steigern, so erhöht er beispielsweise den Druck p , bis h erreicht ist. Der Kolben legt dann den Weg h bis c zurück und bleibt im Schnittpunkt c stehen. Da die Erhöhung oder Erniedrigung des Luftdruckes mittels einer Regelvorrichtung in beliebigen Absätzen erfolgen kann, so ist dem Führer die Möglichkeit in die Hand gegeben, der Gestängekurve in ihrem ganzen Laufe zu folgen.

Allgemein läßt sich das Kriterium für die Stoßfreiheit dadurch bestimmen, daß man eine neue Kurve bildet, indem man zu den Schnittpunkten der Ge-

stängekurven mit den Bremskraftkurven die zugehörigen Hübe ermittelt und in einem Achsensystem aufträgt. Ergibt die neue Kurve einen linearen Verlauf, ähnlich der Gestängekurve, so ist die Charakteristik der Bremse sachgemäß. Das mehr oder weniger starke Abweichen vom linearen Charakter zeigt den Grad der Unsachgemäßheit an.

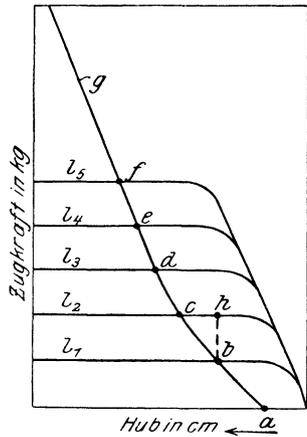


Fig. 30.

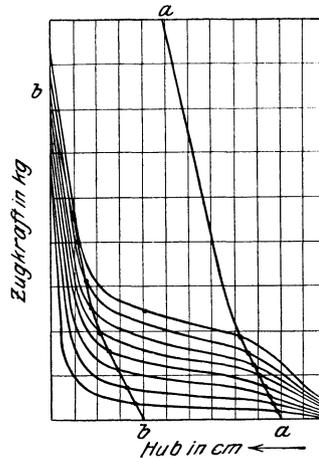


Fig. 31.

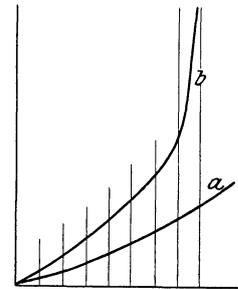


Fig. 32. Kurven a u. b.

An Hand dieser Erläuterung ist es nunmehr sehr einfach, jede beliebige Charakteristik auf ihre Sachgemäßheit zu prüfen, indem man, wie oben angegeben, verfährt. Wählt man beispielsweise den ausnutzbaren Hub einer Solenoidbremse von insgesamt 250 mm Hub mit 150 mm, so muß man die Gestängekurve auf diesen Hub entsprechend reduzieren. Kombiniert man dann letztere Kurve mit denen der Fig. 11, wie das in Fig. 31 geschehen ist, und bildet daraus die entsprechenden Schnittpunktkurven, so erhält man die in Fig. 32 aufgetragenen Diagramme. Kurve *a* wahrt den linearen Charakter und kann als sachgemäß gelten, wohingegen Kurve *b* erhebliche Abweichungen zeigt, sich also für Bremszwecke nicht eignet. Sieht man daher irgend ein Mittel vor, welches es verhindert, daß der Kern der Bremse den ganzen Hub zurücklegt und in den Bereich der ungünstigen Charakteristik gelangt, indem man beispielsweise am Gehäusedeckel einen Puffer aus unmagnetischem Material anbringt, so erzielt man ein sachgemäßes Arbeiten unter Aufgabe eines Teiles des ausnutzbaren Hubes. Der Puffer müßte in diesem besonderen Fall eine Länge von ungefähr 40 mm besitzen. Ein Nachteil dieser Anordnung besteht jedoch, wie schon bemerkt, in dem Verzicht auf einen großen Teil der Arbeitsfähigkeit. Der gesamte Arbeitswert der Bremse berechnet sich beispielsweise für eine Stromstärke von $J = 60$ Amp nach Fig. 11 zu 3558 cmkg. Dieser Wert ist durch Planimetrierung der durch die Kurven begrenzten Flächen gefunden. Planimetriert man gleichfalls die nicht ausnutzbare Verlustfläche V und zieht den gefundenen Wert von dem Gesamtarbeitswert ab, so erhält man die wirklich ausnutzbare Arbeit der Bremse. Es ist demnach:

$$A = G - V = 3558 - 1427 \text{ cmkg,}$$

folglich

$$A = 2131 \text{ cmkg.}$$

In Prozenten ausgedrückt ergibt sich die nicht ausnutzbare Arbeit, bezogen auf den Gesamtarbeitswert der Bremse zu 40 vH. Dies bedeutet einen wesentlichen Verlust, der sich bei höheren Stromstärken noch erheblich steigert.

Es ist uns nun durch Anwendung rein mechanischer Mittel die Möglichkeit an die Hand gegeben, den erwähnten Verlust zu vermeiden und die Charakteristik trotzdem sachgemäß zu gestalten. Denkt man sich beispielsweise die Zugstange einer Solenoidbremse als Zahnstange ausgebildet und diese mit einem Zahnrad in Eingriff gebracht, auf dessen Achse andererseits eine Kurvenscheibe aufgekeilt ist, so haben wir eine derartige Anordnung. Die Kurvenscheibe dient dann zum Aufwickeln einer Zugkette, die mit dem Gestänge fest verkuppelt ist. Die Formgebung der Kurvenscheibe ist aus der Charakteristik des Solenoids, welche erst ermittelt sein muß, rückwärts abzuleiten. Bedingung ist

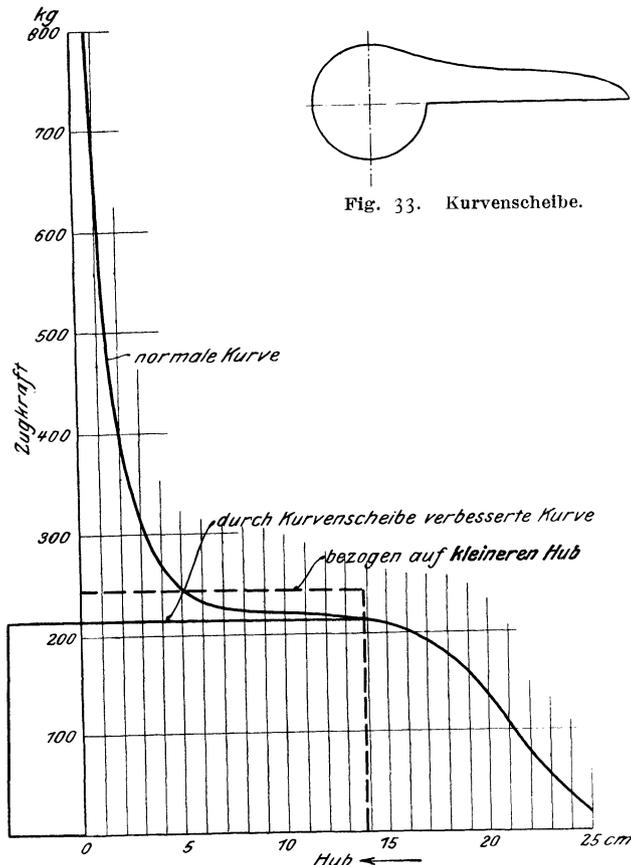


Fig. 34.

nur, daß der Zug in der aufgewickelten Kette für alle Hubstellungen derselbe bleibt. Eine solche Kurvenscheibe für die mit Solenoid I aufgenommene Charakteristik zeigt Fig. 33. Trägt man die in der Zugkette auftretenden Kräfte nunmehr für die verschiedenen Hubstellungen des Kernes in dem Diagramm Fig. 34 ein, so ergibt sich ein wagerechter Verlauf der Kraftkurve. Außerdem erzielt man einen Gewinn dadurch, daß der Hubbereich vergrößert wird. Verzichtet man hierauf, da beispielsweise ein größerer Hub nicht gewünscht oder erforderlich ist, so können durch Aenderung der Uebersetzung proportional höher liegende Zugkräfte erzielt werden. In der Figur ist eine Kurve mit verkleinertem Hub eingepunktirt. Dies Verfahren ergibt zweifellos den größten Wirkungsgrad der Anlage. Der Verlust im Getriebe spielt dabei gar keine Rolle, da man ihn durch geschickte Anordnung außerordentlich klein

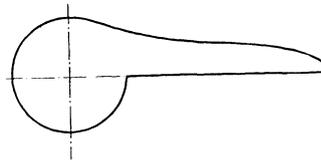
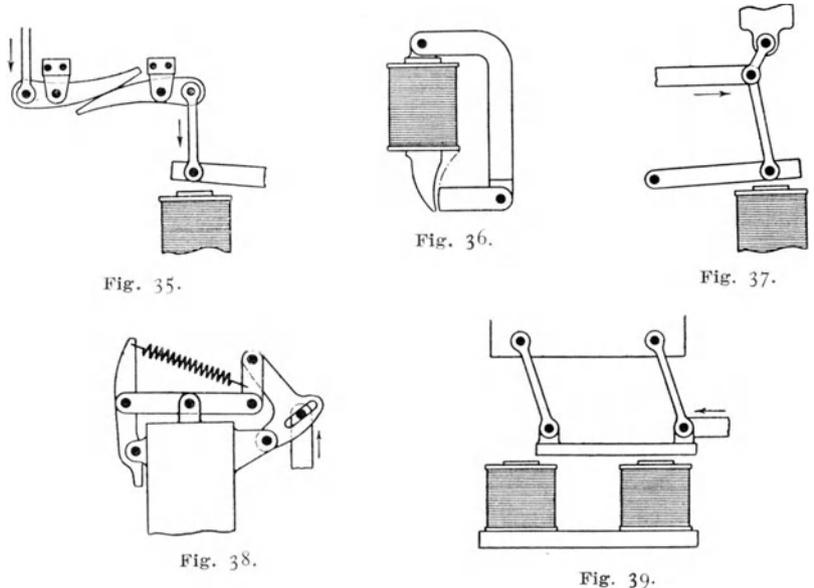


Fig. 33. Kurvenscheibe.

halten kann. An Stelle der Kurvenscheibe können auch anders ausgebildete Hebelübersetzungen zur Aenderung der Charakteristik wie Kniehebel, Wälzhebel und dergleichen, verwandt werden, wie sie bereits in der Literatur beschrieben sind. S. P. Thompson führte in seinem Werk »Der Elektromagnet« einige Ausführungsbeispiele, die schematisch in Fig. 35 bis 39 zur Darstellung gebracht sind, an. An dieser Stelle soll jedoch noch näher auf den Kurbeltrieb als Berichtigungsmittel eingegangen werden, da er die bei weitem einfachste Ausführungsform gestattet. Die Zugstange des Solenoids sei daher als Kurbelstange mit einer Kettenscheibe verbunden; dann ergibt sich allgemein die Umfangskraft an der Kettenscheibe, bezogen auf die Zugkraft des Kernes mit

$$\tau = \sin \frac{(\alpha + \beta)}{\cos \alpha} z \dots \dots \dots (9).$$



τ bezeichnet die Tangential- oder Umfangskraft, z die Zugkraft des Kernes, β den Ausschlagwinkel der Kurbelstange, α den zugehörigen Kurbelwinkel. Die Größe der Winkel α und β ist festgelegt durch das Verhältnis der Schubstangenlänge zur Länge der Kurbel. Durch richtige Wahl dieser Abmessungen und Benutzung eines geeigneten Bogenstückes kann man daher die Charakteristik des Solenoids in gewünschter Weise verbessern. Hierbei ist man jedoch auf Probieren angewiesen, da z sich nicht durch eine bestimmte Gleichung ausdrücken läßt. Ein Ausführungsbeispiel ist in Fig. 40 und 41 dargestellt.

Die Kurbelstange ist 500 mm lang gewählt, die Kurbel besitzt einen Halbmesser von 100 mm, und als Bogenstück für den Hub 140 mm, s. Fig. 40, ist Stück a bis b gewählt. Für diese Abmessungen erhält man eine annähernd gleichbleibende Tangentialkraft. Wenn auch aus Vorstehendem die Möglichkeit, die Charakteristik sachgemäß zu verbessern, hervorgeht, so sind doch aus praktischen Gründen solche Konstruktionsglieder nicht viel verwandt worden. Man vermeidet, wenn irgend angängig, verwickelte Getriebe, da sie unter dem Wagenkasten angeordnet und, wie schon früher bemerkt, zu sehr dem Unwetter, roher Behandlung und starken wechselnden Beanspruchungen unterworfen sind.

Selbst eine gute Einkapselung aller bewegten Teile bietet nicht ausreichende Sicherheit gegen ein unvorhergesehenes Versagen, welches aus Gründen der Sicherheit unbedingt vermieden werden muß. Der Führer muß sich eben unter allen Umständen auf seine Bremse vollkommen verlassen können.

Ein genaueres Studium der magnetischen Verhältnisse bietet uns glücklicherweise ein weiteres Mittel, Solenoidbremsen sachgemäß durchzubilden. Wie

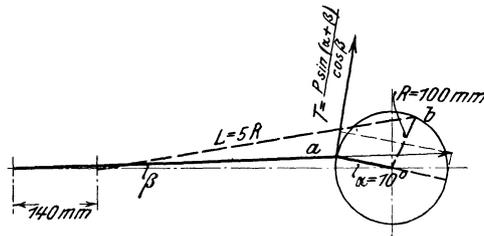


Fig. 40. Benutztes Bogenstück $\alpha = 10^{\circ}$ bis $114^{\circ} 30'$.

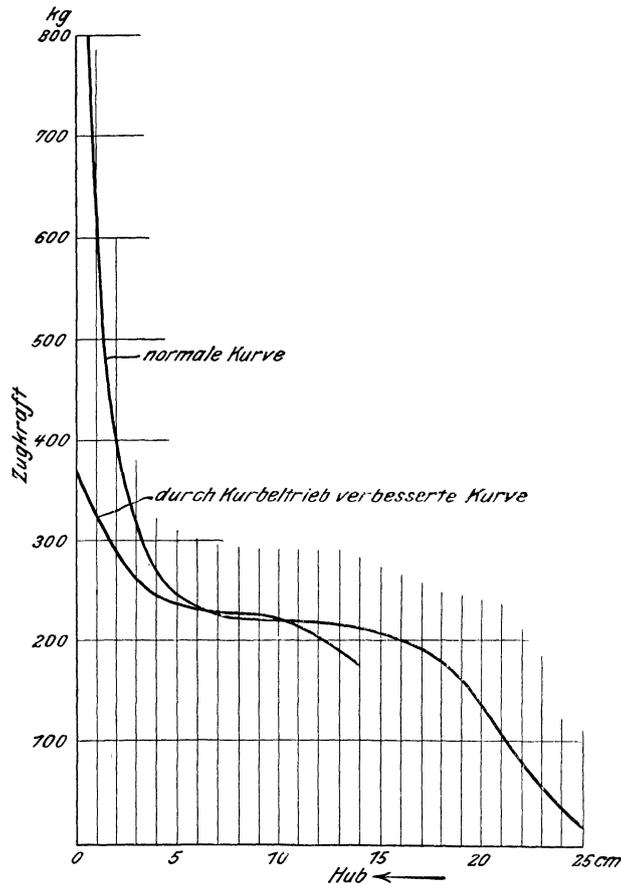


Fig. 41.

aus den eingangs erwähnten Versuchen hervorgeht, kann man durch Wahl geeigneter Mittel beinahe jede beliebige Charakteristik erzielen. Ein Solenoid, welches die Abmessungen des Versuchsmodelles I besitzt, läßt sich beispielsweise ohne jegliche andere Veränderungen dadurch verbessern, daß man den Kern bis zu einer gewissen Länge verkürzt, siehe Fig. 13. Man erzielt damit

einen flacheren Verlauf der Zugkraftkurve gegen Hubende unter Vermeidung des steilen Anstieges. Ferner ist dabei gleichzeitig die größtmögliche Ausnutzung des Hubes gewährleistet. Die ausgenutzte verhält sich nunmehr zur ausnutzbaren Diagrammfläche wie 3743 emkg : 560 emkg, mithin beträgt der Arbeitsverlust 13 vH des Gesamtarbeitswertes, bedeutet also gegen früher einen Gewinn von 27 vH.

Dieselbe Wirkung läßt sich aber auch durch andere magnetische Anordnungen erreichen, etwa nach Fig. 42 bis 45. Versuche mit einem solchen Modell habe ich nicht angestellt, da bei den vielen Aenderungsmöglichkeiten einerseits ein Abschluß nicht sobald zu erzielen ist und andererseits die Anfertigung der Modelle überaus hohe Kosten verursacht. Die Anhäufung der Drahtwindungen

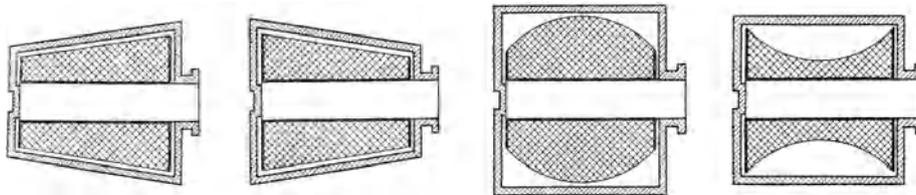


Fig. 42.

Fig. 43.

Fig. 44.

Fig. 45.

auf der dem Deckel abgekehrten Seite bewirkt aller Voraussicht nach eine Verschiebung des magnetischen Mittelpunktes der Spule nach dieser Seite hin. Hiernach dürfte ebenfalls, und zwar ohne Verkürzung des Kernes ein flacherer Verlauf der Zugkraftkurve erreicht werden. Ein genaues Bild kann jedoch nur der Versuch ergeben.

Verschiedentlich ist versucht worden, durch Anspitzen des Kernes und entsprechende Aushöhlung des Deckels die Charakteristik zu beeinflussen. Zurzeit liegen mir Kurven der Allgemeinen Elektrizitäts-Gesellschaft und der Firma Siemens & Halske vor, welche mir liebenswürdigerweise zur Verfügung gestellt worden sind. Sie sind mit zugespitzten Kernen aufgenommen und lassen einen für Bremszwecke guten Verlauf erkennen. Daß man mit solchen Kernformen auch leicht zu schlechten Ergebnissen gelangen kann, beweisen die mit Modell II angestellten Versuche. Diese Charakteristik ist vollkommen unbrauchbar für Bremszwecke, obgleich der Anstieg der Kurve und die höchste erzeugte Kraft sehr günstig ist. Der Fehler dieser Konstruktion liegt darin, daß der Kern einerseits zu kurz bemessen ist und andererseits der Gehäusedeckel zu weit nach hinten aus der Spule herausgezogen ist. Hierdurch wird augenscheinlich der starke Abfall der Kurve gegen Hubende bedingt. Je weiter nämlich der Deckel nach hinten herausgezogen ist, um so mehr tritt die gegen Hubende hemmende Wirkung der Spule zutage. Folglich gibt uns die Anordnung des Gehäusedeckels ein weiteres Mittel an die Hand, die Charakteristik zu beeinflussen. Rechnerisch läßt sich der Verlauf einer der erwähnten Zugkraftkurven allgemein nicht festlegen, sondern höchstens für einen besonderen Fall durch Uebertragung von entsprechenden Werten. Man ist daher stets auf den Versuch angewiesen, jedoch ist es nach dem Vorhergesagten möglich, den Charakter einer Solenoidkurve, falls die Verhältnisse nicht gar zu schwierig liegen, annähernd im voraus zu bestimmen. Man geht hierbei zweckmäßig von einer nackten Spule aus. Für eine solche ist die Charakteristik stets dieselbe, wenn man einen gewöhnlichen Kern, also einen solchen, welcher die Spule zum mindesten ganz ausfüllt, voraussetzt. Ihre Charakteristik sei in Fig. 46

mit a bezeichnet. Vernachlässigt man sodann die Wirkungen der Spule und betrachtet den Deckel als einfachen Magnetpol, so erhält man die Kurve b . Durch Addition der von der Spule und dem Deckel ausgehenden Kräfte gewinnt man dann ein ungefähres Bild vom Verlauf der Charakteristik. Durch Verschiebung der Lage des Deckels zur Spule erhält man die in derselben Figur dargestellte zweite Kurve, welche eine erhebliche Abweichung gegenüber der ersten Kurve aufweist. Wieweit sich jedoch die theoretisch vorausbestimmte Charakteristik mit der Wirklichkeit deckt, kann auch hier nur der Versuch entscheiden. In anderen Fällen verfährt man ganz ähnlich, wobei die bei den Versuchen aufgenommenen Kraftlinienbilder wertvolle Anhaltspunkte bieten.

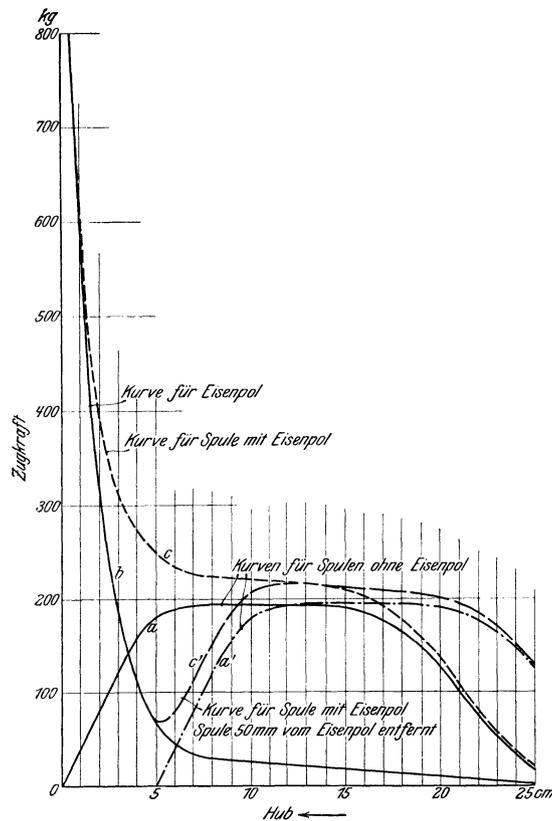


Fig. 46.

Die Berichtigung der Charakteristik durch Veränderung der magnetischen Verhältnisse ist auch schon aus dem Umstande empfehlenswert und die einzig richtige, weil dann die normalen Formen von Solenoidbremsen geschaffen werden können, die sich lediglich in der Stärke ihrer Kraftwirkung unterscheiden. Dadurch wird die Bremse in der Herstellung billiger, ein nicht zu unterschätzender Vorteil im Wettbewerb mit anderen Systemen. Die großen Elektrizitätsfirmen, welche derartige Solenoidbremsen herstellen, haben den letztgenannten Weg beschritten, indem sie nur 2 oder 3 Muster bauen, die nach Maßgabe der gewünschten Höchstbremskraft, also nach der Wagengröße verwandt werden.

Zum Schluß sei noch kurz auf die theoretische Berechnung der Solenoide eingegangen. Bis heute ist es noch nicht gelungen, eine Formel zur allgemeinen Berechnung der Zugkräfte eisenumschlossener Solenoide zu finden.

Diese müßte, wie die Versuchskurven beweisen, sämtliche Faktoren, welche auf die Charakteristik einen Einfluß besitzen, in Berücksichtigung ziehen, also Kernlänge und Form, Spulenform, Deckelstellung, Gehäuseanordnung und dergleichen. Es ist also nur möglich, eine oberflächliche Berechnung anzustellen und an Hand von Versuchen Verbesserungen vorzunehmen. Für nackte Spulen lassen sich Vergleichswerte aufstellen, wie solche bereits von Underhill und Thompson veröffentlicht worden sind. Die Angaben über die mit Spulen erzielten spezifischen Zugkräfte:

$$\frac{\text{Zugkraft}}{\text{Kernquerschnitt}}$$

sind sehr verschieden. Ein genauer Vergleich hinsichtlich des Wirkungsgrades der verschiedenen Bauarten läßt sich deshalb nicht ziehen, weil bei Angabe der Amperewindungszahl, Hubstellung und Kernquerschnitt, die der Spannung, bezw. des Widerstandes und der Abmessungen des Wickelraumes fehlt.

Im Folgenden seien einige Werte zusammengestellt:

J Z	Kern- querschnitt	Hubstellung	erzielte Kraftleistung	spez. Zug-	Bemerkungen
	gem			mm	
11010	28,27	50,6	24,5	0,868	Vogelsang E. T. Z. 1901
10600	56,7	50	42	0,736	Versuchsmodell I
11600	132,7	50	140	1,05	» II
10250	103,8	50	113	1,09	Siemens & Halske kleine Bremse
10400	149,5	50	170	1,14	» » große »

Hierbei ist die Annahme zugrunde gelegt, daß die Kraftliniendichte über den ganzen Kernquerschnitt gleichmäßig sei. Dies ist aber nicht der Fall, wie aus den Kraftlinienbildern und den Messungen von S. P. Thompson hervorgeht. Die Kraftlinien drängen sich vielmehr am Rande eines ebenen Kernes außerordentlich stark zusammen. Für einen Kern mit 12 cm Dmr. hat Thompson mit Hilfe einer kleinen Kugel die Kräfte vom Mittelpunkt ausgehend über den ganzen Halbmesser in Abständen von 0,5 cm untersucht und gefunden, daß sie am Rande 6mal so groß wie im Mittelpunkt sind. Dieser Umstand läßt sich schwer in einer Berechnung berücksichtigen. Man legt daher zweckmäßig eine mittlere gleichbleibende spezifische Zugkraft der Ueberschlagsrechnung zugrunde.

III. Teil.

Beispiel für die Verbesserung der Charakteristik eines Solenoides.

Nachdem nun im ersten Teil die Versuchsergebnisse und im zweiten die Gesichtspunkte, von denen man bei der Konstruktion von Solenoiden, im besonderen der Bremsolenoiden auszugehen hat, eingehend behandelt sind, soll im dritten Teil versucht werden, die gewonnenen Erfahrungen auf die Praxis zu übertragen.

Aus Fig. 22 ergibt sich, was auch schon im zweiten Teil vorliegender Arbeit ausgeführt wurde, daß die Charakteristik des Modelles II für Bremszwecke unbrauchbar ist. Der Fehler der Charakteristik liegt darin, daß die Zugkraftkurve gegen Hubende steil abfällt, ja sogar bis auf null herabsinkt,

Der konstruktive Fehler des Modells war nun nach den Ausführungen im zweiten Teil darin zu suchen, daß der Kern einerseits zu kurz bemessen und daß der Gehäusedeckel andererseits zu weit aus der Spule nach hinten herausgezogen ist. Ich ließ daher vom Bremsgehäuse und der die Spule tragenden Rotgußbüchse soviel abstechen, daß der Deckel 10 mm tiefer in die Spule hineinragte. Ferner wurde ein neuer Eisenkern hergestellt, der eine Gesamtlänge von 405 mm besaß, also um 100 mm länger war, als der zu den ersten Versuchen benutzte. Die Bremse mit den neuen Abmessungen ist in Fig. 47 im Maßstabe 1 : 10 dargestellt und zum besseren Vergleich die ursprüngliche Form in Fig. 48 in dem-

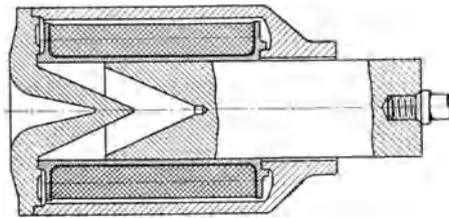


Fig. 47. Modell II mit geänderten Abmessungen. 1 : 10.

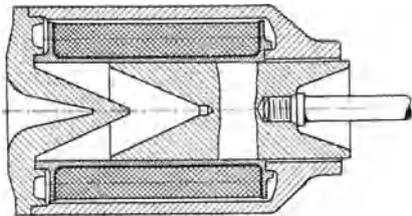


Fig. 48. Modell II. 1 : 10.

selben Maßstabe verzeichnet. Das abgeänderte Modell untersuchte ich nun in gleicher Weise hinsichtlich seiner Charakteristik. Das Ergebnis der Messungen, welches den überraschenden Einfluß der Maßnahmen zeigt, ist in Fig. 49 veranschaulicht. Für die Messungsreihe $J = 100$ Amp sind die genauen Versuchsergebnisse als Punkte um die Kurve eingezeichnet, während sie bei den übrigen Kurven weggelassen sind, um nicht das Gesamtbild zu stören. Ferner ist zum Vergleich aus Fig. 22 die für das ursprüngliche Modell II gefundene Charakteristik für $J = 100$ Amp einpunktirt. Hieraus gibt sich augenscheinlich der Unterschied zwischen dem Modell II in seinen ursprünglichen und abgeänderten Abmessungen.

Der Vergleich der 100 Amp-Kurven zeigt, daß nicht nur die höchsten erzielten Zugkräfte bei der neuen Anordnung größer sind, sondern daß auch eine erhebliche Arbeitsfläche gewonnen wird. Die Planimetrierung der durch die beiden Vergleichskurven begrenzten Flächen ergibt für das Solenoid in alter Ausführung 10110 cmkg und für die neue Anordnung 13542 cmkg. Der Gewinn beträgt somit 3432 cmkg oder, in Prozenten ausgedrückt, 34 vH der alten Ausführung gegenüber. Dies bedeutet eine erhebliche Verbesserung des Wirkungsgrades.

Weit wichtiger ist jedoch der Umstand, daß die Charakteristik eine Gestalt erhalten hat, wie man sie für Bremsolenoiden kaum besser wünschen kann. Nach kurzem stetigem Anstieg bleiben die Zugkräfte über die ganze zweite Hälfte des Hubes nahezu unverändert. Die Kurven ähneln jetzt der in Fig. 30 für unmittelbar wirkende Luftdruckbremsen dargestellten und als mustergültig

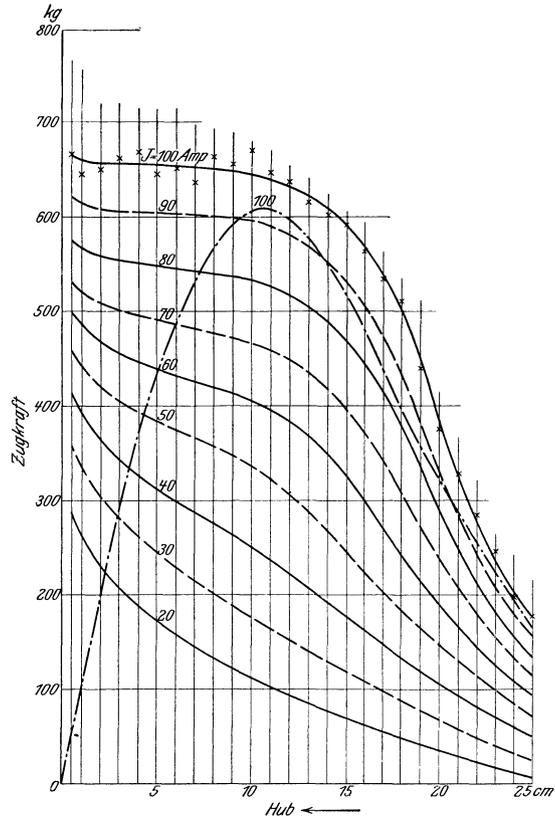


Fig. 49. Kurven für Solenoid mit Gehäuse Modell II.
Kernlänge 405 mm, Kräftemaßstab 1 mm = 8 kg, Längenmaßstab 1 mm = 4 mm.

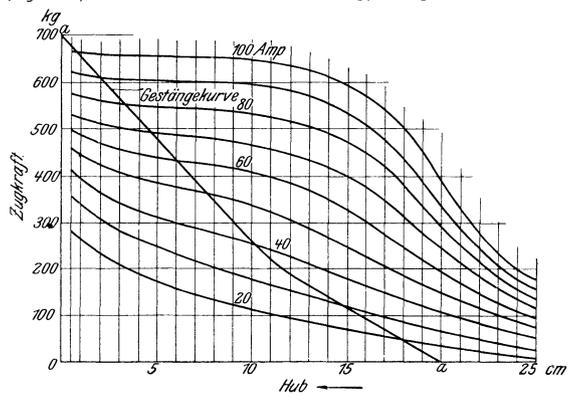


Fig. 50.

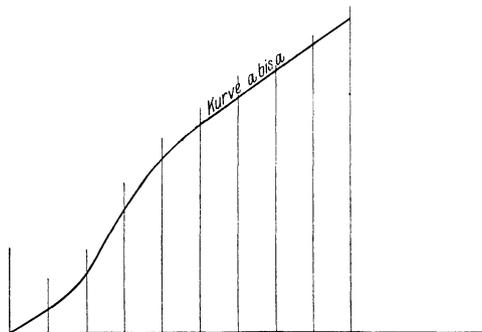


Fig. 51. Kurve zur Bestimmung der Sachgemäßheit.

bezeichneten. Zur Prüfung der neuen Kurven auf Sachgemäßheit wendet man zweckmäßig das im II. Teil angegebene Verfahren an. In Fig. 50 ist die auf den Hub der Bremse reduzierte Gestängekurve in das Bremskraftkurvendia-gramm eingezeichnet und hieraus in Fig. 51 die Kombinationskurve, welche für die Beurteilung der Sachgemäßheit maßgebend ist, gebildet. Sie zeigt einen linearen Verlauf und entspricht daher den im zweiten Teil vorliegender Ab-handlung geforderten Bedingungen für die Stoßfreiheit der Bremse.

Es ist somit durch Anwendung ganz einfacher Mittel gelungen, einer voll-kommen fehlerhaften Bremse eine sachgemäße Charakteristik zu verleihen. Dies Ergebnis ist um so wichtiger, als es zeigt, daß man nicht darauf angewiesen ist, zur Verbesserung von Zugkraftkurven zu verwickelten Mechanismen zu greifen, sondern durch verständige und zielbewußte Gestaltung der magnetischen Verhältnisse eine einfachere Anpassung an die gegebenen Bedingungen erzielt. Hierzu möge die vorliegende Arbeit einige wertvolle Anhaltspunkte bieten.



Steil: Untersuchungen über Solenoide und über ihre

Bild 1.

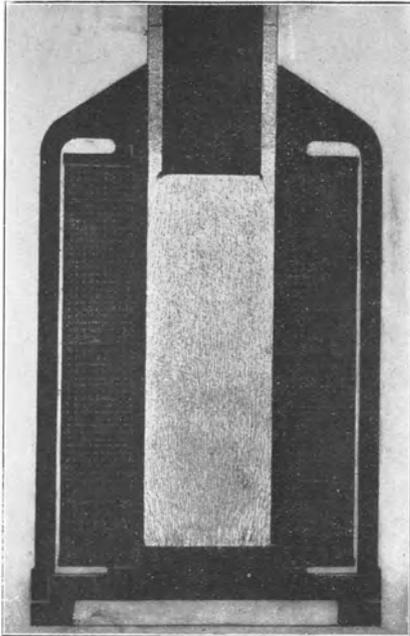


Bild 2.

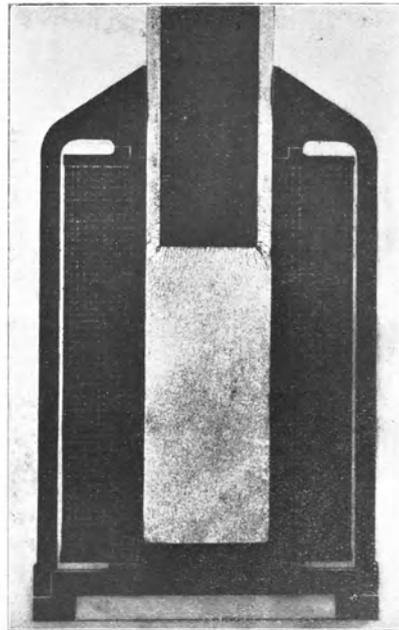


Bild 3.

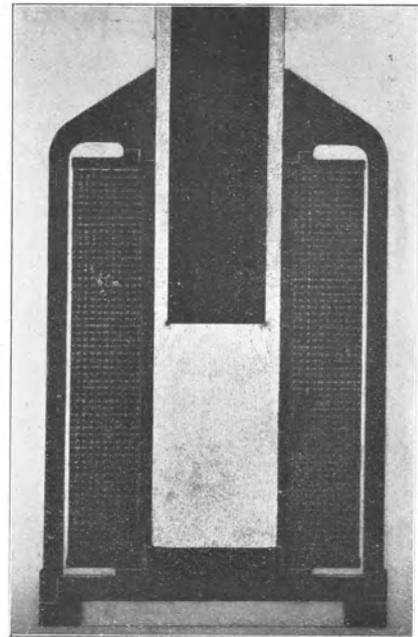


Bild 7.

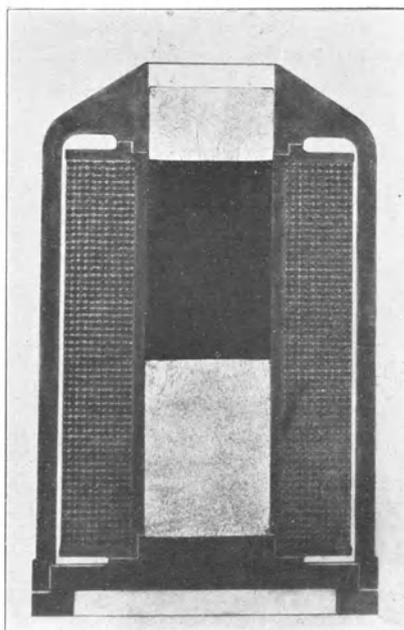


Bild 8.

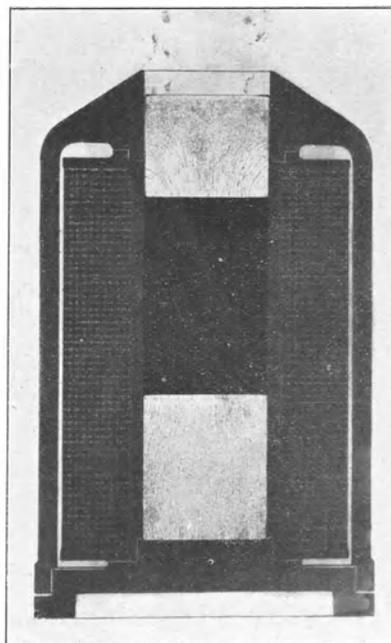
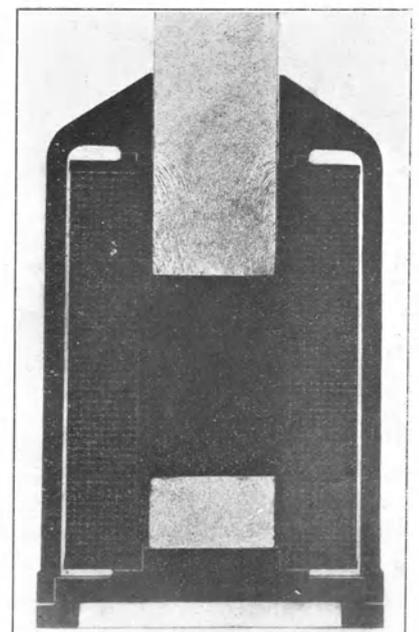


Bild 9.



praktische Verwendbarkeit für Straßenbahnbremsen.

Bild 4.

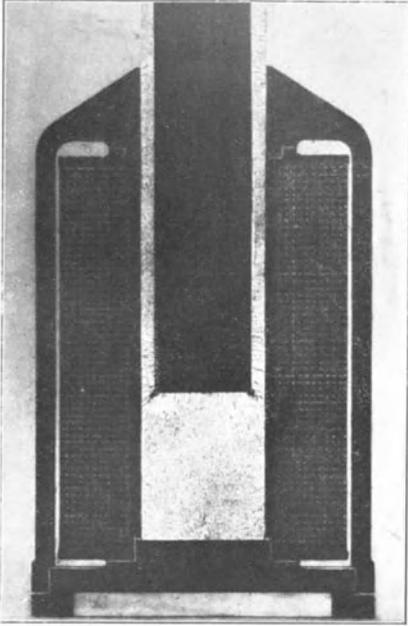


Bild 5.

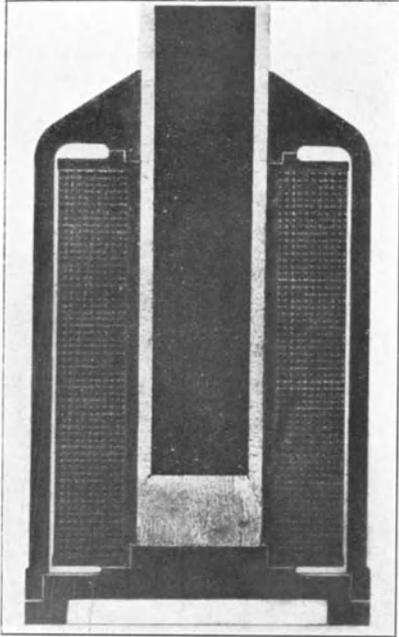


Bild 6.

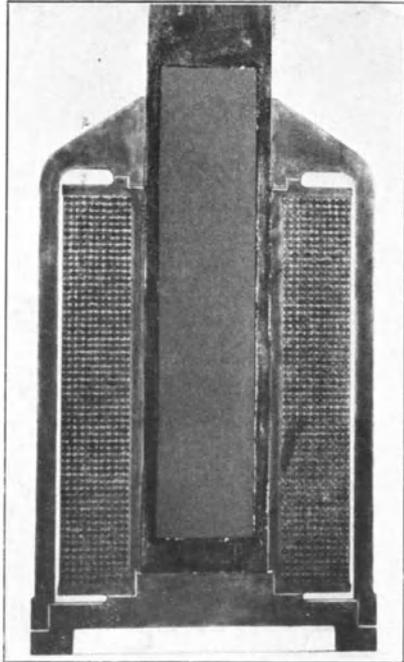


Bild 10

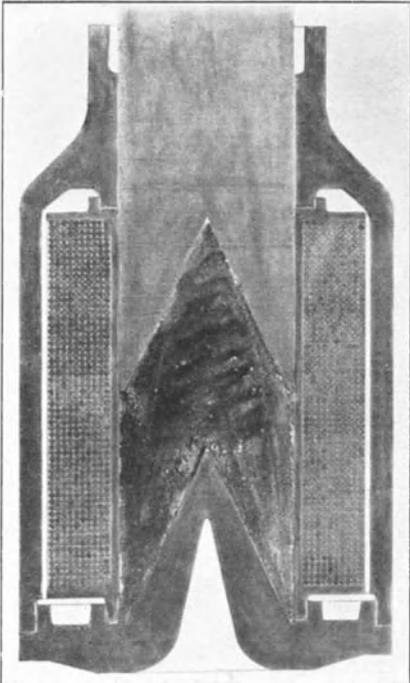


Bild 11.

