



Kurzes Lehrbuch
der
Elektrotechnik

von
Dr. Adolf Thomälen

Siebente Auflage



Kurzes Lehrbuch der Elektrotechnik

Von

Dr. Adolf Thomäen

a. o. Professor an der Technischen Hochschule Karlsruhe

Siebente, verbesserte Auflage

Mit 463 in den Text gedruckten Bildern



Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH
1918

Alle Rechte, insbesondere das der Übersetzung in fremde Sprachen,
vorbehalten.

Copyright 1918 by Springer-Verlag Berlin Heidelberg
Ursprünglich erschienen bei Julius Springer in Berlin 1918
Softcover reprint of the hardcover 7th edition 1918

ISBN 978-3-662-42141-3
DOI 10.1007/978-3-662-42408-7

ISBN 978-3-662-42408-7 (eBook)

Aus dem Vorwort zur ersten Auflage.

Das vorliegende „Kurze Lehrbuch der Elektrotechnik“ steht in der Mitte zwischen den allgemeinverständlichen Darstellungen und den Spezialwerken. Es will den Studierenden nicht bloß mit den Erscheinungen auf dem Gebiete der Elektrotechnik bekannt machen, sondern ihn auch zum „elektrotechnischen Denken“ erziehen, d. h. ihm die Vorstellungen und Anschauungen aneignen, mit deren Hilfe er sich die Erscheinungen auf dem Gebiete der Elektrotechnik erklären kann. Endlich will das vorliegende Werk den Studierenden in den Stand setzen, die Wirkungsweise der elektrischen Maschinen auf rechnerischem und zeichnerischem Wege zu verfolgen. Dabei sind die Rechnungen möglichst einfach gehalten und von der höheren Mathematik nur die Anfangsgründe zu Hilfe genommen.

Um den erwähnten Zweck zu erreichen, mußte das Beschreiben sowie das Eingehen auf Einzelheiten der Ausführung verhältnismäßig zurücktreten. Das konnte um so mehr geschehen, als wir eine Reihe von hervorragenden Werken beschreibender und konstruktiver Natur über Elektrotechnik besitzen.

Altenburg (S.-A.), im Mai 1903.

Vorwort zur siebenten Auflage.

In der vorliegenden siebenten Auflage des kurzen Lehrbuches der Elektrotechnik ist der Teil über Magnetismus vollständig neu bearbeitet. Dabei wird der Versuch gemacht, eine sichere wissenschaftliche Grundlage zu gewinnen, ohne daß die Theorie übermäßig in den Vordergrund tritt. Die magnetische Induktion, die in den früheren Auflagen erst beim Elektromagnetismus eingeführt wurde, wird bereits beim Magnetismus behandelt. Um ihre begriffliche Unterscheidung von der Feldstärke deutlich zu machen, wird sie entgegen der sonst meist üblichen Darstellung an die Spitze gestellt. Das Ohmsche Gesetz für Magnetismus und die Zugkraft des Magneten werden ebenfalls bereits beim Magnetismus behandelt. Die Linien und Röhren des Feldes werden für einfache Fälle aus der Beziehung, daß kein Fluß durch die Röhrenwand hindurchtritt,

ermittelt. Die Ableitung des Brechungsgesetzes und der Gleichungen für den Längszug und Querdruck des Feldes sind hinzugekommen.

An die Stelle der Kraftlinien, die meist weder mit einer Kraft noch mit einer Linie etwas zu tun haben, ist der magnetische Fluß durch eine Fläche oder die den Raum durchdringende Flußröhre getreten. Wie üblich, ist das Produkt aus der Induktion und der Fläche noch als magnetischer Fluß bezeichnet. Es wird sich aber wohl künftig empfehlen, für diese physikalische Größe die Bezeichnung Flußstärke einzuführen, zum Unterschied von dem nur eine Hilfsvorstellung bildenden Fluß, der eine Röhre erfüllt, sich in ihr fortsetzt, nacheinander verschiedene Mittel durchdringt, sich verzweigt, usw. Wie es bereits in der Physik üblich ist, wird die magnetische Induktion in Gauß und der Induktionsfluß in Maxwell gemessen.

Beim Elektromagnetismus wird der Begriff der Durchflutung eingeführt und das Durchflutungsgesetz mit Hilfe der Gleichung für die elektrische Arbeit aus dem Induktionsgesetz abgeleitet. Die Flußröhren des Feldes von geraden Leitern und die des Gesamtfeldes bei einem geraden Leiter im gleichförmigen Feld werden ermittelt. Beim Hub des Elektromagneten wird auch der Wechselstrommagnet berücksichtigt.

Mit Rücksicht auf die Bedeutung der Hochspannungsanlagen wird in den Abschnitten 35 bis 39 eine Darstellung des elektrischen Feldes gegeben, die sich eng an den entsprechenden Teil über das magnetische Feld anlehnt. Die Kapazität wird dabei als ein dielektrischer Leitwert eingeführt und für einfache Fälle, wie z. B. bei Kondensatoren, sowie bei Freileitungen für einfachen Wechselstrom berechnet.

Bei den Gleichstrommaschinen ist die Behandlung der glatten Anker, die schon in den früheren Auflagen ständig gekürzt wurde, fast vollständig gegenüber den Nutenankern zurückgetreten. Für die Ermittlung des Stromlaufs und der kurzgeschlossenen Spulen wird eine zweipolige Ersatzschaltung gegeben, bei der die ganze Aufgabe ohne jede Zeichnung der Wicklung allein vom Stromwender aus behandelt wird. Im übrigen ist die Ableitung für die Spannungsteilung mit Drosselspule hinzugekommen.

Beim Wechselstrom fand die symbolische Rechnung, die früher am Schluß des Werkes gebracht wurde, in geänderter Darstellungsweise ihren Platz bereits in den einleitenden Abschnitten, deren Inhalt auch sonst wesentlich geändert und erweitert wurde. Die symbolische Rechnung konnte auf diese Weise fortlaufend angewendet und nutzbar gemacht werden. Dabei kam es dem Verfasser darauf an, zu zeigen, daß der Vorteil dieser Rechnung wesentlich in der unmittelbaren Bezeichnung einer gerichteten Größe durch einen einzigen Buchstaben besteht. Die

unbequeme komplexe Form soll nach Möglichkeit zurücktreten. Ein Abschnitt über die Ersatzschaltung des Transformators und Drehstrommotors ist im einleitenden Teil hinzugekommen. Darin ergibt sich für die verwickelte Aufgabe der Ableitung des genauen Heylandschen Kreises ein äußerst einfacher Weg mit Hilfe der Inversion und der symbolischen Rechnung.

Die Grundgesetze des Drehstromes werden im unmittelbaren Anschluß an die des einfachen Wechselstromes gebracht. Dabei fand sich Gelegenheit, den Spannungsabfall in Drehstromleitungen zu behandeln und die Beziehung zwischen Selbstinduktion und gegenseitiger Induktion der einzelnen Schleifen, sowie den Einfluß der Lage der Meßleitung auf den Ausschlag des Spannungszeigers zu entwickeln.

Im Teil über den Transformator wurden die Strom- und Spannungsbilder wesentlich vereinfacht. Überhaupt wird der Versuch gemacht, die Strom- und Spannungsbilder freier zu behandeln. Dahin gehört z. B. die Aneinanderreihung der Strahlen an Stelle des Parallelogramms, die Anwendung der geometrischen Subtraktion und die Umkehrung der Richtung eines Strahles unter gleichzeitiger Umkehrung seiner Bedeutung.

Die Synchronmaschinen werden von vornherein als Mehrphasenmaschinen behandelt, da diese tatsächlich nicht nur die weitaus wichtigsten, sondern auch die einfachsten Wechselstrommaschinen sind. Der Abschnitt über Wicklungen ist erweitert, wobei auch der Wicklungsfaktor berücksichtigt wurde. Die gleichzeitige Behandlung der Stromerzeuger und Motoren, die teilweise bereits in der früheren Auflage angewendet wurde, ist in der neuen Auflage allgemein durchgeführt. Der Abschnitt über das Pendeln ist vereinfacht, wesentlich auch dadurch, daß der Einfluß der Dämpfung rein rechnerisch abgeleitet wurde.

In dem Teil über Drehstrommotoren wurde die Darstellung des Feldes bei verteilten Wicklungen deutlicher gehalten. Bei der Ableitung des einfachen Heylandschen Kreises sind andere Streufaktoren benutzt, mit denen sich fast ohne Rechnung ein überaus durchsichtiges Verhältnis zwischen Kreisdurchmesser und Kurzschlußstrom ergibt. Die Ermittlung des genauen Heylandschen Kreises und der Leistungen im Prüffeld auf Grund der erwähnten symbolischen Behandlung der Ersatzschaltung ist hinzugekommen. Bei der Behandlung der Doppelschlußmotoren mit Stromwender wurde die Notwendigkeit der Festsetzung einer positiven Richtung für die Spannungen und Ströme erörtert. Bei der Ableitung des Spannungs- und Strombildes für die Doppelschlußmotoren erwies sich wieder die Einführung der oben erwähnten Streufaktoren als vorteilhaft.

Abgesehen von den angeführten Änderungen erschien auch in

vielen Abschnitten, die inhaltlich im wesentlichen dieselben geblieben sind, mit Rücksicht auf gleichzeitige Vertiefung und Vereinfachung eine Durcharbeitung nötig, so daß der größere Teil des Werkes in neuer Form vorliegt. Die Vereinfachungen haben dazu geführt, daß sich der Umfang trotz der Erweiterungen nicht unwesentlich verringert hat.

Bei der Bearbeitung der neuen Auflage kam dem Verfasser die wertvolle Anregung und Förderung zugute, die er von Seiten des Herrn Prof. Dr. Ing. e. h. F. Emde, Stuttgart, und des Herrn Prof. R. Richter, Karlsruhe, erfahren hat. Beide Herren hatten auch die Freundlichkeit, einige grundlegende Abschnitte durchzusehen.

Karlsruhe, im Juni 1918.

Ad. Thomälen.

Inhaltsverzeichnis.

Erster Teil.		Seite
1. Der elektrische Strom		1
2. Die Spannung		2
3. Das Ohm'sche Gesetz		4
4. Die Abhängigkeit des Widerstandes vom Stoff, Querschnitt, Länge und Temperatur des Leiters		8
5. Die Kirchhoffschen Regeln		10
6. Widerstand und Stromverteilung bei einer Schleife		13
7. Reihen- und Nebenschaltung von Elementen		15
8. Die Wheatstonesche Brücke		17
9. Spannungsmessung durch Gegenschaltung		19
10. Elektrische Arbeit und Leistung		20
11. Die Verluste durch Stromwärme		23
Zweiter Teil.		
12. Die Vorgänge bei der Elektrolyse		26
13. Die Gewichtsverhältnisse bei der Elektrolyse		29
14. Die Polarisation		31
15. Die Akkumulatoren		34
16. Die Vorgänge in Elementen		38
17. Die Voltmeter		41
Dritter Teil.		
18. Magnetische Induktion und magnetischer Fluß		42
19. Magnetische Spannung und Feldstärke		47
20. Magnetische Induktion und Feldstärke		50
21. Die magnetischen Röhren beim Übergang aus Luft in Eisen		54
22. Längszug und Querdruck im magnetischen Feld		56
Vierter Teil.		
23. Die durch Änderung des magnetischen Flusses erzeugte Spannung		58
24. Die Durchflutung		61
25. Magnetische Wirkung eines geraden Stromleiters in der Luft		62
26. Magnetische Wirkung einer Stromspule in der Luft		68
27. Der magnetische Kreis		70
Fünfter Teil.		
28. Die Selbstinduktion		77
29. Die gegenseitige Induktion		79
30. Der Strom beim Ein- und Ausschalten		81
31. Elektrische Arbeit und magnetische Energie		83

	Seite
32. Der Hub eines Elektromagneten	85
33. Die Hysterisis	89
34. Wirbelströme	91
Sechster Teil.	
35. Elektrischer Fluß und elektrische Dichte	94
36. Elektrische Spannung und Feldstärke	100
37. Elektrische Dichte und Feldstärke	101
38. Die Kapazität	104
39. Die Energie des elektrischen Feldes	108
Siebenter Teil.	
40. Die Grundeinheiten des absoluten Maßsystems	110
41. Mechanische Größen	111
42. Die magnetischen Größen	113
43. Die elektrischen Größen	114
Achter Teil.	
44. Doppel-T-Anker mit zweiteiligem Stromwender	119
45. Zweipolige Ring- und Trommelwicklung	121
46. Mehrpolige Schleifenwicklung	129
47. Mehrpolige Wellenwicklung	133
Neunter Teil.	
48. Die Erregung der elektrischen Maschinen	142
49. Feldmagnete	146
50. Die Bürstenstellung	149
51. Ankerrückwirkung und Quermagnetisierung	151
52. Funkenfreie Stromwendung	154
53. Spannungsteilung	162
Zehnter Teil.	
54. Die fremderregte Maschine bei Änderung der Drehzahl, Erregung und Belastung	165
55. Die Hauptstrommaschine bei Änderung der Belastung	171
56. Die Nebenschlußmaschine und Doppelschlußmaschine bei Änderung der Belastung	172
57. Batterie und Maschine in Nebeneinanderschaltung	177
58. Maschinen für gleichbleibenden Strom	185
59. Der Wirkungsgrad der Nebenschlußmaschinen	188
Elfter Teil.	
60. Drehrichtung der Motoren	193
61. Drehmoment, Drehzahl und Leistung des Gleichstrommotors	196
62. Der Nebenschlußmotor	200
63. Anlassen und Regeln des Nebenschlußmotors	203
64. Wirkungsweise der Hauptstrommotoren	214
65. Beispiel	217
66. Die Regelung von Hauptstrommotoren	220

Zwölfter Teil.		Seite
67. Stromstärke und Spannung des Wechselstromes		225
68. Mittelwert und Effektivwert		229
69. Die mittlere Leistung des Wechselstromes		231
70. Darstellung durch Strahlen		233
Dreizehnter Teil.		
71. Die Spannung der Selbstinduktion		242
72. Widerstand und Selbstinduktion in Reihe		247
73. Die Leistung bei Reihenschaltung von Widerstand und Selbstinduktion		251
74. Wirkwiderstand, induktiver und scheinbarer Widerstand		254
75. Die Kapazität in Wechselstromkreisen		256
76. Das allgemeine Ohmsche Gesetz für Wechselstrom		258
77. Wechselstromwiderstände in Nebeneinanderschaltung		260
78. Ersatzschaltung		264
Vierzehnter Teil.		
79. Mehrphasenströme		268
80. Dreieck- und Sternschaltung		270
81. Die Leistung des Drehstromes		274
82. Der Spannungsabfall in Drehstromleitungen		277
Fünfzehnter Teil.		
83. Aufbau der Transformatoren		283
84. Der Transformator bei Leerlauf		287
85. Der Transformator bei Belastung unter Vernachlässigung der Span-		
nungsverluste		292
86. Berücksichtigung der Spannungsverluste		295
87. Einschaltvorgang bei Transformatoren		302
Sechzehnter Teil.		
88. Die Wicklungen der Wechselstrommaschinen		304
89. Die Spannung bei gleichförmigem Feld		310
90. Die Spannung bei sinusförmigem Feld		314
Siebzehnter Teil.		
91. Das Einschalten einer Synchronmaschine		316
92. Das Spannungsbild der Wechselstrommaschine		319
93. Die Wechselstrommaschine bei Änderungen der Belastung		323
94. Die synchronisierende Kraft		329
95. Das Pendeln von Wechselstrommaschinen		333
96. Die Wechselstrommaschine bei Änderung der Erregung		338
97. Selbsttätige Spannungsregelung		342
Achtzehnter Teil.		
98. Magnetische Wirkung des Ankerstromes		347
99. Ankerrückwirkung und Gesamterregung		349
100. Trennung der Ankerrückwirkung und Ankerstreuung		354
101. Vorausberechnung der Erregung		356

Neunzehnter Teil.		Seite
102.	Wirkungsweise der Drehstrommotoren.	359
103.	Die im Ständer des Drehstrommotors erzeugte Spannung.	363
104.	Das Feld des Dreiphasenstromes	366
105.	Berücksichtigung des Eisenwiderstandes	372
106.	Das Drehmoment des Drehstrommotors	375
107.	Schlüpfung und Drehzahl	380
Zwanzigster Teil.		
108.	Der streuungslose Motor	382
109.	Strombild für widerstandslosen Ständer	386
110.	Leistung, Drehmoment und Schlüpfung nach dem Strombild	391
111.	Größter Leistungsfaktor, Überlastungsfähigkeit und Anzugsmoment	393
112.	Das genaue Heylandsche Strombild	395
113.	Vereinfachtes Strombild	401
114.	Der Streuungsfaktor	406
Einundzwanzigster Teil.		
115.	Entgegengesetzt umlaufende Erregungen des Einphasenmotors.	416
116.	Das Strombild des Einphasenmotors auf Grund der Zerlegung der Ständererregung	419
117.	Das Strombild des Einphasenmotors auf Grundlage des Querfeldes	421
Zweiundzwanzigster Teil.		
118.	Einphasenmotoren mit Stromwender.	425
119.	Der Reihenschlußmotor für Wechselstrom	429
120.	Der Repulsionsmotor	433
121.	Der Eichbergmotor und Latourmotor	438
122.	Doppelschlußmotoren.	445
Dreiundzwanzigster Teil.		
123.	Der Drehstrom-Reihenschlußmotor in der Einschaltstellung	451
124.	Der Drehstrom-Reihenschlußmotor in der Betriebstellung.	453
125.	Verbesserung des Leistungsfaktors und der Anlaufbedingungen	458
126.	Drehstrom-Regelsätze.	461
Vierundzwanzigster Teil.		
127.	Wirkungsweise des Einankerumformers	466
128.	Spannungsregelung beim Einankerumformer	469
129.	Die Stromwärme im Einankerumformer	471
130.	Der Kaskadenumformer	474
	Bezeichnungen.	476
	Namen- und Sachverzeichnis.	479

Erster Teil.

1. Der elektrische Strom. -- 2. Die Spannung. -- 3. Das Ohmsche Gesetz. -- 4. Die Abhängigkeit des Widerstandes vom Stoff, Querschnitt, Länge und Temperatur des Leiters. -- 5. Die Kirchhoffschen Regeln. -- 6. Widerstand und Stromverteilung bei einer Schleife. -- 7. Reihen- und Nebenschaltung von Elementen. -- 8. Die Wheatstonesche Brücke. -- 9. Spannungsmessung durch Gegenschaltung. -- 10. Elektrische Arbeit und Leistung. -- 11. Die Verluste durch Stromwärme.

1. Der elektrische Strom.

Wir schreiben die Erhitzung der Leuchtfäden der Glühlampen, die Arbeitsleistung des Elektromotors, die Magnetisierung des Eisens, die chemische Zersetzung von Flüssigkeiten usw. der Wirkung des elektrischen Stromes zu.

Der Vorgang, mit dem man es hier zu tun hat, ist seinem Wesen nach derselbe wie bei dem Ausgleich ruhender, ungleichnamiger Elektrizitätsmengen. Dieser Ausgleich erfolgt unter dem Einfluß der zwischen den Elektrizitätsmengen bestehenden Spannung.

Ähnlich wie das Wasser vom höheren zum niederen Niveau fließt oder die Wärme vom heißen auf den kalten Körper überströmt, fließt auch die Elektrizität vom höheren, positiven zum niederen, negativen Niveau. Dieser Ausgleich wird der elektrische Strom genannt. Dabei ist es gleichgültig, ob er sich zwischen zwei Metallkugeln vollzieht, die mit ungleichnamiger Elektrizität geladen sind, oder zwischen den Klemmen eines Elementes bzw. einer stromerzeugenden Maschine.

Dennoch besteht zwischen der Reibungselektrizität und der durch Elemente oder Maschinen erzeugten strömenden Elektrizität ein Unterschied. Die Elektrizitätsmenge, die beispielsweise auf einer Leydener Flasche gesammelt und durch den Funken zur Entladung gebracht wird, ist verschwindend gering gegenüber der Menge, die in kurzer Zeit von einem Daniellelement geliefert wird, oder gar gegenüber der Elektrizität, die während eines Tages durch das Kabelnetz einer Stadt fließt. Auf der anderen Seite ist die Spannung, die wir hier zunächst nur als Ausgleichbestreben auffassen wollen, bei der Reibungselektrizität außerordentlich viel höher als die übliche Spannung der Maschinen. Man erkennt dies daran, daß die Reibungselektrizität mit Leichtigkeit die Luft durchschlägt. Außerdem handelt es sich bei der Reibungselektrizität in der Regel um einen plötzlichen, dagegen bei der strömenden Elektrizität um einen gleichmäßig dauernden Ausgleich.

Um für diesen Ausgleich eine einfache Gesetzmäßigkeit abzuleiten, nimmt man an, daß beim elektrischen Strome nur die positive Elektrizität, wie sie z. B. auf einem mit Seide geriebenen Glasstab entsteht,

in Bewegung gesetzt wird. Die Stromstärke ist dann bestimmt als die Elektrizitätsmenge, die in der Zeiteinheit durch den Querschnitt eines Leiters fließt. Die Stromstärke auf der Einheit der Fläche nennt man die Stromdichte.

Als Grundlage für die Messung der Stromstärke dient die elektrolytische Wirkung des Stromes. Man nennt also z. B. einen Strom doppelt so stark wie einen anderen, wenn er in der gleichen Zeit doppelt so viel Silber aus einer Silberlösung ausscheidet wie der andere.

Nach dem deutschen Reichsgesetz hat ein Strom die Einheit der Stärke, wenn er in einer Sekunde 1,118 mg Silber aus einer Silberlösung ausscheidet. Diese Stromstärke heißt „ein Ampere“. Die Stromdichte wird in Amp/mm² gemessen.

Die Erfahrung ergibt, daß die magnetischen und elektrolytischen Wirkungen zweier Ströme in demselben Verhältnisse zueinander stehen. In der Regel wird daher die magnetische Wirkung zum Messen der Stromstärke benutzt. Meßgeräte, in denen eine stromdurchflossene Spule richtend oder anziehend auf Eisen oder auf eine andere Stromspule wirkt, heißen Stromzeiger oder, wenn es sich um schwache Ströme handelt, Galvanometer.

Die Elektrizitätsmenge, die bei einem Ampere in einer Sekunde durch den Querschnitt fließt, heißt ein Coulomb. Wenn z. B. die Stromstärke einer Metallfadenlampe 0,5 Ampere beträgt, so fließen in einer Sekunde 0,5 Coulomb durch den Querschnitt. Dann ist die Elektrizitätsmenge, die während einer Stunde oder während 3600 Sekunden in Bewegung gesetzt wird, gleich $0,5 \cdot 3600$ oder 1800 Coulomb. Ist I die Stromstärke in Ampere und t die Zeit in Sekunden, so ergibt sich die Elektrizitätsmenge zu

$$Q = I \cdot t \text{ Coulomb.} \quad (1)$$

Eine Amperestunde ist gleich 3600 Coulomb.

2. Die Spannung.

Wir haben schon erwähnt, daß die Elektrizität unter dem Einfluß einer Spannung vom höheren zum niederen Niveau herunterfließt, eine Anschauung, die allerdings nur für Gleichstrom zutrifft. Die Spannung wird entweder durch Maschinen hergestellt, in denen eine Drahtwicklung vor den Polen eines Magneten entlang geführt wird, oder durch Elemente, die aus zwei chemisch verschiedenen Platten in einer Flüssigkeit bestehen. Das Chrom-Element besteht z. B. aus Zink und Kohle, die in eine Mischung von Chromsäure (CrO_3) und Schwefelsäure (H_2SO_4) tauchen. Die Untersuchung des offenen Elementes mit einem Elektrometer zeigt, daß die Kohle außen positiv, das Zink außen negativ geladen ist. Zwischen den äußeren Enden der Kohle und des Zinks oder zwischen den Klemmen des Elementes herrscht also eine elektrische Spannung. Wenn die Klemmen durch einen metallischen oder flüssigen

Leiter verbunden werden, so erfolgt der Ausgleich oder der elektrische Strom. Die positive Elektrizität fließt dabei außen von der Kohle C zum Zink Zn (Bild 1).

Nun findet trotz dieses Ausgleiches ein dauerndes Hinüberströmen von Elektrizität statt, solange die Klemmen durch den äußeren Leiter verbunden sind. Wir müssen also annehmen, daß die Elektrizität, die außen von der Kohle zum Zink geflossen ist, im Innern des Elementes wieder vom Zink zur Kohle zurückfließt, also gleichsam wieder vom niederen zum höheren Niveau hinaufgeschafft wird. Ähnlich wird auch das Wasser, das von den Bergen herunter dem Meere zufließt, wieder in die Höhe geschafft dadurch, daß es durch die Sonnenwärme zum Verdunsten gebracht wird.

Wir haben also im Element eine Ursache der Elektrizitätsbewegung vor uns, unter deren Einfluß die Elektrizität im beständigen Kreislaufe durch den inneren Widerstand des Elementes und durch den äußeren Widerstand getrieben wird. Diese Ursache der Elektrizitätsbewegung nennen wir die elektromotorische Kraft oder die vom Element erzeugte Spannung. Wir vergleichen sie mit einer Pumpe, die das Wasser aus der Tiefe in die Höhe schafft. Bei offenem Stromkreis haben wir an den Klemmen die volle, vom Element gelieferte Spannung. Bei geschlossenem Stromkreis können wir die vom Element erzeugte Spannung, d. h. die Elektromotorische Kraft, nur aus ihren Wirkungen längs der ganzen Strombahn berechnen, ohne sie jedoch als eine Spannung zwischen zwei Punkten messen zu können.

Zur Messung einer Spannung könnte man den größeren oder geringeren Ausschlag eines Goldblatt-Elektroskops verwenden. Man mißt jedoch bequemer die Spannung durch den Strom, der durch sie verursacht wird. Wenn z. B. bei zwei miteinander in Verbindung stehenden Gefäßen der Widerstand der Ausgleichleitung, d. h. die Hahnöffnung zwischen beiden, eine gegebene, unveränderliche Größe ist, so ist die in der Zeiteinheit von dem einen Gefäß zum anderen fließende Wassermenge dem Drucke oder der Spannung proportional. In ähnlicher Weise legen wir einen und denselben Ausgleichleiter, z. B. die Wicklung eines Meßgerätes, nacheinander an die zu messenden Spannungen, z. B. an die Klemmen mehrerer Elemente. Die größere oder geringere Stromstärke im Meßgerät ist uns dann ein Maß für die größere oder geringere elektrische Spannung.

Dabei ergibt sich nun, daß die vom Element erzeugte Spannung eine fast unveränderliche Größe ist, die vor allem von den Abmessungen des Elementes unabhängig ist. Wir vergleichen in dieser Hinsicht ein Element mit einem hochgelegenen Wasserbehälter. Durch diesen ist ein

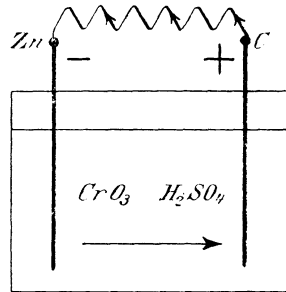


Bild 1. Chrom-Element.

für allemal ein gegebener Druck geschaffen, der durch die Höhe zwischen Wasserspiegel und Verbrauchsstelle gegeben ist. Es ist gleichgültig, ob der Behälter groß oder klein ist, sofern er nur überhaupt voll gehalten wird. Die Stärke des Wasserstromes hängt dabei ganz willkürlich davon ab, ob an den Verbrauchsstellen viel oder wenig Wasser verbraucht wird. Ebenso ist nicht die Stromstärke, sondern nur die vom Element erzeugte Spannung eine unveränderliche Größe, die sich durch ein Elektroskop feststellen läßt, wenn das Element nicht benutzt wird. Die Stromstärke hängt dagegen ganz von unserer Willkür ab, je nachdem wir mehr oder weniger Strom entnehmen. Das geschieht, indem wir dem Strome einen mehr oder weniger bequemen Weg öffnen, also einen geringeren oder größeren äußeren Widerstand einschalten.

Es steht uns nun frei, irgendeine Spannung als Einheit zu wählen und damit alle anderen zu vergleichen. Die übliche Einheit der Spannung ist halb so groß wie die des oben erwähnten Chromsäure-Elementes und wird ein Volt genannt.

3. Das Ohmsche Gesetz.

Wenn wir verschiedene Spannungen nacheinander an denselben Ausgleichleiter legen, so ist die Stromstärke, die in dem Leiter auftritt, proportional der Spannung. Wir gehen nun einen Schritt weiter und verbinden die Klemmen ein und desselben Elementes nacheinander durch Drähte, die nach Art des Metalles, Länge und Querschnitt voneinander verschieden sind. Wir beobachten dann, daß die Stromstärke verschieden ist, und folgern daraus, daß die Drähte dem Strome einen mehr oder weniger großen Widerstand entgegensetzen. Bei geringer Stromstärke schließen wir z. B. auf einen hohen Widerstand des Leiters, bei hoher Stromstärke auf einen geringen Widerstand. Die Stromstärke ist also umgekehrt proportional dem Widerstand des Leiters. Ähnlich ist bei gegebenem Drucke die Wassermenge, die in der Zeiteinheit durch ein Rohr gepreßt wird, um so kleiner, je größer die Rohrlänge und die Reibung an der inneren Rohrwand und je enger das Rohr ist, oder einfacher, je größer der Widerstand des Rohres ist. Wir kommen dadurch zu dem Schlusse: die Stromstärke ist proportional der Spannung und umgekehrt proportional dem elektrischen Widerstand. Bezeichnet also E die erzeugte Spannung in Volt und R den Widerstand des ganzen Stromkreises, so ist die Stromstärke

$$I = \frac{E}{R} \text{ Amp.} \quad (2)$$

Diese Gleichung, die das Ohmsche Gesetz genannt wird, ist das Grundgesetz für die Elektrotechnik. Man sollte eigentlich hinter dem Gleichheitszeichen noch eine Verhältnißgröße vermuten. Diese fällt aber weg oder wird vielmehr gleich Eins, wenn der Widerstand im geeigneten

Maß eingesetzt wird. Dieses kann dann nicht mehr willkürlich gewählt werden, sondern es folgt mit Notwendigkeit aus den Einheiten für die Spannung und Stromstärke. Setzen wir in Gleichung (2) $I = 1$ und $E = 1$, so wird auch $R = 1$. Das heißt: als Einheit gilt der Widerstand, in dem die Spannung von einem Volt den Strom ein Ampere erzeugt. Man nennt diese Widerstandseinheit das Ohm. Durch den Versuch ergibt sich das Ohm als der Widerstand eines Quecksilberfadens von der Länge 106,3 cm und dem Querschnitt 1 mm².

Ist z. B. die von einer Maschine erzeugte Spannung $E = 115$ Volt, der Widerstand der Maschine 0,05 Ohm und der äußere Widerstand 1,1 Ohm, so ist der Gesamtwiderstand $R = 1,15$ Ohm, also

$$I = \frac{E}{R} = \frac{115}{1,15} = 100 \text{ Amp.}$$

Die gesetzliche Festlegung der elektrischen Einheiten erfolgt allerdings anders als oben angegeben ist. So wird im deutschen Reichsgesetz nicht etwa die Einheit der Spannung und der Stromstärke gewählt und daraus die Einheit des Widerstandes abgeleitet. Vielmehr ist das Ampere als die Stromstärke bestimmt, die 1,118 mg Silber in einer Sekunde niederschlägt, und das Ohm als der Widerstand eines Quecksilberfadens von 106,3 cm Länge und 1 mm² Querschnitt. Daraus folgt: ein Volt ist die Spannung, die in dem Widerstand von einem Ohm den Strom ein Ampere erzeugt.

Wir formen nun die Gleichung (2) um und erhalten:

$$R = \frac{E}{I}. \quad (3)$$

Diese Gleichung ist der rechnerische Ausdruck dafür, daß wir bei einem Versuche auf einen großen Widerstand schließen, wenn trotz Verwendung einer hohen Spannung doch nur eine geringe Stromstärke auftritt. Der Widerstand ist also eigentlich nichts anderes als das Verhältnis der Spannung zur Stromstärke. Man würde fehlgehen, wenn man den Widerstand als eine Gegenspannung auffassen wollte. Vielmehr erhält man die Spannung erst, wenn man den Widerstand mit der Stromstärke multipliziert. Durch weitere Umformung von Gleichung (2) ergibt sich nämlich

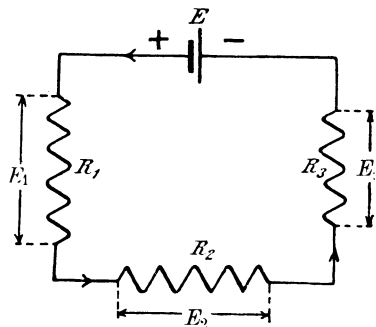


Bild 2.
Reihenschaltung von Widerständen.

$$E = I \cdot R.$$

In dieser Gleichung ist die linke Seite die von der Stromquelle gelieferte Spannung und die rechte Seite die im Widerstand R bei dem Strom I verbrauchte Spannung. Beide sind einander gleich.

Das Ohmsche Gesetz gilt nun aber nicht nur für den ganzen Kreis, sondern auch für jeden einzelnen Teil des Stromkreises. Der Strom I durchfließe z. B. nacheinander die Widerstände R_1 , R_2 und R_3 (Bild 2). Bezeichnen wir die Klemmenspannungen an den Widerständen der Reihenfolge nach mit E_1 , E_2 und E_3 , so ergibt der Versuch:

$$\begin{array}{lll} E_1 = I \cdot R_1 & E_2 = I \cdot R_2 & E_3 = I \cdot R_3 \\ R_1 = \frac{E_1}{I} & R_2 = \frac{E_2}{I} & R_3 = \frac{E_3}{I} \end{array}$$

Wie stark man also auch den Strom etwa durch Anwendung einer höheren Spannung macht, so hat doch beispielsweise das Verhältnis der Klemmenspannung E_1 zu der Stromstärke I bei dem mit R_1 bezeichneten Verbrauchskörper immer einen unveränderlichen Wert, vorausgesetzt, daß nicht etwa durch eine Temperaturschwankung geringe Änderungen eintreten. Dieses unveränderliche Verhältnis nennen wir eben den Widerstand. Dieser ist im Grunde genommen nichts anderes als eine Größe, durch die der Spannungsverbrauch in einem Leiter proportional der Stromstärke gesetzt wird.

Die Gleichungen (2) bis (4) gelten daher auch für jeden einzelnen Teil eines Stromkreises, vorausgesetzt, daß unter R der Widerstand und unter E die Klemmenspannung dieses Teiles verstanden wird.

Ein Widerstand von einem Ohm liege z. B. in Reihe mit zwei hintereinander geschalteten Bogenlampen an einer Netzspannung von 110 Volt. Die Stromstärke sei gleich 15 Ampere. Dann ist der Spannungsverlust im vorgeschalteten Widerstand $1 \cdot 15 = 15$ Volt und die Spannung an den beiden Bogenlampen zusammen 95 Volt.

Wir gehen nun dazu über, an der Hand des Ohmschen Gesetzes die Wirkungsweise der Strom- und Spannungszeiger darzulegen. Beide Arten von Meßgeräten beruhen auf den magnetischen Wirkungen, die von einer stromdurchflossenen Spule ausgeübt werden, und messen daher streng genommen beide eine Stromstärke. Sie unterscheiden sich aber durch ihre Schaltung und Ausführung.

Stromzeiger liegen im Hauptstrom und besitzen wenig Windungen eines starken Drahtes. Infolgedessen ist auch bei hoher Stromstärke die im Meßgerät entwickelte Wärme und der Spannungsverlust sehr gering.

Soll dagegen ein Meßgerät als Spannungszeiger dienen, so legt man es an die zu messende Spannung, also z. B. in Bild 3 an die Klemmen der Maschine. Dadurch liegt der Spannungszeiger zugleich im Nebenschluß zu dem äußeren Stromzweige oder allgemein im Nebenschluß

zu dem Teil, dessen Klemmenspannung gemessen werden soll. Der Strom, der dabei in den Spannungszeiger fließt, ist für den Betrieb ein Verlust. Dieser Verlust wird aber verschwindend gering, wenn man dem Spannungszeiger einen großen Widerstand gibt oder ihn mit einem großen Widerstand in Reihe schaltet. Man erreicht dadurch zugleich, daß das Einschalten des Spannungszeigers ohne Einfluß auf die Spannung oder den Strom der Verbrauchskörper ist. Natürlich hat man dabei zur Erzielung einer kräftigen magnetischen Wirkung viele Windungen nötig, und dies führt zur Verwendung eines dünnen Drahtes.

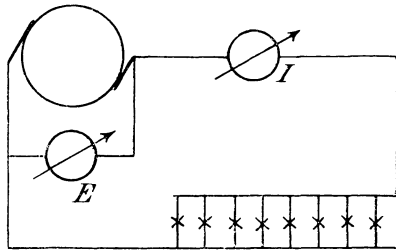


Bild 3.
Schaltung des Strom- und Spannungszeigers.

Da der Ausschlag durch den hindurchfließenden Strom verursacht wird, so arbeitet ein Spannungszeiger in Wirklichkeit ebenfalls als Stromzeiger. Vervielfacht man aber diesen Strom mit dem Widerstand des Spannungszeigers, so erhält man die Spannung an den Enden des Meßgerätes, die natürlich gleich auf der Teilung aufgetragen ist. Die grundsätzliche Gleichheit der Strom- und Spannungszeiger ist am besten daraus

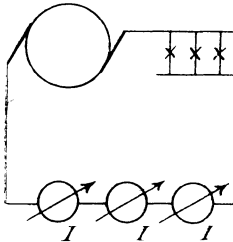


Bild 4.
Eichung von Stromzeigern.

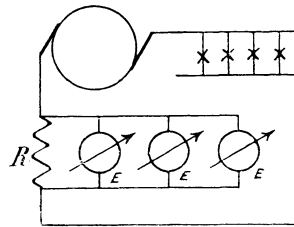


Bild 5.
Eichung von Spannungszeigern.

ersichtlich, daß es Meßgeräte gibt, die für beide Zwecke gebraucht werden können. Schaltet man z. B. einen Stromzeiger, bei dem 1,1000 Amp. einen Grad Ausschlag hervorruft, als Spannungszeiger, indem man gleichzeitig seinen Widerstand durch Zuschaltung eines Widerstandes auf 1000 Ohm bringt, so entspricht ein Grad Ausschlag einer Spannung von $1000 \cdot 1/1000 = 1$ Volt.

Aus dem Vorhergehenden folgt nun von selbst, daß Stromzeiger, die miteinander verglichen werden sollen, hintereinander zu schalten sind (Bild 4). Dagegen sind Spannungszeiger, die miteinander zu vergleichen sind, nebeneinander zu schalten. Sie sind sämtlich mit ihren Klemmen an die Spannung zu legen, die gemessen werden soll. In Bild 5 ist eine solche Schaltung gezeichnet, wobei die Spannung am Widerstand *R* gemessen wird. Die vorgeschalteten Lampen dienen dazu, einen größeren

oder geringeren Betrag der Maschinenspannung zu vernichten und so die Spannung am Widerstand R zu regeln.

Vor allen Dingen muß man sich hüten, Spannungszeiger, die verglichen werden sollen, hintereinander zu schalten, da die Gesamtspannung sich bei ungleichem Widerstand der Spannungszeiger in ungleicher Weise auf die Meßgeräte verteilt.

Strom- und Spannungszeiger können auch zur Widerstandsmessung verwendet werden. Besonders sehr kleine oder sehr große Widerstände bestimmt man vorteilhaft durch Beobachtung der Spannung und Stromstärke. Leitet man z. B. einen Strom von 10 Ampere durch die Ankerwicklung eines Elektromotors und mißt die Spannung E an den Bürsten zu 2 Volt, so ist der Ankerwiderstand R gegeben durch:

$$R = \frac{E}{I} = \frac{2}{10} = 0,2 \text{ Ohm.}$$

Der Vorteil dieses Verfahrens besteht darin, daß der Widerstand unter Ausschluß irgendeines Zuleitungswiderstandes gemessen wird. Es ist indessen zu beachten, daß das Verhältnis der Spannung zur Stromstärke nur dann gleich dem Widerstande ist, wenn in dem untersuchten Zweige keine Spannung erzeugt wird. Die obige Rechnung gilt also nur für den Fall, daß der Elektromotor still steht, aber nicht bei einem laufenden Motor, in dessen Ankerwicklung eine Spannung erzeugt wird.

4. Die Abhängigkeit des Widerstandes vom Stoff, Querschnitt, Länge und Temperatur des Leiters.

Der Widerstand eines Leiters, den wir bisher als das Verhältnis der Spannung zur Stromstärke bezeichnet haben, steht in einfacher Beziehung zu der Länge und dem Querschnitt des Leiters. Er ist außerdem wesentlich vom Stoff und in geringerem Maße von der Temperatur abhängig. Bedeutet l die Länge in m, q den Querschnitt in mm^2 und ϱ einen Festwert, so ergibt die Erfahrung

$$R = \varrho \cdot \frac{l}{q} \text{ Ohm.} \quad (5)$$

Der Widerstand eines Leiters ist also proportional seiner Länge und umgekehrt proportional seinem Querschnitt. Der Festwert ϱ ist bei den einzelnen Stoffen verschieden. Seine Bedeutung ergibt sich, wenn in Gleichung (5) $l = 1$ und $q = 1$ gesetzt wird, wodurch $R = \varrho$ wird. ϱ ist also der Widerstand des betreffenden Stoffes bei 1 m Länge und 1 mm^2 Querschnitt. Man nennt den Widerstand eines Drahtes von der Einheit der Länge und der Einheit des Querschnitts den spezifischen Widerstand. Um ihn zu bestimmen, mißt man bei dem zu untersuchenden Drahte die Größen R , l und q und berechnet daraus ϱ . Die Messung ergibt z. B. folgende Werte:

Kupfer bei 15°	0,017	Nickelin	0,2 bis 0,4
Aluminium	0,029	Kohle	100 .. 1000
Quecksilber	1/1,063 = 0,94.	Schwefelsäure (25 0/0)	14 000.

Das Nickelin wird wegen seines hohen spezifischen Widerstandes zur Herstellung von Widerständen, die zum Abschwächen des Stromes oder zur Vernichtung von Spannung dienen, verwendet. Dagegen stellt man die Wicklungen der Maschinen und Meßinstrumente und die Leitungen meist aus dem bestleitenden Material, dem Kupfer, her, um unnötige Spannungsverluste zu vermeiden. Auch dann noch ist der Spannungsverlust nicht unerheblich. Ist z. B. die einfache Länge einer Leitung gleich 20 m, also die Hin- und Rückleitung zusammen $l = 2 \cdot 20 = 40$ m und der Querschnitt $q = 50 \text{ mm}^2$, so erhalten wir den Widerstand der Hin- und Rückleitung zu

$$R = \varrho \cdot \frac{l}{q} = \frac{0,017 \cdot 40}{50} = 0,0136 \text{ Ohm.}$$

Bei einer Stromstärke $I = 60$ Ampere ergibt sich dann der Spannungsverlust in der Leitung zu

$$I \cdot R = 0,0136 \cdot 60 = 0,8 \text{ Volt.}$$

Der spezifische Widerstand ist keine ganz unveränderliche Größe, sondern er wächst bei allen Metallen mit steigender Temperatur, und zwar ist die Widerstandszunahme proportional der Temperaturerhöhung. Man bezeichnet als den Temperaturkoeffizienten die Widerstandszunahme, welche die bei Null Grad bestimmte Widerstandseinheit bei einem Grad Temperaturerhöhung erfährt. Bezeichnet also R_1 den Anfangswiderstand bei der Temperatur ϑ_1 , R_2 den Endwiderstand bei der Temperatur ϑ_2 , \mathcal{A} den Temperaturkoeffizienten, so folgt:

$$R_2 = R_1 [1 + \mathcal{A} \cdot (\vartheta_2 - \vartheta_1)]$$

oder:

$$\mathcal{A} = \frac{R_2 - R_1}{R_1 (\vartheta_2 - \vartheta_1)} \quad (6)$$

Die Messungen ergeben für Kupfer im Durchschnitt $\mathcal{A} = 0,004$, d. h. der Widerstand des Kupfers wächst bei einem Grad Temperaturerhöhung um 0,4 0/0. Da nun die Temperatur der Maschinen im Laufe des Betriebes um etwa 50° steigt, so bedeutet das eine Widerstandszunahme von etwa $0,4 \cdot 50 = 20$ 0/0. Deswegen rechnet man den spezifischen Widerstand des warmen Kupfers zu rund 0,02 statt 0,017.

Mit Hilfe des bekannten Temperaturkoeffizienten 0,004 läßt sich nun die Temperaturerhöhung selbst in einem Teil einer Maschine feststellen, der für ein Thermometer unzugänglich ist. Der Widerstand der Magnetwicklung sei z. B. bei 15° gleich 50 Ohm und der Magnetstrom nach mehrstündigem Betriebe gleich 2 Ampere. Die Klemmenspannung an den Enden der Magnetwicklung sei 114 Volt. Dann ergibt sich der

Magnetwiderstand während des Betriebes zu $114/2 = 57$ Ohm, und es wird:

$$R_1 = 50, \quad R_2 = 57, \quad \mathcal{I}_1 = 15, \quad \mathcal{A} = 0,004.$$

Wir erhalten dann aus Gleichung (6):

$$0,004 = \frac{57 - 50}{50(\mathcal{I}_2 - 15)}$$

Daraus ergibt sich $\mathcal{I}_2 = 50^\circ$. Die Temperaturerhöhung ist also 35° .

Da der Temperaturkoeffizient der Metalle mit Ausnahme des Quecksilbers verhältnismäßig groß ist, so ist ihre Verwendung für genaue Widerstände ausgeschlossen. Man verwendet für solche Zwecke das Neusilber oder Nickelin, das neben dem Vorteil eines hohen spezifischen Widerstandes noch den eines sehr geringen Temperaturkoeffizienten besitzt. Dieser ist 0,0002 bis 0,0004. Der Widerstand des Manganins, einer Kupfer-Manganlegierung ist fast unabhängig von der Temperatur.

Im Gegensatz zu den Metallen stehen die Kohle und die flüssigen Leiter, deren Widerstand mit zunehmender Temperatur abnimmt, deren Temperaturkoeffizient also negativ ist. Der Widerstand einer Kohlenfadenglühlampe ist also während des Brennens geringer, als wenn die Lampe ausgeschaltet ist. Bei der beträchtlichen Temperaturänderung, der die Glühlampe unterworfen ist, ist es also notwendig, den Widerstand immer zu bestimmen, während die Lampe brennt, d. h. ihn aus Spannung und Stromstärke zu berechnen.

Zuweilen ist es vorteilhaft, den Leitwert, d. h. den umgekehrten Wert des Widerstandes, in die Rechnung einzuführen. Die Einheit des Leitwertes, 1 Siemens, ist der umgekehrte Wert des Ohm. Ist z. B. der Widerstand gleich 20 Ohm, so ist der Leitwert $1/20 = 0,05$ Siemens. Der spezifische Leitwert ergibt sich dann als der umgekehrte Wert des spezifischen Widerstandes, also z. B. beim Kupfer zu $1 : 0,017 = 59$.

5. Die Kirchhoffschen Regeln.

1. Die Erfahrung ergibt: An jedem Verzweigungspunkte ist die Summe der zufließenden Ströme gleich der Summe der abfließenden Ströme. Führt man also die zufließenden Ströme als positiv und die abfließenden als negativ ein, so ist für jeden Verzweigungspunkt:

$$\sum I = 0. \quad (7)$$

Diese Regel ist von grundsätzlicher Wichtigkeit für das Verständnis des Vorganges beim elektrischen Strom. Die Auffassung, daß die Elektrizität längs des ganzen Stromkreises von der positiven bis zur negativen Klemme aufgebraucht werde, ist falsch. Wenn wir von Ladungserscheinungen absehen, fließt die ganze Elektrizitätsmenge, die aus der positiven Klemme austritt, in die negative Klemme zurück und von da aus durch die Stromquelle wieder zur positiven Klemme. Sie wird also auch nicht

fortwährend neu erzeugt, sondern ein und dieselbe Elektrizitätsmenge wird durch den ganzen Kreis hindurch in Bewegung gesetzt, ohne daß sie sich irgendwo staut oder irgendwo verschwindet. Auch das Wasser, das durch ein Steigrohr in ein Haus eintritt, wird nicht aufgebraucht in dem Sinne, als ob es verschwindet, sondern die ganze Wassermenge gelangt nach unten und wird von dort aus durch Verdunsten wieder in die Höhe geschafft. Wenn man dennoch zuweilen von Stromverlusten spricht, so meint man damit nur, daß der Strom sich zum Teil einen Weg sucht, auf dem man ihn nicht ausnutzt oder nichts für ihn bezahlt erhält. Was jedoch in Wirklichkeit verbraucht wird, ist nicht der Strom oder die Elektrizitätsmenge, sondern die Spannung.

Die 1. Kirchhoffsche Regel setzt uns nun in den Stand, an Verzweigungspunkten aus zwei oder mehr Strömen einen anderen Strom zu berechnen. Die Klemmenspannung einer Nebenschlußmaschine sei z. B. $E = 220$ Volt, die Stromstärke im äußeren Kreise (Bild 6) $I = 100$ Ampere und der Widerstand der im Nebenschluß liegenden Magnetwicklung $R_m = 50$ Ohm. Dann ergeben sich Magnetstrom und Ankerstrom zu

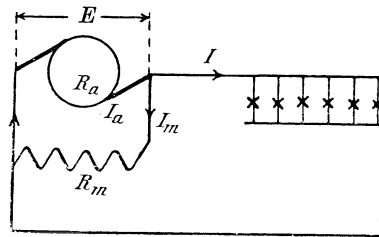


Bild 6. Stromverteilung bei einer Nebenschlußmaschine.

$$I_m = \frac{E}{R_m} = 4,4 \text{ Amp.}, \quad I_a = I + I_m = 104,4 \text{ Amp.}$$

2. In jedem geschlossenen Stromkreise ist die Summe der Produkte aus Stromstärke und Widerstand gleich der Summe der in demselben Stromkreise erzeugten Spannungen.

$$\sum I \cdot R = \sum E. \quad (8)$$

Bei der Anwendung dieser Regel hat man den Stromkreis oder den in sich geschlossenen Teil einer Schaltung in einer beliebig gewählten Richtung zu verfolgen und alle Stromstärken und erzeugten Spannungen als negativ einzuführen, die dieser Richtung entgegenwirken. Ist man dabei über die Richtung des Stromes oder einer Spannung im Zweifel, so hat man vorläufig ihre Richtung anzunehmen. Wenn man dann in der Rechnung für diese Größe ein negatives Ergebnis erhält, so ist die wirkliche Richtung der vorläufig angenommenen entgegengesetzt.

Eine Maschine erzeuge z. B. eine Spannung $E = 116$ Volt und sei auf eine Akkumulatorenbatterie von 50 Zellen von je 2 Volt geschaltet, um sie zu laden (Bild 7). Die von der Batterie erzeugte Spannung $E_b = 50 \cdot 2 = 100$ Volt ist der von der Maschine erzeugten Spannung entgegengesetzt. Der Maschinenwiderstand sei $R_a = 0,1$ Ohm, der Batteriewiderstand $R_b = 0,18$ Ohm und der Leitungs-

widerstand $R_l = 0,12$ Ohm. Gesucht wird die Stromstärke I , sowie die Klemmenspannung der Maschine und der Batterie.

Verfolgen wir den Stromkreis im Sinne des Uhrzeigers, also in der durch den inneren Pfeil gegebenen Richtung, so erhalten wir nach der 2. Kirchhoffschen Regel:

$$I \cdot R_a + I \cdot R_b + I \cdot R_l = E - E_b$$

$$\text{oder } I = \frac{E - E_b}{R_a + R_b + R_l} = \frac{116 - 100}{0,1 + 0,18 + 0,12} = 40 \text{ Ampere.}$$

Die einzelnen Ohmschen Spannungsverluste ergeben sich dann zu

$$I \cdot R_a = 40 \cdot 0,1 = 4,0 \text{ Volt}$$

$$I \cdot R_b = 40 \cdot 0,18 = 7,2 \text{ ..}$$

$$I \cdot R_l = 40 \cdot 0,12 = 4,8 \text{ ..}$$

$$\text{dazu die Gegenspannung } E_b = 100,0 \text{ ..}$$

$$\text{Summe: } 116,0 \text{ Volt.}$$

Wie man sieht, wird die von der Maschine erzeugte Spannung aufgebraucht, um die Gegenspannung der Batterie zu überwinden und die Beträge für den Ohmschen Spannungsverbrauch zu liefern.

Bei der Ermittlung der Klemmenspannung der Maschine, die zugleich die Spannung an den Enden des äußeren Zweiges ist, haben

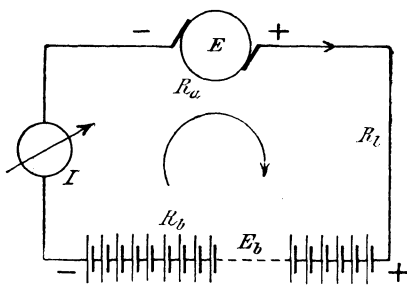


Bild 7.
Schaltung beim Laden einer Batterie.

wir zu beachten, daß von der durch die Maschine erzeugten Spannung ein Teil schon verbraucht wird, um den Strom durch den inneren Widerstand zu treiben. Der größere Teil bleibt dann verfügbar für den äußeren Zweig. Ähnlich hat man bei der Wasserleitung den vollen, der Wasserhöhe entsprechenden Druck nur dann, wenn alle Hähne geschlossen sind. Sobald aber Wasser verbraucht wird, tritt wegen der

Reibung des Wassers an den Rohrwänden ein Druckverlust auf, so daß der Druck an der Verbrauchsstelle geringer ist, als es der Wasserhöhe entspricht.

Wir ziehen also zur Berechnung der Klemmenspannung den inneren Spannungsverlust von der durch die Maschine erzeugten Spannung E ab und erhalten die Klemmenspannung zu

$$E - I \cdot R_a = 116 - 4 = 112 \text{ Volt.}$$

Umgekehrt liegen die Verhältnisse bei der Batterie, die geladen wird. Hier hat die Klemmenspannung der Batterie die doppelte Aufgabe, die Gegenspannung E_b zu überwinden und den Ohmschen Span-

nungsverbrauch $I \cdot R_b$ zu liefern. Wir erhalten also die Klemmenspannung der Batterie zu

$$E_b + I \cdot R_b = 100 + 7,2 = 107,2 \text{ Volt.}$$

Eine Probe unserer Rechnung erhalten wir dadurch, daß wir die Klemmenspannung der Maschine auch außen herum berechnen. Zu diesem Zwecke fügen wir zum Spannungsverbrauch in der Leitung noch den im Batteriewiderstand und die zu überwindende Gegenspannung der Batterie und erhalten die Maschinenspannung zu

$$I \cdot R_l + I R_b + E_b = 4,8 + 7,2 + 100 = 112 \text{ Volt.}$$

6. Widerstand und Stromverteilung bei einer Schleife.

Die Reihenschaltung mehrerer Widerstände ergibt einen Gesamtwiderstand, der gleich der Summe der einzelnen Widerstände, also größer als ein Einzelwiderstand ist. Dagegen ergibt die Nebenschaltung zweier Widerstände R_1 und R_2 , wie sie in Bild 8 gezeichnet ist, keine Vergrößerung, sondern eine Verringerung des Widerstandes gegenüber einem einzelnen Leiter, da ja der Weg für den Strom bequemer geworden ist.

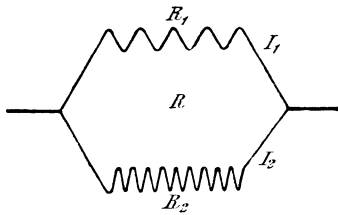


Bild 8.

Nebenschaltung von Widerständen.

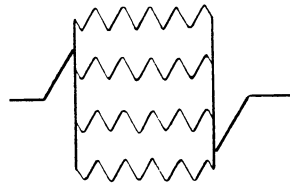


Bild 9.

Dagegen ist der Leitwert der Verzweigung gleich der Summe der Leitwerte der einzelnen Zweige. Sind also R_1 und R_2 die Einzelwiderstände, so folgt der Gesamtwiderstand R der Verzweigung aus der Gleichung:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}, \text{ d. h. } R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}. \quad (9)$$

Durch die Nebenschaltung von Widerständen wird es möglich, sehr kleine Widerstände, bei denen sonst eine genaue Abgleichung ausgeschlossen wäre, in einfacher Weise herzustellen. Man stellt sich zunächst einen etwas zu großen Widerstand R_1 her und erniedrigt dessen Wert durch Nebenschaltung eines zweiten Widerstandes R_2 .

R_1 sei z. B. 0,102 Ohm. Durch Nebenschaltung eines Widerstandes R_2 sei der Gesamtwiderstand R auf 0,1 Ohm zu bringen.

Aus Gleichung (9) folgt:

$$0,1 = \frac{0,102 \cdot R_2}{0,102 + R_2}, \text{ d. h. } R_2 = 5,1 \text{ Ohm.}$$

Macht man bei der Abgleichung einen Fehler von 2% , so daß der Widerstand R_2 in Wirklichkeit nur 5 Ohm ist, so wird $R = R_1 \cdot R_2 / (R_1 + R_2) = 0,09996$. Der Fehler im Gesamtwiderstand beträgt also nur $0,04\%$.

Bei mehr als zwei Zweigen ergibt sich in ähnlicher Weise wie oben der Leitwert $1/R$ der gesamten Verzweigung als die Summe der einzelnen Leitwerte, d. h.

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots \quad (10)$$

Daraus läßt sich dann der Gesamtwiderstand R berechnen. Sind die Einzelwiderstände gleich, so wird die Rechnung bequemer. Die Ankerwicklung einer vierpoligen Maschine bestehe z. B. aus vier gleichen nebeneinander geschalteten Zweigen (Bild 9). Ist die Gesamtlänge des aufgewickelten Drahtes gleich 200 m und der Querschnitt des Drahtes 10 mm^2 , so ist der Widerstand jedes Zweiges bei einem spezifischen Widerstand 0,02 des warmen Kupfers gleich:

$$\rho \cdot \frac{l}{q} = 0,02 \cdot \frac{200/4}{10} \text{ Ohm.}$$

Der Widerstand der vier gleichen Zweige zusammen ist viermal so klein, ergibt sich also zu:

$$R_a = \frac{0,02 \cdot 200}{4^2 \cdot 10} = 0,025 \text{ Ohm.}$$

Wir berechnen nun das Verhältnis der Stromstärken bei der in Bild 8 gezeichneten Verzweigung. Dabei beachten wir, daß die Klemmenspannung E sowohl am Widerstand R_1 als am Widerstand R_2 liegt. Ist I_1 der Strom im Widerstande R_1 und I_2 der Strom im Widerstande R_2 , so ergibt sich:

$$E = I_1 R_1 = I_2 R_2, \text{ d. h. } \frac{I_1}{I_2} = \frac{R_2}{R_1}. \quad (11)$$

Die Stromstärken in einer Verzweigung verhalten sich also umgekehrt wie die Widerstände. Man macht von dieser Regel

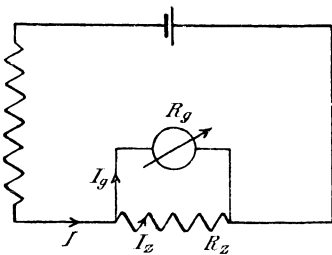


Bild 10. Strommessung durch Galvanometer mit Abzweigung.

Gebrauch, wenn man mit einem empfindlichen Galvanometer, das nur für schwache Ströme gebaut ist, einen starken Strom messen will. Dabei legt man nach Bild 10 in den Hauptstrom einen großen Widerstand und legt das Galvanometer in den Nebenschluß zu einem bekannten, kleinen Abzweigungswiderstand R_z . Ist R_g der Galvanometerwiderstand, I_g der Galvanometerstrom und I_z der Strom im Abzweigungswiderstand, so ergibt sich:

$$\frac{I_g}{I_z} = \frac{R_z}{R_g}.$$

Daraus ergibt sich

$$\frac{I_g}{I_g + I_z} = \frac{R_z}{R_g + R_z}.$$

Nun ist nach Bild 10 die Summe $I_g + I_z$ nichts anderes als der Hauptstrom I . Daraus folgt dann:

$$I = I_g \cdot \frac{R_g + R_z}{R_z}. \quad 12.$$

Die Rechnung wird am bequemsten, wenn man den Abzweigungswiderstand gleich $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{99}$ oder $\frac{1}{999}$ des Galvanometerwiderstandes macht. Ist z. B. der Galvanometerwiderstand $R_g = 100$ Ohm und der Abzweigungswiderstand $R_z = 100/999$ Ohm, so ergibt sich:

$$I = I_g \cdot \frac{100 + 100/999}{100 \cdot 999} = 1000 I_g.$$

Der Hauptstrom ist also 1000 mal so stark wie der Galvanometerstrom.

7. Reihen- und Nebenschaltung von Elementen.

Bei der Reihenschaltung von Elementen ist die positive Klemme eines Elementes mit der negativen Klemme des folgenden Elementes verbunden (Bild 11), so daß derselbe Strom alle Elemente hintereinander durchfließt. Dabei wirken alle Spannungen in derselben Richtung, so daß sie sich ebenso wie die inneren Widerstände der Elemente addieren. Ist nun der äußere Widerstand groß im Verhältnis zum Widerstand der

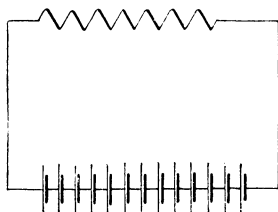


Bild 11. Reihenschaltung von Elementen.

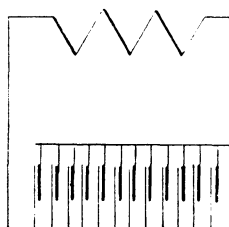


Bild 12. Nebenschaltung von Elementen.

Elemente, so hat der Batteriewiderstand selbst bei vielen Hintereinandergeschalteten Elementen keinen besonderen Einfluß, während die wirksame Spannung durch die Hintereinanderschaltung der Elemente auf einen hohen Betrag gebracht wird. Man verwendet daher die Reihenschaltung, um bei großem äußeren Widerstand eine große Stromstärke zu erzielen.

Bei der Nebenschaltung (Bild 12) verbindet man dagegen einerseits alle positiven und andererseits alle negativen Klemmen miteinander.

Dabei ergibt sich am äußeren Widerstande nur eine geringe Spannung, da sich nebeneinander geschaltete Spannungen nicht addieren. Wenn man z. B. von gleich hoch gelegenen Wasserbehältern zwei Rohre herunterführt, so hat man, abgesehen vom Druckverlust, nur den gleichen Druck wie bei Anwendung eines einzelnen Wasserbehälters. Trotzdem ergibt sich oft gerade durch die Nebenschaltung eine hohe Stromstärke. Dies ist der Fall, wenn der äußere Widerstand klein ist und daher einerseits keine hohe Spannung zur Erzielung eines starken Stromes nötig ist, andererseits der Batteriewiderstand gegenüber dem äußeren Widerstand stark ins Gewicht fällt.

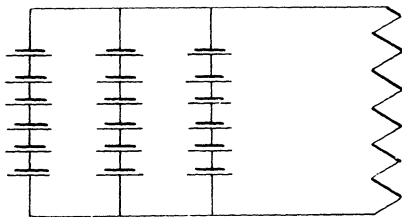


Bild 13. Gemischte Schaltung von Elementen.

Außer der Reihenschaltung und der Nebenschaltung kann man dann noch die gemischte Schaltung anwenden (Bild 13), indem man einige Elemente hintereinander und mehrere derartige Zweige nebeneinander schaltet. Wir fragen uns, mit welcher Schaltung die Stromstärke bei gegebenem äußeren Widerstand am größten wird. Es sei

R der äußere Widerstand	E die Spannung eines Elementes
R_b der Batteriewiderstand	x die Zahl der Elemente in Reihe
R_i der Elementwiderstand	z die Gesamtzahl der Elemente.

Dann ist die Anzahl der Zweige z/x und der Widerstand eines Zweiges gleich $R_i \cdot x$. Der Batteriewiderstand ist also

$$R_b = \frac{R_i \cdot x}{z/x} = \frac{R_i \cdot x^2}{z}.$$

Da nun die von der Batterie erzeugte Spannung gleich der eines Zweiges, also gleich $E \cdot x$ ist, so ist die Stromstärke I in der gesamten Batterie nach dem Ohmschen Gesetz:

$$I = \frac{E x}{R + R_i \cdot x^2/z} = \frac{E}{R/x + R_i \cdot x/z}.$$

Die Stromstärke wird am größten, wenn der Nenner der rechten Seite am kleinsten wird. Differenzieren wir daher den Nenner nach x und setzen wir den Differenzialquotienten gleich Null, so ergibt sich

$$R = R_i \cdot \frac{x^2}{z}. \quad (13)$$

Die rechte Seite dieser Gleichung stellt nichts anderes dar als den inneren Widerstand der Batterie. Dieser muß also gleich dem äußeren Widerstande gemacht werden, damit die Stromstärke bei gegebenem äußeren Widerstand und gegebener Elementenzahl am größten wird.

8. Die Wheatstonesche Brücke.

Außer durch Messung der Spannung und Stromstärke werden Widerstände auch mit Hilfe der Wheatstoneschen Brücke (Bild 14) bestimmt.

Ein Element, dessen Spannung E nicht bekannt und nicht unveränderlich zu sein braucht, liegt an den Enden A und B eines mit einer Teilung versehenen blanken Meßdrahtes, auf dem der Schleifkontakt C verschoben werden kann. In Nebenschaltung zu dem Drahte ist mit Hilfe möglichst widerstandsfreier Verbindungen ein Stromzweig gelegt, der aus dem unbekanntem, zu messenden Widerstande x und einem bekannten Widerstande R besteht. Ein Galvanometer liegt im Brückenweig zwischen C und dem Verbindungspunkt der Widerstände x und R .

Man verschiebt nun den Schleifkontakt, bis der Brückenweig stromlos ist. Dann fließt der Strom I_1 durch die Widerstände a und b und der Strom I_2 durch die Widerstände x und R . Wir verfolgen nun nacheinander die beiden unteren Stromkreise in Richtung der punktierten Pfeile und beachten dabei, daß in diesen Kreisen keine Spannungen erzeugt werden und der Brückenweig stromlos ist. Dann ergibt sich nach der zweiten Kirchhoffschen Regel:

$$I_1 \cdot a + 0 - I_2 \cdot x = 0 \quad \text{und} \quad I_1 \cdot b - I_2 \cdot R + 0 = 0.$$

Daraus folgt:

$$\frac{x}{R} = \frac{a}{b}. \quad (14)$$

In dieser Gleichung bedeutet a/b zunächst das Verhältnis der Widerstände beider Teile des Meßdrahtes, dann aber unmittelbar das Verhältnis der beiden Drahtlängen.

Man kann Gl. (14) auch ohne die Kirchhoffsche Regel aus dem Vergleich mit einem Wasserstrom ableiten, der sich in zwei nebeneinander liegende, senkrechte Rohre verzweigt. Wenn man von irgendeinem Punkte des ersten Rohres eine wagerechte Leitung nach dem zweiten Rohr legt, so fließt durch diese kein Strom, weil kein Höhenunterschied an ihren Enden vorhanden ist. Ähnlich liegen die Verhältnisse bei der Wheatstoneschen Brücke. Wenn das Galvanometer stromlos ist, so besteht zwischen den Punkten C und D keine Spannung, und der Spannungsverbrauch von A bis C ist gleich dem von A bis D . Demnach ist

$$I_1 \cdot a = I_2 \cdot x \quad \text{und} \quad I_1 \cdot b = I_2 \cdot R.$$

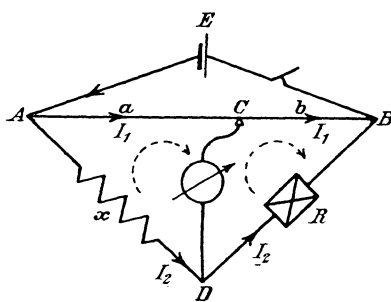


Bild 14.

Schaltbild der Wheatstoneschen Brücke.

Daraus folgt dann Gl. (14).

Die Genauigkeit ist am größten, wenn R etwa gleich x gewählt wird, so daß der Schleifkontakt in der Mitte steht.

Man kann auch statt der Drahtlängen a und b Spulenwiderstände anwenden. Der Brückenweig wird entweder durch Veränderung des Verhältnisses der Spulenwiderstände a und b oder durch Regeln des Widerstandes R stromlos gemacht. Das Verfahren eignet sich für Widerstände mittlerer Größe.

Bei sehr kleinen Widerständen verursachen die Zuleitungswiderstände erhebliche Meßfehler. Man kann diese zum Teil dadurch vermeiden, daß man das Element unmittelbar an die Enden der Widerstände x und R legt und statt des Meßdrahtes, wie oben angegeben, Spulenwiderstände a und b benutzt, die so groß sind, daß ihr Zuleitungswiderstand nicht in Betracht kommt (Bild 15). Auf diese Weise sind eine Reihe von Fehlerquellen beseitigt. Dagegen bleibt der Einfluß des Zuleitungswiderstandes zwischen x und R bestehen. Legt man in Bild 15 das Galvanometer unmittelbar an das Ende des Widerstandes x , so wird der Widerstand R um den Betrag der Zuleitung zwischen x und R vergrößert. Legt man das Galvanometer dagegen unmittelbar an R , so mißt man x zu groß.

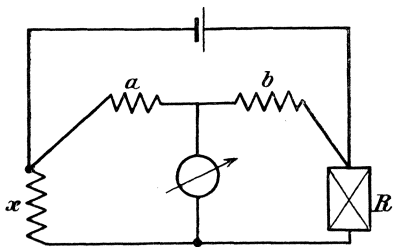


Bild 15. Schaltbild der Wheatstoneschen Brücke mit teilweisem Ausschluß von Fehlerquellen.

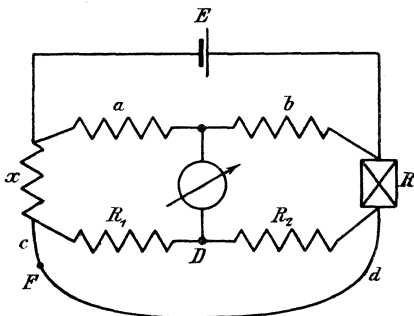


Bild 16. Schaltbild der Thomsonschen Doppelbrücke.

Es liegt daher nahe, das Galvanometer durch zwei Widerstände R_1 und R_2 an x und R zugleich anzuschließen, wie das in der Thomsonschen Doppelbrücke geschieht (Bild 16). Dabei bleiben die Widerstände x und R durch die unten gezeichnete Leitung miteinander verbunden. Die Widerstände R_1 und R_2 sind so zu wählen, daß sie sich wie $a : b$ verhalten. Man bringt dann durch Veränderung des Widerstandes R den Strom im Brückenweig auf Null. Zwischen D und dem Punkt F , der den Widerstand der Verbindungsleitung zwischen x und R im Verhältnis $c : d = R_1 : R_2 = a : b$ teilt, besteht dann keine Spannung. Wir können also das Galvanometer unter Weglassung der Widerstände R_1 und R_2 statt an D unmittelbar an F gelegt denken. Wenn also der Brückenweig durch Veränderung des Widerstandes R stromlos geworden

ist, besteht die Gleichung:

$$\frac{a}{b} = \frac{x + c}{R + d}$$

Da nun $c/d = a/b$ ist, so ist auch das Verhältnis x/R genau gleich a/b , der Widerstand der Zuleitung ist also herausgeschafft. Sehr kleine Widerstände, wie z. B. Ankerwiderstände von Maschinen, können so mit großer Genauigkeit gemessen werden.

9. Spannungsmessung durch Gegenschaltung.

Ein Element E_0 liege an den Enden eines mit einer Teilung versehenen Meßdrahtes (Bild 17). Seine Spannung E_0 braucht nicht bekannt zu sein. Sie darf sich aber während des Versuches nicht ändern und muß größer sein als die Spannungen, die bei dem Versuch gemessen werden.

An den Anfang A des Meßdrahtes und den Schleifkontakt sei unter Zwischenschaltung eines Widerstandes ein Element von der bekannten Spannung E_n angeschlossen, und zwar so, daß die Spannungen E_0 und E_n gegeneinander geschaltet sind.

Man verschiebt nun den Schleifkontakt nach C_n , bis das Galvanometer stromlos ist, und schließt dann den Widerstand kurz.

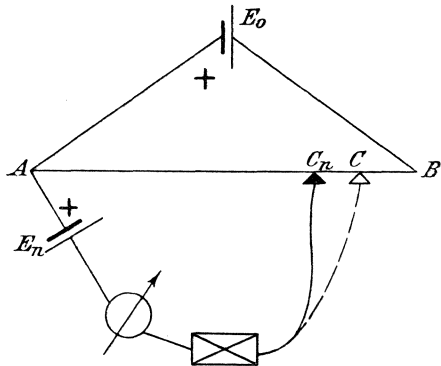


Bild 17. Spannungsmessung durch Gegenschaltung.

Nun ersetzt man das Element von der Spannung E_n durch das zu messende Element mit der Spannung E , wobei die Spannungen E_0 und E wieder gegeneinander zu schalten sind. Das Galvanometer sei stromlos, wenn der Schleifkontakt nach C verschoben ist.

Um dann aus den gemessenen Längen AC_n und AC auf das Verhältnis der Spannungen E_n und E schließen zu können, beachten wir, daß die zwischen A und B bestehende Spannung längs des ganzen Meßdrahtes verbraucht wird. An den Enden des halben Meßdrahtes herrscht z. B. die halbe Spannung, da bei gleicher Stromstärke die Spannungen dem Widerstande proportional sind. Auch ohne daß der untere Zweig angeschlossen wird, verhält sich die Spannung zwischen A und C_n zur Spannung zwischen A und C wie die Drahtlänge AC_n zur Drahtlänge AC . Nun hält die Spannung zwischen A und C_n der Spannung E_n das Gleichgewicht, während die Spannung zwischen A und C der Spannung E das Gleichgewicht hält. Wenn wir also statt der Span-

nungen die entsprechenden Drahtlängen einführen, erhalten wir:

$$\frac{AC_n}{AC} = \frac{E_n}{E}. \quad (15)$$

Man sieht deutlich, wie die Spannung auf der ganzen Länge AB verbraucht wird.

In ähnlicher Weise ergibt sich die Spannung E_k zwischen A und B nach der Gleichung

$$\frac{AB}{AC_n} = \frac{E_k}{E_n}. \quad (16)$$

Dabei ist E_k eine Klemmenspannung, die um den inneren Spannungsverlust kleiner ist als die erzeugte Spannung E_0 . Es darf nicht übersehen werden, daß das Element, das die Spannung E_0 erzeugt, im Gegensatz zu den Elementen, deren Spannungen verglichen werden, nicht stromlos ist.

Das beschriebene Verfahren ist äußerst bequem für die Eichung von Meßgeräten und wird zu diesem Zwecke fast ausschließlich angewendet. (Kompensationsapparat nach Feussner.) Man ersetzt dabei den Meßdraht durch genau abgeglichene Widerstände, das Element von der Spannung E_0 durch eine Akkumulatorenbatterie und verwendet als bekannte Spannung die eines Weston elementes.

10. Elektrische Arbeit und Leistung.

Ein vom Strome durchflossener elektrischer Leiter wird erwärmt. Der Versuch ergibt, daß die entwickelte Wärme der Spannung E , der Stromstärke I und der Zeit t proportional ist. Da Wärme gleichwertig ist mit Arbeit, so stellt $E \cdot I \cdot t$ eine elektrische Arbeit dar.

Die Einheit der elektrischen Arbeit wird geleistet, wenn ein Volt den Strom ein Ampere eine Sekunde lang erzeugt. Diese Einheit bezeichnet man mit 1 Joule. Die elektrische Arbeit in Joule wird also

$$A = E \cdot I \cdot t \text{ Joule.} \quad (17)$$

In Wirklichkeit ist nun die Einheit für die Stromstärke und die Spannung nicht etwa willkürlich gewählt und daraus die Einheit der elektrischen Arbeit bestimmt, sondern die Sache liegt umgekehrt. Man ist ausgegangen von der Einheit der Kraft, dem Dyn. Ein Dyn ist die Kraft, die der Einheit der Masse, d. h. 1 cm³ Wasser, in einer Sekunde die Geschwindigkeit 1 cm/sek erteilt. Wirkt diese Kraft über den Weg von 1 cm, so wird die Einheit der Arbeit geleistet. Diese heißt ein Zentimeterdyn oder Erg. 10⁷ Erg faßt man unter der Bezeichnung ein Joule zusammen:

$$1 \text{ Joule} = 10^7 \text{ Zentimeterdyn oder Erg.} \quad (18)$$

Die Einheiten des Volt und des Ampere, wie sie in Abschnitt 1 und 2 genannt sind, sind dann so gewählt, daß Gleichung (17) erfüllt ist.

Da nun das Joule durch das Erg, d. h. durch die Einheiten des Dyn und des Zentimeters bestimmt ist, läßt sich seine Beziehung zum Meterkilogramm leicht ermitteln. Da 1 kg das Gewicht von 1000 cm³ Wasser ist, so ist 1 kg die von der Erde ausgeübte Kraft, die der Masse von 1000 cm³ Wasser in einer Sekunde die Geschwindigkeit 981 cm/sek erteilt. Wenn wir die Masse 1000 mit der Beschleunigung 981 vervielfachen, erhalten wir:

$$1 \text{ kg}^* = 1000 \cdot 981 \text{ Dyn.} \quad 19)$$

Die Bezeichnung für Kilogramm ist dabei mit einem Stern versehen, um deutlich zu machen, daß es sich um eine Kraft und nicht, wie später beim absoluten Maß, um eine Masse handelt.

Demnach ist 1 mkg = 981 000 Meterdyn = 9,81 · 10⁷ Zentimeterdyn. Da 10⁷ Zentimeterdyn oder Erg zu einem Joule zusammengefaßt sind, so ist:

$$1 \text{ mkg} = 9,81 \text{ Joule} \quad \text{oder} \quad 1 \text{ Joule} = \frac{1}{9,81} = 0,102 \text{ mkg.} \quad 20)$$

Daraus ergibt sich nun die vom Strome entwickelte Wärme Q in Grammkalorien. Eine Grammkalorie (gkal.) ist die Wärmemenge, durch die 1 g Wasser um einen Grad erwärmt wird, und diese Wärmemenge ist nach dem Versuch gleichwertig mit 0,427 mkg. Demnach ist:

$$1 \text{ gkal.} = 0,427 \text{ mkg} = 0,427 \cdot 9,81 \text{ Joule, d. h. } 1 \text{ Joule} = 0,24 \text{ gkal.} \quad 21)$$

Die Arbeit von $E \cdot I \cdot t$ Joule entspricht also der Wärme:

$$Q = 0,24 E \cdot I \cdot t \text{ Grammkalorien.} \quad 22)$$

Diese Gleichung heißt das Joulesche Gesetz. Um sie durch den Versuch zu prüfen, leiten wir einen Strom durch eine gemessene Menge Wasser mit Hilfe einer im Wasser liegenden Platinspirale, deren Enden für die Stromzuführung mit starken Kupferdrähten versehen sind. Das innere Glasgefäß in Bild 18, welches das Wasser enthält, wird am besten auf Korkschnitten gestellt und durch einen Luftzwischenraum vom äußeren Gefäß getrennt, um einen Wärmeverlust möglichst zu vermeiden. Man bestimmt die Temperaturerhöhung $\vartheta_1 - \vartheta_2$, die Spannung, die Stromstärke und die Zeit. Dann berechnet man die Wärmemenge in Grammkalorien, indem man das Wassergewicht in Gramm mit der Temperaturerhöhung vervielfacht.

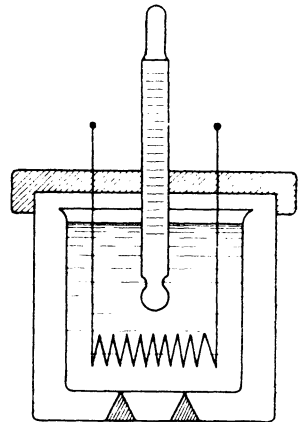


Bild 18. Ermittlung des Jouleschen Gesetzes.

Wenn man den Versuch mit einiger Vorsicht ausführt, findet man die Gleichung (22) erfüllt. Es empfiehlt sich, den Versuch ebensoviel über Zimmertemperatur zu beendigen, wie man unter Zimmertemperatur

angefangen hat. Dann strömt in der zweiten Hälfte des Versuches ebensoviel Wärme von innen nach außen, wie in der ersten Hälfte von außen nach innen, und Fehler durch Wärmeverluste heben sich heraus. Ferner hat man zu beachten, daß das Wassergewicht den Wasserwert des inneren Glases mit einschließt. Man erhält diesen, wenn man das Gewicht des Glases in Gramm mit der spezifischen Wärme des Glases, also mit 0,19, vervielfacht.

Wir berechnen nun in einigen Beispielen die elektrische Arbeit.

Liefert z. B. eine Maschine bei 220 Volt Spannung einen Strom von 50 Ampere während 10 Stunden, also 36 000 Sekunden, so ist die geleistete elektrische Arbeit:

$$A = 220 \cdot 50 \cdot 36\,000 = 396 \cdot 10^6 \text{ Joule.}$$

Dies entspricht $396 \cdot 0,102 \cdot 10^6 = 40,5 \cdot 10^6$ mkg.

Liefert ferner ein Element eine Stunde lang einen Strom von 0,55 Amp. bei einer Klemmenspannung von 1 Volt, so ergibt sich:

$$A = 1 \cdot 0,55 \cdot 3600 = 1980 \text{ Joule.}$$

Das ist dieselbe Arbeit, die wir aufwenden, um 1980/9,81 mkg zu leisten, d. h. 200 kg ein Meter hoch zu heben.

Aus der Einheit für die Arbeit folgt nun die Einheit für die elektrische Leistung, d. h. für die in der Zeiteinheit geleistete Arbeit. Stellt $E \cdot I \cdot t$ die elektrische Arbeit in Joule dar, so ist $E \cdot I$ die elektrische Leistung in Joule in der Sekunde. Die Einheit der elektrischen Leistung wird also geliefert von einem Ampere bei einer Spannung von einem Volt. Diese Einheit, d. h. ein Joule in der Sekunde, wird 1 Watt genannt.

$$1 \text{ Watt} = 1 \text{ Joule/sek} = 10^7 \text{ Erg/sek.} \quad (23)$$

Bezeichnet N die Leistung in Watt, so ergibt sich:

$$N = E \cdot I \text{ Watt.} \quad (24)$$

Da 1 mkg gleich 9,81 Joule ist, so folgt:

$$1 \text{ mkg/sek} = 9,81 \text{ Joule/sek} = 9,81 \text{ Watt.} \quad (25)$$

Die gebräuchlichen größeren Einheiten für Leistung und Arbeit sind:

1 Kilowatt. . . = 1000 Watt,

1 Kilowattstunde = 1000 · 3600 = 3,6 · 10⁶ Wattsekunden oder Joule.

Das Kilowatt ist neuerdings an Stelle der Pferdestärke allgemein als Einheit für die Leistung eingeführt¹⁾.

Aus der Gleichung für die elektrische Arbeit folgt nun eine schärfere Fassung für die elektrische Spannung. Wir haben schon wiederholt den elektrischen Strom mit dem Wasserstrom verglichen. Man erhält bei einem Wasserfalle die während eines Zeitraumes geleistete Arbeit in Meterkilogramm, wenn man das Gewicht der Wassermenge in Kilogramm

¹⁾ 1 PS = 75 mkg/sek = 75 · 9,81 Watt = 0,736 Kilowatt.

mit der Fallhöhe in Meter vervielfacht. Ähnlich verfahren wir bei Berechnung der elektrischen Arbeit, da $I \cdot t$ die Elektrizitätsmenge ist, die während der Zeit t vom höheren zum niederen Niveau geflossen ist, während E die Spannung oder den Niveauunterschied darstellt. Setzen wir nun $I \cdot t$ in der Gleichung $A = E \cdot I \cdot t$ gleich Eins, also gleich einem Coulomb, so wird $A = E$. Die Spannung in Volt ist also die Arbeit in Joule, die geleistet wird, wenn ein Coulomb vom höheren zum niederen Niveau fließt. Wenn dieses Coulomb sich auf dem höheren Niveau befindet, wohnt ihm eine Energie, eine Arbeitsfähigkeit inne, ebenso wie ein in die Höhe gehobenes Gewicht eine Energie besitzt, die um so größer ist, je größer der Höhenunterschied ist. Man spricht daher — wenigstens bei Gleichstrom — auch von einem elektrischen Potentialunterschied und bestimmt ihn als die Arbeit, die frei wird, wenn die Einheit positiver Elektrizität vom höheren zum niederen Niveau fließt.

Umgekehrt hätten wir die Spannung oder den Potentialunterschied auch festsetzen können als die Arbeit, die wir leisten müssen, um die Einheit positiver Elektrizität vom niederen zum höheren Potential zu führen.

Die obige Bestimmung des Potentialunterschiedes deckt sich mit der Bestimmung, die wir beim elektrischen Feld kennen lernen werden.

11. Die Verluste durch Stromwärme.

Formen wir mit Hilfe der Beziehung $E = I \cdot R$ die Gleichung für die elektrische Leistung um, so erhalten wir:

$$N = E \cdot I = I^2 \cdot R. \quad (26)$$

Der Verbrauch z. B. in einer Glühlampe ist also dem Quadrate des Stromes und dem Widerstande proportional.

Dasselbe gilt auch für den Verlust in den elektrischen Leitungen. Setzen wir z. B. den Fall, daß 10 000 Kilowatt auf 150 km einfache Entfernung zu übertragen sind. Die Übertragung erfolge durch eine Hin- und Rückleitung, obwohl bei hoher Spannung tatsächlich meist Drehstrom mit drei Leitungen benutzt wird. Wir können nun die Leistung mit hoher Stromstärke und niederer Spannung oder niederer Stromstärke und hoher Spannung übertragen. Wenn E die Spannung ist, so ergibt sich die Stromstärke bei einer Gesamtleistung von 10 000 Kilowatt = 10^7 Watt zu:

$$I = \frac{N}{E} = \frac{10^7}{E} \text{ Amp.}$$

Wählen wir also nacheinander Spannungen von 100, 1000, 10 000 und 100 000 Volt, so erhalten wir die entsprechenden Stromstärken zu 100 000, 10 000, 1000 und 100 Ampere.

Wir wollen nun in der Zuleitung einen Verlust von 10%, d. h.

von 1000 Kilowatt = 10^6 Watt zulassen. Wenn dann der Leitungswiderstand mit R bezeichnet wird, so ist der Verlust gleich $I^2 \cdot R = 10^6$ Watt, d. h. es wird $R = 10^6/I^2$.

Die Länge der Hin- und Rückleitung zusammen ist $l = 300\,000$ m und der spezifische Widerstand des Kupfers ρ gleich 0,017. Aus Gleichung (5) auf S. 8 ergibt sich dann der Querschnitt q zu:

$$q = \frac{\rho \cdot l}{R} = \frac{0,017 \cdot 300\,000}{10^6/I^2} = 50 \cdot 10^{-4} \cdot I^2 \text{ mm}^2.$$

Der Querschnitt muß also bei gegebenem Verlust in der Leitung dem Quadrate der Stromstärke proportional gewählt werden. Er ist also nach der obigen Gleichung für I dem Quadrate der Spannung umgekehrt proportional. Demnach ergibt sich folgende Zahlentafel:

E	I	$q = 50 \cdot 10^{-4} \cdot I^2$
100	100 000	$50 \cdot 10^6 \text{ mm}^2$
1 000	10 000	$50 \cdot 10^4 \text{ „}$
10 000	1 000	$50 \cdot 10^2 \text{ „}$
100 000	100	50

Wegen der Kosten ist nur die letzte Anordnung, wie sie in zahlreichen Fällen bereits ausgeführt ist, möglich.

Die Rücksicht auf die Verluste in der Zuleitung bzw. auf den Leitungsquerschnitt führt häufig zur Dreileiterschaltung. Eine Metallfadenslampe sei z. B. so gebaut, daß sie bei 0,25 Ampere die vorgeschriebene Lichtstärke und Lebensdauer hat, und ihr Widerstand sei im heißen Zustand 440 Ohm. Sie bedarf dann einer Klemmenspannung von $440 \cdot 0,25 = 110$ Volt, damit ein Strom von 0,25 Ampere hindurchfließt. Es seien nun 400 Lampen auf eine Entfernung von 2 km zu speisen, wobei in der Zuleitung ein Verlust von 10% zugelassen werde. Wie groß muß der Querschnitt q der Leitung gewählt werden?

1. Fall. Spannung 110 Volt. Alle Lampen nebeneinander (Bild 19).

Bei 400 Lampen von je 0,25 Ampere ergibt sich der Gesamtstrom zu $I = 0,25 \cdot 400 = 100$ Ampere. Die gesamte übertragene Leistung ist:

$$N = E \cdot I = 110 \cdot 100 \\ = 11\,000 \text{ Watt.}$$

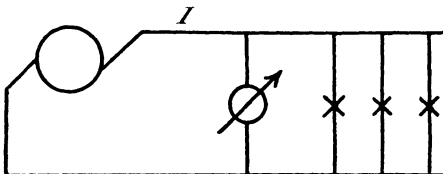


Bild 19. Glühlampen in Zweileiterschaltung.

Der Verlust in der Leitung ist 10% dieser Leistung, also 1100 Watt. Wenn R der Widerstand der Leitung ist, so wird:

$$I^2 \cdot R = 100^2 \cdot R = 1100,$$

oder

$$R = \frac{1100}{100^2} = 0,11 \text{ Ohm.}$$

Die Länge l ist 2 2000 m. Aus der Gleichung $R = \rho \cdot l/q$ folgt:

$$q = \frac{\rho \cdot l}{R} = \frac{0,017 \cdot 4000}{0,11} = 620 \text{ mm}^2.$$

2. Fall. Spannung 220 Volt. Je 2 Lampen in Reihe.

Wir schalten zwei Maschinen von je 110 Volt hintereinander (Bild 20). Die Spannung jeder Lampe wird 110 Volt. Wir haben dann bei 400 Lam-

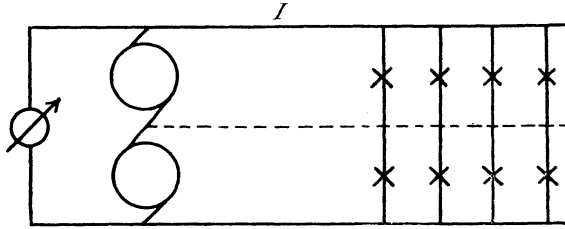


Bild 20. Glühlampen in Dreileiterschaltung.

pen nur 200 Zweige von je 0,25 Ampere, also ergibt sich eine Stromstärke $I = 200 \cdot 0,25 = 50$ Ampere. Die übertragene Leistung ist also

$$N = E \cdot I = 220 \cdot 50 = 11000 \text{ Watt.}$$

Das ist dieselbe Leistung wie im ersten Fall. Die Verluste sollen natürlich wie früher 10%, also 1100 Watt betragen. Demnach erhalten wir:

$$I^2 \cdot R = 50^2 \cdot R = 1100, \quad R = 1100/50^2 = 0,44$$

und

$$q = \frac{\rho \cdot l}{R} = \frac{0,017 \cdot 4000}{0,44} = 155 \text{ mm}^2.$$

Man sieht deutlich, daß in den beiden Fällen gleich viele Lampen gespeist werden und die Lampen denselben Strom führen, also gleich hell brennen. Die Leistung ist also in beiden Fällen dieselbe. Der Leitungsquerschnitt ist aber durch das Verdoppeln der Netzspannung viermal so klein geworden. Umgekehrt kann man bei demselben Leitungsquerschnitt bei gleichem relativen Verlust die vierfache Leistung übertragen, wenn man die Netzspannung verdoppelt.

Damit nun auch im zweiten Fall alle Lampen unabhängig voneinander ein- und ausgeschaltet werden können, ist eine Ausgleichleitung, ein Nulleiter, vom Verbindungspunkt der Maschinen nach den Verbindungspunkten je zweier Lampen geführt. Dieser hat gewöhnlich den halben Querschnitt wie die Außenleiter. Trotz des dritten Leiters ist die Ersparnis an Kupfer bedeutend.

Zweiter Teil.

12. Die Vorgänge bei der Elektrolyse. — 13. Die Gewichtsverhältnisse bei der Elektrolyse. — 14. Die Polarisation. — 15. Die Akkumulatoren. — 16. Die Vorgänge in Elementen. — 17. Die Voltmeter.

12. Die Vorgänge bei der Elektrolyse.

Man unterscheidet elektrische Leiter erster und zweiter Klasse. Die Leiter erster Klasse, zu denen die Metalle und die Kohle gehören, sind solche, die durch den elektrischen Strom keine chemische Veränderung erfahren. Die Leiter zweiter Klasse, zu denen die Basen, Säuren

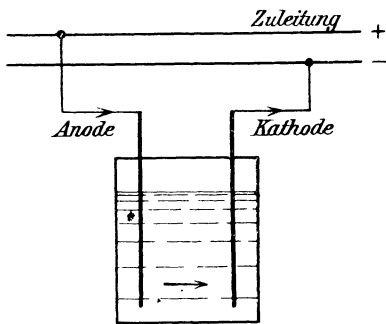


Bild 21. Zersetzungszelle.

und Salze in gelöstem oder geschmolzenem Zustand gehören, sind solche, die durch den Stromdurchgang eine chemische Zersetzung erleiden. Man nennt diese Zersetzung die Elektrolyse.

Das Gerät, in dem die Zersetzung vor sich geht, heißt die Zersetzungszelle, und die in die Flüssigkeit tauchenden Leiter, durch die der Strom zu- und abgeleitet wird, heißen Elektroden. Die positive Elektrode, die den Strom zuführt, wird als Anode, die negative,

an welcher der Strom aus der Flüssigkeit austritt, als Kathode bezeichnet (Bild 21).

Von den Bestandteilen, in die eine Flüssigkeit zerlegt wird, wandert der eine mit dem Strom zur Kathode, der andere Teil gegen den Strom zur Anode. Sie heißen daher Ionen, d. i. Wanderer.

Nach der neueren Auffassung ist die Spaltung in die Ionen schon vor dem Durchgang des elektrischen Stromes vorhanden. Zu dieser Anschauung führte unter anderem die Beobachtung des „osmotischen“ Druckes, mit dem Wasser durch eine halbdurchlässige Wand in die Lösung eines Stoffes einzudringen sucht. Im allgemeinen ergibt sich, daß stark verdünnte Lösungen, die in gleichen Raumteilen gleich viele Moleküle gelöst enthalten, den gleichen osmotischen Druck besitzen. Sonderbarerweise zeigen jedoch gerade die Leiter zweiter Klasse eine Abweichung von diesen Gesetzen. So ist z. B. der osmotische Druck bei der Salzsäure doppelt so groß und bei der Schwefelsäure dreimal so

groß, wie man erwartet. Diese Schwierigkeit löste Arrhenius in geistreicher Weise durch die Annahme, daß das Molekül in mehrere kleinste Teilchen (Ionen) zerfallen ist, die nun in bezug auf den osmotischen Druck dieselbe Wirkung ausüben, wie sonst die Moleküle, so daß wieder eine allgemeine Gesetzmäßigkeit für alle Lösungen besteht. Das Molekül der Salzsäure (HCl) ist z. B. in die beiden Ionen H und Cl , das Molekül der Schwefelsäure (H_2SO_4) in drei Ionen H , H und SO_4 zerfallen.

In bezug auf Gefrierpunktserniedrigung und Siedepunktserhöhung zeigen die Leiter zweiter Klasse dasselbe abweichende Verhalten gegenüber anderen Lösungen wie in bezug auf den osmotischen Druck. Dadurch erhält die Anschauung, daß ein Leiter zweiter Klasse freie Ionen enthält, eine weitere Stütze. Das Vorhandensein dieser freien Ionen bedingt geradezu die Leitfähigkeit.

Die positiv geladenen Ionen heißen Kathionen. Sie werden beim Stromdurchgang von der Kathode angezogen, wandern in der Stromrichtung und geben ihre positive Ladung an die Kathode ab. Die anderen Ionen, nämlich die Anionen, sind mit negativer Elektrizität geladen und wandern gegen den Strom zur Anode, wo sie ihre negative Ladung abgeben. Diese Anschauungen sind nicht leicht mit der Vorstellung in Einklang zu bringen, wonach beim elektrischen Strom nur die positive Elektrizität fließt. Man wird am besten beide Vorstellungen nebeneinander bestehen lassen.

Zu den Kathionen gehören die Ionen solcher Elemente, die durch ihr allgemeines chemisches Verhalten als Metalle gekennzeichnet sind. Die Metalle, wie Kalium, Magnesium, Eisen, Gold, zeichnen sich durch ihren eigentümlichen Metallglanz aus. Sie sind gute Leiter für Wärme und Elektrizität, und ihre Verbindungen mit Wasserstoff und Sauerstoff, z. B. Natronlauge ($NaOH$), Kalilauge (KOH), gelöschter Kalk ($Ca[OH]_2$), sind Basen. Das basische Verhalten zeigt sich darin, daß sie rotes Lackmuspapier blau färben, ätzend wirken, laugenhaft schmecken und Säuren neutralisieren.

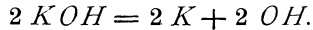
Da die Ionen der Metalle immer mit dem Strome zur Kathode wandern, so sind sie elektropositiv, d. h. sie sind die Träger der positiven Elektrizität (Kationen). Auch der Wasserstoff wandert mit dem Strome zur Kathode, er ist also ebenfalls zu den Metallen zu rechnen, um so mehr, als er chemisch durch Metalle vertreten werden kann.

Zu den Anionen gehören die Ionen der Nichtmetalle. Diese sind dadurch gekennzeichnet, daß sie, soweit sie in festem Zustand vorkommen, schlechte Leiter für Wärme und Elektrizität sind, und daß ihre Verbindungen mit Wasserstoff und Sauerstoff Säuren sind, wie z. B. Salzsäure (HCl), Schwefelsäure (H_2SO_4), Salpetersäure (HNO_3), Phosphorsäure (H_3PO_4). Die Säuren sind wiederum dadurch gekennzeichnet, daß sie sauer schmecken, blaues Lackmuspapier rot färben, Metalle auflösen und Basen unter Salzbildung neutralisieren.

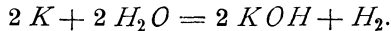
Chlor, Brom, Jod und Fluor sind in ihren Wasserstoffverbindungen ohne weiteres Anionen. Ferner gehören zu den Anionen noch die Säurereste SO_4 , PO_4 , NO_3 usw., sowie die Hydroxylgruppe OH der Basen. Wir gehen nun zu Beispielen über.

1. Elektrolyse von Basen.

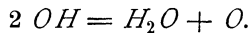
Die Zersetzung von Kalilauge (KOH) erfolgt nach der Gleichung:



Dabei wandert das Metall Kalium mit dem Strome und veranlaßt an der Kathode unter Bildung von Kalilauge das Auftreten von Wasserstoff nach der Gleichung:



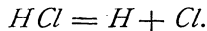
Die Hydroxylgruppe OH dagegen, die gegen den Strom wandert, veranlaßt an der Anode das Auftreten von Sauerstoff nach der Gleichung:



Das Ergebnis ist also dasselbe, wie wenn allein Wasser zersetzt wäre. Tatsächlich ist jedoch die Kalilauge zersetzt, da reines Wasser ein vollkommener Nichtleiter ist.

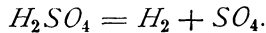
2. Elektrolyse von Säuren.

Am einfachsten liegen die Verhältnisse bei der Zersetzung der Salzsäure (HCl). Diese erfolgt nach der Gleichung:

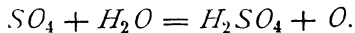


Dabei tritt an der Kathode Wasserstoff und an der Anode Chlor auf.

Die Zersetzung der Schwefelsäure (H_2SO_4) geschieht nach der Gleichung:

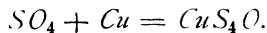


Dabei tritt ebenfalls an der Kathode Wasserstoff auf, während der Säurerest SO_4 zur Anode wandert. Falls diese aus Kohle oder Platin besteht, so zertällt die Gruppe SO_4 nach der Gleichung:



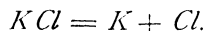
Es ist also wieder, als wenn Wasser allein zersetzt wäre.

Besteht die Anode aus Kupfer, so wird sie von der Gruppe SO_4 zu Kupfersulfat gelöst, nach der Gleichung:



3. Elektrolyse von Salzen.

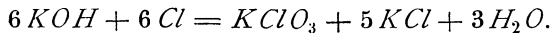
Bei der Zersetzung von Chlorkaliumlösung (KCl) tritt zunächst folgender Vorgang ein:



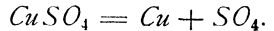
Dabei wandert das Kalium mit dem Strome zur Kathode. Dort bildet sich durch einen zweiten Vorgang, wie oben, Kalilauge. Das Chlor wandert dagegen zur Anode. Sind die beiden Elektroden durch eine halbdurchlässige Schicht, wie z. B. eine Tonzelle, getrennt, so ist das Endergebnis Kalilauge und Chlor. Arbeitet man jedoch ohne solche Schicht, so wirkt das gebildete Chlor auf die Kalilauge ein. In kalter Lösung entsteht bei diesem dritten Vorgang unterchlorigsaures Kali ($KClO$) nach der Gleichung:



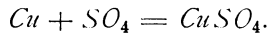
Arbeitet man jedoch mit heißer Lösung, so bildet sich chloresaures Kali ($KClO_3$) nach der Gleichung:



Als weiteres Beispiel der Zersetzung einer Salzlösung nennen wir die Elektrolyse des Kupfersulfats ($CuSO_4$) nach der Gleichung:



Das Kupfer wandert mit dem Strome zur Kathode und verkuft diese, während die Gruppe SO_4 zur Anode wandert. Besteht diese aus Platin oder Kohle, so wird, wie oben, Sauerstoff frei. Besteht sie aber aus Kupfer, so wird dieses aufgelöst, nach der Gleichung:



13. Die Gewichtsverhältnisse bei der Elektrolyse.

Wie Faraday ermittelte, ist die an einer Elektrode ausgeschiedene Gewichtsmenge der Stromstärke und der Zeit, also der durchgeflossenen Elektrizitätsmenge proportional. Sie ist außerdem von der Zusammensetzung des Elektrolyten abhängig. Um diese Abhängigkeit durch den Versuch zu ermitteln, leiten wir unter Benutzung von Platinelektroden

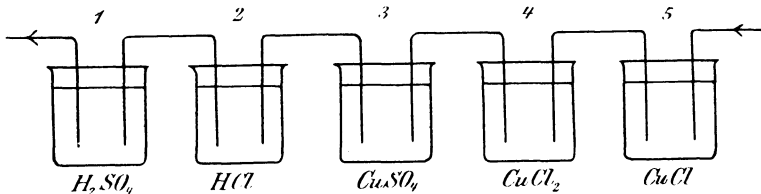


Bild 22. Reihenschaltung von Zersetzungszellen.

ein und denselben Strom nacheinander durch Zersetzungszellen mit Schwefelsäure (H_2SO_4), Salzsäure (HCl), Kupfervitriol ($CuSO_4$), Kupferchlorid ($CuCl_2$) und Kupferchlorür ($CuCl$) (Bild 22). Der Versuch werde so lange fortgesetzt, bis 2 mg Wasserstoff in der ersten Zelle ausgeschieden sind. Dann erhalten wir die in der folgenden Zusammenstellung angegebenen Gewichtsmengen. Bei diesen ist in Klammern das Atomgewicht angegeben, d. h. die kleinste Gewichtsmenge eines Elementes, bezogen

auf Wasserstoff, die eine chemische Verbindung eingeht. So z. B. ist das Atomgewicht des Chlors 35,4, weil die Salzsäure (HCl) auf einen Teil Wasserstoff 35,4 Teile Chlor enthält. Wir erhalten:

1. (H_2SO_4) 2 mg Wasserst. ($H = 1$), 16 mg Sauerst. ($O = 16$).
2. (HCl) 2 mg Wasserst. ($H = 1$), 70,8 mg Chlor ($Cl = 35,4$).
3. ($CuSO_4$) 63,2 mg Kupfer ($Cu = 63,2$), 16 mg Sauerst. ($O = 16$).
4. ($CuCl_2$) 63,2 mg Kupfer ($Cu = 63,2$), 70,8 mg Chlor ($Cl = 35,4$).

Bis dahin ist alles regelmäßig. Man hätte aus den Gewichtsmengen der ersten Zelle sofort die der nächsten drei Zellen berechnen können, indem in der zweiten Zelle ebensoviel Wasserstoff gebildet wird wie in der ersten, in der dritten ebensoviel Sauerstoff wie in der ersten und in der vierten ebensoviel Kupfer wie in der dritten. Es scheint sich aus den Versuchen die Regel zu ergeben, daß die ausgeschiedenen Gewichtsmengen eines Elementes bei gleichem Strom und gleicher Zeit überall dieselben sind, gleichgültig, aus welcher Verbindung man das Element abscheidet.

Bei der fünften Zelle mit dem Kupferchlorür ($CuCl$) finden wir jedoch eine Schwierigkeit. Da im Kupferchlorür 63,2 Teile Kupfer auf 35,4 Teile Chlor enthalten sind, so erhalten wir entweder 63,2 mg Kupfer, wie in der dritten und vierten Zelle, woraus sich 35,4 mg Chlor ergeben, oder 70,8 mg Chlor, wie in der zweiten und vierten Zelle, was einer Ausbeute von 126,4 mg Kupfer entspricht. Der Versuch entscheidet für den zweiten Fall, d. h. wir erhalten:

5. ($CuCl$) 126,4 mg Kupfer ($Cu = 63,2$), 35,4 mg Chlor ($Cl = 35,4$).

Man erhält also aus einer Chlorürlösung durch den gleichen Strom in der gleichen Zeit doppelt so viel Kupfer wie aus einer Chloridlösung.

Allgemein ergibt sich eine einfache Gesetzmäßigkeit in der Weise, daß sich die abgeschiedenen Gewichtsmengen nicht nach dem Atomgewicht, sondern nach dem Äquivalentgewicht richten. Dieses Äquivalentgewicht ist das Atomgewicht geteilt durch die Wertigkeit, wobei unter Wertigkeit die Anzahl der Wasserstoffatome zu verstehen ist, die ein Element bindet oder vertritt. So ist z. B. das Chlor einwertig, weil es ein Atom Wasserstoff zu Salzsäure (HCl) bindet. Ebenso ist Kalium einwertig, weil es im Chlorkalium (KCl) ein Atom Wasserstoff der Salzsäure vertritt. Andererseits ist Sauerstoff zweiwertig, weil ein Atom Sauerstoff zwei Atome Wasserstoff zu Wasser (H_2O) bindet. Am besten stellt man sich diese Bindungen als Arme vor, durch die sich die Elemente aneinander hängen. So bindet im Kupferchlorür ein Atom Kupfer ein Atom Chlor, das Kupfer ist also hier einwertig. Denken wir uns nun, ein Atom Wasserstoff wöge 1 mg, so hätten wir im obigen Beispiel in der ersten Zelle im ganzen zwei Atome Wasserstoff von der Gruppe SO_4 getrennt, also zwei Bindungen oder Wertigkeiten gelöst. Ebenso findet man, daß in allen folgenden Zellen je zwei Wertigkeiten

oder Arme gelöst sind. Man gelangt so zu der einfachsten Form des Faradayschen Gesetzes: Derselbe Strom löst in gleichen Zeiten überall gleich viele Bindungen, oder er scheidet überall äquivalente Gewichtsmengen aus.

Ist also m die Menge in mg, a das Atomgewicht, k die Wertigkeit, I die Stromstärke in Amp. und t die Zeit in Sek., so ergibt sich mit Hilfe eines durch den Versuch bestimmten Festwertes 0,010386:

$$m = 0,010386 \cdot \frac{a}{k} \cdot I \cdot t \text{ mg.} \quad 1)$$

Da $I \cdot t$ die Elektrizitätsmenge und a/k das Äquivalentgewicht ist, so nimmt das Faradaysche Gesetz die Form an: Gleichwertige Gewichtsmengen verschiedener Ionen befördern überall die gleiche Elektrizitätsmenge, d. h. sie haben den gleichen Fassungsraum für Elektrizität.

Man nennt die Gewichtsmenge eines Elementes in Milligramm, die durch ein Ampere in einer Sekunde, d. h. durch ein Coulomb, ausgeschieden wird, das elektrochemische Äquivalentgewicht. Es ergibt sich nach der obigen Gleichung zu $0,010386 \cdot a/k$. Dies ist also die Gewichtsmenge, die bei ihrer Wanderung die Elektrizitätsmenge 1 Coulomb befördert.

Das elektrochemische Äquivalentgewicht des Silbers ist z. B. gleich $0,010386 \cdot 107,6/1 = 1,118$ und das des Kupfers in der Chlorid- und Sulfatlösung $0,010386 \cdot 63,2/2 = 0,328$.

Ebenso läßt sich die durch ein Ampere in einer Sekunde ausgeschiedene Gewichtsmenge Wasserstoff und Sauerstoff berechnen. Mit Hilfe der spezifischen Gewichte der betreffenden Gase ergeben sich dann die Raunteile des ausgeschiedenen Knallgases: Ein Ampere liefert in einer Sekunde $0,174 \text{ cm}^3$ trocknes Knallgas von Null Grad und 760 mm Druck.

Bei der Wasserzerersetzung treten nach der Formel H_2O doppelt so viele Atome Wasserstoff auf wie Sauerstoff. Da zwei Atome Wasserstoff und zwei Atome Sauerstoff je ein Molekül bilden, so werden doppelt so viele Moleküle Wasserstoff gebildet wie Sauerstoff. Nach der Avogadro'schen Regel nimmt dann auch der ausgeschiedene Wasserstoff doppelt so viel Raum ein wie der Sauerstoff.

14. Die Polarisation.

Zersetzt man verdünnte Schwefelsäure zwischen Platinelektroden, so mißt man an der Zersetzungszelle eine Klemmenspannung von zwei bis drei Volt. Legt man eine Spannung daran, die niedriger ist, so wird das Wasser überhaupt nicht zersetzt, und legt man nach Bild 23 eine höhere Spannung, z. B. 10 oder 20 Volt, unter Zwischenschaltung eines Widerstandes daran, so stellt sich von selbst eine Klemmenspannung im Betrage von zwei bis drei Volt her. Ist in Bild 23 E_0 die von der Maschine erzeugte Spannung, R der Vorschaltwiderstand einschließ-

lich Widerstand der Maschine und der Zuleitung und E_k die Klemmenspannung der Zersetzungszelle, so ergibt sich die Stromstärke zu

$$I = \frac{E_o - E_k}{R}$$

Es ist nun auffällig, daß die Klemmenspannung der Zersetzungszelle, die von außen an die Zelle gelegt wird und den Strom durch die Zelle treibt, in ihrer Größe von der Zelle bestimmt wird. Wir können sie also nicht willkürlich ändern, sondern sie ist von der Beschaffenheit der Zelle selbst abhängig. Sie bleibt z. B. auch dann wesentlich dieselbe, wenn wir durch Änderung der Maschinenspannung oder des vorgeschalteten Widerstandes die Stromstärke erheblich ändern. Sie bleibt sogar angenähert dieselbe, wenn wir den Abstand der beiden Elektroden, also den Widerstand der Flüssigkeit, verändern. Demnach kann sie nicht, wie die Klemmenspannung eines Metallwiderstandes, durch die Stromstärke und den inneren Widerstand R_i gegeben sein. Tatsächlich ist sie viel größer als der aus der Stromstärke und dem inneren Widerstand berechnete Wert.

Das wird erklärlich durch die Beobachtung, daß die Zersetzungszelle nach Unterbrechung des Hauptstromes einen Strom durch den im Nebenschluß zur Zersetzungszelle liegenden Spannungszeiger sendet. Sie arbeitet dann wie eine Stromquelle, die den Strom aus derselben Klemme

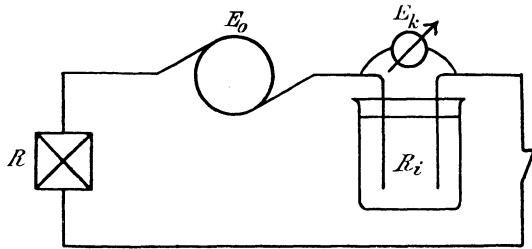


Bild 23. Reihenschaltung von Stromquelle, Zersetzungszelle, Widerstand.

der Zelle her austreibt, in die er früher eingetreten war. Dieser Strom heißt der Polarisationsstrom, und die jetzt wirksame Spannung ist die Polarisationsspannung. Sie ist nur so lange wirksam, wie die beiden Elektroden noch mit Gasbläschen bedeckt sind. Wir haben dabei ein Element vor uns, das aus Wasserstoff, Schwefelsäure und Sauerstoff besteht. Die von ihm erzeugte Spannung, die wir mit E bezeichnen wollen, ist dem ursprünglichen Strome entgegengerichtet.

Nun ist dieses Element schon während des ursprünglichen Stromes wirksam gewesen. Die Klemmenspannung E_k hatte dabei den geringen Ohmschen Spannungsverbrauch in der Zersetzungszelle zu liefern und die Gegenspannung E der Polarisation zu überwinden. Für die Klemmenspannung der Zersetzungszelle ergibt sich dann die Gleichung:

$$E_k = E + I \cdot R_i. \quad (2)$$

Unter der Polarisationsspannung verstehen wir also die Spannung, die durch die Veränderung der Elektroden der Zersetzungszelle entstanden ist. Wenn die Polarisationsspannung wie gewöhnlich gegenüber dem Ohmschen Spannungsverbrauch sehr groß ist, so ist die Klemmenspannung fast nur durch sie und nicht durch die Stromstärke oder den inneren Widerstand bedingt.

Durch das Gesetz von der Erhaltung der Arbeit wird das Auftreten der Polarisationsspannung noch deutlicher. Vervielfachen wir nämlich die obige Gleichung mit I , so erhalten wir:

$$E_k \cdot I = E \cdot I + I^2 \cdot R_i. \quad (3)$$

In dieser Gleichung stellt $E_k \cdot I$ die der Zersetzungszelle zugeführte Leistung und $I^2 \cdot R_i$ den Verbrauch durch Stromwärme dar. Wir schließen also, daß die Leistung $E \cdot I$ bei der Wasserzersetzung verbraucht ist. Das wird noch deutlicher, wenn wir beachten, daß das bei der Wasserzersetzung entwickelte Knallgas eine Energie besitzt. Wenn wir es zur Entzündung bringen, wird Wärme entwickelt oder Arbeit geleistet, die gleich der bei der Zersetzung aufgewendeten Arbeit ist.

Es läßt sich nun nachweisen, daß die Polarisationsspannung für gleiche Elektrolyte und Elektroden stets denselben Wert hat. Die im Knallgas aufgespeicherte Energie ist der Menge des Knallgases, also der bei der Wasserzersetzung in Bewegung gesetzten Elektrizitätsmenge proportional. Ist c ein Festwert, der im besonderen nur für Knallgas gilt, so ergibt sich die aufgespeicherte Arbeit zu $A = c \cdot I \cdot t$. Andererseits ist die dazu aufgewendete elektrische Arbeit gleich $E \cdot I \cdot t$. Aus der Gleichheit beider Arbeiten folgt $E = c$, d. h. die Polarisationsspannung ist für gleiche Zersetzungszellen unveränderlich. Dabei ist natürlich überall die gleiche chemische Beschaffenheit der Flüssigkeit und der Elektroden, d. h. die gleiche chemische Natur der Endprodukte vorausgesetzt.

Dagegen hat die Polarisation für anders zusammengesetzte Zellen einen anderen Wert. Wenn z. B. Kupfer und Sauerstoff unter Anwendung von Platinelektroden aus Kupfersulfat ausgeschieden werden, so ist die Polarisation eine andere, als wenn Wasser in Wasserstoff und Sauerstoff zerlegt wird. Dies steht in Übereinstimmung damit, daß die Verbrennungswärme, die bei Wiedervereinigung der Endprodukte entwickelt wird, in beiden Fällen verschieden ist.

Wir gehen nun dazu über, die Polarisation vorauszuberechnen. Nach der Faradayschen Regel wird durch 1 Coulomb das $0,010386 \cdot 10^{-3}$ fache des Grammäquivalents zerlegt, wobei das Grammäquivalent das Molekulargewicht in Gramm geteilt durch die Wertigkeit ist. Die für ein Grammäquivalent erforderliche Elektrizitätsmenge ist also:

$$I \cdot t = \frac{1}{0,010386 \cdot 10^{-3}} \text{Coulomb.}$$

Demnach ist die aufgewendete Arbeit:

$$E \cdot I \cdot t = \frac{E}{0,010386 \cdot 10^{-3}}$$

Ist nun x die Wärmemenge in Grammkalorien, die bei der Bildung eines Grammäquivalents frei wird, so ergibt sich nach dem Jouleschen Gesetz die entsprechende elektrische Arbeit zu $x : 0,24$. Durch Gleichsetzung der beiden berechneten Werte für diese Arbeit erhalten wir:

$$0,010386 \cdot 10^{-3} = \frac{x}{0,24}, \text{ d. h. } E = \frac{x}{23000}. \quad (4)$$

Beispielsweise werden bei Bildung eines Grammmoleküls Wasser 68000 gkal., bei Bildung eines Grammäquivalents also 34000 gkal. frei. Demnach ist die Polarisationsspannung bei Wasserzersetzung:

$$E = \frac{34000}{23000} = 1,47 \text{ Volt.}$$

Man kann also z. B. mit einem Daniell-Element, dessen Spannung wenig mehr als 1 Volt ist, kein Wasser zersetzen. Dabei muß aber betont werden, daß die tatsächlich gemessene Polarisationsspannung höher ist als der berechnete Wert, und die vorstehenden Erörterungen nur den Zweck haben, die wesentlichste Ursache der Polarisation zu verfolgen.

Wir betrachten nun zum Schlusse noch einen Fall, in welchem die Polarisation Null wird, weil die Elektroden bei der elektrochemischen Zersetzung unverändert bleiben und die Endprodukte keine aufgespeicherte Energie darstellen. Zersetzt man Kupfervitriollösung unter Anwendung einer Reinkupferplatte als Anode, so wird an der Kathode chemisch reines Kupfer gefällt und an der Anode chemisch reines Kupfer aufgelöst. Beide Elektroden haben dauernd die gleiche chemische Beschaffenheit, sie können also niemals mit der Flüssigkeit zusammen ein Element bilden. Die Polarisation ist in diesem Falle gleich Null, und die Klemmenspannung ist vollständig gleich dem Ohmschen Spannungsverbrauch. Dies folgt auch daraus, daß zur Ausfällung des Kupfers an der Kathode genau die Arbeit verbraucht wird, die bei der Lösung des Kupfers an der Anode gewonnen wird, so daß die Zersetzung ohne Arbeitsaufwand vor sich geht.

15. Die Akkumulatoren.

Die ersten von Planté hergestellten Akkumulatoren enthielten Bleiplatten, zwischen denen verdünnte Schwefelsäure zersetzt wurde. Die Platten wurden dabei nur oberflächlich verändert. Um die Leistungsfähigkeit zu erhöhen, verwendete man dann nach dem Faure-Verfahren Nuten- oder Gitterplatten aus Blei, deren Zwischenräume mit Mennige, Bleioxyd oder fein verteiltem metallischen Blei ausgefüllt waren (Bild 24). Jetzt verwendet man als positive Platten Bleigitter, die durch einen starken Strom in kurzer Zeit oberflächlich in Bleisuperoxyd verwandelt

werden. Die negativen Platten bestehen ebenfalls aus Bleigittern, enthalten aber weitere Maschen, die mit Bleiglätte, d. i. Bleioxyd, ausgefüllt sind. Diese negativen Platten werden nach Aufstellung der Zellen durch eine erste ununterbrochene 40stündige Ladung in metallisches Blei übergeführt.

Bei der Zusammensetzung der Zellen werden die Nasen der Platten auf den Rand der Glasgefäße gelegt und die gleichnamigen Platten jeder Zelle durch Bleistreifen miteinander verlötet (Bild 25).

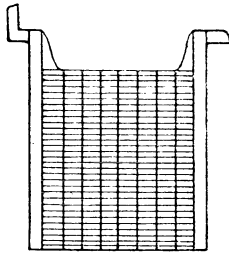


Bild 24. Platte eines Akkumulators.

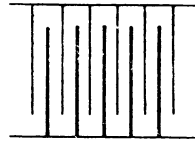
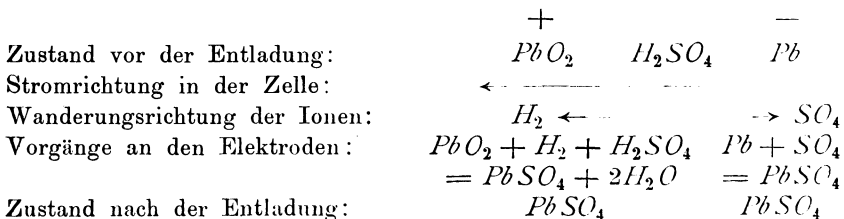


Bild 25. Plattenverbindung beim Akkumulator.

Ein Akkumulator, der nach dem Planté-Verfahren hergestellt wird, ist nichts anderes als eine Zersetzungszelle, in der Schwefelsäure zwischen Bleielektroden zersetzt wird. Die negative Platte, an der Wasserstoff frei wird, erfährt in diesem Falle keine Veränderung. An der positiven Platte tritt dagegen Sauerstoff auf, der mit dem Blei braunes Bleisuperoxyd (PbO_2) bildet. Dadurch wird aus der Zersetzungszelle ein Element, das aus Blei, Schwefelsäure und Bleisuperoxyd besteht. Die von ihm erzeugte Spannung beträgt zwei Volt. Sie ist schon während des Stromdurchganges, d. h. während der Ladung vorhanden und wirkt dabei dem Strome oder der Klemmenspannung entgegen.

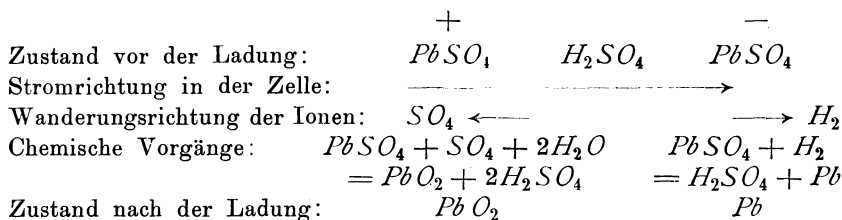
Trennt man nun die Batterie von der Stromquelle und schaltet sie auf einen Verbrauchskörper, so fließt der Strom bei der Entladung aus derselben Klemme heraus, in die er bei der Ladung eintritt. Diese Klemme ist also in beiden Fällen positiv, da man bei einem Stromerzeuger (Entladung) die Klemme als positiv bezeichnet, an welcher der Strom austritt, während bei einem Stromverbraucher (Ladung) die Klemme positiv ist, an welcher der Strom eintritt.

Bei der Entladung vollzieht sich nun folgender Vorgang:



Beide Platten werden also während der Entladung in schwefelsaures Blei übergeführt: die positive dadurch, daß das Bleisuperoxyd durch Wasserstoff zu (schwefelsaurem) Bleioxyd reduziert wird, die negative dadurch, daß das Blei durch Sauerstoff zu (schwefelsaurem) Bleioxyd oxydiert wird. Das Bleisuperoxyd der positiven Platte gibt also gleichsam seinen überschüssigen Sauerstoff an das Blei der negativen Platte ab. Die dabei erfolgende Oxydation des Bleies ist in ähnlicher Weise die Quelle der elektrischen Arbeit, wie die Oxydation der Kohle im Ofen die Ursache der Wärmeentwicklung ist. Wenn schließlich die positive Platte ihren überschüssigen Sauerstoff abgegeben hat und die negative Platte dadurch oxydiert ist, so ist die aufgespeicherte Energie frei geworden und der Akkumulator entladen. Das wird auch sofort deutlich, wenn man bedenkt, daß die beiden Platten jetzt chemisch gleich geworden sind, also keine Stromquelle oder Element mehr bilden können.

Der entladene Akkumulator werde nun wieder als Zersetzungszelle behandelt, d. h. wieder geladen. Dabei vollzieht sich dann folgender Vorgang:



An der positiven Platte ist also wieder Bleisuperoxyd, an der negativen metallisches Blei gebildet, so daß aus der Zersetzungszelle wieder eine Stromquelle geworden ist.

Neben der Oxydation und Reduktion sind allerdings auch die Änderungen der Säuredichte bei den Arbeitsvorgängen beteiligt. Das spezifische Gewicht der Säure wird bei der Entladung geringer, bei der Ladung größer.

Der Vorgang der Ladung besteht nicht etwa in der Aufspeicherung von Elektrizität, sondern in einer chemischen Umwandlung der wirksamen Masse der Platten. Die Kapazität des Akkumulators ist also etwas anderes als die Kapazität eines Kondensators. Die Kapazität eines Kondensators ist die Elektrizitätsmenge, die durch die Einheit der Spannung auf den Kondensator gedrückt und bei der Entladung wieder vom Kondensator abgegeben wird. Dagegen bedeutet die Kapazität des Akkumulators die Elektrizitätsmenge in Amperestunden, die bei der Entladung des Akkumulators in Bewegung gesetzt wird. Von einer Aufspeicherung ist dabei nicht die Rede.

Da die Kapazität durch das Gewicht der wirksamen Masse gegeben ist, so ist sie theoretisch unabhängig davon, ob mit starkem Strom kurze Zeit oder mit schwachem Strom entsprechend längere Zeit

entladen wird, und mit welcher Stromstärke etwa vorher geladen ist. In Wirklichkeit findet man allerdings, daß die Kapazität bei Entladung mit starkem Strome bedeutend kleiner ist als bei Entladung mit schwachem Strome. Das erklärt sich einfach dadurch, daß die wirksame Masse bei starkem Strome nur oberflächlich umgewandelt wird, also nur zum Teil an dem ganzen Vorgang teilnimmt.

Der Wirkungsgrad in Amperestunden ist das Verhältnis der Amperestunden bei der Entladung zu denen bei der Ladung. Er übersteigt meist den Wert 0,9. Theoretisch müßte dieses Verhältnis gleich Eins sein, da Ladung und Entladung in der Bildung und Rückbildung der wirksamen Masse bestehen und die in Bewegung gesetzten Elektrizitätsmengen der umgewandelten wirksamen Masse proportional sind. Wenn jedoch ein längerer Zeitraum zwischen Ladung und Entladung liegt, so entlädt sich der Akkumulator von selbst. Dies liegt weniger an einer mangelhaften Isolation, als an Selbstentladung durch Ströme, die an einer und derselben Platte durch Unreinigkeit der Säure, unvollständige Ladung oder ungleiche Säuredichte auftreten. Endlich wird der Wirkungsgrad auch deswegen geringer als Eins, weil ein Teil der bei der Ladung aufgewendeten Elektrizitätsmenge nutzlos zur Gasentwicklung verwendet wird. Wenn gegen Ende der Ladung die wirksame Masse größtenteils umgewandelt ist, so kann der Wasserstoff und Sauerstoff die Platten nicht mehr recht angreifen, d. h. die Gasentwicklung beginnt. Nur dann, wenn man die Ladung unterbricht, bevor eine stärkere Gasentwicklung auftritt, wird der Wirkungsgrad sehr hoch.

Von größerer Wichtigkeit als der Wirkungsgrad in Ampèrestunden ist der Wirkungsgrad in Wattstunden. Um diesen zu ermitteln,

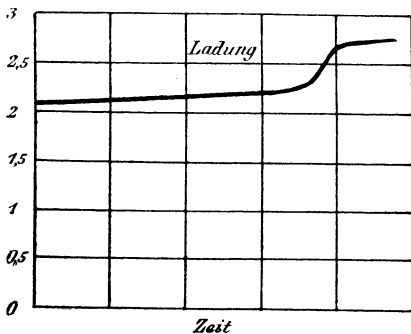


Bild 26. Klemmenspannung eines Akkumulators bei Ladung.

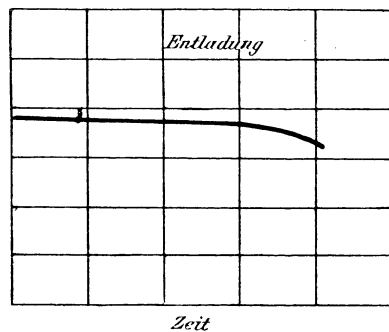


Bild 27. Klemmenspannung eines Akkumulators bei Entladung.

beobachten wir bei Ladung und Entladung mit dem vorgeschriebenen Strome die Klemmenspannung. Diese beträgt im Anfang der Ladung etwa 2,1 Volt und steigt wegen der an den Elektroden haftenden Gasblasen am Ende der Ladung auf 2,6 Volt (Bild 26). Wenn diese Spannung erreicht ist, wird die Ladung gewöhnlich unterbrochen. Bei

der Entladung beträgt die Klemmenspannung anfangs etwa 1,9 Volt und fällt am Schluß auf 1,8 Volt (Bild 27). Eine weitere Entladung würde die Platten verderben, und die Spannung würde auch sehr bald stark sinken.

Wir sehen, daß die mittlere Spannung bei der Ladung größer ist, als die mittlere Spannung bei der Entladung. Ist E die vom Akkumulator erzeugte Spannung und R_i der innere Widerstand, so ergibt sich bei der Ladung die Klemmenspannung E_k durch die Gleichung:

$$E_k = E + I \cdot R_i, \quad (5)$$

während für die Entladung die Gleichung gilt:

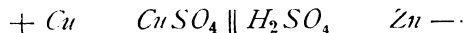
$$E_k = E - I \cdot R_i. \quad (6)$$

Die mittlere Klemmenspannung bei der Entladung ist also um den doppelten inneren Spannungsverlust kleiner als bei der Ladung, abgesehen davon, daß auch die vom Akkumulator erzeugte Spannung bei der Entladung kleiner ist als der durch die Gasentwicklung vergrößerte Wert bei der Ladung. Da zu den schon früher erwähnten Verlusten noch der Verlust durch Stromwärme hinzukommt, so ist der Wirkungsgrad in Wattstunden kleiner als der in Amperestunden. Er ist etwa 0,8 bis 0,9.

16. Die Vorgänge in Elementen.

Das einfachste Element besteht aus Kupfer und Zink in verdünnter Schwefelsäure. Das Zink ist amalgamiert, damit es nicht auch ohne die Tätigkeit des Elementes von der Schwefelsäure gelöst wird. Man beobachtet nun bei offenem Element durch ein Elektrometer, daß das Kupfer positiv, das Zink negativ geladen ist. Verbindet man die beiden Klemmen durch einen Leiter, so fließt ein Strom außen vom Kupfer zum Zink und innen vom Zink zum Kupfer. Dabei wird die Schwefelsäure zerlegt, und der Wasserstoff wandert mit dem Strome zum Kupfer, wo er sich in Blasen ansetzt. Dadurch entsteht nun ein neues Element, das aus Wasserstoff, Schwefelsäure und Zink besteht, und dessen Spannung dem ursprünglichen Element entgegengesetzt ist. Infolgedessen sinkt die Spannung allmählich, d. h. das Element polarisiert sich. Um eine unveränderliche Spannung zu erhalten, muß man die durch den freien Wasserstoff verursachte Polarisation dadurch verhindern, daß man den Wasserstoff im Augenblick des Entstehens bindet oder statt des Wasserstoffes ein Metall ausfällt.

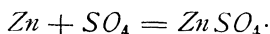
Das Daniell-Element besteht zu diesem Zwecke aus zwei Flüssigkeiten: Kupfervitriol und verdünnter Schwefelsäure, die durch eine halbdurchlässige Tonzelle voneinander getrennt sind. Eine Kupferplatte im Kupfervitriol bildet den positiven Pol, eine Zinkplatte in der Schwefelsäure den negativen Pol.



Der Strom, den das Element erzeugt, fließt im Element vom Zink zum Kupfer. Der Wasserstoff aus der Schwefelsäure durchdringt dabei die Tonzelle und fällt das Kupfer an der Kupferelektrode aus:



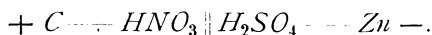
Das Zink wird dagegen durch die Gruppe SO_4 , die gegen den Strom wandert, zu Zinksulfat ($ZnSO_4$) gelöst:



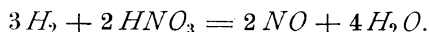
Durch diesen Oxydationsvorgang wird die Stromarbeit geliefert. Sie umfaßt die Arbeit im äußeren Kreise, die Stromwärme im Element und die zur Ausfällung des Kupfers verbrauchte Arbeit. Man kann auch einfacher die gesamte, vom Element gelieferte Arbeit auffassen als den Unterschied der bei der Lösung des Zinks gewonnenen und bei der Ausfällung des Kupfers verbrauchten Arbeit.

Da die Elektroden unverändert bleiben, so tritt keine Polarisierung ein, und die erzeugte Spannung bleibt bei der Stromlieferung unverändert. Sie beträgt 1,07 Volt, falls die verwendeten Stoffe rein sind.

Das Bunsen-Element besteht aus Kohle in starker Salpetersäure und Zink in verdünnter Schwefelsäure. Die Flüssigkeiten sind wieder durch eine halbdurchlässige Zelle getrennt:

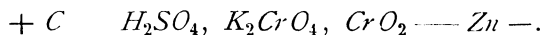


Die Kohle ist der positive, das Zink der negative Pol. Die Gruppe SO_4 löst, wie beim Daniell-Element, das Zink unter Bildung von Zinksulfat, während der mit dem Strom wandernde Wasserstoff an der Kohle durch den Sauerstoff der Salpetersäure gebunden wird:

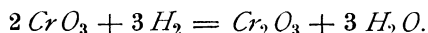


Das dabei frei werdende Stickoxyd (NO) oxydiert sich an der Luft zu braunem, erstickendem Stickstoffdioxyd (NO_2). Die erzeugte Spannung ist 1,8 bis 1,9 Volt. Der innere Widerstand ist geringer als der des Daniell-Elementes.

Das Chrom-Element besteht aus Kohle und Zink in einer Lösung von verdünnter Schwefelsäure und Kaliumbichromat (K_2CrO_4 , CrO_3):



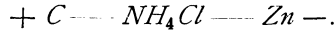
Das Element enthält keine Tonzelle. Die Kohle ist wieder der positive Pol. Die Gruppe SO_4 löst das Zink, während der an der Kohle auftretende Wasserstoff durch Sauerstoff aus dem doppeltchromsauren Kali gebunden wird. Dieses enthält als wesentlichen Bestandteil die Chromsäure (CrO_3), die durch Wasserstoff zu Chromoxyd reduziert wird:



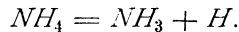
Die rote Farbe der Chromsäure geht dabei in die grüne Farbe des schwefelsauren Chromoxyds über, das sich aus Schwefelsäure und Chromoxyd bildet. Zugleich wird dadurch die erzeugte Spannung, die

ursprünglich zwei Volt betrug, geringer, so daß das Element bei stärkerem und längerem Stromverbrauch nicht ganz unveränderlich ist.

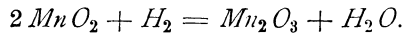
Das Leclanché-Element besteht aus Zink und Kohle, die in eine Salmiaklösung tauchen:



Bei der Zersetzung der Salmiaklösung wandert das Chlor zum Zink und löst es zu Chlorzink, ein Vorgang, bei dem ebenso wie bei einer Oxydation Arbeit frei wird. Auf der anderen Seite wandert die Gruppe NH_4 , die sich wie ein Metall verhält, mit dem Strome, also zur Kohle, und zerfällt hier in Ammoniak und Wasserstoff, nach der Gleichung:



Der entstehende Wasserstoff würde das Element polarisieren, wenn er nicht durch Braunstein, von dem die Kohle umgeben ist, gebunden würde. Der Braunstein oder das Mangansuperoxyd (MnO_2), eine sehr sauerstoffreiche Verbindung, gibt ihren Sauerstoff unter Bildung von Manganoxyd (Mn_2O_3) an den Wasserstoff ab, nach der Gleichung:



Im Gegensatz zu der flüssigen Salpetersäure oder der Chromsäure kann der Braunstein bei stärkerem Strom den entstehenden Wasserstoff nicht schnell genug binden. Die erzeugte Spannung, die im stromlosen Zustand 1,4 Volt beträgt, sinkt daher, wenn ein stärkerer Strom entnommen wird. Das Element ist also ebenfalls nicht ganz unveränderlich.

Das Weston-Element¹⁾ (Bild 28) besteht aus einem Glasgefäß in Hform, in das zwei Platindrähte eingeschmolzen sind. Die positive Elektrode ist Quecksilber (Hg), die negative Kadmiumpulver mit 12 bis 13 % Kadmiumpulver (Cd). Als Flüssigkeit dient eine gesättigte Kadmiumpulverlösung ($CdSO_4$), deren Sättigung durch beigegebene Kadmiumpulverkristalle aufrecht gehalten wird. Beim Stromdurchgang wandert das Kadmiumpulver mit dem Strome. Es muß nun verhindert werden, daß es sich mit der positiven Elektrode legiert und beide Elektroden dadurch mehr und mehr gleich werden. Deshalb befindet sich über dem Quecksilber eine Mischung von Quecksilberoxydulsulfat (Hg_2SO_4), Kadmiumpulverkristallen und

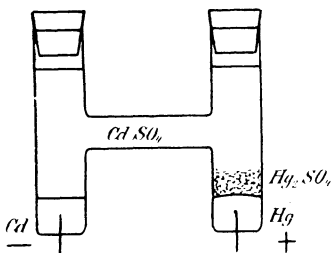
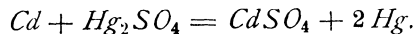


Bild 28. Weston-Element.

metallischem Quecksilber. Die zur positiven Elektrode wandernden Kadmiumpulver-Ionen bilden nun mit dem Quecksilberoxydulsulfat metallisches Quecksilber und Kadmiumpulver:



Da die positive Elektrode metallisches Quecksilber bleibt, so tritt

¹⁾ Vgl. Wiedemannsche Annalen 1898, S. 926.

keine Polarisation auf. An der negativen Elektrode wird Kadmium von der Gruppe SO_4 gelöst. Die erzeugte Spannung ist bei Entnahme ganz schwacher Ströme unverändert gleich 1,019 Volt.

17. Die Voltameter¹⁾.

Die genaue Ermittlung der Stromstärke geschieht mit dem Silbervoltameter. Als Kathode dient ein Platintiegel, der eine Lösung von 20 bis 40 Gewichtsteilen reinen Silbernitrats ($AgNO_3$) in 100 Teilen Wasser enthält, während die Anode durch einen Stab aus reinem Silber gebildet wird. Die Lösung darf nur so lange benutzt werden, bis 3 g Silber auf 100 cm³ der Lösung ausgeschieden sind, und auf 1 cm² der Kathode darf nicht mehr als 0,1 g Silber niedergeschlagen werden. Die Stromdichte soll an der Anode nicht mehr als ein fünftel Ampere, an der Kathode nicht mehr als ein fünfzigstel Ampere auf 1 cm² betragen. Der Tiegel wird vor dem Versuche gewogen. Nach dem Versuche wird er mit chlorfreiem, destilliertem Wasser gespült, bis das Waschwasser nach Zusatz von Salzsäure keine Trübung mehr zeigt. Salzsäure bildet nämlich mit Silberlösung unlösliches Chlorsilber:



Nach dem Auswaschen wird 10 Min. lang mit destilliertem Wasser von 70 bis 90° ausgelaugt und nochmals gespült, bis das Waschwasser mit Salzsäure keine Trübung ergibt. Man trocknet dann den Tiegel bei gelinder Wärme, läßt ihn im Trockengefäß erkalten und wägt 10 Min. nach der Abkühlung.

Die Berührung der inneren Tiegelwandung mit der Hand ist streng zu vermeiden, da der Silberniederschlag sonst nicht fest haftet. Um etwaige Verunreinigungen organischer Natur zu zerstören, empfiehlt es sich, vor Ausführung des Versuches den Tiegel zu glühen. Er darf dabei aber keine Spur von Silber enthalten, da sich sonst eine leicht schmelzende Platin-Silberlegierung bildet. Auch darf zum Ausglühen nur die Spitze einer nicht leuchtenden Flamme benutzt werden, da der Tiegel sonst unter Bildung von Kohlenstoff-Platin brüchig wird.

Es bezeichne nun m_1 und m_2 das Gewicht des Tiegels in mg vor und nach dem Versuch und t die Zeit in Sekunden. Da 1 Amp. in 1 Sek. 1,118 mg Silber niederschlägt, so ergibt sich die Stromstärke zu

$$I = \frac{m_2 - m_1}{1,118 \cdot t} \text{ Ampere.} \quad (7)$$

¹⁾ Vgl. Das deutsche Reichsgesetz ETZ 1901, S. 435.

Dritter Teil.

18. Magnetische Induktion und magnetischer Fluß. — 19. Magnetische Spannung und Feldstärke. — 20. Magnetische Induktion und Feldstärke. — 21. Die magnetischen Röhren beim Übergang aus Luft in Eisen. — 22. Längszug und Querdruck im magnetischen Feld.

18. Magnetische Induktion und magnetischer Fluß.

Ein Magnet ist ein Stahlstab, der die Fähigkeit besitzt, weiches Eisen anzuziehen. Taucht man ihn in Eisenfeilspäne, so bleiben diese besonders an den Enden des Stabes haften (Bild 29). Man bezeichnet die Stellen der stärksten magnetischen Kraft als Pole und den Abstand der Pole als die magnetische

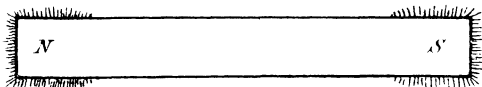


Bild 29. Eisenfeilspäne an den Magnetpolen.

Achse. Bei langen, dünnen Magneten können wir die Pole als punktförmig annehmen.

Eine Magnetnadel, die um eine lotrechte Drehachse beweglich ist, stellt sich so ein, daß ihr eines Ende nach Norden zeigt. Man nennt dieses Ende den Nordpol, das andere den Südpol der Nadel und bezeichnet willkürlich den Nordpol als positiv, den Südpol als negativ.

Die Erfahrung zeigt, daß gleichnamige Pole sich abstoßen, ungleichnamige sich anziehen. Im geographischen Norden ist also ein physikalischer Südpol anzunehmen.

Nach Faradays Vorgang denken wir uns die ganze Umgebung eines Magneten in einem besonderen Zustand, so daß sie gleichsam selbst magnetisiert ist. Man nennt dann den umgebenden Raum, in welchem magnetische Kräfte beobachtet werden, das magnetische Feld. Dieses ist auch dann vorhanden, wenn es keine Gelegenheit hat, auf Magnetnadeln, Eisenfeilspäne usw. zu wirken.

Neben der Kraftwirkung beobachten wir im magnetischen Feld noch eine Induktionswirkung, die sich z. B. darin zeigt, daß in einer Schleife, die im magnetischen Feld aus einer Anfangslage um einen gewissen Winkel gedreht wird, ein elektrischer Stromstoß entsteht. Wir nehmen der Einfachheit wegen das Feld in der Umgebung der Schleife als gleichförmig an oder wählen die Fläche der Schleife überaus klein und drehen die Schleife aus ihrer Anfangslage um 180° . Dann beobachten wir, daß der Stromstoß an derselben Stelle des Feldes im gleichen Verhältnis mit der Fläche der Schleife wächst und bei einer bestimmten Anfangslage am größten ist. Wir nehmen nun nach Faraday an, daß

die Flächeneinheit des Feldes von einem magnetischen Fluß durchsetzt wird, und daß die Änderung des umfaßten Flusses den Stromstoß in der Schleife verursacht.

Der größte Fluß durch die Flächeneinheit wird magnetische Induktion oder magnetische Dichte genannt und mit \mathfrak{B} bezeichnet.

Es gilt nun, die Einheit für die magnetische Induktion festzusetzen. Man geht dabei von dem als 1 Weber bezeichneten sog. Einheitspol aus, d. h. von dem punktförmigen Pol, der in der Luft auf den gleichen Pol in der Entfernung 1 cm die Kraft 1 Dyn ausübt. Die magnetische Induktion in Abstand 1 cm von diesem Pol dient als Einheit der Induktion und wird mit 1 Gauß bezeichnet.

In der Anfangslage unserer Schleife, bei der wir den größten Stromstoß beobachteten, umfaßte die Schleife den größten Fluß für die Flächeneinheit, und die Ebene der Schleife stand senkrecht zur magnetischen Induktion. Diese hat also eine bestimmte Richtung im Raum. Die Erfahrung ergibt, daß diese Richtung, abgesehen von magnetischen Feldern in Kristallen, mit der Richtung der magnetischen Kraft zusammenfällt. Um dann die magnetische Induktion, die durch die vereinigte Wirkung zweier verschiedener Pole an einer Stelle des Feldes zustande kommt, zu ermitteln, haben wir die von den einzelnen Polen herührenden magnetischen Induktionen ähnlich wie Kräfte von verschiedener Richtung geometrisch zusammensetzen.

Schreiten wir im magnetischen Feld in Richtung der magnetischen Induktion fort, so beschreiben wir eine magnetische Linie, sonst Kraftlinie genannt. Wir betrachten sie willkürlich als von einem Nordpol ausgehend und in einen Südpol einmündend.

Der magnetische Fluß, sonst auch Induktionsfluß oder ganz unzutreffend Kraftlinienfluß und Kraftfluß genannt, ist das Produkt aus einer Fläche und der zu ihr senkrechten Komponente der Induktion. Er wird mit Φ bezeichnet. Als Einheit dient der Fluß durch 1 cm² bei der zur Fläche senkrechten Induktion 1 Gauss. Diese Einheit heißt 1 Maxwell.

Daraus folgt dann umgekehrt die Einheit der Induktion: 1 Gauss ist gleich 1 Maxwell/cm².

Wenn die Induktion auf der ganzen, zur Induktion senkrechten Fläche F gleichförmig gleich \mathfrak{B} ist, so wird der Fluß

$$\Phi = \mathfrak{B} \cdot F \text{ Maxwell.} \quad (1)$$

Ist z. B. die dem Anker gegenüberstehende Polfläche eines Stromerzeugers $F = 500 \text{ cm}^2$, so ergibt sich bei einer magnetischen Induktion von 10000 Gauss ein magnetischer Fluß:

$$\Phi = \mathfrak{B} \cdot F = 10000 \cdot 500 = 5 \cdot 10^6 \text{ Maxwell.}$$

Wenn im gleichförmigen Feld eine ebene Fläche von $F \text{ cm}^2$ so liegt, daß die Senkrechte auf ihr mit der Induktion \mathfrak{B} den Winkel α ein-

schließt, so berechnet sich der Fluß durch die Fläche zu

$$\Phi = \mathfrak{B} \cdot F \cdot \cos \alpha \text{ Maxwell.}$$

Wir gehen nun dazu über, den Fluß durch eine beliebige krumme Fläche oder in einem ungleichförmigen Feld zu berechnen. Ist dF ein unendlich kleines Flächenteilchen und α der Winkel, den die Induktion \mathfrak{B} an der betreffenden Stelle mit der Senkrechten auf dF bildet, so ist der Fluß durch die Fläche

$$\Phi = \int \mathfrak{B} \cdot \cos \alpha \cdot dF \text{ Maxwell.} \quad (2)$$

Dabei handelt es sich um eine krumme Fläche und ganz allgemein um eine nicht nur in ihrer Größe, sondern auch in ihrer Richtung ungleichförmige Induktion.

Der magnetische Fluß hat keine Richtung im Raum. Er ist also im Gegensatz zur magnetischen Induktion durch einen einfachen Zahlenwert vollständig bestimmt. Wenn wir daher zwei Flüsse, die eine Schleife durchdringen, zusammensetzen, so haben wir nur zwei Zahlenwerte zusammenzuzählen, ohne Rücksicht, wie die magnetischen Induktionen zu der Fläche der Schleife gerichtet sind.

Bei der Bezeichnung des Produktes aus der magnetischen Induktion und der Fläche als „Fluß“ müssen wir indessen im Auge behalten, daß es sich nicht um einen Bewegungsvorgang, sondern um einen Ruhezustand handelt. Auch bezeichnet der Fluß zunächst nur im Sinne der „Flußstärke“ das Produkt aus der Induktion und der Fläche. Man spricht aber doch von einem sich fortsetzenden Fluß, der also gleichsam den Raum erfüllt. Wir sollten also eigentlich ebenso wie zwischen Strom und Stromstärke auch zwischen Fluß und Flußstärke unterscheiden. Endlich ist zu beachten, daß zur Aufrechterhaltung des magnetischen Feldes im Gegensatz zu einer strömenden Flüssigkeit oder zum elektrischen Strome keine Arbeit erforderlich ist.

Wir zerlegen nun das magnetische Feld, d. h. den Raum, in Kanäle oder Röhren in der Weise, daß die Wandung an jeder Stelle

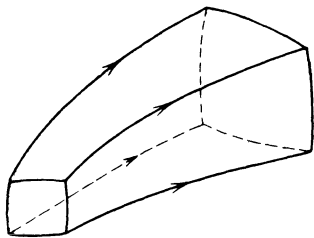


Bild 30. Magnetische Röhre.

mit der dort vorhandenen Induktion oder magnetischen Dichte gleichgerichtet ist. Die magnetische Röhre (Bild 30) ist dann dadurch gekennzeichnet, daß der Fluß durch jedes Flächenteilchen der Wandung gleich Null ist. Das bedeutet nun an sich noch nicht, daß der Fluß durch jeden beliebig gestalteten Querschnitt einer Röhre denselben Wert hat, daß also das Feld der magnetischen Induktion „quellenfrei“ ist. Wenn wir z. B.

die Feldstärke des nächsten Abschnittes mit einer Fläche vervielfachen, so erhalten wir den sog. „Kraftfluß“ im richtigen Sinne des Wortes, der für die verschiedenen Querschnitte einer Röhre nicht immer denselben

Wert hat. Im Wesen eines Flusses liegt es also noch nicht, daß er für alle Querschnitte einer Röhre denselben Wert hat.

Indessen ergibt die Erfahrung für den magnetischen Fluß, d. h. für den Induktionsfluß, die Quellenfreiheit. Der Fluß durch jeden Röhrenquerschnitt ist also gleich, unabhängig davon, ob die Röhre allein durch Luft oder durch Luft und Eisen hintereinander verläuft.

Ist der Fluß durch einen Röhrenquerschnitt gleich 1 Maxwell, so heißt die Röhre eine Einheitsröhre, sonst auch unbestimmt als Induktionsröhre oder Induktionslinie bezeichnet oder ganz unzutreffend Kraftlinie genannt. Die magnetische Induktion kann dann in Einheitsröhren durch 1 cm^2 gemessen werden.

Wir gehen nun zu einfachen Beispielen über.

Stehen sich nach Bild 31 große ungleichnamige Polflächen in gleichbleibendem Abstand gegenüber, so sind die magnetischen Linien im Luftzwischenraum unter Vernachlässigung der Wirkung der Ränder gleichgerichtete Gerade. Die magnetische Induktion ist dann überall dieselbe, und das Feld ist gleichförmig. Die magnetischen Röhren sind gerade Prismen oder Zylinder von beliebiger Form des Querschnittes.

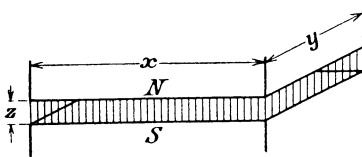


Bild 31. Magnetische Linien zwischen ebenen Polflächen.

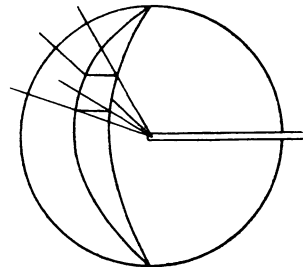


Bild 32. Magnetische Röhre eines punktförmigen Poles.

Bei dem punktförmigen Pol eines langen dünnen Stabmagneten, bei dem wir den Einfluß des ungleichnamigen Poles wegen der großen Entfernung vernachlässigen können, dringen die magnetischen Linien nach allen Seiten strahlenförmig in den umgebenden Raum (Bild 32). Sie treten dabei senkrecht durch die Oberfläche einer Kugel, in deren Mittelpunkt sich der Pol befindet. Grenzen wir auf der Oberfläche eine beliebig umrandete Fläche ab und ziehen vom Mittelpunkt aus die Randstrahlen, so erhalten wir eine magnetische Röhre, die in dem gezeichneten Falle die Form einer Pyramide hat. Teilen wir den durch die Fläche tretenden Fluß durch die Fläche, so erhalten wir die magnetische Induktion an der Oberfläche.

Dieselbe Röhre durchdringt nun auf einer zweiten Kugelfläche mit demselben Mittelpunkt eine Fläche, die im Verhältnis der Quadrate der Halbmesser größer ist. Daraus folgt dann, daß sich die magnetischen Induktionen auf den Kugelflächen umgekehrt wie die Quadrate der Halbmesser verhalten.

Auf der Oberfläche einer Kugel vom Halbmesser 1 cm ist die Induktion bei der Poleinheit im Mittelpunkt nach S. 43 gleich ein Gauss oder ein Maxwell/cm². Die Röhre, die von der Poleinheit ausgehend 1 cm² der Kugeloberfläche vom Halbmesser 1 cm durchsetzt, ist also eine Einheitsröhre. Da die Kugeloberfläche gleich 4π ist, so gehen 4π Einheitsröhren von der Poleinheit aus. Der Fluß durch irgend eine Fläche, die den Pol abgesehen vom Innern des Magnetstabes vollständig einhüllt, ist dann 4π .

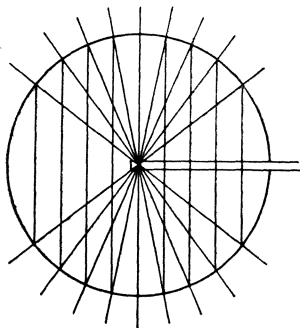


Bild 33. Röhren gleichen Flusses bei punktförmigem Pol.

Wenn das Feld eines punktförmigen Poles in Röhren gleichen Flusses zerlegt werden soll, so teilt man nach Bild 33 die umschriebene Kugel durch parallele Ebenen in Zonen von gleicher Dicke. Da ihre Mantelflächen gleich groß sind, so werden sie sämtlich vom gleichen Fluß durchsetzt. Die Röhren werden von Kegelmänteln begrenzt, die von den gezeichneten Strahlen bei der Drehung um eine wagerechte Achse beschrieben werden.

Wir benutzen dies, um in Bild 34 die Röhren zweier gleicher, ungleichnamiger punktförmiger Pole zu ermitteln. Wir schlagen dazu zunächst um einen Pol als Mittelpunkt einen Kreis und teilen

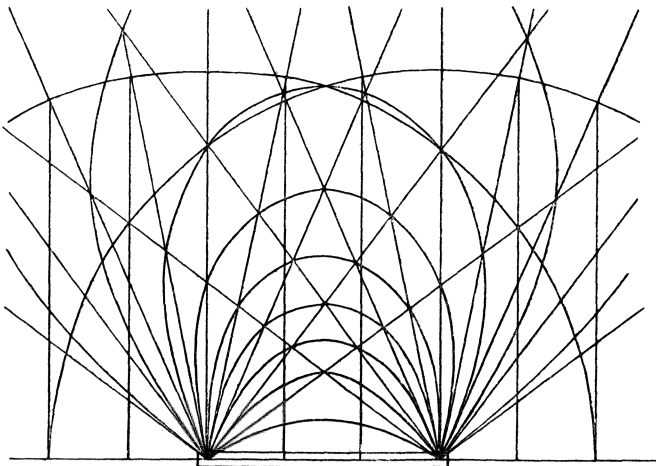


Bild 34. Magnetische Röhren zweier gleicher ungleichnamiger Pole.

den in die Richtung des Polabstandes fallenden Durchmesser in gleiche Teile, deren Anzahl gleich der vorgeschriebenen Zahl der Röhren gleichen Flusses ist. Der Durchmesser wird zweckmäßig so gewählt, daß der Polabstand ein ganzes Vielfaches der Teile des Durchmessers ist. In

den Teilpunkten des Durchmessers errichten wir Senkrechte und ziehen vom Mittelpunkt Strahlen durch die Schnittpunkte der Senkrechten mit dem Kreis. Dieselbe Zeichnung führen wir für den anderen Pol aus und verbinden dann die Schnittpunkte der Strahlen in der gezeichneten Weise durch krumme Linien.

Nun drehen wir das ganze Bild um die wagerechte Achse. Jeder Teil der krummen Linien zwischen zwei aufeinander folgenden Schnittpunkten der Strahlen beschreibt dann bei der Drehung eine Mantelfläche, durch die von der einen Seite ein positiver und von der anderen ein gleich großer negativer Fluß hindurchtritt, so daß die Summe des hindurchtretenden Flusses Null ist. Die Mantelflächen begrenzen daher magnetische Röhren, und die krummen Linien selbst sind magnetische Linien.

Da in unendlich kleiner Entfernung von einem Pol der Einfluß des zweiten Poles vernachlässigt werden kann, so gilt hier die Zeichnung nach Bild 33, die krummen Linien gehen also in die gezeichneten Strahlen über und berühren diese in den Polen.

Da der Fluß durch jeden Querschnitt einer Röhre gleich groß ist, und der Querschnitt jeder Röhre mit zunehmender Entfernung von einem Pole wächst, so wird die magnetische Induktion mit zunehmender Entfernung von einem Pol kleiner.

19. Magnetische Spannung und Feldstärke.

Wenn wir den positiven Einheitspol im magnetischen Feld bewegen, so haben wir eine Arbeit zu leisten. Diese ist positiv auf den Teilen des Weges, auf denen wir den Pol entgegen der Kraft des Feldes bewegen, und negativ auf den Teilen, in denen die Bewegung in Richtung dieser Kraft erfolgt. Die Gesamtarbeit ist im Feld eines Dauermagneten von dem Wege, den wir einschlagen, unabhängig und nur von der Lage der Endpunkte der Bewegung abhängig. Sie wird als magnetische Energie aufgespeichert und in ihrem vollen Betrage als mechanische Arbeit oder als Energie der Bewegung wiedergewonnen, wenn die Poleinheit wieder nach der Anfangslage zurückgelangt. Der Vorgang entspricht vollständig dem Vorgang beim Heben und Fallenlassen eines Gewichtes.

Die Arbeit, die erforderlich ist, um die positive Poleinheit aus dem Unendlichen nach einem Punkt des magnetischen Feldes zu schaffen, heißt das Potential dieses Punktes.

Die Arbeit, die bei der Bewegung der Poleinheit zwischen zwei Punkten des Feldes geleistet wird, ist dann gleich dem Potentialunterschied beider Punkte. Man bezeichnet diese Arbeit als die magnetische Spannung.

Die magnetische Spannung für die Längeneinheit heißt die magnetische Feldstärke. Da allgemein die Arbeit auf der Längen-

einheit gleich der Kraft in Richtung der Bewegung ist, so ist die Feldstärke oder die magnetische Spannung auf der Längeneinheit nach Richtung und Größe gleich der Kraft auf den Einheitspol.

Die Richtung der Feldstärke ermitteln wir durch eine kleine Magnetonadel, die sich so einstellt daß ihr Nordpol in die positive Richtung der Feldstärke zeigt. Wir können die Richtung der Feldstärke auch dadurch zur Anschauung bringen, daß wir Eisenfeilspäne von oben auf eine ebene Unterlage in das magnetische Feld streuen. Diese werden beim Herunterfallen selbst magnetisch und ordnen sich dann in Linien an, die mit der Richtung der Feldstärke zusammenfallen. Bild 35 zeigt dies für das Feld eines Hufeisenmagneten.

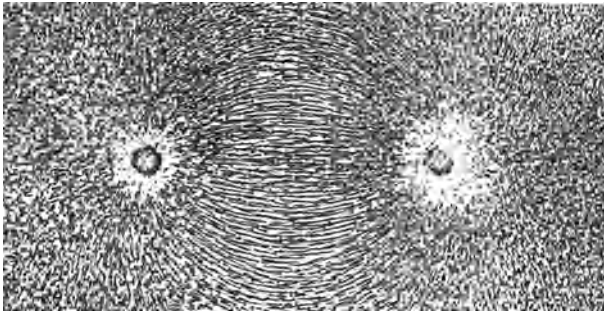


Bild 35. Eisenfeilspäne im Feld eines Hufeisenmagneten.

Die Größe der Feldstärke ist gleich der Kraft in Dyn, mit welcher das Feld auf den Pol 1 Weber wirkt. Ein Feld hat die Einheit der Stärke, wenn es auf den Pol 1 Weber die Kraft 1 Dyn ausübt. Wir können also die Feldstärke, die für uns die magnetische Spannung auf der Längeneinheit ist, durch die Kraft auf die Poleinheit messen. So kann sie z. B. in einfacher Weise durch die Schwingungszeit einer kleinen Magnetonadel ermittelt werden.

Wir erhalten jetzt das Potential eines Punktes, wenn wir bei der Bewegung der Poleinheit aus dem Unendlichen nach diesem Punkte das Wegeteilchen dl an irgendeiner Stelle mit der in die Richtung der Bewegung fallenden Komponente \mathfrak{H}_l der dort herrschenden Feldstärke vervielfachen und dann die Summe bilden, zu

$$U = \int \mathfrak{H}_l \cdot dl \text{ Erg/Weber.} \quad (3)$$

Punkte, für die das Potential denselben Wert besitzt, liegen auf einer Fläche gleichen Potentials oder einer Niveaufläche. Eine solche ist dadurch gekennzeichnet, daß die Bewegung eines punktförmigen Poles auf ihr ohne Arbeitsleistung erfolgt, und daß alle Teile der Fläche senkrecht auf der Richtung der Feldstärke stehen.

Wir gehen nun dazu über, die Feldstärken und Niveauflächen im gleichförmigen Feld und im Feld punktförmiger Pole zu ermitteln.

Stehen sich große Polflächen in gleichbleibendem Abstand gegenüber, so ergibt der Versuch an allen Stellen, die vom Rande weit genug entfernt sind, dieselbe Feldstärke, das Feld ist gleichförmig (Bild 36). Ist also \mathfrak{H} die Feldstärke in Dyn/Weber, so ist die magnetische Spannung zwischen zwei Punkten, die in Richtung der Kraft um l cm entfernt sind, gleich $\mathfrak{H} \cdot l$ Erg/Weber. Die Niveauflächen, die zur Richtung der magnetischen Kraft senkrecht stehen, sind in diesem Falle Ebenen.

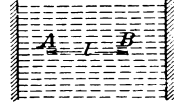


Bild 36.
Gleichförmiges Feld.

Bei einem punktförmigen Pol, dessen zugehöriger ungleichnamiger Pol weit genug entfernt ist, ergibt der Versuch, daß die Feldstärke dem Quadrat der Entfernung x vom Pol umgekehrt proportional ist. Die Arbeit bei der Bewegung der Poleinheit auf dem Wege dx in Richtung von x ist dann proportional dx/x^2 und das Potential in der Entfernung r cm vom Pol nach Gleichung (3) proportional $\int_{\infty}^r dx/x^2 = 1/r$. Die Niveauflächen sind also Kugelflächen mit dem Pol als Mittelpunkt.

Bei zwei gleichen punktförmigen, ungleichnamigen Polen (Bild 37) ergibt sich die Feldstärke an irgendeinem Punkte des Feldes als die geometrische Summe der Kräfte, die an dieser Stelle auf den Einheitspol

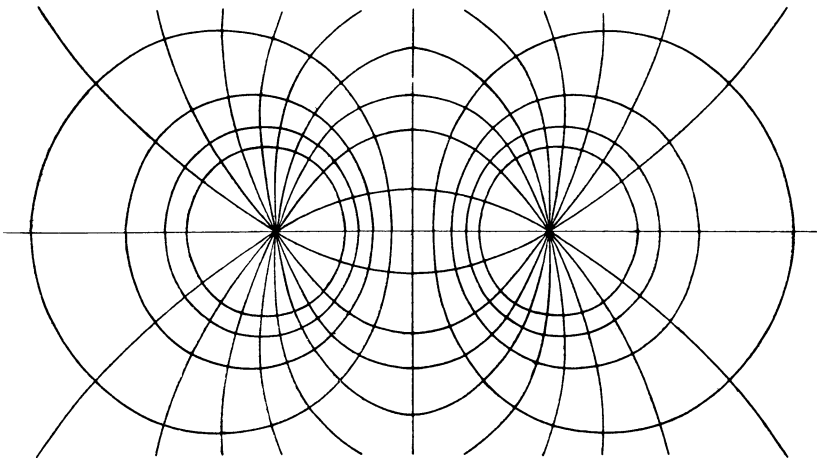


Bild 37. Schnitt der Papierebene mit den Niveauflächen und magnetischen Röhren zweier punktförmiger Pole.

ausgeübt werden. Sind weiter r_1 und r_2 die Entfernungen eines Punktes von den Polen, so wird das Potential in diesem Punkt proportional $1/r_1 - 1/r_2$. Alle Punkte, für welche dieser Ausdruck denselben Wert hat, liegen dann auf einer Niveaufläche. In Bild 37 sind die Kurven,

welche die Pole umschließen, die Schnitte solcher Flächen mit der Papierebene, und zwar ist der Unterschied des Potentials benachbarter Flächen gleich groß gewählt.

20. Magnetische Induktion und Feldstärke.

Wie bereits früher angegeben wurde, ergibt die Erfahrung, daß die magnetische Induktion, abgesehen von den magnetischen Feldern in Kristallen, der Feldstärke gleichgerichtet ist. Wenn wir uns also in Richtung der magnetischen Kraft bewegen, so beschreiben wir dieselbe Linie, wie wenn wir uns in Richtung der Induktion bewegen. Die Linien der magnetischen Induktion sind also, wie die der Feldstärke, senkrecht zur Niveaulfläche gerichtet (vgl. Bild 37).

Der Versuch ergibt weiter, daß die magnetische Induktion mit der Feldstärke wächst, jedoch ergibt sich in der Luft und im Eisen ein verschiedenes Verhalten.

Wir betrachten zunächst Feldstärke und Induktion in der Luft. Für diese ergibt der Versuch, daß beide einander proportional sind. Zwischen zwei Polflächen, die sich in gleichbleibendem Abstand gegenüberstehen, ist daher in genügender Entfernung vom Rand sowohl die Feldstärke als auch die Induktion an allen Punkten dieselbe. Ebenso ändern sich beide im Feld eines punktförmigen Poles, dessen zugehöriger ungleichnamiger Pol weit genug entfernt ist, umgekehrt dem Quadrat der Entfernung vom Pol.

Wir fragen nun nach der Verhältniszahl zwischen Feldstärke und magnetischer Induktion in der Luft. Da der Versuch die Proportionalität allgemein ergibt, so genügt es, das Verhältnis für einen bestimmten Fall, d. h. für einen Punkt in Abstand r cm von dem punktförmigen Pol 1 Weber zu berechnen. Die Induktion ist im Abstand 1 cm gleich 1 Gauß, im Abstand r cm also $1/r^2$ Gauß. Andererseits ist in diesem Abstand nach der Festsetzung der Poleinheit auf S. 43 auch die Kraft auf die Poleinheit, also die Feldstärke, gleich $1/r^2$. Die Induktion in der Luft ist also zahlenmäßig gleich der Feldstärke, d. h. für die Luft wird allgemein infolge der willkürlichen Wahl der Einheiten:

$$\mathfrak{B} = \mathfrak{H} \quad (4)$$

Für Eisen ergibt sich durch den Versuch ein anderes Verhältnis zwischen der Feldstärke und der magnetischen Induktion als in der Luft. Außerdem ist dies Verhältnis nicht nur bei den einzelnen Arten des Eisens verschieden, sondern es ändert sich auch mit dem Betrage der magnetischen Induktion.

Es fragt sich dabei zunächst, was wir unter der Feldstärke im Eisen zu verstehen haben. Damit, daß die Feldstärke gleich der Kraft auf die Poleinheit ist, können wir nichts anfangen, da wir eine solche Kraft im festen Stoff nicht messen können und nicht wissen, ob sie überhaupt besteht. Dagegen führt uns die Festsetzung, daß die Feldstärke als die

magnetische Spannung für die Längeneinheit oder das Spannungsgefälle aufzufassen ist, zum Ziel. Wir legen einen Eisenstab nach Bild 38 in Richtung des Feldes in ein gleichförmiges Feld. Wenn das Feld ausgedehnt genug und der Stab lang genug ist, ist das Feld auch nach Hineinbringen des Eisenstabes gleichförmig.

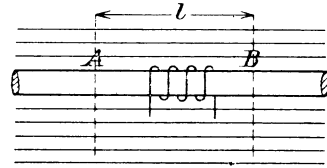


Bild 38. Eisenstab im gleichförmigen Feld.

Wir können dann das Spannungsgefälle im Eisen oder besser am Eisen dadurch ermitteln, daß wir die Arbeit, die wir auf einem beliebigen Wege bei der Bewegung der Poleinheit zwischen den Punkten A und B leisten, d. h. die magnetische Spannung zwischen A und B durch die Länge l teilen. Das so ermittelte Spannungsgefälle am Eisen setzen wir dann auch gleich dem Spannungsgefälle oder der Feldstärke im Eisen.

Auf der andern Seite können wir nach Abschnitt 18 den magnetischen Fluß durch den Eisenquerschnitt messen, wenn wir eine Spule um den Eisenstab legen und die elektrische Spannung ermitteln, die erzeugt wird, wenn wir den Fluß, der von der Spule umfaßt wird, zum Verschwinden bringen. Teilen wir den Fluß durch den Stabquerschnitt, so erhalten wir die magnetische Induktion im Eisen. Wir wiederholen dann den Versuch in einem Feld von anderer Stärke.

Tragen wir dann die Feldstärke \mathfrak{H} wagerecht und die magnetische Induktion \mathfrak{B} senkrecht auf, so erhalten wir die Magnetisierungskurve des untersuchten Eisens (Bild 39). Im ersten Anfang wächst die Induktion bei Steigerung der Feldstärke verhältnismäßig wenig, dann aber nimmt sie beim Anwachsen der Feldstärke außerordentlich zu. Schließlich wird bei steigender Feldstärke die Kurve flacher, und man erhält für eine starke Zunahme der Feldstärke nur eine geringe Zunahme der magnetischen Induktion. Man bezeichnet das Eisen dann als gesättigt, obwohl sich nicht angeben läßt, wo die Sättigung beginnt.

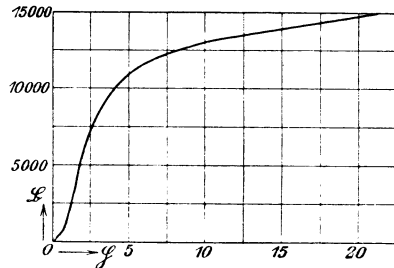


Bild 39. Magnetisierungskurve von Gußstahl.

Das Verhältnis der magnetischen Induktion zu der Feldstärke oder dem Spannungsgefälle wird die magnetische Durchlässigkeit oder Permeabilität genannt und mit μ bezeichnet. Für die Luft ist die magnetische Durchlässigkeit nach Gleichung (4) gleich Eins. Allgemein wird

$$\mathfrak{B} = \mu \cdot \mathfrak{H}. \tag{5}$$

Wir haben dabei unter \mathfrak{H} die magnetische Spannung auf der Längen-

einheit des Eisens zu verstehen. In unserm besonderen Falle, in welchem die magnetischen Linien im Eisen und der umgebenden Luft dieselbe Richtung haben, ist \mathfrak{H} allerdings gleichzeitig die magnetische Spannung seitlich in der Luft. Dabei hat man im Auge zu behalten, daß es sich um die magnetische Spannung in der Luft nach dem Hineinbringen des Eisens und nicht etwa um die vorher bestehende handelt.

Die Durchlässigkeit ist von dem Grade der Magnetisierung des Eisens abhängig. Wenn wir von dem allerersten Teil der Magnetisierungskurve absehen, ist die Durchlässigkeit für geringe Sättigung am größten und kann dabei einen Wert bis zu 4000 erreichen. Mit zunehmender Sättigung nimmt dann die Durchlässigkeit ab.

Weiter ist die Durchlässigkeit in hohem Grade von der Art des Eisens abhängig. Sie ist gering beim Gußeisen, größer beim gewöhnlichen Schmiedeeisen und am größten beim weichen Gußstahl oder Flußstahl und bei dem für elektrische Maschinen und Transformatoren verwendeten Eisenblech.

Die Erscheinung, daß das Eisen unter sonst gleichen Umständen um so stärker magnetisiert wird, je weicher es ist, wird erklärlich durch die zuerst von Weber ausgesprochene Anschauung, daß der Vorgang bei der Magnetisierung ähnlich ist wie der beim Richten der Eisenfeilspäne. Man nimmt dabei an, daß die kleinsten Teile des Eisens von Natur magnetisch sind, daß sie aber nach Bild 40 wirt durcheinander liegen. Das Eisen ist dann nach außen unmagnetisch. Bringen wir das Eisen dann nach Bild 41 in ein magnetisches Feld, so werden die

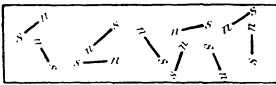


Bild 40. Eisen vor der Magnetisierung.



Bild 41. Eisen während der Magnetisierung.

kleinsten Teile gleichgerichtet, und zwar um so vollständiger, je weicher es ist. Das Eisen erscheint dann wegen des „freien Magnetismus“ an den Endflächen magnetisch, während sich im Innern die Wirkungen der ungleichnamigen Pole der kleinsten Teile gegenseitig aufheben.

Diese Anschauung wird dadurch bestätigt, daß nach dem Entfernen aus dem magnetischen Feld Schmiedeeisen in geringem Maße, hartes Gußeisen in höherem Grade und gehärteter Gußstahl stark magnetisch bleibt. Die einmal gerichteten kleinsten Teile kehren dabei nicht vollständig in ihre ursprüngliche Lage zurück, und zwar verharren sie in ihrer Lage um so mehr, je härter das Eisen ist. Nun erklärt es sich auch, daß ein Stahlmagnet nach der Mitte der magnetischen Achse zu unmagnetisch erscheint, daß aber nach dem Durchbrechen an den Bruchflächen entgegengesetzte Pole beobachtet werden.

Eine weitere Bestätigung dieser Anschauung ist die Wärmeent-

wicklung, die beim Ummagnetisieren des Eisens auftritt. Bei der Ummagnetisierung werden die kleinsten Teile um 180° gedreht. Die dadurch verursachte Reibung hat eine Wärmeentwicklung zur Folge, die durch einen Arbeitsaufwand bei der Ummagnetisierung gedeckt werden muß. Man bezeichnet diese Erscheinung als magnetische Reibung oder als Hysterese, d. h. als ein Zurückbleiben, wobei allerdings nicht an einen zeitlichen Unterschied zwischen der Feldstärke und der zugehörigen Induktion gedacht werden darf. Der durch Hysterese bedingte Aufwand an Leistung ist der Anzahl der Polwechsel in der Zeiteinheit und dem Rauminhalt des Eisens proportional. Er wächst außerdem mit der Stärke der Magnetisierung und entsprechend dem Wesen des Vorganges mit der Härte des Eisens.

Wir wollen nun für den Fall, daß sich die magnetische Dichte in einem Teil einer magnetischen Röhre überall dieselbe ist, Gleichung (5) so umformen, daß sie zum „Ohmschen Gesetz für Magnetismus“ wird. Wir vervielfachen beide Seiten mit dem Querschnitt F der Röhre und auf der rechten Seite den Zähler und Nenner mit der Länge l des betrachteten Teiles in cm. Setzen wir dann $\mathfrak{B} \cdot F$ gleich dem magnetischen Fluß Φ , so erhalten wir

$$\Phi = \mathfrak{B} \cdot F = \mathfrak{H} \cdot l \cdot \frac{\mu \cdot F}{l}. \quad (6)$$

Darin hat $\mu \cdot F/l$ eine ähnliche Form wie der elektrische Leitwert, der umgekehrte Wert des elektrischen Widerstandes. Die Ähnlichkeit zwischen dem magnetischen Fluß und dem elektrischen Strom ist allerdings nur äußerlich, da zur Aufrechterhaltung eines magnetischen Flusses im Gegensatz zum elektrischen Strom keine Arbeit erforderlich ist.

Um nun Übereinstimmung mit der entsprechenden Gleichung des Elektromagnetismus auf S. 71 zu erhalten, erweitern wir noch rechts mit $0,8 = 1/0,4 \pi$ und setzen

$$\mathcal{A} = \frac{0,4 \pi \mu \cdot F}{l}. \quad (7)$$

Diese Größe bezeichnen wir als den magnetischen Leitwert. Gleichung (6) nimmt dann die Form an:

$$\Phi = 0,8 \mathfrak{H} \cdot l \cdot \mathcal{A}. \quad (8)$$

Darin ist Φ der Fluß, $\mathfrak{H} \cdot l$ die magnetische Spannung an dem betrachteten Teil der Röhre und \mathcal{A} der Leitwert. Unsere Gleichung stellt also das Ohmsche Gesetz für Magnetismus dar. Gleichung (5) ist dann, abgesehen von der willkürlich eingeführten Zahl 0,8, das Ohmsche Gesetz für den Querschnitt 1 und die Länge 1, d. h. für die Raumeinheit.

21. Die magnetischen Röhren beim Übergang aus Luft in Eisen.

Wir bringen in Bild 42 in ein ursprünglich gleichförmiges magnetisches Feld einen Eisenkörper, der der Einfachheit wegen als eine Kugel angenommen ist. Der Versuch mit Eisenfeilspänen zeigt dann, daß das

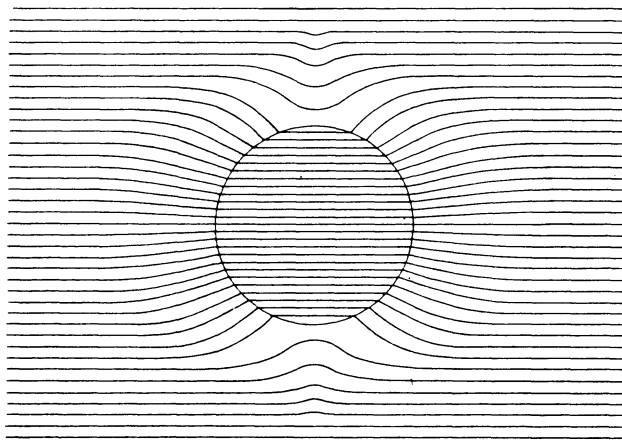


Bild 42. Eisen im magnetischen Feld.

magnetische Feld in der Luft in der Umgebung der Kugel ungleichförmig geworden ist. Bezeichnen wir die Endpunkte des mit dem ursprünglichen Feld gleichgerichteten Durchmessers kurz als die Pole, so ergibt der Versuch die größte Feldstärke an den Polen, die kleinste am Äquator. Das Eisen ist also selbst magnetisch geworden und zeigt an der Eintrittsstelle des Flusses einen Südpol, an der Austrittsstelle einen Nordpol.

Die Röhren werden also infolge der größeren Durchlässigkeit des Eisens in dieses hineingezogen. Dadurch entsteht im Eisen eine weit größere magnetische Induktion als im ursprünglichen Feld. Sie ist im vorliegenden Fall gleichförmig, was sich allerdings genau genommen in der Ebene nicht unmittelbar zur Anschauung bringen läßt, und zwar ist sie an den Polen, wo die magnetischen Linien senkrecht durch die Oberfläche gehen, gleich der dort vorhandenen Induktion in der Luft.

Es fragt sich nun wieder, wie auf S. 51, was wir unter der Feldstärke im Eisen zu verstehen haben, und wie wir sie messen können. Keinesfalls dürfen wir für \mathfrak{H} die ursprüngliche Feldstärke einsetzen. Sonst müßte die magnetische Induktion eines wagerecht in der Nord-Südrichtung liegenden Eisenstabes im magnetischen Feld der Erde, bei dem die wagerechte Komponente der Feldstärke gleich 0,2 Dyn auf die Poleinheit beträgt, bei einer Durchlässigkeit von 4000 den erheblichen Betrag von

$0,2 \cdot 4000 = 800$ Gauß annehmen! Tatsächlich wird der Eisenstab nur in ganz geringem Maße magnetisch. Die Ursache liegt darin, daß die magnetische Spannung zwischen den Enden des Eisenstabes außerordentlich gering ist, ähnlich wie auch beim elektrischen Strom die Spannung an den Enden eines Leiters von großer Leitfähigkeit klein ist. Das Eisen stellt eben bei seiner großen Durchlässigkeit fast einen vollständigen Kurzschluß für die magnetischen Flußröhren dar, so daß die Spannung für die Längeneinheit im Eisen und damit auch in der umgebenden Luft viel kleiner ist als beim ursprünglichen Feld.

Um die Feldstärke \mathfrak{H} , die in die Gleichung $\mathfrak{B} = \mu \cdot \mathfrak{H}$ einzusetzen ist, zu erhalten, müssen wir durch das Eisen im Abstand der Längeneinheit und senkrecht zur Richtung des Feldes zwei ebene Flächen legen. Die Arbeit bei der Bewegung der Poleinheit zwischen den Schnittlinien dieser Flächen mit der Eisenoberfläche ist die gesuchte Spannung für die Längeneinheit oder die Feldstärke, sie kann also außen in der Luft gemessen werden. Man sieht leicht, daß dies gleichzeitig auch die Feldstärke am Äquator ist.

Beim Übergang von der Luft in das Eisen und umgekehrt oder allgemein an der Grenzfläche von Mitteln verschiedener Durchlässigkeit werden die magnetischen Linien gebrochen. In Bild 43 gehen die magnetischen Linien aus dem Mittel 1 in das Mittel 2. Die Flächen, die sie senkrecht durchsetzen, verhalten sich wie AB zu CD . Da der Fluß einer Röhre derselbe bleibt, so ergibt sich aus den beiden Induktionen \mathfrak{B}_1 und \mathfrak{B}_2

$$\mathfrak{B}_1 \cdot \overline{AB} = \mathfrak{B}_2 \cdot \overline{CD}.$$

Es seien nun α_1 und α_2 die Winkel, welche die magnetischen Linien mit der Senkrechten auf der Grenzfläche bildet. Dann ergibt sich aus der obigen Gleichung nach Bild 43

$$\frac{\mathfrak{B}_1}{\mathfrak{B}_2} = \frac{CD}{AB} = \frac{\cos \alpha_2}{\cos \alpha_1}.$$

Daraus folgt:

$$\mathfrak{B}_1 \cos \alpha_1 = \mathfrak{B}_2 \cos \alpha_2. \tag{9}$$

Die zur Grenzfläche senkrechten Komponenten der magnetischen Induktion sind also einander gleich. Andererseits erhalten wir für die magnetische Spannung zwischen zwei Punkten der Grenzfläche, die beiden Mitteln gemeinsam ist, denselben Wert, gleichgültig ob wir sie aus den Tangentialkomponenten der Feldstärke des einen oder des andern Mittels berechnen. Die Tangentialkomponenten der beiden Feldstärken sind also einander gleich, d. h.

$$\mathfrak{H}_1 \sin \alpha_1 = \mathfrak{H}_2 \sin \alpha_2. \tag{10}$$

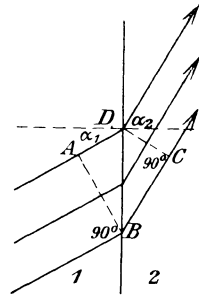


Bild 43. Brechung der magnetischen Linien.

Wenn $\mathfrak{B}_1/\mathfrak{H}_1 = \mu_1$ und $\mathfrak{B}_2/\mathfrak{H}_2 = \mu_2$ gesetzt wird, folgt:

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_2} = \frac{\mu_1}{\mu_2}. \quad (11)$$

Die Tangenten der Brechungswinkel verhalten sich also wie die Durchlässigkeiten der beiden Mittel. Da die Durchlässigkeit des Eisens außerordentlich viel größer ist als die der Luft, so treten die magnetischen Linien fast senkrecht aus der Luft in die Eisenoberfläche ein.

22. Längszug und Querdruck im magnetischen Feld.

Wenn wir den Stromkreis eines Elektromagneten, dessen Anker gegenüber den Polen einen festen Abstand haben möge, öffnen, so beobachten wir eine starke Funkenbildung. Die Wärme, die dabei entwickelt wird, muß also als Energie vorhanden gewesen sein. Daraus, daß die Funkenbildung um so größer ist, je größer der Luftraum zwischen Anker und Polen ist, schließen wir, daß dieser Raum der hauptsächlichste Sitz der Energie ist. Alle Kraftwirkungen, die im magnetischen Feld auftreten, beruhen dann darauf, daß die Energie sich in Arbeit umsetzt und auf diese Weise einen kleinsten Wert anzunehmen sucht.

Ist V der Raumteil in cm^3 , so ergibt sich — am einfachsten beim Elektromagneten in Abschn. 31 — unter Voraussetzung gleichförmiger Induktion und unveränderlicher Durchlässigkeit die Energie zu

$$W = \frac{\mathfrak{H} \cdot \mathfrak{B}}{8\pi} \cdot V \text{ Erg.} \quad (12)$$

Der Raumteil sei nun nach Bild 31 ein gerades Prisma mit den Kantenlängen x , y und z zwischen ebenen, ungleichnamigen Polflächen eines Elektromagneten. Die Durchlässigkeit des Raumteiles sei allgemein gleich μ . Ferner setzen wir voraus, daß die Feldstärke im Eisen gegenüber der des betrachteten Raumteiles vernachlässigt werden kann.

Wir ziehen dann die Pole um die Strecke dz auseinander und machen die allerdings nie vollständig zu verwirklichende Annahme, daß dabei die Induktion und damit auch die Feldstärke sich nicht ändert. Setzen wir $V = x \cdot y \cdot z$, so wird

$$dW = \frac{\mathfrak{H} \cdot \mathfrak{B}}{8\pi} \cdot dV = \frac{\mathfrak{H} \mathfrak{B}}{8\pi} \cdot x \cdot y \cdot dz.$$

Da Wärme bei unserm Vorgang nicht entwickelt wird, so ist die Zunahme der Energie vollständig gleich der auf dem Wege dz von uns geleisteten Arbeit. Die Kraft, die wir aufgewendet haben, ergibt sich also, wenn wir die Zunahme der Energie durch den Weg dz teilen. Wenn $x \cdot y$ gleich der Fläche F gesetzt wird, die vom Flusse durchströmt wird, so ist die Kraft:

$$P = \frac{\mathfrak{H} \cdot \mathfrak{B}}{8\pi} \cdot F \text{ Dyn.} \quad (13)$$

Dies ist der Längszug der magnetischen Linien, durch den sie sich scheinbar einer Verlängerung widersetzen oder sich zu verkürzen suchen. Er ist die Ursache der gegenseitigen Anziehung zwischen ungleichnamigen Polen oder zwischen den Polen und dem Anker eines Hufeisenmagneten. Berücksichtigen wir, daß in der Luft $\mathfrak{B} = \mathfrak{H}$ ist und setzen wir ein 1 Dyn gleich $1/981000 \text{ kg}^*$, so wird die Zugkraft eines Magneten

$$P = \frac{\mathfrak{B}^2}{8\pi \cdot 981000} \cdot F = 4 \mathfrak{B}^2 \cdot F \cdot 10^{-8} \text{ kg}^* \quad (14)$$

Dabei ist auf den Einfluß der Ränder keine Rücksicht genommen. Bei einem Hufeisenmagneten ist für F die doppelte Einzelfläche einzusetzen.

Wir wollen nun annehmen, daß sich z. B. bei der gegenseitigen Abstoßung zweier gleichnamiger Pole die Breite des Raumes, der von einer gegebenen Zahl Φ der Flußröhren durchsetzt wird, senkrecht zur Induktion um dy vergrößert und dabei keine Arbeit durch den Längszug geleistet wird. Wir setzen dann in Gleichung (12)

$$\mathfrak{H} = \frac{\mathfrak{B}}{\mu} \quad \mathfrak{B} = \frac{\Phi}{x \cdot y} \quad V = x \cdot y \cdot z.$$

Dadurch erhalten wir

$$W = \frac{\Phi^2 \cdot z}{x \cdot y \cdot 8\pi\mu}, \quad dW = - \frac{\Phi^2 \cdot z}{x \cdot y^2 \cdot 8\pi\mu} \cdot dy.$$

Die Zunahme der Breite um dy hat also eine Abnahme der magnetischen Energie zur Folge. Da Wärme bei einem solchen Vorgang nicht auftritt oder verschwindet, so hat das Feld längs des Weges dy eine Arbeit geleistet. Die sog. Querkraft, die es dabei ausübt, ergibt sich, wenn wir die Abnahme der Energie, d. h. die geleistete Arbeit, durch den Weg dy teilen, zu $\Phi^2 z / x y^2 8\pi\mu$. Setzen wir $\Phi / xy = \mathfrak{B}$ und $x \cdot z$ gleich der Fläche F , auf welche die Querkraft wirkt, so wird die Querkraft

$$P = \frac{\mathfrak{H} \cdot \mathfrak{B} \cdot F}{8\pi} \quad (15)$$

Die magnetischen Linien üben also scheinbar senkrecht zu ihrer Richtung einen Querdruck aus, durch den sie den eingenommenen Raum zu vergrößern, d. h. ihre Dichte zu verringern suchen. Umgekehrt widersetzen sie sich einem Zusammendrängen auf größere Dichte. Dieser Querdruck ist die Ursache, warum ungleichnamige Pole sich abstoßen.

In Wirklichkeit sind Längszug und Querdruck nur „fiktive“ Spannungen, die sich einzeln nicht messen lassen. Was gemessen wird, ist ihre Gesamtwirkung. Diese sucht einen Gleichgewichtszustand des magnetischen Feldes herzustellen, in welchem sich Längszug und Querdruck gegenseitig die Wage halten.

Wir können nun Gleichung (12), (13) und (15) dahin zusammenfassen: Die Energie für die Raumeinheit, sowie der Längszug und der Querdruck auf die Flächeneinheit sind bei unveränderlicher Durchlässigkeit sämtlich gleich $\mathfrak{H} \cdot \mathfrak{B} / 8\pi$.

Vierter Teil.

23. Die durch Änderung des magnetischen Flusses erzeugte elektrische Spannung. — 24. Die Durchflutung. — 25. Magnetische Wirkung eines geraden Stromleiters in der Luft. — 26. Magnetische Wirkung einer Stromspule in der Luft. — 27. Der magnetische Kreis.

23. Die durch Änderung des magnetischen Flusses erzeugte elektrische Spannung.

Wie Faraday zuerst beobachtete, wird in einer Windung eine elektrische Spannung induziert, sobald und solange sich der von der Windung umfaßte magnetische Fluß ändert. Die Spannung ist der Änderungsgeschwindigkeit des Flusses proportional. Als Einheit wird willkürlich die Spannung gewählt, die erzeugt wird, wenn der von einer Windung umfaßte magnetische Fluß sich in einer Sekunde um 10^8 Maxwell ändert. Diese Einheit, die mit 1 Volt bezeichnet wird, ist die bereits in Abschnitt 2 von uns benutzte Einheit.

Wir rechnen nun eine bestimmte Richtung, in welcher der Fluß die Windung durchsetzt, als positiv. Wir rechnen dann den Strom als positiv, der einen positiv gerichteten magnetischen Fluß erzeugt, und eine Spannung als positiv, die einen positiven Strom erzeugt. Unter dieser Voraussetzung ist die Spannung so gerichtet, daß ein von ihr erzeugter Strom, dessen magnetische Wirkung wir im nächsten Abschnitt kennen werden, der Änderung des Flusses entgegenwirkt.

Der von w hintereinander geschalteten Windungen umfaßte Fluß Φ ändere sich nun in der Zeit dt um den Betrag $d\Phi$. Da die erzeugte Spannung einen Strom zur Folge hat, welcher der Änderung entgegenwirkt, so ist sie bei der positiven Zunahme $d\Phi$ negativ. Die erzeugte Spannung in Volt ergibt sich dann zu

$$e = -w \frac{d\Phi}{dt} \cdot 10^{-8} \text{ Volt.} \quad (1)$$

Ist dann i der Strom in Amp. in dem betrachteten Zeitpunkt, so ist die in der Zeit dt von der Spule gelieferte elektrische Arbeit

$$dA = e \cdot i \cdot dt = -i \cdot w \cdot d\Phi \cdot 10^{-8} \text{ Joule.} \quad (2)$$

Die erzeugte Arbeit ist positiv in den Zeitpunkten, in denen i und $d\Phi$ entgegengesetztes Vorzeichen haben.

Die Spannung kann dadurch erzeugt werden, daß sich der von einer stillstehenden Spule umfaßte magnetische Fluß, wie es z. B. bei Transformatoren der Fall ist, zeitlich ändert. Sie kann aber auch dadurch zustandekommen, daß eine Windung oder Spule, wie in elektrischen

Maschinen, ihre Lage in einem Magnetfeld ändert. In Bild 44 bis 46 wird z. B. eine Schleife an einem hinter der Papierebene liegenden Südpol vorbeibewegt. Der Fluß dringt dabei von vorn nach hinten durch die Windungsfläche. Entsprechend der Regel über die magnetische Wirkung des Stromes auf S. 63 ergibt sich dann:

Sehen wir auf die Fläche der Windung in der Richtung, in der sie vom Fluß durchsetzt wird, so wirkt die erzeugte Spannung bei Zunahme des Flusses im positiven Drehsinn der Mathematik. Dies ist z. B. in Bild 44 der Fall.

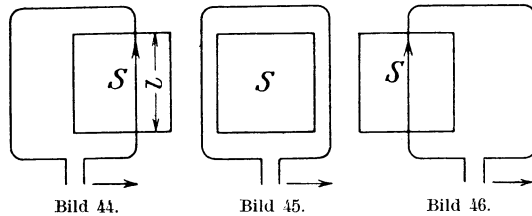


Bild 44. Bild 45. Bild 46.
Erzeugung einer Spannung durch Bewegung einer Schleife im magnetischen Feld.

In Bild 45 hat der umfaßte Fluß seinen größten Wert und ändert sich daher in dem dargestellten Zeitpunkt überhaupt nicht. Die erzeugte Spannung ist daher Null.

Endlich ergibt sich in Bild 46 infolge der Abnahme des umfaßten Flusses eine Spannung, die im negativen Drehsinn wirkt. Die Spannung hat daher in dem durch Bild 45 dargestellten Zeitpunkt ihre Richtung gewechselt.

Die Schleife, durch deren Bewegung im magnetischen Feld die Spannung erzeugt wird, hat in der Regel zwei gerade Leiter, die senkrecht zu den magnetischen Linien liegen und bei der Bewegung durch diese hindurchschneiden. Es sei dann in Bild 44 l die Länge des Teiles, der vor dem Pol liegt, in cm und v die Geschwindigkeit in cm sek. Die magnetische Induktion \mathfrak{B} sei auf der Länge l überall dieselbe. Die Richtung der Bewegung stehe senkrecht zur Leiterlänge und zur magnetischen Induktion. Legt der Leiter in der Zeit dt den Weg ds zurück, so ist die von ihm beschriebene Fläche gleich $l \cdot ds$ und die Zunahme des umfaßten Flusses $d\Phi = \mathfrak{B} \cdot l \cdot ds$. Wenn wir der Einfachheit wegen auf die Richtung keine Rücksicht nehmen, so ergibt sich die Spannung zu

$$e = \frac{d\Phi}{dt} \cdot 10^{-8} = \frac{\mathfrak{B} \cdot l \cdot ds}{dt} \cdot 10^{-8} = \mathfrak{B} \cdot l \cdot v \cdot 10^{-8} \text{ Volt.} \quad (3)$$

Da die Änderung des von der Windung umfaßten Flusses gleich der Zahl der vom Leiter geschnittenen Einheitsröhren ist, so können wir nach der ursprünglichen Faradayschen Anschauung die Spannung auch durch das Schneiden der Einheitsröhren erzeugt sein lassen. Sie ist dann in ihrer Größe durch die in der Zeiteinheit geschnittenen Einheitsröhren gegeben. 10^{-8} Volt werden nach Gleichung (3) erzeugt, wenn ein

Leiter von der Länge 1 cm mit der Geschwindigkeit 1 cm/sek durch ein magnetisches Feld von der Induktion 1 Gauß senkrecht hindurchschneidet. Es sei z. B. die senkrecht durch das magnetische Feld bewegte Länge eines Leiters l gleich 30 cm, die in Reihe geschaltete Leiterzahl vor allen Polen zusammen gleich 400, die Geschwindigkeit gleich 2000 cm/sek und die magnetische Induktion gleich 7000 Gauss. Dann wird die erzeugte Spannung nach Gleichung (3):

$$e = 7000 \cdot 30 \cdot 400 \cdot 2000 \cdot 10^{-8} = 1680 \text{ Volt.}$$

Steht die Leiterlänge nicht senkrecht zur Richtung des magnetischen Feldes oder ist die Bewegungsrichtung nicht senkrecht zum Leiter und zum magnetischen Feld, so sind für l oder v die senkrechten Komponenten einzuführen.

Die Richtung der erzeugten Spannung ergibt sich wie früher, kann jedoch bequemer nach der Faradayschen Schwimmerregel bestimmt werden. Schwimmt man in der positiven Richtung der magnetischen Linien und sieht nach der Bewegungsrichtung des Leiters, so wirkt die erzeugte Spannung nach rechts. In Bild 44 bis 46 schwimmen wir z. B. von vorn nach hinten mit dem Gesicht nach rechts. Dann wirkt die Spannung nach unserem ausgestreckten rechten Arm, also von unten nach oben.

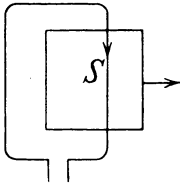


Bild 47. Magnetisches Feld, durch Leiter hindurchschneidend.

In Bild 47, wo der Leiter feststeht und der Pol nach rechts bewegt wird, ist die relative Bewegung des Leiters gegenüber dem Pol nach links gerichtet. Die Schwimmerregel ergibt dann eine Spannung, die von oben nach unten wirkt. Natürlich hätten wir die Richtung der Spannung auch aus der Zu- oder Abnahme des umfaßten Flusses bestimmen können.

Ob wir indessen annehmen können, daß die Spannung tatsächlich in dem Teile des Leiters erzeugt wird, der im magnetischen Feld liegt, ist zweifelhaft. Der Messung zugänglich ist immer nur die Spannung, die in einem geschlossenen Kreise durch die Änderung des umfaßten Flusses erzeugt wird. Selbst wenn wir die Klemmen einer elektrischen Maschine, wie es bei Leerlauf der Fall ist, offen lassen, messen wir nicht die Spannung in einem ungeschlossenen Kreis, da wir ja den Kreis durch den Spannungszeiger schließen. Dies ist auch dann der Fall, wenn wir statt eines gewöhnlichen Meßgerätes ein Elektrometer verwenden, da die Spannung auch in diesem durch die Isolation hindurch wirksam ist (vgl. Abschnitt 37).

Wir werden daher sicher gehen, wenn wir immer nur von der Spannung in einem geschlossenen Kreise sprechen. Dabei ist es nicht nötig, daß der Kreis aus Leitern erster Klasse besteht, sondern er kann auch teilweise oder sogar vollständig aus Nichtleitern bestehen. Wir

kommen dadurch zu dem Schlusse, daß in jeder geschlossenen Kurve, gleichgültig ob sie in einem Leiter oder Nichtleiter verläuft, die elektrische Gesamtspannung gleich der Änderungsgeschwindigkeit des umfaßten magnetischen Flusses ist.

24. Die Durchflutung.

In Bild 48 befinde sich die positive Poleinheit, die wir uns am Ende eines langen, dünnen Stabmagneten denken, in der Umgebung einer vom Strom durchflossenen Schleife von w Windungen. Das Kreuz im Leiterquerschnitt deutet einen Strom an, der von vorn nach hinten fließt, während der Punkt die Spitze eines Strompfeiles darstellt, also einen Strom bezeichnet, der von hinten nach vorn fließt. Von den 4π Einheitsröhren, die von der Poleinheit gleichmäßig in den Raum ausgehen, umfasse die Schleife den Teil Φ .

Wir bewegen dann die Poleinheit außen herum auf irgendeiner Bahn und führen sie durch die Fläche der Windungen von links nach

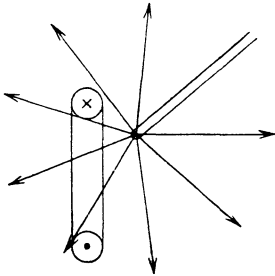


Bild 48.

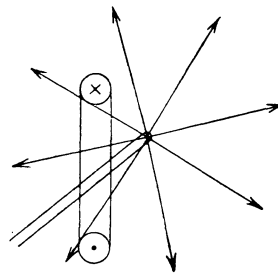


Bild 49.

Schleife vor und nach der Bewegung der Poleinheit auf einer den Leiter umschließenden Bahn.

rechts wieder an die ursprüngliche Stelle (Bild 49). Da sich während dieser Bewegung der von der Schleife umfaßte Fluß ändert, so wird eine Spannung erzeugt. Trotzdem wollen wir annehmen, daß der Strom in den Windungen während des Vorganges einen unveränderlichen Wert I hat. Diese Annahme können wir verwirklichen, wenn wir den Pol jeweilig mit einer solchen Geschwindigkeit bewegen, daß die erzeugte Spannung zeitlich immer denselben Wert hat. Den Strom können wir dann entweder von der erzeugten Spannung allein oder von dieser in Verbindung mit einer aufgedrückten Klemmenspannung erzeugt denken.

Nun verschwinden bei der Bewegung zunächst die Flußröhren Φ aus der Schleife und nachher treten die Flußröhren $4\pi - \Phi$ von der anderen Seite durch die Schleife hindurch. Die Änderung des umfaßten Flusses ist also 4π und die bei der Bewegung erzeugte elektrische Arbeit ist nach Gleichung (2):

$$\int_{\Phi}^{4\pi - \Phi} I \cdot w \cdot d\Phi \cdot 10^{-8} = 4\pi \cdot I \cdot w \cdot 10^{-8} \text{ Joule.}$$

Während der Bewegung haben wir die vom Strome auf den Pol ausgeübte magnetische Kraft zu überwinden. Ist \mathfrak{H}_l die Komponente der jeweiligen Kraft in Richtung der Bewegung und dl ein Teilchen des Weges, so ist die gesamte Arbeit $\int \mathfrak{H}_l \cdot dl$, wobei die Summe über eine die Stromleiter umschließende Bahn zu nehmen ist. Durch Gleichsetzung der aufgewendeten und erzeugten Arbeit erhalten wir bei der Bewegung der Poleinheit:

$$\int \mathfrak{H}_l \cdot dl = 4\pi I \cdot w \cdot 10^{-8} \text{ Joule} = 0,4\pi \cdot I \cdot w \text{ Erg.} \quad (4)$$

Man bezeichnet $\int \mathfrak{H}_l \cdot dl$ als das Linienintegral der magnetischen Feldstärke und $I \cdot w$, d. h. die Summe der umschlossenen Ströme, als die Durchflutung. Das Linienintegral der magnetischen Feldstärke in Erg/Poleinheit ist also gleich dem $0,4\pi$ fachen der Durchflutung in Ampere. Dabei ist es gleichgültig, welche Lage die von der geschlossenen Bahn umgebenen Stromleiter zueinander haben, und von welchen Strömen sie einzeln durchflossen werden.

Die Bewegung eines Poles zwischen zwei Punkten im Feld eines Stromes ist also ganz etwas anderes als die im Feld eines Dauermagneten. Durch Bewegung im Feld des Dauermagneten wird unter Aufwand mechanischer Arbeit magnetische Energie aufgespeichert oder unter Verringerung der magnetischen Energie Arbeit geleistet. Im Feld eines Stromes wird dagegen die mechanische Arbeit bei der Bewegung des Poles in elektrische Arbeit umgesetzt, oder umgekehrt, wie beim Elektromotor, elektrische Arbeit in mechanische Arbeit verwandelt.

Im Feld eines Dauermagneten ist ferner die Arbeit unabhängig vom Weg, während sie im Feld des elektrischen Stromes davon abhängig ist, ob und wie oft die Fläche der Windungen durchschritten wird. Beim Zusammenfallen des Anfangs- und Endpunktes ist die Arbeit nur dann, wie beim Dauermagneten, gleich Null, wenn die Fläche der Windungen nicht durchschritten wird, wenn also die Durchflutung innerhalb der geschlossenen Bahn gleich Null ist. Die Arbeit ist aber gleich $0,4\pi \cdot I \cdot w$, wenn die Bahn der Bewegung die Stromleiter $I \cdot w$ umschließt. Allgemein ist sie gleich der Durchflutung innerhalb einer geschlossenen Bahn.

Da weiter $\int \mathfrak{H}_l \cdot dl$ nach S. 49 die magnetische Spannung längs der geschlossenen Bahn ist, so wird uns die magnetische Spannung im elektromagnetischen Feld viel greifbarer als im Feld eines Dauermagneten. Die magnetische Spannung längs einer geschlossenen Bahn ist das $0,4\pi$ fache der umschlossenen Ströme in Ampere, sie wird also gleichsam von diesen Strömen geschaffen.

25. Magnetische Wirkung eines geraden Stromleiters in der Luft.

Der betrachtete Teil des Stromkreises bestehe aus einem geraden Leiter von sehr großer Länge. Die anderen Teile des Stromkreises seien.

so weit entfernt, daß ihr Einfluß vernachlässigt werden kann. Das umgebende Mittel sei gleichförmig, also z. B. Luft. Wir bewegen dann eine kleine Magnetnadel in Richtung ihrer magnetischen Achse weiter oder streuen Eisenfeilspäne auf eine Ebene, die der Stromleiter senkrecht durchdringt (Bild 50). Wir sehen dann, daß die magnetischen Linien des geraden Stromleiters Kreise sind, deren Ebenen vom Stromleiter im Mittelpunkt senkrecht durchsetzt werden. Ein frei beweglicher Nordpol, dessen zugehöriger Südpol weit entfernt ist, umkreist den Stromleiter in Richtung der magnetischen Linien. Diese Richtung, die senkrecht auf einer durch Leiter und Pol gelegten Ebene steht, ergibt sich aus der Ampereschen Schwimmerregel: Schwimmt man in der Richtung des Stromes und sieht nach der Magnetnadel, so erscheint der Nordpol nach links abgelenkt.

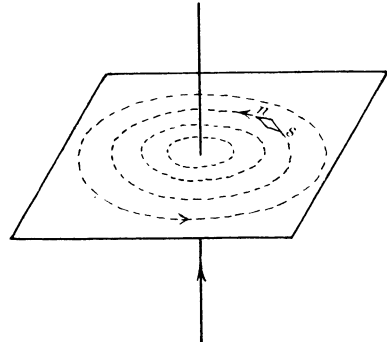


Bild 50. Magnetische Linien eines geraden Stromleiters.

Wir ermitteln nun unter den obigen Bedingungen die Feldstärke \mathfrak{H} im Abstände r cm von der Achse eines vom Strom I Amp. durchflossenen Leiters von kreisförmigem Querschnitt und führen dazu die Poleinheit auf einem Kreise vom Halbmesser r rund um den Leiter. Da die Kraft \mathfrak{H} längs des ganzen Weges $2r\pi$ dieselbe ist, so ist die geleistete Arbeit gleich $\mathfrak{H} \cdot 2r\pi$. Bei der Durchflutung I ergibt sich also nach Gleichung (4) $\mathfrak{H} \cdot 2r\pi = 0,4\pi I$ oder

$$\mathfrak{H} = \frac{0,2 I}{r}. \tag{5}$$

Mit Hilfe dieser Gleichung können wir die magnetischen Röhren gleichen Flusses ermitteln. Die Röhren sind Hohlzylinder, deren Achse mit der Leiterachse zusammenfällt. Es sei r_1 der innere und r_2 der äußere Halbmesser einer Röhre und l die Länge des Leiters. Da in der Luft die Feldstärke \mathfrak{H} gleich der magnetischen Induktion \mathfrak{B} ist, so ist der Fluß durch die unendlich schmale Fläche $l \cdot dr$ gleich $\mathfrak{H} \cdot l \cdot dr$. Summieren wir zwischen den Grenzen r_1 und r_2 , so wird der Fluß einer Röhre:

$$\int_{r_1}^{r_2} \mathfrak{H} \cdot l \cdot dr = \int_{r_1}^{r_2} \frac{0,2 \cdot I}{r} \cdot l \cdot dr = 0,2 I \cdot l \cdot \ln \frac{r_2}{r_1}. \tag{6}$$

Die Flüsse der einzelnen Röhren sind also gleich groß, wenn die Halbmesser aufeinanderfolgender Zylinderflächen in demselben Verhältnis stehen.

Wir wenden uns nun zu der Kraft, die ein gerader Stromleiter im gleichförmigen Feld erfährt. Falls das Feld feststeht und der Stromleiter beweglich ist, formen wir die Schwimmerregel, wie folgt, um: Wir schwimmen mit dem Strom und sehen nach dem Nordpol, von wo die magnetischen Röhren herkommen. Dann erfährt der Nordpol eine Kraft nach links, der Leiter selbst eine solche nach rechts. Schwimmen wir z. B. in Bild 51 von unten nach oben

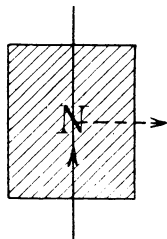


Bild 51.

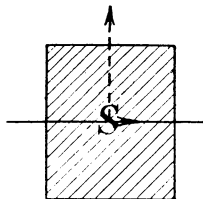


Bild 52.

Kraftwirkung zwischen magnetischem Feld und Stromleiter.

und sehen nach dem hinter der Papierebene liegenden Nordpol, so bewegt sich der Leiter nach rechts. Ebenso schwimmen wir in Bild 52 von links nach rechts und sehen nach dem vor der Papierebene befindlichen Nordpol. Dann bewegt sich der Stromleiter nach unserer rechten Hand, also nach oben.

Die Kraft, die ein gerader Stromleiter auf diese Weise in einem gleichförmigen Feld erfährt, wird in großem Maßstabe in Elektromotoren, daneben auch in Meßgeräten nutzbar gemacht. Um uns das Wesen des Vorganges deutlich zu machen, betrachten wir in Bild 53 in einem gleichförmigen, von links nach rechts gerichteten Feld einen geraden Stromleiter, der die Papierebene senkrecht durchsetzt und von vorn nach hinten durchflossen wird. Die magnetischen Linien umkreisen dann den Leiter im Sinne des Uhrzeigers. Wir zerlegen dann das äußere Feld durch parallele Ebenen in plattenförmige Röhren, durch deren sämtliche Querschnitte derselbe Fluß geht. Ebenso zerlegen wir das vom Stromleiter erzeugte Feld in magnetische Röhren, die aus Hohlzylindern bestehen und sämtlich denselben Fluß führen wie die plattenförmigen Röhren des ursprünglichen Feldes. Die Durchmesser je zweier aufeinander folgender Zylinderflächen stehen dabei nach Gleichung (6) in demselben Verhältnis. Die gleichgerichteten Geraden und die Kreise in Bild 53 sind die Schnitte der Papierebene mit den Röhrenwänden. Wir verbinden dann die Schnittpunkte der Geraden und der Kreise in der gezeichneten Weise durch Kurven und führen diese in der Längsrichtung des Leiters, also senkrecht zur Papierebene, entlang. Sie beschreiben dann Flächen, durch die zwischen zwei aufeinander folgenden Schnittpunkten von links eine Röhre des ursprünglichen Feldes und von rechts eine gleiche Röhre des vom Strom erzeugten Feldes hindurchtritt. Die

Summe des Flusses, der durch die Flächenstücke hindurchgeht, ist dann Null. Die Flächen sind also die Wandungen der Röhren für das gesamte Feld, das sich aus dem ursprünglichen und dem vom Strome geschaffenen Feld ergibt. Die gezeichneten Kurven stellen dann die magnetischen

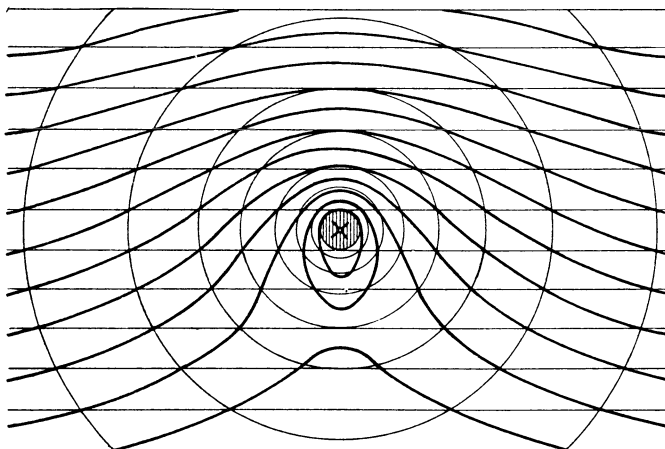


Bild 53. Gesamtröhren eines gleichförmigen Feldes und eines Stromleiters.

Linien des Gesamtfeldes dar, und der Längszug dieser Linien, die sich zu verkürzen suchen, sowie der Querdruck oberhalb des Leiters ergeben eine Kraft, die den Stromleiter nach unten bewegt.

Die Kraft, die ein magnetisches Feld und ein Stromleiter aufeinander ausüben, ist die Ursache, weshalb zur Drehung einer stromerzeugenden Maschine eine Arbeit geleistet werden muß. Der durch Bewegung erzeugte Strom widersetzt sich der Bewegung (Lenzsches Gesetz), und es muß von der Antriebsmaschine eine gleich große entgegengesetzte Kraft aufgewendet werden, um diese Gegenkraft zu überwinden.

Dadurch sind wir nun in der Lage, die Größe der Kraft zwischen einem Stromleiter von der Länge l cm, der den Strom I Amp. führt, im magnetischen Felde von der Dichte \mathfrak{B} Gauss zu berechnen. Wurde der Leiter in Bild 44 in der Zeit dt sek um die Strecke ds cm senkrecht zu seiner eigenen Richtung und zur Richtung der magnetischen Dichte bewegt, so war die erzeugte Spannung nach S. 59 $\epsilon = 10^{-8} \mathfrak{B} \cdot l \cdot ds/dt$ Volt. Die in der Zeit dt geleistete elektrische Arbeit ist dann:

$$dA = \epsilon \cdot I \cdot dt = 10^{-8} \mathfrak{B} \cdot I \cdot l \cdot ds \cdot \text{Joule.}$$

Dazu ist eine gleich große mechanische Arbeit erforderlich. Da ds der Weg ist, auf dem sie geleistet wird, ist die Kraft, die dabei überwunden wird, die also Feld und Strom aufeinander ausüben:

$$P = \mathfrak{B} \cdot I \cdot l \cdot 10^{-8} \text{ Joule/cm} = \mathfrak{B} \cdot I \cdot l \cdot 10^{-1} \text{ Dyn.} \quad (7)$$

Die betrachtete Anordnung stellte bisher einen Stromerzeuger dar, in welchem der Strom durch die erzeugte Spannung geschaffen wird und

mit ihr gleiche Richtung hat. Unsere Gleichung gilt aber auch für den Fall, daß wir den Strom von außen durch eine angelegte Klemmenspannung erzeugen. Anstatt dann den Stromleiter entgegen der vom Feld und Strom aufeinander ausgeübten Kraft zu bewegen, überlassen wir ihn sich selbst. Unsere Anordnung wird dabei zum Motor, und der Stromleiter bewegt sich bei derselben Richtung des Feldes und des Stromes entgegengesetzt wie früher. Die Richtung der erzeugten Spannung wird dadurch ebenfalls entgegengesetzt, so daß sie dem Strome entgegenwirkt und dieser durch den Unterschied der aufgedrückten Klemmenspannung und der erzeugten Gegen-

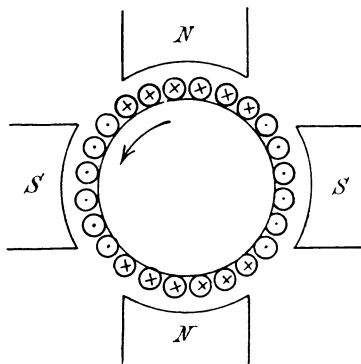


Bild 54.
Stromverteilung in einem Elektromotor.

spannung zustande kommt. Der Teil der Klemmenspannung, der zur Überwindung der erzeugten Gegen- spannung verbraucht wird, ergibt in Verbindung mit dem Strome den Anteil der zugeführten elektrischen Leistung, der sich infolge der vom Stromleiter ausgeübten Kraft in mechanische Leistung umsetzt.

Bei der wirklichen Ausführung liegen die Stromleiter nach Bild 54 auf dem Umfang einer Eisentrommel. Sie sind so geschaltet, daß die vor den verschiedenen Polen auftretenden Kräfte in gleichem Sinne wirken. Für l ist dann in Gleichung (7) die gesamte Drahtlänge in cm einzusetzen. Es sei z. B.

die magnetische Dichte vor den Polen . . .	$\mathfrak{B} = 7000$ Gauß,
die Stromstärke eines Leiters	$I = 14$ Amp.,
die Anzahl der Leiter	$z = 944$,
die Länge des Ankers	$b = 24$ cm,
der Durchmesser des Ankers	$d = 40$ cm,
das Verhältnis des Polbogens zur Polteilung	$2/3$.

Die vor den Polen liegende Leiterlänge ergibt sich dann zu

$$l = z \cdot b \cdot 2/3 = 15000 \text{ cm.}$$

Demnach ist die Zugkraft nach Gleichung (7)

$$P = \mathfrak{B} \cdot I \cdot l \cdot 10^{-1} = 1,47 \cdot 10^8 \text{ Dyn.}$$

Wenn wir durch 981000 teilen, erhalten wir die Zugkraft in kg*. Bei einem Halbmesser $d/200$ m wird dann das Drehmoment:

$$D = \frac{P}{981000} \cdot \frac{d}{200} = 30 \text{ mkg.}$$

Wir fassen nun die magnetische Wirkung zweier gerader Stromleiter von kreisförmigem Querschnitt im gleichförmigen Mittel ins Auge

und lassen die Leiter zunächst in Bild 55 von gleichgerichteten Strömen durchflossen sein. Wir schlagen dann in bekannter Weise Kreise, deren Mittelpunkt mit dem des Leiterquerschnittes zusammenfällt, und bei denen je zwei aufeinander folgende Halbmesser in demselben Verhältnis stehen. Die Schnittpunkte der Kreise verbinden wir dann in der dargestellten Weise durch Kurven. Wenn wir diese in Richtung der Leiterlänge verschieben, beschreiben die zwischen je zwei Schnittpunkten liegenden Kurvenstücke eine Fläche, durch die nach S. 63 von der einen Seite ein von dem einen Leiter herrührender Fluß und von der andern Seite ein gleich großer, vom andern Leiter herrührender Fluß tritt. Die Flächen sind also die Wandungen von magnetischen Röhren, und die gezeichneten Kurven sind magnetische Linien. Diese umschließen also beide Leiter gemeinsam. Dies geht auch daraus hervor, daß die magnetischen Wirkungen beider Ströme sich außen unterstützen und innen zwischen den Leitern mehr oder weniger aufheben. Der Längszug der magnetischen Linien außen sucht dann die Leiter einander zu nähern. Dies ist der Grund, warum gleichgerichtete Stromleiter sich anziehen.

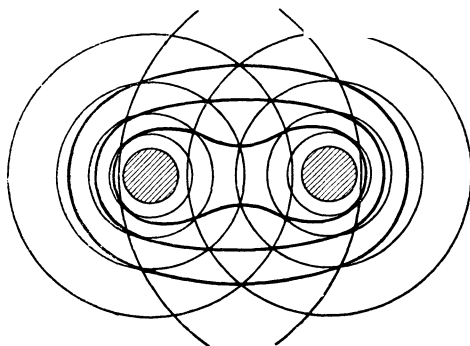


Bild 55. Magnetische Linien zweier gleichgerichteter Ströme.

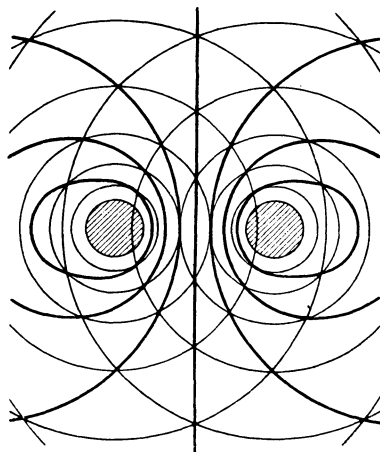


Bild 56. Magnetische Linien zweier entgegengesetzter gerichteter Ströme.

Wenn die Ströme der beiden Stromleiter entgegengesetzt gerichtet sind, so haben wir die Schnittpunkte zweier Kreise, wie in Bild 56 angegeben, zu verbinden. Führen wir wieder die Kurven in Richtung der Leiterlänge, so beschreiben die Kurvenstücke, die zwischen zwei Schnittpunkten liegen, eine Fläche, durch die wieder gleich große Flüsse von entgegengesetzten Seiten hindurchtreten, die also die Wände der magnetischen Röhren sind. Der gezeichnete Verlauf der magnetischen Linien ergibt sich auch daraus, daß die magnetischen Wirkungen beider Ströme sich jetzt innerhalb der Leiter unterstützen und außerhalb mehr oder weniger aufheben. Der Querdruck der magnetischen Linien innerhalb

der Leiter drängt dann die Leiter auseinander. Dies ist der Grund, weshalb entgegengesetzt durchflossene Stromleiter sich abstoßen. Da die beiden Leiter die beiden Seiten einer einzigen Windung darstellen können, so folgt, daß jede stromdurchflossene Windung ihre Fläche zu vergrößern sucht.

Die Kraft zwischen Stromleitern oder Spulen wird in Meßgeräten (Elektrodynamometern) zum Messen von Strömen, Spannungen und Leistungen benutzt. Die bewegliche Spule sucht sich dabei so zu stellen, daß sie den größten magnetischen Fluß umfaßt.

26. Magnetische Wirkung einer Stromspule in der Luft.

Die magnetischen Linien einer Stromschleife (Bild 57) sind nur in unmittelbarer Nähe des Leiters als Kreise anzusehen. Sie dringen nach der Ampereschen Regel sämtlich von der einen Seite in die Fläche der Windung ein und auf der andern Seite aus, um sich dann außen

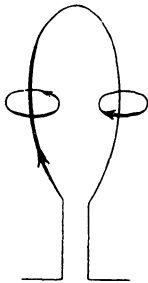


Bild 57.

Magnetische Linien einer Schleife.

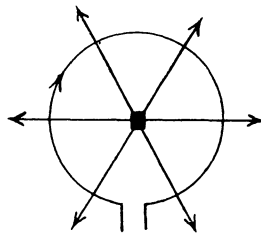


Bild 58.

Poleinheit im Mittelpunkt einer Stromschleife.

herum zu schließen. Eine ebene Schleife ist also eine magnetische Scheibe, deren Nordpol an der Seite liegt, wo die magnetischen Linien austreten. Sieht man auf die Fläche der Windung und fließt der Strom dann im Uhrzeigersinn, so hat man einen Südpol, andernfalls einen Nordpol vor sich.

Für den Fall einer kreisrunden Schleife vom Halbmesser r cm in der Luft können wir beim Strome I Amp. die Feldstärke im Mittelpunkt dadurch bestimmen, daß wir statt der Kraft auf die Poleinheit umgekehrt die von der Poleinheit auf den Stromleiter ausgeübte Kraft ermitteln (Bild 58). Die Dichte am Umfang, die von der Poleinheit im Mittelpunkt herrührt, ist in der Luft gleich der Feldstärke, also nach S. 50 gleich $1/r^2$. Da alle Teile des Leiters mit den strahlenförmig in den Raum dringenden magnetischen Linien einen rechten Winkel bilden, so ist Gleichung (7) auf S. 65 anwendbar. Setzen wir darin für die magnetische Dichte $1/r^2$ und für die Leiterlänge den Wert $2r\pi$ ein, so erhalten wir die Kraft zu $I \cdot 2r\pi \cdot 1/r^2 \cdot 10^{-1}$ Dyn. Dies ist umgekehrt auch

die Kraft, mit welcher der Stromleiter auf die Poleinheit wirkt, d. h. die Feldstärke im Mittelpunkt. Diese ist also

$$\mathfrak{H} = \frac{2\pi}{10} \frac{I}{r} \text{ Dyn/Poleinheit.} \quad 8$$

Vereinigen wir nach Bild 59 mehrere Windungen zu einer Spule, so dringen die magnetischen Linien, wie in Bild 57, durch die Flächen der einzelnen Schleifen. Sie vereinigen sich aber jetzt, wie in Bild 55, zu langen magnetischen Linien, die zum Teil die ganze Spule durchdringen, im Innern wesentlich gleichgerichtet mit der Spulenachse sind und sich außen herum schließen. Die Durchflutung ist für die einzelnen Linien verschieden. Ist I die Stromstärke, so ist die Durchflutung für Linie 1 gleich $2I$, für Linie 2 gleich $4I$, für Linie 3 gleich $6I$ und für Linie 4 gleich $8I$.

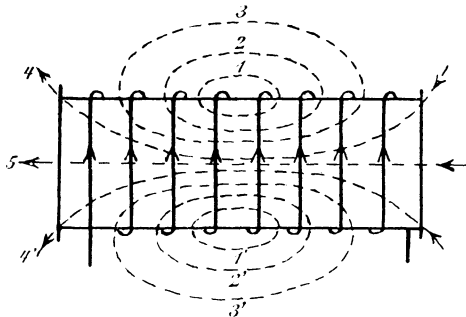


Bild 59. Magnetische Linien einer Spule.

Wir können uns wieder vorstellen, daß die Durchflutung uns die betreffende magnetische Linie verursacht.

Die Ähnlichkeit mit einem Magneten, bei dem die magnetischen Linien ebenfalls zum Teil durch die Stirnfläche, zum Teil durch die Mantelfläche treten, springt in die Augen. Diese Ähnlichkeit wird dann besonders stark, wenn wir auch beim Magneten annehmen, daß die magnetischen Linien, die in den Südpol einmünden, wie bei der Spule im Innern weitergehen und dann aus dem Nordpol austreten. Dennoch besteht zwischen dem Feld des Magneten und der Stromspule der schon früher erwähnte wesentliche Unterschied, daß die Bewegung eines Poles im Feld eines Magneten unter Aufspeicherung oder Freiwerden von Energie vor sich geht, während sie im Feld der Stromspule unter Erzeugung oder Verbrauch von elektrischer Arbeit erfolgt. Auch ist die Arbeit zwischen zwei Punkten im Feld eines Dauermagneten vom Wege unabhängig, bei der Stromspule aber von der Durchflutung abhängig, die durch die Bahn der Bewegung umschlossen wird.

Die positive Richtung der magnetischen Linien innerhalb der Stromspule bestimmt sich nach der Ampereschen Schwimmerregel, wobei man nach dem Innern der Spule zu blicken hat. In Bild 59 ergibt sich z. B. eine Richtung von rechts nach links.

Die magnetische Wirkung von Stromspulen wird in den gewöhnlichen Meßgeräten, in denen eine Stromspule richtend oder anziehend auf Eisenteile wirkt, zum Messen von Strömen und Spannungen benutzt.

27. Der magnetische Kreis.

Bei einer ringförmigen, nach Bild 60 gleichmäßig auf dem Umfang bewickelten Spule von w Windungen, in deren Innerem sich Luft befinde, hat die vom Strom I geschaffene Feldstärke \mathfrak{H} im Innern auf allen Punkten einer kreisförmigen magnetischen Linie von der Länge l denselben Wert. Die Durchflutung einer solchen Linie wird durch die Ströme gebildet, die den inneren Hohlraum von hinten nach vorn durchdringen. Sie ist gleich dem Produkt aus der Stromstärke und der Windungszahl, die wir künftig die Erregung nennen und mit X bezeichnen. Das Durchflutungsgesetz in Gleichung (4) ergibt dann die Feldstärke zu

$$\mathfrak{H} = \frac{0,4\pi \cdot I \cdot w}{l}. \quad (9)$$

Ist der Unterschied des äußeren und inneren Durchmessers klein gegenüber dem mittleren Durchmesser, so hat l für alle magnetischen Linien nahezu denselben Wert, und die Feldstärke ist im Innern überall dieselbe. Bei geraden Spulen nach Bild 59 gibt Gleichung (9), in die jetzt für l die Länge der Spule einzusetzen ist, angenähert die Feldstärke in der Mitte der Achse, vorausgesetzt, daß die Länge sehr groß gegenüber dem Durchmesser ist.

Ist in Bild 60 ein Eisenkern von gleichbleibendem Querschnitt in der Spule, so ist bei einer Durchlässigkeit μ die magnetische Dichte nach S. 51: $\mathfrak{B} = \mu \cdot \mathfrak{H}$. Diese Dichte ist dann ebenfalls überall dieselbe und der magnetische Kreis vollkommen.

Wir betrachten nun in Bild 61 den Fall, in welchem eine Stromspule einen Eisenstab von gleichbleibendem Querschnitt magnetisiert

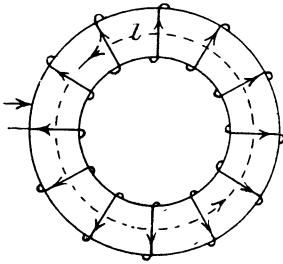


Bild 60. Ringförmige Stromspule.

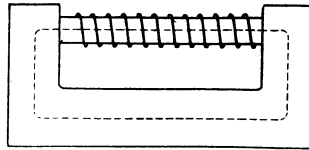


Bild 61. Gleichförmige Magnetisierung eines Eisenkerns.

und der Rückschluß für die magnetischen Linien durch ein Joch von großem Querschnitt und großer magnetischer Durchlässigkeit gebildet wird. Wir können dann den magnetischen Spannungsverbrauch im Joch vernachlässigen. Ferner können wir den magnetischen Fluß, der nach Bild 58 durch die Mantelfläche tritt, gegenüber dem Fluß durch den Eisenquerschnitt vernachlässigen, also mit einer gleichbleibenden magnetischen Dichte \mathfrak{B} und Feldstärke \mathfrak{H} im Eisenkern rechnen. Ist l dann die Länge des Eisenkerns in cm, I die Stromstärke in Amp. und w die Windungs-

zahl, so wird nach dem Durchflutungsgesetz die gesamte magnetische Spannung:

$$\oint \cdot l = 0,4\pi \cdot I \cdot w = 0,4\pi \cdot X. \quad (10)$$

Als Durchflutung ist dabei die Summe der Ströme einzusetzen, welche die gestrichelte Kurve, also das innere Fenster durchsetzen. Sie ist wieder gleich dem Produkt aus Stromstärke und Windungszahl, also gleich den Stromwindungen oder der Erregung. Daraus ergibt sich sofort die wichtige Folgerung, daß es gleichgültig ist, ob die Stromwindungen auf dem Eisenkern gleichmäßig verteilt oder zusammengedrängt sind, oder ob sie gar auf dem Joch angeordnet werden.

Wir bezeichnen nun allgemein das Verhältnis der Flußröhren Φ zur Erregung als den magnetischen Leitwert \mathcal{A} , setzen also:

$$\Phi = I \cdot w \cdot \mathcal{A}. \quad (11)$$

Ist F die Fläche des Eisenstabes, die der Fluß durchsetzt, so ist $\Phi = \mathfrak{B} \cdot F = \mu \cdot \oint \cdot F$. Nach Gleichung (9) wird dann die Zahl der Einheitsröhren:

$$\Phi = \frac{0,4\pi \mu \cdot F}{l} \cdot I \cdot w.$$

Demnach ist der magnetische Leitwert des Eisenstabes, wie auf S. 53:

$$\mathcal{A} = \frac{0,4\pi \mu \cdot F}{l}. \quad (12)$$

Euthält der magnetische Kreis hintereinander mehrere Teile, die nach Länge, Querschnitt und Durchlässigkeit verschieden sind, so führt man am besten den magnetischen Widerstand, d. h. den umgekehrten Wert des Leitwertes ein, der gleich der Summe der Widerstände der einzelnen Teile ist. Sind $\mathcal{A}_1, \mathcal{A}_2, \mathcal{A}_3$ usw. die Leitwerte der Teile, so ergibt sich der Leitwert \mathcal{A} des ganzen Kreises aus der Gleichung:

$$\frac{1}{\mathcal{A}} = \frac{1}{\mathcal{A}_1} + \frac{1}{\mathcal{A}_2} + \frac{1}{\mathcal{A}_3} \dots \quad (13)$$

Da $I \cdot w$ nach Gleichung (10) der magnetischen Spannung proportional ist und der magnetische Leitwert nach Gleichung (12) dieselbe Form hat wie ein elektrischer Leitwert, so können wir Gleichung (11) als das Ohmsche Gesetz für den betrachteten elektromagnetischen Kreis bezeichnen, allerdings unter der schon auf S. 53 betonten Einschränkung. Die Aufrechterhaltung eines magnetischen Feldes verlangt im Gegensatz zum elektrischen Strom keinen Arbeitsaufwand. Die elektrische Arbeit, die der Stromspule zugeführt wird, wird daher, wenn sich nach dem Einschalten ein Gleichgewichtszustand hergestellt hat, vollständig in Stromwärme und nicht etwa in magnetische Energie umgesetzt. Diese Arbeit wäre auch dieselbe, wenn sich Luft statt des Eisens innerhalb der Spule

befände, also der Fluß sehr klein wäre. Es ist daher auch kein unmittelbarer Arbeitsverlust, wenn bei elektrischen Maschinen neben dem Fluß durch den Ankerquerschnitt auch ein seitlicher »Streufluß« auftritt.

Wir wollen das Ohmsche Gesetz für Magnetismus zur Berechnung der Streuung einer Maschine verwenden. Dabei behalten wir im Auge, daß es sich bei der Streuung nicht um eine Verzweigung des Flusses handelt, der als solcher keine Richtung und auch keinen Verlauf im Raume hat, sondern um eine Verzweigung der magnetischen Röhre. Gerade diese Rechnung wird es deutlich machen, daß die Erregung, d. h. die Zahl der Stromwindungen, nichts anderes ist als eine magnetische Spannung. Wie die elektrische Spannung einen Strom nicht nur durch die Lampen und Motoren, sondern auch durch die dazu im Nebenschluß liegende Isolation bewirkt, so bewirkt die magnetische Spannung an den Polköpfen einer Maschine nicht nur die Flußröhren durch den Querschnitt des Luftspaltes und des Ankers, sondern auch Streuröhren seitlich durch die Luft. Da diese durch dieselbe Spannung geschaffen werden wie die nützlichen Röhren, so hängt der Streufluß von der Erregung ab, die für die Flußröhren durch Luftspalt und Anker nötig ist.

Diese Erregung für einen magnetischen Kreis, d. h. die Stromwindungen eines Polpaares, sei in dem durch Bild 62 dargestellten Fall gleich 6200. Die Länge der Pole in Richtung der Achse sei $b = 30$ cm und die Höhe der Polköpfe in Richtung des Halbmessers gleich 2,5 cm. Dann ist der Querschnitt des Streufeldes unmittelbar am Polkopf an einer Seite gleich $30 \cdot 2,5 = 75$ cm². Da der Streufluß eines Nordpols beide Seitenflächen der Polköpfe durchsetzt, so wird der Querschnitt nach beiden

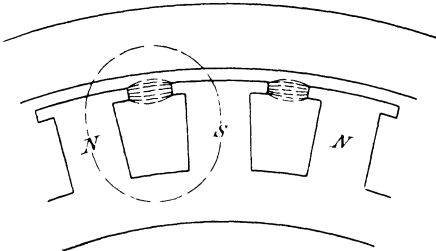


Bild 62. Eisengerüst einer Wechselstrommaschine.

Seiten zusammen gleich 150 cm². Wenn wir annehmen, daß sich die Röhre des Streuflusses in der gezeichneten Weise in der Mitte auf die doppelte Fläche, also auf 300 cm² ausbreitet, so wird der mittlere Querschnitt $F_1 = \frac{1}{2} \cdot (150 + 300) = 225$ cm². Ist der Abstand der Polköpfe $l_1 = 6,5$ cm, und berücksichtigen wir, daß die Durchlässigkeit

der Luft gleich 1 ist, so ergibt sich der magnetische Leitwert \mathcal{A} des Streufeldes zwischen den Polköpfen zu

$$\mathcal{A}_1 = \frac{0,4 \pi \mu \cdot F_1}{l_1} = 43.$$

Da an den Polköpfen eine Erregung $I \cdot w = 6200$ Amperewindungen wirksam ist, so wird der Streufluß durch die Seitenfläche der Polköpfe

$$\Phi_1 = I \cdot w \cdot \mathcal{A} = 6200 \cdot 43 = 0,27 \cdot 10^6 \text{ Maxwell.}$$

Dazu kommt der Streufluß durch die Seitenflächen der Pole. Ist

die Länge der Polkerne in Richtung des Halbmessers gleich 16 cm, so ist der beiderseitige Querschnitt des Streufeldes zwischen den Seitenflächen der Pole $F_2 = 2 \cdot 30 \cdot 16 = 960 \text{ cm}^2$. Ist der mittlere Abstand der Seitenflächen $l_2 = 10 \text{ cm}$, so ergibt sich ein magnetischer Leitwert

$$\mathcal{A}_2 = \frac{0,4 \pi \mu \cdot F_2}{l_2} = 120.$$

Da die Stromwindungen der Magnete auf dem ganzen Kern verteilt sind, so ist die Erregung an den Polköpfen gleich 6200 und am Joch gleich Null, also im Mittel gleich 3100. Demnach wird der Streufluß durch die Seitenflächen der Pole

$$\Phi_2 = 3100 \cdot \mathcal{A}_2 = 3100 \cdot 120 = 0,37 \cdot 10^6 \text{ Maxwell.}$$

Der gesamte Streufluß ist dann $\Phi_1 + \Phi_2 = 0,64 \cdot 10^6 \text{ Maxwell}$.

Wir wenden uns nun zu dem Fall, in welchem der magnetische Kreis mehrere, hintereinander liegende Teile von verschiedener Durchlässigkeit enthält und angenommen werden kann, daß die magnetische Dichte längs eines einzelnen Teiles denselben Wert beibehält. In Bild 63 besteht der magnetische Kreis z. B. aus dem Anker, dem doppelten Luftzwischenraum und dem Magnetgestell. Gesucht wird für einen gegebenen magnetischen Fluß die erforderliche Magnet-erregung, d. h. das Produkt aus Magnetstrom und Windungszahl.

Die Magneterregung X ist gleich der Durchflutung, die das Fenster des magnetischen Kreises oder eine in sich geschlossene magnetische Linie durchsetzt, sie ist also nach Gleichung (10) das $1/0,4\pi$ fache oder 0,8fache der gesamten magnetischen Spannung. Diese wird wie eine elektrische Spannung für die Widerstände der verschiedenen Teile verbraucht. Dann können wir auch die ihr proportionale Gesamterregung X in die einzelnen Teile X_a , X_l und X_m zerlegen, die für Anker, Luft und Magnetgestell erforderlich sind.

Die für einen einzelnen Teil benötigte Erregung ist dann nichts anderes als das 0,8fache des betreffenden magnetischen Spannungsverbrauchs. Die Erregung für 1 cm des betreffenden Teiles ist also 0,8mal so groß wie der Spannungsverbrauch für 1 cm, d. h. wie die Feldstärke, und wird daher von uns mit h bezeichnet. Wir haben auf diese Weise Gleichung (11) nicht nur auf den ganzen Kreis, sondern auch auf jeden Teil des Kreises angewendet, wobei dann unter $I \cdot w$ der für diesen Teil erforderliche Anteil an der Gesamterregung zu verstehen ist.

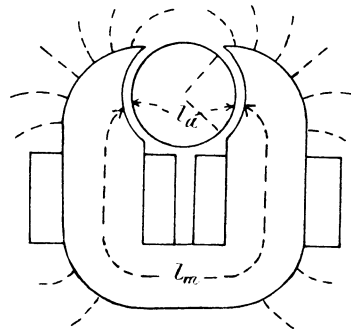


Bild 63.
Magnetischer Kreis einer Maschine.

Wir ermitteln nun ein für alle Male für das in Frage kommende Eisen die für 1 cm erforderliche Erregung in Abhängigkeit von der magnetischen Induktion. Der Versuch wird, wie in Bild 61, an einem Eisenstab vorgenommen, der durch eine Stromspule magnetisiert wird. Das Produkt aus Stromstärke und Windungszahl gibt die Erregung, und wenn wir diese durch die Länge des Stabes teilen, erhalten wir die Erregung h für 1 cm. Der Eisenstab trägt nun noch eine zweite Spule, die an ein für Stromstoß geeichtes Meßgerät angeschlossen ist. Aus dem Stromstoß beim Verschwinden des magnetisierenden Stromes schließen wir dann auf den umfaßten Fluß und die Induktion. Wir tragen dann in Bild 64 die Erregung h für 1 cm wagerecht und die magnetische Induktion senkrecht auf und erhalten so die sogenannten Magnetisierungskurven. Sie unterscheiden sich von den Magnetisierungskurven in Abschnitt 20 nur durch den Maßstab. Zur Ermittlung der erforderlichen Gesamterregung des magnetischen Kreises entnehmen wir dann für jeden Teil zu einer gegebenen Dichte die für 1 cm nötige Erregung h aus den Kurven und vervielfachen sie mit der Länge l des magnetischen Weges in dem betreffenden Teil. Bedeutet a den Anker und m das Magnetgestell, so werden die für beide Teile erforderlichen Erregungen:

$$X_a = h_a \cdot l_a \quad (14) \quad X_m = h_m \cdot l_m. \quad (15)$$

Da für die Luftstrecke die Dichte \mathfrak{B}_l gleich der Feldstärke \mathfrak{H}_l ist, so ergibt sich bei der doppelten Länge l des Luftspaltes in cm die für die Luft erforderliche Erregung unmittelbar aus Gleichung (10) zu

$$X_l = 0,8 \cdot \mathfrak{H}_l \cdot l_l = 0,8 \mathfrak{B}_l \cdot l_l. \quad (16)$$

Die Gesamterregung ergibt sich dann zu

$$X = X_a + X_m + X_l. \quad (17)$$

Bei dem Eisengestell der Maschine in Bild 63 sei z. B.

Ankerdurchmesser	$d = 20$ cm	dopp. Luftabstand	$l_l = 0,8$ cm
Wellendurchmesser	$d_w = 3$ cm	Magnetweg	$l_m = 110$ cm
Ankerlänge	$b = 20$ cm	Magnetquerschnitt	$F_m = 400$ cm ² .

Der Anker sei aus Eisenblechen zusammengesetzt, die durch Seidenpapier voneinander getrennt sind, wodurch sich der Eisenquerschnitt um 15% verringert. Das Magnetgestell bestehe aus Gußeisen. Der Polbogen umfasse einen Winkel von 120°. Wegen der seitlichen Streuung durch die Luft sei der Fluß durch den Magnetquerschnitt um 20% größer als durch den Ankerquerschnitt. Gesucht wird die Magneterregung für einen Fluß $\Phi = 2,5 \cdot 10^6$ Maxwell durch den Ankerquerschnitt.

Der Ankerquerschnitt wird bei dem durch das Papier verursachten Raumverlust von 15% $F_a = b(d - d_w) \cdot 0,85 = 290$ cm². Die Länge l_a des magnetischen Weges im Anker schätzen wir gleich dem Ankerdurchmesser, also zu 20 cm. Wir berechnen nun aus dem gegebenen Fluß $\Phi = 2,5 \cdot 10^6$ die magnetische Dichte im Anker zu

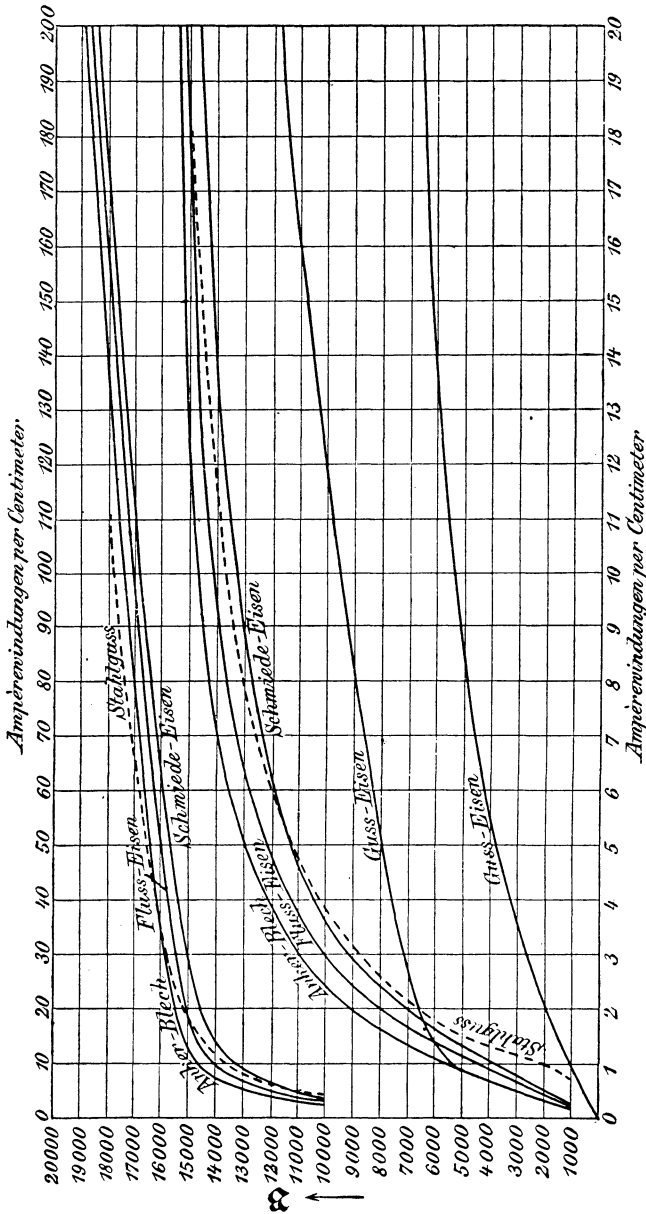


Bild 64. Magnetisierungskurven.
(Aus Kapp, Dynamomaschinen, 4. Aufl. Berlin, 1904, S. 204.)

$$\mathfrak{B}_a = \frac{\Phi}{F_a} = \frac{2,5 \cdot 10^6}{290} = 8600 \text{ Gauß.}$$

Die dabei erforderliche Erregung für die Längeneinheit ergibt sich aus der Kurve für Ankerblech in Bild 64 zu

$$h_a = 2 \text{ Amperewindungen/cm.}$$

Demnach ist die für den ganzen Ankerweg erforderliche Erregung

$$X_a = h_a \cdot l_a = 2 \cdot 20 = 40 \text{ Amperewindungen.}$$

Der Querschnitt der Luft wird bei einem Winkel der Polbohrung von 120° $F_l = d\pi \cdot b \cdot 120/360 = 420 \text{ cm}^2$. Für die Luft erhält man dann die magnetische Dichte zu

$$\mathfrak{B}_l = \frac{\Phi}{F_l} = \frac{2,5 \cdot 10^6}{420} = 5960.$$

Gleichung (16) gibt dann unmittelbar die für die doppelte Luftstrecke erforderliche Erregung zu

$$X_l = 0,8 \cdot \mathfrak{B}_l \cdot l_l = 0,8 \cdot 5960 \cdot 0,8 = 3820.$$

Der Fluß durch den Magnetquerschnitt ist 20% größer als der durch den Ankerquerschnitt, er ist also $\Phi_m = 1,2 \cdot 2,5 \cdot 10^6 = 3 \cdot 10^6$ Maxwell. Wir erhalten dann die Dichte zu

$$\mathfrak{B}_m = \frac{\Phi_m}{F_m} = \frac{3 \cdot 10^6}{400} = 7500.$$

Die dabei erforderliche Erregung für die Längeneinheit ergibt sich aus der Kurve für Gußeisen in Bild 64 zu

$$h_m = 40 \text{ Amperewindungen/cm.}$$

Dann wird die Erregung für den ganzen Weg im Magneteisen:

$$X_m = h_m \cdot l_m = 40 \cdot 110 = 4400 \text{ Amperewindungen.}$$

Die für den ganzen magnetischen Kreis erforderliche Erregung ist also

$$X = X_a + X_l + X_m = 40 + 3820 + 4400 = 8260 \text{ Amperewind.}$$

Dabei ist es in bezug auf die magnetische Wirkung gleichgültig, ob z. B. 8260 Windungen von je 1 Amp. oder 4130 Windungen von je 2 Amp. auf den Polkernen liegen.

Fünfter Teil.

28. Die Selbstinduktion. — 29. Die gegenseitige Induktion. — 30. Der Strom beim Ein- und Ausschalten. — 31. Elektrische Arbeit und magnetische Energie. — 32. Der Hub eines Elektromagneten. — 33. Die Hysteresis. — 34. Wirbelströme.

28. Die Selbstinduktion.

Eine elektrische Spannung wird stets erzeugt, wenn sich der umfaßte magnetische Fluß einer Spule ändert. Diese Änderung des Flusses kommt nicht nur zustande, wenn die Spule ihre Lage im Magnetfeld ändert, sondern auch dann, wenn sich der Strom der Spule, der ein magnetisches Feld erzeugt, ändert. Man bezeichnet diese Erscheinung als Selbstinduktion.

Will man auch hier nach S. 59 annehmen, daß die Spannung durch ein Schneiden von magnetischen Röhren erzeugt wird, so muß man sich nach Bild 65 vorstellen, daß die Röhren beim Entstehen des elektrischen Stromes aus einem Leiter heraustreten und sich dann, wie die Wellenlinien nach dem Hineinwerfen eines Steines ins Wasser, kreisförmig ausbreiten.

Die durch Änderung des umfaßten Flusses erzeugte Spannung ist allgemein so gerichtet, daß sie einen Strom erzeugt, welcher der Änderung des Flusses entgegenwirkt. Die durch Selbstinduktion erzeugte Spannung ist also dem zunehmenden Strom entgegengerichtet, dem abnehmenden Strom gleichgerichtet.

Wir wollen annehmen, daß ein magnetischer Kreis durch w Windungen einer Spule magnetisiert wird und alle Windungen denselben Fluß umfassen. Wir setzen voraus, daß der magnetische Leitwert \mathcal{A} des magnetischen Kreises von der magnetischen Induktion unabhängig ist. Dies ist stets bei der Luft und bei geringer Sättigung angenähert auch beim Eisen der Fall. Nimmt dann der Strom i Amp. in der Zeit dt sek um di zu, so ist die Zunahme der von ihm erzeugten Flußröhren nach dem Ohmschen Gesetz für Magnetismus $d\Phi = di \cdot w \cdot \mathcal{A}$, und die erzeugte Spannung ist:

$$e = - \frac{w \cdot d\Phi}{dt} \cdot 10^{-8} = - w^2 \cdot \mathcal{A} \cdot 10^{-8} \cdot \frac{di}{dt} \text{ Volt.}$$

Wir setzen jetzt

$$L = w^2 \cdot \mathcal{A} \cdot 10^{-8} \tag{1}$$

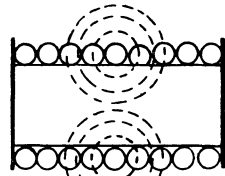


Bild 65.
Entstehende magnetische Röhren einer Spule.

und bezeichnen diese Größe als die Induktivität. Dann wird die Spannung der Selbstinduktion

$$e = -L \cdot \frac{di}{dt} \text{ Volt.} \quad (2)$$

Die Einheit der Induktivität besitzt dann die Spule, in der 1 Volt erzeugt wird, wenn sich der Strom gleichmäßig in 1 Sek. um 1 Amp. ändert. Diese Einheit heißt 1 Henry.

Nun ist bei gleichbleibendem Strom I nach dem Ohmschen Gesetz für Magnetismus $\Phi = I \cdot w \cdot \mathcal{A}$. Demnach wird nach Gleichung (1)

$$L = w \cdot \frac{\Phi}{I} \cdot 10^{-8} \text{ Henry} \quad (3)$$

Bezeichnen wir $\Phi \cdot w$ als die Verkettung der Flußröhren mit den Windungen, so ist die Induktivität in Henry das 10^{-8} fache der Verkettung der von 1 Amp. geschaffenen Flußröhren in Maxwell.

Daß die Induktivität nach Gleichung (1) vom Quadrat der Windungszahl abhängt, erklärt sich daraus, daß die Windungen einerseits magnetisieren, daß aber andererseits in ihnen die Spannung erzeugt wird.

Wir berechnen nun z. B. die mittlere Spannung der Selbstinduktion bei einer Spule eines Gleichstromankers, die teilweise in Nuten des Ankereisens eingebettet ist. Die Ankerlänge sei gleich 30 cm und die Windungszahl $w = 2$. Der Strom I werde bei der Drehung des Ankers in der Zeit $T = 0,004$ Sek. von -50 auf $+50$ Amp. geändert. Für jedes Zentimeter der in die Nuten eingebetteten Leiter trete bei 1 Amp. ein Fluß von 6 Maxwell durch die Fläche der Spule. Die nicht in Nuten liegenden Teile der Spule mögen vernachlässigt werden.

Da die Spule bei 2 Windungen 4 in Nuten liegende Leiter enthält und die Länge jeder Nut gleich 30 cm ist, so ist die Leiterlänge in den Nuten $4 \cdot 30 = 120$ cm und der Fluß bei 1 Amp. gleich $6 \cdot 120 = 720$ Maxwell. Wenn wir diesen mit der Windungszahl 2 und mit 10^{-8} vervielfachen, erhalten wir die Induktivität zu

$$L = 2 \cdot 720 \cdot 10^{-8} = 1,44 \cdot 10^{-5} \text{ Henry.}$$

Da sich der Strom in 0,004 Sek. von -50 auf $+50$, also um 100 Amp. ändert, so ist die mittlere Änderungsgeschwindigkeit $2 I/T = 100/0,004 = 0,25 \cdot 10^5$ Amp./sek. Demnach ist die mittlere Spannung der Selbstinduktion

$$E = L \cdot \frac{2 I}{T} = 1,44 \cdot 10^{-5} \cdot 0,25 \cdot 10^5 = 0,36 \text{ Volt.}$$

Eine beträchtliche Größe erreicht die Spannung der Selbstinduktion, wenn der Stromkreis eines Elektromagneten plötzlich unterbrochen wird. Dann verschwindet der große magnetische Fluß, der von den vielen Windungen des Elektromagneten umfaßt wurde, sehr schnell. In der Grundgleichung $e = -10^{-8} \cdot w \cdot d\Phi/dt$ ist dann auf der rechten

Seite der Zähler sehr groß und der Nenner sehr klein. Die Spannung der Selbstinduktion kann dabei derartig hoch werden, daß die Isolation durchschlagen wird. Jedenfalls hat man es an der Unterbrechungsstelle mit einer Funkenbildung zu tun. Diese ist schließlich insofern von Vorteil, als der Strom noch durch die Luftstrecke hindurch aufrecht gehalten und die Spannung der Selbstinduktion hierdurch verringert wird.

Mit Rücksicht auf die Selbstinduktion unterbricht man den Strom eines Elektromagneten oft erst, nachdem man ihn durch einen Vorschaltwiderstand abgeschwächt hat, oder man schaltet, wie in Bild 66, vor dem Ausschalten einen Widerstand R neben die Magnetwicklung R_m . Wenn dann der Strom in der gemeinsamen Leitung unterbrochen wird, so nimmt der Strom und der umfaßte magnetische Fluß langsam ab. Er erzeugt dabei in der Magnetwicklung eine Spannung der Selbstinduktion, die dem abnehmenden Strome gleichgerichtet ist. Sie treibt eine Zeitlang einen Strom durch die Magnetwicklung und durch den jetzt dazu in Reihe liegenden Widerstand R , so daß die rasche Unterbrechung des Magnetstromes vermieden ist.

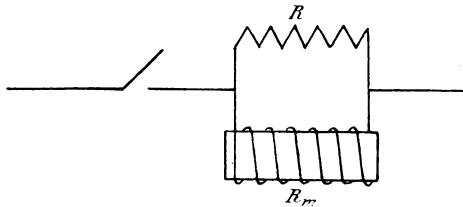


Bild 66. Widerstand im Nebenschluß zu einem Elektromagneten.

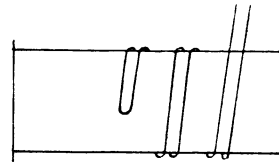


Bild 67. Zweifädige Wicklung.

In vielen Fällen ist es erforderlich, die Selbstinduktion ganz aufzuheben. Bei der Wheatstoneschen Brücke für Wechselstrom wird z. B. als Stromquelle ein Induktor und als Meßgerät im Brückenweig ein Telephone benutzt. Eine Selbstinduktion in dem zu messenden Widerstand würde dann die Messung stören, da der hineinfließende Strom nun nicht mehr allein vom Ohmschen Widerstand, sondern auch von der Selbstinduktion abhängt, die zeitweise den Strom verstärkt und zeitweise abschwächt. Daher lassen sich nur induktionsfreie Widerstände, wie z. B. Glühlampen oder gerade Leiter, nach diesem Verfahren untersuchen. Die Vergleichswiderstände müssen ebenfalls induktionsfrei sein. Man erreicht das dadurch, daß man den aufzuwickelnden Draht nach Bild 67 in der Mitte umbiegt und zweifädig aufwickelt. Dabei werden zwei benachbarte Windungen in entgegengesetztem Sinne durchflossen, so daß sie zusammen keine magnetische Wirkung ausüben.

29. Die gegenseitige Induktion.

Die Erfahrung zeigt, daß in einer Spule auch dann eine Spannung erzeugt wird, wenn sich der Strom in einer benachbarten Spule ändert.

Man bezeichnet diese Erscheinung als gegenseitige Induktion. Sie wird uns nach Bild 68 verständlich durch die Überlegung, daß es in bezug auf die erzeugte Spannung gleichgültig ist, ob die mit 2 bezeichnete Windung wie bei dem Vorgang der Selbstinduktion zu dem Stromkreise der Windung 1 oder zu einem selbständigen Stromkreise gehört. In beiden Fällen erzeugt die Änderung des Stromes i_1 in der Spule 1 eine Spannung in der Spule 2. Wir erhalten daher auch für die Spannung der gegenseitigen Induktion in der zweiten Spule dieselbe Richtung wie für die der Selbstinduktion. Sie ist dem anwachsenden Strom der ersten Spule entgegengerichtet, dem abnehmenden Strom gleichgerichtet.

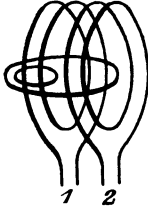


Bild 68. Gegenseitige Induktion.

Während aber die Selbstinduktion durch den gesamten, von der ersten Spule umfaßten magnetischen Fluß verursacht wird, kommt die gegenseitige Induktion nach Bild 68 nur durch den Teil der Röhren der ersten Spule zustande, der die zweite durchsetzt. Der als Streuung bezeichnete Teil der Röhren, der nur die erste Spule, nicht aber die zweite umschlingt, trägt nur zur Selbstinduktion der ersten Spule, nicht aber zur gegenseitigen Induktion bei.

Ist jetzt \mathcal{A} der magnetische Leitwert für den Teil Φ der Flußröhren der ersten Spule, der die zweite durchsetzt, so ist dieser Teil nach dem Ohmschen Gesetz für Magnetismus bei w_1 Windungen der ersten Spule

$$\Phi = i_1 \cdot w_1 \cdot \mathcal{A}.$$

Enthält die zweite Spule w_2 Windungen, so ist die in ihr bei Änderung des Flusses erzeugte Spannung

$$e_2 = -w_2 \cdot \frac{d\Phi \cdot 10^{-8}}{dt} = -w_1 \cdot w_2 \cdot \mathcal{A} \cdot 10^{-8} \cdot \frac{di_1}{dt} \text{ Volt.} \quad (4)$$

Wir setzen jetzt

$$M = w_1 \cdot w_2 \cdot \mathcal{A} \cdot 10^{-8}, \quad (5)$$

und bezeichnen diese Größe als die gegenseitige Induktivität. Sie wird wie die Selbstinduktivität in Henry gemessen. Die Spannung der gegenseitigen Induktion in der zweiten Spule wird dann

$$e_2 = -M \cdot \frac{di_1}{dt}. \quad (6)$$

Das Gesetz von der Erhaltung der Arbeit ergibt nun, daß die gegenseitige Induktivität dieselbe ist, wenn die beiden Spulen ihre Rolle vertauschen. Wenn beide Spulen nebeneinander auf demselben Eisenkern liegen, ist dies ohne weiteres klar, und wo der magnetische Leitwert \mathcal{A} einer Berechnung zugänglich ist, ergibt sich in beiden Fällen derselbe Wert.

Die Spannung der gegenseitigen Induktion, die in der Spule 1 bei

Änderung des Stromes i_2 in der Spule 2 erzeugt wird, ist also

$$e_1 = -M \cdot \frac{di_2}{dt}. \quad (7)$$

Die Vorzeichen in Gleichung (6) und (7) gelten jedoch nur unter der Voraussetzung, daß die positive Richtung des Stromes und damit der Spannung in beiden Spulen so festgesetzt wird, daß die von den positiven Strömen beider Spulen erzeugten Flüsse die Fläche einer Spule in demselben Sinne durchsetzen.

Eine Spannung der gegenseitigen Induktion kommt nun in einer Spule nicht nur dadurch zustande, daß sich der Strom in einer benachbarten Spule ändert, sondern auch dadurch, daß die zweite Spule ihre Lage gegenüber einer vom Strom durchflossenen ersten Spule ändert. In Bild 68 mögen z. B. beide Spulen in Richtung ihrer Achse einander genähert oder voneinander entfernt werden. Die Spannung der gegenseitigen Induktion in der zweiten Spule ist dann so gerichtet, daß sie einen Strom erzeugt, welcher der Änderung des umfaßten, vom Strom der ersten Spule erzeugten Flusses entgegenwirkt. Bei Näherung der beiden Spulen nimmt der von der zweiten Spule umfaßte Teil der Einheitsröhren zu, die in der zweiten Spule erzeugte Spannung ist dann dem Strom der ersten Spule entgegengerichtet. Bei Entfernung der beiden Spulen voneinander ist dann die Spannung der gegenseitigen Induktion dem Strom in der ersten Spule gleichgerichtet.

30. Der Strom beim Ein- und Ausschalten.

Wir stellen uns die Aufgabe, den zeitlichen Verlauf der Stromstärke beim Anwachsen und Abnehmen des Stromes zu ermitteln. An eine Spule mit dem Widerstand R und der Induktivität L werde die gleichbleibende Spannung E gelegt. Dann wird der Endwert I der Stromstärke, der sich zu E/R ergibt, erst allmählich erreicht, da die Selbstinduktion das Anwachsen des Stromes verlangsamt. Es sei nun i die Stromstärke zur Zeit t , und di die Zunahme der Stromstärke in der Zeit dt . Dann ergibt die zweite Kirchhoffsche Regel:

$$E - L \cdot \frac{di}{dt} = i \cdot R.$$

Das negative Vorzeichen auf der linken Seite entspricht der Tatsache, daß die Selbstinduktion dem anwachsenden Strom entgegenwirkt. Durch Umformung erhalten wir:

$$\frac{R}{L} \cdot dt = \frac{di}{E/R - i} = \frac{di}{I - i}.$$

Wenn wir integrieren und die Konstante gleich $\ln C$ setzen, erhalten wir

$$-\frac{R}{L} \cdot t = \ln(I - i) + \ln C = \ln\{C(I - i)\},$$

d. h., wenn ε die Basis 2,71828 der natürlichen Logarithmen ist:

$$\varepsilon^{-R \cdot t/L} = C(I - i).$$

Für $t = 0$ ist auch $i = 0$. Wenn wir beide Werte einsetzen, erhalten wir $C = 1/I$ und damit:

$$\varepsilon^{-R \cdot t/L} = 1 - \frac{i}{I}, \text{ d. h. } i = I - I \cdot \varepsilon^{-R \cdot t/L}. \quad (8)$$

Wenn wir die Zeit t wagerecht und die Stromstärke i senkrecht auftragen, erhalten wir das Bild 69. Dies ist für $I = 5$ und $L/R = 1$ gezeichnet. Für $t = L/R$ wird $i = I - I/\varepsilon = 0,63 I$. Die Größe L/R gibt also die Zeit an, in welcher der Strom auf das 0,63fache seines Endwertes gestiegen ist. Sie wird als die Zeitkonstante bezeichnet.

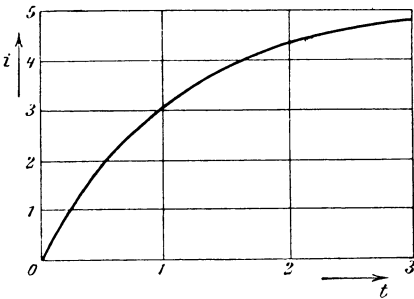


Bild 69.

beim Einschalten,

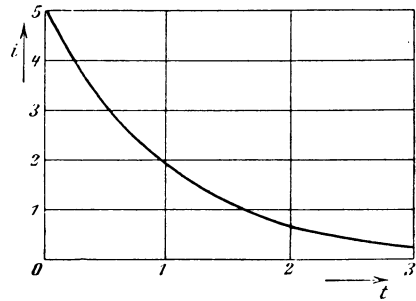


Bild 70.

Zeitlicher Verlauf des Stromes:

beim Aufhören der Spannung.

Wir ermitteln nun die Stromkurve, wenn der Strom I bei gleichbleibendem Widerstand R dadurch auf Null abnimmt, daß die aufgedrückte Spannung plötzlich Null wird. Dies ist z. B. der Fall, wenn nach Bild 66 ausgeschaltet wird. Unter R ist dann der Gesamtwiderstand, also in Bild 66 die Summe aus R und R_m zu verstehen. Dann gilt die Gleichung:

$$-L \cdot \frac{di}{dt} = i \cdot R.$$

Da di in unserem Falle negativ ist, so wird die linke Seite positiv, d. h. die Spannung der Selbstinduktion hat gleiche Richtung mit dem abfallenden Strom. Auf ähnliche Weise wie oben erhalten wir:

$$\frac{R}{L} \cdot dt = -\frac{di}{i}$$

oder durch Integration:

$$-\frac{R}{L} \cdot t = \ln i + \ln C = \ln (C \cdot i).$$

Demnach ist: $\varepsilon^{-R \cdot t/L} = C \cdot i.$

Für $t = 0$ wird $i = I$, d. h. $C = 1/I$. Demnach wird

$$i = I \cdot e^{-R \cdot t/L}. \quad (9)$$

Wir erhalten jetzt die Kurve in Bild 70, die wieder für $I = 5$ und $L/R = 1$ gezeichnet ist. Für $t = L/R$ wird $i = I/e = 0,37 I$. Die Zeitkonstante L/R gibt also jetzt an, wann der Strom auf das 0,37fache des Anfangswertes gefallen ist. Die Kurven in Bild 69 und 70 sind Spiegelbilder.

31. Elektrische Arbeit und magnetische Energie.

Wir betrachten den Arbeitsvorgang beim Entstehen und Verschwinden des magnetischen Flusses. Wenn der Strom in einer Spule anwächst, so wird eine Spannung der Selbstinduktion erzeugt, die dem Strom entgegenwirkt. Dadurch, daß die aufgedrückte Klemmenspannung die Spannung der Selbstinduktion überwindet, leistet sie in Verbindung mit dem Strom und der Zeit eine elektrische Arbeit, die als magnetische Energie aufgespeichert wird und sich bei Unterbrechung des Stromes unter Funkenbildung in Wärme umsetzt.

Der Strom i in w Windungen magnetisierere einen magnetischen Kreis so, daß alle Windungen mit einem gleich großen Fluß Φ verkettet sind, und wachse in der Zeit dt um di . Dabei wächst der Fluß um $d\Phi$, so daß in der Spule eine Spannung $e = -w \cdot d\Phi/dt \cdot 10^{-8}$ erzeugt wird. Dann ist die von der Spule gelieferte elektrische Arbeit nach Gleichung 2 auf S. 58

$$dA = e i dt = -i \cdot w \cdot d\Phi \cdot 10^{-8}.$$

Bei Zunahme des Stromes und des Flusses haben i und $d\Phi$ dasselbe Vorzeichen, die elektrische Arbeit ist also negativ, d. h. es wird von der Stromquelle aus Arbeit zugeführt und Energie aufgespeichert. Bei Abnahme des Stromes und des Flusses haben i und $d\Phi$ entgegengesetztes Vorzeichen und die von der Spule gelieferte elektrische Arbeit wird positiv. Die Spule liefert dann elektrische Arbeit unter Abnahme der magnetischen Energie.

Wir lassen nun den Strom von Null an auf I Amp. zunehmen und tragen in Bild 71 den Augenblickswert $i \cdot w$ wagerecht und den Augenblickswert $\Phi \cdot 10^{-8}$ senkrecht auf. Dann ist die elektrisch zugeführte Arbeit $i \cdot w \cdot d\Phi \cdot 10^{-8}$ gleich dem Inhalt eines schmalen Flächenstreifens. Die ganze Arbeit, die beim Anwachsen des Stromes bis auf seinen Endwert I elektrisch zugeführt wird, ist dann gleich der gestreiften Fläche.

Wenn eine mechanische Arbeit, wie sie beim Hub eines Elektromagneten geleistet wird, während der Zunahme des Stromes nicht vorkommt und die geringe Wärmeentwicklung beim Richten der Eisenteilchen vernachlässigt wird, wird die zugeführte Arbeit in magnetische Energie umgesetzt. Diese wird also dann ebenfalls

durch die gestreifte Fläche dargestellt und ist

$$W = \int_0^I i \cdot w \cdot d\Phi \cdot 10^{-8} \text{ Joule.} \quad (10)$$

Wenn dann beim Ausschalten der Strom von I auf Null abnimmt, so wird die magnetische Energie wieder in Stromwärme umgesetzt. Dies geschieht z. B. in der Weise, daß der verschwindende Fluß eine Spannung der Selbstinduktion erzeugt, die den Strom noch unter Funkenbildung aufrecht hält, also elektrische Arbeit erzeugt.

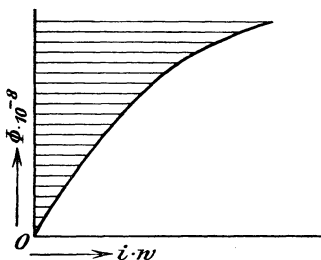


Bild 71.
Durchlässigkeit veränderlich
Magnetische Energie, dargestellt durch die gestreifte Fläche.

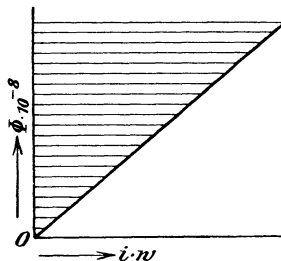


Bild 72.
Durchlässigkeit gleichbleibend

Ist die Durchlässigkeit gleichbleibend, also unabhängig von der magnetischen Dichte, so wird die Abhängigkeit des Flusses von den Stromwindungen durch die Gerade in Bild 72 dargestellt. Die magnetische Energie ist wieder gleich der gestreiften Fläche. Ist also jetzt Φ der Endwert des Flusses beim Strome I , so wird nach Gleichung (3) die magnetische Energie:

$$W = \frac{1}{2} I \cdot w \cdot \Phi \cdot 10^{-8} = \frac{L I^2}{2}. \quad (11)$$

Wir wollen nun die magnetische Energie in Abhängigkeit von der Feldstärke \mathfrak{H} und Induktion \mathfrak{B} darstellen und betrachten dazu einen Eisenstab vom Querschnitt F cm² und der Länge l cm. Dieser sei durch die Stromwindungen $I \cdot w$ nach Bild 61 auf seiner ganzen Länge gleichmäßig magnetisiert. Dann ist für einen beliebigen Zeitpunkt des Einschaltvorganges, wenn Φ , \mathfrak{B} und i Augenblickswerte darstellen:

$$\Phi = \mathfrak{B} \cdot F \quad \text{und} \quad i = \frac{\mathfrak{H} \cdot l}{0,4 \pi \cdot w}.$$

Demnach ist die magnetische Energie in diesem Zeitpunkt nach Gleichung (10):

$$W = \int_0^{\mathfrak{B}} \frac{\mathfrak{H} \cdot d\mathfrak{B}}{0,4 \pi} \cdot 10^{-8} l \cdot F \text{ Joule.}$$

Da 1 Joule = 10⁷ Erg und $l \cdot F$ der magnetisierte Raum in cm³

ist, so ist die Energie für die Raumeinheit oder die Energiedichte

$$\sigma = \int_0^{\mathfrak{B}} \frac{\mathfrak{H} \cdot d\mathfrak{B}}{4\pi} \text{ Erg/cm}^3. \quad (12)$$

Da σ die Energie für die Raumeinheit ist und wir es immer in der Hand haben, den betrachteten Raumteil hinreichend klein zu wählen, so gilt unsere Gleichung auch für ungleichmäßige Magnetisierung. Für unveränderliche Durchlässigkeit nimmt Gleichung (12) die Form an:

$$\sigma = \int_0^{\mathfrak{B}} \frac{\mathfrak{B}}{\mu} \frac{d\mathfrak{B}}{4\pi} = \frac{\mathfrak{B}^2}{8\pi\mu} = \frac{\mathfrak{H} \cdot \mathfrak{B}}{8\pi} \text{ Erg/cm}^3. \quad (13)$$

Diese Gleichung haben wir bereits auf S. 56 benutzt, um den Längszug und Querdruck des magnetischen Feldes und damit die Gleichung für die Zugkraft eines Magneten zu berechnen. Diese Gleichung gilt dann ebenfalls für Elektromagnete.

32. Der Hub eines Elektromagneten.

Die Gleichung $A = \int i \cdot \omega \cdot d\Phi \cdot 10^{-8}$ stellt uns in jedem Falle die zugeführte elektrische Arbeit dar, aber wie im vorigen Abschnitt nur dann die magnetische Energie, wenn keine sonstige Arbeit geleistet wird. Wir wenden uns jetzt zu dem Fall, wo die Änderung des Flusses gleichzeitig mit Leistung einer mechanischen Arbeit verbunden ist, was beim Hub eines Elektromagneten der Fall ist.

Vor dem Hub haben wir einen großen Abstand zwischen den Polen und dem Anker, also einen großen magnetischen Widerstand und daher für einen gegebenen Strom einen verhältnismäßig geringen magnetischen Fluß. Nach dem Hub ist der Abstand und der magnetische Widerstand kleiner und der Fluß für denselben Strom größer.

Wir untersuchen jetzt den Elektromagneten bei festgehaltenem Anker in der Lage des Ankers vor dem Hub bei verändertem Erregerstrom, tragen den Fluß Φ in Abhängigkeit von den Stromwindungen $i \cdot \omega$ in Bild 73 ein und erhalten dadurch die untere gestrichelte Kurve. Ebenso untersuchen wir den Elektromagneten nach dem Hub bei gleichbleibender Lage des Ankers und erhalten dadurch die obere gestrichelte Kurve.

Wir betrachten nun zunächst einen Gleichstrommagneten, den wir mit gleichbleibender Klemmenspannung speisen ¹⁾. Der Strom ist vor und nach dem Hub durch die Spannung und den Widerstand der Wicklung gegeben. Die entsprechende Erregung in Amperewindungen sei gleich OA . Dieser Erregung entspricht vor dem Hub ein Fluß AB . Während des Hubes verringert sich der magnetische Widerstand und der

¹⁾ Vgl. Emde ETZ 1908 S. 817.

Fluß nimmt zu. Diese Zunahme erzeugt eine Spannung, die der Änderung des Stromes entgegenwirkt, also dem Strom und der Klemmenspannung entgegengerichtet ist. Die Stromstärke nimmt daher bei wachsendem Flusse vorübergehend etwas ab. Schließlich stößt der Anker auf die Pole auf und der magnetische Widerstand entspricht dem Zustand nach dem Hube. Der Endpunkt C der ausgezogenen Kurve BC , welche die Abhängigkeit des Flusses vom Strom während des Hubes darstellen möge, liegt also auf der oberen gestrichelten Kurve, und EC ist der Fluß im Zeitpunkt des Aufschlagens. Der Strom wächst dann, wie beim Einschalten mit ruhendem Anker, auf seinen Endwert OA , wobei die Kurve CD die Abhängigkeit des Zeitwertes des Flusses vom Zeitwert des Stromes angibt.

Wenn wir die Flächen in Bild 73 mit römischen Buchstaben bezeichnen, ergibt sich die bis zum Aufschlagen des Ankers elektrisch zugeführte Arbeit zu:

$$A = \int_{AB}^{EC} i \cdot w \cdot d\Phi \cdot 10^{-8} = III + IV.$$

Nun ist nach dem vorigen Abschnitt die magnetische Energie vor dem Hub gleich der Fläche $I + II$, und im Zeitpunkt, wo der Anker aufschlägt, gleich der Fläche $I + III$, sie hat also während des Hubes um den der Fläche $III - II$ entsprechenden Betrag zugenommen. Von der Stromquelle wird also nicht nur die Hubarbeit, sondern auch eine der Zunahme der Energie entsprechende Arbeit zugeführt. Wir erhalten dann die Hubarbeit, wenn wir von der zugeführten Arbeit die Zunahme der Energie abziehen. Sie ist gleich der Fläche $III + IV$, vermindert um $III - II$, also gleich der Fläche $II + IV$.

Wir wollen nun annehmen, daß vor die Wicklung ein sehr großer Widerstand geschaltet und die Spannung der Stromquelle entsprechend

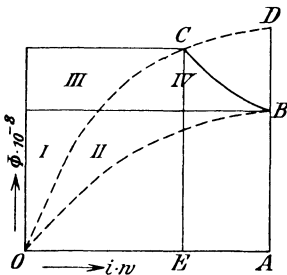


Bild 73.
Durchlässigkeit veränderlich
Arbeits- und Energieflächen eines Gleichstrommagneten.

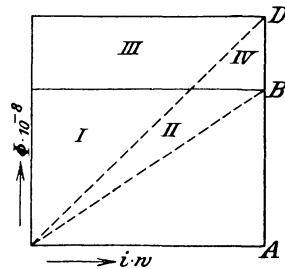


Bild 74.
Durchlässigkeit gleichbleibend
Arbeits- und Energieflächen eines Gleichstrommagneten.

hoch gewählt werde. Dann ist die Spannung, die während des Hubes durch die Änderung des Flusses erzeugt wird, gegenüber der Spannung

der Stromquelle zu vernachlässigen. Der Strom bleibt daher während des Hubes unveränderlich gleich OA , und die Kurve BC fällt mit BD zusammen. Nehmen wir nun weiter eine gleichbleibende Durchlässigkeit an, so erhalten wir Bild 74. Die zugeführte Arbeit, die der Fläche $III + IV$ entspricht, ist dann doppelt so groß wie die Hubarbeit, die durch die Fläche $II + IV$ gegeben ist. Ein der Hubarbeit gleicher Betrag wird also für die Erhöhung der magnetischen Energie zugeführt.

Ganz anders liegt die Sache beim Wechselstrommagneten¹⁾. Bei diesem ändert sich mit dem Strom auch der Fluß ständig zwischen einem positiven und negativen Höchstwert. Dieser Höchstwert ist ähnlich wie bei einem Transformator in Abschnitt 84, unter Voraussetzung eines kleinen Widerstandes der Wicklung durch die aufgedrückte Klemmenspannung vorgeschrieben, also unveränderlich. Da die Zeit einer Periode des Wechselstromes klein gegenüber der Hubzeit ist, so erreicht der Fluß während der Hubzeit mehrere Male seinen Höchstwert, und jedesmal ist der Abstand zwischen Polen und Anker geringer geworden. Diesen jeweiligen Abständen entsprechen bei festgehaltenem Anker die gestrichelt gezeichneten Magnetisierungskurven OB , OC usw. in Bild 75, während die durch A gehende gestrichelte Kurve dem Zustand vor dem Hub, die durch E gehende gestrichelte Kurve dem Zustand nach dem Hub entspricht.

Wir wollen annehmen, daß der Hub in einem Zeitpunkt der Periode beginnt, in welchem Strom und Fluß nach Überschreitung ihres Höchstwertes geringer werden. Der Punkt A gebe uns Strom und Fluß in diesem Zeitpunkt. Die ausgezogene Kurve AO stellt dann die Ab-

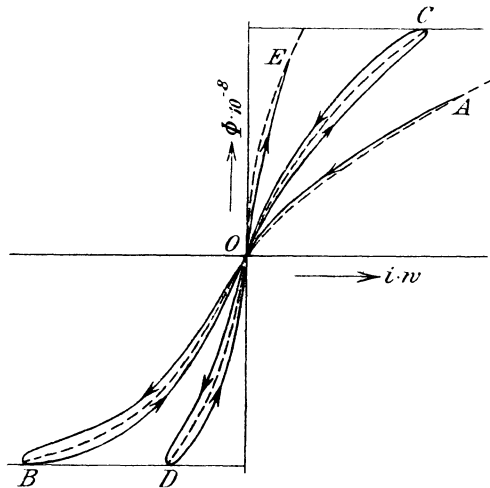


Bild 75. Arbeitsflächen des Wechselstrommagneten.

hängigkeit des Flusses vom Strome dar bis zu dem Zeitpunkt, in welchem der Strom durch Null hindurchgeht. Sie liegt höher als die gestrichelte, da sich der Luftabstand durch den Hub verringert und daher bei demselben Strom ein größerer Fluß entsteht als vor dem Hub.

Während der folgenden halben Periode, in welcher Strom und Fluß negativ sind, stellt die ausgezogene Kurve OBO , die in Richtung

¹⁾ Vgl. des Verfassers Aufsatz ETZ 1917 S. 473.

der Pfeile zu verfolgen ist, die Abhängigkeit des Flusses vom Strome dar, und zwar bezieht sich der linke Ast auf den Zeitraum, ehe der Fluß seinen Höchstwert erreicht, und der rechte Ast auf den Zeitraum, nachdem der Höchstwert überschritten ist. In derselben Weise beziehen sich die Kurven OCO , ODO usw. auf die folgenden halben Perioden. Der Punkt E gibt uns schließlich den Strom und Fluß im Zeitpunkt, wo der Anker anschlägt. Dabei ist angenommen, daß dies in einem Zeitraum der Periode geschieht, in welchem der Strom anwächst.

Nun ist die zugeführte Arbeit gleich der Fläche zwischen der senkrechten Achse, der oberen bzw. unteren Wagerechten und einem Ast der ausgezogenen Kurven. Für den von Null anfangenden Ast, für welchen i und $d\Phi$ gleiches Vorzeichen haben, sind diese Flächen positiv, für den auf Null zugehenden Ast dagegen negativ. Die zugeführte Arbeit während des Zeitraumes der vollständigen, mit $i = 0$ beginnenden halben Perioden ist also gleich der Summe der vollständigen schmalen Flächen. Da am Anfang und Ende dieses Zeitraumes der Strom und damit auch die magnetische Energie gleich Null ist, so wird die zugeführte Arbeit vollständig in Hubarbeit umgesetzt, d. h. diese ist für den betrachteten Zeitraum ebenfalls gleich dem Inhalt der vollständigen schmalen Flächen. Ist die Anzahl der halben Perioden innerhalb der Hubzeit groß, so ist dieser Inhalt mit großer Annäherung gleich der ganzen Hubarbeit.

In der unvollständigen halben Periode am Anfang des Hubes verschwindet in unserem Falle magnetische Energie, die zum Teil in eine der schmalen Fläche OA entsprechende Hubarbeit umgesetzt wird, während der Hauptteil als elektrische Arbeit an die Stromquelle zurückgegeben wird. In der unvollständigen halben Periode am Schlusse wird dagegen elektrische Arbeit zugeführt, die zum Teil in eine der schmalen Fläche OE entsprechende Hubarbeit umgesetzt, zum größeren Teil als magnetische Energie aufgespeichert wird.

Ob die magnetische Energie zwischen Anfang und Ende des Hubes wächst oder abnimmt, hängt ganz von der Lage der Punkte A und B ab.

Dagegen ist die größte Energie in allen Fällen im gleichförmigen Zustand nach dem Hub kleiner als vor dem Hub, und zwar um den Inhalt der Fläche, die zwischen den durch OA und OE gehenden gestrichelten Kurven liegt. Es läßt sich nachweisen, daß dieser Inhalt doppelt so groß ist wie der Inhalt der schraffierten Flächen. Die größte Energie nimmt also um das Doppelte der Hubarbeit ab. Daraus dürfen wir aber nicht den Schluß ziehen, daß die Abnahme der größten Energie zur Hälfte dazu dient, um die Hubarbeit zu liefern und zur anderen Hälfte dazu, um Arbeit in die Stromquelle zurückzugeben. Das trifft nur in dem besonderen Falle zu, wenn der Hub im Augenblick des größten Flusses beginnt und endigt. Wenn aber z. B. der Strom und damit die Energie am Anfang und Ende des Hubes gerade Null sind, so ist es klar, daß die magnetische Energie überhaupt zur Hubarbeit nichts beiträgt.

33. Die Hysteresis.

Bei der Aufnahme der Magnetisierungskurven geht man vom unmagnetischen Zustand des Eisens aus. Man läßt dann den magnetisierenden Strom von Null an allmählich zunehmen, wodurch die Feldstärke \mathfrak{H} , die abgesehen von $0,4\pi$ gleich der Zahl der Amperewindungen für 1 cm ist, und die magnetische Induktion \mathfrak{B} gleichzeitig wachsen. Trägt man nun die Feldstärke \mathfrak{H} wagerecht und die Induktion \mathfrak{B} senkrecht auf, so erhält man die Kurve OA in Bild 76.

Schwächt man nach Erreichung einer willkürlich gewählten größten magnetischen Induktion $AG = \mathfrak{B}_m$ den magnetisierenden Strom wieder ab, so ist die Induktion für einen gleichen Wert der Feldstärke bei abnehmender Magnetisierung größer als bei ansteigender. Trägt man wieder die Feldstärke wagerecht und die zugehörige magnetische Induktion senkrecht auf, so erhält man die Kurve AB .

Dieses Verhalten des Eisens läßt darauf schließen, daß von der starken Magnetisierung her ein Rest von Magnetismus im Eisen zurückbleibt. Man bezeichnet daher diese Erscheinung als Hysteresis, d. h. als ein Zurückbleiben.

Für eine Feldstärke $\mathfrak{H} = 0$ ist die Induktion bei abnehmender Magnetisierung gleich OB . Dies ist die Induktion des zurückbleibenden Magnetismus. Hysteresis und zurückbleibender Magnetismus sind also in gewissem Sinne dasselbe.

Wir erklären beide Erscheinungen daraus, daß die einmal gerichteten Eisenteilchen infolge der Reibung in ihrer neuen Lage zu verharren suchen.

Keht man nun die Richtung des Stromes um, so ist eine Feldstärke OC nötig, um den zurückbleibenden Magnetismus zu vernichten. Man sieht deutlich, daß die Eisenteilchen sich einer Ummagnetisierung widersetzen. Erst wenn die Feldstärke über OC hinaus gesteigert wird, erhält man eine Induktion in umgekehrter Richtung. Die Kurve CD entspricht dann wieder der ansteigenden und die Kurve DE der abfallenden Magnetisierung. OE ist wieder der zurückbleibende Magnetismus usw.

Nun ist nach Gleichung (12) auf S. 85 die magnetische Energie für die Raumeinheit

$$\sigma = \int \frac{\mathfrak{H} \cdot d\mathfrak{B}}{4\pi} \text{ Erg/cm}^3.$$

Da $\mathfrak{H} \cdot d\mathfrak{B}$ gleich einem der schmalen Flächenstreifen in Bild 77 ist, so ist $\int \mathfrak{H} \cdot d\mathfrak{B}$ gleich der ganzen gestreiften Fläche. Diese stellt also, durch 4π geteilt, den Arbeitsverbrauch in Erg/cm^3 dar.

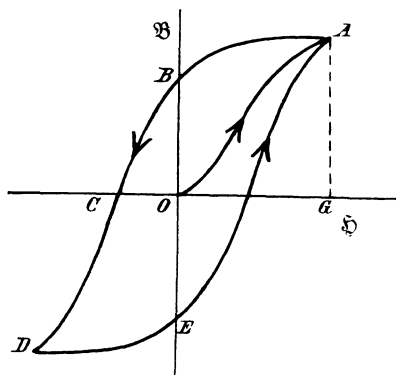


Bild 76. Hysteresschleife.

Wenn der Fluß abnimmt, so wird $d\mathfrak{B}$ und dadurch die Arbeit negativ, d. h. von der Arbeit wird der Teil wiedergewonnen, der durch die Fläche in Bild 78 gegeben ist. Nach Umkehrung des Stromes wird die aufgespeicherte Arbeit wieder positiv und entspricht der Fläche in Bild 79. Davon wird der Betrag wiedergewonnen, der durch die Fläche in Bild 80 dargestellt ist.

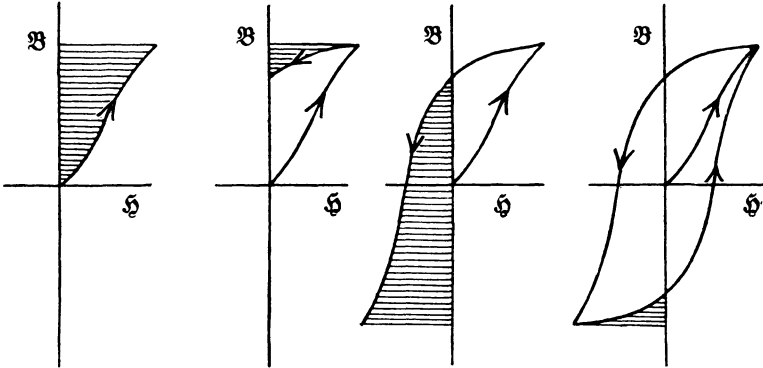


Bild 77.

Bild 78.

Bild 79.

Bild 80.

Arbeit bei Magnetisierung von Eisen, dargestellt durch Flächenstreifen.

Die für 1 cm^3 und für eine Periode zur Ummagnetisierung aufgewendete Arbeit in Erg ist also gleich dem 4π ten Teil der Fläche der Hysteresisschleife. Ähnlich wie im vorigen Abschnitt wird auch hier die Arbeit durch eine Fläche dargestellt.

Wiewohl die Hysteresisfläche für die Erkenntnis des Wesens des Vorganges von Bedeutung ist, so sieht man doch davon ab, den Hysteresisverlust durch Aufnahme der Hysteresisfläche zu ermitteln. Abgesehen davon, daß dies Verfahren zu zeitraubend ist, hat man es sich zur Regel gemacht, das Eisen unter denselben Verhältnissen zu untersuchen, denen es beim Betriebe unterworfen ist. Man führt also die Ummagnetisierung durch einen Wechselstrom herbei und mißt die dabei verbrauchte Leistung durch einen Leistungszeiger, in dem die Wirkung einer vom Strom durchflossenen Spule auf eine an die Spannung angeschlossene Spule einen Ausschlag hervorruft.

Rechnerisch ergibt sich der Hysteresisverlust durch die von Steinmetz gefundene Beziehung, daß der Arbeitsverlust in Erg für 1 cm^3 und für eine Periode proportional der 1,6ten Potenz der größten magnetischen Induktion \mathfrak{B}_m ist. Ist η eine gleichbleibende Ziffer, die für die einzelnen Arten des Eisens verschieden ist, und V der vom Eisen eingenommene Raum in cm^3 , so ist die Arbeit für die Raumeinheit:

$$\frac{A}{V} = \eta \cdot \mathfrak{B}_m^{1,6} \text{ Erg/cm}^3. \quad (14)$$

Das Steinmetzsche Gesetz hat sich tatsächlich bis zu einer

größten Dichte $\mathfrak{B}_m = 7000$ als wesentlich richtig ergeben. η liegt bei den gebräuchlichen Eisenblechen zwischen 0,001 und 0,004.

Ist G das Eisengewicht in kg, so ergibt sich bei einem spezifischen Gewicht von 7,7 der magnetisierte Raum zu $V = G \cdot 1000/7,7 \text{ cm}^3$. Da $1 \text{ Erg/sek} = 10^{-7} \text{ Watt}$ ist, so wird die bei f Perioden in der Sekunde aufgewendete Leistung:

$$N = \eta \cdot \mathfrak{B}_m^{1,6} \cdot \frac{G \cdot 1000}{7,7} \cdot f \cdot 10^{-7} \text{ Watt.} \quad (15)$$

Neuerdings kommt man allerdings von der Steinmetzchen Ziffer η mehr ab. Wenn man nämlich in der üblichen Weise den Verlust bei Ummagnetisierung durch Wechselstrom bestimmt, so mißt man die Summe aus dem Hysteresisverlust und dem gleichzeitig auftretenden Wirbelstromverlust. Man ist daher übereingekommen, als Verlustziffer des Eisens den gesamten Verbrauch in Watt für ein Kilogramm Eisen bei 50 Perioden in der Sekunde und bei einer größten Induktion von 10000 Gauß anzugeben. Diese Verlustziffer ist bei den gebräuchlichen Eisenblechen von 0,5 mm Stärke 3 bis 4 Watt für ein Kilogramm Eisen. Durch Verwendung von siliziumhaltigen Eisenblechen läßt sich der Verlust wesentlich herabsetzen.

Wenn das Eisen längere Zeit einer höheren Temperatur ausgesetzt wird, so nimmt die Verlustziffer bei den gewöhnlichen Blechen zu (Altern des Eisens). Bei siliziumhaltigen Blechen bleibt die Verlustziffer jedoch ungeändert.

34. Wirbelströme.

Unter Wirbelströmen versteht man Ströme, die nicht in einer vorgeschriebenen Bahn verlaufen, sondern sich da schließen, wo sie den geringsten Widerstand finden. Sie entstehen z. B., wenn ein magnetisches Feld starke Leiter schneidet. Die Ströme lassen sich in ihrer Bahn nicht genau verfolgen, jedoch läßt sich so viel sagen, daß die Spannung, von der sie erzeugt werden, senkrecht zur Richtung der magnetischen Induktion und senkrecht zur Bewegungsrichtung steht. Ist z. B. eine Kupferwindung, wie im oberen Teil in Bild 81, auf eine ungeteilte Eisentrommel gewickelt, und wird diese so gedreht, daß der obere Leiter aus der Papierebene heraustritt, so ergibt die Faradaysche Regel, daß die im Draht erzeugte Spannung in Richtung des Pfeiles wirkt. Eine gleiche Spannung wird aber auch in dem darunter liegenden Eisen erzeugt. Infolgedessen entstehen im Eisen Ströme, die wegen des großen Querschnittes, also wegen des geringen Widerstandes, sehr erheblich sind. Diese würden eine starke Erwärmung des Ankers und einen großen Arbeitsverlust zur Folge haben. Das wird deutlich, wenn man das Eisen in Bild 81 als einen kurzgeschlossenen Stromerzeuger betrachtet, in welchem der erzeugte Strom der Bewegung entgegenwirkt und daher einen Arbeitsverlust verursacht.

Man kann den Arbeitsverbrauch durch Wirbelströme in einfacher Weise dadurch zeigen, daß man eine Kupferscheibe zwischen den Polen eines anfangs noch nicht erregten Elektromagneten hin- und herschwingen läßt. Sobald der Elektromagnet erregt wird, bleibt die Scheibe zwischen den Polen wie in einem Brei stecken, da die erzeugten Wirbelströme die Bewegung hemmen (Waltenhofensches Pendel). Die Energie der Bewegung setzt sich dabei in Stromwärme im Kupfer um.

Da Wirbelströme unter allen Umständen einen Verbrauch von elektrischer Arbeit bedeuten, so wird es notwendig, den Anker einer Maschine aus Eisenblechen zusammensetzen, wie es der untere Teil des Ankers in Bild 81 zeigt. Die Eisenbleche sind entweder durch ihre Oxydschicht oder durch Lack, oder, wie gewöhnlich, durch Seidenpapier voneinander getrennt. Allgemein gilt die Regel, daß man das Eisen senkrecht zu dem Leiter zu unterteilen hat, in welchem eine Spannung erzeugt wird.

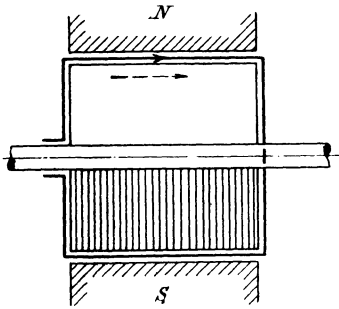


Bild 81.
Ungeteilte und geblättern Eisenstrommel.

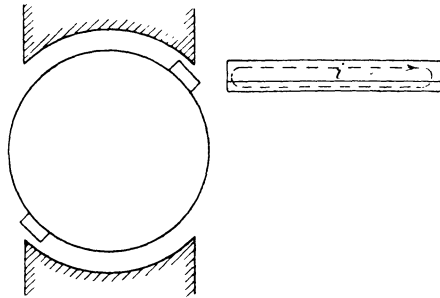


Bild 82.
Wirbelströme in starken Leitern.

Bei Nutenankern ist es meist auch nötig, die Polschuhe aus Blechen zusammensetzen. Der magnetische Fluß hat das Bestreben, durch die Zähne des Ankers zu verlaufen, und wird durch den Zahn, der aus der Polecke austritt, zeitweise mitgenommen. Bei dieser Bewegung des Flusses werden Wirbelströme in den Polecken erzeugt. Ferner ergibt sich, daß auch unter der Polfläche Wirbelströme auftreten können, da die magnetische Dichte im Poleisen gegenüber dem Zahn größer ist als gegenüber der Nut und die Orte der größten und kleinsten Dichte sich bei der Drehung des Ankers verschieben.

Aber auch im Ankerkupfer können Wirbelströme auftreten, wie Bild 82 in übertriebener Weise zeigt. Besteht nämlich die Wicklung aus Kupferstäben von großem Querschnitt, so liegt zeitweise die eine Kante des Stabes noch im magnetischen Feld, während die andere Kante sich nicht mehr im Bereiche des Poles befindet. Der von der Seite gesehene Stab ist auf der rechten Seite des Bildes herausgezeichnet. Die im oberen Teile des Leiters erzeugte Spannung bewirkt in diesem Teile des Leiters einen Strom, der in der Hauptsache durch die Stirnverbin-

dungen und das äußere Netz weiterfließt, der sich aber zum Teil in Richtung der punktierten Kurve schon durch den unteren Teil des Leiters selbst schließt. In Wirklichkeit ergibt sich im unteren Teil des Leiters keine Umkehrung der Stromrichtung, sondern eine kleinere Stromdichte.

Man vermeidet die Wirbelströme im Ankerkupfer dadurch, daß man die Polecken abschrägt oder abrundet oder den Luftzwischenraum zwischen den Polen und dem Anker an den Polecken vergrößert. Man erreicht dadurch einen ganz allmählichen Abfall des magnetischen Feldes.

Bei den gegenwärtig allgemein verwendeten Nutenankern ist die Wirbelstrombildung im Ankerkupfer indessen ohnehin sehr gering. Der Fluß verläuft nach Bild 140 fast vollständig durch die Zähne des Ankers und wird, wie wir es oben bereits bei Betrachtung der Polecke sahen, bei der Drehung teilweise mitgenommen und dadurch gedehnt. Schließlich schneidet er dann mit großer Geschwindigkeit durch den ganzen Querschnitt der Nut hindurch und erzeugt in allen Teilen des Ankerleiters dieselbe Spannung, so daß die Bildung von Wirbelströmen ausgeschlossen ist.

Wenn nun in den erwähnten Fällen die Wirbelströme als schädlich angesehen werden müssen, so sind sie doch in anderen Fällen von großem Vorteil. So beruht die Wirkung von Wirbelstrombremsen auf der magnetischen Kraft, die von den Polen eines Elektromagneten auf die bei der Bewegung in einer Eisenscheibe erzeugten Wirbelströme ausgeübt wird.

Ebenso benutzt man die Wirbelströme zur Dämpfung von Meßgeräten, indem man den beweglichen Magneten innerhalb eines Vollkörpers aus Kupfer aufhängt. Der Magnet stellt sich dann, ohne zu schwingen, in seine neue Ruhelage ein. Besteht das Meßgerät aus einer beweglichen Spule, die vor den Polen eines Stahlmagneten schwingt, wie es z. B. oft bei Spiegelgalvanometern der Fall ist, dämpft man die Bewegung dadurch, daß man die Spule kurz schließt. Sie wird dann durch die Ströme, die bei den Schwingungen in ihr erzeugt werden, oft augenblicklich zur Ruhe gebracht. Dabei haben wir es allerdings nicht mehr mit Wirbelströmen, sondern mit Strömen zu tun, die in der Längsrichtung eines Drahtes fließen.

Sechster Teil.

35. Elektrischer Fluß und elektrische Induktion. — 36. Elektrische Spannung und Feldstärke. — 37. Elektrische Induktion und Feldstärke. — 38. Die Kapazität. — 39. Die Energie des elektrischen Feldes.

35. Elektrischer Fluß und elektrische Induktion.

Ähnlich wie wir die Umgebung eines Magneten als ein magnetisches Feld ansahen, das von Kräften erfüllt ist, sehen wir auch die Umgebung eines statisch geladenen Körpers oder eines von Elektrizität durchströmten Leiters als ein elektrisches Feld an, das von Kräften erfüllt ist. Das Feld ist bei den Spannungen, wie sie bei Gleichstrom üblich sind, allerdings sehr schwach gegenüber dem Feld, mit dem man bei der statischen Elektrizität zu tun hat. Bei den hohen Wechselstromspannungen, die neuerdings vielfach verwendet werden, nähert man sich indessen den Verhältnissen, wie sie bei Versuchen mit Influenzmaschinen vorkommen.

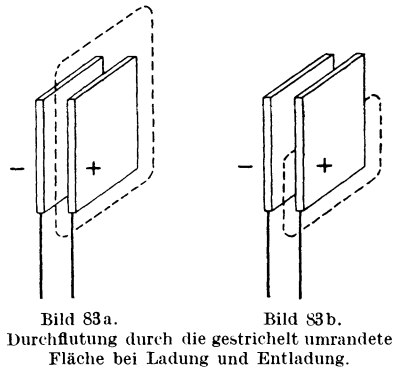
Die Kräfte des Feldes zeigen sich z. B. darin, daß kleine leichte Körper von einem Glas- oder Harzstab, der durch Reibung elektrisch geworden ist, angezogen werden, ferner darin, daß die Träger ungleichnamiger Elektrizitätsmengen sich anziehen und gleichnamiger Elektrizitäten sich abstoßen. Weiter zeigen sie sich darin, daß die Luft oder ein anderes trennendes Mittel bei genügend hoher Spannung durchschlagen wird. Endlich ist auch jeder elektrische Strom in einem Leiter auf die Wirkung eines elektrischen Feldes zurückzuführen.

Zwischen dem magnetischen und elektrischen Feld besteht eine weitgehende Übereinstimmung. Der Erscheinung, daß die zeitliche Änderung des von einer Schleife umfaßten magnetischen Flusses eine elektrische Spannung in der Schleife erzeugt, steht eine entsprechende Erscheinung im elektrischen Feld gegenüber. Um dies zu erkennen, betrachten wir den Vorgang bei der Ladung oder Entladung eines Kondensators. Wenn wir einen Kondensator laden oder entladen, so beobachten wir, daß der durch die Zwischenschicht des Kondensators unterbrochene Stromkreis genau die gleiche magnetische Wirkung ausübt, wie ein vom Lade- oder Entladestrom durchflossener geschlossener Stromkreis. Die magnetische Wirkung ist Null, wenn die Ladung oder Entladung beendet ist, sie tritt also nur auf, während ein Lade- oder Entladestrom fließt, d. h. sie hängt von der Änderung der Elektrizitätsmenge in der Zeiteinheit ab. Der Lade- oder Entladestrom in der Zuleitung findet dabei gleichsam seine Fortsetzung als sogenannter „Verschiebungsstrom“ in der Zwischenschicht des Kondensators. Besonders auffallend

ist diese Erscheinung, wenn wir eine Wechselstromquelle an einen Kondensator (oder an ein ungeschlossenes, einem Kondensator gleichwertiges Kabel) legen. Dann fließt in den Kondensator oder in das offene Kabel ein Wechselstrom, den wir durch einen Stromzeiger messen können. Ändert sich die Elektrizitätsmenge in der Zeit dt Sek. um den Betrag dQ Coulomb, so ist der Zeitwert der Stromstärke nach Gleichung (1) auf S. 2

$$i = \frac{dQ}{dt} \text{ Amp.}$$

Nun gilt für diesen Strom das Durchflutungsgesetz. Das Linienintegral der magnetischen Feldstärke oder die magnetische Spannung längs einer geschlossenen Kurve ist also gleich der Änderung der Elektrizitätsmenge in der Zeiteinheit. Je nachdem wir die geschlossene Kurve nach Bild 83a oder nach Bild 83b ziehen, haben wir längs der Kurve eine verschieden große magnetische Spannung, diese ist also abhängig von der Fläche der Kurve. Wir kommen dadurch zu der Anschauung, daß die magnetische Spannung längs der Kurve durch die Änderung eines elektrischen Flusses gegeben ist, der von der Fläche der Kurve umfaßt wird.



Dadurch ist die Übereinstimmung mit dem entsprechenden Vorgang im magnetischen Feld auf S. 58 vollkommen: die elektrische Spannung längs einer geschlossenen Kurve ist gleich der Änderung des die Fläche durchsetzenden magnetischen Flusses in der Zeiteinheit. Ebenso ist die magnetische Spannung längs einer geschlossenen Kurve gleich der Änderung des die Fläche durchsetzenden elektrischen Flusses in der Zeiteinheit.

Wir müssen diesen Fluß, der beim geladenen Kondensator, wie der magnetische Fluß, einen Ruhezustand darstellt, streng vom elektrischen Strome unterscheiden. Nur die Änderung des Flusses in der Zeit ist magnetisch mit einem elektrischen Strome gleichwertig. Im Übrigen gelten über den elektrischen Fluß die Bemerkungen über den magnetischen Fluß auf S. 44.

Der elektrische Fluß durch die senkrecht durchsetzte Flächeneinheit ist die elektrische Induktion oder die elektrische Verschiebung, oder auch die Dichte des Feldes. Wir haben also eine elektrische Dichte nicht nur nach der alten Vorstellung auf der Oberfläche geladener Leiter, sondern auch in dem umgebenden Dielektrikum. Ebenso wie die magnetische Dichte hat sie eine bestimmte Richtung im Raume, und wenn wir die an einer Stelle des Feldes von verschiedenen elektrisch

geladenen Körpern herrührenden elektrischen Induktionen zusammensetzen, müssen wir dies wie bei Kräften geometrisch und nicht algebraisch ausführen. Die Einheit der elektrischen Induktion hat das Feld an der Oberfläche eines metallischen Leiters, der gleichmäßig mit 1 Coulomb/cm² geladen ist.

Über die elektrischen Linien und Röhren gilt dasselbe wie über die magnetischen, mit dem einzigen Unterschiede, daß die elektrischen Linien und Röhren an positiv geladenen Flächen beginnen und an negativ geladenen Flächen endigen, während die magnetischen Röhren in sich geschlossen sind. Das letztere ist beim Elektromagneten ohne weiteres klar. Auch beim Dauermagneten wird angenommen, daß sich die Röhren, die in den Südpol einmünden, im Innern des Magneten wieder bis zum Nordpol fortsetzen.

Der elektrische Fluß ist das Produkt aus der Induktion und der senkrecht durchsetzten Fläche. Er ergibt sich im Dielektrikum, wie der magnetische Fluß, als quellenfrei, so daß der Fluß durch jeden Querschnitt einer Röhre der gleiche ist. Da die Induktion in Coulomb/cm² gemessen wird, so ist die Einheit des elektrischen Flusses ein Coulomb. Ist also \mathfrak{D} die zur Fläche dF senkrechte Komponente der Induktion, so ergibt sich der Fluß durch die Fläche zu

$$Q = \int \mathfrak{D} \cdot dF. \quad (1)$$

Durch den Querschnitt einer Einheitsröhre tritt wieder die Einheit des Flusses, also 1 Coulomb. Während wir also beim Magnetismus der Pol-einheit 4π Einheitsröhren zuordneten, schreiben wir der Einheit der Elektrizitätsmenge eine Einheitsröhre zu. Wir können dann nicht nur den Fluß und die Elektrizitätsmenge in demselben Maß, also in Coulomb, messen und mit demselben Buchstaben bezeichnen, sondern wir haben vor allen Dingen den großen Vorteil, daß nun der elektrische Fluß durch eine Fläche vollständig die Stelle der Elektrizitätsmenge, mit der man früher arbeitete, einnimmt. Anstatt der Vorstellung, daß eine Elektrizitätsmenge auf der Oberfläche eines isolierten Leiters angesammelt wird, tritt jetzt unmittelbar die Anschauung, daß in der Umgebung, dem aus Nichtleitern bestehenden sogenannten Dielektrikum, ein elektrischer Fluß vorhanden ist. Auf diese Weise machen wir wirklich Ernst mit der Faradayschen Anschauung, daß alle Vorgänge, z. B. die Ladung oder Entladung eines Kondensators, im Dielektrikum vor sich gehen.

Wir gehen nun zu einfachen Beispielen über.

Bei einem Plattenkondensator sind die elektrischen Linien unter Vernachlässigung der Randwirkung nach Bild 84a überall gleichgerichtet. Die Induktion \mathfrak{D} ist dann überall dieselbe. Der Fluß oder die Ladung Q Coulomb ergibt sich dann bei der einseitigen Plattenfläche F cm² zu

$$Q = \mathfrak{D} \cdot F \text{ Coulomb.} \quad (2)$$

Bei einem Röhrenkondensator, also z. B. einem gleichachsigen

Kabel (Bild 84b) ist die Induktion unter Vernachlässigung der Randwirkung auf einer durch das Dielektrikum gelegten Zylinderfläche überall dieselbe. Ist l die Länge des Kondensators in cm und r der Halbmesser der Zylinderfläche in cm, so ist die Fläche selbst gleich $2r\pi \cdot l$. Bei einem

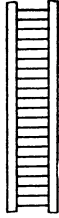


Bild 84a. Plattenkondensator.

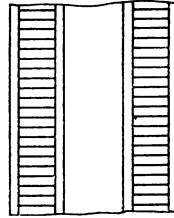


Bild 84b. Röhrenkondensator.

Flusse oder einer Ladung Q ist dann die Induktion im Abstand r von der Achse:

$$\mathfrak{D} = \frac{Q}{F} = \frac{Q}{2r\pi \cdot l} \text{ Coulomb/cm}^2. \quad (3)$$

Diese Gleichung gilt auch für die Induktion in der Entfernung r von einem einzelnen unendlich dünnen geraden Leiter.

Ebenso wird bei einem Kugelkondensator die Induktion im Abstand r cm vom Mittelpunkt

$$\mathfrak{D} = \frac{Q}{4r^2\pi} \text{ Coulomb/cm}^2. \quad (4)$$

Dieselbe Gleichung ergibt sich für die Induktion im Abstand r cm von einem punktförmigen, mit der Elektrizitätsmenge Q Coulomb geladenen Körper im gleichförmigen Mittel. Wir müssen dabei annehmen, daß keine Leiter in der Nähe sind, welche die gleichmäßige Ausstrahlung der Flußröhren in den umgebenden Raum stören. Die elektrischen Linien endigen dann theoretisch im Unendlichen auf einer entgegengesetzt geladenen inneren Kugelfläche. Tatsächlich finden sie allerdings ihr Ende an entgegengesetzten Ladungen der Zimmerwände, was jedoch die Verteilung in der Nähe des punktförmigen Körpers nicht wesentlich beeinflusst.

Die elektrischen Linien zweier punktförmiger, entgegengesetzt gleicher Ladungen können wir in derselben Weise zeichnen wie die magnetischen Linien zweier punktförmiger Pole in Bild 34.

Wir ermitteln nun die elektrischen Linien zweier entgegengesetzt geladener gerader Leiter von unendlicher Länge und unendlich kleinem Querschnitt, welche die Papierebene in A und B senkrecht durchsetzen. Die Punkte C und D mögen auf einer elektrischen Linie liegen, die bei ihrer Verschiebung in der Längsrichtung der Leiter die Wandung einer elektrischen Röhre beschreibt. Wächst in Bild 85 α um $d\alpha$, so wächst β um $d\beta$. Da durch die Wandung von der Breite CD kein Fluß

hindurchgeht, so folgt: $d\beta = d\alpha$ oder wenn wir die Unveränderliche bei der Integration gleich γ setzen: $\beta = \alpha + \gamma$. Der Winkel γ an der Spitze ist also unveränderlich, d. h. die elektrische Linie ist ein Kreisbogen über der Sehne $AB = b$.

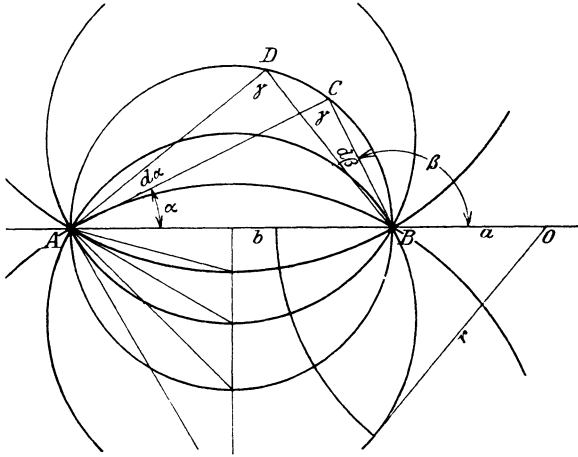


Bild 85. Elektrische Linien zweier unendlich dünnen Leiter.

Zur Zerlegung des ganzen Feldes in Röhren gleichen Flusses ziehen wir von A und B in gleichem Abstand Strahlen, welche die Mittelsenkrechte auf AB in den Mittelpunkten der gesuchten Kreise schneiden. Natürlich hätten wir die elektrischen Linien auch unter entsprechender Änderung der Zeichnung, ähnlich wie in Bild 34 ermitteln können.

Nun hat das Quadrat der Tangenten r , die von ein und demselben Punkte O der Verlängerung von AB an die Kreise gezogen werden, für alle Kreise denselben Wert

$$r^2 = a(a + b) \quad (5)$$

Ein Kreis um O mit der Tangente als Halbmesser schneidet also alle elektrischen Linien rechtwinklig.

Wir nehmen nun die Tatsache voraus, daß die elektrischen Linien stets senkrecht zur Leiteroberfläche gerichtet sind und man daher jede zu ihnen senkrechte Fläche im Dielektrikum durch eine Leiteroberfläche ersetzen kann. An der Verteilung der elektrischen Linien außen wird also nichts geändert, wenn wir die Oberfläche des Zylinders, dessen Halbmesser gleich dem Halbmesser des Kreises um O ist, durch eine gleiche metallische Fläche ersetzen, d. h. wenn der Zylinder um O die Oberfläche eines Drahtes ist. Man muß dann allerdings die elektrischen Linien im Innern des Zylinders wegnehmen, da sich die Ladung nur an der Oberfläche eines metallischen Leiters befindet und das Feld im Innern gleich Null ist.

Dadurch haben wir nun ein Mittel, um die Röhren zweier gerader,

entgegengesetzt gleich geladener runder Drähte darzustellen. Wir ersetzen dabei unsere Leiter durch zwei Leiter von unendlich dünnem Querschnitt und verlegen sie nach den „elektrischen Achsen“ A und B . Für die Leiter von unendlich dünnem Querschnitt haben wir dann die Zeichnung nach Bild 85 auszuführen.

Da nach Bild 86 $b = d - 2a$ ist, so lautet unsere Bedingung zur Ermittlung des Abstandes a bei gleichen Halbmessern der Drähte:

$$r^2 = a(d - a). \quad (6)$$

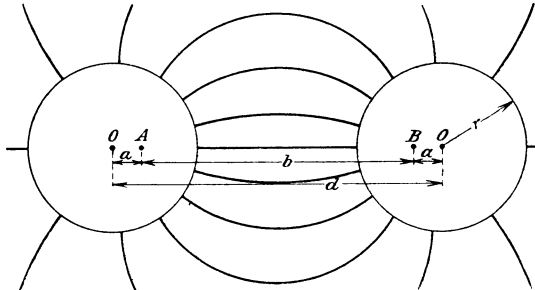


Bild 86. Elektrische Linien zweier Drähte von gleichem Halbmesser.

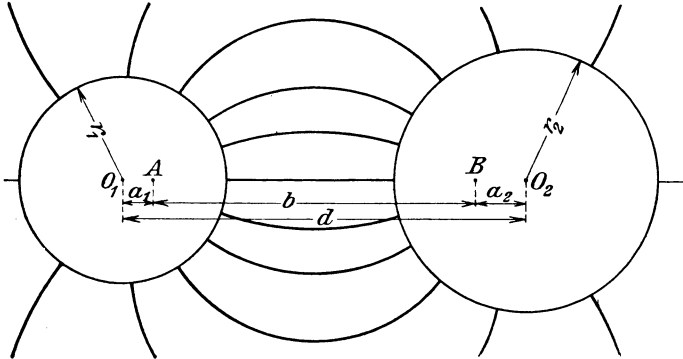


Bild 87. Elektrische Linien zweier Drähte von ungleichem Halbmesser.

Sind die Halbmesser ungleich (Bild 87), so ist nach Gleichung (5):

$$r_1^2 = a_1(a_1 + b) \quad (7) \quad r_2^2 = a_2(a_2 + b) \quad (8)$$

$$a_1 + a_2 + b = d. \quad (9)$$

Wir führen $a_1 + b$ und $a_2 + b$ aus der Gleichung (9) in Gleichung (7) und (8) ein, lösen Gleichung (7) für a_1 bzw. a_2 auf und setzen den gefundenen Wert in Gleichung (8) ein. Wir setzen dann:

$$c_1 = \frac{d^2 + r_1^2 - r_2^2}{2d} \quad (10) \quad c_2 = \frac{d^2 + r_2^2 - r_1^2}{2d} \quad (11)$$

Dadurch erhalten wir zur Ermittlung der elektrischen Achsen die Werte

$$a_1 = c_1 - \sqrt{c_1^2 - r_1^2} \quad (12) \quad a_2 = c_2 - \sqrt{c_2^2 - r_2^2} \quad (13)$$

Wir bestimmen schließlich die elektrischen Linien zwischen einer ebenen leitenden Fläche und einem zu ihr gleichgerichteten, entgegengesetzt geladenen geraden Leiter. Da die elektrischen Linien auf der Ebene senkrecht stehen, so können wir diese durch die Ebene ersetzen, die in Bild 86 durch die Mitte von AB geht und auf allen elektrischen Linien senkrecht steht. Wir zeichnen also das Spiegelbild des Leiters in bezug auf die leitende Ebene und verfahren dann nach Bild 86.

36. Elektrische Spannung und Feldstärke.

Wenn wir einen elektrisch geladenen Leiter im elektrischen Felde bewegen, leisten wir eine mechanische Arbeit, die positiv ist, solange die Bewegung entgegen der vom Felde auf den Leiter ausgeübten Kraft gerichtet ist, und negativ, solange sie in Richtung der Kraft erfolgt. Wie bei der Bewegung eines Poles im magnetischen Felde ist die Arbeit unabhängig vom Wege und nur durch die Lage des Anfangs- und Endpunktes gegeben. Wir schreiben daher auch dem elektrischen Felde ein Potential zu und bestimmen das Potential in einem Punkte des Feldes als die Arbeit, die nötig ist, um die positive Einheit der Elektrizität aus dem Unendlichen nach diesem Punkte zu schaffen.

Die Arbeit, die wir bei der Bewegung der Einheit der Elektrizitätsmenge zwischen zwei Punkten des Feldes leisten, ist dann gleich dem Potentialunterschied oder der elektrischen Spannung zwischen beiden Punkten. Messen wir die Arbeit in Joule und die Elektrizitätsmenge in Coulomb, so erhalten wir die Spannung in Volt.

Teilen wir die Arbeit, die wir zwischen zwei unendlich nahe gelegenen Punkten bei der Bewegung der Einheit der Elektrizitätsmenge entgegen der Kraftrichtung des Feldes leisten, durch den Weg, so erhalten wir die elektrische Feldstärke. Sie ist also bestimmt als die elektrische Spannung für die Längeneinheit und wird in Volt/cm gemessen. Ist also dE die Spannung in Volt und dl die Weglänge in cm, so ergibt sich die elektrische Feldstärke zu

$$\mathcal{E} = \frac{dE}{dl} \text{ Volt/cm.} \quad (14)$$

Die Gleichung gilt nicht nur für Nichtleiter, sondern ebensowohl für durchströmte Leiter. In dem Kreis eines Stromerzeugers ist die erzeugte Spannung $E = \int \mathcal{E} dl$ die Summe aus zwei Spannungen. Von diesen wird die eine im inneren Ohmschen Widerstand des Stromerzeugers längs der ganzen inneren Drahtwicklung verbraucht und stellt, da der innere Spannungsverlust immer sehr klein ist, bei großer Länge des Weges einen ganz kleinen Betrag dar, so daß die Feldstärke im Draht sehr klein ist. Die andere ist die Klemmenspannung. Diese können wir entweder als die Spannung an einer im Dielektrikum verlaufenden elektrischen Linie auffassen, oder als die Spannung, die im äußeren Kreise, z. B. in der

Drahtwicklung eines Spannungszeigers, verbraucht wird. Wir nehmen also auch in den äußeren metallischen Leitern, sobald sie vom Strom durchflossen werden, ein elektrisches Feld an, das die Richtung des Stromes hat.

Die Feldstärke spielt auf dem Gebiet der Hochspannung deswegen eine so große Rolle, weil von ihr die Beanspruchung der verschiedenen Isolierstoffe auf Durchschlagen abhängt. Dies wird uns sofort verständlich, wenn wir an den Begriff der Feldstärke als der Spannung für die Längeneinheit der elektrischen Linie denken. Wir hätten die Arbeit auf der Längeneinheit auch von vornherein als die Kraft bezeichnen und die Feldstärke daher nach Größe und Richtung als die Kraft auf die Einheit der Elektrizitätsmenge einführen können. Dieser Begriff der Feldstärke paßt indessen besser, wenn es gilt, die Feldstärke zu messen. Dies kann z. B. durch die Beobachtung der Schwingungszeit eines kleinen elektrischen Kompasses geschehen, der aus zwei isoliert auf einer Achse befestigten und entgegengesetzt geladenen Metallkugeln besteht. Auch kommt der Begriff der Feldstärke als der Kraft auf die Einheit der Elektrizitätsmenge dann in Frage, wenn man durch Hineinstreuen eines feinen Pulvers in das elektrische Feld die Richtung und Stärke des Feldes in ähnlicher Weise zur Anschauung bringt wie durch die Eisenfeilspäne im magnetischen Feld.

Über die Niveaulächen gilt dasselbe wie im magnetischen Feld. Sie sind beim Plattenkondensator Ebenen, die den Flächen der Platten gleichgerichtet sind, beim Zylinderkondensator Zylinderflächen und beim Kugelkondensator Kugelflächen. Für zwei punktförmige ungleichnamige Elektrizitätsmengen erhalten wir dieselben Niveaulächen wie in Bild 37. Bei zwei geraden, entgegengesetzt geladenen runden Leitern sind sie nach Bild 85 Zylinderflächen, die aber nicht denselben Mittelpunkt haben.

Da sich eine Spannung in Leitern erster Klasse, zu denen alle Metalle gehören, sofort ausgleicht, so haben solche Leiter im elektrischen Feld an allen ihren Punkten dasselbe Potential, d. h. die Oberfläche ist eine Niveauläche, und die Kraft ist an allen Punkten der Oberfläche genau senkrecht zu dieser gerichtet.

37. Elektrische Induktion und Feldstärke.

Wie im magnetischen Feld ergibt auch im elektrischen Feld die Erfahrung, daß Induktion und Feldstärke einander gleichgerichtet sind. Die elektrischen Linien zeigen also ebensowohl die Richtung der elektrischen Induktion, als auch die der Kraft.

Da also nach dem Schluß des vorigen Abschnittes die elektrische Feldstärke an der Oberfläche eines Leiters senkrecht zur Oberfläche gerichtet ist, so gilt dies auch für die elektrische Induktion. Wenn wir also einen metallischen Leiter in ein bisher gleichförmiges Feld bringen, so sind die elektrischen Linien senkrecht auf die Oberfläche gerichtet, sie

drängen sich also nach dem Leiter hin zusammen. Wir erhalten ein ähnliches Bild wie beim Eisen im magnetischen Feld (Bild 42), nur mit dem Unterschied, daß die Linien jetzt genau senkrecht eintreten. Da die

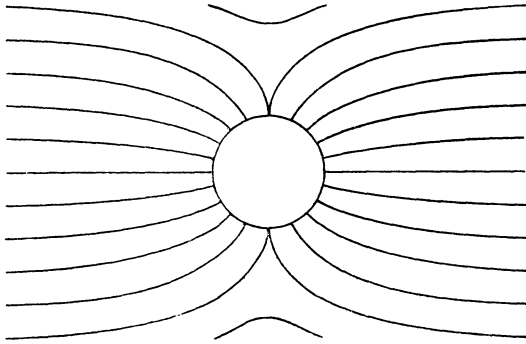


Bild 88. Leiter im gleichförmigen elektrischen Feld.

Leiteroberfläche überall dasselbe Potential besitzt, so stellt sie einen vollständigen Kurzschluß für die elektrischen Linien dar, und die Spannung zwischen zwei Punkten der Oberfläche und damit die Feldstärke ist Null, und zwar auch dann, wenn das Innere hohl ist. Dies ist der Grund, weshalb die elektrischen Linien an der einen Seite

endigen, die dadurch negative Ladung erhält, und an der anderen Seite, die dadurch positive Ladung erhält, neu entspringen. Diese Erscheinung wurde früher als Influenz bezeichnet.

Im Gegensatz zum magnetischen Feld ergibt sich im elektrischen Feld durch den Versuch nicht nur in der Luft, sondern auch für jedes Mittel Proportionalität zwischen Feldstärke und Induktion.

Wir laden z. B. einen plattenförmigen Luftkondensator von der Fläche F cm² und dem Abstand l cm durch die Spannung E Volt mit der Elektrizitätsmenge Q Coulomb und berechnen die Feldstärke $\mathcal{E} = E/l$ und die Dichte $\mathcal{D} = Q/F$. Ist v dann die Lichtgeschwindigkeit in cm/sek, also $3 \cdot 10^{10}$ cm/sek, so ergibt der Versuch für die Luft

$$\mathcal{D} = \frac{10^9}{4\pi v^2} \cdot \mathcal{E} \text{ Coulomb/cm}^2. \quad (15)$$

Daß die Verhältniszahl für die Luft nicht, wie beim Magnetismus, gleich Eins wird, beruht auf der willkürlichen Festsetzung der Einheiten für die elektrische Induktion und die elektrische Spannung (vgl. S. 96). Die Zahl 4π im Nenner tritt beispielsweise dadurch auf, daß wir der Einheit der Elektrizitätsmenge eine Einheitsröhre, der Poleinheit dagegen 4π Einheitsröhren zuordneten. Die Beobachtung, daß das Quadrat der Lichtgeschwindigkeit in unsere Gleichung eingeht, war für Maxwell der Anlaß dazu, das Licht als einen elektromagnetischen Vorgang zu bezeichnen, eine Annahme, die erst viele Jahre später von Hertz durch den Versuch bestätigt wurde.

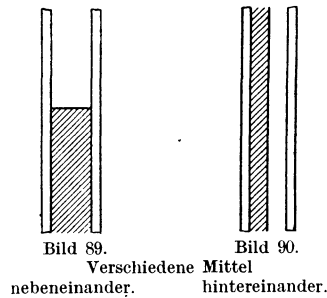
Wir untersuchen nun denselben Kondensator, nachdem wir die Luft durch ein anderes Mittel ersetzt haben, und finden dabei für dieselbe Feldstärke eine größere Induktion. Wir bezeichnen dann das Verhältnis ϵ

der elektrischen Induktion des betreffenden Mittels zur Induktion in der Luft als die Dielektrizitätskonstante. Sie ergibt sich z. B. bei festem Paraffin zu 2, bei Glas zu 5,5 bis 9. Dann wird für ein beliebiges Mittel

$$\mathfrak{D} = \frac{10^9 \cdot \varepsilon}{4 \pi v^2} \mathfrak{E} \text{ Coulomb/cm}^2. \quad (16)$$

Besteht die Zwischenschicht nach Bild 89 zur Hälfte aus Luft, zur Hälfte aus einem Mittel von der Dielektrizitätskonstante ε , z. B. aus Glas, so ist die Spannung, also auch die Feldstärke für beide Hälften dieselbe. Die Induktion ist dagegen im Glase ε mal so groß wie in der Luft.

Liegen dagegen Glas und Luft nicht nebeneinander, sondern wie in Bild 90 hintereinander, so ist die Induktion in beiden Mitteln dieselbe, dagegen die Feldstärke im Glase ε mal so klein wie in der Luft. Bei gleicher Dicke beider Schichten entfällt von der gesamten, zwischen den beiden Endplatten bestehenden Spannung ein ε mal so großer Teil auf die Luft wie auf das Glas. Er ergibt sich also zu $\varepsilon \cdot E / (1 + \varepsilon)$. Ist l der gesamte Plattenabstand, so ist in unserem Falle die Länge der Luftstrecke gleich $l/2$ und die Spannung für die Längeneinheit an der Luftstrecke wird



$$\mathfrak{E} = \frac{\varepsilon E}{1 + \varepsilon} \cdot \frac{1}{l/2} \text{ Volt/cm.}$$

Dies Ergebnis ist überraschend, da wir bei demselben Plattenabstand ohne die Glasplatte eine Feldstärke $\mathfrak{E} = E/l$ haben. Die Feldstärke im rechten Teil des Kondensators wird also durch das Hineinschieben des Glases im Verhältnis $2\varepsilon : (1 + \varepsilon)$ vergrößert. Dies ist der Grund, warum die Durchschlagsmöglichkeit durch das Einfügen eines Stoffes von hoher Dielektrizitätskonstante vergrößert wird, obwohl dieser Stoff selbst eine weit größere Durchschlagfestigkeit besitzt als die Luft. Dieses Verhalten wird uns deutlich, wenn wir nach Werner Siemens¹⁾ das Ohmsche Gesetz, wie für den magnetischen Fluß, so auch für den elektrischen Fluß anwenden. Die Dielektrizitätskonstante ist dann als eine dielektrische Durchlässigkeit zu bezeichnen. Der Spannungsverbrauch in dem Mittel von großer Durchlässigkeit ist dann klein und die an der Luftstrecke übrigbleibende Spannung groß.

Über die Brechung der elektrischen Linien gilt dasselbe wie für die magnetischen Linien. An die Stelle der magnetischen Durchlässigkeit μ tritt die dielektrische Durchlässigkeit ε . Ebenso drängen sich die

¹⁾ Werner Siemens, Lebenserinnerungen, 5. Aufl., Berlin 1897. S. 180.

elektrischen Linien, wie die magnetischen, nach dem Körper von größerer Durchlässigkeit hin zusammen, so daß Bild 42 auch für die elektrischen Linien gilt. Allerdings besteht ein Unterschied dem Grade nach. Die elektrische Durchlässigkeit ist sehr gering gegenüber der magnetischen Durchlässigkeit des Eisens. Aus diesem Grunde treten die elektrischen Linien auch nicht stets fast senkrecht in einen Stoff von größerer Durchlässigkeit ein.

38. Die Kapazität.

Das Verhältnis der Elektrizitätsmenge oder des Flusses zur Spannung wird Kapazität genannt und mit C bezeichnet. Ist E die Spannung in Volt, so ist

$$Q = C \cdot E \text{ Coulomb.} \quad (17)$$

Die Einheit der Kapazität hat dann ein Kondensator, in welchem bei 1 Volt der Fluß 1 Coulomb durch die Fläche tritt. Diese Einheit heißt 1 Farad. Ein Mikrofarad ist gleich 10^{-6} Farad.

Im Grunde ist Gleichung (17) nichts anderes als ein Ohmsches Gesetz für den elektrischen Fluß. Dabei stellt die Kapazität C einen dielektrischen Leitwert für den elektrischen Fluß dar, der indessen nicht mit dem umgekehrten Wert des Isolationswiderstandes für den elektrischen Strom verwechselt werden darf. Daß wir in Gleichung (17) ein Ohmsches Gesetz vor uns haben, wird uns deutlich, wenn wir die Kapazität für eine Anzahl von Fällen berechnen.

Bei einem Plattenkondensator von der Fläche F cm² und einem Abstand l cm ist $Q = \mathfrak{D} \cdot F$ und $E = \mathfrak{E} \cdot l$, also ist die Kapazität unter Benutzung von Gleichung (16):

$$C = \frac{Q}{E} = \frac{\mathfrak{D}}{\mathfrak{E}} \cdot \frac{F}{l} = \frac{10^9}{4\pi v^2} \cdot \epsilon \cdot \frac{F}{l} \text{ Farad.} \quad (18)$$

Wir sehen deutlich, daß sich die Kapazität ähnlich wie ein elektrischer Leitwert berechnet. Bei einem Kondensator sei z. B. die einseitige Fläche einer Platte gleich 400 cm². Ähnlich wie in Bild 25 seien 30 gleichnamige Platten nebeneinander geschaltet. Dann ist die Fläche auf beiden Seiten $F = 2 \cdot 30 \cdot 400 = 24000$ cm². Der Abstand l sei 0,2 cm, und die Zwischenschicht bestehe aus Luft. Dann wird

$$C = \frac{10^9}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^{20}} \cdot \frac{24000}{0,2} = 0,0106 \cdot 10^{-6} \text{ Farad.}$$

Häufig müssen wir zur Berechnung der Kapazität den dielektrischen Widerstand, d. h. den umgekehrten Wert der Kapazität einführen. Bei einem Zylinderkondensator haben wir z. B. den dielektrischen Widerstand eines Hohlzylinders von der Wandstärke dr im Abstand r cm von der Achse zu berechnen, indem wir den umgekehrten Wert von C aus Gleichung (18) bilden. Der Gesamtwiderstand wird dann bei dem inneren

Halbmesser r_1 , dem äußeren Halbmesser r_2 und der Länge l :

$$\frac{4\pi v^2}{10^9} \int_{r_1}^{r_2} \frac{dr}{\varepsilon \cdot 2r\pi \cdot l} = \frac{2v^2}{10^9 \cdot \varepsilon \cdot l} \cdot \ln \frac{r_2}{r_1}$$

Die Kapazität als der umgekehrte Wert des dielektrischen Widerstandes ist dann:

$$C = \frac{10^9 \cdot \varepsilon \cdot l}{2v^2 \cdot \ln \frac{r_2}{r_1}} \text{ Farad.} \quad (19)$$

Bei einem konzentrischen Kabel sei z. B. der äußere Halbmesser des inneren Leiters $r_1 = 1$ cm, der innere Halbmesser des äußeren Leiters $r_2 = 1,5$ cm und die Dielektrizitätskonstante der Zwischenschicht $\varepsilon = 4$. Dann ist für 1 km, also 10^5 cm, die Kapazität

$$C/l = \frac{10^9 \cdot 4 \cdot 10^5}{2 \cdot 9 \cdot 10^{20} \ln 1,5} = 0,54 \cdot 10^{-6} \text{ Farad/km.}$$

Für eine in der Luft befindliche Kugel vom Halbmesser r , der im Endlichen keine leitenden Flächen gegenüberstehen, haben wir den dielektrischen Widerstand einer Hohlkugel von der Wandstärke dx im Abstand x vom Mittelpunkt nach Gleichung (18) zu berechnen. Der ganze dielektrische Widerstand des umgebenden Raumes ist dann:

$$\frac{4\pi v^2}{10^9} \int_{\infty}^r \frac{dx}{4\pi x^2} = \frac{v^2}{10^9} \cdot \frac{1}{r}.$$

Die Kapazität als der umgekehrte Wert wird dann:

$$C = \frac{10^9}{v^2} \cdot r \text{ Farad.} \quad (20)$$

Anstatt den Vorgang der Ladung einer solchen Kugel auf die Oberfläche zu verlegen, haben wir ihn bei unserer obigen Rechnung im unendlichen Raum angenommen. Der leitende Körper ist dabei schließlich nichts anderes als ein Hohlraum im Dielektrikum. Eine große Kugel hat nicht deswegen auch eine große Kapazität, weil ihre Oberfläche groß ist, sondern weil der Widerstand des umgebenden Raumes klein ist. Jedenfalls ist die Auffassung von der Kapazität als einem dielektrischen Leitvermögen anschaulicher und zutreffender als die frühere, noch jetzt in ihrem Namen nachwirkende Anschauung, daß sie eine Aufnahmefähigkeit der Leiteroberflächen darstellt. Je mehr man sie als Leitvermögen ansieht, desto greifbarer wird es, daß die Vorgänge sich im Dielektrikum, nicht aber auf der Leiteroberfläche abspielen. Wir dürfen jedoch nicht übersehen, daß die Oberflächen der Leiter insofern eine wichtige Rolle spielen, als die Ladung an ihnen haftet und bei Bewegung der Leiter mit ihnen bewegt wird.

Anstatt die Kapazität aus dem dielektrischen Widerstand zu be-

rechnen, hätten wir sie auch bei gegebener Ladung Q aus der Arbeit E berechnen können, die wir aufwenden, um auf irgendeinem Wege 1 Coulomb von der negativ geladenen zur positiv geladenen Fläche zu führen. Dieser Weg wird nötig, wenn die Röhren nicht derartig einfach verlaufen wie in den obigen Fällen.

Um z. B. die Kapazität zweier runder Drähte von großer Länge l und ungleichem Querschnitt in der Luft zu bestimmen, ersetzen wir die

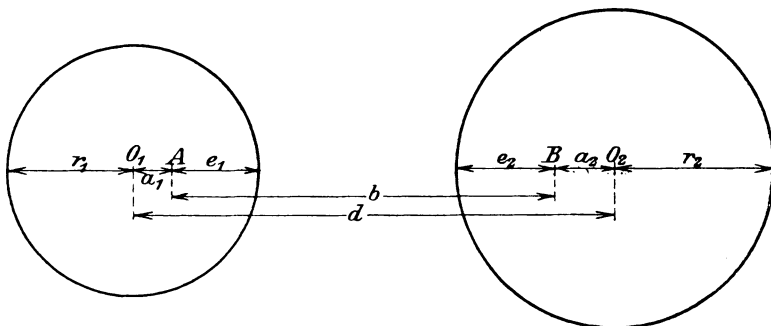


Bild 91. Elektrische Achsen A und B zweier gerader Leiter.

Drähte nach S. 99 durch die elektrischen Achsen A und B , die bei derselben Ladung denselben Fluß aussenden wie die Drähte, und deren Lage sich nach Gleichung (12) und (13) berechnet. Wir ermitteln dann zunächst die Induktion in einem beliebigen Punkte P , der auf der Verbindungslinie AB um r cm von A entfernt ist. Ist Q die Ladung auf der Länge l cm, so ist die Induktion in P , falls die Achse A allein wirksam wäre, nach Gleichung (3) gleich $Q/2r\pi l$, und falls die Achse B allein wirksam wäre, gleich $Q/2\pi l(b-r)$. Da die Achsen entgegengesetzt geladen sind, so sind beide Induktionen gleichgerichtet. Nach Gleichung (15) ist also die gesamte Feldstärke:

$$\mathfrak{E} = \frac{4\pi v^2}{10^9} \mathfrak{D} = \frac{4\pi v^2}{10^9} \left(\frac{Q}{2r\pi l} + \frac{Q}{2(b-r)\pi \cdot l} \right).$$

Wir berechnen nun die Arbeit, um 1 Coulomb von der Oberfläche des einen Drahtes zu der des anderen zu führen. Führen wir als untere Grenze für r den Wert c_1 und als obere Grenze $b - e_2$ ein, so erhalten wir die Arbeit für 1 Coulomb, d. h. die Spannung zwischen den Leiteroberflächen, zu

$$E = \int_{c_1}^{b-e_2} \mathfrak{E} dr = \frac{2v^2 Q}{10^9 \cdot l} \cdot \ln \frac{(b-c_1) \cdot (b-e_2)}{c_1 \cdot e_2}. \quad (21)$$

Demnach ist die Kapazität als das Verhältnis der Ladung Q zur Spannung E :

$$C = \frac{10^9 \cdot l}{2v^2} \cdot \frac{1}{\ln \frac{(b-c_1)(b-e_2)}{c_1 \cdot e_2}} \text{ Farad.} \quad (22)$$

Ist der Abstand der Leiterachsen und damit auch der Abstand der elektrischen Achsen sehr groß gegenüber den Halbmessern der Drähte, so fallen die elektrischen Achsen mit den Leiterachsen zusammen, also können für ϵ_1 und ϵ_2 die Werte r_1 und r_2 eingeführt werden. Gleichzeitig verschwinden beide Werte gegenüber b und endlich kann d statt b eingesetzt werden. Dann wird

$$C = \frac{10^9 \cdot l}{2v^2} \cdot \frac{1}{\ln \frac{d^2}{r_1 r_2}} \text{ Farad.} \quad (23)$$

Bei einer Einfachleitung mit Erde als Rückleitung haben wir das Spiegelbild der Leitung einzuführen und nach Bild 92 die Entfernung

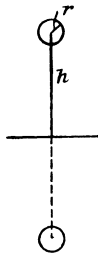


Bild 92. Einfachleitung mit Erde als Rückleitung.

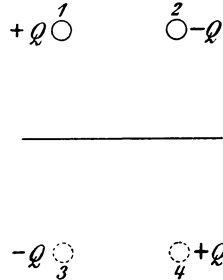


Bild 93. Doppelleitung.

beider Leiter $d = 2h$ zu setzen. Die Kapazität zwischen Leiter und Spiegelbild berechnet sich dann nach Gleichung (23), wobei $d = 2h$ und $r_1 = r_2 = r$ zu setzen ist. Nun ist der dielektrische Widerstand zwischen Leiter und Erde halb so groß wie zwischen Leiter und Spiegelbild, also die Kapazität doppelt so groß. Sie ergibt sich also zu

$$C = \frac{10^9 \cdot l}{2v^2} \frac{1}{\ln 2h/r}. \quad (24)$$

Um mit Berücksichtigung der Erde die Kapazität einer Doppelleitung 1, 2 zu ermitteln, die aus zwei geraden Leitern für Hin- und Rückleitung besteht, zeichnet man nach Bild 93 die Spiegelbilder 3, 4. Man führt dann 1 Coulomb von einem Leiter zum anderen und berücksichtigt dabei nicht nur die von beiden Leitern herrührenden Feldstärken, sondern auch die in Richtung der Bewegung fallenden Komponenten der von den Spiegelbildern herrührenden Feldstärken. Am einfachsten kommt man zum Ziel, wenn man die Arbeiten zusammenzählt, die auf dem Wege 2 1 bei der Bewegung der positiven Einheit der Elektrizitätsmenge geleistet werden, falls jeder Leiter einzeln geladen ist. Wir führen dazu die nach Gleichung (23) berechneten Kapazitäten C_{12} , C_{24} , C_{14} , usw. der Schleifen 1 2, 2 4, 1 4 usw. ein und beachten, daß wir die Arbeit von 2 nach 1 auf jedem beliebigem Wege, also auch über 4 oder 3 leisten können. Wir berücksichtigen weiter, daß bei alleiniger Ladung z. B. des Leiters 4

die Arbeit für die Bewegung eines Coulomb von 4 nach 1 halb so groß ist, als wenn der Leiter 1 mit der entgegengesetzt gleichen Elektrizitätsmenge geladen wäre wie Leiter 4, daß sie also nach Gleichung (17) gleich $\frac{1}{2} \cdot Q/C_{14}$ ist. Die Arbeit auf dem Wege 2 1 ist also unter Berücksichtigung des Vorzeichens der Ladungen:

$$\begin{aligned} \text{wenn 1 allein geladen wäre:} & \quad \frac{1}{2} \frac{Q}{C_{12}}, \\ \text{.. 2} & \quad \frac{1}{2} \frac{Q}{C_{12}}, \\ \text{.. 3} & \quad -\frac{1}{2} \frac{Q}{C_{23}} + \frac{1}{2} \frac{Q}{C_{13}}, \\ \text{.. 4} & \quad \frac{1}{2} \frac{Q}{C_{24}} - \frac{1}{2} \frac{Q}{C_{14}}. \end{aligned}$$

Berücksichtigen wir, daß $C_{24} = C_{13}$ und $C_{23} = C_{14}$ ist, so folgt die Gesamtarbeit als Summe der Einzelarbeiten zu

$$E = Q \left(\frac{1}{C_{12}} + \frac{1}{C_{13}} - \frac{1}{C_{14}} \right).$$

Da die Kapazität C gleich Q/E ist, so ergibt sich

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_{12}} + \frac{1}{C_{13}} - \frac{1}{C_{14}}. \quad (25)$$

39. Die Energie des elektrischen Feldes.

Wir wollen einen Kondensator dadurch laden, daß wir eine Spannung e anlegen, die wir von Null an bis auf den Endwert E steigern. Ist e der Zeitwert der Spannung, so ist der Zeitwert der Ladung gleich $Q_t = C \cdot e$. Wächst dann die Spannung in der Zeit dt um de , so wächst die Ladung um $dQ_t = C \cdot de$, und die zufließende Elektrizitätsmenge in der Zeiteinheit, d. h. der Ladestrom ist

$$i = \frac{dQ_t}{dt} = C \cdot \frac{de}{dt} \text{ Amp.} \quad (26)$$

Da ebensoviel Elektrizität von der negativen Platte zur Stromquelle zurückfließt, wie zur positiven Platte zufließt, so kommen wir zur Vorstellung eines Kreisstromes, bei dem der Strom in der Zuleitung, wie bereits oben erwähnt wurde, seine Fortsetzung im sogenannten „Verschiebungsstrom“ im Dielektrikum findet. Dieser Verschiebungsstrom ist die Änderung des elektrischen Flusses in der Zeiteinheit.

Die Arbeit, die dem Kondensator bei der Ladung zugeführt wird, ist nach Gleichung (26):

$$A = \int_0^E e i dt = \int_0^E C \cdot e \cdot de = \frac{C \cdot E^2}{2} \text{ Joule.} \quad (27)$$

Sie läßt sich auch in der Form $Q \cdot E/2 = Q^2/2C$ schreiben, wobei $Q = C \cdot E$ der Endwert der Ladung ist. Diese Arbeit wird als Energie des elektrischen Feldes aufgespeichert und setzt sich bei der Entladung wieder in elektrische Arbeit um.

Wenn wir bei einem Plattenkondensator von der Fläche F cm² und dem Plattenabstand l cm die Randwirkung vernachlässigen und mit \mathfrak{D} die Induktion, mit \mathfrak{E} die Feldstärke bezeichnen, so wird $Q = \mathfrak{D} \cdot F$ und $E = \mathfrak{E} \cdot l$. Setzen wir dann in Gleichung (27) $C \cdot E = Q$, so wird die elektrische Energie:

$$W = \frac{Q \cdot E}{2} = \frac{\mathfrak{E} \cdot \mathfrak{D}}{2} \cdot F \cdot l \cdot \text{Joule.} \quad (28)$$

Die Induktion der elektrischen Energie ist dann:

$$\sigma = \frac{\mathfrak{E} \cdot \mathfrak{D}}{2} \cdot \text{Joule/cm}^3. \quad (29)$$

Die Zahl 4π , die wir in der Gleichung für die magnetische Energie hatten, fällt hier weg, da die Einheit des Flusses in anderer Weise bestimmt ist.

Längszug und Querdruck des elektrischen Feldes ergeben sich wie die entsprechenden Größen des magnetischen Feldes. Beide Kräfte auf der Flächeneinheit ergeben sich zu:

$$\frac{P}{F} = \frac{\mathfrak{D} \cdot \mathfrak{E}}{2} \frac{\text{Joule/cm}}{\text{cm}^2} = \frac{\mathfrak{D} \cdot \mathfrak{E}}{2} \cdot 10^7 \frac{\text{Dyn}}{\text{cm}^2}. \quad (30)$$

Siebenter Teil.

40. Grundeinheiten des absoluten Maßsystems. — 41. Mechanische Größen. — 42. Die magnetischen Größen. — 43. Die elektrischen Größen.

40. Grundeinheiten des absoluten Maßsystems.

Das sogenannte absolute Maßsystem beruht auf den Einheiten des Zentimeters, des Gramms und der Sekunde.

Die Einheit der Länge ist 1 cm, d. h. der hundertste Teil eines in Paris aufbewahrten Normalmeterstabes. Das Meter selbst ist willkürlich ungefähr gleich dem zehnmillionsten Teil eines Erdquadranten gewählt. Wir bezeichnen die Länge in cm mit l .

Die Einheit der Masse ist das Gramm, d. h. die Masse, die so viel wiegt wie 1 cm³ Wasser von 4° C. Das Gewicht in Gramm gibt also unmittelbar die Masse im absoluten Maß an.

In der Technik wird sonst das 1000fache eines Gramms nicht als Masseneinheit, sondern als Kräfteinheit verwendet. Um dann die Masse zu erhalten, muß man das Gewicht in Kilogramm durch die Beschleunigung der Schwere, also durch 9,81 teilen. Ein Körper, der 9,81 kg wiegt, hat also im technischen Maß die Masse Eins, im absoluten Maß dagegen die Masse 9,81 · 1000 g. Eine technische Masseneinheit ist also gleich 9810 absoluten Masseneinheiten. Eigentlich liegt darin aber keine größere Schwierigkeit, als wenn man sagt, daß 1 m gleich 100 cm ist. Die Wahl des Grammes als Masseneinheit erscheint sogar besonders einfach, weil 1 cm³ Wasser wirklich einen Stoff, also eine Masse darstellt. Allerdings muß man nun darauf verzichten, die Kräfte in einem so naheliegenden Maß zu messen, wie im technischen Maß. — Wir bezeichnen die Masse in Gramm mit M .

Die Einheit der Zeit ist die Sekunde, d. h. der 86 400. Teil eines mittleren Sonnentages. Wir bezeichnen die Zeit in Sekunden mit t .

Die meisten anderen Größen, wie z. B. die Geschwindigkeit, die Arbeit usw., lassen sich nun als Funktionen oder Dimensionen der Länge (L), der Masse (M) und der Zeit (T) darstellen. Eine Fläche ist z. B. die zweite Dimension einer Länge, ein Raum die dritte Dimension einer Länge. Fläche und Raum sind also Dimensionen oder Funktionen der Länge, d. h. solche Größen, deren Betrag sich rechnerisch aus Längenmaßen ergibt. Ebenso ist die Geschwindigkeit eine Dimension oder Funktion der Länge und der Zeit, weil sie sich ergibt, wenn wir die Länge durch die Zeit teilen.

Weiter ergibt sich, daß die Einheiten für die verschiedenen Größen im absoluten Maßsystem nicht mehr willkürlich gewählt werden können, sondern mit Notwendigkeit aus den gewählten Grundeinheiten folgen. So z. B. ergibt sich die Einheit der Fläche als 1 cm^2 , die des Raumes als 1 cm^3 und die der Geschwindigkeit als 1 cm/sek .

41. Mechanische Größen.

Geschwindigkeit ist das Verhältnis des Weges zur Zeit oder der in der Zeiteinheit zurückgelegte Weg. Die Dimension ist also $L \cdot T^{-1}$. Die Geschwindigkeit v im absoluten Maß ist:

$$v = \frac{l}{t} \text{ cm/sek.} \quad (1)$$

Die absolute Einheit ist 1 cm/sek .

Beispiel. Der Anker eines Turbogenerators habe einen Durchmesser von $0,5 \text{ m}$. Die Drehzahl in der Minute sei 3000 . Gesucht wird die Umfangsgeschwindigkeit im absoluten Maß.

Der Weg eines Punktes am Umfang ist für eine Umdrehung gleich $0,5 \cdot \pi \text{ m}$, also in einer Minute $0,5 \pi \cdot 3000 = 4710 \text{ m/min}$. Wir drücken nun den Weg l in cm und die Zeit t in sek aus:

$$l = 4710 \cdot 100 \text{ cm} \quad t = 1 \cdot 60 \text{ sek}$$

und erhalten

$$v = l/t = 471000/60 = 7850 \text{ cm/sek.}$$

Beschleunigung ist die Geschwindigkeitszunahme in der Zeiteinheit oder das Verhältnis der Geschwindigkeitszunahme zur Zeit. Ihre Dimension ist also $L \cdot T^{-1}/T = L \cdot T^{-2}$. Sind bei gleichförmiger Beschleunigung v_1 und v_2 die Anfangs- und Endgeschwindigkeit in cm/sek , so wird die Beschleunigung

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t} \text{ cm/sek}^2. \quad (2)$$

Die Einheit der Beschleunigung erfährt also der Körper, dessen Geschwindigkeit in einer Sekunde um 1 cm/sek wächst. Ist z. B. die Anfangsgeschwindigkeit gleich 0 , die Endgeschwindigkeit nach 3 Sekunden $29,43 \text{ m/sek}$, so ist $v_1 = 0$, $v_2 = 29,43 \cdot 100 \text{ cm/sek}$, $t = 3$, demnach

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t} = \frac{2943}{3} = 981 \text{ cm/sek}^2.$$

Wie man sieht, bezieht sich dies Beispiel auf den freien Fall. Man erhält also das Ergebnis im absoluten Maß, wenn man alle Größen im absoluten Maß einführt. Zugleich erkennt man, daß die Beschleunigung nicht, wie es oft üblich ist, in cm anzugeben ist, auch nicht in cm/sek , sondern in cm/sek^2 . Ebensovienig wie wir eine Fläche in cm messen, dürfen wir eine Beschleunigung in cm/sek ausdrücken, da dieses Maß

nur für die Geschwindigkeit gilt. Eine Nachlässigkeit im Ausdruck führt nur zur Verwirrung, da man nur Größen miteinander vergleichen kann, deren Dimensionen gleich sind. Ein Rechenfehler hat sich schon oft einfach dadurch gezeigt, daß die Dimensionen der Glieder einer Gleichung nicht übereinstimmten. Es ist also wichtig, daß man in bezug auf die Dimensionen gewissenhaft ist und sich ein sicheres Gefühl aneignet.

Kraft ist Masse mal Beschleunigung. Demnach ist ihre Dimension $L \cdot M \cdot T^{-2}$. Aus dem Schwerkraftgesetz, wonach die Kraft gleich dem Produkt der Massen geteilt durch das Quadrat der Entfernung ist, hätten wir eine andere Dimension erhalten. Die Dimensionen sind also nicht im Wesen der betreffenden Größen begründet oder erschöpfen dieses Wesen nicht vollständig.

Die absolute Einheit ist die Kraft, die einem Gramm die Beschleunigung 1 cm/sek^2 erteilt. Man nennt diese Kraft ein Dyn. Ist P die Kraft und M die Masse im absoluten Maß, so ergibt sich:

$$P = M \cdot a \text{ Dyn.} \quad (3)$$

Wir ermitteln jetzt die Kraft in Dyn, mit der die Erde ein Kilogrammgewicht anzieht. Da $1 \text{ kg} = 1000 \text{ g}$ und $9,81 \text{ m/sek}^2 = 981 \text{ cm/sek}^2$ ist, so wird

$$M = 1000 \text{ g} \quad a = 981 \text{ cm/sek}^2 \quad P = 981\,000 \text{ Dyn.}$$

Das Kilogrammgewicht oder die technische Kräfteinheit ist also gleich $981\,000 \text{ Dyn}$. Ist kg^* die Bezeichnung für die technische Einheit der Kraft, so ist

$$1 \text{ kg}^* = 981\,000 \text{ Dyn} \quad 1 \text{ Dyn} = 1,02 \text{ mg}^*.$$

Arbeit ist gleich Kraft mal Weg. Ihre Dimension ist also $L^2 \cdot M \cdot T^{-2}$. Die absolute Einheit der Arbeit wird geleistet durch die Kraft 1 Dyn längs 1 cm . Diese Einheit heißt 1 Zentimeterdyn oder 1 Erg . Ist P die Kraft in Dyn, so ist die Arbeit

$$A = P \cdot l \text{ Erg.} \quad (4)$$

Wenn z. B. 1 Kilogramm gewicht 1 m hoch gehoben wird, so ist $P = 981\,000 \text{ Dyn}$ $l = 100 \text{ cm}$. $A = 981\,000 \cdot 100 = 9,81 \cdot 10^7 \text{ Erg}$. 10^7 Erg werden unter der Bezeichnung 1 Joule zusammengefaßt. Daraus folgt:

$$1 \text{ mkg} = 9,81 \cdot 10^7 \text{ Erg} = 9,81 \text{ Joule.}$$

Die Beziehung zwischen den Einheiten der Arbeit und der Wärme ergibt sich durch den Versuch. Als Einheit der Wärme dient die kleine Kalorie, die 1 g Wasser um 1° erwärmt. Der Versuch ergibt dann:

$$1 \text{ gkal} = 0,427 \text{ mkg} = 0,427 \cdot 9,81 \text{ Joule}$$

oder

$$1 \text{ Joule} = \frac{1}{0,427 \cdot 9,81} = 0,24 \text{ gkal.}$$

Leistung ist Arbeit in der Zeiteinheit oder das Verhältnis der Arbeit zur Zeit. Demnach ist ihre Dimension $L^2 \cdot M \cdot T^{-3}$. Die absolute Einheit ist 1 Erg/sek. Man faßt 10^7 Erg/sek = 1 Joule/sek unter der Bezeichnung 1 Watt und 1000 Watt unter der Bezeichnung 1 Kilowatt zusammen. Ist also jetzt A die Arbeit in Joule und t die Zeit in sek, so ist die Leistung

$$N = \frac{A}{t} \text{ Watt.} \quad (5)$$

Ferner ergibt sich

$$1 \text{ mkg/sek} = 9,81 \text{ Joule/sek} = 9,81 \text{ Watt.}$$

Die früher übliche Einheit der Leistung war 1 Pferdestärke = 75 mkg/sek = 736 Watt.

42. Die magnetischen Größen.

Polstärke ist die Kraft, die ein punktförmiger Pol auf die Poleinheit im Abstand der Längeneinheit ausübt. Ist m die Polstärke im absoluten Maß, so ist die Kraft zwischen zwei punktförmigen Polen im Abstand r cm in der Luft nach dem Coulombschen Gesetz:

$$P = \frac{m \cdot m}{r^2}. \quad (6)$$

Daraus folgt die Dimension der Polstärke zu $L^{3/2} M^{1/2} T^{-1}$. Die Einheit der Polstärke m im absoluten Maß hat der punktförmige Pol, der in der Luft auf den gleichen Pol in der Entfernung 1 cm die Kraft 1 Dyn ausübt. Diese Einheit heißt 1 Weber.

Magnetische Spannung ist die Arbeit bei der Bewegung der Poleinheit. Ihre Dimension ist also $L^{1/2} M^{1/2} T^{-1}$.

Magnetische Feldstärke ist die magnetische Spannung für die Längeneinheit. Ihre Dimension ist also $L^{-1/2} M^{1/2} T^{-1}$. Sie kann durch die Kraft, die auf die Poleinheit wirkt, gemessen werden. Das Feld hat die Stärke Eins, das auf den Pol 1 Weber die Kraft 1 Dyn ausübt. Diese Einheit heißt 1 Gauß. Ist \mathfrak{H} die Feldstärke in Gauß, so wird

$$P = m \cdot \mathfrak{H} \text{ Dyn.} \quad (7)$$

Magnetische Dichte oder Induktion wird gemessen durch die Induktionswirkung der Flächeneinheit des Feldes. Als Einheit ist die Induktion im Abstand 1 cm vom Einheitspol gewählt. Dadurch erhalten magnetische Induktion und Feldstärke dieselbe Dimension, die Einheit, 1 Gauß, ist für beide dieselbe und in der Luft werden sie zahlenmäßig einander gleich.

Magnetische Durchlässigkeit ist das Verhältnis der magnetischen Induktion zur Feldstärke

$$\mu = \frac{\mathfrak{B}}{\mathfrak{H}}. \quad (8)$$

Da die Induktion im absoluten Maß dieselbe Dimension hat wie die Feldstärke, so ist die Durchlässigkeit eine reine Zahl.

Magnetischer Fluß oder Induktionsfluß ist das Produkt aus magnetischer Induktion und Fläche. Die Dimension ist also $L^{3/2}M^{1/2}T^{-1}$, d. h. dieselbe wie die der Polstärke. Die Einheit, 1 Maxwell, ist der Fluß durch 1 cm^2 bei der Dichte 1 Gauß. Ist \mathfrak{B} die zum Flächenelement dF senkrechte Komponente der magnetischen Induktion, so ist der Fluß durch die ganze Fläche

$$\Phi = \int \mathfrak{B} \cdot dF. \quad (9)$$

Eine Röhre, deren Querschnitt der Fluß 1 Maxwell durchsetzt, heißt eine Einheitsröhre. Von der Poleinheit gehen 4π Einheitsröhren aus. Die Zahl der vom Pol mit der Polstärke m ausgehenden Einheitsröhren ist also

$$\Phi = 4\pi m. \quad (10)$$

Die magnetische Induktion als Fluß durch die Flächeneinheit kann dann auch durch die Anzahl der Einheitsröhren durch die Flächeneinheit gemessen werden.

Magnetischer Leitwert ist das Verhältnis der magnetischen Flußröhren zur magnetischen Spannung. Seine Dimension ist also L . Unter Abweichung vom absoluten Maß wird nicht $\Phi : \mathfrak{H}l$, sondern $\Phi : 0,8 \mathfrak{H}l$ als magnetischer Leitwert eingeführt und mit \mathcal{A} bezeichnet. Dadurch wird

$$\Phi = 0,8 \mathfrak{H} \cdot l \cdot \mathcal{A} \text{ Maxwell}. \quad (11)$$

Bei gleichförmiger Induktion ist

$$\mathcal{A} = \frac{0,4\pi \cdot \mu \cdot F}{l} \text{ cm}. \quad (12)$$

Der umgekehrte Wert des magnetischen Leitwertes ist der magnetische Widerstand.

Die magnetische Energie hat dieselbe Dimension wie die Arbeit. Auch die Einheit ist dieselbe. Allgemein ist die magnetische Energie im Raum $dV \text{ cm}^3$

$$dW = \int_0^{\mathfrak{B}} \frac{\mathfrak{H} \cdot d\mathfrak{B}}{4\pi} dV \cdot \text{Erg}. \quad (13)$$

Daraus folgt die Energiedichte

$$\sigma = \int_0^{\mathfrak{B}} \frac{\mathfrak{H} \cdot d\mathfrak{B}}{4\pi} \text{ Erg/cm}^3. \quad (14)$$

43. Die elektrischen Größen.

Elektrische Spannung ist gleich der Änderung des umfaßten Flusses in der Zeiteinheit. Ihre Dimension ist also $L^{3/2}M^{1/2}T^{-2}$. Die absolute Einheit der Spannung wird erzeugt, wenn sich der von einer Windung umfaßte magnetische Fluß um 1 Maxwell/sek ändert, oder wenn

ein Leiter von 1 cm Länge mit der Geschwindigkeit 1 cm/sek durch ein Feld von der Induktion 1 Gauß hindurchschneidet. Das 10^8 fache der absoluten Einheit heißt 1 Volt. Ist also w die Windungszahl, l die Leiterlänge in cm und v die Geschwindigkeit in cm/sek, so ist die erzeugte Spannung

$$e = -w \frac{d\Phi}{dt} \cdot 10^{-8} = \mathfrak{B} \cdot l \cdot v \cdot 10^{-8} \text{ Volt.} \quad (15)$$

Die Stromstärke ist nach dem Durchflutungsgesetz ihrem Wesen nach eine magnetische Spannung, hat also die Dimension $L^{1/2} M^{1/2} T^{-1}$. Die magnetische Spannung längs einer geschlossenen Kurve ist gleich dem 4π fachen der von der Kurve umschlossenen Ströme. Hierdurch ist die absolute Einheit der Stromstärke bestimmt. Wir können sie auch festsetzen als die Stromstärke, die bei der absoluten Einheit der Spannung 1 Erg/sek leistet. Der zehnte Teil der abs. Einheit der Stromstärke heißt 1 Amp. Gesetzlich ist 1 Amp. bestimmt als die Stromstärke, die in 1 sek 1,118 mg Silber aus einer Silbernitratlösung ausscheidet.

Ist I die Stromstärke in Amp., so lautet das Durchflutungsgesetz

$$\int \mathfrak{H} dl = 0,4\pi \cdot I \cdot w. \quad (16)$$

Da 1 Amp. gleich $1/10$ abs. Einheit, 1 Volt gleich 10^8 abs. Einheiten und 1 Watt gleich 10^7 abs. Einheiten ist, so gibt die Spannung E in Volt mal der Stromstärke I in Amp. die Leistung in Watt, d. h.

$$N = E \cdot I \text{ Watt.} \quad (17)$$

Elektrizitätsmenge ist das Produkt aus der Stromstärke und Zeit. Ihre Dimension ist also $L^{1/2} M^{1/2}$. Die absolute Einheit ist die Elektrizitätsmenge, die in 1 sek bei der absoluten Einheit der Stromstärke durch den Querschnitt fließt. Der 10. Teil, der dem Ampere entspricht, heißt 1 Coulomb. Demnach ist die Elektrizitätsmenge beim Strom I Amp. in der Zeit t sek

$$Q = I \cdot t \text{ Coulomb.} \quad (18)$$

Die elektrische Arbeit ist dann

$$A = E \cdot I \cdot t = E \cdot Q \text{ Joule.} \quad (19)$$

1 Mikrocoulomb ist gleich 10^{-6} Coulomb, 1 Amperestunde gleich 3600 Coulomb.

Der Versuch ergibt, daß die abs. Einheit der Elektrizitätsmenge $3 \cdot 10^{10}$ mal so groß ist wie die statische Einheit der Elektrizitätsmenge, die in der Entfernung von 1 cm auf die gleiche Elektrizitätsmenge die Kraft 1 Dyn ausübt. $3 \cdot 10^{10}$ ist die Lichtgeschwindigkeit in cm/sek. Gleichzeitig unterscheidet sich die Elektrizitätsmenge im absoluten und statischen Maß durch die Dimension der Geschwindigkeit. Einen Einblick in das Verhältnis der Elektrizitätsmenge im absoluten und statischen Maß gewinnen wir durch den Versuch von Rowland: Erteilt man einem Kreisring, der auf jedem Zentimeter seines Umfanges mit der statischen

Einheit der Elektrizitätsmenge geladen ist, die Umfangsgeschwindigkeit von $3 \cdot 10^{10}$ cm/sek, so übt der Ring dieselbe magnetische Wirkung aus wie ein Kreisstrom von der absoluten Einheit der Stromstärke.

Nun ist 1 Coulomb gleich $\frac{1}{10}$ abs. Einheit, also gleich $3 \cdot 10^9$ statischen Einheiten der Elektrizitätsmenge. Andererseits ist die statische Einheit der Spannung gleich der Arbeit in Erg für die statische Einheit der Elektrizitätsmenge. Daraus folgt:

$$1 \text{ Volt} = 1 \frac{\text{Joule}}{\text{Coulomb}} = \frac{10^7 \text{ Erg}}{3 \cdot 10^9 \text{ stat. Einh.}} = \frac{1}{300} \text{ stat. Einheiten.} \quad (20)$$

Elektrischer Widerstand ist das Verhältnis der elektrischen Spannung zur Stromstärke. Seine Dimension ist also LT^{-1} . Dies ist dieselbe Dimension wie die der Geschwindigkeit. Die absolute Einheit ist also, so sonderbar es klingt, 1 cm/sek. Die praktische Einheit ist der Widerstand, in welchem 1 Volt den Strom 1 Amp. erzeugt. Diese Einheit heißt 1 Ohm. Da 1 Volt gleich 10^8 abs. Einheiten und 1 Amp. gleich 10^{-1} abs. Einheiten ist, so ist 1 Ohm gleich $10^8 : 10^{-1} = 10^9$ abs. Einheiten. Der Widerstand in Ohm wird dann

$$R = \frac{E}{I} \text{ Ohm.} \quad (21)$$

Gesetzlich ist das Ohm bestimmt als der Widerstand eines Quecksilberfadens von 106,3 cm Länge und 1 mm^2 Querschnitt. Dann ergibt sich die gesetzliche Bestimmung für das Volt: Ein Volt ist die Spannung, die in einem Widerstand von einem Ohm die Stromstärke 1 Amp. erzeugt, oder umgekehrt: Ein Volt ist die Spannung, die der Strom 1 Amp. an dem Widerstand von einem Ohm bewirkt.

Induktivität ist die magnetische Flußverkettung bei der Stromeinheit. Ihre Dimension ergibt sich nach Gleichung 1 auf S. 77 zu L , und die absolute Einheit ist 1 cm. Als technische Einheit gilt die Induktivität einer Spule, in der ein Volt erzeugt wird, wenn sich die Stromstärke gleichmäßig in 1 sek um 1 Amp. ändert. Diese Einheit wird 1 Henry genannt. Da 1 Volt gleich 10^8 abs. Einheiten und 1 Amp. gleich 10^{-1} abs. Einheiten ist, so wird 1 Henry gleich $10^8 : 10^{-1} = 10^9$ abs. Einheiten oder gleich 10^9 cm. Dies ist gleich einem Erdquadranten. Ist w die Windungszahl und \mathcal{A} der für Selbstinduktion und gegenseitige Induktion verschiedene magnetische Leitwert, so sind die Induktivitäten der Selbstinduktion und gegenseitigen Induktion

$$L = w^2 \cdot \mathcal{A} \cdot 10^{-8} \text{ Henry} \quad (22) \quad M = w_1 \cdot w_2 \cdot \mathcal{A} \cdot 10^{-8} \text{ Henry.} \quad (23)$$

Die Spannung der Selbstinduktion und gegenseitigen Induktion wird dann bei der Änderung des Stromes in der Zeit dt um di Amp.:

$$e = -L \cdot \frac{di}{dt} \text{ Volt} \quad (24) \quad e_2 = -M \frac{di_1}{dt} \text{ Volt} \quad (25)$$

Elektromagnetische Energie ist gleich der magnetischen Energie. Wird während der Entstehung des Feldes keine mechanische Arbeit oder Hysteresisarbeit geleistet, so ist die elektromagnetische Energie gleich der elektrisch zugeführten Arbeit, also

$$W = \int_0^{\phi} i \cdot w \cdot d\phi \cdot 10^{-8} \text{ Joule.} \quad (26)$$

Bei gleichbleibender Durchlässigkeit und dem Endwert I der Stromstärke wird die Energie

$$W = \frac{L I^2}{2} \text{ Joule.} \quad (27)$$

Elektrische Induktion im Dielektrikum eines Kondensators ist gleich der Ladung für die Flächeneinheit. Sie wird in Coulomb/cm² gemessen. Ihre Dimension ist also $L^{3/2} M^{1/2}$.

Elektrischer Fluß ist das Produkt aus der elektrischen Induktion und der Fläche. Dimension und Einheit sind also dieselben wie die der Elektrizitätsmenge. Ist \mathfrak{D} die zur Fläche dF senkrechte Komponente der Induktion, so ist der Fluß durch die ganze Fläche

$$Q = \int \mathfrak{D} \cdot dF. \quad (28)$$

Elektrische Feldstärke ist die elektrische Spannung auf der Längeneinheit, d. h. die Arbeit bei der Bewegung der Einheit der Elektrizitätsmenge auf der Längeneinheit. Sie wird gemessen durch die Kraft auf die Einheit der Elektrizitätsmenge. Ihre Dimension ist $L^{1/2} M^{1/2} T^{-2}$. Die praktische Einheit ist 1 Volt/cm = 10⁷ Dyn/Coulomb. Ist E die Spannung in Volt und dl die Länge in cm, so ist die Feldstärke

$$\mathfrak{E} = \frac{dE}{dl} \text{ Volt/cm.} \quad (29)$$

Elektrische Durchlässigkeit ist das Verhältnis der elektrischen Induktion zur elektrischen Feldstärke. Ihre Dimension ist $L^{-2} T^2$, sie ist also im absoluten Maß nicht, wie die magnetische Durchlässigkeit, eine reine Zahl. Wird die Induktion \mathfrak{D} in Coulomb/cm² und die Feldstärke \mathfrak{E} in Volt/cm gemessen, ist ferner ε die Dielektrizitätskonstante, bezogen auf Luft, und $v = 3 \cdot 10^{10}$ die Lichtgeschwindigkeit in cm/sek, so ist die Induktion

$$\mathfrak{D} = \frac{10^9 \varepsilon}{4\pi v^2} \mathfrak{E} \text{ Coulomb/cm}^2. \quad (30)$$

Kapazität ist das Verhältnis der Elektrizitätsmenge zur Spannung. Ihre Dimension ergibt sich zu $L^{-1} T^2$. Die praktische Einheit ist die eines Kondensators, der durch 1 Volt mit 1 Coulomb geladen wird. Diese Einheit heißt 1 Farad.

Ist C die Kapazität in Farad und E die Spannung in Volt, so ist die Elektrizitätsmenge

$$Q = C \cdot E \text{ Coulomb.} \quad (31)$$

Da 1 Coulomb gleich 10^{-1} abs. Einheit und 1 Volt gleich 10^8 abs. Einheiten ist, so ist 1 Farad = 1 Coulomb/1 Volt = 10^{-9} abs. Einheiten. 1 Mikro-Farad ist gleich 10^{-6} Farad.

Elektrische Energie hat dieselbe Dimension wie die Arbeit. Sie ergibt sich zu

$$W = \frac{CE^2}{2} = \frac{Q \cdot E}{2} = \frac{Q^2}{2C} \text{ Joule.} \quad (32)$$

Die Induktion der elektrischen Energie ergibt sich zu

$$\sigma = \frac{\mathcal{E} \cdot \mathcal{D}}{2} \text{ Joule/cm}^3. \quad (33)$$

Achter Teil.

44. Doppel-T-Anker mit zweiteiligem Stromwender. — 45. Zweipolige Ring- und Trommelwicklung.
— 46. Mehrpolige Schleifenwicklung. — 47. Mehrpolige Wellenwicklung.

44. Doppel-T-Anker mit zweiteiligem Stromwender.

Durch Faradays berühmte Arbeiten, die er 1831 und 1832 unter dem Titel „Experimental researches on electricity“ veröffentlichte, wurde die Erscheinung, daß durch Bewegung eines Leiters im magnetischen Feld eine Spannung erzeugt wird, bekannt. Im Jahre 1854 fand sie in dem Siemensschen Doppel-T-Anker (Bild 94a und b) ihre wichtigste Anwendung. Dieser Anker besteht aus einer Eisentrommel, in deren Nuten eine Wicklung aus isoliertem Kupferdraht untergebracht ist. Die Wicklung ist an einen zweiteiligen Stromwender angeschlossen.

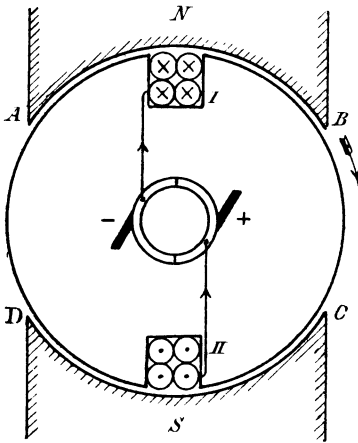


Bild 94 a.

Doppel-T-Anker mit zweiteiligem Stromwender.

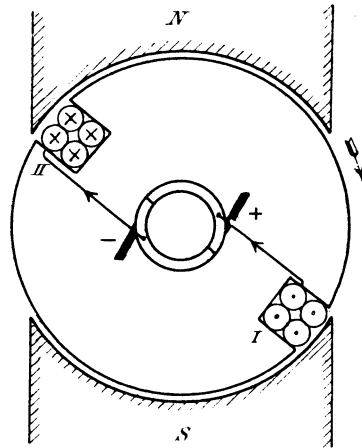


Bild 94 b.

Wird die Trommel zwischen den Polen eines Stahlmagneten gedreht, so schneiden die in den Nuten liegenden Drähte durch das magnetische Feld hindurch, so daß in ihnen eine Spannung erzeugt wird. In Bild 94a befinden sich die Spulenseiten, d. h. die zu einer Gruppe vereinigten Drähte, gerade vor der Polmitte. Nach der Faradayschen Schwimmerregel auf S. 60 ist die erzeugte Spannung bei der gegebenen Drehrichtung in den Drähten vor dem Nordpol von vorn nach hinten und in den Drähten vor dem Südpol von hinten nach vorn gerichtet. Die

Spannungen in den beiden Teilen einer Windung wirken also in demselben Sinne und ebenso auch die Spannungen aller Windungen.

Da die magnetischen Linien senkrecht in das gegenüberliegende Eisen des Ankers eindringen, so ist die magnetische Induktion \mathfrak{B} im Luftspalt gleichmäßig. Ist also l die Gesamtlänge der Leiter vor beiden Polen in cm ohne die Stirnverbindungen und v die Umfangsgeschwindigkeit in cm/sek, so ist in dem Zeitraum, in dem sich die Spulenseite vor dem Polbogen befindet, die Spannung nach Gleichung (3) auf S. 59:

$$E = \mathfrak{B} \cdot l \cdot v \cdot 10^{-8} \text{ Volt.}$$

Tritt die Spulenseite I bei B aus dem Bereiche des Nordpoles, so sinkt die Spannung auf Null. Sie bleibt dann Null, solange die Spulenseiten sich im Zwischenraum zwischen den Polspitzen befinden. Tritt dann die Spulenseite I bei C in den Bereich des Südpoles (Bild 94 b), so ändert die Spannung ihre Richtung.

In der Spule werden also Spannungen von wechselnder Richtung erzeugt. Wir verbinden nun die beiden Hälften des Stromwenders mit Hilfe von Bürsten, die auf den Hälften aufliegen, mit einem äußeren Stromkreise. Statt der ursprünglich hierfür verwendeten Drahtbürsten benutzt man jetzt allgemein Kohlestücke, für die aber die Bezeichnung Bürsten beibehalten ist. Wenn wir der Einfachheit wegen voraussetzen, daß der Stromwender in der Windungsebene der Spulen unterteilt ist, so müssen die Bürsten in der neutralen Zone, d. h. in dem Ankerdurchmesser, der senkrecht auf der Längsrichtung der Pole steht, angelegt werden. Wenn dann die Richtung der Spannung in der Spule wechselt, werden gleichzeitig die Enden der Spule an andere Bürsten, d. h. an andere Klemmen des äußeren Netzes angeschlossen. Dadurch bleibt die Stromrichtung im äußeren Stromkreise immer dieselbe. In Bild 94 a ergibt sich z. B. aus der Stromrichtung in den Drähten, daß die rechte Bürste positiv ist, weil der Strom dort aus der Maschine

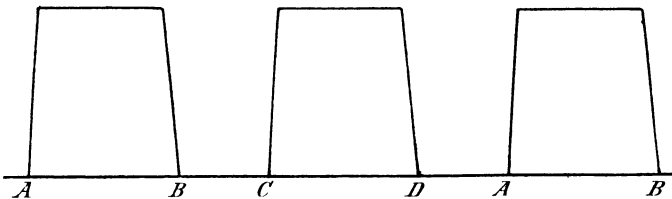


Bild 95. Zeitlicher Verlauf des Stromes beim Doppel-T-Anker mit zweiteiligem Stromwender.

herausfließt. Sie bleibt auch positiv, nachdem die Spulenseite I in den Bereich des Südpoles getreten ist und der Strom in den Spulenseiten seine Richtung geändert hat (Bild 94 b). Aus dem Wechselstrom in der Spule ist also im Netz ein in seiner Stärke wechselnder Gleichstrom geworden (Bild 95).

45. Zweipolige Ring- und Trommelwicklung.

Damit der äußere Strom nicht nur in seiner Richtung, sondern auch in seiner Stärke gleich bleibt, muß man statt des einen Nutenpaares eine große Anzahl Nuten verwenden und den Stromwender in eine entsprechend große Anzahl Teile teilen. Diese Verwendung eines mehrteiligen Stromwenders geschah zuerst im Jahre 1860 durch Pacinotti und später, nachdem die Pacinottische Erfindung unbeachtet geblieben war, durch Gramme. Obwohl die Ringwicklung später durch die 1872 durch v. Hefner-Alteneck erfundene Trommelwicklung vollständig verdrängt wurde, empfiehlt es sich doch, näher auf sie einzugehen, da grundsätzlich beide Wicklungen übereinstimmen und die Verhältnisse beim Ring sich leichter übersehen lassen als bei der Trommel.

Die Ringwicklung ist eine in sich geschlossene Spirale, die auf einen Eisenring aufgewickelt ist. In Bild 96 besteht die Wicklung aus acht Spulen von je zwei Windungen. Die Zahl der Spulen und der Windungen ist aber in Wirklichkeit viel größer, und die Spulen liegen alle dicht nebeneinander. Sie sind sämtlich in gleichem Sinne gewickelt.

Auf der verlängerten Achse befindet sich der vierteilige Stromwender aus Bronze oder Kupfer. Dieser ist in Richtung der Achse in ebensoviele voneinander isolierte Segmente geteilt, wie der Anker Spulen enthält. Die Isolation der Segmente wird am besten wieder, wie in Bild 94a und b, so gezeichnet, daß sie den Spulen gegenüberliegt.

Man verbindet nun die einzelnen Spulen elektrisch miteinander und zweigt von jeder Verbindungsstelle einen Draht nach dem davor liegenden Segment hin ab, oder man führt das Ende einer Spule unmittelbar zu einem Segment und vereinigt es dort mit dem Anfang der nächsten Spule.

Wird nun der Ring zwischen den Polen eines Elektromagneten gedreht, so schneiden die Drähte der Wicklung durch das magnetische Feld. Da die Flußröhren durch das Eisen des Ringes verlaufen und der Luft-raum innen beinahe frei vom Feld ist, so werden nur an der äußeren Mantelfläche Röhren geschnitten. Schwimmen wir nun z. B. in Bild 96 bei A vom Nordpol zum Südpol und sehen nach der Richtung der Bewegung, also in unserem Falle nach der Polmitte zu, so wirkt die erzeugte Spannung nach unserer rechten Hand, also in die Papierebene hinein. Anstatt nun die Stromrichtung durch Zeichnung von Schaft und Spitze des Pfeiles im Querschnitt der Drähte anzugeben, können wir sie auch durch die entsprechenden Pfeile in den Stirnverbindungen andeuten. Es ergibt sich, daß bei Rechtsdrehung eines Stromerzeugers der Strom in allen vorderen Stirnverbindungen in der Richtung vom Südpol zum Nordpol fließt.

Ob aber dieser Strom überhaupt zustande kommt, hängt wieder

davon ab, daß wir ihm Gelegenheit geben, an der geeigneten Stelle aus der Maschine herauszufließen. Die Pfeile in Bild 96 zeigen, daß je eine Spannung in der oberen und unteren Ankerhälfte auf den Punkt *B* hinwirkt. Es ist, als wenn bei *B* zwei gleiche Drücke aufeinander stoßen,

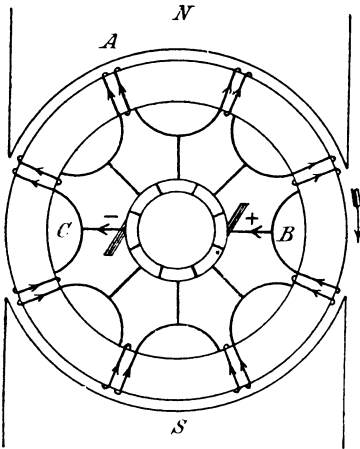


Bild 96. Ringwicklung, alle Spulen im Stromkreis.

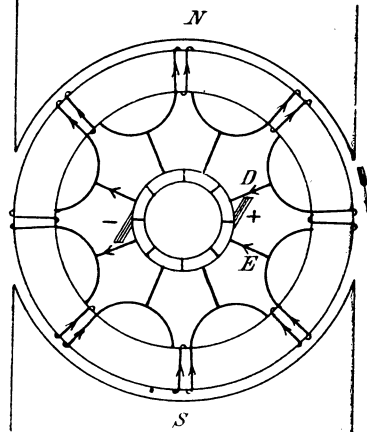


Bild 97. Ringwicklung, je eine Spule durch die Bürsten kurz geschlossen.

die sich entgegenwirken und sich innerhalb der Maschine gegenseitig aufheben. Legen wir nun bei *B* und *C* die Bürsten auf und verbinden sie durch einen äußeren Leiter, so tritt der Strom bei *B* aus der Maschine heraus. Er fließt dann durch den äußeren Leiter und bei *C* wieder in die Maschine hinein, um auf zwei Wegen nebeneinander durch die Wicklung nach *B* zurückzuffießen. Wir haben also bei *B* die positive und bei *C* die negative Bürste. Wenn die Isolation zwischen den Segmenten sich der zugehörigen Spule gegenüber befindet, liegen die Bürsten wieder auf einem zur magnetischen Induktion senkrechten Durchmesser, also in der neutralen Zone.

Ist die Anzahl der Leiter auf dem Ankerumfang und die Zahl der Segmente sehr groß, so liegen vor den Polen in jedem Zeitpunkt immer gleichviel Drähte, und die Spannung ist in allen Augenblicken gleich groß. Der große Vorteil des Grammeschen Ringes mit dem vierteiligen Stromwender gegenüber den früheren Maschinen liegt auf der Hand.

Die Spannung ändert sich auch dann nicht, wenn nach Bild 97 durch die Drehung des Ankers je eine Bürste auf zwei Segmente zu gleicher Zeit zu liegen kommt. Allerdings werden die in der neutralen Zone liegenden beiden Spulen durch die Bürsten kurz geschlossen und dadurch aus dem Stromkreis ausgeschaltet. Der Strom fließt dann unmittelbar von *D* und *E* aus auf die positive Bürste zu. Die ausgeschalteten Spulen schneiden aber bei richtiger Bürstenstellung überhaupt

keine Flußröhren, so daß ihr Kurzschluß keinen Einfluß auf die Spannung hat. Auch auf den Ankerwiderstand ist die Ausschaltung je einer Spule durch Kurzschluß nur von unwesentlichem Einfluß, da die Zahl der Spulen groß gewählt wird.

Hätten wir nach Bild 98 und 99 beim Wickeln eine oder mehrere Spulen überschlagen, so hätten wir eine mehrgängige Wicklung mit einer größeren Anzahl von Stromzweigen erhalten.

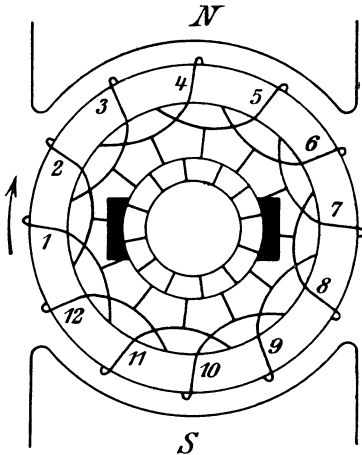


Bild 98. Mehrgängige Ringwicklung, zweifach geschlossen.

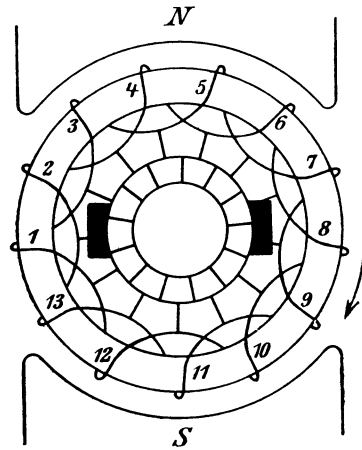


Bild 99. Mehrgängige Ringwicklung, einfach geschlossen.

Hat der Schritt, gemessen in Spulen, um den man beim Wickeln weiter schreitet, mit der Spulenzahl einen gemeinsamen Teiler, so erhält man eine mehrfach geschlossene Wicklung. So ergeben sich in Bild 98 die getrennten, in sich geschlossenen Wicklungen

$$1 \ 3 \ 5 \ 7 \ 9 \ 11 \ 1 \quad \text{und} \quad 2 \ 4 \ 6 \ 8 \ 10 \ 12 \ 2.$$

Haben Wicklungsschritt und Spulenzahl keinen gemeinsamen Teiler, so ist die Wicklung einfach geschlossen. In Bild 99 erhalten wir z. B. die Reihenfolge

$$1 \ 3 \ 5 \ 7 \ 9 \ 11 \ 13 \ 2 \ 4 \ 6 \ 8 \ 10 \ 12 \ 1.$$

Zeichnen wir, wie oben, in Bild 98 und 99 die Strompfeile in die Wicklungen, so erkennen wir, daß der Anker in vier Zweigen nebeneinander durchflossen wird und die Bürsten mindestens je zwei Segmente bedecken müssen. Der Stromlauf ist dann im gezeichneten Zeitpunkt

in Bild 98 $- \begin{vmatrix} 2 & 4 & 6 \\ 12 & 10 & 8 \\ 3 & 5 \\ 11 & 9 \end{vmatrix} +$	in Bild 99 $- \begin{vmatrix} 3 & 5 & 7 \\ 12 & 10 & 8 \\ 2 & 4 & 6 \\ 13 & 11 & 9 \end{vmatrix} +$
---	--

Wir wenden uns jetzt zur Trommelwicklung. Sie besteht, wie der Ring, aus einer Reihe von Spulen, die miteinander verbunden und deren Enden zu je einem Segment des Stromwenders geführt sind. Die Zahl der Spulen ist also gleich der Zahl der Segmente. Wir wählen sie immer weit kleiner, als es der wirklichen Ausführung entspricht.

Bei großen Maschinen enthält jede Spule nur eine einzige Windung von stabförmigem Querschnitt. Bei kleinen Maschinen besteht die Spule aus mehreren Windungen, von denen wir jedoch immer nur eine zeichnen.

Die Wicklung wird auf der Mantelfläche entlang und dann quer über die Stirnfläche wieder zum Umfang geführt. Jede Spule enthält also zwei auf der Mantelfläche liegende Spulenseiten. Wenn sich diese einander genau gegenüberliegen, so daß die Spulenweite gleich dem Durchmesser oder bei mehrpoligen Maschinen gleich der Polteilung ist, so haben wir eine Durchmesserwicklung. Ist die Spulenweite kleiner oder größer, so haben wir eine Sehnenwicklung. Die Sehne muß immer so groß sein, daß der volle Fluß, der die Ankeroberfläche durchsetzt, von der Spule umfaßt wird.

Statt der früher üblichen glatten Wicklung, bei der die Spulenseiten auf dem Umfang der Trommel liegen, wird jetzt allgemein die Nutenwicklung verwendet, die sich leichter und billiger herstellen läßt als die glatte Wicklung. Die Spulen werden dabei vorher fertig gewickelt, auf einer Schablone in die erforderliche Form gebracht und dann mit ihren Seiten in Nuten des Ankereisens eingebettet. Neben der leichteren Herstellung hat der Nutenanker noch den Vorteil einer besseren Ausnutzung der Maschine, einer leichteren und sichereren Befestigung der Wicklung und eines geringeren Verlustes durch Wirbelströme (vgl. S. 93).

Bei der üblichen Zweischichtwicklung, die wir im folgenden stets voraussetzen, liegen in jeder Nut zwei Spulenseiten oder Stäbe übereinander. Von den beiden Spulenseiten einer Spule liegt also immer die eine, die wir als den Spulenanfang bezeichnen wollen, oben, die andere, die wir als das Spulende bezeichnen, rund um eine Polteilung verschoben, unten in einer Nut. Meist liegen auch nach Bild 100 mehrere Spulenseiten nebeneinander in einer Nut (vgl. auch Bild 114). Die einzelnen, in der Nut nebeneinander liegenden Spulenseiten einer Schicht sind an drei nebeneinanderliegende Segmente angeschlossen. In bezug auf die Schaltung macht es also nichts aus, ob mehrere Spulenseiten in der Nut nebeneinander liegen oder jede Schicht der Nut nur eine Spulenseite enthält.

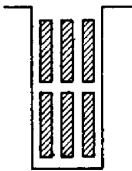


Bild 100. Drei Spulenseiten nebeneinander, zwei übereinander.

Jede obere Spulenseite nimmt mit der räumlich unter ihr liegenden, aber zu einer andern Spule gehörigen Spulenseite ein gewisses Feld auf dem Umfang ein. Wir bezeichnen diese Felder fortlaufend und geben den beiden übereinander liegenden Spulenseiten die-

selbe Nummer. Dabei machen wir bei Aufstellung der Reihenfolge die obere Spulenseite durch fetten Druck kenntlich. Enthält die Nut oben und unten nur je eine Spulenseite, so fallen die Felder mit den Nuten zusammen.

Die Verbindungen zweier, zu einer Spule gehöriger Spulenseiten an den Stirnseiten bilden die Spulenköpfe. Sie liegen entweder auf der Stirnfläche selbst, oder wie bei der Faßwicklung auf einer Mantelfläche, welche die Verlängerung des Mantels der Trommel bildet.

Jeder Spulenkopf besteht aus zwei Teilen, die in verschiedenen, zur Achse senkrechten Ebenen liegen. Auf diese Weise können sich zwei Spulenköpfe überkreuzen, ohne sich zu berühren (vgl. die folgenden Bilder). Bei dem Spulenkopf der vorderen Stirnfläche wird von uns der in der Zeichnung vorn liegende Teil, der an die obere Spulenseite angeschlossen ist, stark ausgezogen. Die Spulenköpfe der hinteren Stirnfläche sind durch einfache gestrichelte Linien dargestellt. Sind diese stark gestrichelt, so ist die Spule durch eine Bürste kurz geschlossen.

Bild 101 zeigt eine zweipolige Wicklung mit 6 Spulen, die in sechs Nuten untergebracht sind. Die zusammengehörigen Spulenseiten einer

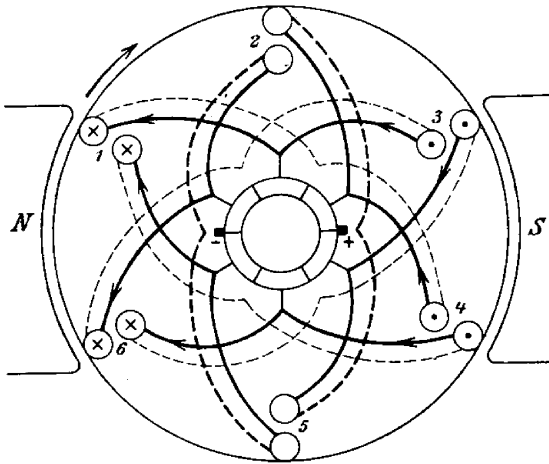


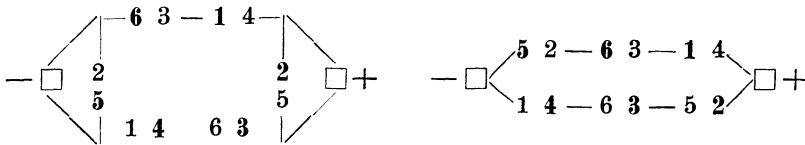
Bild 101. Zweipolige Durchmesserwicklung mit gerader Spulenzahl.

Spule, z. B. 1 (oben), 4 (unten), die hinten durch die gestrichelte Verbindung verbunden sind, liegen sich genau gegenüber, wir haben also eine Durchmesserwicklung. An die Spule 1 4 ist mit Hilfe der über den Stromwender führenden Stirnverbindung 4 2 die folgende Spule 2 5 angeschlossen usw. Schließlich wird die Wicklung in sich kurz geschlossen, und es ergibt sich die Reihenfolge:

1	2	3	4	5	6	1
⋮	/	⋮	/	⋮	/	⋮
4	5	6	1	2	3	/

Die punktierte Verbindung bedeutet dabei die Spulenweite oder den Spulenkopf, entsprechend der gestrichelten Linie auf der Stirnfläche hinten, ein schräger Strich die über den Stromwender führende Verbindung zweier Spulen auf der Vorderseite.

Drehen wir den Anker im Sinne des Uhrzeigers, so fließt der Strom wieder vor dem Nordpol von vorn nach hinten, also auf der vorderen Stirnfläche auf den Nordpol zu und vom Südpol weg. Dadurch ergeben sich die Strompfeile in den Spulenseiten und den Stirnverbindungen. In den Nuten 2 und 5, die in der neutralen Zone liegen, lassen wir die Pfeile weg. Wir erkennen dann, daß die Bürsten in der gezeichneten Stellung aufzulegen sind. Dabei werden im dargestellten Zeitpunkt die Spulen 2 5 und 5 2, deren Spulenkopf hinten stark gestrichelt ist, durch je eine Bürste kurz geschlossen. Da es sich um einen Stromerzeuger handelt, so tritt der Strom bei der negativen Bürste hinein. Er durchfließt dann die Wicklung in zwei Zweigen nebeneinander, und wir erhalten den Stromlauf wie linksstehend:



Sobald je das eine bedeckte Segment von der Bürste abgeleitet, sind alle Spulen im Stromkreis und der Stromlauf ist wie rechts stehend.

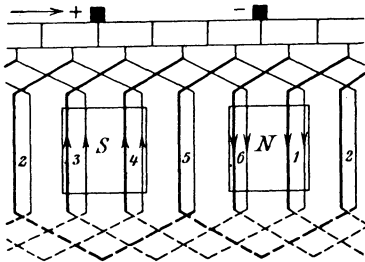


Bild 102. Trommelwicklung, abgerollt.

den hinter der Papierebene liegenden Polen und an den feststehenden Bürsten vorbei.

In bezug auf funkenlose Stromwendung ist es sehr nachteilig, wenn zwei Spulen, die in denselben Nuten liegen, gleichzeitig kurz geschlossen werden, wie dies bei der Durchmesserwicklung der Fall ist. In dieser Hinsicht ist die Sehnenwicklung günstiger. Macht man dabei die Nutenzahl oder bei mehrpoligen Maschinen die Nutenzahl für ein Polpaar ungerade, so wird ein gleichzeitiger Kurzschluß zweier Spulen überhaupt vermieden. Bild 103 zeigt dies für den Fall, daß die Sehne groß ist, d. h. daß die Verbindung hinten, z. B. 1 4, fast genau gleich dem Durch-

Wenn wir die Mantelfläche abrollen, erhalten wir für einen Zeitpunkt, in dem alle Spulen im Stromkreis liegen, Bild 102. Dabei sind alle oberen Spulenseiten und die zugehörigen Teile der Verbindungen der Vorderseite stark ausgezogen. Die unteren Spulenseiten sind der Deutlichkeit wegen dicht neben den in derselben Nut liegenden oberen Spulenseiten gezeichnet. Die Wicklung gleitet im Sinne des Pfeiles vor

Infolge der geraden Spulenzahl für das Polpaar werden gleichzeitig zwei Spulen kurz geschlossen, die aber jetzt nicht mehr in denselben Nuten liegen.

Die Sehnenwicklung zeigt nun noch die Besonderheit, daß die Drähte, die in der neutralen Zone liegen, wie z. B. die Drähte in den Nuten 3, 4, 8, und 9 von entgegengesetzten Strömen durchflossen werden. Dies ist vorteilhaft, da hierdurch die gesamte magnetische Wirkung des Ankers kleiner wird (vgl. Abschnitt 51). Dagegen ist die funkenfreie Stromwendung bei kurzer Sehnenwicklung schwerer zu erreichen.

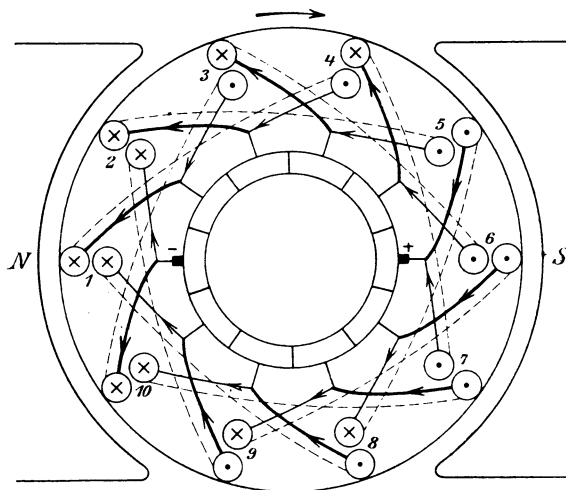


Bild 104. Sehnenwicklung.

Wir berechnen schließlich die Spannung und den Ankerwiderstand der zweipoligen Maschine. Die Flußröhren des Polpaares treten bei der Trommel während einer Umdrehung zweimal in eine Windung hinein und zweimal heraus. Ist also Φ der Fluß und n die Drehzahl in der Minute, also die Zeit einer Umdrehung gleich $60/n$ sek, so ist die mittlere Spannung einer Windung gleich $4 \Phi \cdot 10^{-8} : 60/n$. Ist ferner z die Drahtzahl auf dem Umfang, so ist die gesamte Windungszahl gleich $z/2$ und bei zwei Zweigen nebeneinander die Windungszahl in Reihe gleich $z/4$. Die erzeugte Spannung ist also:

$$E = 4 \Phi \cdot \frac{n}{60} \cdot \frac{z}{4} \cdot 10^{-8} = \Phi \cdot \frac{n}{60} \cdot z \cdot 10^{-8} \text{ Volt.} \quad (1)$$

Beim Ring mit z Drähten auf dem äußeren Umfang ist der von einer Windung umfaßte Fluß nur gleich $\Phi/2$, dafür aber ist die Windungszahl nicht gleich $z/2$, sondern gleich z . Wir erhalten also für die Spannung dieselbe Gleichung wie für die Trommel.

Ist weiter beim Ring oder der Trommel l die Länge des aufgewickelten Drahtes in m und q der Drahtquerschnitt in mm^2 , so ist der

Widerstand eines der beiden zwischen den Bürsten liegenden Zweige gleich $\rho \cdot l/2 : q$. Der Widerstand der beiden Zweige ist halb so groß, ergibt sich also zu

$$R_a = \frac{\rho \cdot l}{4q}. \quad (2)$$

Der spezifische Widerstand ρ des warmen Kupfers kann dabei gleich 0,02 gesetzt werden.

46. Mehrpolige Schleifenwicklung.

Mit zunehmender Größe der Maschine wird das zweipolige Magnetgestell zu unförmlich und wegen seiner gedrungenen Form in bezug auf Lüftung sehr ungünstig. Dazu kommt noch, daß der Strombelag vor einem Pol, d. h. das Produkt aus der Stromstärke eines Leiters und der Anzahl der vor einem Pol liegenden Leiter wegen der magnetischen Wirkung des Ankerstromes einen bestimmten Betrag nicht überschreiten darf. Endlich führt bei Maschinen mit hoher Stromstärke auch die Rücksicht auf funkenlosen Gang und auf die Vermeidung von Wirbelströmen in der Ankerwicklung dazu, die Ankerwicklung unter Verwendung eines mehrpoligen Magnetgestells in mehr als zwei Zweige zu zerlegen.

Wir betrachten zunächst in Bild 105 einen gewöhnlichen eingängigen Ringanker innerhalb eines vierpoligen Magnetgestells, das so erregt ist, daß ungleichnamige Pole aufeinander folgen. Wenn wir für Rechtsdrehung die Strompfeile einzeichnen, ergibt sich, daß wir je zwei positive und negative Bürsten in der gezeichneten Lage aufzulegen haben. Die gleichnamigen Bürsten werden miteinander und mit der entsprechenden Klemme des Netzes verbunden. Wir sehen dann, daß der Anker nebeneinander in vier Zweigen, von denen jeder vor einem Pol liegt, durchflossen wird. Ist allgemein p die Anzahl der Polpaare, also $2p$ die Zahl der Pole, und a die halbe Anzahl der Ankerzweige nebeneinander, so ergibt sich für die eingängige Ringwicklung $a = p$.

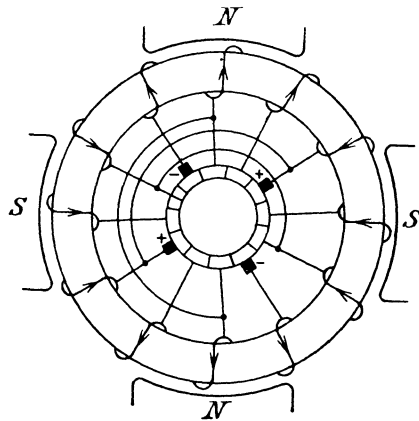


Bild 105. Ringanker mit Ausgleichverbindern. vierpoliges Magnetgestell.

Bei der mehrpoligen Trommel mit Schleifenwicklung besitzt jede Spule zwei Spulenseiten, die vor entgegengesetzten Polen liegen, und von denen wir die eine als den Anfang, die andere als das Ende ansehen können. Die Spulen werden in der Weise verbunden, daß man

das Ende der ersten Spule mit dem Anfang der zweiten Spule verbindet. Dieser folgt bei den eingängigen Wicklungen, die bei Schleifenwicklung fast allein in Frage kommen, auf den Anfang der ersten Spule. Man schreitet also vom Ende der ersten Spule zurück zum Anfang der folgenden Spule.

Gleichzeitig sehen wir, daß die mehrpolige Trommel völlig mit der Ringwicklung übereinstimmt. Wenn wir in Gedanken die Spulenseiten, welche die Enden bilden, weglassen oder mit den Anfängen zusammenfassen, so erhalten wir ohne weiteres die fortlaufend aufeinander folgenden äußeren Spulenseiten des Ringankers. Bei Schleifenwicklung ist also ebenso wie bei der Ringwicklung die Anzahl der Stromzweige, und damit auch die Bürstenzahl, gleich der Polzahl, d. h. es wird $a = p$. Die Schleifenwicklung eignet sich daher besonders für Maschinen mit hoher Stromstärke, so daß fast alle größeren Maschinen mit ihr ausgeführt werden.

Umfassen die beiden Spulenseiten einer Spule genau eine Polteilung, so haben wir eine Durchmesserwicklung, anderenfalls eine Sehnenwicklung.

Die Spulenzahl können wir an sich beliebig wählen, jedoch macht man sie mit Rücksicht auf funkenfreie Stromwendung durch die Zahl der Polpaare teilbar. Bild 106 zeigt eine vierpolige Trommel mit Schleifenwicklung und 12 Spulen, die in 12 Nuten untergebracht sind.

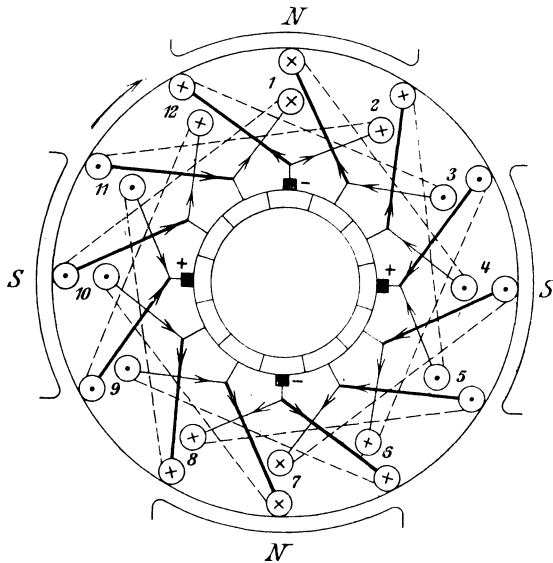
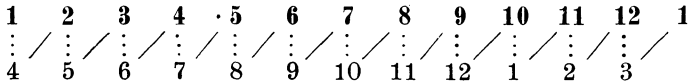


Bild 106. Vierpolige Trommel mit Schleifenwicklung.

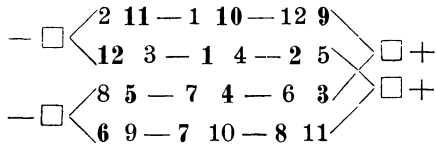
Die einzelnen Felder, die je eine Anfangs- und Endspulenseite übereinander enthalten, sind fortlaufend bezeichnet. Der Spulenkopf, der durch die gestrichelte Verbindung hinten dargestellt wird, umfaßt die volle Polteilung, wir haben also eine Durchmesserwicklung. Wenn wir

wieder die oberen Spulseiten durch fette Buchstaben bezeichnen, so besteht die erste Spule z. B. aus der Spulenseite 1 und der Spulenseite 4. Hinter diese Spule schalten wir mit Hilfe der Verbindung, die von 4 nach 2 zurückführt, die zweite Spule, welche die Spulenseiten 2 und 5 enthält usw. Am Ende schließen wir durch die Verbindung, die von 3 nach 1 führt, die Wicklung in sich kurz. Wir haben also die Reihenfolge:



Wenn wir die Strompfeile in die Wicklung eintragen, sehen wir, daß je zwei positive und negative Bürsten aufzulegen sind. Der Anker wird dann im dargestellten Zeitpunkt in den folgenden vier Stromzweigen durchflossen.

Nach $\frac{1}{24}$ Umdrehung kommen gleichzeitig alle in den Feldern 11, 2, 6 und 9 liegenden Spulenseiten zum Kurzschluß.



Bei glatter Wicklung, wie sie früher üblich war, sind die Spulenseiten nach Bild 107 fortlaufend zu bezeichnen. Der Wicklungsschritt wird dann in Spulenseiten gezählt. Der Schritt vorwärts auf der Stirnfläche hinten ist in Bild 107 $y_1 = 5$, der auf der vorderen Stirnfläche zurückgehende Schritt ist $y_2 = y_1 - 2 = 3$. y_1 muß ungerade sein, da zwischen Anfang und Ende einer Spule immer gleich viele Spulenanfänge und Spulenden liegen.

Sowohl beim Ring als auch bei der Trommel liegen die Spulenseiten der einzelnen Ankerzweige vor verschiedenen Polen.

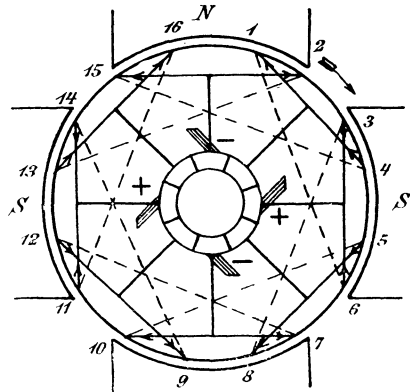


Bild 107. Glatte, vierpolige Schleifenwicklung.

Sind nun die Polpaare nicht vollständig gleich, so können sehr große Ungleichmäßigkeiten in der Strombelastung der einzelnen Zweige auftreten. Die erzeugte Spannung betrage z. B. vor dem einen Polpaar $E_1 = 115$, vor dem anderen Polpaar $E_2 = 114$ Volt. Der Widerstand je eines vor einem Polpaar liegenden Doppelzweiges in Bild 105 sei $R = 0,05$ Ohm. Der Gesamtstrom sei gleich 100 Amp. Da die Klemmenspannung an den Bürsten für beide Doppelzweige dieselbe ist, so entsprechen die Ströme I_1 und I_2 in den beiden Doppelzweigen der Gleichung

$$E_1 - I_1 R = E_2 - I_2 R$$

oder $115 - I_1 \cdot 0,05 = 114 - I_2 \cdot 0,05.$

Demnach ist $I_1 - I_2 = 20$, d. h. bei dem Gesamtstrom von 100 Amp. wird $I_1 = 60$ und $I_2 = 40$ Amp.

Bei vierpoligen Maschinen sucht allerdings der ungleich auf die einzelnen Zweige verteilte Ankerstrom infolge seiner magnetischen Wirkung die Ungleichheit der Pole auszugleichen, so daß die Verschiedenheit in der Stromverteilung weniger erheblich ist. Bei anderen Polzahlen kann sie Störungen hervorrufen, da sie eine ungleiche Strombelastung der einzelnen Bürsten verursacht und Bürstenfeuer zur Folge hat.

Man sucht daher bei größeren Maschinen, abgesehen von den vierpoligen, die Ungleichmäßigkeiten wenigstens von den Bürsten fernzuhalten. Dies geschieht durch Ausgleichverbindungen, durch welche die Segmente, die um eine doppelte Polteilung voneinander entfernt sind, nach Bild 105 und 108 entweder in regelmäßigem Abstand oder sämtlich miteinander verbunden werden. Die Zahl der Spulen oder Segmente muß dabei durch die Zahl der Polpaare teilbar sein.

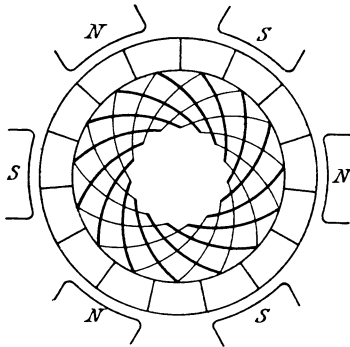


Bild 108.

Stromwender mit Ausgleichverbindungen.

Bei Gleichheit der Polpaare besteht zwischen den verbundenen Segmenten keine Spannung, so daß die Verbindungen stromlos sind. Bei ungleicher Stromverteilung übernehmen sie

dagegen den Überschuß des Stromes, so daß allen Bürsten aus dem Anker derselbe Strom zufließt.

Durch die Ausgleichverbinder wird nun auch gleichzeitig eine Verbindung zwischen den Segmenten, auf denen gleichnamige Bürsten schleifen, hergestellt. Wenn also alle Segmente mit Verbindern versehen werden, kann man mit zwei Bürsten auskommen. Jedoch wird hiervon nur in seltenen Fällen Gebrauch gemacht.

Die Verbinder können wie in Bild 105 an die Zuführungen zum Stromwender, oder wie in Bild 108 an der dem Anker zugewendeten Seite des Stromwenders unmittelbar an die Segmente angeschlossen werden. Dadurch, daß jede Verbindung aus zwei in verschiedenen Ebenen liegenden Teilen besteht, wird eine gegenseitige Berührung vermieden.

Wir berechnen zum Schlusse die Spannung und den Ankerwiderstand bei der mehrpoligen Spiral- und Schleifenwicklung. Im Verhältnis zur zweipoligen Maschine mit demselben Fluß eines Poles und derselben Drehzahl und Drahtzahl haben wir bei p Polpaaren die p -fache mittlere Spannung einer Windung, aber nur den p -ten Teil der Windungen eines Stromzweiges. Ist also Φ der Fluß, n die Drehzahl/min und z die äußere Drahtzahl, so wird wie bei der zweipoligen Maschine

$$E = \Phi \cdot \frac{n}{60} \cdot z \cdot 10^{-8}. \quad (3)$$

Ist ferner l wie früher die Gesamtlänge des Drahtes in m und q der Querschnitt in mm^2 , so wird bei $2p$ Zweigen nebeneinander der Widerstand eines Zweiges gleich $q \cdot l / 2p : q$. Der Gesamtwiderstand ist $2p$ mal so klein, ergibt sich also zu

$$R_a = \frac{q \cdot l}{4p^2 \cdot q} \text{ Ohm.} \quad (4)$$

Ist z. B. bei einer Maschine für eine Klemmenspannung von 110 Volt und einen Ankerstrom $I_a = 400$ Amp. die gesamte Drahtlänge gleich 200 m, der Stabquerschnitt gleich 40 mm^2 und die Polzahl gleich 4, d. h. $p = 2$, so ist

$$R_a = \frac{q \cdot l}{4p^2 \cdot q} = \frac{0,02 \cdot 200}{4 \cdot 4 \cdot 40} = 0,00625 \text{ Ohm.}$$

Der Spannungsverlust im Anker wird $I_a R_a = 0,00625 \cdot 400 = 2,5$ Volt. Die gesamte erzeugte Spannung ist dann $110 + 2,5$ Volt, so daß der Spannungsverlust $2,2 \%$ der Gesamtspannung ausmacht. Ebenso groß ist der Verlust durch Stromwärme bezogen auf die Gesamtleistung. Die Stromdichte wird $I_a / 2p : q = 2,5 \text{ Amp/mm}^2$.

47. Mehrpolige Wellenwicklung.

Bei der mehrpoligen Wellenwicklung schaltet man nicht, wie bei der Schleifenwicklung, hinter eine Spule die räumlich folgende desselben Polpaars, sondern nach Bild 109 und 110 eine ähnlich liegende des

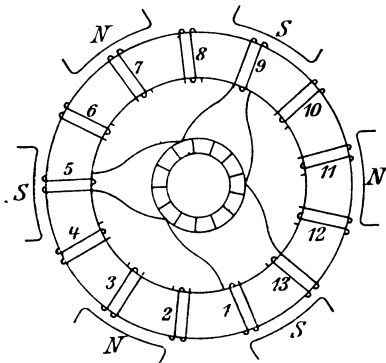


Bild 109. Wellenwicklung mit zwei Stromzweigen ($a = 1$).

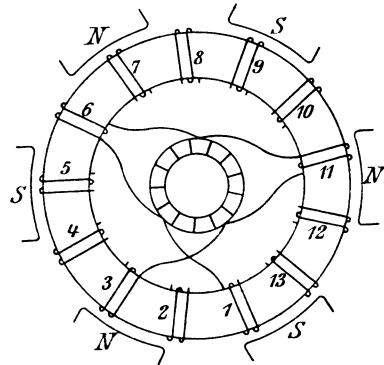


Bild 110. Wellenwicklung mit vier Stromzweigen ($a = 2$).

nächsten Polpaars. Auf diese Weise fährt man fort und schaltet bei einem Umgang p Spulen in Reihe. Man tut auf diese Weise dasselbe, wie wenn man einer Spule der zweipoligen Maschine die p -fache Windungszahl gibt. In Bild 109 sind z. B. die Spulen 1, 5 und 9 eines Umganges gleichwertig einer Spule von dreifacher Windungszahl, die auf der Breite 1 bis ausschließlich 13 liegt. Ebenso sind in Bild 109 die

Spulen 1 6 11 eines Umganges gleichwertig einer Spule von dreifacher Windungszahl, die auf der Breite 1 bis ausschließlich 3 liegt. Jede Spule eines Umganges ist gegen die vorhergehende im magnetischen Feld etwas verschoben, und die Summe aus diesen einzelnen Verschiebungen ist die Gesamtverschiebung eines Umganges.

Kommt man nach einem Umgang, also nach dem Durchlaufen von p Spulen, wie in Bild 109, an die dem Ausgangspunkt unmittelbar benachbarte Stelle, so ist die Wicklung einer eingängigen zweipoligen Wicklung gleichwertig, nur werden p ähnlich liegende Spulen durchlaufen, ehe man zu der auf die Anfangsspule räumlich folgenden kommt. Wir erhalten dann wie bei der eingängigen zweipoligen Wicklung zwei Stromzweige, deren Spulenseiten sich je auf alle Pole verteilen. Grundsätzlich kommt man dann auch mit zwei Bürsten aus, jedoch legt man in Wirklichkeit, wie bei der Schleifenwicklung, $2p$ Bürsten in Abständen von einer Polteilung auf.

Kommt man dagegen nach einem Umgang an eine Stelle, die von der Ausgangsspule gerechnet um a Spulenanfänge entfernt ist, so ist die Wicklung einer mehrgängigen zweipoligen Wicklung nach Bild 98 und 99 gleichwertig und zerfällt dann, wie diese, in $2a$ Stromzweige. In Bild 110 kommt man z. B., bei 1 beginnend, in einem Umgang nach 3, d. h. a ist gleich 2 und die Wicklung enthält $2a = 4$ Stromzweige. Man könnte jetzt mit $2a$ Bürsten auskommen, legt aber auch jetzt wieder $2p$ Bürsten in Abständen von je einer Polteilung auf.

Alles dies gilt ebensowohl für den Ring wie für die Trommel. Ist S die Spulenzahl, $2a$ die Zahl der Stromzweige und $2p$ die Polzahl, so entspricht der Wicklungsschritt Y , der beim Ring in Spulen, bei der Trommel in Spulenanfängen oder in beiden Fällen in Segmenten des Stromwenders gemessen wird, der Gleichung

$$p \cdot Y = S \pm a. \quad (5)$$

Das untere Vorzeichen gibt eine etwas kleinere Wicklungslänge als das obere. Die Wicklung ist einfach geschlossen, wenn S und Y keinen gemeinsamen Teiler haben. Der Schritt besteht bei der Trommel aus zwei Teilen, die angenähert gleich gewählt werden. Von diesen bestimmt der Teil auf der Stirnfläche hinten die Spulenweite, während der über den Stromwender führende Teil auf der Stirnfläche vorn die Verbindung vom Ende einer Spule zum Anfang der nächsten angibt.

Bei Trommelankern mit Zweischichtwicklung, wie sie in der Regel bei Nutenwicklungen angewendet wird, liegen Spulenanfänge und Spulenden übereinander. Wir bezeichnen dann die Felder, die je eine obere und untere Spulenseite enthalten, wie früher nach Bild 101 fortlaufend und zählen den Schritt Y in diesen Feldern.

Bei glatter Wicklung liegen die Spulenseiten, welche die Spulenanfänge und Spulenden bilden, auf dem Umfang abwechselnd nebeneinander. Man bezeichnet dann die Spulenseiten fortlaufend und zählt

den Schritt in Spulenseiten. Er ist dann doppelt so groß wie der Schritt in Spulenanfängen, ergibt sich also nach Gleichung (5) zu

$$y = 2 \frac{S \pm a}{p}. \tag{6}$$

Soll die Wicklung einfach geschlossen sein, so dürfen $y/2$ und S keinen gemeinsamen Teiler haben und die ebenfalls in Spulenseiten gemessenen Teilschritte vorn und hinten müssen ungerade sein.

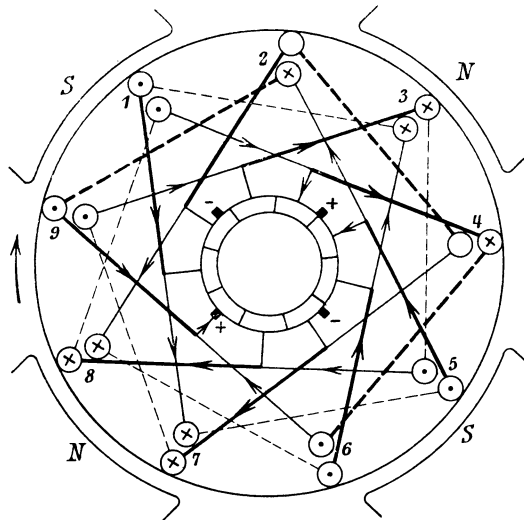
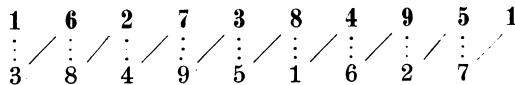


Bild 111. Vierpolige Wellenwicklung mit zwei Stromzweigen.

Bild 111 zeigt eine vierpolige Wellenwicklung mit neun Spulen und zwei Stromzweigen. Je zwei Spulenseiten liegen in einer Nut. Aus Gleichung (5) ergibt sich für $S = 9$, $a = 1$ und $p = 2$ der Schritt zu

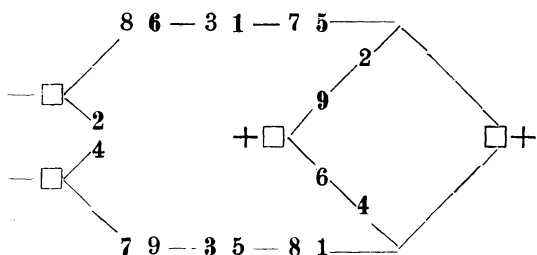
$$Y = \frac{S \pm a}{p} = \frac{9 \pm 1}{2} = 5 \text{ oder } 4.$$

Wir wählen den Schritt gleich fünf und nehmen willkürlich den Teilschritt hinten gleich 2 und vorn gleich 3. Dann erhalten wir die Reihenfolge



Wir legen nun vier Bürsten im Abstand von je einer Polteilung auf und zwar so, daß der Strom aus 1 und 5 auf eine Bürste, die zwei Segmente bedeckt, zufließt. Diese Bürste, die im Bilde rechts liegt, schließt im gezeichneten Zeitpunkt die Spulen 4 6 und 9 2 in Reihe geschaltet, kurz. Außerdem schließen die beiden negativen Bürsten die Spule 2 4 kurz. Die Spulenköpfe der genannten Spulen sind stark

gestrichelt. Wir erhalten den nachstehenden Stromlauf:



Da der Spulnwiderstand gegenüber dem Übergangswiderstand der Bürsten verschwindend klein ist, so nehmen die Spulen 2 9 und 4 6 an der Stromführung teil und der Ankerstrom verteilt sich fast gleichmäßig auf

beide positiven Bürsten.

Wir sehen deutlich, wie die Spulenseiten eines Stromzweiges sich auf alle Pole verteilen. Wenn wir sie der Reihe nach verfolgen, erkennen wir, wie sich ihre Lage zu den Polen allmählich verschiebt, so daß sie schließlich einem einzigen längs eines Polpaares verteilten Stromzweig gleichwertig sind.

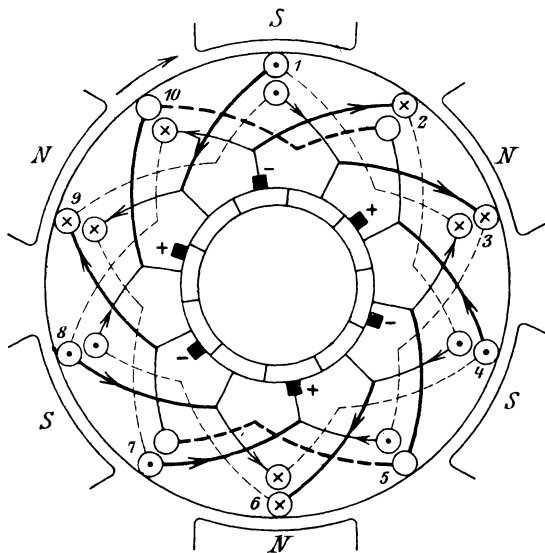


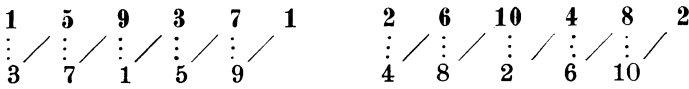
Bild 112. Sechspolige Wellenwicklung mit vier Stromzweigen.

Wir wenden uns nun zu einem Beispiel für die Wellenwicklung mit mehr als zwei Stromzweigen. Bild 112 zeigt eine sechspolige Trommel mit zehn Spulen und vier Stromzweigen. Für $S = 10$, $p = 3$ und $a = 2$ erhalten wir aus Gleichung (5)

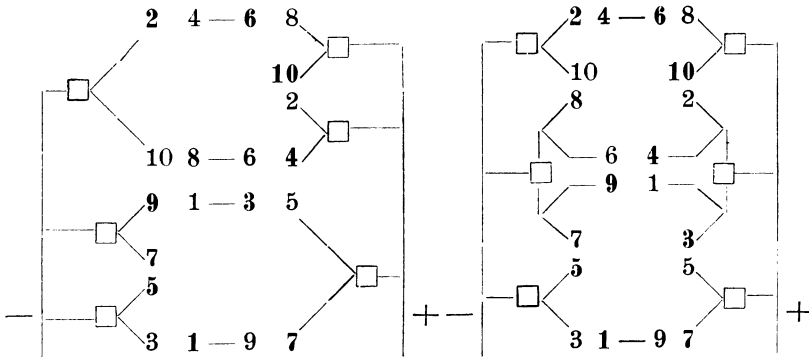
$$Y = \frac{S \pm a}{p} = \frac{10 \pm 2}{3} = 4.$$

Da S und Y den gemeinsamen Teiler 2 haben, so ist die Wicklung zweifach geschlossen. Wählen wir nun jeden der beiden Teilschritte

gleich zwei, so erhalten wir die Reihenfolge



Die Bürstenstellung bei der gegebenen Lage des Ankers gegenüber den Polen ermitteln wir am besten aus den Spulenseiten 7 und 5, die beide vor einem Südpol liegen, aus denen also der Strom auf die untere Bürste zufließen muß. Die übrigen Bürsten sind dann je um eine Polteilung verschoben. Im gezeichneten Zeitpunkt ist dann die Spule 10 2 durch zwei positive Bürsten und die Spule 5 7 durch zwei negative Bürsten kurzgeschlossen, und wir erhalten den ersten unten angegebenen Stromlauf.



Die Spulenseiten eines Zweiges liegen wieder vor verschiedenen Polpaaren. Nach einem kleinen Zeitraum liegen die negative Bürste links unten und die positive rechts oben je auf zwei Segmenten, und wir erhalten die rechtsstehende Stromverteilung.

Endlich zeigt Bild 113 eine glatte vierpolige Wellenwicklung mit 14 Spulenseiten, also $S = 7$ Spulen, und zwei Stromzweigen ($a = 1$). Der gesamte Wicklungsschritt in Spulenseiten wird dabei nach Gleichung (6)

$$y = 2 \cdot \frac{S \pm a}{p} = 2 \cdot \frac{7 \pm 1}{2} = 8 \text{ oder } 6.$$

In der Zeichnung ist $y = 6$ gewählt und in die beiden gleichen Teilschritte $y_1 = y_2 = 3$ zerlegt.

Obwohl sich die Spulenseiten eines Ankerzweiges bei Wellenwicklungen auf verschiedene Pole verteilen und dadurch Ungleichheiten der Pole weniger schädlich sind als bei Schleifenwicklung, sind doch erfahrungsgemäß auch bei Wellenwicklungen mit mehr als zwei Stromzweigen ($a > 1$) Ausgleichverbinder erforderlich. Dabei sind je a Segmente, die gleichen Abstand und gleiche relative Lage zu den Polen besitzen, zu verbinden. Die Spulen- oder Segmentzahl und die Polzahl muß also durch a teilbar sein. Bei mehreren Spulenseiten nebeneinander in der

Nut ist es vorteilhaft, wenn auch die Nutenzahl durch a teilbar ist, damit nicht Spulenseiten, die eine verschiedene Lage in der Nut haben, verbunden zu werden brauchen.

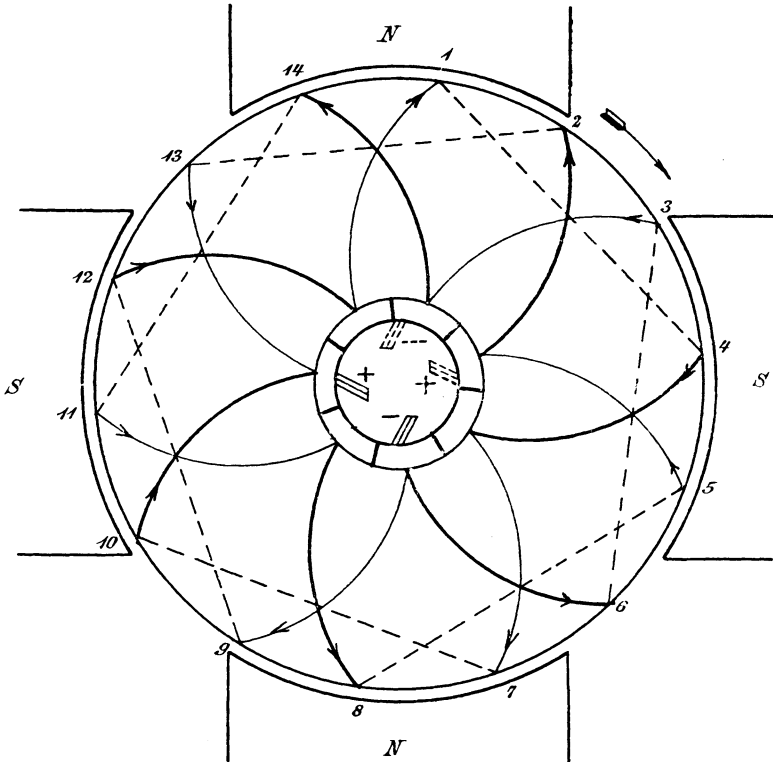


Bild 113. Glatte Wellenwicklung ($a = 1$).

Die obigen Bedingungen sind z. B. erfüllt bei $p = 4$, $a = 2$ und einer Nutenzahl gleich 10. Die Spulen- oder Segmentzahl wird dann bei Zweischichtwicklung und drei Spulenseiten nebeneinander in der Nut $S = 3 \cdot 10 = 30$. Da der Wicklungsschritt, der in den je eine obere und untere Spulenseite enthaltenden Feldern zu zählen ist, nach Gleichung (5) als ganze Zahl herauskommt, so ist die Wicklung ausführbar. Wir erhalten

$$Y = \frac{S \pm a}{p} = \frac{30 \pm 2}{4} = 8 \text{ oder } 7.$$

Wir nehmen den Schritt 7 und wählen den Teilschritt hinten gleich 4 und vorn gleich 3. Dadurch erhalten wir die Reihenfolge

1	8	15	22	29	/	
⋮	/	⋮	/	⋮	/	⋮
5	12	19	26	3	/	usw.

Bild 114 zeigt die ausgeführte Wicklung. Die Stirnverbindungen erhalten im vorliegenden Fall ungleiche Länge. Je zwei Segmente, die um S/a , also um $30/2$ Segmente voneinander entfernt sind, können durch Ausgleichverbinder verbunden werden. Man sieht deutlich, daß die beiden verbundenen Segmente bzw. die angeschlossenen Spulenseiten genau dieselbe Lage im Verhältnis zu den Polen haben. In Bild 114 ist der dritte Teil der möglichen Verbindungen gezeichnet.

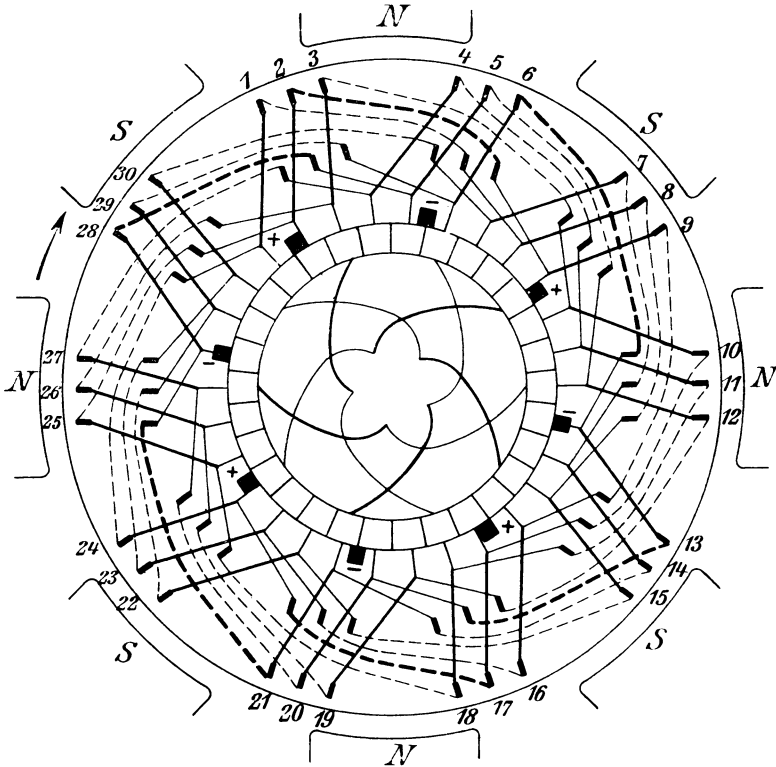


Bild 114. Achtpolige Wellenwicklung mit vier Stromzweigen und Ausgleichverbindern.

Legen wir die Bürsten in der gezeichneten Lage auf, so werden die stark gestrichelten Spulen 28 2, 6 10, 13 17 und 21 25 durch die auf je zwei Segmenten liegende obere und untere negative Bürste zu einem Kreis in Reihé geschaltet. Gleichzeitig werden durch die positiven Bürsten die ebenfalls stark gestrichelten Spulen 2 6 und 17 21 kurzgeschlossen. Bei der geringen Spulenzahl können wir nicht erwarten, daß die in sich geschlossenen Spulen alle in der neutralen Zone liegen.

Die gleichnamigen Bürsten sind natürlich miteinander verbunden. Die durch die Bürsten kurz geschlossenen Spulen nehmen entsprechend den Ausführungen auf S. 136 an der Stromführung teil.

Das Verfolgen des Stromlaufs ist bei den 60 Spulseiten schon recht unbequem. Dazu kommt, daß der ermittelte Stromlauf nur für den dargestellten Zeitpunkt gilt. Um in jedem Zeitpunkt die Anzahl und Lage der kurzgeschlossenen Spulen und den Stromlauf bequem übersehen zu können, führen wir die Wicklung auf eine zweipolige zurück und behandeln die ganze Aufgabe allein vom Stromwender aus.

Wir rechnen dabei mit Spulen statt Spulenseiten, geben jeder Spule die Nummer ihrer oberen Seite und bezeichnen das an die obere Seite angeschlossene Segment mit derselben Nummer. Wir teilen nun den Stromwender in p gleiche Teile, von denen jeder einer doppelten Polteilung entspricht, ordnen sie senkrecht untereinander an und fügen unten den ersten Teil noch hinzu. Dann legen wir an beliebiger Stelle eine negative Bürste und um $S/2p$ Segmente davon entfernt je eine positive Bürste auf. Bild 115 entspricht der Wicklung in Bild 114 in dem dort dargestellten Zeitpunkt.

Wie der rechte Teil des Bildes zeigt, liegen die im Wicklungsgang aufeinander folgenden Segmente jetzt schräge untereinander.

Wir verfolgen nun die Segmente im positiven Wicklungssinn, kommen also z. B. vom Segment 5 der obersten Reihe, das von der

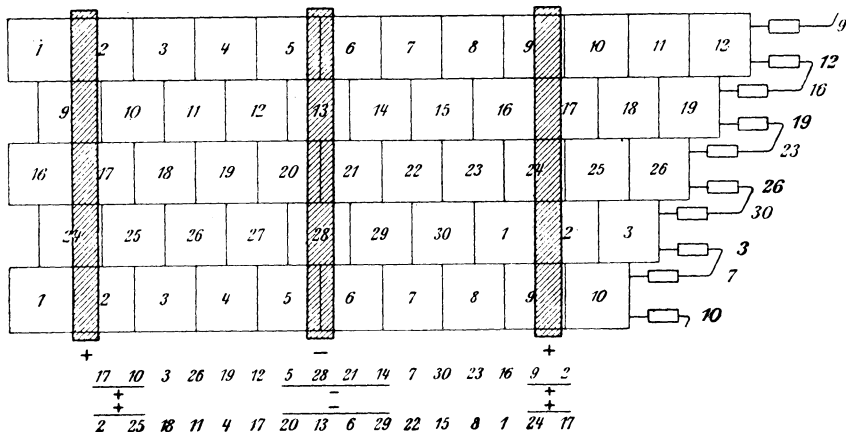


Bild 115. Zurückführung der mehrpoligen Wicklung auf eine zweipolige.

negativen Bürste bedeckt ist, in p Schritten über 12, 19, 26 nach dem Segment 3 der untersten Reihe und damit zugleich nach Segment 3 der obersten Reihe. Dieses ist gegen den Anfang um a Segmente verschoben. Von dort gehen wir weiter nach Segment 10 und damit zur Spule 10, die durch ihren Anschluß an Segment 17 bereits Verbindung mit der positiven Bürste hat. Wenn wir dann noch ebenso von Segment 20 und von den durch die positive Bürste bedeckten Segmenten 9 und 24 ausgehen, erhalten wir die vier unten im Bild angegebenen Stromzweige.

Da eine Spule immer zwischen dem gleichlautenden Segment und dem im positiven Wicklungsgang folgenden liegt, so werden durch die negative Bürste die in Reihe liegenden Spulen 6 und 13 jede für sich kurz geschlossen. Dasselbe ist für die Spulen 21 und 28 der Fall. Die beiden kurzgeschlossenen Zweige werden durch die auf den Segmenten 5 und 6, bzw. 20 und 21 liegende Bürste in Reihe geschaltet. Die positive Bürste schließt die Spulen 2 und 17 jede für sich kurz. Wie unten im Bild angegeben, nehmen alle kurzgeschlossenen Spulen an der Stromführung teil.

Wir können nun die Bürsten auf den Segmenten verschieben und in jedem Zeitpunkt bequem die kurz geschlossenen Spulen ermitteln. Dies ist besonders dann von Wichtigkeit, wenn die Bürste, wie es in Wirklichkeit die Regel ist, mehrere Segmente gleichzeitig bedeckt.

Wir ermitteln jetzt die erzeugte Spannung und den Ankerwiderstand bei Maschinen mit Wellenwicklung. Bei gleichem Fluß eines Poles und gleicher Anzahl der in Reihe durchflossenen Drähte ist die Spannung bei p Polpaaren p mal so groß wie für eine zweipolige Maschine. Nun sind aber nicht, wie bei der zweipoligen Maschine $z/2$ Drähte, sondern $z/2a$ Drähte in Reihe. Demnach wird bei der Gesamtzahl z der äußeren Drähte die Spannung a mal so klein wie bei der zweipoligen Maschine, sie ergibt sich also zu

$$E = \frac{p}{a} \cdot \Phi \cdot \frac{n}{60} \cdot z \cdot 10^{-8} \text{ Volt.} \quad (7)$$

Der Ankerwiderstand ist bei dem spezifischen Widerstand ρ , der Gesamtlänge l des aufgewickelten Drahtes in m und dem Querschnitt q in mm² bei $2a$ Stromzweigen

$$R_a = \rho \cdot \frac{l}{4a^2 \cdot q} \text{ Ohm.} \quad (8)$$

Für die zweipolige Maschine wird $a = 1$. Die Gleichungen (7) und (8) gelten also auch für die zweipolige Maschine. Bei Schleifenwicklung ist $a = p$. Wie der Vergleich mit Gleichung (3) und (4) zeigt, gelten also Gleichung (7) und (8) auch für Schleifenwicklung, d. h. sie gelten allgemein.

Unsere Gleichungen setzen uns nun instand, zu beurteilen, wann die Wellenwicklung an Stelle der Schleifenwicklung am Platze ist. In allen Fällen handelt es sich darum, daß die Zahl der Ankerleiter nicht zu groß und der Querschnitt eines Ankerleiters nicht zu klein wird, da sonst die Isolation der Leiter zuviel Platz wegnimmt. Auch wird eine Wicklung mit Stäben von großem Querschnitt billiger als eine Spulenwicklung aus Drähten. Die Stromstärke für einen Ankerzweig darf also nicht zu klein und die Zahl der Ankerzweige nicht zu groß sein.

Kleine Maschinen, also Maschinen mit verhältnismäßig geringen Stromstärken, erhalten daher vorteilhaft nur zwei Stromzweige, d. h. eine Wellenwicklung mit $a = 1$.

Bei großen Maschinen mit starken Strömen ergibt sich auch bei $2p$ Stromzweigen eine genügend hohe Stromstärke für den Ankerzweig, also ein großer Stabquerschnitt. Solche Maschinen werden also mit Schleifenwicklung ausgeführt, die da, wo keine andern Gründe mitsprechen, wegen der großen Gleichmäßigkeit aller Zweige der Wellenwicklung überlegen ist.

Wird die Stromstärke eines Ankerzweiges bei nur zwei Zweigen zu groß und bei $2p$ Zweigen zu klein, so empfiehlt sich eine Wellenwicklung, bei der die Zahl der Stromzweige größer als 2 und kleiner als $2p$ ist ($1 < a < p$).

Neunter Teil.

48. Die Erregung der elektrischen Maschinen. — 49. Die Feldmagnete. — 50. Die Bürstenstellung.
— 51. Ankerrückwicklung und Quermagnetisierung. — 52. Funkenfreie Stromwendung. —
53. Spannungsteilung.

48. Die Erregung der elektrischen Maschinen.

Die ersten Maschinen, in denen durch Bewegung eines Leiters im magnetischen Feld eine Spannung erzeugt wurde, besaßen Stahlmagnete. Die erzeugte Spannung und Stromstärke waren jedoch gering, da sich die Stahlmagnete nicht kräftig genug herstellen ließen.

Es war daher ein erheblicher Fortschritt, als Wilde in Manchester den in einer solchen Maschine mit Stahlmagneten und zweiseitigem Stromwender erzeugten Gleichstrom zur Erregung einer zweiten Maschine benutzte, deren Magnetgestell aus Eisen bestand. Er erreichte dadurch bei der zweiten Maschine einen sehr viel stärkeren magnetischen Fluß als bei Maschinen mit Stahlmagneten.

Der gewaltige Aufschwung der Elektrotechnik während der letzten Jahrzehnte des letzten Jahrhunderts wurde jedoch erst möglich, nachdem Werner Siemens im Jahre 1866 die Dynamomaschine erfunden hatte. In einer Abhandlung, die er im Januar 1867 der Berliner Akademie der Wissenschaften vorlegte, wies er nach, daß der zurückbleibende Magnetismus des Eisens zur Selbsterregung der Maschinen benutzt werden könne, und daß dadurch der Technik die Mittel gegeben seien, „elektrische Ströme in unbegrenzter Stärke zu erzeugen“.¹⁾

Als Dynamomaschinen werden jetzt alle Maschinen bezeichnet, in denen durch Bewegung eines Leiters im magnetischen Feld elektrische Arbeit erzeugt wird. Dynamomaschinen und Stromerzeuger sind also gleichbedeutend.

Die Selbsterregung vollzieht sich derartig, daß bei der Inbetriebsetzung zunächst nur das Feld des zurückbleibenden Magnetismus geschnitten wird. Dadurch wird eine geringe Spannung und, falls der Stromkreis geschlossen ist, ein schwacher Strom erzeugt. Dadurch, daß dieser Strom nach Bild 116a um die Schenkel der Maschine fließt, verstärkt er den zurückbleibenden Magnetismus. Dadurch wächst dann die Zahl der in der Zeiteinheit geschnittenen Flußröhren, also die Spannung, und dadurch wieder der Strom usw. So arbeitet sich die Maschine

¹⁾ Siehe Poggenдорfs Annalen 1867, sowie „Wissenschaftliche und technische Arbeiten“ von Werner Siemens, Berlin. II, S. 234.

beim „Angehen“ selbst in die Höhe und erzeugt sich ihren Magnetismus selbst.

Die Zahl der auf diese Weise geschaffenen Flußröhren und die Spannung hängt von den Betriebsverhältnissen ab. Auf den ersten Blick könnte man allerdings vermuten, daß sich die Maschine bis zur vollständigen Sättigung des Eisens in die Höhe arbeiten müßte. Das ist aber nicht der Fall, abgesehen davon, daß die Sättigung des Eisens ein sehr dehnbarer Begriff ist. Der Strom wächst vielmehr nur so lange an, bis das Produkt aus seiner Stärke und dem Widerstand des ganzen Kreises gleich der Spannung ist, die bei dem betreffenden magnetischen Feld erzeugt wird, oder besser so lange, wie die erzeugte Spannung stärker wächst als der Spannungsverbrauch im Erregerstromkreis.

Dadurch wird nun allerdings das Verständnis der Dynamomaschinen erschwert, da das betreffende Feld ja vom Strome selbst abhängig ist. Wir kommen zu dem merkwürdigen Ergebnis, daß die Stromstärke zwar nach dem Ohmschen Gesetz durch die Spannung und den Widerstand gegeben ist, daß aber andererseits die Spannung selbst von der Stromstärke und also auch vom Widerstand abhängig ist. Jetzt ist also unsere frühere Vorstellung kaum mehr aufrecht zu halten, daß die Spannung und der Widerstand des Kreises ursprünglich gegeben sind und die Stromstärke sich erst nach dem Ohmschen Gesetz aus beiden ableitet. Bei der Dynamomaschine ist die erzeugte Spannung nicht allein von der Maschine abhängig, also etwa durch ein unveränderliches Feld und durch die Drehzahl und Drahtzahl gegeben. Vielmehr hängt sie außerdem noch von den Betriebsverhältnissen ab, also von dem zwischen den Klemmen liegenden Widerstand, d. h. von dem Stromverbrauch.

Die Magnetwicklung besteht bei der Hauptstrommaschine (Bild 116 a) aus wenig Windungen eines dicken Drahtes, der vom Haupt-

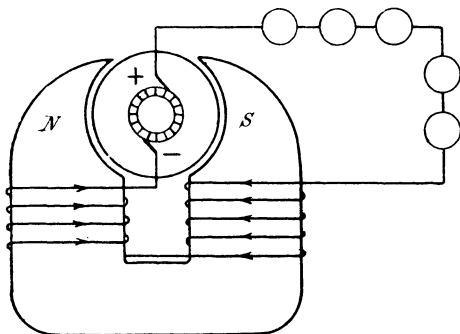


Bild 116 a. Hauptstrommaschine.

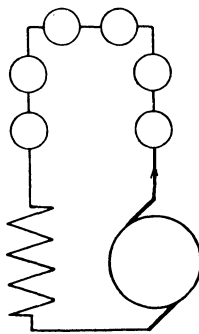


Bild 116 b. Schaltbild der Hauptstrommaschine.

strom durchflossen wird. Anker, Magnetwicklung und äußeres Netz sind nach Bild 116 b hintereinander geschaltet.

Bei der Nebenschlußmaschine (Bild 117 und 118) besteht die Magnetwicklung aus vielen Windungen eines dünnen Drahtes. Sie liegt

unmittelbar an den Bürsten, also im Nebenschluß zum äußeren Netz. Infolge des großen Widerstandes der Wicklung ist der Magnetstrom sehr klein gegenüber dem äußeren Strom.

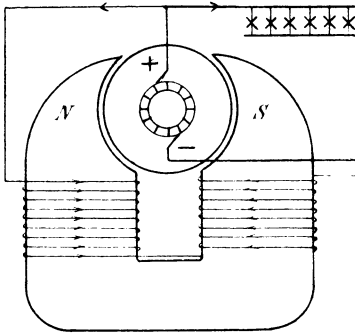


Bild 117. Nebenschlußmaschine.

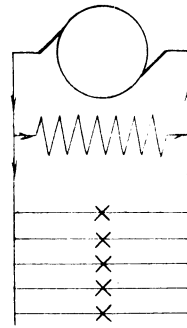


Bild 118. Schaltbild der Nebenschlußmaschine.

Die Doppelschluß- oder Compoundmaschine endlich ist eine Vereinigung der Hauptstrom- und Nebenschlußmaschine (Bild 119 und 120). Sie ist im wesentlichen eine Nebenschlußmaschine, deren Feld

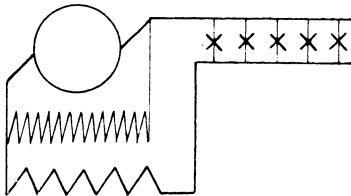


Bild 119. Schaltbild der Doppelschlußmaschine, Nebenschluß von den Bürsten abgezweigt.

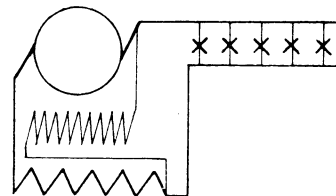


Bild 120. Schaltbild der Doppelschlußmaschine, Nebenschluß von den Klemmen abgezweigt.

durch die Wirkung einer Hauptstromwicklung verstärkt wird. Die Schaltung ist also derartig, daß die Ströme in der Hauptstrom- und Nebenschlußwicklung gleichgerichtet sind. In Bild 119 ist die Nebenschlußwicklung von den Bürsten abgezweigt, sie liegt also im Nebenschluß zur Hauptstromwicklung und dem äußeren Netz. In Bild 120 ist die Nebenschlußwicklung dagegen von den Klemmen der Maschine abgezweigt, sie liegt also im Nebenschluß allein zum äußeren Netz. Die Hauptstromwicklung dient dazu, bei Vergrößerung des Stromverbrauches die Klemmenspannung trotz des vergrößerten Spannungsverlustes im Anker auf demselben Betrag zu halten.

Besonders wichtig sind die Bedingungen, unter denen die Selbsterregung der Dynamomaschinen unmöglich wird. Das „Angehen“ wird erschwert bzw. verhindert:

- I. wenn die anfänglich erzeugte Spannung gleich Null oder zu gering ist, d. h.

1. bei fehlendem zurückbleibendem Magnetismus,
 2. bei zu geringer Drehzahl;
- II. wenn der erzeugte magnetisierende Strom zu gering ist, d. h.
1. bei großem Übergangswiderstand der Bürsten,
 2. bei großem äußeren Widerstand der Hauptstrommaschine,
 3. bei großem Magnetwiderstand der Nebenschlußmaschine,
 4. bei sehr kleinem äußeren Widerstand der Nebenschlußmaschine, z. B. bei Kurzschluß, weil dann die Spannung an den Klemmen und dadurch der Magnetstrom gleich Null wird;
- III. wenn der zurückbleibende Magnetismus ungenügend oder gar nicht verstärkt wird, d. h.
1. bei großem Luftabstand zwischen Anker und Polen,
 2. durch falsche Schaltung der Magnetwicklung bei gegebener Drehrichtung,
 3. durch falsche Drehrichtung bei gegebener Schaltung der Magnetwicklung.

Eine Umkehrung der Pole hat keinen Einfluß auf das Angehen der Maschine, sondern nur auf das Vorzeichen der Bürsten.

49. Die Feldmagnete.

Die Feldmagnete bestehen meist aus mehreren miteinander verschraubten Teilen, die aus Ankerblech, Gußeisen, Dynamogußstahl oder Flußeisen bestehen.

Das Ankerblech wird außer für den Anker meist auch für die Polschuhe verwendet, um durch Unterteilung den Verlust durch Wirbelströme zu verringern. Häufig werden nicht nur die Polschuhe, sondern auch die Polkerne aus Blechen zusammengesetzt. Bei der großen Durchlässigkeit des Ankerbleches kommt man dann mit einem geringen Polquerschnitt aus, was in bezug auf das Gewicht der Erregerwicklung von wesentlicher Bedeutung ist.

Gußeisen wurde früher fast allgemein für das Magnetgestell benutzt. Wegen seiner geringen magnetischen Durchlässigkeit kommt es indessen jetzt nur für mittlere und kleinere Maschinen in Frage. Dabei werden Grundplatte und Magnetgestell in einem Stück gegossen. Die geringen Herstellungskosten und der billige Preis des Gußeisens wiegen in vielen Fällen den Nachteil des durch die geringe Durchlässigkeit veranlaßten größeren Kupfer- und Eisengewichtes auf.

Der Dynamogußstahl hat das Gußeisen neuerdings fast überall verdrängt, wo es gilt, große Maschinen mit hohem Wirkungsgrad zu bauen. Er vereinigt den Vorteil eines starken zurückbleibenden Magnetismus mit dem einer hohen magnetischen Durchlässigkeit, die sich von der des weichsten Schmiedeisens kaum unterscheidet. Man kann also eine viel höhere magnetische Induktion zulassen als bei Gußeisen und

braucht dabei trotzdem verhältnismäßig wenig Erregung auf den Polen. Infolgedessen wird das Eisen- und Kupfergewicht der Feldmagnete bedeutend verringert. Dadurch werden die Maschinen gefälliger und leichter und sind auch in bezug auf Abkühlungsverhältnisse günstiger gestellt. Außerdem ist die größere zulässige magnetische Induktion, wie sich später ergibt, auf den funkenlosen Gang von wesentlichem Einfluß. Diesen Vorteilen stehen der höhere Preis des Gußstahles und die höheren Bearbeitungskosten entgegen, die dadurch verursacht werden, daß sich das Magnetgestell mit der Grundplatte nicht in einem Stück gießen läßt.

Nachdem die erste Entwicklungszeit vorüber war, wählte man als Form des Magnetgestelles zunächst das in Bild 116a dargestellte Hufeisen (Siemensgestell). Man erkannte bald, daß lange Magnetschenkel den Weg für die magnetischen Röhren unnütz verlängern. Ferner ergab sich, daß eine möglichst gefällige Form, bei der scharfe Ecken vermieden werden, am günstigsten ist. Eine magnetische Linie bildet, solange sie in demselben Stoff verläuft, niemals Ecken. Die scharfen Kanten des Magnetgestelles in Bild 121 vergrößern z. B. unnützerweise das Eisen-gewicht der Maschinen und vermehren den seitlich austretenden Streufluß. Die Pole sind also in der Weise, wie in Bild 116a, abzurunden oder abzuschrägen.

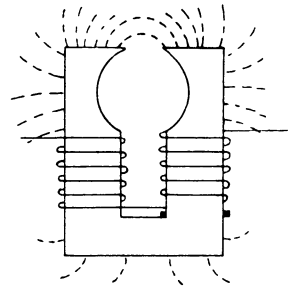


Bild 121. Streufluß bei ungünstiger Form des Magnetgestelles.

Die jetzt wegen ihrer vorzüglichen magnetischen Eigenschaften allgemein verwendete Form ist das Lahmeyergestell (vgl. Bild 139 auf S. 167). Alle mehrpoligen Magnetgestelle gehören dieser eisenumschlossenen Form an. In der Regel trägt dabei jeder Pol eine Erregerspule, jedoch läßt sich die Erregung eines Polpaares auch durch eine einzige Erregerspule bewirken, indem man von den beiden Polen eines Polpaares nur den einen bewickelt. Diese Anordnung kann bei Straßenbahnmotoren in Frage kommen, wo es sich darum handelt, die eine Abmessung der Maschine möglichst klein zu machen. Die Ungleichmäßigkeit der magnetischen Anordnung kann aber eine Funkenbildung am Stromwender verursachen.

Wir stellen uns nun die Aufgabe, die verschiedenen Magnetgestelle in bezug auf die Streuung zu vergleichen.

Unter den Streuröhren versteht man die Röhren, die sich unmittelbar zwischen den Polkernen oder den Polspitzen durch die Luft hindurch schließen, ohne den Anker zu durchsetzen. Infolge der Streuung ist die Zahl der Flußröhren in den Magneten größer als im Anker. Die dadurch vergrößerte magnetische Induktion in den Magnetkernen und im Joch veranlaßt dann einen größeren Aufwand an Erregung als bei einer streuungslosen Maschine.

Das Verhältnis des Flusses in den Magneten zu dem Fluß im Anker heißt der Streufaktor. Um ihn durch den Versuch zu ermitteln, wird nach Bild 121 eine Hilfsspule um den Magnetkern gewickelt und die Enden der Spule zu einem Meßgerät für Stromstoß geführt. Beim Unterbrechen des Erregerstromes verschwindet dann das Feld nicht nur innerhalb der Erregerospule, sondern auch innerhalb der Hilfsspule. Der Ausschlag des Meßgerätes ist dann ein Maß für den Fluß. Derselbe Versuch wird mit einer um den Anker gelegten Hilfsspule wiederholt, und das Verhältnis der Ausschläge liefert dann ohne weiteres den Streufaktor. Dieser hat bei der jetzt allein gebräuchlichen Lahmeyertype, bei der die Erregerospulen ganz nahe am Anker liegen und deshalb der Querschnitt des Streufeldes verhältnismäßig gering ist, den günstigen Wert 1,1 bis 1,2.

Das Siemengestell war in bezug auf Streuung wesentlich ungünstiger, weil die Magnetkerne sich verhältnismäßig nahe gegenüberstanden und außerdem große äußere Flächen besaßen, die von einem Streufluß durchsetzt werden. Eine Abrundung der Polkerne vermindert allerdings die Streuung etwas, weil der Weg für die Röhren des Streufeldes dadurch länger und unbequemer wird.

Man muß im Auge behalten, daß der angegebene Wert für den Streufaktor nur eine rohe Annäherung darstellt. Die Streuung kann bei Maschinen ein und derselben Art verschieden sein, je nachdem der magnetische Widerstand des Streufeldes größer oder geringer ist. So z. B. wird unter sonst gleichen Verhältnissen der Streufluß größer bei rechteckigem als bei rundem Polquerschnitt, und ebenfalls größer, wenn ungleichnamige Pole nahe aneinander stehen, als wenn sie weit voneinander entfernt sind. Außerdem kommt es noch sehr auf den magnetischen Widerstand des Nutzfeldes an. Ist z. B. der Luftabstand zwischen Polen und Anker besonders groß, so ist zur Überwindung dieses magnetischen Widerstandes eine große Erregung nötig. Diese schafft dann auch einen besonders großen Streufluß bei verhältnismäßig geringem nutzbaren Fluß.

Dies wird noch deutlicher, wenn man die Streuröhren und nutzbaren Röhren als zwei nebeneinander fließende Ströme auffaßt, die zu den magnetischen Widerständen der betreffenden Wege im umgekehrten Verhältnis stehen. Demnach ist das Verhältnis der Zahlen für die Streuröhren und nutzbaren Röhren gleich dem Verhältnis des Widerstandes des nutzbaren Feldes zum Widerstand des Streufeldes. Wie man sieht, können Maschinen derselben Art eine ganz verschiedene relative Streuung besitzen.

Andererseits kann der Wert des Streufaktors für ein und dieselbe Maschine bei zwei verschiedenen Betriebszuständen verschieden sein, weil man je nach der Magneterregung einen verschiedenen Fluß im Anker hat. Infolgedessen sind auch die Zähne je nach den Betriebsverhältnissen verschieden gesättigt, und ihr magnetischer Widerstand ist nicht unveränderlich. Dazu kommt noch, daß die Stromwindungen des

Ankers nach Abschnitt 51 eine je nach den Betriebsverhältnissen wechselnde Gegenerrregung darstellen, wodurch das Verhältnis der nutzbaren Röhren zu den Streuröhren stark beeinflusst wird.

Man trägt diesen Verhältnissen Rechnung, indem man den magnetischen Leitwert des Streufeldes einführt, falls die Form der Maschine eine Ausmessung zuläßt. Ist F der Querschnitt und l die Länge des Streuweges, so ergibt sich nach Abschnitt 27 der Leitwert des Streufeldes zu:

$$A = \frac{0,4\pi F}{l}. \quad (1)$$

Ist nun die Erregung $X_a + X_z + X_l$ nötig, um die Flußröhren Φ durch Anker, Zähne und Luft zu treiben, und ist außerdem noch die Gegenerrregung X_g der Stromwindungen des Ankers zu überwinden, so ergibt sich der Streufluß nach dem Ohmschen Gesetz für Magnetismus zu:

$$\Phi_s = (X_a + X_z + X_l + X_g) \cdot A. \quad (2)$$

Der Fluß durch den Magnetquerschnitt ist dann $\Phi_m = \Phi + \Phi_s$. Ein Beispiel für eine solche Berechnung der Streuung ist in Abschnitt 72 gegeben. Man muß sich aber hüten, derartigen Rechnungen ein übermäßiges Vertrauen entgegenzubringen.

50. Die Bürstenstellung.

Im 45. Abschnitt ergab sich, daß der Strom aus jeder Ankerabteilung auf die neutrale Zone zufließt und daher in dieser Zone die Bürsten anzuordnen sind. Das ist jedoch nicht so zu verstehen, daß die Bürsten immer räumlich in der Mitte zwischen zwei Polen liegen müssen. Die Bürsten sind vielmehr so zu stellen, daß der Übergang einer Spule von einem Ankerzweig in den anderen in der neutralen Zone erfolgt. Die neutrale Zone ist bei Leerlauf der Ankerdurchmesser, der bei zweipoligen Maschinen senkrecht zur Längsrichtung der Pole liegt. Bei falscher Bürstenstellung würde z. B. ein Ankerzweig gleichzeitig vor ungleichnamigen Polen liegen. In den Leitern dieses Zweiges werden dann entgegengesetzt gerichtete Spannungen erzeugt, die sich aufheben. Das hat dann einen Verlust an Spannung zur Folge.

Dazu kommt noch, daß die Bürste, sobald sie auf zwei Segmenten steht, eine oder unter Umständen mehrere Spulen kurzschließt. Wenn nun dieser Kurzschluß nicht in der neutralen Zone, sondern in einem starken magnetischen Feld erfolgt, so wird in der kurzgeschlossenen Spule durch das äußere Feld eine starke Spannung erzeugt. Diese erzeugt in dem geringen Spulenwiderstand während der Zeit des Kurzschlusses eine erhebliche Stromstärke. Wenn dann die Bürste im Laufe der Drehung von dem einen der kurzgeschlossenen Segmente abgleitet, so wird der Kurzschlußstrom unterbrochen, was eine starke Funken-

bildung zur Folge haben kann. Mit Rücksicht auf einen funkenlosen Gang ist es also ebenfalls nötig, daß die Bürsten wesentlich in der neutralen Zone stehen.

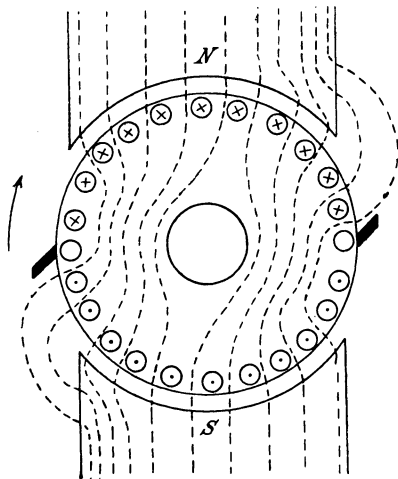


Bild 122. Verzerrung des Feldes.

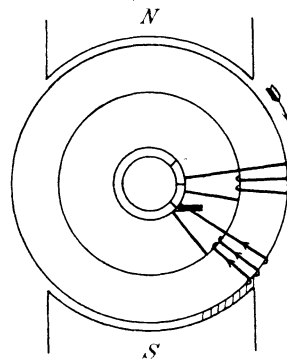


Bild 123. Verschiebung der kurzgeschlossenen Spule in das wirksame Feld.

Dabei ist aber zu beachten, daß die neutrale Zone nur bei stromloser Maschine, also bei Leerlauf, und bei Maschinen, die nach S. 154 und 160 mit Kompensation oder Wendepolen versehen sind, senkrecht auf der Längsrichtung der Polkerne steht.

Sobald nämlich der Anker vom Strom durchflossen wird, erzeugt er selbst ein magnetisches Feld, das in Richtung der Bürstenachse fällt. Dieses schwächt das Magnetfeld an den beiden Stellen, an denen die Ankerleiter unter den Polbögen eintreten, und verstärkt es an den beiden Austrittsstellen. Auf diese Weise wird das Magnetfeld in der durch Bild 122 dargestellten Weise verzerrt.

Aus der Erregung der Magnete und der räumlich um 90° verschobenen Gegenerrregung des Ankers ergibt sich die Gesamterregung und damit ein Feld, das gegen das Feld bei Leerlauf in Richtung der Drehung verschoben ist. Auf diesem Feld steht die neutrale Zone senkrecht, d. h. die neutrale Zone und damit der richtige Bürstendurchmesser verschiebt sich in Richtung der Drehung. Läßt man bei Belastung die Bürsten in der Leerlaufstellung, d. h. senkrecht auf der Längsrichtung der Polkerne stehen, so erfolgt der Kurzschluß einer Spule durch die Bürsten nach Bild 122 in einem starken Felde, vorausgesetzt, daß dies nicht durch Wendepole nach Abschnitt 52 verhindert wird. Die Bürsten müssen daher in eine Stelle verschoben werden, an der das Feld gleich Null ist, d. h. in eine Stelle, an der das vom Anker erzeugte Feld, das immer die Richtung des Bürstendurchmessers besitzt, gerade durch das von den Magneten erzeugte Feld aufgehoben wird.

Mit Rücksicht auf die Selbstinduktion, welche die Umkehrung des

Stromes in der kurzgeschlossenen Spule verlangsamt, wird es sogar erforderlich, die Bürsten nach Bild 123 noch weiter in das wirksame Feld vorzuschieben. Dann wird in der kurzgeschlossenen Spule durch das äußere Feld eine Spannung erzeugt, welche die Selbstinduktion aufhebt und die Stromwendung ohne Funkenbildung ermöglicht. Der geringe Verlust an Klemmenspannung, der dadurch bedingt wird, ist ohne Bedeutung.

Bei Maschinen mit Wendepolen, wie sie jetzt durchweg für mittlere und große Leistungen und vielfach auch für kleine Leistungen gebaut werden, kommt eine Bürstenverschiebung nicht in Frage.

Bei Motoren sind die Bürsten aus den oben genannten Gründen entgegen der Drehrichtung zu verschieben, falls nicht etwa Wendepole vorhanden sind, die bei umsteuerbaren Motoren und überhaupt bei allen größeren Maschinen angewendet werden.

51. Ankerrückwirkung und Quermagnetisierung.

Stehen die Bürsten in der Nähe der Polspitzen, so zerfällt die ganze Ankerwicklung in zwei Teile, von denen der erste innerhalb des Winkels α der neutralen Zone und der zweite innerhalb des Polbogens β liegt. Wie man aus Bild 124 erkennt, wirken die innerhalb der neutralen Zone liegenden Windungen den Magnetwindungen genau entgegen. Die wirklichen Flußröhren, die die Pole und den Anker durchsetzen, kommen dann durch den Unterschied der Magneterregung und der Gegenerrregung des Ankers zustande. Ist z die gesamte Drahtzahl, so liegt innerhalb eines Winkels α die Drahtzahl $z \cdot \alpha / 360$. Das ist zugleich die Windungszahl innerhalb der neutralen Zone. Ist ferner $2a$ die Anzahl der Stromzweige, so ist $I_a / 2a$ der Strom in einem Ankerdraht, und die Gegenerrregung ist:

$$X_g = \frac{I_a}{2a} \cdot \frac{z \cdot \alpha}{360} \quad (3)$$

Der Einfluß der Gegenerrregung des Ankers besteht darin, daß das Feld bei Betrieb gegenüber dem Leerlauf geschwächt und dadurch die Spannung der Maschine vermindert wird. Man bezeichnet diesen Einfluß als die Ankerrückwirkung. Mit Rücksicht auf die entmagnetisierende Wirkung des Ankerstromes sind beim Entwurf der Maschine die berechneten Stromwindungen für Anker-, Luft- und Magnetweg um den Betrag der Ankerrückwirkung X_g zu erhöhen. Dieser Betrag macht in der Regel 10 bis 15 % der ganzen Magneterregung aus, woraus aber nicht gefolgert werden darf, daß auch die erzeugte Spannung um den gleichen Betrag gegenüber dem Leerlauf vermindert wird. Da die Maschinen nämlich meist mit Sättigung des Eisens arbeiten, also da, wo die Magnetisierungskurve flach verläuft, so entspricht einer verhältnismäßig großen Ankerrückwirkung in Stromwindungen doch nur eine kleine Verringerung des Feldes und damit ein geringer Spannungsabfall

zwischen Leerlauf und Belastung. Bei Wendepolmaschinen, bei denen die Bürsten in der Leerlaufstellung stehen bleiben, ist α gleich Null und damit die Ankerrückwirkung im obigen Sinne gleich Null.

Wir betrachten jetzt die Wirkung der Stromwindungen, die innerhalb des Polbogens β liegen. Man nennt diese die Quererregung, weil sie ein Feld erzeugt, das quer durch den Anker verläuft.

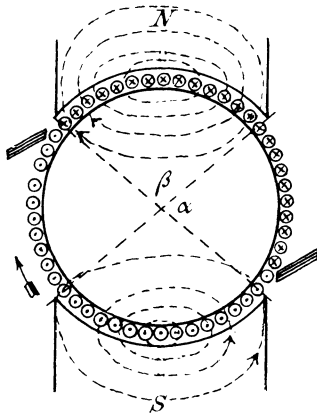


Bild 124. Längsmagnetisierung und Quermagnetisierung durch den Ankerstrom.

Dieses Querfeld, das man auch als Streufeld bezeichnen kann, schließt sich auf dem in Bild 124 gezeichneten Wege durch die Luft und das Poleisen. Am stärksten ist die Wirkung der Quererregung an den Polecken, wo die ganzen vor dem Polbogen liegenden Stromdrähte wirksam sind. Wie schon auf S. 150 angegeben ist, wirken sie der Magnetisierung an der Eintrittsstelle des Ankers entgegen, während sie die Magnetisierung an der Austrittsstelle des Ankers verstärken. Die dadurch bewirkte ungleiche Verteilung des Feldes hat außer den oben besprochenen Wirkungen noch zur Folge, daß in den Spulenseiten, die sich gerade im stärksten Felde befinden, eine übermäßig große Spannung erzeugt wird. Infolgedessen kann zwischen

den entsprechenden Segmenten des Stromwenders ein Funke überschlagen, der Veranlassung zum sog. „Rundfeuer“ gibt.

Auch die Stromwendung wird durch die Quermagnetisierung erschwert. Gerade die Eintrittsstelle des Ankers ist von ganz besonderer Wichtigkeit, weil hier die kurzgeschlossene Spule das zur funkenfreien Stromwendung nötige äußere Feld vorfinden muß (vgl. Abschnitt 52). Ist nun die Quererregung zu stark, so wird das Feld an der Eintrittsstelle zu schwach. Unter Umständen wird es sogar negativ, und die Maschine kann dann kaum funkenfrei arbeiten. Man kann in roher Schätzung annehmen, daß beim Trommelanker eine magnetische Induktion von 1500 Gauß zur funkenfreien Stromwendung vorhanden sein muß.

Endlich hat die größere Sättigung der einen Polecke eine Verringerung der magnetischen Durchlässigkeit und damit eine Verringerung des die Polfläche durchsetzenden Flusses und der erzeugten Spannung zur Folge. Allerdings wird die Durchlässigkeit an der andern Polecke größer als bei Leerlauf, aber damit wird die Verringerung der erzeugten Spannung gegenüber dem Leerlauf nur zum Teil ausgeglichen. Es tritt daher, auch wenn die Bürsten nicht verschoben sind und daher eine eigentliche Gegenerrregung fehlt, eine geringe Spannungsverminderung bei Belastung auf, die man dann ebenfalls als Ankerrückwirkung bezeichnet.

Die Quererregung ist:

$$X_q = \frac{z \cdot \beta}{360} \cdot \frac{I_a}{2a}. \quad (4)$$

Ist X_l der Teil der Magneterregung, der für die doppelte Luftstrecke l_l verbraucht wird, so ist an der Polkante die Erregung $X_l - X_q$ wirksam. Man erhält also die tatsächlich an der Eintrittsstelle des Ankers vorhandene Induktion zu:

$$\mathfrak{B} = 0,4 \pi \cdot \frac{X_l - X_q}{l_l}. \quad (5)$$

Dann gilt die oben erwähnte Faustregel für funkenlosen Gang eines Trommelankers:

$$0,4 \pi \cdot \frac{X_l - X_q}{l_l} \geq 1500. \quad (6)$$

Da mit Zunahme des Ankerstromes auch der Einfluß der Quererregung wächst, so wird dadurch schließlich die Überlastungsfähigkeit der Maschine begrenzt. Diese ist nicht allein dadurch bestimmt, daß mit zunehmender Überlastung die Stromwärme im Anker zu groß wird, sondern vor allen Dingen durch die Rücksicht auf funkenlosen Gang. Daher ist beim Entwurf vor allen Dingen die Quermagnetisierung zu beschränken, und zwar durch folgende Mittel:

1. Nach Gleichung (4) ist ein kleiner Winkel β der Polbohrung von Vorteil. Im allgemeinen ist der Polbogen etwa $\frac{2}{3}$ der Teilung.

2. Vorteilhaft ist ferner eine kleine Drahtzahl z auf dem Anker. Damit dann die geforderte Spannung erzeugt wird, muß die Induktion im Luftspalt hoch gewählt werden.

3. Diese hohe Dichte (8000—10000 Gauß bei größeren, langsam laufenden Maschinen) erfordert dann zugleich einen hohen Betrag an Erregung für die Luftstrecke. Dadurch wird die obige Ungleichung leichter erfüllt.

4. Eine Vergrößerung der Erregung X_l für die Luftstrecke wird auch durch eine Vergrößerung des doppelten Luftabstandes l_l erreicht. Dieses Mittel wirkt durchgreifend, da dadurch zugleich der Nenner in der obigen Ungleichung größer wird. Aber der Vorteil wird nur durch übermäßigen Aufwand an Erregung auf den Magneten erkauft.

5. Besonders wichtig erscheint auch eine starke Sättigung der Zähne (18000 bis 24000 Gauß). Indem dadurch dem Querfeld an der Austrittsstelle des Ankers der Weg erschwert wird, wird seine Bildung überhaupt gehindert.

6. Eine Aufhebung des Querfeldes an der Stelle, wo die Stromwendung erfolgt, erzielt man durch Wendepole, die gleichzeitig das für die Stromwendung erforderliche Feld schaffen, so daß eine Bürstenverschiebung nicht erforderlich ist (vgl. Abschnitt 52).

7. Bei Maschinen für sehr schwierige Betriebsbedingungen (stoßweise Belastung) muß das Querfeld nicht nur wegen des funkenlosen Ganges

an der Stelle, wo der Kurzschluß unter den Bürsten erfolgt, beschränkt oder aufgehoben werden, sondern seine Bildung muß überhaupt auf dem ganzen Umfang verhindert werden. Sonst kann die große magnetische Induktion an der Austrittsstelle des Ankers eine zu hohe Spannung zwischen zwei aufeinanderfolgenden Segmenten und daher ein Überspringen der Spannung am Stromwender zur Folge haben (Rundfeuer). Man erreicht die Aufhebung des Querfeldes durch eine Kompensationswicklung. Bei der von Déri angegebenen Art der Kompensation besitzt das Magnet-

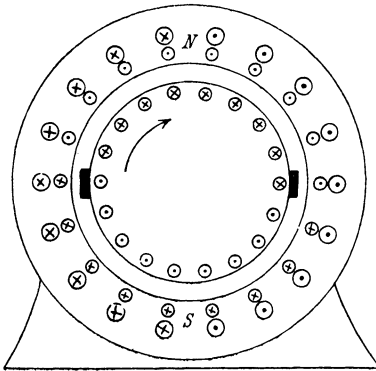


Bild 125.
Kompensationswicklung von Déri.

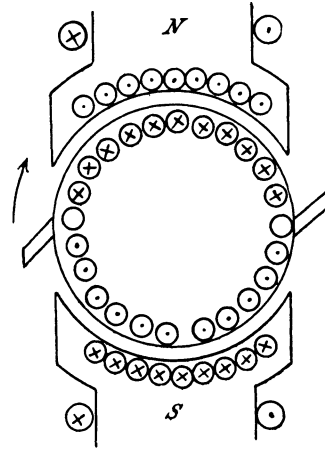


Bild 126. Kompensation von Maschinen
mit ausgeprägten Polen.

gestell keine ausgeprägten Pole, sondern es wird wie beim Drehstrommotor durch einen Ring dargestellt, der eine Trommelwicklung trägt (Bild 125). Diese Trommelwicklung ist in Bild 125 als äußere gezeichnet. Die Achse des von ihr erzeugten Magnetfeldes verläuft senkrecht von oben nach unten. Die vom Ankerstrom durchflossene Kompensationswicklung ist ebenfalls auf dem feststehenden Teil, und zwar um 90° gegen die Magnetwicklung verschoben, angeordnet. Sie hebt die Wirkung des Ankerstromes bei allen Belastungszuständen genau auf. Dadurch, daß man die Achse der Kompensationswicklung in der Drehrichtung verschiebt, kann man zugleich eine Verstärkung des Hauptmagnetfeldes erzielen. Auf diese Weise wird der Ohmsche Spannungsabfall bei Belastung ausgeglichen, so daß die Maschine mit unveränderlicher Klemmenspannung arbeitet.

Die Kompensation läßt sich ebensogut bei Maschinen mit ausgeprägten Polen ausführen (vgl. Bild 126). In diesem Falle werden die Drähte der Kompensationswicklung in Nuten des Polschuhes untergebracht.

52. Funkenfreie Stromwendung.

Um die Bedingung für funkenfreien Gang zu ermitteln, behandeln wir nur den einfachsten Fall, in welchem eine Bürste gleichzeitig

nur zwei Segmente kurzschließt. Der etwaige Einfluß des gleichzeitigen Kurzschlusses einer benachbarten Spule durch eine zweite, ungleichnamige Bürste werde vorläufig vernachlässigt.

1. Die Spule besitze nur eine verschwindend kleine Selbstinduktion. Ihr Widerstand, sowie der Widerstand der Zuleitungen zum Stromwender werde wegen seiner Kleinheit vernachlässigt. Die Bürsten mögen in der neutralen Zone stehen. Nach Bild 127 sei:

- I der Strom in einer Ankerabteilung,
- i der Zeitwert des Kurzschlußstromes,
- i_1 der Strom unter der auflaufenden Bürstenspitze,
- i_2 der Strom unter der ablaufenden Bürstenspitze,
- R der Übergangswiderstand der Bürste,
- R_1 der Widerstand der auflaufenden Bürstenspitze,
- R_2 der Widerstand der ablaufenden Bürstenspitze,
- t die Zeit, gerechnet vom Anfang des Kurzschlusses,
- T die Zeitdauer des Kurzschlusses.

Wenn wir von dem Einfluß der Stromdichte auf den Übergangswiderstand absehen, so stehen die Übergangswiderstände R_1 und R_2 im umgekehrten Verhältnis zur Berührungsfläche. Es ist also:

$$R_1 = \frac{R \cdot T}{t}$$

$$R_2 = \frac{R \cdot T}{T - t}$$

Der Strom $2I$ fließt aus dem Netz auf die Bürste zu und teilt sich dort in zwei ungleiche Teile. Durch den

Widerstand R_2 fließt nach Bild 127 der Strom I der rechten Ankerhälfte und der Strom i der kurzgeschlossenen Spule, dessen Richtung entsprechend einer Rechtsdrehung des Stromwenders so gezeichnet ist, wie sie vor Beginn der Stromwendung vorhanden war. Bild 127 entspricht also der Zeit im Anfang der Stromwendung, in welcher der bisherige Strom in der betrachteten Spule abnimmt. Es ist dann:

$$i_1 = I - i, \quad i_2 = I + i.$$

Diese Gleichungen bleiben auch richtig, nachdem der Strom i seine Richtung umgekehrt hat, also negativ geworden ist. Da wir den Widerstand der kurzgeschlossenen Spule wegen seiner Kleinheit vernachlässigen, so ergibt die 2. Kirchhoffsche Regel im Kurzschlußkreis

$$-i_1 R_1 + i_2 R_2 = 0.$$

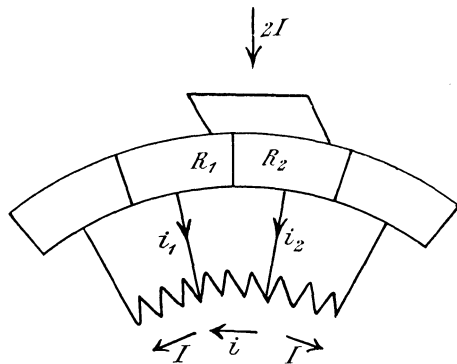


Bild 127. Stromverlauf beim Kurzschluß einer Spule.

Wenn wir die obigen Werte für i_1, i_2, R_1 und R_2 einsetzen und für i auflösen, erhalten wir:

$$i = I - 2I \cdot \frac{t}{T}. \tag{7}$$

In Bild 128 ist die Zeit t wagerecht und der Zeitwert des Kurzschlußstromes i senkrecht aufgetragen. Aus Gleichung (7) erhalten wir:

$$\begin{aligned} t = 0, & \quad i = I, \\ t = T/2, & \quad i = 0, \\ t = T, & \quad i = -I. \end{aligned}$$

Auf diese Weise ergibt sich die gezeichnete Gerade. Zu einer beliebigen Zeit $t = OC$ ist dann:

$$\begin{aligned} i &= BC, & i_1 &= I - i = AB, \\ i_2 &= I + i = BD. \end{aligned}$$

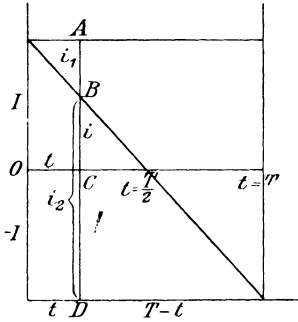


Bild 128. Zeitlicher Verlauf des Kurzschlußstromes unter Vernachlässigung der Selbstinduktion.

Die Senkrechten zwischen der unteren Wagerechten und der schrägen Geraden stellen uns also den Strom i_2 in der ablaufenden Bürstenspitze dar. Nun steht die Berührungsfläche der ablaufenden Bürstenspitze im umgekehrten Verhältnis zu $T - t$. Demnach ist die Stromdichte unter dieser Bürstenspitze proportional $i_2 (T - t)$. Da

dieser Ausdruck nach Bild 128 unveränderlich gleich $2I/T$ ist, so ist die Stromdichte in allen Zeitpunkten des Kurzschlusses und auf der ganzen Bürstensfläche dieselbe. Eine Funkenbildung tritt dabei nicht auf, indem der Strom des ablaufenden Segments proportional mit der abnehmenden Berührungsfläche sinkt und zuletzt Null wird. Zugleich fließt am Ende des Kurzschlusses in der Spule schon der Strom $-I$, d. h. der Übergang in den neuen Ankerzweig erfolgt beim Aufhören

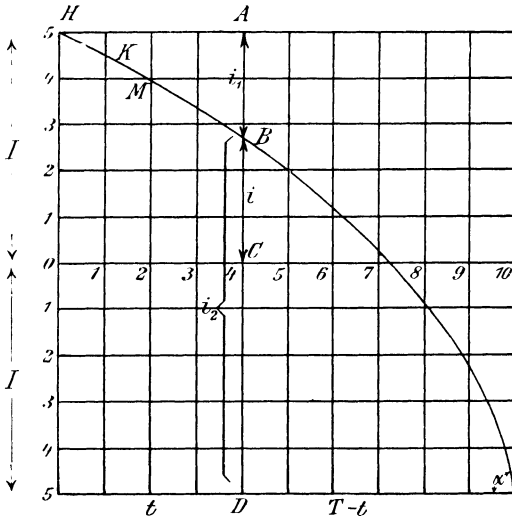


Bild 129. Kurzschlußkurve mit Berücksichtigung der Selbstinduktion.

des Kurzschlusses ohne Änderung in der Spule selbst.

2. In Wirklichkeit liegen die Verhältnisse wesentlich ungünstiger.

Die kurzgeschlossene Spule erzeugt ein magnetisches Feld, das beim Verschwinden des bisherigen Stromes und beim Entstehen des neuen Stromes sich ebenfalls zeitlich ändert. Dadurch entsteht eine Spannung der Selbstinduktion, die das Abfallen des Stromes und ebenso das Anwachsen im entgegengesetzten Sinne verzögert. Die Kurve des Kurzschlußstromes verläuft dann nicht geradlinig, wie in Bild 128, sondern konkav gegen die untere Wagerechte, wie in Bild 129. Der Kurzschlußstrom geht also nicht mehr zur Zeit $T/2$, sondern erst viel später durch Null hindurch.

Um die Kurve des Kurzschlußstromes mit Berücksichtigung der Selbstinduktion zu zeichnen, stellen wir die 2. Kirchhoffsche Regel für den Kurzschlußkreis mit Selbstinduktion auf. Dabei berücksichtigen wir, daß die Spannung der Selbstinduktion dem abfallenden Strome i , also auch dem Strome i_2 gleichgerichtet ist. Wir erhalten also die Spannung der Selbstinduktion zu

$$e_s = i_2 \cdot R_2 - i_1 \cdot R_1.$$

Wir setzen nun e_s nach Gleichung (1) auf S. 77 gleich $-L \cdot di/dt$, führen für R_1 und R_2 die Werte aus S. 155 ein und erhalten:

$$-\frac{di}{dt} = \frac{R \cdot T}{L} \left(\frac{i_2}{T-t} - \frac{i_1}{t} \right). \quad (8)$$

Dabei ist $i_2 = I + i$ und $i_1 = I - i$. Die Kurzschlußkurve ergibt sich dann am besten zeichnerisch.¹⁾ Es sei z. B. ganz willkürlich:

$$T = 10, \quad I = 5, \quad L = 1, \quad R = \frac{1}{10},$$

$$\text{d. h.:} \quad \frac{R \cdot T}{L} = 1.$$

Im Anfang des Kurzschlusses ist $t = 0$ und der Strom in der ablaufenden Bürstenspitze gleich $2I$. Wenn wir ferner den Anfang der Kurve als geradlinig betrachten, so ist für $t = 0$ nach Bild 129 $-di/dt = i_1/t$. Durch Einsetzung dieser Werte in Gleichung (8) erhalten wir:

$$\frac{i_1}{t} = \frac{2I \cdot R}{L(1 + R \cdot T/L)} = \frac{1}{2}.$$

Wir ziehen also in Bild 129 von H eine Gerade mit der Neigung 1 : 2 gegen die Wagerechte und wählen auf ihr willkürlich einen Punkt K , welcher der Zeit $t = 1$ entspricht. Dafür wird:

$$i_1 = 0,5, \quad i_2 = 9,5, \quad t = 1, \quad T - t = 9.$$

Demnach wird nach Gleichung (8):

$$-\frac{di}{dt} = 1 \left(\frac{9,5}{9} - \frac{0,5}{1} \right) = -0,555.$$

¹⁾ Vgl. Rothert, Beitrag zur Theorie der Stromwendung. ETZ 1902, S. 865.

Wir legen also durch K eine Gerade mit dem Gefälle 0,555:1 und wählen auf ihr wieder willkürlich einen Punkt M , für den $t = 2$ ist. Dafür wird:

$$i_1 = 1,055, \quad i_2 = 8,945, \quad t = 2, \quad T - t = 8.$$

Wir berechnen dann wieder di/dt nach Gleichung (8) und ziehen durch M die entsprechende Gerade. Auf diese Weise fahren wir fort und erhalten so unsere Kurve mit ziemlich großer Genauigkeit. Für eine beliebige Zeit t ist dann $AB = i_1$, $BC = i$, $BD = i_2$. Der Strom i wird schließlich negativ. Man sieht deutlich, daß sich der Strom im zweiten Teil des Kurzschlusses sehr schnell ändert, was in bezug auf Funkenbildung äußerst ungünstig ist.

3. Auf einen funkenlosen Gang können wir nun nur dann rechnen, wenn die Spannung der Selbstinduktion der kurzgeschlossenen Spule in dem Augenblick, wo die Bürste von einem Segment abgleitet, nicht zu groß ist. Das Verhältnis di/dt oder die Neigung der Kurve in Bild 129 gegen die Wagerechte darf also für $t = T$ nicht zu groß sein. Auf keinen Fall darf die Kurve für $t = T$ senkrecht gegen die Wagerechte verlaufen, da dann di/dt und damit die Spannung der Selbstinduktion unendlich groß wird.

Wenn wir nun den letzten Teil der Kurve als geradlinig betrachten, wird $i_2/(T - t)$ gleich $-di/dt$, und für $t = T$ wird gleichzeitig nach Bild 129 $i_1/t = 2I/T$. Führt man beide Werte in Gleichung (8) ein, so sieht man, daß die Gleichung für endliche Werte von di/dt nur erfüllt wird, wenn RT/L größer ist als Eins. Als Bedingung für einen endlichen Wert der Selbstinduktionsspannung und damit für funkenlosen Gang erhalten wir also

$$\frac{RT}{L} > 1. \quad (9)$$

Vervielfachen wir diese Ungleichung mit $2I$, so erhalten wir

$$2I \cdot R > \frac{2II}{T}. \quad (10)$$

Darin stellt die linke Seite den Spannungsverlust im Übergangswiderstand der Bürste bei gleichmäßiger Stromdichte dar, während die rechte Seite nach S. 78 die mittlere Spannung der Selbstinduktion in der kurzgeschlossenen Spule angibt. Die Bedingung für funkenlosen Gang lautet also, daß der Spannungsverlust im Bürstenwiderstand größer sein soll als die mittlere Spannung der Selbstinduktion. Nun ist nach der Erfahrung der Spannungsverlust in einer Kohlenbürste immer etwa ein Volt. Die mittlere Spannung der Selbstinduktion muß also, wenn nicht Vorkehrungen zur Aufhebung des Einflusses der Selbstinduktion getroffen werden, kleiner sein als ein Volt.

Zur Berechnung der Induktivität L hat man den bei einem Ampere von der Spule umfaßten Fluß mit der Windungszahl der Spule und ge-

gebenenfalls mit der Anzahl der in Reihe kurzgeschlossenen Spulen zu vervielfachen. Im übrigen wird die Berechnung dadurch verhältnismäßig einfach, daß man nach Hobart für 1 Amp. und für 1 cm Drahtlänge bei Einbettung in Eisen 4 bis 6 Maxwell rechnet, während man für 1 Amp. und für 1 cm freier Länge 0,8 Maxwell annimmt. Falls gleichzeitig eine in derselben Nut liegende Spulenseite durch eine ungleichnamige Bürste kurzgeschlossen wird, so ist für die Drahtlänge innerhalb der Nut der doppelte Wert einzusetzen.

Wieweit die Verhältnisse geändert werden, wenn eine Bürste gleichzeitig mehr als zwei Segmente überdeckt, läßt sich rechnerisch kaum verfolgen. Durch die breiten Bürsten wird allerdings die Zeit der Stromwendung verlängert. Gleichzeitig wächst aber in demselben Maße die Zahl der kurzgeschlossenen Spulen und, wenn diese in derselben Nut liegen, auch der Fluß, der eine einzelne Spule durchsetzt. Man rechnet daher am einfachsten mit derselben Selbstinduktion und Zeitdauer wie bei schmalen Bürsten (vgl. auch Hobart, ETZ 1903, S. 821).

Aus Gleichung (9) folgt zunächst, daß zur Erzielung eines funkenlosen Ganges ein großer Übergangswiderstand der Bürsten vorteilhaft ist. Man gibt daher fast allgemein den Kohlenbürsten den Vorzug vor den Kupferbürsten. Nur bei Maschinen mit ganz geringer Spannung und hoher Stromstärke für elektrolytische Zwecke sind die Kohlenbürsten wegen des hohen Spannungsverlustes nicht verwendbar.

Ferner ergibt sich der ungünstige Einfluß einer hohen Drehzahl, da hierdurch die Zeitdauer der Stromwendung zu klein wird. Der Bau von Turbomaschinen, die mit Drehzahlen bis zu 3000/min. laufen, machte daher für Gleichstrom anfangs gewisse Schwierigkeiten. Diese wurden früher noch dadurch vermehrt, daß man mit Rücksicht auf die großen Reibungsverluste auf die Anwendung von Kohlenbürsten verzichtete. Durch besondere Lüftung des Stromwenders (Hohlsegmente, Teilung des Stromwenders in Richtung der Achse) ist es indessen gelungen, aller Schwierigkeiten Herr zu werden. Wesentlich hat auch die Einführung der Wendepole und der Kompensationswicklung die Gleichstromturbomaschine lebensfähig gemacht.

Besonders wichtig ist es, daß die Induktivität der kurzgeschlossenen Spule genügend klein gehalten wird. Man verwendet daher offene Nuten und bei großen Maschinen nur einen Stab für die Spulenseite. Auch ist es vorteilhaft, wenn die von ungleichnamigen Bürsten gleichzeitig kurzgeschlossenen Spulenseiten nicht in derselben Nut liegen, da hierdurch die scheinbare Induktivität geradezu verdoppelt werden würde. In dieser Beziehung ist eine Sehnenwicklung günstig.

4. Wir gehen nun zu dem Fall über, in welchem man die Stromwendung dadurch erleichtert, daß man den Kurzschluß in einem magnetischen Feld von passender Stärke vor sich gegen läßt. Dazu verschiebt man bei wendepollosen Stromerzeugern die Bürsten in Richtung

der Drehung über die neutrale Zone des Betriebes hinaus (Bild 123). Wir sahen schon früher, daß das äußere Feld dann eine Spannung erzeugt, welche die Selbstinduktion aufhebt. Dabei kommt alles darauf an, ein äußeres „Wendefeld“ von passender Stärke zu schaffen. In erster Linie erreicht man dies durch besondere Formen der Polschuhe. Unter allen Umständen muß der Übergang der Spulenseite aus der neutralen Zone in das wirksame Feld ganz allmählich erfolgen. Abrundung der Polecken hat schon oft das Übel der Funkenbildung beseitigt. Auch die Abschrägung der Seitenflächen der Polschuhe, wie sie bei den Schuckertmaschinen üblich war, diente dazu, die Einstellung der Bürsten zu erleichtern. Die frühere Ausführung mit zusammenhängenden Polen (Polbüchse von Dolivo Dobrowolsky) ergibt zwar einen sehr allmählichen Abfall des Feldes, aber dieses ändert sich gerade in einem solchen Falle sehr stark durch die Quermagnetisierung. Sie ist daher jetzt, wo die Maschinen zwischen Leerlauf und 25% Überlastung ohne Bürstenverstellung funkenfrei arbeiten sollen, aufgegeben.

In viel vollkommenerer Weise erreicht man die Aufhebung der Selbstinduktion in der kurzgeschlossenen Spule durch die von Menges im Jahre 1884 vorgeschlagenen Wendepole, die in der neutralen Zone angeordnet sind (Bild 130). Sie werden derartig vom Hauptstrom umflossen, daß an der Stelle der Stromwendung sowohl das vom Anker erzeugte Querfeld aufgehoben als auch ein zusätzliches „Wendefeld“ geschaffen wird. Die Erregung je eines Wende-Polpaares muß also größer sein als die vom Anker ausgeübte Erregung für ein Polpaar. Bild 130 zeigt deutlich, wie die Erregung der Wendepole der des Ankers entgegenwirkt. Die vorzüglichen Erfolge bei Wendepolen beruhen darauf, daß mit der Belastung, d. h. zunehmender Stromstärke und wachsender Quermagnetisierung, gleichzeitig die Erregung der vom Hauptstrom umflossenen Wendepole wächst. Die Wendepole finden daher jetzt, abgesehen von ganz kleinen Maschinen, allgemein Verwendung.

Um den Einfluß des „Wendefeldes“ zu zeigen, greifen wir einen besonders einfachen Fall heraus. Wir wollen annehmen, daß unter der Entgegenwirkung der Selbstinduktion und der durch das Wendefeld erzeugten Spannung ein geradliniger Verlauf der Kurve zustande kommt, wie wir ihn oben wegen der gleichmäßigen Stromdichte unter der Bürste als günstig dargestellt haben. Dann ist di/dt nach Bild 128 gleich $-2I/T$, also wird in jedem Augenblick $e_s = -L \cdot di/dt = L \cdot 2I/T$.

Die vom Wendefeld erzeugte Spannung muß dann in jedem Augenblick ebenso groß sein, wie e_s , d. h. um den geradlinigen Verlauf der Kurve und gleichmäßige Stromdichte unter der Bürste zu erreichen, muß der Kurzschluß während der ganzen Kurzschlußzeit in einem gleichmäßigen äußeren Felde von passender Stärke stattfinden.¹⁾ Dabei kann die Selbstinduktion an sich beliebig hoch sein. Es ist indessen zu be-

¹⁾ Vgl. Pichelmayr, ETZ 1903, S. 1081.

achten, daß in den Fällen, in denen man zur Erzielung des Wendefeldes die kurzgeschlossene Spule in den Bereich des wirksamen Magnetfeldes verschiebt, die Stärke des Wendefeldes sich infolge der Quermagnetisierung des Ankers mit der Belastung stark ändert. Wesentlich größere Werte der Selbstinduktion sind zuzulassen, wenn man Wendepole verwendet.

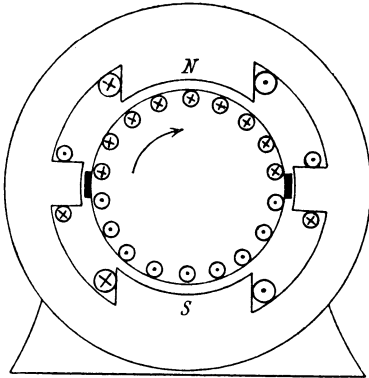


Bild 130. Maschine mit Wendepolen.

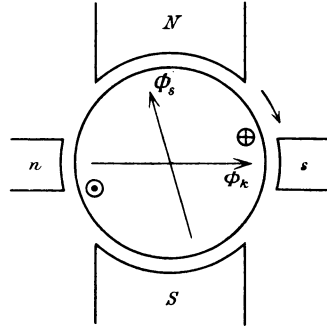


Bild 131. Kurzgeschlossene Spule im Beginn des Kurzschlusses.

Einen Einblick in das Wesen der Stromwendung erhalten wir durch Betrachtung des von der kurzgeschlossenen Spule umfaßten Flusses. Wir wollen dabei von dem Spannungsverbrauch in dem Widerstand des Kurzschlußkreises absehen und annehmen, daß die Selbstinduktion der kurzgeschlossenen Spule in jedem Zeitpunkt der Stromwendung aufgehoben wird durch eine vom Wendefeld erzeugte Spannung. Dann ist die wirkliche Gesamtspannung in der kurzgeschlossenen Spule in jedem Augenblicke gleich Null. Der von dieser Spule umfaßte Fluß ändert sich dann überhaupt nicht.

Nun wird der Fluß des Magnetfeldes von der kurzgeschlossenen Spule während der ganzen Wendezeit voll umfaßt, und ein vom Anker erzeugtes Feld tritt wegen der Entgegenwirkung der Wendepolerregung überhaupt nicht auf. Die Bedingung, daß der umfaßte Fluß sich nicht ändern soll, läuft also darauf hinaus, daß die Summe aus den umfaßten Flußröhren Φ_k des Wendeflusses und den von der Spule selbst erzeugten Flußröhren Φ_s sich nicht ändert. Nun ist diese Summe in der Mitte der Wendezeit gleich Null, da der Strom bei der vollkommenen Stromwendung dann durch Null hindurchgeht, also Φ_s gleich Null ist und auch der umfaßte Teil der Röhren des Wendeflusses dann gleich Null ist. Demnach muß die Summe auch in allen andern Zeitpunkten gleich Null sein. Bild 131 zeigt für die erste Hälfte der Wendezeit, wie die Flüsse Φ_s und Φ_k die kurzgeschlossene Spule von verschiedenen Seiten durchsetzen, so daß ihre Summe bei vollkommener Stromwendung Null ist.

53. Spannungsteilung.

An Stelle der auf S. 24 dargestellten Art der Spannungsteilung kommen folgende Anordnungen in Betracht.

Wenn eine Batterie im Nebenschluß zur Maschine arbeitet, führt man einfach den Mittelleiter zum Mittelpunkt der Batterie. Die beiden Batteriehälften werden dabei allerdings oft in ungleicher Weise beansprucht.

Man kann auch zwei miteinander gekuppelte, hintereinander geschaltete Maschinen als Spannungsteiler verwenden (Bild 132 und 133). Bei gleicher Belastung beider Netzhälften laufen beide Maschinen als Motoren leer, und die ganze Maschinenspannung verteilt sich bei gleicher Bauart und Erregung in gleicher Weise auf beide Motoren. Ist jedoch das Netz, wie in Bild 132, ungleich belastet, so wirkt die Maschine auf der stärker belasteten Seite als ein Stromerzeuger, der den zusätzlichen Strom in der oberen Netzhälfte liefert. In die als Motor laufende zweite Maschine fließt dann so viel Strom, wie nötig ist, um die Arbeitsleistung des Stromerzeugers und die Leerlaufleistung beider Maschinen zu liefern.

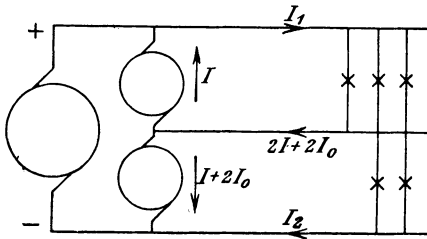


Bild 132.

Stromverteilung bei drei Leitern mit Ausgleichmaschinen.

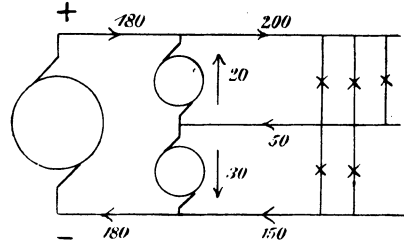


Bild 133.

Wir machen die Annahme, daß der Widerstand der Ausgleichmaschinen zu vernachlässigen ist. Es sei I_0 der Leerstrom jeder Ausgleichmaschine bei gleichmäßiger Netzbelastung und E die Spannung jeder Netzhälfte. Dann ist die Leerlaufleistung für die Ausgleichmaschinen zusammen gleich $2E \cdot I_0$. Wird nun die eine Maschine zum Stromerzeuger und liefert sie einen Strom I , so ist ihre Leistung $E \cdot I$. Die als Motor laufende Maschine verbraucht also die Leistung $E \cdot I + 2E I_0$ und die Stromstärke in dem Motor ist $I + 2I_0$. Nach der 1. Kirchhoffschen Regel ist dann der Strom im Mittelleiter $2I + 2I_0$. Das ist zugleich der Unterschied der Ströme I_1 und I_2 .

Aus der Gleichung $I_1 - I_2 = 2I + 2I_0$ folgt dann

$$I = \frac{I_1 - I_2}{2} - I_0.$$

Ist z. B. $I_1 = 200$, $I_2 = 150$, $I_0 = 5$, so werden die Ströme der beiden Ausgleichmaschinen:

$$I = \frac{200 - 150}{2} - 5 = 20, \quad I + 2I_0 = 20 + 10 = 30$$

und die Stromstärke der Hauptmaschine wird nach Bild 133 gleich 180 Ampere.

Wie sich auf S. 66 ergab, wird in der als Motor laufenden Maschine eine Spannung erzeugt, die unter Vernachlässigung des Ankerwiderstandes gleich und entgegengesetzt der Klemmenspannung ist. Da nun die beiden Ausgleichmaschinen in bezug auf Bauart, Erregung und Drehzahl gleich sind, so folgt, daß ihre erzeugten Spannungen dieselben sind. Demnach sind auch ihre Klemmenspannungen gleich, d. h. die Spannungsteilung ist vollkommen.

In Wirklichkeit wird das Ergebnis durch den Spannungsverlust in den Ankern beeinflußt, da die Klemmenspannung der als Stromerzeuger laufenden Ausgleichmaschine um den Spannungsverlust kleiner und die des Motors um den entsprechenden Betrag größer ist als die erzeugte Spannung. Da die als Stromerzeuger arbeitende Ausgleichmaschine an der stärker belasteten Seite liegt, so hat diese Seite die geringere Spannung. Man kann den Unterschied verringern, wenn man jede Einzelmachine von der nicht zugehörigen Netzhälfte erregt, oder wenn man den Strom des Mittelleiters benutzt, um das Feld des Stromerzeugers zu verstärken und das des Motors zu schwächen¹⁾.

Besonders einfach ist die Spannungsteilung durch eine Drosselspule nach Dolivo Dobrowolsky, Bild 134. Dabei werden zwei Punkte der Ankerwicklung, die bei zweipoligen Maschinen um eine Polteilung voneinander entfernt sind, zu Schleifringen geführt. An diese wird eine sog. Drosselspule angeschlossen, die um einen Eisenkern gewickelt ist. Durch die Wicklung der Drosselspule fließt dann ein Wechselstrom, dessen Flußröhren beim Entstehen und Verschwinden durch die Windungen der Spule hindurchschneiden. Wie sich bei der Besprechung der Transformatoren ergeben wird, wirkt die dadurch erzeugte Spannung dem Strome entgegen und läßt nur so viel Strom zufließen, wie zur Magnetisierung nötig ist. Infolgedessen ist der Wechselstrom außerordentlich gering, während die Drosselspule durchlässig für Gleichstrom ist. Wir wollen nun nachweisen, daß in jedem Augenblick zwischen dem Mittelleiter und jedem Außenleiter die halbe Gleichstromspannung herrscht, wenn der Mittelleiter an den Mittelpunkt der Drosselspule angeschlossen wird.

Die ganze Wechselstromspannung ist die Spannung zwischen B und F . Davon heben sich die Spannungen zwischen D und E einerseits und zwischen E und F andererseits auf, die Wechselstromspannung ist also gleich der Spannung zwischen B und D . Zwischen B und C herrscht also im gezeichneten Augenblick die halbe Wechselstromspannung, d. h. dieselbe Spannung wie zwischen G und H . Fügen wir nun die Spannung AB einmal zur Spannung BC und ein andermal zur gleich großen Spannung GH , so erhalten wir im ersten Falle die halbe Maschinen-

¹⁾ Vgl. Arnold, Die Gleichstrommaschine. Bd. II. 2. Aufl. 1907. S. 550.

spannung, im zweiten Falle die Spannung AH . Damit ist bewiesen, daß die Spannung AH zwischen Haupt- und Mittelleiter gleich der halben Maschinenspannung ist.

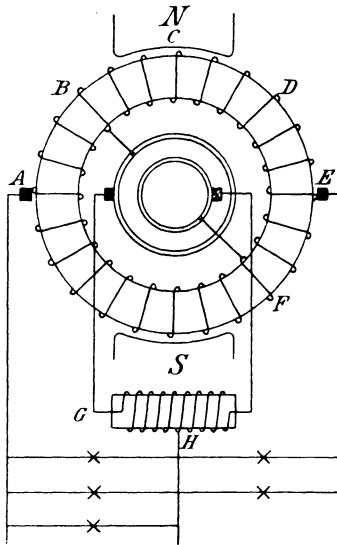


Bild 134.
Spannungsteilung durch Drosselspule.

Noch vollkommener wirkt die Spannungsteilung nach Sengel¹⁾, bei der drei um $\frac{2}{3}$ der Polteilung abstehende Punkte der Wicklung zu Schleifringen geführt werden. Man stellt sich dann aus drei Drosselspulen, die je mit einem der Schleifringe verbunden werden, eine Sternschaltung her, an deren Mittelpunkt man den Nulleiter anschließt (vgl. die Sternschaltung bei Drehstrom).

Endlich ist nach Dettmar eine Spannungsteilung noch in der Weise möglich, daß man den Strom des Mittelleiters mit Hilfe einer Hilfsbürste, die genau zwischen zwei Hauptbürsten auf dem Stromwender schleift, zur Maschine zurückführt²⁾. Die Pole werden dann durch einen Schnitt in Richtung der Achse geteilt, damit in der jeweils durch die Hilfsbürste kurzgeschlossenen Spule keine starken Spannungen erzeugt werden. Damit die Spannung einer Netzhälfte unabhängig von der anderen erregt werden kann, müssen die Wicklungen von gegenüberliegenden Polhälften hintereinander geschaltet werden. Die Erregerwicklung für die eine Netzhälfte wird wieder von der andern Hälfte aus gespeist.

¹⁾ ETZ 1898, S. 544.

²⁾ ETZ 1897, S. 55 und 230.

Zehnter Teil.

54. Die fremderregte Maschine bei Änderung der Drehzahl, Erregung und Belastung. — 55. Die Hauptstrommaschine bei Änderung der Belastung. — 56. Die Nebenschlußmaschine und Doppelschlußmaschine. — 57. Batterie und Maschine in Nebeneinanderschaltung. — 58. Maschinen für gleichbleibenden Strom. — 59. Der Wirkungsgrad der Nebenschlußmaschinen.

54. Die fremderregte Maschine bei Änderung der Drehzahl, Erregung und Belastung.

Wir betrachten eine Maschine, deren Magnetwicklung durch eine äußere, unabhängige Stromquelle gespeist wird (Bild 135). Die Maschine laufe zunächst leer. Wir lassen die Erregung ungeändert und ändern nur die Drehzahl. Nach Gleichung (7) auf S. 141 ist die erzeugte Spannung

$$E = \frac{p}{\alpha} \cdot \Phi \cdot \frac{n}{60} \cdot z \cdot 10^{-8}. \quad (1)$$

Da auf der rechten Seite dieser Gleichung n jetzt die einzige Veränderliche ist, so ist die Spannung proportional der Drehzahl. Wenn wir die Drehzahl wagrecht und die Spannung senkrecht auftragen, so erhalten wir die Gerade in Bild 136.

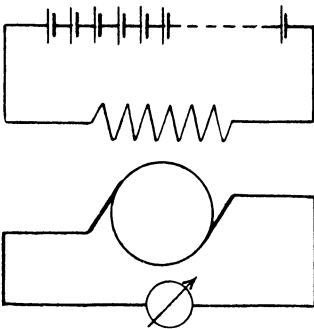


Bild 135. Maschine mit gleichbleibender Erregung bei Leerlauf.

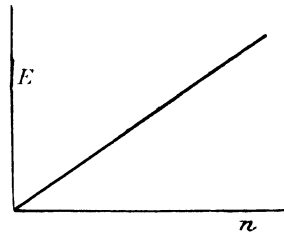


Bild 136. Abhängigkeit der Spannung von der Drehzahl bei gleichbleibender Erregung.

Wir lassen jetzt umgekehrt die Drehzahl ungeändert und ändern durch einen Regelwiderstand den Erregerstrom (Bild 137). Wir tragen dann den Erregerstrom I_m oder die Magnetenerregung wagrecht und die abgelesene Spannung senkrecht auf und erhalten so in Bild 138 die sog. Leerlaufkurve (Leerlaufcharakteristik). Wie man sieht, wächst zunächst die Spannung proportional dem Erregerstrom, bis schließlich bei zunehmender Eisensättigung eine Verstärkung des Erregerstromes nur mehr eine geringe Erhöhung des magnetischen Flusses und der Spannung bewirkt.

Nun ist die Klemmenspannung bei Leerlauf gleich der erzeugten Spannung. Da diese dem magnetischen Fluß proportional ist, so stellt uns Bild 138 im passenden Maßstabe auch die Abhängigkeit des Flusses vom Erregerstrom dar. Wir können die Leerlaufkurve daher gewissermaßen als die Magnetisierungskurve der Maschine bezeichnen.

Immerhin besteht zwischen den früher erwähnten Magnetisierungskurven und der Leerlaufkurve ein nicht unwesentlicher Unterschied. Bei den Magnetisierungskurven ist die Erregung für die Längeneinheit des

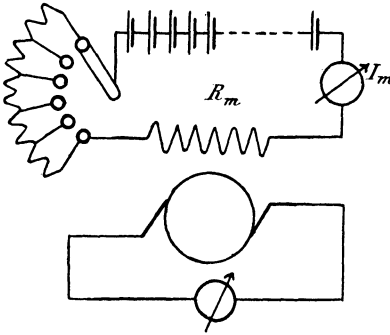


Bild 137. Maschine bei Leerlauf mit Änderung der Erregung.

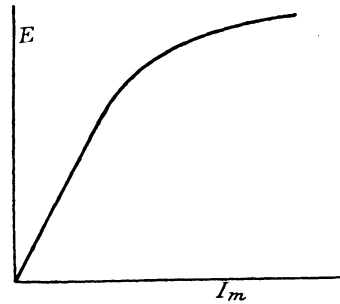


Bild 138. Leerlaufkurve einer Nebenschlußmaschine.

magnetischen Weges, bei der Leerlaufkurve die Erregung für den ganzen Weg aufgetragen. Ferner gibt uns die Magnetisierungskurve den Fluß durch die Flächeneinheit, die Leerlaufkurve aber den Fluß durch den Ankerquerschnitt, bzw. die erzeugte Spannung an.

Wir gehen nun dazu über, die Leerlaufkurve bei einer gegebenen Maschine vorzuberechnen, und ermitteln zunächst die Querschnitte der magnetischen Wege in dem Anker, den Zähnen, der Luft, den Polkernen und dem Joch. Nach dem im Maßstabe 1 : 4 gezeichneten Bild 139 und dem im Maßstab 1 : 1 gezeichneten Bild 140 sei

Ankerdurchmesser	$d = 15,0$ cm,	Einfacher Luftabstand 0,2 cm,
Wellendurchmesser	$d_w = 3,5$ „	Polbogen β 70° ,
Ankerlänge $b = 11,0$ „	Polkerndurchmesser 7,4 cm,
Nutentiefe $t_n = 2,0$ „	Jochquerschnitt 37 cm ² ,
Nutenbreite $b_n = 0,5$ „	Nutenzahl 36.

Dann ergibt sich der Ankerquerschnitt senkrecht zur magnetischen Induktion bei 15% Raumverlust durch die Papierschicht zwischen den Ankerblechen zu

$$F_a = 0,85 (d - d_w - 2t_n) \cdot b = 70 \text{ cm}^2.$$

Den Zahnquerschnitt für den magnetischen Fluß erhalten wir, wenn wir vom Umfang des mittleren Zahnkreises die Summe der Nutenbreiten abziehen und den Rest mit $b \cdot \beta/360$ vervielfachen. Mit Berücksichtigung

sichtigung der Papierschichten wird dann bei 36 Nuten:

$$F_z = 0,85 [(d - t_n) \pi - 36 \cdot b_n] b \cdot \beta / 360 = 41,5 \text{ cm}^2.$$

Da der Fluß in der durch Bild 140 dargestellten Weise in den Anker tritt, so ist der Luftquerschnitt F_l das Mittel aus der Fläche

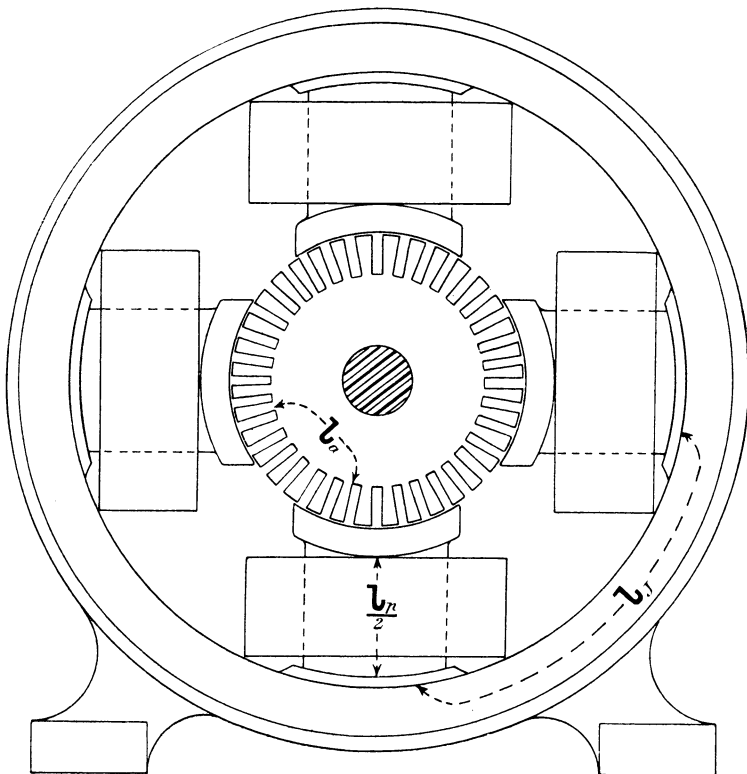


Bild 139. Schnittzeichnung einer vierpoligen Maschine.

einer Polbohrung und der Eisenoberfläche des Ankers vor einem Pol. Bei dem doppelten Luftabstand $l_l = 0,4 \text{ cm}$ ist die Fläche der Polbohrung gleich $(d + l_l) \pi \cdot \beta \cdot b / 360 = 104 \text{ cm}^2$. Andererseits ist die Eisenoberfläche des Ankers vor einem Pol bei 36 Nuten $(d\pi - 36 \cdot b_n) \cdot b \cdot \beta / 360 = 62 \text{ cm}^2$. Als Mittel aus den beiden Werten erhalten wir:

$$F_l = \frac{104 + 62}{2} = 83 \text{ cm}^2.$$

Der Querschnitt der runden Polkerne ergibt sich zu:

$$F_p = 7,4^2 \cdot \frac{\pi}{4} = 43 \text{ cm}^2.$$

Der Jochquerschnitt ist das Doppelte des Einzelquerschnittes,

da die Flußröhren eines Poles sich im Joch in zwei Teile teilen. Wir erhalten so:

$$F_J = 2 \cdot 37 = 74 \text{ cm}^2.$$

Die Längen der magnetischen Wege ergeben sich aus der Zeichnung, wobei zu berücksichtigen ist, daß für l_l der doppelte Luft-

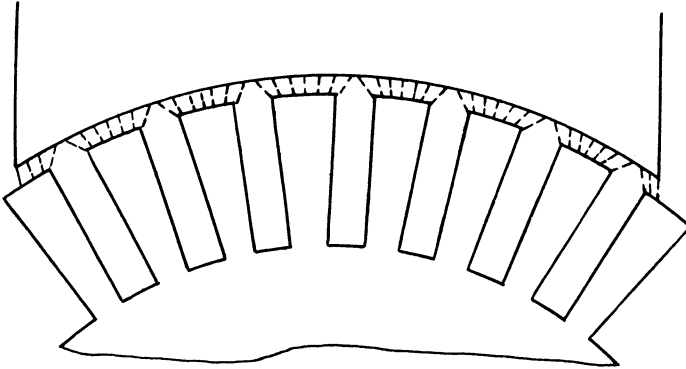


Bild 140. Flußverteilung im Luftraum.

abstand zwischen Ankereisen und Magneteisen und für l_z die doppelte Zahntiefe einzusetzen ist. Ebenso bedeutet l_p die doppelte Länge eines Polkernes. Dagegen ist für l_J die einfache Länge des magnetischen Weges im Joch einzusetzen. Der Weg in den Polschuhen soll vernachlässigt werden. Dann ergeben sich die im folgenden zusammengestellten Werte:

Anker (Ankerblech)	Zähne (Ankerblech)	Luft	Polkerne (Schmiedeeisen)	Joch (Gußeisen)
$F_a = 70$	$F_z = 41,5$	$F_l = 83$	$F_p = 43$	$F_J = 74$
$l_a = 7$	$l_z = 4$	$l_l = 0,4$	$l_p = 12,5$	$l_J = 22$

Wir wählen nun nacheinander beliebige Werte des Flusses Φ und teilen sie durch den Querschnitt des betreffenden Teiles. Für die so berechneten magnetischen Induktionen \mathfrak{B} erhalten wir aus Bild 64 auf S. 75 die zugehörige Erregung für 1 cm, die wir mit h bezeichnet haben. Beim Anker und bei den Zähnen legen wir dabei die Kurve für Ankerblech, bei den Polen die Kurve für Schmiedeeisen und beim Joch die Kurve für Gußeisen zugrunde. Die Erregung h für die Längeneinheit, in Amperewindungen für 1 cm, haben wir dann mit der Länge des magnetischen Weges zu vervielfachen, um die für den betreffenden Teil erforderliche Erregung zu erhalten. Dabei haben wir zu beachten, daß der Fluß Φ_m durch den Querschnitt der Polkerne und des Jochs wegen der Streuung größer ist als der Fluß Φ durch den Querschnitt des Ankers und der Luft. Wir schätzen $\Phi_m = 1,2 \Phi$. Die für die doppelte Luftstrecke l_l erforderliche Erregung erhalten wir nach S. 74 unmittelbar zu

$$X_l = 0,8 \mathfrak{B}_l l_l. \quad (2)$$

Es genügt meist, zwei Punkte der Kurve zu berechnen, nämlich für den vorgeschriebenen Betriebszustand und für einen Zustand bei hoher Sättigung. Im ersten Teil der Kurve spielt die für das Eisen erforderliche Erregung wegen der geringen Sättigung eine so kleine Rolle, daß die Kurve sich an die der Luftstrecke, d. h. an eine Gerade, anschmiegt. Wir wählen $\Phi = 0,4 \cdot 10^6$ und $0,6 \cdot 10^6$:

$\Phi =$	0,4	$0,6 \cdot 10^6$	$\Phi_m = 1,2 \Phi =$	0,48	$0,72 \cdot 10^6$
$\mathfrak{B}_\alpha = \Phi/F_\alpha =$	5700	8550	$\mathfrak{B}_\beta = \Phi_m/F_\beta =$	11200	16800
$h_\alpha =$	1,1	1,8	$h_\beta =$	5	100
$X_\alpha = h_\alpha \cdot l_\alpha =$	7,7	12,6	$X_\beta = h_\beta \cdot l_\beta =$	62,5	12500
$\mathfrak{B}_l = \Phi/F_l =$	4820	7220	$\mathfrak{B}_J = \Phi_m/F_J =$	6500	9720
$X_l = 0,8 \cdot \mathfrak{B}_l \cdot l_l =$	1540	2310	$h_J =$	19	197
$\mathfrak{B}_z = \Phi/F_z =$	9650	14400	$X_J = h_J \cdot l_J =$	418	2350
$h'_z =$	2,3	9	$\Sigma X =$	2040	5960
$X_z = h'_z \cdot l'_z =$	9,2	36			

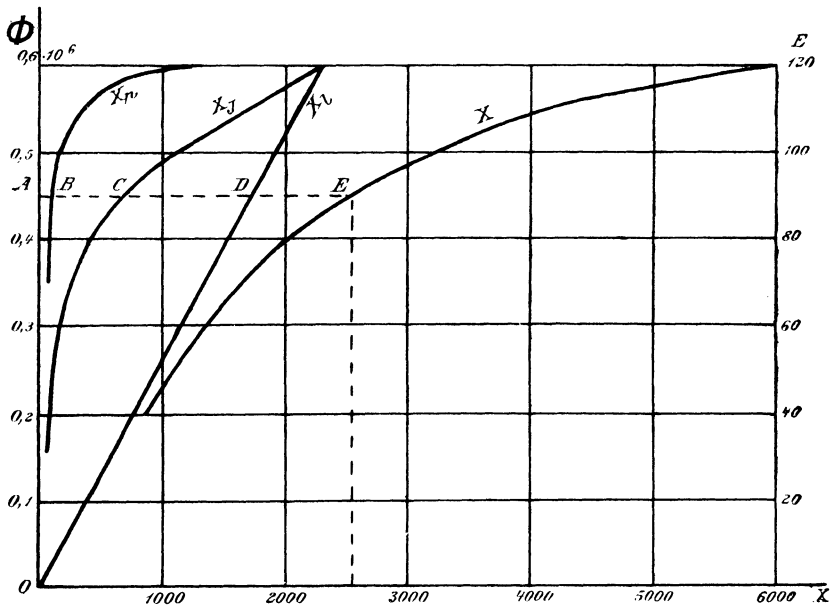


Bild 141. Die Erregung für die Teile des magnetischen Kreises und den ganzen Kreis in Abhängigkeit vom Fluß.

Wir tragen nun den Fluß senkrecht und die zugehörigen Erregungen für die einzelnen Teile und den Gesamtkreis wagerecht auf und erhalten so die Kurven in Bild 141. Die Kurve für die Luft ist eine Gerade. Die Kurve für die Gesamterregung X schmiegt sich anfangs dieser Geraden an, bis sie endlich mit zunehmender Sättigung des Eisens immer flacher verläuft. Für einen beliebigen Fluß OA ist dann die

Erregung für die Pole gleich AB , für das Joch gleich AC , für die Luft gleich AD und für den ganzen Kreis $AE = AB + AC + AD$. Die Erregung für Anker und Zähne ist dabei wegen ihres kleinen Betrages vernachlässigt.

Es sei nun die Drahtzahl ε auf dem Anker gleich 720, die Polpaarzahl p gleich 2 und die Drehzahl n gleich 1665. Dann erhalten wir für Schleifenwicklung nach Gleichung (7) auf S. 141:

$$E = \frac{p}{a} \cdot \Phi \cdot \frac{n}{60} \cdot \varepsilon \cdot 10^{-8} = 2 \cdot 10^{-4} \cdot \Phi.$$

Wenn wir also, wie es rechts in Bild 141 geschehen ist, den Maßstab im Verhältnis $1 : 2 \cdot 10^{-4}$ ändern, so gibt die Kurve X ohne weiteres die Abhängigkeit der Spannung von der Erregung an. Der Wert von X bezieht sich übrigens auf ein Polpaar, da die ganze Rechnung für einen magnetischen Kreis durchgeführt ist und der Fluß durch einen Polquerschnitt mit Φ bezeichnet war. Die Erregung auf allen Polpaaren zusammen ist also gleich $p \cdot X$.

Wir gehen jetzt dazu über, das Verhalten einer Maschine mit ungeänderter Erregung und Drehzahl bei Änderung der Belastung darzustellen. Wir schließen die Klemmen der Maschine durch einen äußeren Widerstand, also z. B. durch nebeneinander geschaltete Glühlampen. Je mehr solcher Lampen wir einschalten, desto größer ist

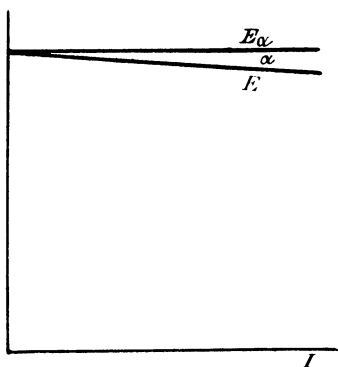


Bild 142. Abhängigkeit der Klemmenspannung vom Strom bei gleichbleibender Erregung.

der aus der Maschine entnommene Strom, d. h. die Belastung der Maschine. Dabei verändert sich, wenn auch in geringem Maße, die Klemmenspannung der Maschine. Während diese bei Leerlauf gleich der erzeugten Spannung war, ist sie bei Belastung um den inneren Spannungsverlust geringer geworden. Ist jetzt E_a im Unterschied von der Klemmenspannung E die durch die Änderung des umfaßten Flusses erzeugte Spannung, I der Ankerstrom und R_a der Ankerwiderstand, so ergibt sich die Klemmenspannung durch die Gleichung:

$$E = E_a - I \cdot R_a.$$

Wenn wir nun von dem Einfluß der Ankerrückwirkung absehen, so ist die erzeugte Spannung infolge der gleichbleibenden Erregung unveränderlich, also durch die wagerechte Gerade E_a in Bild 142 gegeben. Der Spannungsverlust ist der Stromstärke proportional. Wir ziehen also die Gerade E so, daß $\operatorname{tg} \alpha = I \cdot R_a / I = R_a$ ist, wobei wir den verschiedenen Maßstab in wagerechter und senkrechter Richtung berücksichtigen. Die Unterschiede zwischen den Senkrechten der Kurven E_a

und E stellen dann den Spannungsverlust für eine bestimmte Stromstärke dar, während die Senkrechten der geneigten Geraden uns die Klemmenspannung angeben. Beim Versuch verfährt man natürlich umgekehrt, indem man die Klemmenspannung mißt, dazu den Spannungsverlust im Anker hinzuzählt und so die erzeugte Spannung berechnet.

Die Kurven erfahren durch die früher besprochene entmagnetisierende Wirkung des Ankerstromes eine Änderung. Dazu kommt, daß der Ankerwiderstand keine unveränderliche Größe ist, sondern mit zunehmender Erwärmung des Ankers, also mit zunehmender Belastung, wächst. Jedoch ist eine rechnerische Berücksichtigung dieser Verhältnisse kaum in einfacher Weise möglich. Auch der Einfluß des zurückbleibenden Magnetismus ist in Bild 142, wie auch in den folgenden Abschnitten, vernachlässigt.

55. Die Hauptstrommaschine bei Änderung der Belastung.

Das Verhalten der fremderregten Maschine im Betrieb ist deswegen besonders einfach, weil bei ungeänderter Drehzahl und Erregung die erzeugte Spannung von Änderungen im äußeren Stromkreise unabhängig ist. Schwieriger ist das Verständnis der selbsterregenden Maschinen, d. h. der Dynamomaschinen im eigentlichen Sinne, weil bei diesen der Erregerstrom, also auch das Feld und die erzeugte Spannung von Änderungen im äußeren Stromkreis abhängig ist. Bei diesen Maschinen schafft uns einerseits die erzeugte Spannung den Erregerstrom, aber andererseits der Erregerstrom wiederum das Feld und damit die erzeugte Spannung!

Verhältnismäßig einfach liegen die Verhältnisse noch bei der Hauptstrommaschine, bei welcher Ankerstrom, Erregerstrom und äußerer Strom gleich sind. Die Hintereinanderschaltung von Anker, Magnetwicklung und Verbrauchskörpern ist das einfachste und nächstliegende, und die Dynamomaschinen wurden daher anfangs nur als Hauptstrommaschinen gebaut. Solche Hauptstrommaschinen haben damals für hintereinandergeschaltete Bogenlampen Verwendung gefunden, sie kommen jedoch bei der jetzt gebräuchlichen Nebeneinanderschaltung der Verbrauchskörper nicht mehr als Stromerzeuger, sondern nur mehr als Motoren zur Verwendung.

Wir betrachten im folgenden eine mit gleichbleibender Drehzahl angetriebene Hauptstrommaschine, bei der wir die Stromentnahme ändern (Bild 143). Wir beobachten die Stromstärke und die Klemmenspannung und tragen die Stromstärke I wagerecht und die Klemmenspannung E senkrecht auf (Bild 144). Wir ziehen dann eine Gerade unter einem Winkel α gegen die Wagerechte, so daß $\operatorname{tg} \alpha = R_a + R_d$ ist, wobei R_d der Widerstand der Hauptstromwicklung auf den Magneten ist und eine Verschiedenheit des Maßstabes in wagerechter und senkrechter Richtung wieder zu beachten ist. Die Senkrechten der Geraden stellen dann den Spannungsverlust $I \cdot (R_a + R_d)$ im Innern der Maschine dar. Wenn

wir sie zu den Senkrechten der Klemmenspannungskurve hinzuzählen, so erhalten wir die Kurve E_a , welche die erzeugte Spannung E_a in Abhängigkeit vom magnetisierenden Strom darstellt. Hätten wir statt der Stromstärke I das Produkt aus Stromstärke und Windungszahl der Magnete wagerecht aufgetragen, so hätten wir genau die im vorigen Abschnitt besprochene Kurve erhalten (vgl. Bild 141).

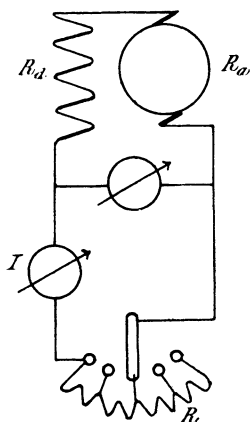


Bild 143. Hauptstrommaschine bei Belastung.

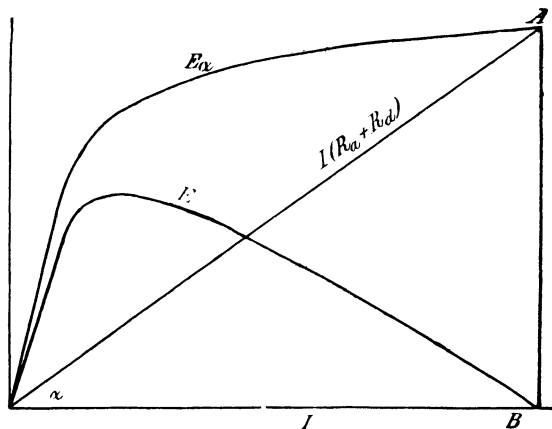


Bild 144. Abhängigkeit der erzeugten Spannung und Klemmenspannung einer Hauptstrommaschine von der Stromstärke.

Die erzeugte Spannung ist gleich Null bei offenem äußeren Stromkreis, d. h. bei Leerlauf, da mit dem magnetisierenden Strom auch das magnetische Feld gleich Null wird. Schließen wir jedoch die Klemmen durch einen nicht zu großen Widerstand, so erregt sich die Maschine selbst, wodurch eine Spannung erzeugt wird und ein Strom zustande kommt. Je kleiner wir nun den äußeren Widerstand wählen, desto größer wird nach dem Ohmschen Gesetz die Stromstärke, desto stärker also auch das Feld und die erzeugte Spannung, bis sie bei Kurzschluß ihren höchsten Wert erreicht.

Die Klemmenspannung steigt mit wachsender Belastung an, um nachher nach Erreichung eines höchsten Wertes wieder zu fallen. Infolge der Sättigung des Eisens muß einmal der Punkt eintreten, wo der Gewinn an erzeugter Spannung durch Verstärkung des Stromes kleiner ist als der vermehrte Spannungsverlust in der Maschine. Bei Kurzschluß, den die Maschine natürlich nicht aushält, wird die Klemmenspannung gleich Null. Die ganze erzeugte Spannung AB wird dann verbraucht, um den Strom OB durch den inneren Widerstand zu treiben.

56. Die Nebenschlußmaschine und Doppelschlußmaschine bei Änderung der Belastung.

Wir treiben eine Nebenschlußmaschine leer mit gleichbleibender Drehzahl an und ändern den Magnetstrom durch einen Regelwiderstand.

Tragen wir dann den Magnetstrom I_m wagerecht und die Klemmenspannung E senkrecht auf, so erhalten wir eine Kurve, welche die Abhängigkeit der Klemmenspannung von dem magnetisierenden Strom darstellt. Da die Maschine nur den sehr kleinen Magnetstrom liefert, so ist der Spannungsverlust im Anker zu vernachlässigen. Die Klemmenspannung ist also gleich der erzeugten Spannung, und unsere Kurve verläuft genau wie die der erzeugten Spannung bei der fremderregten Maschine oder der Hauptstrommaschine.

Wir schalten nun die Nebenschlußmaschine auf einen äußeren Verbrauchskreis. Sie zeigt dann ein Verhalten, das von dem der Hauptstrommaschine stark abweicht. Bei der Hauptstrommaschine sind Magnetwicklung und äußeres Netz hintereinander geschaltet, und die erzeugte Spannung ist in hohem Maße vom Stromverbrauch abhängig. Dagegen liegt die Magnetwicklung einer Nebenschlußmaschine im Nebenschluß zum äußeren Netz, also unmittelbar an den Bürsten der Maschine (Bild 145). Infolgedessen wirkt die Veränderung des äußeren Stromverbrauches nicht mehr unmittelbar auf das magnetische Feld zurück. Der Einfluß des äußeren Stromverbrauches auf die Erregung und die erzeugte Spannung ist vielmehr gering, so daß wir es in den Betriebsgrenzen mit einer verhältnismäßig unveränderlichen erzeugten Spannung zu tun haben. Das Verhalten der Nebenschlußmaschine im Betrieb ist daher einfacher als das der Hauptstrommaschine, wiewohl ein Verständnis des Verhaltens der Maschine nicht so leicht zu erhalten ist wie bei der Hauptstrommaschine.

Eine Vergrößerung des äußeren Stromes I bedingt auch eine Erhöhung des Ankerstromes I_a nach der Gleichung $I_a = I + I_m$, so daß der Spannungsverlust im Anker wächst. Die Klemmenspannung E wird also kleiner nach der Gleichung $E = E_a - I_a \cdot R_a$.

Die Klemmenspannung ist also am größten bei Leerlauf und nimmt mit zunehmender Belastung ab. Weil nun die Magnetwicklung unmittelbar an den Klemmen liegt, so wird bei verringerter Klemmenspannung auch der Magnetstrom geringer. Dadurch wird das Feld schwächer, und die erzeugte Spannung und die Klemmenspannung wird dadurch nochmals verringert. Die Spannungsänderung bei Belastung gegenüber dem Leerlauf ist also unter sonst gleichen Verhältnissen bei der Nebenschlußmaschine größer als bei der fremderregten Maschine, wenn sie auch nicht annähernd so groß ist wie bei der Hauptstrommaschine.

Man kann es jedoch auch bei der Nebenschlußmaschine erreichen, daß der Spannungsabfall bei Mehrbelastung fast ebenso klein wird wie bei der fremderregten Maschine. Man baut die Maschinen zu diesem Zwecke so, daß ein Teil des magnetischen Kreises, meist die Polkerne oder die Zähne, stark gesättigt ist. Dann hat die Änderung der Erregung, die durch die Belastung auftritt, kaum einen Einfluß auf das Feld, und der Spannungsabfall bei Belastung gegenüber dem Leerlauf ist dann nur wie bei Fremderregung gleich dem Spannungsver-

brauch $I_a \cdot R_a$. Solche Maschinen eignen sich also besonders für Lichtanlagen, bei denen mit Rücksicht auf ruhiges Brennen der Lampen eine unveränderliche Klemmenspannung gefordert wird. Bei Kohlefadenlampen ist diese Forderung deswegen besonders dringend, weil der Widerstand der Kohle mit steigender Erwärmung abnimmt. Bei einer Spannungserhöhung nimmt also der Strom unverhältnismäßig stark zu, wodurch die für das Auge unangenehme Lichtschwankung außerordentlich groß wird und die Lebensdauer der Lampe stark herabgesetzt wird. Metallfadenlampen sind allerdings viel weniger empfindlich, aber auch bei diesen muß die Spannung wesentlich gleichbleiben. Maschinen, die ohne eine im Nebenschluß geschaltete Batterie auf ein Glühlampennetz arbeiten, müssen also einen geringen Spannungsabfall aufweisen. Etwa dann noch vorkommende Spannungsänderungen lassen sich durch Veränderung des Regelwiderstandes im Magnetkreis ausgleichen.

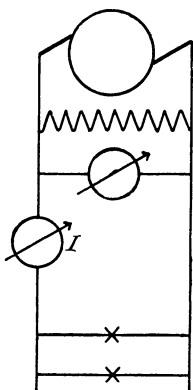


Bild 145. Nebenschlußmaschine bei Belastung.

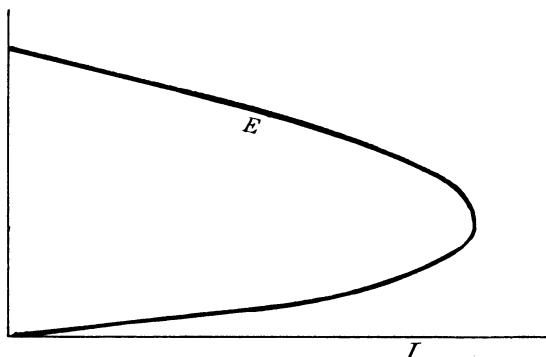


Bild 146. Abhängigkeit der Klemmenspannung einer Nebenschlußmaschine vom Stromverbrauch.

Im Gegensatz zu Lichtmaschinen arbeiten Maschinen zum Laden von Akkumulatoren mit geringer Sättigung des magnetischen Kreises. Im Anfang der Ladung, wo zur Überwindung der Gegenspannung der Zellen nur eine verhältnismäßig geringe Klemmenspannung nötig ist, ist ein Widerstand im Magnetkreis eingeschaltet, der dann im Laufe der Ladung nach und nach ausgeschaltet wird. Man verstärkt dadurch allmählich das magnetische Feld und die erzeugte Spannung der Maschine und erreicht dadurch, daß die Stromstärke trotz der größer werdenden Gegenspannung der Zellen denselben Wert behält wie früher.

Wir wollen nun die Abhängigkeit der Klemmenspannung vom äußeren Strom durch den Versuch aufnehmen und verändern zu diesem Zwecke durch Einschalten von nebeneinander liegenden Lampen die Belastung. Wir bemerken dann, daß die Stromstärke mit Vermehrung der eingeschalteten Lampen anfangs stark zunimmt, während die Klemmenspannung langsam abnimmt. Dieses Verhalten der Maschine, das uns nach den obigen Erwägungen verständlich ist, entspricht dem oberen

Teil des Bildes 146. Wenn wir jedoch die Zahl der eingeschalteten Lampen übermäßig erhöhen, so wird schließlich die Stromstärke dadurch nicht mehr vergrößert, sondern verringert, wobei die Klemmenspannung mehr und mehr abnimmt. Schließlich wird sie bei Kurzschluß, wenn beide Klemmen gleichsam zu einem einzigen Punkt vereinigt sind, naturgemäß gleich Null, wobei auch der Magnetstrom und das magnetische Feld gleich Null werden. Hätte die Maschine keinen zurückbleibenden Magnetismus, so wäre auch die erzeugte Spannung und der Ankerstrom bei Kurzschluß gleich Null.

Dieses Verhalten der Nebenschlußmaschine wird noch deutlicher, wenn wir unter Vernachlässigung der Ankerrückwirkung die Kurve der Klemmenspannung aus der Kurve der erzeugten Spannung ableiten. Wir tragen dazu den Magnetstrom bei Betrieb wagerecht und die erzeugte Spannung senkrecht auf (Bild 147). Da wir bei dem jetzigen Versuch nur den äußeren Stromverbrauch verändern, dagegen den Magnetwiderstand ungeändert lassen, so ist die Klemmenspannung dem Magnetstrom proportional nach der Gleichung $E = I_m \cdot R_m$. Wir erhalten dann als Kurve der Klemmenspannung die Gerade OB in Bild 147. Die Unterschiede der Senkrechten der Kurven E_a und E ergeben uns dann den Spannungsverlust $I_a \cdot R_a = (I + I_m) \cdot R_a = I \cdot R_a + I_m \cdot R_a$.

Bei Leerlauf wird der Magnetstrom gleich OC und der Spannungsverlust im Anker $OC \cdot R_a = AB$. Daraus folgt allgemein, daß der Unterschied der Senkrechten der Geraden OA und OB gleich $I_m \cdot R_a$ ist. Der Unterschied zwischen den Senkrechten der Kurve E_a und der Geraden OA ist dann $I \cdot R_a$, er stellt uns also im passenden Maßstab den äußeren Strom dar. Dieser Strom ist in geänderten Maßstab in Bild 147 senkrecht aufgetragen und so die Kurve I gezeichnet. Für einen bestimmten Betriebszustand hat die Stromstärke ihren größten Wert.

Da der Magnetstrom I_m der Klemmenspannung proportional ist, so ist die Kurve I bei passender Wahl des Maßstabes gleich der Kurve E in Bild 146 oder besser deren Spiegelbild. Dabei entspricht der linke Teil in Bild 147 dem unteren Teil in Bild 146, wo sich der Betriebszustand infolge einer sehr großen Zahl der nebeneinander geschalteten Lampen dem Kurzschluß nähert. Dagegen entspricht der rechte Teil in Bild 147 dem oberen Teil in Bild 146, d. h. dem Betriebszustand, in welchem die Klemmenspannung bei starker Änderung des Stromes nur wenig heruntergeht.

Anstatt, wie oben angegeben, die Klemmenspannung bei veränderter

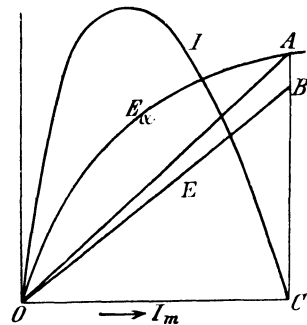


Bild 147. Abhängigkeit der Klemmenspannung und Stromstärke vom Magnetstrom bei der Nebenschlußmaschine.

Belastung durch einen Regelwiderstand im Magnetkreis auf derselben Höhe zu halten, kann man auch die Wirkung der Nebenschlußwicklung durch eine Hauptstromwicklung verstärken (Doppelschluß- oder Compoundmaschine). Die Wirkungsweise wird deutlich, wenn wir in Bild 148 die Erregung, gleichgültig ob sie von der Nebenschluß- oder Hauptstromwicklung herrührt, wagerecht auftragen. Bei Leerlauf haben wir nur die Erregung $OO' = X_n$ der Nebenschlußmaschine.

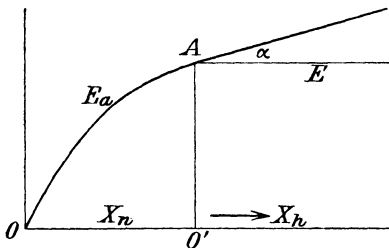


Bild 148. Klemmenspannung einer Doppelschlußmaschine in Abhängigkeit vom Stromverbrauch.

Dazu fügt sich von O' an bei Betrieb die Erregung X_h durch den Hauptstrom. Die Kurve E_a gibt die Abhängigkeit der erzeugten Spannung von der Gesamterregung an. Sie nähert sich in ihrem zweiten Teil einer Geraden, die mit der Wagerechten den Winkel α bildet. Nun ist der Spannungsverlust proportional dem Hauptstrom, also auch proportional der Erregung X_h . Durch passende Wahl der

Hauptstromwindungen kann man also erreichen, daß die Klemmenspannung E , die nach Abzug des Spannungsverlustes von der erzeugten Spannung E_a übrig bleibt, bei wechselnder Erregung X_h , also wechselnder Stromstärke, einen unveränderlichen Wert hat.

Die Doppelschlußmaschinen sind an sich für Lichtanlagen sehr geeignet. Wenn sie dennoch keine besonders große Verbreitung gefunden haben, so liegt das zunächst daran, daß sie bei plötzlichen Belastungsschwankungen doch vorübergehenden Schwankungen der Klemmenspannung unterworfen sind. Das hat seine Ursache in einer augenblicklichen Änderung der Drehzahl der Antriebsmaschine, deren Regler immer eine gewisse Unempfindlichkeit besitzt. Diese Schwankungen der Drehzahl verursachen eine Änderung der erzeugten Spannung und der Klemmenspannung. Dadurch ändert sich aber auch der Strom der Nebenschlußwicklung und das Feld. Die Spannungsschwankungen sind also viel größer als die Schwankungen der Drehzahl.

Ein zweiter Grund, welcher der Verwendung von Doppelschlußmaschinen vielfach entgegensteht, liegt darin, daß sie ebensowenig wie Hauptstrommaschinen zum Laden von Akkumulatoren geeignet sind. Wenn die Drehzahl der Antriebsmaschine aus irgendeinem Grunde einmal nachläßt, so überwiegt die von der Batterie erzeugte Spannung und treibt einen Strom in entgegengesetzter Richtung durch die Hauptstromwindungen der Magnete. Diese werden dadurch ummagnetisiert, und die von der Maschine und der Batterie erzeugten Spannungen sind nicht mehr gegeneinander, sondern hintereinander geschaltet. Da der ganze Kreis nur aus dem geringen Widerstand des Ankers, der Leitung und der Batterie besteht, so erreicht die Stromstärke in diesem Falle eine

gefährliche Höhe. Will man daher mit einer Doppelschlußmaschine eine Batterie laden, so muß man die Hauptstromwindungen ausschalten und die Maschine als reine Nebenschlußmaschine arbeiten lassen.

Bei Verwendung einer Nebenschlußmaschine zur Ladung einer Batterie ist eine Gefahr ausgeschlossen, denn dann liegt die positive Klemme der Batterie immer an der positiven Klemme der Maschine, und die Magnetwicklung wird immer in gleichem Sinne durchflossen, auch wenn der Hauptstrom einmal seine Richtung umkehrt. Die von der Batterie und Maschine erzeugten Spannungen bleiben also immer gegeneinander geschaltet. Bei Umkehrung des Hauptstromes läuft die Maschine einfach als Motor, ohne daß die Stromstärke übermäßig ansteigt. Höchstens kann die Änderung in der Stromstärke eine Funkenbildung am Stromwender verursachen. Man schaltet daher in die Hauptleitung einen selbsttätigen Ausschalter mit einem Elektromagneten, dessen Wicklung vom Hauptstrom durchflossen wird. Wenn dann die von der Maschine erzeugte Spannung und damit der Hauptstrom abnimmt, so wird der Anker des Elektromagneten durch eine Feder angezogen, wodurch die Batterie abgeschaltet wird.

57. Batterie und Maschine in Nebeneinanderschaltung.

Die im vorigen Abschnitt geforderte unveränderliche Netzspannung wird meist durch Nebeneinanderschaltung einer Maschine und einer Batterie erreicht. Man hat dabei zugleich den Vorteil, daß man die Maschine nur für eine mittlere und nicht für die höchste Netzbelastung anzuschaffen braucht und sie auch zeitweise ganz abstellen kann. Endlich verursacht die im Nebenschluß zur Maschine liegende Batterie eine unveränderte Belastung der Maschine auch bei stark wechselndem Stromverbrauch (Pufferbatterien bei Straßenbahnen). Dadurch wird in Dampfkraftwerken der Dampfverbrauch unabhängig von den Änderungen im äußeren Netz, so daß eine bedeutende Ersparnis an Kohlen erzielt wird.

Die genannten Vorteile der Batterie beruhen auf den beiden wesentlichen Eigenschaften des Akkumulators, nämlich auf der vom Strome unabhängigen erzeugten Spannung und auf dem geringen inneren Widerstand. Wir untersuchen die Verhältnisse, die auftreten, wenn die Batterie eine sehr große Plattenfläche besitzt. In diesem Falle kann der Spannungsverlust in der Batterie vernachlässigt werden, und die Klemmenspannung ist gleich der von der Batterie erzeugten Spannung. Die Maschine arbeitet dabei gleichsam mit gleichbleibender Fremderregung, weil die Magnetwicklung nicht nur an den Bürsten der Maschine, sondern auch zugleich an der Batteriespannung liegt. Wir verfolgen nun die Vorgänge, die eintreten, wenn sich nacheinander der Stromverbrauch, die Magneterregung, die Batteriespannung und die Drehzahl ändern.

1. Änderungen im Stromverbrauch.

Da die von der Batterie erzeugte Spannung sich im Laufe der Ladung und Entladung nur sehr langsam ändert, so können wir sie während eines längeren Zeitraumes als gleichbleibend ansehen. Wenn wir uns also bei der Betrachtung auf einen solchen Zeitraum beschränken, so können wir bei dem geringen inneren Spannungsverlust in der Batterie auch die Klemmenspannung E der Batterie als gleichbleibend ansehen. Diese Klemmenspannung der Batterie ist gleichzeitig auch die Klemmenspannung der im Nebenschluß zur Batterie geschalteten Maschine. Bleibt die Erregung und die Drehzahl der Maschine ungeändert, so ist auch die von der Maschine erzeugte Spannung E_a und der Ankerstrom unverändert nach der Gleichung

$$I_a = \frac{E_a - E}{R_a}. \quad (3)$$

Trotz der Änderungen des äußeren Stromverbrauches bleiben also die Klemmenspannung und der Ankerstrom gleich. Wenn z. B. die Batterie entladen wird (Bild 149) und im äußeren Netz die Anzahl der nebeneinander liegenden Glühlampen vergrößert wird, so wird der Mehrverbrauch des Stromes fast allein von der Batterie gedeckt.

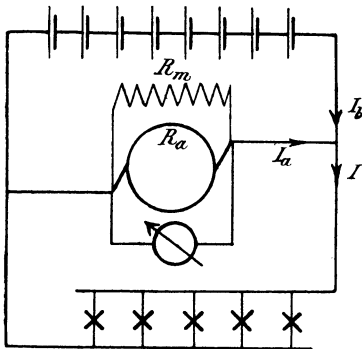


Bild 149. Stromverlauf bei Entladung.

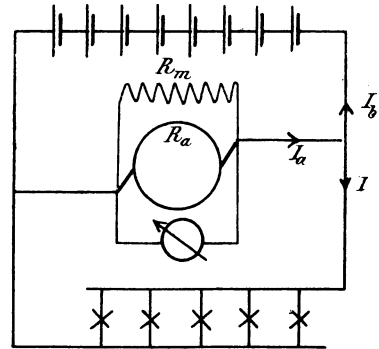


Bild 150. Stromverlauf bei Ladung.

Wird umgekehrt bei Ladung der Batterie (Bild 150) die Anzahl der eingeschalteten Lampen vergrößert, so nimmt gleichsam das Netz der Batterie einen Teil des von der Maschine gelieferten Stromes weg. Wir haben hier ausnahmsweise einen Fall, in welchem die Stromquelle auch bei Änderungen im Stromverbrauch ein und denselben Strom liefert, den wir in willkürlicher Weise in die Batterie und ins Netz verteilen können.

Die Batterie kann sogar durch die Änderungen des äußeren Stromverbrauches willkürlich aus dem Zustand der Ladung in den der Entladung übergeführt werden. Wir wollen zu diesem Zwecke annehmen, daß die Maschine allein den Strom im Netz liefert und die Stromstärke

im Batteriezweig gleich Null ist, indem die Klemmenspannung und die von der Batterie erzeugte Gegenspannung sich genau aufheben. Wird dann durch Ausschalten von Lampen der äußere Strom kleiner als der Ankerstrom, so fließt der überschüssige Strom als Ladestrom in die Batterie. Wird der äußere Stromverbrauch dagegen durch Einschalten von Lampen größer als der Ankerstrom, so fließt ein Entladestrom aus der Batterie heraus. Wird die Maschine so erregt, daß sie einen mittleren Stromverbrauch liefert, so geht die Batterie bei Änderungen des Stromverbrauches dauernd aus Entladung in Ladung über und umgekehrt.

Mit dem betrachteten Vorgang sind allerdings geringe Änderungen der Klemmenspannung verbunden. Es sei E_b die von der Batterie erzeugte Spannung, I_b der Batteriestrom und R_b der Batteriewiderstand. Dann ist bei der Ladung die Klemmenspannung größer als die von der Batterie erzeugte Spannung nach der Gleichung $E = E_b + I_b \cdot R_b$, während bei der Entladung die Klemmenspannung kleiner ist als die erzeugte Spannung nach der Gleichung $E = E_b - I_b \cdot R_b$. Wir haben aber bei unserer Betrachtung den Spannungsverlust in der Batterie absichtlich vernachlässigt, um auf diese Weise den Kern der Sache deutlich zu machen.

Den wirklichen Verhältnissen kommen wir auf einem anderen Wege näher. In Bild 151 sind zwei Stromquellen nebeneinander geschaltet, deren erzeugte Spannung angenähert gleich ist. Bei Vergrößerung des Netzstromes fließt dann der Hauptteil des zusätzlichen Stromes durch den Zweig, der den geringsten Widerstand hat. Dieselben Verhältnisse treten auf, wenn Batterie und Maschine nebeneinander geschaltet sind. Der Hauptteil der Stromzunahme entfällt bei Vergrößerung des Stromverbrauches auf die Batterie, die den geringeren inneren Widerstand hat, während nur ein geringer Teil auf die Maschine entfällt. Die Pufferwirkung der Batterie wird also um so besser sein, je größer der Maschinenwiderstand im Verhältnis zum Batteriewiderstand ist.

Eine vollkommene Pufferwirkung setzt einen unendlich kleinen Batteriewiderstand voraus. In Wirklichkeit ist die Pufferwirkung mehr oder weniger unvollkommen, da Änderungen der Belastung, wie wir eben sahen, zum Teil auch auf die Maschine entfallen. Es wird daher häufig nötig, nach Pirani die Batterie dadurch zum besseren „Ansprechen“ zu bringen, daß man nach Bild 152 in den Batteriezweig eine Zusatzmaschine schaltet. Diese wird durch eine an der Batterie liegende Nebenschlußwicklung und eine im entgegengesetzten Sinne wirkende, vom

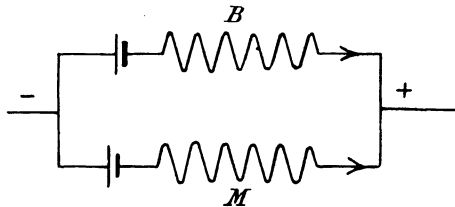


Bild 151. Nebeneinander geschaltete Stromquellen.

Netzstrom gespeiste Hauptstromwicklung erregt. Die Nebenschlußwicklung wird so bemessen, daß sie bei mittlerer Netzbelastung die Wirkung der Hauptstromwicklung gerade aufhebt, so daß die von der Zusatzmaschine erzeugte Spannung gleich Null ist.

Die von der Batterie erzeugte Spannung ist nun gleich der Netzspannung gewählt, so daß der Batteriestrom bei mittlerem äußeren Stromverbrauch gleich Null ist. Bei starkem Stromverbrauch überwiegt die Hauptstromwicklung, und die von der Zusatzmaschine erzeugte Spannung wirkt dann in demselben Sinne wie die der Batterie. Diese wird daher kräftig zur Stromlieferung herangezogen. Bei geringem äußeren Stromverbrauch überwiegt die Wirkung der Nebenschlußwicklung, und die von der Zusatzmaschine erzeugte Spannung wirkt dann der Batterie entgegen. Sie wirkt also in demselben Sinne wie die Netzspannung, und die Batterie wird kräftig geladen. Der Maschinenstrom bleibt also von

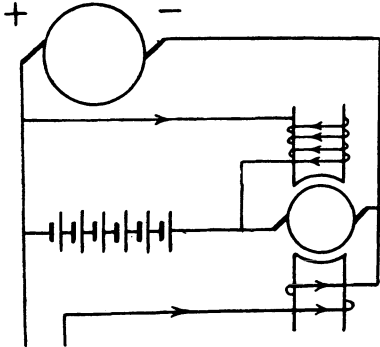


Bild 152. Piranimaschine.

den starken Leistungsschwankungen, wie sie sich bei Straßenbahnen in kurzen Zwischenräumen ständig wiederholen, unberührt. Dabei ist vorausgesetzt, daß die Batterie so bemessen ist, daß sie die zusätzlichen Stromstöße ganz aufnehmen kann.

In Wirklichkeit besitzt die Piranimaschine meist eine eigene Erregermaschine, die nun statt der Piranimaschine selbst mit den oben beschriebenen beiden Wicklungen versehen wird.

Durch Änderung eines Widerstandes im Erregerkreis der Piranimaschine läßt sich der Grad der Pufferung willkürlich einstellen, d. h. man kann nach Bedarf, wenn die Rücksicht auf die größte zulässige Stromstärke der Batterie es erfordert, die zusätzlichen Stromstöße statt ganz auf die Batterie auch teilweise auf die Maschine übertragen.

Ebenso kann man durch Änderung eines Widerstandes in der Nebenschlußwicklung der Erregermaschine den Änderungen des mittleren Netzstromes Rechnung tragen, sowie willkürlich den Ladezustand der Batterie erhöhen, indem man der Batterie in den kurzen Zeiträumen der Ladung mehr elektrische Arbeit zuführt, als man in den kurzen Zeiträumen der Entladung entnimmt.

2. Änderung der Magneterregung.

Wir setzen zunächst den Fall, daß eine Batterie geladen werden soll, ohne daß Strom ins Netz geliefert wird. Man bringt zu diesem Zweck durch Änderung der Erregung die von der Maschine erzeugte Spannung auf einen solchen Betrag, daß sie die von der Batterie er-

zeugte Spannung um einige Volt übersteigt. Dann schaltet man ein, und zwar verbindet man die gleichnamigen Klemmen der Maschine und der Batterie. Da die von der Maschine und Batterie erzeugten Spannungen sich entgegenwirken und die der Maschine erst nur wenig über die der Batterie überwiegt, so ist die Stromstärke noch gering. Man bringt dann durch Verstärkung der Erregung den Ankerstrom auf den gewünschten Betrag, vgl. Gleichung (3). Der Ausschlag des Spannungszeigers ändert sich dabei fast gar nicht, da die Klemmenspannung dieselbe ist wie die fast unveränderliche, von der Batterie erzeugte Spannung.

Umgekehrt schwächt man, um die Ladung zu unterbrechen, die Erregung der Maschine, bis der Ankerstrom fast Null wird, und unterbricht dann die Verbindung zwischen Maschine und Batterie.

Wir setzen nun weiter den Fall, daß eine Batterie, die im Nebenschluß zu einer Maschine am Netz liegt und noch stromlos ist, in den Zustand der Ladung übergeführt werden soll. Wir verstärken dazu die Erregung der Maschine und dadurch den Ankerstrom, wobei die Netzspannung, die ja zugleich die Batteriespannung ist, sich wieder kaum ändert. Wenn wir voraussetzen, daß die Zahl der Verbrauchskörper nicht erhöht wird, so tritt keine Änderung im äußeren Strom auf, d. h. die Zunahme des Maschinenstromes fließt in die Batterie, wodurch diese geladen wird. Umgekehrt schwächt man, um die Ladung zu unterbrechen, den Erregerstrom der Maschine, bis der Maschinenstrom gleich dem Netzstrom ist, wodurch der Batteriestrom zu Null wird. Die Batterie bleibt dann als Spannungsregler am Netz liegen.

Ebenso wird durch Änderung der Maschinenerregung in den Zeiten starken Stromverbrauches, soweit es nötig ist, die Belastung in geeigneter Weise auf Maschine und Batterie verteilt. Man regelt die Magneterregung so, daß die Maschine dauernd voll belastet ist und die Batterie nur den Mehrverbrauch an Strom liefert (Entladung der Batterie).

3. Die Änderung der Batteriespannung.

Unsere Annahme einer unveränderlichen Klemmenspannung der Batterie ist insofern richtig, als die Klemmenspannung von der Stromstärke kaum beeinflußt wird. Jedoch ist sie entsprechend der Lade- und Entladekurve allmählichen zeitlichen Änderungen unterworfen, die dann durch einen Zellschalter ausgeglichen werden müssen. Damit dabei die Zu- oder Abschaltung einer Zelle ohne Stromunterbrechung vor sich geht, ist der Hebel des Zellschalters als Doppelhebel ausgebildet, dessen beide Teile voneinander isoliert und durch einen Zwischenwiderstand verbunden sind. In Bild 153, das sich auf Entladung der Batterie bezieht, ist z. B. die erste Schaltzelle durch die beiden Hebel und den Zwischenwiderstand in sich geschlossen. Bei weiterer Rechtsdrehung gleitet der Haupthebel vom linken Metallkontakt ab, und das

Netz ist durch den Zwischenwiderstand hindurch an die um eine Zelle verstärkte Batterie angeschlossen. Bei weiterer Rechtsdrehung liegen beide Hebel gleichzeitig auf dem zweiten Kontakt, so daß das Netz dann unmittelbar an einer um 2 Volt vermehrten Batteriespannung liegt. Schließlich gleitet der Hilfshebel von diesem Kontakt ab. Wird also der Zwischenwiderstand so bemessen, daß der Spannungsverlust in ihm beim vorgeschriebenen Strom 1 Volt beträgt, so erhöht sich die Spannung in zwei gleichen Abständen um je 1 Volt.

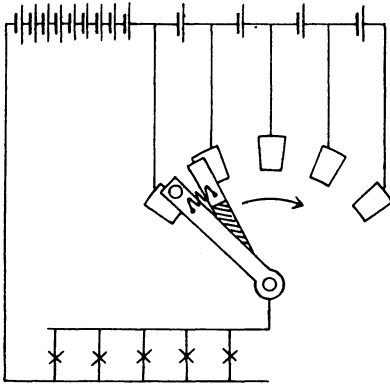


Bild 153. Entladung mit Einfachzellenschalter.

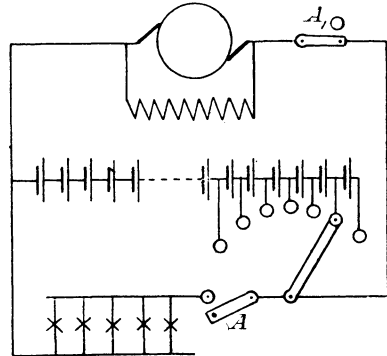


Bild 154. Schaltbild für Einfachzellenschalter.

Bei der leitungsparenden Schaltung werden zwischen je zwei Kontakten des Zellschalters zwei Zellen geschaltet. In die Verbindung zwischen den Hebeln wird eine Hilfszelle gelegt, die so geschaltet wird, daß ihre Spannung der Batteriespannung entgegenwirkt. Dann ändert sich die Batteriespannung bei Betätigung des Zellschalters zunächst um die Spannung von 2—1 Zellen, d. h. um eine Zelle, und erst bei weiterer Betätigung des Zellschalters, bei welcher die Hilfszelle abgeschaltet wird, um zwei Zellen.

Bild 154 zeigt das Schaltbild für den Einfachzellenschalter. Der Hebel dient bei der Ladung als Ladehebel und schaltet bei offenem Schalter *A* die letzten Schaltzellen rechts nach und nach ab. Da diese nur während der letzten Nachtstunden zur Stromlieferung herangezogen sind, so sind sie eher voll geladen als der Hauptteil der Batterie. Im Laufe der Ladung wandert der Schalthebel dann bis auf den linken Kontakt.

Mit einem Einfachzellenschalter kann man ein Netz von einer Maschine und einer Batterie gleichzeitig speisen oder zu einer anderen Zeit die Batterie unter Abschaltung des Netzes durch die Maschine laden. Soll indessen auch während der Ladung das Netz gespeist werden, wie dies im allgemeinen der Fall ist, so hat man einen Doppelzellenschalter anzuwenden (Bild 155). Dabei liegt das Netz dauernd am Entladehebel unten, der jetzt sowohl während der Ladung als auch während der Entladung als Spannungsregler dient.

Der Ladehebel oben steht bei dem Doppelzellenschalter in Bild 155 dauernd rechts vom Entladehebel, allgemein also dauernd außerhalb des Entladehebels. Er schaltet während der Ladung die vollgeladenen Schaltzellen ab, so daß sie nicht durch lang andauernde Überladung Schaden leiden. Die Schaltzellen zwischen beiden Hebeln werden dabei allerdings etwas stark beansprucht, da sie von der Summe aus Batteriestrom und Netzstrom durchflossen werden.

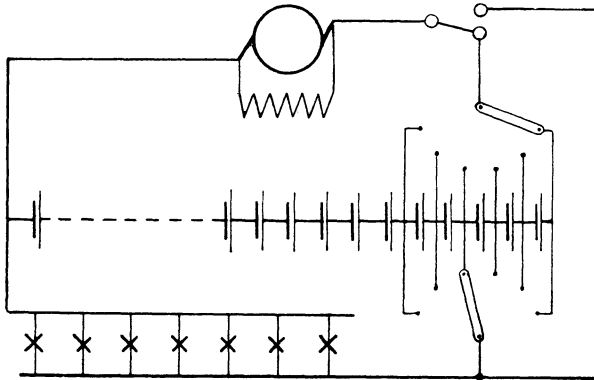


Bild 155. Schaltbild für Doppelzellenschalter.

Am Schlusse der Ladung stehen beide Hebel in Bild 155 ganz links auf demselben Kontakt, wobei also die Maschine, die Batterie und das Netz dieselbe Klemmenspannung haben. Will man dann mit der Ladung aufhören, so macht man durch Regeln im Nebenschluß die Batterie stromlos und legt den Hebel des Umschalters um, so daß die Maschine unmittelbar am Netz, d. h. am Entladehebel liegt. Die Maschine speist dann wieder vorläufig das Netz allein, und die Batterie dient nur als Spannungsregler, bis sie dann bei wachsendem äußeren Stromverbrauch selbsttätig zur Stromlieferung mit herangezogen wird. Ihre Spannung sinkt währenddessen allmählich und muß daher durch den Zellschalter auf dem gleichen Betrag gehalten werden. Der von Hand betätigte oder selbsttätige Entladehebel wandert dabei nach rechts und nimmt mit Hilfe eines Anschlages den Ladehebel mit. Grundsätzlich würde also die erwähnte Umlegung des Schalthebels nicht nötig gewesen sein, da beide Hebel des Zellschalters bei Entladung immer auf demselben Kontakt stehen. In Wirklichkeit ist sie jedoch notwendig, damit nicht in den Abendstunden die Schleiffedern des Entladehebels durch die Summe aus Batteriestrom und Maschinenstrom beansprucht werden.

Wie man sieht, sind die einander entsprechenden Kontakte für den Lade- und Entladehebel miteinander verbunden, d. h. man kommt in Wirklichkeit mit einer Kontaktreihe aus, auf der beide Hebel schleifen.

Bei Anwendung eines Doppelzellenschalters ist die Möglichkeit gegeben, während der Ladung das Netz mit gleichbleibender Spannung zu

speisen und die vollgeladenen Schaltzellen abzuschalten. Indessen bleibt noch immer ein Nachteil bestehen, der sich gerade bei größeren Anlagen fühlbar macht. Die Maschine muß zum Zwecke der Batterieladung für eine Spannung gebaut werden, die wesentlich höher ist als die Netzspannung. Sie liefert aber beim Zusammenarbeiten mit der Batterie nur die Netzspannung, wird also nicht vollständig ausgenutzt. Sie muß z. B. bei einer Netzspannung von 110 Volt so stark erregt werden, daß sie eine Spannung von 150 Volt liefert. Dieser Nachteil wird vermieden durch eine Zusatzmaschine, wobei die Hauptmaschine nur für die Netzspannung bemessen und eine wesentliche Erhöhung der Spannung überhaupt nicht vorgesehen wird. Das Magneteisen kann also stark gesättigt sein, und ein größerer Regelwiderstand im Magnetkreis ist überhaupt nicht erforderlich. Eine solche Maschine besitzt geringere Eisenquerschnitte als die zum Laden von Akkumulatoren bestimmten Maschinen und wird infolgedessen viel billiger.

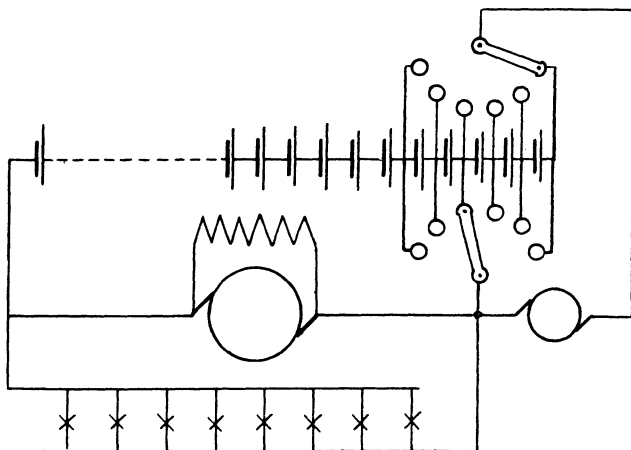


Bild 156. Doppelzellenschalter mit Zusatzmaschine.

Bei Verwendung einer Zusatzmaschine (Bild 156) liegt die Hauptmaschine dauernd am Entladehebel, also am Netz, während die zwischen Lade- und Entladehebel liegenden Schaltzelleu durch die Zusatzmaschine geladen werden. Unter der Voraussetzung, daß der Ladestrom der Schaltzellen durch Regeln der Zusatzmaschine gleich dem Ladestrom des Hauptteils der Batterie gemacht wird, fließt der Batteriestrom unmittelbar vom Hauptteil der Batterie in gleicher Stärke durch die Schaltzellen und die Zusatzmaschine. Der Entladehebel ist also stromlos, weil er zwei Punkte gleichen Niveaus verbindet. Er dient dabei rein als Spannungsregler.

Die Anzahl der Schaltzellen bei Anwendung eines Doppelzellenschalters folgt aus der Überlegung, daß die Spannung jeder Zelle am Ende der Ladung 2,7 Volt, am Ende der Entladung 1,8 Volt beträgt. Der Hauptteil der Batterie muß also bei 110 Volt Netzspannung aus

110 : 2,7 = 40 Zellen bestehen, und die ganze Batterie mit Einschluß der Schaltzellen muß 110 : 1,8 = 60 Zellen enthalten. Also müssen 60 — 40 = 20 Zellen oder etwa 30% aller Zellen an den Zellschalter angeschlossen sein.

4. Die Schwankungen in der Drehzahl der Antriebsmaschine.

Wir haben bisher damit gerechnet, daß sich die von der Maschine erzeugte Spannung nicht ändert, und untersuchen jetzt, welchen Einfluß eine Schwankung der Drehzahl der Maschine auf den Ankerstrom hat. Dabei wollen wir den äußeren Stromverbrauch ungeändert lassen. Würde die Maschine ohne Batterie arbeiten, so hätte eine Schwankung der Drehzahl eine erhebliche Spannungsänderung zur Folge. Jetzt aber ist die Netzspannung zugleich die Klemmenspannung der Batterie, also wesentlich unveränderlich. Dagegen ändert sich der Ankerstrom I_a , wenn sich die Drehzahl und dadurch die von der Maschine erzeugte Spannung E_a ändert, nach der Gleichung

$$I_a = \frac{E_a - E}{R_a}$$

Nimmt z. B. die Drehzahl für einen Augenblick ab, so sinkt die von der Maschine erzeugte Spannung und der Ankerstrom. Da der äußere Stromverbrauch derselbe geblieben ist, so liefert bei Entladung die Batterie um so mehr Strom, je weniger der Anker liefert. Bei Ladung fließt umgekehrt bei Abnahme des Ankerstromes entsprechend weniger Strom in die Batterie. Schwankungen in der Drehzahl der Antriebsmaschine setzen sich also in Stromschwankungen der Batterie um.

Diese Überlegungen gelten für den Fall, daß die Spannungsschwankungen nicht übermäßig groß sind und die dadurch veranlaßten Stromschwankungen in der Batterie das zulässige Maß nicht übersteigen. Wenn die Drehzahl der Antriebsmaschine sich jedoch in sehr weiten Grenzen ändert, so wird der Betrieb mit den gewöhnlichen Maschinen unmöglich. Das ist z. B. der Fall, wenn zur Zugbeleuchtung die Maschinen von der Radachse der Bahnwagen aus angetrieben werden. In diesem Falle wird die Rosenberg-Maschine nach Abschnitt 58 verwendet.

58. Maschinen für gleichbleibenden Strom.

Die Rosenberg-Maschine für Zugbeleuchtung (Bild 157) wird vom Anker aus erregt. Obgleich dieser in Wirklichkeit nur eine einzige Wicklung mit 4 Bürsten besitzt, so können wir uns doch auf dem Anker zwei getrennte Wicklungen vorstellen. Die X -Wicklung ist in Bild 157 innen gezeichnet und durch die Bürsten $B_1 B_2$ kurz geschlossen. Es sei nun I_x der Strom in der X -Wicklung des Ankers, I_y der Strom in der Y -Wicklung des Ankers, I_m der gleichbleibende Magnetstrom.

Der Strom I_x ist der Erregerstrom, der die wagerechten Flußröhren

des Hauptflusses Φ_x erzeugt. Er kommt dadurch zustande, daß die X -Wicklung die senkrechten Röhren eines Hilfsflusses Φ_y schneidet. Dieser wird erzeugt durch die Entgegenwirkung des Stromes I_m auf den

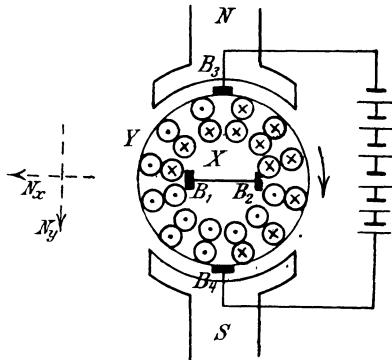


Bild 157. Rosenberg-Maschine.

Polen und eines Stromes I_y , der die Y -Wicklung des Ankers durchfließt. Dieser Strom wird von den Bürsten $B_3 B_4$ abgenommen, um sich dann in die Batterie und die Lampen zu verteilen.

Der Strom I_m , der von der Batterie geliefert wird, ist unveränderlich. Die von ihm ausgeübte Erregung ist nun immer größer als die vom Strom I_y ausgeübte, da bei Gleichheit beider Erregungen der Fluß Φ_y und damit der erzeugte Strom I_x verschwindet und hierdurch der Fluß Φ_x sowie der Strom I_y gleich Null werden müßten. Demnach bleibt der Strom I_y unter allen Umständen unter einer gewissen Grenze, selbst wenn die Drehzahl n ins Ungemessene steigt.

Deutlicher ergibt sich die Wirkungsweise durch die Rechnung, bei der a bis h Festwerte sind.

1. Die Entgegenwirkung der Ströme I_m und I_y schafft den Fluß Φ_y , d. h.
2. Das Hindurchschneiden durch die Röhren des Flusses Φ_y erzeugt in der X -Wicklung eine Spannung E_y , d. h.
3. E_y erzeugt in der kurzgeschlossenen X -Wicklung einen Strom I_x , d. h.
4. I_x erzeugt einen Fluß Φ_x , d. h.
5. Das Hindurchschneiden durch die Röhren des Flusses Φ_x erzeugt die Spannung E an den Bürsten $B_3 B_4$, d. h.

$$a I_m - b I_y = \Phi_y.$$

$$\Phi_y = c E_y / n.$$

$$E_y = d \cdot I_x.$$

$$I_x = e \Phi_x.$$

$$\Phi_x = f \cdot E / n.$$

Setzen wir der Reihe nach in die erste Gleichung alle darunterstehenden Werte ein und berücksichtigen wir, daß I_m und E gleichbleiben, so erhalten wir

$$I_y = g - \frac{h}{n^2}. \quad (4)$$

Für genügend hohe Werte der Drehzahl wird das zweite Glied der rechten Seite verschwindend gering, d. h. der Strom der Maschine ist annähernd unabhängig von der Drehzahl. In Bild 158 ist die Stromstärke in Abhängigkeit von der Drehzahl aufgetragen, und zwar für

$$g = 20 \quad \text{und} \quad h = 80 \cdot 10^4.$$

Damit nicht für ganz geringe Drehzahlen ein Rückstrom auftritt, ist zwischen Maschine und Batterie eine Aluminiumzelle eingeschaltet, bestehend aus einer Aluminium- und einer Eisenelektrode in einer ammoniakalischen Lösung. Eine derartige Zelle hat die Eigenschaft, einen Strom nur in der Richtung vom Eisen zum Aluminium durchzulassen.

Die Vorzeichen der Hauptbürsten $B_3 B_4$ sind unabhängig von der Drehrichtung.

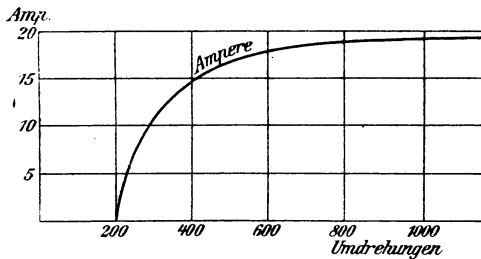


Bild 158.
stromstärke und Drehzahl einer Rosenberg-Maschine.

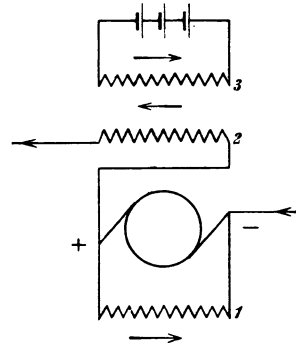


Bild 159.
Krämersche Maschine.

Die von Krämer angegebene Maschine¹⁾, die u. a. für Scheinwerfer und Schweißmaschinen benutzt wird, hat die Aufgabe, gleichbleibenden Strom bei starken Änderungen des äußeren Widerstandes zu liefern. Bei dieser Maschine, die im Gegensatz zur Rosenberg-Maschine mit gleichbleibender Drehzahl betrieben wird, liegen auf den Magnetpolen drei Wicklungen (Bild 159). Von diesen ist die Nebenschlußwicklung 1 an die Bürsten angeschlossen, während die Wicklung 2 vom Hauptstrom durchflossen und die Wicklung 3 von einer gleichbleibenden Spannung fremd erregt wird. Die Maschine ist eine sog. labile Maschine, d. h. eine Maschine mit ganz ungesättigtem Eisen. Es sei E die Klemmenspannung, I_1 der Strom im Zweig 1 und R_1 der Widerstand der Magnetwicklung 1. Durch geeignete Ausführung der Maschine, gegebenenfalls durch Änderung des Widerstandes im Zweige 1 wird erreicht, daß die Leerlaufkurve in Bild 160, die wegen der geringen Sättigung eine Gerade ist, genau der Beziehung entspricht: $\frac{AB}{OB} = \frac{E}{I_1} = R_1$.

Die in jedem Augenblick allein unter dem Einfluß der Nebenschlußwicklung erzeugte Spannung genügt dann gerade, um den Verbrauch im Widerstand R_1 der Wicklung 1 zu decken.

Wenn eine solche Maschine eine zusätzliche Fremderregung erhält, so arbeitet sie sich, je nachdem die Fremderregung die Wirkung der Nebenschlußwicklung unterstützt oder abschwächt, beliebig weit in ihrer Spannung aufwärts oder abwärts. Dies erklärt sich daraus, daß durch den Strom der Nebenschlußwicklung zwar in jedem Augenblicke gerade

¹⁾ Siehe ETZ 1909, S. 798.

eine solche Spannung erzeugt wird, wie zur Aufrechterhaltung dieses Stromes erforderlich ist, daß aber die zusätzliche Erregung eine immer weitere Änderung der erzeugten Spannung und damit des Nebenschlußstromes bewirkt.

In unserm Falle ist die zusätzliche Erregung der Unterschied zwischen der Hauptstromerregung 2 und der gleichbleibenden Erregung 3. Überwiegt z. B. die Hauptstromerregung 2, so wird die Wirkung der

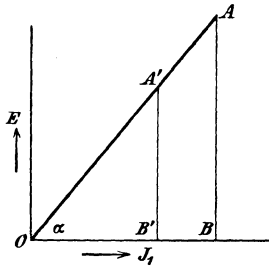


Bild 160. Labile Leerlaufkurve.

Nebenschlußerregung 1 geschwächt und die Spannung sinkt. Bei dem gegebenen Widerstand des äußeren Kreises nimmt infolgedessen der Hauptstrom nach dem Ohmschen Gesetz ab, und zwar so lange, bis dadurch die zusätzliche Erregung zu Null geworden, d. h. der Unterschied zwischen den magnetischen Wirkungen der Spulen 2 und 3 verschwunden ist. In diesem Augenblicke ist Gleichgewicht, da die Spannung, die jetzt nur unter dem Einfluß der Nebenschlußwicklung erzeugt wird, gerade genügt, um den Strom in der Nebenschlußwicklung aufrecht zu halten. Die Spannung ist dabei in Bild 160 z. B. von AB auf $A'B'$ heruntergegangen.

Allgemein ändert sich die Spannung in einem solchen Sinne und so lange, bis der Hauptstrom, unter Berücksichtigung der Windungszahlen der Spulen 2 und 3, gleich dem gleichbleibenden Strom der Fremderregung geworden ist. Durch Einstellen dieses Stromes auf einen bestimmten willkürlichen Betrag läßt sich also der Hauptstrom regeln.

59. Der Wirkungsgrad der Nebenschlußmaschinen.

Die Verluste einer Maschine bestehen aus dem Leerlaufverlust und den Verlusten durch Stromwärme. Der Leerlaufverlust N_0 wird zunächst verursacht durch Lagerreibung, Bürstenreibung und Luftreibung. Gerade der Verlust durch Luftreibung ist nicht unwesentlich, wenn die Maschine, wie es z. B. stets bei Turbomaschinen der Fall ist, zur besseren Abführung der Wärme gekapselt ausgeführt wird. Die Stirnseiten des umlaufenden Teiles werden dabei als Ventilatoren ausgebildet, und die durch eine Öffnung des Gehäuses angesaugte Luft streicht durch Zwischenräume der Maschine hindurch.

Zu den Reibungsverlusten kommt bei Leerlauf noch der Verlust durch Hysteresis im Ankereisen. Dieser ist bei geringer magnetischer Dichte der 1,6ten Potenz der Induktion proportional und kann bei der jetzt gebräuchlichen Induktion von über 10000 Gauß im Ankereisen und von über 20000 Gauß in den Ankerzähnen dem Quadrate der Induktion proportional gesetzt werden.

Endlich kommt bei Leerlauf noch der Verlust durch Wirbelströme

im Ankereisen, Poleisen und Ankerkupfer, sowie in den Ankerbolzen in Betracht. Dieser Verlust ist dem Quadrate der Induktion proportional, weil mit der Induktion nicht nur die erzeugte Spannung, sondern auch die Stromstärke des Wirbelstromes wächst. Bei gegebener Erregung und Drehzahl kann der Leerverlust als unveränderlich angesehen werden.

Zu den Leerlaufverlusten kommt nun noch die Stromwärme im Anker und in der Nebenschlußwicklung.

Es sei nun E_a die erzeugte Spannung, E die Klemmenspannung, I der äußere Strom, I_a der Ankerstrom, I_m der Magnetstrom, R_a der Ankerwiderstand und N_0 die dem Anker bei Leerlauf zugeführte Leistung. Dann ergibt sich der Wirkungsgrad η als das Verhältnis der Nutzleistung $E \cdot I$ zu der durch die Antriebsmaschine zugeführten Leistung, d. h.

$$\eta = \frac{E \cdot I}{E_a \cdot I_a + N_0} = \frac{E \cdot I}{E \cdot I + I_a^2 \cdot R_a + E \cdot I_m + N_0} \quad (5)$$

Für die Ermittlung des Wirkungsgrades einer ausgeführten Maschine stehen zwei Wege offen. Man kann die mechanische zugeführte Leistung durch den Versuch ermitteln und dann die Nutzleistung durch die mechanische Leistung teilen. Man kann aber auch den Wirkungsgrad aus den einzelnen Verlusten bestimmen. Dazu läßt man die Maschine leer als Motor laufen, wobei die vom Anker aufgenommene Leistung gleich der Leerlaufleistung N_0 ist. Dazu fügt man die Stromwärme in den Magneten, sowie die dem Betriebsstrom entsprechende Stromwärme $I_a^2 \cdot R_a$ und erhält so den Gesamtverlust bei Betrieb.

Bei großer Belastung überwiegt der Verlust $I_a^2 \cdot R_a$ durch Stromwärme im Anker, und der Wirkungsgrad wird gering. Bei geringer Belastung überwiegt der gleichbleibende Verlust $E \cdot I_m$ durch Stromwärme in der Magnetwicklung und der Leerlaufverlust N_0 , so daß der Wirkungsgrad wieder gering ist. Bei einer mittleren Belastung, bei der die veränderlichen Verluste durch Stromwärme im Anker etwa gleich den gleichbleibenden Verlusten sind, wird der Wirkungsgrad am größten.

Da die Kurve des Wirkungsgrades in der Nähe des Höchstwertes über eine große Strecke fast wagerecht verläuft, so hat selbst eine starke Änderung der Belastung wenig Einfluß auf den Wirkungsgrad.

Eine Maschine liefere z. B. eine Klemmenspannung $E = 110$ Volt, die durch Änderung des Regelwiderstandes im Magnetkreis auf demselben Betrag gehalten werde. Der Ankerwiderstand einschließlich der Bürsten sei 0,2 Ohm. Die Leerlaufkurve der Maschine sei in Bild 141 gegeben, und es mögen die Wagerechten, durch 4000 geteilt, den Magnetstrom darstellen. Die Leerlaufverluste seien gleich 250 Watt. Da sie durch Änderung der Magneterregung nur zum Teil beeinflußt werden, so sollen sie als gleichbleibend angenommen werden. Die Bürsten mögen in der neutralen Zone stehen, so daß die Ankerrückwirkung gleich Null ist. Gesucht wird der Wirkungsgrad bei Ankerströmen von 25, 50 und 75 Ampere. Es ergibt sich, wenn $E \cdot I + E \cdot I_m + I_a^2 R_a + N_0 = \Sigma N$ gesetzt wird:

$I_a \dots \dots \dots =$	25	50	75
$I_a \cdot R_a \dots \dots \dots =$	5	10	15
$E_a = E + I_a \cdot R_a =$	115	120	125
I_m aus Bild 141 $\dots =$	1,2	1,5	1,9
$I = I_a - I_m \dots \dots =$	23,8	48,5	73,1
$E \cdot I \dots \dots \dots =$	2620	5335	8040
$E \cdot I_m \dots \dots \dots =$	130	165	210
$I_a^2 \cdot R_a \dots \dots \dots =$	125	500	1120
$N_0 \dots \dots \dots =$	250	250	250
$\eta = EI/\Sigma N \dots \dots =$	0,84	0,856	0,838

Wie man sieht, ändert sich der Wirkungsgrad in der Nähe seines Höchstwertes selbst bei starken Änderungen der Belastung sehr wenig.

Wir gehen nun dazu über, die Leerlaufverluste bei einer bestimmten gleichbleibenden Erregung durch einen Versuch zu trennen.

Wenn zwei gleiche Maschinen vorhanden sind, so können wir sie miteinander kuppeln und die erste Maschine als Elektromotor antreiben, während wir die zweite Maschine zunächst unerregt lassen. Wir ziehen dann von der dem Motor zugeführten Leistung die im Motor in Stromwärme umgesetzte Leistung $E \cdot I_m + I_a^2 \cdot R_a$ ab. Die so ermittelte mechanische Leistung des Motors wird für die Reibung beider Maschinen und für Hysteresis und Wirbelströme in der ersten Maschine verbraucht. Wir wiederholen dann den Versuch, indem wir die zweite Maschine betriebsmäßig erregen, wobei sie aber noch leer läuft. Zu dem früheren Verbrauch im Motor ist dann der Verbrauch für Hysteresis und Wirbelstromverlust in der zweiten Maschine hinzugekommen. Auf diese Weise läßt sich die für Reibung verbrauchte Leistung und die Summe der für Hysteresis und Wirbelstromverlust in jeder Maschine verbrauchte

Leistung ermitteln. Um diese Summe in ihre beiden Teile zu zerlegen, wiederholt man den Versuch mit anderer Drehzahl, wobei natürlich die Erregung, d. h. das Feld der Maschinen dasselbe bleiben muß. Die Veränderung der Drehzahl ist also nach Abschn. 63 durch einen Vorschaltwiderstand im Ankerkreis des Motors vorzunehmen. Da der Verlust durch Hysteresis der 1. Potenz und der Verlust durch Wirbelströme der 2. Potenz der Drehzahl proportional ist, so ergibt sich mit Hilfe zweier Fest-

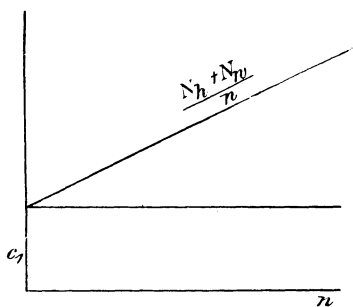


Bild 161. Trennung der Hysteresis- und Wirbelstromverluste, Erregung gleichbleibend.

werte c_1 und c_2 die Summe aus Hysteresisverlust N_h und Wirbelstromverlust N_w zu

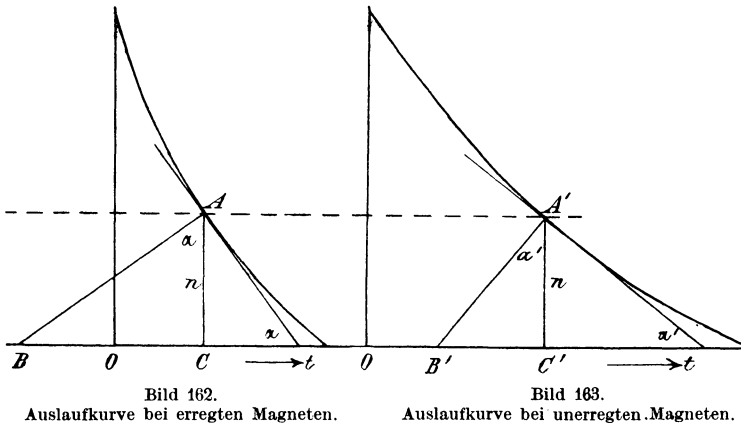
$$N_h + N_w = c_1 \cdot n + c_2 \cdot n^2,$$

d. h.

$$\frac{N_h + N_w}{n} = c_1 + c_2 \cdot n. \tag{6}$$

Tragen wir also in Bild 161 die Drehzahl n wagerecht und $(N_h + N_w)/n$ senkrecht auf, so erhalten wir eine Gerade, deren Abschnitt c_1 auf der senkrechten Achse uns den Hysterisisverlust bei einer Umdrehung in der Minute angibt. Wir haben diesen dann nur mit der Drehzahl zu vervielfachen, um den Hysterisisverlust zu erhalten, und können so die gesamte Leerlaufleistung in ihre Teile zerlegen.

Die gesonderte Ermittlung der Reibungsverluste kann auch durch den Auslaufversuch vorgenommen werden. Wir treiben dazu die betriebsmäßig erregte Maschine mit einer etwas über die vorgeschriebene Geschwindigkeit hinausgehenden Drehzahl als Elektromotor an, unterbrechen dann den Ankerstrom und lassen die Maschine bei ungeänderter Magnet-erregung auslaufen, wobei die Verzögerung durch die bremsende Wirkung der gesamten Leerlaufverluste N_0 bewirkt wird. Während des Auslaufens beobachten wir zu bestimmten Zeitpunkten durch einen Geschwindigkeitsmesser die jeweilige Drehzahl und tragen die Zeit wagerecht und die Drehzahl senkrecht auf (Bild 162). Anstatt der Drehzahl kann die damit proportionale Klemmenspannung beobachtet werden. Wir wiederholen



dann den Versuch, indem wir die Maschine mit unterbrochenem Anker- und Magnetstrom auslaufen lassen. Die Auslaufzeit wird jetzt größer, weil die bremsende Wirkung der Hysterisis und Wirbelströme fehlt und nur die Reibungsverluste N_r die Verzögerung verursachen. Wenn wir die Zeit wagerecht und die Drehzahl senkrecht auftragen, ergibt sich die Kurve in Bild 163.

Die betriebsmäßige Drehzahl n sei gleich AC und $A'C'$. Wir zeichnen dann die Normalen AB und $A'B'$ und benutzen die bekannte Beziehung, daß die Energie der Bewegung des umlaufenden Ankers dem Quadrate der Drehzahl proportional ist. Wenn also k einen Festwert bedeutet, so ist die Energie der Bewegung $W = k \cdot n^2$. Daraus folgt:

$$\frac{dW}{dt} = k \cdot 2n \cdot \frac{dn}{dt} \quad (7)$$

Dabei ist dW/dt die durch die verzögernde Wirkung der Verluste verursachte Änderung der Energie in der Zeiteinheit, d. h. die bei Leerlauf mit der gleichen Drehzahl aufzuwendende Arbeit in der Zeiteinheit.

Für Bild 162 ist dW/dt gleich den Gesamtverlusten N_o und dn/dt gleich $tg\alpha$. Für Bild 163 ist dW/dt gleich den Reibungsverlusten N_r und dn/dt gleich $tg\alpha'$. Demnach ist nach Gleichung (7)

$$N_o = k \cdot 2n \cdot tg\alpha, \quad N_r = k \cdot 2n \cdot tg\alpha'.$$

Demnach wird

$$\frac{N_r}{N_o} = \frac{tg\alpha'}{tg\alpha} = \frac{B'C}{BC}. \quad (8)$$

Da der Gesamtverlust N_o (ohne Stromwärme) bei der Drehzahl n und der gegebenen Magneterregung durch einen Leerlaufversuch gemessen werden kann, so läßt sich der Verlust N_r berechnen.

Hopkinson hat ein Verfahren angegeben, das die Untersuchung bei voller Belastung selbst dann ermöglicht, wenn eine entsprechend große Antriebsmaschine nicht zur Verfügung steht. Man kuppelt dabei zwei gleiche zu untersuchende Maschinen und treibt die eine von einer äußeren Stromquelle als Motor an. Dieser Motor treibt dann die andere als Stromerzeuger an, und dieser speist wieder durch seinen Strom den Motor.

Die äußere Stromquelle und die zweite Maschine sind bei diesem Versuch auf den Motor nebeneinander geschaltet. Dabei liefert die äußere Stromquelle nur die durch die Gesamtverluste in beiden Maschinen bedingte Leistung, die auf diese Weise gemessen werden kann. Man hat dabei die Erregung beider Maschinen so zu wählen, daß Drehzahl und Stromstärke dem gewöhnlichen Betrieb entsprechen. Die stärker erregte Maschine läuft als Stromerzeuger, die schwächer erregte als Motor.

Elfter Teil.

60. Drehrichtung der Motoren. — 61. Drehmoment, Drehzahl und Leistung des Gleichstrommotors. — 62. Der Nebenschlußmotor. — 63. Anlassen und Regeln des Nebenschlußmotors. — 64. Wirkungsweise der Hauptstrommotoren. — 65. Beispiel. — 66. Die Regelung von Hauptstrommotoren.

60. Drehrichtung der Motoren.

Gleichstrommotoren unterscheiden sich in der Bauart nicht von den Stromerzeugern. Ein und dieselbe Maschine kann sogar in einem Augenblick als Stromerzeuger und im nächsten Augenblick als Motor arbeiten. Eine Maschine sucht sogar, während sie als Stromerzeuger angetrieben wird, gleichzeitig als Motor zu arbeiten, indem sie ein Drehmoment ausübt, das dem von der Antriebsmaschine ausgeübten Drehmoment entgegenwirkt. Ebenso sucht eine als Motor laufende Maschine gleichzeitig als Stromerzeuger zu wirken, indem sie eine Spannung erzeugt, die aber in diesem Falle als eine Gegenspannung dem Strome entgegengesetzt gerichtet ist.

Wesentlich sind für uns bei den Motoren die Drehrichtung, das Drehmoment, die Drehzahl und die Leistung. Es wird unsere Aufgabe sein, die Abhängigkeit dieser Größen von den elektrischen und magnetischen Größen festzustellen.

Um die Drehrichtung eines Motors zu bestimmen, gehen wir davon aus, daß die Drehung eines Stromerzeugers nach dem Gesetz von der Erhaltung der Arbeit einen Aufwand von Arbeit erfordert. Der durch die Bewegung erzeugte Strom hemmt die Bewegung, indem das magnetische Feld auf die Stromleiter eine Kraft ausübt, die der Bewegungsrichtung entgegengesetzt ist. Wird z. B. der in Bild 164 angedeutete

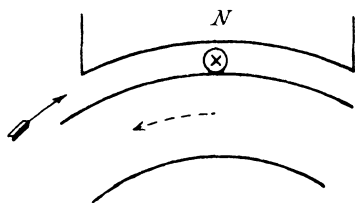


Bild 164. Stromerzeuger, dem Antrieb entgegenwirkend.

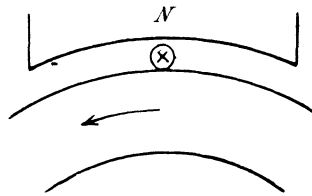


Bild 165. Motor, infolge der elektromagnetischen Wechselwirkung unlaufend.

Stromerzeuger im Sinne des Uhrzeigers gedreht, so fließt der Strom vor dem Nordpol von vorn nach hinten. Dieser Strom übt in Verbindung mit dem magnetischen Feld eine Kraft aus, deren Richtung wir nach

der Ampereschon Schwimmerregel oder bequemer nach dem Lenzschen Gesetz bestimmen können. Diese Kraft sucht in unserem Falle den Anker entgegengesetzt dem Uhrzeiger, also im Sinne des gestrichelten Pfeiles, zu drehen.

Wir denken nun die Antriebsmaschine abgestellt und die elektrische Maschine in Bild 165 derart von einer Stromquelle gespeist, daß die Stromrichtung in der Anker- und Magnetwicklung gegenüber Bild 164 nicht geändert ist. Dann folgt, daß die Maschine sich jetzt entgegen der früheren Drehrichtung drehen muß. Wir schließen daraus:

Bei gleichen Polen und gleicher Stromrichtung im Anker läuft die Maschine als Motor entgegengesetzt der Richtung, in der sie als Stromerzeuger angetrieben wurde.

Daraus darf man nun aber nicht etwa die im Anfang naheliegende Folgerung ziehen, daß überhaupt jede Maschine, wenn sie aus dem Zustand des Stromerzeugers in den des Motors übergeht, ihre Drehrichtung ändert. Wir haben die Umkehrung der Drehrichtung ausdrücklich nur für den Fall abgeleitet, daß die Stromrichtung im Anker und in den Magneten beim Motor dieselbe ist wie beim Stromerzeuger. Wir wenden uns also jetzt den besonderen Fällen, d. h. dem Hauptstrom- und Nebenschlußmotor zu und haben dabei zu untersuchen, ob und wann diese Voraussetzung zutrifft.

Bei der Hauptstrommaschine liegen Anker und Magnete hintereinander. Wir nehmen an, daß die in Bild 166 angedeutete Hauptstrommaschine als Stromerzeuger im Sinne des Uhrzeigers gedreht wird, und daß sich dabei für die Bürste rechts ein positives Vorzeichen ergibt.

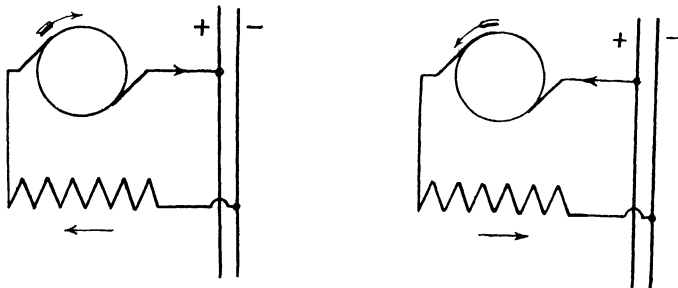


Bild 166. Hauptstrommaschine als Stromerzeuger. Bild 167. Hauptstrommaschine als Motor.

Wir benutzen dann dieselbe Maschine als Motor und schließen sie zu diesem Zwecke der Deutlichkeit wegen genau in der früheren Weise ans Netz an (Bild 167). Dann hat der Strom im Motor gegenüber dem Stromerzeuger seine Richtung sowohl im Anker als auch in den Magneten umgekehrt. Die Drehrichtung ist dann dieselbe, wie wenn der Strom in beiden Teilen dieselbe Richtung beibehalten hätte. Die Hauptstrommaschine läuft daher ohne Änderung der Schaltung als Motor entgegengesetzt wie als Stromerzeuger, d. h. gegen die Bürsten.

Soll dagegen beim Übergang einer Hauptstrommaschine vom Betrieb als Stromerzeuger in den Betrieb als Motor die Drehrichtung dieselbe bleiben, so hat man entweder den Anker oder die Magnete umzuschalten. Die Umschaltung der Magnetwicklung empfiehlt sich bei ungeändertem Anschluß des Netzes an den Anker deswegen, weil dann die Stromrichtung in der Magnetwicklung ungeändert bleibt. Andernfalls würde die Hysteresis des Eisens die Ummagnetisierung erschweren, so daß das Feld bei schwacher Magnetisierung unter sonst gleichen Umständen wesentlich schwächer sein würde als vorher.

Wir betrachten nun weiter den umgekehrten Fall, in welchem ein Hauptstrommotor bei gleichbleibender Drehrichtung als Stromerzeuger benutzt wird. Dieser Fall ist wichtig, da die Bremsung von Hauptstrommotoren bei Straßenbahnwagen und elektrischen Kranen vielfach dadurch erfolgt, daß der Motor von der Zuleitung getrennt und als Stromerzeuger auf Widerstände geschaltet wird. Dabei wird elektrische Arbeit erzeugt, durch die eine gleichwertige Energie der Bewegung verbraucht wird. Man muß dazu allerdings eine Umschaltung der Maschine vornehmen, da diese sonst als Stromerzeuger nicht „angehen“ würde. Solange sie als Motor läuft, ist ihre erzeugte Spannung nach Seite 66 dem Strome entgegengerichtet. Wenn wir sie nun auf Widerstände schalten und sich selbst erregen lassen, so hat bei der ungeänderten Drehrichtung und dem ungeänderten Vorzeichen der Pole, die beim Angehen nur den zurückbleibenden Magnetismus besitzen, auch die erzeugte Spannung beim Angehen dieselbe Richtung wie früher. Sie erzeugt also einen Strom, der dem früheren Motorstrom entgegengesetzt gerichtet ist. Die Folge ist, daß der zurückbleibende Magnetismus, der von der Magnetisierung durch den früheren Motorstrom herrührt, nicht verstärkt, sondern geschwächt wird, und die Maschine nicht angeht. Wenn man daher von der Fahrt zur Bremsung übergehen will, muß man die Magnete im Verhältnis zum Anker umschalten. Da der Stromkreis bei der Schaltung als Stromerzeuger nur aus Anker, Magnetwicklung und Widerstand besteht, so kann man selbstverständlich auch statt der Magnete den Anker umschalten. Nur weil jetzt der Anker als Stromerzeuger gleichsam der beherrschende Teil ist, ist es passender, von Umschaltung der Magnete im Verhältnis zum Anker zu sprechen.

Wir betrachten nun den Nebenschlußmotor. Ein Blick auf Bild 168 und 169 zeigt, daß der Strom in den Magneten beim Stromerzeuger und Motor derselbe bleibt, wenn wir die Nebenschlußmaschine ohne Änderung der Schaltung als Motor benutzen. Dagegen hat der Ankerstrom in beiden Maschinen eine entgegengesetzte Richtung. Wäre die Stromrichtung überall dieselbe geblieben, so würde der Motor entgegengesetzt wie der Stromerzeuger laufen. Nun aber, wo im Anker allein eine Umkehrung stattgefunden hat, läuft die Maschine als Motor in demselben Sinne wie als Stromerzeuger. Eine Nebenschlußmaschine, die als Stromerzeuger betrieben wurde, läuft also

als Motor in der früheren Drehrichtung. Ebenso kann ein Nebenschlußmotor ohne Änderung der Schaltung in der früheren Drehrichtung als Stromerzeuger angetrieben werden.

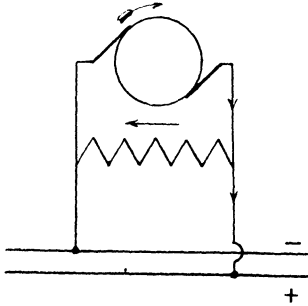


Bild 168.
Nebenschlußmaschine als Stromerzeuger.

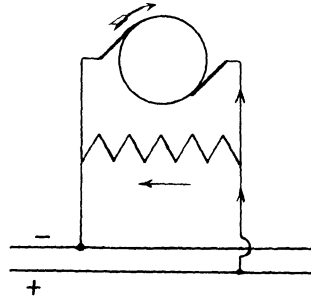


Bild 169.
Nebenschlußmaschine als Motor.

Wir haben nun noch zum Schlusse die Umsteuerung von Motoren zu erwähnen. Eine Vertauschung der Hauptleitungen ist ohne Einfluß auf die Drehrichtung, weil dabei der Strom sowohl im Anker als auch in der Magnetwicklung umgekehrt wird. Man muß also entweder allein

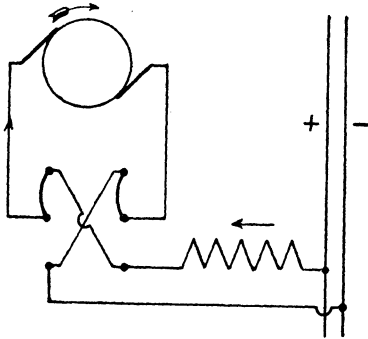


Bild 170.

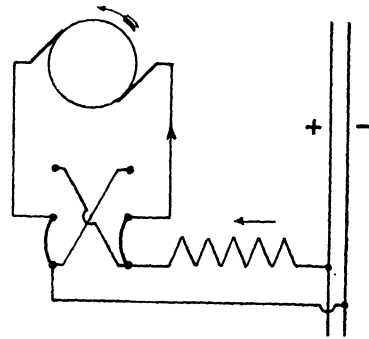


Bild 171.

Umsteuerung eines Hauptstrommotors.

den Ankerstrom oder allein den Magnetstrom umkehren. In der Regel kehrt man wegen des oben erwähnten Einflusses der Hysterisis den Ankerstrom um, wie es Bild 170 und 171 für einen Hauptstrommotor zeigen.

61. Drehmoment, Drehzahl und Leistung des Gleichstrommotors.

Es sei

\mathfrak{B} die magnetische Induktion im Luftzwischenraum in Gauß,

b die Ankerlänge in cm,

d der Ankerdurchmesser in cm,

z die Gesamtzahl der äußeren Ankerdrähte,
 β der Winkel der Polbohrung,
 I_a der Ankerstrom in Ampere,
 p die Zahl der Polpaare,
 a die halbe Zahl der Ankerstromzweige.

Dann ist die Drahtlänge vor $2p$ Polen $l = 2p \cdot \beta \cdot z \cdot b / 360$ cm. Demnach ergibt sich bei dem Strom $I_a/2a$ im einzelnen Draht die vom magnetischen Feld auf die Ankerdrähte ausgeübte Kraft nach Gleichung (7) auf S. 65 zu:

$$P = \frac{\mathfrak{B} \cdot I_a \cdot l}{10 \cdot 2a} \text{ Dyn.}$$

Wenn wir die Kraft P in Dyn durch 981000 teilen und mit dem Halbmesser in Meter, also mit $d/200$ vervielfachen, erhalten wir das Drehmoment D in mkg zu

$$D = \mathfrak{B} \cdot \frac{I_a}{10 \cdot 2a} \cdot \frac{2p \cdot \beta \cdot z \cdot b}{360} \cdot \frac{d}{200} \cdot \frac{1}{981000} \text{ mkg.}$$

Nun ist der Fluß Φ durch die Ankerfläche gleich der Polfläche mal der magnetischen Induktion, d. h. $\Phi = \mathfrak{B} \cdot d \cdot \pi \cdot \beta \cdot b / 360$.

Die Gleichung für das Drehmoment nimmt dann die Form an:

$$D = \frac{p}{a} \cdot \frac{\Phi \cdot z \cdot I_a}{2\pi \cdot 9,81} \cdot 10^{-8}. \quad (1)$$

Unsere Gleichung, die für einen glatten Anker abgeleitet ist, aber auch für einen Nutenanker gilt, gibt das ganze vom Motor ausgeübte Drehmoment. Das nutzbare Drehmoment ist um den Betrag geringer, der bei Leerlauf zur Drehung erforderlich ist.

Die Bedeutung unserer Gleichung (1) ergibt sich erst, wenn wir ihre beiden Seiten miteinander vertauschen. Ursprünglich besagte sie, daß das vom Motor ausgeübte Drehmoment dem magnetischen Fluß und dem Ankerstrom proportional ist. Im Beharrungszustande entspricht nun ein vom Motor ausgeübtes Drehmoment einem genau gleichen Drehmoment, das von der Last ausgeübt wird. Wir kommen demnach zu dem wichtigen Ergebnis, daß das Produkt $\Phi \cdot I_a$ sich stets nach der Belastung, d. h. nach dem durch die Last geforderten Drehmoment richtet. Die Sache liegt also nicht so, daß wir dem Motor einen willkürlichen Strom zuführen, und daß sich danach die Zugkraft des Motors richtet. Dies ist nur der Fall, solange der Motor noch still steht und die Stromstärke, die beim Anlassen mit Hilfe eines Vorschaltwiderstandes geregelt wird, noch nicht genügt, um den Motor zum Anziehen zu bringen. Sobald sich aber der Motor gleichmäßig dreht, muß Gleichung (1) erfüllt sein, d. h. die Stromstärke richtet sich nach dem durch die Belastung gegebenen Drehmoment.

Man muß aber dann natürlich unter der Belastung das Drehmoment mit Einschluß des Drehmomentes der Leerlaufreibung ver-

stehen. Unter dieser Voraussetzung sind die beiden entgegengesetzten Drehmomente einander genau gleich, und das Kraftmoment überwiegt nicht etwa über das Lastmoment, wie man im Anfang zu glauben geneigt ist.

Dabei bleibt jedoch immer noch die Frage offen, wie es kommt, daß gerade nur die für die betreffende Belastung erforderliche Stromstärke, also nicht mehr und nicht weniger in den Anker fließt. Man fragt sich oft, warum man beim elektrischen Betrieb einen Regler, der den elektrischen Strom mehr oder weniger drosselt, entbehren kann. Der Grund dafür liegt darin, daß die Ankerdrähte des Motors ebenso wie die eines Stromerzeugers durch ein magnetisches Feld hindurchschneiden und dadurch eine Gegenspannung erzeugt wird (vgl. S. 66). Diese ist der Drehzahl proportional und übt in bezug auf den zufließenden Strom dieselbe drosselnde Wirkung aus, wie es der Regler einer Dampfmaschine in bezug auf den zuströmenden Dampf tut.

Wird z. B. die Belastung des Motors, d. h. das Drehmoment der Last, vergrößert, so genügt das bisher ausgeübte Drehmoment nicht mehr, um die Last durchzuziehen. Es findet also eine vorübergehende Verzögerung statt, wodurch sich die Zahl der in der Zeiteinheit geschnittenen Flußöhren und die erzeugte Gegenspannung verringert. Dadurch wird dann ein stärkeres Zufließen des Stromes ermöglicht, bis zu dem Betrage, der dem neuen Drehmoment entspricht.

Umgekehrt ist bei Verringerung der Belastung das vom Motor bei dem gegebenen Strom noch ausgeübte Drehmoment zu groß, so daß der Motor beschleunigt wird. Die dadurch vergrößerte Gegenspannung drosselt den Strom so weit ab, daß im Beharrungszustand wieder das ausgeübte Drehmoment gleich dem durch die Belastung erforderlichen Drehmoment ist.

Die Drehzahl ergibt sich aus der erzeugten Gegenspannung E_a nach Gleichung (7) auf S. 141:

$$E_a = \frac{p}{a} \cdot \Phi \cdot \frac{n}{60} \cdot z \cdot 10^{-8}. \quad (2)$$

Da die an den Anker gelegte Netzspannung E sowohl die Gegenspannung E_a zu überwinden als auch den Spannungsverlust $I_a \cdot R_a$ zu decken hat, so folgt:

$$E = E_a + I_a \cdot R_a. \quad (3)$$

Aus den beiden letzten Gleichungen ergibt sich dann:

$$n = \frac{E_a \cdot 60 \cdot 10^8}{p/a \cdot \Phi \cdot z} = \frac{(E - I_a \cdot R_a) \cdot 60 \cdot 10^8}{p/a \cdot \Phi \cdot z}. \quad (4)$$

Die Gleichung zeigt, daß eine Änderung der Belastung, also des Ankerstromes, nicht nur eine vorübergehende, sondern auch eine dauernde Änderung der Drehzahl mit sich bringt. Die Änderung ist nach Gleichung (4) bei Motoren mit gleichbleibendem Feld (Nebenschlußmotoren) sehr gering, sie ist aber groß, wenn sich mit dem Ankerstrom auch das Feld ändert (Hauptstrommotoren).

Wir haben nun noch die Gleichung für die Leistung abzuleiten. Absichtlich haben wir das Drehmoment vorangestellt, obgleich man ja sonst meist die Leistung als die wichtigste Größe des Motors anzusehen pflegt. Die Wirkungsweise des Motors wird aber leichter verständlich, wenn man die Leistung erst nach dem Drehmoment betrachtet, weil sie sich aus dem Produkt zweier veränderlicher Größen, nämlich aus dem Drehmoment und der Drehzahl ergibt.

Ist D das Drehmoment in mkg und $\omega = 2\pi \cdot n/60$ die Winkelgeschwindigkeit in der Sekunde, so ist die abgegebene Leistung in mkg/sek nach einem bekannten Satze der Mechanik gleich $D \cdot \omega$. Um sie in Watt zu erhalten, haben wir $D \cdot \omega$ nach S. 22 noch mit 9,81 zu vervielfachen und erhalten:

$$N = D \cdot \omega \cdot 9,81 = D \cdot 2\pi \cdot \frac{n}{60} \cdot 9,81 \text{ Watt.} \quad (5)$$

Es ist nun für uns wichtig, die abgegebene Leistung auch durch elektrische Größen auszudrücken. Zu diesem Zwecke vervielfachen wir Gleichung (3) mit I_a und erhalten:

$$E \cdot I_a = E_a \cdot I_a + I_a^2 \cdot R_a. \quad (6)$$

In dieser Gleichung stellt $E \cdot I_a$ die auf den Anker übertragene Leistung dar, während $I_a^2 \cdot R_a$ uns die im Anker in Stromwärme umgesetzte Leistung angibt. Demnach ist $E_a \cdot I_a$ der Verbrauch für die abgegebene Leistung des Motors. Diese schließt die Nutzleistung und die Leerlaufleistung ein.

Wir prüfen die Richtigkeit unserer Gleichungen durch das Gesetz von der Erhaltung der Arbeit. Die abgegebene Leistung $D \cdot \omega \cdot 9,81$ muß gleich $E_a \cdot I_a$ sein. Dies ergibt sich in der Tat, wenn wir für E_a und D die entsprechenden Werte aus Gleichung (1) und (2) einsetzen.

Bei sehr kleinem Drehmoment, also geringem Ankerstrom, ist die Leistung gering. Mit zunehmender Belastung wird sie größer, bis sie schließlich infolge der Abnahme der Drehzahl bei sehr großer Belastung wieder heruntergeht. Um zu bestimmen, wann die Leistung ihren höchsten Wert erreicht, differenzieren wir die Gleichung $N = E_a \cdot I_a = E \cdot I_a - I_a^2 \cdot R_a$ nach I_a und setzen den ersten Differentialquotienten gleich Null. Wir erhalten dann

$$E - 2 I_a \cdot R_a = 0, \quad \text{d. h. } I_a \cdot R_a = E/2.$$

Die Leistung ist also am größten, wenn die Hälfte der Netzspannung für den Spannungsverlust verbraucht wird oder der Spannungsverlust gleich der Gegenspannung ist.

Dasselbe Ergebnis erhalten wir aus Bild 172 und 173, wo die Klemmenspannung die Seite eines Quadrates bildet und in den Spannungsverlust $I_a \cdot R_a$ und die zur Überwindung der Gegenspannung dienende Spannung E_a zerlegt ist. Abgesehen vom Festwert R_a ist dann das gestreifte Rechteck gleich der abgegebenen Leistung und das gestreifte Quadrat

gleich dem Verlust durch Stromwärme. Man sieht, daß das Rechteck für kleine und große Werte von I_a besonders klein ist. Das Rechteck wird am größten, wenn es zu einem Quadrate wird, d. h. wenn $I_a \cdot R_a = E_a$

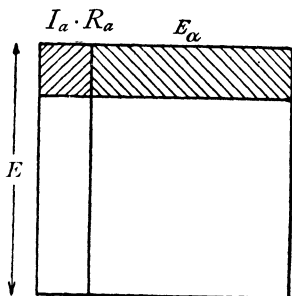


Bild 172.

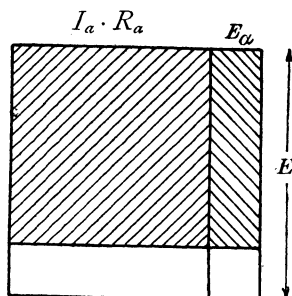


Bild 173.

Darstellung der zugeführten Leistung, mechanischen Leistung und Stromwärme im Anker eines Motors.

ist, wie auch oben abgeleitet wurde. Unter dieser Bedingung hat also die abgegebene Leistung ihren höchsten Wert. Natürlich liegt dieser Fall weit außerhalb der Betriebsgrenzen, da der Motor die dabei auftretende hohe Stromstärke nicht aushält. Da außerdem für $E_a = I_a \cdot R_a$ die Hälfte der zugeführten Leistung in Stromwärme umgesetzt wird, so ist der Wirkungsgrad bei so starker Überlastung nur gleich 0,5.

62. Der Nebenschlußmotor.

Der Nebenschlußmotor ist ein Motor, dessen Magnetwicklung gesondert von der Stromquelle gespeist wird. Zunächst soll das Verhalten dieses Motors bestimmt werden, wenn sowohl die Magnetwicklung als auch der Anker ohne Zwischenschaltung von Widerständen an die Netzspannung angeschlossen ist. Der Motor arbeitet dann bei gleichbleibender Erregung.

Das ganze Drehmoment ergibt sich nach Gleichung (1) zu:

$$D = \frac{\rho}{a} \cdot \frac{\Phi \cdot z \cdot I_a}{2\pi \cdot 9,81} \cdot 10^{-8}.$$

Da der Erregerstrom und das magnetische Feld in unserm Falle unveränderlich sind, so ist das gesamte Drehmoment dem Ankerstrom proportional. Tragen wir also den Ankerstrom wagerecht und das ganze Drehmoment D senkrecht auf, so erhalten wir die durch den Nullpunkt gehende Gerade in Bild 174.

Das nutzbare Drehmoment D_n ist um den Betrag geringer, der bei Leerlauf für Reibung, Hysteresis und Wirbelströme aufgewendet werden muß. Ist also I_0 der Leerstrom im Anker, so ist das nutzbare Drehmoment dem Unterschied $I_a - I_0$ proportional. Wenn wir es senkrecht auftragen, so erhalten wir ebenfalls eine Gerade, die mit der

ersten Geraden gleiche Richtung hat und auf der wagerechten Achse den Abschnitt I_0 abschneidet (Bild 174).

Die Drehzahl ist nach Gleichung (4)

$$n = \frac{(E - I_a \cdot R_a) \cdot 60 \cdot 10^6}{p/\alpha \cdot \Phi \cdot z}$$

Da in dieser Gleichung der Fluß wieder unveränderlich ist, so ist die Drehzahl der Gegenspannung $E - I_a \cdot R_a$ proportional. Die Abnahme der Drehzahl gegenüber dem Leerlauf ist dann dem Spannungsverlust $I_a \cdot R_a$ proportional. Tragen wir also den Ankerstrom wäge-

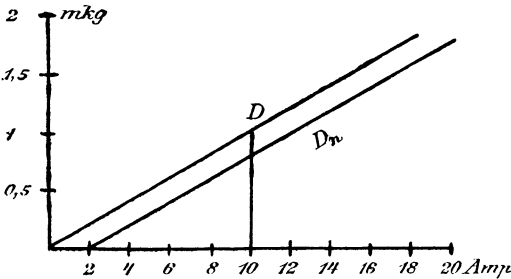


Bild 174. Drehmoment und Ankerstrom eines Nebenschlußmotors.

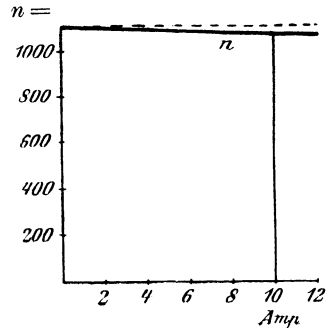


Bild 175. Drehzahl und Ankerstrom eines Nebenschlußmotors.

recht und die Drehzahl senkrecht auf, so erhalten wir die geneigte Gerade in Bild 175. Da der Spannungsverlust immer sehr gering ist, so hat der gleichbleibend erregte Nebenschlußmotor zwischen Leerlauf und Vollbelastung fast dieselbe Drehzahl. Er kommt also für Gruppenantrieb allein in Frage.

Die Nutzleistung in Watt ergibt sich entweder nach Gleichung (5) zu $D_n \cdot 2\pi \cdot n \cdot 9,81/60$ oder aus der Gegenspannung und dem Arbeitsstrom $I_a - I_0$ zu $E_a (I_a - I_0)$.

Wenn I die Summe des Ankerstromes I_a und des Magnetstromes I_m bezeichnet, so ist der Wirkungsgrad:

$$\eta_i = \frac{E_a (I_a - I_0)}{E \cdot I} = \frac{(E - I_a \cdot R_a) \cdot (I_a - I_0)}{E \cdot (I_a + I_m)} \quad (7)$$

Beim Leerlauf ist $I_a = I_0$ und der Wirkungsgrad gleich Null. Er wird ebenfalls gleich Null, wenn die Belastung derartig groß wird, daß selbst der stärkste mögliche Ankerstrom $I_a = E/R_a$, den übrigens der Anker im allgemeinen nicht aushält, den Motor nicht zum Anziehen bringt.

Bei einer mittleren Belastung wird der Wirkungsgrad am größten. Dies wird auch dadurch erklärlich, daß bei sehr geringer Belastung die gleichbleibenden Verluste durch Leerlauf und durch Stromwärme in der

Magnetwicklung zu stark ins Gewicht fallen, während bei starker Überlastung die Stromwärme im Anker den Wirkungsgrad stark herabdrückt. Der Höchstwert des Wirkungsgrades liegt etwa bei dem Betriebszustand, bei dem die Stromwärme $I_a^2 \cdot R_a$ im Anker gleich den gleichbleibenden Verlusten $E \cdot I_0 + E \cdot I_m$ durch Leerlauf und Stromwärme in den Magneten ist.

Wir gehen nun zu einem Zahlenbeispiel über. Bei einem zwei-poligen Motor ($p = 1$, $a = 1$) sei:

$$\begin{array}{lll} E = 110 & \Phi = 2 \cdot 10^6 & z = 300 \\ R_a = 0,3 & I_m = 1 & I_0 = 2. \end{array}$$

Dann wird das gesamte Drehmoment:

$$D = \frac{p}{a} \cdot \frac{\Phi \cdot z \cdot I_a}{2\pi \cdot 9,81} \cdot 10^{-8} = 0,1 \cdot I_a,$$

das nutzbare Drehmoment:

$$D_n = 0,1 (I_a - I_0) = 0,1 \cdot I_a - 0,2,$$

und die Drehzahl:

$$n = \frac{(E - I_a \cdot R_a) \cdot 60 \cdot 10^8}{p/a \cdot \Phi \cdot z} = 1100 - 3I_a.$$

Ist z. B. das nutzbare Drehmoment gleich 0,8 mkg, so ist der Strom gleich 10 Ampere, das gesamte Drehmoment gleich 1 mkg und die Drehzahl gleich 1070. Die Abnahme der Drehzahl gegenüber dem Leerlauf ist also 30 auf 1100 oder rund 3% (vgl. Bild 174 und 175).

Die Nutzleistung wird

$$E_a (I_a - I_0) = (E - I_a \cdot R_a) (I_a - I_0) = 856 \text{ Watt},$$

und der Wirkungsgrad

$$\eta = \frac{(E - I_a \cdot R_a) \cdot (I_a - I_0)}{E \cdot (I_a + I_m)} = \frac{107 \cdot 8}{110 \cdot 11} = 0,7.$$

Um die Stromstärke zu ermitteln, bei welcher der Wirkungsgrad am größten ist, berechnen wir die Summe der gleichbleibenden Verluste zu $E \cdot I_0 + E \cdot I_m = 330$ Watt. Dann ist beim günstigsten Wirkungsgrad der Verlust $I_a^2 \cdot R_a$ auch etwa gleich 330 Watt. Daraus erhalten wir bei dem Ankerwiderstand $R_a = 0,3$

$$I_a = \sqrt{\frac{330}{0,3}} = 33 \text{ Ampere}.$$

Der Spannungsverlust $I_a \cdot R_a$ ist bei diesem Strome gleich 10 Volt und die Gegenspannung $E_a = E - I_a \cdot R_a$ gleich 100 Volt. Andererseits ist der Nutzstrom $I_a - I_0 = 31$ Ampere, also die Nutzleistung

$$E_a (I_a - I_0) = 100 \cdot 31 = 3100 \text{ Watt}.$$

Bei einem Gesamtverlust von zweimal 330 Watt wird also der größte

Wirkungsgrad

$$\eta_m = \frac{3100}{3100 + 660} = 0,825.$$

Die Abnahme der Drehzahl, bezogen auf den vollständigen Leerlauf ist bei gleichbleibender Erregung nach Gleichung (4) gleich dem relativen Spannungsverlust im Anker, also $0,3 \cdot 33$ auf 110 oder 9% . In unserm Beispiel tritt also der günstigste Wirkungsgrad bei einer Belastung auf, bei welcher der Abfall der Drehzahl sehr groß ist.

Wir wollen nun untersuchen, wie sich der Wirkungsgrad ändert, wenn wir den Motor im Vergleich zu dem Betriebszustand, bei welchem der Wirkungsgrad am größten ist, nur zur Hälfte ($I_a = 17$) oder auf das Doppelte ($I_a = 66$) belasten. Dafür ergibt sich:

I_a	$I = I_a + I_m$	$I_a - I_0$	$E_a = E - I_a \cdot R_a$	$\eta = E_a (I_a - I_0) / E \cdot I$
17	18	15	105	0,8
66	67	64	90	0,78.

Demnach ändert sich der Wirkungsgrad wenig, wenn man die Belastung in weiten Grenzen ändert. Beim Entwurf braucht daher auch nicht genau die Bedingung innegehalten zu werden, daß der günstigste Wirkungsgrad bei der vorgeschriebenen Belastung erreicht wird. Besonders gebietet die Rücksicht auf eine geringe Abnahme der Drehzahl gegenüber dem Leerlauf meist, daß kleine Motoren unterhalb ihrer für den Wirkungsgrad günstigsten Belastung arbeiten.

63. Anlassen und Regeln des Nebenschlußmotors.

1. Das Anlassen. Im Augenblick des Anlassens steht der Motor still, so daß noch keine Gegenspannung erzeugt wird. Wenn man also den geringen Widerstand des Ankers ohne Vorschaltwiderstand an die volle Netzspannung legt, so wird die Stromstärke und dadurch die Erwärmung des Ankers im allgemeinen zu hoch. Wenn schwere Massen in Bewegung zu setzen sind, ist es auch aus mechanischen Gründen unzulässig, wenn das Drehmoment beim Angehen übermäßig groß ist. Endlich muß Rücksicht darauf genommen werden, daß ein plötzlicher, starker Stromverbrauch einen großen Spannungsverlust in der Leitung und dadurch eine Lichtschwankung etwaiger benachbarter Lampen verursacht. Man hat demnach beim Anlassen in der Regel so viel Widerstand vor den Anker zu schalten, daß die Stromstärke den zulässigen Betrag nicht überschreitet.

Wenn ein Motor mit Hilfe des Anlassers in Gang gesetzt ist, so wächst mit zunehmender Geschwindigkeit die Gegenspannung. Diese sorgt dann dafür, daß der Ankerstrom den durch das Drehmoment gegebenen Wert erhält. Der Anlaßwiderstand kann also allmählich ausgeschaltet werden.

Es ist zu beachten, daß der Anlaßwiderstand allein im Ankerkreis

liegen muß und nicht in einer gemeinsamen Zuleitung für Anker und Magnetstrom liegen darf. Sonst würde bei ruhendem Anker die Magnetwicklung durch den im Nebenschluß zu ihr liegenden Anker fast kurzgeschlossen sein, so daß die Spannung an ihren Klemmen fast Null ist. Da die Magnete dabei nicht erregt werden, so ist ein Drehmoment und dadurch ein Anlassen des Motors ausgeschlossen. Ein Nebenschlußmotor erfordert daher immer drei Zuleitungen.

Bei ganz kleinen Hauptstrommotoren, die beim Anlaufen nur geringe Massen zu beschleunigen haben, kommt man ohne Anlasser aus. In besonderen Fällen werden auch große Nebenschlußmotoren zu zweien

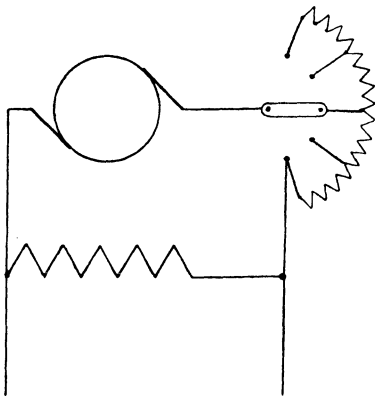


Bild 176. Widerstandsregelung eines Nebenschlußmotors.

hintereinander ohne Widerstand an die Netzspannung gelegt. Dabei kommt zunächst auf jeden Motor die halbe Netzspannung, und erst wenn er sich in Bewegung gesetzt hat, wird jeder an die volle Spannung gelegt. Die Magnetwicklung wird natürlich vor dem Anlassen eingeschaltet. Voraussetzung ist aber, daß keine nennenswerten Massen zu beschleunigen sind. Dies trifft z. B. bei Antriebsmotoren von Schiffen zu, da die Schiffsschraube beim Anlassen nur „Schaumschlägerei treibt“ und der Fahrwiderstand noch verschwindend gering ist. Ein solches Anlassen ohne Widerstand ist deswegen

zulässig, weil die Selbstinduktion des Ankers das Anwachsen des Stromes verlangsamt und das einfache Ohmsche Gesetz für den Einschaltvorgang nicht gültig ist¹⁾.

2. Widerstandsregelung. Wir betrachten das Verhalten eines Motors, dessen Magnetwicklung unmittelbar an der gleichbleibenden Netzspannung liegt, dessen Anker aber mit Hilfe eines regelbaren Widerstandes an die Netzspannung angeschlossen ist (Bild 176). Die Belastung sei gleichbleibend. Eine Änderung des Drehmomentes mit der Drehzahl, wie sie bei Gebläsen eintritt, sei also ausgeschlossen. Wir machen dann, gleichgültig ob der Motor stark oder schwach oder nur durch seine eigene Reibung belastet ist, die überraschende Beobachtung, daß eine Veränderung des Vorschaltwiderstandes von keinem Einfluß auf die Stromstärke ist. Gleichung (1) auf S. 197 fordert nämlich mit zwingender Kraft, daß die Stromstärke sich allein nach der Belastung richtet, also nicht beeinflußt wird, wenn man bei gleichbleibender Belastung den Vorschaltwiderstand verändert.

¹⁾ Vgl. Trettin, Das Einschalten großer Gleichstrommotoren ohne Vorschaltwiderstand. ETZ 1912, S. 759 ff.

Allerdings nimmt die Stromstärke bei Verkleinerung des Widerstandes im ersten Augenblicke etwas zu. Dadurch wird jedoch das vom Anker ausgeübte Drehmoment größer als das durch die Belastung geforderte Drehmoment, so daß der Anker beschleunigt wird. Hiermit wächst dann die Gegenspannung und die Stromstärke nimmt wieder genau bis auf den früheren Wert ab, der dem Drehmoment entspricht. Eine Änderung der Stromstärke tritt beim Motor mit gleichbleibender Erregung nur durch eine Änderung der Belastung auf.

Dagegen ist die Drehzahl ganz wesentlich von dem vorgeschalteten Widerstande abhängig. Die Netzspannung E hat jetzt nicht nur die Gegenspannung zu überwinden und den Spannungsverlust im Anker zu liefern, sondern auch den Spannungsverbrauch im vorgeschalteten Widerstand R zu decken. Es ergibt sich also:

$$E = E_a + I_a \cdot R_a + I_a \cdot R.$$

In dieser Gleichung sind E und R_a ohne weiteres unveränderlich und I_a bleibt gleich, solange wir die Belastung ungeändert lassen. Daraus folgt, daß die Veränderung des Vorschaltwiderstandes die Gegenspannung und damit die Drehzahl stark beeinflusst.

Das wird noch deutlicher, wenn wir den geringen Spannungsverlust im Anker ganz vernachlässigen und annehmen, daß die Bürstenspannung genau gleich und entgegengesetzt der Gegenspannung ist. Unter dieser Voraussetzung mißt man durch einen an den Bürsten liegenden Spannungszeiger ohne weiteres die Gegenspannung. Man findet dann bei Veränderung des Widerstandes R , daß die Drehzahl fast genau der Bürstenspannung proportional ist. Die Genauigkeit ist um so größer, je kleiner der Spannungsverlust im Anker ist, also am größten, wenn man den ganzen Versuch bei Leerlauf vornimmt. In dem Beispiel auf S. 202 ergibt sich z. B. für den Leerlauf bei 110 Volt Bürstenspannung nach Gleichung (4) auf S. 198 eine Drehzahl:

$$n = \frac{(110 - 0,3 \cdot 2) \cdot 60 \cdot 10^6}{2 \cdot 10^6 \cdot 300} = 1094.$$

Legen wir nun z. B. vor den Anker einen Widerstand von 27,5 Ohm, so wird dadurch der Strom von 2 Ampere nicht geändert. Der Spannungsverbrauch im Vorschaltwiderstand ist also $27,5 \cdot 2 = 55$ Volt, und die Spannung, die wir mit dem Spannungszeiger an den Bürsten messen, ist $110 - 55 = 55$ Volt. Wir erhalten also eine Drehzahl:

$$n = \frac{(55 - 0,3 \cdot 2) \cdot 60 \cdot 10^6}{2 \cdot 10^6 \cdot 300} = 544.$$

Bei 55 Volt Bürstenspannung messen wir also fast genau die halbe Drehzahl wie bei 110 Volt. Die Drehzahlen verhalten sich demnach bei Leerlauf fast genau wie die Bürstenspannungen. Angenähert bleibt dies Gesetz auch für alle Betriebszustände gültig. Wir kommen dadurch zu dem wichtigen Ergebnis: Bei einem Motor mit gleichbleibender

Erregung ist die Stromstärke proportional der Belastung und die Drehzahl proportional der Bürstenspannung. Man kann also durch Änderung der Bürstenspannung die Drehzahl beliebig ändern.

Der Vorschaltwiderstand muß dabei, wie oben beim Anlassen, allein im Ankerzweig liegen, so daß die Magneterregung während des Versuches ungeändert bleibt. Liegen Anker und Magnetwicklung mit beiden Klemmen aneinander und der Vorschaltwiderstand in der gemeinsamen Zuleitung, so bewirkt eine Veränderung des Vorschaltwiderstandes meist nur eine geringe Änderung der Drehzahl. Erhöhen wir z. B. die Klemmenspannung des Ankers und der Magnete gleichzeitig auf das Doppelte, so wächst der Fluß durch den Ankerquerschnitt bei wenig gesättigten Magneten auch auf fast das Doppelte. Dann aber wird in der Gleichung

$$n = \frac{E_a \cdot 60 \cdot 10^8}{\rho/a \cdot \Phi \cdot z}$$

sowohl E_a im Zähler als auch Φ im Nenner verdoppelt, und die Drehzahl bleibt ungeändert. Nur wenn die Magnete stark gesättigt sind, bewirkt eine Erhöhung der Klemmenspannung auch angenähert eine proportionale Erhöhung der Drehzahl, und der Motor verhält sich fast wie ein Motor mit gleichbleibender Erregung.

Man muß sich ferner klar machen, daß eine Veränderung der Drehzahl durch Vorschaltwiderstände nur dann möglich ist, wenn der Hebel des Vorschaltwiderstandes dauernd bedient wird, wie es z. B. bei Regelung der Hauptstrommotoren für elektrische Straßenbahnen der Fall ist. Jede Änderung der Belastung bewirkt sofort eine Änderung des Ankerstromes, also auch des Spannungsverbrauches im Vorschaltwiderstand. Die Folge ist, daß auch die Bürstenspannung und die Drehzahl sich erheblich ändern. Belastet man z. B. einen leerlaufenden Motor, vor dessen Anker ein sehr großer Vorschaltwiderstand liegt, so geht die Drehzahl bis auf Null zurück. Die selbsttätige starke Änderung der Drehzahl bei vorgeschaltetem Widerstand muß also jedesmal durch Betätigung des Regelwiderstandes ausgeglichen werden.

3. Feldregelung. Statt durch Vorschaltwiderstände kann die Drehzahl auch durch Feldänderung geregelt werden. Am einfachsten ergibt sich dies, wenn wir in Gleichung (4) auf S. 198 die kleine Größe $I_a \cdot R_a$ vernachlässigen und die Gegenspannung als unveränderlich gleich der Klemmenspannung annehmen. Schaltet man also einen Regelwiderstand in den Magnetkreis ein und schwächt dadurch den Magnetstrom und den durch den Ankerquerschnitt tretenden Fluß Φ , so wird nach Gleichung (4) die Drehzahl größer. Wir können uns das auch so deutlich machen, daß der Motor bei dem schwachen Feld schneller laufen muß, um eine der Klemmenspannung gleiche Gegenspannung zu erzeugen. Immerhin ist das nur eine äußerliche Erklärung. Der innere Grund für eine Beschleunigung des Motors liegt darin, daß beim Schwächen des

Feldes die bei der gegebenen Drehzahl erzeugte Gegenspannung geringer wird. Dadurch nimmt der Ankerstrom zu, und zwar unverhältnismäßig stark, so daß das Drehmoment des Motors über das Lastmoment überwiegt und eine Beschleunigung zustande kommt.

Die Beschleunigung hat dann zur Folge, daß der Ankerstrom wieder etwas abnimmt, aber doch nicht auf den früheren Betrag. Da das Produkt $\Phi \cdot I_a$ der Belastung proportional ist, so muß bei einer Schwächung des Feldes gleichzeitig der für dieselbe Belastung nötige Ankerstrom wachsen. Um das deutlich zu machen, gehen wir auf unser obiges Beispiel zurück, in welchem die Klemmenspannung $E = 110$ Volt, der Ankerwiderstand $R_a = 0,3$ Ohm, die Drahtzahl $z = 300$ und der Fluß durch den Ankerquerschnitt $\Phi = 2 \cdot 10^6$ war. Für eine Stromstärke $I_a = 10$ Ampere ergab sich dann auf S. 202 eine Drehzahl 1070.

Wenn wir nun beispielsweise bei gleichbleibender Belastung das Feld im Verhältnis 0,8 : 1 schwächen, so nimmt der Ankerstrom im Verhältnis 1 : 0,8 zu. Wir erhalten dann:

$$\Phi = 0,8 \cdot 2 \cdot 10^6 = 1,6 \cdot 10^6, \quad I_a = 10/0,8 = 12,5 \text{ Ampere.}$$

Das Produkt $\Phi \cdot I_a$ ist dann dasselbe geblieben wie früher, aber der Ankerstrom ist dadurch, daß wir zur Erhöhung der Drehzahl das Feld verringert haben, größer geworden. Diese Zunahme des Ankerstromes ist nicht ganz ohne Einfluß auf die Drehzahl, da sie eine Zunahme des Spannungsverlustes bedingt. Wir erhalten nach Verringerung des Flusses die Drehzahl

$$n = \frac{(110 - 12,5 \cdot 0,3) \cdot 60 \cdot 10^8}{1,6 \cdot 10^6 \cdot 300} = 1328.$$

Bei einem Motor mit verschwindend kleinem Ankerwiderstand hätten wir statt dessen genau eine Erhöhung der Drehzahl im Verhältnis 1 : 0,8, also von 1070 auf 1338 erhalten.

Gleichzeitig erkennen wir, daß man das Feld nicht unbegrenzt schwächen darf, um die Drehzahl zu erhöhen. Schließlich wird der Einfluß des Spannungsverlustes auf die Drehzahl so groß, daß diese bei übermäßiger Schwächung des Feldes wieder abnimmt. Sonst müßte ja der belastete (!) Motor mit unendlicher Drehzahl laufen, wenn das Feld durch Unterbrechung des Magnetstromes bis auf Null geschwächt wird. In Wirklichkeit bleibt der Motor in diesem Falle stehen, weil die eine der beiden Größen, die das Drehmoment ergeben, zu Null geworden ist. Es muß also einen Wert für den durch den Ankerquerschnitt tretenden Fluß Φ oder für den Ankerstrom I_a geben, für den die Drehzahl bei der gegebenen Belastung einen Höchstwert erreicht. Um den betreffenden Wert für I_a zu ermitteln, setzen wir nach S. 199 die mechanische Leistung gleich dem dafür verbrauchten Teil der elektrischen Leistung:

$$D \cdot 2\pi \cdot \frac{n}{60} \cdot 9,81 = E \cdot I_a - I_a^2 \cdot R_a.$$

Da die Belastung bei unserm Versuche nicht geändert wird, ist D unveränderlich. Setzen wir $D \cdot 2\pi \cdot 9,81/60 = c$, so wird

$$n = (E \cdot I_a - I_a^2 \cdot R_a)/c.$$

Wenn wir den Differentialquotienten nach I_a gleich Null setzen, erhalten wir:

$$I_a \cdot R_a = E/2.$$

Die Drehzahl erreicht also für die gegebene Belastung ihren größten Wert, wenn das Feld so weit geschwächt ist, daß der Spannungsverlust halb so groß ist wie die Klemmenspannung. Der Wirkungsgrad des Ankers ist in diesem Falle kleiner als 0,5, und der Betriebszustand liegt, zumal wegen des sehr großen Wertes des Ankerstromes I_a , weit außerhalb der Betriebsgrenzen.

Der Vorzug der Feldregelung besteht darin, daß sie im Unterschied von der Widerstandsregelung ohne nennenswerte Verluste erfolgt. Jedoch fallen Motoren mit Feldregelung größer aus als Motoren ohne Feldregelung. Sie arbeiten bei hoher Drehzahl mit schwachem Felde, so daß sie magnetisch durchaus nicht ausgenutzt sind. Andererseits laufen sie bei starkem Feld so langsam, daß sie mechanisch wenig ausgenutzt werden. Eine starke Feldschwächung ist übrigens oft nur bei einem verringerten Drehmoment möglich, da der Motor sonst die mit der Feldschwächung verbundene Erhöhung des Ankerstromes nicht aushält.

4. Schaltung der Widerstände. Da eine Unterbrechung des Magnetstromes beim Abstellen des Motors wegen der Selbstinduktion ein Durchschlagen der Isolation, jedenfalls aber eine Funkenbildung an der Unterbrechungsstelle zur Folge haben kann, so hat man dafür zu sorgen, daß der Magnetstrom langsam bis auf Null abnimmt. Dies kann

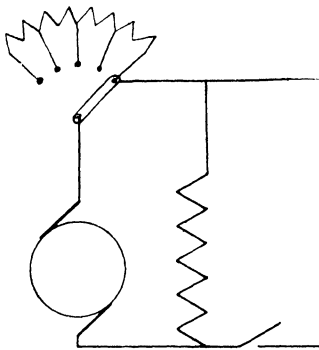


Bild 177. Funkenfreies, aber unzulässiges Abschalten.

— allerdings nicht im wirklichen Betrieb — dadurch geschehen, daß man beim Abschalten die Hauptleitung des Motors unterbricht, also den Schalter in Bild 177 öffnet. Der Anker läuft dann zunächst durch die Energie der Bewegung weiter, und durch das nur langsam verschwindende Feld wird in ihm noch eine Spannung erzeugt. Da diese mit der vorher bei Betrieb wirksamen Gegenspannung gleiche Richtung hat, so treibt sie durch die Magnetwicklung einen Strom, der dem früheren Magnetstrom gleichgerichtet ist. Indem der Motor dann

allmählich zur Ruhe kommt, fällt der Magnetstrom und damit das Feld ganz allmählich auf Null. Man kann das sehr gut an dem allmählichen Zurückgehen des Ausschlags eines an den Motorklemmen liegenden Spannungszeigers beobachten.

Ein solches Ausschalten des Hauptstromes ist jedoch sehr bedenklich, weil dann der Hebel des Anlassers beim Stillsetzen des Motors in einer Stellung verbleibt, die beim Wiedereinschalten einen gefährlichen Kurzschluß veranlaßt.

Dagegen kommt man zum Ziel, wenn man Anlasser und Anker an einer Stelle aneinander legt und die Magnetwicklung zwischen das freie Ende des Ankers und des Anlassers schaltet (Bild 178)¹⁾. Bei einer mittleren Stellung des Hebels ist dann der rechte Teil des Widerstandes Anlasser, während der linke Teil des Widerstandes im Magnetkreis liegt. Die Schaltung hat den großen Vorteil, daß Anker und Magnete, wie in Bild 177, dauernd verbunden bleiben. Das Ausschalten erfolgt daher funkenfrei, besonders wenn man es schnell und bei voller Drehzahl des Motors vornimmt.

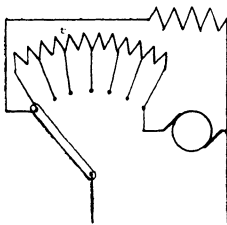


Bild 178.

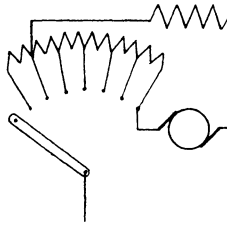


Bild 179.

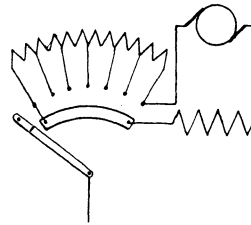


Bild 180.

Schaltungen für den Anlaß- und Regelwiderstand eines Nebenschlußmotors.

Daß in Bild 178 der Widerstand des Magnetkreises etwas erhöht wird, ist ohne besondere Bedeutung, da der Anlaßwiderstand viel kleiner ist als der Widerstand der Magnetwicklung. Will man den Verlust im Magnetkreis etwas verringern, kann man den Magnetstrom von einem Teile des Anlassers abzweigen (Bild 179). Allerdings erreicht dann der Magnetstrom beim Einschalten nicht gleich seinen vollen Wert, da der in Bild 179 links liegende Teil des Anlassers in der gemeinsamen Leitung des Ankers und der Magnete liegt. Das Drehmoment kommt also nur allmählich zustande, um so mehr, als die Selbstinduktion der Magnetspulen ohnehin die Bildung des Feldes verlangsamt.

Durch einen doppelten Hebel nach Bild 180 kann dieser Nachteil, sowie der zusätzliche Verlust im Magnetkreis vermieden werden. Die Magnete werden durch einen kurzen Hebel, der auf dem Segment schleift, sofort voll eingeschaltet, während der Ankerstrom durch den längeren Hebel, der auf den Kontakten des Anlaßwiderstandes schleift, eingeschaltet wird. Beide Hebel liegen übereinander und sind starr miteinander verbunden.

Dasselbe ist bei dem Anlasser mit Feldregelung in Bild 181 der Fall. Im Anfang werden die Magnete durch einen kurzen Hebel und

¹⁾ Vgl. den Aufsatz von R. Krause, ETZ 1901, S. 233.

das linke Segment eingeschaltet, während der Ankerstrom durch einen langen Hebel und den Anlasser R_1 geschlossen wird. Die beiden starr gekuppelten Hebel sind in dem Bilde nicht gezeichnet. Bei vollem Betrieb steht der Doppelhebel auf dem rechten Ende des linken Segmentes.

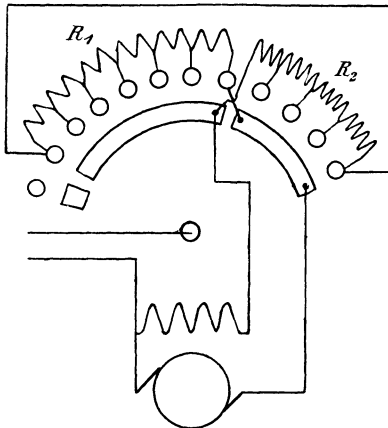


Bild 181. Schaltung für Anlaß- und Regelwiderstand eines Nebenschlußmotors.

Soll die Drehzahl nun erhöht werden, so dreht man den Hebel weiter nach rechts. Dabei wird nach und nach der Regelwiderstand R_2 in den Magnetkreis eingeschaltet, während der Ankerstrom unmittelbar durch den kurzen Hebel und das rechte Segment geschlossen wird.

Um ein funkenfreies Ausschalten zu erzielen, ist das linke Ende des Anlassers mit dem rechten Ende des Regelwiderstandes verbunden. Nach dem Ausschalten treibt dann die als Stromerzeuger weiterlaufende Maschine einen Strom hintereinander durch Anker, Magnete, Regelwiderstand R_2 und Anlasser R_1 .

5. Anlaß- und Regelmaschinen. Der Bau von Anlassern für sehr große Motoren bietet erhebliche Schwierigkeiten, und ihre Anwendung verursacht besonders dann, wenn große Massen zu beschleunigen sind, große Verluste. Man verwendet daher für Hebezeuge mit schwierigen Betriebsbedingungen, bei denen Motoren für große Leistungen in kurzen Zwischenräumen zu steuern sind, wie z. B. für Förderanlagen, Kohlenkipper, Hobelmaschinenantrieb usw. besondere Anlaß- und Regelmaschinen. Diese werden auch oft deswegen vorgezogen, weil sie eine besonders feinstufige und genaue Regelung ermöglichen.

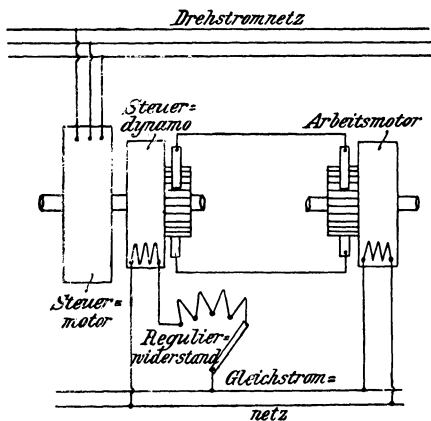


Bild 182. Leonard-Schaltung.

So wird bei der Leonard-Schaltung (Bild 182) der Anker des gleichbleibend erregten Arbeitsmotors nicht unmittelbar vom Netz, sondern von einem eigenen fremderregten Stromerzeuger gespeist, dessen Spannung durch einen in seinem Magnetkreis liegenden Widerstand geändert werden kann. Der Stromerzeuger, die sog. Steuerdynamo, wird in der Regel durch einen Drehstrommotor, den sog. Steuermotor, dauernd

in der Regel durch einen Drehstrommotor, den sog. Steuermotor, dauernd

in gleichbleibender Drehrichtung angetrieben. Die Steuerdynamo ist dauernd unmittelbar auf den Arbeitsmotor geschaltet und wird beim Anlassen dieses Motors zunächst schwach erregt. Dadurch, daß man dann die Erregung der Steuerdynamo allmählich verstärkt, bringt man den Arbeitsmotor auf volle Drehzahl. Ebenso wird der Arbeitsmotor durch Schwächung des Feldes der Steuerdynamo bis auf Null stillgesetzt.

Bei Maschinen, die fortdauernd angelassen und wieder stillgesetzt werden, wird oft nach Ilgner auf der Welle des Steuermotors und der Steuerdynamo ein Schwungrad angeordnet. Dieses gibt unter Verringerung seiner Drehzahl beim Anfahren des Arbeitsmotors einen Teil der aufgespeicherten Energie ab. Beim Stillsetzen des Arbeitsmotors arbeitet dieser als Stromerzeuger auf die nun als Motor laufende Steuerdynamo, so daß Energie durch die Beschleunigung des Schwungrades aufgespeichert wird. Auf diese Weise wird dem Netz auch bei stark wechselndem Betriebe dauernd eine fast gleichbleibende Arbeit entnommen, und die starken Spitzen im Stromverbrauch, die ohne Schwungrad auftreten würden, werden vermieden. Man muß allerdings dafür sorgen, daß der Steuermotor bei Belastung einen starken Abfall in der Drehzahl zeigt (12 bis 15%), damit das Schwungrad zur Geltung kommt. Es ist leicht einzusehen, daß in dieser Beziehung ein großer Ankerwiderstand im Steuermotor günstig wirkt. Wäre der Ankerwiderstand gleich Null, so würde der Steuermotor mit fast gleichbleibender Drehzahl laufen, d. h. das Schwungrad würde gar nicht zur Geltung kommen, und die Schwankungen der Belastung würden starke Änderungen im Stromverbrauch des Motors zur Folge haben.

Man kann bei einem Gleichstromstauermotor die erforderliche Verzögerung auch durch eine Hauptstromwicklung auf dem Steuermotor erreichen, die so vom Strome dieses Motors durchflossen wird, daß die Wirkung der Nebenschlußwicklung verstärkt wird. Ihre Wirkung beruht darauf, daß die erzeugte Gegenspannung dann den Strom des Steuermotors bei Belastung des Arbeitsmotors stark abdrösselt.

Noch vollkommener arbeitet der Ilgner-Umformer, wenn beim Anlassen des Arbeitsmotors selbsttätig Widerstand in den Ankerkreis des Steuermotors eingeschaltet wird. Beim Anlassen erhöht sich infolge der zunehmenden Leistung des Arbeitsmotors zunächst die elektrische Leistung der Steuerdynamo. Der mit der Steuerdynamo gekuppelte Steuermotor sucht den entsprechenden Mehrverbrauch an Strom aus dem Netz zu entnehmen. Hieran wird er jedoch dadurch gehindert, daß Widerstand in seinen Ankerkreis eingeschaltet und sein Strom auf diese Weise selbsttätig auf dem gleichen Betrage gehalten wird. Infolgedessen muß die Drehzahl der Steuermaschinen und des Schwungrades abnehmen. Das Schwungrad liefert dann die zusätzliche Leistung, während sich die dem Steuermotor vom Netz aus zugeführte Leistung nicht ändert.

Der umgekehrte Vorgang vollzieht sich beim Bremsen und Stillsetzen des Arbeitsmotors. Dazu wird durch Schwächung der Erregung

der Steuerdynamo die erzeugte Spannung der Steuerdynamo geringer gemacht als die des Arbeitsmotors, so daß dieser Motor einen Rückstrom in die Steuerdynamo liefert. Dadurch wird er selbst gebremst, die Steuerdynamo dagegen als Motor angetrieben, so daß das Schwungrad und gleichzeitig der Steuermotor beschleunigt wird. Eine dadurch bedingte Verringerung der Stromstärke des Steuermotors wird dann dadurch verhindert, daß selbsttätig Widerstand in seinem Ankerkreis ausgeschaltet wird.

Das Kraftwerk bleibt bei Verwendung eines solchen Ilgner-Umformers von den Schwankungen der Belastung unberührt. Es liefert dauernd denselben Strom in den Steuermotor, gleichgültig, ob z. B. der Arbeitsmotor Strom verbraucht oder Strom zurückliefert oder für einen Zeitraum stille steht. Beim Anlassen des Arbeitsmotors arbeiten Steuermotor und Schwungrad zusammen auf die Steuerdynamo, beim Bremsen arbeiten Steuermotor und die als Motor angetriebene Steuerdynamo zusammen auf das Schwungrad.

Ein Hauptvorteil des Regels durch eine Steuermaschine besteht darin, daß zu einer bestimmten Stellung des Steuerhebels unter allen Umständen eine bestimmte Geschwindigkeit des Arbeitsmotors gehört, unabhängig von der Belastung dieses Motors. Beim Anlassen mit Hilfe eines Vorschaltwiderstandes, also ohne Leonardschaltung, wäre das nicht zu erreichen, da der im Vorschaltwiderstand auftretende Spannungsverlust sich mit der Stromstärke, also mit Belastung, ändert.

Anstatt durch Änderung des Widerstandes im Ankerkreis kann man den Strom eines Gleichstrom-Steuermotors auch durch Änderung der Magneterregung selbsttätig auf dem gleichen Betrage halten.

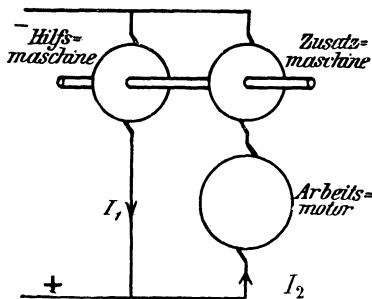


Bild 183. Anlassen durch Zusatzmaschine.

Große Motoren können auch durch eine Zusatzmaschine angelassen werden, deren erzeugte Spannung der Netzspannung zuerst entgegengerichtet und nachher gleichgerichtet ist. In Bild 183 sei z. B. der Arbeitsmotor, der gleichbleibend erregt ist, für 1000 Volt gebaut, während die Zusatzmaschine und die mit ihr gekuppelte, gleichbleibend erregte Hilfsmaschine für 500 Volt gebaut sind. Die Netzspannung sei 500 Volt.

Da die Hilfsmaschine unmittelbar am Netz liegt, so laufen Hilfs- und Zusatzmaschine dauernd mit annähernd gleichbleibender Drehzahl, wobei es gleichgültig ist, welche von ihnen als Stromerzeuger arbeitet und welche als Motor.

Vor dem Anlassen steht der Arbeitsmotor still und dient nur als Zuleitung für die Zusatzmaschine. Diese Maschine treibt als Motor die Hilfsmaschine an, leistet aber nur die Leerlaufarbeit, da die erzeugte

Spannung der Hilfsmaschine infolge geeigneter Erregung genau gleich und entgegengesetzt der Netzspannung gemacht ist.

Wir schwächen jetzt die Erregung der als Motor laufenden Zusatzmaschine und beschleunigen sie dadurch ein wenig. Infolge der größer gewordenen Drehzahl überwiegt dann die erzeugte Spannung der Hilfsmaschine über die Netzspannung und liefert uns einen Strom I_1 . Dadurch wird zugleich die Motorleistung der Zusatzmaschine größer, und der Strom I_2 nimmt zu. In Wirklichkeit fließt dabei der Strom I_1 aus der Hilfsmaschine über den Anker des Arbeitsmotors unmittelbar in die Zusatzmaschine, und vom Netz wird nur eine den Verlusten in beiden Maschinen entsprechende Leistung geliefert.

Schließlich wird der Strom I_2 so stark, daß der Arbeitsmotor anzieht. Wir haben dann im rechten Zweige zwei hintereinander geschaltete Motoren. Im allgemeinen ist bei einer solchen Hintereinanderschaltung von zwei nicht miteinander gekuppelten Motoren gar nicht zu sagen, in welcher Weise sich die Netzspannung auf beide Motoren verteilt. In unserem Falle ist aber nach dem obigen die Drehzahl der Zusatzmaschine fast unveränderlich. Ihre erzeugte Spannung ist durch die jeweilige Erregung gegeben. Zur Überwindung dieser Gegenspannung wird dann ein ganz bestimmter Teil der Klemmenspannung verbraucht. Der Rest der Spannung liegt dann am Arbeitsmotor, der infolgedessen eine ganz bestimmte Drehzahl annimmt.

Zugleich ist jetzt, nachdem der Arbeitsmotor angezogen hat, die Stromstärke I_2 nach S. 197 durch die Belastung des Arbeitsmotors gegeben, sie wächst also nicht mehr bei weiterer Schwächung des Magnetfeldes der Zusatzmaschine. Daher nimmt das Drehmoment der Zusatzmaschine, das durch das Produkt aus dem Fluß durch den Querschnitt des Ankers und dem jetzt gleichbleibenden Strom I_2 gegeben ist, bei Schwächung ihres Feldes jetzt dauernd ab, d. h. diese Maschine wird, entgegen den Ausführungen auf S. 206, jetzt durch weitere Schwächung des Feldes verzögert. Wenn auch diese Verzögerung gering ist, so genügt sie doch, um den von der Hilfsmaschine erzeugten Strom auf Null zu bringen.

Im weiteren Verlaufe wird das Feld der Zusatzmaschine und dadurch ihre erzeugte Spannung sowie ihr Drehmoment vollständig gleich Null gemacht, wobei sie von der jetzt bereits als Motor laufenden Hilfsmaschine leer angetrieben wird. Am Arbeitsmotor liegt dann die volle Netzspannung von 500 Volt.

Wir erregen jetzt allmählich die von der Hilfsmaschine angetriebene Zusatzmaschine im umgekehrten Sinne, so daß ihre erzeugte Spannung dem Strome I_2 gleichgerichtet ist. Sie wird dadurch zum Stromerzeuger, dessen Spannung sich zur Netzspannung hinzufügt. Dadurch wächst dann die Spannung an den Klemmen des Motors allmählich bis auf 1000 Volt, so daß er seine volle Drehzahl erreicht. Die ihm zugeführte elektrische Leistung wird dabei zur Hälfte unmittelbar vom Netz und zur Hälfte von der Zusatzmaschine, mittelbar natürlich ganz vom Netz geliefert.

64. Wirkungsweise der Hauptstrommotoren.

Beim Hauptstrommotor liegen die Verhältnisse etwas verwickelter als beim Nebenschlußmotor, weil das Feld des Hauptstrommotors sich bei den verschiedenen Betriebszuständen ändert. Anker und Magnetwicklung sind hintereinander geschaltet, und der Ankerstrom, der in Verbindung mit dem den Ankerquerschnitt durchsetzenden Fluß das Drehmoment ergibt, ist zugleich der Erregerstrom. Belasten wir daher einen Hauptstrommotor stärker, so wächst sowohl der Strom im Anker als auch in der Magnetwicklung. Die Erhöhung des Drehmomentes kommt dann nach Gleichung (1) auf S. 197 durch die Erhöhung der beiden wirksamen Größen Φ und I_a zustande.

Arbeitet z. B. der Motor im ersten Teil der Magnetisierungskurve, also mit ungesättigtem Eisen, so entspricht dem doppelten Strom auch ein doppelter Fluß durch den Ankerquerschnitt, also nach der genannten Gleichung das vierfache Drehmoment. Oder umgekehrt: Wird die Belastung vervierfacht, so nimmt die Stromstärke nur um das Doppelte zu.

Die Drehzahl des Hauptstrommotors ist nach Gleichung (4) auf S. 198:

$$n = \frac{(E - I_a \cdot R_a) \cdot 60 \cdot 10^8}{p/a \cdot \Phi \cdot z}$$

Dabei ist der Einfachheit wegen unter R_a der Gesamtwiderstand des Ankers und der Feldmagnete verstanden. Bei einer Vergrößerung der Belastung, also des Stromes, bleibt der Zähler in der obigen Gleichung ziemlich ungeändert, weil der Gesamtwiderstand des Ankers und der Magnete immer sehr klein ist. Dagegen ändert sich der Nenner erheblich, weil sich mit dem Ankerstrom auch der Fluß durch den Ankerquerschnitt ändert. Infolgedessen wird die Drehzahl durch eine Änderung der Belastung stark beeinflusst. Bei einer Erhöhung der Belastung genügt z. B. eine kleinere Drehzahl, um eine der Klemmenspannung fast gleiche Gegenspannung zu erzeugen.

Das große Drehmoment bei verhältnismäßig geringem Strom macht den Hauptstrommotor im Unterschied vom Nebenschlußmotor besonders geeignet für den Betrieb von Kranen und Straßenbahnwagen. Beim Anfahren muß das vom Motor ausgeübte Drehmoment wegen der Massenbeschleunigung größer sein als das von der Last ausgeübte Drehmoment. Da ist es dann eine sehr schätzenswerte Eigenschaft des Hauptstrommotors, daß er dieses große Drehmoment bei verhältnismäßig geringem Stromverbrauch liefert.

Auch gegenüber der Verschiedenheit der Belastung, die bei den Straßenbahnen durch die größere oder geringere Steigung der Strecke verursacht wird, verhält sich der Hauptstrommotor sehr günstig. Wenn ein großes Drehmoment von ihm gefordert wird, so liefert er es mit einem geringeren Aufwand an Strom, als es ein Nebenschlußmotor tut.

Die Belastungsschwankungen des Kraftwerkes sind also nicht so bedeutend wie bei Nebenschlußmotoren.

Natürlich kann das große Drehmoment nicht erreicht werden, ohne daß gleichzeitig die oben besprochene Verringerung der Drehzahl eintritt. Abgesehen von der oben gegebenen Begründung wird das auch ohne weiteres klar, wenn man die mechanische Seite der Sache betrachtet. Leistung ist gleich Kraft mal Geschwindigkeit. Wenn also ein Hauptstrommotor eine große Zugkraft entwickelt und dabei verhältnismäßig wenig Strom, d. h. wenig Leistung aus dem Kraftwerk entnimmt, so muß seine Drehzahl dabei gering sein. Wir müssen diese Veränderlichkeit der Drehzahl als einen besonders großen Vorteil der Hauptstrommotoren ansehen, da es z. B. mit Rücksicht auf den gleichmäßigen Betrieb der Kraftwerke sehr zweckmäßig ist, daß die vollbesetzten Wagen einer elektrischen Bahn einen Berg langsam hinauffahren.

Wir wollen nun das Verhalten des Hauptstrommotors bei den verschiedenen Betriebszuständen rechnerisch verfolgen. Zu dem Zwecke ermitteln wir zunächst die Magnetisierungskurve, indem wir die Maschine als Stromerzeuger durch einen anderen Motor mit gleichbleibender Drehzahl n_g antreiben und durch elektrische Widerstände belasten. Wir messen dabei den von unserem Stromerzeuger gelieferten

Strom I_a und die Klemmenspannung und berechnen die erzeugte Spannung, indem wir den Spannungsverlust $I_a \cdot R_a$ zur Klemmenspannung hinzuzählen. Dabei ist wieder R_a der gesamte innere Widerstand. Wir teilen nun die erzeugte Spannung durch $p/a \cdot n_g \cdot z \cdot 10^{-8}/60$ und erhalten dadurch den durch den Ankerquerschnitt tretenden Fluß Φ , der durch den jeweiligen Hauptstrom I_a geschaffen wird. Wir tragen dann den Strom wagerecht und den Fluß senkrecht auf und erhalten die Kurve Φ in Bild 184. Diese unterscheidet sich von der Kurve der

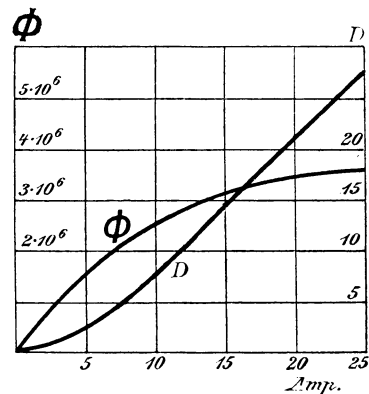


Bild 184. Fluß, Drehmoment und Stromstärke eines Hauptstrommotors.

erzeugten Spannung nur durch den Maßstab und gilt im Gegensatz zu dieser nicht nur für den Stromerzeuger, sondern auch für den Motor.

Ist eine solche Messung nicht möglich, so kann man auch die Maschine bei gleichbleibender Klemmenspannung E als Motor laufen lassen und mechanisch belasten. Man mißt dann die Drehzahl n und die Stromstärke I_a des Motors und berechnet den jeweiligen Fluß durch den Ankerquerschnitt nach Gleichung (4) auf S. 198 zu:

$$\Phi = \frac{(E - I_a \cdot R_a) \cdot 60 \cdot 10^8}{p/a \cdot z \cdot n}$$

Ist nun auf diese oder die andere Weise der Fluß durch den Ankerquerschnitt für jede Stromstärke I_a ermittelt, so bildet man das Produkt aus den zusammengehörigen Werten von Φ und I_a und trägt es senkrecht auf. Man erhält so die Kurve D in Bild 184, die uns das Drehmoment für jeden einzelnen Strom angibt. Sie ist anfangs konvex gegen die wagerechte Achse, d. h. das Drehmoment nimmt schneller zu als die Stromstärke. Schließlich aber, wenn das Eisen gesättigt ist, wird die Kurve D fast geradlinig, und die Zunahme des Drehmomentes ist der Zunahme der Stromstärke proportional.

Die Kurve des den Ankerquerschnitt durchsetzenden Flusses Φ setzt uns nun in den Stand, für jeden einzelnen Betriebszustand die zugehörige Drehzahl zu ermitteln. Wir zeichnen zu diesem Zwecke in Bild 185 eine Wagerechte im Abstände E von der wagerechten Achse (in Bild 185 ist dieser Abstand gleich 500 Volt). Wir ziehen dann durch den Schnittpunkt der Wagerechten mit der senkrechten Achse eine Gerade,

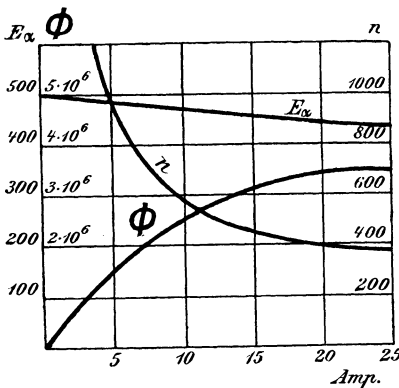


Bild 185.

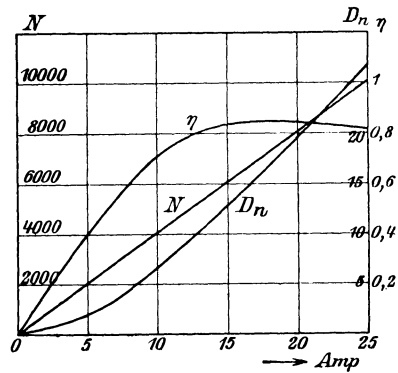


Bild 186.

Stromstärke, Drehzahl, Nutzleistung, Nutzmoment und Wirkungsgrad eines Hauptstrommotors.

so daß die Tangente ihres Neigungswinkels gegen die Wagerechte unter Berücksichtigung der Maßstäbe gleich R_a ist. R_a bedeutet dabei, wie früher, den Gesamtwiderstand des Motors. Dann ist für jeden Betriebszustand der Unterschied der Senkrechten zwischen der Wagerechten und der geneigten Geraden gleich $I_a \cdot \text{tg } \alpha = I_a \cdot R_a$, d. h. gleich dem Spannungsverlust. Die Senkrechten der geneigten Geraden stellen uns also die Gegenspannung E_a dar. Wenn wir sie durch den zugehörigen den Ankerquerschnitt durchsetzenden Fluß teilen, so erhalten wir nach Gleichung (4) auf S. 198 ein Maß für die Drehzahl n . Auf diese Weise ist die Kurve n in Bild 185 ermittelt. Sie zeigt, daß der Hauptstrommotor bei vollständigem Leerlauf durchgeht. Seine Drehzahl steigert sich derartig, daß er in Stücke fliegt. Falls also die Motoren nicht, wie bei Straßenbahnwagen, ständig genügend belastet sind, müssen sie durch selbsttätige Schalter geschützt werden.

Mit zunehmender Belastung nimmt die Drehzahl anfangs bedeutend ab, bis sie sich schließlich, wenn das Eisen stark gesättigt ist, einem fast gleichbleibenden Werte nähert.

Der Wirkungsgrad ergibt sich, wenn wir die Verluste durch Stromwärme und Leerlauf von der dem Motor zugeführten Leistung abziehen und den Rest durch die zugeführte Leistung teilen. Wir können aber jetzt den Leerlaufverlust nicht mehr in so einfacher Weise in Rechnung setzen, wie bei dem Nebenschlußmotor mit gleichbleibender Erregung. Da das Feld beim Hauptstrommotor nicht gleich bleibt, gibt es keinen Leerstrom, der, wie beim Nebenschlußmotor, mit dem Fluß durch den Ankerquerschnitt vervielfacht, bei Betrieb und bei Leerlauf das für die Reibung nötige Drehmoment liefert.

Wir können aber wenigstens annähernd den Wirkungsgrad ermitteln, wenn wir von dem Moment ausgehen, das bei der Drehzahl bei Vollast wirksam ist, und es bei den verschiedenen Betriebszuständen als gleichbleibend voraussetzen. Wir haben dann von dem Moment D dieses Moment D_o abzuziehen und erhalten dadurch die Kurve in Bild 186, die das nutzbare Drehmoment D_n darstellt. Vervielfachen wir dann das nutzbare Drehmoment mit der Drehzahl, so erhalten wir, abgesehen vom Maßstab, die Nutzleistung N und daraus durch Teilung mit $E \cdot I_a$ den Wirkungsgrad. Wir erhalten auf diese Weise die Kurve η , deren Senkrechte uns den Wirkungsgrad angeben. Dieser ist bei geringer Belastung wegen des Einflusses der Leerlaufleistung gering. Er steigt dann mit zunehmender Belastung bis zu einem höchsten Wert, um dann schließlich wieder geringer zu werden, wenn mit wachsendem Ankerstrom die Stromwärme stark ins Gewicht fällt.

65. Beispiel.

Wir wollen nun Drehzahl, Zugkraft und Wirkungsgrad eines Hauptstrommotors an einem ausgeführten Motor ermitteln, für den die Angaben aus Kapps „Elektromechanischen Konstruktionen“ entnommen sind. Bei einem von der Maschinenfabrik Örlikon ausgeführten Motor mit vier Polen und Wellenwicklung ($\alpha = 1$) für eine Klemmenspannung von 500 Volt ist der innere Widerstand $R_a = 2,75$ Ohm und die Drahtzahl auf dem Anker $z = 944$. Die Abhängigkeit der erzeugten Spannung E_g vom Strom für die Maschine als Stromerzeuger ist bei einer Drehzahl $n_g = 450$ durch die ersten beiden senkrechten Reihen der unten folgenden Zahlentafel gegeben. Wir erhalten dann den von den betreffenden Stromstärken geschaffenen Fluß durch den Ankerquerschnitt nach Gleichung (7) auf S. 141 zu:

$$\Phi = \frac{E_g \cdot 60 \cdot 10^8}{p|_a \cdot n_g \cdot z} = \frac{E_g \cdot 60 \cdot 10^8}{2 \cdot 450 \cdot 944} = 7070 \cdot E_g.$$

Der Fluß durch den Ankerquerschnitt ergibt uns in Verbindung

mit der Stromstärke das vom Motor ausgeübte Drehmoment nach Gleichung (1) auf S. 197 zu:

$$D = \frac{p \cdot \Phi \cdot I_a \cdot z}{a \cdot 2\pi \cdot 9,81} \cdot 10^{-8} = 0,307 \cdot 10^{-6} \cdot \Phi \cdot I_a \text{ mkg.}$$

Zur Berechnung der Drehzahlen des Motors brauchen wir die Gegenspannung:

$$E_a = E - I_a \cdot R_a = 500 - 2,75 \cdot I_a.$$

Daraus erhalten wir die Drehzahl nach Gleichung (4) auf S. 198 zu:

$$n = \frac{E_a \cdot 60 \cdot 10^8}{p \cdot \Phi \cdot z} = 3,18 \cdot 10^6 \cdot \frac{E_a}{\Phi}.$$

Die Ergebnisse sind im folgenden zusammengestellt. Die Kurven des vorigen Abschnittes beziehen sich auf unser Beispiel.

Stromerzeuger		Motor und Stromerzeuger		Motor	
I_a	E_g	$\Phi =$	$D =$	$E_a =$	$n =$
		$7070 \cdot E_g$	$0,307 \cdot 10^{-6} \cdot \Phi \cdot I_a$	$500 - 2,75 \cdot I_a$	$3,18 \cdot 10^6 \cdot \frac{E_a}{\Phi}$
5	225	$1,59 \cdot 10^6$	2,45	486,2	970
10	362	$2,56 \cdot 10^6$	7,85	472,5	590
15	450	$3,18 \cdot 10^6$	14,6	458,7	470
20	490	$3,46 \cdot 10^6$	21,3	445	410
25	505	$3,56 \cdot 10^6$	27,3	431,2	390

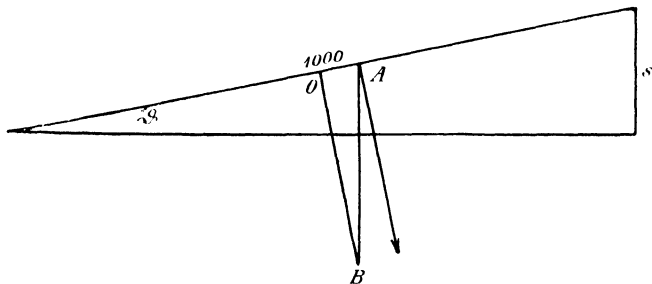


Bild 187. Zerlegung des Wagengewichts in Komponenten.

Wir können nun bei gegebenem Wagengewicht für jede Steigung die entsprechende Stromstärke und Wagengeschwindigkeit ermitteln. Es sei G das Wagengewicht in Tonnen [1 Tonne = 1000 kg*],
 f der Bahnwiderstand, d. h. die Kraft in Kilogramm, die nötig ist, eine Tonne auf ebener Strecke fortzubewegen,
 s die Steigung auf Tausend,
dann ist die auf ebener Strecke nötige Zugkraft $G \cdot f$. Andererseits ist in Bild 187 die Komponente der Schwerkraft in der Bewegungsrichtung:

$$AO = AB \cdot \sin s.$$

Setzen wir für $\sin \vartheta$ den Wert $s/1000$ und für AB das Wagengewicht in Kilogramm, also $1000 G$ ein, so erhalten wir:

$$AO = 1000 G \cdot \frac{s}{1000} = G \cdot s.$$

Allgemein ist also die Zugkraft P am Radumfang

$$P = G \cdot (f + s) \text{ kg}^*. \quad (8)$$

Ist r der Halbmesser des Rades in Meter, so ist das Drehmoment an der Radachse:

$$P \cdot r = G \cdot (f + s) \cdot r \text{ mkg}.$$

Es sei nun c das Übersetzungsverhältnis, d. h. der Durchmesser des treibenden Rades auf der Motorachse, geteilt durch den Durchmesser des getriebenen Laufrades. Dann verhält sich das Drehmoment des Motors zum Drehmoment an der Radachse wie $c : 1$, wobei c kleiner als 1 ist. Berücksichtigen wir nun noch den Wirkungsgrad η der Übersetzung, so ergibt sich das von allen Motoren des Wagens zusammen auszuübende Drehmoment zu:

$$\Sigma D = \frac{c \cdot P \cdot r}{\eta} = \frac{c \cdot G \cdot r (f + s)}{\eta}. \quad (9)$$

Im vorliegenden Falle ist der Halbmesser des Rades $r = 0,39$ m und das Übersetzungsverhältnis $c = 1 : 4,9$. Nehmen wir an, daß das Wagengewicht 8 Tonnen, der Bahnwiderstand $f = 12$ und der mittlere Wirkungsgrad gleich 0,8 ist, so erhalten wir:

$$\Sigma D = \frac{8 \cdot 0,39 \cdot (12 + s)}{4,9 \cdot 0,8} = 0,8 \cdot (12 + s).$$

In unserem Falle sind zwei Motoren im Wagen vorhanden, also hat jeder die Hälfte des ganzen Drehmomentes zu liefern. Wir erhalten also das Drehmoment eines jeden der beiden Motoren zu:

$$D = \frac{\Sigma D}{2} = 0,4 \cdot (12 + s).$$

Lösen wir für s auf, so ergibt sich die Steigung, die der Wagen bei den einzelnen Drehmomenten nimmt, zu:

$$s = 2,5 \cdot D - 12.$$

Für die Drehmomente auf S. 218 erhalten wir dann die unten folgende Zahlentafel. Negative Werte der Steigung bedeuten Gefälle.

Um die Wagengeschwindigkeit v in km/st zu ermitteln, berechnen wir zunächst die Drehzahl der Räder in der Stunde, indem wir die Drehzahl des Motors in der Minute mit 60 und mit dem Übersetzungsverhältnis c vervielfachen. Wenn wir diese Drehzahl der Räder mit dem Umfang des Rades in km vervielfachen, wird die Wagengeschwindigkeit in km/st:

$$v = n \cdot 60 \cdot c \cdot 2r \pi \cdot 10^{-3} \text{ km/st}$$

Setzen wir $r = 0,39$ m und $c = 1 : 4,9$, so wird

$$v = 0,03 \cdot n \text{ km/st.}$$

Auf diese Weise ist die vorletzte Reihe der folgenden Zahlentafel berechnet, wobei die Werte von n aus S. 218 entnommen sind. In der letzten Reihe ist dann noch der gesamte in den Wagen fließende Strom $I = 2 \cdot I_a$ angegeben. Man kann dann noch die Steigung wagerecht und den Gesamtstrom I , sowie die Wagengeschwindigkeit v senkrecht auftragen.

I_a	D	$s = 2,5$	$D - 12$	$v = 0,03 \cdot n$	$I = 2 \cdot I_a$
5	2,45	—	5,85 ^{0/00}	29 km/st	10
10	7,85	+	7,4 „	17,7 „	20
15	14,6	+	24,6 „	13,8 „	30
20	21,3	+	41,5 „	12,3 „	40
25	27,3	+	56,5 „	11,7 „	50

66. Die Regelung von Hauptstrommotoren.

Die Drehzahl eines Motors ist nach Gleichung (4) auf S. 198:

$$n = \frac{(E - I_a \cdot R_a) \cdot 60 \cdot 10^8}{\dot{p}/a \cdot \Phi \cdot z}$$

Dabei ist unter E die Klemmenspannung am Motor selbst zu verstehen. Der nächstliegende Weg zur Änderung der Drehzahl des Hauptstrommotors ist also eine Veränderung der Motorspannung durch den Anlasser. Der durch die Belastung gegebene Strom erzeugt dabei im Vorschaltwiderstand einen Spannungsverlust, wodurch die Motorspannung erniedrigt wird. Man kann den Vorgang aber auch anders auffassen und unter E die Spannung des Netzes verstehen. Die Vorschaltung eines Regelwiderstandes R wirkt dann wie eine Vergrößerung des Gesamtwiderstandes, so daß sich die Drehzahl nach der Gleichung

$$n = \frac{\{E - I_a \cdot (R_a + R)\} \cdot 60 \cdot 10^8}{\dot{p}/a \cdot \Phi \cdot z} \quad (10)$$

ergibt. Diese Regelung durch Vorschaltwiderstände hat sich bei Hauptstrommotoren am besten bewährt.

Dabei ist allerdings der Verlust durch Stromwärme ziemlich bedeutend. Man regelt daher zuweilen die Drehzahl wie beim Nebenschlußmotor durch Veränderung des Feldes. Durch Verkleinerung des Nenners in den obigen Gleichungen wird z. B. die Drehzahl n größer. Allerdings kann eine solche Schwächung nicht, wie beim Nebenschlußmotor, durch Hinzuschalten eines Widerstandes zur Magnetwicklung erreicht werden, da ein solcher beim Hauptstrommotor nur wie ein Vorschaltwiderstand wirkt. Vielmehr hat man den Regelwiderstand im Nebenschluß zur Magnetwicklung zu schalten. Man erreicht da-

durch, daß der Ankerstrom, der durch das Drehmoment gegeben ist, nicht in seiner vollen Stärke durch die Magnetwicklung fließt.

Wir wollen z. B. bei dem in Bild 184 dargestellten Falle den Widerstand des Nebenschlusses gleich dem der Magnetwicklung wählen, so daß der Ankerstrom nur zur Hälfte durch die Magnetwicklung fließt. Dann wird ein gegebenes Feld durch denselben Magnetstrom, also bei dem doppelten Ankerstrom, erzeugt wie vorher. Wir haben also die Kurve Φ in Bild 184 ungeändert zu lassen, aber die Zahlenwerte der Wagerechten zu verdoppeln. Das Produkt des Ankerstromes und des zugehörigen Flusses ergibt, mit der Zahl $0,307 \cdot 10^{-6}$ aus der Zahlentafel auf S. 218 vervielfacht, das Drehmoment und damit die Kurve D in Bild 188.

Für eine Belastung von z. B. 14 mkg erhalten wir aus Bild 184 einen Ankerstrom von 15 Amp. und einen Fluß von $3,1 \cdot 10^6$ Maxwell, dagegen aus Bild 188 einen Ankerstrom von 19 Amp. und einen Fluß von $2,5 \cdot 10^6$ Maxwell. Wenn wir von dem Einfluß des geringen Spannungsverlustes im Motor absehen, steht die Drehzahl zu dem Fluß im umgekehrten Verhältnis, sie hat sich also durch Einschaltung des Nebenschlusses im Verhältnis 3,1 : 2,5 erhöht.

Das Feld kann auch durch Umschaltung der Magnetspulen geändert werden. Die Magnetspulen werden beim Anfahren in Reihe und bei voller Fahrt nebeneinander geschaltet (Sprague-Schaltung). Die Anker der Motoren eines Wagens sind dabei für sich allein nebeneinander geschaltet. Dies kann indessen bei ungleichem magnetischen Widerstände der Motoren eines Wagens oder schlechtem Kontakt der Magnetzweige oder endlich bei ungleichem Übergangswiderstände der Bürsten zu starken Unterschieden in der Stromaufnahme der einzelnen Motoren führen¹⁾.

Ein Wagen enthalte z. B. zwei nebeneinander geschaltete Anker, deren Bürstenspannung E gleich 500 Volt und deren Ankerwiderstand gleich 1 Ohm ist. Ist dann die Stromstärke des einen Motors 15 Ampere, so ist seine Gegenspannung $E_a = 500 - 15 \cdot 1 = 485$ Volt.

Der zweite Motor des Wagens läuft mit genau derselben Drehzahl

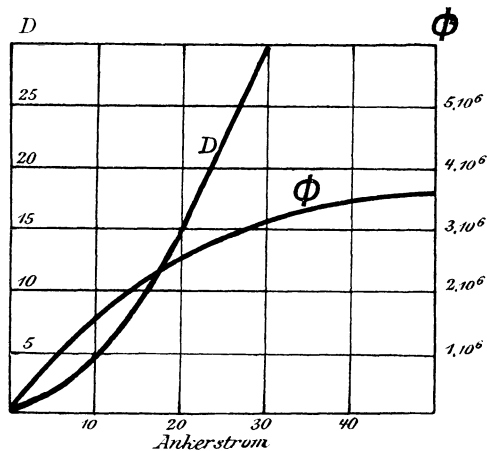


Bild 188: Motor nach Einschaltung des Nebenschlusses.

¹⁾ Vgl. den Aufsatz von Sieber, ETZ 1901, S. 35.

wie der erste Motor. Nehmen wir an, daß sein Feld um 5% schwächer ist als das des ersten Motors, so wird für diesen Motor $E_a = 485 \cdot 0,95 = 460$ Volt.

Demnach fließt in den zweiten Motor eine Stromstärke:

$$I_a = \frac{E - E_a}{R_a} = \frac{500 - 460}{1} = 40 \text{ Ampere.}$$

Zusammen fließen also in den Wagen $40 + 15 = 55$ Ampere, und zwar 15 Amp. in den stärker erregten und 40 Amp. in den schwächer erregten Motor. Der zweite leistet also fast die dreifache Arbeit wie der erste. Es ist nicht schwer, Verhältnisse auszurechnen, bei denen die Gegenspannung des einen Motors infolge seiner stärkeren Erregung ebensogroß ist wie die Bürstenspannung, so daß seine Stromstärke und seine Leistung gleich Null werden. Bei der betreffenden Drehzahl kann sogar die erzeugte Spannung der stärker erregten Maschine größer sein als die Bürstenspannung, so daß die Maschine als Stromerzeuger arbeitet und Strom in den anderen Motor liefert. Dieser hat dann nicht nur für sich allein den Wagen zu ziehen, sondern auch noch die andere, als Stromerzeuger wirkende Maschine anzutreiben. Die Folge ist natürlich, daß der Anker der schwächer erregten Maschine infolge zu großer Stromwärme zerstört wird.

Man ist demnach mehr davon abgekommen, die Drehzahl durch Umschaltung der Magnetwicklungen zu verändern, und begnügt sich mit Regelung durch Vorschaltwiderstände. Einen zu großen Verlust in den Vorschaltwiderständen vermeidet man dadurch, daß man die beiden Motoren eines Wagens, die bei der Fahrt nebeneinander geschaltet sind, beim Anfahren in Reihe schaltet (Bild 189 und 190). Der eine Motor

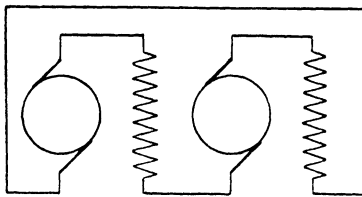


Bild 189. Reihenschaltung zweier Motoren beim Anfahren.

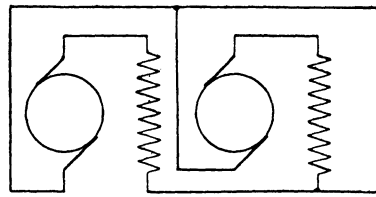


Bild 190. Nebeneinanderschaltung zweier Motoren während der Fahrt.

dient dabei gleichsam als Vorschaltwiderstand für den anderen, und auf jeden Motor kommt beim Anfahren nur die halbe Spannung. Zugleich wird aus dem Kraftwerk nur der einfache Strom entnommen, was bei der besonders hohen, zum Anfahren erforderlichen Stromstärke sehr wesentlich ist.

Allerdings erscheint auch jetzt bei der Nebeneinanderschaltung eine ungleiche Verteilung der Stromstärke und Belastung bei ungleichen inneren Widerständen oder ungleichem Feld nicht ausgeschlossen. Ist z. B. der Widerstand des einen Ankers etwas größer als der des anderen, so

ist die Stromstärke nach der Gleichung $I_a = (E - E_a)/R_a$ kleiner als die des anderen Motors. Da indessen bei dieser Schaltung der Anker eines Motors immer mit der zugehörigen Magnetwicklung verbunden bleibt, so ist der Ankerstrom immer gleich dem Magnetstrom desselben Motors. Mit dem Ankerstrom nimmt daher auch das Feld und die Gegenspannung ab, so daß sich die durch ungleichen Widerstand veranlaßte Unregelmäßigkeit fast vollständig wieder ausgleicht. Die Klemmenspannung sei $E = 500$ Volt. Für den einen Motor seien $I_a = 20$ und $\Phi = 3 \cdot 10^6$. Der Widerstand sei gleich 2 Ohm. Der Widerstand R_a des zweiten Motors sei größer. Infolgedessen sei seine Stromstärke 18 Ampere, und diesem Strom entspreche bei der vorhandenen Sättigung nach der Magnetisierungskurve ein Fluß von $2,9 \cdot 10^6$ Maxwell. Gesucht wird der Widerstand R_a des zweiten Motors. Da beide Motoren mit derselben Drehzahl laufen, so ergibt sich nach Gleichung (4) auf S. 198:

$$n = \frac{(500 - 20 \cdot 2) \cdot 60 \cdot 10^8}{p/a \cdot 3 \cdot 10^6 \cdot z} = \frac{(500 - 18 \cdot R_a) \cdot 60 \cdot 10^8}{p/a \cdot 2,9 \cdot 10^6 \cdot z}$$

Daraus erhalten wir:

$$R_a = 3.$$

Eine Vergrößerung des Widerstandes im Verhältnis 3 : 2 verringert also in unserm Falle die Stromstärke nur im Verhältnis 18 : 20.

Ebenso wird ein Unterschied im Feld beider Motoren immer nur wenig ausmachen. Der zweite Motor besitze z. B. einen größeren Abstand des Ankereisens vom Magneteisen als der erste Motor. Seine Magnetisierungskurve, welche die Abhängigkeit des Flusses vom Strom darstellt, verläuft also flacher. In Bild 191 und 192 ist der Einfachheit

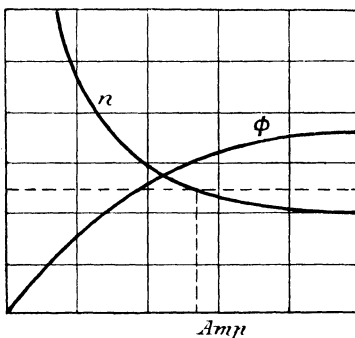


Bild 191.

Drehzahl und Stromstärke bei zwei Motoren mit ungleichem Feld.

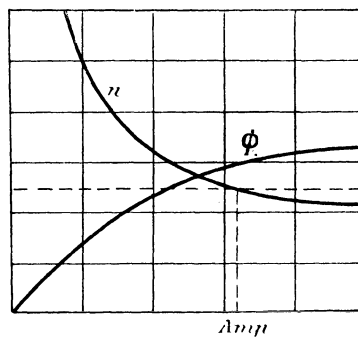


Bild 192.

wegen die Annahme gemacht, daß der Fluß des zweiten Motors für gleiche Werte des Stromes um 10% kleiner ist als der des ersten Motors. Wenn wir dann unter der Annahme gleicher Klemmenspannung und unter Vernachlässigung des inneren Widerstandes die Kurven für

die Drehzahlen beider Motoren zeichnen, so liegt die Kurve des zweiten Motors höher als die des ersten Motors. Für eine bestimmte Drehzahl, wie sie durch die gestrichelte Wagerechte gegeben ist, ergibt sich dann allerdings beim zweiten Motor eine größere Stromstärke als beim ersten Motor. Aber die Unterschiede zwischen beiden Strömen erreichen niemals die hohen Beträge, die wir bei der Sprague-Schaltung kennen gelernt haben. Der Motor, der den größeren magnetischen Widerstand besitzt, hat allerdings ein schwächeres Feld und entwickelt daher eine kleinere Gegenspannung, so daß die Stromstärke im Anker dieses Motors größer ist als die des anderen Motors. Da aber dieser Strom gleichzeitig die Magnete desselben Motors umfließt, magnetisiert er sie doch verhältnismäßig stark, sucht also die Feldunterschiede auszugleichen.

Zwölfter Teil.

67. Stromstärke und Spannung des Wechselstromes. — 68. Mittelwert und Effektivwert. — 69. Die mittlere Leistung des Wechselstromes. — 70. Darstellung durch Strahlen.

67. Stromstärke und Spannung des Wechselstromes.

Bei einem Gleichstrom ist die Stärke und Richtung des Stromes in allen Zeitpunkten dieselbe. Bei einem Wechselstrom ändert sich die Stromstärke und die Richtung periodisch mit der Zeit. Tragen wir die Zeit t wagerecht und den Zeitwert i der Stromstärke senkrecht auf, so erhalten wir die sogenannte Stromkurve (Bild 193). Die Zeit T , innerhalb welcher sich derselbe Zustand wiederholt, heißt die Zeit einer vollen Periode. Die Anzahl der Perioden in der Sekunde oder die Frequenz des Wechselstromes ist dann

$$f = 1/T. \quad (1)$$

Der Strom nimmt von Null an bis auf einen Höchstwert zu, nimmt dann wieder bis auf Null ab und ändert beim Durchgang durch Null seine Richtung. Der Richtungswechsel findet in Abständen von einer halben Periode statt. In ähnlicher Weise wie der Strom ändert sich die Spannung des Wechselstromes.

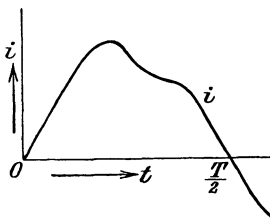


Bild 193. Stromkurve.

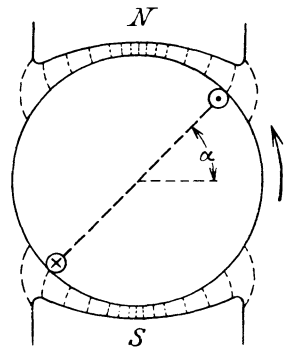


Bild 194. Lage des Ankers zur Zeit t .

Wir setzen im folgenden für die Spannungs- und Stromkurve stets eine Sinuskurve voraus, die für den Betrieb am günstigsten ist und eine einfache Behandlung der Vorgänge möglich macht. Man erreicht einen sinusförmigen Verlauf der Spannungskurve bei den elektrischen Maschinen dadurch, daß man nach Bild 194 den Luftspalt von der Polmitte nach den Polspitzen allmählich etwas erweitert.

Ist \mathfrak{B}_m die größte magnetische Induktion, d. h. die Induktion unter der Polmitte, so ist die Induktion im Bogenabstand α von der neutralen

Zone gleich $\mathfrak{B}_m \cdot \sin x$. Bei einer Ankerlänge b und einem Ankerhalbmesser r ist die dem Bogen dx entsprechende Oberfläche gleich $b \cdot r \cdot dx$. Sind also die Nuten gegen die neutrale Zone um den Bogen α vorge-schritten, so ist der Zeitwert des von einer Windung umfaßten Flusses:

$$\Phi_t = \int_{\alpha}^{\pi+\alpha} \mathfrak{B}_m \cdot \sin x \cdot b \cdot r \cdot dx = 2 \cdot \mathfrak{B}_m \cdot b \cdot r \cdot \cos \alpha.$$

Liegen die Nuten in der neutralen Zone, so ist $\alpha = 0$ und $\cos \alpha = 1$ und der umfaßte Fluß ist am größten. Der Höchstwert Φ und der Zeitwert Φ_t des umfaßten Flusses sind dann

$$\Phi = 2 \cdot \mathfrak{B}_m \cdot b \cdot r \quad \text{und} \quad \Phi_t = \Phi \cdot \cos \alpha.$$

Die Zeit t werde nun von dem Zeitpunkt gerechnet, in dem die Nuten in der neutralen Zone liegen, in dem also eine Windung den Höchstwert Φ des Flusses umfaßt.

Ist $\omega = 2\pi \cdot n/60$ die Winkelgeschwindigkeit, d. h. der Bogen in der Zeiteinheit, so ist der in der Zeit t zurückgelegte Bogen $\alpha = \omega t$ und der zur Zeit t von allen w Windungen umfaßte Fluß $\Phi_t = \Phi \cdot w \cdot \cos \omega t$. Der Zeitwert der erzeugten Spannung ist dann nach S. 58

$$e = -w \cdot \frac{d\Phi_t}{dt} \cdot 10^{-8} = w \cdot \omega \cdot \Phi \cdot 10^{-8} \sin \omega t \text{ Volt.} \quad (2)$$

Wir wenden unsere Gleichung jetzt auf verschiedene Zeitpunkte an.

Für $\alpha = \omega t = 0$ liegen die Spulenseiten in der neutralen Zone und die erzeugte Spannung ist Null. In Übereinstimmung damit wird in Gleichung (2) $\sin \omega t$ und damit der Zeitwert der Spannung gleich Null. Dies ist also in dem Zeitpunkte der Fall, wenn die Spule den Höchstwert des Flusses umfaßt. Um uns das noch deutlicher zu machen, tragen wir in Bild 195 den der Zeit proportionalen Bogen ωt wagerecht und den umfaßten Fluß senkrecht auf. In dem Zeitpunkt, in welchem der umfaßte Fluß am größten ist, verläuft die Kurve des umfaßten Flusses wagerecht und die Änderung in der Zeiteinheit ist Null. Daher geht in diesem Zeitpunkt die erzeugte Spannung durch Null hindurch.

Für $\alpha = \omega t$ schneiden die Spulenseiten nach Bild 194 durch das Feld hierdurch, und wir erhalten die Spannung nach Gleichung (2).

Für $\omega t = \pi/2$ liegen die Spulenseiten vor der Polmitte, also im stärksten Felde, so daß der Höchstwert der Spannung erzeugt wird. In Übereinstimmung damit erhalten wir in Gleichung (2) für $\sin \omega t$ jetzt den Höchstwert Eins und damit auch den Höchstwert der erzeugten

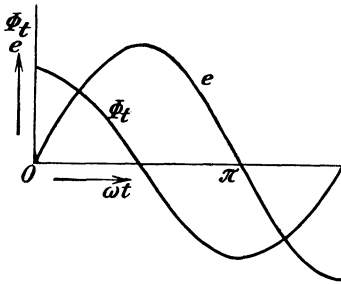


Bild 195. Umfaßter Fluß und Spannung in Abhängigkeit von der Zeit.

Spannung. Dieser ergibt sich nach Gleichung (2) zu

$$e_m = \omega \cdot \omega \cdot \Phi \cdot 10^{-8} \text{ Volt.} \quad (3)$$

Gleichung (2) können wir daher auch in der Form schreiben

$$e = e_m \cdot \sin \omega t. \quad (4)$$

Der Höchstwert wird in dem Zeitpunkt erzeugt, in welchem der umfaßte Fluß gleich Null ist. Dies geht auch aus Bild 195 hervor. Wenn der umfaßte Fluß durch Null hindurchgeht, ist seine Kurve am steilsten. Die Änderung in der Zeiteinheit und damit die erzeugte Spannung ist also am größten.

Nimmt ωt über $\pi/2$ hinaus zu, so kommen die Spulenseiten wieder in ein schwächeres Feld und die erzeugte Spannung nimmt ab.

Für $\omega t = \pi$ liegen die Spulenseiten wieder in der neutralen Zone. Gleichzeitig wird $\sin \omega t$ und die erzeugte Spannung gleich Null.

Bei weiterer Drehung ändert sich die Richtung, in der die Spulenseiten durch das Feld hindurchschneiden, und damit auch die Richtung der erzeugten Spannung, d. h. sie wird negativ. Dies Ergebnis erhalten wir auch aus Gleichung (2), da der Sinus eines stumpfen Winkels negativ ist.

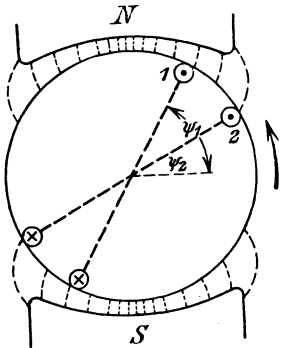


Bild 196. Phasenverschobene Spannungen zur Zeit $t = 0$.

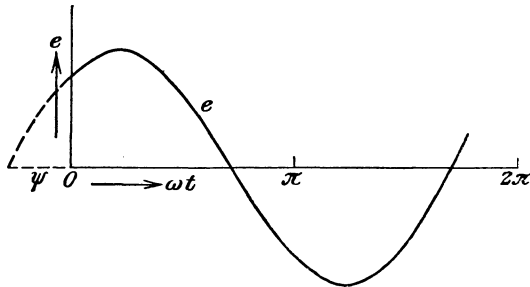


Bild 197. $e = e_m \cdot \sin(\omega t + \psi)$.

Wir haben bisher willkürlich die Zeit von dem Zeitpunkt an gerechnet, in welchem die erzeugte Spannung gleich Null war. Das ist am einfachsten, aber es ist nicht durchführbar, wenn mehrere Spannungen oder Ströme in Frage kommen, die in ihrem zeitlichen Zustand, d. h. in ihrer Phase, verschieden sind. Auf dem Anker einer Maschine mögen z. B. zwei gleiche um einen gewissen Winkel verschobene Spulen liegen. Bild 196 zeige die Lage zur Zeit $t = 0$, d. h. wir rechnen die Zeit von dem Zeitpunkt, in welchem die Spulenseiten der Spule 1 um ψ_1 und die der Spule 2 um ψ_2 gegen die neutrale Zone vorgeschritten sind. Dann sind die Zeitwerte der in beiden Spulen erzeugten Spannungen:

$$e_1 = e_m \cdot \sin(\omega t + \psi_1) \quad e_2 = e_m \cdot \sin(\omega t + \psi_2).$$

Wir können die Richtigkeit dieser Gleichungen unmittelbar prüfen,

wenn wir $t = 0$ setzen. Ist also allgemein ψ der Winkel, um den die Wechselstromwelle zur Zeit $t = 0$ gegen ihren Ursprung vorgeschritten ist, so ist der Zeitwert

$$e = e_m \cdot \sin(\omega t + \psi). \quad (5)$$

Dies wird durch Bild 197 deutlich gemacht.

Bei unserer zweipoligen Maschine ist die Zeit einer Periode gleich der Zeit einer Umdrehung. Bei mehrpoligen Maschinen, deren Windungen natürlich etwa eine Polteilung umfassen müssen, haben wir bei p Polpaaren während einer Umdrehung p Perioden. Ist also n die Drehzahl in der Minute, so ist die Frequenz

$$f = p \cdot \frac{n}{60}. \quad (6)$$

Der Bogen einer doppelten Polteilung entspricht dann einer vollen Periode oder dem Bogen 2π . Ist z. B. bei der vierpoligen Maschine in Bild 198 eine Spulenseite aus der neutralen Zone bis unter die

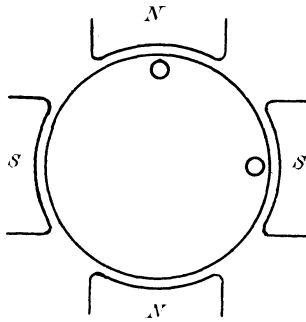


Bild 198. Ankerspule einer vierpoligen Maschine.

Polmitte, also um räumlich $45^\circ = \pi/4$ vorgeschritten, so hat sich die Spannung von Null bis auf ihren Höchstwert geändert. Wir dürfen also nicht gedankenlos $e = e_m \cdot \sin \pi/4$ setzen. Man kann diese Schwierigkeit dadurch vermeiden, daß man Gleichung (4) in der Form schreibt $e = e_m \cdot \sin(p \cdot \omega t)$ und dann unter ωt nach wie vor den wirklichen räumlichen Winkel versteht. Einfacher setzen wir indessen fest, daß wir unter einem elektrischen Grad nicht mehr den 360. Teil einer Umdrehung, sondern den 360. Teil einer Periode verstehen wollen. In diesem Sinne

ist π immer der Bogen einer Polteilung. Die elektrische Winkelgeschwindigkeit ω ist dann nicht mehr der räumliche Bogen in der Zeiteinheit, sondern das Verhältnis des Bogens 2π zur Zeit einer Periode, d. h.

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f. \quad (7)$$

Mit Einführung dieser elektrischen Winkelgeschwindigkeit, die als Kreisfrequenz bezeichnet wird, gelten dann die bisherigen Gleichungen allgemein.

Die erzeugte Spannung ändert sich auch dann zeitlich sinusförmig, wenn eine ruhende Spule, wie beim Transformator, von einem Wechselstrom durchflossen wird, der sich selbst zeitlich sinusförmig ändert. Der Bogen ωt verliert dabei seine räumliche Bedeutung vollständig und hat allein noch eine Beziehung zur Zeit.

68. Mittelwert und Effektivwert.

Wenn wir den Zeitwert des Stromes mit der unendlich kleinen Zeit, während welcher er fließt, vervielfachen, so erhalten wir die während der unendlich kleinen Zeit in Bewegung gesetzte Elektrizitätsmenge. Wir summieren diese Elektrizitätsmengen über eine Halbwelle des Stromes, also über die Zeit einer halben Periode und teilen die Summe durch die Zeit. Dadurch erhalten wir die mittlere Elektrizitätsmenge in der Zeiteinheit oder die mittlere Stromstärke zu

$$M(i) = \frac{1}{T/2} \cdot \int_0^{T/2} i dt. \quad (8)$$

Wenn wir den Wechselstrom nach Bild 94a durch einen zweiteiligen Stromwender gleichrichten und durch ein Voltmeter leiten, so ergibt sich aus dem Niederschlag und der Zeit der Mittelwert des Stromes. Dieser heißt daher auch der elektrolytische Mittelwert.

Ist die Stromkurve eine Sinuskurve, so haben wir $i = i_m \cdot \sin \omega t$ und $T/2 = \pi/\omega$ zu setzen. Bequemer gehen wir vor, wenn wir nach Bild 199 den Bogen $\alpha = \omega t$ wagerecht und den Zeitwert des Stromes senkrecht auftragen. Dann ist einer der Flächenstreifen gleich $i \cdot d\alpha$. Wir ersetzen dann die ganze gestreifte Fläche durch ein Rechteck über derselben Grundlinie π und erhalten in der Höhe dieses Rechtecks den gesuchten Mittelwert. Er ergibt sich zu

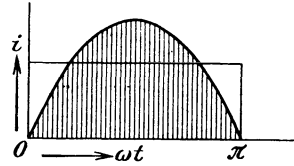


Bild 199. Bildung des Mittelwertes.

$$\frac{1}{\pi} \cdot \int_0^{\pi} i d\alpha = \frac{1}{\pi} \cdot \int_0^{\pi} i_m \cdot \sin \alpha \cdot d\alpha = \frac{2}{\pi} \cdot i_m. \quad (9)$$

Bei Sinuskurven verhält sich also der Mittelwert zum Höchstwert wie 2 zu π oder wie 7 zu 11. Er spielt übrigens gegenüber dem Effektivwert nur eine untergeordnete Rolle.

Der Effektivwert ist die Stromstärke, die gleichmäßig fließend dieselbe Stromwärme erzeugt wie der Wechselstrom. Nun ist die im Widerstand R erzeugte Stromwärme des Wechselstromes in der Zeit dt gleich $i^2 \cdot R \cdot dt$. Demnach ist der Effektivwert I bestimmt durch die Gleichung

$$I^2 \cdot R \cdot T = \int_0^T i^2 \cdot R \cdot dt, \quad \text{d. h. } I = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_0^T i^2 \cdot dt}. \quad (10)$$

Der Effektivwert ist also die Wurzel aus dem Mittelwert der Quadrate der Zeitwerte, d. h. der quadratische Mittelwert.

Zur Berechnung des Effektivwertes bei Sinuskurven tragen wir in Bild 200 den Bogen $\alpha = \omega t$ wagerecht und das Quadrat des Zeitwertes

des Stromes senkrecht auf. Der Inhalt eines Flächenstreifens ist dann gleich $i^2 \cdot d\alpha$. Wenn wir dann die ganze gestreifte Fläche durch ein Rechteck über derselben Grundlinie 2π ersetzen, so erhalten wir in der

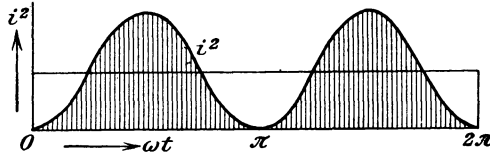


Bild 200. Ermittlung des Effektivwertes.

Höhe des Rechtecks das mittlere Quadrat, die Wurzel daraus ist der gesuchte Effektivwert. Setzen wir $i = i_m \cdot \sin \alpha$, so erhalten wir den Effektivwert zu

$$I = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \cdot \int_0^{2\pi} i_m^2 \cdot \sin^2 \alpha \cdot d\alpha}. \quad (11)$$

Nach der teilweisen Integration ist

$$\int_0^{2\pi} \sin^2 \alpha \cdot d\alpha = \left| \frac{\alpha}{2} - \frac{\sin 2\alpha}{4} \right|_0^{2\pi} = \pi.$$

Demnach wird der Effektivwert für Sinuskurven

$$I = \frac{i_m}{\sqrt{2}} = 0,707 i_m. \quad (12)$$

Der Effektivwert des Stromes ist also bei Sinuskurven das 0,707-fache des Höchstwertes. Dasselbe gilt für den Effektivwert der Spannung. Es wird sich ergeben, daß die Effektivwerte unmittelbar zur Berechnung der Leistung verwendet werden können.

Die Effektivwerte werden außerdem von vielen Meßgeräten, die mit Gleichstrom geeicht sind, unmittelbar angezeigt. Wir leiten z. B. einen Wechselstrom durch ein für Gleichstrom geeichtes Dynamometer, das aus einer festen und einer beweglichen Spule besteht. Beide Spulen werden in Reihe vom Strom durchflossen, der in beiden gleichzeitig seine Richtung umkehrt. Das Drehmoment, das beide Spulen aufeinander ausüben, wirkt also stets in demselben Sinne. Der Ausschlag ist dabei von dem Strom in der festen und der beweglichen Spule, also vom Quadrat der Stromstärke abhängig, und das Meßgerät nimmt infolge seiner Trägheit gleichsam das Mittel aus den Quadraten der Zeitwerte des Stromes. Der Ausschlag ist dann derselbe wie bei einem gleichmäßig fließenden Strom von der Stärke I , der durch Gleichung (10) bestimmt ist. Daraus folgt, daß das für Gleichstrom geeichte Meßgerät unabhängig von der Kurvenform bei Wechselstrom den Effektivwert anzeigt.

Dasselbe ist der Fall bei Hitzdrahtmeßgeräten, bei denen sich ein stromdurchflossener Platindraht durch die Stromwärme verlängert und dadurch den Zeigerausschlag bewirkt. Auch bei diesem Meßgerät wird der Ausschlag durch das Mittel aus dem Quadrat der Zeitwerte bedingt.

Bei den Meßgeräten, in denen eine Stromspule richtend oder anziehend auf einen Eisenkern wirkt, ist die Kraft proportional den Zeitwerten des Stromes und des im Eisen erzeugten Magnetismus. Sie ist also bei geringer Sättigung ebenfalls dem Quadrate des Zeitwertes des Stromes proportional. Grundsätzlich haben wir also auch hier dieselbe Teilung für Gleichstrom und Effektivwert des Wechselstromes. Infolge der Hysteresis des Eisens ist aber der Ausschlag bei einem Wechselstrom von gegebenem Effektivwert im allgemeinen etwas kleiner als bei Gleichstrom von demselben Zahlenwert. Solche Meßgeräte sind daher mit Wechselstrom zu eichen, und zwar mit Hilfe von Dynamometern oder Hitzdrahtmeßgeräten, die selbst wieder mit Gleichstrom geeicht sind.

69. Die mittlere Leistung des Wechselstromes.

Sind e und i die Zeitwerte der Spannung und Stromstärke, so ist der Zeitwert der Leistung gleich $e \cdot i$ und die Arbeit während der Zeit dt gleich $e \cdot i \cdot dt$. Die mittlere Leistung wird dann:

$$N = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T e \cdot i \cdot dt \text{ Watt.} \quad (13)$$

Diese mittlere Leistung wird, unabhängig von der Kurvenform, vom Leistungszeiger angegeben.

Wir setzen nun voraus, daß Spannung und Strom sinusförmig sind, wobei wir uns auf eine halbe Periode beschränken können, und

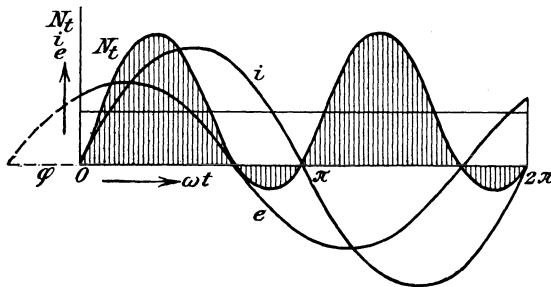


Bild 201. Ermittlung der Leistung.

behandeln sofort den allgemeinen Fall, daß Spannung und Strom in der Phase verschoben sind. Der Strom entspreche der Gleichung $i = i_m \sin(\omega t)$, während die Spannung durch die Gleichung $e = e_m \cdot \sin(\omega t + \varphi)$ gegeben sei. Dies bedeutet, daß die Spannung zur Zeit 0, wo der Strom gleich Null ist, bereits den Wert $e_m \cdot \sin \varphi$ besitzt (vgl. Bild 201). Die

Spannung eilt dann dem Strom um den Winkel φ voraus. Wir dürfen nicht etwa daraus, daß die Stromkurve weiter nach rechts vorgeschoben ist als die Spannungskurve, schließen, daß der Strom vor der Spannung vorausseilt. Tatsächlich hat die Spannung zu einem Zeitpunkt bereits den Höchstwert erreicht, in welchem der Strom seinen Höchstwert noch nicht erreicht hat. Die Spannung eilt also in Bild 201 vor dem Strom voraus.

Wir bilden nun für jeden Zeitpunkt den Zeitwert $N_t = e \cdot i$ der Leistung, tragen ihn senkrecht auf und erhalten so die Kurve N_t der Leistung. Der Inhalt $e i dt$ eines Flächenstreifens ist dann die Arbeit während der Zeit dt , und die Arbeit während einer Periode gleich der gestreiften Fläche. Die Flächen unterhalb der wagerechten Achse stellen dabei eine negative Arbeit dar. Bei einem Stromerzeuger bedeutet dies, daß zu gewissen Zeiten Arbeit aus dem Netz in die Maschine zurückgeliefert wird, die dann in diesen Zeiträumen nicht als Stromerzeuger, sondern als Motor läuft.

Wir summieren nun die Flächenstreifen über eine halbe Periode unter Berücksichtigung des Vorzeichens und ersetzen die Gesamtfläche durch ein Rechteck über der Grundlinie π . Die Höhe dieses Rechtecks ist dann die mittlere Leistung N . Diese ist wegen der negativen Flächen kleiner, als man nach der Spannung und Stromstärke erwarten sollte.

Die Rechnung wird am einfachsten, wenn wir statt der Zeit t den damit proportionalen Bogen $\alpha = \omega t$ auftragen. Dann ist der Zeitwert der Leistung $e_m \cdot \sin(\alpha + \varphi) \cdot i_m \cdot \sin \alpha$. Wenn wir zwischen 0 und π summieren und durch den Bogen π einer halben Periode teilen, erhalten wir die mittlere Leistung N zu

$$N = \frac{e_m \cdot i_m}{\pi} \int_0^{\pi} \sin(\alpha + \varphi) \sin \alpha \cdot d\alpha.$$

Wir setzen nun $\sin(\alpha + \varphi) = \sin \alpha \cos \varphi + \cos \alpha \cdot \sin \varphi$. Dadurch erhalten wir auf der rechten Seite zwei Integrale, von denen das zweite für beide Grenzen gleich Null wird. Der allgemeine Wert des ersten Integrals $\int \sin^2 \alpha \cdot \cos \varphi \cdot d\alpha$ wird nach der teilweisen Integration gleich $\cos \varphi (\alpha/2 - 1/4 \cdot \sin 2\alpha)$. Setzen wir die Grenzen ein, so erhalten wir die mittlere Leistung zu

$$N = \frac{e_m \cdot i_m}{2} \cos \varphi. \quad (14)$$

Wir führen nun die Effektivwerte $E = e_m/\sqrt{2}$ und $I = i_m/\sqrt{2}$ ein und erhalten

$$N = E \cdot I \cdot \cos \varphi. \quad (15)$$

Diese Leistung wird durch die mittlere Senkrechte der Kurve N in Bild 201 dargestellt. Man bezeichnet allgemein $E \cdot I$ als die Scheinleistung und das Verhältnis der wirklichen Leistung zur scheinbaren

Leistung als den Leistungsfaktor. Für Sinuskurven wird der Leistungsfaktor nach Gleichung (15)

$$\cos \varphi = \frac{E \cdot I}{N}. \quad (16)$$

Wenn Strom und Spannung gleiche Phase haben, so wird $\varphi = 0$ und $\cos \varphi = 1$. Dann wird

$$N = E \cdot I. \quad (17)$$

Ist endlich die Phasenverschiebung gleich 90° , so wird die Leistung gleich Null.

70. Darstellung durch Strahlen.

Die Strom- und Spannungskurven geben ein anschauliches Bild von dem zeitlichen Verlauf der Ströme und Spannungen. Für eine schnelle Übersicht und rechnerische Ermittlung ist jedoch die Darstellung durch Strahlen vorzuziehen, die aber streng genommen nur für sinusförmige Stromstärke und Spannung gilt.

Die Spannung sei $e = e_m \cdot \sin(\omega t)$. Wir drehen in Bild 203 den Strahl OE , dessen Länge uns den Höchstwert e_m der Spannung darstellt,

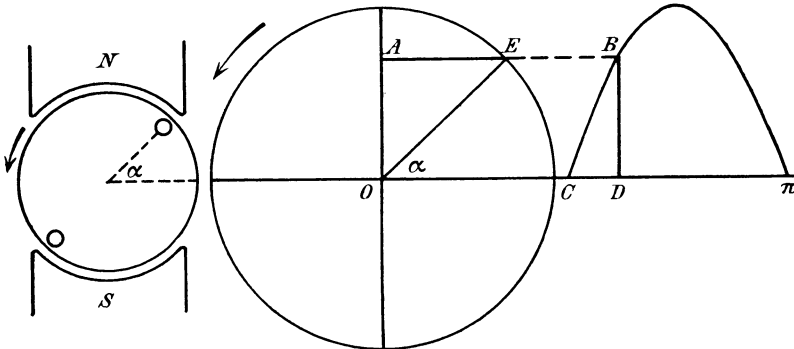


Bild 202.
Umlaufende Spule.

Bild 203.
Darstellung der Spannung durch einen Strahl.

mit der Winkelgeschwindigkeit $\omega = 2\pi f$, wobei f die Frequenz des Wechselstromes ist. Bei einer zweipoligen Maschine (Bild 202) dreht sich also der Strahl mit derselben Drehzahl wie die Maschine. Wie üblich, ist der Drehsinn entgegen dem Uhrzeiger gewählt.

Für $t = 0$ wird $\alpha = 0$, die gezeichnete Ankerspule liegt dann in der neutralen Zone, und der Strahl der Spannung fällt in die positive Richtung der wagerechten Achse. In einem beliebigen Zeitpunkt bildet der Strahl mit dieser Achse den Winkel α , d. h. denselben Winkel, den bei zweipoliger Maschine die Ebene der Spule mit der neutralen Zone bildet. Der Zeitwert e der Spannung ist dann $e_m \sin \alpha$, er ist also in jedem Zeitpunkt gleich der Projektion OA des Strahles OE auf die senkrechte Achse.

In der rechts gezeichneten Sinuskurve ist der Höchstwert gleich e_m , der Bogen CD für den gezeichneten Zeitpunkt gleich dem Bogen α und BD gleich dem Zeitwert, also gleich OA .

Wir sind nun in der Lage, Spannungen von verschiedener Größe und Phase, also von verschiedenem Effektivwert und verschiedenem zeitlichen Zustand zusammensetzen. Auf dem Anker einer Maschine in Bild 204 liegen z. B. zwei in Reihe geschaltete Wicklungen, die um einen gewissen Winkel gegeneinander verschoben sind. Die Spule I hat

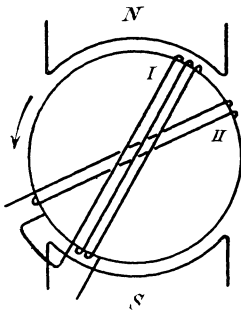


Bild 204.
Erzeugung von Spannungen
verschiedener Phase.

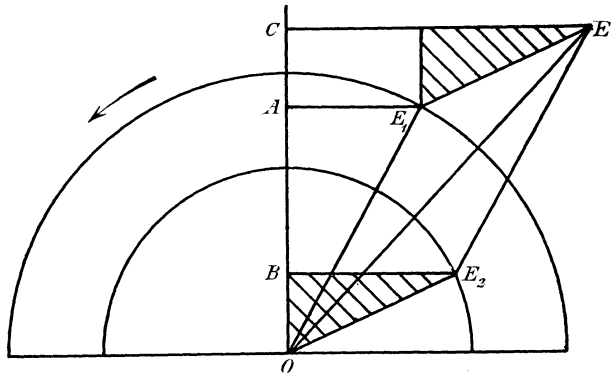


Bild 205.
Zusammensetzung von Spannungen
verschiedener Phase.

die größere Drahtzahl, also ist der Höchstwert ihrer Spannung größer als der Höchstwert in der Spule II . Wir ziehen nun in Bild 205 die Strahlen OE_1 und OE_2 welche die Höchstwerte der erzeugten Spannungen darstellen, in Richtung der entsprechenden Ebenen der Spulen, zeichnen aus beiden die Summe OE wie bei Zusammensetzung von Kräften und bilden die Projektionen OA , OB und OC aller drei Strahlen auf die senkrechte Achse. Wir sehen dann aus der Übereinstimmung der gestreiften Dreiecke, daß die Summe aus den Zeitwerten OA und OB der Spannungen beider Spulen gleich dem Zeitwert OC der geometrischen Summe OE ist. Wir können also allgemein Spannungen geometrisch zusammensetzen.

Um das deutlich zu machen, zeichnen wir den Anker und die Strahlen in dem Zeitpunkt, in dem die Gesamtspannung ihren Höchstwert hat (Bild 206). Dieser wird erreicht, wenn die Spannung in der Spule I ihren Höchstwert überschritten und die in der Spule II ihn noch nicht ganz erreicht hat. Der Strahl der Gesamtspannung fällt dann in die senkrechte Achse. Fassen wir die Drähte der beiden Spulen, die dicht nebeneinander auf der Mantelfläche liegen, zu einer gemeinsamen Spulenseite zusammen, so erkennen wir, daß diese gerade vor der Polmitte liegt, wo die magnetische Induktion und daher die Spannung der Gesamtwicklung am größten ist. Ebenso fällt in Bild 207 der Strahl

der Gesamtspannung in die wagerechte Achse, seine Projektion auf die senkrechte Achse und damit sein Zeitwert ist also Null. Das stimmt damit überein, daß die eine Spannung im gezeichneten Zeitpunkt positiv, die andere negativ ist, und die gemeinsame Spulenseite gerade in der neutralen Zone liegt.

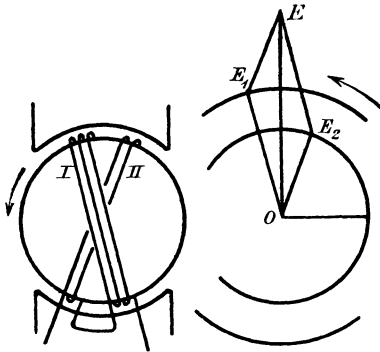


Bild 206. Summe der Spannungen gleich dem Höchstwert.

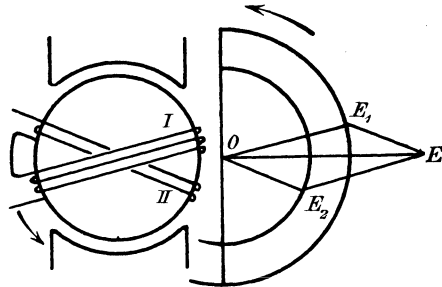


Bild 207. Summe der Spannungen gleich Null.

Von den beiden Strahlen OE_1 und OE_2 eilt OE_1 in der Phase gegen OE_2 vor, weil bei der Drehung der Strahl OE_1 eher durch die senkrechte Achse geht als der Strahl OE_2 . Der Voreilungswinkel ist gleich dem Winkel, um den die Windungsebene der Spule I im Drehsinn der Maschine gegen die der Spule II eilt. Nun können wir natürlich die Maschine auch im Urzeigersinn drehen, wobei die Spannung in der Spule II ihren Höchstwert eher erreicht als in der Spule I . Im Bild der Strahlen, in welchem der Drehsinn entgegen dem Uhrzeiger beibehalten wird, wäre dann OE_2 gegen OE_1 voreilend zu zeichnen.

Man geht nun noch einen Schritt weiter und führt statt der Höchstwerte die Effektivwerte ein. Dabei ändert sich nur der Maßstab, während alle Winkel dieselben bleiben. Der Strahl OE in Bild 205 gibt dann den Effektivwert der Gesamtspannung an. Ebenso kann man bei einer Verzweigung zwei Ströme zusammensetzen, die nach Stärke und Phase verschieden sind.

Wir haben im vorhergehenden die Strahlen von demselben Anfangspunkt ausgehen lassen und nach dem Parallelogramm zusammengesetzt. Man sollte sich aber an eine einfachere Zeichnung gewöhnen. Dabei muß man die Richtung des Strahles durch einen Pfeil zum Ausdruck bringen und sich bei der Benennung der Strahlen streng daran halten, die Anfangs- und Endpunkte in der Reihenfolge zu nennen, die durch die Richtung des Strahles gegeben ist. So ist der Strahl a in Bild 208 gleichbedeutend mit dem Strahl OD , und man wird ihn mit AB und nicht mit BA benennen. Ebenso ist der Strahl b gleichbedeutend mit OC , und man wird ihn mit BO und nicht mit OB benennen.

An Stelle der Zeichnung des Parallelogramms tritt nun sehr bequem die unmittelbare Aneinanderreihung der Strahlen. In Bild 209 erhalten wir aus den Strahlen OB und BC die Summe OC . Das Wesen der geometrischen Addition tritt dabei deutlich hervor. Ebenso liefert in Bild 210 die Zusammensetzung der Strahlen AO und OB ohne weiteres den Strahl AB . Seine Richtung geht von A nach B , weil man bei der Zusammensetzung mit A anfangen hat und, immer im Sinne der Pfeile von A über O weiter schreitend, nach B gelangt. Endlich ergeben in Bild 211 die Strahlen BA und AC die Summe BC .

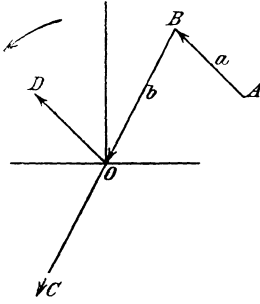


Bild 208. Parallelverschiebung der Strahlen.

Ebenso können wir einen Strahl von einem zweiten abziehen, indem wir seine Richtung umkehren und ihn dann addieren. Falls zwei Strahlen von ein und demselben Punkt ausgehen, wie in Bild 209 die Strahlen OC und OB , ist die Differenz durch die Verbindungslinie der Endpunkte gegeben. Sie ist dabei die Fortsetzung des subtrahierten Strahles. In Bild 209 ist $OB + BC = OC$, also $OC - OB = BC$ und $OB - OC = -BC = CB$.

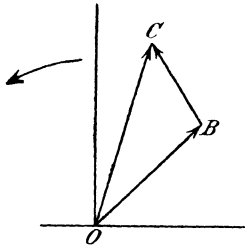


Bild 209.

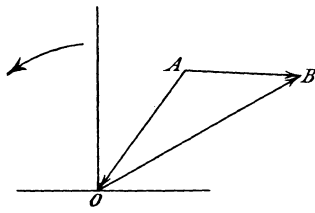


Bild 210.

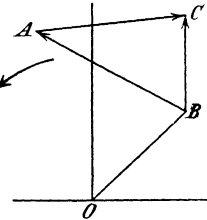


Bild 211.

Aneinanderreihung von Strahlen von verschiedener Phase.

In Wechselstromkreisen gelten nun ohne weiteres die Kirchhoffschen Regeln, wenn man statt der algebraischen die geometrische Summe einführt. So ist z. B. bei einem Stromerzeuger die durch das Magnetfeld erzeugte Spannung E_a die geometrische Summe aus dem inneren Spannungsverlust und dem der Klemmenspannung E gleichen äußeren Spannungsverbrauch. Wie sich im Abschnitt 72 ergeben wird, enthält der innere Spannungsverlust einen durch den inneren Ohmschen Widerstand R veranlaßten Spannungsverlust, der in Phase mit dem Strom I ist und einen induktiven Spannungsverlust $I \cdot L\omega$, der gegen den Strom um 90° voreilt.

In Bild 212 ist OA um 90° gegen den Strom voreilend gleich $I \cdot L\omega$, AB in Phase mit dem Strom gleich $I \cdot R$, BC gleich E und OC gleich E_a .

70. Darstellung durch Strahlen.

Weiter ist in Bild 213, wo nur die Reihenfolge geändert ist, OA gleich E , AB in Phase mit dem Strom gleich $I \cdot R$, BC um 90° gegen den Strom voreilend gleich $I \cdot L\omega$ und OC gleich E_a .

An Stelle des induktiven Spannungsverlustes können wir nach Abschnitt 71 auch die erzeugte Spannung E_s der Selbstinduktion einführen, die gegen den Strom um 90° zurückbleibt. Dann ist in Bild 214 $OA = I \cdot R$, $AB = E$, also OB der gesamte Spannungsverbrauch. Dieser ist gleich der Summe der erzeugten Spannungen. Von diesen ist OC die durch das Magnetfeld erzeugte Spannung und CB , um 90° gegen den Strom zurückbleibend, die durch die Selbstinduktion erzeugte Spannung. Wir können statt dessen auch z. B. Bild 212 verwenden und darin unter AO mit Umkehrung des Pfeiles die von der Selbstinduktion erzeugte Spannung verstehen.

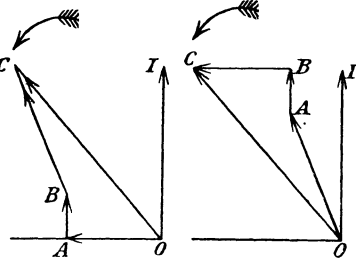


Bild 212. Spannungsbild eines Stromerzeugers mit Einführung des induktiven Spannungsverbrauchs.

Bild 213.

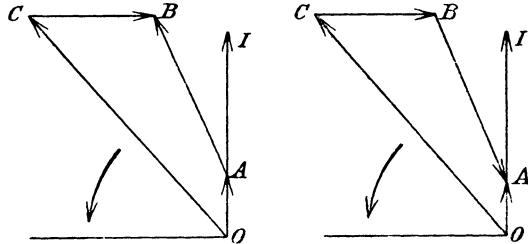


Bild 214.

Bild 215.

Spannungsbild eines Stromerzeugers mit Einführung der erzeugten Spannung der Selbstinduktion.

Wenn der Stromerzeuger auf ein Netz geschaltet ist, das noch von andern Maschinen gespeist wird, können wir noch einen Schritt weiter gehen. Wir berücksichtigen dann nicht nur, wie oben, die Selbstinduktion durch Einführung einer erzeugten Spannung, sondern fassen auch die Klemmenspannung als eine von den andern Maschinen oder dem Netz erzeugte, dem Stromerzeuger aufgedrückte Spannung auf. Dann liefert in Bild 215 die Summe aus den drei Spannungen OC , CB und BA , die durch das Magnetfeld, durch die Selbstinduktion und das Netz erzeugt werden, den inneren Ohmschen Spannungsverbrauch OA . Die Richtung des Strahles der Klemmenspannung, die jetzt dem Stromerzeuger aufgedrückt und nicht von ihm geliefert wird, ist jetzt entgegengesetzt wie früher. Sie ist also der vom Magnetfeld erzeugten Spannung wesentlich entgegengerichtet. Die Summe $OC + CB + BA = OA$ ist dann die gesamte erzeugte Spannung, die gleich dem innern Ohmschen Spannungsverbrauch AB ist. Wir können statt dessen auch unmit-

telbar Bild 212 verwenden, wenn wir unter CB unter Umkehrung des Pfeiles die der Maschine aufgedrückte Klemmenspannung verstehen.

Bei einem Motor ist uns dies von vornherein geläufig. Bei der Zeichnung des Spannungsbildes für den Motor haben wir zu beachten, daß der Strom I von der Klemmenspannung E geliefert wird, also mit ihr wesentlich in Phase ist, während er der durch das Magnetfeld erzeugten Spannung entgegengerichtet ist. Berücksichtigen wir die Selbstinduktion durch Einführung eines induktiven Spannungsverlustes, so erhalten wir Bild 216, in welchem AO die durch das Magnetfeld erzeugte Spannung und AC die vom Netz erzeugte Spannung ist. Die Summe $AO + OC$ ist dann gleich dem Spannungsverlust AC , der aus dem Ohmschen Verlust AB und dem induktiven Verlust BC besteht.

Wollen wir die Selbstinduktion dagegen durch Einführung einer von der Selbstinduktion erzeugten Spannung berücksichtigen, so brauchen wir nur in Bild 216 unter Umkehrung des Pfeiles unter CB die von der Selbstinduktion erzeugte Spannung zu verstehen. Die Summe $AO + OC + CB$ ist dann die vom Magnetfeld, dem Netz und der Selbstinduktion erzeugte Spannung, und diese Summe ist gleich dem Ohmschen Spannungsverbrauch AB .

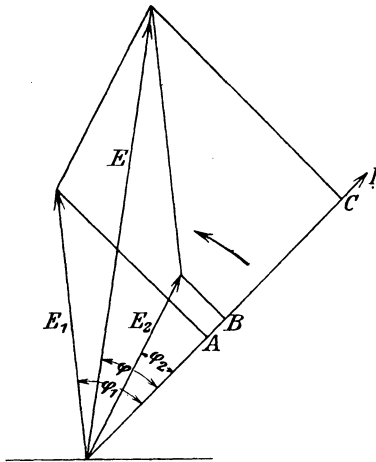


Bild 217. Leistung der Gesamtspannung gleich Leistung der Teilspannungen.

Es fragt sich nun, ob die Aneinanderreihung der Strahlen auch in bezug auf die Leistung zulässig ist. Bild 217 bezieht sich auf zwei Spulen eines Stromerzeugers mit den Spannungen E_1 und E_2 in Reihe. Der Strom I , der in beiden dieselbe Phase hat, bleibe hinter E_1 um φ_1 , hinter E_2 um φ_2 und hinter der Gesamtspannung E um φ zurück. Wir projizieren nun die Strahlen E_1 , E_2 und E auf den Strahl des Stromes. Nun ist die Leistung allgemein gleich $E \cdot I \cdot \cos \varphi$, d. h. gleich dem Strom mal der rechtwinkligen Teilspannung $E \cdot \cos \varphi$, die mit dem Strom gleiche Phase hat. Demnach ist die Summe der Einzelleistungen $E_1 \cdot I \cdot \cos \varphi_1 + E_2 \cdot I \cdot \cos \varphi_2 = I \cdot OA + I \cdot OB$. Nun ist ähnlich wie in Bild 205 $OA + OB = OC$, also gleich $E \cdot \cos \varphi$. Demnach ist

$$E_1 I \cos \varphi_1 + E_2 I \cos \varphi_2 = E I \cos \varphi. \quad (18)$$

Die Leistung der Gesamtspannung ist also gleich der Summe der Leistungen der Teilspannungen.

Wir gehen nun dazu über, die Strahlen der Spannungen und Ströme auch in die Rechnung einzuführen. Ein Strahl ist bestimmt durch seine Länge, d. h. durch seinen Betrag, und durch seine Richtung. Der Betrag ist in unserem Falle der Effektivwert des Stromes oder der Spannung. Die Richtung ist gegeben durch die Phase, d. h. durch den Winkel, den der Strahl mit der positiven Richtung der wagerechten Achse bildet. Um solche gerichtete Größen in einfacher Weise darzustellen, wollen wir uns der deutschen Buchstaben bedienen. Wir ordnen also z. B. dem Strom \mathfrak{I} in Gedanken nicht nur eine bestimmte Stärke I , sondern auch einen bestimmten Phasenwinkel ψ zu. Dieser Winkel ist bei Spannungen und Strömen von dem Zeitpunkt abhängig, für welchen die Strahlen gezeichnet sind. Der Strom \mathfrak{I} in Bild 218 besteht nun aus einem Teilstrom a in Richtung der positiven wagerechten Achse und einem Teilstrom b in Richtung der positiven senkrechten Achse. Um anzuzeigen, daß b um 90° im positiven Drehsinn gegen a gedreht ist, vervielfachen wir b mit $+j$. Ist also I der Betrag, d. h. der Effektivwert, und ψ die Phase des Stromes, so wird

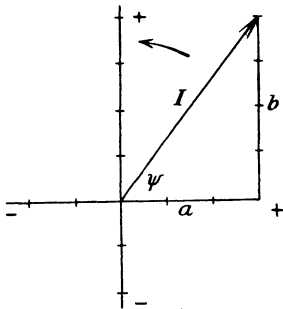


Bild 218. Rechtwinklige Teilströme.

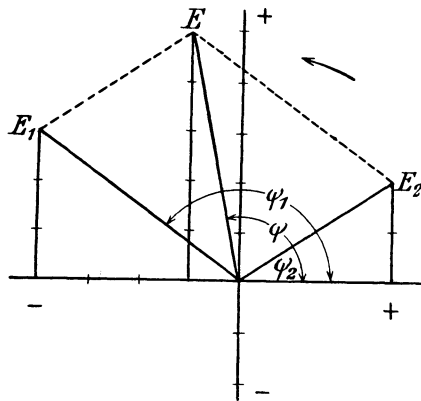


Bild 219. Gesamtspannung und Teilspannungen.

$$\mathfrak{I} = a + j b \quad (19) \quad \operatorname{tg} \psi = \frac{b}{a} \quad (20) \quad I = \sqrt{a^2 + b^2} \quad (21)$$

Nach Bild 218 können wir die Gleichung (19) auch in der Form schreiben

$$\mathfrak{I} = I \cdot \cos \psi + j I \cdot \sin \psi. \quad (22)$$

Wir wenden unsere Gleichungen jetzt an, um Spannungen rechnerisch statt zeichnerisch zusammzusetzen. In Bild 219 sind zwei Spannungen von den Effektivwerten E_1 und E_2 und den Phasen ψ_1 und ψ_2 gegeben. Die Summe hat den Effektivwert E und die Phase ψ . Nach der Zeichnung ist

$$\begin{aligned} \mathfrak{E}_1 &= -4 + j 3. \\ \mathfrak{E}_2 &= +3 + j 2. \end{aligned}$$

Durch Summierung erhalten wir

$$\mathfrak{E} = \mathfrak{E}_1 + \mathfrak{E}_2 = -1 + j5.$$

Ein Blick auf Bild 219 bestätigt uns, daß die Gesamtspannung die Teilspannungen -1 und $j5$ hat. Nach Gleichung (20) und (21) ergibt sich dann

$$E = \sqrt{(-1)^2 + 5^2} = \sqrt{26}. \quad \text{tg } \psi = \frac{+5}{-1} = -5.$$

Drehen wir den Strahl \mathfrak{E} um 180° , so wird daraus der Strahl $-\mathfrak{E}$. Vervielfachung mit -1 verschiebt also einen Strahl um 180° .

Vervielfachung mit $+j$ verschiebt nach der obigen Festsetzung einen Strahl um 90° im positiven Drehsinne. Vervielfachung mit $-j$ verschiebt ihn also um 90° entgegen dem positiven Drehsinn.

Zweimalige Vervielfachung mit j , also Vervielfachung mit j^2 , dreht dann den Strahl um $2 \cdot 90^\circ$, wobei aus dem Vektor \mathfrak{E} der Vektor $-\mathfrak{E}$ wird, also ist

$$j^2 \cdot \mathfrak{E} = -\mathfrak{E}, \quad \text{d. h. } j = \sqrt{-1}. \quad (23)$$

Demnach ist j nichts anderes als die sonst mit i bezeichnete imaginäre Einheit. Gleichung 19 und 22 geben also den Strahl in komplexer Form. Komponenten in Richtung der positiven senkrechten Achse werden dabei als positiv imaginär, solche in Richtung der negativen senkrechten Achse als negativ imaginär eingeführt. Man bezeichnet diese Rechnungsart als die symbolische.

Wenden wir die obigen Regeln auf ein einfaches Beispiel an. In Bild 220 seien zwei Spannungen E_1 und E_2 von gleichem Effektivwert gegeben, von denen E_1 gegen E_2 um 90° voreilt. Nach der Zeichnung ist

$$\mathfrak{E}_1 = -3 + j4 \quad \mathfrak{E}_2 = +4 + j3.$$

Wir können nun \mathfrak{E}_1 dadurch entstanden denken, daß wir \mathfrak{E}_2 um $+90^\circ$ vorwärts drehen, d. h. \mathfrak{E}_2 mit $+j$ vervielfachen. In der Tat gibt $+j(4 + j3)$, da $j^2 = -1$ ist, den Wert $-3 + j4$, d. h. den Strahl \mathfrak{E}_1 .

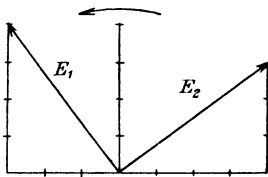


Bild 220. Um 90° verschobene Spannungen.

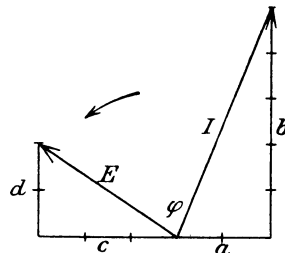


Bild 221. $N = a \cdot c + b \cdot d$.

Ebenso können wir \mathfrak{E}_2 dadurch entstanden denken, daß wir den Strahl \mathfrak{E}_1 um 90° im Sinne des Uhrzeigers, also um -90° drehen oder ihn mit $-j$ vervielfachen. In der Tat ist $-j(-3 + j4)$ gleich $4 + j3$, also gleich \mathfrak{E}_2 .

Im Gegensatz zur Stromstärke und Spannung können wir die Leistung nicht in der symbolischen Rechnung zum Ausdruck bringen, da sie nach Bild 201 die doppelte Frequenz hat wie Strom und Spannung. Wir können aber den Mittelwert N der Leistung aus der symbolischen Form des Stromes und der Spannung berechnen. In Bild 221 sei der Strom $\mathfrak{J} = a + j b$, die Spannung $\mathfrak{E} = c + j d$. Nun ist die Leistung der Gesamtspannung gleich der Leistung der Teilspannungen. Die Teilspannung c gibt mit dem Strom a die Leistung $a \cdot c$ und mit dem Strom b wegen der Phasenverschiebung von 90° die Leistung Null. Ebenso ergibt die Teilspannung d mit dem Strom a die Leistung Null und mit dem Strom b die Leistung $b \cdot d$. Demnach ist die Gesamtleistung

$$N = a \cdot c + b \cdot d. \quad (24)$$

In Bild 221 ist z. B. der Strom $\mathfrak{J} = 2 + j 5$ und die Spannung $\mathfrak{E} = -3 + j 2$, also wird die Leistung $N = -3 \cdot 2 + 2 \cdot 5 = 4$. Dasselbe Ergebnis hätten wir, allerdings auf sehr unbequemem Wege, erhalten, wenn wir die Effektivwerte $E = \sqrt{(-3)^2 + 2^2}$ und $I = \sqrt{2^2 + 5^2}$ miteinander und mit dem Cosinus des Phasenverschiebungswinkels φ zwischen Strom und Spannung vervielfacht hätten.

Dreizehnter Teil.

71. Die Spannung der Selbstinduktion. — 72. Widerstand und Selbstinduktion in Reihe. — 73. Die Leistung bei Reihenschaltung von Widerstand und Selbstinduktion. — 74. Wirkwiderstand, induktiver und scheinbarer Widerstand. — 75. Die Kapazität in Wechselstromkreisen. — 76. Das allgemeine Ohmsche Gesetz für Wechselstrom. — 77. Wechselstromwiderstände in Nebeneinschaltung. — 78. Ersatzschaltung.

71. Die Spannung der Selbstinduktion.

Wir betrachten eine Spule, die gleichbleibende Induktivität besitzt. Falls sie einen Eisenkern enthält, muß also die Sättigung so gering sein, daß die Durchlässigkeit während des ganzen Verlaufs einer Periode und auch bei verschiedenen Betriebszuständen als gleichbleibend angesehen werden kann. Ist L die Induktivität, so ist nach Gleichung (2) auf S. 78 der Zeitwert der erzeugten Spannung der Selbstinduktion

$$e_s = -L \cdot \frac{di}{dt} \text{ Volt.} \quad (1)$$

Ist die Stromkurve sinusförmig, so ist $i = i_m \cdot \sin \omega t$, d. h. $di/dt = i_m \cdot \omega \cdot \cos \omega t = -i_m \cdot \omega \cdot \sin(\omega t - \pi/2)$. Demnach wird

$$e_s = +L\omega \cdot i_m \sin(\omega t - \pi/2). \quad (2)$$

Der Höchstwert ist dann $L\omega \cdot i_m$ und der Effektivwert

$$E_s = L\omega I. \quad (3)$$

Wir berechnen daraus die Spannung der Selbstinduktion bei einer Drosselspule, die nach Bild 229 einen bewickelten, an einer Stelle aufgeschnittenen Eisenkern enthält. Wenn die magnetische Induktion nicht zu hoch ist, kann der magnetische Widerstand des Eisens gegenüber der Luftstrecke vernachlässigt werden. Es sei nun

der Luftweg	$l = 0,6 \text{ cm}$	die Stromstärke	$I = 10 \text{ Amp.}$
der Luftquerschnitt	$F = 12 \text{ cm}^2$	die Frequenz	$f = 50$
		die Windungszahl	$w = 200.$

Da die Durchlässigkeit der Luft gleich Eins ist, ergeben sich der magnetische Leitwert und die Induktivität nach Gleichung (12) auf S. 71 und Gleichung (1) auf S. 67 zu

$$\mathcal{A} = \frac{0,4 \pi F}{l} = 25 \quad \text{und} \quad L = w^2 \cdot \mathcal{A} \cdot 10^{-8} = 0,01 \text{ Henry.}$$

Da die Winkelgeschwindigkeit ω gleich $2\pi \cdot f$, also gleich 314 wird, so ist der Effektivwert der Spannung der Selbstinduktion

$$E_s = L\omega I = 31,4 \text{ Volt.}$$

Unten wird sich ergeben, daß ein an die Drosselspule gelegter Spannungszeiger fast genau diese Spannung von 31,4 Volt mißt, daß also die Drosselspule, wie ein Vorschaltwiderstand, diese Spannung abdrosselt.

Zur Berechnung einer Drosselspule müssen wir von der allgemeinen Gleichung (3) für die erzeugte Spannung auf S. 227 ausgehen, damit wir nicht bei willkürlicher Wahl des Eisenquerschnittes oder der Windungszahl auf ungünstige Werte der magnetischen Dichte im Eisen kommen. Zu dem Zwecke setzen wir in Gleichung (3) auf S. 227 $\omega = 2\pi f$ und bilden den Effektivwert der erzeugten Spannung, indem wir den Höchstwert durch $\sqrt{2}$ teilen. Dann wird

$$E_s = \frac{2\pi}{\sqrt{2}} \cdot \omega \cdot f \cdot \Phi \cdot 10^{-8} = 4,44 \cdot \omega \cdot f \cdot \Phi \cdot 10^{-8}. \quad (4)$$

Dabei ist Φ der Höchstwert des von einer Windung umfaßten Flusses. Der magnetische Weg im Eisen werde vernachlässigt, so daß nur die Luft mit der Durchlässigkeit $\mu = 1$ in Betracht kommt. In der Luft gilt nach S. 70 für die größte magnetische Induktion die Gleichung

$$\mathfrak{B}_m = \mathfrak{H}_m = \frac{0,4\pi i_m \cdot \omega}{l}. \quad (5)$$

Führen wir den Effektivwert $I = i_m / \sqrt{2}$ ein, so wird

$$I = \frac{\mathfrak{B}_m l}{1,78 \cdot \omega}. \quad (6)$$

Mit Hilfe von Gleichung (4) und (6) läßt sich nun eine Drosselspule berechnen. Es sei

die Stromstärke	$I = 10$	der Luftquerschnitt	$F = 15 \text{ cm}^2$
die Frequenz	$f = 50$	die größte Induktion	$\mathfrak{B}_m = 5000$.

Die zu erzeugende Spannung sei $E_s = 30$ Volt. Dann wird:

$$\Phi = \mathfrak{B}_m \cdot F = 5000 \cdot 15 = 75000$$

und nach Gleichung (4) und (6)

$$\omega = \frac{E_s \cdot 10^8}{4,44 \Phi \cdot f} = 180. \quad l = \frac{1,78 \cdot \omega \cdot I}{\mathfrak{B}_m} = 0,64 \text{ cm}.$$

Da am Luftspalt eine nützliche Streuung der magnetischen Röhren auftritt, so drosselt die Spule bei unserm Strome von 10 Amp. etwas mehr als 30 Volt. Die Streuröhren kommen zu den von uns berechneten Röhren im Luftspalt hinzu und treten im Gegensatz zu den Streuröhren bei Maschinen nicht als ein Verlust, sondern als ein Gewinn auf.

Wenden wir uns jetzt zur Phase der Spannung der Selbstinduktion bei sinusförmigem Strom. Aus Gleichung (2) geht hervor, daß die Spannung der Selbstinduktion gegen den Strom um 90° zurückbleibt. Wir machen uns dies dadurch anschaulich, daß wir die Stromkurve entsprechend der Gleichung $i = i_m \cdot \sin(\omega t)$ zeichnen (Bild 222).

Für $t = 0$ ist die Stromstärke gleich Null, und die Spannung der Selbstinduktion hat nach Gleichung (2) ihren negativen Höchstwert. Dies hängt damit zusammen, daß die Kurve der Stromstärke in dem Zeitpunkt, in welchem sie durch Null hindurchgeht, am steilsten ist, di/dt also am größten ist. Der negative Wert der Selbstinduktion für $t = 0$

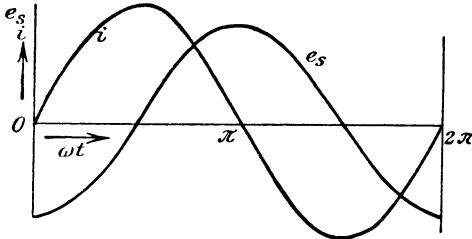


Bild 222. Stromstärke und erzeugte Spannung der Selbstinduktion.

erklärt sich daraus, daß die Selbstinduktion dem anwachsenden Strom entgegengerichtet ist.

Für $\omega t = \pi/2$ ist die Stromstärke am größten und die Stromkurve verläuft waagrecht. Der Strom und damit, der von der Spule umfaßte Fluß ändert sich also in diesem Zeitpunkt gar nicht, und

die Spannung der Selbstinduktion ist Null. Auf diese Weise erhalten wir die Kurve e_s der durch Selbstinduktion erzeugten Spannung, die gegen den Strom um 90° zurückbleibt.

Die Zeichnung der Strahlen macht uns dies alles noch deutlicher. Fällt der umlaufende Strahl des Stromes in die positive Richtung der wagerechten Achse, so ist seine Projektion auf die senkrechte Achse und damit auch der Zeitwert des Stromes gleich Null (Bild 224). Der Strahl der Spannung der Selbstinduktion, die um 90° hinter dem Strome zurückbleibt, fällt dann in die negative Richtung der senkrechten Achse. In dem kurz vorhergehenden Zeitraum (Bild 223) sind die Projektionen der

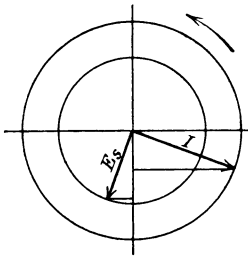


Bild 223.

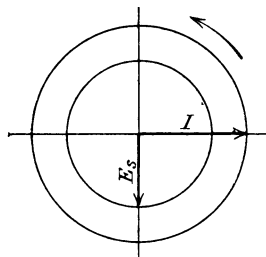


Bild 224.

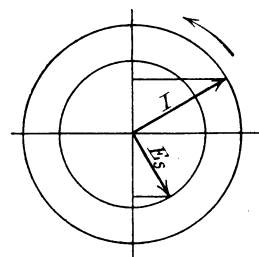


Bild 225.

Phase der durch Selbstinduktion erzeugten Spannung.

Strahlen des Stromes und der Selbstinduktionsspannung auf die senkrechte Achse beide negativ. Dies stimmt damit überein, daß die Spannung der Selbstinduktion dem jetzt abnehmenden negativen Strome gleichgerichtet sein muß. In Bild 225 dagegen ist die Projektion auf die senkrechte Achse beim Strom positiv, bei der Selbstinduktionsspannung negativ. Dies ist daraus erklärlich, daß die von der Selbstinduktion erzeugte Spannung dem jetzt anwachsenden positiven Strom entgegengesetzt sein muß.

Wenn wir nun die Voraussetzung machen, daß der von der Spule umfaßte Fluß dem Strome proportional ist, so hat er dieselbe Phase wie der Strom, der ihn erzeugt. Die Spannung der Selbstinduktion bleibt also um 90° nicht nur hinter dem Strome, sondern auch hinter dem Flusse zurück, durch dessen Änderung sie erzeugt wird.

Wenn der Widerstand R einer Selbstinduktionsspule vernachlässigbar klein ist, sind die Klemmenspannung e und die erzeugte Spannung der Selbstinduktion e_s in jedem Zeitpunkt entgegengesetzt gleich. Der Zeitwert der Klemmenspannung ist also $+L \cdot di/dt$ und der Strom bleibt um $\varphi = 90^\circ$ hinter der Klemmenspannung zurück (Bild 226). Da hierdurch $\cos \varphi$ gleich Null wird, so ist die Leistung $N = E \cdot I \cdot \cos \varphi$ gleich Null. Dies erklärt sich daraus, daß $e \cdot i$ nach Bild 226 im Zeitraum von 0 bis $\pi/2$ positiv, im Zeitraum $\pi/2$ bis π negativ ist usw. Die Kurve des

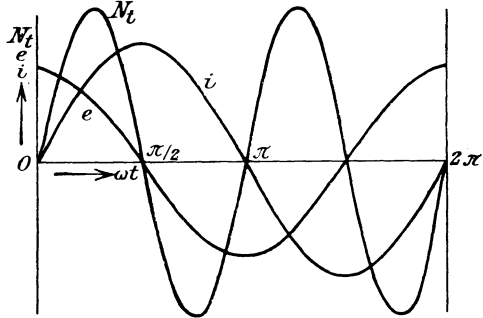


Bild 226. Stromstärke, Klemmenspannung und Leistung für $R = 0$.

Zeitwertes N_t der Leistung ist also symmetrisch zur wagerechten Achse, d. h. die positiven Flächen sind gleich den negativen. Positive Flächen stellen eine der Selbstinduktionsspule zugeführte elektrische Arbeit, negative eine von ihr zurückgegebene Arbeit dar. Die Gesamtarbeit wird also Null.

Selbstinduktionsspulen bieten also die Möglichkeit, einen Teil der Spannung ohne nennenswerten Verlust abzudrosseln. Man verwendet sie daher vielfach an Stelle der Beruhigungswiderstände bei nebeneinander geschalteten Bogenlampen oder an Stelle der Ersatzwiderstände bei Reihenschaltung von Bogenlampen.

Endlich sind die Drosselspulen von wesentlicher Bedeutung für die Nebeneinanderschaltung von Wechselstrommaschinen. Wie aus S. 82 hervorgeht, wirkt die Selbstinduktion wie eine Art Trägheit der Änderung des Stromes entgegen. Diese Eigenschaft der Selbstinduktion macht man sich zunutze, wenn die Möglichkeit besteht, daß starke Ströme zwischen nebeneinander geschalteten Wechselstrommaschinen hin und her fließen (vgl. Abschnitt 95). Man verhindert solche Ströme durch Drosselspulen, die zwischen Maschine und Sammelschiene eingeschaltet werden. Der Verbrauch an Leistung in einer solchen Drosselspule ist verhältnismäßig gering, da der Strom um fast 90° hinter der Klemmenspannung der Drosselspule zurückbleibt. Man hat allerdings mit einem Spannungsverlust in den Drosselspulen zu rechnen, aber dieser Nachteil wird durch den Vorteil des ruhigen Zusammenarbeitens aufgehoben.

Bei einer von Swinburne angegebenen Schaltung (Bild 227) läßt sich ein Spannungsverlust in den Drosselspulen bei gleichmäßigem Arbeiten der Maschinen überhaupt verhindern. Die von den beiden Maschinen ins Netz gelieferten Ströme umfließen den Kern der Drosselspule derartig, daß ihre magnetischen Wirkungen sich aufheben. Bei Gleichheit beider Ströme wird also kein Feld erzeugt. Wenn jedoch zwischen beiden Maschinen Ausgleichströme hin und her fließen, so unterstützen sich die magnetischen Wirkungen, die sie auf die Drosselspule ausüben. Diese kommt daher zur Wirksamkeit und hindert das Anwachsen der Ausgleichströme.

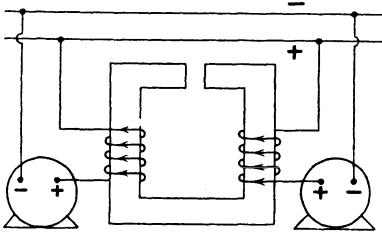


Bild 227.
Dämpfungsdrosselspulen nach Swinburne.

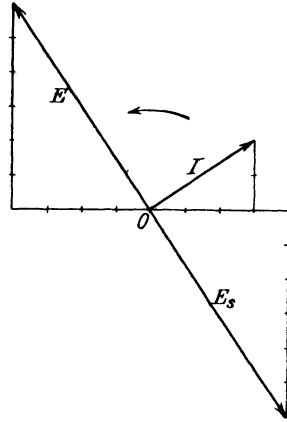


Bild 228. Stromstärke, Klemmenspannung und erzeugte Selbstinduktionsspannung einer Drosselspule.

Auch für den Überspannungsschutz von Wechselstromanlagen werden Drosselspulen verwendet.

Wir führen jetzt noch die Selbstinduktionsspannung in die symbolische Rechnung ein und nehmen dabei die Zeichnung in Bild 228 zu Hilfe, obwohl die symbolische Rechnung eigentlich die Aufgabe hat, die Zeichnung überflüssig zu machen.

Da die Selbstinduktionsspannung um 90° hinter dem Strom \mathfrak{I} zurückbleibt, so erhalten wir \mathfrak{E}_s , wenn wir \mathfrak{I} nicht nur mit $L\omega$, sondern auch mit $-j$ vervielfachen. Ebenso erhalten wir bei verschwindend kleinem Ohmschen Widerstande den Strahl \mathfrak{E} der dem Strome um 90° voreilenden Klemmenspannung, wenn wir \mathfrak{I} mit $L\omega$ und mit $+j$ vervielfachen. Es wird also

$$\mathfrak{E}_s = -jL\omega\mathfrak{I} \quad (7) \quad \mathfrak{E} = +jL\omega\mathfrak{I}. \quad (8)$$

Ist z. B. wie in Bild 228 $\mathfrak{I} = 3 + j2$ und $L\omega = 2$, so ergibt sich unter Berücksichtigung, daß $j^2 = -1$ ist:

$$\mathfrak{E}_s = -j \cdot 2 (3 + j2) = 4 - j6 \quad \mathfrak{E} = +j \cdot 2 (3 + j2) = -4 + j6.$$

Die Beträge, d. h. die Effektivwerte, sind dann

$$I = \sqrt{3^2 + 2^2} = 3,6 \quad E_s = E = \sqrt{4^2 + (-6)^2} = 7,2.$$

Die Tangenten der Winkel, um welche die Strahlen gegen die

positive Richtung der wagerechten Achse voreilen, werden für den Strom gleich $+2/(+3)$, für die durch Selbstinduktion erzeugte Spannung $-6/(+4)$ und für die Klemmenspannung $-4/(+6)$. \mathfrak{S} liegt daher im ersten, \mathfrak{E}_s im vierten und \mathfrak{E} im zweiten Quadranten, was durch einen Blick auf Bild 228 bestätigt wird.

72. Widerstand und Selbstinduktion in Reihe.

Der Widerstand R und eine Spule mit der gleichbleibenden Induktivität L und einem verschwindend kleinen Widerstand seien nach Bild 229 in Reihe an eine Stromquelle geschaltet. In einem beliebigen

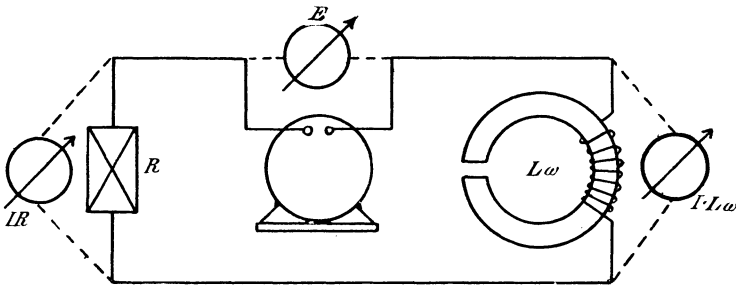


Bild 229. Widerstand und Selbstinduktion in Reihe.

Zeitpunkt sei die Stromstärke gleich i . Dann ist die von der Selbstinduktion erzeugte Spannung gleich $e_s = -L di/dt$. Sie ergibt zusammen mit der Klemmenspannung e der Stromquelle den Spannungsverbrauch $i \cdot R$, d. h.

$$e + e_s = e - L \frac{di}{dt} = iR. \quad (9)$$

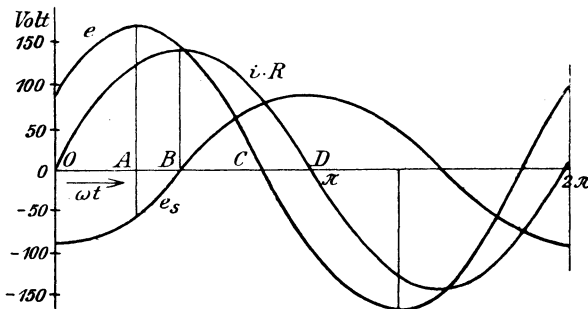


Bild 230. Widerstand und Selbstinduktion in Reihe.

Wir nehmen nun sinusförmigen Strom an und tragen in Bild 230 den der Zeit proportionalen Bogen ωt wagerecht und den dem Strom proportionalen und phasengleichen Spannungsverbrauch $i \cdot R$, sowie die von der Selbstinduktion erzeugte, dem Strom um 90° nacheilende

Spannung der Selbstinduktion senkrecht auf. Wir wollen dann in einzelnen kennzeichnenden Zeitpunkten verfolgen, wie sich die Klemmenspannung aus den genannten Einzelspannungen ergibt.

Für ωt gleich Null ist die Stromstärke und damit die Spannung $i \cdot R$ gleich Null, und die durch die Selbstinduktion erzeugte Spannung hat ihren negativen Höchstwert. Nun kann die Stromstärke nur dann Null sein, wenn überhaupt keine Spannung wirksam ist. Der Höchstwert der Spannung der Selbstinduktion wird also gerade aufgehoben durch den Zeitwert der Klemmenspannung. Die ganze, in diesem Zeitpunkt wirksame Klemmenspannung wird dazu verbraucht, der Spannung der Selbstinduktion das Gleichgewicht zu halten.

Im Zeitpunkt A ist die Spannung $i \cdot R$ positiv und die Spannung der Selbstinduktion negativ. Ein Teil der Klemmenspannung wird dann für die Spannung $i \cdot R$ verbraucht, während der andere Teil dazu dient, die entgegenwirkende Spannung der Selbstinduktion zu überwinden.

Im Zeitpunkt B ist die Spannung der Selbstinduktion gleich Null, also ist die Klemmenspannung gleich der Spannung $i \cdot R$, und die Kurven beider schneiden sich.

Endlich ist im Zeitpunkt C die Spannung der Selbstinduktion gleich der Spannung $i \cdot R$. Diese wird also jetzt vollständig von der Spannung der Selbstinduktion geliefert, so daß die Klemmenspannung gleich Null ist und ihre Kurve die wagerechte Achse schneidet. Unser Bild ist für $I = 10$ Amp., $R = 10$ Ohm und $L\omega = 6,28$ gezeichnet.

Wir erhalten einen Höchstwert der Klemmenspannung gleich 167 Volt, gegenüber einem Höchstwert der im Widerstand verbrauchten Spannung von $I \cdot R \cdot \sqrt{2} = 141,4$ Volt. Dasselbe Verhältnis besteht zwischen den Effektivwerten. Die Stromstärke ist also kleiner, als man nach der Klemmenspannung und dem Widerstand R erwarten sollte. Das Ohmsche Gesetz $E = I \cdot R$ gilt also nicht mehr allgemein für Wechselstrom.

Wir legen nun Spannungszeiger an den Widerstand, die Selbstinduktionsspule und die Gesamtklemmen und messen die Spannung am Widerstand zu $I \cdot R = 100$ Volt, an der Selbstinduktionsspule zu $I \cdot L\omega = 62,8$ Volt und an den Gesamtklemmen zu $167/\sqrt{2} = 118$ Volt. Die zweite Kirchhoffsche Regel, wonach die Gesamtspannung gleich der algebraischen Summe der Einzelspannungen ist, gilt also nur mehr für die Zeitwerte, aber nicht mehr für die Effektivwerte.

Endlich eilt die Klemmenspannung vor dem Strom um einen Winkel φ vorauf, der in Bild 230 dem Bogen CD entspricht. Der Strom erreicht also seinen Höchstwert später als die Klemmenspannung. Man nennt diesen Winkel den Phasenverschiebungswinkel und rechnet ihn beim Voreilen der Spannung vor dem Strom als positiv.

Wir können nun allen diesen auffallenden Erscheinungen auch dadurch gerecht werden, daß wir statt der erzeugten Spannung der Selbstinduktion, die dem Strom um 90° nacheilt, einen sogenannten induktiven Spannungsverlust einführen, welcher der erzeugten Spannung der Selbstinduktion entgegengesetzt gleich ist, also dem Strome um 90° voreilt. Durch Umformung von Gleichung (9) erhalten wir nämlich:

$$e = i \cdot R + L \cdot \frac{di}{dt}. \quad (10)$$

Die Klemmenspannung hat dann in jedem Zeitpunkt die Spannung $i \cdot R$ und den induktiven Spannungsverbrauch $+L \cdot di/dt$ zu liefern. Man nennt dann den Spannungsverbrauch $i \cdot R$, der in Phase mit dem Strom ist, die Wirkspannung, während man den induktiven Spannungsverbrauch, der gegen den Strom um 90° voreilt, als eine Blindspannung bezeichnet.

Der induktive Spannungsverbrauch wird durch einen Strahl dargestellt, welcher dem der erzeugten Spannung der Selbstinduktion entgegengesetzt gleich, also in der symbolischen Rechnung gleich $+jL\omega I$ ist. Da die Richtung oder das Vorzeichen im Effektivwert nicht zum Ausdruck kommt, wollen wir zur Unterscheidung die erzeugte Spannung der Selbstinduktion mit $L\omega I$, den induktiven Spannungsverbrauch mit $I \cdot L\omega$ bezeichnen.

Die Zeichnung der Strahlen macht uns nun alle obigen Erscheinungen viel deutlicher. Der Strahl des Stromes werde in Bild 231 willkürlich in die positive Richtung der wagerechten Achse gelegt. Wenn also der Strom der Gleichung $i = i_m \cdot \sin \omega t$ entspricht, ist das Bild für die Zeit $t = 0$ gezeichnet. Der Spannungsverbrauch $I \cdot R$ hat dieselbe Phase wie der Strom. Um 90° gegen den Strom zurückbleibend, also senkrecht nach unten, wird der Strahl der Spannung der Selbstinduktion E_s und entgegengesetzt der gleich große Strahl des induktiven Spannungsverbrauchs $I \cdot L\omega$ gezeichnet. In unserer früheren Darstellung ist dann $I \cdot R$ die Summe aus der Klemmenspannung E und der Spannung E_s der Selbstinduktion. Statt dessen wird nach Einführung des induktiven Spannungsverbrauchs die Klemmenspannung E die Summe aus $I \cdot R$ und $I \cdot L\omega$. Der Strom bleibt wieder um den Winkel φ hinter der Klemmenspannung zurück.

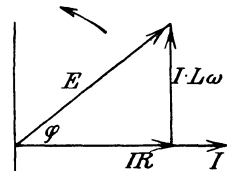


Bild 231. Widerstand und Selbstinduktion in Reihe.

Aus Bild 231 ergibt sich nun $E^2 = (I \cdot R)^2 + (I \cdot L\omega)^2$, oder

$$I = \frac{E}{\sqrt{R^2 + L^2 \omega^2}} \quad (11) \quad \text{tg } \varphi = \frac{L\omega}{R}. \quad (12)$$

Während wir in Bild 230 aus Stromstärke, Widerstand und Selbst-

induktion die Klemmenspannung ermittelten, können wir jetzt umgekehrt aus Klemmenspannung, Widerstand und Selbstinduktion die Stromstärke nach Größe und Phase bestimmen. Für $E = 118$ Volt, $R = 10$ Ohm und $L\omega = 6,28$ erhalten wir aus Gleichung (11) und (12):

$$I = \frac{118}{\sqrt{10^2 + 6,28^2}} = 10 \text{ Amp.} \quad \text{tg } \varphi = \frac{6,28}{10} = 0,628.$$

Der zu $\text{tg } \varphi = 0,628$ gehörige Bogen, der rund gleich $\pi/6$ ist, wird in dem für unsere Verhältnisse gezeichneten Bild 230 durch CD dargestellt.

In Bild 232 sind nun zwei Zweige in Reihe geschaltet, die beide Widerstand und Selbstinduktion besitzen. Für die beiden Zweige ergeben sich mit den im Bild eingeschriebenen Bezeichnungen:

$$\begin{aligned} E_1 &= I \cdot \sqrt{R_1^2 + L_1^2 \omega^2} & \text{tg } \varphi_1 &= L_1 \omega / R_1 \\ E_2 &= I \cdot \sqrt{R_2^2 + L_2^2 \omega^2} & \text{tg } \varphi_2 &= L_2 \omega / R_2. \end{aligned}$$

Die Wirkspannungen $I \cdot R_1$ und $I \cdot R_2$ haben gleiche Phase und ebenso die Blindspannungen $I \cdot L_1 \omega$ und $I \cdot L_2 \omega$. Wir erhalten daher Bild 233, in welchem der Strahl des Stromes willkürlich in die positive Richtung der senkrechten Achse gelegt ist. Die Summe der Teilspannungen E_1 und E_2 ist die Gesamtspannung E . Die Teilspannungen sind

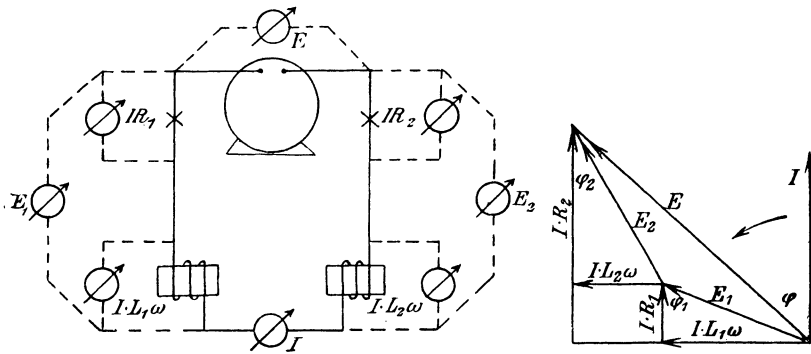


Bild 232.

Wirkwiderstände und Blindwiderstände in Reihe.

Bild 233.

im allgemeinen in der Phase gegeneinander verschoben, während die Stromstärke in allen Teilen eines unverzweigten Kreises dieselbe Phase hat. Für die Gesamtspannung E und ihre Phase gegenüber dem Strom ergeben sich die Gleichungen

$$E = I \cdot \sqrt{(R_1 + R_2)^2 + (L_1 + L_2)^2 \omega^2} \quad (13)$$

und
$$\text{tg } \varphi = \frac{(L_1 + L_2) \omega}{R_1 + R_2}. \quad (14)$$

Natürlich können Widerstand und Selbstinduktion auch in einem

einzelnen Teile des Stromkreises vereinigt sein. Bei einer Wechselstrommaschine sei z. B.

die Klemmenspannung	$E = 2000$	die Induktivität	$L = 0,04$
die Stromstärke	$I = 50$	der Ankerwiderstand	$R = 1$
die Frequenz	$f = 50$	$\cos \varphi$ im Netz	$0,8$.

Gesucht wird der Spannungsverlust in der Maschine und die vom Magnetfeld erzeugte Spannung.

Der Spannungsverlust im Ankerwiderstand, der in Phase mit dem Strome ist, wird $I \cdot R = 50 \cdot 1 = 50$ und der induktive Spannungsverlust, der dem Strom um 90° voraufelt, $I \cdot L\omega = 50 \cdot 0,04 \cdot 2\pi \cdot 50 = 628$. Der gesamte Spannungsverlust OF (Bild 234) ist die Summe aus $I \cdot R$ und $I \cdot L\omega$, also

$$OF = \sqrt{50^2 + 628^2} = 630.$$

Dieser große Spannungsverlust ist fast ganz durch Selbstinduktion verursacht, die sich also als recht nachteilig erweist.

Die äußere Wirkspannung wird nach Bild 234 gleich $E \cdot \cos \varphi$, also $2000 \cdot 0,8 = 1600$ Volt, während der äußere induktive Spannungsverbrauch gleich $E \cdot \sin \varphi = 2000 \cdot 0,6 = 1200$ Volt wird. Die Summe der Wirkspannungen ist dann $I \cdot R + E \cos \varphi = 50 + 1600$ und die Summe der Blindspannungen $I \cdot L\omega + E \sin \varphi = 628 + 1200 = 1828$. Die vom Magnetfeld zu erzeugende Spannung ist dann

$$E_0 = \sqrt{1650^2 + 1828^2} = 2460 \text{ Volt.}$$

Sie eilt dem Strome um den Winkel ψ vorauf, so daß $\cos \psi = 1650/2460 = 0,67$ wird.

Bei ungesättigtem Eisen ist die vom Magnetfeld erzeugte Spannung gleich der Klemmenspannung bei Leerlauf. Der Unterschied zwischen den Spannungen bei Leerlauf und dem gegebenen Betriebszustand ist also $2460 - 2000 = 460$ Volt, während der Spannungsverlust bei Betrieb $OF = 630$ Volt ist. Dieser scheinbare Widerspruch erklärt sich daraus, daß man den Spannungsverlust OF geometrisch von der Gesamtspannung E_0 abziehen muß, um die Klemmenspannung E bei Betrieb zu erhalten.

73. Die Leistung bei Reihenschaltung von Widerstand und Selbstinduktion.

Sind Spannung und Stromstärke um den Winkel φ verschoben, so ist nach S. 232 die mittlere Leistung

$$N = E \cdot I \cdot \cos \varphi. \tag{15}$$

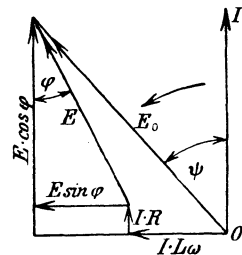


Bild 234. Spannungsbild eines Stromerzeugers.

Wir können uns dies so erklären, daß von der Spannung E zur Berechnung der Leistung nur die Teilspannung $E \cos \varphi$ in Betracht kommt, die gleiche Phase mit dem Strome hat. Setzen wir $E \cdot \cos \varphi$ gleich $I \cdot R$, so erhalten wir für die Leistung des Wechselstromes den Ausdruck $I^2 \cdot R$, der also für Gleichstrom und Wechselstrom in gleicher Weise gilt. Man bezeichnet die Größe $E \cdot I \cdot \cos \varphi$ auch als die Wirkleistung, im Gegensatz zur scheinbaren Leistung $E \cdot I$, und zur Blindleistung $E \cdot I \cdot \sin \varphi = I^2 \cdot L \omega$.

In dem letzten Beispiel des vorigen Abschnittes war z. B. die Klemmenspannung der Maschine gleich 2000 Volt, die Stromstärke gleich 50 Amp. und der Leistungsfaktor $\cos \varphi$ im äußeren Stromkreise gleich 0,8, d. h. $\sin \varphi$ war 0,6. Wir erhalten also eine scheinbare Leistung von $2000 \cdot 50 = 100000$ Watt, eine Wirkleistung von $2000 \cdot 50 \cdot 0,8 = 80000$ Watt und eine Blindleistung von $2000 \cdot 50 \cdot 0,6 = 60000$ Watt.

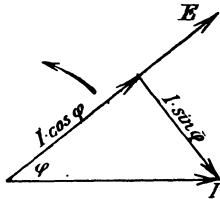


Bild 235. Wirkstrom und Blindstrom.

Daß die wirkliche Leistung eines Stromerzeugers kleiner ist als die scheinbare, bedingt keinen unmittelbaren Verlust, denn die auf den Stromerzeuger übertragene Leistung verringert sich ebenfalls mit der Wirkleistung. Dennoch ist die Phasenverschiebung nachteilig, da die wirkliche Leistung bei dem gegebenen Strome nur durch eine unverhältnismäßig große Spannung erreicht wird, die neben der Wirkspannung auch noch einen induktiven Spannungsverbrauch zu

liefern hat. Die Maschine muß also für die ganze Spannung gebaut sein, während für die Leistung nur ein Teil der Spannung in Betracht kommt.

Wir können uns aber auch auf einen anderen Standpunkt stellen und $I \cos \varphi$ in der Gleichung $N = E \cdot I \cdot \cos \varphi$ zusammenfassen. Aus Bild 235 ergibt sich, daß $I \cdot \cos \varphi$ der rechtwinklige Teilstrom ist, der mit der Spannung gleiche Phase hat. Wenn wir diesen mit der Spannung vervielfachen, erhalten wir die Leistung. Man nennt diesen Teilstrom den Wirkstrom und den dazu senkrechten Teilstrom $I \cdot \sin \varphi$ den Blindstrom. Diese Zerlegung des Stromes in Teilströme ist in Wirklichkeit der Ersatz des ganzen Stromkreises durch zwei nebeneinander geschaltete Zweige, von denen der eine nur Widerstand besitzt und den Wirkstrom führt, während der andere nur Selbstinduktion enthält und den Blindstrom führt.

Während wir nun oben den Einfluß der Phasenverschiebung darin sahen, daß bei gegebener Leistung und Stromstärke die Spannung unverhältnismäßig groß ist, werden wir jetzt sagen, daß bei gegebener Leistung und Spannung die Stromstärke unverhältnismäßig groß sein muß. Zur Berechnung der Leistung kommt nur der eine Teilstrom in Frage. Die vermehrte Stromstärke erfordert natürlich in den Stromerzeugern, Leitungen und Motoren einen größeren Kupferquerschnitt, oder

bei gegebenem Kupferquerschnitt wird der Verlust durch Stromwärme unnötig groß. Man sucht daher die Phasenverschiebung tunlichst zu vermeiden, indem man die Selbstinduktion der Stromerzeuger, Motoren und sonstigen Verbrauchskörper möglichst gering macht.

Wie man sieht, müssen die Maschinen bei Wechselstrom für die Scheinleistungen, d. h. für Spannung und Stromstärke, und nicht für die wirkliche Leistung bemessen sein. Ihre Leistung wird daher nicht in Kilowatt, sondern in Kilo-Voltampere (kVA) angegeben.

Besonders deutlich wird der Einfluß der Phasenverschiebung auf die Leistung, wenn man eine Spule mit Selbstinduktion und einen veränderlichen Widerstand hintereinander an eine gleichbleibende Klemmenspannung legt (Bild 236). Die Leistung in dem Stromkreise wird durch einen Leistungszeiger gemessen. Steht der Hebel des Widerstandes rechts, und ist infolgedessen der Widerstand groß, so ist die Stromstärke und damit die Leistung gering. Dreht man dann den Hebel allmählich nach links, so wächst die Stromstärke und, wie man erwartet, auch die Leistung.

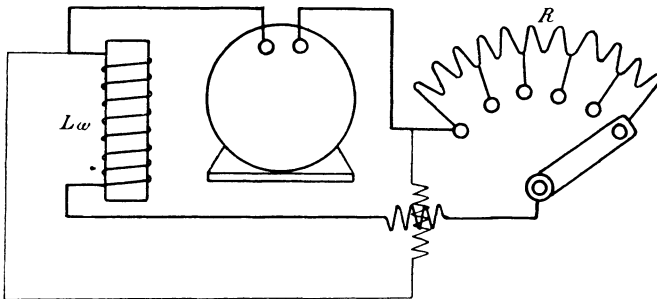


Bild 236. Gleichbleibende Induktivität und veränderlicher Widerstand in Reihe.

Schließlich aber wird ein Punkt erreicht, wo zwar die Stromstärke durch das Ausschalten von Widerstand weiter wächst, wo aber der Ausschlag des Leistungszeigers wieder heruntergeht. Drehen wir endlich den Hebel ganz nach links, so nimmt die Stromstärke naturgemäß weiter zu, aber der Ausschlag des Leistungszeigers geht fast auf Null zurück.

Dies erklärt sich daraus, daß bei sehr kleinem Widerstand die Selbstinduktion eine starke Phasenverschiebung zwischen Stromstärke und Spannung verursacht, so daß $E \cdot I \cdot \cos \varphi$ sehr gering wird.

Wir können das auch aus dem Flächeninhalt des Dreiecks in Bild 231 folgern. Dieser wird bei gleichbleibender Spannung E am größten, wenn die beiden Teilspannungen gleich groß sind, d. h. wenn R gleich $L\omega$ wird. Nun ist die Fläche gleich $\frac{1}{2} I \cdot R \cdot L\omega I$, also bei gleichbleibender Induktivität proportional der Leistung $I^2 R$. Diese wird also ebenfalls am größten für R gleich $L\omega$, d. h. bei einer Phasenverschiebung von 45° .

74. Wirkwiderstand, induktiver und scheinbarer Widerstand.

Im Ohmschen Gesetz für Wechselstrom tritt statt des Widerstandes R die Größe $\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}$ auf. Die Größe $L\omega$, die wie ein vergrößerter Widerstand wirkt, bezeichnen wir als den induktiven Widerstand. Wir haben um so mehr das Recht, sie als einen Widerstand anzusehen, als sie wie der Widerstand R die Dimension $L \cdot T^{-1}$ hat. Nun wird L in Henry gemessen und ein Henry ist ebenso wie ein Ohm gleich 10^9 absolute Einheiten. Demnach ist $L\omega$ unmittelbar der induktive Widerstand in Ohm. Der Widerstand R heißt im Gegensatz dazu der Wirkwiderstand. Man nennt dann $\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}$ den Scheinwiderstand. Wir wollen für diesen die Bezeichnung z gebrauchen.

Teilen wir alle Seiten des Spannungsdreiecks in Bild 231 durch den Strom I , so erhalten wir in Bild 237 ein rechtwinkliges Widerstandsdreieck, in welchem der Scheinwiderstand die Summe aus dem Wirkwiderstand und induktiven Widerstand ist. Zugleich ist der Phasenverschiebungswinkel φ , um den die Spannung gegen den Strom vorausschleift, gleich dem Winkel, um den der Scheinwiderstand im Sinne der Drehrichtung des Strahles der Spannung gegen den Wirkwiderstand vorausschleift (Flemingsches Widerstandsbild). Es ist also:

$$z = \sqrt{R^2 + L^2\omega^2} \quad (16) \quad \cos \varphi = R/z \quad (17) \quad \sin \varphi = \frac{L\omega}{z}. \quad (18)$$

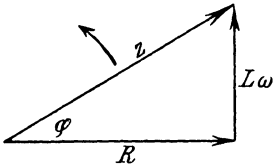
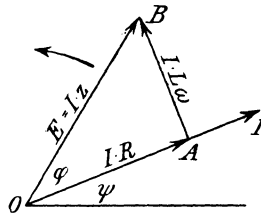


Bild 237. Flemingsches Widerstandsbild.

Bild 238. $\mathcal{E} = \mathcal{I} \cdot z$.

Wir können nun den Scheinwiderstand, ebenso wie die Strahlen der Stromstärke und Spannung, als eine gerichtete Größe ansehen, deren „Phasenwinkel“ φ unveränderlich ist. Legen wir den Wirkwiderstand in die wagerechte Achse, so können wir die rechtwinklige Aneinanderreihung des induktiven und Ohmschen Widerstandes wieder durch symbolische Schreibweise ausdrücken. Der Scheinwiderstand z wird dann

$$z = R + j \cdot L\omega. \quad (19)$$

Wir verbinden also mit z die Vorstellung eines Betrages $z = \sqrt{R^2 + L^2\omega^2}$ und eines „Widerstandswinkels“ φ , dessen Tangente gleich $L\omega/R$ ist. In dieser Vorstellung und der kurzen Bezeichnung z , die wie jede andere Buchstabenbezeichnung in die Rechnungen eingeführt wird, liegt die Bedeutung der symbolischen Schreibweise.

Wir vervielfachen nun den in symbolischer Form gegebenen Strom \mathfrak{I} mit $\mathfrak{z} = R + jL\omega$. Wir erhalten dadurch zunächst $\mathfrak{I} \cdot R$, d. h. eine Größe, deren Betrag gleich $I \cdot R$ ist, und die mit dem Strom \mathfrak{I} dieselbe Phase hat. Das zweite Glied wird $j\mathfrak{I} \cdot L\omega$, d. h. eine Größe vom Betrag $I \cdot L\omega$, die gegen den Strom \mathfrak{I} um 90° vorwärts gedreht ist (Bild 238). Die Summe aus beiden Gliedern ist dann nach Bild 238 gleich $OA + AB = I\sqrt{R^2 + L^2\omega^2} = I \cdot z$, d. h. die Spannung E . Da die Summe um den Winkel $\arctg L\omega/R$ gegen den Strom voreilt, so stellt sie die Spannung E nicht nur nach dem Betrag, sondern auch nach ihrer Phase dar, so daß wir sie mit \mathfrak{E} bezeichnen können. Wir erhalten also das Ohmsche Gesetz in symbolischer Form:

$$\mathfrak{E} = \mathfrak{I} \cdot \mathfrak{z}. \tag{20}$$

Die obige Ableitung ist nur ein besonderer Fall der allgemeinen Regel, daß man bei der symbolischen Rechnung durch Vervielfachung gerichteter Größen eine Größe erhält, deren Betrag gleich dem Produkt der Beträge und deren Phase gleich der Summe der Phasenwinkel ist. Die Einfachheit der Rechnung mit gerichteten Größen tritt dabei deutlich zutage. Diese Art der Rechnung erweist sich bei theoretischen Untersuchungen und Ableitungen als äußerst wertvoll. Man hat sie mit Recht mit der Kurzschrift verglichen. Leider teilt sie mit dieser den Nachteil, daß sie selbst für den, der sie beherrscht, häufig etwas fremdartig bleibt.

Wir wollen als Beispiel die Aufgabe auf S. 250 durch symbolische Rechnung lösen, obwohl sie in einem solchen einfachen Falle keinen Vorteil bieten kann. Es war $E = 118$, $R = 10$ und $L\omega = 6,28$. Gesucht wird der Strom nach Stärke und Phase. Wir legen den Strahl der Klemmenspannung E in Bild 239 willkürlich in die positive Richtung der wagerechten Achse und haben dann die Spannung als reelle Zahl, also mit $E = 118$ in die Rechnung einzuführen. Wir erhalten dann den Strom zu $\mathfrak{I} = E/\mathfrak{z} = 118/(10 + j6,28)$. Wir machen den Nenner reell, indem wir mit $10 - j6,28$ erweitern. Dabei haben wir $j = \sqrt{-1}$, also $j^2 = -1$ zu setzen. Dadurch wird

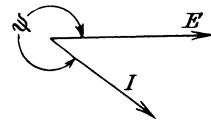


Bild 239. Strom mit dem Phasenwinkel ψ .

$$\mathfrak{I} = \frac{118}{10 + j \cdot 6,28} \cdot \frac{10 - j \cdot 6,28}{10 - j \cdot 6,28} = \frac{118}{10^2 + 6,28^2} \cdot (10 - j \cdot 6,28)$$

oder
$$\mathfrak{I} = 8,5 - j 5,31.$$

Wir erhalten dann den Effektivwert und die Phase des Stromes zu

$$I = \sqrt{8,5^2 + 5,31^2} = 10 \quad \text{tg } \psi = -5,31/8,5 = -0,628.$$

Absichtlich haben wir den Phasenwinkel mit ψ und nicht mit φ bezeichnet, denn die Rechnung gibt zunächst nur die Verschiebung gegen die positive Richtung der wagerechten Achse an. ψ liegt im vierten Quadranten, wie dies der Nacheilung des Stromes gegenüber der Spannung entspricht.

75. Die Kapazität in Wechselstromkreisen.

Wir haben schon früher gesehen, daß eine aus der Stromquelle, der Leitung und einem Kondensator bestehende Schaltung wie ein geschlossener Stromkreis betrachtet werden kann. Bei der Ladung fließt z. B. in jedem Augenblick ebensoviel positive Elektrizität von der negativen Belegung ab, wie zur positiven zufließt. Wir können dann nach Maxwell annehmen, daß der Strom der Zuleitungen seine Fortsetzung in dem durch die Änderung des elektrischen Feldes bedingten Verschiebungsstrom im Dielektrikum des Kondensators findet. Ebenso wie der Kondensator verhält sich jeder Verbrauchskörper, der wie z. B. ein Kabel, Kapazität besitzt.

Wächst die Spannung mit dem Effektivwert E an einem Kondensator von der Kapazität C Farad in der Zeit dt um de , so ist die Zunahme der Elektrizitätsmenge auf dem Kondensator $dQ_t = C \cdot de$, also der Zeitwert des Stromes

$$i = \frac{dQ_t}{dt} = C \cdot \frac{de}{dt} \quad (21)$$

Daraus folgt dann

$$e = \frac{1}{C} \int i dt. \quad (22)$$

Ist die Stromkurve sinusförmig, also $i = i_m \cdot \sin \omega t$, so wird

$$e = \frac{1}{C} \int i_m \cdot \sin \omega t \cdot dt = -\frac{i_m}{C\omega} \cos \omega t = \frac{i_m}{C\omega} \sin(\omega t - \pi/2). \quad (23)$$

Der Höchstwert der Spannung ist also $e_m = i_m/C\omega$ und der Effektivwert

$$E = \frac{I}{C\omega}. \quad (24)$$

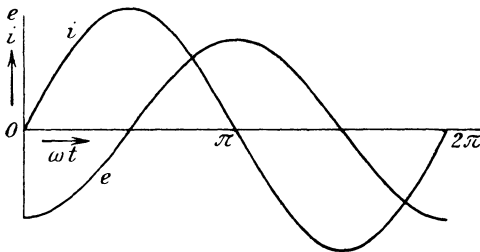


Bild 240. Spannung und Strom eines Kondensators.

Zugleich ergibt Gleichung (23), daß die Spannung am Kondensator um 90° hinter dem Strom zurückbleibt, oder daß der Strom um 90° vor der Spannung vorausseilt (Vgl. Bild 240.)

Für $\omega t = 0$ ist $i = 0$ und die Spannung hat ihren negativen Höchstwert, der

sich für diesen Augenblick gar nicht ändert. Der Kondensator ist voll geladen und fängt an sich zu entladen, sobald die äußere Spannung anfängt, abzunehmen. Strom und Spannung sind also in der nächsten viertel Periode einander entgegengerichtet.

Für $\omega t = \pi/2$ ändert sich die Spannung am meisten, daher hat auch die Stromstärke ihren höchsten Wert. Während dann in der nächsten

viertel Periode die Spannung anwächst, erzeugt sie einen ihr gleichgerichteten Strom. Spannung und Stromstärke sind also positiv usw.

Im ersten Viertel der Periode, wo Strom und Spannung entgegengesetzte Richtung haben, ist die zugeführte Leistung negativ, d. h. der Kondensator gibt Arbeit in die Stromquelle zurück. Im zweiten Viertel der Periode wird dann der Kondensator wieder aufgeladen, und die Energie erreicht einen Höchstwert. Dieser ergibt sich in Übereinstimmung mit Gleichung (27) auf S. 108 unter Benutzung von Gleichung (21) zu

$$\int_{e=0}^{e=e_m} e i dt = \int_0^{e_m} C e d e = \frac{C \cdot e_m^2}{2}. \tag{25}$$

Da ebensoviel positive wie negative Arbeit zugeführt wird, so ist die mittlere Leistung gleich Null, entsprechend $\varphi = 90^\circ$ und $\cos \varphi = 0$.

Wenn ein Wirkwiderstand R vor dem Kondensator liegt, so wird die Gesamtspannung, deren Zeitwert wir jetzt mit e und deren Effektivwert wir mit E bezeichnen, nach Gleichung (21)

$$e = i \cdot R + \frac{1}{C} \int i dt. \tag{26}$$

Sie besteht bei sinusförmigem Strom aus einer Teilspannung von dem Effektivwert $I \cdot R$, die mit dem Strom in Phase ist, und einer Teilspannung von dem Effektivwert $I/C\omega$, die gegen den Strom um 90° nach-eilt. Die Spannung $I/C\omega$ ist dann ebenfalls eine Blindspannung, die im Unterschied von der induktiven Spannung als kapazitive Spannung bezeichnet wird. Die Zusammensetzung der Sinuskurven für die Wirkspannung und kapazitive Spannung können wir in ähnlicher Weise vornehmen wie in Bild 230. Schneller kommen wir durch Zeichnung der Strahlen in Bild 241 zum Ziel. Wir erhalten daraus

$$E = I \cdot \sqrt{R^2 + 1/C^2 \omega^2} \tag{27} \quad \text{tg } \varphi = \frac{-1/C\omega}{R} \tag{28}$$

Das negative Vorzeichen im Zähler des Ausdrucks für $\text{tg } \varphi$ rührt daher, daß der Winkel φ im vierten Quadranten liegt, wenn nach Bild 241 $I \cdot R$ in die positive Richtung der wagerechten Achse gelegt wird.

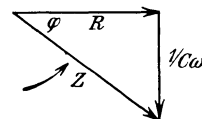
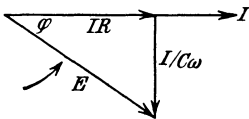


Bild 241. Widerstand und Kapazität in Reihe. Bild 242. Widerstand und Kapazität in Reihe.

Wenn wir dann wieder alle Strahlen in Bild 241 durch den Strom I teilen, so erhalten wir in Bild 242 ein rechtwinkliges Widerstandsdreieck, in welchem $z = E/I$ der Scheinwiderstand, R der Wirkwiderstand und

$1/C\omega$ der sog. kapazitive Widerstand ist. Dabei ist

$$z = \sqrt{R^2 + 1/C^2\omega^2}, \quad (29)$$

während sich $\operatorname{tg} \varphi$ wie oben ergibt.

Wollen wir, statt zu zeichnen, in symbolischer Form rechnen, so haben wir zu beachten, daß $1/C\omega$ in Bild 242 um 90° gegen R zurückbleibt. Dies bringen wir dadurch zum Ausdruck, daß wir nach S. 240 $1/C\omega$ mit $-j$ vervielfachen. Auf diese Weise erhalten wir den Scheinwiderstand in symbolischer Form zu

$$\zeta = R - j \cdot 1/C\omega. \quad (30)$$

Man kann also den kapazitiven Widerstand als einen negativen induktiven Widerstand auffassen.

76. Das allgemeine Ohmsche Gesetz für Wechselstrom.

Sind Wirkwiderstand, induktiver und kapazitiver Widerstand in Reihe geschaltet, so ergibt sich nach Gleichung (10) und Gleichung (22) auf S. 249 und 256 die Gesamtspannung zu

$$e = iR + L \cdot \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt. \quad (31)$$

Die Wirkspannung $i \cdot R$ hat dieselbe Phase mit dem Strom, die Spannung $i \cdot L\omega$, die zur Überwindung der Selbstinduktion dient, eilt dem Strom um 90° vor, und die Spannung $i/C\omega$ an der Kapazität bleibt hinter dem Strom um 90° zurück, die Summe aus allen drei Spannungen ist dann die Gesamtspannung E . (Vgl. Bild 243.)

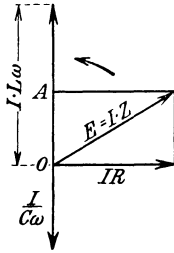


Bild 243. Wirkspannung, induktive und kapazitive Spannung in Reihe.

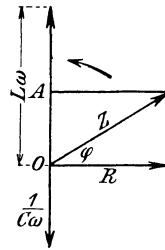


Bild 244. Wirkwiderstand, induktiver und kapazitiver Widerstand R in Reihe.

Ist $OA = I \cdot L\omega - 1/C\omega$, so ist die Summe aus OA und $I \cdot R$ die Gesamtspannung nach Größe und Phase. Demnach ist $E^2 = (I \cdot R)^2 + \overline{OA^2}$ oder

$$E = I \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2} \quad (32) \quad \text{und} \quad \operatorname{tg} \varphi = \frac{L\omega - 1/C\omega}{R}. \quad (33)$$

Gleichung (32) heißt das allgemeine Ohmsche Gesetz für Wechselstrom. Teilen wir nun, wie früher, alle Strahlen durch den Strom I ,

so erhalten wir das Widerstandsbild in Bild 244. In diesem sind der Wirkwiderstand R und der Blindwiderstand $L\omega - 1/C\omega$ die Teilwiderstände und $z = E/I$ der Scheinwiderstand. Dabei ist

$$z = \sqrt{R^2 + (L\omega - 1/C\omega)^2} \quad (34)$$

$$\cos \varphi = \frac{R}{z} \quad (35) \quad \sin \varphi = \frac{L\omega - 1/C\omega}{z}. \quad (36)$$

Berücksichtigen wir, daß die Vervielfachung mit $+j$ einen Strahl \Im um 90° vorwärts, die mit $-j$ um 90° rückwärts dreht, so nimmt das Ohmsche Gesetz in der symbolischen Schreibweise die Form an:

$$\mathcal{E} = \Im \cdot R + j \Im L\omega - j \Im / C\omega = \Im \cdot \mathfrak{z}. \quad (37)$$

Dabei ist der Scheinwiderstand \mathfrak{z} in symbolischer Form

$$\mathfrak{z} = R + j(L\omega - 1/C\omega). \quad (38)$$

Es ist bedeutungsvoll, daß ω in der Klammergröße der Gleichung (32) im Zähler und im Nenner steht. Es muß also eine Frequenz geben, für welche die Größe innerhalb der Klammer gleich Null wird. Wir erhalten sie aus der Gleichung: $L\omega - 1/C\omega = 0$, oder wenn wir für ω auflösen und die Frequenz f einführen:

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{C \cdot L}}, \quad (39) \quad \text{d. h.} \quad f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{C \cdot L}}.$$

Für diese Frequenz wird die Klammergröße im Ausdruck für z gleich Null, und wir erhalten $I = E/R$. Die Stromstärke ist dann also ebenso groß, wie wenn wir ohne Selbstinduktion und Kapazität allein den Widerstand R an die Spannung E legen.

Die von einer Maschine erzeugte Spannung sei z. B. $E = 10000$ Volt, ihre Induktivität $L = 0,4$ Henry, die Kapazität eines Kabels $C = 2,5 \cdot 10^{-6}$ Farad, und der Widerstand des Kabels (Hin- und Rückleitung) 5 Ohm. Die Induktivität des Kabels werde vernachlässigt. Die Frequenz f sei zunächst gleich 50.

Wir können dann die Kapazität des Kabels durch einen Kondensator ersetzt denken, der in der Mitte zwischen der Maschine und dem Ende des Kabels angebracht ist. Für den Widerstand zwischen Maschine und Kondensator haben wir dann die Hälfte des ganzen Widerstandes, nämlich 2,5 Ohm einzusetzen. Durch diese oberflächliche Rechnung erhalten wir bei der Frequenz $f = 50$ nach Gleichung (32) einen Strom:

$$I = \frac{10000}{\sqrt{2,5^2 + \left(0,4 \cdot 6,28 \cdot 50 - \frac{10^6}{2,5 \cdot 50 \cdot 6,28}\right)^2}} = 8,7 \text{ Ampere.}$$

Dies ist die Stromstärke, die in unserem Falle in das offene Kabel fließt. Die Phasenverschiebung ist dabei fast 90° , $\cos \varphi$ fast gleich Null und dadurch die Leistung ebenfalls fast gleich Null.

Wir fragen uns nun, bei welcher Frequenz die Stromstärke bei

den obigen Werten der Spannung, der Induktivität und der Kapazität ihren höchsten Wert erreicht. Diese gefährliche Frequenz ergibt sich aus der Gleichung für f zu:

$$f = \frac{1}{2\pi\sqrt{C \cdot L}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{2,5 \cdot 10^{-6} \cdot 0,4}} = 160.$$

Bei dieser Frequenz wird die Klammergröße im Nenner des Ohmschen Gesetzes gleich Null, und wir erhalten, obgleich das Kabel offen ist, eine Stromstärke:

$$I = \frac{E}{R} = \frac{10000}{2,5} = 4000 \text{ Ampere!!}$$

Dabei erreichen die Spannungen der Kapazität und der Selbstinduktion jede den außerordentlichen Wert:

$$\frac{I}{C\omega} = L\omega \cdot I = 0,4 \cdot 2\pi \cdot 160 \cdot 4000 = 1,62 \cdot 10^6 \text{ Volt!!}$$

Natürlich hält das Kabel die hohe Stromstärke und Spannung nicht aus. Man nennt den bei der gefährlichen Frequenz eintretenden Zustand die **Resonanz**. Er erklärt sich daraus, daß in jedem Augenblick die durch die Selbstinduktion erzeugte Spannung ausreicht, um die hohe Kapazitätsspannung zu liefern, und umgekehrt, so daß die Klemmenspannung der Maschine nur dazu dient, den Schwingungskreis anzuregen. Das Bemerkenswerte ist dabei, daß trotz des offenen Kabels eine so außerordentlich große Stromstärke auftritt und trotz betriebsmäßig erregter Maschine die Spannung einen so hohen Wert annimmt. Dabei ist aber zu beachten, daß die Induktivität $L = 0,4$ verhältnismäßig groß gewählt ist und nur für eine kleine Maschine paßt, wie sie etwa zur Isolationsprüfung verwendet wird. Ist L kleiner, wie das bei Maschinen für große Leistungen der Fall ist, so liegt die gefährliche Frequenz weit höher als bei 160.

77. Wechselstromwiderstände in Nebeneinanderschaltung.

Wenn die Spannung E gegen den Strom I um den Winkel φ verschoben ist, können wir den Strom nach Bild 235 in einen mit der Spannung phasengleichen Wirkstrom $I \cos \varphi$ und einen dazu senkrechten Blindstrom $I \sin \varphi$ zerlegen. Bezeichnen wir den Wirkstrom mit I_w und den Blindstrom mit I_b , so wird

$$I_w = I \cdot \cos \varphi \quad (40) \qquad I_b = I \cdot \sin \varphi \quad (41)$$

$$I = \sqrt{I_w^2 + I_b^2} \quad (42) \qquad \operatorname{tg} \varphi = I_b / I_w \quad (43)$$

Wenn die Spannung vor dem Strome vorauffelt, sind φ und I_b positiv, wenn sie nachheilt, negativ.

Sind nun mehrere Zweige nebeneinander geschaltet, so haben sie alle dieselbe Spannung. Wir können dann für jeden Zweig die Größe

des Stromes und seine Phase gegenüber der Spannung berechnen und die Einzelströme in je einen Wirk- und Blindstrom zerlegen. Wenn wir dann die Summe der Wirkströme und die Summe der Blindströme

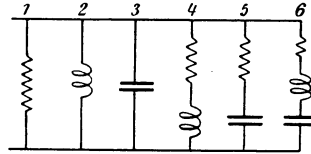
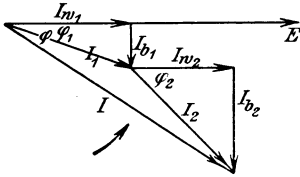


Bild 245. Gesamtstrom I der Verzweigung.

Bild 246. Wechselstromzweige nebeneinander.

rechtwinklig zusammenfügen, so erhalten wir den Gesamtstrom. Sein Betrag und seine Phase sind dann nach Bild 245 gegeben durch

$$I = \sqrt{(\sum I_w)^2 + (\sum I_b)^2} \quad (44) \quad \text{tg } \varphi = \frac{\sum I_b}{\sum I_w} \quad (45)$$

An einer Spannung $E = 300$ Volt mögen z. B. die in Bild 246 gegebenen Zweige liegen, deren Widerstände in den ersten Reihen der folgenden Zahlentafel angegeben sind. Wir berechnen dann nacheinander für jeden Zweig

$$z = \sqrt{R^2 + (L\omega - 1/C\omega)^2} \quad I = E/z$$

$$\cos \varphi = \frac{R}{z} \quad (46) \quad \sin \varphi = \frac{L\omega - 1/C\omega}{z} \quad (47)$$

$$I_w = I \cdot \cos \varphi \quad (48) \quad I_b = I \cdot \sin \varphi \quad (49)$$

Der Gesamtstrom I nach Größe und Phase ergibt sich dann nach Gleichung (44) und (45).

Zweig	R	$L\omega$	$1/C\omega$	z	I	$\cos \varphi$	$\sin \varphi$	I_w	I_b
1	6	—	—	6	50	1	0	50	0
2	—	15	—	15	20	0	1	0	20
3	—	—	30	30	10	0	—1	0	—10
4	4	3	—	5	60	0,8	0,6	48	36
5	6	—	8	10	30	0,6	—0,8	18	—24
6	4	8	11	5	60	0,8	—0,6	48	—36
								164	—14.

Dann erhalten wir den Gesamtstrom nach Größe und Phase aus den Gleichungen

$$I = \sqrt{164^2 + (-14)^2} = 164,5 \quad \text{tg } \varphi = \frac{-14}{164} = -0,0855.$$

Die Phasenverschiebung ist negativ, d. h. der Strom eilt der Spannung vor.

Wir können unsere Aufgabe auch auf symbolischem Wege lösen, indem wir für jeden Zweig $z = R + j(L\omega - 1/C\omega)$ und daraus $\mathfrak{I} = \mathfrak{E}/z$ berechnen, die Nenner reell machen und die Ströme zusammenzählen. Wenn wir den Strahl der Spannung willkürlich in die positive Richtung

der wagerechten Achse legen, haben wir für \mathfrak{E} den reellen Wert $E = 300$ einzuführen. Wir erhalten dann:

Zweig	\mathfrak{z}	$\mathfrak{S} = \mathfrak{E}/\mathfrak{z}$
1	6	50
2	$j 15$	$-j 20$
3	$-j 30$	$+j 10$
4	$4 + j 3$	$48 - j 36$
5	$6 - j 8$	$18 + j 24$
6	$4 - j 3$	$48 + j 36$
		$\Sigma \mathfrak{S} = 164 + j 14$

Wir haben nun zu beachten, daß unser Ausdruck für $\Sigma \mathfrak{S}$ an sich mit Wirkstrom und Blindstrom nichts zu tun hat, sondern nur die Teilströme, bezogen auf die wagerechte und senkrechte Achse angibt. Beide sind in unserem Falle positiv, d. h. der Strahl des Gesamtstromes liegt im ersten Quadranten und eilt dem in die positive Richtung der wagerechten Achse gelegten Strahl der Spannung vor. Wir haben zwar einen positiven Phasenwinkel ψ des Strahles \mathfrak{S} , aber eine negative Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung.

Anstatt des Wirkstromes und des Blindstromes kann man bei Nebeneinanderschaltung auch mit dem Wirkleitwert und dem Blindleitwert arbeiten. Ist $x = L\omega - 1/C\omega$ der Blindwiderstand, so ist der Scheinwiderstand eines Zweiges in symbolischer Form

$$\mathfrak{z} = R + jx.$$

Der Scheinleitwert, den wir mit \mathfrak{y} bezeichnen, ist der umgekehrte Wert, also

$$\mathfrak{y} = \frac{1}{\mathfrak{z}} = \frac{1}{R + jx} = \frac{R}{R^2 + x^2} - j \frac{x}{R^2 + x^2}$$

Wir nennen nun $R/(R^2 + x^2)$ den Wirkleitwert und bezeichnen ihn mit g . Ebenso nennen wir $x/(R^2 + x^2)$ den Blindleitwert und bezeichnen ihn mit b . Demnach ist

$$g = \frac{R}{R^2 + x^2} \quad (50) \quad b = \frac{x}{R^2 + x^2} \quad (51) \quad \mathfrak{y} = g - j b. \quad (52)$$

Wir können dann für jeden Zweig den Wirk- und Blindleitwert berechnen und alle entsprechenden Werte zusammenzählen. Daraus erhalten wir den Gesamtleitwert in symbolischer Form und damit die reellen Größen, d. h.

$$y = \sqrt{g^2 + b^2}, \quad (53) \quad I = E \cdot y, \quad (54) \quad \text{und } \operatorname{tg} \varphi = \frac{b}{g}. \quad (55)$$

In Wirklichkeit ist diese Art der Rechnung nichts anderes als die mit Wirk- und Blindstrom, da der Leitwert gleich dem Strom bei der Spannung Eins ist.

Wir stellen uns nun die Aufgabe, die beiden Zweige in Bild 247

so abzustimmen, daß die Phasenverschiebung zwischen Gesamtstrom und Spannung gleich Null wird. In diesem Falle muß die Summe der Blindströme, d. h. $I_1 \cdot \sin \varphi_1 + I_2 \cdot \sin \varphi_2$ gleich Null werden. Nun ist

$$I_1 = \frac{E}{z_1} \qquad I_2 = \frac{E}{z_2}$$

$$\sin \varphi_1 = \frac{L\omega}{z_1} \qquad \sin \varphi_2 = \frac{-1/C\omega}{z_2}.$$

Demnach lautet unsere Bedingung, wenn $z_1 = \sqrt{R_1^2 + L^2\omega^2}$ und $z_2 = \sqrt{R_2^2 + 1/C^2\omega^2}$ gesetzt wird:

$$\frac{L\omega}{R_1^2 + L^2\omega^2} = \frac{1/C\omega}{R_2^2 + 1/C^2\omega^2}. \quad (56)$$

Der Blindstrom des einen Zweiges wird dann vom Blindstrom des andern Zweiges geliefert und umgekehrt, und in der Zuleitung fließt nur Wirkstrom. Man könnte daher an sich die Selbstinduktion von Verbrauchskörpern, z. B. von Drehstrommotoren für die Zuleitung und die Stromerzeuger dadurch unschädlich machen, daß man im Nebenschluß zu den Verbrauchskörpern Kondensatoren einschaltete. Diese lassen sich aber nicht genügend haltbar herstellen. Wir werden jedoch später sehen, daß ein übererregter Synchronmotor wie ein Kondensator wirkt, indem er einen der Spannung voreilenden Strom aufnimmt. Falls also in der Anlage Synchronmotoren laufen, wird man diese übererregen. In besonderen Fällen werden auch übererregte leerlaufende Synchronmotoren an der Verbrauchsstelle als „Phasenregler“ aufgestellt.

Wenn R_1 und R_2 in Bild 247 gleich Null sind, ist der Wirkstrom in jedem Zweig und daher auch in der Zuleitung gleich Null. Dann nimmt Gleichung (56) die Form an

$$1/C\omega = L\omega. \quad (57)$$

Unter dieser Bedingung ist dann nicht nur der Blindstrom, sondern der Gesamtstrom in der Zuleitung gleich Null, während in der Verzweigung ein Strom fließt. Dieser Fall der „Stromresonanz“ ist natürlich immer nur angenähert zu verwirklichen.

Wir hätten unsere Aufgabe auch auf symbolischem Wege rechnen können, indem wir den gesamten Scheinwiderstand \mathfrak{z} der Verzweigung, wie bei Gleichstrom (!) entsprechend Gleichung (9) auf S. 13 berechnen. Dieser wird

$$\mathfrak{z} = \frac{\mathfrak{z}_1 \mathfrak{z}_2}{\mathfrak{z}_1 + \mathfrak{z}_2}. \quad (58)$$

Wir haben dann $\mathfrak{z}_1 = R_1 + jL\omega$ und $\mathfrak{z}_2 = R_2 - j1/C\omega$ zu setzen

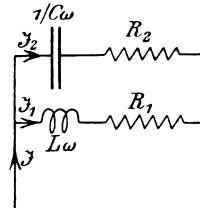


Bild 247. Wechselstromzweige nebeneinander.

und den Nenner in Gleichung (58) reell zu machen. Dann erhalten wir im Zähler eine komplexe Größe, in welcher das imaginäre Glied gleich Null werden muß, damit die ganze Verzweigung nur wie ein Ohmscher Widerstand wirkt. Wir erhalten dadurch dieselbe Bedingung wie in Gleichung (56).

78. Ersatzschaltung.

Viele Wechselstromkreise lassen sich auf die in Bild 248 dargestellte sogenannte Ersatzschaltung zurückführen. Dabei soll R'' im Gegensatz zu den übrigen Widerständen bei den verschiedenen Betriebszuständen veränderlich sein.

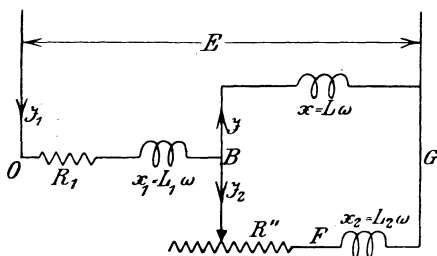


Bild 248. Ersatzschaltung.

Wir legen nun in Bild 249 den Strahl des Stromes I_1 willkürlich in die positive Richtung der senkrechten Achse. Dann fällt $OA = I_1 R_1$ ebenfalls in diese Richtung, während $AB = I_1 \cdot x_1$ um 90° voreilt. Ist dann BG die Spannung an der Verzweigung, so ist OG die Gesamtspannung.

Nun erhalten wir die Spannung BG am oberen Zweig, wenn wir den induktiven Widerstand x mit dem Strom in diesem Widerstand, d. h. mit der Differenz der Ströme I_1 und I_2 vervielfachen. Sie ist also gleich der geometrischen Differenz aus $I_1 \cdot x$ und $I_2 \cdot x$. Dabei eilt $BD = I_1 \cdot x$ dem Strome I_1 und $GD = I_2 \cdot x$ dem Strome I_2 um 90° vor. Der Strahl des Stromes I_2 fällt also in die Richtung CG .

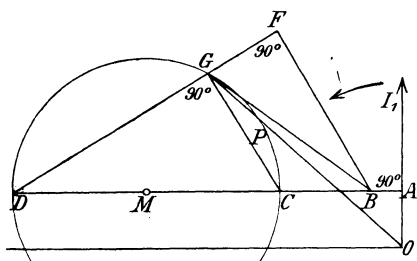


Bild 249. Spannungsbild der Ersatzschaltung für gleichbleibenden Strom, gleichzeitig Widerstands bild.

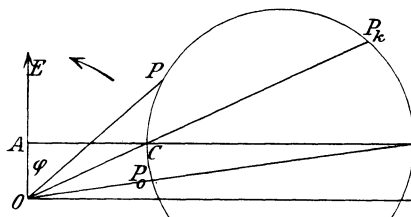


Bild 250. Strombild der Ersatzschaltung für gleichbleibende Spannung.

Nun liegt die Spannung BG auch am unteren Zweig, sie besteht also aus den Teilspannungen $BF = I_2 \cdot R''$ in Phase mit dem Strome I_2 und $FG = I_2 \cdot x_2$, um 90° gegen I_2 voreilend. Die Bezeichnungen in Bild 249 entsprechen denen in Bild 248.

Wir wollen nun annehmen, daß der Effektivwert des Stromes I_1 bei Änderungen des Widerstandes R'' durch Änderung der Gesamt-

spannung auf dem gleichen Betrag gehalten wird. Dann bleiben OA , AB und BD ebenfalls gleich. Ferner ist das Verhältnis $BC:CD = FG:GD = x_2:x$, also unveränderlich. Bei gleichbleibendem effektiven Strom und fester Lage seines Strahles liegt also der Endpunkt des Strahles OG der Gesamtspannung auf einem Kreise mit dem Durchmesser CD , unabhängig von R'' .

Wir teilen nun alle Strahlen durch I_1 oder zeichnen das Bild für $I_1 = 1$. Dann wird das Spannungsbild zum Widerstandsbild. Darin ist

$$OA = R_1, \quad AB = x_1, \quad BD = x,$$

BG ist gleich dem Scheinwiderstand der Verzweigung rechts, während OG gleich dem Scheinwiderstand der Gesamtschaltung ist und der Endpunkt G wieder auf dem Kreise liegt.

Den Betriebszustand mit $R'' = \infty$, wobei der untere Zweig offen ist, bezeichnen wir als Leerlauf, den Betriebszustand mit $R'' = 0$, wobei der untere Zweig nur induktiven Widerstand enthält, bezeichnen wir als Kurzschluß. In beiden Fällen bildet die Verzweigung rechts einen induktiven Widerstand, der gegen den Wirkwiderstand OA um 90° voreilt. Er ist bei Leerlauf $BD = x$ und bei Kurzschluß nach Gleichung (58) gleich $BC = x_2 \cdot x / (x_2 + x)$. Der gesamte Blindwiderstand der Ersatzschaltung ist also nach Bild 248

$$\text{bei Leerlauf: } x_o = x_1 + x = AD \quad (59)$$

$$\text{bei Kurzschluß: } x_k = x_1 + \frac{x_2 \cdot x}{x_2 + x} = AC. \quad (60)$$

Mit Hilfe von R_1 , x_0 und x_k läßt sich dann der Kreis über den Durchmesser CD zeichnen.

Ein solches Widerstandsbild oder ein Spannungsbild bei gleichbleibendem Strom hat aber für uns noch wenig Wert. Was wir brauchen, ist ein Strombild, das uns gestattet, bei gleichbleibender Spannung, für jeden Effektivwert des Stromes unmittelbar seine Phase abzulesen.

Der Übergang vom Spannungs- oder Widerstandsbild zum Strombild geschieht durch die Inversion. Sie besteht darin, daß man den reziproken Wert einer Größe, die durch einen Strahl dargestellt wird, ebenfalls durch einen Strahl darstellt. Sind z. B. bei einem Kreise OP_1 und OP_2 die Abschnitte einer Sekante und OT die Tangente, so gilt die Gleichung:

$$\frac{1}{OP_1} = \frac{1}{OT^2} \cdot OP_2.$$

OP_2 stellt uns also, abgesehen vom Maßstab, den reziproken Wert von OP_1 dar.

Wir wenden nun dies Verfahren auf Bild 249 an. Ist r der Halbmesser des Kreises im Widerstandsbild, so ist das Quadrat der Tangente

von O an den Kreis:

$q^2 = \overline{OM}^2 - r^2 = OA^2 + \overline{AM}^2 - r^2 = OA^2 + (AM + r)(AM - r)$.
Dafür erhalten wir nach Bild 249 und Gleichung (59) und (60)

$$q^2 = R_1^2 + x_o \cdot x_k. \quad (61)$$

In Bild 249 ist $q^2 = \overline{OG} \cdot \overline{OP}$, demnach wird für den Gesamtwiderstand OG der Strom bei gleichbleibender Spannung E

$$I_1 = \frac{E}{OG} = \frac{E}{q^2} \cdot OP. \quad (62)$$

Nun ist in Bild 249 der Phasenwinkel φ des Gesamtwiderstandes gleich AOG . Dies ist derselbe Winkel, um den der Strom hinter der Spannung zurückbleibt. Wir legen also in Bild 250 den Strahl der gleichbleibenden Spannung in die positive Richtung der senkrechten Achse und lassen den Strahl OP um den Winkel φ zurückbleiben. Der Endpunkt P dieses Strahles beschreibt dann ebenso wie in Bild 249 einen Kreis, der das Spiegelbild des Kreises in Bild 249 ist, und OP gibt uns eine dem Strom I_1 proportionale Größe nach Größe und Phase an.

Damit wir nicht jedesmal nach Gleichung (62) mit E/q^2 zu vervielfachen brauchen, vervielfachen wir von vornherein alle Strecken, die zur Zeichnung des Kreises dienen, mit E/q^2 , machen also unter Benutzung von Gleichung (61) genau wie in Bild 250:

$$OA = R_1 \cdot \frac{E}{q^2} \quad (63) \quad AC = x_k \cdot \frac{E}{q^2} \quad (64) \quad AD = x_o \cdot \frac{E}{q^2}. \quad (65)$$

Dann beschreibt der Endpunkt P des Strahles OP des Stromes I_1 bei festgehaltenem Strahl der Klemmenspannung für die verschiedenen Betriebszustände einen Kreis über CD . In diesem Strombild ist dann der zu OD inverse Strahl OP_o der Leerstrom und der zu OC inverse Strahl OP_k der Kurzschlußstrom.

Bild 250 ist das genaue Heylandsche Strombild für den induktionslos belasteten Transformator oder für den Drehstrommotor. Die Einfachheit der Gleichungen (63 bis 65), die in Verbindung mit Gleichung (59 bis 61) den Kreis bestimmen, ist bemerkenswert.

Wenn statt der Blindwiderstände $x = L\omega$ und $x_2 = L_2\omega$ die Scheinwiderstände \mathfrak{z} und \mathfrak{z}_2 vorhanden sind, wie in Bild 251, so führt am einfachsten die symbolische Rechnung zum Ziel. Wir bezeichnen dabei den Scheinwiderstand $\mathfrak{z}_1 + \mathfrak{z}$ bei Leerlauf mit \mathfrak{z}_o , den Leerstrom mit \mathfrak{I}_o , den Kurzschlußstrom beim Widerstand $R'' = O$ mit \mathfrak{I}_k und den Strom im unteren Zweige bei Kurzschluß mit \mathfrak{I}_{k2} . Wenn wir die gleichbleibende Spannung, deren Strahl festliegt, bei Leerlauf gleich der bei Betrieb setzen und dabei nach Bild 251 $\mathfrak{I}_1 - \mathfrak{I}_2$ statt \mathfrak{I} einführen, erhalten wir

$$\mathfrak{E} = \mathfrak{I}_o \mathfrak{z}_o = \mathfrak{I}_1 \mathfrak{z}_1 + (\mathfrak{I}_1 - \mathfrak{I}_2) \mathfrak{z}.$$

Setzen wir $\beta_1 + \beta$ gleich β_o , so folgt allgemein \mathfrak{I}_2 , sowie im besondern \mathfrak{I}_{k2} zu

$$\mathfrak{I}_2 = (\mathfrak{I}_1 - \mathfrak{I}_o) \frac{\beta_o}{\beta}. \quad (66)$$

$$\mathfrak{I}_{k2} = (\mathfrak{I}_k - \mathfrak{I}_o) \frac{\beta_o}{\beta}. \quad (67)$$

Wir setzen nun die Spannung bei Betrieb gleich der Spannung bei Kurzschluß, d. h.

$$\mathcal{E} = \mathfrak{I}_1 \cdot \beta_1 + \mathfrak{I}_2 \cdot R'' + \mathfrak{I}_2 \cdot \beta_2 = \mathfrak{I}_k \beta_1 + \mathfrak{I}_{k2} \cdot \beta_2. \quad (68)$$

Führen wir darin für \mathfrak{I}_2 und \mathfrak{I}_{k2} die berechneten Werte ein, so erhalten wir:

$$\mathfrak{I}_1 - \mathfrak{I}_o = (\mathfrak{I}_k - \mathfrak{I}_1) \left(\beta_2 + \frac{\beta_1 \beta}{\beta_o} \right) \frac{1}{R''}. \quad (69)$$

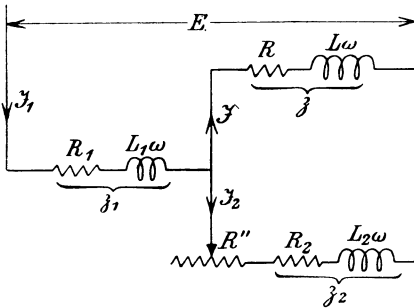


Bild 251. Ersatzschaltung.

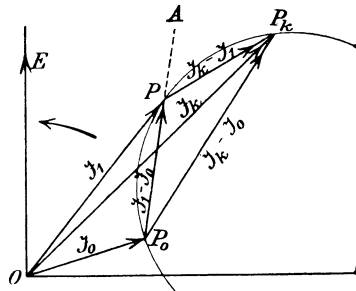


Bild 252. Strombild für die Ersatzschaltung.

Nun hat die Teilung durch einen Wirkwiderstand R'' keinen Einfluß auf die Phase eines Stromes. Nach S. 255 ist also $\mathfrak{I}_1 - \mathfrak{I}_o$ gegen $\mathfrak{I}_k - \mathfrak{I}_1$ bei veränderlichem R'' um den gleichbleibenden Phasenwinkel $P_k P A$ des Scheinwiderstandes $\beta_2 + \beta_1 \cdot \beta / \beta_o$ vorgeschoben. Nach Bild 252 liegt dann der Endpunkt des Strahles für den Strom \mathfrak{I}_1 auf einem Kreise, in welchem $P_k P A$ der spitze Peripheriewinkel über der Sehne $P_o P_k$ ist. Der Strahl der Gesamtspannung fällt dabei dauernd in dieselbe Richtung, weil wir in unsern Entwicklungen für diesen Strahl bei Leerlauf, Kurzschluß und Betrieb den gleichen Wert von \mathcal{E} eingeführt haben.

Vierzehnter Teil.

79. Mehrphasenströme. — 80. Dreieck- und Sternschaltung. — 81. Die Leistung des Drehstromes. — 82. Der Spannungsabfall in Drehstromleitungen.

79. Mehrphasenströme.

Die Verwendung des Wechselstromes wurde lange Zeit dadurch gehindert, daß es nicht gelang, Wechselstrommotoren zu bauen, die mit dem erforderlichen Drehmoment anliefen. Erst durch die Verwendung des Drehstromes, d. h. eines mehrphasigen Wechselstromes, wurde dieses Hindernis beseitigt.

Mehrphasige Wechselströme sind Ströme, die in ihrem zeitlichen Zustand, d. h. in ihrer Phase, in regelmäßigem Abstand gegeneinander verschoben sind. Die Stromerzeuger für mehrphasigen Wechselstrom oder Drehstrom besitzen dementsprechend eine Reihe von besonderen Wicklungen oder Zweigen, die gegeneinander um denselben räumlichen Winkel verschoben sind. Die in ihnen erzeugten Spannungen haben dann eine dem räumlichen Winkel entsprechende Phasenverschiebung gegeneinander. Sind alle Zweige gleichmäßig belastet, so haben auch die Ströme dieselbe Phasenverschiebung gegeneinander.

Eine vollkommene Drehstromwicklung müßte aus unendlich vielen oder wenigstens sehr vielen einzelnen Zweigen bestehen. In Bild 253

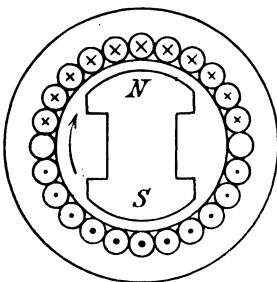


Bild 253.
Ankerströme der Vielphasenwicklung,
Durchmesserwicklung.

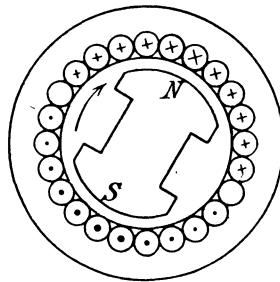


Bild 254.
Ankerströme, $\frac{1}{12}$ Periode später
als in Bild 253.

gehört z. B. je eine Nut mit der auf demselben Durchmesser liegenden Nut zu einem besonderen Zweige. Jeder Zweig der Wicklung sei zu besonderen Klemmen geführt und an eine äußere Belastung angeschlossen, die der Einfachheit wegen nur Wirkwiderstand enthalten möge. Die Feldverteilung sei sinusförmig. Der induktive Widerstand der Wicklung

werde vernachlässigt, so daß der Strom in jedem Zweige gleiche Phase mit der durch das Magnetfeld erzeugten Spannung hat. Er hat dann seinen Höchstwert in der Nut, vor der sich gerade die Polmitte befindet, und fällt nach beiden Seiten hin räumlich sinusförmig ab. Dies ist in Bild 253 durch entsprechend starke Zeichnung der Strompfeile deutlich gemacht.

Nach $\frac{1}{12}$ Periode steht das Polrad in der durch Bild 254 gegebenen Lage, und der Strom ist wieder am stärksten in den Nuten, vor denen sich die Polmitte befindet. Synchron oder gleichlaufend mit dem Polrad dreht sich also in den feststehenden Drähten die sinusförmige Stromverteilung, wir haben es also beim Mehrphasenstrom mit einem wirklichen Drehstrom zu tun. Als Vergleich ziehen wir den Fall heran, bei dem eine Reihe von Glühlampen auf dem Umfang eines Kreises liegen, die Lichtstärke der Lampen sinusförmig verteilt ist, und diese sinusförmig verteilte Lichtstärke sich wie bei einer Reklamebeleuchtung im Kreise dreht.

In Wirklichkeit beschränkt man sich fast stets auf drei Zweige, die schon eine sehr vollkommene Wirkung ergeben. Bei Einankerumformern kommen sechs Zweige, bei Kaskadenumformern zwölf Zweige vor.

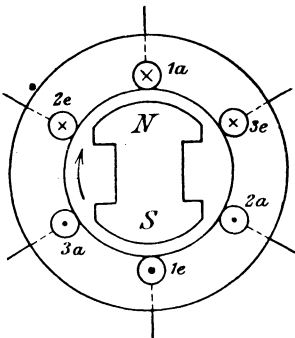


Bild 255.
Ankerströme der Dreiphasenwicklung.

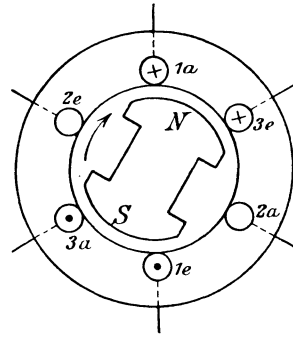


Bild 256. Ankerströme, $\frac{1}{12}$ Periode später
als in Bild 255.

Bild 255 zeigt eine zweipolige Dreiphasenwicklung. Die Nuten $1a$, $1e$, bzw. $2a$, $2e$ oder $3a$, $3e$ gehören je zu einem Zweige. Die Anfänge der Zweige liegen in den Nuten $1a$, $2a$, $3a$, die Enden in den Nuten $1e$, $2e$, $3e$. Die drei Anfänge sind um $\frac{1}{3}$ des Umfanges oder allgemein bei mehrpoligen Maschinen um 120 elektrische Grade, also $\frac{2}{3}$ der Polteilung voneinander entfernt. Die drei Zweige sind in gleichem Sinne gewickelt, d. h. alle Anfänge sind von hinten nach vorn durch die Nut geführt. Sie sind in der Reihenfolge bezeichnet, in der sie nacheinander vor die Polmitte zu liegen kommen. Bei unserer Maschine, bei welcher der Magnetkörper gedreht wird und die Wicklung feststeht, stimmt also die Reihenfolge mit dem Drehsinn überein. Wir wollen zunächst wieder annehmen, daß die drei Zweige je zu besonderen Klemmen geführt sind

und im Stromkreis der Zweige nur Wirkstrom fließt, der in allen Zweigen denselben Effektivwert haben möge.

Der Zweig, der gerade vor der Polmitte liegt, führt den größten Strom i_m . In den benachbarten Spulenseiten der anderen Zweige ist der Strom gleichgerichtet, hat aber bei sinusförmiger Feldverteilung nur den Wert $i_m \cdot \sin 30^\circ = 0,5 i_m$. Die Spulenseite des Zweiges, der den größten Strom führt, wird also zu beiden Seiten eingefasst von Spulenseiten der anderen Zweige, die einen gleichgerichteten, aber halb so starken Strom führen.

Nach $1/12$ Periode liegen die Spulenseiten des Zweiges $2a$, $2e$ nach Bild 256 zwischen den Polen, so daß Spannung und Strom in diesem Zweige gleich Null sind. Die beiden anderen Zweige führen dann den Strom $i_m \cdot \sin 60^\circ = 0,866 i_m$. Vor einem Pol liegen dann zwei Spulenseiten, die zu verschiedenen Zweigen gehören und einen Strom von gleicher Richtung und Stärke führen.

Nach weiterem Verlauf von $1/12$ Periode wiederholt sich das Bild 255, jedoch führt jetzt die Spulenseite $3e$ statt $1a$ den größten Strom. Auch hier wieder dreht sich die Durchflutung im Gleichlauf mit dem Magnetfeld, wenn sie auch nicht so vollkommen sinusförmig ist wie in Bild 253.

80. Dreieck- und Sternschaltung.

Die sechs Zuleitungen in Bild 255 und 256 lassen sich durch Dreieck- oder Sternschaltung auf drei verringern, wobei die eine Leitung stets die Rückleitung für die beiden anderen bildet. Wir bezeichnen wie früher die Zweige eines Stromerzeugers in der Reihenfolge, in der

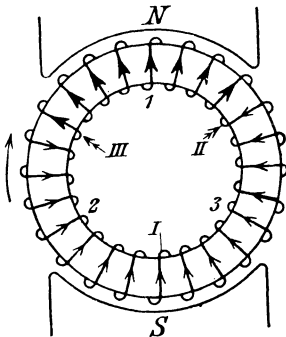


Bild 257. Umlaufende Drehstrom-Ringwicklung in Dreieckschaltung.

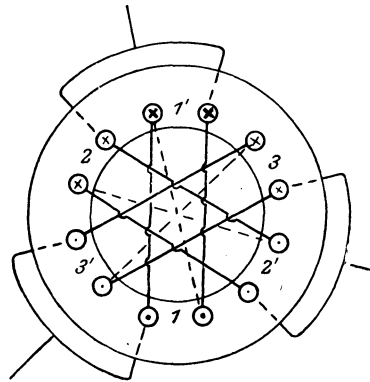


Bild 258. Feststehende Drehstrom-Trommelwicklung in Dreieckschaltung.

die Spannung in ihnen erzeugt wird, mit arabischen Ziffern. Die Klemmen der Maschine bezeichnen wir dann mit römischen Ziffern, und zwar so, daß vollständige Gleichmäßigkeit entsteht.

Bei der Dreieckschaltung wird das Ende eines Zweiges mit dem Anfang des folgenden Zweiges verbunden und so die Wicklung in sich geschlossen. Bild 257 zeigt dies für einen, innerhalb eines feststehenden Magnetgestells umlaufenden Ringanker. Wie wir sehen, ist eine Gleichstromwicklung, sei es Ring oder Trommel, die wir an drei um 120 Grad versetzten Stellen zu Schleifringen führen, gleichzeitig eine in Dreieck geschaltete Drehstromwicklung. Bild 258 zeigt die Dreieckschaltung bei einer feststehenden Trommelwicklung eines Stromerzeugers oder beim feststehenden Teil eines Drehstrommotors. Wir durchlaufen z. B. diese Wicklung, indem wir in der linken Nut der Spulenseite 1 von hinten nach vorn schreiten und in zwei Windungen den Zweig 1 1' verfolgen. Bei der rechten Nut der Spulenseite 1' gehen wir hinten nach der Spulenseite 2, die gegen 1 um 120° verschoben ist, also den Anfang des zweiten Zweiges bildet usw. Die Netzleiter werden dann an die Verbindungspunkte von je zwei Zweigen angeschlossen.

Daß die Dreieckschaltung keinen störenden Ausgleich mit sich bringt, ergibt sich daraus, daß in den drei in sich geschlossenen Zweigen nach Bild 257 ebensowenig innere Ströme auftreten können wie in einer gewöhnlichen Gleichstromwicklung. Dies geht auch daraus hervor, daß die Summe dreier Strahlen, deren Abstand 120° ist, gleich Null ist. In jedem Zeitpunkt ist also die Summe zweier Spannungen entgegengesetzt gleich der dritten. Innere Ströme können also nicht auftreten.

Die Spannung zwischen zwei Netzklemmen ist bei Dreieckschaltung gleich der Spannung des dazwischen liegenden Zweiges.

Der Strom eines Netzleiters ergibt sich aus den Strömen der angeschlossenen beiden Zweige. Wir rechnen bei einem Stromerzeuger die Stromrichtung als positiv, in welcher der Strom aus der Maschine

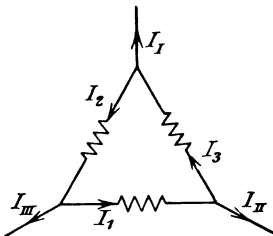


Bild 259. Positive Stromrichtungen bei Dreieckschaltung.

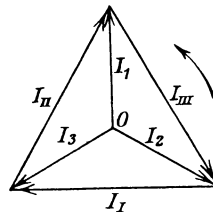


Bild 260. Ströme bei Dreieckschaltung.

heraustritt. Strompfeile in Schaltbildern geben also nicht mehr die Stromrichtung in einem dargestellten Zeitpunkt, sondern die positive Richtung der Ströme an. Wir können dabei die positive Stromrichtung in einem Zweige willkürlich wählen, müssen sie aber in allen Zweigen gleichmäßig vom Anfang zum Ende oder umgekehrt annehmen. Dann ergibt sich aus Bild 259 für die gewählte positive Stromrichtung der

Zweige:

$$\mathfrak{S}_I = \mathfrak{S}_3 - \mathfrak{S}_2 \quad \mathfrak{S}_{II} = \mathfrak{S}_1 - \mathfrak{S}_3 \quad \mathfrak{S}_{III} = \mathfrak{S}_2 - \mathfrak{S}_1.$$

Nach S. 236 erhalten wir dann aus Bild 260 die Netzströme nach Größe und Phase. Die Strahlen werden in der Reihenfolge bezeichnet, in der sie durch eine feste Achse hindurchschreiten. Wir sehen, daß der Strom eines Netzleiters $\sqrt{3}$ mal so groß ist wie der Strom eines Zweiges und gegen die Ströme der angeschlossenen Zweige um 30° bzw. 150° verschoben ist.

Der Strom in einem Netzleiter hat also seinen Höchstwert, wenn die angeschlossenen Zweigströme unter Vernachlässigung des Vorzeichens je den Wert $i_m \cdot \sin 60^\circ$ haben. In Bild 257 wird also der Höchstwert des Stromes im Netzleiter II nach $1/12$ Umdrehung erreicht, wenn der Strom gegenüber dem dargestellten Zeitpunkt im Zweig 1 vom Höchstwert auf $0,866 i_m$ abgenommen und der Strom im Zweig 3 vom halben Höchstwert auf den gleichen Betrag zugenommen hat. Der Zweig 2 liegt dann zwischen den Polen und ist stromlos.

Im Gegensatz zur Dreieckschaltung sind bei der Sternschaltung die Anfänge der drei Zweige in einem Sternpunkt aneinander gelegt und die Enden zu den Netzklemmen geführt. Die positive Stromrichtung folgt beim Stromerzeuger aus der positiven Stromrichtung im Netzleiter, sie ist also vom Sternpunkt nach der Klemme zu gerichtet. Da die Summe der um 120° verschobenen Ströme gleich Null ist, so ist,

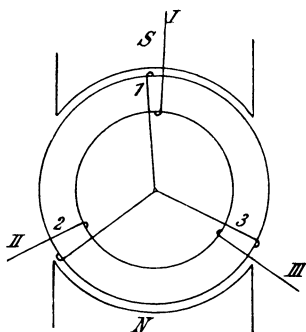


Bild 261.
Sternschaltung.

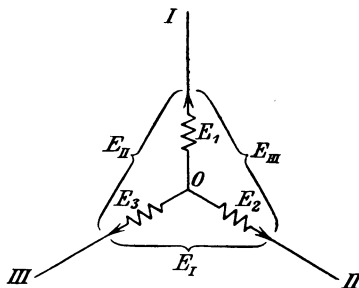


Bild 262.
Positive Richtungen der Spannungen.

ohne daß ein störender Ausgleich zu erfolgen braucht, die Summe der auf den Sternpunkt zufließenden Ströme gleich der Summe der abfließenden Ströme. Ist z. B. der Strom in Phase mit der erzeugten Spannung, so hat er in Bild 261 im Zweig 1 seinen größten Wert i_m und in den beiden anderen Zweigen je den Wert $i_m \cdot \sin 30^\circ = 0,5 i_m$. Die Summe der beiden zufließenden Ströme ist also gleich dem abfließenden Strom.

Der Strom im Netzleiter ist bei Sternschaltung nach Größe und Phase gleich dem Strom im angeschlossenen Zweige.

Um die Netzspannung zu ermitteln, setzen wir zunächst in

Bild 262 willkürlich die positive Richtung außen im Sinne von I nach II, von II nach III und von III nach I fest. Die positive Richtung der in den Zweigen erzeugten Spannung wählen wir übereinstimmend mit der positiven Richtung der Zweigströme. Die Netzspannungen, die als äußerer Spannungsverbrauch einzuführen sind, bezeichnen wir mit E_I , E_{II} , E_{III} , so daß völlige Gleichmäßigkeit entsteht. Dann erhalten wir aus Bild 262 und aus der 2. Kirchhoffschen Regel:

$$\mathcal{E}_I = \mathcal{E}_2 - \mathcal{E}_3 \quad \mathcal{E}_{II} = \mathcal{E}_3 - \mathcal{E}_1 \quad \mathcal{E}_{III} = \mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2.$$

Die Zeichnung der Strahlen in Bild 263 ergibt dann die verkettete Klemmenspannung nach Größe und Phase. Sie ist $\sqrt{3}$ mal so groß wie die Spannung eines Zweiges und gegen die beiden Zweigspannungen, aus denen sie besteht, um 30° , bzw. 150° verschoben. Der Höchstwert der verketteten Spannung E_{II} zwischen den Leitern III und I wird z. B. in Bild 261 nach $\frac{1}{12}$ Umdrehung erreicht, wenn die Spannung im Zweig 1 vom Höchstwert auf $e_m \sin 60^\circ = 0,866 e_m$ abgenommen und die im Zweig 3 von $0,5 e_m$ auf $0,866 e_m$ zugenommen hat. Zusammen ist dann der Höchstwert gleich $1,73 e_m$.

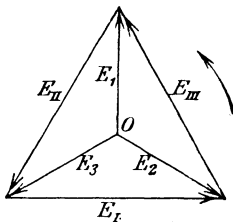


Bild 263. Spannungen bei Sternschaltung.

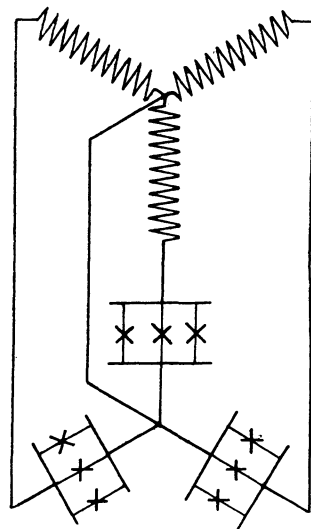


Bild 264. Drehstromverteilung mit Nulleiter.

Bei Arbeitsübertragungen mit hohen Spannungen zieht man die Sternschaltung beim Stromerzeuger und Motor vor, weil die Spannung, für welche die Wicklung eines Zweiges ausgeführt werden muß, dabei nur $1,73$ mal so klein zu sein braucht wie die Netzspannung. Sind Lampen statt der Motoren eingeschaltet, so können sie ebenfalls in Stern- oder Dreieckschaltung geschaltet werden. Ohne besondere Vorkehrungen darf jedoch nur bei Dreieckschaltung, nicht aber bei Sternschaltung die Anzahl der Lampen zwischen den Netzleitern verschieden sein.

Wenn man auch bei Sternschaltung des Netzes eine ungleiche Belastung zwischen den drei Netzleitern ermöglichen will, ohne daß die für die Glühlampen erforderliche Gleichheit der Spannung zwischen den Netzleitern gestört wird, so hat man nach Bild 264 die Sternpunkte des

Stromerzeugers und des Netzes miteinander zu verbinden. Der Nullleiter erfüllt dann dieselbe Aufgabe wie der Nulleiter eines Dreileiternetzes für Gleichstrom.

81. Die Leistung des Drehstromes.

Es sei unabhängig von der Schaltung

- E_1 die Spannung eines Zweiges in Volt,
- I_1 der Strom eines Zweiges in Amp.,
- φ der Winkel der Voreilung der Spannung vor dem Strom,
- E die Netzspannung in Volt,
- I der Netzstrom in Amp.,

dann ist bei gleicher Belastung der Zweige die Gesamtleistung

$$N = 3 E_1 \cdot I_1 \cdot \cos \varphi. \quad (1)$$

Für Dreieckschaltung ist $E_1 = E$ und $I_1 = I/\sqrt{3}$, und für Sternschaltung $E_1 = E/\sqrt{3}$ und $I_1 = I$. Demnach ergibt sich für beide Schaltungen

$$N = \sqrt{3} E \cdot I \cdot \cos \varphi. \quad (2)$$

Nun ist nach Bild 201 die Leistung eines einzelnen Zweiges die Summe aus einem gleichbleibenden Mittelwert und einer Sinusfunktion von der doppelten Frequenz des Stromes. Die Gesamtleistung ist dann die Summe aus dem dreifachen Mittelwert eines Zweiges und aus drei Sinusfunktionen, deren Abstand gleich $\frac{1}{3}$ Periode der einfachen Frequenz und gleich $\frac{2}{3}$ Periode der doppelten Frequenz ist. Wie eine Darstellung durch Strahlen leicht zeigt, ist die Summe dieser Sinusfunktionen in jedem Zeitpunkt gleich Null, so daß die Gesamtleistung in jedem Zeitpunkt gleich dem dreifachen Mittelwert eines Zweiges, also gleichbleibend ist.

Wir benutzen unsere Gleichung für die Gesamtleistung, um den Verlust in Drehstromleitungen mit dem in Gleichstromleitungen zu vergleichen. Die Leistung N sei bei derselben Netzspannung E und demselben Verlust auf dieselbe Entfernung durch Drehstrom und Gleichstrom zu übertragen. Für einen Einzelleiter sei der Widerstand R und der Querschnitt q , während das Gewicht der gesamten Leitung gleich G sei. Durch g sei Gleichstrom, durch d Drehstrom bezeichnet. Dann ist:

Gleichstrom

$$N = E \cdot I$$

$$I = \frac{N}{E}$$

Verlust in zwei Leitern

$$2 I^2 R_g = 2 \frac{N^2 R_g}{E^2}$$

Drehstrom

$$N = \sqrt{3} E I \cos \varphi$$

$$I = \frac{N}{\sqrt{3} E \cos \varphi} \cdot$$

Verlust in drei Leitern

$$3 I^2 R_d = \frac{N^2 \cdot R_d}{E^2 \cdot \cos^2 \varphi} \cdot$$

Setzen wir die Verluste gleich, so wird $\{2 R_g = R_d / \cos^2 \varphi$. Da die Widerstände sich bei gegebener Länge umgekehrt verhalten wie die Querschnitte, so wird

$$\frac{q_d}{q_g} = \frac{R_g}{R_d} = \frac{1}{2 \cos^2 \varphi}.$$

Die gesamten Gewichte des Kupfers verhalten sich wie die Summen der Einzelquerschnitte, d. h.

$$\frac{G_d}{G_g} = \frac{3 q_d}{2 q_g} = \frac{0,75}{\cos^2 \varphi}. \quad (3)$$

Ist z. B. $\cos \varphi = 1$, d. h. hat der Strom gleiche Phase mit der Spannung, so ist für die Drehstromleitung nur 75 % des Kupfers aufzuwenden, das bei der Gleichstromleitung nötig ist. Die Verhältnisse liegen aber, wie unsere Gleichung zeigt, bei Phasenverschiebung wesentlich ungünstiger.

Wir gehen jetzt dazu über, die Leistung zu messen. Man kann dazu nach Bild 265 a die Leistung jedes Zweiges einzeln messen und die Summe der drei Einzelleistungen bilden. Ist bei Sternschaltung der Nullpunkt zugänglich, so legt man dazu die Spannungsspule des Leistungszeigers an den Nullpunkt und die Klemme des Zweiges, dessen Strom

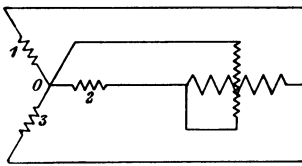


Bild 265 a. Messung der Leistung eines Zweiges.

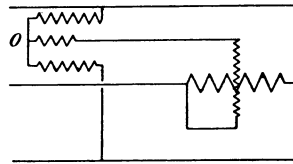


Bild 265 b. Messung der Leistung mit künstlichem Sternpunkt.

die Stromspule des Leistungszeigers durchfließt. Bei Sternschaltung ohne zugänglichen Nullpunkt und bei Dreieckschaltung muß man sich nach Bild 265 b aus drei Zweigen mit gleichem Widerstand einen künstlichen Nullpunkt herstellen. Dabei muß der Widerstand des Zweiges, in welchem die Spannungsspule des Leistungszeigers liegt, einschließlich des Widerstandes dieser Spule gleich dem Widerstand der anderen Zweige sein.

Bei gleicher Belastung zwischen den drei Netzleitern genügt in den obigen Fällen eine einzige Messung.

Wichtiger ist in Anlagen ohne Nulleiter die Messung der Gesamtleistung durch zwei Leistungszeiger nach Bild 266. Dabei liegt die Stromspule je eines Leistungszeigers in einem Netzleiter und die Spannungsspule an diesem Leiter und dem Leiter, der nicht an eine Stromspule angeschlossen ist. Sind e_1, e_2, e_3 die Zeitwerte der Sternspannungen und i_1, i_2, i_3 die Zeitwerte des Stromes, so ist der Zeitwert der Leistung

$$N_t = e_1 i_1 + e_2 i_2 + e_3 i_3. \quad (4)$$

Nun ist bei Anlagen ohne Nulleiter $i_2 = -(i_1 + i_3)$. Demnach ist die Leistung

$$N_t = (e_1 - e_2) i_1 + (e_3 - e_2) i_3. \quad (5)$$

Nun ist $e_1 - e_2$ der Zeitwert der Spannung an dem vom Strom i_1 durchflossenen Leistungszeiger und $e_3 - e_2$ der Zeitwert der Spannung

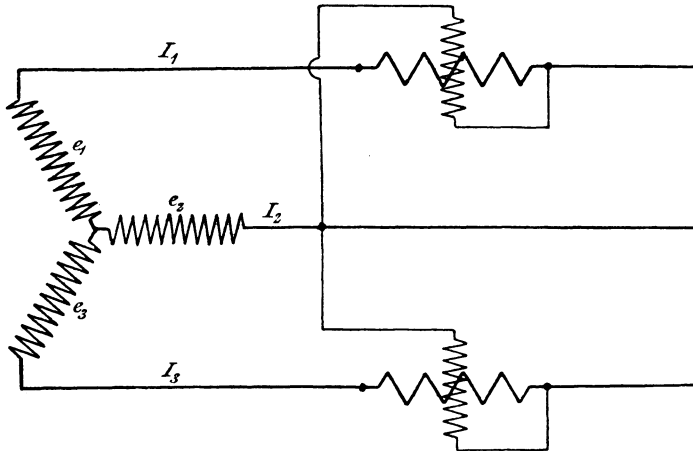


Bild 266. Leistungsmessung mit zwei Leistungszeigern.

an dem vom Strom i_3 durchflossenen Leistungszeiger. Da die Leistungszeiger infolge der Trägheit ihres beweglichen Teiles das Mittel aus den Zeitwerten nehmen, so geben ihre Ausschläge zusammen die gesamte mittlere Leistung an.

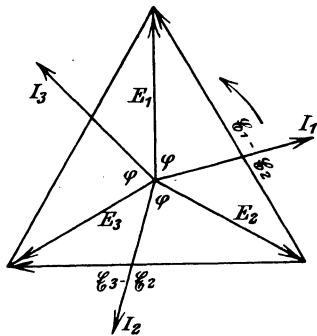


Bild 267. Stern- und Netzspannungen und Ströme bei starker Phasenverschiebung.

Dabei ist aber auf das Vorzeichen zu achten. Wenn der Phasenverschiebungswinkel φ zwischen Strom und Sternspannung nach Bild 267 größer als 60° ist, so eilt die Spannung $\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2$ gegen \mathfrak{I}_1 um einen stumpfen Winkel vor, d. h. sie ergibt mit dem Strome \mathfrak{I}_1 zusammen eine negative Leistung. Dies hat an sich keine physikalische Bedeutung, da diese Spannung und Stromstärke ja an sich nichts miteinander zu tun haben. Aber die aus dem ersten Glied in Gleichung (5) folgende mittlere Leistung und damit auch der Ausschlag des betreffenden Leistungszeigers wird negativ. Die Summe der Ausschläge der

Leistungszeiger ist also mit Berücksichtigung des Vorzeichens zu bilden.

Bei der Schaltung ist darauf zu achten, daß beide Leistungszeiger so geschaltet werden, daß sie bei der Phasenverschiebung Null beide

positiven Ausschlag geben. Durch Gleichstrommessung sei z. B. festgestellt, daß der Ausschlag positiv ist, wenn die Stromspule in Bild 266 von links nach rechts, die Spannungsspule von unten nach oben durchflossen wird. Wenn dann die gezeichnete Wicklung einen Stromerzeuger bedeutet, so wäre bei Gleichstrom nach Bild 266 zu schalten, damit der Ausschlag positiv wird. Diese Schaltung ist dann auch für die Messung der Leistung des Stromerzeugers bei Wechselstrom richtig.

Ist der Leistungszeiger nur für einseitigen Ausschlag eingerichtet, so muß man die Zuleitungen zur Spannungsspule des Leistungszeigers, der bei richtiger Schaltung nach der verkehrten Richtung auszuschiagen sucht, vertauschen und den Ausschlag dann mit negativem Vorzeichen einführen.

Hat man nur einen Leistungszeiger zur Verfügung, so muß man ihn nach Bild 267 a schalten und nach der Ablesung durch Umlegen der

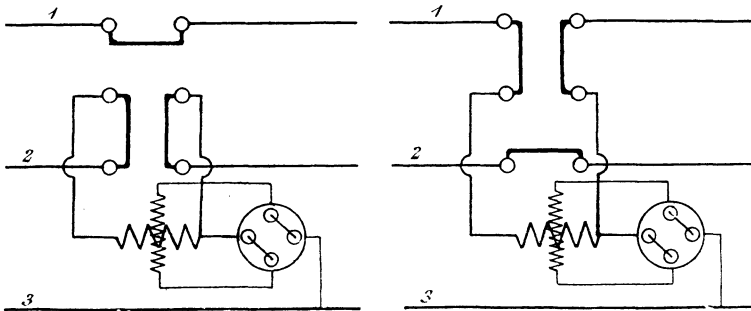


Bild 267 a. Umschaltung des Leistungszeigers zur Messung der Gesamtleistung.

Bild 267 b.

stark ausgezogenen Bügel nach Bild 267 b einschalten. Schlägt er mit richtiger Schaltung bei einer der beiden Messungen verkehrt aus, so ist die Spannungsspule durch den gezeichneten Umschalter für diese Messung umzuschalten und der Ausschlag als negativ einzuführen.

Will man bei der Ermittlung der Leistung aus zwei Einzelleistungen die doppelte Ablesung vermeiden, so kann man einen Leistungszeiger verwenden, der aus zwei einzelnen Leistungszeigern besteht. Ihre beweglichen Spulen sitzen auf derselben Achse, so daß sich die Drehmomente unter Berücksichtigung des Vorzeichens zusammensetzen.

82. Der Spannungsabfall in Drehstromleitungen.

Der Spannungsabfall in Drehstromleitungen wird, wie in Wechselstromleitungen überhaupt, nicht nur durch den Wirkwiderstand, sondern auch durch den induktiven Widerstand der Leitung bedingt. Der Einfluß der Kapazität kann bei Freileitungen vernachlässigt werden.

Bei der Ermittlung des Spannungsverlustes müssen wir im Auge behalten, daß von einem induktiven Spannungsverbrauch nicht in einem

einzelnen Leiter, sondern nur in einer Schleife die Rede sein kann. Eine solche Schleife besteht neben den Verbindungen am Anfang und Ende, deren Einfluß vernachlässigt werden kann, entweder aus zwei Leitern, oder aus einem Leiter und der Erde, oder aus einem Leiter und einer zwischen Anfang und Ende liegenden Meßleitung für einen Spannungszeiger.

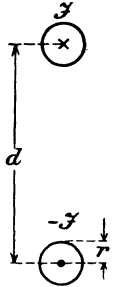


Bild 268. Hin- und Rückleitung.

Wir berechnen zunächst die Induktivität einer Schleife, die aus zwei langen runden Leitern von der Länge l km = $l \cdot 10^5$ cm, dem Halbmesser r cm und dem Abstand d cm besteht (Bild 268). Wird der eine Leiter vom Gleichstrom I durchflossen, so sind nach Gleichung (6) auf S. 63 die von der Schleife umfaßten Flußröhren in der Luft

$$\Phi = 0,2 \cdot \ln \frac{d}{r} \cdot I \cdot l \cdot 10^5 \text{ Maxwell.} \quad (6)$$

Fließt der Strom I im einen Leiter hin, im anderen zurück, so sind die Flußröhren doppelt so groß. Die Induktivität der Schleife in Henry als das 10^{-8} fache des umfaßten Flusses beim Strome 1 Amp. ist also

$$L' = 4 \ln \frac{d}{r} \cdot l \cdot 10^{-4} \text{ Henry.} \quad (7)$$

Zu der Induktivität L' , die von dem Feld in der Luft herrührt, kommt die Induktivität L'' infolge des Feldes in den Leitern selbst. Unter der Annahme, daß die Stromdichte auf dem ganzen Leiterquerschnitt gleichmäßig gleich s Amp./cm² ist, ergibt sich für einen zum Umfang konzentrischen Kreis, dessen Halbmesser x kleiner als r ist, die Durchflutung zu $s \cdot x^2 \pi$ Amp. Die Feldstärke im Abstand x vom Mittelpunkt ist also nach Gleichung (5) auf S. 63:

$$\mathfrak{H}_x = \frac{0,2 s \cdot x^2 \cdot \pi}{x} = 0,2 \pi \cdot s \cdot x \text{ Gauß.} \quad (8)$$

Wenn wir uns dann auf Leiter mit $\mu = 1$ beschränken, ist die magnetische Energie in einem Hohlzylinder vom Halbmesser x , der Wandstärke dx und der Länge $l \cdot 10^5$ cm, d. h. in dem Raum $2x \cdot \pi \cdot dx \cdot l \cdot 10^5$ cm³ nach Gleichung (12) auf S. 56

$$dW = \frac{\mathfrak{H}_x^2 \cdot 2x \cdot \pi \cdot dx \cdot l \cdot 10^5}{8\pi} \text{ Erg.}$$

Wir setzen 10^7 Erg gleich 1 Joule, führen den obigen Wert von \mathfrak{H}_x aus Gleichung (8) ein, summieren zwischen 0 und r und verdoppeln den erhaltenen Wert. Dann erhalten wir die Energie in beiden Leitern zu

$$W = 0,5 \cdot s^2 \cdot r^4 \cdot \pi^2 \cdot l \cdot 10^{-4} \text{ Joule.} \quad (9)$$

Nun ist $s \cdot r^2 \pi$ gleich der Stromstärke I . Andererseits ist die Energie nach Gleichung (11) auf S. 84 gleich $\frac{1}{2} \cdot L'' \cdot I^2$ Joule. Dem-

nach ist

$$L'' = l \cdot 10^{-4} \text{ Henry.} \quad (10)$$

Die gesamt Induktivität der Schleife ist dann

$$L = L' + L'' = \left(4 \ln \frac{d}{r} + 1\right) \cdot l \cdot 10^{-4}. \quad (11)$$

Allerdings wird die gleichmäßige Stromdichte, von der wir ausgegangen sind, gerade durch die Selbstinduktion, die von dem Feld im Innern der Leiter herrührt, gestört, und die Stromdichte wird nach dem Innern zu geringer (Hautwirkung). Dies ist aber in unserem Falle nicht von großer Bedeutung.

Wir berechnen nun die gegenseitige Induktivität zwischen den Schleifen a und b in Bild 269. Die Schleife a führe den Gleichstrom 1 Amp., der im Leiter 2 hinfließt und im Leiter 3 zurückfließt. Die Flußröhren, die dabei die Schleife a durchsetzen, dringen sämtlich weiter

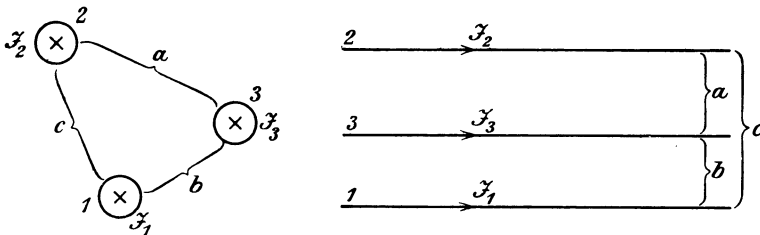


Bild 269. Unsymmetrische Drehstromleitung.

durch die Schleifen b und c hindurch. Demnach ist die nach Gleichung (11) berechnete Selbstinduktivität L_a gleich der Summe der gegenseitigen Induktivitäten M_{ab} und M_{ac} . Durch zyklische Vertauschung ergibt sich eine ebensolche Beziehung für die übrigen Schleifen. Wir erhalten so die Gleichungen

$$L_a = M_{ab} + M_{ac} \quad L_b = M_{ba} + M_{bc} \quad L_c = M_{ca} + M_{cb}. \quad (12)$$

Daraus folgt

$$M_{ab} = 0,5 (L_a + L_b - L_c). \quad (13)$$

Dadurch sind wir imstande, gegenseitige Induktivitäten durch Induktivitäten der Selbstinduktion auszudrücken.

Wir wollen nun die Spannung ermitteln, die wir durch einen zwischen Anfang und Ende des Leiters 1 geschalteten Spannungszeiger messen. Wenn wir der Einfachheit halber den Wirkwiderstand eines Leiters gleich Null annehmen, so messen wir durch den Spannungszeiger nur eine induktive Spannung. Die Meßleitung ist in Bild 270 mit 0 bezeichnet, und die Schleifen, die sie unmittelbar mit dem Leiter 1 und unter Vermittlung der Zweige des Stromerzeugers und der Belastung mit den Leitern 2 und 3 bildet, sind α , β und γ genannt. Wir setzen nun zunächst nach Bild 269 eine positive Stromrichtung in den drei

Leitern fest, die jedesmal vom Anfang nach dem Ende gerichtet ist. Weiter setzen wir für die Schleifen α , β und γ eine positive Umlaufrichtung fest, die wir willkürlich in der Schleife α oder 1, 0 im Sinne des positiven Stromes \mathfrak{I}_1 , in der Schleife β oder 2, 0 im Sinne des positiven Stromes \mathfrak{I}_2 und in der Schleife γ oder 3, 0 im Sinne des positiven Stromes \mathfrak{I}_3 wählen. Wir haben dann jeden Strom als negativ einzuführen, der dieser Richtung entgegenfließt oder dessen Flußröhren die Schleife entgegengesetzt durchsetzen wie die eines Stromes, der im positiven Umlaufsinne fließt.

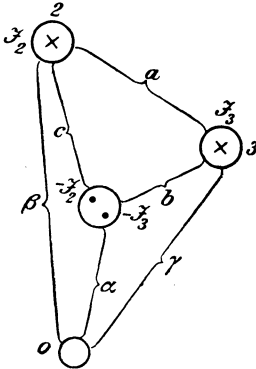


Bild 270. Zurückführung auf Ströme in zwei Schleifen.

Wir setzen nun voraus, daß kein neutraler Leiter vorhanden ist. Dann ist die Summe der drei Ströme gleich Null, und es wird $\mathfrak{I}_1 = -\mathfrak{I}_2 - \mathfrak{I}_3$. Wir können also annehmen, daß nach Bild 270 die Schleife a stromlos ist und die Schleifen b und c vom Strom \mathfrak{I}_3 bzw. \mathfrak{I}_2 durchflossen werden. Der induktive Spannungsverbrauch in der Schleife a wird dann allein durch die gegenseitige Induktion der vom Strom \mathfrak{I}_2 durchflossenen Schleife c , bzw. der vom Strom \mathfrak{I}_3 durchflossenen

Schleife b auf die Meßschleife a verursacht. Die Spannung, die wir messen, ist also bei der Kreisfrequenz ω unter Berücksichtigung der obigen Regel über das Vorzeichen:

$$\mathfrak{B}_a = -M_{ca} \cdot \omega \cdot \mathfrak{I}_2 - M_{ba} \cdot \omega \cdot \mathfrak{I}_3.$$

Bei der weiteren Rechnung oder Zeichnung ist übrigens nicht \mathfrak{B}_a , sondern $j \cdot \mathfrak{B}_a$ einzuführen (vgl. S. 249).

Nun können wir die gegenseitigen Induktivitäten nach Gleichung (13) durch die Selbstinduktivitäten ausdrücken, und zwar wird nach Bild 270

$$M_{ca} = 0,5 \cdot (L_c + L_a - L_\beta) \quad M_{ba} = 0,5 \cdot (L_b + L_a - L_\gamma).$$

Setzen wir noch $(-\mathfrak{I}_2 - \mathfrak{I}_3)L_a = \mathfrak{I}_1 \cdot L_a$, so erhalten wir

$$\mathfrak{B}_a = -0,5 \omega (L_c \mathfrak{I}_2 + L_b \cdot \mathfrak{I}_3) + 0,5 \omega (\mathfrak{I}_1 L_a + \mathfrak{I}_2 L_\beta + \mathfrak{I}_3 L_\gamma). \quad (14)$$

Die Spannung, die wir messen, ist also von den Induktivitäten der Schleifen α , β und γ , d. h. von der Lage der Meßleitung abhängig. Je nachdem, wie wir die Meßleitung legen, messen wir eine verschiedene Spannung. Dies ist der Grund, weshalb man von einem Potentialunterschied im Wechselstromfeld nicht allgemein sprechen kann. Die Größe \mathfrak{B}_a ist daher auch nicht als Spannungsverlust in einem Leiter, sondern als der induktive Spannungsverbrauch in der aus Leiter und Meßleitung gebildeten Schleife zu bezeichnen.

Liegt die Meßleitung weit genug von den drei Leitern entfernt, so wird $L_a = L_\beta = L_\gamma$. Da die Summe der drei Ströme Null ist, so ver-

schwindet dann das letzte Glied in Gleichung (14), und wir erhalten \mathfrak{B}_α , wie unten angegeben. Durch zyklische Vertauschung ergeben sich dann ebenso die Spannungen \mathfrak{B}_β und \mathfrak{B}_γ .

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{B}_\alpha &= -0,5 \cdot \omega \cdot (L_c \cdot \mathfrak{I}_2 + L_b \cdot \mathfrak{I}_3) \\ \mathfrak{B}_\beta &= -0,5 \cdot \omega \cdot (L_a \cdot \mathfrak{I}_3 + L_c \cdot \mathfrak{I}_1) \\ \mathfrak{B}_\gamma &= -0,5 \cdot \omega \cdot (L_b \cdot \mathfrak{I}_1 + L_a \cdot \mathfrak{I}_2) \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

Bei einer symmetrischen Dreiphasenleitung wird $L_a = L_b = L_c = L$ und wir erhalten dadurch, daß die Summe der drei Ströme gleich Null ist:

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{B}_\alpha &= 0,5 \cdot L \cdot \omega \cdot \mathfrak{I}_1 \\ \mathfrak{B}_\beta &= 0,5 \cdot L \cdot \omega \cdot \mathfrak{I}_2 \\ \mathfrak{B}_\gamma &= 0,5 \cdot L \cdot \omega \cdot \mathfrak{I}_3 \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

Die Gleichungen (15) und (16) gelten aber nur für den Fall, daß die Meßleitung sehr weit entfernt ist. Dies ist z. B. der Fall, wenn wir, selbstverständlich bei ungeerdetem Nullpunkt des Stromerzeugers, den Anfang eines Leiters erden und das Ende über einen Spannungszeiger ebenfalls zur Erde führen.

Wir stellen uns nun die Aufgabe, die Spannung zwischen den Nullpunkten des Stromerzeugers und der Belastung zu ermitteln. Auch hier wieder gibt es keine Spannung an sich, sondern nur eine Spannung bei gegebener Lage der Meßleitung. Wir wollen den Nullpunkt des Stromerzeugers erden und den der Belastung nach Bild 270 a über einen Spannungszeiger ebenfalls zur Erde führen. Wir ermitteln damit die Spannung \mathfrak{E}_0 des Nullpunktes der Belastung gegen die Erde. Für die Schleifen, die die Erde mit den einzelnen Leitern bildet, gelten dann die Gleichungen (15) oder (16).

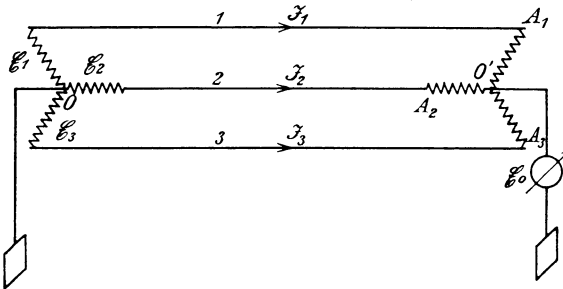


Bild 270a. Spannung zwischen den Nullpunkten auf dem Wege über die Erde.

Es seien β_1 , β_2 und β_3 die Scheinwiderstände der drei Zweige zwischen den Nullpunkten, enthaltend den inneren Scheinwiderstand des Stromerzeugers, den Wirkwiderstand eines Leiters und den Scheinwiderstand des betreffenden Zweiges der Belastung. Sind dann \mathfrak{E}_1 , \mathfrak{E}_2 und \mathfrak{E}_3 nach Größe und Phase die erzeugten Spannungen des Stromerzeugers, so gelten unter Einführung der induktiven Spannungen aus Gleichung (15) oder (16) die Gleichungen:

$$\begin{aligned}\mathfrak{E}_1 &= \mathfrak{S}_1 \mathfrak{B}_1 + j \mathfrak{B}_\alpha + \mathfrak{E}_0 \\ \mathfrak{E}_2 &= \mathfrak{S}_2 \mathfrak{B}_2 + j \mathfrak{B}_\beta + \mathfrak{E}_0 \\ \mathfrak{E}_3 &= \mathfrak{S}_3 \mathfrak{B}_3 + j \mathfrak{B}_\gamma + \mathfrak{E}_0 \\ 0 &= \mathfrak{S}_1 + \mathfrak{S}_2 + \mathfrak{S}_3.\end{aligned}$$

Aus diesen vier Gleichungen lassen sich die vier Unbekannten \mathfrak{E}_0 , \mathfrak{S}_1 , \mathfrak{S}_2 und \mathfrak{S}_3 nach Größe und Phase berechnen. Es bedeute dann in Bild 270b $A_1 B_1$ den inneren Spannungsverlust im Stromerzeuger und im Wirkwiderstand des Leiters 1 und den induktiven Spannungsverlust $j \cdot \mathfrak{B}_\alpha$. OO' sei gleich der berechneten Spannung \mathfrak{E}_0 . Dann

ist $O'A_1$ die Sternspannung des Zweiges 1 der Belastung. In ähnlicher Weise ergeben sich die Sternspannungen $O'A_2$ und $O'A_3$ für die beiden anderen Zweige der Belastung.

Es genügt, durch Bild 270b das Wesen der Sache darzustellen, ohne die umständliche Rechnung durchzuführen. In den meisten Fällen kann man die Spannung zwischen den Sternpunkten wegen der annähernd gleichen Be-

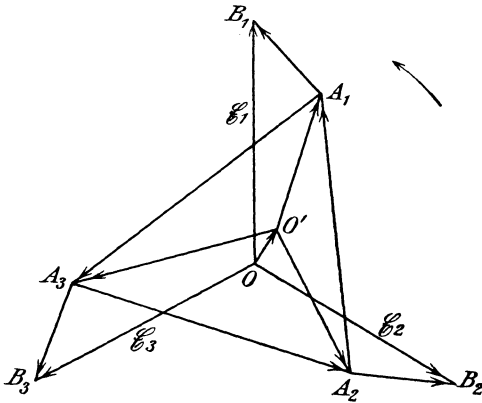


Bild 270b. Ermittlung der Sternspannungen der Belastung.

lastung der drei Zweige gleich Null setzen und von den Strömen ausgehend mit Hilfe von Gleichung (15) oder (16) die Spannungen an der Belastung ermitteln.

Fünftehnter Teil.

83. Aufbau der Transformatoren. — 84. Der Transformator bei Leerlauf. — 85. Der Transformator bei Belastung unter Vernachlässigung der Spannungsverluste. — 86. Berücksichtigung der Spannungsverluste. — 87. Einschaltvorgang bei Transformatoren.

83. Aufbau der Transformatoren.

Transformatoren dienen in der Regel zur Umformung von hoher Spannung auf niedrigere Spannung oder umgekehrt, vielfach auch zur Umformung des Stromes. Sie enthalten zwei auf einen Eisenkern gewickelte Spulen (Bild 271 a und b), von denen die erste von Wechsel-

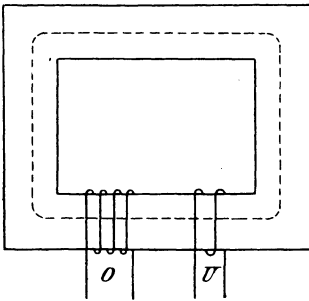


Bild 271 a.
Kerntransformator für Wechselstrom.

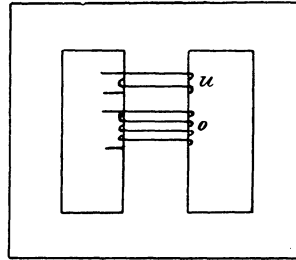


Bild 271 b.
Manteltransformator für Wechselstrom.

strom gespeist wird, während aus der zweiten Wechselstrom entnommen wird. Die Spule mit der größeren Windungszahl wird als die Oberspannungsspule (*O*), die andere als die Unterspannungsspule (*U*) bezeichnet.

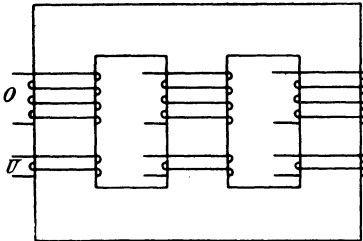


Bild 272. Kerntransformator für Drehstrom.

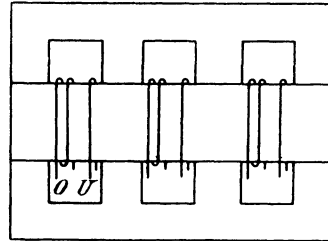


Bild 273. Manteltransformator für Drehstrom.

Die Transformatoren werden entweder nach Bild 271 a und 272 als Kerntransformatoren oder nach Bild 271 b und 273 als Manteltransformatoren gebaut.

Der Eisenkörper wird zur Verringerung der Wirbelstromverluste aus Blechen zusammengesetzt. Meist werden Bleche verwendet, die mit Silicium legiert sind und eine besonders geringe Verlustziffer aufweisen.

Bei der Röhrenwicklung (vgl. Bild 294) liegen die beiden Spulen übereinander, und zwar liegt die Unterspannungsspule, die gegen das Eisen in geringerem Maße isoliert zu werden braucht, unten. Damit die Spannung zwischen zwei übereinanderliegenden Windungen nicht zu groß wird, teilt man die Oberspannungsspule in eine Reihe von nebeneinanderliegenden Einzelspulen.

Bei der Scheibenwicklung (vgl. Bild 295) besteht jede Spule aus einer Reihe von scheibenförmigen Einzelspulen. Die Scheiben der beiden Wicklungen werden abwechselnd aufeinander geschichtet. Die äußersten Scheiben gehören mit Rücksicht auf die Isolierung gegen Eisen zur Unterspannungsspule und enthalten zur Verringerung der magnetischen Streuung halb so viele Windungen wie die übrigen Scheiben.

Kern und Wicklung liegen meist zum Zweck der Kühlung und Isolierung unter Öl.

In der Regel sind beide Spulen voneinander isoliert. Wenn jedoch die Spannungen beider Spulen in der Größenordnung nicht sehr verschieden sind, kann man zur Verringerung der Kosten und der Verluste nach der sogenannten Sparschaltung die Unterspannungsspule als einen

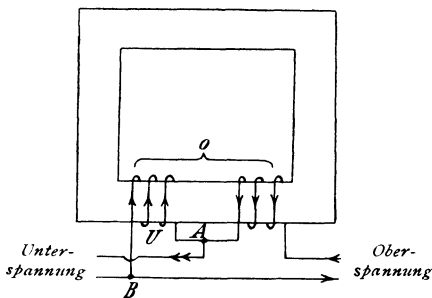


Bild 274. Sparschaltung.

Teil der Oberspannungsspule ausbilden (Bild 274). Die Spannung an den Klemmen der Oberspannungsseite rechts entspricht den gesamten Windungen, die Spannung an den Klemmen der Unterspannungsseite links dem linken Teil des Windungen. Der Strom fließt im gezeichneten Zeitpunkt aus beiden Wicklungsteilen auf *A* zu, dann weiter ins Netz der Unterspannungsseite, teilt sich bei *B* und fließt

zum Teil unmittelbar nach der Oberspannungsseite, zum Teil in die Windungen der Unterspannungsspule.

Bei Einphasentransformatoren liegt jede Spule auf zwei gegenüberliegenden Kernen. Bei Drehstromtransformatoren liegen die drei Zweige entweder nach Bild 272 auf je einem besonderen Kern, wobei die geringe entstehende Ungleichmäßigkeit in der Weglänge der magnetischen Linien ohne Belang ist, oder die drei Zweige liegen, durch Eisen voneinander getrennt, nach Bild 273 auf einem einzigen Kern. Zuweilen wird auch für jeden der drei Zweige ein besonderer Einphasentransformator verwendet, damit bei etwaigen Betriebsstörungen ein Ersatz leichter beschafft werden kann.

Die Zweige der Drehstromtransformatoren können sowohl primär, als auch sekundär in Stern oder in Dreieck geschaltet werden. Wenn die Verbrauchsspannung bei ungleicher Belastung zwischen den drei Zweigen dieselbe sein soll, so muß man bei sekundärer Sternschaltung primär und sekundär einen Nulleiter oder sekundär einen Nulleiter mit Ausgleichstransformatoren anordnen. Man kann statt dessen aber auch primär Sternschaltung anwenden und sekundär in Dreieckschaltung oder unter Verteilung jedes sekundären Zweiges auf zwei verschiedene Kerne in Stern-Doppelsternschaltung schalten.

Transformatoren zur Umwandlung von Zweiphasenstrom in Drehstrom oder umgekehrt bestehen nach der Scottschen Schaltung aus zwei

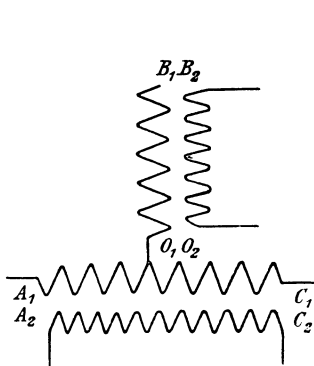


Bild 275.
Scottsche Schaltung.

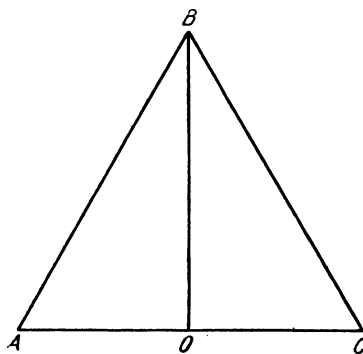


Bild 276. Drehstromspannungen bei der
Scottschen Schaltung.

Einphasentransformatoren, die nach Bild 275 geschaltet sind. Wir legen dann an A_1 , B_1 , C_1 die drei um 120° verschobenen Spannungen des Drehstromes an (Bild 276). Dann ist auf der Drehstromseite das Verhältnis der Spannungen $O_1 B_1$ und $A_1 C_1$ gleich $\frac{1}{2}\sqrt{3}$. Nun wird das Windungsverhältnis so gewählt, daß zwischen den Windungen $O_2 B_2$, $O_1 B_1$ usw. die Gleichung besteht:

$$\frac{O_2 B_2}{O_1 B_1} = \frac{1}{\frac{1}{2}\sqrt{3}} \cdot \frac{A_2 C_2}{A_1 C_1}.$$

Dann erhalten wir in $O_2 B_2$ und $A_2 C_2$ zwei gleiche, um 90° verschobene Spannungen, wie sie für Zweiphasenstrom verwendet werden.

Eine besondere Art sind die Transformatoren für Induktionsöfen (Bild 277), bei denen die erste, auf dem Eisenkern liegende Spule von Wechselstrom gespeist wird, während die zweite durch eine Rinne geschmolzenen Metalls gebildet wird, das durch die Stromwärme flüssig gehalten wird.

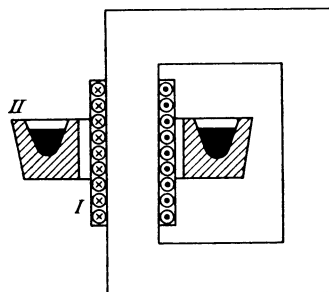


Bild 277. Induktionsofen.

Bei allen obigen Anordnungen waren die beiden Spulen in fester Lage zueinander. Eine Änderung des Verhältnisses der Spannungen läßt sich dann nur dadurch erreichen, daß man an einer der beiden Spulen verschiedene Anzapfungen vorsieht. Man kann jedoch bei Einphasentransformatoren eine solche Änderung auch dadurch erreichen, daß man, wie bei den Induktionsreglern (Bild 278), die Lage der beiden Spulen zueinander ändert. Die erste Wicklung ist auf einem Teil des inneren Umfangs des Ständers, die zweite auf dem ganzen Umfang einer drehbaren Eisentrommel untergebracht. Fallen die Achsen der beiden Wicklungen zusammen, so ist die in der zweiten Spule erzeugte Spannung am größten. Bilden

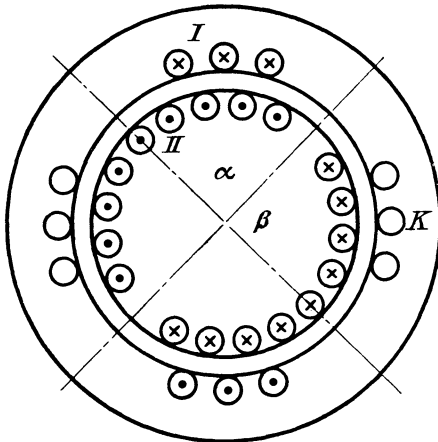


Bild 278. Einphasiger Induktionsregler.

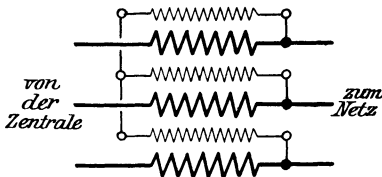


Bild 279. Schaltung des Zusatztransformators.

sie einen rechten Winkel miteinander, so ist sie Null. Allgemein kommt für die gegenseitige Induktion der beiden Wicklungen von den Windungen der zweiten Spule nur der Teil in Betracht, der auf dem Bogen α gegenüber den Drähten der ersten Spule liegt. Die auf dem Bogen β liegenden Windungen der zweiten Spule würden eine schädliche Selbstinduktion zur Folge haben, wenn ihre Wirkung nicht nach Seite 297 durch eine ihnen auf dem Ständer gegenüberliegende Kurzschlußwicklung K aufgehoben würde.

Bei Induktionsreglern für Drehstrom entsteht nach Abschnitt 79 ein Drehfeld. Dabei hat eine Verdrehung der Trommel keinen Einfluß auf die Größe der in der zweiten Spule erzeugten Spannung. Statt dessen ändert sich die Phase dieser Spannung. Man benutzt dies in

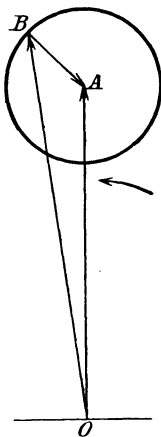


Bild 280. Verringerung der Spannung OB auf OA .

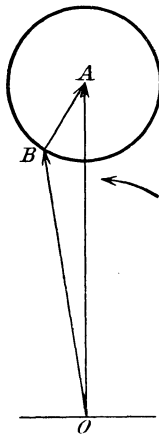


Bild 281. Erhöhung der Spannung OB auf OA .

den Zusatztransformatoren von Unterwerken, um die Netzspannung bei Schwankungen der dem Unterwerk zugeführten Spannung auf einem gleichbleibenden Betrag zu halten. Man speist dabei die Wicklung auf der drehbaren Trommel nach Bild 279 von der gleichbleibenden Netzspannung, und schaltet die Wicklung auf dem Ständer in Reihe mit der dem Unterwerk zugeführten Spannung. In Bild 280 und 281 ist OB die vom Kraftwerk dem Unterwerk zugeführte Spannung. Zu ihr fügt sich geometrisch die Spannung der Ständerwicklung des Zusatztransformators. Durch Änderung der Phase dieser Spannung wird die Netzspannung OA trotz der Verschiedenheit der Spannung OB auf demselben Betrag gehalten. Wenn die Spannung, die von der mit dem Kraftwerk in Reihe geschalteten Wicklung erzeugt wird, gegen den Strom um weniger als 90° verschoben ist, bildet diese Wicklung die zweite Spule, welche elektrische Arbeit liefert, andernfalls ist sie die erste Spule, welche elektrische Arbeit aufnimmt.

Da beide Wicklungen, wie beim Drehstrommotor, ein Drehmoment aufeinander ausüben, so müssen besondere Vorkehrungen zum Festhalten des drehbaren Teiles getroffen werden.

84. Der Transformator bei Leerlauf.

Wir betrachten zuerst einen Transformator ohne Eisenverluste und setzen dabei zunächst gleichbleibende magnetische Durchlässigkeit des Eisens und verschwindend kleinen Widerstand der ersten Spule voraus.

Bei Leerlauf, d. h. bei offenem Stromkreis der zweiten Spule, verhält sich die erste Spule genau wie eine Drosselspule. Die angelegte Klemmenspannung erzeugt in ihr einen Strom und dieser magnetische Flußröhren, deren zeitliche Änderung eine Spannung der Selbstinduktion in der Spule bewirkt. Die an die erste Spule gelegte Klemmenspannung wird dann dazu aufgebraucht, um die entgegengesetzt gleiche Spannung der Selbstinduktion zu überwinden. Die Stärke des Magnetisierungsstromes ist dadurch vorgeschrieben, daß er die für die Spannung der Selbstinduktion, also auch für die gleichgroße angelegte Klemmenspannung erforderlichen Flußröhren erzeugen muß.

Wir nehmen nun an, daß außer den Flußröhren im Eisen keine weiteren Flußröhren auftreten. Ist dann Φ der Höchstwert der Flußröhren im Eisen, w_1 die Windungszahl der ersten Spule und f die Frequenz, so ist der Effektivwert der Klemmenspannung der ersten Spule nach Gleichung (4) auf S. 243

$$E_1 = 4,44 \Phi \cdot w_1 \cdot f \cdot 10^{-8} \text{ Volt.} \quad (1)$$

Da dieselben Flußröhren die zweite Spule durchsetzen, so wird die in dieser Spule erzeugte Spannung, die wir bei Leerlauf als Klemmenspannung E_2 messen, bei w_2 Windungen

$$E_2 = 4,44 \Phi \cdot w_2 \cdot f \cdot 10^{-8} \text{ Volt.} \quad (2)$$

Die Klemmenspannungen bei Leerlauf verhalten sich also wie die Windungszahlen.

Ist nun F die Fläche des von den Windungen umfaßten Eisenkerns in cm^2 , so ist die größte magnetische Induktion

$$\mathfrak{B}_m = \frac{\Phi}{F}. \quad (3)$$

Bei der magnetischen Durchlässigkeit μ und der Weglänge l der magnetischen Röhren im Eisen in cm besteht dann nach Gleichung (5) auf S. 51 und Gleichung (9) auf S. 70 die Beziehung $\mathfrak{B}_m = \mu \cdot \mathfrak{H}_m = 0,4\pi \cdot i_{u,m} \cdot w_1 \cdot \mu / l$. Der Effektivwert des Magnetisierungsstroms als das 0,707fache des Höchstwertes ist dann

$$I_u = \frac{\mathfrak{B}_m \cdot l}{1,78 w_1 \cdot \mu}. \quad (4)$$

Gegebenenfalls ist für die Stoßfugen zwischen Kernen und Joch ein Zuschlag zu machen.

Da die durch die Selbstinduktion erzeugte Spannung um 90° gegen den Strom zurückbleibt, so eilt die Klemmenspannung E_1 , die der Spannung der Selbstinduktion bei verschwindend kleinem Widerstand genau das Gleichgewicht hält, dem Strom um 90° voraus (Bild 282). Der Strom ist also vollständig Blindstrom und die Leistung gleich Null.

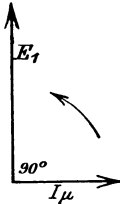


Bild 282. Spannung und Strom bei Leerlauf ohne Eisenverluste.

Dabei haben wir den Widerstand der ersten Spule als verschwindend gering angenommen. Tatsächlich ist dieser Widerstand so klein, daß an den bisherigen Ergebnissen durch seine Berücksichtigung nichts Wesentliches geändert wird.

Wir haben weiter die Annahme gemacht, daß außer den Flußröhren im Eisen keine weiteren Flußröhren von der ersten Spule erzeugt werden.

In Wirklichkeit treten nun allerdings Streuröhren auf, die sich wesentlich durch die Luft hindurch schließen und die zweite Spule nicht durchsetzen. Die Spannung der zweiten Spule ist also ein wenig kleiner, als es der Spannung der ersten Spule und dem Verhältnis der Windungszahlen entspricht. Indessen ist der Einfluß der Streuung bei Leerlauf kaum merklich.

Endlich haben wir gleichbleibende magnetische Durchlässigkeit angenommen. Diese Annahme trifft bei den hohen Sättigungen, für die man die Transformatoren jetzt entwirft, nicht mehr zu. Wir haben dann bei verschiedenen Klemmenspannungen, die wir an die erste Spule legen, eine ganz verschiedene magnetische Durchlässigkeit im Augenblick der größten magnetischen Induktion, und sogar während einer Periode ändert sich die Durchlässigkeit fortwährend. Bei sinusförmiger Klemmenspannung ändert sich dann zwar nach wie vor die Zahl der Flußröhren zeitlich sinusförmig, aber der Strom ist nicht mehr sinusförmig. Genau ge-

nommen ist dann eine Darstellung des Stromes durch einen Strahl überhaupt nicht mehr zulässig, und von Phasenverschiebung kann man dann nicht mehr sprechen. Auch unsere Gleichungen sind dann nicht mehr streng richtig. Man wird aber doch ohne Fehler die Darstellung durch Strahlen sowie Gleichung (3) bis (5) beibehalten. An Stelle von Gleichung (6) treten aber zur Ermittlung des erforderlichen Magnetisierungsstromes die mit Wechselstrom aufgenommenen Kurven in Bild 283. Diese geben für eine größte magnetische Induktion das für 1 cm Weglänge des Eisens

nötige Produkt aus Windungszahl und effektivem Strom in Amp. an.¹⁾

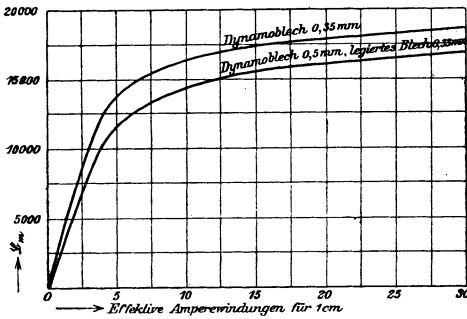


Bild 283. Größte Induktion und effektive Erregung für die Längeneinheit.

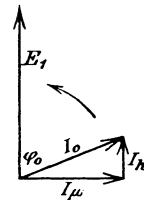


Bild 284. Spannung und Strom bei Leerlauf mit Eisenverlusten.

Wir wenden uns jetzt zu dem Transformator mit Eisenverlusten, wie er der Wirklichkeit entspricht. Tatsächlich ist die Leistung bei Leerlauf nicht, wie oben angenommen wurde, gleich Null, sondern es wird bei Leerlauf eine nicht unbeträchtliche Leistung aufgenommen, die in Hysteresisleistung und Wirbelstromleistung umgesetzt wird. Gerade weil die meisten Transformatoren dauernd am Netz liegen, auch wenn kein Strom aus ihnen entnommen wird, spielt der Leerlaufverlust eine große Rolle. Wir nehmen zunächst an, daß die ganze bei Leerlauf zugeführte Leistung N_0 für die Ummagnetisierung des Eisens verbraucht wird. Dann ergibt sich der sogenannte Hysteresisstrom I_k , d. h. der Wirkstrom bei Leerlauf, der mit der Klemmenspannung in Phase ist, sowie der Leistungsfaktor bei dem Leerstrom I_0 zu

$$I_k = \frac{N_0}{E_1} \quad (5) \quad \cos \varphi_0 = \frac{N_0}{E_1 \cdot I_0} \quad (6)$$

Zwischen den Strömen bestehen dann nach Bild 284 die Beziehungen

$$I_\mu^2 + I_k^2 = I_0^2 \quad (7) \quad \operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{I_\mu}{I_k} \quad (8)$$

Gleichzeitig ergibt sich, daß die magnetische Induktion, die bei gleichbleibender Durchlässigkeit dem Magnetisierungsstrom I_μ , proportional und phasengleich ist, hinter dem Leerstrom I_0 um den Winkel $90^\circ - \varphi_0$

¹⁾ Vgl. Arnold-la Cour, Transformatoren. 2. Aufl., Berlin 1910, S. 13. Thomälen, Elektrotechnik. 7. Aufl.

zurückbleibt. Um dies noch deutlicher zu machen, tragen wir in Bild 285 den Zeitwert des Leerstromes I_0 wagerecht und die magnetische Induktion senkrecht auf und zeichnen auf diese Weise eine Hysteresisschleife. Ebenso tragen wir in Bild 286 die Zeit wagerecht und die magnetische Induktion senkrecht auf. Wenn die Klemmenspannung zeitlich sinusförmig ist, so ist es auch die entgegengesetzt gleiche erzeugte Spannung der Selbstinduktion und damit auch die um 90° gegen diese voreilende Flußröhrenzahl oder die magnetische Induktion.

Die Induktion OR des zurückbleibenden Magnetismus tritt nach Bild 286 im Zeitpunkt O' auf. In diesem Zeitpunkt ist also die Stromstärke gleich Null.

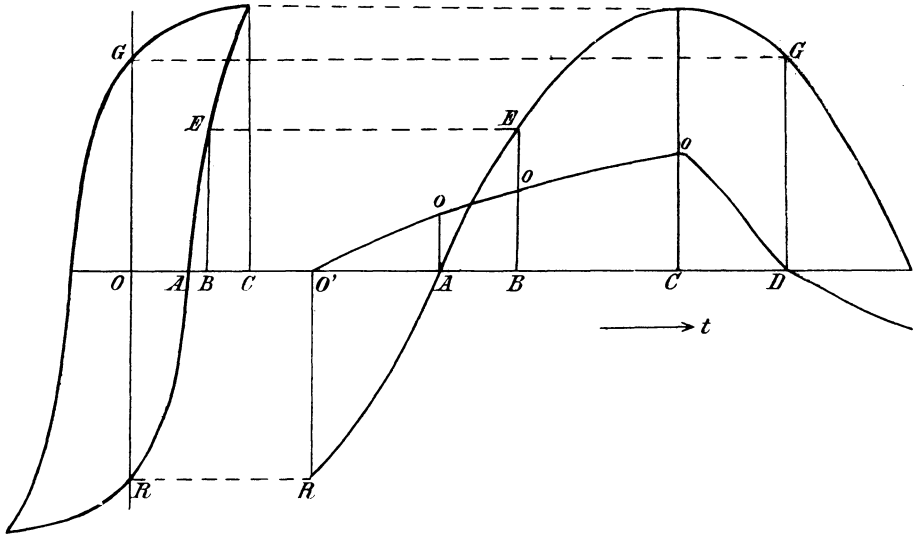


Bild 285.
Hysteresisschleife.

Bild 286.
Magnetische Induktion und Leerstrom in Abhängigkeit von der Zeit.

Die Induktion wird dann gleich Null nach Bild 285 beim Strom OA und nach Bild 286 im Zeitpunkt A . Wir tragen also in diesem Zeitpunkt den aus Bild 285 entnommenen Strom OA senkrecht auf.

Zur Induktion EB gehört weiter nach Bild 285 ein Strom OB und nach Bild 286 ein Zeitpunkt B . Wir tragen dann wieder den Strom OB aus Bild 285 im Zeitpunkt B senkrecht auf.

Auf diese Weise fahren wir fort und erhalten so in Bild 286 eine Kurve, welche die Abhängigkeit der Stromstärke von der Zeit darstellt. Die Kurve geht früher durch Null hindurch als die Kurve der Induktion, so wie wir es nach Bild 284 erwarten müssen. Allerdings ist sie keine Sinuskurve mehr, so daß wir genau genommen den Leerstrom nicht mehr durch einen umlaufenden Strahl darstellen können und auch nicht mehr von Phasenverschiebung zwischen Induktion und Strom sprechen dürfen. Wir werden indessen keinen großen Fehler machen, wenn wir

den wirklichen Leerstrom durch einen sinusförmigen Strom von demselben Effektivwert ersetzen und diesem die dem Bild 284 entsprechende Vor-
eileung vor der magnetischen Induktion zuschreiben.

Zu dem Verlust durch Hysterisis kommt der Verlust durch Wirbel-
ströme im Eisen hinzu. Bild 287 gibt die Abhängigkeit des Gesamt-
verlustes von der größten magnetischen Induktion für 1 kg Eisen bei der
Frequenz 50 an.

Wir gehen jetzt zu einem Beispiel über, um die Aufnahme der Kurven
in Bild 283 und 287 durch den Versuch zu zeigen. Wir wollen dabei
unter I_h den Strom verstehen, der mit der Klemmenspannung der ersten
Spule vervielfacht den gesamten Eisenverlust ergibt. Gegeben sei bei
einem Transformator mit legiertem Blech:

Eisenquerschnitt	$F = 850 \text{ cm}^2$
Länge des Eisenweges	$l = 110 \text{ cm}$
Windungen der 1. Spule	$w_1 = 106$
Frequenz	$f = 50$
Klemmenspannung der 1. Spule	$E_1 = 2000 \text{ Volt}$
Leerstrom	$I_o = 2,84 \text{ Amp}$
Leerlaufleistung	$N_o = 1200 \text{ Watt}$
Eisengewicht	$G = 800 \text{ kg}$

Wir erhalten dann:

$$I_h = \frac{N_o}{E_1} = \frac{1200}{2000} = 0,6 \text{ Amp.} \quad I_\mu = \sqrt{I_o^2 - I_h^2} = 2,78 \text{ Amp.}$$

$$\Phi = \frac{E_1 \cdot 10^8}{4,44 \cdot f \cdot w_1} = 0,85 \cdot 10^6 \quad \mathfrak{B}_m = \frac{\Phi}{F} = 10000$$

Daraus folgt die für 1 cm erforderliche effektive Erregung zu $I_\mu \cdot w_1/l$
= 2,67 Amperewindungen/cm. Der Verlust für 1 kg Eisen ergibt sich zu

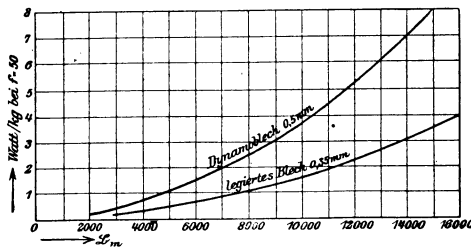


Bild 287. Verlust in Watt/kg bei der Frequenz 50/sek.
(nach Arnold u. la Cour, Transformatoren. 2. Aufl.
Berlin 1910, S. 63 und 65).

$N_o/G = 1,5 \text{ Watt/kg}$. Für eine Induktion von 10000 Gauß erhalten wir
aus Bild 283 und 287, die auf dieselbe Weise aufgenommen sind, ähnliche
Werte. Bei nicht legiertem Blech wäre der Verlust zwei- bis dreimal so groß.

85. Der Transformator bei Belastung unter Vernachlässigung der Spannungsverluste.

Auf Grund der bekannten Erscheinungen der Selbstinduktion bei einer Drosselspule bot das Verhalten des unbelasteten Transformators keine wesentlichen Schwierigkeiten. Nicht so einfach ist dagegen die Wirkungsweise bei Belastung. Man begreift es nicht recht, daß sich die Stromstärke der ersten Spule selbsttätig nach der willkürlich gewählten Stromstärke der zweiten Spule einstellt, daß also um so mehr Strom in die erste zufließt, je mehr Strom aus der zweiten entnommen wird. Während bei Leerlauf eine große erzeugte Gegenspannung das Hineinfließen des Stromes fast vollständig verhindert, hört diese Wirkung der Selbstinduktion scheinbar auf, wenn Strom aus der zweiten Spule entnommen wird. Man fragt sich da unwillkürlich, wodurch die Zunahme des Stromes oder die scheinbare Abnahme der Selbstinduktion der ersten Spule eigentlich veranlaßt ist. Mit anderen Worten: Man sieht nicht recht den Zusammenhang zwischen den beiden voneinander getrennten Spulen.

Nun ist es allerdings einfach genug, z. B. für induktionslose Belastung aus dem Gesetz von der Erhaltung der Arbeit den Zusammenhang zwischen den Strömen der beiden Spulen zu folgern. Die der ersten Spule zugeführte Leistung muß gleich der Summe aus der von der zweiten Spule abgegebenen Leistung und den Verlusten sein. Bei induktionsloser Belastung ist die von der zweiten Spule abgegebene Leistung gleich $E_2 I_2$ und die der ersten Spule zugeführte Leistung unter Vernachlässigung des kleinen, für die Magnetisierung erforderlichen Blindstromes gleich $E_1 \cdot I_1$. Unter weiterer Vernachlässigung der sehr kleinen Verluste ist also $E_1 I_1 = E_2 I_2$ oder

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{E_2}{E_1} = \frac{w_2}{w_1}. \quad (9)$$

Die Stromstärken verhalten sich also umgekehrt wie die Spannungen oder umgekehrt wie die Windungszahlen.

Ogleich nun das Gesetz von der Erhaltung der Arbeit uns derartig geläufig geworden ist, daß es überall die Grundlage unseres Erkennens geworden ist, so läßt sich doch nicht leugnen, daß die obige Ableitung die gesetzmäßige Beziehung zwischen den Strömen noch nicht vollständig erklärt. Dies gelingt erst, wenn wir nach Kapps Vorgang die magnetische Wirkung beider Spulen ins Auge fassen.

Wir gehen davon aus, daß auch beim Betrieb die an die erste Spule angelegte Klemmenspannung eine unter Vernachlässigung des kleinen Spannungsverlustes gleiche Spannung zu überwinden hat, die durch Änderung der magnetischen Flußröhren erzeugt wird. Diese werden aber jetzt nicht mehr, wie bei Leerlauf, durch die erste Spule allein, sondern durch die gemeinsame Wirkung beider Spulen erzeugt. Nun hat der Strom der ersten Spule wesentlich dieselbe Phase wie die angelegte

Klemmenspannung, also entgegengesetzte Phase wie die durch die Änderung der Flußröhren erzeugte Spannung. Die erste Spule verhält sich in dieser Hinsicht wie ein Elektromotor. Dagegen hat der Strom in der zweiten Spule, die sich wie ein Stromerzeuger verhält, wesentlich dieselbe Phase wie die durch Änderung des Flusses erzeugte Spannung. Da die erzeugten Spannungen durch dieselben Flußröhren geschaffen werden, also in beiden Spulen dieselbe Phase haben, so haben die Ströme beider Spulen eine Phasenverschiebung von fast 180° , ihre magnetischen Wirkungen sind sich also fast vollständig entgegengesetzt. Die scheinbare Abnahme der Selbstinduktion bei Belastung ist dann also daraus zu erklären, daß die erste Spule unter dem Einfluß einer von der zweiten Spule herrührenden gegenseitigen Induktion steht.

Daß die Stromentnahme aus der zweiten Spule eine entsprechende Zunahme des Stromes der ersten Spule zur Folge hat, geht auch aus folgender Überlegung hervor. Durch die gleichbleibende, an die erste Spule gelegte Spannung ist eine gleich große erzeugte Gegenspannung, also eine gleichbleibende Zahl von Flußröhren und damit eine gleichbleibende Gesamterregung vorgeschrieben, die gleich der Leerlauferregung ist. Diese Gesetzmäßigkeit wird für eine kurze Zeit gestört, wenn wir aus der zweiten Spule mehr Strom entnehmen, da dieser Strom eine starke magnetische Wirkung ausübt. In die erste Spule fließt dann so viel Strom zu, daß die von der zweiten Spule ausgeübte Erregung aufgehoben wird. Diese Zunahme des Stromes der ersten Spule kommt dadurch zustande, daß die Schwächung der Flußröhren, die im ersten Augenblick eintritt, in der ersten Spule eine kleinere erzeugte Gegenspannung und damit ein stärkeres Überwiegen der Klemmenspannung zur Folge hat.

Die Erregungen der beiden Spulen zusammen sind also stets gleich der Leerlauferregung, oder die Erregung der ersten Spule dient dazu, die Erregung der zweiten Spule aufzuheben und gleichzeitig noch die Leerlauferregung zu liefern. Vernachlässigen wir die geringe Leerlauf-erregung, so wird ebenso wie nach Gleichung (9)

$$I_1 \cdot w_1 = I_2 w_2. \quad (10)$$

Wir stellen nun das Verhalten des Transformators ohne Spannungsverlust durch Zeichnung der Strahlen der Ströme und Spannungen dar und führen dabei alle Zeichnungen für das Windungsverhältnis 1 : 1 aus. In diesem Falle ergeben die Ströme I_1 und I_2 in den beiden Spulen als Summe den Leerstrom I_o , und die durch die Änderung der Flußröhrenzahl in beiden Spulen erzeugten Spannungen sind einander gleich.

Bei einem beliebigen Windungsverhältnis ist $I_o \cdot w_1$ die Summe aus $I_1 \cdot w_1$ und $I_2 \cdot w_2$ oder I_o die Summe aus I_1 und $I_2 \cdot w_2/w_1$. Ferner ist die erzeugte Spannung in der zweiten Spule im Verhältnis $w_2 : w_1$ größer als in der ersten. Unsere für das Windungsverhältnis 1 : 1 ausgeführten Strombilder gelten allgemein, wenn wir I_2 durch $I_2 \cdot w_2/w_1$ ersetzen.

Wie in Bild 284 ist I_0 die Summe aus dem Magnetisierungsstrom I_μ und dem dagegen um 90° voreilenden Hysteresisstrom I_h . Ferner bleibt die in der ersten Spule erzeugte Spannung gegen den Magnetisierungsstrom um 90° zurück, sie wird durch EO dargestellt.

Wenn wir nach Bild 288 aus der zweiten Spule nur Wirkstrom entnehmen, so hat der Strom der zweiten Spule dieselbe Phase wie die erzeugte Spannung, sein Strahl ist also gleichgerichtet mit EO . Der Strom der ersten Spule folgt dann daraus, daß er mit dem der zweiten Spule als Summe den Leerstrom ergeben muß.

Die Klemmenspannung E_1 der ersten Spule ist entgegengesetzt gleich der erzeugten Spannung, sie wird also durch OE dargestellt. Dagegen ist die Klemmenspannung E_2 der zweiten Spule, sofern wir sie von der Spule und nicht etwa von einem an der zweiten Spule liegenden Netz geliefert ansehen, unter Vernachlässigung des inneren Spannungsverlustes gleich der erzeugten Spannung, sie wird also beim Windungsverhältnis $1:1$ durch EO und allgemein durch $EO \cdot w_2/w_1$ dargestellt.

Der Winkel φ_1 , um den Klemmenspannung und Stromstärke der ersten Spule verschoben sind, ist in Wirklichkeit sehr klein. Der Transformator stellt also bei Belastung durch Wirkstrom angenähert einen induktionslosen Verbrauchskörper dar.

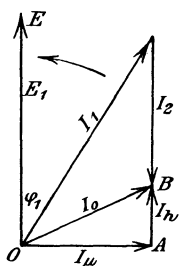


Bild 288.
Spannungen und Ströme des Transformators ohne Spannungsverlust.
Belastung durch Wirkstrom.

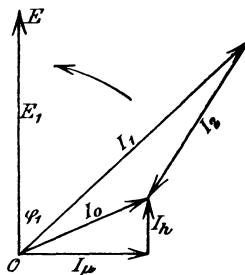


Bild 289.
Spannungen und Ströme des Transformators ohne Spannungsverlust.
Induktive Belastung.

Ist die Belastung nicht induktionslos, so bleibt der Strom I_2 der zweiten Spule nach Bild 289 gegen die erzeugte Spannung EO zurück. Er ergibt wieder zusammen mit dem Strom der ersten Spule den Leerstrom I_0 . Die Klemmenspannungen ergeben sich wie oben. Wie das Bild zeigt, hat eine Phasenverschiebung im Stromkreis der zweiten Spule bei kleinem Leerstrom eine angenähert gleiche Phasenverschiebung im Stromkreis der ersten Spule zur Folge.

Die Regel, daß die Spannungen sich wie die Windungszahlen, die Ströme sich umgekehrt wie diese verhalten und daß die Summe der beiden Ströme den Leerstrom ergibt, gilt auch für den Stromtransformator, bei welchem die erste Spule nicht an der Netzspannung, sondern in der Zuleitung eines anderen Verbrauchskörpers liegt (Bild 290). Wenn

wir annehmen, daß die Spannung an der ersten Spule in allen Fällen klein gegenüber der Maschinenspannung ist, so sind Änderungen im Stromkreis der zweiten Spule ohne wesentlichen Einfluß auf den von der Maschine gelieferten Strom. Wir können also mit gleichbleibendem Strom der ersten Spule rechnen, d. h. der Endpunkt des Strahles für den Strom der ersten Spule liegt auf einem Kreise (Bild 291). Wenn die zweite Spule nur Wirkstrom liefert, ist der Strom I_2 in Phase mit der erzeugten Spannung, er bleibt also um 90° hinter dem Magnetisierungsstrom zurück. Dieser ist also gleich OB . Diesem Strom sind die Flußröhren und damit die Spannungen der beiden Spulen proportional.

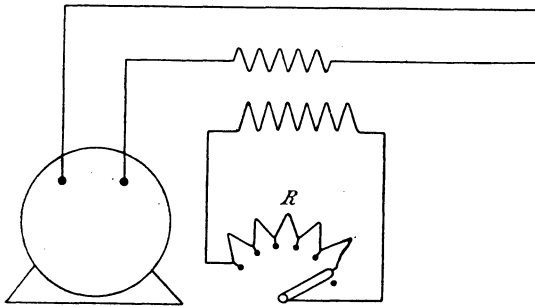


Bild 290.
Reihentransformator.

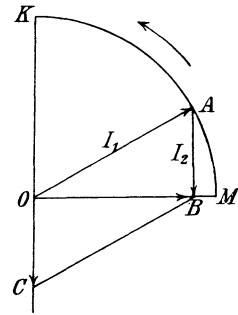


Bild 291. Ströme des
Reihentransformators.

Für $R = \infty$, also offene zweite Spule, ist die erste Spule eine reine Drosselspule und ihr Strom ist reiner Magnetisierungsstrom. I_1 fällt also mit OM zusammen.

Für $R = 0$, d. h. Kurzschluß der zweiten Spule, wird die Spannung beider Spulen gleich Null. Dies bedeutet, daß auch die Flußröhren gleich Null werden. Der Strom der zweiten Spule ist dabei gleich KO und hält dem Strom OK der ersten Spule vollständig das Gleichgewicht. Kurzschluß der zweiten Spule ist also gleichbedeutend mit Kurzschluß der ersten Spule.

In der Nähe des Punktes K ändert sich bei verändertem Widerstand R der Strom I_2 sehr wenig, wir haben also einen wesentlich gleichbleibenden Strom in der zweiten Spule, der sich von dem Strom der ersten Spule nur durch das Windungsverhältnis unterscheidet (Stromtransformator).

86. Berücksichtigung der Spannungsverluste.

Der Spannungsverlust in den Transformatoren wird zunächst durch die inneren Ohmschen Widerstände R_1 und R_2 der beiden Spulen verursacht. Der Spannungsverlust in der ersten Spule ist $I_1 \cdot R_1$ und hat dieselbe Phase wie der Strom der ersten Spule. Der Spannungsverlust in der zweiten Spule ist $I_2 \cdot R_2$ und hat dieselbe Phase mit dem Strom der zweiten Spule.

Neben diesen Ohmschen Spannungsverlusten treten induktive Spannungsverluste auf, die durch die Streuröhren der beiden Spulen verursacht werden. Neben den Flußröhren im Eisen, die durch die gemeinsame Wirkung beider Ströme erzeugt werden, entstehen Streuröhren, die von einer Spule allein erzeugt werden und sich wesentlich durch die Luft schließen, ohne die andere Spule zu durchsetzen.

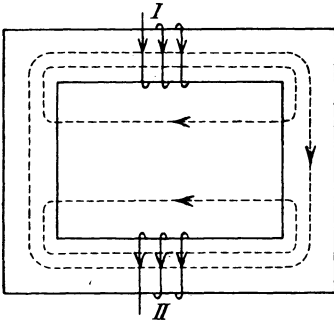


Bild 292. Streulinien, von beiden Spulen verursacht.

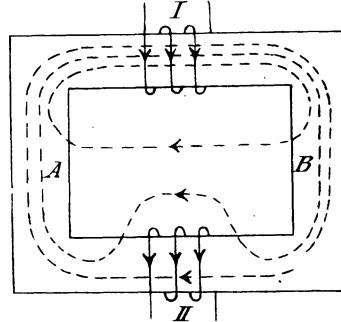


Bild 293. Streulinien, von der ersten Spule allein verursacht.

Bild 292, in welchem die beiden Spulen entgegen der wirklichen Ausführung auf verschiedenen Kernen liegen, zeigt die gemeinsamen, durch die Entgegenwirkung beider Ströme erzeugten Flußröhren im Eisen und die von jeder der beiden Spulen erzeugten Streuröhren, die sich innen und außen durch die Luft schließen. Die Strompfeile in den Windungen sind für einen gegebenen Zeitpunkt gezeichnet, in welchem die beiden Ströme, wie im allgemeinen, sich entgegenwirken. Der Strom der ersten Spule ist als überwiegend angenommen und der Pfeil im Eisen entsprechend eingezeichnet.

Nach dieser Darstellung haben wir im Innern der zweiten Spule zwei Flußröhren, welche die Spule von entgegengesetzten Seiten durchsetzen. In Wirklichkeit wird die Spule also nur von der Differenz beider durchsetzt. Dies führt zu der in Bild 293 dargestellten Anschauung, wonach als gemeinsame Flußröhren nur die wirklichen, die zweite Spule durchdringenden Flußröhren angesehen und die Streuröhren der zweiten Spule mit von der ersten Spule erzeugt angenommen werden. Sie werden nach Bild 293 durch den Gegendruck der von der zweiten Spule ausgeübten Erregung, die von der Erregung der ersten Spule überwunden werden muß, seitlich in den Streuweg gedrängt. Bild 294 und 295 zeigen den Verlauf der gemeinsamen Flußröhren und der Streuröhren bei Röhren- und Scheibenwicklung nach der Anschauung, daß auch die Streuröhren der zweiten Spule durch die Wirkung des Stromes der ersten Spule entstehen.

Bei Leerlauf, wo die zweite Spule stromlos ist, ist ihr Gegendruck gleich Null und die vom Strom der ersten Spule erzeugten Flußröhren

durchdringen, nach Abzug der Streuröhren der ersten Spule, in ihrem vollen Betrage die zweite Spule. Mit zunehmendem Strom der zweiten Spule wachsen ihre Streuröhren im Verhältnis zu den gesamten Flußröhren, von denen sie durchsetzt wird. Endlich gehen bei Kurzschluß fast die ganzen Flußröhren durch den Streuweg, und durch die Windungen der zweiten Spule dringen nur so viele, wie nötig sind, um eine

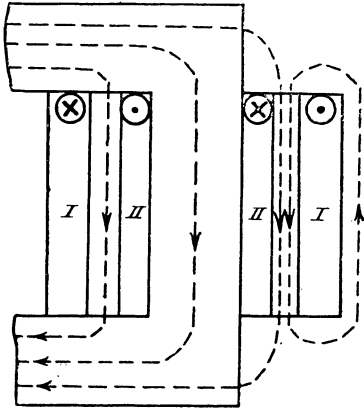


Bild 294.

Magnetische Linien der Röhrenwicklung.

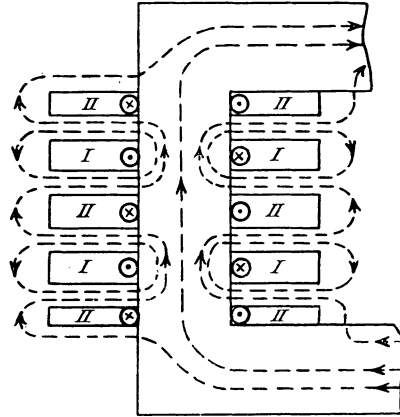


Bild 295.

Magnetische Linien der Scheibenwicklung.

Spannung gleich dem geringen inneren Ohmschen Spannungsverbrauch der zweiten Spule zu erzeugen. Ist der Kurzschluß vollkommen, d. h. auch der innere Widerstand der zweiten Spule gleich Null, so sind die Ohmsche Spannung und damit die Flußröhren innerhalb der zweiten Spule gleich Null, d. h. die gesamten Flußröhren werden durch die Gegenwirkung des Stromes der zweiten Spule aus dieser hinaus in den Streuweg gedrängt. Der Strom der ersten Spule ist dann wieder, wie bei Leerlauf, reiner Magnetisierungsstrom, der aber weit größer ist als bei Leerlauf, weil er die vorgeschriebenen Gesamtflußröhren nicht im bequemen Eisenweg, sondern im unbequemen Streuweg zu erzeugen hat.

Obwohl nun die Anschauung, daß auch die Streuröhren der zweiten Spule vom Strom der ersten erzeugt werden, den wirklichen Verhältnissen am besten entspricht, so müssen wir doch beachten, daß die Streuröhren der zweiten Spule nur durch einen Teil des Stromes der ersten Spule erzeugt werden, nämlich durch den Teil, der dem Strom der zweiten Spule das Gleichgewicht hält. Größe und Phase der Streuröhren der zweiten Spule sind also durch den Strom der zweiten Spule gegeben, so daß wir die Rechnung doch am besten so ausführen, als ob die Flußröhren von der zweiten Spule erzeugt werden.

Die Streuröhren erzeugen eine schädliche Spannung der Selbstinduktion, und es wäre sehr wohl möglich, diese als solche einzuführen

und sie zu der durch die gemeinsamen Flußröhren erzeugten Spannung hinzuzuzählen. Bequemer werden wir indessen die Streuung nach Seite 249 durch Einführung eines induktiven Widerstandes x_1 und x_2 berücksichtigen. Der induktive Spannungsverlust in der ersten Spule ist dann $I_1 \cdot x_1$ und eilt dem Strom der ersten Spule um 90° vor. Ebenso ist der induktive Spannungsverlust der zweiten Spule gleich $I_2 \cdot x_2$ und eilt dem Strom der zweiten Spule um 90° vor.

Die Klemmenspannung der ersten Spule ist jetzt um den gesamten Spannungsverlust der ersten Spule größer als die durch die gemeinsamen Flußröhren erzeugte Spannung in dieser Spule. Ebenso ist die Klemmenspannung der zweiten Spule um den gesamten Spannungsverlust dieser Spule kleiner als die in dieser Spule durch die gemeinsamen Flußröhren erzeugte Spannung. Nun gilt nach wie vor die Beziehung, daß sich die durch die gemeinsamen Flußröhren erzeugten Spannungen wie die Windungszahlen verhalten. Wenn wir also die stets zutreffende Voraussetzung machen, daß die Spannungsverluste klein sind, so ist mit genügender Annäherung auch das Verhältnis der Klemmenspannungen gleich dem der Windungszahlen, und das Verhältnis der Ströme ist gleich dem umgekehrten Verhältnis der Windungen.

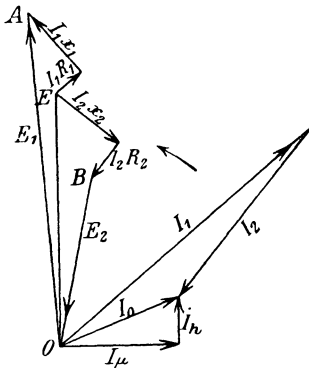


Bild 296. Spannungen und Ströme des Transformators mit Berücksichtigung der Spannungsverluste, Windungsverhältnis 1 : 1.

Unsere frühere Beziehung, daß die Summe der Ströme der beiden Spulen gleich dem Strome bei Leerlauf ist, gilt jetzt nur mehr angenähert. Infolge des Spannungsverlustes der ersten Spule ist für gleiche Klemmenspannung die erzeugte Gegenspannung von dem jeweiligen Strom abhängig und in allen Betriebsfällen kleiner als bei Leerlauf. Demnach sind auch die gemeinsamen Flußröhren und der dafür erforderliche „Leerstrom“ bei Betrieb kleiner als bei Leerlauf. Wir werden jedoch bei Transformatoren keinen großen Fehler machen, wenn wir innerhalb der Grenzen des Betriebs den Leerstrom als unveränderlich ansehen. Die genaue Berücksichtigung der Veränderlichkeit der

Flußröhrenzahl und des Leerstromes müßte nach Abschnitt 78 und 112 erfolgen.

Bild 296 gibt die Strahlen der Ströme und Spannungen unter der Annahme, daß die Klemmenspannung E_2 der zweiten Spule infolge induktiver Belastung gegen den Strom I_2 vorseilt. Wir fügen zu der Klemmenspannung E_2 in Phase mit dem Strom I_2 den Ohmschen Spannungsverlust $I_2 R_2$ und um 90° gegen den Strom I_2 voreilend den induktiven Spannungsverlust $I_2 x_2$. Die Summe ergibt die durch die gemeinsamen Flußröhren in der zweiten Spule erzeugte Spannung EO , die unter

Voraussetzung gleicher Windungszahl auch gleich der in der ersten Spule erzeugten Spannung ist. Um 90° gegen EO voreilend zeichnen wir den Strahl des Magnetisierungsstromes I_μ , der uns in Verbindung mit dem Hysteresisstrom I_h den Leerstrom I_o und damit auch den Strom I_1 der ersten Spule ergibt. Zu der Spannung OE , die der in der ersten Spule erzeugten Spannung das Gleichgewicht hält, fügen wir in Phase mit dem Strom I_1 der ersten Spule den Ohmschen Spannungsverlust $I_1 R_1$ und um 90° gegen den Strom I_1 voreilend den induktiven Spannungsverlust $I_1 x_1$. So erhalten wir als Summe aller Spannungen die Klemmenspannung E_1 der ersten Spule nach Größe und Phase.

Wir können nun die Probe machen, ob das Gesetz von der Erhaltung der Arbeit erfüllt ist. Wir benutzen dazu nach S. 239 die Regel, daß die Leistung der Summe gleich der Summe der Leistungen der Teile ist. Die zugeführte Leistung $E_1 \cdot I_1 \cdot \cos \varphi_1$ besteht demnach aus zwei Teilen. Der erste ist die Leistung der Spannung EA mit dem Strom I_1 , also gleich $I_1^2 R_1$. Der zweite Teil ist die Leistung der Spannung OE mit dem Strom I_1 , d. h. mit der Summe aus I_o und I_2 . Die Leistung der Spannung OE mit dem Strom I_o ist die Leerlaufleistung N_o und die mit dem Strom I_2 ist die Gesamtleistung der zweiten Spule. Sie besteht aus den Leistungen des Stromes I_2 mit der Spannung BE und der Spannung E_2 , d. h. sie ist bei dem Phasenverschiebungswinkel φ_2 zwischen Strom und Klemmenspannung der zweiten Spule gleich $I_2^2 R_2 + E_2 I_2 \cos \varphi_2$. Demnach ist

$$E_1 \cdot I_1 \cdot \cos \varphi_1 = I_1^2 \cdot R_1 + N_o + I_2^2 \cdot R_2 + E_2 \cdot I_2 \cdot \cos \varphi_2. \quad (11)$$

Daraus ergibt sich dann der Wirkungsgrad

$$\eta = \frac{E_2 \cdot I_2 \cdot \cos \varphi_2}{E_1 \cdot I_1 \cdot \cos \varphi_1} = \frac{E_2 \cdot I_2 \cdot \cos \varphi_2}{E_2 \cdot I_2 \cdot \cos \varphi_2 + N_o + I_1^2 \cdot R_1 + I_2^2 \cdot R_2}. \quad (12)$$

Bei kleiner Belastung fallen die Eisenverluste und bei großer Belastung die Verluste durch Stromwärme zu sehr ins Gewicht und der Wirkungsgrad ist gering. Dazwischen hat der Wirkungsgrad einen höchsten Wert, für den sehr hohe Beträge (z. B. 0,98) erreicht werden.

Von der Klemmenspannung der zweiten Spule ausgehend haben wir schrittweise die einzelnen Spannungsverluste hinzugefügt und sind dadurch zu der Klemmenspannung der ersten Spule gelangt. Dies führt zu einer Anschauung, die auf schöne Weise die Trennung der beiden Spulen überbrückt und beide Wicklungen zu einem Ganzen zusammenfaßt.

Bei einem beliebigen Windungsverhältnis stellt der in Bild 296 mit I_2 bezeichnete Strahl den Strom $I_2 \cdot w_2/w_1$ dar. Ebenso stellt EO nicht unmittelbar die in der zweiten Spule erzeugte Spannung, sondern das w_1/w_2 fache dieser Spannung dar, und BO ist nicht die Klemmenspannung E_2 , sondern die Spannung $E_2 \cdot w_1/w_2$. Bei der zweiten Spule ist also der Strom mit w_2/w_1 und alle Spannungen mit w_1/w_2 zu vervielfachen, um die Größen auf das Windungsverhältnis 1:1 umzurechnen.

Die umgerechneten Spannungsverluste in der zweiten Spule sind dann $I_2 \cdot R_2 \cdot w_1/w_2$ und $I_2 \cdot x_2 \cdot w_1/w_2$. Wenn unter Vernachlässigung des kleinen Leerstromes $I_2 = I_1 \cdot w_1/w_2$ gesetzt wird, erhalten wir die umgerechneten Spannungsverluste zu $I_1 \cdot R_2 \cdot w_1^2/w_2^2$ und $I_1 \cdot x_2 \cdot w_1^2/w_2^2$. Diese werden also gleichsam durch den Strom I_1 verursacht.

Man nennt den mit w_1^2/w_2^2 vervielfachten Widerstand der zweiten Spule den auf das Windungsverhältnis 1 : 1 umgerechneten Widerstand. Daß mit dem Quadrat des Windungsverhältnisses umzurechnen ist, wird an einem Beispiel klar. Spannung und Strom seien in der ersten Spule 200 Volt und 10 Amp., in der zweiten Spule 100 Volt und 20 Amp. Der Ohmsche Spannungsverlust soll in jeder Spule 1% betragen, also in der ersten Spule 2 Volt, in der zweiten Spule 1 Volt sein. Dann muß $R_1 = 2/10$ und $R_2 = 1/20$ sein. Der Widerstand der zweiten Spule ist also viermal so klein wie der der ersten Spule, da wir bei der doppelten Stromstärke nur den halben Spannungsverlust zulassen oder weil wir bei doppeltem Querschnitt nur die halbe Windungszahl, d. h. die halbe Wicklungslänge haben. Wenn wir uns nun vorstellen, daß der Strom der ersten Spule auch die zweite Spule durchfließt, so müssen wir den Widerstand dieser Spule vervierfachen, um in dieser Spule den Spannungsverlust von 1%, bezogen auf die Klemmenspannung der ersten Spule, zu erhalten.

Der Strom I_1 hat nun anscheinend die erste und zweite Spule hintereinander zu durchfließen. Dabei ist der gesamte Ohmsche und der induktive Widerstand gegeben durch

$$R_k = R_1 + R_2 \cdot \frac{w_1^2}{w_2^2} \quad (13)$$

$$x_k = x_1 + x_2 \cdot \frac{w_1^2}{w_2^2} \quad (14)$$

Von der an die erste Spule gelegten Spannung bleibt dann nach Abzug des Spannungsverlustes in diesen Widerständen die umgerechnete Klemmenspannung der zweiten Spule übrig.

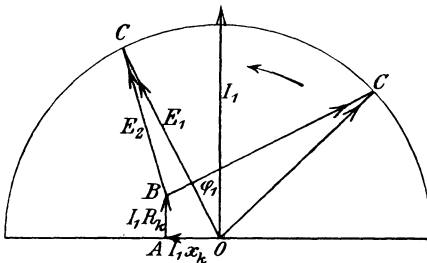


Bild 297. Spannungsbild des Transformators für gleichbleibenden Strom.

Wir erhalten nun für die Spannungen das einfache Bild 297, in welchem die umgerechnete Klemmenspannung E_2 der zweiten Spule der Unterschied der an die erste Spule gelegten Spannung E_1 und des gesamten inneren Spannungsverlustes ist. Legen wir den Strahl des Stromes stets in dieselbe Richtung, so liegen bei gleichbleibender Stromstärke die Punkte A und B , also

der Anfang des Strahles der Klemmenspannung E_2 fest. Für gleichbleibende Klemmenspannung E_1 , aber veränderliche Phasenverschiebung φ_2 zwischen Strom und Klemmenspannung der zweiten Spule beschreibt

dann der Endpunkt C des Strahles der Klemmenspannung E_2 einen Kreis um O mit dem Halbmesser E_1 . Wir können dann den Unterschied zwischen den beiden Klemmenspannungen leicht ablesen. Dieser Unterschied wird sehr gering, wenn OC angenähert in die Richtung von I_1 fällt, wenn also die Phasenverschiebung im Stromkreis der zweiten und damit der ersten Spule klein ist. Bei negativer Phasenverschiebung, d. h. bei stark kapazitiver Belastung bleibt E_1 gegen I_1 zurück, und die Spannung BC der zweiten Spule, umgerechnet auf die erste, wird, wie im rechten Teil gezeichnet, größer als die der ersten Spule.

Das Dreieck OAB in Bild 297 können wir durch den Versuch bestimmen, indem wir die zweite Spule kurzschließen und an die erste Spule eine so kleine Spannung E_k anlegen, daß der entstehende Strom I_k gleich dem betriebsmäßigen, der Zeichnung in Bild 297 zugrundeliegenden Strom I_1 ist. Da die angelegte Spannung E_k jetzt nur die Verluste zu decken hat, so ist sie gleich OB . Messen wir die Verluste N_k bei Kurzschluß, so ergibt sich

$$\cos \varphi_k = \frac{N_k}{E_k \cdot I_k} \tag{15}$$

$$R_k = \frac{E_k}{I_k} \cdot \cos \varphi_k \tag{16} \quad x_k = \frac{E_k}{I_k} \cdot \sin \varphi_k. \tag{17}$$

Wir haben bisher den Strom der zweiten Spule, abgesehen vom Windungsverhältnis, nach Größe und Phase gleich dem Strom der ersten Spule gesetzt, also den Leerstrom vernachlässigt. Wollen wir diese Vernachlässigung fallen lassen, so müssen wir annehmen, daß der Strom der ersten Spule nach Durchfließen der beiden inneren Widerstände nicht in seiner vollen Stärke aus der zweiten Spule austritt, sondern daß die Stromstärke sich um den Leerstrom I_o verringert. Wir kommen dadurch zu der sog. Ersatzschaltung in Bild 298. In dieser durchfließt der Strom I_1 die Widerstände R_1 und x_1 der ersten Spule. Von der Klemmenspannung E_1 bleibt dann zwischen A und B eine Spannung übrig, die der durch den gemeinsamen Fluß erzeugten Spannung EO in Bild 296 das Gleichgewicht hält. Dieser ist der jetzt mit I bezeichnete Leerstrom, der nach S. 298 nicht unveränderlich ist, proportional. Wir haben dann zwischen A und B so viel Ohmschen und induktiven Widerstand einzufügen, daß der Strom I gegen die Spannung AB nach Bild 296 um $\arctg \cdot I_u/I_k$ zurückbleibt. Der Unterschied zwischen I_1 und I ist dann der umgerechnete Strom I_2 , der die inneren Widerstände x_2

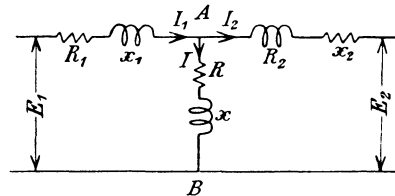


Bild 298. Ersatzschaltung.

und R_2 durchfließt und an den Klemmen der zweiten Spule unter der Spannung E_2 austritt. Diese Ersatzschaltung, die für Drehstrommotoren von Bedeutung ist, wurde bereits in Abschnitt 78 behandelt.

87. Einschaltvorgang bei Transformatoren.

Beim Einschalten der ersten Spule stellt sich deren Strom im allgemeinen nicht sofort auf den Wert ein, welcher dem Gleichgewichtszustand entspricht. Man beobachtet vielmehr Erhöhungen der Stromstärke, die zu starken Betriebsstörungen führen können.

Um diese Erscheinung zu erklären, gehen wir davon aus, daß jede Änderung des magnetischen Flusses eine Spannung erzeugt, daß aber umgekehrt das Anlegen einer Wechselstromspannung an den Transformator den Fluß nach Größe und zeitlichem Zustand vorschreibt.

Wenn wir zunächst den Ohmschen Spannungsverbrauch vernachlässigen, so entspricht im Gleichgewichtszustande der angelegten Klemmenspannung E_1 eine entgegengesetzt gleiche erzeugte Spannung. Der Fluß eilt der erzeugten Spannung um 90° vor, also gegen die Klemmenspannung der ersten Spule um 90° nach. Er ist in Bild 299 und 300 durch die stark ausgezogene Kurve Φ dargestellt, während die Kurve der Klemmenspannung schwach ausgezogen und die der erzeugten Gegenspannung in Bild 299 schwach gestrichelt ist.

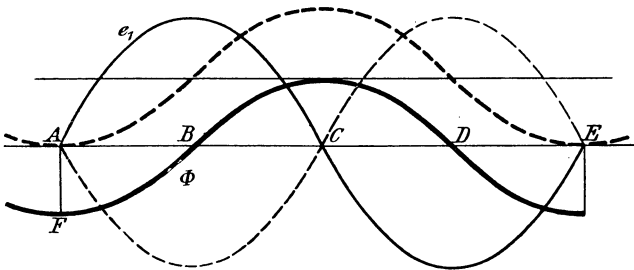


Bild 299. Flußkurve für Einschalten im Zeitpunkt A, stark gestrichelt.

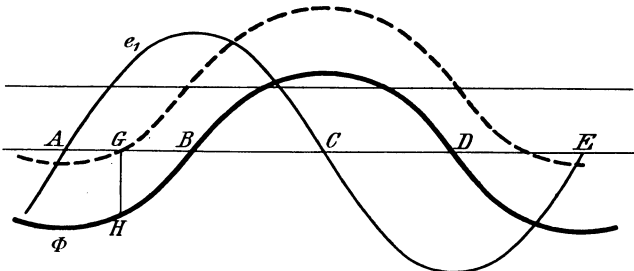


Bild 300. Flußkurve für Einschalten im Zeitpunkt G, gestrichelt.

Wenn wir nun den Transformator bei Leerlauf im Zeitpunkt B einschalten, wo die Klemmenspannung ihren Höchstwert besitzt, so nimmt der Fluß genau wie im Gleichgewichtszustand von Null an bis auf seinen Höchstwert zu. Der Leerstrom hat dann von Anfang an seinen gewöhnlichen Wert.

Wir wollen nun in Bild 299 im Zeitpunkt A und in Bild 300 im Zeitpunkt G einschalten. Da der Fluß unbedingt zunächst den Wert Null

haben muß, andererseits aber die Flußänderung in der Zeit durch die Spannungskurve vorgeschrieben ist, so erhalten wir die gestrichelte Flußkurve, die gegen die Gleichgewichtskurve um FA , bzw. HG nach oben verschoben ist. Wir rechnen nun die Zeit oder den Bogen von dem Zeitpunkt an, in welchem die Spannung durch Null hindurchgeht. Ist die Spannung im Augenblick des Einschaltens gleich $e_m \cdot \sin \omega t$, und ist Φ der Höchstwert des Flusses im Gleichgewichtszustand, so ist der Betrag, um den die Flußkurve nach oben verschoben wird, gleich $\Phi \cdot \cos \omega t$. Um diesen Betrag vergrößert sich also auch der Höchstwert des Flusses beim Einschalten. Zeichnen wir nun die Symmetrielinie der gestrichelten Kurve, so sehen wir, daß der Fluß aus einem gewöhnlichen Wechselfluß besteht, über den ein Gleichfluß $\Phi \cos \omega t$ überlagert ist¹⁾. Wird nach Bild 299 eingeschaltet, wenn die Spannung durch Null hindurchgeht, so wird der Höchstwert des Flusses doppelt so groß wie beim Gleichgewicht.

Ist der Ohmsche Widerstand der ersten Spule gleich Null, so bleibt die Flußkurve oberhalb der wagerechten Achse. Der Strom, der bei gleichbleibender Durchlässigkeit zur Erzeugung dieses Flusses erforderlich ist, besteht dann aus dem gewöhnlichen Magnetisierungsstrom und einem überlagerten Gleichstrom. In Wirklichkeit nimmt infolge des Ohmschen Widerstandes der ersten Spule der überlagerte Gleichstrom allmählich ab und sinkt entsprechend Bild 70 und Gleichung (9) auf S. 83 auf Null. Da die Induktivität sehr groß gegenüber dem Ohmschen Widerstand ist, so geht der Gleichstrom sehr langsam auf Null zurück. Eine Erhöhung des Ohmschen Widerstandes würde den Vorgang beschleunigen.

Bei starker Sättigung ist zur Erzeugung des größeren Flusses nach Bild 283 ein ganz unverhältnismäßig großer Magnetisierungsstrom nötig. So sind z. B. bei legiertem Blech für 1 cm bei 8500 Gauß, die dem Gleichgewichtszustand entsprechen mögen, 3 Amperewindungen, bei 17000 Gauß 30 Amperewindungen erforderlich! Der Höchstwert des Magnetisierungsstromes ist also 30mal so groß als beim Gleichgewichtszustand.

Wo also die Gefahr eines zu großen Einschaltstromes besteht, schaltet man den Transformator zunächst durch einen sogenannten Schutzschalter über einen Ohmschen Widerstand ein, der bei Leerlauf im Gleichgewichtszustand einige Prozente der Netzspannung abdrosselt. Der gleichgerichtete Fluß und der zugehörige Magnetisierungsstrom werden dann gedämpft, ehe sie überhaupt ihren vollen Wert erreichen, und schon während der Schaltbewegung kann der vorgeschaltete Widerstand kurzgeschlossen werden.

Ähnliche Verhältnisse treten auf, wenn Transformatoren, deren zweite Spule belastet oder kurzgeschlossen ist, eingeschaltet werden. Da ein noch stillstehender Drehstrommotor sich genau wie ein Transformator verhält, so werden beim Anlassen größerer Drehstrommotoren ebenfalls Schutzschalter verwendet.

¹⁾ Vgl. W. Linke, Über Schaltvorgänge. Archiv für El. 1912, Heft 1.

Sechzehnter Teil.

88. Die Wicklungen der Wechselstrommaschinen. — 89. Die Spannung bei gleichförmigem Feld unter den Polen. — 90. Die Spannung bei sinusförmigem Feld.

88. Die Wicklungen der Wechselstrommaschinen.

Zu den Wechselstrommaschinen für Ein- und Mehrphasenstrom gehören zunächst die Synchronmaschinen.

Die synchronen Stromerzeuger und Motoren besitzen einen feststehenden, aus Blechen zusammengesetzten Anker, den sog. Ständer, dessen Klemmen der in der Regel hochgespannte Wechselstrom entnommen oder zugeführt wird, und einen umlaufenden Magnetkörper, dem der zur Erregung dienende Gleichstrom durch Schleifringe zugeführt wird. Der Magnetkörper wird bei langsam laufenden Maschinen als Polrad, bei den schnellaufenden Turbomaschinen nach Bild 301 als Trommel ausgebildet.

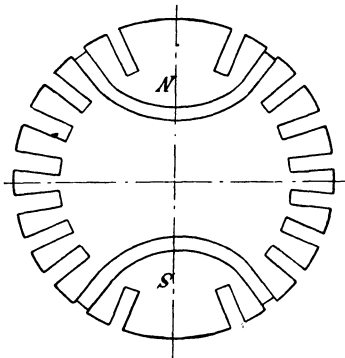


Bild 301.
Magnetkörper einer Turbomaschine.

Die ebenfalls zu den Synchronmaschinen gehörenden Einankerumformer sind Gleichstrommaschinen, die außer dem Stromwender noch Schleifringe besitzen.

Weiter umfassen die Wechselstrommaschinen die Asynchronmaschinen, deren fast ausschließliche Vertreter die Drehstrommotoren sind. Sie besitzen einen äußeren feststehenden Teil, den sog. Ständer, der wie der Anker einer Synchronmaschine ausgeführt ist und von außen gespeist wird, und einen inneren, drehbaren Teil, den Läufer, in dessen Wicklung ein Strom vom Ständer aus durch magnetische Wirkung erzeugt wird.

Endlich gehören zu den Wechselstrommaschinen noch die Stromwendermotoren, bei denen sich der Anker ebenfalls innerhalb eines vom Wechselstrom durchflossenen Ständers dreht.

Wir bezeichnen bei Wechselstrommaschinen als Spulenseite die zu einem Zweige gehörige Draht- oder Stabgruppe einer Polteilung. Um den Umfang auszunutzen und die schädliche Selbstinduktion zu verringern, wird die Spulenseite in mehreren Nuten nebeneinander untergebracht.

Falls der Umfang gleichmäßig bewickelt wird, ist die Breite der Spulenseite bei Einphasenwicklungen gleich der Polteilung.

Bei Dreiphasenwicklungen hat die Spulenseite, abgesehen von den Maschinen mit Stromwender, die eine Breite der Spulenseite gleich $\frac{2}{3}$ der Polteilung besitzen, eine Breite von $\frac{1}{3}$ der Polteilung. Sie wird gewöhnlich in 2 bis 4, bei den Läufern von Drehstrommotoren in 3 bis 7 Nuten untergebracht. Turbomaschinen, die wegen ihrer großen Drehzahl eine sehr kleine Polzahl besitzen und selbst für Leistungen von mehreren tausend Kilowatt noch zweipolig ausgeführt werden, erfordern wegen ihrer großen Polteilung eine größere Nutenzahl für die Spulenseite.

Die Wicklung kann als Schleifenwicklung ausgeführt werden, wobei die Nuten einer Spulenseite im Wicklungsgang unmittelbar aufeinander folgen und die Spulen der verschiedenen Polpaare in Reihe oder nebeneinander geschaltet werden. Man kann aber auch Wellenwicklung anwenden, wobei die Nuten einer Spulenseite erst bei wiederholten Umgängen, bei denen alle gleichliegenden Nuten der verschiedenen Pole berührt werden, an die Reihe kommen.

Die Spulenköpfe sind bei Spulwicklung meist bandförmig. Die Köpfe für die einzelnen Nuten einer Spulenseite, die nach Bild 302

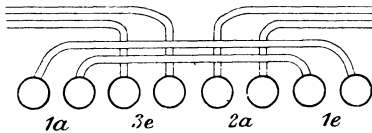


Bild 302. Kopf einer Spulwicklung.

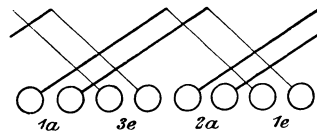


Bild 303. Gabelförmige Stirnverbindungen.

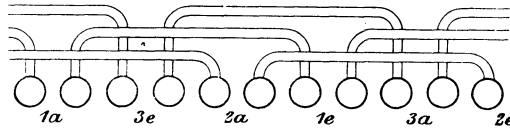
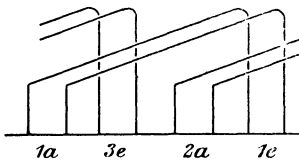
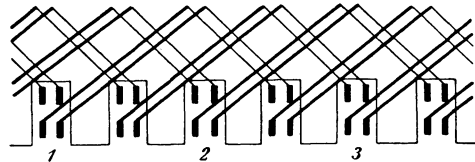


Bild 304. Spulwicklung, Stirnverbindungen nach entgegengesetzten Seiten geführt.

Bild 305.
Verschränkte Stirnverbindungen.Bild 306. Stabwicklung, Stirnverbindungen
nach entgegengesetzten Seiten geführt.

ungleich lang sind, werden meist zu einem gemeinsamen Wicklungskopf zusammengefaßt. Bei Mehrphasenmaschinen wird die gegenseitige Berührung der Köpfe verschiedener Zweige in der durch Bild 302 dargestellten Weise oder in einer ähnlichen Art vermieden.

Bei Stabwicklung werden die Stirnverbindungen meist wie bei

Gleichstrommaschinen, nach Bild 303 gabelförmig mit zwei in verschiedenen Stirnebenen liegenden Teilen ausgebildet. Sie können jedoch auch nach Bild 305 verschränkt werden. In beiden Fällen sind die Köpfe für die Nuten einer Spulenseite gleich lang.

Die Stirnverbindungen einer Spulenseite können auch nach Bild 304 in gleichen Hälften nach entgegengesetzten Richtungen des Umfanges geführt werden. Dies führt zu einer erheblichen Verringerung der Wicklungslänge. Zu den Wicklungen mit Führung der Köpfe nach entgegengesetzten Richtungen zählen auch die Stabwicklungen mit zwei Schichten nach Bild 306. Die Führung nach entgegengesetzten Seiten ist gleichbedeutend damit, daß die Hälfte der Wicklung des ganzen Zweiges für sich allein fertig geschaltet und dann unter Umkehrung der Wicklungsrichtung die andere Hälfte dahinter geschaltet wird.

Wir gehen nun zu Beispielen über und behandeln dabei zunächst die gewöhnlichen Wicklungen mit einer Breite der Spulenseite gleich $\frac{1}{3}$ der Polteilung. Wir zeichnen dabei nur die vorderen Spulenköpfe des ersten Zweiges und nehmen an, daß dieser gerade den größten Strom führt. Seine Spulenseiten werden dann nach S. 270 eingefast von Spulenseiten anderer Zweige, die einen halb so starken Strom von derselben Richtung führen. Die drei Zweige sind dadurch kenntlich gemacht, daß Schaft und Spitze des Strompfeiles im ersten Zweig und die Umrandung der Nuten des zweiten Zweiges stark gezeichnet sind. Die drei Anfänge sind mit a , die Enden mit e bezeichnet. Die Anfänge sind an sich um $\frac{1}{3}$ einer doppelten Polteilung gegeneinander verschoben, können jedoch, wie dies in den Abbildungen geschehen wird, um eine gerade Anzahl von Polteilungen versetzt werden, ohne daß sich etwas an der Schaltung ändert. Alle Verbindungen hinten sind gestrichelt.

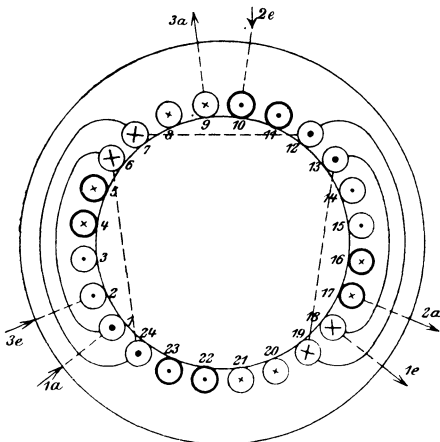


Bild 307. Vierpolige Spulenseite. Köpfe einer Spulenseite nach derselben Richtung.

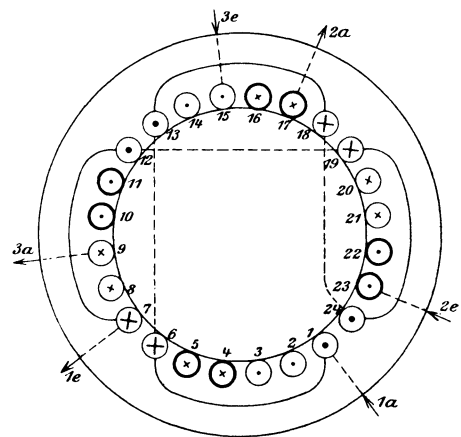


Bild 308. Vierpolige Spulenseite. Köpfe einer Spulenseite nach verschiedenen Richtungen.

Bild 307 und 308 zeigen vierpolige Spulenkwicklungen mit zwei Nuten für die Spulenseite. Während die Köpfe der Spulenseite in Bild 307 nach derselben Richtung geführt sind, laufen sie in Bild 308 nach verschiedenen Richtungen. Dies ist dadurch erreicht, daß nach Durchlaufen der Wicklungshälfte 1, 6, 13, 18 der Fortschreitungsinn umgekehrt

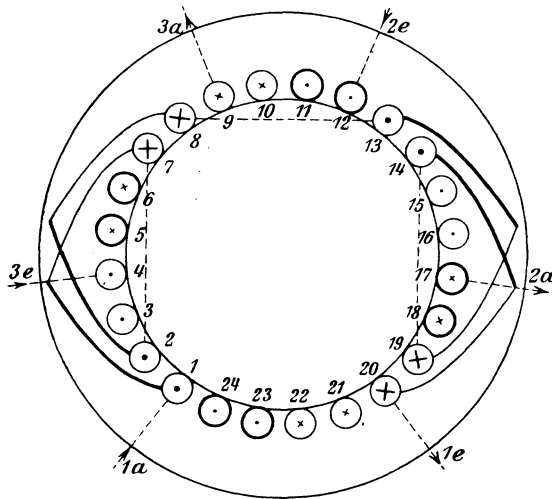
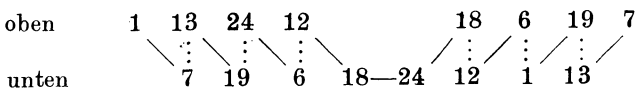


Bild 309. Vierpolige Stabwicklung. Köpfe einer Spulenseite nach derselben Richtung.

wird, d. h. die Wicklung im Sinne 24, 19, 12, 7 weiterschreitet. Die Wicklung in Bild 307 ist eine Schleifenwicklung. Die Wicklung in Bild 308 ist an sich eine Wellenwicklung. Sie wird aber zu einer Schleifenwicklung, wenn jede Wicklungshälfte mehrere Nuten für die Spulenseite enthält, deren Windungen nach Bild 307 geschaltet werden.

Bild 309 gibt eine vierpolige Stabwicklung mit einem Stab in der Nut, ebenfalls mit zwei Nuten für die Spulenseite, aber mit gabelförmigen, gleich langen, genau eine Polteilung umfassenden Stirnverbindungen. Die Wicklung ist eine Schleifenwicklung, und die Stirnverbindungen einer Spulenseite sind nach derselben Richtung geführt.

Bild 310 zeigt eine vierpolige Stabwicklung, mit zwei Stäben übereinander und zwei Nuten für die Spulenseite. Die Stirnverbindungen sind dabei für die Oberstäbe nach der einen Richtung, für die Unterstäbe nach der andern Richtung geführt. Die Wicklung ist eine Wellenwicklung, bei welcher der Zweig 1 folgende Reihenfolge besitzt:



Bei der Verbindung 18 24 ändert sich die Fortschreitungsrichtung, wodurch die Spulenköpfe vollständig regelmäßig werden.

Wir wenden uns jetzt zur Drehstromwicklung mit einer Breite der Spulenseite gleich $\frac{2}{3}$ der Polteilung, wie wir sie stets bei dreiphasigen Einankerumformern haben. Sie entsteht dadurch, daß wir die Wicklung eines gewöhnlichen Gleichstromankers an drei Stellen zu Schleifringen führen. Wir erhalten dadurch nach Bild 257 eine in Dreieck geschaltete Drehstromwicklung mit einer Breite der Spulenseite gleich $\frac{2}{3}$ der Polteilung. Die Segmentzahl muß dabei durch die Anzahl der Drehstromzweige, d. h. durch drei teilbar sein. Bei mehr als zwei Gleichstromzweigen sind Ausgleichverbinder vorhanden.

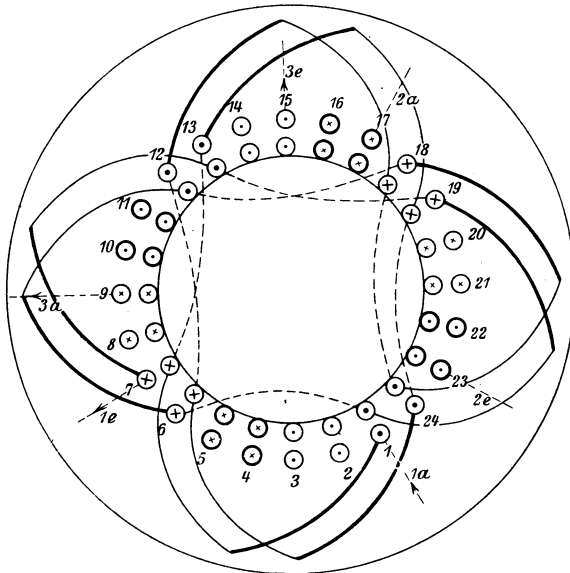
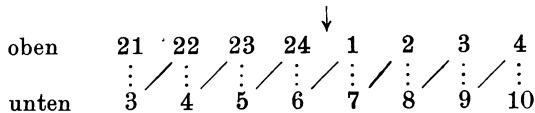


Bild 310. Vierpolige Stabwicklung. Köpfe einer Spulenseite nach verschiedenen Richtungen.

Bild 311 zeigt eine vierpolige Wicklung eines Einankerumformers, die als Schleifenwicklung ausgeführt ist. Von 1 oben ist z. B. die Wicklung hinten nach der um eine Polteilung versetzten Stelle 7 unten und von dort vorn über den Stromwender nach 2 oben geführt usw.

Vom äußeren Schleifring fließt der Strom im gezeichneten Augenblick in die Wicklung hinein. Die eine Hälfte fließt auf den Verbindungspunkt zwischen 1 oben und 6 unten zu und fließt in dem folgenden Stromlauf von der Mitte aus in zwei ungleichen Teilen nach rechts und links weiter:



Von diesen gehört der rechte Teil, der im mittleren Schleifring endigt, zum Zweig 1, der den Höchstwert des Stromes führt, der linke,

der im inneren Schleifring endigt, zum Zweig 2, der den halben Strom führt. In derselben Weise ergibt sich die Stromverteilung für den vom äußeren Schleifring nach unten fließenden Strom, sowie die Ströme der übrigen Teile. Jeder der drei Zweige des Drehstroms enthält, entsprechend der Schleifenwicklung, zwei nebeneinander geschaltete Abteilungen.

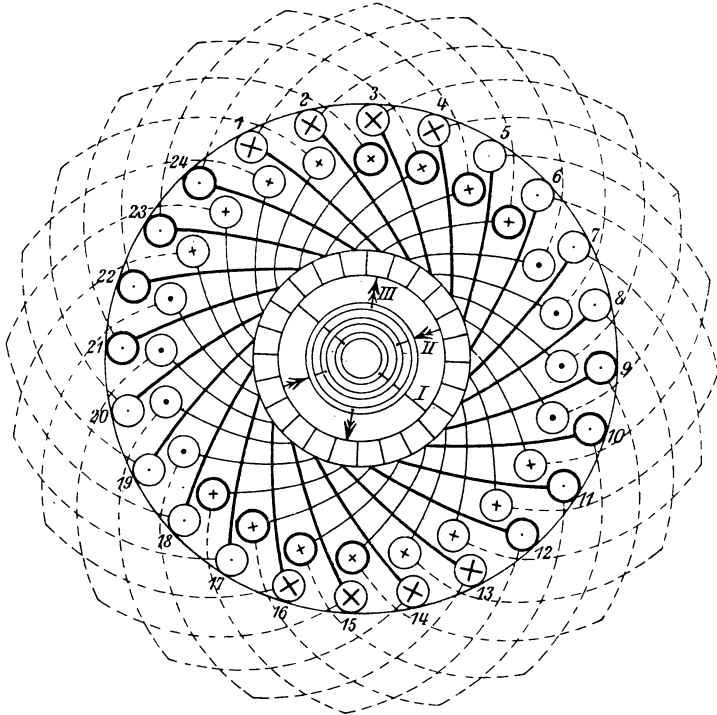


Bild 311. Vierpoliger Einankerumformer mit Schleifenwicklung.

Die Spulenseiten des Drehstroms bestehen in unserm Falle aus vier Nuten, sie bedecken also $\frac{2}{3}$ der Polteilung. Gleichzeitig sehen wir, wie sie sich gegenseitig überlappen. Ihre magnetischen Wirkungen unterstützen sich zwar im allgemeinen noch, indem z. B. die Oberschicht 1, 2, 3, 4, die den höchsten Strom führt, den Unterschichten 23, 24, 1, 2 und 3, 4, 5, 6, die einen halb so starken, gleichgerichteten Strom führen, benachbart ist. Aber gleichzeitig heben sich an einzelnen Stellen, z. B. bei 5 und 6, die Ströme in ihrer Wirkung gegenseitig auf.

In elektrischer und magnetischer Hinsicht ist eine breite Spulenseite ungünstig. Wenn man daher Gleichstromwicklungen, wie es oft der Fall ist, für die Läufer von Drehstrommotoren benutzt, so schneidet man die Wicklung auf, so daß jeder Teil nur die halbe Breite besitzt, und schaltet die Teile entsprechend in Reihe. Die Wicklung in Bild 311 müssen wir z. B. jedesmal aufschneiden, wenn zwei nebeneinander liegende Nuten,

die $\frac{1}{3}$ der Polteilung bedecken, bewickelt sind. Wir erhalten dann in Bild 312 für den ersten Drehstromzweig die Teile:

oben	1	2	13	14	7	8	19	20
	⋮	/	⋮	⋮	⋮	/	⋮	⋮
unten	7	8	19	20	13	14	1	2.

Wir können nun diese in Reihe oder nebeneinander schalten. Wir wählen Reihenschaltung, schalten also in Bild 312 unter Benutzung der von der Gleichstromwicklung übernommenen Stirnverbindungen die ersten beiden Teile durch die von 8 unten nach 13 oben führende Verbindung *a* und die beiden letzten durch die von 14 unten nach 19 oben führende Verbindung *b* in Reihe. Die durch entstehenden beiden Teile werden dann unter Berücksichtigung der Stromrichtung, d. h. wie in Bild 308 unter

Umkehrung der Wicklungsrichtung, durch die von 20 unten nach 2 unten führende Verbindung *c* hintereinander geschaltet.¹⁾

Die Breite der Spulenseite war bei den oben behandelten gewöhnlichen Drehstromwicklungen $\frac{1}{3}$ der Polteilung, bei den Maschinen mit Stromwender $\frac{2}{3}$ der Polteilung. Im Gegensatz dazu stehen die Käfig- oder Kurzschlußwicklungen von Drehstrommotoren. Diese enthalten eine Reihe von Stäben, die in je einer Nut verlegt

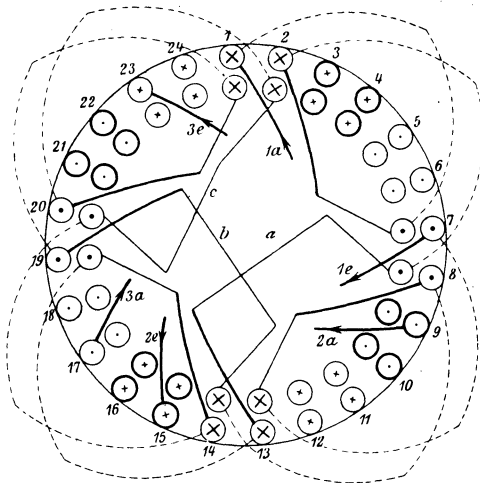


Bild 312. Aufgeschnittene Gleichstromwicklung.

durch Ringe kurzgeschlossen sind. Die Zahl der Zweige ist dann nicht drei, sondern gleich der Nutenzahl einer Polteilung. Die Breite der Spulenseite ist gleich Null zu setzen.

89. Die Spannung bei gleichförmigem Feld.

Wenn wir annehmen, daß die magnetische Induktion unter den Polen einer Wechselstrommaschine gleichförmig ist und an den Polspitzen entgegen den wirklichen Verhältnissen plötzlich auf Null abfällt, so besteht die Kurve der Spannung aus Rechtecken. In Wirklichkeit hat

¹⁾ Ist die Drahtzahl eines Drehstromzweiges nicht durch die Polzahl teilbar, so erhalten die Spulenseiten vor den Polen nicht überall dieselbe Drahtzahl. Dies ist z. B. bei den gewöhnlichen Gleichstromwellenwicklungen der Fall.

allerdings die Abrundung der Pole und der Fluß durch die Seitenflächen der Pole zur Folge, daß die Kurve sich einer Sinuskurve nähert. Die im folgenden berechneten Werte fallen also um etwa 10% zu groß aus. Überhaupt soll dieser Abschnitt nur als Übungsaufgabe dienen.

In Bild 313 ist die Kurve der Spannung für Einlochwicklung gezeichnet. Der Höchstwert wird erreicht, sobald die Nut des Ankers unter den Pol tritt, und er bleibt gleich, solange sich die Nut unter dem Pol befindet.

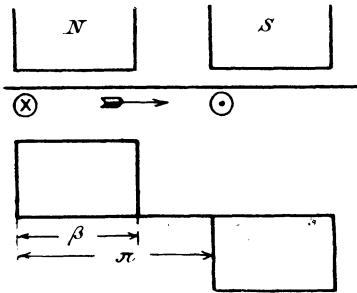


Bild 313. Spannung bei Einlochwicklung und gleichmäßiger Induktion.

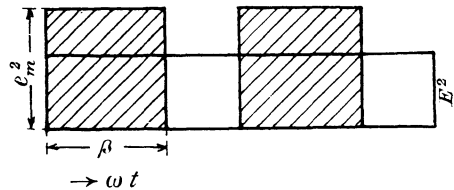


Bild 314.

Es sei nun β/π das Verhältnis der Polbreite zur Polteilung, f die Frequenz und z die in Reihe geschaltete Drahtzahl eines Zweiges. Dann ist die Zeit, in der die Nut am Pol vorbeigleitet, gleich $\beta/\pi : 2f$. Dabei werden die Flußröhren Φ von z Drähten geschnitten, also wird der Höchstwert der Spannung

$$e_m = \frac{\Phi \cdot z \cdot 10^{-8}}{\beta/\pi \cdot 2f} = \frac{2\pi}{\beta} \Phi \cdot f \cdot z \cdot 10^{-8}. \tag{1}$$

Wir tragen nun in Bild 314 den Bogen ωt wagerecht und das Quadrat der Spannung senkrecht auf und ersetzen die gestreiften Flächen durch ein Rechteck über der Grundlinie 2π . Die Höhe dieses Rechtecks ergibt sich zu $e_m^2 \cdot \beta/\pi$. Wenn wir die Wurzel ziehen, erhalten wir den Effektivwert zu

$$E = \sqrt{\beta/\pi} \cdot e_m. \tag{2}$$

Bei der Zweilochwicklung in Bild 315 betrachten wir nur den in der Wirklichkeit immer vorkommenden Fall, daß die Breite der Spulenseite kleiner ist als der Polabstand. Die Kurve der Spannung setzt sich aus zwei Rechtecken zusammen, die um den Bogen α gegeneinander verschoben sind. Während sich beide Nuten vor dem Pol befinden, also über den Bogen $\beta - \alpha$, hat die Spannung ihren Höchstwert. Da es für diesen Zeitraum gleichgültig ist, ob die vor den Polen befindlichen Drähte in einer oder in zwei Nuten liegen, so erhalten wir nach Gleichung (1):

$$e_m = \frac{2\pi}{\beta} \cdot \Phi \cdot f \cdot z \cdot 10^{-8}. \tag{3}$$

Während sich dagegen nur eine einzige Nut vor dem Pol befindet, d. h. zweimal über den Bogen α , ist die Spannung nur die Hälfte des Höchstwertes.

Wir tragen nun wieder das Quadrat der Spannung senkrecht auf (Bild 316) und berechnen die gestreifte Fläche zu:

$$F = 2 \cdot \alpha \cdot \frac{e_m^2}{4} + (\beta - \alpha) \cdot e_m^2 = \left(\beta - \frac{\alpha}{2} \right) e_m^2.$$

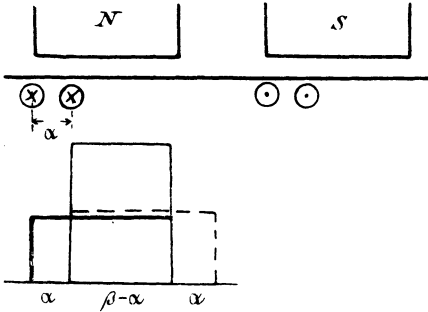


Bild 315.

Spannung bei Zweilochwicklung und gleichmäßiger Induktion.

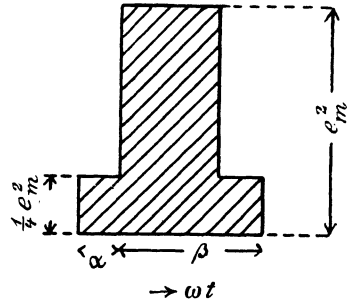


Bild 316.

Wenn wir diese Fläche durch π teilen und die Wurzel ziehen, erhalten wir den Effektivwert zu.

$$E = \sqrt{\frac{\beta}{\pi} - \frac{\alpha}{2\pi}} \cdot e_m. \quad (4)$$

Bei der Dreilochwicklung beschränken wir uns wieder auf den Fall, in welchem die Breite der Spulenseite kleiner ist als der Polabstand.

Die Kurve der Spannung ergibt sich, wenn wir in Bild 317 die Senkrechten dreier Kurven zusammenzählen, deren Phasenabstand dem Nutenabstand entspricht. Der Deutlichkeit wegen sind die Senkrechten der Kurven wieder verschieden groß gezeichnet.

Während nur eine einzige Nut unter dem Polbogen liegt, also über den Bogen α , entspricht die Spannung dem dritten Teil der Ankerdrähte, sie ist aber im übrigen durch den Wert von e_m in Gleichung (1) gegeben. Wenn α wieder der Nutenabstand ist, so dauert dieser Zeitraum über den Bogen α . Über den weiteren Bogen α entspricht die Spannung zwei Drittel der Ankerdrähte und weiter über den Bogen $\beta - 2\alpha$ hat sie einen gleichmäßigen Höchstwert, welcher der ganzen Drahtzahl entspricht. Er ergibt sich wieder nach Gleichung (1) zu:

$$e_m = \frac{2\pi}{\beta} \Phi \cdot f \cdot z \cdot 10^{-8}$$

Die beiden ersten Vorgänge wiederholen sich, wenn die Spulenseite aus dem Polbogen heraustritt. Wir tragen die Quadrate der Augenblicks-

werte in Bild 318 senkrecht auf und berechnen die gestreifte Fläche zu:

$$F = 2\alpha \cdot \left(\frac{e_m}{3}\right)^2 + 2\alpha \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot e_m\right)^2 + (\beta - 2\alpha) \cdot e_m^2.$$

Wenn wir durch π teilen und die Wurzel ziehen, erhalten wir den Effektivwert zu:

$$E = \sqrt{\frac{\beta}{\pi} - \frac{8\alpha}{9\pi}} \cdot e_m. \tag{5}$$

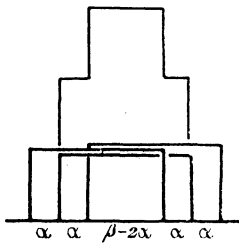


Bild 317. Spannung bei Dreilochwicklung und gleichmäßiger Induktion.

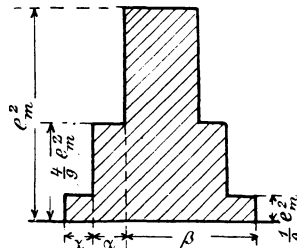


Bild 318.

Bei einer Drehstrommaschine mit Dreilochwicklung haben wir z. B. $3 \cdot 3 = 9$ Nuten auf der Polteilung. Der Nutenabstand ist also $\alpha = \pi/9$. Ist nun z. B. das Verhältnis des Polbogens zur Teilung $\beta : \pi = 1 : 2$, so erhalten wir nach Gleichung (1) auf S. 311 $e_m = 4 \cdot \Phi \cdot f \cdot z \cdot 10^{-8}$ und den Effektivwert zu:

$$E = \sqrt{\frac{1}{2} - \frac{8}{9} \cdot \frac{1}{9}} \cdot e_m = 2,53 \cdot \Phi \cdot f \cdot z \cdot 10^{-8}. \tag{6}$$

Wir wenden uns jetzt zu einer glatten Wicklung und nehmen zunächst wie früher an, daß die Breite η der Spulenseite kleiner ist als der Polabstand. Der Höchstwert der Spannung wird erzeugt, wenn sich die ganze Spulenseite vor dem Pol befindet. Er berechnet sich wieder nach Gleichung (1) zu:

$$e_m = \frac{2\pi}{\beta} \cdot \Phi \cdot f \cdot z \cdot 10^{-8}.$$

Der Zeitraum entspricht dem Bogen $\beta - \eta$. Während die Spule unter den Polbogen tritt, liegt nach Bild 319 nur ein Teil der Spulenseite, der dem Bogen ε entsprechen möge, vor den Polen, die Spannung ist also $e_m \cdot \varepsilon/\eta$. Die Grenzen für diesen Zeitraum sind $\varepsilon = 0$ und $\varepsilon = \eta$. Wir tragen wieder den Bogen wagerecht und das Quadrat des Zeitwertes der Spannung senkrecht auf und bilden die Fläche über den Bogen π

einer halben Periode. Dann erhalten wir:

$$F = e_m^2 \cdot (\beta - \eta) + 2 \int_0^{\varepsilon = \eta} e_m^2 \frac{\varepsilon^2}{\eta^2} d\varepsilon = e_m^2 \cdot \left(\beta - \frac{\eta}{3} \right).$$

Wir teilen durch π , ziehen die Wurzel und erhalten den Effektivwert zu:

$$E = \sqrt{\frac{\beta}{\pi} - \frac{\eta}{3\pi}} \cdot e_m. \quad (7)$$

Ist die Breite der Spulenseite größer als der Polabstand, so kommt zu den beiden betrachteten Zeiträumen noch ein dritter hinzu, in welchem

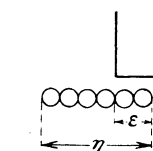
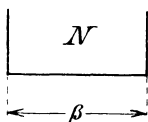


Bild 319.

Glatte Spulenseite, schmaler als der Polabstand.

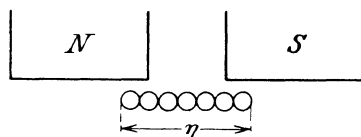


Bild 320.

Glatte Spulenseite, breiter als der Polabstand.

sich die Spannung nach Bild 320 aus dem Unterschied der vor den ungleichnamigen Polen erzeugten Spannungen ergibt. Wenn die Spulenseite sogar größer als die Polbreite ist, so ändert sich außerdem die Rechnung dadurch, daß im Zeitpunkt des Höchstwertes die Spannung nicht auf der Breite η , sondern auf der Breite β erzeugt wird. Von der Berechnung soll jedoch hier abgesehen werden, da man in Wirklichkeit mit der Annahme eines sinusförmigen Feldes auskommt.

90. Die erzeugte Spannung bei sinusförmigem Feld.

Das magnetische Feld am Umfang sei in Folge geeigneter Abrundung der Polecken sinusförmig. Ist w die Windungszahl in Reihe für einen Zweig, so wird die in Reihe geschaltete Drahtzahl eines Zweiges $z = 2w$. Setzen wir ferner $\omega = 2\pi f$, so wird der Höchstwert der Spannung bei Einlochwicklung nach Gleichung (3) auf S. 227

$$e_m = \Phi \cdot w \cdot \omega \cdot 10^{-8} = \pi \cdot \Phi \cdot f \cdot z \cdot 10^{-8}.$$

Setzen wir $\pi/\sqrt{2} = 2,22$, so wird der Effektivwert

$$E = 2,22 \cdot \Phi \cdot f \cdot z \cdot 10^{-8}. \quad (8)$$

Liegen die Drähte einer Spulenseite in mehreren Nuten, so werden sie nicht alle gleichmäßig induziert. Ist dann wieder der Nutenabstand im elektrischen Maß gleich α , so haben wir die in allen Spulenseiten erzeugten Spannungen nach Gleichung (8) einzeln zu berechnen und nach Bild 221 unter dem Winkel α zusammensetzen. Sie werden dabei durch die Sehnen s über dem Bogen α dargestellt. Demnach ist bei q Nuten

für die Spulenseite die Summe gleich der Sehne S über dem Bogen $q \cdot \alpha$. Ist r der Halbmesser, so wird $s = 2r \cdot \sin \alpha/2$ und $S = 2r \cdot \sin q \cdot \alpha/2$.

Daraus folgt der sog. Wicklungsfaktor, der allgemein als das Verhältnis der Spannungen der verteilten Wicklung zu der in einem Nutenpaar vereinigten Wicklung bestimmt ist. Er ist bei sinusförmigem Feld das Verhältnis der geometrischen Summe der in den einzelnen Nuten erzeugten Spannungen zur algebraischen Summe, d. h.

$$f_w = \frac{S}{q \cdot s} = \frac{\sin q \cdot \alpha/2}{q \cdot \sin \alpha/2} \tag{9}$$

Ist z. B. die Nutenzahl für die Spulenseite $q = 2$ und der Nutenabstand gleich $1/6$ der Polteilung, d. h. gleich $\pi/6$, so wird der Wicklungsfaktor gleich $\sin 2 \cdot \pi/12 : 2 \cdot \sin \pi/12 = 0,5 : 0,518 = 0,968$. Statt der Zahl 2,22 bei der Einlochwicklung erhalten wir also bei dem gegebenen Nutenabstand $2,22 \cdot 0,968 = 2,15$.

Bei kleinem Nutenabstand können wir die Wicklung als eine glatte Wicklung ansehen, deren Drähte gleichmäßig auf den Umfang verteilt sind. Dann wird der gebrochene Linienzug in Bild 321 zu einem Kreisbogen und der Wicklungsfaktor wird das Verhältnis der Sehne zum Bogen 2γ der Spulenbreite. Dieses Verhältnis ist

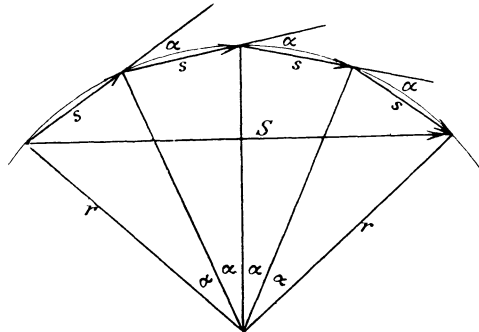


Bild 321. Summe der Spannungen der einzelnen Nuten.

$$f_w = \frac{\sin \gamma}{\gamma} \tag{10}$$

Ist z. B. die Breite der Spulenseite gleich $1/3$ der Polteilung, also 2γ gleich $\pi/3$, so ist

$$f_w = \frac{\sin \pi/6}{\pi/6} = \frac{3}{\pi}$$

Statt der Zahl 2,22 bei Einlochwicklung erhalten wir also $2,22 \cdot 3/\pi = 2,12$.

Bei einer Breite der glatten Spulenseite gleich $2/3$ der Polteilung, wie sie bei dreiphasigen Einankerumformern vorkommt, ist $2\gamma = 2/3\pi$, also der Wicklungsfaktor gleich $1,73 : 2/3\pi = 0,83$. Statt 2,22 erhalten wir also $2,22 \cdot 0,83 = 1,84$.

Ist endlich die Breite der Spulenseite, wie bei Einankerumformern für Einphasenstrom, gleich der Polteilung, so wird der Wicklungsfaktor gleich dem Verhältnis des Durchmessers zum Halbkreis, also gleich $2/\pi$. Statt 2,22 erhalten wir also $2,22 \cdot 2/\pi = 1,414$.

Siebzehnter Teil.

91. Das Einschalten einer Synchronmaschine. — 92. Die Spannungen der Wechselstrommaschine. — 93. Die Wechselstrommaschine bei Änderungen der Belastung. — 94. Die synchronisierende Kraft. — 95. Das Pendeln von Wechselstrommaschinen. — 96. Die Wechselstrommaschine bei Änderung der Erregung. — 97. Selbsttätige Spannungsregelung.

91. Das Einschalten einer Synchronmaschine.

Wenn mehrere Synchronmaschinen an ein Netz angeschlossen sind, so ist die Frequenz des Stromes in allen Maschinen dieselbe wie im Netz. Zwischen ihrer Drehzahl n , ihrer Polpaarzahl p und der Frequenz f besteht dann die Beziehung

$$f = p \cdot \frac{n}{60}. \quad (1)$$

Die Drehzahl ist also durch die Frequenz genau gegeben, und die Maschinen arbeiten synchron, d. h. gleichlaufend. Nur bei einem Stromerzeuger, der allein das Netz speist, kann die Drehzahl bei gegebener Polzahl willkürlich gewählt werden, falls nicht auch hier durch die Verbraucher eine bestimmte Frequenz und damit eine bestimmte Drehzahl des Stromerzeugers gefordert wird.

Gleichung (1) gilt ebensowohl für die synchronen Stromerzeuger wie für die synchronen Motoren. Diese sind genau gebaut wie die

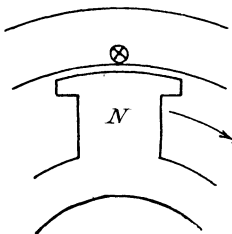


Bild 322. Stromrichtung eines Stromerzeugers, abhängig von Feld und Drehrichtung.

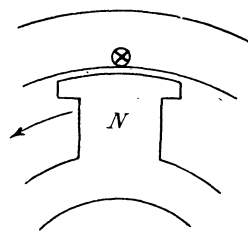


Bild 323. Drehrichtung eines Motors, abhängig vom Strom und Feld.

Stromerzeuger, so daß jede Wechselstrommaschine ohne weiteres als Wechselstrommotor benutzt werden kann. Wenn wir den Nordpol des in Bild 322 angedeuteten Stromerzeugers im Sinne des Uhrzeigers drehen, so wird dadurch in dem vor dem Nordpol liegenden Draht ein Strom erzeugt, der von vorn nach hinten gerichtet ist. Dabei hat die Antriebsmaschine das vom Strom und Magnetfeld aufeinander ausgeübte Drehmoment zu überwinden. Daraus folgt bei dem in Bild 323 gezeichneten

Motor, daß die elektromagnetische Wechselwirkung das Polrad entgegen dem Uhrzeiger zu drehen sucht.

Nun steht in einem bald darauffolgenden Zeitpunkt statt des Nordpols ein Südpol vor dem gezeichneten Draht. Dann muß der Strom inzwischen seine Richtung geändert haben, damit das neue Drehmoment mit dem früheren Drehmoment gleichgerichtet ist. Dies ist nur deswegen möglich, weil die Drehzahl des Polrades nach der obigen Gleichung wie beim Stromerzeuger genau mit der Frequenz des Netzes übereinstimmt.

Wie wir später sehen werden, hält sich diese Übereinstimmung, wenn sie einmal vorhanden ist, im Betriebe aufrecht. Vor dem Einschalten eines Stromerzeugers oder Motors auf ein Netz von gegebener Frequenz muß sie jedoch bereits vorhanden sein, damit ein Kurzschluß vermieden wird.

Wenn eine Batterie zur Verfügung steht, treibt man die mit dem Motor unmittelbar gekuppelte Gleichstrommaschine, die zur Erregung der Magnete dient, als Gleichstrommotor an. Synchronmotoren, die mit einem Stromerzeuger für Gleichstrom gekuppelt sind und zur Umformung des Wechselstromes in Gleichstrom dienen, werden von der Gleichstromseite aus angelassen. Dabei wird natürlich vorausgesetzt, daß die Gleichstromseite gleichzeitig von einer Batterie oder anderen Maschine gespeist wird. Wenn der Motor eine kurzgeschlossene sogenannte Dämpferwicklung auf den Polen besitzt (vgl. S. 333), kann er auch unbelastet mit $\frac{1}{3}$ der gewöhnlichen Spannung als Asynchronmotor angelassen werden. Falls Angehen mit Belastung gefordert wird, muß statt des Synchronmotors ein Asynchronmotor oder Stromwendermotor verwendet werden.

Das Hinzuschalten eines synchronen Stromerzeugers oder Motors auf ein Netz mit gegebener Klemmenspannung gleicht in mancher Beziehung dem Vorgang bei einem Nebenschlußerzeuger für Gleichstrom. Soll eine Nebenschlußmaschine auf ein Netz geschaltet werden, das bereits von anderen Maschinen gespeist wird, so läßt man die Maschine leer anlaufen und verändert die Magneterregung, bis die Spannung der Maschine gleich der Netzspannung ist. Dann schaltet man die Klemmen der Maschine auf die gleichnamigen Klemmen des Netzes.

Bei einer Wechselstrommaschine läßt man ebenfalls die Maschine leer anlaufen. Soweit es überhaupt möglich ist, muß die Drehzahl der Frequenz des Netzes entsprechen. Darauf macht man durch Veränderung der Magneterregung die Spannung der zuzuschaltenden Maschine gleich der Klemmenspannung. Bevor man aber einschaltet, muß man wie bei der Gleichstrommaschine sicher sein, daß wirklich die zu verbindenden Klemmen der Maschine und des Netzes im Zeitpunkt des Einschaltens gleichnamig sind. Nur dann schaltet man wirklich die Maschinenspannung und die Netzspannung gegeneinander.

Abgesehen also von der bei Wechselstrom erforderlichen Übereinstimmung in der Frequenz, die für Gleichstrommaschinen nicht in Betracht kommt, ist der Vorgang des Einschaltens derselbe wie bei der

Gleichstrommaschine. Naturgemäß ist es aber bei Wechselstrom schwieriger zu erkennen, ob die Vorzeichen der Maschinenklemmen im Augenblick des Einschaltens mit den Vorzeichen der Netzklemmen übereinstimmen. Man verwendet dazu die sog. Phasenlampen, durch welche die Maschinenklemmen bei offenem Hauptausschalter mit den Netzklemmen verbunden sind (Bild 324 und 325). Man bringt die zuzuschaltende Maschine möglichst auf die richtige Drehzahl und Spannung und schaltet bei der in Bild 324 gezeichneten Anordnung den Schalter ein, wenn die Lampen erlöschen. Man ist dann sicher, daß Spannung und Gegenspannung in diesem Augenblicke sich das Gleichgewicht halten. Dies geht aus den Vorzeichen der Klemmen in Bild 324 hervor, die natürlich nur für den gezeichneten Zeitpunkt gelten.

Man kann aber auch die in Bild 325 angegebene Schaltung anwenden, wobei der richtige Augenblick zum Einschalten daran erkannt

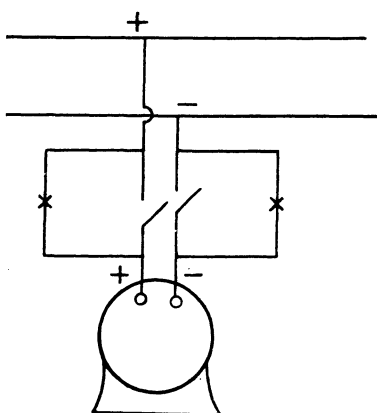


Bild 324. Phasenlampen.
Einschalten beim Erlöschen der Lampen.

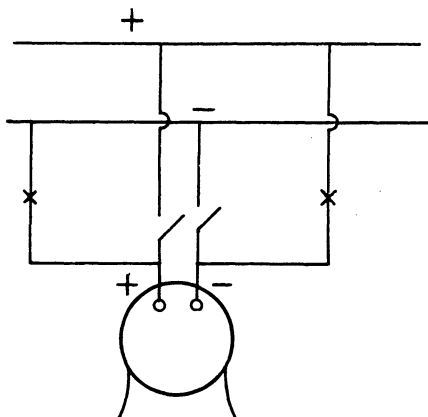


Bild 325. Phasenlampen.
Einschalten beim Aufleuchten der Lampen.

wird, daß die Lampen hell aufleuchten. Dies geschieht, wenn die beiden, jetzt über die Lampen hintereinander geschalteten Spannungen des Netzes und der Maschine in ihren Zeitwerten gleich sind und im Glühlampenkreis in demselben Sinne wirken.

Die Erkennung des richtigen Zeitpunktes bietet keine Schwierigkeiten, wenn auch der Vorgang nicht ganz so glatt vonstatten geht wie beim Gleichstrom, da weder die Drehzahl noch die Phase ganz genau den erforderlichen Wert besitzt. Wir werden aber später sehen, daß die Maschine selbst bald den vollen Gleichlauf erzwingt.

Bei Dreiphasenmaschinen braucht man bei der ersten Inbetriebsetzung drei Phasenlampen, die nach Bild 324 geschaltet sind. Gleichzeitiges Erlöschen und Aufleuchten zeigt, daß die Klemmen der Maschine in der richtigen Reihenfolge an den dreipoligen Schalter angeschlossen sind. Andernfalls sind zwei Zuleitungen zum Schalter zu vertauschen. Nachher genügen dann stets Phasenlampen in zwei Zweigen.

Solange ein aufs Netz geschalteter Stromerzeuger oder Motor noch unbelastet läuft, haben wir dieselben Verhältnisse wie beim Einschalten einer Gleichstrommaschine. Spannung und Gegenspannung von gleichem Betrage sind gegeneinander geschaltet, und die Stromstärke sowie die Leistung sind noch gleich Null. Die grundsätzliche Verschiedenheit des Betriebes von nebeneinander geschalteten Maschinen bei Gleichstrom und Wechselstrom tritt erst bei dem Vorgang der Belastung und der Änderung der Erregung zutage (vgl. Abschnitt 93 und 96).

92. Das Spannungsbild der Wechselstrommaschine.

Wir betrachten im folgenden eine Wechselstrommaschine, die für sich allein einen äußeren Stromkreis speist, und wollen für eine bestimmte Magneterregung die Klemmenspannung bei gegebener Belastung ermitteln. Dabei wollen wir annehmen, daß die Induktivität der Maschine einen bei allen Betriebszuständen unveränderlichen Wert hat. Die Stromstärke sei I , der Ohmsche Widerstand des Ankers R und der induktive Widerstand des Ankers $L\omega$. Von der erzeugten Spannung, die wegen der gleichbleibenden Magneterregung bei allen Betriebszuständen denselben Wert hat wie bei Leerlauf und daher mit E_0 bezeichnet werde, ziehen wir dann den Ohmschen Spannungsverlust IR und den induktiven Spannungsverlust $I \cdot L\omega$ ab und erhalten dadurch die von der Maschine gelieferte Klemmenspannung E .

Die erzeugte Spannung E_0 entnehmen wir der Leerlaufkurve. Diese wird aufgenommen, indem man den Magnetstrom durch einen Widerstand verändert oder die Spannung der Erregermaschine regelt. Sie kann auch nach Abschnitt 54 durch Rechnung ermittelt werden. Man trägt dann den Erregerstrom oder die Erregung, d. h. die Stromwindungen eines Polpaars, wagerecht und die Leerlaufspannung senkrecht auf (vgl. Bild 352). Diese Kurve der erzeugten Spannung gilt bei gleichbleibender Induktivität gleichmäßig für Leerlauf und Belastung.

Solange die Eisensättigung gering ist, kommt in dem ganzen magnetischen Kreis der Maschine fast nur der Luftzwischenraum in Betracht. Der magnetische Fluß sowie die erzeugte Spannung sind dann den Stromwindungen proportional, und die Kurve steigt zunächst geradlinig an. Wenn aber mit zunehmender Sättigung die Durchlässigkeit des Eisens abnimmt, wird die Kurve allmählich immer flacher.

Den induktiven Widerstand $L\omega$ bestimmen wir durch Messung an der stillstehenden Maschine. Wir wollen annehmen, daß die Stellung der Pole gegenüber dem Anker keine wesentliche Änderung der Selbstinduktion des Ankers bewirkt. Die Bilder 326 und 327 zeigen allerdings, daß der magnetische Widerstand für die vom Ankerstrom erzeugten Flußröhren bei ausgeprägten Polen je nach der Lage des Poles gegenüber der Spulenseite des Ankers verschieden ist. Genau genommen

behält also die Induktivität während des Zeitraums einer Periode nicht denselben Wert. Sie wird außerdem von der Phasenverschiebung der erzeugten Spannung gegenüber dem Strome beeinflusst, da es nicht gleichgültig sein kann, ob im Zeitpunkt des größten Ankerstromes die Polmitte

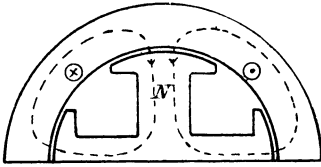


Bild 326.

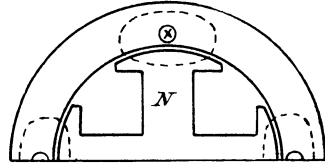


Bild 327.

Vom Anker erzeugtes Feld bei verschiedener Stellung des Polrades.

oder die Mitte der neutralen Zone vor der Spulenseite steht. Indessen wird ein Fehler, den wir durch die Annahme einer bei allen Polradstellungen gleichbleibenden Induktivität machen, nur gering sein. Nötigenfalls können wir die Untersuchung bei verschiedenen Stellungen des Polrades vornehmen und aus den Ergebnissen das Mittel nehmen.

Wir legen also an den Anker unserer stillstehenden Maschine eine Wechselstromspannung, die wir so niedrig wählen, daß nur der Strom I auftritt, für den die Maschine betriebsmäßig bestimmt ist. Der Versuch ist allerdings bei größeren Maschinen auch mit der gewählten kleinen Spannung bedenklich, da die vom Anker erzeugten magnetischen Flußröhren bei Stillstand mit der vollen Frequenz durch die Magnetwindungen hindurchschneiden und in ihnen eine Spannung von gefährlicher Höhe erzeugen. Wir wollen jedoch hierauf keine Rücksicht nehmen, da es uns auf möglichste Einfachheit des Versuchs ankommt.

Die Spannung E , die wir bei Stillstand an den Anker legen, ist dann die Summe aus dem Ohmschen Spannungsverbrauch $I \cdot R$ und dem induktiven Spannungsverbrauch $I \cdot L\omega$. Messen wir nun mit dem Leistungszeiger bei unserm Versuch eine Leistung N , so ergibt sich der Winkel β , um den die Spannung E vor dem Strome voraufeilt, aus der Gleichung $\cos \beta = N/EI$. Da E/I der Scheinwiderstand ist, so wird der Ohmsche und induktive Widerstand des Ankers

$$R = \frac{E}{I} \cdot \cos \beta \quad L\omega = \frac{E}{I} \cdot \sin \beta.$$

Wir sind nun in der Lage, die Strahlen der Spannungen bei Belastung zu zeichnen. Wir legen dazu in Bild 328 den Strahl des Stromes willkürlich senkrecht nach oben. AB , um 90° gegen den Strom voreilend, ist der induktive Spannungsverbrauch $I \cdot L\omega$ und BD , in Phase mit dem Strom, der Ohmsche Spannungsverbrauch $I \cdot R$. Dann ist AD der gesamte Spannungsverlust in der Maschine. Er eilt dem Strom um den oben ermittelten Winkel β vorauf, dessen Tangente der

Gleichung entspricht:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{L\omega}{R} \quad (2)$$

Wir bezeichnen nun die Voreilung der erzeugten Spannung vor dem Strom mit ψ . Dies bedeutet, daß die Polmitte um einen, dem Winkel ψ entsprechenden Zeitraum eher vor der Mitte einer Spulenseite liegt, bevor der Strom in dieser Spulenseite den höchsten Wert erreicht hat. Dabei entspricht bei p Polpaaren der elektrische Winkel ψ einem p mal so kleinen räumlichen Winkel. Die Voreilung der Klemmenspannung vor dem Strom wollen wir mit φ bezeichnen. Falls es sich statt der Voreilung um eine Nacheilung handelt, werden diese Winkel negativ. Um dann in den Zeichnungen Voreilung und Nacheilung zu unterscheiden, wollen wir die Winkel mit Pfeilen versehen. Ein Pfeil entgegen dem Uhrzeiger bedeutet dann einen positiven Winkel, ein Pfeil im Sinne des Uhrzeigers einen negativen Winkel.

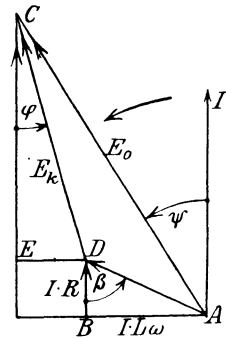


Bild 328. Strahlen der Spannungen.

In Bild 328 ist ψ als positiv angenommen und $AC = E_0$ um diesen Winkel gegen den Strom voreilend gezeichnet. Dann ist $DC = E_k$ die von der Maschine gelieferte Klemmenspannung nach Größe und Phase. Im äußeren Stromkreise ist dann die Blindspannung $DE = E_k \cdot \sin \varphi$ und die Wirkspannung $EC = E_k \cdot \cos \varphi$.

Daraus ergibt sich dann, wie beim Transformator, eine Darstellung für verschiedene Betriebszustände, bei denen die Stromstärke dieselbe, aber die Phasenverschiebung im äußeren Kreise verschieden ist. Das

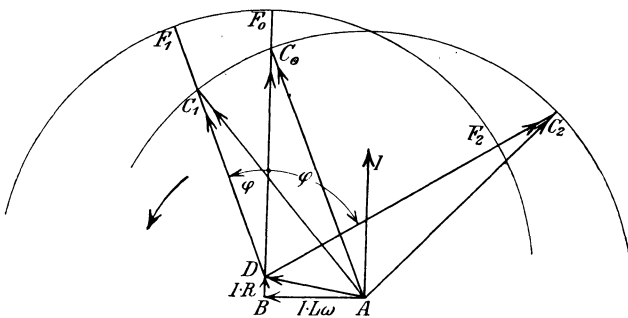


Bild 329. Spannungen für gleichbleibende Erregung und Stromstärke.

Dreieck ABD bleibt in diesem Falle für alle betrachteten Zustände gleich, und der Endpunkt C der Strahlen E_0 und E beschreibt einen Kreis mit dem Mittelpunkt A (Bild 329).

Bei Belastung durch Wirkwiderstand ist $\varphi = 0$, und die Klemmen-

spannung DC_0 ist in Phase mit dem Strom, ihr Strahl ist also senkrecht nach oben gerichtet.

Bei Belastung durch Wirkwiderstand und induktiven Widerstand eilt die Klemmenspannung DC_1 dem Strome um den positiven Winkel φ vor. Der Winkel wird schließlich bei rein induktiver Belastung gleich 90° , wobei der Strahl DC der Klemmenspannung wagrecht nach links gerichtet ist.

Bei Belastung durch Wirkwiderstand und kapazitiven Widerstand bleibt die Klemmenspannung DC_2 hinter dem Strom zurück, d. h. die Voreilung wird negativ, der Winkel φ ist also vom Strahl des Stromes aus im Sinne des Uhrzeigers aufzutragen.

Wir beschreiben nun vom Anfangspunkt D des Strahles der Klemmenspannung, ebenfalls mit dem Halbmesser E_0 , einen zweiten Kreis, der die Verlängerung der Strahlen DC oder diese Strahlen selbst in den Punkten F schneidet. Dann ist CF der algebraische Spannungsabfall zwischen Leerlauf und der betreffenden Belastung. Dieser Abfall ist am größten, wenn C in der Verlängerung von AD liegt, also bei stark induktiver Belastung. Er ist ziemlich klein für $C = C_0$, d. h. für reine Wirkleistung, und wird schließlich negativ für teilweise kapazitive Belastung. Wir haben also bei negativer Phasenverschiebung, d. h. kapazitiver Belastung eine Spannungserhöhung gegenüber dem Leerlauf.

Eine negative Phasenverschiebung, die mit einer Spannungserhöhung des Stromerzeugers verbunden ist, erreicht man auch, wenn man den Stromerzeuger auf einen Motor arbeiten läßt, dessen erzeugte Spannung scheinbar größer ist als die des Stromerzeugers. Ist z. B. die erzeugte Spannung beim Stromerzeuger 1000 Volt und beim Motor 1200 Volt, so stellt sich die beiden Maschinen gemeinsame Klemmenspannung zu etwa 1100 Volt ein, und die Spannungserhöhung des Stromerzeugers gegenüber dem Leerlauf beträgt $1100 - 1000 = 100$ Volt.

Die Anschauung, daß die erzeugte Spannung des Motors größer angenommen wird als die Netzspannung und diese wieder größer als die erzeugte Spannung des Stromerzeugers, widerspricht vollständig den Anschauungen, die wir vom Gleichstrom her gewohnt sind. Sie findet ihre äußerliche Erklärung darin, daß sich die Spannungen beim Wechselstrom nicht algebraisch, sondern geometrisch zusammensetzen. Physikalisch ist sie indessen nicht zu halten und wird später durch eine zutreffende Anschauung ersetzt. Vorläufig behalten wir sie jedoch mit Rücksicht auf einfache Darstellung bei, da sie bei gleichbleibender Induktivität ein richtiges Ergebnis liefert. Wir bezeichnen dann einen Stromerzeuger oder Motor als übererregt oder untererregt, je nachdem seine erzeugte, bei Leerlauf gemessene Spannung größer oder kleiner ist als die Klemmenspannung. Wir erreichen eine solche Übererregung oder Untererregung, wenn wir den Gleichstrom zur Magnetisierung der Feldmagnete ändern, nachdem die Maschine auf ein von anderen Maschinen gespeistes,

also mit gleichbleibender Spannung arbeitendes Netz geschaltet ist.

Bisher haben wir eine als Stromerzeuger angetriebene Maschine betrachtet, wir lassen nun unsere Maschine, nachdem sie aufs Netz geschaltet ist, als Motor arbeiten, indem wir sie zum Antrieb einer Last verwenden. Dann wird der Strom I von der Netzspannung E erzeugt und hat wesentlich dieselbe Phase wie diese. Die Netzspannung hat dann wie bei Gleichstrom eine Gegenspannung E_0 zu überwinden, die durch Drehung im Magnetfeld erzeugt wird, und hat außerdem den gesamten Spannungsverbrauch zu liefern. Wir können statt dessen auch sagen, daß die Summe aus den sich entgegenwirkenden Spannungen, die vom Netz und von der Maschine geschaffen werden, den gesamten inneren Spannungsverbrauch AD liefert. Bild 330, das die Strahlen der Spannungen des Synchronmotors zeigt, unterscheidet sich von der entsprechenden Darstellung für den Stromerzeuger dadurch, daß die Strahlen der durch das Magnetfeld erzeugten Spannung E_0 und des Stromes I nicht einen spitzen,

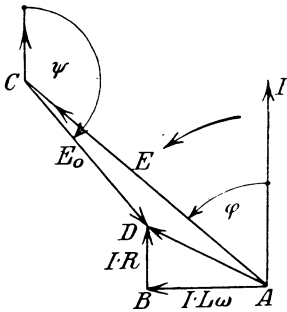


Bild 330.

Spannungen des übererregten Synchronmotors.

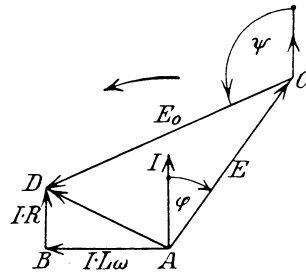


Bild 331.

Spannungen des untererregten Synchronmotors.

sondern einen stumpfen Winkel ψ miteinander bilden. Die von der Maschine erzeugte elektrische Leistung $E_0 I \cos \psi$ ist also negativ, d. h. die Maschine nimmt einen gleichen Betrag auf und gibt ihn als mechanische Leistung ab. Außerdem nimmt die Maschine noch die der Stromwärme $I^2 \cdot R$ entsprechende Leistung auf und die aufgenommene Gesamtleistung ist $E \cdot I \cdot \cos \varphi$.

Die erzeugte Spannung E_0 ist in Bild 330 kleiner als die dem Motor aufgedrückte Netzspannung E , die Maschine ist daher untererregt. Bei Übererregung würden wir Bild 331 erhalten.

93. Die Wechselstrommaschine bei Änderungen der Belastung.

Wir haben bisher die Klemmenspannung eines Stromerzeugers als von diesem geliefert angesehen und ihr daher wesentlich dieselbe Phase zugeschrieben wie der erzeugten Spannung und dem Strom. Unser

Stromerzeuger liege nun an einem Netz, das auch von anderen Maschinen gespeist wird. Die von ihr gelieferte Klemmenspannung ist dann entgegengesetzt gleich der von den übrigen Maschinen gelieferten Spannung oder der Netzspannung. Wir bezeichnen diese mit E , haben ihr aber entgegengesetzte Phase zuzuschreiben wie der vom Stromerzeuger gelieferten Klemmenspannung, so daß sie in Bild 328 nicht durch DC , sondern durch CD dargestellt wird. Wir gewinnen auf diese Weise eine gemeinsame Behandlung für den Stromerzeuger und den Motor. In beiden ist dann der gesamte innere Spannungsverbrauch die Summe aus den sich wesentlich entgegenwirkenden, vom Netz und der Maschine geschaffenen Spannungen E und E_0 .

Wir betrachten nun eine Maschine, die bei gleichbleibender Erregung, also gleichbleibender erzeugter Spannung E_0 , als Stromerzeuger oder Motor an einer gleichbleibenden Netzspannung liegt. Das Netz werde von so großen Maschinen gespeist, daß Änderungen an unserer Maschine keinen Einfluß auf Größe und Phase der Netzspannung haben. Wir können dann den Strahl der Netzspannung E festlegen und den Strahl der erzeugten Spannung E_0 je nach den Betriebsverhältnissen gegen diesen Strahl voreilen oder zurückbleiben lassen. Statt dessen legen wir in Bild 332 und 333 den Strahl der von dem Magnetfeld erzeugten Spannung $AC = E_0$ fest, und zwar in senkrechter Richtung nach oben. Sie ergibt mit der gleichbleibenden Netzspannung CD , deren Endpunkt D einen Kreis beschreibt, in allen Fällen den inneren Spannungsverlust AD . Bild 332 bezieht sich auf die übererregte Maschine, Bild 333 auf die untererregte Maschine.

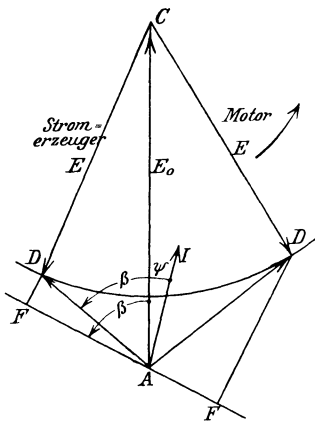


Bild 332. Übererregte Maschine
bei Änderung der Belastung.

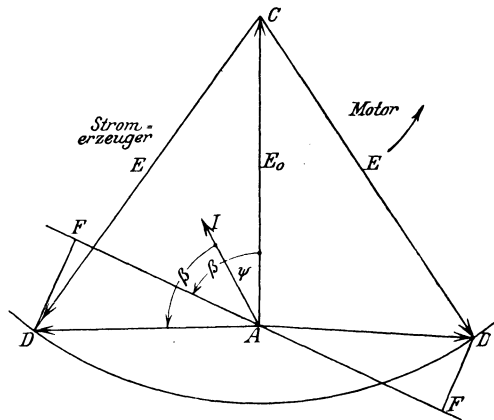


Bild 333. Untererregte Maschine
bei Änderung der Belastung.

Der Strom bleibt nach Bild 328 hinter dem gesamten Spannungsverlust um den Winkel $\beta = \arctg L\omega/R$ zurück. Daraus folgt dann der Winkel ψ , um den der Strom gegen die erzeugte Spannung E_0 zurück-

bleibt. Er ist in Bild 333 negativ. Liegt CD in Bild 332 und 333 links von AC , so wird ψ , wie gezeichnet, spitz, also arbeitet die Maschine als Stromerzeuger. Andernfalls wird ψ stumpf, und die Maschine ist ein Motor.

Wir ziehen nun von A aus einen Strahl, der gegen $AC = E_0$ um den obigen Winkel β voraufeilt, und fällen von D aus eine Senkrechte DF auf diesen Strahl. Dann ist $DAF = \psi$. Wir setzen ferner den gesamten inneren Widerstand $\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}$ gleich z , also $AD = I \cdot z$. Dann wird

$$E_0 \cdot I \cdot \cos \psi = E_0 \frac{AD}{z} \cdot \cos \psi = \frac{E_0}{z} \cdot AF. \quad (3)$$

Dies ist bei einem Stromerzeuger die gesamte erzeugte elektrische Leistung, d. h. die zugeführte, in elektrische Arbeit umgesetzte mechanische Leistung, bei einem Motor dagegen der Teil der zugeführten Leistung, der in mechanische Leistung umgesetzt wird. Allgemein ist also die mechanische Leistung dargestellt durch die senkrechte Projektion AF des Strahles AD . Daraus folgt:

1) Bei Änderungen der Belastung bewegt sich der Punkt D in Bild 332 und 333 auf einem Kreise, und zwar gilt der linke Teil für den Stromerzeuger, der rechte für den Motor.

2) Beim Stromerzeuger eilt die erzeugte Spannung der negativ genommenen Netzspannung vor, beim Motor nach.

3) Je stärker wir die Maschine als Stromerzeuger oder Motor belasten, desto größer wird die Phasenverschiebung zwischen der negativ genommenen Netzspannung E und der durch das Magnetfeld erzeugten Spannung E_0 .

4) Die größte mechanische Leistung, die der Stromerzeuger aufnehmen oder der Motor abgeben kann, wird erreicht, wenn der Strahl der Netzspannung mit AF gleichgerichtet ist. Bei noch größerer Belastung fällt die Maschine aus dem Tritt. Da dies gleichbedeutend mit einem Kurzschluß ist, so werden die Maschinen so gebaut, daß die betriebsmäßige Belastung nur die Hälfte der größten Belastung ist. Dies ist gleichbedeutend damit, daß die Phasenverschiebung zwischen der erzeugten Spannung und der negativ genommenen Netzspannung klein ist.

Wir stellen nun die Belastung einer Wechselstrommaschine dem entsprechenden Vorgang bei der Gleichstrommaschine gegenüber und schalten für den Zweck zunächst eine leerlaufende Gleichstrommaschine auf ein Netz, das bereits von mehreren großen Maschinen gespeist wird. Wir belasten dann die Gleichstrommaschine dadurch, daß wir die Erregung der Maschine und dadurch die erzeugte Spannung E_a verstärken. Dadurch wächst die Stromstärke des Ankers nach der Gleichung: $I_a = (E_a - E)/R_a$.

Mit der Ankerstromstärke unserer Gleichstrommaschine wird nun die gesamte elektrische Leistung $E_a \cdot I_a$ größer. Die bisher zugeführte

mechanische Leistung reicht dann nicht mehr aus, und es tritt eine kleine Verzögerung ein, durch die der Regler der Antriebsmaschine beeinflusst wird. Dadurch wird der Maschine dauernd mehr Leistung zugeführt, so daß die auf die Maschine übertragene mechanische Leistung wieder gleich der verbrauchten elektrischen Leistung ist.

Wenn der Stromverbrauch im äußeren Netz unverändert geblieben ist, so kann der Strom unserer einzelnen Maschine nur dadurch größer geworden sein, daß die anderen Maschinen gleichzeitig entlastet worden sind. Eine solche Beeinflussung dieser anderen Maschinen ist nur dadurch möglich, daß gleichzeitig die Klemmenspannung sich um einen gewissen Betrag ändert. Dieser ist aber so klein, daß er bei unserer Betrachtung keine weitere Rolle spielt.

Dabei ist zu beachten, daß die elektrische Leistung der Gleichstrommaschine dauernd erhöht ist, daß demnach auch der Verbrauch an mechanischer Leistung dauernd größer ist als vorher. Der Regler der Antriebsmaschine steht also dauernd in einer anderen Stellung als früher, und die Drehzahl ist gegenüber dem Leerlauf geringer geworden. Allerdings ist diese Verringerung der Drehzahl so klein, daß sie im Maschinenbau meist ganz vernachlässigt oder übersehen wird. Wir fassen nun unser Ergebnis zusammen: Bei einem auf ein Gleichstromnetz von gleichbleibender Spannung geschalteten Stromerzeuger wird die Belastung durch die Erregung verändert. Dabei wirkt der Stromerzeuger auf die Antriebsmaschine zurück, und es ändert sich in geringem Maße die Drehzahl, sowie in erheblichem Maße die zugeführte mechanische Leistung. Hier richtet sich das Angebot nach der Nachfrage, d. h. die Antriebsmaschine gibt das her, was der Stromerzeuger fordert.

Ganz anders liegen dagegen die Verhältnisse beim Wechselstrom. Eine leerlaufende Maschine sei nach S. 317 auf ein Netz geschaltet, das von mehreren großen Maschinen gespeist wird. Dann wird die Klemmenspannung und Drehzahl der großen Maschinen so gut wie gar nicht beeinflusst durch Änderungen der kleinen Maschine. Wir können also mit gleichbleibender Frequenz und Netzspannung rechnen. Es fragt sich nun, wie wir die Belastung vornehmen wollen. Der erste Gedanke ist natürlich, die Erregung und damit die erzeugte Spannung unserer Maschine zu vergrößern. Wenn wir dies tun, so erhalten wir zwar die von uns erwartete Erhöhung der Stromstärke, aber gegen unsere Erwartung keine Vergrößerung des Ausschlages des Leistungszeigers und entsprechend keine Vergrößerung der Leistung. Wenn nun trotz einer Vergrößerung der erzeugten Spannung und Stromstärke keine Veränderung der Leistung auftritt, so müssen wir schließen, daß gleichzeitig die Phasenverschiebung zwischen der Spannung und dem Strom größer geworden ist. Nur dann kann die Leistung dieselbe geblieben sein.

Es ist ja auch ganz unmöglich, daß die Leistung durch eine Veränderung der Erregung verändert werden kann. Die Wechselstrom-

maschine arbeitet entweder genau im Gleichlauf oder sie fällt aus dem Tritt. Demnach läuft auch nach Veränderung der Erregung die Antriebsmaschine noch genau im alten Gleichlauf weiter, und dabei steht ihr Regler genau in der alten Stellung. Die zugefügte Leistung ist also noch dieselbe wie früher und die abgegebene Leistung bleibt daher ungeändert. So z. B. leistet die Antriebsmaschine nach dem Einschalten immer nur die Leerlaufarbeit, auch wenn wir die Erregung der Maschine verändern.

Demnach läßt sich die abgegebene Leistung nur durch willkürliche Verstellung des Reglers ändern. Diese Verstellung erfolgt entweder von Hand oder durch einen kleinen, am Regler angebrachten und von der Schalttafel aus betätigten Elektromotor. Man erreicht dadurch, daß die zugeführte Leistung bei der gleichbleibenden Drehzahl, die der Maschine durch die Frequenz des Netzes aufgezwungen ist, größer wird. Um also die elektrische Leistung des Stromerzeugers zu verändern, müssen wir die zugeführte mechanische Leistung ändern. Hier richtet sich also der Verbrauch nach dem Angebot, d. h. der Stromerzeuger richtet seine Leistung nach der von der Antriebsmaschine auf ihn übertragenen Leistung.

Es fragt sich nur, wodurch der Stromerzeuger veranlaßt wird, seine erzeugte elektrische Leistung nach der übertragenen mechanischen Leistung einzurichten. Da ist es nun bedeutungsvoll, daß eine Vergrößerung der zugeführten Leistung eine Beschleunigung zur Folge hat, und daß dadurch eine Voreilung der erzeugten Spannung gegenüber der negativ genommenen Netzspannung eintritt. Dadurch wird nach S. 325 die vom Stromerzeuger geleistete elektrische Arbeit vergrößert, bis sie der Antriebsmaschine genügend entgegenwirkt. Auf diese Weise läßt sich die Leistung einer Maschine bis zu einer gewissen Grenze beliebig vergrößern. Die Grenze ist dadurch gegeben, daß schließlich die Maschine in der Nähe ihrer größten Leistung arbeitet, wobei sie in Gefahr ist, aus dem Tritt zu fallen.

Ein ähnlicher Unterschied besteht zwischen dem Abschalten einer Gleichstrommaschine und einer Wechselstrommaschine vom Netz. Eine Gleichstrommaschine wird vor dem Abschalten dadurch entlastet, daß man ihre Erregung schwächt und so die Maschine stromlos macht. Eine Wechselstrommaschine wird dagegen vor dem Abschalten dadurch stromlos gemacht, daß man durch Verstellung des Reglers die zugeführte Leistung vermindert.

Es erhebt sich jetzt noch die Frage, welchen Zweck denn eigentlich der selbsttätige Regler der Antriebsmaschine hat, wenn doch die Drehzahl des Stromerzeugers und demnach auch die der Antriebsmaschine unweigerlich durch die Frequenz des Netzes gegeben ist. Nun ist es ja allerdings richtig, daß der Regler einer einzelnen Maschine festgestellt werden kann, ohne daß in der ganzen Anlage eine Änderung vor sich geht. Soll aber ein von der Willkür der Verbraucher abhängiger Mehr-

verbrauch an elektrischer Leistung sich gleichmäßig auf alle Maschinen verteilen, so müssen Regler an allen Maschinen vorhanden sein. Sie bewirken dann bei allgemein etwas verminderter Frequenz überall eine größere zugeführte Leistung. Natürlich läßt sich dann die Frequenz dadurch wieder auf den alten Betrag bringen, daß man alle Regler etwas verstellt.

Ferner erhebt sich die Frage, welchen Einfluß die Veränderung der Erregung hat, da diese nicht, wie bei der Gleichstrommaschine, eine Veränderung der Leistung bedingt. Daß eine Verstärkung der Erregung sämtlicher Maschinen die Netzspannung in die Höhe bringen muß, leuchtet ja allerdings ein. Die Frage ist jedoch, welchen Einfluß die Veränderung der Erregung einer einzelnen Maschine auf diese selbst ausübt, unter der Voraussetzung, daß die Netzspannung nicht wesentlich dadurch geändert wird. Die Beantwortung dieser Frage wird sich im Abschnitt 96 ergeben.

Wir wenden uns jetzt zum Belasten eines Synchronmotors. Dieser wird in der Regel, wie der Stromerzeuger, durch eine Antriebsmaschine auf Gleichlauf gebracht und mit Hilfe von Phasenlampen aufs Netz geschaltet. Er unterscheidet sich dann noch nicht von einem leerlaufenden Stromerzeuger. Wenn wir ihn dann mechanisch belasten, tritt für eine kurze Zeit eine Verzögerung ein. Das Polrad kommt dadurch in eine solche Lage zum Anker, daß der entstehende Strom in Verbindung mit dem Feld ein Drehmoment im Sinne der Drehrichtung ausübt. Die erzeugte Spannung, die vor der Belastung der Netzspannung entgegengesetzt gleich war, bleibt gleichzeitig infolge der Verzögerung hinter der negativ genommenen Netzspannung zurück. Die Maschine nimmt also nach Bild 332 und 333 elektrische Leistung auf und gibt mechanische Leistung ab, sie ist also zum Motor geworden.

Durch die kurzzeitige Beschleunigung wird also eine Maschine zum Stromerzeuger, durch die kurzzeitige Verzögerung zum Motor.

Besonders anschaulich werden diese Vorgänge, wenn wir annehmen, daß unsere Maschine mit einer Gleichstrommaschine gekuppelt ist, die auf ein von anderen Maschinen oder einer Batterie gespeistes Netz geschaltet ist. Wir haben es dann in der Hand, die Gleichstrommaschine ohne umständliche Veränderungen als Stromerzeuger oder als Motor arbeiten zu lassen. Wenn wir sie so stark erregen, daß ihre erzeugte Spannung über die des Netzes überwiegt, arbeitet sie als Stromerzeuger. Wenn wir sie dagegen schwächer erregen, so überwiegt die Netzspannung, so daß die Gleichstrommaschine als Motor angetrieben wird.

Die Wechselstrommaschine laufe nach dem Einschalten noch leer. Wir schwächen dann den Magnetstrom der Gleichstrommaschine, die als Motor arbeitet und bisher nur die Leerlaufverluste zuführte. Sonst hat eine solche Schwächung des Feldes bei Gleichstrommotoren eine Erhöhung der Drehzahl zur Folge. Jetzt aber ist die Drehzahl unseres Maschinen-

satzes, wie noch näher im nächsten Abschnitt ausgeführt wird, unabänderlich durch die Frequenz des Netzes gegeben. Bei dieser gleichbleibenden Drehzahl verringert sich durch eine Schwächung des Feldes die erzeugte Spannung E_a des Gleichstrommotors. Nach der Gleichung $I_a = (E - E_a)/R_a$ wächst dadurch der Strom erheblich an, und der Anker wird beschleunigt. Das damit gekuppelte Polrad der Wechselstrommaschine kommt dadurch in eine solche Lage zu dem Anker, daß sich die erzeugte elektrische Leistung nach S. 325 vergrößert. Diese hält dann der größer gewordenen mechanischen Leistung des Gleichstrommotors das Gleichgewicht.

Wir ändern nun nichts an der ganzen Anordnung, verstärken aber den Magnetstrom der Gleichstrommaschine, anstatt ihn abzuschwächen. Die Folge ist bei der gleichbleibenden Drehzahl eine Vergrößerung der erzeugten Spannung des Gleichstrommotors. Diese überwiegt dann über die Spannung des Gleichstromnetzes, so daß elektrische Leistung von der nun zum Stromerzeuger gewordenen Gleichstrommaschine abgegeben wird. Infolgedessen tritt eine kurzzeitige Verzögerung ein, durch welche die Wechselstrommaschine zum Motor wird.

94. Die synchronisierende Kraft.

Wir betrachten mehrere gleiche und gleich stark erregte, nebeneinander aufs Netz geschaltete Stromerzeuger, auf welche dieselbe Leistung von der Antriebsmaschine übertragen wird. Dann verteilt sich die im äußeren Kreise verbrauchte Leistung gleichmäßig auf alle Maschinen. Nach Bild 332 und 333 ist also auch die Phasenverschiebung zwischen der erzeugten Spannung und der Netzspannung bei allen Maschinen dieselbe. Da die Netzspannung allen Maschinen gemeinsam ist, so folgt, daß die erzeugte Spannung überall gleiche Phase hat. In einem gegebenen Zeitpunkt hat also der Ankerdraht der einen Maschine genau dieselbe Lage zu den Polen wie der entsprechende Draht der anderen Maschinen. Die Maschinen laufen also zeitlich ganz gleichmäßig, d. h. synchron. Damit ist nicht nur eine gleiche Anzahl von Umdrehungen in einem bestimmten Zeitraum, sondern auch eine Übereinstimmung in den Zeitwerten der erzeugten Spannung gemeint.

Wir fragen uns nun, wie es kommt, daß diese Übereinstimmung in der Drehzahl und in der Phase, wenn sie einmal vorhanden ist, sich auch dann aufrecht erhält, wenn zufällige Schwankungen in der Drehgeschwindigkeit einer einzelnen Maschine vorkommen. Die Wichtigkeit dieser Frage leuchtet ohne weiteres ein. Wie der Vergleich mit dem Gleichstrom ergibt, sind die Maschinen so zu schalten, daß die gleichnamigen Klemmen aneinander liegen. Die einzelnen erzeugten Spannungen sind dabei für sich allein gegeneinander geschaltet. Wenn also unsere Wechselstrommaschinen nebeneinander geschaltet sind, so ist es nicht nur nötig, daß in einem gegebenen Zeitpunkt die Richtung der erzeugten Spannungen in allen Maschinen gleich ist, sondern daß

ihre Richtung sich dauernd gleichzeitig in allen Maschinen umkehrt. Das setzt dann natürlich voraus, daß Maschinen von gleicher Polzahl mit vollständig gleicher Drehzahl und Maschinen von ungleicher Polzahl mit vollständig gleicher Periodenzahl laufen. Diese Voraussetzung gilt dann auch für die Fälle ungleicher Belastung oder Erregung, bei denen zwar die erzeugte Spannung der einzelnen Maschinen von verschiedener Phase ist, bei denen aber der Phasenunterschied stets derselbe bleiben muß.

Die vollständige Übereinstimmung der Drehzahl ließe sich nun niemals durch äußere Mittel erzwingen. Glücklicherweise zeigen aber nebeneinandergeschaltete Wechselstrommaschinen von selbst das Bestreben, synchron zu laufen, d. h. sie veranlassen eine bei allen Maschinen vollständig gleiche Frequenz und halten dabei ihre Antriebsmaschinen genau im Gleichlauf. Ein einzelner Stromerzeuger sei z. B. infolge des Ungleichförmigkeitsgrades der Antriebsmaschine vor den anderen Maschinen in einem bestimmten Zeitpunkt ein wenig vorausgeeilt. Diese räumliche Vorseilung ist gleichbedeutend mit einer Vergrößerung des Winkels zwischen der erzeugten Spannung der einzelnen Maschine und der negativ genommenen Netzspannung. Die letztere ist durch die anderen Maschinen gegeben und wesentlich unverändert geblieben. Die Vergrößerung des Winkels hat nun nach Bild 332 und 333 bis zu einer gewissen Grenze eine Vergrößerung der gesamten erzeugten elektrischen Leistung zur Folge. Dann reicht die zugeführte Leistung der Antriebsmaschine nicht mehr aus. Die Folge ist eine Verzögerung, die den umlaufenden Magnetkörper in die richtige Stellung gegenüber dem Anker zurückbringt.

Umgekehrt hat das Zurückbleiben einer einzelnen Maschine hinter den anderen Maschinen nach Bild 332 und 333 eine Verkleinerung der elektrischen Leistung der einzelnen Maschine zur Folge. Dann überwiegt die Antriebsleistung. Die dadurch veranlaßte Beschleunigung bringt dann den Magnetkörper der zurückgebliebenen Maschine wieder in die richtige Stellung zu dem Anker, so daß seine Stellung mit den anderen Maschinen übereinstimmt. Die elektrische Maschine schreibt also der Antriebsmaschine eine vollständig genaue Drehzahl vor und hält dadurch die Antriebsmaschine im Gleichlauf.

Dabei setzen wir allerdings voraus, daß die Maschinen in dem Bereich arbeiten, wo nach Bild 332 und 333 eine Zunahme des Winkels zwischen der negativ genommenen Netzspannung und der erzeugten Spannung eine wesentliche Zunahme der elektrischen Leistung zur Folge hat. Dies ist auch für kleine Werte des Winkels der Fall. Dabei werden die unvermeidlichen Voreilungen und Verzögerungen der Antriebsmaschinen durch die synchronisierende Wirkung der elektrischen Maschinen kräftig ausgeglichen. Dies ist auch um so nötiger, als eine Verschiebung um wenige räumliche Grade gleichbedeutend ist mit einer sehr erheblichen, p fachen Verschiebung in elektrischen Graden.

Wenn jedoch die Maschine in der Nähe ihrer größten Leistung arbeitet, so ergibt sich für eine Zunahme des Winkels eine sehr geringe Zunahme der Leistung, d. h. eine geringe synchronisierende Kraft der Maschine. Wenn der Höchstwert der Leistung überschritten wird, hat sogar das Voreilen der Maschine eine Abnahme der Leistung zur Folge. Die Antriebsleistung überwiegt dann über die abgegebene elektrische Leistung noch weiter und die Maschine wird noch mehr beschleunigt. Dadurch kommt der Ankerdraht in eine immer falschere Lage zu den Polen, die Maschine fällt aus dem Tritt und das ganze Zusammenarbeiten ist gestört. Es braucht wohl kaum erwähnt zu werden, daß dabei sehr starke Ströme zwischen den Maschinen hin und her fließen.

Wir haben nun bisher die synchronisierende Kraft wesentlich als die Zu- und Abnahme der elektrischen Leistung aufgefaßt, die durch die Vor- und Nacheilung einer Maschine verursacht wird. In der Regel spricht man dagegen von Synchronisierungsströmen und meint damit, daß die voreilende Maschine zu viel und die zurückbleibende zu wenig Strom liefert. Wenn nur zwei Maschinen aufs Netz arbeiten, so können wir uns den Vorgang so vorstellen, daß ein Ausgleichstrom zwischen beiden Maschinen hin und her fließt, der sich zum Strom der voreilenden Maschine hinzufügt und vom Strom der zurückbleibenden Maschine abzieht. Die voreilende wird gleichsam durch diesen Strom, den sie liefert, gebremst und die nacheilende, die den Strom empfängt, gleichsam als Motor angetrieben.

Nun kommt es darauf an, daß für eine Zunahme des Winkels ϵ zwischen der Netzspannung und der erzeugten Spannung die Zunahme der Leistung N möglichst groß wird, damit die synchronisierende Kraft groß wird. Diese können wir also als die Zunahme der Leistung bei der Verschiebung um eine elektrische Bogeneinheit oder als das Verhältnis $dN/d\epsilon$ auffassen.

Um sie zu berechnen, betrachten wir einen Stromerzeuger, dessen erzeugte Spannung $E_0 = OC$ in Bild 334 um den Winkel ϵ gegen die negativ genommene Netzspannung E voreilt. Ist $z = \sqrt{R^2 + L^2\omega^2}$ der gesamte innere Widerstand, so ist $AC = I_1 \cdot z$ die Summe aus $AO = E$ und $OC = E_0$. Durch eine zufällige Ursache vergrößere sich ϵ um $\Delta\epsilon$, der Strom nehme dabei geometrisch um den sog. Synchronisierungsstrom I_s auf den Wert I_2 zu. Dann ist $BC = I_2 \cdot z$ die Summe aus $BO = E$ und $OC = E_0$. Da die Spannungsverluste den entsprechenden

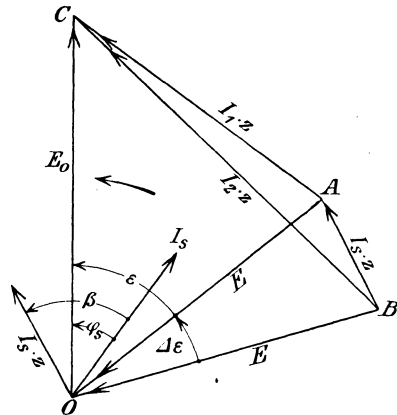


Bild 334. Änderung des Spannungsverlustes und Stromes bei zusätzlicher Voreilung.

Strömen proportional sind, so stellt BA uns $I_s \cdot z$ dar. Wir verlegen nun den Anfangspunkt dieses Strahles nach O , ziehen den Strahl I_s so, daß er gegen den Strahl $I_s \cdot z$ um den Winkel $\beta = \arctg L\omega/R$ zurückbleibt, und erhalten dadurch den Winkel φ_s , um den die erzeugte Spannung E_0 gegen den Synchronisierungsstrom voreilt.

Für eine kleine zusätzliche Voreilung ist $I_s \cdot z = E \cdot \mathcal{A}\varepsilon$, und der Strahl $I_s \cdot z$ steht dann senkrecht auf AO . Demnach ist

$$\varphi_s = \varepsilon - (90^\circ - \beta),$$

und die Zunahme der Leistung für einen Zweig wird

$$\mathcal{A}N = E_0 \cdot I_s \cdot \cos \varphi_s = \frac{E_0 \cdot E}{z} \sin(\beta + \varepsilon) \cdot \mathcal{A}\varepsilon \text{ Watt.} \quad (4)$$

Nun ist der Wirkwiderstand R immer klein gegenüber dem induktiven Widerstand $L\omega$, so daß β nahezu 90° wird. Da ferner ε nach S. 325 immer klein ist, so können wir $\sin(\beta + \varepsilon)$ gleich Eins setzen. Wir teilen nun die Leistung in Watt durch die mechanische Winkelgeschwindigkeit $2\pi \cdot n/60$ und durch 9,81 und vervielfachen mit der Anzahl ν der Zweige. Dann erhalten wir die Zunahme des Drehmomentes D für eine elektrische Bogeneinheit zu

$$\frac{\mathcal{A}D}{\mathcal{A}\varepsilon} = \frac{\nu}{9,81 \cdot 2\pi \cdot n/60} \cdot \frac{\mathcal{A}N}{\mathcal{A}\varepsilon}.$$

Nun ist die räumliche Bogeneinheit p mal so groß wie die elektrische Bogeneinheit. Demnach ergibt sich die Direktionskraft, d. h. die Zunahme des Drehmomentes für eine räumliche Bogeneinheit nach Gl. (4) zu

$$B = \frac{p \cdot \nu}{9,81 \cdot 2\pi \cdot n/60} \cdot \frac{\mathcal{A}N}{\mathcal{A}\varepsilon} = \frac{p \cdot \nu}{9,81 \cdot 2\pi \cdot n/60} \cdot \frac{E_0 \cdot E}{z}. \quad (5)$$

Da E_0/z gleich dem Kurzschlußstrom und E rund gleich E_0 ist, so wird $\nu \cdot E_0 \cdot E/z$ gleich der Scheinleistung bei Kurzschluß.

Die Direktionskraft wirkt bei nebeneinandergeschalteten Wechselstrommaschinen wie bei einem gedrillten Draht. Je größer die Abweichung aus der vorgeschriebenen Lage ist, desto größer ist das Drehmoment, das der Abweichung entgegenwirkt. Zufällige Verschiebungen aus der richtigen Stellung des Polrades gegenüber dem Anker werden daher im allgemeinen in kurzer Zeit ausgeglichen.

Wir wollen nun den Einfluß des inneren Wirkwiderstandes und induktiven Widerstandes auf die synchronisierende Kraft ermitteln. Eine Verringerung des Wirkwiderstandes verringert den Gesamtwiderstand z , erhöht also nach Gleichung (5) die synchronisierende Kraft. Dasselbe trifft bis zu einer gewissen Grenze auch für eine Verringerung des induktiven Widerstandes zu. Ist jedoch der induktive Widerstand sehr klein gegenüber dem Wirkwiderstande, so ist der Winkel β , um den der Synchronisierungsstrom I_s gegenüber $I_s \cdot z$ zurückbleibt, nicht, wie wir angenommen haben, 90° , sondern fast gleich Null. I_s fällt dann in Bild 334 fast mit $I_s \cdot z$ zusammen und bildet mit dem Strahl der

Netzspannung E einen Winkel von fast 90° . Die Synchronisierungsleistung ist dann fast Null. Der Synchronisierungsstrom wäre also, bezogen auf die Netzspannung, fast vollständig Blindstrom. Die Selbstinduktion darf also nicht vollständig fehlen.

Um für die Zeit nach dem Einschalten, also vor der Belastung, den günstigsten Wert des induktiven Widerstandes zu ermitteln, setzen wir in Gleichung (4) $\varepsilon = 0$, $\sin \beta = R/z$ und $z = \sqrt{R^2 + L^2\omega^2}$. Wenn wir dann $\mathcal{A}N/\mathcal{A}\varepsilon$ nach $L\omega$ differenzieren, ergibt sich, daß die synchronisierende Kraft am größten wird für $L\omega = R$. Ein so kleiner Wert des induktiven Widerstandes läßt sich aber in Wirklichkeit nicht erreichen.

95. Das Pendeln von Wechselstrommaschinen.¹⁾

Wenn eine Wechselstrommaschine von einer Dampfturbine oder Wasserkraftmaschine angetrieben wird, so läuft sie während jeder Umdrehung mit unveränderter Geschwindigkeit. Wird sie jedoch von einer Dampfmaschine oder einem Gasmotor angetrieben, so erleidet sie bei jeder Umdrehung Voreilungen und Verzögerungen, die durch das ungleichmäßige Drehmoment der Antriebsmaschine bedingt sind. Liegt sie gleichzeitig im Nebenschluß mit anderen Maschinen am Netz, so ist sie durch die synchronisierende Kraft des Ankers ebenfalls regelmäßig wechselnden Antrieben ausgesetzt. Wenn die Maschine zur Verringerung der Schwankungen der Geschwindigkeit eine kurzgeschlossene Dämpferwicklung auf den Polen besitzt, kommen auch hierdurch regelmäßig wechselnde Antriebe zustande.

In Bild 335a mögen z. B. die Senkrechten der Kurve $OGBD$, von EO gemessen, das gesamte, auf die Maschine wirkende Drehmoment darstellen. Ist EO das mittlere Drehmoment, so geben uns die Senkrechten der Kurve OGB , von OD an gemessen, das zusätzliche Drehmoment an, das von uns als sinusförmig angenommen wird. Es sei nun D das größte zusätzliche gesamte Drehmoment, m die Masse des umlaufenden Teils im mechanischen Maß, r der Halbmesser des Schwerpunktkreises in Meter,

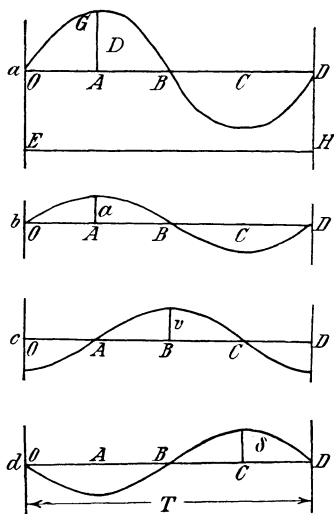


Bild 335a-d.
Zusätzliches Drehmoment, Beschleunigung, Geschwindigkeit und Voreilung in Abhängigkeit von der Zeit.

¹⁾ Vgl. die Aufsätze von Görge, ETZ 1900, S. 188, 1902 S. 1053 und von Rosenberg, ETZ 1902, S. 425, 1903, S. 857.

T die Zeit, in der sich das größte zusätzliche Moment wiederholt,
 δ der Bogen der größten Voreilung.
 Dann ergibt sich die größte Beschleunigung zu

$$a = \frac{D}{m \cdot r} \text{ m/sek}^2. \quad (6)$$

Die Beschleunigung erreicht ihren Höchstwert gleichzeitig mit dem zusätzlichen Drehmoment, d. h. in Bild 335 b im Zeitpunkte A .

Solange die Beschleunigung positiv ist, nimmt die Geschwindigkeit zu. Sie wächst also in dem Zeitraum von O bis B von ihrem niedrigsten Wert auf ihren höchsten Wert. Im Zeitpunkt A geht sie durch ihren mittleren Wert hindurch, und von diesem Zeitpunkt an beginnt die positive zusätzliche Geschwindigkeit, die am größten im Zeitpunkt B wird (Bild 335 c). Der Höchstwert v der zusätzlichen Geschwindigkeit berechnet sich aus der mittleren Beschleunigung $a \cdot 2/\pi$ mal der Zeit $AB = T/4$ zu:

$$v = \frac{2}{\pi} \cdot a \cdot \frac{T}{4}. \quad (7)$$

Solange die zusätzliche Geschwindigkeit positiv ist, nimmt die Voreilung vor der richtigen Stellung zu. Sie wächst im Zeitraum AC von ihrem niedrigsten (negativen) Wert auf ihren höchsten Wert. Im Zeitpunkt B hat sie ihren Mittelwert Null. Der Höchstwert der Voreilung ergibt sich, wenn wir die mittlere zusätzliche Geschwindigkeit $v \cdot 2/\pi$ mit der Zeit $BC = T/4$ vervielfachen, zu $s = v \cdot T/2\pi$. Wir teilen nun s durch den Halbmesser r und führen v aus Gleichung (7) und (6) ein. Dann wird der Bogen der größten Voreilung, d. h. die Amplitude der Schwingungen um die richtige Lage:

$$\delta = \frac{D \cdot T^2}{4 \pi^2 \cdot m r^2}. \quad (8)$$

Ist G das Gewicht des Magnetkörpers in kg und $d = 2r$ der Durchmesser des Schwerpunktkreises in Meter, so ist $m = G/9,81$. Demnach ist das Trägheitsmoment $m r^2$ gleich $\frac{G d^2}{4 \cdot 9,81}$, wobei $G d^2$ das sog. „Schwungmoment“ ist.

Arbeitet die Maschine für sich allein auf das Netz, so ist für D das durch die Antriebsmaschine allein verursachte größte zusätzliche Moment A einzusetzen. Der Bogen α der größten Voreilung wird dabei nach Gleichung (8):

$$\alpha = \frac{A \cdot T^2}{4 \pi^2 \cdot m r^2}. \quad (9)$$

Arbeitet die Maschine auf ein Netz, das auch von andern Maschinen gespeist wird, so kommt das Synchronisierungsmoment hinzu. Bei der Direktionskraft B und einer größten Voreilung β ist das größte Synchronisierungsmoment gleich $B \cdot \beta$. Dieses tritt im Zeitpunkt der größten

Nacheilung auf, also nach Bild 335 a bis d in demselben Zeitpunkt, in welchem das gesamte zusätzliche Moment am größten ist. Daraus folgt, daß das zusätzliche Antriebsmoment und das Synchronisierungsmoment sich algebraisch zum Gesamtmoment zusammenfügen, d. h. für das Gesamtmoment D ist $B \cdot \beta \pm A$ einzusetzen. Gleichung (8) nimmt dann die Form an

$$\beta = \frac{(B\beta \pm A) T^2}{4\pi^2 \cdot mr^2}. \quad (10)$$

Wir lösen für β auf und setzen nach Gleichung (9) $AT^2 = \alpha \cdot 4\pi^2 \cdot mr^2$. Dadurch erhalten wir den sog. Vergrößerungsfaktor, d. h. das Verhältnis der zusätzlichen Voreilung beim Zusammenarbeiten mit andern Maschinen zur Voreilung beim Alleinbetrieb zu

$$k = \frac{\beta}{\alpha} = \pm \frac{1}{1 - BT^2/4\pi^2 mr^2}. \quad (11)$$

Das obere Vorzeichen gilt, wenn $4\pi^2 mr^2$ größer ist als BT^2 , also bei großem Trägheitsmoment, kleiner synchronisierender Kraft und kleiner Schwingungszeit. Synchronisierungsmoment und zusätzliches Moment der Antriebsmaschine wirken dann in demselben Sinne, d. h. das Antriebsmoment erreicht seinen positiven Höchstwert, wie das Synchronisierungsmoment, im Zeitpunkt der größten Nacheilung.

Das untere Vorzeichen gilt, wenn $4\pi^2 \cdot mr^2$ kleiner ist als BT^2 , also bei kleinem Trägheitsmoment, großer synchronisierender Kraft und großer Schwingungszeit. Das zusätzliche Moment der Antriebsmaschine erreicht in diesem Fall seinen positiven Höchstwert im Zeitpunkt der größten Voreilung und zieht sich dabei von dem entgegengesetzt wirkenden Synchronisierungsmoment ab.

In beiden Fällen ist beim Arbeiten der Maschine auf ein von andern Maschinen gespeistes Netz die größte Voreilung vor der mittleren Lage, größer, als wenn die Maschine für sich allein arbeitet. Das Anwachsen der Voreilung geschieht in der Weise, daß die Voreilung bei jeder Schwingung zunimmt und sich dabei im allgemeinen einem endlichen Grenzwert nähert. Die diesem Grenzwert entsprechende synchronisierende Kraft bewirkt dann in Verbindung mit dem anfänglichen zusätzlichen Moment der Antriebsmaschine gerade die betreffende Voreilung, so daß Gleichgewicht besteht.

Bei einer Maschine, die von einer Tandemmaschine mit zwei um 90° versetzten Kurbeln angetrieben wird, sei z. B. die Polpaarzahl $p = 32$, die Drehzahl $n = 94$, die Scheinleistung bei Kurzschluß 2080000 Watt und das Trägheitsmoment $mr^2 = 5500 \text{ kgm}^2$. Dann ist die durch den Synchronisierungsstrom geschaffene Direktionskraft nach Gl. (5) auf S. 332

$$B = \frac{32 \cdot 2080000}{9,81 \cdot 2\pi \cdot 94/60} = 690000 \text{ mkg/Bogen.}$$

Die Zeit einer Schwingung des Polrades wird

$$T = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{n/60} = 0,32.$$

Demnach wird der Vergrößerungsfaktor

$$k = \frac{\beta}{\alpha} = \frac{1}{1 - BT^2/4\pi^2 mr^2} = \frac{1}{1 - 0,327} = 1,5.$$

Für $T^2 = 4\pi^2 \cdot mr^2/B$ wird der Vergrößerungsfaktor unendlich groß. Die Voreilungen werden dann bei jeder Schwingung größer und machen schließlich infolge der starken Ströme, die dabei auftreten, ein Zusammenarbeiten mit den übrigen Maschinen unmöglich. Man nennt diesen Zustand die Resonanz. Der Vorgang wird uns sofort deutlich, wenn wir beachten, daß $4\pi^2 \cdot mr^2/B$ das Quadrat der Schwingungsdauer eines Pendels ist. Beim Parallelarbeiten mit andern Maschinen würde ein Polrad, das von einer Wasser- oder Dampfturbine gleichförmig angetrieben, durch Schaltvorgänge zufällig beschleunigt oder verzögert wird, unter dem Einfluß der synchronisierenden Kraft mit dieser Schwingungsdauer schwingen, bis es durch Wirbelströme oder Reibung gedämpft wieder die gleichmäßige Drehbewegung annimmt.

Bei der Resonanz ist also diese Eigenschwingungszeit gleich der Schwingungszeit, in der sich die zusätzliche Momente der Antriebsmaschine wiederholen, d. h. gerade wenn die Maschine selbst ausgeschwungen hat, erfolgt der neue Antrieb von außen. Die Voreilungen müssen sich also jedesmal vergrößern.

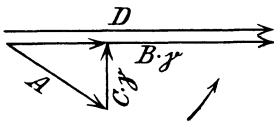
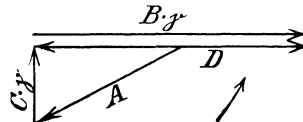
Schon in der Nähe der Resonanz wird der Betrieb durch das Schwingen der Maschine, das man als Pendeln bezeichnet, gefährdet. Daher muß der Unterschied zwischen den beiden Schwingungszeiten möglichst groß gemacht werden. Wenn die Eigenschwingungszeit, wie es in der Regel bei Stromerzeugern der Fall ist, an sich schon größer ist, als die der Antriebsmaschine (positives Vorzeichen in Gleichung 11), so muß man, um sich noch weiter vom Zustand der Resonanz zu entfernen, den Unterschied zwischen beiden Schwingungszeiten noch größer machen, d. h. das Schwungmoment erhöhen. Daß daneben auch die anfängliche Voreilung durch Vergrößerung der Schwungmassen abnimmt, ist ein weiterer, aber nebensächlicher Vorteil.

Ein zweiter Weg ist die Einschaltung einer Drosselspule zwischen Maschine und Sammelschiene. Dadurch wird die scheinbare Kurzschlußleistung und damit die Direktionskraft kleiner. Das ergibt dann eine Verringerung des Vergrößerungsfaktors.

Ist die Eigenschwingungszeit der Wechselstrommaschine von vornherein kleiner als die der Antriebsmaschine (negatives Vorzeichen in Gleichung 11), so würde eine Vergrößerung der Schwungmassen die Schwingungszeiten einander nähern. In diesem Falle wird eine Verringerung der Schwungmassen zur Vermeidung der Resonanz von Vorteil sein.

Die Maschine besitze nun eine Dämpferwicklung aus Kupferstäben, die in Nuten der Polschuhe verlegt und an den Stirnseiten wie die Käfigwicklung eines Asynchronmotors durch Ringe kurzgeschlossen ist. Bei den zylindrischen Magnetkörpern der Turbomaschinen wird die Dämpfer-

wicklung durch die metallischen, an den Stirnseiten verbundenen Keile gebildet, welche die Nuten des Magnetkörpers schließen. Da das vom Anker erzeugte Feld nach S. 269 mit synchroner Geschwindigkeit umläuft, so wird die Dämpferwicklung bei gleichförmigem Gang von keinen Flußröhren geschnitten. Bei ungleichförmigem Gang schneidet dagegen das vom Anker erzeugte Feld durch die Dämpferwicklung des Magnetkörpers. Die dadurch erzeugten Ströme üben ähnlich wie der Läuferstrom eines Asynchronmotors ein Drehmoment aus, das die Verschiebung zwischen Feld und Stromleiter zu hindern sucht. Die dämpfende Wirkung ist um so größer, je größer die zusätzliche Geschwindigkeit ist. Ist γ die größte zusätzliche Voreilung und C ein Festwert, so ist das größte zusätzliche Dämpfungsmoment gleich $C \cdot \gamma$. Der Höchstwert tritt auf, wenn die zusätzliche Geschwindigkeit am größten ist. Da er der Bewegung entgegenwirkt, so haben wir im Zeitpunkt B in Bild 335 a—d den negativen Höchstwert. Das Dämpfungsmoment eilt also dem gesamten Moment und dem damit phasengleichen Synchronisierungsmoment um 90° voraus.

Bild 336. Drehmomente für $D > B \cdot \gamma$.Bild 337. Drehmomente für $D < B \cdot \gamma$.

Wir können dann die zusätzlichen Drehmomente durch Strahlen darstellen. In Bild 346 und 347 ist A das zusätzliche Moment der Antriebsmaschine, $C \cdot \gamma$ das Dämpfungsmoment, $B \cdot \gamma$ das Synchronisierungsmoment und D das dem Synchronisierungsmoment phasengleiche gesamte Moment. Je nachdem dieses sich algebraisch durch eine Summe oder eine Differenz ergibt, erhalten wir nach Bild 346 oder 347 das gesamte Drehmoment zu

$$B \cdot \gamma \pm \sqrt{A^2 - C^2 \gamma^2}.$$

Nun stehen nach Gleichung (8) die gesamten Drehmomente der gedämpften und ungedämpften Maschine in demselben Verhältnis wie die Voreilungen, d. h. es ist

$$\frac{B\gamma \pm \sqrt{A^2 - C^2 \gamma^2}}{B\beta \pm A} = \frac{\gamma}{\beta}.$$

Wir lösen für γ^2 auf und erhalten

$$\frac{\gamma^2}{\beta^2} = \frac{A^2}{A^2 + C^2 \beta^2}. \quad (12)$$

Die Dämpfung macht also in allen Fällen die Voreilung vor der Gleichgewichtslage kleiner. Man muß aber beachten, daß das Dämpfungsmoment und Synchronisierungsmoment beide eine zusätzliche Leistung mit sich bringen, die im einen Zeitraum positiv, im andern negativ ist, also als ganzes Blindleistung ist. Die Gesamtleistung schwingt also um

einen Mittelwert, und dies verursacht dann entsprechende Schwingungen der Stromstärke, die den Betrieb stören können. Wir müssen also wissen, ob diese Schwingungen durch die Dämpfung größer oder geringer werden. Da die Leistungen sich wie die Drehmomente verhalten, so entspricht die zusätzliche Leistung ohne Dämpfung dem Moment $B \cdot \beta$, mit Dämpfung nach Bild 336 und 337 dem Moment $\sqrt{B^2 \beta^2 + C^2 \cdot \gamma^2}$. Wir benutzen nun dazu wieder die Beziehung, daß sich die Voreilungen wie die gesamten zusätzlichen Momente verhalten, d. h.

$$k = \frac{\beta}{\alpha} = \frac{B \cdot \beta \pm A}{A} \quad \text{oder} \quad B\beta = A (k \mp 1). \quad (13)$$

Das obere Vorzeichen gilt wie früher für den Fall, das die Schwungmassen größer sind als dem Resonanzfall entspricht. Dann ist das Verhältnis der Quadrate der zusätzlichen Gesamtmomente mit und ohne Dämpfung gleich $(B^2 + C^2) \cdot \gamma^2 : B^2 \beta^2$. Wir führen für $\gamma^2 : \beta^2$ den Wert aus Gleichung (12) und darauf für $B \cdot \beta$ den Wert aus Gleichung (13) ein und erhalten das Verhältnis der Quadrate der zusätzlichen Drehmomente zu:

$$\frac{(B^2 + C^2) \cdot \gamma^2}{B^2 \cdot \beta^2} = \frac{B^2 + C^2}{B^2 + C^2 (k \mp 1)^2}. \quad (14)$$

Da die Leistungen in demselben Verhältnis stehen wie die Drehmomente, so verringert sich die zusätzliche Leistung durch die Dämpfung in allen Fällen für das untere Vorzeichen, wenn also die Schwungmassen kleiner sind als dem Resonanzfall entspricht. Die Dämpfung hilft auch noch für den Fall des oberen Vorzeichens, d. h. wenn die Schwungmassen größer sind als im Resonanzfall, sofern $k - 1$ größer als 1 oder k größer als 2 ist. Sind jedoch die Schwungmassen schon so groß, daß der Vergrößerungsfaktor kleiner ist als 2, so werden nach Gleichung (14) die zusätzliche Blindleistung und damit die Schwingungen der Stromstärke durch die Dämpfung vergrößert.

96. Die Wechselstrommaschine bei Änderung der Erregung.

Wir fragen uns, welchen Einfluß die Änderung der Erregung bei einer Wechselstrommaschine hat, die an einem Netz von gleichbleibender Spannung liegt und eine gleichbleibende mechanische Leistung empfängt oder abgibt.

Setzen wir zunächst den Ankerwiderstand gleich Null, so ist in Bild 338 die Summe aus der erzeugten Spannung $E_0 = AC$ und der Netzspannung $E = BA$ gleich dem induktiven Spannungsverlust $I \cdot L\omega = BC$. Der obere Teil des Bildes, in welchem E_0 vor der negativ genommenen Netzspannung voraufeilt, bezieht sich auf den Stromerzeuger, der untere, in welchem E_0 nacheilt, auf den Motor. Beim Stromerzeuger ist die gelieferte Klemmenspannung der Netzspannung entgegengerichtet,

Leistung umgesetzt wird, ist dann beim Stromerzeuger

$$N = E \cdot I \cos \varphi + I^2 R. \quad (2)$$

Wir setzen $\cos \varphi = \cos(\beta - \alpha)$, lösen $\cos(\beta - \alpha)$ auf und setzen $I = BC/z$. Sind dann x und y die Koordinaten des Punktes C , bezogen auf den Anfangspunkt B , so ist nach Bild 339 $I^2 = (x^2 + y^2)/z^2$. Ferner ist:

$$I \cos \alpha = \frac{BC}{z} \cos \alpha = \frac{x}{z} \quad \text{und} \quad I \cdot \sin \alpha = \frac{BC}{z} \sin \alpha = \frac{y}{z}.$$

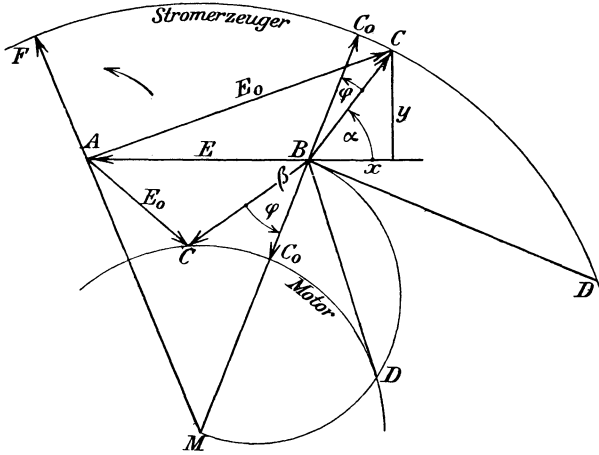


Bild 339. Gleichbleibende Belastung und geänderte Erregung, Ankerwiderstand gleich R .

Ferner ist nach Bild 328 $R/z = \cos \beta$. Dann nimmt unsere Gleichung die Form an:

$$x^2 + y^2 + E \cdot x + E \cdot \operatorname{tg} \beta \cdot y = N \cdot z^2/R. \quad (3)$$

Der Punkt C liegt also auf einem Kreise, dessen Mittelpunkt M die Koordinaten $p = -E/2$ und $q = 1/2 \cdot E \cdot \operatorname{tg} \beta$ hat. M liegt also auf der Mittelsenkrechten von BA , und BM bildet mit BA den Winkel β . Fügen wir auf beiden Seiten der Gleichung (3) die quadratische Ergänzung $p^2 + q^2 = \overline{BM}^2$ hinzu, so erhalten wir auf der rechten Seite das Quadrat des Halbmessers. Tragen wir also $BD = z \cdot \sqrt{N/R}$ senkrecht zu MB auf, so wird MD der Halbmesser.

Für den Punkt C_0 , der in der Verlängerung von MB liegt, wird $\alpha = \beta$, also $\varphi = 0$, und der Stromerzeuger liefert nur Wirkstrom ins Netz. Für Übererregung liegt C rechts von C_0 , und wir haben positive Phasenverschiebung, bei Untererregung liegt C links von C_0 , und wir haben negative Phasenverschiebung.

Liegt endlich C in der Verlängerung von MA , so hat AC seinen kleinsten möglichen Wert AF . Wird die Erregung noch weiter verringert, so fällt die Maschine aus dem Tritt.

Mit der Verringerung der Erregung des Stromerzeugers wird der Winkel, um den die erzeugte Spannung AC vor der Klemmenspannung vorausseilt, größer. Das stimmt gut mit dem räumlichen Vorgang zusammen, da die Verringerung der Erregung im ersten Augenblick eine Verkleinerung der erzeugten elektrischen Leistung mit sich bringt. Daher überwiegt für einen kleinen Zeitraum die Leistung der Antriebsmaschine, und das Polrad wird kurzzeitig beschleunigt, bis die abgegebene elektrische Leistung wieder der zugeführten Leistung das Gleichgewicht hält.

Für den Motor eilt der Spannungsverbrauch BC wieder gegen den Strom um β , also gegen die Netzspannung $BA = E$ um $\alpha = \beta - \varphi$ vor (Bild 339). Wie beim Stromerzeuger ist dann $\varphi = \beta - \alpha$. Die mechanische Leistung eines Zweiges ergibt sich als der Unterschied der zugeführten elektrischen Leistung $E \cdot I \cdot \cos \varphi$ und der in Stromwärme umgesetzten Leistung $I^2 \cdot R$, d. h.

$$N = E \cdot I \cdot \cos \varphi - I^2 \cdot R. \tag{4}$$

Wir rechnen nun x zweckmäßig von rechts nach links und y von oben nach unten. Dadurch erhalten wir ähnlich wie beim Stromerzeuger die Gleichung

$$x^2 + y^2 - E \cdot x - E \cdot \operatorname{tg} \beta \cdot y = -z^2 \cdot N/R. \tag{5}$$

Wir erhalten dann als Ort des Punktes C für den Motor ebenfalls einen Kreis, dessen Mittelpunkt M derselbe ist wie für den Stromerzeuger. Der Halbmesser MD ergibt sich, wenn wir nach Gleichung (5) über BM einen Halbkreis schlagen und von B aus die Sehne $BD = z \cdot \sqrt{N/R}$ abtragen.

Der Winkel φ läßt sich wieder unmittelbar ablesen. Er wird für $C = C_0$ gleich Null, bei Untererregung, d. h. für C links von C_0 positiv und bei Übererregung, d. h. für C rechts von C_0 negativ.

Wir tragen nun in Bild 340 z. B. für den Stromerzeuger die erzeugte Spannung $E_0 = OC$ aus Bild 339 wagerecht und den Spannungsverlust $I \cdot z = BC$, der uns nach Änderung des Maßstabes den Strom darstellt, senkrecht auf und erhalten so die sogenannte **V-Kurve**.

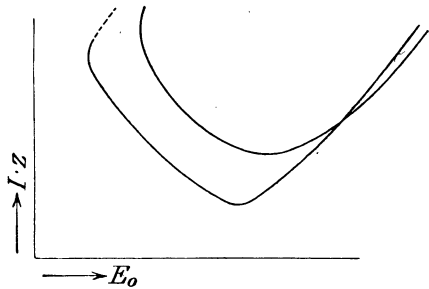


Bild 340. V-Kurven.

Für die Spannung $E_0 = AC_0$, d. h. für eine bestimmte Erregung, hat die Stromstärke ihren geringsten Wert und die senkrechte der **V-Kurve** ist am kleinsten. Dabei ist $\cos \varphi = 1$, und der Stromerzeuger liefert die durch die mechanische Leistung vorgeschriebene elektrische Leistung, indem er allein Wirkstrom erzeugt. Die Stromwärme ist dabei

am kleinsten und der Wirkungsgrad am größten. Gleichzeitig verläuft die **V**-Kurve in ihrem niedrigsten Punkt wagerecht, d. h. die Maschine ist in bezug auf die Stromstärke gegen Änderungen der Erregung unempfindlich, so daß die Bedienung weniger Aufmerksamkeit erfordert.

Damit sich die Stromstärke nicht bei jeder kleinen Änderung der Erregung übermäßig ändert, ist es vorteilhaft, wenn die **V**-Kurve unten möglichst flach verläuft. Nun zeigt Bild 339, daß eine Änderung der Erregung, also des Strahles AC , den Strom, d. h. den Strahl BC dann wenig beeinflußt, wenn BC_0 verhältnismäßig groß ist. Dabei stellt der Strahl BC_0 den gesamten Spannungsverbrauch bei reiner äußerer Wirkleistung, die rund gleich der erzeugten Leistung ist, dar. Er ist dem Strom, also bei gegebener Klemmenspannung auch der Leistung und dem inneren Scheinwiderstand z proportional. Die Maschinen besitzen also eine flache **V**-Kurve, wenn bei gegebener Leistung der innere Scheinwiderstand oder bei gegebenem inneren Scheinwiderstand die Leistung groß ist. Der induktive Widerstand ist also trotz des Spannungsverlustes, den er verursacht, eine sehr schätzenswerte Größe, welche die Maschine gegen Änderungen der Erregung unempfindlich macht.

Die obere Kurve in Bild 350 gilt für den Stromerzeuger in Bild 349, die untere für denselben Stromerzeuger bei der halben mechanischen Leistung oder bei dem halben inneren Widerstand.

Der rechte Teil der Kurven entspricht der Übererregung, der linke Teil der Untererregung. Da wo die Kurven links in Richtung der senkrechten Achse verlaufen, fällt die Maschine aus dem Tritt.

Statt der erzeugten Spannung E_0 wird beim Versuch der Magnetstrom wagerecht aufgetragen, wodurch sich die Kurve nur wenig ändert.

97. Selbsttätige Spannungsregelung.

Mit Erfolg ist die selbsttätige Spannungsregelung durch Schnellregler durchgeführt worden. Bei der Schnellregelung wird nach einer etwaigen Änderung der Spannung ein Schaltvorgang ausgelöst, der die Spannung im entgegengesetzten Sinne nicht nur in dem erforderlichen Betrage, sondern in starkem Überschuß zu ändern sucht. Die übermäßige Änderung der Spannung wird dann durch einen entgegengesetzten Schaltvorgang verhindert¹⁾. Von den Schnellreglern soll im folgenden der Tirrillregler beschrieben werden. Die Schaltung ist unter Weglassung der unwichtigeren Nebenteile in Bild 341 gegeben. Dem Polrad der Wechselstrom- oder Drehstrommaschine G , von der das Netz gespeist wird, wird mit Hilfe von Schleifringen der Erregerstrom zugeführt. Dieser Strom wird von der Maschine M geliefert, deren Magnetwicklung R_m unter Zwischenschaltung des Widerstandes R an den Anker der Erregermaschine angeschlossen ist.

¹⁾ Vgl. Schwaiger, Das Regulierungsproblem in der Elektrotechnik. Elektrotechnik und Maschinenbau 1908, S. 421, und Natalis, Die selbsttätige Regulierung elektrischer Generatoren, Braunschweig 1908.

Der Widerstand R wird durch den Kontakt k in regelmäßigen Zwischenräumen kurz geschlossen, so daß die Magneterregung dauernd schwankt.

Das regelmäßige Schließen und Öffnen des Kontaktes k erfolgt durch die Wirkung der Doppelhebel h_1 und h_2 . Wir denken uns zunächst den Hebel h_2 festgehalten. Auf den Hebel h_1 wirkt die Feder f im Sinne des Uhrzeigers und die magnetische Wirkung der Spule s_1 , die von der Erregermaschine gespeist wird, entgegen dem Uhrzeiger. Der Hebel h_1 wirkt dann wie der Hammer eines gewöhnlichen Induktionsapparates.

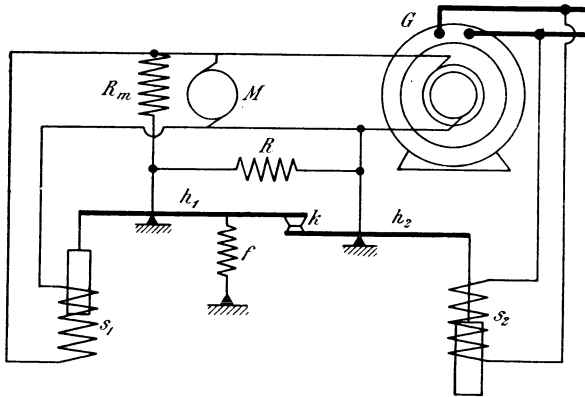


Bild 341. Schaltung des Tirrillreglers.

Bei geschlossenem Kontakt k ist der Widerstand R kurzgeschlossen, die Erregermaschine ist also stark erregt, und ihre Spannung ist groß. Dann überwiegt die Kraft der von ihr gespeisten Spule s_1 über die der Feder f und zieht den Kontakt k auseinander. Dadurch wird der Widerstand R in den Magnetkreis der Erregermaschine eingeschaltet, die Spannung dieser Maschine nimmt ab, und damit auch die Kraft der von ihr gespeisten Spule s_1 . Dann überwiegt die Kraft der Feder f und schließt den Kontakt k wieder usw. Dieser Vorgang wiederholt sich dauernd in regelmäßigen ganz kurzen Zwischenräumen.

Dabei ist zu beachten, daß der Magnetstrom der Erregermaschine wegen der Selbstinduktion eine gewisse Zeit braucht, ehe er annähernd auf seinen Endwert bei kurzgeschlossenem Widerstand R angestiegen ist. Der Kontakt k wird daher bereits wieder geöffnet, lange bevor dieser Endwert erreicht wird. Ebenso wird der Kontakt wieder geschlossen, lange ehe der Magnetstrom bei eingeschaltetem Widerstand annähernd auf seinen Endwert gesunken ist.

Der Magnetstrom sei bei dauernd eingeschaltetem Widerstand R gleich OA , bei dauernd kurzgeschlossenem Widerstand gleich OB (Bild 342). Während der Kontakt kurzgeschlossen ist, nimmt dann der Strom entsprechend der Kurve c_1 zu, und während der Kontakt offen ist, nimmt er entsprechend der Kurve c_2 ab. Die Kurven verlaufen

ähnlich wie die in Bild 69 und 70. Bei einem bestimmten Betriebszustand seien die regelmäßigen Schwankungen des Magnetstromes der Erregermaschine durch die mittlere Zickzacklinie gegeben, die sich aus den in derselben Höhe befindlichen Teilen der Kurven c_1 und c_2 zusammensetzt. Entsprechende Schwankungen um eine mittlere Lage führt dann die Spannung der Erregermaschine und die Spannung des Stromerzeugers G aus.

Wir wollen nun, während sich der obere Teil des Kontaktes regelmäßig bewegt, den unteren Teil von Hand nach oben verschieben und dann wieder festhalten. Während unserer Verschiebung liegen die beiden Teile dauernd aufeinander, so daß der Widerstand einmalig eine verhältnismäßig lange Zeit kurzgeschlossen ist. Der Magnetstrom wächst also auf einen höheren Endwert an als früher. Zugleich spannen wir durch unsere Verrückung die Feder stärker, so daß nun auch zur Unterbrechung des Kontaktes eine größere Kraft der Spule s_1 , also eine größere Spannung und ein größerer Magnetstrom der Erregermaschine nötig ist. Der obere Teil des Kontaktes schwingt also von jetzt an um eine höhere Gleichgewichtslage und der Magnetstrom um einen größeren Mittelwert. Die Folge ist, daß die Zickzacklinie dieses Stromes sich in Bild 342 nach oben verschiebt.

Wenn wir anderseits während der regelmäßigen Bewegung des Kontaktes den unteren Teil nach unten verschieben und dann festhalten, so wird der Kontakt einmalig für eine verhältnismäßig lange Zeit geöffnet. Der Magnetstrom sinkt dadurch auf einen geringeren Endwert als früher. Der Kontakt schwingt dann um die neue Gleichgewichtslage, bei der die Feder schwächer gespannt ist, wodurch auch der Magnetstrom um einen geringeren Mittelwert schwingt. Die Zickzacklinie verschiebt sich dann in Bild 342 nach unten.

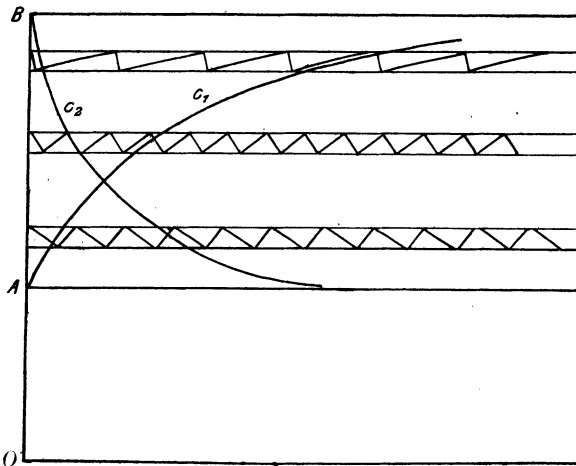


Fig. 342. Zeitlicher Verlauf des Erregerstromes unter Verwendung eines Tirillreglers, bei drei verschiedenen Netzspannungen.

In Wirklichkeit vollziehen sich die Bewegungen, die wir von Hand ausführten, selbsttätig durch eine Änderung der Klemmenspannung. Dazu dient der Hebel h_2 , den die Kraft der Spule s_2 entgegen dem Uhrzeiger dreht, während das Gewicht des Eisenkerns im Sinne des Uhrzeigers wirkt. Die Spule s_2 ist an die Netzspannung angeschlossen, und zwar hält bei der vorgeschriebenen Netzspannung die Kraft der Spule dem Eisenkern in jeder Lage das Gleichgewicht.

Wenn nun die Netzspannung aus irgendeinem Grunde sinkt, so überwiegt das Gewicht des Eisenkerns, dreht den Hebel h_2 ein wenig im Uhrzeigersinn und verschiebt dadurch den unteren Teil des Kontaktes nach oben. Ebenso überwiegt beim Anwachsen der Netzspannung über den vorgeschriebenen Betrag die Kraft der Spule s_2 , dreht den Hebel h_2 entgegen dem Uhrzeiger und verschiebt den unteren Teil des Kontaktes nach unten. Wir erhalten dann durch diese selbsttätige Verschiebung dieselben Veränderungen des Magnetstromes der Erregermaschine, wie bei Verrückung von Hand. Diese Veränderungen wirken dann in dem Sinne, daß sie die Netzspannung auf dem gleichen Betrage halten.

Aus Bild 342 geht hervor, daß die Schwingungszahlen bei einer Lage des Kontaktes, die etwa der mittleren Zickzacklinie entspricht, am größten sind und bei schwachem und starkem Magnetstrom abnehmen. Daraus wird deutlich, daß die Stärke des Magnetstromes nicht etwa eindeutig durch die Schwingungszahl gegeben ist.

Ferner ergibt sich, daß bei geringem mittlerem Magnetstrom die Zeit, in welcher der Strom anwächst, kleiner ist als die Zeit, in welcher er abfällt. Umgekehrt überwiegt bei starkem mittlerem Magnetstrom die Zeit des Anwachsens über die Zeit des Abfallens. Es scheint jedoch nach den obigen Abteilungen, als ob diese Erscheinung nicht eine Ursache, sondern eine Folge der Änderungen des Magnetstromes der Erregermaschine ist.

Man kann auch nach Danielson die Netzspannung dadurch auf dem gleichen Betrage halten oder nötigenfalls selbsttätig erhöhen, daß man den Netzstrom unter Vermittlung eines Transformators mit Hilfe von Schleifringen durch die mit dem Stromerzeuger gekuppelte Gleichstrom-Erregermaschine leitet. Das Polgestell der Erreger-

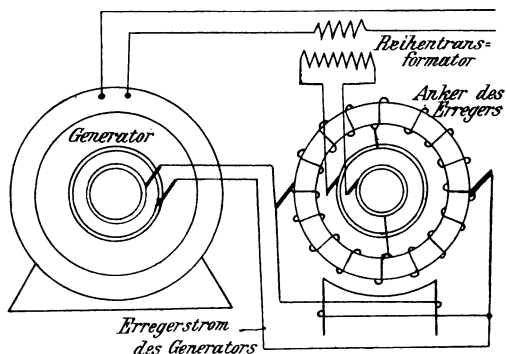


Bild 343. Erregung durch Danielsonmaschine.

maschine kann gegenüber dem umlaufenden Anker verdreht werden (Bild 343). Den Transformator können wir dabei grundsätzlich außer

Betracht lassen und die Danielson-Maschine als eine zweite Wechselstrommaschine auffassen, die mit der Hauptmaschine in Reihe geschaltet ist, was bei der starren Kupplung beider Maschinen ausführbar ist.

Wir leiten also den von der Wechselstrommaschine erzeugten Strom, den wir als Dreiphasenstrom annehmen wollen, unmittelbar dem Anker der Erregermaschine zu. Im feststehenden Anker würde dadurch eine synchron umlaufende Stromverteilung entstehen. Wenn der Anker dagegen entgegengesetzt dieser Umlaufrichtung gedreht wird, so stehen die Ströme — genau genommen erst bei sehr vielen Phasen — im Raume fest. Diese Erscheinung tritt z. B. auch bei jedem Einankerumformer auf, oder bei jedem synchronen Stromerzeuger oder Motor, bei dem der Anker umläuft und die Pole feststehen.

Wir können nun durch Verdrehung des Polgestells jede beliebige

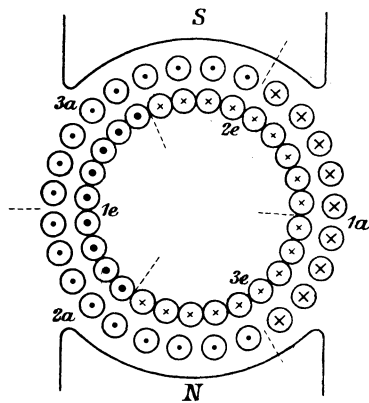


Bild 344. Stromrichtung der Danielsonmaschine für Drehstrom bei rein induktiver Belastung.

Phase zwischen dem Ankerstrom und der erzeugten Spannung herstellen. Wir wählen diese Stellung nach Bild 344 so, daß die Spulenseiten, die den größten Strom führen, bei rein induktiver Belastung in der neutralen Zone liegen, und zwar so, daß die vom Anker ausgeübte Erregung in demselben Sinne wirkt wie die der Magnete. Wenn also der äußere Blindstrom wächst, so wächst auch die Wirkung des Wechselstromes der Erregermaschine und verstärkt deren Magnetfeld und damit den Erregerstrom. Auf diese Weise wird der größere Spannungsverlust, der durch

eine Zunahme des nacheilenden Stromes verursacht wird, ausgeglichen und die Netzspannung auf denselben Betrag gehalten.

Die Spannung an den Schleifringen des Danielson-Umformers fügt sich unter Vermittlung des Transformators zur Spannung der Hauptmaschine. Die Danielson-Maschine arbeitet dabei je nach der Stellung ihres Polgestells in geringem Maße als Stromerzeuger oder als Motor.

Achtzehnter Teil.

98. Magnetische Wirkung des Ankerstromes. — 99. Ankerrückwirkung und Gesamterregung. — 100. Trennung der Ankerrückwirkung und Ankerstreuung. — 101. Vorausberechnung der Erregung.

98. Magnetische Wirkung des Ankerstromes.

Wir haben bisher angenommen, daß die Induktivität der Maschine bei allen Betriebszuständen gleich bleibt. Wir lassen jetzt diese Annahme fallen und müssen nun die magnetische Wirkung des Ankers in ihre einzelnen Teile zerlegen.

Der Anker erzeugt zunächst magnetische Flußröhren, die um die Nuten und um die Stirnverbindungen verlaufen (Bild 345 und 346). Man

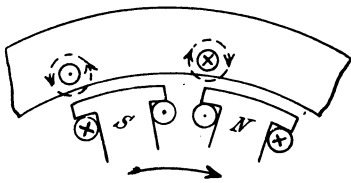


Bild 345. Nutenstreufluß.

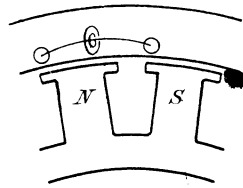


Bild 346. Stirnstreufluß.

bezeichnet diese Flußröhren, die mit den Magnetwindungen nicht verkettet sind, als den Streufluß. Sie sind bei allen Belastungen dem Strom proportional und haben daher einen gleichbleibenden induktiven Widerstand zur Folge, den wir als den Streuwiderstand $L_s \omega$ bezeichnen wollen. Dieser ist immer nur gering, wenn er auch größer ist als der innere Wirkwiderstand.

Außerdem magnetisiert der Ankerstrom auch den Magnetkörper. Wir betrachten im folgenden diese Wirkung stets in dem Zeitpunkt, in welchem der Strom seinen Höchstwert erreicht, und fassen sie dann als maßgebend für die ganze Periode auf. In allen Fällen nehmen wir eine gleichbleibende Netzspannung an, die z. B. durch mehrere große, auf das Netz arbeitende Maschinen gegeben ist.

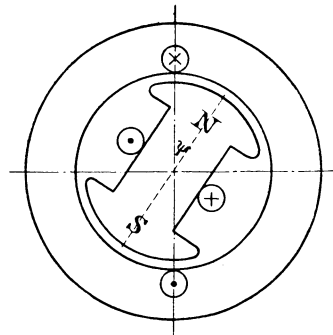


Bild 347. Übererregte Maschine im Zeitpunkt des größten Stromes.
Stromerzeuger: Rechtslauf, Stromnacheilung.
Motor: Linkslauf, Stromvoreilung.

Die Maschine in Bild 347 ist bei der gezeichneten Stromrichtung bei Rechtslauf ein Stromerzeuger. Der Höchstwert des Stromes wird erreicht, nachdem die Polmitte um den Winkel ψ gegen die Spulenseite vorgeschritten ist. Der Strom eilt demnach der erzeugten Spannung nach, wie dies bei induktiver Belastung der Fall ist. Der Vergleich der Stromrichtungen im Anker und Feldmagnet zeigt, daß unter diesen Umständen in den Polkernen der Ankerstrom dem Magnetstrom entgegenwirkt, so daß das Magnetfeld durch den Unterschied der Magneterregung und der Ankerrückwirkung zustande kommt. Wenn wir also bei dem dargestellten Betriebszustand dieselbe Spannung haben wollen wie bei Leerlauf, so müssen wir die Magneterregung um den Betrag der Ankerrückwirkung erhöhen.

Die bisherige, durch die Magneterregung allein erzeugte Spannung E_0 ist also nur eine gedachte Größe. In Wirklichkeit wird durch das Längsfeld eine Spannung erzeugt, die durch die Gesamterregung, d. h. durch die Magneterregung vermindert um die Ankerrückwirkung zustande kommt. Diese Spannung ist abgesehen von dem geringen inneren Spannungsverlust durch Wirkwiderstand und Streuwiderstand entgegengesetzt gleich der gegebenen Netzspannung. Durch diese ist also ein gleichbleibender Längsfluß und eine gleichbleibende Gesamterregung vorgeschrieben. Wenn wir also versuchen, diese durch Erhöhung des Magnetstromes, also Übererregung, zu verstärken, so antwortet der Stromerzeuger damit, daß er nach Bild 347 einen nachteiligen Strom erzeugt, der durch Ankerrückwirkung die Verstärkung des Magnetstromes wieder ausgleicht.

Die Maschine in Bild 347 stellt gleichzeitig bei Linkslauf einen Motor dar, bei dem der Höchstwert des Stromes um den Winkel ψ früher erreicht wird, ehe die Polmitte an die Spulenseite kommt. Wir wollen dabei davon absehen, wie in Abschnitt 92 einen stumpfen Winkel einzuführen. Der Strom eilt also der durch das Längsfeld erzeugten Spannung vor. Er magnetisiert die Pole wieder entgegengesetzt wie der Magnetstrom, übt also wieder eine Ankerrückwirkung aus. Da der Fluß, wie oben, vorgeschrieben ist, so antwortet ein Motor auf eine Verstärkung der Magneterregung, also eine Übererregung, damit, daß er einen jetzt voreilenden Strom aufnimmt, der durch seine Ankerrückwirkung die Gesamterregung auf dem früheren Betrage hält. Nach S. 263 werden solche übererregte Motoren, die voreilenden Strom aufnehmen, verwendet, um z. B. die nachteiligen Ströme von Drehstrommotoren in dem gemeinsamen Netzleiter auszugleichen.

Der Strom einer übererregten Maschine wirkt also entmagnetisierend und eilt der Spannung beim Stromerzeuger nach, beim Motor vor.

In ähnlicher Weise bezieht sich Bild 348 auf einen rechtslaufenden Stromerzeuger, bei dem der Strom vor der durch das Längsfeld erzeugten Spannung um den Winkel ψ voraufeilt. Der Stromerzeuger

ist also kapazitiv belastet. Der Ankerstrom ist jetzt dem Magnetstrom gleichgerichtet, er wirkt also nicht entmagnetisierend, sondern magnetisierend. Die Ankerrückwirkung ist also negativ, und die Gesamterregung ist die Summe aus der in demselben Sinne wirkenden Magnetisierung durch den Magnetstrom und Ankerstrom. Wenn wir also versuchen, einen Stromerzeuger, der am Netz von gleichbleibender Spannung liegt, also gleichbleibende Gesamterregung fordert, schwächer zu erregen, so erzeugt er einen voreilenden Strom, der durch seine jetzt magnetisierende Wirkung die Schwächung der Erregung wieder ausgleicht.

Bild 348 stellt nun auch bei Linkslauf einen Motor dar, dessen Strom um den Winkel ψ hinter der durch das Längsfeld erzeugten Spannung zurückbleibt. Ankerstrom und Magnetstrom wirken wieder in gleichem Sinne. Ein an gleichbleibender Netzspannung liegender Motor antwortet also auf eine Schwächung des Magnetstromes damit, daß er einen nacheilenden Strom aufnimmt, der durch seine magnetisierende Wirkung die Gesamterregung auf dem früheren Betrage hält.

Der Strom einer untererregten Maschine verstärkt also das Feld und eilt der Spannung beim Stromerzeuger vor, beim Motor nach.

Wir können die Ergebnisse auch dahin zusammenfassen: Nacheilender Strom schwächt das Feld des Stromerzeugers und verstärkt das des Motors. Voreilender Strom verstärkt das Feld des Stromerzeugers und schwächt das des Motors.

99. Ankerrückwirkung und Gesamterregung.

Wenn der Strom in Phase mit der durch das Längsfeld erzeugten Spannung ist, wird die Ankerrückwirkung nach Bild 349 gleich Null.

Ist die Phasenverschiebung wie in Bild 350 gleich 90° , so hat die Ankerrückwirkung ihren größten Wert. Wir können daraus schließen, daß sie dem Sinus des Winkels ψ , um den die erzeugte Spannung vor dem Strom voraufeilt, proportional ist.

Bei Einphasenmaschinen ist eine genaue Berechnung der Ankerrückwirkung unmöglich, da sich die Wicklungsachse des Ankers gegenüber der Längsrichtung der Pole dauernd ändert.

Bei der ungleich wichtigeren und im Grunde viel einfacheren Dreiphasenmaschine liegen die Verhältnisse viel günstiger. Wenn die Spulen-

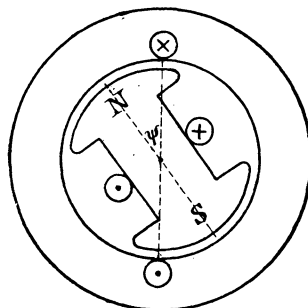


Bild 348. Untererregte Maschine im Zeitpunkt des höchsten Stromes.
Stromerzeuger: Rechtslauf, Stromvoreilung.
Motor: Linkslauf, Stromnacheilung.

seite eines Zweiges in Bild 351 gerade den höchsten Strom führt, ist der Strom in den benachbarten Spulenseiten der anderen Zweige nach S. 270 halb so groß. Ist also für einen Zweig die Drahtzahl gleich z ,

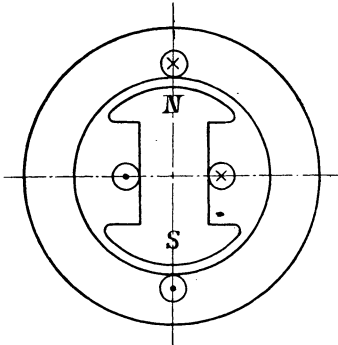


Bild 349. Strom in Phase mit der Spannung.
Stromerzeuger: Rechtslauf.
Motor: Linkslauf.

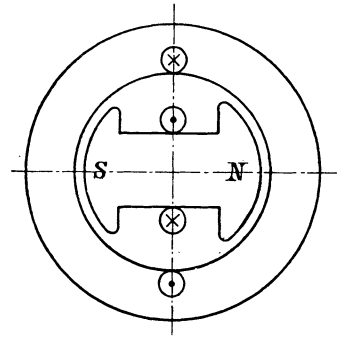


Bild 350.
Strom um 90° gegen die Spannung
verschoben.

also die Windungszahl gleich $z/2$, so ist bei einem effektiven Strom I und einem größten Strom $\sqrt{2} I$ die vom Anker ausgeübte Erregung für ein Polpaar

$$X_2 = 2\sqrt{2} I \cdot \frac{z}{2} \cdot \frac{1}{p} = \sqrt{2} \frac{I \cdot z}{p} \quad (6)$$

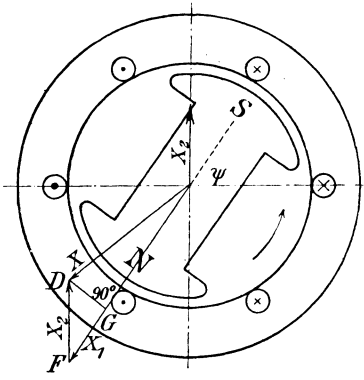


Bild 351. Ströme und Erregungen
des Dreiphasen-Stromerzeugers.

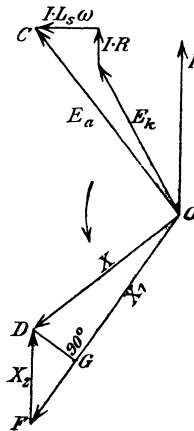


Bild 352. Spannungen und Erregungen
des Dreiphasen-Stromerzeugers.

Dies gilt allerdings genau nur für alle die Zeitpunkte, in denen der Strom in einem der drei Zweige seinen Höchstwert besitzt, aber angenähert auch für die übrigen Zeitpunkte. Wir können also mit einer gleichbleibenden, umlaufenden Ankererregung rechnen.

Die Magneterregung X_1 und Ankererregung X_2 ergeben dann zusammen eine Gesamterregung X , die das wirkliche Feld erzeugt. Diesem entspricht dann eine Spannung, die mit der Netzspannung zusammen den inneren Spannungsverlust durch den Wirkwiderstand R und den Streuwiderstand $L_s \omega$ liefert. Wir entnehmen diese zu der Gesamterregung gehörige erzeugte Spannung, die wir mit E_a bezeichnen wollen, aus der Leerlaufkurve.

Streng genommen gilt die Zusammensetzung der Erregungen der Magnete und des Ankers zu einer Gesamterregung nur für Maschinen mit zylindrischem Magnetkörper, bei denen der magnetische Widerstand in Richtung eines jeden Ankerdurchmessers der gleiche ist. Bei Maschinen mit ausgeprägten Polen rechnet man genauer in der Weise, daß man die Ankererregung in zwei umlaufende Erregungen zerlegt, von denen die eine in der Längsrichtung, die andere in der Querrichtung der Pole magnetisiert. Wir wollen jedoch der Einfachheit wegen hierauf verzichten, da wir auf unserem Wege fast genau zu demselben Ergebnis kommen.

Wir fügen nun in Bild 352 zur Klemmenspannung E_k eines Stromerzeugers den Spannungsverlust durch Wirk- und Streuwiderstand und erhalten dadurch in OC die Spannung E_a , die durch einen, gemeinsam vom Anker- und Magnetstrom geschaffenen Fluß erzeugt wird. Zu dieser entnehmen wir die erforderliche Gesamterregung X aus der Leerlaufkurve. Sie hat dieselbe Phase wie der von ihr erzeugte Fluß, ihr Strahl OD eilt also der von dem Fluß erzeugten Spannung E_a um 90° voraus.

Diese Gesamterregung reicht aber nur bei Leerlauf aus, um die Spannung OC zu erzeugen. Bei Betrieb muß eine Erregung DF hinzukommen, die der vom Anker ausgeübten und mit dem Ankerstrom I phasengleichen Erregung $X_2 = FD$ das Gleichgewicht hält. So ergibt sich die bei Betrieb erforderliche Magneterregung zu $X_1 = OF$. Die wirkliche Erregung $OD = X$ ist dabei die Summe aus der Magneterregung $OF = X_1$ und der Ankererregung $FD = X_2$.

Die Einführung der Gleichstromerregung als Strahl wird dadurch möglich, daß man den von ihr erzeugten Fluß ins Auge faßt, der in die Ankerspule bald hineintritt, bald aus ihr heraustritt, also ein Wechselfluß ist.

Wir zerlegen nun nach Bild 352 die Ankererregung $X_2 = FD$ in den Teil FG entgegengesetzt der Magneterregung X_1 und einen dazu senkrechten Teil GD . Es sei nun wie früher ψ der Winkel, um den die Mitte des Polrades im Zeitpunkt des größten Stromes gegen die Mitte der Spulenseite des Ankers vorgeschritten ist. Wir tragen dann die Erregungen X_1 , X_2 und X auch in Bild 351 als Strahlen ein und zwar so, daß die Richtungen mit denen der magnetischen Wirkungen übereinstimmen. Mit Rücksicht hierauf ist der Drehsinn des Polrades von vorne herein entgegen dem Uhrzeiger gewählt. Dann wird $GDF = \psi$, also

$$FG = X_2 \cdot \sin \psi \qquad GD = X_2 \cdot \cos \psi.$$

Diese beiden Teile können wir als wirkliche auf dem Umfang sinusförmig verteilte Ströme auffassen, deren Höchstwerte in der neutralen Zone, bzw. vor der Polmitte vorhanden sind, und die sich — genau genommen bei vielphasiger Wicklung — synchron mit dem Polrad verschieben. $X_2 \cdot \sin \psi$ ist dann die Längsmagnetisierung und $X_2 \cdot \cos \psi$ die Quermagnetisierung.

Der Teil der Erregung des Ankers, welcher der Gesamterregung genau entgegenwirkt, d. h. die Ankerrückwirkung, ist also

$$X_g = GD = X_2 \cdot \sin \psi. \quad (7)$$

Da mit großer Annäherung OG gleich OD ist, so wird die Magnetenerregung

$$X_1 = X + X_g. \quad (8)$$

Für negative Werte von ψ wird die Ankerrückwirkung, wie wir bereits früher sahen, negativ.

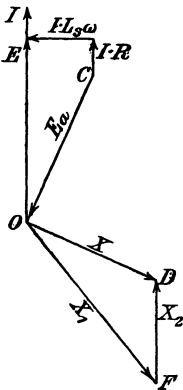


Bild 353. Spannungen und Erregungen des Motors.

Ein ähnliches Bild erhalten wir für den Motor. Wir nehmen an, der Strom sei infolge geeigneter Erregung in Phase mit der Netzspannung E (Bild 353). Wir ziehen dann von dieser den induktiven Spannungsverlust $I \cdot L_s \omega$ und den Wirkspannungsverlust $I \cdot R$ ab und erhalten in OC die Spannung, die der durch das Längsfeld erzeugten Gegenspannung CO das Gleichgewicht hält. Zu CO entnehmen wir aus der Leerlaufkurve die Gesamterregung $X = OD$, die gegen CO um 90° voreilt. Zu ihr fügen wir die Erregung DF , die der vom Anker ausgeübten Erregung $X_2 = FD$ das Gleichgewicht hält. Dann ist OF die Magnetenerregung X_1 .

Die Beziehung zwischen der Gesamterregung und der bei Betrieb erzeugten Spannung E_a wird wegen der Magnetstreuung nicht genau durch die Leerlaufkurve dargestellt. Um dies zu beweisen, betrachten wir zwei Zustände bei Leerlauf und Betrieb, bei denen der Fluß Φ_m der Magnete gleich ist. Die ganze Magnetstreuung trete am Luftspalt auf. Sind dann die Flüsse im Luftspalt und Streuweg bei Leerlauf Φ_o und Φ_{so} , bei Betrieb Φ und Φ_s , so ist $\Phi_m = \Phi + \Phi_s = \Phi_o + \Phi_{so}$. Daraus folgt:

$$\Phi_o - \Phi = \Phi_s - \Phi_{so}. \quad (9)$$

Bei Leerlauf sei nun die ganze Magnetenerregung gleich X_o und die Erregung, die nötig ist, um den Fluß Φ_m durch das Magneteisen zu treiben, gleich X_m . Dann ist am Luftspalt und dem dazu im Nebenschluß liegenden Streuweg die Erregung $X_o - X_m$ wirksam. Der Weg im Anker werde vernachlässigt.

Bei Betrieb ist die Magnetenerregung $X + X_g$. Davon wird $X - X_m$ verbraucht, um den Fluß durch die Luft zu treiben. Am Streuweg ist

dagegen die Erregung $X + X_g - X_m$ wirksam, wobei X_m nach unserer Voraussetzung denselben Wert hat wie bei dem betrachteten Leerlaufzustand.

Sind dann \mathcal{A} und \mathcal{A}_s die magnetischen Leitwerte des Luftspaltes und des Streuweges, so ergeben sich nach dem Ohmschen Gesetz für Magnetismus die Gleichungen:

	Luftspalt	Streuweg
Leerlauf	$\Phi_o = (X_o - X_m) \mathcal{A}$	$\Phi_{so} = (X_o - X_m) \mathcal{A}_s$
Betrieb	$\Phi = (X - X_m) \mathcal{A}$	$\Phi_s = (X + X_g - X_m) \mathcal{A}_s$

Wir ziehen die übereinanderstehenden Gleichungen voneinander ab und erhalten nach Gleichung (9)

$$\Phi_o - \Phi = (X_o - X) \mathcal{A} = (X + X_g - X_o) \mathcal{A}_s. \quad (10)$$

Lösen wir für $X_o - X$ auf, so erhalten wir

$$X_o - X = \frac{\mathcal{A}_s}{\mathcal{A} + \mathcal{A}_s} \cdot X_g. \quad (11)$$

Es sei nun in Bild 354 $OB = X_o$ und $BD = \Phi_o$. Wir machen dann

$$OA = \frac{\mathcal{A}_s}{\mathcal{A} + \mathcal{A}_s} \cdot X_g. \quad (12)$$

Dann ist nach Gleichung (11) OA auch gleich $X_o - X$, also $AB = X$. Eine Senkrechte in A schneide die Leerlaufkurve in O' . Da diese Kurve in ihrem anfänglichen Teil die Luftstrecke darstellt, so ist nach dem Ohmschen Gesetz für Magnetismus $AO' = OA \cdot \mathcal{A} = (X_o - X) \mathcal{A}$, oder nach Gleichung (10)

$$AO' = \Phi_o - \Phi. \quad (13)$$

Ziehen wir dann durch O' eine Wage-rechte, so wird $BC = AO'$ und $O'C = AB$. Verlegen wir also den Anfangspunkt von O nach O' , so

stellt uns bei Betrieb die Kurve die Abhängigkeit des Flusses $\Phi = CD$ von der Gesamterregung $X = O'C$ dar.

Allerdings ist in X_g der Winkel ψ enthalten, der in den Fällen, in denen die Magneterregung im voraus bestimmt werden soll, noch nicht bekannt ist. Der Winkel wird sich jedoch ohne große Fehler schätzen und nötigenfalls berichtigen lassen.

Aus der Zeichnung wird es nun deutlich, daß bei Maschinen, die im geradlinigen Teil der Kurve arbeiten, der Einfluß der Magnetstreuung keine Rolle spielt. Eine Verschiebung des Anfangspunktes von O nach O' ändert dann an der Kurve gar nichts.

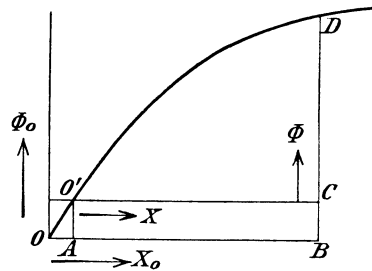


Bild 354. Fluß bei der Leerlauf- und Gesamterregung.

100. Trennung der Ankerrückwirkung und Ankerstreuung.

Um die Ankerrückwirkung und Ankerstreuung an einer ausgeführten Maschine zu ermitteln, nehmen wir zunächst, wie bei einer Gleichstrommaschine, die Leerlaufkurve auf. Wir schließen dann die noch unerregte, mit der gewöhnlichen Drehzahl angetriebene Maschine über Stromzeiger

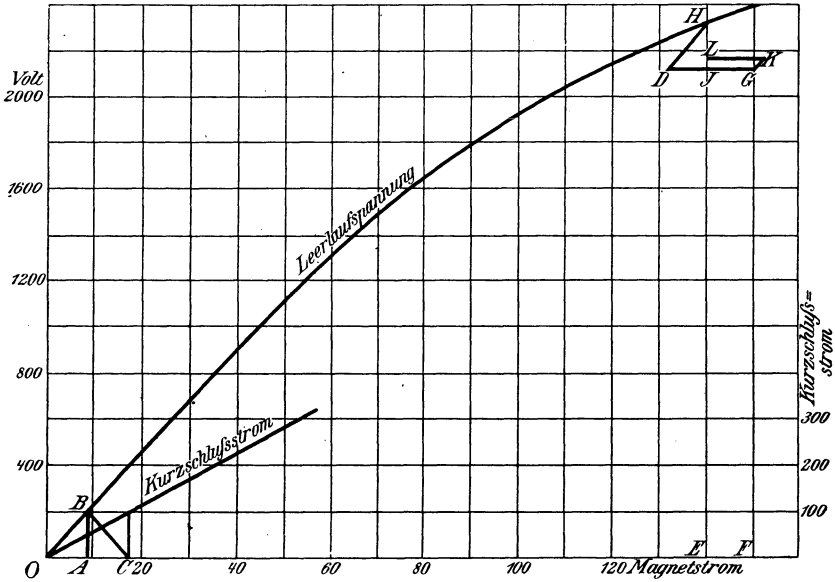


Bild 355. Leerlauf- und Kurzschlußkurve und Potiersches Dreieck.

kurz, erregen schwach und beobachten den Ankerstrom bei der jeweiligen Erregung. Wir tragen dann den Magnetstrom wagerecht und die Leerlaufspannung sowie den Kurzschlußstrom senkrecht auf (Bild 355). Die gezeichneten Kurven sind aus einer Arbeit Heylands (ETZ 1900, S. 1011) entnommen.

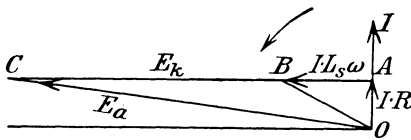


Bild 356. Spannungsbild bei rein induktiver Belastung.

Die Maschine wird dann durch Drosselspulen oder leerlaufende Drehstrommotoren oder endlich durch stark untererregte, leerlaufende Synchronmotoren rein induktiv belastet. Da bei rein induktiver Belastung (Bild 356) die Klemmenspannung gleich dem

äußeren induktiven Spannungsverbrauch ist, so setzt sie sich algebraisch mit dem inneren induktiven Spannungsverlust $I \cdot L_s \omega$ durch Ankerstreuung zusammen. Die Summe $E_k + I \cdot L_s \omega$ ist dann nach Bild 356 fast genau gleich OA , d. h. gleich der erzeugten Spannung E_a .

Da sie gegen den Strom jetzt fast um 90° voreilt, so kommt sie unter der genauen Entgegenwirkung von Anker- und Magneterregung zustande. Ist also in Bild 355 die Magneterregung bei rein induktiver Belastung gleich OF und die Ankerrückwirkung gleich EF , so ist die gesamte Erregung gleich OE , also die dabei erzeugte Spannung gleich HE . Diese besteht aus dem inneren induktiven Abfall HJ und der Klemmenspannung $JE = GF$.

Bei Kurzschluß beträgt nun die Phasenverschiebung ebenfalls fast 90° , d. h. Anker- und Magnetstrom wirken sich ebenfalls genau entgegen. Für dieselbe Stromstärke ist also nicht nur die Selbstinduktion durch Ankerstreuung, sondern auch die Ankerrückwirkung ebenso groß wie bei induktiver Belastung. Ist also OC die Erregung bei Kurzschluß, so ist $AC = EF = JG$ die Ankerrückwirkung und OA die Gesamterregung bei Kurzschluß. Die dabei erzeugte Spannung ist gleich BA . Da sie bei Kurzschluß fast vollständig für den Spannungsverlust durch Ankerstreuung verbraucht wird, so ist $BA = HJ$. Da ferner OB nahezu eine Gerade ist, so ergibt sich zur Bestimmung der Ankerrückwirkung und Ankerstreuung folgende einfache, von Potier angegebene Zeichnung, die sich im vorliegenden Falle auf eine von Heyland untersuchte Maschine bezieht. Der Strom war bei Kurzschluß und induktiver Belastung gleich 100 Ampere.

Es sei in einem fortlaufenden Linienzuge:

$OF = 150$ Amp. die Magneterregung bei rein induktiver Belastung.
 $FG = 2140$ Volt die Klemmenspannung bei rein induktiver Belastung.
 $GD = OC = 18$ Amp. die Magneterregung bei Kurzschluß.
 DH parallel dem anfänglichen geradlinigen Teil der Leerlaufkurve.

Dann ergibt sich die Summe aus Klemmenspannung und induktivem Spannungsabfall zu $HE = 2320$ Volt. Demnach ist der induktive Spannungsabfall bei 100 Ampere:

$$I \cdot L_s \omega = HJ = 2320 - 2140 = 180 \text{ Volt,}$$

und die vom Anker ausgeübte Erregung, die bei $\psi = 90^\circ$ gleich der Ankerrückwirkung ist:

$$X_2 = JG = 10 \text{ Ampere.}$$

Wird die am Schluß des vorigen Abschnittes abgeleitete Verlegung des Anfangspunktes der Leerlaufkurve berücksichtigt, so verschiebt sich G in Richtung des anfänglichen Teils der Leerlaufkurve nach K , und zwar um den noch unbekanntem Betrag $X_2 \cdot \mathcal{A}_s / (\mathcal{A} + \mathcal{A}_s)$ wagerecht nach rechts. Wenn wir dann von K aus dieselbe Zeichnung ausführen, wie von G aus, so kommen wir auf denselben Punkt H , aber die Ankerrückwirkung wird genau genommen LK statt JG und die Streuspannung HL statt HG . Demnach ist

$$X_2 = LK = JG + X_2 \frac{\mathcal{A}_s}{\mathcal{A} + \mathcal{A}_s}, \text{ d. h. } X_2 = LK = \frac{\mathcal{A} + \mathcal{A}_s}{\mathcal{A}} JG.$$

101. Vorausberechnung der Erregung.

Bei der im vorigen Abschnitt besprochenen Maschine sei die Erregung für eine Klemmenspannung von 2200 Volt und einen Strom von 200 Amp. vorzubestimmen, und zwar bei einem Leistungsfaktor 1, 0,8 und 0 im Netz.

In allen drei Fällen soll die Spannungserhöhung ermittelt werden, die beim Abschalten der belasteten Maschine vom Netz auftritt. Der innere Wirkwiderstand sei $R = 0,22$.

1. $\cos \varphi = 1$. Der Spannungsverbrauch durch Wirkwiderstand ist:

$$I \cdot R = 200 \cdot 0,22 = 44 \text{ Volt.}$$

Die Wirkspannung außen ist bei induktionsloser Belastung, also $\cos \varphi = 1$, gleich der Klemmenspannung von 2200 Volt. Die Summe der Wirkspannungen in Bild 357 ist also:

$$AB = 2200 + 44 = 2244 \text{ Volt.}$$

Der innere Spannungsverbrauch durch Ankerstreuung ist bei 200 Ampere doppelt so groß wie bei 100 Ampere, also nach dem Schlusse des vorigen Abschnittes gleich 360 Volt. Wir erhalten also in Bild 357

$$GA = 360 \text{ Volt.}$$

Die Summe aus den Spannungen GA und AB ergibt die durch das Längsfeld erzeugte Spannung zu:

$$GB = \sqrt{2244^2 + 360^2} = 2275.$$

Dazu gehört aus der Leerlaufkurve in Bild 355 eine Gesamterregung:

$$X = HB = 134 \text{ Ampere.}$$

Andererseits ist nach dem Schlusse des vorigen Abschnittes die vom Anker ausgeübte Erregung bei 200 Ampere

$$X_2 = 20 \text{ Ampere.}$$

Durch Zusammenfügen der Erregungen X und X_2 in Bild 357 erhalten wir:

$$X_1 = 138 \text{ Ampere.}$$

Der Einfachheit wegen ist X dabei in gleicher Richtung mit GB aufgetragen, d. h. die Erregungen und Spannungen sind für zeitlich um 90° verschiedene Zustände gezeichnet.

Wir ermitteln jetzt die Spannungserhöhung, die nach Abschaltung des Netzes eintritt. Für 138 Ampere Erregung ergibt die Leerlaufkurve eine Spannung von 2300 Volt. Da die Klemmenspannung bei Betrieb gleich 2200 Volt war, so ergibt sich eine Spannungserhöhung von $2300 - 2200 = 100$ Volt. Das ist 4,55 % der Klemmenspannung, also ein sehr günstiger Wert.

2. $\cos \varphi = 0,8$. Wir erhalten, ähnlich wie auf S. 251:

$$\begin{array}{ll} IR = 200 \cdot 0,22 & . . = 44, & E \cdot \cos \varphi = 2200 \cdot 0,8 & = 1760, \\ I \cdot L_s \omega \text{ (wie oben)} & . . = 360, & E \cdot \sin \varphi = 2200 \cdot 0,6 & = 1320. \end{array}$$

Die Summe des Wirkspannungsverbrauchs ist also $1760 + 44 = 1804$ Volt und die Summe des induktiven Spannungsverbrauchs $1320 + 360 = 1680$ Volt. Die erzeugte Spannung ist also in Bild 358:

$$GB = \sqrt{1804^2 + 1680^2} = 2460 \text{ Volt.}$$

Wenn wir, wie auch im folgenden, in der Leerlaufkurve in Bild 355, extrapolieren, erhalten wir für 2460 Volt eine Gesamterregung:

$$X = 162 \text{ Ampere.}$$

Dazu fügen wir in die Ankererregung $X_2 = 20$ Ampere und erhalten eine Magneterregung:

$$X_1 = KB = 176 \text{ Ampere.}$$

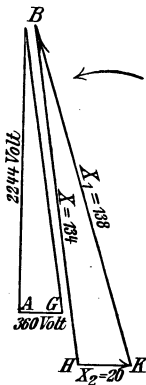


Bild 357.

bei $\cos \varphi = 1$.

Vorausbestimmung der Erregung

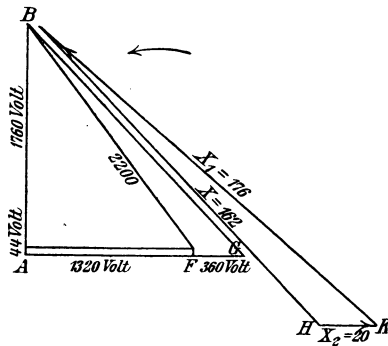


Bild 358.

bei $\cos \varphi = 0,8$.

Um also bei einem Leistungsfaktor 0,8 die Klemmenspannung von 2200 Volt aufrecht zu halten, haben wir die Erregung gegenüber den bei induktionsloser Belastung erforderlichen 138 Ampere auf 176 Ampere zu verstärken. Wenn wir dann das Netz abschalten, steigt natürlich auch die Leerlaufspannung an, und zwar erhalten wir aus der Leerlaufkurve für 176 Ampere Erregung eine Spannung von 2530 Volt. Die Spannungserhöhung ist also $2530 - 2200 = 330$ Volt oder 15 % der Klemmenspannung.

3. $\cos \varphi = 0$. Bei rein induktiver Belastung ist der äußere induktive Spannungsverbrauch gleich der Klemmenspannung von 2200 Volt, die Summe des induktiven Spannungsverbrauchs ist also $2200 + 360 = 2560$ Volt. Da der Wirkspannungsverbrauch von 44 Volt, der an sich sehr gering ist und sich jetzt noch dazu unter einem rechten Winkel zu den übrigen Spannungen hinzufügt, jetzt kaum eine Rolle mehr spielt, so ist die erzeugte Spannung ebenfalls gleich 2560 Volt. Dafür ergibt die Leerlaufkurve eine Gesamterregung

$$X = 180 \text{ Ampere.}$$

Hierzu fügt sich jetzt fast in gleicher Richtung die Ankererregung von 20 Ampere, und wir erhalten die Magneterregung:

$$X_1 = 180 + 20 = 200 \text{ Ampere.}$$

Wenn jetzt wieder das äußere Netz abgeschaltet wird, so steigt die Spannung nach der Leerlaufkurve bis auf 2630 Volt, also um $2630 - 2200 = 430$ Volt. Das sind 19,5 % der Klemmenspannung, was als verhältnismäßig günstig zu bezeichnen ist.

Neunzehnter Teil.

102. Wirkungsweise der Drehstrommotoren. — 103. Die im Ständer des Drehstrommotors erzeugte Spannung. — 104. Das Feld des Dreiphasenstromes. — 105. Berücksichtigung des Eisenwiderstandes. — 106. Das Drehmoment des Drehstrommotors. — 107. Schlüpfung und Drehzahl.

102. Wirkungsweise der Drehstrommotoren.

Die asynchronen Drehstrommotoren enthalten einen aus Eisenblech zusammengesetzten und dreiphasig bewickelten feststehenden Teil, den sog. Ständer, der vom Drehstromnetz gespeist wird, und einen ebenfalls aus

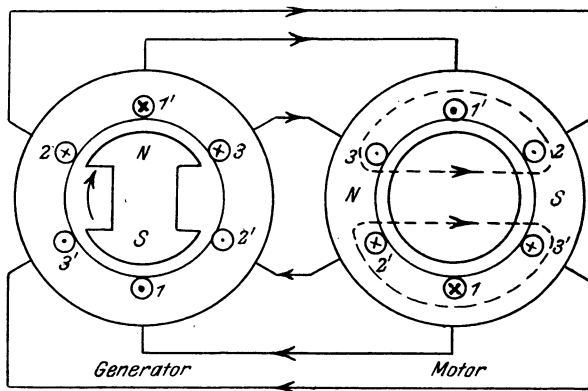


Bild 359. Drehstrommaschine und Drehstrommotor. Durchmesserwicklung.

Eisenblechen zusammengesetzten umlaufenden Teil, den sog. Läufer, in dessen Wicklung ein Strom durch gegenseitige Induktion vom Ständer aus erzeugt wird. Die Motoren heißen daher auch Induktionsmotoren. Die Läuferwicklung besteht entweder wie bei der Käfig- oder Kurzschlußwicklung aus Stäben, die an den Stirnflächen durch Stirnringe verbunden sind, oder aus einer Dreiphasenwicklung, die über Schleifringe zu Widerständen geführt ist. Diese werden nach dem Anlaufen kurzgeschlossen oder zum Regeln der Drehzahl geändert.

Bild 359 zeigt einen Stromerzeuger, der den Ständer eines Drehstrommotors speist. Je zwei gegenüberliegende Spulenseiten bilden einen Zweig der Drehstromwicklung. So führt z. B. die Wicklung des ersten Zweiges im Stromerzeuger in der Nut 1 von hinten nach vorn, dann vorn quer über die Stirnfläche nach 1', dort von vorn nach hinten, weiter hinten von 1' nach 1 usw., bis alle Windungen durchlaufen sind.

Die Ständerwicklung des Motors ist genau wie die des Stromerzeugers ausgeführt, sie unterscheidet sich daher auch in keiner Weise von der ebenso ausgeführten Wicklung eines Synchronmotors.

Die Enden der entsprechenden Zweige des Stromerzeugers und des Motors sind miteinander verbunden. Um Überkreuzungen zu sparen, sind sie beim Motor im entgegengesetzten Sinne bezeichnet wie beim Stromerzeuger. In Wirklichkeit ergeben sich statt der gezeichneten sechs Zuleitungen nach S. 270 nur drei Zuleitungen.

Die Mitte des Polrades liegt in Bild 359 gerade vor den Spulenseiten des ersten Zweiges. Falls wir die Phasenverschiebung durch Selbstinduktion vernachlässigen, führt dieser Zweig also den größten Strom, während die benachbarten Spulenseiten nach S. 270 einen halb so starken Strom führen.

Verfolgen wir jetzt den Strom im Ständer des Motors, so erkennen wir, daß die Spulenseiten 3', 1 und 2' einerseits und die Spulenseiten 2, 1' und 3 andererseits in magnetischer Beziehung zusammengehören. Obwohl sie zu verschiedenen Zweigen gehören, bilden sie doch gleichsam eine gemeinsame, in demselben Sinne durchflossene Spulenseite. Nach

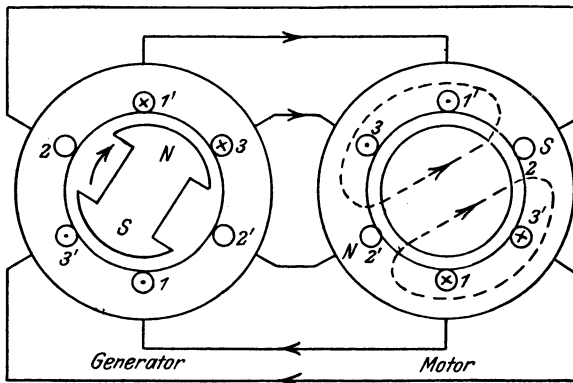


Bild 360. Drehstrommaschine und Drehstrommotor, $\frac{1}{12}$ Periode nach dem in Bild 359 dargestellten Zeitpunkt. Durchmesserwicklung.

der Ampèreschen Regel ergibt sich dann im Motor das gestrichelt angedeutete Feld, sowie die Lage der im Motor gebildeten Polmitten N und S.

Wir zeichnen jetzt in Bild 360 den Stromerzeuger nach einer Drehung des Polrades um 30° . Dann liegt der zweite Zweig gerade in der neutralen Zone und ist stromlos, während die beiden anderen Zweige je den Strom $i_m \cdot \sin 60^\circ = 0,866 i_m$ führen. Im Motor gehören jetzt die Spulenseiten 1 und 3' und andererseits die Spulenseiten 3 und 1' in magnetischer Hinsicht zusammen. Es ergibt sich dann wieder das gestrichelt angedeutete Feld und die Lage der Polmitten N und S.

Die Polmitten haben sich also im Zeitraum von $\frac{1}{12}$ Periode um $\frac{1}{12}$ des Umfanges verschoben. Wir erhalten also im Motor ein Feld, das synchron mit dem Stromerzeuger umläuft. Denken wir uns statt der dreiphasigen Wicklungen vielphasige, so verschiebt sich, wie wir es bereits in Abschnitt 79 sahen, im Motor und im Stromerzeuger die sinusförmige Stromverteilung mit gleichmäßiger Stärke und Geschwindigkeit synchron mit dem Polrad, und das Drehfeld ist vollkommen. Wir haben es sogar mit einem wirklichen Drehstrom und nicht nur mit einem Drehfeld zu tun.

Um die Wirkung dieses umlaufenden Feldes zu veranschaulichen, ersetzen wir es durch ein Polgestell, das in Bild 361 entgegengesetzt dem Uhrzeiger umläuft. Das Feld dieses Polrades schneidet durch den Läufer in einer Richtung, die dem Uhrzeiger entgegengesetzt ist. Es ist also, als wenn der Läufer im Sinne des Uhrzeigers durch das feststehende Feld gedreht würde. Nach der bekannten Regel haben wir also in den

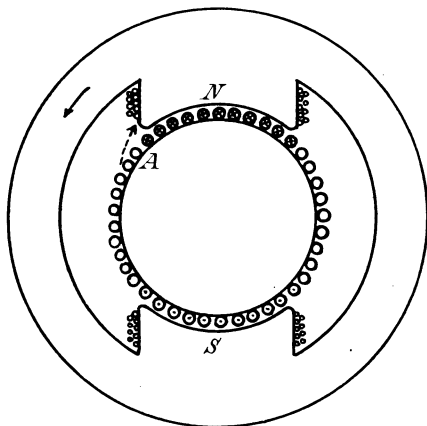


Bild 361. Umlaufendes Polgestell zur Veranschaulichung eines Drehfeldes.

Drähten vor dem Nordpol den Schaft und vor dem Südpol die Spitze zu zeichnen, um die Richtung des erzeugten Stromes anzudeuten.

Wir nehmen dann aber weiter an, daß das gezeichnete Polrad uns nicht eigentlich das vom Ständer allein erzeugte Feld darstellt, sondern das Gesamtfeld, das sich aus der gemeinsamen Wirkung des Ständer- und Läuferstromes ergibt. In diesem Falle haben wir keine Phasenverschiebung zwischen der im Läufer erzeugten Spannung und dem Läuferstrom. Vor den Polmitten hat also nicht nur die erzeugte Spannung, sondern gleichzeitig auch der Strom den Höchstwert.

Nun wirkt nach dem Lenzschen Gesetz der erzeugte Strom der Bewegung entgegen. Er sucht also die Verschiebung zwischen Magnetfeld und Läuferdraht zu verhindern, d. h. der Läufer läuft in Richtung der Drehung des Feldes mit. Um das zu verstehen, schwimmen wir nach der Ampereschen Regel bei A von vorn nach hinten, mit dem Gesicht nach dem Nordpol. Die Kraft, die ausgeübt wird, sucht dann den Nordpol nach unserer linken Hand zu treiben. Durch diese Kraft, die durch den gestrichelten Pfeil angedeutet ist, sind das Magnetfeld und der Läufer gleichsam miteinander gekuppelt. Es ist, als ob das umlaufende Polrad gegen einen Anschlag des Läufers stößt, der an Stelle des gestrichelten Pfeiles gedacht werden kann und den

Läufer mitnimmt. Noch besser ziehen wir einen Fall zum Vergleich heran, in welchem ein unmagnetisches Eisengestell den Läufer mit Hilfe eines Riemens mitnimmt.

Ist der Läufer unbelastet und läuft er ganz ohne Reibung in den Lagern, so ist seine Drehzahl gleich der Drehzahl des Feldes. Da dann überhaupt kein Feld geschnitten wird, so sind erzeugte Spannung und Strom im Läufer gleich Null. Daß dabei dennoch eine Drehung stattfindet, erscheint auf den ersten Blick widersinnig. Es ist indessen zu beachten, daß wir einen vollständigen Leerlauf ins Auge gefaßt haben.

Ist der Läufer dagegen belastet, so ist zur Hervorbringung des erforderlichen Drehmomentes ein bestimmter Läuferstrom nötig. Der Läufer bleibt daher in seiner Drehzahl etwas hinter der Drehzahl des Feldes zurück, d. h. es tritt eine Schlüpfung auf. Dieser Unterschied in den Drehzahlen ermöglicht es, daß die Drähte des Läufers das Feld schneiden, so daß in ihnen der für das Drehmoment nötige Strom erzeugt wird. Unter gewöhnlichen Verhältnissen genügt eine ganz geringe Spannung, um in dem kleinen Kupferwiderstand des Läufers den genügenden Strom zu erzeugen. Deshalb ist der Unterschied der Drehzahlen, d. h. die Schlüpfung, immer sehr gering und beträgt oft nur 1 bis 2%.

Jetzt wird es auch deutlich, warum wir soeben den Vergleich mit dem Riemen dem Vergleich mit dem Anschlag vorzogen. Bei der Übertragung durch den Riemen ist infolge des Riemengleitens die Drehzahl des mitgenommenen Läufers ebenfalls geringer als die des umlaufenden Eisengestelles. Diesen Verlust durch das Riemengleiten können wir passend mit der Schlüpfung des Läufers vergleichen.

Wenn nun die Drehzahl des Läufers bei gewöhnlichen Verhältnissen annähernd gleich der Drehzahl des Feldes ist, so folgt, daß zweipolige Wicklungen bei der üblichen Frequenz im allgemeinen nicht anwendbar sind. Da man mit Rücksicht auf ruhiges Brennen der im Drehstromnetz eingeschalteten Lampen mit der Frequenz 50 arbeitet, so würden bei zweipoliger Wicklung des Ständers das Feld und der Läufer 50mal in der Sekunde oder 3000mal in der Minute umlaufen. Man vermeidet diese hohen Drehzahlen durch Anwendung mehrpoliger Wicklungen. Wir schieben zu diesem Zwecke die bei zweipoliger Wicklung auf dem ganzen Umfang liegenden Spulen so zusammen, daß sie nur auf dem halben Umfang liegen, und denken uns die Spulen der anderen Hälfte entsprechend dahintergeschaltet. In Bild 362 umfaßt z. B. jede Windung den vierten Teil des Umfanges. Die Stirnverbindungen sind nur für einen Zweig durchgeführt. Bei den anderen Zweigen sind nur Schaft und Spitze der Strompfeile in die Nuten hineingezeichnet, unter der Annahme, daß im gezeichneten Zeitpunkt der Strom in dem vollständig gezeichneten Zweig am stärksten und in den beiden anderen Zweigen halb so stark ist. Bei der dargestellten Wicklung ergeben sich vier Pole, deren Lage für den gezeichneten Zeitpunkt angegeben ist.

Mit der Verschiebung der Ströme in den einzelnen Leitern verschiebt sich auch die Lage der Pole längs des Umfanges.

Während einer Periode macht das Feld in Bild 362 nur eine halbe Umdrehung. Es sei allgemein p die Anzahl der Polpaare, f die Frequenz des Ständerstromes und n_0 die Drehzahl des Feldes in der Minute, die auch die synchrone Drehzahl oder die Drehzahl bei völlig unbelastetem Lauf ist. Dann ergibt sich

$$n_0 = \frac{60 f}{p} \tag{1}$$

Ist n die Drehzahl des belasteten Läufers, so ist der Unterschied der Drehzahlen zwischen Leerlauf und Belastung gleich $n_0 - n$. Es ist, als wenn der Läufer mit dieser Drehzahl durch ein feststehendes Feld hindurchschneidet. Ist s die Schlüpfung, d. h. das Verhältnis der Abnahme der Drehzahl des Läufers zur Drehzahl des Feldes, so wird die Frequenz, mit der das Feld die Läuferdrähte schneidet:

$$s \cdot f = \frac{p \cdot (n_0 - n)}{60} \tag{2}$$

Wegen der Abnahme der Drehzahl bei Belastung heißen die gewöhnlichen Drehstrommotoren Asynchronmotoren.

Die Drehrichtung des Läufers ist durch die Drehrichtung des umlaufenden Feldes gegeben. Sie wird umgekehrt, wenn man zwei Hauptleitungen des in Stern oder Dreieck geschalteten Ständers miteinander vertauscht.

Läufer mit Phasenwicklung werden für dieselbe Polzahl gewickelt wie der Ständer. Läufer mit Käfigwicklung sind für Ständer jeder beliebigen Polzahl verwendbar.

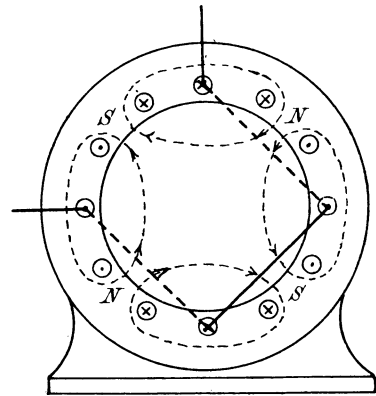


Bild 362. Vierpolige Wicklung.

103. Die im Ständer des Drehstrommotors erzeugte Spannung.

Wir betrachten in Bild 363 den Zweig 1, der gerade den größten Strom führt. Der Fluß, der seine Windungsfläche durchsetzt, wird von ihm selbst und von den beiden anderen Zweigen erzeugt, die im gegebenen Zeitpunkt je einen halb so starken Strom führen. Sind die Ströme Sinusfunktionen der Zeit, so ist bei nicht zu hoher Eisensättigung auch der magnetische Fluß, der unseren Zweig 1 durchsetzt, eine Sinusfunktion der Zeit, gleichgültig, wie er durch die vereinigte Wirkung der

drei Zweige zustande kommt. Dann aber gilt die bekannte Gleichung $E = 4,44 \Phi \cdot w \cdot f \cdot 10^{-8}$ (vgl. S. 243). Dabei ist $\Phi \cdot w$ der Höchstwert der Flußverkettung, wie er im gezeichneten Zeitpunkt auftritt. Da indessen nicht alle Windungen des Zweiges 1 von dem gleichen Fluß durchsetzt werden, haben wir die Verkettung für die Flüsse der verschiedenen Zähne einzeln zu berechnen und für $\Phi \cdot w$ den Ausdruck $\Sigma \Phi \cdot w$ einzusetzen ¹⁾.

Wir erhalten also:

$$E = 4,44 \cdot \Sigma \Phi w \cdot f \cdot 10^{-8} \quad (3)$$

Wenn wir geringe Sättigung des Eisens voraussetzen, ist die magnetische Induktion an jedem Zahn und damit der Fluß des Zahnes den dort wirksamen Stromwindungen X proportional. Wir berechnen also statt $\Sigma \Phi \cdot w$ zunächst ΣXw . Darin bedeutet X die Erregung, von welcher die Flußröhre eines Zahns geschaffen wird, d. h. die Zahl der Stromdrähte, die diese Flußröhre umschließt. Ferner ist w die Windungszahl des betrachteten Zweiges 1, die dieser Fluß durchsetzt. Die Nutenzahl für die Spulenseite, die mit a bezeichnet werde, sei vor der Hand ungerade.

Wir betrachten zunächst ein Polpaar. In jeder Nut liege ein Draht und der Höchstwert des Stromes sei 1 Amp. Dann erhalten wir nach Bild 363 folgende Zahlentafel:

Bezeichnung der Flußröhre	Umschlossene, magnetisierende Ströme in Ampere	Verkettete Win- dungen des Zweiges 1	
	$X =$	$w =$	$X \cdot w$
1	1	1	1 ²
2	3 · 1	3	3 ²
3	5 · 1	5	5 ²
.	.	.	.
.	.	.	.
x	$a \cdot 1$	a	a^2

Wir bilden die Summe der Reihe $1 + 3^2 + 5^2 \dots + a^2$ und verdoppeln sie, weil auf dem unteren Umfang dieselben Flußverkettungen auftreten. Dadurch erhalten wir:

$$\frac{a^3}{3} + a^2 + \frac{2}{3} a \cdot$$

Die folgenden magnetisierenden Nuten führen nur den halben Strom, und als verkettete Windungen sind jetzt sämtliche a Windungen des Zweiges 1 einzuführen. Wir erhalten dann:

¹⁾ Vgl. Görges, ETZ 1907, S. 1.

Bezeichnung der Flußröhre	Umschlossene, magnetisierende Ströme in Ampere	Verkettete Windungen des Zweiges 1	$Xw =$
	$X =$	$w =$	
$x + 1$	$a + \frac{1}{2} \cdot 2$	a	$a(a + 1)$
$x + 2$	$a + \frac{1}{2} \cdot 4$	a	$a(a + 2)$
$x + 3$	$a + \frac{1}{2} \cdot 6$	a	$a(a + 3)$
⋮	⋮	⋮	⋮
$y - 1$	$2a - \frac{1}{2} \cdot 2$	a	$a(2a - 1)$

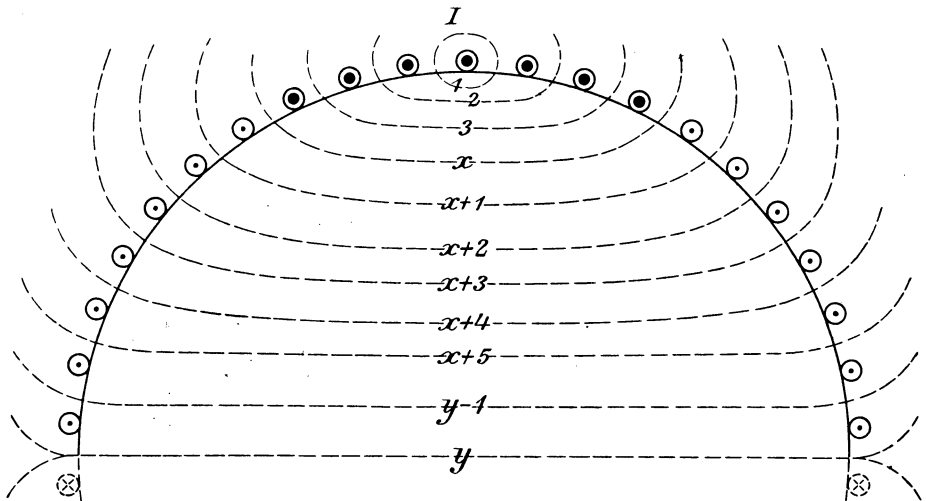


Bild 363. Magnetische Flußröhren, von drei Zweigen erzeugt, mit Zweig 1 verkettet.

Wenn wir die Summe der Werte $X \cdot w$ bilden und wieder verdoppeln, erhalten wir:

$$3 a^3 - 3 a^2.$$

Endlich sind für den Fluß y , der nur einmal in Rechnung zu setzen ist, die umschlossenen magnetisierenden Ströme $X = 2 a$, und die verketteten Windungen des Zweiges 1 sind $w = a$, also $X \cdot w = 2 a^2$.

Wenn wir alle Werte $X \cdot w$ zusammenzählen, erhalten wir für ein Polpaar:

$$\Sigma Xw = \frac{2 a}{3} (5 a^2 + 1).$$

Allgemein sei nun die Drahtzahl eines Zweiges gleich z , also ist die Drahtzahl einer Nut gleich $z/2 p a$ statt Eins. Ferner ist der Höchstwert des Stromes gleich i_m statt Eins. Der Wert von X wird also $i_m z/2 p a$ mal so groß und w wird $z/2 p a$ mal so groß als oben berechnet wurde. Berücksichtigen wir dann noch Polpaare, so wird unter Voraus-

setzung der Reihenschaltung aller Windungen

$$\Sigma X w = \frac{z^2}{p} \cdot i_m \cdot \frac{5 a^2 + 1}{6 a}. \quad (4)$$

Ist F die Fläche eines Poles in cm^2 , so ist die Fläche eines Zahns gleich $F/3 a$. Ist ferner l die doppelte Länge des Luftspaltes in cm , so wird der Fluß eines Zahnes nach S. 71 gleich $0,4 \pi X \cdot F/3 a l$. Wir erhalten also die Flußverkettung, wenn wir $\Sigma X w$ mit $0,4 \pi \cdot F/3 a l$ vervielfachen, zu

$$\Sigma \Phi w = \frac{0,4 \pi F}{l} \cdot \frac{z^2 \cdot i_m}{p} \cdot \frac{5 a^2 + 1}{18 a^2}. \quad (5)$$

Nun ist die von den drei Zweigen zusammen erzeugte größte magnetische Induktion

$$\mathfrak{B}_m = \frac{0,4 \pi \cdot 2 \cdot i_m}{l} \cdot \frac{z}{2 p} = \frac{0,4 \pi \cdot i_m \cdot z}{p \cdot l}. \quad (6)$$

Setzen wir ferner

$$c = \frac{5 a^2 + 1}{18 a^2}, \quad (7)$$

so wird

$$\Sigma \Phi w = c \cdot z \cdot \mathfrak{B}_m \cdot F. \quad (8)$$

Für gerade Werte von a erhalten wir denselben Ausdruck für c . Die folgende Zahlentafel ergibt c in Abhängigkeit von a :

$a = 1$	2	3	4	∞
$c = 0,333$	$0,292$	$0,284$	$0,282$	$0,278$

Gleichung (8) und (3) liefern bei gegebener Spannung, Frequenz, Polfläche und größter Induktion die Drahtzahl eines Zweiges. Gleichung (6) gibt dann bei gegebenem Luftabstand den Höchstwert des Magnetisierungsstromes oder Leerstromes. Ist z. B.

$E = 1910$ $p = 6$ $\mathfrak{B}_m = 6000$ $F = 700$ $l = 0,2$ $f = 50$ $a = 3$,
so folgt

$$\Sigma \Phi \cdot w = \frac{E \cdot 10^8}{4,44 \cdot f} = 8,6 \cdot 10^8 \quad z = \frac{\Sigma \Phi \cdot w}{F \cdot \mathfrak{B}_m \cdot c} = 720$$

$$i_m = \frac{p \cdot \mathfrak{B}_m \cdot l}{0,4 \pi \cdot z} = 8, \quad \text{d. h.} \quad I = \frac{i_m}{\sqrt{2}} = 5,66.$$

Im nächsten Abschnitt wird sich ein Weg ergeben, um die Drahtzahl und den Leerstrom in einfacherer, wenn auch nur angenäherter Weise zu berechnen.

104. Das Feld des Dreiphasenstromes.

Wir wollen in diesem Abschnitt den Nachweis führen, daß die Zahl der vom Drehstrom erzeugten Flußröhren angenähert zeitlich gleich bleibt, und daß die magnetische Induktion im Luftspalt räumlich angenähert

sinusförmig ist. Dabei haben wir die üblichen Dreiphasenwicklungen mit Breiten der Spulenseiten gleich $\frac{1}{3}$ und $\frac{2}{3}$ der Polteilung und endlich die Käfigwicklung der Kurzschlußläufer mit unendlich kleiner Breite der Spulenseite zu betrachten. Die Wicklung sei in so vielen Nuten untergebracht, daß wir sie als gleichmäßig verteilte, glatte Wicklung ansehen können. In allen Fällen wollen wir den Umfang in eine Gerade strecken und aus der Stromverteilung die an den einzelnen Punkten des Umfanges wirksame Erregung bestimmen. Wir erhalten diese dadurch, daß wir die an einer bestimmten Stelle austretende magnetische Linie verfolgen. Die Anzahl der Stromdrähte, die von ihr umschlossen werden, d. h. die Durchflutung, gibt die wirksame Erregung an der Austrittsstelle der magnetischen Linie an.

Die wirksame Erregung tragen wir dann im unteren Teil der Abbildungen in Abhängigkeit vom Umfang senkrecht auf. Wenn wir bei geringer Eisensättigung arbeiten oder den Eisenweg gegenüber dem Luftspalt vernachlässigen, ist die magnetische Induktion im Luftspalt, die in der Zeichnung durch entsprechende Dichte der magnetischen Linien angedeutet ist, proportional der wirksamen Erregung. Die Kurve der wirksamen Erregung stellt uns also auch die Feldkurve dar, und die von ihr und der wagerechten Achse eingeschlossene Fläche ist proportional dem magnetischen Flusse, der die Polfläche durchsetzt.

Bei den Breiten von $\frac{1}{3}$ und $\frac{2}{3}$ der Polteilung wollen wir die verschiedenen Zweige durch starke, schwache und gestrichelte Umrahmung kenntlich machen. Wir wollen weiter zwei verschiedene Zeitpunkte ins Auge fassen. In dem ersten soll der Strom in dem stark umrahmten Zweig gerade seinen Höchstwert i_m , also in den beiden benachbarten Zweigen je die halbe Stärke besitzen. In dem zweiten Zeitpunkt, der $\frac{1}{12}$ Periode später eintritt, soll der Strom in dem stark umrahmten Zweig auf $i_m \cdot \sin 60^\circ = 0,866 i_m$ und in dem schwach umrahmten Zweig auf Null gefallen sein, während er in dem gestrichelt umrahmten Zweig auf $i_m \cdot \sin 60^\circ = 0,866 i_m$ angewachsen ist. Die verschiedene Stromstärke ist durch entsprechende Zeichnung des Schaftes und der Spitze der Strompfeile angedeutet. Die Drahtzahl eines Zweiges sei gleich z .

Wir betrachten zunächst in Bild 364 eine Wicklung mit der Breite von $\frac{1}{3}$ der Polteilung im Augenblick, in dem der Strom in dem einen Zweig seinen Höchstwert hat. Wenn wir alle Stromleiter, die in demselben Sinne durchflossen werden, zusammenfassen, so erkennen wir, daß D , wo entgegengesetzt durchflossene Spulenseiten aneinandergrenzen, die Mitte eines Nordpoles ist. Dagegen geht bei A und G , d. h. in den Mitten der in gleichem Sinne durchflossenen Drahtgruppen, der Nordpol in einen Südpol über.

Die Gesamtzahl der gleichmäßig durchflossenen Stromdrähte, die von einer bei D austretenden magnetischen Linie umschlossen werden, ist gleich $i_m \cdot z/2 p + 2 i_m/2 \cdot z/2 p = i_m \cdot z/p$. Diese Stromdrähte stellen die Erregung dar, die bei D wirksam ist. Von D aus nimmt dann die

durchflossene Leiter übereinander, die sich in ihrer magnetischen Wirkung gegenseitig aufheben. Auf diesem Teil des Umfanges ist an allen Stellen dieselbe Erregung wirksam. Sie ist gleich den Stromdrähten des stark umrahmten Zweiges und der von ihr überlappten Teile der beiden anderen Zweige, also gleich $1,5 i_m \cdot z/2p$. Nach beiden Seiten fällt die Erregung dann proportional dem Umfang ab und wird bei *C* und *J* gleich Null. Die Polmitte liegt bei *F*.

Nach $1/12$ Periode ist der Strom in dem stark und gestrichelt umrahmten Zweig $0,866 i_m$ und in dem schwach umrahmten Zweig gleich Null (Bild 367). Die Polmitte hat sich von *F* nach *G*, also um $1/12$ der doppelten Polteilung verschoben. Hier ist die größte Erregung, d. h. $1,73 i_m \cdot z/2p$ wirksam. Sie fällt nach beiden Seiten proportional dem Umfang ab, erreicht bei *E* und *J* den Betrag $2 \cdot 0,866 \cdot i_m/2 = 0,866 i_m$ und fällt dann bis *D* und *K* auf Null.

Die gebrochenen Linien sind in der Form dieselben wie bei einer Spulenbreite gleich $1/3$ der Teilung, jedoch haben sie in den beiden betrachteten Zeitpunkten ihre Rolle gewechselt.

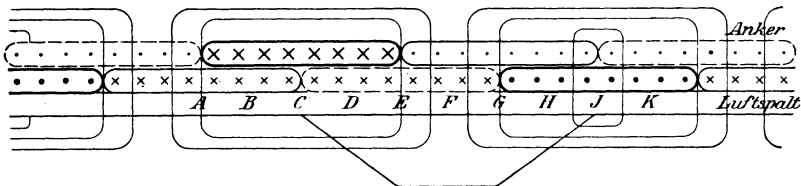


Bild 366. Feld und Erregung bei Breite gleich $2/3$ der Polteilung. Höchstwert des Stromes des einen Zweiges.

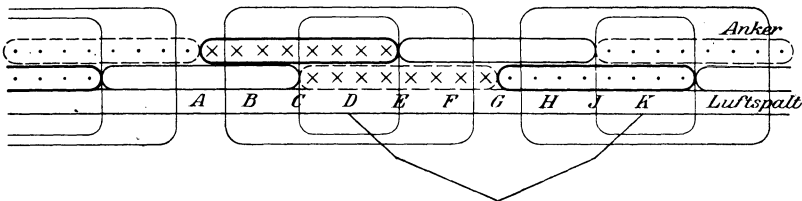


Bild 367. Feld und Erregung bei Breite gleich $1/3$ der Polteilung. Strom des einen Zweiges Null.

Wir gehen nun dazu über, die von einer Käfigwicklung des Läufers ausgeübte Erregung zu bestimmen. Das umlaufende Feld, das die Läuferdrähte schneidet, wird vom Ständer- und Läuferstrom gemeinsam erzeugt. Die Induktion im Luftspalt sei eine Sinusfunktion des Ortes und habe in Bild 368 bei *C* ihren größten Wert. Die in den einzelnen Drähten erzeugte Spannung und der Läuferstrom sind dann ebenfalls eine Sinusfunktion des Ortes. Das ist in Bild 368 durch entsprechend starke Zeichnung von Schaft und Spitze der Strompfeile in den Drähten angedeutet.

Der Strom hat seinen Höchstwert bei *C*. Fassen wir nun alle

gleichmäßig durchflossenen Drähte zusammen, so erkennen wir, daß der Höchstwert der vom Läufer ausgeübten Erregung bei E liegt, und daß die Erregung dann bis C und G auf Null abnimmt.

Um einen Vergleich mit den anderen Wicklungen zu ermöglichen, setzen wir die gesamte Drahtzahl gleich $3z$. Im Abstände α von C liegt

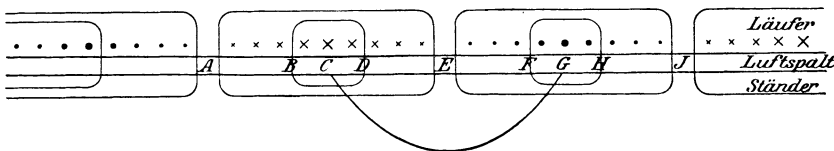


Bild 368. Feld und Erregung bei einem Kurzschlußläufer.

dann auf dem Bogen $d\alpha$ die Drahtzahl $3z/2p \cdot d\alpha/\pi$. Die Stromstärke ist dort $i_m \cdot \cos \alpha$. Demnach ist die an einem beliebigen Punkte D im Abstand γ von C wirksame Erregung:

$$X_{-\gamma}^{+\gamma} = \int_{-\gamma}^{+\gamma} \frac{3z}{2p} \cdot i_m \cdot \cos \alpha \cdot \frac{d\alpha}{\pi} = \frac{3}{\pi} \cdot i_m \cdot \frac{z}{p} \sin \gamma.$$

Die Erregung ist also längs des Umfangs sinusförmig (vgl. Bild 368 unten). Setzen wir γ gleich 90° , so erhalten wir den Höchstwert

$$X_m = \frac{3}{\pi} \cdot i_m \cdot \frac{z}{p}. \quad (9)$$

Die Kurven in Bild 364 bis 368, welche die Abhängigkeit der Erregung vom Umfang darstellen, geben uns die Form des umlaufenden Feldes an. Dabei wird vorausgesetzt, daß der Wicklung ein an allen Stellen gleichmäßiger Eisenkörper gegenübersteht, was allerdings für die Breite gleich $2/3$ der Teilung nur bei Drehstrommotoren mit Stromwender, nicht aber für Einankerumformer zutrifft. Diese Feldkurve ist bei Kurzschlußläufern in allen Zeitpunkten dieselbe und zwar genau sinusförmig. Bei den Phasenwicklungen ändert sich die Form dauernd im Laufe einer Periode, sie bleibt aber doch immer angenähert sinusförmig.

Wir ermitteln jetzt die mittlere Erregung längs des Umfanges, indem wir die von den Kurven der Erregungen und der Wagerechten umschlossene Fläche durch die wagerechte Grundlinie teilen. Bei den Phasenwicklungen nehmen wir dabei das Mittel aus den Werten, die wir in den beiden betrachteten Grenzfällen erhalten.

Für eine Breite gleich $1/3$ der Polteilung erhalten wir die mittlere Erregung

$$\text{aus Bild 364 zu } \frac{1}{\pi} \left(3 \cdot \frac{z}{2p} i_m \cdot \frac{\pi}{3} + \frac{z}{2p} i_m \cdot \frac{\pi}{6} \right) = 0,583 \frac{z i_m}{p},$$

$$\text{aus Bild 365 zu } \frac{1}{\pi} \left(2 \cdot 1,73 \frac{z}{2p} i_m \cdot \frac{\pi}{3} \right) = 0,577 \frac{z i_m}{p}$$

Daraus folgt:

$$X_{\text{mittel}} = 0,58 \frac{z i_m}{p} = 0,82 \frac{I \cdot z}{p}. \quad (10)$$

Die Abweichung vom Mittelwert ist in den beiden Grenzfällen so gering, daß wir mit einem zeitlich gleichbleibenden Wert rechnen können.

Bei einer Breite gleich $\frac{2}{3}$ der Polteilung haben wir dieselbe Form der Kurven, die nur ihre Rolle getauscht haben. Die Senkrechten sind das 0,866fache der Senkrechten bei der Breite von $\frac{1}{3}$ der Polteilung. Demnach wird

$$X_{\text{mittel}} = 0,866 \cdot 0,82 \cdot I \cdot \frac{z}{p} = 0,71 \frac{I \cdot z}{p}. \quad (11)$$

Endlich ist nach S. 229 bei Käfigwicklung die mittlere Erregung gleich $2/\pi$ mal der größten Erregung, d. h. nach Gleichung (9)

$$X_{\text{mittel}} = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{3}{\pi} \cdot i_m \cdot \frac{z}{p} = 0,86 \frac{I \cdot z}{p}. \quad (12)$$

Dabei ist $3z$ in allen drei Fällen die Gesamtzahl der Drähte auf dem Umfang. Die mittleren Erregungen verhalten sich fast genau wie nach S. 315 die durch ein sinusförmiges umlaufendes Feld erzeugten Spannungen.

Ist nun F die Fläche der Polteilung in cm^2 und l die doppelte Länge des Luftspaltes in cm, so ergibt sich der Fluß nach S. 71 zu

$$\Phi = \mathfrak{B}_{\text{mittel}} \cdot F = \frac{0,4 \pi X_{\text{mittel}} \cdot F}{l}. \quad (13)$$

Den Leerstrom oder Magnetisierungsstrom berechnen wir nun statt nach Abschnitt 103 jetzt unter der Annahme einer glatten Wicklung und eines sinusförmigen Feldes. Es sei z. B. $E = 1910$ Volt, $f = 50$, $p = 6$, $F = 700 \text{ cm}^2$, $\mathfrak{B}_m = 6000$, $l = 0,2$ cm und die Breite gleich $\frac{1}{3}$ der Polteilung. Dann ist

$$\Phi = \mathfrak{B}_{\text{mittel}} \cdot F = \frac{2}{\pi} \cdot 6000 \cdot 700 = 2,68 \cdot 10^6.$$

Für eine Breite gleich $\frac{1}{3}$ der Polteilung wird nach S. 315 bei sinusförmigem Feld und glatter Wicklung

$$z = \frac{E \cdot 10^8}{2,12 \cdot f \cdot \Phi} = \sim 672.$$

Dann erhalten wir aus Gleichung (13) und (10), indem wir für I den Leerstrom I_0 einführen:

$$X_{\text{mittel}} = \frac{\Phi \cdot l}{0,4 \pi \cdot F} = 615 \quad I_0 = \frac{p \cdot X_{\text{mittel}}}{0,82 \cdot z} = 6,7.$$

Die Abweichung der Werte von denen auf S. 366 erklärt sich daraus, daß die Dichte von 6000 Gauß hier die größte Dichte eines sinusförmigen Ersatzfeldes, dort die größte Dichte des Feldes mit der spitzen Feldkurve bedeutet.

105. Berücksichtigung des Eisenwiderstandes.

Die Messung an einem 110-kW-Motor der Gesellschaft Oerlikon diene uns dazu, die bisher abgeleiteten Formeln zu prüfen¹⁾. Es sei:

Spannung eines Zweiges	$E = 1910$ Volt
Frequenz	$f = 50$
Zahl der Polpaare	$p = 6$
Eisenlänge	$b = 23,5$ cm
Läuferdurchmesser	$d = 90$ „
Doppelter Luftabstand	$l = 0,15$ „
Drahtzahl eines Ständerzweiges	$z = 672$
Länge eines Ständer- und Läuferzahnes zusammen	$= 6$ „
Verhältnis der Zahnteilung zur Zahnbreite	$= 2,5$.

Wir ermitteln zunächst die Polfläche zu

$$F = \frac{d \cdot \pi \cdot b}{2p} = 763.$$

Der Fluß zur Erzeugung einer der Klemmenspannung entgegengesetzt gleichen Spannung ergibt sich unter Voraussetzung eines sinusförmigen Feldes und einer glatten Wicklung aus Gleichung (8) und (10) auf S. 315 zu

$$\frac{1910 \cdot 10^8}{2,12 \cdot 50 \cdot 672} = 2,69 \cdot 10^6 \text{ Maxwell.}$$

Nehmen wir an, daß 2% des Flusses durch eine Streuung, die wir bisher vernachlässigt haben, verloren gehen, so treten 98% in den Läufer ein, und wir erhalten den in den Läufer eintretenden Fluß zu:

$$\Phi = 0,98 \cdot 2,69 \cdot 10^6 = 2,64 \cdot 10^6 \text{ Maxwell.}$$

Demnach wird der Effektivwert I_0 des Leerstromes nach Gleichung (10) und (13)

$$I_0 = \frac{1}{0,82} \cdot \frac{p}{z} \cdot \frac{\Phi \cdot l}{0,4\pi F} = 4,5 \text{ Amp.}$$

Tatsächlich ist bei diesem Motor der Leerstrom nicht unbeträchtlich größer als 4,5 Amp. Der Grund liegt darin, daß der magnetische Widerstand des Eisens in der obigen Rechnung nicht berücksichtigt ist, was nunmehr geschehen soll.

Wir haben dazu zunächst eine Kurve zu zeichnen, die für jede magnetische Induktion im Luftraum die entsprechende Erregung angibt. Umgekehrt findet man dann aus dieser Kurve für die einzelnen Stellen des Umfanges zu jeder wirksamen Erregung die entsprechende magnetische Induktion. Man berechnet zu diesem Zwecke für eine magnetische Induktion \mathfrak{B} an beliebiger Stelle die für die Luft nötige Erregung zu

$$X_l = 0,8 \cdot \mathfrak{B} \cdot l.$$

¹⁾ Die Angaben sind aus Arnolds Konstruktionstabeln für den Dynamomaschinenbau entnommen.

Da in unserem Falle $l = 0,15$ ist, so wird

$$X_l = 0,8 \cdot \mathfrak{B} \cdot 0,15 = 0,12 \cdot \mathfrak{B}.$$

Dann berechnet man die Induktion in den Zähnen an der betreffenden Stelle aus der Induktion in der Luft und dem Verhältnis der Querschnitte der Flußröhren im Luftraum und in den Zähnen. Dieses Verhältnis ist in unserem Falle mit Berücksichtigung eines Raumverlustes von 15% für die Papierisolation zwischen den Eisenblechen gleich $2,5 : 0,85 = 2,95$. Wir erhalten also:

$$\mathfrak{B}_z = 2,95 \cdot \mathfrak{B}.$$

Zu \mathfrak{B}_z ergibt sich die Erregung h für die Längeneinheit der magnetischen Linien aus der Magnetisierungskurve für Eisenblech in Bild 369. Dann wird

$$X_z = h_z \cdot l_z.$$

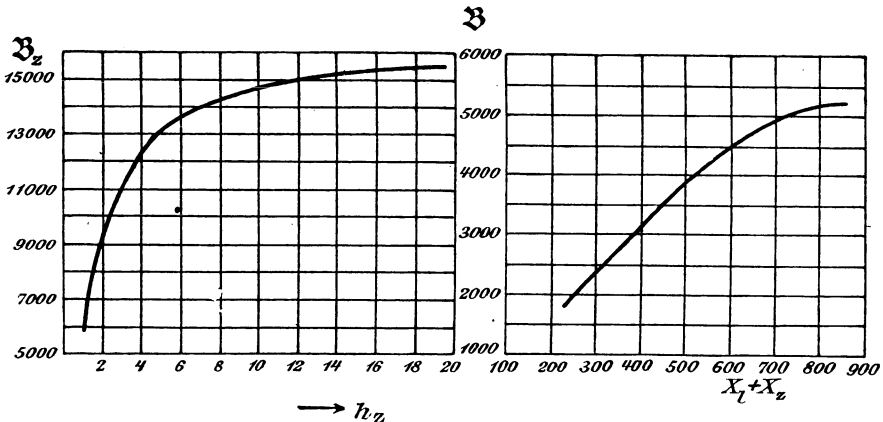


Bild 369. Magnetisierungskurve von Eisenblech.

Bild 370. Erregung und magnetische Induktion.

Dabei ist für l_z das Doppelte der einfachen Zahn­längen einzusetzen. Wir erhalten also in unserem Falle:

$$X_z = h_z \cdot 2 \cdot 6 = 12 \cdot h_z.$$

Die Summe aus X_l und X_z ergibt uns dann die für die betreffende magnetische Induktion nötige wirksame Erregung X .

Diese Rechnung ist für Werte von \mathfrak{B} zwischen 2000 und 5200 ausgeführt und das Ergebnis in der folgenden Zahlentafel und in Bild 370 zusammengestellt:

\mathfrak{B}	$X_l = 0,12 \cdot \mathfrak{B}$	$\mathfrak{B}_z = 2,95 \cdot \mathfrak{B}$	h_z	$X_z = 12 \cdot h_z$	$X_l + X_z$
2000	240	5900	1,1	13	253
3000	360	8850	1,9	23	383
4000	480	11800	3,6	43	523
4500	540	13300	5,4	65	605
5000	600	14800	10,7	128	728
5200	624	15309	18,5	222	850

Wir müssen nun schätzen, um wieviel der Leerstrom infolge des Eisenwiderstandes gegenüber dem obigen Wert zu vergrößern ist. Wir nehmen an, es sei ein Zuschlag von 20% erforderlich, d. h. es sei $I_0 = 5,5$ Ampere.

Wir tragen nun den Umfang wagerecht und die an der betreffenden Stelle wirksame Erregung $X = X_l + X_z$ senkrecht auf und erhalten so die Kurve X in Bild 371, die dem früher behandelten ersten Grenzfall in Bild 364 entspricht. Für den Bogen $\pi/2$ erhalten wir dabei eine größte Erregung:

$$2 \cdot i_m \cdot \frac{z}{2p} = \frac{\sqrt{2} \cdot I_0 \cdot z}{p} = \frac{\sqrt{2} \cdot 5,5 \cdot 672}{6} = 870.$$

Dagegen ergibt sich für $\pi/6$ eine wirksame Erregung, die halb so groß ist wie die größte. Der Maßstab für die Erregung ist links an der senkrechten Achse aufgetragen.

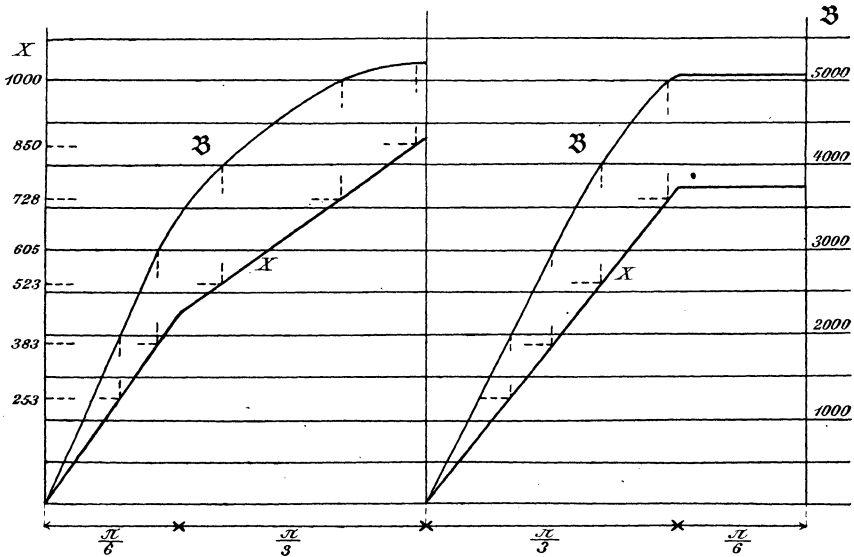


Bild 371. Bild 372.
Feldkurven unter Berücksichtigung des Eisenwiderstandes der Zähne.

Wir entnehmen nun aus Bild 370 oder aus der Zahlentafel willkürlich die Werte

$\mathfrak{B} =$	2000	3000	4000	4500	5000	5200
$X = X_l + X_z =$	253	383	523	605	728	850.

Die Werte von X tragen wir auf der senkrechten Achse auf und ziehen durch die Teilpunkte Wagerechte. Wo diese die Kurve X schneiden, errichten wir Senkrechte und machen deren Länge, von der wagerechten Achse gemessen, gleich den zugehörigen, obigen Werten von \mathfrak{B} .

Der Maßstab für \mathfrak{B} ist im rechten Teil von Bild 372 angegeben.

Die Kurve, welche die Endpunkte der Senkrechten miteinander verbindet, ist die gesuchte Feldkurve in dem betrachteten Zeitpunkt bei einem Strome von 5,5 Ampere. Die von dieser Feldkurve und der wagerechten Achse eingeschlossene Fläche haben wir dann nach der Simpsonschen Regel zu ermitteln und durch die Grundlinie zu teilen. Wir erhalten dadurch die mittlere Induktion bei einem Magnetisierungsstrom von 5,5 Ampere zu 3635.

Dieselbe Zeichnung ist für den zweiten Grenzfall in Bild 372 durchgeführt. Dabei wird die größte Erregung nach Bild 365:

$$1,73 \cdot i_m \cdot \frac{\varepsilon}{2\rho} = \frac{1,73 \cdot \sqrt{2} \cdot 5,5 \cdot 672}{12} = 750.$$

Wir zeichnen nun wieder die Kurven X und \mathfrak{B} , ermitteln die von der Kurve \mathfrak{B} und der wagerechten Achse eingeschlossene Fläche und teilen sie durch die Grundlinie. Dadurch erhalten wir eine mittlere Dichte zu 3583.

Nehmen wir das Mittel aus den für die beiden Grenzfälle gefundenen Werten, so erhalten wir:

$$\mathfrak{B}_{\text{mittel}} = \frac{3635 + 3583}{2} = 3609.$$

Der gesamte in den Läufer eintretende Fluß Φ ergibt sich dann zu:

$$\Phi = \mathfrak{B}_{\text{mittel}} \cdot F = 3609 \cdot 763 = 2,75 \cdot 10^6 \text{ Maxwell,}$$

Dieser Wert liegt so nahe an dem von uns gewünschten Wert von $2,64 \cdot 10^6$, daß wir gleiches Verhältnis zwischen Stromstärke und Fluß annehmen können. Der zur Erzeugung von $2,64 \cdot 10^6$ Maxwell erforderliche Strom ergibt sich also zu:

$$I_0 = \frac{5,5 \cdot 2,64}{2,75} = 5,3 \text{ Ampere.}$$

Tatsächlich ist nun ein Leerstrom von 6 Ampere gemessen. Der Grund dafür, daß auch jetzt noch der berechnete Leerstrom kleiner ist als der gemessene, liegt darin, daß der Eisenwiderstand des Ständer- und Läuferkernes noch nicht berücksichtigt ist. Außerdem wird der Luftquerschnitt durch die Nutenöffnungen verringert. Es ist also begreiflich, daß der jetzt berechnete Leerstrom noch um 12% kleiner ist als der gemessene.

106. Das Drehmoment des Drehstrommotors.

Zur Berechnung des Drehmomentes eines Drehstrommotors denken wir uns wieder das tatsächliche Feld durch ein ebenfalls unlaufendes, sinusförmiges Feld von gleichem Flusse ersetzt. Der Höchstwert dieses Feldes, das durch die gemeinsame Wirkung des Ständer- und Läuferstromes zustande kommt, sei gleich \mathfrak{B}_m .

Wir betrachten nun eine Spulenseite des Läufers, deren Breite

allgemein gleich 2γ sei und deren Mitte sich gerade im Abstand α von der neutralen Zone befinden möge (Bild 373). Dann ist der Zeitwert der in ihr erzeugten Spannung dem Sinus dieses Winkels α proportional. Zwischen ihr und dem Läuferstrom besteht keine Phasenverschiebung, da das Feld, das durch den Ständer- und Läuferstrom gemeinsam erzeugt wird, schon die Selbstinduktion des Läufers mit einschließt. Der Zeitwert des Läuferstromes ist also:

$$i_2 = i_{2m} \cdot \sin \alpha.$$

Die Gleichung gilt allgemein sowohl für Phasenwicklungen als auch für Kurzschlußwicklungen.

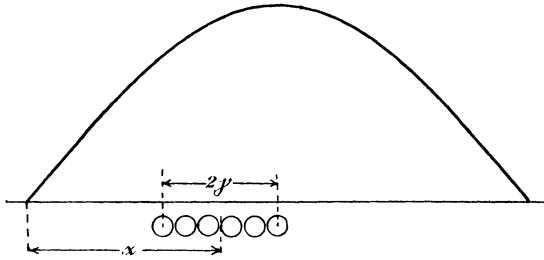


Bild 373. Spulenseite des Läufers, in einem bestimmten Teil des Feldes liegend.

Wir wenden sie zunächst auf einen dreiphasig gewickelten Läufer an. Bei diesem befinden sich die einzelnen Drähte im betrachteten Augenblick in einem verschieden starken Felde. Um also das Drehmoment im gegebenen Augenblick zu finden, müssen wir die mittlere räumliche magnetische Induktion längs des Bogen 2γ kennen. Allgemein ist in einem beliebigen Abstand β von der neutralen Zone die Induktion gleich $\mathfrak{B}_m \cdot \sin \beta$. Die mittlere Induktion über dem Bogen 2γ ist also:

$$\mathfrak{B} = \frac{1}{2\gamma} \int_{\alpha-\gamma}^{\alpha+\gamma} \mathfrak{B}_m \cdot \sin \beta \cdot d\beta = \mathfrak{B}_m \cdot \frac{\sin \gamma}{\gamma} \cdot \sin \alpha.$$

Die auf $z_2/2p$ Drähte der Spulenseite ausgeübte Kraft ist also nach S. 65 beim obigen Strom i_2 und der Läuferlänge b :

$$\frac{1}{10} \cdot \mathfrak{B}_m \cdot i_{2m} \cdot \frac{z}{2p} \cdot b \cdot \frac{\sin \gamma}{\gamma} \cdot \sin^2 \alpha \text{ Dyn.}$$

Für den zweiten und dritten Zweig wäre in dieser Gleichung $\sin^2(\alpha + 120^\circ)$ und $\sin^2(\alpha + 240^\circ)$ statt $\sin^2 \alpha$ einzuführen. Nun ist

$$\sin^2 \alpha + \sin^2(\alpha + 120^\circ) + \sin^2(\alpha + 240^\circ) = 3/2,$$

wie man aus der Gleichung $\cos(2\alpha) = 1 - 2\sin^2 \alpha$ ableiten kann. Also ist die Umfangskraft aller drei Zweige und aller $2p$ Pole zusammen in jedem Zeitpunkt dieselbe, und zwar ergibt sie sich zu

$$P = \frac{3}{2} \cdot \frac{\mathfrak{B}_m \cdot i_{2m}}{10} \cdot \frac{\sin \gamma}{\gamma} \cdot z_2 \cdot b \text{ Dyn.} \quad (14)$$

Wir brauchen nun den Hebelarm, an dem die Kraft wirkt, also den Halbmesser r des Läufers in cm. Zu dem Zwecke setzen wir die Mantelfläche gleich der Polfläche F mal der Anzahl der Pole, d. h.

$$2 r \pi \cdot b = 2 p \cdot F \text{ cm}^2,$$

oder, wenn wir für r auflösen:

$$r = \frac{p \cdot F}{\pi \cdot b} \text{ cm.}$$

Um das Drehmoment in mkg zu erhalten, haben wir $P \cdot r$ durch $981000 \cdot 100$ zu teilen. Setzen wir gleichzeitig $\mathfrak{B}_m \cdot 2/\pi = \mathfrak{B}_{\text{mittel}}$, also $\mathfrak{B}_m \cdot F \cdot 2/\pi = \Phi$, und $i_{2m} = \sqrt{2} \cdot I_2$, wo I_2 den Effektivwert des Stromes bedeutet, so erhalten wir das Drehmoment zu:

$$D = 10,8 \cdot p \cdot \Phi \cdot z_2 \cdot I_2 \cdot 10^{-10} \cdot \frac{\sin \gamma}{\gamma} \text{ mkg.} \quad (15)$$

Dabei ist z_2 die Drahtzahl für einen Zweig. Die Breite 2γ ist bei Drehstrommotoren gleich $\pi/3$, bei Drehstrommotoren mit Stromwender gleich $2\pi/3$.

Bei dem Kurzschlußläufer liegt der Leiter, der den Strom $i_{2m} \cdot \sin \alpha$ führt, im Felde $\mathfrak{B}_m \cdot \sin \alpha$ und die Kraft, die er bei einer Länge b erfährt, ist $1/10 \cdot \mathfrak{B}_m \cdot i_{2m} \cdot b \cdot \sin^2 \alpha$. Die mittlere Kraft ist, wie in Bild 230, halb so groß wie der Höchstwert. Bezeichnen wir die gesamte Drahtzahl, um einen Vergleich mit den Phasenwicklungen zu haben, mit $3 \cdot z_2$, so wird die Kraft

$$P = 1,5 \mathfrak{B}_m \cdot \frac{i_{2m}}{10} \cdot z_2 \cdot b \text{ Dyn.} \quad (16)$$

Wir haben also einfach in Gleichung (14) $\sin \gamma/\gamma = 1$ zu setzen, wie dies auch der unendlich kleinen Breite einer Spulenseite entspricht.

Nun ergaben sich auch die Spannungen im Abschnitt 90 ebenfalls mit Hilfe von $\sin \gamma/\gamma$, d. h. durch den sog. Wicklungsfaktor bei sinusförmigem Feld. Bei verschiedenen Wicklungen des Läufers verhalten sich also die Drehmomente wie die erzeugten Spannungen oder nach Abschnitt 104 wie die vom Läufer erzeugten magnetischen Flüsse.

Das obige Ergebnis erhalten wir auch unmittelbar, wenn wir den Läufer festgebremst denken, so daß die ganze auf ihn übertragene Leistung in ihm selbst oder in einem mit Hilfe von Schleifringen in den Läuferkreis geschalteten Widerstand in Stromwärme umgesetzt wird. Φ ist der in den Läufer wirklich eintretende Fluß, der von der gemeinsamen Wirkung des Ständer- und Läuferstromes geschaffen wird. Das Feld schneidet bei Festbremsung des Läufers mit der Frequenz des Ständerstromes durch die Läuferdrähte. Dabei wird in jedem Läuferzweig eine Spannung E_2 erzeugt, die gleiche Phase mit dem Läuferstrom hat und sich nach Abschnitt 90 zu $2,22 \cdot f_w \cdot \Phi \cdot f \cdot z \cdot 10^{-8}$ berechnet. Dabei ist f_w der sog. Wicklungsfaktor. Die Spannung wird allein verbraucht, um

den Strom durch den Widerstand des Läuferkreises zu treiben, so daß keine Phasenverschiebung in diesem Kreis vorhanden ist. Wenn also wieder z_2 die Zahl der Läuferdrähte für einen Zweig ist, so ist die auf den Läufer übertragene Leistung in allen drei Zweigen zusammen:

$$N_a = 3 \cdot E_2 \cdot I_2 = 3 \cdot 2,22 \cdot f_w \cdot \Phi \cdot f \cdot z_2 \cdot 10^{-8} \cdot I_2. \quad (17)$$

Diese Leistung wird auf den Läufer durch ein von uns als sinusförmig angenommenes Feld übertragen, das mit der Drehzahl n_0 umläuft. Die räumliche Winkelgeschwindigkeit ist dabei

$$\omega_m = 2\pi \cdot \frac{n_0}{60} = 2\pi \cdot \frac{f}{p}.$$

In diesem Falle ist im Gegensatz zur elektrischen Winkelgeschwindigkeit $\omega = 2\pi f$ die räumliche Winkelgeschwindigkeit einzusetzen. Nun ist die Leistung in mkg/sek gleich dem Drehmoment mal der räumlichen Winkelgeschwindigkeit. Wenn wir die Leistung in Watt haben wollen, müssen wir noch mit 9,81 vervielfachen. Wir erhalten also die Leistung in Watt, die auf den Läufer übertragen wird, zu:

$$N_a = D \cdot \omega_m \cdot 9,81 \text{ Watt.} \quad (18)$$

Lösen wir für D auf und setzen die obigen Werte für N_a und ω_m und die in Abschnitt 90 abgeleiteten Werte für f_w ein, so erhalten wir für das Drehmoment bei den verschiedenen Wicklungen dieselben Werte, wie durch die obige Berechnung. Dabei ist es gleichgültig, ob der Läufer läuft oder festgebremst ist, wofern nur die Werte von Φ und I_2 dieselben sind.

Es ist nun von Wert, das Drehmoment des Drehstrommotors mit dem eines Gleichstrommotors zu vergleichen, und zwar wählen wir zum Vergleich einen Kurzschlußläufer. Für den Gleichstrommotor ergab sich nach Gleichung (1) auf S. 197:

$$D = \frac{p \cdot \Phi \cdot z \cdot I_a \cdot 10^{-8}}{a \cdot 2\pi \cdot 9,81} = 3,25 \cdot p \cdot \Phi \cdot z \cdot \frac{I_a}{2a} \cdot 10^{-10}. \quad (19)$$

Dabei ist $I_a/2a$ die Stromstärke in einem Ankerleiter.

Wenn wir bei unserem Kurzschlußläufer beachten, daß die Gesamtzahl der Läuferdrähte z gleich $3 \cdot z_2$ ist, und daß die Breite der Spulenseite unendlich klein ist, also $\sin \gamma : \gamma$ gleich 1 wird, so erhalten wir aus Gleichung (15) 3,6 statt 3,25. Das Drehmoment des Drehstrommotors mit Kurzschlußwicklung ist also für gleiche Läuferbelastung um 10% größer als das des Gleichstrommotors.

Wir betrachten nun das Drehmoment beim Anlaufen. Der Drehstrommotor verhält sich dabei wie ein ruhender Transformator, nur behält das Feld im Transformator bei seinem Entstehen und Verschwinden seine Achse bei, während es beim Drehstrommotor umläuft. Wie auf S. 297 angegeben, werden bei Kurzschluß fast alle Flußröhren durch die Gegenwirkung des Läuferstromes in den Streuweg gedrängt. Der geringe, übrigbleibende Teil schneidet mit der großen Frequenz f durch die Läuferdrähte und erzeugt in ihnen eine außerordentlich starke

Spannung. Dadurch entsteht im Läufer (und entsprechend auch im Ständer) ein starker Strom, dem der Motor in vielen Fällen nicht gewachsen ist, und der auch oft eine unzulässige Belastung des Kraftwerkes darstellt. Motoren mit Kurzschlußläufer können daher nur bei ganz kleinen Leistungen unmittelbar eingeschaltet werden. Bei größeren Motoren wird der Ständer beim Anlassen in Stern geschaltet und nach dem Anlaufen auf Dreieck umgeschaltet, oder es werden Anlaßtransformatoren angewendet, die es gestatten, zunächst nur einen Bruchteil der gewöhnlichen Spannung an den Ständer zu legen. In geeigneten Fällen bringt man Motoren mit Kurzschlußläufer durch eine Antriebsmaschine, beispielsweise durch eine sonst vom Drehstrommotor angetriebene, am Gleichstromnetz liegende Gleichstrommaschine auf die vorgeschriebene Drehzahl und schaltet dann den Ständer, meist allerdings auch noch unter Verwendung eines Widerstandes, aufs Netz, oder man läßt endlich den Stromerzeuger zugleich mit dem Motor anlaufen.

Abgesehen von dem hohen Anlaufstrom ist die Verwendbarkeit von Kurzschlußläufern auch dadurch begrenzt, daß ihr Anlaufmoment sehr gering ist, wenn man nicht den Läuferwiderstand unter Verringerung des Wirkungsgrades sehr hoch bemißt. Dies beruht darauf, daß die Flußröhren, wie oben angegeben, bei Kurzschluß durch die Gegenwirkung des Läuferstromes aus dem Läufer „herausgeblasen“ und in den Streuweg gedrängt werden. Das Drehmoment wird eben nur durch den Teil des Flusses geschaffen, der in den Läufer dringt, und dieser Teil ist immer nur so groß, daß die von ihm erzeugte Spannung für den Verlust im Wirkwiderstand des Läufers ausreicht. Hierzu genügt aber beim Stillstand ein ganz geringer Fluß, da der Läuferwiderstand klein und die Frequenz groß, nämlich gleich der Netzfrequenz ist. Das Anlaufmoment des Kurzschlußläufers ist also sehr gering. Beim Betriebe liegen die Verhältnisse deswegen anders, weil die Flußröhren die Läuferdrähte nicht mit der Netzfrequenz, sondern mit der Frequenz der Schlüpfänge schneiden und diese nur ein kleiner Bruchteil der Netzfrequenz ist.

Hiernach ist es erklärlich, daß man das Anlaufmoment auf Kosten des Wirkungsgrades dadurch vergrößern kann, daß man die Stirnringe des Kurzschlußläufers abdreht und dadurch den Widerstand vergrößert. Ebenso ist erklärlich, daß ein Anlaßwiderstand im Ständerkreis nur dazu dienen kann, den Anlaufstrom herabzusetzen, daß er aber durchaus nicht dazu hilft, das Anlaufmoment in die Höhe zu setzen.

Wird ein Anlaufen mit Last gefordert, so muß man Phasenläufer verwenden und mit Hilfe von Schleifringen zum Zweck des Anlassens Widerstände in den Läuferkreis einschalten. Solche Phasenläufer sind ebensogut bei Dreieckschaltung wie bei Sternschaltung möglich. Eine gewöhnliche Dreieckschaltung ist zwar in sich geschlossen, elektrisch aber muß man sie, wie beim Stromerzeuger, so lange als offen bezeichnen, bis die drei Eckpunkte des Dreiecks durch einen äußeren Anlaßwiderstand oder durch Kurzschluß der Schleifringe miteinander verbunden sind.

Die Anlaßwiderstände werden am besten in Stern geschaltet. Als Anlaßwiderstand wird häufig ein Flüssigkeitswiderstand benutzt, bei dem ein tieferes Eintauchen der Elektroden den Widerstand verringert.

Motoren mittlerer Größe werden häufig auch in der Weise angelassen, daß die Läuferwindungen anfangs teilweise gegeneinander geschaltet sind und erst nach dem Anlaufen in gewöhnlicher Weise geschaltet werden (Gegenschaltung von Görges).

Um sicher zu sein, daß der Motor mit der geforderten Zugkraft anläuft, müssen Ständer und Läufer verschiedene Anzahl von Nuten besitzen. Sonst stellt sich der Läufer in die Lage des geringsten magnetischen Widerstandes und ist daraus schwer herauszubringen.

107. Schlüpfung und Drehzahl.

Wie wir in Abschnitt 103 sahen, dreht sich der völlig unbelastete Läufer im Gleichlauf mit dem Felde, also mit der Drehzahl

$$n_0 = f \cdot 60/p. \quad (1)$$

Bei Belastung bleibt die Drehzahl des Feldes ungeändert. Dagegen wird die Drehzahl des Läufers so viel geringer, daß das Feld die Drähte des Läufers mit der erforderlichen Geschwindigkeit schneidet. Die dadurch erzeugte Spannung bewirkt einen Läuferstrom, der nach den Gleichungen des vorigen Abschnittes das erforderliche Drehmoment liefert.

Ist s die relative Schlüpfung, so ist die Frequenz, mit der die Läuferdrähte geschnitten werden, nach S. 363:

$$s \cdot f = \frac{n_0 - n}{60} \cdot p. \quad (2)$$

Die geringe in den Läuferdrähten erzeugte Spannung, die dieser Schlüpfung entspricht, ist nach S. 377

$$E_2 = 2,22 \cdot f_w \cdot \Phi \cdot s \cdot f \cdot z_2 \cdot 10^{-8}. \quad (3)$$

Nun verstehen wir unter Φ den tatsächlichen, in den Läufer tretenden Fluß, wie er durch die vereinigte Wirkung des Ständer- und Läuferstromes zustande kommt. Wir haben daher, wie schon früher bemerkt wurde, keine Phasenverschiebung zwischen der erzeugten Spannung E_2 und dem Läuferstrom I_2 . Bezeichnet also R_2 den Läuferwiderstand für einen Zweig, so ergibt sich:

$$E_2 = I_2 \cdot R_2. \quad (4)$$

Die im Läufer in Stromwärme umgesetzte Leistung in allen drei Zweigen zusammen ist dann

$$3 \cdot I_2^2 \cdot R_2 = 3 \cdot E_2 \cdot I_2 = 3 \cdot 2,22 \cdot f_w \cdot \Phi \cdot s \cdot f \cdot z_2 \cdot 10^{-8} \cdot I_2. \quad (5)$$

Mit Benutzung der Gleichung (17) auf S. 378 für die auf den Läufer übertragene Leistung N_a erhalten wir dann die relative Schlüpfung zu:

$$s = \frac{3 \cdot I_2^2 \cdot R_2}{N_a}. \quad (6)$$

Die relativen Verluste im Läufer sind also gleich der relativen Schlüpfung. Dadurch wird es deutlich, warum man die Motoren immer so baut, daß die Schlüpfung gering ist.

Es ist von Wert, das Verhalten des Drehstrommotors mit dem eines Nebenschlußmotors zu vergleichen. Für diesen gilt:

$$E \cdot I_a = E_a \cdot I_a + I_a^2 \cdot R_a.$$

Darin ist $E \cdot I_a$ die auf den Anker übertragene Leistung, während $E_a \cdot I_a$ der Teil der zugeführten Leistung ist, der in mechanische Leistung umgesetzt wird. Beide Größen verhalten sich also wie die Klemmenspannung E zu der erzeugten Gegenspannung E_a , d. h. wie die Drehzahl n_0 bei vollständigem Leerlauf zur Drehzahl n bei Belastung. Demnach ist:

$$\frac{E_a \cdot I_a}{E \cdot I_a} = \frac{n}{n_0}. \quad (7)$$

Durch Umformung erhalten wir ähnlich wie beim Drehstrommotor:

$$s = \frac{n_0 - n}{n_0} = \frac{E \cdot I_a - E_a \cdot I_a}{E \cdot I_a} = \frac{I_a^2 R_a}{E \cdot I_a}. \quad (8)$$

Der Abfall der Drehzahl gegenüber der Drehzahl bei Leerlauf ist also ebenfalls gleich dem relativen Verlust im Anker.

Wir gehen nun zur Regelung der Drehzahl über. Diese wird dadurch bewirkt, daß man mit Hilfe von Schleifringen Widerstand in den Läuferkreis einschaltet und dadurch die Schlüpfung vergrößert. Leider ist dabei, ähnlich wie beim Gleichstrommotor mit Vorschaltwiderstand, der Verlust bedeutend. Außerdem ist die Drehzahl dann bei jeder Belastungsschwankung veränderlich. Ein weiteres Mittel zur Änderung der Drehzahl, das aber nur bei Motoren mit Kurzschlußläufern anwendbar ist, besteht in der Umschaltung der Ständerwicklung auf verschiedene Polzahl. Auch kann man zur Regelung der Drehzahl den Läufer des einen Motors auf den Ständer eines anderen arbeiten lassen, der mit dem ersten Motor unmittelbar gekuppelt ist (Kaskadenschaltung). Setzen wir die synchrone Drehzahl gleich 1 und die relative Schlüpfung des ersten Motors, d. h. die Frequenz im Läufer dieses Motors gleich s , so ist die Frequenz des Ständerstromes des zweiten Motors ebenfalls gleich s und die Drehzahl der beiden gekuppelten Motoren ist $1 - s$. Betrachten wir nun den Leerlauf beider Motoren, die beide gleiche Polzahl besitzen mögen, so ist die Schlüpfung des zweiten Motors gleich Null, seine Drehzahl ist also ebenfalls gleich s . Daraus folgt: $1 - s = s$ oder $s = 0,5$. Die Motoren laufen also mit halbem Synchronismus. Die Kaskadenschaltung ergibt indessen einen ungünstigen Leistungsfaktor.

Die Schwierigkeit der verlustlosen Regelung der gewöhnlichen Drehstrommotoren hat dann in der letzten Zeit zur Ausbildung von Drehstrommotoren mit Stromwender und besonderen Regelmaschinen geführt.

Zwanzigster Teil.

108. Der streuungslose Motor. — 109. Strombild für widerstandslosen Ständer. — 110. Leistung, Drehmoment und Schlüpfung nach dem Strombild. — 111. Größter Leistungsfaktor, Überlastungsfähigkeit und Anzugsmoment. — 112. Das genaue Heylandsche Strombild. — 113. Vereinfachtes Strombild. — 114. Der Streuungsfaktor.

108. Der streuungslose Motor.

Wir nehmen der Einfachheit wegen an, daß die Streuung gleich Null ist, daß also die Flußröhren, die die Nuten und Spulenköpfe des einen Teils der Maschine, also des Ständers oder Läufers umgeben, ohne die Wicklung des anderen Teils zu durchsetzen, zu vernachlässigen sind.

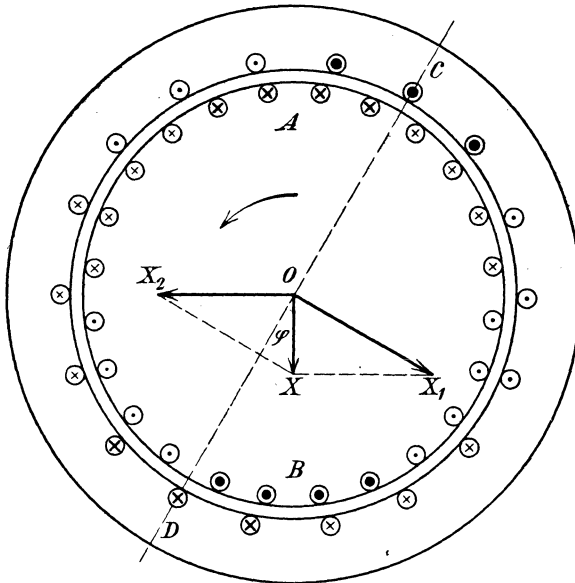


Bild 374. Stromverteilung im Drehstrommotor.

Dann besteht nur ein einziger magnetischer Fluß, der gleichmäßig das Ständereisen, den Luftweg und das Läuferisen durchdringt. Er kommt durch die gesamte Erregung des Ständers und Läufers zustande. Wir wollen nun annehmen, daß das Drehfeld in Bild 374 gerade von oben nach unten gerichtet ist, daß also im Ständer gegenüber *A* die Mitte eines Nordpols und gegenüber *B* die Mitte eines Südpols liegt. Wir zeichnen daher den Strahl der Gesamterregung *OX* senkrecht von oben nach unten.

Das Feld drehe sich, wie die Strahlen, entgegen dem Uhrzeiger. Es erzeugt dabei in den Läuferdrähten Ströme, die bei A und B einen Höchstwert haben, und zwar sehen wir nach der Faradayschen Regel oben den Schaft und unten die Spitze des Strompfeiles. Spitze und Schaft zeichnen wir in den vier Nuten bei A und B , die zu einem Zweig gehören, besonders stark. In den benachbarten Zweigen ist der Strom gerade halb so stark, was durch schwächere Zeichnung der Pfeile angedeutet ist.

Da der Strahl der vom Läufer ausgeübten Erregung OX_2 in derselben Richtung zu zeichnen ist, wie das vom Läuferstrom allein erzeugte Feld, so ist er von rechts nach links gerichtet. Damit nun die Gesamterregung X zustande kommt, muß notwendig die Ständererregung nach Größe und Phase gleich OX_1 sein. Der Höchstwert des Ständerstromes liegt also bei C und D , und zwar haben wir bei C die Spitze und bei D den Schaft des Strompfeiles anzudeuten. Jede Spulenseite des Ständers liegt im vorliegenden Falle in 3 Nuten. Wir zeichnen in den Spulenseiten bei C und D die Strompfeile am stärksten und in den benachbarten Spulenseiten halb so stark.

Bild 374 zeigt nun, daß der Ständer- und Läuferstrom wie die Ströme in der ersten und zweiten Wicklung eines Transformators einander wesentlich entgegengesetzt sind. Der Ort des größten Stromes im Läufer verschiebt sich dabei im Läufer gleichlaufend mit dem Ständerstrom und dem Drehfeld. Wir haben also im Läufer wie im Ständer eine sich im Gleichlauf drehende Erregung. Der Begriff des sich im Raume gleichlaufend drehenden Läuferstromes ist von der größten Wichtigkeit für das Verständnis des Drehstrommotors. Er ist allerdings nicht ganz leicht zu fassen, da bei Betrieb die Läuferdrähte in Bewegung sind und sich in Richtung des Drehfeldes und des umlaufenden Ständerstromes, also auch in Richtung der eigenen umlaufenden Läufererregung drehen. Am besten stellt man sich die umlaufenden Läuferströme ganz losgelöst von den Leitern vor, so daß es ganz gleichgültig ist, in welchem Leiter ein Strom gerade fließt, und ob sich die Leiter drehen oder nicht.

Bild 374 zeigt ferner, daß der Strom in der Spulenseite des Läufers am stärksten ist, die im stärksten Teile des den Läufer schneidenden Feldes liegt. Dennoch, oder vielmehr gerade deshalb bleibt der Läuferstrom um 90° hinter dem in den Läufer tretenden Fluß zurück. Denn den Läuferstrom bei A haben wir durch einen Strahl darzustellen, der die Richtung des von ihm erzeugten Feldes hat, also mit X_2 zusammenfällt, während der Strahl des Flusses mit X zusammenfällt.

Wir beachten nun, daß das Feld nicht nur durch den Läufer, sondern auch durch den Ständer schneidet, daß also der Höchstwert der Spannung im Ständer ebenfalls im gezeichneten Zeitpunkt bei A und B erzeugt wird. In dem bei C und D liegenden Ständerzweig, der gerade den größten Strom führt, ist also die größte erzeugte Spannung im ge-

zeichneten Zeitpunkt bereits überschritten, da der Höchstwert des umlaufenden Feldes die bei C und D liegenden Drähte bereits vor einer dem Winkel φ entsprechenden Zeit geschnitten hat. Da unter Vernachlässigung des inneren Wirkwiderstandes die erzeugte Spannung genau entgegengesetzte Phase hat wie die Klemmenspannung, so ergibt sich, daß der Ständerstrom hinter der Klemmenspannung um den gezeichneten Winkel φ zurückbleibt.

Die verhältnismäßig große Phasenverschiebung der Drehstrommotoren ist darin begründet, daß sie als Induktionsmotoren sich ihr eigenes Feld schaffen und dazu wegen des Luftzwischenraumes ein starker Blindstrom oder Magnetisierungsstrom nötig ist. Obgleich man den Abstand zwischen Ständer und Läufer oft bis auf einige Zehntel eines Millimeters erniedrigt, wird $\cos \varphi = 0,9$ nur bei größeren Motoren erreicht und nur bei besonders großen Motoren noch überschritten. Der Blindstrom bildet nun, wie wir früher sahen, eine unnötige Belastung des Drahtquerschnittes nicht nur im Stromerzeuger und im Netz, sondern auch im Motor. Drehstrommotoren müssen also etwas größer gebaut werden als Gleichstrommotoren oder Synchronmotoren. Je geringer die Belastung ist, desto größer ist das Verhältnis des Blindstromes zum Wirkstrom.

Wir gehen nun dazu über, die wichtigsten Größen des streuungslosen Motors in ihrer Abhängigkeit von der Drehzahl oder Schlüpfung darzustellen. Die im Ständer erzeugte Spannung E_1 ist von dem Flusse Φ abhängig, der beim streuungslosen Motor dem Ständer und Läufer gemeinsam ist, außerdem von der Frequenz f und der Drahtzahl des Ständers, sowie von dem Wicklungsfaktor f_w , der bei der Breite der Spulenseite von $\frac{1}{3}$ der Polteilung gleich $0,955$ ist. Wenn z_1 die Drahtzahl eines Ständerzweiges ist, so wird die in einem Zweig erzeugte Spannung:

$$E_1 = 2,22 \cdot f_w \cdot \Phi \cdot f \cdot z_1 \cdot 10^{-8}.$$

Vernachlässigen wir den Verlust durch den Wirkwiderstand des Ständers, so ist die erzeugte Spannung entgegengesetzt gleich der Klemmenspannung, also unveränderlich. Demnach ist nach der obigen Gleichung der Fluß Φ unveränderlich.

Wenn nun das Feld mit einer der Schlüpfung entsprechenden Frequenz $s \cdot f$ durch die Läuferdrähte schneidet, so erzeugt es in ihnen die Spannung

$$E_2 = 2,22 \cdot f_w \cdot \Phi \cdot s \cdot f \cdot z_2 \cdot 10^{-8}. \quad (1)$$

Der Einfachheit wegen setzen wir im Läufer Phasenwicklung voraus, so daß f_w für Läufer und Ständer denselben Wert hat.

Wenn R_2 der Widerstand eines Läuferzweiges ist, so ergibt sich der Läuferstrom zu $I_2 = E_2/R_2$, er ist also nach der obigen Gleichung für E_2 der Schlüpfung proportional. Wenn also C_1 einen Festwert bedeutet, so wird

$$I_2 = C_1 \cdot s. \quad (2)$$

Das Drehmoment berechnet sich nach Gleichung (15) auf S. 377 aus dem Läuferstrom I_2 mal dem Fluß Φ . Dieser ist in unserem Falle unveränderlich, während der Läuferstrom der Schlüpfung proportional ist. Wenn C_2 daher einen Festwert bedeutet, so erhalten wir:

$$D = C_2 \cdot s. \quad (3)$$

Die auf den Läufer übertragene Leistung N_a ist nach Gleichung (17) auf S. 378 ebenfalls dem Fluß und dem Läuferstrom proportional. Da der Fluß unveränderlich ist, so ist sie der Schlüpfung proportional. Wenn also C_3 einen Festwert bedeutet, so ergibt sich:

$$N_a = C_3 \cdot s. \quad (4)$$

Die mechanische Leistung N_2 ergibt sich endlich, wenn wir von der auf den Läufer übertragenen Leistung den Verlust durch Stromwärme im Läufer abziehen. Nun ist dieser Verlust dem Quadrate des Stromes, also dem Quadrate der Schlüpfung proportional. Wenn also C_4 einen Festwert und R_2 den Läuferwiderstand für einen Zweig bedeutet, so ist

$$N_2 = N_a - 3 \cdot I_2^2 \cdot R_2 = C_3 \cdot s - C_4 \cdot s^2. \quad (5)$$

Wir tragen nun in Bild 375 die Drehzahl wagerecht und den Läuferstrom, das Drehmoment, die übertragene Leistung und die mechanische Leistung senkrecht auf. Ist dann OA die Drehzahl n_0 bei vollständigem Leerlauf und OB die Drehzahl n bei einem bestimmten Betriebszustand, so ist $OA - OB = BA$ der durch Schlüpfung verursachte Abfall in den Umdrehungen. Der Läuferstrom I_2 , das Drehmoment D und die auf den Läufer übertragene Leistung N_a sind diesem Abfall

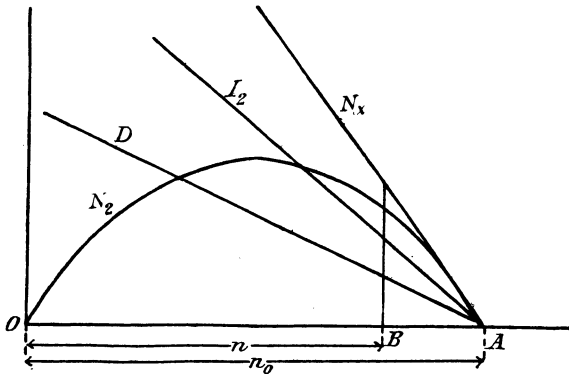


Bild 375. Stromstärke, Drehmoment und Leistung des streuungslosen Drehstrommotors in Abhängigkeit von der Drehzahl.

proportional und werden daher durch die Senkrechten der Geraden dargestellt. Dagegen ist die mechanische Leistung N_2 durch die Senkrechte einer Parabel gegeben. Sie ist gleich Null im Punkte O , d. h. wenn die Drehzahl gleich Null ist, wenn also der Motor eingeschaltet, aber

noch nicht in Bewegung gekommen ist, oder wenn er festgebremst ist. Sie ist aber auch gleich Null im Punkte A , also bei vollständigem Leerlauf. Für eine Schlüpfung von 50 %, d. h. bei einer Drehzahl n gleich $n_0/2$ erreicht die mechanische Leistung ihren höchsten Wert. Der Betriebszustand, für den der Motor gebaut ist, liegt natürlich ziemlich weit nach rechts, wo die Schlüpfung und der Verlust im Läufer verhältnismäßig gering sind, wo also der Wirkungsgrad hoch ist.

Der wirkliche Motor unterscheidet sich nun von dem eben besprochenen streuungslosen Motor wesentlich in bezug auf das Drehmoment beim Anlassen und die Überlastungsfähigkeit. Für das Anlassen, d. h. bei der Drehzahl Null, ergibt unsere Zeichnung ein besonders großes Drehmoment. Im Gegensatz dazu ist, wie bereits auf S. 379 hervorgehoben wurde, das Anlaufmoment beim wirklichen Motor infolge der Streuung an und für sich besonders klein, und man erreicht das Anlaufen mit Belastung nur durch Einschaltung vom Widerstand in den Läuferkreis. Zum vollständigen Verständnis dieser Erscheinung kommen wir allerdings erst im folgenden Abschnitt durch das Heylandsche Strombild.

109. Strombild für widerstandslosen Ständer.

Um die Flüsse und Ströme des Drehstrommotors durch Strahlen darzustellen, denken wir den Motor festgebremst. Der Läuferkreis werde durch einen Wirkwiderstand geschlossen und der Motor dann als Transformator untersucht. Wir wollen dabei zunächst einen bestimmten Zweig des Ständers und Läufers ins Auge fassen und den Läufer in einer solchen Lage festbremsen, daß beide Zweige sich genau gegenüberstehen.

Der Motor verhält sich nun als Transformator bei Festbremsung und vorgeschaltetem Widerstand im Läuferkreis ebenso wie beim Lauf als Drehstrommotor. Für dieselbe Stromstärke im Ständer sind auch die Flüsse, die Leistungen und der Läuferstrom in beiden Fällen gleich. Wenn wir die beim ruhenden Transformator gewonnenen Ergebnisse auf den laufenden Motor übertragen, so müssen wir berücksichtigen, daß die Frequenz des Läuferstromes beim Lauf von der bei Festbremsung verschieden ist. Auch ändert ein einzelner Zweig des Läufers ständig seine Lage gegenüber einem einzelnen Ständerzweig. Wir müssen daher beim Lauf unter dem Läuferstrom ebenso wie unter dem Ständerstrom einen synchron mit dem Felde umlaufenden Strom verstehen.

Das Verhältnis der Windungen auf Ständer und Läufer werde vorläufig gleich Eins gesetzt. Die magnetische Durchlässigkeit werde bei allen Betriebszuständen als gleichbleibend angenommen.

Wenn wir den Ständerwiderstand vernachlässigen, so ist die im Ständer erzeugte Spannung entgegengesetzt gleich der Klemmenspannung, also unveränderlich. Damit ist auch der gesamte Ständerfluß unveränderlich. Er bleibt um 90° hinter der Klemmenspannung zurück. Legen wir also

in Bild 376 den Strahl der Klemmenspannung E senkrecht nach oben, so fällt der Strahl OA des gesamten Ständerflusses Φ_1 wagerecht nach rechts.

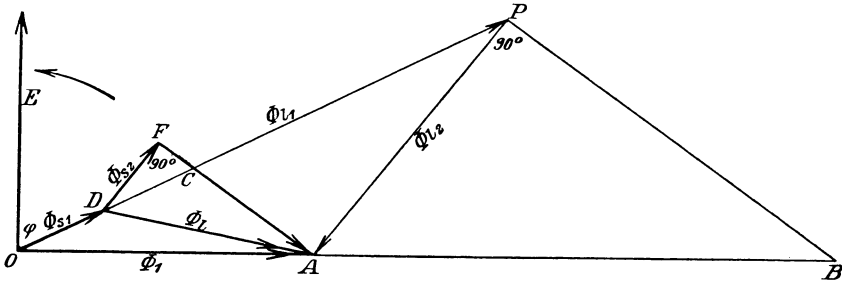


Bild 376. Magnetische Flüsse im Drehstrommotor.

Der gesamte Ständerfluß ist nun nach Bild 377 die Summe aus dem Ständerstreufuß $\Phi_{s1} = OD$, der in Phase mit dem Ständerstrom ist, und dem Luftfluß $\Phi_l = DA$.

Der Luftfluß durchdringt bei Leerlauf in seiner vollen Stärke den Läufer. Bei Betrieb spaltet er sich nach Bild 377 in den Läuferstreufuß Φ_{s2} und den Läuferfluß $\Phi = FA$. Dies wird sehr anschaulich, wenn wir beachten, daß bei Betrieb der größte Teil der Ständererregung wie beim Transformator dazu dient, um die entgegengesetzt wirkende, vom Läufer ausgeübte Erregung aufzuheben oder ihr das Gleichgewicht zu halten. Infolge des Gegendruckes der Läufererregung wird dann ein Streufuß in den sekundären Streuweg gedrängt.

Wenn der Strahl des Läuferstromes in die Richtung FD fällt, so fällt der Teil des Ständerstromes, der dem Läuferstrom das Gleichgewicht hält, in die Richtung DF . Er treibt nach Bild 377 den Läuferstreufuß Φ_{s2} seitlich durch den Streuweg des Läufers. Nach dieser Anschauung wird also auch der Läuferstreufuß vom Ständerstrom erzeugt.

Der Rest FA ist dann der Teil des Luftflusses, der die Läuferwindungen durchsetzt, d. h. der Läuferfluß Φ bei Betrieb. Er erzeugt im Läufer eine Spannung, die um 90° hinter dem Fluß zurückbleibt.

Da $\Phi = FA$ den ganzen Fluß darstellt, der den Läuferkreis durchsetzt, so ist außerdem kein Selbstinduktionsfluß mehr vorhanden. Der Läuferstrom ist also in Phase mit der im Läufer durch diesen Fluß $\Phi = FA$ erzeugten Spannung, er bleibt also, wie diese um 90° gegen FA zurück. Demnach ist der Winkel DFA gleich 90° .

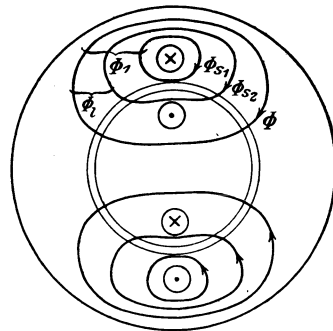


Bild 377. Magnetische Flüsse im Drehstrommotor.

und bei Kurzschluß mit widerstandslosem Läuferkreis nur induktiven Widerstand darstellt, so bleiben Leerstrom und Kurzschlußstrom um 90° hinter der Spannung zurück, d. h. OA ist der Leerstrom I_0 und OB der Kurzschlußstrom bei widerstandslosem Läufer.

Wir führen jetzt einen Streufaktor τ ein, der bestimmt ist durch

$$\eta_1 \eta_2 = \frac{1}{1 + \tau}. \quad (9)$$

Dann erhalten wir zwischen dem Durchmesser AB und dem Leerstrom $I_0 = OB - AB$ nach Gleichung (8) die Beziehung:

$$AB = \frac{I_0}{\tau}. \quad (10)$$

Ferner folgt aus Bild 376:

$$\frac{I_2}{I} = \frac{PA}{DP} = \frac{PA}{\eta_1 OP}.$$

Wenn also im Strombild OP den Ständerstrom I darstellt, so ist PA/η_1 der Läuferstrom I_2 , oder mit Berücksichtigung der verschiedenen Drahtzahlen auf Ständer und Läufer

$$I_2 = \frac{PA}{\eta_1} \cdot \frac{z_1}{z_2}. \quad (11)$$

Anstatt den Läufer festgebremst zu denken, kann man auch für einen Betriebszustand beim Lauf das Strombild in der Weise entwickeln, daß man von den beiden durch den Ständer und Läufer einzeln erzeugten, synchron umlaufenden Feldern ausgeht und deren Wirkung auf einen feststehenden Ständerzweig und einen umlaufenden Läuferzweig untersucht¹⁾. Der Einfachheit wegen soll dabei auf dem Läufer und Ständer beide Male Phasenwicklung angenommen werden.

Es sei L_1 bzw. L_2 die auf der Wirkung aller drei Zweige beruhende Gesamtinduktivität des Ständers bzw. Läufers, und M in demselben Sinne die gegenseitige Induktivität zwischen Ständer und Läufer²⁾.

Die Winkelgeschwindigkeit, mit welcher der feststehende Ständerzweig geschnitten wird, ist für die beiden synchron umlaufenden Felder, die vom Ständer und Läufer geschaffen werden, gleich der Winkelgeschwindigkeit ω des Ständerstromes. Demnach ist im Ständer die Spannung E_{11} der Selbstinduktion und die Spannung E_{21} der gegenseitigen Induktion

$$E_{11} = L_1 \omega I \qquad E_{21} = M \omega I_2$$

Dabei bleibt E_{11} um 90° gegen den Ständerstrom I zurück. Beide Spannungen ergeben nach Bild 379 eine Summe OA , die willkürlich wagerecht nach rechts gelegt ist. Da sie der gleichbleibenden Klemmenspannung

¹⁾ Rogowski, Zeitschr. f. Elektrotechnik u. Maschinenbau, 1909, S. 513.

²⁾ L_1 bzw. L_2 bedeutet hier die Gesamtinduktivität, in der Ersatzschaltung auf S. 264 dagegen nur die Streuinduktivität.

Der Endpunkt des Strahles E_{11} liegt also auf einem Kreise über dem Durchmesser AB . Da E_{11} proportional dem Ständerstrom I ist, so ist der Kreis unter Änderung des Maßstabes auch der Ort für den Endpunkt des Strahles des Ständerstromes. Nun eilt der Ständerstrom gegen E_{11} um 90° vor und gegen die Klemmenspannung AO um den primären Phasenverschiebungswinkel φ nach. Demnach ist der Winkel zwischen E_{11} und der senkrechten Achse gleich φ , und der Strahl der Klemmenspannung fällt im Strombild nach oben in die senkrechte Achse.

110. Leistung, Drehmoment und Schlüpfung nach dem Strombild.

Ist in Bild 378 E die Ständerspannung und $PF = I \cdot \cos \varphi$ der Ständerwirkstrom, beides für einen Zweig, so ist die zugeführte Leistung

$$N_1 = 3 \cdot EI \cos \varphi = 3E \cdot PF. \quad (15)$$

Sie ist unter Vernachlässigung des Ständerwiderstandes und auch unter Vernachlässigung des Verlustes durch Ummagnetisierung des Eisens gleich der auf den Läufer übertragenen Leistung N_a . Diese wird durch das mit der räumlichen Winkelgeschwindigkeit $\omega_m = 2\pi f/p$ umlaufende Feld übertragen, gleichgültig, ob der Läufer sich dreht oder unter Einschaltung von Widerstand in den Läuferkreis festgebremst ist. Wenn wir also die Leistung $N_a = 3E \cdot PF$ durch $\omega_m \cdot 9,81$ teilen, erhalten wir das Drehmoment in mkg zu

$$D = \frac{3E \cdot PF}{9,81 \omega_m} = \frac{E \cdot p}{20,5 \cdot f} \cdot PF \quad (16)$$

Von der auf den Läufer übertragenen Leistung wird der Betrag $3 \cdot I_2^2 R_2$ in Stromwärme umgesetzt. Dabei ist nach Gl. (11) S. 389

$$I_2^2 = \frac{PA^2}{\eta_1^2} \cdot \frac{\varepsilon_1^2}{\varepsilon_2^2}$$

Nun ist unter Benutzung eines bekannten Satzes der Planimetrie $PA^2 = AF \cdot I_0/\tau$. Demnach ist die Stromwärme in einem Zweige, wenn wir rechts mit E erweitern

$$I_2^2 R_2 = E \cdot \frac{I_0 \cdot R_2}{\tau \cdot E} \cdot \frac{\varepsilon_1^2}{\eta_1^2 \cdot \varepsilon_2^2} \cdot AF. \quad (17)$$

Wir lassen nun den Strahl AP_k gegen AB um einen Winkel β voreilen, so daß die Gleichung erfüllt ist

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{I_0 \cdot R_2}{\tau \cdot E} \frac{\varepsilon_1^2}{\eta_1^2 \cdot \varepsilon_2^2} \quad (18)$$

Dann wird $I_2^2 \cdot R_2 = E \cdot AF \cdot \operatorname{tg} \beta = E \cdot CF$. Demnach ist der Rest $E \cdot PC$ die von einem Läuferzweig abgegebene Leistung, die bei Festbremsung in Stromwärme umgesetzt und beim Lauf als mechanische Leistung abgegeben wird. Die abgegebene Leistung aller drei Zweige ist also

$$N_2 = 3E \cdot PC.$$

Sie schließt die Reibungsverluste mit ein. Fällt P mit P_k zusammen, so wird PC gleich Null, der Punkt P_k entspricht also dem Kurzschluß unter Berücksichtigung des Läuferwiderstandes.

Die Schlüpfung ist gleich dem Verhältnis der Stromwärme im Läufer zu der auf den Läufer übertragenen Leistung, sie ist also gleich dem Verhältnis $CF:PF$. Da CF proportional AF ist, so ist die Schlüpfung der Kotangente des Winkels PAF proportional. Um sie darzustellen, fallen wir von einem beliebigen Punkt G des Strahles BP_k das Lot auf AB . Da die Dreiecke AFP und HKB und anderseits CFA und BKG einander ähnlich sind, so folgt

$$s = \frac{CF}{PF} = \frac{CF}{AF} \cdot \frac{AF}{PF} = \frac{BK}{GK} \cdot \frac{HK}{BK} = \frac{HK}{GK}. \quad (19)$$

Wählen wir also G so, daß das Lot GK gleich 100 mm ist, so gibt uns HK in mm unmittelbar die prozentische Schlüpfung.

Wie wir sehen, wird die Schlüpfung bei gegebenem Winkel β , d. h. gegebenem Widerstand im Läuferkreis, um so größer, je weiter P auf dem Kreise nach rechts rückt. Anderseits wird die Schlüpfung bei gegebener Belastung, also gegebenem Werte von PF um so größer, je weiter P_k nach links liegt, d. h. je größer $\tan \beta$ und damit R_2 ist. Man kann also durch Einschalten von Widerstand im Läuferkreis die Schlüpfung vergrößern, also die Drehzahl verringern.

Wir betrachten nun einen Betriebszustand, bei dem die Schlüpfung größer ist als Eins. Das ist z. B. der Fall, wenn bei einem im Hubsinne eingeschalteten Kranmotor so viel Widerstand in den Läuferkreis eingeschaltet wird, daß das Drehmoment nicht zum Ziehen der Last genügt. Die Last zieht dann den Motor, dessen Drehfeld im Hubsinne umläuft, im Senksinne durch. Die auf diese Weise mechanisch zugeführte Arbeit und

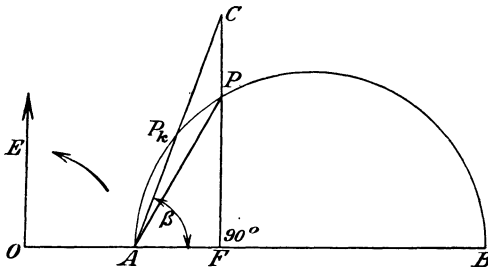


Bild 380. Schlüpfung größer als Eins.

die dem Ständer elektrisch zugeführte Arbeit setzen sich im Widerstand des Läuferkreises in Stromwärme um, und der Motor wird dadurch gebremst (Gegenstrom - Senkbremmung). Für einen solchen Betriebszustand liegt der Endpunkt P des Strahles des Ständerstromes, von A aus gesehen, jenseits des Kurzschlußpunktes P_k , der selbst infolge des großen, im Läuferkreis eingeschalteten Widerstandes stark nach links gerückt ist (Bild 380). Der Schnittpunkt C des Strahles AP_k mit PF fällt jetzt in die Verlängerung von FP . Wie früher gibt uns jetzt

PF die elektrisch zugeführte Leistung und gleichzeitig das Drehmoment, das durch das Lastmoment gegeben ist.

PC die mechanische Leistung, die aber jetzt negativ ist und von der Last geleistet wird.

CF die im Läuferkreis in Wärme umgesetzte Leistung

$CF:PF$ die Schlüpfung } bezogen auf die synchrone Drehzahl.
 $PC:PF$ die Drehzahl }

Will man die Drehzahl im Senksinne steigern, muß man bei gegebener Last, also bei der gegebenen Senkrechten PF , die Strecke PC vergrößern, also P_k nach links rücken, d. h. β vergrößern. Dies geschieht nach Gleichung (18) durch eine Vergrößerung des Widerstandes im Rotorkreis, die also in diesem Falle eine Erhöhung der Drehzahl bewirkt.

Von Wichtigkeit ist ferner der Fall, wo der Punkt P in Bild 378 auf dem Kreise nach links rückt, bis er unterhalb der wagerechten Achse liegt. Dieser Fall tritt ein, wenn ein Motor im Drehsinne des Feldes von außen mit einer übersynchronen Geschwindigkeit angetrieben wird. Er wird dadurch zum asynchronen Stromerzeuger. Man benutzt dies ebenfalls zur Bremsung bei elektrischen Kranen. Dabei wird beim Übergang vom Heben zum Senken die Schaltung geändert, d. h. der Motor im Senksinne eingeschaltet, wie wenn er im Senksinne Arbeit leisten soll. Ist die Last sehr klein und die Reibung des Getriebes groß, so läuft die Maschine auch wirklich als Motor und bewegt dabei die Last nach abwärts. Überwiegt dagegen die Last über das Drehmoment der Reibung, so treibt sie die Maschine mit übersynchroner Geschwindigkeit als Stromerzeuger an. Die elektrische Leistung wird dabei negativ, d. h. die Maschine nimmt nicht elektrische Leistung auf, sondern sie gibt sie unter Verbrauch von mechanischer Leistung an das Drehstromnetz zurück und wird dadurch gebremst. Wenn im Läuferkreis nur der innere Widerstand des Läufers selbst enthalten ist, so ist die Drehzahl nur sehr wenig größer als die synchrone. Je mehr Widerstand dann in den Läuferkreis eingeschaltet wird, desto mehr nimmt die Drehzahl zu. Ebenso nimmt die Drehzahl durch Vergrößerung der Last zu.

Auch für Kraftwerke hat sich der asynchrone Stromerzeuger infolge der Einfachheit seiner Bauart eingeführt. Allerdings entnimmt die Maschine dann, wie früher als Motor, auch jetzt einen Magnetisierungsstrom aus dem Netz, das also beispielsweise gleichzeitig von einem synchronen Stromerzeuger gespeist werden muß. Der asynchrone Stromerzeuger kann aber auch den zu seiner Erregung erforderlichen Blindstrom dadurch erhalten, daß er auf einen übererregten Synchronmotor bzw. übererregten Einankerumformer arbeitet.

111. Größter Leistungsfaktor, Überlastungsfähigkeit und Anzugsmoment.

Die Phasenverschiebung zwischen Spannung und Stromstärke ist nach Bild 378 am geringsten, wenn der Strahl des Ständerstromes den Kreis berührt. Für diesen Betriebszustand wird der Motor im allgemeinen gebaut.

Der größte Leistungsfaktor ergibt sich dann aus Bild 378 zu

$$(\cos \varphi)_m = \frac{I_0/2\tau}{I_0 + I_0/2\tau} = \frac{1}{1 + 2\tau} \quad (20)$$

Er hängt also bei Vernachlässigung des Ständerwiderstandes allein von τ ab.

Die unten folgende Zahlentafel gibt den größten Leistungsfaktor für verschiedene Werte von τ unter der Annahme, daß η_1 gleich η_2 ist. Wir erkennen, daß $\cos \varphi = 0,9$ nur schwer erreicht und selten überschritten werden kann, weil dabei η_1 und η_2 den verhältnismäßig hohen Wert 0,97 haben müssen. Heyland¹⁾ hat vorgeschlagen, den Blindstrom für die Magnetisierung nicht dem Ständer, sondern mit Hilfe eines Stromwenders dem Läufer zuzuführen. Wegen der kleinen Frequenz der Schlüpfung ist dazu nur eine geringe Spannung nötig, die von einigen Ständerwindungen abgenommen werden kann, so daß der Blindstrom nur eine geringe Phasenverschiebung im Ständerkreis bewirkt. Der Vorschlag ist aber nicht in größerem Umfange befolgt, da die Einfachheit der Bauart des Drehstrommotors dadurch beeinträchtigt wird.

Ferner ergibt sich aus Bild 378 der für den Leistungsfaktor günstigste Betriebsstrom I , dessen Strahl die Tangente an den Kreis bildet, durch die Gleichung

$$I^2 = \left(\frac{I_0}{2\tau} + I_0\right)^2 - \left(\frac{I_0}{2\tau}\right)^2 \quad \text{d. h.} \quad \frac{I_0}{I} = \sqrt{\frac{\tau}{1 + \tau}} \quad (21)$$

Die Werte von I_0/I sind in der folgenden Zahlentafel für verschiedene Streufaktoren angegeben. Man erkennt daraus, daß der Leerstrom $1/5$ bis $1/3$ des Betriebsstromes bei kleinster Phasenverschiebung ist. Obwohl dieser verhältnismäßig hohe Leerstrom, der durch den Luftraum zwischen Ständer und Läufer veranlaßt wird, ein Blindstrom ist und als solcher keinen unmittelbaren Arbeitsverlust verursacht, so bildet er doch einen gewissen Nachteil des Drehstrommotors. Bei einer Streuung von nur 2% im Ständer und Läufer ist der Leerstrom immer noch das 0,2 fache des Betriebsstromes.

Um die Überlastungsfähigkeit des Motors festzustellen, nehmen wir wieder an, daß der Motor bei der vorgeschriebenen Belastung mit kleinster Phasenverschiebung arbeitet, so daß der Strahl des Ständerstromes den Kreis berührt. Dann ist $I \cdot (\cos \varphi)_m$ nach der Gleichung für D auf S. 391 ein Maß für das vorgeschriebene Drehmoment, während der Halbmesser $I_0/2\tau$ ein Maß für das größte Drehmoment ist. Wir erhalten also die Überlastungsfähigkeit mit Benutzung von Gleichung (20) zu

$$\frac{I_0/2\tau}{I \cdot (\cos \varphi)_m} = \frac{I_0}{I} \cdot \frac{1 + 2\tau}{2\tau} \quad (22)$$

Nach dieser Gleichung sind die Werte der letzten senkrechten Reihe in der folgenden Zahlentafel berechnet.

¹⁾ ETZ 1901 S. 633, 1902 S. 28 und 533, 1903 S. 51, 72, 95, 213.

$\eta_1 = \eta_2$	$\tau = \frac{1 - \eta_1 \eta_2}{\eta_1 \cdot \eta_2}$	$(\cos \varphi)_m = \frac{1}{1 + 2\tau}$	$\frac{I_0}{I} = \sqrt{\frac{\tau}{1 + \tau}}$	Überlastungsfähigkeit $= \frac{I_0}{I} \cdot \frac{1 + 2\tau}{2\tau}$
0,93	0,156	0,76	0,37	1,56
0,94	0,134	0,79	0,34	1,62
0,95	0,108	0,82	0,31	1,76
0,96	0,086	0,85	0,28	1,92
0,97	0,064	0,89	0,24	2,15
0,98	0,042	0,92	0,20	2,61

Man erkennt, daß eine Überlastung auf das Doppelte des bei kleinster Phasenverschiebung entwickelten Drehmoments nur selten überschritten wird. Selbstverständlich kann man nun den Motor so bauen, daß der Ständerstrom bei der vorgeschriebenen Belastung kleiner ist als die Tangente an den Kreis. Das wird den Winkel φ nur unwesentlich vergrößern, während die Überlastungsfähigkeit, bezogen auf die niedrig gewählte Belastung, natürlich erheblich wächst.

Besonders wichtig ist das Anzugsmoment. Wenn der Läuferwiderstand gleich Null ist, so ist nach S. 389 der Anlaufstrom gleich OB . In diesem Falle ist auch die Senkrechte des Kreises und damit das Drehmoment beim Angehen gleich Null. Dies erklärt sich, wie früher, daraus, daß bei Kurzschluß der ganze Fluß aus dem Läufer in den Streuweg des Läufers gedrängt wird, so daß die Drähte des Läufers überhaupt nicht mehr in einem wirksamen Felde liegen.

Aber auch bei den wirklich vorkommenden Werten des Läuferwiderstandes liegt der Punkt P_k in Bild 378, der dem Anlaufen entspricht, sehr niedrig, und das Drehmoment beim Anlassen ist gering. Es leuchtet nun ein, daß durch Einschalten eines Anlaßwiderstandes im Läuferkreis der Widerstand R_2 beliebig erhöht werden kann. Dadurch wird nach der Gleichung für $\operatorname{tg} \beta$ auf S. 391 der Strahl AP_k steiler, so daß das Drehmoment beim Anlassen vergrößert wird.

112. Das genaue Heylandsche Strombild.

Der geometrische Ort für den Endpunkt des Strahles des Ständerstromes mit Berücksichtigung des Ständerwiderstandes R ist schon im Jahre 1894 auf planimetrischem Wege von Heyland in seiner ursprünglichen Veröffentlichung abgeleitet.¹⁾ Dies blieb aber längere Zeit unbekannt. Ossanna gab dann im Jahre 1899 eine Ableitung auf analytischem Wege.²⁾ Den analytischen Weg schlug auch der Verfasser 1903 ein, indem er nach dem Vorgang von Behrend den Spannungsverlust im Ständerwiderstand durch eine Erhöhung der Klemmen-

1) ETZ 1894, S. 561.

2) Zeitschrift für Elektrotechnik 1899. S. 223.

spannung ausglich und dann das Strombild entsprechend der Betriebsspannung verkleinerte.¹⁾ Für diese Verkleinerung gab Stehr einen äußerst einfachen planimetrischen Weg an, den Pichelmayer 1908 veröffentlichte.²⁾ Mit Hilfe der Inversion ist la Cour im Jahre 1909 zum Ziel gekommen.³⁾ Dieser Weg zur Aufstellung des Strombildes ist bereits in Abschnitt 78 mit Erfolg benutzt. Ein weiterer Weg, den Petersen eingeschlagen hat,⁴⁾ liegt in der symbolischen Behandlung der Ersatzschaltung (vgl. Abschnitt 78).

Von allen diesen Wegen führt der rein analytische am sichersten und ohne jeden Kunstgriff zum Ziel, aber die Rechnung wird un bequem, so daß wir uns mit einer Andeutung begnügen wollen. Man trägt in irgendeinem Spannungsbild, das für widerstandslosen Ständer gezeichnet ist, also z. B. in Bild 379, den Spannungsverlust $I \cdot R$ ein und erhält dadurch den Strahl der Klemmenspannung. Man macht dann den Anfangspunkt des Strahles $I \cdot R$ zum Anfangspunkt eines rechtwinkligen Koordinatensystems, in welchem die Richtung des Strahles der Klemmenspannung in die positive Richtung der einen Achse fällt. Dann drückt man die Koordinaten der Anfangs- und Endpunkte aller Strahlen durch die des Endpunktes des Strahles $I \cdot R$ aus. Daraus, daß der Läuferstrom der von ihm erzeugten Spannung um 90° voreilt, erhält man dann eine Kreisgleichung zwischen den Koordinaten des Endpunktes des Strahles $I \cdot R$, also auch des Strahles I .

Einfacher kommen wir auf dem Stehr-Pichelmayerschen Wege zum Ziel. Das Strombild für widerstandslosen Ständer, d. h. der Kreis in Bild 381 mit dem Mittelpunkt M_0 , gilt auch für den Motor mit Ständerwiderstand, wenn die erzeugte Gegenspannung im Ständer bei allen Betriebszuständen gleich ist. Diese Gegenspannung sei in ihrem Betrage gleich der vorgeschriebenen Netzspannung E . I_0 in Bild 381 ist daher der Leerstrom des Motors mit widerstandslosem Ständer bei der gewöhnlichen Netzspannung. Wir gleichen nun den Spannungsverlust durch den Wirkwiderstand im Ständer durch eine Erhöhung der Klemmenspannung gegenüber der gewöhnlichen Netzspannung aus. Das Spannungsdreieck für den Ständer ist dann ähnlich dem Dreieck OAB , und zwar ist OA der Ohmsche Spannungsverlust $I \cdot R$, AB die Gegenspannung und OB die erhöhte Klemmenspannung. Wir teilen die drei Seiten durch den Ständerwiderstand R . Dann wird aus dem Spannungsverlust $I \cdot R$ der Ständerstrom $OA = I$. Die Spannung E , die der gleichbleibenden Gegenspannung das Gleichgewicht hält und gegen I_0 um 90° voreilt, wird zu $AB = E/R$, und OB ist die erhöhte Klemmenspannung, geteilt durch den Widerstand R .

Wir haben dann das Dreieck OAB im Verhältnis $AB : OB$ zu

1) Kurzes Lehrbuch der Elektrotechnik. Berlin 1903.

2) Pichelmayer, Der Dynamobau. Leipzig 1908 S. 306.

3) Arnold-la Cour, Wechselstromtechnik. Bd. V. Berlin 1909.

4) Kittler-Petersen, Allgemeine Elektrotechnik. Bd. II. Stuttgart 1908.

verkleinern, so daß die Länge des Strahles OB gleich E/R wird. Diesen Strahl haben wir in irgendeiner Richtung festzulegen. Wir drehen daher das Dreieck OAB unter gleichzeitiger Verkleinerung zum Dreieck OPC so weit, daß OB mit $OC = E/R$ zusammenfällt. Dann gibt OP den Ständerstrom unter Berücksichtigung des Ständerwiderstandes bei der gewöhnlichen Netzspannung, deren Strahl in der Richtung OC festliegt.

CP schneide nun den Kreis in D und F . Da die drei Winkel ϵ einander gleich sind, so ist CF gleich OB und $OF = CB = OA$, und F liegt auf der Verlängerung von BA . Demnach ist:

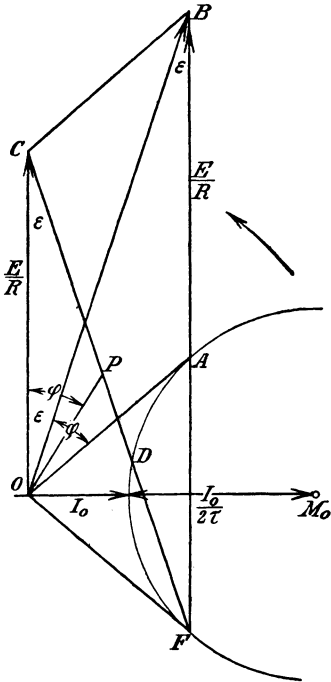


Bild 381. Ermittlung des Ständerstromes nach Stehr-Pichelmayer.

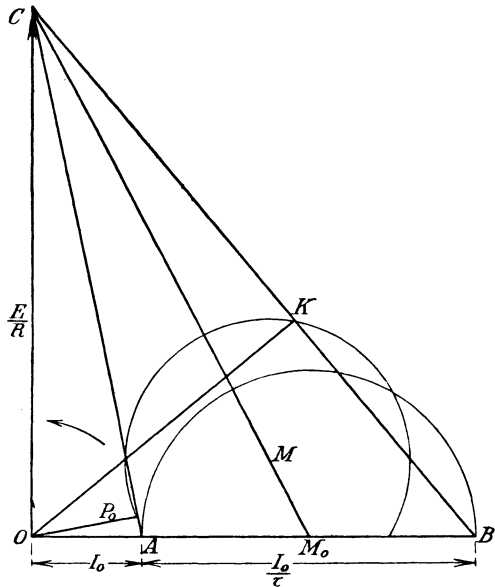


Bild 382. Zeichnung des genauen Kreises.

$$\frac{CP}{E/R} = \frac{E/R}{BO} = \frac{E/R}{CF}. \tag{23}$$

Wir erweitern rechts mit CD und beachten, daß $CD \cdot CF$ gleich dem Quadrat der Tangente von C an den Kreis und dieses Quadrat wieder gleich $\overline{CM}_0^2 - (I_0/2\tau)^2$ ist. Setzen wir $\overline{CM}_0^2 = E^2/R^2 + (I_0 + I_0/2\tau)^2$, so erhalten wir:

$$CD \cdot CF = \frac{E^2}{R^2} + \left(I_0 + \frac{I_0}{2\tau}\right)^2 - \left(\frac{I_0}{2\tau}\right)^2 = \frac{E^2}{R^2} + I_0^2 \frac{(1 + \tau)}{\tau}.$$

Wir setzen dann

$$c = \frac{E^2}{E^2 + I_0^2 R^2 (1 + \tau)/\tau}.$$

Dadurch erhalten wir aus Gleichung (23)

$$CP = c \cdot CD.$$

Da CD der Strahl eines Kreises ist, so ist CP der Strahl eines zweiten Kreises, der mit dem ersten den Ähnlichkeitspunkt C hat. Sein Mittelpunkt M ist gegeben durch $CM = c \cdot CM_0$, er liegt also nach Bild 381 um $c(I_0 + I_0/2\tau)$ rechts von der senkrechten Achse und um $(1-c)E/R$ oberhalb der wagerechten Achse. Der Halbmesser wird $c \cdot I_0/2\tau$. Der Kreis ist derselbe wie der in Bild 250.

Bei einem Motor von 440 kW der Gesellschaft Oerlikon¹⁾ ist z. B.

$$E = 1900 \quad I_0 = 6 \quad R = 0,4 \quad \tau = 0,117.$$

Dann wird

$$c = \frac{E^2}{E^2 + I_0^2 R^2 (1 + \tau)/\tau} = \frac{3610 \cdot 10^3}{3612 \cdot 10^3}.$$

Dieser Wert liegt so nahe bei Eins, daß der Halbmesser und die Entfernung des Mittelpunkts von der senkrechten Achse gleich den Werten bei widerstandslosem Ständer gesetzt werden können. Die Entfernung des Mittelpunkts von der wagerechten Achse wird

$$(1 - c) \frac{E}{R} = \frac{2}{3612} \cdot \frac{1900}{0,4} = 2,6 \text{ Amp.}$$

Sie ist im vorliegenden Falle, wie bei allen großen Motoren, so klein, daß sie gleich Null gesetzt werden kann. Nur bei kleinen Motoren, deren Ständerwiderstand stärker ins Gewicht fällt, hat die Verrückung des Mittelpunktes nach oben eine Bedeutung. Sie hat zur Folge, daß der größte Leistungsfaktor größer ist als bei widerstandslosem Ständer.

F und A fallen bei Leerlauf mit dem Endpunkt des Strahles I_0 und bei Kurzschluß mit widerstandslosem Läufer mit dem Endpunkt des Strahles des Kurzschlußstromes zusammen. Unter Berücksichtigung des Ständerwiderstandes liegt also der Endpunkt P_0 des Leerstromes in Bild 382 auf CA und der Endpunkt K des Kurzschlußstromes bei widerstandslosem Läufer auf CB . Dabei sind die erzeugten Gegenspannungen im Ständer proportional CP_0 und CK . Da ferner der Motor sich in beiden Fällen wie eine Drosselspule verhält, so liegen P_0 und K auf einem Kreis über dem Durchmesser OC , sie lassen sich also zeichnen. Der genaue Kreis ist dann dadurch bestimmt, daß er seinen Mittelpunkt M auf OM_0 hat und durch P_0 und K geht. Es läßt sich nachweisen, daß CA und CB den Kreis in der Höhe des Mittelpunktes schneiden und der Schnittpunkt auf OK bzw. auf der Verlängerung von OP_0 liegt.

Um den Endpunkt P_k des Strahles für den wirklichen Kurzschlußstrom beim Läuferwiderstand R_2 zu ermitteln, bestimmen wir nach S. 391 den Kurzschlußpunkt für widerstandslosen Ständer, also auf dem Kreis

¹⁾ Vgl. ETZ, 1900, S. 1087.

um M_0 , und verbinden den Punkt, der senkrecht unter ihm auf demselben Kreis liegt, mit C . Die Verbindungslinie schneidet den genauen Kreis im gesuchten Kurzschlußpunkt P_k .

Wir wenden uns jetzt zur Aufnahme des Strombildes im Prüffeld. Man mißt dabei Spannung, Strom und Leistung bei Leerlauf, berechnet den Phasenverschiebungswinkel zwischen Strom und Spannung und zeichnet den Leerstrom OP_0 (Bild 383). Als Leerstrom ist dabei der Strom des völlig unbelasteten, also auch reibungslosen Motors zu verstehen. Man hat also durch Antrieb mit einer Hilfsmaschine die Reibungsleistung gesondert zu beobachten und den Punkt P_0 um einen ihr entsprechenden Betrag gegenüber dem Endpunkt des Strahles des beobachteten Leerstromes nach unten zu verlegen.

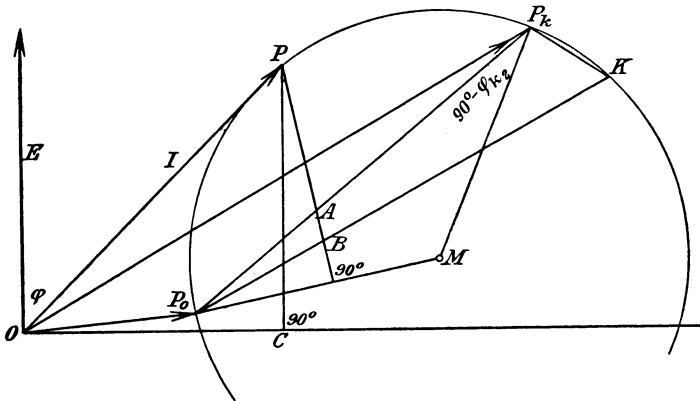


Bild 388. Aufnahme des Kreises im Prüffeld.

Ebenso ermittelt man den Strahl des Kurzschlußstromes OP_k . Der Kurzschluß muß natürlich bei stark verringerter Spannung ausgeführt und der gemessene Kurzschlußstrom proportional auf die Betriebsspannung umgerechnet werden.

Der Mittelpunkt des Kreises liegt dann auf einer Mittelsenkrechten auf P_0P_k . Die weiteren Unterlagen zur Bestimmung des Mittelpunktes und der Leistungen werden auf symbolischem Wege gewonnen.¹⁾ Wir gehen dabei auf die Ersatzschaltung in Bild 251 zurück. In dieser sind ξ_1 und ξ_a die Scheinwiderstände des Ständers und Läufers, bestehend aus dem Wirkwiderstand R_1 , bzw. R_2 und dem durch Streuung verursachten induktiven Widerstand $L_1 \omega$, bzw. $L_2 \omega$. Die Größe ξ ist der Scheinwiderstand, der bei Leerlauf gemessen wird, wenn im Ständer und Läufer überhaupt kein Spannungsverlust auftreten würde. Er besteht aus einem Wirkwiderstand R , der angenähert den Eisenverlusten Rechnung trägt, und einem induktiven Widerstand $L \omega$, der bei Leerlauf durch das nutzbare Feld verursacht wird. Die Stromwärme im Widerstand R'' ent-

¹⁾ Kittler-Petersen, Allgemeine Elektrotechnik, Bd. II. Thomälen, ETZ 1916, S. 17.

spricht der vom Läufer abgegebenen mechanischen Leistung. Alle sekundären Größen sind natürlich nach S. 300 auf die primären umgerechnet.

Nun war in Bild 252 der Peripheriewinkel über der Sehne $P_0 P_k$ gleich dem Phasenwinkel des Widerstandes $\beta_2 + \beta_1 \cdot \beta/\beta_0$. Dieser Widerstand ist, da $\beta_0 = \beta_1 + \beta$ ist, nichts anderes als der Scheinwiderstand, der bei Speisung vom Läufer aus mit kurz geschlossenem Ständer gemessen wird. Man speist also den Motor bei kurzgeschlossenem Ständer vom Läufer aus und trägt den Komplementwinkel des dabei beobachteten Phasenverschiebungswinkels φ_{k2} nach Bild 383 an $P_0 P_k$ an. Der freie Schenkel dieses Winkels schneidet die Mittelsenkrechte von $P_0 P_k$ im gesuchten Mittelpunkt M des Kreises. Statt φ_{k2} kann man ohne wesentlichen Fehler den Phasenverschiebungswinkel φ_k bei Kurzschluß mit Speisung vom Ständer aus benutzen. Bei Motoren mit Kurzschlußläufer ist dies sogar notwendig.

Wir berechnen nun für die Ersatzschaltung die Scheinwiderstände bei Leerlauf und bei Kurzschluß mit Speisung vom Ständer aus zu

$$\beta_0 = \beta_1 + \beta \quad \beta_k = \beta_1 + \frac{\beta_2 \cdot \beta}{\beta_2 + \beta}$$

Daraus folgt mit einigen Umrechnungen

$$\mathfrak{Z}_k - \mathfrak{Z}_0 = \frac{E}{\beta_k} - \frac{E}{\beta_0} = E \cdot \frac{\beta^2}{\beta_0^2(\beta_2 + \beta_1 \cdot \beta/\beta_0)} \quad (24)$$

Wir berechnen nun $\mathfrak{Z}_2^2 \cdot R''$, indem wir R'' aus Gleichung (69) auf S. 267 und \mathfrak{Z}_2 aus Gleichung (66) auf S. 267 einführen, und erhalten unter Benutzung von Gleichung (24)

$$\mathfrak{Z}_2^2 R'' = E \cdot \frac{(\mathfrak{Z}_1 - \mathfrak{Z}_0)(\mathfrak{Z}_k - \mathfrak{Z}_1)}{\mathfrak{Z}_k - \mathfrak{Z}_0} \quad (25)$$

Als eine Größe der doppelten Frequenz dürfen wir diese Größe nicht als einen Strahl in unser Strom- oder Spannungsbild einführen. Dagegen können wir den Betrag, der sich zu $I_2^2 \cdot R''$ ergibt, als mittlere abgegebene Leistung für einen Zweig in Rechnung setzen, erhalten diese also nach Bild 252 zu

$$I_2^2 R'' = E \cdot \frac{P_0 P \cdot P P_k}{P_0 P_k} \quad (26)$$

Wir fällen nun in Bild 383 vom Endpunkt P des Strahles eines beliebigen Ständerstromes die Senkrechte auf den Halbmesser $M P_0$, die $P_0 P_k$ in A schneidet. Dann verhält sich wegen der Ähnlichkeit der Dreiecke $P_0 P P_k$ und $P A P_0$:

$$\frac{P P_k}{P_0 P_k} = \frac{P A}{P_0 P} \quad (27)$$

Demnach ist die von allen drei Zweigen abgegebene mechanische Leistung nach Gleichung (26) und (27)

$$N_2 = 3 E \cdot P A \quad (28)$$

Es sei nun K der Kurzschlußpunkt bei widerstandslosem Läufer. Dann ist, ähnlich wie oben, die mechanisch abgegebene Leistung bei widerstandslosem Läufer gleich $3E \cdot PB$. Da sie gleich der auf den Läufer übertragenen Leistung N_a ist, so ergibt sich diese zu

$$N_a = 3 \cdot E \cdot PB. \quad (29)$$

Das Drehmoment ist nach S. 391 dieser Leistung proportional, und die relative Schlüpfung ist nach S. 380 gleich dem Verhältnis $AB:PB$.

Ist endlich PC die Kreisordinate, so ist $3E \cdot PC$ die dem Ständer zugeführte Leistung.

Die Verluste durch Wirbelströme und Hysteresis, die sich streng in keine Darstellung einfügen, sind dabei angenähert mit berücksichtigt. Wesentlich ist aber eine geringe Eisensättigung, da das Strombild sonst überhaupt nicht durch den Kreis dargestellt wird.

Um den Punkt K im Prüffeld zu ermitteln, gehen wir nach Petersen davon aus, daß der Phasenwinkel, den wir bei Kurzschluß und Speisung vom Läufer aus messen, beim Motor mit Läuferwiderstand gleich dem Peripheriewinkel über P_0P_k , beim Motor ohne Läuferwiderstand gleich dem Peripheriewinkel über P_0K ist. Daraus läßt sich dann leicht ableiten, daß KP_k und P_0P_k sich verhalten wie der Läuferwiderstand zum Scheinwiderstand bei Kurzschluß mit Speisung vom Läufer aus. Man kann wieder, wie oben, den Scheinwiderstand bei Kurzschluß und Speisung vom Ständer einführen, muß dann aber nach S. 300 den Läuferwiderstand auf den Ständer umrechnen.

113. Vereinfachtes Strombild.

Vielfach wird ein in seinen Grundlagen von Heyland angegebene vereinfachtes Strombild verwendet, bei dem ein den Verlusten im Ständer und Läufer entsprechender Betrag von den Senkrechten des ursprünglichen Kreises abgezogen wird.

Im vorigen Abschnitt hat sich ergeben, daß der Halbmesser des genauen Kreises fast genau gleich dem des ursprünglichen ist und der Mittelpunkt um eine sehr kleine Strecke fast senkrecht über dem Mittelpunkt des ursprünglichen Kreises liegt. Wir vernachlässigen jetzt diese Strecke, lassen also den Kreis für den Motor mit Ständerwiderstand mit dem ursprünglichen Kreis zusammenfallen (Bild 384). Der Strahl der Ständerspannung fällt dabei wie früher in die senkrechte Achse, und die zugeführte Leistung ist:

$$N_1 = 3 \cdot E \cdot I \cdot \cos \varphi = 3 \cdot E \cdot PF. \quad (30)$$

Von dieser zugeführten Leistung ziehen wir nun die einzelnen Verluste ab. Dabei empfiehlt es sich, für die Stromwärme in einem Ständerzweig anstatt $I^2 \cdot R$ den Betrag $I^2 \cdot R - I_0^2 \cdot R$ einzuführen und $I_0^2 \cdot R$ statt dessen zu den Reibungsverlusten hinzuzuschlagen. Dies ist um so angemessener, als die bei Leerlauf gemessene Leistung neben

den Reibungsverlusten den Betrag $I_0^2 \cdot R$ mit einschließt. Wir erhalten dann nach dem allgemeinen Pythagoräischen Lehrsatz im Dreieck OAP

$$I^2 - I_0^2 = \overline{AP}^2 + 2 I_0 \cdot AF,$$

oder wenn wir $\overline{AP}^2 = AF \cdot I_0 / \tau$ setzen und mit R erweitern:

$$(I^2 - I_0^2) R = AF \cdot I_0 \cdot R \cdot \frac{(1 + 2\tau)}{\tau}.$$

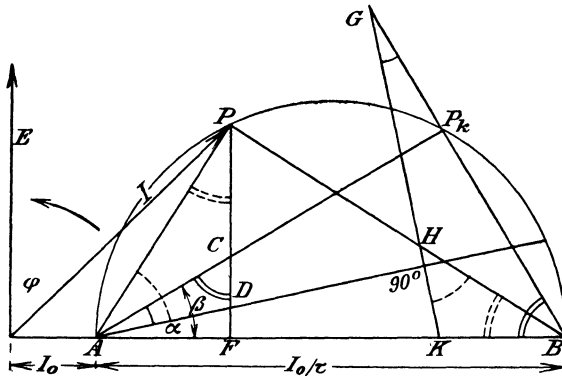


Bild 384. Vereinfachtes Strombild.

Wir ziehen nun den Strahl AD so, daß der Winkel α , den er mit dem Durchmesser bildet, der Gleichung entspricht:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{1 + 2\tau}{\tau} \cdot \frac{I_0 \cdot R}{E}. \quad (31)$$

Dann ist $AF = DF / \operatorname{tg} \alpha$, d. h.

$$3 (I^2 - I_0^2) \cdot R = 3 \cdot E \cdot DF. \quad (32)$$

Die auf den Läufer übertragene Leistung, die ein Maß für das gesamte Drehmoment einschließlich des Drehmomentes der Reibung ist, ist dann

$$N_a = 3E(PF - DF) = 3E \cdot PD. \quad (33)$$

Der Verlust in einem Läuferzweig ist gleich $I_2^2 \cdot R_2$. Nun gilt mit großer Annäherung auch bei Berücksichtigung des Ständerwiderstandes nach S. 389 die Gleichung:

$$I_2 = \frac{AP \cdot z_1}{\eta_1 \cdot z_2}. \quad (34)$$

Wenn also $\overline{AP}^2 = AF \cdot I_0 / \tau$ gesetzt wird, so ist der Verlust in einem Läuferzweig

$$I_2^2 \cdot R_2 = AF \cdot \frac{I_0}{\tau} \cdot \frac{z_1^2}{\eta_1^2 z_2^2} \cdot R_2.$$

Wir ziehen nun den Strahl AP_k so, daß der Winkel β , den er mit dem Durchmesser bildet, der Gleichung entspricht:

$$\operatorname{tg} \beta - \operatorname{tg} \alpha = \frac{I_0 \cdot R_2}{r \cdot E} \cdot \frac{\varepsilon_1^2}{\eta_1^2 \varepsilon_2^2}. \quad (35)$$

Dann ist $CD = CF - DF = AF (\operatorname{tg} \beta - \operatorname{tg} \alpha)$, d. h.

$$3 I_2^2 \cdot R_2 = 3 \cdot E \cdot CD. \quad (36)$$

Die mechanische Leistung ist dann

$$N_2 = 3 E \cdot PC. \quad (37)$$

Von dieser mechanischen hat man dann die Leerlaufleistung abzuziehen, um die Nutzleistung zu erhalten.

Wir ziehen nun von einem beliebigen Punkt G des Strahles BP_k eine Senkrechte auf AD , welche PB in H und den Durchmesser in K schneidet. Dann sind die Dreiecke ADC und GKB und ebenso die Dreiecke ADP und HKB wegen Gleichheit der entsprechend bezeichneten Winker einander ähnlich. Demnach ist die Schlüpfung s als das Verhältnis des Verlustes im Läufer zu der auf den Läufer übertragenen Leistung:

$$s = \frac{CD}{PD} = \frac{CD}{AD} \cdot \frac{AD}{PD} = \frac{KB}{GK} \cdot \frac{HK}{KB} = \frac{HK}{GK}. \quad (38)$$

Wird G so gewählt, daß GK gleich 100 mm wird, so liefert uns HK in mm unmittelbar die prozentische Schlüpfung. Wird andererseits G so gewählt, daß GK in mm gleich der synchronen Drehzahl, d. h. der Drehzahl des Drehfeldes oder gleich der Drehzahl des Läufers bei vollständigem Leerlauf ist, so ist GH in mm unmittelbar die Drehzahl n bei Betrieb.

Aus der Drehzahl in Verbindung mit der Nutzleistung N , die wir durch Abzug der Reibungsleistung N_r von der gesamten mechanischen Leistung N_2 erhalten, ergibt sich dann das nutzbare Drehmoment, d. h. das Drehmoment der Nutzlast zu

$$D_n = \frac{N_2 - N_r}{\omega_m \cdot 9,81} = \frac{3E \cdot PC - N_r}{9,81 \cdot 2\pi \cdot n/60} = \frac{3E \cdot 60}{9,81 \cdot 2\pi} \cdot \frac{PC - N_r/3E}{n}. \quad (39)$$

Der Wirkungsgrad wird schließlich

$$\eta = \frac{N}{N_1} = \frac{PC - N_r/3E}{PF}. \quad (40)$$

Wir zeichnen das vereinfachte Strombild für einen ausgeführten Motor der Maschinenfabrik Oerlikon¹⁾. Der Motor ist für eine Leistung von 440 kW bei der besonders niedrigen Drehzahl von rund 75 Umdrehungen in der Minute gebaut. Diese niedrige Drehzahl bedingt natürlich eine verhältnismäßig große Polzahl und, wie wir im 114. Abschnitt sehen werden, eine verhältnismäßig große Streuung. Aus diesem Grunde wurde

¹⁾ Vgl. ETZ 1900, S. 1087.

statt der gewöhnlichen Frequenz 50 in der Sekunde die Frequenz $f = 22,5$ gewählt, was natürlich nur möglich ist, wenn der Stromerzeuger gleichzeitig mit dem Motor entworfen wird. Dabei ergibt sich dann die Zahl der Polpaare zu $p = 60f/n = 18$.

Der Durchmesser des Läufers ist rund 300 cm, der Luftabstand 0,2 cm.

Die Spannung an den Klemmen des in Dreieck geschalteten Ständers ist $E = 1900$ Volt. Der Ständerwiderstand ist $R = 0,4$ Ohm für einen Zweig, der Läuferwiderstand $R_2 = 0,016$ Ohm für einen Zweig. Die Drahtzahl eines Ständerzweiges ist $\varepsilon_1 = 864$. Der Läufer besitzt eine blanke Drahtwicklung, die in 432 Nuten untergebracht ist, so daß sich die Drahtzahl ε_2 eines Zweiges zu 143 ergibt.

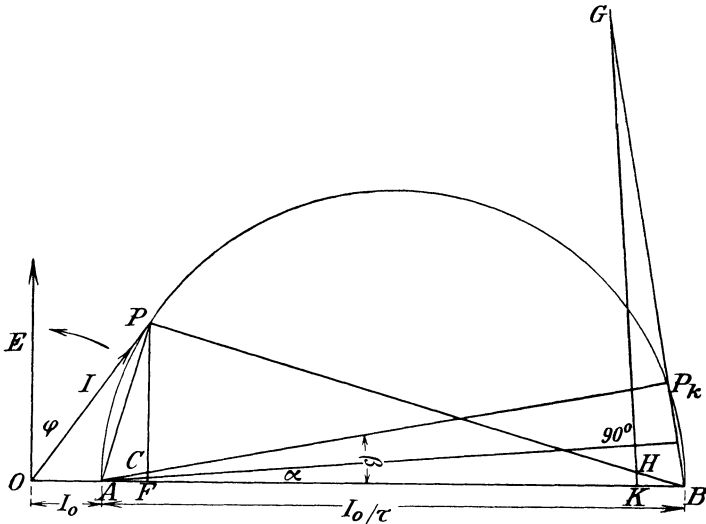


Bild 385. Vereinfachtes Strombild.

Der Leerstrom ist im Netzleiter 62 Amp, in einem Zweig also $I_0 = 62/\sqrt{3} = 36$. Der vorgeschriebene Betriebsstrom ist im Netzleiter 170 Ampere, in einem Zweig also $I = 170/\sqrt{3} = 100$ Amp. Der gesamte Leerverlust wurde zu $N_r = 16000$ Watt und der Streufaktor zu $\tau = 0,117$ oder $\eta_1 = \eta_2 = 0,946$ ermittelt.

Demnach erhalten wir in dem für diese Verhältnisse gezeichneten Bild 385

$$OA = I_0 = 36, \quad AB = \frac{I_0}{\tau} = \frac{36}{0,117} = 306.$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{(1 + 2\tau)}{\tau} \cdot \frac{I_0 \cdot R}{E} = 0,08,$$

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{I_0 \cdot R_2}{\tau \cdot E} \cdot \frac{\varepsilon_1^2}{\eta_1^2 \varepsilon_2^2} + \operatorname{tg} \alpha = 0,186.$$

Das nutzbare Drehmoment ist dann nach Gleichung (39), da $N_{\nu}/3E = 2,8$ ist:

$$D_n = 5550 \frac{PC - 2,8}{GH}$$

und der Wirkungsgrad nach Gleichung (40)

$$\eta = \frac{PC - 2,8}{PF}$$

Um die Drehzahl unmittelbar aus GH ablesen zu können, machen wir GK in mm gleich der synchronen Drehzahl, also gleich $f \cdot 60/p = 75$ mm. In Wirklichkeit ist GK im Verhältnis 5 : 6 kleiner gewählt, so daß die abgelesenen Werte mit 6/5 zu vervielfachen waren.

Auf diese Weise ergibt sich für beliebige Werte des Ständerstromes I außerordentlich schnell die folgende Zahlentafel. Die dritte wagerechte Reihe entspricht dem vorgeschriebenen, in Bild 385 gezeichneten Betriebszustand. Die letzte senkrechte Reihe enthält den Netzstrom, der sich bei der Dreieckschaltung des Ständers zu $\sqrt{3} \cdot I$ ergibt.

$I =$ OP	$PC - 2,8$	PF	$\eta =$ $\frac{PC - 2,8}{PF}$	$n = GH$ in mm	$\cos \varphi =$ $\frac{PF}{OP}$	$D_n =$ $\frac{5550 (PC - 2,8)}{n}$	$\sqrt{3} I$
45	21,2	24,2	0,87	74,4	0,548	1 565	78
60	38,7	42,7	0,91	74	0,718	2 900	104
100	73,5	80,5	0,916	73	0,805	5 600	173
196,3	121,2	142,7	0,85	70,5	0,73	9 520	340
220	123,9	150	0,83	68,3	0,682	10 000	380
243	121,2	152,5	0,793	66,6	0,63	10 100	421
(284)	113,5	150,2	0,793	64,8	0,57	9 700	490

Mit Hilfe dieser Werte sind dann die Kurven in Bild 386 gezeichnet, wobei das nutzbare Drehmoment wagerecht aufgetragen ist. Wie man sieht, ist das größte Drehmoment gleich 10000 mkg, während das Drehmoment beim vorgeschriebenen Betrieb etwa 5600 mkg beträgt. Der Motor kann also rund auf das Doppelte überlastet werden, wobei die Stromstärke im Netz von 173 Ampere auf 421 Ampere steigt. Bei noch stärkerer Belastung bleibt der Motor stehen. Die aus dem rechten Teil des Strombildes entnommenen Werte treten daher im Gleichgewichtszustand nicht auf. Sie gelten nur für die Anlaufzeit oder auch für die Auslaufzeit, wenn der überlastete Motor allmählich zum Stillstand kommt.

Die Drehzahl ist beim vorgeschriebenen Betrieb gleich 73, die Schlüpfung also 2 auf 75 oder 2,7%. Bei stärkerer Belastung nimmt die Drehzahl dauernd ab und sinkt bei der höchsten Belastung auf 66,6.

Die Kurven des Wirkungsgrades und des Leistungsfaktors steigen bei wachsender Belastung verhältnismäßig schnell an, erreichen bei der vorgeschriebenen Belastung ihren höchsten Wert und fallen dann bei

Überlastung langsam wieder ab. Bemerkenswert ist, daß beide Kurven in der Nähe ihres Höchstwertes über eine große Strecke fast wagerecht verlaufen. Es könnte auffallen, daß bei einem 440 Kilowatt-Motor nur ein Wirkungsgrad von rund 92% und ein Leistungsfaktor $\cos \varphi = 0,81$ erzielt wird. Im folgenden Abschnitt wird sich jedoch ergeben, daß die

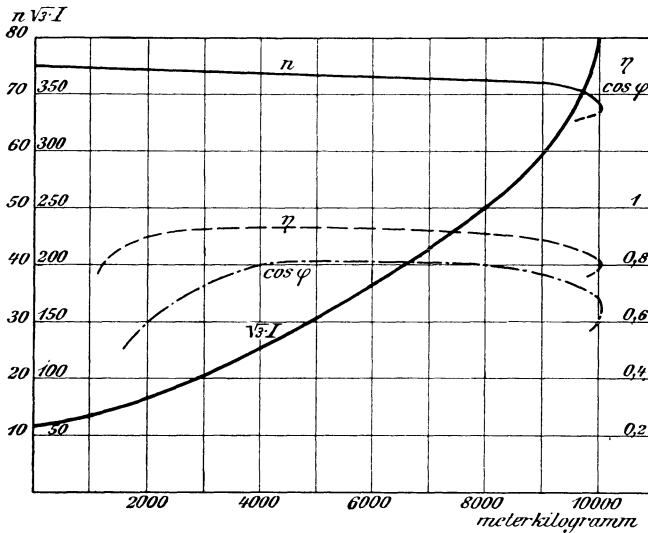


Bild 336. Elektrische und mechanische Größen des Drehstrommotors.

besonders niedrige Drehzahl unseres Motors und die dadurch bedingte große Polzahl eine große Streuung bewirkt. Dadurch wird die Phasenverschiebung verhältnismäßig groß und ebenso der Wirkungsgrad ungünstig. Ein gewöhnlicher Motor derselben Gesellschaft für die gleiche Leistung und eine Drehzahl 370 bei der Frequenz 50 ergab z. B. $\cos \varphi = 0,92$, $\eta = 0,95$ und eine Schlüpfung von 1,5%.

114. Der Streufaktor.

Wie wir sahen, wird das Verhalten des Drehstrommotors im Betriebe wesentlich durch den Streufaktor τ bestimmt. Wir wollen nun untersuchen, wie dieser durch den Versuch bestimmt werden kann, und wodurch seine Größe gegeben ist.

Wenn der Läufer Phasenwicklung besitzt, so legen wir eine Spannung E_{11} bei offenem Läufer an den Ständer und messen die Spannung E_{12} an den Schleifringen des Läufers. Ebenso legen wir bei offenem Ständer eine Spannung E_{22} an den Läufer und messen die Spannung E_{21} am Ständer. Unter der Voraussetzung, daß die Schaltung im Läufer dieselbe ist wie im Ständer, ist nach der Festsetzung von η_1 und η_2 auf S. 388

$$\eta_1 = \frac{E_{12}}{E_{11}} \cdot \frac{s_1}{s_2} \quad (41) \quad \eta_2 = \frac{E_{21}}{E_{22}} \cdot \frac{s_2}{s_1} \quad (42)$$

$$\tau = \frac{1 - \eta_1 \eta_2}{\eta_1 \eta_2} = \frac{E_{11} E_{22} - E_{12} E_{21}}{E_{12} \cdot E_{21}}. \quad (43)$$

Diese Ermittlung der Streufaktoren hat den Vorteil großer Einfachheit und Übersichtlichkeit, weil sie unmittelbar auf der Festsetzung von η_1 und η_2 beruht. Sie ist aber nur dann zuverlässig, wenn die Spannungszeiger mit sehr großer Genauigkeit abgelesen werden können. Daß sie an sich richtig zeigen, ist auf den Wert von τ von geringerem Einfluß, vorausgesetzt, daß sie bei beiden Messungen nicht vertauscht werden.

Es muß aber auch hier wieder darauf hingewiesen werden, daß die Eisensättigung einen störenden Einfluß ausübt. Selbst wenn die Sättigung im Ständerjoch und Läuferkern und in den Zähnen gering ist, kann eine Sättigung der Zahnstege den magnetischen Widerstand dieser Stege und damit den Streufluß stark beeinflussen. Da dieser Streufluß und damit die Sättigung von der Stromstärke abhängig ist, so ist der magnetische Widerstand des Streuweges bei Betrieb größer als bei Leerlauf. Dadurch wird dann das Verhältnis des Luftwiderstandes zum Streuwiderstand bei Betrieb kleiner als bei Leerlauf. Die Maschine arbeitet also bei Belastung günstiger, als nach den obigen Leerlaufmessungen angenommen wird.

Dadurch wird, strenggenommen, die Gültigkeit des Heylandschen Strombildes beschränkt. Dieses gilt genau nur für den einen bestimmten Betriebszustand, bei dem der Widerstand des Streuweges dem zugrunde gelegten Wert von η_1 und η_2 entspricht. Es kommt daher vor allem darauf an, den Streufaktor für den vorgeschriebenen Betriebszustand zu ermitteln. Bei Motoren mit geringem Ständer- und Läuferwiderstand schließt man dazu den Läufer kurz und mißt den Ständerstrom I_k bei ruhendem Läufer. Bei dem geringem Widerstande fällt dann der Strahl des Kurzschlußstromes $I_k = OP_k$ in Bild 378 mit dem OB zusammen. Man erhält auf diese Weise unmittelbar $OB = I_0 + I_0/\tau = I_k$.

Dann wird

$$\tau = \frac{I_0}{I_k - I_0}. \quad (44)$$

Nimmt man nun diese Beobachtung des Kurzschlußstromes bei der gewöhnlichen Spannung vor, so wird die Stromstärke viel zu groß. Aber selbst wenn der Motor diese Stromstärke aushielte, würde die Messung kein brauchbares Ergebnis liefern, da die Sättigung der Zahnstege dabei weit größer ist als bei Betrieb. Man muß vielmehr eine solche Spannung an den Ständer legen, daß bei Kurzschluß gerade der vorgeschriebene Betriebsstrom durch den Ständer fließt. Dann ist beim Kurzschluß der Streufluß in den Zahnstegen, also auch das Verhältnis der magnetischen Widerstände des Streufeldes und Nutzfeldes ebenso groß wie beim vorgeschriebenen Betrieb. Man gewinnt auf diese Weise allerdings nicht einen allgemeingültigen Wert von τ , aber wenigstens

den Wert von τ für den vorgeschriebenen Betriebszustand. Natürlich ist in den obigen Gleichungen für I_0 der Leerstrom bei der verringerten Spannung einzusetzen.

Bei dem Motor auf S. 404 wurde z. B. nicht die Netzspannung von 1900 Volt, sondern nacheinander die Spannung von 390 bzw. 600 Volt an den Ständer gelegt. Dabei ergaben sich die Kurzschlußströme eines Zweiges zu 63,7 bzw. 116 Ampere. Der Leerstrom betrug bei 1900 Volt 36 Ampere, er berechnet sich also bei 390 bzw. 600 Volt zu 7,4 bzw. 11,4 Ampere.

Daraus erhalten wir nach Gleichung (44) bei einem Ständerstrom von 63,7 bzw. 116 Amp. einen Streufaktor

$$\tau = \frac{7,4}{63,7 - 7,4} = 0,131 \quad \text{bzw.} \quad \tau = \frac{11,4}{116 - 11,4} = 0,109.$$

Die Messung zeigt deutlich, daß der Streufaktor, d. h. die relative Streuung mit zunehmendem Ständerstrom wegen der Sättigung der Zahnstege abnimmt. Der absolute Wert des Streuflusses wird natürlich bei wachsender Stromstärke größer.

Für den vorgeschriebenen Betriebsstrom von 100 Amp. in einem Zweig erhalten wir dann durch Interpolation zwischen $I_k = 63,7$ und 116, bzw. $\tau = 0,131$ und 0,109 den Wert $\tau = 0,117$. Wenn wir annehmen, daß $r_1 = r_2$ ist, so ergibt sich daraus $\eta_1 = \eta_2 = 0,946$.

Ist der Ständer- und Läuferwiderstand nicht zu vernachlässigen, so kann nicht mehr angenommen werden, daß der Kurzschlußstrom mit OB zusammenfällt. In diesem Falle wird man das Strombild nach S. 383 zeichnen und den Streufaktor τ als das Verhältnis der kleinsten Abszisse des Kreises zum Durchmesser berechnen.

Ein weiterer Weg zur Ermittlung des gesamten Streufaktors besteht darin, daß man die Belastung oder bei festgebremstem Läufer den äußeren Widerstand im Läuferkreis ändert. Man mißt dann im Ständerkreis Spannung, Strom und Leistung und berechnet den Phasenverschiebungswinkel zwischen Strom und Spannung. Dann zeichnet man die Strahlen der Ströme bei festliegendem Strahl der Spannung und legt durch ihre Endpunkte eine Kurve, die allerdings wegen der Veränderlichkeit des Streufaktors τ genau genommen kein Kreis ist. Sie nähert sich aber für den Bereich des vorgeschriebenen Betriebes einem Kreise, dessen Durchmesser dann zur Berechnung von τ verwendet werden kann. Die in Bild 387 gezeichnete Kurve wurde unter Festbremsung des Läufers an einem Motor von 1 Kilowatt aufgenommen.

Da der Leistungsfaktor und die Überlastungsfähigkeit unmittelbar vom Streufaktor τ abhängen, so ergibt sich als erste Aufgabe beim Entwurf eines Drehstrommotors, die Streuung so weit wie möglich zu beschränken. Man sieht sofort, daß die Unterbringung der Drähte in geschlossenen Nuten wegen des geringen Widerstandes des Streuweges vermieden werden muß. Geschlossene Nuten sind um so nachteiliger, je

weiter sie vom Luftspalt entfernt sind. Liegen die Nuten dagegen unmittelbar am Luftspalt, so daß die Stege der Zähne sehr dünn sind, so wird gegen eine geschlossene Nut weniger einzuwenden sein. Am vorteilhaftesten wäre sicherlich die auch in bezug auf Herstellung der Wicklung günstigste ganz offene Nut, weil der magnetische Widerstand

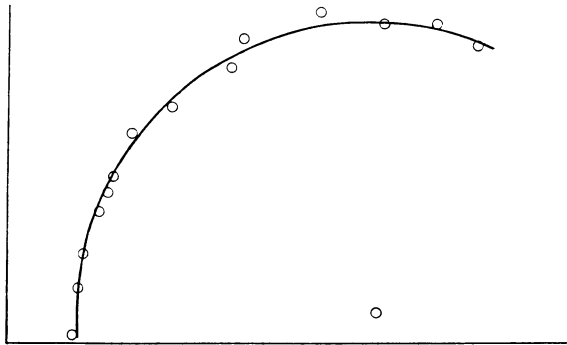


Bild 387. Durch den Versuch aufgenommenes Strombild eines Drehstrommotors.

des Streupfades dabei am größten ist. Derartige Nuten veranlassen aber eine Erhöhung des magnetischen Widerstandes der Luftstrecke und daher des Magnetisierungsstromes, so daß der Leistungsfaktor sehr ungünstig wird. In der Regel werden daher, wenigstens in Europa, halbgeschlossene Nuten verwendet.

In jedem Falle aber ist es nötig, mehrere Nuten für die Spulenseite anzuwenden, damit der Streufluß, der von den Stromdrähten einer Nut geschaffen wird, möglichst gering wird. Gleichzeitig wird der die ganze Spulenseite umfassende Streufluß geringer. Diese Verringerung der Streuung bei Vergrößerung der Nutenzahl für die Spulenseite beruht weniger auf einer Vergrößerung der Länge des Streupfades, als auf einer Verkleinerung des Querschnittes des Streuweges. Mit der Anzahl der Nuten nimmt nämlich auch die Anzahl der Zähne zu, und die Zahnfläche eines einzelnen Zahnes wird kleiner als bei geringer Anzahl von Zähnen. Der Teil des Streufusses, der die ganze Spulenseite umfaßt und daher besonders schädlich ist, tritt dann aus einer kleinen Zahnfläche aus und ist daher verhältnismäßig gering.

Natürlich kann man in der Erhöhung der Nutenzahl nicht beliebig weit gehen, weil dann der durch Isolation eingenommene Raum unverhältnismäßig groß wird. Man beschränkt sich daher darauf, die Spulenseite des Ständers in 3 bis 5, die des Läufers in 4 bis 7 Nuten unterzubringen. Aus den obigen Überlegungen geht auch hervor, daß große Drehzahlen, d. h. kleine Polzahlen in bezug auf Streuung günstig sind, da es bei großer Polteilung leichter ist, die Drähte einer Spulenseite auf mehrere Nuten zu verteilen. Auch große Durchmesser bei kleiner Länge sind günstig, da die geringe Länge einen geringen Nutzenstreufluß mit sich

bringt. Allerdings erhöhen sich bei großem Durchmesser und geringer Eisenlänge die Kosten der Maschine. Das ergibt sich aus der einfachen Überlegung, daß man die Leistung ohne besondere Mehrkosten erheblich steigern kann, wenn man beim Entwurf die Eisenlänge vergrößert. Auch ist bei großem Durchmesser der Einfluß der Stirnstreuung wieder größer, wodurch der Vorteil der verringerten Nutzenstreuung zum Teil wieder aufgehoben wird.

Ein weiteres Mittel zur Verringerung des Streufaktors τ ist die Verkleinerung des Luftspaltes. Der Fluß im Luftspalt steht für gleichen magnetisierenden Strom im umgekehrten Verhältnis zum Luftabstand, so daß der relative Verlust an Fluß und damit τ dem Luftabstand proportional ist.

Es ist nun von Wert, den Einfluß der Größe des Luftspaltes auf die Wirkungsweise des Motors zu verfolgen. Natürlich darf man dabei nicht einen einzelnen Motor verwenden, bei dem man zur Vergrößerung des Luftspaltes den Ständer oder Läufer abdreht. Dadurch vergrößert man nicht bloß den Luftspalt, sondern zugleich den magnetischen Widerstand der Zahnstege. Wir vergleichen vielmehr zwei Motoren, die verschieden großen Luftspalt, aber im übrigen genau dieselbe Bauart, besonders also auch dieselbe Nutenanordnung besitzen.

Je kleiner der Luftspalt ist, desto kleiner ist zunächst τ , desto größer also der größte Leistungsfaktor nach der Gleichung $(\cos \varphi)_m = 1/(1 + 2\tau)$. Ebenso ist natürlich bei dem Motor mit geringerer Luftabstände der Leerstrom geringer, weil jetzt schon ein schwächerer Magnetisierungsstrom zur Erzeugung des durch die Klemmenspannung vorgeschriebenen Flusses genügt.

Das größte Drehmoment, das durch den Kreishalbmesser, also durch $I_0/2\tau$ gegeben ist, ist dagegen bei beiden betrachteten Motoren gleich, da der Motor mit dem größeren Leerstrom I_0 auch einen proportional größeren Streufaktor τ besitzt. Das größte Drehmoment ist also unabhängig vom Luftabstand.

Von besonders großem Einfluß auf den Streufaktor τ ist nun die Frequenz bei gegebener Drehzahl, oder umgekehrt die Drehzahl bei gegebener Frequenz. Wir betrachten dazu zwei Motoren, deren Eisenstell dieselben Abmessungen und dieselbe Nutenzahl hat, und die beide für die gleiche Spannung und Leistung bestimmt sind. Die Frequenz sei in beiden Fällen $f = 50/\text{sek}$. Der eine Motor soll aber für die Drehzahl 1000, der andere für die Drehzahl 600 gewickelt sein. Beide Motoren sollen in bezug auf Ausnutzung des Nutzenquerschnittes, Stromdichte und Anzahl der Stromdrähte für die Längeneinheit des Umfanges bei Betrieb gleich sein.

Wenn wir von der Verschiedenheit des Leistungsfaktors beider Motoren absehen, so ist bei gleicher Leistung und Spannung auch der Betriebsstrom in beiden Fällen gleich. Die Bedingung einer gleichen Zahl von Stromdrähten für die Längeneinheit des Umfanges ist dann

gleichbedeutend mit gleicher gesamter Drahtzahl. Bei gleicher Nutenzahl haben wir dann auch dieselbe Drahtzahl in einer Nut.

Dagegen sind beide Motoren in bezug auf die Zahl der Polpaare verschieden. Nach der Gleichung: $p = f \cdot 60/n$ muß der Motor bei der Drehzahl 1000 die Polpaarzahl 3, bei der Drehzahl 600 die Polpaarzahl 5 erhalten. Da der Umfang bei beiden Motoren derselbe ist, so verhalten

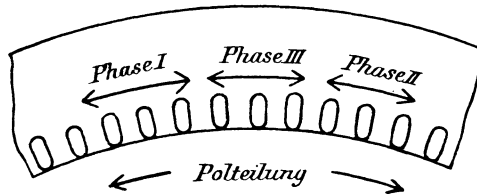


Bild 388. Ständer mit 3 Nuten für die Spulenseite. $f = 50$, $p = 5$, $n = 600$.

sich die Polteilungen wie 3 : 5. Auf dem ersten Motor (Bild 388) sind beispielsweise 3 Nuten für eine Spulenseite oder 9 Nuten für eine Polteilung vorhanden. Dann besitzt der zweite Motor statt dessen 5 Nuten für eine Spulenseite oder 15 Nuten für eine Polteilung (Bild 389). Die Drahtzahlen einer Spulenseite verhalten sich also wie 3 : 5.

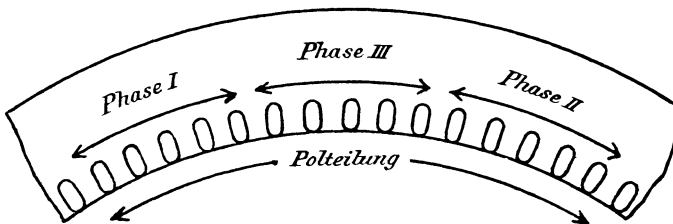


Bild 389. Derselbe Ständer wie in Bild 388, jedoch mit 5 Nuten für die Spulenseite.
 $f = 50$, $p = 3$, $n = 1000$.

Da bei derselben Spannung, gesamter Drahtzahl und Frequenz der Fluß beider Motoren derselbe ist, die Polteilungen sich aber wie 3 : 5 verhalten, so verhalten sich die Induktionen wie 5 : 3. Der Motor mit der kleineren Drehzahl und größeren Polzahl hat also einen weit größeren Verlust durch Hysteresis und Wirbelströme als der andere Motor.

Ferner ist beim Leerlauf zur Erzeugung der größeren Induktion auch eine größere Erregung nötig. Da die Drahtzahl einer Spulenseite bei der kleineren Drehzahl nur $3/5$ der entsprechenden Drahtzahl bei der größeren Drehzahl ist, so wird der Magnetisierungsstrom $(5/3)^2$ mal so groß.

Schwieriger gestaltet sich die Beurteilung, wenn wir den Streufaktor in beiden Fällen ins Auge fassen. Wir erhalten bei der Drehzahl 600, entsprechend der geringen Polbreite, einen im Verhältnis 5 : 3

größeren Widerstand des Luftfeldes als bei der Drehzahl 1000. Da nun nach S. 410 der Streufaktor τ dem Luftwiderstand proportional ist, so folgt, daß er der Drehzahl umgekehrt proportional ist, und zwar unter der Voraussetzung, daß der Widerstand des Streufeldes bei beiden Motoren gleich ist. Wir würden auf diese Weise zum Ergebnis kommen, daß Motoren für eine große Drehzahl einen kleinen Streufaktor aufweisen müssen. Es ist indessen etwas fraglich, ob wir mit demselben Widerstand des Streufeldes rechnen können, da die Kopfstreuung in Bild 389 infolge der größeren Stirnverbindungen größer ist als in Bild 388.

Bisher haben wir das Wesen der Streuung dahin aufgefaßt, daß ein Teil des vom Ständer erzeugten Flusses den Läufer nicht durchsetzt oder umgekehrt. Eine genaue Betrachtung¹⁾ lehrt indessen, daß die Streuung genauer als ein Verlust an Flußverkettungen und nicht nur als ein Verlust an magnetischem Fluß aufzufassen ist. Wenn man streng vorgehen will, muß man auf die Spannungen oder auf die damit proportionalen Flußverkettungen zurückgehen, wie dies schon auf S. 390 geschehen ist. Wenn ein vom Ständer erzeugter Fluß zwar in den Läufer dringt, aber mit den Läuferwindungen infolge Verschiedenheit der Nutenzahlen weniger verkettet ist als mit den Ständerwindungen, so hat dies denselben Einfluß wie ein Verlust durch Streuung. Man bezeichnet diese Erscheinung nicht gerade sehr zutreffend als die doppeltverkettete Streuung.

Wir wollen voraussetzen, daß der Motor gar keine Nutenstreuung und Stirnstreuung besitzt, so daß die Induktivitäten L_1 und L_2 des Ständers und Läufers keine derartige Streuung mit einschließen²⁾. Wir speisen dann den Ständer bei offenem Läufer und messen die Spannung E_{11} am Ständer und die nach Umrechnung auf dieselbe Windungszahl trotz des Fehlens jeder Nuten- und Stirnstreuung kleinere Spannung E_{12} am Läufer. Ebenso speisen wir den Läufer bei offenem Ständer und messen die Spannung E_{22} am Läufer und die Spannung E_{21} am Ständer. Wir setzen dann wie auf S. 407

$$\eta' = \frac{E_{12}}{E_{11}} = \frac{M}{L_1} \cdot \frac{z_1}{z_2} \quad (45) \quad \eta'' = \frac{E_{21}}{E_{22}} = \frac{M}{L_2} \cdot \frac{z_2}{z_1} \quad (46)$$

Die Berechnung von η' und η'' läuft also auf eine Berechnung der Induktivitäten M , L_1 und L_2 hinaus. Wir führen diese Berechnung an einem Beispiel mit 3 Nuten im Ständer und 2 Nuten im Läufer durch. Die Maschine werde vom Läufer aus magnetisiert. Wir berechnen dann die in dem Ständerzweig I auftretenden Flußverkettungen, wenn dieser Zweig von dem Höchstwert des vom Läufer erzeugten Flusses durchsetzt wird. Dabei haben wir, wie im Abschnitt 104, zunächst anzunehmen,

¹⁾ Vgl. Rogowski und Simons, ETZ 1909, S. 219.

²⁾ L_1 , bzw. L_2 bedeutet im Gegensatz zur Ersatzschaltung jetzt wieder die Gesamtinduktivität.

daß dieser Höchstwert nach Bild 390 durch einen Läuferzweig mit dem größten Strom und zwei Läuferzweige mit der halben größten Stromstärke erzeugt wird, während im zweiten Grenzfall zwei Läuferzweige mit je dem 0,866fachen des größten Stromes magnetisierend wirken (Bild 391).

Der Strom sei in dem Läuferzweig, der dem betrachteten Ständerzweig I in Bild 390 gegenüber liegt, gleich Eins. Er ist dann in den anderen Läuferzweigen halb so groß. In jeder Nut des Ständers und Läufers liege ein Draht.

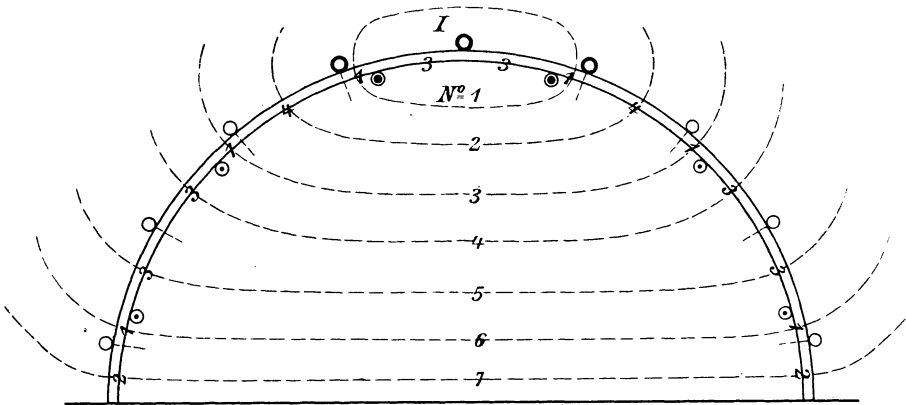


Bild 390. Vom Läufer erzeugter Fluß, mit einem Ständerzweig verkettet.
1. Hauptstellung des Läufers.

Wir ermitteln nun zunächst die Abstände zwischen je einer Ständer- und Läufernut längs des Umfanges. Der Abstand zweier Läufernuten ist $\frac{1}{6}$ der Polteilung, der Abstand zweier Ständernuten gleich $\frac{1}{9}$ der Polteilung. Dann wird der kleinste Abstand einer Ständer- und Läufernut $(\frac{1}{6} - \frac{1}{9}) \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{36}$ der Polteilung. Nehmen wir den Bogen der Polteilung in einem willkürlichen Maß zu 36 an, so wird der kleinste Abstand einer Ständer- und Läufernut gleich 1. Der Abstand zweier Ständernuten ist dann gleich 4 und der zweier Läufernuten gleich 6. Daraus ergeben sich dann die in Bild 390 eingeschriebenen Abstände zwischen je einer Ständer- und Läufernut. Wenn wir die Länge des Eisens in Richtung der Achse gleich Eins setzen, geben uns diese Abstände gleichzeitig die Flächen F an, die von den mit 1 bis 7 bezeichneten Flüssen durchsetzt werden.

Die Induktivitäten sind dann abgesehen von Festwerten gleich den vom Fluß umschlossenen, also den Fluß erzeugenden Strömen X , mal dem Teil F des Luftquerschnittes, den der Fluß durchdringt, mal dem vom Fluß durchsetzten Teil w der Windungen unseres betrachteten Zweiges. Demnach ergibt sich folgende Zahlentafel, bei der wir uns auf die obere Hälfte beschränken:

Bezeichnung des Flusses	Umschlossene, magnetisierende Läuferströme X	Fläche F	Durchsetzte Windungen w des Zweiges l	$X \cdot F \cdot w$
(1)	$2 \cdot 1$	1	1	2
(2) + (3)	$2 \cdot 1$	$4 + 1$	3	30
(4) + (5)	$2 \cdot 1 + 2 \cdot 1/2$	$3 + 3$	3	54
(6) + (7)	$2 \cdot 1 + 4 \cdot 1/2$	$1 + 2$	3	36
<hr/>				$M = 122$

Führen wir dieselbe Rechnung in Bild 391 für die zweite Hauptstellung des Läufers durch, in welcher zwei Zweige des Läufers je den Strom $0,866 \cdot 1$ führen, so erhalten wir $M = 121,24$. Im Mittel beträgt also die Verkettung zwischen Läufer und Ständer:

$$M = \frac{122 + 121,24}{2} = 121,6 \text{ Flußwindungen.}$$

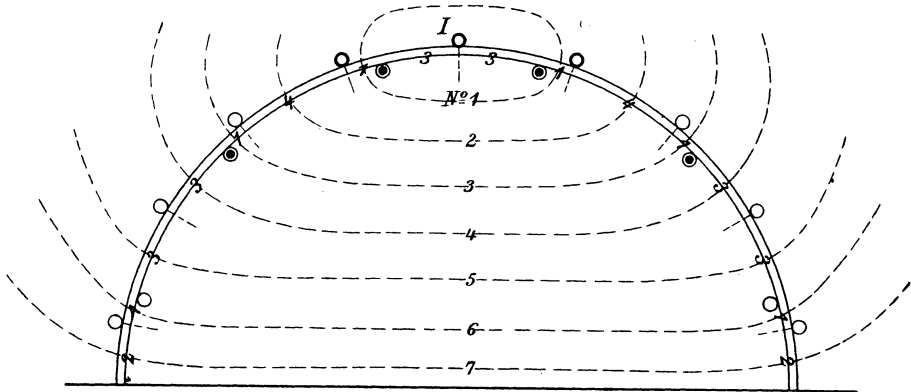


Bild 391. Vom Läufer erzeugter Fluß, mit einem Ständerzweig verkettet.
2. Hauptstellung des Läufers.

Auf dieselbe Weise ergibt sich aus Bild 390 die Verkettung des vom Läufer erzeugten Flusses mit den Windungen eines Läuferzweiges zu:

$$L_2 = 84 \text{ Flußwindungen.}$$

Ebenso erhalten wir die Verkettung des Ständers auf sich selbst zu:

$$L_1 = 184 \text{ Flußwindungen.}$$

Beide Werte hätten wir auch nach Gleichung (6 bis 8) auf S. 366 berechnen können, indem wir $i_m = 1$, $p = 1$, $0,4 \pi/l = 1$ und $F = 36$ setzen und beachten, daß wir uns auf eine halbe Polfläche beschränken. Dadurch erhalten wir für die halbe Polfläche die Flußwindungen L_1 und L_2 zu $1/2 \cdot c \cdot z^2 \cdot 36$. Für den Läufer ist c nach S. 366 gleich 0,292 und die Drahtzahl z eines Zweiges gleich 4. Für den Ständer ist $c = 0,284$ und $z = 6$.

Dann ergibt sich, da $z_1 : z_2 = 3 : 2$ ist:

$$r_1' = \frac{M}{L_1} \cdot \frac{z_1}{z_2} = \frac{121,6}{184} \cdot \frac{3}{2} = 0,993$$

$$r_1'' = \frac{M}{L_2} \cdot \frac{z_2}{z_1} = \frac{121,6}{84} \cdot \frac{2}{3} = 0,967$$

Statt der auf Nuten- und Stirnstreuung allein beruhenden Werte r_{11} und r_{12} sind dann $r_{11} \cdot r_1'$ und $r_{12} \cdot r_1''$ einzuführen. Statt dessen können wir annehmen, daß τ sich um einen Betrag σ vergrößert, der sich in derselben Weise wie τ aus Gleichung (9) auf S. 389 berechnet. Er wird

$$\sigma = \frac{1 - r_1' r_1''}{r_1' \cdot r_1''} = 0,042.$$

Ein durch Nuten- und Stirnstreuung verursachter Streufaktor vergrößert sich also infolge der ungleichen Nutenzahl um 0,042. Bei größerer Nutenzahl wird die durch ungleiche Nutenzahl bedingte doppelt verkettete Streuung geringer. σ geht bei 5 und 6 Nuten bis auf 0,01 herab.

Einundzwanzigster Teil.

115. Entgegengesetzt umlaufende Erregungen des Einphasenmotors. — 116. Das Strombild des Einphasenmotors auf Grund der Zerlegung der Ständererregung. — 117. Das Strombild des Einphasenmotors auf Grundlage des Querflusses.

115. Entgegengesetzt umlaufende Erregungen des Einphasenmotors.

Außer dem gewöhnlichen, mehrphasigen gibt es auch einen einphasigen asynchronen Induktionsmotor.

Der Ständer eines solchen Motors enthält nur eine einzige Wicklung, deren Seite in der Regel etwa $\frac{2}{3}$ der Polteilung bedeckt. Diese Wicklung wird mit Wechselstrom gespeist, so daß zunächst ein schwingendes Feld entsteht, dessen Achse im Raume feststeht.

Der Läufer wird als Kurzschlußläufer gebaut oder, wenn starke Ströme beim Anlaufen vermieden werden sollen, mit Schleifringen ausgeführt.

Wenn wir den geschlossenen Läufer eines solchen Einphasenmotors, gleichgültig in welcher Richtung, von außen nahezu auf Gleichlauf bringen, so entwickelt er ein Drehmoment. Auf den ersten Blick ist allerdings schwer einzusehen, wie ein solches Drehmoment zustande kommt, da die Achse des vom Ständer erzeugten Feldes im Raume feststeht. Auch erscheint es überraschend, daß die Richtung dieses Drehmomentes durch die willkürlich von außen gewählte Drehrichtung bestimmt ist.

Nach dem Vorgang von Ferraris zerlegt man das vom Ständerstrom erzeugte Wechselfeld in zwei entgegengesetzt umlaufende Felder.

Wir wollen noch einen Schritt weiter gehen und nicht nur die Felder, sondern auch die Stromwindungen des Ständers in zwei entgegengesetzt umlaufende Erregungen zerlegen.

Dabei müssen wir annehmen,

daß die Drähte längs des Umfangs sinusförmig verteilt sind, wie in Bild 392 durch verschieden große Nuten angedeutet ist. Im Grunde führt dies allerdings zu einer unendlich großen Zahl unendlich dünner Drähte.

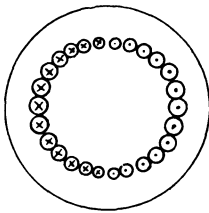


Bild 392.

Sinusförmig verteilte Erregung.

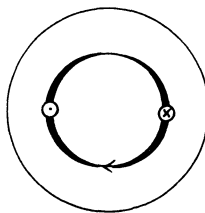


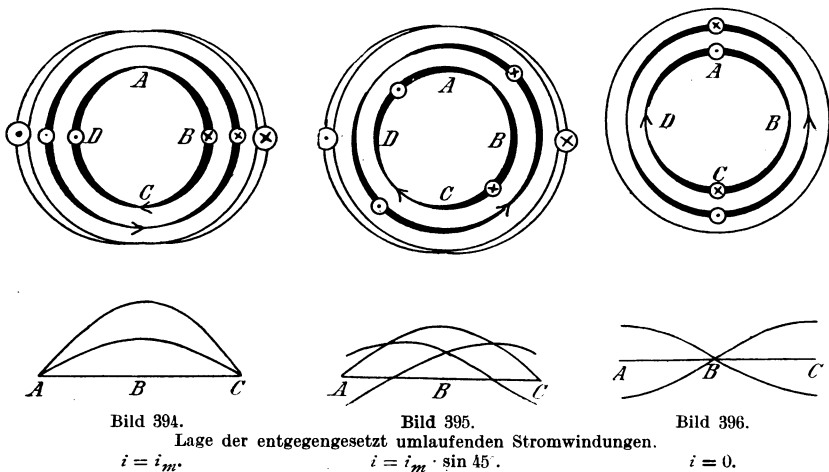
Bild 393.

Sinusförmig verteilte Erregung.

Wir können eine umlaufende, sinusförmig verteilte Erregung auf die in Bild 393 gezeichnete Weise darstellen. Der Pfeil soll dabei nicht andeuten, daß die Wicklung selbst umläuft, sondern daß in feststehenden, gleichmäßig längs des Umfangs angeordneten Drähten die sinusförmige Stromverteilung umläuft. In diesem Sinne kommt man wirklich zum Begriffe eines Drehstrommotors, während man früher von Drehfeldmotoren sprach. Wir wollen nun nachweisen, daß unter der gemachten Annahme in jedem Augenblick und an jedem Orte die Wirkung der Wechselrerregung genau gleich der Wirkung zweier gleichbleibender sinusförmiger Erregungen ist, die entgegengesetzt umlaufen, und von denen jede halb so stark ist, wie die wirkliche Erregung im Zeitpunkt des größten Stromes.

In Bild 394 hat der wirkliche Ständerstrom seinen Höchstwert. In diesem Zeitpunkt überdecken sich die in gleichem Sinne durchflossenen, umlaufenden Spulenseiten und unterstützen sich in ihrer Wirkung. Sie sind also gleichwertig der außen angedeuteten feststehenden Erregung, die gerade ihren Höchstwert hat.

Nach $\frac{1}{8}$ Periode ist der wirkliche Ständerstrom gleich $i_m \cdot \sin 45^\circ = 0,707 i_m$. Wir finden dann, daß in Bild 395 die umlaufenden Erregungen sich bei *A* und *C* aufheben. Die Zusammensetzung der beiden Sinuskurven im unteren Teil des Bildes, in welchem der Umfang wagerecht aufgetragen ist, ergibt dann eine Sinuskurve, deren Höchstwert wieder bei *B* liegt. Ihre Ordinaten sind gegenüber Bild 394 im Verhältnis 0,707 : 1 verkleinert, so daß die magnetische Wirkung der umlaufenden Erregungen wieder gleich der Wirkung der tatsächlichen Erregung ist.



Dasselbe ergibt sich nach dem weiteren Verlauf von $\frac{1}{8}$ Periode, wenn der tatsächliche Ständerstrom zu Null geworden ist (Bild 396). In diesem Zeitpunkt überdecken sich entgegengesetzte Spulenseiten

der umlaufenden Erregungen und heben sich in ihrer magnetischen Wirkung auf.

Wir fassen nun den vollständigen Leerlauf mit geschlossenem, aber widerstandslosem Kurzschlußläufer ins Auge. Die Drehung des Läufers erfolge im Sinne des Uhrzeigers. Wir bezeichnen dann die in diesem Sinne umlaufende Erregung des Ständers oder Läufers als die mitlaufende Erregung, die andere als die gegenlaufende Erregung. Die mitlaufende Erregung erzeugt ein Luftfeld, das sich bei dem vorausgesetzten vollständigen Leerlauf im Gleichlauf in derselben Richtung dreht wie der Läufer, und in seiner vollen Stärke den Läufer durchdringt, die Läuferdrähte aber nicht schneidet. Dieses Feld ist für die drei betrachteten Zeitpunkte in Bild 397 bis 399 dargestellt. Wie überhaupt die Spannungen, Läuferströme usw. ist die Induktion für jede einzelne Erregung eine Sinusfunktion des Ortes.

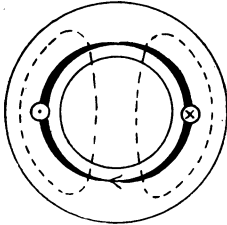


Bild 397.

$$i = i_m.$$

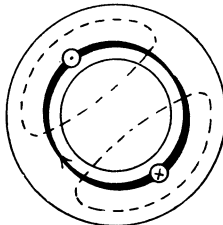


Bild 398.

Mitlaufendes Feld bei Leerlauf.

$$i = i_m \cdot \sin 45^\circ.$$

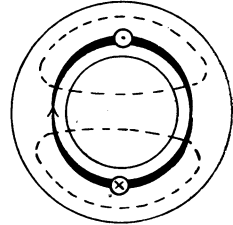


Bild 399.

$$i = 0.$$

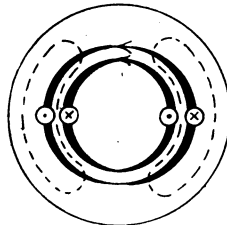


Bild 400.

$$i = i_m.$$

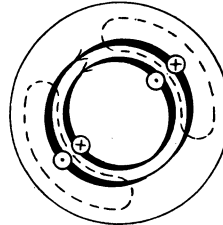


Bild 401.

Gegenlaufendes Feld bei Leerlauf.

$$i = i_m \cdot \sin 45^\circ.$$

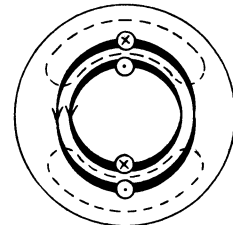


Bild 402.

$$i = 0.$$

Gegenüber der gegenlaufenden Erregung hat der Läufer eine Schlüpfung von 200%. Infolgedessen entsteht ein starker Kurzschlußstrom im Läufer, der ebenso wie bei 100% Schlüpfung der gegenlaufenden Ständererregung genau entgegengesetzt ist und den Fluß ganz aus dem Läufer hinaus und in den Streuweg des Läufers drängt (Bild 400 bis 402). Wenn der Läuferwiderstand gleich Null ist, so braucht auch tatsächlich nur ein unendlich schwaches Feld geschnitten zu werden, um einen Läuferstrom zu erzeugen, welcher der gegenlaufenden Ständererregung das Gleichgewicht hält. Der den Läufer durchdringende Fluß ist also gleich Null.

Wir haben also bei vollständigem Leerlauf mit widerstandslosem Läufer einen mitlaufenden Fluß im Läufer und einen gegenlaufenden Läuferstreufuß, sowie eine gegenlaufende Läufererregung. Da ein widerstandsloser Läufer synchron läuft, so ist im einzelnen Läuferdraht die Frequenz des von der gegenlaufenden Erregung herrührenden Stromes gleich der doppelten Frequenz des Ständerstromes.

Wir überdecken jetzt Bild 397 und 400, sowie anderseits Bild 399 und 402. Dann erkennen wir, daß in Wirklichkeit der in Bild 397 gezeichnete Fluß im Läufer durch den Unterschied der wirklichen Erregung auf Ständer und Läufer erzeugt wird. Dagegen wird der Läuferfluß in Bild 399, der räumlich um 90° gegen den senkrechten Hauptfluß verschoben ist, allein von dem Läuferstrom in Bild 402 erzeugt, da der Ständerstrom in diesem Zeitpunkt gleich Null ist. Die Anwendung der Ampèreschen Schwimmerregel bestätigt dies Ergebnis.

Der Querfluß in Bild 402 ist nicht nur räumlich, sondern auch zeitlich gegen den Hauptfluß verschoben, und zwar um 90° , wenn der Widerstand des Läufers gleich Null ist. Demnach ist die Wirkungsweise des Einphasenmotors auf die eines Zweiphasenmotors zurückgeführt, bei dem der eine Strom durch den Unterschied des Ständer- und Läuferstromes und der andere durch den Läuferstrom gegeben ist.

Bei Berücksichtigung des Läuferwiderstandes bleibt die räumliche Verschiebung des Querfeldes gegenüber dem Hauptfeld bestehen, während die zeitliche Verschiebung nicht mehr 90° beträgt.

116. Das Strombild des Einphasenmotors auf Grund der Zerlegung der Ständererregung.

Wir zerlegen den Ständerstrom I in zwei entgegengesetzt umlaufende Ströme von der Stärke $I/2$. Wie aus Bild 397 und 400 hervorgeht, umfaßt die Ständerwicklung je den ganzen, von beiden Strömen erzeugten Fluß in demselben Zeitpunkt, beide Ströme haben also im Strombild dieselbe Phase.

Der Läuferwiderstand sei gleich Null. Dann zeigt Bild 400 bis 402, daß der vom gegenlaufenden Strom $I/2$ erzeugte Fluß ein reiner Streufuß ist, wie beim vollständigen Kurzschluß eines Drehstrommotors. Da es gleichgültig ist, in welcher Richtung er aus der Ständerwicklung verschwindet, so können wir ihn ohne weiteres zu dem Ständerstreufuß der mitlaufenden Erregung hinzuzählen.

Es seien \mathcal{A} , \mathcal{A}_{s1} und \mathcal{A}_{s2} die magnetischen Leitwerte des Luftweges und des Ständer- und Läuferstreuweges, die nach der Festsetzung von η_1 und η_2 auf S. 388 den Gleichungen entsprechen:

$$\eta_1 = \frac{\mathcal{A}}{\mathcal{A} + \mathcal{A}_{s1}} \quad (1) \qquad \eta_2 = \frac{\mathcal{A}}{\mathcal{A} + \mathcal{A}_{s2}} \quad (2)$$

und (9) auf S. 388 und 389 die Beziehung ergibt:

$$\frac{AB}{OB} = \eta' \cdot \eta_2 = \frac{\eta_1 \eta_2}{2 - \eta_1 \eta_2} = \frac{1}{1 + 2\tau}. \quad (5)$$

Dabei ist OP dem Strom $I/2$, also auch dem Strom I proportional, so daß wir für den Strom die Darstellung in Bild 405 erhalten. Der Leerstrom bei geschlossenem Läufer, also beim Lauf, wird dann nach Gleichung (5)

$$OA = OB - AB = \frac{2\tau}{1 + 2\tau} \cdot OB. \quad (6)$$

Der Leerstrom bei offenem Läufer ergibt sich dagegen nach S. 388 zu $\frac{\tau}{1 + \tau} \cdot OB$. Demnach ist der Leerstrom beim Lauf fast doppelt so groß wie bei offenem Läufer, der Leistungsfaktor ist also bei Betrieb sehr viel ungünstiger als beim Drehstrommotor.

Da die Schlüpfung beim widerstandslosen Läufer gleich Null ist, so bleibt die Drehzahl bei allen Belastungen dieselbe. Das Drehmoment ist also proportional der Leistung, d. h. der Senkrechten des Halbkreises. Die Überlastungsfähigkeit ist dabei viel geringer als beim Drehstrommotor.

Ein Angehen mit Last ist selbst durch Einschalten von Widerstand in den Läuferkreis ausgeschlossen. Man erreicht das Angehen mit Belastung durch eine Hilfswicklung, die um 90° gegen die Hauptwicklung versetzt ist. Sie wird durch einen Wechselstrom gespeist, dessen Phase gegen den Hauptstrom mittels eines Kondensators verschoben ist. Der Motor geht dann als Zweiphasenmotor an. Einphasen-Aufzugsmotoren laufen als Stromwendermotoren an (vgl. Abschnitt 120) und werden dann selbsttätig in Induktionsmotoren umgeschaltet.

Es ergibt sich ferner,¹⁾ daß auch bei Berücksichtigung des Läuferwiderstandes der Endpunkt des Strahles des Ständerstromes auf einem Kreise liegt. Dies folgt jedoch einfacher nach Abschnitt 117 aus dem von Görges eingeführten Querfeld.²⁾

117. Das Strombild des Einphasenmotors auf Grundlage des Querflusses.

Der Ständerstrom I , der nach Bild 405 sinusförmig verteilt sein möge, erzeugt zunächst durch Transformatorwirkung in der Kurzschlußschleifenwicklung des Läufers eine sinusförmig verteilte Läufererregung I_y , deren Achse feststeht und mit der Achse der Ständerwindungen gleichgerichtet ist. Unter der Entgegenwirkung der Ströme I und I_y kommt im Läufer ein senkrechter Fluß Φ_y zustande.

Dadurch, daß nun die Läuferdrähte bei ihrer Drehung den senkrechten Fluß schneiden, wird in ihnen eine Spannung der Bewegung

¹⁾ Vgl. des Verfassers Aufsatz in der ETZ 1905, S. 1111 ff.

²⁾ Vgl. Görges, ETZ 1903, S. 271.

erzeugt, die einen Läuferstrom I_x zur Folge hat. Sein räumlicher und zeitlicher Höchstwert tritt in einer Windung auf, deren Achse in Bild 405 wagerecht ist, und die wir kurz als die X -Wicklung bezeichnen. Die sinusförmig verteilte Läufererregung I_x , deren Achse dauernd wagerecht ist, erzeugt im Läufer einen wagerechten Querfluß Φ_x , der also räumlich um 90° gegen den senkrechten Fluß Φ_y verschoben ist. Ist \mathcal{A} der Leitwert des Luftfeldes und η_2 das Verhältnis des von der X -wicklung erzeugten Luftflusses zum ganzen, von ihr erzeugten Fluß. so wird der Querfluß Φ_x einschließlich des Streuflusses

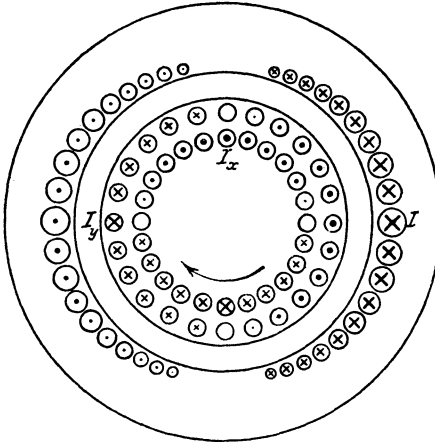


Bild 405. Stromverteilung im Einphasenmotor.

$$\Phi_x = I_x \cdot \frac{\mathcal{A}}{\eta_2}. \quad (7)$$

Für die senkrechte Achse des Motors gilt genau das Strombild $OABP$ des Transformators, das aus Bild 376 und 378 übernommen ist (Bild 406). Wir müssen dabei allerdings beachten, daß A nicht denselben Punkt bezeichnet wie in Bild 404. Ist also I_0 der Leerstrom bei offenem Läufer, und setzen wir das Windungsverhältnis zwischen den Erregungen der Ströme I und I_y gleich Eins, so wird wie auf S. 389

$$OP = I \quad (8) \quad OA = I_0. \quad (9)$$

$$PA = \eta_1 I \quad (10) \quad AB = \frac{I_0}{\tau}. \quad (11)$$

Nun ist in Bild 376 PB in Phase mit dem den Läufer durchsetzenden Fluß $\Phi = FA$, und zwar ist dort

$$\frac{PB}{CA} = \frac{OB}{OA} = \frac{1}{1 - \eta_1 \eta_2} \quad (12) \quad \text{und} \quad \frac{CA}{FA} = \frac{CA}{\Phi} = \eta_2. \quad (13)$$

Daraus folgt für das Flußbild

$$PB = \frac{\Phi \eta_2}{1 - \eta_1 \eta_2} = \frac{\Phi}{\eta_1 \cdot \tau}. \quad (14)$$

Nun ist das Strombild auf S. 389 dadurch entstanden, daß der Ständerstrom I an die Stelle des von ihm erzeugten gesamten Flusses $OP = I \cdot \mathcal{A} / \eta_1$ getreten, also jeder Strahl des Flußbildes mit η_1 / \mathcal{A} vervielfacht ist. Demnach ist im Strombild, wenn jetzt gleichzeitig Φ_y an die Stelle von Φ gesetzt wird, unter Benutzung von Gleichung (7)

$$PB = \frac{\Phi_y}{\eta_1 \cdot \tau} \cdot \frac{\eta_1}{\mathcal{A}} = \frac{\Phi_y}{\Phi_x} \cdot \frac{I_x}{\eta_2 \cdot \tau}. \quad (15)$$

Wir betrachten nun zunächst die Spannungen und Ströme in der Läuferwindung, deren Achse senkrecht steht und die wir als Y -Windung bezeichnen. Diese Spannungen und Ströme treten in verschiedenen Windungen auf, die nacheinander die betreffende Lage einnehmen.

Der Fluß Φ_y erzeugt in der Y -Windung eine Spannung E_y der Ruhe, die um 90° hinter dem Fluß Φ_y , also hinter PB zurückbleibt (Bild 406). Ebenso erzeugt der Fluß Φ_x in der Y -Wicklung eine Spannung der Bewegung, die gleiche Phase mit dem Fluß Φ_x hat. Wir bezeichnen sie mit E_{xy} und bringen durch die Reihenfolge der Bezeichnung zum Ausdruck, daß der X -Fluß die Ursache und die Spannung in der Y -Wicklung die Folge ist. Ist R der Widerstand einer Läuferwindung, so ergeben beide Spannungen nach Bild 406 als Summe den Spannungsverbrauch $I_y \cdot R$, der dieselbe Phase hat wie I_y , also auch wie PA .

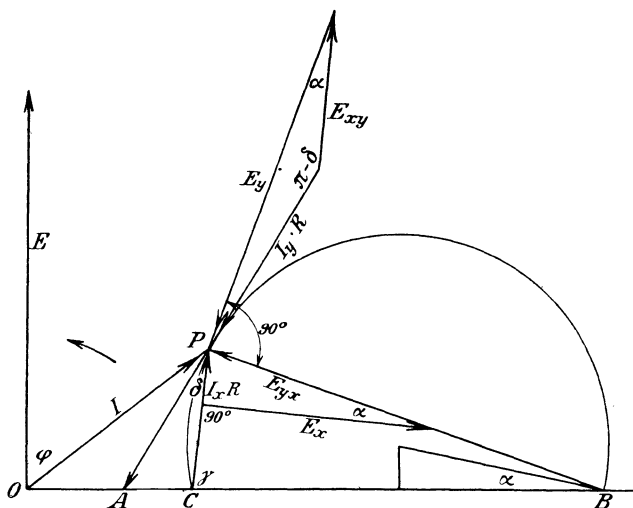


Bild 406. Strombild auf Grundlage des Querfeldes.

Da der Fluß Φ_x gleiche Phase mit der von ihm erzeugten Spannung E_{xy} der Bewegung hat, so hat auch der ihn erzeugende Strom I_x und damit der Spannungsverlust $I_x \cdot R$ in einer X -Windung dieselbe Phase wie E_{xy} (Bild 406). Er ist, wie gezeichnet, die Summe aus einer Spannung der Ruhe E_x , die durch den Strom I_x erzeugt wird, also um 90° hinter $I_x \cdot R$ zurückbleibt, und einer Spannung der Bewegung $E_{y,x}$. Diese wird durch den Fluß Φ_y erzeugt, hat entgegengesetzte Phase wie dieser Fluß und ist von B nach P gerichtet.

Nach der Zeichnung sind die beiden Winkel α einander gleich. Dann ergibt sich durch wiederholte Anwendung des Sinussatzes:

$$\sin \delta = \frac{AC \cdot \sin \gamma}{PA} = \frac{E_y}{I_y \cdot R} \cdot \sin \alpha, \quad \sin (90^\circ - \alpha) = \frac{CB \sin \gamma}{PB}$$

Wir bilden aus beiden Gleichungen $\operatorname{tg} \alpha$ und setzen den erhaltenen Wert nach Bild 406 gleich $I_x \cdot R : E_x$. Dadurch wird

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{I_y \cdot R}{E_y} \cdot \frac{AC}{PA} \cdot \frac{PB}{CB} = \frac{I_x \cdot R}{E_x}. \quad (16)$$

Setzen wir darin PB und PA nach Gleichung (15) und (10) ein, und berücksichtigen wir, daß die Spannungen der Ruhe sich wie die entsprechenden Flüsse verhalten und $1 + \tau$ nach Gleichung (9) auf S. 389 gleich $1/\eta_1 \eta_2$ ist so wird

$$\frac{AC}{CB} = \frac{\tau}{1 + \tau} \quad (17) \quad \text{oder} \quad \frac{AC}{AB} = \frac{\tau}{1 + 2\tau}. \quad (18)$$

Da $OA = I_0$ und $AB = I_0/\tau$ ist, so wird

$$OC = I_0 + AC = I_0 + \frac{I_0}{1 + 2\tau} = 2 \cdot \frac{1 + \tau}{1 + 2\tau} \cdot I_0. \quad (19)$$

Der Punkt C liegt also fest. Da sowohl $I_x \cdot R$ als auch E_x dem Strome I_x proportional sind, so ist α unveränderlich, d. h. P liegt auf einem Kreise, in welchem $90^\circ - \alpha$ der Peripheriewinkel über CB ist. Eine Rechnung, auf die hier nicht eingegangen werden soll, ergibt bei der Klemmenspannung E und w_1 Windungen auf dem Ständer und w_2 Windungen auf dem Läufer:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\pi^2}{8} \cdot \frac{I_0 \cdot R \cdot w_2}{E} \cdot \frac{\eta_2}{\eta_1} \cdot \frac{w_1^2}{w_2^2}. \quad (20)$$

Die Sehne CB ist unabhängig vom Läuferwiderstand. Für $R = 0$ wird sie zum Durchmesser, und wir erhalten dann dasselbe Strombild wie auf ganz anderem Wege im vorigen Abschnitt. C in unserer Zeichnung fällt mit A in Bild 404 zusammen.

Zweiundzwanzigster Teil.

118. Einphasenmotoren mit Stromwender. — 119. Der Reihenschlußmotor für Wechselstrom. — 120. Der Repulsionsmotor. — 121. Der Eichberg-Motor und Latour-Motor. — 122. Doppelschlußmotoren.

118. Einphasenmotoren mit Stromwender.¹⁾

Der einphasige Induktionsmotor ist infolge seiner verhältnismäßig geringen Überlastungsfähigkeit, seines ungünstigen Leistungsfaktors und wegen des Fehlens eines Anzugsmomentes für viele Zwecke ungeeignet. Er kommt z. B. für Bahnzwecke nicht in Frage.

In den genannten Beziehungen verhält sich der Drehstrommotor günstiger. Seiner allgemeinen Verwendung für Bahnen stehen jedoch die Notwendigkeit mehrerer Oberleitungen und die Verluste bei der Regelung der Geschwindigkeit im Wege.

Der Bau von brauchbaren Einphasenmotoren mit Stromwender ist daher als ein sehr wesentlicher Fortschritt zu betrachten. Diese Motoren vereinigen den Vorteil eines hohen Anzugsmomentes mit dem einfachen und verlustlosen Anlassen und Regeln, wozu ein Transformator mit Stufenschalter oder ein Induktionsregler verwendet wird.

Die Einphasenmotoren mit Stromwender lassen sich nur als Motoren mit Reihenschlußverhalten bauen, da bei Nebenschlußmotoren infolge der Selbstinduktion der Magnetwicklung eine Phasenverschiebung von fast 90° zwischen dem Magnetfluß und der Klemmenspannung auftreten würde. Da nun der Ankerstrom fast dieselbe Phase hat

wie die Klemmenspannung, so ist er gegen den Magnetfluß zeitlich ebenfalls fast um 90° verschoben. Das Drehmoment wäre also sehr gering.

Wir behandeln folgende vier Arten von Motoren:

1. Den gewöhnlichen Reihenschlußmotor, bei dem Anker- und Magnetwicklung hintereinander geschaltet sind.

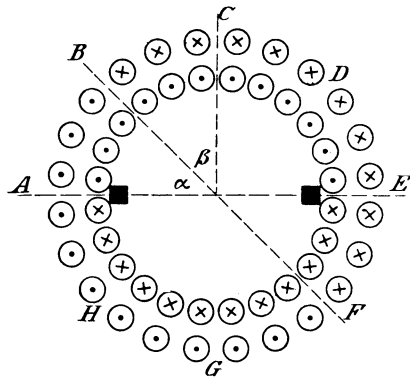


Bild 407. Verteilte Ständer- und Läuferwicklungen (Magnetische Achsen um den Winkel α verschoben).

¹⁾ Vgl. Osnos, ETZ 1904, S. 1; Eichberg, ETZ 1904, S. 75 und Pichel-mayer, ETZ 1904, S. 464.

2. Den Repulsionsmotor, bei dem ein Teil der Ständerwicklung den Fluß erzeugt, der andere den Strom durch Transformatorwirkung in dem über Bürsten kurzgeschlossenen Anker erzeugt.
3. Den Eichberg- und Latour-Motor, bei denen der Erregerstrom dem Anker zugeführt wird, während der die Zugkraft bewirkende Strom in dem über Querbürsten kurzgeschlossenen Anker vom Ständer aus durch Transformatorwirkung erzeugt wird.
4. Den Doppelschlußmotor, bei dem die gewöhnliche Feldwicklung und eine ebenfalls auf dem Ständer liegende Querwicklung je von einer besonderen Spannung gespeist wird und der Anker mit einer dieser Wicklungen in Reihe liegt.

Um die Wirkungsweise der Motoren verfolgen zu können, berechnen wir zunächst die Spannungen der Ruhe und der Bewegung, die im Anker erzeugt werden, und zwar für den allgemeinen Fall, daß die Achse der Stromwindungen des Ankers (d. h. die Richtung der von diesen Windungen erzeugten magnetischen Induktion) um den Winkel α gegen die Achse der Ständerwindungen verschoben ist. Dabei soll eine gleichmäßig verteilte Ständerwicklung angenommen werden (Bild 407). Die Eisensättigung sei gering, was allerdings in Wirklichkeit nicht zutrifft.

Wir berechnen dafür zunächst die gegenseitige Induktivität zwischen Ständer und Anker. In Bild 408 ist der Umfang gerade gestreckt. Die

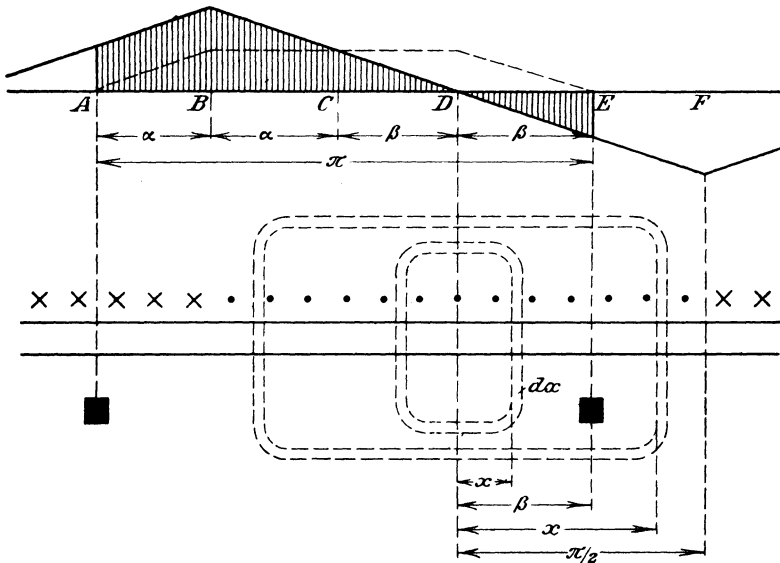


Bild 408. Vom Ständer erzeugter Fluß, den Anker durchsetzend.

Spulenbreite des Ständers und der Bürstenabstand des Ankers sind gleich der Polteilung. Die in Reihe geschaltete Drahtzahl einer Polteilung sei auf dem Ständer gleich s , auf dem Anker gleich $c \cdot s$. Sind z_1 und z_2

die gesamten Drahtzahlen auf Ständer und Anker, so berechnet sich bei $2p$ Polen und $2a_1$ bzw. $2a_2$ nebeneinander geschalteten Stromzweigen

$$s = \frac{z_1}{2p \cdot 2a_1} \quad (1) \quad c \cdot s = \frac{z_2}{2p \cdot 2a_2}. \quad (2)$$

Der magnetische Leitwert des Luftzwischenraums sei \mathcal{A} . Er ergibt sich bei der Polfläche F und dem doppelten Luftspalt l nach Gleichung (12) auf S. 71 zu

$$\mathcal{A} = 0,4 \pi \cdot \frac{F}{l}. \quad (3)$$

Wir betrachten nun die Bogenbreite dx im Abstand x von der Mitte der Wicklungsbreite des Ständers. Da die Polteilung dem Bogen π entspricht, so ist der Leitwert des Bogens dx gleich $\mathcal{A} \cdot dx/\pi$. Zwischen den Grenzen 0 und $\beta = \pi - \alpha$ umschließt der vom Ständer erzeugte Fluß, der den Bogen dx durchsetzt, auf dem Ständer die Drahtzahl $s \cdot 2x/\pi$ und auf dem Anker die Drahtzahl $c \cdot s \cdot 2x/\pi$. Der Bogen zwischen 0 und β liefert also nach Gleichung (5) auf S. 80 zur gegenseitigen Induktivität den Anteil

$$M' = \int_0^\beta s \cdot \frac{2x}{\pi} \cdot c s \cdot \frac{2x}{\pi} \cdot \mathcal{A} \cdot \frac{dx}{\pi} \cdot 10^{-8}. \quad (4)$$

Zwischen den Grenzen β und $\pi/2$ umfaßt der vom Ständer erzeugte Fluß, der den Bogen dx durchsetzt, auf dem Ständer zwar, wie oben, die Drahtzahl $2x \cdot s/\pi$, auf dem Anker dagegen nur die Drahtzahl $2\beta \cdot c \cdot s/\pi$. Die übrigen Drähte des Ankers gehören zu Windungen, die in ihren beiden Spulenseiten entgegengesetzt induziert werden. Der Bogen zwischen β und $\pi/2$ liefert also zur gegenseitigen Induktivität den Beitrag

$$M'' = \int_\beta^{\pi/2} \frac{2x \cdot s}{\pi} \cdot \frac{2\beta \cdot c \cdot s}{\pi} \cdot \mathcal{A} \cdot \frac{dx}{\pi} \cdot 10^{-8}. \quad (5)$$

Bei $2p$ Polen haben wir die $2p$ fache Induktivität.

Wir führen also die Integration aus, summieren beide Teile, vervielfachen mit $2p$ und setzen

$$k = 3 \frac{\beta}{\pi} - 4 \frac{\beta^3}{\pi^3}. \quad (6)$$

Dann erhalten wir die gegenseitige Induktivität zu

$$M = \frac{k}{3} \cdot c \cdot s^2 \cdot p \cdot \mathcal{A} \cdot 10^{-8}. \quad (7)$$

Daraus folgt nun in einfacher Weise die Selbstinduktivität L_1 und L_2 des Ständers und Ankers. Wir setzen $\alpha = 0$, also $\beta = \pi/2$, wodurch k den Wert Eins annimmt. Außerdem setzen wir beim Ständer s statt $c \cdot s$ und beim Läufer $c \cdot s$ statt des einen Faktors s ein. Mit Berück-

sichtigung der Streuung (vgl. Gl. (13) auf S. 390) erhalten wir dann:

$$L_1 = \frac{M}{k \cdot c \cdot \eta_1} \quad (8) \qquad L_2 = \frac{M \cdot c}{k \cdot \eta_2} \quad (9)$$

Es seien nun die Spannungen der Selbstinduktion im Ständer und Anker E_{11} und E_{22} und die der gegenseitigen Induktion vom Ständer auf den Anker gleich E_{12} und die vom Anker auf den Ständer gleich E_{21} . Bei einem Strom I_1 bzw. I_2 in der äußeren Leitung des Ständers und Ankers wird dann:

$$E_{11} = L_1 \omega I_1 \quad (10) \qquad E_{22} = L_2 \omega I_2 \quad (11)$$

$$E_{12} = M \omega I_1 = \eta_1 \cdot c \cdot k \cdot E_{11} \quad (12)$$

$$E_{21} = M \omega I_2 = \eta_2 \cdot \frac{k}{c} \cdot E_{22} \quad (13)$$

Wir berechnen nun die im Anker durch Bewegung erzeugte Spannung E_b . Wir tragen dazu im oberen Teil des Bildes 408 die Induktion des vom Ständerstrom erzeugten Feldes in Abhängigkeit vom Bogen x auf. Das Feld ist dreieckig, und sein räumlicher Höchstwert liegt bei B . Ist i_m der zeitliche Höchstwert des Ständerstromes, so ist der räumliche und zeitliche Höchstwert der magnetischen Induktion

$$\mathfrak{B}_m = \frac{0,4 \pi \cdot s \cdot i_m}{l} \quad (14)$$

Der Fluß, der den Bogen zwischen zwei Ankerbürsten durchsetzt, ist zum Teil negativ. Er ist der gestreiften Fläche, deren Inhalt mit Berücksichtigung des Vorzeichens zu bilden ist und sich zu $\mathfrak{B}_m (\pi/2 - \beta^2 \cdot 2/\pi)$ ergibt, proportional. Dieser Inhalt hätte sich auch daraus ergeben, daß die auf dem Bogen $BD = 2\beta$ in Bild 407 liegenden Ständerdrähte keinen Fluß erzeugen, der für die Spannung der Bewegung in Betracht kommt. Das senkrechte Feld, durch das die Spannung der Bewegung erzeugt wird, wird allein von den Ständerwindungen auf dem Bogen $DF = 2\alpha$ geschaffen. Dies Feld ist trapezförmig, hat die durch die gestrichelte Kurve in Bild 408 angegebene Form, und die größte Induktion ist $0,4 \pi \cdot s \cdot \frac{2\alpha}{\pi} \cdot \frac{i_m}{l}$. Die Fläche zwischen der gestrichelten Feldkurve und der Wagerechten hat dann denselben Inhalt, wie wir ihn oben berechnet.

Wir vervielfachen diese Fläche mit dem Verhältnis der Polfläche F zum Bogen π und erhalten unter Benutzung des obigen Wertes von \mathcal{A} den zeitlichen Höchstwert des von den Ankerdrähten geschnittenen Flusses zu

$$\Phi = \frac{\mathcal{A}}{2} \cdot s \cdot i_m \left(1 - 4 \frac{\beta^2}{\pi^2}\right) \quad (15)$$

Wir setzen nun nach Gleichung (2) $z_2 = 4p a_2 \cdot c \cdot s$ und das Verhältnis der Drehzahl zur „synchronen“ Drehzahl f/p gleich v , nach

der Gleichung

$$\frac{n}{60} = \frac{v \cdot f}{p} = \frac{v \cdot \omega}{2 \pi p}. \quad (16)$$

Dabei ist ω die Kreisfrequenz des Wechselstromes. Wir erhalten dann den Höchstwert der Spannung der Bewegung nach der bekannten Gleichung

$$e_{b_m} = \frac{p}{a_2} \cdot \Phi \cdot \frac{n}{60} \cdot z_2 \cdot 10^{-8}. \quad (17)$$

Wir führen die berechneten Werte von Φ , $n/60$ und z_2 ein, nehmen auf beiden Seiten der Gleichung den Effektivwert und setzen

$$h = \frac{3}{\pi} \left(1 - 4 \frac{\beta^2}{\pi^2} \right). \quad (18)$$

Dadurch erhalten wir mit Benutzung des obigen Wertes für M und E_{12} aus Gleichung (7) und (12)

$$\frac{E_b}{E_{12}} = \frac{h v}{k}. \quad (19)$$

Man setzt häufig einfach $h = \sin \alpha$ und $k = \cos \alpha$. Wie die folgende Zahlentafel zeigt, macht man dabei keinen großen Fehler.

α	$\sin \alpha$	h	$\cos \alpha$	k
10°	0,174	0,2	0,985	0,982
20°	0,342	0,372	0,94	0,933
30°	0,5	0,53	0,866	0,853

Für den Fall, daß die Ständerwicklung nur einen Teil, z. B. $\frac{2}{3}$ der Polteilung einnimmt, sind die Spannungen in ähnlicher Weise zu berechnen.

119. Der Reihenschlußmotor für Wechselstrom.

Der Reihenschlußmotor für Wechselstrom unterscheidet sich, abgesehen davon, daß das Magnetgestell aus Blechen zusammengesetzt sein muß, grundsätzlich nicht von einem Hauptstrommotor für Gleichstrom. Leiten wir Wechselstrom in einen für Gleichstrom gebauten Hauptstrommotor, so kehrt sich der Strom im Anker und in der Magnetwicklung gleichzeitig um, und das Drehmoment hat während der ganzen Periode des Wechselstromes stets dieselbe Richtung.

Allerdings wird die Phasenverschiebung zwischen Spannung und Strom unverhältnismäßig groß, falls der Motor nicht gerade bereits Kompensationswicklung, d. h. eine Querwicklung zur Aufhebung der magnetischen Wirkung des Ankers besitzt. Der vom Anker erzeugte Fluß, der infolge seiner räumlichen Verschiebung um 90° in keiner Weise von dem Magnetfluß aufgehoben wird, verursacht eine starke Selbstinduktion. Das ist um so nachteiliger, als auch der Fluß der Magnete bereits eine Selbstinduktion zur Folge hat.

Um die Phasenverschiebung zu verringern, können wir nicht daran denken, den Fluß der Magnete zu beseitigen, weil dann das Drehmoment auf Null heruntergehen würde. Wohl aber können wir den vom Anker erzeugten Querfluß durch eine in den Polschuhen liegende Kompensations- oder Querwicklung vernichten (Bild 409).

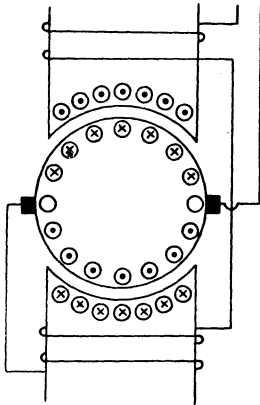


Bild 409. Reihenschlußmotor mit Querwicklung.

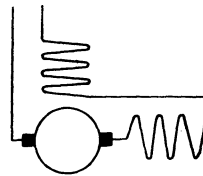


Bild 410. Querwicklung in Reihe mit dem Anker.

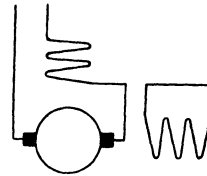


Bild 411. Querwicklung kurzgeschlossen.

Die Querwicklung kann nach Bild 410 mit der Magnet- und Ankerwicklung in Reihe geschaltet werden. Sie kann aber auch nach Bild 411 in sich kurz geschlossen werden, wobei ihr Strom durch Transformatorwirkung vom Anker aus erzeugt wird. Der Anker stellt dann die erste Wicklung eines Reihentransformators dar, dessen zweite Wicklung in sich kurz geschlossen ist. In einem solchen wird, abgesehen von der Streuung, keine Spannung der Ruhe erzeugt, da die Ströme beider Wicklungen sich gegenseitig aufheben.

Wir zeichnen nun in Bild 412 das Strombild für den Reihenschlußmotor. Der Strom werde durch den mit I bezeichneten Strahl dargestellt. Ist $L\omega$ die Summe aus dem induktiven Widerstand der Magnete und dem Streuwiderstand der Anker- und Querwicklung, und R der gesamte Ohmsche Widerstand, so ist OA , um 90° gegen den Strom voreilend, gleich $I \cdot L\omega$ und AP , in Phase mit dem Strome, gleich $I \cdot R$. Der Strahl $OP = I \cdot \sqrt{R^2 + L^2\omega^2}$ stellt dann den gesamten Spannungsverlust dar. Dazu fügen wir die Spannung PB hinzu, die der durch Bewegung erzeugten Spannung das Gleichgewicht hält. Diese durch Bewegung erzeugte Spannung ist am größten, wenn der Fluß, also auch der den Fluß erzeugende Strom am größten ist. Sie ist wie beim Gleichstrommotor dem Strom entgegengerichtet. Die Spannung PB , die ihr das Gleichgewicht hält, ist also in Phase mit dem Strom.

Die Summe OB aller Spannungen ist dann die Klemmenspannung E , die dem Strome um den Winkel φ voraufeilt.

Nun ist $\operatorname{tg} \gamma = L\omega/R$, also unveränderlich. Demnach liegt P auf einem Kreise, in welchem $OB = E$ die Sehne über dem Bogen $\pi - \gamma$ ist, und dessen Durchmesser OC gleich $E/\sin \gamma$ ist. Der Durchmesser ist in der Zeichnung wagerecht gelegt. Dann ergibt sich, daß OP um den Winkel φ hinter der senkrechten Achse zurückbleibt.

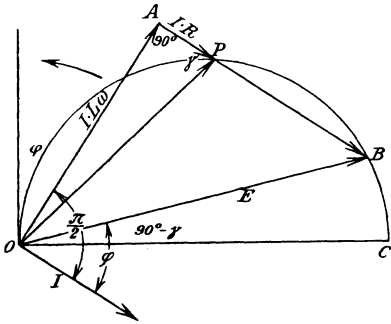


Bild 412.
Spannungsbild des Reihenschlußmotors.

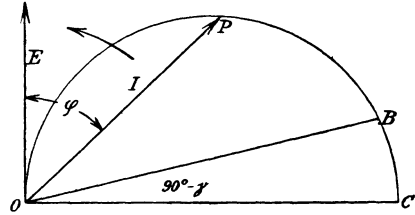


Bild 413.
Strombild des Reihenschlußmotors.

Wir teilen nun alle Strahlen durch $\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}$ und erhalten dadurch Bild 413, in welchem der Strahl OP unmittelbar den Strom I darstellt. Der Endpunkt P liegt dann auf einem Kreise mit dem Durchmesser

$$OC = \frac{E/\sin \gamma}{\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}} = \frac{E}{L\omega}. \quad (20)$$

Der Strahl $OB = E/\sqrt{R^2 + L^2\omega^2}$ ist der Kurzschlußstrom. Da OP um den Winkel φ gegen die senkrechte Achse zurückbleibt, so liegt der Strahl der Spannung E im Strombild in dieser Achse.

Das Drehmoment ist dem Fluß und der Stromstärke, also bei geringer Sättigung dem Quadrate der Stromstärke proportional.

Die Drehzahl ergibt sich, abgesehen von einem Festwert, wenn wir in Bild 412 die Spannung der Bewegung $E_b = BP$ durch den Fluß teilen. Da der Fluß bei geringer Sättigung, die aber in Wirklichkeit nicht vorhanden ist, dem Strahl OP proportional ist, ist die Drehzahl dem Verhältnis $BP:OP$, d. h. unter Vernachlässigung des Ankerwiderstandes dem Werte $\cot \varphi$ proportional. Mit wachsender Drehzahl nimmt also der Leistungsfaktor $\cos \varphi$ zu. Das erklärt sich auch einfach daraus, daß dabei der Wirkstrom im Verhältnis zum Blindstrom zunimmt und P in Bild 413 nach links rückt. Der Motor arbeitet also günstig bei übersynchronem Lauf.

Tragen wir die aus Bild 413 entnommenen Werte der Stromstärke wagerecht und die zugehörigen Werte des Drehmomentes und der Drehzahl senkrecht auf, so erhalten wir ähnliche Kurven wie beim Hauptstrommotor für Gleichstrom.

Besonders wichtig ist beim Reihenschlußmotor die Frage der Stromwendung. Wie beim Gleichstrommotor tritt in der durch die Bürsten kurzgeschlossenen Spule eine Spannung der Selbstinduktion auf, die der Stromstärke und Drehzahl proportional ist. Da es sich um einen Wechselstrom handelt, so ändert sich die Spannung der Selbstinduktion mit dem Zeitwert des Stromes. Sie ist beispielsweise am größten, wenn in der Spule, die sich gerade unter der Bürste befindet, der Höchstwert des Stromes umzukehren ist. Die Selbstinduktionsspannung hat also in unserem Falle ausnahmsweise gleiche Phase mit dem Strom. Sie läßt sich durch Anwendung von Wendepolen in ähnlicher Weise aufheben wie bei Gleichstrommaschinen.

Gleichzeitig wird in der kurzgeschlossenen Spule, die vom Magnetfluß durchsetzt wird und gegenüber der Magnetwicklung die zweite Wicklung eines Transformators bildet, eine Spannung der Ruhe erzeugt. Diese bleibt um 90° hinter dem Fluß zurück und ist diesem und der Frequenz proportional. Beim Anfahren ist sie am größten, weil dabei der Strom, also auch der Magnetfluß am größten ist.

Um zu verhindern, daß die Spannung der Ruhe in der kurzgeschlossenen Spule zu starke Ströme erzeugt, wählt man den Fluß und die Frequenz entsprechend niedrig. Reihenschlußmotoren arbeiten mit 15 und 25 Perioden günstiger als mit 50 Perioden. Auch empfiehlt sich die Verwendung von schmalen und harten Bürsten. Nötigenfalls müssen Widerstände zwischen Ankerspulen und Stromwender eingebaut werden.

Ein weiteres Mittel zur Aufhebung der Spannung der Ruhe in der kurzgeschlossenen Spule besteht in der Verwendung von Wendepolen, die durch eine Nebenschlußerregung gespeist werden und im Grunde zu einem doppelt gespeisten Motor führen. Das von der Nebenschlußerregung erzeugte Feld des Wendepols bleibt, wie der erzeugende Strom, wegen der Selbstinduktion der Nebenschlußerregung um 90° hinter der Klemmenspannung, also fast um 90° hinter dem Ständerstrom zurück. Es erzeugt in der kurzgeschlossenen Spule eine Spannung der Bewegung, die ebenfalls um etwa 90° hinter dem Strome zurückbleibt, also geeignet ist, die oben erwähnte Spannung der Ruhe aufzuheben. Dies geschieht allerdings nur bei einer bestimmten Drehzahl vollständig. Bei Stillstand ist die durch die Nebenschlußerregung der Hilfspole erzeugte Spannung auf jeden Fall gleich Null, so daß es gerade in dem wichtigsten Zeitraum, d. h. beim Anlassen, unmöglich ist, die Kurzschlußströme unter den Bürsten zu beseitigen.

Ein und derselbe Wendepol darf übrigens nicht gleichzeitig eine Hauptstromwicklung zur Schaffung des Wendefeldes und eine Nebenschlußwicklung für die Aufhebung der Transformatorspannung in der kurzgeschlossenen Spule tragen, da beide Wicklungen sich durch gegenseitige Induktion beeinflussen.

120. Der Repulsionsmotor.

Die kennzeichnende Eigenschaft des Repulsionsmotors ist die, daß der Strom, der die Zugkraft ausübt, dem Anker nicht durch die Bürsten zugeführt wird. Er wird vielmehr in dem über die Bürsten kurzgeschlossenen Anker durch gegenseitige Induktion, also durch eine Spannung der Ruhe, von einem Teil der Ständerwicklung, die wir als Querwicklung bezeichnen wollen, erzeugt und gleichzeitig von diesem Teil der Wicklung kompensiert (Bild 414). Die Ständerwicklung zerfällt in die Querwicklung BD und in die Erregerwicklung DF . In Wirklichkeit ergeben beide zusammen eine einzige Wicklung, deren Achse gegen die der Ankerwindungen verschoben ist. Die Ständerwicklung kann dabei nach Bild 407 gleichmäßig auf der ganzen Polteilung oder nur auf $\frac{2}{3}$ der Polteilung verteilt sein. Wie in Bild 414 stellen in Bild 407 die Windungen BD die Querwicklung und die Windungen DF die Erregerwicklung dar.

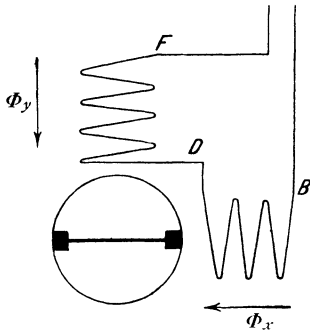


Bild 414.
Schaltbild des Repulsionsmotors.

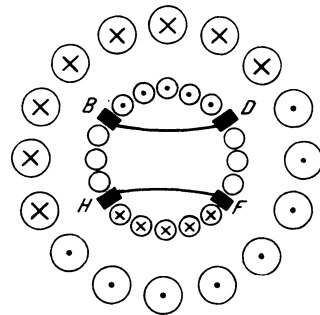


Bild 415.
Repulsionsmotor mit doppelten Bürsten.

Bei den in Bild 407 gewählten Verhältnissen ergibt sich ein Drehmoment entgegen dem Uhrzeiger. Allgemein hat das Drehmoment die Richtung, in der die magnetische Achse des Ankers gegen die des Ständers verschoben ist. Die Drehzahl läßt sich durch Bürstenverschiebung regeln.

Es ist aber zu beachten, daß Repulsionsmotoren aus einer Bürstenstellung angelassen werden, bei der die magnetischen Achsen des Ankers und Ständers um 90° verschoben sind. Die induzierende Wirkung des Ständers auf den Anker ist dabei gleich Null und der Strom am kleinsten. Die Bürsten werden dann beim Anlassen in die Betriebsstellung verschoben, bei welcher die Achsen einen Winkel von etwa 10 bis 20° bilden. Der Winkel der Verschiebung der Bürsten aus der Ruhelage ist dann der Komplementwinkel zum Achsenverschiebungswinkel, und der Motor dreht sich entgegen dem Sinne, in dem die Bürsten aus der Ruhelage verschoben werden. Zum Umsteuern werden die Bürsten in Ruhelage zurückgezogen und im entgegengesetzten Sinne verschoben.

Will man die Ankerwicklung zu einem genauen Spiegelbild der Querwicklung machen, so daß sie in magnetischer Hinsicht nur einen gewissen Teil des Umfangs einnimmt, so kann man nach Bild 104 einen verkürzten Wicklungsschritt anwenden. Man kann aber auch, wie beim Derimotor in Bild 415, Doppelbürsten anwenden. Nach Bild 415 sind dann nur die Abteilungen BD und FH des Ankers in Tätigkeit, während die Abteilungen DF und BH ausgeschaltet sind. Man erreicht dadurch eine bessere Entgegenwirkung des Ständer- und Ankerstromes in der Querrichtung, d. h. die Ankerstreuung wird kleiner.

Die Bürsten bei D und H , die in der magnetischen Achse des Ständers liegen, bleiben unverändert in ihrer Lage. Im Stillstand steht die bei B gezeichnete Bürste bei D und ebenso die bei H gezeichnete Bürste bei F , so daß der Anker offen ist. Beim Anlassen werden die Bürsten dann in die Betriebstellung verschoben. Man kann dabei den Winkel α , den die Achsen des Ankers und Ständers bilden, besonders feinstufig verändern, da eine Vergrößerung der Verschiebung der Bürsten nur eine halb so große Vergrößerung der Verschiebung der magnetischen Achsen zur Folge hat. Die Drehzahl läßt sich auf diese Weise feinstufig regeln.

Wir gehen nun dazu über, den durch die Erregerwicklung DF (Bild 414) geschaffenen Erregerfluß Φ_y und den durch die Querwicklung BD zusammen mit dem Anker geschaffenen Transformatorfluß Φ_x nach Größe und Phase zu bestimmen. Der Strahl des Ständerstromes I_1 sei senkrecht nach oben gerichtet (Bild 416).

Der senkrechte Erregerfluß Φ_y erzeugt im Anker eine Spannung E_b der Bewegung, die am größten ist, wenn der Ständerstrom I_1 , der den Fluß Φ_y erzeugt, am größten ist. Da die Spannung der Bewegung, wie bei Gleichstrom, dem Ankerstrom wesentlich entgegengesetzt ist und dieser durch Transformatorwirkung erzeugt wird, also dem Ständerstrom wesentlich entgegengesetzt ist, hat die Spannung der Bewegung gleiche Phase mit dem Ständerstrom. Sie ist durch den Strahl E_b gegeben.

Bild 416. Flüsse und Spannungen des Repulsionsmotors.

Der wagerechte Transformatorfluß Φ_x , der durch die Entgegenwirkung der Ständerabteilung BD und des erzeugten Ankerstromes zustande kommt, erzeugt in der Ankerwicklung eine Spannung der Ruhe E_x , die unter Vernachlässigung des Verlustes im Anker der Spannung der Bewegung das Gleichgewicht hält. Ihr Strahl ist also senkrecht nach unten gerichtet. Da sie um 90° hinter dem Fluß Φ_x zurückbleibt, so ist der Strahl dieses Flusses wagerecht nach rechts gerichtet. Die beiden räumlich um 90° verschobenen Flüsse haben also auch eine zeitliche Verschiebung von 90° , d. h. der Repulsionsmotor besitzt ein Drehfeld.

Es sei nun wieder v das Verhältnis der Drehzahl bei dem jewei-

Wir ziehen nun PB in Richtung von OC und verlängern PA bis D . Wir benutzen dann die Gleichungen:

$$E_{11} = L_1 \omega I_1 \quad (22) \qquad E_{22} = L_2 \omega I_2 \quad (23)$$

$$E_{12} = M \omega I_2 \quad (24) \qquad E_{21} = M \omega I_2 \quad (25)$$

und erhalten:

$$\frac{AB}{OB} = \frac{E_{21}}{PD} = \frac{E_{21}}{E_{22} \cdot E_{11} / E_{12}} = \frac{M^2}{L_1 L_2} \quad (26)$$

Mit OA ist dann auch AB und OB unveränderlich. Da der Winkel OPB gleich 90° ist, so liegt P auf einem Kreise, der durch O geht, und dessen Mittelpunkt auf der Verlängerung von OA liegt.

Wir teilen nun alle Strahlen durch $L_1 \omega$. Der Strahl OP stellt dann in Bild 418 unmittelbar den Ständerstrom I_1 dar, und sein Endpunkt liegt, wie in Bild 417, auf einem Kreise. Ist I_0 der Leerstrom bei offenem Anker oder bei einer Verschiebung der magnetischen Achsen um 90° , so gilt die Gleichung $E = L_1 \omega I_0$. Da wir $OA = E$ ebenfalls durch $L_1 \omega$ geteilt haben, so haben wir dadurch im Strombild in OA den Leerstrom I_0 erhalten. Das obige Verhältnis $AB : OB$ gibt uns dann den Durchmesser. Es ist bemerkenswert, daß dasselbe Verhältnis bei der Ermittlung des Strombildes des Drehstrommotors und bei der Berechnung der doppelt verketteten Streuung auftrat. Tatsächlich berücksichtigen unsere berechneten Induktivitäten auf S. 428 sowohl die wirkliche Streuung als auch die ungünstige Flußverkettung infolge Verschiebung der magnetischen Achsen, die als doppelt verkettete Streuung wirkt.

Den Ankerstrom I_2 erhalten wir aus der Beziehung, daß im Strombild $PA = E_{21} / L_1 \omega = I_2 \cdot M \omega / L_1 \omega$ wird.

Nehmen wir nun eine auf der ganzen Polteilung verteilte Ständerwicklung an, so folgt die Drehzahl nach Gleichung (19) aus der Beziehung:

$$\frac{v \cdot h}{k} = \frac{E_b}{E_{12}} = \frac{OD}{E_{11}} = \frac{OD}{PB} \cdot \frac{PB}{E_{11}}.$$

Nun ist

$$\frac{OD}{PB} = \frac{OA}{AB} = \frac{L_1 L_2 - M^2}{M^2} \quad \text{und} \quad \frac{PB}{E_{11}} = \cot \varphi.$$

Demnach wird

$$\frac{v \cdot h}{k} = \frac{L_1 L_2 - M^2}{M^2} \cot \varphi. \quad (27)$$

Die Drehzahl ist also $\cot \varphi$ proportional.

Endlich berechnen wir noch das Drehmoment aus der Gleichung:

$$D = \frac{E I_1 \cos \varphi}{9,81 \cdot 2\pi \cdot n/60}. \quad (28)$$

Setzen wir wie früher $n/60$ gleich $v \cdot f/p$ und führen wir für v den Wert aus Gleichung (27) ein, so folgt, daß das Drehmoment proportional

$I_1 \cdot \sin \varphi$, d. h. proportional der Projektion des Strahles OP des Ständerstromes auf die wagerechte Achse ist. Nach einem bekannten Satz der Planimetrie ist das Drehmoment dann auch proportional dem Quadrat des Ständerstromes. Dabei ist die Sättigung wieder als gering angenommen, was allerdings der Wirklichkeit nicht entspricht.

In Bild 419 ist nun die Stromstärke wagerecht und der Leistungsfaktor, die Geschwindigkeit und das Drehmoment senkrecht aufgetragen, und zwar für Achsenverschiebungswinkel $\alpha = 10^\circ, 20^\circ$ und 30° . Der Einfachheit wegen wurde dabei I_0 und $p \cdot E/f = 1$ gesetzt, während $(L_1 L_2 - M^2)/M^2 = 0,2$ angenommen wurde. Man erkennt, daß auch der Repulsionsmotor sich ähnlich verhält wie ein Hauptstrommotor für Gleichstrom.

Werfen wir nun einen Blick auf den Vorgang der Stromwendung. Zunächst tritt eine Selbstinduktionsspannung in der kurzgeschlossenen Spule auf, die der Drehzahl proportional ist. Diese Selbstinduktion wirkt in derselben Weise wie beim Gleichstrommotor.

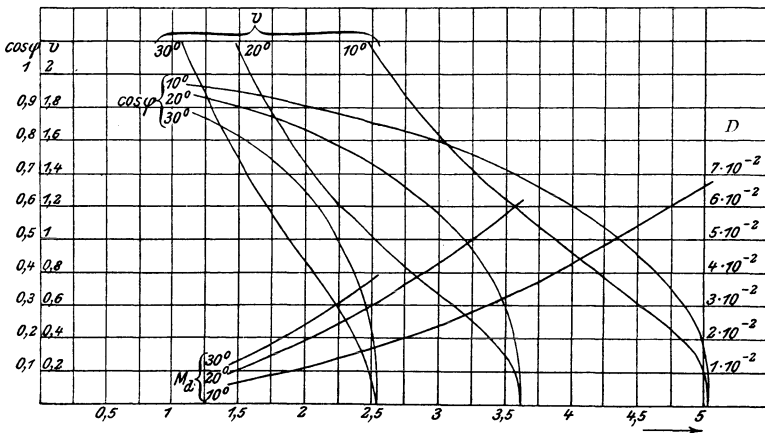


Bild 419. Drehmoment, Geschwindigkeit und Leistungsfaktor in Abhängigkeit von der Stromstärke.

Außerdem wird in der kurzgeschlossenen Spule eine Spannung der Bewegung im Fluß Φ_x erzeugt, die gleiche Phase mit diesem Fluß hat, und eine Spannung der Ruhe durch den Fluß Φ_y , die um 90° hinter diesem Fluß zurückbleibt. Daraus folgt nach Bild 416, daß die Spannungen der Ruhe und der Bewegung in der kurzgeschlossenen Spule sich genau entgegenwirken. Beim Gleichlauf heben sie sich vollständig auf, da $v = 1$ ist, und nach S. 435 beide Flüsse gleich werden. Wir können die Verhältnisse beim Gleichlauf auch so auffassen, daß dabei ein vollkommenes Drehfeld entsteht, daß sich ebenfalls im Gleichlauf dreht und daher auf die kurzgeschlossene Spule keinen Einfluß ausübt. In diesem Falle bleibt also nur die Selbstinduktion der kurzgeschlossenen Spule übrig.

Bei einer Geschwindigkeit, die kleiner ist als beim Gleichlauf, überwiegt der senkrechte Erregerfluß Φ_y . Es läßt sich dann zeigen, daß die von ihm in der kurzgeschlossenen Spule erzeugte Spannung der Ruhe die Selbstinduktion der kurzgeschlossenen Spule zum Teil aufhebt. Der Repulsionsmotor ist also in bezug auf funkenlose Stromwendung bei unter-synchroner Geschwindigkeit günstig gestellt.

Ist die Geschwindigkeit größer als beim Gleichlauf, so ist Φ_x nach S. 435 größer als der Fluß Φ_y , und da gleichzeitig $v > 1$ ist, so überwiegt in der kurzgeschlossenen Spule die Spannung der Bewegung bedeutend über die der Ruhe. Weiter ist zu beachten, daß die außerdem noch auftretende Spannung der Selbstinduktion der kurzgeschlossenen Spule bei der großen Geschwindigkeit, mit der die Stromwendung bei hoher Drehzahl vor sich geht, besonders groß ist. Es läßt sich außerdem nachweisen, daß sie sich zu der Spannung der Bewegung in der kurzgeschlossenen Spule unter einem um so kleineren Winkel hinzufügt, je größer die Geschwindigkeit ist.

Bei hoher Drehzahl wirken also drei ungünstige Umstände zusammen. Zunächst wird der Fluß Φ_x zu stark, weiter wird auch die Geschwindigkeit v zu groß, und endlich fügen sich die Spannungen der Selbstinduktion und der Bewegung unter einem spitzen Winkel aneinander. Beide werden durch die Spannung der Ruhe, die in der kurzgeschlossenen Spule durch den Fluß Φ_y erzeugt wird, nur unvollkommen aufgehoben.

121. Der Eichberg-Motor und Latour-Motor.

Der Eichberg-Motor und der Latour-Motor unterscheiden sich grundsätzlich dadurch von dem Repulsionsmotor, daß sie nach Bild 420 mit Hilfe des Ständerstromes I , der dem Anker zugeführt wird und einen senkrechten Fluß Φ_y erzeugt, vom Anker aus erregt werden. Der die

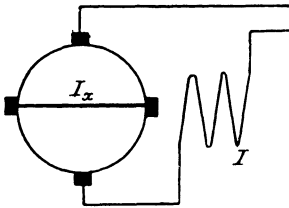


Bild 420. Grundsätzliche Schaltung des Eichberg-Motors und Latour-Motors.

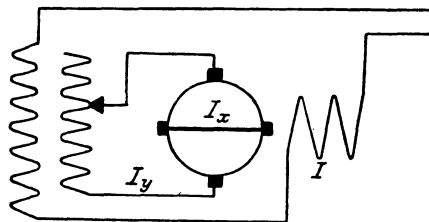


Bild 421. Eichberg-Motor mit Reihentransformator.

Zugkraft liefernde Ankerstrom I_x , dessen Windungen in der Zeichnung eine wagerechte Achse besitzen, wird wie beim Repulsionsmotor vom Ständer aus durch eine Spannung der Ruhe in dem über die Bürsten kurzgeschlossenen Anker erzeugt. Die Ankerwindungen mit wagerechter Achse bilden dabei die zweite Wicklung eines Transformators, dessen erste Wicklung

durch die vom Strome I durchflossenen Ständerwindungen gebildet wird. Am einfachsten stellt man sich auf dem Anker zwei getrennte Wicklungen mit zwei Stromwendern vor, auf denen je ein Bürstenpaar schleift. In jeder Wicklung haben wir dann nach Bild 422 einen besonderen Ankerstrom. In Wirklichkeit überdecken sich im Anker des Eichbergmotors die beiden Wicklungen wie in Bild 420, zu einer einzigen Wicklung.

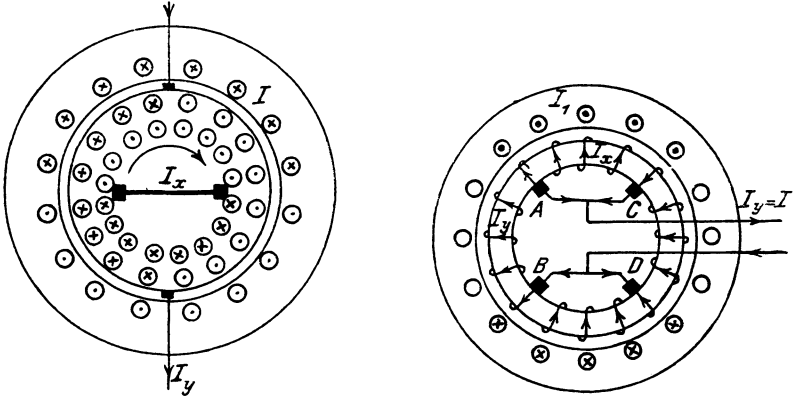


Bild 422. Stromverteilung im Eichberg-Motor. Bild 423. Stromverteilung im Latour-Motor.

Beim Latour-Motor überdecken sich Erregerstrom und Arbeitsstrom nicht, wie beim Eichberg-Motor, sondern sie fließen in besonderen Abteilungen des Ankers. In Bild 423 wird die Abteilung AB und CD vom Erregerstrom durchflossen, während der Arbeitsstrom vom Ständer aus in der Abteilung AC und BD erzeugt wird.

Bei der wirklichen Ausführung wird beim Eichberg-Motor und in der Regel auch beim Latour-Motor der Anker nicht, wie in Bild 420, unmittelbar durch den Ständerstrom I , sondern von der zweiten Wicklung eines Transformators gespeist, dessen erste Wicklung mit den Ständerwindungen in Reihe geschaltet ist. Das Übersetzungsverhältnis des Transformators ist veränderlich, um ein möglichst funkenfreies Anlaufen und eine Regelung der Drehzahl zu ermöglichen. Ist beim Transformator u das Verhältnis der Windungen der ersten und zweiten Wicklung, so ist der Strom I_y in der zweiten Spule, welche die senkrechte Erregerwicklung speist, gleich $u \cdot I$. Er hat im Transformator bei Vernachlässigung des geringen Leerstromes entgegengesetzte Phase wie der Strom I . Da jedoch durch die Einschaltung des Transformators grundsätzlich nichts gegenüber der einfacheren Schaltung ohne Transformator in Bild 420 geändert wird, so schreiben wir dem Erregerstrom $I_y = uI$ im Motor dieselbe Phase zu wie dem Ständerstrom I .

Im Anker treten nun zwei Flüsse auf. Der senkrechte Fluß Φ_y wird vom Erregerstrom uI geschaffen und hat gleiche Phase mit diesem Strom. Er erzeugt in der Wicklung mit senkrechter Achse eine Spannung der Ruhe E_y , die um 90° hinter dem Fluß Φ_y zurückbleibt, und

in der Wicklung mit der wagerechten Achse eine Spannung der Bewegung $E_{y,x}$, die gleiche Phase mit dem Fluß Φ_y hat.

Legen wir also in Bild 424 den Strahl des Ständerstromes I und damit den des Erregerstromes uI senkrecht nach oben, so ist der Strahl $E_{y,x}$ ebenfalls senkrecht nach oben und der Strahl E_y wagerecht nach rechts gerichtet.

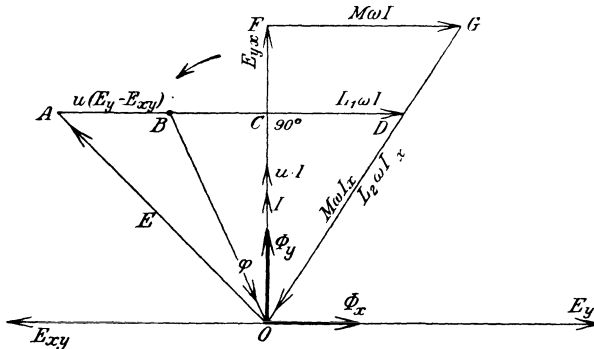


Bild 424. Flüsse und Spannungen des Eichberg-Motors und Latour-Motors.

Der wagerechte Fluß Φ_x wird durch die Entgegenwirkung des Ständerstromes I und des durch Transformatorwirkung von ihm erzeugten Ankerstromes I_x geschaffen. Er erzeugt in der kurzgeschlossenen wagerechten Ankerwicklung eine Spannung der Ruhe E_x , die unter Vernachlässigung des Wirkwiderstandes des Ankers der Spannung $E_{y,x}$ das Gleichgewicht hält. Ihr Strahl ist also senkrecht nach unten gerichtet und gleich FO . Da sie um 90° hinter dem Fluß Φ_x zurückbleibt, ist dieser wagerecht nach rechts gerichtet. Die beiden räumlich um 90° verschobenen Flüsse haben also auch eine zeitliche Verschiebung von 90° , d. h. der Motor besitzt ein Drehfeld.

Der wagerechte Fluß Φ_x erzeugt nun außerdem in der senkrechten Wicklung des Ankers eine Spannung $E_{x,y}$ der Bewegung, die gleiche oder entgegengesetzte Phase hat wie der Fluß Φ_x . Wir können die sonst etwas unbequeme Entscheidung durch die Überlegung gewinnen, daß beim Gleichlauf das Drehfeld den Anker überhaupt nicht schneidet, also $E_{x,y}$ und E_y einander aufheben. Beide sind also entgegengerichtet und $E_{x,y}$ fällt wagerecht nicht nach rechts, sondern nach links.

Im Ständer ist nun OB die an den Ständer gelegte Klemmenspannung, BD die vom Strom I erzeugte Spannung der Selbstinduktion $L_1 \omega I$, die um 90° gegen I zurückbleibt, und DO die vom wagerechten Ankerstrom erzeugte Spannung der gegenseitigen Induktion $M \omega I_x$. Die drei Spannungen ergeben unter Vernachlässigung des Ständerwiderstandes die Summe Null.

In der X -Wicklung des Läufers ist OF , in Phase mit dem Strom uI , die Spannung $E_{y,x}$ der Bewegung im Fluß Φ_y und FO die ihr

entgegengesetzte Spannung der Ruhe E_x . Dabei ist FO die Summe aus der Spannung der gegenseitigen Induktion $M\omega I = FG$, die gegen den Ständerstrom I um 90° zurückbleibt und der mit $M\omega I_x$ phasengleichen Spannung $L_2\omega I_x = GO$, die die wagerechte Ankerwicklung in sich selbst erzeugt.

Die Spannung an den Erregerbürsten hält der in der Erregerwicklung erzeugten Spannung $E_y - E_{xy}$ das Gleichgewicht und ist dieser Differenz entgegengesetzt gleich. Je nachdem E_y größer oder kleiner ist als E_{xy} , eilt die Bürstenspannung dem Strome um 90° vor oder nach, in jedem Falle ist sie Blindspannung. Die Spannung an der ersten Spule des Transformators ist u mal so groß, ergibt sich also in Bild 424 zu $BA = u(E_y - E_{xy})$. Die Netzspannung E ist dann die Summe aus der Ständerspannung OB und der Transformatorspannung BA , also gleich OA . Sie eilt dem Strom I um den positiven oder negativen Winkel φ voraus.

Es sei nun v das Verhältnis der Geschwindigkeit bei einer bestimmten Belastung zur Geschwindigkeit beim Gleichlauf. Dann ergibt sich aus den Gleichungen des vorigen Abschnittes, daß sich die durch denselben Fluß erzeugten Spannungen der Bewegung und Ruhe bei unserer Achsenverschiebung von 90° zwischen den beiden Wicklungen wie $\frac{3v}{\pi}$ zu 1 verhalten.

Es ist also

$$\frac{E_{xy}}{E_x} = \frac{E_{yx}}{E_y} = \frac{3}{\pi} \cdot v.$$

Ferner ergibt sich die Spannung der Ruhe in der Erregerwicklung des Ankers zu

$$E_y = L_2\omega u I. \quad (29)$$

Daraus folgen die beiden entgegengesetzt gleichen Spannungen in der kurzgeschlossenen Ankerwicklung zu

$$E_x = E_{yx} = \frac{3}{\pi} v E_y = \frac{3}{\pi} v \cdot L_2\omega \cdot u \cdot I. \quad (30)$$

Ebenso wird die Spannung der Bewegung in der senkrechten Erregerwicklung:

$$E_{xy} = \frac{3}{\pi} v E_x = \frac{9}{\pi^2} v^2 L_2\omega u \cdot I. \quad (31)$$

Nun ist in Bild 424 unter Benutzung von Gl. (30)

$$CD = \frac{M^2}{L_2} \omega I. \quad OC = E_{yx} \cdot \frac{M}{L_2} = \frac{3}{\pi} u \cdot v \cdot M\omega \cdot I.$$

Ferner ist:

$$E \cdot \sin \varphi = AB + BD - CD = u(E_y - E_{xy}) + L_1\omega I - \frac{M^2}{L_2}\omega I.$$

$$E \cdot \cos \varphi = OC = \frac{3}{\pi} \cdot u \cdot v \cdot M\omega \cdot I.$$

Wir führen für E_y und E_{xy} die berechneten Werte aus Gleichung (29) und (31) ein und setzen

$$(L_1 - \frac{M^2}{L_2} + u^2 L_2) \omega = a \qquad \frac{9}{\pi^2} u^2 L_2 \omega = b \qquad \frac{3}{\pi} \cdot u M \omega = c$$

Dann wird

$$E \cdot \sin \varphi = (a - b v^2) I \quad (32) \qquad E \cdot \cos \varphi = c \cdot v \cdot I \quad (33)$$

Daraus folgt

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{a - b v^2}{c v} . \quad (34)$$

Für jede Geschwindigkeit läßt sich also der Verschiebungswinkel φ und damit nach Gleichung (33) der Strom berechnen.

Das Drehmoment D ergibt sich dann bei der Drehzahl n , der Frequenz f und der Polpaarzahl p unter Benutzung von Gleichung (33) zu

$$D = \frac{E I \cos \varphi}{2\pi \cdot 9,81 \cdot n/60} = \frac{c \cdot p \cdot I^2}{2\pi \cdot 9,81 \cdot f} . \quad (35)$$

Für $L_1 \omega = L_2 \omega = 6,3$ und $M \omega = 6$, sowie für eine Spannung von 500 Volt, eine Frequenz 50 und eine Polpaarzahl 3 sind auf diese Weise Strom, Leistungsfaktor und Drehmoment in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit berechnet, und zwar für $u = 0,25$ und $0,5$. Darauf sind in Bild 425 Strom, Leistungsfaktor und Geschwindigkeit in Abhängigkeit

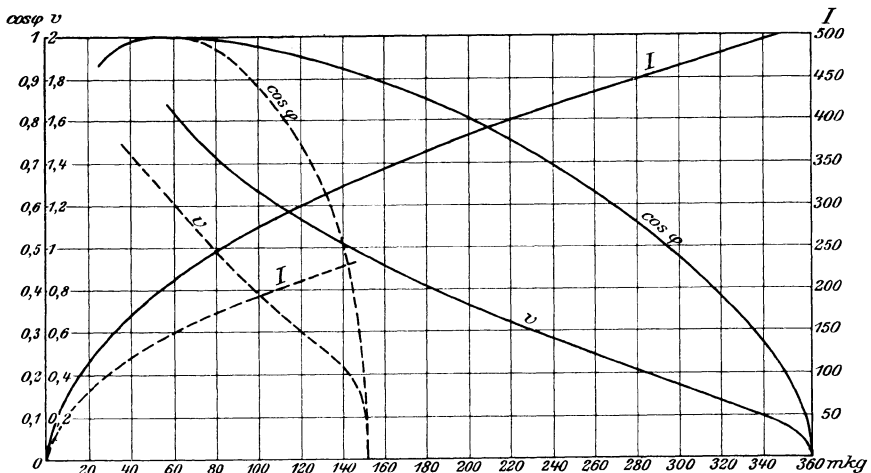


Bild 425. Kurven des Eichberg-Motors.

vom Drehmoment aufgetragen. Die ausgezogenen Kurven beziehen sich auf $u = 0,25$, die gestrichelten auf $u = 0,5$. Die Kurven zeigen ein Verhalten, das dem des Reihenschlußmotors ähnlich ist. Sie stimmen in ihrem Verlauf mit den beim Versuch aufgenommenen Kurven¹⁾ überein.

¹⁾ Eichberg 1904 ETZ. S. 80.

wenn sich auch bei ausgeführten Motoren der Einfluß der Sättigung bemerkbar macht. Die Phasenverschiebung ist im äußersten linken Teil der Kurven negativ. Dies beruht darauf, daß bei großer Geschwindigkeit die Spannung der Bewegung in der senkrechten Erregerwicklung über die entgegengesetzte Spannung der Ruhe überwiegt, so daß der Unterschied negativ wird. Dadurch kann die Selbstinduktion in der Ständer- und wagerechten Ankerwicklung mehr als aufgehoben werden, so daß die Maschine voreilenden Strom aufnimmt.

Statt wie oben den Strom zu berechnen, können wir seinen reziproken Wert auch durch Zeichnung gewinnen.

Wir setzen dazu nach Gleichung (32) und (33) und Bild 426:

$$x = \frac{1}{I} \sin \varphi = \frac{a - bv^2}{E} \qquad y = \frac{1}{I} \cos \varphi = \frac{cv}{E}.$$

Führen wir v aus der zweiten Gleichung in die erste ein, so erhalten wir

$$y^2 = \frac{c^2}{b \cdot E} \left(\frac{a}{E} - x \right). \tag{36}$$

Dies ist die Gleichung einer Parabel, deren Parameter gleich $\frac{c^2}{b \cdot E}$ ist und deren Scheitel um $a/E = OS$ vom Anfangspunkt O entfernt ist. Der Strahl der Parabel mit dem Anfangspunkt O ist dann gleich $1/I$ und der Winkel, um den er gegen die senkrechte Achse zurückbleibt, gleich φ . Da bei unserer Vernachlässigung des Wirkwiderstandes die Phasenverschiebung beim Stillstand gleich 90° ist, so ergibt sich der Anlaufstrom I_k aus der Gleichung

$$\frac{1}{I_k} = OS = \frac{a}{E}.$$

Gleichzeitig ist y nach der obigen Gleichung ein Maß für die Geschwindigkeit. Die Geschwindigkeit, bei welcher der Verschiebungswinkel φ gleich Null wird, ergibt sich aus der obigen Gleichung für $\text{tg } \varphi$ zu $v_0 = \sqrt{a/b}$. Sie liegt oberhalb des Gleichlaufs. Ist die Geschwindigkeit noch größer, so wird der Verschiebungswinkel negativ, und der Endpunkt des Strahles $1/I$ liegt links von der senkrechten Achse.

Da c^2/b unabhängig von u ist, so ist die Parabel von Änderungen des Windungsverhältnisses des Transformators unabhängig, und es ändert sich nur die Entfernung des Anfangspunktes vom Scheitel. Unsere Zeichnung bezieht sich auf denselben Motor wie Bild 425, und zwar gilt der Anfangspunkt O für $u = 0,25$ und O' für $u = 0,5$.

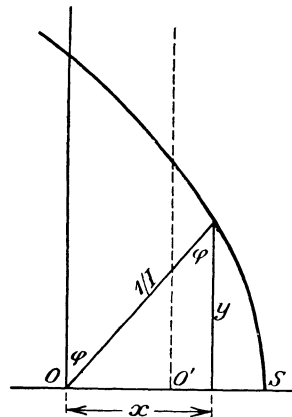


Bild 426. Ort für den Endpunkt des Strahles $1/I$.

Bemerkenswert ist das Verhältnis der beiden Flüsse bei den verschiedenen Betriebszuständen und das Verhältnis der Spannungen am Ständer und an den Erregerbürsten.

Beim Anlauf ist der Strom am größten, also auch der senkrechte Erregerfluß am größten. Dagegen ist der wagerechte Fluß im Anker gleich Null, da der vom Ständer durch den Luftraum gesandte wagerechte Fluß in den Streuweg des Ankers gedrängt wird. Daher entfällt von der ganzen Spannung auf den Ständer nur eine kleine Spannung, die durch die Streuflüsse des Ständers und der wagerechten Ankerwicklung geschaffen wird, dagegen auf die senkrechte Erregerwicklung die große Spannung, die durch Luftfluß und Streufluß dieser Wicklung geschaffen wird.

Beim Lauf bildet sich ein von den Ankerwindungen umfaßter wagerechter Fluß aus. Da sich die Spannungen der Ruhe E_x und E_y wie die Flüsse verhalten, durch die sie erzeugt werden, so ist nach Gleichung (30)

$$\Phi_x = \frac{3}{\pi} \cdot v \cdot \Phi_y. \quad (37)$$

Bei geringer Geschwindigkeit überwiegt also der senkrechte Erregerfluß. Gleichzeitig ist die Spannung an den Erregerbürsten noch groß gegenüber der Spannung am Ständer.

Beim Gleichlauf wird $v = 1$ und die beiden Flüsse sind einander nahezu gleich. Das Drehfeld ist dann vollkommen, und da der Anker sich ebenso schnell dreht wie das Feld, so wird keine Spannung in ihm erzeugt. Die Spannung an den Erregerbürsten wird daher Null, was auch daraus hervorgeht, daß dann in der Erregerwicklung die Spannung der Ruhe E_y die der Bewegung E_{xy} genau aufhebt (vgl. Bild 424). Die ganze Netzspannung liegt dann am Ständer, und man kann ohne Änderung der elektrischen Verhältnisse den Anker auch über die Erregerbürsten kurzschließen. Man erhält dadurch einen einphasigen Induktionsmotor, mit einer Längs- und Querwicklung des Ankers, auf den die in Abschnitt 117 entwickelte Anschauung in vorzüglicher Weise anwendbar ist. Wie der Induktionsmotor zeigt die Maschine dann Nebenschlußverhalten, d. h. fast unveränderliche Drehzahl.

Bei noch größerer Geschwindigkeit überwiegt der wagerechte Fluß. Gleichzeitig wird die Spannung an den Erregerbürsten nacheilend gegen den Strom, so daß das Voreilen an den Ständerbürsten, das durch die Streuung in der wagerechten Achse verursacht wird, ausgeglichen wird. Die Phasenverschiebung zwischen Gesamtspannung und Strom wird dann zunächst Null und bei weiterer Steigerung der Geschwindigkeit negativ.

Die Stromwendung macht an den senkrechten Erregerbürsten keine Schwierigkeit. Da die von diesen Bürsten kurzgeschlossene Spule eine wagerechte Achse hat, so ist in ihr die Spannung der Ruhe proportional Φ_x und die Spannung der Bewegung proportional $v \cdot \Phi_y$. Da nach Gleichung (37) Φ_x rund gleich $v \cdot \Phi_y$ ist, so haben beide Spannungen den gleichen Betrag. Daß sie entgegengesetzt gleich sind, folgt aus den Strahlen

der Flüsse in Bild 424 und dem vollständigen Drehfeld beim Gleichlauf, das überhaupt keine Spannung in der kurzgeschlossenen Spule erzeugt. Demnach heben sich die Spannungen der Ruhe und der Bewegung in den von den Erregerbürsten kurzgeschlossenen Spulen bei jeder Geschwindigkeit auf. Selbst bei Stillstand, wo die Spannung der Bewegung gleich Null ist, trifft dies zu, da der ganze wagerechte vom Ständer erzeugte Fluß dabei in den Streuweg gedrängt wird. Der von der kurzgeschlossenen Spule umfaßte wagerechte Fluß und damit die Spannung der Ruhe ist also Null.

Die wagerechten Bürsten der kurzgeschlossenen Wicklung schließen Spulen mit senkrechter Achse kurz. In diesen Spulen ist die Spannung der Ruhe proportional Φ_y , die Spannung der Bewegung proportional $v \cdot \Phi_x$. Da wieder nach Gleichung (37) Φ_x rund gleich $v \cdot \Phi_y$ ist, so verhalten sich die Spannungen wie $1 : v^2$. Beim Anlauf ist nur die Spannung der Ruhe durch den Erregerfluß Φ_y vorhanden. Ihr nachteiliger Einfluß auf das Bürstenfeuer kann dadurch aufgehoben werden, daß man beim Anlassen ein kleines Übersetzungsverhältnis u beim Transformator, d. h. einen kleinen Erregerstrom $u \cdot I$ einstellt. Der Motor läuft dann mit kleinem Erregerfluß Φ_y und entsprechend höherem Strom an. Beim Gleichlauf heben sich die Spannungen der Ruhe und der Bewegung wieder auf. Oberhalb des Gleichlaufs überwiegt die Spannung der Bewegung sehr stark. Die Motoren arbeiten daher bei großer Geschwindigkeit ungünstig, während ein Reihenschlußmotor um so günstiger arbeitet, je größer die Geschwindigkeit gegenüber dem Gleichlauf ist. Dadurch erklärt es sich, daß der Reihenschlußmotor gegenüber dem Eichbergmotor das Feld behauptet hat.

122. Doppelschlußmotoren¹⁾.

Die Doppelschlußmotoren für Wechselstrom besitzen einen mit Stromwender versehenen Anker, eine auf dem Ständer liegende Feldwicklung, deren magnetische Achse gegen die des Ankers um 90° verschoben ist, und eine gleichfalls auf dem Ständer liegende Querwicklung, deren magnetische Achse der des Ankers entgegengerichtet ist. Die Feldwicklung liegt entweder nach Bild 427 mit dem Anker oder nach Bild 428 mit der Querwicklung in Reihe. Der Kreis des Ankers und der Kreis der Querwicklung werden mit Hilfe eines Spartransformators durch Spannungen von gleicher Phase gespeist. Das Übersetzungsverhältnis des Transformators ist veränderlich. Eine besondere Ausführung nach Bild 427 ist der Alexandersonmotor, bei dem die Windungszahl des Ankers halb so groß ist wie die der Querwicklung. Diese bedeckt nur einen Teil des Umfanges, und der Anker stellt infolge Verkürzung des Wicklungsschrittes ein genaues Spiegelbild der Querwicklung dar.

¹⁾ Vgl. Kittler-Petersen, Allgemeine Elektrotechnik, Bd. III, S. 613.

Bei der Behandlung der Wirkungsweise des Doppelschlußmotors ist die Einführung einer positiven Richtung für die Ströme und Spannungen unumgänglich notwendig. Diese kann an sich willkürlich gewählt werden, jedoch wird man gut tun, unnötige Verwicklungen zu vermeiden. Wir zeichnen dazu den Anker ebenfalls wie eine Spule, und zwar mit demselben, im vorliegenden Falle rechtsgängigen Wicklungssinn

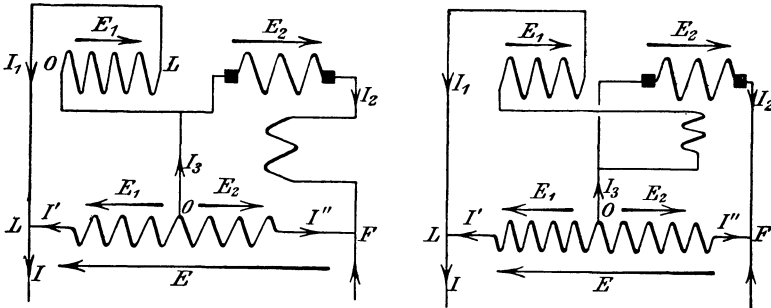


Bild 427. Feld in Reihe mit Anker.

Bild 428. Feld in Reihe mit Querwicklung.

Schaltbild des Doppelschlußmotors.

Pfeile geben positive Richtungen, nicht gleichzeitige Augenblickswerte.

wie bei der Querwicklung. Die Überlegung, daß der Strom im wesentlichen aus der Querwicklung in den Anker weiterfließt und beide Wicklungen sich entgegenwirken sollen, führt uns zu der gezeichneten Schaltung der Querwicklung. Da diese die erste, der Anker die zweite Wicklung eines Transformators darstellt, so geben wir der Querwicklung die Bezeichnung 1, dem Anker die Bezeichnung 2.

Wir haben dann wegen des gleichen Wicklungssinnes in beiden Wicklungen dieselbe positive Richtung der Ströme und Spannungen festzusetzen. Nur unter dieser Bedingung haben wir überhaupt das Recht, den von einem Strom erzeugten Spannungen der Selbstinduktion und gegenseitigen Induktion dieselbe Phase und nicht etwa die entgegengesetzte Phase zuzuschreiben. Die positive Richtung in der Anker- und Querwicklung ist in den Bildern willkürlich von links nach rechts angenommen. Eine positive Spannung wirkt also in der Querwicklung von O nach L und im Anker von O nach F , und zwar gleichgültig, ob es sich um eine aufgedrückte oder eine erzeugte Spannung handelt. Dadurch ist auch die durch die Pfeile bezeichnete positive Richtung der Ströme I_1 und I_2 festgelegt, die in den beiden Wicklungen dieselbe Richtung haben wie die Spannungen.

Damit sind auch für den Transformator die positiven Richtungen der Klemmenspannungen E_1 und E_2 und der Ströme I' und I'' festgelegt, die auch hier von O nach L und von O nach F zu rechnen sind.

Die positive Richtung des Stromes I_3 im Mittelleiter werde willkürlich vom Transformator auf den Motor hin gerechnet. Ebenso werde die positive

$NO = L_2 \omega I_2$ ebenfalls die Summe Null. Dabei hat $M \omega I_1$ dieselbe Phase wie $L_1 \omega I_1$ und $L_2 \omega I_2$ dieselbe Phase wie $M \omega I_2$. Die Spannung E_b der Bewegung hat abgesehen vom Vorzeichen dieselbe Phase wie der Magnetfluß, also auch wie der Ankerstrom, der nach Bild 427 diesen Fluß erzeugt. Das Vorzeichen folgt daraus, daß die Spannung der Bewegung, wie bei Gleichstrom, dem Strom I_2 , der das Drehmoment ausübt, entgegengerichtet sein muß. Der Winkel zwischen E_b und $L_2 \omega I_2$ wird auf diese Weise gleich 90° .

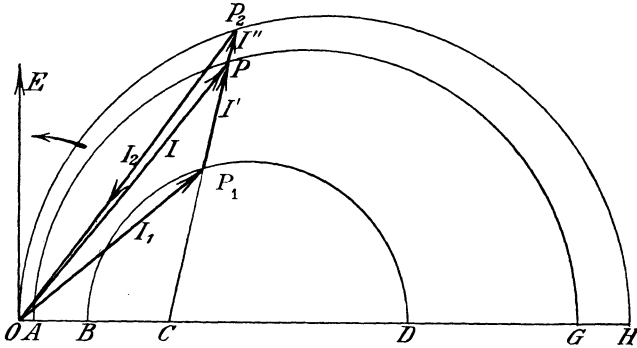


Bild 430. Strombild des Doppelschlußmotors. Feld in Reihe mit Anker.

Wir ziehen nun durch P_2 einen Strahl in Richtung von E_b . Die wagerechte Achse werde durch diesen Strahl in H und durch die Verlängerung von E_b in K geschnitten. Dann ist:

$$\sigma_1 = \frac{M \omega I_1}{L_1 \omega I_1} = \frac{FK}{E_1 + OH} \quad \sigma_2 = \frac{M \omega I_2}{L_2 \omega I_2} = \frac{OH}{E_2 + FK}.$$

Wir setzen FK aus der zweiten Gleichung in die erste ein und lösen für OH auf. Dadurch erhalten wir

$$OH = \frac{\sigma_2}{1 - \sigma_1 \sigma_2} (\sigma_1 E_1 + E_2).$$

Bei gegebenem Übersetzungsverhältnis des Transformators liegt also der Anfangspunkt P_2 des Strahles $P_2 O = M \omega I_2$ auf einem Kreise über den unveränderlichen Durchmesser OH .

Ist nun OP_1 nach Größe und Richtung gleich $M \omega I_1$, so ist

$$\sigma_1 = \frac{OP_1}{LP_2} = \frac{CO}{CO + E_2}.$$

Der Punkt C liegt also fest. Da das Verhältnis CP_1 zu CP_2 ebenfalls gleich σ_1 ist, so liegt P_1 wie P_2 auf einem Kreise, der mit dem Kreis über OH den Ähnlichkeitspunkt C hat. Sein Durchmesser BD ist bestimmt durch die Gleichung:

$$\frac{CB}{CO} = \frac{CD}{CH} = \sigma_1.$$

Dreiundzwanzigster Teil.

123. Der Drehstrom-Reihenschlußmotor in der Einschaltstellung. — 124. Der Drehstrom-Reihenschlußmotor in der Betriebstellung. — 125. Verbesserung des Leistungsfaktors und der Anlaufbedingungen. — 126. Drehstrom-Regelsätze.

123. Der Drehstrom-Reihenschlußmotor in der Einschaltstellung.¹⁾

Die gewöhnlichen Drehstrommotoren sind nur durch Einschaltung von Widerstand in den Läuferkreis, also unter Umsetzung von Arbeit in Wärme, in ihrer Drehzahl regelbar. Der Wunsch, auch bei Drehstrom verlustlos regeln zu können, führte zur Ausbildung von Drehstrommotoren mit Stromwender. Diese besitzen den Ständer eines gewöhnlichen Drehstrommotors und den Anker einer Gleichstrommaschine. Auf dem Stromwender schleifen für jedes Polpaar drei Bürsten, die um 120 elektrische Grade gegeneinander verschoben sind. Die Motoren können als Reihenschlußmotoren oder Nebenschlußmotoren gebaut werden. Von diesen sollen im folgenden die Reihenschlußmotoren behandelt werden, und zwar unter Vernachlässigung der Eisensättigung, der Streuung, des Widerstandes und der Kurzschlußströme unter den Bürsten.

Die Ständerwicklung ist nach Bild 433 unverkettet. Die Anfänge $1a$, $2a$, $3a$ liegen am Netz, die Enden $1e$, $2e$, $3e$ an den auf dem Stromwender schleifenden Bürsten des Ankers. Vor dem Einschalten stehen die Bürsten so, daß die Ströme den Ständer und Anker genau in derselben Richtung magnetisieren.

Die Drehrichtung der Ströme und des Feldes in Bild 434 und 435 sei entgegen dem Uhrzeiger. Die Bürsten stehen in der Einschaltstellung. Die vorderen, über den Stromwender führenden Verbindungen sind nur, so weit es nötig ist, gezeichnet.

Wir ermitteln jetzt die Erregung des Ständers und Ankers unter der Annahme, daß die Windungszahl auf dem Anker, der eine Dreieckschaltung bildet, doppelt so groß ist wie auf dem Ständer. Bild 434 bezieht sich auf den Zeitpunkt, in welchem der Ständerstrom im Zweige 1 seinen Höchstwert i_m besitzt. Er tritt bei $1a$ in diesen Zweig ein, bei

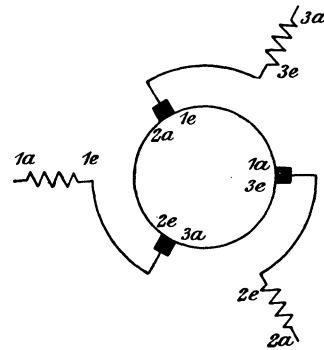


Bild 433. Schaltbild eines Drehstrom-Reihenschlußmotors.

¹⁾ Vgl. den Aufsatz von Rüdénberg, ETZ 1910, S. 1181 ff.

1e aus ihm heraus und fließt dann zur Bürste I, wo er sich in zwei gleiche Ankerströme teilt. Von diesen tritt der eine bei 3a in den Zweig 3 ein, bei 3e' aus ihm aus und fließt über die Bürste II zum Ständerzweig 2. Der andere Teil fließt auf der vorderen Stirnfläche nach 2e', dann durch den Ankerzweig 2 nach 2a und von dort über die Bürste III zum Ständerzweig 3. Der Ankerzweig 1 ist dabei stromlos. Wie wir sehen, sind die Ströme im Anker genau wie im Ständer verteilt. Über $\frac{1}{3}$ einer Polteilung haben wir in beiden den gleichen Höchstwert der Durchflutung, und zu beiden Seiten über $\frac{1}{3}$ der Polteilung eine Durchflutung von gleicher Richtung, aber halber Stärke.

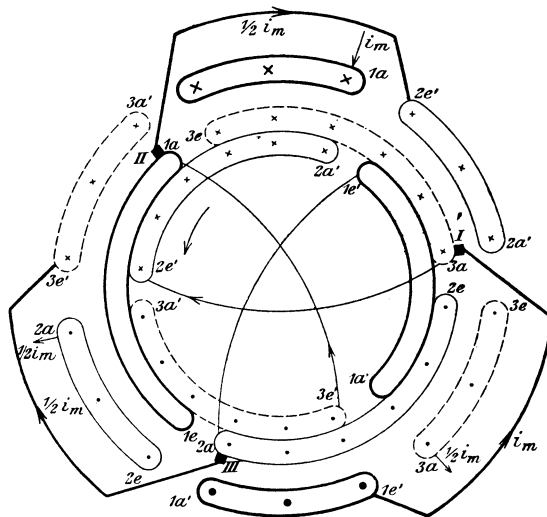


Bild 434. Drehstrom-Reihenschlußmotor in der Einschaltstellung. Durchmesserwicklung. $i = i_m$.

Wenn der Strom in dem Zweig 1 des Ständers nach Bild 435 auf $\frac{1}{2} \sqrt{3} i_m$ abgenommen hat, ist er im Ständerzweig 2 auf Null gesunken und im Zweig 3 auf $\frac{1}{2} \sqrt{3} i_m$ angestiegen. Der Ständerstrom $\frac{1}{2} \sqrt{3} i_m$ fließt dann von 1e' zur Bürste I und teilt sich hier in zwei ungleiche Teile, deren Stärken sich wie 1 : 2 verhalten. Der eine Strom fließt durch zwei Zweige hintereinander über 3a und 3e' zur Bürste II und von dort über 1a und 1e' zur Bürste III. Der doppelt so starke Strom fließt von I über 2e' und 2a unmittelbar zur Bürste III, von wo die Summe beider Ströme über den Ständerzweig 3 zum Netz zurückkehrt. Auch hier wieder ist die Stromverteilung im Anker dieselbe wie im Ständer. Längs der Spulenseite 2 des Ständers heben sich im Anker die Ströme auf, ihre Summe ist also, wie im Ständer, gleich Null, und längs der beiden anderen Spulenseiten des Ständers haben wir im Anker dieselbe Durchflutung wie im Ständer.

Ist also die Windungszahl des Ankers doppelt so groß

wie die des Ständers, so sind für jeden Augenblick die Erregungen auf beiden gleich.

Wie Bild 434 und 435 zeigen, liegt in der Einschaltstellung ein Ankerzweig immer genau vor zwei Ständerzweigen. Er ist mit diesen nach Bild 433 in Reihe geschaltet, so daß die verkettete Netzspannung die Spannungen zu überwinden hat, die in dem Ankerzweig und in den beiden zugehörigen Ständerzweigen erzeugt werden.

An Stelle der geometrischen Summe der Spannungen der beiden Ständerzweige führen wir nun die in einem einzigen Zweig erzeugte Spannung E_1 ein, ebenso an Stelle der in einem Ankerzweig erzeugten

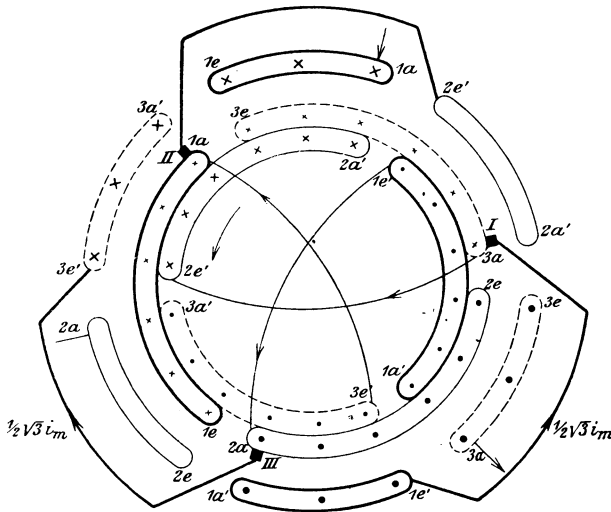


Bild 435. Drehstrom-Reihenschlußmotor in der Einschaltstellung. Durchmesserwicklung.
 $i = \frac{1}{2} \sqrt{3} \cdot i_m.$

Spannung die Spannung E_2 , die in der unserem Ständerzweige gegenüberliegenden Zweighälfte des Ankers erzeugt wird, und endlich statt der Netzspannung die Sternspannung E des Netzes, d. h. z. B. die Spannung zwischen Nullpunkt und Klemme des Stromerzeugers, der das Netz speist. Dann ist die Sternspannung E des Netzes, die wir künftig kurz als Netzspannung bezeichnen wollen, die Summe aus den in einem Ständerzweig und dem zugehörigen halben Ankerzweig erzeugten Spannungen E_1 und E_2 . Dabei hat nach Bild 434 und 435 der halbe Ankerzweig dieselbe Windungszahl wie der Ständerzweig.

124. Der Drehstrom-Reihenschlußmotor in der Betriebstellung.

Wir verschieben jetzt die Ankerbürsten aus der Einschaltstellung um den stumpfen Winkel β entgegen der Drehrichtung des Feldes

(Bild 436). Dann wirken sich die Ständererregung X_1 und die gleich große Ankererregung X_2 wesentlich entgegen und geben zusammen eine Gesamterregung X . Dabei eilt jetzt die sinusförmig angenommene Ständererregung X_1 der Ankererregung X_2 um β voraus.

Das wirkliche Feld, das nach Größe und Phase der Gesamterregung X entspricht, ergibt mit dem Ankerstrom zusammen nach Bild 436 ein

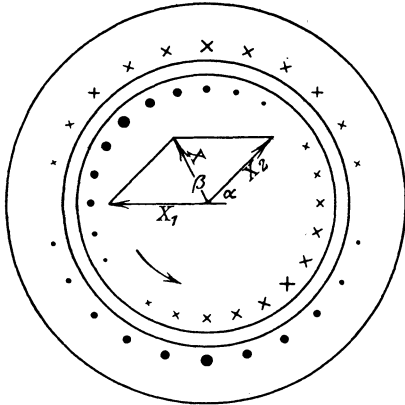


Bild 436. Drehstrom-Reihenschlußmotor in der Betriebsstellung.

Drehmoment entgegen dem Uhrzeiger, also im Sinne des Drehfeldes, wie dies mit Rücksicht auf geringe Verluste durch Wirbelströme und Hysterisis erforderlich ist. Ein Drehmoment entgegen dem Drehsinn des Feldes, das zwar durch entgegengesetzte Verschiebung der Bürsten zu erreichen wäre, kommt in Wirklichkeit nicht in Frage.

Auch jetzt ergeben die Sternspannung E des Netzes und die Spannungen E_1 und E_2 , die in einem Ständerzweig und dem halben zugehörigen Ankerzweig erzeugt werden, die Summe Null.

Jetzt wird aber die Spannung E_2 in dem halben Ankerzweig bei der Drehung des Feldes nach Bild 436 um den Winkel β früher erzeugt als die im Ständerzweig, E_2 eilt also gegen E_1 um β voraus.

Die Frequenz der Spannung an den Ankerbürsten, also auch der in einem halben Ankerzweig erzeugten Gegenspannung E_2 ist gleich der des Ständerstromes. Wenn man die ständig zwischen zwei Bürsten liegenden Drähte als Ganzes betrachtet, macht es nichts aus, ob der Anker sich dreht oder nicht, und mit welcher Geschwindigkeit die Drähte innerhalb dieses Ganzen ihre Rolle wechseln.

Die Größe der in einem halben Ankerzweig erzeugten Spannung E_2 entspricht der Schlüpfung, d. h. dem Unterschied der Drehzahl des Feldes und des Ankers. Dagegen entspricht die in einem Ständerzweig erzeugte Spannung E_1 der Frequenz des Netzes. Da beide Spannungen durch dasselbe Feld erzeugt werden und die Drahtzahl nach dem Schluß des vorigen Abschnitts dieselbe ist, so ist die Schlüpfung $s = E_2 : E$

Wir stellen nun das Spannungsbild beim Betriebe auf. Die Netzspannung $OG = E$ in Bild 437 ergibt mit der im Anker erzeugten Spannung $GP = E_2$ und der im Ständer erzeugten Spannung $PO = E_1$ die Summe Null. Dabei eilt E_2 gegen E_1 um den Winkel β vor, um den die Bürsten aus der Einschaltstellung entgegen der Richtung des Drehfeldes verschoben worden sind. Da die Netzspannung bei allen Betriebszuständen gleich bleibt, so liegt P bei gegebener Bürstenstellung

$E_1 = OP$ um $90^\circ - \beta/2$ zurück. Daraus folgt dann auch der Winkel φ , um den die Netzspannung $E = OG$ gegen den Strom voreilt. Beim doppelten Gleichlauf ($E_1 = OA$) wird diese Voreilung gleich Null, da AOG gleich $90^\circ - \beta/2$ ist, und bei noch größerer Geschwindigkeit, welcher der Bogen AO entspricht, negativ.

Es sei nun I_0 der Ständerstrom, wenn der Ständer für sich allein in Stern geschaltet ist. Er erzeugt in einem Ständerzweig eine Spannung, die der Netzspannung E entgegengesetzt gleich ist. Daraus folgt:

$$\frac{E_{11}}{E} = \frac{I}{I_0}. \quad (1)$$

Nun ist nach Bild 437 $E_{11} = E_1 : 2 \cos \beta/2$, also ist die Stromstärke:

$$I = \frac{I_0}{2 E \cdot \cos \beta/2} \cdot E_1. \quad (2)$$

Für den Gleichlauf wird $E_1 = E$, also der Strom bei Gleichlauf

$$I_g = \frac{I_0}{2 \cos \beta/2}. \quad (3)$$

Für Stillstand wird $E_1 = KO = E : 2 \cos \beta/2$, also der Kurzschlußstrom

$$I_k = \frac{I_0}{4 \cdot \cos^2 \beta/2}. \quad (4)$$

Zur Ermittlung der Leistung setzen wir POK nach Bild 437 gleich $\beta/2 - \varphi + 90^\circ - \beta/2 = 90^\circ - \varphi$. Ziehen wir also PH senkrecht auf OK , so wird $PH = E_1 \cos \varphi$, und die zugeführte Leistung ergibt sich unter Berücksichtigung von Gleichung (2) zu

$$N = 3 EI \cos \varphi = \frac{3 I_0}{2 \cos \beta/2} \cdot PH \text{ Watt}. \quad (5)$$

Da wir die Verluste vernachlässigen, ist die abgegebene Leistung ebenso groß. Das Drehmoment in mkg ergibt sich also durch Teilung der Leistung mit $9,81 \cdot 2 \pi \cdot n/60$. Nun tritt an die Stelle von PH beim Gleichlauf die Senkrechte des Punktes G , d. h. $E \sin \beta/2$ und $n/60$ wird gleich f/p . Demnach wird das Drehmoment beim Gleichlauf

$$D_g = \frac{3 I_0 \cdot p \cdot E \sin \beta/2}{2 \cos \beta/2 \cdot 9,81 \cdot 2 \pi f}. \quad (6)$$

Da sich bei geringer Sättigung die Drehmomente wie die Quadrate des Stromes verhalten, ergibt sich nach Gleichung (3) und (6)

$$D = \frac{D_g \cdot I^2}{I_g^2} = \frac{3 \cdot p \cdot E \cdot \sin \beta}{9,81 \cdot 2 \pi f \cdot I_0} \cdot I^2. \quad (7)$$

Für Stillstand oder Anlauf erhalten wir aus Gleichung (4) und (7) das Drehmoment zu

$$D_k = \frac{3 p \cdot E \cdot I_0 \cdot \sin \beta}{9,81 \cdot 2 \pi f \cdot 16 \cos^4 \beta/2}. \quad (8)$$

Das Anlaufmoment ist also um so größer, je weiter die Bürsten aus der Einschaltstellung verschoben sind. Allerdings wird für $\beta = 180^\circ$ das Feld gleich Null, dafür aber die Stromstärke bei unsern Voraussetzungen unendlich groß.

Wir vervielfachen nun nach Gleichung (2) alle Strahlen des Spannungsbildes mit $I_0 : 2 E \cos \beta/2$ und erhalten dadurch das Strombild in Bild 438. Darin ist OP der Strom bei Betrieb, OG der Strom beim Gleichlauf und OK der Strom beim Anlauf.

OG berechnet sich dabei nach Gleichung (3) und eilt gegen OK um $\beta/2$ vor. P liegt dann wieder auf einem Kreise, in welchem $180^\circ - \beta$ der Peripheriewinkel über der Sehne OG ist. Da POK gleich $90^\circ - \varphi$ war, so fällt der Strahl der Klemmenspannung E dauernd in die Richtung OA , also senkrecht zu OK .

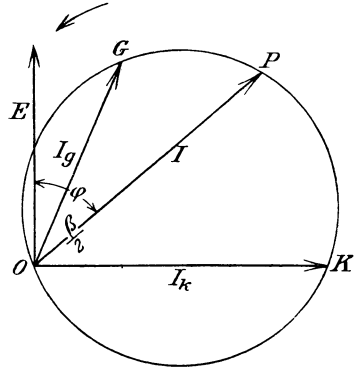


Bild 438. Strombild des Drehstrom-Reihenschlußmotors.

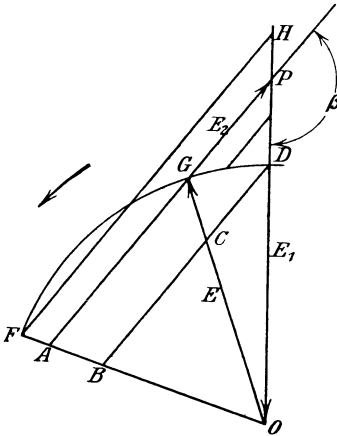


Bild 439.

Spannungsbild des Drehstrom-Reihenschlußmotors für einen einzelnen Wert von β .

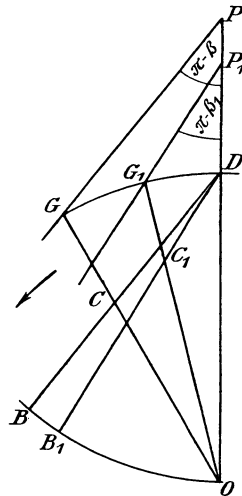


Bild 440.

Spannungsbild des Drehstrom-Reihenschlußmotors für verschiedene Werte von β .

Bild 437 und 438 gelten nur für eine bestimmte Bürstenverschiebung. In dieser Hinsicht ist Bild 439 und 440 günstiger. ¹⁾ Der Strahl der im Ständer erzeugten Spannung $E_1 = PO$ liegt dabei fest, und der Endpunkt G des Strahles der gleichbleibenden Netzspannung verschiebt

¹⁾ Vgl. Binder, Diagramm für den Drehstrom-Reihenschlußmotor, ETZ 1913. Heft 15.

sich auf einem Kreise mit dem Halbmesser $E = OG$. Bei gegebenem Bürstenverschiebungswinkel β haben dann alle Strahlen E_2 der im Anker erzeugten Spannung E_2 bei den verschiedenen Betriebszuständen dieselbe Richtung. Der Strom bleibt wieder um $90^\circ - \beta/2$ gegen OP zurück.

Unterhalb des Gleichlaufs liegt OG links, oberhalb des Gleichlaufs rechts von OP . Beim Gleichlauf fällt P mit D und OG mit OD zusammen.

Bei Stillstand ist die im Ständer erzeugte Spannung gleich HO , die gleichgroße im Läufer erzeugte Spannung gleich FH und die Netzspannung gleich OF . Wir verlängern nun PG bis A und ziehen DB in gleicher Richtung. Dann sind die Dreiecke ODB und OPA ebenso wie OHF gleichschenkelig, und es wird die Schlüpfung

$$s = \frac{GP}{PO} = \frac{CD}{DO} = \frac{CD}{BD}.$$

Bei Änderung von β ändert sich auch die Richtung OF . Das neue Bild läßt sich dann leicht zeichnen, da B auf einem Kreise mit dem Mittelpunkt D und dem Halbmesser E liegt. Bei derselben Belastung, also gleichbleibendem Drehmoment, werde z. B. β auf β_1 vergrößert. Da das Drehmoment nach Gleichung (7) proportional $I^2 \cdot \sin \beta$, also nach Gleichung (2) proportional $E_1^2 \cdot \text{tg } \beta/2$ ist, ergibt sich dann zunächst die im Ständer erzeugte Spannung P_1O in Bild 440 aus

$$\overline{P_1O}^2 \cdot \text{tg } \beta_1/2 = \overline{PO}^2 \cdot \text{tg } \beta/2.$$

Zieht man dann $CB_1 = CB$ in der durch die neue Bürstenverschiebung gegebenen Richtung, so sieht man, daß sich die Schlüpfung im Verhältnis DC_1 zu DC verringert, die Drehzahl also durch Vergrößerung der Bürstenverschiebung zugenommen hat.

125. Verbesserung des Leistungsfaktors und der Anlaufbedingungen.¹⁾

Wir nahmen bisher gleiche magnetische Wirkung des Ständers und Ankers, also gleiche Windungszahl in einem Ständerzweig und einem halben Ankerzweig an. Dabei sind nach Bild 441, das mit Bild 437 übereinstimmt, die beim Anlauf oder Stillstand im Ständer und Anker erzeugten Spannungen E_1 und E_2 einander gleich.

Wir untersuchen nun, welchen Einfluß es hat, wenn die Windungszahl des Ankers gegenüber der des Ständers so weit erhöht wird, daß im Spannungsdreieck bei Stillstand der dem Strahl E_2 gegenüberliegende Winkel gleich 90° wird (Bild 442).

Da der Motor sich bei Stillstand wie eine Drosselspule verhält,

¹⁾ Vgl. Schenkel, ETZ 1912. S. 473 ff.

so bleibt der Anlaufstrom um 90° hinter der Netzspannung E zurück, er fällt also in die Richtung OK , d. h. er hat dieselbe Phase wie die dem Ständerzweig aufgedrückte Spannung. Da in ähnlicher Weise wie im vorigen Abschnitt auch jetzt wieder die Verschiebung zwischen Strom und Ständerspannung sich als unveränderlich ergibt, so ist sie bei allen Betriebszuständen gleich Null. Da ferner beim Gleichlauf die Spannung am Anker gleich Null, also die am Ständer gleich der Netzspannung ist, so ist beim Gleichlauf auch die Phasenverschiebung zwischen Strom und Netzspannung gleich Null. Der Leistungsfaktor Eins wird also nicht wie früher beim doppelten, sondern beim einfachen Gleichlauf erreicht.

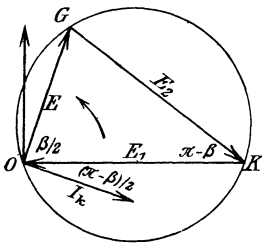


Bild 441.
Spannungsbild des Drehstrom-Reihenschlußmotors bei Stillstand.
 $\omega_1 = 2\omega_2$.

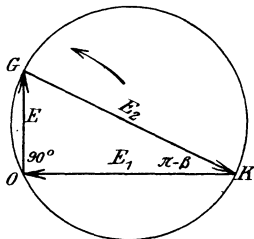


Bild 442.
Spannungsbild des Drehstrom-Reihenschlußmotors bei Stillstand.
 $\omega_2 > 2\omega_1$.

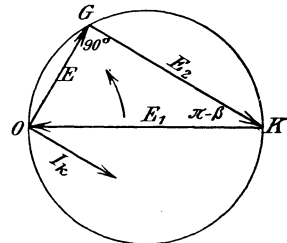


Bild 443.
Spannungsbild des Drehstrom-Reihenschlußmotors bei Stillstand.
 $\omega_2 < 2\omega_1$.

Ein solcher Motor zeigt aber im erhöhten Maße die auch bei gleicher magnetischer Wirkung des Ständers und Ankers auftretende Erscheinung, daß der Strom, der beim Anlauf durch OK gegeben ist, sich während des Anlaufens zunächst vergrößert, wenn sich P auf dem Kreise nach oben in die Betriebslage verschiebt. Der größte Strom, der überhaupt möglich ist, ist durch den von O aus gezogenen Kreisdurchmesser in Bild 438 gegeben. Alle Strahlen OP , deren Endpunkte auf dem Bogen unterhalb dieses Durchmessers liegen, wiederholen sich in ihrem Betrage oberhalb. Zu einem gegebenen Drehmoment, also gegebener Stromstärke, gehören dann zwei verschiedene Punkte P auf dem Kreise, also auch zwei verschiedene Drehzahlen. Davon ist die Drehzahl, die einem Punkt P unterhalb des Durchmessers entspricht, nicht stabil. Der Motor läuft dabei von selbst auf die höhere Drehzahl hinauf, dadurch daß sich sein Drehmoment mit wachsender Drehzahl zunächst vergrößert. Dies hat aber den Nachteil, daß der Anlauf sehr stoßweise erfolgt. Man kann daher auf ruhigen Anlauf nur rechnen, wenn sich auch das Gegendrehmoment, wie z. B. bei Gebläseantrieb, mit zunehmender Geschwindigkeit erhöht.

Um nun auch in anderen Fällen ein ruhiges Anlaufen zu erreichen, kann man die Windungszahl des Ankers gegenüber der des Ständers umgekehrt so weit verringern, daß dem Strahl E_1 nach Bild 443 ein rechter Winkel gegenüberliegt. Der Strom ist dann bei Stillstand am

größten und verringert sich ganz allmählich, wenn der Motor auf seine betriebsmäßige Drehzahl hinaufläuft.

Allerdings hat nun ein solcher Motor beim Gleichlauf einen geringeren Leistungsfaktor als bei gleicher Windungszahl auf Ständer und Anker. Der Strom, der wieder bei Stillstand um 90° hinter der Netzspannung zurückbleibt, bleibt jetzt nach Bild 443 bei Stillstand und daher auch wieder allgemein um $180^\circ - \beta$ statt um $90^\circ - \beta/2$ hinter der Ständerspannung zurück, die bei Gleichlauf gleich der Netzspannung ist. Noch geringer wird der Leistungsfaktor, wenn das Spannungsdreieck bei Stillstand stumpfwinklig ist. Es ist daher vorteilhaft, wenn die Ankerwindungen nur so weit verringert werden, daß das Dreieck gerade rechtwinklig wird. Die Bedingung dafür lautet nach Bild 443

$$E_2 = E_1 \cdot \cos(180^\circ - \beta). \quad (9)$$

Das Windungsverhältnis muß also gleich $\cos(180^\circ - \beta)$ sein, d. h. das Windungsverhältnis läßt sich bei dem beschriebenen Reihenschlußmotor nur für eine einzige Bürstenstellung so einrichten, daß das Spannungsdreieck bei Stillstand gerade rechtwinklig wird. Dies genügt aber nicht für den wirklichen Betrieb, da bei diesem die Bürstenstellung je nach der Belastung und Drehzahl geändert wird.

Bei dem von den Siemens-Schuckertwerken durchgebildeten Motor mit doppeltem Bürstensatz (Bild 444) ändert sich das Windungsverhältnis selbsttätig so, daß das Spannungsdreieck bei Stillstand für jede Bürstenstellung rechtwinklig ist. Der Motor wird dazu über einen

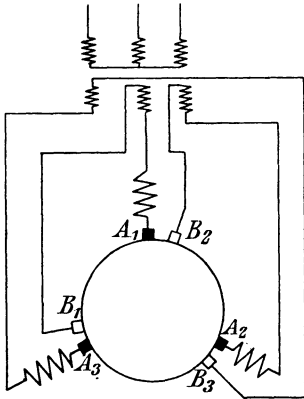


Bild 444. Schaltbild des Drehstrom-Reihenschlußmotors mit doppeltem Bürstensatz.

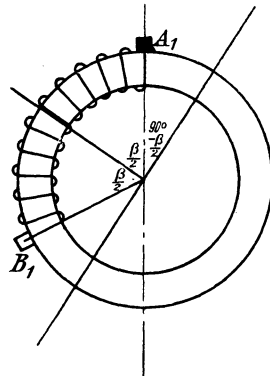


Bild 445. Ankerzweig zwischen zwei zusammengehörenden Bürsten.

Transformator gespeist, bei dem Anfang und Ende jedes Zweiges der zweiten Wicklung zu einer festen und einer beweglichen Bürste des Motors geführt sind. Die festen Bürsten A_1 , A_2 und A_3 stehen in der Achse der Ständerwicklung. Die beweglichen, in einer anderen Ebene liegenden Bürsten B_1 , B_2 , B_3 stehen vor dem Einschalten auf denselben

Segmenten wie die entsprechenden festen, so daß kein Strom in den Anker fließt. Beim Ingangsetzen werden die beweglichen Bürsten, wie gezeichnet, in die Betriebstellung verschoben.

Ist β wieder wie früher Bürsten-Verschiebungswinkel, so ist die Verschiebung der magnetischen Achsen, ohne Rücksicht auf das Vorzeichen betrachtet, nach Bild 445 nicht wie früher $180^\circ - \beta$, sondern $90^\circ - \beta/2$, also halb so groß. Eine große räumliche Verschiebung bewirkt also nur eine kleine Verschiebung der Achsen, so daß die Drehzahl feinstufig geregelt werden kann. Da in das Spannungsbild nicht die räumliche Bürstenverschiebung, sondern die Achsenverschiebung einzuführen ist, so lautet jetzt die Bedingung dafür, daß das Spannungsdreieck bei Stillstand rechtwinklig wird:

$$E_2 = E_1 \cdot \sin \beta/2.$$

Nach Abschnitt 90 ist bei sinusförmigem Feld die bei Stillstand im Ankerzweig erzeugte Spannung bei z Drähten des Ankerzweiges

$$E_2 = 2,22 \Phi \cdot f \cdot z \cdot \frac{\sin \beta/2}{\beta/2} \cdot 10^{-8}. \quad (10)$$

Nun bleibt in unserem Falle $z : \beta/2$ bei Verschiebung der beweglichen Bürste B_1 ungeändert, also ist die erzeugte Spannung proportional $\sin \beta/2$. Man legt nun auf den Anker so viel Windungen, daß bei Stillstand und $\beta/2 = \pi/2$ im Anker dieselbe Spannung erzeugt wird wie im Ständer. Dann ist die bei Stillstand im Anker erzeugte Spannung bei jeder Bürstenstellung gleich $E_1 \cdot \sin \beta/2$. Demnach ist die Bedingung dafür, daß das Spannungsdreieck bei Stillstand rechtwinklig ist, jetzt für jede Bürstenstellung erfüllt, der Anlauf wird also sicher beherrscht.

Wenn man die Windungszahl des Ankers etwas größer bemißt, als es der Bedingung $E_2 = E_1 \sin \beta/2$ entspricht, so ändert dies das Verhalten beim Anlauf nur wenig, aber der Leistungsfaktor wird günstiger. Dies ist besonders dann der Fall, wenn man die sonst festen Bürsten ebenfalls verschiebt, und zwar entgegen den beweglichen Bürsten. Man kann dadurch erreichen, daß die vollen Ankerwindungen zwischen zwei zusammengehörigen Bürsten liegen. Wie wir früher sahen, ist eine solche große Windungszahl in bezug auf den Leistungsfaktor vorteilhaft.

In den Gleichungen für Drehzahl, Stromstärke und Drehmoment ist das geänderte Windungsverhältnis auf Anker und Ständer zu berücksichtigen.

126. Drehstrom-Regelsätze¹⁾.

Zur verlustlosen Regelung von Drehstrommotoren kann man auch einen sogenannten Hintermotor verwenden.

Am einfachsten ist dabei eine Anordnung, bei der als Hintermotor ein auf der Welle des Drehstrommotors sitzender Drehstrommotor mit Strom-

¹⁾ Vgl. Dr. Georg Meyer, „Elektrische Kraftbetriebe und Bahnen“ 1911, Heft 22 bis 24.

wender benutzt wird. Dieser wird entweder als Reihenschlußmotor gebaut und durch Bürstenverschiebung geregelt oder als Nebenschlußmotor mit Spannungsregelung ausgeführt. Er wird von dem Läufer des Hauptmotors gespeist.

Bei einer anderen, von Scherbius angegebenen Anordnung wird der Hintermotor, der ebenfalls als Drehstrommotor mit Stromwender ausgeführt ist, getrennt vom Hauptmotor aufgestellt. Er treibt einen auf das Netz geschalteten asynchronen Stromerzeuger an. Die vom Läufer des Hauptmotors abgegebene elektrische Arbeit wird also nicht, wie oben, mechanisch, sondern elektrisch nutzbar gemacht.

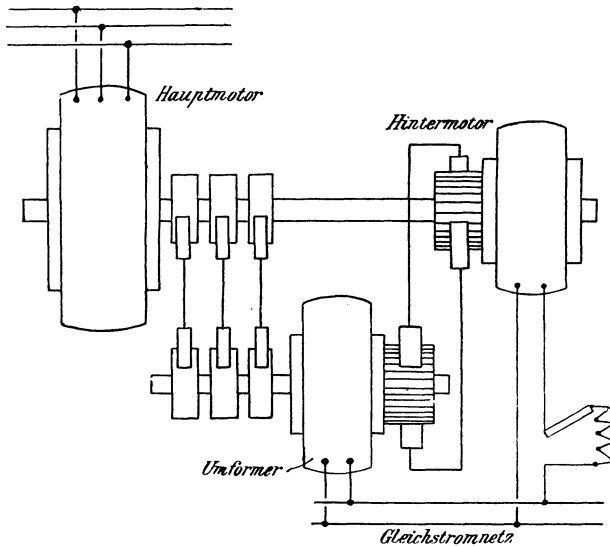


Bild 446. Regelsatz mit Gleichstrom-Hintermotor.

Ein weiteres Mittel besteht darin, daß man den Läuferstrom des Hauptmotors nach Bild 446 einem Einankerumformer zuführt. Von der Gleichstromseite dieses Umformers wird der Anker eines auf der Welle des Hauptmotors sitzenden Gleichstrommotors gespeist. Die Drehzahl wird durch Änderung der Erregung des Gleichstrommotors geregelt.

Da ein Umformer sich auf der Drehstromseite genau wie ein Synchronmotor verhält, so ist es möglich, durch geeignete Erregung beim Umformer den Leistungsfaktor Eins zu erreichen. Dieser Fall soll im folgenden bei allen verschiedenen Betriebszuständen vorausgesetzt werden. Wie sich im folgenden Teil ergibt, stehen beim Einankerumformer die Drehstrom- und Gleichstromspannung in einem bestimmten, unveränderlichen Verhältnis. Daher stehen wegen Gleichheit der zugeführten und abgegebenen Leistung auch die Stromstärken des Drehstromes und Gleichstromes im Umformer in einem unveränderlichen Verhältnis.

Wir wollen nun weiter annehmen, daß der Fluß im Läufer des Hauptmotors bei allen Betriebszuständen derselbe ist. Dies trifft bei

Vernachlässigung der Streuung genau zu und gilt auch bei Berücksichtigung der Streuung mit großer Genauigkeit für den linken Teil des Heylandschen Kreises. Die Verluste mögen in allen drei Maschinen der Anordnung in Bild 446 vernachlässigt werden. Unter diesen Voraussetzungen ist die Spannung an den Schleifringen des Hauptmotors proportional der Schlüpfung s .

Andererseits ist die Spannung des Gleichstrommotors proportional dem Fluß Φ des Gleichstrommotors und der Drehzahl, die wegen der Anordnung der beiden Motoren auf derselben Welle proportional $1 - s$ ist.

Da beide Spannungen gleichzeitig am Umformer liegen, so ist ihr Verhältnis unveränderlich. Unter Einführung eines Festwertes k ergibt sich also

$$\Phi \cdot (1 - s) = k \cdot s$$

oder

$$\Phi = k \cdot \frac{s}{1 - s}. \quad (11)$$

Ferner wird nach Abschnitt 107 von der gesamten Leistung N_1 , die dem Ständer des Hauptmotors zugeführt wird, der Betrag $s \cdot N_1$ im Läuferkreis in elektrische Leistung umgesetzt. An die Stelle der Stromwärme in einem an die Schleifringe des Läufers angeschlossenen Widerstand tritt einfach die dem Umformer zugeführte Arbeit. Diese wird weiter dem Gleichstrommotor zugeführt, und die Leistung dieses Motors wird

$$N_g = s \cdot N_1. \quad (12)$$

Demnach ist die vom Drehstrommotor unmittelbar an die Welle abgegebene mechanische Leistung

$$N_z = N_1 - N_g = (1 - s) \cdot N_1. \quad (13)$$

Wie Gleichung (11) erkennen läßt, ist bei ungeänderter Erregung des Gleichstrommotors auch die Schlüpfung und damit die Drehzahl bei allen Belastungen dieselbe. Das Getriebe verhält sich also wie ein Nebenschlußmotor. Weiter zeigen die Gleichungen (12) und (13), daß das Verhältnis der vom Gleichstrommotor und vom Drehstrommotor auf die Welle übertragenen Leistung bei ungeänderter Erregung des Gleichstrommotors ebenfalls unabhängig von der Belastung ist.

Um den Einfluß der Feldänderung des Gleichstrommotors deutlich zu machen, tragen wir den Fluß Φ des Gleichstrommotors in Bild 447 wagerecht und den zugehörigen, nach Gleichung (11) berechneten, der Drehzahl entsprechenden Wert $1 - s$ senkrecht auf. Die Kurve, die wir so erhalten, gibt für jeden Fluß die Drehzahl an. Sie schneidet die senkrechte Achse in der Höhe Eins, da für $\Phi = 0$ auch $s = 0$ ist. Wir ziehen nun durch den Schnittpunkt eine Wagerechte. Dann gibt uns für eine beliebige Erregung OC die Strecke AB die Schlüpfung s an.

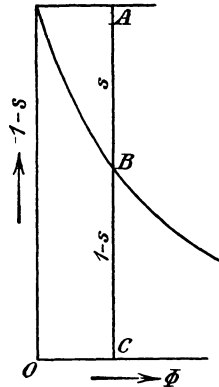


Bild 447. Abhängigkeit der Drehzahl BC von der Erregung des Hintermotors.

Nach Gleichung (12) und (13) sind dann AB und BC die Teile der Gesamtleistung, die vom Gleichstrommotor und Drehstrommotor übernommen werden.

Wie die Kurve zeigt, verringert sich die Drehzahl mit wachsender Erregung des Hintermotors. Dies vollzieht sich in der Weise, daß eine Verstärkung der Erregung die Spannung an den Bürsten des Hintermotors und damit auch auf dem Umwege über den Umformer die Spannung an den Bürsten des Hauptmotors erhöht. Nun ist allgemein der Spannungsverlust im Läufer des Drehstrommotors gleich dem Unterschied der im Läufer erzeugten Spannung und der Schleifringspannung. Mit wachsender Schleifringspannung wird also der Läuferstrom des Hauptmotors und das von diesem ausgeübte Drehmoment geringer, und die Drehzahl nimmt ab, bis infolge der größeren Schlüpfung der Strom wieder stark genug für das Drehmoment ist.

Da das Verhältnis der Stromstärken auf der Gleichstrom- und Wechselstromseite des Umformers unveränderlich ist, so ist der Strom des Gleichstrommotors proportional dem Läuferstrom des Hauptmotors.

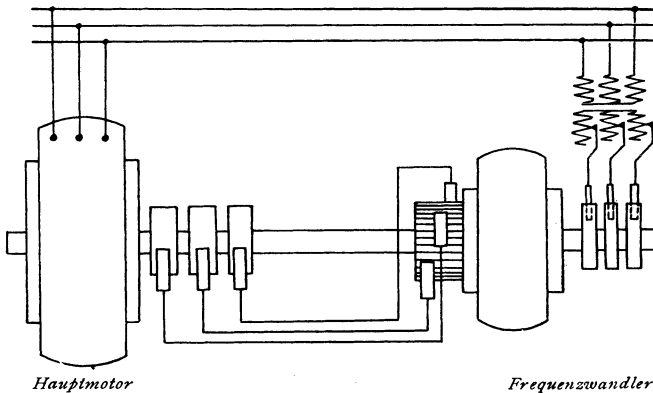


Bild 448. Grundsätzliche Anordnung des Frequenzwandlers.

Er ist also nach Bild 378 nahezu proportional dem primären Wirkstrom, also der dem Hauptmotor zugeführten Leistung und damit der gesamten mechanischen Leistung. Diese ist natürlich nicht nur von der jeweiligen Belastung, d. h. von dem durch beide Motoren gemeinsam zu überwindenden Lastmoment, sondern auch von der in weiten Grenzen geregelten Drehzahl abhängig.

Durch eine zusätzliche Hauptstromwicklung auf dem Hintermotor läßt sich erreichen, daß das Getriebe die Eigenschaften eines mit Belastung in seiner Drehzahl abfallenden Doppelschlußmotors besitzt, was bei Kuppelung mit Schwungmassen zum Zweck der Pufferung von Vorteil ist.

Anstatt durch einen Hintermotor kann die Drehzahl auch nach einer von Heyland angegebenen Anordnung durch einen Frequenzwandler verlustlos geregelt werden. Der Frequenzwandler (Bild 448) enthält einen

Gleichstromanker, der in einem unbewickelten, nur den magnetischen Schluß für den Fluß bildenden Ständer läuft und bei der einfachsten Anordnung auf der Welle des Hauptmotors sitzt. Der Anker besitzt einen Stromwender, der über Bürsten an die Schleifringe des Hauptmotors angeschlossen ist, und außerdem Schleifringe, die über einen regelbaren Transformator an das Netz angeschlossen sind.

Wir wollen annehmen, der Maschinensatz laufe mit einer bestimmten Schlüpfung. Dann wird der Frequenzwandler über den Stromwender mit einer der Schlüpfung entsprechenden Frequenz gespeist. Der dem Stromwender durch die drei Bürsten zugeführte Strom wirkt trotz der Drehung des Ankers genau wie der Strom einer feststehenden Wicklung, wie er z. B. den Klemmen des Ständers eines gewöhnlichen Drehstrommotors zugeführt wird. Im Frequenzwandler entsteht also ein Feld, das sich im Raume mit der Frequenz der Schlüpfung dreht. Dabei ist die Schaltung zwischen den Schleifringen des Hauptmotors und den Bürsten des Stromwenders derartig gewählt, daß das Feld im Frequenzwandler sich entgegengesetzt der Drehrichtung des Maschinensatzes dreht. Die Geschwindigkeit eines einzelnen Ankerdrahtes gegenüber dem Feld ist also die Summe aus einer der Drehzahl des Maschinensatzes entsprechenden Frequenz und der Frequenz der Schlüpfung des Hauptmotors. Spannung und Strom an den Schleifringen des Frequenzwandlers haben also genau die Netzfrequenz. Auf diese Weise wird es möglich, von den Schleifringen des Frequenzwandlers Strom ins Netz zurückzuliefern.

Während nun die Frequenz des dem Stromwender zugeführten und von den Schleifringen abgenommenen Stromes verschieden ist, sind die Spannungen an beiden Seiten einander gleich, da sie sich in beiden Fällen aus der Geschwindigkeit der Ankerdrähte gegenüber dem Drehfeld berechnen. Aus diesem Grunde paßt die Schleifringspannung des Frequenzwandlers nicht unmittelbar für das Netz, sondern sie muß erst durch einen Transformator auf die Netzspannung umgeformt werden.

Der Transformator dient nun gleichzeitig zur Regelung der Drehzahl, indem durch Betätigung eines Stufenschalters das Übersetzungsverhältnis des Transformators und dadurch die Spannung an den Schleifringen des Frequenzwandlers geändert wird. Dadurch wird gleichzeitig die Spannung am Stromwender des Frequenzwandlers, d. h. auch die Spannung an den Schleifringen des Hauptmotors geändert. Wird beispielsweise diese Spannung erhöht, so nimmt der Läuferstrom des Hauptmotors und damit das Drehmoment ab. Die Drehzahl verringert sich dann, bis infolge der größeren Schlüpfung wieder der für das Drehmoment nötige Strom erzeugt wird. Der Vorgang ist also genau der gleiche, wie wenn wir Widerstand in den Läuferkreis eines Drehstrommotors einschalten.

Im Gleichgewichtszustand ergeben dann im Frequenzwandler die Ströme der Stromwender- und Schleifringseite, die sich wesentlich entgegenwirken, zusammen die magnetisierende Wirkung, die der jeweiligen Spannung des Frequenzwandlers entspricht.

Vierundzwanzigster Teil.

127. Wirkungsweise des Einankerumformers. — 128. Spannungsregelung beim Einankerumformer. — 129. Die Stromwärme im Einankerumformer. — 130. Der Kaskadenumformer.

127. Wirkungsweise des Einankerumformers.

Der Einankerumformer ist eine Gleichstrommaschine, deren Ankerwicklung *außer* an den Stromwender an Schleifringe angeschlossen ist. Je nach der Anzahl der Schleifringe unterscheidet man Umformer für Einphasenstrom, Zwei- und Vierphasenstrom, Dreiphasenstrom und Sechsphasenstrom (Bild 449 bis 452).

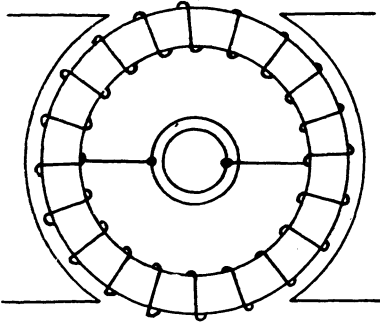


Bild 449. Einankerumformer für Einphasenstrom.

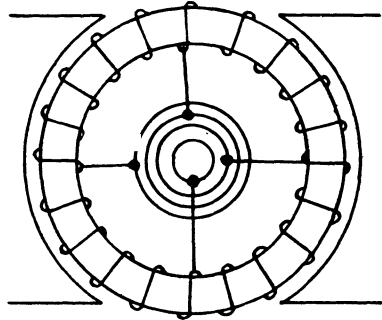


Bild 450. Einankerumformer für Zwei- und Vierphasenstrom.

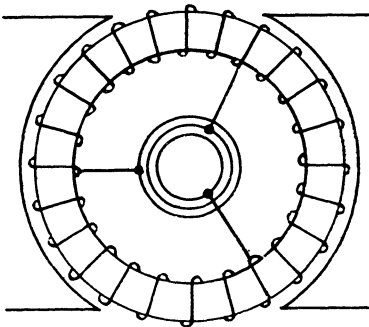


Bild 451. Einankerumformer für Dreiphasenstrom.

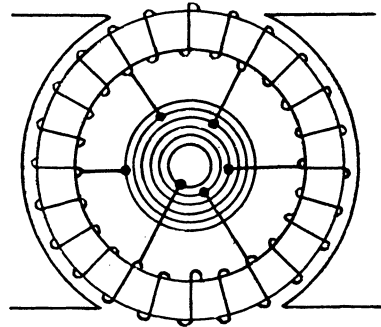


Bild 452. Einankerumformer für Sechsphasenstrom.

Man erhält einen Sechsphasenstrom einfach dadurch, daß man, wie in Bild 444 die zweite Wicklung eines Dreiphasentransformators nicht verkettet. Dadurch sind dann ohne weiteres sechs Zuleitungen zum Umformer

gegeben. Allerdings hat man dabei eigentlich doch nur einen Dreiphasentransformator. Auch der Umformer in Bild 452 kann ganz bequem als eine Maschine mit nur drei Abteilungen aufgefaßt werden, deren Seiten die Breite einer vollen Polteilung haben, um 120° verschoben sind und sich gegenseitig teilweise überdecken.

Der Einankerumformer ist auf der Wechselstromseite eine gewöhnliche Synchronmaschine. Er arbeitet auf dieser Seite gewöhnlich als ein- oder mehrphasiger Motor und auf der Gleichstromseite als Stromerzeuger. Er kann jedoch auch von der Gleichstromseite als Motor angetrieben werden, so daß er auf der Wechselstromseite als Stromerzeuger arbeitet. Wenn dabei eine induktive Belastung eingeschaltet wird, wird das Feld des Einankerumformers nach S. 349 geschwächt. In dem Falle, daß der Umformer für sich allein das Wechselstromnetz speist, muß dann durch besondere Hilfsmittel eine Erhöhung der Drehzahl verhindert werden.

Die Maschine kann auch zur gleichzeitigen Lieferung von Gleichstrom und Wechselstrom benutzt werden. Im folgenden wird die Wirkungsweise als Wechselstrommotor und Gleichstromerzeuger dargestellt.

Der Einankerumformer wird entweder durch einen besonderen asynchronen Anwurfmotor oder von der Gleichstromseite aus auf die vorgeschriebene Drehzahl gebracht und dann wie eine gewöhnliche Synchronmaschine aufs Netz geschaltet. Er kann jedoch auch von der Wechselstromseite aus angelassen werden, dadurch daß etwa der dritte Teil der Netzspannung an die Wechselstromseite gelegt wird. Der Umformer als reine Synchronmaschine läuft allerdings nicht von der Wechselstromseite aus an. Die Dämpferwicklung, die zur Vermeidung des Pendelns auf den Polen angebracht wird, bewirkt indessen, daß der Umformer als Asynchronmaschine anläuft.

Die wesentliche Eigenschaft des Einankerumformers besteht darin, daß die Spannung des Gleichstromes und des Wechselstromes durch dasselbe bei derselben Drehzahl erzeugt wird. Dabei ist unter dem Feld nicht etwa das von den Magneten allein erzeugte Feld, sondern das wirkliche, im Anker vorhandene Feld zu verstehen, das unter dem Einfluß der Erregung der Magnete und des Ankers zustande kommt, und bei dem auch die Streuinduktion des Ankers schon berücksichtigt ist. Unter Vernachlässigung des Ohmschen Spannungsverlustes schreibt nach S. 348 die Klemmenspannung und nicht die Magneterregung das Feld vor.

Wenn man also nicht besondere Vorkehrungen trifft, so folgt, daß die Klemmenspannung des Wechselstromes und des Gleichstromes in einem ganz bestimmten Verhältnis stehen. Dieses Verhältnis hängt von der Anzahl der Ankerzweige ab, die bei Einphasenstrom gleich 2, bei Zwei- und Vierphasenstrom gleich 4, bei Dreiphasenstrom gleich 3 und bei Sechphasenstrom gleich 6 ist.

Ist z die Drahtzahl auf dem Anker und ν die Anzahl der Ankerzweige, so ist die Drahtzahl eines Ankerzweiges gleich z/ν und die halbe

Breite eines Zweiges $\gamma = \pi/\nu$. Wenn wir die tatsächlich fast völlig zutreffende Annahme eines sinusförmigen Feldes machen und als Drahtzahl eines Zweiges z/ν statt z einführen, so ergibt sich die Spannung, die in einem Ankerzweig erzeugt wird, bei zweipoliger Maschine nach Gleichung (8) und (10) auf S. 314 und 315 zu

$$E_w = 2,22 \cdot \frac{\Phi \cdot n \cdot z}{60 \cdot \nu} \cdot \frac{\sin \gamma}{\gamma} \cdot 10^{-8}. \quad (1)$$

Dann wird das Verhältnis der Wechselstromspannung zur Gleichstromspannung:

$$\frac{E_w}{E_g} = \frac{2,22}{\nu} \cdot \frac{\sin \gamma}{\gamma}. \quad (2)$$

Die Gleichung gilt auch für mehrpolige Maschinen. Das Verhältnis ist in der Zahlentafel auf S. 474 eingetragen. Bei Einphasenstrom können wir das Verhältnis auch durch die Überlegung erhalten, daß der Höchstwert der Wechselstromspannung erzeugt wird, wenn die Zuführungsdrahte zu den Schleifringen in Bild 449 ebenso wie die Gleichstrombürsten in der neutralen Zone stehen. Der Höchstwert der Wechselstromspannung bei Einphasenstrom ist also gleich der Gleichstromspannung, der Effektivwert also 0,707 mal so groß.

Allgemein verhalten sich nach S. 315 die Wechselstromspannungen wie die entsprechenden Sehnen in Bild 453. Dadurch daß Gleichstrom- und Wechselstromspannung von derselben Größenordnung sind, wird bei Umformung von hochgespanntem Wechselstrom in Gleichstrom ein ruhen-

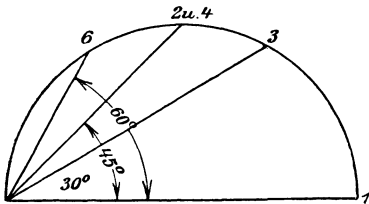


Bild 453. Spannungen des Umformers bei 1, 3, 4 und 6 Ankerzweigen.

der Transformator nötig, wodurch die Anlage etwas verteuert wird. Sie stellt sich aber doch billiger als eine Doppelmaschine, die aus einem Wechselstrommotor und einer Gleichstrommaschine besteht.

Wir berechnen jetzt das Verhältnis der Stromstärken auf der Wechselstrom- und Gleichstromseite. Ist I_w der effektive Wechselstrom eines Ankerzweiges und φ die Phasenverschiebung zwischen der Spannung und Stromstärke, so ist die Wechselstromleistung aller Abteilungen zusammen:

$$N_w = \nu \cdot E_w \cdot I_w \cdot \cos \varphi. \quad (3)$$

Ist anderseits I_g der Gleichstrom in einem der beiden Gleichstromzweige und E_g die Gleichstromspannung, so ist die Gleichstromleistung:

$$N = 2 E_g \cdot I_g. \quad (4)$$

Setzen wir nach dem Gesetz von der Erhaltung der Arbeit und unter Vernachlässigung der Verluste beide Leistungen gleich, so ergibt

sich mit Gleichung (2) das Verhältnis des effektiven Wechselstromes zum Gleichstrom zu:

$$\frac{I_w}{I_g} = \frac{\gamma}{1,11 \cdot \sin \gamma \cdot \cos \varphi} \quad (5)$$

Die Gleichung gilt auch für mehrpolige Maschinen.

Der Leistungsfaktor $\cos \varphi$ läßt sich, wie bei jedem Synchronmotor, willkürlich durch Änderung der Erregung einstellen. Bei gegebener Wechselstromspannung, also gegebenem wirklichen Feld, ändert sich durch Änderung der Erregung die Größe und Phase des Wechselstromes, und zwar in einer solchen Weise, daß die Gesamterregung, die sich aus der Gleichstromerregung und der Ankerrückwirkung des Wechselstromes ergibt, unverändert bleibt.

Daraus geht zugleich hervor, daß man nicht ohne weiteres die Gleichstromspannung durch Änderung der Erregung wesentlich beeinflussen kann.

128. Spannungsregelung beim Einankerumformer.

Man kann die Gleichstromspannung des Einankerumformers dadurch regeln, daß man die Wechselstromspannung des Umformers über einen Transformator mit veränderlichem Übersetzungsverhältnis zuführt.

Die Spannung kann aber auch dadurch geregelt werden, daß man vor die Wechselstromseite eine Drosselspule schaltet. Ist ein ruhender Transformator zur Herabsetzung der Wechselstromspannung erforderlich,

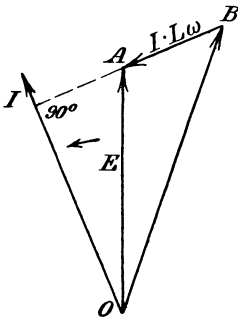


Bild 454. Spannungserhöhung durch Drosselspule.

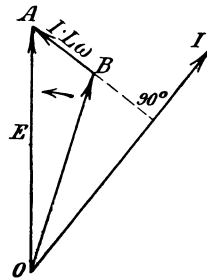


Bild 455. Spannungserniedrigung durch Drosselspule.

so kann man den induktiven Widerstand auch dadurch erreichen, daß man einen Transformator mit großer Streuung verwendet. Die Spannung des Wechselstromnetzes sei E und der induktive Widerstand der Drosselspule $L\omega$. Wenn wir dann den Umformer übererregen, so nimmt er einen Strom auf, welcher der Spannung an seinen Schleifringen voreilt (Bild 454). Der induktive Spannungsverbrauch $I \cdot L\omega = BA$ in der Drosselspule

eilt nun dem Strome um 90° vor und ergibt mit der Schleifringspannung OB die Netzspannung OA . Stattdessen können wir auch sagen, daß die Schleifringspannung OB die Summe aus der Netzspannung OA und der in der Drosselspule erzeugten Spannung AB ist. Wir haben also durch Übererregung die Schleifringspannung gegenüber der Netzspannung erhöht. Ebenso können wir durch Untererregung nach Bild 455 die Schleifringspannung gegenüber der Netzspannung erniedrigen.

Ein weiteres Mittel zur Veränderung der Gleichstromspannung bei gegebener Wechselstromspannung ist die Verschiebung der Gleichstrombürsten aus der neutralen Zone heraus, so daß eine Abteilung des Gleichstromes mehr oder weniger vor entgegengesetzten Polen liegt. Damit die durch die Bürsten kurzgeschlossenen Spulen nicht in einem starken Felde liegen, ist es nötig, die Pole zu spalten.

Spaltpole sind auch zu dem Zwecke vorgeschlagen, um unmittelbar das Verhältnis der Gleichstrom- und Wechselstromspannung zu ändern. Die Spaltpole werden in diesem Falle verschieden stark erregt. Am besten stellen wir uns vor, daß sie gleichwertig sind mit einem, der einfachen Frequenz entsprechenden Polpaar und einem darübergelagerten Polgestell für eine mehrfache Frequenz. Die Anzahl der zusätzlichen Pole ist so gewählt, daß sie nur auf die Gleichstromspannung und nicht auf die

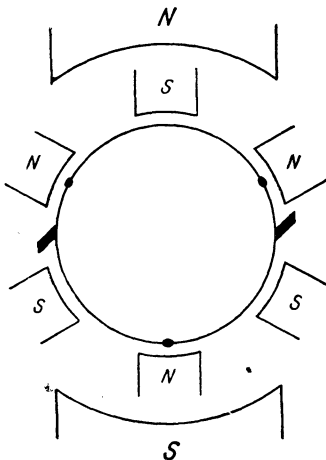


Bild 456. Hauptpole und zusätzliche Pole, gleichwertig mit verschieden erregten Spaltpolen.

Wechselstromspannung einen Einfluß haben. Bei dem zweipoligen Dreiphasenumformer in Bild 456 bedeckt z. B. die Seite eines Drehstromankerzweiges zwei volle Polteilungen der zusätzlichen Pole, so daß die von diesen Polen erzeugte Spannung bei sinusartigem Feld in jedem Augenblicke gleich Null ist. Dagegen wird eine Ankerabteilung des Gleichstroms außer durch die Hauptpole durch zwei gleichnamige und einen ungleichnamigen Hilfspol beeinflusst, so daß die Spannung durch gleichmäßige Änderung der Erregung aller Hilfspole geregelt werden kann.

Man braucht nun gar nicht zwei getrennte Polgestelle, sondern kann die magnetischen Wirkungen beider übereinanderlagern. Man spaltet also die

Hauptpole in drei Teile und erregt den mittelsten stärker oder schwächer als die äußeren. Zu einem ähnlichen Ergebnis gelangt man auch dadurch, daß man jeden Pol nur in zwei Teile spaltet und beide Teile verschieden stark erregt. Die Regelung des Verhältnisses der Gleichstrom- und Wechsel-

stromspannung beruht dann darauf, daß sich die von den beiden Einzelpolen erzeugten Spannungen für den Gleichstrom algebraisch, für den Wechselstrom geometrisch zusammensetzen.

129. Die Stromwärme im Einankerumformer.

Wir betrachten im folgenden wieder einen Umformer, der als Wechselstrommotor und als Gleichstromerzeuger arbeitet. Die erzeugten Spannungen des Gleichstromes und des Wechselstromes haben im Ankerdraht wesentlich dieselbe Richtung, und der Motorstrom ist der Spannung entgegengerichtet, während der Strom des Stromerzeugers der Spannung gleichgerichtet ist. Daraus folgt, daß Wechselstrom und Gleichstrom im Ankerdraht wesentlich entgegengerichtet sind und sich zum Teil gegenseitig aufheben. Das ist natürlich von wesentlichem Vorteil in bezug auf die im Anker entwickelte Stromwärme.

Es leuchtet ein, daß dabei eine geringe Verschiebung zwischen der Spannung und Stromstärke des Wechselstromes günstig ist. Aber selbst wenn sie gleich Null ist, liegt doch zeitweise die Seite eines Ankerzweiges des Wechselstromes gleichzeitig vor entgegengesetzten Polen, so daß die beiden Ströme sich nur in einem Teil des Ankerzweiges entgegenwirken, in dem andern Teil aber gleichgerichtet sind. Nur bei unendlicher Zahl von Segmenten und Ankerzweigen würden sich beide Ströme stets aufheben.

Das Verständnis und die rechnerische Behandlung wird am leichtesten, wenn wir die Zahl der Segmente als sehr groß voraussetzen, je eine Windung an zwei Segmente anschließen und den zeitlichen Verlauf des Stromes in einer einzelnen Windung ins Auge fassen. Dazu wählen wir zunächst die Windung, welche die Mitte des Ankerzweiges des Wechselstromes bildet, und setzen vorläufig voraus, daß die Phasenverschiebung gleich Null ist, was durch geeignete Erregung immer erzielt werden kann.

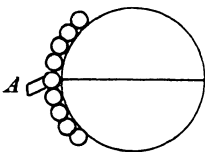


Bild 457. Mitte des Ankerzweiges unter der Bürste hindurchgehend.

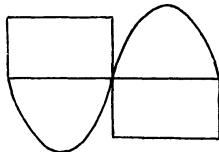


Bild 458. Gleichstrom und Wechselstrom in der Mitte des Ankerzweiges.

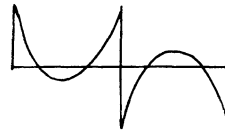


Bild 459. Wirklicher Strom in der Mitte des Ankerzweiges.

Sobald nun der Draht der betrachteten Windung in Bild 457 durch die neutrale Zone hindurchgeht, kehrt sowohl der Gleichstrom als auch der Wechselstrom seine Richtung um. Dann stellt uns die rechteckige Kurve in Bild 458 den zeitlichen Verlauf des Gleichstromes in der betrachteten Windung dar. Ebenso stellt die Sinuskurve den Verlauf des Wechselstromes dar. Setzen wir beide Ströme mit Berücksichtigung des Vorzeichens zusammen, so erhalten wir die Stromkurve in Bild 459. Die Einzelwerte i des Gesamtstromes haben wir zu quadrieren und mit

dem Widerstand R der betrachteten Windung zu vervielfachen, um die Zeitwerte des Verlustes durch Stromwärme zu erhalten.

Ungünstiger liegen die Verhältnisse für eine Windung, deren Seite um den Bogen ε von der Mitte des Ankerzweiges entfernt ist (Bild 460).

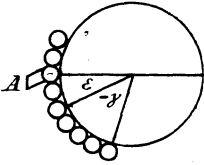


Bild 460. Draht im Abstand ε von der Mitte des Ankerzweiges liegend, unter der Bürste vorbeigleitend.

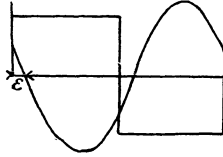


Bild 461. Ströme im Abstand ε von der Mitte des Ankerzweiges.

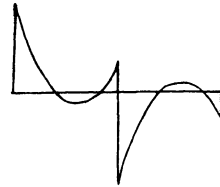


Bild 462. Wirklicher Strom im Abstand ε von der Mitte des Ankerzweiges.

Sobald die Drähte dieser Windung bei A durch die neutrale Zone hindurchschreiten, tritt der Stromwechsel des Gleichstromes ein. Da die Phasenverschiebung gleich Null angenommen ist, so erfolgt der Stromwechsel des Wechselstromes erst um den Bogen ε später, wenn nämlich die Mitte des Ankerzweiges durch die neutrale Zone hindurchschreitet.

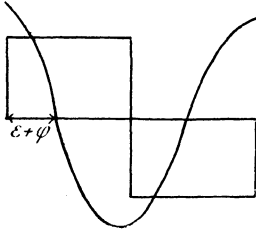


Bild 463. Ströme im Abstand ε von der Mitte des Ankerzweiges, bei Phasenverschiebung.

Die Kurve des Wechselstromes erscheint also in Bild 461 nach rechts hin verschoben, und bei der Zusammensetzung der Zeitwerte erhalten wir die Kurve in Bild 462, die uns den zeitlichen Verlauf des Stromes in der betrachteten Windung darstellt.

Bleibt nun allgemein der Strom um den Winkel φ hinter der erzeugten Spannung zurück, so erscheint die Stromkurve um den weiteren Bogen φ nach rechts verschoben (Bild 463).

Der Zeitwert des Stromes in der betrachteten Windung ist dann für diesen allgemeinsten Fall, wenn $\alpha = \omega t$ gesetzt wird:

$$i = I_g - \sqrt{2} I_w \cdot \sin(\alpha - \varepsilon - \varphi). \quad (6)$$

Wir quadrieren den Zeitwert des Stromes, vervielfachen mit dem Widerstand R der betrachteten Windung und nehmen das Mittel zwischen 0 und π . Dabei sind ε und φ als unveränderlich anzusehen. Auf diese Weise erhalten wir den mittleren zeitlichen Verlust in der einen betrachteten Windung zu:

$$\frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} i^2 d\alpha = R \left\{ I_g^2 + I_w^2 - \frac{4\sqrt{2}}{\pi} I_g \cdot I_w \cos(\varepsilon + \varphi) \right\}. \quad (7)$$

Nun sei die Drahtzahl auf der Bogeneinheit gleich c . Dann ist die Drahtzahl auf dem Bogen $d\varepsilon$ gleich $c \cdot d\varepsilon$. Wenn wir diese mit dem eben berechneten mittleren zeitlichen Verlust einer Windung vervielfachen, er-

halten wir den mittleren zeitlichen Verlust einer Ankerabteilung von der Breite $d\varepsilon$. Um den gesamten Verlust zu erhalten, haben wir zwischen $\varepsilon = -\gamma$ und $\varepsilon = +\gamma$ zu integrieren, wo γ die halbe Breite der Ankerabteilung ist. Auf diese Weise erhalten wir den Verlust einer Ankerabteilung des Umformers zu:

$$N_v = R \cdot c \cdot 2\gamma (I_g^2 + I_w^2 - \frac{4\sqrt{2}}{\pi} I_g \cdot I_w \cos \varphi \cdot \frac{\sin \gamma}{\gamma}).$$

Setzen wir für I_w den Wert aus Gleichung (5) auf S. 469 ein, so erhalten wir den Verlust in einer Abteilung des Umformers zu

$$N_v = R \cdot c \cdot 2\gamma \cdot I_g^2 \left\{ \left(\frac{\gamma}{1,11 \cdot \sin \gamma \cos \varphi} \right)^2 - 0,62 \right\}. \quad (8)$$

Nun ist $R \cdot c \cdot 2\gamma \cdot I_g^2$ der Verlust einer Ankerabteilung, wenn die Maschine bei demselben Strom I_g als Stromerzeuger für Gleichstrom angetrieben wird. Setzen wir also

$$a = \left(\frac{\gamma}{1,11 \sin \gamma \cdot \cos \varphi} \right)^2 - 0,62, \quad (9)$$

so stellt uns a das Verhältnis des Verlustes des Umformers zum Verlust des Stromerzeugers für gleiche Stärke des Gleichstromes dar.

Wir fragen nun, wie stark wir den Einankerumformer belasten können, ohne daß der Anker zu warm wird. Zu diesem Zwecke ermitteln wir für dieselbe Wärmeentwicklung das Verhältnis b des Gleichstromes I_g im Umformer zu dem Strom I der als Gleichstromerzeuger arbeitenden Maschine.

Der Verlust des Stromerzeugers ist proportional I^2 , der des Umformers nach Gleichung (8) und (9) proportional $a \cdot I_g^2$. Sollen beide Verluste gleich sein, so folgt $a I_g^2 = I^2$. Demnach ist das Verhältnis der zulässigen Leistung des Umformers zur zulässigen Leistung des Stromerzeugers:

$$b = \frac{I_g}{I} = \frac{1}{\sqrt{a}}. \quad (10)$$

Die Werte von a und b sind (auf nächster Seite oben) neben dem Verhältnis E_w/E_g übersichtlich zusammengestellt.

Hieraus geht der Einfluß der Zahl der Ankerzweige hervor. Wie die Reihe für a zeigt, ist für $\cos \varphi = 1$ bei derselben Stärke des Gleichstromes der Verlust im Einphasenumformer das 1,38fache, im Sechphasenumformer nur das 0,27fache des Verlustes im Gleichstromerzeuger.

Wie weiter aus der Reihe für b hervorgeht, ist für $\cos \varphi = 1$ bei derselben Stromwärme die Leistung des Einphasenumformers das 0,85fache, die des Sechphasenumformers das 1,93fache der Leistung des Gleichstromerzeugers.

	Ein- phasen	Drei- phasen	Zwei- u. Vier- phasen	Sechs- phasen
Zahl der Ankerzweige ν	2	3	4	6
Halbe Breite γ	$\pi/2$	$\pi/3$	$\pi/4$	$\pi/6$
E_w/E_g	0,707	0,613	0,5	0,355
$\cos \varphi$				
1	1,38	0,56	0,38	0,27
$a = \frac{\text{Verlust im Umformer}}{\text{Verlust im Stromerzeuger}}$ 0,8	2,5	1,23	0,94	0,77
0,6	4,93	3,3	2,78	2,46
1	0,85	1,33	1,62	1,93
$b = \frac{\text{Leistung des Umformers}}{\text{Leistung des Stromerzeugers}}$ 0,8	0,63	0,9	1,03	1,14
0,6	0,45	0,552	0,6	0,64

Gleichzeitig zeigen die Reihen für a und b den ungünstigen Einfluß eines schlechten Leistungsfaktors. Man muß daher den Umformer möglichst so erregen, daß $\cos \varphi = 1$ wird.

130. Der Kaskadenumformer.

Der Kaskadenumformer nach Bragstad-la Cour besteht aus einem gewöhnlichen Drehstrommotor, der mit einem Einankerumformer gekuppelt ist. Die Wechselstromseite des Einankerumformers wird mit Hilfe einer Reihe von Verbindungsleitungen von dem Läufer des Drehstrommotors gespeist. Die Zahl der Polpaare sei im Motor gleich p_m und im Umformer gleich p_u . Die Frequenz sei im Ständer des Motors gleich f , im Läufer und Umformer gleich $s \cdot f$. Dann gelten die Gleichungen:

$$s \cdot f = p_u \cdot \frac{n}{60} \quad \text{und} \quad f - s \cdot f = p_m \cdot \frac{n}{60}$$

Aus beiden Gleichungen erhalten wir:

$$\frac{n}{60} = \frac{f}{p_m + p_u} \quad (11)$$

Die Drehzahl des Kaskadenumformers ist also so groß wie die eines Synchronmotors mit einer Polzahl gleich der Summe der Pole beider Maschinen.

Die geringe Drehzahl bei einer im Verhältnis kleinen Polzahl des Drehstrommotors, oder umgekehrt, die geringe Polzahl bei der durch die Betriebsverhältnisse vorgeschriebenen Drehzahl ist ein wesentlicher Vorteil.

Falls beide Maschinen dieselbe Polzahl p besitzen, ist

$$\frac{n}{60} = \frac{f}{2p} \quad (12)$$

Da $\frac{f}{p}$ die Drehzahl des Feldes im Drehstrommotor ist, so beträgt

die Schlüpfung 50%. Dabei wird die Hälfte der auf den Läufer des Drehstrommotors übertragenen Leistung zum Antrieb des Läufers verwendet und durch die Welle auf die Gleichstrommaschine übertragen, die auf diese Weise als Stromerzeuger angetrieben wird. Die andere Hälfte wird, wie bei einem Drehstrommotor mit Anlaßwiderstand, elektrisch vom Läufer abgegeben. Sie wird auf den Umformer übertragen, der auf diese Weise Wechselstrom empfängt und Gleichstrom liefert. Die Vorteile des geringen Verlustes im Anker treten auch hier, wie beim Einankerumformer, zutage. Allerdings ist die Gleichstrommaschine jetzt nur zur Hälfte ein Einankerumformer. Dafür aber ist sie dadurch wieder etwas günstiger, daß es keine Schwierigkeit bietet, die Anzahl der Ankerzweige des Einankerumformers zu vergrößern und dadurch für die Verluste und die Belastungsfähigkeit noch günstigere Werte zu erhalten, als sie auf S. 474 angegeben sind. Da die Stromzuführung nicht durch Bürsten und Schleifringe zu erfolgen braucht, so kann man ohne besondere Kosten 12-phasige Anker verwenden.

Die Läuferzweige des Drehstrommotors sind in Stern geschaltet. Beim Anlassen von der Drehstromseite werden drei Zweige über Schleifringe und Widerstände in einem Sternpunkt aneinandergelegt und nach dem Anlaufen alle Zweige in einem Sternpunkt kurzgeschlossen.

Bezeichnungen.

Fußzeichen:

<p><i>a</i> Anker, Ständer, <i>b</i> Batterie, Blindstrom, Bewegung, <i>c</i> Kapazität, <i>d</i> Drehstrom, <i>g</i> Galvanometer, Gleichstrom, Rückwirkung, Stromerzeuger, <i>h</i> Hysteresis, Hauptstrom, <i>i</i> Inneres, <i>j</i> Joch,</p>	<p><i>k</i> Kurzschluß, Klemme, Stromwendung, <i>l</i> Leitung, Luft, <i>m</i> Magnete, Höchstwert, Motor, <i>u</i> Magnetisierung, <i>n</i> nutzbar, <i>p</i> Pol, <i>q</i> quer, <i>s</i> Streuung, Selbstinduktion, Synchronisierung,</p>	<p><i>t</i> Zeitwert, <i>u</i> Umformer, <i>v</i> Verlust, <i>w</i> Wirbelstrom, Welle, Wicklung, Wirkstrom, Wechselstrom, <i>z</i> Zweig, Zahn, <i>0</i> Leerlauf, <i>1, 2</i> primär, sekundär oder Ständer, Läufer.</p>
---	---	--

Kleine lateinische und deutsche Buchstaben:

	Zuerst auf Seite
<i>a</i> Atomgewicht	31
<i>a</i> Beschleunigung in cm/sek ²	111
<i>a</i> halbe Zahl der Stromzweige	134
<i>a</i> größte Beschleunigung in m/sek ²	334
<i>a</i> Nutenzahl einer Spulenseite	364
<i>a</i> Verhältnis der Verluste im Umformer und in der Gleichstrommaschine	473
<i>b</i> Ankerlänge in cm	66
<i>b</i> Verhältnis der Leistung des Umformers und der Gleichstrommaschine	473
<i>b</i> Blindleitwert	262
<i>c</i> Verhältnis der Drähte in Reihe auf Ständer und Anker	426
<i>d</i> Durchmesser in cm	74
<i>d</i> Leiterabstand in cm	278
<i>d</i> Durchmesser in m	334
<i>e</i> Zeitwert der Spannung in Volt	58
<i>f</i> Frequenz = Periodenzahl/sek	91
<i>f</i> Bahnwiderstand in kg/tonne	218
<i>f</i> _w Wicklungsfaktor	315
<i>g</i> Wirkleitwert	262
<i>h</i> Erregung für die Längeneinheit in Amp.wind./cm	73
$h = \frac{3}{\pi} \left(1 - 4 \frac{\beta^2}{\pi^2}\right)$	429
<i>i</i> Zeitwert der Stromstärke in Amp.	77
<i>k</i> Wertigkeit	31
<i>k</i> Vergrößerungsfaktor	335
$k = 3 \frac{\beta}{\pi} - 4 \frac{\beta^3}{\pi^3}$	427
<i>l</i> Länge in m	8
<i>l</i> Länge in cm	48
<i>l</i> Länge in km	278
<i>m</i> Gewichtsmenge in mg	31
<i>m</i> Polstärke in Weber	113
<i>m</i> Masse im mechanischen Maß	333
<i>n</i> Drehzahl in der Minute	128
<i>p</i> Zahl der Polpaare	129
<i>q</i> Drahtquerschnitt in mm ²	8
<i>q</i> Nutenzahl für Pol und Zweig	314
<i>r</i> Abstand oder Halbmesser in cm	49
<i>r</i> Halbmesser in m	219
<i>r</i> Halbmesser des Schwerpunktkreises in m	333

	Zuerst auf Seite		Zuerst auf Seite
<i>s</i> Weg in cm	59	<i>w</i> Windungszahl	58
<i>s</i> Steigung auf tausend	218	<i>x</i> Blindwiderstand	262
<i>s</i> Drahtzahl des Ständers in Reihe	426	<i>x</i> Wärmetönung	34
<i>s</i> Schlüpfung	363	<i>y</i> Wicklungsschritt, gemessen in Spulenseiten	135
<i>t</i> Zeit in Sekunden	2	<i>y</i> Scheinleitwert	262
<i>u</i> Übersetzungsverhältnis	439	<i>η</i> Scheinleitwert, symbolisch	262
<i>v</i> Geschwindigkeit in cm/sek	59	<i>z</i> äußere Leiterzahl	66
<i>v</i> Lichtgeschwindigkeit in cm/sek	102	<i>z</i> Drahtzahl eines Zweiges	311
<i>v</i> Geschwindigkeit in km/st.	219	<i>z</i> Scheinwiderstand in Ohm.	254
<i>v</i> größte zusätzliche Geschwindig- keit m/sek.	334	<i>z</i> Scheinwiderstand des Ankers	325
<i>v</i> Verhältnis der Drehzahl zur syn- chronen Drehzahl	428	<i>z</i> Scheinwiderstand in Ohm, sym- bolisch	254

Große lateinische und deutsche Buchstaben:

<i>A</i> Arbeit in Joule	20	<i>L</i> Induktivität in Henry	78
<i>A</i> Arbeit in Erg	112	<i>L</i> Gesamtinduktivität des Ankers	319
<i>A</i> größtes zusätzliches Antriebs- moment in mkg	334	<i>M</i> Gegens. Induktivität in Henry.	80
<i>B</i> Direktionskraft in mkg/Bogen	332	<i>M</i> Masse in Gramm.	110
<i>B</i> Magnetische Induktion in Gauß	43	<i>N</i> Leistung in Watt	23
<i>C</i> Kapazität in Farad.	104	<i>N</i> Mittlere Leistung des Wechsel- stromes in Watt.	231
<i>C</i> größtes Dämpfungsmoment für die Bogeneinheit	337	<i>P</i> Kraft in Dyn	56
<i>D</i> Drehmoment in mkg	66	<i>P</i> Kraft in kg	57
<i>D</i> größtes zusätzliches Drehmoment	333	<i>Q</i> Wärmemenge in Grammkalorien	21
<i>D</i> El. Induktion in Coulomb/cm ²	96	<i>Q</i> Elektrizitätsmenge in Coulomb	2
<i>E</i> Spannung oder elektromotori- sche Kraft in Volt.	4	<i>Q</i> Elektrischer Fluß in Coulomb	96
<i>E</i> Effektive Spannung in Volt	232	<i>R</i> Widerstand in Ohm	4
<i>E</i> Netzspannung	324	<i>R</i> Wirkwiderstand des Ankers	319
<i>E_a</i> Spannung, durch das Gesamtfeld erzeugt	351	<i>S</i> Felderzahl = Spulenzahl	137
<i>E₀</i> Spannung, durch das Feld der Magnete allein erzeugt	319	<i>T</i> Zeit des Kurzschlusses einer Ankerspule in Sekunden	78
<i>E</i> Spannung in Volt, symbolisch	239	<i>T</i> Zeit einer Periode in Sek.	225
<i>E</i> Elektrische Feldstärke in Volt/cm	100	<i>T</i> Zeit einer Maschinenschwingung	334
<i>F</i> Fläche in cm ²	43	<i>U</i> Magn. Potential in Erg/Weber	48
<i>G</i> Gewicht in kg	91	<i>V</i> Rauminhalt in cm ³	56
<i>G</i> Gewicht in t	218	<i>W</i> Spannungsverlust, symbolisch	280
<i>G</i> Magnetische Feldstärke in Gauß	48	<i>W</i> Energie in Erg	56
<i>I</i> Stromstärke in Amp.	2	<i>W</i> Energie in Joule.	84
<i>I</i> Effektive Stromstärke in Amp.	229	<i>X</i> Erregung in Amperewindungen	71
<i>I</i> Stromstärke im Zweigwid.	267. 301	<i>X</i> Gesamterregung	351
<i>I</i> Stromstärke in Amp, symbolisch	239	<i>X₁</i> Magneterregung	351
		<i>X₂</i> Erregung durch Ankerstrom	350
		<i>X_g</i> Ankerrückwirkung	352
		<i>Y</i> Spulen- oder Stromwenderschritt	134

Griechische Buchstaben:

	Zuerst auf Seite		Zuerst auf Seite
α Winkel der neutralen Zone	151	η Hysteresiskoeffizient	90
α Nutenabstand	312	η Wirkungsgrad	189
α größte anfängliche Voreilung	334	η Breite der Spulenseite	313
α Achsenverschiebungswinkel	426	η Streufaktor < 1	388
β Winkel der Polbohrung	166	θ Temperatur in Grad Celsius	9
β = arctg $L\omega/R$	321	Λ Magnetischer Leitwert	53
β größte zusätzliche Voreilung der ungedämpften Maschine.	335	μ magnetische Durchlässigkeit	51
β Komplementwinkel des Achsen- verschiebungswinkels	427	ν Anzahl der Drehstromzweige	332
β Bürstenverschiebungswinkel	453	ρ spezifischer Widerstand	8
γ halbe Breite der Spulenseite	315	σ magn. Energiedichte in Erg/cm ³	85
γ größte Voreilung bei Dämpfung	337	σ el. Energiedichte in Joule/cm ³	109
γ = arctg $L\omega/R$	431	σ Streufaktor der doppelt verkette- ten Streuung	415
δ Bogen der größten Voreilung	334	τ Heylandscher Streufaktor	389
Δ Temperaturkoeffizient	9	φ Winkel der Voreilung	232
ε Basis der natürl. Logarithmen	82	Φ Magnetischer Fluß in Maxwell	43
ε Dielektrizitätskonstante	103	ψ Phasenwinkel	227
ε Voreilung der erzeugten Span- nung vor der negativ genomme- nen Netzspannung	331	ψ Winkel zwischen Strom und er- zeugter Spannung	321
		ω Winkelgeschwindigkeit	199
		ω Kreisfrequenz	228

Namen- und Sachverzeichnis.

- Abschalten d. Gleichstrommaschinen 327.
— der Wechselstrommaschinen 327.
Absolutes Maß 110.
Abwicklung der Trommel 126.
Achse, elektr., von Leitern 99.
— magnetische 42.
Äquipotentialflächen s. Niveauflächen.
Äquipotentialverbindung s. Ausgleichverbindung.
Äquivalentgewicht, chemisches 30.
— elektrochemisches 31.
Akkumulatoren 34. 177.
— als Spannungsteiler 162.
— chemische Vorgänge 35.
— im Nebenschluß zur Maschine 177.
— Kapazität 36.
— Ladung und Entladung 35. 36. 177.
— Maschine zum Laden 176.
— Spannung 37.
— Wirkungsgrad 37.
Aktive Masse s. wirksame Masse.
Alexandersonmotor 445.
Allgemeines Ohmsches Gesetz für Wechselstrom 258. 259.
— — — symbolisch 259. 262.
Altern des Eisens 91.
Aluminiumzellen 187.
Ampere, Einh. der Stromstärke 2. 115.
Amperemeter s. Stromzeiger.
Amperesche Schwimmerregel 63.
Amperestunde 2. 115.
Angehen d. Dynamomaschinen 145. 146.
Anionen 27.
Anker von Maschinen 119, s. a. Läufer.
Ankerblech 75. 146.
Ankerrückwirkung bei Gleichstrom 128. 151.
— bei Wechselstrom 347. 349. 352. 354.
Ankerstreuung 354.
Ankerwiderstand 129. 133. 141.
Anlassen von Drehstrommotoren 378. 379. 386.
Anlassen von Drehstrom-Reihenschlußmotoren 453.
— — Einphasenmotoren 421.
— — Gleichstrommotoren 203. 210. 222.
— — Reihenschlußmotoren 425.
— — Repulsionsmotoren 433.
— — Synchronmotoren 317.
Anlasser 203. 208.
— zum Regeln 204. 381. 392.
Anlaßmaschinen 210.
Anlaßtransformator 425.
Anlaßwiderstand 203. 380.
Anlaufmoment des Gleichstrommotors 203.
— des Drehstrommotors 378. 386. 395.
Anlaufstrom s. Kurzschlußstrom.
Anode 26.
Arbeit 20. 58. 112.
— bei der Magnetisierung 83.
— — — Ummagnetisierung 53. 89.
— beim Hub eines Elektromagneten 85.
— Umsetzung von mechanischer in elektrische 65. 66.
Arnold 163. 289. 291. 372. 396.
Arrhenius 27.
Asynchrone Stromerzeuger 393.
Asynchronmotoren 359. 363. 416, s. auch Drehstrom- und Einphasenmotoren.
Atomgewicht 29.
Aufschneiden der Gleichstromwicklung 310.
Augenblickswert s. Zeitwert.
Ausgleichmaschinen 162.
Ausgleichverbinder 131. 137.
Auslaufkurve 191.
Auslaufversuch 191.
Ausschalten, funkenfreies 79.
— — von Motoren 208.
Ausschaltvorgang 82.
Autotransformator s. Spartransformator.
Avogadrosche Regel 31.

- Basen** 27. 28.
Batterie s. Akkumulatoren.
Behrend 395.
Belasten von Gleichstrommaschinen 181. 326.
 — von Synchronmaschinen 326.
 — von Synchronmotoren 328.
Beschleunigung 111.
Bifilar s. Zweifädig.
Binder 457.
Bleche, legierte 91.
Blindleistung 252.
Blindleitwert 262.
Blindspannung 249.
Blindstrom 252. 260.
Blindwiderstand 259.
Brechung der Feldlinien 55.
Breite der Spulenseite 304. 315. 367.
Bremung, elektrische 195. 392. 393.
Bürsten 120. 159.
Bürstenstellung 120. 149.
Bunsenelement 39.

Charakteristik s. Leerlaufkurve.
Chemische Energie 33.
 — Vorgänge in Akkumulatoren 35.
 — — in Elementen 38.
Chromelement 3. 39.
Compoundierung s. selbsttätige Spannungsregelung.
Compoundmaschine s. Doppelschlußmaschine.
Coulomb, Einheit der Elektrizitätsmenge 2. 115.
 — — des elektrischen Flusses 96. 117.
Coulombsches Gesetz 113.

Dämpferwicklung auf Wechselstrommaschinen 336.
 — beim Anlassen von Synchronmotoren 317.
Dämpfung durch Wirbelströme 113.
 — von Meßgeräten 93.
 — beim Pendeln 338.
Daniellelement 38.
Danielsonumformer 345.
Dérinmaschine, kompensiert 154.
Dérinmotor mit doppelten Bürsten 433.
Dettmarsche Spannungsteilung 164.

Diagramme s. Spannungsbild, Strombild, Widerstandsbild.
Dichte des Flusses s. Induktion.
 — der elektrischen Energie 109. 118.
 — der magnetischen Energie 57. 114.
Dielektrikum 96.
Dielektrische Durchlässigkeit 103. 107.
Dielektrischer Leitwert 105.
Dielektrischer Widerstand 104.
Dielektrizitätskonstante 103. 107.
Dimension 110.
Direktionskraft 332. 334.
Dolivo - Dobrowolski, Polbüchse 160.
 — Spannungsteilung 163.
Doppelbrücke 18.
Doppelschlußmaschine 145. 176.
Doppelschlußmotor 445.
Doppel-T-Anker 119.
Doppeltverkettete Streuung 412.
Doppelzellenschalter 183.
Drehfeld bei der Synchronmaschine 269.
 — beim Doppelschlußmotor 450.
 — beim Drehstrommotor 360. 383.
 — beim Drehstrom-Reihenschlußmotor 451.
 — beim Eichbergmotor 440.
 — beim Einphasenmotor 419.
 — beim Repulsionsmotor 434.
Drehmoment des Motors 66.
 — des Drehstrommotors 375. 385. 391. 401. 402.
 — des Drehstrom-Reihenschlußmotors 457.
 — des Eichbergmotors 442.
 — des Einphasenmotors 416. 421.
 — des Gleichstrommotors 196.
 — des Hauptstrommotors 216.
 — des Nebenschlußmotors 202.
 — des Reihenschlußmotors 431.
 — des Repulsionsmotors 436.
Drehrichtung der Strahlen 233.
 — des Drehstrommotors 361. 363.
 — des Einphasenmotors 416.
 — des Gleichstrommotors 193.
 — Umkehrung s. Umsteuerung.
Drehstrom, Grundgesetze 268.
 — Leistung 274.
 — Leistungsmessung 275.

- Drehstromleitung, Spannungsverlust 277.
 — Verluste 274.
 Drehstrommotor 359.
 — Anlassen 379. 386.
 — Anlaufmoment 386. 395.
 — als Stromerzeuger 393.
 — Drehmoment 375. 385. 391. 401. 402.
 — Drehrichtung 361. 363.
 — Drehzahl 362. 380. 385. 405.
 — Feld 366. 387.
 — Kreisdiagramm s. — Strombild.
 — Kurzschluß 378. 401.
 — Läuferstrom 361. 383. 385. 389.
 — Läuferwiderstand 386. 395. 381. 392.
 — Leerstrom 366. 371. 375. 394.
 — Leistung 385. 391. 400. 401.
 — Leistungsfaktor 384. 394. 398.
 — Magnetisierungsstrom 366. 371. 375. 394.
 — Polumschaltung 381.
 — Regelung 381. 392.
 — Schlüpfung 362. 380. 385. 401. 403.
 — Spannung im Ständer 363.
 — Spannungsbild 264. 390.
 — Streufaktor 388. 407. 412.
 — streuungsloser 382.
 — Strombild 267. 388. 390. 392. 397. 399. 402.
 — Überlastungsfähigkeit 394.
 — Umsteuerung 363.
 — Verluste im Läufer 380. 385. 391. 403.
 — — im Ständer 401.
 — Wirkungsgrad 403.
 Drehstromregelsätze 461.
 Drehstrom-Reihenschlußmotor 451.
 Drehstromtransformator 283. 284.
 Drehstromwicklungen 304.
 Drehtransformator s. Induktionsregler.
 Drehung von Strahlen 240. 255. 267.
 Drehzahl des Drehstrommotors 362. 380. 385. 405.
 — des Drehstrom-Reihenschlußmotors 455.
 — des Eichbergmotors 443.
 — des Einphasenmotors 421.
 — des Gleichstrommotors 198.
 — des Hauptstrommotors 214. 220.
 Thomälen, Elektrotechnik. 7. Aufl.
- Drehzahl des Nebenschlußmotors 201. 204.
 — des Reihenschlußmotors 429.
 — des Repulsionsmotors 436.
 — des Synchronmotors 317.
 Dreieckschaltung 270.
 — von Transformatoren 285.
 Dreileiterschaltung 25. 162.
 Dreilochwicklung 312.
 Dreiphasenmotor s. Drehstrommotor.
 Dreiphasenstrom 269, s. a. Drehstrom.
 Dreiphasenumformer 466.
 Drosselspule 242.
 — für Bogenlampen 245.
 — nach Swinburne 246.
 — zum Überspannungsschutz 246.
 — zur Dämpfung bei Parallelbetrieb 245. 336.
 — zur Spannungsregelung bei Umformern 469.
 — zur Spannungsteilung 164.
 Druck, osmotischer 26.
 Durchflutung 61. 115.
 Durchflutungsgesetz 62. 115.
 Durchlässigkeit, magnetische 51. 52. 113.
 — dielektrische 103. 107.
 Durchmesserwicklung 124.
 Dyn 20. 112.
 Dynamo-elektrisches Prinzip 143.
 Dynamogußstahl 146.
 Dynamomaschinen 143.
 Dynamometer 68. 230.
- Effekt s. Leistung.
 Effektivwert 229.
 Effektverluste s. Verluste.
 Eichbergmotor 433.
 Eichung von Meßgeräten 7. 19. 41.
 — — — für Wechselstrom 231.
 Eigenschwingungszeit der Wechselstrommaschine 336.
 Einankerumformer 466.
 — Breite der Spulenseite 308.
 — Spannungsregelung 469.
 — Verhältnis der Spannungen 467. 474.
 — Verhältnis der Ströme 469.
 — Verluste 471.
 — Wicklung 307.
 Einfach geschlossene Wicklung 123. 134.

- Einfachzellenschalter 182.
 Eingängige Wicklung 122.
 Einheit der Arbeit 20. 112.
 — der Beschleunigung 111.
 — der elektrischen Feldstärke 117.
 — — — Induktion 96. 117.
 — — — Spannung 4. 5. 58. 114. 116.
 — — — Stromstärke 2. 5. 115.
 — der Elektrizitätsmenge 2. 115.
 — der Geschwindigkeit 111.
 — der Induktivität 78. 116.
 — der Kapazität 104. 117.
 — der Kraft 20. 112.
 — der Länge 110.
 — der Leistung 22. 113.
 — der magnet. Feldstärke 48. 113.
 — — — Induktion 43.
 — der Masse 110.
 — der Polstärke 43. 113.
 — der Wärme 21. 112.
 — der Zeit 110.
 — des elektrischen Widerstandes 5. 116.
 — — — Flusses 96. 117.
 — des magnetischen Flusses 43. 114.
 — statische der Elektrizitätsmenge 115.
 — — der Spannung 116.
 Einheiten, gesetzl. Festlegung 5.
 Einheitspol 43.
 Einheitsröhre 45. 115.
 Einheitsröhren, Anzahl des Einheitspoles 46.
 Einlochwicklung 311. 314.
 Einphasen-Aufzugsmotor 421.
 Einphasenmotor 416.
 — Anlassen 421.
 — Drehrichtung 416.
 — Strombild 420. 421.
 Einphasenmotoren m. Stromwender 425.
 Einphasentransformatoren 284.
 Einschalten der Wechselstrommaschine 316.
 Einschaltstrom von Transformatoren 302.
 Einschaltvorgang 81.
 Eisen im magnet. Feld 50. 52. 54. 70.
 Eisenwiderstand beim Drehstrommotor 372.
 Elektrische Achse von Leitern 99.
 Arbeit 20.
 Elektrische Energie 109. 118. 257.
 — Feldstärke 100. 117.
 — Größen, Zusammenstellung 114.
 — Induktion 96. 117.
 — Leistung 22.
 — Spannung 4. 5. 58. 100. 114.
 — Stromstärke 2. 5. 115.
 Elektrischer Fluß 95. 117.
 — Leitwert 10.
 — Strom 1.
 — Widerstand 4. 116.
 Elektrisches Feld 94.
 — — von geraden Leitern 99.
 — Potential 100.
 Elektrizität, Vorzeichen 1.
 — statische 115.
 Elektrizitätsmenge 2. 96. 115.
 Elektrochemie 26.
 Elektrochem. Äquivalentgewicht 31.
 Elektroden 26.
 Elektrodynamometer 68. 230.
 Elektrolyse 26.
 Elektrolytischer Mittelwert 229.
 Elektromagnet, Zugkraft 57.
 Elektromagnetismus 58.
 Elektromotorische Kraft 3, s. auch Erzeugte Spannung.
 Elemente, chemische Vorgänge 38 ff.
 — Schaltung 15.
 — Spannung 38 ff.
 Energie des elektrischen Feldes 109. 118. 257.
 — des magnetischen Feldes 56. 84. 114.
 Energiedichte, elektrische 109. 118.
 — magnetische 57. 114.
 Entgegengesetzt umlaufende Erregungen 416.
 Erregung 70.
 — Vorausberechnung bei Drehstrommotoren 366. 372. 375.
 — — bei Gleichstrommaschinen 72. 143.
 — — bei Wechselstrommaschinen 338. 356.
 Ersatzschaltung 264. 301. 399.
 — Strom- und Spannungsbild 264. 399.
 Erzeugte Spannung 2. 58. 60. 77.
 — — der Bewegung 59. 225.
 — — der gegenseitigen Induktion 77.
 — — der Induktion 58. 60. 77.

- Erzeugte Spannung der Polarisatıon 31.
 — — der Ruhe 58. 228.
 — — der Selbstinduktion 77. 237. 242.
 — — des Wechselstromes 225.
 — — durch Änderung des Flusses 58.
 228.
 — — im Drehstrommotor 364. 380.
 — — im Einphasenmotor mit Strom-
 wender 428.
 — — im Transformator 287.
 — — in der Gleichstrommaschine 128.
 132. 141.
 — — in der Wechselstrommaschine
 319. 351.
- Farad 104. 117.
 Faradaysche Anschauung vom elektri-
 schen Feld 96.
 — — vom Induktionsvorgang 42.
 — — vom magnetischen Feld 42.
 — Schwimmerregel 60.
 Faßwicklung 125.
 Faureverfahren 34.
 Feld, elektrisches, beim Kondensator
 94. 96.
 — — zweier gerader Leiter 99.
 — — zwischen Leiter und Ebene 100.
 — gleichförmiges 45. 49.
 — magnetisches, des Dreiphasenstromes
 366.
 — — einer Schleife 62. 68.
 — — einer Spule 69.
 — — eines geraden Leiters 62. 63. 65.
 — — eines Poles 45. 49.
 — — im Innern eines Leiters 278.
 — — zweier Pole 46. 49.
 Felder auf der Trommel 124.
 Feldmagnete der Gleichstrommaschine
 146.
 — von Wechselstrommaschinen 304.
 Feldregelung 206. 220.
 Feldstärke, elektrische 100. 117.
 — magnetische 47. 48. 50. 113.
 — — im Eisen 50.
 — — im Mittelpunkt einer Schleife 69.
 — — Linienintegral 62.
 Feldverzerrung 150. 152.
 Flemingsches Widerstandsbild 254.
 Ferraris 416.
- Flüssigkeitsanlasser 380
 Fluß, elektrischer 90. 95. 117.
 — magnetischer 43. 44. 117.
 — des Transformators 287. 293. 296.
 — — — beim Einschalten 302.
 — des Drehstrommotors 387.
 Flußröhren 44. 45. 46. 114.
 Flußverkettung 78. 116.
 Förderanlagen 210.
 Foucaultströme s. Wirbelströme.
 Fremderregte Maschine 165.
 Frequenz 225.
 — beim Reihenschlußmotor 410.
 — Einfluß auf Streuung 432.
 Frequenzwandler 464.
 Funkenfreie Stromwendung 126. 128.
 130. 152. 154. 156.
 Funkenfreier Anlasser 208.
 Funkenfreies Ausschalten 79. 208.
- Galvanometer 2.
 Gauß 43. 48. 113.
 Gefrierpunktserniedrigung 27.
 Gegenschaltung, Spannungsmessung 19.
 — des Läufers 380.
 Gegenseitige Induktion 79.
 — Induktivität 80.
 — — von Drehstromleitungen 278.
 Gemischte Schaltung von Elementen 16.
 Genaues Heylandsches Strombild 266.
 395.
 Geometrische Addition 234.
 — Subtraktion 236.
 Geometrischer Ort des Endpunktes
 eines Strahles 266. 267. 388ff.
 Gesamtwiderstand d. Verzweigung 13.
 — — — bei Wechselstrom 263.
 Geschwindigkeit 111.
 Gewichte bei der Elektrolyse 29. 31.
 Glatte Wicklung 124. 131. 137.
 — — von Wechselstrommaschinen 313.
 315. 367.
 Gleichlauf s. Synchronismus.
 Gleichstrommotoren 193.
 — Drehmoment 66. 197.
 — Drehrichtung 193.
 — Drehzahl 198.
 — Leistung 199.
 — Umsteuerung 196.

- Gleichstromwicklung f. Drehstrom 307.
 Goerges 333. 364. 380.
 Grad im elektrischen Maß 228.
 Gramm 20. 110.
 Grammescher Ring 121.
 Grammkalorie 21. 112.
 Gußeisen 75. 146.
 Gußstahl 75. 146.
- Hauptstrommaschine** 144.
 — als Motor 195.
 — bei Belastung 171.
Hauptstrommotor 214.
 — Anlassen 222.
 — Drehmoment 216.
 — Drehzahl 216.
 — elektrische Bremsung 195.
 — Leistung 217.
 — Regelung 220.
 — Wirkungsgrad 217.
 Hautwirkung 279.
 v. Hefner-Alteneck 121.
 Henry 78. 116.
 Hertz 102.
 Heyland 394.
 Heylandsche Streufaktoren 388.
 Heylandsches Strombild 266. 388. 392.
 397. 402.
 Hilfspole s. Wendepole.
 Hilfszelle 182.
 Hintermotor 461.
 Hitzdrahtmeßgeräte 230.
 Hobart 159.
 Höchstwert der Spannung und Stromstärke 226.
 Hopkinson, Rückarbeitung 192.
 Hub des Elektromagneten 85.
 Hysteresis 53. 89. 188.
 Hysteresisstrom 289.
- Ilgner-Umformer** 211.
 Imaginäre Zahl 240.
 Impedanz s. Scheinwiderstand.
 Induktanz s. Induktiver Widerstand.
 Induktion, elektrische 95. 101. 117.
 — gegenseitige 79. 116.
 — magnetische 43. 50. 113.
 Induktionsfluß, elektrischer 95. 117.
 — magnetischer 43. 44. 114.
 Induktionsgesetz 58.
 Induktionslinie s. Flußröhre.
 Induktionslose Wicklung 79.
 Induktionsmotoren 359. 416, s. auch Drehstrom- und Einphasenmotoren.
 Induktionsöfen 285.
 Induktionsregler 286.
 Induktionsvorgang 42. 58. 77. 225. 242.
 Induktiver Widerstand 254.
 — — in Reihe mit Kapazität und Widerstand 258.
 — — der Wechselstrommaschine 319. 320.
 — Spannungsverbrauch 236. 249.
 Induktivität 78. 116.
 — der kurzgeschlossenen Spule 159.
 — gegenseitige 80.
 — von Leitungen 278.
 — des Drehstrommotors 389. 412.
 Induzierte Spannung 58. 60. 77. 225. 242, s. auch Erzeugte Spannung.
 Inversion 265.
 Jonen 26.
 Joule 20. 112.
 Joulesche Wärme s. Stromwärme.
 Joulesches Gesetz 21.
- Kabel, Ladestrom** 259.
Kadmiumelement 40.
 Käfiganker s. Kurzschlußläufer.
 Kalorie 21. 112.
 Kapazität 104. 117. 256.
 — einer Batterie 36.
 — einer Doppelleitung 106. 107.
 — einer Kugel 105.
 — eines Kugelkondensators 105.
 — eines Plattenkondensators 104.
 — eines Zylinderkondensators 104.
 — im Nebenschluß zu Widerstand und Selbstinduktion 261.
 — in Wechselstromkreisen 256.
 — und Widerstand in Reihe 257.
 — Widerstand und Selbstinduktion in Reihe 258.
 Kapazitätsspannung 256.
 Kapazitätsstrom 256.
 Kapazitive Belastung 322.
 Kapazitiver Widerstand 258.
 Kapp 75. 217.

- Kappsches Strombild für Transformatoren 294. 300.
 Kaskadenschaltung 381.
 Kaskadenumformer 474.
 Kathode 26.
 Kationen 27.
 Kerntransformator 283.
 Kilogramm 21. 112.
 Kilovoltampere 253.
 Kilowatt 22. 113.
 Kilowattstunde 22.
 Kirchhoffsche Regeln 10.
 — — für Wechselstrom 236.
 Klemmenspannung am Widerstand 6.
 — einer Batterie 38.
 — einer Doppelschlußmaschine 176.
 — einer fremderregten Maschine 170.
 — einer Hauptstrommaschine 171.
 — einer Nebenschlußmaschine 174.
 — einer Wechselstrommaschine 321.
 — eines Transformators 287. 298.
 Knallgas, Raumteile 31.
 Köpfe der Spulen 125.
 — der Wicklung bei Wechselstrommaschinen 305.
 Kohle, spez. Widerstand 9.
 — Temperaturkoeffizient 10.
 Kohlenbürsten 120. 159.
 Kollektor s. Stromwender.
 Kollektormotoren s. Stromwendermotoren.
 Kommutator s. Stromwender.
 Kompaß, elektrischer 101.
 Kompensation der Phasenverschiebung bei Drehstrom-Reihenschlußmotoren 458.
 — des Querfeldes bei Gleichstrommaschinen 154.
 — — bei Reihenschlußmotoren 430.
 — zur Spannungsmessung 20.
 Kompensationsapparat 20.
 Kompensationswicklung 154.
 Kompensierte Maschinen 154.
 Komplexe Zahlen 240.
 Kondensator, Feldlinien und Röhren 96.
 — Kapazität 104.
 — Ladestrom 259.
 Kopfstreuung b. Drehstrommotoren 412.
 — bei Wechselstrommaschinen 347. 410.
 Krämersche Maschine 187.
 Kraft 20. 112.
 — Elektromotorische s. Erzeugte Spannung.
 — im elektrischen Feld 94.
 — im magnetischen Feld 42. 48. 67.
 — zwischen Feld und Poleinheit 48.
 — zwischen Feld und Stromleiter 64. 65.
 — zwischen Schleife und Pol 68.
 — zwischen zwei Polen 42.
 — zwischen zwei Spulen 68.
 — zwischen zwei Stromleitern 67. 68.
 Kraftlinien s. Linien, elektrische und magnetische.
 — s. Flußröhren oder Fluß.
 Kraftübertragung 23.
 Kranmotoren 210. 392. 393.
 Kreis, magnetischer 70. 73.
 Kreisbild bei der Ersatzschaltung 266. 267.
 — beim Drehstrommotor 388. 390. 392. 397. 399. 402.
 — Aufnahme im Prüffeld 399.
 — beim Drehstrom-Reihenschlußmotor 456. 459.
 — beim Einphasenmotor 420. 423.
 — beim Reihenschlußmotor 431.
 — beim Repulsionsmotor 435.
 Kreisfrequenz 228.
 Kugel, Kapazität 105.
 Kugeldensator 97. 105.
 Kupfer, spezifischer Widerstand 9.
 — Temperaturkoeffizient 9.
 Kurze Spulen s. Sehnenwicklung.
 Kurzschluß einer Spule 78. 122. 149. 155. 161.
 Kurzschlußanker s. Kurzschlußläufer.
 Kurzschlußbremsung 195.
 Kurzschlußkurve 156.
 Kurzschlußläufer 368.
 — Drehmoment 376.
 — Erregung 371.
 Kurzschlußversuch bei der Wechselstrommaschine 320. 354.
 — beim Drehstrommotor 407.
 — beim Transformator 301.
 Labile Leerlaufkurve 187.
 la Cour 396.

- Lade- und Entladekurve 37.
 Ladung mit Einfachzellenschalter 182.
 — mit Doppelzellenschalter 183.
 — mit Zusatzmaschine 184.
 Länge 110.
 Längszug des Feldes 56.
 Läufer 304.
 Lahmeyergestell 147.
 Lamellen s. Segmente.
 Lamellierung s. Unterteilung.
 Latourmotor 438.
 Leclaucheelement 40.
 Leerlauf des Transformators 287.
 Leerlaufcharakteristik s. Leerlaufkurve.
 Leerlaufkurve der Gleichstrommaschine 165. 169.
 — der Wechselstrommaschine 319.
 Leerlaufverluste der Gleichstrommaschine 188.
 — Trennung der 190.
 — des Transformators 289. 291.
 Leerstrom des Drehstrommotors 366. 371. 375. 391. 394. 400. 401.
 — des Einphasenmotors 421.
 — des Transformators 288. 289. 293.
 Legierte Bleche 91. 284. 289. 291.
 Leistung 22. 113.
 — bei Phasenverschiebung 232.
 — bei Widerstand und Selbstinduktion in Reihe 251.
 — der Wechselstrommaschine 324.
 — des Drehstrommotors 385. 391. 400. 401.
 — des Drehstroms 274.
 — des Gleichstrommotors 199.
 — des Synchronmotors 324.
 — des Umformers 473. 474.
 — mittlere des Wechselstromes 231.
 Leistungsfaktor 233.
 — beim Doppelschlußmotor 450.
 — beim Drehstrommotor 393.
 — beim Drehstrom-Reihenschlußmotor 458.
 — beim Eichbergmotor 442.
 — beim Einphasenmotor 421.
 — beim Reihenschlußmotor 431.
 — beim Repulsionsmotor 437.
 — beim Synchronmotor 324.
 Leistungsmessung 68.
 Leistungsmessung bei Drehstrom 275.
 Leistungszeiger 68.
 — für Drehstrom 276.
 Leiter, erster und zweiter Klasse 26.
 — gerade, elektrisches Feld 97. 99.
 — — Kapazität 106.
 — — magnetisches Feld 63. 67.
 Leitfähigkeit s. Leitwert, spezifischer.
 Leitung, Induktivität 278.
 — Spannungsverlust 9.
 — — bei Drehstrom 277.
 — Verlust durch Stromwärme 23.
 — — bei Drehstrom 274.
 Leitungsparende Schaltung 182.
 Leitwert, dielektrischer 104. 105.
 — elektrischer 10.
 — — in symbolischer Form 262.
 — magnetischer 53. 72. 114.
 — — des Streufeldes 148.
 — spezifischer 10.
 Lenzsches Gesetz 65. 361.
 Leonardschaltung 210.
 Lichtgeschwindigkeit 102. 115. 117.
 Linie, magnetische 43.
 —, elektrische 96.
 Magnet 42.
 — Zugkraft des 57.
 Magneterregung 133.
 — Einfluß auf die Belastung von Gleichstrommaschinen 180. 326.
 — — auf die Stromstärke von Wechselstrommaschinen 341.
 Magnetische Achse 42.
 — Dichte s. magnetische Induktion.
 — Durchlässigkeit 51. 52. 113.
 — Energie 56. 84. 114.
 — Feldstärke 42. 113.
 — Größen, Zusammenstellung 113.
 — Kraft 42. 57.
 — Linien 43.
 — — Brechung 55.
 — — einer Schleife 62. 68.
 — — einer Spule 69.
 — — eines Poles 45.
 — — gerader Leiter 63. 65. 67.
 — — zweier Pole 46.
 — Permeabilität s. Durchlässigkeit.
 — Polstärke 113.

- Magnetische Röhren 43.
 — — des Einheitspoles 45.
 — — gerader Leiter 63. 65. 67.
 — — zweier Pole 46.
 — Spannung 47. 53. 62. 113.
 — Streuung 72.
 — Wirkung des Ankers bei Gleichstrommaschinen 128. 150. 151.
 — — — — bei Wechselstrommaschinen 347.
 Magnetischer Fluß 43. 114.
 — Kreis 70. 73.
 — Leitwert 53. 72. 114.
 — — des Streufeldes 72.
 — Widerstand 71. 114.
 Magnetisches Feld 44.
 — — einer Schleife 62. 68.
 — — einer Spule 69.
 — — eines Poles 45.
 — — Energie 56. 84. 114.
 — — gerader Leiter 63. 65. 67.
 — — Längszug und Querdruck 56.
 — — zweier Pole 46.
 — Potential 47. 48.
 Magnetisierende Kraft s. Feldstärke.
 Magnetisierungskurve 51. 75, s. auch Leerlaufkurve.
 — von Drehstrommotoren 373.
 — von Gleichstrommaschinen 165. 169.
 — von Transformatoren 289.
 — von Wechselstrommaschinen 319.
 Magnetisierungsstrom des Drehstrommotors 366. 371. 375. 394.
 — des Transformators 289.
 Magnetomotorische Kraft s. Durchflutung oder Erregung.
 Magnetkörper von Gleichstrommaschinen 146.
 — von Wechselstrommaschinen 304.
 Magnetstreuung 72. 353.
 Manganin 10.
 Manteltransformator 283.
 Mantelwicklung s. Faßwicklung.
 Maschinen für gleichbleibenden Strom 185.
 Masse 110.
 Maß, absolutes 110.
 Maxwell, Beziehung zwischen Licht und Elektrizität 102.
 Maxwell, Einheit des magnetischen Flusses 43. 144.
 Mechanische Größen, Zusammenstellung 111.
 Mehrfach geschlossene Wicklung 123. 134.
 Mehrlochwicklung 315.
 Mehrphasenströme 268.
 Mehrpolige Wicklung 129. 133. 228.
 Mehrteiliger Stromwender 121.
 Meßgeräte 6. 68.
 — für Wechselstrom 230.
 Meßleitung, Einfluß auf Spannung 280.
 Metalle, elektrochemisches Verhalten 27.
 Meter 110.
 Meterkilogramm 21. 112.
 Mikroculomb 115.
 Mikrofarad 104. 118.
 Mittelwert, elektrolytischer 229.
 — quadratischer 229.
 Mittl. Leistung d. Wechselstroms 231.
 — Stromstärke 229.
 Molekularmagnetismus 52.
 Mordey-Verbindungen s. Ausgleichverbinder.
 Motor, Wirkungsweise 66.
 Multiplikation, symbolische 240. 255.
 Nebenschaltung von Elementen 15.
 — von Gleichstromwiderständen 13.
 — von Wechselstrommaschinen 316.
 — von Wechselstromwiderständen 260.
 Nebenschlußmaschine 145. 172.
 — als Motor 195.
 — bei Belastung 173.
 — Wirkungsgrad 188.
 Nebenschlußmotor 200.
 — Anlassen 203.
 — Drehmoment 202.
 — Drehzahl 202.
 — Regelung 203.
 — Wirkungsgrad 201.
 Negative Phasenverschiebung 322.
 Netzspannung bei Drehstrom 271.
 Netzstrom bei Drehstrom 271.
 Neusilber s. Nickelin.
 Neutrale Zone 122. 150.
 Neutraler Leiter s. Nulleiter.

- Nichtmetalle, elektrochemisches Verhalten 27.
 — Nickelin, spezifischer Widerstand 9.
 — Temperaturkoeffizient 10.
 Niveauflächen, elektrische 101.
 — magnetische 48. 49.
 Niveaunterschied, elektrischer 3, s. auch Spannung.
 Nulleiter 25. 162.
 — bei Drehstrom 273.
 Nullpunkte, Spannung zwischen den 281.
 Nutenanker 124. 130. 135.
 Nutenform, Einfluß auf Streuung 409.
 Nutenstreuung 347. 410.
 Nutenwicklung 124. 130. 135.
 Nutenzahl d. Wechselstrommaschine 305.
 — des Drehstrommotors 409.
 — — — Einfluß auf Anzugsmoment 380.
- Öltransformatoren** 284.
Ohm, Einheit 5. 116.
Ohmsche Spannung 236. 249.
Ohmsches Gesetz für elektrischen Fluß 103. 104.
 — — für Gleichstrom 4. 116.
 — — für magnetischen Fluß 53. 71.
 — — für Wechselstrom 249. 258.
Ossanna 395.
- Pacinottischer Anker** 121.
Papierisolation 166.
Parallel s. Nebeneinander.
Parallelbetrieb 316. 329. 333.
Parallelogramm zur Addition von Strahlen 235.
Parallelschalten s. Einschalten.
Pendeln v. Wechselstrommaschinen 333.
Periode des Wechselstromes 225.
Periodenzahl, beim Reihenschlußmotor 432.
 — Einfluß auf Streuung 410.
Permanente Magnete s. Dauermagnete.
Permeabilität s. Durchlässigkeit.
Petersen 396. 399. 401.
Pferdestärke 22. 113.
Phase 227. 239. 255. 262.
 — der Kapazitätsspannung 256.
 — d. Selbstinduktionsspannung 237. 243.
- Phase des Drehstroms s. Zweige.**
 — des induktiven Spannungsverbrauchs 236.
 — des Kapazitätsstromes 256.
 — des Läuferstromes beim Drehstrommotor 376. 383.
 — des Ohmschen Spannungsverbrauchs 236.
- Phasenanker s. Phasenläufer.**
Phasenläufer 371. 376. 379.
Phasenlampen 318.
Phasenregelung durch übererregte Motoren 263.
Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung 231. 248.
 — Aufhebung der 263.
 — negative 321.
- Phasenwinkel** 254.
Pichelmayer 396.
Piranimaschine 179.
Planteverfahren 35.
Plattenkondensator 96. 104.
Polarisation 31.
Polbreite, Einfluß auf Spannung 311.
Polbüchse 160.
Pole, magnetische 42.
Poleinheit 43. 113.
Polstärke 113.
Polumschaltung 381.
Polstärke 113.
Polwechsel 225.
Polzahl, Einfluß auf Streuung 410.
Positive Stromrichtung in Schaltbildern 271. 446.
- Potential, elektrisches** 23. 100.
 — — auf Leitern 101.
 — magnetisches 47. 48.
Potentialdifferenz s. Spannung.
Potiersches Dreieck 355.
Pufferbatterie 179.
Pufferung durch Schwungrad 211.
- Quadratischer Mittelwert** 229.
Quellenfreies Feld 45.
Querdruck des elektrischen Feldes 109.
 — des magnetischen Feldes 56. 96.
Querfeld bei Gleichstrommaschinen 152.
 — bei Wechselstrommaschinen 352.

- Radiusvektor** s. Strahl.
Reaktanz s. Blindwiderstand.
Regelmaschinen 210. 461.
Regelung d. Spannung b. Maschinen 174.
 — — — selbsttätige nach Tirrill 342.
 — — — — nach Danielson 345.
 — — — — bei Umformern 466.
 — von Drehstrommotoren 381.
 — — — durch Kaskadenschaltung 381.
 — — — durch Polumschaltung 381.
 — — — durch Regelmaschinen 461.
 — — — durch Widerstand 381. 392.
 — von Drehstrom-Reihenschlußmotoren 458.
 — von Gleichstrommotoren 204. 220.
 — — — durch Feldänderung 206. 220.
 — — — durch Reihen-Nebenschaltung 222.
 — — — durch Steuermaschinen 210.
 — — — durch Widerstände 204. 220.
 — — — nach Sprague 221.
 — von Reihenschlußmotoren 425.
Regulieranlasser 204. 381.
Reibung, magnetische 53.
Reibungselektrizität 1.
Reibungsverluste 188.
Reihen-Nebenschaltung 222.
Reihenschaltung von Elementen 15.
 — von Kapazität und Widerstand 257.
 — von Widerstand und Selbstinduktion 247.
 — von Widerstand, Selbstinduktion und Kapazität 258.
Reihentransformator 295.
Remanent s. Zurückbleibend.
Repulsionsmotor 426. 433.
Resonanz 260. 263.
 — beim Pendeln 336.
Richtung der Feldstärke 48.
 — der gegenseitigen Induktion 81.
 — der Induktion 43.
 — der magnetischen Kraft eines Stromes 63.
 — der Spannung 58. 60.
 — der Spannung der Selbstinduktion 77.
Ring mit Spiralwicklung 121. 129.
 — mit Wellenwicklung 133.
Röhren, magnetische 43.
 — — des Einheitspoles 45.
Röhren, magnetische, gerader Leiter 63. 65. 67.
 — — zweier Pole 46.
Röhrenkondensator s. Zylinderkondensator.
Röhrenwicklung 284. 297.
Rosenberg 333.
Rosenbergmaschine 185.
Rotierend s. Umlaufend.
Rotierender Umformer s. Einankerformer.
Rotor s. Läufer.
Rowland 115.
Rückarbeitung 192.
Rückwirkung s. Ankerrückwirkung.
Rüdenberg 451.
Sättigung 51.
Säuren 27. 28.
Salze 28.
Schablonenwicklung 124.
Schaltung von Elementen 15.
Schaltzellen 181. 184.
Scheibenwicklung 284. 297.
Scheinleistung 252.
Scheinleitwert 262.
Scheinwerfermaschine 187.
Scheinwiderstand 254. 259.
 — symbolisch 254.
Schenkel 458.
Schleife, magnetisches Feld 62. 68.
 — Stromverteilung 14.
 — Widerstand 13.
Schleifenwicklung 129.
Schlüpfung 362. 380. 385. 391. 401. 403.
 — größer als Eins 392.
Schmiedeisen 75.
Schnellregler 342.
Schutzschalter 303.
Schweißmaschine 187.
Schwimmerregel, Amperesche 63.
 — Faradaysche 60.
Schwingungszeit d. Antriebsmaschine 333.
 — der Wechselstrommaschine 336.
Schwungmassen, Einfluß auf Pendeln 336.
Schwungmoment 334.
Schwungrad nach Ilgner 211.

- Scineffect s. Hautwirkung.
 Scottsche Schaltung 285.
 Sehnenwicklung 124. 126.
 Sekunde 110.
 Selbsterregung 143. 145. 146.
 Selbstinduktion 77. 242.
 — der kurzgeschlossenen Spule 78. 159.
 — der Wechselstrommaschine 319. 347.
 — des Transformators 287.
 — durch Streuung im Transformator 297.
 — Effektivwert der Spannung 242.
 — Einfluß auf Pendeln 333.
 — — auf V-Kurve 342.
 — Phase der Spannung 243.
 — Richtung der Spannung 77.
 — und Widerstand in Reihe 247. 251.
 — Widerstand und Kapazität in Reihe 258.
 Selbstinduktivität s. Induktivität.
 Selbstinduktionskoeffizient s. Induktivität.
 Selbsttätige Spannungsregelung 342. 345.
 Sengelsche Spannungsteilung 164.
 Serien s. Reihen.
 Siedepunkterhöhung 27.
 Siemens, Doppel-T-Anker 119.
 — Erfindung der Dynamomaschine 143.
 — Ohmsches Gesetz für elektrischen Fluß 103.
 Siemens, Einheit d. el. Leitwertes 10.
 Siemensgestell 147. 148.
 Siliziumhaltige Bleche 91.
 Sinuskurve 225.
 Spannung des Wechselstromes, Effektivwert 229.
 — — — Zeitwert 226.
 — der Bewegung 59. 225.
 — der gegenseitigen Induktion 77.
 — der Gleichstrommaschine 128. 132. 141.
 — der Induktion 58. 60. 77. 225.
 — der Polarisation 31.
 — der Ruhe 228.
 — der Selbstinduktion 77. 237. 242.
 — der Wechselstrommaschine 310.
 — des Akkumulators 37.
 — des Wechselstromes 225.
 — durch Änderung des Flusses 58. 228.
 Spannung, elektrische 1. 3. 23. 100. 114.
 — erzeugte 2. 58. 60. 77.
 — im Doppelschlußmotor 447.
 — im Drehstrommotor 363.
 — im Eichbergmotor 440.
 — im Einphasenmotor 423.
 — im Reihenschlußmotor 430.
 — im Repulsionsmotor 435.
 — im Transformator 287. 298.
 — induzierte 58. 60. 77. 225.
 — magnetische 47. 53. 62. 113.
 Spannungsabfall im Transformator 295.
 — in der Wechselstrommaschine 251. 320. 322.
 — in Drehstromleitungen 277.
 Spannungsbild der Wechselstrommaschine 319. 321. 324. 350.
 — des Wechselstrommotors 321. 324. 352.
 Spannungserhöhung beim Abschalten von Wechselstrommaschinen 356.
 Spannungsgefälle, elektrisches 101.
 — magnetisches 51.
 Spannungsmessung 3. 19.
 Spannungsregelung 174.
 — bei Motoren 203. 204. 220.
 — bei Umformern 469.
 — durch Induktionsregler 287.
 — selbsttätige, nach Danielson 345.
 — — nach Tirrill 342.
 Spannungsresonanz 260.
 Spannungsteilung 24. 162.
 Spannungsverbrauch 9.
 — in Drehstromleitungen 277.
 — in Transformatoren 295.
 — in Wechselstrommaschinen 320.
 — induktiver 249.
 — kapazitiver 257.
 — Ohmscher 249.
 Spannungsverlust s. Spannungsverbrauch.
 Spannungszeiger 6. 68.
 Spartransformator 284.
 Spezifischer Leitwert 10.
 — Widerstand 8.
 Spiegelung 100. 107.
 Spragueschaltung 221.
 Spule, magnetisches Feld 69.
 Spulenköpfe 125.

- Spulenseite bei Gleichstrom 124.
 — bei Drehstrom 315. 371. 377.
 Spulenweite 124. 134.
 Spulenwicklung 305.
 Stabwicklung 305.
 Stahlmagnet 41. 52.
 Ständer 304.
 Statische Charakteristik s. Leerlaufkurve.
 Statische Elektrizität 115.
 Stator s. Ständer und Anker.
 Stehr 396.
 Steinmetzscher Hysteresiskoeffizient 90.
 Stern Doppelsternschaltung 285.
 Sternschaltung 272.
 — beim Transformator 285.
 Steuerdynamo 211.
 Steuermaschine 211.
 Steuermotor 211.
 Stirnstreuung b. Drehstrommotoren 410.
 — bei Wechselstrommaschinen 347.
 Stirnverbindungen s. Wicklungsköpfe.
 Strahlen 233.
 Streufaktor bei Drehstrommotoren 388. 407.
 Streufluß 72.
 Streuinduktion 296. 354.
 Streuung 72.
 — der Drosselspule 243.
 — der Feldmagnete 72. 147. 353. 355.
 — — — Einfluß auf Erregung 353. 355.
 — des Ankers von Wechselstrommaschinen 347. 354.
 — des Drehstrommotors 387.
 — des Transformators 296.
 Streuungsloser Drehstrommotor 382.
 Strom, elektrischer 1.
 Stromdichte 2.
 — unter der Bürste 156.
 Stromkurve beim Ein- und Ausschalten 82.
 — der kurzgeschlossenen Spule 156.
 — des Wechselstromes 225. 229.
 Strommessung 2. 19.
 Stromresonanz 263.
 Stromstärke 2. 115.
 — des Wechselstromes 225. 229.
 — — — Effektivwert 229.
 — — — Mittelwert 229.
 Stromtransformator 283. 295.
 Stromverteilung in der Schleife 14.
 Stromwärme 23.
 — in Leitungen 23. 276.
 — in Maschinen 189.
 Stromwender 119. 121.
 Stromwendung 78. 151. 154. 158.
 Stromzeiger, Eichung 7.
 — Ausführung und Schaltung 6. 68.
 — für Wechselstrom 230.
 Swinburnesche Drosselspulen 246.
 Symbolische Form des Ohmschen Gesetzes 255. 262.
 — — des Widerstandes 254.
 — — — — einer Verzweigung 263.
 Synchron umlaufende Ströme 259. 361. 383. 386. 389.
 Synchronisierende Kraft 329. 333.
 Synchronisierung 318.
 Synchronisierungsstrom 331.
 Synchronismus 316. 327. 328. 330.
 Synchronmaschinen 304, s. Wechselstrommaschinen.
 Synchronmotoren 316.
 — als Phasenregler 263. 322.
 — Anlassen 317.
 — bei Änderung der Belastung 328.
 — — — der Erregung 341.
 — Spannungsbild 323.
 Tangentengesetz für Feldlinien 55.
 Temperaturbestimmung der Magnetspulen 9.
 Temperaturkoeffizient 9.
 Thomsonsche Doppelbrücke 18.
 Tirrillregler 342.
 Tourenzahl s. Drehzahl.
 Trägheitsmoment beim Parallelbetrieb 334.
 Tragkraft s. Zugkraft.
 Transformator 283.
 — bei Belastung 292.
 — bei Kurzschluß 297. 301.
 — bei Leerlauf 287.
 — Einschaltvorgang 302.
 — Eisenverluste 289.
 — Ersatzschaltung 264.
 — Flüsse 287. 293. 296.
 — Hysteresisstrom 289. 290.

Druck von Breitkopf & Härtel in Leipzig.

Verlag von Julius Springer in Berlin W 9

Die wissenschaftlichen Grundlagen der Elektrotechnik.

Von Professor Dr. **Gustav Benischke** (Berlin). Vierte Auflage.
In Vorbereitung.

***Theorie der Wechselströme.** Von Dr.-Ing. **Alfred Fraenkel**.

Mit 198 Textfiguren. Preis gebunden M. 10.—

Elektrische Starkstromanlagen. Maschinen, Apparate, Schal-

tungen, Betrieb. Kurzgefaßtes Hilfsbuch für Ingenieure und Techniker,
sowie zum Gebrauch an technischen Lehranstalten von Dipl.-Ing. **Emil
Kosack**, Oberlehrer an den Kgl. Vereinigten Maschinenbauschulen zu
Magdeburg. Dritte, durchgesehene Auflage. Mit 290 Textfiguren.

Preis gebunden M. 8.—

Kurzer Leitfaden der Elektrotechnik für Unterricht und

Praxis in allgemein verständlicher Darstellung von Ingenieur **Rudolf
Krause**. Dritte, verbesserte Auflage, herausgegeben von Professor
H. Vieweger. Mit 349 Textfiguren. Preis gebunden M. 8.—

***Gesammelte Elektrotechnische Arbeiten.** (1897—1912)

Von Dr. **F. Eichberg**. Mit 415 Textfiguren und 1 Tafel.

Preis M. 16.—, gebunden M. 17.—

***Angewandte Elektrizitätslehre.** Ein Leitfaden für das elek-

trische und elektrotechnische Praktikum von Professor Dr. **Paul Evers-
heim**, Privatdozent für angewandte Physik an der Universität Bonn.
Mit 215 Textfiguren. Preis M. 8.—, gebunden M. 9.—

***Arbeiten aus dem Elektrotechnischen Institut der
Großherzoglichen Technischen Hochschule Fridericia-
niana zu Karlsruhe.** Herausgegeben von Dr.-Ing. **E. Arnold**,

Direktor des Instituts.

*Erster Band. 1908—1909. Mit 260 Textfiguren. Preis M. 10.—.

*Zweiter Band. 1910—1911. Mit 284 Textfiguren. Preis M. 10.—.

***Die Geometrie der Gleichstrommaschine.** Von **Otto**

Grotian. Mit 102 Textfiguren. Preis M. 6.—, gebunden M. 7.40.

* **Tenerungszuschlag** für die vor dem 1. Juli 1917 erschienenen Bücher:
auf geheftete 20%, auf gebundene 30%

Die Wechselstromtechnik. Herausgegeben von Professor Dr - Ing.
E. Arnold (Karlsruhe). In fünf Bänden.

Erster Band: **Theorie der Wechselströme** von **J. L. la Cour** und
O. S. Bragstadt. Dritte, vollständig umgearb. Aufl. In Vorbereitung.

Zweiter Band: **Die Transformatoren.** Ihre Theorie, Konstruktion,
Berechnung und Arbeitsweise. Von **E. Arnold** und **J. L. la Cour**.
Dritte, vollständig umgearbeitete Auflage. In Vorbereitung.

*Dritter Band: **Die Wicklungen der Wechselstrommaschinen.**
Von **E. Arnold**. Zweite, vollständig umgearbeitete Auflage. Mit
463 Textfiguren und 5 Tafeln. Preis gebunden M. 13.—.

*Vierter Band: **Die synchronen Wechselstrommaschinen.** Genera-
toren, Motoren und Umformer. Ihre Theorie, Konstruktion, Berech-
nung und Arbeitsweise. Von **E. Arnold** und **J. L. la Cour**. Zweite,
vollständig umgearbeitete Auflage. Mit 530 Textfiguren und 18 Tafeln
Preis gebunden M. 22.—.

*Fünfter Band: **Die asynchronen Wechselstrommaschinen.**

*1. Teil: **Die Induktionsmaschinen.** Ihre Theorie, Berechnung,
Konstruktion und Arbeitsweise. Von **E. Arnold**, **J. L. la Cour**
und **A. Fraenckel**. Mit 307 Textabbildungen und 10 Tafeln.
Preis gebunden M. 18.—.

*2. Teil: **Die Wechselstrom-Kommutatormaschinen.** Ihre Theorie,
Berechnung, Konstruktion und Arbeitsweise. Von **E. Arnold**,
J. L. la Cour und **A. Fraenckel**. Mit 400 Textfiguren, 8 Tafeln
und dem Bildnis E. Arnolds. Preis gebunden M. 20.—.

Die Gleichstrommaschine. Ihre Theorie, Untersuchung, Kon-
struktion, Berechnung und Arbeitsweise. Von **E. Arnold**, o. Professor
und Direktor des Elektrotechnischen Instituts an der Großherzoglichen
Technischen Hochschule Fridericiana in Karlsruhe.

Erster Band: Theorie und Untersuchung. Dritte Aufl. In Vorbereitung.

Zweiter Band: Konstruktion, Berechnung und Arbeitsweise. Dritte
Auflage. In Vorbereitung.

***Wechselstromtechnik.** Von Dr. **G. Roessler**, Professor an der
Kgl. Technischen Hochschule zu Danzig. Zweite Auflage von »Elektro-
motoren für Wechselstrom und Drehstrom«. I. Teil. Mit 185 Text-
figuren. Preis gebunden M. 9.—.

***Elektromotoren für Gleichstrom.** Von Dr. **G. Roessler**.
Zweite, verbesserte Auflage. Mit 49 Textfiguren. Preis geb. M. 4.—.

***Die Fernleitung von Wechselströmen.** Von Dr. **G. Roessler**.
Mit 60 Textfiguren. Preis gebunden M. 7.—.

* Teuerungszuschlag für die vor dem 1. Juli 1917 erschienenen Bücher:
auf geheftete 20%, auf gebundene 30%

***Bau großer Elektrizitätswerke.** Von Prof. Dr. G. Klingenberg.
Erster Band: **Richtlinien, Wirtschaftlichkeits-Rechnungen und
Anwendungsbeispiele.** Mit 180 Textabbildungen und 7 Tafeln.
Preis gebunden M. 12.—.

Zweiter Band: **Verteilung elektrischer Arbeit über große Gebiete.**
Mit 205 Textfiguren. Preis gebunden M. 9.—.

***Bedienung und Schaltung von Dynamos und Motoren,**
sowie für kleine Anlagen ohne und mit Akkumulatoren. Von Ingenieur
Rudolf Krause. Mit 150 Textfiguren. Preis gebunden M. 3.60.

***Anlasser und Regler für elektrische Motoren und
Generatoren.** Theorie, Konstruktion, Schaltung. Von Ingenieur
Rudolf Krause. Dritte Auflage. In Vorbereitung.

***Grundzüge des Überspannungsschutzes in Theorie
und Praxis.** Von Professor Dr.-Ing. **Karl Kuhlmann,** Zürich.
Mit 47 Textfiguren. Preis M. 2.—.

***Die wirtschaftlich günstigste Spannung für Fern-
übertragungen mittelst Freileitungen** mit besonderer
Berücksichtigung der Glimmverluste. Von Dipl.-Ing. Dr. **Helmuth
Eimer.** Mit 47 Textfiguren. Preis M. 3.60.

***Elektrotechnische Meßkunde.** Von Dr.-Ing. **P. B. Arthur
Linker.** Dritte Auflage. In Vorbereitung.

***Messungen an elektrischen Maschinen.** Apparate, Instru-
mente, Methoden, Schaltungen. Von Ingenieur **Rudolf Krause.**
Dritte, verbesserte und vermehrte Auflage. Mit 207 Textfiguren.
Preis gebunden M. 5.40.

***Isolationsmessungen und Fehlerbestimmungen an
elektrischen Starkstromleitungen.** Von **F. Charles
Raphael.** Autorisierte deutsche Bearbeitung von Dr. Richard Apt.
Zweite, verbesserte Auflage. Mit 122 Textfiguren. Preis geb. M. 6.—.

***Die Isolierung elektrischer Maschinen.** Von **H. W. Turner
und H. M. Hobart.** Deutsche Bearbeitung von A. von Königslöw
und R. Krause, Ingenieure. Mit 166 Textfiguren. Preis geb. M. 8.—.

***Das elektrische Kabel.** Eine Darstellung der Grundlagen für
Fabrikation, Verlegung und Betrieb. Von Ingenieur Dr. phil. **C. Baur.**
Zweite, umgearbeitete Auflage. Mit 91 Textfig. Preis geb. M. 12.—.

* **Teuerungszuschlag für die vor dem 1. Juli 1917 erschienenen Bücher:**
auf geheftete 20 %, auf gebundene 30 %.

Herstellen und Instandhalten elektrischer Licht- und Kraftanlagen. Ein Leitfaden auch für Nicht-Techniker unter Mitwirkung von Gottlob Lux und Dr. C. Michalke verfaßt und herausgegeben von **S. Frhr. v. Gaisberg**. Achte, umgearbeitete und erweiterte Auflage. In Vorbereitung.

***Elektrotechnische Winke für Architekten und Hausbesitzer.** Von Dr.-Ing. **L. Bloch** und **R. Zaudy**. Mit 99 in den Text gedruckten Figuren. Preis gebunden M. 2.80.

***Handbuch der elektrischen Beleuchtung.** Von **Josef Herzog** und **Clarence Feldmann**. Dritte, vollständig umgearbeitete Auflage. Mit 707 Textfiguren. Preis gebunden M. 20.—.

***Grundzüge der Beleuchtungstechnik.** Von Dr.-Ing. **L. Bloch**, Ingenieur. Mit 41 Textfiguren. Preis M. 4.—, gebunden M. 5.—.

***Ratgeber für Besteller und Besitzer elektrischer Lichtenanlagen.** Von **Curt Fistl**. Mit 38 Abbild. Preis M. 1.—.

***Der elektrische Landwirt.** Ein Merkbüchlein in Frage und Antwort. Von Dipl.-Ing. **A. Vietze**, Oberingenieur in Halle a. S. 31.—40. Tausend Preis 40 Pf.
Bei Abnahme von mindestens 50 Exemplaren 36 Pf., bei 100 Exemplaren 34 Pf., bei 500 Exemplaren 32 Pf., bei 1000 Exemplaren 30 Pf.

Der Verkauf elektrischer Arbeit. Zweite, umgearbeitete und vermehrte Auflage von „**Die Preisstellung beim Verkauf elektrischer Energie**“. Von Dr.-Ing. **G. Siegel**. Mit 27 Abbildungen. Preis M. 16.—, gebunden M. 19.—.

***Die Rückstellungen bei Elektrizitätswerken und Straßenbahnen.** Ein Lehrbuch aus der Praxis für Betriebsverwaltungen, Ingenieure, Kaufleute und Studierende. Von Dr. **Robert Haas**, Ingenieur. Mit einem Vorwort von Dr. **Julius Frey**. Preis M. 5.—, gebunden M. 6.—.

Die Telegraphentechnik. Ein Leitfaden für Post- und Telegraphenbeamte von Dr. **Karl Strecker**, Geh. Oberpostrat u. Professor. Sechste, neu bearbeitete und vermehrte Auflage. Mit 535 Textfiguren und 1 Tafel. Preis M. 10.—, gebunden M. 11.60.

***Telephon- und Signalanlagen.** Ein praktischer Leitfaden für die Errichtung elektrischer Fernmelde-(Schwachstrom-)Anlagen. Herausgegeben von **Carl Beckmann**, Oberingenieur. Zweite Auflage. In Vorbereitung.

* **Teuerungszuschlag** für die vor dem 1. Juli 1917 erschienenen Bücher: auf geheftete 20%, auf gebundene 30%