

# ERGEBNISSE DER EXAKTEN NATURWISSENSCHAFTEN

HERAUSGEGEBEN VON DER  
SCHRIFTFÜHRUNG DER „NATURWISSENSCHAFTEN“

DREIZEHNTER BAND

MIT 205 ABBILDUNGEN



BERLIN  
VERLAG VON JULIUS SPRINGER  
1934

ALLE RECHTE, INSBESONDERE DAS DER ÜBERSETZUNG  
IN FREMDE SPRACHEN, VORBEHALTEN.  
COPYRIGHT 1934 BY JULIUS SPRINGER IN BERLIN.  
PRINTED IN GERMANY.

## Inhaltsverzeichnis.

	Seite
<b>Fleischmann, Dr. R. und Bothe, Professor Dr. W., Heidelberg.</b> Künstliche Kern- $\gamma$ -Strahlen, Neutronen, Positronen . . . . .	1
<b>Kirchner, Professor Dr. F., Leipzig.</b> Elementumwandlung durch schnelle Wasserstoffkerne . . . . .	57
<b>Steinke, Privatdozent Dr. E. G., Königsberg i. Pr.</b> Die kosmische Ultrastrahlung . . . . .	89
<b>Suhrmann, Professor Dr. R., Breslau.</b> Über den äußeren Photoeffekt an adsorbierten Schichten . . .	148
<b>Gudden, Professor Dr. B., Erlangen.</b> Elektrische Leitfähigkeit elektronischer Halbleiter . . . . .	223
<b>Frerichs, Dr. R., Charlottenburg.</b> Das Wasserstoffisotop . . . . .	257
<b>Geiringer, Dr. Hilda, Brüssel und Prager, Professor Dr. W., Istanbul.</b> Mechanik isotroper Körper im plastischen Zustand . . . . .	310
<b>Inhalt der Bände I—XIII.</b>	
I. Namenverzeichnis . . . . .	364
II. Sachverzeichnis . . . . .	368

# Künstliche Kern- $\gamma$ -Strahlen, Neutronen, Positronen.

Von R. FLEISCHMANN und W. BOTHE, Heidelberg.

Mit 25 Abbildungen.

## Inhaltsverzeichnis.

	Seite
Vorbemerkungen . . . . .	2
A. Künstliche $\gamma$ -Strahlung . . . . .	2
1. $\gamma$ -strahlende Elemente; Ausbeuten . . . . .	2
2. Abhängigkeit der Ausbeute von der $\alpha$ -Reichweite (Anregungs- funktion) . . . . .	4
3. Quantenenergie. . . . .	5
a) Aus der Absorbierbarkeit. . . . .	5
b) Aus der Elektronenabsorption. . . . .	5
c) Aus der magnetischen Krümmung der Elektronenbahnen .	6
4. Abhängigkeit der Härte von der $\alpha$ -Strahlenergie; Richtungs- verteilung . . . . .	6
5. Entstehung der $\gamma$ -Strahlen . . . . .	7
B. Das Neutron . . . . .	8
6. Auftreten des Neutrons . . . . .	8
7. Nachweismethoden für Neutronen . . . . .	10
8. Energie und runde Masse des Neutrons. . . . .	11
9. Neutronengeschwindigkeit in Abhängigkeit von der $\alpha$ -Energie, Richtungsverteilung. . . . .	12
10. Abhängigkeit der Neutronenausbeute von der $\alpha$ -Energie (An- regungsfunktion) . . . . .	13
11. $\gamma$ -Strahl- und Neutronenenergie der verschiedenen Elemente .	15
Beryllium . . . . .	15
Bor . . . . .	17
Lithium . . . . .	17
Übrige Elemente . . . . .	18
12. Genaue Masse des Neutrons . . . . .	19
13. Ionisierungsvermögen . . . . .	21
14. Absorption der Neutronen . . . . .	21
15. Streuung der Neutronen. . . . .	23
16. Radius (Wirkungsquerschnitt) des Neutrons. . . . .	24
17. Richtungs- und Energieverteilung der Rückstoßkerne (elastischer Stoß) . . . . .	25
18. Kernumwandlung durch Neutronen (unelastischer Stoß) . . . .	26
C. Das Positron . . . . .	30
19. Existenz des Positrons . . . . .	30
20. Ladung und Masse des Positrons . . . . .	31
a) Aus der Ionisierung . . . . .	31
b) Aus Reichweite und Krümmung . . . . .	31
21. Elektronenzwillinge, Einzelpositronen . . . . .	32
22. Absorption der Positronen in Materie . . . . .	36
23. $\gamma$ -Strahlerzeugung durch Positronen, Vernichtungsstrahlung. .	37

	Seite
D. Künstliche Radioaktivität . . . . .	40
24. Künstliche Radioaktivität durch $\alpha$ -Strahlen . . . . .	41
25. Umwandlungsgleichungen, chemischer Nachweis . . . . .	43
26. Erzeugung durch Protonen und Deutonen . . . . .	44
27. Erzeugung künstlicher Radioaktivität durch Neutronen . . . . .	48
28. Die radioaktiven Isotope . . . . .	50
Literaturverzeichnis . . . . .	51

**Vorbemerkungen.** Das Gebiet der Kernumwandlungen mit Hilfe radioaktiver Strahlungen hat sich in den letzten Jahren in so ungeahnter Weise ausgedehnt und verzweigt, daß es nicht möglich ist, über alle Fortschritte in *einem* Artikel von erträglichem Umfang zu berichten. Unter die obige Überschrift fallen die grundsätzlich wichtigsten, welche hier im Zusammenhang dargestellt werden sollen. Auf die theoretische Seite der Dinge kann dabei nur gelegentlich kurz hingewiesen werden. Auch die mit künstlich erzeugten Strahlungen bewirkten Umwandlungen werden nur soweit berücksichtigt, wie der Zusammenhang es erfordert. Bezeichnungen:  ${}_5\text{B}^{10}$  bedeutet das Isotop des 5. Elementes (Bor) vom runden Atomgewicht 10;  ${}_0\text{n}^1$  bedeutet das Neutron,  $-e$  das Elektron,  $+e$  das Positron,  $\gamma$  ein  $\gamma$ -Quant.

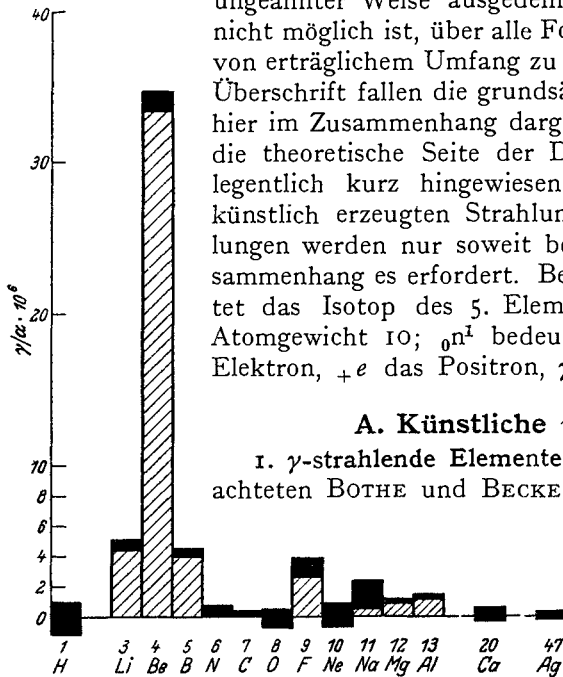


Abb. 1.  $\gamma$ -Strahlausbeute bei  $\alpha$ -Bestrahlung. (Die Symbole N und C sind zu vertauschen.)

### A. Künstliche $\gamma$ -Strahlung.

1.  $\gamma$ -strahlende Elemente, Ausbeuten. 1930 beobachteten BOTHE und BECKER (6) das Auftreten einer harten  $\gamma$ -Strahlung beim Beschießen leichter Elemente mit  $\alpha$ -Teilchen.

Die  $\gamma$ -Strahlung wurde mit einem Spitzenzähler nachgewiesen, über dem das Präparat und die bestrahlte Schicht

angeordnet wurden. Als  $\alpha$ -Strahler diente ein Poloniumpräparat ( $\alpha$ -Reichweite 3,9 cm), dessen eigene sehr schwache  $\gamma$ -Strahlung bei den Messungen zu berücksichtigen war. Das Auftreten der Kern- $\gamma$ -Strahlung konnte bei einer ganzen Reihe von leichten Elementen beobachtet werden.

Die Abschätzung der Ausbeute, d. h. des Zahlenverhältnisses der entstehenden  $\gamma$ -Quanten zu den auftreffenden  $\alpha$ -Teilchen geschah durch Vergleich mit einem schwachen Ra-Präparat, von dem ungefähr bekannt war, wieviel  $\gamma$ -Quanten es in der Zeiteinheit aussandte. Die Abhängigkeit der Ausbeute von der Substanz ist aus Abb. 1 zu erkennen. In ihr sind die Ausbeuten als weiße Rechtecke, die doppelten

statistischen mittleren Fehler als schwarze Balken eingetragen. Der Unterschied in der Meßgenauigkeit rührt vor allem daher, daß verschiedene der Stoffe nur in Form von Verbindungen untersucht werden konnten. Ein Effekt wird nur dann als ganz gesichert angesehen, wenn er den 3fachen Betrag des mittleren statistischen Fehlers überschreitet. Abweichungen um mehr als diesen Betrag infolge zufälliger statistischer Schwankung kommen nach der GAUSSSchen Fehlerfunktion nur mit einer Häufigkeit von weniger als 0,0027 vor.

Ähnliche Versuche wurden von WEBSTER (43) ausgeführt, er arbeitete meist mit einer Hochdruckionisationskammer als Nachweisinstrument. Durch seine Versuche wurde auch bei Na das Vorhandensein einer Strahlung sichergestellt. Die Ausbeute von Be stimmt mit  $31 \pm 0,4 \cdot 10^{-6}$  sehr gut mit der von BOTHE und BECKER gefundenen überein. Bei Li findet WEBSTER einen höheren, bei B einen kleineren Wert. Seine Anordnung spricht jedoch gleichzeitig auf  $\gamma$ -Strahlen und Neutronen an (vgl. Ziff. 7).

Von E. KARA-MICHAILOVA (155) wurde nach künstlicher Kern- $\gamma$ -Strahlung unter Beschießung mit Po- $\alpha$ -Teilchen bei über 30 verschiedenen Elementen mit Hilfe eines Zählrohrs gesucht. Bei Be, B, F, Na, Mg, Al ergab sich  $\gamma$ -Strahlung von verschiedener Intensität in guter Übereinstimmung mit den Ergebnissen von BOTHE und BECKER, nur wurde außerdem noch bei N eine sehr schwache Strahlung gefunden. Sie ist unabhängig auch von SABEL festgestellt worden [CURIE und JOLIOT (75)]. Daß es sich bei diesen Strahlungen mindestens zum Teil um  $\gamma$ -Strahlen handelt (neben der außerdem vorhandenen Neutronenstrahlung), zeigten Koinzidenzversuche, durch welche die Sekundärelektronen nach ihrem Durchdringungsvermögen identifiziert werden konnten (7a, 7; 15, 16, 40). In der Nebelkammer wurden diese Elektronen beobachtet von AUGER (12) und CURIE und JOLIOT (72).

Ein weiterer Weg zur Erzeugung von Kern- $\gamma$ -Strahlung ist die Beschießung mit Protonen und Deutonen (Kanalstrahlen des Isotops H<sup>2</sup>). Diesbezügliche Versuche wurden ausgeführt von LAURITSEN und CRANE und ergaben das Vorhandensein einer  $\gamma$ -Strahlung bei Beschießung von LiF mit Protonen (132). Die Absorbierbarkeit erwies sich als etwa ebenso groß wie diejenige der Strahlung eines Ra-Präparats nach Vorfiltrierung mit 2 cm Pb. Die Intensität entsprach bei Kanalstrahlen von 20  $\mu$ A Stromstärke und 600 ekV Energie etwa der von 0,1 mg Ra. Li mit Deutonen beschossen gibt keine  $\gamma$ -Strahlung (137).

RAUSCH VON TRAUBENBERG, ECKARDT und GEBAUER (109) berichten, schon mit Protonen von 45 ekV bei Li  $\gamma$ -Strahlen erhalten zu haben. Außerdem geben die gleichen Autoren (190) eine sehr schwache Strahlung an, die sich erst bemerkbar machen soll, wenn Blei in den Strahlengang gebracht wird.

Von LAURITSEN und CRANE (134) wurde ferner bei Beschießung von C mit Deutonen  $\gamma$ -Strahlung festgestellt. Sie besitzt in Pb den Absorptionskoeffizienten  $\mu = 0,35 \text{ cm}^{-1}$  entsprechend einer Quantenenergie von etwa  $3,5 \cdot 10^6 \text{ eV}$ . Ebenso gibt auch Be (133) bei Deutonenbeschießung eine  $\gamma$ -Strahlung mit einem ungefähren Absorptionskoeffizienten  $\mu_{\text{Pb}} = 1 \text{ cm}^{-1}$  (etwa  $0,8 \cdot 10^6 \text{ eV}$ ); schließlich wurde (135b) bei  $\text{B}_2\text{O}_3$  mit Deutonen eine  $\gamma$ -Strahlung von etwa  $1,6 \cdot 10^6 \text{ eV}$  erhalten. Die Deutonen hatten jeweils eine Energie bis zu 0,9 oder  $1,0 \cdot 10^6 \text{ eV}$ . Protonen lieferten bei C und  $\text{B}_2\text{O}_3$ , Deutonen bei Al, Cu, Ta keine  $\gamma$ -Strahlen.

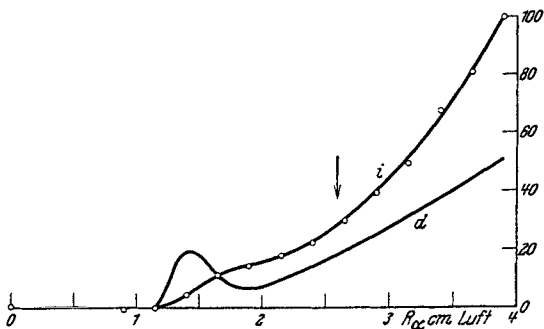


Abb. 2. Anregungsfunktion für Be- $\gamma$  (*i* integral, *d* differentiell).

2. Abhängigkeit der Ausbeute von der  $\alpha$ -Reichweite (Anregungsfunktion). Unter der Anregungsfunktion versteht man den Zusammenhang der Ausbeute an  $\gamma$ -Quanten mit der verwendeten  $\alpha$ -Reichweite. Sie kann als differentielle und als integrale Funktion aufge-

genommen werden. Die differentielle Funktion wird erhalten, wenn man die  $\alpha$ -Strahlen auf eine so dünne Schicht fallen läßt, daß sie in dieser nur eine sehr kleine Geschwindigkeitsänderung erleiden. Die integrale Funktion wird erhalten, wenn  $\alpha$ -Strahlen auf eine Schicht von solcher Dicke treffen, daß sie in ihr bis zur Geschwindigkeit Null abgebremst werden. Von der einen Funktion zur anderen und umgekehrt kann man durch Integration oder Differentiation übergehen. Genau genommen müßte man hierbei nicht die Reichweite in Luft, sondern die in der bestrahlten Substanz einsetzen.

In Abb. 2 sind die beiden Anregungsfunktionen für Be  $\gamma$  nach BECKER und BOTHE (15) dargestellt; die integrale ist direkt gemessen, die differentielle daraus abgeleitet (Kurven *i* und *d*). Die differentielle Kurve besitzt ein Maximum bei rund  $2,7 \cdot 10^6 \text{ eV}$  (etwa  $1,4 \text{ cm}$  Reichweite). Die Erscheinung erklärt sich zweifellos durch den von der GAMOWSchen Theorie geforderten Vorgang der „Resonanz Eindringung“ in den Kern, welcher sich auch in der Protonenemission einiger Elemente schon auswirkt. Nach dieser Theorie kann ein Teilchen sehr leicht in den Kern eindringen, wenn seine Energie mit der eines diskreten Quantenzustandes des durch Aufnahme eines Teilchens entstehenden Kerns übereinstimmt [vgl. F. G. HOUTERMANS (6a)].

Die integrale Anregungsfunktion wurde außerdem von E. KARACHAILOVA aufgenommen (155). Der allgemeine Verlauf stimmt

bis auf kleine Wellungen mit der in Abb. 2 dargestellten Kurve  $i$  überein.

Der Verlauf von Abb. 2 scheint typisch zu sein für die leichtesten Elemente; Genaueres ist noch nicht bekannt; vgl. Ziff. 10.

**3. Quantenenergie.** *a) Aus der Absorbierbarkeit.* Die Wellenlänge einer  $\gamma$ -Strahlung kann auf verschiedenen Wegen bestimmt werden. Das einfachste Verfahren besteht in der Messung der Absorbierbarkeit. Es setzt die Kenntnis des Zusammenhangs von Absorbierbarkeit und Wellenlänge, sowie eine gewisse Homogenität der zu untersuchenden Strahlung voraus. Da die Absorption sehr harter  $\gamma$ -Strahlen ein ziemlich verwickelter Vorgang ist, kann man auf diesem Weg nur eine Abschätzung erhalten.

Bei Untersuchungen von BECKER und BOTHE (15) über die Be- $\gamma$ -Strahlung zeigte sich außerdem, daß die Versuchsanordnung von großem Einfluß auf das Ergebnis ist. Die gefundenen Werte des Schwächungskoeffizienten in Pb lagen je nach der Versuchsanordnung zwischen  $0,33 \pm 0,03 \text{ cm}^{-1}$  und  $0,14 \pm 0,05 \text{ cm}^{-1}$  (6, 15). Der Mindestwert, bei dem die Versuchsbedingungen am saubersten erschienen (15, S. 423), könnte durch die in Ziff. 27 besprochenen Folgeerscheinungen der gleichzeitigen Neutronenbeschießung gefälscht sein. Auf die Neutronen selbst, deren Gegenwart in der Be-Strahlung erst später erkannt wurde, spricht der verwendete Spitzenzähler üblicher Bauart so gut wie gar nicht an.

Weitere Absorptionsmessungen der Be- $\gamma$ -Strahlung sind in Ziff. 11 mitgeteilt. In der gleichen Ziffer finden sich auch Angaben über die Absorbierbarkeit der  $\gamma$ -Strahlen von Li, B, Al, Mg von CURIE-JOLIOT u. a.

*b) Aus der Elektronenabsorption.* Das zweite Verfahren besteht darin, daß man die Absorbierbarkeit der durch die  $\gamma$ -Strahlung ausgelösten Elektronen mißt und hieraus auf die Elektronengeschwindigkeit und weiter auf die Energie des auslösenden Quants schließt. Wegen der größeren Abhängigkeit der Durchdringungsfähigkeit der Elektronen von ihrer Energie liefert dieses Verfahren genauere Werte als *a*). Von BOTHE und BECKER wurde es in Form der Koinzidenzmethode (4) angewendet: Stellt man in den Weg der Elektronen zwei dünnwandige Zählrohre, so durchsetzt öfters ein Elektron beide Zählrohre und man beobachtet eine Koinzidenz. Schiebt man zwischen beide Zähler absorbierende Metallbleche verschiedener Dicke, so nimmt die Häufigkeit der Koinzidenzen ab, und man erhält aus dem Verlauf der Kurve ein Maß für die Energie der Elektronen, ohne daß die im Absorber selbst ausgelösten Elektronen die Messung fälschen können. Abb. 3 zeigt die auf diesem Weg erhaltenen Kurven für die  $\gamma$ -Strahlung von ThC'', B und Be (15). Die beobachteten Elektronen sind im wesentlichen Rückstoßelektronen. Sie sind inhomogen wegen ihrer Entstehung und weil sie aus verschiedenen



Tiefen stammen. Für die Maximalreichweite von homogenen Elektronen existiert eine von BOHR theoretisch begründete und in der Erfahrung bewährte Formel. Es wurde nun angenommen, daß die „Halbwerttdicke“ der Elektronen proportional zur Reichweite ist. Durch Anwendung auf die stark gefilterte  $\gamma$ -Strahlung von ThC''

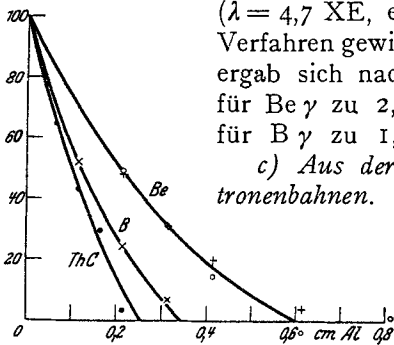


Abb. 3. Absorption der durch Be- $\gamma$  und B- $\gamma$  ausgelösten Elektronen.

( $\lambda = 4,7$  XE, entsprechend  $2,65 \cdot 10^6$  eV) wurde das Verfahren gewissermaßen geeicht. Die Halbwerttdicke ergab sich nach Abb. 3 für ThC''  $\gamma$  zu 1,0 mm Al, für Be  $\gamma$  zu 2,1 mm Al entsprechend  $5,1 \cdot 10^6$  eV, für B  $\gamma$  zu 1,2 mm Al entsprechend  $3,1 \cdot 10^6$  eV. c) Aus der magnetischen Krümmung der Elektronenbahnen. Eine dritte Möglichkeit besteht in der Geschwindigkeitsbestimmung der Elektronen durch Nebelkammeraufnahmen im Magnetfeld. Auf diesem Weg beobachteten CURIE und JOLIOU (72) eine Energieverteilung der durch Be + Po- $\alpha$  ausgelösten Elektronen (Abb. 4). Es ergab sich eine Stufe mit steilem Abfall zu einer Grenze bei  $4,5$  bis  $5 \cdot 10^6$  eV, außerdem wurden zwei Elektronen von  $> 10 \cdot 10^6$  eV beobachtet. AUGER (12) fand als höchste auftretende Geschwindigkeit bei einem Elektron  $6,5 \cdot 10^6$  eV. Bei den seltenen schnellen Elektronen ist die Möglichkeit einer Verwechslung mit Ultrastrahlungselektronen nicht von der Hand zu weisen.

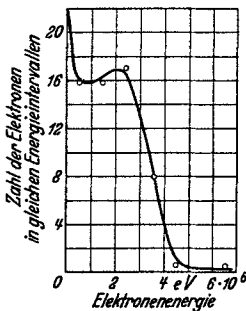


Abb. 4. Energieverteilung der Elektronen von Be- $\gamma$ .

4. Abhängigkeit der Härte von der  $\alpha$ -Strahlenergie; Richtungsverteilung. Bremst man die  $\alpha$ -Teilchen vor ihrem Auftreffen auf Be ab, so nimmt auch die Zahl der ausgesandten  $\gamma$ -Quanten ab, ihre Quantenenergie bleibt aber innerhalb der Meßgenauigkeit unverändert. Versuche mit Verkürzung der  $\alpha$ -Reichweite von 3,9 auf 2,6 cm (in Abb. 2 durch Pfeil bezeichnet) lieferten die in Abb. 3 durch + bezeichneten Meßpunkte.

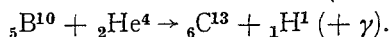
Eine andere Versuchsreihe, bei der das Verhältnis der Intensität ohne Absorber und mit 2 cm Pb als Absorber verglichen wurde, ergab bei den  $\alpha$ -Reichweiten 3,9, 3,15 und 2,4 cm das Verhältnis 0,525, 0,505 und  $0,531 \pm 0,035$ , also unveränderte Absorbierbarkeit. In abweichendem Sinne wären Messungen von KARA-MICHAILOVA (155) zu deuten, welche bei Filterung der  $\gamma$ -Strahlung eine Änderung in der Form der Anregungskurve beobachtete.

Eine merkliche Richtungsabhängigkeit zeigte nach den ersten Versuchen weder die Bor- $\gamma$ -Strahlung (6) noch die Be- $\gamma$ -Strahlung (15,

auch  $\gamma$ 2), insofern als Intensität und Härte in Richtung der  $\alpha$ -Strahlen und in entgegengesetzter Richtung merklich dieselben waren. Neuere Versuche von FLEISCHMANN (vgl. Ziff. 11) könnten im Sinne einer schwachen Bevorzugung der  $\alpha$ -Richtung gedeutet werden; wahrscheinlicher ist jedoch, daß diese Asymmetrie mindestens zum Teil durch eine Sekundärwirkung der stark asymmetrischen Neutronen vorgetäuscht wird.

Bei den Versuchen von WEBSTER (43) wurde eine merkliche Asymmetrie der Intensität und Absorbierbarkeit gefunden. Sie rührt zu einem erheblichen Teil von den asymmetrischen Neutronen her, die unter seinen Versuchsbedingungen beträchtliche Wirksamkeit besitzen.

**5. Entstehung der  $\gamma$ -Strahlen.** Insgesamt ergibt sich als kennzeichnend für die  $\gamma$ -Strahlen, daß ihre Quantenenergie unabhängig ist von der erregenden  $\alpha$ -Energie, und daß ihre Intensität und Energie, wenn überhaupt, dann sehr wenig von der Emissionsrichtung abhängt. In beiden Punkten ist das Verhalten der  $\gamma$ -Strahlen dem der korpuskularen Atomtrümmer entgegengesetzt. Dies wird verständlich, wenn man sich die Entstehung der  $\gamma$ -Strahlen folgendermaßen denkt (6): Die eigentliche Kernumwandlung besteht im Einfangen des  $\alpha$ -Teilchens und Ausschleudern eines anderen Teilchens (Proton, Neutron), z. B.



Hierbei kann es nun vorkommen, daß der umgewandelte Kern nicht sogleich in seinen Grundzustand, sondern zunächst in einen angeregten Zustand gelangt. Die Anregungsenergie geht dann für die kinetische Energie des ausgeschleuderten Teilchens und des umgewandelten Kernes verloren und wird erst nachträglich als  $\gamma$ -Quant ausgestrahlt. Die so zu deutenden  $\gamma$ -Strahlen sind also an das Auftreten mehrerer diskreter Teilchengruppen von verschiedenen Reichweiten gebunden. Das  $\gamma$ -Quant ist, bis auf einen schwachen Dopplereffekt, unabhängig von der  $\alpha$ -Energie und der Emissionsrichtung, während die Energie des ausgesandten Teilchens mit der  $\alpha$ -Energie wachsen und auch erheblich von der Richtung abhängen muß, da die Schwerpunktsgeschwindigkeit des ganzen Systems nicht sehr klein gegen die Teilchengeschwindigkeit ist. Über die genaue Theorie vgl. Handbuch der Physik, 2. Aufl., Bd. 22, Teil I, S. 182—187.

Es ist jedoch hervorzuheben, daß bisher die durch obige Gleichung gekennzeichnete Borumwandlung die einzige ist, wo die von der Theorie geforderten Energiebeziehungen zwischen Teilchen und  $\gamma$ -Strahlen quantitativ geprüft und bestätigt werden konnten [BECKER und BOTHE (15)]. Die Al- $\gamma$ -Strahlen z. B. sind viel zu weich, um sich den bisher bekannten Protonengruppen dieses Elementes zuordnen zu lassen [Diskussionsbemerkungen von I. CURIE und L. MEITNER (SOLVAYkongreß 1933)].

Nicht unter diese Deutung fallen wahrscheinlich die  $\gamma$ -Strahlen des Lithiums.

Wegen der Einzelheiten vgl. auch Ziff. II.

## B. Das Neutron.

**6. Auftreten des Neutrons.** Bei der Nachprüfung der Versuche von BOTHE und BECKER durch I. CURIE und F. JOLIOU ergab sich zwar eine Bestätigung der Grunderscheinung, aber Abweichungen bezüglich der Absorbierbarkeit der Strahlung. Die Ursache liegt in

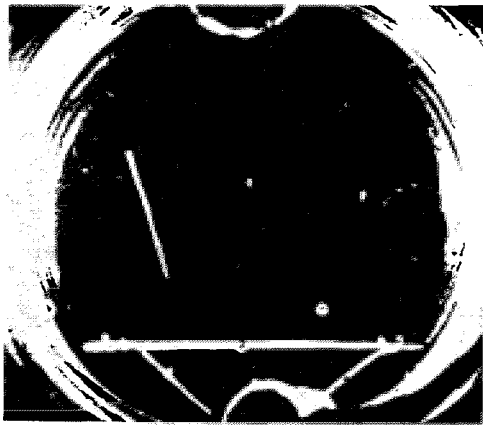


Abb. 5. Durch Stoß eines Neutrons erzeugter H-Strahl.

den verschiedenen Nachweisverfahren und, wie sich herausstellte, vor allem in der zusammengesetzten Natur der Be-Strahlung. Während BOTHE und BECKER den Spitzenzähler als Nachweisinstrument verwendet hatten, bedienten sich CURIE und JOLIOU teils einer Ionisationskammer in Verbindung mit dem hochempfindlichen HOFFMANNschen Elektrometer, teils einer WILSON-Kammer. War die Ionisationskammer mit Paraf-

fin ausgekleidet, so trat eine außerordentliche Verstärkung der Strahlenwirkung auf. WILSON-Aufnahmen zeigten, daß durch die Strahlung im Innern der Kammer Wasserstoff-, Helium-, Stickstoffatome je nach dem vorhandenen Gas in Bewegung gesetzt wurden (23, 24, 25) und daß insbesondere eine Paraffinschicht Protonenstrahlen (25) in größerer Zahl unter Einwirkung der Be-Strahlung aussandte.

Die Aufklärung dieser merkwürdigen Beobachtung geschah durch CHADWICK (22). Er deutete die Erscheinung durch das Vorhandensein einer bisher unbekanntenen Korpuskularstrahlung neben der  $\gamma$ -Strahlung. Sie sollte aus „Neutronen“, d. h. ungeladenen, schweren Teilchen, etwa von der Masse des Protons, bestehen. Wie Nebelkammeraufnahmen bewiesen, haben diese Teilchen, da sie keine Ladung besitzen, keine oder nur überaus geringe ionisierende Wirkung. Sie lassen sich auch durch magnetische Felder von 10000 Gauß längs 15 cm Weg nicht ablenken [CURIE und JOLIOU (72), DUNNING (77)]. Erst beim Zusammenstoß mit einem Atomkern übertragen sie ihre Energie auf diesen und erst der gestoßene Kern wird als stark

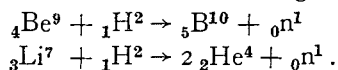
ionisierendes Teilchen in der Ionisationskammer wirksam oder in der Nebelkammer sichtbar. Abb. 5 zeigt eine Aufnahme von CURIE-JOLIOT (29). Da diese Rückstoßkerne viel stärker ionisieren als die von den  $\gamma$ -Strahlen ausgelösten Elektronen, wird die Ionisationskammer gegenüber dem Spitzenzähler die Neutronen stark bevorzugen, und da diese ein größeres Durchdringungsvermögen besitzen, erklärt sich die eingangs erwähnte Diskrepanz zwischen den beiden Methoden hinsichtlich der Absorbierbarkeit.

Neutronen wurden schließlich bei allen Elementen gefunden, bei denen BOTHE und BECKER eine künstliche  $\gamma$ -Strahlung durch  $\alpha$ -Beschießung hervorrufen konnten, so bei Li (8), B (9), F, Na, Al, Mg (73). Nach KIRSCH und TRATTNER (92, 94) sollen sehr viele schwere Elemente zur Neutronenaussendung angeregt werden können, und zwar mit einer Ausbeute, die größenordnungsmäßig 100mal kleiner ist als die von Be. Dieses Ergebnis, das mit der WILSON-Kammer erhalten worden war, wurde von SCHINTLMEISTER (113) mit Röhrenelektrometern für Mg, Cu, Pb bestätigt. Die Ausbeute ergab sich für Cu und Pb 3—4mal kleiner als für Mg. Eine besonders große Ausbeute an Neutronen besitzt nach KIRSCH (93) Zn bei Bestrahlung mit den  $\alpha$ -Strahlen von RaEm. Es soll 50mal soviel Neutronen aussenden als Be + Po. Diese Mitteilung steht im Widerspruch mit Untersuchungen von DUNNING (144), der bei Zn + RaEm weniger als 1% der Neutronenaussendung von Be findet.

Als typisch für die Neutronenerzeugung durch  $\alpha$ -Beschießung kann der Fall des Be gelten; die Umwandlung erfolgt nach der Gleichung

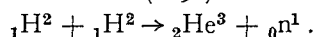
$${}_4\text{Be}^9 + {}_2\text{He}^4 \rightarrow {}_6\text{C}^{12} + {}_0\text{n}^1 (+ \gamma).$$

Außerdem ist noch eine andere Entstehungsweise freier Neutronen bekannt, nämlich die Beschießung gewisser Elemente mit Atomen des schweren Wasserstoffisotops  $\text{H}^2$  (Deutonen). Sie ist aufgefunden worden von CRANE, LAURITSEN und SOLTAN, welche Be und LiCl (65) und später Li (137) mit  $\text{H}^2$ -Kanalstrahlen von 400—900 ekV-Energie beschossen. Der Nachweis geschah nach Ziff. 7, Methode c. Zur Deutung schlagen die Verfasser die Gleichungen vor



Der letztgenannte Prozeß ist auch von OLIPHANT, SHIRE und CROWTHER (169b) am *getrennten* Isotop  $\text{Li}^7$  erhalten worden.

Auch wenn man schweren Wasserstoff oder chemische Verbindungen davon mit Deutonen beschießt, erhält man nach OLIPHANT, HARTECK und LORD RUTHERFORD (169c) Neutronen nach der Gleichung



Die Umwandlung tritt schon bei einer Deutonenenergie von 20 ekV ein. Mit Deutonen von 100 ekV erhält man Neutronen von 2 bis  $3 \cdot 10^6$  eV (169c, 142a).

Versuche von LAWRENCE, LIVINGSTONE und LEWIS (102, 160) zeigen, daß der Kern  ${}_1\text{H}^2$ , wenn er mit  $1-3 \cdot 10^6$  eV auf andere Kerne trifft, in  ${}_1\text{H}^1 + {}_0\text{n}^1$  zerfallen kann. Die Verfasser finden bei Beschießung verschiedener Elemente mit Deutonen von  $3 \cdot 10^6$  eV bei  $3 \cdot 10^{-8}$  Amp. übereinstimmend Protonen mit kontinuierlicher Energieverteilung bis 40 cm Luftreichweite und Neutronen mit größenordnungsmäßig gleicher Ausbeute. Sie werden dem Zerfall  ${}_1\text{H}^2 \rightarrow {}_1\text{H}^1 + {}_0\text{n}^1$  zugeschrieben. Außerdem werden noch andere Reichweiten beobachtet, die einer Umwandlung des beschossenen Kerns zugeordnet werden. So findet man z. B. bei Al eine Protonengruppe von 68 cm Reichweite. Insbesondere ist bei Be der größte Teil der Neutronen der Umwandlung dieses Kerns zuzuschreiben. Die Neutronenintensitäten sind außerordentlich hoch; die durch Neutronen in einer Ionisationskammer ausgelöste Rückstoßprotonenzahl betrug bei Beschießung von Be 5000 in der Minute, bei Pt noch 40 in der Minute.

7. Nachweismethoden für Neutronen. Außer dem Nachweis der Rückstoßatomstrahlen mit der WILSON-Kammer sind einige weitere Verfahren in Gebrauch. a) Eines benutzt eine Ionisationskammer, die mit Paraffin ausgekleidet werden kann in Verbindung mit einem hochgradigen Verstärker und einem Oszillographen [GREINACHER (2). ferner (3, 5, 16, 21, 41, 42, 113, 143, 144 usw.)]. Aus dem Gas oder der Paraffinschicht werden dann durch den Stoß der Neutronen Rückstoßkerne, z. B. Protonen, ausgeschleudert, deren ionisierende Wirkung einen kurzen Stromimpuls in der Kammer verursacht. Im Oszillographen läßt sich dieser nach ausreichender Verstärkung nachweisen, selbst dann, wenn eine beträchtliche  $\gamma$ -Strahlung neben der Neutronenstrahlung vorhanden ist; hierzu ist es nur nötig, die Ausschläge des Oszillographen möglichst kurz dauernd zu machen, um den Untergrund, der von der  $\gamma$ -Strahlung herrührt und mit statistischer Schwankung behaftet ist, genügend klein zu halten [FRÄNZ (5)]. Das Verfahren ist daher besonders zweckmäßig, wenn mit RaEm oder RdTh samt Folgeprodukten als  $\alpha$ -Strahlenquelle gearbeitet wird.

b) Ein anderes Verfahren stammt von BECKER und BOTHE (17) und besteht in folgendem: Ein RUTHERFORD-GEIGERSCHES Zählrohr wird mit Paraffin ausgekleidet und die Paraffinschicht mit einer möglichst dünnen Metallfolie bedeckt, um die Oberfläche leitfähig zu machen, ohne jedoch Protonen am Austritt zu verhindern. Arbeitet man mit negativer Spannung am Gehäuse, so wird in einem gewissen Spannungsbereich die durch ein ionisierendes Teilchen gebildete Primärionenzahl proportional verstärkt, wie beim Proportionalspitzenzähler von GEIGER und KLEMPERER; Protonen, wie sie durch Neutronen ausgeschleudert werden, erzeugen daher viel stärkere Impulse als Elektronen und werden allein angezeigt. Erhöht man die Spannung, so werden in einem gewissen anderen Bereich außer

den Neutronen auch Elektronen, wie sie von einer  $\gamma$ -Strahlung ausgelöst werden, gezählt. Die Zahl der  $\gamma$ -Ausschläge ergibt sich aus der Differenz. Das Verfahren hat den Vorzug, daß man Neutronen- und  $\gamma$ -Intensität genau unter den gleichen Umständen nebeneinander bestimmen kann.

c) Zum Nachweis von Neutronen wird häufig eine mit Paraffin ausgekleidete Ionisationskammer verwendet, die manchmal außerdem noch mit Methan ( $\text{CH}_4$ ) oder Butan ( $\text{C}_4\text{H}_{10}$ ) gefüllt wird, um die Zahl der H-Kerne im Gasraum zu vermehren. Auf das Verhältnis von Neutronen und  $\gamma$ -Strahlen, die meist, vielleicht sogar stets nebeneinander auftreten, wird aus der verschiedenen Absorption in Pb und Paraffin geschlossen (z. B. 73).

d) Besonders von SAHEL wurde eine Hochdruckionisationskammer verwendet, die abwechselnd mit H und A gefüllt wurde und damit die Absorption in Paraffin und Blei verglichen. Der Ionenstrom in H wird dann hauptsächlich durch die Neutronen, der in A bevorzugt durch die  $\gamma$ -Strahlung hervorgerufen (III, 171, 172).

In ähnlicher Form wurde die Absorption der Strahlung in Pb und Paraffin aufgenommen, und zwar einmal mit einer paraffinbekleideten, dann mit einer paraffinfreien Ionisationskammer [CRANE, LAURITSEN (64 usw.)]. Da bei den Verfahren c) und d) schwer zu übersehen ist, wieweit die Ionisierung in den verschiedenen Fällen von Neutronen oder von  $\gamma$ -Strahlung hervorgerufen wird, ist die Methode etwas undurchsichtig und bedarf wohl der Kontrolle durch andere Verfahren, besonders dann, wenn Aussagen über die  $\gamma$ -Strahlung gemacht werden sollen.

e) Auch die photographische Platte kann zum Nachweis von Neutronen verwendet werden. Wie BLAU und WAMBACHER gefunden haben (14), gelingt es, die durch Neutronen erzeugten Protonenstrahlen mit geeignet sensibilisierten photographischen Platten nachzuweisen und die Protonenenergie zu bestimmen [KIRSCH und WAMBACHER (95), BLAU (185)].

**8. Energie und runde Masse des Neutrons.** Der Nachweis, daß es sich wirklich um Teilchen von der runden Masse 1 handelt, läßt sich durch eine Massen- und Geschwindigkeitsbestimmung erbringen. Er glückte CHADWICK (22) auf folgendem Weg: Beobachtet man die Maximalreichweiten bzw. Geschwindigkeiten der gestoßenen Kerne, die einem Zentralstoß entsprechen, einmal bei Füllung der WILSON-Kammer mit Wasserstoff, das andere Mal bei Füllung mit Stickstoff, so lassen sich die Stoßgesetze einmal auf den Zusammenstoß zwischen dem unbekanntem Teilchen und Wasserstoff, dann zwischen dem unbekanntem Teilchen und Stickstoff anwenden. Man erhält auf diese Weise zwei Gleichungen mit zwei Unbekannten, aus denen sich diese, nämlich die Masse und die Geschwindigkeit des stoßenden Teilchens, bestimmen lassen. Der Versuch wurde mit Neutronen von  $\text{Be} + \text{Po-}\alpha$  ausgeführt.

Seien  $M$  und  $V$  Masse und Geschwindigkeit des unbekanntes Teilchens,  $m_H$ ,  $m_N$ ,  $v_H$ ,  $v_N$  die Massen und die Maximalgeschwindigkeiten des gestoßenen H- und N-Atoms (zentraler Stoß), so gilt

$$v_H = \frac{2M}{M + m_H} \cdot V; \quad v_N = \frac{2M}{M + m_N} \cdot V.$$

Aus den Maximalreichweiten  $R_H = 40$  cm;  $R_N = 3,5$  mm folgt  $v_H = 3,3 \cdot 10^9 \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$ ;  $v_N = 0,47 \cdot 10^9 \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$ . Durch Einsetzen erhält man  $\frac{M + 14}{M + 1} = \frac{3,3}{0,47}$ . Daraus folgt für das Atomgewicht der Wert 1,15, d. h. 1 innerhalb der Meßgenauigkeit. Für die Geschwindigkeit ergibt sich  $3,3 \cdot 10^9 \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$  entsprechend einer Energie des stoßenden Neutrons von  $5,6 \cdot 10^6$  eV. Dieser Wert gilt für die bei Be + Po  $\alpha$  in Vorwärtsrichtung ausgesandten Neutronen (vgl. Richtungsabhängigkeit Ziff. 9). Die Überlegung setzt voraus, daß ein elastischer Stoß vorliegt. In diesem Fall müssen die gestoßenen Teilchen auf Emissionswinkel unter  $90^\circ$  gegen die Richtung des stoßenden Teilchens beschränkt bleiben. Dies ist in Einklang mit der Erfahrung.

**9. Neutronengeschwindigkeit in Abhängigkeit von der  $\alpha$ -Energie, Richtungsverteilung.** Läßt man schnellere oder langsamere  $\alpha$ -Teilchen auf das Be treffen, so ändert sich die Geschwindigkeit der Neutronen im gleichen Sinn; man erkennt das aus den Reichweiten der gestoßenen Atome. Die Mehrenergie kommt also bis auf den Rückstoß des Kerns dem Neutron zugute, und zwar so, daß die Energietönung konstant bleibt. Im Gegensatz dazu ist die Energie des  $\gamma$ -Quants von der  $\alpha$ -Energie unabhängig (Ziff. 5).

Die Neutronenstrahlung entsteht beim Eindringen der  $\alpha$ -Teilchen in den Be-Kern als Umwandlungsprodukt gemäß der in Ziff. 6 schon aufgeführten Gleichung.

Beobachtet man in Richtung der  $\alpha$ -Strahlen (vorwärts) und in entgegengesetzter Richtung (rückwärts) die Neutronengeschwindigkeit, so ergibt sich ein beträchtlicher Unterschied. Die Vorwärtsneutronen von Be + Po- $\alpha$  erzeugen nach CHADWICK (22) Protonen bis über 40 cm Luftreichweite ( $v = 3,3 \cdot 10^9 \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$ ,  $W = 5,7 \cdot 10^6$  eV), die Rückwärtsneutronen solche bis 22 cm ( $v = 2,74 \cdot 10^9 \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$ ,  $W = 3,95 \cdot 10^6$  eV). Der Unterschied ist eine Folge des Impulserhaltungssatzes, wenn man diesen auf die Umwandlungsgleichung anwendet. Der Impuls des Systems  ${}^6\text{C}^{12} + {}^1_0\text{n}^1$  stammt vom  $\alpha$ -Teilchen. Relativ zum Schwerpunkt dieses Systems ist die Verteilung der Neutronen nach Anzahl und Geschwindigkeit isotrop [DUNNING (144)]. Rechnet man aus der Impulserhaltung die zu erwartende Rückwärtsgeschwindigkeit, so erhält man  $v = 2,8 \cdot 10^9 \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$ , also einen mit dem gemessenen

vortrefflich übereinstimmenden Wert. Dieser Umstand ist ein wichtiger Beweis für das Vorliegen von Teilchen der Masse 1, sowie dafür, daß die Neutronenemission erfolgt, bevor der durch den Stoß in Bewegung gesetzte Kern seine Geschwindigkeit durch Abbremsung verliert.

Nicht nur die Geschwindigkeit, sondern auch die zu beobachtende Neutronenzahl ist in der Vorwärtsrichtung größer (72, 144). Dies erklärt sich ebenfalls aus der Vorwärtsgeschwindigkeit des Schwerpunkts. Bei direktem Aufeinanderlegen von Be und Po beobachtet man ein Verhältnis von etwa 2 : 1 (vgl. Abb. 10, Ziff. 11).

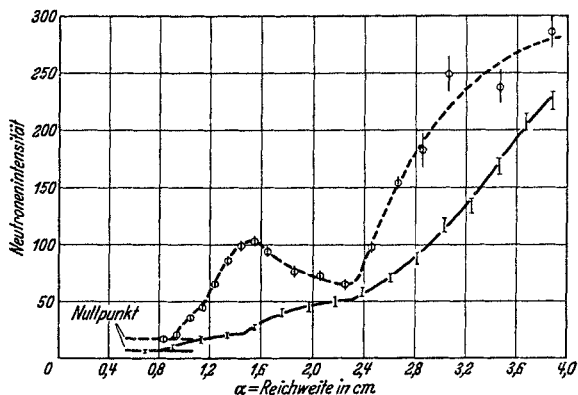


Abb. 6. Anregungskurve für Be-Neutronen (— integral, - - - differentiell).

**10. Abhängigkeit der Neutronenausbeute von der  $\alpha$ -Energie (Anregungsfunktion).** Die differentielle und integrale Anregungsfunktion wird für Neutronen genau so definiert wie für  $\gamma$ -Strahlen (vgl. Ziff. 2). Bei Be sehen die Anregungsfunktionen für Neutronen ganz ähnlich aus wie die für  $\gamma$ -Strahlen [CURIE, JOLIOT (67, 73), RASETTI (39) und BERNARDINI (55)]. Nach CHADWICK (62) soll außer der Resonanz-eindringung von  $\alpha$ -Teilchen mit 1,46 cm Reichweite noch eine solche von  $\alpha$ -Teilchen mit 0,8 cm vorhanden sein (von den anderen Autoren nicht angegeben). Abb. 6 gibt die differentielle und integrale Anregungsfunktion nach CHADWICK (62). Die Übereinstimmung der erwähnten Messungen untereinander und mit der entsprechenden  $\gamma$ -Strahlkurve von Ziff. 2 ist gut, aber nicht vollständig. Das Anregungsmaximum wird bei folgenden  $\alpha$ -Reichweiten gefunden: 1,2 cm [RASETTI (39)]; 1,6 cm [CHADWICK (62)]; 1,9 cm [BERNARDINI (55)]; dagegen für  $\gamma$ -Strahlen 1,4 cm [BECKER und BOTHE (15)]. Völlige Übereinstimmung ist nicht zu erwarten, da der von den Nachweisinstrumenten angezeigte Bruchteil der Neutronen von der Neutronengeschwindigkeit und diese von der  $\alpha$ -Energie abhängt.

Man erhält bei Po  $\alpha$ -Strahlen aus einer dicken Be-Schicht wohl etwa 30 Neutronen auf  $10^6$   $\alpha$ -Teilchen [MEITNER und PHILIPP (37)].



Zu abweichenden Ergebnissen kamen KIRSCH und RIEDER (33) mit WILSON-Kammer und SLONEK (114) mit Spitzenzähler. Sie finden bei Be mehrere wenig ausgeprägte Stufen in der integralen Anregungskurve.

In Abb. 7 sind Messungen an Be von CRANE, LAURITSEN und SOLTAN (64, 136) mit energieärmeren He-Kernen, die künstlich beschleunigt wurden, eingetragen.

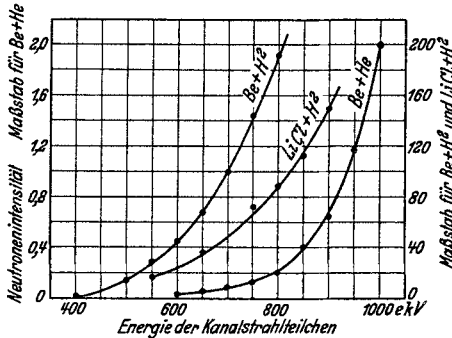


Abb. 7. Neutronenintensität als Funktion der Energie der Kanalstrahlteilchen bezogen auf gleiche Kanalstrahlstromstärke (integrale Anregungskurve).

Durch die dabei verfügbare große primäre Teilchenzahl ( $1 \mu A$  Kanalstrahlstrom entspricht der Strahlung eines Präparats von 340000 m Curie in den Raumwinkel  $2\pi$ ) kann man weit in das Gebiet kleinster Ausbeuten vordringen. Die  $\alpha$ -Energien liegen unterhalb der Resonanzenergie. Der experimentelle Kurvenverlauf und der Betrag der Ausbeute schließen sich sehr gut der von GAMOW berechneten Funktion an und können als Stütze seiner Theorie gelten.

Die Abb. 7 enthält außerdem Anregungsfunktionen für Be und LiCl bei Beschließung mit Kernen des schweren H-Isotops. Die Ausbeute ist überraschend hoch. Bei He von  $10^6$  eV beträgt sie für Be  $10^{-9}$ , bei  $H^2$  von  $0,8 \cdot 10^6$  eV für LiCl  $5 \cdot 10^{-8}$  und für Be sogar fast  $10^{-7}$  [CRANE, LAURITSEN, SOLTAN (136), ferner LIVINGSTON, HENDERSON, LAWRENCE (103)].

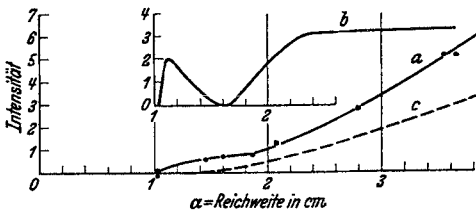


Abb. 8. Anregungskurve für Bor; a für Neutronen integral, b für Neutronen differentiell (aus a abgeleitet), c für  $\gamma$ -Strahlen integral.

Ähnliche Beobachtungen wie bei Be sind von CURIE und JOLIOT (67, 73) an B ausgeführt. Abb. 8 zeigt das Ergebnis. Auch hier erkennt man das Vorhandensein eines Maximums der differentiellen Anregung. Es befindet sich bei 1,1 cm Reichweite ( $2,2 \cdot 10^6$  eV). Vermutlich ist es auch in der Anregungskurve für  $\gamma$ -Strahlen vorhanden (vgl. 15, dort Abb. 8).

Für die übrigen Elemente sind bisher nur die Anregungsgrenzen und evtl. das Vorhandensein eines Maximums gemessen, meist nach dem Verfahren Ziff. 7d. Darüber ist in der nächsten Ziffer bei den einzelnen Elementen berichtet.

### 11. $\gamma$ -Strahl- und Neutronenenergie der verschiedenen Elemente.

Über die Energie der Neutronen beim gleichen Element, aber bei verschiedener Energie der primären  $\alpha$ -Teilchen ist folgendes zu bemerken: Wie schon in Ziff. 9 erwähnt wurde, ändert sich die Energie des Neutrons gleichsinnig mit der des  $\alpha$ -Teilchens. Ferner besitzt nach Ziff. 2 und 10 die Umwandlungswahrscheinlichkeit des  $\alpha$ -Teilchens meist ein relatives Maximum (sog. Resonanzeindringung), das in einen sonst monotonen Anstieg eingelagert ist. Aus beiden Tatsachen folgert man, daß bei Bestrahlung einer dicken Schicht eine kontinuierliche Energieverteilung der Neutronen vorliegt mit einem Häufigkeitsanstieg gegen große Energien und einem eingelagerten relativen Maximum bei kleinen Energien [CHADWICK (62)]; dieses Maximum in der Energieverteilung ist allerdings noch nicht direkt experimentell aufgenommen worden. Falls mehrere Resonanzstellen existieren, besitzt auch die Verteilung der Neutronenenergien mehrere Maxima. Neutronen nahezu einheitlicher Energie kann man daher nur bei  $\alpha$ -Beschießung einer dünnen Schicht erwarten (62).

Die Neutronenenergie wurde teils aus den Reichweiten der Rückstoßprotonen bestimmt (CURIE und JOLIOT, CHADWICK, MEITNER, AUGER, KIRSCH), teils aus der Absorbierbarkeit erschlossen (SAVEL). Bei dem letzteren Verfahren ist Vorsicht geboten, wegen der in Ziff. 14, Tabelle 2, mitgeteilten Tatsachen.

*Beryllium.* Die Umwandlungsgleichung ist schon in Ziff. 6 erwähnt, die Anregungsfunktion in Ziff. 10.

Die Neutronenenergien, die sich bei Beschießung des Be mit Po- $\alpha$ -Strahlen ergeben, wurden von verschiedenen Forschern untersucht. Es ergaben sich zwei oder mehr Energiegruppen. Nach CURIE, JOLIOT und SAVEL (27) besitzen diese  $4,5$  und  $7,8 \cdot 10^6$  eV (28 und 70 cm H-Reichweite in Luft); die erste Gruppe ist intensiv, die zweite sehr schwach. Nach CHADWICK (62) hat die Hauptgruppe  $4,1 \cdot 10^6$  (24 cm H-Reichweite), die seltenere  $8-11 \cdot 10^6$  eV (um 70-100 cm H-Reichweite). Die seltenere schnelle Neutronengruppe ist verschiedentlich festgestellt worden, so von BLAU und WAMBACHER (14) mit Protonenspuren auf der photographischen Platte, ferner bei Umwandlungsaufnahmen von MEITNER und PHILIPP (37) und von FEATHER (79). Daneben gibt es langsamere Neutronen nach AUGER (53) von  $0,05-1,2 \cdot 10^6$  eV, nach MEITNER und PHILIPP (37) von  $0,15$  bis  $1,8 \cdot 10^6$  eV. Diese sollen in der WILSON-Kammer ebenso viele Rückstoßkerne erzeugen wie die Hauptgruppe.

Es ist zu vermuten, daß die Energie des ausgesandten  $\gamma$ -Quants der Differenz der Energietönungen bei Aussendung zweier Neutronengruppen entspricht (Ziff. 5). Dann bestehen nebeneinander zwei Möglichkeiten, nämlich entweder die seltenere Aussendung eines energiereicheren Neutrons ohne gleichzeitige  $\gamma$ -Strahlung, oder die häufigere

eines Neutrons der Hauptgruppe und eines Quants. Die langsamsten Neutronen bilden vielleicht die Resonanzgruppe.

Von DUNNING (144) ist die Energieverteilung der von  $\text{Be} + \text{RaEm}$  und Folgeprodukten ausgesandten Neutronen aufgenommen worden.

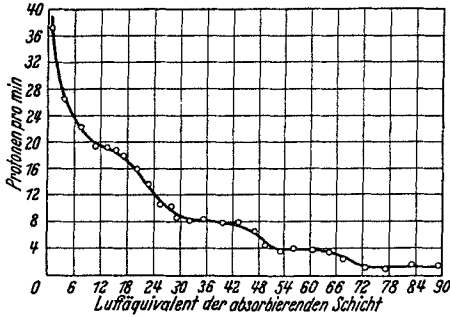


Abb. 9. Absorptionskurve der Rückstoßprotonen aus Neutronen aus  $\text{Be} + (\text{RaEm} + \text{RaA} + \text{RaC})$ .

Abb. 9 zeigt das Ergebnis. Man beobachtet mehrere Gruppen. Die schnellsten Tertiärprotonen haben eine Höchstenergie von  $14,2 \cdot 10^6 \text{ eV}$  ( $\sim 200 \text{ cm}$  Luftreichweite). Eine Deutung im einzelnen scheint noch zu schwierig, da drei  $\alpha$ -Strahler mit verschiedener Reichweite wirksam sind.

Eine untere Grenze der  $\alpha$ -Energie für die Neutronenauslösung existiert anscheinend überhaupt nicht (vgl. Ziff. 10, Abb. 7). Dazu paßt gut, daß nach der Massen- und Energiebilanz des Umwandlungsvorgangs Energie frei wird. Ob es auch für die  $\gamma$ -Strahlen keine untere Anregungsgrenze

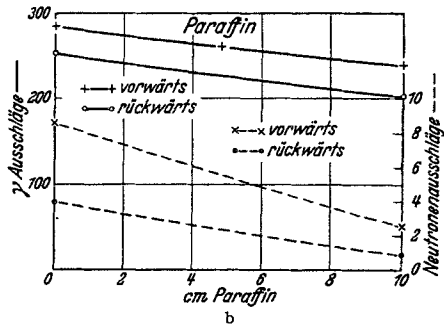
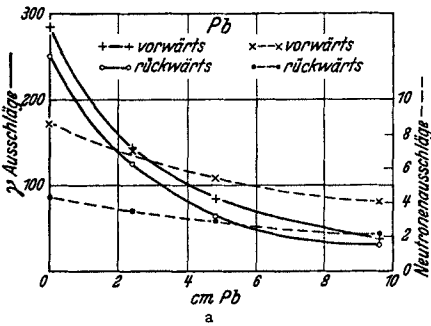


Abb. 10a und b. Absorption von  $\gamma$ -Strahlen und Neutronen aus  $\text{Be} + \text{Po-}\alpha$  in Blei und in Paraffin.

gibt, ist noch unbekannt. Mit  $\alpha$ -Strahlpräparaten der verfügbaren Stärke ist die Neutronen- und  $\gamma$ -Strahlung von einer  $\alpha$ -Energie von etwa  $2 \cdot 10^6 \text{ eV}$  an nachweisbar.

Die  $\gamma$ -Strahlung besitzt, wie schon oben erwähnt, eine Quantenenergie von  $5 \cdot 10^6 \text{ eV}$ .

Über das verschiedenartige Verhalten der Neutronen und  $\gamma$ -Strahlen von  $\text{Be}$  wurde eine Messung von FLEISCHMANN mit dem obenerwähnten Zählrohrverfahren von BECKER und BOTHE ausgeführt. Beide Strahlungen werden hier genau unter den gleichen Umständen getrennt voneinander untersucht. Abb. 10a und b zeigt die Absorption in Blei und Paraffin. Man erkennt für die Neutronen

stärkere Absorption in Paraffin ( $\frac{2}{3}$  der Intensität), schwächere in Blei ( $\frac{1}{2}$  der Intensität). Für die  $\gamma$ -Strahlung gilt das Gegenteil, nämlich starke Absorption in Blei und schwache in Paraffin, wie es nach unseren Kenntnissen für eine Lichtquantenstrahlung zu erwarten ist.

Die Neutronenstrahlung ist ausgesprochen unsymmetrisch (vgl. Ziff. 9). Das Verhältnis der Vorwärts- zur Rückwärtsintensität beträgt etwa 2 : 1. Auch bei der  $\gamma$ -Strahlung beobachtet man eine Unsymmetrie, deren Ursache noch nicht ganz geklärt ist; sie beträgt etwa 1,06 : 1. Die Zahl der Neutronen- (Protonen-) Impulse ist wesentlich kleiner als die der  $\gamma$ -Impulse, weil die Neutronen nur zu einem viel geringeren Bruchteil angezeigt werden.

Von Beryllium werden keine Protonen ausgesandt. Andererseits beobachtet man aber Positronen. Sie werden vermutlich gemäß Ziff. 21 (Zwillingsbildung) aus der  $\gamma$ -Strahlung erzeugt.

*Bor.* Die Neutronen von B bestehen bei Anregung mit Po- $\alpha$ -Strahlen nach CHADWICK (62) im wesentlichen aus einer einzigen Geschwindigkeitsgruppe mit einer Höchstenergie in der Vorwärtsrichtung von  $3,3 \cdot 10^6$  eV (16 cm H-Reichweite). MOTT-SMITH und BONNER (124) glauben 8 Energiegruppen nachgewiesen zu haben und finden für die Höchstenergie  $4,2 \cdot 10^6$  eV.

Die Anregungsfunktion ist schon in Ziff. 10 behandelt worden, für die Anregungsgrenze der Neutronen ergab sich eine  $\alpha$ -Energie von  $2 \cdot 10^6$  eV (1,1 cm Reichweite).

Die  $\gamma$ -Strahlung hat eine Quantenenergie von  $3 \cdot 10^6$  eV (15). Nach BECKER und BOTHE (15) entspricht diese  $\gamma$ -Strahlung dem Energieunterschied zweier Protonengruppen, die bei der Beschießung von B mit  $\alpha$ -Strahlen ausgesandt werden. Sie braucht demnach *nicht* der Neutronenaussendung zugeordnet zu werden (vgl. Ziff. 5).

Außerdem werden Positronen ausgesandt. Sie entstehen hier nicht durch die  $\gamma$ -Strahlung, sondern durch einen weiteren Kernumwandlungsvorgang gemäß Ziff. 24.

*Lithium.* Die Energie der Li-Neutronen beträgt nach MEITNER (vgl. 75) bei Verwendung von Po- $\alpha$ -Teilchen  $0,2$ — $0,5 \cdot 10^6$ , nach SAVEL (172)  $\sim 0,9 \cdot 10^6$  eV. Die Neutronenstrahlung wird durch 0,54 cm Pb zur Hälfte, durch  $1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^2}$  Paraffin vollständig absorbiert (27). Die Anregungsgrenze für Neutronen liegt bei  $5 \cdot 10^6$  eV.

Die Quantenenergie der  $\gamma$ -Strahlung beträgt nach SAVEL (172) etwa  $0,5 \cdot 10^6$  eV. Die  $\gamma$ -Anregungsgrenze liegt bei  $3 \cdot 10^6$  eV, also wesentlich niedriger als die für Neutronenanregung (67).

Li sendet bei der Beschießung auch Positronen aus (169) gemäß Ziff. 24, es besitzt aber nach unseren bisherigen Kenntnissen keine Protonenemission, daher kann die  $\gamma$ -Strahlung nicht so wie bei Bor gedeutet werden. Nach BOTHE und BECKER (6) nimmt man an, daß sie einem Nichteinfangprozeß ihre Entstehung verdankt, d. h.

das  $\alpha$ -Teilchen soll bei einem Zusammenstoß mit dem Li-Kern nur Anregungsenergie übertragen, ohne im Kern steckenzubleiben und ohne ihn umzuwandeln.

*Übrige Elemente.* Die ersten Untersuchungen stammen von CURIE und JOLIOT (73). In Tabelle I sind die neueren Ergebnisse besonders von SABEL (III, 171, 172, 75) für die übrigen Elemente zusammengestellt. Die zweite Spalte enthält die Energie der Neutronen bei Beschießung mit Po- $\alpha$ -Teilchen, die vierte die Quantenenergie der  $\gamma$ -Strahlung. Spalte 3, 5 und 6 geben die Mindest- $\alpha$ -Energie, die die Strahlung eben anzuregen beginnt. Sehr große Genauigkeit darf man den Werten bei der ziemlich schwierigen Ableitung nicht beimessen.

Tabelle I. Neutronen- und  $\gamma$ -Energien (mit Po- $\alpha$ -Strahlen), niederste anregende  $\alpha$ -Energie (Einheit  $10^6$  eV).

Element	Neutronen		$\gamma$ -Strahlen		Protonen
	n-Energie	$\alpha$ -Anregungs- grenze	$\gamma$ -Energie ( $h\nu$ )	$\alpha$ -Anregungs- grenze	$\alpha$ -Anregungs- grenze
Li	$\sim 0,5$	5	0,5	3	—
Be	bis $\sim 11$	( $\sim 2$ )	5	( $\sim 2$ )	—
B	3-4	2	3	2	2,3
N	—	—	1,3-1,5	—	4,1
F	$\sim 2$	2,5-2,7	1,3	0,9-1,2	3,4
Na	2	4,7-5	1,7-1,8	3,7-4	< 3,2
Mg	1,5	4,3-4,5	0,5	4,3-4,5	2,6
Al	$\sim 2$	4-4,3	0,55 und 2 (171) 0,9 (75)	3-3,3	< 3,2

Für Al wird bei  $4,6 \cdot 10^6$  eV von SABEL ein Resonanzmaximum berichtet (171).

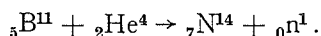
Für F wurde kürzlich die Neutronenenergie von BONNER und SMITH (123) aus der Reichweite der Rückstoßprotonen bestimmt. Die Höchstenergie beträgt  $2,5 \cdot 10^6$  eV, der größere Teil hat aber unter  $1,5 \cdot 10^6$  eV.

Die von SABEL (172) und KARA-MICHAILOVA (155) gefundene Stickstoff- $\gamma$ -Strahlung ist sehr schwach. Neutronen sind daneben nicht festgestellt; es ist aber zu vermuten, daß bei Erhöhung der  $\alpha$ -Energie auch bei N Neutronen auftreten, nach Analogie mit anderen Elementen, welche ebenso wie N durch Bestrahlung künstlich radioaktiv werden [vgl. Ziff. 24, WERTENSTEIN (179)]. Die in Tabelle I genannten Elemente senden sämtlich auch Positronen aus gemäß Ziff. 21 und 24.

Die bei einigen Elementen beobachtete Verschiedenheit der Anregungsgrenzen für Neutronen und  $\gamma$ -Strahlen scheint darauf hinzuweisen, daß die beiden Strahlenarten nicht beim gleichen Umwandlungsvorgang entstehen. Andererseits gibt es in einigen Fällen Protonengruppen, die mit der  $\gamma$ -Strahlung verknüpft sein können.

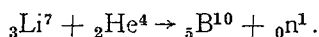
Über die Beziehungen der verschiedenen Strahlenarten zueinander ist also nach den bisherigen Versuchsergebnissen noch keine volle Sicherheit zu erreichen. Auffällig ist jedoch, daß nach MEITNER und PHILIPP (37) Neutronen- und  $\gamma$ -Ausbeute weitgehend parallel gehen.

**12. Genaue Masse des Neutrons.** Eine feinere Massenbestimmung als auf Grund des Impulssatzes (Ziff. 8) ist aus jedem Kernumwandlungsvorgang möglich, der zu der Aussendung von Neutronen führt, sobald die Massendefekte aller beteiligten Atome und die auftretenden kinetischen sowie  $\gamma$ -Energien bekannt sind. Will man die Rechnung für B ausführen, so entsteht die Frage, welches der beiden Isotope  $B^{10}$  und  $B^{11}$  (Häufigkeit 1 : 5) umgewandelt wird. CHADWICK (22) schreibt die Neutronenumwandlung dem  $B^{11}$  zu, da es aus Gründen der Energiebilanz sicher scheint, daß die Protonen bei der Umwandlung von  $B^{10}$  ausgesandt werden. Er setzt für den Verlauf an



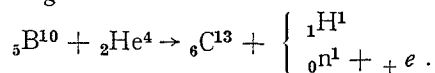
Hieraus folgt für die Masse des Neutrons  $n = 1,0067$ . Verwendet man statt der von CHADWICK bestimmten Höchstenergie der B-Neutronen die von MOTT-SMITH und BONNER (124), so erniedrigt sich dieser Wert auf 1,0058.

Ähnliche oder noch niedrigere Werte erhält man aus den Ableitungen, bei welchen die Li-Masse eingeht. Man geht etwa aus von dem Prozeß:



[Die Berechtigung dieses Ansatzes wird neuerdings bezweifelt; vgl. Ziff. 25, MEITNER (169)]. Die genaue Li-Masse ist von BAINBRIDGE bestimmt worden, sie kann andererseits aus der Li-Umwandlung mit Protonen abgeleitet werden. Die beiden Werte sind  $7,0130 \pm 0,0006$  und  $7,0133$  (63). Das beim obigen Prozeß ausgesandte Neutron hat eine noch nicht genau bekannte, aber sicher kleine kinetische Energie (etwa  $0,5 \cdot 10^6$  eV). Läßt man diese unberücksichtigt, so ergibt sich eine obere Grenze für die Neutronenmasse mit  $1,0070 \pm 0,0005$  (62, 63; vgl. auch 157). Alle diese Werte sind kleiner als die Wasserstoffmasse 1,0078.

Zu ganz abweichenden Ergebnissen kamen CURIE und JOLIOT. Sie beobachteten die Aussendung von Positronen bei der  $\alpha$ -Beschießung verschiedener Neutronen emittierender Elemente (70). Um auch diesen Vorgang mit in die Deutung einbeziehen zu können, nahmen sie an (71), daß bei allen Umwandlungen nur  $B^{10}$  beteiligt ist und daß statt des Protons ein Neutron und ein Positron ausgesandt werden können. Die Umwandlung geschieht nach der doppelten Beziehung:



Es hat sich herausgestellt, daß die Positronen noch eine meßbare Zeit nach der  $\alpha$ -Beschießung auftreten (Ziff. 24). Dies bedeutet im Sinne obiger Gleichung, daß aus  ${}_5\text{B}^{10} + {}_2\text{He}^4$  zunächst  ${}_7\text{N}^{13} + {}_0\text{n}^1$  entsteht und daß  ${}_7\text{N}^{13}$  nachträglich in  ${}_6\text{C}^{13} + {}_+e$  zerfällt. Jedenfalls erhält man hieraus für die Neutronenmasse 1,0098 (142).

Die Ableitung dieses Wertes geschieht aus dem Vergleich der beiden Zerfallsmöglichkeiten. Es gehen dabei außer den Massen von Proton, Neutron, Positron vor allem die kinetischen Energien des Protons ( $W_H$ ) einerseits, des Neutrons und Positrons ( $W_n, W_e$ ) andererseits ein, sowie die des entstehenden Kerns  ${}_6\text{C}^{13}$  ( $W_C$  oder  $W'_C$ ). Die kinetischen Energien werden dazu in Masseneinheiten umgerechnet nach der Gleichung  $\frac{W}{c^2} = \text{absolute Masse}$ . Die beiden Gleichungen lauten dann:

$$\begin{aligned} {}_5\text{B}^{10} + {}_2\text{He}^4 + W_\alpha &= {}_6\text{C}^{13} + {}_1\text{H}^1 + W_C + W_H \\ \text{oder} \qquad \qquad \qquad &= {}_6\text{C}^{13} + {}_+e + {}_0\text{n}^1 + W_n + W'_C + W_e. \end{aligned}$$

Durch Subtraktion entsteht:

$$0 = {}_1\text{H}^1 - {}_0\text{n}^1 - {}_+e + W_H - W_n - W_e + W_C - W'_C.$$

Nach Einsetzen aller Werte folgt das genannte Ergebnis für  ${}_0\text{n}^1$ . Führt man die entsprechende Rechnung für die Umwandlung von  $\text{Mg}^{24}$  und  $\text{Al}^{27}$  durch, so ergibt sich 1,0092 und 1,0089; alle diese Werte sind größer als die Wasserstoffmasse. Da  $\text{Al}^{27}$  kein Isotop besitzt, sind dort beide Umwandlungsarten mit Bestimmtheit dem gleichen Kern zuzuordnen.

Eine untere Schranke von 1,01 für den Wert der Neutronenmasse könnte man aus der Stabilität des  ${}_4\text{Be}^9$ -Kerns ableiten (142). Nach anfangs widersprechenden Ergebnissen scheint heute sicher, daß Be keine natürliche Radioaktivität besitzt und seine Masse daher kleiner als die seiner Kernbestandteile sein muß. Zweifelhaft ist jedoch, ob der Be-Kern die maximal mögliche Zahl von 2  $\alpha$ -Teilchen enthält.

Einen besonders tiefen Wert für die Neutronenmasse erhält man aus der Zertrümmerung von  $\text{H}^2$ ; man leitet daraus ab  $n = 1,0006$  (102, 103). [Vgl. auch LADENBURG (156)].

Der genaue Wert der Neutronenmasse ist wichtig für die Frage, ob das Proton oder das Neutron ein Elementarteilchen ist. Wenn man versucht, mit einer möglichst kleinen Zahl von Elementarteilchen auszukommen, muß man annehmen, daß entweder das Proton aus einem Neutron und einem Positron zusammengesetzt ist oder daß das Neutron aus einem Proton und einem Elektron besteht. Das Teilchen, dessen Masse kleiner ist als die des anderen plus der Elektronenmasse (bzw. Positronenmasse), muß als zusammengesetzt angesehen werden, da es bei der Bildung aus seinen Elementarteilchen Energie abgegeben hat und wegen der Äquivalenz von

Masse und Energie auch Masse verloren haben muß. Bei der Verschiedenheit der Werte für die Neutronenmasse läßt sich die Frage nach dem Elementarteilchen noch nicht beantworten. Da es, wie erwähnt, vorkommt, daß statt eines Protons nacheinander ein Neutron und ein Positron ausgesandt werden (vgl. Ziff. 24), so wird man eher geneigt sein, das Neutron als Elementarteilchen anzusehen. Man muß aber durchaus die weiteren Möglichkeiten im Auge behalten, daß sowohl das Neutron als auch das Proton als Elementarteilchen auftreten und daß Neutronen mit verschiedener Masse vorkommen können.

**13. Ionisierungsvermögen.** CHADWICK (22) hat untersucht, ob sich die Geschwindigkeit von Neutronen beim Durchgang durch 2,5 cm Messing verringert. Der Energieverlust betrug weniger als die Genauigkeitsgrenze von  $0,4 \cdot 10^6$  eV. Entsprechend der Elektronenzahl auf Luft umgerechnet würde das bedeuten, daß weniger als 0,7 Ionenpaare pro Zentimeter Luft erzeugt werden, wenn man mit dem bekannten Energieverlust von 32 eV pro Ionenpaar rechnet. Eine noch schärfere Abschätzung ermöglichen direkte Messungen von DEE (30) über die ionisierende Wirkung der Neutronen mit der WILSON-Kammer. Ein schweres Teilchen (Neutron) kann auf ein leichtes (Elektron) beim Stoß nach dem Impulssatz höchstens das Doppelte seiner Geschwindigkeit übertragen. Auf diese Weise würden beim zentralen Stoß eines Neutrons der Hauptgruppe von  $\text{Po } \alpha + \text{Be}$  Elektronen von  $6,6 \cdot 10^9 \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$  oder von 13 ekV Energie entstehen. Elektronen aus diesem Energiebereich wurden fast gar nicht beobachtet. Es ließ sich erreichen, daß in der Kammer die Tröpfchenzahl ohne Präparat nur 10 betrug. Mit Präparat stieg sie um nicht mehr als um 5. Der Verfasser leitet daraus ab, daß durch ein Neutron höchstens 1 Ionenpaar auf 3 m Luft gebildet wird. Das entspricht auch der theoretischen Erwartung (35).

**14. Absorption der Neutronen.** Über die Absorption der Neutronen in Materie liegen verschiedene Untersuchungen vor, die meisten wurden ausgeführt nach der GREINACHERSchen Zählmethode [Ziff. 7a, z. B. THIBAUD und DUPRÉ LA TOUR (41, 42)]. Bei diesem Verfahren werden die Beobachtungen durch das Vorhandensein einer intensiven  $\gamma$ -Strahlung nicht gestört. Es sind vor allem Versuche mit Be Neutronen ausgeführt worden. Als  $\alpha$ -Strahlenquelle diente teils Po, teils RaEm, gelegentlich auch RdTh. In allen Fällen war die beobachtete Neutronenstrahlung sehr stark inhomogen, namentlich weil sehr verschiedene  $\alpha$ -Reichweiten wirksam waren (vgl. Ziff. 10, Abb. 6).

Charakteristisch für Neutronenstrahlung ist die außerordentlich geringe Absorbierbarkeit. Es handelt sich dabei vor allem um Streuung aus dem Strahlengang, daher treten ganz ähnliche Meßschwierigkeiten auf wie bei der Absorption harter  $\gamma$ -Strahlen. So



hängt die Form der Absorptionskurve stark von den geometrischen Bedingungen ab [THIBAUD (42)]. Diejenigen Neutronen, welche praktisch unabgelenkt durch den Absorber hindurchgehen, haben keine merklichen Energieverluste erlitten; diese Prüfung ist bisher nur hinter 2,5 cm Messing ausgeführt [CHADWICK (22)]. Umfangreiche Beobachtungen unter besonders reinen Versuchsbedingungen über Absorption und Streuung wurden von DUNNING und PEGRAM (76, 77, 144) ausgeführt. Sie arbeiteten mit Röhren, die RaEm und Be enthielten. Durch Benützung von Absorbieren mit möglichst

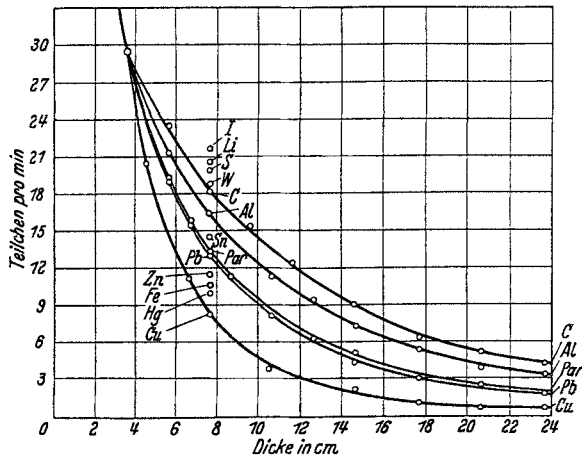


Abb. 11. Absorption der Neutronen von Be + RaEm in verschiedenen Stoffen; Vorfilter 3 cm Pb.

kleinem Querschnitt konnte der „Streufehler“, d. h. das Mitbeobachten von Neutronen, die von seitlichen Massen hinter den Absorber gestreut wurden, bis auf 1% vermieden werden [Meßprinzip von BECKER und BOTHE (7)].

Der Verlauf der Neutronenintensität mit der Absorberdicke ist aus Abb. 11 zu ersehen; er ist bei verschiedenen Stoffen ganz ähnlich. Ursache ist der Umstand, daß für die Absorption die Zahl der in der Volumeneinheit enthaltenen Kerne und die verhältnismäßig wenig verschiedenen Kernquerschnitte maßgebend sind und nicht die Zahl der Elektronen. Hierin liegt der auffälligste Unterschied gegenüber dem Verhalten einer durchdringenden  $\gamma$ -Strahlung.

Frühere Messungen von CURIE-JOLIOU (72), bei denen ein Einfluß der begleitenden  $\gamma$ -Strahlung wohl noch nicht völlig ausgeschaltet war, zeigen ebenfalls, daß für die Absorption die Zahl der Kerne maßgebend ist. Bildet man ähnlich wie bei  $\gamma$ -Strahlungsmessungen üblich den „Massenabsorptionskoeffizienten“  $\frac{\mu}{\rho}$ , so erhält man im Gegensatz zu einer Lichtquantenstrahlung hohe Werte für leichte Atome und niedrige für schwere (Abb. 12).

Von T. W. BONNER (59, 125) wurde die Abhängigkeit der Absorption von der Neutronengeschwindigkeit untersucht. Er beobachtete die Abnahme der Neutronenintensität durch 7,3 cm Blei, mit Neutronen verschiedener Geschwindigkeit, wie man sie mit Be, B oder F bei Beschießung mit Po- $\alpha$ -Strahlen erhält. Nach seinen Versuchen werden in Pb langsame Neutronen schwächer absorbiert als schnelle, während die Verhältnisse bei C und Paraffin umgekehrt sind. In Tabelle 2 sind seine Ergebnisse zusammengestellt.

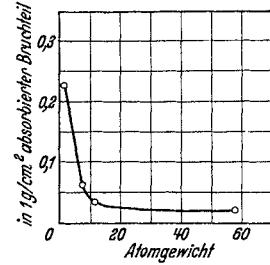


Abb. 12. Absorption der Neutronen in  $1 \frac{g}{cm^2}$  bei verschiedenen Elementen.

15. Streuung der Neutronen. Die Streuung der Neutronen in der Materie wurde zuerst von AUGER (13, 49) mit der WILSON-Kammer beobachtet. Seine Untersuchungen

Tabelle 2.

Absorptionsmessungen mit Neutronen von Be, B und F (nach 125).

	Absorbierter Bruchteil in %		
	durch 7,3 cm Pb	durch 7,3 cm Paraffin	durch 7,6 cm Graphit
Be-Neutronen $v = 3 \cdot 10^9 \frac{cm}{sec}$	43,6	44,0	32,0
B-Neutronen $v = 2 \cdot 10^9 \frac{cm}{sec}$	36,2	63,7	41,1
F-Neutronen $v = 1,3 \cdot 10^9 \frac{cm}{sec}$	29,1	81,2	46,3

betreffen insbesondere die Existenz einer Rückwärtsstreuung an schweren Kernen.

Die genauesten Versuche stammen wieder von DUNNING und PEGRAM (76, 77, 144). Es wurde mit Neutronen aus RaEm + Be gearbeitet. Die Versuchsanordnung war zylindersymmetrisch zu der Linie Präparat-Ionisationskammer. Zwischen beiden befand sich zur Absorption der direkten Strahlung ein Pt-Zylinder von 19 cm Länge, der eben den direkten Strahlengang ausfüllte. Es wurde die Zunahme der Neutronenzahl beobachtet, wenn Ringe als Streukörper aufgestellt wurden (vgl. Abb. 13). Durch Verschiebung der Ringe erhielt man die Streuung in verschiedenen Winkelbereichen. In Tabelle 3 ist der Zusammenhang von Streuwinkel, Substanz und beobachteter Streuintensität zusammengestellt (144).

Tabelle 3. Streuung der Neutronen.

Stoff	Relative Intensitäten, bezogen auf gleichen prim. u. sek. Raumwinkel			
	$59^\circ \pm 15^\circ$	$77^\circ \pm 20^\circ$	$95^\circ \pm 20^\circ$	$132^\circ \pm 13^\circ$
Paraffin . . . . .	16,0	5,6	5,1	5,7
Kohlenstoff . . . . .	16,3	11,4	11,0	12,0
Kupfer . . . . .	16,2	—	13,7	14,0
Blei . . . . .	13,3	—	12,0	13,2

Man erkennt, daß die Rückwärtsstreuung im Vergleich zur Vorwärtsstreuung um so stärker ist, je schwerer der streuende Kern ist, ganz wie man es vom elastischen Stoß in der Mechanik kennt.

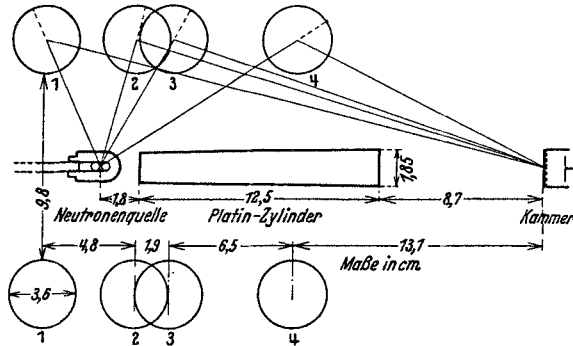


Abb. 13. Versuchsanordnung für Streuung von Neutronen.

Über Koinzidenzbeobachtungen an Neutronen liegt eine kurze Notiz von DE BROGLIE und Mitarbeitern (18) vor. Es soll sich dabei um den Nachweis des gleichen Neutrons *bei* der Streuung und *nach* der Streuung mit Hilfe zweier paraffinausgekleideter Zählkammern handeln. Solche Koinzidenzen müssen wegen des geringen Wirkungsgrads einer solchen Kammer für Neutronen äußerst selten und schwer beobachtbar sein.

**16. Radius (Wirkungsquerschnitt) des Neutrons.** CHADWICK (22) bestimmte den Stoßradius von Neutronen mit verschiedenen Kernen mit einer Zählkammer, die nacheinander mit  $H_2$ ,  $N_2$ ,  $O_2$ , A gefüllt wurde. Die Anzahl der von der Kammer bei gleicher Atomzahl und gleicher Bestrahlung angezeigten Zusammenstöße ist ein Maß für den Stoßquerschnitt. Dieser ergab sich merklich gleich für N und O, doppelt so groß für A, schließlich bei H zu zwei Drittel desjenigen für N.

Der absolute Wert des Stoßradius läßt sich aus Absorptions- und Streuversuchen ableiten [CHADWICK (22), MEITNER und PHILIPP (27), THIBAUD (41), DUNNING (144)]. Berechnet man ihn aus der klassischen Mechanik unter Voraussetzung elastischer Zusammenstöße zwischen

Kugeln, so erhält man den Neutronenradius nach DUNNING (144) zu  $4,2-5,7 \cdot 10^{-13}$  cm. Nach MEITNER und PHILIPP zu mindestens  $8 \cdot 10^{-13}$  cm. Dagegen führt die quantenmechanische Behandlungsweise des Problems in Anwendung auf dieselben Versuche zu einer abweichenden Richtungsverteilung der gestreuten Neutronen und zu einem anderen Wirkungsradius [RABI (108)]. Dieser ergibt sich dabei wesentlich kleiner, und zwar zu  $1,2 \cdot 10^{-13}$  cm [Näheres besonders bei DUNNING (144)].

**17. Richtungs- und Energieverteilung der Rückstoßkerne (elastischer Stoß).** Die Kenntnis der Richtungsverteilung der Rückstoßkerne ist deshalb von Interesse, weil man daraus auf die Richtungsverteilung der gestreuten Neutronen schließen kann, denn nach den mechanischen Stoßgesetzen, d. h. nach Energie- und Impulssatz gehört zu jeder Rückstoßrichtung eine wohldefinierte Richtung des gestreuten Neutrons. Außerdem lassen Beobachtungen über die Winkel- und Geschwindigkeitsverteilung der durch Neutronen gestoßenen Atomkerne Aussagen über die elektrischen Eigenschaften des Neutrons zu. Bezeichnen wir mit  $\vartheta$  den Emissionswinkel des Kerns gegen die Neutronenrichtung, so wäre für die Winkelverteilung der Protonen (Zahl der Protonen je Raumwinkeleinheit) nach MASSEY (36) zu erwarten:

a) falls das Neutron ein elektrischer Dipol ist: Verteilung mit unendlichem Maximum bei  $\vartheta = 90^\circ$ ;

b) falls das Neutron eine elastische Kugel ist: Verteilung proportional  $\cos \vartheta$ ;

c) falls das Neutron aufzufassen ist als Proton, das in ein Elektron eingebettet ist: Verteilung mit einem Maximum zwischen  $0^\circ$  und  $65^\circ$ .

Diese letzte Behauptung ist abgeleitet, indem man von einem H-ähnlichen Atom mit fiktiver, sehr hoher Kernladung  $Z$  ausgeht und einen Grenzübergang  $Z \rightarrow \infty$  ausführt.

Über die Winkelverteilung der durch Neutronen in Bewegung gesetzten Protonenstrahlen liegen Untersuchungen mit der Nebelkammer von KURIE (99, 100) vor an Protonen aus Paraffin, von AUGER und MONOD-HERZEN (51) und von MEITNER und PHILIPP (165) an Protonen aus dem Füllgas der Kammer. Die erhaltenen Verteilungskurven sind widersprechend. KURIE findet ein Maximum bei  $0^\circ$ . Nach seiner Ansicht steht seine Kurve, die mit ziemlich kleiner Teilchenzahl aufgenommen ist, aber im Widerspruch zur Annahme einer  $\cos$ -Verteilung. AUGER und MONOD-HERZEN (51, 204) finden ein Maximum für die schnelle Protonengruppe bei  $70^\circ$ , für die langsame dagegen bei  $45^\circ$ . Am genauesten sind wohl die Messungen von MEITNER und PHILIPP (165), sie sind eine gute Stütze für die Annahme einer  $\cos \vartheta$ -Verteilung. Bezieht man nämlich diese Verteilung auf ein Koordinatensystem, in dem der Schwerpunkt ruht, so wird daraus eine kugelsymmetrische Verteilung. Man prüft das,

indem man Kugelzonen auszählt, für die sich  $\cos 2\vartheta$  um gleiche Beträge ändert; diese Zonen müssen gleich viel Teilchen enthalten. Bei Unterteilung in 5 Intervalle ergaben sich in diesen 21, 20, 17, 24, 18 Teilchen, also Gleichverteilung innerhalb der statistischen Schwankung.

Die Beobachtungen führen zu dem Schluß, daß sich das Neutron nach unserer heutigen Kenntnis sicher nicht wie ein elektrischer Dipol verhält.

Die Beobachtung der Geschwindigkeitsverteilung der Rückstoßatome führt zu einer Aussage über die Energieverteilung der stoßenden Neutronen. Verteilungen von *Wasserstoffrückstoßatomen* sind an anderer Stelle mitgeteilt (Ziff. 11), da sie vornehmlich zur Geschwindigkeitsbestimmung der Neutronen benutzt werden. Besonders erwähnt sei in diesem Zusammenhang noch die photographische Methode der Reichweitenbestimmung von H-Strahlen [BLAU und WAMBACHER (14); KIRSCH und WAMBACHER (95)].

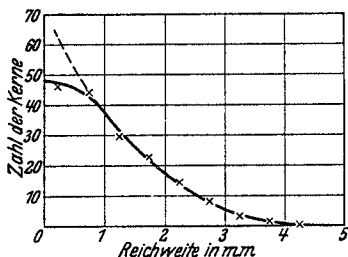


Abb. 14. Integrale Verteilung von Rückstoßkernen aus Stickstoff.

Aus Versuchen von FEATHER (79) und von MEITNER und PHILIPP (165) mit  $Po-\alpha + Be$  kennt man die Reichweitenverteilung der Rückstoßatome aller Richtungen von Sauerstoff und Stickstoff. Die Übereinstimmung bei den verschiedenen Forschern ist ausgezeichnet. In Abb. 14 ist die Zahl der Atome, die eine gewisse Reichweite überschreiten, nach Beobachtungen von MEITNER und PHILIPP für Stickstoff angegeben. Rückstoßatome mit Reichweiten unter 1 mm lassen sich in der WILSON-Kammer nicht mehr sicher beobachten. Da man aus der Geschwindigkeitsverteilung der Wasserstoffkerne weiß, daß es noch eine langsame Neutronengruppe gibt, extrapoliert man mit der punktierten Linie. Die aus der Höchstreichweite sich ergebende Maximalenergie der Neutronen stimmt gut mit der aus Protonen abgeleiteten überein; für eine Bestimmung der Geschwindigkeitsverteilung der Neutronen sind die Kurven zwar grundsätzlich geeignet [vgl. die Untersuchung von MEITNER und PHILIPP (165)], sie müßten aber mit sehr großer, bisher nicht erreichter Genauigkeit bekannt sein.

**18. Kernumwandlung durch Neutronen (unelastischer Stoß).** Beweiskräftige Untersuchungen für die Umwandlung eines Atoms durch Zusammenstoß mit einem Neutron lassen sich mit der Nebelkammer ausführen. In diesem Fall gehen von einem Punkt zwei stark ionisierende Teilchen aus, ohne daß ein ankommendes Teilchen erkennbar ist (Abb. 15). Beobachtungen stammen von FEATHER

(32, 79), HARKINS, GANS und NEWSON (83, 84, 85, 86, 87, 88, 89, 153).  
KURIE (101), MEITNER und PHILIPP (37, 165) und von RIEDER (110).

Bisher sind vier solche Umwandlungsprozesse mit Sicherheit festgestellt:

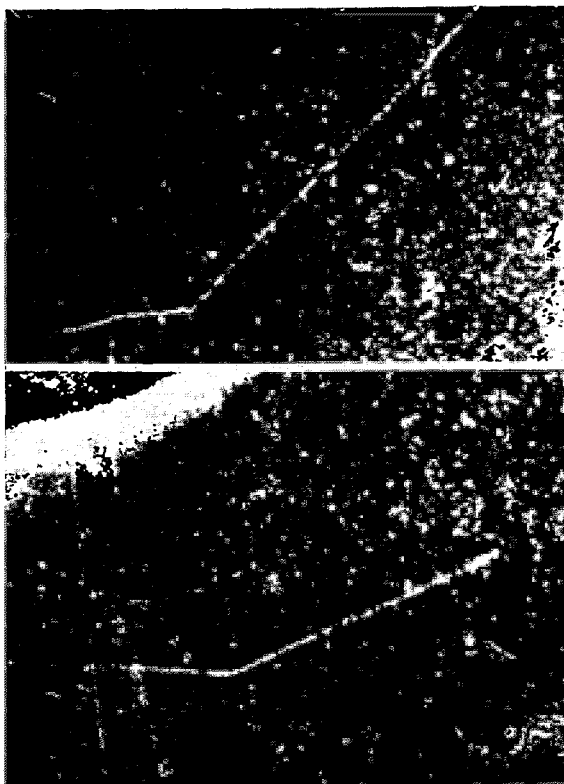
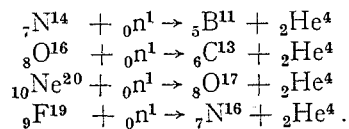
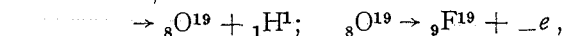


Abb. 15. Umwandlung von Ne durch ein Neutron, aus zwei Richtungen aufgenommen.  
(Nach HARKINS, GANS und NEWSON.)

Mit Rücksicht auf die inzwischen entdeckte künstliche Radioaktivität ist es möglich, daß  ${}_7\text{N}^{16}$  nachträglich in  ${}_8\text{O}^{16} + {}_0e$  zerfällt. Ferner ist denkbar, daß die rechte Seite der letzten Gleichung lautet:



außer wenn die Spur des leichteren Teilchens in der WILSON-Aufnahme mit Sicherheit als He gedeutet werden kann. In der Tat ist künstliche Radioaktivität von F nach Neutronenbeschießung festgestellt; sie besitzt eine Halbwertszeit von 9 Sekunden (Ziff. 27).

Nach KURIE (203) kommen auch Umwandlungen von Sauerstoff oder Stickstoff vor, die zur H-Strahlaussendung führen.

Zeitweise schien es nötig, gewisse der photographierten Umwandlungen als Nichteinfangprozesse zu deuten, d. h. das Neutron sollte nicht in den Kern eingebaut werden, sondern weiterfliegen. Es besteht heute kein experimenteller Grund, solche Vorgänge anzunehmen, nachdem sich herausgestellt hat, daß gestreute Neutronen die Ursache gewesen sein mußten, denn nur unter dieser Annahme ist eine quantitative Deutung der Aufnahmen möglich [HARKINS und GANS (153)].

Die Erscheinung der Umwandlung durch Neutronen ist nicht sehr häufig, z. B. erhielten HARKINS, GANS und NEWSON auf 7600 Aufnahmen 31 Umwandlungen von Stickstoff. Die Energie, die das umwandelnde Neutron im Durchschnitt besessen hat, betrug bei

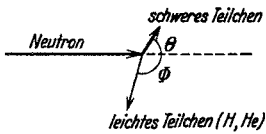


Abb. 16. Geometrische Verhältnisse bei Umwandlung durch Neutronen.

N F O Ne  
5,8 6,1 7,0  $11,6 \cdot 10^6$  eV.

Um diese angeben zu können, bestimmt man die Geschwindigkeit der Atomtrümmer aus der Reichweite. Man kennt damit auch ihre Impulse. Bei Kenntnis aller Winkel (vgl. Abb. 16) läßt sich der Impulssatz anwenden: der gesamte Vorwärtsimpuls der beiden Atomtrümmer ist gleich dem Impuls des stoßenden Neutrons. Man kennt so die Geschwindigkeit und damit auch die Energie des Neutrons. Beim Aufstellen der vollständigen Energiebilanz für die Umwandlung (Erhaltung von Energie und Masse) ergibt sich meist ein Energieverlust  $\Delta E$  des Gesamtsystems. Das führt zum Schluß, daß die verlorene Energie als  $\gamma$ -Quant ausgesandt wird.

Bildet man aus den stark streuenden Werten von  $\Delta E$  den Durchschnitt, so erhält man als mittlere Quantenenergie für die anzunehmende  $\gamma$ -Strahlung bei

N	F	O	Ne
3,2	3,1	5,3	$5,2 \cdot 10^6$ eV.

Dabei handelt es sich um Durchschnittswerte, bei N aus 38, bei den übrigen aus 4—7 Einzelbeobachtungen.

Es ist zu beachten, daß die hierbei noch nicht sicher bekannte Masse des Neutrons maßgebend eingeht. Der Berechnung liegt der CHADWICKSche Wert 1,0067 zugrunde. Bei größerer Masse wird  $\Delta E$  noch größer.

Am genauesten ist die Stickstoffumwandlung erforscht, besonders von HARKINS, GANS und NEWSON (89). Man kann in diesem Fall einerseits die Geschwindigkeitsverteilung der Neutronen, die eine Stickstoffumwandlung hervorgerufen haben, aufzeichnen und andererseits die verschwundenen Energien  $\Delta E$  zusammenstellen. Aus den

Abb. 17a und b sieht man, daß die Umwandlung bei Neutronen von  $3 \cdot 10^9 \frac{\text{cm}}{\text{sec}}$  ( $= 4,8 \cdot 10^6 \text{ eV}$ ) ein Maximum besitzt. Dieses entsteht aus der Überlagerung der Abnahme der Neutronenhäufigkeit mit zunehmender Geschwindigkeit und der Zunahme der Umwandlungswahrscheinlichkeit.

Abb. 17c und d zeigt die Verteilung der Werte des Energieverlustes  $\Delta E$  in differentieller und integraler Form. Die Verfasser deuten die Kurve im

Sinne eines ausgedehnten  $\gamma$ -Spektrums. In Anbetracht der Schwierigkeit der Messung besteht wohl kein Grund, das Vorhandensein eines solchen anzunehmen; man wird eher eine vielleicht monochromatische Strahlung von etwa  $3 \cdot 10^6 \text{ eV}$  annehmen.

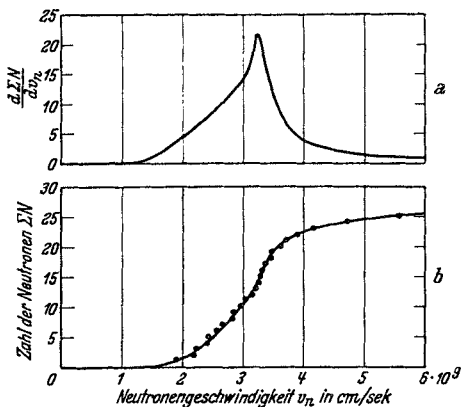


Abb. 17a und b. Zahl der Neutronen, die eine Umwandlung von Stickstoff hervorgerufen haben; a differentiell, b integral.

VON DESEYVE, KIRSCH UND RIEDER (31) wurden nach der Szintillationsmethode Versuche über Atomumwandlung durch Neutronenbeschöpfung angestellt. Fast sämtliche untersuchten Elemente (darunter Be, C, Cu, Ag, Au, Mo, W) zeigten einen Effekt von ähnlicher

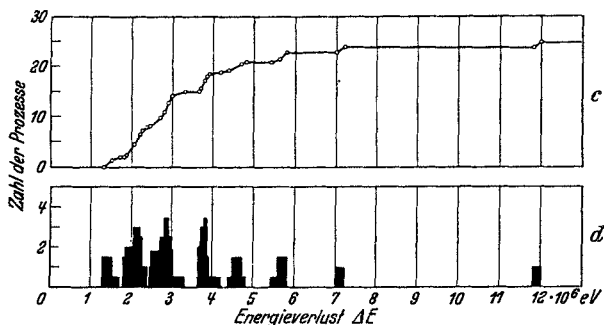


Abb. 17c und d. Verteilung der gemessenen Energieverluste  $\Delta E$ ; c integral, d „differentiell“.

Größenordnung. Es ist nach den Verfassern sicher, daß auch ZnS, die Schirmsubstanz, allein einen Effekt derselben Größenordnung gibt.

Mit Hilfe zweier Ionisationskammern (Wasserstoff- bzw. Argonfüllung) wurde von LEA (159) gefunden, daß Paraffin und ebenso flüssiger Wasserstoff während der Bestrahlung mit Neutronen von Be + Po- $\alpha$  eine Sekundärstrahlung aussendet. Die Wirkung auf die Argonkammer war 12mal stärker als auf die Wasserstoffkammer;



daher ist anzunehmen, daß es sich um eine  $\gamma$ -Strahlung handelt. Ihre Intensität ist so groß, daß anscheinend bei jedem vierten Stoß zwischen Neutron und Wasserstoffkern ein  $\gamma$ -Quant entsteht. Die Beobachtung geschah unter  $120$ — $180^\circ$  gegen die Neutronenrichtung. Nach der Absorbierbarkeit in Blei soll die Strahlung eine Quantenenergie von etwa  $2$ — $4 \cdot 10^6$  eV besitzen. Die Deutung des Verfassers, daß die Strahlung bei der Vereinigung eines Neutrons mit dem getroffenen  $H^1$  zu  $H^2$  entsteht, kann nicht aufrechterhalten werden, da AUGER (121) durch Nebelkammeraufnahmen im Magnetfeld gezeigt hat, daß die Wasserstoffrückstoßatome stets eine spezifische Ladung zeigen, die Protonen entspricht.

Die Kernumwandlungsvorgänge durch Neutronen, welche zur künstlichen Radioaktivität führen, sind in Ziff. 27 besprochen.

### C. Das Positron.

19. Existenz des Positrons. Die Entdeckung positiver Elektronen oder wie wir im folgenden sagen werden, Positronen (nach ANDERSON, Zusammenziehung von *positive electron*), geschah bei Untersuchungen über die kosmische Ultrastrahlung. Die erste Beobachtung solcher Teilchen wurde zunächst unter Vorbehalt von ANDERSON (10) im September 1932 mitgeteilt. Er hatte eine WILSONSche Nebelkammer senkrecht aufgestellt und konnte in ihr ein horizontales Magnetfeld bis zu 2000 Gauß erzeugen. Die von ihm neu beobachtete Teilchenart (Abb. 18) ist zweifellos ein Elementarteilchen und besitzt nach unserer heutigen Kenntnis eine elektrische Ladung von gleichem Betrage, aber umgekehrtem Vorzeichen wie das Elektron und hat gleiche Masse wie dieses. Im Magnetfeld wird es abgelenkt wie ein Elektron umgekehrter Bewegungsrichtung. Sein Ionisierungsvermögen unterscheidet sich nicht erkennbar von dem eines Elektrons gleicher Ablenkbarkeit, ist also kleiner als das des Protons. Der endgültige Nachweis setzt eine sichere Kenntnis der Bewegungsrichtung voraus. Diese wurde festgestellt, indem man in den Weg der Teilchen eine Metallplatte einführte. Die Platte kann nur eine Verminderung der Geschwindigkeit hervorrufen, die Bahn des Teilchens im Magnetfeld ist also vor dem Durchgang schwächer, nachher stärker gekrümmt. Die Bewegungsrichtung läßt sich auf diesem Weg eindeutig bestimmen (Abb. 18).

Es gibt Fälle, bei denen Positronen so auftreten, daß die Bewegungsrichtung von vornherein mit Sicherheit angebbar ist. Bei Ultrastrahlenuntersuchungen mit WILSON-Kammern beobachtet man gelegentlich das Auftreten einer sog. Garbe [„shower“; BLACKETT und OCCHIALINI (57)], d. h. eines ganzen Bündels von Teilchen gleicher ionisierender Wirkung, aber verschiedenen Krümmungssinnes. Wegen des gleichen Ausgangspunktes der Teilchen ist die Bewegungsrichtung bekannt.

Das gleiche gilt von denjenigen Fällen der künstlichen Radioaktivität, bei welchen Positronen ausgesandt werden (Ziff. 24).

**20. Ladung und Masse des Positrons.** Hat man ein positives Teilchen festgestellt, so besteht die Möglichkeit, daß man es mit einem Proton hoher Geschwindigkeit zu tun hat; man muß daher Ladung und Masse getrennt messen. Diese Bestimmung ist auf folgende Weise möglich:

a) *Aus der Ionisierung.* Nach ANDERSON (44, 47) zeigen die positiven und negativen Teilchen gleicher Krümmung im Magnetfeld innerhalb 20% dieselbe Ionisierung. Für sehr schnelle, geladene Teilchen, wie sie bei der Ultrastrahlung vorkommen, hängt nun die Ionisierung je Zentimeter (Tröpfchendichte der WILSON-Aufnahme) vom Quadrat der



Abb. 18. Positron von  $63 \cdot 10^6$  eV durchdringt 6 mm Pb und entweicht mit  $23 \cdot 10^6$  eV. [ANDERSON (44).]

Ladung ab, aber überhaupt kaum von der Masse. Da die Ladung quadratisch eingeht, kann sie für beiderlei Teilchen um höchstens 10% verschieden sein.

Für langsamere Teilchen mit gleichem Betrag der Ladung und gleicher magnetischer Krümmung ändert sich die Ionisierung proportional der Masse. Aus der Gleichheit der Ionisierung auch für langsamere Teilchen folgt Gleichheit der Masse innerhalb 20%.

Diese ziemlich enge Eingrenzung gelang erst allmählich. Näheres über die Geschichte der Entdeckung findet sich z. B. bei ANDERSON (120).

b) *Aus Reichweite und Krümmung.* Ein schlagender Beweis für die Existenz eines positiven Teilchens mit einer Masse wesentlich kleiner als der des Protons ergibt sich aus der Reichweite im Gas. Man kennt den Zusammenhang zwischen Geschwindigkeit (Energie) und Reichweite der Protonen. Nimmt man für gewisse beobachtete Teilchen positiven Vorzeichens an, es handle sich um Protonen, so kann man aus der Spurlänge im Gas eine untere Grenze für die Geschwindigkeit ableiten; bestimmt man andererseits die Geschwindigkeit aus dem bekannten Wert  $e/m$  und aus der Krümmung

im Magnetfeld, so gelangt man zu einem Widerspruch. Die aufgenommenen Spuren erweisen sich bei Positronen — um solche handelt es sich dann — stets mehrere Male, manchmal sogar 10mal länger, als die Reichweite für Protonen gleicher Krümmung sein könnte (57).

Durch Untersuchungen von THIBAUD (115, 116, 118) ist auch gezeigt, daß Positronen im statischen elektrischen Feld abgelenkt werden. Er bediente sich hierbei einer Anordnung, welche sich auch für andere Zwecke als sehr nützlich erwiesen hat: er ließ Positronen oder Elektronen in das Randgebiet des eisenfreien Raumes eines kräftigen Elektromagneten laufen (senkrecht zu den magnetischen Kraftlinien). Die Teilchen werden dann auf zyklidenähnlichen Bahnen am Rand entlang geführt. Geraten sie nämlich in das Gebiet höherer Feldstärke hinein, so werden sie zwar rückläufig, ihre Bahn erleidet aber stärkere Krümmung und verläuft nach Schleifenbildung im Gebiet geringerer Feldstärke wieder vorwärts (vgl. Abb. 19). Auf diese Weise kann man je nach der magnetischen Feldrichtung entweder Positronen oder Elektronen von

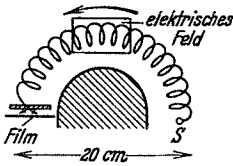


Abb. 19. Magnetische Methode zur Trennung von Positronen und Elektronen nach THIBAUD (schematisch).

einer Strahlenquelle *S* zum Nachweisinstrument führen. THIBAUD erzeugte nun mit Hilfe zweier Platten auf einem Teil des von den Positronen durchlaufenen Weges ein elektrisches Feld mit Feldlinien parallel zu den magnetischen. Auf der photographischen Schicht, die zum Nachweis diente, wurde die Auftreffstelle der Positronen beim Einschalten des elektrischen Feldes proportional zur Feldstärke abgelenkt, und zwar in derjenigen Richtung, die man für positive Teilchen erwartet. Als Positronenquelle diente ein Ag-Röhrchen, in dem sich Ra befand, oder ein mit Pb umhülltes RdTh-Präparat. In der verwendeten Anordnung gelang es, das Positronenbündel um 2,3 mm elektrisch zu verschieben.

Da bei allen Ablenkungsbeobachtungen (auch im elektrostatischen Feld) nur das Verhältnis  $\frac{e}{m}$  eingeht, könnte man auch die Möglichkeit diskutieren, daß man es mit einem Teilchen negativer, nicht positiver Ladung, dafür aber negativer Masse zu tun hat.

**21. Elektronenzwillinge, Einzelpositronen.** Wie fast gleichzeitig CHADWICK, BLACKETT und OCCHIALINI (63a), CURIE und JOLIOT (68), sowie MEITNER und PHILIPP (104) gezeigt haben, ist die Strahlung von Be + Po imstande, Positronen aus Blei auszulösen. Durch Versuche hinter einer absorbierenden Bleischicht zeigten CURIE und JOLIOT (68), daß die Auslösung wahrscheinlich nicht durch die Neutronen, sondern durch die  $\gamma$ -Strahlung geschieht. Durch Untersuchungen verschiedener Forscher wurde dann festgestellt, daß jede

$\gamma$ -Strahlung genügender Quantenenergie die Aussendung veranlaßt [ANDERSON (48), CURIE und JOLIOT (69), MEITNER und PHILIPP (105)]. Die Grenze der Wirksamkeit liegt bei der Quantenenergie von  $10^6$  eV. Die  $\gamma$ -Strahlung von Po ( $0,8 \cdot 10^6$  eV) hat noch keine Wirksamkeit [MEITNER und PHILIPP (104)]. Bei Erhöhung der Quantenenergie wird die Positronenaussendung immer häufiger. Bestrahlt man statt Blei verschiedene andere Elemente mit derselben  $\gamma$ -Strahlung, so findet man eine monotone Zunahme der Positronenausbeute mit der Ordnungszahl der Elemente. In Tabelle 4 sind die Zahlenverhältnisse von Positronen zu Elektronen für verschiedene  $\gamma$ -Strahlquellen und Elemente nach (69, 82, 120) zusammengestellt. Man hat immer nur relative Häufigkeiten bestimmt.

Tabelle 4. Zahlenverhältnis  $+e : -e$ .

$\gamma$ -Energie in $10^6$ eV	C	Al	Cu	Pb	U	
5 (Be $\gamma$ )	—	0,05	0,18	0,30	0,40	} nach CURIE und JOLIOT (69) nach ANDERSON (120) nach GRINBERG (82)
2,6 (ThC'' $\gamma$ )	—	—	—	0,08	—	
1,2 (RaC)	0,02	0,03	—	0,11	—	
	—	—	—	0,03	—	

Besonders wichtig ist die Beobachtung, daß mindestens bei einem Teil der Fälle gleichzeitig mit dem Positron ein Elektron ausgesandt wird. Die beiden Teilchenspuren lassen sich nämlich zu einem gemeinsamen Ausgangspunkt zurückverfolgen. Da die Aufnahmen mit Intensitäten gemacht sind, bei denen die Teilchenzahl nicht groß ist, kann man mit Hilfe statistischer Überlegungen mit Sicherheit aussagen, daß die beobachtete Doppelaussendung nicht durch zufällig gleichzeitige unabhängige Aussendung vorgetäuscht ist.

Über die Häufigkeit der paarweisen Aussendung gibt ANDERSON (120) eine Statistik. Mit der Strahlung von RdTh (ThC'') hinter 2,5 cm Blei wurden in einer Versuchsreihe aus einer 0,25 mm dicken Bleiplatte 1387 einzelne Elektronen, 96 einzelne Positronen und 59 Paare ausgelöst. Durch die gleiche Bestrahlung wurden aus 0,5 mm Al auf 916 einzelne Elektronen 20 einzelne Positronen und 7 Paare erhalten. Schließlich traten bei einer Kohleplatte auf 415 Einzelelektronen 6 einzelne Positronen und nur 2 Paare auf. Diese Beobachtungen liegen der 3. Zeile der Tabelle 4 zugrunde.

Zweifellos gehört zu vielen der einzelnen Positronen und einzelnen Elektronen noch ein zweites Teilchen der anderen Art, das nur deshalb nicht beobachtet werden kann, weil es noch im Innern der Platte aus der Richtung abgelenkt und dann absorbiert wird. Die Frage, ob sämtliche Einzelpositronen so erklärt werden können, läßt sich heute noch nicht beantworten. Die obenerwähnte Zahl von 20 Einzelpositronen bei Al gegenüber 7 Paaren scheint darauf hinzudeuten,

daß auch wirkliche Einzelpositronen erzeugt werden können. Nähere Aufklärung ist von Versuchen zu erwarten, bei denen die Positronen im Gas der WILSON-Kammer entstehen. Die Untersuchung darüber wird dadurch erschwert, daß Absorptionsprozesse im Gas natürlich viel seltener sind als in einer Metallplatte. Eine wohlgelungene



Abb. 20. „Zwillingspaar“ (Elektron und Positron) durch von unten kommende  $\gamma$ -Strahlung erzeugt.

Aufnahme von CURIE und JOLIOU (74) ist in Abb. 20 wiedergegeben. Sie zeigt den Vorgang der gleichzeitigen Aussendung eines Positrons und Elektrons, oder wie man sagt, eines „Zwillingspaares“ aus dem Gas der Kammer.

Die Energieverteilung der Elektronenzwillinge ist besonders von ANDERSON und von CHADWICK, BLACKETT und OCCHIALINI (130) untersucht worden. Erzeugt man Zwillingselektronen mit der  $\gamma$ -Strahlung von  $\text{ThC}'$  ( $2,6 \cdot 10^6$  eV), so beobachtet man Einzel-  
elektronen bis  $2,5 \cdot 10^6$  eV (Photo- und Rückstoß-  
elektronen). Dagegen hatten Elektronen und Positronen von Zwillingen nur Energien bis  $1,6 \cdot 10^6$  eV.

Verwendet man Be- $\gamma$ -Strahlung ( $5 \cdot 10^6$  eV), so treten Positronen bis  $4 \cdot 10^6$  eV auf. Der Unterschied beträgt jeweils  $10^6$  eV. In Übereinstimmung hiermit ist, daß  $\gamma$ -Strahlen von  $< 10^6$  eV keine Positronen auslösen (s. oben). Die Höchstenergie von Elektronen und Positronen aus einem bestrahlten Metall entnimmt man am besten einer Verteilungskurve. Eine solche ist in Abb. 21 nach Messungen von CHADWICK, BLACKETT und OCCHIALINI (130) wiedergegeben.

Eine Deutung des Effekts läßt sich nach der DIRACschen Theorie geben. Danach kann sich ein genügend energiereiches Lichtquant in Materie verwandeln, und zwar in ein (negatives) Elektron und ein Positron. Da die Masse des Elektrons einer Energie von  $0,51 \cdot 10^6$  eV entspricht und ebenso die des Positrons, so muß das Lichtquant mindestens  $1,02 \cdot 10^6$  eV besitzen, damit eine solche Umsetzung überhaupt möglich ist. Den Überschuß darüber erhalten die beiden neu-  
gebildeten Teilchen als kinetische Energie. Die Verwandlung kann

nur in der Nähe des starken Feldes eines Atomkerns stattfinden, weil es sonst nicht möglich ist, den Impulssatz zu befriedigen. Der Kern als schweres Teilchen übernimmt dabei praktisch nur Impuls, aber kaum Energie. Nach den mitgeteilten experimentellen Ergebnissen über die Zwillingsbildung kann man kaum mehr an dieser Deutung zweifeln. Auslösung von im Kern bereits vorhandenen Positronen ist schon wegen der überraschend großen experimentellen Wirkungsquerschnitte (deutlich größer als der Kernquerschnitt) sehr unwahrscheinlich (130).

Die Entstehung von Zwillingen aus  $\gamma$ -Strahlung wurde besonders von OPPENHEIMER und PLESSER (106) theoretisch behandelt.

Der Effekt stellt eine neue Form der Absorption von  $\gamma$ -Strahlen dar, welche zu den bisher bekannten (Photo- und COMPTON-Effekt) bei harten  $\gamma$ -Strahlen und besonders bei hochatomigen Absorbieren hinzutritt. Dadurch wird zum mindesten ein Teil der Absorptionsanomalien erklärt, welche MEITNER und HUPFELD u. a. gerade unter diesen Bedingungen beobachtet haben.

Die Positronen sind bei Untersuchungen über kosmische Ultrastrahlung entdeckt worden. Außer den genannten Arbeiten von ANDERSON und BLACKETT seien noch besonders die von KUNZE (34, 96, 97, 98) erwähnt. Man findet in ihnen Angaben über Energie- und Richtungsverteilung positiver und negativer Ultrastrahlteilchen, darunter auch, wie sich nachträglich herausstellte, mehrere Aufnahmen energiereicher Positronen. Im Rahmen dieses Berichtes kann darauf jedoch nicht näher eingegangen werden.

Außerdem können Positronen anscheinend durch schnelle Elektronen ausgelöst werden. SKOBELTZYN und STEPANOWA (173) haben beobachtet, daß ein Ra-Präparat Positronen aussendet. Ihre Zahl ist mehrmals größer als die Zahl der Photoelektronen des natürlichen Spektrums von RaC. Es ist daher sehr unwahrscheinlich, daß sie durch Zwillingsbildung aus der RaC- $\gamma$ -Strahlung entstehen. Wurde das Präparat mit Kohlenstoff oder mit Blei von solcher Dicke umhüllt, daß nur mehr die schnellsten vorhandenen Elektronen hindurchtreten konnten, so war bei Kohlenstoff die Häufigkeit der Positronen 2—3mal größer als bei Blei. Dies scheint zu zeigen, daß die Positronen überhaupt nicht aus den radioaktiven Atomen stammen, sondern daß schnelle Elektronen aus Kohle, vielleicht auch aus anderen leichten Elementen Positronen auszulösen vermögen.

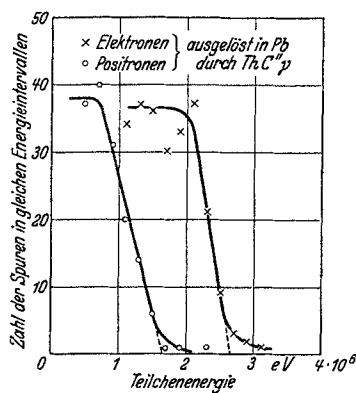


Abb. 21. Energieverteilung von Positronen und Elektronen erzeugt durch ThC''- $\gamma$ -Strahlung.

Die Aussendung von Positronen unter der Einwirkung von  $\alpha$ -Strahlen ist in Ziff. 24 behandelt.

**22. Absorption der Positronen in Materie.** Nachdem gezeigt war, daß die Positronen nach Masse und Betrag der Ladung mit den Elektronen übereinstimmen, war es besonders interessant, zu prüfen, ob sich deren Diffusion und Absorption beim Durchgang durch Materie ebenso wie die der Elektronen abspielt. Eingehende Versuche zu dieser Frage haben THIBAUD und DUPRÉ LA TOUR (175) mit Positronen von einem mit Pb umhüllten  $\text{ThC}'$ -Präparat angestellt. Es sandte allerdings 200mal mehr Elektronen als Positronen aus.

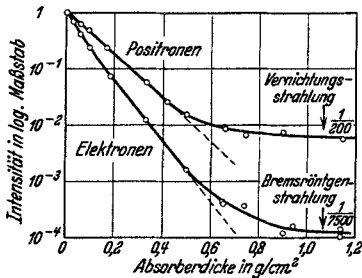


Abb. 22. Absorption von Positronen und Elektronen in Platin, samt Sekundärstrahlung.

Man benützte auch dazu die in Abb. 19 dargestellte Anordnung und verwandte zur Intensitätsmessung die Schwärzung der photographischen Platte. Der Vorzug seiner Anordnung besteht darin, daß man Elektronen und Positronen unter genau den gleichen Umständen untersuchen kann. Die photographische Schwärzungskurve für Positronen wurde besonders aufgenommen und im übrigen durch passende Wahl der Bestra-

lungszeiten so gearbeitet, daß annähernd gleiche Schwärzungen zu vergleichen waren.

Zur Messung der Absorbierbarkeit wurden Folien unmittelbar vor der Platte in den Strahlengang gebracht. Die Intensitätsabnahme mit der Dicke erfolgte bis zu  $0,5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^2}$  Absorberdicke exponentiell etwa wie bei negativen Elektronen, in logarithmischem Maßstab also linear. Die Absorption läßt sich daher auch hier durch einen Massenabsorptionskoeffizienten  $\frac{\mu}{\rho}$  kennzeichnen.

Ein Beispiel einer Absorptionskurve (für Pt) in logarithmischem Maßstab ist in Abb. 22 enthalten. Auf die übrigen Angaben der Abbildung wird unten in Ziff. 23 eingegangen. Der Massenabsorptionskoeffizient wurde für 18 verschiedene Elemente bestimmt, meist mit Folien, teils auch an gepreßten Pulvern. Eine Auswahl der gemessenen Werte ist in Tabelle 5 wiedergegeben.

Tabelle 5. Massenabsorptionskoeffizient für Positronen.

Ordnungszahl . . .	13	25	29	33	42	47	48	73	78	79	82
Element . . .	Al	Mn	Cu	As	Mo	Ag	Cd	Ta	Pt	Au	Pb
$\frac{\mu}{\rho}$ . . . . .	8,3	8,8	9,2	9,8	8,8	10	7,8	11	9,0	9,2	9,7

Man erkennt, daß für alle Elemente nahezu der gleiche Massenabsorptionskoeffizient  $\frac{\mu}{\rho} = 9$  für die Positronen der angegebenen Entstehungsweise erhalten wird. Der Wert ist wahrscheinlich etwas zu groß, weil die Positronen infolge ihrer Zykloidenbahn meist schräg auftreffen.

Bei einem anderen Versuch wurde der Raum, in welchem die Positronen laufen, mit Luft von verschiedenem Druck gefüllt. Auch hier ergibt sich ein exponentieller Abfall der Intensität mit  $\frac{\mu}{\rho} = 8,5$  auf einem großen Stück der Absorptionskurve. Dieses erstreckt sich über Gasdrucke, die 100—500 cm Normalluft entsprechen. Die Übereinstimmung mit dem obigen Wert ist weit besser, als bei der großen Verschiedenheit der Absorptionsbedingungen erwartet werden kann.

Zur Prüfung des Verfahrens wurden Vergleichsmessungen mit negativen Elektronen ausgeführt. Sie ergaben für Elektronen genau in der gleichen Anordnung, nur mit umgekehrter Magnetfeldrichtung,  $\frac{\mu}{\rho} = 13,7$ . Der Verlauf der Absorptionskurve ist ähnlich. Der Unterschied dieses Wertes vom obigen ist wohl in der verschiedenen Geschwindigkeit beider Teilchenarten, insbesondere in der Gegenwart langsamer Rückstoßelektronen zu suchen.

**23.  $\gamma$ -Strahlerzeugung durch Positronen, Vernichtungsstrahlung.** Bekanntlich entstehen beim Abbremsen von Elektronen in Materie Röntgenstrahlen. Führt man analoge Versuche mit Positronen aus, so erhält man zwar ebenfalls eine Lichtquantenstrahlung, sie stellt aber in ihrem wesentlichen Teil kein Analogon zur Bremsröntgenstrahlung dar, weil sie — wie sich zeigt — viel zu große Intensität besitzt und diese unabhängig ist vom bestrahlten Stoff.

Versuche darüber haben gleichzeitig JOLIOT und THIBAUD ausgeführt. JOLIOT (90, 154) verwendete Al, das mit Po bestrahlt wurde, als Positronenquelle. Das Präparat sandte 2,5mal soviel Positronen als Elektronen aus. Mit Hilfe der THIBAUDSchen Methode (Ziff. 20, Abb. 19) ließ er einmal die Positronen, dann die Elektronen auf eine Bleischicht fallen, hinter der ein Zählrohr aufgestellt war. Nur im Falle der Positronen erhöhte sich die Anzahl der Zählrohrausschläge merklich durch die entstehende Lichtquantenstrahlung. Zur Bestimmung der Absorbierbarkeit wurde die Dicke des Pb-Blech verändert, so daß dieses gleichzeitig als Absorber diente. JOLIOT erhielt daraus einen Massenabsorptionskoeffizienten in Pb zwischen 0,19 und 0,32 und schließt auf eine Quantenenergie von  $485 \pm 60$  ekV. Für die Ausbeute ergab sich ein Wert zwischen 1,6 und 3 Quanten pro Positron, bezogen auf den Raumwinkel  $4\pi$ . Besonders wichtig ist der Befund (90), daß die Intensität der Strahlung sich nicht ändert, wenn die Positronen auf Al statt auf Pb fallen.



Zu ähnlichen Ergebnissen gelangte THIBAUD (117, 176, 177) nach den in Abb. 22 dargestellten Messungen. Die Kurven dieser Abbildung stellen bis zur Abszisse  $0,5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^2}$  die Absorptionskurven der Teilchen selbst dar, für größere Dicken die der erzeugten  $\gamma$ -Strahlen. Man erkennt, daß die durch Positronen erzeugte Strahlung viel härter ist. Die Intensität der Elektronen ohne Absorber war 200mal größer als die der Positronen. Die Kurven der Abbildung sind auf gleiche anfängliche Teilchenzahl umgerechnet. Dann ist die Intensität der Lichtquantenstrahlung bei Bestrahlung von Pt mit Positronen 42mal stärker als bei Elektronenbestrahlung (177).

Man kann nun noch die Sekundärstrahlintensitäten zu den Zahlen der primären Elektronen und Positronen selbst in Beziehung setzen (176). Für Elektronen mit einer Durchdringungsfähigkeit von  $0,5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^2}$  darf man eine Röntgenstrahlausbeute von schätzungsweise  $5 \cdot 10^{-2}$  Lichtquanten pro Elektron ansetzen. Da die Ausbeute bei Positronen nach der THIBAUDSchen Vergleichsmessung 42mal größer ist, so erscheint eine Ausbeute von 2 Quanten für jedes Positron ganz plausibel. Die Absorbierbarkeit der Strahlung erschien mit einer Energie von 500 ekV gut verträglich.

Ein weiterer Beweis für das Entstehen einer solchen  $\gamma$ -Strahlung aus Positronen stammt von CRANE und LAURITSEN (135). Gemäß Ziff. 26 läßt sich Kohlenstoff durch Beschießung mit  $\text{H}^2$ -Kanalstrahlen auf einer dünnen Oberflächenschicht künstlich radioaktiv machen. Er sendet dann Positronen aus. Gleichzeitig ist aber auch eine  $\gamma$ -Strahlung zu beobachten, deren Absorbierbarkeit in 7,1 mm Blei untersucht wurde. Es ergab sich nach einigen Korrekturen ein Absorptionskoeffizient  $\mu = 1,58 \text{ cm}^{-1}$ , oder ein Massenabsorptionskoeffizient  $\frac{\mu}{\rho} = 0,14$ . Die Verfasser schließen daraus auf eine Quantenenergie von etwa 500 ekV. Nun sollte bewiesen werden, daß die Strahlung durch Sekundärwirkung der Positronen entsteht und keine Kern- $\gamma$ -Strahlung ist. Das geschah in folgender Weise: Wird der bestrahlte Kohlenstoff mit der aktiven Seite nach oben auf die Ionisationskammer gelegt, so erhält man eine gewisse  $\gamma$ -Strahlungsintensität. Die nach oben gehenden Positronen werden in der Luft abgebremst, ihre evtl. Sekundär- $\gamma$ -Strahlung entsteht also erst in großer Entfernung von der Kammer und wirkt nur mit kleinem Raumwinkel auf die Kammer. Bedeckt man die aktive Seite mit dichter Materie, z. B. mit Al-Blech, so geht die  $\gamma$ -Strahlungsintensität auf den doppelten Betrag, die Absorbierbarkeit bleibt jedoch unverändert. Da jetzt auch die nach oben fliegenden Positronen unter den gleichen Raumwinkelbedingungen wie die ins Innere der Kohleplatte gerichteten wirksam sind, beweist dies die ausschließliche Entstehung durch die Positronen. Die Verfasser suchen die Zahl der entstehenden

$\gamma$ -Quanten mit der der Positronen zu vergleichen, indem sie eine Eichung der Apparatur mit Hilfe eines Radiumpräparates vornehmen, dessen ausgesandte  $\gamma$ -Quanten bekannt sind. Sie kommen ebenfalls zu der Folgerung, daß für ein Positron 2  $\gamma$ -Quanten entstehen. Die eingehenden Daten sind jedoch ziemlich unsicher, so daß man darin nur eine Abschätzung sehen kann.

Eine Deutungsmöglichkeit für diese Strahlung ergibt sich wieder aus der DIRACSchen Theorie, welche ja schon die Existenz des Positrons richtig vorausgesagt hat. Danach können je ein Positron und ein Elektron sich beim Zusammentreffen gegenseitig vernichten unter Entstehung von zwei  $\gamma$ -Quanten, deren jedes die Eigenenergie eines Elektrons, nämlich 510 ekV besitzt, falls die Teilchen keine kinetische Energie hatten („Zerstrahlung von Materie“, „Vernichtungsstrahlung“). Die Zerstrahlungswahrscheinlichkeit ist nach DIRAC für ein schnell bewegtes Positron in einer Atmosphäre praktisch ruhender Elektronen gering und wird erst mit stark fortschreitender Abbremsung beträchtlich. Die weitere Möglichkeit, daß nur *ein* Lichtquant von  $2 \cdot 510$  ekV entsteht, erfordert aus Impulsgründen die Mitwirkung eines Atomkerns, kommt also nur für festgebundene Elektronen in Frage. Dieser Prozeß ist die genaue Umkehrung der Zwillingsbildung (Ziff. 21), ist aber nach Rechnungen von FERMI und UHLENBECK (80) viel weniger wahrscheinlich als der vorige. Weitere Umsetzungsvorgänge wurden von F. PERRIN (107a) diskutiert.

Sehr wahrscheinlich ist die bei den besprochenen Versuchen auftretende  $\gamma$ -Strahlung mit der Vernichtungsstrahlung identisch.

THIBAUD glaubt, daß die von ihm im RaC- und ThC''-Spektrum festgestellte  $\gamma$ -Linie von 507 ekV mit der hier untersuchten Vernichtungsstrahlung identisch ist. Zu dieser Annahme führte ihn die Tatsache, daß die lichtelektrische Elektronenintensität, die durch diese Linie ausgelöst wird, in verschiedenen Elementen (Pb, Pt, W usw.) stets stärker ist als im natürlichen Elektronenspektrum dieser  $\gamma$ -Strahler. Für die beiden Linien findet man  $\mathfrak{H} \cdot \rho = 2589$  für RaC und 2591 für ThC''. Die beiden Stoffe sind die einzigen  $\gamma$ -Strahler mit intensiven Linien von über  $10^6$  eV, bei denen durch Zwillingsbildung Positronen entstehen können.

Auch bei der anomalen Streuung sehr harter  $\gamma$ -Strahlen tritt die Vernichtungsstrahlung in Erscheinung [BLACKETT und OCCHIALINI (57), HEITING (89a)]. Von WILLIAMS (180) wurde die Intensität der Sekundärstrahlung einer dünnen Bleifolie schräg nach rückwärts gemessen. Wurde hinter der Pb-Folie eine dünne Al-Folie aufgestellt, so trat eine Erhöhung der Intensität um 25% ein im Vergleich zu dem Fall, bei dem die Al-Schicht vor der Pb-Schicht aufgestellt war. Zur Deutung nimmt man an, daß die vom Blei in Richtung der  $\gamma$ -Strahlung ausgesandten Positronen (gemäß Ziff. 21) bei Gegenwart des Al in diesem, ohne Al aber erst in großer Entfernung vernichtet

werden. Aus Untersuchungen von BOTHE und HORN (127) geht hervor, daß nicht alle Anomalien der  $\gamma$ -Streuung durch Vernichtungs-

strahlung erklärt werden. Auch scheint die Vernichtungsstrahlung nicht isotrop zu sein, was auf Aussendung durch noch nicht völlig abgebremste Positronen hindeuten könnte.

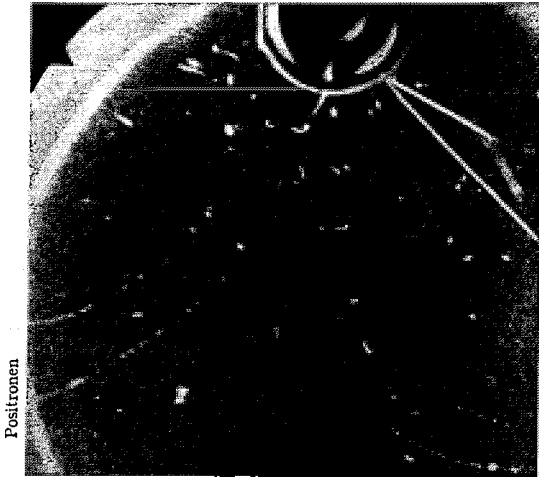


Abb. 23 a. Aussendung von Elektronen, Positronen und Protonen aus Al während der Bestrahlung mit  $\alpha$ -Teilchen.

#### D. Künstliche Radioaktivität.

Bei allen bekannten künstlichen Umwandlungen beobachtete man bis vor kurzem einen momentanen Ablauf bis zum Endzustand.

Neuerdings wurden aber künstliche Kernumwandlungsprozesse entdeckt, die zu neuen radioaktiven Isotopen mit endlicher Lebensdauer führen („künstliche Radioaktivität“). Der

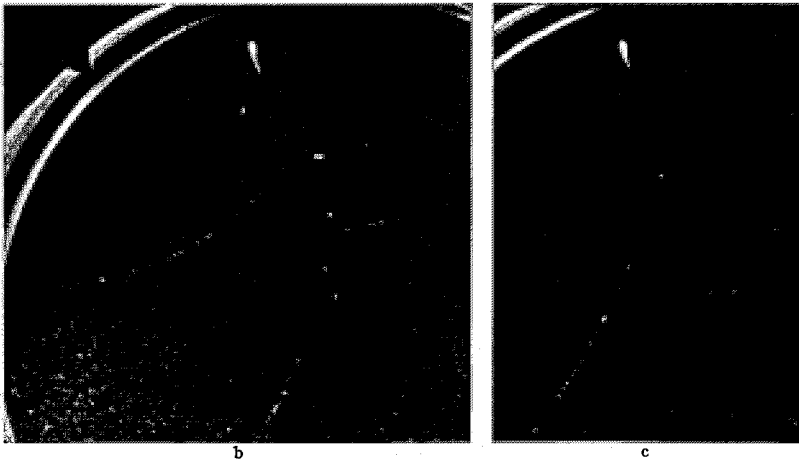


Abb. 23 b und c. Aussendung von Positronen aus Al; b kurz, c 9 min nach Entfernen des  $\alpha$ -Strahlers.

Vorgang wurde zuerst von CURIE und JOLIOT (139) bei  $\alpha$ -Beschießung beobachtet; er tritt auch auf bei Bestrahlung mit Protonen, Deutonen und Neutronen. Die erste Veröffentlichung von CURIE-JOLIOT stammt vom 15. Januar 1934.

24. **Künstliche Radioaktivität durch  $\alpha$ -Strahlen.** Beschießt man B, Mg, Al mit  $\alpha$ -Strahlen (z. B. von Po), so treten die bekannten Umwandlungen unter Abspaltung von Protonen, Neutronen, Positronen und  $\gamma$ -Quanten ein. Neu ist folgender Vorgang: Entfernt man das  $\alpha$ -Präparat, so senden diese Stoffe noch immer eine Korpuskularstrahlung aus, sie erweisen sich als radioaktiv. Durch WILSON-Aufnahmen im Magnetfeld ergab sich, daß die Teilchen *Positronen* sind. Es handelt sich also um eine *neue Art von Radioaktivität*. Vom Augenblick der Entfernung des  $\alpha$ -Präparates klingt die Intensität dieser Strahlung mit der Zeit nach einer  $e$ -Funktion ab. Wie bei den natürlich radioaktiven Elementen läßt sich die Abklingung durch eine Halbwertszeit kennzeichnen. Nach CURIE und JOLIOU beträgt diese bei  $\alpha$ -beschossenem B 14 Minuten, bei Mg 2,5 Minuten, bei Al 3,25 Minuten. Die Halbwertszeit erwies sich als unabhängig von der  $\alpha$ -Energie (187). Die Versuche sind inzwischen von mehreren Beobachtern wiederholt worden. Abb. 23 zeigt diesbezügliche WILSON-Aufnahmen von MEITNER und PHILIPP (166).

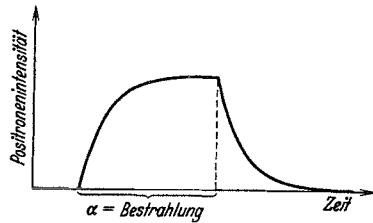


Abb. 24. An- und Abklingung künstlicher Radioaktivität.

Von FRISCH (151) wurden die Versuche auf Na und P (neben Al) ausgedehnt. Als Strahlenquelle diente ThB + C mit seinen viel energiereicheren  $\alpha$ -Strahlen. Auch bei diesen Stoffen wurde künstliche Radioaktivität gefunden. Die Halbwertszeit beträgt im Falle des Na  $7 \pm 1$  Sekunden, im Falle des P  $50 \pm 5$  Minuten. Die Anfangsaktivität betrug bei P etwa  $\frac{1}{6}$ , bei Na etwa  $\frac{1}{2}$  des Wertes von Al. Da der Autor nichts über die Dauer der  $\alpha$ -Bestrahlung angibt, ist anzunehmen, daß bis zum Sättigungswert der künstlichen Aktivität bestrahlt wurde. Die An- und Abklingung zeigt schematisch die Abb. 24. Innerhalb der Fehlergrenze wurden durch magnetische Ablenkung nur Positronen, dagegen keine Elektronen festgestellt. Die ausgesandten Positronen werden bei diesen 3 Elementen übereinstimmend durch  $0,8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^2}$  eben absorbiert. Das entspricht einer Energie von  $1,8 \cdot 10^6$  eV.

Man bemerkt, daß bei den Elementen mit ungerader Kernladung  $^{15}\text{P}$ ,  $^{13}\text{Al}$ ,  $^{11}\text{Na}$  die Halbwertszeiten monoton abnehmen. Die Suche von FRISCH nach Radioaktivität an  $^9\text{F}$  war ohne Erfolg.

MEITNER (169) hat Versuche an Li, F und Zn angestellt. Bei Li ergab sich noch einige Minuten nach Unterbrechung der  $\alpha$ -Beschießung Aussendung von Positronen. Bei F konnten nur während der Beschießung Positronen beobachtet werden.

Neue Versuche von DANYSZ und ŻYW wurden von WERTENSTEIN (179) mitgeteilt. Mit einem sehr dünnwandigen Glasröhrchen, das

mit RaEm gefüllt war, wurde das Auftreten einer künstlichen Radioaktivität bei vielen Elementen unter der Wirkung der schnellen, nur wenig abgebremsten  $\alpha$ -Strahlen des RaC beobachtet. Sämtliche untersuchten Elemente zeigten die gleiche Halbwertszeit von 1,2 Minuten. Verringerte man die  $\alpha$ -Reichweite um einige Millimeter, so blieb der Effekt aus. Wie sich durch Versuche im Vakuum, in Wasserstoff, Stickstoff und Sauerstoff herausstellte, ist die Ursache in der Erzeugung eines aus Stickstoff entstehenden radioaktiven Elementes zu suchen, das durch den Rückstoß auf den bestrahlten Elementen niedergeschlagen wurde. Nur bei Gegenwart von Stickstoff und besonders stark bei der Beschießung von  $\text{NaN}_3$  trat künstliche Radioaktivität auf. Versuche im Magnetfeld zeigten mit Bestimmtheit, daß die ausgesandten Teilchen Positronen sind. Die Teilchen wurden durch  $0,5 \frac{\text{g}}{\text{cm}^2}$  Pb vollständig absorbiert<sup>1</sup>.

Eine Erweiterung der Versuche von CURIE und JOLIOT an B, Al, Mg stammt von ELLIS und W. I. HENDERSON (145). Mit  $\alpha$ -Strahlen von RaC (Reichweite verkürzt auf 6,1 cm) ergaben sich genau die gleichen Halbwertszeiten wie bei CURIE und JOLIOT. Die Anfangsintensitäten (vermutlich bezogen auf Sättigung) standen im Verhältnis B : Al : Mg = 0,5 : 6 : 2. Hieraus und aus den Halbwertszeiten folgt, daß die bis zur völligen Abklingung ausgesandten Teilchenzahlen im Verhältnis stehen B : Al : Mg = 10 : 30 : 7.

Die Wahrscheinlichkeit, daß ein einzelnes  $\alpha$ -Teilchen, das im bestrahlten B, Al, Mg abgebremst wird, zur späteren Aussendung eines Positrons Veranlassung gibt, ist (nach denselben Verfassern) natürlich sehr klein und stark abhängig von der Energie des  $\alpha$ -Teilchens. Steigert man die Energie von 5,5 auf  $7 \cdot 10^6$  eV, so erhöht sich die Wahrscheinlichkeit (Positronenausbeute) im Verhältnis 1 : 15. Eine Steigerung der Energie auf  $8,3 \cdot 10^6$  eV (8,6 cm Reichweite, ThC') bringt nur mehr eine unwesentliche Erhöhung. Bei Beschießung von Al mit  $\alpha$ -Teilchen von etwa  $7 \cdot 10^6$  eV beträgt die Wahrscheinlichkeit rund 1 :  $5 \cdot 10^6$ . Sie ist also von ähnlicher Größenordnung, wie sie sonst für das Eintreten einer Umwandlung beobachtet wird.

Besondere Verhältnisse liegen bei Mg vor. Wie CURIE und JOLIOT (187, 188) und unabhängig ALICHANOW, ALICHANIAN und DZELEPOW (182) feststellten, sendet Mg nach  $\alpha$ -Beschießung außer Positronen (Halbwertszeit nach CURIE-JOLIOT 2,5<sup>min</sup>) auch Elektronen aus (Halbwertszeit 3<sup>min</sup>).

Die Energieverteilung der Positronen von bestrahltem Al wurde von CURIE und JOLIOT (187) und von MEITNER (168) aufgenommen.

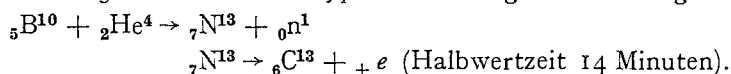
<sup>1</sup> Zusatz bei der Korrektur. Neue Versuche von ŽYV (214) zeigten, daß auch KCl bei Beschießung mit  $\alpha$ -Strahlen von mindestens 45 mm Reichweite radioaktiv wird. Der Verfasser vermutet, daß  $\text{K}^{41}$  umgewandelt wird.

Es werden Positronen ausgesandt, die durch  $0,27 \frac{\text{g}}{\text{cm}^2}$  Pb völlig absorbiert werden; die Halbwertszeit beträgt 3<sup>h</sup>.

Es ergab sich übereinstimmend ein Kontinuum mit einer Grenzenergie von 3 oder  $2,4 \cdot 10^6$  eV und einem Maximum bei etwa  $1 \cdot 10^6$  eV. Bei bestrahltem B fanden CURIE-JOLIOT (187) ein Maximum bei  $0,5 \cdot 10^6$  und eine Grenze von  $1,3-1,5 \cdot 10^6$  eV. Für Mg wurde die Grenze bei  $3 \cdot 10^6$  eV erhalten. ALICHANOW und Mitarbeiter (181) fanden bei B ebenfalls das Maximum bei  $0,5 \cdot 10^6$  und die Grenze bei  $1,3 \cdot 10^6$  eV; für Al und Mg wurde sie bei  $2 \cdot 10^6$  für Positronen und für Elektronen von Mg ebenfalls zu  $2 \cdot 10^6$  eV erhalten (182). FRISCH (151) fand bei Al, Na, P eine Grenzenergie der Positronen von  $1,8 \cdot 10^6$ , MEITNER (169) bei Li  $0,3 \cdot 10^6$ , bei F  $0,4 \cdot 10^6$  eV.

**25. Umwandlungsgleichungen, chemischer Nachweis.** Viele der seit Jahren bekannten Kernumwandlungsvorgänge stellen keine Kern-„zertrümmerung“, sondern einen Kern-„aufbau“ dar. Es liegt nahe, auch hier einen Aufbau radioaktiver Isotope von Elementen anzunehmen, deren bisher bekannte Isotope nicht radioaktiv sind. Wir werden so im folgenden zur Kenntnis eines bisher unbekanntes radioaktiven Stickstoffisotops mit dem Atomgewicht 13 gelangen, das zu den bisher bekannten Isotopen mit den Gewichten 14 und 15 hinzutritt u. dgl.

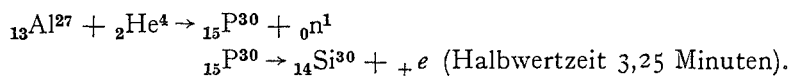
Die bei der Beschießung von B eintretende Umwandlung wurde von CURIE und JOLIOT zunächst hypothetisch folgendermaßen gedeutet:



Das Kohlenstoffisotop  ${}_6\text{C}^{13}$  ist als stabil bekannt. Der Nachweis für die Richtigkeit dieser Gleichung wurde auch auf chemischem Wege erbracht (140). Dies war gleichzeitig der erste chemische Beweis für das Vorliegen einer Kernumwandlung.

Es wurde folgendermaßen verfahren: Man bestrahlt die Verbindung BN, weil sie leichter chemisch weiterverarbeitet werden kann. Erhitzt man sie dann zusammen mit Ätznatron, so entsteht aus dem mit B verbundenen Stickstoff gasförmiges  $\text{NH}_3$ . Gleichzeitig müßte auch der aus dem B nach der Hypothese gebildete Stickstoff vom Atomgewicht 13 in gleicher Form entweichen. Der Versuch ergab, daß das gebildete Gas, das mit flüssiger Luft in einem sehr dünnwandigen Gefäß ausgefroren wurde, eine Radioaktivität aufweist, die ebenfalls mit der oben gefundenen Halbwertszeit von 14 Minuten abfällt. Das zurückbleibende B ist tatsächlich nicht mehr radioaktiv. Läßt man das gebildete  $\text{NH}_3$  gegen ein mit HCl getränktes Blatt ausströmen, so geht die Aktivität auf dieses über (Bildung von  $\text{NH}_4\text{Cl}$ ).

Im Falle der Beschießung von Al ist folgender analoge Verlauf anzunehmen:

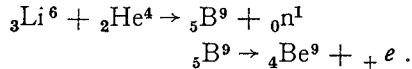


Der chemische Beweis geschah in diesem Fall durch Auflösen des vorbestrahlten Al in HCl. Dabei wird Wasserstoff frei. Die vermuteten Atome des radioaktiven P-Isotops müßten gasförmig als  $\text{PH}_3$  entweichen. Der Versuch ergab auch wirklich, daß das Gas die Aktivität übernimmt und daß der zurückbleibende Rest inaktiv ist. Löst man das Al in Königswasser statt in HCl auf, so müßte der Phosphor oxydiert werden und könnte nicht entweichen. Der Versuch bestätigt das. Setzt man Zr zu und fällt es als Phosphat wieder aus, so enthält der Niederschlag den aktiven Teil. Das Aluminium bleibt dabei in Lösung.

Entsprechende Untersuchungen für Mg stehen noch aus (187).

Bei der Umwandlung von P hat FRISCH (151) das Entstehen eines radioaktiven Cl-Isotops chemisch nachgewiesen.

Die Li-Umwandlung läßt sich nach MEITNER (169) nur verstehen, wenn man annimmt, daß sie vom Isotop  ${}^6_3\text{Li}$  ausgeht, nach der Gleichung



In Tabelle 6 sind die bisher bekannten Fälle zusammengestellt.

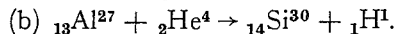
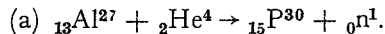
Tabelle 6. Künstliche Radioaktivität durch  $\alpha$ -Bestrahlung.

Ausgangselement	Li	B	F	N	Na	Mg*	Al	P
Radioaktives Element . . .	(B)	N	(Na)	(F)	(Al)	(Si)*	P	Cl
Halbwertszeit . . .	einige min	14 <sup>min</sup>	sehr kurz	1,2 <sup>min</sup>	7 <sup>sec</sup>	2,5 <sup>min</sup>	3,25 <sup>min</sup>	40 <sup>min</sup>
Strahlung . . .	+e	+e	+e	+e	+e	+e*	+e	+e

\* Daneben entsteht auch  $\text{Al}^{28}$ , das Elektronen aussendet.

Wenn das radioaktive Element bis jetzt nicht chemisch, das Positron nicht durch magnetische Ablenkung nachgewiesen wurde, ist es in der Tabelle eingeklammert.

Bei Al, Na, P, bei denen nur ein einziges Isotop vorhanden ist, zeigt sich, daß 2 Umwandlungsgleichungen nebeneinander vorkommen können. Im Falle des Al lauten sie:

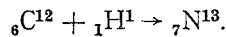


(a) führt zu einem radioaktiven, (b) zu einem stabilen Kern.

Das Verzweigungsverhältnis beträgt nach ELLIS und HENDERSON (145) für Gleichung (a): Gleichung (b) etwa 1:50.

26. Erzeugung durch Protonen und Deutonen. Wie schon von CURIE und JOLIOT (140) vermutet wurde, kann man die neuen radioaktiven Isotope auch anders als durch  $\alpha$ -Teilchen erzeugen.

Durch Beschießung mit schnellen Protonen und Deutonen läßt sich ebenfalls künstliche Radioaktivität erhalten. COCKROFT, GILBERT und WALTON (131) führten Versuche mit Protonen aus. Nach Beschießung von Kohlenstoff mit Protonen von 600 ekV und einer Stromstärke von  $10 \mu\text{A}$  während einer Dauer von 15 Minuten ergab sich ein kräftiger Effekt. Bei allen anderen untersuchten Stoffen blieb die Wirkung aus. Ein Zählrohr, das einen Nulleffekt von 5 Teilchen pro Minute besaß, zeigte beim Annähern des bestrahlten Kohlenstoffs eine Ausschlagszahl von 200 Teilchen pro Minute. Die Abklingung geschah mit einer Halbwertszeit von  $10,5 \pm 0,5$  Minuten. Durch Beobachtungen im Magnetfeld wurde bewiesen, daß die ausgesandten Teilchen mindestens zum größten Teil Positronen sind. Falls überhaupt Elektronen ausgesandt werden, so ist ihre Zahl außerordentlich klein. Beobachtungen mit einer WILSON-Kammer, an der sich ein dünnes Glimmerfenster befand, zeigten, daß die Positronen eine Absorbierbarkeit besitzen, ähnlich wie Elektronen von 800 ekV. Die Verfasser nehmen an, daß der Vorgang nach der Gleichung verläuft:



Es soll also auch hier das radioaktive Isotop  $\text{N}^{13}$  entstehen wie bei der Umwandlung von B durch  $\alpha$ -Strahlen. Der Unterschied in der Halbwertszeit wird durch die Möglichkeit gedeutet, daß der Kern  $\text{N}^{13}$  sich in beiden Fällen in einem verschiedenen Anregungszustand befindet. Ein chemischer Nachweis des radioaktiven Elementes fehlt noch.

Bisher mußten solche Additionsreaktionen als sehr unwahrscheinlich angesehen werden. Schwer verständlich scheint besonders, daß die Halbwertszeit in solchem Ausmaß durch einen evtl. Anregungszustand beeinflusst werden soll.

CRANE und LAURITSEN (135a) haben ebenfalls durch Beschießung von Kohlenstoff, ferner von  $\text{B}_2\text{O}_3$  mit Protonen künstliche Radioaktivität erhalten. Es entsteht jeweils der gleiche radioaktive Stoff, wie bei Bestrahlung mit Deutonen (gleiche Halbwertszeit, s. weiter unten). Die Ausbeute bei C und Protonenbeschießung ist etwa 10% von der bei Beschießung mit Deutonen, bei  $\text{B}_2\text{O}_3$  sogar 20%. Man kann daher die Wirkung kaum auf die Anwesenheit von  $\text{H}^2$ -Verunreinigungen zurückführen<sup>1</sup>.

<sup>1</sup> Anmerkung bei der Korrektur. Nach HAFSTAD und TUVE (213) scheint bei Bestrahlung von Kohlenstoff mit Protonen, die wirklich frei von Deutonen sind, keine künstliche Radioaktivität aufzutreten. Während sich bei Beschießung mit Deutonen eine kräftige Wirkung ergab, wurde mit Protonen keine künstliche Radioaktivität erhalten; die Meßgrenze lag bei  $\frac{1}{8000}$  der Aktivität nach Deutonenbeschießung.



Von M. C. HENDERSON, LIVINGSTONE und LAWRENCE (161) wurden weitere Versuche mit wesentlich schnelleren Protonen ( $H^1$ -Kanalstrahlen) von  $1,5 \cdot 10^6$  eV ausgeführt. Unter sämtlichen Elementen des periodischen Systems zwischen Li und Ca, die mit Ausnahme von Ne und S untersucht wurden, ergab (im Gegensatz zu CRANE und LAURITSEN) allein Kohlenstoff einen Effekt.

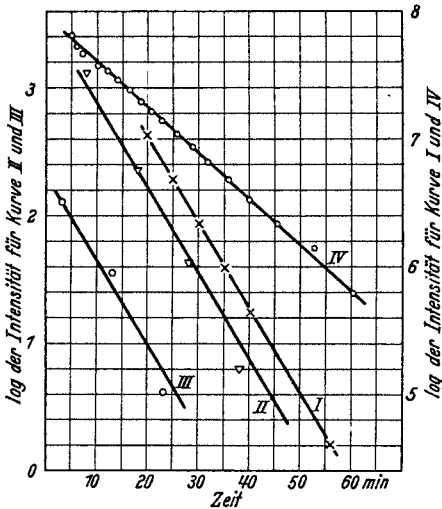
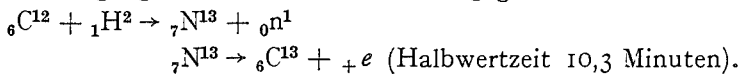


Abb. 25. Abklingung künstlicher Radioaktivität nach Deutonenbeschöpfung. 1 Positronen aus Kohle; 2  $\gamma$ -Strahlung aus Kohle; 3 gleiche Strahlung hinter 7,1 cm Pb; 4 Positronen aus  $B_2O_3$ .

Ausgedehnte Versuche wurden dann von denselben Verfassern mit Deutonen (Kanalstrahlen des Isotops  $H^2$ ) von  $3 \cdot 10^6$  eV Energie vorgenommen. Es ergab sich, daß alle untersuchten Stoffe nach der  $H^2$ -Bestrahlung ionisierende Teilchen von annähernd Elektronenmasse aussenden. An folgenden Stoffen wurde eine Wirkung erhalten (die Halbwertszeit ist in Klammern beigefügt):  $CaF_2$  (40<sup>sec</sup>);  $CaCl$  (13<sup>sec</sup>); Al (3<sup>min</sup>); Be (9<sup>min</sup>); Mg (9<sup>min</sup>). Verschiedene andere Stoffe ergaben Halbwertszeiten von 2 Minuten. Die Verfasser lassen die Möglichkeit offen, daß die Wirkung bei einigen der Elemente von Verunreinigungen herrührt.

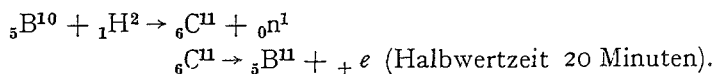
Besonders genau ist der Vorgang der Umwandlung von Kohlenstoff durch Deutonen von CRANE und LAURITSEN (135, 138) untersucht. Eine Kohleplatte wurde mit Deutonen von  $0,9 \cdot 10^6$  eV bei  $10 \mu A$  15 Minuten lang bestrahlt und dann ins Innere einer Ionisationskammer gelegt. Eine zweite Ionisationskammer befand sich durch eine dicke Wand getrennt unter der ersten. Man beobachtete in beiden Kammern eine Ionisierung, die in beiden Kammern mit der gleichen Halbwertszeit von 10,3<sup>min</sup> abfiel (Abb. 25). Nach WILSON-Aufnahmen im Magnetfeld von ANDERSON und NEDDERMEYER sendet der so bestrahlte Kohlenstoff Positronen von beträchtlicher Energie aus. Die Ionisierung der oberen Kammer ist durch deren Wirkung hervorgerufen. Die Dicke der Trennwand zwischen beiden Kammern führt zu dem Schluß, daß in der unteren Kammer  $\gamma$ -Strahlen wirksam sind. Dies ist die in Ziff. 23 schon besprochene Positronenvernichtungsstrahlung.

Der Vorgang wird durch die Gleichung gedeutet:



Mit COCKROFT und Mitarbeitern ( $C + H^1$ , s. oben) besteht gute Übereinstimmung bezüglich der Halbwertzeit. Ob es sich hier wirklich um  $N^{13}$  handelt, wird von CURIE und JOLIOT (187) bezweifelt, wegen der Verschiedenheit der Halbwertzeit gegenüber dem von ihnen erhaltenen und chemisch identifizierten  $N^{13}$  (vgl. Ziff. 25). Die Ausbeute betrug 1 radioaktives Atom auf  $10^{10}$  Deutonen. Während der Beschießung des C mit  $H^2$  entsteht nach einer anderen Umwandlungsgleichung eine  $\gamma$ -Strahlung (134) (Ziff. 1). Die Ausbeute wird hierbei mit 3 Quanten auf  $10^8$  Deutonen angegeben. Das würde einem Verzweigungsverhältnis von weniger als 1 : 100 entsprechen.

Außer Kohlenstoff wurde  $B_2O_3$  näher untersucht. Die Positronenintensität war geringer, die Halbwertzeit betrug  $20^{\text{min}}$ . Obwohl keine WILSON-Aufnahmen gemacht wurden, ist Positronenemission anzunehmen. Auch in diesem Fall wurde neben leicht absorbierbaren Teilchen die Vernichtungsstrahlung beobachtet. Das Intensitätsverhältnis zwischen Positronen und  $\gamma$ -Strahlung ergab sich genau so wie beim Kohlenstoff. Der Intensitätsverlauf mit der Zeit ist in Abb. 25 mit eingetragen. Vermutlich verläuft der Umwandlungsvorgang nach folgender Gleichung:



Alle übrigen von CRANE und LAURITSEN untersuchten Stoffe zeigten ebenfalls einen Effekt. Es muß aber erst geprüft werden, ob nicht Verunreinigungen durch Kohlenstoff eine Rolle gespielt haben.

Eine chemische Abtrennung der radioaktiven Isotope ist bis jetzt noch nicht ausgeführt. Merkwürdig ist die Beobachtung von CRANE und LAURITSEN (135a), daß mit Deutonen beschossenes  $B_2O_3$  beim Erhitzen auf  $200^0$  seine Radioaktivität durch Entweichen eines radioaktiven Gases, das mit flüssiger Luft ausgefroren werden kann, vollständig verliert. Es soll sich dabei um  $C^{11}O_2$  oder  $C^{11}O$  handeln. Bei bestrahltem Kohlenstoff jedoch läßt sich durch Erhitzen auf Rotglut nur etwa die Hälfte der Aktivität austreiben. Das in diesem Fall vermutete  $N^{13}$  soll sehr fest am Kohlenstoff adsorbiert sein.

VON NEDDERMEYER und ANDERSON (169a) wurde durch WILSON-Aufnahmen im Magnetfeld die Energieverteilung der Positronen aufgenommen, die nach Beschießen mit  $H^2$  von Be,  $B_2O_3$ , C und Al ausgesandt werden. Es ergab sich eine kontinuierliche Energieverteilung. Sie stimmt für alle genannten Stoffe außer Al praktisch überein und hat ein Maximum bei etwa 0,6 und eine Grenzenergie von  $1,3 \cdot 10^6$  eV. Für Al liegt das Maximum bei 0,75, die Grenze bei  $1,8 \cdot 10^6$  eV.

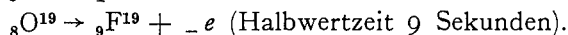
Tabelle 7. Künstliche Radioaktivität durch Beschießung mit Protonen und Deutonen.

Mit Protonen <sup>1</sup>			Mit Deutonen				
Ausgangselement .	B	C	Be	B	C	Mg	Al
Radioakt. Element.		(N)		(C)	(N)		
Halbwertz. in Min. .	20	10,5 ± 0,5	9	20	10,3 ± 0,3	9	3
Strahlung . . . .	+ e	+ e	+ e	+ e	+ e		+ e

Die entstehenden radioaktiven Elemente sind eingeklammert, weil sie bis jetzt noch nicht chemisch nachgewiesen sind. Bei  $\text{CaF}_2$  und  $\text{CaCl}_2$  (s. oben) stehen die Anfangselemente noch nicht fest.

**27. Erzeugung künstlicher Radioaktivität durch Neutronen.** Überraschenden Erfolg hatten Versuche von FERMI und Mitarbeitern (146, 147, 148, 149, 191, 192, 192a, 193), künstliche Radioaktivität durch Neutronenbeschießung hervorzurufen. Bestrahlt man Aluminium oder eine Fluorverbindung mit einem Emanationsröhrchen, das Berylliumpulver enthält, also mit einer intensiven Neutronenquelle, so sendet es nach Wegnahme des Präparates eine gut nachweisbare Korpuskularstrahlung aus. Durch WILSON-Aufnahmen im Magnetfeld (oder auf anderem Weg) erkennt man, daß es sich in diesem Fall nicht um Positronen, sondern um Elektronen handelt. Die Strahlungsintensität nimmt bei Fluor mit einer Halbwertzeit von 9 Sekunden ab; bei Al gibt es zwei überlagerte Halbwertzeiten (146). Die erste Veröffentlichung von FERMI ist datiert vom 25. März 1934.

Zur Deutung des Vorgangs beim Fluor kann man folgenden Verlauf vermuten:



Der auffälligste Unterschied gegenüber der durch  $\alpha$ -Strahlen und Deutonen ausgelösten künstlichen Radioaktivität liegt in dem Auftreten von (negativen) Elektronen. Da die Neutronen ungeladene Teilchen sind, so gelingt mit ihnen sogar die *Umwandlung schwerer Atome* mit starkem COULOMBSchen Kernfeld, die bisher nicht umgewandelt werden konnten. Die weiteren Versuche haben gezeigt, daß selbst bei Uran eine Kernumwandlung zu erreichen ist.

Bei einigen Elementen wird eine Abklingung nach zwei oder mehr verschiedenen Halbwertzeiten beobachtet. Es ist meist unentschieden, ob es sich um Zerfallsreihen, um Vorgänge an verschiedenen Isotopen des gleichen Elements oder um unterschiedliche Umwandlungen gleichartiger Atome handelt. In Tabelle 8 sind in der ersten Zeile alle Elemente aufgezählt, bei denen bisher eine Umwandlung beobachtet wurde; in der 2. und 3. ist dasjenige Element genannt, dem nach der chemischen Abtrennbarkeit die Aktivität zugeschrieben

<sup>1</sup> Vgl. jedoch die Fußnote auf S. 45.

Tabelle 8. Künstliche Radioaktivität durch Neutronenbestrahlung (nach 146, 147, 148, 192, 193).

Ausgangs- element	F	Na	Mg	Al	Si	P	S	Cl	Ti	V	Cr	Mn	Fe <sup>1</sup>	Co	Cu	Zn	Ga	As	Se	Br	Rb	
Radio- aktive Elemente	a)	(Ne)	(Mg)	Al	Al	(Al)	P	P	V	V	V	V	Mn	Mn	Mn	Cu	Cu	Cu	As	Se	Br	Rb
Halbwert- zeiten	a)	40 sec	12 min	3 min	3 min	3 min	viele	viele	4 min	4 min	4 min	4 min	2 1/2 h	2 1/2 h	6 min	6 min	30 min	2 d		30 min	20 min	
Strahlung	a)	15 h	15 h	3 h	3 h	3 h	viele	viele	4 min	4 min	4 min	2 1/2 h	2 1/2 h	2 1/2 h	6 min	9 h	30 min	2 d		30 min	20 min	
Halbwert- dicke für Elektronen	a)	0,07	0,09	0,2	0,11	0,12	0,12	0,12	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,17	0,03	0,17	0,03	0,17	0,03	
Ausgangs- element	Zr	Mo	Rh	Pd	Ag	Cd	Sb	Te	J	Ba	La	Pr	Nd	Sm	W	Ir	Au	Hg	Th	U <sup>3</sup>		
Radio- aktive Elemente	a)	b)	a)	b)	a)	b)	a)	b)	a)	b)	a)	b)	a)	b)	a)	b)	a)	b)	a)	b)	a)	b)
Halbwert- zeiten	1/4 h	1/4 h	50 sec	einige h	1/2 sec	1 h	1 h	1 h	30 min	2 min	5 min	5 min	55 min	40 min	1 h	20 h	1-2 d	1/2 sec	1 min	13 min	13 min	
Strahlung	a)	b)	a)	b)	a)	b)	a)	b)	a)	b)	a)	b)	a)	b)	a)	b)	a)	b)	a)	b)	a)	b)
Halbwert- dicke für Elektronen	0,12	0,12	0,12	0,03	0,1	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11	0,11	
in $\frac{g}{cm^2}$ Al																						

Sicher kein Effekt bei Li, C, N, O, Ru, Os, Tl, Pb, Bi.

<sup>1</sup> Halbwertdicke für die Fe- $\gamma$ -Strahlung 0,73 cm Pb =  $8,25 \frac{g}{cm^2}$  (150). <sup>2</sup> Nach H. KLARMANN (unveröffentlicht). <sup>3</sup> Es gibt außerdem noch Halbwertzeiten von 10 sec und 40 sec.

werden muß. Eingeklammerte Angaben beruhen auf Vermutung, die übrigen auf chemischem Nachweis. In Zeile 4 und 5 sind die Halbwertzeiten der entstehenden künstlichen Radioaktivität angegeben, Zeile 8 und 9 gibt die Halbwertdicken für die ausgesandten Elektronen in  $\frac{g}{cm^2}$  Al als Maß für die Absorbierbarkeit. Bei einigen bestrahlten Elementen ist auch die Aussendung einer Kern- $\gamma$ -Strahlung nachgewiesen, bei anderen blieben diesbezügliche Versuche ohne Erfolg. In der 6. und 7. Zeile ist das Vorhandensein einer  $\gamma$ -Strahlung durch  $\gamma$ , das Fehlen durch einen Strich angedeutet.  $_{-}e$  ist nur dort eingetragen, wo die Elektronennatur der Korpuskularstrahlung durch Ablenkung im Magnetfeld ausdrücklich nachgewiesen ist. Die mit a) bezeichneten Zeilen 2, 4, 6, 8 enthalten zusammengehörige Angaben, ebenso die mit b) bezeichneten.

Die  $\gamma$ -Strahlung wurde unabhängig auch von FLEISCHMANN (150) bei Fe, Al, Si aufgefunden; bei der Fe- $\gamma$ -Strahlung wurde die Absorbierbarkeit untersucht. Es ergab sich, daß 1 cm Pb 61% absorbiert; das entspricht einer Quantenenergie von etwa 800 ekV.

Besonders zu erwähnen ist Uran. Nach FERMI, RASETTI und D'AGOSTINO (191, 193) scheint es sich bei dem durch die Bestrahlung entstehenden radioaktiven Element, das zur Halbwertzeit 13<sup>min</sup> gehört, um ein Element mit höherer Ordnungszahl als 92 zu handeln. Die chemische Untersuchung zeigte, daß der aktive Bestandteil sicher kein Isotop eines der Elemente mit folgender Ordnungszahl ist: 92, 91, 90, 89, 88, 87, 86, 83, 82. Er fällt dagegen stets mit Mn und Re aus. Dies führt zu der Annahme, daß es sich um ein dazu homologes, und zwar um das Element 93 handelt. Aber auch die Möglichkeit, daß vielleicht Element 94 oder 95 vorliegt, kann bis jetzt nicht ausgeschlossen werden. Die Entstehung ist so zu verstehen, daß aus  $_{92}U^{238}$  nach Ziff. 28 Gl. f)  $_{92}U^{239}$  entsteht und daß dieses in  $_{93}^{*239} + \text{---}e$  mit einer der kürzeren Halbwertzeiten zerfällt.  $_{93}^{*239}$  zerfällt dann mit einer Halbwertzeit von 13<sup>min</sup>.

Künstliche Radioaktivität unter Neutronenaussendung scheinen CURIE, JOLIOT und PREISWERK (188) festgestellt zu haben. Sie bestimmten mit einer paraffinausgekleideten Ionisationskammer und Proportionalverstärker die Zahl der Impulse mit und ohne Gegenwart von Phosphor, der durch Vorbestrahlung mit Neutronen radioaktiv gemacht war. Es ergaben sich mit Präparat 760, ohne Präparat 656 Impulse. Die Differenz von 104 (mittlerer statistischer Fehler  $\pm 38$ ) gibt Grund zu der Annahme, daß eine neue Art von Radioaktivität unter Aussendung von Neutronen vorliegt.

**28. Die radioaktiven Isotope.** In Tabelle 9 sind die künstlich erzeugten radioaktiven Isotope zusammengestellt, die bei den Umwandlungen der Tabelle 6, 7, 8 erzeugt werden, soweit sie mit Sicherheit identifiziert werden können. Die Bestimmung des Isotops gründet

sich hauptsächlich auf die Kenntnis, daß folgende Elemente Reinelemente sind: F, Na, Al, P, V, Mn, Co. In einigen Fällen (z. B. Li und B) würden gewisse Isotope bei der Umwandlung zu stabilen Produkten führen. Für die in der letzten Spalte angegebenen Entstehungsprozesse gelten folgende Abkürzungen:

- a)  ${}_Z X^A + {}_2 \text{He}^4 \rightarrow {}_{Z+2} Y^A + 3 + {}_0 n^1$ .
- b)  ${}_Z X^A + {}_2 \text{He}^4 \rightarrow {}_{Z+1} Y^A + 3 + {}_1 \text{H}^1$ .
- c)  ${}_Z X^A + {}_1 \text{H}^2 \rightarrow {}_{Z+1} Y^A + 1 + {}_0 n^1$ .
- d)  ${}_Z X^A + {}_0 n^1 \rightarrow {}_{Z-1} Y^A + {}_1 \text{H}^1$ .
- e)  ${}_Z X^A + {}_0 n^1 \rightarrow {}_{Z-2} Y^A - 3 + {}_2 \text{He}^4$ .
- f)  ${}_Z X^A + {}_0 n^1 \rightarrow {}_Z X^{A+1}$ .

Tabelle 9. Die radioaktiven Isotope.

Rad. Atom	Strahlung	Halbwertszeit	Ausgangsatom für die Gewinnung	Entstehungsprozeß
${}_5 \text{B}^9$	+ e	einige min	${}_3 \text{Li}^6$	a
${}_7 \text{N}^{13}$	+ e	14 <sup>min</sup>	${}_5 \text{B}^{10}$	a
${}_9 \text{F}^{17}$	+ e	1,2 <sup>min</sup>	${}_7 \text{N}^{14}$	a
${}_{10} \text{Ne}^{23}$	- e	40 <sup>sec</sup>	${}_{11} \text{Na}^{23}$	d
${}_{11} \text{Na}^{22}$	+ e	Sehr kurz	${}_9 \text{F}^{19}$	a
${}_{11} \text{Na}^{24}$	- e, $\gamma$	15 <sup>h</sup>	$\left\{ \begin{array}{l} {}_{13} \text{Al}^{27} \\ {}_{12} \text{Mg}^{24} \end{array} \right.$	e d
${}_{12} \text{Mg}^{27}$	- e, $\gamma$	12 <sup>min</sup>	${}_{13} \text{Al}^{27}$	d
${}_{13} \text{Al}^{26}$	+ e	7 <sup>sec</sup>	${}_{11} \text{Na}^{23}$	a
${}_{13} \text{Al}^{28}$	- e, $\gamma$ , ${}_0 n^1$ (?)	3 <sup>min</sup>	$\left\{ \begin{array}{l} {}_{12} \text{Mg}^{25} \\ {}_{15} \text{P}^{31} \\ {}_{14} \text{Si}^{28} \end{array} \right.$	b e d
${}_{14} \text{Si}^{27}$	+ e	2,5 <sup>min</sup>	${}_{12} \text{Mg}^{24}$	a
${}_{14} \text{Si}^{31}$	- e	3 <sup>h</sup>	${}_{15} \text{P}^{31}$	d
${}_{15} \text{P}^{30}$	+ e	3,25 <sup>min</sup>	${}_{13} \text{Al}^{27}$	a
${}_{15} \text{P}^{32}$	- e	viele d	$\left\{ \begin{array}{l} {}_{16} \text{S}^{32} \\ {}_{17} \text{Cl}^{35} \end{array} \right.$	d e
${}_{17} \text{Cl}^{34}$	+ e	40 <sup>min</sup>	${}_{15} \text{P}^{31}$	a
${}_{23} \text{V}^{52}$	- e, $\gamma$	4 <sup>min</sup>	$\left\{ \begin{array}{l} {}_{25} \text{Mn}^{55} \\ {}_{24} \text{Cr}^{52} \end{array} \right.$	e d
${}_{25} \text{Mn}^{56}$	- e, $\gamma$	2,5 <sup>h</sup>	$\left\{ \begin{array}{l} {}_{23} \text{V}^{51} \\ {}_{27} \text{Co}^{59} \\ {}_{26} \text{Fe}^{56} \end{array} \right.$	f e d

Aus der Tabelle ergibt sich bereits die Regel, daß instabile Isotope, die eine kleinere Masse als die stabilen besitzen, Positronen aussenden, während die mit größerer Masse Elektronen ausstrahlen. Dies kann man so verstehen, daß anomal hohe oder niedrige Verhältnisse von Ordnungszahl: Atomgewicht in normale Verhältnisse überzugehen streben.

Literaturverzeichnis.

- 1. BOTHE, W. u. W. KOLHÖRSTER: Z. Physik 56, 751 (1929); ferner W. BOTHE: Ebenda 59, 1 (1929).
- 2. GREINACHER, H.: Ebenda 36, 364 (1926).

3. ORTNER, G. u. G. STETTER: *Z. Physik* **54**, 449 (1929).
4. BOTHE, W.: *Ebenda* **63**, 381 (1930).
5. FRÄNZ, H.: *Ebenda* **63**, 370 (1930); *Physik. Z.* **30**, 810 (1929).
6. BOTHE, W. u. H. BECKER: *Z. Physik* **66**, 289 (1930).
- 6a. HOUTERMANS, F. G.: *Erg. exakt. Naturwiss.* **9**, 173 (1930).
7. BECKER, H. u. W. BOTHE: *Naturwiss.* **19**, 753 (1931).
- 7a. BOTHE, W.: *Convegno di fisica nucleare*, 1931, S. 153.
8. CURIE, I.: *C. r. Acad. Sci., Paris* **193**, 1412 (1931).
9. JOLIOT, F.: *Ebenda* **193**, 1415 (1931).

## 1932

10. ANDERSON, C. D.: *Science* **76**, 238 (1932).
11. — *Physic. Rev.* **41**, 405 (1932).
12. AUGER, P.: *C. r. Acad. Sci., Paris* **194**, 877 (1932).
13. — *Ebenda* **195**, 234 (1932).
14. BLAU, M. u. H. WAMBACHER: *Wien. Ber.* **141**, 617 (1932).
15. BECKER, H. u. W. BOTHE: *Z. Physik* **76**, 421 (1932).
16. — — *Naturwiss.* **20**, 349 (1932).
17. — — *Ebenda* **20**, 757 (1932).
18. BROGLIE, M. DE, F. DUPRÉ LA TOUR, L. LEPRINCE-RINGUET u. J. THIBAUD: *C. r. Acad. Sci., Paris* **194**, 1037 (1932).
19. — u. L. LEPRINCE-RINGUET: *Ebenda* **194**, 1616 (1932).
20. BLACKETT, P. M. S. u. D. S. LEES: *Proc. Roy. Soc. Lond. A* **134**, 658 (1932).
21. BROGLIE, M. DE, F. DUPRÉ LA TOUR, L. LEPRINCE-RINGUET u. J. THIBAUD: *C. r. Acad. Sci., Paris* **194**, 1037 (1932).
22. CHADWICK, J.: *Proc. Roy. Soc., Lond. A* **136**, 692 (1932).
23. CURIE, I. u. F. JOLIOT: *C. r. Acad. Sci., Paris* **194**, 273 (1932).
24. — — *Ebenda* **194**, 708 (1932).
25. — — *Ebenda* **194**, 876 (1932).
26. — — *Ebenda* **194**, 1229 (1932).
27. — — u. P. SAVEL: *Ebenda* **194**, 2208 (1932).
28. — — *Nature* **130**, 57 (1932).
29. — — *L'existence du neutron. Paris* 1932.
30. DEE, P. J.: *Proc. Roy. Soc., Lond. A* **136**, 727 (1932).
31. DESEYVE, A., G. KIRSCH u. F. RIEDER: *Wien. Anz.* **1932**, Nr 18.
32. FEATHER, N.: *Proc. Roy. Soc., Lond. A* **136**, 709 (1932); *Nature* **130**, 237 (1932).
33. KIRSCH, G. u. F. RIEDER: *Wien. Ber.* **141**, 501 (1932).
34. KUNZE, P.: *Z. Physik* **79**, 203 (1932).
35. MASSEY, H. S. W.: *Nature* **129**, 469 u. 691 (1932).
36. — *Proc. Roy. Soc., Lond. A* **138**, 460 (1932).
37. MEITNER, L. u. K. PHILIPP: *Naturwiss.* **20**, 929 (1932).
38. PERRIN, F.: *C. r. Acad. Sci., Paris* **194**, 1343 (1932).
39. RASETTI, F.: *Z. Physik* **78**, 165 (1932).
40. — *Naturwiss.* **20**, 252 (1932).
41. THIBAUD, J. u. F. DUPRÉ LA TOUR: *C. r. Acad. Sci., Paris* **194**, 1647 (1932).
42. — — *Ebenda* **195**, 655 (1932).
43. WEBSTER, H. C.: *Proc. Roy. Soc., Lond. A* **136**, 428 (1932); ferner *Nature* **129**, 402 (1932).

## 1933

44. ANDERSON, C. D.: *Physic. Rev.* **43**, 491 (1933).
45. — *Ebenda* **43**, 368 (1933).
46. — u. S. H. NEDDERMEYER: *Ebenda* **43**, 1034 (1933).

47. ANDERSON, C. D.: *Physic. Rev.* **44**, 406 (1933).
48. — *Science* **77**, 432 (1933).
49. AUGER, P.: *C. r. Acad. Sci., Paris* **196**, 170 (1933).
50. — u. G. MONOD-HERZEN: *Ebenda* **196**, 543 (1933).
51. — — *Ebenda* **196**, 1102 (1933).
52. — — *Ebenda* **197**, 1406 (1933).
53. AUGER, P.: *J. Physique Radium* (7) **4**, 719 (1933).
54. BAINBRIDGE, K. T.: *Physic. Rev.* **43**, 367 (1933); **44**, 56 (1933).
55. BERNARDINI, G.: *Z. Physik* **85**, 555 (1933).
56. BLACKETT, P. M. S.: *Nature* **132**, 917 (1933).
57. — u. G. P. S. OCCHIALINI: *Proc. Roy. Soc., Lond. A* **139**, 699 (1933).
58. BONNER, T. W.: *Physic. Rev.* **43**, 871 (1933).
59. — *Ebenda* **44**, 235 (1933).
60. BOTHE, W.: *Naturwiss.* **21**, 823 (1933).
61. — *Solvay Congr.* **1933**.
62. CHADWICK, J.: *Proc. Roy. Soc., Lond. A* **142**, 1 (1933).
63. — *Solvay Congr.* **1933**.
- 63a. — P. M. S. BLACKETT u. G. P. S. OCCHIALINI: *Nature* **131**, 473 (1933).
64. CRANE, H. R., C. C. LAURITSEN u. A. SOLTAN: *Physic. Rev.* **44**, 514 (1933).
65. — — — *Ebenda* **44**, 692 (1933).
66. — — *Ebenda* **44**, 783 (1933).
67. CURIE, I. u. F. JOLIOT: *C. r. Acad. Sci., Paris* **196**, 397 (1933).
68. — — *Ebenda* **196**, 1105 (1933).
69. — — *Ebenda* **196**, 1581 (1933).
70. — — *Ebenda* **196**, 1885 (1933).
71. — — *Ebenda* **197**, 237 (1933).
72. — — *J. Physique Radium* (7) **4**, 21 (1933).
73. — — *Ebenda* (7) **4**, 278 (1933).
74. — — *Ebenda* (7) **4**, 494 (1933).
75. — — *Solvay Congr.* **1933**.
76. DUNNING, J. R. u. G. B. PEGRAM: *Physic. Rev.* **43**, 497 (1933).
77. — — *Ebenda* **43**, 775 (1933); **44**, 317 (1933).
78. FEATHER, N.: *Proc. Roy. Soc., Lond. A* **141**, 194 (1933).
79. — *Proc. Roy. Soc., Lond. A* **142**, 689 (1933).
80. FERMI, E. u. G. UHLENBECK: *Physic. Rev.* **44**, 510 (1933).
81. FURRY, W. H. u. J. F. CARLSON: *Ebenda* **44**, 237 (1933).
82. GRINBERG, M.: *C. r. Acad. Sci., Paris* **197**, 318 (1933).
83. HARKINS, W. D., D. M. GANS u. H. W. NEWSON: *Physic. Rev.* **43**, 208 (1933).
84. — *Ebenda* **43**, 362 (1933).
85. — D. M. GANS u. H. W. NEWSON: *Ebenda* **43**, 584 (1933).
86. — — — *Ebenda* **43**, 1055 (1933).
87. — — — *Ebenda* **44**, 945 (1933).
88. — — — *Ebenda* **44**, 236 (1933).
89. — — — *Ebenda* **44**, 529 (1933).
- 89a. HEITING, TH.: *Z. Physik* **87**, 127 (1934).
90. JOLIOT, F.: *C. r. Acad. Sci., Paris* **197**, 1622 (1933).
91. KIRSCH, G. u. W. SLONEK: *Naturwiss.* **21**, 62 (1933).
92. — *Naturwiss.* **21**, 332 (1933).
93. — *Ebenda* **21**, 640 (1933).
94. — u. R. TRATTNER: *Wien. Ber.* **142**, 71 (1933).
95. — u. H. WAMBACHER: *Ebenda* **142**, 241 (1933).
96. KUNZE, P.: *Physik. Z.* **34**, 849 (1933).
97. — *Ebenda* **80**, 559 (1933).



98. KUNZE, P.: *Physik. Z.* **83**, 1 (1933).  
 99. KURIE, F. N. D.: *Physic. Rev.* **43**, 672 (1933).  
 100. — Ebenda **44**, 463 (1933).  
 101. — Ebenda **43**, 771 (1933).  
 102. LAWRENCE, E. O., M. ST. LIVINGSTON u. G. N. LEWIS: Ebenda **44**, 56 (1933).  
 103. LIVINGSTON, M. ST., M. C. HENDERSON u. E. O. LAWRENCE: Ebenda **44**, 782 (1933).  
 104. MEITNER, L. u. K. PHILIPP: *Naturwiss.* **21**, 286 (1933).  
 105. — — Ebenda **21**, 468 (1933).  
 106. OPPENHEIMER, J. R. u. M. PLESSET: *Physic. Rev.* **44**, 53 (1933).  
 107. PERRIN, J.: *C. r. Acad. Sci., Paris* **197**, 628 (1933).  
 107a. PERRIN, F.: Ebenda **197**, 1302 (1934).  
 108. RABI, I. I.: *Physic. Rev.* **43**, 838 (1933).  
 109. RAUSCH VON TRAUBENBERG, H., A. ECKARDT u. R. GEBAUER: *Z. Physik* **80**, 557 (1933).  
 110. RIEDER, F.: *Wien. Ber.* **142**, 169 (1933).  
 111. SAVEL, P.: *C. r. Acad. Sci., Paris* **196**, 1482 (1933).  
 112. — *J. Physique Radium* (7) **4**, 609 (1933).  
 113. SCHINTLMEISTER, J.: *Wien. Ber.* **142**, 197 (1933).  
 114. SLONEK, W.: Ebenda **142**, 185 (1933).  
 115. THIBAUD, J.: *C. r. Acad. Sci., Paris* **197**, 447 (1933).  
 116. — Ebenda **197**, 915 (1933).  
 117. — Ebenda **197**, 1629 (1933).  
 118. — *Nature* **132**, 480 (1933).

## 1934

119. ANDERSON, C. D. u. S. H. NEDDERMEYER: *Physic. Rev.* **45**, 295 (1934).  
 120. — *Naturwiss.* **22**, 293 (1934).  
 121. AUGER, P.: *C. r. Acad. Sci., Paris* **198**, 365 (1934).  
 122. BONNER, T. W.: *Physic. Rev.* **45**, 425 (1934).  
 123. — u. L. M. MOTT-SMITH: Ebenda **45**, 552 (1934).  
 124. MOTT-SMITH, L. M. u. T. W. BONNER: Ebenda **45**, 554 (1934).  
 125. BONNER, T. W.: Ebenda **45**, 601 (1934).  
 126. BOTHE, W. u. W. HORN: *Naturwiss.* **22**, 106 (1934).  
 127. — — *Z. Physik* **88**, 683 (1934).  
 128. BRAMLEY, A.: *Science* **79**, 160 (1934).  
 129. CHADWICK, J. u. D. E. LEA: *Proc. Cambridge Philos. Soc.* **30** (1), 59 (1934).  
 130. — P. M. S. BLACKETT u. G. P. S. OCCHIALINI: *Proc. Roy. Soc., Lond.* **A 144**, 235 (1934).  
 131. COCKROFT, I. D., C. W. GILBERT u. E. T. S. WALTON: *Nature* **133**, 328 (1934).  
 132. LAURITSEN, C. C. u. H. R. CRANE: *Physic. Rev.* **45**, 63 (1934).  
 133. CRANE, H. R. u. C. C. LAURITSEN: Ebenda **45**, 226 (1934).  
 134. LAURITSEN, C. C. u. H. R. CRANE: Ebenda **45**, 345 (1934).  
 135. CRANE, H. R. u. C. C. LAURITSEN: Ebenda **45**, 430 (1934).  
 135a. — — Ebenda **45**, 497 (1934).  
 135b. LAURITSEN, C. C. u. H. R. CRANE: Ebenda **45**, 493 (1934).  
 136. CRANE, H. R., C. C. LAURITSEN u. A. SOLTAN: Ebenda **45**, 507 (1934).  
 137. LAURITSEN, C. C. u. H. R. CRANE: Ebenda **45**, 550 (1934).  
 138. — — u. W. W. HARPER: *Science* **79**, 234 (1934).  
 139. CURIE, I. u. F. JOLIOT: *C. r. Acad. Sci., Paris* **198**, 254 (1934).  
 140. — — Ebenda **198**, 559 (1934).  
 141. — — *Nature* **133**, 201 (1934).

142. CURIE, I. u. F. JOLIOT: *Nature* **133**, 721 (1934).  
142a. DEE, P. J.: *Ebenda* **133**, 564 (1934).  
143. DUNNING, J. R. u. G. B. PEGRAM: *Physic. Rev.* **45**, 295 (1934).  
144. — *Ebenda* **45**, 586 (1934).  
145. ELLIS, E. D. u. W. J. HENDERSON: *Nature* **133**, 530 (1934).  
146. FERMI, E.: *Ricerca scientifica* **5** (1), No 5, 283 (1934).  
147. — *Ebenda* **5** (1), No 6, 330 (1934).  
148. AMALDI, E., O. D'AGOSTINO, E. FERMI, F. RASETTI, E. SEGRÈ: *Ebenda* **5** (1), No 8, 452 (1934).  
149. FERMI, E.: *Nature* **133**, 757 (1934).  
150. FLEISCHMANN, R.: *Naturwiss.* **22**, 434 (1934).  
151. FRISCH, O. R.: *Nature* **133**, 721 (1934).  
152. FURRY, W. H. u. J. F. CARLSON: *Physic. Rev.* **45**, 137 (1934).  
153. HARKINS, W. D. u. D. M. GANS: *Nature* **133**, 794 (1934).  
154. JOLIOT, F.: *C. r. Acad. Sci., Paris* **198**, 81 (1934).  
155. KARA-MICHAILOVA, E.: *Wien. Ber.* **143**, 1 (1934).  
156. LADENBURG, R.: *Physic. Rev.* **45**, 224 (1934).  
157. LANGER, R. M.: *Ebenda* **45**, 137 (1934).  
158. — *Ebenda* **45**, 138 (1934).  
158a. — *Ebenda* **45**, 495 (1934).  
159. LEA, D. E.: *Nature* **133**, 24 (1934).  
160. LAWRENCE, E. O. u. M. ST. LIVINGSTON: *Physic. Rev.* **45**, 220 (1934).  
161. HENDERSON, M. C., M. ST. LIVINGSTON u. E. O. LAWRENCE: *Ebenda* **45**, 428 (1934).  
162. LOCHER, G. L.: *Ebenda* **44**, 779 (1934).  
163. — *Ebenda* **45**, 296 (1934).  
164. MASSEY, H. S. W. u. C. B. O. MOHR: *Nature* **133**, 210 (1934).  
165. MEITNER, L. u. K. PHILIPP: *Z. Physik* **87**, 484 (1934).  
166. — *Naturwiss.* **22**, 172 (1934).  
167. — *Ebenda* **22**, 174 (1934).  
168. — *Ebenda* **22**, 388 (1934).  
169. — *Ebenda* **22**, 420 (1934).  
169a. NEDDERMEYER, S. H. u. C. D. ANDERSON: *Physic. Rev.* **45**, 498 (1934).  
169b. OLIPHANT, M. L., E. S. SHIRE u. B. M. CROWTHER: *Nature* **133**, 377 (1934).  
169c. — P. HARTECK u. LORD RUTHERFORD: *Ebenda* **133**, 413 (1934).  
170. POLLARD, E.: *Physic. Rev.* **45**, 555 (1934).  
171. SAVEL, P.: *C. r. Acad. Sci., Paris* **198**, 368 (1934).  
172. — *Ebenda* **198**, 1404 (1934).  
173. SKOBELTZYN, D. u. E. STEPANOWA: *Nature* **133**, 565 u. 646 (1934).  
174. TA-YOU WU u. G. E. UHLENBECK: *Physic. Rev.* **45**, 553 (1934).  
175. THIBAUD, J. u. F. DUPRÉ LA TOUR: *C. r. Acad. Sci., Paris* **198**, 805 (1934).  
176. — *Ebenda* **198**, 562 (1934).  
177. — *J. Physique Radium* (7) **5**, No 1, 10 (1934).  
178. WATKINS, H. J.: *Philos. Mag.* **17**, 793 (1934).  
179. WERTENSTEIN, L.: *Nature* **133**, 564 (1934).  
180. WILLIAMS, E. J.: *Ebenda* **133**, 415 (1934).

## Nachtrag bei der Korrektur.

181. ALICHANOW, A. J., A. J. ALICHANIAN u. B. S. DZELEPOW: *Nature* **133**, 950 (1934).  
182. — — — *Ebenda* **133**, 871 (1934).  
183. ANDERSON, C. D. u. S. H. NEDDERMEYER: *Physic. Rev.* **45**, 653 (1934).

184. BETHE, H. u. R. PEIERLS: *Nature* **133**, 532 u. 689 (1934).  
185. BLAU, M.: *J. Physique Radium* (7) **5**, 61 (1934).  
186. BRAMLEY, A.: *Physic. Rev.* **45**, 901 (1934).  
187. CURIE, I. u. F. JOLIOT: *J. Physique Radium* (7) **5**, 153 (1934).  
188. CURIE, I., F. JOLIOT u. P. PREISWERK: *C. r. Acad. Sci., Paris* **198**, 2089 (1934).  
189. DARROW, K. K.: *Rev. Sci. Instr.* **5**, 209 (1934).  
190. ECKARDT, A., R. GEBAUER u. H. RAUSCH VON TRAUBENBERG: *Z. Physik* **89**, 582 (1934).  
191. FERMI, E.: *Nature* **133**, 898 (1934).  
192. AMALDI, E., O. D'AGOSTINO, E. FERMI, F. RASETTI u. E. SEGRÈ: *Ricerca scientifica* **5** (1), Nr 11/12 (1934).  
192. — — — — *Ebenda* **5** (2), Nr 1 (1934).  
193. FERMI, E., F. RASETTI u. O. D'AGOSTINO: *Ebenda* **5** (1), Nr 9/10 (1934).  
194. FEENBERG, E.: *Physic. Rev.* **45**, 649 (1934).  
195. FURRY, W. H. u. J. R. OPPENHEIMER: *Ebenda* **45**, 903 (1934).  
196. GAMOW, G.: *Nature* **133**, 833 (1934).  
197. GOLDHABER, M.: *Ebenda* **134**, 25 (1934).  
198. GOLDSMITH, H. H. u. V. W. COHEN: *Physic. Rev.* **45**, 850 (1934).  
199. HAFSTAD, L. R. u. M. A. TUVE: *Ebenda* **45**, 902 (1934).  
200. HARNWELL, G. P., H. D. SMYTH, S. N. VAN VOORHIS u. J. B. H. KUPFER: *Ebenda* **45**, 655 (1934).  
201. INGLIS, D. R. u. A. LANDÉ: *Ebenda* **45**, 842 (1934).  
202. IWANENKO, D.: *Nature* **133**, 981 (1934).  
203. KURIE, F. N. D.: *Physic. Rev.* **45**, 904 (1934).  
204. MONOD-HERZEN, G.: *J. Physique Radium* (7) **5**, 95 (1934).  
205. — C. r. Acad. Sci., Paris **199**, 45 (1934).  
206. NEWMAN, F. H. u. H. J. WALKE: *Nature* **134**, 64 (1934).  
207. TAMM, IG.: *Ebenda* **133**, 981 (1934).  
208. THIBAUD, J.: *Physic. Rev.* **45**, 781 (1934).  
209. TOLANSKY, S.: *Nature* **134**, 26 (1934).  
210. TUVE, M. A. u. L. R. HAFSTAD: *Physic. Rev.* **45**, 651 (1934).  
211. — — u. O. DAHL: *Ebenda* **45**, 746 (1934).  
212. HAFSTAD, L. R., M. A. TUVE u. C. F. BROWN: *Ebenda* **45**, 747 (1934).  
213. TA-YOU WU: *Ebenda* **45**, 846 (1934).  
214. ŻYW, M.: *Nature* **134**, 64 (1934).

Abgeschlossen am 20. Juli 1934.

# Elementumwandlung durch schnelle Wasserstoffkerne.

Von F. KIRCHNER, Leipzig.

Mit 27 Abbildungen.

## Inhaltsverzeichnis.

	Seite
A. Einführung . . . . .	57
B. Experimentiertechnik . . . . .	58
1. Allgemeines . . . . .	58
2. Nachbeschleunigung mit hohen Spannungen . . . . .	59
3. Häufig wiederholte Nachbeschleunigung durch eine mittlere Spannung mittels Magnetfeld und elektrischen Schwingungen . . . . .	61
4. Beobachtungsmethoden. . . . .	63
C. Ergebnisse. . . . .	64
I. Lithium. . . . .	64
a) Abhängigkeit der Ausbeute von der Energie der Wasserstoffkerne . . . . .	64
b) Reichweite der ausgeschleuderten Trümmer . . . . .	66
1. Versuche mit Protonen . . . . .	66
2. Versuche mit Deutonen . . . . .	68
c) Emission von $\gamma$ -Strahlung und Neutronen . . . . .	69
d) Deutung der Umwandlungsprozesse beim Lithium . . . . .	69
II. Bor . . . . .	74
a) Ausbeute . . . . .	74
b) Reichweite der Trümmer . . . . .	74
1. Versuche mit Protonen . . . . .	74
2. Versuche mit Deutonen . . . . .	75
c) $\gamma$ -Strahlung und Neutronen . . . . .	76
d) Deutung der Umwandlungsprozesse beim Bor . . . . .	76
1. Protonen . . . . .	76
2. Deutonen . . . . .	79
III. Schwerer Wasserstoff. . . . .	80
Reichweite der Umwandlungsprodukte und ihre Deutung . . . . .	81
IV. Kohlenstoff . . . . .	82
V. Andere Elemente . . . . .	83
VI. Umwandlungsprozesse, die nach dem Aufhören des Bombardements weiterlaufen. („Künstliche Radioaktivität“) . . . . .	84
Literaturverzeichnis . . . . .	87

## A. Einführung.

Die chemische Erfahrung lehrt uns, daß in dem uns zugänglichen Temperaturbereich die Atome der verschiedenen Elemente nur sehr oberflächlich aufeinander einwirken. Alle chemischen Reaktionen

haben nämlich ausschließlich Änderungen in der Elektronenhülle zur Folge, während der Atomkern, der den eigentlichen Charakter der chemischen Elemente bestimmt, dabei praktisch überhaupt nicht beeinflußt wird. Schon die Abschirmung der Atomkerne durch die Elektronenhülle macht es verständlich, daß die Kerne verschiedener Atome sich normalerweise niemals soweit nähern können, daß sie miteinander in Reaktion treten können. Aber selbst wenn wir durch äußere Einwirkung die Elektronenhülle entfernen würden, dann würde nach sonstigen Erfahrungen die elektrische Abstoßung der positiv geladenen Kerne doch noch die für Kernreaktionen erforderliche große Annäherung verhindern. Für die Einleitung von Kernreaktionen ist deshalb eine erheblich größere kinetische Energie der Reaktionspartner notwendig, als sie die Atome in dem für normale chemische Reaktionen ausreichenden Temperaturbereich besitzen. Der einzige Weg, auf dem wir willkürlich den Atomen eine wesentlich größere kinetische Energie zuerteilen können, als sie normalerweise infolge der Temperaturbewegung haben, ist der, daß wir sie als Ionen, also als geladene Teilchen, hohe elektrische Spannungen durchlaufen lassen. Nach den Erfahrungen über die Ablenkung von  $\alpha$ -Strahlen durch Atomkerne und über die Elementumwandlung durch  $\alpha$ -Strahlen glaubte man nur dann Aussicht auf Überwindung der starken Kernabstoßungskräfte und damit auf Kernreaktionen zu haben, wenn man Beschleunigungsspannungen von wenigstens einigen Millionen Volt verwenden würde. Dies ist aber, wenigstens soweit es sich um Wasserstoffkerne handelt, glücklicherweise nicht notwendig, weil offenbar schon bei Annäherung auf Kerndimensionen Abweichungen von den klassischen Gesetzen auftreten (16), die ein Eindringen von Wasserstoffkernen in andere Kerne bei verhältnismäßig niedriger Beschleunigungsspannung möglich machen.

## B. Experimentiertechnik.

### 1. Allgemeines.

Die einfachste und älteste Methode, geladene Atome in schnelle Bewegung zu versetzen, ist die elektrische Entladung bei genügend niedrigem Druck; die Atome des Füllgases werden dabei teilweise ionisiert, laufen beschleunigt auf die Kathode zu und können, wenn diese durchbohrt ist, hinter der Kathode als „Kanalstrahlen“ beobachtet werden. Für Versuche mit solchen Kanalstrahlen sind gewöhnlich Entladungsspannungen zwischen etwa 5 und 60 kV verwendet worden; von der an die Entladungsröhre angelegten Spannung wird freilich zur Beschleunigung der weit überwiegenden Zahl der Kanalstrahlteilchen nur etwa die Hälfte bis zwei Drittel ausgenutzt. Der Entladungsstrom wird in der Hauptsache von Elektronen und

nur zu einem verhältnismäßig kleinen Teil von positiven Ionen getragen; infolgedessen erhält man im Kanalstrahl selbst günstigenfalls etwa  $\frac{1}{10}$  der Gesamtstromstärke. Infolge der Umladungen besteht im Kanalstrahl selbst wieder nur der kleinere Teil aus geladenen, und der größte Teil aus neutralen Atomen. Für höhere Spannungen sind besondere Entladungsröhren, teils aus Porzellan, teils aus großen Glaszylindern konstruiert worden; diese Konstruktionen können eine sehr große Ausbeute an schnellen Teilchen liefern, sie haben aber den Nachteil, daß sie unvermeidlich eine intensive, sehr harte Röntgenstrahlung mit sich bringen, deren gründliche Abschirmung große Schwierigkeiten bereitet.

## 2. Nachbeschleunigung mit hohen Spannungen.

Bei sehr hohen Spannungen kann eine reine Gasentladung nur schwer konstant gehalten werden. Dagegen lassen sich verhältnismäßig leicht konstante Entladungsbedingungen erzielen mit der sog. Nachbeschleunigungsmethode (69). Hierbei wird meist eine normale Kanalstrahlröhre im gewöhnlichen Spannungsbereich (3, 4, 13, 27, 55) verwendet; die Kanalstrahlen werden aber nach ihrem Austritt aus dem Kanal durch eine besondere, möglichst hohe Gleichspannung „nachbeschleunigt“. Gelegentlich ist statt der Kanalstrahlröhre auch eine Hilfsentladung mit wesentlich niedrigerer Spannung verwendet worden, in der die gewünschten Ionen durch Bombardement mit den von einem Glühfaden emittierten Elektronen erzeugt werden (37). Der Nachbeschleunigungsraum muß so hoch evakuiert sein, daß die Beschleunigungsspannung keine selbständige Entladung verursacht; dies erzielt man dadurch, daß man das aus der Kanalstrahlröhre durch den Kanal in den Beschleunigungsraum strömende Gas mit einer rasch wirkenden Diffusionspumpe dauernd absaugt. (Bei Verwendung einer vierstufigen Quecksilber-Diffusionspumpe, die die Einschaltung einer Kühlvorlage notwendig macht, muß zur Erzielung eines genügend großen Druckunterschieds der Kanal bei 3 mm Durchmesser etwa 5 cm lang sein; mit Öl-Diffusionspumpen lassen sich bei weiter und kurzer Saugleitung noch erheblich größere effektive Sauggeschwindigkeiten erzielen.) Das Beschleunigungsfeld legt man zweckmäßig zwischen zwei Zylinder mit gleichem Durchmesser, die da, wo sie sich gegenüber stehen, mit ringförmigen Wulsten versehen sind (vgl. Abb. 2, rechts); das elektrische Feld zwischen solchen Zylindern hat auf einen divergenten Strahl eine sehr günstige fokussierende Wirkung. Die Gleichspannung für das Beschleunigungsfeld wird meist von einem (evtl. mehreren) Transformatoren mit Ventilen und Kondensatoren in Vervielfachungsschaltung geliefert. Da es für die Untersuchung der Zertrümmerungsprozesse zweckmäßig ist, die Strahlen nach ihrer Beschleunigung in eine geerdete Meßapparatur eintreten

zu lassen, verwendet man zur Vervielfachung der Transformatorspannung am besten das in Abb. 1 wiedergegebene Schaltungsprinzip;

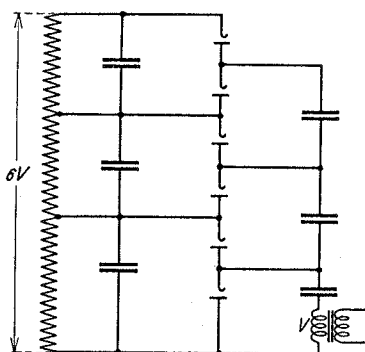


Abb. 1. Schaltprinzip zur Spannungsvervielfachung bei einseitiger Erdung des Transformators (3).

da die Stromentnahme für die Beschleunigung der Kanalstrahlen sehr gering ist, liefern solche Anlagen — auch wenn die Kapazität der Kondensatoren nur verhältnismäßig klein ist ( $0,01$ — $0,001 \mu\text{F}$ ) — eine praktisch konstante Gleichspannung. Als Ventile für besonders hohe Spannungen eignen sich dickwandige Glaszylinder oder Porzellanröhren mit Messing- oder Stahlröhren als Elektroden bzw. einem kurzen  $W_o$ -Draht als Glühfaden, die man während des Betriebs an der Pumpe liegenlassen kann. Zur Vermeidung von zu starken, stoßweisen Kondensatorentladungen empfiehlt es

sich, zwischen Hochspannungsanlage und Beschleunigungsapparat einen hochohmigen überschlagsicheren Widerstand einzubauen.

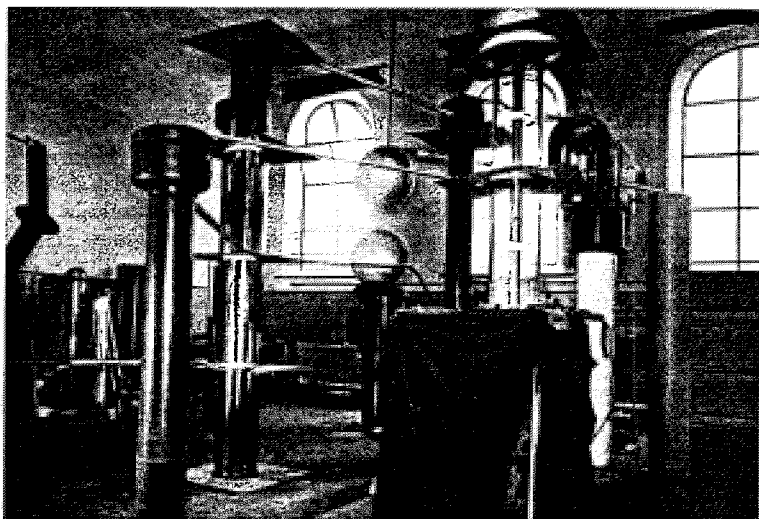


Abb. 2. Apparatur zur Atomzertrümmerung mit Spannungsvervielfachung und doppelter Nachbeschleunigung. Links Gleichrichterturm mit vier Stufen, rechts zweistufige Nachbeschleunigungsröhre; über der letzteren Blechkasten mit Kanalstrahlröhre. [COCKROFT und WALTON (4).]

In manchen Untersuchungen wurde noch eine weitere Nachbeschleunigung (vgl. Abb. 2) durch eine zweite, ungefähr ebenso hohe Spannungsstufe verwendet. Für die weitere Nachbeschleunigung bedeutet es eine erhebliche Vereinfachung der Hochspannungsapparat,

wenn man die gleiche Spannung wie bei der ersten verwenden kann; dies läßt sich dadurch erreichen (18), daß man das geladene Teilchen nach der ersten Beschleunigung umlädt, es als neutrales Teilchen eine gleich große „Verzögerungsspannung“ durchlaufen läßt und dann wieder in ein positives Teilchen umlädt. Im Prinzip ließe sich dieses Verfahren beliebig oft wiederholen; eine Grenze wird aber bald dadurch gesetzt, daß bei häufigeren Umladungen die Ausbeute zu klein wird.

Zur Erzielung einer möglichst hohen Dauerbelastbarkeit ist für einige Untersuchungen eine Kanalstrahlröhre ganz aus Stahl verwendet worden (55), deren Elektroden während des Betriebs auf Rotglut kommen können.

Ein sehr guter Ersatz für die Transformator-Hochspannungsanlagen und vielleicht sogar ein Fortschritt über diese hinaus scheint der kürzlich in Amerika konstruierte elektrostatische Hochspannungsgenerator zu sein (68). Das Prinzip des Generators entspricht dem der Influenzmaschine (Abb. 3). Als bewegte isolierende und Ladung transportierende Teile fungieren „Treibriemen“ aus starkem Seidenband; sie tragen die influenzierten Ladungen auf isoliert montierte Aluminiumkugeln von etwa 70 cm Durchmesser. Die beiden Kugeln sind durch eine nach besonderen Gesichtspunkten konstruierte Entladungsröhre (68) verbunden. In der bisher ausgeführten Konstruktion wurde eine Spannung von  $1,5 \cdot 10^6$  Volt und eine Stromstärke von  $25 \cdot 10^{-6}$  Amp. erreicht; im Bau ist eine Anlage mit Al-Kugeln von etwa 4 m Durchmesser, von der eine Spannung von  $10 \cdot 10^6$  Volt erhofft wird.

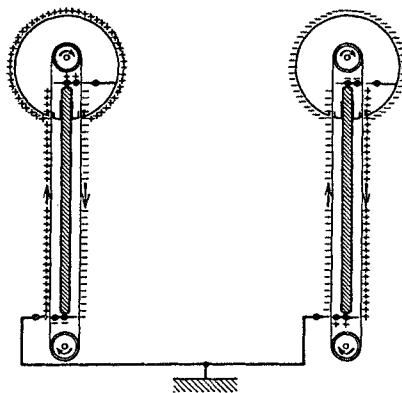


Abb. 3. Prinzip des elektrostatischen Hochspannungsgenerators für Spannungen von 1 500 000 Volt.  
[K. T. COMPTON, VAN ATTA und  
VAN DE GRAAFF (68).]

### 3. Häufig wiederholte Nachbeschleunigung durch eine mittlere Spannung mittels Magnetfeld und elektrischen Schwingungen.

Die höchste Energie von einzelnen Wasserstoffkernen, die bisher künstlich erzielt wurde, ist nach einer Vielfachbeschleunigungsmethode erreicht worden (43, 45), deren Prinzip das folgende ist. Zwischen zwei halbkreisförmigen flachen Metallkästen (s. Abb. 4) liegt ein schnelles Wechselfeld ( $\lambda = 20-50$  m). In der Mitte der Kästen befindet sich eine Protonen- oder Deutonenquelle; die Kästen werden zwischen die Pole eines starken Elektromagneten gebracht. Die Zeit, die die



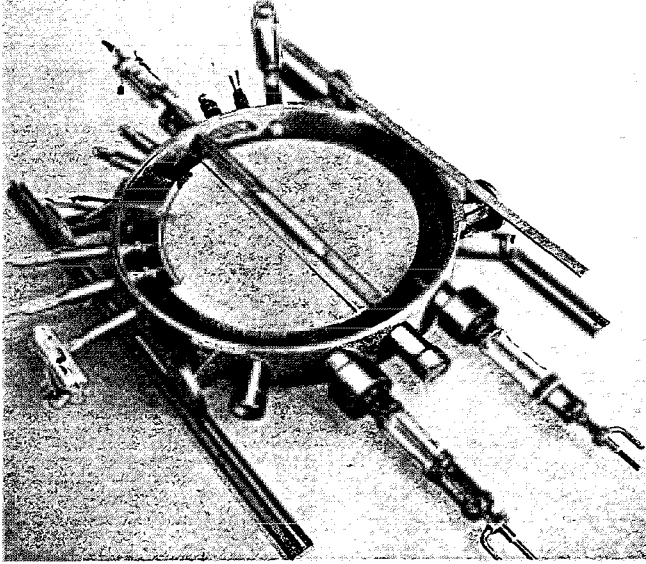


Abb. 4. Apparat für häufig wiederholte Nachbeschleunigung. [LAWRENCE und LIVINGSTON (45).]

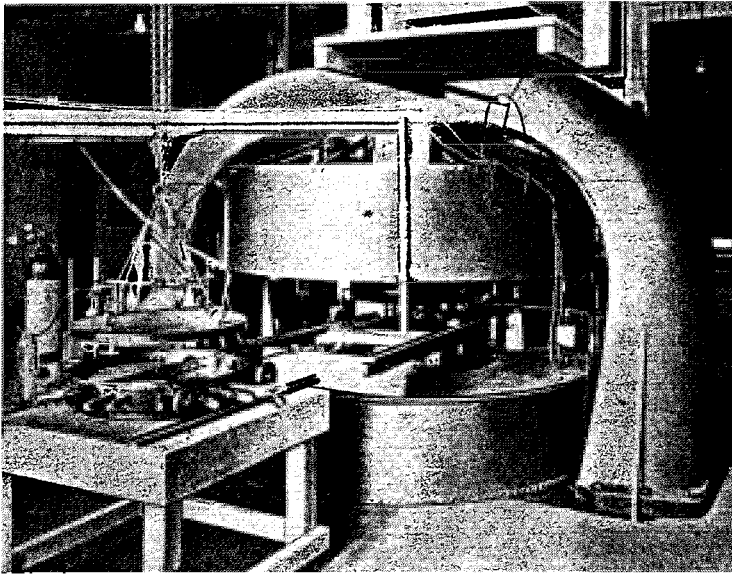


Abb. 5. Gesamtansicht der Apparatur zur häufig wiederholten Nachbeschleunigung mittels Schwingungen und großem Magneten. [LAWRENCE und LIVINGSTON (45).]

Protonen im Magnetfeld  $H$  zum Durchlaufen eines Halbkreises brauchen, ist

$$t = \frac{q \pi}{v} = \frac{\pi m}{e H} ,$$

also unabhängig von  $\rho$  und  $v$ . Bei richtiger Abstimmung von Wellenlänge und Magnetfeld wird erreicht, daß die geladenen Partikel beim jedesmaligen Passieren des Spalts zwischen den Kästen von der vollen Scheitelspannung der Schwingung im gleichen Sinne beschleunigt werden und so mehrere Hundert Male auf lauter aneinandergesetzten Halbkreisbahnen mit ständig größer werdendem Radius umlaufen.

In der zuletzt beschriebenen Apparatur (45, vgl. Abb. 5) hat die Beschleunigungskammer einen Durchmesser von etwa 80 cm. Das Gesamtgewicht des Eisens des Magneten ist ungefähr 65 Tonnen; die beiden Magnetspulen (insgesamt 3600 Windungen von  $1\frac{1}{4}$  bis  $\frac{1}{16}$  Zoll Kupferdraht) enthalten etwa 9 Tonnen Kupfer. Mit dieser Apparatur konnten Wasserstoffmolekül-Ionen bisher maximal bis  $5 \cdot 10^6$  e-Volt beschleunigt werden.

#### 4. Beobachtungsmethoden.

Bei Versuchen mit der gewöhnlichen Nachbeschleunigungsmethode ist zu beachten, daß der nachbeschleunigte Wasserstoffkanalstrahl außer schnellen Protonen auch noch eine je nach dem Druck in der Entladungsröhre mehr oder weniger große Zahl von Wasserstoffmolekül-Ionen enthält. Ihre Wirkung ist die gleiche wie die von Protonen gleicher Lineargeschwindigkeit; bei Verwendung von nur wenigen 100 000 Volt Beschleunigungsspannung fällt sie deshalb wegen der starken Spannungsabhängigkeit der Umwandlungseffekte (vgl. S. 65) nicht sehr ins Gewicht. Für genauere Messungen kann aber eine Trennung verhältnismäßig leicht durch magnetische Ablenkung erzielt werden (55).

Für die Beobachtung und Ausmessung der bei den Umwandlungsprozessen ausgesandten Kerntrümmer und  $\gamma$ -Strahlen finden alle die Methoden Anwendung, die für die Beobachtung der Umwandlungsprozesse der natürlichen Radioaktivität ausgearbeitet worden sind.

Das einfachste Nachweismittel für Kerntrümmer ist der Leuchtschirm aus Sidotblende, der bei Zuhilfenahme von Absorptionsschichten (Glimmer) von bekannter Dicke oder auch durch einfache Abstandsänderung in Luft in bequemster Weise eine Orientierung über die Reichweite der Trümmer gestattet. Für den Nachweis von Teilchen mit geringer Anfangsenergie ist aber der Leuchtschirm weniger geeignet, weil die von der Auftreffstelle der Wasserstoffkerne ausgehende Strahlung (weiche Röntgenstrahlung, Sekundärelektronen) ein sehr störendes diffuses Leuchten des Schirmes verursacht, das die Beobachtung von schwachen Szintillationen erschwert bzw. unmöglich macht. Dieselbe Schwierigkeit besteht bei der Verwendung von gewöhnlichen Spitzenzählern und Zählrohren; auch hier ist eine sichere Unterscheidung zwischen Kerntrümmern und störenden Teilchen, z. B. Sekundärelektronen, nicht möglich. Für genauere Untersuchungen stehen deshalb diejenigen Methoden im Vordergrund,

die eine *quantitative* Beobachtung des Ionisationseffekts des einzelnen Teilchens gestatten. Auf elektrischem Wege kann dies entweder durch „Proportionalverstärker“ (4, 7, 55—57) oder durch extrem weitgehende Vergrößerung der Elektrometerempfindlichkeit (13) erreicht werden. Die hochentwickelte Verstärkertechnik ermöglicht sogar die Proportionalverstärkung desjenigen Ionisationseffekts, den ein  $\alpha$ -Teilchen oder Proton auf nur wenigen Millimetern seines Luftwegs verursacht; dadurch ist es möglich, die „differentiale“ Ionisation längs der Bahn der Teilchen zu ermitteln. Die verstärkten Ionisationsstöße werden schließlich in einen Oszillographen geleitet, dessen Ausschläge nach ihrer Größe ein Maß für die spezifische Ionisation liefern und damit Aufschluß über die Natur der ionisierenden Teilchen geben.

Die aufschlußreichsten Resultate, besonders hinsichtlich der Frage nach dem Ablauf der Elementarvorgänge, liefert schließlich die Nebelkammermethode (24—32, 10—12). Sie gestattet, gleichzeitig die Reichweite und die Emissionsrichtung der ausgeschleuderten Teilchen zu beobachten; die Dichte der Nebeltröpfchen längs der Spur läßt außerdem auf einen Blick entscheiden, ob es sich um Protonen,  $\alpha$ -Teilchen oder etwa Kerne höherer Ordnungszahl handelt.

Während für Beobachtungen mit dem Leuchtschirm, mit Zählern oder mit Ionisationskammern mit Verstärker- und Registrier-einrichtung in der Entladungsröhre starke Dauerströme unterhalten werden müssen, genügt für eine Nebelkammeraufnahme ein einmaliger kurzer Stromstoß. Besonders intensive Stromstöße, die für Nebelkammeraufnahmen geeignet sind, können dadurch erzielt werden, daß im Augenblick der Expansion der Kammer ein Kondensator durch die Kanalstrahlröhre entladen wird (27).

## C. Ergebnisse.

### I. Lithium.

#### a) Abhängigkeit der Ausbeute von der Energie der Wasserstoffkerne.

In dem bisher untersuchten Spannungsbereich ist stets eine um so größere Ausbeute gefunden worden, je höher die Energie der ankommenden Wasserstoffkerne war; ein Maximum der Ausbeute, wie es für einen Resonanzeffekt charakteristisch wäre, ist bisher noch in keinem Falle festgestellt worden.

Die niedrigste Protonenenergie, bei der mit dem Leuchtschirm noch ein Zertrümmerungseffekt nachgewiesen werden konnte, ist 10 kV beim Lithium und etwa 30 kV beim Bor (61, 14); von anderer Seite (55) konnte ein Effekt nur bis etwa 30 kV beim Lithium, und bis 70 kV beim Bor beobachtet werden. Die Spannungsabhängigkeit der Ausbeute ist von verschiedenen Seiten teils mit dem Leuchtschirm, teils mit dem registrierenden Zähler gemessen worden (4, 22, 46); die Ergebnisse sind in Abb. 6 zusammengestellt. Die Ausbeute steigt anfangs

ungefähr exponentiell mit der Spannung an; später geht der Anstieg langsamer. Oberhalb einer Protonenenergie von 400 kV ist für die Ausbeute beim Lithium an massiven Schichten eine einfache lineare Funktion von  $V^{3/2}$  gefunden worden (22); da andererseits die Reichweite der Protonen direkt proportional  $V^{3/2}$  ist, scheint bei Protonenenergien  $> 400$  kV die Ausbeute unabhängig von der Protonenenergie selbst nur durch die Gesamtzahl der vom Proton auf seinem Wege passierten Lithiumkerne bestimmt zu sein. Den rascheren Anstieg bei niedrigen Spannungen hat man nach GAMOW (16) so zu deuten, daß die Wahrscheinlichkeit des Eindringens eines Protons in den Lithiumkern, welche anfangs auch bei „zentralem Stoß“ außerordentlich klein ist, mit wachsender Protonenenergie exponentiell zunimmt, bis von etwa 400 kV an praktisch jeder

„Treffer“ auch zu einem Umwandlungsvorgang führt. Ausbeutemessungen mit magnetisch homogenisiertem Protonenstrahl (55) lieferten das in Abb. 7 dargestellte Resultat. Diese Messungen sind zwar an verhältnismäßig dünnen Schichten gemacht; die Schichtdicke scheint aber nicht so gering gewesen zu sein, daß beträchtliche Energieverluste der Protonen innerhalb der Schicht selbst mit Sicherheit vermieden worden wären. Ein direkter Schluß auf die „differentiale Ausbeute“ an Kernumwandlungsprozessen als Funktion der Protonenenergie ist demnach aus den bisherigen Messungen noch nicht möglich; die bisherigen Messungsergebnisse stellen vielmehr ein Integral der Ausbeute über einen größeren Geschwindigkeitsbereich der Protonen dar.

Über die Absolutausbeute kann man sich aus Messungen an metallischem Lithium kein zuverlässiges Bild machen, weil sie nach

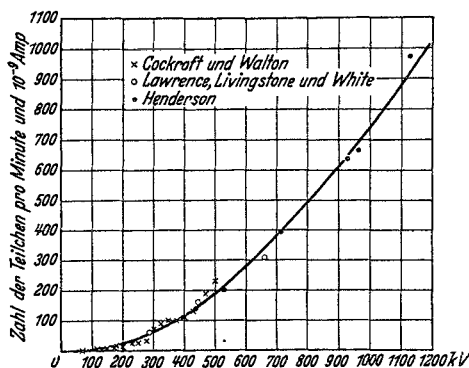


Abb. 6. Abhängigkeit der Ausbeute an dicker Li-Schicht von der Protonenenergie.

[COCKROFT und WALTON (4), LAWRENCE, LIVINGSTON und WHITE (46), HENDERSON (22).]

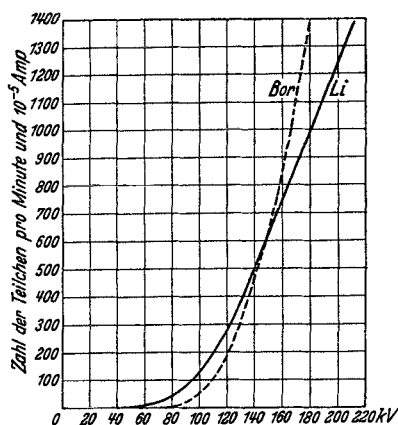


Abb. 7. Spannungsabhängigkeit der Ausbeute an dünnen Li- und Borschichten beim Bombardement mit Protonen.

[OLIPHANT und RUTHERFORD (35).]

Versuchen an im Vakuum frisch verdampften Schichten stark von der Beschaffenheit der Oberfläche (Oxydschicht, adsorbierte Wasserhaut) abhängt (24). Aus Messungen mit einem LiF-Kristall (22) ergab sich eine Ausbeute von  $2 \cdot 10^9$  bei 250 kV,  $10 \cdot 10^9$  bei 500 kV und  $40 \cdot 10^9$  bei 1000 kV.

Im Bereich niedriger Spannungen ist die Ausbeute nach orientierenden Messungen (14)  $10^{-13}$  bei 40 kV,  $10^{-15}$  bei 20 kV und etwa  $10^{-16}$  bei 10 kV.

Über die Ausbeute an Kernumwandlungsprozessen beim Bombardement anderer Elemente durch Protonen ist außer beim Bor (vgl. Abschnitt II, S. 74) noch nichts Näheres bekannt. Auf jeden Fall ist in dem bis jetzt zugänglichen Spannungsbereich (bis etwa 1 000 000 Volt) die Ausbeute bei den übrigen Elementen um mehrere Zehnerpotenzen geringer als beim Lithium und Bor.

Die Ausbeute an Umwandlungsprozessen bei der Beschießung von Lithium mit Wasserstoffkernen mit der Masse 2, die wir nach dem Vorschlag der Entdecker des „schweren“ Wasserstoffs Deutonen nennen wollen, scheint dagegen ungefähr von der gleichen Größenordnung zu sein, wie bei der Verwendung von Protonen.

Die größten Ausbeuten sind bei der Beschießung von schwerem Wasserstoff ( $H^2$ ) mit Deutonen gefunden worden. Hier lassen sich einerseits Umwandlungsvorgänge mühelos bis herunter zu etwa 20 kV Deutonenenergie (57), und vermutlich noch wesentlich weiter herab, nachweisen; andererseits ist bei etwa 1000 kV die ganz erstaunlich große Ausbeute von 1: einigen Tausend gefunden worden (65).

## b) Reichweite der ausgeschleuderten Trümmer.

### *1. Versuche mit Protonen.*

Genauere Reichweitenmessungen an den von Lithium ausgeschleuderten Trümmern sind teils nach der Absorptionsmethode (4, 56), teils in der Nebelkammer (31) durchgeführt worden. Bei den ersten Messungen mit schnellen Protonen wurde nur eine homogene Trümmergruppe mit einer, von der Protonenenergie in erster Näherung unabhängigen maximalen Reichweite von 8,4 cm festgestellt (4) (vgl. Abb. 8). Die Schwankungen der Reichweite schienen anfänglich sowohl nach diesen Messungen wie nach orientierenden Messungen mit der Nebelkammer (28) größer zu sein, als man es aus statistischen Gründen für eine tatsächlich homogene Gruppe erwarten sollte. Spätere genauere Messungen an Nebelkammeraufnahmen (31) ergaben aber eine so geringe Schwankungsbreite der Reichweiten, daß die Homogenität dieser Gruppe nun als sicher festgestellt gelten kann. Außer dieser weitreichenden Gruppe sind aber noch Trümmer mit erheblich kleineren Reichweiten gefunden worden. Die Absorptionsanalyse hat das in Abb. 9 dargestellte Resultat (56)

ergeben; die Auswertung von Nebelkammeraufnahmen (31) liefert ein etwas davon abweichendes Ergebnis (Abb. 10). Die kleineren Reichweiten liegen jedenfalls zwischen etwa 0,5 und 1,7 cm. Ihre Häufigkeitsverteilung zeigt ausgesprochene Maxima; die verhältnismäßig große Breite der Maxima, die nach beiden Methoden

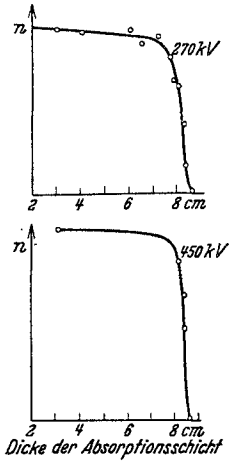


Abb. 8. Zahl der registrierten  $\alpha$ -Teilchen am Lithium als Funktion der Dicke der Zwischenschicht. [COCKROFT und WALTON (4).]

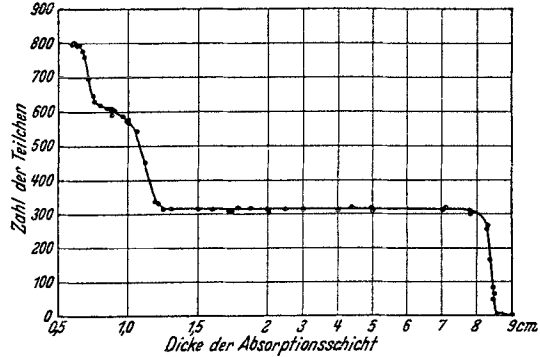


Abb. 9. Zahl der am Lithium registrierten Teilchen als Funktion der Dicke der Absorptionsschicht. [OLIPHANT, KINSEY und RUTHERFORD (56).]

festgestellt worden ist, läßt vermuten, daß es sich *nicht* lediglich um zwei oder drei streng homogene Gruppen handelt. Die Häufigkeit der kleinen Reichweiten (0,5—1,7 cm) verhält sich zu derjenigen der

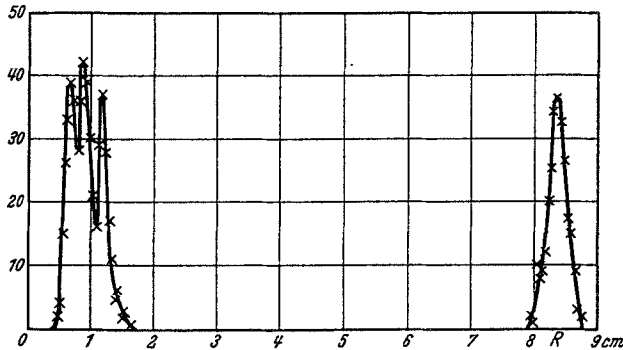


Abb. 10. Häufigkeitsverteilung der Reichweiten bei Lithium nach Nebelkammeraufnahmen. [KIRCHNER und NEUERT (31).]

großen Reichweiten (8,4 cm) nach den Absorptionmessungen wie 1,5:1, nach den Nebelkammermessungen wie 2:1. Nach Untersuchungen an massenspektroskopisch in reine Isotope 6 und 7 getrenntem Lithium (54) handelt es sich bei der weitreichenden Gruppe um Zerfallsprodukte von  $\text{Li}^7$ , bei den übrigen um solche von  $\text{Li}^6$ .

Bei weiteren Absorptionsmessungen (13) sind schließlich noch Reichweitengruppen von 1,8 und 4,0 cm gefunden worden; diese sind aber bisher noch nicht anderswo bestätigt worden.

## 2. Versuche mit Deutonen.

Die ersten Versuche mit Deutonen (47) ergaben beim Li Trümmer mit einer Reichweite von 14,5 cm. Genauere Messungen, wiederum

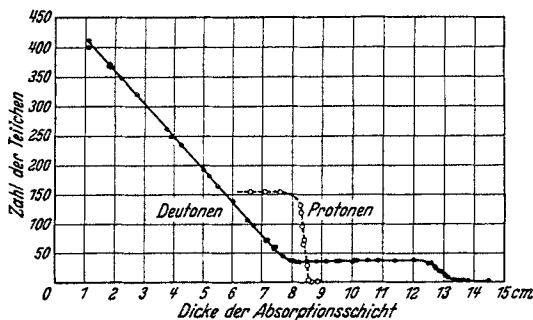


Abb. 11. Zahl der am Lithium beim Bombardement mit Deutonen gefundenen Teilchen in Abhängigkeit von der Dicke der Zwischenschicht.

[OLIPHANT, KINSEY und RUTHERFORD (56)].

nach der Absorptionsmethode (56), ergaben für die zuerst festgestellte homogene Gruppe eine Reichweite von  $13,2 \pm 0,2$  cm. Außerdem wurde dabei aber noch eine erheblich stärkere Gruppe mit kontinuierlicher Reichweitenverteilung zwischen 1 und 7,8 cm gefunden (vgl. Abb. 11). Das Häufigkeitsverhältnis der beiden Gruppen ist etwa 1:12.

Bei den bisher betrachteten Trümmern

handelt es sich höchstwahrscheinlich stets um He-Kerne. Bei der Beschießung von Li mit Deutonen sind nun außerdem auch Trümmer mit erheblich kleinerer Ionisationswirkung (10, 7) gefunden worden, die offenbar als Protonen anzusprechen sind. Die Reichweite dieser Protonen liegt nach Absorptionsmessungen bei Verwendung von sehr schnellen Deutonen (44) bei 40 cm, bei Verwendung von 500-kV-Deutonen bei  $30,5 \pm 1$  cm (7). Die Ausbeute an Protonen wird ungefähr halb so groß gefunden wie die an He-Kernen mit 13,2 cm Reichweite.

Bei den oben schon erwähnten Untersuchungen an massenspektroskopisch getrenntem Lithium wurden Protonen sowohl wie die 13,2-cm-Gruppe von  $\alpha$ -Teilchen nur am Li<sup>6</sup> festgestellt; über den Ursprung der Teilchen vgl. S. 71 und 73.

Die ersten Nebelkammeraufnahmen erweckten den Eindruck, daß die Kerntrümmer überwiegend in der Ebene senkrecht zum Protonenstrahl ausgeschleudert würden (25); bei einer genaueren Untersuchung zeigte sich aber, daß dies durch die geometrischen Verhältnisse nur vorgetäuscht war. An Kerntrümmern, die eine dünne Li-Schicht durchsetzt hatten, wurde jedenfalls eine gleichmäßige Häufigkeitsverteilung im Winkelbereich von 20—100° gegen die Protonenstrahlrichtung durch Nebelkammeraufnahmen (28) festgestellt.

### c) Emission von $\gamma$ -Strahlung und Neutronen.

#### 1. Versuche mit Protonen.

Nach einer  $\gamma$ -Strahlung, die bei der Umwandlung von Li durch schnelle Protonen entstehen könnte, ist verschiedentlich gesucht worden, weil man sie im Zusammenhang mit den Trümmern von kleiner Reichweite vermutete. In einem Falle ergab die Absorptionsanalyse einer mit dem Zählrohr festgestellten schwachen Wellenstrahlung von Li (59, 60) eine so geringe Härte (nämlich eine Halbwertsdicke von etwa 0,3 mm Pb), daß man diese Strahlung schwerlich mit Kernumwandlungsprozessen in Zusammenhang bringen kann. Von anderer Seite (41) wurde eine erheblich härtere  $\gamma$ -Strahlung festgestellt. Absorptionsmessungen in Blei, allerdings an Bündeln mit weiter Öffnung, ergaben exponentiellen Intensitätsabfall. Die Strahlung soll demnach praktisch monochromatisch sein; ihre Härte würde ungefähr der der  $\gamma$ -Strahlung von Radium entsprechen, wenn die letztere durch 2 cm Blei gefiltert ist. Die Zahl der  $\gamma$ -Strahlquanten wurde größenordnungsmäßig gleich der Zahl der Zertrümmerungsprozesse gefunden.

Im Bereich von 400–800000 Volt wurde außerdem eine zwar schwache, aber doch merkliche Ausbeute an Neutronen gefunden (40), die mit der Spannung rasch anstieg.

Mit einer Protonenenergie von nur 60000 Volt wurden ferner Anzeichen für eine schwache, aber besonders durchdringende Strahlung festgestellt (60, 62); dabei konnte aber bisher noch nicht entschieden werden, ob es sich um  $\gamma$ -Strahlung oder um Neutronen handelt. Die Zahl der Quanten wurde größenordnungsmäßig zu  $\frac{1}{10}$  der Zahl der Zertrümmerungsprozesse bestimmt.

#### 2. Versuche mit Deutonen.

Hier liegen übereinstimmende Beobachtungen von verschiedenen Seiten über eine intensive Emission von Neutronen vor (36, 44, 42), die wieder mit der Spannung stark ansteigt. Bei 900000 Volt und  $30 \cdot 10^{-6}$  Amp. Deutonenstrom wurden etwa 1000 Rückstoßpartikel von Neutronen pro Minute erhalten — das sind ungefähr 100mal mehr, als man sie mit den stärksten Poloniumpräparaten von Be bekommt.

Nach einer  $\gamma$ -Strahlung wurde auch hier gesucht, aber ohne Erfolg; der beobachtete  $\gamma$ -Strahleffekt ließ sich quantitativ auf eine Verunreinigung des Deutonenstrahls durch Protonen zurückführen (39 a).

### d) Deutung der Umwandlungsprozesse beim Lithium.

In den einfachsten Fällen von Kernumwandlungsprozessen konnte man, soweit die Massen der Reaktionsteilnehmer genügend genau



bekannt waren, schon auf Grund der gemessenen Reichweite der Trümmer und dem daraus berechneten Massendefekt einen bestimmten Ablauf der betreffenden Kernreaktion vermuten. Ein einwandfreier

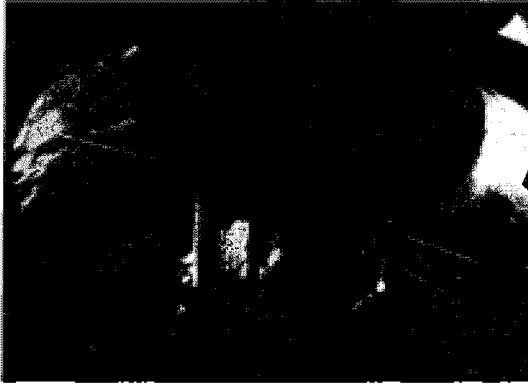
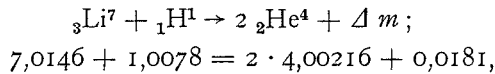


Abb. 12. Nebelkammeraufnahme des Elementarprozesses der Umwandlung von  $\text{Li}^7$  in zwei He-Kerne. (Das Proton trifft von oben auf eine dünne Li-Schicht, die sich in der Mitte der Kapsel befindet.)

[KIRCHNER (25).]

handelt es sich um einen Umwandlungsvorgang nach der Gleichung



der auf der rechten Seite stehende Massendefekt kommt als kinetische



Abb. 13. Nebelkammeraufnahme der Umwandlung von  $\text{Li}^7$ .

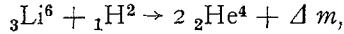
[KIRCHNER (27)].

Energie der beiden in nahezu entgegengesetzten Richtungen ausgeschleuderten Heliumkerne (s. Abb. 12 und 13) zum Vorschein. In der Tat: rechnet man die rechts stehende Massendefektzahl nach Multiplikation mit  $c^2$  in das bei schnellen Korpuskeln gebräuchliche Energiemaße-Voltum, und addiert man noch die kinetische Energie des eindringenden Protons dazu, so erhält man  $17,0 \cdot 10^6$  e-Volt, also das Doppelte derjenigen Energie ( $8,6 \cdot 10^6$  e-Volt), die der gemessenen Reichweite von 8,4 cm entspricht. Bei Beschießung mit Deutonen

Beweis dafür ist aber erst möglich gewesen, als es gelang, die Bahnen der verschiedenen bei einem Elementarprozeß ausgeschleuderten Trümmer in der Nebelkammer zu photographieren. Eindeutig geklärt ist in dieser Weise der Ursprung der 8,4-cm-Trümmer bei Beschießung mit Protonen (25) und derjenige der 13,2-cm-Trümmer bei Beschießung mit Deutonen (10). Im ersten Fall

der auf der rechten Seite stehende Massendefekt kommt als kinetische Energie der beiden in nahezu entgegengesetzten Richtungen ausgeschleuderten Heliumkerne (s. Abb. 12 und 13) zum Vorschein. In der Tat: rechnet man die rechts stehende Massendefektzahl nach Multiplikation mit  $c^2$  in das bei schnellen Korpuskeln gebräuchliche Energiemaße-Voltum, und addiert man noch die kinetische Energie

handelt es sich um den entsprechenden Umwandlungsvorgang von  $\text{Li}^6$  nach der Gleichung



$$6,0145 + 2,0136 = 2 \cdot 4,00216 + 0,0238.$$

Die Reichweite der beiden auseinandergeschleuderten He-Kerne ist entsprechend dem größeren Massendefekt erheblich größer (Abb. 14); die quantitative Übereinstimmung läßt allerdings in diesem Falle etwas zu wünschen übrig. (Die gemessene Reichweite 13,2 cm läßt auf einen Massendefekt von 0,0249 schließen gegenüber dem aus massenspektroskopischen Daten berechneten 0,0238.)

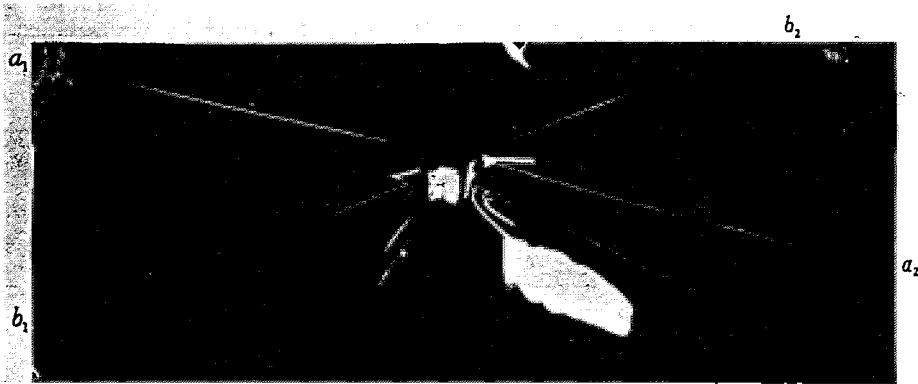


Abb. 14. Nebenkameraaufnahme der Umwandlung von  $\text{Li}^6$ . [DEE und WALTON (20).]

Bei genauerer Betrachtung z. B. der Abb. 12 erkennt man, daß die Richtungen von zusammengehörigen Trümmerspuren nicht genau entgegengesetzt, sondern etwas nach unten geneigt sind; dies ist die Folge des Impulses, den das von oben kommende Proton bei seinem Eindringen in den Li-Kern auf diesen überträgt (25). Der Satz von der Erhaltung des Impulses würde nämlich im vorliegenden Falle lauten:

$$m_P \cdot v_P = m_\alpha (v_{\alpha_1} + v_{\alpha_2}),$$

wo  $m_P$ ,  $m_\alpha$ ,  $v_P$ ,  $v_\alpha$  die Masse und Geschwindigkeit des Protons und des  $\alpha$ -Teilchens bedeuten. Nimmt man hierzu noch den Satz von der Erhaltung der Energie

$$\frac{m_P}{2} v_P^2 + W = \frac{m_\alpha}{2} (v_{\alpha_1}^2 + v_{\alpha_2}^2),$$

worin  $W$  die beim Umwandlungsvorgang freiwerdende Energie ( $= c^2 \cdot \Delta m$ ) darstellt, so kann man für jeden Richtungsunterschied der  $v_\alpha$  gegen  $v_P$  sowohl die Beträge  $v_{\alpha_1, 2}$ , wie ihren Richtungsunterschied berechnen. Wenn ein  $\alpha$ -Teilchen z. B. in der Richtung des Protonenstrahls ( $v_P$ ) emittiert wird, dann wird das andere wegen des Impulserhaltungssatzes *genau* in der entgegengesetzten Richtung

ausgeschleudert — allerdings mit erheblich kleinerer Energie, da in diesem Falle

$$m_P v_P = m_\alpha (v_{\alpha_1} - v_{\alpha_2}),$$

also

$$v_{\alpha_2} = v_{\alpha_1} - \frac{m_P}{m_\alpha} v_P.$$

Für eine Protonenenergie von nur 150 kV ergibt sich hieraus schon ein Unterschied der Anfangsenergie der beiden  $\alpha$ -Teilchen von  $1,1 \cdot 10^6$  e-Volt; obwohl der betreffende Reichweitenunterschied etwa 1,5 cm ist, hat man diese naheliegende Folgerung aus dem Impulserhaltungssatz bisher noch nicht experimentell geprüft. Dagegen liegen genaue Messungen (28, S. 782) des obenerwähnten Richtungsunterschieds der  $\alpha$ -Strahlen vor in solchen Fällen, bei denen die  $\alpha$ -Teilchen unter annähernd  $90^\circ$  zum Protonenstrahl emittiert wurden. Bezeichnet man den Winkel zwischen der Emissionsrichtung des  $\alpha_1$ -Teilchens und der rückwärtigen Verlängerung der Bahn des  $\alpha_2$ -Teilchens mit  $\varepsilon$ , dann erhält man nach einer einfachen Rechnung:

$$\sin \frac{\varepsilon}{2} = \sqrt{\frac{m_P}{2 m_\alpha} \cdot \frac{E_P}{W + E_P}}.$$

Mit  $E_P = 0,25 \cdot 10^6$  e-Volt und  $W = 17,1 \cdot 10^6$  e-Volt wird

$$\varepsilon = 4^\circ 55'$$

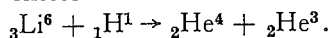
in guter Übereinstimmung mit den größten unter den gemessenen Werten:  $5^\circ 10'$ ,  $4^\circ 59'$ ,  $4^\circ 59'$ ,  $4^\circ 51'$ ,  $4^\circ 15'$ ,  $4^\circ 3'$ ,  $3^\circ 45'$ ,  $3^\circ 19'$ , während die kleineren Meßwerte offenbar solchen Fällen entsprechen, bei denen das Proton vor dem Eindringen in den Lithiumkern bereits auf seinem Wege durch die Schicht einen beträchtlichen Teil seiner Geschwindigkeit verloren hatte. Die Versuche liefern demnach für den hier vorliegenden Umwandlungsprozeß eine direkte Bestätigung des Impulserhaltungssatzes<sup>1</sup>.

Durch besondere Versuche (unveröffentlicht) wurde geprüft, ob die Erhaltungssätze auch tatsächlich in jedem Einzelfalle gelten, d. h. ob bei geeigneter Versuchsanordnung auch zu jedem ausgeschleuderten Teilchen ein Gegenteilchen gefunden wird. Dies war tatsächlich der Fall, soweit nicht eines der beiden Teilchen aus geometrischen Gründen am Eintritt in die Nebelkammer verhindert war.

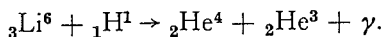
Mit einiger Wahrscheinlichkeit kann man weiter aus Nebelkammeraufnahmen schließen, daß die Trümmer mit geringer Reichweite nach einem ähnlichen Umwandlungsprozeß von  $\text{Li}^6$  ausgeschleudert werden. In einer Versuchsreihe (11), in der das  $\text{Li}$ -Präparat in die Nebelkammer selbst gebracht wurde, wurden von 22 beobachteten Teilchen mit kurzer Reichweite 14 in nahezu entgegengesetzten

<sup>1</sup> Wenn man auch die Erhaltung des Drehimpulses bei Kernprozessen annimmt (58), dann kann man wegen der Unsicherheit der Änderung des Bahn-Drehimpulses zwar nicht den Absolutwert des Kernspins eines Stoßpartners berechnen, wohl aber läßt sich auf Ganzzahligkeit oder Halbzahligkeit schließen, wenn die übrigen Spins bekannt sind.

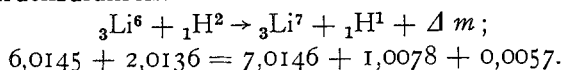
Richtungen ausgeschleudert. Die Summe der Reichweiten von je zwei zusammengehörigen Teilchen wurde zu 21, 20,4, 22,2, 22,0, 20,0, 26,6 und 28,7 mm festgestellt. Berücksichtigt man den Befund (54), daß die Reichweite von 11,5 cm nur an  $\text{Li}^6$  beobachtet wurde, so liegt es nahe anzunehmen, daß mindestens diese Gruppe als  $\text{He}^3$  nach der Gleichung entsteht:



Wenn diese Umwandlungsgleichung richtig ist, dann würde aus ihrer und der beobachteten Reichweite des  ${}_2\text{He}^3$  von 11,5 mm für das  $\text{He}^3$  eine Masse von 3,0152 (57, 67) folgen. Die beim Bombardement von Lithium mit Protonen beobachtete harte  $\gamma$ -Strahlung (41), von der ungefähr auf jeden Umwandlungsvorgang ein Quant kommt, legt es aber nahe, auch an eine Umwandlung von der folgenden Form zu denken:

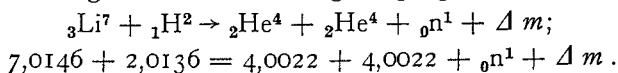


Wenn man hier die beobachtete  $\gamma$ -Strahlenhärte einsetzt und annimmt, daß die Teilchen von 11,5 mm Reichweite  $\text{He}^3$ -Kerne sind, dann würde sich aus der letzten Gleichung für das  $\text{He}^3$  eine Masse von 3,0146 ergeben. Auf weitere Möglichkeiten der Lithiumumwandlung muß man aus dem Auftreten anderer Trümmer schließen. Die auf S. 68 erwähnte Protonenemission beim Bombardement mit Deutonen ist offensichtlich auf eine Umwandlung nach dem folgenden Schema zurückzuführen:



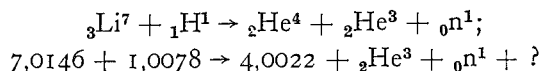
Dem Massendefekt 0,0057 entspricht eine kinetische Energie von  $5,3 \cdot 10^6$  e-Volt. Rechnet man hierzu noch die Energie der Deutonen und zieht man die Energie ab, die das  $\text{Li}^7$  als Rückstoßkern übernimmt, so sollte das Proton eine kinetische Energie von  $5,0 \cdot 10^6$  e-Volt erhalten. Nach sonstigen Erfahrungen würde dieser Energie eine Reichweite von  $35 \pm 5$  cm entsprechen; beobachtet sind  $30,5 \pm 1$  cm. Die Übereinstimmung wird allerdings weniger gut, wenn man für  $\text{Li}^6$  statt der Massenzahl von BAINBRIDGE die aus der Energie der 13,2-cm-Gruppe berechnete Massenzahl einsetzt; es ist deshalb auch hier mit der Möglichkeit zu rechnen, daß auf der rechten Seite noch eine  $\gamma$ -Strahlung hinzuzufügen wäre.

Die starke Neutronenemission zusammen mit der kontinuierlichen  $\alpha$ -Teilchengruppe bei Beschießung mit Deutonen ist sehr wahrscheinlich auf den folgenden Umwandlungsvorgang zurückzuführen (56):



Da jetzt auf der rechten Seite drei ausgeschleuderte Teilchen stehen, kann jedes von ihnen innerhalb eines gewissen Bereichs je nach der gegenseitigen Emissionsrichtung eine kontinuierlich verschiedene

Energie erhalten; ein direkter Nachweis in der Nebelkammer liegt für diesen Prozeß noch nicht vor (das Neutron müßte dazu durch ein Rückstoßatom nachgewiesen werden!). Die schwache Neutronenemission beim Bombardement mit Protonen (40) ließe schließlich, wenn sie sich als richtig erweist, auf einen Umwandlungsvorgang der folgenden Art schließen:



Zur besseren Übersicht stellen wir die verschiedenen Umwandlungsvorgänge, die uns bei der Beschießung des Lithiums mit Wasserstoffkernen entgegneten, in einer Tabelle zusammen.

Tabelle 1.  
Umwandlungsprozesse von Lithium durch Wasserstoffkerne.

Nr.	Umwandlungsprozeß	Bemerkung
1	${}^3\text{Li}^7 + {}^1\text{H}^1 \rightarrow {}^2\text{He}^4 + {}^2\text{He}^4$	nachgewiesen
2	${}^3\text{Li}^7 + {}^1\text{H}^1 \rightarrow {}^2\text{He}^4 + {}^2\text{He}^3 + {}^0\text{n}^1$	wahrscheinlich
3	${}^3\text{Li}^6 + {}^1\text{H}^1 \rightarrow {}^2\text{He}^4 + {}^2\text{He}^3$	wahrscheinlich
4	${}^3\text{Li}^6 + {}^1\text{H}^1 \rightarrow {}^2\text{He}^4 + {}^2\text{He}^3 + \gamma$	wahrscheinlich
5	${}^3\text{Li}^7 + {}^1\text{H}^1 \rightarrow {}^4\text{Be}^8 + \gamma$	möglich
6	${}^3\text{Li}^7 + {}^1\text{H}^2 \rightarrow {}^2\text{He}^4 + {}^2\text{He}^4 + {}^0\text{n}^1$	sehr wahrscheinlich
7	${}^3\text{Li}^6 + {}^1\text{H}^2 \rightarrow \text{He}^4 + \text{He}^4$	nachgewiesen
8	${}^3\text{Li}^6 + {}^1\text{H}^2 \rightarrow {}^3\text{Li}^7 + {}^1\text{H}^1$	wahrscheinlich

## II. Bor.

### a) Ausbeute.

Beim Bor ist die Ausbeute bei niedrigen Protonenenergien erheblich kleiner wie beim Lithium; sie steigt aber dann beträchtlich rascher an wie dort, so daß sie schon bei etwa 160 kV die beim Li übersteigt (27, vgl. auch Abb. 7). Gegenüber allen übrigen Elementen ist hier die Ausbeute so groß, daß ein anfänglich bei einer größeren Zahl von schwereren Elementen beobachteter Zertrümmerungseffekt (4) inzwischen auf minimale Verunreinigungen durch Bor zurückgeführt wurde, die sich infolge der Entladung aus borhaltigem Glas auf den Präparaten niedergeschlagen hatten (55).

Die Umwandlung von Bor durch Deutonen wird erst bei höheren Spannungen beobachtbar; ihre Häufigkeit steigt in analoger Weise mit der Spannung an wie bei Protonen.

### b) Reichweite der Trümmer.

#### 1. Versuche mit Protonen.

Durch Nebelkammeraufnahmen wurde zuerst festgestellt (25), daß hier im Gegensatz zum Lithium keine einheitliche Reichweite vorhanden ist, sondern daß sich die Trümmer *kontinuierlich* über einen

größeren Reichweitenbereich verteilen. Genauere Messungen liegen wieder vor einerseits nach der Absorptionsmethode (55), andererseits nach Nebelkammeraufnahmen (27, 30, 31). Die maximale Reichweite liegt bei 4,7 cm, das stärkste Maximum der Häufigkeit liegt nach den Absorptionsversuchen bei 1,8 cm, nach den Messungen in der Nebelkammer bei 2,2 cm (vgl. Abb. 15 und 16). Nach größeren Reichweiten nimmt die Häufigkeit exponentiell ab, und zwar nach den Absorptionsmessungen praktisch monoton bis an das Ende der Häufigkeitskurve (vgl. Abb. 17), nach den Nebelkammerbeobachtungen bis zu einer Reichweite von etwa 4,2 cm, um am Ende noch einmal zu einem wohl ausgeprägten Maximum anzusteigen (Abb. 18). Die Existenz einer homogenen Reichweitengruppe am Ende der Häufigkeitskurve ist durch die Nebelkammeraufnahmen (vgl. auch Abb. 19 und 20) sichergestellt; zahlenmäßig ist allerdings in dieser homogenen Gruppe nur etwa  $\frac{1}{200}$  der Gesamtzahl der vom Boremittierten Trümmer enthalten.

Der Abfall der Häufigkeit nach kleineren Reichweiten geht langsamer (Abb. 16); eine Grenze der beobachteten Reichweiten nach unten scheint aber nur durch die Dicke der zwischen Präparat und Nebelkammer eingeschalteten Glimmerschicht gegeben zu sein.

## 2. Versuche mit Deutonen.

Über die Reichweite der Trümmer beim Bombardement von Bor mit Deutonen liegen Messungen mit einer Ionisationskammer

von 1 cm Tiefe und mit Verstärker und Oszillograph im Bereich von etwa 300—600 kV vor (7). Das Resultat ist aus Abb. 21 ersichtlich. Das erste stärkste Maximum, das rechts oben noch einmal in anderem Maßstab aufgetragen ist, stellt eine kontinuierliche Häufigkeitsverteilung von  $\alpha$ -Teilchen dar, die bis zu einer maximalen Reichweite von 15 cm geht, die aber möglicherweise noch durch ein oder zwei Protonengruppen überlagert ist. Die drei kleineren Maxima sind durch Protonen verursacht; die entsprechenden Reichweiten liegen bei 31, 58 und 92 cm. Die Gesamtzahl der beobachteten Protonen ist ungefähr gleich der der  $\alpha$ -Teilchen.

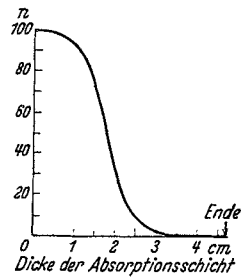


Abb. 15. Zahl der am Bor beim Bombardement mit Protonen gefundenen Teilchen als Funktion der Dicke der Zwischenschicht. [OLIPHANT und RUTHERFORD (55).]

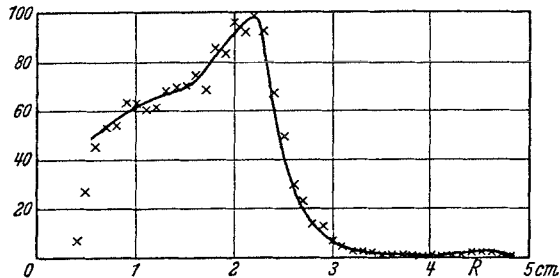


Abb. 16. Häufigkeitsverteilung der Reichweiten beim Bor nach Nebelkammeraufnahmen. [KIRCHNER und NEUERT (32).]

c)  $\gamma$ -Strahlung und Neutronen.

Mit Protonen von  $900000$  Volt und  $10 \cdot 10^{-6}$  Amp. wurde am Bor nach einer  $\gamma$ -Strahlung vergeblich gesucht; es ergab sich, daß die Intensität einer eventuell existierenden  $\gamma$ -Strahlung kleiner als  $\frac{1}{50}$  derjenigen ist, die sie haben müßte, wenn pro Zertrümmerungsprozeß ein  $\gamma$ -Strahl emittiert werden würde (39). Mit Deutonen wurde dagegen eine intensive  $\gamma$ -Strahlung von etwa  $1,6 \cdot 10^6$  e-Volt gefunden (39).

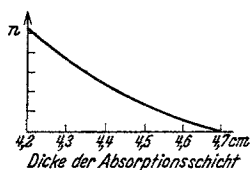
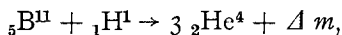


Abb. 17. Ende der integralen Reichweitenkurve in vergrößertem Maßstab. [OLIPHANT und RUTHERFORD (55).]

## d) Deutung der Umwandlungsprozesse beim Bor.

## 1. Protonen.

Die bei den Protonenversuchen am häufigsten vertretene Energie entspricht ungefähr derjenigen, die man bei einer Umwandlung nach der Gleichung



$$11,0107 + 1,0078 = 3 \cdot 4,00216 + 0,0119$$

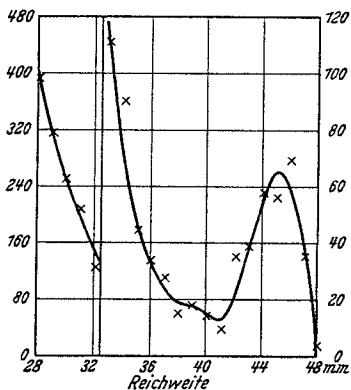


Abb. 18. Zahl der vom Bor emittierten  $\alpha$ -Teilchen in Abhängigkeit von ihrer Reichweite im Bereich von 28—48 mm. [Der linke Kurvensteil stellt die in viermal verkleinertem Maßstab (linke Ordinatenachse) gezeichnete Fortsetzung der Häufigkeitskurve nach kleineren Reichweiten dar.]

[KIRCHNER und NEUERT (30).]

erwarten sollte, wenn die freiwerdende Energie ( $11,2 \cdot 10^6$  e-Volt) gleichmäßig auf die drei He-Kerne verteilt wird (5). Das Vorhandensein einer kontinuierlichen Reichweitenverteilung bedeutet dann offenbar, daß außer der gleichmäßigen Aufteilung noch — wenn auch mit abnehmender Häufigkeit — alle möglichen anderen Aufteilungen vorhanden sind (27). Wenn man eine exponentielle Abnahme der Häufigkeit nach beiden Seiten mit zunehmender Abweichung von der (symmetrischen)  $120^\circ$ -Konstellation annimmt und dabei den Wiederanstieg der Häufigkeitskurve bei großen Reichweiten unberücksichtigt läßt, kommt man zu einer überraschend guten Darstellung der tatsächlichen Häufigkeitsverteilung (55).

In der Tat liefern auch Nebelkammeraufnahmen der Zertrümmerungsprodukte von dünnen Borschichten (27) gelegentlich Beispiele für den als den häufigsten angenommenen Fall, daß die drei He-Kerne unter annähernd  $120^\circ$  in einer Ebene ausgeschleudert werden. In dem in Abb. 22 reproduzierten Fall war nach Ausmessung mit dem Stereo-

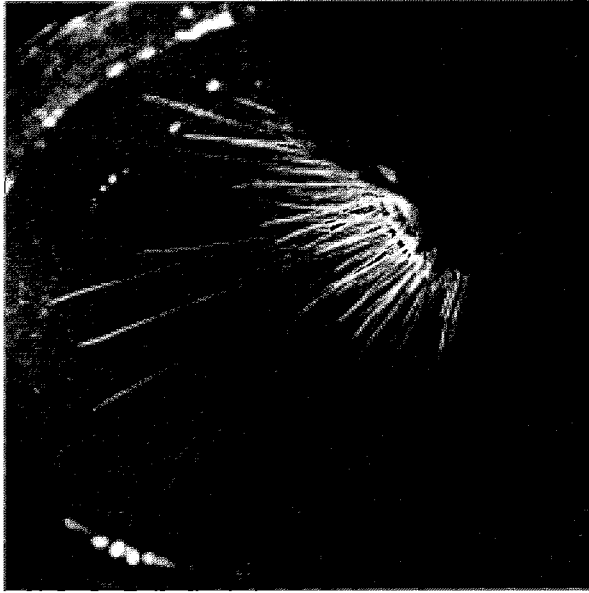


Abb. 19.

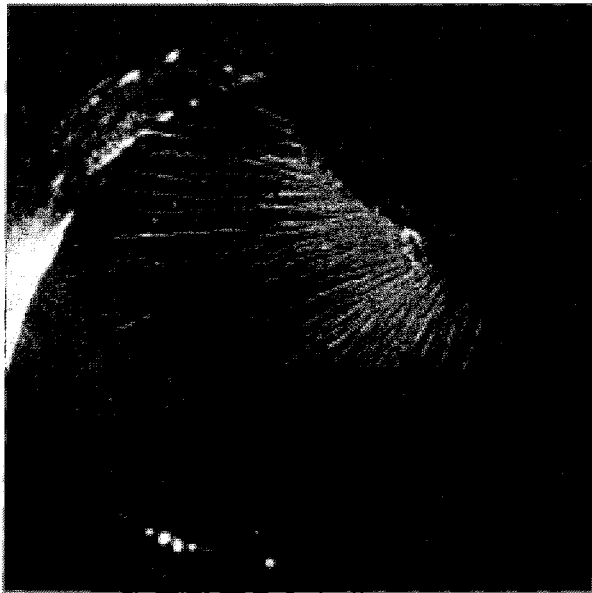


Abb. 20.

Abb. 19 und 20. Nebenkameraaufnahmen der von Bor beim Bombardement mit Protonen ausgeschleuderten Trümmer. Es ist deutlich erkennbar, daß die maximale Reichweite eine homogene Gruppe darstellt, während im Zwischengebiet die Häufigkeit kleiner ist. [KIRCHNER (28).]



komparator der Impuls- und Energieerhaltungssatz mit guter Annäherung erfüllt; in anderen Fällen (10) zeigten sich Abweichungen, die aber vielleicht auf ungleichmäßige Dicke der zwischengeschalteten

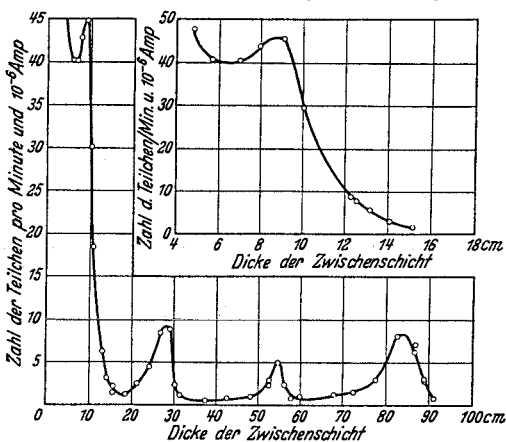


Abb. 21. Häufigkeitsverteilung der von Bor beim Bombardement mit Deutonen ausgeschleuderten  $\alpha$ -Teilchen und Protonen. [COCKROFT und WALTON (7).]

Glimmerschicht zurückzuführen sind.

Die maximale Energie, die ein  $\alpha$ -Teilchen erhalten kann — dann nämlich, wenn die beiden anderen  $\alpha$ -Teilchen nach der entgegengesetzten Seite ausgeschleudert werden —, sollte doppelt so groß sein als die am häufigsten auftretende Energie, also  $7,5 \cdot 10^6$  e-Volt. Dieser Energie würde eine Reichweite von 6,6 cm entsprechen: solche großen Reichweiten sind aber nicht beobachtet.

Nun sind zwar gelegentlich Reichweiten über 5 cm beobachtet worden (25, 26), in anderen Versuchsreihen dagegen wieder nicht. Das

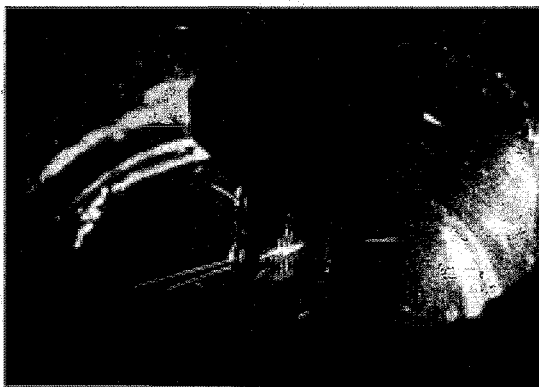


Abb. 22. Nebelkammeraufnahme an dünner Borschicht; 3 He-Kerne werden unter annähernd  $120^\circ$  auseinandergeschleudert. [KIRCHNER (27).]

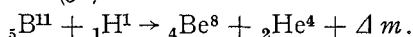
scheint aber auch verständlich; denn wenn man den Abfall der

Häufigkeitskurve (Abb. 16) nach rechts hin — unter Ausschluß der homogenen Gruppe bei 4,5 cm — extrapoliert, dann kommt man jenseits von 5 cm auf ganz außerordentlich geringe Häufigkeitswerte. Übrigens lassen sich gegen die Annahme der Ausschleudering von zwei  $\alpha$ -Teilchen nach der

selben Richtung auch gewisse theoretische Gründe geltend machen (39).

Wie nun die endgültige theoretische Erklärung der besonderen Form der Häufigkeitskurve der Reichweite auch aussehen mag, so kann doch als sicher angenommen werden, daß der obengenannte

Aufspaltungsprozeß in drei He-Kerne nicht außer der kontinuierlichen Reichweitenverteilung noch eine darübergelagerte homogene Reichweitengruppe liefern kann. Eine homogene Reichweitengruppe tritt nach allen sonstigen Erfahrungen über Kernumwandlungen nur dann auf, wenn als Resultat der Reaktion nur *zwei* Partikel entstehen. Da es sich bei der beobachteten Trümmergruppe offenbar um He-Kerne handelt, kommt nur *eine* Reaktion in Betracht, die genügend Energie liefern kann (32):



Der Reichweite 45 mm entspricht eine Energie von  $5,76 \cdot 10^6$  e-Volt; da der Be<sup>8</sup>-Kern die Hälfte dieser Energie übernimmt, ist die gesamte, bei dem Prozeß freiwerdende Energie  $8,64 \cdot 10^6$  e-Volt (in Massenzahlen: 0,0093). Die Masse des Be<sup>8</sup> ergibt sich demnach zu

$$\text{Be}^8 = \text{B}^{11} + 1,0078 - 4,0022 - 0,0093 = \text{B}^{11} - 3,0037.$$

Mit dem Atonschen Wert  $\text{B}_{11} = 11,0110 \pm 0,0015$  erhält man  $\text{Be}^8 = 8,0073 \pm 0,0015$ . Nimmt man andererseits an, daß dem beobachteten Häufigkeitsmaximum im früheren Falle bei 21,5 mm ( $3,5 \cdot 10^6$  e-Volt) die Gleichverteilung der Energie auf die drei He-Kerne entspricht, dann berechnet sich  $\text{B}^{11}$  aus Gleichung (1) zu

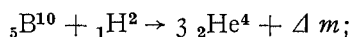
$$\text{B}^{11} = 3 \cdot 4,0022 + 3 \cdot 0,00375 - 1,0078 = 11,0101.$$

Mit diesem Wert würde man erhalten  $\text{Be}^8 = 8,0064$ .

Die Masse des entstehenden Berylliumkerns ist also bemerkenswerterweise *größer* als die doppelte Masse des Heliumkerns; es besteht aber immerhin die Möglichkeit, daß es sich um einen *angeregten* Berylliumkern handelt, der nachträglich unter Emission von  $\gamma$ -Strahlung in einen normalen, aber wahrscheinlich instabilen Be<sup>8</sup>-Kern übergeht.

## 2. Deutonen.

Die beim Bombardement des Bors mit Deutonen gefundene  $\alpha$ -Teilchengruppe mit kontinuierlicher Reichweitenverteilung (7) hat wahrscheinlich ihren Ursprung in einer entsprechenden Umwandlung des Borisotops mit der Masse 10:

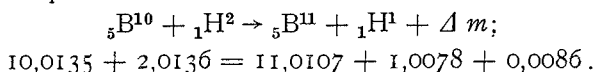


$$10,0135 + 2,0136 = 3 \cdot 4,0022 + 0,0205.$$

Dem so berechneten Massendefekt entspricht eine kinetische Energie von  $19,4 \cdot 10^6$  e-Volt. Der beobachteten maximalen Reichweite von 15 cm entspricht eine maximale Energie der  $\alpha$ -Teilchen von  $12,3 \cdot 10^6$  e-Volt; das ist in der Tat ungefähr  $\frac{2}{3}$  der aus dem Massendefekt berechneten Energie.

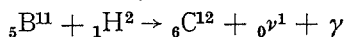
Andererseits verdanken die hier gefundenen Protonen offenbar ebenso wie beim Lithium ihre Emission einer Umwandlung des einen Isotops in das andere. Nimmt man an, daß bei der Protonengruppe

mit der größten Reichweite (7) die gesamte freiwerdende Energie als kinetische Energie der Stoßpartner zum Vorschein kommt, dann wäre die entsprechende Kernreaktion zu schreiben:



Dem so berechneten Massendefekt entspricht zwar eine etwas kleinere Energie, als sie die weitestreichende Protonengruppe besitzt; die geringe Abweichung ist aber kein Grund, die obige Deutung zu verwerfen.

Die beiden Protonengruppen mit geringerer Energie gehören dann offenbar zu solchen Kernreaktionen, bei denen ein Teil der freiwerdenden Energie (2 bzw.  $4 \cdot 10^6$  e-Volt) als  $\gamma$ -Strahlung emittiert wird. Es ist aber auch möglich, daß die beim Bor gefundene  $\gamma$ -Strahlung auf eine ganz andere Reaktion, z. B. auf



zurückzuführen ist.

Tabelle 2. Zusammenstellung der Umwandlungsprozesse von Bor durch Wasserstoffkerne.

Nr.	Umwandlungsprozeß	Bemerkung
1	${}^5_5\text{B}^{11} + {}^1_1\text{H}^1 \rightarrow {}^2_2\text{He}^4 + {}^2_2\text{He}^4 + {}^2_2\text{He}^4$	wahrscheinlich
2	${}^5_5\text{B}^{11} + {}^1_1\text{H}^1 \rightarrow {}^4_4\text{Be}^8 + {}^2_2\text{He}^4$	wahrscheinlich
3	${}^5_5\text{B}^{11} + {}^1_1\text{H}^1 \rightarrow {}^6_6\text{C}^{12} + \gamma$	möglich
4	${}^5_5\text{B}^{10} + {}^1_1\text{H}^2 \rightarrow {}^2_2\text{He}^4 + {}^2_2\text{He}^4 + {}^2_2\text{He}^4$	wahrscheinlich
5	${}^5_5\text{B}^{10} + {}^1_1\text{H}^2 \rightarrow {}^5_5\text{B}^{11} + {}^1_1\text{H}^1$	wahrscheinlich
6	${}^5_5\text{B}^{10} + {}^1_1\text{H}^2 \rightarrow {}^5_5\text{B}^{11} + {}^1_1\text{H}^1 + \gamma$	wahrscheinlich
7	${}^5_5\text{B}^{11} + {}^1_1\text{H}^2 \rightarrow {}^4_4\text{Be}^8 + {}^2_2\text{He}^4 + {}^0_0\text{n}^1$	möglich
8	${}^5_5\text{B}^{11} + {}^1_1\text{H}^2 \rightarrow {}^6_6\text{C}^{12} + {}^0_0\text{n}^1 (+ \gamma)$	möglich

und andere mehr.

### III. Schwerer Wasserstoff.

Die größte Ausbeute an Kernumwandlungsprozessen liefert das Bombardement von Deuterium mit Deutonen (57). Als Präparat dienen feste Wasserstoffverbindungen (z. B.  $\text{NH}_4\text{Cl}$ ,  $(\text{NH}_4)_2\text{SO}_4$ ,  $\text{H}_3\text{PO}_4$ ), in denen die  $\text{H}^1$ -Atome ganz oder teilweise durch  $\text{H}^2$  ersetzt sind. Die Abhängigkeit der Ausbeute von der Deutonenenergie ist aus Abb. 23 ersichtlich; die Absolutausbeute ist größenordnungsmäßig  $1:10^6$  bei 10000 Volt und  $1:10^3$  bei  $10^6$  Volt. Die Ausbeute ist so groß, daß es genügt, irgendeine Substanz eine Zeitlang mit Deutonen zu bombardieren, um dann von den in der Substanz steckengebliebenen Deutonen einen gut beobachtbaren Umwandlungseffekt zu erzielen; hierauf sind wahrscheinlich die merkwürdigen Resultate einiger Forscher (47, 50, 51) zurückzuführen, die eine Zertrümmerung der Deutonen selbst beim bloßen Aufprall auf schwere Atomkerne beobachtet zu haben glaubten.

**Reichweite der Umwandlungsprodukte und ihre Deutung.**

Reichweitenbestimmungen sind teils mit der Ionisationskammer mit Verstärker und registrierendem Oszillographen (57), teils mit der Nebelkammer durchgeführt worden. Es treten zunächst Teilchen mit einer Reichweite von 14,3 cm auf und dazu noch ebenso viele Teilchen mit einer Reichweite von

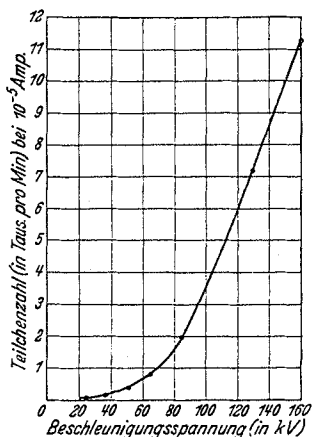


Abb. 23. Ausbeute an Trümmern beim Bombardement von Deuterium ( $\text{NH}_4^2\text{SO}_4$ ) mit Deutonen verschiedener Energie. [RUTHERFORD, HARTECK und OLIPHANT (57).]

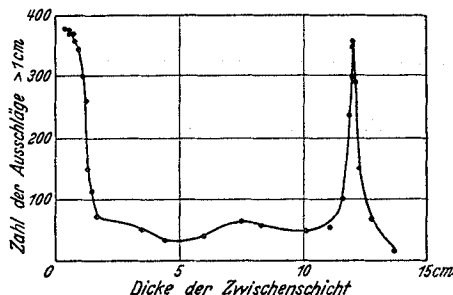


Abb. 24. Häufigkeitsverteilung der beim Bombardement von Deuterium ( $\text{NH}_4^2\text{SO}_4$ ) mit Deutonen ausgeschleuderten Trümmer als Funktion der Reichweite. [RUTHERFORD, HARTECK und OLIPHANT (57).]

1,6 cm (vgl. Abb. 24). Bei den ersteren läßt sich aus der Stärke des Ionisationseffekts schließen, daß es sich um Protonen handelt; wenn man annimmt, daß je zwei Teilchen der beiden Gruppen gleichen Impuls besitzen, dann folgt daraus für die Teilchen der zweiten Gruppe mit ihrer Reichweite von 1,6 cm, daß es sich um Teilchen mit der Ladung 1 und der Masse 3, also um  $\text{H}^3$ -Kerne, handelt. In der Tat konnte durch Nebelkammeraufnahmen nachgewiesen werden (12), daß je ein Teilchen mit großer und kleiner Reichweite nach entgegengesetzten Seiten ausgeschleudert werden (Abb. 25).

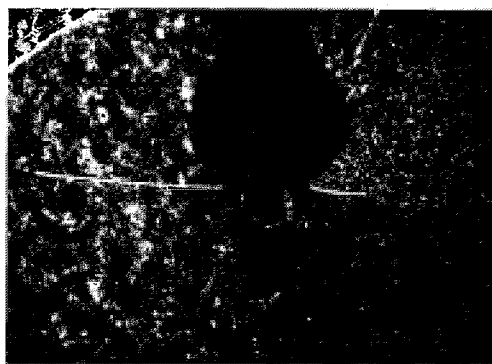
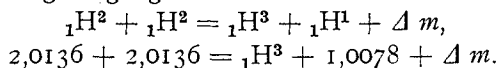


Abb. 25. Nebelkammeraufnahme des Elementarprozesses der Umwandlung von  $\text{H}^2 + \text{H}^2$  in  $\text{H}^3 + \text{H}^1$ . [DEE (12).]

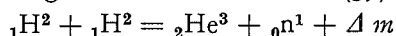
Der Umwandlungsvorgang ist demnach zu schreiben:



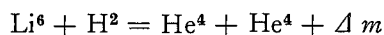
Der beobachteten Reichweite der Protonen (14,3 cm) entspricht eine Energie von  $3 \cdot 10^6$  e-Volt; nach dem Impulssatz übernimmt dann der  $H^3$ -Kern ein Drittel davon. Der Gesamtenergie  $4 \cdot 10^6$  e-Volt entspricht  $\Delta m = 0,0043$ . Die Masse des  $H^3$ -Kerns ergibt sich demnach zu  $2 \cdot 2,0136 - 1,0078 - 0,0043 = 3,0151$ .

Außer den Protonen und  $H^3$ -Kernen ist nun auch noch eine starke Emission von Neutronen beobachtet worden. Aus der maximalen Stärke des Ionisationseffekts der Rückstoßkerne (57) ergab sich bei Stickstofffüllung der Kammer eine maximale Energie der Neutronen von  $2 \cdot 10^6$  e-Volt, bei Heliumfüllung eine solche von  $2,2 \cdot 10^6$  e-Volt. Eine genauere Untersuchung der Rückstoßkerne in der Nebelkammer (12) führte zu dem weitergehenden Schluß, daß es sich um eine homogene Neutronengruppe von etwa  $1,8 \cdot 10^6$  e-Volt handeln müsse.

Es liegt nahe, als Ursache für die Emission der Neutronen die folgende Umwandlungsreaktion anzunehmen (57):



Setzt man hier für  $He^3$  die Masse 3,0178 ein, wie sie sich ergibt, wenn man für  $Li^6$  die aus der Reaktion



berechnete Masse 6,0157 annimmt<sup>1</sup>, dann berechnet sich die freiwerdende Energie zu  $2,5 \cdot 10^6$  e-Volt. Davon würde das Neutron, wenn seine Masse zu 1,0067 angenommen wird<sup>2</sup>, drei Viertel, also  $1,9 \cdot 10^6$  e-Volt erhalten, in guter Übereinstimmung mit den zuletzt erwähnten Beobachtungen in der Nebelkammer. Der nach der andern Seite geschleuderte  $He^3$ -Kern sollte ein Viertel der Energie, also etwa  $0,7 \cdot 10^6$  e-Volt übernehmen. Die entsprechende Reichweite wäre 5—6 mm; ein Nachweis dieser He-Rückstoßkerne liegt bisher noch nicht vor.

#### IV. Kohlenstoff.

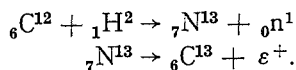
Die Ergebnisse sind zum größten Teil noch widersprechend.

Beim Bombardement von C mit Protonen ist eine Emission von Positronen gefunden worden, die nach dem Aufhören des Bombardements mit einer Halbwertszeit von 10,5 Minuten abklingt (6, vgl. Abschnitt VI). Bei Verwendung eines aus Protonen und Deutonen gemischten Bündels konnte keine Zunahme der Emission gefunden werden. Von anderer Seite (39) wurde dagegen mit Deutonen ein 10mal so großer Positroneneffekt wie mit Protonen- und außerdem eine  $\gamma$ -Strahlung von etwa  $3 \cdot 10^6$  e-Volt, gefunden.

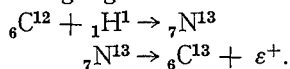
<sup>1</sup> Die massenspektroskopische Bestimmung lieferte  $Li^6 = 6,0145!$

<sup>2</sup> Man kann auch umgekehrt vorgehen und die Masse des Neutrons aus der beobachteten Neutronenenergie berechnen.

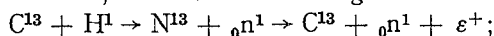
Die Deutung des Effekts mit Deutonen ist offenbar:



Der entsprechende Vorgang mit Protonen würde sein:

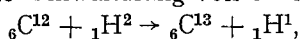


Ein glattes Steckenbleiben des Protons, ohne daß eine andere Partikel aus dem Kern hinausgeschleudert wird, sollte allerdings sehr selten vorkommen; von anderer Seite ist deshalb die Vermutung ausgesprochen worden, daß der Prozeß folgendermaßen verläuft:



es scheint aber sehr fraglich, ob der Gehalt des gewöhnlichen Kohlenstoffs an  $\text{C}^{13}$  dazu genügend groß ist<sup>1</sup>.

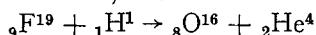
Beim Bombardement von C mit Deutonen ist ferner noch eine Protonengruppe von 14 cm Reichweite entsprechend  $2,6 \cdot 10^8$  e-Volt (bei 500 kV Deutonenenergie) gefunden worden (7). Diese ist wahrscheinlich (vgl. Li und B) auf die Umwandlung von  $\text{C}^{12}$  in  $\text{C}^{13}$  zurückzuführen:



wobei evtl. auf der rechten Seite noch die obenerwähnte  $\gamma$ -Strahlung hinzuzufügen wäre.

## V. Andere Elemente.

An anderen Elementen sind bisher nur wenig zuverlässige Daten bekannt. An Fluorverbindungen sind mit Protonen mit der Absorptionmethode (55) und in der Nebelkammer (28) Reichweiten zwischen 1 und 4 cm gemessen worden, die vielleicht einer Umwandlung



entsprechen.

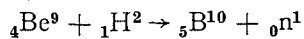
Bei einer großen Reihe von schwereren Elementen haben sich die positiven Ergebnisse, über die in der Literatur berichtet wurde, nachträglich als durch Verunreinigungen verursacht herausgestellt. Als störende Verunreinigungen machen sich dabei in erster Linie diejenigen leichten Elemente bemerkbar, die eine besonders große Ausbeute an Kernreaktionen liefern. Bei Versuchen mit Protonen ist es in erster Linie das Bor, bei dem schon die Spuren, die sich aus dem Kanalstrahl einer aus borhaltigem Glas bestehenden Entladungsröhre auf dem Präparat niederschlagen, genügten, um bei vielen Schwerelementen einen positiven Effekt vorzutäuschen (4, 55). Bei Versuchen mit Deutonen kommen als störende Verunreinigung C und vor allem  $\text{H}^2$  selbst in Frage; schon die in das Präparat während des Versuchs hineingeschossenen Deutonen geben mit den nachfolgenden Deutonen zusammen eine beträchtliche Ausbeute an Kernreaktionen nach Abschnitt III.

<sup>1</sup> Evtl. käme auch der Prozeß  ${}_6\text{C}^{12} + {}_1\text{H}^1 \rightarrow {}_7\text{N}^{13} + \gamma$  in Betracht.

Die schon beim  $\text{Li}^6$ ,  $\text{B}^{10}$ ,  $\text{C}^{12}$  besprochene Umwandlung durch Deutonenbombardement in ein um die Masse 1 schwereres Isotop unter Aussendung eines Protons ist noch für  $\text{O}^{16}$  wahrscheinlich gemacht worden ( ${}_8\text{O}^{16} + {}_1\text{H}^2 = {}_8\text{O}^{17} + {}_1\text{H}^1 + \Delta m$ ); die beobachtete Protonenreichweite ist 8 cm (7). Als wahrscheinlich ebenfalls dem Sauerstoff zugehörig wurde eine zweite Protonengruppe von 4 cm festgestellt.

Von anderer Seite (65) wurde beim Bombardement mit 1000-kV-Protonen und  $2 \cdot 10^{-6}$  Amp. bei  $\text{CaF}_2$  eine  $\alpha$ -Teilchengruppe von 6,0 cm Reichweite festgestellt; an Be, C,  $\text{SiO}_2$ , Al und Ag dagegen konnten unter den gleichen Bedingungen überhaupt keine  $\alpha$ -Teilchen gefunden werden. Mit Deutonen der gleichen Energie und  $0,2$  bis  $0,5 \cdot 10^{-6}$  Amp. wurde bei  $\text{CaF}_2$  eine starke  $\alpha$ -Teilchengruppe mit einer Reichweite von 7,1 cm beobachtet, beim Be dagegen im Gegensatz zu früheren Versuchen anderer Forscher auch hier *keine*  $\alpha$ -Teilchen. Die Ausbeute an Protonen mit maximaler Reichweite zwischen 15 und 17 cm schwankte stark von Präparat zu Präparat; beim Be war sie Null, beim Ag ein sehr kleiner Bruchteil derjenigen beim C. Neutronen wurden nur beim Be und sehr schwach bei  $\text{CaF}_2$  gefunden,  $\gamma$ -Strahlen beim C. Beim Bombardement von Gasen ( $\text{CO}_2$ ,  $\text{N}_2$ ,  $\text{H}_2$ ) wurden — wahrscheinlich wegen der zu kleinen Zahl der getroffenen Atome — auch bei C und O *keine* Protonen gefunden (vgl. aber oben!), während  $\text{H}^2$  einen sehr starken Effekt lieferte. [Diese Versuche wurden in erster Linie in der Absicht durchgeführt, die merkwürdigen Versuchsergebnisse anderer Autoren (48, 50, 44) über den angeblichen spontanen Zerfall von  $\text{H}^2$  beim Auftreffen auf andere Kerne aufzuklären!]

An Beryllium wurde von verschiedenen Seiten übereinstimmend (34, 36, 44) beim Bombardement mit Deutonen eine starke Ausbeute an Neutronen gefunden, die wahrscheinlich auf die Reaktion



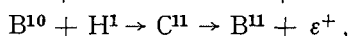
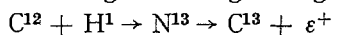
zurückzuführen ist. Nach einem dieser Berichte (34) treten dabei außerdem noch ungefähr ebensoviele  $\gamma$ -Strahlquanten von etwa  $0,7 \cdot 10^6$  e-Volt auf. (Die Härte der  $\gamma$ -Strahlen ist die gleiche wie die der  $\gamma$ -Strahlen, die von denselben Autoren beim Bombardement von Lithium mit Protonen gefunden wurden.)

## VI. Umwandlungsprozesse, die nach dem Aufhören des Bombardements weiterlaufen.

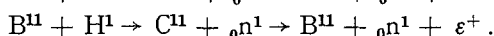
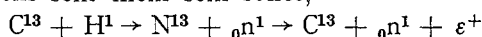
### („Künstliche Radioaktivität“.)

Nachdem bekanntgeworden war, daß verschiedene Elemente nach dem Bombardement mit  $\alpha$ -Teilchen eine „künstliche Radioaktivität“ zeigen (vgl. S. 40 dieses Bandes), hat man an verschiedenen Stellen geprüft, ob auch Protonen und Deutonen zur Einleitung solcher langsam verlaufender Kernreaktionen imstande sind. Die

ersten positiven Versuche mit Protonen (6) sind schon in Abschnitt IV (Kohlenstoff) behandelt worden. In einer anderen Untersuchung (51) mit  $1,5 \cdot 10^6$  e-Volt-Protonen an einer ganzen Reihe von Elementen — Li bis Cl und Ca (außer Ne und S) — wurde dagegen *keine* künstliche Radioaktivität gefunden, „außer möglicherweise bei C“. In einer dritten Arbeit (39) wird dagegen wieder über einen positiven Effekt mit Protonen außer an C auch an B berichtet. Die Ausbeute wird zu 10 bzw. 20% derjenigen angegeben, wie sie mit Deutonen erzielt wird (s. unten). Als Deutung wird vorgeschlagen (vgl. Abschnitt IV):

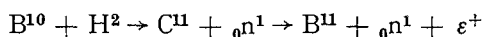


oder, da die Wahrscheinlichkeit der Einfangung *ohne* Emission eines anderen Teilchens sehr klein sein sollte,



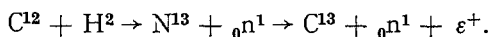
Deutonen sind nach übereinstimmenden Angaben (38, 39, 51) imstande, an verschiedenen Elementen eine künstliche Radioaktivität einzuleiten. Genauere Untersuchungen liegen vor an Bor, das in Form von  $B_2O_3$  mit Deutonen bombardiert und danach sowohl mit der Ionisationskammer wie mit der Nebelkammer auf künstliche Radioaktivität untersucht wurde. Die Halbwertszeit ergab sich zu 20 Minuten.

In der Nebelkammer wurden außer den vom Präparat ausgehenden Positronenspuren (vgl. Abb. 26) eine große Zahl von Spuren gefunden, die im Gas der Nebelkammer entstehen. Die radioaktive Komponente entweicht demnach in Gasform vom Präparat; in der Tat wurde sie durch Erhitzen des bombardierten  $B_2O_3$  auf  $200^0$  vollständig herausgetrieben und konnte in einer mit flüssiger Luft gekühlten Vorlage festgehalten werden. Da es sich wahrscheinlich um die Reaktion<sup>1</sup>



handelt, wird vermutet, daß das radioaktive Gas  $C^{11}O$  oder  $C^{11}O_2$  ist. Es ist einleuchtend, daß die Halbwertszeit unter Umständen wesentlich zu kurz gemessen wird, wenn das Gas nicht am Entweichen gehindert wird.

Beim Bombardement von Kohlenstoff mit Deutonen wurde eine künstliche Radioaktivität gefunden, deren Halbwertszeit in Übereinstimmung mit den unter Abschnitt IV behandelten Versuchen mit Protonen zu 10 Minuten festgestellt wurde. Die zugrunde liegende Kernreaktion ist offenbar:



Eine Erhitzung des bombardierten Kohlenstoffs auf Rotglut setzte

<sup>1</sup> Diese Reaktion tritt nach (39) *erheblich* seltener ein als die Umwandlung von  $B^{11}$  nach:  $B^{11} + H^2 \rightarrow C^{12} + {}_0n^1 + \gamma$ , auf die nach der gemessenen  $\gamma$ -Strahlung geschlossen wird (vgl. Abschnitt II, S. 80).



die Aktivität nur auf die Hälfte herab; das  $N^{13}$  scheint demnach an der Kohle fest adsorbiert zu sein.

Die in Abschnitt IV behandelte direkte Umwandlung von  $C^{12}$  in  $C^{13}$  unter Emission eines Protons ist ungefähr 10mal häufiger als der hier vorliegende Umweg über  $N^{13}$ .

Bei einer weiteren Untersuchung einer größeren Reihe von Elementen — Li bis Cl und Ca, außer Ne und S — wurden nach Bombardement mit  $3 \cdot 10^6$  e-Volt-Deutonen sowohl „ionisierende Teilchen mit annähernd Elektronenmasse“, also offenbar Positronen, als auch  $\gamma$ -Strahlen festgestellt, die aber vermutlich zu einem großen Teil auf die „Vernichtung“ von Positronen zurückzuführen sind. Die gefundenen Halbwertszeiten sind mit denen anderer Autoren in der folgenden Tabelle zusammengestellt.

Tabelle 3. Künstliche Radioaktivität durch Beschießung mit Protonen und Deutonen.

Präparat	Vermutliche Reaktion	Gemessene Halbwertszeit	Literaturverzeichnis Nr.
C	$C^{12} + H^1 \rightarrow N^{13} \rightarrow C^{13} + \varepsilon^+$ oder	10,5 Min.	6
C	$C^{13} + H^1 \rightarrow N^{13} + {}_0n^1 \rightarrow C^{13} + {}_0n^1 + \varepsilon^+$		
C	$C^{12} + H^2 \rightarrow N^{13} + {}_0n^1 \rightarrow C^{13} + {}_0n^1 + \varepsilon^+$	10 „	38
C	$C^{12} + H^2 \rightarrow N^{13} + {}_0n^1 \rightarrow C^{13} + {}_0n^1 + \varepsilon^+$	12 „	5I
B	$B^{11} + H^1 \rightarrow C^{11} + {}_0n^1 \rightarrow B^{11} + {}_0n^1 + \varepsilon^+$	20 „	38
B	$B^{10} + H^2 \rightarrow C^{11} + {}_0n^1 \rightarrow B^{11} + {}_0n^1 + \varepsilon^+$	20 „	
B	$B^{10} + H^2 \rightarrow C^{11} + {}_0n^1 \rightarrow B^{11} + {}_0n^1 + \varepsilon^+$	2 „ <sup>1</sup>	5I
Be	$Be^9 + H^2 \rightarrow B^{10} + {}_0n^1 \rightarrow Be^9 + {}_0n^1 + \varepsilon^+$	9 „	5I
Mg		9 „	5I
Al		3 „	5I
CaCl <sub>2</sub>		13 „	5I
NH <sub>4</sub> NO <sub>3</sub>	}		
Li <sub>2</sub> CO <sub>3</sub>			5I
Na <sub>3</sub> PO <sub>4</sub>			
CaF <sub>2</sub>		40 Sek.	5I

Über die Energieverteilung der emittierten positiven Elektronen liegt eine Untersuchung (52) in der Nebelkammer vor, bei der als Strahlenquellen Be, B, C und Al verwendet wurden, die unmittelbar vorher mit 900 000-Volt-Deutonen bombardiert waren. Die Positronen wurden in der Nebelkammer durch ein Magnetfeld von 800 Gauß abgelenkt (vgl. Abb. 26) und ausgemessen. Es ergab sich eine kontinuierliche Energieverteilung (vgl. Abb. 27) ähnlich wie bei den  $\beta$ -Spektren einiger radioaktiver Atome; die maximale beobachtete Energie liegt für Be, B und C bei etwa  $1,5 \cdot 10^6$  e-Volt, bei Al bei  $1,8 \cdot 10^6$  e-Volt. In einer besonderen Untersuchung (52) wurde die

<sup>1</sup> Vermutlich infolge Entweichens des aktiven Gases zu kurz gemessen (vgl. S. 85).

Energieverteilung als unabhängig von der Energie der bombardierenden Deutonen festgestellt; dies ist auch von vornherein zu erwarten, da die zeitlich nachfolgende Positronenemission offenbar so wenig mit



Abb. 26. Positronen in einem Magnetfeld von 800 Gauß, die nach einem Bombardement von Kohlenstoff mit 900 kV-Deutonen emittiert werden. [ANDERSSON und NEDDERMEYER (52).]

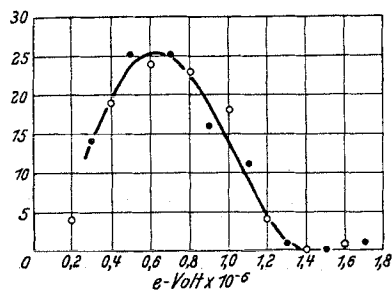


Abb. 27. Häufigkeitsverteilung der verschiedenen Positronenenergien nach Bombardement von Kohlenstoff mit Deutonen. [ANDERSSON und NEDDERMEYER (52).]

dem verursachenden Deutonenstoß zu tun hat, wie etwa die charakteristische Röntgenstrahlung mit dem verursachenden Elektronenstoß auf die Antikathode.

#### Literaturverzeichnis.

1. ANDERSSON s. NEDDERMEYER.
2. BAINBRIDGE, K. T.: *Physic. Rev.* **41**, 115 (1932); **42**, 1 (1932); **43**, 103 (1933); **44**, 56, 123 (1933).
3. COCKROFT, J. D. and E. T. S. WALTON: *Proc. Roy. Soc., Lond.* **136**, 619 (1932).
4. — — *Nature, Lond.* **129**, 242 (1932). — *Proc. Roy. Soc., Lond.* **137**, 229 (1932).
5. — — *Nature, Lond.* **131**, 23 (1933).
6. — GILBERT, C. W. and WALTON: *Ebenda* **133**, 328 (1934).
7. — and E. T. S. WALTON: *Proc. Roy. Soc., Lond.* **144**, 704 (1934).
8. CRANE s. LAURITSEN.
9. CROWTHER s. OLIPHANT.
10. DEE, P. I. and E. T. S. WALTON: *Proc. Roy. Soc., Lond.* **141**, 733 (1934).
11. — *Nature, Lond.* **132**, 818 (1933).
12. — *Ebenda* **133**, 564 (1934).
13. DIEBNER, K. u. G. HOFFMANN: *Naturwiss.* **22**, 119 (1934).
14. DÖPEL, R.: *Z. Physik* **81**, 821 (1933).
15. ECKARDT s. RAUSCH VON TRAUBENBERG.
16. GAMOW, G.: *Z. Physik* **51**, 204 (1928).
17. GEBAUER s. RAUSCH VON TRAUBENBERG.
18. GEHRTSEN: *Naturwiss.* **20**, 743 (1932).
19. GILBERT s. COCKROFT.
20. HAFSTAD s. TUVE.
21. HARTECK s. OLIPHANT.
22. HENDERSON, M. C.: *Physic. Rev.* **43**, 98 (1933). — s. LAWRENCE.

23. HOFFMANN s. DIEBNER.
24. KIRCHNER, F.: *Physik. Z.* **33**, 777 (1932).
25. — Sitzgsber. bayr. Akad. Wiss., 5. März 1933, S. 132.
26. — *Naturwiss.* **21**, 250 (1933).
27. — *Ebenda* **21**, 476 (1933).
28. — *Physik. Z.* **34**, 777 (1933).
29. — *Naturwiss.* **21**, 676 (1933).
30. — u. H. NEUERT: *Physik. Z.* **34**, 897 (1933).
31. — — *Ebenda* **35**, 292 (1934).
32. — *Naturwiss.* **22**, 480 (1934).
33. KINSEY s. OLIPHANT.
34. LAURITSEN, C. C. and H. R. CRANE: *Physic. Rev.* **45**, 226 (1934).
35. — — *Ebenda* **45**, 345 (1934).
36. — — et SOLTAN: *C. r. Acad. Sci., Paris* **197**, 639 (1933).
37. — — — *Physic. Rev.* **45**, 508 (1934).
38. — — *Ebenda* **45**, 430 (1934).
39. — — *Ebenda* **45**, 493, 497 (1934).
- 39a. — — *Ebenda* **45**, 550 (1934).
40. — — *Ebenda* **44**, 783 (1933).
41. — — *Ebenda* **45**, 63 (1934).
42. — — and SOLTAN: *Ebenda* **44**, 693 (1933).
43. LAWRENCE, E. O. and M. S. LIVINGSTONE: *Ebenda* **40**, 19 (1932).
44. — — *Ebenda* **45**, 220 (1934).
45. — — *Ebenda* **45**, 608 (1934).
46. — — and M. G. WHITE: *Ebenda* **42**, 150 (1932).
47. — — and G. N. LEWIS: *Ebenda* **44**, 55, 56 (1933).
48. — — and HENDERSON: *Ebenda* **44**, 781, 782 (1933).
- 48a. — — *Ebenda* **44**, 316 (1933).
49. — and M. G. WHITE: *Ebenda* **43**, 304 (1933).
50. — M. S. LIVINGSTONE, M. C. HENDERSON, G. N. LEWIS: *Ebenda* **45**, 242 u. 497 (1934).
51. — — — *Ebenda* **45**, 428 (1934).
52. NEDDERMEYER, S. H. and C. D. ANDERSSON: *Ebenda* **45**, 498, 653 (1934).
53. NEUERT, H. s. KIRCHNER.
54. OLIPHANT, M. L., E. S. SHIRE and B. M. CROWTHER: *Nature, Lond.* **133**, 377 (1934).
55. — and LORD RUTHERFORD: *Proc. Roy. Soc., Lond.* **141**, 259 (1933).
56. — — and B. B. KINSEY: *Ebenda* **141**, 722 (1933).
57. — — and P. HARTECK: *Ebenda* **144**, 698 (1934). — *Nature, Lond.* **133**, 413 (1934).
58. RAETHER, H., *Naturw.* **22**, 151 (1934).
59. RAUSCH VON TRAUBENBERG, H., A. ECKARDT u. R. GEBAUER: *Z. Physik.* **80**, 557 (1933).
60. — — — *Naturwiss.* **21**, 694 (1933).
61. — — — *Ebenda* **21**, 26 (1933).
62. — — — *Z. Physik* **89**, 582 (1934).
63. RUTHERFORD s. OLIPHANT.
64. SHIRE s. OLIPHANT.
65. TUVE, M. A. and L. R. HAFSTAD: *Physic. Rev.* **45**, 651 (1934).
66. — — and DAHL: *Ebenda* **43**, 369 (1933).
67. TA-YON WU and G. E. UHLENBECK: *Ebenda* **45**, 553 (1934).
68. VAN ATTA, L. C. and R. J. VAN DE GRAAFF: *Ebenda* **43**, 158 (1933).
69. WIEN, W.: *Ann. Physik* **8**, 260 (1902); **77**, 313 (1925) und F. HOFFMANN: *Ebenda* **77**, 302 (1925).
70. WALTON s. COCKROFT u. DEE.

# Die kosmische Ultrastrahlung.

Von E. G. STEINKE, Königsberg i. Pr.

Mit 32 Abbildungen.

## Inhaltsverzeichnis.

	Seite
Vorbemerkung . . . . .	89
§ 1. Meßmethoden . . . . .	90
a) Ionisationskammerapparaturen . . . . .	90
b) Zählrohrapparaturen . . . . .	91
c) Nebelkammeranordnungen . . . . .	92
A. Der Einfall der Ultrastrahlung auf die Erde . . . . .	93
§ 2. Experimentelle Ergebnisse . . . . .	93
a) Intensitätsverlauf in der Atmosphäre und in Wassertiefen . . . . .	93
b) Geomagnetischer Breiteneffekt . . . . .	95
c) Azimutaleffekt . . . . .	98
§ 3. Deutung der Versuchsergebnisse . . . . .	99
a) Analyse der Intensitätskurve . . . . .	99
b) Einfluß des Magnetfeldes der Erde . . . . .	106
§ 4. Richtungsmessungen und Zählrohreffekte . . . . .	110
B. Die Wechselwirkung zwischen Ultrastrahlung und Materie . . . . .	114
§ 5. Schwächung und Übergangseffekte bei verschiedenen Materialien . . . . .	114
a) Ionisationskammermessungen . . . . .	114
b) Zählrohrkoinzidenzmessungen . . . . .	117
§ 6. Energiebestimmungen am Einzelprozeß . . . . .	120
a) Magnetische Ablenkungsversuche . . . . .	120
b) Energiebestimmungen aus der Ionisation . . . . .	125
C. Zeitliche Schwankungen und Beziehungen zu verwandten Gebieten . . . . .	129
§ 7. Zeitliche Schwankungen . . . . .	129
a) Barometereffekt . . . . .	129
b) Temperaturabhängigkeit . . . . .	130
c) Tagesgang, Sternzeitperiode und Jahresgang . . . . .	130
d) Meteorologische, magnetische und sonstige Einflüsse . . . . .	131
§ 8. Beziehungen zu verwandten Gebieten . . . . .	132
§ 9. Hypothesen über den Ursprung der Strahlung . . . . .	133
Literaturverzeichnis . . . . .	134

**Vorbemerkung.** Betrachtet man einmal rückschauend rund 20 Jahre Forscherarbeit auf dem Ultrastrahlungsgebiet, so muß man feststellen, daß trotz intensivster Betätigung und in letzter Zeit geradezu stürmischer Entwicklung selbst die Grundfragen nach Natur und Ursprung der Ultrastrahlung und nach der Art ihrer Wechselwirkung mit der Materie immer noch der endgültigen Lösung

harren. Dies liegt in der Eigentümlichkeit der Ultrastrahlung — durch den kosmischen Ursprung, die ungeheure Durchdringungsfähigkeit und die geringe Beeinflußbarkeit bedingt —, daß ihre Erforschung nur teilweise im normalen Laboratorium vorgenommen werden kann, zu einem großen Teil aber sich über die ganze Erde erstrecken muß und das Aufsuchen großer Höhen und Wassertiefen erfordert. Die nachstehende Darstellung kann nur einen gedrängten Überblick über den Stand der Forschung im Frühjahr 1934 geben. Für alle Einzelheiten muß auf die Originalliteratur verwiesen werden, die zum Schluß möglichst vollständig zusammengestellt ist.

### § 1. Meßmethoden.

Zur Untersuchung der Ultrastrahlung kommen je nach dem Zweck der Messung Ionisationskammer, Zählrohr und WILSON-Kammer oder auch Kombinationen davon zur Verwendung<sup>1</sup>. Alle drei registrieren nur ionisierende Teilchen, werden also im Falle einer primären Wellenstrahlung erst durch Sekundärkorpuskeln zum Ansprechen gebracht. Die Ionisationskammer summiert im allgemeinen über viele Einzeleffekte, das Zählrohr weist den Einzelvorgang selber nach, und die Nebelkammer macht ihn sichtbar.

a) **Ionisationskammerapparaturen.** Das Prinzip der Ionisationskammermessungen besteht darin, daß die Ladung der in einem abgeschlossenen Gasvolumen durch Strahlung gebildeten Ionen zu einem Elektrometer<sup>2</sup> geführt wird. Das hierzu nötige elektrische Feld wird entweder durch vorherige Aufladung des Elektrometers bewirkt, das sich dann allmählich entladet (Entlademethode), oder durch eine konstante Hilfsspannung zwischen Kammerwand und Elektrometergehäuse erzeugt. In letzterem Falle wird das außerhalb der Ionisationskammer angebrachte Elektrometer durch die Ladungsabscheidung aufgeladen (Auflademethode). Die nach dem erstgenannten Prinzip arbeitenden Apparaturen [WULF (2), KOLHÖRSTER (22, 31, 143, 182, 194), MILLIKAN (147, 148, 152, 600), REGENER (454, 456, 617)], zeichnen sich durch besondere Einfachheit und Handlichkeit aus. Die nach dem Aufladeverfahren arbeitenden Apparaturen [HOFFMANN (19, 27, 106, 140, 233, 251), STEINKE (119, 160, 655), COMPTON (528)] vermeiden den Nachteil (116, 242, 358), daß die Isolatoren mit hohen Spannungen beansprucht werden, indem durch Hilfsvorrichtungen eine Kompensation der durch die Strahlung bewirkten Aufladung herbeigeführt wird. Sie sind deshalb besonders für Intensitätsmessungen mit höchsten Genauigkeitsansprüchen geeignet.

<sup>1</sup> Eine etwas eingehendere Apparaturenbeschreibung mit zahlreichen Abbildungen siehe z. B. bei STEINKE (655).

<sup>2</sup> Das Elektrometer kann auch durch ein Röhrenvoltmeter ersetzt werden (543a, 638).

Um die Ionisierungswirkung der Strahlung zu vergrößern, benutzt man in den letzten Jahren als Füllgas für die Ionisationskammer komprimierte Gase, möglichst Argon (394, 411, 553). Dabei<sup>1</sup> tritt jedoch stets ein Sättigungsdefizit ein. Hierdurch werden gewisse Komplikationen bewirkt (z. B. Temperaturabhängigkeit der Ionisation, Fälschung von Intensitätsverhältnissen); doch überwiegen die Vorteile der Druckkammern bei weitem ihre Nachteile. Der Hauptvorteil, der durch die Druckfüllung erreicht wird, besteht in der Erniedrigung<sup>2</sup> des „Restganges“, so daß er relativ zu der mit dem Druck ansteigenden Ultrastrahlungsionisation nur noch eine untergeordnete Rolle spielt. Die Genauigkeit der Ultrastrahlungsmessung ist jetzt nicht mehr durch die Schwankungen des Restganges bestimmt (119, 223, 360), sondern durch die statistischen Schwankungen der auf die Ionisationskammer auffallenden Ultrastrahlungskorpuskeln. Sie beträgt bei den jetzt vielfach üblichen etwa 20-Liter-Kammern im Meeresniveau etwa 0,5—0,7% der durch Ultrastrahlung hervorgerufenen stündlichen Ionisation.

Die Ultrastrahlung erzeugt im Meeresniveau in Kammern von Normalfüllung (Luft 760 mm Hg, 0°) eine Ionisation von etwa 2 I<sup>3</sup>. In Druckkammern gemessene Ionisationen werden entsprechend reduziert. Absoluteichungen bei verschiedenen Kammerwänden sind aber noch mit gewissen Schwierigkeiten verknüpft<sup>4</sup>.

b) **Zählrohrapparaturen.** Beim GEIGER-MÜLLER-Zählrohr (133, 134, 176, s. a. 13) werden die durch Strahlung in einem Gasvolumen gebildeten Ionen durch Stoßionisation infolge der hohen Feldstärke soweit verstärkt, daß sie als meßbarer Spannungsstoß registriert werden können<sup>5</sup>. Die Vorteile dieser Methode, vor allem bei Anwendung des BOTHE-KOLHÖRSTER-Koinzidenzverfahrens (144, 168) liegen in der Möglichkeit, solche Strahlen auszusondern, die durch zwei oder mehr Zählrohre hindurchgegangen sind. Dadurch ergibt sich die Anwendbarkeit für Reichweitenbestimmungen von Korpuskularstrahlen und für Richtungsmessungen. Durch Zuhilfenahme

<sup>1</sup> Literatur darüber siehe unter Nr. 1, 8, 140, 160, 209a, 262, 277, 278, 279, 324, 384, 385, 385a, 391, 401, 404, 444, 468, 480, 482, 495, 541, 544, 567, 607, 609, 610, 682, 696.

<sup>2</sup> Durch die hohe Ionenwiedervereinigung infolge des Zusammenpressens der  $\alpha$ -Teilchenbahnen auf kurze Strecken hervorgerufen (334, 482, 556).

<sup>3</sup> 1 I = 1 Ionenpaar pro Kubikzentimeter und Sekunde, siehe auch 424.

<sup>4</sup> Ein Vergleich der sog. EVESCHEN Zahlen (339) — d. h. der durch 1 g Radium in 1 cm Abstand pro Kubikzentimeter Normalluft gebildeten Ionenpaare — ist wegen der evtl. Verschiedenheit der Ausbildung von Sekundärstrahlen bei  $\gamma$ - und Ultrastrahlung (436) auch nicht entscheidend.

Über die Messung kleiner Kapazitäten vgl. 97, 125, 148, 218, 230, 238, 388.

<sup>5</sup> Über die Wirkungsweise des Zählrohres siehe 416, 459, 662, 414, 555. Über die Hilfsschaltungen und Registriermethoden vgl. 225, 236, 254, 258, 276, 301, 309, 326, 344, 366, 427, 437.

von Röhrenverstärkern sind Verfahren ausgebildet worden, bei denen nur solche Koinzidenzen gezählt werden<sup>1</sup>. Das Auflösungsvermögen dieser Apparaturen beträgt etwa  $10^3/\text{sec}$ . Je größer es ist, um so kleiner wird die Zahl der zufälligen Koinzidenzen, die die Meßgenauigkeit bedingen (458). Einen eigentlichen Restgang (wie bei Ionisationskammern) gibt es nur bei Messungen mit einem einzigen Rohr, nicht aber bei Koinzidenzmessungen, weil die Radium- $\beta$ -Teilchen nicht die Zählrohrwände durchdringen und deshalb auch keine Koinzidenzen hervorrufen können.

Während die in einer Ionisationskammer erzeugte Ionisation unabhängig von der Richtung zwischen Kammerachse und Strahlenbündel ist, existiert beim Zählrohr eine solche Richtungsabhängigkeit. Dies sieht man leicht ein, wenn man bedenkt, daß es bei einem Zählrohr nur auf die Zahl der es durchsetzenden Korpuskeln, nicht aber auf die Größe der von ihnen hervorgerufenen Ionisation ankommt. Diese Zahl wird der Fläche der Zählrohrprojektion auf eine zur Strahlrichtung senkrechte Ebene proportional sein. Auf diesen „vertikalen Zählrohreffekt“ wird bei den Richtungsmessungen der Ultrastrahlung (§ 4) eingegangen werden.

c) **Nebelkammeranordnungen.** Nebelkammeraufnahmen (nach C. T. R. WILSON) beruhen auf dem Prinzip, daß in staubfreier Luft, die durch plötzliche Expansion mit Wasserdampf übersättigt wird, die durch Strahlung gebildeten Ionen als Kondensationskerne dienen; die sich daran bildenden Nebeltröpfchen kennzeichnen dann die Bahn der hindurchgegangenen ionisierenden Korpuskel. Die photographischen Aufnahmen erfolgen gleichzeitig von zwei verschiedenen Punkten aus, um eine räumliche Reproduktion der Bahn zu ermöglichen (226, 274). Durch Benutzung von starken Magnetfeldern wird die Bahn gekrümmt, woraus bei Kenntnis der Masse die Energie der Korpuskel bestimmt werden kann.

Derartige Anordnungen für die Ultrastrahlungsforschung sind in letzter Zeit besonders von ANDERSON (370, 445, 500), KUNZE (430) und BLACKETT und OCCHIALINI (512) entwickelt worden. Einige Forscher (327, 419, 512, 675) lassen Expansion und Belichtungsmechanismus erst durch die koinzidenten Ausschläge in je einem darüber- und darunterliegenden Zählrohr auslösen. Dadurch wird erreicht, daß auf fast allen Aufnahmen Bahnen von Korpuskeln erhalten werden. Derartige Nebelkammeranordnungen erfordern wegen der notwendigen starken Magnetfelder einen erheblichen Aufwand an Hilfsmitteln. So benötigen die Stromspulen zur Erzeugung eines genügend starken Magnetfeldes von etwa 20 000 Gauß bereits

<sup>1</sup> Über Koinzidenzschaltungen siehe 170, 173, 236, 250, 256, 257, 273, 282, 309, 488, 508, 510, 554, 559, 590, 635, besondere Anordnungen: 557, 639, 604.

etwa 500 kW. Die ANDERSONSche Apparatur (675) gestattet, alle 10 Sekunden eine Aufnahme zu machen, von denen etwa jede dreißigste ausmeßbare Bahnen von Ultrastrahlungskorpuskeln enthält.

## A. Der Einfall der Ultrastrahlung auf die Erde.

### § 2. Experimentelle Ergebnisse.

a) Intensitätsverlauf in der Atmosphäre und in Wassertiefen. Im Jahre 1912 gelingt V. F. HESS (6, 7) in Fortsetzung früherer Untersuchungen von GOCKEL (3, 5), WULF (2, 4) u. a., die aber kein abschließendes Ergebnis zeitigen, in mehreren Ballonfahrten der Nachweis, daß die in einem geschlossenen Gefäß vorhandene Ionisation nach anfänglicher Verringerung mit wachsender Höhe wieder stärker wird. Bis dahin hatte man für diese Ionisation die Radioaktivität der Gefäßwände (Wandstrahlung) und die des Erdbodens und der Luft (Erd- und Luftstrahlung) verantwortlich gemacht. HESS schließt aus seinen Messungen auf die Existenz einer sehr durchdringenden Strahlung außerterrestrischen Ursprungs, die von oben in die Atmosphäre eindringen und auch noch am Erdboden einen Teil der im Gefäß beobachteten Ionisation bewirken soll. Aufstiege bei Nacht und bei Sonnenfinsternis zeigen keine Änderung der Strahlungsintensität, so daß die Sonne als direkte Strahlungsquelle ausscheidet. Diese grundlegenden neuen Tatsachen werden bereits im folgenden Jahre durch Messungen von KOLHÖRSTER bestätigt und durch Hochfahrten bis 9 km Höhe ergänzt (9, 10). Erst in jüngster Zeit können diese Ergebnisse durch Stratosphärenflüge von PICCARD (450, 451, 452), von SETTLE-COMPTON (685, 686), vor allem aber durch die Pilotballonaufstiege REGENERS wesentlich erweitert werden (455, 456, 614, 617, 618). Auch von MILLIKAN (516, 517, 600) und CLAY (684) werden Pilotregistrierer benutzt<sup>1</sup>. Daneben ergänzen Flugzeugaufstiege die Messungen in verschiedenen Breiten (47, 48, 92, 97, 77, 255, 340) und zum Teil auch mit gepanzerten Kammern (412, 448, 457, 552, 605, 606). Die Ergebnisse der wichtigsten mit ungepanzelter Apparatur gemachten Aufstiege sind in Abb. 1 zusammengestellt<sup>2</sup>. Danach zeigt die Ultrastrahlung von etwa 2 I in Seehöhe einen ständigen Anstieg bis zu etwa 300 I in 40 mm Hg Höhe, von wo ab sie konstant zu bleiben scheint.

Die Untersuchung der weiteren Schwächung der Ultrastrahlung vom Meeresniveau an erfolgt zweckmäßig durch Wasserversenk-messungen, da sonst so ausgedehnte homogene Absorbermengen nur

<sup>1</sup> Den ersten Pilotballonaufstieg von MILLIKAN und BOWEN (76) ziehen wir nicht in Betracht (57, 68).

<sup>2</sup> Die MILLIKANSchen Messungen sind bei 42°, die anderen bei 51° N geomagnetischer Breite erfolgt.



schwer zur Verfügung stehen. Die genauesten und umfangreichsten „Tiefenkurven“ sind von REGENER aufgenommen (202, 454, 617).

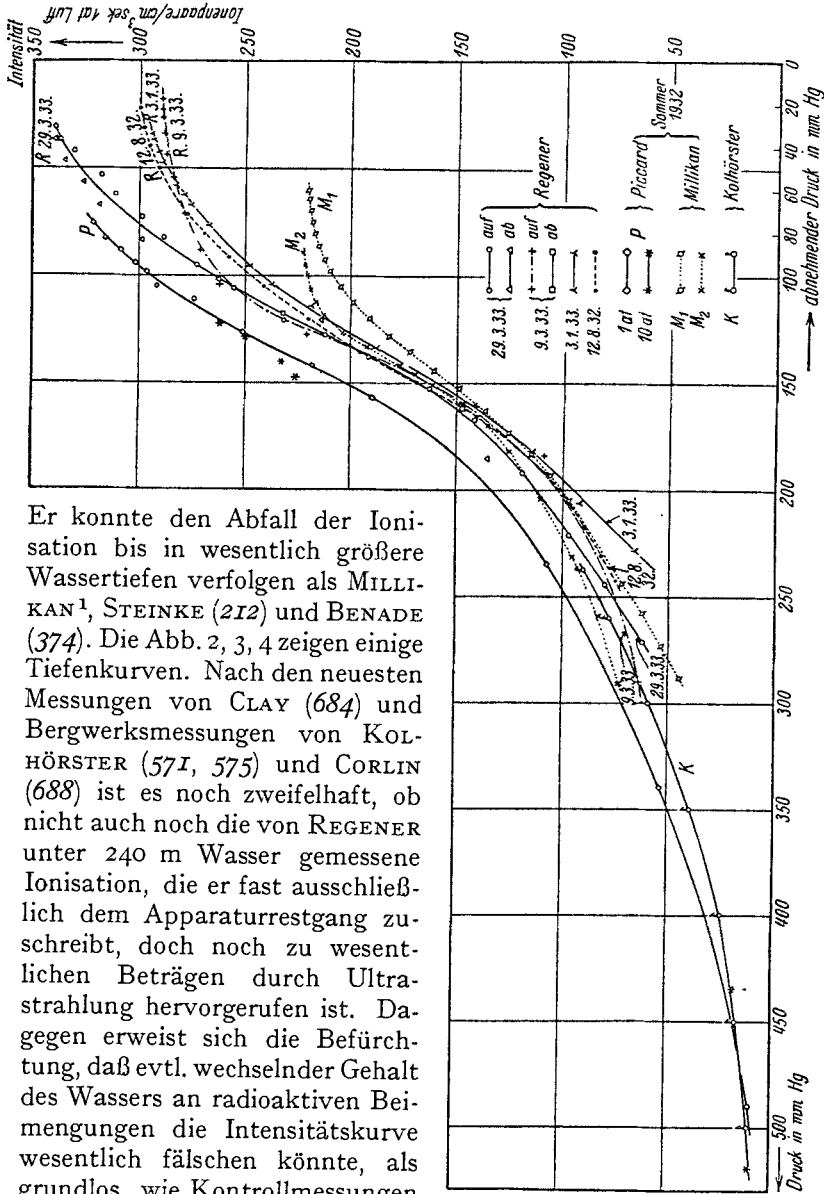


Abb. 1. Zusammenstellung der Ergebnisse der bisherigen Messungen des Intensitätsverlaufs der Ultrastrahlung in der Erdatmosphäre. (Nach E. LENZ.)

Er konnte den Abfall der Ionisation bis in wesentlich größere Wassertiefen verfolgen als MILLIKAN<sup>1</sup>, STEINKE (212) und BENADE (374). Die Abb. 2, 3, 4 zeigen einige Tiefenkurven. Nach den neuesten Messungen von CLAY (684) und Bergwerksmessungen von KOLHÖRSTER (571, 575) und CORLIN (688) ist es noch zweifelhaft, ob nicht auch noch die von REGENER unter 240 m Wasser gemessene Ionisation, die er fast ausschließlich dem Apparaturrestgang zuschreibt, doch noch zu wesentlichen Beträgen durch Ultrastrahlung hervorgerufen ist. Dagegen erweist sich die Befürchtung, daß evtl. wechselnder Gehalt des Wassers an radioaktiven Beimengungen die Intensitätskurve wesentlich fälschen könnte, als grundlos, wie Kontrollmessungen mit und ohne Abschirmung ergeben haben (212, 252, 452).

<sup>1</sup> Über die zahlreichen Arbeiten vgl. 32, 33, 75, 78, 79, 147, 148, 152, 196, 248, 320.

b) **Geomagnetischer Breiteneffekt.** Schon früh ist die Frage aufgetaucht, ob die Ultrastrahlungsintensität für alle Orte der Erde in gleicher Höhenlage übereinstimmt. Während dies früher nach zahlreichen Untersuchungen<sup>1</sup> allgemein angenommen wurde, ist man in letzter Zeit zum entgegengesetzten Ergebnis gekommen. Wir verdanken dies hauptsächlich den Forschungen von CLAY (97, 125, 387, 389, 523) und von COMPTON<sup>2, 3</sup>. Die Abb. 5 und 6 zeigen als charakteristisches Merkmal das je nach der Höhenlage 14—33% betragende Anwachsen der Intensität von 0° zu 50° geomagnetischer Breite. In noch größeren Höhen nimmt dieser Effekt stark zu.

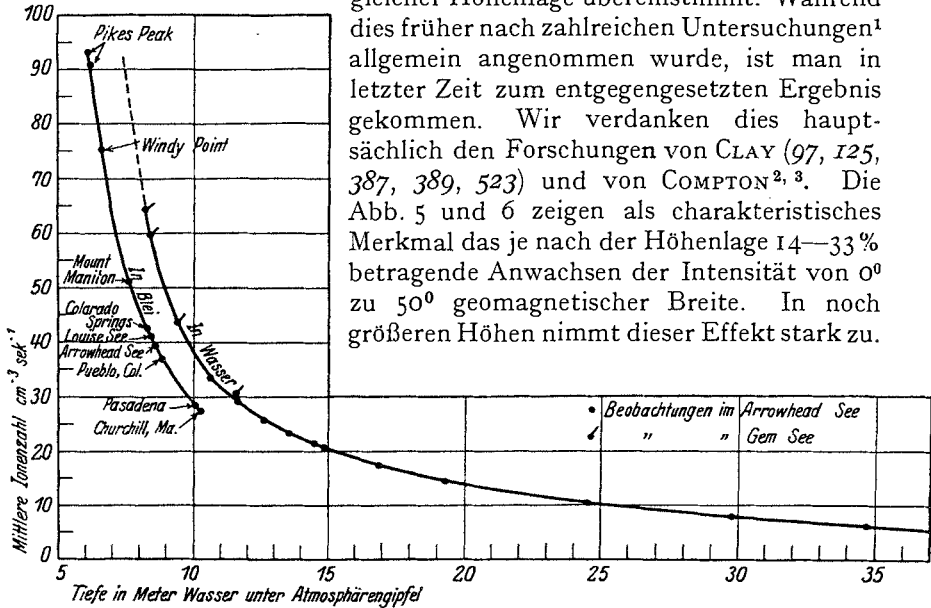


Abb. 2. Wasserversenkkurven nach MILLIKAN und CAMERON. Geringe Versenktiefen. Zur Reduktion auf Normalluft in der Kammer müssen die angegebenen Ionenzahlen durch 13,82 dividiert werden.

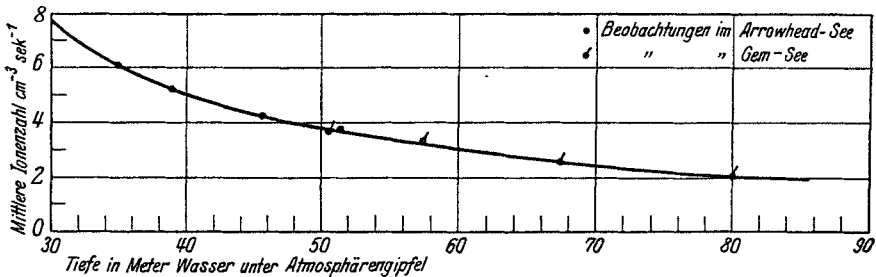


Abb. 3. Wasserversenkkurven nach MILLIKAN und CAMERON. Größere Versenktiefen. Zur Reduktion auf Normalluft in der Kammer müssen die angegebenen Ionenzahlen durch 13,82 dividiert werden.

Neue Pilotballonmessungen in Äquatorgegenden von CLAY (684) bis 200 mm Hg zeigen dort nur noch etwa  $\frac{1}{7}$  der von REGENER in der

<sup>1</sup> Literatur darüber siehe Nr. 87, III, II2, I46, I47, 217, 224, 249, 275, 299, 367, 449, 599.

<sup>2</sup> Eine Zusammenstellung siehe unter Nr. 527, 529. Frühere Veröffentlichungen von Teilergebnissen sind 285, 286, 375, 377, 390, 391, 392, 393, 394, 395, 411, 481.

<sup>3</sup> Weitere Arbeiten hierüber siehe 504, 505, 533, 534, 550, 551, 597, 611.

gleichen Höhe in hohen Breiten gemessenen Intensität. Bei gepanzelter Apparatur und in geringeren Höhen ist der Unterschied geringer. So hat COMPTON (685) hinter 6 cm Pb bei 350 mm Hg Luftdruck in äquatorialen Breiten 10 I, bei 52° geomagnetischer Breite dagegen 15 I gemessen.

Wasserversenkmessungen bis zu großen Tiefen in verschiedenen

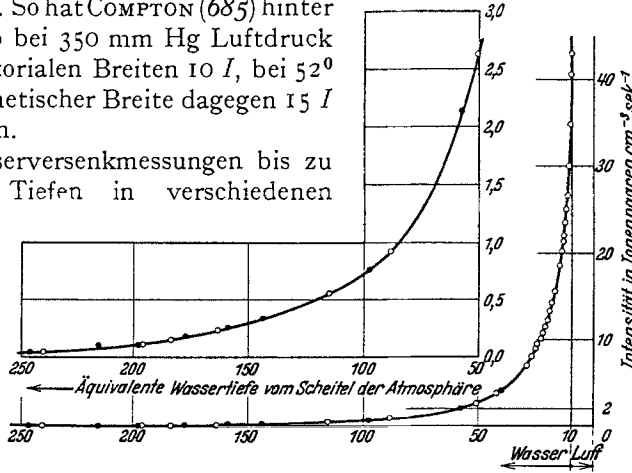


Abb. 4. Wasserversenkkurven nach REGENER. Zur Reduktion auf Normalluft in der Kammer müssen die angegebenen Ionenzahlen durch 15,7 dividiert werden.

Breiten und mit einheitlicher Apparatur sind noch nicht ausgeführt. Es liegen zur Zeit nur Vergleichsmessungen in geringen Tiefen von

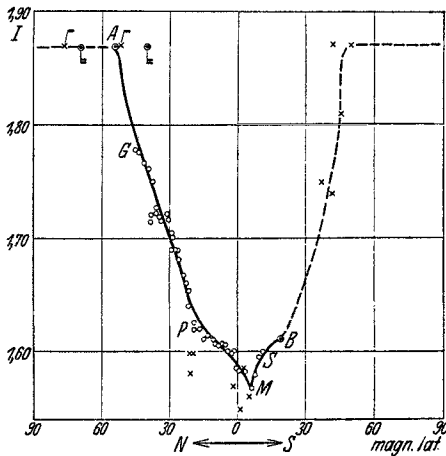


Abb. 5. Variation der Ultrastrahlung mit der magnetischen Breite. o—o—o Messungen von CLAY und BERLAGE. x x x Messungen von COMPTON. □ □ □ Messungen von BOTHE und KOLHÖRSTER. ⊙ ⊙ ⊙ Messungen von MILLIKAN.

CLAY (684) vor, der bei 45° und 0° geomagnetischer Breite bis zu 7 m Wassertiefe gemessen hat (Abb. 7). Hieraus geht hervor, daß die Strahlung in äquatorialen Breiten durch gleiche Absorberdicken weniger absorbiert wird als in hohen Breiten. Sie muß sich also in ihrer Zusammensetzung auf der Erde ändern und in hohen Breiten energieärmere Anteile enthalten als in äquatorialen Gegenden. Schwächungsmessungen mit Panzern zeigen jedoch bei verschiedenen Autoren nicht übereinstimmende Ergebnisse, allerdings bei Benutzung verschiedener Panzer-

dicken. So findet CLAY (684), daß sich das Verhältnis  $J_{\text{offen}} : J_{25 \text{ cm Pb}}$  von 1,35 (große Breiten) bis 1,19 (äquatoriale Breiten) kontinuierlich

ändert, während bei COMPTON (685)  $J_{2,5 \text{ cm Pb}} : J_{5 \text{ cm Pb}}$  zwischen den Breiten  $0-67^\circ N$  konstant bleibt. Auch MILLIKAN und NEHER (599) beobachten in 4600 m Höhe bei äquatorialen und hohen

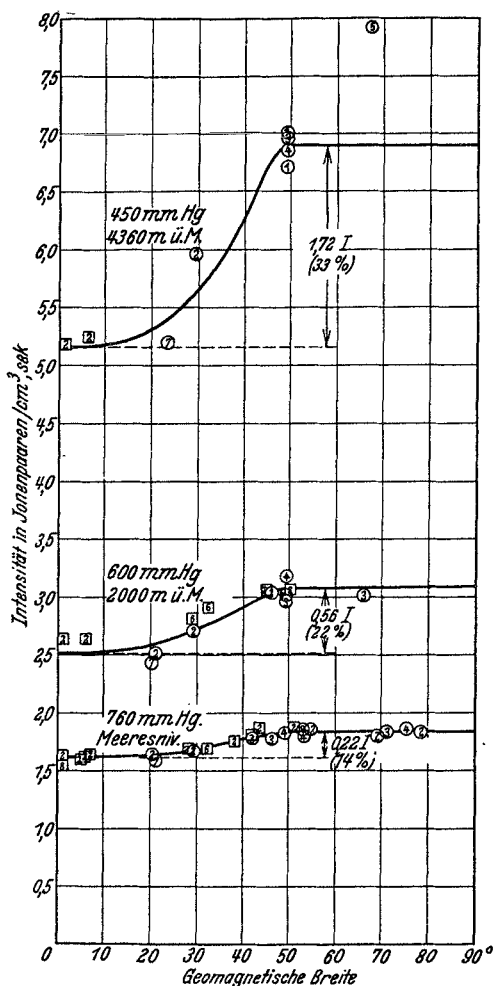


Abb. 6. Variation der Ultrastrahlung mit der magnetischen Breite in verschiedenen Höhenlagen nach Messungen von COMPTON und Mitarbeitern.

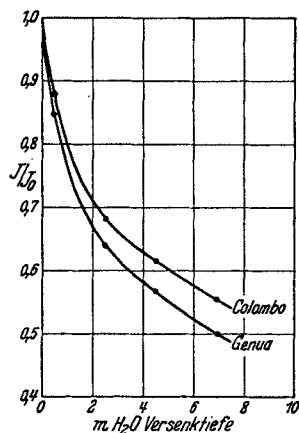


Abb. 7. Unterschied der Wasserversenkurven bei verschiedenen geomagnetischen Breiten, Genua  $45^\circ$ , Colombo  $0^\circ$ . (Nach CLAY.)

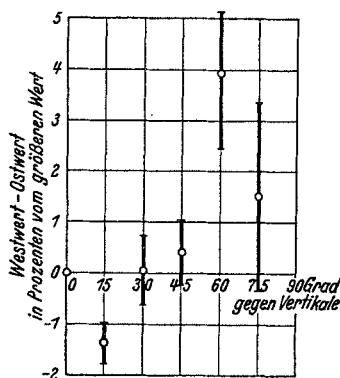


Abb. 8. West-Ost-Überschuß nach EHMERT. ( $48^\circ$  geomagnetische Breite, 3000 m ü. M., Vierfachkoinzidenzen, ungefilterte Strahlung.)

Breiten konstantes Verhältnis  $J_{\text{offen}} : J_{10 \text{ cm Pb}}$ . Mit Zählrohrkoinzidenzen ausgeführte Absorptionsversuche von AUGER und LEPRINCE-RINGUET (504, 505) (Absorber 20 cm Pb) ergeben ebenfalls (allerdings nur mit einer Genauigkeit von einigen Prozent) ein konstantes Verhältnis für verschiedene Breiten.

c) **Azimutaleffekt.** Wir kommen nunmehr zur Erörterung der Frage, ob sich auf der Erde eine Bevorzugung irgendeiner Einfallsrichtung der Ultrastrahlung erkennen läßt. Bei diesen Richtungsmessungen werden wir die Abhängigkeit vom Zenitwinkel und die vom Azimut zu unterscheiden haben. Aus der Überlegung, daß beim schrägen Durchsetzen der Erdatmosphäre die Absorberdicke größer wird, ergibt sich unmittelbar die Vertikale als die Einfallsrichtung der maximalen Strahlungsdichte. Über die Ergebnisse derartiger Messungen soll erst später mit gleichzeitiger Diskussion berichtet werden und wir wenden uns jetzt gleich der zweiten Frage nach der azimutalen Richtungsverteilung zu.

Tabelle 1. Unterschied der Einstrahlung aus West- und Ostrichtung bei verschiedenen geomagnetischen Breiten, Höhenlagen und Neigungswinkeln.

Forscher	Geo- magnetische Breite	Höhe über dem Meeres- spiegel m	Neigung gegenüber der Vertikalen	West-Ost- Überschuß in %
JOHNSON (422, 560) . .	57°	1900	20° 30° 40°	Gerade die Fehlergrenzen übersteigend
JOHNSON (562) . . . . .	29°	2250	30° 35° 45° 50° 55° 65°	6,8 ± 1,9 6,3 ± 1,3 10,2 ± 1,7 11,5 ± 1,8 10,3 ± 1,8 5,5 ± 2,7
ALVAREZ und COMPTON (498) . . . . .	29°	2310	15° 30° 45°	3 ± 2 5,5 ± 1,5 12 ± 2
JOHNSON und STEVEN- SON (565) . . . . .	51°	0	15° 30° 45°	1 ± 0,7 3,2 ± 0,8 2,5 ± 1,0
STEVENSON (658) . . . .	48°	3100	30° 45°	2,2 ± 0,6 2,3 ± 0,7
JOHNSON (566) . . . . .	0°	0, 3500 und 4500	15° 30° 45° 60°	0 m 3500 m 4500 m 6 6,5 7 8 10 13 10 13 14 — 12 13
ROSSI (701) . . . . .	11°	2370	15° 30° 45°	11 ± 1,8 15,7 ± 1,8 18,8 ± 2,2
MESSERSCHMIDT (699) .	52°	33	25° 45° 55°	0,18 ± 0,02 0,29 ± 0,02 0,14 ± 0,02

Während zahlreiche frühere Messungen innerhalb der Meßgenauigkeit ergebnislos verliefen bzw. unsichere Resultate zeigten<sup>1</sup>, ist jetzt ein solcher Effekt von verschiedenen Seiten sichergestellt. Tabelle I zeigt das Ergebnis solcher meist<sup>2</sup> mit Zählrohrkoinzidenzanordnungen ausgeführten Beobachtungen. Allgemein ergibt sich eine Mehreinstrahlung vom Westen her. Der Effekt nimmt mit wachsender Höhe und abnehmender geomagnetischer Breite zu. Die neuesten Messungen von CLAY (684) und EHMERT (690) zeigen daneben bei einem kleinen Neigungswinkel auch noch einen Ost—West—Überschuß (Abb. 8).

### § 3. Deutung der Versuchsergebnisse.

Die von uns bisher besprochenen experimentellen Untersuchungen, die sich im wesentlichen mit der Abhängigkeit der Strahlungsintensität von den lokalen Verhältnissen auf der Erde beschäftigen, gestatten einwandfreie Schlüsse über Natur und Eigenschaften der Ultrastrahlung zu ziehen, wenn man alle Ergebnisse geschlossen betrachtet. Da die Erkenntnis des Einflusses des erdmagnetischen Feldes erst neueren Datums ist, wird es nötig sein, auch noch einige ältere Auffassungen wiederzugeben, wenn sich diese heute auch nicht mehr mit allen Tatsachen in Einklang bringen lassen.

a) Analyse der Intensitätskurve. Vor Kenntnis des erdmagnetischen Einflusses, der ja auf geladene Korpuskeln als Bestandteile der Ultrastrahlung hinweist, war es — schon wegen der enormen Durchdringungsfähigkeit — naheliegend, die Strahlung als eine Wellenstrahlung zu deuten. Nach anfänglichen Versuchen, den Intensitätsverlauf durch ein einfaches Exponentialgesetz darzustellen (I1, I2) erkennt man, daß drei Tatsachen das Schwächungsgesetz komplizieren: Der allseitige Strahleneinfall, die Inhomogenität und die Auslösung von Sekundärstrahlung. Dies erfordert Anwendung der  $\Phi$ -Funktion (I13), Zerlegung in einzelne Komponenten und Berücksichtigung der Streustrahlung. Das letztere ist — unter Zugrundelegung des COMPTON-Streuprozesses — von KULENKAMPFF bzw.

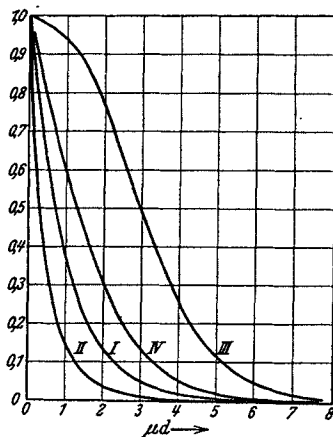


Abb. 9. Elementare Absorptionskurven. Kurve I: Exponentialfunktion (ohne Streustrahlung, senkrechten Einfall). Kurve II.  $\Phi$ -Funktion (ohne Streustrahlung, allseitigen Einfall). Kurve III. KULENKAMPFF-Funktion (mit Streustrahlung, senkrechten Einfall). Kurve IV. KULENKAMPFF-KRAMER-Funktion (mit Streustrahlung, allseitigen Einfall). (Nach KRAMER.)

<sup>1</sup> Siehe darüber 80, 276, 342, 349, 350, 421, 492, 576, 579, 649, 667.

<sup>2</sup> Mit Ausnahme von MESSERSCHMIDT.

KRAMER (190, 580, s. a. 178, 121) geschehen<sup>1</sup>. Abb. 9 zeigt die sich danach ergebenden Schwächungskurven, die sich von einer normalen Exponentialfunktion wesentlich unterscheiden. Entsprechend diesen Annahmen ist von REGENER (615, 617) und KRAMER (241, 580) eine Analyse der Wasserversenkmessungen durchgeführt<sup>2</sup>. Die Zahlenwerte sind in Tabelle 2 angegeben.

Tabelle 2. Komponentenzersetzung nach REGENER und MILLIKAN unter Annahme einer Wellenstrahlung.

Komponente	REGENER				Atomprozeß	MILLIKAN $\mu$ in g/qcm
	$\mu$ in g/qcm		Energie e-Volt	Berechnete Energie e-Volt		
	(KRAMER)	(LENZ)				
H <sub>2</sub>	0,209 · 10 <sup>-3</sup>	(0,21 · 10 <sup>-3</sup> )	3,6 · 10 <sup>9</sup>	3,7 · 10 <sup>9</sup>	He-Zerstrahlung	0,28 · 10 <sup>-3</sup>
H <sub>1</sub>	0,751 · 10 <sup>-3</sup>	(0,79 · 10 <sup>-3</sup> )	0,9 · 10 <sup>9</sup>	0,94 · 10 <sup>9</sup>	H-Zerstrahlung	1,0 · 10 <sup>-3</sup>
M	1,6 · 10 <sup>-3</sup>	—	—	—	—	2,0 · 10 <sup>-3</sup>
W <sub>1</sub>	(5,2 · 10 <sup>-3</sup> )	4,6 · 10 <sup>-3</sup>	—	—	—	} 8,0 · 10 <sup>-3</sup>
W <sub>2</sub>	—	9,6 · 10 <sup>-3</sup>	0,2 · 10 <sup>8</sup>	0,27 · 10 <sup>8</sup>	He-Aufbau	

Die Analyse der Schwächungskurve in der Atmosphäre erfolgt nach einer anderen Methode, die von LENZ (586) ausgearbeitet und zunächst unabhängig von Annahmen über die Natur der Strahlung ist. Trägt man in Abhängigkeit von der Höhe nicht die in einer abgeschlossenen Kammer gemessene Ionisation der Ultrastrahlung auf, sondern durch Multiplikation mit der Dichte diejenige, die wirklich pro Kubikzentimeter Luft der freien Atmosphäre erzeugt worden ist, so erhält man die sog. deformierte Intensitätskurve. Da die Ionisierung der Dichte der Luft proportional ist und diese mit der Höhe exponentiell abnimmt, muß sich bei einer homogenen Strahlung ein einziges Maximum ergeben, dessen Lage im Fall einer Wellenstrahlung allein durch den Schwächungskoeffizienten bestimmt ist (bzw. im Fall einer Korpuskularstrahlung durch die mittlere Reichweite). Je nach Annahme des Schwächungsgesetzes (Wellenstrahlung vorausgesetzt) besteht zwischen der Lage des Maximums und dem  $\mu$ -Wert ein verschiedener Zusammenhang, der aus Abb. 10 ersichtlich ist.

<sup>1</sup> Nach KULENKAMPFF, der über die Anzahl der Streuprozesse mittelt, teilt dabei eine mittlere Wellenlängenänderung um den Faktor 1,43 auf. Nach GRAY (178), der über Energien mittelt, würde sich dagegen ein Faktor 4 ergeben, so daß nur wenige aufeinanderfolgende Streuprozesse anzusetzen wären.

<sup>2</sup> Über Einwände, die gegen derartige Zerlegungen bei den MILLIKANSchen Messungen gemacht wurden, vgl. 177, 328, 494. Eine genaue Darstellung dieser Zerlegung siehe 580.

LENZ rechnet mit der von KRAMER für allseitigen Einfall umgerechneten KULENKAMPFF-Funktion (Abb. 9, Kurve IV). Dann ergibt sich  $\mu \cdot d_{\max} = 1,5$ . Mit diesen Annahmen läßt sich die Luftintensitätskurve unter Zerlegung in zwei Komponenten angenähert (581, 671, 672), die Wasserintensitätskurve dagegen recht sauber erklären (Abb. 11 und 12). Zahlenwerte der Komponenten siehe Tabelle 2)<sup>1</sup>.

Durch den allseitigen Einfall der Strahlung werden die Unebenheiten der Intensitätskurve (z. B. Zusammensetzung aus mehreren Komponenten) stark verwischt. Die Analyse wird erleichtert, wenn man die Kurve auf den idealen Fall eines senkrecht einfallenden Strahlenbündels umrechnen kann. Dieses ist nach einer kürzlich von GROSS (542) angegebenen Methode möglich. Bezeichnen wir mit  $J(x)$  die unter einer

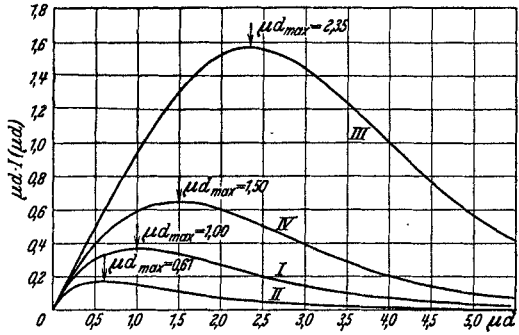


Abb. 10 Die „deformierten“ Absorptionskurven von Abb. 9. (Nach LENZ.)

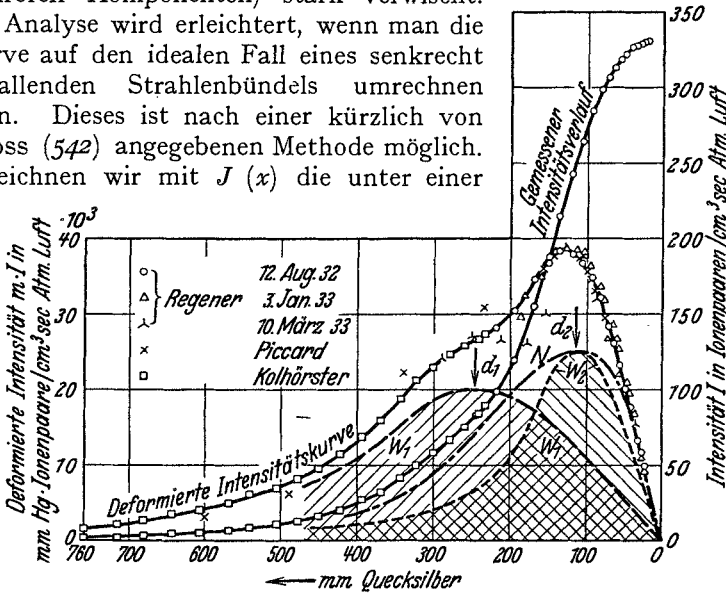


Abb. 11. Zerlegung der deformierten Intensitätskurve in der Erdatmosphäre in zwei Komponenten  $W_1$  und  $W_2$ . (Nach LENZ.) Befriedigende Übereinstimmung mit der KULENKAMPFF-KRAMER-Funktion  $N$  (für  $W_2$  geltend) ist nicht vorhanden, wie aus dem Vergleich von  $W_2$  mit  $N$  hervorgeht. Dasselbe gilt für  $W_1$ , wo das zugehörige  $N$  nicht eingezeichnet ist.

<sup>1</sup> LENZ vergleicht auch die REGENERSchen Werte mit den von MILLIKAN und CAMERON (320) erhaltenen und betont, daß die scheinbare Übereinstimmung (s. Tabelle 2) nur zufällig ist, weil MILLIKAN zu seiner Analyse die allseitige Exponentialfunktion verwendet, also den Einfluß der Streustrahlung vernachlässigt. Dadurch (s. Abb. 10) werden seine  $\mu$ -Werte um den Faktor



Schichtdicke  $x$  bei allseitigem Einfall tatsächlich gemessene Ionisation, dann ist, wie GROSS gezeigt hat, die auf senkrechten Einfall umgerechnete Strahlung durch den Ausdruck gegeben  $\psi(x) = J(x) - x \frac{dJ(x)}{dx}$ . Die Umrechnung nach GROSS enthält die aller-

dings sehr wesentlichen Annahmen, daß gestreute Strahlung und ionisierende Sekundärteilchen in die Richtung der Primärstrahlung fallen und daß die Reichweiten der Streu- und Sekundärstrahlen sehr kurz gegenüber der Primärstrahlung sind. Abb. 13 zeigt die bei allseitigem Einfall gemessene und auf senkrechten Einfall umgerechnete Inten-

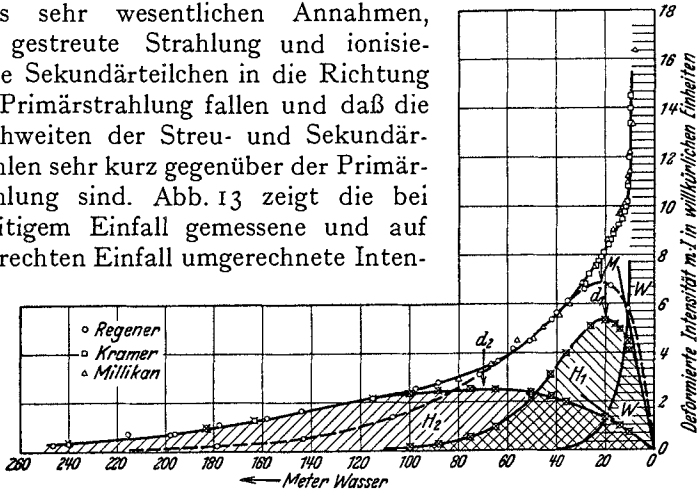


Abb. 12. Zerlegung der deformierten Intensitätskurve in großen Wassertiefen in mehrere Komponenten. (Nach LENZ.) Die gestrichelte Kurve zeigt, daß mit einem von MILLIKAN angegebenen  $\mu$ -Wert in großen Wassertiefen keine Übereinstimmung zu erzielen ist.

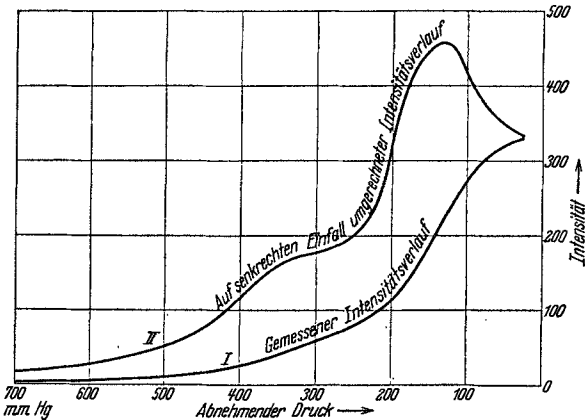


Abb. 13. Intensitätskurven, bei allseitigem Einfall gemessen und auf senkrechten Einfall umgerechnet. (Nach GROSS.)

$1,5 : 0,61 = 2,5$ mal kleiner als nach der REGENER-LENZschen Analyse und sein kleinster  $\mu$ -Wert  $0,28$  qcm/g dürfte erst dem REGENERSchen  $\mu$ -Wert  $0,79$  qcm/g entsprechen. In Abb. 12 ist durch die gestrichelte Linie angedeutet, wie schlecht sich mit dem MILLIKANSchen  $\mu$ -Wert der Intensitätsverlauf in großen Tiefen darstellen läßt. Es bleibt immer noch ein Strahlungsrest für eine noch härtere Komponente übrig.

sitätskurve. Auf der letzteren sind sehr deutlich zwei Buckel zu erkennen.

Zur Bestimmung der  $\mu$ -Werte (Annahme einer Wellenstrahlung) wendet GROSS wieder das LENZsche Verfahren der Deformierung an (Abb. 14). Aus den Maxima bei 177 und 348 mm Hg ergibt sich unter Benutzung der Beziehung  $\mu \cdot d_{\max} = 2,35$  KULENKAMPPFF-Funktion, s. Abb. 10)  $\mu_{W_1} = 5,0 \cdot 10^{-3}$  qcm/g und  $\mu_{W_2} = 9,8 \cdot 10^{-3}$  qcm/g, während LENZ  $4,6 \cdot 10^{-3}$  qcm/g und  $9,6 \cdot 10^{-3}$  qcm/g errechnet hat. Es sei nochmals betont, daß die zahlenmäßige Berechnung der  $\mu$ -Werte immer bereits Voraussetzungen über die Natur der Ultrastrahlung und über die Art des Schwächungsprozesses bedingt. So würde z. B. bei einer stärkeren Energieübertragung an die sekundären Korpuskeln die KULENKAMPPFF-KRAMER-Funktion mehr in die  $\Phi$ -Funktion übergehen und die dann

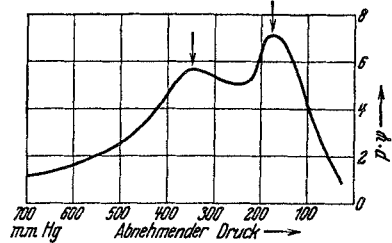


Abb. 14. Auf senkrechten Einfall umgerechnete und deformierte Intensitätskurve. (Nach GROSS.)

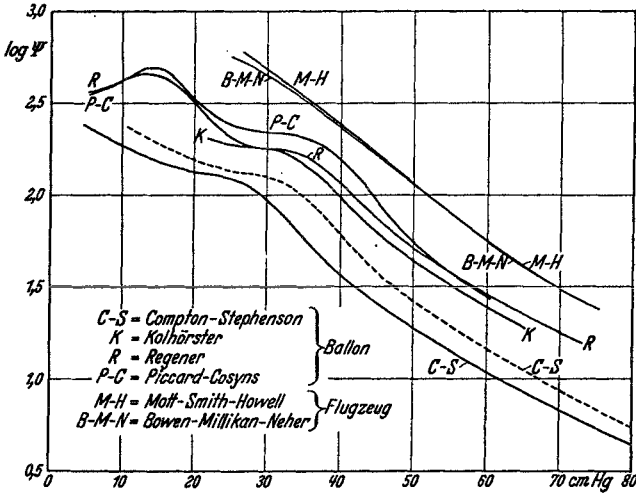


Abb. 15. Intensitätskurven in der Erdatmosphäre auf senkrechten Strahlungseinfall umgerechnet. Logarithmische Darstellung. Die gestrichelte Kurve gibt die Messungen von COMPTON und STEPHENSON nach Verschiebung um 5,4 cm Hg wegen des Bleipanzers. (Nach COMPTON.)

zu berechnenden  $\mu$ -Werte können um den Zahlenfaktor  $1,5 : 0,61 = 2,5$  kleiner werden.

Macht man nicht die Annahme einer Wellenstrahlung, sondern die einer Korpuskularstrahlung, welche, wie wir nachher sehen werden, mehr Berechtigung hat, so kann man durch Differentiation der nach

GROSS auf senkrechten Einfall umgerechneten Intensitätskurve die Reichweitenverteilung der Korpuskeln bestimmen  $\left(R(x) = -\frac{d\psi}{dx} = x \frac{d^2 J}{dx^2}\right)^1$ . Leider ist bisher von REGENER keine Erklärung seiner Höhen-Tiefenkurven unter Annahme einer Korpuskularstrahlung gegeben worden. Dies ist dagegen für die Höhenkurven neuerdings von COMPTON (685) geschehen, der Ballonmessungen mit gepanzelter Apparatur<sup>2</sup> bis zu 18,7 km Höhe durchgeführt hat (Stratosphärenflug

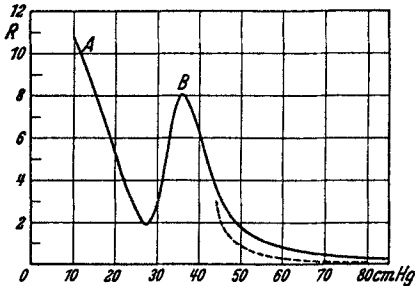


Abb. 16. Reichweitenverteilung der ionisierenden Ultrastrahlungskorpuskeln. (Nach COMPTON.)

von SETTLE). Es ist eine wesentliche Voraussetzung der COMPTONSCHEN Deutung, daß durch seinen 6 cm Pb-Panzer die Strahlung immer im Gleichgewicht mit der Pb-Streuung ist, so daß diese im Gegensatz zu der KULENKAMPFFSchen Auffassung nicht berücksichtigt zu werden braucht. Die von ihm direkt gemessene geringe Breite des „Übergangsgebietes“ (s. § 5 a) in diesen Höhen scheint diese Auffassung zu bestätigen.

Abb. 15 zeigt in logarithmischer Darstellung die von den verschiedenen Forschern in der Atmosphäre erhaltenen Meßergebnisse, alle nach GROSS auf senkrechten Einfall umgerechnet. Auf den Unterschied zwischen den mit gepanzelter und mit ungepanzelter Apparatur gemessenen Werten, besonders in großen Höhen, sei hingewiesen. Typisch ist bei allen Kurven der Buckel zwischen 30 und 40 cm Hg. Durch nochmaliges Differenzieren erhält man direkt die Reichweitenverteilung (Abb. 16). Es ergeben sich zwei Reichweitengruppen; die eine scheint nur sehr kleine Reichweiten mit einem Maximum unterhalb 10 cm Hg zu haben, die andere dagegen enthält keine Reichweiten < 27 cm Hg und ein Häufigkeitsmaximum bei 36 cm Hg.

Wir kommen nunmehr zu der Aufgabe, aus den gefundenen  $\mu$ -Werten bzw. Reichweiten die Energien der Strahlungskomponenten zu berechnen. Unter Annahme einer Wellenstrahlung ist dies besonders von MILLIKAN (320) und von REGENER (580, 617) getan worden. Nach der Quantenmechanik (wir übergehen frühere Deutungsversuche auf Grund älterer Streuformeln und unrichtiger  $\mu$ -Werte) läßt sich aus dem gemessenen Schwächungskoeffizienten die Wellenlänge der Strahlung nach KLEIN-NISHINA (189) berechnen<sup>3</sup>. Die Schwächung durch Photoabsorption ist völlig zu vernachlässigen, sie

<sup>1</sup> Auch von WILLIAMS (69) ist eine derartige Beziehung aufgestellt worden.

<sup>2</sup> Siehe dazu auch die Berechnungen über den Einfluß der Gestalt der Ionisationskammer (689).

<sup>3</sup> Über ihren Gültigkeitsbereich vgl. 438.

erfolgt ausschließlich durch Streuung. Als streuende Elektronen nimmt REGENER (336, 337) nach JEANS (310) für die beiden härtesten Komponenten auch noch die Kernelektronen hinzu, weil ihre Bindungsenergie als klein gegenüber der Ultrastrahlungsenergie zu betrachten ist. Die dann aus den  $\mu$ -Werten berechneten Energien (Tabelle 2, Seite 100) stimmen, worauf JEANS aufmerksam macht, sehr gut mit denen überein, die sich aus der Zerstrahlung von Helium und von Wasserstoff und bei der weichsten Komponente (ohne Berücksichtigung der Kernelektronen) aus dem Massendefekt des Heliums ergeben<sup>1</sup>. So überraschend auch die Übereinstimmung der experimentellen und theoretischen Energiewerte ist, so muß doch betont werden, daß dieser Übereinstimmung nach Erkenntnis der korpuskularen Natur der Ultrastrahlung nur noch wenig Bedeutung zukommen dürfte.

Die Energieberechnung für die Ultrastrahlung unter Annahme einer Korpuskularstrahlung ist erst möglich geworden, seitdem die Theorie für die Bremsung und Streuung schneller Korpuskularstrahlen weiter entwickelt worden ist [HEISENBERG (405), MÖLLER (325, 446), BETHE (216, 380, 509), BLOCH (514, 515), FLÜGGE (537)]. Es zeigt sich, daß der Energieverlust im wesentlichen durch Bremsung bedingt ist und nur bei schweren Atomen die Streuung noch eine Rolle spielt. Tabelle 3 zeigt die von BETHE (509) berechneten Energieverluste und Reichweiten.

Tabelle 3. Energieverlust und Reichweite. (Nach BETHE.)

Gebremstes Teilchen	Bremsende Substanz	Anfangsenergie in e-Volt				
		$10^6$	$10^7$	$10^8$	$10^9$	$10^{10}$
a) Energieverlust pro g/qcm durchquerter Substanz in Millionen e-Volt:						
Elektron . . . . .	Luft	1,69	1,95	2,47	2,99	3,48
	H <sub>2</sub> O	1,88	2,17	2,74	3,32	3,87
	Pb	1,10	1,35	1,75	2,17	2,56
Proton . . . . .	Luft	300	47	7,6	2,31	2,31
	H <sub>2</sub> O	340	52	8,4	2,56	2,56
	Pb	150	27,5	5,0	1,56	1,63
$\alpha$ -Teilchen . . . . .	Luft	4100	680	105	18,8	9,6
b) Reichweite in Zentimeter:						
Elektron . . . . .	Luft	360	$4,3 \cdot 10^3$	$3,3 \cdot 10^4$	$2,7 \cdot 10^5$	$2,3 \cdot 10^6$
	H <sub>2</sub> O	0,42	5,0	39	320	2700
	Pb	0,06	0,72	5,5	44	370
Proton . . . . .	Luft	1,3	100	$6 \cdot 10^3$	$2,3 \cdot 10^5$	$3,4 \cdot 10^6$
	Pb	$3 \cdot 10^{-4}$	$1,7 \cdot 10^{-2}$	1,0	40	360
$\alpha$ -Teilchen . . . . .	Luft	0,1	6	400	$2,5 \cdot 10^4$	$6 \cdot 10^5$

<sup>1</sup> Zu kleineren Energien kam früher MILLIKAN bei seiner Komponentenzerlegung. Er nahm hauptsächlich Atomaufbauprozesse als Ursprung an. Neuerdings lehnt er jedoch die Gültigkeit der KLEIN-NISHINA-Formel für die Ultrastrahlung ab, da die Schwächung hauptsächlich durch Kernanregungen erfolgen soll, und beschränkt sich auf die Annahme von nur noch zwei Komponenten.

Berechnen wir hiernach die Energie der Strahlung, die den Buckel bei etwa 36 cm Hg [COMPTON (685)] gibt<sup>1</sup>, so kommen wir zu etwa  $1,2 \cdot 10^9$  e-Volt. Dieser Wert gilt für Elektronen und Protonen, für  $\alpha$ -Teilchen würde die Energie 4mal höher werden. Ordnen wir der aus den REGENERSchen Wasserversenkmessungen geschätzten Reichweitenverteilung ebenso Energien zu, so erhalten wir Beträge bis zu  $10^{10}$  e-Volt für Elektronen bzw. Positronen oder Protonen. Diese Energie braucht noch nicht die größte überhaupt vorkommende darzustellen, denn zum Durchsetzen einer Wasserschicht von etwa 200 m benötigt ein Elektron eine Energie von  $10^{11}$  e-Volt (Tabelle 3). Kleinere Strahlungsanteile können auch noch größere Energien besitzen. Nach den Messungen von KOLHÖRSTER (571, 575) und von CORLIN (688) unter 500 m Wasseräquivalent ist das Vorhandensein noch härterer Bestandteile gesichert, deren Energie demnach  $10^{11}$  e-Volt noch übersteigen muß. Diese können REGENER deshalb entgangen sein, weil er die Intensitätsabnahme nicht in noch größeren Wassertiefen verfolgen konnte.

Als abschließendes Ergebnis der bisherigen Betrachtungen können wir feststellen, daß die Ultrastrahlung aus diskreten Komponenten besteht, deren Energien im Fall einer Wellenstrahlung zwischen  $10^7$  und  $10^{10}$  e-Volt, im Falle einer Korpuskularstrahlung zwischen  $10^9$  und  $10^{12}$  e-Volt liegen. Die Entscheidung, daß es sich — zumindest für die energieärmeren Bestandteile — um Korpuskularstrahlen handelt, bringt der Breiteneffekt.

**b) Einfluß des Magnetfeldes der Erde.** Zwischen den beiden Annahmen über die Wellennatur der Ultrastrahlung bzw. ihre Korpuskularnatur ist die Entscheidung durch die Entdeckung des Erdfeldinflusses zugunsten der Korpuskularnatur gefallen<sup>2</sup>. Nach den Überlegungen, wie sie schon 1914 von STÖRMER<sup>3</sup> im Zusammenhang mit seinen Untersuchungen über die Nordlichterscheinungen angestellt worden sind, muß nämlich eine aus dem Kosmos kommende Strahlung geladener Korpuskeln unter dem Einfluß des Erdfeldes Intensitätsmaxima an den Polen und ein Minimum am Äquator zeigen. Bei einer erst in der Erdatmosphäre aus einer primären Wellenstrahlung

<sup>1</sup> Den ersten Buckel (Abb. 14 und Gruppe A in Abb. 16) schreibt GROSS (542) Sekundärstrahlen zu. Ihre Energie ergibt sich aus der kleinen Reichweite zu weniger als  $10^9$  e-Volt Auch COMPTON (685) betont, daß primäre Strahlen dieser geringen Energie nach der Theorie des Breiteneffektes (siehe weiter unten, § 3b) die Erde nicht mehr bei der geomagnetischen Breite  $52^\circ$ , wo er gemessen hat, erreichen können. Andererseits glaubt er weniger an Sekundärstrahlen, weil sie bei ihm noch den 6-cm-Bleipanzern durchsetzen. Deswegen denkt er an schwerer ablenkbare Korpuskeln, die vielleicht auch noch Ionisation am Erdboden vermittle sekundärer Effekte bewirken.

<sup>2</sup> Über eine andere Erklärung des Breiteneffektes vgl. 648.

<sup>3</sup> Vgl. darüber 361, 485, 486, 487, 702. Siehe dazu von anderen Autoren 229, 280, 281, 295, 296, 536.

entstandenen korpuskularen Sekundärstrahlung dagegen kann sich das Erdfeld wegen der zu geringen Bahnlänge noch nicht genügend auswirken (584, 680). Die im § 2b besprochenen experimentellen Befunde über den Breiten-  
effekt sprechen also für die korpuskulare Natur der Ultrastrahlung oder zumindest wesentlicher Bestandteile.

Eine für den vorliegenden Fall ausreichende angenäherte Berechnung des Erdfeldeinflusses ist von LEMAITRE und VALLARTA (431, 585) im Anschluß an die CLAY-COMPTONSCHEN Messungen durchgeführt worden. In der Rechnung wird das Magnetfeld der Erde als Dipolfeld angesetzt und sein Einfluß auf eine von allen Seiten gleichmäßig einfallende Strahlung geladener

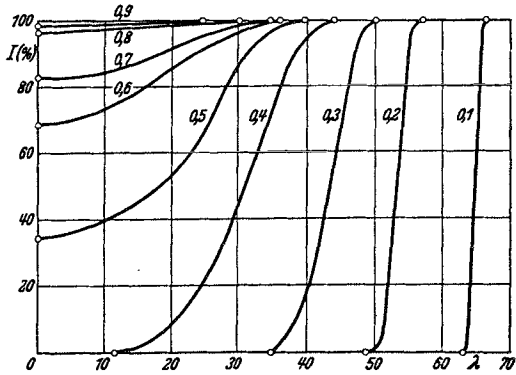


Abb. 17. Abhängigkeit der Intensität geladener Korpuskeln verschiedener Energie (vgl. Tabelle 4) von der magnetischen Breite. (Nach LEMAITRE-VALLARTA.)

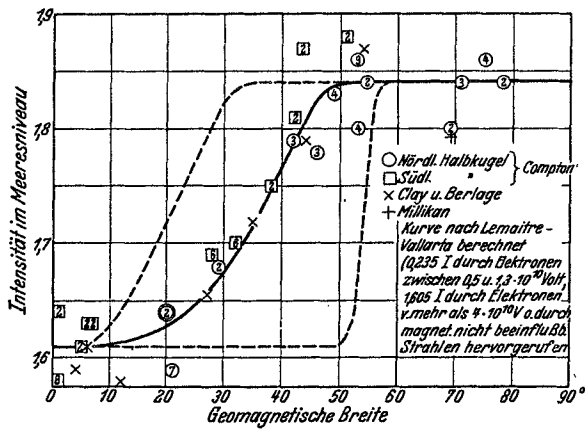


Abb. 18. Abhängigkeit der Ultrastrahlungsintensität von der geomagnetischen Breite. Die gestrichelten Kurven sind für Elektronen von  $1,3 \cdot 10^{10}$  bzw.  $0,24 \cdot 10^{10}$  e-Volt berechnet, die ausgezogene ist durch Zusammensetzen aus vier Komponenten zwischen  $0,5$  und  $1,3 \cdot 10^{10}$  e-Volt gewonnen. (Nach COMPTON.)

Korpuskeln berechnet. Danach gibt es für jede Energie eine bestimmte magnetische Breite, oberhalb der sie mit voller Intensität einfällt. Beim Übergang zu kleineren Breiten dagegen vermindert sich die Intensität und kann beim Unterschreiten einer gewissen Energiegrenze sogar zu Null werden. Abb. 17 zeigt die prozentuale Abnahme der Intensität in Abhängigkeit von der geomagnetischen Breite für verschiedene Energien.

Als Maß der Energie dient hierbei der Ausdruck  $x_0 = \left( \frac{m \cdot v}{e \cdot M} \right)^{1/2} \cdot R$ , wobei  $m$ ,  $v$  und  $e$  Masse, Geschwindigkeit und Ladung des Teilchens,  $M$  und  $R$  Dipolmoment und Radius der Erde sind. Tabelle 4 enthält für die einzelnen  $x_0$  die zugehörigen Energiewerte bei Annahme verschiedener Korpuskeln.

Tabelle 4.  
Zusammenhang zwischen der Rechnungsgröße  $x_0$  und der Energie. (Nach LEMAITRE und VALLARTA.)

$x_0$	Elektronen $10^{10}$ e-Volt	Protonen $10^{10}$ e-Volt	$\alpha$ -Teilchen $10^{10}$ e-Volt	$x_0$	Elektronen $10^{10}$ e-Volt	Protonen $10^{10}$ e-Volt	$\alpha$ -Teilchen $10^{10}$ e-Volt
0,1	0,0596	0,01722	0,01842	0,6	2,145	2,050	3,928
0,2	0,238	0,1618	0,2308	0,7	2,920	2,823	5,46
0,3	0,536	0,449	0,760	0,8	3,821	3,719	7,25
0,4	0,954	0,861	1,564	0,9	4,830	4,729	9,27
0,5	1,490	1,397	2,625	1,0	5,96	5,85	11,52

Ein von COMPTON (527) gegebener Vergleich der gemessenen Breitenabhängigkeit mit der berechneten ist in Abb. 18 dargestellt. Die gestrichelte Kurve rechts zeigt den Abfall für Elektronen von  $0,24 \cdot 10^{10}$  e-Volt, die Kurve links den für  $1,3 \cdot 10^{10}$  e-Volt. Um bessere Übereinstimmung mit der experimentellen Kurve zu erhalten, werden vier gleiche Anteile von Elektronenenergien zwischen  $0,5$  und  $1,3 \cdot 10^{10}$  e-Volt angenommen (ausgezogene Kurve). Damit kommen wir zu derselben Größenordnung der Energie, die wir aus den Höhen-Tiefenkurven unter Annahme einer Korpuskularstrahlung schätzen können. Außerdem geht aus dem Vorhandensein von Strahlung in äquatorialen Gegenden hervor, daß diese entweder magnetisch nicht beeinflussbar ist (Photonen, Neutronen) oder daß sie Energien von mehr als  $4 \cdot 10^{10}$  e-Volt besitzt. Die Erklärung für die Unterschiede bei den Ballon- und Wasserversenkmessungen in verschiedenen Breiten ist durch die Tatsache der magnetischen Filterung ebenfalls gegeben.

Wir haben im § 2b darauf hingewiesen, daß zwischen den experimentellen Ergebnissen betreffs der mit Panzern gemessenen Schwächung der Ultrastrahlung in verschiedenen Breiten noch Unterschiede bestehen. Diese Unterschiede werden vielleicht erklärlich, wenn man bedenkt, daß COMPTON (685) mit dünnem Panzer hauptsächlich den „Übergangseffekt“ bestimmt (§ 5), CLAY (684) dagegen mit starkem Panzer bereits Schwächung der Primärstrahlung mißt. Weil COMPTON bei seinen Messungen findet, daß die Schwächung durch Pb (Übergangseffekt) überall die gleiche ist, sieht dieser hierin geradezu einen Beweis dafür, daß die magnetisch ablenkbare Strahlung (in höheren Breiten) und die nicht ablenkbare dieselbe Natur haben. Nicht ganz vereinbar mit dieser Auffassung und den Messungen von

CLAY sind allerdings die Ergebnisse von MILLIKAN und NEHER (599), die in 4600 m Höhe in äquatorialen und großen Breiten mit und ohne 10 cm Pb ebenfalls noch ein konstantes Verhältnis unabhängig von der Breite finden.

Nachdem durch den Breiteneffekt der Nachweis der korpuskularen Natur der Ultrastrahlung erbracht ist, wird durch den Azimutaleffekt erwiesen, daß es sich um *positiv* geladene Teilchen handelt. Der Azimutaleffekt folgt ebenfalls aus der Theorie der Bewegung einer geladenen Korpuskel im Erdfeld (STRÖRMER). Schon 1929 hat ROSSI (204, 257, 536) darauf hingewiesen, daß danach je nach dem

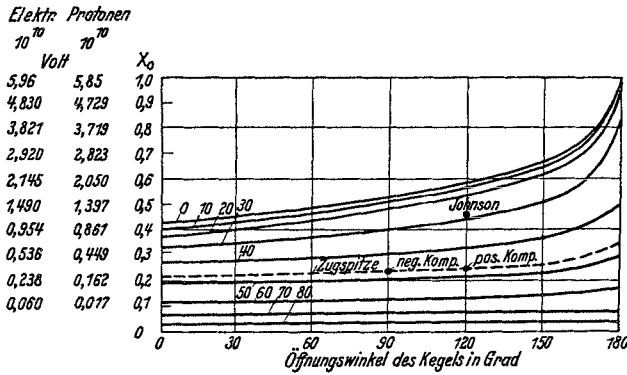


Abb. 19. Öffnungswinkel des Einfallskegels von Korpuskularstrahlen in Abhängigkeit von Energie und geomagnetischer Breite. (Nach VALLARTA.)

Vorzeichen der Korpuskeln ein Überwiegen des Einfalls aus Ost- oder Westrichtung eintreten müßte. Nach ROSSI können Korpuskeln von der Energie  $V$  die Erde bei der gegebenen magnetischen Breite  $\lambda$  nur unter einem Winkel zum geomagnetischen Meridian erreichen, der der Bedingung genügt  $\sin \vartheta > a^2 \cdot \cos \lambda - \frac{2a}{\cos \lambda}$ , wobei  $a =$

$$\sqrt{\frac{300 M}{V} \cdot \frac{1}{R}}$$

$M$  magnetisches Moment,  $R$  Radius der Erde und  $V$  die Energie der Korpuskeln in e-Volt bedeuten.  $\vartheta$  wird positiv nach dem Osten für negative Teilchen und nach dem Westen für positive Teilchen. Eine ähnliche, etwas genauere Durchrechnung ist dann von LEMAITRE und VALLARTA (585, 665) gegeben. Allgemein ergibt sich, daß der Einfall der Korpuskeln auf solche Richtungen beschränkt ist, welche innerhalb eines Kreiskegels liegen. Der Öffnungswinkel  $\varphi$  dieses Kegels ist eine Funktion der Korpuskelenergie und der geomagnetischen Breite. Abb. 19 zeigt das Ergebnis der Berechnungen. Aus den Messungen von EHMERT (Abb. 8, Seite 97) folgt für die positiven Teilchen (der Westüberschuß setzt bei  $40^\circ$  ein, der Öffnungswinkel beträgt also  $130^\circ$ ) eine Energie von  $3,5-4 \cdot 10^9$  e-Volt für Protonen bzw. positive Elektronen. JOHNSONs Messungen in geringen



Breiten (s. Tabelle 1, S. 98) zeigen einen Westüberschuß bei 30—65° gegen den Zenit<sup>1</sup>. Entsprechend der Breite errechnet sich daraus eine Energie von  $1,2 \cdot 10^{10}$  e-Volt. Auch die Messungen von ROSSI und die von CLAY zeigen die Existenz von Korpuskeln von 1,1 bis  $2,3 \cdot 10^{10}$  e-Volt. Die CLAYSchen Messungen zeigen aber ebenso wie die von EHMERT (Abb. 8) noch eine Eigentümlichkeit: unter geringem Neigungswinkel gegenüber der Vertikalen ist ein Ost-Westüberschuß vorhanden, was auf negative Korpuskeln hinweist. EHMERT hält es für möglich, daß diese Korpuskeln Sekundärkorpuskeln — evtl. einer  $\gamma$ -Strahlung — darstellen, die erst in der Atmosphäre entstanden und durch das Erdfeld abgelenkt sind. Denn aus der berechneten Energie gemäß dem Azimutaleffekt ( $3 \cdot 10^9$  e-Volt) erklärt sich nicht das rasche Verschwinden dieser Komponente mit wachsendem Neigungswinkel. Auch ROSSI kommt zunächst zu ähnlichen Schlüssen. Die Strahlung fällt bei größeren Neigungswinkeln stärker ab, als sich aus der Schwächung entsprechend der Zunahme der Atmosphärenstrecke und aus Schwächungsmessungen mit Pb [BENEDETTI (678)] erklären läßt. Weitere Messungen von BENEDETTI führen jedoch hiermit zu Widersprüchen, so daß eine ausreichende Erklärung noch nicht gegeben werden kann.

Als übereinstimmende Ergebnisse aus den Höhen- und Tiefenkurven, aus dem Breiten- und Azimutaleffekt können wir also feststellen, daß das Vorhandensein von positiv geladenen Korpuskeln in dem Energiebereich  $3 \cdot 10^9$ — $2 \cdot 10^{10}$  e-Volt gesichert erscheint. Die magnetisch nicht ablenkbaren Strahlen dürften wahrscheinlich Korpuskeln derselben Natur, aber noch höherer Energie sein. Die Möglichkeit des Vorhandenseins von neutralen Atomen oder von Photonen in dem Strahlungsgemisch muß aber auch noch in Betracht gezogen werden.

#### § 4. Richtungsmessungen und Zählrohreffekte.

Der Azimutaleffekt zeigt, daß eine asymmetrische Richtungsverteilung der Ultrastrahlung vorliegt. Man hat vor seiner Entdeckung zahlreiche Richtungsmessungen unter Annahme eines azimutalsymmetrischen Einfalls gemacht, um sich über die evtl. Bevorzugung von Einfallrichtungen Klarheit zu verschaffen. Aus der Überlegung, daß beim schrägen Durchsetzen der Erdatmosphäre die schwächende Schichtdicke größer wird, ergibt sich unmittelbar die Vertikale als die Einfallrichtung mit der größten Strahlungsdichte ( $\mathfrak{J}_\varphi = \mathfrak{J}_0 \cdot e^{-\mu \cdot \frac{h}{\cos \varphi}}$ ). Aus der Abnahme mit wachsendem Winkel  $\varphi$  gegenüber dem Zenit kann man den Schwächungskoeffizienten

<sup>1</sup> Auf seine Messungen bei verschiedenen Höhenlagen sei noch besonders aufmerksam gemacht (566).

berechnen, wenn man von Streuung absieht und voraussetzt, daß die von der Primärstrahlung ausgelöste Sekundärstrahlung die Richtung der Primärstrahlung beibehalten hat. Man muß unterscheiden, ob man mit Ionisationskammern und entsprechender Ausblendung bestimmter Himmelsegenden durch Panzer, Gebirge usw. die Richtungsverteilung nur eines bestimmten Anteils der Strahlung untersucht (nämlich soweit diese sich in dem betreffenden Schwächungsmaterial absorbieren läßt) oder ob man mit Hilfe von Zählrohren bzw. Zählrohrkoinzidenzen die Richtungsverteilung der gesamten Strahlung mißt. Nebelkammeraufnahmen zeigen außerdem direkt die Bahnen der Korpuskeln.

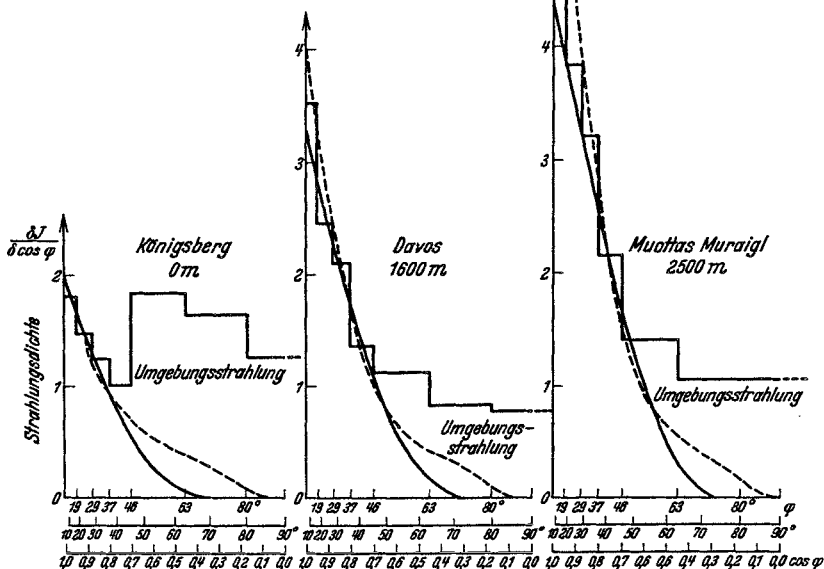


Abb. 20. Richtungsverteilung der Ultrastrahlung in verschiedenen Höhenlagen. Die ausgezogene Kurve ist unter Annahme einer homogenen Strahlung ( $\mu = 2,3 \cdot 10^{-3}$  qcm/g), die gestrichelte mit zwei Komponenten ( $\mu_1 = 0,47 \cdot 10^{-3}$  und  $\mu_2 = 4,6 \cdot 10^{-3}$  qcm/g) berechnet. Die Treppenkurve ist beobachtet. (Nach STEINKE.)

Richtungsmessungen mit der Ionisationskammer sind z. B. von KOLHÖRSTER und von SALIS (16, 30, 110), MYSSOWSKY und TUWIM (80), und STEINKE (160) gemacht worden. Letzterer hat die Richtungsverteilung in drei verschiedenen Höhenlagen für diejenigen Strahlenanteile untersucht, die sich durch einen zur Ausblendung benutzten Eisenpanzer absorbieren lassen. Abb. 20 zeigt die gemessene und die unter Annahme von zwei Komponenten berechnete

Strahlungsdichte<sup>1</sup>. Während die Strahlungsdichte  $\mathfrak{J}$  immer ein Maximum im Zenit zeigt, ergibt sich für die von verschiedenen Zonen der gleichen Breite  $\delta\varphi$  einstrahlende Intensität  $\frac{\delta J}{\delta\varphi}$  ein Maximum unter einem bestimmten Winkel, der von  $\mu$  und  $h$  abhängig ist. Bei den STEINKESchen Messungen in größeren Höhen liegt dieses bei etwa  $30^\circ$ .

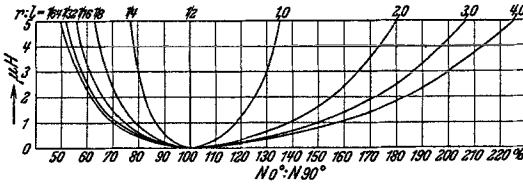


Abb. 21. Zusammenhang zwischen  $N_{(0^\circ)} : N_{(90^\circ)}$ , Zählrohrdimensionen ( $r : l$ ) und Absorberwirkung  $\mu \cdot h$ . (Nach KOLHÖRSTER.)

Richtungsmessungen mit Zählrohr können entweder in der Koinzidenzanordnung oder auch, wie TUWIM gezeigt hat, mit einem einfachen Zählrohr gemacht werden (vertikaler Zählrohreffekt).

Bei allseitig gleichmäßigem Strahlungseinfall in die Atmosphäre besteht nämlich nach TUWIM (314, 315, 362, 363, 364, 493, 497, s. a. 693) zwischen der Stoßhäufigkeit  $N(\alpha)$  beim Neigungswinkel  $\alpha$  und der Stoßhäufigkeit beim Neigungswinkel  $0$  bzw.  $90^\circ$  gegenüber der Vertikalen der Zusammenhang:

$$N_{\mu h}(\alpha) = N_{\mu h}(0^\circ) \cdot \cos^2 \alpha + N_{\mu h}(90^\circ) \sin^2 \alpha^*.$$

Diese Beziehung ist von TUWIM und von KOLHÖRSTER (427, 428, 663, 695) geprüft und bestätigt<sup>2</sup>. Aus dem Verhältnis  $N_{(0^\circ)} : N_{(90^\circ)}$  kann man bei bekannten Zählrohrdimensionen  $\mu \cdot h$  berechnen. Abb. 21 gibt den Zusammenhang zwischen  $N_{(0^\circ)} : N_{(90^\circ)}$ ,  $r : l$  und  $\mu \cdot h$ . Der daraus gewonnene  $\mu$ -Wert befindet sich in befriedigender Übereinstimmung mit dem aus sonstigen Messungen bekannten  $\mu$ -Wert des Strahlungsgemisches. Versuche zur Zerlegung des  $\mu$ -wertes in mehrere Komponenten sind bisher nicht gemacht. Das Maximum der aus ringförmigen Himmelszonen gleicher Breite  $\delta\varphi$  eingestrahlten Intensität liegt bei Zählrohrmessungen im Meeresniveau etwa bei  $40^\circ$ .

Auf die Besonderheiten des vertikalen Zählrohreffektes bei Koinzidenzmessungen kann aus Raummangel nicht näher eingegangen werden. Die Rechnungen und Beobachtungen [TUWIM und KOLHÖRSTER (363, 364, 429, 569)] zeigen, daß dann die Koinzidenzhäufigkeit außer von  $\alpha$  (Neigungswinkel der parallelen Zählrohrachsen mit der Vertikalen), auch noch von  $\omega$  abhängt, wo  $\omega$  den

<sup>1</sup> Die Ordinate  $\frac{\delta J}{\delta \cos \varphi}$  gibt direkt die Strahlung pro Raumwinkelinheit an, wenn  $\delta J$  die aus einer ringförmigen Zone einfallende Intensität ist und diese Zone durch die Winkel  $\varphi$  und  $\varphi + \delta\varphi$  zur Vertikalen begrenzt wird.

\* Der Azimutaleffekt ist nicht berücksichtigt.

<sup>2</sup> In großen Höhen finden PICCARD und COSYNS keinen vertikalen Zählrohreffekt, was auf allseitig gleichmäßigen Korpuskeleinfall hinweist. (Einfluß des Erdfeldes?) (452, 566a).

Winkel der Vertikalen mit der Verbindungslinie der Zählrohrmitten bedeutet. Es ist dann die Häufigkeit der Koinzidenzen gegeben durch die Beziehung  $K_{\mu h}(\alpha, \omega) = K_{\mu h}(0^\circ, \omega) \cos^2 \alpha + K_{\mu h}(90^\circ, \omega) \sin^2 \alpha$ . Auch dieses Gesetz ist durch zahlreiche Messungen bestätigt.

Große Bedeutung kommt den Richtungsmessungen mit Zählrohrkoinzidenzen zu. Allerdings ist bei diesen Messungen immer die Voraussetzung gemacht, daß die Koinzidenzfähigkeit der Ultrastrahlung (364, 661) für alle Einfallrichtungen, d. h. für alle Energien der Korpuskeln die gleiche ist. Nach neuen Messungen von KOLHÖRSTER und TUWIM (429, 570, s. a. 415) soll jedoch die unter größeren Winkeln zur Vertikalen einfallende härtere Ultrastrahlung eine höhere Koinzidenzfähigkeit haben als die senkrecht einfallende. Ohne Berücksichtigung dieser verschiedenen Koinzidenzfähigkeit gedeutete Richtungsmessungen mit Zwei- und Dreifach-Zählrohranordnungen sind von BERNARDINI (379) und in verschiedenen Höhenlagen von JOHNSON (558, 561, 563, 564) ausgeführt. Sie geben direkt immer die Strahlungsdichte an. Bei BERNARDINI ist der Abfall unter größeren Winkeln steiler als aus dem  $\mu$ -Wert berechnet<sup>1</sup>. JOHNSON (558) findet im Gegensatz zu STEINKES Messungen (Abb. 20), daß mit zunehmender Höhe nicht im Zenit, sondern unter 30—40° die Strahlungsdichte am raschesten zunimmt. Messungen mit und ohne Bleifilterung zeigen ungefähr den gleichen Verlauf. JOHNSON berechnet weiter, daß die Korpuskelhäufigkeit mit der Höhe viel weniger zunimmt als die Ionisation ( $J_{2000 \text{ m}} : J_{200 \text{ m}} = 1,91$ ,  $N_{2000 \text{ m}} : N_{200 \text{ m}} = 1,46$ ).

Widerspruchsvoll sind auch die Angaben über die Schwächung unter verschiedenen Winkeln. Während KOLHÖRSTER (427) bei geneigteren Strahlen größere Härte als bei vertikalen festgestellt hat, findet ROSSI (348), daß die Schwächung der geneigten Strahlen größer ist als die der senkrechten, was er durch Streuung zu erklären sucht. Nach den neuen Messungen von CLAY (684) und BENEDETTI (678) stimmt die Richtungsverteilung nicht mit der Schwächung in Panzern überein. Denn sie finden bei Erhöhung des Panzers eine viel geringere Schwächung als sich aus der Richtungsverteilung (Abnahme bei entsprechender Luftschichtzunahme) berechnen läßt. GROSS dagegen (542) rechnet eine befriedigende Übereinstimmung zwischen den JOHNSONschen Richtungsmessungen und Höhen- und Tiefenkurven heraus.

Auch Richtungsmessungen in WILSON-Kammern zeigen nicht übereinstimmende Ergebnisse. So geben ANDERSON (370) und KUNZE (583) eine starke Bevorzugung des vertikalen Einfalls an, während SKOBELZYN (205, 471) aus seinen Aufnahmen mehr auf eine

<sup>1</sup> Bei Berücksichtigung der verschiedenen Koinzidenzfähigkeit würde er noch steiler werden.

gleichmäßige Verteilung der Ultrastrahlungsbahnen schließt, wobei die Richtung der Primär- und Sekundärstrahlung mehr oder weniger unabhängig voneinander sein sollen. Das gesamte Material an Nebelkammeraufnahmen dürfte aber noch nicht umfangreich genug sein, um einwandfreie Verteilungskurven zu erhalten.

## B. Die Wechselwirkung zwischen Ultrastrahlung und Materie.

### § 5. Schwächung und Übergangseffekte bei verschiedenen Materialien.

Wir haben bisher die Ergebnisse der Ultrastrahlungsforschung besprochen, die sich aus der Beeinflussung durch die besonderen Verhältnisse der Erde ergeben (Höhen- und Tiefenkurven, atmosphärische Ausblendung, geomagnetische Effekte). Wir kommen nunmehr zu den Untersuchungen mit speziellen Laboratoriumsanordnungen.

a) **Ionisationskammermessungen.** Die Flugzeug- oder Ballonmessungen und die Wasserversenkregistrierungen ermöglichen besonders einfache Bestimmungen von Schwächungskoeffizienten der Ultrastrahlung, weil sie in einem einheitlichen Medium (Luft oder Wasser) ausgeführt sind. Außerdem stört bei ihnen fast gar nicht die sog. Umgebungsstrahlung, die durch radioaktive Verunreinigungen in der Nachbarschaft hervorgerufen ist. Intensitätsmessungen im Laboratorium (235) dagegen haben den Nachteil, daß diese Umgebungsstrahlung nicht genügend bekannt ist bzw. nicht getrennt gemessen werden kann. Ihre Beseitigung durch Panzerung der Apparatur<sup>1</sup> gibt andererseits für die Ultrastrahlung neue Komplikationen (Übergangseffekte). In Unkenntnis dieser Tatsachen ergaben die ersten Messungen hinter Metallpanzern Resultate, die sowohl in bezug auf die Intensität wie auch auf die  $\mu$ -Werte von den in Wasser und Luft gemessenen Werten stark abwichen<sup>2</sup>. Grundlegende Klärung dieser Verhältnisse erfolgte hier erst durch die Aufdeckung der Übergangseffekte in den Arbeiten von HOFFMANN (104, 107), STEINKE (119, 160, 269), MYSSOWSKY und TUWIM (153), SCHINDLER (355) u. a.<sup>3</sup> Besonders letzterer hat systematische Untersuchungen darüber angestellt. Wenn die Ultrastrahlung hinreichend lange durch ein homogenes Medium (z. B. Luft) gegangen ist, hat

<sup>1</sup> 10 cm Pb genügen, um Radium- $\gamma$ -Strahlung bis auf 2% zu absorbieren, während die Ultrastrahlung dadurch nur um etwa 20% geschwächt wird. Gegenüber einer Ultrastrahlungsintensität im Meeresniveau von etwa 2 I fällt die Umgebungsstrahlung mit etwa 5 I in normalen Räumen und über dem Erdboden stark ins Gewicht.

<sup>2</sup> Literatur darüber bei 23, 27, 28, 41, 42, 43, 56, 58, 59, 60.

<sup>3</sup> Übergangseffekte an Ra- $\gamma$ -Strahlen sind von WORKMAN (670) untersucht.

sie sich mit der von ihr in diesem Medium erzeugten Sekundärstrahlung gesättigt und der Abfall der gesamten Strahlungsintensität (Primär- + Sekundärstrahlung) ist dann nur noch durch das Schwächungsgesetz der Primärstrahlung bedingt. Beim Übergang vom einen zum anderen Medium dagegen tritt eine Störung des Sättigungsgleichgewichts ein und die Intensitätskurve geht allmählich von der Kurve des ersten Mediums in die des zweiten Mediums<sup>1</sup> über (Abb. 22). Die Breite dieses Übergangsbereiches beträgt im

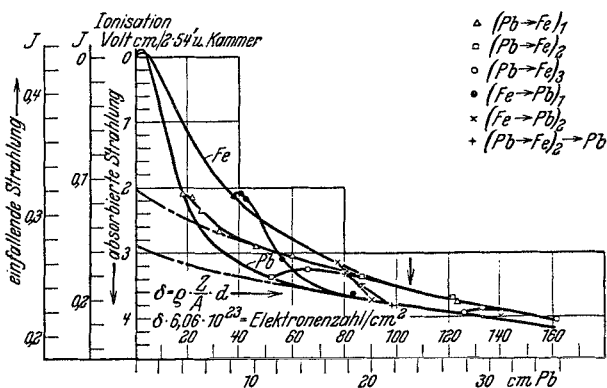


Abb. 22. Übergangskurven zwischen Blei und Eisen. (Nach SCHINDLER.)

Meeresniveau etwa 12 cm Pb. Sie nimmt mit wachsender Höhe wegen der dort stärker vorhandenen energieärmeren Strahlung ab. [In großen Höhen beträgt sie nur noch etwa 7 cm Pb (160, 378, 606, 620, 685).]

Eine quantitative Erklärung der Übergangseffekte ist nach JOHNSON (417, 420) unter der Annahme möglich, daß die primäre Strahlung in jedem Medium *n* eine ionisierende Sekundärstrahlung erzeugt, deren Intensität und Härte für dieses Medium charakteristisch sind und deren Schwächungskoeffizient außer von dem erzeugenden Medium *n* auch noch von dem schwächenden Medium *m* abhängt. Tabelle 5 zeigt die JOHNSONSche Berechnung der  $\mu$ -Werte aus den SCHINDLERSchen Messungen. Generell ergibt sich, daß in schweratomigen Elementen zwar mehr, aber energieärmere Sekundärstrahlung erzeugt wird als in solchen niedriger Ordnungszahl.

Tabelle 5. Berechnung der Schwächungskoeffizienten der sekundären Strahlung aus SCHINDLERS Übergangskurven. (Nach JOHNSON.)

$\mu (m, n)$	Entstehungsmedium <i>n</i>		
	Luft qcm/g	Eisen qcm/g	Blei qcm/g
Schwächungsmedium <i>m</i>	Eisen	0,031	0,046
	Blei	0,044	0,063

noch von dem schwächenden Medium *m* abhängt. Tabelle 5 zeigt die JOHNSONSche Berechnung der  $\mu$ -Werte aus den SCHINDLERSchen Messungen. Generell ergibt sich, daß in schweratomigen Elementen zwar mehr, aber energieärmere Sekundärstrahlung erzeugt wird als in solchen niedriger Ordnungszahl.

<sup>1</sup> Die Umrechnung erfolgt bei SCHINDLER stets auf gleiche Zahl von durchsetzten Schalenelektronen.

Aus diesen Betrachtungen ergibt sich, daß der  $\mu$ -Wert der primären Strahlung immer erst aus Messungen hinter großen Panzerdicken einheitlichen Materials bestimmt werden kann. Solche Vergleichungsmessungen verschiedener Materialien sind in letzter Zeit von TIELSCH<sup>1</sup> ausgeführt. Das Ergebnis dieser Messungen, bei denen das Übergangsgebiet durch Umgeben der Ionisationskammer mit 16 cm Pb ausgeschaltet wird, ist in Abb. 23 dargestellt. Danach ergeben sich

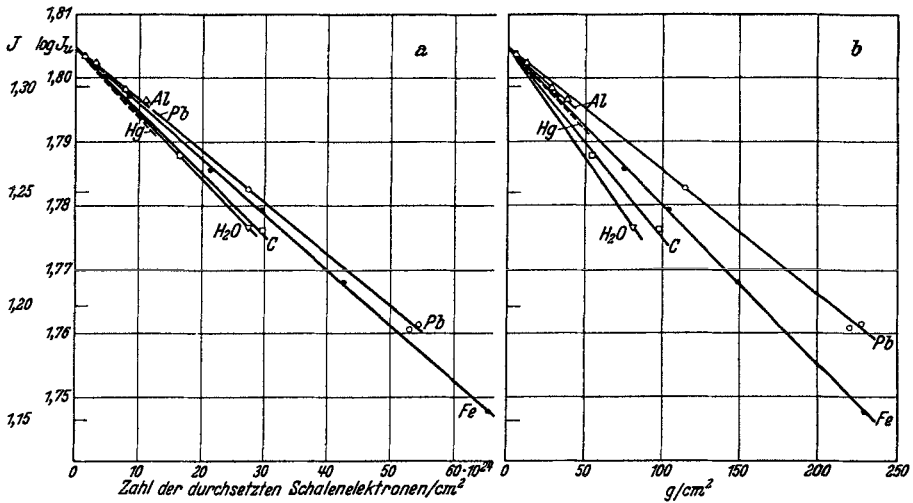


Abb. 23a und b. Schwächung der Ultrastrahlung durch verschiedene Panzermaterialien. Ordinate:  $\log J_u$  (in willkürlichen Einheiten) bzw.  $J$  in Ionenpaaren/ccm und sec. Abszisse: a) Zahl der durchsetzten Schalelektronen/qcm ( $e \cdot \frac{Z}{A} \cdot d \cdot L$ ). b) Durchsetzte Masse in g/qcm. (Nach TIELSCH.)

in dem von TIELSCH untersuchten Energiebereich der Ultrastrahlung bei den verschiedenen Materialien erhebliche Unterschiede in den gemessenen Schwächungskoeffizienten pro Schalelektron<sup>2</sup>, und zwar scheint, wenn man von den vielleicht noch nicht genügend genauen Messungen bei Hg und Al absieht, ein Gang umgekehrt mit der Ordnungszahl vorzuliegen. Die Massenabsorptionskoeffizienten weichen noch mehr voneinander ab (Abb. 23b), so daß man sicherlich nicht die Kernelektronen für die Schwächung mit heranziehen darf, wie es von JEANS-REGENER (s. § 3a) unter Annahme einer Wellenstrahlung versucht worden ist. Bei Annahme einer primären Korpuskularstrahlung sind zwar Unterschiede im gleichen Sinne zu erwarten,

<sup>1</sup> Noch nicht vollständig veröffentlicht. Teilweise siehe 65r.

<sup>2</sup> Das Ergebnis von SCHINDLER-JOHNSON, daß bei derartiger Umrechnung der  $\mu$ -Wert für die Primärstrahlung in Eisen erheblich größer ist als in Blei, liegt gerade an der Grenze der SCHINDLERSCHEN Meßgenauigkeit. Das TUIWIMSCHES Resultat (664), der in Zählrohren verschiedener Gasfüllung Ionisation etwa entsprechend der Schalelektronenzahl findet, bezieht sich hauptsächlich auf die weichen Sekundärstrahlen.

wie aus den theoretischen Betrachtungen von HEISENBERG (405), BETHE (216, 380, 509), BLOCH (514, 515), FLÜGGE (537) folgt. Jedoch sind die von TIELSCH gemessenen Differenzen noch zu groß. Man wird deshalb noch andere Schwächungsprozesse als normale Bremsung und Streuung mit heranziehen müssen. Daß solche neuartigen Schwächungsvorgänge unter Kernbeeinflussung bei der Ultrastrahlung vorkommen, zeigt das Auftreten von Korpuskulargarben oder „Schauern“ bei den WILSON-Kammeraufnahmen (§ 6a) und bei Zählrohrvielfachkoinzidenzen (§ 5b).

b) **Zählrohrkoinzidenzmessungen.** Die in einer Ionisationskammer durch die Ultrastrahlung erzeugte Ionisation muß im Falle einer primären Wellenstrahlung nur durch Korpuskeln sekundärer Art, im Fall einer primären Korpuskularstrahlung durch solche primärer und sekundärer Natur hervorgerufen sein. Auf sehr geschwinde Korpuskeln, die als Sekundärkorpuskeln der Ultrastrahlung gedeutet werden, hat schon SKOBELZYN (118, 205) aus Nebelkammeraufnahmen geschlossen, aber erst BOTHE und KOLHÖRSTER (166, 167, 168, 169) erbringen in ihren grundlegenden Zählrohrkoinzidenzversuchen den Nachweis der durchdringenden Ultrastrahlungskorpuskeln. Sie deuten das gleichzeitige Ansprechen zweier übereinanderliegender Zählrohre durch die Annahme, daß ein und dasselbe ionisierende Teilchen beide Zählrohre durchflogen hat. Sie bestimmen aus der Abnahme der Koinzidenzen in Abhängigkeit von dazwischen geschobenen Absorbern den Schwächungskoeffizienten dieser korpuskularen Ultrastrahlung. Er ergibt sich überraschenderweise etwa ebenso groß wie der für die gesamte Strahlung mit Ionisationskammern gemessene Wert. Daher scheint es möglich, daß die Ultrastrahlung selber primär aus solchen Korpuskeln besteht. Diese BOTHE-KOLHÖRSTERSCHEN Versuche sind sehr eingehend von ROSSI (259, 343, 344, 346, 458, 461, 463, 624) weitergeführt worden. Er hat Dreifachkoinzidenzen noch durch rund 1 m Blei erhalten und daraus einen  $\mu$ -Wert bestimmt, der sich in zumindest größenordnungsmäßiger Übereinstimmung mit dem aus Wasserversenkmessungen bekannten  $\mu$ -Wert der gesamten Ultrastrahlung befindet. Will man aber diese Korpuskeln auch noch als Sekundärkorpuskeln deuten, so ergibt sich bei Annahme einer primären Wellenstrahlung die Schwierigkeit, daß die Atmosphäre nicht zur Sättigung mit Sekundärstrahlung ausreicht. Die Bestimmung eines  $\mu$ -Wertes in diesem Bereich, der dann noch Übergangsgebiet ist, würde sinnlos werden. Rossi diskutiert die Schwierigkeiten<sup>1</sup> eingehend und kommt zu dem Schluß, daß seine Messungen sich am einfachsten durch die Annahme einer primären Korpuskularstrahlung erklären lassen, deren Energie dann allerdings mindestens  $1,4 \cdot 10^{10}$  e-Volt betragen müsse. Diese Messungen von BOTHE und KOLHÖRSTER und von ROSSI, vor Entdeckung

<sup>1</sup> Siehe hierzu die Bemerkung von LENZ (587).



des Breiteneffektes ausgeführt, waren der Anlaß, der Möglichkeit einer korpuskularen Natur der Ultrastrahlung wieder erhöhte Aufmerksamkeit zu widmen.

Besonders interessant sind die Messungen, die sich mit der Auslösung sekundärer Korpuskularstrahlung beschäftigen; denn sie geben

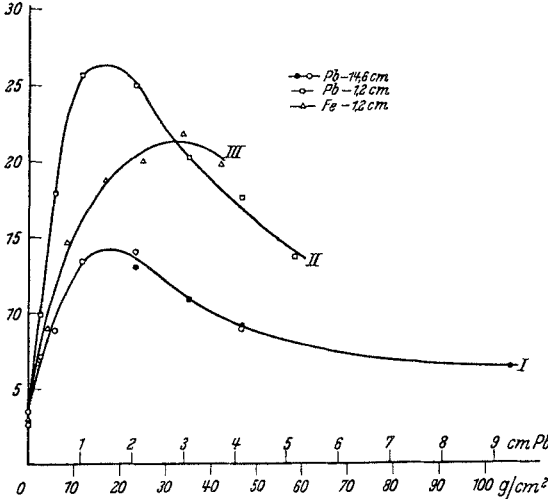


Abb. 24. Abhängigkeit der Zahl der Dreifachkoinzidenzen von der Dicke der Streuschicht. Kurve I: Pb, Abstand der Streuschicht von den zwei oberen Zählrohren 14,6 cm. Kurve II: Pb, Abstand der Streuschicht von den zwei oberen Zählrohren 1,2 cm. Kurve III: Fe, Abstand der Streuschicht von den zwei oberen Zählrohren 1,2 cm. (Nach ROSSI.)

uns weiteren Aufschluß über den Einzelvorgang bei der Schwächung. ROSSI (343, 344, 460, 462, 464, 466, 624) und FÜNFER (538) haben gezeigt, daß zwei nebeneinanderliegende Zählrohre mit einem darüberliegenden dritten Dreifachkoinzidenzen geben, wenn Pb darüber oder sogar darunter angebracht wird. Dies ist ein Vorgang, der mit normalen COMPTON-Prozeß-Vorstellungen nicht vereinbar ist, sondern auf die gleichzeitige Auslösung von mehreren Korpuskeln hindeutet. Zahlreiche andere Messungen (301, 418, 423, 489, 659) bestätigen das gruppenweise Auftreten von sekundären Korpuskularstrahlen („Schauern“).

Die Häufigkeit der Koinzidenzen nimmt mit zunehmender Dicke der Streuschicht (Abb. 24) zunächst zu, danach aber erfolgt eine Abnahme entsprechend dem  $\mu$ -Wert der sie auslösenden Strahlung<sup>1</sup>. ROSSI (623, 624, 625, 626) und FÜNFER (538) betrachten die primäre Ultrastrahlung, evtl. weiche Komponenten als verantwortlich hierfür. BHABHA (511) dagegen, der die Messungen ROSSIS eingehend diskutiert, nimmt zur Erklärung des großen  $\mu$ -Wertes (er berechnet  $\mu_{Pb} = 0,26 \text{ cm}^{-1} = 0,023 \text{ qcm/g}$ ) an, daß erst sekundäre Strahlung diese Korpuskeln erzeugt. Die Reichweite dieser Schauerteilchen ist durch die Lage des Maximums gegeben. Sie ist nach ROSSI bei Eisen größer als bei Blei, nach FÜNFER dagegen unabhängig vom Material etwa 18 g/qcm (Pb, Fe, Al). Die Messungen von SAWYER (629) (ebenfalls mit Dreifachkoinzidenzen) zeigen dagegen bei bereits 8 g/qcm ein

<sup>1</sup> Nach neuen Messungen von ACKEMANN und HUMMEL (674, 692) soll sich bei größeren Dicken noch ein zweites Maximum ergeben.

Maximum der Koinzidenzhäufigkeit und hinterher einen wesentlich steileren Abfall ( $\mu = 0,044 \text{ qcm/g}$ )<sup>1</sup>.

Ebenso wie ROSSI erhält auch FÜNFER eine Zunahme der Dreifachkoinzidenzen, wenn er *unter* die Zählrohre Blei legt, wobei die Zunahme besonders groß ist, wenn sich Blei auch über dem Zählrohr befindet. Auch ein seitlich stehender Bleipanzern gibt bis zu 0,6 cm Dicke noch eine Vergrößerung der Koinzidenzzahl. FÜNFER deutet dies durch Streuung der Sekundärkorpuskeln in dem darüber- oder danebenliegenden Blei um große Winkel. Infolge dieser seitwärts und rückwärts gestreuten Korpuskeln können Koinzidenzen zustande kommen, ohne daß eine und dieselbe Korpuskel zwei Zählrohre durchsetzt. Die dazwischenliegende Absorberdicke ist demnach kein Maß für die Reichweite der Korpuskeln. Diese Einwände gegen die Reichweitenmessungen sind besonders von JOHNSON (420) und ANDERSON und MILLIKAN (675) erhoben.

Bei verschiedenen Materialien und genügend dünnen Schichtdicken, so daß von einer Absorption darin abgesehen werden kann, findet ROSSI, daß die Häufigkeiten der Schauer für Blei, Eisen, Aluminium sich etwa wie 4:2:1 verhalten, was nach BHABHA angenähert (Atomgewicht)<sup>2/3</sup> proportional sein würde. Bei FÜNFER scheint das Verhältnis allerdings etwas kleiner zu sein (etwa 2:1,6:1). FÜNFER hat auch die Häufigkeiten der Zwei-, Drei-, Vier- und Fünfkoinzidenzen verglichen und findet dafür die Verhältniszahlen 100:22:4,5:0,6. Deshalb erscheint uns die Annahme von BHABHA zu weitgehend, daß auch schon jede Dreifachkoinzidenz den Nachweis eines aus mindestens 100 Korpuskeln bestehenden Schauers darstellt. Trotzdem dürfte die BHABHASche Folgerung zutreffen, daß die Schauer im wesentlichen erst durch Sekundärstrahlung hervorgerufen werden. Hierbei ist es noch zweifelhaft, ob diese korpuskuläre oder wellenmäßige Natur hat<sup>2</sup>. Auch muß wie bei der Sekundärstrahlung die Abnahme der Primärstrahlung außer durch Streuung und Bremsung noch wesentlich durch einen unbekanntem Prozeß der Sekundärstrahlungsbildung mit hoher Energieübertragung erfolgen. Nur so ist es zu verstehen, daß auch eine *korpuskuläre* Strahlung dieser Energie einen exponentiellen Intensitätsabfall zeigt, wie er aus den Messungen mit großen Absorberdicken (Höhen- und Tiefenkurven) hervorzugehen scheint.

<sup>1</sup> Ein quantitativer Vergleich aller dieser Messungen mit den SCHINDLERSchen Werten (§ 5a) ist deshalb schlecht möglich, weil bei SCHINDLER alle Sekundärkorpuskeln gemessen werden, hier dagegen nur die Korpuskelgruppen. Bei SCHINDLER sind die berechneten  $\mu$ -Werte wesentlich kleiner als z. B. bei FÜNFER (0,087 qcm/g gegenüber 0,14 qcm/g für Korpuskeln aus Blei). Es bleibt verwunderlich, daß ROSSI in Übereinstimmung mit SCHINDLER eine Abhängigkeit der Energie der Korpuskeln von dem Material findet, in dem sie *erzeugt* werden, während nach FÜNFER dies nicht der Fall ist.

<sup>2</sup> Die Nebelkammeraufnahmen (§ 6a) sprechen sehr für Photonen.

## § 6. Energiebestimmungen am Einzelprozeß.

a) **Magnetische Ablenkungsversuche.** Besonders wertvolle Aufschlüsse über den Einzelprozeß bei der Schwächung der Ultrastrahlung durch Materie geben uns die Nebelkammeraufnahmen in starken Magnetfeldern<sup>1</sup>. Die ersten Aufnahmen dieser Art stammen von SKOBELZYN (118, 165, 205, 471, 472). In letzter Zeit sind solche besonders von ANDERSON (370, 445, 499, 500, 501, 502, 675), BLACKETT und OCCHIALINI (381, 512), KUNZE (430, 582, 583) und LOCHER (327, 589, 591, 592) ausgeführt worden. MILLIKAN und ANDERSON haben mit Magnetfeldern bis zu 20000 Gauß mehrere Tausend Aufnahmen gemacht, von denen etwa 3% Bahns Spuren von Ultrastrahlkorpuskeln enthalten, die in fast allen Fällen durch das Magnetfeld gekrümmt werden können. Aus einer Serie von 815 Ultrastrahl aufnahmen sind 87% einzelne Bahns Spuren, 10% doppelte, 0,9% 3fache, ebensoviel 4fache, 0,4% 5fache. Auf 6—10fache Bahnen entfallen nur 0,9% und mehr als 10 gleichzeitige Bahnen zeigt aus dieser Serie überhaupt nur eine Aufnahme<sup>2</sup>. Etwa 33% der Korpuskeln besitzen Energien unter  $0,35 \cdot 10^9$  e-Volt, 42% zwischen  $0,35$  und  $1 \cdot 10^9$  e-Volt und 23% von  $1—3 \cdot 10^9$  e-Volt<sup>3</sup>. Überraschenderweise ergibt sich eine beträchtliche Anzahl (30—50%) positiver Teilchen, die zunächst als Protonen gedeutet werden. ANDERSON (499, 500, 501, 502) kommt jedoch bald zu einem anderen Schluß. Durch in die Kammer geschobenes Pb von einigen Millimetern Dicke ist es möglich, die darin ausgelösten Sekundärkorpuskeln zu beobachten. Die aus der Bahnkrümmung unter der Annahme einer Protonenmasse für das Teilchen berechnete Energie ist viel zu klein, um die großen in der Kammer tatsächlich gemessenen Reichweiten und die Durchdringung von einigen Millimetern Pb zu erklären (Abb. 25). Deshalb sieht ANDERSON nur in der Annahme eines positiven Teilchens mit einer Masse, die sich von der des negativen Elektrons nicht viel unterscheidet, eine Erklärungsmöglichkeit.

Eine Bestätigung dieses fundamentalen Befundes folgt unmittelbar hinterher durch Aufnahmen von BLACKETT und OCCHIALINI (512). Nach der von diesen Forschern vorgeschlagenen Modellvorstellung, die unmittelbar auf die DIRACsche Theorie negativer Energiezustände

<sup>1</sup> Versuche, die Ablenkung der durch Zählrohrkoinzidenzen ausgeblendeten Strahlenbündel in starken Magnetfeldern zu messen und daraus die Energie der Korpuskeln zu bestimmen, haben nicht zu eindeutigen Ergebnissen geführt (173, 225, 397, 250, 326, 447, 273, 256, 257, 345, 347, vgl. hierzu auch 668, 496).

<sup>2</sup> Auf die Gleichzeitigkeit kann aus der gleichen Schärfe der Spur geschlossen werden.

<sup>3</sup> Über die restlichen 2% wird nichts ausgesagt, wahrscheinlich können diese Bahnen mangels genügender Krümmung nicht ausgemessen werden, denn KUNZE, der bei 90 Bahnen eine ähnliche Verteilung gefunden hat, beobachtet auch noch zwei Korpuskeln mit Energien von mehr als  $3 \cdot 10^9$  e-Volt.

zurückgeht<sup>1</sup>, erfolgt die Entstehung eines positiven Elektrons (Positrons) immer gleichzeitig mit der eines negativen als sog. Zwillingsbildung beim Auftreffen eines Photons auf einen Kern. Hierbei muß das Photon eine Mindestenergie von  $2 m_0 c^2 = 1 \text{ eMV}$  besitzen<sup>2</sup>. Der Kern, der bei dem Zusammenstoß den Impulsüberschuß aufnimmt,

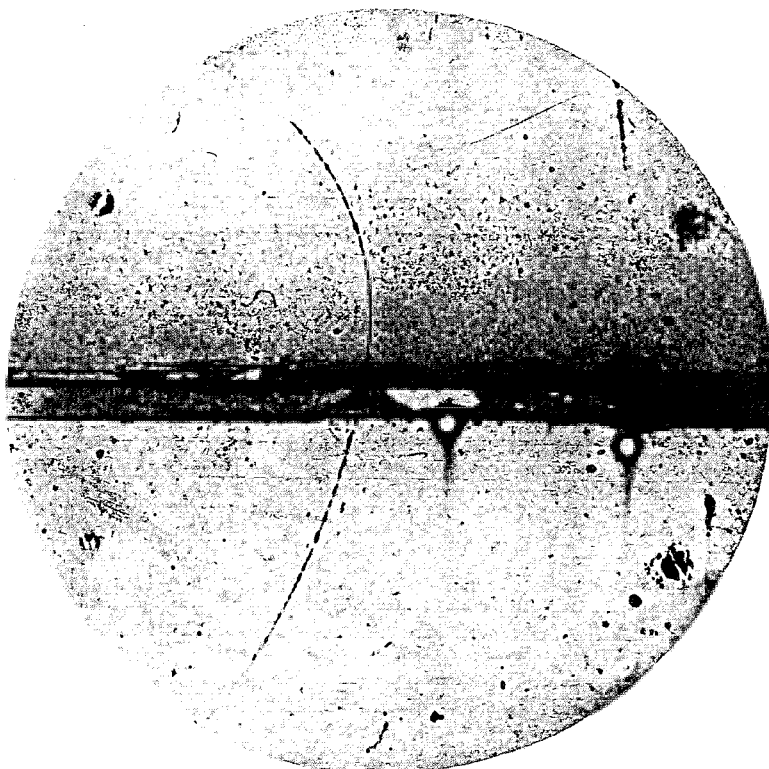


Abb. 25. Nebelkammeraufnahme von ANDERSON. Ein 63 eMV-Positron geht durch eine 6 mm dicke Bleiplatte und tritt als 23 eMV-Positron aus. Die Länge der letztgenannten Bahn ist mindestens roman größer als die mögliche Länge der Bahn eines Protons von der Energie, die aus der Krümmung errechnet wird. Wollte man die Bahnen als Elektronenbahnen deuten, dann müßte das Elektron als 23 eMV-Elektron in das Blei eintreten und als 63 eMV-Elektron ausgetreten sein.

braucht seinerseits nicht zerstört zu werden. Nach dieser Ansicht sind die Nebelspuren ausschließlich durch Elektronen und Positronen hervorgerufen (Protonen treten nur in verschwindender Anzahl auf) und das gleichzeitige Auftreten von mehreren Korpuskeln (Schauern) ist als mehrfache Bildung von Elektronenpaaren — evtl. auch an mehreren Kernen — aufzufassen. Auf die sich anschließenden zahlreichen Untersuchungen über das Entstehen von positiven Elektronen

<sup>1</sup> Weitere theoretische Überlegungen hierzu siehe unter 538a, 545, 606a, 606b.

<sup>2</sup> 1 eMV =  $10^6$  e-Volt.

bei Beschießung von Kernen mit radioaktiven Strahlen ( $\gamma$ -Strahlen, Neutronen), die die skizzierte Vorstellung stark stützen, und auf die Bedeutung dieses Phänomens bei der zusätzlichen Kernabsorption für  $\gamma$ -Strahlen kann hier nur verwiesen werden [z. B. Bericht von KUNZE u. a. (583a, 513, 681)].

Die Schauerbildung ist besonders von BLACKETT und OCCHIALINI (512) und neuerdings von ANDERSON (675) und Mitarbeitern untersucht worden. Mit ihren durch Zählrohrkoinzidenzen gesteuerten WILSON-Kammern erhalten sie eine starke Bevorzugung der Schauer

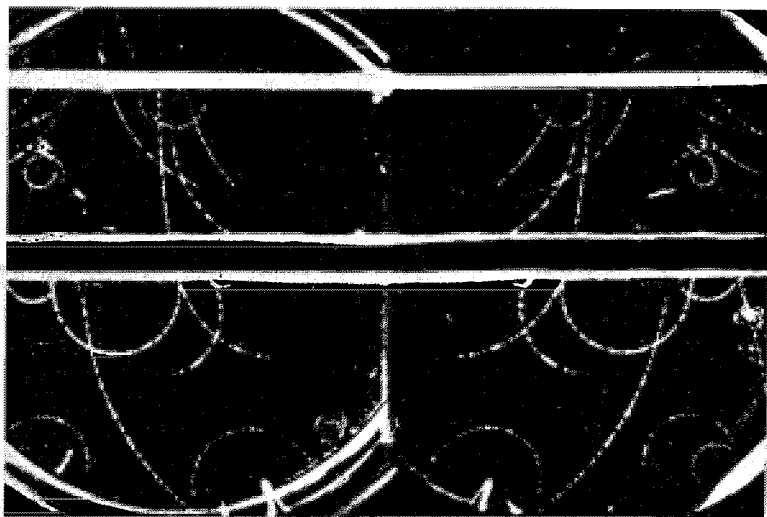


Abb. 26. Nebelkammeraufnahme von ANDERSON, durch Zählrohrkoinzidenzen ausgelöst. Feld 17000 Gauß. Keine der Korpuskeln kann beide Zählrohre durchsetzt haben. Die an verschiedenen Stellen gleichzeitig auftretenden Korpuskeln (Paare und Einzelelektronen) sind wahrscheinlich durch sekundäre Photonen (Photonengarben) in den Wänden der Kammer bzw. in den sie durchsetzenden Pb-Platten ausgelöst.

gegenüber den einzelnen Korpuskeln. Aufnahmen von 20 und mehr gleichzeitigen Korpuskeln — bei ANDERSON bis zu 80 — sind dadurch möglich (Abb. 26—28). In vielen Fällen kommen mehrere Korpuskelgruppen von verschiedenen Zentren, ohne daß von dem sie gleichzeitig auslösenden Vorgang eine Spur zu entdecken ist. Die amerikanischen Forscher machen deshalb die Annahme, daß die Schauer durch Photonen, evtl. Photonengarben<sup>1</sup> ausgelöst werden, wobei über

<sup>1</sup> Die Deutung durch Neutronen lehnen sie ab, weil bei ihnen von der Strahlung auch noch Sekundärelektronen kleiner Energie erzeugt werden. Daneben treten ebenso wie bei LOCHER (591, 592, s. a. 506, 535), noch einige Spuren von Rückstoßatomen auf, die von LOCHER als Zusammenstoß von Neutronen mit Kernen gedeutet wurden. ANDERSON, MILLIKAN und Mitarbeiter halten diese Deutung noch nicht für sicher; vor allem dürfte nach ihrer Meinung ein Teil durch radioaktive Strahlen, nicht aber durch Ultrastrahlung ausgelöst sein.

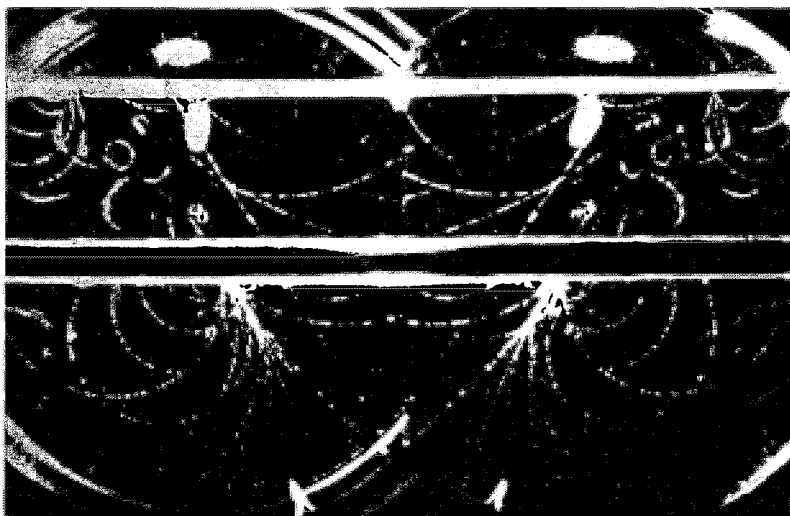


Abb. 27. Nebelkammeraufnahme von ANDERSON, durch Zählrohrkoinzidenzen ausgelöst. Feld 17000 Gauß. Besonders beachtenswert ist der in der unteren Bleiplatte ausgelöste Schauer von 22 Korpuskeln, der aus 7 positiven und 15 negativen Elektronen besteht. Ein Positron von 520 eMV. durchsetzt beide Bleiplatten. Die weißen Flecken stellen vorher erfolgte Ionisation durch Rückstoßkerne dar.

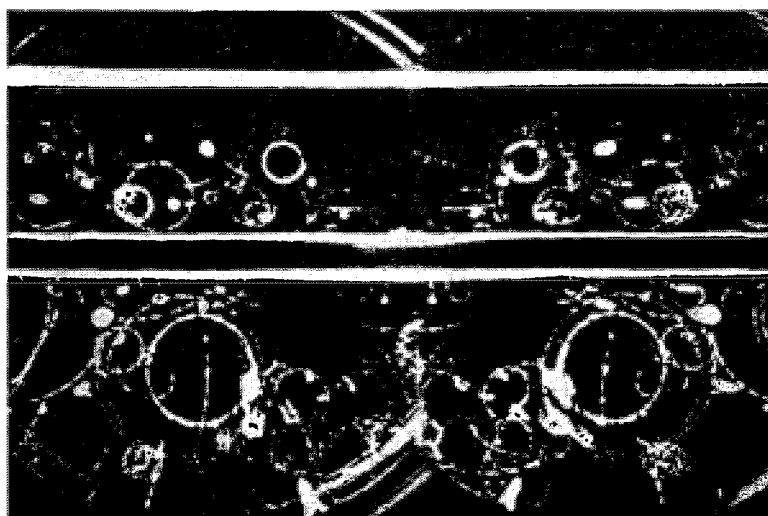


Abb. 28. Nebelkammeraufnahme von ANDERSON, durch Zählrohrkoinzidenzen ausgelöst. Feld 17000 Gauß. Zahlreiche Schauer von den verschiedensten Zentren, wahrscheinlich durch energiearme Sekundärphotonen entstanden, die durch Zusammenstoß eines primären Photons mit einem Bleikern oberhalb der Kammer gebildet sein sollen.

deren Ursprung zunächst keine Annahmen gemacht werden. Nur in ganz seltenen Fällen (1:1000) hat eine Korpuskel ein Elektronenpaar

erzeugt. Die Schwächung dieser Korpuskeln erfolgt also anscheinend durch normale Bremsung und Streuung. Direkte Messungen des Energieverlustes aus dem Krümmungsradius vor und nach Durchsetzen einer Bleischicht ergeben für Elektronen von  $5 \cdot 10^8$  e-Volt einen Wert von etwa  $35 \text{ e MV/cm Pb}$  in annähernder Übereinstimmung mit dem BETHESchen theoretischen Wert von  $22 \text{ e MV/cm Pb}$ .

Eine Bestätigung ihrer Theorie der Schauererzeugung durch Photonengarben sehen sie in der Tatsache, daß sie auf 3% ihrer Aufnahmen, die doch durch das gleichzeitige Ansprechen der Zählrohre bewirkt werden, keine Korpuskel finden, die beide Zählrohre gleichzeitig durchsetzt haben kann, und daß dieser Bruchteil sich auf 10% erhöht, wenn zwischen die Zählrohre in die Kammer ein 1 cm dicker Bleistreifen eingelegt wird. Nach diesem Befund bezweifeln die Forscher die Richtigkeit der Absorptionsmessungen mit Zählrohrkoinzidenzen (wie auch JOHNSON, s. § 5b). Da sie keine Energie größer als  $3 \cdot 10^9$  e-Volt finden (auch die Summe der Energien aller gleichzeitigen Schauerteilchen auf einer Aufnahme ist niemals größer!), bestreiten sie die Möglichkeit, daß eine einzelne Korpuskel mehr als 30 cm Blei direkt durchsetzt und suchen anderslautende Ergebnisse anderer Forscher durch ihre obigen Vorstellungen über die Schauerbildung zu erklären<sup>1</sup>. Was den Vorgang der Schauerlösung selber anbelangt, so stimmen sie nicht der Vorstellung von BLACKETT und OCCHIALINI zu, daß es sich nur um eine Aufspaltung des  $\gamma$ -Quants in Elektronenzwillinge ohne Kernveränderung handelt. Da sie nämlich im allgemeinen bei einzelnen Schauern (Abb. 27) zum Teil sehr ungleiche Zahlen von Positronen und Elektronen finden, halten sie es für wahrscheinlicher, daß diese Schauer das Ergebnis einer Kernumwandlung und nicht nur einer Kernanregung sind.

Wir können dieses Kapitel nicht abschließen, ohne auf die Widersprüche hinzuweisen, die sich aus diesen Messungen und Deutungen der amerikanischen Forscher mit denen anderer Forscher ergeben. Ihre Deutung der Entstehung der Schauer deckt sich zwar in vielem mit der Erklärung der Mehrfachkorpuskeln bei ROSSI durch ВНАВНА, aber nach ihrer Ansicht soll eine korpuskulare Strahlung mit Energien von mehr als  $3 \cdot 10^9$  e-Volt, wenn überhaupt, nur in verschwindender Intensität vorhanden sein, während die Messungen über den Breiten effekt und die Schwächungsmessungen mit großen Absorberdicken zu dem Schluß zwingen, daß Korpuskeln mit Energien von  $10^{10}$  bis  $10^{11}$  e-Volt auch im Meeresniveau in beträchtlicher Anzahl vorkommen. Die Annahme einer zwar geladenen, aber nicht ionisierenden Korpuskularstrahlung (24, 641) dieser Energie scheint uns auch keine

<sup>1</sup> Die Absorptionsmessungen von ROSSI (624) in 1 m Blei werden nicht erwähnt, obwohl ähnliche Messungen mit zum Teil von ROSSI abweichendem Ergebnis durchgeführt werden.

befriedigende Lösung zu sein<sup>1</sup>, so daß zur Zeit keine einwandfreie Erklärung der Widersprüche gegeben werden kann.

b) **Energiebestimmungen aus der Ionisation.** Die Nebelkammeraufnahmen gestatten neben der direkten Bestimmung der Korpuskelenergie bzw. des Energieverlustes bei Durchsetzung von Absorbieren auch eine direkte Bestimmung der spezifischen Ionisation einzelner Ultrastrahlungskorpuskeln durch Auszählen der Nebeltröpfchen, wobei wir zwischen der direkten und der totalen Ionisation — einschließlich der durch Sekundärprozesse gebildeten — zu unterscheiden haben. Für die erstere findet LOCHER (435) 36, KUNZE (583) 18, ANDERSON (502) 31 Ionen/cm Luft, während nach ANDERSON der gemessene Energieverlust (etwa 35 eMV/cm Blei) einer Ionenbildung von 120 Ionen/cm Luft entspricht, so daß also noch etwa 90 Ionen durch Sekundärprozesse gebildet worden sind. Durch Vergleich der Ionisation in Kammern mit der durch Zählrohre bestimmten Zahl auffallender Korpuskeln rechnen BOTHE und KOLHÖRSTER (169) eine Ionisation von etwa 90 Ionen/cm Luft aus, und KOLHÖRSTER und TUWIM (314, 315) leiten aus dem vertikalen Zählrohreffekt einen genaueren Wert von 135 Ionen/cm Luft ab<sup>2</sup>. Diese Werte beziehen sich auf die totale Ionisation, wobei noch zu beachten ist, daß durch die Bildung von Schauern, die ja im Zählrohr nur als je ein Stoß gemessen werden, die scheinbare Ionisation des einzelnen Teilchens sich etwas zu groß ergibt (420, 435, 568). Da die Sekundärkorpuskeln der Ultrastrahlung im Gegensatz zu den Rückstoßelektronen der Radiumstrahlen sehr große Reichweiten haben, ist in großen Ionisationskammern die von den einzelnen Teilchen bzw. einem Schauer momentan gebildete Ionisation schon sehr erheblich<sup>3</sup> und wesentlich größer als bei der Ionisation durch radioaktive Strahlung. Zur Erzeugung einer gleichen Gesamtionisation genügt deshalb bei Ultrastrahlung eine weit kleinere Anzahl von Einzeleffekten als bei Radium- $\gamma$ -Strahlung und daraus resultiert eine wesentlich größere statistische Schwankung der durch Ultrastrahlung hervorgerufenen Ionisation<sup>4</sup>. In der Anordnung von HOFFMANN und PFORTE (251, 332) z. B. ist sie rund 7mal größer als bei Radiumionisation.

Besonders große plötzliche Ladungsübergänge (sog. „Stöße“) hat zuerst HOFFMANN in einer großen Ionisationsdruckkammer (140) beobachtet. Diese traten nur einige Male am Tage auf und stellten Ladungsübergänge von einigen Millionen Ionen dar. Sie verschwanden

<sup>1</sup> Dann dürften nämlich bei den Koinzidenzmessungen die Zählrohre dadurch auch nicht zum Ansprechen gebracht werden.

<sup>2</sup> Siehe hierzu auch 602, 643.

<sup>3</sup> Mit einer fast 5 m langen, 8 cm dicken Hochdruckionisationskammer haben SWANN und STREET (163, 475, 645) versucht, die von den einzelnen Korpuskeln hervorgerufenen Ionisationen direkt zu messen.

<sup>4</sup> Durch die „Schauerbildung“ wird dieser Effekt noch besonders verstärkt. Ähnliche Betrachtungen bei 691.



nach Abschirmung der Ultrastrahlung bei Messungen im Bergwerk (233, 251). STEINKE und SCHINDLER (483, 484) können dann nachweisen, daß die Stöße wesentlich durch den die Kammer umgebenden Panzer bedingt sind, in welchem wahrscheinlich durch die Ultrastrahlung Kernzertrümmerungen hervorgerufen werden. Die Größe der beobachteten Stöße hängt von den Kammerdimensionen und vom Füllgasdruck ab (Abb. 29). Die Abhängigkeit der mittleren

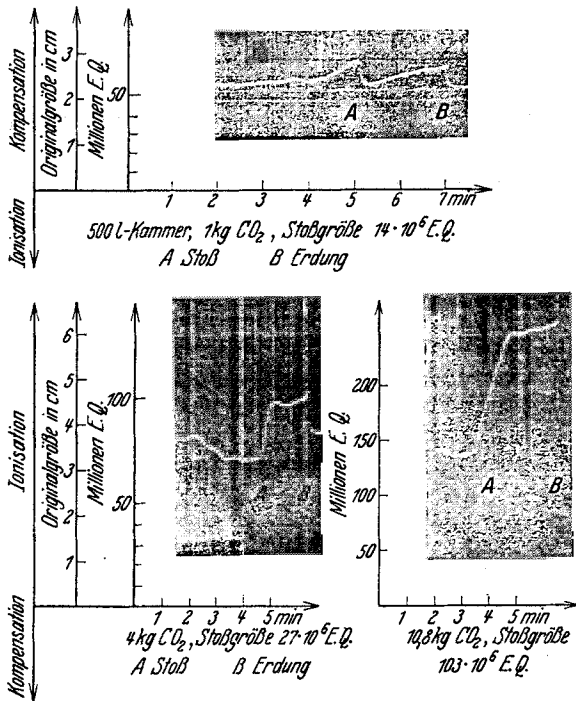


Abb. 29. Registrierung von „Stößen“. Bei hohen Drucken und geringen Feldstärken erfordert die Abscheidung der Ionen bereits erhebliche Zeit. (Nach STEINKE und GASTELL.)

Stoßgröße vom Druck entspricht ganz der Druckabhängigkeit der Ionisation durch Ultra- oder Radium- $\gamma$ -Strahlung. Das Füllgas spielt demnach nur eine sekundäre Rolle und trägt kaum zu den Zertrümmerungsprozessen bei (596, 653). Die beobachteten Stöße zeigen eine Größenverteilung, die durch Abb. 30 charakterisiert ist. Die zeitliche Aufeinanderfolge ist rein statistisch bedingt (604).

Aus den beobachteten Stoßgrößen und den bekannten Kammerdimensionen unter Umrechnung auf Normalluftfüllung berechnen sich für diese Effekte spezifische Gesamtionisationen, die zwischen  $5 \cdot 10^3$  und  $5 \cdot 10^5$  Ionen/cm Luft liegen. Es liegt die Deutung nahe, daß nicht ein einzelnes Teilchen, sondern eine ganze Garbe diese Ionisation bewirkt. Messungen von SWANN und MONTGOMERY (640, 642) mit

einer Ionisationskammer und drei Zählrohren herum zeigen, daß in vielen Fällen ein solcher Ionisationsstoß mit einer Dreifachkoinzidenz gleichzeitig erfolgt<sup>1</sup>, was bei Berücksichtigung der geometrischen Dimensionen auf mehrere hundert gleichzeitig entstehende Korpuskeln schließen läßt. Nimmt man an, daß es sich hierbei um dieselben Korpuskeln handelt, die in WILSON-Kammern beobachtet werden, und setzt man für jede Korpuskel eine spezifische Gesamtionisation von 120 Teilchen an, so kommt man entsprechend obigen Zahlen zu 40—4000 Korpuskeln, die bei jedem Stoß die Kammer durchsetzt

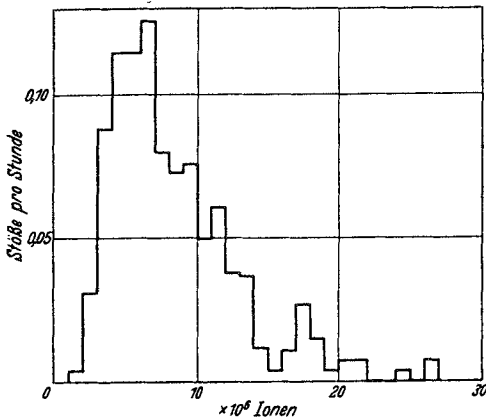


Abb. 30. Häufigkeitsverteilung der Stoßgrößen. 500-Liter-Ionisationskammer, etwa 180 cm lang, etwa 60 cm Durchmesser, gefüllt mit  $\text{CO}_2$  von etwa 2 kg Druck. Unmittelbar darüber ein Eisenstreifen von 30 cm Breite, 160 cm Länge und 10 cm Dicke. (Nach GASTELL.)

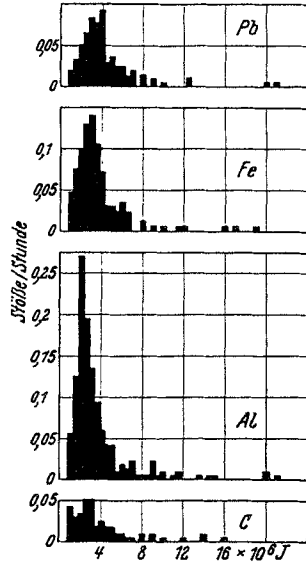


Abb. 31. Häufigkeitsverteilung der Stoßgrößen bei verschiedenen Materialien. 25-Liter-Ionisationskammer, stehend, allseitig 20 cm Material. (Nach MESSERSCHMIDT.)

haben müssen. Diese Zahlen erniedrigen sich etwas, wenn man statt mit Elektronen mit Protonen<sup>2</sup> rechnet [BARNOOTHY (507)]. Doch braucht man selbst in dem günstigsten Fall, daß die Reichweite der Protonen in der Kammer gerade voll ausgenutzt wird, für die größten Stöße noch mehrere hundert Protonen (652, 654). Diese Erklärung scheint aber besonders deshalb nicht anwendbar zu sein, weil bisher keine Nebelkammeraufnahme Schauer von Protonen gezeigt hat.

Untersuchungen über die Häufigkeit der Stöße in Abhängigkeit von der Dicke des Panzers können uns Aufschlüsse über die Reichweite der Stoßkorpuskeln geben. Es zeigt sich<sup>3</sup>, daß bei Eisen bis

<sup>1</sup> Mitunter auch gleichzeitig mit einem Stoß in einer darüberliegenden Kammer.

<sup>2</sup> Einige Forscher ziehen auch noch die Mitwirkung von schweren Atomresten in Betracht. Siehe dagegen 380.

<sup>3</sup> Nach (654) und nach noch unveröffentlichten neuen Messungen von NIE.

zu etwa 8 cm Dicke ein rascher Anstieg und dann ein allmählicher Abfall erfolgt (etwa entsprechend dem  $\mu$ -Wert der primären Ultrastrahlung). Bei Blei dagegen liegt das Maximum bereits bei etwa 5 cm Dicke und der dann einsetzende Abfall erfolgt wesentlich steiler. Bei Aluminium hat MESSERSCHMIDT (595) bis zu 30 cm Dicke eine ständige Zunahme beobachtet<sup>1</sup>. Es ist daher anzunehmen, daß die Reichweite der Stoßkpuskeln etwa von der Größe 60 g/cm ist.

Die Stoßhäufigkeit bei verschiedenen Materialien ist noch nicht eingehend genug untersucht; bei Blei und Eisen stimmen die Werte bei günstigster Panzerdicke etwa überein, bei Aluminium scheinen sich etwas höhere Werte zu ergeben. Dagegen tritt nach MESSERSCHMIDT (595) ein deutlicher Unterschied in der Stoßverteilungskurve ein (Abb. 31), und zwar schiebt sich die Lage der häufigsten Stoßgröße bei schwereren Elementen nach größeren Stoßgrößen hin. Über die Abhängigkeit der Stoßhäufigkeit von der Ultrastrahlungsintensität liegen zur Zeit noch kaum Messungen vor. COMPTON (395) gibt an, daß er in größeren Höhen sehr viel häufiger Stöße beobachtet habe<sup>2</sup> und macht deshalb besonders die weichen Komponenten für ihr Auftreten verantwortlich. MILLIKAN (700) dagegen findet ungefähre Proportionalität zwischen Stoßhäufigkeit und Ultrastrahlungsintensität. GASTELL (650, 654) beobachtet eine starke Barometerabhängigkeit (vgl. § 7a) der Stoßhäufigkeit (ausgenommen die großen Stöße), was ebenfalls auf besonders intensive Mitwirkung weicher Komponenten hinweist. Der Barometereffekt ist sogar so groß, daß er kaum mit einer bisher bekannten Komponente erklärt werden kann.

Eine beträchtliche Erhöhung der Stoßhäufigkeit — besonders für kleine Stöße — wurde bei 10 cm Aluminium, Eisen- und Bleipanzern dann erhalten, wenn die Apparatur unmittelbar neben starke Mauerwände gesetzt wurde (650), so daß anscheinend Sekundärstrahlung der primären Ultrastrahlung an der Stoßauslösung beteiligt ist<sup>3</sup>.

Die größten bisher gemessenen Stöße<sup>4</sup> (etwa 200 000 000 Ionen) stellen bei Annahme einer Bildungsenergie von 32 e-Volt für ein Ionenpaar bereits Energien von  $6 \cdot 10^9$  e-Volt dar. Hierbei ist in der Kammer nur ein kleiner Teil der Kpuskelreichweite zur Wirksamkeit gekommen. Bei einer Reichweite von 5 cm Pb ( $3,5 \cdot 10^4$  cm Luft) und einer noch häufig beobachteten mittleren spezifischen Ionisation von  $10^5$  Ionen/cm Luft ergibt sich bereits eine Energie von

<sup>1</sup> Frühere Messungen von MESSERSCHMIDT (442), daß noch über 10 cm Pb hinaus ein Anwachsen der Stoßhäufigkeit zu beobachten sei, konnten nicht bestätigt werden.

<sup>2</sup> Vgl. hierzu auch 530.

<sup>3</sup> Andere Vorstellungen über die Auslösung der Stöße vgl. bei 400, 521, 698.

<sup>4</sup> Der Ansicht von MILLIKAN und Mitarbeitern (700), daß die Stöße „instrumental accidents“ seien (durch Stoßionisation vergrößerte Ionenmengen) kann Verfasser — zumindest für die in seinem Laboratorium benutzten Apparaturen — ebensowenig zustimmen wie BENNETT (677).

$1 \cdot 10^{11}$  e-Volt. Dies würde etwa der härtesten aus den Absorptionsmessungen bekannten Komponente der Ultrastrahlung unter Annahme einer korpuskularen Natur entsprechen. Es ist aber auch möglich, daß wesentliche Energiebeträge noch aus zerfallenden Kernen stammen (Ruheenergie des Pb-Kerns gleich  $2 \cdot 10^{11}$  e-Volt). Dann wäre es verständlich, daß auch weichere Komponenten solche Energien frei machen können.

Das Erscheinungsgebiet der Stöße zeigt gewisse Ähnlichkeit mit dem der Ausbildung von Schauern. Vielfach werden deshalb diese Stöße als sehr große und entsprechend selten auftretende Schauer angesehen<sup>1</sup>, obwohl die bei ihnen umgesetzten Energien die der Schauer um 1—2 Größenordnungen übertreffen. Nach Ansicht des Verfassers sprechen jedoch mehrere Tatsachen dafür, daß die Stöße eine besondere Erscheinungsgruppe unter den Schauern darstellen. So ist die mittlere Reichweite ihrer Korpuskeln etwa 5 cm Pb, während sich nach ROSSI für die Koinzidenzkorpuskeln 1,6 cm Pb ergeben. Der Wirkungsquerschnitt<sup>2</sup> für das Auftreffen der Teilchen ist nach STEINKE (483) und SWANN (646)  $10^{-31}$  qcm (also H-Kerndimensionen), während BHABHA (511) aus den ROSSISCHEN Messungen  $10^{-23}$  qcm ausrechnet. Die Häufigkeit ihres Auftretens ist bei Blei, Eisen und Aluminium annähernd gleich, während die Koinzidenzen sich nach ROSSI-BHABHA etwa wie 4:2:1 verhalten. Endlich deutet der starke Barometereffekt auf einen ganz anderen Auslösungsmechanismus hin und auch das Abfallen der Stoßgrößenverteilungskurven nach kleineren Stoßgrößen hin (Abb. 30 und 31) zeigt, daß die Stöße nicht etwa bloß die Ausläufer der normalen Schauergrößenverteilungskurve darstellen. Sicherlich sind, wie aus der großen Zahl der notwendigen Korpuskeln hervorgeht, mehrere Kerne bei der Entstehung der Stöße beteiligt. Es ist aber ebenso wie bei den Schauern noch nicht erwiesen, ob es sich nur um eine Kernanregung (Aufspaltung der primären Energie in Elektronenzwillinge) oder um eine Kernumwandlung handelt.

## C. Zeitliche Schwankungen und Beziehungen zu verwandten Gebieten.

### § 7. Zeitliche Schwankungen.

a) **Barometereffekt.** Unter dem Barometereffekt versteht man die von MYSSOWSKY und TUWIM (81) entdeckte Tatsache, daß die Ultrastrahlungsintensität sich spiegelbildlich zum Barometerstand ändert,

<sup>1</sup> SWANN (646) hält es sogar für möglich, daß die Schwächung der Ultrastrahlung überhaupt nur durch Bildung solch großer Schauer erfolgt, obwohl doch, wie STEINKE (654) ausgerechnet hat, die von den Stößen ausgelöste Ionisation in einer Kammer nur 1—2‰ der sonstigen durch Ultrastrahlung hervorgerufenen Ionisation ausmacht.

<sup>2</sup> Über Wirkungsquerschnittsberechnungen siehe 406, 679.

was als Absorptionseffekt infolge Änderung der über dem Beobachtungsort lagernden Luftmasse gedeutet wird. Es ist deshalb nötig, sämtliche Intensitätsmessungen auf einen mittleren Barometerstand zu reduzieren und zu diesem Zweck die Größe des Barometereffekts zu bestimmen<sup>1</sup>. Der Barometereffekt ergibt — auch bei Messungen hinter geschlossenem Panzer — nicht ständig konstante Werte (191, 243, 228, 433, 434; 211, 268, 270; 409, 546). Die Meßgenauigkeit ist dabei völlig ausreichend, um die Realität dieser Abweichungen sicherzustellen. Ihre Ursache ist noch nicht geklärt. Bei sehr großen Barometerstandsänderungen (siehe hierzu auch 294, 270, 284, 311) treten noch systematische Abweichungen von den Gleichgewichtswerten auf (439). Außerdem rufen noch unabhängig von Barometerstandsänderungen andere zunächst noch unbekannte Effekte (erdmagnetische Störungen?) (594) Strahlungsschwankungen hervor, die Intensitätsverschiebungen bis zu 1 und 2% bewirken [sog. Schwankungen zweiter Art (127, 433, 409, 546)]. Eine einwandfreie Reduktion der Strahlungsintensität auf Normalbarometerstand ist durch alle diese Schwankungen mitunter sehr schwer.

b) **Temperaturabhängigkeit.** Ein von manchen Forschern beobachteter scheinbarer Einfluß der Außentemperatur<sup>2</sup> auf die Strahlungsintensität bei nicht vollgepanzelter Apparatur (442, siehe dagegen 546, 655) dürfte nach neueren Messungen (699) im wesentlichen durch den wechselnden Emanationsgehalt der Luftatmosphäre (thermische Konvektion) zu erklären sein.

c) **Tagesgang, Sternzeitperiode und Jahresgang.** Bei Messungen mit geöffnetem Panzer können, wie eben gezeigt, noch radioaktive Einflüsse störend wirken. Bei Vollpanzermessungen wird allgemein<sup>3</sup> eine gewisse einige Promille betragende tägliche Periode gefunden, die ein Maximum in den Nachmittagsstunden zeigt. Einige Autoren deuten sie als einen Einfluß der Sonnenstrahlung auf die Temperaturschichtung der Atmosphäre und damit auf ihre Streustrahlung, andere dagegen ziehen auch einen direkten solaren<sup>4</sup> Ursprung eines minimalen

<sup>1</sup> Über die meist hierzu benutzte Korrelationsmethode siehe CORLIN (127). Der Barometereffekt beträgt im Meeresniveau hinter Panzern 1,5–2% pro cm Hg, in größeren Höhen wegen der weicheren Strahlung entsprechend mehr. Er gestattet auch indirekt eine Bestimmung des  $\mu$ -Wertes (311, 425, 427).

<sup>2</sup> Damit ist nicht der innere Temperatureffekt der Apparatur gemeint, der durch Änderung von Batteriespannung und Ionenbeweglichkeit bei Temperaturvariationen hervorgerufen wird und durch Temperaturkonstanz des Meßraumes verhindert werden kann.

<sup>3</sup> Literatur darüber siehe besonders bei 140, 191, 243, 433, 434; 439, 440, 441, 442; siehe auch 378, 321, 443, 367.

<sup>4</sup> Die Bemühungen einiger Forscher (481), mit Hilfe von Richtungsmessungen mit Zählrohrkoinzidenzen direkt festzustellen, ob in Richtung der Sonne eine größere Ultrastrahlungsdichte vorhanden wäre als an entsprechenden anderen Stellen des Himmels, haben innerhalb der sehr geringen Meßgenauigkeit keinen Erfolg gehabt.

Anteiles der Ultrastrahlung in Betracht (231, 303, 290, 305). Ein Einfluß der Sonne liegt — besonders nach den neuen Messungen von HESS und STEINMAURER — sicherlich vor (408, 546, 547, 548) (Abb. 32). Eine einwandfreie Deutung, wie er zustande kommt, kann aber noch nicht gegeben werden.

Frühere Untersuchungen<sup>1</sup> glaubten die Existenz von mit Sternzeit sich wiederholenden Schwankungen nachgewiesen zu haben (sog. Sternzeitperiode). Diese Ergebnisse sind durch die neueren Messungen nicht bestätigt worden.

Keine einheitlichen Meßergebnisse sind auch bisher betreffs eines Jahresganges erhalten worden. Einige Forscher beobachteten Kon-

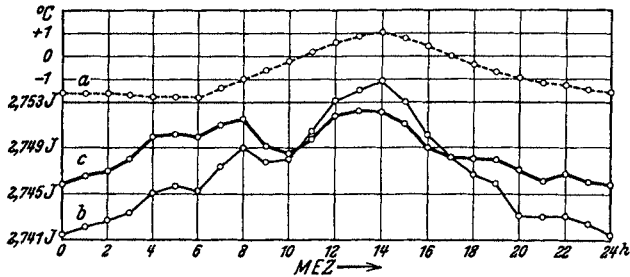


Abb. 32. Der tägliche Gang in der Ultrastrahlungsionisation. Registrierungen September 1931 bis August 1932 auf dem Hafelekar hinter 10 cm Pb (STEINKE-Apparat). a) Außentemperatur, b) Ionisation, auch auf mittlere Außentemperatur korrigiert, c) Ionisation, nur auf mittleren Barometerstand reduziert. (Nach HESS und STEINMAURER.)

stanz, andere dagegen geringe Unterschiede zu verschiedenen Jahreszeiten (218, 268, 270, 439, 442, 493, 546).

d) Meteorologische, magnetische und sonstige Einflüsse. Dauerregistrierungen zahlreicher Forscher (z. B. 140, 191, 243; 518, 519; 453, 548, 656) zeigen — besonders deutlich bei Halbpanzermessungen — Einwirkungen von Feuchtigkeit, Bewölkung, Schnee und Besonnung, teils durch Absorption, teils durch Streustrahlungsänderung hervorgerufen. Ferner sind Zusammenhänge mit magnetischen Störungen (594, 519, 619, 287, 547, 656), Nordlichtern (287, 289, dagegen 267, 687), Sonnenflecken (531, 539, 547, 656) und Gewittern (263, 271, 272, 218, 433)<sup>2</sup> gefunden worden, allerdings ist dabei nicht immer eine Übereinstimmung zwischen den einzelnen Autoren zu erzielen gewesen.

<sup>1</sup> Eine kurze Darstellung der Entwicklung siehe 410, 655. Die sehr zahlreiche Literatur siehe untenstehend: Für die Sternzeitperiode: 16, 30, 66, 67, 69, 46, 47, 47a, 49, 91, 95, 96, 110, 27, 74, 75, 97, 125, 119, 131, 172, 183, 184, 50a, 98, 99, 127, 128, 130, 132, 154, 158, 211, 268, 270, 231a, 271, 272, 220, 221, 223, 291. Gegen die Sternzeitperiode: 101a, 140, 146, 135, 232, 191, 192, 243, 306, 440, 442, 137, 138, 139, 453, 453a, 197, 598, 599, 285, 249, 546.

<sup>2</sup> Über das Entstehen einer durchdringenden Strahlung aus Gewittern vgl. 503, 520, 647, 478.

Versuche, während Sonnenfinsternissen Strahlungsänderungen nachzuweisen, haben überall negative bzw. zu unsichere Resultate gezeigt (26a, 36, 100, 120, 142, 210).

Vergleichende Intensitätsmessungen werden erst dann zu sicheren Schlüssen führen, wenn auf der Erde ein Netz von möglichst gleichartigen Registrierstationen eingerichtet sein wird. Gewisse Ansätze dazu sind vorhanden (304, 398, 407, 409, 546).

### § 8. Beziehungen zu verwandten Gebieten.

Bei Messungen auf dem Erdboden läßt sich die Ultrastrahlung nur schwer von der Bodenstrahlung trennen<sup>1</sup>, die durch die radioaktiven Einschlüsse hervorgerufen ist<sup>2</sup>. Daneben stört bei ungeschirmten Ionisationskammern noch die Luftstrahlung, die nach Berechnungen über den Emanationsgehalt der Luft am Erdboden etwa 0,2 I ausmachen kann (38, 333, 356, 97, 239, 240, 319, 593, 699). Aber auch in Höhen von 6—10 km sollen noch radioaktive Substanzen unbekanntem Ursprungs, besonders in Inversionsschichten vorhanden sein (473, 573, 636). Für die Ionisierung der Luft, die in großen Höhen entsprechend den Versuchen über die Ausbreitung elektrischer Wellen auch während der Nachtstunden vorhanden sein muß, ist neben dem Sonnenlicht hauptsächlich die Ultrastrahlung verantwortlich zu machen (44, 308, 180, 432, 588, 697, 102, 136, 181). Wahrscheinlich steht auch die Ozonschicht mit ihr in gewissem Zusammenhang (202a).

Der gesamte Energiefluß der Ultrastrahlung, der pro Sekunde auf 1 qcm eingestrahlt wird, beträgt  $3,5 \cdot 10^{-3}$  Erg (613, 616, 577). Er ist demnach dem Energiestrom mehrerer hundert  $\alpha$ -Teilchen/qcm und Sekunde äquivalent und etwa ebenso groß wie die Licht- und Wärmeenergie, die von allen Fixsternen an der Grenze der Atmosphäre eingestrahlt wird. Für die Weltraumtemperatur dürfte deshalb die Ultrastrahlung von gewisser Bedeutung sein.

Zur Erklärung der Aufrechterhaltung der Erdladung wird sie mehrfach herangezogen. Doch dürfte ihre Intensität hierfür um mehrere Größenordnungen zu klein sein (26). Über frühere vergebliche Versuche, die Aufladung isolierter Körper direkt nachzuweisen vgl. 14, 58, 120, 208, 209. Das negative Ergebnis wird durch die Sekundäreffekte verständlich. Eine Beeinflussbarkeit des radioaktiven Zerfalls durch Ultrastrahlung ist nicht nachweisbar gewesen (15, 73, 145, 195, 215, 175, 162)<sup>3</sup>. Neuerdings wird die Einwirkung auf biologische Vorgänge untersucht (188, 330, 703).

<sup>1</sup> Wegen der Abnahme der Bodenstrahlung vgl. 91, 352, wegen Kaliumstrahlung 236, 237, 317.

<sup>2</sup> Über eine bisher nicht bestätigte andere harte Erdstrahlung siehe 88, 89, 90.

<sup>3</sup> Über eine durch Beschießung mit Po- $\alpha$ -Strahlen hervorgerufene künstliche „Radioaktivität“ vgl. dagegen J. CURIE und F. JOLIOU: C. r. Acad. Sci., Paris 198, 254 (1934).

### § 9. Hypothesen über den Ursprung der Strahlung.

Durch die Entdeckung positiv geladener Korpuskeln als wesentlichen Bestandteil der Ultrastrahlung ist der Frage nach ihrem Ursprung eine ganz andere Richtung gegeben worden und vielen Erörterungen, die sowieso den Rahmen einer Spekulation kaum überschritten, damit die Grundlage entzogen. Auch die eingehenden und — wie es zunächst schien — experimentell am sichersten begründeten Deutungen von REGENER und MILLIKAN durch Atomauf- und -abbauprozesse lassen sich heute nicht mehr aufrechterhalten. Es existiert deshalb zur Zeit noch keine umfassende Erklärung des ganzen Phänomens und so geben wir im folgenden nur ganz kurz die von den verschiedenen Forschern vorgeschlagenen Hypothesen an.

Neben den bereits erwähnten Atombildungs- und Zerstrahlungshypothesen<sup>1</sup> hat man auch an unbekannte radioaktive Transuranelemente gedacht, die für die Entstehung der Strahlung verantwortlich sein sollen (13a, 84, 318a, 608). Auch als Temperaturstrahlung ist die Ultrastrahlung teilweise aufgefaßt worden (82, 293, 53, 54).

Vor Kenntnis des geomagnetischen Effektes wurde vielfach eine Neutronennatur in Betracht gezogen (307, 283, 386, 474, 382, 383). In neuerer Zeit glaubt man mehr an Elektronen, die teils von der Sonne herkommen (533, 534), teils ihre Beschleunigung im Weltraum in elektrischen Feldern erhalten sollen, die durch Änderung der Magnetfelder von Sternflecken induziert werden (476, 477, 637, 543, 141, 52, 34, 368). Wegen des Azimutaleffektes müssen aber positive Ladungen überwiegen; deswegen ziehen einige Forscher Positronen oder auch H-Teilchen und teilweise auch noch schwerere Korpuskeln in Betracht. (685, 174). Zur Vermeidung unwahrscheinlich hoher Potentialdifferenzen im Weltraum müssen Korpuskeln beiderlei Vorzeichens angenommen werden (644).

Zusammenhänge zwischen der Ultrastrahlung und der Weltraumstruktur sind ebenfalls vielfach diskutiert worden (318, 338, 354, 631, 673).

Die vorliegende Darstellung dürfte gezeigt haben, welche verschiedenen Wege die Ultrastrahlungsforschung im Laufe der letzten 10 Jahre gegangen ist. Eine restlose Klärung selbst der Hauptfragen ist noch nicht möglich gewesen und immer neue Gesichtspunkte haben sich zum Teil infolge experimenteller Entdeckungen, zum Teil durch theoretische Überlegungen in den Vordergrund geschoben. Die endgültige Lösung der Frage, woraus die Ultrastrahlung letzten Endes besteht, ob sie im interstellaren Raum oder auf bevorzugten Sternen

<sup>1</sup> Literatur darüber siehe 29, 310, 617, 490; 149, 150, 151, 156, 161, 200, 201, 320, 445; 86, 121a, 227, 413, 155, 164; 40, 50, 198; 470, 396.



entsteht, ob Atomabbau- oder -aufbauprozesse die für ihre Erzeugung notwendigen Energien liefern oder ob noch andere Phänomene dafür in Betracht kommen, muß deshalb der weiteren Forschung überlassen bleiben.

### Literaturverzeichnis.

Das Verzeichnis ist von 1924 ab möglichst vollständig. Die mit einem Sternchen (\*) versehenen Nummern enthalten zusammenfassende Berichte über Teilgebiete bzw. ältere Referate. Die vor 1924 erschienenen etwa 150 Arbeiten mögen, soweit sie hier nicht aufgeführt sind, älteren Zusammenstellungen entnommen werden, z. B. 21, 25, 55, 113.

1. ERIKSON, H. A.: *Physic. Rev.* **27**, 453 (1908).
2. WULF, TH.: *Physik. Z.* **10**, 251 (1909).
3. GOCKEL, A.: *Ebenda* **11**, 280 (1910).
4. WULF, TH.: *Ebenda* **11**, 811 (1910).
5. GOCKEL, A.: *Ebenda* **12**, 595 (1911).
6. HESS, V. F.: *Ebenda* **13**, 1084 (1912).
7. — *Wien. Ber. (2a)* **121**, 2001 (1912).
8. JAFFÉ, G.: *Ann. Physik* **42**, 303 (1913).
9. KOLHÖRSTER, W.: *Physik. Z.* **14**, 1066 (1913).
10. — *Ebenda* **14**, 1153 (1913).
11. — *Abh. Naturforsch. Ges. Halle, N. F.* **1914**, Nr 4.
12. — *Verh. dtsh. physik. Ges.* **16**, 719 (1914).
13. HESS, F. V. u. R. W. LAWSON: *Wien. Ber.* **125**, 285 (1916).
14. SCHWEIDLER, E.: *Ebenda (2a)* **127**, 1 (1918).
- 14a. NERNST, W.: *Das Weltgebäude im Licht der neuen Forschung.* Berlin: Julius Springer 1921.
15. PICCARD, A. et E. STAHEL: *Arch. Sci. phys. nat.* **3**, 542 (1921).
16. KOLHÖRSTER, W.: *Berl. Ber.* **34**, 366 (1923).

#### 1924.

17. AHMAD, N.: *Proc. Roy. Soc., Lond.* **105**, 107.
18. — and E. C. STONER: *Ebenda* **106**, 8.
19. HOFFMANN, G.: *Z. Physik.* **25**, 177.
20. KIRSCH, G.: *Dtsch. physik. Ges.* **5**, 22.
- \*21. KOLHÖRSTER, W.: *Probleme der kosmischen Physik. Die durchdringende Strahlung in der Atmosphäre.* Hamburg 1924.
22. — *Z. Instrumentenkd.* **44**, 333.
23. MILLIKAN, R. A.: *Physic. Rev.* **23**, 778.
24. SWANN, W. F. G.: *Philos. Mag.* **47**, 306.
- \*25. WIGAND, A.: *Physik. Z.* **25**, 445.

#### 1925.

26. BENNDORF, H.: *Physik. Z.* **26**, 81.
- 26a. COAD, E. N. and W. M. W. MERRYMAN: *J. Franklin Inst.* **200**, 497.
27. HOFFMANN, G.: *Physik. Z.* **26**, 40.
28. — *Ebenda* **26**, 669.
29. JEANS, J. H.: *Nature, Lond.* **116**, 861.
30. KOLHÖRSTER, W.: *Berl. Ber.* **36**, 120.
31. — *Physik. Z.* **26**, 654.
32. MILLIKAN, R. A.: *Nature, Lond.* **116**, 823.
33. — *Science* **62**, 445.
34. MINESABURO AKIYAMA: *Japan. J. Astron.* **3**, 1.

35. MYSSOWSKY, L. u. L. TUWIM: *Z. Physik.* **35**, 299.  
 36. SWANN, W. F. G.: *J. Franklin Inst.* **200**, 489.  
 37. WENTZEL, G.: *Physik. Z.* **26**, 436.  
 38. WIGAND, A.: *Fortschr. Chem., Physik u. physik. Chem.* **18**, 5.  
 39. WILSON, C. T. R.: *Proc. Cambridge Philos. Soc.* **22**, 534.

## 1926.

40. ANTROPOFF, A. v.: *Naturwiss.* **14**, 493.  
 41. BEHOUNEK, F.: *Physik. Z.* **27**, 8.  
 42. — *Ebenda* **27**, 536.  
 43. — *Ebenda* **27**, 712.  
 44. BENNDORF, H.: *Ebenda* **27**, 686.  
 \*45. BÜTTNER, K.: *Z. Geophysik* **2**, 153.  
 46. — *Ebenda* **2**, 187.  
 47. — *Ebenda* **2**, 254.  
 47a. — *Ebenda* **2**, 291.  
 48. — *Mitt. Aeron. Obs. Lindenberg* **52**.  
 49. — *Gött. Nachr.* **1926**, 285.  
 50. CONDON, E.: *Physic. Rev.* **27**, 644. — *Proc. nat. Acad. Sci. U.S.A.* **12**, 323.  
 50a. CORLIN, A.: *Beob. Cirk. d. Astron. Nachr.* **41**.  
 51. Discussion on the Electrical State of the Upper Atmosphere. *Proc. Roy. Soc., Lond.* **111**, 1.  
 52. EDDINGTON, A. S.: *Ebenda (A)* **111**, 424.  
 53. FRICKE, H.: *Physik. Z.* **27**, 326.  
 54. GRAY, J. A.: *Nature, Lond.* **118**, 801.  
 \*55. HESS, V. F.: *Die elektrische Leitfähigkeit der Atmosphäre und ihre Ursachen. Braunschweig* 1926.  
 56. — *Physik. Z.* **27**, 159.  
 57. — *Ebenda* **27**, 405.  
 58. HOFFMANN, G.: *Ebenda* **27**, 296.  
 59. — *Ann. Physik.* **80**, 779.  
 60. — *Naturwiss.* **14**, 622.  
 62. — *Ebenda* **14**, 1004.  
 63. KOLHÖRSTER, W.: *Physik. Z.* **27**, 62.  
 65. — *Ebenda* **27**, 555.  
 66. — u. G. v. SALIS: *Naturwiss.* **14**, 936.  
 67. — — *Nature, Lond.* **118**, 518.  
 68. — *Z. Physik.* **38**, 404.  
 69. — et G. v. SALIS: *Arch. Sci. phys. nat.* **8**, 278.  
 70. — *Ann. Physik.* **80**, 621.  
 \*71. — *Naturwiss.* **14**, 290, 313.  
 72. — *Z. Physik.* **36**, 147.  
 73. MENZIES, A. W. C. and C. A. SLOAT: *Science* **63**, 44.  
 74. MILLIKAN, R. A.: *Ann. Physik.* **79**, 572.  
 75. — *Proc. nat. Acad. Sci. U.S.A.* **12**, 48.  
 76. — and J. S. BOWEN: *Physic. Rev.* **27**, 353.  
 77. — and R. M. OTIS: *Ebenda* **27**, 645.  
 78. — and G. H. CAMERON: *Ebenda* **28**, 851.  
 79. — *Bull. Nat. Res. Council.* **11**, 77.  
 80. MYSSOWSKY, L. u. L. TUWIM: *Z. Physik.* **36**, 615.  
 81. — — *Ebenda* **39**, 146.  
 82. RAMÓN, F. y FERRANDO: *Ann. Soc. espanole Fis. Quim.* **24**, 234.  
 \*83. RASETTI, F.: *Nuovo Cimento* **3**, 135.  
 84. SNYDER, M. B.: *Proc. Amer. Philos. Soc.* **65**, 161, 170, 379.  
 \*85. WRIGHT, C. S.: *Nature, Lond.* **117**, 54.

## 1927.

86. ANDERSON, W.: Z. Physik 41, 51.  
 87. BEHOUNEK, F.: J. Physique Radium 8, 161.  
 88. BOGOJAVLENSKY, L. N. and A. A. LOMAKIN: Nature, Lond. 119, 525.  
 89. — — Z. Geophysik 3, 87.  
 90. — — Nachr. Inst. angew. Geophysik 3, 87.  
 91. BÜTTNER, K.: Z. Geophysik 3, 161.  
 92. — Mitt. Aeron. Obs. Lindenberg 1927, 112.  
 93. — Naturwiss. 15, 158.  
 94. — Z. Geophysik 3, 236.  
 95. — Z. Physik 45, 588.  
 96. — u. W. FELD: Naturwiss. 15, 378.  
 97. CLAY, J.: Proc. Acad. Amsterd. 30, 1115.  
 98. CORLIN, A.: Astron. Nachr. 231, 137.  
 99. — Naturwiss. 15, 356.  
 100. DEVIK, O.: Physik. Z. 28, 709.  
 101. GERASIMOVIC, P. B.: Proc. Amer. Acad. 62, 173.  
 101a. — Harv. Bull. 1927, 847.  
 102. HESS, V. F.: Physik. Z. 28, 882.  
 103. — Wien. Ber. (2a) 136, 603.  
 104. HOFFMANN, G.: Schr. Königsberg. gelehrte Ges., Naturwiss. Kl. 4, 1.  
 105. — u. E. G. STEINKE: Naturwiss. 15, 995.  
 106. — Z. Physik 42, 565.  
 107. — Ann. Physik 82, 413.  
 108. KOLHÖRSTER, W.: Z. Physik 44, 754; 51, 899 (1928).  
 109. — Naturwiss. 15, 126.  
 110. — u. G. v. SALIS: Berl. Ber. 11, 92.  
 111. MALMGRÖN et BĚHOUNEK: J. Physique 8, 161.  
 112. — — C. r. Acad. Sci., Paris 184, 1185.  
 \*113. MEYER, ST. u. E. SCHWEIDLER: Radioaktivität, 2. Aufl. Leipzig 1927.  
 114. MILLIKAN, R. A.: Congr. Intern. Fisici Corno-Pavia-Roma Sept., II.  
 S. 251.  
 115. — Smithsonian Rep. for 1926, S. 193.  
 116. NEUMANN, H.: Z. Physik 45, 717.  
 117. MYSSOWSKY, L. u. L. TUWIM: Ebenda 44, 369.  
 118. SKOBELZYN, D.: Ebenda 43, 354.  
 119. STEINKE, E. G.: Ebenda 42, 570.  
 120. SWANN, W. F. G.: J. Franklin Inst. 203, 11.  
 121. TUWIM, L.: C. r. Acad. Leningrad 1927, 371.

## 1928.

- 121a. ANDERSON, W.: Ann. Physik 85, 494.  
 \*122. BERGWITZ, K., V. F. HESS, W. KOLHÖRSTER u. E. SCHWEIDLER:  
 Physik. Z. 29, 705.  
 123. BOTHE, W. u. W. KOLHÖRSTER: Naturwiss. 16, 1045.  
 \*124. BÜTTNER, K.: Handbuch der Physik, Bd. 25, Teil I. 1928.  
 125. CLAY, C.: Proc. Acad. Amsterd. 31, 1091.  
 126. — Ebenda 36, 1265.  
 127. CORLIN, A.: Z. Physik 50, 808.  
 128. — Nature, Lond. 121, 322.  
 129. — Astron. Nachr. 233, 349.  
 130. — Naturwiss. 16, 512.  
 131. — Astron. Nachr. 232, 369.  
 132. — Ark. Math., Astron. och Fysik, 21 B, 1.  
 133. GEIGER, H. u. W. MÜLLER: Naturwiss. 15, 617.

134. GEIGER, H. u. W. MÜLLER: Physik. Z. 29, 839.  
 135. GERASIMOVIČ, B. P.: Astron. Nachr. 232, 81.  
 136. HESS, V. F.: Physik. Z. 29, 849.  
 137. — u. O. MATHIAS: Wien. Anz. 1928, 86.  
 138. — — Wien. Ber. 137, 327.  
 139. — — Helv. phys. acta 1, 287.  
 140. HOFFMANN, G. u. F. LINDHOLM: Gerlands Beitr. Geophys. 20, 12  
 141. KLEEMANN, R. D.: Science 67, 512.  
 142. KOLHÖRSTER, W.: Z. Physik 48, 95.  
 143. — Ebenda 47, 449.  
 144. — Naturwiss. 16, 1044.  
 145. MAXWELL, L. R.: Nature, Lond. 122, 997.  
 146. MILLIKAN, R. A. and G. H. CAMERON: Suppl. to Nature, Lond. 121,  
 Jan., 7<sup>th</sup>.  
 147. — — Physic. Rev. 31, 163.  
 148. — — Ebenda 31, 921.  
 149. — — Ebenda 32, 533.  
 150. — — Proc. nat. Acad. Sci. U.S.A. 14, 445.  
 151. — — Ebenda 14, 637.  
 \*152. — Nature, Lond. 121, 19.  
 153. MYSSOWSKY, L. u. L. TUWIM: Z. Physik 50, 273.  
 154. OBERGUGGENBERGER, V.: Astron. Nachr. 232, 117.  
 155. PERSCHKE, W.: Z. Physik 49, 740.  
 156. POKROWSKI, G. J.: Ebenda 51, 730.  
 157. RUTHERFORD, E.: Nature, Lond. 122, 883.  
 158. SALIS, G. v.: Z. Physik 50, 793.  
 160. STEINKE, E. G.: Ebenda 48, 647.  
 161. STONER, E. C.: Nature, Lond. 122, 1017.  
 162. SWANN, W. F. G.: Ebenda 122, 998.  
 163. — J. Franklin Inst. 206, 771.
- 1929.
164. ATKINSON, R. D. E. u. F. G. HOUTERMANS: Z. Physik. 54, 656.  
 165. AUGER, P. et D. SKOBELZYN: C. r. Acad. Sci., Paris 189, 55.  
 166. BOTHE, W. and W. KOLHÖRSTER: Nature, Lond. 123, 638.  
 167. — — Naturwiss. 17, 271.  
 168. — — Z. Physik. 56, 751.  
 169. — — Physik. Z. 30, 516.  
 170. — Z. Physik 59, 1.  
 171. BEHOUNEK, F.: Terr. Magn. and Atmosph. Electr. 34, 173.  
 172. CORLIN, A.: Ark. Math., Astron. och Fysik 21, 5.  
 173. CURTISS, L. F.: Physic. Rev. 34, 1391.  
 174. DAS, A. K.: Naturwiss. 17, 543.  
 175. DOBRONRAVOV, N., P. LUKIRSKY and P. PAVLOV: Nature, Lond.  
 123, 760.  
 176. GEIGER, H. u. W. MÜLLER: Physik. Z. 30, 489.  
 177. GRAY, J. A.: Nature, Lond. 123, 447.  
 178. — L. H.: Proc. Roy. Soc., Lond. (A) 122, 647.  
 179. HELLMANN, H.: Physik. Z. 30, 357.  
 180. — Ann. Physik. 2, 707.  
 181. HESS, V. F.: Gerlands Beitr. Geophys. 22, 256.  
 182. — u. O. MATHIAS: Physik. Z. 30, 508.  
 183. — — Ebenda 30, 766.  
 184. — — Arch. Sci. phys. nat. 11, 272.  
 185. HOLMES, F. T.: Nature, Lond. 123, 943.

186. JAFFÉ, G.: Ann. Physik (5) 1, 977.  
 187. — Physik. Z. 30, 849.  
 188. JOLY, J. and H. H. DIXON: Nature, Lond. 123, 981.  
 189. KLEIN, O. u. Y. NISHINA: Z. Physik. 52, 853.  
 190. KULENKAMPEFF, H.: Physik. Z. 30, 561.  
 191. LINDHOLM, F.: Gerlands Beitr. Geophys. 22, 141.  
 192. — Arch. Sci. phys. nat. Geophys. 11, 271.  
 193. LÖNNQVIST: Z. Physik 55, 789.  
 194. MATHIAS, O. u. V. F. HESS: Physik. Z. 30, 508.  
 \*194a. — Astron. Nachr. 237, 238.  
 195. MAXWELL, L. R.: J. Franklin Inst. 207, 619.  
 \*196. MILLIKAN, R. A. and G. H. CAMERON: From the Smithsonian Rep. for 1928, S. 213.  
 197. — — Physic. Rev. 33, 266.  
 198. MEYER, ST.: Wien. Ber. 1929.  
 \*199. MEITNER, L.: Z. angew. Chem. 42, 345.  
 200. POKROWSKI, G. J.: Z. Physik 54, 123.  
 201. — Ebenda 55, 771.  
 202. REGENER, E.: Naturwiss. 17, 183.  
 202a. — Gerlands Beitr. Geophys. 24, 70  
 \*203. RIZZO, G. B.: Cim. 6, 160.  
 204. ROSSI, B.: Physic. Rev. 36, 606.  
 205. SKOBELZYN, D.: Z. Physik. 54, 686.  
 \*206. SCHULZE, W. M. H.: Astron. Nachr. 236, 118.  
 208. SWANN, W. F. G.: J. Franklin Inst. 208, 258.  
 209. — and A. LONGACRE: Ebenda 208, 275.  
 209a. — Physic. Rev. 33, 292.  
 210. SCHWEIDLER, E.: Naturwissenschaftliche Monographien und Lehrbuch, Bd. 8, Luftelektrizität, S. 291. 1929.  
 211. STEINKE, E. G.: Physik. Z. 30, 767.  
 212. — Z. Physik 58, 183.  
 213. TEEGAN, J. A. C.: Philos. Mag. (6) 8, 664.  
 \*214. WÖLCKEN, K.: Z. Geophysik 5, 151.
- 1930.
215. BEHOUNEK, F.: Physik. Z. 31, 215.  
 216. BETHE, H.: Ann. Physik. 5, 325.  
 217. BOTHE, W. u. W. KOLHÖRSTER: Berl. Ber. 1930, 450.  
 218. CLAY, J.: Proc. Acad. Amsterd. 33, 711.  
 220. CORLIN, A.: Nature, Lond. 126, 57.  
 221. — Naturwiss. 18, 600.  
 \*222. — Nord. Astron. Tidsskr. 11, Nr 4.  
 223. — Physik. Z. 31, 1065.  
 224. — Ark. Math. Astron. och Fysik 22, 6.  
 225. CURTISS, L. F.: Physic. Rev. 35, 1433.  
 226. — Bur. Stand. J. Res. 4, 663.  
 227. DIRAC, P. A. M.: Cambridge Philos. Soc. 26, 361.  
 228. DORNO, C.: Gerlands Beitr. Geophys. 26, 395.  
 229. EPSTEIN, P. S.: Proc. nat. Acad. Sci. U.S.A. 16, 658.  
 230. HESS, V. F. u. A. REITZ: Physik. Z. 31, 284.  
 231. — Naturwiss. 18, 1094.  
 231a. — u. R. STEINMAURER: Helv. phys. Acta 3, 439.  
 232. HOFFMANN, G. u. F. LINDHOLM: Naturwiss. 18, 816.  
 233. — u. W. S. PFORTE: Physik. Z. 31, 347.  
 234. KAUFMANN, W.: Z. Physik. 59, 573.

235. KOLHÖRSTER, W.: Berl. Ber. 1930, 395.  
 236. — Naturwiss. 18, 567.  
 237. — Z. Geophysik 6, 341.  
 238. — Physik. Z. 31, 280.  
 239. KOSMATH, W.: Gerlands Beitr. Geophys. 25, 95.  
 240. — Ebenda 27, 42.  
 241. KRAMER, W.: Diss. Stuttgart 1930.  
 242. LEISTE, E.: Z. Physik. 62, 646.  
 243. LINDHOLM, F.: Gerlands Beitr. Geophys. 26, 416.  
 \*244. — Kosmos 8.  
 \*245. MILLIKAN, R. A.: Physik. Z. 31, 241.  
 \*246. — Nature, Lond. 126, 14, 29.  
 \*247. — Science 71, 640.  
 248. — and J. S. BOWEN: Proc. nat. Acad. Sci. U.S.A. 16, 421.  
 249. — Physic. Rev. 36, 1595.  
 250. MOTT-SMITH, L. M.: Ebenda 35, 1125.  
 251. PFORTE, W. S.: Z. Physik. 65, 92.  
 252. REGENER, E.: Verh. dtsh. Physik. Ges. 11, 27.  
 \*253. — Elektr. Nachr.-Techn. 7, 451.  
 254. — Physik. Z. 31, 1018.  
 255. REITZ, A.: Wien. Anz. 251. — Wien. Ber. 139, 707; 140, 1.  
 256. ROSSI, B.: Rend. Linc. (6) 11, 478.  
 257. — Physic. Rev. 36, 606.  
 258. — Nature, Lond. 125, 636.  
 259. — Naturwiss. 18, 1096.  
 \*260. ROSTAGNI, A.: Cim. 7, 37.  
 261. RUDOLPH, H.: Gerlands Beitr. Geophys. 27, 378.  
 262. SWANN, W. F. G.: J. Franklin Inst. 209, 151.  
 263. SCHONLAND, B. F. J.: Proc. Roy. Soc., Lond. 130, 37.  
 264. — Nature, Lond. 126, 1013.  
 265. SCHULZE, W. M. H.: Astron. Nachr. 240, 433.  
 \*266. — Strahlentherapie 36, 270.  
 267. — Physik. Z. 31, 1022.  
 268. STEINKE, E. G.: Z. Physik. 64, 48.  
 269. — Physik. Z. 31, 1019.  
 270. — Schr. Königsberg. gelehrte Ges., Naturwiss. Kl. 7, H. 3.  
 271. STEINMAURER, R.: Wien. Anz. 1930, 147.  
 272. — Wien. Ber. 139, 281.  
 273. TUVE, M. A.: Physic. Rev. 35, 651.  
 274. WILLIAMS, E. J. and F. R. TERROUX: Proc. Roy. Soc., Lond. (A) 126, 289.  
 275. WÖLCKEN, K.: Z. Geophysik 7, 5.
- 1931.
276. BARNÓTHY, J. u. M. FORRÓ: Z. Physik 71, 778.  
 277. BROXON, J. W.: Physic. Rev. 37, 468.  
 278. — Ebenda 37, 1320.  
 279. — Ebenda 38, 1704.  
 280. BRÜCHE, E.: Physik. Z. 32, 31.  
 281. — Terr. Magn. and Atmosph. Electr. 36, 41.  
 282. BRUYNE DE and WEBSTER: Proc. Cambridge Philos. Soc. 27, 113.  
 283. CARLSON, J. F. and J. R. OPPENHEIMER: Physic. Rev. 38, 1787.  
 284. CHAPMAN, S.: Proc. Roy. Soc., Lond. (A) 132, 349.  
 285. COMPTON, A. H., BENNETT and STEARNS: Physic. Rev. 38, 1565.  
 286. — — — Ebenda 38, 1566.

287. CORLIN, A.: Lund Obs. Circ. 3, Nr 1.  
288. — Nature, Lond. 127, 928.  
289. — Lund Obs. Circ. 2, 34.  
290. — u. V. F. HESS: Gerlands Beitr. Geophys. 31, 169.  
291. — Naturwiss. 19, 37.  
292. — Nature, Lond. 127, 553.  
293. DAS, A. K.: Naturwiss. 19, 305.  
\*294. Discussion on ultra penetrating rays. Proc. Roy. Soc., Lond. 132, 331.  
\*295. EPSTEIN, P. S.: Nature, Lond. 127, 223.  
296. — Proc. nat. Acad. Sci. U.S.A. 17, 160.  
\*297. GEIGER, H.: Nature, Lond. 127, 785.  
298. — Proc. Roy. Soc., Lond. 132, 331.  
299. KERR GRANT: Nature, Lond. 127, 917.  
301. HEIDECHE, W.: Diss. Tübingen 1931.  
\*302. HESS, V. F.: Elektrotechn. Z. 52, 936.  
303. — Nature, Lond. 127, 10.  
304. — Forschg. u. Fortschr. 31, 410.  
305. — u. W. S. PFORTE: Z. Physik. 71, 171.  
306. HOFFMANN, G.: Z. Physik. 69, 703.  
307. HUFF, L. D.: Physic. Rev. 38, 2292.  
308. HULBURT, E. O.: Ebenda 37, 1.  
309. HUMMEL, J. N.: Z. Physik 70, 765.  
310. JEANS, J. H.: Nature, Lond. 127, 945; 128, 301.  
\*311. KOLHÖRSTER, W. u. L. TUWIM: Ergebnisse der kosmischen Physik, Bd. 1, S. 87. Leipzig 1931.  
\*312. — — Ebenda S. 127.  
\*313. — Z. Geophysik 7, 199.  
314. — u. L. TUWIM: Z. Physik 73, 130.  
315. — — Naturwiss. 19, 917.  
316. — Ebenda 19, 574.  
317. — Forschg. u. Fortschr. 7, 98.  
318. LAUE, M. v.: Naturwiss. 19, 530, 641.  
318a. LEMAITRE, G.: Nature, Lond. 128, 704.  
\*318b. MATHIAS, O.: Strahlentherapie 40, 390.  
319. MESSERSCHMIDT, W.: Physik. Z. 32, 548.  
320. MILLIKAN, R. A. and G. H. CAMERON: Physic. Rev. 37, 235.  
321. — Ebenda 36, 1595.  
\*322. — Nature, Lond. 127, 167.  
\*323. — Smithsonian Rep. 3149, 277.  
324. — and J. S. BOWEN: Nature, Lond. 128, 582.  
325. MØLLER, CHR.: Z. Physik 70, 786.  
326. MOTT-SMITH, L. M.: Physic. Rev. 37, 1001.  
327. — and G. L. LOCHER: Ebenda 38, 1399.  
328. OLMSTED: Ebenda 37, 1688.  
329. ORBÁN, G.: Wien. Ber. (2a) 140.  
330. ORTON, J. H. and S. T. BURFIELD: Nature, Lond. 128, 376.  
331. PERSICO, E.: Scientia 49, 81.  
332. PFORTE, W. S.: Z. Physik 72, 511.  
333. PRIEBSCHE, J.: Physik. Z. 32, 622.  
334. REGENER, E.: Naturwiss. 19, 177—179.  
\*335. — Elektrotechn. Z. 52, 97.  
336. — Verh. dtsh. physik. Ges. 12, 45.  
337. — Nature, Lond. 127, 233.  
338. — Naturwiss. 19, 460.

339. REITZ, A. W.: Z. Physik 69, 259.  
 340. — A.: Wien. Ber. (2a) 140.  
 342. ROSSI, B.: Rend. Linc. 13, 47.  
 343. — Ebenda 13, 600.  
 344. — Z. Physik 68, 64.  
 345. — Nature, Lond. 128, 300.  
 346. — Cim. 8, 49—70.  
 347. — Ebenda 8, 189.  
 348. — Nature, Lond. 128, 408.  
 349. — Cim. 8, 85.  
 350. — N. S. 8, 100.  
 352. SUCKSTORFF, G. A.: Naturwiss. 19, 87.  
 353. SIMPSON, G. C.: Nature, Lond. 127, 663.  
 354. SCHELLING, H. v. Naturwiss. 19, 596.  
 355. SCHINDLER, H.: Z. Physik 72, 625.  
 356. SCHMIDT, EKKEHARD: Wien. Ber. 140, 27.  
 358. SCHULZE, W. M. H.: Physik. Z. 32, 564.  
 359. — Nature, Lond. 128, 837.  
 360. — Physik. Z. 32, 808.  
 361. STÖRMER, C.: Proc. nat. Acad. Sci. U.S.A. 17, 62.  
 362. TUWIM, L.: Berl. Ber. 1931, 91.  
 363. — Ebenda 360.  
 364. — Ebenda 830.  
 366. WÖLCKEN, K.: Diss. Göttingen 1931.  
 367. — Z. Geophysik 7, 267.  
 368. ZEHNDER, L.: Ann. Guébbhard Séverine 7, 203.
- 1932.
- \*369. ANBROSEN, J.: Hojdestraalingen, Fysiks Tidsskr. 30, 133.  
 370. ANDERSON, C. D.: Physic. Rev. 41, 405.  
 373. BENADE, J. M.: Nature, Lond. 130, 699.  
 374. — Physic. Rev. 42, 290.  
 375. BENNETT, R. D.: Technol. Rev., Juli 1932.  
 376. — W. P. OVERBECK and J. C. STEARNS: Physic. Rev. 42, 317.  
 377. — J. L. DUNHAM, E. H. BRAMHALL and P. K. ALLEN: Ebenda 42, 446.  
 378. — J. STEARNS and A. H. COMPTON: Ebenda 41, 119.  
 379. BERNARDINI, G.: Nature, Lond. 129, 578.  
 380. BETHE, H.: Z. Physik 76, 293.  
 381. BLACKETT, P. M. S. and G. P. S. OCCHIALINI: Nature, Lond. 130, 363.  
 382. BOTHE, W.: Att. Conv. Fis. Nucleare, Reale Acc. d'Italia, Roma 1932.  
 \*383. — Verh. dtsch. physik. Ges. 13, 6.  
 384. BOWEN, J. S.: Physic. Rev. 41, 24.  
 385. BROXON, J. W.: Ebenda 40, 1022.  
 385a. — Ebenda 42, 321.  
 386. CARLSON, J. F. and J. R. OPPENHEIMER: Ebenda 39, 864.  
 387. CLAY, J. u. H. P. BERLAGE: Naturwiss. 20, 687.  
 388. — Z. Physik 78, 250.  
 389. — Proc. Acad. Amsterd. 35, 1282.  
 390. COMPTON, A. H.: Physic. Rev. 39, 190.  
 391. — R. D. BENNETT and J. C. STEARNS: Ebenda 39, 873.  
 392. — Ebenda 41, 111.  
 393. — R. D. BENNETT and J. C. STEARNS: Ebenda 41, 119.  
 394. — and J. J. HOPFIELD: Ebenda 41, 539.



- \*395. COMPTON, A. H. and J. J. HOPFIELD: *Physic. Rev.* **41**, 681.  
 396. CONWAY, A. W.: *Nature, Lond.* **130**, 581.  
 397. CURTISS, L. F.: *Bur. Stand. J. Res.* **9**, 815.  
 398. CORLIN, A.: *Lund Obs. Circ.* **6**, 124.  
 \*399. DARROW, K. K.: *Bell Teleph. Syst., Contemp. Advances in Physics*  
**23**.  
 400. DELBRÜCK, M.: *Nature, Lond.* **129**, 627.  
 401. GROSS, B.: *Z. Physik* **78**, 271.  
 402. GUNN, R.: *Physic. Rev.* **41**, 683.  
 403. HARANG, L.: *Terr. Magn. and Atmosph. Electr.* **37**, 59.  
 404. HARPER, W. R.: *Proc. Cambridge Philos. Soc.* **28**, 219.  
 405. HEISENBERG, W.: *Ann. Physik* (5) **13**, 430.  
 406. — *Naturwiss.* **20**, 365.  
 407. HESS, V. F.: *Helv. phys. Acta* **5**, 296.  
 408. — u. R. STEINMAURER: *Berl. Ber.* **11**, 445.  
 409. — *From Terr. Magn. and Atmosph. Electr.* **1932**, 399.  
 \*410. HOFFMANN, G.: *Physik. Z.* **33**, 633.  
 411. HOPFIELD, J. J.: *Physic. Rev.* **42**, 904.  
 412. HOWELL, L. G. and L. M. MOTT-SMITH: *Ebenda* **42**, 314.  
 413. HÖNL, H.: *Z. Physik* **77**, 317.  
 414. HUMMEL, J. N.: *Ebenda* **76**, 483.  
 415. — *Physik. Z.* **33**, 503.  
 416. JAKOBSEN, F. C.: *Nature, Lond.* **130**, 581.  
 417. JOHNSON, TH. H.: *Physic. Rev.* **40**, 468.  
 418. — and J. C. STREET: *Ebenda* **40**, 638.  
 419. — W. FLEISCHER and J. C. STREET: *Ebenda* **40**, 1048.  
 420. — *Ebenda* **41**, 393, 545.  
 421. — and J. C. STREET: *Ebenda* **41**, 690.  
 \*422. — *J. Franklin. Inst.* **214**, 665—689.  
 423. — and J. C. STREET: *Physic. Rev.* **42**, 142.  
 424. KOLHÖRSTER, W.: *Z. Physik* **79**, 682.  
 425. — *Nature, Lond.* **129**, 471.  
 426. — *Ber. preuß. Meteor. Inst.* **31**, 34.  
 427. — *Berl. Ber.* **1932**, 39.  
 428. — *Naturwiss.* **20**, 895.  
 429. — u. L. TUWIM: *Ebenda* **20**, 657.  
 430. KUNZE, F.: *Z. Physik* **79**, 203.  
 431. LEMAITRE, G. and M. S. VALLARTA: *Physic. Rev.* **42**, 914.  
 432. LENZ, E.: *Z. Physik* **76**, 660.  
 433. LINDHOLM, F.: *Ark. Math., Astron. och Fysik* **23**, 1.  
 434. — *Gerlands Beitr. Geophys.* **35**, 224.  
 435. LOCHER, G. L.: *Physic. Rev.* **39**, 883.  
 436. MASUCH, V.: *Z. Physik* **79**, 264.  
 437. MEDICUS, G.: *Ebenda* **74**, 350.  
 438. MEITNER, L. u. H. H. HUPFELD: *Ebenda* **75**, 705.  
 439. MESSERSCHMIDT, W. u. W. S. PFORTE: *Ebenda* **73**, 677.  
 440. — *Ebenda* **74**, 187.  
 441. — *Physik. Z.* **33**, 233.  
 442. — *Z. Physik* **78**, 668.  
 443. MILLIKAN, R. A.: *Physic. Rev.* **39**, 391.  
 444. — *Ebenda* **39**, 397.  
 445. — and C. D. ANDERSON: *Ebenda* **40**, 325, 1056.  
 446. MØLLER, C.: *Ann. Physik* **14**, 531.  
 447. MOTT-SMITH, L. M.: *Physic. Rev.* **39**, 403.  
 448. — L. G. HOWELL: *Ebenda* **42**, 314.

449. OESER, E.: *Z. Geophysik* 8, 242.  
450. PICCARD, A., E. STAHEL u. P. KIPFER: *Naturwiss.* 20, 592.  
451. — — — *C. r. Acad. Sci., Paris* 195, 71.  
452. — et M. COSYNS: *Ebenda* 195, 604.  
453. PRIEBSCH, J. u. R. STEINMAURER: *Gerlands Beitr. Geophys.* 37, 296.  
453a. — — *Wien. Anz.* 1932, Nr 13, 11.  
454. REGENER, E.: *Z. Physik* 74, 433.  
455. — *Nature, Lond.* 130, 364.  
456. — *Naturwiss.* 20, 695.  
457. ROSE, D. C.: *Canad. J. Res.* 5, 625.  
458. ROSSI, B.: *Naturwiss.* 20, 65.  
459. — *Nature, Lond.* 130, 699.  
460. — *Physik. Z.* 33, 304.  
461. — *Rend. Linc.* 15, 62.  
462. — *Ebenda* 15, 734.  
463. — *J. Physique Radium* 3, 156.  
464. — et B. CRINÒ: *Rend. Linc.* 15, 741.  
\*465. — *Cim (N. S.)* 9, 39.  
466. — *Ric. Scientifica* 3, Nr 7.  
\*467. SÉVIN, E.: *C. r. Acad. Sci., Paris* 195, 698.  
468. SIEVERT, R. M.: *Nature, Lond.* 129, 792.  
469. — *Ark. Math., Astron. och Fysik* 23, Nr 6.  
470. SKAPSKI, A. ST.: *Nature, Lond.* 130, 472, 893.  
471. SKOBELZYN, D.: *C. r. Acad. Sci., Paris* 194, 118.  
472. — *Ebenda* 195, 315.  
473. SUCKSTORFF, G. A.: *Naturwiss.* 20, 506.  
474. SWINNE, R.: *Z. techn. Physik* 13, 279.  
475. SWANN, W. F. G. and J. C. STREET: *Physic. Rev.* 40, 1049.  
476. — *Ebenda* 41, 540.  
477. — *J. Franklin Inst.* 214, 465.  
478. SCHONLAND, B. F. J. and J. P. T. VILJOEN: *Nature, Lond.* 130, 399.  
479. SCHWEIDLER, E.: *Probleme der kosmischen Physik*, Bd. 15. Hamburg 1932.  
480. STEARNS, J. C. and W. OVERBECK: *Physic. Rev.* 40, 636.  
481. — — and R. D. BENNETT: *Ebenda* 42, 317.  
482. STEINKE, E. G. u. H. SCHINDLER: *Naturwiss.* 20, 15.  
483. — — *Z. Physik* 75, 115.  
484. — — *Naturwiss.* 20, 491.  
485. STÖRMER, E.: *Erg. kosm. Phys.* 1, 1.  
486. — *Z. astron. Physik* 4, 290.  
487. — *Terr. Magn. and Atmosph. Electr.* 37, 375.  
488. STREET, J. C. and TH. H. JOHNSON: *Physic. Rev.* 40, 1048.  
489. — — *Ebenda* 42, 142.  
490. TARRANT, G. T. P. and L. H. GRAY: *Proc. Cambridge Philos. Soc.* 28, 124.  
491. TUWIM, L.: *J. Physique* 7, 614.  
492. — *Z. Physik* 76, 561.  
493. — *Ebenda* 77, 815.  
494. LE ROY DE WELD: *Physic. Rev.* 40, 713; siehe auch *Ebenda* 35, 295 (1930); 37, 1368 (1931).  
495. WOLFF, K.: *Z. Physik* 75, 570.  
496. WATAGHIN, G.: *Atti Torino* 67, 527 (1931/32).

## 1933.

497. ALFVÉN, H.: *Nature*, Lond. 131, 619.  
 498. ALVAREZ, L. and A. H. COMPTON: *Physic. Rev.* 43, 835.  
 499. ANDERSON, C. D.: *Ebenda* 43, 368.  
 500. — *Ebenda* 43, 381.  
 501. — *Ebenda* 43, 491.  
 502. — *Ebenda* 44, 406.  
 503. APPLETON, E. V. and E. G. BOWEN: *Nature*, Lond. 132, 965.  
 504. AUGER, P. et L. LEPRINCE-RINGUET: *J. Physique* 4, 166.  
 505. — — C. r. Acad. Sci., Paris 197, 1242.  
 506. — et G. MONOD-HERZEN: *Ebenda* 197, 1406.  
 507. BARNÓTHY, J.: *Z. Physik* 85, 201.  
 508. — *Naturwiss.* 21, 835.  
 509. BETHE, H.: *Handbuch GEIGER-SCHEEL*, Bd. XXIV, Teil 1, S 519. 1933.  
 510. BENNETT, R. D., J. C. STEARNS et W. P. OVERBECK: *Rev. Sci. Instr.* 4, 387.  
 511. BHABHA, H. J.: *Z. Physik* 86, 120.  
 512. BLACKETT, P. M. S. and G. P. S. OCCHIALINI: *Proc. Roy. Soc., Lond.* (A) 139, 699.  
 513. — *Nature*, Lond. 132, 917.  
 514. BLOCH, F.: *Z. Physik* 81, 363.  
 515. — *Ann. Physik* 16, 285.  
 516. BOWEN, J. S. and R. A. MILLIKAN: *Physic. Rev.* 43, 695.  
 517. — — and H. V. NEHER: *Ebenda* 44, 246.  
 518. BROXON, J. W., G. T. MERIDETH and L. STRAIT: *Ebenda* 43, 687.  
 519. — — — *Ebenda* 44, 253.  
 520. CAIRNS, J. E. I.: *Nature*, Lond. 132, 174.  
 521. CASSEN, B.: *Physic. Rev.* 44, 513.  
 523. CLAY, J.: *Naturwiss.* 21, 43.  
 524. — *Proc. Acad. Amsterd.* 36, 62.  
 525. COMPTON, A. H.: *Physic. Rev.* 43, 382.  
 \*526. — *Science* 77, 480.  
 \*527. — *Physic. Rev.* 43, 387.  
 528. — et J. J. HOPFIELD: *Rev. Sci. Instr.* 4, 491.  
 \*529. — *Nature*, Lond. 131, 713.  
 530. CURIE, J. et F. JOLIOT: *J. Physique* 4, 492.  
 531. DAUVILLIER, A.: C. r. Acad. Sci., Paris 197, 997.  
 532. — *Ebenda* 197, 1339.  
 533. — *J. Physique* 4, 167 S.  
 534. — C. r. Acad. Sci., Paris 197, 1741.  
 535. DIECK, G.: *Naturwiss.* 21, 896.  
 536. FERMI, E. e B. ROSSI: *Rend. Linc.* 17, 346.  
 537. FLÜGGE, S.: *Z. Physik* 85, 693.  
 538. FÜNFER, E.: *Ebenda* 83, 92.  
 538a. FURRY, W. H. and J. F. CARLSON: *Physic. Rev.* 44, 237.  
 539. FREYTAG, O.: *Gerlands Beitr. Geophys.* 39, 10.  
 540. GANGULI, A.: *Philos. Mag.* 15, 65.  
 541. GROSS, B.: *Z. Physik* 80, 125.  
 542. — *Ebenda* 83, 214.  
 543. GUNN, R.: *Physic. Rev.* 43, 380.  
 543a. HAFSTAD, L. R.: *Ebenda* 44, 201.  
 544. HARPER, E. R.: *Proc. Cambridge Philos. Soc.* 29, 149.  
 545. HEITLER, W. and F. SAUTER: *Nature*, Lond. 132, 892.  
 546. HESS, V. F. u. R. STEINMAURER: *Berl. Ber.* 1933, Nr 15, 521

547. HESS, V. F. and R. STEINMAURER: *Nature*, Lond. 132, 601.  
 548. — — u. H. GRAZIADEI: *Helv. phys. Acta* 6, 480.  
 \*549. HILL, E. L.: *Rev. Sci. Instr.* 4, 570.  
 550. HOERLIN, H.: *Nature*, Lond. 132, 61.  
 551. — *Naturwiss.* 21, 822.  
 552. HOWELL, L. G. and L. MOTT-SMITH: *Physic. Rev.* 43, 381.  
 553. HOPFIELD, J. J.: *Ebenda* 43, 675.  
 554. HULL, G. F.: *Ebenda* 44, 952.  
 555. HUMMEL, J. N.: *Physik. Z.* 34, 331.  
 556. JAKOBSEN, J. C. u. C. B. MADSEN: *Naturwiss.* 21, 350.  
 557. JOHNSON, TH. H.: *Physic. Rev.* 43, 379; und JOHNSON, TH. H. and E. C. STEVENSON: *J. Franklin Inst.* 216, 329.  
 558. — *Physic. Rev.* 43, 307.  
 559. — and J. C. STREET: *J. Franklin Inst.* 215, 239.  
 560. — — *Physic. Rev.* 43, 381.  
 561. — *Ebenda* 43, 385.  
 562. — *Ebenda* 43, 834, 1059.  
 563. — and E. C. STEVENSON: *Ebenda* 43, 583.  
 564. — — *Ebenda* 43, 775.  
 565. — — *Ebenda* 44, 125.  
 566. — *Ebenda* 44, 856.  
 566a. KIPFER, P.: *Naturwiss.* 21, 823.  
 567. KÖRNER, E.: *Z. Physik* 85, 442.  
 568. KOLHÖRSTER, W. u. L. TUWIM: *Ebenda* 81, 435.  
 569. — — *Ebenda* 84, 629.  
 570. — — *Ebenda* 86, 530.  
 571. — *Berl. Ber.* 1933, Nr 23, 689.  
 \*572. — *Physik. Z.* 34, 809.  
 573. — *Forsch. u. Fortschr.* 9, 218.  
 575. — *Nature*, Lond. 132, 407.  
 576. KORFF, S. A.: *Physic. Rev.* 44, 130.  
 577. — *Ebenda* 44, 300.  
 578. KALLMANN, H.: *Naturwiss.* 21, 365.  
 579. KORFF, S. A.: *Physic. Rev.* 44, 515.  
 580. KRAMER, W.: *Z. Physik.* 85, 411.  
 581. KULENKAMPFF, H.: *Naturwiss.* 21, 25.  
 582. KUNZE, P.: *Z. Physik.* 80, 559.  
 583. — *Ebenda* 83, 1.  
 \*583a. — *Physik. Z.* 34, 849.  
 584. LANGER, R. M.: *Physic. Rev.* 43, 215.  
 585. LEMAITRE, G. and M. S. VALLARTA: *Ebenda* 43, 87.  
 586. LENZ, E.: *Z. Physik* 83, 194.  
 587. — *Ebenda* 85, 435.  
 588. — *Helv. phys. Acta* 6, 479.  
 589. LOCHER, G. L.: *Physic. Rev.* 43, 381.  
 590. LEPRINCE-RINGUET, L. et J. C. JUNGERS: *J. Physique* 4, 47.  
 591. LOCHER, G. L.: *J. Franklin. Inst.* 216, 673.  
 592. — *Physic. Rev.* 44, 779.  
 593. MESSERSCHMIDT, W.: *Z. Physik.* 81, 84.  
 594. — *Ebenda* 85, 332.  
 595. — *Physik. Z.* 34, 896.  
 596. — *Naturwiss.* 21, 285.  
 \*597. MILLIKAN, R. A.: *Physic. Rev.* 43, 661.  
 598. — and H. V. NEHER: *Ebenda* 43, 211.  
 599. — — *Ebenda* 43, 381.

600. MILLIKAN, R. A. and J. S. BOWEN: *Physic. Rev.* 43, 695.  
 \*601. — *Science* 78, 153.  
 602. MACADAM, D. L. and M. R. LIPMANN: *J. Franklin Inst.* 216, 583.  
 604. MONTGOMERY, C. G. and MONTGOMERY: *Physic. Rev.* 44, 479.  
 605. MOTT-SMITH, L. M. and G. L. HOWELL: *Ebenda* 43, 381.  
 606. — — *Ebenda* 44, 4.  
 606a. NEDELSKY, W. and J. R. OPPENHEIMER: *Ebenda* 44, 948.  
 606b. OPPENHEIMER, J. R. and M. S. PLESSET: *Ebenda* 44, 53.  
 607. PFUNDT, P.: *Z. Physik* 85, 439.  
 608. POLLARD, W. G.: *Physic. Rev.* 44, 703.  
 609. PRIEBSCH, J. A.: *Z. Physik* 85, 448.  
 610. — *Helv. phys. Acta* 6, 479.  
 611. PRINS, J. A.: *Nature, Lond.* 132, 781.  
 \*612. PYRKOSCH, A.: *Z. Unterr.* 46, 75.  
 613. REGENER, E.: *Nature, Lond.* 131, 130.  
 614. — *Ebenda* 132, 696.  
 615. — *Helv. phys. Acta* 6, 450.  
 616. — *Z. Physik.* 80, 666.  
 \*617. — *Physik. Z.* 34, 306.  
 618. — *Ebenda* 34, 820.  
 619. — *Ebenda* 34, 880.  
 620. RIZZO, G. B.: *Atti Napoli* (2a) 20, 20.  
 \*621. — *Atti Accad. „Leon. da Vinci“* 1933, 14.  
 623. ROSSI, B.: *Helv. phys. Acta* 6, 440.  
 624. — *Z. Physik* 82, 151.  
 625. — *Rend. Linc.* (6) 17, 1073.  
 626. — *Nature, Lond.* 132, 173.  
 627. — *Ric. Scientifica* 4, Nr 10.  
 628. RUDOLPH, H.: *Gerlands Beitr. Geophys.* 39, 260.  
 629. SAWYER, J. H. jr.: *Physic. Rev.* 44, 241.  
 630. SÉVIN, E.: *C. r. Acad. Sci. Paris* 196, 1005.  
 631. — *Ebenda* 196, 1783.  
 632. SODDY, F. and H. BOOTH: *Nature, Lond.* 132, 638.  
 633. — — *Ebenda* 132, 639.  
 634. — — *Ebenda* 132, 898.  
 635. SPARKS, B. and W. PICKERING: *Physic. Rev.* 43, 214.  
 636. SUCKSTORFF, G. A.: *Diss. Berlin* 1933.  
 637. SWANN, W. F. G.: *Physic. Rev.* 43, 217.  
 638. — *Ebenda* 43, 775.  
 639. — and W. E. DANFORTH: *Ebenda* 43, 778.  
 640. — and C. G. MONTGOMERY: *Ebenda* 43, 782.  
 641. — *Ebenda* 43, 945.  
 642. — and C. G. MONTGOMERY: *Ebenda* 44, 52.  
 643. — *J. Franklin Inst.* 216, 559.  
 644. — *Physic. Rev.* 44, 124.  
 645. — *Ebenda* 44, 961.  
 646. — *Ebenda* 44, 1025.  
 647. SCHONLAND, B. F. J. and J. T. P. VILJOEN: *Proc. Roy. Soc., Lond.*  
 (A) 140, 314.  
 648. SCHULZE, W. M. H.: *Gerlands Beitr. Geophys.* 38, 353.  
 649. STEARNS, L. C. and R. D. BENNETT: *Physic. Rev.* 43, 1038.  
 650. STEINKE, E. G., A. GASTELL u. H. NIE: *Naturwiss.* 21, 560.  
 651. — u. H. TIELSCH: *Z. Physik* 84, 425.  
 652. — *Ebenda* 85, 210.  
 653. — *Forsch. u. Fortschr.* 9, 62.

654. STEINKE, E. G., A. GASTELL u. H. NIE: *Naturwiss.* 21, 898.  
 \*655. — *Handbuch der Physik*, Bd. 23/II. 1933.  
 656. STEINMAURER, R. u. H. GRAZIADEI: *Berl. Ber.* 22, 672.  
 658. STEVENSON, E. C.: *Physic. Rev.* 44, 855.  
 659. STREET, J. C.: *Ebenda* 43, 1055.  
 660. TANDBERG, J.: *Nature, Lond.* 132, 712.  
 661. TUWIM, L.: *J. Physique Radium* 4, 138.  
 662. — *C. r. Acad. Sci. Paris* 196, 950.  
 663. — *Ebenda* 196, 143f.  
 664. — *Ebenda* 197, 79.  
 665. VALLARTA, M. S.: *Physic. Rev.* 44, 1.  
 666. VEGARD, L.: *Nature, Lond.* 132, 682.  
 667. VIJJOEN, J. P. T. and SCHONLAND: *Philos. Mag.* 16, 449.  
 668. WEIZSÄCKER, C. F. v.: *Ann. Physik* 17, 869.  
 669. WILLIAMS, E. J.: *Nature, Lond.* 131, 511.  
 670. WORKMAN, E. J.: *Physic. Rev.* 43, 859.  
 671. ZANSTRA: *Naturwiss.* 21, 516.  
 672. — *Ebenda* 21, 694.  
 673. ZWICKY, F.: *Physic. Rev.* 43, 147.
- 1934.
674. ACKEMANN, M.: *Naturwiss.* 22, 169.  
 675. ANDERSON, C. D., R. A. MILLIKAN, S. NEDDERMEYER and W. PICKERING: *Physic. Rev.* 45, 352.  
 \*676. AUGER, P.: *J. Physique* 5, 1.  
 677. BENNETT, R. D.: *Physic. Rev.* 45, 491.  
 678. BENEDETTI, S. DE: *Ebenda* 45, 214.  
 679. BORN, M.: *Nature, Lond.* 133, 63.  
 680. BOWEN, J. S.: *Physic. Rev.* 45, 349.  
 681. CHADWICK, J., P. M. S. BLACKETT and G. P. S. OCCHIALINI: *Proc. Roy. Soc., Lond. (A)* 144, 235.  
 682. CHYLINSKI, S.: *Physic. Rev.* 45, 309.  
 684. CLAY, J.: *Physica* 1, 363.  
 685. COMPTON, A. H. and R. J. STEPHENSON: *Physic. Rev.* 45, 441.  
 686. — *Proc. nat. Acad. Sci. U.S.A.* 20, 79 (Stratosphärenflug T. G. W. SETTLE und C. L. FORDNEY).  
 687. CORLIN, A.: *Nature, Lond.* 133, 24.  
 688. — *Ebenda* 133, 63.  
 689. ECKARD, C.: *Physic. Rev.* 45, 451.  
 690. EHMERT, A.: *Physik. Z.* 35, 26.  
 691. EVANS, R. D. and H. V. NEHER: *Physic. Rev.* 45, 144.  
 692. HUMMEL, J. N.: *Naturwiss.* 22, 170.  
 693. JÁNOSSY, L.: *Z. Physik.* 88, 372.  
 694. KOLHÖRSTER, W.: *Nature, Lond.* 133, 419.  
 \*695. — u. L. TUWIM: *Erg. kosm. Physik.* 2.  
 696. KRAUS, P.: *Z. Physik.* 88, 99.  
 697. LENZ, E.: *Hochfrequenztechn. u. Elektroakust.* 43, 47.  
 698. MONTGOMERY, C. G.: *Physic. Rev.* 45, 62.  
 699. MESSERSCHMIDT, W.: *Z. Physik* 87, 800.  
 700. MILLIKAN, R. A., C. D. ANDERSON and V. NEHER: *Physic. Rev.* 45, 141.  
 701. ROSSI, B.: *Ebenda* 45, 212.  
 702. STÖRMER, C.: *Oslo Obs. Publ.* 1934, Nr 10 u. 12.  
 703. STUBBE, A.: *Naturwiss.* 22, 260.  
 704. ZANSTRA: *Ebenda* 22, 171.

# Über den äusseren Photoeffekt an adsorbierten Schichten<sup>1</sup>.

Von R. SUHRMANN, Breslau.

Mit 65 Abbildungen.

## Inhaltsverzeichnis.

	Seite
1. Grundlegende lichtelektrische Begriffe und Gesetzmäßigkeiten . . .	149
2. Historischer Überblick . . . . .	151
3. Allgemeine physikalisch-chemische Eigenschaften adsorbierter Schichten . . . . .	153
4. Der äußere Photoeffekt an einfachen adsorbierten Schichten . . .	159
a) Der Gaseinfluß im allgemeinen und die Einwirkung des Wasser- stoffs und des Sauerstoffs auf Metalloberflächen . . . . .	159
b) Der Einfluß der Entgasung auf die Energieverteilung der Photo- elektronen. . . . .	166
c) Die Einwirkung verschiedener Gase und Dämpfe auf Metall- und Kohleoberflächen . . . . .	168
d) Adsorbierte Metallfilme . . . . .	169
e) Der Lichtvektoreffekt an Metallfilmen . . . . .	175
5. Der äußere Photoeffekt an zusammengesetzten Schichten . . . .	185
6. Der Einfluß der Temperatur auf den Photoeffekt an adsorbierten Schichten . . . . .	196
7. Der Feldeinfluß bei adsorbierten Schichten . . . . .	205
Literaturverzeichnis . . . . .	213

In neuerer Zeit verwendet die Technik für die Photozellenherstellung als lichtempfindliche äußere Grenzflächen fast ausschließlich Metalloberflächen, auf denen das lichtelektrisch empfindliche Material, also zumeist ein Alkalimetall, in äußerst feiner Verteilung niedergeschlagen bzw. adsorbiert ist. Derartige Oberflächen weisen im allgemeinen eine viel größere Elektronenausbeute auf als die kompakten Metalle und zeichnen sich durch eine Reihe bemerkenswerter physikalischer Eigenschaften aus, die auf ihrem besonderen physikalisch-chemischen Aufbau beruhen. Ihr Studium hat vor allem in den letzten Jahren unsere Einsicht in die Natur des äußeren lichtelektrischen Effektes wesentlich gefördert. Auf Grund der hierbei gewonnenen Erkenntnisse vermag man jetzt eine große Zahl von früher noch ungeklärten Erscheinungen beim äußeren Photoeffekt,

<sup>1</sup> Zusammenstellungen der älteren, hier nicht zitierten lichtelektrischen Literatur finden sich: bis 1914 in 1 und 2, von 1914—1927 in 3.

wie z. B. den Gaseinfluß und die „Ermüdung“, einzuordnen und zu deuten. Im folgenden soll daher ein zusammenfassender Bericht über die lichtelektrischen Eigenschaften adsorbierter Schichten gegeben werden.

### 1. Grundlegende lichtelektrische Begriffe und Gesetzmäßigkeiten.

Bevor wir das eigentliche Thema behandeln, wollen wir des besseren Verständnisses wegen kurz einige grundlegende lichtelektrische Begriffe und Gesetzmäßigkeiten besprechen (vgl. hierzu 1 bis 6).

Bestrahlt man eine im Vakuum befindliche Metallplatte mit dem Licht einer bestimmten Wellenlänge, so ist der erhaltene Photostrom proportional der Lichtintensität. Dabei ist vorausgesetzt, daß deren Veränderung so erfolgt, daß immer dieselben Stellen der Kathode vom Lichte getroffen werden, denn die Lichtempfindlichkeit von Photokathoden ist zumeist von Ort zu Ort verschieden.

Der pro Einheit der Lichtintensität erhaltene Photostrom, als Funktion der Wellenlänge aufgetragen, ergibt die spektrale *Empfindlichkeitskurve*, die bei der „*langwelligen Grenze*“ (oder „*roten Grenze*“) in die Abszisse einmündet. Die Lage der langwelligen Grenze variiert wegen der zusätzlichen Wärmeenergie der Elektronen ein wenig mit der Temperatur. Sie ist daher aus der Empfindlichkeitskurve nicht unmittelbar, sondern nur auf einem Umwege zu entnehmen, worauf weiter unten näher eingegangen wird. Man erhält dann die langwellige Grenze  $\lambda'$ , wie sie sich ohne die Wärmeenergie der Elektronen ergeben würde.  $\lambda'$  bzw. die Grenzfrequenz  $\nu'$  ist mit dem „*Austrittspotential*“  $\psi$  der Elektronen durch die EINSTEINSche Beziehung

$$h \cdot \nu' = e_0 \cdot \psi \tag{1}$$

verbunden, in der  $h$  die PLANCKSche Konstante ( $= 6,55 \cdot 10^{-27}$  Erg · sec) und  $e_0$  die Elementarladung ( $= 1,591 \cdot 10^{-19}$  Coul.) bedeuten.

Bei Bestrahlung mit dem unzerlegten Licht eines schwarzen Körpers hängt der erhaltene Photostrom  $J$  in der gleichen Weise von der Temperatur  $T$  des Strahlers ab, wie die Zahl der von einer Glühkathode emittierten Elektronen von deren Temperatur. Es ist also

$$J = M \cdot T^r \cdot e^{-\frac{e_0}{kT} \cdot \psi}, \tag{2}$$

wobei  $M$  (bezogen auf die Flächeneinheit) eine von der universellen Konstanten  $A_0$  ( $= 60,2$  bzw.  $120,4 \frac{\text{Amp.}}{\text{qcm Grad}^2}$ ) der Glühelctronenemission verschiedene Konstante,  $k$  die BOLTZMANNsche Konstante ( $= 1,374 \cdot 10^{-16} \frac{\text{Erg.}}{\text{Grad}}$ ) und  $r$  eine Zahl in der Größenordnung von 2 ist. Der Photostrom  $J$  wird als „*lichtelektrische Gesamtemission*“ bezeichnet. Mit Hilfe von Gleichung (2) erhält man das Austrittspotential und damit die langwellige Grenze direkt, also ohne den störenden Einfluß der Wärmebewegung der Elektronen.

Verbindet man die Anode der Photozelle mit der Erde und die gleich beschaffene Kathode mit einem Elektrometer, so lädt sich dieses bei Bestrahlung mit dem Licht einer bestimmten Wellenlänge bis zu einem bestimmten Potential  $V_m$  auf, das unabhängig von der Wellenlänge ist und von der Lichtfrequenz  $\nu$  nach der Beziehung

$$h \cdot \nu = e_0 \cdot V_m + e_0 \cdot \psi \tag{3}$$

abhängt. Für  $\nu = \nu'$  ist Gleichung (1) erfüllt, also  $V_m = 0$ .



Gleichung (3) nimmt eine etwas andere Gestalt an, wenn die Austrittspotentiale  $\psi_K$  der Kathode und  $\psi_A$  der Anode verschieden sind. In diesem Fall besteht zwischen beiden Elektroden eine *Kontaktpotentialdifferenz*

$$V_{K,A} = -(\psi_K - \psi_A), \quad (4)$$

gegen welche die von der Kathode emittierten Elektronen anlaufen müssen. Daher ist

$$h \cdot \nu = e_0 \cdot V'_m + e_0 \cdot \psi_K + e_0 \cdot V_{K,A},$$

oder

$$V'_m = \frac{h \cdot \nu}{e_0} - \psi_A. \quad (5)$$

Das gemessene *Maximalpotential*  $V'_m$  ist also unabhängig von der Beschaffenheit der Kathode und hängt nur vom Austrittspotential der Anode ab.

Wie z. B. die Aufnahme der Strom-Spannungskurve im Gegenfeld ergibt, sind bei Bestrahlung mit einer *bestimmten* Lichtfrequenz auch Elektronen vorhanden, deren Voltgeschwindigkeit kleiner ist als das Maximalpotential  $V'_m$  der Gleichung (5), gegen das die schnellsten ausgelösten Elektronen eben noch anlaufen können. Die Photoelektronen zeigen also eine *Energieverteilung*. Die Form der auf denselben Sättigungsstrom und die gleiche Maximalgeschwindigkeit reduzierten Verteilungskurve ist kaum von der Frequenz der auffallenden Strahlung abhängig.

Während viele Autoren früher der Ansicht waren, daß die lichtelektrische Empfindlichkeitskurve scharf in die Wellenlängenabzisse einschneidet, wurde von einigen wenigen (vgl. 3, S. 37 und 47) angenommen, daß die Annäherung der Empfindlichkeitskurve *nicht* unter einem genügend bestimmten Winkel erfolgt. So erklärten z. B. MILLIKAN und seine Schüler (37) die von anderen Autoren auch bei reinen Metallen gefundene allmähliche Annäherung der Empfindlichkeitskurve durch nicht genügende spektrale Reinheit des zur Elektronenauslösung verwendeten Lichtes, während SUHRMANN (47) auf Grund eigener Versuche die Auffassung vertrat, daß die *Temperaturbeeinflussung* des lichtelektrischen Effektes eine Unschärfe der langwelligen Grenze hervorrufen *müsse*. Infolge ihrer thermischen Zusatzenergie sollten bei höheren Temperaturen auch Elektronen die Metalloberfläche verlassen können, die ein etwas kleineres Energiequant aufgenommen haben, als zum Überwinden der Austrittsarbeit erforderlich ist. SUHRMANN begründete seine Ansicht damit, daß die Berechnung der langwelligen Grenze aus der „lichtelektrischen Gesamtmission“ nach Gleichung (2), welche nach der Theorie die Grenze beim absoluten Nullpunkt liefert, stets ein wenig kurzwelligere Werte ergab als die direkte Beobachtung.

Auf Grund der gleichen Annahmen und unter Benutzung des inzwischen eingeführten FERMI-DIRAC-SOMMERFELDSchen Elektronengases entwickelte FOWLER (145) in den letzten Jahren eine Theorie der Temperaturabhängigkeit des äußeren Photoeffektes, die durch die Versuche von MORRIS (154), WINCH (167) und DUBRIDGE (176) u. a. bestätigt wurde, und die gestattet, das wahre Austrittspotential  $\psi$ , und damit die langwellige Grenze ohne den Einfluß der Wärmeenergie des Elektronengases zu berechnen. Für die lichtelektrische Empfindlichkeit  $i$  (in Coul. pro Lichtquant) der Frequenz  $\nu$  bei der Temperatur  $T$  ergibt die Theorie

I. für  $\delta \leq 0$ ;  $h \cdot \nu \leq e_0 \cdot \psi$

$$i = \text{const} (h \cdot T)^2 \cdot (C - h \cdot \nu)^{-\frac{x}{2}} \left\{ e^\delta - \frac{e^{2\delta}}{2^2} + \frac{e^{3\delta}}{3^2} \mp \dots \right\} \quad (6)$$

II. für  $\delta \geq 0$ ;  $h \cdot \nu \geq e_0 \cdot \psi$

$$i = \text{const} (h \cdot T)^2 \cdot (C - h \cdot \nu)^{-\frac{1}{2}} \left\{ \frac{\pi^2}{6} + \frac{\delta^2}{2} - \left( e^{-\delta} - \frac{e^{-2\delta}}{2^2} \pm \dots \right) \right\} \quad (6a)$$

wobei abkürzungshalber

$$-\frac{e_0 \cdot \psi - h \cdot \nu}{h \cdot T} = \delta$$

gesetzt worden ist. Gleichung (6) bezieht sich auf die unmittelbare Nähe der beobachteten langwelligen Grenze, also auf den durch die Eigenenergie der Elektronen bedingten Teil der Empfindlichkeitskurve; Gleichung (6a) auf die Umgebung der wahren langwelligen Grenze  $\nu'$  nach kurzen Wellen zu.

Für die Anwendung formt man die beiden Gleichungen um und bezieht gleichzeitig den Ausdruck  $(C - h \cdot \nu)^{-\frac{1}{2}}$  in die Konstante ein, was in der Nähe der langwelligen Grenze zulässig ist; hierdurch erhält man

I. für  $\delta \leq 0$ ;  $\log \frac{i}{T^2} = \log \left\{ e^\delta - \frac{e^{2\delta}}{2^2} + \frac{e^{3\delta}}{3^2} \mp \dots \right\} + \text{const.} \quad (7)$

II. für  $\delta \geq 0$ ;  $\log \frac{i}{T^2} = \log \left\{ \frac{\pi^2}{6} + \frac{\delta^2}{2} - \left( e^{-\delta} - \frac{e^{-2\delta}}{2^2} \pm \dots \right) \right\} + \text{const.} \quad (7a)$

Mit Hilfe von Gleichung (7) und (7a) ermittelt man  $\psi$  in folgender Weise aus der bei einer bestimmten Temperatur gemessenen Empfindlichkeitskurve.

Man berechnet aus den Gleichungen  $\log \frac{i}{T^2}$  bis auf die additive Konstante für beliebige positive und negative Werte von  $\delta$  und trägt die gefundenen Zahlen als Funktion von  $\delta$  in ein Koordinatensystem ein. Dann zeichnet man die gemessenen Werte  $\log \frac{i}{T^2}$  als Funktion von  $\frac{h \cdot \nu}{h \cdot T}$  in dasselbe System ein. Die zuletzt erhaltene Kurve ist gegenüber der ersteren parallel verschoben und kann mit ihr durch eine vertikale und eine horizontale Verschiebung zur Deckung gebracht werden. Die Horizontalverschiebung wird bestimmt; sie ist wegen der Wahl des Abszissenmaßstabes (zuerst  $\frac{h \cdot \nu}{h \cdot T} - \frac{e_0 \cdot \psi}{h \cdot T}$ , dann  $\frac{h \cdot \nu}{h \cdot T}$ ) gleich  $\frac{e_0 \cdot \psi}{h \cdot T}$ , woraus sich  $\psi$  und damit  $\lambda'$  ohne weiteres berechnen läßt.

## 2. Historischer Überblick.

Schon vor mehr als 20 Jahren wurde beobachtet, daß die lichtelektrische Empfindlichkeit einer frisch abgekratzten an der Luft befindlichen Metallplatte mit der Zeit abnimmt. Diese als „*Ermüdung*“ bezeichnete Erscheinung wurde in der Hauptsache von HALLWACHS und seinen Schülern unter Variation des umgebenden Gases nach verschiedenen Richtungen hin untersucht (vgl. die Ausführungen in 1 und 2).

Andere Forscher, z. B. S. WERNER (16), WULF (8), CHRISLER (10) und GREINACHER (13), stellten fest, daß die Empfindlichkeit von Metalloberflächen, die durch Kathodenzerstäubung in Wasserstoff hergestellt oder einer Glimmentladung in Wasserstoff ausgesetzt worden sind, eine viel größere Empfindlichkeit aufweisen, wie nach der gleichen Behandlung in Stickstoff bzw. Luft.

In der gleichen Zeit beobachteten POHL und PRINGSHEIM eine Veränderung der spektralen Empfindlichkeitsverteilung von im Vakuum verdampftem und niedergeschlagenem Aluminium und Magnesium, die sie auf Gasabgabe und chemische Veränderung der Oberflächen durch *Restgase* zurückführten (12). Auch die Empfindlichkeit von Kalziumamalgamoberflächen änderte sich im Vakuum, wenn die Flächen durch Umgießen erneuert worden waren (14).

Leider wurden viele der damaligen Untersuchungen mit spektral unzerlegtem Licht ausgeführt und unter Vakuumbedingungen, die wir heute nicht als ausreichend betrachten. Die verwendeten Gase waren zumeist nicht in einer vom heutigen Standpunkt einwandfreien Weise hergestellt. Aus diesen Gründen konnten diese Versuche nicht zu einer eindeutigen Entscheidung über die Art des Gaseinflusses führen.

Mit der *Verbesserung der Vakuumtechnik* durch die Erfindung der Diffusionspumpe und durch die Anwendung der Entgasungsmethoden und der Ausfriermethoden von Fett- und Quecksilberdämpfen mit Hilfe von fester Kohlensäure und flüssiger Luft wurden auch die Ergebnisse der Untersuchungen über den Gaseinfluß übersichtlicher. HALLWACHS und WIEDMANN konnten die lichtelektrische Empfindlichkeit von Kalium durch öftere Destillation im Vakuum weitgehend vermindern (17). SENDE und SIMON (28) stellten fest, daß die Empfindlichkeit von Platin während des Entgasens durch Glühen im Vakuum ein Maximum durchläuft, daß sich also hierbei zweierlei Vorgänge entgegenwirken, die auf das ad- und das absorbierte Gas zurückgeführt wurden: das *adsorbierte Gas* sollte eine Verminderung, die *innere Gasbeladung* eine Erhöhung der Empfindlichkeit hervorrufen.

Die Art der Empfindlichkeitsbeeinflussung durch die Gasbeladung untersuchte SUHRMANN bei Platin (30). Er stellte fest, daß die im Sinne von SENDE und SIMON infolge der Vorbehandlung außerhalb der Photozelle auf der Metalloberfläche vorhandenen Gase die *spektrale Empfindlichkeitskurve* nach kurzen Wellen verschieben, während die innere Gasbehandlung sie nach langen Wellen vorrücken läßt. Diese Ergebnisse wurden später von DUBRIDGE (55) und anderen Forschern bestätigt (z. B. 37, 48, 56, 60, 54, 141, 179), wobei DUBRIDGE die Entgasung noch weiter treiben konnte als SUHRMANN.

In der gleichen Zeit untersuchten ELSTER und GEITEL (29) die Empfindlichkeitssteigerung für sichtbares Licht, die ein in einer Kaliumzelle befindlicher glühbarer Platindraht unmittelbar nach dem Aufhören des Glühens dadurch erfährt, daß sich *unsichtbare Kaliumschichten* infolge des Kaliumdampfdruckes auf dem Drahte niederschlagen. Da Platin im Sichtbaren unempfindlich ist, schrieben ELSTER und GEITEL die beobachtete Elektronenemission dem adsorbierten, äußerst fein verteilten Kalium zu und schlugen vor, die Versuche an einem mit atomarem Kalium bedeckten Platinspiegel

mit polarisiertem Licht zu wiederholen, um festzustellen, ob diese dünnsten Schichten einen selektiven Vektoreffekt zeigen.

Solche Untersuchungen in systematischer Weise an *Spiegeln* verschiedener Metalle zuerst ausgeführt zu haben, ist das Verdienst von H. E. IVES (40, 41, 51), der seine Versuche allerdings auf das sichtbare Spektralgebiet beschränkte. SUHRMANN und THEISSING (83, 101) dehnten das Studium dünner Kaliumschichten auf das Ultraviolett aus, indem sie gleichzeitig die spektrale Empfindlichkeit in  $\frac{\text{Coul.}}{\text{cal}}$  be-

stimmten. Sie fanden hierdurch einige bemerkenswerte Eigenschaften adsorbierter Schichten. Im Anschluß an das Verhalten adsorbierter Alkalihäute konnte SUHRMANN auch den Gaseinfluß (102, 103) einer Klärung näherbringen. Hierbei und bei der Deutung der an adsorbierten Alkaliatomen gefundenen Erscheinungen wurden die glüh-elektrischen Versuchsergebnisse von LANGMUIR, KINGDON (35, 34, 42, 43), J. A. BECKER (49) u. a. an adsorbierten Schichten, sowie die theoretischen Überlegungen SCHOTTKYS (7) herangezogen, denn in-zwischen war die nahe Verwandtschaft der Glühelktronenemission und des lichtelektrischen Effektes nachgewiesen worden (36, 69, 62).

Da die adsorbierten Alkalihäute unter gewissen Bedingungen außer-ordentlich hohe Empfindlichkeiten besonders auch im langwelligen sichtbaren Spektrum aufweisen, erlangten sie für die *Technik der Photozellenherstellung* große Bedeutung. Daher wurden in den letzten Jahren eine große Zahl von Untersuchungen adsorbierter Schichten unter dem Gesichtspunkt möglicher Empfindlichkeitssteigerung durchgeführt, die zum Teil auch das Verständnis des äußeren Photoeffektes erweiterten; an diesen Arbeiten sind BAINBRIDGE, SUHRMANN, N. R. CAMPBELL, OLPIN, KOLLER, DE BOER und TEVES, W. KLUGE u. a. beteiligt<sup>1</sup>. Eine Reihe von Untersuchungen an adsorbierten Alkali-schichten, die hauptsächlich die Förderung unserer *Erkenntnis* über den äußeren lichtelektrischen Effekt zum Gegenstand hatten, führten IVES, SUHRMANN und LUKIRSKY mit ihren Mitarbeitern durch. Durch diese Arbeiten, sowie durch eine Arbeit FLEISCHMANNs und theoretische Überlegungen R. H. FOWLERS und N. R. CAMPBELLS ist man in letzter Zeit auch der Deutung des spektralen und des vektoriellen selektiven Effektes nähergekommen.

### 3. Allgemeine physikalisch-chemische Eigenschaften adsorbierter Schichten.

Für das Verständnis der lichtelektrischen Eigenschaften adsorbierter Schichten ist es zweckmäßig, zunächst das physikalisch-chemische

<sup>1</sup> Die Ergebnisse sind zumeist in Patentanmeldungen niedergelegt; die grundlegenden Anmeldungen bezüglich der technisch besonders wichtigen Photokathoden, bei denen ein Alkalimetallfilm einem Metalloxyd aufgelagert ist, stammen von BAINBRIDGE, SUHRMANN und CAMPBELL und sind ungefähr zur gleichen Zeit, Ende 1927 und Anfang 1928, eingereicht worden.

Verhalten adsorbierter Atome, sog. „Adatome“ (85) zu betrachten; wir können uns dabei auf Adatome an Metalloberflächen beschränken.

Bringt man in ein evakuiertes, mit einer Wolframglühkathode versehenes Elektronenrohr ein wenig Cäsium, dessen Dampfdruck bei Zimmertemperatur etwa  $10^{-6}$  mm Hg beträgt, so erhält man bereits bei etwa  $300^{\circ}$  C, also bei einer Temperatur, bei welcher der reine Wolframdraht noch nicht merklich zu emittieren vermag, eine gut meßbare Glühelktronenemission. Mit zunehmender Temperatur der Glühkathode wächst der Elektronenstrom an, überschreitet ein Maximum und geht erst bei etwa  $1000^{\circ}$  C in die mit der Temperatur wieder ansteigende Emission über, die ein reiner Wolframdraht im besten Vakuum aufweist. Bei einer genügend hohen Temperatur, etwa bei  $1500^{\circ}$  C, beobachtet man, wenn man die Elektroden umpolt, einen vom Glühdraht ausgehenden Strom positiver Cäsiumionen.

Die auftreffenden Cäsiumatome werden also bei nicht zu hohen Temperaturen an der Wolframoberfläche durch starke *Adsorptionskräfte* festgehalten und *erniedrigen* die *Elektronenaustrittsarbeit* während ihres Verweilens. Die Verdampfungswärme der Cs-Adatome von einer reinen Wolframoberfläche beträgt nach TAYLOR und LANGMUIR (211) 65100 cal (2,83 e-Volt), ist also um ein Mehrfaches größer als die des kompakten Cäsiummetalls (18000 cal). Da die Cäsiumatome die Metalloberfläche bei hohen Temperaturen als *positive Ionen* wieder verlassen, müssen auch die bei den niederen Temperaturen haftenden Adatome an dem Trägermetall eine Veränderung erleiden; es ist anzunehmen, daß sie *polarisiert* werden, indem ihr Valenzelektron in die Metalloberfläche gezogen wird. Die polarisierten Atome bilden eine Doppelschicht mit der positiven Belegung nach außen und setzen hierdurch das Austrittspotential herab (7).

Der *Polarisationsgrad* hängt offenbar von der Größe der Elektronenaffinität, d. h. der Austrittsarbeit des Trägermetalls, und von der Höhe des Ionisierungspotentials bzw. der Elektronenaffinität des Adatoms ab. Kaliumatome erniedrigen das Austrittspotential desselben Trägermetalls nicht in dem Maße wie Cäsiumatome bei gleicher Bedeckungsdichte. Andererseits setzen stark elektronegative Atome wie die des Sauerstoffs das Austrittspotential herauf; sie bilden eine Doppelschicht mit der negativen Belegung nach außen.

Bei derselben adsorbierten Atomsorte und verschiedenen Trägermetallen scheint die Erniedrigung des Austrittspotentials nach neueren Versuchen von SUHRMANN und CSESCH (219) an Wasserstoffatomen einerseits, Platin, Silber, Thallium und Aluminium andererseits linear mit dem Austrittspotential des Trägermetalls abzunehmen.

Eine schwache Oxydation von Wolfram- und Silberoberflächen, die deren Austrittspotential stark erhöht, bewirkt, daß nachfolgend adsorbierte Alkaliatome stärker polarisiert werden, als wenn sie auf den *reinen* Metalloberflächen adsorbiert wären.

Das oben erwähnte *Maximum der Glühelktronenemission*, das mit anwachsender Temperatur des Glühdrahtes überschritten wird, ist in folgender Weise zu erklären. Bei gegebenem Cäsiumdampfdruck ist die Anzahl  $n$  der pro Sekunde und Quadratcentimeter auftreffenden Cäsiumatome offenbar konstant, die Zahl  $n'$  der wieder verdampfenden hingegen eine Funktion der Temperatur der Glühkathode, je höher die Temperatur, desto schneller nähert sich  $n'$  dem Werte  $n$ , bei niedriger Temperatur ist anfangs  $n' < n$ . Ist  $n' = n$  und die Temperatur so hoch, daß jedes auftreffende Cäsiumatom die Oberfläche als Ion verläßt, so dient die Zahl der bei umgekehrter Polung übergehenden positiven Ionen als Maß für  $n$ .

Bei  $n' < n$  wird die Oberflächenkonzentration mit der Zeit anwachsen und das Austrittspotential  $\psi$  *zunächst* abnehmen, und zwar nahezu *proportional* mit zunehmender prozentualer Bedeckung, solange die Cäsium-Dipole einen so großen Abstand voneinander haben, daß sie sich nicht gegenseitig beeinflussen. Für die Größe von  $\psi$  ist nämlich nicht ein einziger, sondern eine große Anzahl von Gitterplätzen an der Oberfläche der Kathode maßgebend; auch eine nicht ganz gleichmäßige Verteilung der Dipole vermag den Ansatz, daß die Änderung  $\Delta\psi$  des Austrittspotentials proportional dem Moment  $p \cdot N_0 \cdot \theta$  der Doppelschicht ist, nicht zu beeinträchtigen ( $p$  Größe des einzelnen Dipols,  $N_0$  Zahl der Dipole bei  $\theta = 1$ ). Bei dichter Bedeckung hingegen ist dieser Ansatz nicht mehr zulässig, da sich nun die Dipole *gegenseitig abschwächen*. Das Austrittspotential nimmt jetzt weniger als proportional  $\theta$  ab. Schließlich wird die gegenseitige Abschwächung überwiegen und  $\psi$  wieder anwachsen, zumal die Dipole überdeckt werden, wenn weitere Cäsiumatome aufdampfen, nachdem die monoatomare Bedeckung überschritten ist. Es gibt also eine *günstigste Bedeckung*  $\theta_0$ , bei der das Austrittspotential einen *kleinsten Wert* und die *Elektronenemission* einen *Höchstwert* für eine bestimmte Temperatur besitzt.

Mit zunehmender Bedeckung des Trägermetalls vermindert sich auch die Verdampfungswärme der Adatome. Sie betrug z. B. bei den Versuchen von TAYLOR und LANGMUIR (211) für  $\theta = 0,67$  nur noch 44500 cal (1,93 e-Volt) und für  $\theta \simeq 1$  40800 cal (1,77 e-Volt). Die Zahl der verdampfenden Atome  $n'$  muß daher mit der Zeit, d. h. mit anwachsendem  $\theta$ , ebenfalls zunehmen, bis schließlich im Gleichgewichtszustand  $n' = n$  geworden ist. Je niedriger die Temperatur des Glühdrahtes, desto größer ist offenbar der Wert der Gleichgewichtsbedeckung  $\theta_g$ , der sich nach genügend langer Zeit einstellt. Er kann bei Zimmertemperatur viele Atomschichten betragen, nimmt mit Erhöhung der Temperatur ab, beträgt dann Bruchteile von 1 und wird schließlich gleich Null.

Aus der Abnahme der *Gleichgewichtsbedeckung*  $\theta_g$  mit zunehmender Temperatur des Glühdrahtes und der Abhängigkeit des

Austrittspotentials von  $\theta$  läßt sich offenbar das Überschreiten des Emissionsmaximums mit der Temperatur erklären, denn mit zunehmender Gleichgewichtstemperatur überschreitet  $\theta_g$  den günstigsten Wert  $\theta_0$ .

Außer dem Temperaturmaximum ist aber bei niedrigeren Temperaturen vor der Einstellung der Gleichgewichtsbedeckung ein *zeitliches* Emissionsmaximum zu beobachten, das dann erreicht ist, wenn  $\theta$  den Wert  $\theta_0$  überschreitet. Bei höheren Temperaturen, bei denen  $\theta_g$  unterhalb von  $\theta_0$  liegt, tritt an Stelle des zeitlichen Emissionsmaximums ein Emissionsendwert.

Welcher *tatsächlichen Bedeckung* entspricht nun  $\theta_0$ ? Es liegt nahe,  $\theta = 1$  oder  $\theta$  ungefähr gleich 1 als die Bedeckung anzusehen, bei der das Austrittspotential seinen kleinsten Wert besitzt. Die Versuche von J. A. BECKER (49) scheinen diese Annahme auch zu bestätigen. BECKER berechnet einerseits die Zahl  $N$  der zu besetzenden Oberflächenstellen des Trägermetalls bei *monoatomarer* Bedeckung und bestimmt andererseits die Zahl  $N_0$  der bis zum zeitlichen Maximum aufgedampften Cäsiumatome aus der Zahl  $n$  der pro Sekunde und Quadratcentimeter auftreffenden Atome und der bis zur Erreichung des Maximums verstrichenen Zeit. Für  $N$  ergibt sich  $3,8-4,0 \cdot 10^{16} \frac{\text{Atome}}{\text{qcm}}$ , für  $N_0$   $3,7 \cdot 10^{14} \frac{\text{Atome}}{\text{qcm}}$ , für  $\theta_0 = \frac{N_0}{N}$  also  $0,97-0,92$ .

Die BECKERSche Methode der Bestimmung von  $\theta_0$  setzt indessen voraus, daß bei der gewählten Meßtemperatur auch jedes auftreffende Cäsiumatom haften bleibt. Ist dies bei zu hohen Temperaturen nicht der Fall, so wird das zeitliche Maximum später erreicht und  $N_0$  daher zu groß erhalten. Bei zu niedrigen Temperaturen wiederum ist die Glühelktronenemission für eine genaue Messung zu klein. Es würde sich deshalb wohl lohnen, die BECKERSchen Versuche in der Weise zu wiederholen, daß man den Draht auf sehr niedriger Temperatur halten und die Elektronenauslösung auf lichtelektrischem Wege vornehmen würde.

Einen anderen Weg zur Ermittlung von  $\theta_0$  schlagen TAYLOR und LANGMUIR (211) ein. Sie bringen in dem Glühelktronenrohr zwei parallel in bekanntem Abstände ausgespannte Drähte unter. Der Draht  $A$ , dessen Belegungsichte bestimmt werden soll, wird in einem die positiven Ionen verzögernden Felde plötzlich so hoch erhitzt, daß alle adsorbierten Atome als solche abdampfen. Ein bekannter Bruchteil gelangt auf den Draht  $B$ , der auf etwa  $1500^\circ \text{C}$  erhitzt wird, so daß die von ihm aufgefangenen Atome als Ionen entweichen und als Galvanometerstrom gemessen werden können. Die Methode setzt voraus, daß die adsorbierten Atome gleichmäßig auf der Oberfläche des Drahtes  $A$  verteilt sind, also nach allen Richtungen gleichmäßig verdampfen. Auf diese Weise wird zunächst die Gleichgewichtsbesetzung  $\theta_g$  bei einer relativ hohen Temperatur

ermittelt, bei der die Besetzung  $\theta_0$  noch nicht erreicht ist. Nun wird die Temperatur gesenkt, wodurch  $\theta_g$  zunimmt, bis schließlich ein Grenzwert  $\theta_m$  der so bestimmten Besetzung unterhalb  $325^\circ$  abs. erhalten wird. Eine weitere Zunahme von  $\theta$  wird erst dann wieder festgestellt, wenn der Draht  $A$  unter die Temperatur des Bades, in dem sich das Elektronenrohr befindet, abgekühlt wird. Sobald die Temperatur von  $A$  etwas höher liegt als die Badtemperatur, stellt sich der Wert  $\theta_m$  wieder ein. Die Forscher nehmen deshalb an, daß  $\theta_m$  der monoatomaren Besetzung zuzuordnen ist. Da  $\theta_m$  zu  $4,8 \cdot 10^{14} \frac{\text{Atome}}{\text{qcm}}$  bestimmt wird, die Berechnung aus dem Platzbedarf jedoch  $3,6 \cdot 10^{14} \frac{\text{Atome}}{\text{qcm}}$  ergibt, vermuten sie, daß die Oberfläche des Wolframdrahtes im Verhältnis der beiden Zahlen größer ist, als sich aus den Drahtdimensionen berechnet.

Entspricht  $\theta_m$  der *monoatomaren* Bedeckung einer im Verhältnis  $4,8 : 3,6$  größeren Oberfläche, so wird die *optimale* Emission bei  $\theta_0 = 0,67$  erreicht. Bereits bei dieser Besetzung müßten sich die Dipole so stark beeinflussen, daß eine weitere Zunahme der Adatome die Austrittsarbeit nicht erniedrigen, sondern erhöhen würde. Ferner sollten sich Bedeckungen von mehreren Cäsiumatomschichten nicht ausbilden können, wenn die Temperatur des Wolframdrahtes nur wenig höher liegt als die Badtemperatur. Dies erscheint nicht voll überzeugend, zumal lichtelektrische Untersuchungen die Ausbildung *mehrerer Alkalimetall-Atomlagen* bei Zimmertemperatur wahrscheinlich machen. Schließlich liegt das Verhältnis, in welchem die Oberfläche als größer angenommen wird ( $\frac{4,8}{3,6} = 1,33$ ) ungefähr in der Größe des Verhältnisses der von BECKER einerseits, TAYLOR und LANGMUIR andererseits erhaltenen optimalen Bedeckungen ( $\frac{0,97}{0,67} = 1,45$  bis  $\frac{0,92}{0,67} = 1,37$ ). Wir möchten daher die Ermittlung der optimalen Bedeckung auch durch die im übrigen sehr aufschlußreichen Versuche von TAYLOR und LANGMUIR noch nicht als endgültig gelöst betrachten. *Immerhin ist sicher, daß die optimale Bedeckung  $\theta_0$  nicht bei mehreren Atomlagen und nicht unterhalb  $\theta = 0,67$  liegen kann.*

Die bisher verwendete Voraussetzung, daß sich eine reine Metalloberfläche vollkommen *homogen* bezüglich der adsorbierten Atome verhalte, die Verdampfungswärme der Adatome also an allen Stellen dieselbe sei und nur von deren Konzentration an der betreffenden Stelle abhinge, trifft nicht mehr zu, sobald man sehr kleine Bereiche in Betracht zieht. Die Versuche von TAYLOR und LANGMUIR (2II) ergaben z. B., daß bei einem reinen Wolframdraht etwa 0,5% der Oberfläche aus „aktiven“ Stellen bestehen, an denen die Adatome viel stärker gebunden werden als an der übrigen Oberfläche. Die Verdampfungswärme der Cäsiumatome war an diesen Stellen etwa

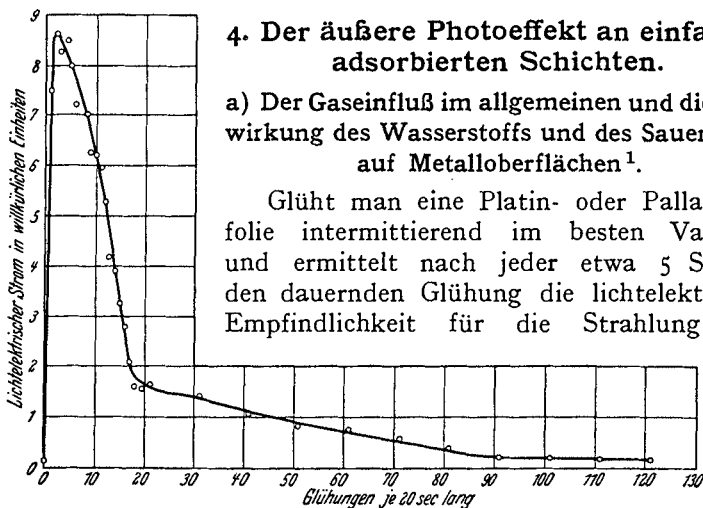


37 % größer als an den übrigen. Da die an den aktiven Stellen sitzenden Adatome keine Kräfte aufeinander ausübten, wie die Proportionalität zwischen der Herabsetzung des Austrittspotentials und der Besetzungsdichte ergab, ist anzunehmen, daß es sich bei den aktiven Stellen um Elementarbereiche handelt, die über die ganze Oberfläche verteilt sind.

Ist eine Oberfläche nicht als weitgehend homogen anzusehen, so gibt es außer den aktiven Stellen noch größere Bereiche, auf denen die Verdampfungswärme der Adatome Werte  $l'$  annimmt, die von dem Durchschnittswert  $l$  abweichen. Je nachdem, ob  $l'$  größer oder kleiner als  $l$  ist, wird in diesen Bezirken eine Anreicherung oder Verarmung an Adatomen entstehen.

Unter gewissen Bedingungen besitzen die auf einer festen Oberfläche adsorbierten Atome eine beträchtliche *Beweglichkeit*. So ergaben z. B. die Versuche von BECKER und BRATTAIN (85, 109, 195), daß auf der einen Seite eines Wolframdrahtes aufgedampftes Thorium von 1500° abs. an auf die andere Seite wanderte und erst bei 1655° abs. eine merkliche Verdampfung einsetzte. Die Wanderungsgeschwindigkeit hängt von der Besetzungsdichte ab. Aus ihrer Temperaturabhängigkeit ließ sich eine „*Wanderungswärme*“ von 110000 cal berechnen. Bei einer Bariumbedeckung mußte der Wolframdraht auf 900° abs. erwärmt werden, um eine beiderseitige gleichmäßige Besetzung zu erzielen (109). Für Cäsium und Wolfram ergaben die Versuche von LANGMUIR und TAYLOR (185) 14000 cal für die zur Oberflächendiffusion nötige Aktivierungsenergie. Aus dem Vorhandensein der Wanderungswärme ist zu schließen, daß die auf einer kristallinen Oberfläche adsorbierten Atome nicht beliebige Stellen einnehmen können, sondern bei genügend hoher Temperatur zwischen diskreten Adsorptionsstellen hin und her springen.

Wesentlich größere Beweglichkeit als die Atome der ersten Adsorptionsschicht müssen die auf diese Schicht auftreffenden *Atome der zweiten Schicht* besitzen. In den Versuchen von TAYLOR und LANGMUIR wurde der Kondensationskoeffizient der ankommenden Cäsiumatome immer gleich 1 gefunden, selbst bei  $\theta = 0,98$ . Die auf die erste Schicht gelangenden Atome müssen also auf dieser so lange umhergleiten, bis sie eine freie Stelle in der ersten Schicht gefunden haben; da sich für die Zahl der in der zweiten Schicht vorhandenen Atome ein Wert ergab, der um mehrere Größenordnungen kleiner war als die Besetzung der ersten Schicht, muß die Beweglichkeit der Atome der zweiten Schicht auch bei verhältnismäßig *niedrigen* Temperaturen noch sehr groß sein. *Eine mit Adatomen bedeckte inhomogene Oberfläche* (mit verschiedenen Werten der Verdampfungswärme der Adatome) *kann daher Anhäufungen und leere Stellen aufweisen, selbst wenn man das Aufdampfen der adsorbierten Schicht unter Kühlung des Trägermetalls vorgenommen hat.*



#### 4. Der äußere Photoeffekt an einfachen adsorbierten Schichten.

a) Der Gaseinfluß im allgemeinen und die Einwirkung des Wasserstoffs und des Sauerstoffs auf Metalloberflächen<sup>1</sup>.

Glüht man eine Platin- oder Palladiumfolie intermittierend im besten Vakuum und ermittelt nach jeder etwa 5 Sekunden dauernden Glühung die lichtelektrische Empfindlichkeit für die Strahlung der

Abb. 1. Lichtelektrische Emission einer mit der Quarz-Quecksilberlampe bestrahlten Platinfolie in Abhängigkeit von der Zahl der Glühungen im Hochvakuum. (Nach SIMON.) (Aus SIMON, H. u. R. SUHRMANN: Lichtelektrische Zellen und ihre Anwendung. Berlin: Julius Springer 1932.)

Quarz-Quecksilberlampe, so beobachtet man, wie KOBER, SENDE und SIMON zuerst feststellten (18, 28), ein Ansteigen der Empfindlichkeit auf ein Vielfaches des Anfangswertes und nach dem Überschreiten eines Maximums einen Abfall bis auf wenige Prozente des Maximalwertes (Abb. 1). Diese Empfindlichkeitsänderung ist nach SUHRMANN (30) mit einer Verschiebung der langwelligen Grenze zuerst nach langen Wellen bis etwa  $320 \mu\mu$ , dann nach kurzen Wellen verknüpft.

DUBRIDGE (55) hat die SUHRMANNschen Versuche mit einer verbesserten Photozelle wiederholt und eine Verschiebung bis  $194 \mu\mu$  bei stärkster Entgasung gefunden. Seine in Abb. 2 wiedergegebene Photozelle besitzt keinerlei Schliffe; sie ist mit einem angeschmolzenen Quarzfenster  $\varnothing$ , einer elektrisch glühbaren

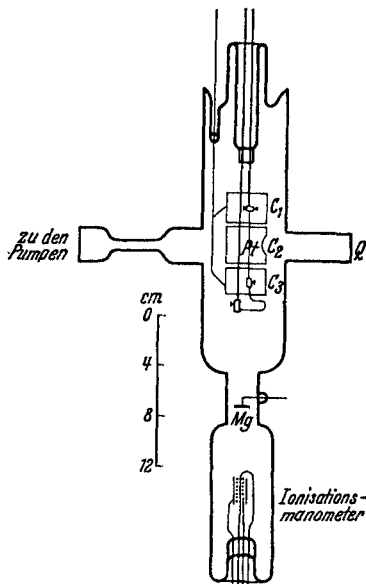


Abb. 2. Photozelle zur Untersuchung entgaster Metallfolien. (Nach DUBRIDGE.) (MÜLLER-POUILLET: Lehrbuch der Physik, 11. Aufl., Bd. 4, Teil 4.)

<sup>1</sup> Literatur über den Gaseinfluß von 1914–1922 in 3I, von 1914 bis 1927 in 3.

Platinfolie  $Pt$ , einem Anodenzyylinder  $C_2$  und zwei Schutzzyindern  $C_1$  und  $C_3$  versehen. Das Magnesiumstück  $Mg$  wurde nach der Entgasung der Zelle verdampft und als Getter niedergeschlagen.

Da mit dem Glühprozeß eine Änderung der Gasbeladung der Metallfolien parallel läuft, erklärte W. HALLWACHS die anfängliche Empfindlichkeitssteigerung durch die Beseitigung einer oberflächlich adsorbierten, die Elektronen hindernden Gashaut, die spätere Abnahme durch das Entfernen des vom Metall absorbierten Gases (24); die oberflächliche Gasbeladung sollte also eine Hinderung, die innere eine Förderung des lichtelektrischen Effektes bewirken; die Frage, welches das *wirksame Gas* ist, wurde dabei offengelassen.

Einen Versuch, sie zu entscheiden, unternahm K. HERRMANN (45). Er entgaste eine Platinfolie und glühte sie darauf einmal in Wasserstoff, ein anderes Mal in Sauerstoff. Während die Beladung mit Wasserstoff den lichtelektrischen Effekt stark erhöhte, rief das Glühen der Folie in Sauerstoff eine Abnahme des lichtelektrischen Stromes hervor. Im gleichen Sinne wirken nach FRESE (26) naszierender Wasserstoff einerseits, Salpetersäure und naszierender Sauerstoff andererseits. Bei den Arbeiten, die eine Erhöhung der Empfindlichkeit nicht nur bei elektrolytischer Beladung mit Wasserstoff, sondern auch bei Beladung mit Sauerstoff feststellen (38, 20), ist die scheinbare Wirkung des Sauerstoffs auf andere Einflüsse zurückzuführen. Im allgemeinen erhält man durch den Einfluß des Sauerstoffs eine Verminderung der lichtelektrischen Empfindlichkeit, z. B. auch bei sehr reinen Quecksilberoberflächen (72).

Ein begünstigender Einfluß der Wasserstoffbeladung wird durchweg beobachtet; selbst bei verschieden zusammengesetzten Palladium-Silberlegierungen finden KRÜGER und EHMER, daß die Legierung, welche bei hohen Temperaturen am meisten Wasserstoff zu lösen vermag, bei Zimmertemperatur auch den stärksten Photoeffekt aufweist (33, 21). Durch Untersuchungen von Palladium-Silber- und Palladium-Goldlegierungen hat SCHNIEDERMANN (192) diese Ergebnisse erweitert und ergänzt; leider sind in 33, 21 und 192 keine spektralen Empfindlichkeitskurven aufgenommen worden.

Während nach der Hypothese von HALLWACHS die *innere* Gasbeladung und nach den besprochenen Arbeiten der *Wasserstoff* für den hohen Photoeffekt gasbeladener Metalle verantwortlich sind, weist KLUMB (76) an Proben von Tantal, Wolfram, Molybdän, Nickel und Palladium nach, daß eine *oberflächliche* Beladung mit einer gasförmigen Verunreinigung diese Wirkung hervorruft, und daß die gleichzeitig vorhandene *innere* Gasbeladung nicht das Wesentliche ist. Er vermutet, daß dem Wasserdampf eine besondere Wirkung für die Erhöhung des Photoeffektes zukommt. Zur gleichen Ansicht gelangt auch H. BOMKE (136) bei Versuchen mit Kadmiumzellen.

Auf einen Einfluß der *oberflächlichen Beladung mit Wasserstoff* deuten auch die älteren Versuche von GREINACHER (13), dem es gelang, die lichtelektrische Empfindlichkeit verschiedener Metalle im spektral unzerlegten Licht durch Glümentladung in Wasserstoff zu erhöhen. Allerdings ging der Photoeffekt nach dem Aufhören der Entladung verhältnismäßig schnell wieder zurück, was vielleicht auf das damals noch unzureichende Vakuum zurückzuführen ist.

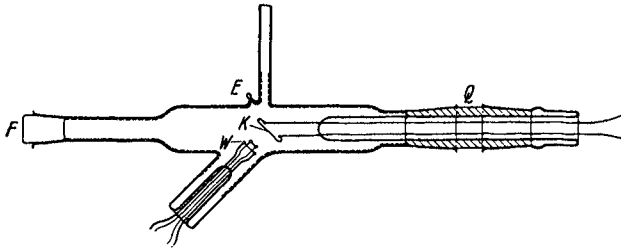


Abb. 3. Photozelle zur Untersuchung der Empfindlichkeit einer Metallfolie *K*, die elektrisch geglüht und mit Gasionen bzw. Elektronen bombardiert werden kann.

Eine hinreichende Erklärung für den Gaseinfluß dürften die Arbeiten 102 und 103 von SUHRMANN gegeben haben; sie zeigen, daß an der Metalloberfläche *adsorbierte Wasserstoffatome* die hohe Empfindlichkeit hervorrufen.

In der aus Abb. 3 ersichtlichen Photozelle, die mit einem Quarzzwischenstück *Q* und einem Quarzfenster *F* versehen war, diente die Metallfolie *K* als Kathode, die Innenversilberung mit der Zuführung *E* als Anode. Die Schiffe waren außen mit einem im Vakuum ausgekochten Kitt geringen Dampfdruckes gedichtet. Mittels der glühbaren

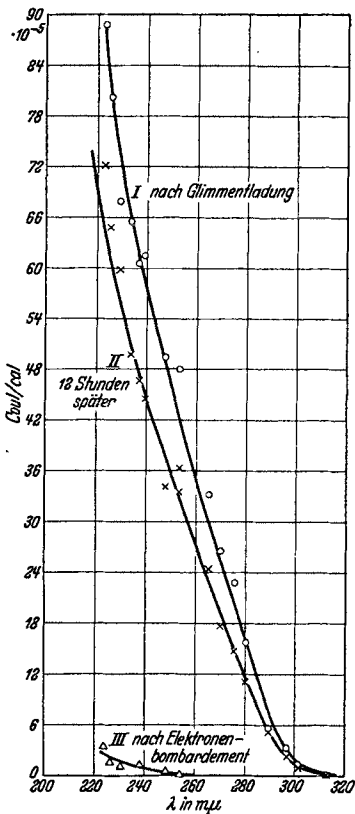


Abb. 4. Einfluß einer Glühentladung in  $H_2$  und des Elektronenbombardements auf die Empfindlichkeit einer Silberoberfläche.

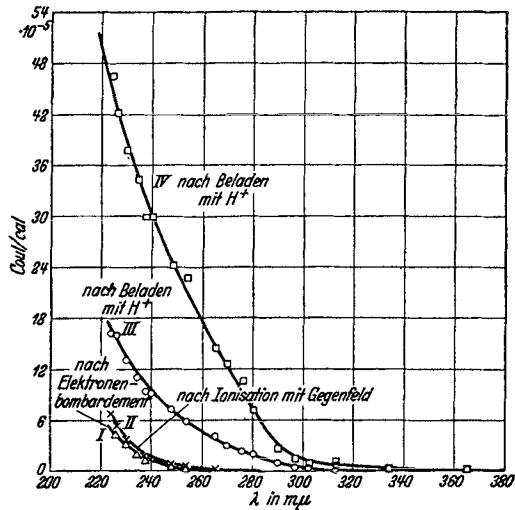


Abb. 5. Einfluß des Bombardements mit  $H^+$ -Ionen auf die Empfindlichkeit einer Silberoberfläche.

Wolframdrähte *W* konnten in Wasserstoff geringen Druckes Ionen erzeugt und durch geeignete Felder auf die Metallfolie gezogen werden; außerdem konnte man *K* von *W* aus mit Elektronen bombardieren.

Eine Glimmentladung in Wasserstoff erhöhte die Empfindlichkeit von Silber- und Goldfolien weit über den Anfangswert; auch nach mehreren Stunden Stehen im Vakuum war kaum ein Rückgang der Empfindlichkeit zu bemerken. Durch Elektronenbombardement von  $W$  aus wurde sie jedoch wieder beträchtlich unter den Anfangswert herabgesetzt, wie man aus Abb. 4 erkennt.

Daß die Wirkung der Glimmentladung darin besteht, die Metalloberfläche mit H-Ionen zu versehen, zeigt der in Abb. 5 wiedergegebene Versuch. Liegt nämlich während der Ionenerzeugung an der Metallfolie ein Gegenfeld, das die H-Ionen fernhält, so wächst die Empfindlichkeit kaum an, dagegen nimmt sie stark zu, sobald die zwischen

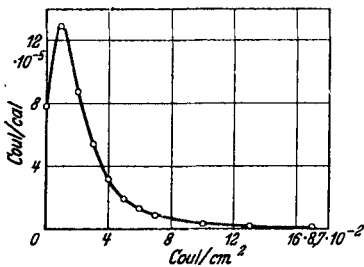


Abb. 6. Änderung der lichtelektrischen Empfindlichkeit (für  $\lambda = 265,5 \text{ m}\mu$ ) einer im Vakuum frisch geglühten Platinoberfläche durch Elektronenbombardement. Abszisse: Menge der auf die Platinoberfläche übergegangenen Elektronen.

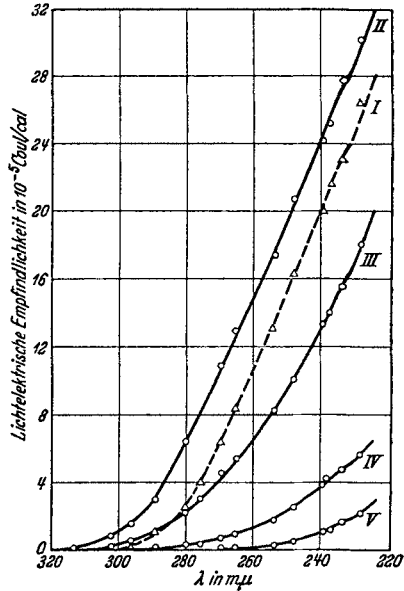


Abb. 7. Spektrale lichtelektrische Empfindlichkeit einer Platinoberfläche. Kurve I: Platinoberfläche durch 10 Sekunden langes Glühen im Vakuum bei  $1000^\circ \text{ C}$  mit Wasserstoff bedeckt. Kurve II—V: Wasserstoffbedeckung durch zunehmendes Elektronenbombardement nach und nach vermindert.

den Wolframdrähten  $W$  gebildeten Ionen durch ein geeignetes Feld auf die Metalloberfläche gelangen.

Es ist anzunehmen, daß die auftreffenden H-Ionen auf dem Metall als Atome haftenbleiben und wenigstens bis zu einer bestimmten optimalen Besetzung keine  $\text{H}_2$ -Moleküle bilden, denn molekularer Wasserstoff vergrößert nicht den Photoeffekt, sondern hat keinen Einfluß (56), oder setzt ihn herab (23, 9, 136). Die H-Atome hingegen bilden *Dipole* und vermindern als solche das Austrittspotential.

Der *Einfluß des Glühens* einer Metallfolie sollte auf Grund der obigen Versuche darin bestehen, daß hierbei durch Diffusion atomarer Wasserstoff an die Oberfläche gelangt und die Austrittsarbeit herabsetzt. Durch Elektronenbombardement sollte man die H-Atome entfernen und die Empfindlichkeit erniedrigen können. Wie man aus

Abb. 6 und 7 ersieht, trifft dies in der Tat zu (103). Mit fortschreitendem Bombardement durchläuft die Empfindlichkeit ein Maximum und sinkt dann bis zu sehr kleinen Werten herab. Parallel hiermit geht eine Verschiebung der langwelligen Grenze nach langen Wellen und ein Absinken nach kurzen. Die anfängliche hohe Empfindlichkeit läßt sich durch nochmaliges kurzes Glühen wiederherstellen und wiederum durch Elektronenbombardement beseitigen. Dies geht solange, bis der Wasserstoffgehalt der Metallfolie erschöpft ist<sup>1</sup>.

Das Maximum in Abb. 6 ist entweder auf eine Überbesetzung mit H-Atomen oder auf vorhandene H<sub>2</sub>-Moleküle zurückzuführen, die durch das Elektronenbombardement in H-Atome zerfallen und nun zur Empfindlichkeitserhöhung beitragen. Das Vorhandensein *zweier* verschiedener *Formen* des auf Wolframdrähten adsorbierten Wasserstoffs nimmt auch LANGMUIR an auf Grund seiner Untersuchungen über den Dissoziationsmechanismus (22) und den thermischen Akkommodationskoeffizienten des H<sub>2</sub> im Kontakt mit Wolfram (173). Das Gleichgewicht zwischen beiden Wasserstoffformen könnte bei Glühtemperaturen auf seiten der die Elektronenaustrittsarbeit herabsetzenden Form liegen und durch das Abkühlen auf Zimmertemperatur eingefroren werden. Wir möchten annehmen, daß der den Photoeffekt *begünstigende* Wasserstoff *atomar* auf der Oberfläche adsorbiert ist.

Neuere Versuche von BETHE (194) zeigen ebenfalls, daß *molekularer* Wasserstoff die Elektronenemission *nicht* beeinflußt. Merkwürdigerweise vergrößert auch der durch ein glühendes Platinröhrchen diffundierende Wasserstoff den Photoeffekt der Platinoberfläche nicht; ebenso ruft Glühen der Folie in Wasserstoffgas, das vorher durch eine Kalium-Natriumlegierung hindurchgeperlt ist, keine Zunahme der Emission hervor. Dagegen wächst die lichtelektrische Empfindlichkeit sofort an, wenn in *diesem* Wasserstoff eine *Glimmentladung* erzeugt wird oder wenn die Metallfolie in Wasserstoff geglüht wird, der elektrolytisch hergestellt oder einer Bombe entnommen und über Platinasbest und durch Ausfrieren mit flüssiger Luft gereinigt wurde. BETHE nimmt an, daß durch diese letztere Reinigungsmethode eine geringfügige Beimengung (Wasserdampf oder Sauerstoff), welche die *Dissoziation* des molekularen in atomaren Wasserstoff *katalytisch* beschleunigt, nicht genügend beseitigt wird. Leider sind die interessanten Versuche noch nicht ganz beweiskräftig, da die benutzten Schiffe und Bernsteinisolatoren mit Pizein gedichtet waren, das erfahrungsgemäß selbst bei Zimmertemperatur einen merklichen Dampfdruck besitzt.

<sup>1</sup> R. L. STEWART [Physic. Rev. 45, 488 (1934)] beobachtete kürzlich, daß in Entladungsröhren, die Dämpfe organischer Substanzen enthielten, bei Drucken von  $10^{-5}$  mm Hg durch Elektronen- und Wasserstoffionenbombardement isolierende Schichten auf den Elektroden erzeugt wurden. Er vermutet, daß sich solche Schichten auch bei den oben geschilderten Versuchen gebildet hätten, übersieht jedoch, daß bei diesen Versuchen durch Wasserstoffionenbombardement stets eine *Erhöhung* der Empfindlichkeit erzielt wurde, nicht eine Erniedrigung, wie nach seiner Annahme zu erwarten wäre. Die Befunde STEWARTS können daher keinesfalls zur Deutung der oben beschriebenen Ergebnisse herangezogen werden.

Die gleiche Empfindlichkeitsänderung wie durch eine Glimmentladung in Wasserstoff erhält man, wenn man *atomaren Wasserstoff direkt* auf eine reine Metalloberfläche auftreffen läßt. Solche Versuche führten SUHRMANN und CSESCH (219) an Platin-, Silber-, Aluminium- und Thalliumoberflächen durch. Die Oberflächen der drei zuletzt genannten Metalle wurden durch Verdampfen im Vakuum hergestellt. Während die Empfindlichkeit des Platins und des Silbers durch atomaren Wasserstoff an der langwelligen Grenze erhöht wird, nimmt die des Thalliums ein wenig, die des Aluminiums beträchtlich ab.

Da sich die spektralen Empfindlichkeitskurven sehr gut durch die FOWLERSche Gleichung (7) bzw. (7a) darstellen lassen, kann man das Austrittspotential  $\psi$  der reinen und der mit atomarem Wasserstoff besetzten Metalloberflächen berechnen und damit die Änderung  $\Delta\psi$ , die  $\psi$  durch das Aufbringen des atomaren Wasserstoffs erfährt. In der folgenden Tabelle sind die Austrittspotentiale der reinen Metalloberflächen und der mit atomarem Wasserstoff bedeckten eingetragen. Die letzteren entsprechen der nach einiger Zeit erhaltenen Gleichgewichtsbedeckung.

Tabelle 1. Änderung  $\Delta\psi$  des Austrittspotentials nach Behandlung mit atomarem Wasserstoff.

Metall	Austrittspotential $\psi$		$\Delta\psi$
	der reinen Oberfläche	nach Behandlung mit H	
Platin . . .	6,4	4,1	- 2,3
Silber . . .	4,6	3,9	- 0,7
Thallium . .	3,6	3,7	+ 0,1
Aluminium .	2,9	3,6	+ 0,7

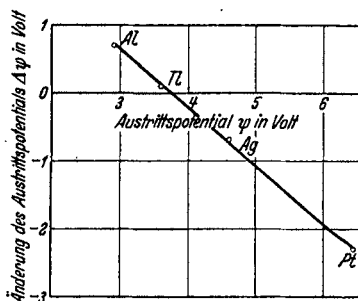


Abb. 8. Änderung  $\Delta\psi$  des Austrittspotentials  $\psi$  bei Behandlung verschiedener Metalloberflächen mit atomarem Wasserstoff.

Wie Abb. 8 zeigt, hängt  $\Delta\psi$  *linear* von  $\psi$  ab. Darf man  $\Delta\psi$  als Maß der Polarisation der adsorbierten Wasserstoffatome ansehen, so werden diese um so stärker polarisiert, je größer das Austrittspotential ist.

Das Entstehen atomaren Wasserstoffs scheint die von BOMKE (136) gefundene begünstigende Einwirkung geringer Mengen von Wasserdampf auf Kadmiumoberflächen, die durch Destillation im Vakuum hergestellt wurden, hervorzurufen. Während trockenes Argon den Photoeffekt herabsetzt (Abb. 9), wird er durch geringe Mengen des *feuchten* Argons vergrößert (Abb. 10, Kurve 2). Größere Mengen des feuchten Gases lassen ihn wieder herabsinken (Abb. 10, Kurve 3). Wahrscheinlich werden die ersten auf eine reine Metalloberfläche gelangenden Wassermolekeln katalytisch aufgespalten, wobei sich atomarer Wasserstoff bildet (vgl. 5, S. 298).

Die geschilderten Untersuchungen lassen erkennen, daß die Ansicht von HALLWACHS über den Gaseinfluß heute nur zum Teil als richtig bezeichnet werden kann. Die anfängliche geringe Empfindlichkeit einer an Luft etwa durch Behandlung mit Alkohol oder Salpetersäure „gereinigten“ Metalloberfläche schreiben wir dem Vorhandensein adsorbierter *elektronegativer* Molekeln zu, wie z. B. Sauerstoffatomen; die nach kurzem Glühen im Vakuum beobachtete hohe Empfindlichkeit solchen adsorbierter Molekeln, welche Dipole mit nach außen gerichteter *positiver* Ladung bilden, wie z. B. Wasserstoffatome. *Die Wirkung der Entgasung besteht einerseits in der Beseitigung adsorbierter elektronegativer Molekeln, andererseits darin, daß der absorbierte Wasserstoff und damit die Quelle, welche die für die Besetzung der Oberfläche mit Dipolen notwendigen Wasserstoffatome beim Glühen lieferte, nach und nach versiegt und dadurch die jeweilige Besetzung der Oberfläche mit den das Austrittspotential erniedrigenden Dipolen immer schwächer wird.* Schließlich ist nur noch die reine Metalloberfläche mit dem ihr zukommenden zumeist hohen Austrittspotential vorhanden.

Hiernach ist es verständlich, wenn sich einzelne Metalle und Metallproben beim Glühen oder Schaben im Vakuum verschieden verhalten. Enthält z. B. eine Probe wenig oder keinen atomaren Wasserstoff und dafür eine elektronegative Adsorptionsschicht, so wird ihre Empfindlichkeit mit fortschreitendem „Entgasen“ zunächst anwachsen und dann konstant bleiben (95, 199). Überwiegt auf der Oberfläche eine anfängliche Besetzung mit elektropositiven

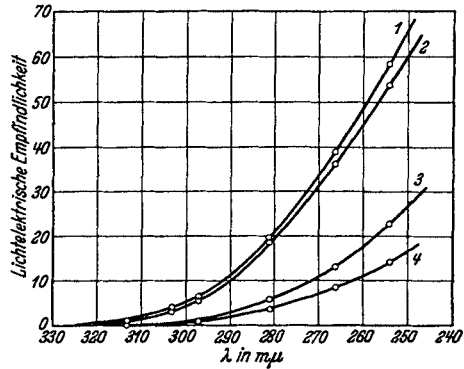


Abb. 9. Einwirkung von trockenem Argon auf die Empfindlichkeitskurve einer reinen, durch Verdampfen im Vakuum gewonnenen Kadmiumoberfläche: Kurve 1: Reine Metalloberfläche; Kurve 2: Einwirkung von 0,03 mm Ar; Kurve 3: Einwirkung von 1 mm Ar; Kurve 4: Einwirkung von 4 mm Ar. (Nach BOMKE.)

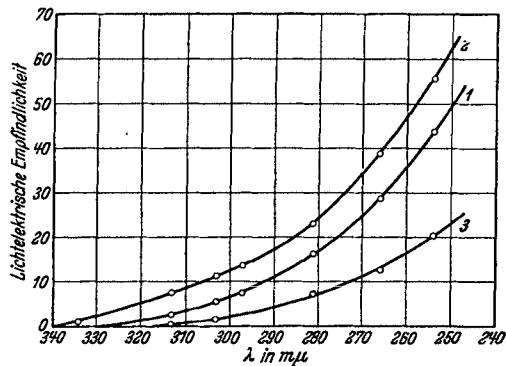


Abb. 10. Einwirkung von feuchtem Argon auf die Empfindlichkeitskurve einer reinen, durch Verdampfen im Vakuum gewonnenen Kadmiumoberfläche. Kurve 1: Reine Metalloberfläche; Kurve 2: Einwirkung von 0,1 mm feuchtem Ar; Kurve 3: Einwirkung von 0,5 mm feuchtem Ar. (Nach BOMKE.)



Substanzen, so nimmt die Empfindlichkeit gleich zu Anfang ab bis zu einem konstanten Endwert. Auch die Entgasungstemperatur kann bei einem wasserstoffhaltigen Metall für die Änderung der Empfindlichkeit wesentlich sein (68), denn von ihr hängt vermutlich die Menge der den Photoeffekt begünstigenden Wasserstoffform ab. Für einzelne Metalle kann das Mengenverhältnis beider Formen bei der gleichen Glühtemperatur verschieden sein.

#### b) Der Einfluß der Entgasung auf die Energieverteilung der Photoelektronen.

Nach der oben entwickelten Anschauung entstammen die *Photoelektronen* an einer mit Gasmolekeln besetzten Oberfläche nicht den adsorbierten Gasteilchen, sondern dem *Metall*. Die adsorbierten Dipole erhöhen oder vermindern nur das Austrittspotential. Würden die adsorbierten Gasmolekeln selbst die Elektronen liefern, so müßten die gasbeladenen Metalloberflächen eine besonders einheitliche Verteilung der Geschwindigkeit mit einer ausgeprägten Bevorzugung der nach Gleichung (5) berechneten maximalen Voltgeschwindigkeit aufweisen, wie sie an dünnen Metallschichten von LUKIRSKY und PRILEŽAEV (78) beobachtet worden ist. Tatsächlich ist wohl ein Einfluß der Gasbeladung auf die Geschwindigkeitsverteilung festzustellen, jedoch in dem Sinne, daß durch die adsorbierten Molekeln nur eine Beeinflussung des *Austrittspotentials* erfolgt.

Soweit die Entgasung in der Entfernung adsorbierter *elektronegativer* Molekeln besteht, sollte sie mit einer Zunahme der *langsamen* Elektronen verbunden sein, da diese am meisten durch eine Doppelschicht, deren negativer Belag sich außen befindet, zurückgehalten würden. Entsprechend müßte mit der „Ermüdung“, also — nach obiger Ansicht — mit dem Ausbilden einer solchen Doppelschicht die Zahl der Elektronen mit kleinen Geschwindigkeiten relativ stark abnehmen. Dies konnte KLEMPERER in der Tat beobachten (32).

Für den Zustand der *günstigsten* Gasbeladung, in dem das Austrittspotential besonders stark herabgesetzt ist, sollte man einen größeren Anteil der *langsamen* Elektronen erwarten als bei stärkerer Entgasung. Je mehr die Entgasung vorschreitet, desto mehr sollten die *schnellen* Elektronen im Verhältnis zu den langsamen hervortreten.

Diese Schlußfolgerungen kann man besonders gut an den Messungen von LANG (206) prüfen, welcher die Geschwindigkeitsverteilung der durch  $\lambda = 254 \mu$  an einer kompakten Platinschicht ausgelösten Photoelektronen vor der Entgasung, im Maximum der Empfindlichkeit und nach dem Überschreiten des Maximums durch Aufnahme der *Strom-Spannungskurve im zentralen Gegenfeld* studierte.

Seine Platinschicht war auf einer Quarzplatte durch Kathodenzerstäubung, vermutlich in Wasserstoff, niedergeschlagen worden. Die Entgasung

erfolgte durch Strahlungsheizung der Quarzplatte mittels zweier hinter dieser angebrachten Wolframdrähte.

Die direkt gemessenen Strom-Spannungskurven sind in Abb. 11 wiedergegeben. Um sie zu verstehen, muß man bedenken, daß die Energieverteilungskurve durch Differentiation der Strom-Spannungskurve erhalten wird, daß also deren Neigung der Zahl der Elektronen des zugehörigen Voltwertes proportional ist.

Aus Kurve 1 und 2 in Abbildung 11 erkennt man, daß das Kontaktpotential durch die anfänglichen Glühungen positiver wird im Sinne einer Verminderung des Austrittspotentials der Kathode. Das beobachtete Maximalpotential  $V'_m$  bleibt entsprechend Gleichung (5) innerhalb der Beobachtungsfehler unverändert. Nach dem Überschreiten des Maximums nimmt das Kontaktpotential wieder negativere Werte an, da das Austrittspotential der Kathode wieder zunimmt. Der anfängliche Wert wird nicht erreicht, geschweige denn überschritten, weil die Entgasung mit Hilfe der benutzten Anordnung nicht sehr weit getrieben werden kann.

Die auf das Kontaktpotential Null korrigierten Kurven in Abb. 12 zeigen, daß das Gleichung (3) entsprechende Maximalpotential  $V_m$

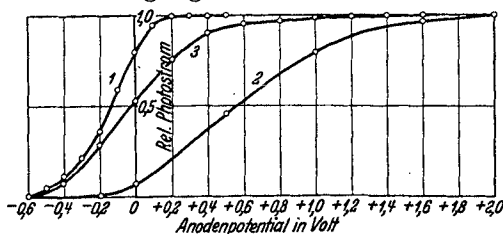


Abb. 11. Strom-Spannungskurven im zentralen Gegenfeld. Platinschicht in verschiedenen Stadien der Entgasung. Kurve 1: Vor Beginn; Kurve 2: im Maximum der Empfindlichkeit; Kurve 3: nach dem Überschreiten des Maximums. (Nach LANG.)

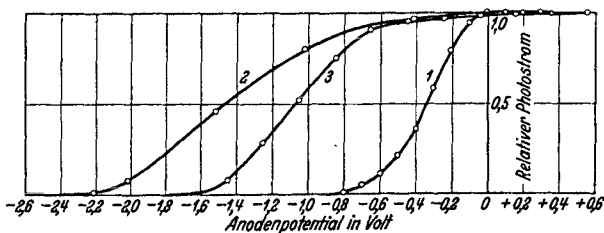


Abb. 12. Die Kurven der Abb. 11 mit der wegen des Kontaktpotentials angebrachten Korrektur.

von Kurve 1 bis Kurve 2 beträchtlich angewachsen ist und bis Kurve 3 wieder abgenommen hat. Auch dies ist durch die anfängliche Abnahme und spätere Zunahme des Austrittspotentials der Kathode zu erklären und auf Grund der oben geschilderten Änderungen der langwelligen Grenze zu erwarten. Die Verteilungskurve erstreckt sich im Anfangszustand der Oberfläche über ein kleineres Energieintervall als im Zustand größter Empfindlichkeit. Die Verteilungskurve ist bei größter Empfindlichkeit breiter als zu Anfang. Mit abnehmender Gasbeladung wird der Energiebereich der Elektronen wieder kleiner, die Verteilungskurve steiler und einheitlicher.

Ähnliche Ergebnisse wie die geschilderten hatten die früher erschienenen Arbeiten von J. KLUGE (60), W. BENNEWITZ (54) und HEROLD (73), die den

Einfluß der Entgasung auf die Geschwindigkeitsverteilung der an Platin und Aluminium bzw. an Palladium und Platin, bzw. an Platin ausgelösten Photoelektronen untersuchten.

**c) Die Einwirkung verschiedener Gase und Dämpfe auf Metall- und Kohleoberflächen.**

Außer der Einwirkung von Wasserstoff und Sauerstoff hat man den Einfluß anderer chemisch unwirksamer Gase und Dämpfe auf den lichtelektrischen Effekt mit neuzeitlichen Hilfsmitteln im einzelnen noch kaum untersucht, obwohl die Ermittlung von  $\Delta\psi$  für das Studium der Veränderung der an Metalloberflächen adsorbierten Molekeln von Interesse wäre (102, 165).

Erste Ansätze in dieser Richtung enthält eine Arbeit von BREWER (175), der den Einfluß adsorbierter Gase auf den Photoeffekt des Eisens und des Platins bei verschiedenen Drucken und Temperaturen untersucht. Als Gase werden Wasserstoff, Stickstoff, Ammoniak, Helium und Sauerstoff verwendet.

Leider bezieht BREWER seine Angaben der spektralen Empfindlichkeit nicht auf die Intensitätseinheit, so daß eine direkte Berechnung des Austrittspotentials und seiner Änderung gegenüber der reinen Oberfläche, die vor allem über die Beeinflussung der adsorbierten Molekeln Aufschluß geben würde, nicht möglich ist. Eine Verfälschung der Resultate durch Stoßionisation kommt zwar nicht in Betracht, da das Anodenpotential nur 9 Volt beträgt, jedoch werden die Verhältnisse sicherlich dadurch kompliziert, daß die Photoelektronen durch Reflexion an den Gasmolekeln zum Teil wieder an die Kathode zurückgeworfen werden (vgl. z. B. 214). Trotzdem lassen sich aus seinen Messungen einige interessante Einzelheiten entnehmen.

Bei Zimmertemperatur wird die Emission des Eisens durch die Gegenwart von Ammoniak (1,6 mm Druck) außerordentlich stark erhöht gegenüber der in Stickstoff und Wasserstoff. Mit zunehmender Temperatur nimmt dieser Effekt jedoch beträchtlich ab und ist oberhalb von 200° C schon nicht mehr zu bemerken. Vielleicht ist dies auf die Abnahme des Adsorptionsvermögens zurückzuführen. Bei niedrigen Temperaturen ist die langwellige Grenze (von etwa 257  $m\mu$  für das reine Eisen) in Ammoniak bis etwa 400  $m\mu$  vorgeschoben. Die Annäherung der Empfindlichkeitskurve an die Wellenlängenabzisse erfolgt sehr allmählich, so daß man eine Oberfläche von inhomogener Empfindlichkeit mit einzelnen Stellen kleiner Austrittsarbeit anzunehmen hat. Stickstoff und Wasserstoff ergeben bis zu 600° eine unveränderte Emission des Eisens. Spuren von Sauerstoff setzen sie so stark herab, daß keine Photoelektronen mehr zu bemerken sind.

Die lichtelektrische Emission des Platins wird durch die Gegenwart von Ammoniak viel weniger erhöht als die des Eisens. In Ammoniak nimmt sie mit der Temperatur wiederum ab, während sie in Wasserstoff ansteigt. In Stickstoff ändert sie sich wenig mit

zunehmender Temperatur. In Helium nimmt sie ab, was vielleicht auf Entgasungserscheinungen zurückzuführen ist, da sie die gleiche relative Abnahme auch im Vakuum aufweist. Die Wirkung von Sauerstoff ist etwa die gleiche, wie sie andere Autoren gefunden haben: bei Zimmertemperatur ist die Emission in Sauerstoff nicht verschieden von der in Stickstoff, bei höheren Temperaturen setzt Sauerstoff die Emission einer vorher mit Wasserstoff beladenen Platinoberfläche unter Bildung von Wasser herab, was durchaus verständlich ist.

Besonders bemerkenswert sind die Befunde in *Ammoniak*, die, soweit sie verglichen werden können, mit denen von HALLWACHS (24) und LEUPOLD (61) übereinstimmen. Nähere Überlegungen an die Ergebnisse von BREWER zu knüpfen, erscheint aber noch verfrüht, solange die Versuche noch nicht im einzelnen ausgearbeitet sind.

Im Zusammenhang hiermit ist auch eine ältere Arbeit von KRÜGER und TAEGE (19) zu erwähnen, in welcher der Einfluß von *Katalysatorgiften* auf die lichtelektrische Empfindlichkeit des Platins gegenüber der Strahlung der Quecksilberlampe im Vakuum untersucht wird. Es wird eine Herabsetzung der Empfindlichkeit durch *Schwefelwasserstoff*, *Blausäure* und *Kohlenoxyd* festgestellt.

Den Einfluß der Dämpfe von *Wasser*, *Pyridin*, *Propionsäure* und *Benzol* auf die Empfindlichkeit des Platins hat ABENDROTH (193) studiert, jedoch mit unzerlegtem Licht und unter Vakuumbedingungen, die eine Überlagerung von Stoßionisationserscheinungen wahrscheinlich machen, da mit 180 Volt Anodenpotential gemessen wurde. Das letztere gilt auch für die Versuche von ROLLER (79) an *Quecksilberoberflächen*, die der Einwirkung von *Toluol* ausgesetzt waren.

Schließlich möge an dieser Stelle auch die noch ungeklärte Einwirkung der Gasbeladung auf den Photoeffekt der *Kohle* erwähnt werden. Die bisher erschienenen Untersuchungen (53, 65) sind nicht genügend aufschlußreich, weil sie mit unzerlegtem Licht ausgeführt wurden. Nach den Versuchen von v. AUWERS (65) scheinen sich eine Reihe von Sekundäreffekten, wie Diffusions- und Aufladungserscheinungen, zu überlagern, da sich der Photoeffekt nach kurzem Glühen zeitlich ändert und von dem Anlegen einer Beschleunigungsspannung abhängig ist. Aus den vorliegenden Versuchen sind jedenfalls keine eindeutigen Schlüsse zu ziehen.

#### d) Adsorbierte Metallfilme.

ELSTER und GEITEL (29) hielten es für möglich, daß beim Vorhandensein einzelner auf einer Metalloberfläche adsorbierter Alkaliatome bei *Steigerung der Lichtintensität* schließlich eine Art von *Sättigung* erreicht werden könnte, da sie annahmen, daß die Alkaliatome selbst den bei solchen Oberflächen beobachteten hohen Photostrom lieferten. Man sollte dann erwarten, daß bei nicht sehr sorgfältiger Entgasung der Unterlage auch ein spektraler selektiver Effekt im Sichtbaren oder Ultravioletten auftreten würde, wie er am *kompakten* gasbeladenen Alkalimetall beobachtet wird. Die ersten mit spektral zerlegtem Licht an adsorbierten Alkalisichten ermittelten

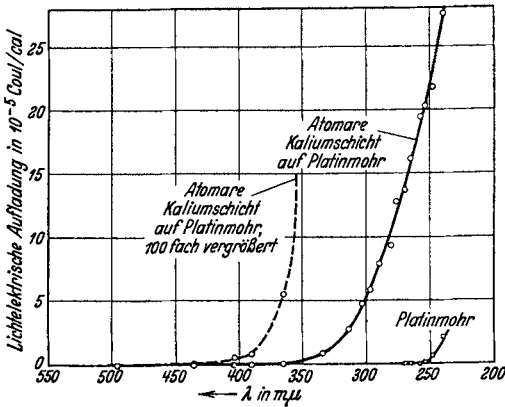


Abb. 13. Spektrale Empfindlichkeitskurve einer Platinmohr-oberfläche vor und nach der Besetzung mit Kalium in atomarer Verteilung. Bedeckung < optimal.

Empfindlichkeitskurven von Ives (40) zeigten nun zwar im Sichtbaren bis 380  $m\mu$  zum größten Teil einen normalen Anstieg (Abb. 16 und 17), wie er z. B. bei reinen Oberflächen von Platin und Eisen beobachtet wird, ließen aber die Möglichkeit der spektralen Selektivität im Ultraviolett offen.

Der Nachweis, daß eine Platinoberfläche mit wenigen adsorbierten Alkaliatomen auch im Quarz-Ultraviolett keine selektive, sondern eine normale Empfindlichkeits-

kurve wie das Trägermetall besitzt, daß also bei sehr geringer Besetzung (unterhalb der optimalen) die Metallunterlage selbst die

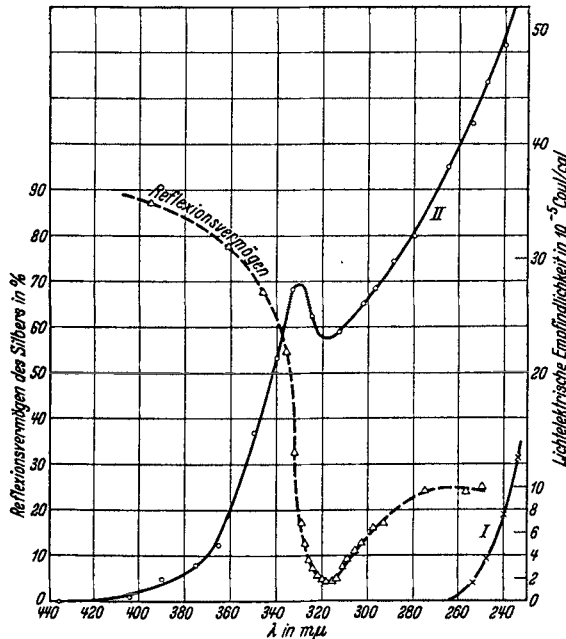


Abb. 14. Spektrale Empfindlichkeitskurve einer durch Verdampfen im Vakuum hergestellten Silberoberfläche, vor (I) und nach (II) dem Aufbringen von atomar verteilttem Kalium; Bedeckung < optimal.

Elektronen liefert und die adsorbierten Alkaliatome nur die Austrittsarbeit erniedrigen, wurde durch Messungen von SUHRMANN und

THEISSING (83) erbrachte, die an Platinmohroberflächen und Oberflächen von blankem Platin innerhalb des Quarz-Ultraviolett normale Empfindlichkeitskurven erhielten, auch wenn Kaliumatome darauf adsorbiert waren (Abb. 13). Sogar das Hindurchsenden einer Glimmentladung in Wasserstoff veränderte die Empfindlichkeit nur wenig und ließ kein spektrales Maximum zustande kommen, während eine kompakte Kaliumoberfläche nach dieser Behandlung ein kräftiges selektives Maximum aufweist.

Die langwellige Grenze der mit Kaliumatomen besetzten Platinmohroberfläche (Abb. 13) ist weit ins Sichtbare verschoben. Es existieren aber nur *einzelne ausgezeichnete Stellen* besonders kleiner Austrittsarbeit, denn die Emission ist im Anschluß an die langwellige Grenze in einem ausgedehnten Wellenbereich sehr gering.

Besonders eindrucksvoll zeigt sich der Einfluß der Unterlage auf die Form der Empfindlichkeitskurve dann, wenn das *Trägermetall* in dem untersuchten Spektralgebiet eine *optische Anomalie* besitzt, wie z. B. Silber. In diesem Fall wird der normale Anstieg an der Stelle des Reflexionsminimums bei  $317 \text{ m}\mu$  durch einen Sattel unterbrochen, da das Licht dort bis zu einer Tiefe eindringt, aus der ein größerer Bruchteil der mit Lichtenergie versehenen Elektronen nicht bis an die Oberfläche gelangen kann. Abb. 14 nach SUHRMANN und SCHALLAMACH (190) und Abb. 15 nach IVES und BRIGGS (184) lassen die hierdurch entstehende eigentümliche Form der Empfindlichkeitskurve und das Zusammenfallen des Sattels mit dem Reflexionsminimum des Silbers (Abb. 14) erkennen.

Bei der Besprechung der physikalisch-chemischen Eigenschaften adsorbierter Molekeln in Abschnitt 3 hatten wir gesehen, daß die Austrittsarbeit des Trägermetalls mit zunehmender Oberflächenkonzentration der adsorbierten elektropositiven Dipole zunächst abnimmt und von einer gewissen *optimalen Besetzung*  $\theta_0$  an wieder anwächst. Entsprechend verschiebt sich die langwellige Grenze  $\lambda'$  nach langen Wellen bis  $\theta_0$  erreicht ist ( $\lambda'_0$ ) und zieht sich mit dem Überschreiten von  $\theta_0$  wieder nach kurzen Wellen zurück. Kondensieren sich nach und nach geringe Mengen elektropositiven Materials, z. B. Alkalimetall, auf einem Trägermetall, so ist also die *Lage von  $\lambda'$  ein Kriterium dafür, ob die Besetzung kleiner oder größer als  $\theta_0$  ist.* Bei  $\theta < \theta_0$  nimmt  $\lambda'$  mit fortschreitender *Kondensation* noch zu; ist  $\theta_0$  überschritten, so nimmt  $\lambda'$  wieder ab. Diese Verschiebung von  $\lambda'$  erkennt man z. B. in Abb. 16 nach IVES (40). Abb. 17 zeigt die

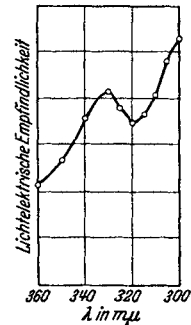


Abb. 15. Spektrale Empfindlichkeitskurve eines Silberspiegels, bedeckt mit atomar verteiltem Natrium ( $\theta < \theta_0$ ); senkrecht einfallendes Licht. (Nach IVES.)

entsprechende Verschiebung während des *Abdampfens* einer Cäsiumschicht (40)<sup>1</sup>.

Die Lage von  $\lambda'$  bei der optimalen Besetzung und damit der Wert der *kleinsten Austrittsarbeit*, hängt sehr wahrscheinlich wie bei der Bedeckung mit atomarem Wasserstoff (vgl. den Abschnitt a) von dem Austrittspotential des Trägermetalls ab.

IVES und OLPIN (92), die Natrium, Kalium und Rubidium auf Platin, Cäsium auf Platin und Silber, Barium auf Silber, Lithium auf Platin und Wolfram untersuchten, finden zwar, daß  $\lambda'_0$  bei den Alkalimetallen an der Stelle

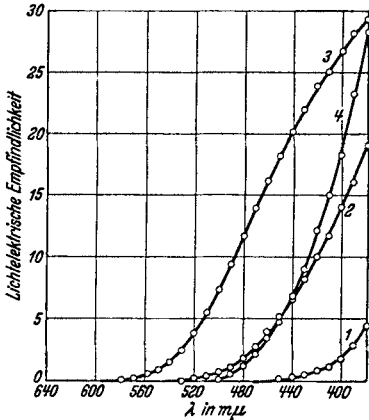


Abb. 16. Spektrale lichtelektrische Empfindlichkeit eines Platinspiegels (für  $\mathcal{E} \parallel$ ) bei fortschreitender Kondensation atomar verteilter Natriums. Kurve 1 nach 1,5 Stunden, Kurve 2 nach 3,0 Stunden, Kurve 3 nach 19,4 Stunden, Kurve 4 nach 75 Stunden. (Nach IVES.)

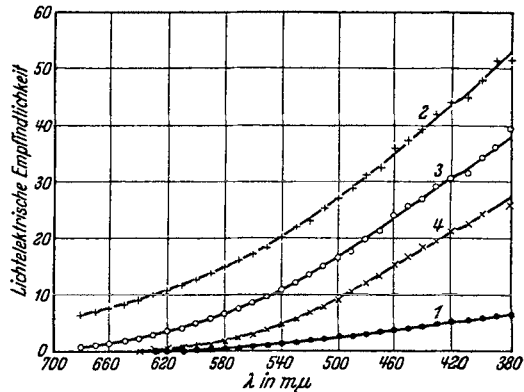


Abb. 17. Spektrale lichtelektrische Empfindlichkeit eines Platinspiegels (für  $\mathcal{E} \parallel$ ) bei fortschreitendem Abdampfen einer Cäsiumbedeckung. Kurve 1 vor dem Erwärmen des Trägers, Kurve 2, 3 und 4 bei zunehmender Erwärmungsdauer. (Nach IVES.)

der zugehörigen Resonanzlinien liegt und schließen daraus, daß die Photoelektronen den Alkaliatomen entstammen. Die Übereinstimmung der  $\lambda'_0$ -Werte mit der Lage der Resonanzlinien bei ihren Versuchen ist jedoch wohl durch Zufall bedingt, denn die Austrittspotentiale der benutzten Trägermetalle weichen in dem Zustand, in welchem sie gewöhnlich verwendet werden, nicht sehr voneinander ab und außerdem konnte CAMPBELL (88) bei Kalium- und Cäsiumschichten auf (allerdings nicht völlig entgaster) Goldunterlage noch eine Empfindlichkeit jenseits der Resonanzlinien nachweisen (vgl. auch die Bemerkungen von NOTTINGHAM in 127). Eine Bestimmung der optimalen Austrittspotentiale bei Bedeckung mit Alkali-

<sup>1</sup> Dasselbe Verhalten (bezüglich der Änderung der langwelligen Grenze mit der Besetzung) wie die Alkalimetalle zeigen außer den Erdalkalimetallen z. B. auch die Metalle Platin, Silber und Gold. Dagegen konnten D. ROLLER, W. H. JORDAN und C. S. WOODWARD (160) an Quecksilberfilmen, sowie D. ROLLER und D. WOOLDRIDGE [Physic. Rev. 45, 119 (1934)] an Kadmiumfilmen *kein* Überschreiten eines Maximums der langwelligen Grenze beobachten. ROLLER und WOOLDRIDGE erklären dies dadurch, daß Quecksilber und Kadmium bei der Kondensation von vornherein größere Anhäufungen bilden, ohne daß vorher Schichten von wenigen Atomdicken zustande kommen.

metallen unter Verwendung verschiedener Trägermetalle mit stärker differierenden Austrittspotentialen wäre jedenfalls erwünscht; dabei müßten die Oberflächen der Träger unter möglichst reinen Bedingungen, etwa durch Verdampfen vakuumgeschmolzener Metalle im Vakuum, hergestellt sein.

Während eine mit Kaliumatomen bedeckte Platinoberfläche unterhalb der optimalen Besetzung  $\theta_0$  eine normal ansteigende Empfindlichkeitskurve aufweist, tritt nach Versuchen von SUHRMANN und

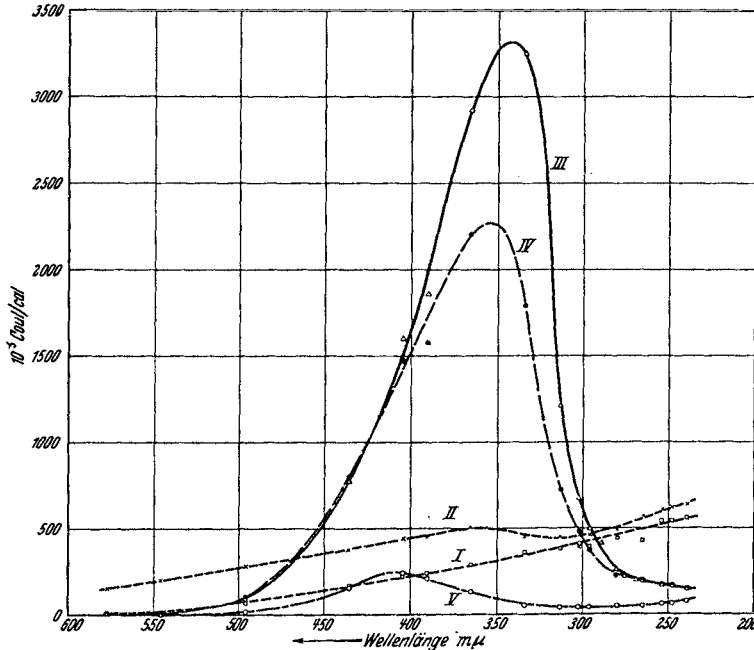


Abb. 18. Spektrale Empfindlichkeit unsichtbarer Kaliumfilme auf einer blanken Platinoberfläche. Kurve I: Besetzung  $<$  optimal; Kurve II: Besetzung  $\approx$  optimal; Kurve III und IV: Besetzung  $>$  optimal; Kurve V: Kaliumfilm soeben als schwacher Hauch zu erkennen.

THEISSING (101) bei einer  $\theta_0$  nur wenig überschreitenden Bedeckung im Ultraviolett ein *selektives Maximum* auf (Kurve III in Abb. 18), das im unpolarisierten Licht den Wert von  $3,4 \cdot 10^{-2} \frac{\text{Coul.}}{\text{cal}}$  hatte, entsprechend der Höchstempfindlichkeit einer nach ELSTER und GEITEL hydrierten Kaliumoberfläche. Mit zunehmender Bedeckung sinkt dieses Maximum wieder herab (Kurve IV) und bei einer soeben als schwacher Hauch zu erkennenden Bedeckung ist nur noch das, auch bei kompaktem Kalium häufig beobachtete Maximum bei  $410 \mu\mu$  zu bemerken (Kurve V). In Kurve II der Abb. 18, die der optimalen Besetzung am nächsten kommt, da bei ihr die langwellige Grenze am weitesten vorgeschoben ist, deutet sich das spektrale Maximum der Kurve III bereits schwach an.



Das ultraviolette Maximum großer Ausbeute wurde außer bei Kaliumfilmen auf blankem Platin (101, 151) noch bei Natrium auf blankem Platin (164), Natrium auf Platinmohr (191), und Kalium auf Silber (190, 151, 209) gefunden. Abb. 19 zeigt das bei 343 m $\mu$  gelegene Maximum eines die optimale Bedeckung eben überschreitenden Kaliumfilms auf einer reinen durch Verdampfen im Vakuum hergestellten Silberoberfläche nach SUHRMANN und SCHALLAMACH (190).

Wir haben bisher über die Größe der optimalen Besetzung und damit über die das spektrale Maximum hoher Ausbeute im Ultraviolett

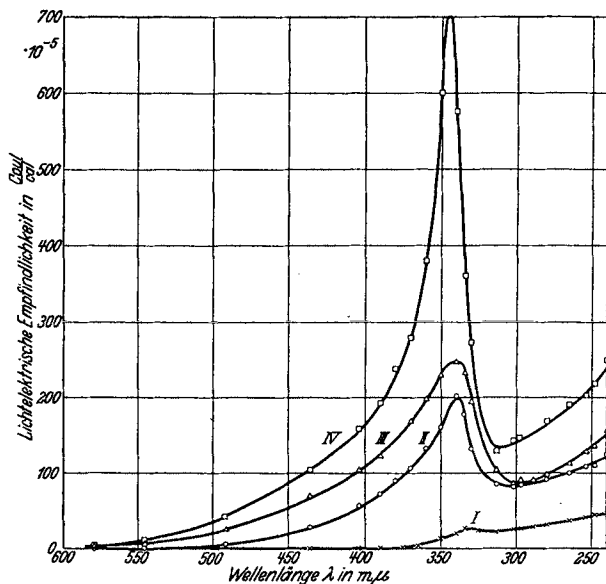


Abb. 19. Empfindlichkeitskurven eines mit unsichtbaren Kaliumhäuten bedeckten reinen Silberspiegels. Kurve I: Bedeckung < optimal; Kurve IV: Bedeckung > optimal; Kurve II und III: Bedeckung dazwischenliegend.

liefernde Schichtdicke noch keine genaueren Angaben gemacht. Nach den in Abschnitt 3 geschilderten Versuchen von BECKER sollte  $\theta_0$  nahe bei 1, nach denen von TAYLOR und LANGMUIR etwas unterhalb von 1 liegen. Auf jeden Fall dürfte die polarisierende Wirkung der Unterlage auf die Adatome schon weitgehend abgeschirmt sein, wenn das spektrale Maximum erscheint, denn beim Auftreten des Maximums ist die optimale Besetzung stets überschritten. Ein spektrales Maximum ist im allgemeinen mit einer selektiven Lichtabsorption bestimmter Zentren verknüpft. Die absorbierenden Teilchen würden in unserem Fall aus dem atomar verteilten, durch die polarisierten Atome zum Teil abgeschirmten Alkalimetall bestehen, das sich über der ersten Atomsschicht befindet. Wir möchten daher auch auf Grund des lichtelektrischen Verhaltens der Alkalifilme annehmen, daß die optimale Besetzung nahe der monoatomaren liegt.

Die Aufnahme der Lichtenergie erfolgt unterhalb der optimalen Bedeckung  $\theta_0$  wahrscheinlich durch das Trägermetall (normale Empfindlichkeitskurve), oberhalb  $\theta_0$  durch die abgeschirmten Alkaliteilchen (selektive Empfindlichkeitskurve). Die Elektronen brauchen deshalb im Fall des spektralen Maximums nicht dem fein verteilten Alkalimetall zu entstammen; sie können auch von dem Trägermetall geliefert werden, an welches die absorbierenden Zentren die aufgenommene Energie abgeben.

Die *optimale Schichtdicke*, sowie die *Schichtdicke bei der maximalen Emission* (im Falle des selektiven Maximums) versuchte BRADY (174) direkt zu bestimmen.

Er verwendete die in Abb. 20 wiedergegebene Photozelle. Das Alkalimetall wird in *D* mittels des elektrischen Ofens *K* erhitzt und gelangt durch die geheizte Blende *C* auf den Auffänger *A*, der durch das Fenster *I* belichtet wird. *H* ist die Anode. *F* und *G* sind heizbare Wolframdrähte, die mit Silberdrähten umwickelt sind. Sie erzeugen einen Silberbeschlag, der bei *A* als Unterlage für die aufzudampfenden Alkalifilme dient und mit der Kathodenzuführung *M* in leitender Verbindung steht. Während des Aufdampfens sind *B* und das Rohr, dessen Abschluß *A* bildet, mit flüssiger Luft gefüllt. Hierdurch wird eine mehrfache Reflexion der Alkaliatome in dem Führungsrohr, sowie ein Wandern auf *A* verhindert.

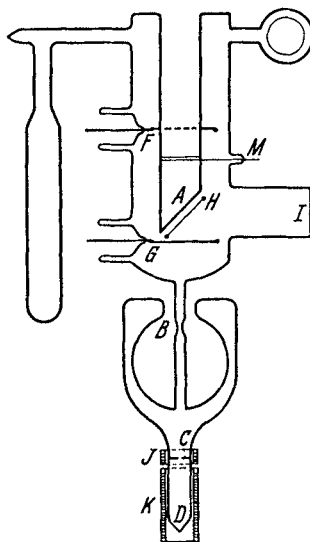


Abb. 20. Photozelle zur direkten Bestimmung der Dicke von Alkalifilmen. (Nach BRADY.)

Die Versuche führte BRADY in der Weise aus, daß er zunächst *K* auf eine bestimmte Temperatur anheizte und dann über *D* schob. In der bis zur Temperaturannahme des Alkalimetalls in *D* verstreichenden Zeit liegt die Hauptfehlerquelle. Aus dem Dampfdruck, der Verdampfungszeit und den Apparategrößen läßt sich die Dicke des gebildeten Films berechnen.

Bei Kaliumfilmen auf Silber erhielt BRADY für die optimale Besetzung 3,0 Atomschichten, für die Besetzung bei maximaler Emission 12,4 Atomschichten. Rubidiumfilme zeigten die optimale Emission bei  $\theta_0 = 1,5$  und die maximale bei  $\theta = 5,0$ . Cäsiumfilme besaßen die optimale Emission bei  $\theta_0 = 1,5$  und die maximale bei  $\theta = 5,4$ . Die  $\theta_0$ -Werte erscheinen besonders bei den Kaliumfilmen etwas groß gegenüber den nach glühelektrischen Methoden ermittelten (vgl. Abschnitt 3). Andererseits ergaben aber die Messungen, daß die *monoatomare Besetzung beim Auftreten der maximalen Emission (selektives Maximum) um einige Atomschichten überschritten ist*.

#### e) Der Lichtvektoreffekt an Metallfilmen.

Bei seinen ersten Versuchen an Alkalifilmen (40) hatte IVES eine bemerkenswerte Erscheinung gefunden. Dienten Metallspiegel aus

Platin, Tantal, Nickel, Wolfram, Kupfer als Filmträger, so zeigten diese bei einer gewissen Schichtdicke den von ELSTER und GEITEL an flüssigen Kalium-Natriumlegierungen entdeckten *Vektoreffekt*,

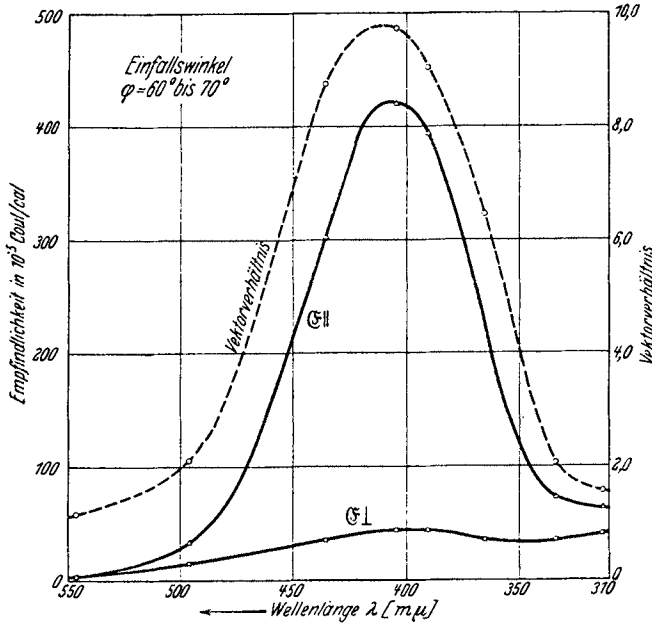


Abb. 21. Spektrale Empfindlichkeit einer dünnen, als Hauch eben zu erkennenden Kaliumschicht auf einem Platinspiegel bei Bestrahlung mit polarisiertem Licht unter schrägem Einfall; gleichliegendes spektrales Maximum für das Vektorverhältnis und für  $\mathcal{E}_{\parallel}$ .

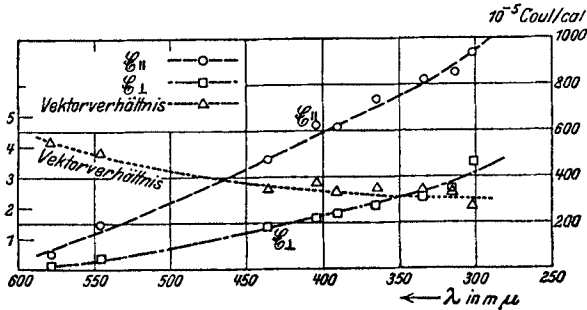


Abb. 22. Spektrale Empfindlichkeit eines Platinspiegels, bedeckt mit Kalium in atomarer Verteilung bei Bestrahlung mit polarisiertem Licht unter schrägem Einfall (Einfallswinkel  $60^{\circ}$ – $70^{\circ}$ ). Bedeckung  $<$  optimal.

d. h. die mit polarisiertem Licht bei schrägem Einfall erhaltenen Photoströme waren bei parallel zur Einfallsebene gerichtetem elektrischen Lichtvektor ( $\mathcal{E}_{\parallel}$ ) um etwa das Zehnfache größer als bei senkrecht zur Einfallsebene gerichtetem Vektor ( $\mathcal{E}_{\perp}$ ). Die genauere Erforschung ergab, daß der *Vektoreffekt der Alkalifilme am deutlichsten*

hervortritt, wenn die optimale Besetzung überschritten ist. Bei Platin als Trägermetall kann das Verhältnis der Photoströme für die beiden Lichtvektoren Werte bis zu 30 und darüber annehmen.

Es schien zunächst, als ob der Vektoreffekt in diesem Fall, im Gegensatz zu dem Vektoreinfluß bei Kalium-Natriumlegierungen,

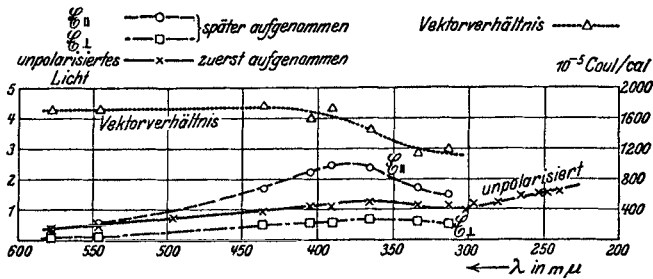


Abb. 23. Spektrale Empfindlichkeit eines Platinspiegels, bedeckt mit Kalium in atomarer Verteilung bei Bestrahlung mit polarisiertem Licht unter schrägem Einfall (Einfallswinkel  $60-70^\circ$ ). Bedeckung  $\simeq$  optimal.

nicht auf ein bestimmtes Spektralgebiet beschränkt wäre (vgl. 3, S. 97); SUHRMANN und THEISSING (101) konnten jedoch für Kaliumfilme auf einem Platinspiegel zeigen, daß auch deren Vektoreffekt mit einem spektralen selektiven Maximum gekoppelt ist (Abb. 21).

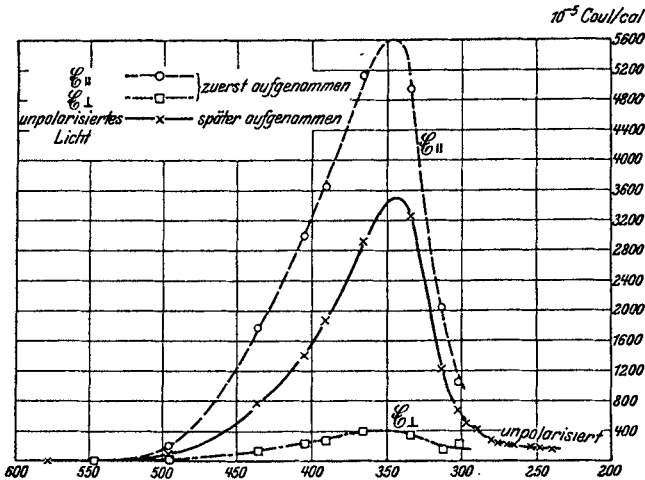


Abb. 24. Spektrale Empfindlichkeit eines Kaliumfilms auf einem Platinspiegel bei Bestrahlung mit polarisiertem Licht unter schrägem Einfall (Einfallswinkel  $60-70^\circ$ ). Bedeckung  $>$  optimal.

Befinden sich auf dem Metallspiegel so wenige Kaliumatome, daß die optimale Besetzung noch nicht erreicht ist, so verläuft die Empfindlichkeitskurve normal und das Vektorverhältnis nimmt die aus den optischen Eigenschaften des Metallspiegels zu erwartenden Werte an (Abb. 22). Bei einer Besetzung nahe der optimalen ist das spektrale Maximum bereits für  $\mathcal{E}_{||}$  schwach angedeutet (Abb. 23) und erreicht,

nachdem die optimale Besetzung überschritten ist, außerordentlich hohe Werte (Abb. 24)<sup>1</sup>. Die Ausbeuten übersteigen nun sogar die bei hydrierten Kaliumoberflächen beobachteten.

Da der an Alkalifilmen gefundene Vektoreffekt sich bei einer Besetzung > optimal wie der von ELSTER und GEITEL entdeckte und von POHL und PRINGSHEIM näher erforschte Vektoreffekt an *flüssigen Kalium-Natriumlegierungen* verhält, ist anzunehmen, daß auch bei diesen eine Inhomogenität der obersten Schichten für das Auftreten des Effektes verantwortlich zu machen ist, daß es sich also im Prinzip um dieselbe Erscheinung mit den gleichen Ursachen handelt. Die Bedingungen für das Auftreten des Vektoreffektes bei Alkalimetallelegierungen hängen nach IVES, JOHNSRUD und STILLWELL in wenig übersichtlicher Weise von der Zusammensetzung der Legierungen ab (41, 59).

Der Vektoreffekt an Alkalifilmen auf Metallspiegeln hat durch IVES, BRIGGS und FRY eine interessante Deutung gefunden (150, 151, 184, 57, 70, 182). IVES nimmt an, daß für die Elektronenauslösung an einem selektiv empfindlichen Spiegel *stehende Lichtwellen* maßgebend sind, die durch Interferenz der einfallenden und reflektierten Lichtstrahlen zustande kommen und die z. B. von O. WIENER an dünnen, auf einem Spiegel niedergeschlagenen photographischen Schichten beobachtet wurden. Während jedoch die Dicke der von WIENER benutzten photographischen Schicht in der Größenordnung der Lichtwellen lag, befinden sich die Teilchen der selektiven Schicht in wenigen Atomabständen über dem spiegelnden Trägermetall. Für die Stärke der lichtelektrischen Wirkung ist daher nicht die Lichtintensität an den Bäuchen der stehenden Wellen maßgebend, die in größerem Abstand über dem Spiegel liegen, sondern die Lichtintensität unmittelbar an der Oberfläche. Bei einem idealen Metallspiegel wären dort die Knoten der stehenden Wellen; bei einem Spiegel mit endlicher elektrischer Leitfähigkeit jedoch ist die Auslöschung an der Spiegeloberfläche wegen der Phasenverschiebung der reflektierten Welle nicht vollständig. Die stehenden Wellen besitzen dort vielmehr eine endliche mit dem Einfallswinkel und der Wellenlänge variierende Intensität, die man aus den optischen Konstanten des Spiegelmetalls für die beiden Richtungen des elektrischen Vektors berechnen kann.

Die für einen Platinspiegel für  $\lambda = 436 \mu$  berechneten und an einem Kaliumfilm beobachteten Kurven und Punkte sind in Abb. 25 eingetragen (150). Man sieht, daß die Lichtintensitäten in ähnlicher Weise vom Einfallswinkel abhängen wie die Photoströme und insbesondere zwischen  $70$  und  $80^\circ$  für  $\mathcal{E} \parallel$  außerordentlich hohe Werte annehmen im Verhältnis zu denen für  $\mathcal{E} \perp$ . *Das große Vektorverhältnis der Photoströme bei schrägem Einfall kann also hiernach durch das Vektorverhältnis der Lichtintensitäten an der Spiegeloberfläche erklärt werden.*

<sup>1</sup> Das schwach angedeutete Maximum für  $\mathcal{E} \perp$  ist durch Nebenlicht der anderen Komponente bedingt.

Für die Berechnung des vollständigen Verlaufs der spektralen Empfindlichkeit reichen die vorhandenen optischen Daten allerdings noch nicht aus; vor allem fehlen die Konstanten der Alkalimetalle.

In einigen Fällen läßt sich indessen die Gestalt der Empfindlichkeitskurve in einem begrenzten Spektralbereich qualitativ und zum Teil auch quantitativ wiedergeben. Abb. 26 (184) zeigt z. B. das Lichtabsorptionsvermögen eines Silberspiegels (a), die Lichtabsorption an der Oberfläche (b) und die *Lichtintensität* unmittelbar an der Oberfläche (c). Aus Abb. 27 (184) erkennt man andererseits, daß das

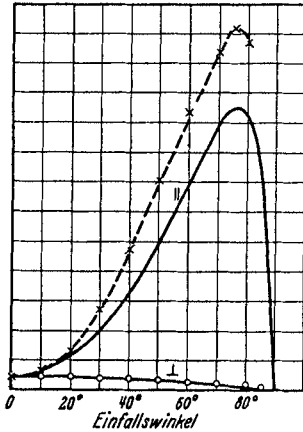


Abb. 25. Ausgezogene Kurven: Berechnete Lichtintensität unmittelbar über der Oberfläche eines Platinspiegels in Abhängigkeit vom Einfallswinkel. Gestrichelte Kurve und eingezeichnete Kreise: Beobachtete Photoströme für  $\mathcal{E} \parallel$  und  $\mathcal{E} \perp$  an einem Kaliumfilm auf einem Platinspiegel.  
(Nach IVES.)

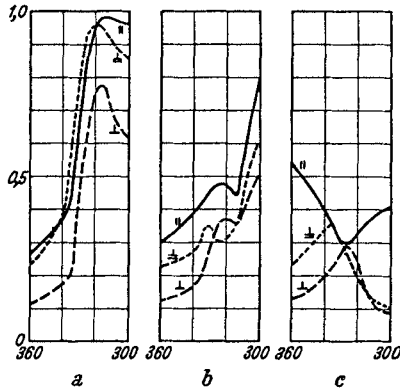


Abb. 26a—c. Berechnete optische Eigenschaften eines Silberspiegels zwischen  $\lambda = 300$  und  $360 \text{ m}\mu$  für senkrecht einfallendes Licht ( $\perp$ ) und unter  $60^\circ$  einfallendes linear polarisiertes Licht mit  $\mathcal{E} \parallel$  und  $\mathcal{E} \perp$ . a) Gesamtes Lichtabsorptionsvermögen; b) Lichtabsorption an der Oberfläche; c) Lichtintensität unmittelbar über der Oberfläche.  
(Nach IVES u. BRIGGS.)

Maximum der Empfindlichkeit für senkrecht einfallendes Licht offenbar mit dem entsprechenden Maximum aus Abb. 26c zusammenfällt und nichts mit den Maxima der Kurven in Abb. 26a und b zu tun hat. Auch das selektive Maximum der Kurve IV in Abb. 19 liegt dicht dabei und ist jedenfalls durch die Intensitätskurve für senkrecht einfallendes Licht in Abb. 26c besser zu deuten als durch die Absorptionskurven in Abb. 26a und b.

Abb. 28 (184) zeigt, daß auch das für  $\mathcal{E} \parallel$  an einem Natriumfilm auf einem Silberspiegel erhaltene Minimum und das für  $\mathcal{E} \perp$  gefundene Maximum durch die spektrale Verteilung der Lichtintensität an der Spiegeloberfläche in Abb. 26c gut zu deuten sind.

Die Theorie von IVES vermag also eine Reihe besonderer lichtelektrischer Eigenschaften der Alkalifilme auf Metallspiegeln richtig wiederzugeben; eine *vollständige* Erklärung des selektiven Maximums

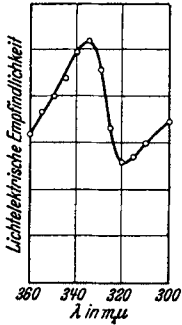


Abb. 27. Lichtelektrische Empfindlichkeit eines Natriumfilms auf einem Silberspiegel zwischen  $\lambda = 300$  und  $360 \text{ m}\mu$  für senkrecht einfallendes Licht; Bedeckung  $>$  optimal. (Nach IVES u. BRIGGS.)

dieser Filme liefert sie jedoch noch *nicht*. Dies erkennt man beim Vergleich der Empfindlichkeitskurve eines Kaliumfilms auf einem Platinspiegel bei einer Besetzung  $>$  optimal (Abb. 24) (101) mit den Kurven in Abb. 29 (184). Während der Kaliumfilm für  $\mathcal{E} \parallel$  und unpolarisiertes Licht ein spektrales Maximum etwas unterhalb von  $350 \text{ m}\mu$  aufweist, an etwa derselben Stelle wie ein Kaliumfilm auf einem Silberspiegel ( $343 \text{ m}\mu$ , Abb. 19, Kurve IV), besitzt die Intensitätskurve in Abb. 29c zwischen  $300$  und  $360 \text{ m}\mu$  keinerlei Maximum und zeigt für  $\mathcal{E} \parallel$  nach längeren Wellen zu nur einen schwachen Anstieg. Dagegen entspricht das Verhältnis der Intensitäten für  $\mathcal{E} \parallel$  und  $\mathcal{E} \perp$  dem Vektorverhältnis der Photoströme, das durch die Lichtabsorptionskurven in Abb. 29a und b nicht zu erklären ist.

Auch die *Lichtabsorptionsmessungen* von FLEISCHMANN (144) an *dünnen Kaliumfilmen* auf Quarzplatten zeigen, daß die optischen Eigenschaften des Trägerspiegels und des *kompakten* Alkalimetalls für die Erklärung des spektralen Maximums nicht allein maßgebend sind. FLEISCHMANN fand, daß hauchdünne Alkalimetallhäute bei senkrechter Aufsicht kaum erkannt werden können, aber bei schräger Aufsicht deutlich gefärbt erscheinen. Läßt man polarisiertes Licht schräg einfallen, so wird die Färbung

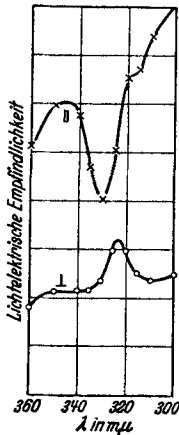


Abb. 28. Lichtelektrische Empfindlichkeit eines Natriumfilms auf einem Silberspiegel zwischen  $\lambda = 300$  und  $360 \text{ m}\mu$  für schräg einfallendes ( $60^\circ$ ) linear polarisiertes Licht; Bedeckung  $>$  optimal. (Nach IVES u. BRIGGS.)

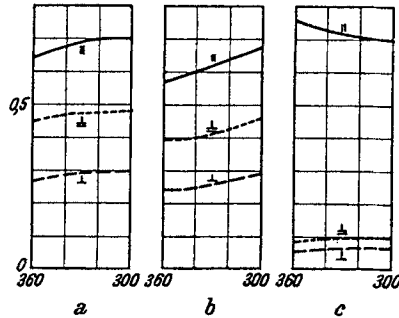


Abb. 29a—c. Berechnete optische Eigenschaften eines Platinspiegels zwischen  $\lambda = 300$  und  $360 \text{ m}\mu$  für senkrecht einfallendes Licht ( $\perp$ ) und unter  $60^\circ$  einfallendes linear polarisiertes Licht mit  $\mathcal{E} \parallel$  und  $\mathcal{E} \perp$ . a) Gesamtes Lichtabsorptionsvermögen; b) Lichtabsorption an der Oberfläche; c) Lichtintensität unmittelbar über der Oberfläche. (Nach IVES u. BRIGGS.)

lebhaft und *dichroitisch*, d. h. man sieht den Alkalifilm nur, wenn der elektrische Vektor parallel der Einfallsebene schwingt. Die quantitative

Bestimmung der Lichtabsorption ergab die in Abb. 30 wiedergegebene Kurve, die in der gleichen Weise verläuft wie die selektive Empfindlichkeitskurve z. B. in Abb. 21. Die geringe Verschiebung des Maximums ist wohl dadurch zu erklären, daß bei der Kurve in Abb. 21 ein Platinspiegel, in Abb. 30 eine Quarzplatte als Träger des Kaliumfilms dienten.

Die senkrechte Komponente des elektrischen Vektors wird durch den Kaliumfilm nicht absorbiert.

Außer den Untersuchungen FLEISCHMANNs spricht auch das von SUHRMANN und THEISSING an Natriumfilmen auf Platinmohr erhaltene spektrale Maximum bei  $317 \text{ m}\mu$  (191) gegen die Auffassung, daß allein die optischen Eigenschaften des Filmtägers und des kompakten Alkalimetalls für das Zustandekommen des selektiven Maximums verantwortlich seien. Wir möchten vielmehr annehmen, daß das spektrale Maximum hoher Ausbeute in erster Linie auf die selektive Lichtabsorption des fein verteilten, dem Trägermetall nicht unmittelbar aufliegenden Alkalimetalls zurückzuführen ist<sup>1</sup>, und daß nur die Lage und Gestalt dieses Maximums durch die Lichtintensität an der Oberfläche des Trägermetalls beeinflusst wird. Auch das stärkere Ansprechen auf  $\mathcal{E}_{\parallel}$  ist anscheinend in derselben Weise zu deuten.

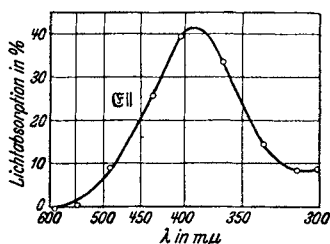


Abb. 30. Lichtabsorption einer dünnen Kaliumschicht für  $\mathcal{E}_{\parallel}$  bei einem Einfallswinkel von  $55^\circ$ . (Nach FLEISCHMANN.)

Dies gilt jedoch nur, wenn die Bedeckung die optimale überschreitet; ist sie kleiner als die optimale, so sind die optischen Eigenschaften des Trägermetalls unmittelbar für die Gestalt der Empfindlichkeitskurve ausschlaggebend, und zwar die Stärke der Lichtabsorption in der Oberfläche, wie der Vergleich der Kurven in den Abb. 14 und 15 mit denen in Abb. 26b erkennen läßt.

Auch für den von  $\mathcal{E}_{\perp}$  bei selektiven Schichten mit Vektoreffekt ausgelösten Photostrom ist anscheinend die Lichtabsorption in der Oberfläche maßgebend, denn einerseits wird dieser Vektor von der Alkalihaut nicht absorbiert (144), andererseits lassen sich die von IVES (40) an verschiedenen Trägermetallen erhaltenen Empfindlichkeitskurven in der Reihenfolge der Reflexionsvermögen dieser Metalle anordnen, und zwar ist die Elektronenemission für  $\mathcal{E}_{\perp}$  um so höher, je besser das betreffende Metall reflektiert. Bei schlechtem Reflexionsvermögen dringt das Licht offenbar so tief in die Oberfläche ein, daß es zur Elektronenauslösung nicht mehr verwendet werden kann. Gutes

<sup>1</sup> F. HLUČKA [Z. Physik 81, 66, 516, 521 (1933)] beobachtete an dünnen Schichten ( $0,5 \mu$ ) von Teerfarbstoffen spektrale selektive Maxima, die sich in unmittelbarer Nähe der den Eigenschwingungen dieser Farbstoffe entsprechenden Lichtabsorptionsmaxima befanden.



Reflexionsvermögen bedingt also eine bessere Ausbeute des Lichtes für die Elektronenauslösung in den obersten Schichten des Metalls.

Während sich die Zentren der *Lichtabsorption* beim selektiven Photoeffekt (Bedeckung  $>$  optimal) für  $\mathcal{E}_{\parallel}$  in der Alkalihaut, für  $\mathcal{E}_{\perp}$  sowie beim normalen Photoeffekt (Bedeckung  $<$  optimal) für beide Lichtvektoren in den obersten Schichten des Trägermetalls befinden, entstammen die emittierten *Photoelektronen* anscheinend in allen Fällen dem Trägermetall. Wäre das nicht der Fall, würden die Elektronen von den adsorbierten Alkaliatomen selbst emittiert,

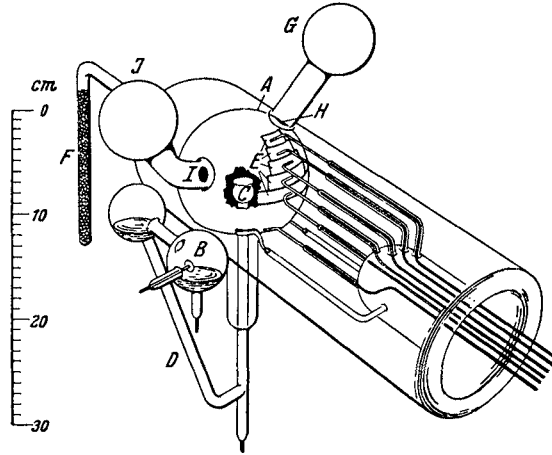


Abb. 31. Photozelle zur Ermittlung der Energieverteilung der Photoelektronen an flüssigen Kalium-Natriumlegierungen für  $\mathcal{E}_{\parallel}$  und  $\mathcal{E}_{\perp}$ . (Nach IVES, OLPIN u. JOHNSRUD.)

so müßte man an Alkalifilmen sehr steile *Energieverteilungskurven* der austretenden Elektronen beobachten, denn auch die von LUKIRSKY und PRILEŽAEV (78) an dünnen Silberschichten gemessenen Verteilungskurven sind wesentlich steiler als die an kompaktem Silber erhaltenen. Auch an selektiv empfindlichen, den Vektoreffekt zeigenden Alkalifilmen auf Metallspiegeln dürfte der Ursprungsort der Elektronen für  $\mathcal{E}_{\parallel}$  und  $\mathcal{E}_{\perp}$  derselbe sein. Anders ist der Befund von IVES, OLPIN und JOHNSRUD (75), nach welchem die Energieverteilungskurven an flüssigen Kalium-Natriumspiegeln bei einem Vektorverhältnis von 12:1 für  $\lambda = 436 \text{ m}\mu$  zusammenfallen, kaum zu erklären.

Die von diesen Autoren zur Messung der Energieverteilung flüssiger Alkalilegierungen benutzte Photozelle ist in Abb. 31 wiedergegeben. Die Metallkugel A ist die Anode. Das mit Nickel überzogene Glasgefäß C der Behälter für die als Kathode verwendete flüssige Legierung, die aus B durch D nach C gebracht wurde. Das Licht fiel von G aus durch die Öffnung H auf C und wurde durch I nach J reflektiert, so daß es nicht auf die Anode gelangte. Die Elektroden E dienten dazu, die Elektronenverteilung unter verschiedenen Winkeln zu messen.

Abb. 32 zeigt die Strom-Spannungskurven für  $\mathcal{E}_{\parallel}$  und  $\mathcal{E}_{\perp}$ , die für den Sättigungsstrom zur Deckung gebracht worden sind. Man sieht, daß die Anlaufkurven zusammenfallen, die Energieverteilung für beide Vektoren also dieselbe ist. Auch die *Maximalgeschwindigkeiten* sind nicht verschieden, in Übereinstimmung mit den Befunden von WOLF (63) und TEICHMANN (104) an selektiv empfindlichen Kaliumoberflächen.

Für Alkalifilme auf einer Platinunterlage wurden die gleichen Ergebnisse erhalten wie für die Kalium-Natriumlegierung.

Ebenso wie die Übereinstimmung der Geschwindigkeitsverteilung für  $\mathcal{E}_{\parallel}$  und  $\mathcal{E}_{\perp}$  an selektiven Oberflächen mit Vektoreffekt, kann

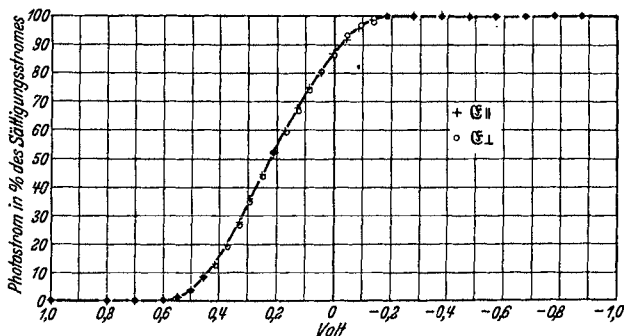


Abb. 32. Stromspannungskurven der an einer flüssigen Kalium-Natriumlegierung für  $\mathcal{E}_{\parallel}$  und  $\mathcal{E}_{\perp}$  erhaltenen Photoelektronen in Prozenten des Sättigungsstromes für  $\lambda = 436 \text{ m}\mu$  bei  $60^\circ$  Einfallswinkel. (Nach IVES, OLPIN u. JOHNSRUD.)

auch die *Winkelverteilung* der von solchen Oberflächen ausgesandten Photoelektronen am besten durch die Annahme gedeutet werden, daß diese aus der Oberfläche des Trägermetalls stammen. Die experimentelle Unterlage hierfür liefern Versuche von IVES, OLPIN und JOHNSRUD (75).

Als Photozelle zur Bestimmung der Winkelverteilung der Photoelektronen wurde die in Abb. 31 wiedergegebene oder eine ähnlich konstruierte verwendet. Im Mittelpunkt ihrer kugelförmigen Anode befand sich entweder eine Platin-kugel oder ein kleines Platinblech mit dem Alkalifilm, oder die in Abb. 31 eingezeichnete Vorrichtung zur Aufnahme der flüssigen Kalium-Natriumlegierung.

In Abb. 33 ist die Winkelverteilungskurve in Polarkoordinaten der an einer selektiv empfindlichen Kalium-Natriumoberfläche bei senkrechtem Einfall erhaltenen Photoelektronen eingetragen. Wie man sieht, ist das *LAMBERTSche Gesetz*, nach welchem die Verteilungskurve einen die Oberfläche berührenden Kreis sollte, gut erfüllt. Wir möchten daher annehmen, daß die von einem Raumelement aus emittierten Elektronen auf ihrem Wege an die Oberfläche eine Streuung an zahlreichen Zentren erfahren, so daß die Zahl der durch ein Oberflächenelement in irgendeiner Richtung

tretenden Elektronen proportional der Projektion dieses Elements senkrecht zu jener Richtung ist.

Aber auch bei schrägem Einfall ist das Gesetz erfüllt, wie man aus Abb. 34 erkennt, und zwar ist der Vektor  $\mathcal{E}_{\parallel}$  durchaus nicht in der Emissionsrichtung gegenüber  $\mathcal{E}_{\perp}$  bevorzugt; die wesentliche Emissionsrichtung ist vielmehr für beide Vektoren die Normale zur Oberfläche unabhängig vom Einfallswinkel.

Die Ausmessung der bei dem Felde Null (unter Berücksichtigung des Kontaktpotentials) gefundenen Kurven ergibt, daß das LAMBERTSche

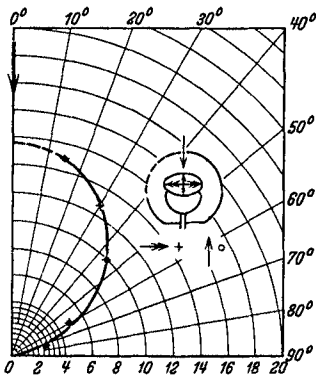


Abb. 33. Winkelverteilung der an einer Kalium-Natriumlegierung bei senkrechtem Einfall von dem Licht der Quarz-Quecksilberlampe beim Felde Null ausgelösten Photoelektronen.

(Nach IVES, OLPIN u. JOHNSRUD.)

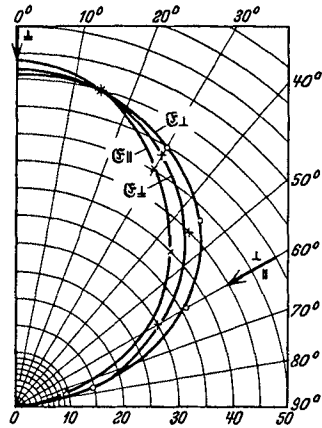


Abb. 34. Winkelverteilung der an einer Kalium-Natriumlegierung bei senkrechtem und schrägem (60°) Einfall mit polarisiertem Licht der Wellenlänge 436 mμ und dem effektiven Kathodenpotential 0,1 Volt ausgelösten Photoelektronen.

(Nach IVES, OLPIN u. JOHNSRUD.)

Gesetz bei schrägem Einfall für  $\mathcal{E}_{\perp}$  besser erfüllt ist als für  $\mathcal{E}_{\parallel}$ . Wie Abb. 34 ferner zeigt, ist die Kurve für  $\mathcal{E}_{\parallel}$  in Richtung der Normalen stärker gestreckt als die für senkrechten Einfall ( $\mathcal{E}_{\perp}$ ) und diese wiederum stärker gestreckt als die für  $\mathcal{E}_{\perp}$  erhaltene, so daß also die Abweichungen vom LAMBERTSchen Gesetz von  $\mathcal{E}_{\perp}$  zu  $\mathcal{E}_{\parallel}$  und zu  $\mathcal{E}_{\parallel}$  zunehmen.

Die gefundenen Erscheinungen gelten auch bei sehr hohen Vektorverhältnissen, z. B. für ein Verhältnis der Photoströme für  $\mathcal{E}_{\parallel}$  und  $\mathcal{E}_{\perp}$  von 23.

Die Gültigkeit des LAMBERTSchen Gesetzes und die Unabhängigkeit der Emissionsrichtung vom Einfallswinkel des Lichtes und seines Polarisationszustandes lassen sich am besten mit unserer obigen Annahme deuten, nach welcher beim selektiven Vektoreffekt zwar die *Lichtabsorption* der beiden Vektoren an verschiedenartigen Zentren, die Elektronenemission hingegen in beiden Fällen von dem Träger-

metall aus erfolgt. Danach würde nämlich der Einfallswinkel und der Polarisationszustand nur die Stärke der *Lichtabsorption*, aber nicht die *Emissionsrichtung* und die hauptsächlichliche Emissionsverteilung beeinflussen.

Auch die geringe Deformierung der Winkelverteilungskurven in Richtung der Normalen bei  $\mathcal{E}_{\perp}$  und  $\mathcal{E}_{\parallel}$  läßt sich mit Hilfe unserer Anschauung erklären, wenn man die Annahme, daß die Elektronen auf ihrem Wege zur Oberfläche gestreut werden, hinzunimmt. Je tiefer das emittierende Raumelement unter der Oberfläche liegt, desto stärker ist die Streuung, je näher der Oberfläche, um so geringer. Da nun die Lichtenergie des Vektors  $\mathcal{E}_{\perp}$  nach unseren früheren Überlegungen von dem *Trägermetall* absorbiert wird, die emittierenden Zentren also verhältnismäßig tief liegen, würden die Elektronen in diesem Fall eine für die Erfüllung des LAMBERTSchen Gesetzes genügende Streuung erfahren. Die Lichtenergie des Vektors  $\mathcal{E}_{\parallel}$  hingegen wird von dem *Alkalifilm* selbst absorbiert, der sie an die ihm unmittelbar benachbarten Elektronen des Trägermetalls weitergibt. Aus diesem Grunde lägen die Elektronen emittierenden Zentren für  $\mathcal{E}_{\parallel}$  nahe der Oberfläche, die Streuung wäre geringer und die normale Emissionsrichtung stärker bevorzugt.

## 5. Der äußere Photoeffekt an zusammengesetzten Schichten.

Im vorangehenden Abschnitt hatten wir gesehen, daß die Empfindlichkeitskurve einer einfachen, auf einer reinen Metalloberfläche adsorbierten Schicht nach dem *Überschreiten der optimalen Bedeckung* ein spektrales Maximum aufweisen kann. Als die das auffallende Licht absorbierenden Zentren hatten wir in diesem Fall diejenigen Alkaliteilchen erkannt, welche durch die dem Trägermetall unmittelbar aufsitzenden Atome von der Unterlage abgetrennt, d. h. deren polarisierenden Kräften weniger ausgesetzt sind. Wir können nun ähnlich aufgebaute Oberflächen erzielen, wenn wir auf das *Trägermetall* an Stelle der ersten Alkaliatomschicht eine Substanz als *Zwischenschicht* aufbringen, die das *darübergelagerte fein verteilte Alkalimetall chemisch zu binden oder zu adsorbieren* vermag. Die Zwischenschicht muß genügende elektrische Leitfähigkeit besitzen, so daß die emittierten Elektronen nachgeliefert werden können. Zwischensubstanzen, die in kompakter Form schlecht leiten, müssen also dem Trägermetall in äußerst *geringer* Schichtdicke aufliegen. Auch an derartig aufgebauten Oberflächen beobachtet man *spektrale selektive Maxima*, die gewissermaßen die *Absorptionsbanden* des fein verteilten Alkalimetalls darstellen.

In vielen Fällen wird das obige Schema bei diesen Photokathoden allerdings nicht genau zutreffen. So ist z. B. anzunehmen, daß bei der von ELSTER und GEITEL (II) zuerst untersuchten Einwirkung einer *Wasserstoff-Glimmenladung* auf Kaliumoberflächen nicht nur

fein verteiltes Kalium an Kaliumhydrid adsorbiert ist, sondern zum Teil auch Kaliumteilchen in Kaliumhydrid eingebettet sind. In genügend kleinen Bezirken wird man jedoch auch hier das obige Schema anwenden können. Die Ansicht, daß man mit dem selektiven Maximum solcher Oberflächen das optische Absorptionsspektrum adsorbierter Alkaliatome auf elektrischem Wege mißt, wurde zuerst von GUDDEN und POHL ausgesprochen (52, 44).

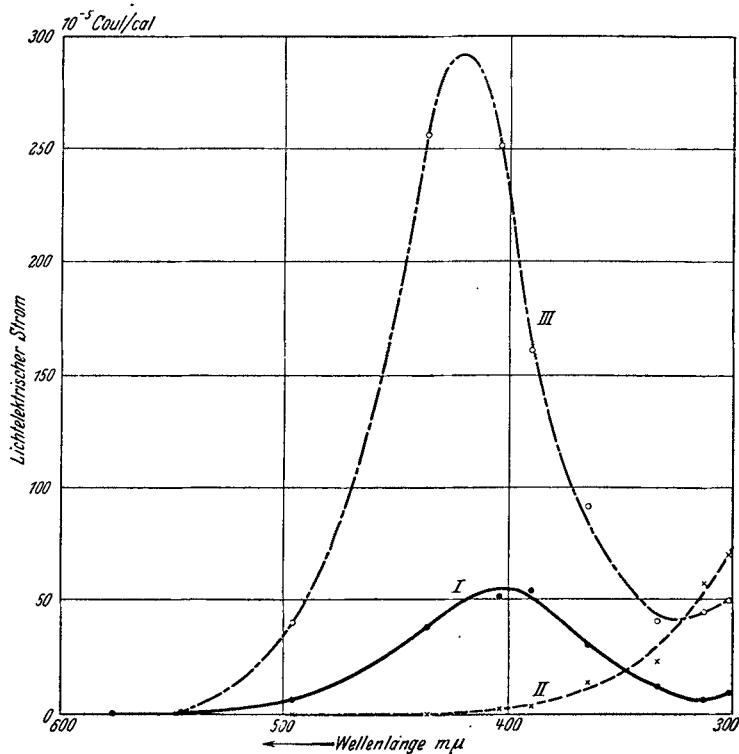


Abb. 35. Spektrale Empfindlichkeitsverteilung einer frisch durch Destillation im Hochvakuum hergestellten Kaliumoberfläche (I), nach dem Aufbringen einer Spur Naphthalin (II), nach dem Aufdampfen von atomar verteiltem Kalium auf die Kalium-Naphthalinverbindung (III).

Der Beweis für die Richtigkeit der obigen Anschauung bezüglich der Konstitution selektiver Oberflächen wurde durch ihren systematischen Aufbau mit verschiedenen Zwischenschichten von SUHRMANN (161, 162, 163)<sup>1</sup> und LUKIRSKY und RIJANOFF (159, 186) an kompaktem Alkalimetall erbracht, sowie von KOLLER (121), SUHRMANN (162, 163)<sup>1</sup>, DE BOER und TEVES (108, 177, 178), W. KLUGE (203, 204, 205, 202) u. a. an andersartigen Trägermetallen (zumeist Silber).

<sup>1</sup> Sowie eine 1929 eingereichte Patentanmeldung.

Um zu zeigen, daß sich von dem Trägermetall durch eine Zwischenschicht abgetrenntes fein verteiltes Alkalimetall an der Oberfläche befinden muß, damit die bekannten, im langwelligeren Ultraviolett (Na) bzw. im Sichtbaren (K, Rb, Cs) gelegenen spektralen Maxima zustande kommen, ließ SUHRMANN (162) auf eine durch Destillation gewonnene Kaliumoberfläche zunächst eine geringe Menge Naphthalindampf einwirken, der mit Kalium schwach zu reagieren vermag. Wie man aus Abb. 35 ersieht, wurde hierdurch die Empfindlichkeit im Sichtbaren sehr stark herabgesetzt. Brachte man nun auf die an der Oberfläche des kompakten Kaliums befindliche *Kalium-Naphthalinverbindung* eine Spur Kaliumdampf, so bildete sich ein intensives spektrales Maximum bei etwa  $420 m\mu$  aus.

In analoger Weise ließ sich das an etwa der gleichen Stelle gelegene Maximum einer hydrierten Kaliumoberfläche erzeugen (162). Als Zwischenschicht mußte in diesem Falle eine dünne *Kaliumhydridschicht* an der Oberfläche hergestellt werden. Dies geschah durch Einwirkung von *atomarem* Wasserstoff<sup>1</sup>. Da hierbei eine recht beträchtliche Wärmetönung frei wird, verdampft bei der anfänglichen Verbindungsbildung ein wenig Kalium, das sich unmittelbar darauf über der Hydridschicht kondensiert<sup>2</sup>. Man beobachtet daher das spektrale Maximum bereits nach der ersten Einwirkung des atomaren Wasserstoffs. Bei längerer Einwirkung verschwindet das atomar verteilte Kalium und die Empfindlichkeit nimmt wieder bis zu einem gewissen Endzustand ab. Dampft man nun eine Spur Kalium auf die Hydridzwischenschicht, so kommt das spektrale Maximum wieder zum Vorschein.

Von LUKIRSKY und RIJANOFF (159, 186) sind diese Versuche mit unzerlegtem Licht, aber unter Ermittlung der *Menge des gebundenen Wasserstoffs* wiederholt worden. Das Ergebnis ist bezüglich der lichtelektrischen Empfindlichkeit das gleiche, wie Abb. 36<sup>3</sup> zeigt. Da die Menge gebundenen Wasserstoffs 30–40mal so groß ist als die zur Bildung einer monomolekularen

<sup>1</sup> Molekularer Wasserstoff hat keinen Einfluß auf die Empfindlichkeit einer Kaliumoberfläche (33); die gegenteiligen Befunde von FLEISCHER und TEICHMANN (116) sind auf Verunreinigungen des Wasserstoffs zurückzuführen.

<sup>2</sup> Man kann natürlich auch annehmen, daß einzelne Kaliumatome infolge der frei werdenden Bildungswärme eine größere Beweglichkeit erhalten und hierdurch an die Oberfläche auf die Hydridschicht gelangen.

<sup>3</sup>  $T$  in Abb. 36 bedeutet die Temperatur des glühenden Wolframfadens, an welchem der atomare Wasserstoff erzeugt wurde.

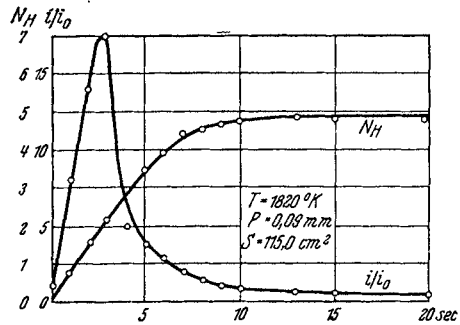


Abb. 36. Relative lichtelektrische Empfindlichkeit ( $\frac{i}{i_0}$ ) einer Kaliumoberfläche bei Aufnahme von atomarem Wasserstoff ( $N_H$  aufgenommene Menge) in Abhängigkeit von der Einwirkungsdauer des Wasserstoffs. Zimmertemperatur. (Nach RIJANOFF.)

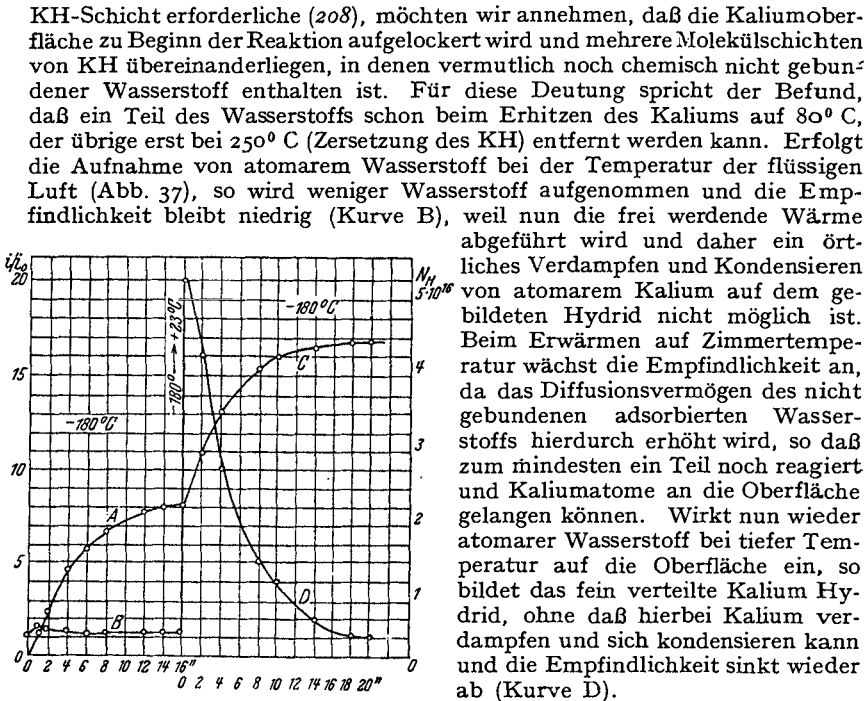


Abb. 37. Relative lichtelektrische Empfindlichkeit ( $\frac{i}{i_0}$ ) einer Kaliumoberfläche (Kurven B und D) bei Aufnahme von atomarem Wasserstoff ( $N_H$ , Kurven A und C) in Abhängigkeit von der Einwirkungsdauer des Wasserstoffs. Temperatur der flüssigen Luft. (Nach LUKIRSKY u. RIJANOFF.)

Alkalimetall in *hochdispenser*, also molekularer oder atomarer Form gelöst bzw. adsorbiert ist<sup>1</sup>.

Ähnlich wie atomarer Wasserstoff wirkt *Sauerstoff* auf die Oberfläche von kompaktem Alkalimetall ein. So entsteht nach POHL und PRINGSHEIM (15) ein spektrales Maximum bei etwa 400  $m\mu$ , wenn geringe Mengen dieses Gases mit einer Kaliumoberfläche in Berührung gebracht werden.

Den Einfluß des Sauerstoffs auf Cäsium hat KOLLER (121) untersucht. Die Empfindlichkeit für unzerlegtes Licht bleibt bei der Zugabe der ersten Dosen Sauerstoff fast unverändert und steigt erst an, nachdem etwa ein Drittel derjenigen Sauerstoffmenge aufgenommen ist, die zur Umwandlung des vorhandenen Cäsiums in  $Cs_2O$  benötigt würde. Es ist also anzunehmen, daß sich der erste aufgenommene Sauerstoff bzw. die gebildeten Oxyde in dem

<sup>1</sup> KLUGE und RUPP (153) beobachteten an hydrierten Kaliumoberflächen mit Hilfe langsamer Elektronen die Beugungsmaxima des KH und des K und schließen aus der Form der Maxima, daß die Teilchengröße des eingelagerten Kaliums gering (molekular) ist.

Alkalimetall lösen, so daß die Cäsiumoberfläche zunächst unverändert bleibt. Erst nachdem eine größere Menge Sauerstoff aufgenommen ist, erhält man einzelne adsorbierte Cäsiumteilchen und somit eine Zunahme der Empfindlichkeit. Bei weiterer Sauerstoffzugabe werden auch diese Teilchen oxydiert und die Empfindlichkeit sinkt ab. Durch Abkühlen auf die Temperatur der flüssigen Luft kann man die von dem Cäsium bis zum Erreichen der maximalen Empfindlichkeit aufgenommene Sauerstoffmenge wesentlich vermindern, da hierdurch das Diffusionsvermögen herabgesetzt wird.

Auch andere reaktionsfähige Substanzen erzeugen durch chemische Einwirkung die für das Zustandekommen spektraler Maxima notwendige Oberflächenbeschaffenheit. So erhielt z. B. KLUGE (152) selektive Maxima durch Einwirkung der Dämpfe von Schwefel, Selen und Tellur auf Kaliumoberflächen, OLPIN (130) ließ eine große Zahl verschiedener anorganischer und organischer Substanzen auf kompakte Alkalimetalle einwirken und erhielt dadurch eine mehr oder weniger große Empfindlichkeitszunahme im Sichtbaren<sup>1</sup>.

Welche Eigenschaften muß nun die *Zwischensubstanz* besitzen, um das selektive Maximum hervorrufen zu können? CAMPBELL (III) nimmt an, daß die Zwischenschicht durch eine *elektronegative* Substanz gebildet wird und führt als Beweis die Photokathoden an, die man erhält, wenn man geringe Cäsiummengen auf schwach oxydiertes Silber aufbringt. SUHRMANN schließt aus seinen Versuchen, daß die Zwischensubstanz die Fähigkeit haben muß, Alkalimetall *binden* oder *adsorbieren* zu können. Er zeigt (161, 162, 163), daß Paraffin, welches man von ungesättigten Verbindungen und Fettsäuren befreit hat, als Zwischensubstanz kein selektives Maximum bildet, da es Kalium nicht anzulagern vermag; wahrscheinlich bleibt der *feine Verteilungsgrad* des Alkalimetalls nur beim Vorhandensein adsorptiver Kräfte aufrechterhalten.

Diese Anschauung bewährt sich auch dann, wenn als Träger der Zwischenschicht nicht das betreffende Alkalimetall selbst, sondern ein *Fremdmetall* dient. Als Trägermetall ist bei solchen Photokathoden zumeist Silber verwendet worden. Die Zwischenschicht wurde hergestellt, indem die Silberoberfläche durch eine Glimmentladung bei einigen Zehntelmillimetern Sauerstoffdruck oxydiert wurde. Auf die Oxydschicht brachte man dann den Alkalimetallfilm auf. Abb. 38 (162) läßt erkennen, daß beim Aufbringen von Kalium zunächst ein Maximum bei 350  $m\mu$  erscheint, welches offenbar in gleicher Weise wie das an reinen mit atomarem Kalium besetzten Silberoberflächen bei 343  $m\mu$  beobachtete Maximum zu deuten ist (vgl. den vorangehenden Abschnitt). Bei etwas stärkerer Besetzung

<sup>1</sup> Auch den Oberflächen gewisser anderer Metalle könnte man wahrscheinlich durch Einwirkung reaktionsfähiger Gase und Dämpfe die für das Zustandekommen selektiver Maxima notwendige Beschaffenheit geben. Die Maxima würden allerdings zumeist nicht im Sichtbaren liegen. Die von POHL und PRINGSHEIM (12) an Al und Mg beobachteten spektralen Maxima sind wohl auf diese Weise zu erklären (vgl. auch 196 und 112).



(Zurückweichen der langwelligen Grenze) entsteht ein breites sehr ausgeprägtes Maximum bei  $400\text{ m}\mu$ .

Die Lage der Maxima sowie ihre Höhe werden wesentlich durch den *Herstellungsprozeß* beeinflusst. So findet z. B. KOLLER (121), daß bei einer Cs-O-Ag-Kathode das Maximum im Sichtbaren nur dann zu beobachten ist, wenn die Photozelle nach dem Aufbringen des Cäsiums auf das Silberoxyd einige Zeit auf etwa  $250^\circ\text{C}$  erwärmt wurde. Er nimmt an, daß außer dem fein verteilten Alkalimetall noch Alkalisuboxyd vorhanden sein muß, das den Film von der Unterlage trennt.

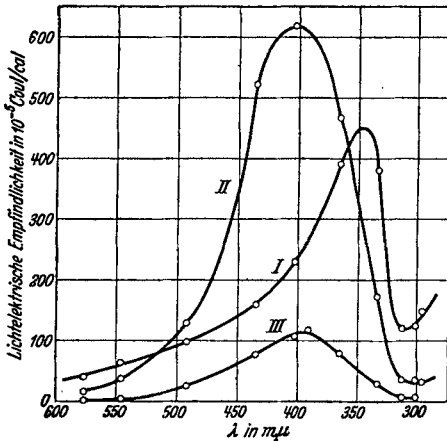


Abb. 38. Lichtelektrische Empfindlichkeit eines Kaliumfilms auf schwach oxydiertem Silber. Kurve I: Besetzung fast optimal; Kurve II: Besetzung > optimal; Kurve III: Kalium kompakt als matter Hauch auf der Unterlage.

Auch die Untersuchungen von DE BOER und TEVES (108, 177, 178) können als Beweis dafür angesehen werden, daß *adsorptive Kräfte* den feinen Verteilungsgrad des Alkalimetalls aufrechterhalten müssen, damit das spektrale Maximum

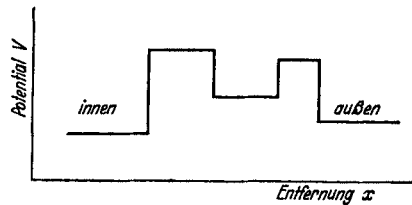


Abb. 39. Potentialverteilung an einer selektiv empfindlichen Oberfläche, wenn die Zwischenschicht durch eine elektronegative Substanz gebildet wird. (Nach CAMPBELL u. FOWLER.)

zustande kommt. Diese Autoren zeigen einerseits durch Lichtabsorptionsmessungen, daß Salzschichten in aufgedampften Cäsiumatomen Dipole induzieren und sie hierdurch adsorbieren; andererseits weisen sie an den Empfindlichkeitskurven solcher Schichten im langwelligen Sichtbaren ein spektrales Maximum nach, das sich mit zunehmender Cäsiumschichtdicke nach kurzen Wellen verschiebt. Durch Abdampfen der äußeren Schicht ist diese Verschiebung rückgängig zu machen.

Auf welchen Vorgang ist nun das *Zustandekommen des spektralen Maximums* zurückzuführen? CAMPBELL und FOWLER (III, 117) nehmen an, daß bei selektiven Oberflächen der *Transmissionskoeffizient<sup>1</sup> für Elektronen* eines bestimmten Geschwindigkeitsbereiches besonders groß ist. Der Transmissionskoeffizient ist ein Maß für die Wahrscheinlichkeit, daß ein Elektron einer bestimmten Energie durch die Oberfläche in den Außenraum gelangt; er erfüllt die obige Bedingung, wenn das Potential an der Oberfläche die durch Abb. 39

<sup>1</sup> Vgl. MÜLLER-POUILLETs Lehrbuch der Physik, Bd. 4, Teil 4, S. 288.

wiedergegebene Verteilung besitzt. Dies ist bei einer elektronegativen Substanz als Zwischenschicht der Fall.

OLPIN (157) schließt sich dieser Auffassung an und berechnet unter der Voraussetzung, daß die Zwischenschicht krystalliner Natur ist, die Lage der selektiven Maxima für verschiedene Oberflächen. Das nach Abb. 39 erforderliche Potentialtal bzw. eine ebenso mögliche Folge von Potentialtälern und -bergen ergibt sich aus dem krystallinen Aufbau der Zwischenschicht. Die Übereinstimmung der berechneten Maxima mit den beobachteten ist jedoch bei den Hydriden, bei denen neue röntgenographische Bestimmungen der Gitter vorliegen, nicht gut, wie ZACHARIASEN (171) nachweist. Man kann daher diese Berechnungen nicht als Bestätigung der CAMPBELL-FOWLERSchen Theorie ansehen.

DE BOER und TEVES (177, 197) ändern die Theorie von CAMPBELL und FOWLER dahin ab, daß der Primärprozeß bei der Photoelektronenemission zusammengesetzter Schichten in einer *Ionisierung der adsorbierten Alkaliatome* bestehen und bei der Nachlieferung der Elektronen von der Unterlage deren selektive Elektronendurchlässigkeit das spektrale Maximum hervorrufen soll.

Uns erscheint am naheliegendsten, das selektive Maximum bei zusammengesetzten Photokathoden in ähnlicher Weise zu erklären wie das bei einfachen adsorbierten Schichten beobachtete, nämlich durch *selektive Lichtabsorption und Weitergabe der durch die Zentren absorbierten Lichtenergie an freie Elektronen der Unterlage*, die je nach der Leitfähigkeit der Zwischenschicht mehr oder weniger schnell nachgeliefert werden, eine Auffassung, die sich eng an die von H. TH. WOLFF (105) vorgeschlagene Hypothese anschließt, nach der beim Photoeffekt an Metalloberflächen Leitungselektronen der Metalle emittiert werden, denen durch Stöße zweiter Art Energie von optisch angeregten Atomen übertragen wurde.

Die Entscheidung, ob das aufgelagerte fein verteilte Alkalimetall *nur* Licht absorbiert oder ob es auch die Photoelektronen selbst liefert, könnte durch Ermittlung der *Energieverteilung* der emittierten Photoelektronen getroffen werden. Bei Photoionisation würden die Elektronen aus äußerst geringen Schichtdicken stammen, also eine sehr steile Energieverteilungskurve aufweisen, deren Maximum dicht bei der Maximalenergie liegen müßte.

Als Beweis dafür, daß bei zusammengesetzten Photokathoden nicht die Elektronen selektiv durchgelassen, sondern das auffallende Licht selektiv absorbiert wird, können wir die Versuche von IVES und FRY (201) über *stehende Wellen an einer zusammengesetzten Photokathode* ansehen. Diese Autoren dampften auf einen Platinspiegel zuerst einen Quarzkeil auf, dessen Dicke in der Größenordnung von Lichtwellenlängen lag und ließen darauf einen Cäsiumfilm adsorbieren. Beim Abtasten der so erhaltenen Photokathode mit spektral zerlegtem

polarisiertem Licht erhielten sie Maxima und Minima des ausgelösten Photostroms, je nachdem sich Wellenbäuche oder -knoten der gebildeten stehenden Lichtwellen an der Stelle des Cäsiumfilms befanden (Abb. 40). Dieser Versuch stellt ein Analogon zu dem be-

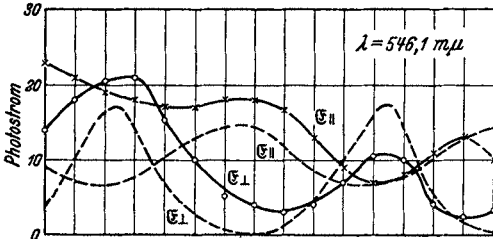


Abb. 40. Lichtelektrischer Nachweis stehender Lichtwellen mittels eines Cäsiumfilms auf einem Quarzkeil als Zwischenschicht über einem Platinspiegel. Gestrichelte Kurven: Berechnete Lichtintensität an der Stelle des Films; ausgezogene Kurven: gemessene Photoströme; Abszisse: Lage des Lichtflecks längs des Quarzkeils. (Nach IVES u. FRY.)

kannten WIENERSchen Versuch an photographischen Platten dar.

Besonders bemerkenswert ist, daß IVES und FRY an verschiedenen Stellen des Quarzkeils ganz *verschiedenartige Empfindlichkeitskurven* erhalten, welche für beide Lichtvektoren an den verschiedensten Stellen des Spektrums gelegene spektrale Maxima aufweisen. Die Gestalt der Empfindlich-

keitskurve ist somit bei einem spiegelnden metallischen Träger sehr stark von der Dicke der Zwischenschicht abhängig. In einem Falle gelingt es nahezu, die Form der Empfindlichkeitskurven für  $E_{||}$  und

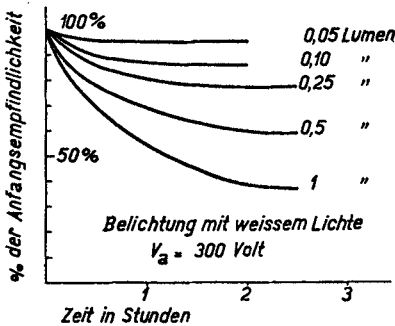


Abb. 41. Abhängigkeit der Ermüdung durch Stromentnahme von der Lichtintensität bei Cäsium-Cäsiumoxydphotozellen. (Nach DE BOER u. TEVES.)

$E_{\perp}$  optisch, also durch die Wellenlängenabhängigkeit der Lichtintensität an der Stelle des Cäsiumfilms, zu deuten. IVES und FRY möchten diesen Fall verallgemeinern und auch die spektrale Selektivität z. B. der Kaliumfilme mit einer Naphthalinzwischenschicht rein optisch erklären. Dieser extremen Ansicht möchten wir uns wegen der guten Reproduzierbarkeit mancher selektiver Maxima, die dann nur bei ganz bestimmter Dicke der Zwischenschicht zustande kommen könnten, nicht anschließen. Immerhin werden

*optische Einflüsse der Unterlage und der Zwischenschicht die Lage der Maxima häufig beeinflussen und in einigen Fällen Unsicherheiten in der Reproduzierbarkeit bedingen.*

Die Elektronennachlieferung durch die Zwischenschicht hindurch hängt von deren *Leitfähigkeit* (Dunkelleitfähigkeit und lichtelektrische Leitfähigkeit) ab. Da die Zwischensubstanz im reinen Zustand zumeist ein guter Isolator sein wird, läßt sich ihre Leitfähigkeit im Gegensatz zur Leitfähigkeit reiner Metalle durch den Einbau von Fremdatomen erhöhen (vgl. 39); wahrscheinlich zum Teil aus diesem Grunde

erhält man durch diese Maßnahme die von SELÉNYI (99), CAMPBELL (139), ASAO (172), SEWIG (189), DE BOER und TEVES (178, 197), GÖRLICH (200), FLEISCHER und GÖRLICH (215) angegebene Emissionsvergrößerung, die von DE BOER und TEVES bei ihren Versuchen zu 20% des Quantenäquivalents im Maximum der spektralen Empfindlichkeit berechnet wird. Die Erhöhung der Leitfähigkeit ergibt gleichzeitig eine bessere Sättigung (197). Besonders günstig wird der Einbau gitterfremder Atome wirken, da diese Gitter der Zwischensubstanz in besonders starkem Maße stören.

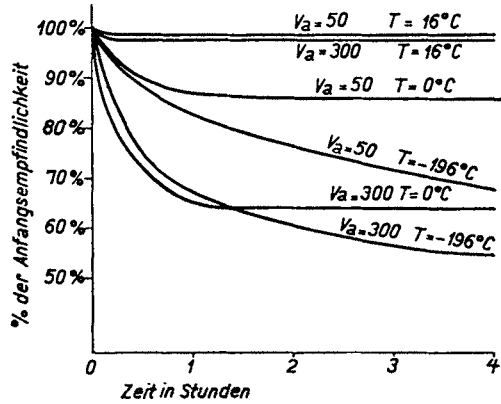


Abb. 42. Spannungsabhängigkeit des Ermüdungseffektes bei verschiedenen Temperaturen. (Nach DE BOER u. TEVES.)

An *Cäsiumoxyd-Zwischenschichten mit eingelagerten Atomen* haben DE BOER und TEVES (178) eine Reihe bemerkenswerter *Sekundärererscheinungen* beobachtet. Sie stellten fest, daß ein Teil des Lichtes die Leitfähigkeit des Oxyds durch inneren lichtelektrischen Effekt erhöht. Dieser Vorgang ist anscheinend besonders bei Kathoden mit *dickeren Oxydschichten* von Bedeutung, deren Strom-Spannungskurven trotz der eingelagerten Fremdatome schlecht gesättigt sind. Wird einer solchen Kathode Strom entnommen, so vermindert sich ihre Empfindlichkeit um so stärker, je größer die *Stromentnahme*, also

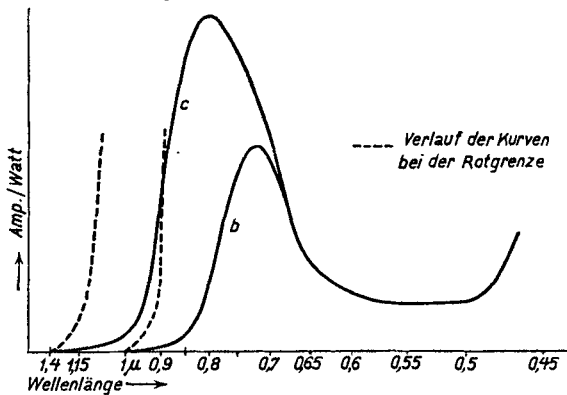


Abb. 43. Spektrale Empfindlichkeit einer Cäsiumphotokathode mit Oxydzwischenschicht; b) nach Ermüdung; c) nach Erholung. (Nach DE BOER u. TEVES.)

bei geringer Lichtintensität schwächer als bei höherer (Abb. 41).

Aus Abb. 2 erkennt man, daß Erhöhung der Spannung den *Ermüdungseffekt* vergrößert. DE BOER und TEVES erklären dies dadurch, daß die durch Photoionisation an der Oberfläche gebildeten Cäsium-Ionen durch das elektrische Feld nach innen gezogen werden, wodurch die Oberfläche an ionisierbaren Cäsiumatomen verarmt.

Merkwürdigerweise ist aber der Einfluß der Spannung bei  $0^{\circ}\text{C}$  größer als bei Zimmertemperatur, obwohl die Beweglichkeit der Ionen abgenommen haben sollte. Bei der Temperatur des flüssigen Stickstoffs ist die Ermüdung zwar beträchtlich, der Spannungseinfluß jedoch geringer; wahrscheinlich tritt jetzt ein Effekt in Erscheinung, den wir in Abschnitt 6 näher behandeln wollen.

Wegen der Spannungsabhängigkeit des Ermüdungseffektes möchten wir annehmen, daß er auf die *positiven Restladungen* zurückzuführen ist, welche beim Abwandern der in der Zwischenschicht durch inneren Photoeffekt frei gemachten Elektronen zurückbleiben.

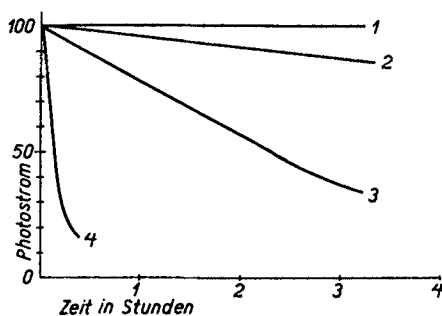


Abb. 44. Wellenlängenabhängigkeit des Ermüdungseffektes. Zeitliche Änderung der Empfindlichkeit bei Bestrahlung mit ultrarotem (1), rotem (2), grünem (3) und blauem (4) Licht. (Nach DE BOER u. TEVES.)

Die Austrittsarbeit ist deshalb im ermüdeten Zustand größer als im erholteten, d. h. die Empfindlichkeit nimmt hauptsächlich an der langwelligen Grenze ab, wie man aus Abb. 43 ersieht. Je größer die Lichtintensität, desto mehr Elektronen werden frei gemacht und durch das elektrische Feld heraus-elektrolysiert; je höher die Spannung, desto schneller werden die durch Belichtung im Innern ausgelösten Elektronen an die Grenzschicht befördert, desto stärker sind also die von den zurückblei-

benden positiven Ladungen ausgeübten zurückziehenden Kräfte. Auch der Temperatureinfluß ist teilweise so zu erklären, da die Neutralisation der positiven Restladungen bei tiefer Temperatur langsamer vor sich gehen dürfte als bei Zimmertemperatur. Im gleichen Sinne wie Temperaturerhöhung wirkt Bestrahlung mit rotem Licht, die ebenfalls den Ladungsausgleich in der Zwischenschicht begünstigt.

DE BOER und TEVES untersuchten auch die Wellenlängenabhängigkeit des Ermüdungseffektes. Abb. 44 zeigt, daß der Einfluß der Bestrahlung bei Stromdurchgang um so stärker hervortritt, je kurzwelliger das Licht ist.

An zusammengesetzten Photokathoden sind des öfteren *zwei oder noch mehr spektrale Maxima* gefunden worden, deren Lage allerdings zumeist nicht sehr gut definiert ist. So ist z. B. die Form des von KOLLER (121) an Cäsiumfilmen auf oxydiertem Silber erhaltenen ultravioletten Maximums durch die Lichtabsorption in dem Glasfenster der Photozelle bedingt. Auch das von KLUGE (203) an verschiedenen Alkalifilmen auf oxydiertem Silber beobachtete Maximum bei etwa  $400\text{ m}\mu$ , das bei allen Zellen nahezu an der gleichen Stelle liegt, wird wahrscheinlich hierdurch vorgetäuscht. Das zweite in dieser Arbeit gefundene *langwellige* Maximum, das sicher reell ist,

konnte verhältnismäßig gut reproduziert werden und lag bei Cäsiumfilmen zwischen 730 und 800  $m\mu$ , bei Rubidiumfilmen zwischen 620 und 680  $m\mu$ , bei Kaliumfilmen zwischen 460 und 520  $m\mu$ , bei Natriumfilmen vermutlich an der Grenze des Sichtbaren. Wird an Stelle der spiegelnden Silberunterlage eine raue verwendet, so liegt das Cäsiummaximum bei etwa 860  $m\mu$  (205).

Das langwellige Maximum wird jedoch nur dann an etwa derselben Stelle des Spektrums gefunden, wenn die Zwischenschicht in gleicher Weise hergestellt wurde. SUHRMANN (5, S. 28) z. B. erhielt es für einen Kaliumfilm auf stärker oxydiertem Silber bei 460  $m\mu$ ,

auf schwächer oxydiertem Silber bei 400  $m\mu$  (vgl. Abb. 38). Bei schwacher Besetzung der Silberoxydoberfläche mit Kalium beobachtete er ein kurzwelliges Maximum bei 370  $m\mu$ . Ein solches kurzwelliges Maximum wurde für einen Cäsiumfilm auf Silberoxyd auch von YOUNG und PIERCE (170) gefunden, deren Empfindlichkeitskurve zwei Maxima aufweist (Abb. 45), nämlich ein langwelliges bei 700 und ein kurzwelliges bei 370  $m\mu$ . KLUGE (202) findet neuerdings das kurzwellige Maximum von Cäsiumzellen ebenfalls bei 370  $m\mu$ ; außer diesem gibt er noch ein drittes Maximum bei 290  $m\mu$  an. Er sieht in den beiden kurzwelligen Maxima optische Absorptionsbanden des Trägermetalls, welches in atomarer oder feiner Verteilung als gitterfremder Bestandteil im Cäsiumoxyd eingelagert ist. Wir möchten das nur verhältnismäßig wenig veränderliche zweite Maximum bei 350–370  $m\mu$  zum Teil den optischen Eigenschaften des kompakten Trägermetalls, das langwellige Maximum im Sichtbaren dem auf der Zwischenschicht sitzenden Alkalimetallfilm zuschreiben (162). Es ist möglich, daß das von KLUGE gefundene dritte Maximum bei 290  $m\mu$  durch die Mitwirkung der in der Zwischenschicht enthaltenen Fremdatome zu erklären ist. Hierfür spricht auch ein Befund von FLEISCHER und GÖRLICH (215), die an einer mit Quarzfenster versehenen Cäsium-Silberoxydzelle mit eingelagerten Silberatomen

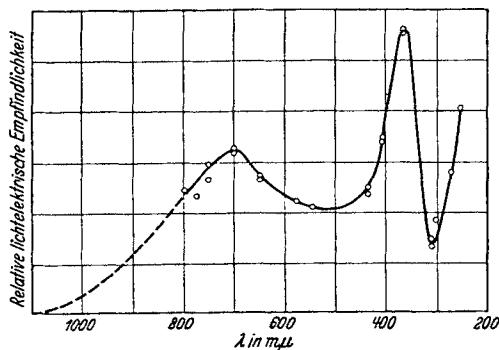


Abb. 45. Empfindlichkeitskurve einer Cäsium-Silberoxydphotozelle. (Nach YOUNG u. PIERCE.)

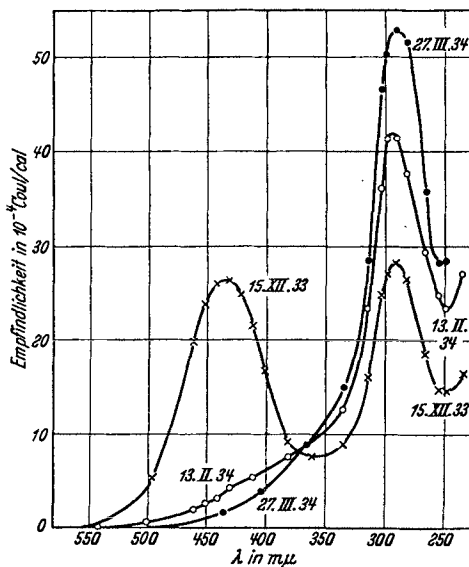


Abb. 46. Zeitliche Änderung der Empfindlichkeitskurve einer Kalium-Naphthalin-Kaliumoberfläche.

neben dem langwelligen Maximum zwischen 720 und 850  $m\mu$  und dem zweiten Maximum bei 375  $m\mu$  ein kurzwelliges Maximum bei 280  $m\mu$  beobachteten.

Auch an den oben erwähnten, mit Naphthalin als Zwischensubstanz hergestellten Kalium-Photokathoden ist neben dem langwelligen Maximum bei 420—430  $m\mu$  unterhalb von 300  $m\mu$  noch ein zweites spektrales Maximum bei 290  $m\mu$  von SUHRMANN und DEMPSTER (216) gefunden worden. Während auch hier das langwellige Maximum durch den auf der Zwischenschicht befindlichen Kaliumfilm hervorgerufen wird (161), ist das kurzwellige vermutlich den in die Zwischenschicht eindiffundierten Atomen zuzuschreiben. Eine frisch hergestellte Oberfläche zeigt nämlich beide Maxima, das kurzwellige verhältnismäßig niedrig (Abb. 46, Kurve vom 15. XII. 33); mit der Zeit jedoch erniedrigt sich das langwellige Maximum und dafür tritt das kurzwellige immer deutlicher hervor (Kurve vom 13. II. 34 und vom 27. III. 34).

Wir haben uns bei der Besprechung des Photoeffektes an zusammengesetzten Schichten auf die Arbeiten beschränkt, aus denen Prinzipielles über den Aufbau der selektiv emittierenden Oberflächen und ihren Emissionsmechanismus zu entnehmen ist. Es bleibt noch zu erwähnen, daß eine Reihe von Veröffentlichungen, z. B. von IVES (91), N. R. CAMPBELL (67), SELÉNYI (99, 135), CASE (112), ZWORYKIN (106, 107) u. a. (113, 114, 122, 126, 140, 166, 188, 189, 198, 207) sich mehr mit der praktischen Frage der Herstellung hoch emittierender Photokathoden beschäftigen, auf die wir in diesem Bericht aus Platzmangel nicht näher eingehen können.

## 6. Der Einfluß der Temperatur auf den Photoeffekt an adsorbierten Schichten.

Wird die Zusammensetzung der adsorbierten Schicht (etwa durch Kondensation oder Abdampfen gleicher oder fremder Molekeln) durch eine Temperaturänderung nicht beeinflußt, so ist die Temperaturabhängigkeit des lichtelektrischen Effektes an atomaren Schichten offenbar durch folgende Ursachen bedingt: 1. durch die in der Einleitung besprochene zusätzliche *thermische Energie der Elektronen*; 2. durch die Änderung der *optischen Eigenschaften der Trägermetalloberfläche*; 3. durch eine Änderung der *Gitterabstände*, die eine Änderung des *Austrittspotentials* des Trägermetalls hervorrufen könnte<sup>1</sup>; 4. durch eine *Temperaturbeeinflussung der adsorbierten Fremdatome*.

Während sich die *Wärmebewegung der Elektronen* bei einer reinen Metalloberfläche in der Änderung der Empfindlichkeitskurve in unmittelbarer Nähe der langwelligen Grenze äußert, sollte sich eine Temperaturbeeinflussung der optischen Eigenschaften noch in größerer Entfernung von der langwelligen Grenze  $\lambda'$  bemerkbar

<sup>1</sup> Vgl. K. F. HERZFELD: *Physic. Rev.* 35, 248 (1930).

machen. In der Tat beobachtet man, daß sich die Empfindlichkeitskurven einer reinen Metalloberfläche, die bei zwei verschiedenen Temperaturen aufgenommen wurden, zumeist in größerem Abstand von  $\lambda'$  schneiden. Die bei tiefer Temperatur erhaltene Kurve verläuft steiler als die bei höherer Temperatur gemessene (154, 167, 176, 217). Dieses durch die überlagerte Wärmebewegung der Elektronen nicht zu deutende Verhalten muß wohl auf eine *Änderung der optischen Eigenschaften* zurückgeführt werden.

Die Änderung der Gitterabstände mit der Temperatur hat anscheinend *keinen* merkbaren Einfluß auf das Austrittspotential, denn die Verschiebung der langwelligen Grenze konnte bisher allein durch die zusätzliche Wärmebewegung der Elektronen erklärt werden.

Die Temperaturbeeinflussung der als Dipole adsorbierten Fremdatome sollte sich in einer *Verminderung des gesamten Dipolmomentes* bei zunehmender Wärmebewegung auswirken. Bei einer Besetzung unterhalb der optimalen ( $\theta_0$ ) sollte also die Herabsetzung  $\Delta\psi$  des Austrittspotentials mit zunehmender Temperatur abnehmen, die gesamte Austrittsarbeit der Oberfläche anwachsen. Es ist zu erwarten, daß dieser Effekt bei höheren Temperaturen die beiden zuerst genannten überdeckt. Dagegen könnte die Änderung der Wärmebewegung der Dipole gegenüber den anderen Einflüssen bei *tieferen* Temperaturen im allgemeinen zurücktreten.

Die Veröffentlichungen über den Photoeffekt adsorbierter Schichten bei *höheren Temperaturen* befassen sich zumeist mit *zusammengesetzten* Oberflächen, bei denen *Sekundärererscheinungen* eine ausschlaggebende Rolle spielen. So untersuchten z. B. CASE (25), KOPPIUS (27), CREW (50), NEWBURY (96), BERGER (86), NEWBURY und LEMERY (155) Platin- oder Wolframoberflächen, die mit den Oxyden der Alkali-Erdmetalle oder der seltenen Erden bedeckt waren. Sie erhielten bei Erhöhung der Temperatur von 20° C bis zu Rotglut eine bis zu 1000fache Vergrößerung der Photoströme, die wahrscheinlich zum Teil der *Vergrößerung der Leitfähigkeit* des Oxyds, zum Teil *Umlagerungen in der Oxydschicht* zugeschrieben werden muß. Ist die Glühelktronenemission schon beträchtlich, so wird die Zunahme der Emission bei Belichtung zum Teil auch durch *Raumladungsercheinungen* hervorgerufen, wie BODEMANN (87) annimmt. Die letzteren vermeidet RAMADANOFF (158), indem er Wechsellicht verwendet und den überlagerten Photowechselstrom verstärkt. Er findet bei Bestrahlung mit einem Quecksilberlichtbogen ebenfalls eine Zunahme der lichtelektrischen Emission mit steigender Temperatur, die er einer Umlagerung des Bariums oder des Sauerstoffs in der untersuchten Barium-Sauerstoffschicht zuschreibt.

Die Temperaturabhängigkeit des Photoeffektes *einfacher* adsorbierter Schichten, und zwar von atomar verteiltem Barium auf Nickel, ist bei höheren Temperaturen von SUHRMANN und DEPONTE (210)



studiert worden, die das Austrittspotential  $\psi$  mit Hilfe der lichtelektrischen *Gesamtemission* nach Gleichung (2) ermittelten. Da  $\psi$  eine Funktion der Besetzung  $\theta$  und der Kathodentemperatur  $\vartheta$  ist, nimmt Gleichung (2) die Form an:

$$J = M \cdot T^2 \cdot e^{-\frac{e_0}{k} T \cdot \psi(\theta, \vartheta)}, \quad (2a)$$

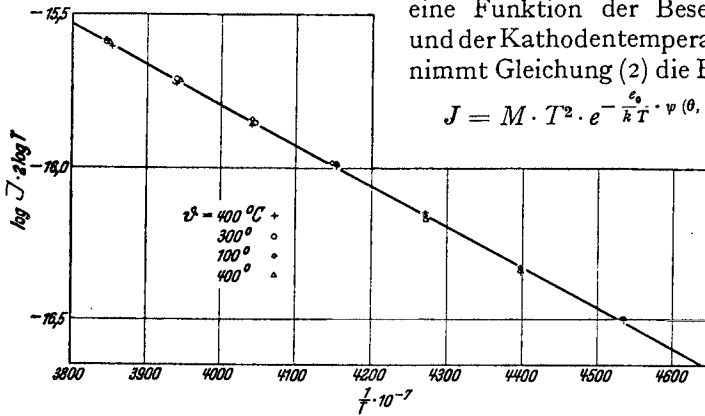


Abb. 47. Lichtelektrische Gerade einer kompakten Bariumschicht bei verschiedenen Kathodentemperaturen  $\vartheta$ .

die durch Logarithmieren in die Gleichung (2b)

$$\log J - 2 \log T = -\frac{1}{T} \cdot \frac{e_0}{k} \cdot \psi(\theta, \vartheta) \cdot \log e + \log M \quad (2b)$$

übergeht. Trägt man  $\log J - 2 \log T$  als Ordinate,  $\frac{1}{T}$  als Abszisse auf, so erhält man eine Gerade, deren Neigung  $\psi(\theta, \vartheta)$  und deren Ordinatenabschnitt  $M$  zu berechnen gestattet.

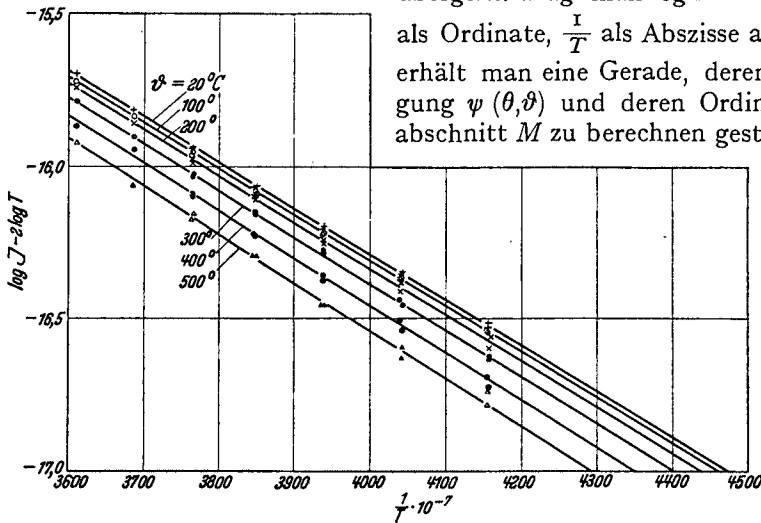


Abb. 48. Lichtelektrische Gerade einer mit atomar verteiltem Barium ( $\theta < \theta_0$ ) besetzten Nickeloberfläche bei verschiedenen Kathodentemperaturen  $\vartheta$ .

Zur Bestimmung der Gesamtemission  $J$  als Funktion der Temperatur  $T$  des Lichtstrahlers benutzten die Autoren eine Nullmethode. Der Meßzelle war eine von einer Vergleichslichtquelle beleuchtete Vergleichszelle parallelgeschaltet; Meß- und Vergleichszelle wurden abwechselnd belichtet und die

Belastung der Vergleichslichtquelle solange meßbar verändert, bis die Photoströme in beiden Zellen gleich waren, die Wechselstromverstärkeranordnung also keinen Photowechselstrom anzeigte. Vergleichszelle und -lichtquelle waren auf Photoströme geeicht.

Abb. 47 und 48 lassen erkennen, daß der Photoeffekt einer kompakten Bariumschicht innerhalb 100—400°C nicht merklich von der Temperatur abhängt, die Empfindlichkeit einer mit *atomar verteiltem* Barium versehenen Nickeloberfläche hingegen mit zunehmender Kathodentemperatur  $\vartheta$  geringer wird. Die genauere Berechnung ergibt, daß dies nicht auf eine Verminderung der Mengenkonstanten  $M$ , sondern auf ein Anwachsen des Austrittspotentials zurückzuführen ist. Während  $M$  konstant bleibt, nimmt  $\psi(\theta, \vartheta)$  von etwa 350° abs. ab linear mit der Temperatur zu; d. h. es ist

$$\psi(\theta, \vartheta) = \psi_u + \theta \cdot (\alpha_0 + \beta \cdot \vartheta); \quad (2c)$$

$\psi_u$  ist das Austrittspotential des reinen Nickels,  $\alpha_0$  bei einer bestimmten Bedeckung eine negative Konstante und

$$\beta = \frac{1}{\theta} \cdot \frac{d\psi(\theta, \vartheta)}{d\vartheta} \quad (2d)$$

eine temperaturunabhängige positive Größe (Abb. 49), die verhältnismäßig wenig von der Besetzung abhängt.

Gleichung (2c) bedingt, daß die glühelektrisch gemessene Mengenkonstante  $A$  mit zunehmender Besetzung abnimmt. Für die Glühelktronenemission  $J_T$ , bei welcher  $\vartheta \equiv T$  wird, gilt nämlich<sup>1</sup>:

$$\begin{aligned} J_T &= A_0 \cdot T^2 \cdot e^{-\frac{e_0}{kT}} \cdot \psi(\theta, T) = A_0 \cdot T^2 \cdot e^{-\frac{e_0}{kT}} (\psi_u + \alpha_0 \cdot \theta + \theta \cdot \beta \cdot T) = \\ &= A_0 \cdot e^{-\frac{e_0}{k} \cdot \theta \cdot \beta} \cdot T^2 \cdot e^{-\frac{e_0}{kT}} (\psi_u + \alpha_0 \cdot \theta) = A \cdot T^2 \cdot e^{-\frac{e_0}{kT}} (\psi_u + \alpha_0 \cdot \theta) \end{aligned} \quad (2e)$$

Es ist also:

$$A = A_0 \cdot e^{-\frac{e_0}{k} \cdot \theta \cdot \beta}, \quad (2f)$$

wobei  $A_0$  eine universelle Konstante bedeutet. Da sich für  $\beta$  positive Werte ergeben, folgt aus Gleichung (2f), daß  $A$  mit wachsender Besetzung  $\theta$  abnimmt (sofern  $\beta$  nicht gleichzeitig so stark abnimmt, daß die Zunahme von  $\theta$  ausgeglichen wird, was im allgemeinen nicht

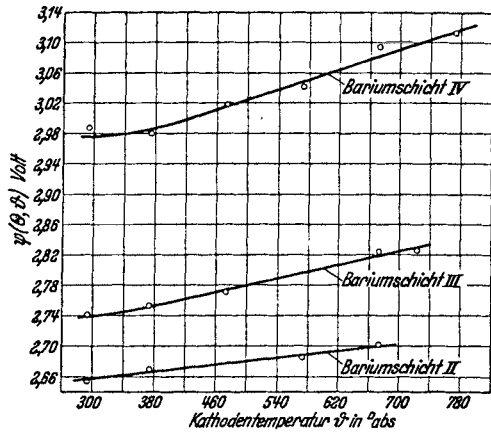


Abb. 49. Austrittspotential  $\psi(\theta, \vartheta)$  von atomaren Bariumschichten auf Nickel ( $\theta < \theta_0$ ) in Abhängigkeit von der Kathodentemperatur; von II—IV abnehmende Besetzung.

<sup>1</sup> Vgl. hierzu W. SCHOTTKY und H. ROTHE in 7, S. 164; ferner die kürzlich erschienene theoretische Arbeit von J. A. BECKER und W. H. BRATTAIN: Physic. Rev. 45, 694 (1934).

zutreffen dürfte). Da nun ein Anwachsen der Besetzung (unterhalb  $\theta_0$ ) mit einer Verringerung des Austrittspotentials  $\psi(\theta, \vartheta)$  und einer Zunahme der langwelligen Grenze verbunden ist, kann ein mit wachsender Besetzung beobachtetes Anwachsen der lichtelektrischen Empfindlichkeit (bei Zimmertemperatur) mit einer Abnahme der glüh-

elektrisch gemessenen Mengenkonstanten  $A$  verknüpft sein, wie dies in der Tat von CAMPBELL (139) beobachtet worden ist. Auch der Befund dieses Autors, daß die glüh-elektrisch ermittelte Austrittsarbeit an Cäsium-Silberoxyd-Photozellen kleiner war als der lichtelektrisch bestimmte Wert, kann durch die Temperaturabhängigkeit des Austrittspotentials zwanglos gedeutet werden. Lichtelektrisch mißt man nämlich  $\psi_u + \alpha_0 \cdot \theta + \theta \cdot \beta \cdot T$ , glüh-elektrisch dagegen nach Gleichung (2e)  $\psi_u + \alpha_0 \cdot \theta$ , also einen kleineren Wert, weil  $\beta$  positiv ist. Somit sind die Schlußfolgerungen, die man aus der Beobachtung CAMPBELLS die Verschiedenheit der Austrittsarbeiten betreffend gezogen hat, hinfällig (z. B. 197).

Wie in Abb. 49 bereits zu erkennen ist, vermindert sich der Temperaturkoeffizient des Austrittspotentials mit abnehmender Temperatur. Es ist anzunehmen, daß die Austrittsarbeit bei tiefen Temperaturen nicht nur für reine Metalle, sondern auch bei vorhandenen Fremdatomen unabhängig von der Temperatur wird, daß also dann neben der Wärmebewegung der Elektronen die Temperaturbeeinflussung der optischen Eigenschaften des Trägermetalls und der adsorbierten Schicht (Lichtabsorptionsvermögen) die Hauptrolle spielt.

Die Untersuchung des Photoeffektes bei tiefen Temperaturen bietet außerordentliche *experimentelle Schwierigkeiten*, da sich Restgase und leichter verdampfbare Substanzen, wie z. B. Alkalimetalle, auf der Kathodenoberfläche kondensieren und einen Temperatureffekt vortäuschen können. IVES und JOHNSRUD (46) suchten dies dadurch zu vermeiden, daß sie das zu untersuchende Alkalimetall nicht nur als Kathode, sondern auch als Anode verwendeten und die Kathode klein

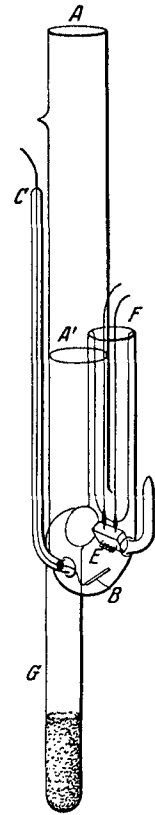


Abb. 50. Photozelle zur Untersuchung des lichtelektr. Effektes bei tiefen Temperaturen.

wählten im Verhältnis zur Anode. Da beide Elektroden, die Anode zuerst, gekühlt wurden, mußten sich Restgase und Dämpfe hauptsächlich auf der Anode niederschlagen. SUHRMANN und SCHALLAMACH (209, 217) tauchten die in Abb. 50 wiedergegebene Photozelle, die keinerlei Schiffe und Kittstellen besaß, vollständig in das Temperaturbad ein, so daß auch das Quarzfenster A' und die Elektrodenzuführungen C und F und damit alle Elektrodenteile gleichzeitig auf die Badtemperatur abgekühlt wurden.

Um Kondensation von Luft an  $A'$  bei der Abkühlung auf die Temperatur des flüssigen Wasserstoffs ( $20^\circ$  abs.) zu vermeiden, war der Raum zwischen den Quarzfenstern  $A$  und  $A'$  evakuiert. In  $G$  befand sich Adsorptionskohle. Die an die Glaswandung angeschmolzene Platinfolie  $B$  stellte die Zuleitung zu dem durch Verdampfen von  $E$  aus erhaltenen Kathodenspiegel dar; die Wolframspirale  $E$  wurde auch als Anode verwendet.

Die Temperaturabhängigkeit der Empfindlichkeit einer mit Kaliumatomen ( $\theta > \theta_0$ ) besetzten Silberoberfläche (209) zeigt Abb. 51. Wie man an den vergrößert gezeichneten Kurven erkennt, ist der Temperatureinfluß in der Nähe der langwelligen Grenze bei Abkühlung

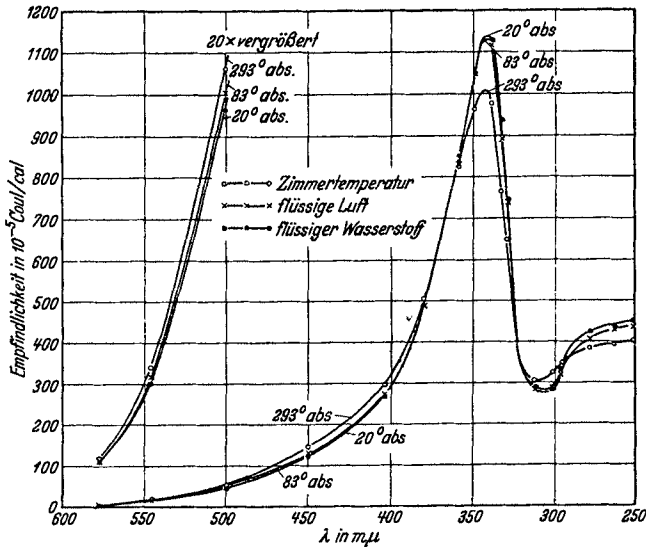


Abb. 51. Empfindlichkeitskurve von atomar verteilttem Kalium auf einem durch Verdampfen im Hochvakuum hergestellten Silberspiegel (Bedeckung > optimal) bei  $20^\circ$  abs. (flüssiger Wasserstoff),  $83^\circ$  abs. (flüssige Luft), und  $293^\circ$  abs.

von  $293^\circ$  abs. auf  $83^\circ$  abs. beträchtlich größer als bei Abkühlung von  $83^\circ$  abs. auf  $20^\circ$  abs., die zusätzliche Elektronenenergie nimmt also nicht, wie die klassische Theorie fordert, linear ab, sondern entsprechend der Theorie von FERMI, DIRAC und SOMMERFELD um so weniger, je niedriger die Temperatur ist. Das spektrale Maximum bei  $343\text{ m}\mu$  wird durch Abkühlung steiler, ändert sich aber kaum, wenn man die Temperatur von  $83^\circ$  auf  $20^\circ$  abs. vermindert. Ob dies auf das Verschwinden der Temperaturabhängigkeit des Lichtabsorptionsvermögens der Alkalimetallschicht oder auf die Temperaturunempfindlichkeit der optischen Eigenschaften des Silberspiegels bei tiefen Temperaturen zurückzuführen ist, kann noch nicht entschieden werden.

Ein stärkeres Hervortreten des spektralen Maximums fanden auch SUHRMANN und THEISSING (191), als sie eine mit einem adsorbierten Natriumfilm

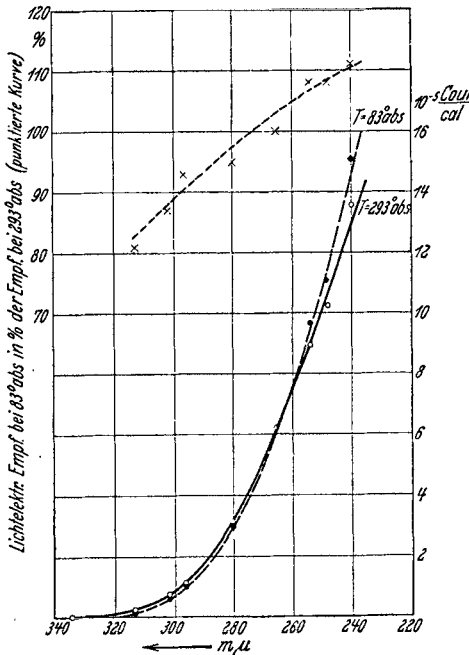


Abb. 52. Empfindlichkeitskurve von atomar verteiltem Natrium auf blankem Platin (Bedeckung < optimal) bei 83° abs. und 293° abs.).

( $\theta > \theta_0$ ) versehene Platinmohrkathode von Zimmertemperatur auf die Temperatur der flüssigen Luft abkühlten. Bei Natriumfilmen, deren Besetzungsdichte kleiner war als die optimale, die also eine normale Empfindlichkeitskurve aufwiesen, bemerkten sie bei Abkühlung ein Zurückweichen der Kurve in der Nähe der langwelligen Grenze und ein Überschneiden beider Kurven im kurzwelligen Spektralbereich, wie Abb. 52 erkennen läßt. Dieses Verhalten wurde beobachtet, gleichgültig ob blankes Platin oder Platinmohr als Trägermetall diente.

Während *einfache*, auf reinen Trägermetallen adsorbierte Alkalisichten bei richtiger Experimentiertechnik gut reproduzierbare Resultate ergeben, wenn man sie auf tiefe Temperaturen abkühlt und wieder auf Zimmertemperatur erwärmt, ist dies bei den bisher untersuchten *zusammengesetzten* Schichten nicht ohne weiteres der Fall. SUHRMANN und DEMPSTER (216, 218) konnten unter Verwendung der in Abb. 50 wiedergegebenen Photozelle zeigen, daß sich die Empfindlichkeit der mehrfach erwähnten Kaliumphotokathoden mit einer Naphthalinzwischenschicht, sowie die von hydrierten Kaliumoberflächen nach dem Abkühlen auf die Temperatur der flüssigen Luft bei *Belichtung vermindert* und erst nach dem Erwärmen auf Zimmertemperatur wieder ihren alten Wert annimmt. Bei Zimmertemperatur ist selbst bei längerer Belichtung *keine* Empfindlichkeitsabnahme festzustellen.

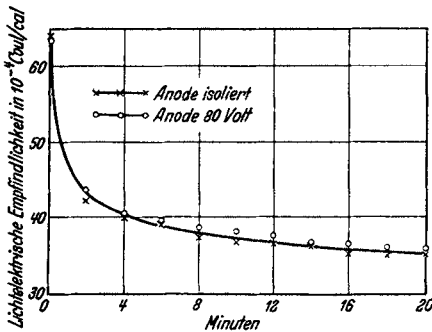


Abb. 53. Empfindlichkeitsabnahme einer gekühlten (83° abs.) hydrierten Kaliumoberfläche für  $\lambda = 405 \text{ m}\mu$ . Empfindlichkeit bei 80 Volt gemessen; zwischen den Messungen mit  $405 \text{ m}\mu$  bei isolierter Anode bzw. bei 80 Volt Anodenpotential bestrahlt.

Man könnte zunächst annehmen, daß es sich hierbei wie bei den im vorangehenden Abschnitt besprochenen Versuchen von DEBOER und TEVES um eine lichtelektrische Erregung der Zwischenschicht handelt. Hiergegen sprechen aber folgende Versuchsergebnisse. Die

den im vorangehenden Abschnitt besprochenen Versuchen von DEBOER und TEVES um eine lichtelektrische Erregung der Zwischenschicht handelt. Hiergegen sprechen aber folgende Versuchsergebnisse. Die

Empfindlichkeitsabnahme ist *unabhängig* vom Potential (Abb. 53) und der Stärke der fließenden Ströme, dagegen abhängig von der *Belichtungsintensität*; sie ist auch zu beobachten, wenn zwischen Anode und Kathode keine Potentialdifferenz besteht. Die Empfindlichkeit nimmt ferner nicht um so stärker ab, je kurzwelliger das bestrahlende Licht ist, sondern sie vermindert sich nur dann beträchtlich, wenn bei gleichen fließenden Photoströmen mit dem Licht

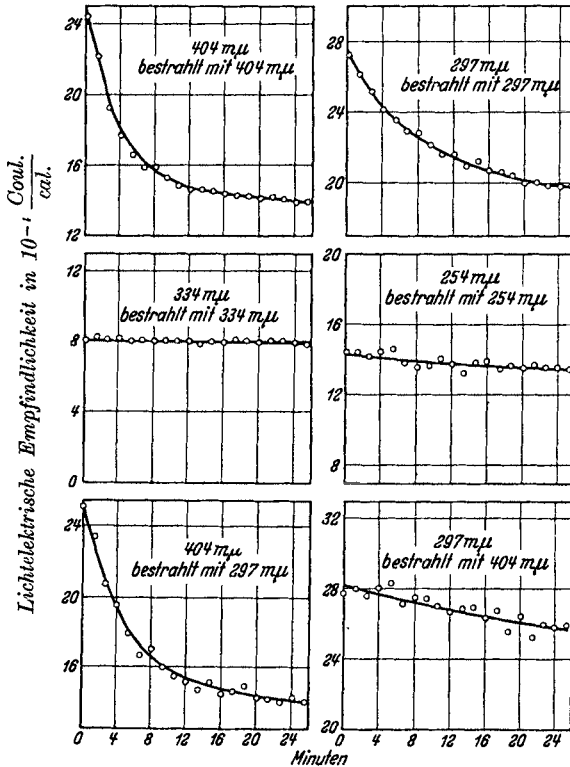


Abb. 54. Abnahme der Empfindlichkeit einzelner Spektralgebiete bei einer Kalium-Naphthalin-Kaliumoberfläche, wenn man mit dem Licht verschiedener Wellenlängen bestrahlt.

der *selektiven Maxima* (vgl. Abb. 46) bestrahlt wird. Wie Abb. 54 zeigt, nimmt die Empfindlichkeit an der Stelle der Minima (334 und 254  $m\mu$ ) beim Bestrahlen mit deren Licht kaum ab. Bestrahlt man mit dem Licht des zweiten Maximums (297  $m\mu$ ), so erhält man eine Abnahme des ersten Maximums (404  $m\mu$ ); dagegen nimmt das kurzwellige Maximum (297  $m\mu$ ) nicht ab, wenn man mit dem Licht des langwelligeren (404  $m\mu$ ) bestrahlt (die in Abb. 54 zu erkennende geringe Abnahme ist auf das Meßlicht zurückzuführen).

Die geschilderten Ergebnisse lassen sich vielleicht am besten deuten, wenn man annimmt, daß die *absorbierenden Zentren* der

lichtempfindlichen Schicht *angeregt* werden und bei tiefer Temperatur eine *große Verweilzeit* besitzen, ähnlich wie bei den Phosphoreszenzerscheinungen. Die Kalium-Naphthalin-Kaliumoberfläche besitzt

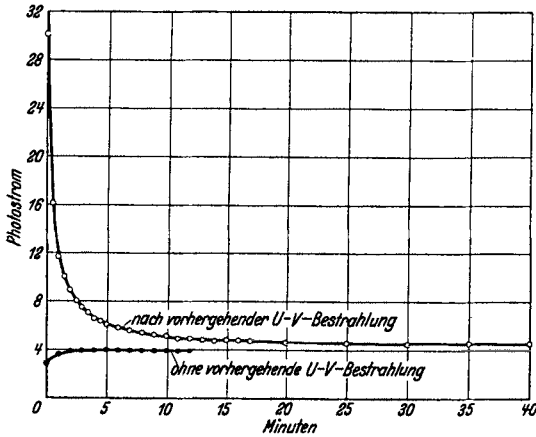


Abb. 55. Bei Bestrahlung mit rotem Licht emittierter Elektronenstrom nach vorhergehender Anregung mit dem Licht des ultravioletten Maximums. Kalium-Naphthalin-Kaliumoberfläche.

nach Anregung mit dem Licht des kurzwelligen Maximums bei Bestrahlung mit rotem Licht ein mit der Abnahme der Zahl angeregter Zentren abnehmen-

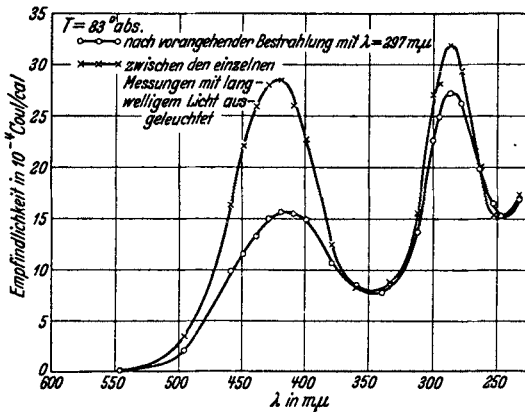


Abb. 56. Empfindlichkeitskurven einer Kalium-Naphthalin-Kaliumoberfläche bei  $83^\circ \text{ abs.}$  im unangeregten und im angeregten Zustand.

der Empfindlichkeitskurven der untersuchten Kalium-Naphthalin-Kaliumoberfläche bei Zimmertemperatur und bei  $83^\circ \text{ abs.}$  in Abb. 57 läßt erkennen, daß beide Maxima bei tiefer Temperatur steiler hervortreten. Während sich das langwellige Maximum bei Abkühlung um etwa 10  $m\mu$  nach kurzen Wellen verschiebt, erscheint das kurzwellige

zwei Anregungszustände entsprechend den beiden selektiven Maxima. Da die Zentren des langwelligen Maximums durch die Frequenz des kurzwelligen angeregt werden, scheinen beide Zentren miteinander gekoppelt zu sein.

Bei Zimmertemperatur wird die Anregungsenergie *momentan* an ein freies Elektron weitergegeben. Bei der Temperatur der flüssigen Luft ist hierfür Bestrahlung mit *rotem* Licht erforderlich. Abb. 55 zeigt, daß nach Anregung mit dem Licht des kurzwelligen Maximums bei Bestrahlung mit rotem Licht ein mit der Abnahme der Zahl angeregter Zentren abnehmen-

Der Vergleich der Empfindlichkeitskurven der untersuchten Kalium-Naphthalin-Kaliumoberfläche bei Zimmertemperatur und bei  $83^\circ \text{ abs.}$  in Abb. 57 läßt erkennen, daß beide Maxima bei tiefer Temperatur steiler hervortreten. Während sich das langwellige Maximum bei Abkühlung um etwa 10  $m\mu$  nach kurzen Wellen verschiebt, erscheint das kurzwellige

an der gleichen Stelle des Spektrums. Auch an einer Naphthalin-Kaliumoberfläche, die nur das kurzwellige Maximum besitzt (vgl. den vorangehenden Abschnitt), ist nur eine Erhöhung, keine Verlagerung des Maximums bei Abkühlung auf  $83^{\circ}$  abs. zu beobachten (Abb. 58).

Die Versuche an den abgekühlten zusammengesetzten Schichten sprechen sehr zugunsten der Auffassung, daß der Photoeffekt an der Stelle der spektralen Maxima *nicht* in einer direkten Photoionisierung der Licht absorbierenden Zentren besteht, sondern daß diese Zentren die aufgenommene Lichtenergie an freie Elektronen weitergeben und diese dann das Austrittspotential der Oberfläche überwinden.

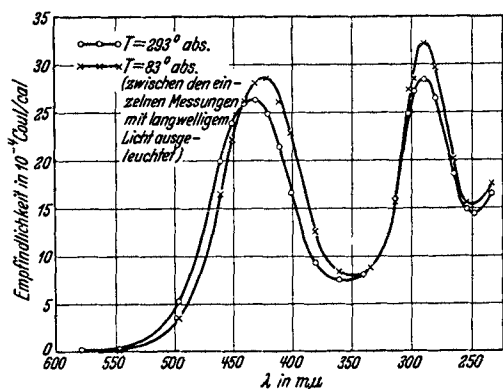


Abb. 57. Empfindlichkeitskurve einer Kalium-Naphthalin-Kaliumoberfläche bei Zimmertemperatur und bei  $83^{\circ}$  abs. im unangeregten Zustand.

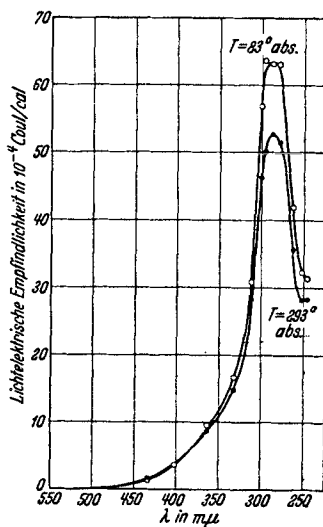


Abb. 58. Empfindlichkeitskurve einer Naphthalin-Kaliumoberfläche bei Zimmertemperatur und bei  $83^{\circ}$  abs. im unangeregten Zustand.

Die Verweilzeit der angeregten Zentren ist sehr groß und kann durch einen genügend intensiven Wärmestoß oder durch die Aufnahme langwelliger Strahlung verkürzt werden; bei Zimmertemperatur tritt sie daher nicht in Erscheinung. Diese indirekte Art der Elektronenauslösung läßt verstehen, weshalb OLPIN (128) auch bei zusammengesetzten selektiv empfindlichen Oberflächen keine Abweichungen von der linearen EINSTEINSCHEN Gleichung (3) zwischen der Größe des Energiequants und der Energie der emittierten Elektronen gefunden hat und weshalb die Energieverteilungskurven an der Stelle des spektralen Maximums keine Besonderheiten aufweisen.

### 7. Der Feldeinfluß bei adsorbierten Schichten.

Nach einer von SCHOTTKY entwickelten Theorie (vgl. 7, S. 257) kann man das oberhalb der Kathodenoberfläche auf ein Elektron einwirkende elektrische Feld aus dem von der Bildkraft verursachten



Feld  $\mathcal{E}_i$  und dem von der Potentialdifferenz zwischen Kathode und Anode herrührenden äußeren Feld  $\mathcal{E}_a$  zusammensetzen. Wie man aus Abb. 59 ersieht, in der das Potential  $V$  als Funktion des Abstandes  $x$  eingetragen ist, durchläuft  $V$  im Abstände  $x_m$  einen Extremwert. Das Austrittspotential  $\psi_0$  wird durch das Eingreifen des äußeren Feldes auf den Wert  $\psi$  erniedrigt. Es ist also:

$$\psi = - \int_0^{x_m} [\mathcal{E}_i(x) + \mathcal{E}_a] dx = - \int_0^{x_m} \mathcal{E}_i(x) dx + \int_{x_m}^{\infty} \mathcal{E}_i(x) dx - \mathcal{E}_a \cdot x_m$$

$$\psi = \psi_0 + \int_{x_m}^{\infty} \mathcal{E}_i(x) dx - \mathcal{E}_a \cdot x_m. \quad (8)$$

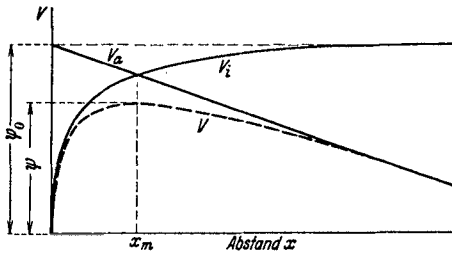


Abb. 59. Überlagerung von Bildkraftpotential und äußerem Potential an einer Kathodenoberfläche.

Für  $x_m$  und  $\psi$  ergibt die Theorie

$$x_m = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{e_0}{4\pi\epsilon}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\mathcal{E}_a}} \quad (9)$$

$$\psi = \psi_0 - \sqrt{\frac{e_0}{4\pi\epsilon}} \cdot \sqrt{\mathcal{E}_a}. \quad (10)$$

Gleichung (10), nach welcher  $\psi$  eine lineare Funktion von  $\sqrt{\mathcal{E}_a}$  ist, wurde für reine Metalloberflächen an Glühelktronen mehrfach

bestätigt (vgl. 6, S. 146). Bei Metalloberflächen, die mit Fremdatomen besetzt waren, beobachteten BECKER und MUELLER (66) jedoch beträchtliche *Abweichungen* von der SCHOTTKYSchen Geraden nach Gleichung (10), die sie auf das Vorhandensein von Oberflächenfeldern zurückführten. Da Gleichung (8) auch dann gilt, wenn  $\mathcal{E}_i(x)$  das gesamte dem äußeren Feld überlagerte Feld bedeutet, konnten sie diese Gleichung auch auf den vorliegenden Fall anwenden, indem sie Gleichung (8) differenzierten:

$$\frac{d\psi}{d\mathcal{E}_a} = - \mathcal{E}_i(x_m) \cdot \frac{dx_m}{d\mathcal{E}_a} - x_m - \mathcal{E}_a \cdot \frac{dx_m}{d\mathcal{E}_a}$$

und  $-\mathcal{E}_i(x_m) = \mathcal{E}_a$  einsetzten, erhielten sie

$$\frac{d\psi}{d\mathcal{E}_a} = -x_m. \quad (11)$$

Hat man also die Funktion  $\psi(\mathcal{E}_a)$  ermittelt, so ergibt die negative Tangente an der Stelle  $\mathcal{E}_a$  die Entfernung  $x_m$ , in der das Oberflächenfeld  $\mathcal{E}_i$  gleich  $\mathcal{E}_a$  ist, d. h. man findet auf diese Weise  $\mathcal{E}_i(x)$ . Durch Subtraktion des Bildkraftfeldes von  $\mathcal{E}_i(x)$  ergibt sich dann *das von der Besetzung mit Fremdatomen herrührende Oberflächenfeld*.

\*  $\epsilon$  ist die Dielektrizitätskonstante des Vakuums ( $\epsilon = 8,859 \cdot 10^{-14} \frac{\text{Coul.}}{\text{Volt} \cdot \text{cm}}$ ); vgl. G. MIE im Handbuch der Experimentalphysik, Bd. 11.

Zur Bestimmung des Oberflächenfeldes braucht man also entweder  $\psi(\mathfrak{E}_a)$  oder wenigstens  $\frac{d\psi}{d\mathfrak{E}_a}$  als Funktion von  $\mathfrak{E}_a$ . Kennt man die Glühemission  $J_T$  als Funktion der Kathodentemperatur  $T$ , so gilt Gleichung (2e):

$$J_T = A \cdot T^2 \cdot e^{-\frac{e_0}{kT}(\psi_u + \alpha_0 \cdot \theta)}, \quad (2e)$$

wobei 
$$A = A_0 \cdot e^{-\frac{e_0}{k} \theta \cdot \beta}. \quad (2f)$$

oder 
$$\ln J_T = \ln A + 2 \ln T - \frac{e_0}{kT} \cdot (\psi_u + \alpha_0 \cdot \theta).$$

Daher ist

$$\frac{d \ln J_T}{d \mathfrak{E}_a} = \frac{d \ln A}{d \mathfrak{E}_a} - \frac{e_0}{kT} \cdot \frac{d(\psi_u + \alpha_0 \cdot \theta)}{d \mathfrak{E}_a}$$

BECKER und MUELLER nehmen nun an, daß  $A$  unabhängig von  $\mathfrak{E}_a$  ist und berechnen  $\frac{d(\psi_u + \alpha_0 \cdot \theta)}{d \mathfrak{E}_a}$  aus

$$\frac{d \ln J_T}{d \mathfrak{E}_a} = - \frac{e_0}{kT} \cdot \frac{d(\psi_u + \alpha_0 \cdot \theta)}{d \mathfrak{E}_a}.$$

Es ist aber sehr wohl möglich, daß der Temperaturkoeffizient ( $\beta \cdot \theta$ ) des Austrittspotentials [vgl. Gleichung (2c)] vom äußeren Feld abhängt und  $A$  daher auf Grund von Gleichung (2f) eine Funktion von  $\mathfrak{E}_a$  darstellt. In diesem Fall kann nur die Ermittlung von  $\psi(\mathfrak{E}_a)$  selbst, bzw. von  $\frac{d\psi}{d\mathfrak{E}_a}$  zur einwandfreien Berechnung des Oberflächenfeldes führen, d. h. man muß eine von der Kathodentemperatur *unbeeinflusste* Meßmethode anwenden, indem man z. B. die lichtelektrische Gesamtemission bei verschiedenen Temperaturen des Lichtstrahlers oder die langwellige Grenze aus der Empfindlichkeitskurve als Funktion des äußeren Feldes bestimmt.

Während bei *reinen* Oberflächen lichtelektrische Untersuchungen der Feldabhängigkeit des Austrittspotentials noch nicht vorgenommen wurden, hat man den Einfluß des äußeren Feldes bei *adsorbierten* Schichten in letzter Zeit mehrfach studiert. Die ersten dahingehenden Beobachtungen an dünnen Alkalimetallschichten auf spiegelndem Trägermetall stammen von IVES (40), der sie allerdings in einer späteren Veröffentlichung (75, insbesondere S. 67f.) auf unzureichendes Vakuum zurückführte, und zwar wahrscheinlich mit Recht, denn der Effekt ist bei spiegelndem Trägermetall außerordentlich klein, wenn man nicht dafür sorgt (z. B. durch Verwendung eines dünnen Drahtes als Kathode), daß der Potentialgradient an der Kathodenoberfläche sehr groß wird. Das letztere war der Fall bei Versuchen von SUHRMANN (81, 164), der Platinmohr als Träger adsorbierter Kalium- oder Natriumatome verwendete und trotz geringer Oberflächenkrümmung und daher kleiner *Makropotentialgradienten* schon bei kleinen äußeren Feldern wegen des großen *Mikropotentialgradienten* einen sehr deutlichen Effekt bemerkte (vgl. hierzu auch 71).

Wie man aus Abb. 60 ersieht, ist der Feldeinfluß in der Nähe der langwelligen Grenze am stärksten. Viel geringer ist der Effekt, wenn das Fremdmetall in dünner Schicht auf eine *blanke* Unterlage aufgebracht wurde (Abb. 61) und bei sehr geringer Besetzung

(< optimal) fehlt er bei blanker Unterlage und geringem Potentialgradienten vollständig (Abb. 62).

Da der Feldeinfluß an der langwelligen Grenze  $v'$  am stärksten auftritt, war vorauszusehen, daß er mit einer *Verschiebung  $d v'$  der Grenze nach langen Wellen* verbunden ist.

Wie LAWRENCE und LINFORD (124) feststellten, wird die gesamte Empfindlichkeitskurve durch das angelegte Feld parallelverschoben (Abb. 63). Als Kathode diente bei diesen Versuchen ein Wolframdraht von nur 0,023 mm Durchmesser, der von einem Anodenzylinder von 5,8 mm Durchmesser umgeben war. Die angewandten Felder waren daher sehr groß und konnten trotz der blanken Unterlage einen deutlichen Effekt hervorrufen.

Aus der Verschiebung der langwelligen Grenze

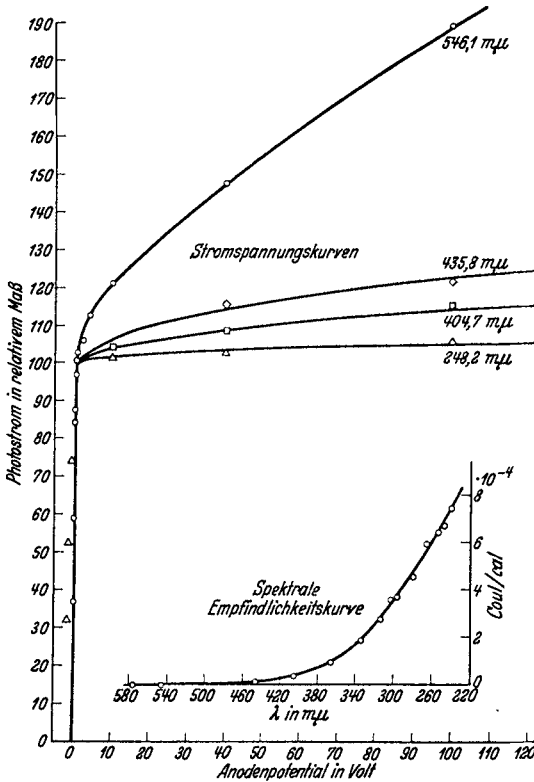


Abb. 60. Strom-Spannungskurven bei Bestrahlung mit Licht verschiedener Wellenlänge und spektrale Empfindlichkeit von Platinmoor, bedeckt mit Natrium in atomarer Verteilung. Bedeckung < optimal. Kathode Kugel von 2 cm Durchmesser, zentrisch angeordnet in einer Anodenkugel von 20 cm Durchmesser.

ermittelten die Autoren das Oberflächenfeld als Funktion des Abstandes  $x$ , indem sie in Gleichung (11)

$$e_0 \psi = h \nu'; \quad d \psi = \frac{h}{e_0} \cdot d \nu'$$

einsetzen:

$$\frac{d \nu'}{d \mathcal{E}_a} = - \frac{e_0}{h} \cdot x_m. \tag{11a}$$

Auch hier ergibt die Änderung der langwelligen Grenze bei dem äußeren Felde  $\mathcal{E}_a$  die Entfernung  $x_m$ , in der das Oberflächenfeld gleich  $\mathcal{E}_a$  ist. In dieser Weise sind die Kurven C in Abb. 64 erhalten worden.

Das Oberflächenfeld schmiegt sich dem Bildfeld bis zum Abstand  $1,2 \cdot 10^{-6}$  cm an. In größeren Abständen von der Oberfläche sind die Abweichungen des Oberflächenfeldes vom Bildfeld wesentlich kleiner als die von BECKER und MUELLER (66) und die von REYNOLDS (134) bei glühelektrischen Messungen beobachteten, was vielleicht darauf zurückzuführen ist, daß die Temperaturabhängigkeit des Austrittspotentials die glühelektrische Bestimmung von  $\psi$  in 66 und 134 verfälscht hat.

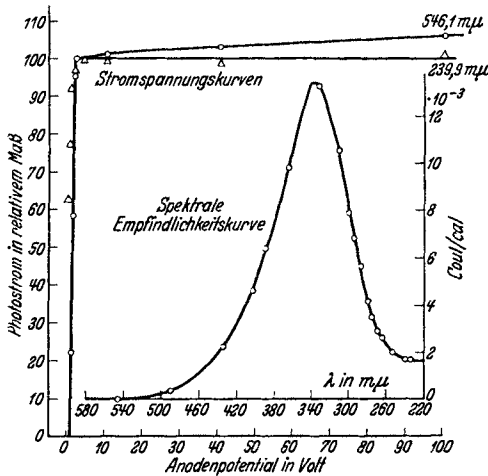


Abb. 61. Strom-Spannungskurven bei Bestrahlung mit Licht verschiedener Wellenlänge und spektrale Empfindlichkeit einer dünnen Natriumschicht auf blankem Platin. Bedeckung > optimal.

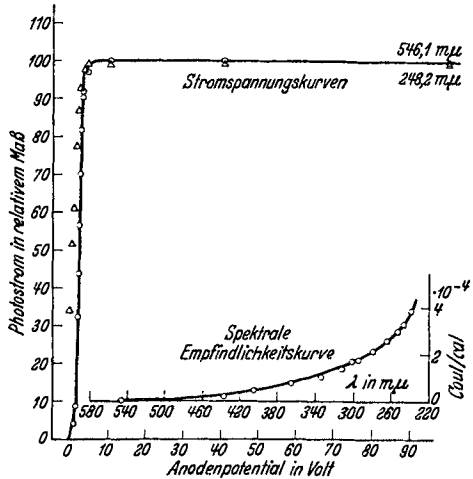


Abb. 62. Strom-Spannungskurven bei Bestrahlung mit Licht verschiedener Wellenlänge und spektrale Empfindlichkeit von blankem Platin, bedeckt mit Natrium in atomarer Verteilung. Bedeckung < optimal.

HUXFORD (148, 149) hat den Einfluß des äußeren Feldes bei *Oxydkathoden* untersucht. Er findet, daß die langwellige Grenze  $\nu'$  nach der Beziehung

$$\nu' = \nu'_0 - b \sqrt{\mathcal{E}_a} \tag{10a}$$

vom Felde abhängt;  $\nu'_0$  ist die Grenzfrequenz bei  $\mathcal{E}_a = 0$ ;  $\nu'$  wird durch Extrapolation der Empfindlichkeitskurve bis zum Schnitt mit der Abszisse erhalten.

SUHRMANN und v. EICHBORN (180) konnten Gleichung (10a) für atomar auf Wolfram verteiltes Kalium bestätigen. Sie ermittelten das Austrittspotential  $\psi$  mit Hilfe der lichtelektrischen Geraden aus der Gesamtemission in Abhängigkeit von der Temperatur des Lichtstrahlers bei verschiedenen äußeren Feldern und erhielten ebenfalls einen linearen Zusammenhang zwischen  $\psi$  und  $\sqrt{\mathcal{E}_a}$ \*:

$$\psi = \psi_0 - b' \cdot \sqrt{\mathcal{E}_a}. \tag{10b}$$

\* Man braucht nur  $\psi = \frac{h \cdot \nu'}{e_0}$  in Gleichung (10a) einzusetzen, um Gleichung (10b) zu erhalten.

Bis auf die Konstante  $b'$  stimmt Gleichung (10b) mit der unter Annahme des gewöhnlichen Bildfeldes  $\mathcal{E}_i(x) = -\frac{I}{4\pi\varepsilon} \cdot \frac{e_0}{4x^2}$  abgeleiteten SCHOTTKYschen Gleichung (10) überein. Für das gewöhnliche Bildfeld ist

$$b = \sqrt{\frac{e_0}{4\pi\varepsilon}},$$

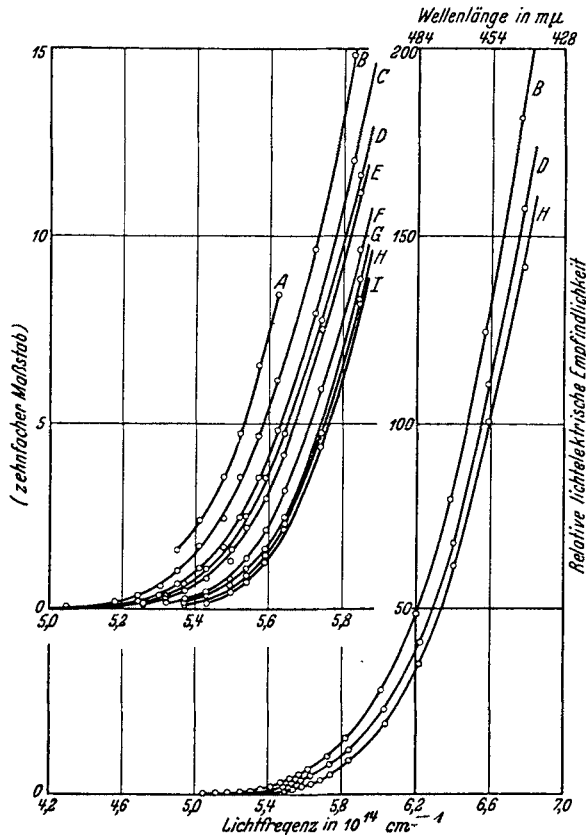


Abb. 63. Verschiebung der Empfindlichkeitskurve nach langen Wellen bei Zunahme des Potentialgradienten an der Kathodenoberfläche; Kathode: Wolframdraht mit Kaliumhaut. Potentialgradient in  $\frac{\text{Volt}}{\text{cm}}$  bei Kurve A 63 100; B 36 200; C 22 100; D 15 800; E 9 000; F 3 100; G 1 000; H 260; I Null.  
(Nach LAWRENCE u. LINFORD.)

während sich im vorliegenden Falle je nach der Schicht doppelt bis dreifach so hohe Werte ergaben. Daher ist anzunehmen, daß auch bei den untersuchten Schichten  $\mathcal{E}_i$  proportional  $\frac{I}{x^2}$  abnimmt und nur die Proportionalitätskonstante größer ist als  $\frac{I}{4\pi\varepsilon} \cdot \frac{e_0}{4}$ , d. h.: Das sich entfernende Elektron mit der Ladung  $e_0$  wird durch eine größere

positive Ladung zurückgehalten, als der im Abstände  $2\pi$  influenzierten Ladung  $e_0$  entspricht.

Wir haben bisher nur den Einfluß großer Potentialgradienten auf die lichtelektrische Emission besprochen, den wir als *äußeren Feldeffekt* bezeichnen wollen. Außer diesem beobachtete SUHRMANN (164) noch einen Einfluß bei *sehr kleinen äußeren Feldern*, den er *inneren Feldeffekt* nannte. Er äußert sich in einer Verschiebung des Sättigungspunktes um mehrere Volt und trat bei atomaren Schichten auf blanker Unterlage besonders dann hervor, wenn die *optimale Besetzung* beinahe erreicht war; nach ihrem Überschreiten verschwand er wieder.

Den *Einfluß schwacher Felder* unterzieht NOTTINGHAM (187) einem näheren Studium unter Verwendung von Natriumschichten auf Nickel. Er nimmt jedoch nicht wie bisher üblich Strom-Spannungskurven auf, sondern ermittelt die langwellige Grenze (bzw. das Austrittspotential) als Funktion des Anodenpotentials. Bei Potentialen  $> 3$  Volt extrapoliert er die Empfindlichkeitskurve bis zum Schnitt mit der Wellenlängenabszisse,

bei kleineren Potentialen mißt er den Photostrom als Funktion des Potentials bei verschiedenen konstant gehaltenen Lichtfrequenzen. Als Grenzfrequenz wird diejenige genommen, bei welcher die Emission etwa  $10^{-14}$  Amp. beträgt. Zeichnet er nun die so ermittelten Grenzfrequenzen  $\nu$  (ausgedrückt in Volt) als Funktion des Anodenpotentials in ein Koordinatensystem ein, so erhält er die in Abb. 65 wiedergegebenen Kurven.

Die für den kompakten Natriumfilm gemessene Kurve besteht aus einem linear unter der Neigung  $-1$  ansteigenden Teil und einem horizontalen Teil. Dort, wo die geneigte Gerade in die horizontale übergeht, ist das Anodenpotential gleich dem Kontaktpotential  $V_{K,A}$ , von dem ab alle Elektronen die Anode erreichen, die langwellige Grenze also ungeändert bleibt. Für die geneigte Gerade gilt die EINSTEINSche Gleichung:

$$\frac{h \cdot \nu}{e_0} = -(V - V_{K,A}) + \frac{h \cdot \nu_0}{e_0},$$

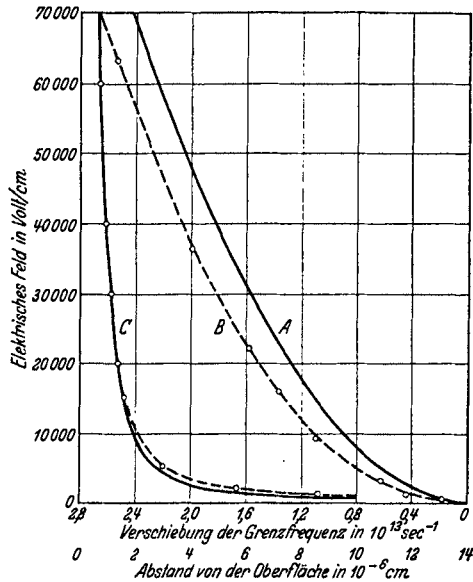


Abb. 64. Kurven A und B: Verschiebung der langwelligen Grenze als Funktion des angelegten Feldes. Kurve C: Hieraus berechnetes Oberflächenfeld als Funktion der Entfernung von der Oberfläche. Die ausgezogenen (berechneten) Kurven entsprechen dem Verhalten bei alleinigem Vorhandensein der Bildkraft. Kathode: Wolframdraht mit Kaliumhaut. (Nach LAWRENCE u. LINFORD.)

denn, wenn  $\nu$  die Grenzfrequenz bei dem Potential  $V$  ist, können die bei Bestrahlung mit  $\nu$  emittierten Elektronen gerade gegen  $V_{KA} - V$  anlaufen und die Austrittsarbeit  $h \cdot \nu_0$  leisten.

Der Übergang zwischen beiden Geraden ist nur bei sehr reinen Oberflächen völlig scharf. Sobald Fremdatome vorhanden sind, hat er die Gestalt der für dünne Filme gefundenen Kurven in Abb. 65. Die mittels der Abweichung von der EINSTEINSCHEN Geraden definierte „wirkliche“, vom äußeren Feld *unabhängige* Grenzfrequenz  $\nu_0$  ist zwar kleiner als die des reinen Trägermetalls, aber auf jeden Fall

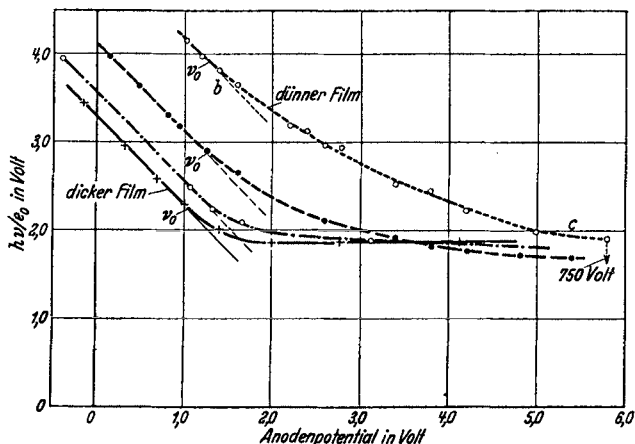


Abb. 65. Grenzfrequenz (ausgedrückt in Volt) als Funktion des Anodenpotentials bei Natriumfilmen auf einer Nickeloberfläche. (Nach NOTTINGHAM.)

größer als die des kompakten Fremdmetalls; sie durchläuft also nicht einen Minimalwert wie das bei höheren Anodenpotentialen (innerhalb der horizontalen Geraden) bestimmte Austrittspotential<sup>1</sup>.

Der Verlauf der gekrümmten Übergangskurve  $b c$  ist durch die von den Fremdatomen hervorgerufenen Oberflächenfelder bedingt, die sich umgekehrt aus dem Kurvenstück  $b c$  berechnen lassen. Die erhaltenen Werte sind allerdings unwahrscheinlich groß: im Abstände von  $10^{-2}$  cm z. B. noch  $5-10 \frac{\text{Volt}}{\text{cm}}$ . Vielleicht ist die von NOTTINGHAM angewendete Methode zur Ermittlung der jeweiligen Grenzfrequenz nicht sehr zweckmäßig, weil sie keinerlei Rücksicht auf die Wärmebewegung der Elektronen nimmt. Man sollte diese Versuche wiederholen, indem man die lichtelektrische Gerade, also die *Gesamtemission* zur Bestimmung der Grenzfrequenz benutzt; hierdurch läßt

<sup>1</sup> Neuere Versuche von N. B. REYNOLDS und W. B. NOTTINGHAM [Physic. Rev. 45, 765 (1934)] über die Austrittsarbeit von Glühelctronen an thoriertem Wolfram beim Felde Null ergeben jedoch mit zunehmender Besetzung eine optimale Emission, und zwar bei monoatomarer Bedeckung.

sich  $\nu$  genauer ermitteln und unabhängig von der zusätzlichen thermischen Elektronenenergie.

Außer dem eben erwähnten Einfluß kann auch die ungleichmäßige Besetzung die hohen Felder vorgetäuscht haben. Bei Bestimmung der langwelligen Grenze mit spektral zerlegtem Licht erhält man stets die Grenzfrequenz der elektropositivsten Stellen der Oberfläche. Die Methode der lichtelektrischen Geraden würde auch die elektro-negativeren Stellen etwas berücksichtigen und hierdurch ein dem mittleren Wert näherkommendes Ergebnis liefern.

#### Literaturverzeichnis.

1. POHL, R. u. P. PRINGSHEIM: Die lichtelektrischen Erscheinungen. Braunschweig 1914.
2. HALLWACHS, W.: Die Lichtelektrizität, im Handbuch der Radiologie. Leipzig 1916.
3. GUDDEN, B.: Lichtelektrische Erscheinungen. Berlin 1928.
4. HUGHES, A. L. and L. A. DU BRIDGE: Photoelectric phenomena. New York and London 1932.
5. SIMON, H. u. R. SUHRMANN: Lichtelektrische Zellen und ihre Anwendung. Berlin 1932.
6. SUHRMANN, R.: In dem Abschnitt „Elektronenemission metallischer Leiter“ des MÜLLER-POUILLETschen Lehrbuchs der Physik, 11. Aufl., Bd. 4, Teil 4. Braunschweig 1934.
7. SCHOTTKY, W. u. H. ROTHE: In dem Abschnitt „Physik der Glüh-elektroden“ des Handbuchs der Experimentalphysik, Bd. 13, Teil 2. Leipzig 1928.
8. WULF, TH.: Beiträge zur Kenntnis der lichtelektrischen Wirkung. Ann. Physik (4) 9, 946 (1902).
9. HALLWACHS, W.: Über die lichtelektrische Ermüdung. Ebenda (4) 23, 459 (1907).
10. CHRISLER, V. L.: Influence of absorbed hydrogen and other gases on the photoelectric properties of metals. Physic. Rev. 27, 280 (1908).
11. ELSTER, J. u. H. GEITEL: Über gefärbte Hydride der Alkalimetalle und ihre photoelektrische Empfindlichkeit. Physik. Z. 11, 257 (1910).
12. POHL, R. u. P. PRINGSHEIM: Über einige lichtelektrische Beobachtungen am Al und Mg. Verh. dtsh. physik. Ges. 14, 546 (1912).
13. GREINACHER, H.: Über den Einfluß der Glimmentladung auf den lichtelektrischen Effekt. Ebenda 15, 797 (1913).
14. POHL, R. u. P. PRINGSHEIM: Über die langwellige Grenze des normalen Photoeffektes. Ebenda 15, 625 (1913).
15. — — Über den Einfluß des Sauerstoffs auf den selektiven Photoeffekt des Kaliums. Ebenda 15, 637 (1913).
16. WERNER, S.: Über lichtelektrische Elektronenemission. Uppsala 1913.
17. WIEDMANN, G. u. W. HALLWACHS: Über die Abhängigkeit der Lichtelektrizität der Metalle vom Gas, insbesondere den Grund der starken Lichtelektrizität des Kaliums. Verh. dtsh. physik. Ges. 16, 107 (1914).
18. HALLWACHS, W.: Mitteilungen aus dem Physikalischen Institut der Technischen Hochschule Dresden. Physik. Z. 16, 95 (1915).
19. KRÜGER, F. u. E. TAEGE: Über den Einfluß von Katalysatorgiften auf die lichtelektrische Empfindlichkeit des Platins. Z. Elektrochem. 21, 562 (1915).



20. EICHLER, E.: Der Einfluß der Gase auf den lichtelektrischen Effekt. *Z. wiss. Photogr.* **16**, 10, 60 (1916).
21. KRÜGER, F.: Über den Parallelismus von lichtelektrischer Empfindlichkeit und Voltaeffekt. *Z. Elektrochem.* **22**, 365 (1916).
22. LANGMUIR, J.: The dissociation of hydrogen into atoms. III. The mechanism of the reaction. *J. Amer. chem. Soc.* **38**, 1145 (1916).
23. VARLEY, W. M.: *Philos. Trans. Roy. Soc., Lond.* **202**, 365 (1916).
24. HALLWACHS, W.: Lichtelektrizität als Funktion des Gasgehaltes. *Physik. Z.* **21**, 561 (1920).
25. CASE, T. W.: New strontium and barium photoelectric cells. *Physic. Rev.* **17**, 398 (1921).
26. FRESE, W.: Über Passivität und Lichtelektrizität. *Z. wiss. Photogr.* **21**, 37 (1921).
27. KOPPIUS, O.: A comparison of the thermionic and photoelectric work function for platinum. *Physic. Rev.* **18**, 443 (1921).
28. SENDE, M. u. H. SIMON: Lichtelektrizität als Funktion des Gasgehaltes. *Ann. Physik* **65**, 697 (1921).
29. GEITEL, H.: Die Proportionalität von Photostrom und Beleuchtung an sehr dünnen Kaliumschichten. *Ebenda* **67**, 420 (1922).
30. SUHRMANN, R.: Rote Grenze und spektrale Verteilung der Lichtelektrizität des Platins in ihrer Abhängigkeit vom Gasgehalt. *Ebenda* **67**, 43 (1922).
31. WIEDMANN, G.: Über die Entwicklung der normalen und selektiven Lichtelektrizität seit 1914. *Jb. Rad. u. Elektr.* **19**, 112 (1922).
32. KLEMPERER, O.: Über die lichtelektrische Geschwindigkeitsverteilung. *Z. Physik* **16**, 280 (1923).
33. KRÜGER, F. u. A. EHMER: Über die lichtelektrische Empfindlichkeit von wasserstoffbeladenen Palladium-Silberlegierungen. *Ebenda* **14**, 1 (1923).
34. LANGMUIR, J. and K. H. KINGDON: Thermionic phenomena due to alkali vapors. Part. I. Experimental. *Physic. Rev.* **21**, 380 (1923).
35. — The electron emission from thoriated tungsten filaments. *Ebenda* **22**, 357 (1923).
36. SUHRMANN, R.: Der Einfluß der Gasbeladung auf die thermische und lichtelektrische Elektronenemission des Pt und Ta. *Z. Physik* **13**, 17 (1923).
37. TUCKER, F. G.: Effect of heat treatment on the photoelectric emission from platinum. *Physic. Rev.* **22**, 574 (1923).
38. DÜPPELMANN, R. u. W. HEIN: Beiträge zur Kenntnis des lichtelektrischen Effektes. *Z. Physik* **22**, 368 (1924).
39. GUDDEN, B.: Elektrizitätsleitung in kristallisierten Stoffen unter Ausschluß der Metalle. *Erg. exakt. Naturwiss.* **3**, 116 (1924).
40. IVES, H. E.: Photoelectric properties of thin films of alkali metals. *Astrophysic. J.* **60**, 209 (1924).
41. — and A. L. JOHNSRUD: The normal and selective photoelectric effect in the alkali metals and their alloys. *Ebenda* **60**, 231 (1924).
42. KINGDON, K. H. and J. LANGMUIR: Electron emission from caesium-covered filaments. *Physic. Rev.* **23**, 112 (1924).
43. — Electron emission from adsorbed films on tungsten. *Ebenda* **24**, 510 (1924).
44. GUDDEN, B. u. R. W. POHL: Zum Nachweis des selektiven Photoeffektes. *Z. Physik* **34**, 245 (1925).
45. HERRMANN, K.: Über den Einfluß der Gasbeladung auf die lichtelektrische Elektronenemission und die elektrische Leitfähigkeit des Platins. *Ann. Physik* **77**, 503 (1925).

46. IVES, H. E. and A. L. JOHNSRUD: The influence of temperature on the photoelectric effect of the alkali metals. *J. opt. Soc. Amer.* **11**, 565 (1925).
47. SUHRMANN, R.: Rote Grenze und Austrittsarbeit lichtelektrischer Elektronen. *Z. Physik* **33**, 63 (1925).
48. WOODRUFF, A. E.: The variation in the photoelectric emission from platinum. *Physic. Rev.* **26**, 655 (1925).
49. BECKER, J. A.: Thermionic and adsorption characteristics of caesium on tungsten and oxidized tungsten. *Ebenda* **28**, 341 (1926).
50. CREW, W. H.: An effect of light on the electron emission from hot filaments. *Ebenda* **28**, 1265 (1926).
51. IVES, H. E.: Photoelectric properties of thin films of alkali metal. II. Phenomena at high temperatures. *Astrophysic. J.* **64**, 128 (1926).
52. POHL, R. W.: Zur quantenhaften Lichtabsorption in festen Körpern. *Naturwiss.* **14**, 214 (1926).
53. PREDWODITSEW, A. u. G. JOFFE: Der Einfluß des adsorbierten Gases auf die Größe des photoelektrischen Effektes. *Z. Physik* **38**, 280 (1926).
54. BENNEWITZ, W.: Die Variation der Geschwindigkeitsverteilung lichtelektrischer Elektronen beim Entgasungs- und Gasbeladungsprozeß an Palladium und Platin. *Ann. Physik* **83**, 913 (1927).
55. DU BRIDGE, L. A.: The photoelectric properties of thoroughly outgassed platinum. *Physic. Rev.* **29**, 451 (1926).
56. DUNN, H. K.: Changes in the photo-electric threshold of mercury. *Ebenda* **29**, 693 (1927).
57. FRY, TH. C.: Plane waves of light: I. Electromagnetic behavior. *J. opt. Soc. Amer.* **15**, 137 (1927).
58. IVES, H. E. and A. L. JOHNSRUD: The thickness of spontaneously deposited photoelectrically active rubidium films measured optically. *Ebenda* **15**, 374 (1927).
59. — and G. R. STILWELL: Photoelectric emission as a function of composition in sodium-potassium alloys. *Physic. Rev.* **29**, 252 (1927).
60. KLUGE, J.: Einfluß des Gasgehaltes auf die Geschwindigkeitsverteilung lichtelektrischer Elektronen bei Platin, Aluminium und Palladium. *Ann. Physik* **82**, 432 (1927).
61. LEUPOLD, H.: Lichtelektrische Untersuchungen an ammoniakbeladenem Platin. *Ebenda* **82**, 841 (1927).
62. WARNER, A. H.: A comparison of the thermionic and photoelectric work functions for clean tungsten. *Proc. nat. Acad. Sci. U.S.A.* **13**, 56 (1927).
63. WOLF, F.: Über die Elektronengeschwindigkeiten beim normalen und selektiven lichtelektrischen Effekt. *Ann. Physik* **83**, 1001 (1927).
64. ZIMMER, TH.: Über den lichtelektrischen Effekt an Schichten, die durch Natriumatomstrahlen hergestellt sind. *Diss. Univ. Frankfurt a. M.* 1927.
65. AUWERS, O. v.: Über den Einfluß der Gasbeladung auf die lichtelektrische Empfindlichkeit von Kohle. *Z. Physik* **51**, 618 (1928).
66. BECKER, J. A. and D. W. MUELLER: On electrical fields near metallic surfaces. *Physic. Rev.* **31**, 431 (1928).
67. CAMPBELL, N. R.: The photoelectric properties of thin films of the alkali metals. *Philos. Mag* **6**, 633 (1928).
68. CARDWELL, A. B.: The photoelectric and thermionic properties of iron. *Proc. nat. Acad. Sci. U.S.A.* **14**, 439 (1928).
69. DU BRIDGE, L. A.: The photoelectric and thermionic work functions of outgassed platinum. *Physic. Rev.* **31**, 236 (1928).
70. FRY, TH. C.: Plane waves of light. II. Reflection and refraction. *J. opt. Soc. Amer.* **16**, 1 (1928).

71. GUDDEN, B.: Bemerkung zur Mitteilung von RUD. SUHRMANN: „Über eine neuartige lichtelektrische Beobachtung an dünnen Alkalimetallschichten.“ *Naturwiss.* 16, 547 (1928).
72. HALES, W. B.: Critical photoelectric potential of clean mercury and the influence of gases and of the circulation of the mercury upon it. *Physic. Rev.* 32, 950 (1928).
73. HEROLD, F.: Über die Geschwindigkeitsverteilung lichtelektrischer Elektronen. *Ann. Physik* 85, 587 (1928).
74. IVES, H. E. and A. L. JOHNSRUD: The thickness of spontaneously deposited photoelectrically active rubidium films, measured optically. *J. opt. Soc. Amer.* 16, 121 (1928).
75. — A. R. OLPIN and A. L. JOHNSRUD: The distribution in direction of photoelectrons from alkali metal surfaces. *Physic. Rev.* 32, 57 (1928).
76. KLUMB, H.: Über den Einfluß der Gasbeladung auf die lichtelektrische Empfindlichkeit der Metalle. *Z. Physik* 47, 652 (1928).
77. MCLENNAN, J. C., L. A. MATHESON and C. D. NIVEN: The photoelectric effect at low temperatures. *Trans. Roy. Soc. Canada, Sect. III*, (3) 22, 279 (1928).
78. LUKIRSKY, P. u. S. PRILEŽAEV: Über den normalen Photoeffekt. *Z. Physik* 49, 236 (1928).
79. ROLLER, D.: Effect of toluene on the photoelectric behavior of mercury. *Physic. Rev.* 32, 323 (1928).
80. SANDER u. NITSCHKE: Die lichtelektrische langwellige Empfindlichkeitsgrenze des Ammoniumamalgams. *Z. Elektrochem.* 34, 244 (1928).
81. SUHRMANN, R.: Über eine neuartige lichtelektrische Erscheinung an dünnen Alkalimetallschichten. *Naturwiss.* 16, 336 (1928).
82. — Wasserstoffionen als Ursache für das Auftreten der lichtelektrischen spektralen Selektivität des Kaliums. *Physik. Z.* 29, 811 (1928).
83. — u. H. THEISSING: Über den Einfluß des Wasserstoffs auf die lichtelektrische Elektronenemission des Kaliums. *Z. Physik* 52, 453 (1928).
84. WELCH, G. B.: Photo-electric thresholds and fatigue. *Physic. Rev.* 32, 657 (1928).
85. BECKER, J. A.: The life history of adsorbed atoms and ions. *Trans. Amer. electrochem. Soc.* 60, 153 (1929).
86. BERGER, C. E.: The effect of light on the electron emission from cerium dioxide. *Physic. Rev.* 34, 1566 (1929).
87. BODEMANN, E.: Über eine Steuerung des glühelektrischen Stromes oxydbedeckter Metallfolien durch Bestrahlung mit ultraviolettem Licht. *Ann. Physik* 3, 614 (1929).
88. CAMPBELL, N. R.: Photoelectric thresholds of the alkali metals. *Philos. Mag.* 8, 667 (1929).
89. — Wasserstoff und die photoelektrische Emission aus Kalium. *Physik. Z.* 30, 537 (1929).
90. FLEISCHER, R.: Beitrag zu R. SUHRMANN: Wasserstoffionen als Ursache für das Auftreten der lichtelektrischen spektralen Selektivität des Kaliums. *Ebenda* 30, 320 (1929).
91. IVES, H. E.: The preparation of photoelectric cells with thin films of lithium as the photoactive material. *Physic. Rev.* 33, 1081 (1929).
92. — and A. R. OLPIN: Maximum excursion of the photoelectric long wave limit of the alkali metals. *Ebenda* 34, 117 (1929).
93. KOLLER, L. R.: Thermionic and photoelectric emission from caesium at low temperatures. *Ebenda* 33, 1082 (1929).
94. LAWRENCE E. O. and L. B. LINFORD: The effect of intense electric fields on the photoelectric behavior of alkali films on tungsten. *Ebenda* 34, 1492 (1929).

95. MARTIN, M. J.: The photoelectric and thermionic properties of molybdenum. *Physic. Rev.* **33**, 991 (1929).
96. NEWBURY, K.: The effect of light on the electron emission from oxide-coated filaments. *Ebenda* **34**, 1418 (1929).
97. OLPIN, A. R.: Use of dielectrics to sensitize alkali metal photoelectric cells to red and infra-red light. *Ebenda* **33**, 1081 (1929).
98. — Apparent modulation of light by films of dielectrics on cathodes of alkali metal photoelectric cells. *Ebenda* **34**, 544 (1929).
99. SELENYI, P.: Über rotempfindliche Natrium-Photokathoden. *Physik. Z.* **30**, 933 (1929).
100. SMITS, A. u. H. GERDING: Über den photoelektrischen Effekt des Aluminiums und seiner Amalgame. I. *Ebenda* **30**, 322 (1929).
101. SUHRMANN, R. u. H. THEISSING: Versuche zur Klärung der selektiven äußeren lichtelektrischen Wirkung. III. Untersuchungen über den selektiven lichtelektrischen Effekt an dünnen, auf einem Platinspiegel adsorbierten Kaliumhäuten. *Z. Physik.* **55**, 701 (1929).
102. — Über die Änderung des elektrischen Zustandes von Metalloberflächen durch Beladen mit  $H^+$ -Ionen und durch Elektronenbombardement. *Z. Elektrochem.* **35**, 681 (1929).
103. — Beziehungen zwischen dem normalen lichtelektrischen Effekt und elektrischen Oberflächeneigenschaften verschiedener Metalle. *Physik. Z.* **30**, 939 (1929).
104. TEICHMANN, R.: Über die Höchstgeschwindigkeit lichtelektrischer Elektronen im selektiven Empfindlichkeitsbereich des Kaliums. *Ann. Physik* (5) **1**, 1069 (1929).
105. WOLFF, H. TH.: Zur Theorie der lichtelektrischen Wirkung. *Z. Physik* **52**, 158 (1929).
106. ZWORYKIN, V. and E. D. WILSON: The caesium-magnesium photocell. *Physic. Rev.* **33**, 633 (1929).
107. — — The caesium-magnesium photocell. *J. opt. Soc. Amer.* **19**, 81 (1929).
108. DE BOER, J. H. u. M. C. TEVES: Die Beeinflussung der lichtelektrischen Eigenschaften des Cäsiums durch Adsorption an Salzsichten. *Z. Physik* **65**, 489 (1930).
109. BRATTAIN, W. H.: Effect of adsorbed thorium on the thermionic emission from tungsten. *Physic. Rev.* **35**, 1431 (1930).
110. BREWER, A. K.: The photoelectric and thermionic properties of platinum coated glass filaments. *Ebenda* **35**, 1360 (1930).
111. CAMPBELL, N. R.: A theorie of selective photoelectric emission, in Photoelectric cells and their applications. London 1930.
112. CASE, TH. W.: Barium photoelectric cells, Photoelectric cells and their Applications. London 1930.
113. DAVIES, L. J. and H. R. RUFF: The manufacture and use of the thin-film caesium cell for sound reproduction. Photoelectric cells and their applications. London 1930.
114. DÉJARDIN, G.: Cellules photoélectriques aux métaux alcalins sur support de magnésium. *J. Physique Radium* (7) **1**, 66 (1930).
115. FLEISCHER, R. u. H. TEICHMANN: Über den Einfluß von Stickoxyd auf die lichtelektrische Empfindlichkeit des Kaliums. *Z. Physik.* **60**, 317 (1930).
116. — — Die Erhöhung des lichtelektrischen Effektes von Kalium durch Wasserstoff. *Ebenda* **61**, 227 (1930).
117. FOWLER, R. H.: A possible explanation of the selective photoelectric effect. *Proc. Roy. Soc., Lond. (A)* **128**, 123 (1930).
118. FRÖHLICH, H.: Zum Photoeffekt an Metallen. *Ann. Physik.* **7**, 103 (1930).

119. GERDING, H.: Der lichtelektrische Effekt des Aluminiums und der Legierungen des Aluminiums mit Quecksilber. *Z. physik. Chem. Abt. B* **11**, 1 (1930).
120. HANSTOCK, R. F.: Effect of systematic surface treatment on the photoelectric emission from metals. *Philos. Mag.* **10**, 937 (1930).
121. KOLLER, L. R.: Photoelectric emission from thin films of caesium. *Physic. Rev.* **36**, 1639 (1930).
122. KUNZ, J.: Photoelectric cells and some applications, Photoelectric cells and their applications. London 1930.
123. LAWRENCE, E. O. and L. B. LINFORD: The effect of intense electric fields on the photoelectric behavior of thin potassium films. *Physic. Rev.* **35**, 1421 (1930).
124. — — The effect of intense electric fields on the photoelectric properties of metals. *Ebenda* **36**, 482 (1930).
125. LINFORD, L. B.: Electrostatic surface fields near thoriated tungsten filaments by a photoelectric method. *Ebenda* **36**, 1100 (1930).
126. LOUGHRIDGE, D. H.: The manufacture of photoelectric cells and their use in sound reproduction, Photoelectric cells and their applications. London 1930.
127. NOTTINGHAM, W. B.: Influence of accelerating fields on the photoelectric and thermionic work function of composite surfaces. *Physic. Rev.* **35**, 1128 (1930).
128. OLPIN, A. R.: Validity of EINSTEIN'S photoelectric equation for red sensitive sodium compounds. *Ebenda* **35**, 670 (1930).
129. — Selective maxima in the spectral response curves of light-sensitive compounds as a function of valence. *Ebenda* **35**, 671 (1930).
130. — Method of enhancing the sensitiveness of alkali metal photoelectric cells. *Ebenda* **36**, 251 (1930).
131. — Inhibition of photoelectric emission by near infrared light. *Ebenda* **36**, 376 (1930).
132. OSTWALD, Wo.: *Kolloidwissenschaft, Elektrotechnik und Katalyse*. Dresden u. Leipzig 1930.
133. RAMADANOFF, D.: A method of studying the effect of temperature on photoelectric currents. *Rev. Sci. Instr.* **1**, 768 (1930).
134. REYNOLDS, N. B.: SCHOTTKY effect and contact potential measurements on thoriated tungsten filaments. *Physic. Rev.* **35**, 158 (1930).
135. SELENYI, P.: The manufacture, properties and use of sodium photoelectric cells, Photoelectric cells and their applications. London 1930.
136. BOMKE, H.: Über die lichtelektrischen Eigenschaften des Kadmium, insbesondere den Einfluß von Gasen auf dieselben. *Ann. Physik* (5) **10**, 579 (1931).
137. BREWER, A. K.: Photoelectric properties of ammoniacal catalysts. *J. Amer. chem. Soc.* **53**, 74 (1931).
138. — The effect of adsorbed  $K^+$ -ions on the photoelectric threshold of iron. *Physic. Rev.* **38**, 401 (1931).
139. CAMPBELL, N. R.: The photoelectric emission of thin films. *Philos. Mag.* **12**, 173 (1931).
140. DÉJARDIN, G., R. SCHWEGLER et M. WARIN: Sur les propriétés photoélectriques des couches minces de métaux alcalins. *J. Physique Radium* **2**, 88 (1931).
141. DIXON, E. H.: Some photoelectric and thermionic properties of rhodium. *Physic. Rev.* **37**, 60 (1931).
142. FLEISCHER, R.: Die lichtelektrische Elektronenemission an dünnen Kalium- und Cäsiumschichten. *Physik. Z.* **32**, 217 (1931).

143. FLEISCHER, R. u. H. TEICHMANN: Über den Zusammenhang zwischen dem Einfluß von Stickstoff-Sauerstoffverbindungen und dem ihrer Komponenten auf die lichtelektrische Empfindlichkeit des Kaliums. *Z. Physik* **67**, 184 (1931).
144. FLEISCHMANN, R.: Eine selektive Lichtabsorption in dünnen Alkalimetallschichten. *Nachr. Ges. Wiss. Göttingen, Math.-physik. Kl.* **1931**, 252.
145. FOWLER, R. H.: The analysis of photoelectric sensitivity curves for clean metals at various temperatures. *Physic. Rev.* **38**, 45 (1931).
146. FRENKEL, J.: Some remarks on the theory of the photoelectric effect. *Ebenda* **38**, 309 (1931).
147. GÖTHEL, H.: Über den äußeren lichtelektrischen Effekt an Phosphoren und seine Abhängigkeit vom Erregungszustand. *Physik. Z.* **32**, 218 (1931).
148. HUXFORD, W. S.: Photoelectric properties of oxide cathodes. *Physic. Rev.* **37**, 102 (1931).
149. — Effect of electric fields on the emission of photoelectrons from oxide cathodes. *Ebenda* **38**, 379 (1931).
150. IVES, H. E.: The vectorial photoelectric effect in thin films of alkali metals. *Ebenda* **38**, 1209 (1931).
151. — and H. B. BRIGGS: The photoelectric effect from thin films of alkali metal on silver. *Ebenda* **38**, 1477 (1931).
152. KLUGE, W.: Über die photoelektrische Sensibilisierung von Kalium mittels Schwefel, Selen und Tellur. *Z. Physik* **67**, 497 (1931).
153. — u. E. RUPP: Über lichtelektrische Wirkung und Elektronenbeugung an hydrierten Kaliumoberflächen. *Physik. Z.* **32**, 163 (1931).
154. MORRIS, L. W.: Certain photoelectric properties of gold. *Physic. Rev.* **37**, 1263 (1931).
155. NEWBURY, K. and F. LEMERY: The photoelectric effect from a barium oxide coated platinum filament. *J. opt. Soc. Amer.* **21**, 276 (1931).
156. OLPIN, A. R.: Correlating the selective photoelectric effect with the selective transmission of electrons through a cathode surface. *Physic. Rev.* **37**, 464 (1931).
157. — An interpretation of the selective photoelectric effect from two-component cathodes. *Ebenda* **38**, 1745 (1931).
158. RAMADANOFF, D.: Photoelectric properties of composite surfaces at various temperatures and potentials. *Ebenda* **37**, 884 (1931).
159. RIJANOFF, S.: Photoelektrische Eigenschaften der unter der Wirkung von Wasserstoffatomen geänderten Kaliumoberfläche. *Z. Physik* **71**, 325 (1931).
160. ROLLER, D., W. H. JORDAN and C. S. WOODWARD: Some photoelectric properties of mercury films. *Physic. Rev.* **38**, 396 (1931).
161. SUHRMANN, R.: Über den Aufbau der emittierenden Oberfläche beim selektiven lichtelektrischen Effekt. *Physik Z.* **32**, 216 (1931).
162. — Die physikalisch-chemische Beschaffenheit der Metalloberfläche bei der selektiven lichtelektrischen Elektronenemission der Alkalimetalle. *Z. Elektrochem.* **37**, 678 (1931).
163. — Ursachen für das Auftreten des selektiven lichtelektrischen Effektes. *Z. wiss. Photogr.* **30**, 161 (1931).
164. — Neue Beobachtungen über Feld- und Photoeffekte an äußeren Grenzflächen. *Physik. Z.* **32**, 929 (1931).
165. — Über chemische und elektrische Vorgänge an gasbeladenen Metalloberflächen. *Z. anorg. allg. Chem.* **203**, 235 (1931).
166. TEVES, M. C.: Über hochempfindliche vakuumphotoelektrische Zellen. *Z. techn. Physik* **12**, 556 (1931).

167. WINCH, R. P.: The photoelectric properties of silver. *Physic. Rev.* **37**, 1269 (1931).
168. — Photoelectric properties of thin unbacked gold films. *Ebenda* **38**, 321 (1931).
169. YOUNG, L. A. and N. H. FRANK: Temperature dependance of photoelectric effect in metals. *Ebenda* **38**, 838 (1931).
170. — T. F. and W. C. PIERCE: The wave-length-sensitivity curve of a caesium oxide photocell. *J. opt. Soc. Amer.* **21**, 497 (1931).
171. ZACHARIASEN, W. H.: On the interpretation of the selective photoelectric effect from two-component cathodes. *Physic. Rev.* **38**, 2290 (1931).
172. ASAO, S.: *Physics* **2**, 12 (1932).
173. BLODGETT, K. B. and J. LANGMUIR: Accommodation coefficient of hydrogen; a sensitive detector of surface films. *Physic. Rev.* **40**, 78 (1932).
174. BRADY, J. J.: The photoelectric properties of alkali metal films as a function of their thickness. *Ebenda* **41**, 613 (1932).
175. BREWER, A. K.: The effect of adsorbed gases on the photoelectric emissivity of iron and platinum. *J. Amer. chem. Soc.* **54**, 1888 (1932).
176. DU BRIDGE, L. A.: A further experimental test of FOWLER's theory of photoelectric emission. *Physic. Rev.* **39**, 108 (1932).
177. DE BOER, J. H. u. M. C. TEVES: Die Rotverschiebung der Photoionisation von Alkaliatomen durch Adsorption an negativen Salzoberflächen. *Z. Physik* **73**, 192 (1932).
178. — — Sekundärererscheinungen, die auf den primären photoelektrischen Effekt bei an Salzsichten adsorbierten Cäsiumatomen folgen. *Z. Physik* **74**, 604 (1932).
179. DU BRIDGE, L. A. and W. W. ROEHR: Photoelectric and thermionic properties of palladium. *Physic. Rev.* **39**, 99 (1932).
180. EICHBORN, J. L. v.: Abhängigkeit der Elektronenaustrittsarbeit vom äußeren Feld bei atomaren und kompakten auf Wolfram niedergeschlagenen Kaliumschichten. Diplomarbeit Breslau 1932.
181. FRENKEL, J.: Note on the catalytic action in the photo-electric effect. *Physik. Z. Sowjetunion* **2**, 243 (1932).
182. FRY, TH. C.: Plane waves of light. III. Absorption by metals. *J. opt. Soc. Amer.* **22**, 307 (1932).
183. GERDING, H. u. R. GERDING-KROON: Lichtelektrischer Effekt an Magnesiumoberflächen. *Rec. Trav. chim. Pays-Bas* [(4) 13] **51**, 612 (1932).
184. IVES, H. E. and H. B. BRIGGS: The depth of origin of photoelectrons. *Physic. Rev.* **40**, 802 (1932).
185. LANGMUIR, J. and J. B. TAYLOR: The mobility of caesium atoms adsorbed on tungsten. *Ebenda* **40**, 463 (1932).
186. LUKIRSKY, P. J. u. S. G. RIJANOFF: Abhängigkeit der lichtelektrischen Emission des Kaliums von der Anordnung von atomaren Wasserstoff- und Kaliumschichten auf ihrer Oberfläche. *Z. Physik* **75**, 249 (1932).
187. NOTTINGHAM, W. B.: Photoelectric and thermionic emission from composite surfaces. *Physic. Rev.* **41**, 793 (1932).
188. PRESCOTT, C. H. jr. and M. J. KELLY: The caesium-oxygen-silver-photoelectric cell. *Ebenda* **41**, 395 (1932).
189. SEWIG, R.: Lichtelektrische Zellen mit dünn-schichtigen Alkalikathoden. *Z. Physik* **76**, 91 (1932).
190. SUHRMANN, R. u. A. SCHALLAMACH: Über das Zustandekommen des spektralen selektiven Photoeffektes an dünnen Alkalimetallhäuten. *Ebenda* **79**, 153 (1932).

191. SUHRMANN, R. u. H. THEISSING: Spektrale lichtelektrische Empfindlichkeit dünner Alkalimetallhäute bei Zimmertemperatur und bei der Temperatur der flüssigen Luft. *Z. Physik* **73**, 709 (1932).
192. SCHNIEDERMANN, J.: Lichtelektrischer und thermoelektrischer Effekt wasserstoffbeladener Palladium-Silber- und Palladium-Goldlegierungen. *Ann. Physik* (5) **13**, 761 (1932).
193. ABENDROTH, B.: Über den Einfluß der adsorbierten Gasschicht auf die lichtelektrische Empfindlichkeit. *Z. Physik* **85**, 530 (1933).
194. BETHE, G.: Über die chemischen und physikalischen Bedingungen der lichtelektrisch wirksamen Wasserstoffbeladung des Platins und Palladiums. *Ebenda* **80**, 701 (1933).
195. BRATTAIN, W. H. and J. A. BECKER: Thermionic and adsorption characteristics of thorium on tungsten. *Physic. Rev.* **43**, 428 (1933).
196. CASHMAN, R. J. and W. S. HUXFORD: Photoelectric sensitivity of magnesium. *Ebenda* **43**, 811 (1933).
197. DE BOER, J. H. u. M. C. TEVES: Thermische und photoelektrische Emission von Cäsium-Cäsiumoxyd-Kathoden und deren Beeinflussung durch Einbau von Cäsiumatomen in das Dielektrikum. *Z. Physik* **83**, 521 (1933).
198. DÉJARDIN, G. et R. LATARJET: Colorations superficielles des cathodes photoélectriques à l'oxyde de caesium. *J. Physique Radium* **4**, 85 (1933).
199. ENGELMANN, A.: Über die Bestimmung der lichtelektrischen Grenzwellenlänge am Rhenium. *Ann. Physik* (5) **17**, 185 (1933).
200. GÖRLICH, P.: Bemerkung zu J. H. DE BOER u. M. C. TEVES: Thermische und photoelektrische Emission von Cäsium-Cäsiumoxyd-Kathoden und deren Beeinflussung durch Einbau von Cäsiumatomen in das Dielektrikum. *Z. Physik* **85**, 128 (1933).
201. IVES H. E. and TH. C. FRY: Standing light waves, repetition of an experiment by WIENER, using a photoelectric probe surface. *J. opt. Soc. Amer.* **23**, 73 (1933).
202. KLUGE, W.: Empfindliche lichtelektrische Zellen für Rot und Ultrarot. *Z. wiss. Photogr.* **32**, 142 (1933).
203. — Über das Auftreten und die Deutung der selektiven lichtelektrischen Elektronenemission an zusammengesetzten Alkalikathoden. *Physik. Z.* **34**, 115 (1933).
204. — Die optische Absorption an lichtelektrisch zweifach selektiv wirkenden Oberflächenschichten. *Ebenda* **34**, 465 (1933).
205. — Zur lichtelektrischen Sensibilisierung des Cäsiums. *Ebenda* **34**, 844 (1933).
206. LANG, G.: Der Einfluß der Materie auf langsamste Elektronen nach lichtelektrischen Untersuchungen. *Ann. Physik* (5) **16**, 781 (1933).
207. LATARJET, R.: Instabilité des cellules photoélectriques à l'oxyde de caesium. *J. Physique Radium* **4**, 82 (1933).
208. LUKIRSKY, P. J.: Über die Austrittsarbeit der Elektronen und die photoelektrischen Eigenschaften der Metalle. *Physic. Z. Sowjetunion* **4**, 212 (1933).
209. SUHRMANN, R.: Über den äußeren lichtelektrischen Effekt bei tiefen Temperaturen. *Physik. Z.* **34**, 877 (1933).
210. — u. R. DEPONTE: Lichtelektrische Untersuchung der Temperaturabhängigkeit der Elektronenaustrittsarbeit an einer mit atomarem Barium bedeckten Nickeloberfläche. *Z. Physik* **86**, 615 (1933).
211. TAYLOR J. B. and J. LANGMUIR: The evaporation of atoms, ions and electrons from caesium films on tungsten. *Physic. Rev.* **44**, 423—458 (1933).



212. TIMOFEEW, P. W. u. W. W. NALIMOW: Einfluß von Sauerstoff und Schwefel auf den photoelektrischen Effekt von Alkalien (K und Na). *Z. Physik* 81, 687 (1933).
213. WIDMER, J. P.: Langwellige Empfindlichkeitsgrenze der Cäsiumoxyd-Photozelle. *Helv. phys. Acta* 6, 269 (1933).
214. CRAVATH, A. M.: The motion of electrons near a plane photoelectrode in the presence of a gas. *Physic. Rev.* 45, 138 (1934).
215. FLEISCHER, R. u. P. GÖRLICH: Über zusammengesetzte Photokathoden. *Physik. Z.* 35, 289 (1934).
216. SUHRMANN, R. u. D. DEMPSTER: Neue Beobachtungen über den spektralen selektiven Photoeffekt bei tiefen Temperaturen. *Ebenda* 35, 148 (1934).
217. — u. A. SCHALLAMACH: Temperaturabhängigkeit des Photoeffektes reiner und mit Fremdatomen besetzter Metalloberflächen bei tiefen Temperaturen. *Z. Physik.* Im Druck. 1934.
218. — u. D. DEMPSTER: Der selektive lichtelektrische Effekt zusammengesetzter Oberflächenschichten bei tiefen Temperaturen. *Ebenda.* Im Druck. 1934.
219. — u. H. CSESCH: Die elektrische Polarisierung des an reinen Metalloberflächen adsorbierten Wasserstoffs und ihr Einfluß auf die Wasserstoffrekombination. *Z. physik. Chem.* 1934.

# Elektrische Leitfähigkeit elektronischer Halbleiter.

Von B. GUDDEN, Erlangen.

Mit 3 Abbildungen.

## Inhaltsverzeichnis.

	Seite
1. Einleitung . . . . .	223
2. Fragestellung und Abgrenzung . . . . .	225
3. Elektronen- oder Ionenleitung . . . . .	225
4. Gültigkeit des OHMSchen Gesetzes und Ermittlung einer spezifischen Leitfähigkeit . . . . .	229
5. Ist die spezifische Leitfähigkeit eine Stoffkonstante? . . . . .	231
6. Temperaturabhängigkeit der spezifischen Leitfähigkeit und ihre Deutung . . . . .	234
7. Einzelergebnisse über die Temperaturabhängigkeit . . . . .	239
8. Lichtelektrische Leitung in Halbleitern . . . . .	243
9. Chemischer Bau und elektronische Leitung . . . . .	247
10. Theorie der elektronischen Halbleiter . . . . .	249
11. Ergebnis . . . . .	253
Literaturverzeichnis . . . . .	254

## 1. Einleitung.

Im Band III dieser Reihe (1924) hat der Verfasser über „Elektrizitätsleitung in kristallisierten Stoffen unter Ausschluß der Metalle“ berichtet. Damals stand im Mittelpunkt der Forschung Ionenleitung in Kristallen und lichtelektrische Leitung in Isolatoren. Hinsichtlich der sog. Halbleiter waren so gut wie keine Fortschritte seit der Vorkriegszeit zu verzeichnen. Maßgebend für die Anschauungen über diese Stoffe waren immer noch die Angaben, die ihr verdienstvoller Erforscher KÖNIGSBERGER in verschiedenen zusammenfassenden Berichten (30) gemacht hatte.

Seit unserem damaligen Bericht ist nun eine ziemlich unübersehbare Flut von Arbeiten über Elektrizitätsbewegung in nichtmetallischen kristallisierten Stoffen erschienen, so daß im folgenden nur ein bestimmter Ausschnitt behandelt werden wird. Hinsichtlich der Ionenleitung im festen Körper sei auf die Darstellung TUBANDT's im Handbuch der Experimentalphysik, Bd. XII/1, 1932 verwiesen: „Leitfähigkeit und Überföhrungszahl in festen Elektrolyten“; hinsichtlich lichtelektrischer Leitung in Kristallen auf B. GUDDEN:

Lichtelektrische Erscheinungen, 1928. Eine den heutigen Kenntnissen über elektronische Halbleiter einigermaßen entsprechende Behandlung liegt bisher jedoch in keinem Lehr- oder Handbuch vor.

Unter elektronischen Halbleitern verstehen wir feste Körper, in denen die Elektrizitätsleitung ganz oder zu einem beachtlichen Bruchteil von Elektronen getragen wird, und deren Besonderheiten — beispielsweise die mit steigender Temperatur steigende Leitfähigkeit — innere (räumliche), nicht nur oberflächenbedingte Eigenschaften des betreffenden Stoffes sind. Wir scheidet also alle Fälle als nicht hergehörig aus, in denen hoher Widerstand und entsprechende Temperaturabhängigkeit nur durch mehr oder weniger isolierende Grenzschichten zwischen metallisch leitenden Kristallkörnern oder -schuppen hervorgerufen wird. Metalle wie Graphit, Silizium, Titan, Zirkon usw. sollten wirklich nicht mehr mit den elektronischen Halbleitern in einen Topf geworfen werden, da der Grund für ein äußerlich ähnliches Verhalten völlig wesensverschieden ist (15)!

Die Frage der Halbleiter ist im letzten Jahrzehnt von ganz verschiedener Seite und mit verschiedener Zielsetzung angepackt worden und die bisherige Erfahrung lehrt, daß auch nur durch ein solches Zusammenfassen verschiedener Gesichtspunkte Erfolge in der Klärung erhofft werden können. Die Ausgangspunkte und Angriffsrichtungen sind folgende:

Ein Sonderfall elektronischer Halbleitung war die lichtelektrische Leitung in isolierenden Kristallen (GUDDEN und POHL). Von hier aus gehen die Versuche von GUDDEN und Mitarbeitern, den Mechanismus der Elektronenleitung nichtmetallischer Kristalle, soweit sie thermisch bedingt ist, aufzuklären und mit Energiestufen des Gitters in Zusammenhang zu bringen. Diese Arbeiten stehen in Wechselwirkung mit den erfolgreichen neueren Untersuchungen von POHL, HILSCH und Mitarbeitern über Elektronenbewegung in Ionenkristallen.

Ganz unabhängig von diesen Fragen waren Versuche von seiten der anorganischen und physikalischen Chemie gemacht worden, elektrische Leitfähigkeit und chemischen Bau in eindeutige Beziehung zu setzen. Hier sind in erster Linie die ursprünglich von technischer Zielsetzung geleiteten Arbeiten von FRIEDERICH und Mitarbeitern, sodann die rein wissenschaftlich zielenden von LEBLANC und SACHSE hervorzuheben.

Eine Brücke zwischen den bisher genannten Vorstellungsgebieten schlägt eine dritte Arbeitsrichtung, die von C. WAGNER und seinen Mitarbeitern gestaltet wird und sich vor allem thermodynamische Gesichtspunkte nutzbar macht.

Schließlich hat auch die theoretische Behandlung der Elektrizitätsleitung im Kristallgitter im Anschluß an Gedanken SOMMERFELDS — und zwar anfänglich ohne Beziehung zu neuen experimentellen Ergebnissen — einen großen Aufschwung genommen und mag schon

in der Lage sein, der experimentellen Forschung entscheidende Versuche vorzuschlagen und die Ergebnisse klarer zu gliedern.

Die folgenden Ausführungen werden zeigen, wie wenig aber doch trotz aller Fülle von Arbeiten heute wirklich geklärt ist. Wir sehen unsere Aufgabe darin, nichts zu beschönigen, auf die Gefahr hin, daß ein Leser am Schluß erklärt, ein derartig unfertiges Gebiet gehöre nicht in die „Ergebnisse der exakten Naturwissenschaften“. Wenn dem Forscher ein Zuviel an Vertrauen in seine Ergebnisse Schwung verleihen kann, so ziemt dem Berichtersteller demgegenüber Zweifel und Bedenken, falls er mit seinem Bericht die Forschung fördern will.

## 2. Fragestellung und Abgrenzung.

Die Frage nach der Elektrizitätsleitung im elektronischen Halbleiter ist nur ein kleiner Teilausschnitt aus derjenigen nach den physikalischen Eigenschaften dieser Festkörper schlechthin und wird späterhin sicher einmal auch in diesem allgemeineren Rahmen zu behandeln sein. Sie steht ferner in engstem Zusammenhang mit elektrischen Grenzflächenfragen: Gleichrichterwirkung, Sperrschichtphotoeffekt, BECQUEREL-Effekt, Kristallphotoeffekt, Kontaktpotential, Thermospannung usw. Alle diese Erscheinungen müßten eigentlich mit herangezogen werden, wenn über elektronische Halbleiter berichtet wird; allein das Schrifttum ist derart umfangreich, und die Ergebnisse sind noch derart undurchsichtig und widerspruchsvoll, daß ihre Einbeziehung in den Rahmen dieses Aufsatzes untunlich war. Solange über die Leitungsvorgänge im Innern keine größere Klarheit besteht, ist ein Verständnis für Grenzflächenvorgänge erst recht nicht zu erwarten. Vielleicht läßt sich in wenigen Jahren schon in wenige Sätze zusammenfassen, was jetzt noch wegen der bestehenden Widersprüche und Unsicherheiten in ermüdender Breite gesagt werden muß, wenn ein falsches Gefühl der Sicherheit vermieden werden soll.

Die von uns herausgegriffenen Fragen sind im einzelnen nicht unabhängig voneinander und Überschneidungen lassen sich daher nicht vermeiden; wir denken aber, daß durch eine derartige Zusammenfassung der verschiedenen Arbeiten unter einheitliche Gesichtspunkte eine bessere Übersicht gewonnen wird, als wenn von Anfang an die — vielleicht in Bälde sich wieder wandelnde — derzeitige theoretische Vorstellung entwickelt und mit den einzelnen Versuchsergebnissen verglichen wird.

## 3. Elektronen- oder Ionenleitung.

Die Unterscheidung von Elektronen- und Ionenleitung, sowie bei einem Nebeneinander beider die Ermittlung ihres gegenseitigen Verhältnisses, ist viel schwieriger, als es zunächst den Anschein haben

mag; es können auch heute noch irrtümliche Angaben im Schrifttum in ziemlicher Zahl vorliegen. Die Schwierigkeit ist besonders groß bei hohen Temperaturen und kleinen Strömen. Ausführlich behandelt diese Fragen TUBANDT im Handbuch der Experimentalphysik, Bd. XII/1, auf den hier verwiesen werden möge. Wesentlich ist, daß kein einziges Merkmal für sich allein als entscheidend angesehen werden darf; nur die Verwertung aller Gesichtspunkte zusammen wird Irrtümer vermeiden lassen. Das möge an einem bemerkenswerten Fall hier zunächst etwas ausführlicher belegt werden.

Gerade 100 Jahre hat es gedauert, bis trotz immer wieder aufgenommener Untersuchungen durch erfahrene Forscher eine jetzt wohl endgültige Übereinstimmung über die Art der Leitung in einem so gewöhnlichen Stoff wie dem Schwefelsilber erzielt worden ist! Noch im genannten Handbuchaufsatz von 1932 glaubte TUBANDT mit aller Bestimmtheit sagen zu dürfen, daß die reguläre  $\alpha$ -Form des  $\text{Ag}_2\text{S}$  (beständig oberhalb  $179^\circ\text{C}$ ) reiner Ionenleiter sei; entgegenstehende Eigenschaften hielt er nicht für beweiskräftig. Die wichtigsten Gründe und Gegen Gründe waren in diesem Zeitpunkte folgende:

*Für* reine Ionenleitung sprach: Eine Silberanode erfährt in Berührung mit  $\alpha$ - $\text{Ag}_2\text{S}$  einen dem FARADAYSchen Gesetz mit einer Genauigkeit von  $1\%$  entsprechenden Angriff; ebenso werden an einer  $\alpha$ - $\text{Ag}_2\text{S}$ -Kathode keine Ionen entladen [TUBANDT und Mitarbeiter (1921); von verschiedenen anderen bestätigt!].

*Gegen* reine, ja auch gegen überwiegende Ionenleitung sprach:

1. Die spezifische Leitfähigkeit ist rd. 50mal größer als bei den sonstigen bestleitenden Elektrolyten; sie hat die Temperaturabhängigkeit der Metalle; es ist ein Halleffekt vorhanden, der nach Größe und Vorzeichen überwiegender Elektronenleitung entspricht [KLAIBER (29); hinsichtlich Leitfähigkeit von TUBANDT und REINHOLD nach anfänglicher Anzweiflung bestätigt (55, 56)].

2. Die aus Diffusionsversuchen berechnete Beweglichkeit des Ag-Ions ist größenordnungsmäßig kleiner als die aus der Leitfähigkeit berechnete, wenn diese als Ionenwanderung gedeutet wird. Bei sonstigen festen Elektrolyten ist demgegenüber die Beziehung:  $D = u \cdot kT$  gut erfüllt ( $D$  Diffusionskonstante,  $u$  Ionenbeweglichkeit,  $k$  BOLTZMANN-Konstante) [TUBANDT und REINHOLD (55, 56)].

3. Die elektromotorische Kraft einer Kette, die  $\alpha$ - $\text{Ag}_2\text{S}$  als Elektrolyten enthält, ist ebenfalls viel kleiner als die Rechnung unter Voraussetzung reiner Ionenleitung ergibt. Statt 0,2 Volt, wie aus der Affinität der  $\text{Ag}_2\text{S}$ -Bildung aus den Elementen (4550 cal je Äquivalent) folgen würde, ist die elektromotorische Kraft nur 0,002 bis 0,005 Volt und spricht daher für höchstens einige Prozent elektrolytischen Anteil [WAGNER (67a)].

Die unbestrittene genaue Gültigkeit des FARADAYSchen Überführungsgesetzes erschien einem auf diesem Gebiet so erfahrenen und erfolgreichen Forscher wie TUBANDT derart durchschlagend, daß er die Gegengründe mit allerlei künstlichen Zusatzvorstellungen abtun zu müssen glaubte. In der Tat schien das einfacher.

Man muß C. WAGNER das Verdienst zuschreiben, aus dieser Wirrnis einen Ausweg gezeigt zu haben (67a). Er schlug vor, im beobachteten chemischen Umsatz nur einen rein chemischen Nebenvorgang zu erblicken anstatt einer unmittelbaren Stromwirkung. Zunächst glaubten TUBANDT und REINHOLD diese Deutung mit neuen experimentellen Gründen ausschließen zu können (58), aber schließlich konnten sie dann doch selber nachweisen, daß die scheinbare Ionenleitung des  $\alpha$ -Ag<sub>2</sub>S bei geeigneter Versuchsanordnung fast völlig verschwindet (57). Heute herrscht also volle Übereinstimmung, daß die Elektrizitätsleitung im  $\alpha$ -Ag<sub>2</sub>S zu rd. 99% elektronisch und nur zu rd. 1% durch Ag<sup>+</sup>-Ionen erfolgt; dieser Ionenanteil entspricht den Beobachtungen über Diffusion und elektromotorische Kraft.

Scheint somit unter diese alte Streitfrage ein Schlußstrich gezogen, so kann doch jedem, der sich über Leitungsvorgänge im festen Körper näher unterrichten will und jedem, der Sinn für den Kampf um physikalische Erkenntnisse hat, empfohlen werden, die in ihren wirklichen und scheinbaren Widersprüchen oft verblüffenden und lehrreichen Arbeiten über das Ag<sub>2</sub>S von FARADAY bis heute im Wortlaut nachzulesen. Allerlei Fragen sind auch jetzt noch daran zu lösen! Unter anderem wird es erwünscht sein, die früheren Befunde (54) an Ag<sub>3</sub>SbS<sub>3</sub>, Ag<sub>3</sub>AsS<sub>3</sub>, AgSbS<sub>2</sub>, sowie an CuS<sub>2</sub> unter den neuen Gesichtspunkten zu überprüfen.

So schwierige Fälle wie der des Schwefelsilbers werden Ausnahmen bleiben; im allgemeinen wird man Gültigkeit des FARADAYSchen Gesetzes nach wie vor als Beweis für reine Ionenleitung halten dürfen und aus Abweichungen davon den verhältnismäßigen Anteil der Ionenleitung an gemischter Leitung errechnen. Weniger beweisend sind geringfügige stoffliche Änderungen an den Elektroden, auch wenn sie nur bei Stromfluß beobachtet werden, und Abweichungen von der linearen Strom-Spannungsabhängigkeit bei kleinen Spannungen, wie sie gelegentlich zur Entscheidung herangezogen und mit Zersetzungs- und Polarisationsspannungen gedeutet worden sind. Als Merkmal für Elektronenleitung gilt völlig lineare Strom-Spannungsabhängigkeit bis zu kleinsten Spannungen und vor allem ein Halleffekt. Wenn auch ein Vorhandensein des Halleffekts Elektronenanteil an der Leitung beweisen dürfte, so sagt er doch nichts über seine Größe, und fehlender Halleffekt schließt keineswegs Elektronenleitung aus [beispielsweise Cu<sub>2</sub>O bei rd. 400° C (50)].

In letzter Zeit ist versucht worden, eine weitere Erscheinung mit der Leitungsart in Beziehung zu setzen: das sog. innere Potential,

wie es aus Elektronenbeugungsbeobachtungen berechnet wird. Diese Versuche bedürfen aber offenbar noch der Vertiefung, ehe sich ein Urteil über die Verwertbarkeit fällen läßt. Bei Metallen werden *positive* Potentiale von 10—16 Volt angegeben, bei Ionenkristallen *negative* von 0—5 Volt. Dazwischen sollen nun die Werte der Halbleiter liegen; doch scheint die Übereinstimmung verschiedener Beobachter noch unbefriedigend. RUPP (43) gibt für langsame Elektronen folgende Potentiale an:  $\text{FeS}_2 + 6,5$ ;  $\text{Fe}_2\text{O}_3 + 3,5$ ;  $\text{PbS} + 2,6!$ ;  $\text{CuJ} + 2,8$ ; tiefblauer  $\text{CaF}_2 + 4,6$ ; farbloser  $\text{CaF}_2 - 3,2$ ; farbloses  $\text{NaCl} - 3,5$ ; gelbes  $\text{NaCl}$  in entfärbender Belichtung  $- 2,8$  Volt.

Demgegenüber findet DIXIT (7) mit schnellen Elektronen (20 bis 44 kV) bei  $\text{FeS}_2 + 5,1$ ;  $\text{Fe}_2\text{O}_3 + 12,6!$ ;  $\text{PbS} + 12,5!$

Vielleicht erklären sich die Unterschiede bei  $\text{PbS}$  und  $\text{Fe}_2\text{O}_3$  dadurch, daß im ersten Fall lediglich eine Grenzschicht wirksam war, für deren Bedeutung gerade bei  $\text{PbS}$  sehr verschiedene Gründe sprechen, während von DIXIT das eigentliche Gitter untersucht ist. Merkwürdig ist der niedrige Kaliumwert RUPPs ( $+ 7,3$  Volt) und der hohe negative Wert beider Forscher bei  $\text{ZnS}$  ( $- 5,8$  und  $- 4,8$  Volt), das kaum als Ionenkristall, sondern lediglich als guter Isolator anzusehen ist.

Danach tragen wir mit RUPP Bedenken, eine Entscheidung über Ionen- oder Elektronenleitung auf Grund derart errechneter innerer Potentiale fällen zu wollen.

Ein Zusammenhang zwischen Ionenleitung und chemischem Bau besteht natürlich, ist aber nicht so eindeutig, daß in jedem Fall die Leitungsart vorausgesagt werden könnte. Vielmehr wird die Leitungsart herangezogen, um über den Aufbau von Verbindungen Aufschluß zu gewinnen (22, 24).

Daß in reinen Ionenleitern auch zusätzliche Elektronenströme fließen können, haben GUDDEN und POHL, POHL und HILSCH und Mitarbeiter (23, 41, 51) gezeigt. TUBANDT und Mitarbeiter haben ferner einige Fälle gemischter Leitung festgestellt, in denen beide Anteile gleiche Größenordnung haben. Dieses Verhältnis ist aber kaum eine Stoffkonstante, sondern wird außer von der Temperatur von all den Umständen abhängen, die die elektronische Halbleitung bestimmen. Gelegentlich behauptete Abhängigkeit des Verhältnisses von Stromdichte oder Feldstärke ist dagegen nicht sicher.

Im ganzen wird man v. HEVESY (22) darin beipflichten, daß gemischte Leitung die Regel ist und lediglich das gegenseitige Verhältnis beider Leitungsarten größten Schwankungen unterliegt.

Die Kenntnis der Leitungsart und bei gemischter Leitung der beiderseitigen Anteile ist aber eine Vorbedingung jeder Erforschung elektronischer Halbleitung und daher ist dieser Punkt hier etwas ausführlicher behandelt.

#### 4. Gültigkeit des OHMSchen Gesetzes und Ermittlung einer spezifischen Leitfähigkeit.

Die Angabe einer spezifischen Leitfähigkeit hat nur dann einen Sinn, wenn Strom und Spannung einander streng proportional sind. Nun spuken im Schrifttum immer noch Behauptungen über Abweichungen vom OHMSchen Gesetz an Halbleitern, ja sie werden sogar als wesentlich für Halbleiter hingestellt; nichtsdestoweniger werden spezifische Widerstände errechnet.

In der Tat kann man oft beobachten, daß der Strom bei kleinen Spannungen stärker als spannungsproportional wächst und überdies zuweilen von der Stromrichtung abhängt.

Es kann heute als sicher gelten, daß derartige nichtlineare Strom-Spannungsabhängigkeiten nur vorgetäuscht werden (*8a*); sie werden entweder durch spannungsabhängige Sperrschichten bedingt, die übrigens auch an inneren Korngrenzen liegen können, oder beruhen auf ungenügender Temperaturkonstanz zusammen mit der meist starken Temperaturabhängigkeit der Leitfähigkeit. Für eine wirkliche Abhängigkeit der Leitfähigkeit von der Feldstärke fehlt jeder experimentelle Anhalt. Bei sehr hohen Feldstärken mag allerdings sowohl mit einer Verarmung an Trägern (Sättigung), wie mit einer Vermehrung derselben durch Stoßionisation gerechnet werden, doch dürfte der Nachweis solcher Erscheinungen an den eigentlichen Halbleitern wegen der unvermeidlichen JOULEschen Wärme sehr schwer sein. Man wird lediglich die Ergebnisse der Elektronenleitung in isolierenden Kristallen sinngemäß übertragen dürfen.

Es ist daher bei dem weitgehenden Entsprechen thermisch und lichtelektrisch bedingter Elektronenleitung denkbar, daß ähnliche Erscheinungen wie die des lichtelektrischen Sekundärstromes (*15e, 34*) mit seinen starken Abweichungen vom OHMSchen Gesetz auch bei Halbleitern auftreten können. Beobachtet sind sie bisher nicht.

Sofern Sperrschichten lediglich an den Elektroden liegen, gelingt unter Umständen ihre Beseitigung durch geeignete Behandlung. Als Elektroden haben sich vielfach im Hochvakuum aufgedampfte Schichten des metallischen Bestandteils der betreffenden Verbindung bewährt (*13*). Die Oberflächen werden dazu zweckmäßig *mechanisch* freigelegt und nicht geätzt. Aufbringung der Elektroden mit Kathodenzerstäubung führt leicht zu Sperrschichten<sup>1</sup>. In Einzelfällen werden Sperrschichten durch vorübergehende hohe Spannungen bleibend durchschlagen (*6, 35*).

Eine lineare Stromspannungsabhängigkeit und Unabhängigkeit von der Stromrichtung beweist leider noch nicht das Fehlen von

<sup>1</sup> Bezüglich des Einflusses der Oberflächenbehandlung vergleiche man unter anderen die grundlegenden Arbeiten von SCHOTTKY und Mitarbeitern über Sperrschichtzellen.



Sperrschichten. Dies muß besonders bei Kristalliten und Preßkörpern beachtet werden und beeinträchtigt die Beweiskraft vieler Messungen.

Unter allen Umständen empfiehlt es sich, den Spannungsabfall mittels Sonden statisch zu messen oder wenigstens andere Messungen auf diese Weise zu überprüfen. Sicherheit bietet auch dieses Meßverfahren nicht. Vielmehr werden je nachdem die Grenzschichten zwischen den Kristallkörnern besser oder schlechter leiten als das Gitter selbst, völlig falsche Werte für die spezifische Leitfähigkeit errechnet.

Man wird nicht einmal annehmen dürfen, daß die Leitung in solchen Grenzschichten parallel und senkrecht zur Schichtebene auch nur größenordnungsmäßig übereinstimmt.

Wie eingangs betont, werden wir aber auf diese verwickelten Sperr- und Grenzschichtfragen in diesem Bericht nicht eingehen, sondern beschränken uns auf den Hinweis, daß sie für die praktischen Messungen von größter Wichtigkeit sein können.

Die leidige Schwierigkeit bei der Erforschung elektronischer Halbleiter ist die der Beschaffung brauchbarer Versuchsstücke. Einheitliche Kristalle genügender Größe sind durchweg schwieriger zu erhalten als bei Ionenkristallen; auch der Zusammenhalt von Preßkörpern ist viel schlechter als bei diesen. Wenn sich die mangelhafte Raumerfüllung bei Preß- und Sinterkörpern auch rechnerisch leidlich berücksichtigen läßt, so tappt man hinsichtlich der Übergangswiderstände, einschließlich ihrer Temperaturabhängigkeit noch völlig im Dunkeln.

Von GUDDEN und Mitarbeitern ist ein Weg vorgeschlagen, auf dem unter Umständen zuverlässige Leitfähigkeitswerte von Pulvern — wenn auch ohne große Genauigkeit — erhalten werden. Dabei wird die Dämpfung gemessen, die ein elektrischer Schwingkreis erfährt, wenn in das Dielektrikum seiner Kapazität eine geringe Beimengung des halbleitenden Pulvers gebracht wird. Das Ergebnis derartiger Messungen von VÖLKL (60) und von GUILLERY (16) ist, daß bei *einzelnen* Stoffen Preßkörper- und Dämpfungsmessungen übereinstimmende Werte für die spezifische Leitfähigkeit liefern (beispielsweise bei  $\text{Cu}_2\text{O}$ ), während in anderen Fällen größenordnungsmäßige Unterschiede bestehen (beispielsweise bei  $\text{CuO}$  und  $\text{ZnO}$ ). Wir glauben, daß aus allen Pulvermessungen nur bedingt auf die Eigenschaften einheitlicher Kristalle geschlossen werden darf. Mikrokristalline Körner haben wohl durchweg gestörtere Gitter als grobkristalline und Elektronenleitung ist gegen Gitterstörungen sehr empfindlich (15e). Wesentlich zuversichtlicher beurteilen allerdings LEBLANC und SACHSE die Pulvermessungen, auf Grund einer Verallgemeinerung der Erfahrungen an  $\text{Cu}_2\text{O}$  (33b). Weitere Untersuchungen erscheinen unumgänglich.

Hingewiesen sei hier noch auf den mutmaßlichen großen Einfluß der Kristallrichtung vor allem bei Schichtgittern, der bei Pulvern und Preßkörpern völlig verwischt wird.

Bei Metallen läßt sich bekanntlich aus der Temperaturabhängigkeit des Widerstandes der auf Gitterstörungen beruhende Anteil als Restwiderstand ermitteln; beim Halbleiter ist kein entsprechendes Verfahren bekannt, da die Temperaturabhängigkeit von verschiedenen Ursachen bedingt wird.

Wie mißlich eine Leitfähigkeitsangabe selbst an großen Kristalliten im Vergleich mit Metallen ist, zeigen Messungen SCHÖNWALDS (49) über die Ungleichförmigkeit der Feldstärke in Kupferoxydulkristalliten trotz vorausgegangener stundenlanger Erwärmung auf 1000°. Die Feldstärke schwankt noch von Ort zu Ort um 50%.

Wir fassen dahin zusammen, daß zwar die Angabe einer spezifischen Leitfähigkeit eines bestimmten Stückes einen Sinn hat, daß aber die Fehlerquellen sehr groß und schwer erkennbar sind.

### 5. Ist die spezifische Leitfähigkeit eine Stoffkonstante?

Bis vor wenigen Jahren glaubte man allgemein, jeder kristallisierten Verbindung eine bestimmte spezifische Leitfähigkeit zuschreiben zu dürfen und sie durch eine solche Angabe ebenso kennzeichnen zu können wie etwa ein Metall. Die großen Unterschiede der Meßergebnisse an den meist mineralischen Stoffen schob man auf die groben Beimengungen. Dabei waren BAEDEKERS (3, 52) wichtige Versuche durchaus bekannt, wonach die Leitfähigkeit des CuJ eindeutig vom Joddampfdruck der Umgebung abhängt, und TUBANDT und Mitarbeiter (59) hatten ergänzend 1927 nachgewiesen, daß in allen drei Cu-Halogeniden zu der in reinem Zustand vorhandenen Ionenleitung bei Halogenüberschuß Elektronenleitung hinzutritt.

1930 trat in dieser Anschauung Wandel ein und von verschiedenen Seiten wird seitdem eine gegensätzliche Auffassung vertreten: GUDDEN äußerte wohl als erster die Ansicht (15b), daß die ganze elektrische Leitfähigkeit der elektronischen Halbleiter keine Stoffeigenschaft sei, sondern durch geringfügige Zusätze bedingt ist. Auf Grund der damals vorliegenden Erfahrungen an CuJ, Cu<sub>2</sub>O, NiO, UO<sub>2</sub> hielt er jeweils einen Überschuß des elektronegativen Bestandteils der Verbindung für wesentlich. Alle derartigen Halbleiter sollten seiner Meinung nach bei streng stöchiometrisch zusammengesetztem Gitter Isolatoren sein. Er ließ die Frage offen, ob es daneben noch Halbleiter gebe, bei denen die thermisch abgespaltenen Leitungselektronen dem ungestörten Gitter der Verbindung selbst entstammen; nachgewiesen seien solche Fälle bisher nicht.

Vertieft wurde diese Auffassung von C. WAGNER (67b) durch Anwendung der von ihm gemeinsam mit SCHOTTKY (63) entwickelten

Fehlordnungslehre. Nach WAGNER beruht die Elektronenleitung in polaren<sup>1</sup> Verbindungen auf der Abweichung des Gitters von der stöchiometrischen Zusammensetzung oder idealer Ordnung. Er stimmt mit GUDDEN darin überein, daß ohne solche Abweichungen die Elektronenleitung fehlt, geht aber darin über ihn hinaus, daß nicht nur ein *Überschuß* der elektronegativen Komponente wirksam sein soll, sondern auch ein *Fehlbetrag* und möglicherweise auch eine temperaturbedingte Fehlordnung, bei der ohne stöchiometrische Abweichungen im großen dennoch einzelne Gitterplätze falsch besetzt sind. Als Beispiele für den zweiten Fall betrachtet er  $\text{Ag}_2\text{S}$ ,  $\text{ZnO}$  und  $\text{CdO}$ , weil bei diesen die Leitfähigkeit mit wachsendem Partialdruck des elektronegativen Bestandteiles sinkt; als Beispiel für den dritten Fall sieht er  $\text{CuO}$  an, bei dem er im Gegensatz zu LEBLANC und SACHSE (33b) keinen Einfluß des Sauerstoffdruckes feststellt (66).

Es gelingt WAGNER in Einzelfällen für die beobachtete Abhängigkeit vom Partialdruck auf Grund der von ihm entwickelten Vorstellungen eine befriedigende zahlenmäßige Deutung zu geben (64, 65, 66).

Die GUDDEN-WAGNERSche Auffassung hat viel Zustimmung gefunden und liegt auch den neueren theoretischen Arbeiten insofern zugrunde, als in ihnen angenommen wird, daß die Leitungselektronen von Störstellen stammen. Sie ist aber nicht unbestritten. Vor allem LEBLANC und SACHSE (33b) verfechten demgegenüber auch neuerdings die Ansicht, daß eine kennzeichnende Leitfähigkeit der betreffenden Verbindungen vorliegt; auch JUSÉ und KURTSCHATOW glauben eine Eigenleitfähigkeit reinen  $\text{Cu}_2\text{O}$  ermittelt zu haben (27).

WAGNER und seine Mitarbeiter legen bei ihrer Untersuchung des Gaseinflusses Wert darauf, stets bei wirklichen Gleichgewichtszuständen zu arbeiten; sie beschränken ihre Messungen daher auf hohe Temperaturen (600—1000° C) und benutzen sehr dünne Schichten oder poröse Körper; sie verzichten damit in gewissem Umfang auf Absolutwerte der Leitfähigkeit und ihrer Temperaturabhängigkeit. Ähnlich liegt es bei den Messungen von LEBLANC und SACHSE.

Arbeiten des Erlanger Institutes (8, 13, 16, 31, 60, 61, 70) dagegen wollen möglichst konstanten Störanteil; sie beziehen sich auf „eingefrorene“ Gleichgewichte und vermeiden daher Temperaturbereiche, in denen Änderungen mit merklicher Geschwindigkeit vor sich gehen. Ähnlich liegt es bei einigen Arbeiten russischer Forscher und aus dem Siemenskonzern.

Diese Gruppe von Arbeiten hat eine andere, nichtchemische Zielsetzung; sie wollen die Zahl der Leitungselektronen, ihre Bewegungsgesetze und ihre Energieverhältnisse klären; aber auch diese Arbeiten zeigen, daß die spezifische Leitfähigkeit der untersuchten

<sup>1</sup> Damit sind keineswegs Ionengitter gemeint.

Halbleiter bei stofflich fast gleicher Zusammensetzung um Größenordnungen schwankt und daher *keine* Stoffkonstante ist. Bemerkenswert ist, daß indifferente Gase keinen Einfluß haben; entgegenstehende Angaben scheinen sich nicht bestätigt zu haben.

Folgende Einzelangaben aus dem Schrifttum seien angeführt:

Beim  $\text{Cu}_2\text{O}$  steigt die Leitfähigkeit bei Temperaturen von 800 bis  $1000^\circ\text{C}$  im Gleichgewicht mit Sauerstoff etwa proportional  $p^{1/2}$  [WAGNER (64)]. Dies macht innerhalb der Gültigkeitsgrenzen dieser Beziehung (0,3—100 mm Hg-Druck) nur etwa eine Verdopplung der Leitfähigkeit aus. Größer, aber unregelmäßiger sind die von LEBLANC und SACHSE (33b) bei niedrigeren Temperaturen an Pulvern beobachteten Wirkungen. Die Leitfähigkeit von  $\text{Cu}_2\text{O}$ -Pulver, das sich bei Zimmertemperatur im Vakuum befindet, steigt nach ihrer Angabe beim Zutritt von Sauerstoff auf den tausendfachen Wert und kann durch Erwärmung auf  $250^\circ$  im Vakuum wieder auf den alten Wert heruntersetzt werden. Man vergleiche auch ihre in Abb. 2 angegebenen Messungen, bei denen der Sauerstoffüberschuß bis zu einigen Atom-% betrug. Noch viel größer sind die Unterschiede bei JUSÉ und KURTSCHATOW (27). Platten mit einem analytisch bestimmten Mehr an Sauerstoff von 0,1 % haben bei Zimmertemperatur rd.  $10^6$ mal höhere Leitfähigkeit als solche ohne Überschuß (Abb. 2).

Daß es nicht auf den stöchiometrischen Sauerstoffüberschuß ankommt, sondern auf die Art, wie er im Gitter gebunden ist, geht eindringlich aus einer Untersuchung von WAIBEL (68) hervor. Er findet an Platten Leitfähigkeiten zwischen  $10^{-2}$  und  $10^{-7}$   $\text{Ohm}^{-1}\text{cm}^{-1}$ , wobei die Art der Wärmebehandlung und Abkühlung nicht weniger maßgeblich ist als die Gasbehandlung. Auch JUSÉ und KURTSCHATOW erwähnen, daß der Sauerstoffüberschuß je nach Abkühlungsgeschwindigkeit ganz verschiedenartig eingebaut wird.

Beim  $\text{CuO}$  ist bei Temperaturen über  $500^\circ\text{C}$  nach WAGNER (66) kaum ein Einfluß der Gasatmosphäre festzustellen, während nach LEBLANC und SACHSE (33b) eine Sauerstoffaufnahme bei  $500^\circ\text{C}$  stattfindet und den Wert der Leitfähigkeit bei Zimmertemperatur gegenüber Vakuumproben verdreißigfacht.

Beim  $\text{CuJ}$  ist in Berührung mit Jod in  $\text{CS}_2$ -Lösung die Leitfähigkeit der 5. Wurzel der Jodkonzentration proportional (3).

Bei der von BODLÄNDER und IDASZEWSKI 1905 angegebenen Steigerung der Leitfähigkeit von  $\text{CuS}_2$  um mehrere Zehnerpotenzen bei kleinem Schwefelüberschuß wird man an durchgehende Leitungsbahnen des metallisch leitenden  $\text{CuS}$  denken müssen.

Bei  $\text{NiO}$  hatten LEBLANC und SACHSE (33a) eine Sauerstoffaufnahme bis zu 5 Atom-% beobachtet, wobei das vorher farblose Pulver schwarz wurde und die Leitfähigkeit um 5 Zehnerpotenzen stieg. Erwärmung im Vakuum stellt den Ausgangszustand wieder

her. WAGNER (66a) findet für das Gleichgewicht zwischen NiO und Sauerstoffatmosphäre bei 800—1000° C eine Leitfähigkeitszunahme mit der vierten Wurzel aus dem Sauerstoffdruck (gültig für Drucke über  $2 \cdot 10^{-4}$  mm Hg).

Umgekehrt liegt die Wirkung des elektronegativen Bestandteiles bei ZnO, CdO, Ag<sub>2</sub>S. Für ZnO findet WAGNER (65) im Gleichgewicht mit Sauerstoff bei etwa 900° C eine Abnahme der Leitfähigkeit mit steigendem Sauerstoffdruck ungefähr proportional mit der vierten Wurzel des Druckes. Bei Drucken unterhalb  $10^{-2}$  Atm. ist die Abhängigkeit geringer. Bei 650° C soll die Leitfähigkeit in sauerstofffreier Umgebung rd.  $2 \text{ Ohm}^{-1} \text{ cm}^{-1}$ , in Luft dagegen rd.  $6 \cdot 10^{-3} \text{ Ohm}^{-1} \text{ cm}^{-1}$  betragen. Vielleicht wirken aber hier schon Grenzflächen mit, denn der für Zimmertemperatur angegebene Unterschied:  $1 \text{ Ohm}^{-1} \text{ cm}^{-1}$  gegenüber  $5 \cdot 10^{-8}$  ist sicher lediglich durch solche Grenzschichten bedingt, wie Messungen an einheitlichen ZnO-Kristallen zeigen. Die Unterschiede im Sauerstoffgehalt in den von WAGNER untersuchten Grenzfällen waren kleiner als 0,2 Atom-%<sub>100</sub>.

Die überaus schwierigen Messungen von FRITSCH (13) an künstlichen ZnO-Kristallen (Nadeln von wenigen Zehntel Millimeter Dicke und 2—3 mm Länge!) ergaben wiederholbare Werte zwischen  $1 \text{ Ohm/cm}$  und  $10^{-4} \text{ Ohm/cm}$ , wobei aber für die Unterschiede die Abkühlungsgeschwindigkeit bedeutsamer zu sein schien als die Gasatmosphäre.

Bei CdO fand WAGNER (65) keine gesetzmäßige Beziehung; die Abnahme der Leitfähigkeit mit steigendem Sauerstoffdruck ist geringer als beim ZnO und sehr wechselnd.

Beim  $\alpha$ -Ag<sub>2</sub>S sinkt die Leitfähigkeit bei 200° C, wenn sich das Ag<sub>2</sub>S mit Schwefel sättigen kann auf etwa  $1/20$ , bei höheren Temperaturen ist der Einfluß geringer (55, 56).

In keinem bisher untersuchten Falle besteht eine einfache Proportionalität zwischen Leitfähigkeit und stöchiometrischer Störung. Aber ebensowenig lassen sich bisher andere Abhängigkeiten wahrscheinlich machen. Es liegt vielmehr die Auffassung nahe, daß der stöchiometrische Fehlbetrag als solcher noch kein ausreichendes Maß der wirksamen Fehlordnung ist.

## 6. Temperaturabhängigkeit der spezifischen Leitfähigkeit und ihre Deutung.

Die Ermittlung des Gaseinflusses oder sonstiger äußerer Umstände, wie bestimmter Beimengungen auf die Leitfähigkeit bei einer bestimmten Temperatur kann nur ein sehr unvollkommenes Bild von den Vorgängen geben. Eine wesentliche Vertiefung liefert die Untersuchung der Temperaturabhängigkeit der Erscheinungen. Bekannt ist, daß die spezifische Leitfähigkeit der Halbleiter mit der Temperatur

steigt und meist in ziemlich großem Temperaturbereich befriedigend durch eine Beziehung

$$\sigma = a \cdot e^{-\frac{b}{T}} \quad \text{oder} \quad \sigma = A \cdot T^n \cdot e^{-\frac{E_0}{kT}} \quad (0)$$

dargestellt werden kann. Im folgenden wird die  $E_0$ -Konstante stets in Elektronenvolt  $E$  umgerechnet (die Umrechnung von  $b$  in  $E$  erfolgt durch

$$E = b \cdot \frac{k}{\varepsilon} = 8,6 \cdot 10^{-5} \cdot b)$$

( $k$  BOLTZMANN-Konstante,  $\varepsilon$  Elementarladung).

Da die Temperaturabhängigkeit der Größe  $a$  nicht ins Gewicht fällt, ist also mehr oder weniger genau der Logarithmus der spezifischen Leitfähigkeit eine lineare Funktion der reziproken absoluten Temperatur. Das ist nicht anders als bei festen Ionenleitern. Ob es Temperaturabhängigkeiten mit einem Höchstwert der spezifischen Leitfähigkeit bei niedrigen bis mittleren Temperaturen (unter  $1000^{\circ}\text{C}$ ) bei elektronischen Halbleitern gibt, wie es KÖNIGSBERGER als Regel ansah, ist auch heute zweifelhaft. Gelegentlich zeigen die „logarithmischen Geraden“ mehr oder weniger scharfe Knicke. Diese Knicke, wie mehrfach geschehen, mit Umwandlungspunkten in Zusammenhang zu bringen, erscheint abwegig (8b). Solche müßten sich nicht nur durch Neigungsänderungen, sondern auch durch eine sprunghafte Änderung der Ordinate kennzeichnen; dies gilt, wenn die Neigung der logarithmischen Gerade etwas mit einer Ablösearbeit zu tun haben soll, wie meist angenommen wird. Nichtlineare Abhängigkeit des  $\log$  von  $\frac{1}{T}$  spricht im allgemeinen dafür, daß in der Zusammensetzung des Stoffes Änderungen vor sich gehen. Sie sind dann verknüpft mit Verzögerungserscheinungen, wenn sie überhaupt rückgängig zu machen sind. D. h. man findet verschiedene Leitfähigkeitswerte je nachdem bei steigender oder sinkender Temperatur und mit welcher Schnelligkeit gemessen wird (61). Ferner kommen für solche Krümmungen die Temperaturabhängigkeiten von Grenzschichten in Frage, wie sie beispielsweise bei Silizium und anderen Metallen Halbleitereigenschaft vorgetäuscht haben (15a, b, 44).

Im großen gesehen gilt, daß die Steilheit der logarithmischen Geraden um so größer ist, je kleiner die Leitfähigkeit des Stoffes bei Zimmertemperatur ist (vgl. dazu Abb. 1); von dieser, neuerdings wieder von W. MEYER (37b) betonten Regel gibt es aber im einzelnen zahlreiche Ausnahmen. Vielleicht besagt sie gar nichts anderes als folgendes: Die Störstellenkonzentration ist größenordnungsmäßig bei allen Halbleitern ähnlich, dann wird die Größenordnung der Leitfähigkeit durch die Größe  $E$  bestimmt.

Beobachtet sind Änderungen des Logarithmus der Leitfähigkeit zwischen 0,05 und etwa 4 bei einer Änderung der reziproken absoluten

Temperatur von  $10^{-3}$ ; das entspricht  $E = 0,01 - 0,8$  Elektronenvolt. Oder anschaulicher: bei einer Temperatursenkung von Zimmertemperatur auf etwa  $-50^{\circ}$  sinkt die Leitfähigkeit auf 90% bis etwa  $\frac{1}{10\,000}$ .

Zu einer ersten Deutung der Temperaturabhängigkeit dienen folgende Überlegungen. Unabhängig von besonderen Modellvorstellungen ist die spezifische Leitfähigkeit das Produkt aus Trägerladung, Anzahl der Träger in der Raumeinheit und ihrer Beweglichkeit. Die Zunahme der Leitfähigkeit mit der Temperatur könnte

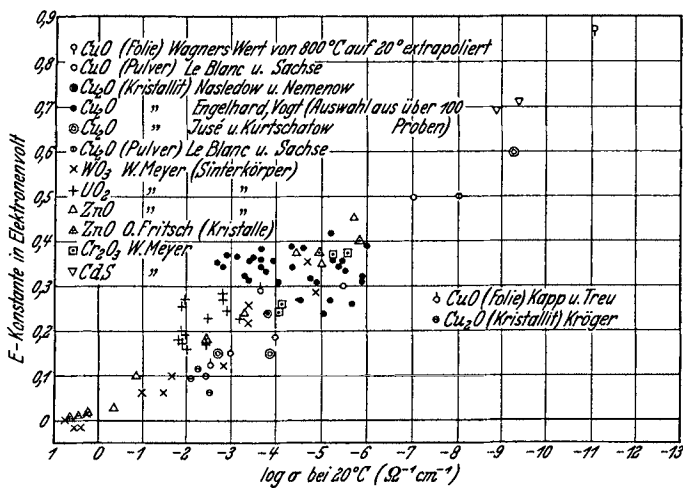


Abb. 1. Zusammenhang von  $E$ -Konstante  $\left(\sigma = a \cdot e \frac{E \epsilon}{kT}\right)$  und spezifischer Leitfähigkeit  $\sigma$ .  
(Berichtigung: Punkt  $\circ$  hat nicht die Lage  $E = 0,87$ ;  $\log \sigma = -11,1$ , sondern  $E = 0,4$ ;  $\log \sigma = -5$ ).

also der Zahl  $n$  und der Beweglichkeit  $u$  zugeordnet werden. Zur gesonderten Ermittlung beider Größen kann der Halleffekt herangezogen werden, wie schon KÖNIGSBERGER getan hat. Auf Grund der einfachsten Vorstellung über das Zustandekommen einer Hallspannung sollte gelten:

$$u = \frac{P_H}{P_0} \cdot \frac{l}{b} \cdot \frac{1}{\mathfrak{B}}, \quad (1)$$

wobei  $P_H$  die statisch gemessene Hallspannung,  $P_0$  die an die Versuchsplatte der Breite  $b$ , Länge  $l$  und Dicke  $d$  angelegte Spannung und  $\mathfrak{B}$  die Kraftflußdichte des magnetischen Querfeldes ist. (Wird  $\mathfrak{B}$  in Voltsekunden/cm<sup>2</sup> gemessen, so wird  $u$  in cm/sec/Volt/cm erhalten.)

Die Anzahl der Leitungselektronen in der Raumeinheit ist bis auf einen von der genaueren Theorie gelieferten Zahlenfaktor der Größenordnung 1

$$n = \frac{1}{R \cdot \epsilon}, \quad (2)$$

wobei  $R$  die Hallkonstante ist ( $P_H = R \cdot \frac{i \cdot \mathfrak{B}}{d}$ ;  $i$  ist der die Platte in der Längsrichtung durchsetzende Strom,  $e$  ist die Elementarladung,  $R$  erscheint in der Einheit  $\text{cm}^3/\text{Amp Sec}$ ).

Gleichbedeutend mit der Beziehung (1) ist

$$u = R \cdot \sigma \quad (3)$$

( $\sigma$  ist die spezifische Leitfähigkeit), die meist verwertet worden ist.

Diese Schlußweise, insbesondere die zahlenmäßige Ermittlung der Beweglichkeit aus Messungen der Hallspannung, unterliegt folgendem Bedenken: Bekanntlich hat die Hallspannung vielfach ein Vorzeichen, das der Ablenkung positiver Träger entspricht; einerlei, ob nun die Deutung dieses anomalen Vorzeichens (2I) durch sog. Ersatzleitung (vgl. S. 244) zutrifft oder nicht, man wird damit rechnen müssen, daß die beobachtete Hallspannung die Differenz zweier entgegengesetzter Wirkungen sein kann und folglich die Beweglichkeit aus der beobachteten Hallspannung zu klein berechnet wird. In der Tat gibt WAIBEL (50) an, daß die Hallkonstante des  $\text{Cu}_2\text{O}$  bei Temperatursteigerung abnimmt, bei etwa  $400^\circ \text{C}$  verschwindet und oberhalb entgegengesetztes Vorzeichen hat.

Auch in anderer Hinsicht bestehen noch Bedenken. Es ist nicht recht klar, warum durch Grenzschichten, die den Widerstand von Metallstücken um Größenordnungen heraufsetzen und dadurch den Wert der spezifischen Leitfähigkeit vollständig verfälschen, auch die Hallspannung derartig erhöht wird, daß die errechnete Beweglichkeit nahezu den richtigen Wert behält. KÖNIGSBERGER (30) hatte sich durch diesen normalen Wert von  $R\sigma$  bei Silizium und anderen Stoffen gegen Verfälschung durch isolierende Zwischenschichten gesichert geglaubt.

Vorzeichen und Größe des Halleffektes ist bisher nur in wenigen Fällen ermittelt worden:

$\text{Ag}_2\text{S}$  im Temperaturbereich  $160\text{--}225^\circ \text{C}$  (29);  $\text{MoS}_2$  (19) und  $\text{ZnO}$  (13) bei Zimmertemperatur,  $\text{Cu}_2\text{O}$  oberhalb etwa  $500^\circ$  (50) zeigen Halleffekt von normalem (negativem) Vorzeichen, wie Wismut; dies bedeutet im Sinn der Theorie (2I) überwiegende Überschuleitung. Bei  $\text{ZnO}$  ist allerdings der  $R\sigma$ -Wert so klein, daß eine vergleichbare Ersatzleitung nahegelegt ist.

$\text{CuJ}$  (52) dagegen und — im Widerspruch zu den ersten Beobachtungen (1, 6I) — auch  $\text{Cu}_2\text{O}$  (13) unterhalb etwa  $400^\circ$  weisen anomales (positives) Vorzeichen des Halleffektes auf; im Sinn der Theorie liegt also überwiegende Ersatzleitung vor.

Auf die merkwürdigen Ergebnisse von HEAPS (19) an  $\text{PbS}$ -Wechsel der Hallkonstante von hohen positiven zu hohen negativen Werten je nach Verunreinigung — weisen wir nur hin, da wir die Halbleiter-



eigenschaft des PbS auf Grund der Leitfähigkeitsmessungen FREYS (14) anzweifeln und überdies die  $R\sigma$ -Werte ganz unverständlich groß sind — 270 cm/sec je Volt/cm für „Ersatzleitung“ und 290 für „Überschußleitung“.

Ausgedehnte Messungen zur Bestimmung der „Beweglichkeit“ hat ENGELHARD (8b) an  $\text{Cu}_2\text{O}$  angestellt. Er fand bei Zimmertemperatur einen Wert von rd. 50 cm/sec je Volt/cm und eine Zunahme bei abnehmender Temperatur etwa mit  $\frac{1}{T}$ . Es wird daher für alle Halbleiter in Übernahme der KÖNIGSBERGERSchen Annahme eine mit der Temperatur exponentiell wachsende Trägerzahl angenommen, um von der ebenso wachsenden Leitfähigkeit Rechenschaft zu geben.

In dieser allgemeinen Deutung scheinen keine Meinungsverschiedenheiten zu bestehen. Im einzelnen aber herrscht keine Übereinstimmung. W. MEYER neigt dazu, in der Beziehung  $\sigma = a \cdot e^{-\frac{b}{T}}$  lediglich eine Interpolationsformel zu sehen. Er findet nämlich, daß die  $a$ -Konstante regellos streut und insbesondere keine Beziehung zur Änderung der stöchiometrischen Verhältnisse zeige, während die  $b$ -Konstante eine monotone Widerstandsfunktion sei und sogar negative Werte annehmen könne, wenn der spezifische Widerstand unter 1 Ohm · cm sinke. Trotz dieses unbedingt beachtlichen Einwandes hält demgegenüber wohl die Mehrzahl der Forscher daran fest, die  $b$ -Konstante in enge Beziehung mit einer Ablösearbeit zu bringen. So einfach, wie KÖNIGSBERGER es sich vorgestellt hat und wie auch noch in letzter Zeit Deutungsversuche gemacht sind, dürfte es allerdings nicht liegen. Wir werden wohl mit einer gewissen Verteilung der Ablösearbeiten, mit einer Temperaturabhängigkeit derselben, dazu in Einzelfällen sogar mit einer Temperaturabhängigkeit der Störstellenkonzentration ( $N_0$ ) selbst rechnen müssen.

Im folgenden Abschnitt ist eine Auswahl aus dem experimentellen Befund gegeben; dabei ist folgendes zu beachten: Die  $E$ -Konstante ist nicht auf die Temperaturabhängigkeit der  $a$ -Konstante, in der die Beweglichkeit steckt, umgerechnet worden, da diese nicht sicher genug bekannt ist und — abgesehen von  $\text{Cu}_2\text{O}$  — gleichzeitige Halleffektmessungen fehlen. Diese Umrechnung würde eine geringe Erhöhung der  $E$ -Konstanten bewirken. Bei allen Pulvermessungen, zumal bei tieferen Temperaturen (Zimmertemperatur und darunter) bleibt der Einfluß von Grenzschichten fraglich, bei höheren Temperaturen ist keine Konstanz der stöchiometrischen und sonstigen Störungen gewährleistet.

Daß keine höheren Werte als 0,9 eV angegeben werden, mag daran liegen, daß derartige Stoffe bei Zimmertemperatur als Isolatoren wirken.

## 7. Einzelergebnisse über die Temperaturabhängigkeit.

Weitaus am besten ist die Temperaturabhängigkeit der Leitfähigkeit am  $\text{Cu}_2\text{O}$  untersucht; um so unbefriedigender ist das Ergebnis (vgl. Abb. 2). Im obersten Temperaturbereich des Existenzgebietes liegen die Messungen von WAGNER (64). Die Temperaturabhängigkeit bei konstantem Sauerstoffüberschuß ist von ihm aus Messungen bei konstantem Sauerstoffpartialdruck berechnet. Die  $E$ -Konstante beträgt unabhängig vom Sauerstoffgehalt rd. 0,4 eV.

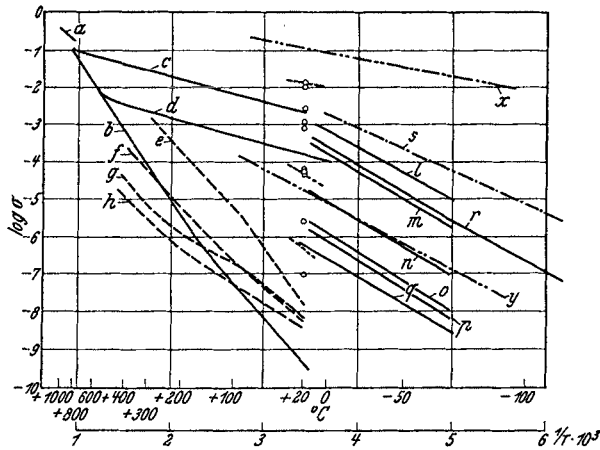


Abb. 2. Die Temperaturabhängigkeit der spezifischen Leitfähigkeit von  $\text{Cu}_2\text{O}$ .

- a WAGNER (für konstanten Sauerstoffgehalt berechnet); Kristallit. Sauerstoffdruck 1 mm Hg. (Berichtigung: a ist um 4 mm nach oben zu verschieben.)
- b JUSÉ und KURTSCHATOW, ohne analytisch festzustellenden O-Überschuß; Kristallit.
- c, d Dieselben, mit analytisch ermitteltem O-Überschuß von 0,1 und 0,06 Gewichts-%; Kristallit.
- e LEBLANC und SACHSE, Pulver der Zusammensetzung  $\text{Cu}_2\text{O}_{1,0035}$ .
- f Dieselben, Pulver der Zusammensetzung  $\text{Cu}_2\text{O}_{1,000}$ .
- g, h Dieselben, Kristallite.
- i—q ENGELHARD (übereinstimmend mit VOGT), Kristallite verschiedener Vorbehandlung. (Auswahl aus rd. 100 Proben).
- r ENGELHARD; Messung zeigt schwachen Knick bei etwa  $-70^\circ\text{C}$  (Beispiel für mehrere Proben).
- s NASLEDOW und NEMENOW; Kristallit; Neigung bleibt bis  $-183^\circ\text{C}$  ( $\frac{1}{T} \cdot 10^3 = 11$ ) erhalten.
- WAIBEL, nebst Andeutung der Temperaturabhängigkeit - - -; Kristallite verschiedener Vorbehandlung.
- x KAPP und TREU; dünne  $\text{CuO}$ - (Oxyd!) Schicht auf Glas, höchster erreichter Leitfähigkeitswert.
- y Dieselben,  $\text{Cu}_2\text{O}$  aus  $\text{CuO}$  unter  $\text{O}_2$  erschmolzen.

Im mittleren Temperaturbereich liegen die Messungen von JUSÉ und KURTSCHATOW (27), sowie LEBLANC und SACHSE (33b). Auffällig sind die beträchtlichen Abweichungen von den logarithmischen Geraden besonders bei LEBLANC und SACHSE, vielleicht liegt das an veränderlichem Sauerstoffüberschuß in diesem Bereich. Die russischen Forscher glauben ihre Beobachtungen in folgender einfacher Weise deuten zu können: die logarithmische Gerade mit der Neigung 0,72 eV

soll dem „reinen  $\text{Cu}_2\text{O}$ “-Gitter zugehören, während Proben mit Sauerstoffüberschuß  $E$ -Konstanten von 0,13—0,15 eV aufweisen, wie sie von LEBLANC und SACHSE früher für „reines  $\text{CuO}$ “ gefunden waren. Die  $\alpha$ -Konstante des  $\text{Cu}_2\text{O}$  steigt mit dem Sauerstoffüberschuß um das 70fache, wenn jener von 0,04 auf 0,1 Gewichts-% wächst. Beim „reinen“  $\text{Cu}_2\text{O}$  ist sie aber noch weitere 100mal größer. Bei hohen Temperaturen münden die Geraden der „Störleitung“ in die der „Gitterleitung“ ein, gerade so, wie das bei festen Ionenleitern angenommen wird.

Unbefriedigend ist, daß die Messungen für solche Schlüsse etwas spärlich erscheinen und daß nichts über die Wiederholbarkeit gesagt ist. Man wird befürchten dürfen, daß hier weder Messungen bei konstantem Sauerstoffgehalt noch bei wirklichem Gleichgewicht mit der Gasphase vorliegen. Letzteres gilt sowohl für die aufgenommene Sauerstoffmenge wie für die Art seiner Bindung. Solche Änderungen können je nach Ausgangszustand zu hohe und zu niedrige  $E$ -Werte vortäuschen.

Daß bei Temperaturen oberhalb der Zimmertemperatur innere Umstellungen erfolgen, kann man aus der Arbeit von VOGT (61) über träge Änderungen der Leitfähigkeit oberhalb 20° C entnehmen, ebenso aber auch aus der der russischen Forscher (27). Sie weisen darauf hin, daß bei langsamer Abkühlung sauerstoffreicher Proben im Inneren Nadelchen von  $\text{CuO}$  nachweisbar sind, während sie bei rascher Abschreckung fehlen. Sauerstoffüberschuß in Form von  $\text{CuO}$ -Nadeln kann aber im Gegensatz zu molekularer Lösung die Leitfähigkeit ebensowenig beeinflussen, wie ein Sauerstofffehlbetrag in Form von Kupferkriställchen.

Im gleichen Temperaturbereich wie die russischen Forscher arbeiten LEBLANC und SACHSE. Die Übereinstimmung ist nicht besonders gut. Auch sie glauben das Verhalten „reinen  $\text{Cu}_2\text{O}$ “ angeben zu können; doch liegt die von ihnen erhaltene Leitfähigkeit des „reinen  $\text{Cu}_2\text{O}$ “ rd. 50mal höher als der von JUSÉ und KURTSCHATOW angegebene Wert von  $10^{-10} \text{ Ohm}^{-1} \text{ cm}^{-1}$  bei 0° C. Diese Unstimmigkeiten sprechen nicht gerade dafür, daß eine Stoffkonstante gefunden ist. Weitere Bedenken folgen S. 245. Ausschließlich bei tiefen Temperaturen arbeitete ENGELHARD (8b), um sicher „eingefrorene Zustände“ zu haben, bei denen weder Menge noch Bindung des überschüssigen Sauerstoffs sich während der Messungen änderte. Er bestimmte stets Leitfähigkeit und Hallkonstante. Seine langwierigen und ausgedehnten Versuchsreihen zeigen deutlich, daß hier sehr verwickelte Verhältnisse vorliegen müssen. Die  $E$ -Konstanten liegen bei rd. 0,3 eV (aus Hallkonstante bestimmt, daher ohne Verfälschung durch die Temperaturabhängigkeit der Beweglichkeit), und zwar ohne eindeutigen Zusammenhang mit der Vorbehandlung des  $\text{Cu}_2\text{O}$  und dem Wert der Leitfähigkeit. Mittelwert von je etwa 25 Proben war

0,32 für Proben, die in Luft hergestellt und verhältnismäßig langsam gekühlt waren, 0,34 für solche, die stundenlang bei  $1000^{\circ}\text{C}$  in Sauerstoff erhitzt und dann rasch gekühlt waren, 0,31 nach gleicher Vakuumbehandlung. Diese Unterschiede liegen noch im Schwankungsbereich. In 24 Fällen nahm der Wert bei Sauerstoffentzug ab, in 10 Fällen zu. Entsprechende Werte für 20 Fälle, deren Gleichgewicht bei  $500^{\circ}$  eingestellt wurde, waren 0,31; 0,30 und 0,32.

Demgegenüber gilt für die  $A$ -Konstanten<sup>1</sup>, daß eine Sauerstoffbehandlung bei  $1000^{\circ}$  den Wert stets erhöht, Sauerstoffentzug ihn herabsetzt (eine einzige Ausnahme bei 35 Versuchen). Das Verhältnis der Werte schwankt allerdings zwischen 1,3 und 2300! Diese riesigen Unterschiede können zum Teil daran liegen, daß sich das Gleichgewicht in den teilweise über 1 mm dicken Platten auch nach einigen Stunden noch nicht ganz eingestellt hatte, andererseits daran, daß die Abkühlung nicht immer rasch und gleichmäßig genug erfolgte, so daß die Bindungsart des Sauerstoffes von Versuch zu Versuch etwas schwankte.

Die „Beweglichkeit“ — aus dem Halleffekt berechnet — verringert sich ausnahmslos mit Sauerstoffentzug (35 Fälle)! Sie liegt bei  $0^{\circ}\text{C}$  für sauerstoffreiche Proben zwischen rd. 50 und 100 cm/sec je Volt/cm, für sauerstoffarme Proben zwischen 1 und 50. Dieses zunächst befremdende Ergebnis steht vielleicht in Zusammenhang mit dem Befund HECHTS (20), wonach der mittlere Schubweg lichtelektrisch ausgelöster Elektronen in AgCl um so größer ist, je stärker verfärbt der Kristall ist (vgl. S. 253). Auch die von SCHOTTKY (50) geforderten „Fänger“ (Akzeptoren) im  $\text{Cu}_2\text{O}$ -Gitter könnte man hier heranziehen, falls man an der Deutung von  $R\sigma$  als Beweglichkeit festhält.

Ersichtlich warnen die ENGELHARDSchen Befunde vor jeder Verallgemeinerung von Einzelmessungen. Leider war bei dieser Arbeit eine analytische Feststellung der tatsächlichen stöchiometrischen Störungen und eine Untersuchung auf ausgeschiedenes CuO nicht möglich.

In der geringen Abhängigkeit der  $E$ -Konstanten vom Sauerstoffüberschuß deckt sich ENGELHARDS Ergebnis mit dem von JUSÉ und KURTSCHATOW und steht im Widerspruch zu Befunden WAIBELS (68), der allerdings lediglich die Temperaturabhängigkeit einiger verschieden vorbehandelter Proben bei Zimmertemperatur angibt. Keine befriedigende Erklärung kann dafür gegeben werden, daß ENGELHARDS Werte doppelt so groß sind wie die der russischen Forscher, falls deren Werte sich wirklich auf konstant bleibenden Sauerstoff beziehen; Anhaltspunkte für eine dem „reinen  $\text{Cu}_2\text{O}$ “ zuzuschreibende  $E$ -Konstante findet ENGELHARD bei tiefen Temperaturen so wenig wie WAGNER (64) bei hohen.

<sup>1</sup> Aus Halleffekt berechnet, daher nicht von Beweglichkeit abhängig.

Wesentlich ist noch, daß ENGELHARD eine etwas kleinere  $E$ -Konstante unterhalb  $-80^{\circ}\text{C}$  findet.

Im Zusammenhang mit dem  $\text{Cu}_2\text{O}$  findet naturgemäß das  $\text{CuO}$  besondere Beachtung, da es ja durch Sauerstoffaufnahme aus diesem entsteht und die hohe Leitfähigkeit des sauerstoffreichen  $\text{Cu}_2\text{O}$  durch einen  $\text{CuO}$ -Gehalt gedeutet worden ist. Leider weiß man über diesen Stoff außerordentlich wenig. LEBLANC und SACHSE (33b) haben Messungen an Pulvern ausgeführt und zunächst eine  $b$ -Konstante von 0,13 eV, später von 0,3 eV gefunden. Diese Messungen sind zwischen Zimmertemperatur und  $400^{\circ}\text{C}$  angestellt. Obgleich diese Messungen wiederholbar waren, fällt es schwer, in den Ergebnissen mit den Verfassern kennzeichnende Werte für  $\text{CuO}$  im Vakuum zu sehen. Schon der Umstand, daß bei verschiedenem Ausgangsmaterial die Leitfähigkeit zweier Proben sich bei Zimmertemperatur noch um eine Größenordnung unterschied, macht stutzig. Vor allem aber besteht ein zunächst unüberbrückbarer Widerspruch zu den Angaben GUILLERYs (16); dieser findet an kompaktem Material von SCHUCHARD eine um mehr als 5 Größenordnungen höhere Leitfähigkeit bei Zimmertemperatur und auch noch bei der Temperatur der flüssigen Luft als untere mögliche Grenze einen Wert, wie er nach LEBLANC und SACHSE erst bei etwa  $+300^{\circ}\text{C}$  erreicht wird. GUILLERYs Proben sind nicht analysiert und nicht genauer gemessen, aber es ist bemerkenswert, daß er nach Pulverung der sehr harten Proben am Preßkörper Werte erhielt, die nunmehr denen von LEBLANC und SACHSE entsprachen! Für die Richtigkeit ihrer Werte — unabhängig davon, ob hier eine Stoffkonstante des Oxyds vorliegt oder nicht — spricht andererseits, daß auch WAGNER an durchoxydierter Kupferfolie von  $10\ \mu$  Dicke, ebenso wie auch an Preßkörpern bei hoher Temperatur ähnliche Werte erhalten hat.

Jüngst haben KAPP und TREU (70) versucht, über das  $\text{CuO}$  bessere Kenntnisse zu gewinnen. Da  $\text{Cu}$  außerordentlich schwer zu  $\text{CuO}$  durchoxydiert wird, benutzten sie vornehmlich dünne Schichten auf Glas. Die spezifische Leitfähigkeit lag zwischen  $1,5 \cdot 10^{-1}$  und  $1,6 \cdot 10^{-3}\ \text{Ohm}^{-1}\ \text{cm}^{-1}$  bei Zimmertemperatur. Die  $E$ -Konstante hatte Werte zwischen 0,12 und 0,24 Voltelektronen, jedoch ohne einfachen Zusammenhang mit der Leitfähigkeit. Daß in diesen Schichten kein merklicher Oxydulgehalt war, wurde röntgenographisch gesichert. Nach diesen Messungen leitet also  $\text{CuO}$  durchschnittlich  $10^2$ - bis  $10^3$ -mal besser als  $\text{Cu}_2\text{O}$  und die  $E$ -Konstante ist rd. halb so groß, aber der Übergang vom Oxyd zum Oxydul ist hinsichtlich der Leitfähigkeit völlig fließend. Unbefriedigend bleibt auch an diesen Messungen, daß keine Gewähr für den inneren Zusammenhang der Oxydschichten gegeben werden kann. Die Bildung des Oxyds aus dem Metall erfolgt über die Zwischenstufe des Oxyduls; dabei tritt zuerst eine Volumvergrößerung und dann wieder eine Verminderung auf. Diese

Verminderung läßt aber die Möglichkeit offen, daß selbst Folien aus mehr oder weniger isolierten Mikrobezirken bestehen. CuO-Einkristalle (mineralisch Tenorit) von mehr als mikroskopischer Größe scheinen bisher nicht hergestellt worden zu sein.

Recht ungeklärt sind auch noch die Verhältnisse bei ZnO. SKAUPY (45), JANDER und STAMM (24) und WAGNER und BAUMBACH (66) geben mit steigender Temperatur steigende Leitfähigkeit an, und zwar um so stärker, je niedriger die Leitfähigkeit bei Zimmertemperatur ist. Die exponentielle Beziehung (0) ist schlecht erfüllt. BACH (2) findet demgegenüber eine kennzeichnend KÖNIGSBERGERSche Abhängigkeit (30) mit Leitfähigkeitshöchstwert bei  $-100^{\circ}\text{C}$  und dem Temperaturkoeffizient reiner Metalle oberhalb der Zimmertemperatur. FRIRSCH (13) andererseits findet zwischen flüssiger Luft und Zimmertemperatur an künstlichem Einkristall (!) wie Kristallit die Beziehung (0) genau erfüllt. Die  $E$ -Konstante ist durchschnittlich  $0,01\text{ eV}$  für Proben mit rd.  $1-5\text{ Ohm}^{-1}\text{ cm}^{-1}$  bei Zimmertemperatur bis  $0,4\text{ eV}$  für Proben mit rd.  $10^{-5}\text{ Ohm}^{-1}\text{ cm}^{-1}$ . Hier ist ein ausgesprochener Zusammenhang zwischen  $\sigma$  und  $E$  im Sinne von MEYER (37b). — Gerade bei ZnO muß der Frage von Übergangswiderständen innerhalb des Kristallites große Aufmerksamkeit geschenkt werden (16).

Bei  $\text{WO}_3$ ,  $\text{NO}_2$ ,  $\text{Cr}_2\text{O}_3$ , CdS, NiO und anderen liegen bisher *lediglich* Pulvermessungen vor, so daß die Leitfähigkeitswerte und ihre Temperaturabhängigkeit unseres Erachtens noch nicht zuverlässig genug erscheinen.

Hier bleibt noch so gut wie alles zu tun übrig.

Uns erscheint dringend erwünscht durch weitere möglichst vielseitige Versuche mit CuO die Möglichkeit, daß hier ein metallischer Leiter mit hochgradig isolierenden Sperrschichten zwischen den Kristallkörnern vorliegt, zwingender zu widerlegen, als das bisher geschehen ist.

## 8. Lichtelektrische Leitung in Halbleitern.

Änderung der Leitfähigkeit von Halbleitern durch Belichtung ist längst bekannt [Selen, Antimonglanz, Kupferoxydul, Molybdänglanz, Silberglanz usw. (15e)]. Auf die Bedeutung des lichtelektrischen Verhaltens für das Verständnis der Leitung im *unbelichteten* Zustand hat zuerst GUDDEN (15b) hingewiesen. Er nimmt an, daß Elektronen verschiedener Bindungsfestigkeit entweder durch Lichtabsorption oder durch die Energie der Wärmebewegung abgespalten werden können und dann in gleicher Weise die Leitung vermitteln. Danach soll die Frequenz lichtelektrisch wirksamer Absorption multipliziert mit dem PLANCKSchen Wirkungsquantum die Energieschwelle angeben, die

auch bei der thermisch bedingten Dunkelleitfähigkeit durch die Wärmeenergie überwunden werden muß, und in der  $E$ -Konstanten zum Ausdruck kommt oder gar mit ihr übereinstimmt.

Über diesen Zusammenhang wird später mehr gesagt; zunächst seien die Tatsachen besprochen.

Der Nachweis einer lichtelektrischen Wirkung im Halbleiter ist um so einfacher, je geringer die Leitfähigkeit im Dunkeln ist, für einen bestimmten Stoff also je niedriger die Temperatur, sofern dann nicht störende Raumladung oder Schichtpolarisation auftritt. Soweit bisher zu sehen, verhalten sich Halbleiter nicht anders als isolierende Kristalle, in denen die Gesetze der lichtelektrischen Leitung von GUDDEN und POHL, POHL und HILSCH und Mitarbeitern schon weitgehend geklärt sind. Umgekehrt erhalten isolierende Kristalle bei höherer Temperatur Halbleitereigenschaften.

An Isolatoren hatten GUDDEN und POHL festgestellt, daß als Folge von Lichtabsorption Elektronen von der Auslösestelle im elektrischen Feld zur Anode wandern, während die „Fehlstelle“ sich zur Kathode hin verlagern kann. Sie hatten diese beiden Vorgänge als „positiven“ und „negativen“ Primärstromanteil bezeichnet; heute bevorzugen sie dafür die besseren Ausdrücke „Überschuß- und Ersatzleitung“ (letztere wird von anderer Seite auch „Defektleitung“ oder „Lochleitung“ genannt). Ein vom Licht frei gemachtes Elektron lagert sich nach kürzerem oder längerem Weg, der aus vielen „freien Weglängen“ bestehen mag, wieder irgendwo an und scheidet für den Leitungsvorgang dadurch aus (41). Die auf derartigem Zickzackweg in der Feldrichtung zurückgelegte Strecke heiße „mittlerer Schubweg“. Er ist der wirkenden Feldstärke proportional und von Stoff zu Stoff, vielleicht auch von Stück zu Stück verschieden. Bei 500 Volt/cm ist er in NaCl zu  $10^{-5}$  cm, in AgCl (20) zu rd. 1 cm ermittelt worden. Solange der mittlere Schubweg klein ist gegenüber dem Elektrodenabstand, gilt das OHMSche Gesetz im lichtelektrisch leitenden Isolator, wird aber der mittlere Schubweg größer als jener, so wird der Strom unabhängig von der Spannung (Sättigung). Wird nur ein Teil der Strombahn belichtet, und zwar ein Streifen parallel den Elektroden, so fließt dennoch ein dauernder Strom durch den Isolator; er ist jedoch wesentlich kleiner, als wenn dieselbe Lichtmenge auf den ganzen Raum zwischen den Elektroden verteilt wird. Hauptursache ist das Sinken der Feldstärke im belichteten Streifen, weil die Schubwege klein sind und sich Raumladungen ausbilden. Dies fällt bei überlagerter Ionen- oder thermisch bedingter Elektronenleitung fort. Alle an isolierenden Kristallen gemachten Erfahrungen konnten auch bei Halbleitern bei hinreichend tiefer Temperatur gemacht werden [Antimonglanz (62),  $\text{Cu}_2\text{O}$  (8b, 28, 31)]. ENGELHARD (8b) zeigte am  $\text{Cu}_2\text{O}$  bei der Temperatur der flüssigen Luft trägheitslosen Einsatz des Stromes, Proportionalität zur Spannung und Lichtintensität und

eine „Elektronenbeweglichkeit“, die der tiefen Temperatur des Gitters und nicht etwa der erzielten Leitfähigkeit entsprach.

JOFFÉ und Mitarbeiter (25, 26) glaubten Unterschiede in Ersatz- und Überschußleitung im  $\text{Cu}_2\text{O}$  wie früher GUDDEN und POHL an Zinkblende usw. dadurch zu finden, daß sie abwechselnd einen Streifen an der Kathode und Anode belichteten. Da sie weder für den Sättigungsstrom noch für den Bereich der Stromspannungsproportionalität Unterschiede bei flüssiger Lufttemperatur fanden, schlossen sie, daß nicht nur die Zahl der vom Licht befreiten Elektronen und der entstandenen „Löcher“, sondern auch beider Beweglichkeiten übereinstimmen.

Diese Schlußweise erscheint uns nicht zwingend, da mit stationärem Strom gearbeitet ist, wobei sich gerade *diejenigen* Feldstärken eingestellt haben, die etwaige Unterschiede der Beweglichkeit ausgleichen. Noch weniger überzeugend ist ein Versuch, der beweisen soll, daß eine Diffusion der Elektronen und „Löcher“ aus belichteten in unbelichtete Teile des Kristalles stattfindet. Sie beobachteten, daß die Leitfähigkeit einer  $\text{Cu}_2\text{O}$ -Platte bei  $-180^\circ\text{C}$  an Stellen, die unmöglich vom Licht erreicht werden konnten, innerhalb 1 Stunde durch Belichtung entfernter Teile mit stark absorbiertem Licht auf das Hundertfache stieg. Da die gleiche Wirkung auch durch eine Temperatursteigerung der im Vakuum befindlichen Platte um  $5-10^\circ$  zustande kommt, scheint uns eine rein thermische Deutung näherzuliegen. Schwer verständlich scheint auch, daß die nach ihrer Vermutung durch Diffusion an entfernte Teile gelangten Elektronen nicht augenblicklich vom elektrischen Feld beseitigt werden sollten, wie das an belichteten Stellen bei Verdunklung der Fall ist.

Bei Zimmertemperatur sind die lichtelektrischen Ströme in  $\text{Cu}_2\text{O}$  zwar von derselben absoluten Größe wie bei flüssiger Luft, aber klein gegenüber den gleichzeitigen Dunkelströmen. Eine gründliche Untersuchung mittels wechselnder Belichtung und Verstärkung der hervorgerufenen lichtelektrischen schwankenden Ströme hat SCHÖNWALD (49) durchgeführt. Danach ist auch bei hohem überlagerndem Dunkelstrom der lichtelektrische Strom praktisch trägheitslos, spannungs- und intensitätsproportional; auch ist es gleichgültig, ob die gleiche Lichtmenge auf die ganze Strombahn verteilt oder auf einen Bruchteil derselben vereinigt wird.

GUDDEN hatte angenommen, daß thermische Elektronenabspaltung und lichtelektrische in gleicher Weise vor sich gehe. Die Erfahrung zeigt, daß lichtelektrische Wirkung stets am langwelligen Ausläufer der Eigenabsorption des Gitters auftritt. Nun liegen diese Ausläufer bei den untersuchten Halbleitern durchweg im langwelligen Ultraviolett, im sichtbaren Spektralgebiet und kurzwelligen Ultrarot bis etwa  $1,5\ \mu$ . Die entsprechenden Ablösearbeiten wären also 4 ( $\text{ZnO}$ ,  $\text{CSi}$ ), 2 ( $\text{Cu}_2\text{O}$ ) bis etwa 0,8 eV ( $\text{MoS}_2$ ,  $\text{Ag}_2\text{S}$ ), d. h. wesentlich



größer als die beobachteten  $E$ -Konstanten. Abgesehen von Stoffen mit sehr langwelliger Eigenabsorption wie etwa  $\text{MoS}_2$  und  $\text{Ag}_2\text{S}$  sollte also nach dieser Auffassung keine Dunkelleitung beobachtbar sein. GUDDEN (15b, c) vermutete daher, daß solche Halbleiter noch schwache Ultrarotabsorptionen aufweisen sollten, die von Beimengungen oder Störstellen herrühren. In der Tat ist dies auch am  $\text{Cu}_2\text{O}$  von SCHÖNWALD (49) lichtelektrisch festgestellt worden. Auch an anderen Stoffen sind lichtelektrisch Absorptionen außerhalb des Bereiches der Eigenabsorption wahrscheinlich gemacht worden. Der Nachweis gelingt lichtelektrisch weit leichter als unmittelbar optisch, weil es sich um schwache Absorptionen handelt und optisch klare Stücke, an denen die erforderliche Differenzmessung Erfolgsaussicht hat, kaum verfügbar sind.

SCHÖNWALDS Messungen ergaben überdies, daß zwischen der Stärke jener Absorption im Ultrarot bei  $1,7\mu$  und der Dunkelleitfähigkeit eine verhältnismäßig enge Beziehung besteht.

War SCHÖNWALDS Ergebnis auch eine Stütze der GUDDENSCHEN Auffassung, so stimmte doch zahlenmäßig die Frequenz der Absorption nicht gut zur thermisch bestimmten  $E$ -Konstante. GUDDEN (15c) nahm daher an, daß es nicht auf den Schwerpunkt ankomme, sondern auf das langwellige Ende, ähnlich wie es FLECHSIG und BÜNGER (10) bei einer Phosphoreszenzbande gefunden hatten. Von Theoretiker-Seite (69) wurde dagegen angenommen, daß die  $E$ -Konstante nur den halben Wert des Energieunterschiedes liefere. Zu diesem Ergebnis führt nämlich die Rechnung, wenn man die Elektronenkonzentration im leitenden Zustand als Ergebnis eines dynamischen Gleichgewichtes zwischen thermischem Anhub und Rückfall in den nichtbeweglichen Zustand betrachtet. Nun zeigt aber die Proportionalität des lichtelektrischen Stromes zur Lichtintensität und nicht zur Quadratwurzel aus dieser, daß zum mindesten bei *lichtelektrischer* Abspaltung kein derartiges Gleichgewicht vorliegt, sondern die Ausschaltung der Elektronen aus dem leitenden Zustand durch irgendeinen anderen Vorgang erfolgen muß, nicht durch einfache Rückkehr in den Ausgangszustand. JOFFÉ (25) glaubt daher für thermisch gelieferte und lichtelektrisch abgespaltene Elektronen verschiedene Mechanismen annehmen zu sollen, während wir umgekehrt daraus den Schluß ziehen, daß auch bei thermischer Anregung nicht das bisher angenommene dynamische Gleichgewicht in der einfachen Form vorliegt.

Wenn die vermutete Beziehung zwischen Absorptionsband und  $E$ -Konstante besteht, so wird es wichtig, die Temperaturabhängigkeit beider in Beziehung zu setzen. Bekannt ist von derartigen Absorptionsbändern durch die Göttinger Arbeiten (41), daß der Schwerpunkt sich mit sinkender Temperatur zu höheren Frequenzen verlagert und gleichzeitig die Halbwertsbreite abnimmt. ENGELHARD hatte gezeigt, daß schon bei Unabhängigkeit des Bandes von der Temperatur eine

gewisse Temperaturabhängigkeit der beobachteten  $E$ -Konstanten verständlich wird; die tatsächliche Veränderung hat jedoch vermutlich noch größere Bedeutung. Leider geht bei der GUDDEN-ENGELHARDSCHEN Deutung voraussichtlich eine einfache Beziehung zwischen  $A$ -Konstante und Störstellenzahl verloren, da dann die Halbwertsbreite des Absorptionsbandes von größerem Einfluß wird, als die der Störstellenzahl proportionale Gesamtfläche, andererseits würde ein Verständnis für die vielen vorhandenen Unstimmigkeiten möglich.

POHL und Mitarbeiter (41) hatten die Zahl der Zentren, die in Alkalihalogeniden als Elektronenquelle bei lichtelektrisch wirksamer Absorption in Betracht kommen, auf doppelte Weise in erfreulicher Übereinstimmung ermitteln können: 1. auf Grund der klassischen Dispersionstheorie aus Absorptionskonstante und Halbwertsbreite, 2. unmittelbar elektrisch aus der beim Verschwinden der Absorption im elektrischen Felde wandernden Elektrizitätsmenge. Größenordnung war  $10^{16}$  im Kubikzentimeter. Entsprechendes Vorgehen im Fall des  $\text{Cu}_2\text{O}$  ist bisher nicht möglich gewesen, da klar durchsichtige Kristalle erforderlicher Dicke (rd. 1 cm) nicht hergestellt werden konnten.

Man wird aber jedenfalls nicht erwarten dürfen, daß ENGELHARDS  $N_0$ -Werte (8b), die aus der Temperaturabhängigkeit des Halleffektes berechnet sind, die wirkliche Zahl der Störstellen darstellen; das liegt sicher ähnlich wie bei glühelektrischen Messungen, bei denen eine Temperaturabhängigkeit der Austrittsarbeit und Bedeckung den universellen Wert der RICHARDSONSCHEN  $A$ -Konstanten meist verfälscht.

Es besteht Hoffnung durch Übertragung der Erfahrungen, die in Göttingen über die verschiedenartigen Absorptionsbänder (vgl. Abb. 3, 7) an Alkalihalogeniden gewonnen sind, ebenso der Erfahrungen über Kristallphosphore allmählich auch in das Dunkel der Energiestufen in Halbleitern Licht zu bringen; aber es wird noch sehr umfangreicher experimenteller Arbeit bedürfen.

## 9. Chemischer Bau und elektronische Leitung.

Bisher wurde gezeigt, daß mit großer Wahrscheinlichkeit die elektronische Halbleitung keine Eigenschaft des Stoffes selbst ist, sondern durch stöchiometrische oder sonstige Störungen bedingt wird. Andererseits ist unbestreitbar, daß eben doch bestimmte Verbindungen Halbleitereigenschaft zeigen und andere nicht. Es muß also auch auf dem Boden der Störstellenauffassung ein Verständnis für das verschiedene Verhalten der einzelnen chemischen Verbindungen angestrebt werden.

1925 hatte FRIEDERICH (12) versucht, Elektronenleitfähigkeit anorganischer Verbindungen auf freie Wertigkeiten der aufbauenden Atome zurückzuführen. Gesättigte Verbindungen sollten isolieren, ungesättigte metallisch leiten. Mit seinen Mitarbeitern L. SITTE und W. MEYER brachte er eine Fülle von Leitfähigkeitsbeobachtungen besonders von früher unzugänglichen Verbindungen. Neuerdings teilt MEYER (37b) die Auffassung, daß Überschuß oder Mangel an Metalloidatomen die Leitfähigkeit wesentlich bestimmt und gibt der Regel von FRIEDERICH die folgende Fassung:

Bei ungesättigten Verbindungen niedrigster Wertigkeitsstufe wächst die Leitfähigkeit mit Metalloidüberschuß ( $\text{Cu}_2\text{S}$ ,  $\text{Cu}_2\text{O}$ ,  $\text{NiO}$ ,  $\text{CoO}$ ,  $\text{UO}_2$ ). Bei gesättigten Verbindungen wächst die Leitfähigkeit mit Metalloidmangel ( $\text{WO}_3$ ,  $\text{ZnO}$ ,  $\text{CdO}$ ,  $\text{TiO}_2$ ).

Ausnahmen bilden Stoffe wie  $\text{V}_2\text{O}_5$ ;  $\text{PbO}_2$ ;  $\text{Bi}_2\text{O}_3$ ;  $\text{MnO}_2$  mit ihren sehr hohen Leitfähigkeiten.

Bei diesen sog. Ausnahmen halten wir es für möglich, daß nicht etwa große stöchiometrische Störungen die hohe Leitfähigkeit verursachen, wie MEYER annehmen will, sondern daß stark durch Grenzschichten usw. gestörte metallische Leiter vorliegen, wie bei  $\text{CuS}$  und vielleicht  $\text{PbS}$ , vielleicht auch metallische Störleitung im Sinne der Theorie (Abb. 3).

Die Metallnatur des  $\text{CuS}$  ist von FISCHBECK und DORNER (9) ermittelt und durch Feststellung der Supraleitung durch MEISSNER (36) erhärtet worden. Gerade das Auftreten von Supraleitung halten wir für ein hinreichendes Kennzeichen der metallischen Leitung im Gegensatz zur elektronischen Halbleitung. Da einer Angabe über Supraleitung beim  $\text{PbS}$  widersprochen worden ist (36), stützt sich unsere Zuordnung des  $\text{PbS}$  zu den metallischen Leitern vorerst nur auf die hohe Leitfähigkeit und ihre Temperaturabhängigkeit (14).

LEBLANC und SACHSE (33c) geben an, daß sowohl die höchsten wie die niedrigsten Oxyde eines Metalles keine Elektronenleitfähigkeit zeigen und schließen, daß „starke Elektronenleitfähigkeit dann auftritt, wenn entweder ein Teil der Valenzelektronen chemisch unbeansprucht bleibt oder wenn durch chemische Bindung von Sauerstoff, der über die Normalvalenzstufe hinaus vorhanden ist, weitere Elektronen einer inneren Gruppe beansprucht werden“. „Erst, wenn alle Elektronen der inneren Gruppe zu chemischer Bindung beansprucht werden, verschwindet die starke Elektronenleitfähigkeit wieder. Es liegt dann eine gesättigte Verbindung vor.“ Man erkennt beim Vergleich mit Abschnitt 10 (Abb. 3), daß hier Chemiker und Theoretiker eine ganz verschiedene Sprache sprechen, obwohl die beiden Vorstellungen sicherlich enge Beziehungen zueinander haben. Einige der von LEBLANC und SACHSE angegebenen Beispiele mögen folgen:

Spezifische Leitfähigkeit bei 20° C im Vakuum an Pulvern gemessen in  $\text{Ohm}^{-1}\text{cm}^{-1}$ :

$\text{Co}_3\text{O}_4 + 0,02 \text{ O} : 10^{-4}$	$\text{CuO} : 10^{-3}$	$\text{Cu}_2\text{O} : 10^{-8}$
$\text{Mn}_2\text{O}_7$ nicht meßbar	$\text{MnO}_2 : 10^{-2}$	$\text{CoO} : 10^{-8}$
$\text{Re}_2\text{O}_7$ nicht meßbar	$\text{PbO}_2 : 10^{+3}$	$\text{MnO} : 10^{-8}$
$\text{RuO}_4$ nicht meßbar		$\text{PbO} : 10^{-8}$
$\text{SnO}_2 : 10^{-8}$		$\text{ReO}_2 : 10^{-2}$
		$\text{RuO}_2 : 10^{-5}$
		$\text{SnO} : 10^{-4}$
$\text{UO}_3$ nicht meßbar	$\text{Ti}_2\text{O}_3 : 10^{+1}$	$\text{Ti}_2\text{O} : 10^{-6}$
	$\text{U}_3\text{O}_8 : 10^{-7}$	$\text{UO}_2 : 10^{-4}$

Unsere Bedenken, ob hier Stoffkonstanten vorliegen, sind oben erwähnt. Ehe es sich lohnen wird, die einzelnen Fälle mit den theoretisch geforderten Möglichkeiten zu vergleichen, wird man genauere Ermittlungen der spezifischen Leitfähigkeit und ihrer Temperaturabhängigkeiten abwarten müssen.

### 10. Theorie der elektronischen Halbleiter.

Unabhängig vom Experiment hat sich im letzten Jahrzehnt eine Theorie der elektronischen Halbleiter entwickelt, die nach Ansicht der beteiligten Forscher hinsichtlich der Leitung innerhalb des Gitters, also abgesehen von den Grenzflächenerscheinungen, bereits als formal abgeschlossen gelten darf. Sie liefert allerdings bisher nur einen Rahmen, der der Ausfüllung im einzelnen bedarf. Dieser Rahmen sei im folgenden soweit besprochen, als er für einen Vergleich mit dem Experiment in Betracht kommt. Die Erfahrung wird zu zeigen haben, ob er zu eng oder zu weit ist, und welche Änderungen vorzunehmen sind. Bezüglich aller Begründungen und Rechnungen verweisen wir auf die einschlägigen Arbeiten (4, 5, 11, 18, 32, 40, 47, 69), vor allem auch auf den Bericht, den PEIERLS im Bd. II dieser Reihe 1932 über die Theorie der metallischen Leitung gegeben hat. Die Vorstellungen sind etwa folgende:

Jedes Atom besitzt bestimmte mögliche Energiewerte, die teils von Elektronen besetzt sind (*K*-, *L*- usw. Schale), teils unbesetzt sind. Jeder Zustand kann nach dem PAULI-Prinzip höchstens von zwei Elektronen besetzt sein — zwei wegen des Elektronendalles. Beim Zusammentritt von *N* Atomen zu einem Gitter spaltet sich jeder einzelne Atomenergiewert in *N* außerordentlich nahe benachbarte Werte des Gitters auf. Es entsteht so ein Band, dessen Energiebreite um so größer ist, je welliger der Potentialverlauf im Gitter ist. Bei konstantem Potential würde jeder Energiewert möglich. Diese verschiedenen, den scharfen Energiewerten der Einzelatome entsprechenden Bänder werden im allgemeinen durch Bänder unzulässiger Energie getrennt sein, können sich aber auch überlappen; letzteres wird zwar nicht bei den Werten vorkommen, die aus

den  $K$ -,  $L$ - usw. Schalen hervorgegangen sind, ist aber bei den höheren Werten möglich. In jedem Band mit seinen  $N$  Energiezuständen können  $2N$ -Elektronen sein. Eine Wanderung von Elektronen von einem Zustand zum anderen benachbarten, etwa unter Wirkung eines elektrischen Feldes, ist im idealen Gitter möglich, unabhängig davon, daß zwischendurch eine mehr oder weniger hohe

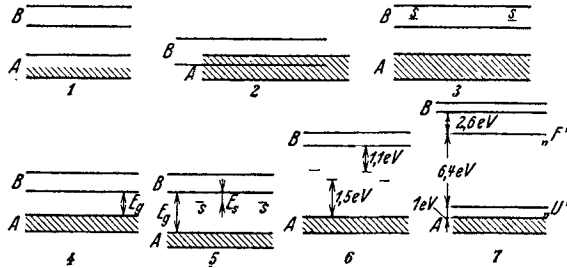


Abb. 3. Schema der Energiebänder in Metallen, Halbleitern und Isolatoren.

1. Metallische (Eigen-) Leitung. Das oberste Elektronen enthaltende Band  $A$  ist nur zur Hälfte besetzt; Valenzelektronensumme ungerade. Überschußleitung in  $A$ ; FERMI-DIRAC-Statistik; Beispiel Alkalien. 2. Metallische (Eigen-) Leitung. Das oberste Elektronen enthaltende Band  $A$  ist vollbesetzt; Valenzelektronensumme gerade; nächstes, unbesetztes Band  $B$  überlappt! Überschußleitung in  $B$ , Ersatzleitung in  $A$ ; FERMI-DIRAC-Statistik; Beispiel Erdalkalien? 3. Metallische Störleitung. Band  $A$  vollbesetzt, nächstes, unbesetztes Band  $B$  durch Streifen unzulässiger Energiewerte getrennt; innerhalb  $B$  besetzte Energiezustände von  $N_0$  eingesprengten Fremdatomen (Fehlstellen oder dgl.); Überschußleitung in  $B$ . Klassische

Statistik mit  $\sigma = \frac{3}{4} \cdot T^{-\frac{3}{2}} \cdot e^{-\frac{E_G}{kT}}$ ; Halleffekt liefert  $n = N_0$ . Beispiel vielleicht  $\alpha$ - $\text{Ag}_2\text{S}$ ? 4. Eigenhalbleitung. Band  $A$  vollbesetzt, leeres Band  $B$  durch Energieunterschied  $E_G$  getrennt. Bei sehr tiefer Temperatur oder hohem  $E_G$  Isolator. Sonst  $n$ -Elektronen von den  $N$  des vollbesetzten Bandes  $A$  nach  $B$  gebracht. Überschußleitung in  $B$ , Ersatzleitung in  $A$ . Solange  $E_G$  viel größer als  $kT$  klassische Statistik mit  $\sigma =$

$\frac{3}{4} \cdot T^{-\frac{3}{2}} \cdot e^{-\frac{E_G}{kT}}$ ; Halleffekt ist Differenzwirkung. Beispiel vielleicht stöchiometrisch zusammengesetztes  $\text{Cu}_2\text{O}$ . Ist  $E_G$  nicht mehr groß gegen  $kT$ : FERMI-DIRAC-Statistik! 5. Störhalbleitung. Band  $A$  voll, leeres Band  $B$  durch Energieunterschied  $E_G$  getrennt. Mit Energieunterschied  $E_S$  unterhalb  $B$  besetzte Energiewerte von  $N_0$  eingesprengten Fremdatomen. Bei sehr tiefer Temperatur bzw. großen Werten  $E_S$  und  $E_G$  Isolation. Thermische Anregung fördert  $n$ -Elektronen von den  $N_0$ -Fremdatomen nach  $B$ . Dort Überschuß-

leitung. Klassische Statistik auch, wenn  $E_S$  nicht mehr groß gegen  $kT$ ;  $\sigma = \sigma_0 \cdot T^{-\frac{3}{2}} \cdot e^{-\frac{E_S}{kT}}$ ; Halleffekt liefert  $n$  und aus Temperaturabhängigkeit auch  $N_0$ . Beispiel  $\text{Cu}_2\text{O}$  mit O-Überschuß. 6. Versuch SCHOTTKYS durch Einführung von „Fängern“ (Akzeptoren) neben den „Spendern“ (Donatoren) die beiden Vorzeichen des Halleffektes an  $\text{Cu}_2\text{O}$  zu deuten. Durch thermisch verursachten Übergang von Elektronen aus dem vollbesetzten  $A$ -Band bei hoher Temperatur soll dort eine Ersatzleitung möglich werden, die dann die Überschußleitung (Störhalbleitung) im  $B$ -Band überwiegt. 7. Lichtelektrisch und optisch festgestellte Energiebänder in  $\text{NaCl}$ . Leitung erfolgt jedoch nur im  $B$ -Band!

Potentialschwelle überschritten werden muß; nur darf der gegenseitige Abstand nicht zu groß sein, da sonst die Übergangswahrscheinlichkeit zu gering wird. Voraussetzung ist aber nach dem PAULI-Prinzip, daß der zu erreichende Zustand noch nicht besetzt ist. Es würde also selbst ein  $K$ -Elektron im Gitter wandern können, wenn an anderer Stelle solche fehlen. Nun sind aber in allen tieferen Energiebändern alle Plätze doppelt besetzt und Leitung ist daher dort nicht möglich. Entscheidend sind die Besetzungsverhältnisse

der höchstgelegenen Energiebänder, die überhaupt noch Elektronen enthalten und die Lage der weiteren Bänder möglicher Energie.

Hat jedes Atom *ein* locker gebundenes Elektron, so ist nur die Hälfte aller Plätze im obersten Elektronen enthaltenden Band (*A*) beansprucht und ein elektrisches Feld vermag die Elektronen in benachbarte Zustände zu bringen (Abb. 3, 1) (günstigster Fall eines Metalles). Ist die Zahl der Valenzelektronen dagegen gerade, so kann eine metallische Leitung nur statthaben, wenn das nächste zulässige Energieband (*B*) noch überlappt (Abb. 3, 2). Überlappt es dagegen nicht, d. h. liegt oberhalb des höchsten mit 2 *N*-Elektronen besetzten Energiezustandes (*A*) ein Band *unzulässiger* Energiewerte, so ist Leitung unmöglich; wir haben einen Isolator. Das gilt für die Temperatur Null. Ein Herüberheben eines Elektrons durch das elektrische Feld würde erfordern, daß die betreffende Energie auf einer freien Weglänge aufgebracht wird: bei einem Energieabstand von rd. 1 Voltelektron und einer freien Weglänge von  $10^{-6}$  cm bei gewöhnlicher Temperatur würde das also eine Feldstärke von rd.  $10^6$  Volt/cm erfordern.

Bei einer Temperatur, die von Null verschieden ist, können aber thermisch Elektronen aus dem vollbesetzten Band (*A*) in das leere höhere (*B*) überführt werden und es wird sich ein Gleichgewicht einstellen, das nach der gewöhnlichen MAXWELLSCHEN Statistik berechnet werden kann, solange die Zahl dieser Elektronen gegenüber der Zahl *N* sehr gering ist (Abb. 3, 4).

Das Massenwirkungsgesetz mit der gewöhnlichen Statistik liefert:

$$n = N^{\frac{1}{2}} \cdot T^{\frac{3}{2}} \cdot e^{-\frac{E_g}{2 k T}} \quad (4)$$

$E_g$  ist der Energieunterschied vom höchsten Wert des vollbesetzten Bandes (*A*) zum untersten des nächsthöheren erlaubten, leeren (*B*). Ist *n* sehr klein gegenüber *N*, so darf auch hinsichtlich der Elektronenbewegung in *B* die klassische Statistik benutzt werden und es ergeben sich im ganzen die bekannten Ausdrücke der DRUDE-LORENTZSCHEN Elektronentheorie, wie SOMMERFELD, BLOCH, WILSON u. a. gezeigt haben. Es ist insbesondere die mittlere thermische Geschwindigkeit der Elektronen  $\sim T^{\frac{1}{2}}$ . Über die klassische Theorie hinaus geht die wellenmechanische Aussage, daß die freie Weglänge bei nicht zu tiefen Temperaturen  $\sim T^{-1}$  sein soll, und daß eine Leitung nicht nur durch die Elektronen im oberen fast leeren Band erfolgt, sondern auch durch die Leerstellen im ursprünglich vollbesetzten unteren; diese Löcherleitung (Ersatzleitung) soll sich gerade so verhalten, wie wenn positive Elektronen die Leitung vermitteln (21). Daher soll diese Ersatzleitung für sich einen Halleffekt umgekehrten (anormalen) Vorzeichens bewirken, und die beobachtete Hallspannung gibt nur

den Unterschied beider Wirkungen. PEIERLS gibt für die Hallkonstante in diesem Falle an

$$R = -\frac{3\pi}{8} \cdot \frac{1}{\varepsilon} \frac{u_1^2 n_1 - u_2^2 n_2}{u_1 \cdot n_1 + u_2 \cdot n_2} \quad (5)$$

wo  $u$  die Beweglichkeiten,  $n$  die Zahlen je Raumeinheit für Überschuß- (1) und Ersatzelektronen (2) sind.

Wir nennen eine derartige Leitung, da sie dem reinen ungestörten, nur thermisch angeregten Gitter zukommen soll, *Eigenhalbleitung*, im Gegensatz zur anschließend behandelten *Störhalbleitung*.

Ist der Energieunterschied  $E_g$  nicht groß gegen  $kT$ , so wird  $n$  mit  $N$  vergleichbar und es muß mit FERMI-DIRAC-Statistik gerechnet werden. Auf diese viel verwickelteren Verhältnisse sei hier nicht eingegangen.

Auf Grund der GUDDENSCHEN Störleitungsannahme wurde anschließend auch dieser Fall von WILSON u. a. theoretisch behandelt. Es wird also angenommen, daß in geringer Anzahl im Gitter  $N_0$  Fremdatome eingebaut sind. Die Energiewerte des Gitters sollen dadurch nicht verändert werden, aber es können jetzt Elektronen jener Fremdatome in Energiewerten sein, die gerade in ein Band unzulässiger Energien des Gitters fallen (Abb. 3, 5). Da diese Atome weit voneinander liegen, werden sie selbst keine Leitung ermöglichen, auch wenn ihre eigenen Zustände nicht vollbesetzt sind; aber es können thermisch Elektronen aus den oberen Energiewerten dieser Fremdatome in das darüberliegende zulässige Band des Gitters gehoben werden und dort Leitung ermöglichen. Da die Zahl solcher Elektronen unter allen Umständen gering bleibt — Fremdatome — kann klassische Statistik angewandt werden und wir erhalten für die Zahl der Leitungselektronen die vorige Beziehung (4) mit  $E_s$  statt  $E_g$  und  $N_0$  statt  $N$ , nur bedeutet jetzt  $E_s$  keinen dem Gitter eigentümlichen Wert, sondern stellt den Energieunterschied dar zwischen dem obersten von Elektronen besetzten Zustand des Fremdatoms und dem untersten Zustand des zulässigen unbesetzten Gitterbandes ( $B$ ). Gegenüber dem vorhergehenden Fall bestehen zwei Unterschiede: 1. fehlt die Ersatzleitung und die Hallkonstante sollte den richtigen  $n$ -Wert liefern; 2. auch, wenn  $E_s$  mit  $kT$  vergleichbar wird, bleiben die klassischen Beziehungen gültig, da  $N_0 \ll N$ .

Es können nun auch besetzte Zustände der Fremdatome in einen zulässigen, aber leeren Bereich des Gitters fallen (Abb. 3, 3), dann sollten diese Elektronen auch ohne thermische Anregung leiten und wir haben einen Fall „metallischer Störleitung“.  $n$  ist unabhängig von der Temperatur, aber klein gegen  $N$ . Die klassischen Formeln sollten gelten. Halleffekt hat richtigen Wert. Die folgende Abb. 3 stellt die verschiedenen Möglichkeiten übersichtlich zusammen. Nun kann man sich noch alle genannten Möglichkeiten gleichzeitig ver-

wirklicht vorstellen und wird einsehen, welche Mannigfaltigkeit an Erscheinungen im Rahmen dieser Theorie untergebracht werden kann.

Es scheint uns aber, daß die Wirklichkeit *noch* verwickelter ist und daß mit sehr viel mehr Energiestufen im Gitter gerechnet werden muß, als bisher getan ist. Man mag das beispielsweise aus den Arbeiten der Göttinger Schule über die Energiestufen in den Alkalihalogeniden entnehmen, die rein experimentell erschlossen worden sind (Abb. 3, 7). Weiterhin hat ШОТКУ (50) darauf hingewiesen, daß im  $\text{Cu}_2\text{O}$  neben den Elektronenspendern (Donatoren) mindestens noch Elektronenfänger (Akzeptoren) angenommen werden müssen, um den Umschlag der Überschußleitung zur Ersatzleitung, der sich in Vorzeichenumkehr des Halleffektes bei  $400^\circ\text{C}$  anzeigt, verständlich zu machen. Die von ihm vorgeschlagene gegenseitige Lage der Energiezustände im  $\text{Cu}_2\text{O}$  zeigt Abb. 3, 6.

Bei höherer Temperatur sollen also nicht nur wie schon vorher Elektronen von den Störstellen in das Leitungsband ( $B$ ) des Gitters gelangen, sondern auch Elektronen aus dem besetzten Band ( $A$ ) des Gitters thermisch entfernt und von Störstellen abgefangen werden, so daß nunmehr im nicht mehr ganz gefüllten Band eine Ersatzleitung einsetzt, die dann zahlenmäßig die Überschußleitung im Band  $B$  überwiegt.

Wegen der näheren modellmäßigen Vorstellungen sei auf die Arbeit (50) selbst verwiesen.

Daß derartige Fänger eine viel größere Bedeutung haben und in die Theorie unbedingt eingebaut werden müssen, geht unseres Erachtens auch aus den lichtelektrischen Beobachtungen hervor (Begriff des mittleren Schubweges, S. 244). Wenn, wie wir für wahrscheinlich halten, auch bei thermischer Anregung solche Fänger mitwirken, würde die bisher von der Theorie angegebene Beziehung  $E = \frac{E_s}{2}$  wieder durch  $E = E_s$  ersetzt werden. Hier wird zunächst nur das Experiment weiter helfen können. Schließlich sei betont, daß bisher die Theorie — soweit sie hier wiedergegeben — nur das beliebig ausgedehnte Gitter behandelt, während ein entscheidender Punkt zweifellos das Verhalten der Grenzen ist. Lichtelektrische Leitung entzieht sich in einem mikrokristallinem Preßkörper dem Nachweis offenbar nur deshalb, weil die Überschuß- und Ersatzleitung an Gittergrenzen erschwert oder unterdrückt wird. Die Unstimmigkeit von Pulvermessungen deutet darauf hin, daß bei thermisch bedingter Leitung Ähnliches vorkommt.

## II. Ergebnis.

Aus dem Bericht dürfte mit Sicherheit hervorgehen, daß wir hinsichtlich einer wirklichen Beherrschung der elektronischen Halbleiter



noch am Anfang stehen. Das gilt für das Experiment und auch für die Theorie. Für die Theorie gilt es auch dann, wenn wirklich der allgemeine Rahmen, den sie gibt, schon richtig ist; sie hat dann die Aufgabe, aus den bekannten Atomenergiewerten und dem Gitterbau Lage und Art der erlaubten und verbotenen Energiezustände des Gitters und damit Art und Größe der Leitfähigkeit vorherzusagen und nicht nur nachträglich verständlich zu machen. Das gilt auch für die Störhalbleitung. Experimentell wird es vor allem nötig sein, wesentlich mehr gesicherte Beobachtungstatsachen beizubringen, als es bisher geschehen ist, und den einzelnen theoretisch geforderten Fällen Beispiele zuzuordnen und sie mit der Voraussage zu vergleichen. Dabei müssen alle bereits heute bekannten Fehlerquellen berücksichtigt und weitere ermittelt werden. Es ist natürlich das gute Recht des Forschers, aus Einzelbeobachtungen Arbeitsannahmen abzuleiten, aber gerade bei der Halbleiterfrage hat sich gezeigt, daß so außerordentlich viele Ursachen zusammenwirken, daß jetzt nur noch breit angelegte Versuchsreihen weiter helfen werden. Experimentalphysiker und Theoretiker, Chemiker und Physikochemiker werden mehr miteinander als nebeneinander wirken müssen. Der Erfolg wird dann aber auch lohnen. Beherrschung der Halbleiter wird einen guten Teil auch zur Beherrschung des festen Körpers schlechthin beitragen. Es bestehen Beziehungen zur Dielektrizitätskonstante bzw. Lichtbrechung, zur Lichtabsorption, zur Phosphoreszenz, zur Plastizität usw. Die letzten 10 Jahre haben unsere Kenntnisse über den Stand des KÖNIGSBERGERSCHEN Berichtes von 1914 hinaus erheblich erweitert, aber zunächst mehr ein Ziel als ein Ergebnis herausgeschält.

#### Literaturverzeichnis.

(Die Aufstellung erstrebt keine Vollständigkeit, sondern enthält nur die Arbeiten, auf die im Bericht Bezug genommen ist.)

1. AUWERS, O. v.: *Wiss. Veröff. Siemens-Konz.* 9, 294 (1930).
2. BACH, R.: *Arch. Sci. phys. nat.* (5) 9, 426 (1927).
3. BAEDEKER, K.: *Ann. Physik* (4) 29, 566 (1909). — *Physik. Z.* 13, 1080 (1912).
4. BLOCH, F.: *Ebenda* 32, 881 (1931).
5. BRONSTEIN, M.: *Physik. Z. Sowj. Union* 2, 28 (1932); 3, 140 (1933).
6. CLAUS, B.: *Ann. Physik* (5) 11, 331 (1931); 14, 644 (1932).
7. DIXIT, K. R.: *Philos. Mag.* (7) 16, 980 (1933).
- 8a. ENGELHARD, E. u. B. GUDDEN: *Z. Physik* 70, 701 (1931).
- 8b. — *Ann. Physik* (5) 17, 501 (1933).
9. FISCHBECK, K. u. O. DORNER: *Z. anorg. u. allg. Chem.* 181, 372 (1929).
10. FLECHSIG, W. u. W. BÜNGER: *Z. Physik* 67, 42 (1931).
11. FOWLER, R. H.: *Proc. roy. Soc. Lond.* (A) 140, 505; 141, 56 (1933); *Physik. Z. Sowj. Union* 3, 507 (1933).

12. FRIEDERICH, E.: Z. Physik 31, 813 (1925).  
— u. L. SITTING: Z. anorg. u. allg. Chem. 143, 293; 144, 169; 145, 127 (1925).  
— u. W. MEYER: Z. Elektrochem. 32, 566 (1926).
13. FRITSCH, O.: Ann. Physik; erscheint demnächst.
14. FREY, G. S.: Z. Elektrochem. 36, 511 (1930).
- 15a. GUDDEN, B.: Unterr.bl. Math. u. Naturwiss. 36, 250 (1930).
- 15b. — Erlang. Ber. 62, 289 (1930).
- 15c. — Physik. Z. 32, 825 (1931).
- 15d. — u. G. MÖNCH: Naturwiss. 19, 361 (1930).
- 15e. — Lichtelektrische Erscheinungen, 1928. S. 142—194.
16. GUILLERY, P.: Ann. Physik (5) 14, 216 (1932); Physik. Z. 32, 891 (1931).
17. GURNEY, R. W.: Proc. roy. Soc., Lond. (A) 141, 209 (1933).
18. HARDING, I. W.: Proc. roy. Soc., Lond. (A) 140, 205 (1933).
19. HEAPS, C. W.: Philos. Mag. (7) 6, 1283 (1928).
20. HECHT, K.: Z. Physik 77, 235 (1932).
21. HEISENBERG, W.: Ann. Physik 10, 888 (1931).
22. HEVESY, G. v.: Z. Elektrochem. 34, 463 (1928).
23. HILSCH, R. u. R. W. POHL: Z. Physik 87, 78 (1933).
24. JANDER, W.: Z. anorg. u. allg. Chem. 192, 286, 295 (1930); 199, 165 (1931).
25. JOFFÉ, A.: Actualit. Sci. et Industr. 87, H. 7 (1933).
26. — D. NASLEDOW and L. NEMENOW: Nature, Lond. 132, 239 (1933).
27. JUSÉ, W. u. B. W. KURTSCHATOW: Physik. Z. Sowj. Union 2, 453 (1932).
28. KIKOIN, J. u. M. NOSKAU: Ebenda 3, 97; 4, 531 (1933).
29. KLAIBER, F.: Ann. Physik (5) 3, 229 (1929).
30. KÖNIGSBERGER, J.: Jb. Radioaktivität u. Elektr. 11, 84 (1914).
31. KRÖGER, P.: Ann. Physik; erscheint demnächst.
32. LANDAU, L.: Physik. Z. Sowj. Union 3, 664 (1933).
- 33a. LEBLANC, M. u. H. SACHSE: Lpz. Ber. 82, 133, 153 (1930).
- 33b. — — Ann. Physik (5) 11, 727 (1931). — u. H. SCHÖPEL: Ebenda 17, 334 (1933).
- 33c. — — Physik. Z. 32, 887 (1931).
34. LEHFELDT, W.: Götting. Nachr., math.-phys. Kl. 1933, 263.
35. LOSSEW, O. W.: Physik. Z. 30, 920 (1929); 32, 692 (1931); 34, 397 (1933).
36. MEISSNER, W.: Z. Physik 58, 570 (1929). — FRANZ, H. u. H. WESTERHOFF: Ann. Physik (5) 17, 593 (1933).
- 37a. MEYER, W.: Diss. Berlin 1926.
- 37b. — Z. Physik 85, 278 (1933).
39. NASLEDOW, D. u. L. NEMENOW: Ebenda 81, 584 (1933).
40. NORDHEIM, L.: Metallwirtsch. 11, 121, 135 (1932).
41. POHL, R. W.: Physik. Z. 35, 107 (1934).
43. RUPP, E.: Ebenda 61, 587 (1930); Lpz. Vorträge 1930, 1.
44. SEEMANN, H. J.: Physik. Z. 29, 94 (1928); 30, 143 (1929); Z. Physik 61, 576 (1930).
45. SKAUPY, F.: Ebenda 1, 259 (1920).
46. SMAKULA, A.: Götting. Nachr., math.-phys. Kl., Fachgr. II; 1, 55 (1934).
47. SOMMERFELD, A.: Naturwiss. 22, 49 (1934).
49. SCHÖNWALD, B.: Ann. Physik (5) 15, 395 (1932).
50. SCHOTTKY, W. u. F. WAIBEL: Physik. Z. 34, 858 (1934).
51. STASIW, O.: Götting. Nachr., math.-phys. Kl. 1933, Nr. 4, 387.
52. STEINBERG, K.: Ann. Physik 35, 1009 (1911).

54. TUBANDT, C. u. M. HAEDICKE: Z. anorg. u. allg. Chem. 160, 297 (1927).  
55a. — u. H. REINHOLD: Z. Elektrochem. 37, 589 (1931).  
55b. — — Ebenda 39, 500 (1933).  
56. — — Z. physik. Chem., BODENSTEIN-Festband 1931, S. 874.  
57. — — Ebenda (B) 24, 22 (1934).  
58. — — u. A. NEUMANN: Z. Elektrochem. 39, 227 (1933).  
59. — E. RINDTORF u. W. JOST: Z. anorg. allg. Chem. 165, 195 (1927).  
60. VÖLKL, A.: Ann. Physik (5) 14, 193 (1932).  
61. VOGT, W.: Ebenda (5) 7, 183 (1930).  
62. VOIGT, K. H.: Z. Physik 57, 154 (1929).  
63. WAGNER, C. u. W. SCHOTTKY: Z. physik. Chem. (B) 11, 467 (1930).  
64. — u. H. DÜN WALD: Ebenda 17, 467 (1932); 22, 212 (1933).  
65. — — u. H. v. BAUMBACH: Ebenda 22, 226 (1933).  
66. — u. H. v. BAUMBACH: Ebenda 22, 199 (1933).  
66a. — — Ebenda 24, 59 (1934).  
67a. WAGNER, C.: Ebenda 21, 42 (1933).  
67b. — Ebenda 22, 181 (1933).  
68. WAIBEL, F.: Wiss. Veröff. Siemens-Konz. 10, H. 4, 65 (1931).  
69. WILSON, A. H.: Proc. roy. Soc., Lond. (A) 133, 458; 134, 277 (1931);  
Actual. Sci. et Industr. 82, H. 2 (1933).  
70. KAPP, G. u. M. TREU: Erlang. Ber.; erscheint demnächst.

# Das Wasserstoffisotop.

Von RUDOLF FRERICHS, Charlottenburg.

Mit 29 Abbildungen.

## Inhaltsverzeichnis.

	Seite
I. Einleitung . . . . .	258
II. Die Gewinnung des Isotops . . . . .	260
1. Die Anreicherung durch Elektrolyse . . . . .	260
a) Praktische Ausführung der Elektrolyse . . . . .	261
b) Die Ausbeute bei der Elektrolyse . . . . .	264
c) Die Theorie der elektrolytischen Isotopenanreicherung. . . . .	266
2. Die Anreicherung durch Diffusion . . . . .	268
3. Sonstige Anreicherungsverfahren . . . . .	271
a) Fraktionierte Verdampfung . . . . .	272
b) Fraktionierte Desorption von Wasserstoff . . . . .	272
c) Fraktionierte Desorption von Wasserdampf . . . . .	273
d) Fraktionierte Destillation von Wasser . . . . .	273
e) Chemische Anreicherungsverfahren . . . . .	274
4. Die natürliche Häufigkeit des Isotops . . . . .	274
III. Die physikalischen Eigenschaften des Isotops . . . . .	275
1. Das D-Atom . . . . .	275
a) Atomgewicht . . . . .	275
b) Linienspektrum . . . . .	277
c) Feinstruktur des Linienspektrums . . . . .	278
d) Starkeffekt . . . . .	280
2. Die Physik des D-Kerns . . . . .	280
a) Atomzertrümmerung durch Deutonen . . . . .	280
b) Neutronenauslösung durch Deutonen . . . . .	281
c) Künstliche Radioaktivität und Positronen . . . . .	283
d) Zertrümmerung von D durch Deutonen . . . . .	284
e) Das Wasserstoffisotop: ${}^1_1\text{H}^3$ (T) . . . . .	284
3. Die Moleküle $\text{D}_2$ und HD . . . . .	284
a) Das Gleichgewicht zwischen $\text{D}_2$ , $\text{H}_2$ und HD . . . . .	284
b) Der Dampfdruck des schweren Wasserstoffs . . . . .	286
c) Ortho- und Para-Form des Wasserstoffisotops . . . . .	288
d) Diffusion . . . . .	289
e) Die Bandenspektren der Moleküle $\text{D}_2$ und HD . . . . .	289
f) Das mechanische Kernmoment des schweren Wasserstoffs . . . . .	290
g) Das magnetische Kernmoment des schweren Wasserstoffs . . . . .	291
IV Die Verbindungen des Isotops . . . . .	291
1. Das schwere Wasser . . . . .	291
a) Die Dichte . . . . .	292
b) Die thermischen Eigenschaften . . . . .	294
c) Die elektrischen und magnetischen Eigenschaften . . . . .	295

	Seite
d) Die optischen Eigenschaften . . . . .	296
e) Tabelle der physikalischen Konstanten . . . . .	297
f) Das Bandenspektrum . . . . .	298
g) Die chemischen Eigenschaften . . . . .	299
h) Die Austauschreaktionen . . . . .	300
i) Die biologischen Wirkungen . . . . .	301
2. Sonstige Verbindungen des Wasserstoffisotops . . . . .	303
a) Bandenspektren der D-Verbindungen . . . . .	303
b) Thermische Daten einiger Verbindungen . . . . .	304
Literaturverzeichnis . . . . .	305

## I. Einleitung.

Die Entdeckung des Wasserstoffisotops von der Masse 2 ist der großen Genauigkeit der modernen experimentellen Atomgewichtsbestimmungen zu verdanken. In dieser Beziehung hat die Entdeckung eine gewisse Ähnlichkeit mit der Auffindung des Edelgases Argon durch LORD RAYLEIGH und RAMSAY, die vier Jahrzehnte früher erfolgte. Damals schloß LORD RAYLEIGH aus der geringen, aber sicheren Atomgewichtsdifferenz zwischen Luftstickstoff und chemisch gebundenem Stickstoff, daß ersterer eine unbekannte und chemisch nicht reagierende schwere Beimengung enthalten müsse, deren Isolierung RAMSAY 1894 gelang. Im Falle des Argons war diese Differenz noch verhältnismäßig groß, sie betrug 0,55 %. Bei Wasserstoff schien die ausgezeichnete Übereinstimmung zwischen dem besten auf chemischem Wege bestimmten Atomgewichtswert:  $1,00777 \pm 0,00002$  und dem von ASTON (1) mit höchsterreichbarer Präzision massenspektroskopisch gemessenen Atomgewicht:  $1,00778 \pm 0,00015$  zunächst die festeingewurzelte Vorstellung zu stützen, daß das einfachste Element ein einheitlicher Körper von wohldefiniertem Atomgewicht ist. BIRGE und MENZEL (2) konnten jedoch 1931 Fehler prinzipieller Art im Vergleich dieser beiden Bestimmungen nachweisen, und heute wissen wir mit Bestimmtheit, daß der Wert  $1,00778$  lediglich das Gewicht einer konstanten Mischung zweier Isotope von den angenäherten Atomgewichten 1 und 2 darstellt.

Die Basis der internationalen Atomgewichtsskala bildet der für das Atomgewicht des Sauerstoffs angenommene Wert 16. Nun ist nach GIAUQUE und JOHNSTON (3) der Sauerstoff nicht einheitlich, sondern bildet eine konstante Mischung zweier Isotope, von denen man dem häufigeren das Atomgewicht 16 und damit dem selteneren das Atomgewicht 18 zuteilt. Dieser Nachweis wird an den atmosphärischen  $O_2$ -Banden geführt, bei denen außer den intensiven  $O^{16}O^{16}$ -Banden noch schwache den Molekülen  $O^{16}O^{18}$  und  $O^{18}O^{18}$  zugehörige Banden auftreten. Das Mengenverhältnis  $O^{16}:O^{18}$  beträgt nach den genauesten Intensitätsmessungen an diesen Banden, die von MECKE und

CHILDS (4) ausgeführt wurden: 630 : 1<sup>1</sup>. Da bei einer massenspektroskopischen Atomgewichtsbestimmung das in geringer Menge vorhandene Isotop O<sup>18</sup> von O<sup>16</sup> getrennt ist, beziehen sich diese Messungen auf das leichtere Isotop O<sup>16</sup> = 16. Bei einer chemischen Atomgewichtsbestimmung dagegen dient als Basis die einheitlich chemisch reagierende Mischung O<sup>16</sup> + 1/630 O<sup>18</sup>, der hierbei jedoch der gleiche Wert 16 zugeteilt wird. Die von BIRGE und MENZEL (2) zuerst durchgeführte Reduktion des ASTONschen Wertes 1,00778 auf die chemische Skala ergibt nun: 1,00756. Die Abweichung zwischen den beiden Werten 1,00778 und 1,00756 läßt sich nach den genannten Autoren am einfachsten durch die Annahme eines in sehr geringer Konzentration vorhandenen Isotops von der angenäherten Masse 2 erklären; denn bei der massenspektroskopischen Atomgewichtsbestimmung, die den kleineren Wert ergibt, wird aus den gleichen Gründen wie bei Sauerstoff lediglich das in größerer Menge vorhandene Isotop 1 erfaßt, während die chemischen Methoden das Gewicht der Mischung bestimmen und darum einen höheren Wert ergeben. Das Mengenverhältnis H<sup>1</sup> : H<sup>2</sup> läßt sich aus der Differenz der beiden Werte leicht ableiten, sofern man den ganzen Gewichtsunterschied durch H<sup>2</sup> erklärt und nicht noch ein weiteres Isotop etwa von der Masse 3 (s. Kap. III 2 e) annimmt. BIRGE und MENZEL geben für das Verhältnis H<sup>1</sup> : H<sup>2</sup> = 4500 : 1 an. Sie selbst haben nicht versucht, das Isotop 2 anzureichern.

Der erste experimentelle Nachweis gelang UREY, BRICKWEDDE und MURPHY (5) im Frühjahr 1932<sup>2</sup>. Bei der geringen zu erwartenden Konzentration versuchten die genannten Forscher zunächst das Isotop anzureichern. Nach einer Methode, die in Kap. II 3a ausführlicher besprochen wird, und die heute durch die elektrolytischen und auf der Diffusion beruhenden Verfahren bereits überholt ist, gelang es ihnen, durch vorsichtiges Verdampfen von 3 Liter flüssigen Wasserstoffs bei wenigen Millimetern Druck in dem letzten Kubikzentimeter das Isotop anzureichern. Der Nachweis des Isotops wurde von ihnen am Linienspektrum dieser Wasserstoffprobe geführt, das neben den BALMER-Linien an der genau berechenbaren Stelle die entsprechenden Linien eines Wasserstoffisotops von der Masse 2 zeigte (s. Kap. III 1 b).

<sup>1</sup> Massenspektroskopische Messungen und eine Diskussion der nach verschiedenen Methoden erhaltenen Verhältnisse: O<sup>16</sup> : O<sup>18</sup> finden sich bei W. R. SMYTHE: *Physic. Rev.* 45, 299 (1934).

<sup>2</sup> Von dem umstrittenen magnetooptischen Nachweis des Wasserstoffisotops durch ALLISON (6) kann man wohl absehen, da die ALLISONschen Resultate durch die Untersuchung von WEBB und MOREY (7) zum mindesten wohl als sehr fraglich anzusehen sind.

J. J. THOMSON (9) hat im Jahre 1911 bei massenspektroskopischen Untersuchungen mit seiner Parabelmethode in einem auf besondere Weise hergestellten Wasserstoff den Isotopen H<sup>2</sup> und H<sup>3</sup> zuzuordnende Linien gefunden.

Bei der überragenden Bedeutung des Wasserstoffs, insbesondere auch in seiner wichtigsten Verbindung, dem Wasser, erregte diese Entdeckung das größte Interesse, so daß die Darstellung und die Eigenschaften des neuen Gases in zahlreichen Arbeiten untersucht wurden. In dem vorliegenden Bericht konnte die Literatur bis Juli 1934 berücksichtigt werden, sie umfaßt etwa 180 Arbeiten, die zum größten Teil nach der zweiten Hälfte des Jahres 1933 ausgeführt worden sind. Bevor im folgenden die Resultate dieser Untersuchungen in sachlichem, ohne Rücksicht auf den angedeuteten zeitlichen Zusammenhang besprochen werden, seien noch einige kurze Bemerkungen über die Namengebung des neuen Isotops vorangeschickt. Durch das Isotop wird die Entwicklung einer ganz neuen Reihe von Wasserstoffverbindungen in die Wege geleitet, es liegt daher nahe, im Gegensatz zu den Isotopen anderer Elemente, dieses besonders zu benennen.

Die Entdecker UREY, BRICKWEDDE und MURPHY (8) schlagen für das Isotop den Namen: *Deuterium* und für seinen Kern: *Deuton*, letzteres im Gegensatz zum *Proton*, vor. Der leichte Wasserstoff ist dann sinngemäß als *Protium* zu bezeichnen. Es entspricht wissenschaftlicher Gepflogenheit, die Namengebung einer neuen Entdeckung dem Entdecker selbst zu überlassen. In dem vorliegenden Fall jedoch führt der Name Deuton des neuen Kerns, bei der Bedeutung, die dieser Baustein für die Materie besitzt, leicht zu einer Verwechslung mit dem kürzlich entdeckten Neutron, so daß in England für das schwere Isotop der Name: Diplogen und für den Kern: Diplon vorgeschlagen wurde. Als Symbol für das neue Isotop wird der Buchstabe: D eingeführt. Zur Zeit hat man sich noch nicht zu einer einheitlichen Bezeichnungsweise entschlossen. In der Literatur findet sich bald die amerikanische, bald die englische Bezeichnung, daneben sind von einer Reihe von Physikern noch Namen wie Barogen, Pyknogen, Isohydrogen, Dygen, Deuthydrogen vorgeschlagen, während die Verbindungen des Isotops, z. B. das „schwere“ Benzol z. B. als „Barbenzol“ bezeichnet werden<sup>1</sup>.

## II. Die Gewinnung des Isotops.

### 1. Die Anreicherung durch Elektrolyse.

Bei der Bedeutung der neuen Entdeckung wurden die Experimente von UREY, BRICKWEDDE und MURPHY bald an verschiedenen Stellen nachgeprüft. Während die Existenz des neuen Isotops durchweg bestätigt wurde, ergaben sich jedoch beträchtliche Unterschiede in

<sup>1</sup> Wieweit die Phantasie bei derartigen Namengebungen schreitet, ersieht man z. B. aus einem kürzlich in *Nature*, Lond. veröffentlichten Vorschlag, das positive Elektron als „Oreston“, somit als Bruder des anscheinend von „Elektra“ abgeleiteten Elektrons zu bezeichnen.

dem Mengenverhältnis. Im Gegensatz zu den Entdeckern, die das Mengenverhältnis  $D : H = 1 : 4000$  in Übereinstimmung mit den Überlegungen von BIRGE und MENZEL abschätzten, wurden an anderen Stellen Mengenverhältnisse zwischen  $1 : 4000$  und  $1 : 30000$  gefunden. Diese Widersprüche in den von den verschiedenen Beobachtern gefundenen Konzentrationen fanden eine überraschend einfache Aufklärung, als UREY und WASHBURN (10, 11) zeigen konnten, daß bei der Elektrolyse wäßriger Lösungen das schwere Isotop in dem Rückstand angereichert wird. Bei diesem Verfahren gewinnt man also „schweres Wasser“, aus dem das Isotop durch irgendein Zersetzungsverfahren abgeschieden werden kann. Da der technische Wasserstoff meist elektrolytisch hergestellt ist, hatte man gerade in dem ungeeignetsten Ausgangsmaterial nach dem Isotop gesucht.

Kurz nach der ersten Veröffentlichung von UREY und WASHBURN, in der diese noch keine genauen Daten über die erreichten Konzentrationen angeben, gelang LEWIS (12, 13) und seinen Mitarbeitern die Anreicherung des schweren Wassers zu größeren Konzentrationen. Das von ihm angegebene Verfahren ist heute das wichtigste für die Gewinnung des Isotops in größerem Maßstab. LEWIS fand, daß die Zersetzung von etwa 20 Liter wäßriger Natronlauge ( $\frac{1}{2}$  norm) zuerst in größeren und dann mit abnehmender Menge kleiner werdenden Zersetzungsgefäßen 0,5 ccm Rückstand vom spez. Gew. 1,073 entsprechend 65,7% D ergibt.

**a) Praktische Ausführung der Elektrolyse.** Unter den Anordnungen zur elektrolytischen Anreicherung des Isotops zeichnet sich die von SCHWARZ, KÜCHLER und STEINER (14) durch besondere Einfachheit aus. In einem großen Akkumulatoren­glas von  $20 \times 30 \times 50$  cm ist ein geeignetes Gestell als Halter von 60 langen als Elektrolysierzellen dienenden Reagenz­gläsern befestigt. U-förmige Elektroden aus Eisendraht verbinden je zwei Gläser und schalten alle in Serie. Als Elektrolyt dient 0,8 norm Natronlauge. Eine solche Gruppe von 60 Zellen liegt an der Netzspannung von 220 Volt und verbraucht etwa 3—4 Amp. Täglich werden in der Gruppe 3 Liter zersetzt. Durch die Akkumulatoren­gläser fließt dabei soviel Wasser, daß die Temperatur in den Zellen nicht über  $18^{\circ}$  steigt. Eine Reihe von solchen Gruppen ist parallelgeschaltet. Die Arbeitsweise ist folgende:

Die Zellen werden mit Natronlauge gefüllt (5—6 Liter/Gruppe). Während der Elektrolyse wird das Flüssigkeitsniveau stets konstant gehalten, bis etwa im ganzen 20 Liter nachgefüllt sind, dann wird der Inhalt auf 2 Liter herunterelektrolysiert und ergibt nach der Destillation 2 Liter Wasser von 0,12%  $D_2O$  (über die Methoden zur Bestimmung der  $D_2O$ -Konzentration vgl. Kap. IV 1a und 1d<sup>1</sup>). Bei

<sup>1</sup> Die Gesamtmenge, also auch die in den Molekülen HDO enthaltene, ist hier stets als  $D_2O$  bzw.  $H_2O$  angegeben.



der weiteren Elektrolyse wird der mit dem leichten Wasserstoff freiwerdende schwere Wasserstoff durch Verbrennung des Knallgases wiedergewonnen. Die dazu benutzte Anordnung zeigt Abb. 1. Die

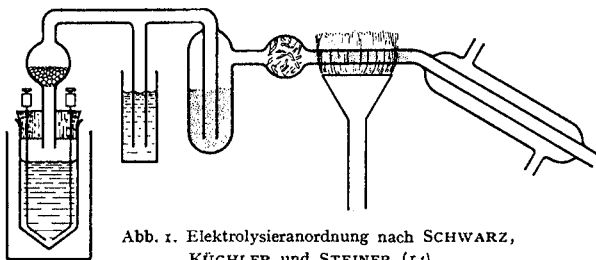


Abb. 1. Elektrolysieranordnung nach SCHWARZ, KÜCHLER und STEINER (14).

Elektrolysierzellen sind durch eine als Tropfenfänger dienende Glasperlenschicht, einen Sicherheitsverschluß und ein mit Sand gefülltes Gefäß mit dem Verbrennungsrohr aus Hartglas verbunden. Das Rohr ist zum Teil mit Asbest, zum Teil mit Kupferoxyd gefüllt und wird auf Rotglut gehalten. Die Vereinigung zu Wasser findet teilweise bereits am Asbest, teilweise erst am Kupferoxyd statt. Das entstandene Wasser wird im Kühler kondensiert.

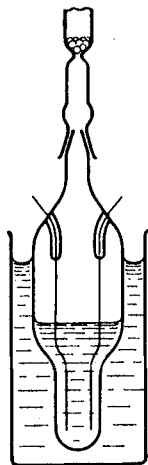


Abb. 2. Elektrolysiergefäß für stark angereichertes Wasser nach SCHWARZ, KÜCHLER und STEINER (14).

Die letzte Konzentration wird in einem mit Wasser gekühlten Gefäß nach Abb. 2 vorgenommen, das mit einem Schliff wahlweise an die Verbrennungsapparatur oder an eine Vakuumdestillationsanordnung angeschlossen werden kann.

Von den anderen Anordnungen zur elektrolytischen Gewinnung von  $D_2O$  seien einige Einzelheiten beschrieben<sup>1</sup>. Einige Autoren (16, 21) verwenden zur Elektrolyse sehr große Gefäße und starke Ströme von 150—400 Amp., obgleich mit der Erzeugung und Fortleitung starker Gleichströme von niedriger Spannung hohe Verluste verbunden sind. Es liegt daher nahe, die Elektrolyse mit Wechselstrom auszuführen, da man einerseits doch nur ein Gemisch aus Wasserstoff und Sauerstoff benötigt, andererseits gerade bei Wechselstrom die

<sup>1</sup> Im Gegensatz zu den angeführten Untersuchungen gelingt es GÜNTHER-SCHULZE und KELLER (15) nicht, elektrolytisch das schwere Isotop anzureichern. Sie warnen andere Experimentatoren vor dieser Art der Anreicherung: „Ein guter Wirkungsgrad der Anreicherung erscheint hiernach unter keinen Umständen möglich zu sein. . . . Obwohl die beschriebenen Versuche ein rein negatives Ergebnis hatten, hielten wir es doch für richtig, sie zu veröffentlichen, damit nicht andere Fachgenossen die gleiche Mühe vergeblich aufwenden!“

notwendigen großen Stromstärken bequem durch Transformatoren hergestellt werden können. SHIPLEY und GOODEVE (17), sowie TOPLEY und EYRING (18) haben derartige Versuche mit 60 per. Strom gemacht. Sie beobachteten dabei, daß sowohl Platin als auch Silber nach einiger Zeit so aktiv wurden, daß die Gase sogleich an ihnen rekombinierten und die Ausbeute praktisch auf Null sank. Viel besser sind Anordnungen wie die bereits beschriebene, bei der eine große Zahl von Zellen hintereinandergeschaltet sind, so daß der Strom von geringer Stärke direkt dem Netz entnommen werden kann. Solche Anordnungen sind von TAYLOR, EYRING und FROST (19) und von UREY (22) beschrieben worden. Alle Autoren gehen so vor, daß der entweichende Wasserstoff nur bis zu einer bestimmten Anreicherung des schweren Isotops im Rückstand freigelassen wird. HARTECK (21) dessen Zelle mit niedriger Spannung (8 Volt) und starkem Strom (150—200 Amp.) arbeitet, verbrennt das entweichende Knallgas zu Wasser, sobald die  $D_2O$ -Konzentration im Elektrolyten 12% erreicht. UREY und seine Mitarbeiter verbrennen das Knallgas bereits bei 1%  $D_2O$ , TAYLOR, EYRING und FROST bei 2,5%  $D_2O$ .

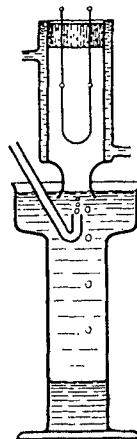


Abb. 3.  
Verbrennungs-  
anordnung nach  
HARTECK (21).

Die nicht ungefährliche Verbrennung des entstandenen Knallgases zu Wasser geschieht bei HARTECK an einem Platindraht in einer Anordnung nach Abb. 3. Das Knallgas tritt in kleinen Blasen durch Öl in die Verbrennungskammer und wird an dem glühenden Platindraht zu Wasser vereinigt, das sich am Boden des Ölfäßes sammelt. TAYLOR, EYRING und FROST benutzen eine Anordnung nach Abb. 4. Das Knallgas aus einer Reihe von kleinen Elektrolysegefäßen strömt durch einen Tropfenfänger, einen Quecksilberschluß und ein Sicherheitsventil in eine enge Düse, an der es in einem wassergekühlten Quarzrohr verbrennt. Unmittelbar vor der Düsenöffnung befindet sich ein glühender Platindraht, der das unregelmäßig strömende Knallgas stets erneut entzündet. Die Kapillare wird so eng gewählt, daß die Flamme gerade nicht zurückschlägt. Bei 20 Amp. Zersetzungstrom ist ein Durchmesser von 0,3 mm am besten. Die Kapillaren selbst nützen sich stark ab und müssen täglich erneuert werden.

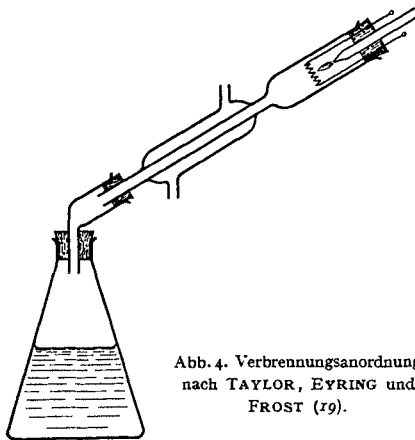


Abb. 4. Verbrennungsanordnung  
nach TAYLOR, EYRING und  
FROST (19).

b) **Die Ausbeute bei der Elektrolyse.** Bei der Elektrolyse einer wäßrigen Lösung wird neben dem leichten Isotop stets ein bestimmter Betrag des schweren Isotops frei. Bezeichnet  $\alpha_1$  die (relative) Menge des freigewordenen  $H_2$  und  $\alpha_2$  die des freigewordenen  $D_2$  so wird  $k = \alpha_1/\alpha_2$  als Trennungsfaktor bezeichnet. Unter der Annahme, daß der Trennungsfaktor von der Konzentration des schweren Wassers unabhängig ist, gilt dann für die Elektrolyse die von RAYLEIGH für die fraktionierte Destillation abgeleitete Formel:

$$\left(\frac{C_H}{C_{0H}}\right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \left(\frac{C_{0D}}{C_D}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} = \frac{V}{V_0}.$$

Darin bedeuten  $C_{0H}$  und  $C_{0D}$  und  $V_0$  die Anfangskonzentrationen und das Anfangsvolumen,  $C_H$  und  $C_D$  bzw.  $V$  die entsprechenden Größen nach der Elektrolyse und  $\alpha = \frac{1}{k}$ . In der Abb. 5 sind als Abszisse

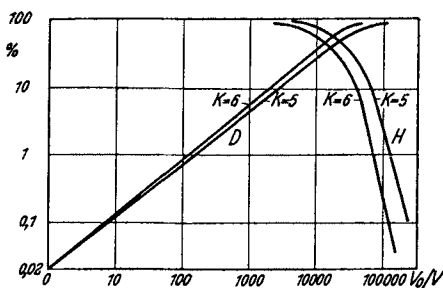


Abb. 5. Konzentration von D und H als Funktion des Restvolumens für die Trennungsfaktoren  $k = 5$  und  $k = 6$  nach HARTECK (21).

die Quotienten  $V_0/V$  in logarithmischem Maß, als Ordinate die Konzentrationen von H und D ebenfalls in logarithmischem Maß eingetragen. Die Kurven zeigen die Änderung der Konzentrationen von H und D mit abnehmendem Volumen unter der Annahme der Trennungsfaktoren  $k = 5$  bzw. 6.

Neben einer Reihe von zerstreuten Bemerkungen in den verschiedenen Unter-

suchungen über die Anreicherung des Isotops sind systematische Messungen der Ausbeute in Abhängigkeit von den Arbeitsbedingungen von BELL und WOLFENDEN (20), sowie von TOPLEY und EYRING (18, 25) gemacht worden. Die erreichten Konzentrationen wurden in diesen Untersuchungen mit dem Pyknometer (s. Kap. IV 1a) mit einer Genauigkeit von  $1 \cdot 10^{-5}$  bis  $1 \cdot 10^{-6}$  unter der Annahme eines linearen Zusammenhangs zwischen Dichte und Isotopgehalt berechnet. Die Ausbeute selbst wird durch den Trennungsfaktor angegeben. Die Tabelle 1 enthält die Trennungsfaktoren als Funktion der Elektrolytkonzentrationen, der Temperatur des Elektrolyten, der Stromdichte an der Kathode und des Elektrodenmetalls.

Untersuchungen über die Abhängigkeit des Trennungsfaktors von der Konzentration sind von SCHWARZ, KÜCHLER und STEINER (14) gemacht worden und sind in Tabelle 2 zusammengestellt.

Bei der elektrolytischen Anreicherung des schweren Isotops treten starke Verluste auf, zum Teil durch Verdampfung, die größten Verluste

Tabelle 1.

Der Trennungsfaktor als Funktion der Elektrolysebedingungen.

Abhängigkeit von der Konzentration des Elektrolyten (Konz. 0,1—0,3% D)

Kathode	Elektrolyt	Trennungsfaktor
Ni	1% NaOH	4,55
Ni	8% NaOH	5,00

Abhängigkeit von der Temperatur des Elektrolyten (Konz. 0,25—0,5% D)

Kathode	Elektrolyt	Temperatur	Trennungsfaktor
Ni	2% NaOH	10° C	4,35
Ni	2% NaOH	100° C	3,85

Abhängigkeit von der Stromdichte an der Kathode (Konz. 0,05—0,15% D)

Kathode	Elektrolyt	Stromdichte	Trennungsfaktor
Ni	1% NaOH	10 Amp./qcm	5,55
Ni	1% NaOH	0,07 Amp./qcm	3,70

Abhängigkeit vom Kathodenmetall

Kathode	Stromdichte	Elektrolyt	% D	Trennungsfaktor
Pb	1	KOH 0,5 norm	7	7,4
Pb	1	KOH 0,5 „	8	7,2
Pb	1,3	H <sub>2</sub> SO <sub>4</sub> 0,5 „	8	6,2
Pb	1,3	H <sub>2</sub> SO <sub>4</sub> 0,5 „	9	6,6
Pb	1,5	H <sub>2</sub> SO <sub>4</sub> 0,5 „	12	6,3
Pt	1	KOH 0,5 „	7	7,6
Pt	1	KOH 0,5 „	8	6,5
Pt	1	H <sub>2</sub> SO <sub>4</sub> 0,5 „	8	5,7
Pt	1	H <sub>2</sub> SO <sub>4</sub> 0,5 „	9	5,7
Pt	14	H <sub>2</sub> SO <sub>4</sub> 0,5 „	8	5,7
Pt	14	H <sub>2</sub> SO <sub>4</sub> 0,75 „	12	6,4
Pt	14	H <sub>2</sub> SO <sub>4</sub> 1,0 „	18	6,3
Pt schwarz	2	H <sub>2</sub> SO <sub>4</sub> 0,5 „	12	4,6
Pt „	2	H <sub>2</sub> SO <sub>4</sub> 0,75 „	15	4,7
Pt „	2	H <sub>2</sub> SO <sub>4</sub> 1,0 „	21	4,7
Pt aktiv	4	H <sub>2</sub> SO <sub>4</sub> 0,5 „	7	4,7
Pt „	4	H <sub>2</sub> SO <sub>4</sub> 0,75 „	9	4,7
Pt „	32	H <sub>2</sub> SO <sub>4</sub> 0,5 „	8	3,4
Pt „	32	H <sub>2</sub> SO <sub>4</sub> 1,0 „	11	3,6
Fe	1	KOH 0,5 „	7	7,6
Fe	1	KOH 0,5 „	8	6,9
Ni	1	KOH 0,5 „	7	5,5
Cu	1	KOH 0,5 „	7	6,8
Cu	1	H <sub>2</sub> SO <sub>4</sub> 0,5 „	7	5,5
Cu	1	H <sub>2</sub> SO <sub>4</sub> 0,75 „	8	5,8
Ag	1	KOH 0,5 „	7	5,3
Ag	1	KOH 0,5 „	8	5,8
Ag	1	H <sub>2</sub> SO <sub>4</sub> 0,5 „	8	6,0
Ag	1	H <sub>2</sub> SO <sub>4</sub> 0,5 „	10	5,6
Hg	0,7	H <sub>2</sub> SO <sub>4</sub> 0,5 „	8	2,8
Ga	1,5	H <sub>2</sub> SO <sub>4</sub> 0,5 „	8	4,1

Tabelle 2.  
Der Trennungsfaktor als Funktion der D<sub>2</sub>O-Konzentration.

	% D im Rückstand	% D im übergangenen Wasser	Tren- nungs- faktor		% D im Rückstand	% D im übergangenen Wasser	Tren- nungs- faktor
I	41,6	9,2	5,8	IV	78,5	28,9	6,7
II	47,6	10,8	6,4	V	94	57	7,5
III	69,0	18,9	6,0	VI	98-99	69	~ 9

aber dadurch, daß bei den ersten Elektrolysestufen ein großer Teil des schweren Isotops freigemacht wird und verlorengeht. So fanden TAYLOR, EYRING und FROST (19), daß 28 Liter eines Elektrolyten von 0,033% D nur 1 ccm schweres Wasser von 95% D ergeben, also nur ungefähr 10% der vorhandenen Menge. Es ist daher zweckmäßig als Ausgangsmaterial bereits angereicherte Rückstände der großen technischen Elektrolysieranlagen (27) oder alte Akkumulatorensäure (28) zu verwenden.

c) Die Theorie der elektrolytischen Isotopenanreicherung. Die überraschend große Ausbeute bei der elektrolytischen Trennung der Wasserstoffisotope läßt sich nicht allein durch die verschiedene Beweglichkeit der H- und D-Ionen erklären. Bei dem Masseverhältnis 1:2 würde sie nur den Trennungsfaktor  $\sqrt{2}$  ergeben. Es werden daher zur Erklärung zwei andere Erscheinungen herangezogen, der quantenmechanische Tunneleffekt und die Nullpunktsenergie. Je nach dem Mechanismus, den man den kathodischen Vorgängen zugrunde legt, genügt die eine oder die andere dieser Erscheinungen zur Darstellung des Trennungsfaktors. Bei den meisten chemischen Reaktionen müssen die reagierenden Partner durch einen Zustand, den aktivierten, hindurch, dessen Energie größer ist als die des Anfangs- und des Endzustandes. Sie müssen eine Potentialschwelle überwinden, deren Höhe der Aktivierungsenergie gleich ist. BORN und FRANCK (30) haben auf die Möglichkeit hingewiesen, daß der quantenmechanische Tunneleffekt eine Durchdringung der Schwelle hervorruft, so daß trotz an sich unzureichender Energie der Partner die Schwelle überwunden werden kann<sup>1</sup>.

WIGNER (31) und später CREMER und POLANYI (32) wiesen darauf hin, daß für die Überwindung der Potentialschwelle die Nullpunktsenergie ebenfalls eine Rolle spielt. So wie die Differenz der Nullpunktsenergien zwischen den Ausgangs- und Endprodukten eines chemischen Prozesses in der Wärmetönung enthalten ist, so macht sie sich auch in der Aktivierungswärme, der Energie, die zur Erreichung des Potentialberges notwendig ist, bemerkbar. Die Differenz der Nullpunktsenergien im Anfangs- und der im aktivierten

<sup>1</sup> Auf Grund des Tunneleffekts hatte GAMOW die Möglichkeit einer Atomzertrümmerung auch bei niedrigen Spannungen vorhergesagt.

Zwischenzustand steht für das Überschreiten der Schwelle zur Verfügung. Da die Nullpunktsenergie entsprechender D- und H-Verbindungen verschieden ist, liegt hier eine weitere Ursache für die Unterschiede der Reaktionsgeschwindigkeiten der Wasserstoffisotope.

Es gibt bis heute noch keine abschließende Theorie der elektrolytischen Anreicherung der Wasserstoffisotope. Daß Nullpunktsenergie oder Tunneleffekt oder auch beide zusammen für den hohen Trennungsfaktor bei der Elektrolyse verantwortlich zu machen sind, darin stimmen alle Autoren überein. Da die Potentialschwelle, die bei der elektrolytischen Wasserstoffabscheidung auftritt, auch mit der Überspannung zusammenhängt und es für diese noch keine endgültige Theorie gibt, gehen auch über die elektrolytische Trennung die Ansichten der verschiedenen Autoren auseinander.

BELL und WOLFENDEN (20) verwenden zur Erklärung der elektrolytischen Isotopenanreicherung die GURNEYSche Theorie der Überspannung der Wasserstoffelektrolyse. Sie nehmen an, daß für die Anreicherung des Wasserstoffisotops im Elektrolyten nur die Unterschiede in den Nullpunktsenergien der beiden Isotope maßgebend sind. Damit erklären sie zugleich die weitgehende Unabhängigkeit des Trennungsfaktors von Elektrodenmaterial und Stromdichte (s. Tabelle I). Erst in zweiter Näherung (23) machen sich diese Faktoren bemerkbar, es ist jedoch bisher noch nicht möglich, die Einflüsse quantitativ darzustellen.

Nach POLANYI (33) beruht die elektrolytische Anreicherung des Isotops auf einem Tunneleffekt. Er legt die Potentialschwelle so, daß das Proton sie beim Abstreifen seiner Solvathülle zu überschreiten hat. Das leichtere Proton durchdringt die Schwelle besser als das schwere Deuteron.

FOWLER (34) zeigt, daß man heute noch nicht in der Lage ist, zu unterscheiden, ob die POLANYISCHE Ansicht richtig ist, oder ob die Anreicherung durch die verschiedene katalytische Beeinflussung der Rekombination der D- bzw. H-Atome an der Kathodenfläche bedingt ist, oder ob diese beiden Prozesse zusammen dabei wirksam sind.

TOPLEY und EYRING (35, 36) berechnen aus den Gleichgewichtskonstanten der Reaktionen  $\text{H}_2\text{O} + 2 \text{D} \rightleftharpoons \text{D}_2\text{O} + 2 \text{H}$  und  $\text{H}_2\text{O} + \text{D}_2\text{O} \rightleftharpoons 2 \text{HDO}$  einen Ausdruck für den elektrolytischen Trennungskoeffizienten zunächst unter der Annahme, daß der aktivierte Zustand aus freien Atomen besteht, also die Nullpunktsenergie in ihm verschwindet und daß Tunneleffekte in ihm zu vernachlässigen sind. Da bei dieser Rechnung sowohl die Aktivierungsenergie als auch der Trennungskoeffizient zu hoch werden, andererseits eine Nullpunktsenergie im aktivierten Zustand den Trennungskoeffizienten herabsetzt, schließen sie, daß im aktivierten Zustand eine gewisse Bindung der Atome verbunden mit einer Nullpunktsenergie besteht.

Aus den verschiedenen Theorien geht hervor, daß diese Vorgänge noch recht ungeklärt sind, und daß gerade die elektrolytische Trennung der Wasserstoffisotope in ihrer genauen experimentellen Erforschung berufen ist, die Zusammenhänge aufzuklären.

## 2. Die Anreicherung durch Diffusion.

Die Diffusionsgeschwindigkeiten der verschiedenen Gase verhalten sich wie die Wurzeln aus den Molekulargewichten. Ein einmaliger Diffusionsvorgang ergibt daher nur eine geringfügige Änderung des Konzentrationsverhältnisses. HERTZ (37) hat nun eine Anordnung angegeben, bei der durch eine größere Zahl von  $m$  hintereinandergeschalteten Trennungsgliedern statt der einmaligen Anreicherung um den kleinen Faktor  $q$  eine Anreicherung um den Faktor  $q^m$  eintritt. Als Trennungsglieder dienen Tonrohre (Steatit Magnesia Q 5 Masse), die in ein Glasrohr nach Abb. 6 eingeschmolzen sind.

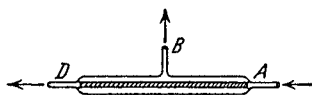


Abb. 6. Trennungsrohr nach HERTZ (37).

Bei  $A$  strömt das aus den beiden Bestandteilen zusammengesetzte Gas ein. Ein Teil diffundiert durch die Wand des Tonrohres und wird bei  $B$  von einer Pumpe abgesaugt, welche das Vakuum in dem das Tonrohr umgebenden Glasmantel aufrecht hält. Das übrige Gas strömt bei  $D$  ab. Man kann die Dimensionen so wählen, daß die Hälfte des eintretenden Gases, angereichert an

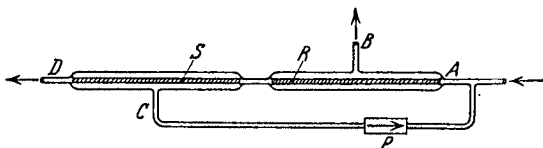


Abb. 7. Verbessertes Trennungsrohr nach HERTZ (37).

leichterem Gase durch  $B$ , die andere Hälfte angereichert an dem schwereren Bestandteil durch  $D$  austritt. Ist nun das Tonrohr sehr lang, so wird der Gasstrom schon innerhalb des Tonrohres so stark an schwerem Bestandteil angereichert sein, daß das am linken Ende durch die Wand diffundierende Gemisch wieder ungefähr die gleiche Zusammensetzung aufweist wie das ursprünglich eingetretene. Dies läßt sich vermeiden, wenn man das Tonrohr in zwei Hälften teilt (Abb. 7). Bei  $B$  wird das an leichtem Bestandteil angereicherte Gas, bei  $C$  wird ein Gemisch von der ursprünglichen Zusammensetzung abgepumpt, das deshalb wieder bei  $A$  in den Kreislauf zurückgeführt werden muß. Es werden nun eine größere Zahl derartiger Trennungsglieder so hintereinandergeschaltet, daß jedes Trennungsglied von seinen beiden Nachbarn Gas empfängt und die beiden Teilströme, in welche es das ihm zugeführte Gas zerlegt, wieder an die beiden Nachbarn abgibt. Abb. 8 zeigt die Anordnung eines aus einer solchen Reihe herausgenommenen Trennungsgliedes.

Zur Betrachtung der Wirkungsweise diene die Abb. 9, bei der die einzelnen Trennungsglieder schematisch durch Quadrate dargestellt sind. Die Pfeile geben die Richtung der Gasströme an. Jedes Glied erhält von beiden Seiten Gas und gibt die getrennten Anteile wieder an die beiden Nachbarn ab. An

den Enden liegen Vorratsgefäße. Der Anfangszustand und der Endzustand lassen sich leicht übersehen. Im Anfangszustand (Abb. 9) enthalten alle Trennungsglieder das gleiche Gemisch. Darum gibt jedes Trennungsglied leichteres Gemisch (gestrichelt) an den rechten Nachbarn und schwereres Gemisch (ausgezogen) an den linken Nachbarn ab. Man sieht, daß ein Strom leichteren Gemisches die Apparatur nach rechts, ein Strom schwereren Gemisches die Apparatur nach links durchläuft. Beim stationären Zustand (Abb. 10) strömt von einem Trennungsglied zum nächsten genau das gleiche Gemisch wie in umgekehrter Richtung. Andererseits unterscheiden sich die beiden von einem Glied

ausgehenden Teilströme in ihren Konzentrationsverhältnissen um den Faktor  $q$ . In den Abb. 9 und 10 ist das Konzentrationsverhältnis durch die Art der Strichelung dargestellt. Die gesamte

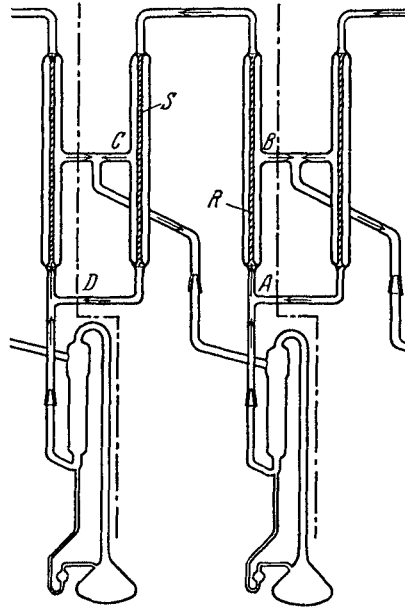


Abb. 8. Trennungsanordnung nach HERTZ (37).

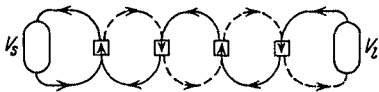


Abb. 9. Trennungskreislauf im Anfangszustand nach HERTZ (37).

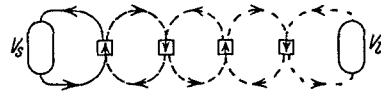


Abb. 10. Trennungskreislauf im Endzustand nach HERTZ (37).

Strömung besteht jetzt aus einer Reihe von nebeneinanderliegenden Kreisströmen, bei denen sich das Konzentrationsverhältnis von Kreisstrom zu Kreisstrom um den Faktor  $q$  von links nach rechts abnehmend ändert. Die Gasmische in den beiden Endgefäßen unterscheiden sich also bei einer Apparatur aus  $m$  Gliedern um den Faktor  $q^m$ .

HERTZ hat nun gezeigt, daß für den Fall, daß bei  $B$  ein Bruchteil  $f$  der Gasmenge abgesaugt wird, das Verhältnis  $q$  zwischen den



beiden von einem Trennungsglied an seine Nachbarn abgegebenen Gasströmen gegeben ist durch:

$$q = \frac{f^\mu}{1 - (1-f)^\mu}$$

Darin ist  $\mu = \sqrt{\frac{m_1}{m_2}}$  gleich der Wurzel aus dem Quotienten: Masse des leichteren durch Masse des schwereren Isotops. Bei einer aus 24 Gliedern vom Typus  $f = 1/3$  zusammengesetzten Apparatur beträgt das Verhältnis in den Endgefäßen für den Fall der Neonisotopen 20 und 22:  $q^{24} = 8,4$  und stimmt mit dem experimentell ermittelten innerhalb der Fehlergrenzen überein.

Nun läßt sich aber die Ausbeute auch durch die Erhöhung des Trennungsfaktors vergrößern.

Nach Überlegungen von HERTZ, die durch Experimente von HARMSSEN (38) bestätigt wurden, ist der Trennungsfaktor um so größer, je kleiner das Verhältnis  $R/S$  der Rohrlängen gewählt wird. Geht man zu  $R/S = 0$  über, läßt also das Rohr  $R$  ganz weg, dann erhält man einen maximalen Trennungsfaktor, dessen Größe nur noch durch die Längsdiffusion in den Tonrohren bedingt ist. Andererseits nimmt mit steigendem Trennungsfaktor die Trennungsgeschwindigkeit ab. Die Trennungsgeschwindigkeit ist außerdem proportional der Konzentration der anzureichernden schweren Komponente, sie ist also im Falle des Wasserstoffs am „leichten“ Ende der Apparatur sehr klein und es ist daher zweckmäßig sie dort durch Vergrößern von  $f$  wieder zu erhöhen.

Bei der endgültigen Apparatur (39) aus 48 Trenngliedern sind als Anfangsglieder Doppelrohre nach Abb. 7 von kleinerem Trennungsfaktor und größerer Trennungsgeschwindigkeit verwandt. Um die Trennungsgeschwindigkeit noch weiter zu erhöhen, sind bei den ersten Gliedern je vier Tonrohre in die Glasmäntel eingesetzt und das notwendige Vakuum im Mantel wird durch etwas größere Pumpen aufrechterhalten.

Als Ausgangsmaterial für die Anreicherung wurden technische Elektrolyserückstände von einer Konzentration von 0,1% D verwandt, aus denen der Wasserstoff durch Zersetzung mit erhitztem Magnesium hergestellt wurde. Bei dem geringen Prozentgehalt ist das Isotop praktisch vollständig in der Form von Molekülen HD vorhanden. Zur Reindarstellung des schweren Isotops  $D_2$  passierte das Gasgemisch bei einem der höheren Trennungsglieder ein Entladungsröhr ( $E$  in Abb. 11), in dem durch Dissoziation und Rekombination sich die dem dort vorhandenen Isotopenverhältnis H:D entsprechenden Anteile  $H_2$ , HD und  $D_2$  (s. Kap. III 3a) nach den Gleichgewichtsbedingungen einstellen. Bei der komplizierten Apparatur läßt sich das Auftreten von Verunreinigungen nicht vermeiden, die sich meist infolge ihres schweren Atomgewichts an dem „schweren“ Ende der Apparatur ansammeln. Diese wurden von dem schweren Isotop durch

eine geringe Menge Neon getrennt. Dann stellt sich schließlich in der Apparatur ein Gleichgewichtszustand nach Abb. 11 ein. Am schweren Ende befinden sich die Kohlenwasserstoffe, dann folgt Neon (bis 42), dann  $D_2$ , HD und  $H_2$ . Mit Hilfe einer TÖPLER-Pumpe wurden nun am schweren Ende zunächst Verunreinigungen und Neon, dann der schwere Wasserstoff abgepumpt. Es

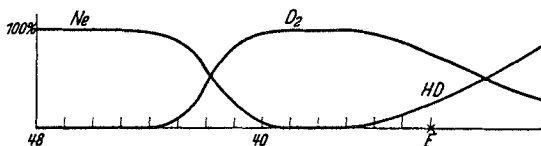


Abb. 11. Konzentration von Ne,  $D_2$  und HD in den letzten Trennungsgliedern der Anordnung von HERTZ (39).

ergaben sich in 8 Stunden etwa 1 ccm reiner schwerer Wasserstoff von Atmosphärendruck. Das Diffusionsverfahren ist bisher das einzige, mit dem die völlige Reindarstellung des schweren Wasserstoffs gelungen ist. Die obere Hälfte der Abb. 12, die mit diesem Wasserstoff gemacht worden ist, zeigt keine Spur der  $H_\alpha$ -Linie.

Für die praktische Herstellung größerer Mengen von schwerem Wasserstoff ist die Methode der Elektrolyse vorzuziehen. Der Hauptvorteil der HERTZschen Methode liegt in der Möglichkeit  $D_2$  von äußerster Reinheit herzustellen. Daneben ist diese Methode die einzige, die die Gewinnung von Mischmolekülen HD ohne Beimengungen von  $H_2$  oder  $D_2$  ermöglichen kann, sofern nicht in der Apparatur durch elektrische Entladungen eine Umsetzung der verschiedenen Molekülarten stattfindet.

Die Versuche von HERTZ und seinen Mitarbeitern über die Anreicherung durch Diffusion sind bisher die einzigen geblieben. In einer kurzen Notiz wird von LANGER (40) die Diffusion durch Papier zur Trennung von D und H vorgeschlagen und FARKAS und FARKAS (102) zeigen, wie man durch Diffusion durch enge Öffnungen bereits konzentrierte Isotopenmischungen weiter anreichern kann. Eine geringe Anreicherung beobachteten ferner FINK, UREY und LAKE (41) bei elektrolytischen Versuchen, bei denen als Kathode ein Palladiumrohr benutzt wurde. Leichter Wasserstoff diffundierte etwas stärker in das Rohr als schwerer.

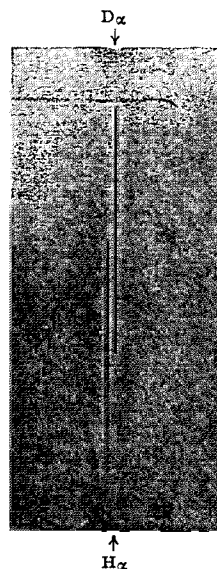


Abb. 12.  $H_\alpha$  und  $D_\alpha$  nach HERTZ (37).

### 3. Sonstige Anreicherungsverfahren.

Neben den beiden wichtigsten Anreicherungsverfahren durch Elektrolyse und durch Diffusion lassen sich verschiedene andere Eigenschaften der beiden Isotope zur Trennung benutzen.

a) **Fraktionierte Verdampfung.** Durch Anwendung der DEBYE'schen Theorie lassen sich die Dampfdrucke der Isotopen am Wasserstofftripelpunkt ( $13,95^{\circ}\text{K}$ ) angenähert zu  $p_{11} : p_{12} : p_{22} = 1 : 0,37 : 0,29$  berechnen. Bei ihren ersten Versuchen haben UREY, BRICKWEDDE und MURPHY (5) diese Art der Anreicherung benutzt (s. Einleitung). Die Versuche ergaben, daß die theoretischen Druckunterschiede nicht erreicht wurden. Das mag zum Teil daran liegen, daß bei der kleinen Oberflächenspannung des flüssigen Wasserstoffs ein Teil des schweren Isotops als Nebel mit dem Dampf mitgerissen wurde. Andererseits war auch die genaue Zusammensetzung des verwandten Wasserstoffs unbekannt. Durch weiteren Ausbau ist die Methode verbessert worden, sehr viel größere Konzentrationen von  $\text{D}_2$  wurden jedoch nicht erreicht. Durch Abpumpen von 10 Liter flüssigen Wasserstoffs am Tripelpunkt gelangten MEISSNER und STEINER (42) zu einem Gehalt von  $2,5 \pm 0,5$  pro mille  $\text{D}_2$ . Sie machten dabei die wichtige Feststellung, daß der Dampfdruckunterschied zwischen gewöhnlichem und angereichertem Wasserstoff nicht konstant ist, sich vielmehr mit der Zeit ändert. Diese Änderung ist im wesentlichen auf die Ortho-Para-Umwandlung des gewöhnlichen Wasserstoffs zurückzuführen, die nicht in dem gleichen Maße für das Isotop eintritt. KEESOM (43) und seine Mitarbeiter haben die Fraktionierung dadurch verbessert, daß sie einen Rektifizierungsprozeß einschalteten. Zunächst wurden 40 Liter flüssiger Wasserstoff durch fraktionierte Verdampfung bei etwas oberhalb  $14^{\circ}\text{K}$  auf  $\frac{1}{2}$  Liter Flüssigkeit eingedampft. Diese wurde dann bei  $15^{\circ}$  rektifiziert bis etwa 4 Liter Gas übrigblieben und dieser Rest wurde dann durch fraktionierte Verdampfung bei  $14^{\circ}$  auf 2 Liter eingedampft. Die Dichte des so gewonnenen Wasserstoffs war um  $1,15\% \pm 0,05$  größer als die des ursprünglichen. Dies entspricht einem Gehalt von 3% HD-Molekülen.

b) **Fraktionierte Desorption von Wasserstoff.** Eine Anreicherung durch fraktionierte Desorption läßt sich am ersten bei solchen Adsorbentien erwarten, an denen der Adsorbierungsprozeß des Wasserstoffs mit einer Aktivierungswärme verläuft. Solche Aktivierungsprozesse treten bei der Ortho-Para-Umwandlung bei tiefen Temperaturen auf. Nach Rechnungen von EYRING (24) erfordert die Desorption des HD-Moleküls von der Kohleoberfläche etwa 1,2 Kal. mehr als die Desorption des  $\text{H}_2$ -Moleküls. Versuche über die fraktionierte Desorption, die von TAYLOR (44) und seinen Mitarbeitern ausgeführt wurden, ergaben, ausgehend von 5025 ccm Wasserstoff in drei Adsorptions- bzw. Desorptionsprozessen, eine Anreicherung des HD-Moleküls auf den fünffachen Betrag in den restlichen 90 ccm. Diese Ausbeute ist nicht so groß, als man auf Grund der Rechnungen erwarten sollte, immerhin ist sie viel größer als bei der gleichen Zahl von fraktionierten Destillationen. Eine viel bessere Ausbeute

würden derartige Versuche bei der Temperatur des flüssigen Wasserstoffs ergeben.

c) **Fraktionierte Desorption von Wasserdampf.** Wie WASHBURN (45) und seine Mitarbeiter zeigten, ist es nicht notwendig solche Versuche mit Wasserstoff selbst auszuführen. 300 g Adsorptionskohle wurden zunächst im Vakuum gut ausgeheizt, dann mit flüssiger Luft abgekühlt und mit Sauerstoff gesättigt. Nach abermaligem Ausheizen und Abpumpen wurden 500 ccm bereits angereichertes Wasser von der Dichte: 1,000053 in die Kohle geleitet und drei Wochen stehengelassen. Das nicht aufgenommene Wasser hatte dann gegenüber dem ursprünglichen um  $6,5 \cdot 10^{-6}$  abgenommen, während die letzten 123 ccm um  $6,7 \cdot 10^{-6}$  schwerer geworden waren. Diese Dichteunterschiede beziehen sich auf gewöhnliches Wasser = 1.

d) **Fraktionierte Destillation von Wasser.** Einen Überblick über die Fraktionierung von schwerem und leichtem Wasser durch Destillation geben die Versuche von HALL und JONES (47). 125 ccm Wasser mit 3%  $D_2O$  wurden mit einer kleinen Destillationsanlage destilliert. Die ersten 20% ergaben die Dichte: 1,003365, die mittlere Fraktion die Dichte: 1,003444 und die Endfraktion: 1,003546. Bei einer etwas sorgfältiger ausgeführten Fraktionierung mit einer 50 cm langen Glasspirale unterschieden sich bei zehn Einzelfractionen die zweite von der neunten um 15% im  $D_2O$ -Gehalt. Bei gewöhnlichem Druck sind diese Trennungen noch nicht sehr erheblich. Bei vermindertem Druck (10 mm) dagegen ergab schon eine Destillation von 2% schwerem Wasser in einer einfachen Kochflasche ohne besondere Fraktionierung im ersten Fünftel eine Abnahme des schweren Isotops um 32%, im letzten Fünftel eine Zunahme um 25%.

Im großen sind solche Versuche mit der 11 m hohen Fraktioniersäule des Bureau of Standards (48) ausgeführt worden (45). 10 Liter vom spez. Gew. 1,000053 wurden damit destilliert. Der Vergleich der ersten 200 ccm mit den letzten 100 ccm ergab einen Unterschied in der Dichte von 0,0000649, wobei das Destillat um 0,0000132 abgenommen, der letzte Rest um 0,0000533 zugenommen hatte. Ähnliche Versuche von LEWIS (46) mit einer 2-m-Säule ergaben, sofern die natürliche Konzentration im Destilliergefäß aufrechterhalten wurde, nach 2 Tagen einen stationären Zustand, bei dem am oberen Ende der Säule die Dichte um 0,000060 abgenommen hatte. Bei einem Kontrollversuch wurde die gewöhnliche Isotopenzusammensetzung am oberen Ende der Säule aufrechterhalten, dann war die Dichte im Gefäß etwa 0,000070—80 größer. Diese Dichteänderungen können jedoch nicht allein dem schweren Wasserstoff zugeschrieben werden, sondern man muß annehmen, daß gleichzeitig die Konzentrationen des schweren Sauerstoffisotops am Boden und an der Spitze der Säule sich im Verhältnis 3:2 befinden.

e) **Chemische Anreicherungsverfahren.** Reaktionen, die bei tiefen Temperaturen verlaufen, bei denen also die Aktivierungsenergie klein genug ist, um durch kleine Unterschiede in den Nullpunktsenergien beeinflusst zu werden, verlaufen bei schwerem und leichtem Wasserstoffisotop verschieden schnell. So gibt nach FARKAS und FARKAS (49) eine Lösung von Zink in einer 0,1 norm Lösung von Schwefelsäure in Wasser mit 25% D ( $H/D = 3$ ) Wasserstoff von 8% D ( $H/D = 11,5$ ), die abgeschiedenen Wasserstoffmengen stehen also im Verhältnis  $H:D = 4:1$ . Bei anderen Metallen, Al, Ca und Na, ergeben sich Trennfaktoren von 2, 1,5 und 1,2. Ähnliche Unterschiede wurden von BLEAKNEY und GOULD (50) beobachtet. Die Werte der Ausbeuten sind nach HUGHES und Mitarbeitern (51) unabhängig von der Art und Konzentration des Elektrolyten. Der Trennungsfaktor des Natriums, für den sie 2,9 angeben, ändert sich beim Übergang von starken Basen über schwache Basen, schwache Säuren zu starken Säuren nur um wenige Prozent. Bei anderen Metallen, Ca und Al, ist der Faktor in alkalischen Lösungsmitteln etwas größer. Verhältnismäßig günstig ist für die chemische Isotopentrennung Zink mit geringen Kupferspuren, bei dem sich ein Trennungsfaktor von 8 ergibt.

Versuche über den Mechanismus dieser Trennung sind von HORIUTI und SZABO (52), sowie von DAVIS und JOHNSTON (53) ausgeführt worden. Die ersteren benutzten einen Kolben, der durch Glaselektrolyse innen mit einer dünnen Schicht Natrium überzogen war. In diesen wurde schweres Wasser hineindestilliert. Der erreichte Trennungsfaktor stimmt mit den übrigen Werten überein. DAVIS und JOHNSTON erhielten bei ähnlichen Experimenten den Trennungsfaktor 2,5. Da dieser Prozeß jedoch auch bei einem Überschuß von Natrium eintritt, kann es sich nicht um verschiedene Reaktionsgeschwindigkeit wie bei Eisen und Wasser bei höheren Temperaturen handeln. Der Prozeß ist vielmehr folgender: HDO gibt mit Natrium entweder NaOH oder NaOD, und zwar das letztere vorzugsweise. Das H-Atom wird also bei dieser Reaktion leichter frei. Dies ist in Übereinstimmung mit den Voraussagen von CREMER und POLANYI (32), das 1. die D-Verbindungen eine geringere Nullpunktsenergie besitzen und 2. H einen größeren Tunneleffekt zeigt.

#### 4. Die natürliche Häufigkeit des Isotops.

Bei den zahlreichen Trennungseffekten für die beiden Wasserstoffisotope besteht die Möglichkeit, daß Wasser in verschiedenen natürlichen Vorkommen verschiedene Isotopenzusammensetzung zeigt. In der Tabelle 3 sind die Konzentrationen bzw. die Zunahme der Konzentration gegenüber der Normalkonzentration für Wasser verschiedenen Ursprungs zusammengestellt.

Tabelle 3. Übersicht über die natürliche Häufigkeit des Wasserstoffisotops.

Ursprung	Konzentration H:D	Konzentrations- zunahme gegen normale Konzentration	
Normales Wasser . . .	6500:1	Konz. norm $= 2 \cdot 10^{-4}$	LEWIS und MACDONALD (12)
Regenwasser . . . . .	5000:1	—	BLEAKNEY und GOULD (50), bestätigt von TAYLOR und SELWOOD (54)
Wasser aus dem toten Meer . . . . .	—	$2 \cdot 10^{-5}$	} WASHBURN und SMITH (55)
Wasser aus dem großen Salzsee . . . . .	—	$2,7 \cdot 10^{-5}$	
Tiefseewasser, einige tausend Meter tief .	—	$2 \cdot 10^{-5}$	} WASHBURN und SMITH (55), ferner GILFILLAN (58)
Boraxkristalle Tetrahydrat . . . . .	—	$6,8 \cdot 10^{-5}$	
Dekahydrat . . . . .	norm	—	} WASHBURN und SMITH (55), ferner GILFILLAN (58)
Wasser durch Verbren- nung von Anthrazit- kohle . . . . .	norm	—	
Wasser aus natürlichem Propan . . . . .	norm	—	} MALCOLM DOLE (59, 60)
Wasser durch Verbren- nung von Petroleum . . . . .	—	$6,2 \cdot 10^{-5}$	
Benzol . . . . .	—	$7,9 \cdot 10^{-5}$	
Honig . . . . .	—	$4,1 \cdot 10^{-5}$	} WASHBURN und SMITH (55)
Wasser aus Kuhmilch .	norm	—	
Wasser aus Blut . . . .	norm	—	
Weidensaft . . . . .	—	$2,8 \cdot 10^{-5}$	} WASHBURN und SMITH (55)
Wasser durch Verbren- nung von Weidenholz	—	$5,4 \cdot 10^{-5}$	

### III. Die physikalischen Eigenschaften des Isotops.

#### 1. Das D-Atom.

a) Atomgewicht. Die massenspektroskopischen Untersuchungen des schweren Wasserstoffisotops lassen sich in zwei Gruppen einteilen. Nachdem der spektroskopische Nachweis gelungen war, versuchte man zunächst das Isotop in den geringen Konzentrationen des gewöhnlichen oder auch des angereicherten Wasserstoffs nachzuweisen. Derartige Untersuchungen wurden von BLEAKNEY (61, 62) und von KALLMAN und LASAREFF (63) ausgeführt. Nachdem das Isotop in höherer Konzentration zur Verfügung stand, wurde das Atomgewicht mit größter Genauigkeit bestimmt; außerdem wurden Methoden ausgearbeitet, um die verschiedenen Molekulararten  $H_2$ , HD und  $D_2$  in Gemischen schnell und quantitativ nachzuweisen.

Der massenspektroskopische Nachweis des Isotops bietet gewisse Schwierigkeiten, da in den Massenspektrographen bei sehr geringem Druck zahlreiche einatomige, zweiatomige und dreiatomige Ionen gebildet werden, die zu den verschiedensten einander überlagernden Kombinationen aus H und D führen können. Ein Teil dieser Ionen, z. B.  $\text{HD}^+$ , bildet sich direkt aus dem Molekül HD, ist also proportional dem Druck, ein anderer Teil, darunter  $\text{HHH}^+$ , bildet sich in sekundären Prozessen, ist also proportional dem Quadrat des Druckes. Daher werden letztere Ionen bei niedrigem Druck in verschwindend geringer Menge vorhanden sein, so daß unter den Ionen der Masse 3 lediglich die  $\text{HD}^+$ -Ionen gemessen werden. Durch Untersuchung der Abhängigkeit der Ionenmenge der Masse 3 vom Druck oder, was dasselbe ist, von der druckproportionalen Ionenmenge  $\text{HH}^+$ , läßt sich also die Ionenmenge  $\text{HD}^+$  messen. Nach dieser Methode (61, 62) ergab sich das Verhältnis H: D für gewöhnlichen Wasserstoff (wahrscheinlich elektrolytisch) zu  $1:30000 \pm 20\%$ , für den von UREY, BRICKWEDDE und MURPHY angereicherten Wasserstoff zu  $\text{H: D} = 1050 \pm 5\%$ . Nach einer ähnlichen Methode erhielten KALLMAN und LASAREFF (63) nach anfänglich vergeblichen Bemühungen in durch Verdampfen angereicherten Wasserstoff  $\text{H: D} = 4000:1$ .

Ein sehr elegantes Verfahren zum Nachweis des schweren Isotops ist von LUKANOW und SCHÜTZE (64) angegeben worden. Bei den negativen Ionen des Wasserstoffs, die bei der Erhöhung des Druckes besonders intensiv werden, treten lediglich Atomionen auf, negative Molekülionen fehlen gänzlich. Selbst bei Anwesenheit von Fremdgasen, He, Ne, Ar,  $\text{O}_2$ ,  $\text{N}_2$ , und bei langen Belichtungen wird keine Spur des negativen Molekülions beobachtet. Die Abb. 13 nach LUKANOW und SCHÜTZE zeigt den einfachen Nachweis des schweren Isotops in einer nach dem HERTZschen Verfahren angereicherten Wasserstoffprobe.

Präzisionsmessungen des Atomgewichts des schweren Wasserstoffs sind unter Benützung größerer Konzentrationen von BAINBRIDGE (65, 68) gemacht worden. In seiner letzten Messung bestimmt BAINBRIDGE das Atomgewicht durch Vergleich der Ionen  $\text{HeH}^+$  mit  $\text{D}_2\text{H}^+$  oder  $\text{HeD}^+$  mit  $\text{D}_3^+$ . Bei der Bestimmung hebt sich die Masse des H-Atoms in erster Annäherung heraus, die Massenbestimmungen beziehen sich also direkt auf den ASTONSchen Wert des Heliumatoms und ergeben.

$$\text{D} = 2,01363 \pm 0,00004, \text{ bezogen auf He} = 4,00216,$$

$$\text{D} = 2,01363 \pm 0,00008, \text{ bezogen auf O}^{16} = 16.$$

Aus diesem Wert ergibt sich unter der Annahme der Zusammensetzung des D-Kerns aus zwei Protonen und einem Elektron eine Bindungsenergie von etwa  $2 \cdot 10^8$  e-Volt, während unter der Annahme der Zusammensetzung aus einem Neutron (CHADWICKS

Neutronenmasse = 1,0067) und einem Proton die Bindungsenergie  $9,7 \cdot 10^5$  e-Volt beträgt.

Schließlich erweist sich, wie BLEAKNEY (69) zeigen konnte, der Massenspektrograph besonders geeignet zum Studium der Zusammensetzung eines Isotopengemisches aus den verschiedenen Molekül-

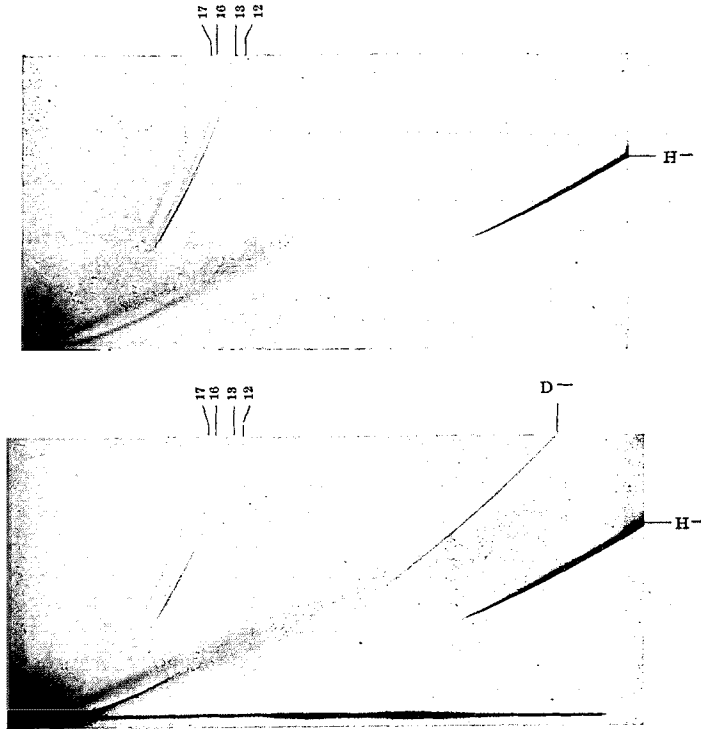


Abb. 13. Massenspektrogramme der negativen Ionen von H und D.

arten  $H_2$ , HD und  $D_2$ . So wird z. B. eine Mischung aus  $H_2$  und  $D_2$  in ihrer Zusammensetzung nicht durch Wasser, Hg, Glas oder Hahnfett verändert, dagegen tritt das Gleichgewicht  $\frac{[HD]^2}{[H][D]}$  selbst bei Temperaturen der flüssigen Luft bei Anwesenheit von Katalysatoren wie Ni oder  $Cr_2O_3$  ein.

b) **Linienpektrum.** In der Einleitung ist bereits darauf hingewiesen worden, daß der überzeugende Beweis von der Existenz des Isotops D durch die Auffindung der den BALMER-Linien entsprechenden D-Linien gelang, deren Verschiebung gegenüber den BALMER-Linien in einfachster Weise aus der elementaren Theorie des BALMER-



Spektrums abzuleiten ist. Für ein Einelektronenspektrum gilt bekanntlich die Beziehung:

$$\nu = \frac{2\pi^2 Z^2 e^4}{c h^3} \cdot \frac{M \cdot m_e}{M + m_e} \cdot \left( \frac{1}{n_2^2} - \frac{1}{n_1^2} \right).$$

Darin bedeutet  $Z$  die Kernladungszahl,  $M$  und  $m_e$  die Massen von Kern und Elektron und  $n_2$  bzw.  $n_1$  die Quantenzahlen des höheren

Tabelle 4. Die LYMAN-Serie des H- und des D-Atoms.

$\lambda_H$ vac	$\lambda_D$ vac	$\Delta\lambda$ ber.	$\Delta\lambda$ beob.	$\lambda_H$ vac	$\lambda_D$ vac	$\Delta\lambda$ ber.	$\Delta\lambda$ beob.
1215,664	1215,334	0,330	0,330	949,739	949,481	0,258	0,262
1025,718	1025,439	0,279	0,276	937,800	937,545	0,255	0,274
972,533	972,269	0,264	0,266	930,744	930,491	0,253	0,258

oder tieferen Zustandes. Diese Beziehung, die Anwendung des Schwerpunktsatzes auf das BOHRsche Wasserstoffmodell, läßt sich mit großer Genauigkeit an geeigneten Linien des ionisierten Heliums  $\text{He}^+$  ( $M = 4$ ,  $Z = 2$ ) nachprüfen. Die Abstände zwischen den BALMER-Linien und den  $\text{He}^+$ -Linien der PICKERING-Serie sind mit großer Schärfe gemessen. Die Richtigkeit der Beziehung geht daraus hervor, daß der aus dem Abstand der  $\text{He}^+$ - und der H-Linien berechnete  $e/m$ -Wert nach den besten Messungen von HOUSTON genau mit den übrigen Messungen von  $e/m$  übereinstimmt. Die Verschiebung der D-Linien gegenüber den H-Linien wurde zuerst von UREY, BRICKWEDDE und MURPHY (5) bestimmt. Die Werte betragen: 1,791, 1,313, 1,176, 1,088 AE für die Linien  $D_\alpha$ ,  $D_\beta$ ,  $D_\gamma$  und  $D_\delta$ . Der Nachweis der Verschiebung an den ultravioletten Linien der LYMAN-Serie wurde von BALLARD und WHITE (74) mit Wasserstoff größerer D-Konzentration gebracht. Die Tabelle 4 zeigt die ausgezeichnete Übereinstimmung zwischen den gemessenen und den mit den RYDBERG-Konstanten  $R_H$  und  $R_D$  nach HOUSTON und BAINBRIDGE berechneten Werten.

c) **Feinstruktur des Linienspektrums.** Die Wasserstofflinien zeigen eine Feinstruktur, die aus mehreren Komponenten bestehen soll, von denen bisher allerdings lediglich die beiden stärksten nachgewiesen sind, während sich eine dritte aus der Unsymmetrie der Intensitätskurve berechnen läßt. Selbst bei der Temperatur der flüssigen Luft ist die Dopplerverbreiterung der BALMER-Linien für genaue Messungen zu groß. Das schwere Isotop zeigt nach der Theorie die gleiche Feinstruktur. Wegen der größeren Masse sind jedoch die Komponenten um den Faktor 1,4mal schmaler. Dies geht z. B. aus der Aufnahme Abb. 14 hervor (70), die die Feinstruktur der beiden Linien  $H_\alpha$  und  $D_\alpha$  wiedergibt. Deutlich erkennt man die geringere Breite der Komponenten der  $D_\alpha$ -Linie. Diese größere Schärfe der Komponenten macht die Linien des Isotops besonders zum Studium der noch immer nicht restlos geklärten Wasserstoff-Feinstruktur geeignet.

Die Feinstruktur der D-Linien ist in einer Reihe von Untersuchungen mit hochauflösenden Spektralapparaten bestimmt worden. Am weitesten ist dabei KOPFERMANN (71) gelangt. Durch Kühlung seines mit He und einer Spur reinen D<sub>2</sub> gefüllten Rohres mit flüssiger Luft, gelang es ihm mit hochauflösendem FABRY-PEROT-Etalon die drei Hauptkomponenten sicherzustellen. Die Resultate seiner Messungen sind zusammen mit dem theoretischen Aufspaltungsbild in der Abb. 15<sup>1</sup> zusammengestellt. Die Übereinstimmung ist so gut, wie man sie bei den immerhin breiten Komponenten eines Gases von der Masse 2 erwarten kann. Bei den Messungen der anderen Autoren (72, 73, 75, 76) ist die Trennung der dritten Komponente recht unvollständig, sie fallen daher nicht so sehr ins Gewicht.

Die Untersuchung der Feinstruktur der H- und D-Linien

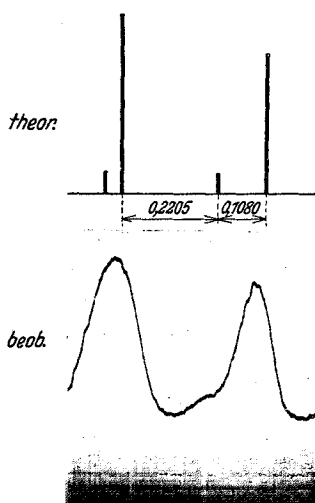


Abb. 15. Die Feinstruktur von H<sub>α</sub> nach KOPFERMANN.

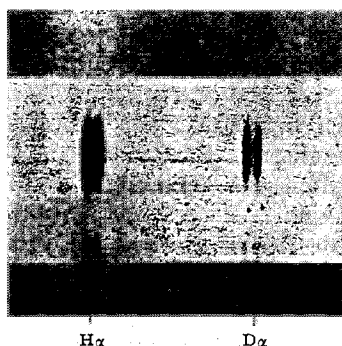


Abb. 14. Feinstruktur von H<sub>α</sub> und D<sub>α</sub> nach LEWIS und SPEDDING (70).

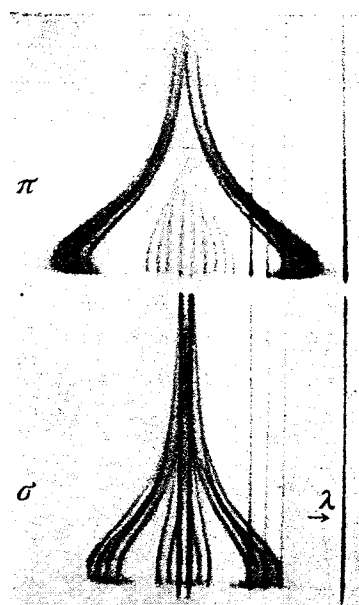


Abb. 16. Starkeffekt von H<sub>β</sub> und D<sub>β</sub> nach der LO SURDO-Methode von FOSTER und SNELL (78).

ermöglicht zusammen mit der genauen Kenntnis der Atomgewichte von H und D eine sehr genaue Prüfung der Abhängigkeit der

<sup>1</sup> Die unveröffentlichte Intensitätskurve hat freundlicherweise Herr KOPFERMANN zur Verfügung gestellt.

RYDBERG-Konstante von der Masse des Einelektronenatoms. Diese von GIBBS und WILLIAMS (73) durchgeführte Bestimmung ergibt zugleich einen genauen Wert von  $e/m = (1,757 \pm 0,001) \cdot 10^7$ , der in bester Übereinstimmung mit den aus magnetischen Ablenkungen von Elektronenstrahlen gewonnenen  $e/m$ -Werten ist.

d) **Starkeffekt.** Aus dem gleichen Bau des H- und D-Atoms folgt, daß der Effekt des elektrischen Feldes auf die Spektrallinien der beiden Atome in erster Näherung identisch sein muß. FOSTER und SNELL (78) ist es gelungen, einen Vergleich der Starkeffekte der BALMER-Linien für die beiden Isotope H und D durchzuführen (Abb. 16). Die Abbildung zeigt die  $p$ - und  $s$ -Komponenten der  $H_{\beta}$ - und  $D_{\beta}$ -Linien eines aus gleichen Mengen  $H_2$  und  $D_2$  bestehenden Gemisches nach der LO SURDO-Anordnung. Das elektrische Feld wurde durch passende Dimensionierung des Entladungsrohres so gewählt, daß bei dem Maximum des Feldes die Komponenten der D-Linie gerade in der Mitte zwischen den Komponenten der H-Linie liegen. In erster Annäherung sind die Effekte identisch. Eine genauere Analyse zeigt jedoch kleine Unsymmetrien in der Lage der Komponenten und in ihren Intensitäten, die bisher noch nicht mit der Theorie des Stark-effekts der Wasserstofflinien in Zusammenhang gebracht werden können.

## 2. Die Physik des D-Kerns.

Es war ein glücklicher Zufall, daß in dem gleichen Institut, in dem LEWIS zum erstenmal das Wasserstoffisotop in großer Konzentration anreicherte, die LAWRENCEsche Anordnung zur Herstellung extrem schneller Ionenstrahlen zur Verfügung stand. Bei den Zertrümmerungsversuchen mit Deutonen ergab sich eine unerwartet große Ausbeute. Sie war viel größer, als man eigentlich nach der GAMOWschen Theorie erwarten sollte. Dies mag daran liegen, daß das schwere Deuton, wenn es durch die Potentialschwelle in den Kern eingedrungen ist, dort länger verweilt als das leichte Proton und dementsprechend größere Ausbeuten ergibt. Außerdem führt jedes neue zur Atomzertrümmerung benutzte Geschosß zu neuen Kernreaktionen und deshalb ist gerade das Deuton, dessen Struktur selbst zusammengesetzt ist, heute eines der wichtigsten Werkzeuge zur Untersuchung der Kernprozesse geworden.

a) **Atomzertrümmerung durch Deutonen.** Die ersten Versuche von LAWRENCE und LIVINGSTON (79) über die Zertrümmerung von Lithium durch Deutonen ergaben, daß das Deuton etwa 10mal wirkungsvoller bei der Zertrümmerung ist als das Proton. Nach den grundlegenden Experimenten von COCKCROFT und WALTON (80) wird z. B. das Lithiumisotop 7 durch ein Proton in zwei Heliumkerne verwandelt, die mit einer Reichweite von 8,2 cm in Luft auseinanderfahren. Bei der Bombardierung mit Deutonen tritt eine Zertrümme-

nung des leichten Isotops  $\text{Li}^6$  ebenfalls unter Alphastrahlenemission ein. Diesmal sind jedoch die Reichweiten größer als die größten bisher je mit Alphastrahlen radioaktiver Substanzen erreichten Strecken. Die Resultate einer Reihe von Zertrümmerungsversuchen, die teils von LAWRENCE (81, 82, 83) in Berkeley, teils von LAURITSEN (84) in Pasadena oder in dem RUTHERFORDSchen (85, 86) Institut gemacht worden sind, sind in der Tabelle 5 zusammengestellt.

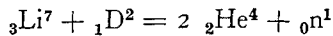
Tabelle 5. Atomzertrümmerung durch Deutonen.

	Rechnung	Messung
${}_3\text{Li}^7 + {}_1\text{H}^1 = {}_2\text{He}^4 + {}_2\text{He}^4$	—	$\alpha = 8,2$
${}_3\text{Li}^6 + {}_1\text{D}^2 = {}_2\text{He}^4 + {}_2\text{He}^4$	—	$\alpha = 14,5$
${}_3\text{Li}^6 + {}_1\text{D}^2 = {}_3\text{Li}^7 + {}_1\text{H}^1$	$\hbar = 35 \pm 5 \text{ cm}$	$\hbar = 30 \text{ cm}$
${}_6\text{C}^{12} + {}_1\text{D}^2 = {}_6\text{C}^{13} + {}_1\text{H}^1 + h\nu$	$M_{\text{C}^{13}} = 13,00$	$M_{\text{C}^{13}} = 13,00$
${}_5\text{B}^{10} + {}_1\text{D}^2 = {}_2\text{He}^4 + {}_2\text{He}^4 + {}_2\text{He}^4$	—	—
${}_8\text{O}^{16} + {}_1\text{D}^2 = {}_8\text{O}^{17} + {}_1\text{H}^1$	—	—

Die beiden Abb. 17 von DEE und WALTON (86) zeigen die charakteristischen Unterschiede in den Reichweiten bei der Zertrümmerung von Li durch Protonen und durch Deutonen<sup>1</sup>.

Die charakteristischen langen Alphastrahlenbahnen, die bei der Lithiumzertrümmerung durch Deutonen auftreten, lassen sich leicht zu einer schnellen Abschätzung der D-Konzentration in H-D-Gemischen verwenden. Diese Methode zur Kontrolle des Anreicherungsverlaufs ist z. B. von HARTECK (21) verwandt worden.

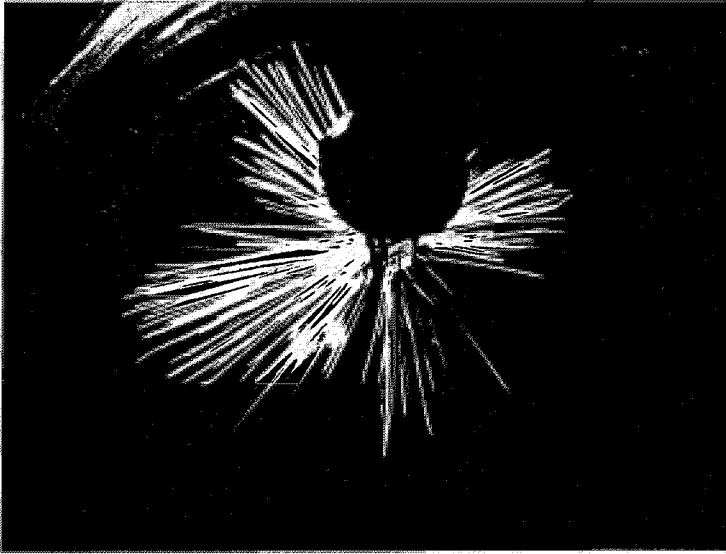
b) **Neutronenauslösung durch Deutonen.** Von den vier möglichen Reaktionen zwischen  $\text{Li}^6$  bzw.  $\text{Li}^7$  und H bzw. D verlaufen die drei in der Tabelle 5 angegebenen unter Emission von Alpha- bzw. Protonenstrahlen. Daneben ist von OLIPHANT, KINSEY und RUTHERFORD (88) der vierte Prozeß beobachtet worden, die Reaktion zwischen  $\text{Li}^7$  und D, die nach der Gleichung



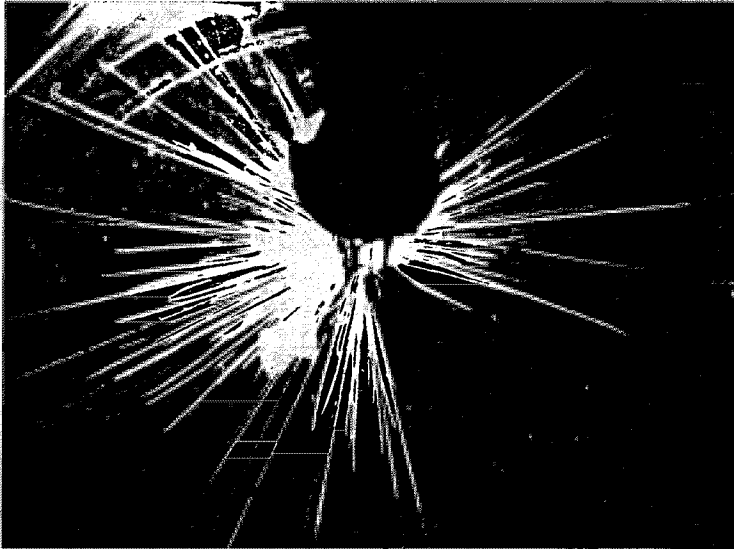
gedeutet wird. Unter geeigneten Annahmen über die Energieverteilung der Alphastrahlen — gemessen wurden Reichweiten bis zu  $8,3 \cdot 10^6$  e-Volt — läßt sich daraus die Neutronenmasse berechnen zu 1,0066, mit einem Fehler, der kleiner als 0,001 ist. Dieser Wert stimmt mit dem CHADWICKSchen 1,0067 innerhalb der Fehlergrenze überein. Dieses Experiment wurde ebenfalls von OLIPHANT (89) an dem reinen Isotop  $\text{Li}^7$  nachgeprüft und bestätigt.

LAWRENCE und LIVINGSTON (79, 81) dagegen gelangten bei Zertrümmerungsversuchen mit Deutonen zu einem viel kleineren Wert

<sup>1</sup> Daß es sich hier wirklich um die Reaktionen  $\text{Li}^6 + \text{D}$  und  $\text{Li}^7 + \text{H}$  handelt, ist inzwischen von OLIPHANT, SHIRE und CROWTHER (87) durch Zertrümmerungsversuche mit den beiden rein dargestellten Isotopen  $\text{Li}^6$  und  $\text{Li}^7$  nachgewiesen worden.



a



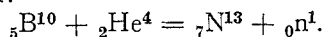
b

Abb. 17a und b. Zertrümmerung von Lithium durch Protonen (a) und Deutonen (b) nach DEE und WALTON (86).

für das Neutron. Sie beobachteten, daß Deutonen von  $1,2 \cdot 10^6$  e-Volt, die auf beliebiges Material auffallen, in ein Proton und ein Neutron von je  $2,4 \cdot 10^6$  e-Volt zerfallen. Daraus berechnet sich die Neutronen-

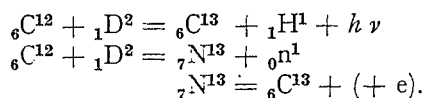
masse als Differenz zwischen den Massen D und H vermindert um die Energie  $4,8 \cdot 10^6$  e-Volt, die bei dem Zertrümmerungsprozeß frei wird. Der erhaltene Wert 1,0006 ist viel kleiner als die nach den anderen Methoden bestimmten Werte. Damit ist zugleich eine Aussage über die mögliche Struktur des Deutons gemacht<sup>1</sup>.

c) **Künstliche Radioaktivität und Positronen.** JOLIOT und CURIE entdeckten die künstliche Herstellung neuer radioaktiver Atome bei der Bestrahlung verschiedener Elemente mit den schnellen Alphastrahlen des Poloniums. Bei der Bestrahlung von Bor tritt z. B. folgender Prozeß ein:



Der neugebildete Radiostickstoff zerfällt unter Abgabe von Positronen mit einer Halbwertszeit von einigen Minuten zu dem stabilen Kern  ${}_6\text{C}^{13}$ . Die Entdecker wiesen gleichzeitig darauf hin, daß derartige Prozesse ebenfalls in anderer Weise zustande kommen können. So müßte sich z. B. der Radiostickstoff  ${}_7\text{N}^{13}$  durch Einfangen eines Deutons und darauffolgende Emission eines Neutrons aus  ${}_6\text{C}^{12}$  bilden.

Dieser vorausgesagte Prozeß wurde von CRANE und LAURITSEN (95) sowie von HENDERSON, LIVINGSTON und LAWRENCE (96) beobachtet. CRANE und LAURITSEN finden bei der Beschießung von Kohlenstoff mit Deutonen von  $9 \cdot 10^5$  e-Volt die Bildung einer Substanz, die unter Emission von Gammastrahlen, Positronen und Neutronen mit einer Halbwertszeit von 10,3 Minuten zerfällt. Sie deuten ihre Ergebnisse durch zwei gleichzeitig eintretende Prozesse, von denen der zweite der Voraussage entspricht.

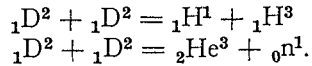


Die Experimente wurden von HENDERSON, LIVINGSTON und LAWRENCE mit Deutonen von  $1,5 \cdot 10^6$  e-Volt bestätigt, auch sie erhielten den Radiostickstoff mit einer Halbwertszeit von 12 Minuten. Daneben wurden von beiden Beobachtern verschiedene andere Elemente mit schnellen Deutonen unter Bildung derartiger neuer Atome bestrahlt.

Die Emission der Positronen bei diesen Prozessen wurde von NEDDERMAYER und ANDERSON (97) genauer untersucht. Die gebildeten radioaktiven Elemente wurden in eine WILSON-Kammer gebracht und ergeben eine größere Zahl von Bahns Spuren positiver Elektronen bis zu  $1,5 \cdot 10^6$  e-Volt, die genau ausgemessen werden konnten.

<sup>1</sup> Den umgekehrten Prozeß: Bildung des D aus H und n mit einer Gammastrahlenemission glaubt LEA (92) beim Durchgang von Neutronen durch Paraffin beobachtet zu haben [vgl. jedoch die Kritik von MASSEY und MOHR (94) und P. AUGER (93)].

d) Die Zertrümmerung des D durch Deutonen. Die Zertrümmerung von Verbindungen des Wasserstoffisotops durch Deutonen wurde zuerst von OLIPHANT, HARTECK und RUTHERFORD (89) durchgeführt. Das schwere Isotop wurde dabei in seiner Ammoniumverbindung  $\text{ND}_4\text{Cl}$  oder in der Phosphorsäureverbindung verwandt. Eine Beschießung mit den schnellen Alphastrahlen des Poloniums ergab keinen Effekt, ebenso ließ sich mit Protonen bis zu  $3 \cdot 10^5$  e-Volt keinerlei Wirkung nachweisen. Beim Bombardement mit Deutonen dagegen traten schon bei  $3 \cdot 10^4$  e-Volt Spannung Protonen von 14,3 cm und weitere einfach geladene Teilchen von 1,6 cm Reichweite auf. Für diese Experimente bestehen zwei Deutungen:



DEE (85) hat durch WILSON-Aufnahmen nachgewiesen, daß diese Prozesse tatsächlich beide bestehen. Damit ist zugleich die Existenz eines Wasserstoffisotops  ${}_1\text{H}^3$  und eines Heliumisotops  ${}_2\text{He}^3$  nachgewiesen, wobei es allerdings noch nicht entschieden ist, ob diese beiden Isotopen größere Lebensdauer besitzen.

e) Das Wasserstoffisotop  ${}_1\text{H}^3$  (T). Das derart beobachtete Wasserstoffisotop von der Masse 3 konnte bald in größerer Konzentration nachgewiesen werden. LEWIS und SPEDDING (70) hatten auf Aufnahmen sehr großer Dispersion der  $\text{H}_\alpha$ - und  $\text{D}_\alpha$ -Linie vergeblich nach der entsprechenden Linie eines Isotops von der Masse 3 gesucht. Sie schlossen daraus, daß  $\text{H}^3$  höchstens in einer Konzentration von  $1:6 \cdot 10^6$  in gewöhnlichem Wasserstoff vorhanden ist. BLEAKNEY und GOULD (98) haben mit ihrer sehr empfindlichen massenspektroskopischen Methode (s. Kap. III 1a) nachgewiesen, daß  $\text{H}^3$  sicherlich nicht in größerer Konzentration als  $1:100000$  in  $\text{D}_2$  vorhanden ist.

HARNWELL, SMITH und VORHUIS (99) haben nun die D-Atome dieses schweren Wasserstoffs mit Deutonen von 15 mA und 50–80 kV beschossen, indem sie die Kanalstrahlen aus einem Raum niedrigeren Druckes in einen zweiten, der mit 0,5 mm  $\text{D}_2$  gefüllt war, eintreten ließen. Nach 1 Stunde Bestrahlung ergab sich in der Gasfüllung nach einer massenspektroskopischen Untersuchung von LOZIER, SMITH und BLEAKNEY (101) ein Gehalt von  $\text{H}^3$  (dieses wird mit dem Symbol T bezeichnet) von  $1:5000$ , so daß das neue Isotop hiermit sichergestellt ist.

### 3. Die Moleküle $\text{D}_2$ und HD.

a) Das Gleichgewicht zwischen  $\text{D}_2$ ,  $\text{H}_2$  und HD. In dem Gemisch der beiden Wasserstoffisotope bildet sich ein Gleichgewicht zwischen den drei Molekülen  $\text{H}_2$ ,  $\text{D}_2$  und HD aus, das durch die Gleichgewichtskonstante  $k$  definiert ist:

$$k = \frac{[\text{HD}]^2}{[\text{H}] \cdot [\text{D}]}.$$

Diese Gleichgewichtskonstante berechnet sich nach der Formel (102):

$$-\ln k = \frac{\Delta E_0}{RT} - \frac{3}{2} \ln \frac{M_{HD}^2}{M_{H_2} \cdot M_{D_2}} - \ln \frac{J_{HD}}{J_{H_2} \cdot J_{D_2}}.$$

Darin bedeutet  $E_0$  die Differenz der Nullpunktenergien der beteiligten Moleküle,  $J_{H_2}$ ,  $J_{D_2}$  und  $J_{HD}$  bzw.  $M_{H_2}$ ,  $M_{D_2}$  und  $M_{HD}$  die Trägheitsmomente und die Massen der Moleküle  $H_2$ ,  $D_2$  und  $HD$ . In der Tabelle 6 (103) sind die so berechneten Gleichgewichtskonstanten für die Temperaturen zwischen 50 und 700° K zusammengestellt. Je nach der Gültigkeit der BOSE-EINSTEIN- oder FERMI-DIRAC-Statistik für die Kerne erhält man die Werte der zweiten oder dritten Kolumne. Oberhalb 200° K sind die Gleichgewichtskonstanten unabhängig vom Kernspin.

Tabelle 6.  
Die Gleichgewichtskonstante von  $D_2 + HD + H_2$  (theoretisch).

T	B.-E.-Statistik	F.-D.-Statistik	T	B.-E.-Statistik	F.-D.-Statistik
50	1,132	2,157	400	3,494	3,494
100	2,227	2,346	575	3,710	3,710
200	2,903	2,904	700	3,800	3,800
298,1	3,269	3,269			

Eine Prüfung dieser Gleichgewichtskonstanten wurde von RITTENBERG, BLEAKNEY und UREY (104) durchgeführt. Jodwasserstoff, der beide Isotope in gleichen Mengen enthielt, wurde teils bei Zimmertemperatur durch Quecksilber, teils durch Erhitzen auf 397° C bzw. 468° C zersetzt. Die Zusammensetzung des freigewordenen Wasserstoffs wurde quantitativ massenspektroskopisch nach der Methode von BLEAKNEY untersucht<sup>1</sup>.

Die Tabelle 7 zeigt, daß die aus den Konzentrationen:  $H_2$ ,  $D_2$  und  $HD$  berechneten Gleichgewichtskonstanten ( $D_2 = 1$  gesetzt) in guter Übereinstimmung mit den berechneten Werten sind. Bei der Untersuchung ist natürlich vorausgesetzt, daß sich die Zusammensetzung des Wasserstoffs während der massenspektroskopischen Analyse nicht

Tabelle 7.  
Die Gleichgewichtskonstante von  $D_2 + HD + H_2$  (experimentell).

T	$D_2$	$HD$	$H_2$	$k_{\text{beob.}}$	$k_{\text{ber.}}$
25° C	1,00	20,8	132	3,28	3,28
	1,00	21,2	137	3,28	
397° C	1,00	13,9	46,0	4,20	3,73
	1,00	12,6	47,4	3,35	
468° C	1,00	2,70	1,91	3,82	3,82
	1,00	2,68	1,96	3,68	

<sup>1</sup> Anmerkung bei der Korrektur. GOULD, BLEAKNEY und TAYLOR (184) prüfen nach dieser Methode die „Gleichgewichtskonstante“. Sie ist im Gebiet - 190 bis + 270° C in Übereinstimmung mit den theoretischen Werten (103).



ändert, daß sich insbesondere keine einatomigen oder dreiatomigen Teilchen bilden.

Bei höheren Temperaturen nähert sich die Gleichgewichtskonstante dem nach klassischen Vorstellungen zu erwartenden Wert 4. Das bedeutet also eine Zusammensetzung des Gases aus 25 %  $D_2$ -, 25 %  $H_2$ - und 50 % HD-Molekülen bei gleichen Mengen D und H.

In der Abb. 18 nach FARKAS und FARKAS (102) sind die Gleichgewichtskonzentrationen des HD und des  $D_2$  unter der Annahme der Gleichgewichtskonstanten 4 bzw. 3 als Funktion des  $D_2$ -Gehaltes eingetragen. FARKAS und FARKAS haben versucht mit Hilfe der Unterschiede in den Wärmeleitvermögen der Moleküle  $H_2$ ,  $D_2$  und HD eine qualitative Bestätigung dieser Kurven zu geben. Sie müssen dabei allerdings bei der Eichung ihrer Meßmethode von der Annahme ausgehen, daß die Zusammensetzung einer Mischung aus gleichen Teilen D und H sich im Gleichgewicht nach dem theoretischen Wert 4 einstellt.

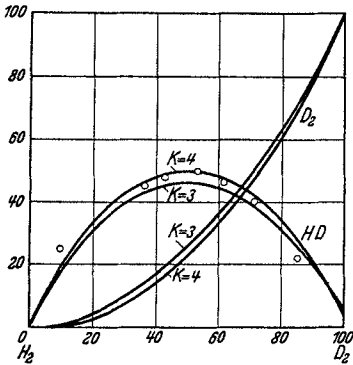


Abb. 18. Das Gleichgewicht von HD und  $D_2$  als Funktion des  $D_2$ -Gehaltes bei den Gleichgewichtskonstanten 3 und 4 nach FARKAS und FARKAS (102).

Die erhaltenen HD-Konzentrationen fügen sich der Kurve  $k=4$  ein und bestätigen innerhalb der Meßgenauigkeit, die allerdings nicht so groß ist wie bei RITTENBERG, BLEAKNEY und UREY (104), die Brauchbarkeit ihrer schnellen Methode zur Bestimmung von  $H_2$ -,  $D_2$ - und HD-Konzentrationen. Im Gegensatz zur Tabelle 7 finden sie keinerlei Abhängigkeit von der Temperatur. Eine bei Zimmertemperatur durch Zersetzen von  $D_2O$  mit Natrium erhaltene Gasmenge zeigt die gleiche Zusammensetzung nach Erhitzen an einem Nickeldraht auf  $600^\circ C$ , während bei einer Mischung von 50 %  $D_2$  und 50 %  $H_2$  innerhalb weniger Sekunden die Gleichgewichtsbildung an diesem Draht stattfindet. Die Zusammensetzung eines aus 50 %  $H_2$  und 50 %  $D_2$  bestehenden Gemisches, das für 15 Stunden bei  $77,3^\circ K$  an Kohle adsorbiert war, hatte sich nach der Desorption nicht geändert. Es gelang nicht HD nachzuweisen, obgleich nach der Rechnung im Gleichgewicht bei diesen Temperaturen etwa 40 % HD auftreten müßte. Daraus geht hervor, daß an Kohle die Moleküle als Ganzes adsorbiert werden.

b) **Der Dampfdruck des schweren Wasserstoffs.** Die Abb. 19 zeigt den Dampfdruck des reinen  $D_2$  nach Messungen von LEWIS und HANSON (105). In der Abbildung ist das Verhältnis der Drucke des  $D_2$  ( $p_2$ ) zum Druck des  $H_2$  ( $p_1$ , Para) als Funktion des letzteren eingetragen. Die entsprechenden Temperaturen sind nach der Formel

$$T = -260,937 + 1,0270 \log p + 1,7303 \log^2 p$$

aus den zugehörigen Daten abzuleiten. Es stellte sich bei den Messungen heraus, daß die Drucke sehr empfindlich gegenüber geringen Beimengungen von leichtem Wasserstoff sind. Durch mehrmalige Behandlung mit metallischem Natrium und fraktionierte Destillation bei  $20^{\circ}$  K gelang es schließlich, einen Wasserstoff herzustellen, dessen Dampfdruck bei weiteren Fraktionierungen bis auf 0,1 % konstant blieb. Versuche, durch Adsorption an gekühlter Kohle ein Gleichgewicht Para-Ortho-Wasserstoff und damit eine Änderung des Dampfdrucks hervorzurufen, scheiterten. Dabei konnte nicht festgestellt werden, ob dieses auf ein Versagen der Kohle zurückzuführen war, oder ob sich der Wasserstoff bereits im Para-Ortho-Gleichgewicht befand. In der Abb. 20 ist die Abhängigkeit des Dampfdrucks eines Gemisches von  $H_2$  und  $D_2$  von dem Mischungsverhältnis bei der absoluten Temperatur  $18,65^{\circ}$  K angegeben. Die Abhängigkeit des Erstarrungspunktes von der Zusammensetzung geht aus der Abb. 21 hervor. Dabei bezeichnen die angegebenen Temperaturen die Werte, bei denen die erste Diskontinuität beim Abkühlen, also das Gefrieren, stattfindet. Die benutzten Mischungen bestanden nur aus  $D_2$ - und  $H_2$ -Molekülen. Die Verfasser haben ebenfalls Messungen mit einer Mischung aus  $H_2$ ,  $D_2$  und HD entsprechend

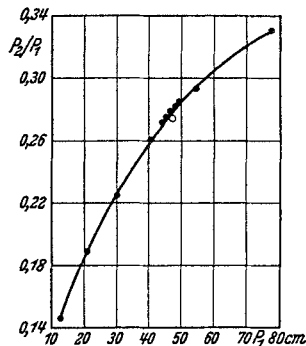


Abb. 19. Der Dampfdruck des  $D_2$  nach LEWIS und HANSON (105).

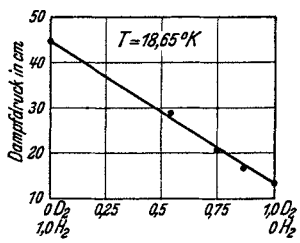


Abb. 20. Der Dampfdruck der  $H_2$ - $D_2$ -Mischungen bei  $18,65^{\circ}$  K nach LEWIS und HANSON (105).

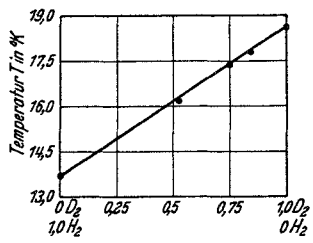


Abb. 21. Der Erstarrungspunkt der  $H_2$ - $D_2$ -Mischungen nach LEWIS und HANSON (105).

dem Gleichgewichtszustand gemacht. Dazu wurde in dem Gefäß mit der H-D-Mischung ein Platindraht 30 Stunden geglüht. Es zeigte sich kein Unterschied im Dampfdruck gegenüber den Werten der einfachen Mischung  $H_2$  und  $D_2$ . Die Messungen waren allerdings nicht sehr genau.

SCOTT, BRICKWEDDE, UREY und WAHL (106) haben festzustellen versucht, ob der Dampfdruck des schweren Wasserstoffs bei tiefen Temperaturen zeitlich konstant bleibt, oder ob dort Umwandlungsvorgänge wie bei der Para-Ortho-Umwandlung des  $H_2$  stattfinden. Bei

20,38° K finden sie innerhalb 100 Stunden nur eine Abnahme des Dampfdrucks um 0,03 mm, so daß schwerer Wasserstoff sich bei tiefen Temperaturen besser als Fixpunkt eignet als leichter<sup>1</sup>.

c) **Ortho- und Para-Form des Wasserstoffisotops.** Ortho- und Para-Modifikationen treten bei allen zweiatomigen Molekülen auf, die aus zwei identischen und mit einem Kernspin versehenen Atomen aufgebaut sind, denn das Übergangsverbot: Ortho  $\rightleftharpoons$  Para-Zustand ist allgemein anwendbar.

Untersuchungen über die Ortho- und Para-Modifikation des Wasserstoffisotops sind von FARKAS, FARKAS und HARTECK (107, 108) ausgeführt worden. In bekannter Weise wurde das Ortho-Para-Gleichgewicht, das sich infolge des Verbots der Übergänge von selbst nur sehr langsam einstellt, durch geeignete Katalysatoren beschleunigt hervorgerufen. Das von dem Katalysator abgepumpte Gas behält diese der Temperatur des Katalysators entsprechende Gleichgewichtsverteilung bei. Als Katalysator wurde Adsorptionskohle benutzt, die nach den an H<sub>2</sub> vorliegenden Versuchen selbst bei der Temperatur des flüssigen Wasserstoffs dies Gleichgewicht äußerst schnell zur Einstellung bringt. Die Messungen selbst wurden an einem Gas mit 90% D-Gehalt durchgeführt. Durch die Möglichkeit der fünf Komponenten Ortho-H<sub>2</sub>, Ortho-D<sub>2</sub>, Para-H<sub>2</sub>, Para-D<sub>2</sub> und HD sind die Verhältnisse sehr unübersichtlich. Die von FARKAS (109) ausgearbeitete, auf der Wärmeleitung beruhende Mikromethode (dazu sind nur 0,002 mg Gas notwendig) erlaubte jedoch die Bestimmung der Konzentrationen der einzelnen Komponenten, da nach den Gleichgewichtsbedingungen bei 90% D nur etwa 1% H<sub>2</sub> vorhanden ist.

Die Messungen ergeben einen wichtigen Unterschied beim Vergleich der Ortho-Para-Gleichgewichte des gewöhnlichen und des schweren Wasserstoffs. Bei H<sub>2</sub> verschwindet bei tiefen Temperaturen der Ortho-Wasserstoff, der bei hohen Temperaturen 75% gegenüber den restlichen 25% des Para-Wasserstoffs ausmacht. In D<sub>2</sub> dagegen mit dem Normalgleichgewicht  $D_2 = \frac{2}{3} o D_2 + \frac{1}{3} p D_2$  ist bei tiefen Temperaturen die Ortho-Modifikation die einzige stabile. Aus diesen Messungen folgt, daß für den D-Kern die BOSE-EINSTEIN- im Gegensatz zur FERMI-DIRAC-Statistik des H-Kerns gilt, und daß der Spin des D-Kerns wahrscheinlich den Wert 1 besitzt.

Beträchtliche Unterschiede zeigen sich bei der Einwirkung paramagnetischer Moleküle oder Ionen auf die Para-Ortho-Umwandlung, die durch ihr im Verhältnis zu den Molekülgrößen inhomogenes magnetisches Feld das Übergangsverbot  $p \rightleftharpoons o$  aufheben. Derartige Beimengungen führen die Rückbildung des bei der betreffenden

<sup>1</sup> Vgl. jedoch die Experimente von MEISSNER und STEINER (42), die eine geringe Dampfdruckänderung finden.

Temperatur gültigen  $o \rightleftharpoons p$ -Gleichgewichts herbei. Bei 10 mm Sauerstoffdruck und  $293^{\circ}\text{K}$  ist die Geschwindigkeitskonstante dieser Reaktion für leichten Wasserstoff 9,16 Liter/Mol Min. (III). Bei schwerem Wasserstoff, der bei tiefen Temperaturen hauptsächlich aus Ortho-Molekülen besteht, findet die gleiche Reaktion statt. Bei den gleichen Bedingungen beträgt die Geschwindigkeitskonstante nur 0,57 Liter/Mol Min. Nach theoretischen Überlegungen, die von WIGNER (II2) durchgeführt worden sind, ist dieser Unterschied in den Reaktionsgeschwindigkeiten durch den Unterschied in den magnetischen Momenten des Deutons und des Protons bedingt. Das magnetische Moment des Deutons ergibt sich zu etwa  $\frac{1}{5}$  des Protonenmomenten.

Die Ortho-Para-Gleichgewichtsverteilung wurde ebenfalls von CLUSIUS und BARTHOLOMÉ (II3) aus ihren Messungen der spezifischen Wärme bei tiefen Temperaturen abgeleitet. Sie fanden dabei, daß das Gleichgewicht des schweren Wasserstoffs, das bei tiefen Temperaturen zum größten Teil auf seiten des  $o\text{D}_2$  liegen sollte ( $T = 14^{\circ}\text{K}$ ,  $o\text{D}_2 = 99,7\%$ ,  $p\text{D}_2 = 0,3\%$ ) [nach Rechnungen von MOTZ und PATAT (II5), vgl. ferner JOHNSTON und LONG (I85)], bei Abwesenheit von Katalysatoren sich auch bei  $12^{\circ}\text{K}$  nach 15 Stunden noch nicht einstellt, da das magnetische Kernmoment so klein ist.

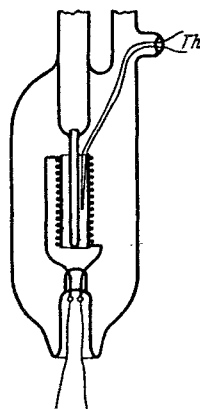


Abb. 22. Diffusionsanordnung nach FARKAS und FARKAS (192).

d) **Diffusion.** Eine Reihe von Versuchen über die Diffusion des schweren Wasserstoffs sind bereits bei den Verfahren zur Trennung des Isotops behandelt worden. Bei der selektiven Durchlässigkeit des Palladiums liegt es nahe, die Unterschiede in den Diffusionskonstanten für  $\text{H}_2$  und  $\text{D}_2$  zu untersuchen. Abb. 22 zeigt die von FARKAS und FARKAS (192) benutzte Anordnung eines im Vakuum geheizten Palladiumröhrchens<sup>1</sup>. Das hindurchdiffundierte Gas von 40—50%  $\text{D}_2$  wurde nach der Methode der Wärmeleitfähigkeit analysiert. Das Verhältnis der durchdiffundierten Mengen  $\text{H}_2:\text{D}_2$  ist um so größer, je niedriger die Temperatur des Rohres ist. Oberhalb  $300^{\circ}\text{C}$  diffundieren die beiden Gase im gleichen Verhältnis durch das Palladiumrohr, so daß sich ihre Zusammensetzung nicht verändert. FARKAS und FARKAS versuchen diese Beobachtung mit der Aktivierungsenergie in Zusammenhang zu bringen, die für den Fall der Diffusion bei  $\text{D}_2$  größer ist als bei  $\text{H}_2$ , da beide sich in ihren Nullpunktsenergien unterscheiden.

e) **Die Bandenspektren der Moleküle  $\text{D}_2$  und HD.** Abb. 23 zeigt Ausschnitte der Bandenspektren von  $\text{H}_2$ , HD und  $\text{D}_2$ , die mit den

<sup>1</sup> In derartigen Gefäßen läßt sich das schwere Isotop gut zum schrittweisen Einlassen in Entladungsröhren aufheben.

von HERTZ (37) hergestellten reinen Gasen erhalten wurden. Die Bandenspektren unterscheiden sich beträchtlich. Der Vergleich der Konstanten der drei Bandensysteme, der von DIEKE und BLUE (116) an Aufnahmen großer Dispersion durchgeführt wurde, ergab, daß die Konstanten der Banden des  $D_2$  und des HD mit großer Genauigkeit aus den entsprechenden Konstanten der  $H_2$ -Banden durch Reduzierung im Verhältnis der Molekülmassen hervorgehen. Die im SCHUMAN-Gebiet liegenden LYMAN-Banden des HD-Moleküls sind von JEPPESEN (118) und von BEUTLER und MIE (119) genauer untersucht worden. Das von JEPPESEN analysierte System  $2 p^1 \Pi_{c,d} - 1 s^1 \Sigma$  des HD-Moleküls läßt sich mit Hilfe der genannten Reduktion aus

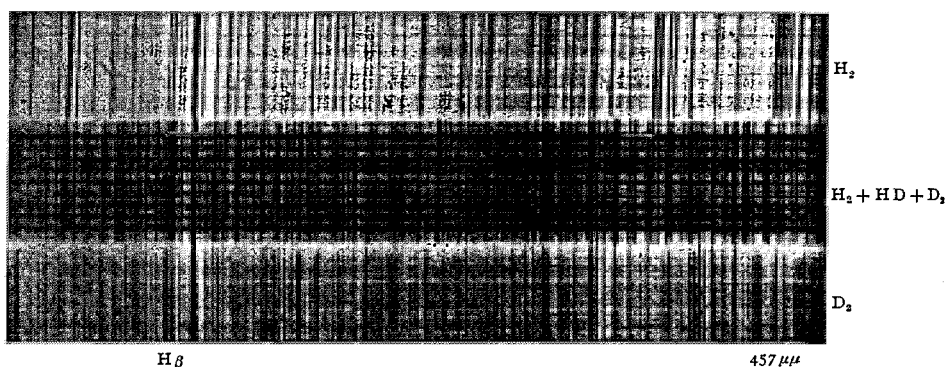


Abb. 23. Das Viellinienspektrum von  $H_2$ ,  $H_2 + HD + D_2$  und  $D_2$  nach HERTZ (37).

den Molekülkonstanten der LYMAN-Banden berechnen. Man erhält auf diese Weise das HD-Spektrum, wenn man außerdem noch eine Isotopieverschiebung der Elektronenterme von  $135 \text{ cm}^{-1}$  ( $2 p^1 \Pi_{c,d}$  HD = 100184 gegen  $2 p^1 \Pi_{c,d}$  HH = 100049) berücksichtigt. Durch geeignete selektive Anregung in Mischungen aus Argon und geringen Mengen HD gelang es BEUTLER und MIE (119) einzelne Züge der ultravioletten Banden zu erhalten. Sie berechneten daraus die Nullpunktsenergie des HD zu  $1888 \text{ cm}^{-1} = 5,359 \text{ Kal}$ . Dabei machen sie die wichtige, aber noch unerklärte Beobachtung, daß der Kernabstand in Isotopenmolekülen wie HH und DH, AIH und AID usw. lediglich eine Funktion der Schwingungsenergie, unbeeinflusst von der Verschiedenheit der entsprechenden Quantenzahlen ist.

f) **Das mechanische Kernmoment des schweren Wasserstoffs.** Das Bandenspektrum des  $D_2$ -Moleküls zeigt, wie alle Spektren der aus zwei gleichen Atomen zusammengesetzten Moleküle, in den Serien seiner Bandenlinien alternierende Intensitäten. Aus dem Intensitätsverhältnis benachbarter Linien der Alphabanden des  $D_2$ -Moleküls schlossen LEWIS und ASHLEY (120) auf ein mechanisches Moment von  $2/2$ . Dies ist in Übereinstimmung mit dem von MEISSNER

und STEINER (42) aus ihren Untersuchungen des Dampfdrucks bei tiefen Temperaturen abgeleiteten Kernmoments 1. Eine genaue Intensitätsmessung einiger Linien ergab als Intensitätsverhältnis 1,95—2,02. Daraus folgt, daß das Kernmoment 1 ist und daß außerdem der D-Kern der BOSE-EINSTEIN-Statistik folgt<sup>1</sup>.

g) **Das magnetische Kernmoment des schweren Wasserstoffs.** Bei der Ablenkung der Wasserstoffmolekularstrahlen im magnetischen Feld nach STERN-GERLACH sind die Spins der beiden Elektronen zueinander antiparallel gerichtet und heben sich demnach auf.

Trotzdem tritt ein kleines magnetisches Moment auf, daß sich aus der Rotation des ganzen Moleküls — entsprechend dem magnetischen Moment eines Kreisstroms — und den Momenten der beiden Protonen zusammensetzt. Das Rotationsmoment des gesamten Moleküls ist aus Versuchen mit Para-Wasserstoff, wo die beiden Spins der Elektronen ja einander aufheben, hinreichend bekannt. Daraus fanden STERN und ESTERMANN (122) bei Ablenkungsversuchen des Ortho-Wasserstoffs für die beiden Protonen ein magnetisches Moment von je  $2,5 \cdot 1/1840$  BOHRSCHE Magneton. Einen ähnlichen Wert erhielten RABI, KELLOG und ZACHARIAS (123) aus Ablenkungsversuchen des atomaren Wasserstoffs in sehr schwachen inhomogenen Feldern. Sie bestimmten das magnetische Moment zu  $3,15 \pm 0,3$  Einheiten. ESTERMANN und STERN (122) haben nun die gleichen Experimente mit schwerem Wasserstoff ausgeführt und erhielten den kleinen Wert von 0,5—1,0 Einheiten für das Deuton. RABI, KELLOG und ZACHARIAS (123) finden mit ihrer Methode den Wert  $0,75 \pm 0,2$  Einheiten für das magnetische Moment des Deutons. Unter der Annahme, daß sich das magnetische Moment des D-Kerns additiv aus den Momenten des Protons und des Neutrons zusammensetzt, folgt daraus ein negativer Wert des magnetischen Moments des Neutrons. Der Vergleich der magnetischen und mechanischen Momente der beiden Isotopen zeigt, daß das Proton ein großes Verhältnis: magnetisches Moment: mechanisches Moment besitzt, während das Deuton ein ungewöhnlich kleines Verhältnis dieser beiden Größen aufweist. Dieser Unterschied ist zur Zeit noch vollständig ungeklärt.

#### IV. Die Verbindungen des Isotops.

##### 1. Das schwere Wasser.

Die wichtigste Verbindung des Wasserstoffisotops, das „schwere“ Wasser, unterscheidet sich in fast allen physikalischen, chemischen und biologischen Eigenschaften von dem gewöhnlichen leichten

<sup>1</sup> Aus ihren Messungen der Rotationswärmen der Moleküle HD und D<sub>2</sub> schließen CLUSIUS und BARTHOLOMÉ (178) ebenfalls auf den Wert 1 des Kernspins.

Wasser. Unter schwerem Wasser ist hier die Verbindung des Wasserstoffisotops  $D_2$  mit dem Sauerstoffisotopengemisch  $O^{16} + 1/630 O^{18}$  verstanden. Das schwere Sauerstoffisotop reichert sich bei der Elektrolyse, dem wichtigsten Verfahren zur Anreicherung des schweren Wassers, nicht an<sup>1</sup>. Es ist auch nicht sehr wahrscheinlich, daß der Ersatz des  $O^{16}$  durch  $O^{18}$  die Eigenschaften und Konstanten des schweren Wassers wesentlich ändern würde.

a) Die Dichte. Bei konstant bleibendem Molekularvolumen würde sich bei Ersatz der H-Atome durch D-Atome die Dichte im Verhältnis 20:18 ändern. Man sollte dann für die Dichte des schweren Wassers 1,111 erwarten. An einer Probe von reinem  $D_2O$ , dessen Reinheit durch fortgesetzte Elektrolyse geprüft worden war, und das höchstens 0,01% H enthalten konnte, fanden LEWIS und MACDONALD (124) den Wert:

$$d_4^{25} D_2O = 1,1056.$$

Hier gibt der untere Index die Temperatur des zugrunde gelegten gewöhnlichen Wassers, der obere die Temperatur bei der Messung der Probe an. TAYLOR und SELWOOD (125) geben als Maximalwerte an:

$$\begin{aligned} d_{25}^{25} D_2O &= 1,1079 \\ d_4^{20} D_2O &= 1,1059. \end{aligned}$$

Wie sehr man bei den Messungen mit hochkonzentriertem  $D_2O$  Vorsicht walten lassen muß, erhellt aus der Tatsache, daß bei ihnen die Dichte einer Probe über Nacht unter dem Einfluß der Luftfeuchtigkeit von 1,1038 auf 1,1016 abfiel.

Die Bestimmung der Dichte ist die gebräuchlichste Kontrolle der Anreicherung des schweren Isotops. Die Dichtemessungen erfordern eine große Genauigkeit, da bei einer Änderung des Konzentrationsverhältnisses sich die Dichte nur um den zehnten Teil ändert. Zur Dichtebestimmung bei kleinen Anreicherungen wurden sowohl Pyknometer- als auch Schwimmermethoden ausgebildet.

Mit einem Pyknometer von 28 ccm in der bekannten Anordnung bestimmten CRIST, MURPHY und UREY (126) die Dichte mit einer Genauigkeit von  $2 \cdot 10^{-5}$  entsprechend einer D-Konzentration von etwa 0,02%. Durch ein zweckmäßiges Vertauschungsverfahren steigerten WASHBURN, SMITH und FRANSEN (127, 55) die Meßgenauigkeit auf  $1 \cdot 10^{-6}$ . Sie benutzten zwei Quarzpyknometer von 60 ccm. Das eine wurde mit destilliertem Wasser, das andere mit der zu untersuchenden Probe gefüllt. In einem Thermostaten, der die Temperatur auf  $0,01^\circ C$  konstant hielt, wurde der Stand der beiden Flüssigkeiten in den Kapillaren der Pyknometer relativ zu eingritzten Marken auf 0,01 mm mit dem Kathetometer gemessen.

<sup>1</sup> Siehe z. B. SELWOOD und FROST (134).

Der Gewichtsunterschied der außen sorgfältig getrockneten Pyknometer wurde mit einer Genauigkeit von 0,03 mg bestimmt. Darauf wurden die beiden Flüssigkeiten vertauscht und die Messungen wiederholt. Dann beträgt das Dichteverhältnis:

$$D = \frac{d}{d_N} = 1 + \frac{\Delta m - \Delta m' - \Delta C + \Delta C'}{d_N (v_1 + v_2)}$$

Darin bedeuten  $d_N$  die Dichte der Normalflüssigkeit,  $\Delta m$  den gemessenen Gewichtsunterschied der gefüllten Pyknometer und  $\Delta C$  die Differenz der oberhalb der Marken der Kapillaren befindlichen Wassermengen. Die gestrichenen Größen beziehen sich auf die Messung nach dem Vertauschen der Pyknometer. Die große Genauigkeit kommt durch den großen Nenner im Zusatzglied zustande, der seinerseits wieder einen nicht zu kleinen Zähler erlaubt.

Der Ausbau der Pyknometermethode in einer anderen Richtung wurde von GILFILLAN und POLANYI (128) vorgeschlagen. Eine kurze enge Glaskapillare (Abb. 24), die an der Spitze fein ausgezogen ist, wurde als Pyknometergefäß verwendet. Das eine Ende der Kapillare war geschlossen und daran war eine Glasblase angeblasen, die so abgemessen war, daß sie bei einer bestimmten Temperatur die in Wasser eingetauchte und mit Wasser gefüllte Kapillare in Schwebelage hielt. Dann wurde das Mikropyknometer mit dem zu untersuchenden Wasser gefüllt und der hydrostatische Druck über der Wasseroberfläche so verändert, daß das Pyknometer wiederum in Schwebelage war. Eine Änderung des Außendrucks um 1 mm bewirkte bei einem Pyknometer von 6 mm Länge und 1 mm Weite eine Auftriebsänderung von etwa  $10^{-5}$  mg. Das würde in der Dichtebestimmung einer Genauigkeit von  $2 \cdot 10^{-6}$  entsprechen.

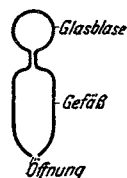


Abb. 24. Mikropyknometer nach GILFILLAN und POLANYI (128).

Die Methode eines Schwimmers, der unter Wasser in Schwebelage gehalten wird, wurde bereits von RICHARDS und SHIPLEY (129) sowie LAMB und LEE (130) entwickelt. Sie besteht darin, daß ein Schwimmer, der in destilliertem Wasser von bestimmter Temperatur in Schwebelage gehalten wurde, in der zu untersuchenden Flüssigkeit sinkt oder steigt. Zum Ausgleich des Auftriebs benutzten RICHARDS und SHIPLEY sowie DOLE (60) die Temperaturänderung der Flüssigkeit, während LAMB und LEE eine magnetische Kompensation vorzogen. Mit einem Schwimmer von 250 ccm wurde eine Genauigkeit von  $1 \cdot 10^{-7}$  erreicht.

Bei dem von LEWIS und MACDONALDS (12) benutzten 10-ccm-Schwimmer entsprach einer Temperaturänderung des Wassers um  $0,006^\circ \text{C}$  eine Dichteänderung von  $10^{-6}$ . Durch Ausgleich des hydrostatischen Drucks erreicht GILFILLAN (58), je nach der Größe des verwendeten Schwimmers, eine Genauigkeit von  $0,3\text{--}4,0 \cdot 10^{-6}$ . In



der Tabelle 8 sind die erreichten Genauigkeiten der Dichtebestimmung noch einmal zusammengestellt.

Tabelle 8. Die Genauigkeit der Dichtebestimmungen des Wassers.

Methoden	Verfasser	Erreichte Genauigkeit
Pyknometer, 28 ccm . . . . .	C. U. M. (156)	$2 \cdot 10^{-5}$
Differentialpyknometer, 60 ccm . . . . .	W. SM. Fr. (127)	$1 \cdot 10^{-6}$
	W. SM. (55)	
Mikropyknometer, 0,0045 ccm . . . . .	G. P. (128)	$2 \cdot 10^{-6}$
Schwimmermethode, 250 ccm, magnetischer Ausgleich . . . . .	L. L. (130)	$1 \cdot 10^{-7}$
Schwimmermethode, thermischer Ausgleich	D. (60)	$1 \cdot 10^{-6}$
Schwimmermethode, Druckausgleich	G. (58)	
3 ccm . . . . .		$1,3 \cdot 10^{-6}$
0,1 ccm . . . . .		$3,5 \cdot 10^{-6}$
35 ccm . . . . .		$0,3 \cdot 10^{-6}$

Bei derartigen Messungen ist auf Reinheit der Wasserproben besonders zu achten. Bei einfachen Destillationen besteht die Gefahr, daß organische Bestandteile mitdestilliert werden. Außerdem muß sorgfältig darauf geachtet werden, daß das Wasser frei von Gaseinschlüssen ist. Mehrmalige Destillationen aus Kaliumpermanganatlösung, aus verdünnter Phosphorsäure und schließlich Vakuumdestillationen genügen jedoch, um eine ausreichende Reinheit der Wasserproben zu erreichen.

Die Dichte als Funktion der Konzentration zeigt keine streng lineare Abhängigkeit. Durch fortlaufende Verdünnung konzentrierten schweren Wassers fand LUTEN (131) für den Zusammenhang:

$$d = 1,0000 + 0,1056 N_2 - 0,0012 N_1 N_2,$$

worin  $N_1$  und  $N_2$  die Molenbrüche des gewöhnlichen und des schweren Wassers bedeuten. Bei sehr genauen Konzentrationsbestimmungen muß daher auf diese Abhängigkeit von der Linearität geachtet werden.

b) **Die thermischen Eigenschaften.** Die thermischen Eigenschaften des schweren Wassers weichen beträchtlich von denen des gewöhnlichen Wassers ab. Der *Gefrierpunkt* liegt bei  $3,82^\circ \text{C}$  (125, 179), der *Siedepunkt* bei  $101,42^\circ \text{C}$  (124). Die Abweichungen des *Dampfdrucks* sind aus der Tabelle 9 zu ersehen, in der der Index 1 sich auf das gewöhnliche, der Index 2 sich auf das schwere Wasser bezieht.

Tabelle 9. Dampfdruck des schweren und leichten Wassers.

$t$	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110
$p_1 - p_2$	2,3	3,9	6,1	9,1	13,1	18,0	23,9	30,7	38,4	47,0
$p_2/p_1$	0,87	0,88	0,89	0,90	0,913	0,923	0,933	0,942	0,949	0,956

Die *Verdampfungswärme* des schweren Wassers ist um 259 Kal/Mol größer als die von gewöhnlichem Wasser (124).

Die *Temperaturabhängigkeit der Dichte* zeigt den vom gewöhnlichen Wasser her bekannten anomalen Verlauf. Die Temperatur maximaler Dichte liegt hier jedoch bei 11,6° C (133). In der Abb. 25 ist der Verlauf der thermischen Ausdehnung wiedergegeben, wobei als Ordinate das Volumen bezogen auf 4° C als Einheit aufgetragen ist.

Die *Viskosität* von reinem schwerem Wasser wird von TAYLOR und SELWOOD (125) bei 20° zu 0,0126 CGS angegeben. Denselben Wert finden LEWIS und MACDONALD (133) aus Messungen an 70 % und 90 % D<sub>2</sub>O, die auf 100 % linear interpoliert werden. Die von ihnen beobachtete Temperaturabhängigkeit ist aus der Tabelle 10 zu ersehen.

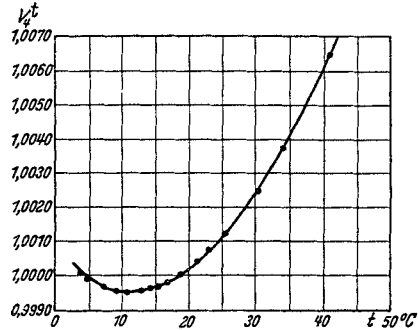


Abb. 25. Die Temperaturabhängigkeit der Dichte des schweren Wassers nach LEWIS und MACDONALD (124).

Tabelle 10. Viskosität von schwerem und leichtem Wasser.

$t_0$	5	10	15	20	25	30	35° C
$\eta_2/\eta_1$	1,309	1,286	1,267	1,249	1,232	1,215	1,198
$\eta_1 \cdot 10^3$ CGS	15,19	13,10	11,45	10,09	8,95	8,00	7,21
$\eta_2 \cdot 10^3$ CGS	19,88	16,85	14,51	12,60	11,03	9,72	8,64

Für die *Oberflächenspannung* liegt kein direkt gemessener Wert vor. Aus ihren Messungen an Mischungen verschiedener Zusammensetzung extrapolieren SELWOOD und FROST (134) den Wert

$$67,8 \text{ dyn/cm bei } 20^\circ \text{ C.}$$

Das *Lösungsvermögen* des schweren Wassers ist geringer als das des gewöhnlichen. An einer Lösung in 92 % igem schwerem Wasser wurde von TAYLOR, CALEY und EYRING (135) für NaCl eine Abnahme von 15 % und für BaCl<sub>2</sub> eine von 19 % gefunden (bezogen auf die Gewichtsverhältnisse).

c) Die *elektrischen und magnetischen Eigenschaften*. Die *Dielektrizitätskonstante* des schweren Wassers ist kleiner als die des leichten Wassers. Für das Verhältnis der Dielektrizitätskonstanten der beiden geben LEWIS, OLSON und MARONEY (136) den Wert 0,990 bei 25° C und den Wert 0,982 bei 10° C. Auch hier findet man bestätigt, daß bei zunehmender Temperatur die Eigenschaften des schweren und leichten Wassers sich einander angleichen.

Die magnetische *Suszeptibilität* einer 92%igen Probe wird von SELWOOD und FROST (134) zu  $-0,65 \cdot 10^{-6}$  gefunden, während gewöhnliches Wasser einen Wert von  $-0,72 \cdot 10^{-6}$  hat.

Die *Ionenbeweglichkeit* wurde von LEWIS und DOODY (137) für einige Ionenarten untersucht. Sie verwendeten schweres Wasser mit 97%  $D_2O$ . Da ihnen nur wenig Wasser zur Verfügung stand, benutzten sie eine Zelle von 0,25 ccm (Abb. 26). Sie verglichen den Widerstand von sehr verdünnten Salzlösungen in schwerem und gewöhnlichem Wasser bei verschiedenen Temperaturen. Die Ergebnisse sind in der Tabelle 11 zusammengestellt.  $\alpha$  ist das Verhältnis der Äquivalentleitvermögen der Lösungen in gewöhnlichem zu denen in schwerem Wasser.



Abb. 26. Zelle zur Bestimmung der elektrischen Leitfähigkeit kleiner Elektrolytmengen nach LEWIS und DOODY (137).

Tabelle 11. Äquivalentleitvermögen in gewöhnlichem und schwerem Wasser.

$t^\circ$	5	15	18	25	35
$\alpha$ (KCl)	1,212	1,180	1,173	1,162	1,152
$\alpha$ (HCl bzw. DCl)	1,476	1,426	1,414	1,390	1,362

Die Beweglichkeiten der Ionen bei  $18^\circ C$  sind aus der Tabelle 12 zu entnehmen.

Tabelle 12. Ionenbeweglichkeiten in gewöhnlichem und schwerem Wasser.

Ion	$H^+$	$D^+$	$K^+$	$Cl^-$
Beweglichkeit in $\begin{Bmatrix} H_2O \\ D_2O \end{Bmatrix}$	315,2 —	— 213,7	64,2 54,5	65,2 55,3

Die Abnahme der Ionenbeweglichkeit in schwerem Wasser steht in Einklang mit der Zunahme der Viskosität.

d) Die optischen Eigenschaften des schweren Wassers. Von den optischen Eigenschaften des schweren Wassers wurde der Brechungsindex mit besonderer Genauigkeit bestimmt, da einerseits hier verhältnismäßig leicht eine große Genauigkeit zu erreichen ist, andererseits seine Messung eine gute und schnelle Kontrolle des Anreicherungsprozesses bildet. An einer Probe von 92%  $D_2O$  fand LUTEN (131) den Brechungsindex bei  $20^\circ$  für die Natriumlinie um 0,00456 kleiner als für gewöhnliches Wasser. Dabei wurde in der Temperaturabhängigkeit des Brechungsvermögens ebenso wie bei gewöhnlichem Wasser ein Maximum beobachtet. Das Maximum ist nach höheren Temperaturen verschoben und liegt bei  $+6^\circ C$  (Abb. 27). In der Abbildung ist außerdem der Gang des Brechungsvermögens mit der Temperatur für eine Mischung von 45,9%  $D_2O$

eingetragen. Die Dispersion ist ebenfalls kleiner, ihre Werte sind in der Tabelle 13 zusammengestellt.

Tabelle 13. Dispersion von D<sub>2</sub>O und H<sub>2</sub>O.

	$n_{4858} - n_{4861}$	$n_{4861} - n_{5461}$	$n_{5461} - n_{5893}$	$n_{5893} - n_{4352}$	$n_{4358} - n_{6563}$
H <sub>2</sub> O	0,00313	0,00263	0,00149	0,00182	0,00907
D <sub>2</sub> O	0,00288	0,00245	0,00132	0,00161	0,00826

Die Molekularrefraktion für D<sub>2</sub>O bei 20° C beträgt für die D-Linie 3,687, während sie für gewöhnliches Wasser 3,7121 beträgt. Der Brechungsindex ist daher kleiner, als man nach dem Unterschied der Molekularvolumina erwarten sollte. In Verbindung mit der kleineren Dispersion des schweren Wassers kann man daraus schließen, daß die Ultraviolettabsorption bei D<sub>2</sub>O erst unterhalb der Absorptionsgrenze des V i f OH<sub>2</sub> beginnt (s. Kap. I).

Zur interferometrischen Bestimmung der Anreicherung benutzten CRIST, MURPHY und UREY (126, 138) ein Wasserinterferometer von Zeiss. Sie verwandten darin Zellen von 1—40 mm Länge, bei der 40-mm-Zelle kann eine D-Konzentration von 0,01 % noch nachgewiesen werden. Da die Dichte nicht streng proportional dem Brechungsexponenten läuft, ist es jedoch nötig, das Interferometer zur Bestimmung des D-Gehalts zu eichen. Der Vorteil der interferometrischen Bestimmung besteht einmal darin, daß man je nach der verwendeten Zelle von 40, 10 oder 1 mm Länge nur 1,5, 0,3 oder 0,05 ccm Wasser benötigt. Zum andern ermöglicht das Interferometer eine rasche Analyse der Proben. Nach der Reinigung des Isotopenwassers erfordert die Bestimmung des D-Gehalts nur wenige Minuten.

In der folgenden Tabelle 14 sind die Eigenschaften des schweren Wassers denen des leichten Wassers gegenübergestellt.

e) Tabelle der physikalischen Konstanten.

Tabelle 14.  
Physikalische Konstanten des schweren und leichten Wassers.

	Reinheit	D <sub>2</sub> O	H <sub>2</sub> O
Dichte: $d_4^{20}$ . . . . .	99,99 %	1,1059	0,9982
Gefrierpunkt . . . . .	99,99 %	3,82° C	0,00° C
Siedepunkt . . . . .	99,99 %	101,42° C	100,00° C
Dichtemaximum . . . . .	99,99 %	11,60° C	4,00° C
Viskosität 10 <sup>3</sup> CGS . . . . .	extrap.	12,60	10,09

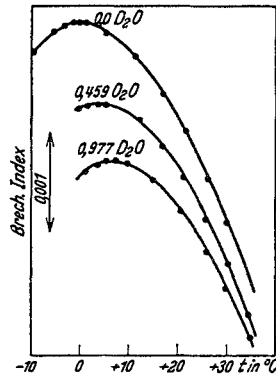


Abb. 27. Die Abhängigkeit des Brechungsexponenten für schweres Wasser von der Temperatur nach LUTEN (131).

Tabelle 14. (Fortsetzung.)

	Reinheit	D <sub>2</sub> O	H <sub>2</sub> O
Oberflächenspannung dyn/cm	extrap.	67,8	72,75
Dielektrizitätskonstante . . .	99%	0,990 D <sub>H<sub>2</sub>O</sub>	—
Suszeptibilität . . . . .	92%	— 0,65 · 10 <sup>-6</sup>	— 0,72 · 10 <sup>-6</sup>
Ionenbeweglichkeit			
H <sup>+</sup> . . . . .	extrap.	—	315,2
D <sup>+</sup> . . . . .	extrap.	213,7	—
K <sup>+</sup> . . . . .	extrap.	54,5	64,2
Cl <sup>-</sup> . . . . .	extrap.	55,3	65,2
Brechungsexponent n <sub>D</sub> <sup>20</sup> . . .	extrap.	1,32844	1,33300
Dispersion n <sub>4358} - n<sub>6563}</sub> . . . .</sub>	98%	0,00826	0,00907
Molekularrefraktion bei 20° C			
gem. mit der D-Linie . . . .	100%	3,687	3,7121

f) Das Bandenspektrum. Die Abb. 28 zeigt die Absorptionskurve des schweren Wassers 56% (ausgezogen) im Vergleich mit der des gewöhnlichen Wassers (punktiert) im ultraroten Spektralbereich.

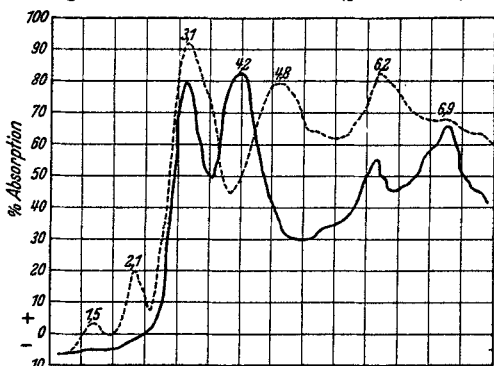


Abb. 28. Ultrarotabsorption des schweren (56%) und leichten Wasserdampfes nach CASSELMAN (139).

Während in ersterer mehrere Banden schwächer sind, treten bei 4,2  $\mu$  und bei 6,9  $\mu$  neue Banden auf. Nach CASSELMAN (139) gehört die Bande 4,2  $\mu$  den Molekülen DD und DO<sub>16</sub> zu, während die Bande bei 6,9  $\mu$  einem Molekül HD zugehört. Auf der kurzwelligen Seite der 6,9- $\mu$ -Bande tritt ein weiteres Maximum hervor, das einem Molekül D-D entspricht<sup>1</sup>.

Im Ultraviolett beginnt die Absorption des schweren Wassers etwa 900—1200  $\text{cm}^{-1}$  unterhalb der Absorption des gewöhnlichen Wassers. Diese Beobachtung, die auch mit der kleineren Dispersion und der kleineren Molekularrefraktion des schweren Wassers in Einklang ist, wird von FRANCK und WOOD (140) so erklärt, daß die dissoziierenden Moleküle aus dem Energiereservoir der Nullpunktsenergie die zur Dissoziation fehlende Energie holen. Das HOH-Molekül kann daher schon bei größeren Wellenlängen dissoziieren als das DOH-Molekül.

<sup>1</sup> Anmerkung bei der Korrektur. BARTHOLOMÉ und CLUSIUS (181) messen das Absorptionsspektrum des Wasserdampfes mit verschiedenem D-Gehalt (0% D, 35% D und 85% D) im Wellenlängenbereich 2 bis 10  $\mu$ . Sie leiten aus ihren Messungen ab, daß die Potentialfunktion des Wasserdampfmoleküls durch die Einführung eines D- an Stelle eines H-Atoms nicht geändert wird.

Abb. 29 zeigt das RAMAN-Spektrum des schweren Wassers nach WOOD (141, 142). Die erregende Hg-Linie 2536 liegt links außerhalb der RAMAN-Banden. Gewöhnliches Wasser (a0) zeigt lediglich die Bande  $\Delta\nu = 3445$ . Im schweren Wasser tritt eine weitere Bande bei  $\Delta\nu = 2623$  (2700 AE) dazu. Das Maximum dieser Bande hängt von der Konzentration ab. Bei 18% schwerem Wasser von der Zusammensetzung 0,034 DOD, 0,30 HOD und 0,66 HOH liegt das Maximum bei  $\Delta\nu = 2623$  (Abb. 29b, c, 18%). Diese Bande entspricht also dem Molekül HOD. Bei 80% Konzentration, bei der die

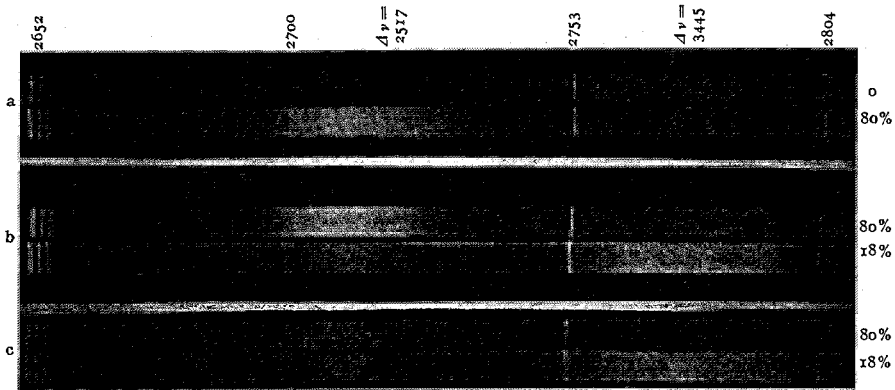


Abb. 29. RAMAN-Spektrum des schweren Wassers nach WOOD (142).

DOD-Moleküle überwiegen, verschiebt es sich nach  $\Delta\nu = 2517 \text{ cm}^{-1}$  (Abb. 29, a, b, c, 80%). Die Banden des Wasserdampfes sind gegenüber den Banden des flüssigen Wassers nach längeren Wellenlängen verschoben (Abstand  $= \nu = 3650$  statt  $\nu = 3445 \text{ cm}^{-1}$ ). Von den von CROSS und VAN VLECK (143) berechneten HOD-Banden bei 3750, 2720 und 1400  $\text{cm}^{-1}$  ist von WOOD (142) im Dampf die Bande  $\Delta\nu = 2674$  des RAMAN-Spektrums beobachtet worden.

g) **Die chemischen Eigenschaften.** Die chemischen Eigenschaften von Isotopen unterscheiden sich im allgemeinen nicht. Beeinflußt werden durch Isotopieeffekte die Reaktionsgeschwindigkeiten der chemischen Prozesse und die Bindungsenergien. Da diese Effekte auf Massenunterschieden beruhen, die bei den meisten Isotopen sehr klein sind, so sind im allgemeinen die chemischen Eigenschaften der Isotope praktisch gleich. Beim Wasserstoff dagegen ist der Unterschied in den Massen so groß, daß auch deutliche Unterschiede im chemischen Verhalten zu erwarten sind.

Die bereits bei der chemischen Trennung der Isotope besprochenen Reaktionen von Metallen mit schwerem Wasser (Kap. II 3e), bei denen der entwickelte Wasserstoff im Verhältnis weniger  $\text{D}_2$  als  $\text{H}_2$  enthält, beruhen auf den erwähnten Isotopieeffekten. In ähnlicher

Weise zeigt z. B. die Bildung des Tetradeuteromethans aus Aluminiumkarbid und schwerem Wasser Unterschiede gegenüber der entsprechenden Reaktion in leichtem Wasser. Letztere Reaktion verläuft nach UREY und PRICE (144) bei etwa 80° C 23mal rascher als die erstgenannte. Während bei Zimmertemperatur im gewöhnlichen Wasser schon eine merkliche Methanentwicklung beim Zusatz von Aluminiumkarbid eintritt, reagiert das schwere Wasser überhaupt nicht damit.

h) **Die Austauschreaktionen.** Eine wichtige Rolle spielt das Isotop bei der Untersuchung der *Austauschreaktionen* des Wasserstoffs. In zahlreichen chemischen Reaktionen tritt ein Austausch der Wasserstoffatome der einzelnen Partner ein, der bisher nur indirekt nachgewiesen werden konnte. In ähnlicher Weise, wie die radioaktiven Isotope von PANETH und HEVESY als Indikator bei Reaktionen der zugehörigen Elemente benutzt wurden, ermöglicht das schwere Isotop, das man leicht an seinem Atomgewicht unter den Reaktionspartnern nachweisen kann, die Verfolgung derartiger Austauschreaktionen.

OLIPHANT (145) beobachtete, daß eine Probe von schwerem Wasserstoff, die über Wasser aufbewahrt wurde, nach einigen Wochen nur noch  $\frac{1}{20}$  der ursprünglichen Konzentration besaß. Es mußte daher ein Austausch mit dem Wasser stattgefunden haben. HORIUTI und POLANYI (146) haben diese Reaktion genauer untersucht. Sie zeigten, daß sie durch Platinmohr katalysiert wird. Ohne Katalysator trat kein Austausch ein, durch Zusatz des Katalysators konnten sie einen deutlichen Austausch beobachten, den sie auf die am Katalysator auftretende Ionisierung des Wasserstoffs zurückführten. BLEAKNEY und GOULD (147) wiesen die Notwendigkeit des Katalysators nach. Sie sättigten destilliertes Wasser mit einem Gemisch von schwerem und leichtem Wasserstoff (2,29% D<sub>2</sub>) und ließen diese Mischung 19 Tage unter gelegentlichem Schütteln stehen. Es trat kein Austausch ein. Bei sauberen Arbeitsbedingungen, insbesondere bei Abwesenheit katalytisch wirkender Metalle, tritt kein Austausch ein. BONHOEFFER und RUMMEL (148, 182) untersuchten das Gleichgewicht zwischen H<sub>2</sub> und D<sub>2</sub>O bei Zimmertemperatur. Bei Katalyse durch Platinmohr stellt sich das Gleichgewicht beim Schütteln unter Druck in mehreren Tagen ein. Das Gleichgewicht liegt dabei auf seiten des schweren Wassers. Die Gleichgewichtskonstante

$$K = \frac{[\text{H}_2] \cdot [\text{HDO}]}{[\text{H}_2\text{O}] [\text{HD}]},$$

die unter Benutzung der Daten von BARTHOLOMÉ und CLUSIUS (183) von FOERSTER zu  $3,1 \pm 0,1$  berechnet wurde, ergibt sich hierbei zu  $3,7 \pm 10\%$ <sup>1</sup>.

<sup>1</sup> Anmerkung bei der Korrektur. Die Gleichgewichtskonstante wurde für  $t = 526^\circ \text{C}$  von CRIST und DALIN (186) bestimmt.

Der Austausch zwischen Ammoniak und Wasser läßt sich nach LEWIS (149) benutzen, um dem schweren Wasser die D-Atome zu entziehen<sup>1</sup>. BONHOEFFER und BROWN (150) untersuchten den Vorgang dieser Austauschreaktion genauer. Aus der Konzentrationsänderung des Wassers ergab sich bei bekannter Ammoniakmenge, daß alle Wasserstoffatome des Ammoniaks am Austausch beteiligt sein müssen, der Austausch zeigt also die Gleichwertigkeit der drei H-Atome des Ammoniaks.

Im Gegensatz dazu ist bei einer Lösung von Rohrzucker in schwerem Wasser nur die Hälfte der Wasserstoffatome des Zuckers am Austausch beteiligt, und zwar wird die Austauschbarkeit in Einklang mit der elektrischen Dissoziation des Rohrzuckers den acht Hydroxylgruppen zugeschrieben.

Daß der Austausch tatsächlich von der Bindungsart des H-Atoms abhängt, läßt sich sehr schön an der mehrfach untersuchten Austauschreaktion des Azetons verfolgen. Das Azeton in der Ketoform  $\text{CH}_3\text{COCH}_3$  enthält keine Hydroxylgruppe, sondern lediglich Methylgruppen. Die Enol-Form  $\text{CH}_3\text{C}(\text{OH})=\text{CH}_2$  dagegen besitzt eine Hydroxylgruppe. BONHOEFFER und KLAR (151) konnten nun zeigen, daß bei der Keto-Form kein Austausch des schweren Wasserstoffs eintritt. Nach Zusatz von Alkali, das in wäßriger Lösung den Übergang Keto-Enol-Form bewirkt, tritt dagegen ein starker Austausch ein. Die Tabelle 15 zeigt diesen Vorgang nach Versuchen von HALFORD, ANDERSON und BATES (152).

Tabelle 15. Austauschreaktion des Wasserstoffisotops mit Azeton.

Zusatzsubstanz	$\text{K}_2\text{CO}_3$	$\text{H}_3\text{PO}_4$	kein Zusatz	$\text{K}_2\text{CO}_3$	$\text{K}_2\text{CO}_3$	$\text{K}_2\text{CO}_3$
Mol-% $\text{D}_2\text{O}$ (Anfang).	0,02	0,73	0,73	0,73	1,08	4,07
Mol-% $\text{D}_2\text{O}$ (Ende).	0,02	0,67	0,68	0,38	0,64	1,93

SCHWARZ und STEINER (153) fanden bei ihren Messungen, daß Azeton beim Stehen mit 0,6 norm schwerer Natronlauge in 18 Stunden praktisch alle sechs Wasserstoffatome austauscht. Sie erklären diesen Vorgang durch eine wiederholte Keto-Enol- und Enol-Keto-Umlagerung.

Nach BONHOEFFER (182) kann man aus diesen Versuchen entnehmen, daß H-Atome, die an C gebunden sind, im allgemeinen nicht ausgetauscht werden, im Gegensatz zu den an O oder N gebundenen.

i) **Die biologischen Wirkungen.** Bei dem großen Unterschied in der Diffusionsgeschwindigkeit der Verbindungen der beiden Wasserstoffisotopen ist zu erwarten, daß die biologischen Prozesse von

<sup>1</sup> Man kann auf diese Weise feststellen, ob die Dichtezunahme des Wassers bei der Elektrolyse lediglich auf der Anreicherung des Wasserstoffisotops oder auch auf der Anreicherung des schweren Sauerstoffs beruht.



ihnen in verschiedener Weise beeinflußt werden, da diese ja zum großen Teil auf Diffusionsvorgängen beruhen. Die schon bald nach der Entdeckung unternommenen Versuche erstrecken sich bisher nur auf die wichtigste Verbindung des Isotops, das schwere Wasser. Da dieses nur in verhältnismäßig kleinen Mengen in größerer Konzentration zur Verfügung steht, konnten größere Organismen nicht zu diesen Versuchen herangezogen werden. Die Ergebnisse, die an Mikroorganismen und kleinen Lebewesen bisher aufgefunden wurden, lassen jedoch den Unterschied im biologischen Verhalten des schweren und des leichten Wassers deutlich erkennen. Bei diesen Versuchen sind zwei Gruppen zu unterscheiden, solche, die mit 100%  $D_2O$  und solche, die mit Wasser geringeren  $D_2O$ -Gehalts durchgeführt wurden. Letztere wurden angestellt um spezifische Wirkungen des schweren Isotops aufzufinden. Es seien daher auch hier die Ergebnisse der beiden Gruppen getrennt behandelt.

In 100% schwerem Wasser wurden bisher untersucht: Die Keimfähigkeit des Tabaksamens, das Verhalten von Bakterien und Spaltpilzen und verschiedene Frischwasserorganismen. Außerdem liegt ein Versuch an weißen Mäusen vor, den höchsten bisher untersuchten Lebewesen.

Nach PACSU (154) tritt die alkoholische Hefegärung von d-Glukose in schwerem Wasser (Dichte = 1,105) nur sehr langsam ein. Die Ausbeute an Kohlensäure war 8mal kleiner als bei leichtem Wasser. LEWIS (155) fand, daß in einer Lösung von Malzzucker in schwerem Wasser auch nach einigen Tagen keine Entwicklung der hineingebrachten Hefepilze stattfand und diese Lösung ebenfalls nicht zu Schimmelbildung neigte. Kontrollversuche mit gewöhnlichem Wasser dagegen verliefen positiv.

Keimversuche mit Tabaksamen in  $D_2O$  und  $H_2O$  (156) zeigten in ersterem keine Spur einer Keimung während die Keimlinge im zweiten Fall sich gut entwickelten. Ein Wasser von 50%  $D_2O$ -Gehalt setzte die Entwicklung auf die Hälfte herab, die Sprößlinge blieben jedoch gesund und normal. Die Tabaksamen in dem 100%  $D_2O$  waren durch den kurzen Aufenthalt darin bereits so geschädigt, daß sie nach Einbringen in gewöhnliches Wasser in ihrem Wachstum nach wenigen Tagen zum Stillstand kamen. LEWIS (156) schiebt hier die tödliche Wirkung der Unterbrechung der infolge des natürlichen  $H_2O$ -Gehalts der Samenkörner begonnenen Keimung durch das eindringende schwere Wasser zu.

Von LEWIS sowie von TAYLOR, SWINGLE, EYRING und FROST (157) an Plattwürmern, Kaulquappen und kleinen Fischen durchgeführte Untersuchungen führten in reinem  $D_2O$  nach wenigen Stunden zum Tode, während in 30% schwerem Wasser keinerlei Wirkung eintrat. Das höchste bisher von LEWIS untersuchte Lebewesen, eine weiße Maus, der 0,54 g 87%  $D_2O$  und 0,26 g 71%  $D_2O$  eingeflößt wurden,

überstand den Versuch, zeigte jedoch ein großes Bedürfnis nach Wasser.

Aus diesen Versuchen mit reinem oder wenigstens höher konzentriertem schwerem Wasser geht hervor, daß Lebensprozesse durch  $D_2O$  weitgehend stillgelegt werden. Sobald man noch die Fehlerquelle des in dem Organismus vorhandenen leichten Wassers in Rechnung setzt, kann man schließen, daß *in reinem  $D_2O$  ein Leben nicht möglich ist*<sup>1</sup>.

Eine andere Frage ist die biologische Wirkung des Isotops in geringer Konzentration. Aus den Versuchen von WASHBURN und SMITH an Weidensaft (s. Kap. II 4) geht hervor, daß die D-Konzentration im Pflanzensaft und im chemisch gebundenen Wasserstoff ansteigen kann. An einer ausgedehnten Reihe von biologischen Experimenten mit Bakterien, Lupinensamen und tierischen Geweben fanden MACHT und DAVIS (158) bei einem Isotopenverhältnis von H: D = 2000: 1 keinen Effekt.

Bei einer Reihe von Algen fand BARNES (159) größere Zellteilung in Isotopenwasser von 0,05 bis 0,4%  $D_2O$ . Das gleiche gilt nach LARSON und BARNES (160, 161) für Schimmelbildung und für das Wachstum der Bierhefe. Dagegen tritt bei der Gärung im Wasser von der Dichte 1,000061 nach BARNES eine Abnahme der Kohlen säurebildung um 10% ein.

Man kann aus diesen Versuchen noch kein abschließendes Urteil über die spezifischen biologischen Wirkungen des verdünnten  $D_2O$  fällen. Daß aber derartige teils hemmende, teils fördernde Wirkungen vorhanden sind, geht aus den bisherigen Ergebnissen hervor.

## 2. Sonstige Verbindungen des Wasserstoffisotops.

In einer größeren Zahl von Veröffentlichungen wurde die Herstellung verschiedener chemischer Verbindungen des schweren Wasserstoffs beschrieben. Zweifellos werden viele dieser Verbindungen, sobald das ganze Gebiet systematisch erforscht ist, sich wichtig für Technik, Biologie oder Medizin erweisen. In diesem Zusammenhang soll lediglich auf solche Verbindungen eingegangen werden, die zu neuen Erkenntnissen über das Isotop geführt haben.

a) **Bandenspektren der D-Verbindungen.** Die große Bedeutung des Isotops für die Theorie der Bandenspektren beruht darauf, daß durch Einfügung des D-Atoms an Stelle der H-Atome der Hydridverbindungen ein willkürlicher Eingriff in die Molekülstruktur vorgenommen werden kann, der andererseits aber auch wieder nicht so groß ist, daß der allgemeine Charakter und die Eigenschaften des Moleküls

<sup>1</sup> Anmerkung bei der Korrektur. Es gelang BONHOEFFER (182) Schlauchpilze (*Bombardia tetraspora* und *Bombardia lunata*) in 90%  $D_2O$  zur Entwicklung zu bringen, die allerdings nur mit  $\frac{1}{4}$  der gewöhnlichen Entwicklungsgeschwindigkeit erfolgte.

vollständig verändert werden. Ein solches Beispiel bietet das Methanmolekül. Die Symmetrie der Tetraederform bedingt, daß trotz der neun Freiheitsgrade der Schwingung nur zwei ultrarote Absorptionsbanden auftreten können. Aus diesen beiden Banden lassen sich die Dimensionen und elastischen Konstanten des Moleküls nur sehr unvollständig ableiten. Durch den Einbau eines einzelnen D-Atoms an Stelle eines H-Atoms wird eine neue Symmetrieachse eingeführt und damit die Zahl der auftretenden aktiven Schwingungen auf sechs erhöht. Es ist BARKER und GINSBURG (162) gelungen, aus der Struktur dieses neuen und der des gewöhnlichen Moleküls die maximalen Trägheitsmomente des Methans zu  $J = 12,28 \cdot 10^{-40}$  und die H-H-Abstände zu  $2,51 \cdot 10^{-8}$  cm zu berechnen. Die Einfügung von vier D-Atomen würde den Nachweis erbringen, ob sich die Abstände und Konstanten durch das Isotop ändern. Ähnliche Versuche sind von RANDALL und BARKER (163), sowie von HERZBERG, PATAT und SPINKS (180) an Azetylen und von SILVERMAN und SANDERSON (164), sowie TAYLOR (165) an  $\text{ND}_3$  ausgeführt worden.

Bei den einfacher gebauten Bandenspektren zweiatomiger Hydride lassen sich die Veränderungen infolge des Einbaus des D-Atoms leichter übersehen. Im allgemeinen wird sich der Isotopieeffekt bei den bekannten Massen berechnen lassen. Bei den ultraroten Absorptionsbanden des Chlorwasserstoffs (166) traten bei größten Schichtdicken ( $\approx 7$  m), selbst bei einem Verhältnis von  $\text{DCl}:\text{HCl}$  von nur 1:35000, die vier den Molekülen  $\text{HCl}_{35}$ ,  $\text{HCl}_{37}$ ,  $\text{DCl}_{35}$  und  $\text{DCl}_{37}$  entsprechenden Banden auf. Unter Benutzung der theoretischen Formeln für den Isotopieeffekt konnte aus den gemessenen großen Isotopieeffekten das Atomgewicht des D-Atoms zu  $2,01367 \pm 0,00010$  in guter Übereinstimmung mit dem von BAINBRIDGE erhaltenen Wert (s. Kap. III 1a) bestimmt werden.

Bei den Bandenspektren der Wasserstoffverbindungen wird man erwarten, daß der Schwerpunkt des Moleküls dicht bei der schwereren Komponente liegt, so daß bei derartigen Verbindungen beim Übergang von H zu D kleine Änderungen im Elektronensystem und damit auch in den Schwingungskonstanten auftreten können. HOLST und HULTHEN (167) schlossen aus der Struktur der Al-H- und Al-D-Banden, daß in letzteren die Bindung der Kerne in ihrer Gleichgewichtslage größer ist und außerdem nach den Konstanten der Trägheitsmomente die Kerne im Al-D 0,056% näher liegen als im Al-H.

Die Bandenspektren der Hydride zeigen ferner sehr große Verschiebungen, die nach DIEKE und BLUE (168) bei NH und ND bis zu  $93,39 \text{ cm}^{-1}$ , sowie nach JOHNSTON und DAWSON (169—173) bei OH bis zu  $20 \text{ cm}^{-1}$  gehen können.

b) Thermische Daten einiger Verbindungen des Wasserstoffisotops. Über andere chemische Verbindungen des Isotops liegen bisher nur

wenige Daten vor. Tabelle 16 zeigt die Dampfdrucke des flüssigen Cyanwasserstoffs HCN und DCN.

Tabelle 16.  
Dampfdruck von HCN und DCN zwischen 259,3° K und 294,0° K.

HCN		DCN		HCN		DCN	
T° K	P <sub>mm</sub>	T° K	P <sub>mm</sub>	T° K	P <sub>mm</sub>	T° K	P <sub>mm</sub>
259,3	136,5	265,8	188	283,6	425,5	281,9	386,0
264,4	178,0	271,3	242,5	288,7	519,0	288,5	507,0
270,2	232,0	274,5	281,0	294,0	638,5	293,5	615,7
278,5	338,4	276,8	309,6				

Nach dieser Tabelle zeigen die beiden Verbindungen nur geringe Unterschiede in ihren Dampfdrucken. Im Gegensatz dazu zeigen die beiden Ammoniakarten beträchtliche Unterschiede (Tabelle 17).

LEWIS und SCHUTZ (176) erklären dieses Verhalten der beiden Gase durch den verschiedenen Charakter der Bindungen. Die größere Stärke der D-D-Bindung gegenüber der H-H-Bindung in der flüssigen Phase verkleinert den Dampfdruck bei der Verbindung des Isotops. Dies tritt z. B. beim Ammoniak und auch beim Wasser (s. Kap. IV 1 b) auf. Im Cyanwasserstoff dagegen, und ähnliches gilt nach LEWIS und SCHUTZ (174, 176) für Chlorwasserstoff, gibt es diese Bindung nicht, daher zeigt sich kaum ein Unterschied im Dampfdruck. Andererseits sind die Moleküle der Essigsäure im Dampf beinahe vollständig assoziiert, die O-H- bzw. O-D-Bindung, die ähnlich stark ist wie die H-H- bzw. H-D-Bindung, besteht ebenfalls im Dampf, daher ist der Druck der schweren Essigsäure im Dampfzustand bei 50° C 7,5 % und bei 90° C 3 % größer als der der leichten Essigsäure.

In flüssiger Essigsäure in schwerem und in leichtem Wasser sind die Ionisierungskonstanten sehr verschieden (177). Die Ionisierungskonstante der schweren Essigsäure, gelöst in schwerem Wasser von 97 %, ist kleiner als ein Drittel der Ionisierungskonstante der gewöhnlichen, in leichtem Wasser gelösten Essigsäure.

Tabelle 17.  
Dampfdruck des schweren und leichten Ammoniaks (165).

ND <sub>2</sub> 99 % Gefrierpunkt 199° K Siedepunkt 242,3° K		
T° K	P <sub>NH<sub>3</sub></sub> (mm)	P <sub>ND<sub>2</sub></sub> (mm)
202,3	77	63
213,0	184	154
226,1	364	313
232,1	511	445
238,6	714	628

### Literaturverzeichnis.

1. ASTON, F. W.: Proc. Roy. Soc., Lond. (A) 115, 487. (1927).
2. BIRGE, R. T. and D. H. MENZEL: Physic. Rev. 37, 1669 (1931).
3. GIAUQUE, W. F. and H. L. JOHNSTON: Nature, Lond. 123, 318, 831 (1929).

4. MECKE, R. u. W. H. J. CHILDS: *Z. Physik* 68, 362 (1931).
5. UREY, H. C., F. G. BRICKWEDDE and G. M. MURPHY: *Physic. Rev.* 39, 164, 864 (1932); 40, 1 (1932).
6. ALLISON, F.: *J. Ind. Eng. Chem.* 4, 9 (1932).
7. WEBB, I. S. and D. R. MOREY: *Physic. Rev.* 44, 517 (1933).
8. UREY, H. C., F. G. BRICKWEDDE and G. M. MURPHY: *Nature, Lond.* 133, 173 (1934).
9. THOMSON, J. J.: *Ebenda* 133, 280 (1934).
10. WASHBURN, E. W. and H. C. UREY: *Proc. nat. Acad. Sci. Wash.* 18, 496 (1932).
11. WASHBURN, E. W., E. R. SMITH and M. FRANDSEN: *J. chem. Physic.* 1, 288 (1933).
12. LEWIS, G. N. and R. T. MACDONALD: *Ebenda* 1, 341 (1933).
13. — *J. Amer. chem. Soc.* 55, 1297 (1933).
14. SCHWARZ, K., L. KÜCHLER u. H. STEINER: *Z. Elektrochem.* 40, 298 (1934).
15. GÜNTHERSCHULZE, A. u. F. KELLER: *Ebenda* 40, 182 (1934).
16. HARKINS, W. D. and C. DOEDE: *J. Amer. chem. Soc.* 55, 4330 (1933).
17. SHIPLEY and GOODEVE: *Trans. electrochem. Soc.* 53, 375 (1927).
18. TOPLEY, B. and H. EYRING: *J. chem. Physic* 2, 217 (1934).
19. TAYLOR, H. S., H. EYRING and A. A. FROST: *Ebenda* 1, 823 (1933).
20. BELL, R. P. and J. H. WOLFENDEN: *Nature, Lond.* 133, 25 (1934).
21. HARTECK, P.: *Proc. physic. Soc.* 46, 277 (1934).
22. UREY, H. C.: *Science (N. S.)* 78, 566 (1933).
23. BELL, R. P.: *J. chem. Physic* 2, 164 (1934).
24. EYRING, H.: *Proc. nat. Acad. Sci.* 19, 78 (1933).
25. TOPLEY, B. and H. EYRING: *Nature, Lond.* 133, 292 (1934).
26. COLLIE, C. H.: *Ebenda* 132, 568 (1933).
27. TRONSTAD, L.: *Ebenda* 133, 872 (1934).
28. UHLMANN, W.: *Naturwiss.* 22, 119 (1934).
29. BORN, M. u. V. WEISSKOPF: *Z. physik. Chem. Abt. B* 12, 206 (1931).
30. — u. J. FRANCK: *Gött. Nachr.* 1930 II, 77.
31. WIGNER, E.: *Z. physik. Chem. Abt. B* 19, 203 (1932).
32. CREMER E. u. M. POLANYI: *Ebenda, Abt. B* 19, 443 (1932).
33. POLANYI, M.: *Naturwiss.* 21, 316 (1933).
34. FOWLER, R. H.: *Proc. Roy. Soc., Lond. (A)* 144, 452 (1934).
35. TOPLEY, B. and H. EYRING: *J. Amer. chem. Soc.* 55, 5058 (1933).
36. — — *J. chem. Physic* 2, 217 (1934).
37. HERTZ, G.: *Naturwiss.* 20, 493 (1932); 21, 884 (1933) *Z. Physik* 79, 108 (1932).
38. HARMSSEN, H.: *Z. Physik* 82, 589 (1933).
39. HERTZ, G.: *Z. Physik.* Im Druck.
40. LANGER, R. M.: *Physic. Rev.* 40, 1047 (1932).
41. FINK, C. G., H. C. UREY and D. B. LAKE: *J. chem. Physic* 2, 105 (1934).
42. MEISSNER, W. u. K. STEINER: *Z. Physik* 79, 601 (1932).
43. KEESOM, W. H., H. VAN DIJK and I. HAANTJES: *Proc. Acad. Amsterd.* 36, 248 (1933).
44. TAYLOR, H. S., A. J. GOULD and W. BLEAKNEY: *Physic. Rev.* 43, 496 (1933).
45. WASHBURN, E. W. and E. R. SMITH: *J. chem. Physic* 1, 426 (1933).
46. LEWIS, G. N. and R. E. CORNISH: *J. Amer. chem. Soc.* 55, 2616 (1933).
47. HALL, N. F. and T. O. JONES: *Ebenda* 56, 749 (1934).
48. BRUUN, J. H. and S. T. SCHICKTANZ: *Bur. Stand. J. Res.* 7, 872 (1931).
49. FARKAS, A. and L. FARKAS: *Nature, Lond.* 133, 139 (1934).
50. BLEAKNEY, W. and A. S. GOULD: *Physic. Rev.* 44, 265 (1933).

51. HUGHES, E. D., C. K. INGOLD and C. L. WILSON: *Nature*, Lond. **133**, 291 (1934).
52. HORIUTI, J. and A. L. SZABO: *Ebenda* **133**, 327 (1934).
53. DAVIS, C. O. and H. L. JOHNSTON: *J. Amer. chem. Soc.* **56**, 492 (1934).
54. TAYLOR, H. S. and P. W. SELWOOD: *Ebenda* **56**, 998 (1934).
55. WASHBURN, E. W. and E. R. SMITH: *J. Bur. Stand.* **12**, 305 (1934).
56. MCKAY, H. A. C. and R. ROBERTSON: *Nature*, Lond. **133**, 611 (1934).
57. BRADLEY, C. A. and H. C. UREY: *Physic. Rev.* **40**, 889 (1932).
58. GILFILLAN, E. S.: *J. Amer. chem. Soc.* **56**, 406 (1934).
59. DOLE, M.: *Ebenda* **56**, 999 (1934).
60. — *J. chem. Physic* **2**, 337 (1934).
61. BLEAKNEY, W.: *Physic. Rev.* **39**, 536 (1932).
62. — *Ebenda* **41**, 32 (1932).
63. KALLMAN, H. u. W. LASAREFF: *Naturwiss.* **20**, 206, 472 (1932).
64. LUKANOW, H. u. W. SCHÜTZE: *Z. Physik* **82**, 610 (1933).
65. BAINBRIDGE, K. T.: *Physic. Rev.* **41**, 115; **42**, 1 (1932).
66. ZEEMAN, P. and J. DE GIER: *Proc. Acad. Amsterd.* **37**, 1 (1934).
67. — *Ebenda* **36**, 609, 716 (1933).
68. BAINBRIDGE, K. T.: *Physic. Rev.* **44**, 57 (1933).
69. BLEAKNEY, W.: *Ebenda* **45**, 762 (1934).
70. LEWIS, G. N., F. H. SPEDDING: *Ebenda* **43**, 964 (1933).
71. KOPFERMANN, H.: *Naturwiss.* **22**, 218 (1934).
72. GIBBS, R. C. and R. C. WILLIAMS: *Physic. Rev.* **45**, 221 (1934).
73. — *Ebenda* **44**, 1029 (1933).
74. BALLARD, S. S. and H. E. WHITE: *Ebenda* **43**, 941 (1933).
75. WILLIAMS, R. C. and R. C. GIBBS: *Ebenda* **44**, 325 (1933).
76. — *Ebenda* **45**, 475 (1934).
77. SPEDDING, F. H., C. D. SHANE and N. S. GRACE: *Ebenda* **44**, 58 (1933).
78. FOSTER, J. S. and A. H. SNELL: *Nature*, Lond. **133**, 568 (1934).
79. LAWRENCE, E. O. and M. S. LIVINGSTON: *Physic. Rev.* **45**, 220 (1934).
80. COCKCROFT J. D. and E. T. S. WALTON: *Proc. Roy. Soc., Lond.* (A) **137**, 229 (1932).
81. LAWRENCE, E. O., M. S. LIVINGSTON and G. E. LEWIS: *Physic. Rev.* **44**, 56 (1933).
82. LEWIS, G. N., M. S. LIVINGSTON and E. O. LAWRENCE: *Ebenda* **44**, 317 (1933).
83. — — *Ebenda* **44**, 55 (1933).
84. LAURITSEN, C. C. and H. R. CRANE: *Ebenda* **45**, 493, 550 (1934).
85. DEE, P. I.: *Nature*, Lond. **133**, 564 (1934).
86. — and E. T. S. WALTON: *Proc. Roy. Soc., Lond.* (A) **141**, 733 (1933).
87. OLIPHANT, M. L., E. S. SHIRE and B. M. CROWTHER: *Nature*, Lond. **133**, 377 (1934).
88. — B. B. KINSEY and LORD RUTHERFORD: *Proc. Roy. Soc., Lond.* (A) **141**, 722 (1933).
89. — P. HARTECK and LORD RUTHERFORD: *Nature*, Lond. **133**, 413 (1934).
90. CRANE, H. R., C. C. LAURITSEN and A. SOLTAN: *Physic. Rev.* **45**, 507 (1934).
91. LORD RUTHERFORD and A. E. KEMPTON: *Proc. Roy. Soc., Lond.* (A) **143**, 724 (1934).
92. LEA, D. E.: *Nature*, Lond. **133**, 24 (1934).
93. PIERRE AUGER: *C. r. Acad. Sci., Paris* **198**, 365 (1934).
94. MASSEY, H. S. W. and C. B. O. MOHR: *Nature*, Lond. **133**, 211 (1934).
95. CRANE, H. C. and C. C. LAURITSEN: *Physic. Rev.* **45**, 430 (1934).
96. HENDERSON, M. C., M. S. LIVINGSTON and E. O. LAWRENCE: *Ebenda* **45**, 428 (1934).

97. NEDDERMEIER, S. H. and C. D. ANDERSON: *Physic. Rev.* **45**, 498 (1934).  
98. BLEAKNEY, W. and A. J. GOULD: *Ebenda* **45**, 281 (1934).  
99. HARNWELL, G. R. u. a.: *Ebenda* **45**, 769 (1934).  
100. — G. R., H. D. SMITH, S. N. VAN VORHUIS and I. B. H. KUYPER: *Ebenda* **45**, 656 (1934).  
101. LOZIER, W. W., P. T. SMITH and W. BLEAKNEY: *Ebenda* **45**, 655 (1934).  
102. FARKAS, A. and L. FARKAS: *Proc. Roy. Soc., Lond. (A)* **144**, 467 (1934).  
103. UREY, H. C. and D. RITTENBERG: *J. chem. Physic.* **1**, 137 (1933).  
104. RITTENBERG, D., W. BLEAKNEY and H. C. UREY: *Ebenda* **2**, 48 (1934).  
105. LEWIS, G. N. and W. T. HANSON: *J. Amer. chem. Soc.* **56**, 1000 (1934).  
106. SCOTT, R. B., F. G. BRICKWEDDE, H. C. UREY and M. H. WAHL: *Physic. Rev.* **45**, 762 (1934).  
107. FARKAS, A. and L., and P. HARTECK: *Science (N. S.)* **79**, 204 (1934).  
108. — — — *Proc. Roy. Soc., Lond. (A)* **144**, 481 (1934).  
109. — A.: *Z. physik. Chem. Abt. B* **22**, 344 (1933).  
110. — A. and L.: *Nature, Lond.* **132**, 894 (1933).  
111. — L. u. H. SACHSSE: *Z. physik. Chem. Abt. B* **23**, 1 (1933).  
112. WIGNER, E.: *Ebenda, Abt. B* **23**, 28 (1933).  
113. CLUSIUS, K. u. E. BARTHOLOMÉ: *Naturwiss.* **22**, 297 (1934).  
114. — — *Gött. Ber. III* **1**, 1 (1934).  
115. MOTZ, H. u. F. PATAT: *Wien. Ber.* **142**, 671 (1933).  
116. DIEKE, G. H. and R. W. BLUE: *Nature, Lond.* **133**, 611 (1934).  
117. MURPHY, G. M. and H. JOHNSTON: *Physic. Rev.* **45**, 550, 761 (1934).  
118. JEPPESEN, C. R.: *Ebenda* **45**, 480 (1934).  
119. BEUTLER, H. u. K. MIE: *Naturwiss.* **22**, 419 (1934).  
120. LEWIS, G. N. and M. F. ASHLEY: *Physic. Rev.* **43**, 837 (1933).  
121. STERN, O.: *Helv. phys. Acta* **6**, 426 (1933).  
122. ESTERMANN, I. and O. STERN: *Physic. Rev.* **45**, 761 (1934).  
123. RABI, I. I., J. M. B. KELLOG and J. R. ZACHARIAS: *Ebenda* **45**, 761, 769 (1934).  
124. LEWIS, G. N. and R. T. MACDONALD: *J. Amer. chem. Soc.* **55**, 3057 (1933).  
125. TAYLOR, H. S. and P. W. SELWOOD: *Ebenda* **56**, 998 (1934).  
126. CRIST, R. H., G. M. MURPHY and H. C. UREY: *J. chem. Physic* **2**, 112 (1934).  
127. WASHBURN, E. W., E. R. SMITH and M. FRANDSEN: *Bur. Stand. J. Res.* **11**, 453 (1933).  
128. GILFILLAN, E. S. and M. POLANYI: *Z. physik. Chem. Abt. A* **166**, 254 (1933).  
129. RICHARDS, T. W. and J. W. SHIPLEY: *J. Amer. chem. Soc.* **34**, 599 (1912).  
130. LAMB, A. B. and R. E. LEE: *Ebenda* **35**, 1666 (1913).  
131. LUTEN, D. B.: *Physic. Rev.* **45**, 161 (1934).  
132. LEWIS, G. N. and D. B. LUTEN: *J. Amer. chem. Soc.* **55**, 5061 (1933).  
133. — and R. T. MACDONALD: *Ebenda* **55**, 4730 (1933).  
134. SELWOOD, P. W. and A. A. FROST: *Ebenda* **55**, 4335 (1933).  
135. TAYLOR, H. S., E. R. CALEY and H. EYRING: *Ebenda* **55**, 4334 (1933).  
136. LEWIS, G. N., A. R. OLSON and W. MARONEY: *Ebenda* **55**, 4731 (1933).  
137. — and T. C. DOODY: *Ebenda* **55**, 3504 (1933).  
138. CRIST, R. H., G. M. MURPHY and H. C. UREY: *Ebenda* **55**, 5060 (1933).  
139. CASSELMAN, A. L.: *Physic. Rev.* **45**, 221 (1933).  
140. FRANCK, J. and R. W. WOOD: *Ebenda* **45**, 667 (1934).  
141. WOOD, R. W.: *Nature, Lond.* **132**, 970 (1933); **133**, 106 (1934).  
142. — *Physic. Rev.* **45**, 392, 732 (1934).  
143. CROSS, P. C. and J. H. VAN VLECK: *J. chem. Physic* **1**, 350 (1933).

144. UREY, H. C. and D. PRICE: *J. chem. Physic.* **2**, 300 (1934).  
145. OLIPHANT, M. L.: *Nature, Lond.* **132**, 675 (1933).  
146. HORIUTI, J. and M. POLANYI: *Ebenda* **132**, 819 (1933).  
147. GOULD, A. J. and W. BLEAKNEY: *J. Amer. chem. Soc.* **56**, 247 (1934).  
148. BONHOEFFER, K. F. u. K. W. RUMMEL: *Naturwiss.* **22**, 45 (1934).  
149. LEWIS, G. N.: *J. Amer. chem. Soc.* **55**, 3502 (1933).  
150. BONHOEFFER, K. F. u. G. W. BROWN: *Z. physik. Chem. Abt. B* **23**, 171 (1933).  
151. — u. R. KLAR: *Naturwiss.* **22**, 45 (1934).  
152. HALFORD, J. O., L. C. ANDERSON and J. R. BATES: *J. Amer. chem. Soc.* **56**, 491 (1934).  
153. SCHWARZ, K. u. H. STEINER: *Z. physik. Chem. Abt. B* **25**, 153 (1934).  
154. PACSU, E.: *J. Amer. chem. Soc.* **56**, 245 (1934).  
155. LEWIS, G. N.: *Science (N. S.)* **79**, 151 (1934).  
156. — *J. Amer. chem. Soc.* **55**, 3503 (1933).  
157. TAYLOR, H. S., W. W. SWINGLE, H. EYRING and A. H. FROST: *J. chem. Physic* **1**, 751 (1933).  
158. MACHT, D. I. and M. E. DAVIS: *J. Amer. chem. Soc.* **56**, 246 (1934).  
159. BARNES, T. C.: *Ebenda* **55**, 4332 (1933).  
160. — and E. J. LARSON: *Ebenda* **55**, 5059 (1933).  
161. LARSON, E. J. and T. C. BARNES: *Nature, Lond.* **133**, 873 (1934).  
162. BARKER, E. F. and N. GINSBURG: *J. chem. Physic* **2**, 299 (1934).  
163. RANDALL, H. M. and E. F. BARKER: *Physic. Rev.* **45**, 124 (1934).  
164. SILVERMANN, S. and J. A. SANDERSON: *Ebenda* **44**, 1032 (1933).  
165. TAYLOR, H. S. and J. C. JUNGERS: *J. Amer. chem. Soc.* **55**, 5057 (1933).  
166. HARDY, J. D., E. F. BARKER and D. M. DENNISON: *Physic. Rev.* **42**, 279 (1932).  
167. HOLST, W. and E. HULTHEN: *Nature, Lond.* **133**, 496, 796 (1934).  
168. DIEKE, G. H. and R. W. BLUE: *Physic. Rev.* **45**, 395 (1934).  
169. JOHNSTON, H. L.: *Ebenda* **45**, 79 (1934).  
170. SHAW, R. W. and R. C. GIBBS: *Ebenda* **45**, 124 (1934).  
171. CHAMBERLAIN, K. and H. B. CUTTER: *Ebenda* **43**, 771 (1933).  
172. JOHNSTON, H. L. u. D. H. DAWSON: *Naturwiss.* **21**, 495 (1933).  
173. — — *Physic. Rev.* **44**, 1031 (1933).  
174. LEWIS, G. N. and PH. W. SCHUTZ: *J. Amer. chem. Soc.* **56**, 1002 (1934).  
175. — R. T. MACDONALD and PH. W. SCHUTZ: *Ebenda* **56**, 494 (1934).  
176. — and PH. W. SCHUTZ: *Ebenda* **56**, 493 (1934).  
177. — — *Ebenda* **56**, 1002 (1934).  
178. CLUSIUS, K. u. E. BARTHOLOMÉ: *Z. Elektrochem.* **40**, 524 (1934).  
179. LA MER, V. K., W. C. EICHELBERGER and H. C. UREY: *J. Amer. chem. Soc.* **56**, 248 (1934).  
180. HERZBERG, G., F. PATAT and J. W. T. SPINKS: *Nature, Lond.* **133**, 951 (1934).  
181. BARTHOLOMÉ, E. u. K. CLUSIUS: *Z. Elektrochem.* **40**, 529 (1934).  
182. BONHOEFFER, K. F.: *Ebenda* **40**, 469 (1934).  
183. BARTHOLOMÉ, E. u. K. CLUSIUS: *Naturwiss.* **22**, 420 (1934).  
184. GOULD, A. I., W. BLEAKNEY and H. S. TAYLOR: *J. chem. Physic* **2**, 362 (1934).  
185. JOHNSTON, H. L. and E. A. LONG: *Ebenda* **2**, 386 (1934).  
186. CRIST, R. H. and G. A. DALIN: *Ebenda* **2**, 442 (1934).



# Mechanik isotroper Körper im plastischen Zustand.

Von **HILDA GEIRINGER**, Brüssel und **WILLY PRAGER**, Istanbul<sup>1</sup>.

Mit 24 Abbildungen.

## Inhaltsverzeichnis.

	Seite
§ 1. Einleitung. . . . .	310
§ 2. Die Fließbedingungen . . . . .	314
§ 3. Der Zusammenhang von Spannungen und Formänderungen . . . . .	322
§ 4. Statisch bestimmte Aufgaben beim SAINT-VENANT-MISESSchen Körper . . . . .	331
1. Die Grundgleichungen des ebenen Problems . . . . .	331
2. Das Spannungsproblem. Die beiden ersten HENCKYSchen Sätze . . . . .	334
3. Die Differentialgleichungen des ebenen Spannungsproblems. Der 3. HENCKYSche Satz. . . . .	337
4. Integrationsverfahren . . . . .	341
5. Bemerkungen zum Torsionsproblem zylindrischer Stäbe. . . . .	347
§ 5. Vollständiges Problem im ebenen Fall. . . . .	348
1. Die Ansätze . . . . .	349
2. Die Differentialgleichungen der Geschwindigkeiten und der Stromfunktion . . . . .	349
3. Beispiele zur Integration. . . . .	351
4. Bestimmung der Strömung aus den Randbedingungen . . . . .	356
Literaturverzeichnis . . . . .	362

## § 1. Einleitung.

1. Die Kontinuumsmechanik behandelt das mechanische Verhalten deformierbarer Körper unter dem Einfluß äußerer Kräfte. Sie beschränkt sich dabei auf die Behandlung gewisser Idealstoffe. Diese werden so ausgewählt, daß sie wichtige mechanische Eigenschaften der natürlichen Stoffe zeigen. Die bekanntesten dieser Stoffe sind die zähe Flüssigkeit und der elastische Körper.

Feste Körper werden in der Mechanik, soweit man auf ihre Formänderungen überhaupt eingeht, gewöhnlich als elastisch behandelt. Das elastische Verhalten nimmt also eine bevorzugte Stellung in der Mechanik fester Kontinua ein. Infolgedessen ist die mathematische Behandlung elastischer Probleme so weit entwickelt, daß man die meisten praktisch wichtigen Aufgaben streng oder doch wenigstens näherungsweise beherrscht. Ganz anders liegen die Verhältnisse, sobald man die Grenzen der Elastizitätstheorie überschreitet. Die Bestrebungen, neben den elastischen Körper Idealstoffe zu stellen, welche andere wichtige mechanische Eigenschaften der natürlichen festen Stoffe zeigen, sind keineswegs neu. Die Entwicklung des Materialprüfwesens hat bewirkt, daß man diesen zum Teil schon ziemlich alten Ansätzen erneutes Interesse entgegenbringt. Im folgenden wird ein Überblick über diejenigen Idealstoffe gegeben, welche zur Wiedergabe des plastischen Verhaltens fester Körper vorgeschlagen wurden.

<sup>1</sup> Die §§ 1—3 stammen von W. PRAGER, die §§ 4 und 5 von H. GEIRINGER.

2. Zwecks Beschreibung einiger kennzeichnender Eigenschaften plastischer Körper wollen wir uns einen zylindrischen Stab aus plastischem Material einer allmählich wachsenden Zugbelastung ausgesetzt denken. Der Zusammenhang zwischen der Dehnung<sup>1</sup> des Stabes und der Zugspannung<sup>2</sup> soll ermittelt und das Ergebnis des Versuches in einem Spannungs-Dehnungs-Diagramm niedergelegt werden (Abb. 1.) Als „ideal plastisch“ wollen wir einen Körper bezeichnen, bei dem bis zur Erreichung einer gewissen Zugspannung, der Fließspannung, keine Dehnungen des Stabes auftreten, während der mit der Fließspannung belastete Stab jede beliebige Dehnung annehmen kann. Bei einem „elastisch-plastischen“ Körper sollen dagegen auch bei Spannungen unterhalb der Fließspannung elastische Dehnungen entstehen, welche der jeweiligen Zugspannung proportional sind. Der mit der

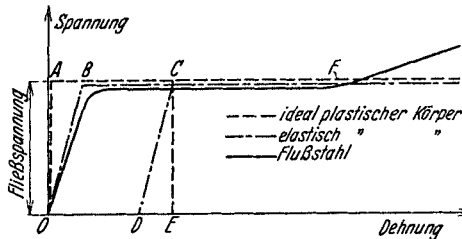


Abb. 1. Verhalten verschiedener plastischer Körper beim Zugversuch.

Fließspannung belastete Stab soll wieder jede beliebige Dehnung annehmen können, welche größer ist, als die beim Erreichen der Fließspannung vorhandene elastische Dehnung  $AB$ . Entlastet man den Stab, nachdem eine gewisse Dehnung  $AC = OE$  hervorgebracht war, so wird beim elastisch-plastischen Material der elastische Anteil  $AB = DE$  der Dehnung wieder rückgängig gemacht, und es bleibt eine plastische Dehnung  $OD$  zurück. Beim ideal plastischen Material dagegen bleibt die gesamte Dehnung  $AC = OE$  bestehen.

Das Verhalten eines Stabes aus Flußstahl entspricht in der Regel zunächst dem eines elastisch-plastischen Körpers mit dem Unterschied, daß der Knick der Spannungs-Dehnungs-Linie bei  $B$  etwas ausgerundet erscheint, daß also der Eintritt in das Fließen in etwas anderer Weise erfolgt. Bei geeigneter Vorbehandlung des Stabes (Beseitigung von Eigenspannungen durch Wärmebehandlung) kann allerdings auch die Fließspannung in elastischer Weise überschritten werden. Bei allmählichem Recken des Stabes und Feststellung der zu verschiedenen Dehnungen gehörenden Zugspannungen erhält man dann ein Spannungs-Dehnungs-Diagramm nach Art der Abb. 2. Man spricht in diesem Falle vielfach von „oberer“ und „unterer“ Fließspannung. Diese Bezeichnungsweise erscheint jedoch deshalb nicht gerechtfertigt, weil trotz gleichen und gleichartig vorbehandelten

<sup>1</sup> Als Dehnung wird das Verhältnis der Verlängerung zur ursprünglichen Länge des gezogenen Stabes bezeichnet.

<sup>2</sup> Als Spannung wird der Quotient aus Zugkraft und Querschnittsfläche des Stabes bezeichnet.

Materials und gleicher Stabausführung die sog. obere Fließspannung keinen unveränderlichen Wert besitzt. Die sog. untere Fließspannung, die wir künftighin allein als Fließspannung bezeichnen wollen, ist dagegen eine Materialkonstante. Eine derartige vorübergehende elastische Überschreitung der Fließspannung wird auch bei manchen Messing- und Bronzearten beobachtet. Wir wollen jedoch hier auf diesen Vorgang nicht näher eingehen. Auch wenn man von dieser Besonderheit absieht, verhält sich ein Stab aus Flußstahl nicht völlig wie ein elastisch-plastischer Stab. Von einer bestimmten Dehnung  $AF$  (Abb. 1) ab ist nämlich zur Vergrößerung der Dehnung eine Steigerung der Spannung erforderlich. Man bezeichnet diese Erscheinung als Verfestigung und insbesondere den Punkt  $F$  der Spannungs-Dehnungs-

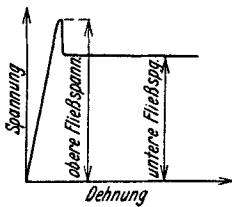


Abb. 2.  
Elastische Überschreitung der Fließgrenze.

Linie als den Verfestigungsbeginn. Die Dehnung beim Verfestigungsbeginn ist bei Flußstahl zehn- bis fünfzehnmal so groß als die elastische Dehnung beim Erreichen der Fließspannung.

Ähnlich wie beim Zugversuch liegen die Verhältnisse, wenn man einen Stab auf Verdrehung beansprucht. Um möglichst überall den gleichen Spannungszustand zu erhalten, wird man dabei den Versuchsstab als dünnwandiges, kreiszylindrisches Rohr ausbilden. Ermittelt werden durch diesen Versuch zusammengehörige Werte von Schiebung<sup>1</sup> und Schubspannung<sup>2</sup>. Das Versuchsergebnis kann in einem Schubspannungs-Schiebungs-Diagramm dargestellt werden. Dieses Diagramm zeigt die gleichen Eigentümlichkeiten, wie das Spannungs-Dehnungs-Diagramm des Zugversuchs. Bis zu einer gewissen Schubspannung, der Fließschubspannung, treten elastische Schiebungen auf, welche der Schubspannung proportional sind. Die Fließschubspannung selbst kann bis zur Erreichung des Verfestigungsbeginns jede beliebige Schiebung erzeugen.

Für beide Fälle ist kennzeichnend, daß während des plastischen Verhaltens die Spannungen einen ganz bestimmten Wert besitzen ohne Rücksicht auf die Größe der Formänderungen. Im elastischen Gebiet dagegen entspricht einer bestimmten Spannung eine ganz bestimmte Formänderung. Man kann also sagen, daß im Vergleich

<sup>1</sup> Die ursprünglichen Mantellinien des Zylinders gehen infolge der Verdrehung in Schraubenlinien über. Der Winkel zwischen einer Tangente einer dieser Schraubenlinien und der Zylinderachse wird als Schiebung bezeichnet.

<sup>2</sup> Bezeichnet  $M$  das Drehmoment,  $r_m$  den mittleren Halbmesser und  $\delta$  die Wandstärke des dünnwandigen Rohres, also  $F = 2 \pi r_m \delta$  seine Querschnittsfläche, so ist die Schubspannung gegeben durch

$$\tau = \frac{M}{F r_m}.$$

zum elastischen Körper die Spannungen im plastischen Körper gebundener, die Formänderungen freier sind. Die Beziehung, durch welche die Spannungen im plastischen Körper eingeschränkt werden, nennt man die Fließbedingung. Mit ihr haben wir uns zunächst zu beschäftigen.

3. Der Spannungszustand in einem Punkt eines Kontinuums ist bekanntlich bestimmt durch Angabe der Spannungen, welche auf drei senkrecht zueinander stehende und durch diesen Punkt hindurchgehende ebene Flächenelemente wirken (Abb. 3). Diese drei Flächenelemente bilden eine rechtwinklige Ecke. Als positive Richtungen der Achsen eines rechtwinkligen Koordinatensystems wählen wir die nicht ins Innere dieser Ecke weisenden Normalen der drei Flächenelemente. Die Gesamtspannung für ein jedes der drei Flächenelemente kann zerlegt werden in drei Komponenten in Richtung der Koordinatenachsen. Zwei dieser Komponenten liegen in der Ebene des Flächenelementes und werden Schubspannungen genannt, eine Komponente steht senkrecht zum Flächenelement und wird Normalspannung genannt. Abb. 3 erläutert die von uns verwendete Bezeichnungsweise der neun Spannungskomponenten. Die Normalspannungen sind durch den Buchstaben  $\sigma$  bezeichnet, dem ein Index zur Angabe der Richtung beigefügt wird. Die Schubspannungen werden durch den Buchstaben  $\tau$  bezeichnet, dem zwei Indizes beigegeben werden. Der erste dieser Indizes gibt die Richtung der Normalen des Flächenelementes an, auf welches die betreffende Schubspannung wirkt, der zweite Index gibt die Richtung der Schubspannung selbst an. Die so bezeichneten neun Spannungskomponenten sind jedoch nicht unabhängig voneinander. Die Gleichgewichtsbedingungen für das Volumelement liefern vielmehr in bekannter Weise die Beziehungen

$$\tau_{xy} = \tau_{yx}, \quad \tau_{yz} = \tau_{zy}, \quad \tau_{zx} = \tau_{xz}.$$

Der Spannungstensor ist also symmetrisch und daher durch sechs skalare Spannungskomponenten bestimmt:

$$\Sigma = \begin{Bmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_z \end{Bmatrix}. \quad (1)$$

Es erweist sich als nützlich, diesen Tensor in der folgenden Weise zu zerlegen:

$$\Sigma = \sigma I + \Sigma_0, \quad (2)$$

worin 
$$\sigma = \frac{1}{3} (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z) \quad (3)$$

die mittlere Normalspannung,

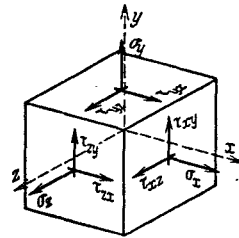


Abb. 3. Bezeichnungsweise der Spannungskomponenten.

$$I = \begin{Bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{Bmatrix}$$

den Einheitstensor und  $\Sigma_0$  den sogenannten Spannungsdeviator bedeutet. Der Tensor  $\sigma I$  ist ein Kugeltensor; auf jedes wie auch immer orientiertes Flächenelement wirkt lediglich eine *Normalspannung* von der Größe  $\sigma$ . Der Spannungsdeviator  $\Sigma_0$  ist ein symmetrischer Tensor mit verschwindender mittlerer Spannung. Er hat die Komponenten

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{0x} &= \sigma_x - \sigma, & \sigma_{0y} &= \sigma_y - \sigma, & \sigma_{0z} &= \sigma_z - \sigma \\ \tau_{0xy} &= \tau_{xy}, & \tau_{0yz} &= \tau_{yz}, & \tau_{0zx} &= \tau_{zx} \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Man kann den Spannungstensor auch beschreiben durch Angabe seiner Hauptwerte  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  und Angabe der Richtungen der Hauptachsen. Auf das Hauptachsenkreuz bezogen hat der Spannungstensor die Matrix:

$$\Sigma = \begin{Bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{Bmatrix}. \quad (5)$$

Wir wollen die Bezifferung der Hauptachsen stets so vornehmen, daß die Ungleichungen

$$\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3 \quad (6)$$

erfüllt sind.

## § 2. Die Fließbedingungen.

1. Bei der Aufstellung von Fließbedingungen macht man die folgende Annahme: Der Eintritt eines Körperelementes in den Fließzustand soll nur abhängen von dem Spannungszustand dieses Körperelementes selbst, also unabhängig sein von den Spannungen in der Umgebung. Die experimentelle Bestätigung einer derartigen Fließbedingung zerfällt also in zwei Teile. Nachdem die Fließbedingung selbst durch Versuche mit *homogenen* Spannungsverteilungen nachgeprüft ist, muß noch die Gültigkeit der obigen Voraussetzung durch Versuche mit *inhomogenen* Spannungsverteilungen untersucht werden. Leider hat man diesen Grundsatz bei der experimentellen Prüfung von Fließbedingungen wenig beachtet, bei den meisten Versuchen wurden inhomogene Spannungszustände verwendet. Ein inhomogener Spannungszustand liegt auch vor bei der vielfach zu solchen Versuchen gebrauchten Beanspruchung von Rohren auf Innendruck. Während bei einem dünnwandigen Rohr aus Zug- oder Torsionsbeanspruchung sich homogene Spannungszustände ergeben, ändern sich die durch Innendruck hervorgerufenen radialen Normalspannungen beim Übergang von der Rohrinneenseite zur Außenseite stark. Da die oben gemachte Annahme für Flußstahl nachweislich nicht zutrifft (37), wollen wir uns in den folgenden Ausführungen über die Fließbedingung auf homogene Spannungszustände beschränken.

2. In einem isotropen Körper sind alle Richtungen gleichberechtigt. Die Fließbedingung kann daher nur die Hauptwerte des Spannungstensors enthalten und muß unabhängig sein von der Lage der Hauptachsen des Spannungszustandes. Zwecks geometrischer Veranschaulichung wollen wir die Hauptwerte des Spannungstensors als Koordinaten eines Punktes in einem rechtwinkligen Koordinatensystem auffassen (Abb. 4). Die Ungleichungen  $\sigma_1 \geq \sigma_2$  und  $\sigma_2 \geq \sigma_3$  verlangen, daß dieser Punkt in dem Gebiet unterhalb der Ebene  $\sigma_1 = \sigma_2$  und in dem Gebiet oberhalb der Ebene  $\sigma_2 = \sigma_3$  liegt. Jeder Punkt  $P$  in dem diesen beiden Gebieten gemeinsamen Winkelraum stellt einen Spannungszustand dar, und die Fließbedingung

$$F(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = 0 \quad (7)$$

wird durch eine Fläche dargestellt. Wir wollen nun die Zerlegung (2) des Spannungstensors in einen Kugeltensor und den Spannungsdeviator auch in dieser Darstellung durchführen. Für einen Deviator verschwindet die Summe seiner drei Hauptwerte. Alle Punkte, welche Deviatoren darstellen, für die also  $\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 = 0$  ist, liegen in einer Ebene  $\Pi$ , welche den Koordinatenursprung  $\sigma$  enthält.

Alle Punkte, welche Kugeltensoren darstellen, für die also  $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3$  ist, liegen auf einer Geraden  $p$ , welche durch den Ursprung  $\sigma$  geht und senkrecht zur Ebene  $\Pi$  steht. Der Zerlegung (2) des Spannungstensors in Deviator und Kugeltensor entspricht also in unserer geometrischen Darstellung die Zerlegung des Vektors  $\vec{OP}$  in zwei Komponenten, von denen die eine  $\vec{OQ}$  in der Ebene  $\Pi$  liegt, während die andere  $\vec{QP}$  die Richtung der Geraden  $p$  hat.

Bei der weiteren Verfolgung unserer geometrischen Darstellung bedienen wir uns der orthogonalen Projektion auf die Ebene  $\Pi$ . Die Projektionen  $\sigma'_1, \sigma'_2, \sigma'_3$  der Koordinatenachsen bilden Winkel von  $120^\circ$  miteinander (Abb. 5). Die Projektion  $P'$  des den Spannungstensor darstellenden Punktes  $P$  fällt mit dem in  $\Pi$  liegenden Punkt  $Q$  zusammen. Die Ebene  $\sigma_1 = \sigma_2$  steht senkrecht zur Projektionsebene  $\Pi$  und projiziert sich in die Gerade  $\sigma'_3$ . Die Ebene  $\sigma_2 = \sigma_3$  steht ebenfalls senkrecht zu  $\Pi$  und projiziert sich in die Gerade  $\sigma'_1$ . Die Ungleichungen (6) sind also erfüllt, wenn der Punkt  $P'$  in dem in Abb. 5 schraffierten Gebiet liegt. Durch Angabe des Punktes  $P'$  ist jedoch der Spannungszustand noch keineswegs eindeutig bestimmt, vielmehr gehören zu jedem Punkt  $P'$  einfach unendlich viele Spannungszustände, entsprechend dem noch unbestimmten Abstand  $z$  des

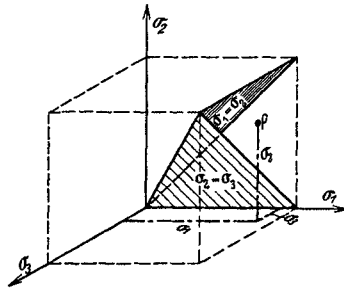


Abb. 4. Zur Darstellung des Spannungstensors.

Punktes  $P$  von der Projektionsebene  $\Pi$ . Der Spannungsdeviator ist durch Angabe von  $P'$  bereits bestimmt, seine Hauptwerte können folgendermaßen gefunden werden. Man zieht die Halbierende  $Oa$  des für den Punkt  $P'$  in Betracht kommenden Winkelraumes (Abb. 5) und fällt von  $P'$  auf diese Winkelhalbierende das Lot  $P'A$ . Auf diesem Lote bestimmt man den Punkt  $B$  so, daß  $AB = \frac{1}{3} AP'$  ist. Zieht man schließlich durch  $B$  die Parallele zu  $\sigma'_3$  bis zum Schnittpunkt  $C$  mit  $\sigma'_1$ , so entsprechen die drei Strecken  $OC = \sigma'_{01}$ ,  $CB = -\sigma'_{03}$  und  $BP' = \sigma'_{02}$  den Hauptwerten des Spannungsdeviators. Bezeichnet man nämlich den Schnittpunkt von  $CB$  und  $Oa$  mit  $D$ , so ist  $OC = CD$  und  $DB = BP'$ . Es ist also

$$OC + BP - CD - DB = 0$$

$$\text{oder } \sigma'_{01} + \sigma'_{02} + \sigma'_{03} = 0.$$

Da jede der drei Koordinatenachsen mit der Projektionsebene den gleichen Winkel bildet, ist auch  $\sigma_{01} + \sigma_{02} + \sigma_{03} = 0$ . Man muß die unserer Darstellung unmittelbar zu entnehmenden Projektionen  $\sigma'_{01}$ ,  $\sigma'_{02}$ ,  $\sigma'_{03}$  noch mit  $\frac{1}{2}\sqrt{6}$  multiplizieren, um die

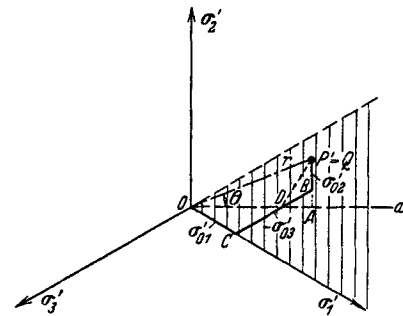


Abb. 5. Zur Darstellung des Spannungsdeviators.

Hauptwerte  $\sigma_{01}$ ,  $\sigma_{02}$ ,  $\sigma_{03}$  des Spannungsdeviators zu erhalten. Führt man in der Ebene  $\Pi$  Polarkoordinaten  $r$ ,  $\theta$  nach Abb. 5 ein, so ergibt sich

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{01} &= \frac{r}{\sqrt{6}} (\sqrt{3} \cos \theta - \sin \theta) \\ \sigma_{02} &= \frac{2r}{\sqrt{6}} \sin \theta \\ \sigma_{03} &= -\frac{r}{\sqrt{6}} (\sqrt{3} \cos \theta + \sin \theta) \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Die Fließbedingung (7) kann auch geschrieben werden in der Form

$$\Phi(\sigma_{01}, \sigma_{02}, \sigma_{03}, \sigma) = 0. \quad (9)$$

Die Beziehungen (8) zusammen mit  $\sigma = z$  erlauben aus (9) die Gleichung der Fließgrenzfläche  $\Phi = 0$  in Zylinderkoordinaten  $r$ ,  $\theta$ ,  $z$  abzuleiten. Es hat sich nun gezeigt, daß die Überlagerung eines hydrostatischen Spannungszustandes, also die Änderung des Wertes von  $\sigma$ , innerhalb weiter Grenzen von geringem Einfluß auf das plastische Verhalten der meisten Stoffe ist. Bei völliger Einflußlosigkeit von  $\sigma$  ist die Fließgrenzfläche ein Zylinder, dessen Erzeugende senkrecht zur Ebene  $\Pi$  stehen. Die verhältnismäßige Einflußlosigkeit von  $\sigma$  bedeutet also, daß die Fließgrenzfläche sich innerhalb des

praktisch wichtigen Spannungsbereichs von einem solchen Zylinder nur wenig unterscheidet.

Wir betrachten weiter den Einfluß eines Vorzeichenwechsels sämtlicher Spannungen. Ist  $\sigma_{01}, \sigma_{02}, \sigma_{03}, \sigma$  ein Spannungszustand an der Fließgrenze, so liegt für viele Stoffe auch der Spannungszustand

$$\bar{\sigma}_{01} = -\sigma_{03}, \quad \bar{\sigma}_{02} = -\sigma_{02}, \quad \bar{\sigma}_{03} = -\sigma_{01}, \quad \bar{\sigma} = -\sigma$$

an der Fließgrenze. Für derartige Stoffe ist die Fließgrenzfläche symmetrisch in bezug auf die in  $II$  liegende Gerade  $\theta = 0, z = 0$ . Ist die Fließbedingung gleichzeitig unabhängig von  $\sigma$ , so ist die Fließgrenzfläche symmetrisch in bezug auf die Ebene  $\theta = 0$ .

3. Eine ausführliche Diskussion sämtlicher bisher vorgeschlagenen Fließbedingungen würde den Rahmen dieser Darstellung überschreiten. Wir beschränken uns auf die Besprechung der wichtigsten dieser Fließbedingungen<sup>1</sup>. Grundsätzlich kann jede Funktion der Hauptwerte des Spannungsdeviators und der mittleren Normalspannung zur Bildung einer Fließbedingung für ein isotropes Material herangezogen werden. Man hat jedoch vorwiegend solche Funktionen gewählt, die eine anschauliche mechanische Bedeutung besitzen. Demgemäß pflegt man die Fließbedingungen einzuteilen in Spannungsbedingungen, Verformungsbedingungen und Energiebedingungen.

Die wichtigste der Spannungsbedingungen ist die Hauptschubspannungsbedingung, die auf A. CH. COULOMB zurückgeht (5). Diese Bedingung schreibt allen an der Fließgrenze gelegenen Spannungszuständen ein und dieselbe größte Schubspannung zu. Nach dieser Bedingung ist also

$$2 \tau_{\max} = \sigma_1 - \sigma_3 = \text{const.}$$

oder

$$\sigma_{01} - \sigma_{03} = 2 \tau_s, \quad (I)$$

worin  $\tau_s$  die Fließschubspannung bei reiner Schubbeanspruchung bedeutet (Torsionsversuch an dünnwandigem Rohr). Bei Berücksichtigung der Beziehungen (8) erhält man als Gleichung der Fließgrenzfläche

$$r \cos \theta = \tau_s \sqrt{2}, \quad (I')$$

das ist die Gleichung einer Ebene, welche senkrecht steht zur Geraden  $\theta = 0, z = 0$ .

Für reine Zugbeanspruchung  $\sigma_1 = \sigma_z, \sigma_2 = \sigma_3 = 0$  und für reine Druckbeanspruchung  $\sigma_1 = \sigma_2 = 0, \sigma_3 = -\sigma_D$  liefert die Fließbedingung (I) Fließspannungen vom Betrag  $\sigma_z = \sigma_D = 2 \tau_s$ . Der Tatsache, daß viele Stoffe für Zug- und Druckbeanspruchung verschieden große Fließspannungen besitzen, kann man Rechnung tragen durch die folgende Abänderung der Bedingung (I)

$$\sigma_D \sigma_1 - \sigma_2 \sigma_3 = \sigma_D \sigma_z$$

<sup>1</sup> Eine sehr vollständige Zusammenstellung und Diskussion gibt W. v. BURZYŃSKI (3).



Man erhält so die von CH. DUGUET (5) auf anderem Wege hergeleitete Bedingung

$$\sigma_1 - \sigma_3 = 2 \frac{\sigma_D \sigma_Z}{\sigma_D + \sigma_Z} - \frac{\sigma_D - \sigma_Z}{\sigma_D + \sigma_Z} (\sigma_1 + \sigma_3). \quad (\text{II})$$

Die Fließgrenzfläche ist auch in diesem Falle eine Ebene, die in Anbetracht des meist kleinen Wertes von  $\frac{\sigma_D - \sigma_Z}{\sigma_D + \sigma_Z}$  fast senkrecht steht zur Geraden  $\theta = 0$ ,  $z = 0$ .

Die DUGUETSche Bedingung wurde von O. MOHR (21) verallgemeinert in der Form

$$\sigma_1 - \sigma_3 = f(\sigma_1 + \sigma_3). \quad (\text{III})$$

Infolge der Unabhängigkeit der Fließbedingung von der mittleren Hauptspannung  $\sigma_2$  ist die Fließgrenzfläche ein Zylinder, dessen Erzeugende zur  $\sigma_2$ -Achse parallel sind. Die MOHRsche Fließbedingung (III) enthält die Fließbedingungen (I) und (II) als Sonderfälle. Allen dreien liegt die gemeinsame Vorstellung zugrunde, daß die größte Schubspannung  $\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$  für alle an der Fließgrenze liegenden Span-

nungszustände nur abhängt von der Normalspannung  $\frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}$ , welche auf die Ebene größter Schubspannung wirkt. Die Bedingung (I) läßt diese Normalspannung einflußlos sein und Bedingung (II) räumt ihr einen linearen Einfluß ein. Bedingung (III) schließlich nimmt einen beliebigen Zusammenhang zwischen größter Schubspannung und zugehöriger Normalspannung an.

4. Wir besprechen nunmehr einige Verformungsbedingungen. Bei ihrer Aufstellung geht man aus von der Anschauung, daß das Eintreten des plastischen Zustands die Überschreitung gewisser Verformungsgrenzwerte voraussetzt. Gewöhnlich nimmt man freilich an, daß das Material sich bis zum Eintritt in den plastischen Zustand elastisch verhält. In diesem Falle kann jede Beziehung zwischen Formänderungsgrößen auf Grund des Elastizitätsgesetzes auch als Beziehung zwischen Spannungsgrößen geschrieben werden. Die Bezeichnung Verformungsbedingung ist dann nur noch durch die Herkunft der Bedingung gerechtfertigt.

Der Formänderungszustand in einem Punkte eines Kontinuums wird beschrieben durch den Formänderungstensor:

$$E = \begin{pmatrix} \varepsilon_x & \frac{1}{2} \gamma_{xy} & \frac{1}{2} \gamma_{xz} \\ \frac{1}{2} \gamma_{xy} & \varepsilon_y & \frac{1}{2} \gamma_{yz} \\ \frac{1}{2} \gamma_{xz} & \frac{1}{2} \gamma_{yz} & \varepsilon_z \end{pmatrix}.$$

Die Größen  $\varepsilon$  sind die Dehnungen von drei unendlich kleinen Strecken, welche durch den betrachteten Punkt hindurchgehen und vor der Formänderung die Richtung der Koordinatenachsen hatten.

Die Größen  $\gamma$  sind die Verkleinerungen der ursprünglich rechten Winkel zwischen diesen Strecken.

Entsprechend der Zerlegung (2) des Spannungstensors zerlegen wir den Formänderungstensor in folgender Weise:

$$E = \varepsilon I + E_0, \quad (10)$$

worin  $\varepsilon = \frac{1}{3}(\varepsilon_x + \varepsilon_y + \varepsilon_z)$  und  $I$  der Einheitstensor ist. Das Elastizitätsgesetz läßt sich dann schreiben in der Form

$$\sigma = K \varepsilon, \quad \Sigma_0 = 2 G E_0. \quad (11)$$

Hierin bedeutet  $K$  den Kompressionsmodul und  $G$  den Gleitmodul. Mit Elastizitätsmodul  $\epsilon$  und Poissonzahl  $m$  hängen diese Größen wie folgt zusammen

$$K = \frac{m}{m-2} \epsilon, \quad G = \frac{m}{2(m+1)} \epsilon. \quad (12)$$

Die mit  $2 G$  multiplizierten Hauptwerte  $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$  des Formänderungstensors fassen wir als Koordinaten eines Punktes im rechtwinkligen Koordinatensystem  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  auf. Zuzufolge der zweiten der Beziehungen (11) fällt die Projektion dieses die Formänderung darstellenden Punktes auf die Ebene  $\Pi$  zusammen mit der Projektion des die Spannungen darstellenden Punktes. Die Abstände beider Punkte von der Ebene  $\Pi$  verhalten sich wie  $\frac{2G}{K}$ .

Die bekannteste Verformungsbedingung ist die Hauptdehnungsbedingung. Nach ihr soll die größte Hauptdehnung für alle an der Fließgrenze gelegenen Spannungszustände einen festen Wert haben. Aus

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_{01} + \varepsilon = c$$

folgt vermittle des Elastizitätsgesetzes

$$\sigma_{01} = 2 G \left( c - \frac{\sigma}{K} \right) \quad (IV)$$

Die Fließgrenzfläche ist eine Ebene, deren Spur in  $\Pi$  parallel ist zur Geraden  $\theta = \frac{\pi}{3}, z = 0$ . Die von B. NAVIER (26) eingeführte Hauptdehnungsbedingung hat F. GRASHOF (8) zu verbessern versucht, indem er sowohl für die größte Dehnung  $\varepsilon_1$  als auch für die größte Zusammenziehung  $-\varepsilon_3$  Grenzwerte vorschrieb. Es hat sich jedoch gezeigt, daß sich weder die ursprüngliche, noch die so abgeänderte Hauptdehnungsbedingung mit den Versuchsergebnissen in Einklang bringen läßt.

G. D. SANDEL (33) hat die folgende Verformungsbedingung vorgeschlagen: Die größte Schiebung  $\gamma_{\max} = \varepsilon_1 - \varepsilon_3$  nimmt linear mit der mittleren Dehnung  $\varepsilon$  ab. Es ist also

$$\varepsilon_1 - \varepsilon_3 = a - b \varepsilon,$$

oder bei Berücksichtigung des Elastizitätsgesetzes

$$\sigma_{01} - \sigma_{03} = a' - b' \sigma. \quad (V)$$

Für  $b' = 0$  geht diese Bedingung in die Hauptschubspannungsbedingung (I) über. Falls  $b'$  nicht verschwindet, ist die Fließgrenzfläche eine Ebene, deren Spur in  $\Pi$  senkrecht steht zur Geraden  $\theta = 0$ ,  $z = 0$ . Eine naheliegende Verallgemeinerung der SANDELschen Bedingung ist gegeben durch

$$\sigma_{01} - \sigma_{03} = f(\sigma) \quad (\text{VI})$$

Die Fließgrenzfläche ist ein Zylinder, dessen Erzeugende parallel sind zur Geraden  $\theta = \frac{\pi}{2}$ ,  $z = 0$ .

Eine kombinierte Spannungs-Verformungsbedingung hat A. J. BECKER (1) verwendet. Danach erfüllen die Spannungszustände an der Fließgrenze entweder die Hauptschubspannungsbedingung (I) oder die Hauptdehnungsbedingung (IV). Die Fließgrenzfläche besteht somit aus zwei ebenen Stücken.

5. Wir erörtern nunmehr die wichtigsten Energiebedingungen. Bei ihrer Aufstellung wird ebenfalls vorausgesetzt, daß das Material bis zum Eintritt in den plastischen Zustand dem Elastizitätsgesetz (II) gehorcht. Die in der Volumeneinheit eines elastischen Körpers beim Spannungszustand  $\Sigma = \sigma I + \Sigma_0$  und dem Formänderungszustand  $E = \varepsilon I + E_0$  gespeicherte Formänderungsarbeit  $A$  hat den Wert

$$A = \frac{1}{2} (\sigma \varepsilon + \sigma_{01} \varepsilon_{01} + \sigma_{02} \varepsilon_{02} + \sigma_{03} \varepsilon_{03}).$$

Infolge des Elastizitätsgesetzes (II) gilt also

$$4GA = \frac{2G}{K} \sigma^2 + \sigma_{01}^2 + \sigma_{02}^2 + \sigma_{03}^2. \quad (\text{13})$$

In unserer geometrischen Darstellung ergibt sich bei Berücksichtigung der Beziehungen (8)

$$4GA = \frac{2G}{K} z^2 + r^2. \quad (\text{14})$$

Das erste der beiden Glieder auf der rechten Seite entspricht dabei der Volumänderungsarbeit, das zweite der Gestaltänderungsarbeit.

Nimmt man mit E. BELTRAMI (2) an, daß für alle Spannungszustände an der Fließgrenze die Formänderungsarbeit den gleichen Wert hat, so gilt

$$\frac{2G}{K^2} \sigma^2 + \sigma_{01}^2 + \sigma_{02}^2 + \sigma_{03}^2 = \text{const.} \quad (\text{VII})$$

Die Fließgrenzfläche ist ein Rotationsellipsoid, dessen Achse senkrecht zur Ebene  $\Pi$  steht.

Die Forderung konstanter Gestaltänderungsarbeit für alle Spannungszustände an der Fließgrenze führt zu der von R. v. MISES (17) aus anderen Gesichtspunkten vorgeschlagenen Fließbedingung

$$\sigma_{01}^2 + \sigma_{02}^2 + \sigma_{03}^2 = \text{const.} \quad (\text{VIII})$$

Die Fließgrenzfläche ist ein Kreiszyylinder, dessen Achse senkrecht zur Ebene  $\Pi$  steht.

Eine Verbindung der beiden zuletzt besprochenen Bedingungen hat M. T. HUBER (14) verwendet. Die von ihm vorgeschlagene Fließgrenzfläche besteht oberhalb der Ebene II, also für positive Werte von  $\sigma$ , aus dem BELTRAMISCHEN Ellipsoid, unterhalb der Ebene II dagegen aus dem v. MISESSCHEN Zylinder.

Eine Erweiterung der Bedingung (VII) hat R. v. MISES (19) vorgenommen. Ein im wesentlichen inhaltsgleicher Vorschlag wurde unabhängig davon von F. SCHLEICHER (35) gemacht. Danach hängt für alle an der Fließgrenze liegenden Spannungszustände die Gestaltänderungsarbeit nur von der mittleren Normalspannung  $\sigma$  ab:

$$\sigma_{01}^2 + \sigma_{02}^2 + \sigma_{03}^2 = f(\sigma). \quad (\text{IX})$$

Die Fließgrenzfläche ist eine Umdrehungsfläche, deren Achse senkrecht zur Ebene II steht. Die Bedingung (IX) umfaßt die anderen hier erwähnten Energiebedingungen.

6. Zwecks Entscheidung der Frage, welche Fließbedingung das Verhalten der natürlichen Stoffe am besten wiedergibt, sind zahlreiche experimentelle Untersuchungen durchgeführt worden. Eine sehr vollständige Zusammenstellung der hierhergehörigen Arbeiten findet sich bei W. LODE (16). Bei der Sichtung dieser Versuche sind die folgenden Gesichtspunkte zu beachten.

Eine große Anzahl der experimentellen Untersuchungen über die Fließgrenze wurde mit inhomogenen Spannungszuständen durchgeführt (Torsion an Vollstäben oder dickwandigen Rohren, Biegung, Rohre unter Innendruck). Nach den Ausführungen in § 2, Ziff. 1 können solche Versuche zum Ausbau der Theorie erst dann herangezogen werden, wenn die grundlegende Frage nach der Fließbedingung bei homogenen Spannungszuständen bereits geklärt ist.

Weiter ist zu beachten, daß manche Forscher die Bedingung für die ersten merklichen Abweichungen vom HOOKESCHEN Gesetz, andere Forscher dagegen die Bedingungen für das Auftreten größerer Formänderungen gesucht haben, während wieder andere Forscher den voll ausgeprägten plastischen Zustand untersuchten. Im letzteren Falle macht sich meist die Verfestigung störend geltend. Dennoch scheint es grundsätzlich richtig, nach dem rein elastischen Verhalten zunächst das rein plastische Verhalten zu untersuchen und erst später sich mit dem verwickelten Übergangsstadium zwischen beiden zu befassen. Die aufgezählten Umstände lassen es verfrüht erscheinen, aus dem heute vorliegenden Versuchsmaterial bereits einen endgültigen Schluß zu ziehen. Es scheint jedoch, als ob für den *Eintritt* des Fließens von Flußstahl und anderen technisch wichtigen Metallen die Hauptschubspannungsbedingung (I), für das *voll ausgebildete Fließen* dagegen die v. MISESSCHE Fließbedingung (VIII) maßgebend wäre, sofern man sich im letzteren Falle auf hinreichend kleine Verformungen beschränkt, bei denen die Verfestigung sich nicht störend bemerkbar macht.

### § 3. Der Zusammenhang von Spannungen und Formänderungen.

1. Nachdem wir verschiedene Fließbedingungen behandelt haben, welche zur Einschränkung der Spannungszustände in einem plastischen Körper in Frage kommen, wollen wir uns dem Zusammenhang von Spannungen und Formänderungen beim ideal plastischen Körper zuwenden.

Beim elastischen Körper besteht eine umkehrbar eindeutige Beziehung zwischen *Spannungen* und *Formänderungen*, bei der zähen Flüssigkeit ergeben sich aus den *Spannungen* in eindeutiger Weise die *Formänderungsgeschwindigkeiten*. Es liegt daher für den ideal plastischen Körper nahe, einen Zusammenhang anzunehmen entweder zwischen dem Spannungstensor und dem Formänderungstensor oder zwischen dem Spannungstensor und dem Tensor der Formänderungsgeschwindigkeiten. Wir wollen beide Möglichkeiten verfolgen. In jedem der beiden Fälle besteht ein Zusammenhang zwischen zwei Tensoren. Aus der vorausgesetzten Isotropie des Stoffes folgt dann, daß diese beiden Tensoren koaxial sein müssen. Wir können daher die Beziehung zwischen den beiden Tensoren in unserer geometrischen Darstellung verfolgen, da diese bis auf die Orientierung der Tensorhauptachsen alles enthält.

Für den elastischen Körper haben wir die Bestimmung des Formänderungsbildpunktes bei gegebenem Spannungsbildpunkt bereits besprochen (§ 2, Ziff. 4). Eine derartige eindeutige Beziehung zwischen den beiden Bildpunkten kann für den ideal plastischen Körper nicht bestehen. Beim Schubversuch (Torsion eines dünnwandigen Rohres) gehören z. B. zu ein und demselben auf der Geraden  $\theta = 0$ ,  $z = 0$  gelegenen Spannungsbildpunkt Formänderungsbildpunkte, welche diese Gerade erfüllen. Ähnlich liegen die Verhältnisse beim Zug- oder beim Druckversuch. Auch hier gehören zu einem festen Spannungsbildpunkt Formänderungsbildpunkte, welche auf einer durch den Ursprung gehenden Geraden liegen. Man kann verallgemeinernd annehmen, daß jedem Bildpunkt  $P$  eines an der Fließgrenze gelegenen Spannungszustandes Formänderungsbildpunkte entsprechen, welche eine durch den Ursprung gehende Gerade erfüllen. Das würde bedeuten, daß bei festgehaltenem Spannungszustand an der Fließgrenze sämtliche Formänderungskomponenten im gleichen Verhältnis wachsen können. Eine derartige Formänderung wollen wir nach einem Vorschlag von K. HOHENEMSER und W. PRAGER (13) als *freie* Formänderung bezeichnen, weil sie ohne Änderung des Spannungszustandes erfolgen kann.

Nach dieser Auffassung würde jedem Punkte  $P$  der Fließgrenzfläche eine bestimmte Richtung zugeordnet sein derart, daß bei freier Formänderung der Formänderungsbildpunkt  $R$  auf einer durch den

Ursprung  $O$  gezogenen Geraden dieser Richtung liegt. Mit anderen Worten, jeder Richtung eines den Spannungszustand darstellenden Vektors  $\vec{OP}$  entspricht eine bestimmte Richtung des den Formänderungszustand darstellenden Vektors  $\vec{OR}$ . Ein derartiges System einander zugeordneter Richtungen kann man in einfachster Weise gewinnen aus den Richtungen der Radienvektoren und der Normalen einer Fläche  $H(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = 0$ . Die Richtung des Radiusvektors ist gegeben durch das Verhältnis  $\sigma_1 : \sigma_2 : \sigma_3$ , die Richtung der Normalen durch das Verhältnis  $\frac{\partial H}{\partial \sigma_1} : \frac{\partial H}{\partial \sigma_2} : \frac{\partial H}{\partial \sigma_3}$ . Wir gewinnen damit folgenden Ansatz für den ideal plastischen Körper: Zwei homogene Funktionen der Hauptspannungen die Fließgrenzfunktion  $F(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$  und das Fließpotential  $H(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$  beherrschen die Verhältnisse. Die im plastischen Zustand möglichen Spannungszustände erfüllen die Fließbedingung

$$F(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = 0.$$

Der Tensor der Formänderungen und der Tensor der Spannungen sind koaxial. Für die Hauptdehnungen gilt die Beziehung

$$\varepsilon_1 : \varepsilon_2 : \varepsilon_3 = \frac{\partial H}{\partial \sigma_1} : \frac{\partial H}{\partial \sigma_2} : \frac{\partial H}{\partial \sigma_3}.$$

Der Gedanke, die Funktionen  $F$  und  $H$  als identisch anzunehmen, ist verlockend. Wir führen ihn durch für den Fall der v. Mises'schen Fließbedingung (VIII):

$$F(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = H(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = \sigma_{01}^2 + \sigma_{02}^2 + \sigma_{03}^2 - k^2.$$

Die Fließgrenzfläche ist ein Kreiszyylinder, der die  $z$ -Achse unseres Zylinderkoordinatensystems zur Achse hat. Jeder Punkt  $P$  dieser Fließgrenzfläche stellt einen an der Fließgrenze gelegenen Spannungszustand dar. Die Projektion  $P'$  des Punktes  $P$  auf die Ebene  $z = 0$  stellt den Spannungsdeviator dar. Der zum Radiusvektor  $\vec{OP}$  gehörige Normalvektor hat die Richtung des Vektors  $\vec{OP}'$ , welcher dem Spannungsdeviator entspricht. Es gilt daher

$$\varepsilon_1 : \varepsilon_2 : \varepsilon_3 = \sigma_{01} : \sigma_{02} : \sigma_{03}.$$

Der Tensor der Formänderung ist also koaxial und ähnlich zum Spannungsdeviator. Bezieht man beide Tensoren nicht auf das Hauptachsenkreuz, sondern auf ein beliebiges rechtwinkliges Achsenkreuz, so gilt

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_x &= \lambda(\sigma_x - \sigma), & \varepsilon_y &= \lambda(\sigma_y - \sigma), & \varepsilon_z &= \lambda(\sigma_z - \sigma), \\ \gamma_{xy} &= 2\lambda\tau_{xy}, & \gamma_{yz} &= 2\lambda\tau_{yz}, & \gamma_{zx} &= 2\lambda\tau_{zx}, \end{aligned} \right\} \quad (X)$$

wobei  $\lambda$  ein Proportionalitätsfaktor ist, dessen Wert von Ort zu Ort und von Augenblick zu Augenblick wechseln kann.

Die Überlegungen, welche zu den Beziehungen (X) führten, knüpften an den Schubversuch und an den Zug- und Druckversuch

an, also an freie Formänderungsvorgänge. Nichtdestoweniger kann man versuchen, den Gleichungen (X) Gültigkeit auch bei allgemeineren Formänderungsvorgängen zuzuschreiben. Sie kennzeichnen zusammen mit der Fließbedingung (VIII) einen ideal plastischen Körper, der keiner Volumänderung fähig, also inkompressibel ist.

2. Man kann in den soeben aufgestellten Beziehungen ohne Schwierigkeit auch elastische Formänderungsanteile berücksichtigen. Zwecks möglichst weitgehender Vereinfachung wollen wir annehmen, daß der Körper auch hinsichtlich seiner elastischen Formänderungen inkompressibel sei, daß also der Kompressionsmodul  $K$  den Wert Null habe. Für die elastischen Anteile der Hauptdehnungen gilt dann

$$\epsilon'_1 = \frac{\sigma_{01}}{2G}, \quad \epsilon'_2 = \frac{\sigma_{02}}{2G}, \quad \epsilon'_3 = \frac{\sigma_{03}}{2G},$$

und die plastischen Anteile sind gegeben durch

$$\epsilon''_1 = \lambda \sigma_{01}, \quad \epsilon''_2 = \lambda \sigma_{02}, \quad \epsilon''_3 = \lambda \sigma_{03}.$$

Die Gesamtformänderung ergibt sich durch Superposition dieser beiden Anteile. Bezieht man schließlich Spannungen und Formänderungen statt auf das Hauptachsenkreuz auf ein beliebiges rechtwinkliges Achsenkreuz, so erhält man die Beziehungen

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_x &= \left(\frac{1}{2G} + \lambda\right)(\sigma_x - \sigma), & \epsilon_y &= \left(\frac{1}{2G} + \lambda\right)(\sigma_y - \sigma), & \epsilon_z &= \left(\frac{1}{2G} + \lambda\right)(\sigma_z - \sigma), \\ \gamma_{xy} &= \left(\frac{1}{G} + 2\lambda\right)\tau_{xy}, & \gamma_{yz} &= \left(\frac{1}{G} + 2\lambda\right)\tau_{yz}, & \gamma_{xz} &= \left(\frac{1}{G} + 2\lambda\right)\tau_{xz} \end{aligned} \right\} \text{(XI)}$$

Diese Spannungs-Formänderungs-Beziehungen stimmen im wesentlichen überein mit Beziehungen, die H. HENCKY (IX), ausgehend von einem von A. v. HAAR und TH. v. KÁRMÁN (9) postulierten Minimalprinzip gewonnen hat. Wir wollen den durch (XI) in Verbindung mit der Fließbedingung (VIII) gekennzeichneten Körper daher den HENCKYSCHEN Körper nennen. Beim Gebrauch der Beziehungen (XI) ist zu beachten, daß der Gleitmodul  $G$  eine Materialkonstante, der Faktor  $\lambda$  dagegen eine Funktion des Ortes und der Zeit ist, welche noch bestimmt werden muß. In den noch nicht plastizierten Gebieten des Körpers gilt  $\lambda = 0$  und die Gleichungen (XI) gehen über in die Spannungs-Formänderungs-Beziehungen eines inkompressibeln elastischen Körpers. In den plastizierten Gebieten dagegen tritt zu den Gleichungen (XI) noch die Fließbedingung (VIII) hinzu und ermöglicht die Bestimmung von  $\lambda$ , falls hinreichende Angaben über die Verschiebungen der Punkte der Oberfläche des Körpers gemacht werden.

3. Wir haben im vorhergehenden Abschnitt Beziehungen für plastische Körper entwickelt, bei denen ein unmittelbarer Zusammenhang zwischen Spannungstensor und Formänderungstensor bestand. Wir wollen uns nun plastischen Körpern zuwenden, die durch einen unmittelbaren Zusammenhang zwischen Spannungstensor und Tensor der Formänderungsgeschwindigkeiten gekennzeichnet sind. In einem

isotropen Körper müssen bei Bestehen eines solchen Zusammenhangs die beiden Tensoren (Spannungen und Formänderungsgeschwindigkeiten) koaxial sein. Es bleibt uns also nur übrig, die Beziehung zwischen den Hauptwerten dieser Tensoren zu studieren, wobei wir uns wieder unserer geometrischen Darstellung bedienen können.

Wir gehen wieder aus vom Schubversuch. Der Spannungsbildpunkt liegt fest im Schnittpunkt der Geraden  $\theta = 0$ ,  $z = 0$  mit der Fließgrenzfläche. Was nun die Formänderungsgeschwindigkeit angeht, so zeigt die Erfahrung, daß innerhalb eines ziemlich großen Geschwindigkeitsbereiches die Höhe der Fließspannung kaum durch die Größe der Fließgeschwindigkeit beeinflusst wird. Daher nehmen wir idealisierend an, daß man den Schubversuch mit beliebiger Größe der Schiebungsgeschwindigkeit durchführen kann, ohne daß sich die Schubfließspannung ändert. Einem festen Spannungsbildpunkt entsprechen dann Bildpunkte der Formänderungsgeschwindigkeit, welche die Gerade  $\theta = 0$ ,  $z = 0$  erfüllen. Ähnlich liegen die Verhältnisse beim Zug- oder Druckversuch. Auch hier gehören zu festen Spannungsbildpunkten Bildpunkte der Formänderungsgeschwindigkeiten, welche Geraden durch den Ursprung erfüllen. Wir kommen somit zu einer Auffassung, die völlig analog zu derjenigen ist, welche uns zu den Beziehungen (X) führte. Nur tritt jetzt an Stelle des Formänderungstensors der Tensor der Formänderungsgeschwindigkeiten. Auch hier bedienen wir uns zweckmäßigerweise zweier homogener Funktionen  $F(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$  und  $H(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$  der Hauptspannungen. Die Fließgrenze ist gegeben durch

$$F(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = 0.$$

Die Tensoren der Spannungen und der Formänderungsgeschwindigkeiten sind koaxial. Für die Hauptdehnungsgeschwindigkeiten gilt die Beziehung

$$\frac{\partial \varepsilon_1}{\partial t} : \frac{\partial \varepsilon_2}{\partial t} : \frac{\partial \varepsilon_3}{\partial t} = \frac{\partial H}{\partial \sigma_1} : \frac{\partial H}{\partial \sigma_2} : \frac{\partial H}{\partial \sigma_3}.$$

Läßt man auch hier die Funktionen  $F$  und  $H$  identisch werden, so ergibt sich mit der Fließbedingung (VIII) die folgende Beziehung zwischen den Hauptwerten des Spannungsdeviators und denen des Tensors der Formänderungsgeschwindigkeiten

$$\frac{\partial \varepsilon_1}{\partial t} : \frac{\partial \varepsilon_2}{\partial t} : \frac{\partial \varepsilon_3}{\partial t} = \sigma_{01} : \sigma_{02} : \sigma_{03}.$$

Der Tensor der Formänderungsgeschwindigkeiten ist also koaxial und ähnlich zum Spannungsdeviator. Bezieht man beide Tensoren statt auf das Hauptachsenkreuz auf ein beliebiges rechtwinkliges Achsenkreuz, so erhält man die Beziehungen

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \varepsilon_x}{\partial t} &= \lambda(\sigma_x - \sigma), & \frac{\partial \varepsilon_y}{\partial t} &= \lambda(\sigma_y - \sigma), & \frac{\partial \varepsilon_z}{\partial t} &= \lambda(\sigma_z - \sigma), \\ \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial t} &= 2\lambda\tau_{xy}, & \frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial t} &= 2\lambda\tau_{yz}, & \frac{\partial \gamma_{xz}}{\partial t} &= 2\lambda\tau_{xz}. \end{aligned} \right\} \quad \text{(XII)}$$



Die Beziehungen (XII) wurden von R. v. MISES (17) aufgestellt, nachdem schon B. DE SAINT VENANT (32) den Sonderfall des ebenen Spannungszustandes, allerdings unter Verwendung der Schubspannungsfliießbedingung (I), behandelt hatte. Wir wollen daher den durch (XII) und die Fließbedingung (VIII) gekennzeichneten Körper den SAINT-VENANT-MISESSCHEN Körper nennen.

4. Auch hier ist es nicht schwer, elastische Formänderungen zu berücksichtigen. Für die elastischen Hauptdehnungsgeschwindigkeiten folgt bei Voraussetzung eines inkompressibeln Körpers ( $K = 0$ ) aus den Gleichungen (II)

$$\frac{\partial \varepsilon'_1}{\partial t} = \frac{1}{2G} \frac{\partial \sigma_{01}}{\partial t}, \quad \frac{\partial \varepsilon'_2}{\partial t} = \frac{1}{2G} \frac{\partial \sigma_{02}}{\partial t}, \quad \frac{\partial \varepsilon'_3}{\partial t} = \frac{1}{2G} \frac{\partial \sigma_{03}}{\partial t}.$$

Die plastischen Hauptdehnungsgeschwindigkeiten sind gegeben durch

$$\frac{\partial \varepsilon'_1}{\partial t} = \lambda \sigma_{01}, \quad \frac{\partial \varepsilon'_2}{\partial t} = \lambda \sigma_{02}, \quad \frac{\partial \varepsilon'_3}{\partial t} = \lambda \sigma_{03}.$$

Die Gesamtformänderungsgeschwindigkeiten ergeben sich durch Superposition dieser Werte. Für ein beliebiges rechtwinkliges Achsenkreuz erhält man so die Beziehungen

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \varepsilon_x}{\partial t} &= \left( \lambda + \frac{1}{2G} \frac{\partial}{\partial t} \right) (\sigma_x - \sigma), & \frac{\partial \gamma_{xy}}{\partial t} &= \left( 2\lambda + \frac{1}{G} \frac{\partial}{\partial t} \right) \tau_{xy}, \\ \frac{\partial \varepsilon_y}{\partial t} &= \left( \lambda + \frac{1}{2G} \frac{\partial}{\partial t} \right) (\sigma_y - \sigma), & \frac{\partial \gamma_{yz}}{\partial t} &= \left( 2\lambda + \frac{1}{G} \frac{\partial}{\partial t} \right) \tau_{yz}, \\ \frac{\partial \varepsilon_z}{\partial t} &= \left( \lambda + \frac{1}{2G} \frac{\partial}{\partial t} \right) (\sigma_z - \sigma), & \frac{\partial \gamma_{xz}}{\partial t} &= \left( 2\lambda + \frac{1}{G} \frac{\partial}{\partial t} \right) \tau_{xz}. \end{aligned} \right\} \quad \text{(XIII)}$$

Für den ebenen Spannungszustand hat unter Verwendung der Fließbedingung (I) L. PRANDTL (30) derartige Beziehungen aufgestellt. Die hier mitgeteilte Form stimmt im wesentlichen mit der von A. REUSS (31) gegebenen überein. Wir wollen daher den durch die Beziehungen (XIII) gekennzeichneten elastisch-plastischen Körper den PRANDTL-REUSSSCHEN Körper nennen. Bezüglich des Faktors  $\gamma$  in den Gleichungen (XII) und (XIII) gilt das beim HENCKYSCHEN Körper Ausgeführte.

5. Zur Entscheidung der Frage, welcher der verschiedenen hier entwickelten Spannungs-Formänderungs-Zusammenhänge (X bis XIII) dem tatsächlichen Verhalten plastischer Körper am besten entspricht, sind bisher nur wenige Versuche durchgeführt worden.

Bei Versuchen über freie Formänderungsvorgänge beobachtete W. LODE (15) systematische Abweichungen von den durch (X) oder (XII) gegebenen linearen Zusammenhängen zwischen den Komponenten des Spannungsdeviators und den entsprechenden Komponenten des Formänderungstensors oder des Tensors der Formänderungsgeschwindigkeiten. Genauere Versuche von G. I. TAYLOR und H. QUINNEY (36) haben gleichartige Abweichungen ergeben. Abb. 6 zeigt diese Ergebnisse für Kupfer, ähnliche Abweichungen wurden auch bei weichem Stahl und Aluminium gefunden. Die in

Abb. 6 als Koordinaten aufgetragenen Größen  $\mu$  und  $\nu$  sind folgendermaßen definiert

$$\mu = 2 \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} - 1, \quad \nu = 2 \frac{\varepsilon_2 - \varepsilon_3}{\varepsilon_1 - \varepsilon_3} - 1.$$

Unter Verwendung der Beziehungen (8) überzeugt man sich leicht, daß in unserer geometrischen Darstellung diese beiden Parameter gegeben sind durch

$$\mu = \sqrt{3} \operatorname{tg} \theta_{P'} \quad \text{und} \quad \nu = \sqrt{3} \operatorname{tg} \theta_{R'},$$

wo  $P'$  der Bildpunkt des Spannungsdeviators,  $R'$  der Bildpunkt des Formänderungsdeviators ist und  $\theta_{P'}$  und  $\theta_{R'}$  die Winkel der Vektoren  $\overrightarrow{OP'}$  und  $\overrightarrow{OR'}$  gegen die Gerade  $\theta = 0$ ,  $z = 0$  sind.

Da die Versuche mit freien Formänderungen durchgeführt wurden, ermöglichen sie keine Entscheidung darüber, ob der Spannungsdeviator mit dem Formänderungsdeviator oder mit dem Deviator der Formänderungsgeschwindigkeiten in unmittelbarem Zusammenhang steht. Sie zeigen aber, daß dieser Zusammenhang jedenfalls nicht linear ist. Um den gefundenen Zusammenhang zwischen  $\mu$  und  $\nu$  wiederzugeben, hätte man ein Fließpotential von der Form

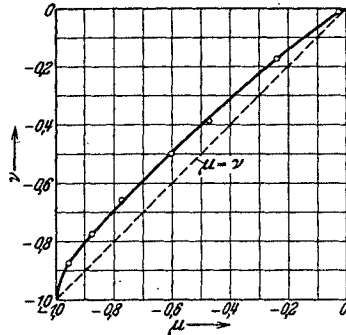


Abb. 6. Versuche von TAYLOR und QUINNEY (Material: Kupfer).

$$H(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3) = \sigma_{01}^2 + \sigma_{02}^2 + \sigma_{03}^2 - c^2 \frac{\sigma_{01}^2 \sigma_{02}^2 \sigma_{03}^2}{(\sigma_{01}^2 + \sigma_{02}^2 + \sigma_{03}^2)^2} \quad (15)$$

zu verwenden.

Versuche mit nicht freien Formänderungen von K. HOHENEMSER und W. PRAGER (12) ergaben für weichen Stahl ein Verhalten, welches zwischen dem HENCKYSchen und dem PRANDTL-REUSSSchen (XIII) liegt. Ob diese Versuchsergebnisse mit einer Theorie, welche das Fließpotential (15) verwendet, in Einklang zu bringen sind, ist noch nicht untersucht.

6. Wir haben uns bisher nur mit den allgemeinen Gesetzen der plastischen Körper beschäftigt, ohne auf die Behandlung von Randwertaufgaben einzugehen. In dieser Richtung durchgeführt ist bisher nur die Theorie des SAINT-VENANT-MISESSchen Körpers (XII). Die weiteren Ausführungen werden sich mit dieser Theorie beschäftigen. In diesem Abschnitt sollen noch einige Bemerkungen über die Randwertaufgaben der elastisch-plastischen Körper Platz finden. Als einfachstes Problem wählen wir das ebene Schubspannungsproblem, bei dem die Verschiebungskomponenten  $\xi$  und  $\eta$  überall verschwinden, während die Verschiebungskomponente  $\zeta$  nur von  $x$  und  $y$ , nicht

aber von  $z$  abhängt. Im elastischen Gebiet folgt dann aus den Gleichungen (II)

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = \tau_{xy} = 0, \\ \tau_{xz} = G \frac{\partial \zeta}{\partial x}, \quad \tau_{yz} = G \frac{\partial \zeta}{\partial y}. \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

Im plastischen Gebiet gilt bei Zugrundelegung des HENCKYSCHEN Körpers (XI)

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x = \sigma_y = \sigma_z = \tau_{xy} = 0, \\ \tau_{xz} = \mu \frac{\partial \zeta}{\partial x}, \quad \tau_{yz} = \mu \frac{\partial \zeta}{\partial y}, \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

wo  $\mu$  an Stelle des reziproken Wertes von  $1/G + 2\lambda$  eingeführt ist. In beiden Gebieten gilt die Gleichgewichtsbedingung

$$\frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} = 0. \quad (18)$$

Aus der Gleichgewichtsbedingung geht hervor, daß man die Spannungen aus einer Spannungsfunktion  $S(x, y)$  in folgender Weise darstellen kann:

$$\tau_{xz} = \frac{\partial S}{\partial y}, \quad \tau_{yz} = -\frac{\partial S}{\partial x}. \quad (19)$$

Aus der Gleichgewichtsbedingung für ein Randelement ergibt sich, daß  $S$  auf jedem zusammenhängenden Randstück einen konstanten Wert annimmt. Setzt man diese Ausdrücke in die Beziehungen (16) für die Schubspannungen ein und setzt die durch Differentiation aus diesen beiden Beziehungen sich ergebenden Ausdrücke für  $\frac{\partial^2 \zeta}{\partial x \partial y}$  einander gleich, so erhält man als Differentialgleichung der Spannungsfunktion im elastischen Gebiet

$$\Delta S = 0. \quad (20)$$

Trotz der Ähnlichkeit der Beziehungen (16) und (17) gilt diese Gleichung nicht im plastischen Gebiet, da der Faktor  $\mu$  in (17) eine Funktion des Ortes ist. Im plastischen Gebiet muß aber die Fließbedingung (VIII) erfüllt sein, die hier die Form annimmt

$$\tau_{xz}^2 + \tau_{yz}^2 = c^2. \quad (21)$$

Durch Einführung der Spannungsfunktion ergibt sich hieraus

$$\text{grad}^2 S = c^2. \quad (22)$$

Im elastischen Gebiet kann die Spannungsfläche also durch eine gespannte Membran, im plastischen durch eine Böschungsfäche (Fläche konstanten Gefalles) dargestellt werden.

Wir wollen die vorliegende Aufgabe noch etwas weiter durchführen für das Gebiet der Abb. 7, welches als Streifen mit symmetrisch gelegentlichem Loch bezeichnet werden kann. Der Rand besteht hier

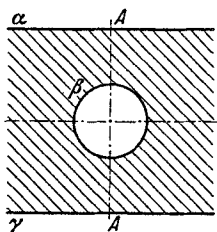


Abb. 7.

aus drei getrennten Teilen  $\alpha$ ,  $\beta$  und  $\gamma$ . Wir können der Spannungsfunktion  $S$  auf einem dieser Teile, z. B. auf  $\beta$ , willkürlich den konstanten Wert Null zuschreiben. Der Symmetrie wegen wird die Spannungsfunktion dann auf  $\alpha$  einen gewissen konstanten Wert  $b$  und auf  $\gamma$  den Wert  $-b$  annehmen. Solange die Fließgrenze noch nirgends erreicht ist, wird die Spannungsfläche dargestellt durch eine gespannte Membran, welcher die genannten Randbedingungen aufgezwungen werden. Abb. 8 stellt den Schnitt  $A-A$  durch diese Spannungsfläche dar. Einer weiteren Steigerung der Spannungen entspricht die Vergrößerung des Wertes  $b$ , wobei alle Ordinaten der Spannungsfläche im gleichen Verhältnis wachsen. Wir konstruieren nun von den Randstücken  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  aus Böschungsflächen mit dem durch die Fließbedingung (22) vorgeschriebenen Gefälle  $c$ . Wir erhalten so zwei von den Geraden  $\alpha$  und  $\gamma$  ausgehende geneigte Ebenen  $E_\alpha$  und  $E_\gamma$  und zwei von  $\beta$  ausgehende Kegelflächen  $K_\beta$  und  $K'_\beta$  (Abb. 8). Diese Flächen  $E_\alpha$ ,  $E_\beta$ ,  $K_\beta$ ,  $K'_\beta$  wollen wir uns etwa als aus Glas ausgeführt und fest mit den zugehörigen Randstücken verbunden denken. Läßt man den Wert  $b$  mehr und mehr wachsen, so wird sich die Membran schließlich an die beiden Kegel anlegen.

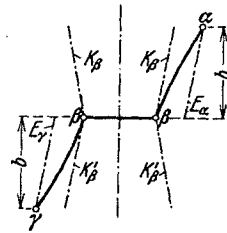


Abb. 8. Schnitt durch die Spannungsfläche.

Wir erhalten so auf experimentellem Wege eine Spannungsfunktion, die teils den Beziehungen für das elastische Gebiet genügt, nämlich da, wo die Membran frei gespannt ist, teils den Beziehungen für das plastische Gebiet, nämlich da, wo die Membran an den Böschungsflächen anliegt. Jedem Wert von  $b$  entspricht ein gewisser Wert der Schubspannungen im Streifen in großer Entfernung vom Loch. Es erhebt sich nun die Frage, ob die für einen gewissen Wert von  $b$  so gewonnene Lösung die einzige Lösung unseres Problems ist. Da ist nun zu bemerken, daß unser Membrangleichnis uns nur Lösungen liefert, bei denen sämtliche Spannungskomponenten beim Übergang vom elastischen zum plastischen Gebiet sich stetig ändern. Wenn wir zeigen können, daß diese Stetigkeit aus den allgemeinen Beziehungen für den HENCKYSchen Körper sich zwangsläufig ergibt, so ist offenbar die durch das Membrangleichnis gelieferte Lösung die einzige Lösung.

Wir haben uns also noch mit der Frage der Stetigkeit der Spannungen beim Übergang vom elastischen zum plastischen Gebiet zu beschäftigen. Wir wählen einen beliebigen Punkt der Grenzfläche beider Gebiete und zerlegen die Schubspannung in diesem Punkte in zwei Komponenten, von denen die eine  $\tau_n$  senkrecht zur Grenzfläche gerichtet ist, während die andere  $\tau_s$  parallel zur Grenzfläche verläuft. Die Größen des elastischen Gebietes sollen mit einem Strich, die Größen des plastischen Gebietes mit zwei Strichen versehen

werden. Das Gleichgewicht verlangt dann offenbar

$$\tau'_n = \tau''_n. \quad (23)$$

Eine Unstetigkeit könnte also höchstens in  $\tau_s$  auftreten. Nun sind aber die Schiebungen gegeben durch

$$\gamma_n = \frac{\partial \zeta}{\partial n}, \quad \gamma_s = \frac{\partial \zeta}{\partial s}$$

und die Verschiebung  $\zeta$  verhält sich beim Übergang vom elastischen zum plastischen Gebiet stetig  $\zeta' = \zeta''$ . Infolgedessen ist auch

$$\frac{\partial \zeta'}{\partial s} = \frac{\partial \zeta''}{\partial s}$$

oder

$$\gamma'_s = \gamma''_s. \quad (24)$$

Aus den Spannungs-Formänderungs-Beziehungen (16) und (17) folgt nun, daß sowohl im elastischen wie auch im plastischen Gebiet

$$\tau_n : \tau_s = \gamma_n : \gamma_s$$

ist. Es gilt also auch

$$\tau'_n \gamma'_s - \tau'_s \gamma'_n = \tau''_n \gamma''_s - \tau''_s \gamma''_n. \quad (25)$$

Aus (23) und (24) folgt aber

$$\tau'_n \gamma'_s = \tau''_n \gamma''_s.$$

Setzt man dies in (25) ein, so ergibt sich

$$\tau'_s \gamma''_n = \tau'_s \gamma'_n. \quad (26)$$

Die Fließbedingung lautet

$$\tau_n'^2 + \tau_s'^2 = c^2$$

und die zur resultierenden Schubspannung  $c$  gehörende plastische Schiebung ist sicher größer als oder gleich  $\frac{c}{G}$ . Es gilt also

$$\gamma_n''^2 + \gamma_s''^2 \geq \frac{c^2}{G^2}.$$

Würde nun an die Grenzfläche von elastischem und plastischem Gebiet eine Unstetigkeit in  $\tau_s$  auftreten, so müßte

$$\tau_n'^2 + \tau_s'^2 < c^2, \quad \text{also auch} \quad \gamma_n'^2 + \gamma_s'^2 < \frac{G^2}{c^2}$$

sein. Dann wäre also

$$\tau_s'^2 < c^2 - \tau_n'^2 = c^2 - \tau_n''^2 = \tau_s''^2,$$

und

$$\gamma_n'^2 < \frac{c^2}{G^2} - \gamma_s'^2 = \frac{c^2}{G^2} - \gamma_s''^2 \leq \gamma_n''^2,$$

also wäre im Widerspruch zur Gleichung (26)

$$\tau'_s \gamma'_n < \tau''_s \gamma''_n.$$

Somit muß auch die Schubspannungskomponente  $\tau_s$  beim Übergang vom elastischen zum plastischen Gebiet sich stetig verhalten und das Membrangleichnis liefert in der Tat die einzige mit den Spannungs-Formänderungs-Beziehungen des HENCKYSchen Körpers verträgliche Lösung.

Aus dem Membrangleichnis können wir noch einen bemerkenswerten Schluß ziehen. Wenn bei allmählicher Steigerung der Belastung die Grenze zwischen elastischem und plastischem Gebiet über einen bestimmten Punkt  $P$  hinweggewandert ist, so hat sich in diesem Punkt die Membran an die Böschungsfäche angelegt, und liegt auch weiterhin an ihr an. Das heißt aber, daß sich bei weiterer Steigerung der Belastung der Spannungszustand im Punkt  $P$  nicht mehr ändert, die plastische Formänderung in  $P$  kann also nur eine freie Formänderung sein. Da sich nun aber der HENCKYSche und der PRANDTL-REUSSSche Körper bezüglich freier Formänderungen nicht unterscheiden, stimmen im vorliegenden Fall die Lösungen für den HENCKYSchen und für den PRANDTL-REUSSSchen Körper sowohl hinsichtlich der Spannungen als auch hinsichtlich der Formänderungen überein.

Entsprechende Überlegungen lassen sich für alle sog. statisch bestimmten Probleme der Plastizitätstheorie anstellen.

#### § 4. Statisch bestimmte Aufgaben beim SAINT-VENANT-MISESSchen Körper<sup>1</sup>.

##### 1. Die Grundgleichungen des ebenen Problems.

Innerhalb der allgemeinen Fragestellung gibt es, wie zuerst HENCKY (10) und PRANDTL (29) aufgezeigt haben, gewisse statisch bestimmte Fälle, in denen man, zunächst abgesehen von den Randbedingungen, für die Spannungen allein ein System von ebenso vielen Gleichungen wie Unbekannten hat. Wir behandeln im folgenden das ebene Problem und das Torsionsproblem.

Als ebenes Problem (*ebene Deformation*) bezeichnen wir die Untersuchung eines Fließvorganges, bei dem die  $z$ -Richtung dritte Hauptrichtung ist und die zugehörige Hauptdehnungsgeschwindigkeit verschwindet:  $\dot{\epsilon}_z = \dot{\epsilon}_3 = 0$ ;  $\dot{\gamma}_{yz} = \dot{\gamma}_{xz} = 0$ . Außerdem spielt sich in Parallelebenen zur  $x$ - $y$ -Ebene jeweils das Gleiche ab:  $\frac{\partial}{\partial z} = 0$ . Aus den Gleichungen (XII) folgt dann  $\tau_{yz} = 0$ ,  $\tau_{xz} = 0$ ,  $\sigma_z - \sigma = \sigma'_z = 0$ ; letzteres bedeutet  $\sigma_z = \frac{1}{3}(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)$ , also:

$$\sigma_z = \sigma_3 = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y) = \frac{1}{2}(\sigma_1 + \sigma_2) = -p. \quad (I)$$

Für die Hauptschiebungen erhält man dann

$$|\tau_1| = |\tau_2| = \frac{1}{4}|\sigma_1 - \sigma_2|, \quad \tau_3 = \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_2),$$

so daß letztere die absolut größte ist.

<sup>1</sup> Die vorliegenden Ausführungen (§§ 4, 5) sind während meines Aufenthaltes in Brüssel am Institut von Herrn Professor VAN DEN DUNGEN entstanden, dem ich für besonderes Entgegenkommen und manchen Ratschlag bei Abfassung der Arbeit zu danken habe. H. GEIRINGER.

Wir nehmen nun einige einfache Tensorbeziehungen vorweg. Zerlegt man in der  $x$ - $y$ -Ebene den der  $\nu$ -Richtung zugeordneten Spannungsvektor  $\gamma_\nu$  in eine Spannung der  $\nu$ -Richtung der Größe  $\sigma_\nu$ , und in eine Schiebung der Größe  $\tau_\nu$ , senkrecht darauf, so gelten, wenn  $\psi$  den Winkel der positiven  $\nu$ -Richtung mit der positiven  $x$ -Achse bezeichnet, die Formeln, mit  $\tau_{x,y} = \tau$ :

$$\left. \begin{aligned} \sigma_\nu &= \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\psi + \tau \sin 2\psi \\ \tau_\nu &= -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\psi + \tau \cos 2\psi \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Für

$$\operatorname{tg} 2\varphi = \frac{2\tau}{\sigma_x - \sigma_y}$$

verschwindet die Schiebungskomponente und die Spannung erreicht ihre extremen Werte  $\sigma_1$  bzw.  $\sigma_2$ . Für

$$\operatorname{tg} 2\vartheta = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2\tau} \quad (3)$$

erreicht die Schubspannung ihre extremen Werte

$$\tau_{\max} = \pm \sqrt{\frac{(\sigma_x - \sigma_y)^2}{4} + \tau^2} = \pm \frac{|\sigma_1 - \sigma_2|}{2}, \quad (3')$$

und die zugehörige Normalspannung wird gleich dem mittleren Druck  $p = -\frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} = -\frac{\sigma_1 + \sigma_2}{2}$ . Aus  $\operatorname{tg} 2\varphi \cdot \operatorname{tg} 2\vartheta = -1$  sieht man, daß die Richtungen extremer Schubspannung zu den Hauptrichtungen unter  $\pm 45^\circ$  geneigt sind.

Die Gleichgewichtsbedingungen (immer bei Fehlen von äußeren Kräften und Beschleunigungen) reduzieren sich auf die zwei Gleichungen

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial \tau}{\partial x} + \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} = 0. \quad (4)$$

Die v. MISESSche Fließbedingung (VIII) wird im ebenen Verzerrungszustand unter Beachtung von (I)

$$\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau^2 = \frac{4}{3}k^2 \quad \text{oder} \quad \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} = \pm \frac{2}{\sqrt{3}}k \quad (5)$$

Die größte Schubspannung für den ebenen Verzerrungszustand ist  $\left|\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}\right|$ . Also wird aus  $\tau_{\max} = \text{const}$

$$\tau_{\max} = k; \quad \left(\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}\right)^2 = k^2, \quad \text{bzw.} \quad \left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau^2 = k^2. \quad (6)$$

Dies unterscheidet sich von (5) nur durch den Faktor  $4/3$  vor  $k^2$ .

Zu denselben Gleichungen (4) gelangt man auch, wenn man davon ausgeht, daß der Spannungszustand ein ebener ist:  $\sigma_x = \sigma_z = 0$ , daher  $\tau_{y,z} = \tau_{x,z} = 0$ , daher nach XII  $\gamma'_{y,z} = \gamma'_{x,z} = 0$ . Beim ebenen Spannungszustand ist, sofern  $\sigma_1$  und  $\sigma_2$  von ungleichem Vorzeichen, was wir im folgenden annehmen wollen, die größte Schubspannung auch durch  $\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2}$  gegeben. Man erhält somit genau die

Bedingung (6). Hingegen resultiert für die quadratische Fließbedingung in diesem Fall die von (5) abweichende Gestalt

$$\sigma_x^2 - \sigma_x \sigma_y + \sigma_y^2 + 3\tau^2 = k^2 \quad \text{oder} \quad \sigma_1^2 - \sigma_1 \sigma_2 + \sigma_2^2 = k^2. \quad (7)$$

Wir wollen hier im allgemeinen (6) als Fließbedingung zu den zwei Gleichungen (4) hinzunehmen. Dies sind dann drei Gleichungen mit den drei Unbekannten  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\tau$ , also ein statisch bestimmtes Gleichungssystem in den Spannungen allein.

Durch Einführung der Ayriscchen Spannungsfunktion  $F$  kann man die Integration auf eine partielle, nicht lineare, Differentialgleichung zurückführen. Setzt man

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 F}{\partial y^2}, \quad \sigma_y = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2}, \quad \tau = -\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y}, \quad (8')$$

so wird (4) befriedigt, und  $F$  muß dann gemäß (6) der Gleichung

$$\left( \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \right)^2 + 4 \left( \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y} \right)^2 = 4k^2 \quad (8)$$

genügen. Lösungen von (8) sind mehrfach angegeben worden \* (22, 30).

Differenziert man die erste Gleichung (4) nach  $y$ , die zweite nach  $x$  und subtrahiert, so kommt  $\frac{\partial^2}{\partial x \partial y} (\sigma_x - \sigma_y) = \frac{\partial^2 \tau}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \tau}{\partial y^2}$ ; setzt man hier für  $(\sigma_x - \sigma_y)$  seinen Wert aus der Fließbedingung ein, so ergibt sich für die Schubspannung  $\tau$  allein die nicht lineare Differentialgleichung

$$\pm 2 \frac{\partial^2}{\partial x \partial y} (\sqrt{k^2 - \tau^2}) = \frac{\partial^2 \tau}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \tau}{\partial y^2} \quad ** \quad (9)$$

Wenn es gelingt, eine Lösung von (9) anzugeben, die den Randbedingungen genügt, erhält man aus (4)  $\sigma_x$  und  $\sigma_y$ , jede bis auf eine willkürliche Funktion. Die Fließbedingung und die Randbedingungen sind sodann zu erfüllen. NADAI hat (22) Beispiele solcher Lösungen angegeben. Wir werden all diese Beispiele unter systematischerem Gesichtspunkt wiederfinden.

Ehe wir nun näher auf das Spannungsproblem eingehen, betrachten wir die Grundgleichungen des *Deformationsproblems*. Von den sechs Gleichungen XII bleiben — und zwar in beiden ebenen Spezialfällen — nur drei. Wir schreiben wegen (I) —  $p$  für  $\sigma$  und nennen  $v_x$ ,  $v_y$  die Komponenten der Verschiebungsgeschwindigkeit. So wird aus XII:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_x + p &= \frac{1}{\lambda} \frac{\partial v_x}{\partial x}, & \sigma_y + p &= \frac{1}{\lambda} \frac{\partial v_y}{\partial y} \\ \tau &= \frac{1}{2\lambda} \left( \frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x} \right) \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

\* C. W. OSEEN (27) macht diese Gleichung zum Ausgangspunkt einer interessanten Untersuchung, indem er sie in eine *lineare* partielle Differentialgleichung transformiert, die uns — von anderen Gesichtspunkten aus — noch beschäftigen wird.

\*\* Eine analoge Gleichung gilt natürlich für  $(\sigma_x - \sigma_y)$ .



Daraus kann man  $\lambda$  und  $p$  eliminieren und erhält:

$$\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2\tau} = \frac{\frac{\partial v_y}{\partial y} - \frac{\partial v_x}{\partial x}}{\frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x}}, \quad (11)$$

diese Gleichung besagt direkt, daß die Richtung der größten Schubspannung mit der der größten Schiebungsgeschwindigkeit zusammenfällt. — Dazu tritt die *Kontinuitätsgleichung* (Konstanz des Volumens)

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} = 0. \quad (12)$$

(11) und (12) kann man verwenden, um nach Erledigung der Spannungsaufgabe die Strömungsgrößen  $v_x$ ,  $v_y$  zu bestimmen. Die Strömungsaufgabe erscheint also nicht im selben Sinn „statisch bestimmt“ wie die Spannungsaufgabe. Wir kommen auf jene noch in § 5. zurück. Wie schon erwähnt, ist aber auch die statische Bestimmtheit der Spannungsaufgabe oft illusorisch, da in den Randbedingungen Strömungsgrößen auftreten. Ein Randwertproblem, bestehend aus den fünf Gleichungen (4), (6), (11), (12) mit den notwendigen und hinreichenden Randbedingungen zwecks Bestimmung der Spannungs- und Strömungsgrößen für den Anfangsmoment, bezeichnen wir als *vollständiges ebenes Problem*.

## 2. Das Spannungsproblem. Die beiden ersten HENCKYSchen Sätze.

Wir beginnen wieder mit einfachen Tensorrelationen. Ist wie in § 1 (2):  $\Sigma = \sigma I + \Sigma_0$ , so ist dieses  $\sigma = -p$  jetzt durch (1) gegeben. Die Komponenten von  $\Sigma_0$  bezeichnen wir mit  $\sigma'_x$ ,  $\sigma'_y$ ,  $\tau$ . Dann erhalten die Hauptspannungen  $\sigma'_1$ , bzw.  $\sigma'_2$  für jeden Punkt den Wert  $\frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} = k$  bzw.  $\frac{\sigma_2 - \sigma_1}{2} = -k$ . Rechnet man aus  $\sigma'_1$  und  $\sigma'_2$  die  $\sigma'_x$  und  $\sigma'_y$  nach den allgemeinen Transformationsformeln des Tensorkalküls, so gilt, wenn die 2-Richtung zur 1-Richtung so liegt wie die  $y$ - zur  $x$ -Richtung

$$\left. \begin{aligned} \sigma'_x &= \sigma'_1 \cos^2(x1) + \sigma'_2 \cos^2(x2) \\ \sigma'_y &= \sigma'_1 \cos^2(y1) + \sigma'_2 \cos^2(y2) \\ \tau &= \sigma'_1 \cos(x1) \cos(y1) + \sigma'_2 \cos(x2) \cos(y2) \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Bezeichnet  $\varphi = \vartheta - \frac{\pi}{4}$  den Winkel der 1- und der  $x$ -Richtung, so folgen aus (13) die für das Folgende wichtigen Beziehungen:

$$\left. \begin{aligned} \sigma'_x &= \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} = k \sin 2\vartheta; & \sigma'_y &= \frac{\sigma_y - \sigma_x}{2} = -k \sin 2\vartheta \\ \tau &= -k \cos 2\vartheta \end{aligned} \right\} \quad (14)$$

Aus (14) folgt

$$\operatorname{tg} 2\vartheta = \frac{\sigma_y - \sigma_x}{2\tau} \quad (3)$$

in Übereinstimmung mit (3) S. 332. Die Richtung (Abb. 9), die aus der 1-Richtung durch positive Drehung um  $45^0$  hervorgeht und die also mit der  $x$ -Richtung den Winkel  $\vartheta$  einschließt, ist eine Richtung extremer Schubspannung. Wir nennen sie die *erste Hauptschubrichtung* oder die  $\alpha$ -Richtung. Für sie und für die aus ihr durch positive Drehung um  $90^0$  hervorgehende  $\beta$ -Richtung nehmen die Schubspannungen ihre extremen Werte an. Denken wir uns in jedem Punkte der  $xy$ -Ebene diese beiden Richtungen markiert, so erhalten wir ein *orthogonales Kurvensystem*, welches an jeder Stelle *Tangenten in der ersten bzw. zweiten Hauptschubrichtung aufweist*. Diese Kurvenscharen heißen die *Gleitlinien des ebenen Spannungszustandes*. Wir schreiben ihre Gleichungen in der Form  $\alpha(x, y) = \text{const}$ ,  $\beta(x, y) = \text{const}$ , (15) oder auch

$$x = x(\alpha, \beta), \quad y = y(\alpha, \beta). \quad (16)$$

Dabei ist nach unseren Festsetzungen die Richtung wachsender  $\alpha$  zur Richtung wachsender  $\beta$  so zu orientieren, wie die  $x$ -Achse zur  $y$ -Achse. Ist  $\vartheta$  der Tangentenwinkel der  $\alpha$ -Kurve  $\beta = \text{const}$  in Richtung wachsender  $\alpha$ , so ist  $\vartheta' = \vartheta + \frac{\pi}{2}$  der der  $\beta$ -Kurve  $\alpha = \text{const}$  in Richtung wachsender  $\beta$ .

Setzt man nun (14) in (4) ein, so kommt

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial x} &= 2k \left( \frac{\partial \vartheta}{\partial x} \cos 2\vartheta + \frac{\partial \vartheta}{\partial y} \sin 2\vartheta \right); \\ \frac{\partial p}{\partial y} &= 2k \left( \frac{\partial \vartheta}{\partial x} \sin 2\vartheta - \frac{\partial \vartheta}{\partial y} \cos 2\vartheta \right). \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

Bezeichnet man hier vorübergehend die an der  $\alpha$ -Richtung gespiegelte  $x$ -Richtung als  $\bar{v}_1$ -Richtung, die auf ihr senkrechte als  $\bar{v}_2$ -Richtung, so besagen diese Gleichungen:

$$\text{grad} \left( \frac{p}{2k} \right) = \frac{\partial \vartheta}{\partial x} \bar{v}_1 + \frac{\partial \vartheta}{\partial y} \bar{v}_2. \quad (17')$$

d. h. der *grad von  $\frac{p}{2k}$*  ist gleich dem an der  $\alpha$ -Richtung gespiegelten Vektor *grad  $\vartheta$*  (Abb. 10). Daraus folgen insbesondere für die  $\alpha$ - bzw. die  $\beta$ -Richtung die Gleichungen (18)<sup>1</sup>

$$\frac{\partial}{\partial \alpha} \left( \frac{p}{2k} \right) = \frac{\partial \vartheta}{\partial \alpha}, \quad \frac{\partial}{\partial \beta} \left( \frac{p}{2k} \right) = -\frac{\partial \vartheta}{\partial \beta} \quad (18)$$

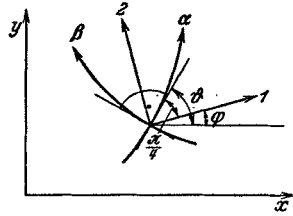


Abb. 9. Hauptspannungs- und Hauptschiebungsrichtungen.

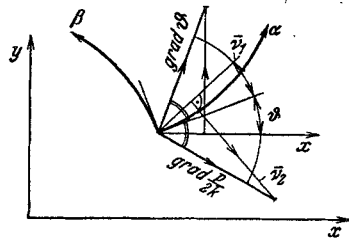


Abb. 10. Der an der  $\alpha$ -Richtung gespiegelte Gradient von  $p$ .

<sup>1</sup> Diese Art der Überlegung stammt von v. MISES (16). Dieser inhaltsreichen Skizze sind auch im folgenden viele Schlußweisen entnommen.

Differenziert man die erste dieser Gleichungen nach  $\beta$ , die zweite nach  $\alpha$  und addiert bzw. subtrahiert sie, so folgt sogleich

$$\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial \alpha \partial \beta} = 0, \quad \frac{\partial^2}{\partial \alpha \partial \beta} \left( \frac{p}{2k} \right) = 0, \quad (19)$$

also mit Rücksicht auf (18)

$$\vartheta = -f(\alpha) + g(\beta); \quad \frac{p}{2k} = -f(\alpha) - g(\beta) \quad (20')$$

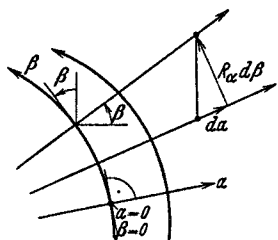


Abb. 11. Die  $\alpha$ -Schar der Gleitlinien besteht aus Geraden.

wobei  $f(\alpha)$  und  $g(\beta)$  beliebige differenzierbare Funktionen je einer Variablen sind.

Wir wollen voraussetzen, daß im betrachteten Gebiet

$$f'(\alpha) \neq 0, \quad g'(\beta) \neq 0.$$

Das bedeutet nämlich — wir kommen darauf noch zurück —, daß die Krümmungen der  $\alpha$ - bzw. der  $\beta$ -Kurven im betrachteten Gebiet nirgends verschwinden. Den Fall *geradliniger Gleitlinien* werden wir jeweils gesondert behandeln.

Sind dann  $a, b, c$  drei Konstante, wobei  $|a| = |b| = 1$ , so setzen wir als Integral von (19)

$$\vartheta = a\alpha + b\beta + c; \quad \frac{p}{2k} = a\alpha - b\beta + c, \quad (20)$$

was offenbar nur auf eine Umnummerierung herauskommt, bei der  $-f(\alpha) = a\alpha + c$ ,  $g(\beta) = b\beta$  gesetzt wird.

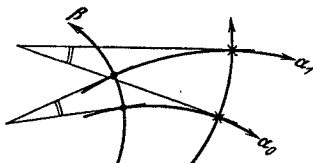


Abb. 12. Erster Gleitliniensatz.

Es ist für manche Zwecke vorteilhaft, sich die Wahl der Vorzeichen von  $a$  und  $b$ , sowie die additive Konstante  $c$  vorzubehalten. v. MISES (18) und SCHMIDT-CARATHEODORY (4) setzen  $a = -1$ ,  $b = +1$ ,  $c = 0$ .

Ist eines der Systeme geradlinig, z. B. das  $\alpha$ -System (Abb. 11), so kann man nur  $g'(\beta) \neq 0$  voraussetzen und man hat

$$\vartheta = b\beta + c; \quad \frac{p}{2k} = -b\beta + c, \quad (20'')$$

dann bildet, wie man sieht, da sich  $\beta$  auf einer  $\alpha$ -Linie nicht ändert, das *geradlinige  $\alpha$ -System gleichzeitig die Linien konstanten Drucks und konstanter Richtung*.

Die Gleichungen (20) enthalten die ersten sog. HENCKYSCHEN *Gleitlinien-Sätze* (10). Aus der ersten der beiden Gleichungen folgt nämlich sofort, daß die *Tangenten an die Kurven der einen Schar in ihren Schnittpunkten mit zwei festen Kurven der anderen Schar konstanten Richtungsunterschied haben* (Abb. 12). Es ist nämlich für eine beliebige Nummer  $\alpha_n$ :

$$\vartheta(\alpha_n, \beta_1) - \vartheta(\alpha_n, \beta_0) = b(\beta_1 - \beta_0)$$

unabhängig von  $\alpha$ .

Aus dieser Gleichung, ohne Zurückgehen auf (20), folgt die analoge Eigenschaft für die  $\beta$ -Kurven. Setzt man nämlich  $\alpha_x$  einmal gleich  $\alpha_1$ , dann gleich  $\alpha_0$ , so steht rechts beide Male das gleiche und man hat

$$\vartheta(\alpha_1, \beta_v) - \vartheta(\alpha_0, \beta_v) = \vartheta(\alpha_1, \beta_0) - \vartheta(\alpha_0, \beta_0)$$

unabhängig von  $\beta$ . Es folgt also aus dem Bestehen der obigen Eigenschaft für die eine Schar die gleiche Eigenschaft für die andere. Völlig

Analoges gilt für  $\frac{p}{2k}$ . Es ist nach (20)

$$p(\alpha_x, \beta_1) - p(\alpha_x, \beta_0) = 2k \cdot b(\beta_0 - \beta_1) = 2k \{ \vartheta(\alpha_x, \beta_0) - \vartheta(\alpha_x, \beta_1) \}$$

unabhängig von  $\alpha$ ,

$$p(\alpha_1, \beta_v) - p(\alpha_0, \beta_v) = 2k \cdot a(\alpha_1 - \alpha_0) = 2k \cdot \{ \vartheta(\alpha_1, \beta_v) - \vartheta(\alpha_0, \beta_v) \}$$

unabhängig von  $\beta$ ,

und wieder folgt aus dem Bestehen der Eigenschaft für die eine Schar das gleiche für die andere. Schreitet man auf einer beliebigen Kurve einer Schar zwischen zwei festen Parameterwerten vorwärts, so ändert sich  $\frac{p}{2k}$  immer um die gleiche, nur von diesen zwei Parameterwerten abhängige Größe, die gleich ist der Differenz der Tangentenwinkel zwischen den zwei Punkten. Zeichnet man weiters das Gleitliniennetz für äquidistante  $\alpha$ - und  $\beta$ -Werte, so daß, wenn man  $a = -b$  setzt,

$$(\alpha_v - \alpha_{v-1}) = (\beta_x - \beta_{x-1}),$$

so sind die Diagonalen durch die Punkte  $\alpha_v, \beta_x, \alpha_{v+1}, \beta_{x+1}, \dots$ , die Isoklinen des einen und somit auch des anderen Systems, die anderen Diagonalen sind Linien gleichen Drucks, *Isobaren*.

### 3. Die Differentialgleichungen des ebenen Spannungsproblems.

#### Der 3. HENCKYSche Satz.

Das nähere Studium des Gleitliniennetzes wird uns, unter Benutzung der Differentialgleichungen (19) bzw. ihrer Integrale (20) zu einer eleganten Integration des Spannungsproblems führen. Dabei ergibt sich gleichzeitig der 3. Gleitliniensatz. — Wir geben jetzt das Gleitliniennetz nach der allgemeinen Darstellung einer zweiparametrischen Kurvenschar, indem wir die kartesischen Koordinaten  $x, y$  als Funktionen der Parameter  $\alpha, \beta$  einführen, also

$$x = x(\alpha, \beta), \quad y = y(\alpha, \beta), \quad (16)$$

oder in Vektorform bzw. in komplexer Schreibweise

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(\alpha, \beta); \quad z(\alpha, \beta) = x(\alpha, \beta) + i y(\alpha, \beta). \quad (16')$$

Dann hat  $\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \alpha}$  die  $\alpha$ -Richtung (Differentiation längs einer  $\alpha$ -Kurve bei  $\beta = \text{const}$ ), analog  $\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \beta}$  die  $\beta$ -Richtung. Wir setzen daher, wenn  $\bar{\alpha}^0$  bzw.  $\bar{\beta}^0$  Einheitsvektoren der  $\alpha$ - bzw.  $\beta$ -Richtung bezeichnen

$$\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \alpha} = \varphi \bar{\alpha}^0; \quad \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \beta} = \varphi' \bar{\beta}^0$$

$$\left. \begin{aligned} \varphi &= \sqrt{\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \alpha} \cdot \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \alpha}} = \sqrt{\left(\frac{\partial x}{\partial \alpha}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \alpha}\right)^2} = \sqrt{E}; \\ \varphi' &= \sqrt{\frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \beta} \cdot \frac{\partial \mathbf{r}}{\partial \beta}} = \sqrt{\left(\frac{\partial x}{\partial \beta}\right)^2 + \left(\frac{\partial y}{\partial \beta}\right)^2} = \sqrt{G}, \end{aligned} \right\} \quad (21'')$$

wobei  $E$  und  $G$  die in der Differentialgeometrie übliche Bedeutung haben.  $\bar{\alpha}^0$  hat die Komponenten  $\sin \vartheta$ ,  $\cos \vartheta$ ,  $\bar{\beta}^0$  die Komponenten  $-\sin \vartheta$ ,  $\cos \vartheta$ ; und wir erhalten daher die 4 Gleichungen

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial x}{\partial \alpha} &= \sqrt{E} \cos \vartheta, & \frac{\partial x}{\partial \beta} &= -\sqrt{G} \sin \vartheta, \\ \frac{\partial y}{\partial \alpha} &= \sqrt{E} \sin \vartheta, & \frac{\partial y}{\partial \beta} &= \sqrt{G} \cos \vartheta. \end{aligned} \right\} \quad (21')$$

Wir zeigen zunächst, daß  $\sqrt{E}$  und  $\sqrt{G}$  im wesentlichen nichts anderes sind als die *Krümmungsradien* der Kurvenscharen. Wir bezeichnen

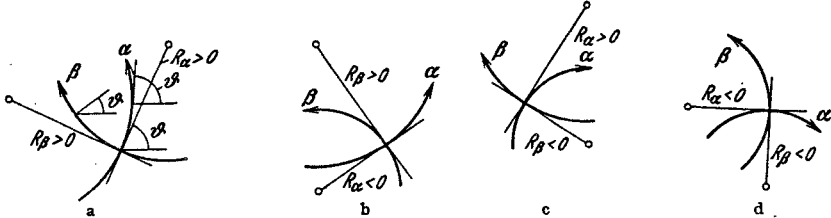


Abb. 13a—d. Krümmungsverhältnisse im Gleitliniennetz.

mit  $R_\alpha$  bzw.  $R_\beta$  die Krümmungsradien der Scharen  $\alpha = \text{const}$  bzw.  $\beta = \text{const}$ , wobei  $R_\alpha$  bzw.  $R_\beta$  durch eine *positive* Zahl gegeben sein soll, wenn der Krümmungsmittelpunkt der Kurven  $\alpha = \text{const}$  bzw.  $\beta = \text{const}$  in Richtung wachsender  $\alpha$  bzw.  $\beta$  fällt, und sonst durch eine negative Zahl. Demgemäß sind in Abb. 13a beide Krümmungsradien positiv, hier wächst der Winkel  $\vartheta$  längs der  $\alpha$ -Kurve mit wachsendem  $\alpha$  und nimmt längs der  $\beta$ -Kurve mit wachsendem  $\beta$  ab, es entspricht also in (20)  $a > 0$ ,  $b < 0$  dem Fall  $R_\alpha > 0$ ,  $R_\beta > 0$ , während es in Abb. 13d beiderseits umgekehrt ist, so daß also die übliche Wahl  $b = +1$ ,  $a = -1$  den Krümmungsverhältnissen  $R_\alpha < 0$ ,  $R_\beta < 0$  entspricht. Mit diesen Vorzeichenfestsetzungen gilt, wenn  $\vartheta' = \frac{\pi}{2} + \vartheta$  den Winkel der positiven  $\beta$ - mit der positiven  $x$ -Richtung bezeichnet:

$$\frac{ds_\alpha}{d\vartheta} = R_\beta, \quad \frac{ds_\beta}{d\vartheta'} = \frac{ds_\beta}{d\vartheta} = -R_\alpha, \quad (22)$$

denn z. B. im Fall der Abb. 13a ist  $ds_\alpha$  und  $d\vartheta$  gleichsinnig und  $R_\beta > 0$ , aber  $ds_\beta$  und  $d\vartheta$  ungleichsinnig und daher, da  $R_\alpha > 0$ , ihr Quotient gleich  $-R_\alpha$  zu setzen. Es folgt dann sogleich

$$\frac{\partial x}{\partial s_\alpha} = \frac{\partial x}{\partial \alpha} \cdot \frac{1}{\frac{\partial \vartheta}{\partial \alpha}} \cdot \frac{d\vartheta}{ds_\alpha}$$

Dabei ist  $\frac{\partial x}{\partial s_\alpha} = \cos \vartheta$ ,  $\frac{\partial \vartheta}{\partial \alpha} = a$ ,  $\frac{d\vartheta}{ds_\alpha} = \frac{i}{R_\beta}$ , somit  $\frac{\partial x}{\partial \alpha} = a R_\beta \cos \vartheta$  und drei analoge Gleichungen, indem man  $\frac{\partial x}{\partial s_\beta}$ ,  $\frac{\partial y}{\partial s_\alpha}$ ,  $\frac{\partial y}{\partial s_\beta}$  bildet. Man erhält so auf einfache Art die vier für die Integration wichtigen Gleichungen

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial x}{\partial \alpha} &= a R_\beta \cos \vartheta, & \frac{\partial y}{\partial \alpha} &= a R_\beta \sin \vartheta, \\ \frac{\partial x}{\partial \beta} &= b R_\alpha \sin \vartheta, & \frac{\partial y}{\partial \beta} &= -b R_\alpha \cos \vartheta, \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

die den Zusammenhang zwischen den Krümmungsradien der Gleitlinien und den ursprünglichen rechtwinkligen Koordinaten  $x$ ,  $y$  herstellen. Aus ihnen sieht man durch Vergleich mit (21'), daß

$$\sqrt{E} = a R_\beta; \quad \sqrt{G} = -b R_\alpha,$$

was man natürlich statt der unabhängigen Herleitung von (21') und (21) auch für sich hätte zeigen können. In komplexer Form kann man (21) zusammenfassen zu

$$\frac{\partial z}{\partial \alpha} = a R_\beta e^{i\vartheta}; \quad \frac{\partial z}{\partial \beta} = -i b R_\alpha e^{i\vartheta}. \quad (21''')$$

Nimmt man in (21) die erste und zweite (horizontal), sodann die dritte und vierte Gleichung zusammen, so folgt durch Elimination von  $R_\alpha$  bzw.  $R_\beta$

$$\frac{\partial y}{\partial \alpha} = \frac{\partial x}{\partial \alpha} \operatorname{tg} \vartheta, \quad \frac{\partial y}{\partial \beta} = -\frac{\partial x}{\partial \alpha} \operatorname{ctg} \vartheta.$$

Differenziert man dann die erste dieser Gleichungen nach  $\beta$ , die zweite nach  $\alpha$ , und setzt gleich, so erhält man zwei lineare partielle Differentialgleichungen für die rechtwinkligen Koordinaten  $x$ ,  $y$  als Funktionen von  $\alpha$ ,  $\beta$ ; diese lauten für  $\vartheta = \beta - \alpha$ .

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 x}{\partial \alpha \partial \beta} + \frac{\partial x}{\partial \alpha} \operatorname{tg} (\beta - \alpha) + \frac{\partial x}{\partial \beta} \operatorname{ctg} (\beta - \alpha) &= 0 \\ \frac{\partial^2 y}{\partial \alpha \partial \beta} - \frac{\partial y}{\partial \alpha} \operatorname{ctg} (\beta - \alpha) - \frac{\partial y}{\partial \beta} \operatorname{tg} (\beta - \alpha) &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (23)$$

Eliminiert man hingegen nicht die Krümmungsradien, sondern  $\vartheta$ , indem die erste und dritte der Gleichungen (21) (bzw. die zweite und vierte) betrachtet und  $\frac{\partial^2 x}{\partial \alpha \partial \beta} = \frac{\partial^2 x}{\partial \beta \partial \alpha}$  setzt und so eine Gleichung erhält, die für beliebiges  $\vartheta$ , also auch für  $\vartheta = 0$  und  $\vartheta = \frac{\pi}{2}$  gelten muß, so folgen die wichtigen Beziehungen

$$\frac{\partial R_\beta}{\partial \beta} = b R_\alpha \quad \text{bzw.} \quad \frac{\partial R_\alpha}{\partial \alpha} = -a R_\beta. \quad (24)$$

Bevor wir diese näher betrachten, bemerken wir, daß die Gleichungen (23) lineare hyperbolische Differentialgleichungen sind mit den „Charakteristiken“  $\alpha = \text{const.}$ ,  $\beta = \text{const.}$  Man kann sie verwenden, um  $x(\alpha, \beta)$  und  $y(\alpha, \beta)$  in den Punkten eines bestimmten Bereichs nach

der RIEMANNschen Integrationsmethode zu bestimmen, sofern geeignete Randbedingungen bekannt sind. Die Gleichung ist identisch mit den Gleichungen, die OSEEN (27) durch Transformation der AYRISchen Spannungsfunktion gewonnen hatte. OSEEN bestimmt auch zu dieser Gleichung mit nicht konstanten Koeffizienten die sog. RIEMANNsche Funktion, womit die Integration prinzipiell erledigt ist. Die OSEENSchen Gleichungen stellen, da linear, gegenüber den ursprünglichen Gleichungen von Abschnitt I dieses Paragraphen gewiß eine starke Vereinfachung dar, doch ist darüber hinaus die Reduktion auf eine lineare Gleichung mit konstanten Koeffizienten möglich. Kehren wir zu diesem Zweck zu (24) zurück. Besprechen wir erst den Sonderfall, daß eine der beiden Scharen, z. B. die  $\alpha$ -Schar, geradlinig ist. Dann gilt (für  $b = 1$ ), wenn  $\beta = \vartheta$  den Winkel der  $\alpha$ -Linien,  $\beta = \text{const}$ , mit der  $x$ -Achse bezeichnet, und  $F(\beta)$  eine willkürliche Funktion von  $\beta$  ist

$$R_\alpha = F(\beta), \quad \frac{\partial R_\alpha}{\partial \alpha} = 0. \quad (24')$$

Schreiben wir nun, zum allgemeinen Fall zurückkehrend, die Gleichungen (24) in der Form [vgl. (22)]

$$\frac{\partial R_\beta}{\partial \beta} = R_\alpha \frac{\partial \vartheta}{\partial \beta} = -\frac{ds_\beta}{d\beta}; \quad \frac{\partial R_\alpha}{\partial \alpha} = R_\beta \cdot \left(-\frac{\partial \vartheta}{\partial \alpha}\right) = -\frac{ds_\alpha}{d\alpha} \quad (24'')$$

so liegt darin der 3. HENCKYSche Satz (in der im wesentlichen von PRANDTL gegebenen Fassung): *Der Krümmungsradius  $R_\beta$  ( $R_\alpha$ ) der  $\alpha$ -Kurven (der  $\beta$ -Kurven) jeweils in den Schnittpunkten mit einer festen  $\beta$ -Kurve ( $\alpha$ -Kurve) nimmt bei Durchlaufung der  $\beta$ -Kurve ( $\alpha$ -Kurve) um die Länge des durchlaufenen Bogens ab.* Aus (24) folgt nun sogleich

$$\frac{\partial^2 R_\alpha}{\partial \alpha \partial \beta} + ab R_\alpha = 0, \quad \frac{\partial^2 R_\beta}{\partial \alpha \partial \beta} + ab R_\beta = 0. \quad (25)$$

Ist im betrachteten Gebiet keine der beiden Scharen geradlinig, bzw. verschwindet die Krümmung nirgends, so kann jede Lösung von (25) als die Krümmungsradien eines HENCKY-PRANDTLschen Kurvensystems gewählt werden. Wir sind also von unserer ursprünglichen Aufgabe auf die wohlbekannte hyperbolische Differentialgleichung (25) mit konstanten Koeffizienten, die sog. Telegraphengleichung, geführt worden. Auf diese sind die verschiedenen bekannten Methoden, insbesondere die RIEMANNsche Integrationsmethode, anwendbar. Hat man dann  $R_\alpha$  und  $R_\beta$  aus (25) gemäß den Randbedingungen bestimmt, so vermitteln (21), da ja  $\vartheta$  nach (20) bekannt ist, die Kenntnis von  $x(\alpha, \beta)$  und  $y(\alpha, \beta)$  für das betrachtete Gebiet, somit die Kenntnis des vollen bezifferten Gleitliniennetzes in der  $x, y$ -Ebene. Man kennt sodann für jeden Punkt  $x, y$  das zugehörige Paar  $\alpha, \beta$ , daher auch nach (20) den Winkel  $\vartheta$  und den Druck  $p$  als Funktion von  $x$  und  $y$ . Demnach entnimmt man aus (14) für jeden Punkt den Wert von  $\tau$

sowie von  $\sigma_x - \sigma_y$ , daher, weil  $p = \frac{1}{2}(\sigma_x + \sigma_y)$  kennt man für jeden Punkt des Gebietes die drei Spannungen. Oder: Man weiß, daß die 1- und die 2-Richtung durch Drehung um  $-45^\circ$  aus der  $\alpha$ - und der  $\beta$ -Richtung hervorgehen. Man kennt also die Hauptspannungsrichtungen, außerdem ist  $\frac{p}{2k}$  bekannt nach (20), daher  $\sigma_1 + \sigma_2$  und da  $k = \sigma_1 - \sigma_2$ , so  $\sigma_1$  und  $\sigma_2$ .

Es kommt also prinzipiell nur darauf hinaus:

1. Sich aus den physikalisch vorliegenden Randbedingungen (notwendige und hinreichende) Randbedingungen hinsichtlich der  $R_\alpha$  und  $R_\beta$  zur Integration von (25) zu verschaffen. Dies wird gewiß nicht bei jeder Art von Randbedingungen gelingen. (Gelingt es nicht, so ist die ganze Methode zunächst nicht anwendbar, und man muß entweder versuchen das Spannungs- und Deformationsproblem simultan zu behandeln oder sich eben darauf beschränken, ohne Berücksichtigung von exakten Randbedingungen *Beispiele* von Spannungen zu geben.)

2. Es ist sodann das vorliegende Problem der Telegraphengleichung nach bekannten Methoden (wir kommen darauf noch in den folgenden Abschnitten zurück) unter Berücksichtigung der Randbedingungen zu lösen.

3. Es ist aus der Kenntnis von  $R_\alpha$  und  $R_\beta$  im betrachteten Gebiet das Gleitliniennetz nach (21) zu entnehmen und sodann in erörterter Weise die Spannungen zu bestimmen, für die — als Probe — die ursprünglich gegebenen Randbedingungen und die ursprünglichen Gleichungen (4) und (6) erfüllt sein müssen.

An Stelle von (25) kann man auch mit den OSEENSCHEN Gleichungen (23) arbeiten. Dies erspart den Übergang zu den Krümmungsradien und zurück in 1. und 3. Aber die Gleichungen (23) sind, da nicht konstante Koeffizienten, weniger einfach als (25).

#### 4. Integrationsverfahren.

Wir wollen hier verschiedene Integrationsverfahren kurz andeuten. Ein exaktes Verfahren zur Behandlung der Randwertprobleme linearer hyperbolischer Differentialgleichungen bietet die RIEMANNSCHE Integrationsmethode. Ferner kann man nach der Methode der Partikularlösungen *Beispiele* von Spannungssystemen angeben und versuchen, diese den Randbedingungen anzupassen oder umgekehrt zu sehen (inverses Problem), welchen Randbedingungen solche Lösungen genügen. Eine Art Brücke zwischen beiden Verfahren liefert die Lösung durch FOURIERSCHE Integrale, die von einem System von Partikularlösungen ausgeht und in gewissen Fällen Anpassung an vorgegebene Randbedingungen gestattet. Schließlich kann man unter Benutzung der anschaulichen (geometrischen) Bedeutung der



HENCKYSchen Sätze zeichnerische und andere Näherungsverfahren anwenden, wie dies mit Erfolg von PRANDTL (29) durchgeführt worden ist.

Die RIEMANNSCHE Methode kann zur Integration von (23) oder (25) verwendet werden. Zur Integration von (25) muß man entweder auf einer Kurve  $C$ , die von keiner „Charakteristik“ zweimal geschnitten wird,  $R_\alpha$  und  $\frac{\partial R_\alpha}{\partial \alpha}, \frac{\partial R_\alpha}{\partial \beta}$  kennen und ebenso  $R_\beta$  und  $\frac{\partial R_\beta}{\partial \alpha}, \frac{\partial R_\beta}{\partial \beta}$ .

Die Charakteristiken sind hier die Linien  $\alpha = \text{const}$ ,  $\beta = \text{const}$ . Oder man muß auf zwei einander kreuzenden Charakteristiken je  $R_\alpha$  und  $R_\beta$  kennen. Es läßt sich dann jeweils  $R_\alpha$  und  $R_\beta$  als Funktion von  $\alpha$  und  $\beta$  in einem aus 4 Charakteristiken gebildeten Rechteck bestimmen, welche bei Angabe der Randwerte auf  $C$  von den äußersten Punkten von  $C$  ausgehen; bei der Angabe der Randwerte auf zwei Charakteristiken werden noch die zwei von ihren freien Endpunkten ausgehenden Charakteristiken dazugenommen. Es kommen auch Kombinationen, „gemischte“ Probleme, in Frage. Diese sind praktisch sogar von besonderer Bedeutung (vgl. auch § 5).

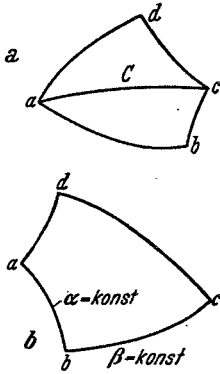


Abb. 14. RIEMANNSCHE Integrationsmethode.

- a) Auf  $C$  ist  $R_\alpha$  und  $\frac{\partial R_\alpha}{\partial n}$ ;  
 b) auf  $a b$  und  $b c$  ist  $R_\alpha$  gegeben.

Eine Angabe der zweiten Art liegt offenbar vor, wenn die geometrische Gestalt zweier einander kreuzender Gleitlinien in der  $x y$ -Ebene gegeben ist. Denn dann kann man in jedem Punkt der  $\alpha$ -Linie den Wert ihres Krümmungsradius  $R_\beta$  bestimmen und ebenso  $R_\alpha$  durch Integration längs der gegebenen Gleitlinie nach (24). Man kennt somit längs  $\beta = \text{const}$  beide Krümmungsradien und analog längs  $\alpha = \text{const}$ . Man kann dann  $R_\alpha$  und  $R_\beta$  in dem Kurvenrechteck der Abb. 14 ermitteln, daraus nach (21)  $x(\alpha, \beta)$ ,  $y(\alpha, \beta)$ , somit ist das Gleitliniennetz und die Spannungen gegeben. Diese Aufgabe findet sich in der genannten Arbeit von CARATHEODORY-SCHMIDT (4) durchgeführt.

Der erste Fall der RIEMANNSCHE Methode liegt nicht so einfach: Ich behaupte, es genügt, wenn auf einem gegebenen Kurvenstück  $C$  der  $x y$ -Ebene die Bezifferung nach  $\alpha$  und  $\beta$  gegeben ist, d. h. zu jedem Punkt  $x, y$  auf  $C$  das zugehörige  $\alpha, \beta$  und natürlich umgekehrt, wobei aber nicht zu zwei verschiedenen Punkten der  $C$  das gleiche  $\alpha = \alpha_1$  oder das gleiche  $\beta = \beta_1$  gehören darf, denn sonst würde das Bild der  $C$  in der  $\alpha\beta$ -Ebene von der betreffenden Charakteristik  $\alpha = \alpha_1$  oder  $\beta = \beta_1$  zweimal geschnitten. — Man kann leicht zeigen, daß diese Angabe äquivalent ist der folgenden anschaulicheren: Längs  $C$  sind irgendwelche zwei Spannungen gegeben, z. B.  $\sigma_x$  und  $\sigma_y$ . Die dritte kennt man dann aus der Fließbedingung. Die Angaben müssen so sein, daß für keine

zwei verschiedenen Punkte der Kurve  $\frac{p}{2k} + \vartheta$  [oder  $(\frac{p}{2k} - \vartheta)$ ], den gleichen Wert ergeben. Diese Angaben sind ausreichend zur Anwendung der RIEMANNschen Methode auf (23) oder (25) und sie sind auch notwendig in dem Sinn, daß durch sie keine Überbestimmtheit vorliegt. Den Beweis ersparen wir uns hier. Man kennt dann auf diese Weise in dem gewissen Kurvenrechteck das Gleitliniennetz und alle Spannungen. — Ein Spezialfall der Angabe der Bezifferung besteht darin, daß man längs  $C$  den Druck  $p$  und den Winkel  $\vartheta$  angibt. Diese Aufgabe liegt nach SCHAPITZ (34) vor, wenn  $C$  die Spur einer freien Oberfläche ist<sup>1</sup>.

Zur vollständigen Kenntnis der *Strömung* muß außerdem noch  $v_x$  und  $v_y$  längs  $C$  gegeben sein — oder äquivalente Angaben. Im Falle von Angaben der zweiten Art genügt es längs jeder Charakteristik eine skalare Geschwindigkeitsgröße zu kennen, z. B. wenn man mit  $u$  und  $v$  die Komponenten des Geschwindigkeitsvektors in der  $\alpha$ - bzw.  $\beta$ -Richtung bezeichnet; dann könne man längs jeder der zwei Charakteristiken  $u$  oder  $v$ .

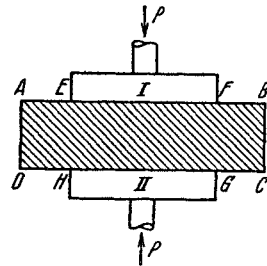


Abb. 15. Platte zwischen zwei Stempeln.

Die konkreten Aufgaben der Plastizitätstheorie liegen allerdings meist so, daß derartige Aufgaben, wie die hier erörterten nicht oder wenigstens nicht restlos und unmittelbar zur Verfügung stehen. Abb. 15 zeigt ein Beispiel eines konkreten Problems der ebenen Plastizitätstheorie. Zwischen zwei Stempeln, die mit der Kraft  $P$  gegeneinandergedrückt werden, befindet sich eine Platte vom Querschnitt  $ABCD$ . Gegeben sind als Randbedingungen:

1. Längs  $FBCG$  und  $HDAE$  je zwei Spannungskomponenten gleich Null, und zwar längs  $BC$  und längs  $AD$  je  $\sigma_x$  und  $\tau$  gleich Null, längs  $FB$ ,  $CG$ ,  $HD$ ,  $AE$  je  $\tau$  und  $\sigma_y$  gleich Null.

2. Längs  $EF$  und  $HG$ :

a) die Vertikalkomponente der Geschwindigkeit gleich  $+c$  bzw.  $-c$ .

b) Falls keine Reibung zwischen Stempel und Körper längs  $EF$  und  $HG$ :  $\tau = 0$ , falls Reibungskoeffizient  $\varphi$  statt dessen  $\frac{\tau}{\sigma} = \varphi$ .

Also es sind längs des ganzen Randes zwei skalare Funktionen gegeben. Wieweit dieses physikalisch vernünftige Problem mathematisch lösbar und eindeutig ist, läßt sich bei der Kompliziertheit des ganzen Gleichungssystems der Spannungs- und Verzerrungsgleichungen noch nicht beantworten.

Da, wie gesagt, die Randwertaufgaben oft nicht so liegen, daß man sie nach den bekannten Methoden exakt behandeln kann, wird man sich begnügen durch *Superposition von Partikularlösungen* Bei-

<sup>1</sup> Die vom Verfasser gegebene Lösung ist meines Erachtens nicht einwandfrei.

spiele von Lösungen anzugeben und zu sehen, ob die so gewonnenen Systeme vernünftigen Randbedingungen genügen. Nimmt man z. B.  $ab = -1$ , so ist eine Lösung von (25) unter Beachtung von (24) gegeben durch

$$R_\alpha = \sum_{\nu} K_{\nu} e^{c_{\nu} \alpha + \frac{i}{c_{\nu}} \beta}, \quad R_\beta = \sum_{\nu} c_{\nu} K_{\nu} e^{c_{\nu} \alpha + \frac{i}{c_{\nu}} \beta}, \quad (26)$$

wobei  $K_{\nu}$  und  $c_{\nu}$  reelle oder komplexe Koeffizienten. Dadurch hat man eine zweifach (bzw. vierfach) unendliche Mannigfaltigkeit von Lösungen, also von Beispielen. Trotzdem ist es eine offene Frage, inwieweit das gegebene System allgemein genug ist, d. h. *vollständig* ist, um gegebenen Randbedingungen angepaßt zu werden. Es müßte z. B. möglich sein im Sinne der RIEMANNschen Angaben 2. Art, die  $c_{\nu}$  und  $K_{\nu}$  so zu bestimmen, daß man simultan zwei willkürliche Funktionen  $f(\alpha)$  und  $g(\beta)$ , wo  $f(0) = g(0)$  in  $f(\alpha) = \sum K_{\nu} e^{c_{\nu} \alpha}$  und  $g(\beta) = \sum K_{\nu} e^{\frac{i}{c_{\nu}} \beta}$  entwickeln kann.

Aus (21) entnimmt man für  $z = x + iy$

$$z(\alpha, \beta) = e^{i\vartheta} \sum_{\nu} \frac{K_{\nu} c_{\nu}}{i - c_{\nu}} e^{c_{\nu} \alpha + \frac{i}{c_{\nu}} \beta}. \quad (27)$$

oder reell

$$\left. \begin{aligned} x &= - \sum_{\nu} \frac{K_{\nu} c_{\nu}}{\sqrt{1 + c_{\nu}^2}} \cdot e^{c_{\nu} \alpha + \frac{i}{c_{\nu}} \beta} \cos(\gamma_{\nu} + \vartheta) \\ y &= - \sum_{\nu} \frac{K_{\nu} c_{\nu}}{\sqrt{1 + c_{\nu}^2}} \cdot e^{c_{\nu} \alpha + \frac{i}{c_{\nu}} \beta} \sin(\gamma_{\nu} + \vartheta) \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{mit} \\ \sin \gamma_{\nu} = \frac{1}{\sqrt{1 + c_{\nu}^2}} \\ \operatorname{ctg} \gamma_{\nu} = c_{\nu} \end{array} \quad (27')$$

Ein offenbar zu (26) äquivalentes System von Partikularlösungen bildet

$$\left. \begin{aligned} R_\alpha &= \sum_{\nu} \left\{ A_{\nu} \cos\left(a_{\nu} \alpha - \frac{i}{a_{\nu}} \beta\right) + B_{\nu} \sin\left(b_{\nu} \alpha - \frac{i}{b_{\nu}} \beta\right) \right\} \\ R_\beta &= \sum_{\nu} \left\{ \frac{A_{\nu}}{a_{\nu}} \sin\left(a_{\nu} \alpha - \frac{i}{a_{\nu}} \beta\right) - \frac{B_{\nu}}{b_{\nu}} \cos\left(b_{\nu} \alpha - \frac{i}{b_{\nu}} \beta\right) \right\} \end{aligned} \right\} \quad (28)$$

Schließlich genügt bekanntlich die BESSELSche Funktion  $J(\alpha \cdot \beta)$ , wo

$$J(z) = 1 + \frac{z}{1!} + \frac{z^2}{2!2!} + \frac{z^3}{3!3!} + \dots$$

der Gleichung  $\frac{\partial^2 J}{\partial \alpha \partial \beta} = J(\alpha \beta)$ , und ebenso auch  $\frac{\partial^n J}{\partial \alpha^n}$  und  $\frac{\partial^n J}{\partial \beta^n}$ . Bezeichnet dann  $u(\alpha, \beta)$  eine der Gleichung  $\frac{\partial^2 u}{\partial \alpha \partial \beta} = u$  genügende Lösung, so kann man ansetzen

$$u(\alpha, \beta) = a_0 J(\alpha \beta) + a_1 \frac{\partial J}{\partial \alpha} + a_2 \frac{\partial^2 J}{\partial \alpha^2} + \dots + b_1 \frac{\partial J}{\partial \beta} + b_2 \frac{\partial^2 J}{\partial \beta^2} + \dots \quad (29)$$

Hier läßt sich nun, hinlänglich weite Stetigkeitseigenschaften vorausgesetzt, die „Vollständigkeit“ sehr leicht einsehen, im Sinn der

Anpassung an willkürlich gegebene Randfunktionen. Es ist nämlich, wenn man  $\frac{d^n J}{d z^n} = J^{(n)}$  setzt, wie man sofort sieht,

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^n J}{\partial \alpha^n} &= \beta^n J^{(n)} \text{ und } [J^{(n)}(z)]_{z=0} = \frac{1}{n!}, \text{ also:} \\ \left(\frac{\partial^n J}{\partial \alpha^n}\right)_{\alpha=0} &= \frac{\beta^n}{n!}, \quad \left(\frac{\partial^n J}{\partial \beta^n}\right)_{\beta=0} = \frac{\alpha^n}{n!}, \quad \left(\frac{\partial^n J}{\partial \alpha^n}\right)_{\beta=0} = \left(\frac{\partial^n J}{\partial \beta^n}\right)_{\alpha=0} = 0 \end{aligned} \right\} \quad (29')$$

somit

$$u(\alpha, \beta) = a_0 J + a_1 \beta J' + a_2 \beta^2 J'' + \dots + b_1 \alpha J' + b_2 \alpha^2 J'' + \dots \quad (29'')$$

Ist dann eine Funktion  $f(\alpha) = u(\alpha, 0)$  gegeben und  $g(\beta) = u(0, \beta)$  mit  $f(0) = g(0)$ , so sei, falls sich diese in TAYLOR-Reihen entwickeln lassen, was eine sehr einschränkende Voraussetzung ist,

$$\begin{aligned} u(\alpha, 0) &= f(\alpha) = B_0 + B_1 \alpha + B_2 \alpha^2 + \dots \\ u(0, \beta) &= g(\beta) = A_0 + A_1 \alpha + A_2 \alpha^2 + \dots \end{aligned}$$

Durch Koeffizientenvergleich mit (29'') folgt

$$b_n = B_n \cdot n! = f^{(n)}(0); \quad a_n = A_n \cdot n! = g^{(n)}(0); \quad a_0 = A_0 = B_0. \quad (30)$$

Auch die Konvergenz der Reihe (29'') läßt sich leicht einsehen. — Natürlich ist damit die Vollständigkeit dieser Lösung auch für die andere RIEMANNsche Fragestellung dargetan und umgekehrt, denn ist etwa auf einer  $C$  der Wert von  $u$  und der Normalableitung  $\frac{\partial u}{\partial n}$  gegeben, so kann man nach der RIEMANNschen Formel die Werte von  $u$  auf zwei sich schneidenden Charakteristiken rechnen und diese Werte umgekehrt als gegeben ansehen.

Zum Schluß sei auf die von POINCARÉ auf die Telegraphengleichung angewandte Lösung mittels *FOURIERScher Integrale* hingewiesen, die man als ein Bindeglied zwischen der Methode der Partikularlösungen und der RIEMANNschen Methode ansehen kann. Betrachten wir etwa Randbedingungen erster Art, d. h. es sei auf der  $C$ -Kurve, einem Stück der Geraden  $\alpha + \beta = 0$ , eine willkürliche Funktion  $f(\alpha)$  und außerdem  $g(\alpha)$  als Normalableitung längs  $C$  vorgeschrieben. (Es ist kein Verlust an Allgemeinheit, die  $C$ -Kurve in dieser speziellen Gestalt anzunehmen.)

Um hinlänglich allgemeine Partikularlösungen zu erhalten, setzen wir:  $u(\alpha, \beta) = f(\alpha + \beta) \cdot g(\alpha - \beta)$ , das gibt:  $\frac{f''}{f} - \frac{g''}{g} = 1$ ; dies wird befriedigt, wenn man entweder setzt:  $\frac{f''}{f} = -\lambda$ ,  $\frac{g''}{g} = -(\lambda + 1)$ ; oder  $\frac{g''}{g} = -\lambda$ ,  $\frac{f''}{f} = -(\lambda - 1)$ ; dementsprechend entweder

$$\begin{aligned} f &= e^{i\sqrt{\lambda}(\alpha + \beta)}, & g &= e^{i\sqrt{\lambda + 1}(\alpha - \beta)} \\ &= \frac{\cos}{\sin} \sqrt{\lambda}(\alpha + \beta); & &= \frac{\cos}{\sin} \sqrt{\lambda + 1}(\alpha - \beta) \end{aligned}$$

oder:  $f = e^{i\sqrt{\lambda - 1}(\alpha + \beta)}$ ;  $g = e^{i\sqrt{\lambda}(\alpha - \beta)}$

und analog mit  $\sin$  oder  $\cos$ . Setzen wir  $\lambda = z^2$ , so können wir also z. B. die folgenden Partikularlösungen anschreiben:

$$u_1 = \cos z (\alpha - \beta) \cos \sqrt{z^2 - 1} (\alpha + \beta)$$

$$u_2 = \cos z (\alpha - \beta) \frac{\sin \sqrt{z^2 - 1}}{2 \cdot \sqrt{z^2 - 1}} (\alpha + \beta)$$

Man kann nun die lineare Superposition so machen, daß man mit je einer willkürlichen Funktion  $\varphi(z)$  bzw.  $\psi(z)$  multipliziert und von 0 bis  $\infty$  integriert. Es sind dann

$$U_1(\alpha, \beta) = \int_0^\infty \cos z (\alpha - \beta) \cos \sqrt{z^2 - 1} (\alpha + \beta) \varphi(z) dz$$

$$U_2(\alpha, \beta) = \int_0^\infty \frac{\cos z (\alpha - \beta)}{2 \sqrt{z^2 - 1}} \sin \sqrt{z^2 - 1} (\alpha + \beta) \psi(z) dz$$

auch Lösungen. Für  $\alpha + \beta = 0$  reduziert sich die erste auf

$$\int_0^\infty \cos 2z \alpha \varphi(z) dz = \frac{1}{2} \int_0^\infty \cos x \alpha \bar{\varphi}(x) dx = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \bar{f}(\alpha) = f(\alpha),$$

die letzte Gleichung besteht zu Recht mit willkürlichem  $f(\alpha)$ , denn es gelten die Umkehrformeln<sup>1</sup>:

$$\bar{f}(\alpha) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^\infty \cos \alpha x \bar{\varphi}(x) dx; \quad \bar{\varphi}(x) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \int_0^\infty \cos \alpha x \bar{f}(\alpha) d\alpha.$$

Die Normalableitung von  $U_1$ , die gleich  $\frac{1}{\sqrt{2}} \left( \frac{\partial u}{\partial \alpha} + \frac{\partial u}{\partial \beta} \right)$  verschwindet für  $\alpha + \beta = 0$ ;  $U_2$  aber verschwindet selbst für  $\alpha + \beta = 0$ , während sich  $\frac{\partial U_2}{\partial n}$  für  $\alpha + \beta = 0$  auf

$$\int_0^\infty \cos 2z \alpha \psi(z) dz = \frac{1}{2} \int_0^\infty \cos \alpha x \bar{\psi}(x) dx = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \bar{g}(\alpha) = g(\alpha)$$

reduziert, wobei zu willkürlichem  $g(\alpha)$  das  $\psi(z)$  bestimmt werden kann. Wir haben also in  $U_1$  und  $U_2$  ein hinlänglich allgemeines System von Lösungen zwecks Anpassung an die von uns angenommenen Randbedingungen. Diese Lösungen können offenbar von denen nicht wesentlich verschieden sein, die die RIEMANNSCHE Methode liefert, und die eine Lösung muß sich auf die andere durch entsprechende Umformungen zurückführen lassen. Dadurch wird ein, ersichtlich nicht auf die Telegraphengleichung beschränkter Zusammenhang der RIEMANNSCHE Methode mit der Methode der Partikularlösungen geliefert.

<sup>1</sup> Vgl. etwa FRANK-MISES. Die Differential- und Integralgleichungen der Mechanik und Physik. I. Bd., 2. Aufl., Braunschweig 1930, S. 495f.

5. Bemerkungen zum Torsionsproblem zylindrischer Stäbe<sup>1</sup>

Bei der Torsionsbeanspruchung reduzieren sich die Gleichungen (§ 1) für den Fall des Gleichgewichts, wenn man  $\tau_{xz} = \tau_y$ ,  $\tau_{yz} = \tau_x$  setzt, auf

$$\frac{\partial \tau_y}{\partial x} + \frac{\partial \tau_x}{\partial y} = 0 \quad (31)$$

und die Plastizitätsbedingung erhält die Gestalt:

$$\tau_x^2 + \tau_y^2 = \tau^2 = k^2 = \text{const.} \quad (32)$$

Das Problem ist ersichtlich statisch bestimmt in den Differentialgleichungen. Nach PRANDTL benutzt man zur Darstellung des Spannungszustandes, ähnlich wie im elastischen Fall eine *Spannungsfunktion*  $F$

$$\tau_y = \frac{\partial F}{\partial y}; \quad \tau_x = \frac{\partial F}{\partial x}. \quad (33)$$

In den Teilen des Querschnitts, in denen die Plastizitätsgrenze bereits erreicht ist, muß daher, da (31) nach (33) identisch erfüllt ist, bloß

$$\left(\frac{\partial F}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial F}{\partial y}\right)^2 = (\text{grad } F)^2 = k^2, \quad (34)$$

oder auch

$$|\text{grad } F| = k \quad (34')$$

sein. Diese Gleichung tritt dort an Stelle der Beziehung  $\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} = \text{const.}$ , der die Spannungsfunktion im elastischen Gebiet genügen muß. Am Rande des Querschnitts muß  $F$  konstant sein, z. B. gleich Null. Die Spannungsfläche ist demnach eine *Böschungsfäche*, deren Gradient überall den konstanten Wert  $k$  aufweist. Sie ist durch die Gestalt der Randkurve und durch die Angabe der Fließgrenze festgelegt.

Die Schwierigkeit liegt darin, die plastischen Gebiete gegen die noch als elastisch zu betrachtenden Teile des Querschnitts abzugrenzen. Für die Spannungsfunktion  $F$  elastischer Gebiete gilt ja bekanntlich

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} = \text{const.} \quad (35)$$

und  $F = 0$  auf den freien Querschnittsrändern. Die Grenzkurve zwischen elastischem und plastischem Gebiet kennen wir aber nicht. D. h. wir haben das folgende merkwürdige Randwertproblem. Es ist in der Ebene eine Lösung von (35) zu bestimmen, für die auf einer geschlossenen unbekanntenen Kurve  $\text{grad } F$  gleich einer gegebenen Vektorverteilung ist.

Die Aufgabe der Abgrenzung der elastischen und plastischen Querschnittsteile läßt sich auf mehrfache Art *veranschaulichen* (PRANDTL, NADAI), schwerer aber mathematisch behandeln. Nach dem „Seifenhautgleichnis“ von PRANDTL (1904) erhält man ein Bild

<sup>1</sup> Vgl. auch § 3, 6. Die folgenden knappen Andeutungen schließen sich eng an NADAI (23, 24) und TREFFTZ (38) an. Vgl. auch HENCKY (10).

der *elastischen* Spannungsfläche, indem man an die Randkurve des Querschnitts eine dünne Membran  $M$  befestigt denkt und diese von unten durch einen Überdruck, der proportional dem Verdrehungswinkel des Stabes ist, belastet. Die so entstehende Fläche bildet die Spannungsfläche, ihre Schichtenlinien weisen an jeder Stelle die Richtung der resultierenden Schubspannung auf, ihr Gefälle ist der Größe der Schubspannung proportional. Die *plastische* Spannungsfläche muß aber überall, wo  $\tau$  an der Fließgrenze  $k$  liegt, eine Böschungfläche sein, deren Neigung gleich der Fließspannung  $k$  ist. Denken wir uns darum (NADAI) diese Böschungfläche  $B$  mit ihrem gegebenen Gradienten als Dach über dem ganzen Querschnitt aufgeführt, so wird sich  $M$  oberhalb der Querschnittsstelle plastischen Gebiets an  $B$  anlegen: Denn da die Fließspannung nicht überschritten werden darf, so kann die Membran  $M$  die Steigung  $k$  an keiner Stelle überschreiten und  $M$  muß sich daher an solchen Stellen, wo ihre Neigung die Fließneigung erreicht, an das materiell vorgestellte Dach  $B$  von unten her anlegen. Unterhalb dieser Teile, wo  $M$  an  $B$  anliegt, ist die Fließspannung erreicht, also plastisches Gebiet, unterhalb der frei ausgespannten Membran elastisches Gebiet. E. TREFFTZ hat in zwei Fällen (einspringende Ecke und kreisförmiges Loch) die Grenzen plastischen Gebiets mit den Hilfsmitteln der komplexen Funktionentheorie (konforme Abbildung) ermittelt. Wir gehen darauf nicht näher ein.

## § 5. Vollständiges Problem im ebenen Fall.

### 1. Die Ansätze.

Sucht man ein konkretes Problem der ebenen Plastizität zu behandeln, so zeigt es sich, daß unter den Randbedingungen auch solche auftreten, die etwas über die Verschiebungen (kinematischen Größen) aussagen (vgl. das Beispiel S. 343). Dringt beispielsweise ein Stempel in eine unendlich ausgedehnte plastische Masse ein, so besteht die Bedingung, daß unterhalb des Stempels, bzw. unterhalb des an den Stempel anschließenden als starr (elastisch) anzusehenden festen Kerns, die Normalkomponente der Geschwindigkeit der plastischen Masse mit der des eindringenden festen Körpers übereinstimmt. Es ist daher unerlässlich zur vollständigen Behandlung eines solchen Problems auch die kinematischen Beziehungen zu berücksichtigen. Da, wie wir wissen, in der Plastizitätstheorie die Spannungen mit den Deformationsgeschwindigkeiten in Beziehung stehen, so kommen nur diese und nicht wie in der Elastizitätstheorie die Deformationen selbst in Frage. Vernachlässigt man alle Beschleunigungen, so liegt in jedem Augenblick ein Gleichgewichtsproblem vor und nur mit diesem pflegt man sich zu befassen. Die Deformationsgeschwindigkeiten  $v$ , die sich für jeden Punkt ergeben, kann man sich mit einem

Zeitelement  $dt$  multipliziert als unendlich kleine Verschiebungen  $d_\varphi$  vorstellen. Wo im folgenden von Strömung oder Stromlinien die Rede ist, handelt es sich also um Richtung und Größe der unendlich kleinen Verschiebungen, die in der momentanen Konfiguration des Körpers eintreten.

Zur Bestimmung der Strömung dient die Gleichung (11), § 4, die für den ebenen Fall schon von SAINT VENANT stammt und besagt, daß das Hauptachsenkreuz der Spannungen in jedem Punkt mit dem Hauptachsenkreuz der Deformationsgeschwindigkeiten übereinstimmt. Hierzu kommt die Bedingung der Inkompressibilität (12), die man als hinreichend genau erfüllt ansehen kann.

$$\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2\tau} = \frac{\frac{\partial v_y}{\partial y} - \frac{\partial v_x}{\partial x}}{\frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x}}. \quad (1) \qquad \frac{\partial v_x}{\partial x} + \frac{\partial v_y}{\partial y} = 0. \quad (2)$$

Die erste dieser beiden Gleichungen ist eine Beziehung zwischen Spannungs- und Deformationsgrößen. Beide Gleichungen können also dazu verwendet werden, um nach Erledigung des Spannungsproblems das Deformationsproblem zu lösen. Es wird sich allerdings zeigen, daß man in einem weiten Maße die Behandlung der Strömungsaufgabe unabhängig von der Lösung der Spannungsaufgabe durchführen kann.

## 2. Die Differentialgleichungen der Geschwindigkeiten und der Stromfunktion.

Wir wollen in diesem Abschnitt zeigen, daß sich für die Strömungsgrößen, die Komponenten von  $\mathfrak{v}$ , sehr einfache Differentialgleichungen ergeben, so daß sich, in geeigneten unabhängigen Variablen, alle überhaupt möglichen Strömungen angeben lassen, derart, daß die Übertragung auf eine bestimmte Spannungsverteilung dann ohne weiteres geschehen kann.

Wir benutzen die einleuchtende, formal aus § 4, (10), (14) folgende Tatsache, daß  $\dot{\epsilon}_x = \frac{\partial v_x}{\partial x}$  und  $\dot{\epsilon}_y = \frac{\partial v_y}{\partial y}$  für  $\vartheta = 0$  verschwinden. Es ist (Abb. 16), wenn  $u$  und  $v$  die Komponenten von  $\mathfrak{v}$  für die  $\alpha$ - bzw.  $\beta$ -Richtung bezeichnen, für  $\vartheta = 0$

$$\left. \begin{aligned} \dot{\epsilon}_x &= \frac{\partial v_x}{\partial x} = \frac{\partial v_x}{\partial \alpha} \cdot \frac{1}{\frac{d\vartheta}{d\alpha}} \cdot \frac{d\vartheta}{d\alpha} = \frac{1}{a R_\beta} \frac{\partial v_x}{\partial \alpha} = \\ &= \frac{1}{a R_\beta} \left[ \frac{\partial}{\partial \alpha} (u \cos \vartheta - v \sin \vartheta) \right]_{\vartheta=0} = \frac{1}{a R_\beta} \left( \frac{\partial u}{\partial \alpha} - a v \right) = 0 \\ \dot{\epsilon}_y &= \frac{\partial v_y}{\partial y} = \frac{\partial v_y}{\partial \beta} \cdot \frac{1}{\frac{d\vartheta'}{d\beta}} \cdot \frac{d\vartheta'}{d\beta} = -\frac{1}{b R_\alpha} \frac{\partial v_y}{\partial \beta} = \\ &= -\frac{1}{b R_\alpha} \left[ \frac{\partial}{\partial \beta} (u \sin \vartheta + v \cos \vartheta) \right]_{\vartheta=0} = -\frac{1}{b R_\alpha} \left( \frac{\partial v}{\partial \beta} + u b \right) = 0. \end{aligned} \right\}$$



Wenn die Krümmung der Kurven im Bereich nirgends verschwindet, hat man somit die für die Behandlung der Strömungsaufgabe entscheidenden Gleichungen

$$\frac{\partial u}{\partial \alpha} - av = 0, \quad \frac{\partial v}{\partial \beta} + ub = 0 \quad (3)$$

die mit den Gleichungen (24) § 4 für  $R_\alpha$  und  $R_\beta$  die größte Ähnlichkeit haben. Aus (3) folgt durch Differentiation

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^2 u}{\partial \alpha \partial \beta} + u \cdot ab = 0, & \quad \frac{\partial^2 v}{\partial \alpha \partial \beta} + v \cdot ab = 0, \\ \frac{\partial^2 u}{\partial \alpha \partial \beta} = u, & \quad \frac{\partial^2 v}{\partial \alpha \partial \beta} = v \text{ für } ab = -1: \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

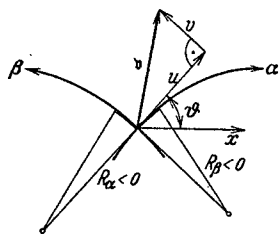


Abb. 16.  
Geschwindigkeitskomponenten im  
 $\alpha$ - $\beta$ -System.

genau so wie (25).

Ehe wir näher auf diese Gleichungen eingehen, wollen wir aus (3) eine partielle Differentialgleichung für die Stromfunktion  $\psi$  ableiten, die man durch

$$v_x = \frac{\partial \psi}{\partial y}, \quad v_y = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (5)$$

eingührt, wobei Gleichung (2) jedenfalls erfüllt ist. Fällt die  $x$ -Richtung mit der  $\alpha$ -Richtung, die  $y$ -Richtung mit der  $\beta$ -Richtung zusammen, so ist

$$u = \frac{\partial \psi}{\partial y} = -\frac{1}{b R_\alpha} \frac{\partial \psi}{\partial \beta}; \quad v = -\frac{\partial \psi}{\partial x} = -\frac{1}{a R_\beta} \frac{\partial \psi}{\partial \alpha}$$

also unter Benutzung von (24)

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial \alpha} &= \frac{1}{b R_\alpha^2} \frac{\partial R_\alpha}{\partial \alpha} \psi_\beta - \frac{1}{b R_\alpha} \psi_{\alpha\beta} = \\ &= -\frac{1}{b R_\alpha} \psi_{\alpha\beta} - \frac{a R_\beta}{b R_\alpha^2} \psi_\beta = -\frac{1}{R_\beta} \psi_\alpha \\ \psi_{\alpha\beta} + a \frac{R_\beta}{R_\alpha} \psi_\beta - b \frac{R_\alpha}{R_\beta} \psi_\alpha &= 0. \end{aligned} \quad (6)$$

Das ist die von v. MISES (18) gegebene Gleichung, der die Stromfunktion  $\psi$  genügen muß. Ihre Koeffizienten hängen noch von der Lösung des Spannungsproblems ab. Da diese Gleichung durch Einsetzen in die Gleichung 1. Ordnung (3) entstanden ist, sieht man, daß der Gleichung (4) eine Gleichung 3. Ordnung in  $\psi$  entsprechen würde, so daß also (6) gewissermaßen ein Zwischenintegral zu (4) darstellt. Aber der Vorteil von (4), nicht mehr die Lösung des Spannungsproblems vorauszusetzen, überwiegt. Gleichung (6) hat Ähnlichkeit mit der OSEENSCHEN Gleichung (23), in die sie für

$$R_\beta = -K \cos \vartheta; \quad R_\alpha = K \sin \vartheta$$

übergeht, diesen Werten von  $R_\alpha$  und  $R_\beta$  entspricht das System

$$x = \frac{K}{2} (\alpha + \beta) - \frac{K}{4} \sin 2(\beta - \alpha); \quad y = \frac{K}{2} \cos 2(\beta - \alpha),$$

das ist, wie wir noch näher sehen werden, das PRANDTLSCHE Zykliden-system der Gleitlinien. Für dieses nimmt also (6) die Gestalt (23) an. Man könnte die Integration von (6) gemäß der OSEENSCHEN Untersuchung für (23) in Angriff nehmen, wenn das nicht durch die viel einfacheren Gleichungen (4) sich erübrigte, ähnlich wie die OSEENSCHEN Gleichungen durch das Vorhandensein der Gleichung (25) abgelöst scheinen.

Besteht eine der Gleitlinienscharen, z. B. die  $\alpha$ -Schar aus Geraden (Abb. 11), so sei  $a$  das Linienelement der Linien  $\beta = \text{const}$ ,  $\beta$  der Winkel der Linien  $\beta = \text{const}$  mit der  $x$ -Achse. Dann ist, wenn  $F(\beta)$  eine willkürliche Funktion von  $\beta$  darstellt,

$$R_\alpha = F(\beta) + a; \quad \frac{\partial u}{\partial \alpha} = 0, \quad \frac{\partial v}{\partial \beta} + u = 0; \quad \frac{\partial^2 u}{\partial \alpha \partial \beta} = 0, \quad \frac{\partial^2 v}{\partial \alpha \partial \beta} = 0. \quad (7)$$

Für die Stromfunktion  $\psi$  gilt

$$d\psi = v_x dy - v_y dx = u(\beta) \cdot R_\alpha d\beta - v da = u(\beta) [F(\beta) + a] d\beta - v_0(a) da + \int_0^\beta u(\beta) d\beta \cdot da = u(\beta) F(\beta) d\beta - v_0(a) da + d \left[ a \cdot \int_0^\beta u(\beta) d\beta \right],$$

daraus folgt die in der genannten Arbeit (18) für den Fall einer geradlinigen Schar gegebene allgemeine Form

$$\psi = \int u(\beta) F(\beta) d\beta - \int v_0(a) da - a \int u(\beta) d\beta \quad (8)$$

als Lösung der sich in diesem Fall auf

$$\psi_{\alpha\beta} - \frac{1}{R_\alpha} \psi_\beta = 0 \quad (6')$$

reduzierenden Gleichung (6'). (Denn hier ist [vgl. (7)],  $\frac{\partial u}{\partial \alpha} = 0 = \frac{1}{b R_\alpha}$   
 $\frac{\partial R_\alpha}{\partial a} \psi_\beta - \frac{1}{b R_\alpha} \psi_{\alpha\beta}$ ).

### 3. Beispiele zur Integration.

Wir können nun für  $u(\alpha, \beta)$  und  $v(\alpha, \beta)$  ganz dieselben *Partikularlösungen* ansetzen, wie S. 344f. für  $R_\alpha$  und  $R_\beta$ , also z. B. für  $ab = -1$ .

$$u = \sum_{\nu} K_{\nu} e^{c_{\nu} \alpha + \frac{1}{c_{\nu}} \beta}, \quad v = \frac{1}{a} \sum K_{\nu} c_{\nu} e^{c_{\nu} \alpha + \frac{1}{c_{\nu}} \beta}, \quad (9)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{oder } u &= \sum \left\{ A_{\nu} \cos \left( a_{\nu} \alpha - \frac{1}{a_{\nu}} \beta \right) + B_{\nu} \sin \left( b_{\nu} \alpha - \frac{1}{b_{\nu}} \beta \right) \right\} \\ v &= \frac{1}{a} \sum \left\{ -A_{\nu} a_{\nu} \sin \left( a_{\nu} \alpha - \frac{1}{a_{\nu}} \beta \right) + B_{\nu} b_{\nu} \cos \left( b_{\nu} \alpha - \frac{1}{b_{\nu}} \beta \right) \right\} \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Aus (9) folgt für  $a = -1$

$$\left. \begin{aligned} v_x &= \sum K_{\nu} \sqrt{1 + c_{\nu}^2} e^{c_{\nu} \alpha + \frac{1}{c_{\nu}} \beta} \cos(\gamma_{\nu} - \vartheta) \\ v_y &= \sum K_{\nu} \sqrt{1 + c_{\nu}^2} e^{c_{\nu} \alpha + \frac{1}{c_{\nu}} \beta} \sin(\gamma_{\nu} - \vartheta) \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \text{wo } \sin \gamma_{\nu} &= \frac{c_{\nu}}{\sqrt{1 + c_{\nu}^2}} \\ \text{ctg } \gamma_{\nu} &= c_{\nu}. \end{aligned}$$

$v_x, v_y$  geht also aus  $u, v$  ähnlich hervor wie  $x, y$  aus  $R_\alpha, R_\beta$ . Schließlich kann man  $u$  und  $v$  aus BESSEL-Funktionen zusammensetzen:

$$u = CJ(\alpha\beta) + \Sigma C_\nu \frac{\partial J}{\partial \alpha^\nu} + \Sigma D_\nu \frac{\partial J}{\partial \beta^\nu}; \quad av = \frac{\partial u}{\partial \alpha}. \quad (11)$$

Setzen wir nun als einfachstes Beispiel in (10) ein einzelnes Glied an, so erhält man mit  $a = -1, \vartheta = \beta - \alpha; a_\nu = b_\nu = -1$

$$u = A \cos \vartheta + B \sin \vartheta; \quad v = -A \sin \vartheta + B \cos \vartheta, \quad (12)$$

die wir als *Translationsströmung* bezeichnen, da sie wegen  $v_x = A, v_y = B$  eine reine Translation darstellt.

Setzt man in (9) ein einzelnes Glied an,

$$u = K e^{c\alpha + \frac{1}{c}\beta}; \quad v = \frac{1}{a} K c e^{c\alpha + \frac{1}{c}\beta}, \quad (13)$$

so ist  $\frac{v}{u} = \frac{c}{a}$ . Setzt man den Winkel, den die Stromlinien mit der  $\alpha$ -Richtung bilden, gleich  $\delta$ , so ist insbesondere für  $\frac{c}{a} = +1, \operatorname{tg} \delta = 1$ , und  $u = v$ . Wir können diese einfache Strömung, deren Richtung den Winkel zwischen der  $\alpha$ - und  $\beta$ -Richtung halbiert, als *Diagonalströmung* bezeichnen. Jede dieser Strömungen existiert natürlich zu jedem Gleitliniensystem.

Wir nehmen jetzt als einfache Lösung von (25) (§ 4)

$$R_\alpha = K e^{c\alpha + \frac{1}{c}\beta}; \quad R_\beta = c K e^{c\alpha + \frac{1}{c}\beta},$$

dann kommt nach (27)

$$\left. \begin{aligned} x &= -K \frac{c}{\sqrt{1+c^2}} e^{c\alpha + \frac{1}{c}\beta} \cos(\beta - \alpha + \gamma) \\ y &= -K \frac{c}{\sqrt{1+c^2}} e^{c\alpha + \frac{1}{c}\beta} \sin(\beta - \alpha + \gamma) \end{aligned} \right\} \begin{aligned} &\text{mit } \sin \gamma = \frac{1}{\sqrt{1+c^2}} \\ &\operatorname{ctg} \gamma = c. \end{aligned} \quad (14)$$

Dem positiven Drehsinn von der  $\alpha$ - zur  $\beta$ -Richtung entspricht hier,  $\vartheta = \beta - \alpha$  zu nehmen. Die Gleitlinien sind zwei Scharen entgegengesetzt gewundener logarithmischer Spiralen, die mit den Radienvektoren vom Anfangspunkt die Winkel  $\gamma$  bzw.  $\frac{\pi}{2} - \gamma$  bilden. Rechnen wir die zugehörige Diagonalströmung,  $u = v = e^{-(\alpha+\beta)}$

$$\left. \begin{aligned} v_x &= u \cos \vartheta - v \sin \vartheta = e^{-(\alpha+\beta)} (\cos \vartheta - \sin \vartheta) = \\ &\quad -\sqrt{2} \sin\left(\vartheta - \frac{\pi}{4}\right) \cdot e^{-(\alpha+\beta)} \\ v_y &= u \sin \vartheta + v \cos \vartheta = e^{-(\alpha+\beta)} (\cos \vartheta + \sin \vartheta) = \\ &\quad \sqrt{2} \cos\left(\vartheta - \frac{\pi}{4}\right) \cdot e^{-(\alpha+\beta)} \\ \frac{v_y}{v_x} &= \frac{dy}{dx} = -\operatorname{ctg}\left(\vartheta - \frac{\pi}{4}\right) = +\operatorname{tg}\left(\vartheta + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1 + \operatorname{tg} \vartheta}{1 - \operatorname{tg} \vartheta}. \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

Von hier an muß man natürlich die speziellen Gleichungen (14) benutzen; denn die Stromlinien sind ja nicht mehr unabhängig vom

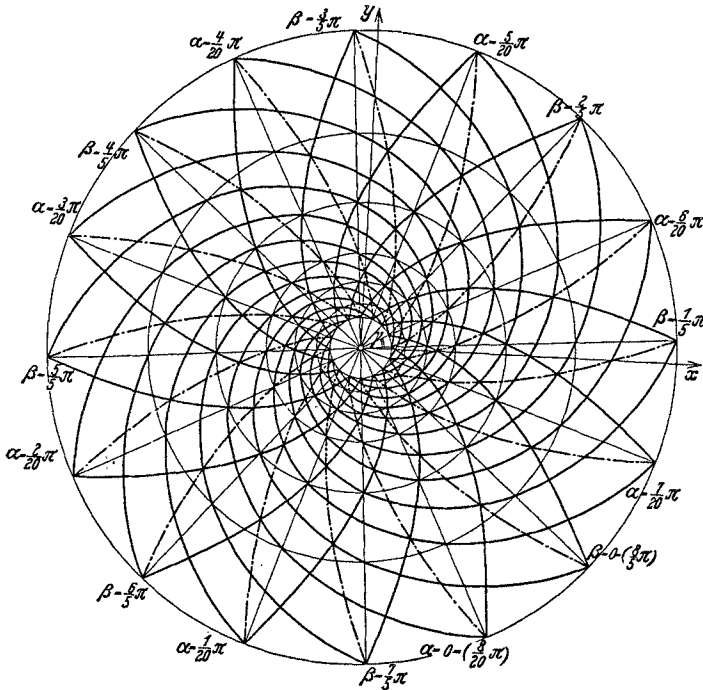


Abb. 17a. Logarithmische Spiralen als Gleitlinien und als Diagonalstromlinien.

Spannungsproblem, sondern nur  $u$  und  $v$  als Funktionen von  $\alpha$  und  $\beta$ . Aus (14) folgt leicht  $\operatorname{tg} \vartheta = \frac{cy - x}{cx + y}$  und

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dx} &= \frac{-x(1-c) + y(1+c)}{x(1+c) + y(1-c)} = \\ &= \frac{y \frac{1+c}{1-c} - x}{x \frac{1+c}{1-c} + y}, \quad (15') \end{aligned}$$

durch Vergleich dieser Differentialgleichung mit der Zeile darüber sieht man, daß die Stromlinien wieder logarithmische Spiralen sind, die die Radienvektoren vom Anfangspunkt unter einem Winkel  $\gamma$  schneiden, für den  $\operatorname{tg} \gamma = \frac{1-c}{1+c}$  (Abb. 17a). Ist insbesondere  $c = 1$ , so werden die Gleitlinien Spiralen unter  $45^\circ$ , und die Stromlinien wegen  $\gamma' = \frac{\gamma}{x}$

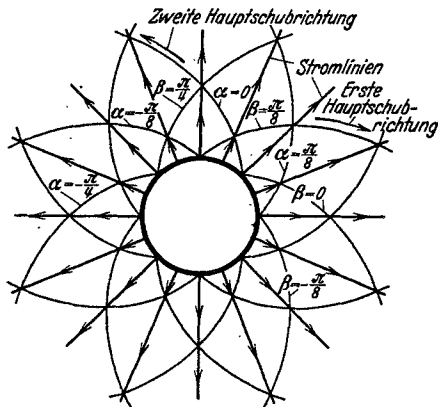


Abb. 17b. Gleit- und Stromlinien beim Kreisrohr mit Innendruck.

werden die Radien selbst. Dieses letztgenannte System von Gleitlinien mit der radialen Strömung tritt ein, wenn ein Kreisrohr durch gleichmäßigen Innendruck belastet wird ( $\tau = 0$ ,  $\sigma = -p$ ), dazu tritt aus Symmetriegründen die Forderung, daß die *Verschiebungen radial* verlaufen. Der Kreis stellt dann eine Kurve  $C$  im Sinne der RIEMANNschen Methode dar, und die Angabe der Spannungen auf ihr genügt zur Festlegung der Spannungen außerhalb des Kreises. — Die Strömung  $u = v = e^{\alpha + \beta}$  würde in diesem Fall die konzentrischen Kreise um den Nullpunkt als Stromlinien ergeben.

Betrachten wir nun ein *zweites* Beispiel, dessen Gleitliniensystem ebenso wie das des ebengenannten schon von PRANDTL angegeben wurde. Man setzt als Spezialfall von (28)

$$\left. \begin{aligned} R &= 2A\sqrt{2}[\cos(\beta - \alpha) + \sin(\beta - \alpha)] = 4A\sin\left(\frac{\pi}{4} + \beta - \alpha\right) \\ R_{\beta} &= 2A\sqrt{2}[\cos(\beta - \alpha) - \sin(\beta - \alpha)] = 4A\cos\left(\frac{\pi}{4} + \beta - \alpha\right) \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

Dann folgt aus (21), wenn wir hier, wie wir noch näher erörtern werden,

$$\vartheta = -\frac{\pi}{4} + \alpha - \beta; \quad \vartheta' = \vartheta + \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{4} + \alpha - \beta \quad (17)$$

setzen

$$\left. \begin{aligned} x &= 2A(\alpha + \beta) - A\sin 2\left(\frac{\pi}{4} + \alpha - \beta\right) \\ y &= A\cos 2\left(\frac{\pi}{4} + \alpha - \beta\right) \end{aligned} \right\} \quad (18)$$

Diese Gleitlinien treten auf (Abb. 18), wenn eine plastische Masse der geringen Dicke  $2A$  zwischen zwei harten Platten gepreßt wird. Durch (18) sind zwei Scharen von orthogonalen Zykloiden gegeben, und zwar erhalten wir für  $\beta = \bar{\beta} = \text{const}$ , also  $\vartheta' = \frac{\pi}{4} + \alpha - \bar{\beta}$  die  $\alpha$ -Kurven

$$\left. \begin{aligned} x &= A(2\vartheta' - \sin 2\vartheta') + A\left(4\bar{\beta} - \frac{\pi}{2}\right) \\ y &= A\cos 2\vartheta' \end{aligned} \right\} \quad (19)$$

$\left(4\bar{\beta} - \frac{\pi}{2}\right)$  ist dabei natürlich eine Konstante.

Aus (19) folgt

$$\begin{aligned} \frac{dy}{d\vartheta'} &= -2A\sin 2\vartheta' = -4A\cos\vartheta'\sin\vartheta'; \\ \frac{dx}{d\vartheta'} &= 2A(1 - \cos 2\vartheta') = 4A\cos^2\vartheta'; \\ \frac{dy}{dx} &= -\text{ctg}\vartheta' = +\text{tg}\vartheta'. \end{aligned} \quad (20)$$

Für  $\alpha = \text{const} = \bar{\alpha}$ , also  $\vartheta' = \frac{\pi}{4} + \bar{\alpha} - \beta$  erhalten wir die  $\beta$ -Kurven

$$\left. \begin{aligned} x &= -A(2\vartheta' + \sin 2\vartheta') + A\left(\frac{\pi}{2} + 4\bar{\alpha}\right) \\ y &= A\cos 2\vartheta' \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

$$\frac{dx}{d\vartheta'} = -2A(1 + \cos 2\vartheta'), \quad \frac{dy}{d\vartheta'} = -2A \sin 2\vartheta', \quad \frac{dy}{dx} = \operatorname{tg} \vartheta'. \quad (22)$$

Die  $\alpha$ -Kurven schließen also mit der  $x$ -Achse den Winkel  $\vartheta$ , die  $\beta$ -Kurven den Winkel  $\vartheta'$  ein. Die Wahl von  $\vartheta$  entspricht der *positiven* Krümmung der beiden Kurvenscharen (vgl. S. 338), der Zusatz  $-\frac{\pi}{4}$  ermöglicht bequeme Bezifferung. Wir betrachten zunächst wieder das Beispiel der *Diagonalströmung*, die hier gemäß  $a = 1$  durch

$$u = v = e^{\alpha + \beta}$$

gegeben ist. Dann ist nach (15)

$$\left. \begin{aligned} v_x &= \sqrt{2} \cdot e^{\alpha + \beta} \cos\left(\vartheta' - \frac{\pi}{4}\right); & v_y &= \sqrt{2} \cdot e^{\alpha + \beta} \sin\left(\vartheta' - \frac{\pi}{4}\right); \\ \frac{dy}{dx} &= \operatorname{tg}\left(\vartheta' - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\operatorname{tg} \vartheta' - 1}{\operatorname{tg} \vartheta' + 1} \end{aligned} \right\} \quad (22)$$

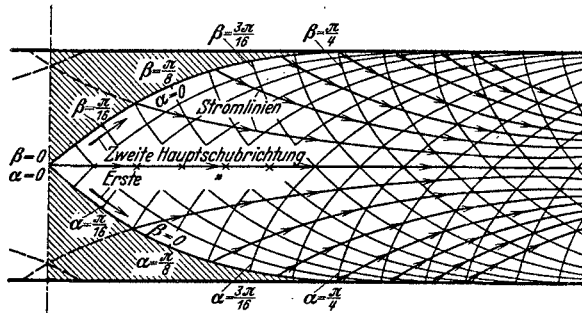


Abb. 18. Diagonalstromlinien im Zykloiden-Gleitliniennetz.

in Einklang mit (15). Unter Benutzung von (18) folgt dann

$$\operatorname{tg} \vartheta' = \sqrt{\frac{A-y}{A+y}}, \quad \text{also} \quad y' = \operatorname{tg}\left(\vartheta' - \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{A^2 - y^2} - A}{y} \quad (23')$$

und aus (23') mit  $A = 1$

$$x + \text{const} = -\sqrt{1-y^2} - \log(1 - \sqrt{1-y^2}) \quad (23)$$

Dies ist (Abb. 18) die Gleichung der Stromlinien  $\psi = \text{const.}$  Die Horizontalabstände der Ausgangspunkte der 2., 3., 4., ... Stromlinie verhalten sich wie  $\lg 2 : \lg 3 : \lg 4 \dots$ , im übrigen sind die Stromlinien kongruente Kurven.

Es ist aber nicht die Diagonalströmung, die im Falle der drückenden Platten, für den PRANDTL die Zykloidengleitlinien angegeben hat, wirklich auftritt, d. h. den in diesem Fall vorliegenden Randbedingungen genügt, sondern diese Diagonalströmung entspricht anderen mechanischen Bedingungen. Unser Ansatz (4) und (3) ist aber, genau wie der analoge für die Spannungsaufgabe, gerade geeignet zur Lösung exakter Randwertaufgaben, wie wir zum Abschluß an einem größeren Beispiel zeigen wollen.

## 4. Bestimmung der Strömung aus den Randbedingungen.

Wird eine plastische Masse zwischen zwei harten Platten gedrückt, dadurch, daß die Platten gegeneinander mit konstanter Geschwindigkeit  $c$  bewegt werden, so bilden sich die Spannungslinien (18). Dabei entsteht unter jeder Platte ein als starr anzusehender Kern, der längs zweier symmetrisch zueinander gelegener Gleitlinien an das plastische

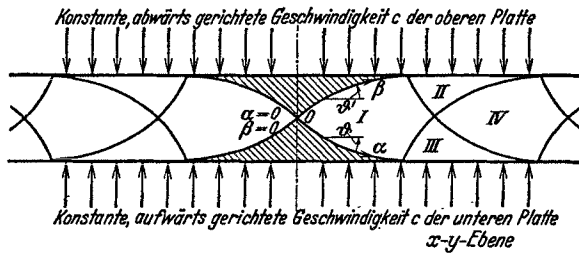
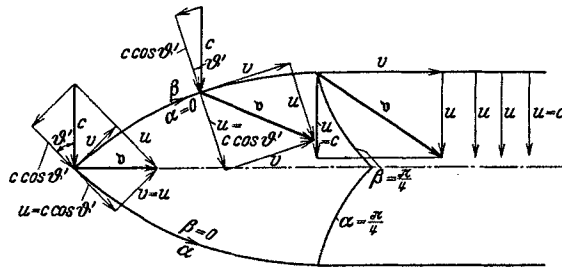


Abb. 19.

Gebiet anschließt. Wir setzen nun als Randbedingungen an, daß überall, wo pressendes Material an plastisches angrenzt, die Normalkomponente der Eindringungsgeschwindigkeit der pressenden Masse mit der Normalkomponente der Strömungsgeschwindigkeit der

Abb. 20a. Randwerte für die Geschwindigkeit der plastischen Masse,  $x$ - $y$ -Ebene.

plastischen Masse übereinstimmt. Betrachten wir zunächst die Kurven  $\alpha = 0$  und  $\beta = 0$ . Es sind die durch (18) gegebenen Zykloiden der Abb. 19, sie begrenzen zusammen mit den Zykloiden  $\alpha = \frac{\pi}{4}$ ,  $\beta = \frac{\pi}{4}$  das als I bezeichnete Gebiet. Längs  $\alpha = 0$  ist die Normalkomponente  $c \cos \vartheta'$  der Eindringungsgeschwindigkeit gleich der Normalkomponente  $u$  der plastischen Masse (Abb. 20a) und ebenso ist längs  $\beta = 0$ ,  $c \cos \vartheta$  gleich  $v$ . Also:

$$\text{längs } \alpha = 0: u = c \cos \vartheta' = c \cos \left( \frac{\pi}{4} - \beta \right) = \frac{c}{\sqrt{2}} (\sin \beta + \cos \beta) = g(\beta)$$

$$\text{längs } \beta = 0: v = c \cos \vartheta = c \cos \left( -\frac{\pi}{4} + \alpha \right) = \frac{c}{\sqrt{2}} (\cos \alpha + \sin \alpha) = g(\alpha),$$

gemäß (3) folgt durch Integration

$$\left. \begin{aligned} \text{längs } \alpha = 0: v &= \int u d\beta = -c \sin\left(\frac{\pi}{4} - \beta\right) + \text{const} = \\ &= \frac{c}{\sqrt{2}}(\sin \beta - \cos \beta) + \text{const} \\ \text{längs } \beta = 0: u &= \int v d\alpha = c \sin\left(-\frac{\pi}{4} + \alpha\right) + \text{const} = \\ &= \frac{c}{\sqrt{2}}(\sin \alpha - \cos \alpha) + \text{const} \end{aligned} \right\}$$

Im Punkte  $\alpha = 0, \beta = 0$  muß sich derselbe Wert für  $u$  (und ebenso für  $v$ ) längs  $\alpha = 0$  und längs  $\beta = 0$  ergeben. Daraus bestimmen sich die Integrationskonstanten zu  $\frac{2c}{\sqrt{2}}$  und man hat im ganzen mit

$$g(x) = \frac{c}{\sqrt{2}}(\sin x + \cos x), \quad f(x) = \frac{c}{\sqrt{2}}(\sin x - \cos x + 2); \quad (24)$$

$$\text{längs } \alpha = 0 \begin{cases} u = g(\beta) \\ v = f(\beta) \end{cases}, \quad \text{längs } \beta = 0 \begin{cases} u = f(\alpha) \\ v = g(\alpha) \end{cases}. \quad (25)$$

Gesucht wird also eine Funktion  $u(\alpha, \beta)$ , die in  $I$  der Gleichung (4) genügt, sich längs  $\alpha = 0$  auf  $g(\beta)$ , längs  $\beta = 0$  auf  $f(\alpha)$  reduziert. Kennt man  $u$ , so ist dann  $v$  gegeben, im allgemeinen durch (3), bzw. hier direkt, da  $v(\alpha, \beta) = u(\beta, \alpha)$  zufolge der Symmetrieeigenschaften des Problems. Damit ist dann  $u(\alpha, \beta)$  und  $v(\alpha, \beta)$  in  $I$  bestimmt.

In der  $\alpha, \beta$ -Ebene (Abb. 20b) bildet sich das Gebiet  $I$  auf das Quadrat  $(0, 0, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4})$  ab. Sind  $u$  und  $U$  zwei Lösungen der Differentialgleichung, so gilt bei Integration um eine geschlossene Kurve

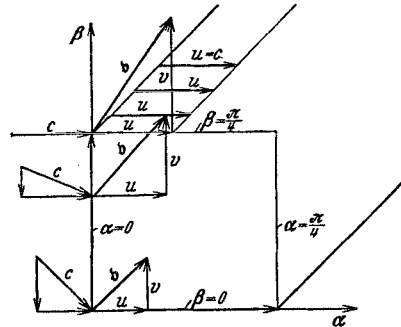


Abb. 20b. Randwerte für die Geschwindigkeit der plastischen Masse,  $\alpha, \beta$ -Ebene.

$$\oint \left[ \left( u \frac{\partial U}{\partial \beta} - U \frac{\partial u}{\partial \beta} \right) d\beta + \left( u \frac{\partial U}{\partial \alpha} - U \frac{\partial u}{\partial \alpha} \right) d\alpha \right] = 0. \quad (26)$$

Man sucht dann gemäß der RIEMANNschen Methode eine Funktion, die der Differentialgleichung genügt und deren erste Ableitungen für  $\alpha = \alpha_1, \beta = \beta_1$  verschwinden. Diese ist für unsere Gleichung gegeben durch

$$J[(\alpha - \alpha_1) \cdot (\beta - \beta_1)] = I + \frac{\alpha - \alpha_1}{1!} \frac{\beta - \beta_1}{1!} + \frac{(\alpha - \alpha_1)^2}{2!} \frac{(\beta - \beta_1)^2}{2!} + \dots$$

Man setzt  $J$  für  $U$  ein, beachtet die Randbedingungen (25) für  $u$  und die Beziehungen § 4 (29) für  $J$ , dann erhält man mit  $t$  als Integrationsvariablen



$$u(\alpha, \beta) = \frac{1}{2} \left[ f(\alpha) + g(\beta) \right] + \left. \begin{aligned} &+ \frac{1}{2} \int_0^\beta \{ J[\alpha \cdot (\beta - t)] g'(t) + \alpha J'[\alpha \cdot (\beta - t)] g(t) \} dt \\ &+ \frac{1}{2} \int_0^\alpha \{ J[\beta \cdot (\alpha - t)] f'(t) + \beta J'[\beta \cdot (\alpha - t)] f(t) \} dt. \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

Zieht man von  $u(\alpha, \beta)$  die Translation

$$u_0(\alpha, \beta) = c \cos\left(\frac{\pi}{4} + \alpha - \beta\right)$$

ab, so ist  $u_0(0, \beta) = c \cos\left(\frac{\pi}{4} - \beta\right) = g(\beta)$ ,  $u_0(\alpha, 0) = c \cos\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right)$

Es bestehen also für

$$w = u - u_0$$

die Randbedingungen

für  $\beta = 0$ :  $w(\alpha, 0) = f(\alpha) - c \cos\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) = c \sqrt{2} (\sin \alpha - \cos \alpha + 1) = \bar{f}(\alpha)$

für  $\alpha = 0$ :  $w(0, \beta) = 0$ ,

während  $w$  selbst im Gebiete  $I$  der Differentialgleichung genügt. Dies ergibt die einfachere Formel

$$u = c \cos\left(\frac{\pi}{4} + \alpha - \beta\right) + \frac{1}{2} \bar{f}(\alpha) + \frac{1}{2} \int_0^\alpha \{ J[\beta \cdot (\alpha - t)] \bar{f}'(t) + \beta \bar{f}(t) J'[\beta \cdot (\alpha - t)] \} dt. \quad (27')$$

Setzt man in (27') zwecks numerischer Ausrechnung die Potenzentwicklungen von  $\bar{f}$  an und führt die Integrale aus, so erhält man

$$u(\alpha, \beta) = c \cos\left(\frac{\pi}{4} + \alpha - \beta\right) + c \sqrt{2} [\alpha J'(\alpha \cdot \beta) + \alpha^2 J''(\alpha \cdot \beta) - \alpha^3 J'''(\alpha \cdot \beta) - \alpha^4 J^{IV}(\alpha \cdot \beta) + \alpha^5 J^V(\alpha \cdot \beta) + \dots], \quad (28)$$

eine Formel, die man ohne Benutzung der RIEMANNschen Methode auch direkt aus dem Ansatz (29'') § 4 erhalten hätte, denn es ist

$a_n = 0$  für alle  $n$ ;  $\frac{1}{c \sqrt{2}} \cdot \bar{f}^{(n)}(0) = 1, 1, -1, -1, 1, \dots$  für  $n = 1, 2, 3, 4, 5, \dots$ ; man erhält so die Stromlinien in  $I$ , wobei man zwecks Benutzung von Tafeln beachtet, daß

$$J^{(p)}(x) = \frac{J_p(2i\sqrt{x})}{(i\sqrt{x})^p} \quad (p = 1, 2, \dots); \quad J(x) = J_0(2i\sqrt{x});$$

wobei  $J_p(x)$  die BESSELfunktionen erster Art  $p$ -ter Ordnung bedeuten, so daß

$$u(\alpha, \beta) = \frac{c}{\sqrt{2}} \left[ \cos(\beta - \alpha) + \sin(\beta - \alpha) - 2 \left\{ \sqrt{\frac{\alpha}{\beta}} J_1(2i\sqrt{\alpha\beta}) + \frac{\alpha}{\beta} J_2(2i\sqrt{\alpha\beta}) + \sqrt{\frac{\alpha^3}{\beta^3}} J_3(2i\sqrt{\alpha\beta}) + \frac{\alpha^2}{\beta^2} J_4(2i\sqrt{\alpha\beta}) + \dots \right\} \right] \quad (28')$$

Um nun  $u$  im Gebiete  $II$  zu bestimmen, kommt dazu, daß  $u = c$  auf der dieses Gebiet begrenzenden Geraden. Diese hat die Gleichung  $\vartheta' = 0$ , also  $\frac{\pi}{4} + \alpha - \beta = 0$ , sie steigt also unter  $45^\circ$  hinauf. (Es ist zu beachten, daß die Abbildung der  $x$ - $y$ - auf die  $\alpha$ - $\beta$ -Ebene ersichtlich nicht winkeltreu ist, in letzterer schneidet die in Rede stehende schräge Gerade beide Gleitlinien unter je  $45^\circ$ , im Original unter  $0$  bzw.  $90^\circ$  usw., vgl. Abb. 19 u. 21.) Die untere Schräge hat die Gleichung  $\vartheta = 0$ , also  $-\frac{\pi}{4} + \alpha - \beta = 0$ , längs ihrer ist die Normalkomponente der Strömungsgeschwindigkeit gleich  $v$ , also  $v = c$ , aber  $u = cf\left(\frac{\pi}{4}\right) = c\sqrt{2}$ . Es besteht also in der  $\alpha$ ,  $\beta$ -Ebene das Problem:

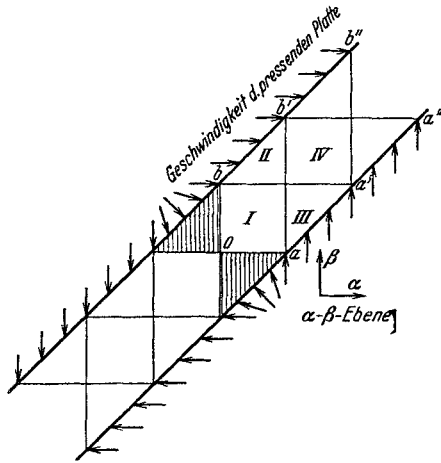


Abb. 21. Geschwindigkeit der pressenden Platten.

Im ganzen Innengebiet des unendlichen Streifens, dessen Grenze durch  $aob$ , durch  $aa'a''\dots$  und durch  $bb'b''\dots$  gegeben ist, ist  $\frac{\partial^2 u}{\partial \alpha \partial \beta} = u$ , auf  $oa$  ist  $u = f(\alpha)$ , auf  $ob$  ist  $u = g(\beta)$ , auf  $bb'b''\dots$  ist  $u = c$ , auf  $aa'a''\dots$  ist  $u = c\sqrt{2}$ .

In  $II$  ist die RIEMANNSCHE Methode nicht unmittelbar anwendbar, da  $bb'$  keine Charakteristik ist und man doch andererseits auf  $bb'$  die Normalableitung nicht kennt (vgl. S. 342). Es liegt ein sog. „gemischtes“ Problem vor, welches im allgemeinen die Lösung einer VOLTERRASCHEN Integralgleichung erfordert. Wir kommen hier aber, zufolge der speziellen Art der Differentialgleichung und der Randangaben durch folgende Überlegung zum Ziel. Für

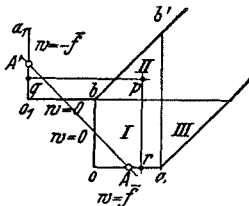


Abb. 22. Gemischtes Problem,  $u(\alpha, \beta)$  im Bereich  $II$ .

$$w = u - u_0 = u - c \cos\left(\frac{\pi}{4} + \alpha - \beta\right)$$

besteht dieselbe Differentialgleichung, aber mit  $w = 0$  auf  $ob$ . Wir setzen nun den Linienzug  $boa$  nach links fort  $b_1o_1a_1$  und schreiben vor: auf  $o_1b$ :  $w = 0$ , auf  $o_1a_1$ :  $w = -\bar{f}\left(\beta - \frac{\pi}{4}\right)$ ; das letztere bedeutet, daß in Punkten, die so liegen wie  $A$  und  $A'$  in der Abb. 22, entgegengesetzt gleiche  $\bar{f}$ -Werte angenommen werden. Durch Angabe von Randbedingungen auf  $aob_1o_1a_1$  sind überall innerhalb  $aob_1o_1a_1b'a$

die  $w$ -Werte bestimmt, insbesondere auf  $bb'$ , und zwar sind letztere zufolge der Schiefsymmetrie der Angaben *gleich Null*, wie es sein soll. Wir haben somit die ungeeignete Angabe von Randwerten auf  $bb'$  durch Angabe von Randwerten auf einem nur aus Charakteristiken bestehenden Linienzug ersetzt. Man erhält somit für einen beliebigen Punkt  $II$  in

$$u(\alpha, \beta) = u_0(\alpha, \beta) + \frac{1}{2} \left[ \bar{f}(\alpha) + \bar{f}\left(\beta - \frac{\pi}{4}\right) \right] + \left. \begin{aligned} & + \frac{1}{2} \int_0^\alpha \left\{ J[\beta \cdot (\alpha - t)] \bar{f}'(t) + \beta J'[\beta \cdot (\alpha - t)] \bar{f}(t) \right\} dt \\ & - \frac{1}{2} \int_{\frac{\pi}{4}}^\beta \left\{ J\left[\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) \cdot (\beta - t)\right] \bar{f}'\left(t - \frac{\pi}{4}\right) + \right. \\ & \left. + \left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) J'\left[\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right) (\beta - t)\right] \bar{f}\left(t - \frac{\pi}{4}\right) \right\} dt. \end{aligned} \right\}$$

Kennt man so  $u(\alpha, \beta)$  in  $II$  ( $\alpha$  von 0 bis  $\frac{\pi}{4}$ ,  $\beta$  von  $\frac{\pi}{4}$  bis  $\frac{\pi}{2}$ ), so kennt man  $v(\alpha, \beta)$  in  $III$  ( $\beta$  von 0 bis  $\frac{\pi}{4}$ ,  $\alpha$  von  $\frac{\pi}{4}$  bis  $\frac{\pi}{2}$ ) und daraus folgt durch Differenzieren  $v$  in  $II$  und  $u$  in  $III$ . Da die hier angegebene Methode offenbar verallgemeinerungsfähig ist, wollen wir noch die *Bestimmung von  $u$  in  $IV$*  kurz andeuten. Man subtrahiert jetzt zwei Translationen, d. h. man bildet

$$W = u - c \cos\left(\frac{\pi}{4} + \alpha - \beta\right) - c\sqrt{2} \cos\left(-\frac{\pi}{4} + \alpha - \beta\right),$$

dann ist auf der linken Schrägen

$$W = c - c \cos 0 - c\sqrt{2} \cos \frac{\pi}{2} = 0$$

und auf der rechten Schrägen

$$W = c\sqrt{2} - c \cos \frac{\pi}{2} - c\sqrt{2} \cos 0 = 0;$$

auf  $oa$  ist:

$$W = f(\alpha) - c \cos\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) - c\sqrt{2} \cos\left(\alpha - \frac{\pi}{4}\right) = F(\alpha);$$

auf  $ob$  ist:

$$W = g(\beta) - c \cos\left(\frac{\pi}{4} - \beta\right) - c\sqrt{2} \cos\left(\frac{\pi}{4} + \beta\right) = G(\beta).$$

Nun setzt man wieder solche Randbedingungen an, daß (Abb. 23) in den angekreuzten Punkten  $P$  antisymmetrische Werte zu  $F(\alpha)$ , in den angekreuzten Punkten  $Q$  antisymmetrische zu  $G(\beta)$  angenommen werden, also z. B. auf  $o_1a_1$ :  $W = -F\left(\beta - \frac{\pi}{4}\right)$ , auf  $o_1b$ :  $W = -G\left(\alpha + \frac{\pi}{4}\right)$ . Dann ist bei diesen Annahmen  $W = 0$  auf beiden

Schrägen, wie es sein soll, und man hat wieder die gegebenen Randbedingungen durch solche auf lauter Charakteristiken ersetzt. Der Wert von  $u$  in einem Punkte  $r$  von  $IV$  ergibt sich wieder durch Integration über einen aus lauter Charakteristiken zusammengesetzten Zackenweg, nämlich  $r\rho_1 b o a o_2 q r$ . Bei der Durchführung vereinfachen sich die Formeln zufolge der Einfachheit von  $F$  und  $G$ . Man gewinnt das Strömungsbild der Abb. 24, welches nun tatsächlich den physikalischen Randbedingungen entspricht.

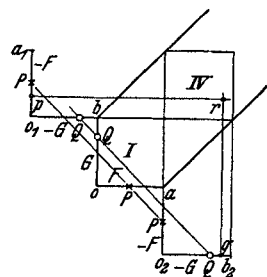


Abb. 23. Gemischtes Problem  $u(\alpha, \beta)$  im Bereich  $IV$ .

Es liegen, wie wir gesehen haben, in dieser Gesamtheit von Sätzen und Formeln, vom mathematischen Standpunkt aus geschlossene Resultate vor, die die Anwendung der exakten Methoden für die Lösung von Randwertproblemen gestatten. Diese Resultate sehen wir, um es nochmals zusammenzufassen: Für das *Spannungsproblem*

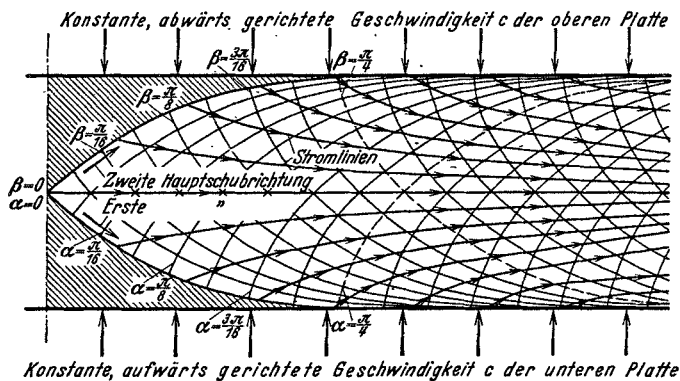


Abb. 24. Gleit- und Stromlinien einer plastischen Masse zwischen zwei starren Platten.

zunächst in den die HENCKYSchen Sätze ausdrückenden Gleichungen des § 4 (20) für  $\vartheta$  und  $p$ , sowie in dem Satz (24) für die Krümmungsradien. Dieser enthält die *Differentialgleichungen der Krümmungsradien* (24), (25), welche ergänzt werden durch die Beziehungen (21), die die CARTESISCHEN Koordinaten  $x, y$  aus den Krümmungsradien zu bestimmen gestatten. [An Stelle von (25) und (21) kann man auch nur mit den OSEENSCHEN Gleichungen (23) arbeiten, die aber weniger einfach sind.] Durch das Gleitliniennetz sind dann die Spannungen vermöge (14) gegeben. — Für das *Strömungsproblem* verwendet man analog zu (23), (24) die Gleichungen des § 5 (3) und (4). Die Gleichung (6) für die Stromfunktion  $\psi$  läßt sich in jedem konkreten Fall analog zu (23) § 4 behandeln. Der Übergang von den durch (4)

bestimmten Komponenten  $u$  und  $v$  zu den Stromlinien d. h. zu  $v_x, v_y$ , vollzieht sich hier noch einfacher als (21), § 4 durch die endlichen Gleichungen (15).

Trotzdem also in gewissem Sinn alles für die Anwendung exakter und direkter Methoden bereit ist, wird doch vorläufig nur selten ein vollständiges Problem demgemäß bearbeitet und gelöst werden können. Im allgemeinen besteht nämlich zwischen den Randbedingungen, die durch die konkreten mechanischen Gegebenheiten bestimmt sind, und den gemäß der mathematischen Theorie erforderlichen, eine Lücke, deren Ausfüllung noch große Schwierigkeiten entgegenstehen (vgl. das Beispiel S. 343 und andererseits die S. 342 angeführten „lösbaren Fälle“). Denn es wird zufolge der Art der konkreten Randbedingungen die in den Differentialgleichungen bestehende statische Bestimmtheit des Spannungsproblems (die unser Ausgangspunkt war) und das in diesem Paragraphen entwickelte analoge Resultat hinsichtlich des Strömungsproblems oft wieder illusorisch, so daß schließlich doch das (aus fünf partiellen Differentialgleichungen bestehende) Gesamtproblem weitgehend simultan behandelt werden müßte — und die mathematische Behandlung von *Systemen* partieller Differentialgleichungen ist noch sehr behindert. Aber selbst, wo die Trennung der beiden Probleme möglich ist, liegen darum doch noch nicht die Randbedingungen in der klassischen Form vor! Schon die sehr vereinfachte Aufgabe dieses Abschnittes, bei der das Strömungsproblem noch gesondert bearbeitet werden konnte, führte auf ein „gemischtes Problem“ im Sinne der RIEMANNschen Methode. — Andererseits wird man auch in der mathematischen Plastizitätstheorie durch die Formulierung physikalisch sinnvoller Probleme auf offenbar vernünftige mathematische Fragestellungen geführt, deren Lösbarkeit man vermuten kann. Während man also tatsächlich noch weitgehend auf die „inverse“ Methode der Untersuchung von Beispielen angewiesen ist, besteht doch vom mechanischen, wie auch vom mathematischen Standpunkt Interesse an der Formulierung und Bearbeitung exakter Probleme.

#### Literaturverzeichnis.

1. BECKER, A. J.: Univ. Illinois Bull. 13, 32 (1916).
2. BELTRAMI, E.: Rend. Ist. Lombarda (2) 18, 704 (1885).
3. BURZYŃSKI, W. v.: Diss. Lwów 1928; vgl. auch Schweiz. Bauztg 94, 259 (1929).
4. CARATHEODERY, C. u. E. SCHMIDT: Über die HENCKY-PRANDTLschen Kurven. Z. angew. Math. Mech. 3, 468 (1923).
5. COULOMB, A. CH.: Théorie des machines simples. Paris 1821. Vgl. auch H. TRESCA: Mém. prés. div. sav. Paris 13, 756 (1868); 20, 169 (1872). — and J. GUEST: Philos. Mag. (5) 50, 67 (1900).
6. DUGUET, CH.: Limite d'élasticité et résistance à la rupture. II<sup>me</sup> partie. Statique générale, 1885.

7. FROMM, H.: Grenzen des elastischen Verhaltens beanspruchter Stoffe. Handbuch der physikalischen und technischen Mechanik. Leipzig 1932.
8. GRASHOF, F.: Elastizität und Festigkeit, 1878.
9. HAAR, A. v. u. TH. v. KÁRMÁN: Götting. Nachr. 1909, 204.
10. HENCKY, H.: Über einige statisch bestimmte Fälle des Gleichgewichts in plastischen Körpern. Z. angew. Math. Mech. 3, 241 (1923).
11. — Z. angew. Math. Mech. 4, 323 (1924).
12. HOHENEMSER, K. u. W. PRAGER: Z. angew. Math. Mech. 12, 1 (1932).
13. — — Z. angew. Math. Mech. 12, 5 (1932).
14. HUBER, M. F.: Czasop. Techn. (Lwów) 22, 81 (1904).
15. LODÉ, W.: Z. Physik 36, 913 (1926).
16. — Diss. Göttingen 1926 (Forschgsarb. Ing.wes. H. 303). Bezüglich neuerer Ergebnisse vergleiche man: ROS, M. u. A. EICHINGER: Disk.ber. Nr 34 Eidgenöss. Mat.-Prüf.-Anst. E.T.H. Zürich, 1929. — TAYLOR, G. J. and H. QUINNEY: Philos. trans. roy. Soc. Lond. A 230, 323 (1931). — HOHENEMSER, K. u. W. PRAGER: Z. angew. Math. Mech. 12, 1 (1932). — SCHMIDT, R.: Ing.-Arch. 3, 215 (1932).
17. MISES, R. v.: Götting. Nachr. 1913, 582.
18. — Z. angew. Math. Mech., Vortr. Dresdner Tagg 5, 23 (1925).
19. — Bemerkung zu einer Arbeit von F. SCHLEICHER: Z. angew. Math. Mech. 6, 199 (1926).
20. MISES, R. v.: Neuere Ansätze in der Mechanik der Kontinua. Verh. 3. intern. Kongr. techn. Mech., Stockholm 1930.
21. MOHR, O.: Ver. dtsh. Ing. 44, 1524 (1900).
22. NADAI, A.: Über die Gleit- und Verzweigungsflächen einiger Gleichgewichtszustände bildsamer Massen usf. Z. Physik 1924, 106 und a. a. O.
23. — Der Beginn des Fließvorganges in einem tordierten Stab. Z. angew. Math. Mech. 3, 442 (1923).
24. — Der bildsame Zustand der Werkstoffe. Berlin 1927.
25. — Plastizität und Erddruck. Handbuch der Physik, Bd. 6, Kap. 6. Berlin: Julius Springer 1928.
26. NAVIER, B.: De la résistance des corps solides, 1826.
27. OSEEN, C. W.: Über eine in der Theorie der plastischen Körper auftretende partielle Differentialgleichung zweiter Ordnung. Ark. Math., Astron. och. Fysik 1928.
28. POLLACZEK-GEIRINGER, H.: Beitrag zum vollständigen ebenen Plastizitätsproblem. Verh. 3. intern. Kongr. techn. Mech., Stockholm 1930.
29. PRANDTL, L.: Anwendungsbeispiele zu einem HENCKYSchen Satz über das plastische Gleichgewicht. Z. angew. Math. Mech. 3, 401 (1923).
30. — Spannungsverteilung in plastischen Körpern. Proc. internat. Congr. appl. Mech. Delft 1924. Dasselbst auch einige Literaturangaben.
31. REUSS, A.: Z. angew. Math. Mech. 10, 267 (1930).
32. SAINT VENANT, B. DE: C. r. Acad. Paris 70, 368 u. 473 (1870); 73 (1871); 86, 1098 u. 1181. Vgl. auch M. LEVY: C. r. Acad. Paris 70, 1323 (1870).
33. SANDEL, G. D.: Diss. Stuttgart 1919.
34. SCHAPITZ, E.: Das ebene Problem des plastischen Körpers mit freier Oberfläche. Ing.-Arch. 4, 227 (1933).
35. SCHLEICHER, F.: Z. angew. Math. Mech. 5, 478 (1925); 6, 199 (1926).
36. TAYLOR, G. I. and H. QUINNEY: Philos. trans. roy. Soc. Lond. A 230, 323 (1931).
37. THUM, A. u. F. WUNDERLICH: Forsch. Ing.wes. 3, 264 (1932). — PRAGER, W.: Forsch. Ing.wes. 4, 95 (1933).
38. TREFFTZ, E.: Über die Spannungsverteilung in tordierten Stäben bei teilweiser Überschreitung der Fließgrenze. Z. angew. Math. Mech. 5, 64 (1925).

# Inhalt der Bände I—13.

(1922—1934)

## I. Namenverzeichnis.

	Band	Seite
Auerbach, Friedrich (Berlin), Die neuen Wandlungen der Theorie der elektrolytischen Dissoziation . . . . .	I	228—255
Bartels, J. (Berlin-Eberswalde), Die höchsten Atmosphärenschichten . . . . .	7	114—157
— Geophysikalischer Nachweis von Veränderungen der Sonnenstrahlung . . . . .	9	38—78
Becker, Fr. (Berlin-Potsdam), Über interstellare Massen und die Absorption des Sternlichtes im Weltraum . . . . .	9	1—37
— (Bonn), Das lokale Sternsystem . . . . .	11	1—30
— und W. Grotrian (Berlin-Potsdam), Über die galaktischen Nebel und den Ursprung der Nebellinien . . . . .	7	8—91
Benedicks, C. (Stockholm), Jetziger Stand der grundlegenden Kenntnisse der Thermoelektrizität . . . . .	8	25—68
Bjerrum, Niels (Kopenhagen), Die elektrischen Kräfte zwischen den Ionen und ihre Wirkungen . . . . .	5	125—145
Blaton, J. (Lemberg), s. unter A. Rubinowicz		
Bodenstein, Max (Hannover), Chemische Kinetik . . . . .	I	197—209
— Photochemie . . . . .	I	210—227
Boegehold, H. (Jena), Über die Entwicklung der Theorie der optischen Instrumente seit ABBE . . . . .	8	69—146
Bonhoeffer, K. F. (Berlin), Über die Eigenschaften der freien Wasserstoffatome . . . . .	6	201—230
Born, Max (Göttingen), Chemische Bindung und Quantenmechanik . . . . .	10	287—444
Bothe, W., s. unter R. Fleischmann		
Bottlinger, K. F. (Berlin-Neubabelsberg), Die Rotation der Milchstraße . . . . .	11	31—63
Braunbek, W. (Stuttgart), Zustandsgleichung und Zustandsbegrenzung des festen Körpers . . . . .	6	124—154
Brill, A. (Berlin-Neubabelsberg), Die Strahlung der Sterne . . . . .	3	1—37
Brodhun, E. (Berlin), Die Entwicklung der Photometrie in diesem Jahrhundert . . . . .	6	231—278
Brüche, E. (Berlin), Freie Elektronen als Sonden des Baues der Molekeln . . . . .	8	185—228
ten Bruggencate, P. (Greifswald), Die veränderlichen Sterne . . . . .	10	1—83
v. Brunn, A. (Danzig-Langfuhr), Der empirische Zeitbegriff . . . . .	4	70—85
Cassel, H. (Berlin), Zur Kenntnis des adsorbierten Aggregatzustandes . . . . .	6	104—123
Coehn, Alfred (Göttingen), Kontaktpotential . . . . .	I	175—196
Dehlinger, Ulrich (Stuttgart), Röntgenforschung in der Metallkunde . . . . .	10	325—386
Estermann, I. (Hamburg), Elektrische Dipolmomente von Molekülen . . . . .	8	258—306
Eucken, A. (Breslau), Der NERNSTsche Wärmesatz . . . . .	I	120—162

	Band	Seite
Farkas, L. (Berlin-Dahlem), Über Para- und Orthowasserstoff	12	163–218
Fleischmann, R. und W. Bothe (Heidelberg), Künstliche Kern- $\gamma$ -Strahlen, Neutronen, Positronen . . . . .	13	1–56
Franck, J. (Göttingen), Neuere Erfahrungen über quantenhaften Energieaustausch bei Zusammenstößen von Atomen und Molekülen . . . . .	2	106–123
Frerichs, Rudolf (Berlin-Charlottenburg), Das Wasserstoffisotop . . . . .	13	257–309
Freundlich, Erwin (Berlin-Potsdam), Die Energiequellen der Sterne . . . . .	6	27–43
Freundlich, H. (Berlin-Dahlem), Die Orientierung von Molekülen an Grenzflächen . . . . .	12	82–114
Frumkin, A. (Moskau), Die Elektrokapillarkurve . . . . .	7	235–275
Geiringer, Hilda (Brüssel) und Willy Prager (Istanbul), Mechanik isotroper Körper im plastischen Zustand . . . . .	13	310–363
Gerlach, Walther (Tübingen), Magnetismus und Atombau . . . . .	2	124–146
– Atomstrahlen . . . . .	3	182–198
Grammel, R. (Stuttgart), Neuere Untersuchungen über kritische Zustände rasch umlaufender Wellen . . . . .	1	92–119
Grottrian, W., s. unter F. Becker		
Gudden, Bernhard (Göttingen), Elektrizitätsleitung in kristallisierten Stoffen unter Ausschluß der Metalle . . . . .	3	116–159
– B. (Erlangen), Elektrische Leitfähigkeit elektronischer Halbleiter . . . . .	13	223–256
Güntherschulze, A. (Berlin-Charlottenburg), Elektrische Ventile und Gleichrichter . . . . .	3	277–315
Guth, E. und H. Mark (Wien), Die Viskosität von Lösungen, besonders von Lösungen hochmolekularer Stoffe . . . . .	12	115–162
Halpern, O., s. unter Hans Thirring		
Hanle, W. (Göttingen), Die magnetische Beeinflussung der Resonanzfluoreszenz . . . . .	4	214–232
– und K. Larché (Jena), Die Lichtausbeute bei Stoßanregung	10	285–324
Heckmann, G. (Göttingen), Die Gittertheorie der festen Körper	4	100–153
Henning, F. (Berlin-Lichterfelde), Wärmestrahlung . . . . .	1	163–174
– Erzeugung und Messung tiefer Temperaturen . . . . .	2	88–105
Hertz, Paul (Göttingen), Statistische Mechanik . . . . .	1	60–91
Herzberg, Gerhard (Darmstadt), Die Prädissoziation und verwandte Erscheinungen . . . . .	10	207–284
Heß, R. (München), Die Statistik der Leuchtkräfte der Sterne	3	38–54
Hettner, G. (Berlin), Neuere experimentelle und theoretische Untersuchungen über die Radiometerkräfte . . . . .	7	209–234
Hopmann, J. (Bonn), Die Bewegungen der Fixsterne . . . . .	2	1–18
Houtermans, F. G. (Berlin-Charlottenburg), Neuere Arbeiten über Quantentheorie des Atomkerns . . . . .	9	123–221
Hückel, E. (Zürich), Zur Theorie der Elektrolyse . . . . .	3	199–276
Hund, F. (Leipzig), Molekelbau . . . . .	8	147–184
Jeffreys, Harold (Cambridge), The origin of the solar system	7	1–7
Johnsen, A. (Berlin), Fortschritte im Bereich der Kristallstruktur . . . . .	1	270–297
Jordan, P. (Hamburg), Die Lichtquantenhypothese. Entwicklung und gegenwärtiger Stand . . . . .	7	158–208
Kallmann, H. und H. Mark (Berlin-Dahlem), Der COMPTONSche Streuprozeß . . . . .	5	267–325



	Band	Seite
<b>Kallmann und H. Schüler</b> (Berlin-Neubabelsberg), Hyperfeinstruktur und Atomkern . . . . .	II	134—175
<b>Katz, J. R.</b> (Kopenhagen), Die Quellung I. Teil . . . . .	3	316—404
— Die Quellung II. Teil . . . . .	4	154—213
<b>Kienle, Hans</b> (Göttingen), Die astronomischen Prüfungen der allgemeinen Relativitätstheorie . . . . .	3	55—66
<b>Kirchner, F.</b> (München), Elektroneninterferenzen und Röntgeninterferenzen . . . . .	II	64—133
— (Leipzig), Elementumwandlung durch schnelle Wasserstoffkerne . . . . .	13	57—88
<b>Kirsch, G.</b> (Wien), Atomzertrümmerung . . . . .	5	165—191
<b>Kneser, H. O.</b> (Marburg), Der aktive Stickstoff . . . . .	8	229—257
<b>Kohl, K.</b> (Erlangen), Über ungedämpfte elektrische Ultraschwingungen . . . . .	9	275—341
<b>Kohlrausch, K. W. F.</b> (Graz), Der experimentelle Beweis für den statistischen Charakter des radioaktiven Zerfallsgesetzes . . . . .	5	192—212
<b>Kohlschütter, Arnold</b> (Bonn), Spektroskopische Parallaxenforschung . . . . .	12	1—35
<b>Kopff, A.</b> (Heidelberg), Das Milchstraßensystem . . . . .	2	50—81
— (Berlin-Dahlem), Probleme der fundamentalen Positions-astronomie . . . . .	8	1—24
<b>Kratzer, A.</b> (Münster), Stand der Theorie der Bandenspektren . . . . .	1	315—334
<b>Lanczos, Cornel</b> (Frankfurt a. M., z. Z. Lafayette, Indiana), Die neue Feldtheorie Einsteins . . . . .	10	97—132
<b>Landé, Alfred</b> (Tübingen), Fortschritte beim ZEEMAN-Effekt . . . . .	2	147—162
<b>Larché, K.</b> , s. unter W. Hanle		
<b>Laski, G.</b> (Berlin), Ultrarotforschung . . . . .	3	86—115
<b>v. Laue, M.</b> (Berlin-Zehlendorf), Röntgenstrahlenspektroskopie . . . . .	1	256—269
— Die dynamische Theorie der Röntgenstrahlinterferenzen in neuer Form . . . . .	10	133—158
<b>Mark, H.</b> , s. unter H. Kallmann		
— s. unter E. Guth		
<b>Masing, G. und M. Polanyi</b> (Berlin), Kaltreckung und Verfestigung . . . . .	2	177—245
<b>Meißner, W.</b> (Berlin-Charlottenburg), Supraleitfähigkeit . . . . .	II	218—263
<b>Meitner, Lise</b> (Berlin-Dahlem), Der Zusammenhang zwischen $\beta$ - und $\gamma$ -Strahlen . . . . .	3	160—181
<b>Meyermann, B.</b> (Göttingen), Die Schwankungen unseres Zeitmaßes . . . . .	7	92—113
<b>Minkowski, R.</b> (Hamburg) und <b>H. Sponer</b> (Göttingen), Über den Durchgang von Elektronen durch Atome . . . . .	3	67—85
<b>Noddack, I. und W.</b> (Berlin-Charlottenburg), Das Rhenium . . . . .	6	333—373
<b>Orthmann, W.</b> (Berlin), Kritische Arbeiten zur elektrostatischen Theorie der starken Elektrolyte . . . . .	6	155—200
<b>Paneth, Fritz</b> (Berlin), Das periodische System der chemischen Elemente . . . . .	1	362—403
— Über das Element 72 (Hafnium) . . . . .	2	163—176
<b>Pease, F. G.</b> (Pasadena, Cal.), Interferometer Methods in Astronomy . . . . .	10	84—96
<b>Peierls, R.</b> (Zürich), Elektronentheorie der Metalle . . . . .	II	264—322

	Band	Seite
Pietsch, Erich (Berlin), Gasabsorption unter dem Einfluß der elektrischen Entladung — clean up — und verwandte Erscheinungen . . . . .	5	213-266
Polanyi, M., s. unter G. Masing		
Prager, R. (Berlin-Neubabelsberg), Die Fortschritte der Astronomie im Jahre 1921 . . . . .	1	1-25
— Willy, s. unter Hilda Geiringer		
Prey, A. (Prag), Die Theorie der Isostasie, ihre Entwicklung und ihre Ergebnisse . . . . .	4	30-69
Pringsheim, Peter (Berlin), Lichtelektrische Wirkung und Photolumineszenz . . . . .	1	335-361
— Lichtelektrische Ionisierung von Gasen . . . . .	5	146-164
Rubinowicz, A. und J. Blaton (Lemberg), Die Quadrupolstrahlung . . . . .	11	176-217
Rupp, E. (Berlin), Experimentelle Untersuchungen zur Elektronenbeugung . . . . .	9	79-122
Sack, H. (Leipzig), Dipolmoment und Molekularstruktur . . . . .	8	307-366
Schiebold, E. (Leipzig), Kristallstruktur der Silikate . . . . .	11	352-434
— Kristallstruktur der Silikate, II. Teil . . . . .	12	219-296
Schmidt, Hermann (Düsseldorf), Die Gesamtwärmestrahlung fester Körper . . . . .	7	342-383
Schnauder, G. (Berlin-Potsdam), Entwicklung und Stand der Parallaxenforschung . . . . .	2	19-49
Schoenberg, Erich (Breslau), Über die Strahlung der Planeten	5	1-46
Schüler, H., s. unter H. Kallmann		
Schwab, Georg-Maria (München), Theoretische und experimentelle Fortschritte auf dem Gebiete der heterogenen Gasreaktionen . . . . .	7	276-341
Seliger, Paul (Berlin-Lichterfelde), Das photographische Meßverfahren — Photogrammetrie . . . . .	5	47-95
— Das photographische Meßverfahren — Photogrammetrie, II. Teil . . . . .	6	279-332
Simon, F. (Berlin), Fünfundzwanzig Jahre NERNST'Scher Wärmesatz . . . . .	9	222-274
Sponer, H. (Göttingen), Optische Bestimmung. Dissoziationswärme von Gasen . . . . .	6	75-103
— s. unter R. Minkowski		
Steinhaus, W. (Berlin-Charlottenburg), Über unsere Kenntnis von der Natur der ferromagnetischen Erscheinungen und von den magnetischen Eigenschaften der Stoffe . . . . .	6	44-74
Steinke, E. G. (Königsberg i. Pr.), Die kosmische Ultrastrahlung . . . . .	13	89-147
Stracke, G. (Berlin-Dahlem), Die kleinen Planeten . . . . .	4	1-29
Strömgren, Elis (Kopenhagen), Unsere Kenntnisse über die Bewegungsformen im Dreikörperproblem . . . . .	4	233-242
Stuart, H. A. (Königsberg, z. Z. Berkeley, Cal.), Kerr-Effekt, Lichtstreuung und Molekülbau . . . . .	10	159-206
Suhrmann, R., Über den äußeren Photoeffekt an adsorbierten Schichten . . . . .	13	148-222
Thirring, Hans (Wien), Die Relativitätstheorie . . . . .	1	26-59
— Die Grundgedanken der neueren Quantentheorie. Erster Teil: Die Entwicklung bis 1926 . . . . .	7	384-431

	Band	Seite
Thirring, Hans und O. Halpern (Leipzig), Die Grundgedanken der neueren Quantentheorie. Zweiter Teil: Die Weiterentwicklung seit 1926 . . . . .	8	367—508
Tomaschek, Rudolf (Marburg/Lahn), Die Messungen der zeitlichen Änderungen der Schwerkraft . . . . .	12	36—81
Vogt, E. (Marburg), Magnetismus der metallischen Elemente — H. (Heidelberg), Der innere Aufbau und die Entwicklung der Sterne . . . . .	11 6	323—351 1—26
Wanach, B. (Berlin-Potsdam), Die Polhöenschwankungen .	2	82—87
Wegener, Alfred (Graz), Ergebnisse der dynamischen Meteorologie . . . . .	5	96—124
Wehnelt, A. (Berlin-Dahlem), Die Oxydkathoden und ihre praktischen Anwendungen . . . . .	4	86—99
Wentzel, Gregor (München), Fortschritte der Atom- und Spektraltheorie . . . . .	1	298—314

## II. Sachverzeichnis.

Aggregatzustand, adsorbierter (H. Cassel, Berlin) . . . . .	6	104—123
Astronomie, Fortschritte im Jahre 1921 (R. Prager, Berlin-Neubabelsberg) . . . . .	1	1—25
Atmosphärenschichten, höchste (J. Bartels, Berlin-Eberswalde) . . . . .	7	114—157
Atom- und Spektraltheorie, Fortschritte (Gregor Wentzel, München) . . . . .	1	298—314
Atombau und Magnetismus (W. Gerlach, Tübingen) . . .	2	124—146
Atome, Durchgang von Elektronen (R. Minkowski, Hamburg und H. Sponer, Göttingen) . . . . .	3	67—85
— und Moleküle, Quantenhafter Energieaustausch bei Zusammenstößen (J. Franck, Göttingen) . . . . .	2	106—123
Atomkern, Neuere Arbeiten über Quantentheorie des (F. G. Houtermans, Berlin-Charlottenburg) . . . . .	9	123—221
— Hyperfeinstruktur und (H. Kallmann, Berlin-Dahlem und H. Schüler, Berlin-Neubabelsberg) . . . . .	11	134—175
Atomstrahlen (W. Gerlach, Tübingen) . . . . .	3	182—198
Atomzertrümmerung (G. Kirsch, Wien) . . . . .	5	165—191
Bandenspektren, Stand der Theorie (R. Kratzer, Münster) .	1	315—334
$\beta$ - und $\gamma$ -Strahlen, Zusammenhang (Lise Meitner, Berlin-Dahlem) . . . . .	3	160—181
Chemische Bindung und Quantenmechanik (Max Born, Göttingen) . . . . .	10	387—404
Chemische Elemente, Periodisches System (Fritz Paneth, Berlin) . . . . .	1	362—403
Chemische Kinetik (Max Bodenstein, Hannover) . . . . .	1	197—209
Compton'scher Streuprozeß (H. Kallmann und H. Mark, Berlin-Dahlem) . . . . .	5	267—325
Dipolmoment und Molekularstruktur (H. Sack, Leipzig) . .	8	307—366
Dipolmomente, elektrische, von Molekülen (I. Estermann, Hamburg) . . . . .	8	258—306
Dissoziation, elektrolytische, neue Wandlungen der Theorie (F. Auerbach, Berlin) . . . . .	1	228—255

	Band	Seite
Dissoziationswärme von Gasen, optische Bestimmung (H. Sponer, Göttingen) . . . . .	6	75-103
Dreikörperproblem, Bewegungsformen (Elis Strömgren, Kopenhagen) . . . . .	4	233-242
Elektrizitätsleitung in kristallisierten Stoffen (Bernhard Gudden, Göttingen) . . . . .	3	116-159
Elektrokapillarkurve (A. Frumkin, Moskau) . . . . .	7	235-275
Elektrolyse, Theorie (E. Hückel, Zürich) . . . . .	3	199-276
Elektrolyte, starke, Kritische Arbeiten zu ihrer elektrolytischen Theorie (W. Orthmann, Berlin) . . . . .	6	155-200
Elektrolytische Dissoziation, Neue Wandlungen der Theorie (F. Auerbach, Berlin) . . . . .	1	228-255
Elektronen, Durchgang durch Atome (R. Minkowski, Hamburg und H. Sponer, Göttingen). . . . .	3	67-85
— freie, als Sonden des Baues der Molekeln (E. Brüche, Berlin) . . . . .	8	185-228
Elektronenbeugung, Experimentelle Untersuchungen (E. Rupp, Berlin). . . . .	9	79-122
Elektroneninterferenzen und Röntgeninterferenzen (F. Kirchner, München) . . . . .	11	64-133
Elektronentheorie der Metalle (R. Peierls, Zürich) . . . . .	11	264-322
Element 72 (Hafnium) (Fritz Paneth, Berlin) . . . . .	2	163-176
Elemente, chemische, Periodisches System (Fritz Paneth, Berlin) . . . . .	1	362-403
Elementumwandlung durch schnelle Wasserstoffkerne (F. Kirschner, Leipzig) . . . . .	13	57-88
Feldtheorie, Einsteins neue (Cornel Lanczos, Frankfurt a. M.)	10	97-132
Ferromagnetische Erscheinungen und magnetische Eigen- schaften der Stoffe (W. Steinhaus, Berlin-Charlotten- burg) . . . . .	6	44-74
Fester Körper, Gittertheorie (G. Heckmann, Göttingen) . . . . .	4	100-153
— Wärmestrahlung (Hermann Schmidt, Düsseldorf) . . . . .	7	342-383
— Zustandsgleichung und -begrenzung (W. Braunbek, Stuttgart) . . . . .	6	124-154
Fester Körper, Gittertheorie (G. Heckmann, Göttingen) . . . . .	4	100-153
— Wärmestrahlung (Hermann Schmidt, Düsseldorf) . . . . .	7	342-383
— Zustandsgleichung und -begrenzung (W. Braunbek, Stuttgart) . . . . .	6	124-154
Fixsterne, Bewegungen (J. Hopmann, Bonn) . . . . .	2	1-18
$\gamma$ -Strahlen, Kern-, künstliche (R. Fleischmann und W. Bothe, Heidelberg) . . . . .	13	1-56
Gasabsorption unter Einfluß elektrischer Entladung (Erich Pietsch, Berlin) . . . . .	5	213-266
Gasreaktionen, heterogene, theoretische und experimentelle Fortschritte (Georg-Maria Schwab, München) . . . . .	7	276-341
Gittertheorie, Feste Körper (G. Heckmann, Göttingen) . . . . .	4	100-153
Gleichrichter und Ventile, elektrische (Güntherschulze, Berlin-Charlottenburg) . . . . .	3	277-315
Grenzflächen, Orientierung von Molekülen (H. Freundlich, Berlin-Dahlem) . . . . .	12	82-114
Hafnium (Element 72) (Fritz Paneth, Berlin) . . . . .	2	163-176
Halbleiter, elektronischer, elektrische Leitfähigkeit (B. Gud- den, Erlangen) . . . . .	13	223-256

	Band	Seite
Hochmolekulare Lösungen, Viskosität (E. Guth und H. Mark, Wien) . . . . .	12	115—162
Hyperfeinstruktur und Atomkern (H. Kallmann, Berlin-Dahlem und H. Schüler, Berlin-Neubabelsberg) . . .	11	134—175
Interferometer Methods in Astronomy (F. G. Pease, Pasadena, Cal.) . . . . .	10	84—96
Interstellare Massen und die Absorption des Sternlichtes im Weltraum (Fr. Becker, Berlin-Potsdam) . . . . .	9	1—37
Ionen, Elektrische Kräfte und Wirkungen (Niels Bjerrum, Kopenhagen) . . . . .	5	125—145
Ionisierung, lichtelektrische, von Gasen (Peter Pringsheim, Berlin) . . . . .	5	146—164
Isostasie, Theorie und Entwicklung ihrer Ergebnisse (A. Prey, Prag) . . . . .	4	30—69
Kaltreckung und Verfestigung (G. Masing und M. Polanyi, Berlin) . . . . .	2	177—245
Kern- $\gamma$ -Strahlen, künstliche (R. Fleischmann und W. Bothe, Heidelberg) . . . . .	13	1—56
Kerr-Effekt, Lichtzerstreuung und Molekülbau (H. A. Stuart, Königsberg, z. Z. Berkeley, Cal.) . . . . .	10	159—206
Kontaktpotential (Alfred Coehn, Göttingen) . . . . .	1	175—196
Kosmische Ultrastrahlung (E. G. Steinke, Königsberg i. Pr.)	13	89—147
Kristallisierte Stoffe, Elektrizitätsleitung (Bernhard Gudden, Göttingen) . . . . .	3	116—159
Kristallstruktur, Fortschritte (A. Johnson, Berlin) . . . . .	1	270—297
Kristallstruktur der Silikate (E. Schiebold, Leipzig) . . .	11	352—434
— — II. Teil (E. Schiebold, Leipzig) . . . . .	12	219—296
Kurzwellen, Ultra-, ungedämpfte elektrische (K. Kohl, Erlangen) . . . . .	9	275—341
Lichtausbeute bei Stoßanregung (W. Hanle und K. Larché, Jena) . . . . .	10	285—324
Lichtelektrische Ionisierung der Gase (Peter Pringsheim, Berlin) . . . . .	5	146—164
— Wirkung und Photolumineszenz (Peter Pringsheim, Berlin) . . . . .	1	335—361
Lichtquantenhypothese, Entwicklung und gegenwärtiger Stand (P. Jordan, Hamburg) . . . . .	7	158—208
Lichtzerstreuung und Molekülbau, Kerr-Effekt (H. A. Stuart, Königsberg) . . . . .	10	159—206
Lösungen, besonders hochmolekulare, Viskosität (E. Guth und H. Mark, Wien) . . . . .	12	115—162
Magnetische Eigenschaften und ferromagnetische Erscheinungen der Stoffe (W. Steinhaus, Berlin-Charlottenburg)	6	44—74
Magnetismus und Atombau (W. Gerlach, Tübingen) . . . . .	2	124—146
— der metallischen Elemente (E. Vogt, Marburg) . . . . .	11	323—351
Mechanik isotroper Körper im plastischen Zustand (Hilda Geiringer, Brüssel und Willy Prager, Istanbul) . .	13	310—363
— statistische (Paul Hertz, Göttingen) . . . . .	1	60—91
Metalle, Elektronentheorie (R. Peierls, Zürich) . . . . .	11	264—322
Metallische Elemente, Magnetismus (E. Vogt, Marburg) . .	11	323—351
Metallkunde, Röntgenforschung in der (Ulrich Dehlinger, Stuttgart) . . . . .	10	325—386

	Band	Seite
Meteorologie, dynamische, Ergebnisse (Alfred Wegener, Graz) . . . . .	5	96-124
Milchstraße, Die Rotation der (K. F. Bottlinger, Berlin-Neubabelsberg) . . . . .	11	31-63
Milchstraßensystem (A. Kopff, Heidelberg) . . . . .	2	50-81
Molekelbau (F. Hund, Leipzig) . . . . .	8	147-184
— Freie Elektronen als Sonden (E. Brüche, Berlin) . . . . .	8	185-228
Molekularstruktur und Dipolmoment (H. Sack, Leipzig) . . . . .	8	307-366
Molekülbau und Lichtzerstreuung, Kerr-Effekt (H. A. Stuart, Königsberg) . . . . .	10	159-206
Moleküle und Atome, Quantenhafter Energieaustausch bei Zusammenstoßen (J. Franck, Göttingen) . . . . .	2	106-123
— Elektrische Dipolmomente (I. Estermann, Hamburg) . . . . .	8	258-306
— Orientierung an Grenzflächen (H. Freundlich, Berlin-Dahlem) . . . . .	12	82-114
Nebel, galaktische und Ursprung der Nebellinien (Fr. Becker und W. Grottrian, Berlin-Potsdam) . . . . .	7	8-91
Nernstscher Wärmesatz (A. Eucken, Breslau) . . . . .	1	120-162
— — fünfundzwanzig Jahre (F. Simon, Berlin) . . . . .	9	222-274
Neutronen (R. Fleischmann und W. Bothe, Heidelberg) . . . . .	13	1-56
Optische Instrumente seit ABBE, ihre Theorie (H. Boegehold, Jena) . . . . .	8	69-146
Ortho- und Parawasserstoff (L. Farkas, Berlin-Dahlem) . . . . .	12	163-218
Oxydkathoden, Praktische Anwendungen (A. Wehnelt, Berlin-Dahlem) . . . . .	4	86-99
Parallaxenforschung, Entwicklung und Stand (G. Schnauder, Berlin-Potsdam) . . . . .	2	19-49
— spektroskopische (Arnold Kohlschütter, Bonn) . . . . .	12	1-35
Para- und Orthowasserstoff (L. Farkas, Berlin-Dahlem) . . . . .	12	163-218
Periodisches System, chemische Elemente (Fritz Paneth, Berlin) . . . . .	1	362-403
Photochemie (M. Bodenstein, Hannover) . . . . .	1	210-227
Photoeffekt, äußerer, an adsorbierten Schichten (R. Suhrmann, Breslau) . . . . .	13	148-222
Photographisches Meßverfahren (Paul Seliger, Berlin-Lichterfelde) . . . . .	5	47-95
— — II. Teil (Paul Seliger, Berlin-Lichterfelde) . . . . .	6	279-332
Photolumineszenz und lichtelektrische Wirkung (Peter Pringsheim, Berlin) . . . . .	1	335-361
Photometrie, ihre Entwicklung in diesem Jahrhundert (E. Brodhun, Berlin) . . . . .	6	231-278
Planeten, kleine (G. Stracke, Berlin-Dahlem) . . . . .	4	1-29
— Strahlung (Erich Schoenberg, Breslau) . . . . .	5	1-46
Plastischer Zustand, Mechanik isotroper Körper im (Hilda Geiringer, Brüssel und Willy Prager, Istanbul) . . . . .	13	310-363
Polhöhenchwankungen (B. Wanach, Berlin-Potsdam) . . . . .	2	82-87
Positionsastronomie, fundamentale (A. Kopff, Berlin-Dahlem) . . . . .	8	1-24
Positronen (R. Fleischmann und W. Bothe, Heidelberg) . . . . .	13	1-56
Prädissoziation und verwandte Erscheinungen (G. Herzberg, Darmstadt) . . . . .	10	207-284
Quadrupolstrahlung (A. Rubinowicz und J. Blaton, Lemberg) . . . . .	11	176-217

	Band	Seite
Quantenhafter Energieaustausch bei Zusammenstößen von Atomen und Molekülen (J. Franck, Göttingen) . . . . .	2	106-123
Quantenhypothese, Licht-, Entwicklung und gegenwärtiger Stand (P. Jordan, Hamburg) . . . . .	7	158-208
Quantenmechanik und chemische Bindung (Max Born, Göttingen) . . . . .	10	387-444
Quantentheorie des Atomkerns, Neuere Arbeiten (F. G. Houtermans, Berlin-Charlottenburg) . . . . .	9	123-221
— Grundgedanken I. Teil (Hans Thirring, Wien) . . . . .	7	384-431
— — II. Teil (O. Halpern, Leipzig und Hans Thirring, Wien) . . . . .	8	367-508
Quellung, I. Teil (J. R. Katz, Kopenhagen) . . . . .	3	316-404
— II. Teil (J. R. Katz, Kopenhagen) . . . . .	4	154-213
Radioaktives Zerfallsgesetz, Experimenteller Beweis für statistischen Charakter (K. W. F. Kohlrausch, Graz) . . . . .	5	192-212
Radiometerkräfte, Neuere experimentelle und theoretische Untersuchungen (G. Hettner, Berlin) . . . . .	7	209-234
Relativitätstheorie (Hans Thirring, Wien) . . . . .	1	26-59
— allgemeine, Astronomische Prüfungen (Hans Kienle, Göttingen) . . . . .	3	55-66
Resonanzfluoreszenz, Magnetische Beeinflussung (W. Hanle, Göttingen) . . . . .	4	214-232
Rhenium (I. und W. Noddack, Berlin-Charlottenburg) . . . . .	6	333-373
Röntgenforschung in der Metallkunde (Ulrich Dehlinger, Stuttgart) . . . . .	10	325-386
Röntgeninterferenzen, Elektroneninterferenzen und (F. Kirchner, München) . . . . .	11	64-133
Röntgenstrahlenspektroskopie (M. v. Laue, Berlin-Zehlendorf) . . . . .	1	256-269
Röntgenstrahleninterferenzen, Die dynamische Theorie in neuer Form (M. v. Laue, Berlin) . . . . .	10	133-158
Schwerkraft, Messung der zeitlichen Änderungen (Rudolf Tomaschek, Marburg/Lahn) . . . . .	12	36-81
Silikate, Kristallstruktur (E. Schiebold, Leipzig) . . . . .	11	352-434
— — II. Teil (E. Schiebold, Leipzig) . . . . .	12	219-296
Solar system, The origin (H. Jeffreys- Cambridge) . . . . .	7	1-7
Sonnenstrahlung, Veränderungen, geophysikalischer Nachweis (J. Bartels, Berlin-Eberswalde) . . . . .	9	38-78
Spektral- und Atomtheorie (Gregor Wentzel, München) . . . . .	1	298-314
Spektroskopische Parallaxenforschung (Arnold Kohlschütter, Bonn) . . . . .	12	1-35
Sterne, Energiequellen (E. Freundlich, Berlin-Potsdam) . . . . .	6	27-43
— Innerer Aufbau und Entwicklung (H. Vogt, Heidelberg) . . . . .	6	1-26
— Statistik der Leuchtkräfte (R. Heß, München) . . . . .	3	38-54
— Strahlung (A. Brill, Berlin-Neubabelsberg) . . . . .	3	1-37
— veränderliche (P. ten Bruggencate, Greifswald) . . . . .	10	1-83
Sternlicht, Absorption im Weltraum und interstellare Massen (Fr. Becker, Berlin-Potsdam) . . . . .	9	1-37
Sternsystem, lokales (Fr. Becker, Bonn) . . . . .	11	1-30
Stickstoff, aktiver (H. O. Kneser, Marburg) . . . . .	8	229-257
Stoßanregung, Lichtausbeute (W. Hanle und K. Larché, Jena) . . . . .	10	285-324
Streuprozeß, COMPTONSCHER (H. Kallmann und H. Mark, Berlin-Dahlem) . . . . .	5	267-325

	Band	Seite
Supraleitfähigkeit (W. Meißner, Berlin-Charlottenburg) . . .	11	218—263
Temperaturen, tiefe, Erzeugung und Messung (F. Henning, Berlin-Lichterfelde) . . . . .	2	88—105
Thermoelektrizität, jetziger Stand der grundlegenden Kennt- nisse (C. Benedicks, Stockholm) . . . . .	8	25—68
Ultrakurzwellen, ungedämpfte elektrische (K. Kohl, Erlangen)	9	275—341
Ultrarotforschung (G. Laski, Berlin) . . . . .	3	86—115
Ultrastrahlung, kosmische (E. G. Steinke, Königsberg i. Pr.)	13	89—147
Ventile und Gleichrichter, elektrische (Güntherschulze, Berlin-Charlottenburg) . . . . .	3	277—315
Veränderliche Sterne (P. ten Bruggencate, Greifswald) . . .	10	1—83
Verfestigung und Kaltreckung (G. Masing und M. Polanyi, Berlin) . . . . .	2	177—245
Viskosität von Lösungen, besonders hochmolekular (E. Guth und H. Mark, Wien) . . . . .	12	115—162
Wärmesatz, NERNST'SCHER (A. Eucken, Breslau) . . . . .	1	121—162
— — fünfundzwanzig Jahre (F. Simon, Berlin) . . . . .	9	222—274
Wärmestrahlung (F. Henning, Berlin-Lichterfelde) . . . . .	1	163—174
— fester Körper (Hermann Schmidt, Düsseldorf) . . . . .	7	342—383
Wasserstoff, Para-, Ortho- (L. Farkas, Berlin-Dahlem) . . . .	12	163—218
Wasserstoffatome, freie, ihre Eigenschaften (K. F. Bon- hoeffer, Berlin) . . . . .	6	201—230
Wasserstoffisotop (Rudolf Frerichs, Berlin-Charlottenburg)	13	257—309
Wasserstoffkerne, schnelle, Elementumwandlung (F. Kirchner, Leipzig) . . . . .	13	57—88
Wellen, Neuere Untersuchungen über kritische Zustände rasch umlaufender (R. Grammel, Stuttgart) . . . . .	1	92—116
Zeemaneffekt, Fortschritte (A. Landé, Tübingen) . . . . .	2	147—162
Zeitbegriff, empirischer (A. v. Brunn, Danzig-Langfuhr) . . .	4	70—85
Zeitmaß, Schwankungen (B. Meyermann, Göttingen) . . . .	7	92—113
Zerfallsgesetz, radioaktives, Experimenteller Beweis für sta- tistischen Charakter (K. W. F. Kohlrausch, Graz) . . . . .	5	192—212
Zustandsgleichung und -begrenzung des festen Körpers (W. Braunbek, Stuttgart) . . . . .	6	124—154