

# ERGEBNISSE DER EXAKTEN NATURWISSENSCHAFTEN

HERAUSGEGEBEN VON DER  
SCHRIFTFLEITUNG DER »NATURWISSENSCHAFTEN«

ZWEITER BAND

MIT 38 ABBILDUNGEN



BERLIN  
VERLAG VON JULIUS SPRINGER  
1923

ALLE RECHTE, INSBESONDERE DAS DER ÜBERSETZUNG  
IN FREMDE SPRACHEN, VORBEHALTEN.

COPYRIGHT 1923 BY JULIUS SPRINGER, BERLIN.

## Inhaltsverzeichnis.

	Seite
<b>I. Hopmann, Dr. J., Bonn.</b> Die Bewegungen der Fixsterne . . . . .	1
<b>II. Schnauder, Dr. G., Potsdam.</b> Entwicklung und Stand der Parallaxenforschung . . . . .	19
<b>III. Kopff, Professor Dr. A., Heidelberg.</b> Das Milchstraßensystem (Mit 1 Abbildung) . . . . .	50
<b>IV. Wanach, Professor Dr. B., Potsdam.</b> Die Polhöschwankungen (Mit 1 Abbildung) . . . . .	82
<b>V. Henning, Professor Dr. F., Berlin-Lichterfelde.</b> Erzeugung und Messung tiefer Temperaturen (Mit 2 Abbildungen) . .	88
<b>VI. Franck, Professor Dr. J., Göttingen.</b> Neuere Erfahrungen über quantenhaften Energieaustausch bei Zusammenstößen von Atomen und Molekülen (Mit 1 Abbildung) . . . .	106
<b>VII. Gerlach, Professor Dr. Walther, Frankfurt a. M.</b> Magnetismus und Atombau (Mit 3 Abbildungen) . . . . .	124
<b>VIII. Landé, Professor Dr. Alfred, Tübingen.</b> Fortschritte beim Zeemaneffekt (Mit 2 Abbildungen) . . . . .	147
<b>IX. Paneth, Professor Dr. Fritz, Berlin.</b> Über das Element 72 (Hafnium) (Mit 3 Abbildungen) . . . . .	163
<b>X. Masing, Dr. G. und Polanyi, Dr. M., Berlin.</b> Kaltreckung und Verfestigung (Mit 25 Abbildungen) . . . . .	177
Namenverzeichnis . . . . .	246
Sachverzeichnis . . . . .	248

# I. Die Bewegungen der Fixsterne.

Von J. Hopmann-Bonn.

## I.

Die Fortschritte der Astronomie in den letzten Jahren beruhen größtenteils natürlich in der vervollkommenen Technik, den amerikanischen Rieseninstrumenten usw., dann in der Anwendung neuer, zumeist physikalischer Beobachtungsmethoden, weiter dann darin, daß wir mit fortschreitender Zeit mehr und mehr Früchte aus den mühevollen Arbeiten der zwei bis drei Generationen vor uns ziehen können. Vor allem aber werden die neuen Erkenntnisse bedingt durch das immer innigere Zusammenarbeiten sonst getrennter Methoden: Eine Teilung in Astronomie (Positionsbestimmungen) im älteren Sinne und Astrophysik ist ein Unding, beide sind sich gegenseitig unentbehrlich. Gerade das Studium der Bewegung der Fixsterne zeigt dies aufs deutlichste. Und so werden sich in den folgenden Darlegungen naturgemäße Seitenblicke in verschiedene Teilgebiete der Astronomie ergeben.

Es ist Eigenart der Aufgabe, die Struktur und Bewegungsverhältnisse des Kosmos aufzufinden, daß viele Jahre rastloser mechanischer Massenarbeit nötig sind, um das erforderliche Tatsachenmaterial zusammenzutragen. Die Distanzen der Sterne voneinander zählen nach vielen Billionen von Kilometern. Ihre relativen Geschwindigkeiten sind im Durchschnitt etwa nur 20—50 km/sek. So müssen Jahrzehnte vergehen, bis die Eigenbewegungen (Richtungsänderungen) der meisten Sterne bei aller Präzision moderner astronomischer Meßkunst genügend gesichert sind. Der Spektrograph liefert zwar schneller wenigstens eine Komponente der Sternbewegung, die Radialgeschwindigkeit; in beiden Fällen muß aber weiter auch die Zahl der beobachteten Objekte groß sein, sonst entbehren die nachfolgend zum Teil ausführlich zu schildern den Ergebnisse einer statistischen Sichtung des Materials der nötigen Sicherheit.

Es ist leider hier nicht möglich, näher auf die eine oder andere dieser Sammlungen gleichartiger Messungen einzugehen. Dem Fernerstehenden bieten solche Sternkataloge gar nichts, zumal aus ihnen ja direkt meist nichts Neues zu ersehen ist. Erwähnt seien aber wenigstens einige. R. PRAGER (*1*) hat in Babelsberg die Örter von Anhaltsternen für das

von dem Potsdamer Observatorium übernommene Stück der internationalen Himmelskarte sowie ihre Eigenbewegungen bestimmt, MÖNICHMEYER (2) in Bonn gibt die Ergebnisse jahrelanger Beobachtungen von 2199 Sternen am Meridiankreise, G. STRUVE (3) teilt eine längere Liste von in Wilhelms-haven beobachteten Sternen mit. Sehr zu begrüßen ist die endliche Fertigstellung der Neubearbeitung RÜMKERScher (4) Beobachtungen. E. RÜMKER hat in den vierziger Jahren etwa 18000 Sterne in Hamburg beobachtet, die damals aber nicht genügend einwandfrei reduziert wurden. Die Neubearbeitung erhöht den Wert dieses alten Materials ganz beträchtlich. Hier sind auch die neueren Veröffentlichungen KÜSTNERS und HOPMANNS zu nennen (5), die die Grundlagen zur Eigenbewegungsbestimmung in verschiedenen Sternhaufen geben (M 3, M 11, M 705, N.G.C. 7789, N.G.C. 6939 von KÜSTNER, N.G.C. 5466 von HOPMANN). Was spektroskopische Radialgeschwindigkeiten anlangt, so ist vor allem die Viktoria-sternwarte in Kanada zu nennen, die mit ihrem Riesenspiegelteleskop von 1,80 m Öffnung in sehr kurzer Zeit 594 Sterne durch mindestens je sechs Aufnahmen nicht nur beobachtet, sondern auch fertig gemessen, reduziert und veröffentlicht hat (6).

Aus dem Vergleich der Fixsternpositionen verschiedener Epochen gewinnen wir deren Eigenbewegung. Aus ihnen und den Radialgeschwindigkeiten schließen wir weiter auf die Zustände des Kosmos. Um den Wert verschiedener Arbeiten auf diesem Gebiete im vergangenen Jahre zu verstehen, sei hier einiges aus der geschichtlichen Entwicklung des Problems angeführt.

Der ältere HERSCHEL leitete um 1790 aus den Bewegungen von nur 12 Sternen ab, daß sich das Sonnensystem unter ihnen etwa in Richtung des Herkules bewege. Lange Zeit wurde diese Behauptung stark angefochten und erst 1837 von ARGELANDER voll bestätigt, der auf Grund neuer Beobachtungen die Eigenbewegungen von 380 Sternen dazu heranziehen konnte. In der Folgezeit geschahen noch zahlreiche derartige Bestimmungen des Apex der Sonnenbewegung. Alle ergaben ungefähr die gleiche Richtung, mehr oder weniger verschieden. Teils lag dies natürlich an der Genauigkeit der benutzten Eigenbewegungen, teils aber auch, wie wir heute wissen, an der Auswahl der Sterne. Diese älteren Arbeiten betrachteten die räumlichen Bewegungen der Sterne als völlig regellos. Um 1900 gelang zuerst KOBOLD, dann KAPTEYN der Nachweis, daß die Verhältnisse der Eigenbewegungen sich besser darstellen lassen, wenn man statt der Regellosigkeit annimmt, die Bewegungen der Sterne bevorzugen zwei bestimmte einander entgegengesetzte Richtungen, die der Ebene der Milchstraße nahezu parallel sind. Nach KAPTEYN gleichen die Sterne zwei Fischschwärmen, die einander entgegenschwimmend, sich durchdringen. — Dieser dualistischen steht die unitarische oder ellipsoidische Theorie SCHWARZSCHILDs gegenüber. Stellen wir uns für einen Augenblick alle Sterne in einem Punkt vereinigt vor, und lassen dann alle sich mit der

Geschwindigkeit und Richtung bewegen, die jedem eigen ist. Nach einer gewissen Zeit, nachstehend ist 1 Sekunde dafür angenommen, haben sie sich dann in einen Geschwindigkeitssternhaufen zerstreut. Dieses Gebilde hat nach SCHWARZSCHILD etwa die Form eines Ellipsoids, dessen größte Achse eine bestimmte Richtung in der Milchstraßenebene hat, während die kleinste zu ihrem Pol gerichtet ist. Anschließend an beide Theorien haben dann EDDINGTON, CHARLIER, HALM u. a. verschiedene Untersuchungen angestellt, die insbesondere auch das Material nach den verschiedenen Spektraltypen trennten, wobei sich schon mehrere Merkwürdigkeiten zeigten, ohne daß aber weiter darüber berichtet sei. In den letzten Jahren hat sich nun vor allem unsere Kenntnis auf dem Gebiete der Entfernungen (Parallaxen) einzelner Fixsterne gewaltig erweitert, was nun von G. STRÖMBERG (7) in seiner wichtigen Arbeit wie folgt verwendet wurde.

Bisher hatte man in den erwähnten Arbeiten meist nur die Richtungsänderungen (E. B.) oder die Komponente der Bewegung des Sterns auf uns zu oder fort (Rad. Geschw.) benutzt. Bei Sternen, deren E. B., Rad. Geschw. und Distanz bekannt ist, lassen sich aber die räumlichen drei Komponenten der Bewegung in bezug auf die Sonne berechnen. Wird an diese Werte die durchschnittliche Geschwindigkeit der Sonne unter dem Gros der Fixsterne (20 km/sec. in Richtung  $\alpha = 270^\circ$ ,  $\delta = +30^\circ$ ) angebracht, ferner das Achsensystem in die Ebene der Milchstraße gedreht, so lassen sich nun die einzelnen Bewegungen der Sterne gegenüber dem Mittel aller viel mehr der Wahrheit gemäß darstellen, als es früher möglich war. Für rund 1300 Sterne, die alle den späteren Spektraltypen F G K M angehören, hat STRÖMBERG mit seinen Mitarbeitern die Untersuchung gemacht. Innerhalb jedes Typus wurde noch nach Riesen und Zwergen, absolute Helligkeit  $\geq 3^m$  getrennt. Durch dreidimensionale trigonometrische Interpolation ergaben sich nun für die Flächen gleich häufiger Bewegung ellipsoidische Gebilde, etwa dem SCHWARZSCHILD'Schen entsprechend, die in anschaulichen Diagrammen dargestellt wurden. Aus ihnen lassen sich folgende Schlüsse ziehen:

1. Die roten Riesen (M-Typus) bewegen sich im wesentlichen nach allen Richtungen hin gleich häufig. Eine Bevorzugung der Milchstraßenebene ist nur schwach angedeutet. Die geringen Geschwindigkeiten herrschen vor, hohe sind selten.

2. Geht man zu den K-, G-, F-Riesen über (gelbe bis weißgelbe Sterne), so wird die Bevorzugung der Milchstraße stetig stärker, wir bekommen ausgesprochene Geschwindigkeitsellipsoide.

3. Die Sterne A6 bis F9 zeigen einmal die gleiche Erscheinung, außerdem aber haben wir eine zweite Stelle hoher Bewegungshäufigkeit; etwa 20% der in dieser Gruppe untersuchten Sterne bewegt sich in gleicher Richtung, wie die Mitglieder des besonders durch L. Boss bekannten Bewegungshaufens in den Hyaden. Es gehören also zu dieser Gruppe noch zahlreiche Sterne etwa des gleichen Spektraltypus, die sich über den

ganzen Himmel verteilen, so nach HERTZSPRUNG (8), z. B. Gr. 34, 12 Can. ven. und besonders Atair.

4. Die Zwerge der Spektralklassen G, K, M zeigen ebenfalls stark ellipsoidische Geschwindigkeitsverteilung, auch ungefähr parallel zur Milchstraßenebene. In dieser ist aber die größte Achse der Figur um etwa  $150^\circ$  gedreht gegenüber der Lage bei den Riesen. Richtung und Größe der häufigsten Bewegung unter den Zwergen entspricht etwa dem KAPTEYNschen Sternstrom I, während Strom II im wesentlichen durch die Giganten gebildet wird. Wie schon früher bekannt, zeigen weiter die Zwerge im ganzen fast die doppelte durchschnittliche Raumgeschwindigkeit wie die Riesen.

5. Interessant ist weiter das Verhalten aller untersuchten Sterne, Riesen und Zwerge, mit Geschwindigkeiten über 100 km/sec. Ihre auf die Milchstraßenebene projizierten Bewegungen vermeiden ausnahmslos den ersten Quadranten galaktischer Länge (etwa die Richtungen zwischen Aquila und Cassiopeia).

Dieses Verhalten der Sterne hoher Geschwindigkeit wird ebenfalls, unabhängig von J. OORT (9) studiert. Er findet, daß bis zu 60 km/sec. Raumgeschwindigkeit herunter alle Vektoren den ersten Quadranten und etwas darüber hinaus der Milchstraße vermeiden. Erst bei geringeren Geschwindigkeiten tritt, aber dann sofort, eine gleichmäßigere Verteilung auf. Dabei scheint noch der mittlere Zielpunkt der Bewegung mit der Geschwindigkeit im Zusammenhang zu stehen, wie nachstehende Zahlen zeigen:

Raumgeschwindigkeit	Mittlerer Zielpunkt		
	aus Radialgeschwindigkeiten	aus E. B.	
62—100 km/sec	$212^\circ \pm 6^\circ$	$211^\circ \pm 13^\circ$	} Galaktische Breite etwa $-5^\circ$ .
100—200 >	$244 \pm 10$	$234 \pm 15$	
> 200 >	$270 \pm 20$	$253 \pm 7$	

Objekt	Durchschnittliche Bewegung	Mittlerer Zielpunkt	
		Länge	Breite
96 planet. Nebel . . . . .	30 km/sec	$220^\circ$	$-14^\circ$
10 kugelförmige Sternhaufen .	70 >	260	$-20$
31 Spiralnebel . . . . .	200 >	276	$-33$
der 2 KAPTEYNschen Ströme .	20 >	167 bzw. 347	0

Über die Ursache dieser Erscheinung wissen wir noch nichts. Auffallend ist auch der zweite Teil obiger Tabelle, wobei noch zu beachten ist, daß die Masse des Milchstraßensystems nach den Untersuchungen von SHAPLEY und HOPMANN (unveröffentlicht) etwa senkrecht zu den obigen Richtungen in etwa  $325^\circ$  galaktischer Länge liegt. Weitere Schlüsse kann man wohl noch nicht hieran knüpfen. Doch vergleiche man hiermit auch die später besprochene Theorie KAPTEYNs.

Die Angabe für die gasförmigen planetarischen Nebel ist einer Untersuchung von WIRTZ (10) entnommen, der dafür das hervorragende Beobachtungsmaterial der Licksternwarte heranzieht. Hier interessiert weiter die noch unaufgeklärte Tatsache, daß die Bewegungen der Gasnebel mit ihrem scheinbaren Durchmesser und mit abnehmender Totalhelligkeit wachsen. Weiter zeigt sich eine Bevorzugung der Milchstraßenebene, eine ellipsoidische Geschwindigkeitsverteilung. Die Zahlen für die Kugelhaufen und Spiralnebel entstammen einer Untersuchung von HOPMANN (11), sie decken sich im wesentlichen nahe mit einigen Ergebnissen von WIRTZ (12). HOPMANN versucht den Nachweis zu führen, daß die Spiralnebel und Kugelhaufen kosmisch gleichzustellen seien, d. h. daß jene nicht ferne Weltinseln, der Milchstraße koordiniert, sind wie früher meist angenommen. Für eine Subordination spricht auch die mittlere Parallaxe von 100 Spiralnebeln, die, im einzelnen noch nicht publiziert, LUNDMARK (13) aus ihren Eigenbewegungen auf Grund neuer Messungen der Licksternwarte erhalten hat. Vor allem aber kommt auch VAN MAANEN (14) vom Mount Wilson zum gleichen Schluß. Er hat nunmehr bei sieben Spiralen interne Bewegungen festgestellt durch Stereokomparatorvergleich von Platten, die über ein Jahrzehnt auseinanderliegen. Bei allen zeigen die Nebelknoten ein Entwickeln der Spiralarme, und so groß, daß sie — bei Distanzen dieser Objekte von Millionen von Lichtjahren nach der älteren Weltinseltheorie Geschwindigkeiten von über 300 000 km/sec haben müßten, während ihre Gleichstellung mit den Kugelhaufen — 10 000 Lichtjahre und mehr — auf Geschwindigkeiten führt — 500 km/sec — die den spektroskopisch festgestellten entsprechen.

Nach diesem Ausflug in die größeren Tiefen des Universums kehren wir in unsere engere Umgebung zurück. Der im Anfang dieser Darstellungen (S. 3) erwähnte Taurusstrom ist erneut mit anderen Bewegungsternhaufen, d. h. Sterngruppen, oft über scheinbar weite Teile des Himmels zerstreut, die sich durch systematische E.B. und Rad. Geschw. ihre Mitglieder verraten — von RASMUSON (15) untersucht worden. Verbunden mit einer Kritik früherer Arbeiten sucht er aus allem vorliegenden Beobachtungsmaterial soweit als möglich abzuleiten, welche Sterne gehören zur jeweiligen Gruppe, welches ist ihr gemeinsamer Fluchtpunkt, ihre Distanz von uns, die Raumgeschwindigkeit, die Leuchtkraft der einzelnen Sterne und ihre räumliche Verteilung. Recht sicher gelingt dies bei den 40 Sternen des eigentlichen Taurusstroms, die zumeist ja den Hyaden angehören, im ganzen A- und F-Sterne ziemlich hoher Leuchtkraft, die sich eng zusammengeballt mit 40 km/sec. auf einen bestimmten Punkt nahe der Milchstraßenebene bewegen. Eine frühere Untersuchung von KAPTEYN und DE SITTER (1904) — Ausmessung der Hyaden auf Grund von Bonner, Potsdamer und anderen photographischen Aufnahmen und einer vorhergehenden Triangulation am Bonner Heliometer durch WIRTZ — hatte gezeigt, daß unter den schwachen Sternen in dieser Gegend nur

wenige zur eigentlichen Gruppe gehören. So ist VAN MAANEN (16) dann auch nicht sehr erstaunt, etwas außerhalb des Zentrums der Gruppe in der Umgebung von Aldebaran nur zwei Sterne zu finden, die an der Strombewegung sich beteiligen. Sie sind sehr schwach, also Zwerge in heutiger Bezeichnungsweise, während die 40 anderen zu den normalen Riesen gehören. Auch HERTZSPRUNG (17) kann zwei weitere Objekte, beides Doppelsterne, den Hyaden zufügen, mittelhell, und die Existenz eines weiteren Zwerges wahrscheinlich machen. Sollte es nicht in naher Zukunft möglich sein, unsere Kenntnisse dieser Gruppe so zu erweitern, wie es neuerdings bei den Plejaden möglich war?

Räumlich wie scheinbar weiter zerstreut ist die Bärenfamilie, der unter anderem die Hauptsterne des großen Bären, dann Sirius,  $\alpha$  Coronae,  $\gamma$  Piscium und auch manche Sterne des Südhimmels, wie  $\alpha$  Volantis angehören, auch hier meist A-Sterne. Die Gruppenbewegung ist mit 30 km/sec etwa auf das Sternbild Scutum in der Milchstraße gerichtet. — Die Plejaden und die Praesaepe sind andere bekannte Bewegungshaufen, räumlich enger gedrängt und weiter von uns als die erst genannten. Für erstere ist durch die Arbeit TRÜMPLERS (18) die Zahl der zur Gruppe gehörigen schwachen Sterne gewaltig erweitert worden, 176 zählt er als gesichert, und über 30 als wahrscheinlich. Für die Praesaepe fehlt es noch an zuverlässigen neuen Beobachtungen. Eine weitere räumlich wie scheinbar ausgedehnte Sterngruppe ist der Perseushaufen (nicht mit dem bekannten Sternhaufen  $\eta$  und  $\chi$  Persei zu verwechseln). Seine 45 Mitglieder gehören, so weit bisher bekannt, zu den absolut sehr hellen Sternen aller Spektraltypen. Auch hier Bewegung parallel zu Milchstraße, aber nur 6 km/sec gegenüber unserer sonstigen Umgebung. Ein Gegenstück hierzu ist der Scorpio-Centaurushaufen auf der Südhalbkugel, 166 ebenfalls meist sehr helle Sterne, Fluchtpunkt der Bewegung wiederum nahe der Milchstraßenebene. RASMUSON betrachtet weiter eine Reihe von Sterngruppen, die jede für sich wohl ebenso wie die obigen, ein organisches Ganzes sind, für die uns aber bis heute noch vielerlei Beobachtungsdaten fehlen. Die Namen der wichtigsten sind: Sterne um Coma Berenices — zu denen aber die Hauptsterne des sichtbaren Haufens nur zum Teil gehören — je eine Gruppe im Orion und Corona Borealis und eine, deren Mitglieder wohl mit 61 Cygni gemeinsame Bewegung haben. Zwar sind fast alle der RASMUSONschen Bewegungshaufen von anderen Forschern gefunden worden. Der Wert seiner Arbeit liegt in der Erweiterung und Sammlung des vorliegenden Materials und seiner einheitlichen Bearbeitung.

Einen weiteren Versuch in dieser Richtung verdanken wir HERTZSPRUNG (19). Er bringt an die Stromeigenbewegung der Hyaden und der Praesaepe die von KAPTEYN gefundene systematische Verbesserung an, zeigt dann, daß die Fluchtpunkte beider Gruppen zusammenfallen, sie sich also parallel im Raume bewegen. Die Distanz der Praesaepe ergibt sich zu etwa 500 Lichtjahren, wenn die der Hyaden 140 ist.

Die verschiedenen wohlbekannteren Sterngruppen bestehen nach unserer heutigen Kenntnis überwiegend aus absolut sehr hellen Sternen. So ist es auch bei den fernen Gruppen, den lokalen Verdichtungen der Milchstraße, wie  $h$  und  $\chi$  Persei, M 35, 36, 37 usw. Diese sind uns so fern, daß eine Trennung in Gruppensterne und andere des Vorder- oder Hintergrundes aus den Eigenbewegungen vorab noch nicht möglich ist. Auch die von JOY früher und besonders die von PAYNE (20) abgeleiteten E. B. bei M 37 und 36 halte ich vorläufig nur für Rechenergebnisse.

Durch die Bewegung der Sonne in ihrer Umgebung entsteht bekanntlich die als Motus parallacticus bezeichnete systematische Eigenbewegung der Sterne. Sie wird (in Bogensekunden pro Jahr) um so geringer sein, je ferner die zu untersuchenden Sterne sind, so daß der mittlere m. p. für bestimmte Sterne einen Anhalt für deren Entfernung gibt. So wird durch VAN DEN KAMP (21) der m. p. der Sterne  $10^m$  und  $13^m$  untersucht. Das Beobachtungsmaterial dafür lieferten die E. B. der Anhaltssterne, die auf verschiedenen Sternwarten zur Ermittlung der Distanzen hellerer Objekte beobachtet waren. Unter Berücksichtigung aller etwaigen Fehlerquellen ergab sich reduziert auf  $45^\circ$  galaktischer Breite als Säkularparallaxe  $0'',0149$  für  $10^m,2$  und  $0'',0063$  für  $13^m,1$  in guter Übereinstimmung mit früheren Untersuchungen des Groninger Astronomischen Laboratoriums, d. h. im Mittel aus allen Sternen der betreffenden scheinbaren Helligkeiten erscheint die vom Sonnensystem während eines Jahrhunderts zurückgelegte Strecke unter diesem geringen Winkel; mit einer bestimmten Geschwindigkeit, die man der Sonne beilegt (z. B. 20 km/sec) erhält man die mittlere Distanz dieser Sterne von uns.

Schon vor über 100 Jahren, als die ersten starken E. B. gefunden waren, betrachtete man sie als ein Zeichen großer Nähe der betreffenden Sterne. Nach dem Vorbilde von KAPTEYN und HERTZSPRUNG haben jetzt LUNDMARK und LUYTEN (22) auf der Licksternwarte die starken E. B. zusammen mit dem Spektrum herangezogen, um individuelle Parallaxen (nicht wie eben statistisch mittlere) abzuleiten. Doch gehört das Wie nebst kritischen Bemerkungen mehr in den Abschnitt Sternparallaxen, so daß hier nicht darauf eingegangen sei.

Eine ausgedehnte andersartige statistische Studie verdanken wir wiederum LUYTEN (23). Er gibt einen Katalog aller Sterne, deren jährliche E. B.  $0'',5$  übersteigt. 1908 kannten wir rund 300 solcher, 1915 531 und jetzt 749. Der Zuwachs in letzter Zeit ist ausschließlich der Photographie zu verdanken, der klassische Meridiankreis hat keinen weiteren Beitrag zu den älteren Listen geliefert. Zwei Astronomen sind hier vor allem zu nennen; INNES in Johannesburg und WOLF in Heidelberg. Letzterer ist schon seit Jahren bemüht, durch Vergleich alter und neuer Platten am Stereokomparator Objekte mit merklicher E. B. zu ermitteln. Die meisten von ihm gefundenen liegen natürlich unter der Grenze des LUYTENschen Katalogs, ihre Zahl ist heute über 1200, fast alle unter  $10^m$ . In

der Diskussion, die LUYTEN an seinen Katalog anschließt, ergibt sich zunächst, daß bis zur 7<sup>m</sup> das Verzeichnis wahrscheinlich alle am ganzen Himmel zu erwartenden Objekte enthält, bei den schwächeren beginnen naturgemäß mehr und mehr Sterne zu fehlen. Als zu erwartende Gesamtzahl aller Sterne mit Eigenbewegungen über  $0'',5$  wird 3—4000 angegeben. So verlockend es wäre, so muß ich es mir doch versagen, auf seine weiteren stellarstatistischen Schlüsse hier einzugehen. Es würde dies zu sehr auf eine Darstellung der dort geltenden Gesetzmäßigkeiten hinführen. LUYTENS Schlußfolgerungen sind zudem meistens Bestätigungen unserer bisherigen Ansichten über die Bewegungen der absolut schwachen Sterne — denn solche sind gutteils die in seinem Katalog gegebenen — über den Apex der Sonnenbewegung und die zwei KAPTEYNschen Sternströme.

## II.

Immer wieder hat man im Laufe der Zeit sich ein Gesamtbild vom Kosmos zu machen versucht, und in den letzten Jahrzehnten, kann man unstreitig sagen, hat dies immer festere Gestalt angenommen. Zwar ist es durch die Arbeiten SHAPLEYS gewaltig erweitert worden, was aber die Sternwelt bis zu etwa 20 000 Lichtjahren Distanz anlangt, so wird sich künftighin in unseren Ansichten nicht allzuviel mehr ändern. Ein Hauptverdienst hierin hat der im Juni 1922 verstorbene holländische Astronom KAPTEYN, der die Tätigkeit einer Reihe Sternwarten auf der ganzen Erde seit Jahren auf dieses eine Ziel hin organisiert hat. Seine Arbeiten gründeten sich im wesentlichen auf das Studium der Bewegungen der Sterne und so sei auch in aller Kürze sein abschließendes Gesamtbild des Kosmos hier wiedergegeben. Zunächst die Kritik (24), inwieweit die 1920 veröffentlichte Darstellung (s. u.) heutzutage gesichert ist und inwieweit in wenigen Jahren die Grenzen unserer Kenntnis sich herauschieben lassen, wenn die im Gange befindlichen Arbeiten abgeschlossen sind. Es sei mit einigen Erläuterungen KAPTEYNs Tabelle am Schluß der Arbeit hier abgedruckt.

Grenzen in Sternweiten, innerhalb deren der Bau des Sternsystems gefunden werden kann.

Methode	$0^{\circ}$ — $20^{\circ}$	$40^{\circ}$ — $90^{\circ}$	$0^{\circ}$ — $90^{\circ}$
1. Direkte Parallaxbestimmungen . . . . .	—	—	50
2. Motus parallacticus bis $m = 10$ . . . . .	320	240	300
3. » » » $m = 13$ . . . . .	(830)	(610)	(720)
4. » » » $m = 10$ u. E.B. bis $0',01$	400	320	360
5. Dasselbe, dazu die Kenntnis von $N_m$ ( $m$ bis 14)	1600	800	1200
6. » aber $N_m$ bis $m = 17$ . . . . .	(4000)	(1600)	(2800)
7. Siehe unten, $N_m$ bekannt bis $m = 14$ . . .	3000	1000	2000
8. » » » » » $m = 17$ . . . . .	(8000)	1700	$\Delta = \Delta_0/100$

Eine Sternweite entspricht einer Parallaxe von  $1''$ , oder dem 206 265-fachen der Entfernung Erde—Sonne und etwa 3,2 Lichtjahren. Einklammerte Werte lassen sich hoffentlich innerhalb des nächsten Jahrfünfts ermitteln.

1. Erreichbar mit den modernen photographischen Methoden.
2. In wesentlichen Teilen das Ergebnis eines Jahrhunderts Meridiankreisbeobachtungen.
3. und 4. Vgl. die Besprechung der Arbeit von VAN DEN KAMP, zum Teil ein Nebenergebnis von 1., zum Teil das von photographischen Sonderbeobachtungen.
5. und 6.  $N_m$  ist die Gesamtzahl aller Sterne bis zur Größe  $m$  herunter in einem bestimmten abgegrenzten Gesichtsfeld. Für diese Methode ist einwandfreie Photometrie das Wichtigste. Es ergeben sich dann a) die prozentuale Verteilung der Sterne verschiedener Leuchtkraft, b) das Gesetz, nach dem die Dichte des Systems von der Mitte nach außen hin abfällt.

7. und 8. Bei einer gewissen noch nicht publizierten Erweiterung der dem Ganzen zugrunde liegenden mathematischen Entwicklungen.  $A = A_0/100$  besagt, daß sich ein Gebiet erreichen läßt, an dessen Grenzen die Sterndichte 0,01 unserer Umgebung ist, in gewisser Hinsicht vielleicht also bis praktisch an die Grenzen des Sternsystems überhaupt, das — so weit sind wir heute schon sicher — nahe ein Rotationsellipsoid mit dem Achsenverhältnis 5 : 1 ist. Für galaktische Breite von  $40^\circ$ — $90^\circ$  ist diese Grenze heute schon erreicht.

Jenseits, zum Teil auch schon diesseits von ihr liegen die einzelnen hellen Milchstraßenwolken<sup>1)</sup>.

In der zweiten Arbeit macht KAPTEYN einen Versuch, die Gesamtverteilung der Massen, Geschwindigkeiten und Kräfte in seinem System zu ermitteln. Es liegt innerhalb der zulässigen Vernachlässigungen, das Ganze aus zehn konzentrischen ähnlichen Rotationsellipsoiden aufzubauen. Die Sterndichte nimmt nach außen ab von rund 0,6 in bezug auf eine bestimmte Einheit im innersten Teil bis auf 0,01 in der äußersten Schale. Die zugehörigen großen Halbachsen sind 602 und 8465 Sternweiten. Bei dieser vereinfachten Dichteverteilung ergibt sich leicht ein analytischer Ausdruck für die Gravitationsbeschleunigung, die die Gesamtmasse des Systems in einem einzelnen Raumpunkte hervorruft. Unter zwei Bedingungen kann nach KAPTEYN ein solches System nur stabil sein, wenn erstens eine gemeinsame Rotationsbewegung stattfindet, die sich überlagert über zweitens die Bewegungen der einzelnen Sterne,

<sup>1)</sup> Ich persönlich glaube, daß die Entwicklung unseres Wissens dahin gehen wird, daß das Sternsystem sich mehr und mehr komplizierter herausstellen wird, als eine Sammlung mächtiger unregelmäßiger Sternwolken; eine elastische Theorie und Interpolation mag dann wohl weiter kommen als der Versuch, durch schwierige mathematische Deduktionen und Idealisierungen ein Gesamtbild zu entwerfen.

die nach den Gesetzen der kinetischen Gastheorie erfolgen sollen. Mit der aus Lick-Beobachtungen abgeleiteten durchschnittlichen zufälligen Geschwindigkeit in unserer engeren Nachbarschaft findet KAPTEYN weiter als mittlere Masse der Sterne 1,4—2,2 Sonnenmassen, in Übereinstimmung mit den Ergebnissen der Doppelsternbeobachtungen (s. u.). »Dunkele« Massen, kosmische Staubwolken, erloschene Sterne, können dann nicht in sehr merklichem Betrage vorhanden sein. Weiter ergibt sich für Sterne in der Milchstraße in mittleren Entfernungen vom Zentrum als Rotationsbewegung 19,5 km/sec. In der Annahme, daß eine solche in zwei entgegengesetzten Richtungen stattfindet, findet sich so die relative Bewegung des 1. und 2. KAPTEYNSchen Sternstroms, 40 km/sec, überraschend genau bestätigt. Schließlich wird noch unter Zurückgehen auf Einzelheiten in einer früheren Arbeit versuchsweise abgeschätzt, wie weit unser Sonnensystem außerhalb der Mitte dieses ganzen Sternellipsoids sich befindet. KAPTEYN gibt hierfür an: 38 Sternweiten nördlich der galaktischen Ebene in etwa 650 Sternweiten Distanz von der Mitte. Als Richtung des Zentrums von uns aus nimmt er die Senkrechte zur Bewegungsrichtung der beiden Sternströme an und entscheidet sich von den dann zwei möglichen galaktischen Längen ( $77^\circ$  und  $257^\circ$ ) für die erste in Übereinstimmung mit HERRSCHEL SEN., STRUVE und KAPTEYNS früheren Arbeiten<sup>2)</sup>.

Das KAPTEYNSche System ist sicher eine geniale Gesamtschau über unser Wissen von der Struktur des Kosmos. Der Verfasser weist selbst auf die Schwächen desselben hin; man denkt z. B. unwillkürlich an die eingangs berichteten Ergebnisse STRÖMBERGS. Hoffentlich findet er bald ebenbürtige Nachfolger, die seine Ideen weiter ausarbeiten.

Einen ersten Schritt in dieser Richtung hat derweil schon der bekannte englische Thermodynamiker JEANS (25) gemacht. Er zeigt vor allem, daß die zweite obige Annahme KAPTEYNS nicht nötig sei, daß also die Geschwindigkeitsverteilung nicht dem MAXWELLSchen Gesetz für isotherme Gase entsprechen braucht, was ja auch nach STRÖMBERG u. a. tatsächlich nicht der Fall ist. Die Kräfte, die die Bewegung des einzelnen Sternes regeln, zerlegt er in A) die von den Nachbarsternen herrührenden, B) das allgemeine Gravitationsfeld des Universums. A) ist nach seinen früheren Untersuchungen klein im Verhältnis zu B). Es wird sich dann unser Sternsystem zuerst zu einem in bezug auf B) stabilen entwickeln, dann wird ein Ausgleich der Kräfte A) einsetzen, bis schließlich beide Kräftegruppen zu einer stabilen Sternverteilung führen. Dann erst ist in Strenge das MAXWELLSche Stadium der kinetischen Gastheorie erreicht. Solange Sternströme, Bewegungshaufen, zahlreiche Schnellläufer u. dgl.

<sup>2)</sup> Ich selbst würde mit CHARLIER, HERSCHEL JUN. und SHAPLEY und auf Grund eigener unveröffentlichter Untersuchungen über die Intensitätsverteilung des Milchstraßenlichtes den anderen Wert oder besser noch etwa  $325^\circ$  galaktischer Länge hierfür annehmen. (Vgl. auch die Bemerkung S. 4.)

existieren, ist dieser Endzustand noch nicht erreicht. Daß bezüglich B) Stabilität herrsche, wird von JEANS für die weitere analytische Entwicklung angenommen. Die dann entwickelten grundlegenden Differentialgleichungen werden zunächst auf die begrenzte Gruppe der B-Sterne angewandt, wie sie sich nach CHARLIERS Untersuchungen von 1916 darstellt. (Heute kennen wir noch viele und entferntere Objekte der Art.) JEANS identifiziert ihre räumliche Ausdehnung mit der des ersten KAPTEYNschen Ellipsoids von 602 Sternweiten großer Halbachse, findet dann, daß die Theorie völlig durch die Art der Verteilung dieser Sterne ihre geringe räumliche Bewegung erklärt, ohne daß es nötig wäre, ihnen außergewöhnlich hohe Massen beizulegen. — Bei der Anwendung seiner Theorie auf das Universum ergibt sich für JEANS aus dem Achsenverhältnis des älteren SCHWARZSCHILDschen Geschwindigkeitsellipsoids, daß die Sonne etwa 1100 Sternweiten außerhalb der Mitte des Systems stehen und die Durchschnittsmasse der Sterne das 3,2-fache der Sonne sein muß. Da aber aus den Doppelsternbeobachtungen folgt, daß diese im allgemeinen 0,8 Sonnenmassen haben (s. aber unten!), so müßte auf einen hellen Stern im Kosmos etwa das 3-fache an dunkeler Masse kommen. Nicht viel anders wird es, wenn wir — was nach JEANS mit den Beobachtungen noch verträglich — für den Abstand der Sonne vom Zentrum 700 Sternweiten nehmen. Das Verhältnis heller zu dunklen Sternen wird dann 1 : 2.

Bei aller mathematischen Eleganz zeigt meines Erachtens die Arbeit von JEANS in ihren Anwendungen, daß wir hinsichtlich Dynamik des Universums ganz in den Anfängen stehen, und daß Hypothesen, die in ihrer Einfachheit die analytische Entwicklung begünstigen, durch neue Beobachtungen sehr leicht gestürzt werden können. Vorab gibt wohl KAPTEYNS mathematisch rohe Methode unsere Beobachtungskenntnisse betreffs dunkler Massen (nach KAPTEYN verschwindend wenig) besser wieder als die Lösung von JEANS.

Eine zweite Arbeit desselben Autors, die Dynamik der Bewegungshaufen, knüpft gutteils an die eben besprochene und dann an die weiter oben (S. 5) dargelegte von RASMUSON an. JEANS hatte nämlich vor einigen Jahren gefunden, daß ein ursprünglich kugelförmiger Bewegungshaufen beim Durchdringen eines Sternfeldes durch die Gravitationswirkungen merklich in Richtung seiner Bewegung verkürzt wird. RASMUSON hatte sein Material auch nach dieser Richtung geprüft und gefunden, daß zwar z. B. die Ursa major und Perseusgruppe diese Erscheinung zeigen, daß aber z. B. beim Scorpio-Centaurushaufen gerade das Gegenteil eintritt. Dies veranlaßt JEANS, seine frühere Theorie nunmehr zu erweitern. Er teilt die Kräfte, die auf den einzelnen Stern eines Bewegungshaufens wirken, ein in a) Kräfte von den übrigen Sternen der Gruppe, b) Kräfte aus der Umgebung des Haufens, von den Sternen her, denen er im Laufe seiner Bewegung begegnet, c) Kräfte aus dem gesamten Universum. a) und c)

wurden früher vernachlässigt, jetzt aber voll in Rechnung gestellt. Unter Zugrundelegung der KAPTEYNschen konzentrischen Ellipsoide ergibt sich dann für c), daß die Sterne des Haufens Schwingungen um eine Ruhelage ausführen und zwar ist ihre Periode, wenn der Haufen im Zentrum des KAPTEYNschen Systems steht, parallel zur Milchstraße 26 Millionen, senkrecht dazu 11 Millionen Jahre. Weiter: Der junge mäßig kompakte Haufen verkürzt sich zuerst in Richtung seiner Bewegung, je älter er dann wird, desto mehr tritt der Einfluß c) zu b), er flacht ab parallel zur Milchstraße und ist schließlich in dieser 2,5mal soweit ausgedehnt als senkrecht dazu. Die Kräfte a) spielen nur eine Rolle, wenn der Haufen ursprünglich sehr kompakt war, dann verkleinert sich obiges Verhältnis und wird z. B. 1,4 : 1 bei den Hyaden in Übereinstimmung mit den Beobachtungen. Auch für die übrigen von RASMUSON studierten Haufen harmoniert nun die Theorie mit den Tatsachen. — Ganz anders liegen natürlich die Dinge für Haufen außerhalb des KAPTEYNschen Systems oder an seinen Grenzen, wo die Sterndichte ja sehr gering ist. Hier verlängert sich ein Kugelhauften in etwa 10 Millionen Jahren auf das 2,7-fache in Richtung der galaktischen Ebene.

So findet bei allen Sternhaufen eine relativ rasche Zerstreuung parallel dem großen Gesamtsystem statt, und JEANS legt die Hypothese nahe, daß die heutigen Sternhaufen überhaupt nur die Reste ehemaliger größerer Systeme sind, welche vor langen Zeiten sich wechselseitig angezogen, genähert und durchdrungen haben, und die sich dabei und danach gewaltig in das heutige KAPTEYNsche Universum aufgelöst haben. — Zusammen mit der Existenz der Sternströme usw. spricht dies dafür, daß der gegenwärtige Zustand des Kosmos durchaus noch kein stetiger im Sinne der kinetischen Gastheorie ist. Und das sollte in Hinsicht auf gewisse kosmologisch-teleologische Ansichten (Ewigkeit und Gleichartigkeit des Alls in Vergangenheit, Gegenwart und Zukunft usw.) zu denken geben.

### III.

Galten die bisherigen Arbeiten dem Studium der Bewegungen der Sterne im Kosmos und den daraus zu ziehenden Schlüssen, so sollen uns nunmehr einzelne interessante Objekte beschäftigen, bei denen man versucht hat, aus Bewegungsänderungen Schlüsse auf ihre physikalischen Verhältnisse zu ziehen. — Die heißesten B-Sterne (Helium oder Orion-Typ) haben HENROTEAU und seine Mitarbeiter in drei längeren Studien behandelt (26). Die Ermittlung der Rad. Geschw. ist infolge der starken Verwaschenheit der H, He- usw. Linien hier sehr schwierig. Erfreulicherweise sind die Einzelheiten der Messungen ziemlich weitgehend mitgeteilt; stark gehen die auf einer Platte aus der Verschiebung einzelner Linien gewonnenen Geschwindigkeiten hin und her. Zweierlei ist hier wohl nötig, Ausmessen der Aufnahmen mit Registriermikrophotometer und weitere Studien über

das Verhalten einzelner Linien unter Wechsel von Druck und Temperatur<sup>1)</sup>.

In der Spektralklasse B befindet sich bekanntlich ein außerordentlich hoher Prozentsatz von Doppelsternen; nach Angabe des Victoria-Observatory in Kanada ist sogar jeder dritte ein solcher. Im allgemeinen lassen sich bei ihnen in bekannter Weise die spektroskopischen Bahnelemente bestimmen, oft aber liegen sehr verwickelte Verhältnisse vor. Eine besondere Gruppe hat man nach ihrem besten Vertreter als vom Typus  $\beta$  Canis majoris bezeichnet. Die Spektrogramme zeigen hier a) eine Periode der Rad. Geschw. von etwa 30—40 Tagen, die zu einer der üblichen Doppelsternbahnen führt; über Jahre weg ist die Bahnlage und Form veränderlich; b) eine kurzperiodische Schwingung von wenigen Stunden; ihre Amplitude ist sehr starkem Wechsel unterworfen. c) Mit gleicher Periode wechselt das Aussehen der Linien bezüglich ihrer Verwaschenheit usw. d) Das Spektrum einer zweiten Komponente läßt sich nirgends mit Sicherheit feststellen. Im einzelnen in dieser Richtung studiert sind bisher:  $\delta$  Ceti,  $\eta$  Ophiuchi,  $\beta$  Canis majoris und  $\sigma$  Scorpii. Erforderlich war hierzu eine große Zahl Spektrogramme, in denen nach Möglichkeit in aufeinanderfolgenden Nächten der einzelne Stern solange als möglich alle halbe Stunden aufgenommen wurde. Trotz einer Reihe analytischer Untersuchungen konnten die Beobachter nicht zu einer Entscheidung über verschiedene hier mögliche Hypothesen kommen. Sie seien nachstehend kurz angeführt.

1. Es bestehen diese Systeme aus zwei Sternen, die Bewegung a) entspricht einer üblichen Doppelsternbahn, die Erscheinungen b) und c) entstehen durch Pulsationen des hellen Sterns, rhythmisches Sichzusammenziehen und Ausdehnen, genau wie EDDINGTON und SHAPLEY die Erscheinungen der Cepheiden deuten wollen. Dann ist aber die Bahnänderung der schwachen Komponente schwer erklärlich.

2. Wieder zwei Sterne, a) wie oben erklärt. Der helle Stern ist im Durchmesser mehrfach so groß wie unsere Sonne, hat nur ein Zehntel ihrer Dichte und rotiert in wenigen Stunden. Es treten dann alle Probleme der Stabilität derartiger Körper auf. Er ist keine Kugel mehr, sondern seine Abplattung führt uns je nach den angenommenen Verhältnissen über die Grenzfigur des MAC-LAURINSchen Rotationsellipsoids zum

---

<sup>1)</sup> Beides wäre z. B. im Potsdamer Einsteinturm möglich, der, nebenbei bemerkt, jetzt von den Amerikanern in Pasadena nachgemacht wird, was wohl entgegen der Ansicht mancher auch bei uns für die prinzipielle Richtigkeit seiner Einrichtungen spricht. Andererseits kann man wohl auch erst nach Erledigung solcher Studien aus dem sogenannten K-Effekt auf eine EINSTEINSche Rotverschiebung schließen, wie es hinsichtlich verschiedener Sterngruppen schon mehrfach geschehen ist. Zu wünschen wäre weiter, daß auch andere Sternwarten — besonders z. B. Lick, Mount Wilson usw. — sich dem Beispiele Ottavas anschließen und ausführlich über die von ihnen benutzten Wellenlängen berichteten, wie es z. B. auch früher in Bonn geschehen ist. Ich glaube, da ist noch manches zu klären.

dreiachsigen Ellipsoid bis zur JACOBISCHEN Grenzfigur oder gar zum POINCARÉSCHEN birnenförmigen Körper. Die Bahnstörungen unter a) lassen sich dann nach bekannten Methoden der Himmelsmechanik behandeln, die Oszillationen unter b) sind Rotationen des Körpers, verbunden mit einem Pendeln der Drehungsachse, Präzession, erzeugt durch den zweiten Körper.

3. Wir nehmen nun drei Sterne an, ein sehr enges Paar, dessen Umlauf die kurze Periode b) hervorruft und einen fernen dritten Körper entsprechend der Bewegung a), der durch die zwei anderen gestört wird, und der seinerseits das enge Paar stärkstens beeinflusst.

Die Theorien 2. und 3. können qualitativ die beobachteten Erscheinungen erklären, noch nicht aber quantitativ. Zahlreiche weitere Messungen sind noch nötig, zumal sich neuestens bei dem einen oder anderen Stern gezeigt hat, daß auch die Oszillation b) noch kleine Schwankungen ihrer Dauer aufweist. Ferner kommt hinzu, daß Sterne dieses Typus wie  $\beta$  Cephei und 12 Lacertae nach den photo-elektrischen Messungen GUTHNICKS kurzperiodische Schwankungen der Helligkeit zeigen, die sich vielleicht als eine  $\delta$  Cephei-Erscheinung mit darübergelagertem Bedeckungseffekt deuten lassen.

Nach dem Gesagten können diese Sterne auch für den Analytiker von großem Interesse werden. Bei ihren kurzen Perioden, die ja nach Tagen und Wochen zählen, werden sie vielleicht eher zeigen können, wieweit irgendwelche theoretische Untersuchungen von bleibendem Wert sind, als gewisse langsam bewegte visuelle Doppelsterne mit Umlaufzeiten nach Jahrzehnten und Jahrhunderten.

In Kürze sei noch berichtet über einen interessanten spektroskopischen Doppelstern, welchen PLASKETT (27), der Leiter der zweiten großen kanadischen Sternwarte aufgefunden hat. Es handelt sich um ein Objekt 6. Größe (B. D. 6°.1309). Beide Komponenten sind Oe-Sterne, d. h. verwandt mit der heißen B-Klasse, die oben besprochen wurde. Ihre Rad. Geschw. schwanken zwischen  $\pm 250$  km/sec bei rund 14 Tagen Periode. Die Linien beider Teile sind sichtbar, so daß ihre Bahnen zum Schwerpunkt sich berechnen lassen. Immerhin nicht vollständig, denn durch die Rad. Geschw. lassen sich nur — wenn  $a$  der Bahnradius,  $m$  die Masse des Sterns und  $i$  die Neigung der Bahnebene zur Gesichtslinie ist — die Größen  $a \sin i$  und  $m \sin^3 i$  ermitteln; setzt man  $i = 90^\circ$ , so erhält man für  $a$  und  $m$  Minimalwerte, hier 90 Millionen km für den mittleren Abstand beider Komponenten, und das 139-fache der Sonne für die Gesamtmasse des Systems. Dies ist der größte bisher durch Doppelsterne gefundene Wert für die Masse eines Himmelskörpers.

Aus den visuellen Doppelsternen hatte man sonst im allgemeinen der Sonne gleiche Sternmassen gefunden. MEYERMANN (28) stellt z. B. 59 derartige zusammen, deren Gesamtmassen zwischen 12,2 und 0,5 schwanken und im Mittel 2,6 sind. Ja JACKSON und FURNER hatten umgekehrt mit

der Annahme  $m_1 + m_2 = 2$  die hypothetischen Parallaxen von über 500 Doppelsternen berechnet, die gut mit dem sonst hierfür bekannten harmonieren. Der PLASKETTSCHE Stern wird mit einigen anderen von ihm genannten zu den besonderen Ausnahmen gehören.

Ein weiterer interessanter spektroskopischer Doppelstern ist  $\eta$  Orionis, der als solcher schon 1903 von ADAMS gefunden wurde. HNATEK (28) gibt eine neue Bahnbestimmung auf Grund der Beobachtungen von ADAMS 1901/02 und neuen eigenen 1920 am Wiener Spektrographen. Neben der Bahn interessiert noch die Untersuchung der Kalziumlinien. Wie bei einigen anderen Sternen, machen sie nämlich die Schwingungen der übrigen Linien nicht mit, gehören demnach wohl der äußersten Atmosphäre des Sternes an, die beide Komponenten umgibt. Der Schwerpunkt des Systems zeigt gegen die Kalziumlinien eine geringe Rotverschiebung  $+ 4,1$  km/sec im Mittel, die im EINSTEINSCHEM Sinne gedeutet für die Gesamtmasse des Systems das 88-fache der Sonne mit allerdings erheblicher Unsicherheit ergibt.

Zeichnete sich schon die letzte Arbeit mit ihren Einzelheiten durch eine gewisse »deutsche« Gründlichkeit aus, wie allerdings hier nicht näher erörtert werden kann, so gilt dies in vollem Maße von den Untersuchungen W. RABES (29) über das Doppelsternsystem Castor, der an der in den letzten Jahren besonders rührigen Breslauer Sternwarte tätig ist. Castor ist ein Musterbeispiel dafür, wie die Früchte der Positionsastronomie erst in langen Zeiten heranreifen. Zwar gehört er zu den ältesten bekannten Duplices, ja er ist der erste, an dem W. HERSCHEL eine Bewegung beider Komponenten erkannte. Aber erst nach 1880 war es möglich, die Umlaufzeit der Größenordnung nach richtig zu ermitteln. Bis dahin gingen die Angaben zwischen einigen 100 und über 1000 Jahren hin und her. Noch DOBERECKS verschiedene Elementensysteme geben 1904 hierfür Wert zwischen 268 und 502 an. Die weiteren Jahre seitdem brachten mit neuem Beobachtungsmaterial weitere Teile der Bahn, so daß RABE nun die Umlaufzeit, und analog die übrigen Elemente mit ziemlicher Sicherheit zu  $306,3 \pm 5,2$  Jahren angeben kann. Ich übergehe hier seine Betrachtungen über systematische Fehler bei Doppelsternbeobachtungen und führe nur noch die Angaben über sonstiges aus den Beobachtungen über das System zu schließende an. Die Messungen der Distanzen und Positionswinkel zeigen, daß der schwächere Stern B wohl für sich wieder doppelt ist, aus einer hellen und einer nicht sichtbaren Komponente besteht, die in  $8\frac{1}{2}$  Jahren einander umkreisen, während außerdem jede der hellen Komponenten für sich ein spektroskopischer Doppelstern ist. Längere Untersuchungen sind der Parallaxe und dem Massenverhältnis beider sichtbaren Sterne gewidmet. Auch hier sind gewissenhaft die älteren Werte sämtlich mit angeführt, die ob ihrer starken Unsicherheit einen nachdenklich stimmen: Wie mag es auch mit mancher »sensationellen« Neuentdeckung unserer Tage sein? Die Arbeit schließt

mit der Ableitung der Massen der Komponenten, ihrer Durchmesser und Dichten, scheinbaren und räumlichen Bewegung.

Der geistigen Einstellung nach verwandt ist die Untersuchung von G. SCHNAUDER (30) über das mehrfache System  $\zeta$  Cancri. Es ist eine Fortsetzung früherer bekannter Arbeiten seines Münchener Lehrers H. SEELIGER. Den Originalveröffentlichungen konnten an 5700 Positionswinkel oder Distanzen entnommen und einheitlich verarbeitet werden.  $\zeta$  Cancri ist ein 4-facher Stern. Zwei sichtbare Komponenten umkreisen einander in rund 58 Jahren in einer Ellipse von  $0'',87$  scheinbarem Halbmesser. Die Zahlen für die beiden anderen Komponenten sind entsprechend 17 Jahre,  $0'',16$ . Dieses zweite System bewegt sich wieder um das erste, ohne daß es aber vorab möglich ist, diese Bahn genauer zu ermitteln; der zurückgelegte Teil der Bahn, scheinbar  $55^\circ$  in 100 Jahren, ist noch zu klein. Der scheinbare Abstand beider Systeme ist zur Zeit etwa  $5'',6$ . Das Ganze ist weiter ein Sonderproblem der Himmelsmechanik, da sich vier Körper gleicher Größenordnung so nahe beieinander befinden. Die angesetzte Störungsrechnung erlaubte das von SEELIGER angenommene Massenverhältnis beider Systeme zu verbessern bzw. zu sichern. Erwähnt sei noch, daß bei diesen Untersuchungen SCHNAUDER (31) sich einer neuen selbst entwickelten Methode mit Vorteil bedient hat, um Doppelsternbahnen aus abzählender Bearbeitung besonders der Positionswinkel ihrer angefahren Art nach zu bestimmen. Sie kann in solchen Fällen nützlich sein, wo bei einem rasch umlaufenden Sternpaar zwar viele Beobachtungen vorliegen, die Schwierigkeit der Messung aber die üblichen sonstigen Methoden der Ausgleichung zum Scheitern verurteilt. Es hilft eben hier — wie auch sonst so oft in der modernen Naturwissenschaft — nur die Statistik weiter.

Die Zahl der bis heute bekannten visuellen Doppelsterne ist rund 15 000, Bahnen aber haben sich erst für 50—60 mehr oder weniger sicher (vgl. oben) berechnen lassen, bei etwa 1000 zeigen sich Spuren von Bewegung, die übrigen sind aber teils uns zu fern, teils erst in neuerer Zeit entdeckt, als daß sich Veränderungen ermitteln ließen. Es ist da von Interesse zu sehen, wie JACKSON (32), ein Spezialist dieses Gebietes, sich die weitere Entwicklung hier denkt. Er knüpft an den fundamentalen Doppelsternkatalog des ältesten STRUVE an, der um 1830 über 2600 dieser Objekte in Dorpat beobachtet hat. Wird die mittlere Masse eines Systems zum Doppelten der Sonne angenommen, ferner eine Bahn von  $5''$  scheinbarem Radius, so ist leicht zu ermitteln, daß bei  $0'',01$  Parallaxe des Sterns (320 Lichtjahre Distanz von uns, also nicht viel!) die Umlaufzeit 7900 Jahre ist. Und 22 400 in der doppelten Entfernung. Eigentliche Bahnbestimmungen sind also wohl in der überwiegenden Mehrzahl der Fälle vorab aussichtslos. Wohl aber läßt sich bei den Struve-Sternen heute meist schon erkennen, ob die einzelnen Duplices wirklich ein physisches System sind oder nur zufällig sich so dicht nebeneinander projizieren.

Denn durchschnittlich haben Sterne in den angegebenen Entfernungen, und in diesen werden sehr viele der Struve-Sterne liegen, eine so starke E. B. unter dem Heer der übrigen, daß durch gemeinsame E. B. sich die physischen Systeme von den optischen werden trennen lassen. (In dem Sinne haben unter anderen auch die Ortsbestimmungen älterer Duplices an der Breslauer Sternwarte besonderen Wert). Nach obigem Prinzip untersucht JACKSON nun 2659 Struve-Sterne im einzelnen. Er kann sie wie folgt einteilen:

A. Paare mit sicherer relativer Bewegung.

- I. Physische Systeme 449,
- II. optische » 161,
- III. zweifelhafte » 39,

die von ihm einzeln diskutiert werden und wovon wahrscheinlich 27 optisch und 12 physisch sind.

B. Paare ohne vorab sichere relative Bewegung.

- IV. Enge Paare 1174,
- V. mittlere Paare 481,
- VI. weite » 355.

Hier war die Trennung abhängig vom scheinbaren Abstand und der Größe der helleren Komponente. Z. B. enge Paare, wenn die hellere Komponente  $9^m$ ,  $7^m$ ,  $5^m$  und der Abstand respektive  $5''$ ,  $0$ ;  $12''$ ,  $6$ ;  $31''$ ,  $6$  ist. Die Beobachtung der Klassen V. und VI. verspricht in den nächsten Jahrzehnten wenig Neues. Die weiteren interessanten Betrachtungen JACKSONS seien hier übergangen, da sie mehr dem Gebiete der Stellarstatistik, Parallaxen und Spektraltypen angehören als unserem Gebiet, den Bewegungen der Fixsterne, auf welchem das Jahr 1922 uns, wie wir gesehen, eine Reihe Sonderstudien interessanter Doppelsterne gebracht hat, vor allem aber auch zusammenfassende Arbeiten über Bewegungen, Massen und Verteilungen der Sterne im großen Kosmos.

## Literatur.

1. Veröff. d. Sternwarte Berlin-Babelsberg. Bd. 4.
2. Veröff. d. Bonner Sternwarte. Nr. 16.
3. Astronom. Nachr. Bd. 215, Nr. 5.
4. C. RÜMKERS Hamb. Sternverzeichnis 1845. o. (Verl. d. H.-Bergedorfer Sternwarte.)
5. Veröff. d. Bonner Sternwarte. Nr. 17 u. 18. Astronom. Nachr. Bd. 217, S. 333.
6. Publ. of the Dominion Astrophys. Observ. Victoria. Vol. 2, Heft 1.
7. Astrophys. Journ. Bd. 56.
8. Bull. of the Astr. Inst. of the Netherl. (B. A. N.) Nr. 25.
9. B. A. N. Nr. 23.
10. Astronom. Nachr. Bd. 215, Nr. 13.
11. — Bd. 218, S. 97.
12. — Bd. 215, Nr. 17.
13. Private Mitteilung.
14. Astrophys. Journ. Bd. 56.

15. Meddelanden fram Lunds Astron. Observator. Nr. 26.
16. Contribut. from the Mount Wilson Observat. Nr. 224.
17. B. A. N. Nr. 16.
18. Lick Observatory Bull. Nr. 333.
19. B. A. N. Nr. 14.
20. Monthly Notices of the Royal Astr. Soc. 1923, März.
21. B. A. N. Nr. 29.
22. Lick Observatory Bull. Nr. 339 u. 345.
23. — Nr. 344.
24. Astrophys. Journ. Bd. 55.
25. Monthly Notices 1922. Januar.
26. Publ. of the Dominion Observatory Ottawa. Bd. 5 u. 8.
27. Monthly Notices 1922, Juni.
28. Astronom. Nachr. Bd. 217, Nr. 4.
29. — Bd. 216, Nr. 4.
30. — Bd. 216, S. 49.
31. — Bd. 216, Nr. 9.
32. Monthly Notices 1922, November.

## II. Entwicklung und Stand der Parallaxenforschung.

Von G. Schnauder, Potsdam.

**Einleitung.** Parallaxe (*παράλλοιαι*) bedeutet wörtlich »Querdrift«; im strengen Sinne versteht man unter dem *parallaktischen Winkel* den bei der Aufgabe des Vorwärtseinschnittes von einer gegebenen *Basis*  $A_1A_2$  sich am Objekte  $P$  ergebenden, unzugänglichen Winkel  $\pi$ . Aus diesem geht der Begriff der Parallaxe durch einen *Grenzübergang* in der Weise hervor, daß die Basis  $A_1A_2$  erstens im Vergleich zu den Abständen  $A_1P$ ,  $A_2P$  als sehr klein und zweitens in die zu der allgemeinen Richtung Basis—Objekt senkrechte Lage gedreht angenommen wird. In diesem Sinne mißt dann die *Parallaxe*  $\pi$  unmittelbar die Distanz  $A_1A_2—P$  und dem Betrage von  $\pi = 1''$  entspricht eine Entfernung von  $2,063 \cdot 10^5$  Basislängen.

Indem wir *Fixsterne* als Objekte und die mittlere Entfernung der Erde von der Sonne als Basis wählen, bezeichnen wir den Umfang und die Methode der Parallaxenforschung in dem heute üblichen Sinne. Etwas allgemeiner gesprochen befaßt sie sich mit der Bestimmung der Entfernungen der Himmelskörper vom Sonnensysteme. Methodisch fußt sie auf der Kopernikanischen Lehre und bildet in ihren Resultaten für diese eine der allerstärksten Stützen.

Da der »Erdbahnradius« als *Grundeinheit* gewählt wurde, ist es nötig darauf hinzuweisen, daß dieser in hohem Maße Anspruch erheben darf, für unsere Zwecke als *absolute* Einheit betrachtet zu werden, denn das Verschwinden der säkularen Störungen der großen Achsen der Planetenbahnen ist in der ersten und zweiten Potenz der Massen gesichert. Selbst wenn wir also nicht die Möglichkeit der Kontrolle der sogenannten Sonnenparallaxe hätten, dürften wir uns doch auf deren Konstanz innerhalb etwa 1% während etlicher Jahrzehntausende verlassen. In absolutem Maße beträgt der »Erdbahnradius«  $1,495 \cdot 10^{13}$  cm und es entspricht demgemäß der Sternparallaxe von  $1''$  die Entfernung von  $3,083 \cdot 10^{18}$  cm, die sich unter dem Namen »Parsec« in der letzten Zeit immer allgemeiner eingebürgert hat.

Die unmittelbare Wirkung der endlichen Entfernung eines Sternes äußert sich in der *parallaktischen Verschiebung*, deren Wesen sich ergibt, wenn man sich die Erdbahn durch den Stern zentral an die Himmelssphäre projiziert denkt. Demgemäß beschreiben die Sterne im

allgemeinen an der Sphäre ihre parallaktische Ellipse, deren große Achse stets parallel der Ekliptik liegt. Die Endpunkte dieser Linie werden als *parallaktische Maxima* bezeichnet; der Stern passiert sie in etwa halbjährlichen Zeitabständen. Man wird sich naturgemäß bestreben, die Sterne möglichst um die Zeiten ihrer parallaktischen Maxima zu messen, was zur Folge hat, daß die Parallaxenbeobachtungen zumeist Morgen- und Abendbeobachtungen werden, denn man beobachtet dann in einer Gegend mit von der Sonne um  $90^\circ$  verschiedener Länge und muß sich aus alsbald ersichtlichen Gründen in der Nähe des Meridians halten.

Die strenge Definition der Parallaxenmessung als einer *Vorwärtseinschnittaufgabe* bietet wohl die beste Gewähr, den Leser zum richtigen Verständnis der außerordentlichen *Schwierigkeiten* der Sachlage zu leiten. Die Aufgabe des Vorwärtseinschnittes wird bekanntlich in der Weise durchgeführt, daß sich ein Beobachter mit seinem Winkelmeßinstrumente nacheinander an die beiden Endpunkte der Basis begibt, von wo aus er die Winkel zwischen den Richtungen nach dem Objekte und nach dem anderen Basisendpunkte mißt. Er benutzt also die Basis nicht nur als Entfernungseinheit, sondern er bezieht sich vor allem auch auf ihre *Richtung*. Diese letztere Möglichkeit entfällt nun bei der Parallaxenmessung vollkommen, da der Beobachter seinen Standpunkt im Weltraume in keiner Weise zu markieren und infolgedessen nach Ablauf etwa eines halben Jahres, in welcher Zeit ihn die Erde an den anderen Basisendpunkt trägt, die Richtung nach seinem ersten Standpunkte nicht mehr anzugeben vermag. Auf diesem Unvermögen einerseits und auf der Kleinheit der festzustellenden Winkel andererseits beruhen die außerordentlichen Schwierigkeiten der Parallaxenmessung, denn man ist nun gezwungen, die absolute Anschlußrichtung durch *Bezugnahme* auf das *Sternsystem* zu erreichen — und da man von keinem Sterne zunächst die Entfernung kennt und sich auch nur auf eine endliche Anzahl von Sternen beziehen kann, so setzt man sich damit von vornherein ganz unbekanntem Fehlerinflüssen aus. Es wäre ein Irrtum, wenn man glauben wolite, durch Bezugnahme etwa auf die Lage der Erdachse oder der Ekliptik oder der invariablen Ebene des Sonnensystems dieser Schwierigkeit zu begegnen. Praktisch kann man freilich eine weitgehende Besserung der Situation damit erreichen, nicht aber prinzipiell, denn alle diese Elemente bedürfen selbst erst wieder der Festlegung und Kontrolle im Sternsysteme.

Nachdem bereits im *Altertume* die im Vergleich zu den Erddimensionen recht bedeutenden Distanzen von Mond und Sonne erkannt waren, konnte die Aufgabe, die Entfernung des »primum mobile« zu ermitteln, keinerlei Reiz besitzen. Mit dem Siege der *Kopernikanischen Lehre* und der dadurch gegebenen Möglichkeit, sich einer nach damaligen Schätzungen rund 5000mal größeren Basis<sup>1)</sup> bedienen zu können, beginnen aber auch

<sup>1)</sup> Tatsächlich sind es etwa 20000 Male.

sofort die Bemühungen, Sternentfernungen zu messen. Wegen der oben besprochenen Schwierigkeit versuchte man, sich auf die Lage der *Erdachse* zu beziehen, deren Präzession bekannt war. Es kam dann darauf an, mit der Erde einen Zeiger *starr* zu verbinden, der bei der täglichen Bewegung möglichst nahe an dem zu beobachtenden Gestirne vorbeistrich, so daß man die kleinsten Abweichungen in dieser Beziehung sicher feststellen konnte. Daß auf die Ablesungen der damaligen *Kreise* kein Verlaß war und daß die Refraktion sehr störend wirkte, darüber war man sich bald im klaren. Die Versuche des genialen BRADLEY (um 1727) führten schließlich zu dem Ergebnisse, daß die Parallaxe von  $\gamma$  Draconis, wenn überhaupt vorhanden, im Betrage von etwa 1'' höchstens sein könne. Dies war für damalige Verhältnisse eine ganz außerordentlich hohe Genauigkeit der Messungen; sie noch weiter zu treiben, bestand wenig Aussicht, denn man scheiterte immer an der *Aufstellung* der Instrumente, an der absolut starren Verbindung des »Zeigers« mit der Erde, wobei die *Refraktion* einzubeziehen ist.

Wohl in Erkenntnis dieser Schwierigkeiten hatte schon vorher (um 1702) OLAUS RÖMER einen anderen bedeutsamen Versuch unternommen, indem er unter Verzicht auf absolute Werte wenigstens die *Differenz* der Parallaxen zweier Sterne zu bestimmen unternahm. Er maß mit einer Uhr (keine Kreisablesungen!) den Unterschied der Durchgangszeiten der um etwa 12 Stunden abstehenden Sterne Sirius und Wega im Meridiane (minimale Refraktionsstörung!) zu verschiedenen Jahreszeiten. Zwar fand er einen positiven Betrag (etwa 5<sup>s</sup>), von dem wir aber heute wissen, daß er nicht aus der jährlich schwankenden Rektaszensionsdifferenz der beiden Sterne resultiert, sondern aus der ebenfalls jährlich-periodischen Ungleichförmigkeit des täglichen Ganges des von RÖMER benutzten unkompenzierten Pendels. Von prinzipieller Bedeutung bei diesem Versuche ist neben der Benutzung der Uhr vor allem der Umstand, daß hier die Konstanz der Aufstellung des Instrumentes nur während eines halben Tages gefordert wurde. Des weiteren ist wichtig der Verzicht auf eine absolute Parallaxenmessung.

Wir begnügen uns mit diesen knappen Bemerkungen über die beiden wichtigsten älteren Versuche. Alle Schwierigkeiten, mit denen die Forschung noch heute ringt, sind bereits klar entwickelt. Es genügt, zu bemerken, daß weit über ein Jahrhundert lang keinerlei Fortschritte erzielt werden konnten.

**Die Entwicklung der trigonometrischen Methoden von Bessel bis Kapteyn.** Den entscheidenden *Fortschritt* in der Parallaxenforschung errang BESSEL (I) im Jahre 1837/38, indem ihm die einwandfreie Feststellung der Parallaxe des Sternes  $\beta$  Cygni gelang. Es liegt uns daran, die *Gründe* dieses Erfolges ganz klar aufzuweisen: Sie liegen erstens in der Aufstellung eines theoretischen, überaus fruchtbaren Prinzipes und zweitens in dessen einwandfreier, praktischer Durchführung.

Das *theoretische Prinzip*<sup>1)</sup> ist nichts anderes als das uns heute so ge-läufige *statistische*, das in zweierlei Form von BESSEL angewandt wurde. In der ersten betrifft es das *Fundament der gesamten Parallaxenforschung* und lautet: »Bei einer gegebenen Menge von Sternen werden im Durch-schnitt die schwächeren weiter entfernt sein als die helleren.« Dieses Prinzip eröffnet die Möglichkeit, die »*relative Paralaxe*« eines Sternes durch Anschluß an unmittelbar benachbarte, sehr viel schwächere »*Vergleichs-sterne*« (V.S.) zu bestimmen, denn deren Parallaxen werden im allge-meinen verschwindend klein sein gegen diejenige des Parallaxensternes (P.S.). Für die Praxis bedeutet das aber die Befreiung von der festen Aufstellung des Instrumentes, denn den Anschluß eng benachbarter Sterne wird man mikrometrisch an langbrennweitigen Äquatorealen am besten bewirken. Durch die Wahl benachbarter Sterne wird weiter der Einfluß der Refraktion, Aberration, Präzession, Nutation auf *differentielle* Beträge beschränkt. Diesen unschätzbaren Vorteilen des statistischen Prinzipes steht wie stets der Mangel an Zuverlässigkeit im Einzelfalle schwerwiegend gegenüber. Wir werden hierauf noch des öfteren eingehend zurück-kommen müssen.

In der zweiten Form ist das von BESSEL benutzte Prinzip weit harm-loser, nämlich nur *heuristisch*. Es lautet: »Bei einer gegebenen Menge von Sternen werden durchschnittlich diejenigen mit größerer Eigen-bewegung, bei einer gegebenen Menge von Doppelsternen durchschnitt-lich diejenigen mit großer Trennung die näheren sein.« Von diesem Ge-sichtspunkte aus mußte das System 61 Cygni mit 5'' Eigenbewegung und 24'' Abstand als ganz besonders verlockend erscheinen und die Speku-lation erwies sich als richtig; die Paralaxe von 61 Cygni ist mit 0,32 noch heute bei weitem eine der größten.

Die Anwendung so fruchtbarer Prinzipien wurde aber erst erfolgreich durch die Vereinigung mit dem richtigen *beobachtungstechnischen* Ver-fahren. Man liest oft, daß BESSEL ganz besonderes Glück gehabt habe, weil ihm zur Messung von 61 Cygni das (erste) *Heliometer* zur Verfügung gestanden habe; warum aber dieses Instrument so besonders bevorzugt erscheint, darüber herrscht wohl nicht unbedingte Klarheit. Wir glauben, daß es weder die besondere Präzision der Mechanik noch seine im Ver-gleich zu den Meridiankreisen große Brennweite ist, die entscheidend sein könnten. Von diesem Standpunkte aus müßte ein gutes Mikrometer an einem langbrennweitigen Refraktor dem Heliometer weit überlegen sein; und doch hat diese Kombination niemals so gute Ergebnisse ge-liefert wie das Heliometer. Es scheint uns vielmehr der ganze Nachdruck auf dem Punkte zu liegen, der auch bei der heute triumphierenden photo-graphischen Methode voll zur Geltung kommt: daß nämlich die *Winkel-*

1) Es ist bereits vor BESSEL ausgesprochen, aber erst von ihm konsequent durch-geführt worden.

messung beim Heliometer durch eine einzige Pointierung, für den V. S. und den P. S. gleichzeitig erfolgt. Bei allen anderen Instrumenten sind dagegen zwei Einstellungen nötig, zwischen denen die Meßvorrichtung notwendig eine endliche Zeit ohne Kontrolle ist. Wir weisen schon an dieser Stelle darauf hin, daß die Photographie unser Prinzip im allerhöchsten Maße erfüllt; zwar ist zur Exposition eine endliche, sogar sehr bedeutende Zeit nötig, aber diese bedeutet nur eine Integration über ein Zeitintervall, bei dem in jedem einzelnen Zeitpunkte die gleichzeitige Fixierung von V. S. und P. S. gegeben ist.

Es war nur natürlich, daß das BESSELSche Verfahren sich allgemein durchsetzte. Die Hauptschwierigkeit lag dabei in der Beschaffung von Heliometern, die unter allen Umständen sehr kostspielig sind; auch ist ihre strenge Theorie recht verwickelt. So wurden die Versuche, absolute Parallaxen zu messen, nach nicht sehr langer Zeit aufgegeben. Die wichtigsten Heliometerarbeiten (7) sind von der Kapsternwarte, ferner von PETER in Leipzig (wohl diejenigen der äußersten Präzision) und (ihrem Umfange nach als die wertvollsten) von der Yale-Sternwarte geliefert worden. Der m. F. einer guten Heliometerparallaxe kann bis unter  $0,030$  gehen. Neben dem Heliometer wußte sich der *große Refraktor* mit dem Fadenmikrometer nur eine bescheidene Stellung zu bewahren. Bei aller Arbeit an den verfügbaren Instrumenten blieben doch die Ergebnisse enttäuschend mager und als das Jahrhundert sich zu Ende neigte, scheint eine ziemliche Mutlosigkeit geherrscht zu haben. Wir sagen wohl nicht zu viel, wenn wir KAPTEYN das Verdienst zusprechen, den Funken in der Parallaxenforschung vor allem genährt und zur Flamme entfacht zu haben. Auf dreierlei Weise ist ihm dies gelungen. Zunächst versuchte er es nochmals mit dem *Meridiankreise* (2), indem er ein schon von BESSEL benutztes Verfahren, nämlich die Messung der A. R.-Differenz sehr nahe benachbarter Sterne, verbesserte. Es gelang ihm, dabei eine so beträchtliche Genauigkeit zu erreichen, daß der Meridiankreis eine ganze Weile wieder zu Ehren kam. Wir erwähnen aus der neueren Zeit vor allem die sehr umfassenden Reihen des Washburn Observatory (3). Eine Fortbildung des KAPTEYNSchen Verfahrens wurde von GROSSMANN (4) angestrebt. Es handelt sich dabei um den Versuch, in einer schmalen, aber durch alle Stunden laufenden Deklinationszone die relativen Parallaxen der helleren Sterne gegen die schwächeren in einheitlicher Weise zu gewinnen. Obwohl es sich dabei um eine mehr summarische Methode handelt, ist die Genauigkeit gegenüber dem älteren KAPTEYNSchen Verfahren nicht vermindert. Trotzdem sagen wir nicht zu viel, wenn wir behaupten, daß der Meridiankreis gegenwärtig auf dem Gebiete der Parallaxen nicht mehr konkurrenzfähig ist. Wir können den m. F. einer guten Meridiankreisparallaxe auf  $0,040$ — $0,060$  bewerten, ein Betrag, der durch die heute übliche Methode weit unterboten wird.

Wir nähern uns damit nun dem modernen, photographischen Verfahren. Auch hier hat KAPTEYN ein wesentliches Verdienst, indem er die »Methode des latenten Bildes« (5) ausarbeitete. Deren leitender Gedanke ist, alle aus den Unvollkommenheiten der Apparatur folgenden Fehler dadurch unschädlich zu machen, daß die Gegend des P. S. zu den Zeiten mehrerer parallaktischen Maxima auf *derselben* Platte aufgenommen und diese erst danach entwickelt wird. Die Methode ist verschiedentlich erprobt worden und es scheint uns gegenwärtig nicht ganz klargestellt, weshalb sie sich nicht in größerem Umfange eingebürgert hat. Die von STRÖMGREN, VOÛTE u. a. (6) gemachten Einwände statistischer Natur erstrecken sich wesentlich nur allgemein auf die Ergebnisse, scheinen uns indessen nicht ausreichend, um die Methode des latenten Bildes selber zu erschüttern. Gewiß besteht stets die Gefahr, bei irgendeinem Fehler sämtliche auf einer Platte vielleicht schon gemachten Aufnahmen zu verderben, doch kann ein solches Moment in keiner Weise entscheidend sein.

**Das moderne, photographische Verfahren.** Wir wiesen bereits oben auf einen ganz prinzipiellen, wichtigen Vorzug der *photographischen* Methode hin, nämlich auf die streng gleichzeitige Fixierung von P. S. und V. S., wodurch eine ganze Reihe feiner und im allgemeinen gar nicht kontrollierbarer Fehler in der Aufstellung des Instrumentes (im weitesten Sinne) eliminiert werden. Hieran reihen sich nun aber noch eine Anzahl weiterer Vorteile, denen diese Methode schließlich den Sieg zu verdanken hat. Vor allem ist es die Möglichkeit, sich der *größten* nur verfügbaren *Fokallängen*<sup>1)</sup> zu bedienen und dadurch die linearen Abmessungen der Bilder so groß wie möglich zu machen, die durch die Photographie unmittelbar gegeben ist. Der dritte, vielleicht der wertvollste Vorzug besteht darin, daß man, ohne die zur Aufnahme nötige Gesamtzeit auch nur annähernd so groß wählen zu müssen wie etwa bei mikrometrischen Arbeiten, mit Leichtigkeit um mehrere Größenklassen *schwächere* V. S. und diese noch dazu in merklich *größerer Anzahl* als ehemals erreichen kann. Dies ist im Hinblick auf die BESSELSche Hypothese von allergrößter Bedeutung. Während bis dahin gewöhnlich zwei, seltener drei oder mehr V. S. benutzt wurden, einmal weil bei der Helligkeit von etwa 7.—8. Größe die Auswahl geeigneter V. S. noch sehr beschränkt ist, sodann weil die Arbeit am Instrumente überaus zeitraubend und unter Umständen sehr anstrengend ist, fallen diese Schwierigkeiten jetzt fast völlig fort. Die Arbeit am Fernrohre ist auf die wenige Minuten dauernde Exposition reduziert, (die Meßarbeit erfolgt davon ganz getrennt im Zimmer) und es gelingt fast immer, 5—6 V. S. in geeigneter Lage heranzuziehen. Was diese Verbesserung für die Elimination der zufälligen und systematischen Fehler bedeutet, wird jeder, der einmal mit Messungen zu tun gehabt hat, ohne weiteres zu schätzen wissen. Als direkte Folge des eben Gesagten ergibt

<sup>1)</sup> Mt. Wilson etwa 25 m.

sich, daß die Parallaxenarbeiten nun sehr *viel schneller* vor sich gehen können als früher. In der Tat ist gegenwärtig das Tempo derartig gesteigert, daß in einem Jahre weit mehr *positive Ergebnisse* zutage kommen als früher in mehreren Dezennien.

Das hohe Verdienst, die photographische Methode zu solcher Vollkommenheit ausgebildet zu haben, daß sie das Äußerste hergibt, dessen die Instrumente überhaupt fähig sein dürften, hat sich FRANK SCHLESINGER erworben. Seine umfassenden Arbeiten am Yerkesrefraktor (8) haben die *moderne Methode* im wesentlichen fix und fertig gezeitigt. Wir geben nun zunächst einen kurzen *Überblick* über dieses Verfahren. Von dem zu untersuchenden P. S. werden zur Zeit aufeinander folgender parallaktischer Maxima auf einer *Anzahl* Platten Aufnahmen gemacht, die jedesmal in einheitlicher Weise alsbald entwickelt werden. Die Zahl der benutzten Maxima ist meist nicht sehr groß; in jedem wird an mehreren Abenden photographiert, jedesmal nur zwei bis drei Platten. Auf jeder Platte werden mehrere gegeneinander ein wenig versetzte Aufnahmen und zwar häufig von verschiedenen Beobachtern gemacht, letzteres um die durch verschiedene Art der Führung des Instruments während der Aufnahme etwa bedingten Ungleichmäßigkeiten in der Bildform möglichst unschädlich zu machen. Die Zahl aller Platten, die so pro Stern zusammenkommen, ist ziemlich groß und übersteigt häufig 20. Auf diese Weise ist zunächst einmal genügend für *Variation* der *zufälligen* Umstände gesorgt.

Zur *Elimination systematischer* Einflüsse werden bei den Aufnahmen eine ganze Reihe von Vorsichtsmaßregeln innegehalten. Zunächst einmal wird nur in nächster Nähe des Meridians gearbeitet und es werden beim Ausmessen später meist auch nur A. R.-Differenzen gemessen, wodurch die *Refraktionsstörungen* beinahe ganz ausgeschaltet werden. Sodann werden die V. S. zwar möglichst schwach, aber doch noch so hell gewählt, daß die einzelne Exposition nicht über etwa 2—3 Minuten dauert. Der gewöhnlich sehr beträchtlich hellere P. S. wird durch einen kleinen, vor der Platte *rotierenden Sektor* so weit abgeblendet, daß sein Bild dem der V. S. im Mittel gleich wird. Dieses Verfahren schließt jede Verzerrung des Bildfeldes aus und verhindert wirksam das Auftreten der aus verschiedenem Durchmesser und Unterschieden der Schwärzung resultierenden systematischen Messungsfehler (*Helligkeitsgleichung*). Oft wird vor der Platte noch ein planparalleles *Filter* angebracht, das bei richtiger Auswahl nach der benutzten Plattenart und dem Korrektionszustande des Objektives die Bilder der Sterne sehr verschärfen kann; auch beseitigt es die atmosphärische Dispersion. Da man aber dabei nicht nur eine allgemeine Schwächung des Feldes, sondern auch eine Verzerrung riskiert, ist der Wert des Planfilters gegenwärtig noch umstritten. Endlich wird das Instrument bei allen Aufnahmen desselben P. S. nur in derselben Lage zur Montierung verwendet, um etwa mögliche *Distorsionsfehler* des Objektivs unschädlich zu machen. Man sagt, ein abbildendes System

zeige Distorsion, wenn es nicht winkeltreu zeichnet. Die theoretische Möglichkeit solcher Fehler ist durch kleine Unvollkommenheiten der Form und Homogenität des Glases gegeben, ihr tatsächliches Vorhandensein in störendem Betrage wird bestritten. Durch obige Maßnahme wird bewirkt, daß der mögliche Fehler auf allen Aufnahmen in gleicher Weise eingeht, in dem aus *Differenzmessungen* hervorgehenden Endergebnisse also herausfällt.

Die *Ausmessung* der Platten erfolgt mit Meßapparaten der üblichen Konstruktion, gelegentlich auch (Mt. Wilson) mit dem Stereokomparator. Auf möglichst konstante Temperatur während der Meßarbeiten und auf den Temperaturunterschied zwischen Aufnahme und Messung wird Rücksicht genommen. Häufig werden die Platten zweimal, in Aufsicht und in Durchsicht und von verschiedenen Beobachtern gemessen, dazu unter Verwendung von Reversionsprismen, alles Maßnahmen, die man bei anderen Präzisionsmessungen auch beobachten wird. Einen besonderen, wichtigen Punkt bildet die *Auswahl* der V. S. Bei der Aufnahme kommt der P. S. in die optische Achse zu liegen; die V. S. werden in weniger als etwa 30' Abstand von ihm so ausgesucht, daß der P. S. etwa in den geometrischen *Schwerpunkt* der V. S.-Konfiguration zu liegen kommt. Die Gesamtheit der P. S. soll ja die »absolute« Richtung ersetzen, gegen die der P. S. eingemessen wird; durch obige Anordnung wird diese resultierende Richtung derjenigen nach dem P. S. möglichst nahe gebracht. Man darf also hoffen, daß sie im allgemeinen von zufälligen und systematischen Fehlern etwa in gleicher Weise wie jene affiziert wird, so daß in der Differenz wieder ein möglichst fehlerfreies Resultat erzielt wird.

Die *Reduktion* der Messungen erfolgt in einer Form, die auf TURNER zurückgeht und von SCHLESINGER (8) zur »Methode der Abhängigkeiten« ausgebildet worden ist. Ihr *Grundgedanke* ist der, daß alle in Frage kommenden Fehlerquellen — nämlich differentielle Refraktion, Präzession, Nutation, Aberration ferner, die Distorsion des Objektivs und die Schichtverzerrungen der Platte — so klein sind (was nach den bisherigen Untersuchungen durchaus zu Recht angenommen werden kann), daß sie in erster und ausreichender Näherung das Bildfeld nur *linear* deformieren. Unter diesen Umständen lassen sich alle diese Fehler in drei zusammenfassen: je einen Nullpunkts-, Drehungs- und Skaleneffekt. Jeder V. S. erscheint also in seiner Lage mit einem bestimmten Fehler behaftet. SCHLESINGER hat nun das rechnerische Verfahren dahin entwickelt, daß er die obigen drei »Plattenkonstanten« gar nicht erst berechnet, sondern gleich für jeden V. S. dessen Einfluß (dependence) auf das Endergebnis ermittelt. Als Unbekannte werden in die Ausgleichung der Lage des P. S. gegen das Mittel der V. S. schließlich eingeführt dessen Parallaxe und Eigenbewegung und eine unwesentliche additive Konstante. Das Verfahren ist so durchgebildet, daß es die ganze, recht *umfangreiche Rechenarbeit* auf ein unerläßliches *Minimum* reduziert, was bei der hohen Beobachtungsgeschwindigkeit von ausschlaggebender Bedeutung ist.

Nachdem wir so das heute allein maßgebende Verfahren kurz skizziert haben, müssen wir, ehe wir uns den Resultaten zuwenden, noch eine Bemerkung einschalten, die zwar mit der photographischen Methode an sich nichts zu tun hat, aber für die Endergebnisse doch von großer Bedeutung ist. Wir betonten schon des öfteren, daß alle unsere Parallaxen auf der BESSELSchen *Hypothese* fußen, wonach die schwachen V. S. im Vergleich zum P. S. sehr weit entfernt sind. Es handelt sich jetzt um die Frage, ob und inwieweit man sich von dieser Voraussetzung zu befreien vermag. Daß hierüber aus dem Parallaxenmateriale allein nichts herausgeholt werden kann, dürfte von vornherein klar sein. Es hat uns aber КАПТЕУН<sup>(9)</sup> den Weg gezeigt, der zu einem gewissen Ziele zu führen vermag. Wir wollen auch hier nur kurz den Grundgedanken darlegen und alle Einzelheiten vermeiden. Wie das in *Grenzfragen* allein möglich ist, wendet sich КАПТЕУН der *statistischen Methode* zu. Man übersieht unschwer, daß es möglich sein muß, unter einfachen Annahmen über die Verteilung der Bewegungen im Weltraume aus der Betrachtung der *Radialbewegungen* der Sterne die Geschwindigkeit des Sonnensystems gegen das Mittel der benutzten Sterne abzuleiten nach Größe und Richtung. Hat man aber erst diese Daten — sie betragen bekanntlich beiläufig 20 km/sec in Richtung  $18^h, +30^\circ$  — gefunden, so ist man in der glücklichen Lage, sich zur Messung der Sternentfernungen nun einer *ständig wachsenden Basis* bedienen zu können. Von ihrem »Orte im Weltraume« 1900,0 entfernt sich die Sonne immer weiter und die Folge wird eine stetige Verschiebung aller Sterne in ganz bestimmter Weise sein. Die Winkelgröße dieses »motus parallacticus« wird von der Entfernung unmittelbar abhängen und so wird umgekehrt das Studium der parallaktischen Bewegungen der Sterne zu einem Urteile über deren Entfernungen zu führen vermögen.

Nun lagert sich aber über die parallaktische Verschiebung eines Sternes diejenige infolge seiner eigenen Bewegung im Raume (motus peculiaris) und eine *Trennung* dieser beiden ist im Einzelfalle ohne Kenntnis der Entfernung nicht möglich. Sobald man aber über die *Verteilung* der motus peculiare irgendeine geeignete *Annahme* macht, muß es gelingen, wenigstens für ganze *Gruppen* von Sternen die jeweiligen mittleren motus parallactici zu finden, aus denen sich dann nach dem oben Gesagten die mittleren Parallaxen dieser Sterngruppen finden lassen. Dies ist der Weg, den КАПТЕУН und sein Schüler VAN RHIJN gegangen sind. Sie haben in umfassenden Tabellen die *mittleren Parallaxen* (10) von Sterngruppen der verschiedensten Arten niedergelegt und es ist auf Grund dieser Tafeln nun möglich, bei der photographischen Aufnahme irgendeines P. S. sich ein einigermaßen begründetes Urteil über die mittlere Parallaxe der V. S. zu verschaffen. Nach dem Gesagten kann aber kein Zweifel darüber walten, daß diesem letzteren Werte nur eine gewisse *Wahrscheinlichkeit*, keineswegs aber die Sicherheit einer Messung zukommt. Wir bemerken zur Orientierung des Lesers, daß nach КАПТЕУНС Tafeln die mittlere

Parallaxe der V. S. bei den heute für diese üblichen Helligkeiten bei etwa  $0,003-0,006$  liegt. Dieser Betrag ist also im Durchschnitt den direkt gemessenen Parallaxenwerten der P. S. hinzuzufügen, um absolute Daten zu erhalten, die allein einer Entfernungsbestimmung zugrunde gelegt werden können. *Durch die Unsicherheit dieser Reduktion ist selbstverständlich auch den in Zukunft vielleicht sogar genaueren Messungen eine Grenze in ihrer absoluten Bedeutung gezogen.*

**Überblick über Umfang und Bewertung des gegenwärtig vorliegenden Materials an trigonometrischen Parallaxen.** Wir geben zunächst einen allgemeinen Überblick über das heute vorliegende Material an trigonometrischen Parallaxen, wobei wir uns, da einschlägige Arbeiten nicht vorliegen, auf einen im letzten Jahre von uns aufgestellten Zettelkatalog stützen, der einigermaßen vollständig sein dürfte und gegenwärtig 1380 verschiedene Objekte umfaßt<sup>1)</sup>. Eine *Statistik* dieses Katalogs hat folgendes allgemeine Bild ergeben:

57	%	aller Objekte sind nur einfach	}	bestimmt.
21	$\frac{1}{2}$ %	» » » » doppelt		
8	%	» » » » dreifach		
13	$\frac{1}{2}$ %	» » » » mehrfach		

Von diesen wären also zum mindesten die größeren der nur einfach bestimmten nochmals zu messen. Von knapp 200 (!) Sternen liegen nur ältere, durch die photographische Methode noch *nicht gesicherte Werte* vor. Da hierunter eine ganze Anzahl angeblich größerer Parallaxen sich befinden, so ist für eine etwa in Zukunft sich neu mit Parallaxen befassende Sternwarte ein *fruchtbares Arbeitsfeld* gegeben.

Die *Verteilung* der Sterne am Himmel zeigt folgendes Bild: 87% aller Parallaxen betreffen nördliche Sterne, nur 13% kommen auf die südliche Hemisphäre. Die folgenden Betrachtungen beziehen sich nur auf die nördlichen Sterne. Teilt man die Sphäre in die sechs üblichen flächengleichen *galaktischen Zonen* und faßt dann die entsprechenden nördliche und südlichen immer zusammen, so kommen auf die

Polzone	28	$\frac{1}{2}$ %	}	aller Parallaxen,
Mittelzone	33	$\frac{1}{2}$ %		
Gal. Zone	38	$\frac{1}{2}$ %		

so daß ein *Einfluß der Milchstraße* unverkennbar ist. In der Tat umfaßt das Material vielfach schwächere Sterne, ohne diejenigen bis etwa zur  $6^m$  auch nur annähernd zu erschöpfen.

Wollte man irgendwelche *Schlüsse* über die Struktur des näheren Sternsystems auf die bisher vorliegenden Messungen gründen, so wäre zunächst festzustellen, ob das Material irgendwelche systematischen und etwa auf die Jahreszeiten der Beobachtungen oder auf die Lage der Sternwarten

<sup>1)</sup> Nicht berücksichtigt sind die von RAMBAUT in M. N. 81 publizierten Daten, 576 Sterne nach der Methode des latenten Bildes.

begründeten Einflüsse zeigt. Daß solche tatsächlich vorhanden sind, zeigt folgende kleine Übersicht: Faßt man je drei benachbarte A. R.-Stunden zusammen, so ergeben sich durch Auszählung die Prozentsätze der zweiten Zeile, während unter Berücksichtigung der obigen galaktischen Verteilung etwa die Zahlen der dritten Zeile zu erwarten wären.

Mittl. A. R.:	1 <sup>h</sup>	4 <sup>h</sup>	7 <sup>h</sup>	10 <sup>h</sup>	13 <sup>h</sup>	16 <sup>h</sup>	19 <sup>h</sup>	22 <sup>h</sup>
Gezählte %:	12 <sup>1</sup> / <sub>2</sub>	12 <sup>1</sup> / <sub>2</sub>	13	10	9	14	17	12
Erwartete %:	13	13 <sup>1</sup> / <sub>2</sub>	13	11	11	12	13 <sup>1</sup> / <sub>2</sub>	13
G—E:	— <sup>1</sup> / <sub>2</sub>	—1	0	—1	—2	+2	+3 <sup>1</sup> / <sub>2</sub>	—1

Im allgemeinen kann diese Verteilung befriedigen, nur die Gegend Cygnus—Aquila ist deutlich bevorzugt. Da der Einfluß der Milchstraße hierbei eliminiert ist, so dürfte hier ein *Einfluß der Jahreszeit* vorliegen. In der Tat fallen diese Sterne mit ihrem parallaktischen Maximum in das Frühjahr und den Herbst, während die anderen im Sommer und Winter gefaßt werden müssen. Die lange Sommerdämmerung einerseits, die durchschnittlich vermutlich ungünstigere Witterung im Winter andererseits machen es erklärlich, daß die letzteren Sterne im allgemeinen weniger häufig beobachtet werden. Es wird nötig sein, dafür zu sorgen, daß dieser Einfluß nicht stetig wächst. Zu beachten ist auch, daß die Gegend von 61 Cygni als ein beliebter Tummelplatz für Parallaxenbeobachter zu betrachten ist, desgleichen Aquila und Ophiuchus, wo eine Anzahl größerer Parallaxen gefunden wurden, während die nach Jahreszeit und galaktischer Lage etwa gleichwertige Gegend Monoceros, Orion, Taurus, Auriga merklich weniger Messungen abbekommen hat.

Faßt man das Material nach flächengleichen *Deklinationen* zusammen, so findet man analog:

Dekl.-Zone:	Pol	Mitte	Äquator
Gezählte %:	44 %	28 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> %	27 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> %
Erwartete %:	34 %	33 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> %	32 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> %
G-E:	+10 %	—5 %	—5 %

Hier erscheint also unzweifelhaft die *Polzone* bevorzugt und das kann nicht Wunder nehmen, denn sie enthält die *Zenitzone* der allermeisten Sternwarten, außerdem ist die eifrige Tätigkeit der Greenwicher ganz ausschließlich auf diesen Himmelsteil beschränkt. *Nach allen diesem möchten wir es doch für geraten halten, von irgendwelchen statistischen Schliessen aus dem gegenwärtigen Materiale vorerst noch abzusehen.*

Wir haben schließlich das Material noch nach *Entfernungsgrenzen* eingeteilt und fanden von *allen* Parallaxen

Von	0 bis 10 Parsec	7 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> %
Über	10 » 20 »	14 <sup>1</sup> / <sub>2</sub> %
»	20 » 30 »	14 %
»	30 »	49 %
Negative Parallaxen		15 %.

Gelegentlich einer früheren Arbeit (12) haben wir festgestellt, daß von den nach KAPTEYN bis zu 10 bzw. 20 Parsec zu erwartenden Sternen bis zur 10,<sup>m</sup>0 bereits 59 % bzw. 20<sup>1</sup>/<sub>2</sub> % beobachtet sind.

Diese Zahlen scheinen uns die *bisherigen Erfolge* recht gut zu beleuchten. Ungefähr <sup>1</sup>/<sub>3</sub> der beobachteten Sterne zeigt Parallaxen, die sich in gut feststellbaren Grenzen ihrer Größe nach bewegen (etwa bis 30 Parsec). Bis zu 10 Parsec sind knapp <sup>2</sup>/<sub>3</sub> der zu erwartenden Objekte tatsächlich gefunden. Dieses spricht sehr zugunsten der angewandten *heuristischen Prinzipien*. Nur bei <sup>1</sup>/<sub>7</sub> der Objekte war die Arbeit vergeblich, indem negative Parallaxen sich ergaben. Wir dürfen uns aber nicht verhehlen, daß in Zukunft das Auffinden größerer Parallaxen immer schwerer werden wird, da bei einem vermutlich nicht kleinen Prozentsatze die statistischen Kriterien *notwendig* versagen müssen. Glücklicherweise ist in den letzten Jahren nach dieser Richtung bereits für Ersatz gesorgt worden. Die weiter unten zu besprechenden modernen Methoden scheinen ganz hervorragend geeignet, die alten Suchprinzipien zu ersetzen, und wir halten daher ihre *gründliche* Ausnutzung, systematisch vordringend bis zu den schwächsten ihnen zugänglichen Sternen, für einen der *allerwichtigsten* Punkte, den die Parallaxenforschung künftig zu beachten haben sollte.

Ist hiermit der Umfang der bisherigen Erfolge ungefähr gekennzeichnet, so haben wir uns nun mit der ungleich schwierigeren Frage der *Tragfähigkeit* der gewonnenen Daten zu befassen. Diese wird bedingt durch die Größe der systematischen und diejenige der zufälligen Fehler. Es liegen darüber aus den letzten Jahren drei Arbeiten vor, von denen wir eine erst weiter unten besprechen können. Die zweite Arbeit (11) geht darauf aus, die vorliegenden Daten auf *absolute Fehler* zu untersuchen. Da dieses nun an der Hand der Parallaxenreihen selber nicht möglich ist, denn es liegen ja nur relative Parallaxen vor, so haben die Verfasser, VAN MAANEN und WOLFE, zur Eichung die *mittleren Parallaxen* von KAPTEYN und VAN RHIJN herangezogen, die bekanntlich auch auf statistischen Annahmen beruhen. Sie haben so das gegebene Material in *weitem Umfange* verwenden können, doch ist dieser Vorzug zu einem guten Teile dadurch wieder aufgewogen worden, daß die Anwendung der KAPTEYNschen Tafeln eine sehr weitgehende *Unterteilung* des Materials nach Helligkeit, Eigenbewegung und Spektrum erfordert. Beachtet man weiter, daß die eigentliche *Grundlage* der KAPTEYNSchen Werte die heute recht *veralteten*, vorphotographischen Parallaxen sind, so wird nicht Wunder nehmen, daß die Ergebnisse der besprochenen Arbeit in den Einzelheiten vielfach von denen der beiden anderen abweichen. Immerhin konnte die VAN MAANENSche Arbeit bereits überzeugend die große Überlegenheit der modernen Reihen dartun.

In der Erkenntnis, daß eine genügend sichere Ermittlung absoluter Fehler gegenwärtig nicht gut möglich erscheint, haben wir uns in der

dritten zu erwähnenden Arbeit (12) lediglich auf die Bestimmung der *gegenseitigen* systematischen Abweichungen der diversen Beobachtungsreihen beschränkt. Unsere Arbeit ist allein auf solche Sterne begründet, von denen *mehrfache* Parallaxenmessungen von verschiedenen Sternwarten vorlagen. Demgemäß ist das verwendete Material sehr viel *weniger* umfangreich, dafür aber war eine *strenge* Ausgleichung wenigstens einzelner Sternwartengruppen möglich.

Da wir auf die Angabe von Einzelheiten verzichten müssen, so bemerken wir allgemein, daß die *systematischen Abweichungen* der modernen Reihen voneinander sich in der Größe bis  $0,010$  maximal bewegen, was gegen die Zeit vor etwa 15 Jahren einen kaum zu überschätzenden *Fortschritt* bedeutet. Die *Gewichte* der einzelnen Reihen sind nahezu gleich, nur Mt. Wilson mag etwas bevorzugt sein, obschon bemerkt werden muß, daß gerade diese Reihe etwas auffallend von den anderen abweicht und etwas zu große Parallaxen zu geben scheint. *Den zufälligen mittleren Fehler einer photographischen Einzelparallaxe kann man auf etwa  $0,017$  maximal bewerten*, so daß zur Sicherstellung von  $0,010$  mindestens zwei unabhängige Daten nötig sind. Für Meridiankreis und Heliometer liegen die m. F. bei etwa  $0,025$ — $0,040$  bzw.  $0,040$ — $0,060$ , so daß es berechtigt scheint, diese Instrumente gegenwärtig als nicht konkurrenzfähig zu bezeichnen. Wenn heute vielfach mit trigonometrischen Parallaxen  $< 0,010$  gerechnet wird, so können wir vor solchen Arbeiten nur warnen. Wo es sich um feinere Fragen, z. B. um Sternaufbau handelt, wird man gut tun, sich auf Parallaxen  $> 0,030$  zu beschränken. *Die Sicherstellung von möglichst vielen dieser letzteren Werte scheint uns das vernünftigste Ziel für den gegenwärtigen Stand der Forschung zu sein.*

**Die Organisation der laufenden Arbeiten und die Aussichten für die Zukunft.** Bei der Wichtigkeit, die Parallaxen für die verschiedensten Zweige der Astronomie und Astrophysik besitzen, ist es nötig, sich darüber klar zu werden, ob die Parallaxenforschung sich gegenwärtig im richtigen Geleise befindet, bzw. in welcher Richtung Verbesserungen notwendig sein dürften. Dank einem unermüdlichen Eifer, größtem technischen Verständnis, außerordentlichen Hilfsmitteln und nicht zuletzt einer wirksamen Organisation (13) haben zur Zeit die nordamerikanischen Sternwarten fast ganz allein die Bearbeitung der Parallaxen in die Hände bekommen, sie ist *amerikanisches Monopol* geworden, und es besteht in absehbarer Zeit kaum Aussicht auf Änderung dieser Sachlage. Unter der Führung SCHLESINGERS haben sich folgende Sternwarten zu gemeinsamer Arbeit zusammengeschlossen: Yerkes, Allegheny, Mt. Wilson, Sproul, Mc. Cormick, Dearborn, Van Vleck und als einzige nichtamerikanische Greenwich. Die Gesamtleitung liegt in den Händen des »Stellar Parallax Committee« (Vorsitzender SCHLESINGER). Gearbeitet wird nach einheitlichen Programmen, die man in Publ. Amer. Astron. Soc. III findet, und nach SCHLESINGERS Methode im wesentlichen. Die Ergebnisse

werden gesammelt und den Beteiligten in Form von Zettelkatalogen zugänglich gemacht. Es wird dabei bis zu einem gewissen Grade dafür gesorgt, daß jede Sternwarte mit jeder anderen eine größere Anzahl von Sternen gemeinsam hat, so daß in einiger Zeit ein sauber diskutables Parallaxensystem entstehen dürfte.

Bei der oben angedeuteten Sachlage ist es von großem Interesse, die Verhandlungen des Stellar Parallax Committee (13) zu beobachten. Naturgemäß begegnen sich auf unserem Gebiete eine ganze Anzahl von zum Teil zuwiderlaufenden Wünschen. Im Großen und Ganzen lassen sich zwei wohldefinierte Richtungen unterscheiden, die der *reinen Parallaxenforscher* und die der *Spezialisten*. Während die letzteren besondere Klassen von Objekten (Variable, Nebel, Doppelsterne) in das gegenwärtige Weltbild einordnen möchten und dabei die Grundlagen für die unten zu besprechenden, weittragenden Methoden zu verbreitern suchen, schwebt den anderen mehr als Ziel vor, ein möglichst genaues Bild des näheren uns umgebenden Sternsystems zu erhalten, die Zahl der großen Parallaxen möglichst zu vermehren, um für die feineren Untersuchungen des Sternaufbaues und der räumlichen Geschwindigkeiten der Sterne ein recht tragfähiges Material zu bekommen. Beide Standpunkte haben ihre volle Berechtigung und doch möchten wir uns hier unbedingt zu dem letzteren bekennen mit folgender Begründung: Die *Erfahrung* scheint zu lehren, daß Objekte wie die Cepheiden und die Nebel nun einmal zu den weitest entfernten und nach dem gegenwärtigen Stande unserer Meßgenauigkeit nur mit sehr großer Unsicherheit erreichbaren Gestirnen gehören. Wir können es daher bis zu einem gewissen Grade als übereilt bezeichnen, wenn man jetzt schon die Hände nach fernen Früchten ausstreckt, ehe die nähere Umgegend genügend bearbeitet ist. *Jede große und nur mit einem geringen prozentualen Fehler behaftete Parallaxe stellt jedenfalls einen positiven Gewinn dar, auf dem man sicher bauen kann.* Stellt man sich nun die Aufgabe, die großen Parallaxen bis zu einer gewissen Grenze möglichst zu erschöpfen, so werden ohnehin bei der Unsicherheit der heuristischen Ansätze zur Auffindung solcher Sterne noch genug Objekte mit kleinen Parallaxen unterlaufen, die zur Eichung der empirischen Methoden sehr willkommen sind und es wird damit den berechtigten Wünschen der anderen Partei automatisch Rechnung getragen, wenn auch nicht in vollem Umfange.

Es scheint uns gegenwärtig nicht, als ob sich einer der beiden angedeuteten Standpunkte schon durchgesetzt hätte. Bei der außerordentlichen Mühe, die in der Parallaxenarbeit aufgeht, die Zeit- und Kostenfrage gar nicht gerechnet, scheint uns klares *Zielbewußtsein* und dementsprechende Organisation von ausschlaggebender Bedeutung. Wir können aber zur Zeit den Reports des genannten Komitees nur *wenig* entnehmen, was befriedigen könnte. Dutzende von älteren, angeblich großen Parallaxen werden ungeprüft bleiben. Auch ist *nicht eine einzige Stern-*

warte vorgesehen, der die Aufgabe einer systematischen *Vorarbeit* mittels der schnellfördernden, neueren Methoden zufiele. Wie anregend die letzteren wirken können, dafür nur ein Beispiel. Es finden sich in der Liste von 1646 Sternen von ADAMS 94 Sterne mit  $\pi > 0,032$ , von denen zur Zeit ihrer Aufstellung überhaupt noch keine Parallaxen bekannt waren. Dabei ist diese Liste im Laufe von etwa 2—3 Jahren entstanden an einer einzigen Sternwarte. Es scheint uns außer Zweifel, daß die systematische Anwendung namentlich der ursprünglichen KOHLSCHÜTTER-ADAMS-Methode (weil sie vor allem imstande ist, ausgesprochene Zwerge zu erfassen) die Parallaxenforschung ungemein fördern kann.

Sehr zu bedauern bleibt schließlich hier wie bei fast allen astronomischen Arbeiten der fast völlige Ausfall der *südlichen* Hemisphäre. Früher oder später wird die Zeit kommen, wo dieser Mangel auf das allerpeinlichste wird empfunden werden.

**Allgemeines über die „basislosen“ Methoden.** Bis zu diesem Punkte haben wir auf dem festen Boden klarer, geometrischer Prinzipien gestanden, indem wir die Parallaxenmessung als eine *Vorwärtseinschnittaufgabe* definierten. Es haben sich nun aber im letzten Jahrzehnt Methoden entwickelt, die zwar diesen Boden verlassen, indem sie sich von einer gegebenen Basis frei machen, sie nur mittelbar benutzen — wir fassen sie darum unter dem Schlagworte »*basislos*« zusammen — die also von vornherein nicht den Anspruch strenger Beweiskraft erheben können und wollen, die aber trotzdem eine sehr gewichtige Rolle zu spielen berufen sind. Wir legen zunächst die gemeinsamen Züge aller dieser Methoden dar.

Man bezeichnet die Gesamtenergie, die ein Stern in irgendeiner Zeiteinheit ausstrahlt, gemessen in Einheiten der von der Sonne in der gleichen Zeit ausgestrahlten Energie als die absolute Helligkeit des Sternes. (Man beschränkt sich allerdings unrichtigerweise dabei gewöhnlich auf das Gebiet der sichtbaren Strahlung.) Drückt man das Helligkeitsverhältnis Stern : Sonne in Größenklassen aus, so kommt man zum Begriffe der »*absoluten Größe*(nklass)e«  $A$  des Sternes. Zwischen dieser, der scheinbaren Größe  $m$  und der Parallaxe  $\pi$  besteht nun ein einfacher Zusammenhang:

$$A = m + 5 + 5 \log \pi.$$

Sind also z. B.  $A$  und  $m$  bekannt, so ist  $\pi$  berechenbar.

Nun hat man durch das Studium verschiedenster Eigenschaften von Sternen bekannter Parallaxe (und also auch absoluter Größe) gefunden, daß zwischen der jeweils betrachteten Qualität und der absoluten Größe ein meist sehr einfacher Zusammenhang besteht. Trägt man etwa in irgendeinem Maßstabe die betreffende »*Eicheigenschaft*« als Abszisse, die absolute Größe als Ordinate ab, so erhält man für die verschiedenen Sterne Punkte, die oft auf einer merkwürdig glatt verlaufenden Kurve liegen. Wir werden sehen, daß man heute noch fast außerstande ist, diesen »*Eich-*

*kurven*« eine strenge physikalische Deutung zu geben; meist ahnen wir nur die ungefähre Richtung, in der eine solche zu suchen ist. Sehen wir aber von diesem, für den strengen Naturwissenschaftler freilich bedenklichen Mangel ab und nehmen die Eichkurven als durch die Erfahrung gegeben hin, so können wir nun ohne weiteres an Sternen unbekannter absoluter Größe diese durch Beobachtung jener »Eicheigenschaft« finden. Und damit ist dann nach obiger Formel die Parallaxe des Sternes berechenbar.

Die Bezeichnung »basislose Methoden« soll also nur sagen, daß es, nachdem man sich die Eichkurven erst einmal mit Hilfe von Sternen trigonometrisch bekannter Parallaxen verschafft hat, bei der Beobachtung irgendeines unbekanntes Sternes nicht mehr nötig ist, sich von der Erde im Laufe von einem halben Jahr an das andere Ende der Erdbahn tragen zu lassen. Vielmehr kann man nun die Entfernungsbestimmung von einem *einzigsten Punkte* aus vornehmen. Und damit sehen wir sofort den ersten, geradezu erdrückenden Vorteil aller dieser Methoden: Die Entfernungsbestimmung geht in kürzester Zeit vor sich, d. h. die Methoden arbeiten sehr *rasch* und sind darum für *Durchmusterungsarbeiten* hervorragend geeignet.

Weiter zeigt unsere Formel, daß ein Fehler in  $A$  oder  $m$  nur mit  $1/5$  in  $\log \pi$  eingeht, in  $\pi$  selber also nur einen kleinen prozentualen Fehler hervorruft. Anders bei der trigonometrischen Methode, wo ein Fehler um so verhängnisvoller wirkt, je kleiner die Parallaxe ist. Infolgedessen werden von einer gewissen Grenze ab, die unter den gegenwärtigen Umständen etwa bei  $0,040$ — $0,030$  liegt, die *basislosen Methoden* der trigonometrischen an prozentualer Genauigkeit *überlegen*, immer unter der Voraussetzung, daß die Eichkurven hinreichend sicher bestimmt sind.

Zuweilen handelt es sich um Eigenschaften der Sterne, die sich bis zu den alleräußersten, den Instrumenten noch eben zugänglichen *Helligkeiten* verfolgen lassen. Es ist dann in obiger Formel  $m$  ziemlich groß, während  $A$  einen mittleren Betrag wahren wird, wie wir ihn in der Nähe des Sonnensystems kennen. Dann wird aber  $\log \pi$  stark negativ, d. h. unsere Methoden sind unter Umständen geeignet, außerordentlich *kleine Parallaxen* festzustellen, viele hundertmal kleiner als die kleinsten trigonometrisch jemals zugänglichen.

Ein gemeinsames Charakteristikum aller basislosen Methoden ist ferner, daß wir die Wege zu ihrem tieferen Verständnis zwar noch nicht durchgeschlagen, aber immerhin markiert sehen. Die Entwicklung, die man in den letzten Jahren in der *Theorie des Sternaufbaues* (14) beobachtet hat, ist es, die früher oder später auch einmal bis zu einem vollen Verständnis dieser Methoden führen wird. Vorläufig weiß man nur ungefähr, daß die Masse und der Entwicklungszustand (effektive Temperatur) eines Sternes seine absolute Helligkeit in hohem Maße bedingen. Auch kennt man den Unterschied zwischen »Riesen« und »Zwergen« und

weiß, daß der innere Aufbau der Materie bei diesen beiden Gruppen bis in die äußeren Schichten hinein grundverschieden ist. Es liegt daher heute durchaus nahe zu erwarten, daß zwischen der Struktur dieser Außenschichten, die wir bis zu einem hohen Maße in den Sternspektren zu beobachten vermögen, und der absoluten Größe irgendwelche Zusammenhänge bestehen werden. Damit ist uns aber der Schlüssel zum Verständnis einer Reihe basisloser Methoden gegeben, die wir nun im Zusammenhange besprechen wollen.

**Die Methoden von Kohlschütter-Adams, Adams-Joy, Charlier und Lindblad.** Das Urbild und in mehrfacher Hinsicht zugleich die vollkommenste der basislosen Methoden ist die von KOHLSCHÜTTER-ADAMS (15). Ersterer fand bei der Untersuchung von Spektren, die sich auf zwei in der absoluten Größe sicher ganz verschiedene Sterngruppen verteilten, daß, nachdem die Sterne in die Harvardskala fein eingeordnet waren, die beiden Gruppen doch noch ganz charakteristische Unterschiede in den *Intensitätsverhältnissen* bestimmter *Linien* zeigten. Man hatte also zwei Sorten von Linien vor sich. Die einen zeigten eine ausgesprochene *Temperaturabhängigkeit* und wurden, da die Temperatur bekanntlich den Spektraltyp in allererster Linie bestimmt, zur Festlegung des Harvardtypes benutzt, der sich ja ebenfalls auf Linienintensitäten gründet. Außerdem aber fanden sich »Linien«, deren relative Intensität, wie eine genauere Untersuchung zeigte, daneben offenbar durch die *absolute Helligkeit* stark mitbestimmt war. Bei weitem nicht alle Linien zeigten eine der beiden Eigenschaften; es fanden sich in dem gerade zugänglichen Spektralbereiche etwa ein Dutzend mit Abhängigkeit von der absoluten Größe. Auch diese waren nicht stets alle gleichzeitig brauchbar, sondern je nach dem Spektraltyp mußten nach und nach andere herangezogen und andere dafür fortgelassen werden; es mußte also nicht nur eine, sondern eine ganze *Schar von Eichkurven* konstruiert werden. Das Verfahren ließ sich über den A 5-Typ nicht ausdehnen. Es wurde von ADAMS und JOY hinsichtlich der Eichkurven genauer durchgearbeitet und auf 1646 Sterne teils bekannter, teils unbekannter Parallaxe angewandt mit dem Ergebnis, daß heute nach dieser Methode die absolute Größe von A 5—M-Sternen mit einer Genauigkeit von etwa 0,4 bestimmt werden kann, woraus für die Parallaxen eine Unsicherheit von 20% hervorgeht. Dieser Umstand, der große Umfang des in wenigen Jahren gewonnenen Kataloges, sowie die schon oben (S. 33) erwähnte Tatsache, daß sich darin eine Fülle von bis dahin unbekanntem größeren Parallaxen findet, das alles zeigt auf das eindringlichste, daß diese Methode trotz ihrer »inneren Basislosigkeit« — sit venia verbo — eine ganz wesentliche Bereicherung für die Parallaxenforschung bedeutet. Weitere Anwendungen finden sich von SHAPLEY und LINDBLAD (31) mit zusammen 137 Sternen, darunter eine Anzahl südlicher, ferner von RIMMER (32) mit 500 Sternen.

Wir möchten nun andeuten, in welcher Richtung heute ungefähr die feinere *Deutung* der KOHLSCHÜTTER-ADAMS-Methode gesucht wird. Aus der Tiefe der Sterne dringt eine Strahlung hervor, von der wir wissen, daß sie sehr nahe schwarz ist im Innern. Sie erleidet in den äußeren, weniger heißen Schichten nach KIRCHHOFFS Satz eine Absorption, die sehr kompliziert ist und sich uns als die Fülle der beobachtbaren Spektrallinien zu erkennen gibt. Man neigt heute zu der Annahme, daß das Innere aller Sterne im großen und ganzen physikalisch-chemisch gleichartig aufgebaut ist, nämlich aus (vielfach ionisierten) »Trümmern« und freien Elektronen in ziemlich dichter Packung. Dagegen sind die äußeren Schichten der Sterne ganz verschiedenartig. Während bei »Riesen« Druck und Temperatur von außen nach innen langsam ansteigen und daher wegen des anscheinend recht beträchtlichen Massenabsorptionskoeffizienten die nach außen (optisch) wirksamen, absorbierenden Schichten nur mäßige Unterschiede im Aufbau zeigen, ist bei den »Zwergen« eher das Gegenteil der Fall. Hier ist die Materie schon weit stärker zusammengesintert und die äußeren Schichten nehmen immer mehr den Charakter einer Gashülle um einen dichten Kern an. Druck- und Temperaturgefälle sind im Vergleich zu den Riesen erheblich größer und die äußeren Schichten zeigen bei gleichem relativen Eindringen ein weit ungleichmäßigeres physikalisch-chemisches Gepräge. Nur weil auch die durchschnittliche Dichte dieser Schichten merklich höher ist als bei den Riesen, ist die optisch wirksame Gesamttiefe bei dieser Klasse von Sternen nicht allzusehr von derjenigen der Riesen verschieden, woraus die zuerst so befremdende Tatsache sich erklärt, daß Riesen und Zwerge gleichen Types in ihren Spektren keine auf den ersten Blick auffallenden groben Unterschiede zeigen. Für die feineren Intensitätsunterschiede der Linien sind nach САНА maßgebend die von Druck und Temperatur abhängenden *Ionisationsverhältnisse*. Zur Stunde fehlen freilich noch alle zahlenmäßigen Beziehungen in dieser Hinsicht; wir können nur qualitativ etwa folgendes aussagen: Da in den optisch wirksamen Schichten bei Riesen und Zwergen gleichen Types die Temperaturen (von feinen Unterschieden abgesehen) gleich sind, so dürfte für die bei der spektroskopischen Methode beobachteten Intensitätsunterschiede in erster Linie der *Druck* maßgebend sein. Zwischen diesem, der optischen Tiefe, der örtlichen Schwerebeschleunigung und dem Massenabsorptionskoeffizienten besteht aber ein einfacher Zusammenhang, und weil nun im Spektrum über die ganze optisch wirksame Tiefe integriert wird, diese aber und der Massenabsorptionskoeffizient in erster Näherung konstant gesetzt werden können, so ist es physikalisch sehr wahrscheinlich gemacht, daß die beobachteten Linienintensitätsunterschiede hauptsächlich von der mittleren *Schwerebeschleunigung* in den Oberflächenschichten abhängen. Dieser Gedankengang ist zuerst von A. PANNEKOEK (16) ausführlicher entwickelt worden.

Haben wir so die theoretische Seite der Sache etwas beleuchtet, so bleibt nun über die *praktische* noch einiges zu sagen. Zunächst einmal wäre zu bemerken, daß die bisher angewandten *Dispersionen* schwerlich ausreichend gewesen sind, um wirklich einzelne Linien aufzuweisen. Was bisher als »Linie« angesprochen worden ist, dürfte vielmehr ein mehr oder weniger verwickeltes *Gemisch* von Bogen- und Funkenlinien verschiedener Elemente gewesen sein und die beobachtete Abhängigkeit von der absoluten Größe ist wohl bis zu einem hohen Grade einer *zufälligen Häufung* von *geeigneten* Linien — es können das natürlich Bogen- und Funkenlinien verschiedener Elemente zugleich sein — zuzuschreiben. Es dürfte sich verlohnen, in dieser Richtung einen gründlichen Vorstoß zu unternehmen. Ein zweiter Punkt ist das bisherige Verfahren zur Feststellung der Intensitätsverhältnisse. Hier sind nur *Schätzungen* nach einem dem ARGELANDERSCHEN Stufenverfahren entsprechenden Modus ausgeführt worden und man sollte vermuten, daß da mikrophotometrisch sicher Fortschritte zu machen sind. Endlich, meinen wir, sollte man davon abkommen, den *Spektraltypus* direkt in die Betrachtungen einzuführen. Es hat sich von Amerika her so eingebürgert, dieses Element als maßgeblich zu betrachten. Wir glauben aber, daß dies physikalisch ganz unberechtigt ist. Maßgeblich sind wohl nur die Sternmasse und das allgemeine Entwicklungsstadium, das in der *effektiven Temperatur* (bzw. in der Sternfarbe als deren nächstbestem Ersatze) seinen unmittelbarsten Ausdruck findet. Vielleicht spielt später einmal noch die chemische Zusammensetzung eine Rolle, vorläufig ist sie noch unbeachtet geblieben. Der Spektraltypus ist erst eine durchaus sekundäre Erscheinung, allein bedingt durch den Zustand der oberflächlichsten Schichten. Obendrein aber wird auch er lediglich auf Linienintensitäten begründet, so daß hinsichtlich der soeben besprochenen Methode eine recht unangenehme *Vermischung* der beiden abhängigen Variablen eintritt durch die gleichzeitige Bestimmung von Typ und absoluter Größe aus Linienintensitäten.

Wir möchten an dieser Stelle eine oben noch unerledigt gelassene Arbeit besprechen, nämlich den von STRÖMBERG (17) unternommenen Versuch, die KOHLSCHÜTTER-ADAMS-Parallaxen zusammen mit den trigonometrischen zu eichen. Daß eine solche Möglichkeit besteht, erkennt man sofort, wenn man beachtet, daß die ersteren mit einer prozentualen, die letzteren dagegen mit einer additiven Ungenauigkeit behaftet sind. Während die trigonometrischen Messungen zu negativen Parallaxen führen können, ist dieses nach der Art ihrer Bestimmung bei den basislosen von vornherein unmöglich. Die Unterschiede beider Systeme werden also im Bereiche der kleinen Parallaxen ganz besonders deutlich hervortreten. In der STRÖMBERGSCHEN Arbeit wird also versucht, auf Grund dieser Tatsache die Antwort auf die Frage zu geben: Welche Größe muß man zu den trigonometrischen Daten hinzufügen und mit welchem Faktor muß man die spektroskopischen Daten multiplizieren, damit die beiden

Parallaxensysteme *gleichzeitig* in die beste Übereinstimmung kommen? Es hält freilich schwer, diesen Modus als eine *absolute* Eichung anzusprechen, denn das basislose System ist ja erst am trigonometrischen normiert worden, so daß zum mindesten im Gebiete der großen Parallaxen eine genaue Übereinstimmung beider Systeme von vornherein stattfinden muß, wenn anders die Eichkurven einen Sinn haben sollen. Damit entfällt aber die Möglichkeit der Bestimmung des fraglichen Faktors überhaupt, denn dieser wird sich nur bei den großen Parallaxen merkbar auswirken können. Wohl aber bleibt die andere, nämlich die additive Konstante des Systems der trigonometrischen Werte zu bestimmen. STRÖMBERG war sich dieser Schwierigkeiten bewußt und hat sie dadurch zu umschiffen versucht, daß er die beiden Systeme nicht direkt sondern auf dem Umwege über die KAPTEYNschen mittleren Parallaxen verglich; wir erwähnten bereits oben, welche neuen Schwierigkeiten ein solcher Ansatz mit sich bringt. Das ziemlich umfangreiche Material hat STRÖMBERG gut durchgearbeitet. Seine Ergebnisse gehen dahin, daß die KOHLSCHÜTTER-ADAMS-Parallaxen als von systematischen Fehlern frei anzusehen sind, während für die photographischen — nur solche sind zum Vergleiche herangezogen — bei den verschiedenen Sternwarten sich merkbare Korrekturen ergeben. Wir möchten erwähnen, daß unsere eigenen Ergebnisse mit denen von STRÖMBERG in weitem Maße sich decken, ob schon wir auf eine absolute Eichung grundsätzlich verzichtet haben. Es scheint also in der Tat, als ob sich die von uns behandelten fünf Parallaxenreihen in ihren Korrekturen statistisch tilgten, d. h. daß die Korrekturen im großen und ganzen nach Zufall verteilt, von merkbaren systematischen Fehlern, als ganzes System betrachtet, also frei sind.

Es war bereits oben angegeben, daß das besprochene Verfahren versagt bei den Sternen heißer als etwa A 5, nimmt doch die Linienzahl und -deutlichkeit bei diesen Typen im allgemeinen überhaupt stark ab. Es ist nun ADAMS und JOY im letzten Jahre (18) gelungen, nach dieser Richtung Neuland zu gewinnen. Schon seit langem ist bekannt, daß es Sterne gibt, deren Spektrallinien sich durch ganz besondere *Schärfe* (sogenannter c-Charakter von MAURY) auszeichnen, auch weiß man, daß diese Sterne durchweg ausgesprochene Riesen sind. Hier haben nun ADAMS-JOY angeknüpft in folgender Weise: Sie haben von ziemlich allen A-Sternen einiger Sternströme, deren Parallaxen sehr genau bekannt sind (vgl. unten), Spektren aufgenommen und diese zunächst einmal in die Harvardskala möglichst fein eingeordnet, wobei wieder Linienintensitäten benutzt wurden. Nach dem (vermutlich durchschnittlichen) Aussehen der Linien wurden die Sterne alsdann in *zwei Gruppen* ( $n = \text{nebulous}$ ,  $s = \text{sharp}$ ) geteilt. Es zeigte sich, wie nach Obigem zu erwarten, daß in jeder der beiden Gruppen für sich eine ausgesprochene Korrelation zwischen Spektraltyp und *absoluter Größe* bestand, die für beide Beobachter quali-

tativ und in hohem Maße auch quantitativ gleich verlief. Im Durchschnitt stellen sich die Sterne der s-Gruppe bei gleichem Typ etwa  $1^m_3$ — $1^m$  absolut heller als die der n-Gruppe. Damit waren nun wieder zwei *Eichkurven* gegeben, die sich vom F2- bis zum B8-Typ erstrecken und mittels deren man von Sternen unbekannter absoluter Helligkeit aus Linien-schärfe und Typ diese ermitteln, also auch die Parallaxe finden konnte. ADAMS-JOY haben danach einen Katalog der Parallaxen von 544 A-Sternen aufgestellt, eine sehr wertvolle Bereicherung des früheren Kataloges späterer Typen. Die Genauigkeit der Methode scheint nicht sehr hinter der von KOHLSCHÜTTER-ADAMS zurückzubleiben, d. h.  $\pm 0,^m_4$  in absoluter Größe bzw.  $\pm 20\%$  in den Parallaxen.

Die physikalische *Deutung* der neuen Methode steht in strenger Form noch aus, doch dürfte sie wohl in folgender Richtung liegen: Die Massen der Sterne, um die es sich hier handeln kann, zeigen sicherlich nur eine sehr geringe *Streuung*, kommen doch nur mehr diejenigen Sterne in Betracht, die im Maximum den A-, B- oder O-Typ zu erreichen vermögen (also um A-, B- oder O-Massen im Sinne von v. D. PAHLEN (24)). Außerdem arbeitet das Verfahren nur in einem sehr beschränkten Temperaturintervalle (F2—B8), und das bedeutet für die äußeren Merkmale dieser Sterne sicher eine weitere, bedeutende Verringerung ihrer Dispersion. Man wird also beträchtliche spektrale Unterschiede nicht erwarten können. Ein gewisser Prozentsatz der Objekte wird zudem gerade etwa A8—A2-Massen haben und bei diesen wird man merkbare Unterschiede in der Linienstruktur überhaupt nicht feststellen können, weil sie objektiv viel zu unbedeutend sein werden. Wir glauben also, daß die Einteilung in n- und s-Sterne sich wesentlich auf die Sterne *allergrößter Massen* gründet, die vom Maximum ihrer Entwicklung noch (s) bzw. schon (n) ein gut Stück entfernt sind.

Es ist bekannt, daß wachsende *Dicke* und *Druck* einer strahlenden Schicht die Spektrallinien *verbreitern*. Beide Einflüsse scheinen sich hier bis zu einem gewissen Grade zu widerstreben, denn denken wir uns etwa zwei Sterne mit B2-Masse, beide im A5-Stadium, den einen als Riesen, den anderen als Zwerg, so werden sicher beim ersteren die Atome in der äußeren Hülle freier sich bewegen können als beim letzteren, wo sie infolge höheren Druckes merklich häufiger sich stören und damit zu Linienunschärfe Veranlassung geben werden. Andererseits aber wird man bei Riesen, eben weil ihre Atmosphäre dünner ist, absolut tiefer hineinschauen, wird also Atome zu sehen bekommen, die unter merklich verschiedenen Bedingungen emittieren und man sollte daher wohl ebenfalls eine Linienverbreiterung erwarten. Nach den Ergebnissen von ADAMS-JOY möchte es uns scheinen, als ob der Druckeffekt den Dickeneffekt merklich überwiegt, und man würde damit zu demselben Schlusse kommen wie oben bei der KOHLSCHÜTTER-ADAMS-Methode.

Was die *praktische* Seite der Sache anlangt, so lassen wir es dahingestellt, ob die Benutzung von Mikrophotometern zur Bestimmung der

Linien­schärfe, etwa im Sinne einer *Halbwertsbreite*, eine Förderung bringen kann. Indem ADAMS-JOY einfach zwei Gruppen »n« und »s« bildeten, haben sie jedenfalls ein nur ganz rohes Verfahren eingeschlagen. Es wäre jedoch sehr interessant, wenn etwa auf Grund der Linienbreite so feine Unterschiede zwischen Riesen und Zwergen noch festgestellt werden könnten, daß man auf diese Weise mit einiger Sicherheit Sterne mit B-, A-, bzw. F-Masse aussondern könnte, die sich gerade im oder doch nahe dem Entwicklungsmaximum befinden.

Aus dem Gesagten geht hervor, daß fast keine Hoffnung besteht, die spektroskopischen Methoden noch wesentlich weiter nach den heißeren Typen auszudehnen, denn alle dabei noch in Frage kommenden Objekte zeigen in den maßgebenden physikalischen Eigenschaften nur noch ganz geringe Unterschiede und es sind daher auch in jeder anderen Richtung keine merklichen physikalischen Qualitätsdifferenzen zu erwarten. In diesem Sinne hat bereits CHARLIER (19) die Konsequenzen gezogen, indem er für alle *B-Sterne* die gleichen Qualitäten, insbesondere also *gleiche absolute Helligkeit* angenommen hat<sup>1)</sup>. Unter diesen Umständen mißt dann die *scheinbare Helligkeit* allein die *Distanzverhältnisse* und unsere *Eichkurve* reduziert sich auf einen Punkt. Man braucht nur zu wissen, welche absolute Helligkeit einem B-Stern zuzusprechen ist. Ganz im Verfolge KAPTEYNScher Gedanken hat CHARLIER dieses Datum aus den Radial- und den Eigenbewegungen dieser Sterne zu ermitteln gesucht. Es ergab sich für B<sub>0</sub>, B<sub>3</sub>, B<sub>5</sub> etwa  $-2^m,6$ , für B<sub>1</sub>, B<sub>2</sub> etwa  $-4^m,3$ . Indem CHARLIER dieses Ergebnis auf alle bekannten B-Sterne bis etwa 7<sup>m</sup> übertrug, konnte er einen Katalog der Parallaxen von 804 B-Sternen aufstellen. Dieser bildet gewissermaßen den Schlußstein in der Reihe der großen basislosen Kataloge. Seine Tragfähigkeit ist nur sehr schwer abzuschätzen, da ein Vergleich mit trigonometrischen Parallaxen deshalb nicht möglich ist, weil sich ergeben hat, daß die B-Sterne allesamt sehr weit entfernt und zwar in der Milchstraße stehen. Die größte der CHARLIERSchen Parallaxen beträgt 0,052 für  $\alpha$  Eridani und nur wenige Dutzend Sterne haben Entfernungen unter 100 Parsec.

Neben die drei besprochenen Methoden hat sich im letzten Jahre eine weitere zu stellen versucht, die *spektralphotometrische* von B. LINDBLAD (20). Sie beruht scheinbar zunächst auf etwas anderen Prinzipien als die vorhergehenden, indem sie sich nicht auf Linienintensitäten, sondern auf das *kontinuierliche* Spektrum stützt. Ein Vergleich der Spektren von Sirius und dem schwachen Begleiter von  $\alpha_2$  Eridani, die beide heiße *A-Sterne* sind, ergab nämlich, daß darin zwei unmittelbar benachbarte Gebiete, nämlich  $\lambda = 3895-3907$  und  $\lambda = 3907-3925$ , in ihrem Inten-

<sup>1)</sup> Genauer teilt CHARLIER die B-Sterne noch in zwei Gruppen B<sub>1,2</sub> und B<sub>0,3,5</sub>.

sitätsverhältnisse ganz verschieden sind. Eine genauere Prüfung an zahlreichen bekannten B- und A-Sternen führte weiter zu dem Ergebnis, daß zwischen dem Intensitätsverhältnis dieser beiden Gebiete und der absoluten Größe der Sterne eine Korrelation besteht, indem das zweite Gebiet relativ immer heller wird, zu je schwächeren Objekten (absolut) man übergeht. Wir müssen allerdings bemerken, daß diese *Eichkurven* bei weitem nicht so scharf bestimmt sind wie bei den vorigen Methoden, ganz abgesehen davon, daß sie sehr stark vom Spektraltyp abhängen, besonders unterhalb von A3. Es scheint uns daher zweifelhaft, ob LINDBLAD zu Recht für sein Verfahren dieselbe *Genauigkeit* in Anspruch genommen hat, wie sie für die anderen besprochenen Methoden besteht. Auch scheint uns eine weitere *Prüfung* an A-Sternen bekannter Parallaxen unerlässlich, denn die von LINDBLAD allein vorgenommene Rückwärtsberechnung der Parallaxen der Eichsterngruppen ist alles andere als eine Prüfung seiner Methode.

Um auch *spätere* Typen erreichen zu können, hat LINDBLAD noch eine andere Spektralgegend herangezogen, die im Bereiche der G- und K-Sterne ein ganz analoges Verhalten zeigt wie die oben erwähnte. Es handelt sich um den Kopf der bekannten *Cyanbanden* bei  $\lambda \approx 3883$ . Der Bereich zwischen diesem »ersten« Kopfe und dem »zweiten« bei  $\lambda = 3871$  zeigt im Vergleich zu dem bei  $\lambda > 3883$  unmittelbar angrenzenden Gebiete eine ausgesprochene Intensitätsabhängigkeit von der absoluten Größe. Im übrigen müssen wir bezüglich der Unsicherheit der Eichkurven dasselbe wie vorhin bemerken. Auch hier steht eine genauere Prüfung noch aus.

Die physikalische *Deutung* der Methoden ist durch eingehendere Betrachtungen LINDBLADS sehr nahe gerückt worden. Er konnte nämlich zeigen, daß (offenbar aus denselben Gründen wie bei den vorerwähnten Methoden) in den Gebieten, deren Intensität mit wachsender absoluter Größe relativ abnimmt, zahlreiche Linien liegen, die »Druckverbreiterung« zeigen, während die Nachbargebiete zwar auch solche Linien, aber in wesentlich geringerer Zahl und Stärke aufweisen. Es handelt sich also hier ganz offenbar um Effekte, die durch *zufällige Häufung* besonders geeigneter Linien entstehen, wie wir es bei der KOHLSCHÜTTER-ADAMS-Methode als wahrscheinlich andeuteten.

Als ein besonderer *Vorzug* des LINDBLADSchen Verfahrens muß betont werden, daß es mit ganz geringen Dispersionen (340 Å pro mm) auskommt und daher ein Vordringen bis zu sehr *kleinen Helligkeiten* ermöglicht (14<sup>m</sup>!). So hat LINDBLAD den *Sternhaufen* Messier 11 untersucht und für ihn eine Parallaxe von 0,00040 gefunden, während SCHOUTEN nach KAPTEJNSchen Verfahren 0,00055 und SHAPLEY nach einer alsbald zu besprechenden Methode den Wert 0,00014 gefunden haben. Alle drei Werte stimmen wenigstens der Größenordnung nach überein. Schon allein dieser unschätzbare Vorteil des neuen Verfahrens wird hoffentlich bald die Aufmerksamkeit darauf lenken und in Bälde zu der nötigen

inneren Verschärfung der Eichkurven führen. Übrigens hat auch LINDBLAD bisher die Intensitätsverhältnisse der fraglichen Gebiete nur *geschätzt*, so daß die Anwendung von Mikrophotometern hier besonders versprechend scheint.

**Die Methode von Leavitt-Shapley.** Daß man zur Gewinnung von Eichkurven durchaus nicht, wie es nach dem Bisherigen leicht den Anschein haben könnte, auf die Betrachtung von Spektren angewiesen ist, zeigt uns die nunmehr noch zu besprechende letzte der basislosen Methoden, die SHAPLEY (21) zur Bestimmung der Parallaxen der *Kugelsternhaufen* angewandt hat. Sie gründet sich auf die von Miß LEAVITT (22) gemachte Entdeckung, daß zwischen der *absoluten Helligkeit* und der *Periodenlänge* von  $\delta$  Cephei-Veränderlichen eine enge Korrelation besteht in dem Sinne, daß die absolut helleren Variablen eine größere Periode besitzen, eine Beziehung, die durch die modernen Theorien dieser Klasse von Veränderlichen sehr nahe gelegt wird. Die LEAVITTSche *Eichkurve* besaß aber zunächst noch den großen Mangel, hinsichtlich der absoluten Größen nur bis auf eine unbestimmte Konstante zu gelten, denn sie war aus der Betrachtung der kleinen Magellanschen Wolke abgeleitet, in der ja die scheinbare Helligkeit sich von der absoluten nur um eine Konstante unterscheidet, die durch die Parallaxe der Wolke gegeben ist. Das Verdienst von SHAPLEY besteht nun in zweierlei, nämlich erstens in der *Verifizierung* der LEAVITT-Kurve für  $\delta$  Cephei-Variable außerhalb der kleinen Magellanschen Wolke und zweitens ihrer *Ausdehnung* auf »Cluster«-Variable, die typischen Veränderlichen gewisser kugelförmiger Sternhaufen. Durch den letzteren Schritt wurde die Methode überhaupt erst befähigt zur Messung der Parallaxen dieser Gebilde. Was den ersteren anbelangt, so lag in der Ausdehnung auf verstreute  $\delta$  Cephei-Variable die Möglichkeit einer Festlegung der von LEAVITT noch unbestimmt gelassenen »Eichkonstanten«, sobald die mittlere Parallaxe dieser Objekte irgendwie zu ermitteln war. Hier hat nun SHAPLEY in Anlehnung an HERTZSPRUNG und RUSSELL sich auf die Betrachtung von Eigenbewegungen von 11 gut bekannten Cepheiden gestützt. Diese *Anzahl* ist allerdings, da es sich um eine statistische Feststellung KAPTEYNScher Art handelt, *bedenklich* gering, mußte aber mangels Besserem vorläufig ausreichen. Weder damals (1917), noch heute ist es nämlich möglich, sich bei der Festsetzung dieser für die Erkenntnis der Dimensionen unseres *Weltalls* offenbar fundamentalen Konstanten auf die trigonometrischen Parallaxen zu stützen, die bei Cepheiden allesamt unter  $0''010$  liegen. Unter Zugrundelegung einer Sonnengeschwindigkeit von  $21,5$  km/sec bestimmte SHAPLEY die absolute Größe eines Cepheiden von  $5^d96$  Periode zu  $-2^m35$  und legte damit die LEAVITT-Kurve fest, aus der nun absolute Größen abgelesen werden konnten. Der übrige Gang der Parallaxenbestimmung nach dieser Methode bedarf wohl keiner Erläuterung mehr.

Das LEAVITT-SHAPLEYSche Verfahren hat zwei ganz besondere *Vorzüge* vor allen anderen basislosen Methoden. Erstens ist die Eichkurve *sehr*

viel sicherer bestimmt ihrer Form nach als bei irgendeinem der übrigen Verfahren. Dies kann uns nicht Wunder nehmen, denn die Perioden der Variablen können leicht bis auf die dritte Dezimale des Tages, die Helligkeiten wohl bis auf  $0^m 1$  bestimmt werden; vor allem aber dürfte der physikalische Zusammenhang zwischen absoluter Größe und Periodenlänge — gleichgültig welcher Theorie dieser Art von Variablen man nun zuneigen mag — besonders einfach und eindeutig sein. Dies alles schafft der Eichkurve hier eine Schärfe der Definition, die wir durchaus als ungewöhnlich gut für eine rein empirische Methode bezeichnen müssen.

Weiter benutzt SHAPLEY nur *Helligkeiten*, nicht etwa sonst noch irgendwelche Feinheiten der Strahlung, und so ist nach seiner Methode ein Vordringen bis in die alleräußersten teleskopisch-photographisch, d. h. überhaupt Menschen gegenwärtig erreichbaren Fernen gesichert, ja es ist prinzipiell nicht denkbar, auf welche Weise man überhaupt noch weiter kommen wollte. Demgemäß stellen die Parallaxen der Kugelsternhaufen das *Außerste* bis heute Erreichbare dar; sie bewegen sich in der Größenordnung von  $10^{-4}$ — $10^{-5}$  Bogensekunden (nach SHAPLEY), da auch die hellsten Sterne der Haufen nur sehr selten über die 14. scheinbare Größe gelangen.

Bei der Unsicherheit, mit der der SHAPLEYSche Eichpunkt bestimmt war, konnte eine *Kritik* nicht lange ausbleiben; in einer seiner letzten Arbeiten (23) hat KAPTEYN mit VAN RHIJN die Sache aufgegriffen und sie haben sehr berechtigte Zweifel gegen die Richtigkeit obiger nur auf 11 Sterne gegründeten Eichung vorgebracht und sie nach Vermögen zu verbessern getrachtet. Dieser Versuch (als mehr wollen wir es nicht gern bezeichnen) stützt sich auf folgende Betrachtung: Zunächst zeigt die LEAVITT-Kurve bei Cepheiden von weniger als  $0^d 6$  Periode einen horizontalen Verlauf, d. h. alle diese Sterne haben merklich die gleiche absolute Helligkeit. Nun ergibt aber andererseits eine Statistik der Cepheiden, daß sowohl innerhalb wie außerhalb von Kugelsternhaufen die Perioden gerade um  $0^d 5$  herum besonders häufig sind. Es bestand also begründete Aussicht, durch Anschluß an diese Objekte eine besonders gute Bestimmung des Eichpunktes zu erhalten, da eben zahlreiche Individuen *gleicher* absoluter Größe heranzuziehen waren. Diese Hoffnung hat sich freilich nur teilweise erfüllt, denn eine Durchsicht des Materials ergab eine Ausbeute von nur 14 Sternen, also kaum mehr als bei SHAPLEY; immerhin waren sie auf eine einzige absolute Größe konzentriert. Die Diskussion ihrer Eigenbewegungen ergab nun für sie eine 7,6mal größere mittlere Parallaxe, als SHAPLEY sie gefunden hatte, und dementsprechend würden die Entfernungen der Kugelhaufen nach der KAPTEYNSchen Eichung um rund eine Zehnerpotenz kleiner sein als nach SHAPLEY. Wir möchten zur Kritik des ganzen Verfahrens nur so viel sagen, daß es uns sehr gewagt scheint, (ganz abgesehen von der geringen Anzahl in beiden Fällen!) bei einer so *speziellen* Klasse von Sternen die Unabhängigkeit der Größe der

wahren *Raumbewegung* von der *Masse*, d. h. bis zu einem hohen Grade auch von der absoluten Größe einfach vorauszusetzen. Besteht für die Cepheiden eine Art von *Äquipartitions-gesetz*, sei es der Energie oder des Impulses, so ist damit die Anwendung der KAPTEYNSchen Methoden von vornherein ausgeschlossen, solange das Gesetz nicht hinreichend bekannt ist; und davon ist bis jetzt noch keine Rede. In ähnlichem Sinne hat SHAPLEY neuerdings (30) zu dem KAPTEYNSchen Einwande Stellung genommen; in der Tat zeigen die Cluster-Variablen, soweit untersucht, starke *Radialbewegungen* (um 100 km/sec) im Sinne einer Annäherung an die Sonne. Interpretiert man diese Tatsache unter Annahme einer MAXWELLSchen Verteilung, so werden die Parallaxen klein und die absoluten Helligkeiten groß ausfallen und die Cluster-Variablen kurzer Periode passen dann nicht mehr auf die LEAVITT-Kurve. Deutet man sie aber unter Aufgabe der MAXWELLSchen Verteilung, so läßt sich KAPTEYNS Stellung und die LEAVITT-Kurve vielleicht retten. Es kann also sehr wohl sein, daß die Ergebnisse der beiden Forscher, die zur Zeit besonders im Hinblick auf die kosmische Bedeutung der Kugelsternhaufen in einem schwierigen Gegensatz stehen, einmal auf der angedeuteten oder einer ähnlichen Grundlage in Übereinstimmung gebracht werden.

Wir möchten noch erwähnen, daß die Ergebnisse von KAPTEYN sich vollkommen decken mit denen, die SCHOUTEN (25) auf ganz anderem Wege, nämlich unter Voraussetzung des gleichen *Häufigkeitsgesetzes* der absoluten Helligkeiten innerhalb der Kugelhaufen wie außerhalb, abgeleitet hat. Wir haben dieses Verfahren deshalb nur beiläufig erwähnt, weil wir es nicht als eine allgemeine Methode, sondern nur als einen aufs Geratewohl unternommenen Versuch bezeichnen können, hinter dem freilich mit Rücksicht auf das eben Gesagte objektiv Richtiges zu stecken scheint.

Der Vollständigkeit halber sei bemerkt, daß SHAPLEY, nachdem die Verhältnisse erst einmal durch die obige Methode einigermaßen geklärt waren, noch eine Fülle anderer Kriterien zur Beurteilung der Parallaxen der Kugelhaufen herangezogen hat, doch hängt deren absoluter Wert ganz ab von der ursprünglichen und oben besprochenen Eichung.

**Drei spezielle Methoden der Parallaxenbestimmung.** Bereits die soeben besprochene Methode läßt sich nicht allgemein verwenden, sondern ist durchaus auf Cepheiden und Haufenvariable beschränkt. Ähnliches gilt von den im folgenden noch zu erwähnenden Verfahren, die indessen nicht zu den basislosen gehören. Die zwei ersten und bis zu einem gewissen Grade auch das dritte bedienen sich eines allgemeinen Prinzipes, das wir als »Basisumkehr« bezeichnen wollen, und das geometrisch darauf hinausläuft, die Parallaxenmessung nicht als Vorwärts- sondern als *Rückwärtseinschnittaufgabe* zu behandeln, d. h. die *Basis* wird dabei nach dem Sterne hin verlegt und ihre Größe wird einmal in *Winkelmaß* vom Sonnensysteme her, das andere Mal aber auf Grund von besonderen, je-

weils für die betreffende Methode charakteristischen Überlegungen in *absolutem Maße* gemessen, worauf aus beiden Daten die Parallaxe unmittelbar folgt. Alle drei Verfahren bemühen sich dabei offenbar, von der *beschränkten Erdbahnbasis* frei zu kommen und an ihre Stelle eine größere zu setzen. Die prinzipiell hiermit gegebene höhere Sicherheit der Parallaxenmessung wird allerdings zumeist durch andere Umstände mehr als paralysiert. Wir besprechen die Methoden in der Reihenfolge wachsender Sicherheit.

Die erste Methode geht auf HERTZSPRUNG und RUSSELL zurück, dürfte aber heute unter dem Namen derjenigen von JACKSON und FURNER (26) allgemeiner bekannt sein. Sie erstreckt sich auf *Doppelsterne* und enthält eigentlich zwei verschiedene Verfahren, je nachdem die *Bahnelemente* des Systems vollständig bekannt oder nur eine *merkliche Bahnbewegung* festgestellt ist. Im ersten Falle gilt bekanntlich das dritte KEPLERSche Gesetz in der Form (27):

$$m_1 + m_2 = \frac{a''^3}{\pi''^3} \cdot 1/U^2,$$

wo  $m_1$  und  $m_2$  die Massen der Komponenten in Einheiten der Sonnenmasse,  $a''$  und  $\pi''$  die große Achse und die Parallaxe in Bogensekunden und  $U$  die Umlaufzeit in Jahren bedeuten.  $a''$  und  $U$  sind als bekannt angenommen; also ist  $\pi''$  berechenbar, sobald über  $m_1 + m_2$  eine geeignete *Annahme* gemacht werden kann. Dieses ist aber der Fall, da nach den Untersuchungen von AITKEN, SANDFORD und VAN MAANEN die Größe  $m_1 + m_2$  nur in den Grenzen 0,7—2,1 streut. Es zeigt sich innerhalb dieser zwar eine deutliche Abhängigkeit vom (vermutlich mittleren) Spektraltypus, doch haben JACKSON-FURNER sie nicht berücksichtigt, haben überhaupt, da es sich ja nur um eine im Einzelfalle kaum zutreffende statistische Annahme handelt, für  $m_1 + m_2$  den runden Wert 2,0 zugrunde gelegt, statt des aus obigen Untersuchungen folgenden Wertes 1,4. Selbst wenn die Masse mit dem Faktor 8 unsicher wäre, würde daraus für die Parallaxe nur ein *Unsicherheitsfaktor* 2 folgen. Unter diesem Gesichtspunkte darf man also die JACKSON-FURNERSchen *hypothetischen Parallaxen* der Doppelsterne bekannter Bahnen als ziemlich sicher betrachten. Durch Zusammenfassung aller bekannten Bahnen ergaben sich so die Parallaxen von 124 Systemen.

Etwas verwickelter liegt die Sache, wenn die Bahn nicht bekannt ist. In diesem Falle schlagen JACKSON-FURNER folgendes Verfahren ein: Aus den mechanischen Grundgleichungen des Zweikörperproblems leitet man sich leicht die folgende Grundformel ab:

$$\frac{\ddot{q}''}{\pi''} - \frac{q''}{\pi''} \dot{\Theta}^2 = - \frac{4\pi^2}{q''^2} (m_1 + m_2) \sin^3 i \cdot \pi''^2,$$

worin bedeuten:  $q''$ ,  $\Theta$  die gemessenen Koordinaten des Begleiters gegen den Hauptstern,  $\pi''$  die Parallaxe,  $m_{1,2}$  die Massen und  $i$  den Winkel zwischen dem wahren Radiusvektor und dem Visionsradius.

Durch *graphische* Ausgleichung der gemessenen  $q''$ - und  $\Theta$ -Werte sind  $\varrho''$  und  $\dot{\Theta}$  auffindbar; für  $m_x + m_z$  wird der obige *Mittelwert* 1,4 eingesetzt und für  $i$  wird die *Annahme* der Unabhängigkeit von der Richtung des Visionsradius gemacht, woraus für  $\text{cosec } i$  der Mittelwert  $\frac{1}{2}\pi$  folgt. Ein paar einfache Überlegungen lehren dann, daß nur in seltenen Fällen  $\pi''$  bis auf den Faktor 2 unsicher sein wird. Nach diesem Verfahren konnten die Parallaxen von weiteren 432 Sternen ermittelt werden. Eine Prüfung der gefundenen Daten an direkt gemessenen Werten läßt das Verfahren in nicht ungünstigem Lichte erscheinen, wenn man vernünftige Anforderungen stellt.

Als heuristische Methode dürfte sie bereits erschöpft sein durch die obige Arbeit, erst nach Ablauf einiger Jahrzehnte wird eine Fortsetzung sich lohnen. Ihrer ganzen Anlage nach scheint sie uns nicht zu größerer Fruchtbarkeit befähigt.

Die *zweite Methode* führt nicht den Namen eines bestimmten Entdeckers. Sie bezieht sich ebenfalls auf *Doppelsterne*, ist von *statistischen Annahmen ganz frei*, bislang aber nur in sehr wenigen Fällen anwendbar gewesen. Sie geht hervor aus der Verbindung der *Bahnbestimmung* eines visuellen Doppelsternes mit spektrographischen Messungen seiner *Radialbewegungen*. Die Umlaufzeit liefert nach Obigem unmittelbar den Wert von  $a/m_x + m_z$ , wo  $a = a''/\pi''$  der Wert der großen Achse in Einheiten des Erdbahnradius ist. Sind nun im Spektrogramme die Linien *beider* Komponenten sichtbar, so ergibt die Ausmessung unmittelbar deren Geschwindigkeitsdifferenz im Visionsradius, und diese wieder hängt mit den übrigen Bahnelementen in einer einfachen Weise (28) derart zusammen, daß die große Achse in Kilometern berechnet werden kann. Mittels  $a''$  wird damit die *Parallaxe* und außerdem aus  $U$  die *Masse* des Systems bekannt.

Soviel wir wissen, liegen *Anwendungen* dieses Verfahrens bislang nur bei 3 Doppelsternen vor ( $\delta$  Equulei,  $\alpha$  Pegasi,  $\alpha$  Centauri), weil sich geeignete Sterne (visuell trennbar und mit Linien beider Komponenten) eben nur *äußerst selten* finden, ganz im Gegensatz zu den »spektroskopischen Doppelsternen«, bei denen die Sichtbarkeit der beiden Teile keine Seltenheit ist. Es ist nicht unmöglich, daß das neue *Interferometer* auf dem Mt. Wilson eine Anzahl dieser letzteren einmal in »visuelle« verwandelt. Da die Umlaufzeiten der fraglichen Systeme kaum mehr als etliche Jahre betragen werden, so ist in absehbarer Zeit auf einige wenige Parallaxen nach diesem Verfahren zu rechnen. Andererseits ist es auch nicht ausgeschlossen, daß die modernsten spektrographischen Einrichtungen, insbesondere vielleicht solche nach der Art derjenigen im Potsdamer *Einsteinurme*, bei relativ großen Brennweiten und der Möglichkeit sehr langer und sicherer Expositionen auch noch einige Beiträge liefern können. Alles in allem aber glauben wir kaum, daß nach dieser

sonst so wertvollen Methode einmal genügend Parallaxen werden gemessen werden, um zu einer unabhängigen Prüfung unseres gegenwärtigen Parallaxensystems zu kommen.

Ganz wesentlich günstiger in jeder Hinsicht liegen die Verhältnisse bei der letzten noch zu besprechenden »*Methode der Sternströme*«. Sie ist in ihrer Anwendungsfähigkeit zwar auch beschränkt, aber doch nur auf ganze mehr oder weniger große Gruppen von Sternen. Im übrigen ist sie in hohem Maße *frei von* gewagten *Annahmen* und daher als *Eichmethode* in besonderem Maße geeignet.

Unter einem *Sternstrom* verstehen wir eine Anzahl beliebig im Raume verteilter Sterne, deren Geschwindigkeiten alle nach Größe und Richtung gleich sind, so daß sie nach unserem Ermessen ihren Weg im Raume »für alle Zeiten« gemeinsam zurücklegen. Ist die Bewegung eines Objekts im Raume geradlinig, so ist das Bild seiner Bahn an der Sphäre bekanntlich ein größter Kreis. Beliebige große, aber unter sich parallele Bewegungen sind gekennzeichnet durch Großkreise, die sich alle in zwei diametralen Punkten schneiden. Derjenige von beiden, auf den die Objekte sich hinzubewegen scheinen, heißt der *Vertex* des Stromes. Die Lage dieses Punktes kann also *allein aus den* (scheinbaren) *Eigenbewegungen* der einzelnen Individuen ermittelt werden, und es ist dadurch die *Richtung der räumlichen* Bewegung gegeben. Damit aber kann man auch den Winkel ermitteln, den diese Richtung mit dem Visionsradius nach irgendeinem der Sterne bildet. Der Tangens dieses Winkels multiplizierte mit der beobachtbaren *Radialbewegung* gibt uns aber die tangentielle Bewegung des Sternes an der Sphäre und zwar in km/sec. Andererseits aber kennen wir aus den *Eigenbewegungen* eben diese Größe, jedoch in *Winkelmaß*, und es ist daher durch Kombination beider Daten ohne weiteres möglich die *Parallaxe* des betreffenden Sternes anzugeben.

Diese Rechnungen beziehen sich auf ein *Koordinatensystem*, in dem die Sonne ruht; man erhält also zunächst nur die scheinbaren Werte für Vertex und Stromgeschwindigkeit, wohl aber die richtigen Parallaxen. Die wahren Werte ergeben sich unter Annahme einer Sonnenbewegung auf elementarem Wege. — Wir lassen es dahingestellt, inwieweit man die beobachteten Radialbewegungen der einzelnen Individuen wegen des *K-Effekts* verbessern soll. Nach den neuesten Untersuchungen (33) hat es den Anschein, als ob dieser nur bei den B-Sternen eine reelle Bedeutung hat, d. h. daß nur bei diesen die Strahlung von Haus aus affiziert ist, während bei den übrigen Typen eher an eine Art Dopplereffekt gedacht wird.

Die Sternstrommethode ist folgenden nicht leicht zu beurteilenden *systematischen Fehlern* ausgesetzt: Die fundamentale Bedingung der *Parallelität* der Bewegungen braucht in natura nicht erfüllt zu sein; es ist sehr wohl möglich, daß ein Strom in irgendeinem Zeitpunkte infolge von *Störungen* zufällig eine Art *reellen* Konvergenz- oder Divergenz-

punktes besitzt. Je senkrechter dabei die Stromrichtung zum Visionsradius steht, desto bedenklicher wird die *Fälschung* sein, die der Vertex durch eine solche Eigenschaft des Stromes erfährt. Das Studium der Radialbewegungen wird nur in recht beschränktem Maße über diese Schwierigkeit hinweghelfen können. Die *Trennung* zufällig etwa parallel bewegter und durcheinander *gemengter* Ströme wird auf Grund der Radialbewegungen nur dann nicht möglich sein, wenn wieder Stromrichtung und Visionsradius nahe senkrecht aufeinander stehen. In diesem Falle besteht die kaum zu umgehende Gefahr, für »den« Strom eine ganz falsche Tiefenanordnung zu bekommen. Wir werden also Sternstromparallaxen nur dann als einigermaßen zuverlässig betrachten dürfen, wenn der Winkel zwischen Vertex und allgemeiner Richtung nach dem Gros des Stromes von  $90^\circ$  merklich verschieden ist.

Eine sehr sorgfältige und unser gegenwärtiges Wissen um Sternströme erschöpfende Arbeit hat in letzter Zeit RASMUSON (29) geliefert. Sie ist, wie wir oben bemerkten, zur Eichung der ADAMS-JOY-Methode benutzt worden. Leider ist es in diesem Zusammenhange nicht möglich, auf ihre in vielfacher Hinsicht sehr interessanten Ergebnisse einzugehen. Es finden sich darin die Parallaxen von rund 400 Sternen berechnet, deren eingehender Vergleich mit anderweitig gemessenen Werten aber noch aussteht. Bedeutsam ist, daß die *Sternstromparallaxen* so unbeschwert von statistischen Hypothesen erscheinen, daß sie vielleicht einmal eine gute *Grundlage zu einer absoluten Prüfung* unseres Parallaxensystems abgeben werden. Die Durchsicht von RASMUSONS Arbeit ließ uns in dieser Hinsicht voll sehr guter Aussichten.

Indem wir sie hier an den Schluß unseres Abschnittes gestellt haben, hoffen wir, den Leser nicht ohne das tröstliche Gefühl entlassen zu können, daß die so überaus fruchtbare, aber in ihren Fundamenten ihrem großen Meister so wenig gemäße BESSELSche Hypothese nicht eine unumgängliche Notwendigkeit für die Parallaxenforschung darstellt, sondern daß diese sich in absehbarer Zeit davon befreien kann und wird. Erst wenn dies geschehen ist, wird die Parallaxenforschung als selbständiges und in sich geschlossenes Ganzes gelten können. Sollten die kommenden Jahre das Tempo des letzten Dezenniums hinsichtlich der reellen Ergebnisse beibehalten, so dürften alle auf den Parallaxen beruhenden Erkenntnisse in Bälde eine heute noch gar nicht zu übersehende Festigung in qualitativer und quantitativer Richtung erfahren. Soviel aber dürfen wir wohl heute schon sagen, daß die Zeit des »Parallaxenersatzes«, die Zeit, da man froh war, recht zweifelhafte Messungen durch nur wenig bessere statistische Annahmen ergänzen zu können, bereits im wesentlichen überwunden ist, und das erste Jahrhundert der Parallaxenforschung wird zweifellos auf ganz außerordentliche Erfolge zurückblicken können.

## Literatur.

1. Astron. Nachr. 365.
2. Astron. Nachr. 2935.
3. Publ. Washburn Obsy. XI u. XIII.
4. Neue Annalen München V, 1.
5. Bull. de la carte du ciel I, 262.
6. Astron. Nachr. 4801, 4837, 5036.
7. Ann. R. Obsy. Cape of Good Hope VIII, 2. Abh. Sächs. Akad. XXIV u. XXVII.  
Trans. Astr. Obsy. Yale Univ. II.
8. Astrophysical Journ. (Ap. J.) XXXII—XXXIV.
9. Publ. Astron. Labor. Groningen XI.
10. Publ. Astron. Labor. Groningen XXIX.
11. Contrib. of the Mt. Wilson Solar Obsy. (M. W. Ctr.) No. 189.
12. Astron. Nachr. 5185.
13. Publ. Amer. Astron. Soc. III.
14. Zeitschr. f. Physik VII, 351 (Eddingtons Theorie). Phil. Mag. XL, sq. (Sahas  
Theorie).
15. M. W. Ctr. 89.
16. Bull. of the Astronomical Inst. of the Netherlands B. A. N. 19.
17. Ap. J. LV, 11.
18. Ap. J. LVI, 242.
19. Nova Acta Reg. Soc. Sci. Upsala, Ser. IV, Vol. 4, No. 7.
20. M. W. Ctr. 228.
21. Ap. J. XLVIII, 89.
22. Harvard Circular 172.
23. B. A. N. 8.
24. Astron. Nachr. 5167.
25. Sitz. Ber. Akad. Amsterdam 1918.
26. Monthly Notices LXXXI, 2.
27. BAUSCHINGER: Die Bahnbestimmung der Himmelskörper. S. 619.
28. BAUSCHINGER: Die Bahnbestimmung der Himmelskörper. S. 643.
29. Medd. Astron. Observ. Lund, Ser. II, Vol. XXVI.
30. Harvard Circular 237.
31. Harvard Circular 228 u. 232.
32. Mem. R. Astr. Soc. LXII, 113.
33. Astron. Nachr. 5229—30.

Die Einzelheiten der trigonometrischen Parallaxenwerte finden sich zumeist in den betr. Veröffentlichungen der Sternwarten, dazu im *Astronomical Journal* und *Astrophysikal Journal*.

### III. Das Milchstraßensystem.

Von A. Kopff, Heidelberg-Königstuhl.

Die Astronomie befindet sich gegenwärtig in einem Stadium außerordentlich rascher Fortentwicklung. Wie in der Physik sich das Interesse auf die Erforschung des Aufbaus der Atome, des Mikrokosmos, konzentriert, so bildet den Brennpunkt aller astronomischen Arbeit die Frage nach dem Aufbau des Makrokosmos, der Welt der Sterne, und in beiden Gebieten stehen kühne, oft phantastische Spekulationen im Ringen mit den an Zahl immer mehr anwachsenden Tatsachen, die sie zu ordnen und zu beherrschen suchen.

Die nachfolgenden Ausführungen haben es sich zur Aufgabe gestellt, über den augenblicklichen Stand des Milchstraßenproblems im weitesten Sinn zu berichten; sie beschränken sich nicht auf die Milchstraße und die Gesetzmäßigkeiten der Sternverteilung in ihr, sondern behandeln auch die kosmologische Stellung der Sternhaufen und Nebel. Die dynamischen Probleme sollen freilich außer Betracht bleiben, da sie von anderer Seite dargestellt werden. Eine Bindung an die allein im abgelaufenen Jahr zu unserem Gegenstand erschienenen Arbeiten war aber bei einer erstmaligen Behandlung in diesen Blättern nicht am Platze. So wurde teilweise ziemlich weit zurückgegriffen, und bei der hierbei notwendigen Auswahl vieles übergangen, was für das Fortschreiten des Problems als weniger wichtig anzusehen war; manches andere, das schon öfter erörtert worden ist, wurde nur gestreift.

#### I. Wege und Ziele der Stellarstatistik.

1. **Das typische Sternsystem.** Die Erforschung des Aufbaues des Milchstraßensystems ist gegenwärtig besonders mit den Namen H. v. SEELIGER und J. C. KAPTEYN, daneben K. SCHWARZSCHILD, verknüpft. Die Arbeiten dieser Forscher bedeuten den Höhepunkt und zugleich den Abschluß einer Periode, die mit W. HERSCHEL einsetzt, und die im Laufe des 19. Jahrhunderts und bis in die Gegenwart immer tiefer in die Erkenntnis der Beschaffenheit der uns umgebenden näheren Fixsternwelt geführt hat. Es konnte sich dabei zunächst immer nur darum handeln, einen ersten Überblick über die Verteilung der Sterne im Raum zu gewinnen.

Man stellte sich die Aufgabe, für jeden Raumteil *die Anzahl der darin enthaltenen Sterne verschiedener absoluter Helligkeit* (oder Leuchtkraft) zu ermitteln. Dazu bestimmte man die Sterndichte, d. h. die Anzahl aller

Sterne und die prozentuale Häufigkeit der Sterne verschiedener Leuchtkraft als Funktion räumlicher Koordinaten, bezogen auf die Sonne als Mittelpunkt. Die benützte Methode war eine rein statistische; als wesentlichste Elemente waren die Anzahl der Sterne verschiedener scheinbarer Helligkeit an den einzelnen Teilen der Sphäre, sowie deren mittlere Parallaxe (hergeleitet aus den Eigenbewegungen) gegeben. Um ein einigermaßen sicheres Bild in erster Näherung zu erhalten, war es notwendig, sich zuerst auf ein *typisches System* zu beschränken. Bei diesem wurden die Sternzahlen in verschiedenen zur Milchstraße symmetrischen Zonen zu Mittelwerten vereinigt.

H. v. SEELIGER und J. C. KAPTEYN haben die gestellte Aufgabe auf wesentlich verschiedenem Weg gelöst. Ersterer geht streng analytisch vor; in die Endergebnisse seiner Entwicklungen können jeweils die besten vorliegenden Abzählungsergebnisse eingesetzt werden. Letzterer benützt ein empirisches Verfahren. Die Abzählungen werden durch möglichst einfache Interpolationsformeln dargestellt, welche den Ausgangspunkt der weiteren Untersuchungen bilden. Beide Wege haben aber trotzdem zu praktisch identischen Ergebnissen geführt, worauf neuerdings noch H. KIENLE<sup>1)</sup> besonders hingewiesen hat. Wir kommen für die uns umgebende nähere Fixsternwelt zu dem bekannten Bild der *flachen Linse*, die an den beiden Polen vielleicht schwach eingedrückt ist, und deren halbe kurze Achse eine Ausdehnung von etwa 1500 parsec<sup>2)</sup> besitzt. Senkrecht dazu liegt die Grenze des Systems bei etwa 5000 parsec.

Beide Forscher haben bei ihren Untersuchungen allerdings *zwei Annahmen* gemacht, die die Lösung des Problems wesentlich zu erleichtern imstande waren. Für das ganze Sternsystem wurde *dieselbe Häufigkeitsfunktion* der Sterne verschiedener Leuchtkraft (dieselbe Leuchtkraftkurve) vorausgesetzt, und es wurde angenommen, daß das Licht im interstellaren Raum *keine Absorption* erfährt. Hierzu tritt bei H. v. SEELIGER noch die Annahme, daß die absoluten Helligkeiten der Sterne eine bestimmte obere Grenze nicht überschreiten. Wieweit diese Voraussetzungen zutreffen, muß im einzelnen untersucht werden.

**2. Vom typischen zum wirklichen Sternsystem.** Das Milchstraßenphänomen selbst wurde, wie bereits betont, bei allen diesen Arbeiten nur soweit berücksichtigt, als die Abzählungsergebnisse nach galaktischen Breiten geordnet wurden. Die Ebene der Milchstraße war die natürliche Symmetrieebene des ganzen Systems. Die vielfachen Verschiedenheiten in galaktischer Länge, besonders im eigentlichen Milchstraßengürtel, blieben unberücksichtigt. Die Mittelbildung über die verschiedenen

<sup>1)</sup> H. KIENLE: Die räumliche Dichteverteilung im Sternsystem. Naturwissenschaften 1922, 10, 679.

<sup>2)</sup> Ein parsec ist diejenige Längeneinheit, die für Entfernungen im Sternsystem mehr und mehr in Anwendung kommt. Sie entspricht der Entfernung eines Sternes, dessen Parallaxe eine Bogensekunde beträgt. 1 parsec ist 3.26 Lichtjahre.

Längen führte also zu einem nur im Durchschnitt richtigen Bild. Die Einzelheiten in galaktischer Länge herauszuarbeiten, der *Übergang vom typischen zum wirklichen System*, ist der nächste auszuführende Schritt.

Dieser konnte allerdings erst in den letzten Jahren versucht werden. Erst jetzt beginnt das Material für solche Untersuchungen verfügbar zu werden. Es ist auffallend, wie wenig Interesse die beobachtende Astronomie im 19. Jahrhundert diesen Aufgaben entgegengebracht hat. Bis vor kurzem noch waren die *Abzählungen der beiden* HERSCHEL fast die einzigen, die sich auf schwache Sterne erstreckten; und dieses spärliche und unsichere Material allein konnte SEELIGER seinen großen Untersuchungen zugrunde legen. Durch die internationale *photographische Himmelskarte* wurden zum erstenmal umfassendere Abzählungen möglich; daneben treten die über den ganzen Himmel sich erstreckenden Kartenwerke der *Harvard Map of the Sky* (herausgegeben vom Harvard College Observatory in Cambridge U.S.A.) und der *Franklin-Adams Charts* (bearbeitet vom Royal Observatory in Greenwich). Beide Kartenwerke sind statistisch ausgewertet worden. H. HENIE<sup>1)</sup> hat zahlreiche Felder der Harvard Map abgezählt, und dieses Material wurde vor allem von H. NORT<sup>2)</sup> bearbeitet. S. CHAPMAN und P. J. MELOTTE<sup>3)</sup> haben Abzählungen der Franklin-Adams Charts ausgeführt. Wir haben damit für größere Flächen des Himmels Angaben über die Zahl schwacher Sterne erhalten. Doch ist dieses ganze so gewonnene Material deshalb noch unsicher, weil die Grenzelligkeiten der Karten nicht genau festliegen. Statistische Untersuchungen, die sich darauf gründen, besitzen einen immerhin beschränkten Wert<sup>4)</sup>.

Das beste Material, das für schwache Sterne vorhanden ist, sind jetzt die Vermessungen der *Selected Areas*<sup>5)</sup>, die wenigstens für ausgewählte Stellen des Himmels ermöglicht haben, die Anzahl der Sterne bis etwa zur 16. Größe festzulegen<sup>6)</sup>. Daß wir nun über diese guten Grundlagen für statistische Untersuchungen verfügen, ist im wesentlichen das Verdienst von KAPTEYN. Er hat immer wieder auf das Fehlende hingewiesen und dafür gesorgt, daß durch das Zusammenarbeiten einer Anzahl

1) H. HENIE: The distribution of the stars to the 11. magnitude. Meddel. fra Lunds Astron. Observat. Ser. 2, Nr. 10, 1913.

2) H. NORT: The Harvard Map of the sky and the Milky Way. Recherches astron. de l'Observat. d'Utrecht 7, 1917.

3) S. CHAPMAN und P. J. MELOTTE: The number of stars down to 17.0 M., in different galactic latitudes. Mem. of the Roy. Astron. Soc. Vol. 60, Part 4, 1914.

4) Vgl. hierzu die Arbeiten von H. C. PLUMMER, A. PANNEKOEK und H. NORT in: Monthly Notices Vol. 78—80, sowie: Publ. of the Astron. Laborat. at Groningen Nr. 27, 1917.

5) E. C. PICKERING und J. C. KAPTEYN: Durchmusterung of Selected Areas between  $\delta = 0$  and  $\delta = +90^\circ$ . Ann. of the Astron. Observat. of Harvard College Vol. 101, 1908. Vgl. hierzu A. PANNEKOEK: Systematic errors in the Durchmusterung of Selected Areas. Bull. of the Astron. Inst. of the Netherlands Nr. 11, 1922.

6) P. J. v. RHJIN: On the number of stars of each photographic magnitude in different galactic latitudes. Publ. of the Astron. Laborat. at Groningen Nr. 27, 1917, sowie Astron. Nachr. Bd. 213, Nr. 5091, 1921.

großer Sternwarten besonders Amerikas mit seinem Astronomischen Laboratorium in Groningen die Lücken mehr und mehr geschlossen wurden. Diese Beobachtungsergebnisse konnten noch von ihm, sowie auch von H. v. SEELIGER zu einer letzten Darstellung des typischen Sternsystems verwendet werden.

Neben diese Abzählungen treten als wertvolles Hilfsmittel die Bestimmungen der *Flächenhelligkeit der einzelnen Milchstraßenteile*, wie sie uns vor allem A. PANNEKOEK<sup>1)</sup> gegeben hat. Seine zahlreichen Beobachtungen in Verbindung mit den photometrischen Messungen von P. J. VAN RHJIN und K. GRAFF ermöglichen es zum erstenmal, die Helligkeit der einzelnen Milchstraßengebiete *zahlenmäßig* zu verwerthen<sup>2)</sup>.

Man kann nun *dieselben Methoden*, die SEELIGER bzw. KAPTEYN für das typische Sternsystem angewendet hat, auch *auf einzelne enger begrenzte Teile der Sphäre übertragen*, um auf diese Weise einen Einblick in die Einzelheiten des Aufbaus des Universums zu gewinnen. Von zwei verschiedenen Seiten ist der Versuch unternommen worden. C. V. L. CHARLIER<sup>3)</sup> hat schon vor längerer Zeit im Anschluß an eine zusammenfassende Darstellung der Methoden, besonders derjenigen v. SEELIGERS und SCHWARZSCHILDs, sowie seiner eigenen Ergänzungen, das Problem in bestimmter Weise angegriffen. Er teilt die ganze Sphäre in 48 Felder verschiedener galaktischer Breite *und Länge* ein und bestimmt auch für zwei solche Felder — das eine liegt in der Milchstraße, das andere am Pol derselben — die Dichteabnahme nach außen. Die Anzahl der Sterne schwächerer Größenklassen werden aus der photographischen Himmelskarte ermittelt.

Das genauere und umfassendere Material der Selected Areas von KAPTEYN benutzt dann A. PANNEKOEK<sup>4)</sup>, um die Dichteverhältnisse für verschiedene galaktische Längen in der eigentlichen Milchstraße (galaktische Breiten zwischen  $\pm 20^\circ$ ) zu untersuchen. Die Ergebnisse sind am einfachsten aus der beigegebenen Abb. 1 zu erkennen. Die *Stellen gleicher Sterndichte* sind *durch Kurven verbunden*, für welche die Beträge den Kurven beigegeben sind. Genauer ausgeführt sind nur diejenigen Teile, die sich auf die nördliche Milchstraße beziehen. Für sie liegen allein die Abzählungen der Selected Areas fertig vor.

Die Abnahme der Dichte erfolgt in verschiedenen Richtungen verschieden schnell. An Stelle der konzentrischen Kreise des typischen Systems treten unregelmäßige Kurven.

<sup>1)</sup> A. PANNEKOEK: Die nördliche Milchstraße. Ann. d. Sternwarte zu Leiden Teil II, 3, 1920, und Astron. Nachr. Bd. 214, Nr. 5132, 1921.

<sup>2)</sup> Vgl. das Referat Naturwissenschaften 1922, 10, 119. Neuerdings sind photometrische Messungen von J. HOPMANN am südlichen Himmel hinzugekommen.

<sup>3)</sup> C. V. L. CHARLIER: Studies in stellar statistics. I. Constitution of the Milky Way. Meddel. fra Lunds Astron. Observat. Ser. 2, Nr. 8, 1912.

<sup>4)</sup> A. PANNEKOEK: The local starsystem. Proc. v. de Kon. Akad. v. Wetensch. te Amsterdam Vol. 24, S. 56, 1921. Siehe das Referat Naturwissenschaften 1922, 10, 120, sowie 1922, 10, 679.

Doch wird man sich davor hüten müssen, diesen Kurven allzu große Realität zuzuschreiben. Vielmehr lassen gerade sie *deutlich erkennen*, wo die Mängel der angewendeten Methode liegen. Die Dichteabnahme erfolgt am langsamsten zwischen  $30^\circ$  und  $60^\circ$  galaktischer Länge (Richtung nach dem Cygnus), am schnellsten zwischen  $120^\circ$  und  $150^\circ$  (Richtung nach dem Taurus). Cygnus und Taurus sind aber beide *besonders ausgezeichnete Gebiete* der nördlichen Milchstraße. Im Cygnus ist die Anzahl schwächerer Sterne besonders hoch und die Gesamthelligkeit liegt erheblich über dem Durchschnitt; wir haben es anscheinend mit

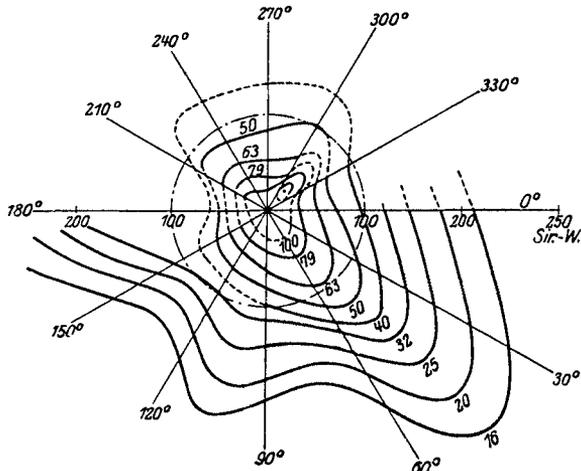


Abb. 1 (nach H. KIENLE).

Flächen gleicher Dichte im Sternsystem nach PANNEKOEK. Schnitt durch die Milchstraße. Einheit der Entfernung ist 1 Siriusweite = 5 parsec.

einer fernen, *stärkeren Sternanhäufung* zu tun. Im Taurus sind — wie im folgenden Abschnitt noch ausführlicher zu erläutern ist — *dunkle, absorbierende Massen* vorhanden. Beide Erscheinungen treten in der Darstellung von PANNEKOEK nur in einem Zusammendrängen oder Auseinanderweichen der Dichtigkeitskurven zutage, werden aber dadurch sicher nicht in ihrer wahren Bedeutung wiedergegeben. Die Untersuchung PANNEKOEKS ist nun unter der Voraussetzung durchgeführt, daß überall dieselbe Leuchtkraftkurve gilt, und daß eine Absorption im Weltenraum nicht stattfindet. Läßt man diese beiden Voraussetzungen fallen, so können zweifellos die Kurven gleicher Dichte einen wesentlich anderen Verlauf annehmen. Tatsächlich liegen, wie eben schon angedeutet wurde, Anhaltspunkte dafür vor, daß die bisher zugrunde gelegten Voraussetzungen im wirklichen System im einzelnen nicht zutreffen.

**3. Die Absorption im Milchstraßensystem.** Die zahlreichen photographischen Aufnahmen der Milchstraße, wie sie zuerst von M. WOLF und E. E. BARNARD erhalten worden sind, lassen in vielen Teilen dunkle

Stellen erkennen, an denen die Sternzahlen erheblich unter die der Umgebung sinken. Seit langem hat man bei der Deutung dieser Erscheinung an die *absorbierende Wirkung dunkler Massen gedacht*. BARNARD<sup>1)</sup> hat die bedeutenderen dieser dunkeln Partien in einem Katalog zusammengestellt.

Durch die auf schwächere Größenklassen ausgedehnten Abzählungen konnte die Erscheinung auch zahlenmäßig erfaßt werden. F. W. DYSON<sup>2)</sup> hat besonders darauf hingewiesen, daß in *ausgedehnten Teilen des Taurus* die Zahl der Sterne auffallend gering ist; und A. PANNEKOEK<sup>3)</sup> hat die *scheinbare Verteilung der Sterne bis zur 11. Größe* nach den Abzählungen der Harvard Map of the Sky genauer untersucht. Er bildet die Unterschiede der Anzahl der Sterne für verschiedene galaktische Längen gegen die Mittelwerte, die für die einzelnen galaktischen Breiten hergeleitet worden waren. Im Taurus und Ophiuchus sinkt die Sternzahl erheblich unter den Durchschnitt, während sie in dazwischenliegenden Teilen der Milchstraße (besonders in Cygnus-Cassiopeia einerseits und Carina-Crux andererseits) fast ebenso stark darüber ansteigt. Geht man von der Annahme aus, daß die Verminderung der Sternzahlen durch vorgelagerte dunkle Wolken verursacht ist, so läßt sich aus der scheinbaren Helligkeit derjenigen Sterne, für welche die Abnahme der Anzahl zuerst auftritt, auf die *Entfernung dieser Wolken* schließen. A. PANNEKOEK<sup>4)</sup> hat die Rechnungen für die *Taurusgegend* durchgeführt und erhält für die angenommene dunkle Wolke eine Entfernung von 140 parsec. Auch für die dunkle Höhle im Aquila kommt A. PANNEKOEK auf eine geringe Entfernung. Er findet, daß die dunkle Nebelmasse, welche die dreifache Höhle verursacht, so nahe ist, daß sie bereits die Sterne 10. und 11. Größe verdeckt. Diese Nebelmasse steht in keiner organischen Verbindung mit den hellen galaktischen Wolken im Hintergrund, sondern wird nur zufällig auf diese projiziert.

Zu einer *teilweise anderen Auffassung* über die dunkeln Stellen am Himmel kommt allerdings J. G. HAGEN in einer Reihe neuer Untersuchungen<sup>5)</sup>. Die dunkeln Nebel dehnen sich seiner Auffassung nach, von der Milchstraße ausgehend, über den ganzen Himmel aus, eine An-

<sup>1)</sup> E. E. BARNARD: On the dark markings of the sky. *Astrophys. Journ.* Vol. 49, 1, 1919.

<sup>2)</sup> F. W. DYSON und P. J. MELOTTE: The region of the sky between R. A. 3<sup>h</sup> and 5<sup>h</sup> 30<sup>m</sup> and N. Decl. 20° to 35°. *Monthly Notices.* Vol. 80, 3, 1920.

<sup>3)</sup> A. PANNEKOEK: On the distribution of the stars of the 11<sup>th</sup> magnitude. *Monthly Notices* 79, 333, 1919 und 80, 198, 1920.

<sup>4)</sup> A. PANNEKOEK: The distance of the dark nebulae in Taurus. *Proc. v. de Kon. Acad. v. Wetensch. te Amsterdam* Vol. 23, 707 u. 720, 1920 (vgl. auch: *Naturwissenschaften* 1922, 10, 9) und derselbe: Investigation of a galactic cloud in Aquila. *Ebenda* Vol. 21, 1323, 1919.

<sup>5)</sup> J. G. HAGEN S. J.: Dunkle Nebel und Sternleeren. Jubiläumsnummer der *Astron. Nachr.* 1921. — Stufenschätzungen dunkler Nebel. *Astron. Nachr.* 214, 449-1921. — Milchstraße und Nebelstraße. *Naturwissenschaften* 1921, 9, 935.

sicht, die auch früher schon von M. WOLF<sup>1)</sup> vertreten worden ist. HAGEN betrachtet nun diese dunkeln Massen als *die Urmaterie*, aus der die Sterne entstehen. Die Sternleeren sind »nicht bloß scheinbar, sondern ebenso wirklich wie die dunkeln Nebel. Wo dichte Nebelmassen sich befinden, haben sich nur wenige Sterne gebildet«. Aber auch HAGEN nimmt in der Milchstraße dünne Nebelschleier an, die das Sternlicht in gewissem Maße absorbieren können.

*Zweifellos sind also Absorptionswirkungen im Weltall vorhanden*; ob diese bei den dunkeln Milchstraßenwolken selektiver oder nicht-selektiver Art sind, läßt sich durch das gegenwärtige Beobachtungsmaterial allerdings nicht entscheiden. Die Absorption muß also bei statistischen Untersuchungen im Taurus und ähnlichen Gegenden auf jeden Fall Berücksichtigung finden. Die Frage drängt sich jedoch auf, ob man auch in anderen Gegenden des Sternsystems, etwa beim Übergang zum wirklichen System ganz allgemein, eine Absorption in Rechnung zu stellen gezwungen ist. Diese Frage ist schon seit längerer Zeit behandelt worden.

Soviel ist nach den heutigen Beobachtungsergebnissen mit Sicherheit anzunehmen: eine *Absorption ausschließlich selektiver Natur* von irgend merklichem Betrag ist im Weltenraum im ganzen auf *größere* Gebiete hin nicht vorhanden. Dies geht vor allem daraus hervor, daß nach SHAPLEYS Untersuchungen<sup>2)</sup> innerhalb der Sternhaufen die relative Verteilung der Farbenindizes etwa denselben Verlauf hat wie in der Umgebung der Sonne; beim Vorhandensein einer selektiven Absorption wäre gerade bei den weit entfernten Sternhaufen eine Verschiebung des Farbenindex nach Rot hin zu erwarten gewesen. Dasselbe gilt zum Teil auch für die fernen Milchstraßensterne. Ebenso wenig wie für eine selektive Absorption sind Anzeichen für eine damit verbundene *Dispersion des Lichtes* vorhanden. Die kurzperiodischen Veränderlichen in Sternhaufen ergeben denselben zeitlichen Verlauf des Lichtwechsels, gleichgültig, ob die Beobachtungen im roten oder violetten Teil des Spektrums ausgeführt werden<sup>3)</sup>. Innerhalb dunkler Gebiete der Milchstraße sind die Sterne allerdings vorwiegend rot. Aber die Untersuchung der Spektre<sup>4)</sup> hat ergeben, daß man es hier mit Zwergsternen in spätem Entwicklungsstand zu tun hat, die sich vor den dunkeln absorbierenden Wolken befinden. Schließlich zeigen auch die Untersuchungen über die Farbe der Spiralnebel, die K. LUNDMARK und B. LINDBLAD<sup>5)</sup> durchgeführt

<sup>1)</sup> M. WOLF: Die Milchstraße. Leipzig 1908, S. 47.

<sup>2)</sup> H. SHAPLEY: Further evidence of the absence of scattering of light in space. Mt. Wilson Communications Nr. 44, 1917 (Proc. of the Nat. Acad. of Sciences [U. S. A.] Vol. 3) und derselbe: A comparison of the distances of various celestial objects. Contrib. of the Mt. Wilson Observat. 156, 1918 (Astrophys. Journ. Vol. 49).

<sup>3)</sup> H. SHAPLEY: Note on the velocity of light. Bull. of the Harvard College Observat. 763, 1922. Siehe Referat Naturwissenschaften 1922, 10, 471.

<sup>4)</sup> Annual report of the Director of the Mt. Wilson Observat. 1921, S. 264.

<sup>5)</sup> K. LUNDMARK und B. LINDBLAD: Photographisch effektive Wellenlängen für einige Spiralnebel und Sternhaufen. Astron. Nachr. 205, 161, 1917.

haben, daß im Weltenraum eine merkliche selektive Absorption nicht existiert.

Schwieriger liegt die Frage über das Vorhandensein einer *allgemeinen Absorption (Extinktion)*. Nach neuen Untersuchungen von H. N. RUSSELL<sup>1)</sup> tritt bei Staubteilchen mit über  $0,1\mu$  Durchmesser die selektive Absorption zurück; dagegen tritt eine allgemeine (nicht-selektive) Absorption auf. H. v. SEELIGER<sup>2)</sup> sowohl wie J. C. KAPTEYN<sup>3)</sup> haben bereits vor längerer Zeit zu bestimmen versucht, in welchem Betrag eine solche Absorption möglich ist. Die für das typische Sternsystem vorliegenden statistischen Beobachtungsdaten lassen sich nämlich nicht nur unter der Annahme fehlender Absorption darstellen, sondern auch dann, wenn man eine allgemeine Absorption als vorhanden voraussetzt. Der Dichteverlauf mit zunehmendem Abstand von der Sonne wird dadurch allerdings ein anderer. Bei stärkerer Absorption kann die Dichte zuerst abnehmen und in noch größerer Entfernung wieder anwachsen. Man kann jedoch *Grenzwerte der Absorption so festlegen, daß die Dichte im Sternsystem von der Sonne aus nach außen stets abnimmt*; die hierdurch bestimmte Absorption ist für alle Fälle sehr gering und bei stellarstatistischen Untersuchungen zu vernachlässigen.

*Es scheint aber fraglich, ob dies der Wirklichkeit entspricht<sup>4)</sup>*. Man erhält in dem S. 54 erwähnten Beispiel der Cygnusgegend bei Außerachtlassen der Absorption eine sehr langsame Dichteabnahme nach außen. Zu erwarten wäre dagegen, zufolge der beobachteten scheinbaren Sternanhäufung (siehe auch den folgenden Abschnitt), daß die Sterndichte zuerst abnimmt und dann gegen die Cygnuswolken hin wieder ansteigt. Die Übertragung der für das typische System verwendeten Methoden auf das wirkliche läßt hiervon nichts erkennen; die Brücke vom typischen System zu den Milchstraßenwolken ist bis jetzt noch nicht geschlagen. Beim Übergang zum wirklichen System wird man die Absorption nicht nur in solchen Fällen zu berücksichtigen haben, in denen sie sich durch das Fehlen der Sterne unmittelbar zu erkennen gibt, *man wird wohl die Möglichkeit einer stärkeren allgemeinen Absorption, mehr als man bisher annahm, in Betracht ziehen müssen*.

**4. Die Häufigkeitsfunktion der Sterne verschiedener absoluter Leuchtkraft.** Wie schon hervorgehoben wurde, liegt den bisherigen Unter-

<sup>1)</sup> Annual report of the Director of the Mt. Wilson Observat. 1922, S. 223. Ferner H. N. RUSSELL: Dark nebulae. Proc. of the Nat. Acad. of Sciences (U.S.A.) Vol. 8, 115, 1922.

<sup>2)</sup> Vgl. die Zusammenstellung von G. DEUTSCHLAND: Vierteljahrsschr. d. Astron. Ges. 54, 20, 1919.

<sup>3)</sup> J. C. KAPTEYN: Remarks on the determination of the number and mean parallax of stars of different magnitude and the absorption of light in space. Astron. Journ. 24, 115, 1904.

<sup>4)</sup> Die hier nur gestreifte Frage soll an anderer Stelle ausführlicher behandelt werden.

suchungen über den Aufbau des Sternsystems neben der Annahme fehlender Absorption auch die Voraussetzung zugrunde, daß die *Häufigkeitsfunktion der absoluten Leuchtkräfte für das ganze System unverändert dieselbe sei*. H. v. SEELIGER<sup>1)</sup> und J. C. KAPTEYN<sup>2)</sup> haben diese Funktion wiederholt hergeleitet. SEELIGER hat zuerst versucht, die Häufigkeitsfunktion aus den direkten Parallaxenmessungen zu ermitteln, ist dann aber dazu übergegangen, die Funktion so zu bestimmen, daß die Abzählungsergebnisse der Sterne verschiedener scheinbarer Helligkeit allein, sowie auch zusammen mit den mittleren Parallaxen KAPTEYNS, möglichst gut dargestellt werden. KAPTEYN andererseits stützt sich bei seiner Ermittlung der Häufigkeitsfunktion im wesentlichen auf die aus den scheinbaren Eigenbewegungen an der Sphäre hervorgehenden mittleren Parallaxen. Die Leuchtkraftkurve KAPTEYNS ist analytisch besonders einfach, und sie ist deshalb vielfach als Grundlage weiterer Untersuchungen herangezogen worden. Nach ihr entspricht die prozentuale Verteilung der Sterne verschiedener absoluter Leuchtkraft völlig der GAUSSschen Fehlerkurve; das Maximum der Sternzahlen liegt bei der absoluten Größe  $M = +2.7$  (bezogen auf die Entfernung von einem parsec). Die Zahl der Sterne schwächer als 2.7 muß demnach *mit abnehmender Helligkeit geringer* werden.

*Dieses letztere trifft aber in Wirklichkeit*, wie H. KIENLE<sup>3)</sup> gezeigt hat, *in der Umgebung der Sonne jedenfalls nicht zu*. Ermittelt man die Häufigkeit der Sterne verschiedener absoluter Leuchtkraft in der unmittelbaren Umgebung der Sonne aus den direkt (trigonometrisch und spektroskopisch) hergeleiteten Parallaxen, so findet man bei  $M = 2.7$  noch keinen Abstieg in der Sternzahl. Dieser erfolgt erst später und ist auch dort nur darauf zurückzuführen, daß für die schwächeren Sterne bisher nur wenig direkte Parallaxenbestimmungen ausgeführt worden sind. Es geht also daraus hervor, *daß die KAPTEYNSche Leuchtkraftkurve nur in ihrem aufsteigenden Ast Vertrauen verdient*; hier ist auch im wesentlichen Übereinstimmung mit dem Verlauf der Häufigkeitsfunktion bei SEELIGER vorhanden. Für viele statistische Untersuchungen ist, wie auch H. KIENLE hervorhebt, allerdings die Form der Häufigkeitsfunktion für die aller schwächsten absoluten Helligkeiten, die noch nicht in den Bereich solcher Untersuchungen fallen, ziemlich belanglos, so daß die bisher auf die

<sup>1)</sup> Vgl. die Zusammenstellung von G. DEUTSCHLAND (Die Untersuchungen H. v. SEELIGERS über das Fixsternsystem): Vierteljahrsschr. d. Astron. Ges. 1919, 54. Jahrg. Für die Häufigkeitsfunktion kommt vor allem Abschnitt IV in Frage. Hinzugekommen ist seitdem noch die Arbeit »Untersuchungen über das Sternsystem«. Sitzungsber. d. Münchn. Akad., Mathem.-physikal. Kl. 1920. Vgl. das Referat Naturwissenschaften 1921, 9, 1022.

<sup>2)</sup> Die endgültige Form der Leuchtkraftkurve ist in Contrib. of the Mt. Wilson Observat. Nr. 188, 1920 (Astrophys. Journ. Vol. 52, 23) enthalten.

<sup>3)</sup> H. KIENLE: Zur Kritik der Verteilungsfunktion der absoluten Leuchtkräfte. Astron. Nachr. 218, 119, 1923.

KAPTEYNsche Leuchtkraftkurve sich stützenden Arbeiten (besonders gilt dies für die im folgenden zu erwähnenden Untersuchungen) meist ihren Wert behalten.

Wichtig ist nun die Frage, *ob man die in der Umgebung der Sonne ermittelte Häufigkeitsfunktion ohne weiteres auf andere Teile des Sternsystems übertragen darf*. Selbstverständlich ist dieses durchaus nicht. Auch wenn man annehmen will, daß die Bildung und Weiterentwicklung der Sterne in allen Teilen des Weltalls in gleicher Weise vor sich gegangen ist, kann durch verschiedene Bewegung der Sterne eine Änderung in der räumlichen Verteilung eingetreten sein. Die Frage ist also nur durch die Beobachtungen selbst zu entscheiden. Wenn man, wie beim typischen Sternsystem, große Teile des Himmels zusammenfaßt, ist es zweifellos möglich, die Abzählungsergebnisse durch eine einzige Häufigkeitsfunktion darzustellen<sup>1)</sup>; diese Funktion stimmt auch mit der in der Umgebung der Sonne ermittelten im ganzen überein (von schwachen Größen, für die sichere Daten fehlen, abgesehen). Aber sobald man zum wirklichen System übergeht, also kleine Flächen der Sphäre heraus-schneidet, bedarf die Frage von neuem gründlichster Untersuchung; es ist unzulässig, sie, wie das von verschiedenen Seiten geschehen ist, a priori zu bejahen.

Vor allem zeigen jetzt schon die wenigen auf diesem Gebiet vorliegenden Untersuchungen, daß *in begrenzten Teilen des Sternsystems die prozentuale Häufigkeit der Sterne verschiedener absoluter Leuchtkraft in der Tat eine von der näheren Umgebung der Sonne abweichende sein kann*. K. GRAFF und W. KRUSE<sup>2)</sup> haben z. B. gezeigt, daß wahrscheinlich *der zerstreute Sternhaufen NGC* (New General Catalogue von DREYER) Nr. 6633 aus nur wenigen helleren Sternen besteht. Wir haben es also im Bereich dieses Sternhaufens mit einer Anhäufung hellerer Sterne zu tun, während die bei Gültigkeit der KAPTEYNschen (bzw. SEELIGERSchen) Leuchtkraftkurve zu erwartende Anhäufung schwächerer Sterne fehlt.

Auch für *die helle Milchstraßenwolke im Cygnus* ist die Häufigkeitsfunktion, wie der Verfasser<sup>3)</sup> zeigen konnte, eine von der des allgemeinen Sternsystems wesentlich abweichende. Einem auf etwa drei Größenklassen sich erstreckenden Anstieg folgt ein ebenso rascher Abstieg. Diese Milchstraßenwolke würde also ebenfalls *eine Anhäufung nur von Riesensternen* darstellen; eine Erscheinung, die die Untersuchung A. PANNEKOEKS (vgl. S. 54) in keiner Weise zu erfassen vermochte. Der Häufigkeitsfunktion in dem *offenen Sternhaufen h Persei* und in den *Ple-*

<sup>1)</sup> Vgl. hierzu u. a. W. J. A. SCHOUTEN: On the determination of the principal laws of statistical astronomy. Amsterdam 1918, Chapter V.

<sup>2)</sup> K. GRAFF und W. KRUSE: Photometrische Untersuchung des Sternhaufens NGC 6633. Astron. Nachr. 214, 171, 1921.

<sup>3)</sup> A. KOPFF: Über Häufigkeitsfunktion und Entfernung bei den hellen Milchstraßenwolken. Astron. Nachr. 216, 325, 1922.

haben hat R. TRÜMLER<sup>1)</sup> eine Untersuchung gewidmet. In beiden Fällen weicht die Zahl der schwächeren Sterne von der KAPTEYNschen Leuchtkraftkurve ab. Ebenso konnte auch K. GRAFF<sup>2)</sup> zeigen, daß die Verteilung der Sterne in den *Plejaden* eine andere Gesetzmäßigkeit besitzt. Anscheinend sind die Plejaden aus einer Gruppe hellerer und einer solchen schwächerer Sterne zusammengesetzt. Daß schließlich die Sternverteilung in dem *kugelförmigen Sternhaufen Messier 13* von der KAPTEYNschen abweicht, ist sehr wahrscheinlich<sup>3)</sup>.

Damit verlieren auch die Untersuchungen von W. J. A. SCHOUTEN<sup>4)</sup> ihre Bedeutung, der die *Entfernung einer Reihe von Sternhaufen* unter der Voraussetzung herleitete, daß dort die KAPTEYNsche *Leuchtkraftkurve* Gültigkeit hat. Seine Entfernungen betragen im Mittel nur etwa den achten Teil derjenigen von SHAPLEY.

Zweifellos darf man aber aus einem teilweise ähnlichen Verlauf der Leuchtkraftkurven in verschiedenen Teilen des Universums noch nicht auf deren Identität schließen. Außerdem ist gerade hier zu beachten, daß, wenn man die Annahme von SCHOUTEN als richtig betrachten wollte, in den Sternhaufen die hellsten Sterne des näheren galaktischen Systems fehlen würden. Die Leuchtkraftkurve der Sternhaufen wäre also doch wieder nicht die KAPTEYNsche.

Für alle mit Teilgebieten des Sternsystems sich beschäftigenden Untersuchungen muß man also die Forderung erheben, daß die *Häufigkeitsfunktion auf unabhängigem Wege ermittelt wird*, ebenso wie auch mit dem Vorhandensein einer Absorption unter Umständen zu rechnen ist. Damit ist das Problem der Erforschung des Aufbaus des Sternsystems weit schwieriger geworden, als wenn man lediglich die für das typische System angewendeten Methoden auf Teilgebiete übertragen wollte. Unter diesen Umständen ist es nur natürlich, daß man sich nach anderen Wegen umsieht, die der Lösung des Problems näher führen. Das Studium der *Sternspektren* und *Sternfarben* vermag solche Möglichkeiten zu bieten.

## II. Sternspektren und Sternfarben in der Stellarstatistik.

1. Die scheinbare Verteilung der Sterne verschiedener Spektralklassen. Dank der unermüdlichen Bemühungen von E. C. PICKERING, dem verstorbenen Direktor des Harvard College Observatory (Cambridge Mass.), ist es gelungen, ein einzigartiges Sammelwerk von Sternspektren zu schaffen, das für die nächste Zukunft die Quelle aller auf die Spektren

<sup>1)</sup> R. TRÜMLER: Comparison and classification of star clusters. Publ. of the Allegheny Observat. Vol. 6, 4, 1922. Siehe Referat Naturwissenschaften 1923, 11, 15.

<sup>2)</sup> K. GRAFF: Photometr. Durchmusterung der Plejaden bis zu Sternen 14. Größe. Astron. Abh. d. Hamburger Sternwarte Bd. 2, Nr. 3, 1920.

<sup>3)</sup> Vgl. eine in den Astron. Nachr. erscheinende Untersuchung des Verfassers.

<sup>4)</sup> W. J. A. SCHOUTEN: Über die Parallaxe einiger Sternhaufen. Astron. Nachr. 208, 317, 1919.

sich stützenden stellarstatistischen Untersuchungen sein wird: den *Henry Draper Catalogue* von ANNIE J. CANNON und EDWARD C. PICKERING. Er ist auf neun Bände berechnet<sup>1)</sup> und liegt nun fast vollständig vor. Er enthält für etwa 220 000 Sterne die *photometrische und photographische Helligkeit, sowie Spektralklasse und Unterklasse*.

Bereits beginnen die ersten Früchte dieser großen Arbeit sich zu zeigen. In allerdings nur geringem Umfang konnte der Katalog für eine größere statistische Untersuchung KAPTEYNS und VAN RHIJNS benutzt werden. Die im ersten Teil dieser Ausführungen erwähnten statistischen Arbeiten v. SEELIGERS und KAPTEYNS mußten sich darauf beschränken, den Aufbau des typischen Sternsystems für die Sterne aller Spektralklassen zusammen zu ermitteln. Nun ist aber durch die neuen *Abzählungen* KAPTEYNS und VAN RHIJNS<sup>2)</sup>, die sich auf die einzelnen Spektralklassen selbst erstrecken, die Möglichkeit geschaffen worden, dieselben Untersuchungen für die Spektralklassen B, A, F, G, K und M getrennt durchzuführen. Ergänzt wird diese Arbeit durch eine bereits vorher erschienene, welche, ebenfalls getrennt nach Spektralklassen, die aus den Eigenbewegungen hergeleitete mittlere säkulare Parallaxe für Sterne verschiedener Größenklassen enthält<sup>3)</sup>. Beide Arbeiten geben die Daten bei den einzelnen Spektralklassen zwar nur für die Sterne bis herab zur 9. Größe; doch wird dieses Material, wenn es weiterer Bearbeitung unterzogen wird, manchen Einblick in die Besonderheiten der Verteilung der einzelnen Spektralklassen wenigstens für die nähere Umgebung der Sonne zu geben vermögen.

Untersuchungen von H. SHAPLEY, die in derselben Richtung vordringen, haben schon jetzt zu wichtigen Ergebnissen geführt. Gemeinsam mit A. J. CANNON hat SHAPLEY die Verteilung der Sterne der Spektralklasse B<sup>4)</sup> an der Sphäre bis herab zur Größe 8.25 ermittelt. Die schwächeren Sterne zeigen hierbei eine zur Milchstraße symmetrische Anordnung. Die hellen und zugleich näheren B-Sterne dagegen (bis zur Größe 5.26) sind symmetrisch zu einer Ebene angeordnet, welche gegen die der Milchstraße um etwa 15° geneigt ist. Diese Erscheinung hat SHAPLEY zur Annahme des Vorhandenseins eines »local system« geführt, dessen Symmetrieebene nicht mit der des allgemeinen Systems zusammenfällt.

<sup>1)</sup> Ann. of Harvard College Observat. Vol. 91, 1918 und folgende.

<sup>2)</sup> J. C. KAPTEYN und P. J. VAN RHIJN: The number of stars between definite limits of proper motion, visual magnitude and galactic latitude for each spectral class. Publ. of the Astron. Laborat. at Groningen Nr. 30, 1920.

<sup>3)</sup> J. C. KAPTEYN, P. J. VAN RHIJN und H. A. WEERSMA: The secular parallax of the stars of different magnitude, galactic latitude and spectrum. Publ. usw. Groningen Nr. 29, 1918. Vgl., auch für die vorangehende Arbeit, das Referat Naturwissenschaften 1921, 9, 87.

<sup>4)</sup> H. SHAPLEY und A. J. CANNON: The distribution of stars of spectral class B. Harvard College Observat. Circular 239, 1922. Siehe Referat Naturwissenschaften 1923, 11, 116.

Dieses lokale System umfaßt aber keineswegs alle Sterne in der Umgebung der Sonne. Es ist vielmehr eine Gruppe von Sternen — jedenfalls eine dynamische Einheit —, die *in das allgemeine System eingelagert* und mit dessen Sternen untermischt ist. Man könnte das lokale System etwa als Sternwolke auffassen; gegen die Gleichsetzung mit einem offenen Sternhaufen spricht seine viel größere Ausdehnung. Die Einführung eines lokalen Systems wird durch eine analoge Untersuchung der *Verteilung der A-Sterne* in bezug auf die Milchstraße gestützt<sup>1)</sup>. Die helleren A-Sterne besitzen eine Symmetrieebene, deren Neigung gegen die Milchstraße nur etwa 5° beträgt. Diese Sterne gehören also teils dem lokalen, teils dem allgemeinen System an.

Eine weitere, ebenfalls aus dem Henry Draper Catalogue schöpfende Arbeit H. SHAPLEYS<sup>2)</sup> bestimmt die *Anzahl der Sterne verschiedener Spektraltypen* in ausgewählten Feldern dreier galaktischer Zonen (galakt. Breite 0°, +10°, -10°) und verschiedener *galaktischer Längen*. Die schwächsten Sterne besitzen die Größe 8.25. Es handelt sich also hier bereits um einen Versuch, auch für die Spektralklassen im einzelnen den Übergang vom typischen System, auf welches sich die zuerst erwähnten Statistiken KAPTEYNs und VAN RHIJNS noch beschränken, zum wirklichen System vorzunehmen.

Die Verteilung der Sterne bis zur 8. Größe über die einzelnen galaktischen Längen ist bemerkenswert gleichmäßig. Die auf den photographischen Milchstraßenaufnahmen zutage tretenden Unregelmäßigkeiten liegen eben fast durchweg bei schwächeren Sternen als den hier statistisch erfaßten. Die hellen *Milchstraßenwolken* im Cygnus machen sich aber doch *bei den A-Sternen bereits bemerkbar*; die besonders sternreiche Carinagegend bei den B-Sternen. Auch die *ausgedehnten dunkeln Massen* im Taurus lassen sich bereits durch die geringere Anzahl der schwachen A- und K-Sterne (Größe 7.0 bis 8.25) feststellen. Die Sterne der Klassen F und G sind dagegen unbeeinflusst. Letztere sind also Zwergsterne, die durchweg vor der dunkeln Wolke liegen. Deren Entfernung ergibt sich daraus zu etwa 250 parsec in guter Übereinstimmung mit früher ermittelten Werten (vgl. S. 55). In diesem Zusammenhang sei noch erwähnt, daß auch die zuerst von SHAPLEY untersuchte Verteilung der B-Sterne über die ganze Sphäre hinweg (vgl. S. 61) Anzeichen dunkler Wolken in Ophiuchus und Scorpio erkennen läßt, deren Entfernung zu etwa 200—300 parsec anzunehmen wäre.

<sup>1)</sup> H. SHAPLEY und A. J. CANNON: The local system and stars of class A. Harvard College Observat. Circular 229, 1922. Siehe Referat Naturwissenschaften 1922, 10, 471.

<sup>2)</sup> H. SHAPLEY: On the spectral constitution of the nearer parts of the milky way. Harvard College Observat. Circular 240, 1922. Siehe Referat Naturwissenschaften 1923, 11, 292.

**2. Die räumliche Verteilung der Sterne verschiedener Spektralklassen.** Neben diese Untersuchungen, die sich noch durchweg mit der scheinbaren Verteilung der Sterne verschiedener Spektraltypen an der Sphäre beschäftigen, treten andere, die bereits *die räumliche Verteilung* zu erfassen versuchen. Hierbei kommt eine wesentlich andere Methode zur Anwendung als bei den bisher besprochenen statistischen Arbeiten. Während jene sich vorwiegend auf Abzählungen über Sterne mit gewissen gemeinsamen Eigenschaften stützten, hat es sich neuerdings als sehr fruchtbar erwiesen, zu *einzelnen Individuen* des Sternsystems überzugehen, deren Entfernung auf irgendeine Art ermittelt werden kann. Man erhält auf diese Weise allerdings zunächst nur die räumliche Verteilung eben dieser Individuen, aber damit zugleich doch auch *ein Gerüst*, das den Aufbau des Systems im ganzen festlegt, und in welches andere Individuen unter Umständen wenigstens gruppenweise eingeordnet werden können.

Gerade gewisse spektrale Eigenschaften sind zu einer solchen individuellen Behandlung brauchbar. HERSCHEL hatte bei seinen ersten statistischen Untersuchungen angenommen, daß alle Sterne absolut gleich hell sind, und er hat daraus die räumliche Gestaltung des Sternsystems zu ermitteln gesucht. Dieser Weg hat sich als ungangbar gezeigt. Richtiger schien schon die Annahme, daß alle Sterne derselben Spektralklasse dieselbe absolute Leuchtkraft besitzen. Aber auch dies trifft nicht zu; vielmehr ergibt sich gerade für die Mehrzahl der Spektralklassen eine erhebliche Streuung (es sei nur an die Einteilung in Riesen- und Zwergsterne erinnert). Jedoch für die frühen B-Sterne kommt die Annahme der Wahrheit ziemlich nahe. So hat C. V. L. CHARLIER<sup>1)</sup> schließlich die *räumliche Verteilung der B-Sterne* eben *unter der Voraussetzung gleicher absoluter Helligkeit* hergeleitet, wobei zur Ermittlung der Längeneinheit die beobachteten Radialgeschwindigkeiten in Verbindung mit den Eigenbewegungen an der Sphäre dienten. Es zeigte sich, daß die B-Sterne der Ebene der Milchstraße sich nahe anschmiegen. Die *zentrale Verdichtung* fällt aber nicht mit der Sonne zusammen, sondern liegt von uns aus gesehen *im Sternbild Carina* in einer Entfernung von etwa 88 parsec. CHARLIER nahm diesen Ort als *Mittelpunkt des ganzen Milchstraßensystems* an. Nach den vorher erwähnten Untersuchungen SHAPLEYS wissen wir allerdings, daß die von CHARLIER allein untersuchten helleren B-Sterne im wesentlichen dem lokalen System angehören; durch CHARLIERS Arbeit ist also nur der Mittelpunkt des letzteren festgelegt. Daß die Neigung der Symmetrieebene des lokalen Systems gegen das allgemeine bei CHARLIER kaum hervortritt, rührt daher, daß dieser die Lage der Milchstraßenebene aus den B-Sternen selbst ermittelt hat.

<sup>1)</sup> C. V. L. CHARLIER: Studies in stellar statistics. III. The distances and the distribution of the stars of the spectral type B. Meddel. fra Lunds Astron. Observat. Ser. 2, Nr. 14, 1916.

Auch KAPTEYN hat sich mit der räumlichen Verteilung der B-Sterne eingehend beschäftigt<sup>1)</sup>. Er stützt sich hierbei ausschließlich auf die Bewegungen der B-Sterne und schließt aus gruppenweise einander entsprechenden Eigenbewegungen an der Sphäre auf die Existenz von einzelnen Sternströmen, deren Entfernung er nach der beim Taurusstrom zuerst angewendeten und schon oft beschriebenen<sup>2)</sup> Methode herleitet. Im wesentlichen stimmen die Ergebnisse beider Methoden überein.

Zwei Schüler CHARLIERS haben dessen soeben angegebene Methode erweitert und auf die *Sterne vom Typus A und G* übertragen<sup>3)</sup>. Wegen der stärkeren Streuung der absoluten Leuchtkräfte bei diesen Spektralklassen kann man höchstens noch bei den Unterklassen der A-Sterne die Gleichheit der Leuchtkräfte annehmen. Es wären jedoch längere Ausführungen notwendig, um die Ergebnisse dieser beiden Arbeiten im einzelnen darzustellen.

¶ Schließlich ist in diesem Zusammenhang noch auf die von A. KOHL-SCHÜTTER und W. S. ADAMS angegebene und schon wiederholt dargestellte Methode hinzuweisen, die es gestattet, aus charakteristischen Einzelheiten der Sternspektren auf die absolute Leuchtkraft zu schließen (*spektroskopische Parallaxenmethode*). Sie ist zuerst nur bei den Spektralklassen F bis M angewendet, jetzt aber auch von W. S. ADAMS und A. J. JOY<sup>4)</sup> auf die *A-Sterne ausgedehnt worden*.

Die Ergebnisse dieser Methode sind bis jetzt zu selbständigen statistischen Untersuchungen über den Bau des Sternsystems nicht herangezogen, wenn sie auch vielfach als gleichwertig mit den trigonometrischen Parallaxen Verwendung gefunden haben. A. ПАННЕКОЕК<sup>5)</sup> hat übrigens, wie hier noch ergänzend bemerkt sei, darauf hingewiesen, daß man auf dem angegebenen Weg für die einzelnen Sterne nicht die Leuchtkraft selbst erhält, vielmehr die Größe  $LM_0/M$ , wo  $L$  die Leuchtkraft,  $M$  die Masse des einzelnen Sternes und  $M_0$  die mittlere Masse der einzelnen Spektralklasse bedeutet.

**3. Die Sternfarben.** Für die schwächeren Sterne ist es nicht mehr möglich, den Spektraltypus genau festzulegen, und man hat deshalb ver-

<sup>1)</sup> J. C. KAPTEYN: On the individual parallaxes of the brighter galactic Helium stars in the southern hemisphere. Contrib. of the Mt. Wilson Observat. Nr. 82, 1914 (Astrophys. Journ. Vol. 40) und derselbe: On the parallaxes and motion of the brighter Helium stars between gal. longitudes 150° und 216°. Contrib. usw. Nr. 147, 1918 (Astrophys. Journ. Vol. 47).

<sup>2)</sup> Vgl. z. B. NEWCOMB-ENGELMANN'S Populäre Astronomie 6. Aufl., 1921, S. 590.

<sup>3)</sup> K. G. MALMQUIST: A study of the stars of spectral type A. Meddel. fra Lunds Astron. Observat. Ser. 2, Nr. 22, 1920. B. FÄNGE: On the distances and luminosities of stars of spectral type G as derived from their proper motions. Ebenda Nr. 25, 1921.

<sup>4)</sup> W. S. ADAMS und A. J. JOY: A spectroscopic method of determining the absolute magnitudes of A-Type stars and the parallaxes of 344 stars. Contrib. of the Mt. Wilson Observat. Nr. 244, 1922 (Astrophys. Journ. 56, 242).

<sup>5)</sup> A. ПАННЕКОЕК: Ionization in stellar atmospheres. Bull. of the Astron. Inst. of the Netherlands Nr. 19, 1922.

sucht, einen wenigstens für statistische Zwecke hinreichenden Ersatz für das Sternspektrum zu finden. Die *Sternfarbe* hat sich hierfür als brauchbar erwiesen. Für die helleren Sterne liegen vielfach direkte Farbenschätzungen vor, von denen hier nur der ausgedehnte neue Katalog von H. OSTHOFF<sup>1)</sup> genannt sei. Als ein objektives Maß der Sternfarbe hat man den *Farbenindex* eingeführt, der als Differenz der photographischen gegen die visuelle bzw. photovisuelle Sterngröße definiert ist.

Statistische Untersuchungen über die Verteilung der Sternfarben in der Milchstraße, wie sie besonders von K. SCHWARZSCHILD durchgeführt worden sind (Göttinger Aktinometrie), liegen schon weiter zurück (1905). Neu dagegen sind die systematisch durchgeführten *Bestimmungen von Sternfarben in den Sternhaufen*. Durch sie ist das Problem der kosmischen Stellung dieser Himmelsobjekte zum erstenmal der Lösung näher gebracht worden. An anderer Stelle wird darüber zu berichten sein.

Hier sei nur die Bedeutung hervorgehoben, welche das Studium der Sternfarben für die *Milchstraßenwolken* hat. Die statistischen Untersuchungen über das typische System konnten die Sternwolken als Konzentrationen im allgemeinen System nicht erfassen; wieweit dies überhaupt auf rein statistischem Weg möglich sein wird, ist noch nicht geklärt. Es hat aber allen Anschein, daß die Bestimmung der Sternfarben in solchen Wolken uns wenigstens *über deren Entfernung Aufschluß geben kann*. Im allgemeinen zeigt sich, daß im Sternsystem die Sterne im Durchschnitt mit abnehmender Helligkeit roter werden. Dies ist der Hauptsache nach darauf zurückzuführen, daß die an der Sphäre schwächeren Sterne meist späteren Spektraltypen angehören, deren absolute Leuchtkraft geringer ist. Im Bereich der Milchstraßenwolken treten nun von gewissen Helligkeiten ab die blauen bzw. weißen Sterne wieder stärker hervor<sup>2)</sup>. Nimmt man an, daß die letzteren Sterne gerade den Wolken selbst angehören, und daß diese Sterne, entsprechend ihrer Farbe, nach Spektraltypus und absoluter Leuchtkraft den Sternen der Spektralklassen A bis F entsprechen, so erhält man hieraus die Entfernung der Milchstraßenwolken. Auf diese Weise<sup>3)</sup> ergibt sich für die *Wolke im Scutum* eine Entfernung von etwa 7000 parsec; ähnlich weit liegen Teile im *Perseus*, *Taurus* und *Cygnus*, während für eine Gegend im *Aquila* sich 14 000 parsec ergab. Diese großen Entfernungen würden den Milchstraßenwolken ihren Platz *außerhalb der Grenzen des typischen Systems* von SEELIGER und KAPTEYN anweisen. Wie die Verbindung zwischen beiden herzustellen ist, wissen wir im Augenblick freilich nicht. Vielleicht ist sie doch enger, als wir

<sup>1)</sup> H. OSTHOFF: Die Farben der Fixsterne auf Grund eigener Beobachtungen. Publ. della Specola Vaticana Ser. 2, Nr. 8, 1916.

<sup>2)</sup> Vgl. SHAPLEY: Color indices of stars in the galactic clouds. Contrib. of the Mt. Wilson Observat. Nr. 133, 1917 (Astrophys. Journ. Vol. 46).

<sup>3)</sup> Annual report of the Director of the Mt. Wilson Observat. 1921 (Year book of the Carnegie Institution). Ferner A. KOPFF: Über Häufigkeitsfunktion und Entfernung bei den hellen Milchstraßenwolken. Astron. Nachr. 216, 325, 1922.

zur Zeit annehmen. Besonders C. EASTON<sup>1)</sup> hat wiederholt gezeigt, daß in der Richtung der Milchstraßenwolken auch *die helleren Sterne bereits eine Konzentration aufweisen*, was auf eine engere Zugehörigkeit dieser Wolken zu den uns näheren Teilen des Systems schließen ließe; auch die S. 62 erwähnten, von SHAPLEY aufgedeckten Tatsachen deuten in derselben Richtung. Die Sternfarben bilden gegenwärtig jedenfalls das wichtigste Argument dafür, die *Sternwolken als selbständige, in das gesamte Milchstraßensystem eingelagerte Gebilde aufzufassen, welche der näheren Umgebung der Sonne* (vielleicht dem lokalen System SHAPLEYS) *koordiniert sind*.

Neben den Farbenindex tritt als Farbenäquivalent und damit zugleich als Äquivalent für das Spektrum die *effektive Wellenlänge*, worauf zuerst von HERTZSPRUNG und BERGSTRAND hingewiesen worden ist. Neue Untersuchungen, besonders von M. WOLF<sup>2)</sup> und H. ROSENBERG<sup>3)</sup>, sowie die ausführliche Diskussion von K. LUNDMARK und W. J. LUYTEN<sup>4)</sup> haben freilich gezeigt, daß zur Zeit die Bestimmung der effektiven Wellenlängen noch mit erheblichen systematischen Fehlern behaftet ist; für größere statistische, auf die effektiven Wellenlängen sich aufbauende Untersuchungen ist also die Zeit noch nicht gekommen. Doch hat Ö. BERGSTRAND<sup>5)</sup> aus Bestimmungen *effektiver Wellenlängen der Sterne in der Milchstraße* Schlüsse gezogen, die mit den auf anderem Weg erhaltenen übereinstimmen. Die Sterne, für welche von ihm die effektiven Wellenlängen hergeleitet wurden, liegen an der Sphäre in der großen Cygnuswolke; die schwächsten besitzen im Mittel die Größe 13.4. Es ergibt sich, daß bis zur 12. Größe die weißen Sterne häufiger vorkommen als die gelben, unterhalb dieser Größe die gelben häufiger als die weißen. Diesen Sprung deutet BERGSTRAND auf folgende Weise. Er nimmt eine endliche Begrenzung des uns umgebenden »lokalen Systems« (dieses braucht nicht identisch mit dem »local system« SHAPLEYS zu sein) an. Die hellsten, weißen Sterne sind an der Grenze des Systems von 12. Größe; die gelben Sterne sind absolut schwächer als die weißen und sind deshalb in höheren Größenklassen überwiegend. Als Entfernung der Grenze des engeren Sternsystems erhält BERGSTRAND aus dem Vergleich der scheinbaren und absoluten Helligkeiten der weißen Sterne einen Betrag von 2500 parsec. Die große Cygnuswolke selbst liegt nach seiner Auffassung außerhalb dieser Grenze.

<sup>1)</sup> Vgl. u. a. C. EASTON: Correlation of the distribution of bright stars and galactic light in Cygnus. Bull. of the Astron. Inst. of the Netherlands Nr. 27, 1922.

<sup>2)</sup> M. WOLF: Versuche mit dem Objektivgitter. Astron. Nachr. 213, 49, 1921.

<sup>3)</sup> H. ROSENBERG: Über den Einfluß der Fokussierung auf die photogr. wirksamen Wellenlängen. Astron. Nachr. 213, 329, 1921.

<sup>4)</sup> K. LUNDMARK u. W. J. LUYTEN: On the determination of the colour equivalent of a star with special reference to the effective wave length and its relation to spectral class. Monthly Notices Vol. 82, 496, 1922.

<sup>5)</sup> Ö. BERGSTRAND: Über die effektiven Wellenlängen der Milchstraßensterne. Jubiläumsnummer der Astron. Nachr. 1921.

### III. Die galaktischen Nebel.

1. **Klassifikation der Nebel.** Wenn im Zusammenhang mit dem System der Sterne die Nebelflecke behandelt werden sollen, so kann es hier nicht die Aufgabe sein, eine Darstellung der zahlreichen, in den letzten Jahren gewonnenen Einzelergebnisse zu liefern, die vielfach noch wenig miteinander in Verbindung gebracht sind. Wir müssen uns vielmehr hauptsächlich auf die Frage beschränken, wieweit das gewonnene Material uns bereits Aufschluß über die *Zuordnung der verschiedenen Nebel zum Sternsystem* zu geben vermag. Bei der Beurteilung der Untersuchungen, die sich mit diesem Problem beschäftigen, ist allerdings eine gewisse Vorsicht geboten. Zum Teil werden Schlüsse auf gar wenigen und unsicheren Beobachtungstatsachen aufgebaut, und rasch können neue Beobachtungen die Auffassung wesentlich ändern. So muß in der nächsten Zukunft das *Zusammentragen von Tatsachen* gerade hier immer noch die wichtigste Aufgabe sein.

Diese Aufgabe wird allerdings im wesentlichen nur von Sternwarten mit großen Instrumenten und günstigen Beobachtungsmöglichkeiten zu lösen sein; der Hauptanteil wird also Amerika zufallen<sup>1)</sup>. Daß trotzdem auch unter bescheideneren Verhältnissen äußerst wertvolle Arbeit geleistet werden kann, zeigt als Beispiel aus der jüngsten Zeit der neue Nebelkatalog von J. G. HAGEN<sup>2)</sup>, der sich das Ziel gesteckt hat, für alle Objekte des älteren Katalogs von DREYER die Helligkeiten (und zwar Flächenhelligkeiten) durch Stufenschätzung festzulegen. Zum erstenmal sind in diesem Katalog auch die dunkeln Nebel (vgl. S. 55) ihrer Dichte nach zahlenmäßig festgehalten. Zu einem Teil der älteren zahlreichen Schätzungen von J. HOLETSCHEK hat J. HOPMANN die Vergleichssterne neu vermessen<sup>3)</sup>.

Für die weitere Behandlung unserer Aufgabe ist es wichtig, eine *Einteilung der Nebel* vorzunehmen. Während man sich früher für eine solche besonders an das äußere Aussehen hielt, scheint für die hier vorliegenden Zwecke eine von E. HUBBLE<sup>4)</sup> vorgeschlagene Einteilung besser geeignet. Diese Einteilung ist folgende:

- I. Galaktische Nebel
  - 1. planetarische Nebel
  - 2. diffuse Nebel
    - a) leuchtende Nebel
    - b) dunkle Nebel

<sup>1)</sup> Ein Sammelband des Lick Observatory (Vol. 13, 1918), sowie eine Reihe von Contrib. of the Mt. Wilson Observat. enthalten jetzt schon eine Fülle von Ergebnissen.

<sup>2)</sup> J. G. HAGEN: A Preparatory Catalogue for a Durchmusterung of Nebulae. The zone catalogue I. Specola Vaticana 10, 1922.

<sup>3)</sup> J. HOPMANN: Photometrische Untersuchung von Nebelflecken. Astron. Nachr. 214, 425, 1921.

<sup>4)</sup> E. HUBBLE: A general study of diffuse galactic nebulae. Contrib. of the Mt. Wilson Observat. 241, 1922 und Astrophys. Journ. 56, 162. Vgl. Referat Naturwissenschaften 1923, 11, 164.

## II. Außergalaktische Nebel

1. Spiral-Nebel
2. gestreckte Nebel
  - a) Spindel-Nebel
  - b) ovale Nebel
3. Kugel-Nebel
4. unregelmäßige Nebel.

Die vorstehende Klassifikation, die auf den zahlreichen Aufnahmen mit den großen Spiegelteleskopen des Mt. Wilson beruht, hat den Vorzug, daß sie sofort *Beziehungen zum Sternsystem* aufdeckt. Freilich sind die beiden Hauptnebelgruppen nicht ganz streng an die galaktischen bzw. außergalaktischen Gebiete gebunden. Planetarische Nebel z. B. stehen auch außerhalb des engeren Milchstraßenbereichs; aber im wesentlichen ist die Zuordnung zutreffend. Noch andere Unterscheidungsmerkmale bestehen zwischen galaktischen und außergalaktischen Nebeln. Die ersteren zeigen zum großen Teil ein Emissionsspektrum, das bei den letzteren fast ganz fehlt. Man bezeichnet die Gruppe I deshalb auch als Gasnebel. Die galaktischen Nebel stehen ferner stets irgendwie mit Sternen in Verbindung; selbst die dunkeln Nebel sind charakterisiert durch das Fehlen der Sterne. Bei den außergalaktischen Nebeln sind Zusammenhänge mit den Sternen in den meisten Fällen nicht vorhanden.

Bemerkenswert ist besonders noch die Einteilung der außergalaktischen Nebel. Lange Zeit sah man *alle diese Nebel als Spiralnebel* an. Wo diese zu klein waren, um Struktur zu zeigen, nahm man an, daß bei stärkeren optischen Hilfsmitteln doch der Spiralcharakter in Erscheinung treten würde. Die Aufnahmen mit den großen Spiegelteleskopen haben nun gezeigt, daß *diese Auffassung nicht richtig* war. Neben die Spiralnebel treten die übrigen als *vollkommen gleichberechtigte Formen*, die teilweise sogar häufiger vorkommen als die Spiralen. Besonders zahlreich sind die strukturlosen *Kugelnebel*, bei denen niemals irgendwelche Ansätze zu Spiralarmlen wahrgenommen werden. Spektren und Radialgeschwindigkeiten der Kugelnebel sind denen der Spiralen aber ähnlich. In dem hellen Kugelnebel M 87 ist eine große Anzahl schwacher Sterne (unter 19. Größe) wahrgenommen worden, wodurch eine gewisse *Verwandtschaft* dieser Gebilde mit den Sternhaufen angedeutet zu sein scheint<sup>1)</sup>. Die *Spiralnebel* bilden unter den außergalaktischen Nebeln jedenfalls nicht die Regel, sondern bedeuten eher *einen Ausnahmestand*. Die Frage nach der kosmischen Stellung der Spiralnebel ist bereits mehrfach erörtert worden. Wir werden uns damit in Verbindung mit den Kugelsternhaufen beschäftigen, die ebenfalls den außergalaktischen Himmelsobjekten zugehören. Zuerst wenden wir uns *den galaktischen* Nebeln zu.

<sup>1)</sup> Annual report of the Director of the Mt. Wilson Observat. 1921, S. 250 (Year book of the Carnegie Inst.).

**2. Die diffusen Nebel.** E. HUBBLE hat in der soeben (S. 67) zitierten Arbeit eingehend die Verteilung und die Spektren der eigentlichen, meist wolkenartigen *Milchstraßennebel* untersucht, und dabei zum Teil auch die älteren Ergebnisse zusammengefaßt. Trägt man die diffusen Nebel in ein galaktisches Koordinatennetz ein, so ergibt sich eine Anordnung *in zwei verschiedenen Gürteln*; der eine fällt mit der *Milchstraße* zusammen, der zweite ist um  $20^\circ$  *dagegen geneigt*. Dieser zweite Gürtel deckt sich nahe mit dem der hellen B-Sterne, dem local system SHAPLEYS. Daraus geht hervor, daß die diffusen Nebel teils dem lokalen System angehören, uns also verhältnismäßig nahe stehen. Zum anderen Teil sind sie wohl mit den Milchstraßenwolken räumlich verbunden.

Diese *räumliche Verknüpfung der diffusen Nebel mit dem Sternsystem* wird besonders wahrscheinlich, wenn man, wie dies E. HUBBLE getan hat, versucht, einen Einblick in die *Ursache des Leuchtens* dieser Nebel zu gewinnen. Die diffusen Nebel zerfallen ihrem Spektrum nach in zwei getrennte Gruppen, Nebel mit *kontinuierlichem Spektrum* und solche mit *Emissionsspektrum* (Wasserstoff- und Nebellinien). Die Sterne, die sich innerhalb dieser beiden Nebelgruppen befinden, sind ihrem Spektralcharakter nach streng geschieden. Die zur ersten Gruppe gehörenden Sterne sind solche der Spektralklasse B I und späterer Klassen; das Spektrum der Nebel und der eingelagerten Sterne zeigt weitgehende Übereinstimmung. Die Sterne in Nebeln mit Emissionsspektrum sind solche vom Typus Oe 5 bis B 0; hier fehlt diese Übereinstimmung. Diese eindeutige Zuordnung von Sternspektrum und Nebelspektrum legt den Gedanken nahe, daß die Nebel der ersten Gruppe im reflektierten Licht der in ihnen enthaltenen Sterne leuchten. Das Leuchten der Nebel der zweiten Gruppe ist dagegen auf eine von den eingelagerten Sternen ausgehende Anregung zurückzuführen, welche die Nebel zum Selbstleuchten bringt. Eine solche Anregung kann anscheinend nur von Sternen besonders hoher Temperatur ausgehen.

Die hier dargelegte Auffassung wird durch eine zweite Arbeit E. HUBBLES<sup>1)</sup> bestätigt. Wenn Nebelmassen in reflektiertem Licht leuchten, das von zentral gelegenen Sternen ausgeht, so muß eine einfache Beziehung zwischen der Helligkeit des Sternes und der Entfernung vorhanden sein, bis zu welcher die Nebel noch sichtbar sind. Eine solche Beziehung besteht — von Ausnahmen abgesehen — bei den diffusen Milchstraßennebeln tatsächlich, und sie ist unabhängig davon, ob das Spektrum der Nebel kontinuierlich ist oder Emission zeigt. Damit ist die Wahrscheinlichkeit dafür bedeutend erhöht, daß das Leuchten der zweiten Gruppe von Nebeln auf einen Anregungsvorgang zurückzuführen ist.

<sup>1)</sup> E. HUBBLE: The source of luminosity in galactic nebulae. Contrib. of the Mt. Wilson No. 250, 1922 und Astrophys. Journ. 56, 400. Siehe Referat: Naturwissenschaften. 1923, 11, 506.

Zugleich geht aber hieraus auch hervor, daß die *dunkeln Nebel in der Milchstraße mit den leuchtenden wesensgleich sind*; der Unterschied ist ein rein äußerlicher durch die Nachbarschaft von Sternen bedingter. Dadurch gewinnt die Feststellung des Vorhandenseins dunkler Materie innerhalb des Sternsystems erhöhte Bedeutung; diese erfüllt anscheinend erhebliche Teile des interstellaren Raumes. Wie schon S. 55 hervorgehoben wurde, hat J. G. HAGEN den dunkeln Nebeln bei seinen Beobachtungen besondere Aufmerksamkeit geschenkt. Er hat die Dichte in verschiedenen Teilen dadurch zu bestimmen versucht, daß er den Grad der Dunkelheit des Himmelsgrundes in eine fünfteilige Skala einschätzte, und er stellt die Gesamtheit der dunkeln Nebelmassen als *Via Nubila* der *Via Lactea* gegenüber.

Mit den dunkeln Nebeln, sowie dem Leuchten der Nebel beschäftigt sich auch eine theoretische Untersuchung von H. N. RUSSELL<sup>1)</sup>, deren Gedankengänge den Ergebnissen E. HUBBLES entsprechen.

**3. Die planetarischen Nebel.** In einer Monographie über die *planetarischen Nebel*, die für eine größere Anzahl dieser Himmelskörper Zeichnungen nach photographischen Aufnahmen enthält, hat H. D. CURTIS<sup>2)</sup> eine große Reihe von Beobachtungsergebnissen zusammengestellt, die inzwischen nur wenig erweitert worden sind.

Die *Zahl* der planetarischen Nebel ist *gering*; sie liegt bis jetzt noch unter 150. Daß diese Körper selten vorkommen, geht wohl deutlich daraus hervor, daß durch die spektrographischen Arbeiten am Harvard Observatory die Zahl der klassifizierten Spektren von 9000 auf etwa 200 000 angewachsen ist, worunter sich nur *ein* neues Objekt mit dem Spektrum eines planetarischen Nebels befindet. Dieses Spektrum ist ein Emissionsspektrum derselben Art, wie es auch bei den diffusen Nebeln auftritt; daß beide zugleich zentral gelegene Sterne zeigen, wurde bereits hervorgehoben.

In der Verteilung sind die planetarischen Nebel nicht so streng an die Milchstraße gebunden wie die diffusen Nebel. Unter 78 von CURTIS untersuchten Nebeln finden sich gerade die helleren zum Teil außerhalb der Milchstraße, die schwächeren dagegen stärker in dieser konzentriert. Dies deutet wohl darauf hin, daß die helleren planetarischen Nebel die näheren sind, so daß also das System der planetarischen Nebel doch im ganzen längs der Milchstraßenebene angeordnet wäre.

Mit den *Leuchtvorgängen bei den planetarischen Nebeln* hat sich E. HUBBLE in seinen beiden S. 67 und 69 besprochenen Arbeiten ebenfalls eingehend beschäftigt. Die Spektren der Kerne der planetarischen Nebel sind vom Nebelspektrum selbst verschieden; sie sind teils Wolf-Rayet-Sterne, teils Übergänge von diesen zu den Oe 5-Sternen; und zwar besitzen die *kleinen* planetarischen Nebel *Wolf-Rayet-Sterne* als Kerne, die

<sup>1)</sup> H. N. RUSSELL: *Dark nebulae*. Proc. of the Nat. Acad. of Sciences 1922, 8, 115.

<sup>2)</sup> H. D. CURTIS: *The planetary nebulae*. Public. of the Lick Observat. Vol. 13, 1918.

großen die *Übergangsstadien*. Die Zuordnung ist ähnlich wie bei den diffusen Nebeln eine eindeutige. Es ist deshalb zu vermuten, daß auch das Leuchten der planetarischen Nebel durch den Zentralstern in Form irgendeiner *Anregung* bedingt ist. Ein Zusammenhang zwischen der scheinbaren Helligkeit des Kernes und dem Abstand des Randes des Nebels vom Kern an der Sphäre ist zwar nicht so deutlich ausgesprochen, wie bei den diffusen Nebeln; er ist aber doch vorhanden. Die Flächenhelligkeit ist bei derselben Entfernung vom Zentralstern jedoch bedeutend größer als bei den diffusen Nebeln mit entsprechendem Spektrum. Die Leuchtvorgänge müssen also hier andere sein als dort, was an sich nicht unwahrscheinlich ist, wenn man beachtet, daß die Zentralsterne der planetarischen Nebel besonders reich an ultravioletterem Licht sind, ihre Temperatur also eine besonders hohe ist.

Hervorzuheben ist vielleicht noch, daß A. VAN MAANEN vor allem wiederholt versucht hat, *Parallaxen* von planetarischen Nebeln *trigonometrisch* festzulegen<sup>1)</sup>. Der Mittelwert für 16 hellere Nebel ist +0.011 Bogensekunden. Doch stößt man, wenn man diesen Wert als einwandfrei ansehen will, auf besondere Schwierigkeiten. Die mittlere absolute Helligkeit der Zentralsterne ergibt sich aus diesen Parallaxen zu +7.5. Nun sind aber die Kerne der planetarischen Nebel Wolf-Rayet-Sterne oder doch diesen nahe verwandt. Deren absolute Helligkeit ist aber im Sternsystem im ganzen zu -1.2 hergeleitet worden. Die Sterne mit demselben Spektrum hätten also in den planetarischen Nebeln und außerhalb derselben ganz verschiedene absolute Helligkeit, in diesem Fall wäre das Prinzip hinfällig, daß man aus den spektralen Eigentümlichkeiten auf die absolute Helligkeit der Sterne schließen kann. A. VAN MAANEN hält es jedoch für wahrscheinlicher, daß die *Mt. Wilson-Parallaxen der planetarischen Nebel noch mit systematischen Fehlern behaftet* sind. Der Versuch, aus der scheinbaren Helligkeit der Zentralsterne und dem spektralen Charakter die Entfernung unserer Nebel herzuleiten, ist bis jetzt noch nicht durchgeführt worden.

#### IV. Sternhaufen und Spiralnebel.

1. Die Sternhaufen und die Dimensionen des Milchstraßensystems. Unsere Vorstellung vom Aufbau des Kosmos ist in den letzten Jahren durch Untersuchungen wesentlich erweitert worden, die sich in erster Linie die *Ermittlung der Beschaffenheit und der Entfernung der Sternhaufen* zum Ziel gesetzt haben. Die wichtigsten dieser Arbeiten rühren von H. SHAPLEY her. Sie sind schon so oft, auch zusammenfassend,

<sup>1)</sup> A. V. MAANEN: The distances of six planetary nebulae. Communications of the Mt. Wilson Observat. Nr. 56, 1918 (Proc. of the Nat. Acad. of Sc. Vol. 4) und: The photographic determination of stellar parallaxes VI. Contrib. of the Mt. Wilson Observat. 237, 1922.

dargestellt worden<sup>1)</sup>, daß dies wohl an dieser Stelle unterbleiben kann. Es ist bekannt, wie SHAPLEY das *Prinzip der physikalischen Homogenität des Weltalls über seine ursprünglichen Grenzen hinaus erweitert* hat. Nicht nur lassen die charakteristischen Eigenschaften der Spektren der Sterne auf deren absolute Leuchtkraft schließen; auch wenn wir z. B. in einem Teil des Weltalls nachweisen können, daß ein Zusammenhang zwischen der Lichtkurve eines Variablen und dessen Leuchtkraft besteht, so soll diese Beziehung im ganzen Weltall gelten; oder wenn wir in einem Teil feststellen, daß den Kugelsternhaufen dieselbe Ausdehnung, dieselbe Gesamthelligkeit, dieselbe Leuchtkraft für die hellsten Sterne u. dgl. zukommt, so sollen diese Eigenschaften überall im Universum erhalten bleiben. Die Richtigkeit dieser Schlußfolgerungen wird vor allem dadurch bestärkt, daß die hieraus folgenden Ergebnisse sich gegenseitig stützen. SHAPLEY hat auf diese Weise gefunden, daß die Kugelsternhaufen in einem Raum liegen, der sich weit über den von SEELIGER und KAPTEYN für das typische Sternsystem ermittelten erstreckt. Er ist von einem Rotationsellipsoid begrenzt, dessen Hauptachse etwa 100 000 parsec beträgt, und dessen Ausdehnung senkrecht dazu halb so groß ist. Die Sonne liegt nicht im Mittelpunkt des Systems, sondern etwa 20 000 parsec hiervon entfernt auf der Rotationsachse. Für die offenen Sternhaufen hat SHAPLEY ähnliche Untersuchungen durchgeführt, die zeigen, daß diese letzteren sich im Gegensatz zu den Kugelsternhaufen der Ebene der Milchstraße anschmiegen und in Annäherung symmetrisch zur Sonne verteilt sind<sup>2)</sup>.

Gleichzeitig mit SHAPLEY hat sich auch C. V. L. CHARLIER<sup>3)</sup> mit dem *System der Sternhaufen* beschäftigt. Er hat zunächst einmal, sowohl für offene wie auch für kugelförmige Sternhaufen, angenommen, daß die Entfernung dieser kosmischen Gebilde umgekehrt proportional deren scheinbarem Durchmesser sei. Man erhält dadurch ein Modell des Gesamtsystems der Sternhaufen, dessen Maßstab noch festzulegen ist. Das System der offenen Sternhaufen allein zeigt im Aufbau große Ähnlichkeit mit dem der B-Sterne; auch liegen die Mittelpunkte beider Systeme in derselben Richtung, im Sternbild Carina. CHARLIER nimmt deshalb an, daß diese Mittelpunkte sich räumlich decken, wodurch der Maßstab für die Entfernungen der offenen Sternhaufen eindeutig festgelegt ist. Für die Kugelsternhaufen liegen die Verhältnisse verwickelter. Das Modell der Kugelsternhaufen ist von dem der offenen verschieden; er stimmt

<sup>1)</sup> Vgl. z. B. die Darstellung in: »NEWCOMB-ENGELMANN'S Populäre Astronomie«, 6. Aufl. 1921, sowie bei P. GUTHNICK, Physik der Fixsterne. Kultur der Gegenwart III, III. 3. Siehe ferner: A. KOPFF: Die Untersuchungen H. SHAPLEY'S über Sternhaufen und Milchstraßensystem. Naturwissenschaften 1921, 9, 769, sowie die Referate Naturwissenschaften 1922, 10, 552 und 853.

<sup>2)</sup> H. SHAPLEY: The distances and distribution of seventy open clusters. Communications of the Mt. Wilson Observat. No. 62, 1919 (Proc. of Nat. Acad. of Sc. Vol. 5, 344).

<sup>3)</sup> C. V. L. CHARLIER: Stellar clusters and related celestial phenomena. Meddel. fra Lunds Astron. Observat. Ser. 2, Nr. 19, 1918.

bei CHARLIER mit der von SHAPLEY gefundenen Form eines gestreckten Rotationsellipsoids überein. Der Maßstab wird hier durch die Annahme gegeben, daß der Mittelpunkt des Systems der Kugelsternhaufen in der Milchstraßenebene liege, und daß die Streuung der Kugelsternhaufen senkrecht zu dieser Ebene dieselbe wie für die B-Sterne und die offenen Sternhaufen sei. CHARLIER erhält dadurch für das System der Kugelsternhaufen eine viel geringere Ausdehnung als SHAPLEY; die Entfernung von der Sonne bis zu den äußeren Kugelsternhaufen beträgt nur etwa 500 parsec. Er betont allerdings am Schluß seiner Arbeit die Unsicherheit der gefundenen Ergebnisse und spricht die Erwartung aus, daß wahrscheinlich durch die kurzperiodischen Variablen in den Kugelsternhaufen ein besserer Maßstab gewonnen werden könne.

Letzteres ist nun SHAPLEY gelungen, und darin liegt der wesentliche Fortschritt seiner Arbeiten, die sich in ganz anderem Umfang als bei CHARLIER auf eine Reihe von Beobachtungstatsachen stützen können. Die erste Beobachtungstatsache war die, daß in der kleinen Maghellanschen Wolke Veränderliche vom Typus  $\delta$  Cephei mit Perioden zwischen  $1\frac{1}{4}$  und 127 Tagen gefunden wurden, welche eine Abhängigkeit der Periodendauer von der Leuchtkraft erkennen lassen (diese Abhängigkeit ist durch die period-luminosity curve oder die Leavittkurve gegeben). Als zweites kommt hinzu, daß die absolute Leuchtkraft dieser Cepheiden (der Nullpunkt der Leavittkurve) aus den Beobachtungen zu ermitteln war; für die im allgemeinen galaktischen System vorhandenen Cepheiden derselben Art konnte nämlich die Entfernung mit Hilfe der Eigenbewegungen hergeleitet werden. Die dritte Beobachtungstatsache ist die Feststellung von solchen Cepheiden in verschiedenen Kugelsternhaufen. Nimmt man nun an, daß für alle diese Cepheiden dieselbe Beziehung zwischen Periodendauer und absoluter Leuchtkraft gilt, so ist damit die Entfernung wenigstens für einige Kugelsternhaufen gefunden; der Maßstab des Systems derselben ist festgelegt.

Von da aus ist SHAPLEY weitergegangen. In fünf Kugelsternhaufen treten neben Veränderlichen des bereits erwähnten Cepheidentypus andere auf, *cluster type variables*, deren Lichtkurve völlig den Cepheiden entspricht, deren Periode aber kürzer ( $P$  liegt unter einem Tag) als bei jenen ist. Die absolute Helligkeit dieser Cluster-Variablen läßt sich mittels der durch die langperiodischen Cepheiden ermittelten Entfernung herleiten und ergab einen konstanten Wert, der unabhängig von der Periodenlänge ist. Die Cluster-Variablen fügen sich der Leavittkurve gut ein, sie bilden also mit den langperiodischen Cepheiden eine Klasse. Für Sternhaufen, bei denen nur Cluster-Variable vorhanden sind, ist damit auch die Möglichkeit der Entfernungsbestimmung gegeben. Schließlich zeigten alle diese Kugelsternhaufen, deren Entfernung durch die Cepheiden verschiedener Periodenlänge festgelegt war, wenigstens in erheblicher Annäherung konstanten Durchmesser, konstante Gesamthelligkeit des ganzen Sternhaufens und konstante mittlere absolute Helligkeit der hellsten Sterne.

Die absolute Helligkeit der hellsten Sterne in den Sternhaufen stimmt mit der Helligkeit der Riesensterne in der Umgebung der Sonne überein, wodurch die Wahrscheinlichkeit der Richtigkeit der ganzen Überlegungen wesentlich erhöht wird. Eine oder mehrere der zuletzt erwähnten Eigenschaften können also bei fehlenden Variablen zur Entfernungsbestimmung der Kugelsternhaufen herangezogen werden. Das Hypothetische ist bei diesem Verfahren weit stärker als bei früheren Untersuchungen über die Entfernung der Sternhaufen zurückgedrängt.

Allerdings sind es nur einige wenige veränderliche Sterne, die die Brücke vom galaktischen System zu den Sternhaufen gebildet haben. Zweifel in die Allgemeingültigkeit der Schlüsse SHAPLEYS waren berechtigt. KAPTEYN und VAN RHIJN vor allem hatten gegen die von SHAPLEY bestimmten Entfernungen einen wichtigen Einwand erhoben<sup>1)</sup>. Einige schwache Cluster-Variable kommen auch im galaktischen System *außerhalb* der Sternhaufen vor, und deren *Eigenbewegung* ist *so groß*, daß daraus, wenn man die Eigenbewegung vorwiegend als parallaktische Bewegung deutet, *auf große Nähe* und geringe Leuchtkraft dieser Sterne geschlossen werden konnte. Die Entfernung der Sternhaufen würde damit auf etwa den achten Teil der SHAPLEYSchen Beträge herabgedrückt und käme in Übereinstimmung mit den Werten von SCHOUTEN, der die Annahme gemacht hatte, daß die Häufigkeit der absoluten Leuchtkraft der Sterne in den Kugelsternhaufen und in der Umgebung der Sonne dieselbe sei.

Doch abgesehen davon, daß diese letztere Annahme nicht begründet genug ist (vgl. S. 60) konnte SHAPLEY<sup>2)</sup> in einer neueren Arbeit zeigen, daß dem Einwande KAPTEYNS wohl keine Berechtigung zukommt. Es ist äußerst wahrscheinlich, daß die Cluster-Variablen des allgemeinen Systems neben hoher Leuchtkraft eine besonders große Pekuliarbewegung besitzen. Auch sonst konnte SHAPLEY in dieser selben Arbeit die früheren Untersuchungen ganz wesentlich stützen. Vor allem ist es gelungen, in der *kleinen Maghellanschen Wolke kurzperiodische Cluster-Variable* aufzufinden, die sich der Leavittkurve in derselben Weise wie diejenigen in den Kugelsternhaufen einfügen. Ferner konnten die zuerst nur aus den Eigenbewegungen hergeleiteten *absoluten Helligkeiten der langperiodischen Cepheiden* — auf die der Maßstab des Systems der Kugelsternhaufen allein begründet ist — durch eine Reihe von direkten Parallaxenwerten, trigonometrischen und spektroskopischen, bestätigt werden.

Außer diesen Ergebnissen, welche die Schlußfolgerungen SHAPLEYS in jeder Weise zu bekräftigen vermochten, ist nicht viel neues hinzugekommen. Die *Anzahl der kugelförmigen Sternhaufen* ist anscheinend

<sup>1)</sup> J. C. KAPTEYN und P. J. VAN RHIJN: The proper motions of  $\delta$  Cephei-stars and the distances of the globular clusters. Bull. of the Astron. Inst. of the Netherlands No. 8, 1922.

<sup>2)</sup> H. SHAPLEY: Notes bearing on the distances of clusters. Harvard Coll. Observat. Circular 237, 1922.

eine beschränkte; durch einige neue Funde<sup>1)</sup> ist sie jetzt auf 95 erhöht worden. Besonders erwähnenswert ist hierunter der mit N.G.C. 2419 bezeichnete Sternhaufen. Er liegt *entgegengesetzt* der Hauptmasse der übrigen Kugelsternhaufen in einer Entfernung von 50 000 parsec von der Sonne. Damit sind die Grenzen des Systems der Kugelsternhaufen erheblich erweitert. N.G.C. 2419 liegt vom Schwerpunkt des Systems 200 000 Lichtjahre entfernt; der Abstand der beiden am weitesten auseinanderliegenden Sternhaufen beträgt 350 000 Lichtjahre.

Fünf der neugefundenen Sternhaufen liegen in der *großen Maghellschen Wolke* und gehören anscheinend physisch zu ihr. Damit ist eine Möglichkeit gegeben, die *Entfernung* und die *Dimensionen* dieser Wolke zu bestimmen<sup>2)</sup>. Als Mittel aus den fünf Sternhaufen ergibt sich eine Entfernung von 35 000 parsec; der größte lineare Durchmesser beträgt 4500 parsec.

Noch hervorzuheben ist ein neuer Versuch, die *Entfernung offener Sternhaufen* aus den Helligkeiten herzuleiten. S. RAAB<sup>3)</sup> hat ihn in einer umfassenden Monographie der offenen Sternhaufen unternommen, für welche er Lage, Durchmesser, Sterndichte und Sternhelligkeiten an Hand der Franklin-Adams Charts gibt. Er bestimmt zugleich für eine große Anzahl dieser Sternhaufen — allerdings unter Hinzuziehung von recht unsicheren Hypothesen — die mittlere scheinbare Helligkeit der Sterne vom A-Typus. Da deren absolute Helligkeit bekannt ist, so ergibt sich hieraus die Entfernung dieser Sternhaufen. S. RAAB hat seine Werte mit denen von anderen Autoren verglichen; sie sind größer als die Entfernungen SCHOUTENS, aber zwei- bis viermal kleiner als diejenigen SHAPLEYS. Da alle Methoden zur Bestimmung der Entfernung der offenen Sternhaufen sich weit mehr, als dies bei den Kugelsternhaufen der Fall ist, auf Hypothesen stützen müssen, so ist es schwer, die Sicherheit der einzelnen Werte zu beurteilen. Am wahrscheinlichsten sind wohl die von SHAPLEY bestimmten Werte, soweit sie auf den aus dem Spektrum oder der Sternfarbe hergeleiteten absoluten Helligkeiten der Sterne der offenen Haufen beruhen.

Schließlich ist es für die Dimensionen des Sternsystems von Bedeutung, daß auch für einige *isoliert stehende Sterne*, die dem *Cepheidentypus* angehören, *sehr große Entfernungen* gefunden wurden. Bei einer *Untersuchung der Veränderlichen im Kugelsternhaufen Messier 3*<sup>4)</sup> fand J. LARINK

<sup>1)</sup> H. SHAPLEY: New globular clusters. Harvard Coll. Observat. Bull. 775 u. 776, 1922.

<sup>2)</sup> H. SHAPLEY: Approximate distance and dimensions of Large Magellanic Cloud. Harvard Coll. Observat. Bull. 775, 1922. Referat Naturwissenschaften 1922, 10, 1063.

<sup>3)</sup> S. RAAB: A research on open clusters. Meddel. fra Lunds Astron. Observat. Ser. 2, No. 28, 1922. Siehe Referat Naturwissenschaften 1923, 11, 163.

<sup>4)</sup> J. LARINK: Die veränderlichen Sterne im Kugelsternhaufen Messier 3. Astron. Abhandl. der Hamburger Sternwarte Bd. 2, Nr. 6, 1922. Unter den Ergebnissen ist noch die Tatsache besonders hervorzuheben, daß von den kurzperiodischen Variablen einige eine sprungweise veränderliche Periode zeigen, während die mittlere Helligkeit sich nicht ändert. Die Periode ist allerdings an sich so kurz, daß eine solche Änderung auch nicht zu erwarten ist. J. LARINK: Neuer Veränderlicher 4. 1921 Canum ven. vom XX Cygni-Typus im Sternhaufen Messier 3. Astron. Nachr. 214, 71, 1921.

einen kurzperiodischen Veränderlichen in 25 Bogenminuten Abstand von der Mitte des Haufens, den er zuerst als Glied von Messier 3 ansah. Nach der Darlegung von SHAPLEY<sup>1)</sup> ist jedoch anzunehmen, daß der Stern sich ohne Zusammenhang mit Messier 3 in einer Entfernung von 10 000 parsec befindet. In ähnlicher Weise konnte W. BAADE<sup>2)</sup> zeigen, daß in der Umgebung des Kugelsternhaufens Messier 53 fünf kurzperiodische Cepheiden stehen, die wieder als isolierte Sterne aufgefaßt werden müssen. Ihre Entfernungen schwanken zwischen 5000 und 20 000 parsec. Da diese Sterne alle in der Nähe des Poles der Milchstraße stehen, so würde hieraus hervorgehen, daß das allgemeine Sternsystem sich auch in dieser Richtung ganz bedeutend weiter erstreckt, als nach dem typischen Sternsystem anzunehmen wäre. Vielleicht aber sind diese isolierten Cepheiden, die bis jetzt nur in der Nähe von Kugelsternhaufen gefunden wurden, doch als ursprüngliche Glieder derselben anzusehen, die keine Verbindung mit dem eigentlichen Milchstraßensystem im engeren Sinn besitzen.

Die vorstehenden Untersuchungen bedeuten aber auf alle Fälle ein *wesentliches Hinausschieben der Grenzen des unseren Beobachtungen zugänglichen Universums*; mit den Kugelsternhaufen vor allem ist ein neues Gerüst für das Sternsystem gewonnen, in welches die Gesamtheit der Sterne und Nebel einzuordnen ist.

Das *typische Sternsystem* müßte dabei *eine ganz erhebliche Dehnung* erfahren. Die Milchstraßenwolken liegen bereits jenseits der für das typische System gefundenen Grenzen. Nach der Auffassung SHAPLEYS reicht sogar der mit Sternen und Nebelmassen erfüllte Milchstraßengürtel durch das ganze System der Kugelsternhaufen hindurch. Tatsächlich ist ja die Milchstraße in der Richtung der weitesten Ausdehnung der Kugelsternhaufen am hellsten, in der entgegengesetzten Richtung am schwächsten; und E. E. BARNARD<sup>3)</sup> hat darauf hingewiesen, daß einige Kugelsternhaufen in Sagittarius und Aquila sich auf die Milchstraßenwolken projizieren, diese also weiter stehen müßten als jene Sternhaufen.

Aber diese Ergebnisse stehen doch in einem gewissen *Widerspruch mit den Untersuchungen über das typische Sternsystem* selbst. Zweifellos ist es das Schicksal des typischen Systems, in dem Augenblick hinfällig zu werden, in dem der Schritt zum wirklichen System getan ist. Das typische System muß sich so deformieren, daß es in das wirkliche übergeht. Aber die geforderte Dehnung überschreitet doch bei weitem die zulässigen Grenzen. Man nimmt, um diesem Widerspruch zu begegnen, zum Teil an, daß die Untersuchungen über das typische System nur etwa die Sterne im Bereich des lokalen Systems erfaßt haben. Dies trifft nicht zu. Auch

<sup>1)</sup> H. SHAPLEY: Dimensions of Messier 3. Harvard Coll. Observat. Bull. 761, 1921.

<sup>2)</sup> W. BAADE: 7 Veränderliche in der Umgebung des Kugelhaufens M 53. Mitteilungen der Hamburger Sternwarte Bd. 5, Nr. 16, 1922.

<sup>3)</sup> E. E. BARNARD: On the comparative distances of certain globular clusters and the star clouds of the Milky Way. Astron. Journ. 33, 86, 1920.

die Sterne der Milchstraßenwolken liegen teilweise schon im Bereich der Abzählungen, die dem typischen System zugrunde liegen. Trotzdem läßt das typische System von den Milchstraßenwolken nichts erkennen; nicht einmal bei einer Trennung in einzelne Abschnitte nach galaktischen Längen (aber unter Beibehaltung der ursprünglichen Methoden; vgl. S. 53). Es sind also tatsächlich hier Widersprüche vorhanden, deren Lösung noch nicht zu erkennen ist. Vielleicht haben sich bei der Mittelbildung der Abzählungen Sternleeren und Sternanhäufungen gerade aufgehoben, und dadurch ist das Bild einer nach außen langsam abnehmenden Sterndichte zustande gekommen. Wie weit die bei der Erforschung des typischen Systems verwendeten Methoden nur eine Näherung bedeuten, wurde im ersten Abschnitt eingehend erläutert.

Vielleicht auch sind die von SHAPLEY gefundenen Entfernungen doch erheblich zu groß? C. EASTON hat ja (vgl. S. 66) wiederholt darauf hingewiesen, daß die Verdichtungen der Milchstraße sich bereits in den helleren, uns näher stehenden Sternen bemerkbar machen (vgl. auch S. 62). Aber wir könnten zu einem kleineren Maßstab im Sternsystem nur dann kommen, wenn die Zusammenhänge zwischen absoluter Leuchtkraft und den spektralen Eigentümlichkeiten bzw. dem Verhalten der Variablen, so wie wir sie in der Umgebung der Sonne festgestellt haben, nicht in gleicher Weise im ganzen Weltall gelten. Dies ist nicht gerade wahrscheinlich; die Beobachtungstatsachen sprechen gegenwärtig durchaus zugunsten einer weitgehenden physikalischen Homogenität des Universums.

**2. Die Spiralnebel.** Die Ergebnisse der Untersuchungen über die Sternhaufen haben die Frage nach der *kosmischen Stellung der Spiralnebel* aufs neue in den Vordergrund gedrängt. Es liegt nahe, *die bei den Kugelhaufen angewendeten Methoden auf die Spiralnebel zu übertragen*. Man kann zu einem Modell des Systems der Spiralnebel kommen, wenn man annimmt, daß die Nebel alle dieselbe wahre Größe oder dieselbe Gesamt-leuchtkraft haben (K. LUNDMARK<sup>1)</sup>; J. H. REYNOLDS<sup>2)</sup>; J. HOPMANN<sup>3)</sup>). Doch sind diese *Annahmen rein hypothetisch*, während sich diese Gesetzmäßigkeiten für die Kugelsternhaufen aus den Beobachtungen ergeben hatten (vgl. S. 73).

Über die *Streuung in der absoluten Größe oder Helligkeit* bei den Spiralnebeln wissen wir zurzeit nichts. Die Tatsache geringer Streuung der Flächenhelligkeit, auf die z. B. J. HOPMANN hinweist, läßt noch keine Schlüsse auf die Gesamthelligkeit zu. Vor allem wissen wir nicht, ob die Spiralen geringer scheinbarer Helligkeit ohne weiteres den großen Spiral-

<sup>1)</sup> K. LUNDMARK: The relations of the globular clusters and spiral nebulae to the stellar system. K. Svenska Vetenskapsak. Handlingar Bd. 60, 1920.

<sup>2)</sup> J. H. REYNOLDS: The galactic distribution of the Spiral Nebulae with special reference to galactic longitude. Monthly Notices. 83, 147, 1923.

<sup>3)</sup> J. HOPMANN: Über die kosmische Stellung der Kugelhaufen und Spiralnebel. Astron. Nachr. 218, 122, 1922.

nebeln gleichgesetzt werden dürfen. Die Aufnahmen kleiner Individuen auf Mt. Wilson<sup>1)</sup> zeigen zum Teil auffallend viele Einzelheiten, was eher dafür sprechen würde, daß man es auch bei den kleineren Nebeln mit teilweise relativ nahen Himmelskörpern zu tun hat. Eine andere Tatsache spricht zum mindesten nicht für eine Gleichartigkeit verschieden großer Spiralnebel. Wie nachfolgend noch genauer auszuführen ist (vgl. S. 78), hat A. VAN MAANEN für eine Reihe von Nebelknoten in größeren Spiralen Bewegungen senkrecht zum Visionsradius hergeleitet. Bei einer Gleichartigkeit im Aufbau aller Spiralen wäre zu erwarten, daß die kleineren Spiralnebel auch die kleineren Bewegungen der Nebelknoten an der Sphäre zeigen. Dies ist aber nicht der Fall, wie man an den folgenden drei von oben gesehenen Nebeln erkennt.

Nebel	Durchmesser	Mittl. jährl. Bewegg.
M 101	18'	+0.''022
M 51	8'	+0.''021
M 94	4'	+0.''020

Die hier angegebene jährliche Bewegung erfolgt in der Richtung der Spiralarms; sie zeigt bei allen Objekten denselben Betrag. Dies spricht also gegen eine Gleichartigkeit aller Spiralen, wie sie ja auch an sich ganz unwahrscheinlich ist. Denn man kann nicht annehmen, daß alle Spiralnebel, die sich nach den Ausströmungsvorgängen zu schließen, noch in einem Zustand starker Entwicklung befinden, gerade dasselbe Stadium erreicht haben.

Wie weit schließlich die *schwächsten außergalaktischen Nebel* (vgl. S. 68) mit den großen Spiralen in Ausdehnung oder Gesamthelligkeit vergleichbar sind, ist gänzlich unbekannt. Es wäre verfrüht, wie das wiederholt geschehen ist, aus der Existenz dieser kleinen Nebel auf eine sehr große Ausdehnung des Systems der Spiralnebel zu schließen.

Trotz allem vermag die Voraussetzung gleicher Größe bzw. gleicher Leuchtkraft, wenigstens für die *helleren Spiralen*, eine *erste Vorstellung vom Aufbau des Systems der Spiralnebel zu geben*, ebenso wie die Annahme gleicher absoluter Helligkeit aller Sterne durch W. HERSCHEL eine erste Vorstellung vom Aufbau des Sternsystems darbot. Beide Annahmen müssen zu etwa demselben Modell führen, da bei den helleren Objekten scheinbarer Durchmesser und scheinbare Helligkeit sich in nahe paralleler Weise ändern. Eine Darstellung eines solchen Modelles ist allerdings bis jetzt noch von keiner Seite gegeben worden. J. H. REYNOLDS<sup>2)</sup> weist jedoch auf einige wichtige Beziehungen zwischen der Verteilung der Spiralnebel und der Kugelsternhaufen an der Sphäre hin. Die Spiralnebel, wenigstens die *helleren, konzentrieren sich keineswegs*, wie man früher an-

<sup>1)</sup> F. G. PEASE: Photographs of nebulae with the 60inch Reflector. Contrib. of the Mt. Wilson Observat. 186, 1920 (Astrophys. Journ. 51, 276).

<sup>2)</sup> Siehe Fußnote <sup>2)</sup> S. 77 und Referat: Naturwissenschaften. 1923, 11, 435.

nahm, um die beiden Pole der Milchstraßenebene, wenn sie auch die Milchstraße selbst meiden. Vielmehr ist eine ausgesprochene *Gesetzmäßigkeit nach galaktischer Länge* vorhanden. Die Längen  $320^\circ$  bis  $50^\circ$  (über  $360^\circ$ ), in denen die meisten Kugelsternhaufen stehen, sind fast frei von größeren Spiralnebeln. Erst Spiralen mit Durchmessern zwischen 5 und 2 Bogenminuten treten in der Nähe der Kugelsternhaufen auf. *Das System der Spiralnebel* ist also mit dem der Kugelsternhaufen nicht völlig gemischt, sondern erstreckt sich gerade nach Richtungen, in denen diese letzteren fehlen. Einen tieferen Einblick in die Beziehungen zwischen beiden Systemen erhält man allerdings erst, wenn es gelingt, die wirkliche räumliche Entfernung der Spiralnebel, den Maßstab des Systems, festzulegen.

Gegenwärtig ist die Kenntnis dieses Maßstabes noch nicht als gesichert anzusehen. Längere Zeit hielt man, besonders nach den Darlegungen C. EASTONS, die *Spiralnebel für ferne Milchstraßensysteme*, und die Beobachtungen schienen noch bis vor ganz kurzer Zeit dieser Auffassung recht zu geben. Gelegentlich werden in den helleren Spiralnebeln *neue Sterne* wahrgenommen. Es lag nahe, die absolute Helligkeit dieser Sterne ebenso hoch anzusetzen wie diejenige der neuen Sterne unseres engeren Sternsystems. Man kommt dadurch zu *sehr erheblichen Entfernungen*. So haben neuerdings C. LUPLAU-JANSSEN und G. H. A. HAARH<sup>1)</sup> für den Andromedanebel auf Grund von 20 darin beobachteten neuen Sternen eine Entfernung von 100 000 parsec hergeleitet. K. LUNDMARK<sup>2)</sup> hatte früher schon für den Andromedanebel eine ähnliche Entfernung erhalten, und mit Hilfe dieses Maßstabes die Abstände einer größeren Anzahl von Spiralnebeln festgelegt. Diese würden sich fast alle weit außerhalb der Grenzen des Systems der Kugelsternhaufen befinden. Sie wären selbständige Systeme, die man unserem Milchstraßensystem koordinieren könnte.

Doch sind in den letzten Jahren Beobachtungen bekannt geworden, welche *derartig große Entfernungen nicht zulassen*. Wie bereits angegeben, hat A. VAN MAANEN für einige Spiralnebel *innere Bewegungen* nachweisen können, die auf ein *Ausströmen der Nebelmaterie* längs der Spiralarme schließen lassen<sup>3)</sup>. Wäre die Entfernung der Nebel so groß, wie man aus der Helligkeit der neuen Sterne geschlossen hat, so wäre die Geschwindigkeit der Nebelmaterie zum Teil größer als die Lichtgeschwindigkeit und auf alle Fälle bedeutend größer als die spektroskopisch gemessenen, also absolut bekannten inneren Geschwindigkeiten in der Richtung des Visions-

<sup>1)</sup> C. LUPLAU-JANSSEN und G. H. HAARH: Die Parallaxe des Andromedanebels. *Astron. Nachr.* 215, 285, 1922.

<sup>2)</sup> Siehe Fußnote <sup>1)</sup> S. 77.

<sup>3)</sup> A. VAN MAANEN: Investigation on proper motion bzw. Internal motion in the Spiral Nebula Messier 101 usw. *Contrib. of the Mt. Wilson Observat.* 118, 213—14, 242—43, 255, 1916—1923 (*Astrophys. Journ.* Vol. 44, 54, 56, 57). *Communications of the Mt. Wilson Observat.* No. 72, 1921 (*Proc. of the Nat. Acad. of Sc.* Vol. 7). Siehe Referat *Naturwissenschaften* 1922, 10, 820 und 1923, 11, 210 und 507.

radius. *Die großen Entfernungen sind also unmöglich.* Man kann zu einem den wahren Verhältnissen sicher näher kommenden Wert dadurch gelangen, daß man *die scheinbare innere Bewegung an der Sphäre der radial beobachteten gleichsetzt.* Man kommt dadurch für die helleren Spiralen zu Entfernungen von einigen tausend parsec. Einige andere Methoden führen auf ganz ähnliche Entfernungen. Damit sind aber die Spiralnebel Glieder unseres Sternsystems geworden. Die maximale Helligkeit der neuen Sterne in den Spiralnebeln muß dann erheblich unter derjenigen im galaktischen System liegen. Das Prinzip der physikalischen Homogenität des Weltalls (vgl. S. 72) besteht also hier nicht.

Auf einem *anderen Weg* hat E. HUBBLE<sup>1)</sup> die Entfernung des Spiralnebels M 33 zu bestimmen versucht. *Das Spektrum dieses Nebels ist ein Emissionsspektrum* von derselben Art, wie wir es zum Teil bei den diffusen Milchstraßennebeln beobachten. HUBBLE nimmt nun an, daß das Leuchten dieses Spiralnebels auf dieselbe Ursache wie das der Milchstraßennebel zurückzuführen ist (vgl. S. 69); die absolute Größe der Zentralsterne ist dann bekannt, und aus dem Vergleich mit der scheinbaren Helligkeit einiger direkt wahrnehmbarer Sterne innerhalb M 33 erhält man für diesen Nebel eine Entfernung von 33 000 parsec. Dieser Betrag ist etwa das Zehnfache der aus der inneren Bewegung der Spiralnebel hergeleiteten Werte, liegt aber immer noch ganz erheblich unter den mittels der neuen Sterne erhaltenen Entfernungen. Es wäre freilich denkbar, daß das Licht der Zentralsterne durch den Nebel selbst eine Absorption erfährt. Die Entfernung von M 33 wäre dann geringer anzusetzen, als angegeben ist.

Die der Entfernungsbestimmung HUBBLES zugrunde gelegte Voraussetzung über das Leuchten der Spiralnebel konnte durch verschiedene am Mt. Wilson-Observatorium erlangte Beobachtungen<sup>2)</sup> eine weitere Stütze erfahren. Die Helligkeit einer Reihe von Kugelnebeln stimmt mit der Annahme überein, daß die Flächenhelligkeit in irgendeiner Entfernung vom Kern eben die auf die entsprechende Kugeloberfläche ausgebreitete Kernhelligkeit ist.

Zu ähnlichen Entfernungen für die Spiralnebel wie E. HUBBLE kommt auch J. HOPMANN<sup>3)</sup>. Er nimmt für alle Spiralnebel eine konstante absolute Gesamthelligkeit an und leitet deren Betrag als *Mittel* aus einer Reihe von *Einzelwerten* her, die durch *verschiedene Methoden* gewonnen sind. Die so erhaltene Zahl stimmt nahe mit der mittleren Gesamthelligkeit der Kugelsternhaufen überein. Die benutzten *Einzelwerte weichen jedoch so stark untereinander ab* — sie führen teilweise auf Entfernungen für denselben Nebel, die im Verhältnis von etwa 1 : 100 stehen — daß eine solche Mittelbildung nicht geeignet zu sein scheint, uns in dem

<sup>1)</sup> Siehe Fußnote <sup>1)</sup> S. 69.

<sup>2)</sup> Annual report. of the Director of the Mt. Wilson-Observat. (Year book of the Carnegie Inst., No. 21) 1922, S. 223.

<sup>3)</sup> Siehe Fußnote <sup>3)</sup> S. 77.

Problem der Erforschung der kosmischen Stellung der Spiralnebel weiterzuführen. Die Aufgabe liegt viel mehr darin, die Ursachen der großen Abweichungen der einzelnen Methoden voneinander zu ergründen, und ungeeignete Wege auszuschalten.

Soviel steht wohl heute fest, daß die *Spiralnebel keine entfernten Milchstraßensysteme sind*, sondern unserem eigenen Sternsystem angehören. *Das System der Spiralnebel ist dem der Kugelsternhaufen koordiniert.* Zwischen beiden Arten von Himmelsobjekten scheint *kein Wesensunterschied*, sondern *nur ein Gradunterschied* zu bestehen. Verschiedenes spricht dafür. In den Kugelnebeln, die wohl demselben System wie die Spiralnebel angehören, sind Anzeichen von Sternhaufenbildung wahrgenommen worden (vgl. S. 68); andererseits haben E. FREUNDLICH und V. HEISKANEN<sup>1)</sup> gezeigt, daß in der Anordnung der Riesensterne beim Kugelsternhaufen M 13 Reste einer Spiralstruktur angedeutet sind. Auch die von J. HOPMANN nachgewiesene Gleichheit der mittleren Flächenhelligkeit der Kugelsternhaufen und Spiralen ist ein Anzeichen der Wesensgleichheit, wenn daraus auch keineswegs auf gleiche Gesamthelligkeit geschlossen werden muß. Schließlich hat C. WIRTZ<sup>2)</sup> nachgewiesen, daß wahrscheinlich die Bewegung der Sonne in bezug auf das System der Kugelsternhaufen und das der Spiralnebel dieselbe ist.

Die Frage, *wie beide Systeme sich einander zuordnen*, ist freilich in diesem Augenblick noch nicht gelöst. Die wahrscheinlichsten Entfernungen der Spiralnebel sind gegenwärtig die aus den inneren Bewegungen hergeleiteten; das würde aber heißen, daß beide Systeme sich teilweise durchdringen, wobei die Größe der Entfernung der kleinen außergalaktischen Nebel allerdings noch offen bleiben muß. Zweifellos bildet aber die Gesamtheit der unseren Beobachtungen zugänglichen Himmelskörper ein einziges großes System von anscheinend endlicher Ausdehnung.

<sup>1)</sup> E. FREUNDLICH und V. HEISKANEN: Über die Verteilung der Sterne verschiedener Massen in den kugelförmigen Sternhaufen. Zeitschr. f. Physik. 14, 226, 1923.

<sup>2)</sup> C. WIRTZ: Einiges zur Statistik der Radialbewegungen von Spiralnebeln und Kugelsternhaufen. Astron. Nachr. 215, 349, 1922. — Eine inzwischen erschienene umfassende Untersuchung von C. WIRTZ: Flächenhelligkeiten von 566 Nebelflecken und Sternhaufen (Meddel. fr. Lunds Astron. Observat. Ser. II, Nr. 29, 1923) konnte nicht mehr benutzt werden.

## IV. Die Polhöenschwankungen.

Von B. Wanach, Potsdam.

Seit Veröffentlichung meines gleichbenannten Berichts im Jahrgang VII (1919) der »Naturwissenschaften« (21) sind die internationalen Breitenbeobachtungen nur noch auf den drei Stationen Mizusawa, Carloforte und Ukiah weitergeführt worden; leider müssen die Beobachtungen von Tschardjui seit dem Jahre 1915 wohl endgültig als verloren betrachtet werden, und an eine etwaige Wiedereröffnung dieser Station ist auf absehbare Zeit nicht zu hoffen. Aussichtsreicher ist die Hoffnung, daß die Beobachtungen in Gaithersburg bald wieder aufgenommen werden, da dies auch von amerikanischer Seite für dringend wünschenswert erklärt worden ist (10, 15).

Eine abschließende Bearbeitung des Beobachtungsmaterials seit 1912 hat infolge der traurigen »internationalen« wissenschaftlichen Beziehungen noch nicht erfolgen können und ist im günstigsten Falle erst nach Verlauf einiger Jahre zu erwarten. Die Leitung des internationalen Breitedienstes ist auf der »internationalen« wissenschaftlichen Zusammenkunft in Rom im Mai 1922 endgültig dem Leiter der Station Mizusawa, KIMURA übertragen worden und befindet sich damit in guten Händen.

Bis zum Beginn des Jahres 1920 konnte ich (24) vorläufige Werte der Polkoordinaten unter Verwendung der Beobachtungen am »Cookson Floating Zenith Telescope« in Greenwich, als Ersatz für Carloforte, ableiten; die Beobachtungen dieser Station seit Mai 1918 wurden erst im März 1920 wieder nach Potsdam geschickt. Das Greenwicher Instrument ist ein photographisches, in einem ringförmigen Quecksilbertrog schwimmendes Zenitteleskop, dessen Leistungsfähigkeit sich als gleichwertig den internationalen Zenitteleskopen erwiesen hat. In Abb. 1 ist die Polbahn von 1912,0 bis 1920,0 wiedergegeben; sie hat als Fortsetzung zu Abb. 4 (Naturw. VII, S. 473) an Stelle von Abb. 8 (daselbst S. 477) zu gelten.

Mit dem Namen »Chandlersche Periode« sind im Laufe der Zeit drei begrifflich sehr verschiedene Dinge bezeichnet worden. Anfangs nannte man so die von CHANDLER entdeckte 427-tägige Periode, die den Gesamtverlauf der Polhöenschwankung in erster Näherung darstellte. Als CHANDLER bald darauf gefunden hatte, daß neben der 14-monatigen auch noch eine Jahresperiode in der Polbewegung enthalten ist, wurde der

Name »Chandlersche Periode« für die von der Jahresschwankung befreite Polschwankungsperiode beibehalten. Der Name ist dann weiter beibehalten worden, auch nachdem NEWCOMB gezeigt hatte, daß es sich um die durch elastische Nachgiebigkeit der Erde verlängerte Eulersche Periode handelt; diese muß aber ihrem Wesen nach konstant sein, da eine Veränderung nur durch Änderung des Starrheitsmaßes der Erde entstehen, also erst in geologisch langen Zeiträumen merklich werden könnte.

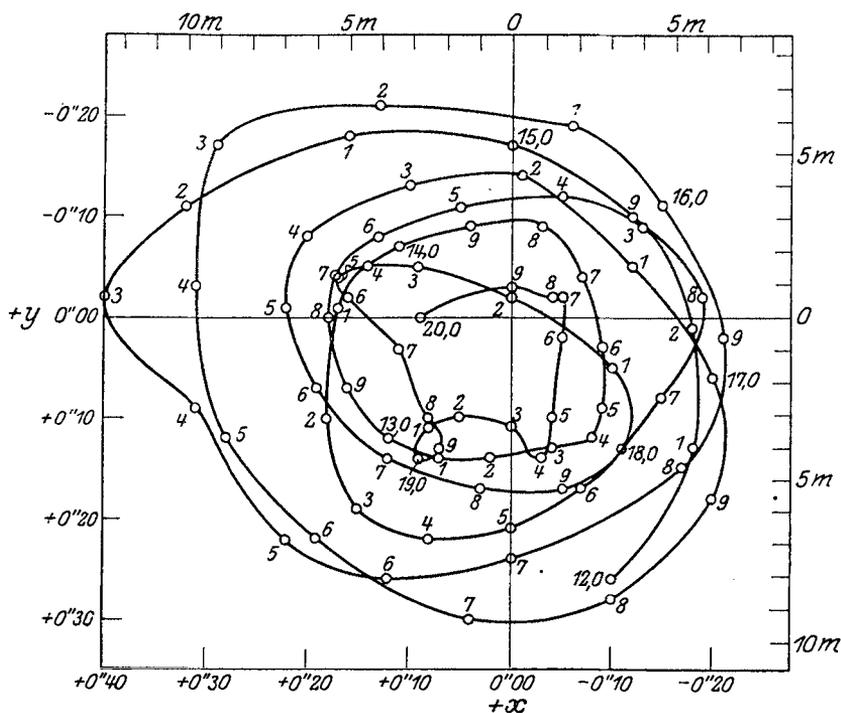


Abb. 1. Bahn des Nordpols von 1912 bis 1920.

Diese mechanisch klar und einfach definierte konstante Periode nenne ich (22) ihrem Entdecker zu Ehren »Newcombsche Periode« zur Unterscheidung von der nur empirisch bestimmbaren, erfahrungsmäßig veränderlichen und mechanisch gar nicht eindeutig definierbaren Chandlerschen Periode im zweiten Sinne. Um nämlich ihre Dauer aus den Beobachtungen abzuleiten, muß man über die Jahresperiode Annahmen machen, die der Willkür des Bearbeiters unterliegen. Heute wissen wir, daß die Jahresperiode durch meteorologische Vorgänge verursacht, also sicher von Jahr zu Jahr veränderlich ist, kennen aber die meteorologischen Daten nicht genau genug, um ihren Einfluß rechnerisch ausreichend darstellen zu können. So bleibt zunächst nichts weiter übrig, als den Rechnungen eine konstante Jahresperiode zugrunde zu legen, und

daher muß man für die Chandlersche Periode veränderliche Werte erhalten. Es handelt sich hier um ein ähnliches Verfahren, als wollte man die Länge des astronomisch definierten Jahres aus meteorologischen Beobachtungen, etwa aus dem jährlichen Temperaturverlauf, ableiten; man würde im einzelnen sehr verschiedene Werte für die Dauer des Jahres erhalten, und erst der Mittelwert aus einer langen Reihe würde eine erträgliche Genauigkeit haben. Im Falle der Polbewegung liegt die Sache aber noch schlimmer; während die Bahnbewegung der Erde um die Sonne nur ganz geringen Störungen durch Mond und Planeten unterliegt, sind Amplitude und Phasenwinkel der »freien Schwingung« der Erdachse (oder der Newcombschen Bewegung) unregelmäßig veränderlich und würden sich rechnerisch nur dann befriedigend berücksichtigen lassen, wenn wir alle das Trägheitsellipsoid der Erde verändernde Massenverlagerungen fortlaufend genau genug kontrollieren könnten. Eine eingehende Diskussion von mathematisch einfachen Spezialfällen für die Bewegung der Hauptträgheitsachse lehrt (22), daß unter gewissen Bedingungen die freie Schwingung Null werden, unter anderen die Scheidung der freien von der erzwungenen Schwingung ihren Sinn verlieren kann; beide Fälle können angesichts der unregelmäßig verlaufenden meteorologischen Vorgänge vorübergehend für kürzere Zeiträume in Wirksamkeit treten. Alle früheren Bestimmungen der Dauer der Chandlerschen Periode leiden unter dem Mangel, daß ihnen die stillschweigende Voraussetzung der Konstanz des Phasenwinkels zugrunde liegt; ich habe den Versuch gemacht (22), unabhängig von dieser unberechtigten Voraussetzung die Dauer der Newcombschen Periode aus den Bahnen des Trägheitspols 1900 bis 1912 abzuleiten. Angesichts des sehr starken Einflusses kleiner Fehler in den Koordinaten des Rotationspols auf die daraus abgeleiteten des Trägheitspols ist es nicht verwunderlich, daß das Ergebnis sehr unsicher ist; ich fand  $N = 423 \pm 13$  Tage, während die anscheinend besten früher berechneten Werte zwischen 431 und 434 liegen, aber möglicherweise stark systematisch verfälscht sind, da wir ja gar nicht wissen, wie die Veränderungen des Phasenwinkels der Newcombschen Schwingung verlaufen. Zugunsten einer Verkleinerung des bisher angenommenen Wertes von  $N$  spricht der Umstand, daß neuerdings SCHWEYDAR (18) aus Horizontalpendelbeobachtungen im Freiburger Bergwerk einen Starrheitskoeffizienten der Erde erhält, dem  $N = 425$  entsprechen würde. Andererseits ist es sehr auffällig, daß unter den Einzelwerten von  $N$ , die man nach der alten Methode aus dem internationalen Breitendienst und aus den Pulkowaer Polhöhenbeobachtungen erhält, nicht ihr Mittelwert 434 Tage, sondern 449 am häufigsten auftritt. Eine Erklärung für dieses Verhalten fehlt einstweilen; wir können daraus nur entnehmen, daß die zur Newcombschen Periode hinzutretenden Störungsglieder, die in der Chandlerschen Periode enthalten sind, keinen im Sinne der Wahrscheinlichkeitsrechnung zufälligen Charakter tragen.

Den früheren Versuch SPITALERS, den quantitativen Zusammenhang zwischen Luftmassenverlagerungen und Polbewegung herzuleiten, konnte SCHWEYDAR (17) auf Grund eines viel ausgedehnteren meteorologischen Materials wiederholen. Er benutzt die von GORCZYŃSKI (5) veröffentlichten Monatsmittel des Luftdrucks nach Beobachtungen auf dem größten Teil der Erdoberfläche (SPITALER hatten nur die Mittelwerte für Januar und Juli zur Verfügung gestanden) und findet unter der Voraussetzung, daß sich die Luftdruckverteilung Jahr für Jahr in gleicher Weise wiederholt, eine Polbahn, die recht ähnlich der beobachteten verläuft.

Die Annahme, daß Refraktionsstörungen als die Hauptursache des Kimuraschen z-Gliedes der Polhöhenchwankung anzusehen sind, hat immer allgemeinere Anerkennung gefunden. Eine Beobachtungsreihe von YAMAMOTO (25), bei der besondere Sorgfalt auf möglichsten Temperatureausgleich in der Umgebung des Instruments verwandt wurde, ergab eine merkliche Verkleinerung des z-Gliedes. Zum Teil mögen auch noch rein instrumentelle Fehler einen Beitrag zum z-Glied liefern; SOTOME (19) hält sogar die Trägheit der Bewegung der Niveaublasen für ausreichend zur Erklärung und meint ohne die Annahme von Refraktionsstörungen auskommen zu können; er befürwortet daher Vermeidung der Libellen und empfiehlt Instrumente wie das Greenwicher schwimmende Zenitteleskop. Aber gerade aus den Beobachtungen an diesem Instrument hatte ED-DINGTON (3) den Schluß auf Refraktionsstörungen gezogen, die von der Windrichtung abhängen, und F. E. Ross (14) fand mit einem von ihm konstruierten photographischen Zenitteleskop, bei dem ein Quecksilberspiegel statt der Libellen wirksam ist, dasselbe z-Glied wie mit dem visuellen Instrument vom Talcott-Typ. Jedenfalls wird man das z-Glied als Summe mehrerer wesentlich verschiedenen und schwer trennbaren Teilerscheinungen betrachten müssen und sich nicht wundern dürfen, wenn es an verschiedenen Orten und in verschiedenen Jahren merklich verschieden verläuft. In den Breitenschwankungen der Licksternwarte 1917—1918 fand TUCKER (20) ein periodisches Glied unbekanntes Ursprungs von 0,3 Jahresamplitude; SCHNAUDER (16) erhielt 1921 für die Potsdamer Polhöhe Werte, die bis 0,7 größer sind als 1889—1899. Gleichzeitig fand COURVOISIER in Babelsberg Abweichungen bis 0,5 im gleichen Sinne, während die Polhöhen von Carloforte und Greenwich in dieser Zeit keine derartigen Anomalien zeigen. Ob man wagen darf, auch so ungewöhnlich große Abweichungen durch Refraktionsstörungen erklären zu wollen, ist jedenfalls noch zweifelhaft. Dafür aber, daß Refraktionsstörungen die wirksamste Ursache des z-Gliedes und der Schlußfehler sind, sprechen sich auch PRZYBYLLOK (11), DYSON (2), HILLS (7) und COURVOISIER (1) aus.

In der an WEGENERS Kontinentalverschiebungshypothese anknüpfenden Literatur ist oft von einer »Polflucht« der Kontinente die Rede, und von nichtastronomischer Seite werden dabei ganz phantastische Zahlen

genannt; so nimmt z. B. EPSTEIN (4) eine äquatorwärts gerichtete Bewegung der Kontinente im Betrage von 33 m jährlich an. Das müßte sich in einer jährlichen Verkleinerung der geographischen Breiten um eine volle Bogensekunde äußern! Der internationale Breitendienst zeigt im Gegenteil ein geringes Anwachsen der Polhöhen im Betrage von rund 0,01 jährlich (23). Aus der sehr eingehenden Untersuchung dieser Frage durch LAMBERT (8—10) scheint hervorzugehen, daß ich in der Beurteilung der Sicherheit zweier Ergebnisse des internationalen Breitendienstes vielleicht allzu vorsichtig gewesen bin. Mein Versuch, eine säkulare Wanderung der Pole aus der Bewegung des Trägheitspols von 1900—1912 abzuleiten, hatte eine Verschiebung des Nordpols in der Richtung auf Neufundland (50—60° westlicher Länge) im Betrage von etwa 0,003 jährlich ergeben: LAMBERT findet den doppelten Betrag in der Richtung 90° westlicher Länge. Ferner lieferte mir der Versuch, den Einfluß der Elliptizität des Äquators (nach HELMERT (6) Exzentrizität 0,0085, große Achse 17° westlich Greenwich) auf die Newcombsche Bewegung aus dem Polhöhenmaterial abzuleiten, sehr unsichere Werte, die ich nicht für beweiskräftig ansehen wollte; LAMBERT findet aber ebenfalls Werte, die erträglich mit den zu erwartenden übereinstimmen. Zugunsten der Realität dieser Ergebnisse LAMBERTS spricht der Umstand, daß ich nur die Polkoordinaten von 1900,0 bis 1912,0 benutzt hatte, während LAMBERT auch die vorläufigen Werte bis 1918,0 hinzugenommen hat; auch geht LAMBERT bei seinen Rechnungen unmittelbar von den Koordinaten des Rotationspols aus, während ich den Umweg über die Örter des Trägheitspols eingeschlagen hatte.

Bezeichnend für die außerordentliche Genauigkeit der internationalen Breitenbeobachtungen ist das Ergebnis einer Untersuchung von PRZYBYLLOK (12, 13), dem es gelungen ist, ein durch die Gezeitenwirkung des Mondes auf die elastische Erdrinde verursachtes Lotstörungsglied in den Beobachtungen von Carloforte nachzuweisen; weniger sicher, aber immerhin einigermaßen deutlich tritt es auch in den Beobachtungen von Mizusawa, Gaithersburg und Ukiah zutage. Carloforte ist nicht nur durch sein astronomisch hervorragend günstiges Klima bevorzugt, sondern auch durch seine Lage auf einem kleinen Vorsprung der Ostküste von San Pietro; der Meridian der Station verläuft nach Süden nur 220 m, nach Norden 250 m weit über Land, und von da ab ganz über dem Meere. In der genannten Arbeit handelt es sich um ein halbtägiges Mondglied ( $M_2$ -Tide) mit der Amplitude von nur 0,005. Aus Horizontalpendelbeobachtungen in einem 189 m tiefen Schacht in Freiberg i. S. fand SCHWEYDAR (18) für das Verhältnis der beobachteten Lotablenkung durch Sonne und Mond zu der theoretisch für eine völlig starre Erde geltenden den Wert  $\gamma = 0,841$ , und zwar aus den nahezu eintägigen Gezeitengliedern  $K_1$  und  $O$ , während das halbtägige Hauptmondglied  $M_2$  infolge des störenden Einflusses der durch die Meereszeiten verursachten Deformation der Erdrinde den viel unsichereren Wert  $\gamma = 0,573$  liefert. PRZYBYLLOK findet dafür  $\gamma = 0,825 \pm 0,119$ .

## Literatur.

1. COURVOISIER, L.: Beobachtungen des Zenitsterns  $\beta$  Draconis am Vertikalkreise 1914,6—1918,0. Berlin 1919.
2. DYSON, F. W.: The Variation of Latitude. Monthly Notices of the R. Astr. Soc., Vol. 78, p. 452—462.
3. EDDINGTON, A. S.: Preliminary Results of Obs. made with the Cookson Floating Zenith Telescope. Monthly Notices of the R. Astr. Soc. Vol. 73, p. 605.
4. EPSTEIN, P. S.: Über die Polflucht der Kontinente. Die Naturwissenschaften, 9. Jahrg., S. 499—502.
5. GORCZYŃSKI, W.: Pression atmosphérique en Pologne et en Europe. Warszawa 1917.
6. HELMERT, F. R.: Neue Formeln für den Verlauf der Schwerkraft im Meeresniveau. Sitzungsber. d. kgl. preuß. Akad. d. Wiss., 1915, S. 676.
7. HILLS, E. H.: The Movements of the Earth's Pole. Nature 97, p. 530.
8. LAMBERT, W. D.: The Latitude of Ukiah and the Motion of the Pole. Journ. of the Washington Acad. of Sc., Vol. 12, No. 2.
9. — An Investigation of the Latitude of Ukiah, Calif., and of the Motion of the Pole. Washington 1922.
10. — The interpretation of apparent Changes in mean Latitude. The Astron. Journ., Vol. 34, p. 103—110.
11. PRZYBYLLOK, E.: Über den gegenwärtigen Stand unserer Kenntnisse von den Polhöenschwankungen. Vierteljahrsschr. d. Astron. Gesellschaft, 54. Jahrg., S. 132—187.
12. — Über einige periodische Erscheinungen in Polhöhenbeobachtungen. Astron. Nachr. Bd. 213, S. 201.
13. — Über die  $M_2$ -Tide der Lotbewegung. Astron. Nachr. Bd. 218, S. 85.
14. ROSS, F. E.: Latitude Observ. with Phot. Zenith Tube at Gaithersburg. Washington 1918.
15. SCHLESINGER, F.: On progressive Changes in Latitude. The Astron. Journ., Vol. 34, p. 42.
16. SCHNAUDER, M.: Über eine auffällige Polhöenschwankung. Astron. Nachr. Bd. 214, S. 421.
17. SCHWEYDAR, W.: Zur Erklärung der Bewegung der Rotationspole der Erde. Sitzungsber. d. Preuß. Akad. d. W. 1919, S. 357—366.
18. — Lotschwankung und Deformation der Erde durch Flutkräfte. Berlin 1921.
19. SOTOME, K.: Considerations on the Problem of Latitude Variation. Journ. of the College of Science, Tokyo 1915.
20. TUCKER, R. H.: A Periodic Variation in the Observed Latitude at Mt. Hamilton. Publ. Astr. Soc. Pacif., Vol. 31, p. 192—193.
21. WANACH, B.: Die Polhöenschwankungen. Die Naturwissenschaften, 7. Jahrg., S. 451—456, 472—478, Berichtigung S. 482.
22. — Die Chandlersche und die Newcombsche Periode der Polbewegung. Berlin 1919.
23. — Die Polflucht der Kontinente. Die Naturwissenschaften, 9. Jahrg. S. 859.
24. — Vorläufige Werte der Polkoordinaten 1912,0 bis 1920,0. Astron. Nachr. Bd. 212, S. 169—174, mit einer Tafel.
25. YAMAMOTO, J.: Preliminary Report of the Investigation on the  $\alpha_2$  Term in the Latitude Variation. Proc. Math. Phys. Soc., Tokyo, Vol. 9, Nr. 17.

## V. Erzeugung und Messung tiefer Temperaturen.

Von F. Henning, Berlin-Lichterfelde.

**Einleitung.** Es erscheint sehr willkürlich, das Gebiet tiefer Temperaturen vom Erstarrungspunkt des Wassers an zu rechnen. Nach dem heutigen Stand der physikalischen Forschung müßte man vielmehr eine Temperatur dann tief nennen, wenn in ihrem Bereich der Temperaturkoeffizient gewisser Körpereigenschaften, wie spezifische Wärme, thermischer Ausdehnungskoeffizient, thermoelektrische Kraft usw. sich dem Wert null nähert oder doch mindestens beschleunigt abnimmt. Aber man müßte dann je nach dem Körper und je nach der Eigenschaft, die man in Betracht zöge, die Grenze zwischen hoher und tiefer Temperatur sehr verschieden stecken. Sie müßte, wenn die spezifische Wärme maßgebend sein soll, für den Diamanten etwa bei der Schmelztemperatur des Platins, für Helium etwa bei der Temperatur des siedenden Wasserstoffes liegen. Der Diamant stellt nun allerdings einen sehr abseits liegenden Fall dar; die meisten Körper zeigen in der Tat erst unterhalb des Eisschmelzpunktes größere Veränderungen in den Temperaturkoeffizienten ihrer Eigenschaften. In der folgenden Darstellung soll deshalb nicht von der üblichen Begrenzung des Gebietes der tiefen Temperaturen abgewichen werden, um so weniger als bei der »Erzeugung« tiefer oder hoher Temperaturen in einem Körper die Temperatur der Umgebung die sich von selbst anbietende, wenn auch unscharfe, Grenzlinie bildet, von der aus gerechnet eine Abkühlung oder Erwärmung stattzufinden hat.

Die Physik der tiefen Temperaturen erfreut sich einer besonderen Beachtung, seitdem durch die Überlegungen EINSTEINS die PLANCKSche Quantentheorie der Strahlung auf die ponderable Materie ausgedehnt wurde. Die Quantentheorie fand auf dem Gebiet der spezifischen Wärmen stark abgekühlter Körper, bei denen die DULONG-PETITSche Regel völlig versagt, zunächst eine glänzende Bestätigung und es zeigte sich bald, daß sie wohl geeignet ist, unser Wissen auch über das sonstige eigenartige Verhalten der Körper in tiefer Temperatur, welches durch den NERNSTschen Wärmesatz auf thermodynamischer Grundlage dargestellt wird, von der molekulartheoretischen Seite zu ergänzen.

Diese Zusammenhänge sind mehrfach in umfassenden Darstellungen (2) (17) (18) (21) behandelt worden und sollen hier nicht von neuem erörtert werden.

Die folgenden Zeilen haben das Ziel, mit besonderer Berücksichtigung der tiefsten Temperaturen einerseits und der neuesten Forschungsergebnisse andererseits über die Mittel zur Erzeugung und Messung dieser Temperaturen zu berichten.

**Erzeugung tiefer Temperaturen bis  $-259^{\circ}$ .** Die Zahl der Laboratorien, denen Bäder tiefer Temperatur zur Verfügung stehen, ist gering. In einigen der größten Städte, die Fabrikanlagen zur Herstellung von Sauerstoff oder Stickstoff besitzen, ist flüssige Luft käuflich, sodaß hier die Möglichkeit gegeben ist, durch Reduktion des Siededruckes Temperaturen bis etwa  $-200^{\circ}$  zu erreichen. Nur sehr wenige wissenschaftliche Institute besitzen eigene Anlagen zur Luftverflüssigung. Äußerst gering (vielleicht 6 auf der ganzen Erde) ist die Zahl derjenigen, die über brauchbare Einrichtungen zur Verflüssigung des Wasserstoffs verfügen und Temperaturen bis herab zu  $-257^{\circ}\text{C} = 16^{\circ}$  abs. erreichen können. Flüssiges Helium, dessen Temperatur bis in unmittelbare Nähe des absoluten Nullpunkts heranrückt, steht bisher nur dem Laboratorium von KAMERLINGH ONNES in Leiden zur Verfügung, wo dieses seltene Gas im Juli 1908 zum erstenmal verflüssigt wurde.

Von 0 bis  $-217^{\circ}$  ist jede beliebige Temperatur bequem durch siedende Flüssigkeiten (bei normalem oder erniedrigtem Druck) herstellbar, und zwar durch

Äthylchlorid	das Gebiet von	0	bis	$-24^{\circ}$
Methylchlorid	»	»	»	$-90^{\circ}$
Stickoxydul	»	»	»	$-102^{\circ}$
Äthylen	»	»	»	$-160^{\circ}$
Methan	»	»	»	$-183^{\circ}$
Sauerstoff	»	»	»	$-217^{\circ}$

Läßt man auch Drucke über 1 Atm. zu, so kann man mit siedenden Flüssigkeiten in drei Stufen zum Ziel gelangen, z. B. durch Verwendung von Methylchlorid, Äthylen und Sauerstoff oder schwefliger Säure, Stickoxydul und Sauerstoff. Methylchlorid von Zimmertemperatur geht bei einem Druck von 4 Atm. in den flüssigen Zustand über, bei  $-24^{\circ}$  siedet es unter dem Druck einer Atm. und es läßt sich durch Verminderung des Siededruckes auf eine Temperatur bringen, bei der Äthylen unter mäßigem Druck verflüssigt wird. Läßt man das auf diese Weise verflüssigte Äthylen darauf bei Unterdruck sieden, so ist leicht eine Temperatur erreichbar, bei der Sauerstoff allein durch Druckerhöhung flüssig wird. Dieser sogenannten Kaskadenmethode zur Verflüssigung des Sauerstoffes bedient man sich z. B. im Leidener Institut.

Die siedenden Flüssigkeiten haben den Vorzug, daß man ihre Temperatur leicht durch Einstellung des Druckes konstant halten kann. Hinderlich ist indessen oft, daß sie gasdicht von der Umgebung abgeschlossen werden müssen, wenn es sich um Siededrucke über oder unter dem normalen Atmosphärendruck handelt. Bäder mit gekühlten Flüssigkeiten

wie Alkohol (bis  $-70^{\circ}$ ), Petroläther (bis  $-150^{\circ}$ ), die in einem Thermostaten durch tropfenweise zugeführte flüssige Luft auf eine bestimmte Temperatur eingestellt werden können (5), besitzen diesen Nachteil nicht. Das Gleiche gilt von den neuerdings häufig verwendeten Metallthermostaten, bei denen die Flüssigkeit durch einen Metallblock aus einem Material hoher Wärmeleitfähigkeit ersetzt ist.

Vom Erstarrungspunkt des Sauerstoffes ( $-218^{\circ}$ ) bis zu den Temperaturen des flüssigen Wasserstoffes ist bisher kein Flüssigkeitsbad verfügbar. KAMERLINGH ONNES (9) hat sich statt dessen eines Thermostaten bedient, der mit Wasserstoffdampf beliebiger Temperatur beschickt werden kann. Zum Teil könnte diese Lücke durch Neon ausgefüllt werden, das von  $-228$  bis  $-249^{\circ}$  flüssig bleibt. Indessen sind die Arbeitsmethoden bei einem seltenen Gas, von dem nichts verloren gehen soll, äußerst umständlich und Neon ist außerdem noch deswegen wenig als Badflüssigkeit geeignet, weil das Intervall, in welchem man mit geringen Siededrucken arbeiten kann, nämlich von seinem normalen Siedepunkt ( $-246^{\circ}$ ) bis zum Erstarrungspunkt, nur etwa  $3^{\circ}$  beträgt.

Zwischen dem Erstarrungspunkt des Wasserstoffes ( $-259^{\circ}$ ) und der kritischen Temperatur des Heliums ( $-268^{\circ}$ ) liegen etwa  $9^{\circ}$ , die durch kein Flüssigkeitsbad überbrückt werden können. Im Prinzip ist auch in diesem Gebiet ein Dampfthermostat möglich, der mit überhitzten Heliumdämpfen zu beschicken wäre. Bisher scheint eine derartige Einrichtung, bei der erhebliche technische Schwierigkeiten zu überwinden sein werden, noch nicht ausgeführt zu sein. Eine Strecke weit kann man in dieses bisher fast unerforschte Gebiet dadurch gelangen, daß man den erstarrten Wasserstoff, dessen Druck am Tripelpunkt noch 54 mm Hg beträgt, durch Reduktion seines Dampfdruckes weiter abkühlt. SIMON und LANGE (22) konnten auf diese Weise Temperaturen bis etwa  $9^{\circ}$  absolut erreichen und noch Messungen bei  $11^{\circ}$  absolut ausführen.

Helium ist noch nicht in den festen Aggregatzustand übergeführt worden. Seinem Tripelpunkt scheint ein sehr tiefer Druck ( $< 0,015$  mm Hg) zuzugehören. Die tiefste Temperatur, welche bisher überhaupt erzeugt werden konnte, ist mit flüssigem Helium, das unter reduziertem Druck siedete, hergestellt worden. Über die Versuche, welche KAMERLINGH ONNES in dieser Richtung kürzlich anstellte, wird im folgenden Abschnitt berichtet.

**Das Temperaturgebiet des flüssigen Heliums.** Die Verflüssigung des Heliums kann ebenso wie diejenige des Wasserstoffes nur nach dem Prinzip des JOULE-THOMSON-Effektes erfolgen. Die obere Grenze für die Kühlwirkung bei diesem Prozeß, der sogenannte Boylepunkt, liegt für Helium bei  $-253^{\circ}$ , also gerade bei der normalen Siedetemperatur des Wasserstoffes. So ist es möglich, durch Wasserstoff, der unter reduziertem Druck siedet, das Helium genügend vorzukühlen, um es unter Anwendung des Gegenstromprinzips in den flüssigen Zustand überzuführen.

Das Gas wird im Leidener Laboratorium vor der Entspannung auf einen Druck von 30 Atm. gebracht. Hierzu dienen dort zwei Pumpen, deren Kapazität 12 m<sup>3</sup> in der Stunde beträgt. Mit dem zur Zeit vorhandenen Apparat können in der Stunde 1,7 Liter flüssiges Helium gewonnen werden. Die Anlaufzeit des Apparates, das ist die Zeit, welche zwischen dem Beginn der Expansion und der Bildung der ersten Tropfen verstreicht, beträgt 20 Minuten. Im ganzen stehen etwa 30 m<sup>3</sup> gasförmigen Heliums zur Verfügung, von denen ein Teil in einem geschlossenen Kreislauf vom Kompressor durch den Verflüssiger getrieben wird, um nach Durchlaufen eines Gasometers von neuem herumgeschickt zu werden bis die Verflüssigung beginnt. In Leiden sind die Versuchseinrichtungen jetzt so vervollkommen, daß ein Heliumbad von 500 ccm bei stark reduziertem Druck längere Zeit siedend erhalten werden kann.

Im Jahre 1910 konnte bereits ein Siededruck von 0,2 mm Hg bei etwa 1° absoluter Temperatur erreicht werden, ohne daß die Flüssigkeit erstarrte. Bei späteren Versuchen gelang es nicht wieder, mit den gleichen Hilfsmitteln denselben niedrigen Siededruck von neuem zu gewinnen. Mit dem Ziel, den Erstarrungspunkt des Heliums aufzufinden, wurde im Jahre 1919 begonnen, die Versuchsanordnung weiter zu verbessern. Ein wesentlicher Punkt war die Aufstellung äußerst wirksamer Pumpen, die bei möglichst kleinem Druck sehr große Volumina der Dämpfe des siedenden Heliums fortschaffen. Im Jahre 1920 wurden zu diesem Zweck LANGMUIRSche Kondensationspumpen beschafft, von denen nach dem letzten Bericht (10) jetzt 18 vorhanden sind, die alle parallel geschaltet werden. Eine Burkhardt-pumpe mit einer Kapazität von 360 m<sup>3</sup> pro Stunde dient als Vorpumpe. Mit dem Langmuirpumpen wurde ein Druck von 0,0055 mm an einem McLeod erzielt, das mit dem Verdampfungsgefäß in Verbindung stand. Die gleichzeitig pro Stunde fortgeschaffte Gasmenge betrug 0,18 g und entspricht einem Flüssigkeitsvolumen von 1,25 ccm.

Alle Bemühungen wurden darauf gerichtet, den Druckabfall vom Verdampfungsgefäß bis zu den Pumpen sehr klein zu halten. Um dies Ziel zu erreichen, mußten die Verbindungsrohre dort, wo sich das Gas nicht mehr auf extrem tiefer Temperatur befand und seine Dichte also noch verhältnismäßig groß war, von beträchtlicher Weite gewählt werden. Äußerste Sorgfalt mußte ferner angewendet werden, um das Verdampfungsgefäß vor Wärmestrahlung möglichst zu schützen. Eine einfache Rechnung lehrt, daß ein schwarzer Strahler von Zimmertemperatur (18° C) auf eine 1 cm<sup>2</sup> große und von ihm gänzlich umschlossene schwarze Fläche von der Temperatur des flüssigen Heliums pro Stunde 34 cal. strahlt. Diese Wärme genügt, um etwa 5,5 g oder etwa 30 ccm flüssigen Heliums zu verdampfen.

Mit Hilfe der Abbildung 1 kann verdeutlicht werden, welche außerordentlichen Vorsichtsmaßnahmen zur Verminderung der Wärmezufuhr durchgeführt wurden. Das dem geringen Druck unterworfenen Helium befindet sich in den Vakuumgläsern *e* und *a*, die innerhalb eines etwa 500 ccm fassenden Heliumbades *B* von etwa normaler Siedetemperatur stehen. Auf derselben Temperatur befindet sich ein Metallschirm *t* mit zwei gegenüberstehenden Schlitzen, die durch eine besondere Vorrichtung geschlossen werden können. Die Einstrahlung von oben wird durch Blenden *y* und eine versilberte eigenartige Glaskappe, ein Kunstwerk des Glasbläfers, die von dem flüssigen Helium des Bades *B* durchflossen ist, auf ein äußerst geringes Maß eingeschränkt.

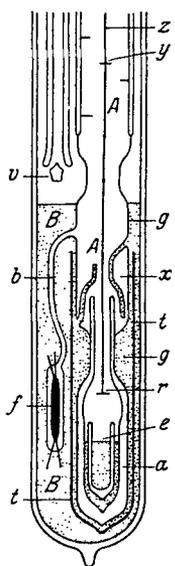


Abb. 1.

In das Gefäß *A* wurde zunächst gasförmiges Helium gebracht, das bei *g* durch Wärmeleitung die Temperatur des Bades *B* annahm und durch geringen Überdruck in den flüssigen Zustand übergeführt wurde. Nachdem ein genügender Vorrat in die Gefäße *a* und *e* geflossen war, wurde der Siededruck dieses Heliums aufs äußerste vermindert und bewirkt, daß alle Flüssigkeit im Raum *A*, soweit sie nicht durch einen Vakuummantel von dem wärmeren Raum *B* getrennt war, verdampfte.

Der Dampfdruck über der Flüssigkeitsoberfläche im Gefäß *e* ist infolge des Druckgefälles erheblich größer zu erwarten als er am oberen Ende des Rohres *A* durch ein McLeod gemessen wurde. Zu seiner Ermittlung dient ein Hitzdrahtmanometer *f* nach KNUDSEN, dessen Glashülle in das Heliumbad *B* taucht, während es durch ein Rohr *b* mit dem Raum *A* in Verbindung steht.

Die Wirkung des Hitzdrahtmanometers, das wesentlich

aus einem stromdurchflossenen Platindraht von etwa 0,005 mm Dicke besteht, beruht darauf, daß der Wärmeverlust des Drahtes von dem Druck des umgebenden Gases abhängt, wenn die freie Weglänge der Gasmoleküle mit den Abmessungen des Raumes, den sie erfüllen, gleiche Größenordnung besitzt. Gewöhnlich wird die Stromstärke des Hitzdrahtmanometers so eingestellt, daß die Temperatur des Platindrahtes konstant bleibt. Der Energieverbrauch und also auch die Stromstärke ist dann um so größer, je höher der Druck des umgebenden Gases ist. Die Temperaturkonstanz wird aus der Konstanz des Widerstandes beurteilt und der Widerstand nach der Potentialmethode gemessen. Eine Schwierigkeit scheint zunächst darin zu liegen, daß sich der Widerstand des Platins im Bereich der Heliumtemperaturen nicht mit der Temperatur ändert; doch besitzt er einen von null verschiedenen Wert, so daß es bei genügender Erhöhung der Stromstärke gelingt, ihn durch JOULESCHE Wärme bis in den Bereich einer deutlichen Abhängigkeit des Widerstandes

von der Temperatur zu heizen. Das Hitzdrahtmanometer ist zwischen 1 mm und 0,001 mm Quecksilberdruck brauchbar. Es bedarf einer empirischen Eichung, so daß jeder Stromstärke ein bestimmter Gasdruck zugeordnet werden kann. Diese Eichung geschah im vorliegenden Falle dadurch, daß bei Füllung des Raumes *B* mit flüssigem Helium der Raum *A* mit Heliumgas beschickt wurde, dessen Druck, da es sich um ein in Ruhe befindliches Medium handelt, mit dem MAC LEOD-Manometer richtig gemessen werden kann. Eine kleine (0,003 mm), allerdings etwas unsichere Korrektur der Druckmessung wird noch durch den KNUDSENSchen Molekulardruck bedingt, der von der Weite der Verbindungsrohre sowie den Temperaturdifferenzen an deren Enden also zwischen den Räumen *A* und *f* sowie dem Raum *A* und dem auf Zimmertemperatur befindlichen MacLeod besteht.

Der geringste Dampfdruck, der über dem kondensierten Helium gemessen werden konnte, betrug 0,013 mm. Demnach belief sich also der Druckabfall bis zu dem MACLEOD-Manometer auf 0,008 mm. Aber auch bei diesem geringen Dampfdruck befand sich das Helium noch in flüssigem Zustand, so daß die Frage nach der Lage des gesuchten Erstarrungspunktes weiter unbeantwortet bleibt. Die Temperatur, welche zu dem tiefsten Dampfdruck des siedenden Heliums gehört, wurde zu 0,9° absolut geschätzt. Über ihre Ermittlung werden in einem folgenden Abschnitt weitere Mitteilungen gemacht.

**Wie können noch tiefere Temperaturen erzielt werden?** Von Zeit zu Zeit taucht in der Literatur (z. B. *Nature* 1921, Bd. 106, S. 829) der Gedanke auf, daß durch Arbeitsleistung in irgend einer Form noch tiefere Temperaturen erzielt werden könnten als es ONNES gelungen ist: Etwa mit Hilfe des Peltiereffektes, indem die wärmere Lötstelle eines Thermoelementes auf die Temperatur des flüssigen Heliums gebracht wird. Dabei scheint von besonderer Bedeutung, daß wegen des abnorm hohen elektrischen Leitvermögens gewisser Metalle bei Heliumtemperaturen starke Ströme verwendet werden können, von denen auch eine große Kühlwirkung durch den Peltiereffekt erwartet wird. Diese Erwartung bleibt aber unerfüllt, da bei sehr tiefer Temperatur nicht nur der elektrische Widerstand sondern auch der Peltiereffekt verschwindet. Diese durch Beobachtung der Thermokraft erwiesene Tatsache steht in Übereinstimmung mit dem NERNSTschen Wärmetheorem, demzufolge die Temperaturkoeffizienten aller Eigenschaften fester und flüssiger Körper mit Annäherung an den absoluten Nullpunkt null werden.

Auch ein JOULE THOMSON-Prozeß, dem das flüssige Helium unterworfen werden könnte, indem es durch eine Drosselstelle von hohem zu niedrigem Druck strömt, dürfte kaum zu einer weiteren Kühlung führen, da nach den Zustandsgleichungen und den experimentellen Ergebnissen an andern Körpern bei der Drosselung von Flüssigkeiten auf eine Erwärmung zu rechnen ist, die um so höhere Beträge annimmt, je tiefer die Temperatur liegt.

Der einzig gangbare Weg, um noch tiefere Temperaturen zu erzeugen, ist die weitere Herabsetzung des Dampfdruckes; doch ist klar, daß KAMERLINGH ONNES der erreichbaren Grenze schon sehr nahe gekommen ist. Voraussichtlich ist der Dampfdruck des Heliums noch um etwa eine Zehnerpotenz zu erniedrigen, wenn die Temperatur um  $0,1^\circ$  weiter herabgesetzt werden soll.

Da die Siedetemperaturen der einatomigen Gase mit dem Atomgewicht abnehmen, würde eine weitere Aussicht zur Erzielung tieferer Temperaturen bestehen, wenn es möglich wäre, dissoziierten Wasserstoff zu verflüssigen.

**Messung tiefer Temperaturen mit dem Gasthermometer.** Das Hauptinstrument zur Messung tiefer Temperaturen ist ein mit Helium gefülltes Gasthermometer konstanten Volumens. Mehrfach ist auch Wasserstoff als Füllung verwendet worden, doch sind gegen dieses Gas Bedenken zu erheben, wenn Temperaturen im Bereich des siedenden Wasserstoffes gemessen werden sollen, da seine Angaben ( $t$ ) dann bereits erheblich von der Skala eines idealen Gasthermometers ( $t_i$ ) abweichen. Gewisser (sehr kleiner) Korrekturen ( $t-t_i$ ) bedarf allerdings in diesem Bereich auch bereits das Heliumthermometer. Sie wachsen proportional mit dem Druck  $p_0$ , den das Gas bei  $0^\circ\text{C}$  besitzt. Die gasthermometrischen Korrekturen sind aus den Isothermen des Gases, d. h. den auf konstante Temperatur ( $t$ ) bezüglichen Linien, welche das Produkt des Druckes mit dem Volumen ( $p v$ ) als Funktion des Druckes  $p$  oder der Dichte  $\frac{1}{v}$  darstellen, nach der Beziehung

$$t - t_i = p_0 \left[ 2,73 (t - 100) \left( \frac{d p v}{d p} \right)_0 - 3,73 t \left( \frac{d p v}{d p} \right)_{100} + (273 + t) \left( \frac{d p v}{d p} \right)_i \right]$$

ableitbar, wenn die Neigung  $\left( \frac{d p v}{d p} \right)$  der Isothermen innerhalb des Bereiches der gasthermometrischen Drucke als konstant angesehen werden kann. Die Indizes der Differentialquotienten bezeichnen die zugehörige Temperatur.

CATH und ONNES (1) haben auf dieser Grundlage folgende Korrekturen für das Helium- und das Wasserstoffthermometer vom Anfangsdruck  $p_0 = 1000$  mm abgeleitet, die den Angaben dieser Instrumente hinzuzurechnen sind, um auf die Skala des idealen Gases oder die thermodynamische Skala zu gelangen.

$t$	He	H <sub>2</sub>
0	0,000	0,000
— 50	+ 0,001	+ 0,007
— 100	+ 0,003	+ 0,017
— 150	+ 0,008	+ 0,035
— 200	+ 0,020	+ 0,069
— 250	+ 0,037	+ 0,135
— 260	+ 0,041	—

Unter  $-260^\circ$  sind die Korrekturen des Heliumthermometers nicht durch Messungen bekannt, man kann sie bisher nur durch Vergleich mit den Korrekturen des Wasserstoffthermometers abschätzen oder aus einer Zustandsgleichung extrapolieren. Derartige Berechnungen sind erheblichen Unsicherheiten ausgesetzt, die nur dadurch einzuschränken sind, daß die Gasdichte im Heliumthermometer möglichst gering gewählt wird. Doch ist dieser Weg dadurch begrenzt, daß bei kleinen Gasdrücken die Meßgenauigkeit gering wird.

Im Gebiet der tiefsten Heliumtemperaturen, wie KAMERLINGH ONNES sie kürzlich erreichte, lassen sich indessen sehr geringe Drucke nicht vermeiden, da wohl zu beachten ist, daß der Gasdruck im Thermometer beträchtlich kleiner als der Sättigungsdruck des Gases bei gleicher Temperatur sein muß. Man muß in diesem Fall einen Druck von 0,01 mm noch auf 10% sicher angeben können, um die Temperaturmessung mit einer Genauigkeit von  $0,1^\circ$  zu ermöglichen. Das RAYLEIGHsche Neigemanometer kann zwar diese Forderung erfüllen, doch bedingt es einen großen schädlichen Raum am Gasthermometer, so daß sich KAMERLINGH ONNES entschloß, bei den tiefsten Temperaturen, die er bisher überhaupt gasthermometrisch gemessen hat, nämlich etwa  $1,4^\circ$  absolut, den Gasdruck mit einem KNUDSENSchen Hitzdrahtmanometer zu bestimmen, das sich auf der Temperatur des schmelzenden Eises befand. Die Unsicherheit der Druckmessung wird bei jeder manometrischen Messung dieser Art noch durch die bereits oben genannte Korrektur wegen des KNUDSENSchen Molekulardruckes erhöht, die wegen der großen Temperaturdifferenz zwischen Gasthermometergefäß und Manometerraum erhebliche Beträge annehmen kann.

KNUDSEN (16) hat auf theoretischem und experimentellem Wege gezeigt, daß in einer Röhre, deren Durchmesser im Vergleich mit der mittleren freien Weglänge der Gasmoleküle sehr klein ist, für jede Stelle der Röhre der Quotient  $\frac{p}{VT}$  konstant ist. Hiernach müssen sich also die

Gasdrucke an den Enden der Röhre, wenn dort die Temperaturen  $T_1=290$  und  $T_2=1^\circ$  vorhanden sind, wie 17 zu 1 verhalten. Mit zunehmender Rohrweite rücken die Druckverhältnisse dem Wert 1 näher. KAMERLINGH ONNES und WEBER (14) haben die Theorie auf beliebige Verhältnisse des Rohrdurchmessers  $R$  zur mittleren freien Weglänge  $\lambda$  erweitert. Nach ihren Ausführungen ist die gesuchte Druckdifferenz (auf graphischem Wege) aus dem Integral

$$\int \frac{dp}{p} = -\frac{3}{8} \int \frac{k_1 dy}{y \left[ (1+y) (1+c_3 y) (1+n) - \frac{3}{8} k_1 \right]}$$

zu berechnen, in dem  $y = \frac{2R}{\lambda}$  und  $k_1 = \frac{4}{3} \frac{1+c_1 \cdot c_2 y}{1+c_1 \cdot y}$  zu setzen ist.

Für Helium beträgt  $n = 0,147$  und ist aus dem Quotienten der inneren Reibung  $\eta$  bei  $t$  und  $0^\circ$  gemäß der Beziehung  $\frac{\eta_t}{\eta_0} = \left(\frac{T}{T_0}\right)^{n+0,5}$  bestimmt. Ferner ist für Helium  $c_1 = 0,550$ ;  $c_2 = 2,5$ ;  $c_3 = 0,119$ . Die freie Weglänge folgt aus der Beziehung zwischen der inneren Reibung und der Dichte  $\rho$  des Gases:  $\lambda = \frac{\eta}{20 \cdot \sqrt{\rho}}$ . So sind also die Grenzen des Integrals nicht

nur von der Temperatur, sondern auch von dem Druck an den betreffenden Stellen des Rohres abhängig und die Integration kann nur durch Näherungsverfahren vorgenommen werden.

Die durch den Molekulardruck hervorgerufene Korrektur, welche in einem speziellen Falle bei der absoluten Temperatur  $1,4^\circ$  nicht weniger als  $1,1^\circ$  betrug, erreicht bei noch tieferen Temperaturen wegen des gleichzeitig abnehmenden Gasdruckes rasch Beträge von solcher Größe, daß das Gasthermometer in der bisherigen Form praktisch versagt.

Es dürfte sich also auch für die Gasthermometrie das Verfahren empfehlen, welches ONNES bei der Druckmessung des Heliumdampfes anwendete: nämlich das Hitzdrahtmanometer auf der Temperatur des unter normalem Druck siedenden Heliums zu bringen und relativ zu dieser Temperatur die tieferen zu messen. Die Temperatur des normal siedenden Heliums ist ohne Bedenken durch ein Helium-Gasthermometer von 1000 mm Druck bei  $0^\circ \text{C}$  zu ermitteln.

Sieht man von allen Korrekturen ab, so ist aus den Beobachtungen am Gasthermometer konstanten Volumens die Temperatur  $t$  aus der Beziehung

$$t = \frac{1}{\beta} \left( \frac{p}{p_0} - 1 \right) = \frac{p}{\beta_0 p_0} - \frac{1}{\beta}$$

abzuleiten, wenn  $p$  und  $p_0$  die Gasdrucke bei  $t^\circ$  und  $0^\circ \text{C}$  bedeuten und  $\beta = \frac{p_{100} - p_0}{100 p_0}$  den zwischen  $t = 100$  und  $t = 0^\circ$  zu messenden Spannungskoeffizienten bezeichnet, dessen Größe von der Art und der Dichte des Gases abhängt. Wird die Temperatur in der absoluten Skala mit  $T$  bezeichnet, so ist  $T = t + T_0 = t + \frac{1}{\gamma}$  zu setzen, indem  $T_0$  die absolute Temperatur des (bei Atmosphärendruck) schmelzenden Eises bedeutet und  $\beta$  der reziproke Wert von  $T_0$  ist. Es gilt dann also

$$T = \frac{p}{\beta_0 \beta} - \frac{1}{\beta} + \frac{1}{\gamma}$$

Grundlegende gasthermometrische Messungen tiefer Temperaturen sind bisher im physikalischen Institute zu Leiden und in der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt ausgeführt worden. Doch hat KAMERLINGH ONNES den für jede Temperaturmessung so wichtigen Spannungskoeffizienten nur an Wasserstoff für  $p_0 = 1098$  direkt bestimmt, und zwar in

Gemeinschaft mit BOUDIN im Jahre 1900 zu  $\beta \cdot 10^7 = 36627$ . Für das Heliumthermometer leitete er den Spannungskoeffizienten  $\beta \cdot 10^7 = 36614$  aus den Isothermen dieses Gases ab, die indessen direkt nur die Differenz  $\frac{1}{\gamma} - \frac{1}{\beta}$  zu ermitteln gestatten, so daß für  $\gamma$  ein Wert auf Grund anderer Untersuchungen angenommen werden mußte. Die gleiche Methode auf Wasserstoff angewendet, liefert nach den von ONNES und BRAAK (II) gemessenen Isothermen den von ONNES und BOUDIN gemessenen Spannungskoeffizienten, wenn  $10^7 \gamma = 36618$  und  $T_0 = 273,09$  gesetzt wird. Diese Zahlen stimmen mit dem Ergebnis überein, das DANIEL BERTHELOT aus den von CHAPPUIS beobachteten Spannungskoeffizienten ableitete, sie stehen aber nicht in genügendem Einklang mit den neueren Beobachtungen, die an der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt (6) über die Spannungs- und Ausdehnungskoeffizienten von Stickstoff, Wasserstoff und Helium bei verschiedener Dichte ausgeführt wurden. Aus diesen folgt mit größerer Sicherheit als aus den CHAPPUISSCHEN Messungen, die sich nicht auf Helium erstreckten,  $10^7 \gamma = 36604$  und  $T_0 = 273,20$ . Helium ist zur Herleitung dieser Zahlen von allen Gasen am besten geeignet, da es in seinem Verhalten einem idealen Gase am nächsten kommt. Ferner ist nach diesen Beobachtungen statt der von ONNES und seinen Mitarbeitern angenommenen Spannungskoeffizienten von Wasserstoff bzw. Helium zu setzen:  $\beta \cdot 10^7 = 36623$  bzw.  $\beta \cdot 10^7 = 36600$ . Dadurch kommt in die gasthermometrischen Messungen eine Unsicherheit, die bei den Wasserstoff- und Heliumtemperaturen etwa  $0,1^\circ$  beträgt, falls man die gewöhnliche Zählung (Schmelzpunkt des Eises  $0^\circ$ ) zugrunde legt, und die im übrigen um so geringer ist, je mehr man sich dem Schmelzpunkt des Eises nähert. Bezieht man aber die Temperaturangaben auf die absolute Skala, so müssen aus den dargelegten Gründen die Unterschiede zwischen den Skalen der beiden Forschungsinstitute um so mehr verschwinden, je weiter man sich dem absoluten Nullpunkt nähert, denn für Helium bestehen bezüglich der Differenz  $\frac{1}{\beta} - \frac{1}{\gamma}$  keine Meinungsverschiedenheiten. Die absolute Temperatur des Eispunktes unterscheidet sich in beiden Skalen dann aber um  $0,11^\circ$ .

**Sekundäre Thermometer.** Da das Gasthermometer umständlich zu handhaben ist, erfolgt die praktische Messung der Temperatur durch sekundäre Thermometer, die an das Gasthermometer entweder direkt oder indirekt über gewisse Fixpunkte angeschlossen sind. Für praktische Zwecke genügt oft ein Flüssigkeitsthermometer mit Pentan- oder Petrolätherfüllung (Genauigkeit etwa  $0,3^\circ$ ), das bei vorsichtiger Handhabung bis zur Temperatur der flüssigen Luft brauchbar ist.

Für wissenschaftliche Zwecke kommt als sekundäres Instrument unterhalb  $0^\circ$  am meisten das Platinwiderstandsthermometer in Betracht, das sich bis  $-258^\circ$  ( $15^\circ$  abs.) vorzüglich bewährt hat, wenn der Draht

als Spule so aufgewickelt ist, daß er Längenänderungen ungehindert folgen kann. Ausdrücklich muß darauf hingewiesen werden, daß sich die in Quarzglas eingeschmolzenen Platindrähte, die zur Messung gewöhnlicher und höherer Temperaturen geeignet sind, für die Messung tiefer Temperaturen nicht brauchbar erwiesen haben.

Für reines Platin gilt oberhalb  $0^\circ$  bis hinauf zu  $1000^\circ$  mit scheinbar unbegrenzter Genauigkeit eine quadratische Beziehung zwischen Widerstand und Temperatur, die indessen für tiefe Temperaturen von  $-40^\circ$  abwärts versagt und bisher durch keine andere hat ersetzt werden können. In der Bekanntmachung der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt über die Temperaturskala bis  $-193^\circ$  (19) heißt es: »Unterhalb des Schmelzpunktes von Quecksilber [ $-38,89^\circ$ ] werden die Temperaturen definiert durch dasjenige Platinwiderstandsthermometer, das HENNING mit dem Wasserstoffthermometer verglichen hat (vgl. Ann. d. Phys. Bd. 40, S. 635, 1913 und Bd. 43, S. 282, 1914)«. Nun ist die Sachlage nicht so, daß ein neuer Anschluß an das Gasthermometer erfolgen muß, wenn das genannte Platinwiderstandsthermometer verloren geht; um die Skala wieder herzustellen, genügt es, ein anderes Thermometer aus reinem Platindraht an einigen Fixpunkten (etwa dem Sublimationspunkt der Kohlensäure und dem Siedepunkt des Sauerstoffes) zu eichen und die Interpolation zwischen diesen in Anlehnung an die Tabelle vorzunehmen, welche für das Hauptplatinthermometer aufgestellt wurde. Dies geschieht dadurch, daß der Unterschied  $\Delta W$  der Widerstandsverhältnisse

$W = \frac{w_t}{w_0}$  beider Thermometer als quadratische Funktion von  $W-1$  dargestellt wird. — Zwischen  $-193$  und  $-259^\circ$  ist der Verlauf der Widerstandskurve wieder einfacher. Hier erscheint zur Interpolation der Ausdruck

$$\log (W - a) = b + c \cdot \log T + \frac{d}{T}$$

geeignet, dessen vier Konstanten  $a$ ,  $b$ ,  $c$  und  $d$  durch Beobachtungen des Widerstandes  $W$  bei den Siede- und Erstarrungspunkten von Stickstoff und Wasserstoff zu ermitteln sind. Für einen Draht hoher Reinheit wurde gefunden:  $a = -0,003798$ ;  $b = 1,69978$ ;  $c = 0,756055$ ;  $d = -35,3843$ .

Mit diesen Konstanten ergibt sich folgende Tabelle:

$t$	$W$	$\frac{dW}{dt}$	$\frac{1}{W} \frac{dW}{dt}$
— 257	0,004871	0,000394	0,0810
— 256	0,005302	0,000480	0,0905
— 255	0,005834	0,000586	0,1005
— 254	0,006474	0,000698	0,1080
— 253	0,007229	0,000814	0,1130
— 252	0,008103	0,000936	0,1160

Sie zeigt deutlich die hohe relative Empfindlichkeit des Thermometers aus reinem Platin bei der Temperatur des Wasserstoffes, welche diejenige

bei  $0^\circ$  sogar um das 20 bis 25fache übertrifft. Mit weiterer Annäherung an den absoluten Nullpunkt nimmt die Empfindlichkeit allerdings sehr schnell ab. Die Reinheit des verwendeten Platindrahtes dürfte für Messungen bei Heliumtemperaturen noch nicht ausreichen. Es ist bekannt, daß bei abnehmender Reinheit die Konstante  $a$  wächst, so daß gleichzeitig die obere Grenze für die Brauchbarkeit des Thermometers zu höheren Temperaturen rückt.

Im NERNSTschen Institut sind im Bereich der Wasserstofftemperaturen Bleidrahtwiderstandsthermometer mit gutem Erfolg angewendet worden. Der Widerstand des reinen Bleies gelangt erst bei viel tieferer Temperatur als der Widerstand des Platins in den Bereich des ständig abnehmenden Temperaturkoeffizienten. Dieser Vorteil ist indessen nur dann entscheidend, wenn kein genügend reines Platin zur Verfügung steht, denn die Bleidrähte erleiden leicht dauernde Widerstandsänderungen.

Die Theorie des elektrischen Widerstandes, mit dem Ziel seine Abhängigkeit von der Temperatur gut darzustellen, ist bisher wenig ausgebildet.

Ausgedehnte Versuche von SCHIMANK über den elektrischen Widerstand von Metallen und besonders die an sehr reinem Material von HOLBORN (8) ausgeführten Widerstandsmessungen führten zu dem Ergebnis, daß die Kurven, welche das Widerstandsverhältnis  $W = \frac{w_t}{w_0}$  des reinen Materials als Funktion der Temperatur darstellen, für fast alle Metalle den gleichen Verlauf haben. Sie streben in mehr oder weniger starker Biegung dem Punkt  $W=0$  beim absoluten Nullpunkt zu und ordnen sich in der Reihenfolge der  $\beta\nu$ -Werte, wie sie aus den Beobachtungen der spezifischen Wärmen abgeleitet sind. Je höhere Beträge der charakteristische Wert  $\beta\nu$  besitzt, um so früher gelangt das betreffende Metall in den Bereich sehr kleiner und mit der Temperatur wenig veränderlicher Werte des Widerstandsverhältnisses  $W$ . Platin weicht in Gemeinschaft mit Palladium und Tantal von den meisten übrigen Metallen (*Fe, Ni, Cu, Al, Pb, Au*) insofern ab, als der Temperaturkoeffizient seines Widerstandes in einem großen Temperaturbereich (von etwa  $-195$  bis  $+1100^\circ$ ) mit zunehmender Temperatur nicht wächst, sondern abnimmt. Die Widerstandskurve des Platins besitzt bei  $-195^\circ$  einen Wendepunkt.

Den offensichtlichen Zusammenhang zwischen dem Verlauf des elektrischen Widerstandes und der spezifischen Wärme in tiefer Temperatur hat GRÜNEISEN (4) in eine empirische Formel gebracht, die für einatomige Metalle lautet

$$W = A \cdot T \cdot F\left(\frac{T}{\Theta_r}\right) \cdot \frac{C_p}{C_v} [1 + a_1 T + a_2 T^2].$$

Hierin bedeutet  $A$  einen Proportionalitätsfaktor, der vom Atomvolumen des Metalles abhängt,  $F\left(\frac{T}{\Theta_r}\right)$  die DEBYESche Funktion der spezifischen

Wärme mit der charakteristischen Temperatur  $\Theta_r$  und  $\frac{C_p}{C_v}$  das Verhältnis der spezifischen Wärmen. Die Größe  $\Theta_r$  ist nahe in Übereinstimmung mit der charakteristischen Temperatur  $\Theta = \beta\nu$ , wie sie aus den Messungen über die spezifischen Wärmen folgt; sie ist genauer so zu wählen, daß sie den Widerstandsmessungen in tiefer Temperatur möglichst angepaßt ist. In höherer Temperatur spielt  $\Theta_r$  keine Rolle, da dann die Funktion  $F$  konstant wird und der Widerstand quadratisch der Temperatur folgen soll. Nach den Feststellungen HOLBORNS kann allerdings diese quadratische Gleichung außer bei Platin, wo sie mit so wunderbarer Genauigkeit zutrifft, bei keinem andern Metall als ausreichend angesehen werden. Immerhin gelang es GRÜNEISEN, die Widerstände von Blei ( $\Theta_r = 92$ ), Gold ( $\Theta_r = 190$ ), Platin ( $\Theta_r = 230$ ) und Eisen ( $\Theta_r = 470$ ) ziemlich befriedigend durch seine Gleichung darzustellen, wengleich dabei auch nicht diejenige Sicherheit erzielt wurde, die man bei Verwendung eines Widerstandsdrahtes zur Temperaturmessung benötigt. Es ist zurzeit noch nicht möglich, die festen Körper in einen derartigen idealen Zustand zu versetzen, daß alle ihre Eigenschaften einfachen Gesetzen gehorchen.

Von beträchtlichem Einfluß auf den Temperaturkoeffizienten des Widerstandes ist z. B. der Kristallzustand des Metalles. Es gibt sich dies daran zu erkennen, daß der Temperaturkoeffizient von der mechanischen (Ziehen) und thermischen (Anlassen) Behandlung des Drahtes abhängt. Im allgemeinen nimmt sowohl der Temperaturkoeffizient des Widerstandes als auch das spezifische Leitvermögen des Metalles mit steigender Temperatur zunächst zu, um bei weiterer Temperatursteigerung wieder abzunehmen. Die Umkehrtemperatur liegt dem Schmelzpunkt des Metalles entsprechend verschieden hoch.

Die größten Schwierigkeiten werden jeder elektrischen Theorie durch das sprungartige Verschwinden des elektrischen Widerstandes gewisser Metalle unterhalb einer bestimmten Temperatur bereitet. Gewöhnliches Blei und Uranblei wird bei  $7,3^\circ$ , Quecksilber bei  $4,2^\circ$ , Zinn bei  $3,8^\circ$  und Thallium bei  $2,3^\circ$  supraleitend. Sehr bemerkenswert ist aber, daß weder die Wärmeleitung noch die spezifische Wärme dieser Metalle bei den Sprungpunkten des elektrischen Widerstandes irgendwelche besonderen Änderungen erleidet. Somit muß auch der genannten GRÜNEISENSchen Regel zweifellos eine Grenze gesteckt sein.

Wenn die Theorie schon bei den reinen Metallen zu keinen befriedigenden Ergebnissen geführt hat, so hat sie keinerlei Resultate bezüglich der Legierungen aufzuweisen. So war es nicht vorauszusehen, daß sich für Heliumtemperaturen ein Widerstandsthermometer mit Konstantendraht als brauchbar erweist. Während diese Legierung nach den Messungen von SCHIMANK zwischen 0 und  $-140^\circ$  C einen von der Temperatur praktisch unabhängigen Widerstand besitzt und sein Temperaturkoeffizient auch bis herab zur Temperatur des flüssigen Sauerstoffes einen äußerst

geringen Wert hat, wächst dieser in der Gegend der Wasserstofftemperaturen beträchtlich und weist auch bei Heliumtemperaturen noch Werte auf, die die Temperatur als Funktion des Widerstandes dieser Legierung zu messen gestatten. Manganin verhält sich auch im Gebiet tiefster Temperaturen ähnlich wie Konstantan.

**Thermoelemente.** Für genaue Temperaturmessungen unterhalb  $0^{\circ}$  kommen Thermoelemente wenig in Betracht. Kürzlich haben KEYES, TOWNSHEND und YOUNG (15) für Kupfer-Konstanten durch Vergleich mit dem Wasserstoffthermometer die Beziehung

$$E = 0,1486 \cdot t^{2,137} - 222,20 t$$

zwischen der elektromotorischen Kraft  $E$  und der Temperatur  $t$  von 0 bis  $-183^{\circ}$  ermittelt.

KAMERLINGH ONNES und CLAY (12) fanden bei der Temperatur des flüssigen Wasserstoffes die elektromotorische Kraft des Paares Gold-Silber genügend stark von der Temperatur abhängig, um das Element als Thermometer benutzen zu können. Im Bereich des flüssigen Heliums wurden von KAMERLINGH ONNES und HOLST (13) die Thermokräfte von fünf reinen Metallen ( $Ag$ ,  $Au$ ,  $Pt$ ,  $Pb$ ,  $Fe$ ) und zwei Legierungen (Konstantan,  $52 Au + 48 Ag$ ) gegen Kupfer untersucht, ohne daß sich eins dieser Elemente für Temperaturmessungen als brauchbar erwiesen hätte.

**Tensionsthermometer.** Unter den sekundären Thermometern, die für tiefe Temperaturen geeignet sind, hat in letzter Zeit das von STOCK eingeführte Tensionsthermometer erheblich an Bedeutung gewonnen. Im Prinzip besteht es darin, daß der Sättigungsdruck einer Flüssigkeit, die sich mit ihrem Dampf im statischen Gleichgewicht befindet, an einem Quecksilbermanometer abgelesen wird. Das Thermometer hat den großen Vorzug, daß es zu seiner Ablesung keine komplizierte und kostspielige Meßeinrichtung erfordert, wie es z. B. bei dem Widerstandsthermometern und dem Thermoelement der Fall ist. Liegt die Temperatur, welche gemessen werden soll, in der Nähe des normalen Siedepunktes der Thermometerflüssigkeit, so kann man hohe Genauigkeiten erreichen, selbst wenn die Höhe der Quecksilbersäule nur mit einem einfachen Holzmaßstab ermittelt wird. Beispielsweise ändert sich der Sättigungsdruck des Sauerstoffes in der Nähe der Atmosphäre um mehr als 70 mm pro Grad. Bei höheren Drucken liegen die Verhältnisse in dieser Beziehung noch günstiger, doch würde die Handlichkeit der Thermometer leiden, wenn man sie wesentlich über den Druckbereich einer Atmosphäre ausdehnen wollte. Wohl aber ist es zweckmäßig, über eine ganze Reihe von Tensionsthermometern mit verschiedenen Flüssigkeiten zu verfügen, von denen jedes für einen bestimmten Temperaturbereich besonders empfindlich ist. STOCK (23) ist in Gemeinschaft mit KUSS in letzter Zeit darauf bedacht gewesen, eine Anzahl Substanzen, die sich zur Füllung von Tensionsthermometern eignen, besonders rein darzustellen. Der Berichtersteller (7) hat die Dampfdrucke dieser Substanzen zwischen 1

und etwa 0,1 Atmosphäre in Abhängigkeit von der Temperatur gemessen und Tafeln berechnet, aus denen zu jedem Sättigungsdruck die zugehörige Temperatur entnommen werden kann, sodaß es möglich ist, fast jede Temperatur in dem ganzen Bereich von 0° bis —200° mittels eines Tensionsthermometers zu bestimmen.

Das Verfahren ist ohne weiteres auch auf Wasserstoff und Helium anwendbar. Die tiefsten Temperaturen, welche KAMERLINGH ONNES erzeugt hat, sind bisher sogar nur aus dem Dampfdruck des Heliums ermittelt worden, und zwar, da gasthermometrische Beobachtungen bisher

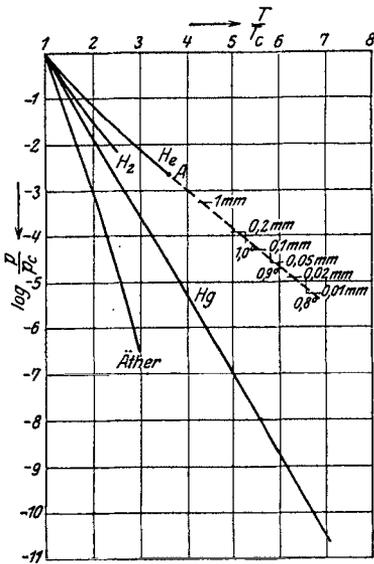


Abb. 2.

nur bis 1,4° abs. ausgeführt werden konnten, auf dem Wege der Extrapolation und in Anlehnung an das Gesetz der korrespondierenden Zustände. Die Anwendung dieses Gesetzes ist insofern mit besonderen Gefahren verknüpft, als es um so weniger genau zu gelten scheint, je tiefer die Temperatur rückt. In Abb. 2 sind die reduzierten Dampfdruckkurven für Äther, Quecksilber, Wasserstoff und Helium

(mit  $\frac{T}{T_c}$  als Abszisse,  $\log_{10} \frac{p}{p_c}$  als Ordinate;  $T_c$  kritische Temperatur,  $p_c$  kritischer Druck) eingetragen. Die entsprechenden Kurven für Argon und Neon liegen zwischen denen von Äther und Quecksilber. Die Sättigungskurven der verschiedenen Dämpfe fallen also keineswegs zusammen, wie das Korrespondenzgesetz erwarten läßt. Alle sind indessen nahezu gerade Linien, die nur

in der Nähe des kritischen Punktes  $\left(\frac{T}{T_c} = 1; \frac{p}{p_c} = 1\right)$  ein wenig gekrümmt sind. Die Sättigungskurve für Helium ist am stärksten gekrümmt. Sie wurde vom kritischen Punkt bis zu dem in der Abbildung mit *A* bezeichneten Punkt gasthermometrisch bestimmt. Darüber hinaus ist sie in Richtung der Tangente in *A* extrapoliert und gestrichelt gezeichnet. Hiernach ist dem Dampfdruck 0,013 mm die absolute Temperatur 0,82° abs. zuzuordnen. Wählt man statt der graphischen Extrapolation die Extrapolation mittels der NERNSTschen Dampfdruckformel, deren verfügbare Konstante den Beobachtungen angepaßt ist, so findet man daß zu dem Druck  $p = 0,013$  mm die Temperatur  $T = 0,77^\circ$  abs. gehört. Um der Unsicherheit der Extrapolation Rechnung zu tragen, setzt KAMERLINGH ONNES die tiefste bisher erreichte Temperatur »zu einige Hundertstel Grad tiefer als 0,9° abs.« an.

**Fixpunkte.** Durch Fixpunkte (Siede-, Sublimations-, Schmelz- und Umwandlungstemperaturen) läßt sich eine Temperaturskala sowohl kennzeichnen als auch reproduzieren.

Der Vergleich der normalen Siedepunkte von Sauerstoff, Stickstoff und Wasserstoff nach den Messungen im Leidener Kältelaboratorium (L.K.L.) und in der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt (P.T.R.) zeigt, daß beide Skalen noch nicht so weit übereinstimmen, wie erwünscht wäre.

Gas	L.K.L.		P.T.R.	
	° C	° abs.	° C	° abs.
Sauerstoff	— 182,95	90,14	— 182,98	90,22
Stickstoff	— 195,78	77,31	— 195,80	77,40
Wasserstoff	— 252,73	20,36	— 252,77	20,43

Den Messungen liegt in beiden Fällen das Heliumthermometer zugrunde, dessen Angaben nach der oben mitgeteilten Tabelle auf die thermodynamische Skala reduziert sind. Nach den Betrachtungen in einem früheren Abschnitt stand zu erwarten, daß bei der Temperatur des flüssigen Wasserstoffes die von beiden Instituten ermittelten Zahlen in der absoluten Zählung befriedigend übereinstimmen würden. Die Tabelle zeigt, daß im Gegenteil die Zahlen in der gewöhnlichen Celsiuszählung sich erheblich näher sind. Die Unterschiede sind hier sogar so klein, daß sie die Genauigkeit der gasthermometrischen Messung erreichen. Das L.K.L. ordnet den drei Fixpunkten in der gewöhnlichen Celsiusskala um 0,02 bis 0,04° höhere und in der absoluten Skala um 0,07 bis 0,09° tiefere Temperaturen zu als die P.T.R.

Kürzlich ist eine amerikanische Arbeit von KEYES, TOWNSHEND und YOUNG (15) bekannt geworden, in der der Versuch gemacht wird, die Temperaturskala zwischen 0 und — 183° durch gasthermometrische Messungen von neuem festzulegen. Die Autoren bedienen sich eines Wasserstoffthermometers mit einem Gefäß aus Quarzglas und fanden die Temperatur am normalen Siedepunkt des Sauerstoffes zu  $t = 182,94^\circ$  oder  $T = 90,20^\circ$ . Ihre Resultate sind kaum geeignet, unsere bisherigen Kenntnisse über die Temperaturskala unterhalb 1° zu erweitern, da gewisse Bedenken gegen die Vollwertigkeit ihrer Versuche nicht unterdrückt werden können. In dieser Beziehung mag hier nur auf drei Punkte hingewiesen werden:

a) Wasserstoff diffundiert durch Quarzglas; b) der Spannungskoeffizient des Heliums wurde zu  $\beta \cdot 10^7 = 36614$  angenommen, aber nicht gemessen; c) es wird behauptet, daß die Angaben eines Gasthermometers konstanten Volumens mit der thermodynamischen Skala stets in Übereinstimmung stehen, wenn die Adsorption des Gases an der Gefäßwand berücksichtigt wird.

In der folgenden Tabelle sind einige Siede- und Sublimationstemperaturen (S.P.) bei dem Druck von 760 mm Hg und einige Erstarrungstemperaturen (E.P.), wie sie im L.K.L., in der P.T.R. und dem amerikanischen Massachusetts Institute of Technology (M.I.T.) gemessen wurden, zusammengestellt.

Substanz		L.K.L.	M.I.T.	P.T.R.
Schweflige Säure . . .	S.P.	—	—	— 9,99
Ammoniak . . . . .	S.P.	—	—	— 33,36
Quecksilber . . . . .	E.P.	—	38,90	— 38,89
Chlorbenzol . . . . .	E.P.	— 45,17	45,58	— 45,54
Chloroform . . . . .	E.P.	— 63,49	64,19	— 63,69
Kohlendioxyd . . . . .	S.P.	—	78,53	— 78,51
Chlorwasserstoff . . .	S.P.	—	—	— 85,02
Phosphorwasserstoff . .	S.P.	—	—	— 87,42
Äthylen . . . . .	S.P.	—	—	— 103,71
Schwefelkohlenstoff . .	E.P.	— 111,61	— 112,97	— 112,00
Äthyläther . . . . .	E.P.	— 123,30	— 123,40	— 123,65
Methan . . . . .	S.P.	—	— 161,61	— 161,34

Die Zahl der organischen Substanzen, deren Erstarrungspunkte im Leidener Laboratorium von TIMMERMANS, KAMERLINGH ONNES und VAN DER HORST (24) gemessen wurden, ist größer als in der Tabelle angegeben. Bei den Stoffen, die auch in der P.T.R. und dem M.I.T. untersucht wurden, ersieht man, daß die Meßgenauigkeit nur einige Zehntel Grad beträgt. Der Grund hierfür ist nicht in dem Unterschied der Skalen, sondern in der verschiedenen Beschaffenheit der Substanzen zu suchen. Es erscheint darum, bevor diese Frage geklärt ist, verfrüht, wenn die holländischen Gelehrten und ihr belgischer Gast die internationale Annahme ihrer Zahlen vorschlagen.

Zu der vorstehenden Tabelle muß noch ergänzend hinzugefügt werden, daß im Bureau of Standards zwar nicht auf Grund eigener gasthermometrischer Messungen aber mit gut geeichten Platinwiderstandsthermometern von CRAGOE, MEYERS und TAYLOR (3) der normale Siedepunkt von Ammoniak zu  $-33,35^{\circ}$  und von WILHELM (25) der Schmelzpunkt von Quecksilber zu  $-38,87^{\circ}$  gefunden wurde.

Zum Schluß mag eine Zusammenstellung der Tripelpunkte (Punkt des Gleichgewichts aller drei Aggregatzustände), der Siedepunkte und der kritischen Größen einiger Stoffe gegeben werden, wie sie im Leidener Institut ermittelt wurden und in der Festschrift zur Feier des 40jährigen Professorenjubiläums von KAMERLINGH ONNES abgedruckt sind.

Gas	Tripelpunkt		Siede- temperatur ° C	Kritische Größen		Dichte g/cm <sup>3</sup>
	° C	mm Hg		Temperatur ° C	Druck Atm.	
Sauerstoff . .	— 218,40	—	— 182,95	— 118,82	49,713	0,4299
Argon . . . .	— 189,30	515,65	— 185,84	— 122,44	47,996	0,53078
Stickstoff . .	— 209,86	96,4	— 195,78	— 147,13	33,490	0,31096
Neon . . . .	— 248,67	323,5	— 245,92	— 228,35	26,86	—
Wasserstoff . .	— 259,14	54,1	— 252,70	— 239,91	12,80	0,03102
Helium . . . .	—	—	— 268,87	— 267,84	2,26	0,066

## Literatur.

1. CATH und KAMERLINGH ONNES: Korrekturen des  $He$ - und  $H_2$ -Thermometers auf die thermod. Skala. Leiden Comm. Nr. 156a. 1922.
2. CROMMELIN: Untersuchungen bei tiefen Temperaturen. Jahrb. f. Radioakt. u. Elektr. 1922, 19, 38.
3. CRAGOE, MEYERS und TAYLOR: Siedepunkt von  $NH_3$ . Bull. Bur. Stand. 1920, 16, 1.
4. GRÜNEISEN: Elektrischer Widerstand und spezifische Wärme. Verhandl. d. deutsch. physikal. Ges. 1918, 20, 36 u. Physikal. Zeitschr. 1918, 19, 382.
5. HENNING: Thermostat. Zeitschr. f. Instrumentenkunde 1913, 33, 33.
6. HENNING und HEUSE: Spannungs- und Ausdehnungskoeffizienten von  $He$ ,  $H_2$  und  $N_2$ . Zeitschr. f. Physik. 1921, 5, 285.
7. — und STOCK: Sättigungsdrucke. Zeitschr. f. Physik. 1921, 4, 226.
8. HOLBORN: Widerstand reiner Metalle. Ann. d. Physik. 1919, 59, 145.
9. KAMERLINGH ONNES: Thermostat mit Wasserstoffdampf. Leiden Comm. Nr. 151a. 1917.
10. — Tiefste Temperatur. Leiden Comm. Nr. 159. 1922.
11. — und BRAAK: Isothermen von  $H_2$ . Leiden Comm. Nr. 100b.
12. — und CLAY: Thermokräfte bei  $He$ -Temperatur. Leiden Comm. Nr. 107b. 1908.
13. — und HOLST: Thermokräfte bei  $H_2$ -Temperatur. Leiden Comm. Nr. 142c. 1914.
14. — und WEBER: Molekulardruck. Leiden Comm. Nr. 147b.
15. KEYES, TOWNSEND und YOUNG: Gasthermometrie und Temperaturskala. Journ. of math. a. physics. mass. inst. of technol. 1922, 1, 243.
16. KNUDSEN: Molekulardruck. Ann. d. Physik. 1910, 31, 205, 633; 33, 1435.
17. MEISSNER: Thermische und elektrische Leitfähigkeit. Jahrb. f. Radioakt. u. Elektr. 1920, 17, 229.
18. NERNST: Grundlagen des neuen Wärmesatzes. Verl. Knapp, Halle 1918.
19. Physikalisch-Technische Reichsanstalt: Amtliche Temperaturskala. Ann. d. Physik. 1915, 48, 1034.
20. SCHIMANK: Elektrischer Widerstand von Metallen. Ann. d. Physik. 1914, 45, 706.
21. SCHRÖDINGER: Energieinhalt der Festkörper. Physikal. Zeitschr. 1919, 20, 420, 450, 474, 497.
22. SIMON und LANGE: Fester Wasserstoff. Zeitschr. f. Physik 1923, 15, 312.
23. STOCK, HENNING und KUSS: Tensionsthermometer. Chem. Ber. 1921, 54, 1119.
24. TIMMERMANS, KAMERLINGH ONNES und VAN DER HORST: Erstarrungspunkte organischer Stoffe. Leiden Comm. Nr. 157. 1922.
25. WILHELM: Schmelzpunkt von Hg. Bull. Bur. Stand. 1916, 13, 655.

## VI. Neuere Erfahrungen über quantenhaften Energieaustausch bei Zusammenstößen von Atomen und Molekülen.

Von J. Franck.

Nach der BOHRSchen Atomtheorie besitzen Atome und Moleküle diskrete, quantenhaft ausgezeichnete, stationäre Energiezustände. In ihnen können Elektronen um einen positiven Kern auf sogenannten Quantenbahnen umlaufen, ohne, wie es nach der klassischen Theorie gefordert wird, elektromagnetische Strahlung der Frequenz ihres Umlaufs zu emittieren. In gleicher Weise können auch positiv und negativ geladene Ionen um ihren gemeinschaftlichen Schwerpunkt umlaufen bzw. gegeneinander schwingen, ohne die entsprechenden ultraroten Frequenzen auszustrahlen. Strahlung, und zwar monochromatische Strahlung, tritt auf, wenn das Atom oder Molekül aus einem stationären Quantenzustand in einen anderen übergeht. Die Frequenzen des monochromatischen Lichts, das dabei ausgesandt wird, berechnen sich aus der Energiedifferenz der beiden Quantenzustände, zwischen denen der Übergang erfolgt nach der Frequenzgleichung

$$w_a - w_e = h\nu,$$

wobei  $w_a$  die Energie des Anfangszustandes,  $w_e$  diejenige des Endzustandes nach dem Elementarakt bedeutet. Den niedrigsten Quantenzustand, d. h. den energieärmsten, dessen das System fähig ist, nennt man den Normalzustand oder unangeregten Zustand. Er ist derjenige, in dem wir das Atom und Molekül bei niedrigen Temperaturen zu finden gewohnt sind. Durch Energiezufuhr, z. B. durch Licht der Wellenlängen, die nach der obigen Frequenzregel von dem normalen Atom und Molekül absorbiert werden, kann man die höheren oder angeregten Zustände des Systems erhalten. Die angeregten Zustände sind instabil. Nach Ablauf einer kurzen Verweilzeit kehrt das System unter Emission monochromatischer Strahlungen entweder über einige Zwischenstufen oder direkt in den Normalzustand zurück. Jede Spektrallinie eines Elements entspricht dabei dem Übergang zwischen zwei Quantenzuständen des Systems. Handelt es sich um Atome, so haben wir im optisch leicht zugänglichen Spektralgebiet nur die Übergänge des am lockersten gebundenen Elektrons von einer Quantenbahn in eine andere ins Auge zu fassen. (Naturgemäß wirkt dabei dieser Quantenübergang auf die Bahnen

der übrigen Elektronen des Atoms zurück.) Die Energiezufuhr zur Erreichung höherer Quantenzustände ist jedoch nicht beschränkt auf den oben angedeuteten Prozeß der quantenmäßigen Absorption von Licht, sondern es ist auch möglich, den Atomen und Molekülen Energie, die als Quantenenergie aufgenommen wird, durch Zusammenstoß mit anderen Atomen und Molekülen oder auch mit Elektronen zuzuführen.

Betrachten wir fürs erste nur den einfachsten Fall der Zusammenstöße von Atomen miteinander. Hier haben die Erfahrungen der kinetischen Gastheorie gelehrt, daß man sie nach den Gesetzen der Zusammenstöße von ideal-elastischen Kugeln beschreiben kann. Nach den Prinzipien der Atomtheorie liegt die Berechtigung hierfür jedoch nur darin, daß die beim Zusammenstoß der Atome zur Verfügung stehende Translationsenergie bei normaler Temperatur klein ist gegenüber der Energie, die aufzuwenden ist, um ein Atom aus seinem Normalzustand in einen höheren Quantenzustand zu bringen. Die mittlere kinetische Energie der Atome bei Zimmertemperatur beträgt  $5,3 \cdot 10^{-14}$  Erg.

Das Cäsium, das sich durch ganz besonders kleine Anregungsenergie beim Übergang vom Normalzustand in den nächst höheren Quantenzustand auszeichnet, verbraucht hierzu eine Energie  $Q = 2,2 \cdot 10^{-12}$  Erg. Selbst dieser Betrag ist also schon groß gegenüber der mittleren Translationsenergie bei Zimmertemperatur. Da wir eine MAXWELLSche Geschwindigkeitsverteilung haben, sind allerdings auch schon bei dieser Temperatur einige wenige Atome mit abnorm großer Translationsenergie (größer als  $Q$ ) vorhanden. Da aber die Zahl  $n$  derjenigen, deren Energie die Anregungsarbeit übersteigt, von der Gesamtzahl aller Atome  $n_0$  nur

den Bruchteil  $\frac{n}{n_0} = e^{-\frac{Q}{kT}}$  bildet, so zeigt sich, daß dieser Bruchteil zu vernachlässigen ist<sup>1)</sup>, da  $\frac{Q}{kT}$  in unserem Falle = 41 wird. Die mittlere

kinetische Energie der Atome steigt proportional mit der absoluten Temperatur, daher wird bei hoher Temperatur der Anteil derjenigen Atome, die beim Zusammenstoß genügend Energie besitzen, um unter Umwandlung der Translationsenergie einen Quantensprung an einem der zusammenstoßenden Atome hervorzurufen, merklich werden. In diesem Falle sind wir also nicht mehr berechtigt, elastische Zusammenstöße anzunehmen. Der Nachweis dafür, daß bei solchen Zusammenstößen Translationsenergie von zwei zusammenstoßenden Atomen zur Anregung von

<sup>1)</sup> In Wirklichkeit kommt es nicht auf die mittlere Translationsenergie, sondern auf die Relativenergie beim Zusammenstoße an. Die Zahl derjenigen, deren Relativenergie zur Anregung eines Quantensprungs des Cäsiums bei Zimmertemperatur genügt, unterscheidet sich von der oben berechneten um einen unbedeutlichen Faktor. Die aus der kinetischen Gastheorie sich ergebende Formel lautet:  $n = z \left( \frac{h\nu}{kT} + 1 \right) e^{-\frac{h\nu}{kT}}$ , wobei  $z$  die mittlere Stoßzahl pro Sekunde bedeutet.

Quantenenergie verbraucht wird, läßt sich nur indirekt, aber mit großer Sicherheit führen. Der Zweck dieses Aufsatzes ist es, dieses und die daran sich anschließenden Probleme, soweit sie durch neuere Experimente bisher gelöst sind, zu behandeln.

Wesentlich direkter als beim Zusammenstoß von Atomen miteinander ist der Beweis zu führen, sobald man Zusammenstöße von Elektronen und Atomen miteinander betrachtet. Hier haben sehr zahlreiche Erfahrungen<sup>1)</sup> gelehrt, daß in der Tat für solche Zusammenstöße die Grundprinzipien der BOHR'schen Atomtheorie sich direkt beweisen lassen. In einatomigen Gasen stoßen Elektronen mit Atomen völlig elastisch im Sinne der kinetischen Gastheorie zusammen, solange ihre kinetische Energie kleiner ist als diejenige, die zur Anregung des ersten Quantensprunges verbraucht wird. Sobald diese Energiestufe erreicht ist, führt ein merklicher Bruchteil aller Zusammenstöße zur Überführung von Translationsenergie in Quantenenergie. Man kann zeigen, daß die Elektronen gerade den Bruchteil ihrer Bewegungsenergie verlieren, der als Quantenenergie verbraucht wird. Ergänzt man diese Versuche durch spektroskopische Aufnahmen, so sieht man, daß gerade die Spektrallinien auftreten, die bei den Übergängen des berechneten Anregungszustandes in niedrigere Quantenzustände bzw. den Normalzustand nach der Frequenzbeziehung auftreten müssen. Eine solche Bestätigung der Grundvorstellung der BOHR'schen Atomtheorie durch Elektronenstoßversuche ist deshalb einfacher zu erbringen als ihr Analogon durch Atomstöße, weil die elektrische Ladung der Elektronen es ermöglicht, ihnen durch Anwendung elektrischer Felder genau bekannte und genau abstufbare Energiebeträge zu geben, die sie beim Stoß den Atomen zuführen können. Ebenso läßt sich der Geschwindigkeitsverlust der Elektronen genau feststellen, indem man untersucht, welche Potentialdifferenz eines sie abbremsenden elektrischen Feldes sie vor und nach dem Stoß zu überwinden vermögen. Für die ungeladenen Atome fehlt dieses bequeme Hilfsmittel. Wir untersuchen daher zuerst, ob Beobachtungen<sup>2)</sup> über Zusammenstöße von Atomen bei hoher Temperatur Anhaltspunkte für ein dem Elektronenstoß analoges Verhalten bieten. Wenn auch hier ein endlicher Bruchteil der mit der nötigen Relativenergie zusammenstoßenden Atome seine Translationsenergie in Quantenenergie verwandelt, so muß sich das durch die spektralen Emissionen des Gases unter diesen Bedingungen erweisen. Man muß dabei erwarten, daß bei allmählicher Temperatursteigerung in jedem Gas zuerst diejenige Linie auftritt, die dem Übergang vom ersten angeregten Zustande in den Normalzustand entspricht. Vergleicht man verschiedene Gase, so muß dasjenige Gas bei

<sup>1)</sup> Siehe z. B. Zusammenfassende Berichte in der Phys. Zeitschr. 1919 und 1921, sowie das Buch von P. D. FOOTE und F. L. MOHLER: The Origin of Spectra. Americ. Chemic. Society 1922, oder G. HERTZ: Die Naturwissenschaften BOHR-Heft 1923.

<sup>2)</sup> Siehe z. B. J. H. MÜLLER: Göttinger Dissertation 1921.

der niedrigsten Temperatur Licht emittieren, das die kleinste Anregungsenergie besitzt. Steigern wir die Temperatur weiter, so werden entsprechend der mit wachsender Temperatur gesteigerten Relativenergie beim Zusammenstoße immer höhere Energieniveaus erreicht werden und folglich immer weitere Spektrallinien hinzukommen. Wendet man die Bohr'sche Theorie auf die spektroskopischen Erfahrungen, insbesondere auf die Gesetzmäßigkeiten an, die gestatten, die Spektrallinien eines Elements in Serien von zusammengehörigen Linien zu ordnen, so kann man, sobald das Serienschema für eine Atomsorte bekannt ist, nach der Frequenzbeziehung genau die Energie berechnen, die zur Anregung jeder einzelnen Spektrallinie gehört. Im allgemeinen liegen hiernach die am leichtesten anregbaren Spektrallinien im kurzwelligen sichtbaren Spektrum oder im Ultravioletten, während die im gelben oder roten Spektralbereiche gelegenen Linien meistens Übergängen zwischen höheren Anregungsniveaus entsprechen. Sie sollten daher schwerer anregbar sein als die Grundlinien. Bei den Alkalimetallen liegt die Linie kleinster Anregungsenergie, die also das langwelligste Glied der Absorptionsserie darstellt, durchweg im sichtbaren Spektralgebiet. Die Temperaturanregung der Alkalimetalle muß sich also bei relativ niedriger Temperatur durch das Auftreten der erwähnten Linien bemerkbar machen. In der Tat ist das schon eine alte spektroskopische Erfahrung. Die Spektren, die man erhält, wenn man in eine Flamme Alkalimetalle oder auch ihre bei der Flammentemperatur sich schnell zersetzenden Salze hineinbringt, beweisen das. So tritt bekanntermaßen das gelbe D-Linienduplet des Natriums oder die rote Rubidiumlinie schon in Flammen so niedriger Temperatur auf, wie sie die Alkoholflamme hat, während weitere Linien erst in Flammen höherer Temperatur erscheinen. Vergleicht man systematisch in Flammen gleicher Temperatur, welche Spektrallinien der verschiedenen Alkalimetalle und Erdalkalimetalle in ihnen sichtbar werden, so sieht man, daß in der Tat bei gegebener Temperatur um so mehr Linien erscheinen, je niedriger die Anregungsniveaus des betreffenden Metalls sind. Nehmen wir z. B. eine gewöhnliche Bunsenflamme und betrachten immer die spektrale Emission der gleichen Stelle dieser Flamme beim Hineinbringen der verschiedenen Salze (es wurde dazu eine Stelle gewählt, die etwa  $1550^{\circ}\text{C}$  zeigte), so findet man beim Lithium nur eine, beim Natrium zwei, beim Kalium drei, beim Rubidium vier, beim Cäsium sechs Spektrallinien, d. h. wir sehen um so mehr Spektrallinien, je kleiner die Anregungsenergien der betreffenden Atomsorte sind. Ein genau analoges Verhalten zeigen die Elemente der Erdalkalireihe sowie *Hg*, *Cd*, *Zn*. Gehen wir dann vom gewöhnlichen Bunsenbrenner über das Leuchtgasluftgebläse mit etwa  $1900^{\circ}$  zum Leuchtgassauerstoffgebläse mit  $2100^{\circ}\text{C}$  über, so finden wir, daß immer weitere Spektrallinien hinzukommen, gerade wie es nach den obigen Ausführungen zu erwarten ist. Nicht nur die spektrale Emission, sondern auch das Leitvermögen der Flamme beim Hinein-

bringen der Salze kann als Beweis dafür herangezogen werden, daß die Translationsenergie in Quantenenergie umgewandelt wird. Führt man nämlich einem Atom eine solche Energie zu, die genügt, um ein Elektron des Atoms aus seiner Grundbahn auf eine unendlich — quantige Bahn zu heben, so heißt das, anders ausgedrückt, daß wir dieses Elektron so weit von dem positiven Atomrest entfernen, daß die Kräfte zwischen Elektron und Ion unmerklich werden, das Atom wird ionisiert. Die zu der Ionisation notwendige Energie berechnet sich daher aus der Grenzfrequenz der Absorptionsserie  $\nu_\infty$  multipliziert mit dem PLANCK'schen Wirkungselement  $h$ . Der Energiewert ist bei den meisten Elementen weniger als doppelt so groß wie derjenige, der zur Anregung des ersten Quantensprungs benötigt wird. Ist die Temperatur so hoch, daß dieser reichlich eintritt, so wird zwar entsprechend seltener die Energie beim Zusammenstoß auch genügen, um zu ionisieren, aber doch hinreichend oft, um diese Ionisation bequem nachweisen zu können. Unsere Mittel hierfür sind nämlich viel empfindlicher als diejenigen der spektroskopischen Untersuchungsmethode. Handelt es sich hierbei doch um Messung von Strömen, die mit Galvanometern leicht meßbar sind; schon bei der gewöhnlichen Bunsenflamme ist die Leitfähigkeitszunahme durch hineingebrachte Salze sehr groß. Bei gegebener Temperatur und gleicher Menge verdampften Metalls ist wiederum die Leitfähigkeitszunahme durch Cäsium mit der kleinsten Ionisierungsarbeit am größten in der Alkalimetallreihe, diejenige von Lithium die kleinste. Unter plausiblen Annahmen über die Ausbeute an ionisierenden Zusammenstößen haben neuerdings A. NOYES und H. A. WILSON<sup>1)</sup> sogar die absolute Größe des Leitvermögens der Flamme beim Hineinbringen verschiedener Salze gut wiedergeben können. Man hat es also unzweifelhaft hier mit einer Temperaturionisation zu tun. Sehr gut paßt hierzu auch, daß man bei hoher Temperatur auch die gebildeten Ionen ihrerseits wieder zur Emission ihres Spektrums anregen kann. Dabei verhalten sich naturgemäß die Elemente der verschiedenen Gruppen des periodischen Systems unterschiedlich<sup>2)</sup>. Die Erdalkalimetalle haben zwei locker gebundene Valenzelektronen. Haben wir durch Temperaturionisation aus diesen Atomen ein Elektron entfernt, so erhält man alkaliähnliche Erdalkalitionen mit einem Valenzelektron. Das Erdalkaliumion ist also leicht anregbar. In der Tat kann man schon bei der Temperatur des Leuchtgasluftgebläses Linien der Ionenspektren (oft mit Funkenspektren bezeichnet) der Erdalkalimetalle feststellen. Dagegen treten Ionenspektren der Alkalimetalle in den Flammen nicht auf. Das ist zu erwarten, denn, wenn man dem Alkalimetall das eine lockere Valenzelektron durch Temperaturionisation abgesprengt hat, so bleibt das

<sup>1)</sup> A. NOYES und H. A. WILSON: *Astrophys. Journ.* Jan. 1923. S. 20.

<sup>2)</sup> Spektrosk. Verschiebungssatz von KOSSEL und SOMMERFELD. Literatur siehe A. SOMMERFELD: *Atombau und Spektrallinien.*

edelgasähnliche, schwer anregbare Alkaliion zurück. SAHA<sup>1)</sup> hat diese aus der BOHRschen Atomtheorie für Temperaturleuchten der Gase folgenden Überlegungen für die Astronomie herangezogen. Es gelang ihm dadurch, eine große Zahl von astrophysikalischen Beobachtungen zu einem einheitlichen Bilde zusammenzuschließen und viele scheinbare Widersprüche aufzuklären. So war es, um nur ein Beispiel zu nennen, unklar, daß man Linien des schweren Kalziums in größerer Höhe der Sonnenatmosphäre bemerkte, als Linien des leichten Wasserstoffs. Nunmehr erklärt sich dieses Paradoxon einfach durch die verschiedenen Anregungsenergien dieser beiden Atomsorten. Der Wasserstoff braucht, um im Sichtbaren gelegene Spektrallinien zu emittieren, viel größere Anregungsenergien als das Kalzium. In dem höheren Teile der Sonnenatmosphäre, in der die Temperatur niedriger ist als in dem unteren, reicht die Energie beim Zusammenstoß noch aus, um Kalzium anzuregen, jedoch nicht mehr dazu, um das Spektrum des in dieser Höhe prozentisch in viel größerer Menge vorhandenen Wasserstoffs zu erregen. Ebenso kann es vorkommen, daß man ein leicht ionisierbares Element deshalb in heißen Sternatmosphären spektroskopisch nicht findet, weil dieses Gas bei der herrschenden Temperatur vollkommen ionisiert ist. So hatte man bisher auf der Sonne die Spektren von Cäsium und Rubidium vermißt. Nach SAHA muß man sie an den Stellen tiefster Temperatur, wie sie in einigen Partien der Sonnenflecken vorkommen, suchen, und in der Tat ließen sie sich dort auch finden.

Sauberer als die vorher kurz skizzierten Versuche mit den Flammen und analog den astronomischen Erfahrungen sind die Versuche des Temperaturleuchtens der Gase im elektrischen Ofen, wie sie von KING<sup>2)</sup> für eine Reihe von Substanzen durchgeführt worden sind. Sie ergeben das gleiche, was vorher für die Flammen verschiedener Temperatur ausgeführt wurde. Als erstes Resultat kann man somit aus diesen spektroskopischen Beobachtungen schließen, daß genau wie bei Zusammenstößen von Elektronen mit Atomen, auch bei Zusammenstößen von Atomen miteinander Translationsenergie umgewandelt werden kann in Quantenenergie, sobald die Relativenergie beim Zusammenstoß die zur Anregung von Quantenenergieübergängen genügenden Beträge hat.

KLEIN und ROSSELAND<sup>3)</sup> haben nun für den Fall von Zusammenstößen von Elektronen und Atomen thermodynamische Schlüsse gezogen, die in ganz derselben Weise für Zusammenstöße von Atomen untereinander anzuwenden sind. Nehmen wir an, daß wir ein so hoch erhitztes Gas vor uns haben, daß häufig unelastische Zusammenstöße der Atome untereinander vorkommen, bei denen Translationsenergie in Quantenenergie verwandelt wird, so wird eine Verarmung an Atomen großer

<sup>1)</sup> SAHA: Phil. Mag. 1920, 40, 478, 809; 1921, 41, 267.

<sup>2)</sup> A. S. KING, siehe z. B. Astrophys. Journ. 1922, 55, 380.

<sup>3)</sup> KLEIN und ROSSELAND: Zeitschr. f. Phys. 1921, 4, 46.

Geschwindigkeit eintreten. Dann kann nicht die für das Temperaturgleichgewicht von der Thermodynamik geforderte MAXWELLSche Geschwindigkeitsverteilung bestehen, wenn nicht den Atomen, die ihre Translationsenergie ganz oder zum Teil abgegeben haben, genau ihr Geschwindigkeitsverlust ersetzt wird. Im thermodynamischen Gleichgewicht muß jeder Elementarprozeß, der in einer bestimmten Richtung  $n$  mal pro Sekunde vorkommt, einem ebensooft vorkommenden Elementarprozeß umgekehrter Richtung entsprechen. Denken wir uns, um das Problem zu vereinfachen, ein Gas, das aus Atomen besteht, die nur in zwei Quantenzuständen existieren können, einem Normal- und einem angeregten Zustand, und es werde bei  $n$  Zusammenstößen Translationsenergie schneller Atome dazu verwandt, um den höheren Quantenzustand zu erreichen. Dann ist die Umkehrung des Prozesses, daß ebenfalls  $n$  mal pro Sekunde angeregte Atome mit langsamen Atomen zusammenstoßen und dabei ihre Quantenenergie strahlungslos in Translationsenergie der beiden zusammenstoßenden Atome verwandeln. Man nennt nach einem Vorschlage von KLEIN und ROSSELAND die anregenden Stöße Stöße erster Art und die durch Zusammenstoß bewirkten strahlungslosen Übergänge in einen niedrigen Quantenzustand Stöße zweiter Art. Die Häufigkeit der Stöße erster Art und zweiter Art ist also im thermodynamischen Gleichgewicht gleich groß. Man wird sich nun fragen, wie dann überhaupt eine Temperaturstrahlung zustande kommen soll, wenn jedes angeregte Atom strahlungslos seine Anregungsenergie bei Zusammenstößen wieder abgibt. Die Antwort darauf ist, daß naturgemäß nur ein Prozentsatz der angeregten Atome einen strahlungslosen Übergang erleidet, und zwar werden das gerade diejenigen sein, die vor Ablauf ihrer Lebensdauer im angeregten Zustande, also vor einem spontanen strahlenden Übergang einen Zusammenstoß mit einem langsamen Atom erleiden. Die anderen Atome strahlen ungestört aus, das ausgesandte Licht wird jedoch bei Temperaturgleichgewicht von anderen Atomen absorbiert, so daß an Stelle eines angeregten Atoms, das seine Energie ausstrahlt, nunmehr ein anderes angeregtes Atom tritt, das wieder für einen Stoß zweiter Art in Frage kommt. Wir haben es somit mit einem verketteten Gleichgewicht zwischen Strahlung und Absorption einerseits und Stößen erster und zweiter Art andererseits zu tun, wobei sich die strahlenden und nicht strahlenden Übergänge wieder unter sich im Temperaturgleichgewicht befinden.

Aus dem Temperaturleuchten konnten wir schließen, daß von allen Zusammenstößen von Atomen, deren Relativenergie genügend groß ist, ein endlicher Bruchteil zur Anregung von Quantensprüngen führt. Daraus folgt, daß bei Zusammenstößen langsamer Atome mit angeregten Atomen die Wahrscheinlichkeit für einen strahlungslosen Übergang sehr groß sein muß. Die Zahl von Zusammenstößen langsamer Atome ist klein gegenüber der Zahl von Zusammenstößen schneller Atome, da die mittlere

Stoßzahl proportional der Relativgeschwindigkeit der Atome ist. Wenn daher für die schnellen ein kleiner Prozentsatz zu Stößen erster Art führt, muß für die Zusammenstöße der langsamen ein großer Prozentsatz zu Stößen zweiter Art führen, damit Gleichgewicht eintreten kann. Der experimentelle Nachweis solcher Stöße zweiter Art ist daher leicht zu führen<sup>1)</sup>. Bestrahlen wir ein Gas niederen Druckes mit einer Lichtsorte, deren Frequenz dem ersten Gliede der Absorptionsenergie des betreffenden Gases entspricht, so wird ein Teil der Atome des Gases durch Absorption dieser Frequenz in den nächst höheren Quantenzustand gehoben. Man beobachtet dabei in Übereinstimmung mit der BOHRschen Theorie, daß das Gas in diesem Falle die aufgenommene Energie als Fluoreszenzstrahlung der gleichen Wellenlänge nach allen Seiten reemittiert. Man nennt diese Erscheinung, die schon lange vor der BOHRschen Atomtheorie von WOOD zuerst am Quecksilber und dann von DUNOYER, von WOOD und von STRUTT an dem Dampf der Alkalimetalle studiert worden ist, Resonanzfluoreszenz, weil im Sinne der klassischen Theorie die Frequenz des einfallenden Lichts mit einer Eigenschwingung der Atome in Resonanz steht. Es hat sich erwiesen, daß bei tiefen Drucken das absorbierte Licht als Fluoreszenzlicht quantitativ wieder reemittiert wird. Absorption unter Erwärmung des Gases tritt hierbei also nicht ein. Mischt man dem Gase niederen Druckes ein anderes neutrales Gas bei, z. B. ein Edelgas, so beobachtet man, daß mit wachsendem Druck dieses Zusatzgases die Resonanzfluoreszenz immer mehr abnimmt; schon BOHR hat die Vermutung ausgesprochen, daß diese Auslöschung der Fluoreszenz und die dafür eintretende Erwärmung des Gases durch Stöße zweiter Art hervorgerufen ist. Je höher der Druck des Zusatzgases ist, um so kleiner wird die Zeit zwischen zwei Zusammenstößen der Atome und um so kleiner wird auch die Wahrscheinlichkeit dafür, daß ein angeregtes Atom vor einem Zusammenstoß die aufgenommene Quantenenergie in einem Emissionsakte wieder ausstrahlt. Man kann auf diese Weise die aus der kinetischen Gastheorie bekannte mittlere Zeit zwischen zwei Zusammenstößen mit der mittleren Verweilzeit im Anregungszustande vergleichen: Macht man über den Querschnitt des angeregten Atoms plausible Annahmen und setzt die Wahrscheinlichkeit für Stöße zweiter Art in diesem kalten Gase mit langsam sich bewegenden Atomen vorläufig gleich 1, was nach obigem nicht sehr falsch sein kann, so ergibt sich in Übereinstimmung mit Folgerungen aus dem BOHRschen Korrespondenzprinzip und in Übereinstimmung mit direkten Messungen von W. WIEN (der das Abklingen des Leuchtens von angeregten Kanalstrahlen<sup>2)</sup>, die in ein Vakuum hineinfliegen, bestimmte) die Lebensdauer der Anregungszustände von der Größenordnung  $10^{-8}$  bis  $10^{-9}$  Sekunde. Über die

<sup>1)</sup> J. FRANCK: Zeitschr. f. Phys. 1922, 9, 259. G. CARIO: Ebenda 1922, 10, 185, Gött. Diss. G. CARIO und J. FRANCK: Ebenda 1922, 11, 161.

<sup>2)</sup> W. WIEN: Ann. d. Phys. 1919, 60, 597. Derselbe, ebenda 1921, 66, 229.

nach dem Korrespondenzprinzip geforderte Abhängigkeit der Lebensdauer von der Größe der beim Emissionsakt emittierten Frequenzen ist bei dieser rohen Schätzung noch nichts zu entnehmen.

Nach dem oben Gesagten hat man anzunehmen, daß die Anregungsenergie bei einem Stoß zweiter Art in einem Elementarakt in Translationsenergie der beiden zusammenstoßenden Atome übergeht. Dabei müssen dann abnorm schnelle Atome entstehen. Zum Beispiel gehört zur Anregung der Resonanzfluoreszenz des Quecksilbers ein Energiebetrag von  $7,8 \cdot 10^{-12}$  Erg. Die mittlere kinetische Energie der Atome bei der benutzten Zimmertemperatur beträgt  $5,3 \cdot 10^{-14}$  Erg. Nehmen wir als Atomsorte, die mit den angeregten Quecksilberatomen zusammenstößt, Argon, dessen Atomgewicht fünfmal kleiner ist als das des Quecksilbers, so muß bei einem Stoß zweiter Art das durch das Resonanzlicht angeregte Quecksilberatom nach dem Impulssatz eine kinetische Energie von  $1,3 \cdot 10^{-12}$  Erg. und das Argonatom eine kinetische Energie von  $6,5 \cdot 10^{-12}$  Erg. bekommen. Erst bei weiteren Zusammenstößen dieser abnorm schnellen Atome mit anderen Atomen wird der Geschwindigkeitsüberschuß verteilt werden. Es tritt nun die Frage auf, ob man die Möglichkeit hat, direkt experimentell zu beweisen, daß beim Stoß zweiter Art wirklich die gesamte Anregungsenergie in einem Elementarakt in eine andere Energieform (im bisher betrachteten Falle in Translationsenergie) umgewandelt wird. Hierzu bieten sich mehrere Wege. Ein besonders einfacher besteht in der Durchführung folgenden Experiments: Man erzeugt sich, wie oben, in einem kalten Gase durch Einstrahlung von Licht angeregte Atome. Zu diesem Gase (das wir mit dem Buchstaben A bezeichnen wollen) mischt man eine Atomsorte hinzu, die kleinere Anregungsstufen hat, als das  $h\nu$  des Lichts, das von der ersten Atomsorte absorbiert wird. Stoßen dann angeregte A-Atome mit B-Atomen zusammen, so kann die Anregungsenergie zum Teil dazu verbraucht werden, um B-Atome in einen höheren Quantenzustand zu bringen, während nur der Rest der Energie als Translationsenergie beider Atome in Erscheinung treten wird. Wir wollen, um das deutlicher zu machen, den Gasen A und B besondere Eigenschaften zuschreiben. Das Gas A habe als Absorptionslinie eine Linie der Frequenz  $\nu$ . Die entsprechende

Linie des Gases B habe die Frequenz  $\nu_1$ , wobei  $\nu_1 = \frac{3}{4}\nu$  sein mag.

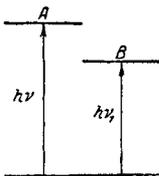


Abb. 1.

In der Abb. 1 sind die Anregungsenergien  $h\nu$  und  $h\nu_1$  dieser Linien in der üblichen Weise schematisch durch Längen dargestellt, die sich wie 1 : 3/4 verhalten. Bestrahlen wir dieses Gasgemisch mit Licht der Frequenz  $\nu$  und sorgen durch Wahl eines entsprechenden Drucks dafür, daß die angeregten A-Atome mit B-Atomen zusammenstoßen, so wird außer der Resonanzfluoreszenz des Gases A mit der Frequenz  $\nu$ , die durch Zusammenstöße

abgeschwächt erscheint, auch die Frequenz  $\nu_1$  des Gases B als Fluoreszenzlicht in Erscheinung treten. Die Energiedifferenz  $\frac{h\nu}{4}$  wird sich dann nach dem Impulssatz auf die beiden Atome A und B, deren Massen mit  $m$  und  $m_1$  bezeichnet werden mögen, so verteilen, daß ein B-Atom eine kinetische Energie bekommt, deren Größe  $\frac{h\nu}{4} \frac{1}{1 + \frac{m_1}{m}}$  ist. Wir erzeugen uns auf diese Weise angeregte B-Atome, deren kinetische Energie dann groß ist gegenüber der kinetischen Energie anderer Atome, wenn  $h\nu$  groß ist gegenüber der Energie der Temperaturbewegung. In diesem Falle wird jedoch in bezug auf den ruhenden Beobachter die Frequenz  $\nu_1$ , die das Atom B aussendet, durch Dopplereffekt verstimmt sein. Der ruhende Beobachter sieht eine Frequenz  $\nu''$ , die sich aus der Ruhfrequenz  $\nu_1$ , nach der Gleichung  $\nu_{1,1} = \nu_1 \left( 1 + \frac{v}{c} \cos \varphi \right)$  berechnet. In der Gleichung bedeutet  $v$  die Geschwindigkeit des Atoms,  $c$  die Lichtgeschwindigkeit und  $\varphi$  den Winkel zwischen der Bahnrichtung des Atoms und der Beobachtungsrichtung.

Bei den praktisch in Frage kommenden Fällen ist  $v$  immer so klein gegenüber der Lichtgeschwindigkeit, daß man die Verstimmung der Frequenz bzw. die durch diese bewirkte Verbreiterung der Linie nicht direkt spektroskopisch nachweisen kann. Wohl aber muß sich dieser Dopplereffekt dadurch bemerkbar machen, daß die so verbreiterte Linie von den Atomen des Gases B schlechter absorbiert wird als die durch direkte Bestrahlung mit der Frequenz  $\nu_1$  angeregte Resonanzfluoreszenz. Dieser Effekt hat sich in der Tat beobachten lassen, wobei allerdings aus praktischen Gründen etwas anders als in dem ausgeführten Gedankenexperiment verfahren wurde. Die Durchführung geschah auf folgende Weise: Natriumdampf wurde bestrahlt mit dem zweiten Gliede der Absorptionsserie, d. h. mit Licht, dessen  $h\nu$  genügt, um ein Natriumatom stark anzuregen. STRUTT<sup>1)</sup> fand, daß unter diesen Bedingungen als Fluoreszenzlicht neben der anregenden Linie auch das erste Glied der Absorptionsserie des Natriums, also das D-Linienduplet, auftritt. Dieses Resultat erklärt sich nach der Atomtheorie dadurch, daß es unter Strahlung verlaufende Übergänge zwischen dem durch die Einstrahlung erreichten Quantenzustand und demjenigen Zustand gibt, in dem das Atom fähig ist, die D-Linien als Resonanzfluoreszenz auszustrahlen. Jetzt tritt noch neben die Möglichkeit der strahlenden Übergänge auch die der strahlungslosen Übergänge durch Stöße zweiter Art. Vergrößert man die Zahl der strahlungslosen Übergänge z. B. durch Zusatz von 1–2 mm Druck Argon, so erhält man schnell bewegte angeregte Atome,

<sup>1)</sup> Literatur über Fluoreszenz siehe im Buche von P. PRINGSHEIM. Berlin: Julius Springer 1923.

die die D-Linien in Fluoreszenz emittieren können. Die Energiedifferenz zwischen den Quantenzuständen, zwischen denen der strahlungslose Übergang erfolgt, wird ja auf ein Natrium- und ein Argonatom aufgeteilt. In der Tat zeigt sich, daß das so hervorgerufene Fluoreszenzlicht der D-Linien von Natriumdampf gleicher Temperatur wesentlich schlechter absorbiert wird, als die Resonanzfluoreszenz, die man im gleichen Gasgemisch durch Bestrahlung mit D-Licht erzeugt.

Ganz analog dem oben ausgeführten Gedankenexperiment sind jedoch eine Zahl von Versuchen, die den Nachweis erbrachten, daß in einem Gasgemisch der Komponenten A und B bei Bestrahlung mit Licht, das von A absorbiert wird, alle die Spektrallinien von B als sensibilisierte Fluoreszenz erscheinen, deren Anregungsenergien kleiner sind als das  $h\nu$  des von A absorbierten Lichts. Solche Versuche sind mit Gemischen von Quecksilber und Thallium, Quecksilber und Blei, Quecksilber und Wismut, Quecksilber und Silber und Quecksilber und Kadmium ausgeführt worden. Bei Bestrahlung mit Licht der Quecksilberabsorptionslinie 2536,7 bei verhältnismäßig niedriger Temperatur treten nur die Linien der zugemischten einatomigen Metaldämpfe auf, deren Anregungsenergie kleiner war als das  $h\nu$  der Linie 2536,7 Å. Wurde die Temperatur jedoch so hoch gewählt, daß die Relativenergie beim Zusammenstoß einen merklichen Bruchteil der Anregungsenergie  $h\nu$  ergab, so traten auch höhere Spektrallinien auf. Es zeigt sich so, daß beim Zusammenstoß angeregter Atome, z. B. angeregter Quecksilberatome mit Kadmiumatomen, die im Quecksilber vorhandene Quantenenergie mit der beim Zusammenstoß zur Verfügung stehenden Translationsenergie zusammenwirkte, um einen höheren Quantenzustand des Kadmiums zu erreichen. Dieser Fall ist die genaue Umkehrung des im obigen Gedankenexperiment beschriebenen Falles. Dort war das  $h\nu$  des eingestrahnten von den Gasatomen A absorbierten Lichtes größer als das  $h\nu_1$ , das von den B-Atomen ausgestrahlt wird. Die Energiedifferenz ging dabei in Translationsenergie über. Hier ist  $h\nu_1$  größer als  $h\nu$  und die zur Anregung nötige Energiedifferenz  $h\nu_1 - h\nu$  wird aus der Translationsenergie entnommen. Man kann diesen Prozeß am besten dadurch charakterisieren, daß man sagt: Vor dem Zusammenstoß waren beide Atome in definierten Quantenzuständen, nach dem Zusammenstoß sind sie es wieder, nur ist ein Quantenübergang beim Zusammenstoß erfolgt. Welche Übergänge erfolgen können, hängt nur ab von der gesamten beim Zusammenstoß zur Verfügung stehenden Energie, ganz gleichgültig, ob sie in Form von Quantenenergie oder Translationsenergie vorhanden ist. Da die Translationsenergie alle möglichen Werte annehmen kann, dient sie als Reservoir oder als Quelle für die Energiebeträge, die bei Erreichung eines bestimmten Quantenzustandes übrig bleiben bzw. fehlen.

Prinzipiell ähnlich den Verhältnissen, die bei Zusammenstößen von Atomen auftreten, sind diejenigen, die bei Zusammenstößen von Atomen

und Molekülen oder Molekülen und Molekülen untereinander auftreten. Sie sind nur insofern komplizierter, als dort außer den Quantensprüngen der Elektronen von einer Bahn auf eine andere auch noch die quantenmäßigen Veränderungen der Schwingungsenergie der Atome gegeneinander und der Rotationsenergie der Atome umeinander in Rechnung zu setzen ist. Diese größere Kompliziertheit äußert sich bekanntermaßen in den Emissions- und Absorptionsspektren der Moleküle, den sogenannten Bandenspektren, die viel linienreicher sind als die Atomspektre, die sogenannten Linienspektre<sup>1)</sup>. Sie entstehen nach der BOHR'schen Atomtheorie durch Überlagerung der quantenhaften Änderungen der Rotations- und Schwingungsenergie über die Elektronenquantensprünge. Dementsprechend sind auch die Fluoreszenzspektre mehratomiger Moleküle bei monochromatischer Anregung komplizierter als die bei den Atomen. Bestrahlen wir mit Licht, das an einem Molekül den kleinsten Elektronenquantensprung hervorruft und gleichzeitig die Schwingungsenergie und die Rotationsenergie der Atome ändert, so erhalten wir als Fluoreszenzlicht einmal die Reemission eben dieser Linie und außerdem in konstanter Frequenzdifferenz von dieser Linie an gerechnet eine große Zahl von Duplets. Die meisten dieser Duplets haben längere Wellenlängen als die anregenden, einige wenige aber auch kürzere. Insbesondere gibt das Fluoreszenzspektrum des Jods bei Anregung mit der grünen Hg-Linie dieses Bild sehr deutlich. Dieses von WOOD so genannte Resonanzspektrum erklärt sich folgendermaßen. Nach dem BOHR'schen Korrespondenzprinzip kann sich das Schwingungsquant eines anharmonischen Oszillators, — und als solchen haben wir das Molekül zu betrachten — durch Lichtabsorption und Emission um eine größere Zahl von Quanten ändern, während das Rotationsquant des Moleküls sich nur um ein Energiequant vergrößern bzw. verkleinern kann. Hierzu kommt bei den betrachteten Übergängen die Änderung des Drehimpulses eines Elektrons. Haben wir nun durch Lichtabsorption einen bestimmten Anregungszustand des Moleküls erreicht, so erfolgt jede Reemission von Licht unter gleichzeitiger Vergrößerung bzw. Verkleinerung der Rotationsquantenenergie um den Betrag 1, so daß jede Linie in ein Duplet aufgespalten wird, dessen Frequenzabstand  $2\nu_r$  beträgt, wobei  $h\nu_r$  gleich der Energie eines Rotationsquants ist. Da die Rotationsquanten sehr klein sind, so sind die Duplets sehr eng. Abgesehen von dieser Feinstruktur der Linien wird das Bild von der Überlagerung der Schwingungsquanten über den Quantenübergang des Elektrons hervorgerufen. Die vollkommene Reemission der absorbierten Energie ergibt als direkte Umkehr des Erregungsprozesses die Aussendung der ausgestrahlten Frequenz. Behält das angeregte Molekül bei der Rückkehr der Elektronenkonfiguration in den Normalzustand einen Teil der aufgenommenen Energie in Form

<sup>1)</sup> Literatur über Bandenspektren siehe A. SOMMERFELD: Atombau und Spektrallinien.

von Schwingungsquanten als innere Energie zurück, so entstehen Linien, deren Schwingungszahlen kleiner sind, als die Frequenz des eingestrahlten Lichts, die sich von dieser um ganze Vielfache eines konstanten Betrags unterscheiden, also eine Serie äquidistanter Linien. Gibt das Molekül aus dem inneren Energievorrat, den es vor dem Absorptionsprozeß besaß, bei der Emission Schwingungsquanten ab, so entstehen ebenfalls in äquidistantem Abstände Linien kürzerer Wellenlängen.

Läßt man nun vor der Ausstrahlung wieder Zusammenstöße zu, so kann das angeregte Molekül alle möglichen Beträge an Rotations- und Schwingungsenergie abgeben, da es für die Stöße kein Auswahlprinzip der Übergänge gibt, oder das Molekül kann auch seine gesamte Anregungsenergie durch einen Stoß zweiter Art verlieren. Der Erfolg wird also einerseits eine Schwächung des gesamten emittierten Lichts durch die Energiebeträge, die in Translationsenergie der Atome und Moleküle übergehen, andererseits die Erzeugung vieler dem ursprünglichen Zustand mehr oder minder benachbarter Anregungszustände sein, so daß jetzt statt der Serie äquidistanter Linien ein ganzes Bandenspektrum mit zahllosen eng benachbarten Linien emittiert wird, dessen Intensität gegenüber dem ungestörten Fluoreszenzspektrum nach langen Wellen verschoben ist. Dieses für Molekülfluoreszenz typische Bild ist bisher nur bei der gut untersuchten Jodfluoreszenz erhalten worden.

Umgekehrt kann man jedoch auch die Energie von angeregten Atomen auf Moleküle überwandern lassen. Analoge Versuche zu den oben geschilderten, bei denen man durch Bestrahlung mit Licht, das von Atomen absorbiert wird, die sensibilisierte Fluoreszenz der Moleküle beobachtet, sind noch nicht ausgeführt worden. Sie sind auch wohl schwer durchzuführen, da die Moleküle, die kleine Anregungsenergien haben, meistens solche sind, die chemisch stark reagieren bzw. leicht dissoziieren. Dagegen kann man die Übertragung der Quantenenergie von Atomen auf Moleküle gerade eben durch das Auftreten des an diesen Molekülen erzeugten Dissoziationsprozesses nachweisen. Man beobachtet dann also statt einer sensibilisierten Fluoreszenz eine sensibilisierte photochemische Reaktion. Ein einfaches Beispiel einer solchen läßt sich erbringen, wenn man ein Gemisch von Quecksilberdampf und Wasserstoff mit Licht der Linie  $2536,7 \text{ \AA}$ , das vom Quecksilberdampf absorbiert wird, bestrahlt. Das  $h\nu$  dieser Linie entspricht, umgerechnet auf 1 Grammolekül absorbierender Moleküle, einer zugeführten Wärme von 112 Kilokalorien. Die Dissoziationswärme des Wasserstoffs liegt nach physikalisch-chemischen und physikalischen Methoden zwischen 90 und 70 Kilokalorien. Ein durch Einstrahlung des Lichts der genannten Wellenlänge angeregtes Quecksilberatom enthält also genug Energie, um beim Zusammenstoß an ein Wasserstoffmolekül den Energiebetrag abzugeben, der zu seiner Dissoziation genügt. In der Tat gelingt es nachzuweisen, daß unter den genannten Bedingungen in einem Gemisch von Quecksilberdampf und Wasserstoff

der Wasserstoff dissoziiert wird. Er zeigt dann alle Reaktionen, die atomarer Wasserstoff zu zeigen pflegt. So wird er von den Gefäßwänden okkludiert und reduziert Oxyde, die bei der benutzten Temperatur durch  $H_2$ -Moleküle nicht angegriffen werden. Das erwähnte Beispiel unterscheidet sich unseres Ermessens von anderen in der Literatur beschriebenen sensibilisierten photochemischen Reaktionen nur durch besondere Einfachheit, da hier sicherlich keine chemischen Zwischenreaktionen in Frage kommen, vielmehr handelt es sich um die Übertragung quantenhaft absorbierter Energie in chemische Energie beim Zusammenstoß.

Im Prinzip besteht auch kein großer Unterschied zwischen den gewöhnlichen photochemischen Reaktionen und den sensibilisierten. Nach dem EINSTEINSCHEN photochemischen Grundgesetz tritt eine photochemische Reaktion ein, wenn das auffallende Licht absorbiert wird und sein  $h\nu$  größer ist als die beim molekularen chemischen Prozeß verbrauchte Wärmemenge. Dabei ist der Primärprozeß die Schaffung eines angeregten Moleküls. Es ist äußerst unwahrscheinlich, daß dieses angeregte Molekül seine Anregungsenergie spontan in chemische Energie umsetzt. Denn dazu ist es nötig, daß die gesamte aufgenommene Energie in Bewegungsenergie der Atome des Moleküls übergeht. Beim Absorptionsakt wird jedoch, wie oben ausgeführt, in der großen Mehrzahl der Fälle die Hauptenergie dazu verwandt, um ein Elektron des Moleküls auf eine höhere Quantenbahn zu heben, während nur ein kleinerer Teil der Energie den Schwingungsquanten der Atome gegeneinander und ein praktisch zu vernachlässigender den Rotationsquanten zugeführt wird. Folglich wird man erwarten, daß man einem Molekül durch Absorption von Licht ein Vielfaches der Energie zuführen kann, die thermisch zu seiner Dissoziation benötigt wird, ohne daß das Molekül dabei zersprengt wird. Ein Umsatz der aufgenommenen Energie in chemische Energie erfolgt erst wenn ein angeregtes Molekül, bevor es seine Energie wieder ausstrahlen konnte, durch Zusammenstöße mit anderen Atomen und Molekülen gestört wird. Es erfährt dann gewissermaßen einen Stoß zweiter Art<sup>1)</sup> in sich selber, bei dem die Quantenenergie des Elektrons überführt wird auf die Freiheitsgrade der Atomschwingungen und Rotation, so daß nunmehr wie bei thermischen Zusammenstößen das Molekül dissoziiert wird. Man sollte daraus folgern, daß photochemische Zersetzung nur mit einem sehr kleinen Nutzeffekt erfolgt, wenn das  $h\nu$  des auffallenden Lichts gleich oder nur sehr wenig größer ist als die beim chemischen Prozeß verbrauchte Wärmemenge, da ja ein Teil der Energie auch auf das den Stoß zweiter Art bewirkende störende Atom oder Molekül übergehen wird. Das photochemische Äquivalentgesetz, bei dem für jedes absorbierte Quant ein Molekül reagiert (in diesem Falle dissoziiert),

<sup>1)</sup> Hierzu siehe auch STERN und VOLMER: Zeitschr. f. wissenschaftl. Photogr. 1920, 19, 276.

müßte erst dann genau gelten können, wenn das absorbierte Quant merklich größer ist als die Wärmetönung pro Molekül. Wie weit bisher aus photochemischen Untersuchungen diese Folgerung sich bestätigen läßt, soll hier nicht erörtert werden (vielmehr kann auf den im vorigen Jahre in diesem Bande erschienenen Artikel von BODENSTEIN hingewiesen werden). Dagegen sollen die Tatsachen besprochen werden, die einen Beweis dafür bieten, daß Moleküle durch Lichtabsorption und auch durch Elektronenstoß viel größere Energiebeträge aufnehmen können, als zu ihrer Dissoziation notwendig ist, ohne zu dissoziieren. Ein Beispiel dafür bietet die vorher geschilderte Fluoreszenz des Jods, wenn man sie mit der grünen Quecksilberlinie anregt. Hier hat das absorbierte Quant einen Energiebetrag von  $3,6 \cdot 10^{-12}$  Erg. das entspricht, umgerechnet auf 1 Grammmolekül, 51,7 Kilokalorien. Die Dissoziationswärme des Jod ist 34,5 Kilokalorien, also wesentlich kleiner. Trotzdem tritt eine Molekülfluoreszenz auf, d. h. die Moleküle werden durch die aufgenommene Strahlung nicht zerlegt, vielmehr strahlen sie, solange sie im angeregten Zustande keine Störung erfahren, die aufgenommene Energie wieder aus. Erst Erhöhung des Drucks oder Zusatz fremden Gases führt Abschwächung der Fluoreszenz und, wie vorher erwähnt, teilweise Abgabe der Energie an die störenden Atome herbei. Welcher Bruchteil der Energie bei einem solchen Zusammenstoß an die störenden Atome abgegeben wird, und welcher zur Dissoziation des Moleküls verwandt werden kann, scheint wesentlich von dem Atomgewicht und der chemischen Natur der zusammenstoßenden Atome und Moleküle abzuhängen, ohne daß hierüber bisher präzise Aussagen gemacht werden können. Die Drucke, bei denen normalerweise photochemische Reaktionen untersucht werden, sind immer so hoch, daß eine Reemission der aufgenommenen Energie als Fluoreszenzstrahlung hierbei nicht in Betracht kommt.

Noch extremer liegen die Verhältnisse bei Wasserstoffmolekülen<sup>1)</sup>. Die Dissoziationsarbeit des Wasserstoffs liegt, wie erwähnt, zwischen 70 und 90 Kilokalorien. Das betreffende Quant entspräche der Wellenlänge von 0000. Hier ist Wasserstoff ganz durchsichtig und auch Elektronen, die eine entsprechende kinetische Energie haben, d. h. 3—4 Volt-Elektronen, vermögen Wasserstoff nicht zu dissoziieren. Die größte Wellenlänge, die normaler Wasserstoff absorbiert, liegt bei ungefähr 1200 Å. Von hier erstreckt sich die Bandenabsorption bis zu sehr kurzen Wellenlängen hin. Da mit diesem kurzwelligen Licht schlecht zu arbeiten ist, so liegen Fluoreszenzversuche über Anregung des Wasserstoffs nicht vor, wohl aber Versuche, bei denen Elektronen, deren kinetische Energie diesen kurzen Wellenlängen entspricht, d. h. 10—20 Volt-Strahlen, mit Wasserstoffmolekülen zusammenstoßen. Hierbei ergibt sich, daß der Wasserstoff, solange er rein ist und der Druck niedrig ist,

<sup>1)</sup> Siehe z. B. v. KEUSSLER: Zeitschr. f. Phys. 1923, 14, 19.

sein Viellinienspektrum, d. h. sein Molekülspektrum, aussendet. Er bleibt also in molekularer Form bestehen, trotzdem die aufgenommene Energie die Dissoziationsarbeit bis zum sechs- bis siebenfachen Wert übersteigt. Daher kommt es auch, daß man im Entladungsrohre bei reinem, trockenem Wasserstoff niederen Druckes praktisch nur das Viellinienspektrum und nur schwach angedeutet und ganz unscharf (worüber weiter unten zu sprechen sein wird<sup>1)</sup>) das Atomspektrum des Wasserstoffs, z. B. die BALMER-Serie beobachtet. Die hochangeregten Wasserstoffmoleküle zerfallen, solange keine Störung vorliegt, nicht, sondern strahlen die aufgenommene Energie als Bandenstrahlung wieder aus. Macht man den Druck höher, oder noch besser, setzt man ein neutrales Gas, wie Helium, in großen Mengen dem Wasserstoff zu, so erlischt das Viellinienspektrum fast vollkommen, und an seine Stelle tritt das Linienspektrum. Die angeregten Moleküle strahlen nicht mehr ungestört aus, sondern zerfallen in normale und angeregte Atome, sobald die aufgenommene Energie gleich oder größer ist, als die Summe der Dissoziationsarbeit der Moleküle und der Anregungsarbeit eines Atomes. Da die vom Molekül aufgenommene Energie den Quantenstufen des Moleküls entspricht, so wird man kaum Beträge finden, bei denen die im Molekül vorhandene Quantenenergie genau der oben erwähnten Summe entspricht. Infolgedessen werden wiederum angeregte Atome größerer Geschwindigkeit auftreten, die durch Dopplereffekt verbreiterte Frequenzen aussenden. So wird sich die oben erwähnte Unschärfe des Atomspektrums erklären. In dem von MERTON beobachteten Falle lag offenbar kein Starkeffekt vor, der die Linie verbreiterte, denn bei Zusatz von 40 mm Helium wurde das Linienspektrum nicht nur heller, sondern auch schärfer. Durch Zusatz des Heliums kann jedoch der Starkeffekt nicht zurückgehen, wohl aber kann, wenn der Druck des Heliums groß genug ist, das Verschwinden des Dopplereffekts erklärt werden. Denn von den angeregten Atomen, die beim Zerfall der angeregten Moleküle gebildet werden, werden bei höherem Druck nur diejenigen leuchten, deren Geschwindigkeit klein ist. Die übrigen werden vor ihrer Emission Zusammenstöße in größerer Zahl erfahren und dabei strahlungslos in ihren Normalzustand zurückkehren. Da die Energiestufen des Moleküls sehr eng beieinander liegen, so werden sich genügend angeregte Moleküle finden, deren Energie nahe gleich der Dissoziationsenergie + Anregungsenergie des Atoms ist. Diese sind es, die die langsam bewegten angeregten Atome liefern.

Nach der erwähnten Auffassung ist es verständlich, daß ein angeregtes Wasserstoffmolekül, das mehr Energie besitzt als die Dissoziationsarbeit des Moleküls + der Ionisationsarbeit eines Atoms, bei Störungen durch Zusammenstöße in ein Atom, ein Ion und ein Elektron zerfallen kann. Es führt zu weit, alle Gründe anzugeben, die dafür sprechen, daß dieser

<sup>1)</sup> MERTON: Proc. Roy. Soc. 1920, 96, 382.

Prozeß die niedrigste Ionisierungsstufe des Wasserstoffs darstellt. Schließt man sich dieser Meinung an, so ist aus der Tatsache, daß diese Ionisierungsstufe beim Auftreffen von Elektronen einer kinetischen Energie von 16,5 Volt auf Wasserstoffmoleküle auftritt, zu schließen, daß die Dissoziationsarbeit des Wasserstoffmoleküls, in Volt ausgedrückt, gleich  $16,5 \text{ Volt} - 13,6 = 2,9 \text{ Volt}$  ist. 13,6 Volt ist die aus der Seriegrenze der LYMAN-Serie genau bekannte Ionisierungsarbeit des Wasserstoffatoms. 2,9 Volt entspricht einer Dissoziationsarbeit von 68 Kilokalorien pro Grammolekül dissoziierten Wasserstoffs. Die Übereinstimmung zwischen diesen Werten und den nach physikalisch-chemischen Methoden erhaltenen ist noch nicht befriedigend. Dieser Mangel kann entweder an einer Unsicherheit dieser letzteren Methoden liegen, oder daran, daß man die Ionisierungsstufen bei 16,5 Volt anders zu deuten hat. Eine, wenn auch wenig wahrscheinliche, Deutungsmöglichkeit hat man durch die Annahme, daß ein Zerfall des Wasserstoffmoleküls in die Bestandteile  $H+$  und  $H-$  vorkommt. Führt man eine einfache Energiebilanzrechnung durch, so würde hierfür in der Tat eine um etwa  $\frac{1}{2}$  Volt kleinere Ionisierungsstufe zu erwarten sein, da bei der Bildung eines negativen Wasserstoffatomions aus einem Atom und einem Elektron ungefähr dieser Energiebetrag frei werden muß<sup>1)</sup>.

Zum Schluß mag der Fall betrachtet werden, bei dem chemische Energie zur Anregung von Quantensprüngen verwandt wird. HABER und JUST haben schon im Jahre 1911<sup>2)</sup> zeigen können, daß bei chemischen Reaktionen von Alkalioberflächen mit Phosgen, Halogenen usw. Elektronen freigemacht werden, und haben darauf hingewiesen, daß in diesem Fall die Wärmetönung pro reagierendes Molekülpaar größer sei als die Abtrennungsarbeit eines Elektrons von der Alkalioberfläche. HABER und ZISCH<sup>3)</sup> haben dann neuerdings diese Frage wieder aufgenommen und gezeigt, daß man bei Zusammenführung eines Gasstroms von Chlor mit einem Gasstrom von Natrium eine Chemilumineszenz bekommt, in der z. B. die D-Linie auftritt. Die Deutung dieser Chemilumineszenz, die auch von den Autoren gegeben wurde, ist ganz analog den besprochenen Prozessen. Durch den Zusammentritt von Chlor und Natrium bilden sich Moleküle, die die ganze Wärmetönung als Schwingungs- und Rotationsenergie enthalten. Sie würden, worauf HERZFELD bei anderer Gelegenheit aufmerksam gemacht hat, überhaupt sich wieder trennen müssen, wenn nicht durch Zusammenstöße mit anderen Atomen oder Molekülen ihnen ein Teil der Agitationsenergie abgenommen würde. Solche abnormen energiereichen Moleküle können nun beim Zusammenstoß mit Natriumatomen diese in einen höheren Anregungszustand versetzen und so eine Emission z. B. der D-Linien hervorrufen, während die

<sup>1)</sup> HABER und JUST: Ann. d. Phys. 1911, 36, 308.

<sup>2)</sup> HABER und ZISCH: Zeitschr. f. Phys. 1922, 9, 267.

Gesamttemperatur des Gases nicht hoch genug ist, um diese Emission als Temperaturleuchten zu ergeben. Ein weiteres sehr schönes Beispiel hierfür bilden die Versuche von KAUTSKY und ZOCHER<sup>1)</sup> über die Chemilumineszenz von Oxydisilin. Diese Autoren haben nachgewiesen, daß nicht das reagierende Molekül leuchtet, sondern daß die bei der Oxydation frei werdende Energie verbraucht wird, um noch unzersetztes anzuregen und zum Leuchten zu bringen. Diese Substanz ergibt genau dasselbe Leuchten, ganz unabhängig davon, ob man ihr die Energie in Form auffallenden Lichts oder durch Auftreffen von Kathodenstrahlen zuführt. Die in der Literatur beschriebenen Beispiele der Chemilumineszenz scheinen mehr oder minder alle auf diese Weise deutbar zu sein. Nur sind sie im allgemeinen nicht so leicht übersehbar.

Thermodynamisch betrachtet, ist die Photochemie die Umkehrung der Chemilumineszenz. Bei der ersteren schaffen wir uns durch Einstrahlung angeregte Moleküle, die beim Zusammenstoß die aufgenommene Quantenenergie in chemische Energie umsetzen, bei der letzteren wird chemische Energie frisch gebildeter Moleküle in Quantenenergie umgesetzt, die zum Teil ausgestrahlt wird. Auch diese beiden Prozesse müssen beim Temperaturngleichgewicht gleich oft vorkommen. Die Lichtschwäche der Chemilumineszenz erklärt sich durch die geringe Wahrscheinlichkeit ungestörter Ausstrahlung bei hohen Gasdrucken. Die verschiedentlich in der Literatur sich findenden Theorien (z. B. von PERRIN und von LEVIS) über die Verknüpfung chemischer Reaktionen mit Strahlung berücksichtigen die Wirkung der Stöße überhaupt nicht. Sie rechnen so, als ob die chemische Dissoziation ein Quantensprung sei, der unter Lichtabsorption vor sich gehe und die chemische Bildung ein Quantensprung, der unter Lichtemission verlief. Diese Anschauung besteht nach obigen Ausführungen nicht zu Recht.

Wollen wir die gesamten Erfahrungen in einen Satz zusammenfassen, so wird dieser lauten: Atome und Moleküle befinden sich vor und nach dem Zusammenstoß in definierten Quantenzuständen. Beim Zusammenstoß selbst kann der gesamte vorhandene Energievorrat, ganz unabhängig in welcher Form er sich in den zusammenstoßenden Systemen vorfindet, zur Anregung von Quantensprüngen verwandt werden.

<sup>1)</sup> KAUTSKY und ZOCHER: Zeitschr. f. Phys. 1922, 9, 267.

## VII. Magnetismus und Atombau.

Von Walther Gerlach, Frankfurt a. M.

**I. Einleitung.** Wenn die Reaktion eines Körpers auf magnetische Kräfte durch die charakteristischen Eigenschaften seiner Atome bedingt ist, so muß aus einer Theorie des *Atombaus* das magnetische Verhalten der *Körper* folgen. Da in dem LENARD-RUTHERFORD-BOHRschen Atommodell Bewegungen von Elektronen um einen Zentralkörper eine hervorragende Rolle spielen, eine solche Elektronenbewegung aber einen Molekularstrom im AMPÈRESchen Sinne darstellt, dessen magnetische Wirkung nach AMPÈRE und WEBER der eines Stabmagneten äquivalent ist, so zeigt sich deutlich der fundamentale Zusammenhang zwischen der Art der Bewegung der Elektronen eines Atoms und seinem magnetischen Verhalten. *Man wird also auch aus der Bestimmung der Magnetisierungskonstanten eines Körpers Rückschlüsse auf den Bau und den inneren Mechanismus seiner Atome ziehen können.*

Im folgenden wird über diese Frage referiert, soweit sie bisher einer *experimentellen* Untersuchung zugänglich war. Ausgeschlossen werden von der Diskussion die sogenannten »ferromagnetischen Erscheinungen«, die nicht einzelnen Atomen, sondern einem Zusammenwirken vieler Atome — gleichartig im Falle der ferromagnetischen Metalle, ungleichartiger in den HEUSLERSchen Legierungen — infolge einer bestimmten gegenseitigen Bindung ihren Ursprung verdanken: sie stellen kein rein atomares, sondern ein kristallphysikalisches Problem dar.

Die Wirkung eines äußeren magnetischen Feldes auf ein aus Kern und kreisenden Elektronen bestehendes Atom kann dreierlei Art sein. Unter allen Umständen wird das Magnetfeld die Bahnen der Elektronen deformieren: Hierauf beruht der Diamagnetismus, der somit eine generelle Eigenschaft aller Atome ist. Sind die Elektronenbahnen derart angeordnet, daß die aus den einzelnen Elektronenbewegungen sich ergebenden magnetischen Momente sich gegenseitig aufheben, so wird ein solches Atom an sich unmagnetisch sein, also nur diamagnetisch auf ein äußeres Feld reagieren. Setzen sich aber die Einzelmomente zu einem Gesamtmoment des Atoms zusammen, so wird das äußere Feld richtende Kräfte auf das Atomsystem als Ganzes ausüben: das Atom ist paramagnetisch. Schließlich ist ein dritter Fall denkbar: Die Deformation der Elektronen-

bahnen durch das äußere magnetische Feld kann derart sein, daß die ursprüngliche Kompensation der Einzelmomente der Elektronen aufgehoben, das Atom also durch die Wirkung der äußeren magnetischen Kraft magnetisch wird: das Atom bekommt ein induziertes magnetisches Moment.

Zur Bestimmung der magnetischen Konstanten eines Atoms oder Moleküls stehen zwei Methoden zur Verfügung. Die erste Methode baut sich auf der Bestimmung der Magnetisierungskonstante (Suszeptibilität  $\kappa$  definiert als Magnetisierung der Volumeneinheit = magnetisches Moment dividiert durch magnetisierende Feldstärke), von festen Körpern (Elementen, Salzen, eventuell einzelnen Kristallen u. ä.), von Flüssigkeiten, von Lösungen, von Gasen bei einer Temperatur  $T$  auf. Das magnetische Moment eines in einer chemischen Verbindung enthaltenen Atoms kann unter Annahme der Additivität der Suszeptibilitäten aller die Verbindung bildenden Elemente (WIEDEMANN'Sches Gesetz) berechnet werden. In dem besonders interessierenden Fall der gelösten Salze erhält man auf diese Weise die Momente der paramagnetischen Ionen der Metalle. Als spezifische Suszeptibilität bezeichnet man  $\frac{\kappa}{d} = \chi$ , als atomare bzw. mole-

kulare Suszeptibilität  $\sigma = \kappa \frac{M}{d}$ , worin  $d$  die Dichte und  $M$  das Atom- bzw. Molekulargewicht ist. Nach der LANGEVIN'Schen Theorie, deren Gültigkeit für paramagnetische Gase und die Lösungen paramagnetischer Ionen angenommen wird, ist das Produkt aus  $\sigma$  und der absoluten Temperatur  $T$ , die »CURIE'Sche Konstante«  $C_m = \sigma T = \frac{m_o^2}{3R}$ , worin  $m_o$  das magnetische Moment des Mols bei vollständiger Parallelorientierung aller Atome ist. Man erhält also  $m_o = \sqrt{3RC_m}$ . Wenn es eine Einheit des magnetischen Moments, gewissermaßen ein Elementarquantum des Moments (39), ein »Magneton«, gibt, so muß dieses der größte gemeinschaftliche Teiler aller gemessenen  $m_o$ -Werte sein.

Es dürfte noch keineswegs erwiesen sein, mit welcher Annäherung diese Berechnungsart von  $m_o$  richtig ist. P. WEISS (39) hat in die Theorie des CURIE'Schen Gesetzes den Begriff des Molekularfeldes eingeführt, d. h. die Berücksichtigung der gegenseitigen Beeinflussung der Atome oder Moleküle durch ihre Felder, (ursprünglich zur Fassung der ferromagnetischen Erscheinungen). Da aber das CURIE'Sche Gesetz nicht nur für paramagnetische Kristalle, sondern auch für konzentrierte *Lösungen* paramagnetischer Salze schon versagte, der berechnete  $m_o$ -Wert z. B. von der Konzentration abhängig war, wurde das modifizierte Gesetz  $\sigma(T - \theta) = C$  auch auf sie angewendet, jedoch ebenfalls nicht mit allseitigem Erfolge. Weder dem Einfluß der Konzentration, noch der chemischen Bindung trägt das Gesetz überall Rechnung, noch gilt es in hinreichend großem Temperaturintervall. Gänzlich unklar ist der Einfluß der elektrischen Felder der Wasser-

dipole in Lösungen, und vielleicht noch mehr der Einfluß der Kristallkräfte. G. FOEX (10) hat diese Fragen kürzlich eingehend behandelt; man sieht in dieser Arbeit so recht klar die große Unsicherheit auf diesem ganzen Gebiete. — Vor allem aber enthält die LANGEVINSche Theorie unter anderen Annahmen eine, die, von der modernen Atomtheorie aus beurteilt, unmöglich ist, nämlich die im Faktor  $3 \left( = \frac{1}{\cos^2 \vartheta} \right)$  enthaltene Mittelung über alle möglichen Lagen des Vektors des magnetischen Moments relativ zur Richtung des magnetisierenden Feldes. Hierüber ist an anderer Stelle mehr zu sagen. Ferner sind die sämtlichen  $\chi$ -Messungen bezogen auf die Suszeptibilität des Wassers, welche heute zu  $-0,720 \cdot 10^{-6}$  angenommen wird.

Die zweite Methode (32) zur Bestimmung des Molekularmoments, die in Abschnitt IV ausführlich behandelt werden wird, ergibt unabhängig von jeder theoretischen Vorstellung das effektive magnetische Moment des einzelnen Atoms. Es wird nämlich die Kraft bestimmt, welche in einem inhomogenen Magnetfeld auf das elektrisch neutrale Atom in Richtung der Inhomogenität ausgeübt wird.

Schließlich sei bemerkt, daß die Quantentheorie einen zahlenmäßig angebbaren Wert für das Elementarquantum des magnetischen Moments, das sogenannte »BOHRsche Magneton«, rein theoretisch fordert.

**II. Die Realität der Ampèreschen Molekularströme.** Offensichtlich ist die fundamentale Frage für jede atomistische Betrachtungsweise des Paramagnetismus die nach der Realität der AMPÈRESchen Molekularströme. Die ernstesten Bedenken allgemeinsten Art, welche gegen deren Annahme sprechen, sind bekannt: Die Molekularströme müssen permanente, d. h. widerstandslose Ströme sein, die kreisenden Elektronen dürfen nicht, wie es die MAXWELLSche Theorie fordert, ausstrahlen, also Energie verlieren, denn das magnetische Moment eines Atoms müßte dann zeitlich abnehmen. *Es ist bezeichnend und wesentlich, daß es dieselben prinzipiellen Schwierigkeiten sind, die der ganzen Atom- und Quantentheorie noch immer anhaften*, und die schließlich nichts anderes sind, als das Problem der Permanenz der Atome, das Problem der Nullpunktsenergie. Glücklicherweise ist die Frage nach der Existenz der AMPÈRESchen Molekularströme, nach der Anwesenheit kreisender, ein magnetisches Moment liefernder Elektronen der experimentellen Untersuchung zugänglich. A. EINSTEIN und W. J. DE HAAS (9) sowie S. J. BARNETT (3) haben 1915 dieses Problem aufgegriffen, nachdem bereits 1908 O. W. RICHARDSON (26) allgemeine theoretische Betrachtungen und Vorschläge zu ihrer Prüfung, auf welche S. J. BARNETT zurückgreift, mitgeteilt hatte.

Der grundlegende Gedanke ist der, daß einem um einen Kern kreisenden Elektron, also einem Elementarmagneten, ein mechanischer Dreh-

impuls  $\mathfrak{J}$  zukommt. Ein solches System kann daher nach der Theorie des Kreisels<sup>1)</sup> behandelt werden. Ein Magnet, welcher aus vielen solchen Elementarmagneten besteht, stellt also als Ganzes einen Kreisel dar, weil, wie die Existenz eines Gesamtmoments als Resultante aller einzelnen Elementarmomente  $\mathfrak{m}$  zeigt, ein mehr oder weniger großer Teil der Elementarmagnete einen gleichsinnigen Drehimpuls haben. Ein Maß für die Anzahl der gleichgerichteten Drehimpulsvektoren  $\mathfrak{J}$  ist die Magnetisierung des Körpers  $\Sigma \mathfrak{m}$ . Stärke der Magnetisierung durch Drehimpuls des ganzen Magneten wird eine Konstante, deren zahlenmäßiger Wert sich aus zwei fundamentalen Konstanten, der Ladung und Masse des Elektrons, zusammensetzt:

$$\frac{\Sigma \mathfrak{m}}{\Sigma \mathfrak{J}} = \frac{1}{2} \frac{\epsilon}{\mu},$$

wenn nur Elektronen einen Beitrag zum magnetischen Moment liefern.

Eine Änderung der Magnetisierung bedingt also eine Änderung des Impulsmoments, welche zu dem Auftreten eines Drehmoments Veranlassung gibt. Umgekehrt muß eine Rotation eine Änderung der Magnetisierung hervorrufen. In der ersten Form haben EINSTEIN und DE HAAS (9), in der zweiten S. J. BARNETT (3) das Problem angegriffen. Beide Effekte konnten nicht nur nachgewiesen, sondern auch quantitativ gemessen werden. Nachdem die ersten Untersuchungen von EINSTEIN und DE HAAS sowie von DE HAAS<sup>2)</sup> für das Verhältnis der Momente den theoretischen Wert  $\frac{1}{2} \frac{\epsilon}{\mu}$  geliefert hatten, konnten weitere Messungen von BECK (4) sowie von ARVIDSSON (2) dieses Ergebnis nicht bestätigen: sie erhielten Abweichungen von ungefähr 50%, im Gegensatz zu EINSTEIN-DE HAAS statt des normalen Wertes  $\frac{\epsilon}{\mu}$  für Elektronen nicht zu großer Geschwindigkeit einen um etwa 50% größeren Wert. BECKs Messungen, die sehr ausführlich publiziert sind, scheinen große Sicherheit zu besitzen, verschiedene erhebliche Modifikationen seiner Versuchsanordnung ändern das Ergebnis in keiner Weise. Für Eisen erhält er rund 53, für Nickel 57% Abweichung vom theoretischen Ergebnis. Zum gleichen Ergebnis gelangt ARVIDSSON mit zwei Eisenproben, welche für  $\frac{\epsilon}{\mu}$  zu 3,6 bzw.  $3,9 \cdot 10^7$  führen, also ebenfalls zum mehr als doppelten Werte. Auch J. A. STEWART (34) kommt mit im Prinzip gleicher Methode zu rund 50% Abweichung für Eisen und Nickel.

<sup>1)</sup> Schon MAXWELL hat versucht, so das Problem experimentell zu lösen, aber keinen Erfolg erzielt.

<sup>2)</sup> Allerdings findet auch DE HAAS (16) einen um 14% in gleichem Sinne wie BECK abweichendes Ergebnis vom theoretischen Wert. Endgültige Werte hat DE HAAS, soviel dem Verf. bekannt ist, noch nicht veröffentlicht.

S. J. BARNETT (3) findet in seinen Untersuchungen über Magnetisierung durch Rotation stets Abweichungen im gleichen Sinne von der Theorie, und zwar bei Weicheisen, Kobalt, Nickel, Stahl und HEUSLERScher Legierung. Doch stimmen seine Versuche unter sich nicht so gut überein wie etwa die von BECK und ARVIDSSON miteinander; er erhält zwischen 20 und 60% Abweichungen von der Theorie.

Man kann also vorerst nur sagen, daß die Existenz dieses Kreiseffekts nachgewiesen ist. Da nach den vorliegenden Experimenten ein Zweifel an der Realität der Abweichungen von der Theorie nicht berechtigt erscheint, muß geschlossen werden, daß in der Theorie ein unbekannter inneratomarer Vorgang unberücksichtigt geblieben ist. Es ist bemerkenswert, daß A. LANDÉ (21) aus gewissen Schlüssen aus dem anomalen Zeemaneffekt zu Annahmen über die magnetische Wirksamkeit des Valenzelektrons und des Atomrumpfes kommt, welche das Auftreten einer doppelt so großen Änderung der Magnetisierung durch ein bestimmtes Drehmoment (oder eines halb so großen Drehmoments infolge einer bestimmten Änderung der Magnetisierung) — also das Auftreten eines Faktors 2 entsprechend BECKs Resultat — verständlich machen.

Werden auch positive Ladungsträger berücksichtigt, so lautet die Beziehung allgemeiner (6) (da das  $\frac{e}{m}$  der positiven Ladungsträger immer klein gegen  $\frac{e}{\mu}$  der Elektronen ist)

$$\frac{\sum m}{\sum \mathfrak{J}} = k \frac{1}{2} \frac{e}{\mu},$$

worin  $k$  unter gewissen Annahmen (6) den Wert 2 hat.

Schließlich ist zu erwähnen, daß BOHR noch allgemeinere Bedenken gegen die Verknüpfung von mechanischem und magnetischem Moment vorbringt, die sich auf den durch das Experiment gefundenen Diamagnetismus des Heliums stützen, während das Modell des Heliums theoretisch paramagnetisch ist: Es ist die Frage nach der Existenz »magnetisch toter« Bahnen von Elektronen im Atom.

**III. Paramagnetische Atommomente und Weißsches Magneton.** Die Untersuchungen über die Existenz eines Magnetons nehmen ihren Ausgangspunkt von Messungen der magnetischen Sättigung *ferromagnetischer* Elemente bei tiefsten Temperaturen. Wird aus ihnen die Sättigungsmagnetisierung beim absoluten Nullpunkt extrapoliert, so liefert diese das Moment  $m_0$  pro Mol oder pro Atom. Die so erhaltenen Werte glaubte P. WEISS (39) als Vielfache eines Einheitsmoments von 1123,5 Gauss · cm (pro Mol) darstellen zu können. Das magnetische Moment des einzelnen Atoms, des (WEISSschen) Magnetons, ergibt sich durch Division mit der AVOGADROSchen Zahl  $6,06 \cdot 10^{23}$  zu  $18,6 \cdot 10^{-22}$ . Erhalten wurden die Momente pro Grammatom und die WEISSschen Magnetonzahlen  $i$ :

Nickel $m_0 = 3370$	$i = 3,00$
Eisen	12360 11,00
	11232 <sup>1)</sup> 9,99 <sup>1)</sup>
Kobalt <sup>2)</sup>	10080 8,97
$Fe_2Co$	40544 36,09
$Fe_2Ni$	34390 30,6

Eine zweite Möglichkeit zur Bestimmung des magnetischen Elementarmoments der Elemente bietet die Messung der paramagnetischen Suszeptibilität oberhalb des Curiepunktes, d. h. der Temperatur, oberhalb derer die bei niedrigerer Temperatur ferromagnetischen Stoffe nur noch paramagnetisch sind, gemäß der WEISSschen Modifikation der LANGEVINSchen Theorie. Die vorliegenden Bestimmungen zeigen schlechte Übereinstimmung. Es war nötig,  $\beta_1$ -,  $\beta_2$ -,  $\gamma$ -Eisen anzunehmen, mit den Magnetonenzahlen für  $Fe_3$  nach WEISS 36,0, bzw. 30,15 bzw. 60,37; und entsprechend für Nickel  $\beta_1$  8,03,  $\beta_2$  8,97.

So erhält man für die ferromagnetischen Elemente Eisen und Nickel folgende Magnetonenzahlen  $i$ :

Methode:	Eisen	Nickel	Kobalt
Ferromagnetismus (Sättigung bei tiefer Temperatur)	10—11	3	9
oberhalb des Curiepunktes	$\beta_1$ $\beta_2$ $\gamma$ 12, 10, 20	8, 9	15

Jedoch ist die Annahme von  $Fe_3$  oberhalb des Curiepunktes absolut willkürlich. Auch findet u. a. HONDA sowohl gänzlich andere Zahlen als auch keine ganzzahligen  $i$ -Werte<sup>2)</sup>.

Die magnetischen Untersuchungen der paramagnetischen Elemente sind kürzlich von AUWERS (1) zusammengestellt worden. Wir behandeln daher hier nur eine Anzahl neuerer Untersuchungen, welche auf wesentlich größere Genauigkeit Anspruch machen dürften als fast alle älteren Untersuchungen: sie beschränken sich auf a) die paramagnetischen Ionen der Eisengruppe Chrom bis Nickel, und Kupfer als Ion  $Cu''$ , also besonders auf die Elemente, welche in bestimmter Kristallform ferromagnetische Eigenschaften haben, ferner b) Platin und Palladium als Metall und c) auf einige Gase, unter ihnen besonders die einzigen bis jetzt bekannten paramagnetischen Gase Sauerstoff und Stickoxyd.

Die unter a) genannten Elemente sind nur in Ionenform, und zwar als feste Salze oder als wässrige Lösungen, untersucht. Die Suszepti-

<sup>1)</sup> Extrapoliert aus  $Ni-Co$  (70%  $Co$ ), weil für Kobalt allein Sättigung nicht zu erreichen war (BLOCH), bzw.  $Fe-Co$ . Die Verbindungen  $Fe_2Co$  und  $Fe_2Ni$  haben nach WEISS ihre eigenen Magnetonenzahlen.

<sup>2)</sup> Die vorstehenden Zahlen sind abgerundet, jedoch weichen die als Endergebnis der Messung angegebenen Werte (WEISS [39], Zusammenstellung), um weniger als 1% von diesen ganzen Zahlen ab.

libität des Salzes wird gemessen und unter Berücksichtigung des Diamagnetismus der anderen Molekülkomponenten (WIEDEMANN'S Gesetz)<sup>1)</sup> die magnetische Konstante des Metallions mit mehr oder weniger großer Sicherheit rechnerisch ermittelt.

*Feste Salze.* Die eingehendsten Untersuchungen stammen von THEODORIDÈS (36), sodann — etwas älteren Datums — von HONDA gemeinsam mit SONÉ und ISHIWARA. THEODORIDÈS bestimmte die Suszeptibilität der Sulfate von Mangan, Kobalt, Eisen, der Chloride von Kobalt, Mangan und Nickel, des  $Cr_2O_3$  sowie des  $MnO$  im Temperaturbereich von rund  $0^\circ$ — $600^\circ$  C. Als Methode wurde die Anziehung der Untersuchungssubstanz im inhomogenen Feld benutzt, die Kraft wurde elektrodynamisch kompensiert. Es ergaben sich bei  $25^\circ$  C folgende Werte für die spezifische Suszeptibilität  $\chi$  der Ionen:

$Fe^{II}$	in $Fe_2(SO_4)_3$	$\chi \cdot 10^6 =$	56,21	$i =$	29
$Co^{II}$	» $CoSO_4$		62,25	}	25
	» $CoCl_2$		96,29		
$Mn^{II}$	» $MnSO_4$		88,72		
	» $MnCl_2$		110,96	28,5	
	» $MnO$		67,46	26,4 od. 27,4 <sup>2)</sup>	
$Ni^{II}$	» $NiCl_2$		45,57	16 od. 17 <sup>3)</sup>	

Die letzte Spalte gibt die aus dem magnetischen Moment, berechnet nach LANGEVIN-WEISS aus der Temperaturabhängigkeit von  $\chi$ , erschlossenen Magnetonenzahlen in WEISS'Schen Einheiten. Die folgende Tabelle vergleicht diese Ergebnisse für Kobalt und Mangan mit anderen Messungen an festen Salzen sowie an Lösungen. Die Zahlen bedeuten die WEISS'Schen Magnetonenzahlen der Ionen. Man schließt leicht aus diesen Zahlen, daß *allgemein eine recht befriedigende Übereinstimmung vorhanden, die Ganzzahligkeit der  $i$ -Werte aber keineswegs sichergestellt ist.*

*Lösungen.* Die Ergebnisse weiterer Untersuchungen sind — soweit gegen ihre Messung sich nicht erhebliche Bedenken geltend machen lassen — im folgenden zusammengestellt. Alle Messungen wässriger Lösungen und Gase sind auf die Suszeptibilität  $\chi$  von Wasser bezogen, welche gegen Luft, gegen Wasserstoff oder gegen Vakuum gemessen wurde:

1. P. SÈVE (27): Magnetische Depression in einer größeren Wasseroberfläche (zur Vermeidung von Kapillaritätsfehlern), Feld 17 000 Gauss, bei  $24^\circ$  C gegen Luft — 0,746, gegen Vakuum —  $0,720 \cdot 10^{-6}$ .

<sup>1)</sup> J. H. SMITH (28) stellt eine hypothetische Überlegung über den Zusammenhang von Diamagnetismus und Farbe der Lösung an; er findet in offenbar nur orientierenden Versuchen eine Zunahme des diamagnetischen Moments einer Lösung, wenn einer Lösung ein die Absorptionsbande nach Rot verschiebender Zusatz beigegeben wurde.

<sup>2)</sup> Aus dem Temperaturintervall  $0$ — $316$  bzw.  $316$ — $550^\circ$  C.

<sup>3)</sup> 16 aus dem Temperaturintervall  $0$ — $125$ , 16,9 aus dem Temperaturintervall  $150$ — $500^\circ$  C.

2. A. PICCARD (24): Steighöhenmethode, Feld 21 000 Gauss, bei 20° gegen Luft—0,748, gegen Wasserstoff —0,719 · 10<sup>-6</sup>.

3. A. DE HAAS und DRAPPIER (17): Hydrostatische Nullmethode, Feld 40 000 Gauss, bei 21° gegen Luft (760 mm) —0,747, gegen H<sub>2</sub>—0,720 bis —0,722 · 10<sup>-6</sup>.

Man kann also die Suszeptibilität des Wassers als hinreichend genau bekannt ansehen, zumal da ein Fehler in ihr in das magnetische Moment nur mit halbem Werte eingeht. Wir lassen die Bestimmungen der WEISSschen Magnetonzahlen folgen:

*Chrom Cr<sup>III</sup>* 19 Magnetonen (chemische Einflüsse — Komplexbildung — bes. eliminiert).

*Cr<sup>II</sup>* 24 Magnetonen (nur in Lösungen).

(*CrOCr<sup>III</sup>*)<sup>III</sup> weniger als 19, gebrochene Zahlen.

*Mangan* s. nebenstehende Tabelle; *Mn<sup>III</sup>* als Ion nicht genügend stabil.

*Eisen Fe<sup>III</sup>* 29 Magnetonen, wenn Hydrolyse vermieden ist. Für feste Salze: (SO<sub>4</sub>)<sub>3</sub> Fe<sub>2</sub> · (SO<sub>4</sub>)<sub>2</sub> (NH<sub>4</sub>)<sub>2</sub> · 24 H<sub>2</sub>O: 29,15. Dasselbe wasserfrei 28,9.

Fe<sub>2</sub> Cl<sub>3</sub> 2 (CINH<sub>4</sub>) · H<sub>2</sub>O 29,0; Fe<sub>2</sub>(SO<sub>4</sub>)<sub>3</sub> 28,9; FeCl<sub>3</sub> 28,7 (HONDA).

Fe<sub>2</sub>(SO<sub>4</sub>)<sub>3</sub> 28,93—28,97 (THEODORIDÈS).

Molekül	feste Salze, wasserfrei	WEISSsche Magnetonen (z = Zahlen) mit 4 H <sub>2</sub> O Kristallwasser	Lösung in Wasser
Mn <sup>II</sup> SO <sub>4</sub>	29,04 (THEOD.)	29,2 (O. u. O.)	29,33 (CA. u. MO.)
Mn <sup>II</sup> (NO <sub>3</sub> ) <sub>2</sub>	29,05	—	29,33 (CA. u. MO.)
Mn <sup>II</sup> Cl <sub>2</sub>	28,45 (THEOD.)	—	29,43 (CA. u. MO.)
Mn <sup>II</sup> O	27,43 (THEOD.)	—	—
Co <sup>II</sup> SO <sub>4</sub>	26,43	—	schwache Konz. 24,0 (CA. u. MO.) starke Konz. 25,0
	25,06 (THEOD.)	—	
Co <sup>II</sup> Cl <sub>2</sub>	24,95	—	24,55 (BR.)
	24,96 (THEOD.)	—	
Co <sup>II</sup> NO <sub>3</sub> · 2H <sub>2</sub> O	—	—	24,55 (BR.)

*Literatur zur Tabelle:* P. THEODORIDÈS, Journ. de Phys. 1922, 3, 1—20. P. CABRERA, Journ. de Phys. 1922, 3, 443—460 (dasselbst viele weitere Literaturangaben). BRANT, Phys. Rev. 1921, 17, 678. FOEX, Ann. de Phys. 1921, 16, 174. HONDA u. SONÉ, The Sc. Rep. Toboku 1914, 3, 139, zitiert nach P. CABRERA l. c. HONDA u. ISHIWARA, The Sc. Rep. Toboku 1914, 3, 303, 4, 215, zitiert nach P. CABRERA l. c. K. ONNES u. OOSTERHUIS, Proc. Amst. 1913, 15, 322.

9\*

Abhängigkeit von der Konzentration nach CABRERA und MOLES, s. Abb. 1.

*Fe*'' 26 Magnetonen nach CABRERAS(7) Schätzung. Ergebnisse sehr unsicher:  $FeSO_4$  26,51;  $FeCl_2$  26,5—26,0(?),  $FeSO_4 \cdot SO_4(NH_4)_2$  26, 26,5 27, 27,5, 28,5, 29,0.

*Kobalt* *Co*'' s. vorstehende Tabelle.

*Co*''' WERNERSche Komplexsalze mit *Co*''' waren diamagnetisch. Für *Co*''' ergab sich aus ihnen sehr geringer Paramagnetismus ( $i = 1-2$ ); nicht zu berücksichtigen, da unübersehbare chemische Einflüsse.

*Nickel* *Ni*'' 16 Magnetonen (WEISS, CABRERA, BRANT in recht guter Übereinstimmung), dagegen in festen Salzen auch 16,92 (THEODORIDÈS), aus ungesättigten Komplexverbindungen 13,0.

*Kupfer* *Cu*'' 9,1—10,0, auch 9,6 (HONDA und ISHIWARA aus  $Cu_2SO_4$  und  $CuCl_2$ ).

*Cu*' Kein Moment.

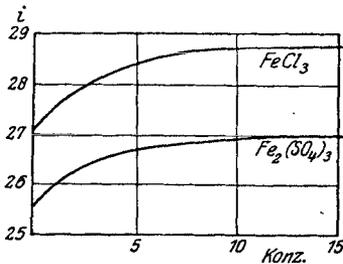


Abb. 1.

*Gase.* Paramagnetisch wurden bisher nur Sauerstoff und Stickoxyd befunden. Die vorliegenden Messungen stimmen recht gut überein, vor allem die letzten Untersuchungen von SONÉ (29) scheinen sehr sorgfältig ausgeführt zu sein (komprimierte Gase). Die WEISSschen Zahlen sind nicht ganze Zahlen:  $O_2$  zwischen 13,9 und 14,12,  $NO$  8,9—9,2. Wasserstoff wurde von SONÉ diamagnetisch befunden,

er erhielt (bezogen auf Wasser  $-0,720 \cdot 10^{-6}$ ) für sehr reine Gase, ( $\chi$  bezogen auf  $20^\circ C$  und Atmosphärendruck):

Gas	$\chi \cdot 10^6$	$\alpha \cdot 10^6$
Luft	+ 23,60	+ 0,0287 <sub>3</sub>
Sauerstoff	+ 104,1	+ 0,1386
$CO_2$	— 0,42 <sub>3</sub> <sup>1)</sup>	— 0,00077 <sub>9</sub>
$N_2$	— 0,26 <sub>5</sub>	— 0,00030 <sub>9</sub>
	[— 0,28 <sub>8</sub>	— 0,000336] <sup>2)</sup>
$N_2$ (+atmosph. Edelgase)	— 0,36 <sub>0</sub>	— 0,00042 <sub>2</sub>
Argon	— 5,86	— 0,010
$H_2$	— 1,98 <sup>3)</sup>	— 0,000178

(zwischen  $-2,05$  und  $-1,90$ )

1) Für feste Kohlensäure erhielt ISHIWARA den gleichen Wert  $-0,42 \cdot 10^{-6}$ .

2) Reinheit des Gases unsicher.

3) Flüssiger Wasserstoff:  $-2,7$  bzw.  $-0,186 \cdot 10^{-6}$  (KAMMERLING-ONNES und FERRIER).

**IV. Richtungsquantelung und Bohrsches Magneton.** Während die Festsetzung des Magnetons im WEISSschen Sinne ein rein experimentelles Versuchsergebnis ist ohne irgendeine spezielle Atomvorstellung, macht die Quantentheorie eine ganz bestimmte Aussage über das Elementarquantum des magnetischen Moments. Diese geht hervor aus den Ausdrücken für das magnetische Moment  $\mathfrak{m}$  eines Kreisstromes, erzeugt durch das rotierende Elektron, und für das mechanische Impulsmoment  $\mathfrak{S}$  eines solchen Rotators. Ersteres ist gegeben durch das Produkt aus *Ladung* des Elektrons mal Umlaufszahl pro Sekunde mal umschriebener Fläche (im Idealfall ein Kreis), letzteres durch das Produkt *Masse* des Elektrons mal Winkelgeschwindigkeit mal Quadrat des Umlaufradius, also

$$\mathfrak{m} = e \frac{\omega}{2\pi} \pi a^2 = \frac{e}{2} \omega a^2; \quad \mathfrak{m} = \frac{e}{2} \omega a^2; \quad \mathfrak{S} = \mu \omega a^2; \quad \mathfrak{m} = \frac{e}{2\mu} \mathfrak{S}.$$

Für das mechanische Impulsmoment fordert die Quantentheorie nur diskrete Werte  $\frac{\hbar}{2\pi}, \frac{2\hbar}{2\pi}, \frac{3\hbar}{2\pi} \dots \frac{n\hbar}{2\pi}$ . Ein »einquantiges« Atom, d. h.  $\mathfrak{S} = \frac{\hbar}{2\pi}$ , stellt somit einen Atommagneten mit dem Elementarquantum des magnetischen Moments dar, dessen Größe sich aus  $\frac{e}{\mu} = 1,77 \cdot 10^7, \hbar = 6,53 \cdot 10^{-27}$

zu  $\mathfrak{m} = 9,21 \cdot 10^{-21}$  berechnet, oder wie bisher, auf das Mol bezogen:  $\mathfrak{m} \cdot N$  (AVOGADROSche Zahl =  $6,06 \cdot 10^{23}$ )  $M = 5548$  Gauss · cm. Diese Größe heißt das *Bohrsche Magneton*. Beim Wasserstoffatom, als einfachstem Fall eines einquantigen Atoms, steht der Vektor des Impulsmoments senkrecht auf der Bahnebene des *einen* Elektrons, somit auch die Richtung des magnetischen Moments. Bei komplizierten Atomen tritt an die Stelle dieser Bahnebene die invariante Ebene des Atoms, auf der der Vektor des Gesamtimpulsmoments, die Resultante aller Elektronenbahnen, senkrecht steht; mit ihm fällt wieder der Vektor des magnetischen Moments zusammen. Hat ein Atom kein Magneton, so heißt dies zugleich, daß auch sein mechanisches Impulsmoment Null ist. Die Kenntnis der Quantenzahl  $n$ , der Anzahl der Impulsmomente  $\frac{\hbar}{2\pi}$  oder die Anzahl der Magnetonen, ist für die Kenntnis des Baus des Atoms sowie für spektroskopische Fragen von hoher Bedeutung (30).

Auch über das Verhalten von Atommagneten unter der Wirkung einer magnetischen Kraft macht die Quantentheorie ganz bestimmte Aussagen. Sie verlangt nämlich, wie gleichzeitig P. DEBYE und A. SOMMERFELD theoretisch zeigten, daß die Richtung des Vektors des magnetischen Moments nur ganz bestimmte räumliche Lagen relativ zur Richtung der Kraftlinien des Magnetfeldes einnimmt. Für ein einquantiges Atom sind nur solche Lagen möglich, in welchen die invariable Ebene des Atoms senkrecht zur Richtung der Kraftlinien steht. Das magnetische Moment fällt dann also in die Richtung der Kraftlinien und kann sich *parallel oder antiparallel* zu diesen einstellen; es sind also zwei Lagen

möglich. Ein  $n$ -quantiges Atom kann  $2n$  Lagen einnehmen, deren Neigungen zu den Kraftlinien durch  $\vartheta = \pm \frac{n'}{n}$  ( $n' = 1, 2, \dots, n$ ) gegeben sind.

Man sieht, daß mit zunehmender Impulsquantenzahl  $n$  immer mehr Annäherung an das klassische Verhalten eines Atommagneten in einem Magnetfeld erreicht wird: denn nach der klassischen Theorie wird ein Atommagnet, dessen magnetische Achse zunächst im feldfreien Raum ganz beliebig gerichtet ist, in einem homogenen Magnetfeld unter Beibehaltung seiner Richtung relativ zu den Kraftlinien des Feldes um diese als Kreisel eine Präzessionsbewegung ausführen. Der »klassischen« Folgerung, daß jede Lage des Atommagneten möglich ist, steht die Forderung der Einstellung unter ganz bestimmte Winkel zum Feld in der Quantentheorie gegenüber.

In einem inhomogenen Magnetfeld wirkt auf einen Atommagneten eine ponderomotorische Kraft, deren Größe sich für den quantentheoretischen Fall eines einquantigen Atoms aus dem Produkt des magnetischen Moments  $m$  und der Inhomogenität  $\frac{\partial H}{\partial s}$  ergibt, wenn die Richtung der Inhomogenität mit der Richtung des Feldes, also auch mit der Einstellungsrichtung der magnetischen Achse, zusammenfällt. Entsprechend der Einstellung solcher Atome parallel und antiparallel zur Richtung der magnetischen Kraft wird ein Atom mit annähernd gleicher Wahrscheinlichkeit entweder im Sinne oder im Gegensinne von  $\frac{\partial H}{\partial s}$  bewegt werden.

Sind viele Atome vorhanden, so werden diese in zwei annähernd gleich große Gruppen aufgeteilt.

*Experimentell ist diese Forderung der Quantentheorie prüfbar.* Wenn ein Strahl von Atomen durch ein inhomogenes Magnetfeld hindurchgeschickt wird, so werden die Atome zunächst entsprechend ihrem magnetischen Moment eingestellt; infolge der auf die gerichteten Atome wirkenden Kraft wird der Strahl aufgespalten, indem die Atome mit parallelem Momentvektor angezogen, die mit antiparallelem Momentvektor abgestoßen werden. Bedingung für die Beobachtbarkeit dieses Vorganges ist, daß der Atomstrahl in einem solch hohen Vakuum verläuft, daß keinerlei Beeinflussung der Atome durch Felder benachbarter Atome oder durch Zusammenstöße erfolgt. Auf dieser Überlegung beruht der Vorschlag von O. STERN (32) zur Prüfung der Theorie der Richtungsquantelung, welcher von O. STERN und dem Verf. (13, 14) experimentell zunächst für das normale Silberatom durchgeführt wurde. Ein Silberatomstrahl von etwa rechteckigem Querschnitt (Dimensionen etwa  $0,05 \cdot 0,5$  mm, läuft parallel einem schneidenförmigen Pol eines Elektromagneten im höchsten Vakuum. Nach Durchlaufen dieses inhomogenen Magnetfeldes wird er auf einer Platte aufgefangen. Das Magnetfeld ist derart, daß die Inhomogenität längs des ganzen Weges des Atomstrahls durch

das Feld gleichgroß ist und mit der Richtung der Feldkraftlinien zusammenfällt. Der Niederschlag des Silberstrahls ist bezüglich seiner Form durch Blenden, welche er durchläuft, gegeben. Abb. 2a gibt eine Mikrophotographie eines solchen Niederschlags in 40facher Vergrößerung. Nach Einschalten des magnetischen Feldes wird der Silberatomstrahl in zwei diskrete Strahlen aufgespalten, wie die Mikrophotographie Abb. 2b zeigt, deren einer zum schneidenerförmigen Polschuh hingezogen, deren anderer von ihm abgestoßen worden ist.

Hiermit ist zunächst der Nachweis geliefert, daß die Silberatome im Magnetfeld sich so verhalten, wie es die Quantentheorie für einquantige Atome fordert. Insbesondere steht fest, daß gleichviel Atome parallel und antiparallel sich einstellen und daß alle Atome eingestellt und abgelenkt werden. Es läßt sich aber weiterhin aus diesen Versuchen auch das magnetische Moment der Silberatome berechnen. Denn die Größe der Ablenkung, welche am Niederschlag ermittelt werden kann, hängt ab von der Kraft  $\left| m \frac{\partial H^2}{\partial s} \right|$

und der Zeit, während welcher diese Kraft auf die Atome wirkte. Letztere ergibt sich aus der Wegstrecke im Magnetfeld und der Geschwindigkeit der Silberatome, welche unter den gleichen äußeren

Verhältnissen von O. STERN direkt gemessen war. Es ergab sich für das magnetische Moment des Silberatoms (14) bezogen auf das Mol, also für  $m \cdot N$  aus zwei Versuchen

$$M = 5200 \text{ und } 5750 \text{ Gauss} \cdot \text{cm},$$

1) Es konnten Inhomogenitäten von der Größenordnung  $150000 \frac{\text{Gauss}}{\text{cm}}$  leicht erreicht und genau gemessen werden.

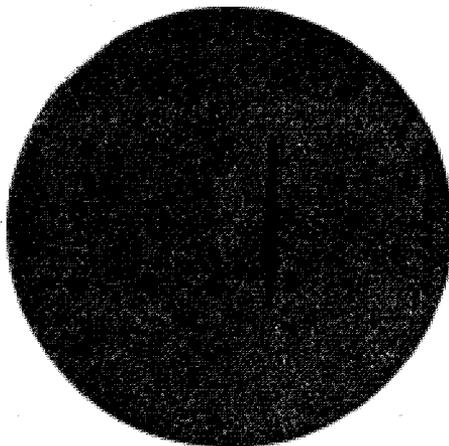


Abb. 2a.

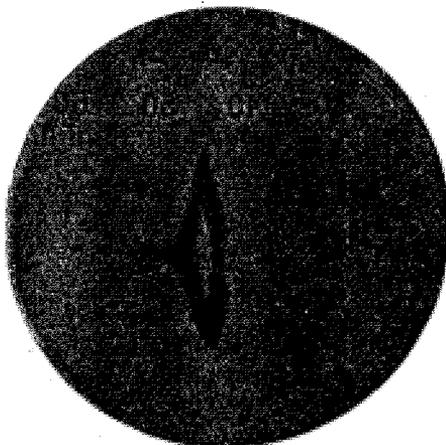


Abb. 2b.

also im Mittel mit einem möglichen Fehler entsprechend der Genauigkeit der Messung der einzelnen in die Berechnung eingehenden Daten von  $\pm 5\%$   $M = 5475$  Gauss · cm; das Resultat ist in voller Übereinstimmung mit dem theoretischen Werte  $M = 5584$  des BOHR'schen Magnetons.

Die beiden, unseres Erachtens eindeutigen, Versuchsergebnisse, *der Nachweis der Richtungsquantelung und die Bestimmung des Zahlenwertes des Magnetons*, stellen uns vor drei Aufgaben: die Klärung des Mechanismus der Orientierung der Atome in die diskreten Lagen, die Vereinigung des WEISS'schen Magnetons und des BOHR'schen Magnetons, und schließlich den Nachweis der Richtungsquantelung in anderen physikalischen, besonders magneto-optischen Phänomenen.

Die erste Frage scheint uns zur Zeit eine rein theoretische zu sein, der experimentell ebensowenig beizukommen ist, wie etwa der direkten Messung der »Lebensdauer« der BOHR'schen Zustände. Aus den genannten Experimenten ist nur die eine Angabe zu machen, welche Zeit ein Atom höchstens braucht, um sich in die durch das Feld gegebene Richtung einzustellen. Die scharfe Begrenzung der abgelenkten Strahlen in den Versuchen von STERN und dem Verf. zeigt, daß die Einstellung allermindestens nach dem ersten halben Zentimeter Strahlengang im Feld vollständig ist; hieraus berechnet sich eine Einstellungszeit gleich oder kleiner als  $10^{-5}$  sec. A. EINSTEIN und P. EHRENFEST (8) haben die Schwierigkeiten bei der Vorstellung der mechanischen Einstellung der Atome eingehend diskutiert: sie konnten drei Möglichkeiten ausdenken, welche sämtlich zu schwerwiegenden Widersprüchen allgemeiner Art führen. Die Annahme, daß die Atome beim Eintritt in das Magnetfeld unter allmählicher Abnahme der Präzessionsbewegung gerichtet werden (wobei zur Einstellung der antiparallelen Atome Energie aus dem Strahlungsfeld aufgenommen wird), führt nach klassischer und quantenmäßiger Berechnung zu Einstellungszeiten von  $10^9$ — $10^{21}$  sec, die nach dem Ergebnis des Experiments ausgeschlossen sind. Nach der zweiten Hypothese sind die Atome *immer* vollständig quantisiert (»richtungsgequantelt«), die Einstellung erfolgt also beim Verdampfungsprozeß oder nach einem Zusammenstoß mit einem anderen Atome entsprechend der Richtung — aber unabhängig von der Stärke — des an dieser Stelle herrschenden Feldes; die Orientierung paßt sich bei wechselnder Feldrichtung jeder Änderung sofort an. Das führt, wie EINSTEIN und EHRENFEST zeigen, zu Widersprüchen mit der Mechanik. Schließlich wird diskutiert die Einstellung der Atome, deren Momente im Dampfzustand ganz willkürlich bezüglich des dort herrschenden schwachen Feldes gerichtet sind, durch ultrarote Strahlung, nämlich Ausstrahlung und positive und negative Einstrahlung<sup>1)</sup> als Übergänge zwischen nichtquantenmäßigen Zuständen in Quantenzustände: aber mit einer außerordentlich hohen

<sup>1)</sup> Im Sinne der EINSTEIN'schen Theorie der Wärmestrahlung.

»Reaktionsgeschwindigkeit« entsprechend dem Verhältnis der wirklichen und klassisch berechenbaren Einstellungszeiten ( $< 10^{-5}:10^9$ ). Aber auch diese Überlegung führt zu unüberwindbaren Vorstellungsschwierigkeiten, weil sie einen Unterschied zwischen strahlungsfähigen und rein mechanischen (d. h. nicht strahlungsfähigen) Systemen machen muß. — So ist die Theorie, welche die Richtungsquantelung voraussagte, durch den experimentellen Nachweis ihrer Existenz in große Schwierigkeiten geraten! \*)

Für die Beantwortung der zweiten Frage, wie das Ergebnis der STERN-GERLACHSchen Messung des Magnetons mit dem WEISSSchen Magneton verträglich ist, ist nicht allein zu beachten, daß das WEISSSche Magneton fast genau  $\frac{1}{5}$  des BOHRschen Magnetons ist, sondern auch daß die Anzahl der WEISSSchen Magnetonen der Metallionen und der Gasmoleküle ( $O_2, NO$ ) recht groß ist und nicht zum wenigsten, daß eine strenge Ganzzahligkeit der WEISSSchen Magnetonzahlen bei der Unsicherheit der Berechnung und der Unkenntnis aller möglichen Einflüsse auf die  $\kappa$ -Werte kaum zu erwarten ist. W. PAULI (25) hat zuerst darauf hingewiesen, daß die Richtungsquantelung bei der Berechnung des magnetischen Moments von Molekülen aus Messungen ihrer Suszeptibilität im Gaszustande heranzuziehen ist. Ihre Berücksichtigung ändert den Zahlenfaktor in der LANGEVINSchen Beziehung  $\sqrt{3RC_m}$  ganz wesentlich, da er sich aus der Annahme der Gleichberechtigung aller Richtungen der Atom-

magnete relativ zum äußeren Magnetfeld gemäß  $\frac{1}{\cos^2 \vartheta} = 3$  ergibt, worin

$\vartheta$  alle möglichen Winkel zwischen Achse der Atommagnete und Magnetfeld bezeichnet. Nach der Theorie der räumlichen Quantelung kann der

Winkel aber nur die Werte  $\cos \vartheta = \pm \frac{n_x}{n}$  ( $n_x = 1, 2 \dots n$ ) haben, so daß für

$$\begin{aligned} n = 1 & \quad \overline{\cos^2 \vartheta} = 1 \\ n = 2 & \quad = \frac{5}{8} \\ 3 & \quad = \frac{14}{27} \\ \text{allg.} & \quad = \frac{1}{3} \frac{(n+1)(2n+1)}{2n^2} \end{aligned} \quad (1)$$

»Klassischer« Fall  $n$  sehr groß  $= \frac{1}{3}$  folgt. Setzt man

$$m_0 = \sqrt{3RC} = i \cdot m_w = k \cdot m_B,$$

$m_0$  das gemessene magnetische Moment,  $m_w$  und  $m_B$  das WEISSSche bzw. BOHRsche Magneton,  $i$  die WEISSSche Magnetonzahl und  $k$  die *scheinbare* BOHRsche Magnetonzahl, d. h. ohne Berücksichtigung der Richtungsquantelung, so folgt die wahre BOHRsche Zahl  $n$  aus

\*) Über noch allgemeinere grundsätzliche Schwierigkeiten s. N. BOHR, Zeitschr. f. Phys. 1922, 13, S. 149 Anmerkung und Text.

$$n \cdot m_B = \sqrt{\frac{RC}{\cos^2 \vartheta}} \quad (2)$$

oder die wahren BOHRschen Magnetonzahlen folgen aus den scheinbaren  $k$  ( $= \frac{\text{WEISSsche Zahlen } i}{5}$ )

$$n = \frac{k}{\sqrt{3 \cos^2 \vartheta}}; \quad k = \sqrt{\frac{1}{2}(n+1)(2n+1)}. \quad (3)$$

Von allen untersuchten Gasen sind nur Sauerstoff und Stickoxyd ( $NO$ ) paramagnetisch befunden worden. Für Sauerstoff liegen zwei neue Messungen vor, welche für das Molmoment ergeben:

WEISS, BAUER und PICCARD 15 870 Gauss · cm

T. SONÉ 15 610 Gauss · cm.

Aus ihnen berechnen sich die WEISSschen Magnetonzahlen  $i$  zu 14,12 bzw. 13,9; die Abweichungen von der Ganzzahligkeit übersteigen die von den Autoren angegebene Genauigkeit, aber man sieht zumindest, daß die Differenzen zwischen den verschiedenen Messungsreihen (beide bezogen auf die Volumsuszeptibilität des Wassers —  $0,720 \cdot 10^{-6}$ ) noch größer sind.  $NO$  ist nur von WEISS, BAUER und PICCARD gemessen:  $i=9,2$  WEISSsche Magnetonen. Wendet man die PAULISChe Überlegung nun auf diese Werte an, so hat eine Ganzzahligkeit der  $i$ -Werte natürlich überhaupt keine Bedeutung mehr. Die »scheinbaren« BOHRschen Quantenzahlen  $k = \frac{i}{5}$  sind dann für  $i=9$   $k=1,8$ , für  $i=14$   $k=2,8$ . Nach der Formel (3) berechnen sich für die wahren BOHRschen Quantenzahlen  $n=1, 2 \dots$  die scheinbaren  $k$ :

$$\begin{array}{ll} n=1 & k = \sqrt{3} = 1,73 \\ n=2 & k = \sqrt{7,5} = 2,74 \\ & 3 \qquad \qquad 3,74 \end{array}$$

usw.

Die Übereinstimmung dieser errechneten  $k$ -Zahlen mit den aus den gemessenen Molekularmomenten folgenden  $k$ -Zahlen ist so gut, als man erwarten kann: der Schluß, daß also das  $NO$ -Molekül ein BOHRsches Magnetone, das  $O_2$ -Molekül zwei BOHRsche Magnetonen hat, scheint berechtigt.

CABRERA (7) hat versucht, die für die zwei- und dreiwertigen Ionen der Gruppe Chrom bis Kupfer gefundenen WEISSschen Magnetonzahlen mit dem BOHRschen Atommodell in Verbindung zu bringen unter Benutzung ähnlicher Vorstellungen, wie sie zuerst von R. LADENBURG (20) in seinen Betrachtungen über gefärbte Ionen und Paramagnetismus vorgebracht wurden. (Diese qualitativen Überlegungen sind natürlich unabhängig von der absoluten Zahl der Magnetonen.) CABRERA teilt die unvollständige  $N$ -Gruppe der Elektronen in zwei Klassen  $N_1$  und  $N_2$ , von

welchen nur die  $N_x$ -Elektronen zu dem magnetischen Moment beitragen. Wir geben in Abb. 3 seine Zahlen in graphischer Darstellung<sup>1)</sup>: Abszisse sind die Anzahl der  $N_x$ -Elektronen, Ordinate die WEISSschen  $i$ -Zahlen<sup>2)</sup>. Die Zahlen der  $N_z$ -Elektronen wechseln zwischen 2 und 3 ab, z. B.:

	Zahl der Elektronen in der Gruppe			N	
	K	L	M	$N_x$	$N_z$
$Mn'''$	2	8	8	4	3
$Mn''$	2	8	8	5	2
$Fe'''$	2	8	8	5	3
	usw.				

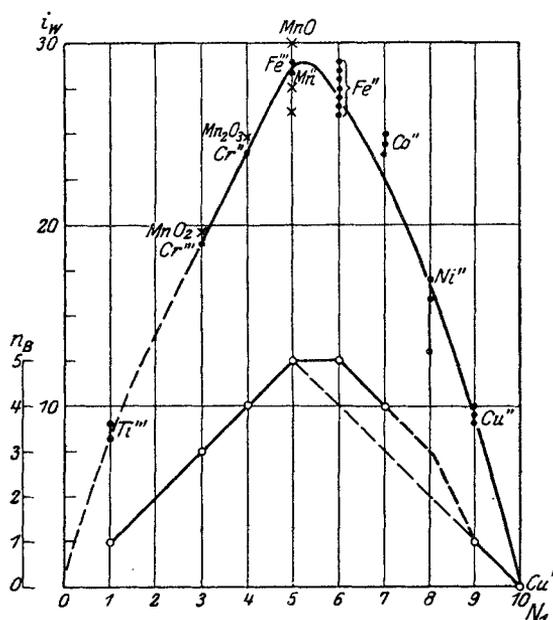


Abb. 3.

Elemente mit gleichen  $N_x$ -Zahlen sollen auch die gleichen  $i$ -Zahlen haben: leider ist nur eine Möglichkeit einer derartigen Prüfung vorhanden: an  $Mn''$  und  $Fe'''$ ; hier stimmt sie, denn für beide ist  $i = 29$  gemessen worden. Ein solcher — dem KOSSEL-SOMMERFELDSchen spektroskopischen entsprechender — magnetischer Verschiebungssatz wäre von entschiedener Bedeutung für unsere Kenntnis vom Bau dieser paramagnetischen Atome: denn er würde in Verbindung mit der BOHRschen Tabelle der Elektronen-anordnung zeigen, daß die Zahl der Elektronen einer unvollständigen Elektronengruppe für verschiedenwertige Ionen des gleichen Elementes nicht dieselbe ist.

<sup>1)</sup> Bez. der inneren Kurve s. S. 141.

<sup>2)</sup> Der Wert für Titan ist aus Messungen von Wedekind an  $TiCl_3$  berechnet (8—9).

CABRERA hält an der Realität des WEISSschen Magnetons fest. Man muß so fragen, ob sich, nachdem man aus den Überlegungen PAULIS gesehen hat, daß die Berücksichtigung der Richtungsquantelung die WEISSschen Zahlen der Magnetonen der Gase  $O_2$  und  $NO$  auf sehr plausible BOHRsche Quantenzahlen zurückführt, — ob sich eine Möglichkeit bietet, auch die WEISSschen Zahlen der Ionenmagnetonen auf das BOHRsche Magneton zurückzuführen. Einen sehr deutlichen Hinweis auf eine naheliegende Deutungsmöglichkeit geben die gefundenen Zahlen selbst. Sie sind in runden Zahlen

$i = 9$	$NO,$	$Pd(\sim 8),$	$Pt(8,9),$	$Cu''(9-10)$	$Ti'''(8-9)$
$14$	$O_2$				
$19$	$Cr''',$	$MnO_2$			
$24$	$Cr''$	$Mn_2O_3(25)$	$Co''(24-25)$		
$29$	$Mn''$	$Fe'''$	$MnO(26-30)$		

Nur  $Fe''$  mit 26 (sehr schwankende Werte zwischen 26—29) und  $Ni''$  mit 16 (auch 13 und 17 gefunden) fallen aus dieser Reihe heraus, also 2 von 16. Wo erhebliche Schwankungen vorliegen, sind diese in Klammern vermerkt [z. B.  $Co''(24-25)$ ].

Versucht man (12) auch für diesen Fall die Berücksichtigung des Richtungsquantelungseinflusses durchzuführen, so ergeben sich in Fortsetzung der obigen Zahlenreihe für die wahren BOHRschen Zahlen  $n$  die »scheinbaren«  $k_{ber}$ , welche mit den aus der Beobachtung an den mitangegebenen Elementen und Ionen folgenden  $k_{beob} = \frac{i}{5}$  zu vergleichen sind:

$n = 1$	$2$	$3$	$4$	$5$
$k_{ber} = 1,73$	$2,74$	$3,74$	$4,75$	$5,75$
$\frac{i}{5} = k_{beob} = 1,8$	$2,8$	$3,8$	$4,8$	$5,8$
$NO, Pd,$	$O_2$	$Cr''' MnO_2$	$Cr'' Co''$	$Mn'' Fe'''$
$Pt, Cu'' Ti''$			$Mn_2O_3(5,0)$	$MnO(6,0).$

Es ist schwer anzunehmen, daß diese Übereinstimmung der Werte  $\frac{i}{5}$  und  $k_{ber}$  reiner Zufall ist, zumal sich so für die paramagnetischen Ionen durchaus plausible Quantenzahlen ergeben. Doch kann nicht geleugnet werden, daß schwere Bedenken gegen die Anwendung der Richtungsquantelungstheorie auf Lösungen und feste Salze bestehen: denn man hat mit Sicherheit in beiden Fällen mit der Anwesenheit anderer Felder zu rechnen, welche die Richtungsquantelung zu stören wohl befähigt sind. Dieser Einwand kann aber auch gegen die Anwendung auf Gase unter hohem Druck ( $O_2$  ist z. B. unter 30 Atm. gemessen) gemacht werden; weiterhin haben alle Modellvorstellungen über Moleküle — wie  $O_2, NO$  — versagt, so daß hierin eine Unsicherheit liegt, welche bei der Übertragung der Richtungsquantelung auf die paramagnetischen Atomionen nicht in

Betracht kommt. Zu beachten dürfte aber besonders sein, daß alle Messungen in sehr starken magnetischen Feldern gemacht sind, und daß für das Eintreten der Richtungsquantelung das Verhältnis dieser zu den störenden Molekularfeldern in Betracht kommt. Auch ist bekannt, daß viele absorbierende und fluoreszierende feste Kristalle Zeemaneffekte schon in viel schwächeren Feldern zeigen, also eine Überwindung der inneren Kräfte durch das äußere Magnetfeld anzeigen.

In der Abb. 3 S. 139, welche die CABRERASche Deutung der WEISSschen  $i$ -Zahlen enthält, sind innen die nach vorstehender Überlegung erschlossenen BOHRschen Zahlen eingezeichnet.

Zusammenfassend ist zu sagen, daß die Ergebnisse der Messungen, welche zu dem WEISSschen Magneton führen, keineswegs im Gegensatz zu den Forderungen der Quantentheorie stehen. Vielmehr ist zu erwarten, daß gerade diese in der Richtungsquantelung den Schlüssel liefert, wie die WEISSschen Magnetonenzahlen in die wahren BOHRschen Momentwerte umzurechnen sind (12).

Wir haben im vorstehenden die Richtungsquantelung in der üblichen Weise nach DEBYE-SOMMERFELD-BOHR behandelt. Im gleichen Sinne wurde das Ergebnis der Silberatomstrahlversuche gedeutet, welches dann eindeutig den Nachweis liefert, daß 1. im magnetischen Feld nur die parallele und antiparallele Einstellung der Atomachsen, nicht aber die „Nullstellung“, d. h. Atomachse senkrecht zum Feld (BOHRs Verbot), vorkommt, und daß 2. das Silberatom ein magnetisches Moment von einem Magneton hat. Rein experimentell sagt aber der Versuch nur aus, daß in Richtung der Kraftlinien eine Momentkomponente  $\pm 1$  vorhanden ist; die anderen Aussagen sind mit der theoretischen Vorstellung, daß *einem* mechanischen Quantendrehimpuls auch *ein* Magneton entspricht, gewonnen. Diese Auffassung ist nun auf Grund der LANDÉschen Analyse der Zeemaneffekte wieder zweifelhaft geworden<sup>1)</sup>; und in der Tat zeigen ja auch die BECKSchen Messungen über die Größe des EINSTEIN-DE HAAS-Effektes (s. o.), daß das Verhältnis  $\frac{m}{\mathfrak{S}} > 1$  (etwa gleich 2 für Eisen und Nickel) ist. Der Wert 2 kommt nach A. LANDÉ aber gerade allen Atomen im  $s$ -Termzustand eines Multiplettseriensystemes zu, also auch dem Silberatom im Normalzustand<sup>2)</sup>; ein solches Atom macht um die Richtung der Kraftlinien eine Präzessionsbewegung mit festem Winkel  $\mathfrak{S}$  zwischen Atomachse und Feld.  $\frac{1}{\cos \mathfrak{S}}$  ist nach LANDÉ eben dieser Wert 2, so daß für ein solches Atom mit dem Drehimpuls 1 als Komponente des magnetischen Moments  $\pm 2 m \cos 60^\circ = \pm m$  zu

<sup>1)</sup> Ich danke Herrn A. LANDÉ für seine Anregung zu diesen Überlegungen in einem längeren freundschaftlichen Briefwechsel.

<sup>2)</sup>  $s$ -Term des Dublettsystems, hierzu und zum folgenden s. Artikel LANDÉ in diesem Bande.

erwarten ist: in der Tat das bei den Atomstrahlversuchen beobachtete Ergebnis. Diese Deutung — wenn auch nicht so einfach wie die oben gegebene Ausgangsvorstellung — hat den bemerkenswerten Vorteil, daß sie mit den Aussagen des anormalen Zeemaneffekts, der ebenfalls auf der Richtungsquantelung beruht, in Übereinstimmung ist; man braucht dann das Fehlen des unverschobenen Spaltbildes in den Atomstrahlversuchen nicht mehr auf eine besondere Hypothese zurückzuführen, die in dem BOHRschen „Verbot“ der Querstellung der Atomachsen gegen das magnetische Feld enthalten ist.

**V. Magneto-optische Fragen.** Die magneto-optischen Fragen werden heute gewöhnlich vom Gesichtspunkt des Atombaus aus behandelt. Es ist aber sicher, daß auch sie berufen sind, an der Aufklärung des magnetischen Problems mitzuwirken. Die beiden von PASCHEN und BACK (23) entdeckten Effekte sowie die Erforschung der anomalen Zeemantypen liefern für beide Fragen wichtigste Unterlagen, wie sich besonders aus den Arbeiten von A. LANDÉ (21) ergibt, dem es gelang, aus der HEISENBERG-schen Theorie (18) der Aufteilung des Gesamtimpulsmomentes eines Atoms auf Leuchtelektron und Atomrumpf mit tieferer und modellmäßiger Begründung dieser Annahme neue Gesichtspunkte für den anomalen Zeemaneffekt als auch einen Grund für die anomalen  $\frac{\epsilon}{\mu}$ -Werte aus den Versuchen von EINSTEIN — DE HAAS — BECK — BARNETT zu finden. Von besonderer Bedeutung für alle magneto-optischen Fragen ist die Theorie der Richtungsquantelung. Jedoch muß bestimmt behauptet werden, daß diese sich bisher aus keinem magneto-optischen Effekt hat erkennen lassen, natürlich abgesehen von dem Zeemaneffekt selbst. Offenbar muß man zwei ganz verschiedene Arten von Richtungsquantelung unterscheiden: einmal die Frage der Änderung des Impulsmomentes in Richtung des magnetischen Feldes bei Übergängen eines Atoms aus einem Zustand in einen anderen — das genügt zum normalen Zeemaneffekt — und zweitens die Frage der festen Einstellung der Impulsachsen in die Richtung des magnetischen Feldes. Wenn letztere statthat, so sollte ein Gas oder ein Metaldampf im Magnetfeld anisotrop, doppelbrechend sein: dieser Effekt konnte bisher nicht beobachtet werden. Doch muß bemerkt werden, daß man zu dieser Anisotropie nur mit den klassischen Vorstellungen der Dispersion kommt, das Fehlen des Effektes also eng mit der ungeklärten Frage nach dem Zusammenhang von Dispersion und Quantentheorie verknüpft ist.

Besonderer Wert<sup>2)</sup> ist in letzter Zeit auf einen zuerst von GREGOROFF und GEORGIEWSKI (38) beobachteten magneto-optischen Effekt gelegt

<sup>2)</sup> Vgl. z. B. N. BOHR, Zeitschr. f. Physik, 1923, 13, S. 149. BOHR drückt sich sehr vorsichtig aus: »man muß darauf vorbereitet sein im Gegensatz zur klassischen Theorie ...«

worden: die partielle Polarisation der Gesamtstrahlung einer magnetisierten Lichtquelle, hervorgerufen durch eine Bevorzugung der senkrecht zu den Kraftlinien emittierten Zeemankomponenten ( $\sigma$ -Komponenten) gegenüber den parallel zum Felde polarisierten  $\pi$ -Komponenten. Allein die eingehendere Untersuchung dieses Effektes durch WIECHERN kann nicht als eine Bestätigung aufgefaßt werden, man kann vielmehr aus den erhaltenen Resultaten, bes. der Feldabhängigkeit der partiellen Polarisation, solche Beziehungen zur Linienbreite finden, daß der Effekt nur durch nicht vollständige Aufspaltung der Zeemankomponenten vorgetäuscht ist. *In der Tat ist das Verschwinden der partiellen Polarisation von einer für jede Spektrallinie charakteristischen Feldstärke an ein deutlicher Hinweis auf eine sekundäre Ursache dieses Effektes<sup>1)</sup>.* Auch die kürzlich von RAUSCH von TRAUBENBERG (37) mitgeteilten Polarisationserscheinungen an Kanalstrahlen im magnetischen Feld dürften solange nicht als sicher gestellt betrachtet werden, als die Frage der natürlichen Polarisation der bewegten Kanalstrahlenintensität nicht im vollen Umfange experimentell durchforscht ist.

Erwähnt seien noch Versuche, welche kürzlich von W. SCHÜTZ und dem Verf. (15) mitgeteilt worden sind; man fand, daß eine Begleiterscheinung des Zeemaneffektes, die Drehung der Polarisationsenebene im longitudinalen Feld in unmittelbarer Nähe der Absorptionslinie, sich an den  $D$ -Linien des Natriums noch in Feldern von wenigen Zehntel Gauss, also von der Größenordnung des Erdmagnetismus, mühelos nachweisen läßt, *wenn die Absorptionslinien hinreichend schmal sind.* Bei höheren Natriumdampfdichten — das Optimum lag bei etwa  $10^{-3}$  mm — sowohl als bei Zusatz fremder Gase verschwand die Drehung und konnte erst in wesentlich höheren Feldern wieder beobachtet werden. Dieser Einfluß des höheren Dampfdrucks wie auch der der fremden zugesetzten Gase scheint nach der einfachen klassischen Theorie dieses magneto-optischen Effekts nicht ohne weiteres verständlich, enthält freilich auch *keinen Beweis* für die Richtungsquantelung.

Noch gänzlich ungeklärt sind die magneto-optischen Erscheinungen, welche W. STEUBING (33) entdeckt hat. Wenn zum Leuchten angeregter Jodmoleküldampf — die Anregung erfolgt am besten durch Einstrahlung (Fluoreszenz), kann aber auch durch elektrische Entladung erfolgen — in ein magnetisches Feld gebracht wird, so wird die Helligkeit der *Bandenemission*, von etwa  $5000^\circ \text{A}$  an nach langen Wellen sich erstreckend, um so mehr geschwächt, je stärker das Feld ist. WOOD und RIBAUD (41) fanden bei einer Nachprüfung dieser Versuche, daß durch ein Feld von 30000 Gauss die Fluoreszenzhelligkeit um 90% herabgesetzt ist. STEUBING untersuchte die Abhängigkeit des Effekts von Dampfdichte und

<sup>1)</sup> Verf. hofft in kurzem neues experimentelles Material zu dieser Frage liefern zu können.

Feld, maß die Schwächung für verschiedene Wellenbereiche, konnte aber trotz umfangreicher Versuche keine Aufklärung erbringen; am merkwürdigsten ist die Abhängigkeit der magnetischen Schwächung von der Stärke der Anregung. Nur eines ist mit Sicherheit erwiesen, daß nämlich die Ursache nicht in einer durch das Magnetfeld geänderten Absorption zu suchen ist, also nicht im Anregungs-, sondern im Emissionsprozeß. FRANCK und GROTIAN (II) fanden eine ganz analoge Erscheinung im Quecksilberdampfe. Es ist bekannt, daß durch Einstrahlung der Resonanzlinie  $2536,7 \text{ \AA}$  angeregte Hg-Atome sich mit anderen Hg-Atomen zu Molekülen verbinden können. Man ersieht dies aus dem beim Zerfall solcher Moleküle ausgesandten Bandenspektrum. Die Bedingungen für den Zerfall solcher  $\text{Hg}_2$ -Moleküle sind z. B. gegeben, wenn sie mit anderen Hg-Atomen oder auch anderen Gasatomen zusammenstoßen. Wird ein von einer erhitzten Quecksilberoberfläche aufsteigender Dampfstrahl durch Einstrahlung von  $\lambda 2536,7$  angeregt, so leuchtet er so weit, als die Dampfdichte genügend hoch, also die Zusammenstöße häufig sind. Je mehr der Druck im Strahl sinkt, desto schwächer wird die Bandenemission. Sie erscheint aber sofort wieder, wenn der *dunkle* Strahl in ein magnetisches Feld eintritt (bei den Versuchen 15 000 Gauss). Man kann wohl schließen, daß die beiden scheinbar sich entgegenstehenden Effekte — Zerstörung der Jodfluoreszenz und Anregung der Quecksilberfluoreszenz — doch auf die gleiche Ursache zurückzuführen sind, nämlich auf eine Änderung des Zerfallsmechanismus oder eine Abkürzung der Lebensdauer der angeregten Moleküle. Mehr ist aus den Versuchen noch nicht zu schließen. Es wäre aber interessant, mit Rücksicht auf die noch unbekanntere Natur dieser »homöopolaren« Molekülbildung der Frage näherzutreten, wieweit magnetische Kräfte in solchen Bindungen eine Rolle spielen. Polarisationseffekte<sup>2)</sup> sind leider nicht untersucht, auch ist das von FRANCK und GROTIAN beobachtete Ausleuchten im Magnetfeld spektral noch nicht genügend durchforscht.

Zu den in letzter Zeit in enger Verbindung mit atomistischen Problemen, gleichzeitig aber auch in Anlehnung an die LANGEVINSche Theorie des Magnetismus, näher untersuchten magneto-optischen Effekten gehört die durch ein äußeres Magnetfeld erzwungene transversale Doppelbrechung isotroper diamagnetischer Flüssigkeiten, der COTTON-MOUTON-Effekt: die isotropen Flüssigkeiten werden in einem Magnetfeld derart anisotrop, daß sie sich wie ein einachsiger Kristall verhalten, dessen kristallographische Achse in die Richtung des äußeren magnetischen Feldes fällt. Ob diese magnetische Doppelbrechung eine generelle Eigenschaft aller Moleküle, oder ob sie nur bei ganz bestimmten Molekülen auftritt, ist noch unbekannt. Jedoch ist ersteres zu erwarten; nur die Größe des Effekts, der durch die

<sup>2)</sup> STEUBING hat nur gezeigt, daß die Schwächung nicht sekundär durch ein Zusammenwirken einer Polarisation des Leuchtens im Feld mit der Polarisation im Spektralapparat hervorgerufen ist.

COTTON-MOUTONsche Konstante  $C$  in der Beziehung  $\delta = C \cdot H^2$  bestimmt ist, ist für verschiedene Moleküle sehr verschieden ( $\delta$  ist die relative Verzögerung des Lichtstrahls pro Längeneinheit der durchsetzten Flüssigkeitsschicht,  $H$  das äußere Feld). Die Konstante  $C$  wird als das Maß einer Anisotropie des einzelnen Moleküls angesehen. Da infolge der Wärmebewegung die Achsen der Moleküle dauernd ihre Lage im Raume ändern, wird die Flüssigkeit makroskopisch isotrop erscheinen. Erst wenn durch eine geeignete von außen auf die Moleküle wirkende Kraft eine Vorzugsrichtung gegeben wird, kann auf die Moleküle eine ihrem Anisotropiegrad entsprechende richtende Kraft wirken, welche nun in Wechselwirkung mit der die Orientierung hindernden oder zerstörenden Wärmebewegung tritt. Man sieht, daß das Problem in dieser Art ganz analog zu dem des Molekularfeldes in der Theorie des Magnetismus ist.

Eine wichtige Frage ist demnach die Temperaturabhängigkeit des COTTON-MOUTON-Effekts. Theoretisch ist das Problem vielfach behandelt, in gleicher Weise wie die Theorie des Ferromagnetismus oder die Theorie des analogen elektro-optischen Effekts, der elektrischen Doppelbrechung (Kerreffekt). Die eingehenden Messungen von G. SZIVÉSSY (35) haben aber durchaus keine Übereinstimmung mit den theoretischen Forderungen ergeben; man fand, daß die Konstante  $C$  mit abnehmender Temperatur stärker zunahm als die Theorie es erfordert: also das gleiche Ergebnis wie für den Temperaturkoeffizienten der elektro-optischen, KERRschen Doppelbrechung<sup>1)</sup> (22).

Irgendeine theoretische Deutung hierfür fehlt vorerst: das ganze Problem hängt natürlich aufs engste mit der Frage nach dem Bau von Molekülen zusammen, in der selbst für das einfachste Molekül, den Wasserstoff  $H_2$ , noch keine Modellvorstellung erlangt werden konnte. Auch für viel prinzipiellere molekülmagnetische Fragen fehlt noch die Aufklärung, es sei nur an den Zeemaneffekt von Banden erinnert. Die Bedeutung dieser Messungen liegt vorerst darin, daß sie experimentelles Material zu der Frage der Molekülkonstitution liefern.

## Literatur.

(In Klammern ist der Inhalt der Arbeiten kurz gekennzeichnet.)

Eine allgemeine Zusammenfassung aller magnetischen Theorien s. Bulletin of the National Research Council. Nat. Acad. of Sciences Washington D.C. 1922.

1. V. AUWERS: Jahrb. d. Rad. u. Elektr. 1920, 17, 181.
2. ARVIDSSON, G.: Physikal. Zeitschr. 1920, 21, 88 (EINSTEIN-DE HAAS-Effekt).
3. BARNETT, S. J.: Physical. Rev. 1915, 6, 239; 1917, 10, 7; Physikal. Zeitschr. 1923, 24, 14 (AMPÈRESche Molekularströme, EINSTEIN-DE HAAS-Effekt).
4. BECK, E.: Ann. d. Physik 1919, 60, 109 (EINSTEIN-DE HAAS-Effekt).
5. BRANT, L. S.: Physical. Rev. 1921, 17, 678 (Suscept. von Nickel- u. Cobalt-Ionen).

<sup>1)</sup> Literatur hierzu siehe in (35).

6. BRAUNBECK, W.: Physikal. Zeitschr. 1922, 23, 307 (EINSTEIN-DE HAAS-Effekt, Theoret.).
7. CABRERA, B.: Journ. d. Physik 1922, 3, 443 (Zusammenfassung über WEISSSES Magneton).
8. EINSTEIN, A. und EHRENFEST, P.: Zeitschr. f. Physik. 1922, 11, 31 (zu STERN-GERLACH) (13)).
9. — und DE HAAS, W. J.: Verhandl. d. Dtsch. Physikal. Ges. 1915, 17, S. 157, 203, 420; 1916, 18, 173 (EINSTEIN-DE HAAS-Effekt), s. auch Nr. 16.
10. FOEX, G.: Ann. de Physique 1921, 16, 174 (LANGEVIN-WEISSSE Theorie; Suscept. von Kristallen).
11. FRANCK, J. und GROTIAN, W.: Zeitschr. f. Physik. 1921, 6, 35 (magnet. Dissociation von Hg-Molekülen).
12. GERLACH, W.: Physik. Zeitschr. 1923, 24, 275. (WEISSSES und BOHRSES Magneton).
13. — und STERN O.: Zeitschr. f. Physik. 1921, 8, 110; 1922, 9, 349 (Nachweis der Richtungsquantelung).
14. — — Zeitschr. f. Physik. 1922, 9, 353 (BOHRSES Magneton).
15. — und SCHÜTZ, W.: Naturwissenschaften 1923, 637 (magneto-opt. Effekte in schwächsten Feldern).
16. DE HAAS, W. J.: Verhandl. d. dtsch. physikal. Ges. 1916, 18, 423 (EINSTEIN-DE HAAS-Effekt).
17. — und P. DRAPIER: Ann. d. Physik 1913, 42, 673 ( $\chi$  von Wasser).
18. HEISENBERG, W.: Zeitschr. f. Physik 1922, 8, 273.
19. HONDA: Japanische Literaturangaben s. in 7 (CABRERA).
20. LADENBURG, R.: Naturwissenschaften 1920, 8, 5; Zeitschr. f. Elektrochem. 1920, 26, 262 (Paramagnetismus und Atombau).
21. LANDÉ, A.: Zeitschr. f. Physik 1922, 11, 353 (Theorie d. anomalen ZEEMAN-Effekt und EINSTEIN-DE HAAS-Effekt).
22. LERTES, P.: Zeitschr. f. Physik 1921, 6, 257; 8, 72 (elektrische Doppelbrechung).
23. PASCHEN und BACK, E.: Ann. d. Physik 1912, 39, 897. Physica 1921, I, 261.
24. PICCARD, A.: Arch. d. Gen. 1913, 35, 209 ( $\chi$  von Wasser).
25. PAULI, W.: Physikal. Zeitschr. 1920, 21, 615 (Richtungsquantelung und WEISSSES Magneton).
26. RICHARDSON, O. W.: Physical. Rev. 1908, 26, 248 (Theorien des Magnetons).
27. SÈVE, P.: Journ. d. Physique 1913, 3, 8 ( $\chi$  von Wasser).
28. SMITH, J. H.: Philosoph. mag. 1923, 45, 375 (Farbe und Diamagnetismus).
29. SONÉ, T.: Philosoph. mag. 1920, 39, 305 (Susceptibilität von Gasen).
30. SOMMERFELD, A.: Ann. d. Physik. 1923, 70, 32 (Magnetonzahlen von Mangan und Chrom).
31. STERN, O.: Zeitschr. f. Physik. 1920, 1, 147 (Theorie des Paramagnetismus).
32. — Ibid. 1921, 7, 249 (Richtungsquantelung).
33. STEUBING, W.: Verhandl. d. dtsch. physikal. Ges. 1913, 15, 1181. Ann. d. Physik. 1919, 58, 55 (Magnetische Auslöschung der Jodfluoreszenz).
34. STEWART, J. A.: Physical. Rev. 1918, 11, 100 (EINSTEIN-DE HAAS-Effekt).
35. SZIVESSY, G.: Zeitschr. f. Physik. 1921, 7, 285. Ann. d. Physik 1922, 68, 127 (COTTON-MOUTON-Effekt).
36. THEODORIDÈS, PH.: Journ. d. Physique 1922, 3, 1 (Magnetonzahlen von Ionen und festen Salzen).
37. RAUSCH v. TRAUBENBERG: Naturwissenschaften 1922, 10, 791 (Polarisation von Kanalstrahlenlicht im Magnetfeld).
38. VOIGT, W.: Magnetooptik in GRAETZ' Handb. d. Elektr. Bd. IV (partielle Polarisation im Magnetfeld).
39. WEISS, P.: Verhandl. d. dtsch. physikal. Ges. 1911, 13, 718 (LANGEVIN-WEISSSE Theorie; Magneton). Zusammenfassung s. Arch. f. Elektrotechnik 1913, 2, 1.
40. — BAUER und PICCARD: Journ. d. Physik 1920, 1, 97.
41. WOOD, R. W. und RIBAUD: Philosoph. mag. 1914, 27, 1016 (STEBINGS Jodversuch.)

## VIII. Fortschritte beim Zeemaneffekt.

Von Alfred Landé—Tübingen.

Vor nunmehr 27 Jahren (1896) entdeckte P. ZEEMAN (23), daß die spektral beobachteten Schwingungsfrequenzen eines leuchtenden Gases durch Magnetisierung der Lichtquelle geändert werden können. Hatten die auf MAXWELLS Theorie gegründeten HERTZschen Versuche die fundamentale Rolle elektrischer und magnetischer Kräfte bei der *Ausbreitung* des Lichts mittelbar sichergestellt, so zeigte das ZEEMANSche Phänomen unmittelbar die elektromagnetische Natur des *Lichterzeugungsmechanismus*. Im besonderen bewies die erfolgreiche Voraussage der Einzelheiten beim »normalen« Zeemaneffekt durch H. A. LORENTZ (14), daß dieselben elektromagnetisch wirksamen Teilchen, deren Existenz vor allem durch PH. LENARDS und J. J. THOMSONS Forschungen sichergestellt und deren Einfügung in das Gebäude der MAXWELL-HERTZschen Lehren durch die *Elektronentheorie* von H. A. LORENTZ geleistet worden war, sich auch im gebundenen Zustand an einem allgemein elektromagnetischen Aufbau der Materie beteiligten. Tiefere Aufschlüsse über die speziellen Elektronenanordnungen bei den verschiedenen chemischen Elementen in ihren verschiedenen Leuchtzuständen versprach die zuerst von MICHELSON, PRESTON, RUNGE und PASCHEN, neuerdings besonders eingehend von E. BACK (1) untersuchte magnetische Aufspaltung mancher Spektrallinien in mehrere Komponenten verschiedener Anzahl und Anordnung, deren immer wiederkehrende Erscheinungsformen als »anomale Zeemantypen« bekannt geworden sind, und welche in starken Magnetfeldern die von PASCHEN und BACK entdeckten Normalisierungsverwandlungen zeigen. Eine befriedigende Erklärung des anomalen Zeeman- und Paschen-Backeffektes im Zusammenhang mit der Deutung der »Multipllettstruktur« magnetisch unbeeinflusster Spektrallinien ist bisher noch nicht gefunden. Immerhin haben sich mit Hilfe der allgemeinen Quantentheorie (M. PLANCK) und ihrer Anwendung auf den Atombau (N. BOHR) neben ausgedehnten spektroskopischen Erfolgen auch wichtige Aufschlüsse atomtheoretischer Art ergeben, welche eine endgültige Lösung des Rätsels der anomalen Zeemaneffekte und damit einer Reihe prinzipieller Fragen über die Verwendung mechanisch-elektromagnetischer Grundsätze in der Quantentheorie in nahe Aussicht stellen.

### § 1. Klassische Theorie des normalen Zeemaneffekts.

*Normaler Zeemaneffekt* liegt vor (vgl. Abb. 1), wenn bei Beobachtung *parallel* der Magnetfeldrichtung eine Aufspaltung der Spektrallinie in zwei Komponenten erscheint, welche symmetrisch nach kleineren und größeren Schwingungszahlen verschoben sind (»Längseffekt«), dagegen bei

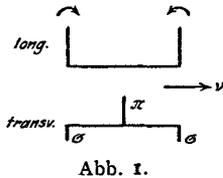


Abb. 1.

Beobachtung *senkrecht* zur Kraftlinienrichtung eine Aufspaltung in drei Komponenten auftritt, von denen eine am Ort der ursprünglichen Spektrallinie bleibt, die zwei andern beiderseits symmetrisch verschoben sind (»Quereffekt«). Die zwei verschobenen Komponenten bei Längsbeobachtung erscheinen rechts und links zirkular polarisiert; bei Querbeobachtung erscheinen die beiden verschobenen Komponenten senkrecht ( $\sigma$ ), die unverschobene Mittelkomponente parallel ( $\pi$ ) den Kraftlinien linear polarisiert. Die Verschiebung der Seitenkomponenten ist proportional der angewandten Feldstärke  $\mathfrak{H}$  und hat in Schwingungszahlen gemessen den Betrag:

$$(1) \quad \Delta\nu = \pm 4,70 \cdot 10^{-3} c \cdot \mathfrak{H} \quad \left( \begin{array}{l} \mathfrak{H} \text{ in absol. Einheiten} \\ c = \text{Lichtgeschwindigkeit} \end{array} \right).$$

Die LORENTZSCHE Elektronentheorie gibt für das normale Zeemanphänomen folgende Erklärung (14). Die Gesamtheit der Bahnschwingender oder kreisender Elektronen eines Atoms, deren elektromagnetische Strahlung durch den Spektralapparat harmonisch in einzelne Linien der Schwingungszahl  $\nu$  analysiert wird, erhält im Magnetfeld nach LARMOR eine gemeinsame gleichmäßige Drehung (Präzession) um die Feldrichtung als Achse<sup>1)</sup> mit der Umlaufzahl

$$(2) \quad o = \frac{e}{4\pi c \mu} \mathfrak{H} \quad (\varepsilon = \text{Ladung, } \mu = \text{Masse jedes Elektrons}).$$

Eine harmonische Analyse der Elektronenbewegungskomponenten parallel und senkrecht zur Magnetfeldrichtung zeigt dann, daß erstere unverändert bleiben, letztere in je zwei zirkuläre Komponenten zerfallen, welche rechts bzw. links herum mit der Schwingungszahl  $\nu \pm o$  umlaufen. Die zugehörigen Schwingungskomponenten des ausgestrahlten Lichts geben daher zu einer Aufspaltung der Spektrallinie  $\nu$  im Magnetfeld Anlaß, die gerade mit der beim normalen Zeemaneffekt längs und quer beobachteten übereinstimmt und dabei den Betrag hat:

$$(3) \quad \Delta\nu = \pm o.$$

Die Gleichsetzung der rechten Seiten von (1) und (2) in (3) liefert einen Weg zur experimentellen Bestimmung des Quotienten  $\varepsilon/\mu$ . Der

<sup>1)</sup> Der Beweis des LARMORSCHEN Satzes über die gemeinsame Präzession (2) der Elektronenbahnen im Magnetfeld  $\mathfrak{H}$  beruht darauf, daß die bei einer solchen Präzession  $o$  auftretende Zusatzzentrifugalkraft, die CORIOLISSCHE Kreiselkraft, die Größe  $4\pi\mu[v o]$  besitzt ( $o$  als Vektor parallel der Drehachse gedacht), während das Feld  $\mathfrak{H}$  eine Zentripetalkraft  $\varepsilon[v \mathfrak{H}]:c$  erzeugt. Gleichgewicht zwischen beiden Zusatzkräften  $4\pi\mu[v o] = \varepsilon[v \mathfrak{H}]:c$  besteht also, wenn  $o$  durch (2) bestimmt ist.

Zeemaneffekt wurde so in den Händen von H. A. LORENTZ zu einem Hauptstützpunkt für das Vorkommen der universellen negativen Elektronenladung  $e$  in den Atomen.

## § 2. Quantentheoretische Deutung des normalen Effekts.

Die Quantentheorie des normalen Zeemaneffekts ist von P. DEBYE (6) und A. SOMMERFELD (18) begonnen, von A. RUBINOWICZ (17) und N. BOHR (4) vollendet worden. Es sei  $W$  der gesamte Energieinhalt eines Elektronensystems (Atoms) in einem quantentheoretisch zulässigen Zustand, daher  $W/h$  nach der BOHRschen Theorie der zugehörige Spektralterm des Quantenzustands. Geht nun das Atom vom Anfangszustand  $a$  in den Endzustand  $e$  über, so sendet es die Energie  $W_a - W_e$  nach BOHR in Form einer monochromatischen Strahlung der Schwingungszahl

$$(4) \quad \nu = \frac{W_a}{h} - \frac{W_e}{h} \quad (h = \text{PLANCKS Wirkungsquantum})$$

aus. Wirkt aber sowohl im Anfangs- wie im Endzustand auf das Atom ein Magnetfeld  $\mathfrak{H}$ , so sind die Energien  $W_a$  und  $W_e$  um  $\Delta W_a$  und  $\Delta W_e$  geändert, die zugehörigen Spektralterm demnach um  $\Delta W_a/h$  und  $\Delta W_e/h$  und die ausgesandte Schwingungszahl  $\nu$  schließlich um

$$(5) \quad \Delta \nu = \frac{\Delta W_a}{h} - \frac{\Delta W_e}{h} = \text{ZEEMANverschiebung.}$$

Nun sind die magnetischen Zusatzterme  $\Delta W/h$  im Felde  $\mathfrak{H}$  leicht anzugeben. Bedeutet nämlich  $o$  die Umlaufszahl (2) der LARMORpräzession, die dem Atom wie in § 1 sowohl im Anfangs- wie im Endzustand aufgezwungen wird, so wird<sup>1)</sup>

$$(6) \quad \frac{\Delta W_a}{h} = m_a \cdot o, \quad \frac{\Delta W_e}{h} = m_e \cdot o.$$

Die dabei auftretenden ganzen Zahlen  $m_a$  und  $m_e$  werden als »äquatoriale Quantenzahlen« des Anfangs- und Endzustands bezeichnet und sind noch verschiedener ganzzahliger Werte

$$(7) \quad m = \pm m_{\max}, \quad m = \pm (m_{\max} - 1), \quad m = \pm (m_{\max} - 2), \dots$$

fähig, wobei  $m_{\max}$  im Anfangs- bzw. Endzustand verschiedene Werte besitzen kann.

<sup>1)</sup> Ist  $J$  der Vektor des gesamten Drehimpulsmoments  $\Sigma \mu [v r]$  für das Atom,  $M$  seine (äquatoriale) Komponente gegen die Feldrichtung  $\mathfrak{H}$ , also  $M = J \cos (J \mathfrak{H})$ , so sind  $M$  und  $J$  durch die Quantenbedingungen  $2\pi J = jh$ ,  $2\pi M = mh$  eingeschränkt, wobei  $j$  und  $m = j \cos(J \mathfrak{H})$  ganze Zahlen bedeuten. Die Zusatzenergie  $\Delta W$  im Magnetfeld berechnet sich zu  $\Delta W = o \cdot 2\pi M$ , also der Zusatzterm zu  $\Delta W/h = o \cdot m$ .

Die Kombination je zweier geänderter Terme  $(W + \Delta W)/h$  führt zu einer Änderung (5) der ausgesandten Schwingungszahl

$$(8) \quad \frac{\Delta W_a}{h} - \frac{\Delta W_e}{h} = \Delta \nu = o(m_a - m_e),$$

deren Größe außer von der in  $o$  enthaltenen Feldstärke noch von den äquatorialen Quantenzahlen  $m_a$  und  $m_e$  des Anfangs- und Endzustands abhängt. Stellt man in Tab. 1 für das Beispiel  $m_{\max} = 3$  und  $m_{\min} = -3$  die zu den verschiedenen  $m$ -Werten nach (6) gehörigen Zusatzterme  $\Delta W/h$  zusammen,

Tabelle 1.

$m$	-3	-2	-1	0	1	2	3
$\Delta W_a/h$	-30	-20	-10	0	10	20	30
$\Delta W_e/h$		-20	-10	0	10	20	

so erhält man nach (8) die Verschiebungen  $\Delta \nu$  im Magnetfeld durch Subtraktion eines Gliedes der unteren von einem der oberen Zeile. Von allen diesen Differenzenbildungen sind aber quantentheoretisch nach BOHR und RUBINOWICZ nur diejenigen zulässig, welche in Tab. 2 durch Pfeile verbunden sind,

Tabelle 2.

$m$	-3	-2	-1	0	1	2	3
$\Delta W_a/oh$	-3	-2	-1	0	1	2	3
$\Delta W_e/oh$		-2	-1	0	1	2	

d. h. diejenigen, bei denen  $m$  sich nur um 0 oder  $\pm 1$  ändert. Diese *Auswahlregel* ist noch ergänzt durch die *Polarisationsregel*, daß beim Übergang  $m \rightarrow m$  eine linear polarisierte  $\mathfrak{H}$  polarisierte Welle, beim Übergang  $m \rightarrow m \pm 1$  eine zirkular um  $\mathfrak{H}$  polarisierte Welle ausgestrahlt wird. Beschränkt man sich auf Beobachtung quer zum Feld, so führt also nach (8) der Übergang

$$(9) \quad \begin{cases} m \text{ nach } m & \text{mit } \Delta \nu = 0 & \text{zu } \pi\text{-Komponenten (senkr. Pfeile)} \\ m \text{ nach } m \pm 1 & \text{, } \Delta \nu = \pm 10 & \text{, } \sigma\text{-Komponenten (schräge Pfeile)} \end{cases}$$

und gibt somit genau das in § 1 besprochene Bild des normalen Zeeman-effekts, wie es auch die klassische Theorie erklären konnte. Charakteristisch ist, daß alle fünf durch senkrechte Pfeile in Tab. 2 angedeuteten Übergänge zu der *einen*  $\pi$ -Komponente in der Bildmitte  $\Delta \nu = 0$  führen, alle fünf rechtsgeneigten Pfeile zu der *einen*  $\sigma$ -Komponente  $\Delta \nu = +10$  und alle fünf linksgeneigten Pfeile zu der *einen*  $\sigma$ -Komponente  $\Delta \nu = -10$ . Ein solches Zusammenfallen der zu verschiedenen Übergängen gehörigen Komponenten findet aber beim *anomalen* Zeeman-effekt nicht mehr statt.

§ 3. Die anomalen Zeemantypen.

Wie schon oben bemerkt, finden sich Spektrallinien mit normaler Aufspaltung nur ausnahmsweise. Die meisten Linien zeigen vielmehr komplizierte »anomale« magnetische Aufspaltungen, von denen zur Veranschaulichung einige in

Abb. 2 im gleichen Maßstab mit einem normalen Triplettschematisch wiedergegeben sind, nämlich die Typen der Hauptserie (gleich denen der scharfen Nebenserie) und die der diffusen Nebenserie der Dubletts (Beispiel *Na*) und der Triplets (Beispiel *Cd*). An jedem Typ sind links die beteiligten Kombinationsterme in der üblichen Bezeichnungsweise angegeben. Rechts ist in der abgekürzten Schreibweise (10') der Typus rational dargestellt (s. u.). Die  $\pi$ -Komponenten sind in den Abbildungen nach oben, die  $\sigma$ -Komponenten nach unten als Striche abgetragen, deren Länge die relative Intensität der Komponenten innerhalb des betreffenden Typs veranschaulichen soll. Diese Typen sind besonders durch die Beobachtungen von ZEE-MAN, PRESTON, PASCHEN, RUNGE, BACK u. a. sicher-gestellt worden.

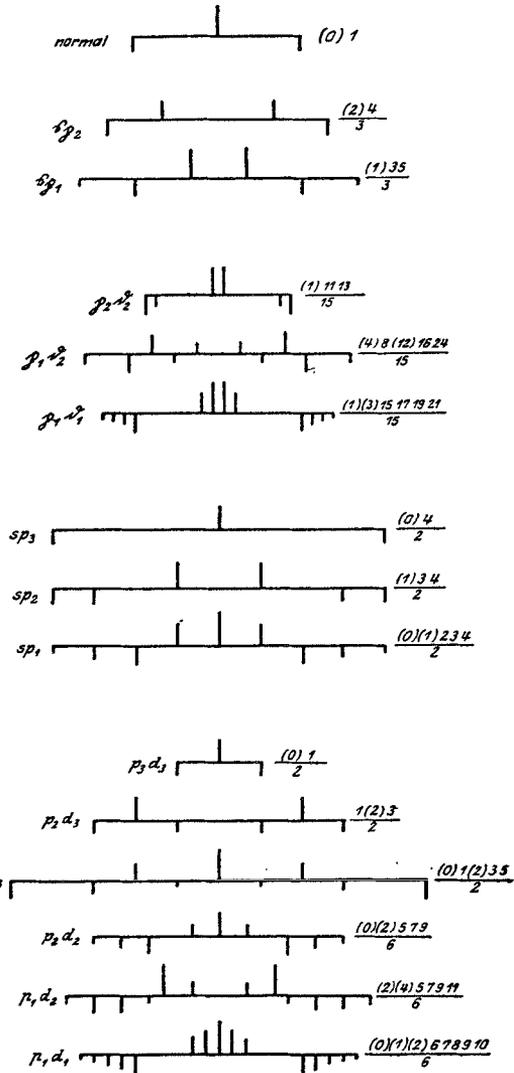


Abb. 2.

Über das immer wiederkehrende Auftreten dieser und anderer charakteristischer Aufspaltungstypen unterrichtet die PRESTONSche Regel:

Der Zeemantyp einer Spektrallinie hängt von der Termart ( $s, p_i, d_i$  usw.)

jeder der beiden kombinierenden Terme ab, nicht von deren Laufzahl (1, 2, 3 usw.).

Z. B. geben die Terme  $2p_x$ ,  $3p_x$ ,  $4p_x$  ... in Kombination mit dem Term  $1,5s$  (oder auch mit den Termen  $2,5s$ ,  $3,5s$ ...) stets denselben Zeemantyp, welcher demnach charakteristisch für jede Kombination ( $sp_x$ ) ist. Deswegen kann der Zeemantyp zur Erkennung der Zugehörigkeit einer Linie zu einer bestimmten Serie dienen und gewinnt dadurch große Bedeutung als analytisches Hilfsmittel in der Spektroskopie.

Für das spezielle Aussehen der Typen ist von besonderer Bedeutung die *RUNGESche Regel*:

Die gegenseitigen Abstände  $\Delta\nu$  der anomalen  $\pi$ - und  $\sigma$ -Komponenten sind *rationale* Vielfache der Aufspaltungsgröße  $\Delta\nu = \pm o = \pm 4,70 \cdot 10^{-5} c \cdot \mathfrak{F}$  des normalen Triplets.

Z. B. läßt sich, wenn man den Faktor  $o$  fortläßt, also das normale Triplett durch  $-1, (0), 1$  beschreibt (die  $\pi$ -Komponenten mögen stets eingeklammert werden) der Typus von  $(p_2 d_2)$  der diffusen Dublettnebenserie darstellen durch

$$(10) \quad (p_2 d_2) \quad -\frac{13}{15}, -\frac{11}{15}, \left(-\frac{1}{15}\right) \left(\frac{1}{15}\right) \frac{11}{15}, \frac{13}{15}$$

oder in abgekürzter Schreibweise (vgl. Abb. 2)

$$(10') \quad (p_2 d_2) \quad \frac{(1) 11 13}{15}.$$

Der Hauptnenner für die numerische Darstellung der Komponentenverschiebungen (im vorliegenden Beispiel der Nenner 15) heißt *RUNGEScher Nenner*. Nenner größer als 20 lassen sich an einem Aufspaltungstyp auch mit den heutigen verfeinerten Beobachtungsmitteln nicht mehr mit Sicherheit numerisch feststellen (z. B. läßt sich die Lage einer Komponente bei  $20/19$  von  $21/20$  nicht mehr unterscheiden). Trotzdem führen aber theoretische Überlegungen zur sicheren Voraussage bzw. Identifizierung von Typen mit ihren RUNGESchen Nennern und Zählern weit über die Grenzen der direkten Beobachtungsgenauigkeit hinaus (s. u. § 6). — Wichtig für diese Identifizierung ist auch die *Intensitätsabstufung* der Komponenten innerhalb des Typs (s. u. § 4).

#### § 4. Termanalyse der anomalen Typen.

Über die eigentümlichen Gesetzmäßigkeiten der beobachteten Aufspaltungsbilder sind im Anschluß an die RUNGESche Regel eine Reihe formaler Untersuchungen angestellt worden. Entscheidend für das Verständnis dieser Gesetzmäßigkeiten wurde der Gesichtspunkt des *Kombinationsprinzips* von RYDBERG, dessen Anwendung auf den Zeemaneffekt zuerst T. VAN LOHUIZEN (13) nachdrücklich forderte, indem er die Lagen der verschobenen  $\pi$ - und  $\sigma$ -Komponenten aufzufassen suchte als Differenz

je zweier verschobener Terme, wobei als  $\circ$  jeder der RUNGESchen Brüche (10) aufzulösen wäre in eine Differenz zweier Termbrüche im Sinne von Gl. (5). Die Folgerung, daß dann der RUNGESche Nenner der Linienaufspaltung gleich dem Hauptnenner der beiden Termaufspaltungsbrüche sein müsse, bezeichnete A. SOMMERFELD (19) als »magneto-optischen Zerlegungssatz«. Unter Benutzung der von A. SOMMERFELD (19) eingeführten »inneren« Quantenzahlen und der Auswahl- und Polarisationsregel von BOHR und RUBINOWICZ gelang A. LANDÉ (10) die gesuchte *Termanalyse* der anomalen Typen, die sich im engen Anschluß an die Quantentheorie des normalen Triplets von § 2 folgendermaßen beschreiben läßt.

Man versucht in die erste und zweite Zeile einer der Tab. 2 nachgebildeten Tab. 3 die magnetischen Zusatzterme  $\Delta W/oh$  als solche RUNGESche Brüche einzutragen, daß ihre Kombinationen (= Differenzen), welche der Auswahl- und Polarisationsregel (9) genügen (angedeutet durch senkrechte und schräge Pfeile in Tab. 3) zu dem beobachteten Typus führen, der in der dritten Zeile von Tab. 3 angeschrieben ist. Z. B. erhält man im Beispiel ( $p_2 d_2$ ) die beobachteten  $\pi$ -Komponenten als die Differenzen  $1/15 = 1/3 - 2/5$ ,  $-1/15 = -1/3 - (-2/5)$  der *senkrecht* unter einanderstehenden Glieder der ersten und zweiten Zeile. Daß die am Kopfe der Tab. 3 angegebenen Zahlen  $m$  hier wie bei allen Dublettermen (allgemein bei allen »graden« Termen, s. u. § 6) halbzahlig sind, hängt mit der Symmetrie ihrer Zeemanzerlegungen zusammen. Der Rückschluß aus einem beliebigen Linienaufspaltungstyp (dritte Zeile) auf die Termaufspaltungsbrüche  $\Delta W/oh$  der ersten und zweiten Zeile ist auf Grund des Pfeilschemas stets möglich durch Probieren oder auch durch Auflösung zweier linearer Gleichungen.

Tabelle 3.

Äquat. Quantenzahlen $m$	$-3/2$ $-1/2$ $1/2$ $3/2$
$\Delta W/oh$ von $p_2$ . . .	$\begin{array}{c} -1/3 \qquad 1/3 \\ \swarrow \quad \downarrow \quad \searrow \\ -6/5 \quad -2/5 \quad 2/5 \quad 6/5 \end{array}$
$\Delta W/oh$ von $d_2$ . . .	$\begin{array}{c} -6/5 \quad -2/5 \quad 2/5 \quad 6/5 \end{array}$
$\Delta \nu/oh$ von ( $p_2 d_2$ ) . .	$-\frac{13}{15} - \frac{11}{15} \left( -\frac{1}{15} \right) \left( \frac{1}{15} \right) \frac{11}{15} \frac{13}{15}$

Die Durchführung der Termanalyse bei den anomalen Zeemantypen zeigte, daß in der Tat jede Termart ihre (von der Laufzahl unabhängige) eigene Reihe der magnetischen Zusatzterme  $\Delta W/oh$  besitzt. In Tab. 4 sind die nach Analogie von Tab. 3 aus den Zeemantypen der Abb. 2 gefundenen *Termaufspaltungen* der Dublett- und Triplettterme zusammengestellt, aus denen sich die Typen der Abb. 2 durch das Pfeilschema wie in Tab. 3 rekonstruieren lassen.

Tabelle 4 für  $\Delta W/oh$ .

Dubletterme						Tripletterme								
$m$	$-5/2$	$-3/2$	$-1/2$	$1/2$	$3/2$	$5/2$	$m$	$-3$	$-2$	$-1$	$0$	$1$	$2$	$3$
$s$			$-1/1$	$1/1$			$s$			$-2/1$	$0$	$2/1$		
$p_1$		$-6/3$	$-2/3$	$2/3$	$6/3$		$p_1$		$-6/2$	$-3/2$	$0$	$3/2$	$6/2$	
$p_2$			$-1/3$	$1/3$			$p_2$			$-3/2$	$0$	$3/2$		
							$p_3$				$0$			
$d_1$	$-15/5$	$-9/5$	$-3/5$	$3/5$	$9/5$	$15/5$	$d_1$	$-12/3$	$-8/3$	$-4/3$	$0$	$4/3$	$8/3$	$12/3$
$d_2$		$-6/5$	$-2/5$	$2/5$	$6/5$		$d_2$		$-14/5$	$-7/6$	$0$	$7/6$	$14/6$	
							$d_3$			$-1/2$	$0$	$1/2$		

Die hier als Beispiel angeführten Dublett- und Tripletterme sind übrigens nur besondere Fälle aus einer großen Klasse von anomalen Termen, von denen in § 6 die Rede sein soll. Stets läßt sich aber, falls die beobachtete Linienaufspaltung in Form RUNGESCHER Brüche dargestellt ist, die Aufspaltung  $\Delta W/oh$  der sie erzeugenden Terme ableiten, oft auch aus der Forderung, daß eine solche Ableitung möglich sei, die Beobachtungsunsicherheit der Komponentenlagen überwinden. Umgekehrt kann man für neue Kombinationslinien, deren Zeemantypus noch nie beobachtet war, diesen voraussagen, falls die magnetischen Termzerlegungen aus andern Kombinationen der beteiligten Terme einmal gefunden sind. Dadurch erfährt der Anwendungsbereich des Zeemaneffekts zur Erkennung der kombinierenden Terme eine große Erweiterung.

Für diese spektroskopische Anwendung und auch für das theoretische Verständnis des anomalen Zeemaneffekts ist wichtig die Regel für die relativen Intensitäten der  $\pi$ - und  $\sigma$ -Komponenten innerhalb ihres Typs. Bezeichnet man durch  $m_{\max}$  den maximalen Wert von  $m$  für jede Termzerlegung (nach Tab. 4 ist z. B. für den  $p_2$ -Term  $m_{\max} = 1/2$ , für den  $d_2$ -Term ist  $m_{\max} = 3/2$  usw.), so läßt sich diese Intensitätsregel im Anschluß an das Pfeilschema (Tab. 3) leicht aussprechen durch folgenden Satz (A. LANDÉ) (10):

Bei der Kombination von zwei Termen mit *verschiedenem*  $m_{\max}$  (wie z. B. in Tab. 3) sind diejenigen  $\pi$ -Komponenten die *stärksten*, welche durch senkrechte Übergangspfeile in der *Mitte* des Pfeilschemas dargestellt sind; und diejenigen  $\sigma$ -Komponenten sind die *stärksten*, welche durch schräge Pfeile am *Rande* des Pfeilschemas dargestellt sind. Bei der Kombination zweier Terme mit *gleichem*  $m_{\max}$  (z. B.  $p_1 d_2$ ) ist das Wort »stärksten« durch »schwächsten« zu ersetzen, speziell haben dann  $\pi$ -Komponenten  $m = 0 \rightarrow m = 0$  in der Bildmitte die Intensität *Null*.

§ 5. Termaufspaltungsgesetze.

Nachdem so durch Zurückgehen von den beobachteten Linienaufspaltungen zu den Termaufspaltungen eine große Vereinfachung in der formalen Beherrschung der Zeemaneffekte gewonnen ist, müssen jetzt die Termaufspaltungen selbst, z. B. die in Tab. 4 angeführten, näher betrachtet werden. Man erkennt aus Tab. 4, daß die Aufspaltungsgrößen  $\Delta W/oh$  jedes Terms sich darstellen lassen als Produkt der am Kopf der Tab. 4 angegebenen äquatorialen Quantenzahlen  $m$  mit einem für den betreffenden Term charakteristischen »Aufspaltungsfaktor«  $g$  in der Form

$$(II) \quad \frac{\Delta W}{oh} = m \cdot g,$$

wobei  $m$  die in ganzzahligen Intervallen fortschreitenden Werte

$$(II') \quad m = \pm m_{\max}, \pm (m_{\max} - 1), \pm (m_{\max} - 2), \dots$$

durchläuft. Z. B. lassen sich die Aufspaltungsgrößen  $\pm \frac{3}{5}, \pm \frac{9}{5}, \pm \frac{15}{5}$  des Terms  $d_1$  aus Tab. 4 darstellen mit  $m_{\max} = \frac{5}{2}$  und  $g = \frac{6}{5}$  in der Form  $\pm \frac{1}{2} \cdot \frac{6}{5}, \pm \frac{3}{2} \cdot \frac{6}{5}, \pm \frac{5}{2} \cdot \frac{6}{5}$ . Bei den übrigen Termen der Tab. 4 sind die Faktoren  $g$ , die nach (II) (II') zusammen mit  $m_{\max}$  die Termaufspaltungen  $\Delta W/oh$  vollständig bestimmen, in der Tab. 5 zusammengestellt:

Tabelle 5.

Term	$s$	$p_1$	$p_2$	$d_1$	$d_2$	$d_3$
$g$	$\frac{2}{1}$	$\frac{4}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{6}{5}$	$\frac{4}{5}$	$\frac{1}{2}$
$m_{\max}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{5}{2}$	$\frac{3}{2}$	$\frac{1}{2}$

Es hat sich nun herausgestellt, besonders durch die Untersuchungen von CATALÁN (5) und BACK (2) am Manganspektrum und H. GIESELER (7) am Chromspektrum und durch theoretische Untersuchungen von A. LANDÉ (II), daß die obigen Dublett- und Tripletterme Angehörige einer großen Gruppe von »Multiplettermen« sind, deren magnetische Aufspaltung (charakterisiert durch  $m_{\max}$  und  $g$  jedes Multipletterms) von einem einheitlichen Gesetz beherrscht ist. Charakterisiert man nämlich jeden solchen Term durch die Multiplizitätsklassenzahl  $r$  ( $r = 1$  Singulettterm,  $r = 2$  Dublettterm,  $r = 3$  Tripletterm usw.), seine Artbestimmungszahl  $k$  ( $k = 1$  s-Term,  $k = 2$  p-Term,  $k = 3$  d-Term usw.) und sein  $m_{\max}$  (in Tab. 6 ist  $\bar{m}$  statt  $m_{\max}$  geschrieben), so erhalten die nach ihren  $r, k, m_{\max}$  geordneten Multipletterme folgende zugehörigen Grundfaktoren  $g$  (Tab. 6):

Tabelle 6.

$\Delta \nu$	$= 1 : 2 : 3 : 4 : 5 : 6 : 7 :$	$\frac{3}{2} : \frac{5}{2} : \frac{7}{2} : \frac{9}{2} : \frac{11}{2} : \frac{13}{2} : \frac{15}{2} :$	$\Delta \nu$		
$\frac{k}{m}$	0 1 2 3 4 5 6 7	$\frac{1}{2} \frac{3}{2} \frac{5}{2} \frac{7}{2} \frac{9}{2} \frac{11}{2} \frac{13}{2} \frac{15}{2}$	$\frac{k}{m}$		
1	$\frac{0}{0}$	Singulets $r = 1$	2	Dubletts $r = 2$	1
2	1		$\frac{2}{3} \frac{4}{3}$		2
3	1		$\frac{4}{5} \frac{6}{5}$		3
4	1		$\frac{6}{7} \frac{8}{7}$		4
5	1		$\frac{8}{9} \frac{10}{9}$		5
1	2	Tripletts $r = 3$	2	Quartetts $r = 4$	1
2	$\frac{0}{0} \frac{3}{2} \frac{3}{2}$		$\frac{8}{3} \frac{26}{15} \frac{8}{5}$		2
3	$\frac{1}{2} \frac{7}{6} \frac{4}{3}$		$0 \frac{6}{5} \frac{48}{35} \frac{10}{7}$		3
4	$\frac{2}{3} \frac{13}{12} \frac{5}{4}$		$\frac{2}{5} \frac{36}{35} \frac{78}{63} \frac{4}{3}$		4
5	$\frac{3}{4} \frac{21}{20} \frac{6}{5}$		$\frac{4}{7} \frac{62}{63} \frac{116}{99} \frac{14}{11}$		5
1	2	Quintetts, $r = 5$	2	Sextetts $r = 6$	1
2	$\frac{5}{2} \frac{11}{6} \frac{5}{3}$		$\frac{12}{5} \frac{66}{35} \frac{12}{7}$		2
3	$\frac{0}{0} \frac{3}{2} \frac{3}{2} \frac{3}{2} \frac{3}{2}$		$\frac{10}{3} \frac{28}{15} \frac{58}{35} \frac{100}{63} \frac{14}{9}$		3
4	$0 \frac{1}{4} \frac{5}{20} \frac{27}{5} \frac{7}{5}$		$\frac{2}{3} \frac{16}{15} \frac{46}{35} \frac{88}{63} \frac{142}{99} \frac{16}{11}$		4
5	$\frac{1}{3} \frac{11}{12} \frac{23}{20} \frac{19}{15} \frac{4}{3}$		$0 \frac{6}{7} \frac{8}{7} \frac{14}{11} \frac{192}{143} \frac{18}{13}$		5
1	2	Septetts $r = 7$	2	Oktetts $r = 8$	1
2	$\frac{7}{3} \frac{23}{12} \frac{7}{4}$		$\frac{16}{7} \frac{122}{63} \frac{16}{9}$		2
3	$3 \frac{2}{4} \frac{7}{20} \frac{33}{5} \frac{8}{5}$		$\frac{14}{5} \frac{72}{35} \frac{38}{21} \frac{56}{33} \frac{18}{11}$		3
4	$\frac{0}{0} \frac{3}{2} \frac{3}{2} \frac{3}{2} \frac{3}{2} \frac{3}{2} \frac{3}{2}$		$4 \frac{2}{7} \frac{12}{21} \frac{34}{33} \frac{52}{143} \frac{222}{13} \frac{20}{13}$		4
5	$\frac{1}{2} \frac{5}{6} \frac{7}{6} \frac{13}{10} \frac{41}{30} \frac{59}{42} \frac{10}{7}$		$\frac{4}{3} \frac{14}{15} \frac{44}{35} \frac{86}{63} \frac{140}{99} \frac{206}{143} \frac{284}{195} \frac{22}{15}$		5
$\frac{k}{m}$	0 1 2 3 4 5 6 7	$\frac{1}{2} \frac{3}{2} \frac{5}{2} \frac{7}{2} \frac{9}{2} \frac{11}{2} \frac{13}{2} \frac{15}{2}$	$\frac{k}{m}$		
$\Delta \nu$	$= 1 : 2 : 3 : 4 : 5 : 6 : 7 :$	$\frac{3}{2} : \frac{5}{2} : \frac{7}{2} : \frac{9}{2} : \frac{11}{2} : \frac{13}{2} : \frac{15}{2} :$	$\Delta \nu$		

Alle diese Grundfaktoren  $g$  sind als Funktionen von  $r$ ,  $k$ ,  $m_{\max}$  berechnet nach der Formel

$$(12) \quad g = \frac{3}{2} + \frac{\left(\frac{r}{2}\right)^2 - \left(k - \frac{1}{2}\right)^2}{2(m_{\max} + 1) \cdot m_{\max}}.$$

Dieses Gesetz hat sich bei den in Tab. 6 angeführten Multiplettermen, soweit von ihnen Zeemaneffekte untersucht sind, ausnahmslos bestätigt. Als Beispiele führen wir an  $r = 1$  *Hg*,  $r = 2$  *Na*,  $r = 3$  *Hg*,  $r = 4$  *Mn*,  $r = 5$  *Cr*,  $r = 6$  *Mn*,  $r = 7$  *Cr*,  $r = 8$  *Mn*. Die Tab. 6 ließe sich theoretisch zu beliebig hoher Multiplizität  $r$  fortsetzen.

### § 6. Struktur und Intervallregel der Multipletts.

Eine besondere Eigenschaft der Tab. 6 ist, daß *nicht alle* Stellen, zu beliebigen  $k$ ,  $m_{\max}$  und  $r$  gehörend, mit Termen ausgefüllt sind, daß vielmehr z. B. bei  $r = 4$  nur ein *s*-Term, drei *p*-Terme, vier *d*-Terme, vier *f*-Terme usw. vorhanden sind, allgemein, daß eine gewisse *Strukturregel* die Vielfachheit der Multipletterme einschränkt.

Diese in Tab. 6 in Erscheinung tretende *Strukturregel* heißt: Es gibt nur solche Terme, deren  $m_{\max}$  eingeschränkt ist zwischen den Grenzen:

$$(13) \quad \left| k - 1 - \frac{r-1}{2} \right| \leq m_{\max} \leq \left| k - 1 + \frac{r-1}{2} \right|.$$

Aus dieser Regel ergibt sich unter anderem das allmähliche Ansteigen der Multiplizität in der Reihe der ungeraden Zahlen (ein *s*-Term, drei *p*-Terme, fünf *d*-Terme usw.) bis die volle Multiplizität  $r$  erreicht ist, welche dann weiterhin konstant bleibt.

Wie oben angemerkt, kommen bei ein und demselben Element Multipletterme mit verschiedener Vielfachheit vor, z. B. bei *Hg* Singulett- und Tripletterme, bei *Mn* Quartett-, Sextett- und Oktetterme. Diese können aber nicht in beliebiger Weise miteinander kombinieren, sondern nur unter Einschränkung durch *Auswahlregeln*, die bei Charakterisierung jedes Terms durch ein Wertetripel  $r$ ,  $k$ ,  $m_{\max}$  sich in folgender Weise aussprechen lassen:

Zwei Terme  $(r, k, m_{\max})$  und  $(r', k', m'_{\max})$  kombinieren nur dann, wenn

$$(14) \quad k - k' = \pm 1$$

$$(15) \quad m_{\max} - m'_{\max} = 0 \text{ oder } \pm 1$$

ist. Auch für  $r-r'$  ist eine zu (15) analoge, aber empirisch noch nicht gesicherte Auswahlregel zu vermuten. (14) stellt die bekannte Regel dar, daß nicht zwei *s*-Terme untereinander oder zwei *p*-Terme untereinander kombinieren, auch nicht ein *s*-Term mit einem *d*-Term, sondern wohl ein *s*-Term mit einem *p*-Term usw. (15) ist inhaltsgleich mit der zuerst von SOMMERFELD (19) aufgestellten Auswahlregel für seine »inneren« Quantenzahlen  $j$ , welche die Struktur der »zusammengesetzten« Multipletts (RYDBERG) beherrscht.

Unter besonderen Umständen, in starken äußeren Feldern, können aber Ausnahmen von den Auswahlregeln (14) (15) eintreten. Besondere Bedeutung, auch für die theoretische Seite des Problems, haben hier die von PASCHEN und BACK (16) beobachteten Durchbrechungen der Regel (15) und die von R. GÖTZE beobachteten der Regel (14) gewonnen.

Von Bedeutung sind die am Kopf der Tab. 6 angegebenen Proportionen  $\Delta\nu = 1:2:3\dots$  bei den ungeraden,  $\Delta\nu = 3/2:5/2:7/2\dots$  bei den geraden Multiplettermen. Ihr Inhalt möge am Beispiel der Tripletterme  $\phi_3 \phi_2 \phi_1$  erläutert werden, welche in Tab. 6 mit  $g = 0, 3/2, 3/2$  auftreten: Der Schwingungszahlabstand  $\Delta\nu_{32}$  von  $\phi_3$  nach  $\phi_2$  verhält sich bekanntlich zu  $\Delta\nu_{21}$  von  $\phi_2$  nach  $\phi_1$  angenähert wie 1:2.

Allgemein ist nun bei den ungeraden Multiplettermen das Intervallverhältnis benachbarter Terme das der ganzen (oder auch geraden) Zahlen, bei den geraden Multiplettermen das der halbzahlig gebrochenen (oder auch ungeraden) Zahlen. Das Intervall  $\Delta\nu$  zwischen zwei (auch nicht benachbarten) Termen, welche gleiches  $r$  und  $k$ , aber verschiedenes  $m_{\max}$  haben, läßt sich ganz allgemein darstellen durch die Formel:

$$(16) \quad \nu - \nu' = \Delta\nu \text{ ist proportional } \frac{1}{2} \left[ \left( m_{\max} + \frac{1}{2} \right)^2 - \left( m'_{\max} + \frac{1}{2} \right)^2 \right].$$

Trotzdem diese *Intervallregel* (LANDÉ) nur in 1. Näherung gilt, kann sie doch als Hilfsmittel bei der Orientierung über die Multiplizitätsklasse von Termen dienen, falls das noch bessere Hilfsmittel der Zeemaneffekte gerade nicht zur Verfügung steht. Auch für die modellmäßige Erklärung der Multiplettstruktur und der anomalen Zeemaneffekte gibt die Intervallregel wichtige Fingerzeige.

Bei der Bearbeitung der anomalen magnetischen Aufspaltung von Multiplettermen ist es von Wert, eine praktische und systematische Bezeichnung der vorkommenden Terme zu haben. Die übliche Bezeichnungsweise der Spektroskopie, z. B.  $n\phi_1 \ n\phi_2 \ n\phi_3$  für die Triplet- $\phi$ -Terme, hat sich mit ihrer Indizierung als nicht eindeutig und erweiterungsfähig bei höheren Multiplettermen erwiesen. Deshalb möge hier zum Schluß eine (auch von PASCHEN gebrauchte) Bezeichnung  $n_{kj}^r$  angeführt werden.  $n$  deutet dabei, wie bei BOHR'S  $n_k$ -Bahnen, die *Hauptquantenzahl* oder *Laufzahl* des Terms an,  $k$  die *azimutale Quantenzahl* des äußeren Valenzelektrons, welche für die Termart ( $s, \phi$  oder  $d \dots$ -Term) verantwortlich ist (vgl. Tab. 6).  $j$  bedeutet die »innere« *Quantenzahl*, die eng mit der beim Zeemaneffekt maßgebenden Zahl  $m_{\max}$  verknüpft ist (s. o.), und  $r$  die für die Multiplizitätsklasse maßgebende »*Rumpfquantenzahl*« (vgl. Tab. 6). Zum Vergleich stellen wir die alten und neuen Bezeichnungen bei den Singulett-, Dublett- und Triplettermen in Tab. 7 zusammen:

Tabelle 7. Vergleichstabelle.

$nS$	$nP$	$nD$	$n\bar{S}$	$n\bar{P}_1$	$n\bar{P}_2$	$n\bar{D}_1$	$n\bar{D}_2$	$nS$	$n\bar{P}_1$	$n\bar{P}_2$	$n\bar{P}_3$	$n\bar{D}_1$	$n\bar{D}_2$	$n\bar{D}_3$
$n_{10}^1$	$n_{21}^1$	$n_{32}^1$	$n_{11}^2$	$n_{22}^2$	$n_{21}^2$	$n_{33}^2$	$n_{32}^2$	$n_{11}^3$	$n_{22}^3$	$n_{21}^3$	$n_{20}^3$	$n_{33}^3$	$n_{32}^3$	$n_{31}^3$

Die in Tab. 6 angegebenen  $g$ -Werte gehören zu den Termen, deren neue Bezeichnungen  $n_{kj}^r$  in Tab. 8 (in derselben Anordnung wie bei Tab. 6) zusammengestellt sind.

Tabelle 8. Term  $n_{kj}^r$ .

	Ungerade Multipletts					Gerade Multipletts						
	Singulettts					Dubletts						
$s$	$n_{10}^1$					$n_{11}^2$					$s$	
$p$		$n_{21}^1$				$n_{21}^2$	$n_{22}^2$				$p$	
$d$			$n_{32}^1$			$n_{32}^2$	$n_{33}^2$				$d$	
$f$				$n_{43}^1$			$n_{43}^2$	$n_{44}^2$			$f$	
	Tripletts					Quartetts						
$s$			$n_{11}^3$			$n_{12}^4$					$s$	
$p$	$n_{20}^3$	$n_{21}^3$	$n_{22}^3$			$n_{21}^4$	$n_{22}^4$	$n_{23}^4$			$p$	
$d$		$n_{31}^3$	$n_{32}^3$	$n_{33}^3$		$n_{31}^4$	$n_{32}^4$	$n_{33}^4$	$n_{34}^4$		$d$	
$f$			$n_{42}^3$	$n_{43}^3$	$n_{44}^3$	$n_{42}^4$	$n_{43}^4$	$n_{44}^4$	$n_{45}^4$		$f$	
	Quintetts					Sextetts						
$s$			$n_{12}^5$			$n_{13}^6$					$s$	
$p$		$n_{21}^5$	$n_{22}^5$	$n_{23}^5$		$n_{22}^6$	$n_{23}^6$	$n_{24}^6$			$p$	
$d$	$n_{30}^5$	$n_{31}^5$	$n_{32}^5$	$n_{33}^5$	$n_{34}^5$	$n_{31}^6$	$n_{32}^6$	$n_{33}^6$	$n_{34}^6$	$n_{35}^6$	$d$	
$f$		$n_{41}^5$	$n_{42}^5$	$n_{43}^5$	$n_{44}^5$	$n_{41}^6$	$n_{42}^6$	$n_{43}^6$	$n_{44}^6$	$n_{45}^6$	$n_{46}^6$	$f$
$\Delta\nu = 1 : 2 : 3 : 4 : 5 :$						$= \frac{3}{2} : \frac{5}{2} : \frac{7}{2} : \frac{9}{2} : \frac{11}{2} := \Delta\nu$						

Der Vorteil der neuen Bezeichnung  $n_{kj}^r$  liegt darin, daß aus der Termbezeichnung gleichzeitig Struktur, Intervalle, Kombinationsauswahl und Zeemaneffekt abgelesen werden kann, vermittels der Formeln (13) (16) (14) (15) (12), in denen

$$j = m_{\max} \quad \text{bei ungeraden Multiplettermen}$$

$$j = m_{\max} - \frac{1}{2} \quad \text{» geraden}$$

eingeführt ist, damit der Index  $j$  stets als ganze Zahl geschrieben werden kann. Es sei noch bemerkt, daß Tab. 6 nicht das einzig existierende Schema der Multipletteraufspaltungen ist, sondern nur ein Sonderbeispiel aus einer Folge von ähnlich gebauten aber noch unbekanntem Schematen. Die darauf hinielenden experimentellen Untersuchungen sind noch nicht abgeschlossen.

### § 7. Paschen-Back-Effekt.

Werden die Spektrallinien eines Multipletts in sehr starken Magnetfeldern erzeugt, so verwandeln sich, nach der Entdeckung von PASCHEN und BACK (15) die oben beschriebenen anomalen Zeemantypen derart, daß eine Verschmelzung der  $\pi$ - und  $\sigma$ -Komponenten benachbarter Linienaufspaltungen eintritt, und mit wachsender Feldstärke ein Zustand angenähert wird, bei dem im wesentlichen ein gewöhnliches *normales* Triplet übrigbleibt, als habe man nicht ein Linienmultiplett, sondern eine einfache Linie mit normalem Zeemaneffekt magnetisch zerlegt. Die genaue experimentelle Erforschung des Phänomens ist noch im Anfangsstadium, dasselbe kann auch von dem *theoretischen* Verständnis des Paschen-Backeffekts gesagt werden. Nur für die Dubletts existiert eine mit der Erfahrung nahe übereinstimmende formale Theorie, die Koppelungstheorie von WOLDEMAR VOIGT (22), die von A. SOMMERFELD (20) in quantentheoretisch formales Gewand gekleidet werden konnte. Eine modellmäßige Deutung der Zeemaneffekte und Paschen-Back-Verwandlungen im Zusammenhang mit der Multiplettstruktur der Terme hat W. HEISENBERG (9) unternommen, jedoch ist trotz mancher vielversprechender Erfolge seine Theorie nicht zur Erklärung des jetzt vorliegenden Tatsachenmaterials geeignet, und es scheint, daß die nötige Modifikation der mechanisch-elektrodynamischen Prinzipien in der Quantentheorie in wesentlich anderer Weise vorzunehmen ist, als es von HEISENBERG versucht wurde. Auch hier ist weiterer Fortschritt vor allem von der eingehenden *experimentellen* Durchforschung des Gebiets zu erwarten<sup>1)</sup>.

### § 8. Modellmäßige Ansätze.

Zum Schluß müssen wir, obwohl die betreffenden Fragen zur Zeit in einem ganz un abgeschlossenen Stadium sind, noch kurz auf die modellmäßigen Vorstellungen eingehen, die von der Multiplettstruktur der Terme und ihrer anomalen magnetischen Termaufspaltung nahegelegt werden. Denkt man sich das Atom bestehend aus einem äußeren (im Fall einer Quantenemission springenden) »Leuchtelektron« einerseits, und dem von ihm umkreisten Komplex der übrigen inneren Elektronenbahnen, der als »Rumpf« bezeichnet wird, andererseits, so kann die Bahnebene des Leuchtelektrons gegen die invariable Ebene des Rumpfes noch verschiedene Orientierungen haben, für die aber nach einer Quantenregel nur bestimmte ausgewählte Neigungen zulässig sind. Nennt man  $K$  die Drehimpuls-

<sup>1)</sup> Ein wichtiger Schritt zur formalen Beherrschung des Paschen-Back-Effekts bei der ganzen in § 6 behandelten Klasse von Multipletts ist soeben von W. PAULI (Zeitschr. f. Phys. 1923, 16, 155) erreicht worden. PAULI kann mit Hilfe einer einfachen Regel zu jedem Zeemanterm  $mg$  seinen normalisierten Paschen-Back-Term hinschreiben. Umgekehrt läßt sich daher aus dem einfachen Schema der Paschen-Back-Terme das kompliziertere Schema der Zeemanterme gewinnen.

quantenzahl des Leuchtelektrons,  $R$  die des Rumpfes, so muß auch die Vektorsumme dieser beiden Drehimpulse als gesamter Drehimpuls des Atoms durch eine Quantenzahl  $J$  bestimmt sein. Man kann sich nun, wenigstens in großen Zügen, von der Vielfachheit der Multipletterme (Strukturregel), den relativen Schwingungszahlabständen der zu einem Multiplett gehörenden Terme (Intervallregel) und in gewisser Weise auch von den Zeemanzerlegungen ( $g$ -Formel) Rechenschaft geben, wenn man die oben eine so große Rolle spielenden Zahlen  $k, r, j$  ( $\cong m_{\max}$ ) mit den eben angegebenen Quantenimpulsen in Zusammenhang bringt. Daß der Aufspaltungsfaktor  $g$  nicht den *normalen* Wert  $g = 1$  (vgl. Tab. 2 des normalen Zeemaneffekts, wo  $\Delta W/oh$  stets gleich  $m$  ist) hat, sondern gebrochene Werte annimmt, deutet auf ein Versagen der klassischen Mechanik und Elektrodynamik in einem viel weiterem Maße hin, als es selbst die Quantentheorie bisher postuliert hat. Denn auch auf Grund einer quantentheoretischen Betrachtungsweise gelangt man ja, wie in § 2, selbst bei beliebig komplizierten Elektronensystemen im Atom stets zum *normalen* Zeemaneffekt.

Die offenbar notwendige aber noch unbekannte Modifikation der Grundprinzipien, auf die der anomale Zeemaneffekt so eindringlich hinweist, verspricht freilich die tiefsten Aufschlüsse über den Mechanismus des Atombaus zu geben; dabei deuten alle Anzeichen darauf hin, als ob die endgültige Lösung dieser Fragen im Prinzip dicht vor der Tür stände. Speziell eine Reihe von Fragen aus dem Gebiet des Magnetismus harren hier ihrer Aufklärung, besonders die Frage, ob das magnetische Moment eines Elektronensystems (bewegte Ladungen  $e$ ) in gewöhnlicher Weise aus dem mechanischen Drehmoment (bewegte Massen  $\mu$ ) berechnet werden darf, so wie es die dem LARMORSCHEN Satz angeschlossene Gleichung (6) fordert. Nicht nur der *anomale Zeemaneffekt*, bei dem eine Durchbrechung (11) von (6) in der Form  $\Delta W/h = m \cdot g \cdot o$  ( $g \neq 1$ ) auftritt, verneint die Anwendbarkeit der gewohnten Prinzipien, sondern auch die *magneto-mechanischen Versuche* von EINSTEIN, DE HAAS und BARNETT (3) und ihrer Nachfolger, welche nach Ausweis genauer Beobachtungen einen anomalen Effekt ergeben im Sinne eines Quotienten  $g = 2$  zwischen dem normal zu erwartenden und dem wirklich auftretenden magnetischen Moment gedrehter Massen. Ein wichtiges Hilfsmittel bei der Bearbeitung dieser Fragen können die Experimente von STERN und GERLACH (21) über magnetische Ablenkung von Atomstrahlen geben.

## Literatur.

1. BACK, E.: Ann. d. Physik 1923, 70, 333.
  2. — Zeitschr. f. Physik 1923, 15, 206.
  3. BARNETT, V. J.: Physikal. Rev. 1915, 6, 239.
  4. BOHR, N.: Kgl. Danske Vidensk. Selsk. Skrifter, Kopenhagen 1918.
  5. CATALÁN, M. A.: Philosoph. Trans. Roy. Soc. 1922, 223, 177.
- Ergeb. der exakten Naturwissenschaften. II.

6. DEBYE, P.: Physikal. Zeitschr. 1916, 17, 507.
7. GIESELER, H.: Ann. d. Physik 1922, 69, 147.
8. GÖTZE, R.: Ann. d. Physik 1921, 66, 285.
9. HEISENBERG, W.: Zeitschr. f. Physik 1922, 8, 273.
10. LANDÉ, A.: Zeitschr. f. Physik 1921, 5, 231.
11. — Ibid. 1923, 15, 192.
12. — Verhandl. d. dtsh. Physikal. Ges. 1921, 21, 585.
13. VAN LOHUIZEN, T.: Amsterdam. Akad. Mai 1919.
14. LORENTZ, Z. A.: Versuch einer Theorie der elektr. und opt. Erschein. in bewegten Körpern, Leiden 1895.
15. PASCHEN, F. und BACK, E.: Ann. d. Physik 1912, 39, 897.
16. — Physika 1921, 1, 261.
17. RUBINOWICZ, A.: Physikal. Zeitschr. 1918, 19, 441.
18. SOMMERFELD, A.: Physikal. Zeitschr. 1916, 17, 491.
19. — Ann. d. Physik 1920, 63, 121.
20. — Zeitschr. f. Physik 1922, 8, 257.
21. STERN, O. und GERLACH, W.: Zeitschr. f. Physik 9, 349, 353.
22. VOIGT, W.: Ann. d. Physik 1913, 41, 403.
23. ZEEMAN, P.: Amsterdam. Akad. 1896, 31. Okt.

## IX. Über das Element 72 (Hafnium).

Von Fritz Paneth, Berlin.

### 1. Die Entdeckung des Hafniums.

In Band I der »Ergebnisse der exakten Naturwissenschaften« ist im Artikel über das periodische System auch die Frage des Elementes 72 kurz erörtert worden. Die Sachlage war damals folgende. DAUVILLIER (16) hatte angegeben, er habe eine seltene Erde — das von URBAIN (38), (39) im Jahre 1911 beschriebene Celtium — mittels der Röntgenspektroskopie als das fehlende Element 72 identifiziert, doch war dieses Resultat mit der auf allen anderen Gebieten so glänzend bestätigten BOHRschen Theorie des Atombaus nicht zu vereinbaren <sup>1)</sup>; nach der BOHRschen Auffassung des periodischen Systems mußte das Element 72 keine seltene Erde, sondern das nächst höhere Homolog des Zirkons sein. Im Vertrauen auf die Richtigkeit der BOHRschen Theorie wurde darum in dem erwähnten Artikel trotz der entgegenstehenden Angabe DAUVILLIERS das Element 72 als Zirkonhomolog in die Tabellen des periodischen Systems eingetragen, und — da es eine dem Chemiker bekannte Tatsache ist, daß homologe Elemente häufig in der Natur vergesellschaftet vorkommen — empfohlen, »auch in Zirkonmineralien nach dem Element 72 zu suchen« (30).

Von demselben Gedankengang geleitet, und um den scharfen Gegensatz zwischen der BOHRschen Theorie und den Angaben von DAUVILLIER und URBAIN aufzuklären, haben die Herren D. COSTER und G. v. HEVESY im Institut für theoretische Physik in Kopenhagen eine Röntgenanalyse von Zirkonmineralien ausgeführt; die Resultate ihrer Arbeit sind ebenso wichtig für die Physik — als Beseitigung eines experimentell scheinbar gut fundierten, sehr störenden Widerspruches gegen die BOHRsche Theorie —, wie für die Chemie — als Entdeckung eines neuen chemischen Elementes.

Wie BOHR (7) schon am 11. Dezember 1922 bei der Entgegennahme des Nobelpreises in Stockholm mitteilen konnte, ist es COSTER und v. HEVESY gelungen, den Nachweis zu erbringen, daß sich das Element 72 tatsächlich nicht unter den seltenen Erden, sondern in Zirkonmineralien

---

<sup>1)</sup> Siehe dazu besonders den Nobel-Vortrag von N. BOHR (7): »Eine erneute Untersuchung zeigte, daß die Annahme, das Element mit der Atomnummer 72 wiese entsprechende chemische Eigenschaften auf wie die seltenen Erden, eine Änderung in der Festigkeit der Elektronenbindung mit der Atomnummer fordern würde, die mit den allgemeinen Forderungen der Quantentheorie unvereinbar scheint.« (S. 624.)

findet. Es ist bemerkenswert, daß gleich die erste Probe, welche sie röntgenographisch untersuchten — ein norwegischer Zirkon —, die Anwesenheit beträchtlicher Mengen des Elementes 72 erkennen ließ. Die ersten ausführlicheren Angaben brachten zwei Briefe an die »Nature« (11), (12) und einer an die »Naturwissenschaften« (15). An der weiteren Untersuchung beteiligten sich neben COSTER und v. HEVESY (13), (14), (24), (10) besonders auch H. M. HANSEN und S. WERNER (21), (22).

Als Name des neuen Elementes wurde von den Entdeckern nach Kopenhagen (latinisiert Hafnia), der Stadt der BOHRschen Theorie, die Bezeichnung »Hafnium« (Symbol *Hf*) gewählt.

## 2. Die Eigenschaften des Hafniums.

Die Eigenschaften des Hafniums entsprechen ganz denen eines höheren Zirkonhomologs; es läßt sich daher ohne Schwierigkeit von den dreiwertigen seltenen Erden trennen, während seine Darstellung frei von Zirkon sehr umständlich ist. Beinahe alle Zirkonminerale enthalten auch Hafnium; meist nur in der Menge von etwa 5 %, doch ist es V. M. GOLDSCHMIDT und L. THOMASSEN (20) in Christiania gelungen, unmittelbar nach Bekanntwerden der ersten Mitteilungen über die Entdeckung des Hafniums ein Zirkonmineral, Alvit, ausfindig zu machen, welches einen Hafniumgehalt bis zu 15 % aufweist; allerdings nur in seltenen Stücken, während die meisten Proben den Hafniumgehalt anderer Zirkonminerale nicht übertreffen. Bei der Darstellung von Zirkonpräparaten bleibt das Hafnium beim Zirkon und so enthielten auch die bisher untersuchten »reinen« Zirkonsalze des Handels stets nicht weniger als  $\frac{1}{2}$  bis 5 % Hafnium. Den Durchschnittsgehalt der Erdkruste an Hafnium schätzt man nach den bisher vorliegenden Mineralanalysen auf ungefähr 0,001 %<sup>1)</sup>. Es ist vielleicht das Erstaunlichste an der Entdeckung des Hafniums, daß ein relativ so häufiges Element erst aufgefunden wurde, als die Chemiker auf dem Umweg über die Quantentheorie des Atombaus veranlaßt worden waren, in den richtigen Mineralien nach ihm zu suchen.

Hafnium steht zwar in der vierten Gruppe des periodischen Systems zwischen Zirkon und Thor, doch ist es nach seinen chemischen Eigenschaften mit dem Zirkon wesentlich näher verwandt. Dies geht schon daraus hervor, daß die typischen Thorminerale — und in weiterer Folge auch die Thorpräparate des Handels — kein Hafnium enthalten, während die beiden chemisch äußerst ähnlichen Stoffe Zirkon und Hafnium

<sup>1)</sup> Man vergleiche damit, daß ein so bekanntes und viel verwendetes Element wie das Nickel auch nur zu etwa 0,005 Atomprozenten in der Lithosphäre angenommen wird (s. z. B. W. D. HARKINS (23)). Die relative Häufigkeit des Elementes 72 stimmt übrigens gut mit seiner geraden Ordnungszahl überein. Die fünf heute noch nicht entdeckten Elemente haben ungerade Ordnungszahlen; wenn sie überhaupt auf unserer Erde existieren, dürften sie wesentlich seltener als Hafnium sein. (Vgl. dazu Literaturzitat 30, S. 384f.)

sowohl bei der Bildung der Mineralien als auch bei der üblichen präparativen Reinigung von Zirkonsalzen stets beisammen bleiben. Eine wirk-same Methode, Hafnium von Zirkon zu trennen, besteht in der fraktionierten Kristallisation der Kalium- oder Ammonium-Doppelfluoride: in der Mutterlauge reichert sich das Hafnium, in den Kristallen das Zirkon an, und es bietet keine Schwierigkeit, mittels dieses Verfahrens hafnium-freies Zirkon herzustellen, während von Zirkon völlig freies Hafnium viel schwerer zu erzielen ist und die reinsten bisher gewonnenen Hafnium-präparate noch etwa 5 % Zirkon aufweisen.

Von anderen untersuchten Salzen sei zunächst das äußerst schwer lösliche Phosphat erwähnt. Bisher galt es als eindeutige qualitative Reaktion auf Zirkon, daß ein Niederschlag ausfällt, wenn man in stark salz- oder salpetersaurer Lösung Natriumphosphat zusetzt (4). Jetzt hat es sich gezeigt, daß das Hafniumphosphat noch unlöslicher ist als das Zirkonphosphat<sup>1)</sup>; die Kurve der Löslichkeiten der Phosphate des Zirkons, Hafniums und Thoriums zeigt demnach beim Hafnium ein Minimum. Umgekehrt ist Hafnium in Flußsäure und in Alkalifluoriden löslicher sowohl als Zirkon wie auch als Thor. Die Chemie des neuen Elementes kann demnach, wie man schon aus diesen Beispielen ersieht, aus seiner Stellung im periodischen System nur in groben Zügen vorausgesagt werden und die Einzelheiten müssen durch Experimentaluntersuchungen festgestellt werden. Bei den Salizylaten fand man, daß das des Hafniums leichter niedergeschlagen wird als das des Zirkons, während durch Ammoniak und Natriumthiosulfat Zirkon stärker als Hafnium gefällt wird. Der Unterschied in der Fällbarkeit der Oxychloride ist nur gering.

Eine vorläufige Atomgewichtsbestimmung ergab für das Hafnium — nach Anbringung einer Korrektur wegen der noch vorhandenen 5—6 % Zirkon — einen zwischen 178, 4 und 180, 2 liegenden Wert. Da das Hafniumatom demnach rund doppelt so schwer ist als das Zirkonatom, müssen die Atomgewichtsbestimmungen des Zirkons, die bisher ausnahmslos mit hafniumhaltigem Material angestellt worden sind, zu hohe Werte ergeben haben. Tatsächlich wurde für ein von Hafnium vollständig befreites Zirkon ein merklich geringeres Atomgewicht erhalten als bei Parallelversuchen mit dem gewöhnlichen hafniumhaltigen Zirkon. Eine Präzisionsbestimmung ist bereits im Gange.

Folgende Tabelle 1 zeigt die Linien an, welche im *optischen Spektrum des Hafniums* von HANSEN und WERNER (21) festgestellt wurden.  $\lambda$  gibt die Wellenlänge in internationalen Ångström-Einheiten in Luft an, gemessen gegen Eisenlinien. I. bezeichnet die relative Intensität in den üblichen Einheiten (die stärksten Linien als »6«). Ein Teil von ihnen ist identisch mit schwachen Linien, welche bisher irrträglich dem Zirkon zugeschrieben worden waren. Die vollständig hafniumfreien Zirkon-

<sup>1)</sup> Vgl. hierzu die photometrierten Röntgenaufnahmen, Abb. 3.

präparate, die im Kopenhagener Institut hergestellt worden sind, zeigen diese Linien nicht mehr <sup>1)</sup>).

Tabelle 1.

$\lambda$ .	I.						
2559,05	3	2845,75	5	2954,20	5	3181,00	3
2637,00	4	2851,00	4 <sup>1/2</sup>	2964,85	5	3189,65	2 <sup>1/2</sup>
2638,70	4	2866,35	6	3016,65	5	3206,10	3
2668,25	3	2887,15	4	3018,25	4 <sup>1/2</sup>	3249,70	3 <sup>1/2</sup>
2705,60	5	2889,60	5	3050,75	4	3291,10	3
2713,80	4	2898,30	6	3056,95	4 <sup>1/2</sup>	3309,55	2 <sup>1/2</sup>
2718,50	4	2904,40	4	3072,90	5	3310,35	4
2761,65	6	2904,75	4	3080,80	4	3312,82	5
2766,90	3 <sup>1/2</sup>	2916,50	6	3097,75	3	3332,70	5
2773,95	4	2918,50	4	3156,65	4	3358,90	3
2779,35	4	2924,55	3	3159,80	4	3373,95	2
2817,70	3	2929,90	4	3162,60	4 <sup>1/2</sup>	3472,45	4
2833,30	3	2940,80	6	3172,95	5	3497,40	4 <sup>1/2</sup>

Auch das Röntgenspektrum des Hafniums wurde nach Herstellung hochprozentiger Präparate exakt ausgemessen; Lage und Intensität aller Linien bestätigen aufs genaueste die Stellung des Hafniums als Element 72 im periodischen System (Abbildung 2).

Die Untersuchung des Röntgenspektrums diente nicht nur bei der Entdeckung, sondern auch bei der chemischen Anreicherung des Hafniums stets als Leitfaden. Es wurde zu diesem Zweck eine besondere Methode (10) ausgearbeitet, welche den Gehalt eines Präparates an Hafnium mit großer Raschheit und Sicherheit zu bestimmen gestattete; durch Beimengung bekannter Mengen des benachbarten Elementes Tantal konnte erkannt werden, bei welchem Prozentgehalt an Tantal die charakteristischen Linien von Hafnium und Tantal in gleicher Stärke erschienen; die betreffende Zahl gab dann gleichzeitig auch den Prozentgehalt an Hafnium an. Hier wurde also ohne jeden chemischen Eingriff eine quantitative Mineralanalyse ausgeführt, und es kann nicht zweifelhaft sein, daß dieses Verfahren in Zukunft bei der raschen Prüfung auch anderer Mineralien eine große Rolle spielen wird, namentlich wenn es sich um Elemente handelt, welche sich, wie das Hafnium, nur durch umständliche Verfahren chemisch abtrennen lassen.

Abbildung 3 läßt erkennen, wie außerordentlich genaue Resultate durch diese Methode der quantitativen Röntgenanalyse erhalten werden können. Es handelte sich in diesem Fall um eine Lösung von Zirkon mit etwa 4 % Hafnium, aus welcher mittels Natriumphosphat Zirkon und Hafnium in elf gleich großen Fraktionen gefällt wurden. Jeder Fraktion

<sup>1)</sup> Das optische Spektrum des Hafniums wurde später auch noch von BARDET (3<sup>a</sup>) aufgenommen; seine Resultate weichen etwas von den in Tabelle I. angegebenen ab.

wurden 10% Tantal beigemischt, sodann die Röntgenspektren aufgenommen und die erhaltenen Platten photometriert. Kurve I zeigt

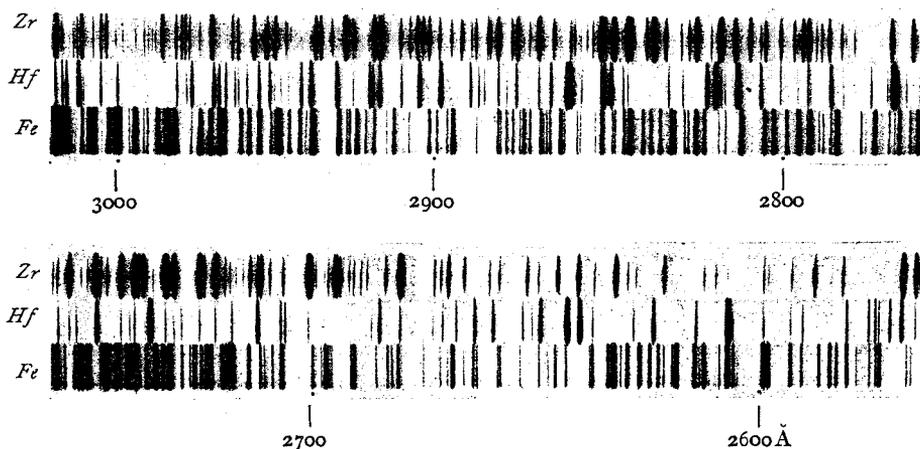


Abb. 1. Optisches Spektrum des Hafniums von HANSEN und WERNER. a) Zr:  $K_2ZrF_6$  auf Gaskohle. Funke 3 Min. exp. b) Hf:  $(NH_4)_2HfF_6$  auf Gaskohle. Funke 2 Min. exp. c) Fe: Eisenbogen.  $\frac{3}{4}$  Min.

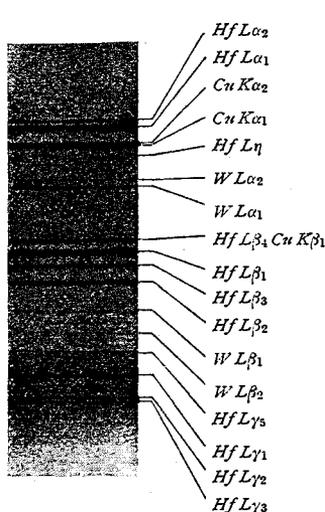


Abb. 2. Röntgenspektrum des Hafniums. (L-Serie; aufgenommen mit Kalkspat-Kristall; zweifach natürliche Größe.)

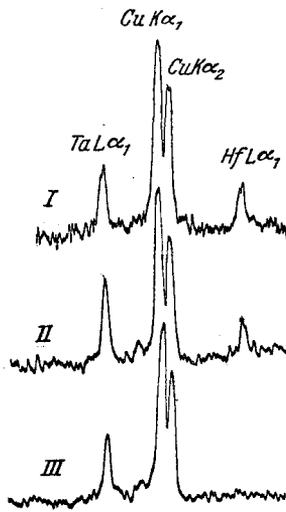


Abb. 3. Photometerkurven der Röntgenspektren von drei verschiedenen Hafnium-Fractionen. (Die Kupferlinien stammen aus der Kupfer-Antikathode, das Tantal ist als Vergleichselement beigemischt.)

das Intensitätsverhältnis der Hafnium- und Tantallinien in der ersten Fraktion, Kurve II in der vierten und Kurve III in der achten. (Maßgebend ist nicht die absolute Höhe der Scheitel der Photometerkurve,

die mit der Dauer der Exposition schwanken kann, sondern das Verhältnis des Hafnium- zum Tantalscheidel auf einer und derselben Platte). Man sieht deutlich die Anreicherung des Hafniums über den Ausgangswert von 4% in der ersten Fraktion, und das völlige Fehlen dieses Elementes schon in der achten Fraktion.

### 3. Der Prioritätsstreit um die Elemente 71 und 72.

Selbstverständlich haben die Nachrichten über das Hafnium in den verschiedensten Kreisen Aufmerksamkeit erregt, denn es handelt sich ja hier nicht nur um die — für den Chemiker theoretisch stets wichtige — Entdeckung eines unbekanntes Grundstoffes, sondern das neue Element wurde sogleich in solchen Mengen aufgefunden und läßt nach seiner Stellung im System solche Eigenschaften vermuten, daß seine technische Verwendbarkeit in mehr als einer Richtung durchaus im Bereich der Möglichkeit liegt. Dazu kommt noch, daß die Entdeckung des Hafniums auch das erste Beispiel bildet, wo die Röntgenspektroskopie, die in den Händen von MOSELEY die noch vorhandenen Lücken im periodischen System festgelegt hatte, auch die Ausfüllung einer dieser Lücken ermöglicht hat. Und schließlich zeigt die Entdeckung die hohe Sicherheit, welche die BOHRschen Entwicklungen über das periodische System besitzen, an einem besonders wirkungsvollen und auch für Fernerstehende verständlichen Fall<sup>1)</sup>.

Trotzdem ist der Eindruck, den die Entdeckung von COSTER und v. HEVESY in Deutschland hervorbrachte, nicht zu vergleichen mit der Aufregung, die sie in den Tagesblättern Dänemarks, Frankreichs und Englands bewirkte; denn abgesehen davon, daß in Deutschland gegen-

<sup>1)</sup> Der Gedanke, daß zwischen der Gruppe der dreiwertigen seltenen Erden und dem fünfwertigen Tantal ein vierwertiges Element feble, scheint recht naheliegend, und tatsächlich ist von einzelnen Forschern schon vor BOHR dieser Schluß gezogen worden. So hat bereits im Jahre 1895 JULIUS THOMSEN (36) ausdrücklich hierauf hingewiesen und — bedeutend später, erst nach dem Vorliegen der ersten BOHRschen Spekulationen über das periodische System aus dem Jahre 1921 — auch BURY (8); an ihn anschließend hat auch KING (26, 27) erklärt, daß die Vermutung URBAINS, daß die seltene Erde Celtium die Atomzahl 72 hätte, sehr unwahrscheinlich ist. Auf Grund anderer Erwägungen hat ferner F. KIRCHHOF (27<sup>a</sup>) das fehlende Element 72 als Eka-Zirkon angesehen. Keiner dieser Überlegungen kam aber eine so hohe Sicherheit zu, wie den auf die Theorie des Atombaues gestützten Betrachtungen von BOHR. Trotzdem ist bis zu einem gewissen Grade verwunderlich, daß nicht unabhängig von BOHR neben den zahllosen Versuchen, seltene Erden in ihre Komponenten zu zerlegen, öfters auch das Zirkon auf eine etwa vorhandene Komplexität untersucht worden ist. (Eine Übersicht über die wichtigsten hierher gehörigen Arbeiten findet man unter den Literaturzitaten (14), (24) und (25). Es mag sein, daß zu dieser Unterlassung nicht unwesentlich der Umstand beigetragen hat, daß in den am meisten verbreiteten Darstellungen des periodischen Systems das Cer als höheres Homolog des Zirkons eingeordnet war, in der Gruppe Titan, Zirkon, Cer und Thor also kein Platz mehr für ein unbekanntes Element vorhanden zu sein schien.

wärtig die Spalten der Zeitungen von den unerfreulichsten politischen Nachrichten so angefüllt sind, daß wissenschaftliche Interessen naturgemäß ganz in den Hintergrund treten müssen, kam noch der Umstand hinzu, daß die Frage der Entdeckung des Elementes 72 in den genannten Ländern zu einem nationalen Prioritätsstreit Veranlassung gab. Wir wollen auch auf diesen Punkt kurz eingehen, da die Polemik manche positive Klärung, namentlich über die Beziehungen des Elementes 71 zum Element 72, zutage förderte. Zum besseren Verständnis sei zunächst das Wichtigste aus der Entdeckungsgeschichte beider Stoffe hier zusammengestellt (14).

Im Jahre 1878 hat MARIGNAC aus einem bei Ytterby gefundenen Mineral eine Substanz isoliert, die er als neue seltene Erde erkannte; sie erhielt den Namen »Ytterbium« und wurde als einheitliches chemisches Element betrachtet, bis im Jahre 1905 AUER von WELSBACH — unter Angabe der Trennungsmethode — mit der Entdeckung hervortrat, daß Ytterbium in Wirklichkeit ein Gemisch zweier verschiedener Erden sei, für die er später die Namen »Aldebaranium« und »Cassiopeium« vorschlug (1). Näheres über die Atomgewichte und Spektren dieser Elemente publizierte er (2) im Jahre 1907, kurz nachdem eine ähnliche Ankündigung von URBAIN (37) gemacht worden war, der als erster Tabellen der Spektrallinien der beiden neuen Elemente veröffentlichte und die Namen »Neo-Ytterbium« und »Lutetium« für sie vorschlug. In den folgenden Jahren reinigte URBAIN seine Präparate weiter und beobachtete dabei eine allmähliche Änderung des Spektrums und der magnetischen Eigenschaften, die ihn veranlaßte, im Jahre 1911 die Entdeckung eines weiteren Elementes bekannt zu geben, das er »Celtium« nannte und für das er eine neue Liste von Spektrallinien publizierte (38).

Das Celtiumpräparat von URBAIN wurde bereits von MOSELEY im Jahre 1914 röntgenspektroskopisch untersucht; MOSELEY gab an, daß es nur ein Gemisch schon bekannter Erden sei und keine einzige neue Linie einem »Celtium« zugeschrieben werden könne (29). Seit jener Zeit hat aber die Technik der Röntgenuntersuchung — namentlich dank der Bemühungen von SIEGBAHN und seinen Schülern — so große Fortschritte gemacht, daß die Angabe von DAUVILLIER, er habe bei der Untersuchung desselben Präparates zwei »äußerst schwache« Röntgenlinien entdeckt, welche dem Element 72 entsprechen, zunächst von den Fachgenossen als sichergestellt betrachtet wurde (32). Erst COSTER und v. HEVESY zeigten, daß die zum Element 72 gehörigen Linien von keiner seltenen Erde, sondern einem vierwertigen Zirkonhomolog, dem »Hafnium« ausgesendet werden.

Gegen diesen Namen, sowie überhaupt gegen die Meinung, daß die Kopenhagener Forscher ein neues Element entdeckt hätten, wandte sich nun URBAIN in einer größeren Zahl von Artikeln, und mit ihm

stimmte die französische Tagespresse in die Verurteilung der Publikationen von COSTER und v. HEVESY ein<sup>1)</sup>. Zuerst versuchte URBAIN die Behauptung aufrecht zu erhalten, daß sein Celtium tatsächlich das Element 72 sei, das er in einer seltenen Erdfraktion erhalten habe, während COSTER und v. HEVESY nur das Verdienst hätten, in Zirkonmineralien eine reichere Quelle dafür aufgedeckt zu haben (41). Nun hatte URBAIN seinerzeit als Beweis für die Existenz des neuen Elementes Celtium ein optisches Spektrum publiziert; die Untersuchung des optischen Spektrums des Hafniums, im BOHRschen Institut von HANSEN und WERNER (21) ausgeführt, wies aber nach, daß das Hafniumspektrum nicht die geringste Spur irgendeiner von URBAINS Celtiumlinien zeigte. Damit war die Behauptung, daß Celtium und Hafnium identisch seien, widerlegt. Nun nahm aber URBAIN (40) den etwas geänderten Standpunkt ein, daß er zwar die Möglichkeit zugab, daß seine Angaben über die Entdeckung des Celtiums aus dem Jahre 1911 auf einem Irrtum beruhten, trotzdem aber die Entdeckung des Elementes 72 im Jahre 1922 für sich und DAUVILLIER in Anspruch nahm, weil sie zuerst die zum Element 72 gehörigen Röntgenlinien beobachtet hätten.

Diese Frage bot von vornherein viel geringeres, nämlich nur persönliches und kein wissenschaftliches Interesse, da die Beobachtung von zwei äußerst schwachen Röntgenlinien, ungefähr in der theoretisch zu erwartenden Gegend, welche fälschlich einer nicht existierenden seltenen Erde zugeschrieben wurden, unsere naturwissenschaftlichen Kenntnisse um nichts bereichern, sondern im Gegenteil weiteren Nachforschungen nach dem Element 72 außerhalb der Gruppe der seltenen Erden nur hindernd im Wege stehen konnte. Aber nicht einmal diesen Anspruch der ersten Beobachtung der Röntgenlinien konnten DAUVILLIER und URBAIN aufrecht erhalten; denn URBAIN hatte seinerzeit angegeben, daß sämtliche Verunreinigungen außer den seltenen Erden aus seinen Präparaten vollständig entfernt waren und ihre Spektren daher z. B. auch gar keine Zirkonlinien mehr erkennen ließen; wie COSTER und v. HEVESY bemerken, folgt aus der Abwesenheit von Zirkon aber notwendig auch die Abwesenheit von Hafnium, da beide durch Oxalsäure gleichmäßig herausgenommen werden, und ganz im Einklang damit enthält, wie die Untersuchung von HANSEN und WERNER ergab, das von URBAIN publizierte Celtiumspektrum auch keine einzige Hafniumlinie. Darüber hinaus konnten aber die Kopenhagener Forscher zeigen, daß auch im Röntgenspektrum die beiden »außerordentlich schwachen« Linien, die nunmehr den einzigen Grund für die Aufrechterhaltung des französischen Anspruchs bildeten, um 4 X-Einheiten ( $= 4 \cdot 10^{-11}$  cm, was nach DAUVILLIERS Angaben mehr als 0,6 mm auf seinen photographischen Platten entspricht), d. h.

<sup>1)</sup> »Ça pue le boche«, bemerkte dazu z. B. ein südfranzösisches Blatt.

um mehr als die Fehlergrenze, von den von COSTER und v. HEVESY gemessenen Hafniumlinien entfernt liegen, und daß es auch unverständlich wäre, wenn DAUVILLIER die Linie  $L\beta_2$  des Hafniums hätte beobachten können, während die stärkere Linie  $L\beta_1$  nicht auf seiner Platte erschien. Ebenso wenig ist zu verstehen, wie man die Linie  $L\beta_2$  noch sehen kann, wenn die viel stärkere Linie  $L\alpha_1$  schon an der Grenze der Sichtbarkeit liegt. Die fraglichen Linien sind darum wohl — wenn wir von der bei »äußerst schwachen« Linien nicht ausgeschlossenen Möglichkeit einer durch die bestimmte Erwartung begünstigten Selbsttäuschung absehen — Linien höherer Ordnung irgendeiner Verunreinigung, aber gewiß keine Hafniumlinien.

Eine wichtige positive Erkenntnis ergab sich im Anschluß an diese Prioritätsfrage, als die Experimentatoren des BOHRschen Institutes, um ganze Arbeit zu tun, die Frage angingen, wie es kam, daß ein Forscher mit so bedeutenden Erfahrungen auf dem Gebiete der seltenen Erden, wie URBAIN, nach optischem Spektrum und magnetischer Suszeptibilität eine neue Erde in Händen zu haben glaubte, für die nach Entdeckung des Hafniums im periodischen System überhaupt kein Platz ist. HANSEN und WERNER (22) konnten zeigen, daß die optischen Spektrallinien, welche URBAIN für das vermeintliche »Celtium« publiziert hat, nichts anderes sind, als Linien des Elementes 71 (»Cassiopeium« nach AUER, oder »Lutetium« nach URBAIN), und daß — wie sie bei genauer Durchsicht der Literatur fanden — die Mehrzahl von URBAINS Celtiumlinien in Wien schon im Jahre 1915 von EDER (18), ein Teil sogar schon 1911 von EXNER und HASCHKE (19), an einem Cassiopeiumpräparat AUERS gemessen worden sind. Wie sie weiter zeigten, treten diese Linien erst hervor, wenn das Präparat ziemlich rein ist, und sind nur dann scharf, wenn es auf der Anode des Kohlebogens angebracht wird. URBAINS Resultate sind daher so zu erklären, daß sein Präparat im Jahre 1907 — als er das »Lutetium« zuerst beschrieb — nur eine geringe Menge dieses Elementes 71 enthielt und er erst nach jahrelanger weiterer Konzentrierung einen genügenden Gehalt erzielte, um die diffusen Linien zu beobachten, die er 1911 der Anwesenheit einer neuen seltenen Erde zuschrieb, die er dann »Celtium« nannte. Vollständig gesichert wurde diese Deutung dann noch durch die Feststellung von COSTER und v. HEVESY (14), daß auch URBAINS Angaben über die magnetische Suszeptibilität des angeblichen »Celtiums« vollständig mit ihr übereinstimmen; der Umstand, daß der Paramagnetismus seiner Präparate im Jahre 1911 drei- oder viermal schwächer war als früher, ist auch eine notwendige Folge der allmählichen Konzentrierung des Elementes 71; denn STEFAN MEYER (28) hatte schon 1908, wiederum an Cassiopeiumpräparaten AUERS, einen fast so geringen Wert gemessen wie ihn URBAIN 1911 für jene Substanz feststellte, in der er den höchsten Prozentgehalt des hypo-

thetischen »Celtium« vermutete<sup>1)</sup>. Diese optischen und magnetischen Feststellungen an Präparaten des Elementes 71 (Cassiopeium oder Lutetium) führen demnach zum Schluß, daß AUER VON WELSBACH nicht nur die ersten Angaben über die Zerlegung des Ytterbiums zwei Jahre vor URBAIN machte, sondern daß seine Präparate auch zur gleichen Zeit viel stärker konzentriert waren als die von URBAIN, welche nur geringe Mengen des Elementes 71 enthielten. Es erscheint darum im Lichte dieser neuen Untersuchungen vollständig unbegründet, statt des von AUER vorgeschlagenen Namens den von der internationalen Kommission — CLARKE, OSTWALD, THORPE, URBAIN (9) — seinerzeit vorgezogenen URBAINschen zu wählen. Ebenso wie die Kopenhagener Forscher haben auch wir darum in den unten folgenden Tabellen des periodischen Systems — unter Beibehaltung des historischen Namens Ytterbium für das Element 70 — das Element 71 nach AUER als »Cassiopeium« (*Cp*) bezeichnet<sup>2)</sup>. Das Element »Celtium«, das nichts anderes ist, als konzentriertes Cassiopeium, ist aus der Literatur zu streichen.

Wesentlich rascher war eine zweite die Entdeckung des Hafniums betreffende Prioritätsfrage erledigt, die in England ihren Ursprung nahm. A. SCOTT hatte im Jahre 1913 einen titanhaltigen Eisensand aus Neu-Seeland aufgearbeitet, wobei ein kleiner, sehr schwer in Lösung zu bringender Rückstand unanalysiert blieb. Nach Empfang der ersten Nachrichten über die Entdeckung des Hafniums glaubte er diesen Rückstand auf Grund einer ungefähren Atomgewichtsbestimmung als das Oxyd des Elementes 72 ansprechen zu sollen und schlug vor, da sein Präparat aus Ozeanien stammte — und auch wegen der Verwandtschaft mit Titan — das Element 72 nicht Hafnium sondern »Oceanium« zu nennen (33). Englische und dänische Tageszeitungen zerbrachen sich infolgedessen die Köpfe: »wer soll das neue Element taufen?«, und veröffentlichten Telegramme, Interviews und Leitartikel über diese Frage. Inzwischen stellte das BOHRsche Institut fest, daß eine von SCOTT übersandte Probe des »Oceaniums« keine Spur einer zum Element 72 gehörigen Röntgenlinie zeigte, und SCOTT selber fand bei nochmaliger Analyse, daß sein Rückstand bloß Titandioxyd war, in welchem ein Teil des Titans durch Silicium ersetzt war. Er zögerte darauf keinen Augenblick, seinen Anspruch auf die Entdeckung des Elementes 72 zu widerrufen (34), (35). Es würde

<sup>1)</sup> Auch der geringe Paramagnetismus des Elements 71 steht in bestem Einklang mit der BOHRschen Theorie, da an dieser Stelle des periodischen Systems die Auffüllung der vierquantigen Elektronengruppen bereits beendet sein muß (6, 14).

<sup>2)</sup> Es mag erwähnt werden, daß schon in früheren Jahren von Wien aus öfters der Versuch gemacht worden ist, die unbestreitbare AUERSche Priorität (3) in den Benennungen der Elemente zur Geltung zu bringen. Hoffentlich bewirken die in Kopenhagen neu aufgefundenen, im gleichen Sinne sprechenden Tatsachen nunmehr die notwendige Revision.

Tabelle 2.

Periode	Gruppe																	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
I	1 H 1,008																	2 He 4,00
II	3 Li 6,94	4 Be 9,02											5 B 10,82	6 C 12,00	7 N 14,008	8 O 16,000	9 F 19,00	10 Ne 20,2
III	11 Na 23,00	12 Mg 24,32											13 Al 27,1	14 Si 28,3	15 P 31,04	16 S 32,07	17 Cl 35,46	18 Ar 39,88
IV	19 K 39,10	20 Ca 40,07	21 Sc 45,10	22 Ti 48,1	23 V 51,0	24 Cr 52,0	25 Mn 54,93	26 Fe 55,85	27 Co 58,97	28 Ni 58,68	29 Cu 63,57	30 Zn 65,37	31 Ga 69,9	32 Ge 72,5	33 As 74,96	34 Se 79,2	35 Br 79,92	36 Kr 82,9
V	37 Rb 85,5	38 Sr 87,6	39 Y 88,7	40 Zr 90,6	41 Nb 93,5	42 Mo 96,0	43 —	44 Ru 101,7	45 Rh 102,9	46 Pd 106,7	47 Ag 107,88	48 Cd 112,4	49 In 114,8	50 Sn 118,7	51 Sb 121,8	52 Te 127,5	53 J 126,92	54 X 130,2
VI	55 Cs 132,8	56 Ba 137,4	57—71 Seltene Erden*	72 Hf 181,5	73 Ta 184,0	74 W 184,0	75 —	76 Os 190,9	77 Ir 193,1	78 Pt 195,2	79 Au 197,2	80 Hg 200,6	81 Tl 204,4	82 Pb 207,2	83 Bi 209,0	84 Po 210	85 —	86 Em 222
VII	87 —	88 Ra 226,0	89 Ac 232,1	90 Th 232,1	91 Pa 232,1	92 U 238,2												

\* Seltene Erden

VI	57 La 139,0	58 Ce 140,2	59 Pr 140,9	60 Nd 144,3	61 —	62 Sm 150,4	63 Eu 152,0	64 Gd 157,3	65 Tb 159,2	66 Dy 162,5	67 Ho 163,5	68 Er 167,7	69 Tm 169,4	70 Yb 173,5	71 Cf 175,0
----	----------------	----------------	----------------	----------------	------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------

Tabelle 3.

Periode	Gruppe I		Gruppe II		Gruppe III		Gruppe IV		Gruppe V		Gruppe VI		Gruppe VII		Gruppe VIII			
	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b	a	b		
I	1 H 1,008															2 He 4,00		
II	3 Li 6,94		4 Be 9,02		5 B 10,82		6 C 12,00		7 N 14,008		8 O 16,000		9 F 19,00		10 Ne 20,2			
III	11 Na 23,00		12 Mg 24,32		13 Al 27,1		14 Si 28,3		15 P 31,04		16 S 32,07		17 Cl 35,46		18 Ar 39,88			
IV	19 K 39,10	29 Cu 63,57	20 Ca 40,07	30 Zn 65,37	21 Sc 45,10	31 Ga 69,59	22 Ti 48,1	32 Ge 72,5	23 V 51,0	33 As 74,96	24 Cr 52,0	34 Se 79,2	25 Mn 54,93	35 Br 79,92	26 Fe 55,85	27 Co 58,97	28 Ni 58,68	36 Kr 83,9
V	37 Rb 85,5	47 Ag 107,88	38 Sr 87,6	48 Cd 112,4	39 Y 88,7	49 In 114,8	40 Zr 90,6	50 Sn 118,7	41 Nb 93,5	51 Sb 121,8	42 Mo 96,0	52 Te 127,5	43 —	53 J 126,92	44 Ru 101,7	45 Rh 102,9	46 Pd 106,7	54 X 130,2
VI	55 Cs 132,8	79 Au 197,2	56 Ba 137,4	80 Hg 200,6	57 bis 71 Seltene Erden *	81 Tl 204,4	72 Hf 178,5	82 Pb 207,2	73 Ta 181,5	83 Bi 209,0	74 W 184,0	84 Po 210	75 —	85 —	76 Os 190,9	77 Ir 193,1	78 Pt 195,2	86 Em 222
VII	87 —		88 Ra 226,0		89 Ac		90 Th 232,1		91 Pa		92 U 238,2							

\* Seltene Erden

VI	57 La 139,0	58 Ce 140,2	59 Pr 140,9	60 Nd 144,3	61 —	62 Sm 150,4	63 Eu 152,0	64 Gd 157,3	65 Tb 159,2	66 Dy 162,5	67 Ho 163,5	68 Er 167,7	69 Tm 169,4	70 Yb 173,5	71 Cp 175,0
----	----------------	----------------	----------------	----------------	------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------	----------------

überflüssig sein, dies eigens zu erwähnen, wenn nicht das frühere Beispiel des Celtiums gezeigt hätte, daß Prioritätsstreitigkeiten in der Wissenschaft oft mit erstaunlicher Hartnäckigkeit fortgeführt werden<sup>1)</sup>.

#### 4. Das periodische System nach Auffindung des Hafniums.

Bei der großen Bedeutung, die die Entdeckung des Hafniums für die Begrenzung der Gruppe der seltenen Erden und dadurch für die Formulierung des ganzen periodischen Systems hat, wollen wir als Anhang zwei Tabellen des periodischen Systems geben, welche dem heutigen Stand unserer Kenntnisse Rechnung tragen. Sie stehen selbstverständlich in nächster Beziehung zu der von BOHR (6), (7), (30) gegebenen Figur; im Interesse des chemischen Unterrichts und der praktisch arbeitenden Chemiker dürfte es aber nicht unnötig sein, neben dieser für theoretische Überlegungen unentbehrlichen Darstellung auch die einfachen tabellarischen Übersichten, die bisher in chemischen Lehrbüchern üblich waren, im Hinblick auf die BOHRsche Theorie und die Entdeckung des Hafniums zu modernisieren.

Unter den gebräuchlichen Darstellungen des periodischen Systems kann man die von A. WERNER (42) und vielen andern empfohlene »langperiodige« und die noch häufiger gebrauchte »kurzperiodige« Form unterscheiden (31), von denen jede im Unterricht ihre besonderen Vorteile bietet. Die langperiodige Form, die wir in Tabelle 2 geben, geht durch entsprechende Vereinfachung unmittelbar aus der BOHRschen Figur hervor, und auch in der kurzperiodigen (Tabelle 3) haben wir uns so nahe an die BOHRschen Entwicklungen angelehnt, wie es beim Festhalten an der einfachen und möglichst übersichtlichen Tabellenform möglich ist. So sind z. B. Lithium, Natrium und ebenso Beryllium, Magnesium zwischen die *a*- und *b*-Glieder der ersten und zweiten Gruppe gesetzt, da sie zu beiden atomtheoretische Beziehungen haben, während die Anfangsglieder in der dritten bis siebenten Gruppe nur über den *b*-Gliedern stehen<sup>2)</sup>. Die Atomgewichte sind der Liste der Deutschen Atomgewichtskommission (17) für 1923 entnommen.

Alles Weitere dürfte aus der Betrachtung der Tabellen ohne Erläuterung ersichtlich sein.

<sup>1)</sup> Der Streit zwischen Kopenhagen und Paris scheint auch heute noch nicht ganz zu Ende zu sein (40), (3<sup>1)</sup>), trotz des für alle Unbefangenen bereits völlig klaren Sachverhalts.

<sup>2)</sup> In der kurzperiodigen Tabelle, welche wir in Bd. I der »Ergebnisse der exakten Naturwissenschaften« (S. 399) gegeben haben, ist der Anschluß an die BOHRsche Figur noch nicht so entschieden (in der ersten bis vierten Gruppe sind die Elemente der zwei kleinen Perioden noch in der üblichen Weise über die *a*-Glieder gesetzt). Der große Erfolg der Entdeckung des Hafniums wird es aber gerechtfertigt erscheinen lassen, wenn man nunmehr auch im Chemieunterricht die Tabellen so stark wie möglich an die von BOHR entwickelte Systematik anlehnt.

## Literatur.

1. AUER V. WELSBACH, C.: Wiener Anzeiger 1905, Bd. 10; Wiener Sitzber. 1906, Bd. 115; Lieb. Ann. 1907, Bd. 351, S. 458, 464. — 2. Derselbe: Wiener Sitzber. 1907, Bd. 116. — 3. Derselbe: Monatshefte f. Chem. 1908, Bd. 29, S. 181, 204.
- 3<sup>a</sup>. BARDET, J.: Comptes rend. 1923, Bd. 176, S. 1711.
4. BILTZ, W. und MECKLENBURG, W.: Zeitschr. f. angew. Chem. 1912, Bd. 25, S. 2110.
5. BOHR, N.: Zeitschr. f. Physik 1922, Bd. 9, S. 1. — 6. Derselbe: Drei Aufsätze über Spektren und Atombau (Vieweg, Braunschweig 1922), S. 70. — 7. Über den Bau der Atome (Nobel-Vortrag), Die Naturwissenschaften 1923, Bd. 11, S. 606.
8. BURY, C. R.: Journ. Amer. Chem. Soc. 1921, Bd. 43, S. 1602.
9. CLARKE, F. W., OSTWALD, W., THORPE, T. E. und URBAIN, G.: Ber. d. Deutsch. Chem. Ges. 1909, Bd. 42, S. 11.
10. COSTER, D.: Vortrag auf der Bunsengesellschaft, Hannover 1923 (erscheint in der Zeitschr. f. Elektrochem. 1923); Chem. News 1923, Bd. 127, S. 65.
11. COSTER, D. und HEVESY, G. v.: Nature 1923, Bd. 111, 20. Januar 1923. — 12. Dieselben: Ebenda 10. Februar 1923. — 13. Dieselben: Ebenda 24. Februar 1923. — 14. Dieselben: Ebenda 7. April 1923. — 15. Dieselben: Die Naturwissenschaften 1923, Bd. 11, S. 133.
16. DAUVILLIER, A.: Comptes rend. 1922, Bd. 174, S. 1347, 1923.
17. Deutsche Atomgewichtskommission, B. d. Deutsch. Chem. Ges. 1923, Bd. 56, Sonderbeigabe zum Aprilheft; Zeitschr. f. phys. Chem. 1923, Bd. 105, S. 1.
18. EDER, J. M.: Wiener Sitzber. 1915, Bd. 124.
19. EXNER, F. und HASCHER, E.: Spektraltafeln.
20. GOLDSCHMIDT, V. M. und THOMASSEN, L.: Norsk Geologisk Tidsskrift 1923, Bd. 7, Heft 1.
21. HANSEN, H. M. und WERNER S.: Nature 1923, Bd. 111, 10. März. — 22. Dieselben: Ebenda 7. April.
23. HARKINS, W. D.: Journ. Amer. Chem. Soc. 1917, Bd. 39, S. 856, 867.
24. HEVESY, G. v.: B. d. Deutsch. Chem. Ges. 1923, Bd. 56, S. 1503. — 25. Derselbe: Chem. News 1923, Bd. 127, S. 33.
26. KING, H. S.: Journ. Amer. Chem. Soc. 1922, Bd. 44, S. 323. — 27. Derselbe: Nature 1923, Bd. 112, S. 9.
- 27<sup>a</sup>. KIRCHHOF, F.: Zeitschr. f. phys. Chem. 1920, Bd. 94, S. 259; Physikal. Z. 1920, Bd. 21, S. 711 ff.; Österr. Chemiker-Z. 1923, Bd. 26, S. 119.
28. MEYER, St.: Wiener Sitzber. 1908, Bd. 117, S. 955.
29. MOSELEY, H. G. J.: Nature 1914, Bd. 94, S. 353.
30. PANETH, F.: Das periodische System der chemischen Elemente (in »Ergebnisse der exakten Naturwissenschaften.« Julius Springer, Berlin 1922, Bd. 1, S. 362 bis 403). Siehe bes. S. 383 u. 398. — 31. Derselbe: Zeitschr. f. angewandte Chem. 1923.
32. RUTHERFORD, E.: Nature 1922, Bd. 109, S. 781.
33. SCOTT, A.: Journ. Chem. Soc. 1923, Bd. 123/124, S. 311. — 34. Derselbe: Ebenda S. 881. — 35. Derselbe: Nature 1923, Bd. 3, S. 598.
36. THOMSEN, JULIUS: Zeitschr. f. anorg. Chem. 1895, Bd. 9, S. 190.
37. URBAIN, G.: Comptes rend. 1907, Bd. 145, S. 759. — 38. Derselbe: Ebenda 1911, Bd. 152, S. 141. — 39. Derselbe: Ebenda 1922, Bd. 174, S. 1349. — 40. Derselbe: Ebenda 1923, Bd. 176, S. 496.
41. URBAIN, G. und DAUVILLIER, A.: Nature 1923, Bd. 111, S. 218.
42. WERNER, A.: B. d. Deutsch. Chem. Ges. 1905, Bd. 38, S. 914; Neuere Anschauungen auf dem Gebiet der anorg. Chemie (Vieweg, Braunschweig).

## X. Kaltreckung und Verfestigung.

Von G. Masing und M. Polanyi.

### I. Einleitung.

Die plastische Deformation der Metalle, wie sie z. B. für die Zwecke der technischen Formgebung durch Hämmern, Schmieden, Walzen, Pressen, Ziehen usw. geschieht, wird allgemein als *Reckung* oder *Verarbeitung*<sup>1)</sup> bezeichnet. Wenn sie bei Zimmertemperatur erfolgt, heißt sie *Kaltreckung* (oder *Kaltverarbeitung*). Die *Kaltreckung* führt zu einer Veränderung der technischen Eigenschaften der Metalle, die man allgemein, wenn auch nicht immer zutreffend, *Verfestigung* nennt.

Dank der großen technischen Bedeutung der Kaltreckung und der Verfestigung steht sie seit Jahrzehnten im Mittelpunkt des Interesses der Fachleute. Das wissenschaftliche Interesse der Kaltreckung besteht wohl in erster Linie in der hier auftretenden Affinitätsänderung durch grob mechanische Einwirkungen, also in den engen Beziehungen zwischen Valenz- und Kohäsionskräften. Schwierigkeiten, auf die noch näher einzugehen sein wird, haben jedoch bisher eine exakte Problemstellung und Versuchsführung erschwert, und dadurch den Physiker von diesem Gebiete meist abgeschreckt. In den letzten Jahren sind diese Schwierigkeiten zum Teil überwunden worden, und eine genauere Erforschung der Kaltreckung scheint heute in der Entwicklung zu sein. Damit rechtfertigt sich die Behandlung dieses Gegenstandes im Rahmen der »Ergebnisse der exakten Naturwissenschaften«; zugleich hat sie den Zweck, den Physiker für dieses reizvolle Gebiet zu interessieren.

Im folgenden sollen nach einer kurzen Beschreibung der technischen Verfestigungstatsachen die inneren Vorgänge bei der Kaltreckung und Verfestigung in Anlehnung an bisher ausgesprochene theoretische Deutungen behandelt werden. Dann sollen auch die neueren Untersuchungen über Einkristallkörper beschrieben und für die Deutung der Kaltreckung überhaupt verwertet werden. Hieran schließt sich die Erörterung der Änderungen der physikalischen und chemischen Eigenschaften bei der Kaltreckung und eine Beschreibung der Deformationsstruktur und ihrer Entstehung.

---

<sup>1)</sup> Unter *Verarbeitung* wird auch die Behandlung mit stoffabhebenden Werkzeugen, wie Abdrehen, Abfeilen usw. bezeichnet. Da dieser Ausdruck somit vieldeutig ist, so soll in folgendem nach dem Vorgang v. HEYN(1) der Ausdruck »Recken« Anwendung finden.

## II. Kaltreckung und technische Verfestigung.

1. Allgemeines über das Kaltrecken der Metalle. Elastische Formänderungen werden in zwei Gruppen, die Volumenänderungen und die Scherungen, eingeteilt. Dementsprechend können auch plastische Formänderungen auf diese zwei Deformationsarten zurückgeführt werden. Die Erfahrung lehrt, daß die plastischen Volumenänderungen gegenüber den Scherungen beinahe verschwinden. Die Reckung besteht also allgemein aus einer Reihe von Scherungen, ganz gleichgültig, ob wir es mit einem Metall oder mit einem amorphen Stoff zu tun haben (2).

Im Gegensatz zu einer Volumenänderung ist die Scherung stets eine vektoriell gerichtete Deformation. Auch eine Formänderung im technischen Sinne ist eine *gerichtete* Operation. Deshalb hat jede Reckung einen bevorzugten Richtungssinn, und es ist eigentlich nicht zulässig, von einem »kaltgerekten Zustand« der Metalle schlechthin, ohne Angabe des Richtungssinnes der Reckung zu sprechen.

Bei der Reckung der Metalle finden innerhalb dieser auf der Grundlage der Scherungsdeformationen komplizierte, durch die Art der äußeren Formänderungen, die Kristallstruktur und die darauf beruhende Verteilung der elastischen Kräfte im Innern bestimmte Fließvorgänge statt (siehe z. B. DOERINCKEL [3]). Diese unübersichtlichen, innerhalb eines Körpers veränderlichen und sich der Feststellung entziehenden Fließvorgänge erschweren sehr die Erforschung der Kaltreckung und Verfestigung, indem sie die Aufstellung einer eindeutigen Beziehung zwischen der allein feststellbaren *äußeren Formveränderung* und der *Zustandsänderung* im Innern des Metallkörpers unmöglich machen.

PRANDTL (4) und NADAI (5) haben den Fließvorgang bei dem Einpressen eines Keiles in einen ebenen Körper berechnet.

Unsere technischen Metallkörper, wie sie z. B. durch Guß gewonnen worden sind, sind Konglomerate von zahlreichen verschieden orientierten Kristalliten (Über bevorzugte Orientierungen in Gußkörpern siehe HEINRICH [6]). Die Kaltreckung derartiger Konglomerate umfaßt deshalb zwei Teilvorgänge, einerseits die Reckung innerhalb der einzelnen Kristallite an und für sich und andererseits die durch ihre Wechselwirkung bedingten Vorgänge. Für die systematische Erforschung der Kaltreckung kommt zunächst das erste Problem in Frage; in den letzten Jahren ist es auch in Angriff genommen worden (siehe Teil IV). Man darf jedoch nicht annehmen, daß damit die Kaltreckung und Verfestigung auch nur prinzipiell ihrem gesamten Umfange nach erkannt werden kann. Es ist vielmehr nachgewiesen, daß die Wechselwirkung der einzelnen Kristallite, wie sie in den Konglomeraten stattfindet, neuartige Erscheinungen der Verfestigung herbeiführt, die am einzelnen Kristall nicht beobachtet werden können. Die Untersuchung des Einzelkristalles und der vielkristallinen Körper bilden deshalb zwei gleichberechtigte Teilprobleme der Reckung und Verfestigung.

Da wir erst seit kurzer Zeit die Methoden besitzen, um metallische Probekörper, die aus einem Kristall bestehen, herzustellen (7, 37, 40, 57), so beziehen sich alle älteren metallographischen Erfahrungen auf vielkristallines Material. Diese Erfahrungen haben zum größten Teil einen *technologischen* Charakter, das heißt, sie betreffen technische Festigkeitswerte, die durch plastische Beanspruchung des Metalles erhalten werden und sich einer exakten physikalischen Definition entziehen. Solche technologischen Eigenschaften sind z. B. die Kugeldruckhärte, die man durch plastisches Einpressen einer Kugel in die Oberfläche des Metalles und Messen des Druckes und der Eindringtiefe erhält, die plastische Dehnung bis zum Bruch bei dem Zerreiversuch, die Zerreilast nach einer plastischen Dehnung usw. Deshalb sind die meisten älteren experimentellen Befunde über Kaltreckung und Verfestigung unsicher und schwer deutbar. Dem entspricht auch die große Mannigfaltigkeit der bisher entstandenen Vorstellungen über die Kaltreckung, die, auf unsicherem Grunde gebaut, den Eindruck einer erheblichen Verwirrung machen. Es scheint uns, daß die Widersprüche zwischen den einzelnen Vorstellungen, die oft zu Fehden geführt haben, zum großen Teil auf Mißverständnissen beruhen. Beinahe jede bisher entstandene Theorie enthält gesunde und notwendige Elemente, und die Widersprüche entstehen hauptsächlich durch Übertreibungen aus dem Bestreben, das Gesamtgebiet ausschließlich von einem Gesichtspunkte aus zu umfassen, und durch Überschätzung des hypothetischen, oft experimentell gar nicht prüfbar, Vorstellungsinhaltes der einzelnen Anschauungen. Durch Klärung dieser Mißverständnisse scheint es möglich zu sein, wie hier versucht werden soll, ohne wesentliche neuartige theoretische Ansätze die Kaltreckung in ihren Grundzügen darzustellen.

**2. Der Dehnungs- und Zerreiversuch.** Die technischen Größen, die bei den Metallen in der Regel gemessen werden, und die sich bei der Kaltreckung verändern, sind in erster Linie die Elastizitätsgrenze, die Proportionalitätsgrenze, die Zerreißfestigkeit, die Dehnung, die Härte und der Elastizitätsmodul. Außer der Härte werden die übrigen durch einen Dehnungs- und Zerreiversuch bestimmt, der deshalb kurz beschrieben werden soll.

In Abb. 1 ist die Last (Kraft bezogen auf die Einheit des ursprünglichen Querschnittes) eines Zerreistabes in Abhängigkeit von der Dehnung (Längenzunahme bezogen auf Einheit der ursprünglichen Länge) schematisch dargestellt<sup>1)</sup>. Auf der Strecke  $O p$  ist die Spannung proportional der Dehnung, das Hooke'sche Gesetz ist erfüllt. Bei der *Proportionalgrenze*  $p$ , die auch bei  $O$  liegen kann, fängt die Linie an, sich zu

<sup>1)</sup> Die Voraussetzung für die Aufnahme eines vollständigen Zerreidiagrammes ist eine Vorrichtung, bei der bei vorgegebener Dehnung die Gleichgewichtslast sich automatisch einstellt. Bei den meisten Zerreimaschinen ist diese Voraussetzung nur mangelhaft erfüllt.

krümmen, die Dehnung wird größer als es dem Hooke'schen Gesetz entspricht. Die Dehnung ist bis zur Elastizitätsgrenze noch reversibel, die Belastung elastisch; nach seiner Entlastung erhält der Stab seine ursprüngliche Länge wieder. Unter Elastizitätsgrenze versteht man also die Spannung, oberhalb derer der Stab bleibende Dehnungen erhält. Die genaue experimentelle Feststellung der Elastizitätsgrenze ist unmöglich, weil die Spannungs-Dehnungslinie  $O p$  der vielkristallinen Metalle bei ihr keinen irgendwie ausgezeichneten Punkt aufweist, und weil hierbei immer die *elastische Nachwirkung* störend auftritt, d. h., die Dehnung geht auch in dem als elastisch betrachteten Gebiet nicht sofort,

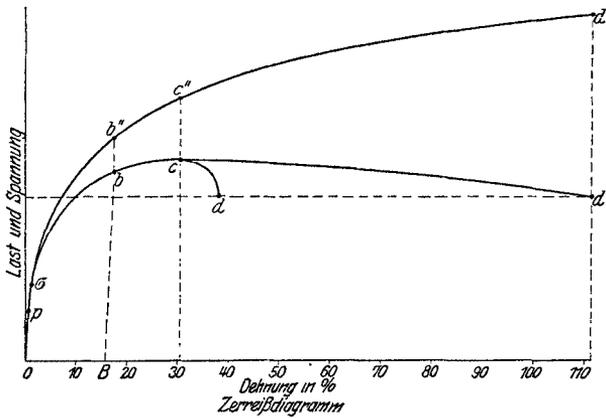


Abb. 1.

sondern allmählich zurück. Eine geringe bleibende Dehnung lässt sich deshalb nicht sicher experimentell bestimmen. Aus diesem Grunde sind die feineren Einzelheiten des Zerreidiagrammes noch nicht geklärt. In der Praxis hilft man sich so, daß man auf die Bestimmung der Elastizitätsgrenze verzichtet und statt ihrer die Belastung  $\sigma_m$  feststellt, bei der eine sofort nach der Entlastung eben feststellbare bleibende Dehnung von einem konventionell festgelegten Betrage (z. B. 0,2% :  $\sigma_{0,2}$ -Grenze) gemessen wird; diese wird als *Streckgrenze* bezeichnet. Die Streckgrenze ist eine rein praktische Größe; im Rahmen einer theoretischen Erörterung ist die Benutzung des scharf definierten Begriffes der Elastizitätsgrenze unter Extrapolation auf unendliche Zeiten zum Eliminieren der elastischen Nachwirkung vorzuziehen.

Nach der Überschreitung der Elastizitätsgrenze findet bei dem Zerreiversuch neben einer *elastischen* auch eine *plastische* Dehnung statt. Wenn man den Stab also nach Erreichung des Dehnungspunktes  $b$  entlastet, so geht die Dehnung nicht auf  $O$  zurück, sondern der Stab kontrahiert sich bei der Entlastung etwas längs der Kurve  $bB$  unter Beibehaltung einer *bleibenden Dehnung*  $OB$ . Wird der Stab wieder belastet, so erfährt

er bis  $b$  eine reversible elastische Dehnung. Etwa bei  $b$  mündet die zweite Dehnungskurve  $Bbc$  in die jungfräuliche ein. — Bei weiteren Belastungen dehnt sich der Stab immer stärker, die Neigung der Kurve  $O\sigma bc$  zur Abszissenachse wird immer geringer, bis bei  $c$  ein Maximum der Last erreicht wird, die dann bis zum Zerreipunkt  $d$  abnimmt.

Während bis zum Punkte  $c$  der Stab sich auf der ganzen Meßlänge *gleichmäßig* dehnt, dehnt er sich nach Überschreitung von  $c$  vorwiegend an einer Stelle, es entwickelt sich eine *Einschnürung* (Abb. 2). Bis zum Punkte  $c$  erhöht sich die von dem Stabe getragene Last mit zunehmender Dehnung, von diesem Punkte ab sinkt sie. Dadurch wird der Zustand

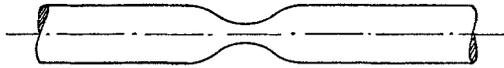


Abb. 2.

des Stabes labil, indem ein zufällig etwas stärker gedehntes Element den übrigen gegenüber geschwächt ist, so daß die weitere Dehnung und also auch Querschnittsverminderung sich immer mehr auf eine Stelle konzentriert (2, 8).

Da nach Überschreitung des Punktes  $c$  die Dehnung sich auf den Zerreistab nicht mehr gleichmäßig verteilt, so hat der Kurventeil  $cd$  in der Darstellung des Diagrammes (Abb. 1) gefälschte Abszissen. Außerdem hat die ganze Kurve den offensichtlichen Fehler, daß sie nicht die zur Zeit im Stabquerschnitt herrschende *effektive Spannung* (Last bezogen auf die Einheit des jeweiligen Querschnittes) angibt, da der Querschnitt des Stabes sich während der Dehnung und besonders stark im Teil  $cd$  (in der Einschnürung) ndert. Aus technischen Messungsgrnden benutzt man in der Praxis ausschließlich diese Kurve. Für eine physikalische Betrachtung muß sie jedoch durch Einführung der effektiven Spannungen umgeformt werden (2).

Um zunächst bei der Betrachtung des Kurventeiles  $cd$  die wahre Dehnung in der Einschnürung festzustellen, benutzt man als Maß der Dehnung die Querschnittsverminderung an dieser Stelle, die auch nach erfolgter Einschnürung annähernd gemessen werden kann (die Dichte bleibt konstant). Führt man diese Berechnungen durch, so erhält man zunächst für das Diagramm der effektiven Dehnungen und der auf den ursprünglichen Querschnitt bezogenen Lasten die Linie  $cd'$  (Abb. 1).

Wenn man andererseits auch die Ordinaten umformt, indem man statt der Lasten die effektiven Spannungen einfhrt, erhält man die endgültig korrigierte Kurve  $Ob''c''d'''$  (Abb. 1), die allerdings infolge der unsicheren Querschnittsmessung in der Einschnürung nun auch in der Bestimmung der Ordinaten eine Unsicherheit enthält.

Wir haben bereits gesehen, daß wenn man den Stab an einer Stelle  $b''$  oberhalb der Elastizitätsgrenze entlastet und wieder auf Zug belastet, er sich hierbei reversibel, also elastisch kontrahiert und wieder dehnt und

zwar bis zur Spannung des Punktes  $b''$ , bei dem die Entlastung begonnen wurde. Wird jedoch diese Belastung überschritten, so findet wieder plastische Dehnung statt. Die Spannung des Punktes  $b''$  gibt also die Elastizitätsgrenze gegen Zug des Stabes nach der angegebenen Zugvorbehandlung an. Dasselbe gilt von allen Punkten der Kurve  $Ob''c''$ . *Sie ist der geometrische Ort der Elastizitätsgrenzen des Stabes gegen Zug nach verschiedenen Dehnungen.*

Wird jedoch der Stab bei  $b''$  entlastet und nun auf Druck belastet, so ist die Elastizitätsgrenze gegen Druck dem ursprünglichen Zustand gegenüber erniedrigt worden (Effekt von BAUSCHINGER [9]). Das ist ein Beispiel für die Abhängigkeit der technischen Eigenschaften in kaltgereckten Metallen von der Richtung.

Die Zunahme der Elastizitätsgrenze gegen Zug während der Dehnung bedeutet eine durch die dabei auftretende Kaltreckung hervorgerufene Verfestigung des Materials.

Die technischen Größen, die in einem Zugversuche festgestellt werden, sind folgende:

1. Elastizitätsmodul, d. h. das Verhältnis der elastischen Spannung zur elastischen Dehnung. Dieser ist durch die Neigung der Kurve  $O p$  (Abb. 1) beim Punkte  $O$  gegeben.
2. Streckgrenze  $\sigma$  als Ersatz für die nicht feststellbare Elastizitätsgrenze.
3. Technische Zerreißfestigkeit  $Z$ , d. h. die höchste während eines Versuches erreichte Zuglast, bezogen auf den Anfangsquerschnitt (Ordinate des Punktes  $c$  [Abb. 1]). Diese hat zunächst nur eine konventionelle Bedeutung, da sie ja weder die wahre Spannung noch die wahre Dehnung im Augenblicke des Zerreißens angibt.
4. Die Zerreidehnung, gemessen an der Abszisse des Punktes  $d$ . Auch diese ist physikalisch nicht definiert, da sie von dem Verhältnis der Dehnung in der Einschnürung zur Gesamtlänge des Stabes abhängt.
5. Querkontraktion  $q$ , d. h. die prozentuale Abnahme des Querschnittes, bezogen auf den ursprünglichen Querschnitt, gemessen an der Bruchfläche. Diese ist ein annähernd korrektes, wenn auch nicht genau feststellbares Maß der wahren Dehnung im Augenblick des Zerreißens.
6. Die gleichmäßige Dehnung bis zum Punkte  $c$  (Abb. 1).
7. Außerdem kann bei geeigneter Versuchsführung die effektive Zerreißfestigkeit, d. h. die Spannung beim Zerreißen, bezogen auf den Endquerschnitt, bestimmt werden.

Außer dem Zerreiversuch bestehen die bekanntesten Materialprüfverfahren im *Druck-* (*Stauch-*) und *Torsionsversuch*. LUDWIK (2) hat gezeigt, daß es möglich ist, die bei den verschiedenen Prüfversuchen festgestellten Materialeigenschaften miteinander in Beziehung zu bringen, indem man, entsprechend dem wahren Fließvorgang im Metall, mit *Scherungsdeformationen* und mit den dabei zu überwindenden Scherungs-

kräften (innere Reibung) rechnet. Man erhält so eine *Fließkurve* des Metalles, die sowohl aus dem Zerreiversuch als auch aus dem Stauch- oder Torsionsversuch mit annähernd übereinstimmendem Ergebnis berechnet werden kann.

Über die Abhängigkeit der technischen Eigenschaften vom *hydrostatischen Druck* liegen folgende Erfahrungen vor. v. KÁRMÁN (10) hat festgestellt, daß die Elastizitätsgrenze des Marmors und des Sandsteins gegen Druck mit zunehmendem hydrostatischem Druck sehr erheblich ansteigt. Im Gegensatz dazu konnten POLANYI und SCHMID (47) an Einkristalldrähten aus Zink und Zinn bis zu hydrostatischen Drucken von 40 Atmosphären keinen Einfluß des Druckes auf die Elastizitätsgrenze feststellen.

**3. Änderung der mechanischen Eigenschaften bei der Kaltreckung.** Die Größen 1—7 ändern sich bei der Kaltreckung wie folgt:

1. Der Elastizitätsmodul soll bis um 50% zunehmen. In der folgenden Tabelle ist der Elastizitätsmodul für hartes (kaltgerecktes) und weiches (gegossenes oder ausgeglühtes) Material angeführt (11, 57).

Tabelle 1.  
Elastizitätsmodul.

	hart kg/mm <sup>2</sup>	weich kg/mm <sup>2</sup>	Zunahme in %
<i>Cu</i>	12449	10519	18,3
<i>Ag</i>	7357	7140	3
<i>Au</i>	8131	5584	45,6
<i>Pb</i>	1883	1727	9,0
<i>Fe</i>	20869	20794	0,3

2. Die Elastizitäts- und Streckgrenze steigt, und zwar bis etwa zum 14fachen, in der Einschnürung bis zum 25fachen Betrage des jungfräulichen Materiales (11, 12, 13, 57). In Tabelle 2 sind einige Werte der Elastizitätsgrenze angegeben<sup>1)</sup>.

Tabelle 2.  
Elastizitätsgrenze.

	weich kg/cm <sup>2</sup>	durch Druck kaltgereckt
<i>Cu</i>	203	2780
<i>Al</i>	283	600
<i>Pb</i>	25	102
<i>Fe</i>	2370	5840—6000
<i>Ni</i>	788	5570

3. Die technische Zerreißfestigkeit steigt ebenfalls, wenn auch in viel geringerem Betrage als die Elastizitätsgrenze (14) (siehe Tabelle 3). In

<sup>1)</sup> Vgl. jedoch den BAUSCHINGERSchen Effekt, S. 182.

Anbetracht der zunächst konventionellen Bedeutung dieser Größe können hieraus jedoch keine unmittelbaren Schlüsse über das physikalische Verhalten des Materials gezogen werden.

4., 5. und 6. Die technische Dehnung und Kontraktion beim Zerreißen nehmen erheblich ab (13) (siehe Tabelle 3).

Tabelle 3.

	ZerreiB- festigkeit kg/cm <sup>2</sup>	Dehnung %	Kontraktion %
<i>Cu</i>			
Querschnittsver- minderung durch Walzen %			
0	22	43	72
40	36,5	6	58
70	43	4	55
<i>Al</i>			
Dickenvermin- derung durch Blechwalzen %			
0	11	31,9	—
40,2	14,6	8,9	—
67,4	16,3	6,5	—

7. Die genaue Bestimmung der effektiven ZerreiBfestigkeit bietet bei gleichzeitiger Dehnung, wie dargelegt, erhebliche Schwierigkeiten. Nach Versuchen von v. MOELLENDORF und CZOCHRALSKI (12) nimmt die effektive ZerreiBfestigkeit von Kupferdraht bei zunehmendem Kaltreckungsgrade *nicht* zu. Diesem Befund kommt jedoch keine allgemeine Bedeutung zu. Neuerdings konnte einwandfrei nachgewiesen werden, daß die effektive ZerreiBfestigkeit durch Kaltreckung steigt (siehe Teil IV).

Die mechanische Verfestigung äußert sich also auf zweierlei Arten: 1. durch Erhöhung des Widerstandes gegen plastische Formänderungen (*Formverfestigung*) und 2. durch Erhöhung des Widerstandes gegen mechanische Trennung (*Reißverfestigung*).

Die Verfestigung ist, wie oben erwähnt, in verschiedenen Richtungen verschieden, die von dem Richtungssinn der Kaltreckung abhängen. So verhält sich ein gewalztes Blech in der Walzrichtung und senkrecht dazu verschieden. Wird die Verfestigung eines vorher kaltgereckten Metalles in einem ZerreiBversuch festgestellt, so findet eine Wechselwirkung zwischen der Reckdeformation (Reckfluß) und der ZerreiBformation (Prüffluß) statt (12). Das Ergebnis ist von dem Verhältnis ihrer Richtungssinne abhängig.

Trägt man die effektive Spannung bei einem ZerreiBversuch in Abhängigkeit von der prozentischen Querkontraktion  $q$ , statt von der Dehnung auf, so erhält man Kurven wie die in Abb. 3 wiedergegebenen. Bei

2 beginnt die Einschnürung, 3 ist die effektive Zerreißspannung (LUDWIK [2], v. MOELLENDORF und CZOCHRALSKI, KÖRBER [8, 12]). Etwas unterhalb der Grenze 2 wird die Kurve geradlinig, um diese Gerade kurz unterhalb 3 wieder zu verlassen. Diese letzte Abweichung von der Geraden ist, wie es scheint, durch schwer zu vermeidende schnelle Versuchsführung kurz vor dem Zerreißen bedingt. Bei genügend langsamer Versuchsführung wäre dann die Spannung  $\sigma$  in Abhängigkeit von der Kontraktion durch eine lineare Gleichung

$$\sigma = aq + b \quad (1)$$

gegeben. v. MOELLENDORF und CZOCHRALSKI (12) haben gefunden, daß die Spannung bei 2 halb so groß ist wie die aus der Gleichung 1 berechnete extrapolierte Spannung 4 bei  $q = 100$ .

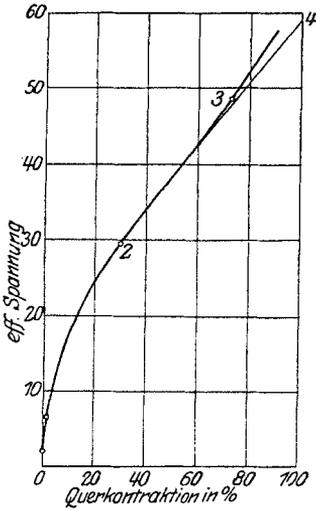


Abb. 3.

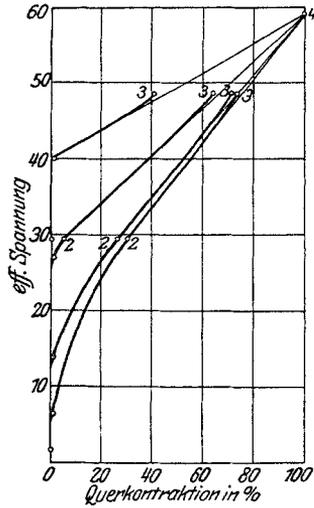


Abb. 4.

KÖRBER (8) hat gezeigt, daß das eine rechnerische Konsequenz aus Gleichung 1 und aus dem Ansatz ist, daß bei der beginnenden Einschnürung das Maximum der Last liegt. Die Spannung 4 läßt sich nicht realisieren. Sie scheint von der Vorbehandlung unabhängig zu sein, wie v. MOELLENDORF und CZOCHRALSKI (12) gezeigt haben. In Abb. 4 sind die effektiven Spannungen in Abhängigkeit von den plastischen Dehnungen für verschieden stark vorgereckte Kupferdrähte aufgetragen. Bei 2 beginnt die Einschnürung, bei 3 zerreißt der Draht. Man sieht, daß die Geraden für verschieden vorbehandelte Drähte im Punkte 4 zusammenfallen. Die Spannung bei einer unendlich großen Dehnung (beim Zerreiversuch) wäre eine für ein Metall charakteristische Konstante. Dasselbe gilt auch für die Spannung 2 und für die von dieser nicht stark abweichende technische Zerreißfestigkeit. Obgleich man diese mit den übrigen technischen Eigenschaften nicht in eine einfache Beziehung bringen kann,

hat also die Gepflogenheit der Technik, auf Grund der technischen Zerreißfestigkeit ein Material zu beurteilen, doch eine gewisse Berechtigung.

Bei der Kaltreckung entwickeln sich in den Metallen, wie HEYN und BAUER (15) gezeigt haben, starke innere Spannungen (bis zur Höhe der Zerreißfestigkeit). Diese Spannungen sind an zylindrischen Körpern folgendermaßen bestimmt worden:

Ihre Länge und ihr Querschnitt wurden gemessen, eine dünne Außenschicht wurde abgedreht und wieder Querschnitt und Länge des Restzylinders gemessen. Wenn die elastischen Konstanten des Körpers bekannt sind, kann daraus die mittlere Längsspannung in der abgedrehten Schicht berechnet werden. Durch schichtweises Abdrehen und Ausmessen kann die Spannungsverteilung im ganzen Querschnitt bestimmt werden.

Diese Spannungen können zu plastischen Veränderungen und zum Bruch weit unterhalb der Elastizitäts- bzw. Bruchgrenze des spannungsfreien Materials, ja sogar zu einem freiwilligen Aufreißen führen. Sie sind deshalb oft gefährlich.

Durch Temperaturerhöhung, zuweilen auch durch Liegenlassen bei gewöhnlicher Temperatur gleichen sich die inneren Spannungen aus. Hierdurch sind vermutlich die Beobachtungen über *Erholungserscheinungen* am Eisen zu erklären (16, 17). Plastisch vorgedehntes Eisen zeigt *sofort nach der Entlastung* eine niedrigere Elastizitätsgrenze gegen Zug, als ursprünglich. Erst allmählich, schneller bei 100°, steigt sie wieder und überschreitet den ursprünglichen Wert, indem sich eine zuerst durch die inneren Spannungen verdeckte normale Verfestigung zeigt.

Die Kugeldruckhärte nimmt bei der Kaltreckung erheblich, oft bis einem Vielfachen des Ausgangswertes zu. Die Ritzhärte ändert sich nicht (17).

Außer den mechanischen Eigenschaften ändern sich bei der Kaltreckung in geringem Betrage auch alle physikalischen und chemischen Eigenschaften der Metalle. Auf diese Eigenschaften wird in Kapitel V eingegangen werden.

### III. Die inneren Vorgänge bei der Kaltreckung auf Grund der Erfahrungen an vielkristallinen Metallen.

1. Verfestigung durch Gleitung. Theorie von Tammann. Bei der Reckung findet in den Metallen kristallinische Gleitung statt, wie durch zahlreiche Beobachtungen festgestellt worden ist (19, 38, 57). Entweder erleiden die Teile des Kristalles endliche Parallelverschiebungen längs kristallographisch dfinierter Gleitflächen (Translation) oder es findet ein Umklappen von Teilen, die von zwei parallelen Gleitflächen begrenzt sind, in Zwillingslagen statt (einfache Schiebung). Die Translation hat bei der Kaltreckung eine bei weitem größere Bedeutung als die einfache Schiebung.

Die Gleitung läßt sich in dem ersten Stadium der Reckung experimentell verfolgen, entzieht sich dann aber in steigendem Maße der Feststellung. Während einige (TAMMANN [57]) die Gleitung als das Fundament jeder plastischen Deformation in Kristallen betrachten, schreibt ihr CZOCHRALSKI (20) nur eine akzessorische Bedeutung zu.

Wir haben gesehen, daß die Reckung geometrisch als ein System von Scherungsdeformationen sehr erheblichen Betrages zu betrachten ist. Trotzdem sind röntgenometrisch keine sicheren Anzeichen für eine Störung des Raumgitters bei der Kaltreckung gefunden worden (38, 44, 57). In vielkristallinen Metallen wurden unveränderte Netzebenenabstände und Flächenwinkel röntgenometrisch nachgewiesen, wobei die untersuchten Kristalle nachweislich plastisch deformiert waren, indem sie in die Lagen der Deformationsstruktur gelangt waren (siehe letztes Kapitel). Auch plastisch deformierte Einzelkristalle lieferten ein normales Röntgenbild und ergaben bei geometrischer Ausmessung normale Kanten- und Flächenwinkel (38). Man kann sich also die Scherungsdeformation durch ein System von Gleitungen von Kristallfragmenten vollzogen denken, die keine inneren plastischen Deformationen erleiden<sup>1)</sup>. Auch konnte bei den Einkristallkörpern der gesamte Vorgang der Reckung unter alleiniger Annahme der Gleitung quantitativ verfolgt werden, wobei sich sogar zeigte, daß nicht nur die Gleitflächen, sondern auch die Gleitrichtungen in diesen Flächen kristallographisch vorgeschrieben sind (38, 39, 70). (Siehe Teil IV.) Die Gleitung ist also sicher weitgehend eine quantitative Grundlage der Kaltreckung. Da man mit ihrer Hilfe die gesamten plastischen Formänderungen ungezwungen beschreiben kann, so hat man keine Veranlassung, weitere diesbezügliche Hypothesen in Betracht zu ziehen<sup>2)</sup>.

Die Formverfestigung ist also mit einer *Erschwerung der Gleitung* gleichbedeutend.

Allerdings kann die Translation die gesamte Kaltreckung nur dann erklären, wenn man noch berücksichtigt, daß die gleitenden Kristallschichten während des Gleitvorganges erheblich elastisch verbogen werden

---

<sup>1)</sup> Auch die Röntgenaufnahmen von CZOCHRALSKI (76) an gewalzten Aluminiumkristallen lassen sich, entgegen seiner Ansicht, auf dieser Grundlage einfach deuten (vgl. S. 233).

Allerdings wurden öfters bei deformierten Körpern kleinere Anomalien (namentlich eine Zerfaserung der monochromatischen Linien) gefunden, die noch keiner Deutung zugänglich sind (38, 21, 46, 22, 63).

<sup>2)</sup> Demgegenüber stellt J. CZOCHRALSKI seine Beobachtung, daß *Cu*-Kristalle bei Querlage der Gleitfläche stärkste Dehnbarkeit aufweisen, als Widerlegung der Translationshypothese hin. Wir können diese Folgerung um so weniger verstehen, da bei Zink, dessen Translationsmechanismus klarliegt, die höchste Dehnbarkeit gerade bei Querlage der Gleitfläche auftritt. Für *Cu*, dessen Dehnungsmechanismus wegen der Vielheit der Gleitflächen sehr kompliziert ist, läßt sich der Zusammenhang zwischen Orientierung und Dehnung vom Translationsstandpunkt überhaupt nicht voraussehen (vgl. S. 238).

(Biegegleitung), so daß Gleitungen auch entlang gebogener Kristallflächen auftreten (siehe Teil IV).

Bereits die kristallinische Natur der Metalle und die Tatsache der Gleitung allein ermöglichen es, eine gewisse Verfestigung bei der Kaltreckung zu erklären (TAMMANN [57]).

Zur Diskussion steht als typisches Beispiel der Druckversuch. TAMMANN hat gezeigt, daß bei der Überschreitung der Elastizitätsgrenze auf vereinzelt Kristalliten Gleitlinien als Kennzeichen der beginnenden plastischen Formänderung entstehen. Die Gleitung innerhalb dieser Kristallite wird begünstigt 1. dadurch, daß sie infolge der Lücken und Ungleichmäßigkeiten des Ausgangsmateriales zufällig besonders hohe Lasten zu tragen haben und 2. durch ihre bevorzugte Orientierung zur Druckrichtung (Winkel zwischen der Druckrichtung und der Gleitebene =  $45^\circ$ ), wodurch längs der Gleitflächen bei gleicher Druckbelastung besonders starke scherende Kräfte entstehen.

Bei weiterer Druckbeanspruchung verteilt sich einerseits die Kraft infolge des Ausweichens der zuerst zur Gleitung gelangenden Kristallite auf eine immer größere Anzahl von Kristalliten (Homogenisierung des Kraftfeldes), andererseits werden in steigendem Maße die infolge ihrer für die Gleitung ungünstigen Lagen tragfähigeren Kristallite belastet. Beide Vorgänge erhöhen die Tragfähigkeit des ganzen Körpers, also seine Elastizitätsgrenze: Es tritt Verfestigung ein. Sobald die Gleitung in allen Kristalliten eingetreten ist (Fließgrenze, obere Elastizitätsgrenze nach TAMMANN) ist die betrachtete Verfestigung im wesentlichen abgeschlossen. Eine ergänzende Verfestigung tritt nach KÖRBER durch die bei der Reckung eintretende bevorzugte Orientierung der Kristallite ein, wobei sie Lagen des maximalen Widerstandes gegen die Gleitung einnehmen sollen (8).

Auf die von TAMMANN und KÖRBER betrachteten Vorgänge kann nur ein geringerer Teil der wirklich beobachteten Verfestigung zurückzuführen sein. Die Rechnung zeigt, daß das Verhältnis der Zug- oder Druckkräfte, die man an einen flächenzentrierten regulären Kristall, etwa z. B. aus Kupfer oder Aluminium, anlegen muß, um Gleitung hervorzurufen, einerseits bei der günstigsten Stellung von Gleitrichtung und Gleitfläche, nämlich unter  $45^\circ$  zur Zugachse, andererseits bei der ungünstigsten Stellung des Gitters, nämlich, wenn der Zug parallel zur Raumdiagonale wirkt, etwa  $1 : 0,54$  ist (56). Der durch seine Lage tragfähigste Kristallit hat also noch nicht eine um 100% höhere Elastizitätsgrenze als der für die Gleitung am günstigsten gelagerte, und ein ungeordnetes Haufwerk kann bei voller Belastung aller Kristallite, also bei der oberen Elastizitätsgrenze nur eine Verfestigung um etwa die Hälfte, also um 50%, dem ursprünglichen Zustande gegenüber zeigen. Tritt die Wirkung der Einordnung in die Deformationsstruktur im Sinne von KÖRBER hinzu, so kann der gesamte Verfestigungseffekt etwa bis 100% betragen. In Wirklichkeit

steigt die Elastizitätsgrenze bei Kupfer beim Kaltrecken, wie erwähnt, bis auf das 14-fache.

Die Annahme, daß der (überaus große) Fehlbetrag durch eine Homogenisierung des Kraftfeldes vor Beginn der plastischen Deformation erklärt werden könnte, wird durch folgendes widerlegt. Besteht die Verfestigung eines einzelnen Kristalles lediglich in einer Änderung der Orientierung zur Kraftachse, so kann dessen niedrigste Elastizitätsgrenze nicht unter der Hälfte der höchsten möglichen liegen. Die Elastizitätsgrenze des Aluminiums steigt durch Kaltrecken bis auf etwa 25 kg/qmm. Der mögliche Niedrigstwert derselben müßte für einen Aluminiumkristall also 12,5 kg/qmm sein. In Wirklichkeit hat E. WETZEL (41) bei Zugversuchen an Stäben, deren Querschnitt nur aus einem Kristall bestand, und bei denen also die Ungleichmäßigkeiten der Struktur, die eine Voraussetzung für die verfestigende Wirkung einer Homogenisierung des Kraftfeldes bilden, nicht vorhanden waren, nur 2,5—3,5 kg/qmm gefunden.

Daß der Ansatz von KÖRBER zur Verfestigung in der Einschnürung nicht ausreicht, ergibt sich auch daraus, daß bei einem weichen Aluminiumdraht nach einer Dehnung von 30% vor dem Beginn der Einschnürung eine voll entwickelte Faserstruktur beobachtet wurde (43). Der eventuelle Verfestigungseffekt der Orientierung war also vor dem Beginn der Einschnürung, in der noch Verfestigungen von 50—60% (12, 13) beobachtet werden, bereits erschöpft.

**2. Verfestigung durch verborgenelastische Spannungen. Theorie von Heyn.** HEYN (23, 24) hat gezeigt, daß innere Spannungen unter gewissen Voraussetzungen eine Verfestigung des Materials herbeiführen können. Er richtet sein Augenmerk in erster Linie auf die Erhöhung der Elastizitätsgrenze bei Wiederholung des Zugversuches und auf ihre von BAUSCHINGER nachgewiesene Erniedrigung, wenn ein metallischer Körper nach einer plastischen Zugbelastung auf Druck beansprucht wird (siehe S. 182).

HEYN formuliert seine Hypothese folgendermaßen (21): Es wird angenommen, daß *»ein metallischer Stoff, der über seine ursprüngliche Fließgrenze hinaus beansprucht und dann entlastet worden ist, einen bestimmten Betrag von elastischer Dehnung  $E$  und demnach auch von Spannung  $\sigma$  (verborgen elastische Spannung) zurückhält, dem nicht durch eine äußere Kraft  $P$ , sondern durch ein einem Reibungswiderstand ähnliches Hindernis  $w$  das Gleichgewicht gehalten wird«*. Um ein Bild von dieser elastischen Spannung zu gewinnen, stellt sich HEYN einen Zylinder aus einer bildsamen Masse (Plastilin) mit eingestreuten elastischen Federchen vor. »Wird dieser Verbandskörper in der Länge gestreckt, so werden die Federchen angespannt. Bei Entlastung hat das Plastilin als bildsamer Körper kein Bestreben, sich zu verkürzen, wohl aber die elastischen Federchen.« Sie werden diesem Bestreben aber nur teilweise nachkommen können, zum anderen Teile werden sie durch Widerstand der sie umgebenden bild-

samen Masse an der völligen Entspannung verhindert werden. Die zurückbleibende Spannung wird dann die verborgene Spannung sein.»

Die eingehende Betrachtung eines Zug- und darauffolgenden Druckversuches führt nun zu den von der Erfahrung gegebenen Änderungen der Elastizitätsgrenze. HEYNS Betrachtungen sind jedoch mit schwierigen Annahmen überlastet. So scheint er den »reibungartigen Widerstand« des Plastilins als wesensverschieden von einer elastischen Spannung zu betrachten, während jeder Widerstand in einem festen Körper von elastischen Kräften getragen wird, auch wenn seine Ursache eine Reibungskraft ist (25). Im Zusammenhang damit werden dem Plastilin stillschweigend sehr unwahrscheinliche elastische Eigenschaften zugeschrieben, so ist seine Elastizitätsgrenze bei Beanspruchung auf Zug = 0, bei Beanspruchung auf Druck ist sie jedoch endlich. Sein Elastizitätsmodul ist unendlich.

Es läßt sich zeigen, daß die Grundhypothese von HEYNS sich in einer anderen Form auch ohne die schwierigen Annahmen seines Beispiels durchführen läßt (26). Hierbei geht man von der Tatsache aus, die vor allem TAMMANN sichergestellt hat, daß die Elastizitätsgrenze der verschiedenen Raumelemente des Metallkörpers bei einer bestimmten Deformation verschieden hoch ist. Solange die Elemente mit den höheren Elastizitätsgrenzen nicht über diese hinaus beansprucht sind, werden nur die Elemente mit den niederen Elastizitätsgrenzen plastisch deformiert. Der von den verschiedenen Elementen aufgespeicherte Betrag an innerer Spannung ist deshalb ein verschiedener. Wird der Körper als Ganzes entlastet, so geht der Mittelwert der Spannung an den Elementen auf Null zurück. Da ihr Spannungsgehalt vor der Entlastung jedoch ein verschiedener war, so behalten die Elemente, deren Spannung bei der vorangegangenen Deformation über dem durch die äußere Kraft gelegenen Wert gelegen hat, einen positiven Spannungswert, d. h. Zugspannung nach einem Zugversuch, während die übrigen Elemente nunmehr unter entgegengesetzter Spannung (Druck) von verschiedener Höhe stehen. Deshalb muß bei einer Wiederholung der Zugbelastung erst die Druckspannung überwunden werden, ehe auch diese Elemente auf Zug belastet werden. Selbst wenn die Elastizitätsgrenze eines Elementes durch die plastische Deformation nicht beeinflußt wird, hat das zur Folge, daß die ersten plastischen Zugdeformationen erst bei höheren Gesamtspannungen als ursprünglich auftreten, das heißt, die Elastizitätsgrenze gegen Zug ist durch die plastische Zugdeformation erhöht worden. Deshalb erreichen ferner diese bereits unter Druckspannung stehenden Elemente bei nachträglicher Druckbelastung des Körpers ihre Elastizitätsgrenze bei geringerer Belastung als im ursprünglichen Zustande. Damit sinkt aber im Einklang mit dem Resultate von BAUSCHINGER auch die Elastizitätsgrenze des Gesamtkörpers.

Mit Hilfe der die Kaltreckung begleitenden inneren Spannungen gewinnt man auch eine Vorstellung vom Wesen der *elastischen Nachwirkung*

(27, 28). Diese besteht bekanntlich darin, daß der Körper bei Anlegung oder Aufhebung einer Last nicht gleich die Gleichgewichtsform (Länge) annimmt, sondern nur ganz allmählich. Die im Körper entstandenen inneren Spannungen gleichen sich allmählich aus, wobei ein Teil des Körpers plastische, ein anderer elastische Verschiebungen erleidet. Hierdurch ändert sich die äußere Form des Körpers. — Auch bei Beanspruchungen unterhalb der Streckgrenze finden sich im Körper vereinzelt Kristallite, die plastische Deformationen erleiden. Diese plastischen Deformationen gehen unter dem Einfluß der in dem übrigen Körper ausgespeicherten Spannung langsam bis auf einen nicht sicher nachweisbaren Betrag (elastische Hysteresis) auf Null zurück.

Im Einklang mit dieser Auffassung findet sich die elastische Nachwirkung nur bei vielkristallinen und nicht bei einkristallinen Metallkörpern (v. WARTENBERG [27], SCHÖNBORN [29]). Im Gegensatz zu ihrer Benennung ist sie ein plastischer Vorgang und kann als empfindliches Anzeichen von geringen plastischen Änderungen im vielkristallinen Körper gelten. Man versteht auch, warum die Elastizitätsgrenze in einem Kristallkonglomerat sich nicht fassen läßt. Die ersten plastischen Formänderungen setzen nicht nur ganz allmählich ein, sondern werden zudem durch die elastische Nachwirkung wieder aufgehoben.

Die Theorien von HEYN und von TAMMANN ergänzen sich gegenseitig, indem die Gleitungsverschiebungen der Kristallamellen die Veranlassung zur Entwicklung der verborgenen elastischen Spannungen geben und so der zunächst nur formalen Theorie von HEYN einen strukturellen Boden verleihen. Um mit ihrer Hilfe den Gesamtbetrag der Verfestigung erklären zu können, muß man entweder annehmen, daß im Metall verschiedene Teile Verhältnisse der Formfestigkeit von 10 : 1 und mehr aufweisen, wozu jede begründete Möglichkeit zu fehlen scheint, oder daß während der Kaltreckung auch innerhalb der Körperteile eine Verfestigung eintritt. Das bedeutet aber die Annahme von inneren stofflichen Änderungen im Raumgitter, die in diesem Zusammenhange insofern verständlich erscheint, als die verborgenen Spannungen von den in Frage kommenden Beträgen bereits solche Änderungen bedeuten können, wie weiter unten (S. 229) dargelegt werden soll.

### 3. Modifikationshypothesen. Theorie der amorphen Schichten.

Bei der Betrachtung der Theorien von TAMMANN und von HEYN wurde auf die Notwendigkeit einer Annahme innerer stofflicher Veränderungen bei der Kaltreckung hingewiesen.

Alle bisher bekannt gewordenen Theorien der Kaltreckung machen tatsächlich diese Annahme, verleihen ihr jedoch ein verschiedenes Gewand und schreiben ihr eine sehr verschiedene Bedeutung für die Verfestigung zu. So nimmt TAMMANN geringe Änderungen in den Atomen an, ohne sie mit mechanischer Verfestigung zu verknüpfen. Die HEYNSchen verborgen-elastischen Spannungen lassen sich wie erwähnt, auf energetischer

Grundlage als innere Veränderungen auffassen. In den Modifikations- und Verlagerungshypothesen, die jetzt besprochen werden sollen, bedeuten die Annahmen über innere stoffliche Veränderungen den Grundpfeiler der Betrachtung.

Solange der Vorgang der Kaltreckung nur oberflächlich bekannt war, wurde die Änderung der Eigenschaften der Metalle bei der Kaltreckung der Bildung neuer Modifikationen zugeschrieben. Heute entbehrt diese Annahme sowohl einer theoretischen wie auch einer experimentellen Stütze (57). Die Verfestigung tritt bei den Metallen, bei welchen verschiedene kristallinische Modifikationen bestehen, genau so auf wie bei denen, bei welchen sie überhaupt nicht nachgewiesen werden konnten. Man müßte ferner den Modifikationen zur Erklärung der Verfestigung eine Reihe von willkürlichen und zum Teil widersprechenden Eigenschaften zuschreiben, wodurch dieselben als fruchtbare Hypothesenbasis ausscheiden.

Eine hypothetische Auffassung, die sich an die Modifikationshypothesen anschließt, herrscht auch heute noch in England und Amerika. Das ist die Hypothese der amorphen Schichten (30).

BEILBY hat im Anfang des 20. Jahrhunderts eine Reihe von Beobachtungen über das Polieren gemacht. Er stellte fest, daß die beim Schleifen entstandenen Risse beim Polieren abgerundete Ränder erhalten, daß das Material von einem Rand aus den Riß überlappt und ihn allmählich ganz ausfüllt (Abb. 5), so daß das Polieren tatsächlich nicht als eine einfache Abtragung der Oberfläche, wie bei dem Schleifen, sondern als eine Bewegung (Fließen) der gesamten Oberflächenschicht zu betrachten ist<sup>1)</sup>.

Gestützt wurde diese Annahme durch Beobachtungen von ROSENHAIN, daß beim (fehlerhaften) Polieren das Poliermittel vom Metall aufgenommen wird und sich mechanisch durch Abreiben usw. nicht beseitigen läßt, was zur Annahme führte, daß beim Polieren auch ein chemischer Prozeß stattfindet<sup>2)</sup>.

Da man sich ein derartiges Fließen eines kristallinischen Körpers nicht vorstellen konnte, nahmen BEILBY und ROSENHAIN an, daß das Metall beim Polieren an der Oberfläche *amorph* wird, und daß das entstandene amorphe Metall wie eine zähe Flüssigkeit fließt.

Nachdem EWING und ROSENHAIN die *Translation* bei der Reckung der Metalle nachgewiesen hatten, wurde nun angenommen, daß, ähnlich wie beim Polieren, auch bei der Translation *durch Reibung* von sich aneinander verschiebenden Flächen eine amorphe Schicht entsteht. Diese

<sup>1)</sup> Vgl. jedoch BENEDICKS (37).

<sup>2)</sup> Im Zusammenhang mit Abb. 5 findet das indessen eine einfache Erklärung. Das Poliermittel wird in dem ausgefüllten Riß eingeschlossen.

amorphe Schicht sollte spröde und elastisch, etwa wie Glas sein, wodurch die Herabsetzung der Plastizität und die Verfestigung bei der Kaltreckung erklärt wurde. Es wurde ferner angenommen, daß *allgemein* zwischen sich berührenden Kristalliten eine amorphe Schicht besteht, da gezeigt werden konnte, daß der Bruch der Metalle meistens nicht längs der *Korn-grenze*, sondern durch das Innere der Körner (intragranular) erfolgt; andererseits war bekannt, daß feinkristallines Metall eine höhere Elastizitätsgrenze als grobkristallines hat. Die Korngrenzen schienen also ein Ort *erhöhter Festigkeit* zu sein, und hierauf wurde konsequenterweise die Annahme amorpher Schichten angewendet.

Durch eine Reihe weiterer Untersuchungen wurde gezeigt, daß kalt-gereckte Metalle tatsächlich an den Translationsflächen oder an den Korngrenzen veränderte Eigenschaften zeigen. So fand ROSENHAIN, daß der *intragranulare* Bruch der Metalle bei genügender Temperaturerhöhung in einen längs der Korngrenzen verlaufenden *intergranularen* Bruch übergeht. Der (negative) Temperaturkoeffizient der Festigkeit ist also an den Korngrenzen größer als im Innern der Kristalle. Ferner zeigte er, daß die Sublimation eines feinkörnigen Metalles im Vakuum viel schneller als die eines grobkörnigen verläuft. Diese Beobachtungen wurden als Beweismaterial für die Existenz der hypothetischen amorphen Schichten ausgeschlachtet. Demgegenüber ist darauf hinzuweisen, daß auch oxydische oder ähnliche Verunreinigungen, die sich bei der Kristallisation der Metalle aus der Schmelze zwischen den Kristalliten ansammeln, einen ähnlichen Einfluß auf die beobachteten Erscheinungen haben können.

Die Tatsache, daß nach einer plastischen Zugbeanspruchung des Eisens seine Streckgrenze gegen *Druck* dem ursprünglichen Zustand gegenüber erniedrigt wird (BAUSCHINGERScher Effekt), wird dadurch erklärt, daß die an den Gleitflächen bei der Dehnung entstehenden amorphen Schichten sich wie elastisch gespannte Häute verhalten und nach der Entlastung die dazwischen liegenden kristallinen Teile unter Druckbelastung halten, so daß bei äußerer Druckbelastung ihre Streckgrenze schneller erreicht wird.

Die Erholung des Eisens nach dem Zugversuch (MUIR, siehe oben S. 186) wird von der Theorie der amorphen Schichten folgendermaßen erklärt. Die während der Deformation an den Gleitebenen usw. entstehenden amorphen Schichten sind *beweglich* und erleichtern dadurch das Fließen des Körpers. Diese Schichten kristallisieren bei gewöhnlicher Temperatur langsam wieder, dadurch wird ihre Beweglichkeit herabgesetzt, und das Material *erholt* sich. Die Erklärung des Effektes von BAUSCHINGER und MUIR wird von den Vertretern der Theorie als eine wesentliche Stütze der Annahme amorpher Schichten betrachtet. Indessen werden den amorphen Schichten in beiden Fällen sich widersprechende Eigenschaften zugeschrieben, indem sie das eine Mal die Gleitung *erschweren* und das andere Mal *erleichtern* sollen. Das zeigt, daß die Annahme der amorphen

Schichten die Erscheinungen der Verfestigung in ihrer Gesamtheit *nicht erklären* kann.

Besondere Schwierigkeiten erwachsen ihr aus dem Problem der Entstehung einer amorphen Phase aus einem kristallinen Metall weit unterhalb des Schmelzpunktes. Diese Schwierigkeit könnte wohl nur überwunden werden, wenn eine vorübergehende *Schmelzung* der Metalle unter dem Einfluß der Reckungskräfte während der Reckung nachgewiesen werden könnte. Das Problem des Schmelzgleichgewichtes unter dem Einfluß von Kräften, die auf die Kristallphase, nicht aber auf die Flüssigkeit wirken, ist oft und mit widersprechenden Ergebnissen thermodynamisch angefaßt worden. Die sich widersprechenden Ergebnisse erklären sich folgendermaßen. Wenn ein Gramm des der Wirkung äußerer Spannungen  $S$  ausgesetzten Körpers reversibel schmilzt, so sind zwei Fälle möglich:

1. Die äußeren Spannungen leisten hierbei die Arbeit  $Sv$ , wo  $v$  das Molekularvolumen des festen Körpers ist (32). Dieser Fall ist für die Sublimation realisiert, wenn der feste Körper unter dem Druck eines inerten Gases steht.

2. Die Spannungen  $S$  leisten hierbei keine Arbeit (33). Dieser Fall ist überall da realisiert, wo die Spannungen durch feste Träger gehalten werden. Wenn z. B. der feste Körper durch einen Kolben einseitig auf Druck beansprucht ist, so wird bei dem allein möglichen Abschmelzen von der Seitenfläche aus von diesen Kräften keine Arbeit geleistet.

Von der Annahme 1 oder 2 hängt die Rechnung sehr wesentlich ab. Während sich im Falle 1 ein erheblicher Einfluß der äußeren Kräfte auf den Schmelzpunkt ergibt, ist er im Falle 2 verschwindend klein. Es ist evident, daß im betrachteten Falle der Metalle nur die Alternative 2 in Frage kommt, ein Schmelzen der Metalle bei gewöhnlicher Temperatur unter dem Einfluß von Reckungskräften also ausgeschlossen ist. Auch konnte TAMMANN experimentell zeigen (57), daß der Druck, unter dem das Eis schmilzt, wenn das Wasser frei abfließen kann, praktisch mit dem Gleichgewichtsdruck identisch ist. Die Annahme einer vorübergehenden Schmelzung bei der Verarbeitung erscheint demnach unmöglich und damit die Erklärung der Entstehung amorpher Schichten äußerst schwierig.

Da außerdem die Bildung der amorphen Schichten bisher nicht nachgewiesen werden konnte, so ist das Wesentliche dieser Theorie weniger in der Entwicklung eines speziellen hypothetischen Bildes zu erblicken, als in der auch von anderer Seite bestätigten Feststellung, daß der Zustand der Kristalle an den Korngrenzen und längs der Gleitflächen während der Kaltreckung ein vom übrigen Metalle abweichender wird (siehe auch weiter unten S. 227).

**4. Verlagerungstheorie.** In der hauptsächlich von CZOCHRALSKI (12, 28, 71) entwickelten Verlagerungshypothese wird angenommen, daß das Raumgitter bei der Kaltreckung weitgehend gestört, verlagert wird. Die

Hauptargumente für diese Auffassung sind, außer der Verfestigung, 1. das von ihm nachgewiesene Schwinden der gesetzmäßigen Ätzgrubenbildung auf den Kristalliten des Metalles bereits nach geringer Kaltreckung und 2. die Rekristallisation, die als Rückkehr von einem thermodynamisch unbeständigen zum natürlichen Zustand aufgefaßt wird<sup>1)</sup>. Wie das verlagerte Metall beschaffen ist, läßt sich nicht genau angeben. Da der Gleitung nur eine untergeordnete Bedeutung zugeschrieben wird, so ist die Zustandsänderung des Metalles bei der Kaltreckung aus rein geometrischen Gründen nach dieser Auffassung nicht viel weniger tiefgreifend als bei der Entstehung der amorphen Schichten von BEILBY. Das Hauptargument, das CZOCHRALSKI gegen die Annahme der Theorie von BEILBY anführt, ist der »unverlierbare Richtungssinn« des verlagerten Metalles, der sich in der Zeilenstruktur und in der bekannten Anisotropie der technischen Eigenschaften des kaltgereckten Metalles äußert. Deshalb nimmt CZOCHRALSKI im verlagerten Zustande eine der erzwungenen Homöotropie von OTTO LEHMANN vergleichbare »Gleichrichtung der kleinsten Teilchen« an.

Eine genaue Vorstellung des verlagerten Zustandes läßt sich nicht geben. CZOCHRALSKI schreibt hierüber Zeitschr. f. Metallkunde 1923, S. 131: »Es wäre falsch, irgendwelche Schlüsse (über das Gesagte hinaus) über die Art der Raumgitterstörungen aus den hier beschriebenen Erscheinungen ableiten zu wollen. Ob die Bewegungen der Atome im Gitter (bei überelastischen Beanspruchungen) in Richtung der Kristallachsen oder schief zu diesen und in beiden Fällen unter gemeinsamer Drehung erfolgen, muß dahingestellt werden. Es ist auch für unsere Zwecke gleichgültig, ob wir von materiellen oder energetischen Kraftzentren ausgehen und ob wir die Verlagerungsfähigkeit der Atome (im Gitter) auf Störungen periodischer Atom- oder Elektronenschwingungen zurückführen oder sie in dem Begriff des Richtwiderstandes oder der inneren Reibung zum Ausdruck bringen . . . Es kann ferner gefolgert werden, daß die kleinsten Gleitsysteme Atome oder Molekel sein müssen . . . Der natürliche Kristallzustand wird charakterisiert durch ein vollkommenes Gleichgewicht der beteiligten molekularen Kräfte. In Frage kommen also Gleichgewicht 1. des molekularen Abstandes, 2. der molekularen Lage (Orientierung) und 3. der molekularen Gestalt . . . Art und Größe der molekularen Verlagerungssphäre sowie das Verhältnis der wirksamen Molekularkräfte zueinander sind bestimmend für das mechanische Verhalten eines gegebenen Stoffes sowohl in qualitativer als auch in quantitativer Hinsicht<sup>2)</sup>.«

<sup>1)</sup> Das mit der Kaltreckung eng verknüpfte Gebiet der Rekristallisation kann hier nicht eingehender behandelt werden. Eine neuere zusammenfassende Darstellung findet sich bei MASING (34). Siehe ferner weiter unten bei der Verfestigung von Einkristalldrähten.

<sup>2)</sup> Da früher die Einatomigkeit der Metalle noch nicht als erwiesen betrachtet werden konnte, ist hier statt von atomaren von molekularen Eigenschaften gesprochen worden.

Auch das Röntgenexperiment stützt nicht die Vorstellung des verlagerten Zustandes.

Das bleibende Verdienst der Verlagerungstheorie besteht also in dem auf Grund der Änderungen der Ätzbarkeit, der Rekristallisation und zum Teil der Verfestigung mit Sicherheit geführten Nachweis, daß bei der Kaltreckung sich im Raumgitter eine noch nicht näher bestimmbare Veränderung vollzieht, und zwar, zum Unterschied gegenüber der Theorie der amorphen Schichten, im wesentlichen in der Gesamtmasse des Metalles.

In der Frage der Annahme innerer stofflicher Veränderungen vertreten wir, fußend auf den Erfahrungen am Einkristallkörper, folgenden Standpunkt. Da bei der Kaltreckung zweifellos verborgene elastische Spannungen auftreten und diese, zusammen mit der Oberflächenenergie der Gleitflächen, wie die energetische Rechnung zeigt, ausreichen, um die beobachteten stofflichen Änderungen der Größenordnung nach zu erklären, so erscheint es zur Zeit nicht notwendig, weitergehende Annahmen zu machen. Diese Betrachtungsweise wird in der weiteren Darstellung präzisiert werden.

#### IV. Kaltreckung von Einzelkristallen.

Die ersten Untersuchungen über die Wirkung einer Kaltreckung auf Einzelkristalle sind vor etwa drei Jahren von M. POLANYI ausgeführt worden (36). Es ergab sich dabei, daß sowohl eine *Formverfestigung* als eine *Reißverfestigung* auch an Einzelkristallen herbeigeführt werden kann. Ersteres wurde an gereckten Wolframeinkristalldrähten, letzteres an grobgeschliffenen bzw. gepreßten Steinsalzkrystallen beobachtet. Ferner führten einige Reißversuche an Zinkkristalldrähten zur Feststellung, daß die Reißfestigkeit der Zinkkristalle im Haufwerk erhöht sein muß, denn die Einzelkristalle zeigten kaum den fünften Teil der Reißfestigkeit, die dem Zinkpolykristall zukommt. All diese Beobachtungen waren jedoch nur vorläufiger Natur und mußten durch ausführliche weitere Versuche, über die nachfolgend berichtet wird, präzisiert und ausgebaut werden.

Eine andere Untersuchungsreihe über die Kaltreckung von Einkristallen fügte sich den Beobachtungen (40) von H. C. H. CARPENTER und F. ELAM (1921) über die Dehnung großer Kristalle aus Aluminium an. Diese hatten das Flachwerden der Kristalle bei der Dehnung und deren sehr niedrige Festigkeit bemerkt. Die anschließende Studie (70) von G. I. TAYLOR und F. ELAM (1923) enthält die quantitative Aufklärung des Dehnungsvorganges am Beispiel eines Aluminiumkristalles. Über die Ergebnisse dieser Arbeit wird in Kap. VI (Deformationsstrukturen) ausführlich berichtet.

Die Abhandlungen (71) von J. CZOCHRALSKI (1923) über die Reckung von Einkristallen aus Kupfer und Aluminium geben eine kurze Zahlen-

reihe über »Höchstlastgrenze« und gleichförmige Dehnung von Proben mit wechselnder Orientierung des Kristalls zur Dehnungsachse. Die Zahlen bedeuten die Spannung und die Dehnung im Augenblick, wo die Einschnürung sich an der Reißstelle auszubilden beginnt. Die Abhängigkeit irgendwelcher »Festigkeit« des unbeanspruchten Kristalles von der Richtung der Zugachse in bezug auf die Kristallachsen läßt sich (im Gegensatz zur Darstellung von CZOCHRALSKI) aus solchen Messungen nicht angeben, da der Kristall bei der Höchstlastgrenze schon erheblich gedehnt ist und hierdurch das Gitter sich umgedreht und der Kristall sich verfestigt hat. Außerdem bedeutet ja das Eintreten der Einschnürung nichts weiter, als daß die Verfestigung nicht mehr schneller als proportional zur Formänderung vor sich geht (vgl. oben S. 181). Eine rationelle Bedeutung des bis zu diesem Punkt erzielten Dehnungsbetrages läßt sich nicht erkennen. Die gemessenen Zahlen (die übrigens noch durch Parallelversuche und Angabe des kristallographischen Meßverfahrens zu ergänzen wären) lassen sich also nicht weiter verwerten, insbesondere liefern sie für die weitgehenden Schlüsse, die CZOCHRALSKI selbst aus ihnen zieht, keinen Anhaltspunkt.

Schließlich hat noch R. GROSS (44) Versuche über Formverfestigung von Steinsalzprismen bei plastischer Torsion ausgeführt, über die jedoch eine gedruckte Veröffentlichung noch fehlt. R. GROSS betrachtet die Kristalldeformation als »Biegegleitung« (vgl. S. 205).

**1. Dehnungsmechanismus von Einkristalldrähten.** Im Anschluß an die vorerwähnte Feststellung der Verfestigbarkeit von Einzelkristallen wurde zunächst versucht, die Dehnung von Metallkristallen vom kristallographischen Standpunkt aus zu klären. Die diesbezüglichen Versuche von E. v. GOMPERZ, H. MARK, M. POLANYI und E. SCHMID (37, 38) wurden an zylindrischen Drähten ausgeführt, die aus einem einzigen Kristall bestanden. Die Herstellung dieser Körper erfolgte nach einer modifizierten Methode von CZOCHRALSKI (7) durch Herausziehen eines Flüssigkeitsfadens aus der Metallschmelze. Verwendet wurde *Zn*, *Sn*, *Bi*, *Al* und *Pb*.

Die auffallendste Erscheinung bei der Dehnung eines Kristalles ist die *Ungleichmäßigkeit der Querschnittsabnahme*. Der ursprünglich zylindrische Einkristalldraht flacht sich ab, und es entsteht ein *bandförmiger Strang*, dessen Breite annähernd dem ursprünglichen Zylinderdurchmesser gleicht, meist noch ein wenig (bis 13 %) *größer* als jener ist. Diese Erscheinung tritt am stärksten bei Zink, Zinn, Wismut, weniger deutlich bei Aluminium und Blei hervor. Der Übergang des zylindrischen Drahtes in die Bandform geht entweder so vor sich, daß eine flache Einschnürung entsteht und diese sich über den ganzen Draht ausbreitet, oder so, daß das Flachwerden gleichmäßig entlang des Drahtes einsetzt und dieser dann nach Maßgabe der Dehnung immer flacher wird. Die Dehnung, bei der aus dem ursprünglich zylindrischen Kristall ein etwa

gleichbreites Band entsteht, heißt die »Hauptdehnung« des Kristalles. Versucht man, das durch sie entstandene Kristallband weiter zu dehnen, so entsteht eine neue Einschnürung, bei der meistens die Bandbreite

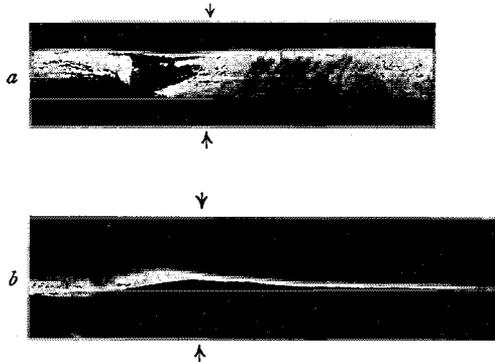


Abb. 6. Hauptdehnung eines Zinkkristalls. *a*) Blick vertikal auf die Bandfläche, *b*) parallel zu ihr. Von links bis zu den Pfeilen ungedehnter Kristall mit annähernd zylindrischer Ausgangsform. Die Breite des hier beginnenden Bandes übertrifft ein wenig die Dicke des Ausgangsdrahtes. (Vergr. = 10.)

erheblich abnimmt und die der Banddicke entsprechende Abmessung annähernd erhalten bleibt. Solche Einschnürungsstellen reißen bald durch, nur selten erreichen sie die Länge von 1 cm. Ihre Entstehung wird daher im Gegensatz zur »Hauptdehnung« als »Nachdehnung« bezeichnet. Charakteristische Nachdehnung tritt nur bei Zn und Sn auf.

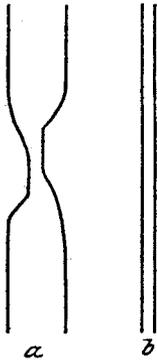


Abb. 7. Nachdehnung eines Zinkkristalls (auf der Mattscheibe nachgezeichnet). *a*) Blick vertikal auf die Bandfläche, *b*) parallel zu ihr. In *b*) ist von der Einschnürung nichts zu merken, weil sich nur die Bandbreite verjüngt hat. (Die Form von *a*) ist dem in Abb. 10c abgeleiteten Schema sehr ähnlich.) (Vergrößerung = 10.)

Man sieht diese Vorgänge in den Abb. 7 u. 6 veranschaulicht. Zuweilen kommt es vor, daß nach vollendeter Hauptdehnung der Kristall keine Nachdehnung gibt, sondern abreißt, wobei glatte, glänzende Kristallflächen auftreten. Dieses Verhalten zeigt Wismut und zuweilen auch Zink.

Merkwürdig ist die häufig sehr hohe Dehnbarkeit der Einkristalldrähte. Insbesondere zeichnen sich Zink-, Zinn- und Wismutdrähte durch hohe Dehnbarkeit aus. (Also unter anderem auch Metalle, die zu den sprödesten zählen.) Die Hauptdehnung der Zinkkristalle kann bei normaler Temperatur etwa bis zu 600%, bei etwa 200° bis zu 2000% betragen. Die Hauptdehnung von Zinnkristallen beträgt 500—1000%. Berücksichtigt man noch die Nachdehnung, so kommt man zu Dehnungen,

die bis über 10 000 % ausmachen. Die Dehnung von *Bi*-Kristallen beträgt bei normaler Temperatur bis zu 100 %, bei 250° bis zu 200 %. Die Dehnungen, die bei Blei- und Aluminiumkristallen erzielt worden sind, waren dagegen nur von normaler Größenordnung, also 20—100 %. Ähnliche Werte fanden auch H. C. H. CARPENTER und F. ELAM (40) und WETZEL (41) bei größeren, aus einzelnen *Al*-Kristallen bestehenden Probekörpern<sup>1)</sup> sowie auch J. CZOCHRALSKI (71) bei Einkristallen aus Aluminium und Kupfer.

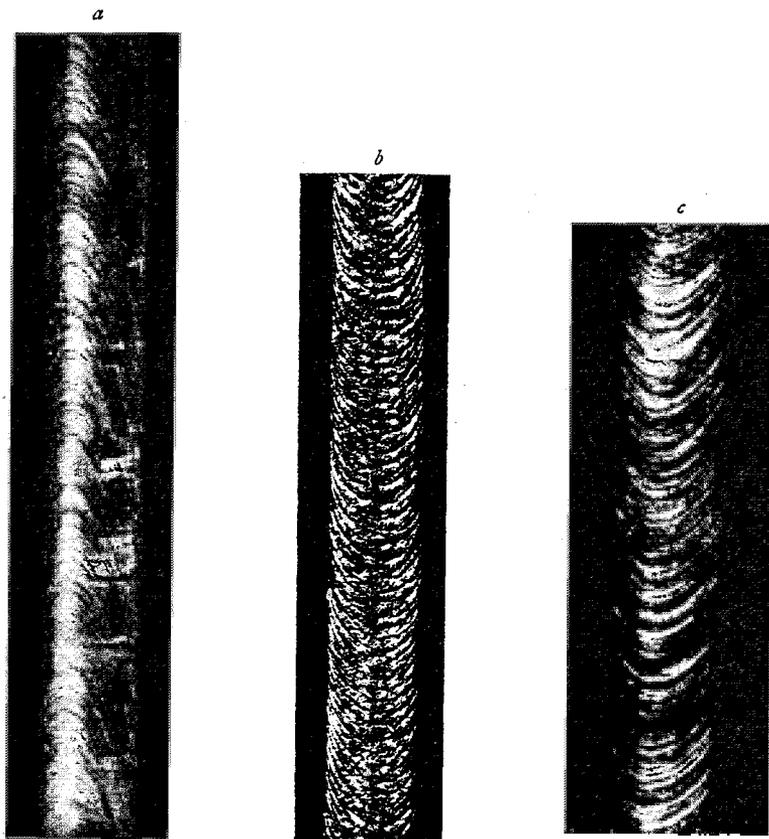


Abb. 8. *a*) Gleitlinien von Zink. Scharf umrissene Ellipsen mit deutlich aus der Mittellinie gerückten Scheiteln. (Vergr. = 23.) *b*) Gleitlinien von *Sn*. Unzusammenhängende Linien. Fischechuppenartige Gleitschichten Vergr. = 15). *c*) Gleitlinien von *Bi*. Zusammenhängende Linien, derbe Schichten. (Vergr. = 17.)

Ein charakteristisches Merkmal der flachen Bänder, die bei Dehnung der Einkristalldrähte entstehen, sind die *Gleitlinien*, die an ihrer Mantelfläche auftreten. Es sind dies Scharen von Ellipsen, die je nach dem Metall verschiedenen Charakter haben. An den Zinkbändern sehen wir

<sup>1)</sup> Auch die Ungleichmäßigkeit der bei Dehnung von Einkristallen eintretenden Querschnittsabnahme findet sich in diesen Arbeiten erwähnt.

eine Schar dichtgedrängter, parallel verlaufender, scharf umrissener Ellipsen (Abb. 8a). Bei Zinn<sup>1)</sup> hat man meist ausgefranste, vielfach unterbrochene Ellipsen, die dem Draht ein Aussehen geben, als wäre er mit Fischschuppen bedeckt (Abb. 8b). Die Gleitlinien von Wismut sind jenen von Zink ähnlich (Abb. 8c). Bei Blei treten die Gleitlinien schwach, bei Aluminium kaum merklich auf.

Diese elliptischen Linienscharen erscheinen an der Mantelfläche der gedehnten Kristalle als Folge der Abgleitung entlang bestimmter Kristallebenen, die sich als Gleitebenen betätigen. Die Kristallpartien, die zwischen zwei Gleitebenen fallen, sind die gleitenden Kristallschichten, »*Gleitschichten*« genannt. Die Dicke dieser Schichten ist sehr verschieden, und es ist auch noch unbestimmt, ob man nicht innerhalb dessen, was sich mikroskopisch als Gleitschicht offenbart, dicht aufeinander folgende und daher unsichtbare Gleitungen annehmen muß. Aus diesem Grunde läßt sich auch das Maß der Abgleitung entlang einer bestimmten Gleitebene nicht exakt feststellen. Die Größenordnung der Abmessungen, die sich bei grober Betrachtung als Gleitschichtendicke und Abgleitungsgröße erkennen lassen, kann man den Photographien entnehmen (vgl. auch Abb. 11). Merkwürdig ist, daß es vielfach vorkommt, daß Zinkkristalle charakteristische Flachdehnung zeigen, ohne daß die entstehenden Bänder Gleitlinien aufweisen (39).

Bezüglich der Entstehung der Gleitschichten sind wir noch völlig im Dunkeln. Ihr Auftreten beweist, daß bei der Gleitung einzelne Kristallebenen, bzw. die Nachbarschaft einzelner Kristallebenen, aus unbekanntem Gründen stark bevorzugt wird. Wie weit dies geht, zeigt der Umstand, daß beim Weiterdehnen eines schwachgedehnten Kristalles, an dem sich bereits Gleitschichten ausgebildet haben, die Weiterdehnung oft nicht durch Entstehung neuer Gleitflächen, sondern hauptsächlich durch weiteres Abgleiten an den bereits vorhandenen vor sich geht (42).

Merkwürdig ist auch, daß das Gleiten meist deutlich *ruckweise* vor sich geht. Mit einem entsprechenden Instrumente konnten während der Dehnung eines Zinkkristalles etwa 10 000 Zacken der Dehnungskurve gezählt werden. Ein einzelner Ruck entsprach einer Dehnung um etwa 0,01 %.

Auf welche Weise aus dem ursprünglich runden Draht durch Abgleitung entlang einer Parallelschar von Gleitebenen das flache Kristallband entsteht, erkennt man am nebenstehenden Dehnungsmodell (Abb. 9), dessen Erklärung der Abbildung angefügt ist. Man achte besonders auf die *Umstellung der Gleitschichten* als Folge der Dehnung: ihr Winkel zur Drahtachse wird um so spitzer, je weiter die Dehnung fortschreitet.

<sup>1)</sup> Flachdehnung und Gleitlinienbildung an Zinkkristallen ist auch in einer Parallelarbeit von H. C. BURGER: *Physica* 1922, 2, 56 beschrieben worden. Vgl. auch Anm. b. d. Revision (79).

Sowohl die *Ebene* der Gleitung als auch die *Richtung*, in der die Ausgleitung erfolgt, haben sich — in der mit röntgenographischen und goniometrischen Methoden ausgeführten Untersuchung — als kristallographisch exakt vorgeschrieben erwiesen. Bei Zink, das wir in der Folge als bestbekanntes Beispiel in erster Linie berücksichtigen wollen, ist die hexagonale Basis die Gleitfläche, und eine bestimmte Richtung in dieser Fläche, nämlich ihre Kanten mit der Prismenfläche I. Art, ist die Gleitrichtung<sup>1)</sup>. Man sieht dies im Dehnungsmodell angedeutet, einerseits durch die sechseckige Figur an der Gleitfläche, welche sie als Basis kennzeichnen soll, andererseits durch den Umstand, daß die kurzen Pfeile, welche die Gleitrichtung darstellen, parallel zu einer Seite des Sechsecks gerichtet sind, das aus den  $[10\bar{1}0]$ -Kanten zusammengesetzt zu denken ist.



Abb. 9. *Modell der Dehnung.* a) Ausgangsdraht. An der Mantelfläche die elliptischen Spuren der Gitterebene (Basisfläche), entlang der die Gleitung erfolgen wird. b) Die Basisfläche freigelegt. Großer Pfeil = große Achse der Gleitellipse (Richtung größter Scherungskraft bei Anspannung des Drahtes). Kleiner Pfeil =  $[10\bar{1}0]$ -Kante, die sich als Gleitrichtung erweist. c) und d) Vorder- und Seitenansicht des gedehnten Modells. Bandform, Gleitellipsen, exzentrische Lage der Ellipsenscheitel, Verbreiterung im Verhältnis zum Ausgangsdraht. Kleine Pfeile = Gleitrichtung parallel zur  $[10\bar{1}0]$ -Kante.

Die Gitterstruktur des Kristalls hat also zur Folge, daß die Gleitung nicht in einer Ebene eintritt, in der die Scherspannung am größten ist (das wären die unter  $45^\circ$  zur Drahtrichtung geneigten Ebenen), sondern in der kristallographisch vorgeschriebenen Gleitfläche (0001). Ebenso

<sup>1)</sup> Die kristallographische Bezeichnung der Basisfläche ist (0001), jene der Prismenfläche I. Art  $(10\bar{1}0)$ , die Kante der beiden wird bezeichnet mit  $[10\bar{1}0]$ .

erfolgt wiederum die Ausgleitung *in* dieser Gleitfläche nicht parallel zur größten Schubkraft — welche bei zylindrischem Draht in der großen Achse der Gleitellipse liegt —, sondern, wie im Modell zu sehen ist, in der von dieser abweichenden, kristallographisch vorbestimmten  $[10\bar{1}0]$  - Richtung.

Allerdings wird dabei von den drei gleichwertigen  $[10\bar{1}0]$  - Kanten (wie auch im Modell) jene ausgewählt, die den kleinsten Winkel mit der Krafrichtung einschließt, also die größte Komponente der Kraft aufnimmt.

Die Betrachtung des Modells lehrt uns auch, auf welche Weise die Abweichung der Gleitrichtung von der Krafrichtung (bzw. von der großen Ellipsenachse) das Bild der Gleitlinienscharen beeinträchtigt. Sie hat zur Folge, daß sich die Scheitel der Ellipsen bei der Gleitung nicht entlang der Mittellinie des Bandes verschieben, sondern aus dieser herausrücken. Man findet dieses Merkmal des Zwanges, den die Kristallstruktur auf die Gleitung ausübt, in der Tat vor bei Betrachtung der Gleitlinien des Zinkes in Abb. 8: Die Scheitel der Gleitellipsen findet man dort entlang einer Geraden, die sehr merklich von der Mittellinie abweicht.

Eine weitere Konsequenz der Abweichung der Gleitrichtung von der Krafrichtung ist der bereits erwähnte Umstand, daß das Band zuweilen merklich (bis zu 12 %) breiter ausfällt, als der Dicke des Ausgangsdrahtes entspricht. Auch am Modell ist eine solche Verbreiterung zu sehen, und man erkennt leicht, daß sie verschwindet, wenn die Gleitung in der großen Ellipsenachse erfolgte.

Der Verlauf der Hauptdehnung ist damit in großen Zügen geklärt. Um auch die Nachdehnung zu verstehen, ist zu berücksichtigen, daß die Basisfläche zwar die wichtigste der Gleitflächen von Zink ist, daß neben ihr aber auch noch einer zweiten Kristallebene, nämlich der *Prismenfläche I. Art* (nachf. kurz Prismenfläche genannt) eine gewisse, wenn auch geringere, Gleitfähigkeit zukommt. Diese Fläche ist es, deren Gleitung die Nachdehnung bewirkt. Die Gleitrichtung ist dabei eine Kante der Prismenfläche mit der Basis, also dieselbe Kristallrichtung, entlang der die Basisgleitung vor sich geht.

Diese Prismengleitung verläuft ganz analog zur Basisgleitung, mit dem rein äußerlichen Unterschied, daß im ersteren Falle der zylindrische Ausgangsdraht, im letzteren Falle das flachgedehnte Band der Dehnung unterliegt. Auch bei der Nachdehnung bleibt demnach, wie bei der Hauptdehnung, ein Durchmesser annähernd konstant. Daß dies bei Zink gerade die *Banddicke* ist, liegt daran, daß die Hauptdehnung im Kristallband eine bestimmte Gitterorientierung hervorbringt, derart, daß die Prismenfläche annähernd senkrecht auf der Bandfläche steht und die Gleitrichtung in der Bandebene liegt. (Vgl. nachf. S. 203.)

Sehr erheblich unterscheidet sich jedoch die Nachdehnung von der Hauptdehnung, wie bereits erwähnt, durch ihre viel geringere Ausgiebigkeit. Die durch Nachdehnung entstandene Einschnürung (»Nachdeh-

nungsfaden«) wird selten länger als 1 cm, dann reißt der entstandene Faden durch. Das liegt wohl daran, daß zur Betätigung der schlecht gleitenden Prismenfläche so hohe Kräfte nötig sind, daß der Draht sie nicht aushält. Deswegen kommt es auch (namentlich bei Temperaturen unter 100°) vor, daß auf die Hauptdehnung überhaupt keine Nachdehnung folgt, weil der Draht schon zuvor (entlang einer Kristallfläche) abreißt.

Nach der *quantitativen Seite* ist die Kristalldehnung durch zwei *Dehnungsformeln* gekennzeichnet, welche die Dehnung ( $d$ ) als Funktion je eines Winkelpaares angeben, und zwar des Ausgangs- und Endwinkels zwischen Drahtachse und Gleitfläche einerseits, und Drahtachse und Gleitrichtung andererseits. Sie seien der Reihe nach mit  $\delta_A$ ,  $\delta_E$ ,  $\lambda_A$  und  $\lambda_E$  bezeichnet. Die Dehnungsformeln lauten dann:

$$d = \frac{\sin \delta_A}{\sin \delta_E} = \frac{\sin \lambda_A}{\sin \lambda_E}.$$

Aus der ersten Gleichung folgt, daß sich bei fortschreitender Dehnung die Gleitfläche schließlich parallel zur Drahtachse einstellen würde, die zweite besagt, daß dabei auch eine bestimmte Richtung, nämlich die Gleitrichtung, mit der Drahtachse zusammenfällt. Durch eine Betrachtung des Modells überzeugt man sich leicht von der Richtigkeit dieser Folgerung und versteht somit auch, daß, wie immer auch die ursprüngliche Orientierung des Zinkgitters im Draht gewesen sei, man durch die Dehnung (wofern sie nur genügend ausgiebig ist) stets dieselbe Endorientierung zur Drahtachse erreichen kann. Dieses bereits vorhin angedeutete Ergebnis steht in offener Beziehung zu der später in Teil VI behandelten Tatsache der Deformationsstrukturen. Hier findet man am einzelnen Kristall dasselbe, was dort für den Polykristall gilt: daß durch die Deformation eine ganz bestimmte Gitterorientierung relativ zur angelegten Spannungs- (insbesondere Dehnungs-) Richtung herbeigeführt wird.

Die unendliche Dehnung ist freilich nur als Grenzfall anzusehen, der wirklich nicht erreicht wird. Vielmehr ist der Dehnung tatsächlich dadurch ein Ziel gesetzt, daß das Kristallband entweder entlang einer Kristallfläche abreißt, oder eine Nachdehnung einsetzt, die ebenfalls alsbald zum Riß führt.

Eine Regel, die das Maß der erreichbaren Dehnung vorschreibt, läßt sich aus der Beobachtung ableiten, daß der Endwinkel  $\delta_E$  (bzw. der davon wenig verschiedene Winkel  $\lambda_E$ ) einen bestimmten, durch die Temperatur gegebenen Wert nicht unterschreiten kann. Dieser nicht unterschreitbare Grenzwinkel ( $\delta_G$ ) der Basisfläche mit der Drahtachse fand sich:

$$\begin{aligned} &\text{für } 20^\circ \text{ C zu } 10\text{--}20^\circ \\ &\quad \gg 180^\circ \text{ C } \gg 7\text{--}10^\circ \\ &\quad \gg 200^\circ \text{ C } \gg 2\frac{1}{2}\text{--}4^\circ. \end{aligned}$$

Mit Hilfe der Dehnungsformel kann man also bei bekanntem Ausgangswinkel ( $\delta_A$ ) die voraussichtliche Dehnung berechnen.

Diese Regel ist, trotz des großen Schwankungsbereiches, den sie zuläßt, praktisch doch gut verwendbar, weil der Ausgangswinkel  $\delta_A$ , der neben  $\delta_E$  die Dehnung mitbestimmt, bei verschiedenen Drähten von Haus aus sehr verschieden ist. Die einzelnen Drähte sind also sehr verschieden dehnbar, und indem man in die Dehnungsformel den am Ausgangsdraht (goniometrisch oder röntgenographisch) gemessenen  $\delta_A$ -Winkel und den für die betreffende Temperatur geltenden Grenzwinkel  $\delta_G$  einsetzt, gelangt man zu einem brauchbaren Orientierungswert der voraussichtlichen Dehnbarkeit.

Zunächst sieht man dabei sofort, daß stets jene Drähte dehnbarer sein werden, deren Basisfläche ursprünglich *querer* liegt. Höchste Dehnbarkeit haben Drähte mit querliegender Basis ( $\delta_A = 90^\circ$ ), sie beträgt

$\frac{1}{\sin \delta_G}$ . Indem man hier die  $\delta_G$ -Werte für verschiedene Temperaturen einsetzt, erhält man die oben mitgeteilten Dehnungsgrenzen der Zinkkristalle: für normale Temperatur etwa 600%, für 200° C etwa 2000%.

Ein wichtiger Sonderfall ergibt sich offenbar dann, wenn  $\delta_A$  von vornherein *kleiner ist als*  $\delta_G$ . Dann ist nach der Dehnungsformel die voraussichtliche Dehnbarkeit gleich Null. Der Draht wäre praktisch undehnbar und würde sich verhalten wie ein fertigggedehntes Kristallband, also entweder bloß eine »Nachdehnung« (nämlich kurze Bandbildung unter Betätigung der Prismenfläche) geben, oder entlang einer Kristallfläche abreißen.

Damit ist in der Tat das Verhalten einer Art von Zinkkristallen, die sogar recht häufig auftritt und im Gegensatz zu den »dehnbaren« als »undehnbar« bezeichnet werden kann, richtig gekennzeichnet. Solche Kristalle geben (bei normaler Temperatur) nur wenige mm lange bandförmige Einschnürungen, welche die *Prismenfläche als Gleitfläche* aufweisen, also in jeder Beziehung den Charakter einer »Nachdehnung« haben. Ausnahmsweise tritt auch statt der Nachdehnung Durchreißen entlang einer Kristallfläche (Prismenfläche) ein<sup>1)</sup>.

Genauere Bestimmungen der *Kraft*, bei der die Dehnung an einer bestimmten Gleitfläche einsetzt (Elastizitätsgrenze), und der Abhängigkeit dieser Kraft von der vorgegebenen Orientierung von Gleitfläche und Gleitrichtung zum Ausgangsdraht, werden erst möglich sein, wenn die Dehnungskurven der Einkristalle, deren Beispiele im nächsten Abschnitt zu sehen sind, besser analysiert sein werden. Zunächst sei nur folgendes bemerkt.

<sup>1)</sup> Diese Charakterisierung entspricht neueren Beobachtungen (M. POLANYI). Die in den früheren Arbeiten (37, 38) beschriebenen »spröden« Kristalle rissen bei gewöhnlicher Temperatur immer in Kristallflächen ab und gaben Nachdehnungen erst über 200° C. Die Ursache dürfte in sehr geringen Verunreinigungen dieser Kristalle gelegen sein. *Beimischungen von weniger als 1%<sub>∞</sub> haben schon ausschlaggebenden Einfluß auf die Gleitfähigkeit der Kristallflächen.*

Nimmt man an, daß die pro Flächeneinheit wirkende Schubkraft für die Gleitung maßgebend ist, so muß die zur Einleitung der Dehnung nötige Zugspannung, wie man leicht erkennt, proportional  $\cos \lambda_A \sin \delta_A$  sein <sup>1)</sup>, und es würden sich am leichtesten Drähte dehnen lassen, in denen  $\delta_A = \lambda_A = 45^\circ$  ist. Das ließ sich bisher nur insofern bestätigen, als Zinkkristalle mit nahezu querliegender Basis wirklich relativ schwer dehnbar sind (erst bei über  $2 \text{ kg/mm}^2$  Zugspannung), und daß auch andererseits Drähte mit  $\delta_A$ -Werten um  $20^\circ$  herum sich oft bei normaler Temperatur »undehnbar« verhalten, obzwar hier  $\delta_A$  noch etwas größer als der Grenzwinkel ist. Wir heben dies hervor, um darauf hinzuweisen, daß die Dehnungsformel  $d = \frac{\sin \delta_A}{\sin \delta_G}$  nichts über die zur Dehnung nötige Kraft aussagt. Denn man sieht, daß Drähte, die nach der Dehnungsformel die *ausgiebigste* Dehnung erwarten lassen (jene mit annähernd querliegender Basis), nicht etwa auch am *leichtesten* zu fließen beginnen, und daß andererseits Drähte, deren Dehnbarkeit die Dehnungsformel zuläßt, sich in Wirklichkeit nicht immer dehnen lassen, weil die zur Dehnung nötige Zugspannung den Draht zerreißt, ehe diese einsetzen könnte.

**2. Biegegleitung.** Ein wesentlicher Punkt im Dehnungsmechanismus bleibt hier noch nachzutragen. Bisher haben wir nur die Beziehungen von Ausgangsdraht und Kristallband betrachtet, wie sie uns vom Dehnungsmodell gezeigt werden. Dabei blieb die Frage nach dem *Vorgang*, welcher aus dem zylindrischen Draht das flache Band hervorgehen läßt, unberührt. Wir haben die Stellen noch nicht betrachtet, wo der flachgedehnte Teil eines Kristalls an dem noch ungedehnten Ausgangsdraht hängt und die Ausgangskonfiguration räumlich in die Endfiguration übergeht, und wo auch zeitlich der Übergang des jungfräulichen Kristalls in den flachgedehnten erfolgt, wenn die Einschnürung sich über den Draht ausbreitet<sup>2)</sup>.

Das eigenartige dieser Stellen ist, daß hier *zwei Teile eines Kristalles aneinanderstoßen, in denen die Gitterorientierung verschieden ist*. Daß Ausgangsdraht und Kristallband wirklich Teile desselben Kristalles sind, zeigt deutlich der Umstand, daß eine Korngrenze zwischen den beiden durch Ätzung nicht nachweisbar ist, und noch mehr die Tatsache, daß sich die Stoßstelle zwischen den beiden während des Dehnungsvorganges entlang des Ausgangsdrahtes immer weiter verschiebt, wodurch ein einheitlicher Bandkristall entsteht. Wäre eine Korngrenze da, so müßte sie sich also durch die Dehnung entlang des ganzen Drahtes verschieben lassen, was offenbar unmöglich ist.

<sup>1)</sup> Die in der Gleitrichtung wirkende Kraftkomponente ist proportional  $\cos \lambda_A$ , der Flächeninhalt der Gleitfläche ist proportional  $\frac{1}{\sin \delta_A}$ .

<sup>2)</sup> Wir können in der Folge, Einfachheit halber, von dem Fall absehen, daß die Dehnung gleichmäßig entlang des ganzen Drahtes vor sich geht.

Wir haben demnach an der Stoßstelle einen kontinuierlichen Übergang zwischen zwei verschiedenen orientierten Teilen des gleichen Kristalles vor Augen und müssen uns fragen, auf welche Weise ein solcher möglich ist. Diese Frage ist insofern prinzipiell interessant, als man leicht erkennt, daß der Übergang zwischen den beiden Kristallteilen durch einfache Translation planparalleler Gleitschichten nicht erklärt werden kann, denn diese kann immer nur zu einer Parallelverschiebung führen, niemals zu einer Verdrehung des Gitters in eine neue Lage (43). (Da ferner die Winkelumstellungen des Gitters hier beliebig abgestufte Werte annehmen, so

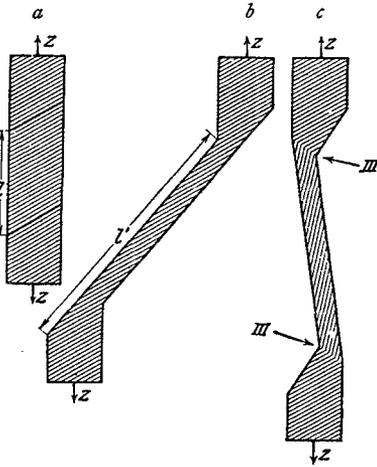


Abb. 10. Dehnungsschema. *a*) Ausgangsdraht. *b*) Fiktive Form des Drahtes, welche entstehen würde, wenn sich ein mittlerer Teil durch seine Parallelverschiebung entlang der Gleitflächen dehnen würde. *c*) Wirkliche Form des Drahtes nach Dehnung des mittleren Teiles. An der Übergangsstelle zwischen Band und Ausgangsdraht gebogene Gleitschichten.

kommt auch Umklappen in eine Zwillingslage als Mechanismus nicht in Betracht.)

Dies führt zur Schlußfolgerung, daß in den Übergangsteilen entweder das Gitter zerstört ist, oder zumindest elastisch gekrümmte Kristallschichten vorhanden sind. Da nicht anzunehmen ist, daß bei der Dehnung, die man in wenigen Sekunden durchführen kann, überall, wo die Stoßstelle entlang des Drahtes fortschreitet, das Gitter zusammenstürzt, um auf der anderen Seite wieder zum Kristallband gesetzmäßig aufgebaut zu werden, so denken wir uns das Kristallgitter in der Übergangsstelle *elastisch deformiert* und gelangen dann zu folgender Vorstellung des Dehnungsvorganges.

Wir denken uns in Abb. 10 das Mittelstück  $l$  des unter *a*) gezeigten Ausgangsdrahtes zunächst durch *reine Gleitung* entlang der (mit schrägen Strichen) angedeuteten Basisfläche gedehnt. Es entsteht dabei, wie in *b*) ersichtlich, aus dem Drahtstück  $l$  ein Kristallband  $l'$ , dessen Gitter zunächst noch parallel zu den daran hängenden Stücken des Ausgangsdrahtes orientiert ist. Nun soll eine zweite Deformation diese doppelt geknickte Figur — die freilich in Wirklichkeit auch vorübergehend nicht auftreten kann — so umgestalten, daß das Kristallband in seine tatsächliche Lage in Richtung der Zugachse überführt wird. Die beiden Knickstellen von *b*) werden dabei in der in *c*) angedeuteten Weise ausgerichtet. Für diese Stellen, an denen nunmehr kristallographisch verschieden orientierte Kristallteile ineinander übergehen, ergibt sich unter Annahme der Zulässigkeit gebogener Gleitschichten zwanglos die in *c*) angedeutete

Struktur. Die elastische Biegung der Gleitschichten ist durch eine Knickung wiedergegeben, was insofern berechtigt ist, als die durch Pfeile bezeichnete Knickstelle erfahrungsgemäß vielfach auftritt.

Von der Richtigkeit der so abgeleiteten Auffassung des Überganges zwischen ungedehnten und gedehnten Kristallteilen kann man sich in zahlreichen Fällen durch unmittelbaren Augenschein überzeugen.

So führt z. B. Abb. 11 diesen Übergang vor Augen. Es ist eine Photographie eines Zinnkristallbandes, wie es aus dem runden Ausgangsdraht hervorgeht. Auch die Nachdehnung von Zink liefert schöne Beispiele, die dies anschaulich machen. (Man vergleiche etwa die in Abb. 10a gezeigten Umriss einer »Nachdehnung« mit Abb. 7c.)

Wir wollen nun nochmals die Wanderung der Übergangsstelle von Band und Ausgangsdraht betrachten, wie sie entlang des Drahtes fortschreitend auf der einen Seite immer neue Teile desselben in sich aufnimmt, während auf der anderen Seite gleichzeitig ein neuer Zuwachs des Kristallbandes sich einstellt. Sie sind geometrisch sich gleichbleibende Durchgangsstellen, durch die nach und nach der ganze Kristall durchwandert. Die verschiedenen Lagen- und Krümmungszustände der Gleitschichten, wie sie in der Stoßstelle vorhanden sind, sind also gleichsam eine kinematographische Aufnahmeserie der

Wandlungen, die jede einzelne Schicht nacheinander erleidet. Wenn die Stoßstelle um ein Stück fortschreitet und damit neue, noch jungfräuliche Kristallteile in sich aufnimmt, so rückt jede einzelne Gleitschicht in eine nächsthöhere Wandlungsphase hinauf. Jeder Gleitvorgang ist also durch *Biegungen*, und zwar auch der *benachbarten* Kristallteile, begleitet.

Wir dürfen also daraus schließen, daß der Grundvorgang der Dehnung der Metallkristalle eine *Biegegleitung* ist, d. h. eine *Gleitung entlang gekrümmter Gleitflächen unter gleichzeitiger Umbiegung der gleitenden und benachbarter Gleitschichten* (38).



Abb. 11. Gebogene Gleitschichten an Sn. Das Bild zeigt die Übergangsstelle zwischen Ausgangsdraht und Band, das Band selbst ist abgerissen. a) Blick in Richtung des sich ausbildenden Bandes. b) Präparat 90° um die Drahtachse gedreht. (Vergr. = 19.)

In der Mineralogie ist die Kombination von Gleitungen mit Biegungen durch die Arbeiten von O. MÜGGE, 1895 (über die Biegung von Kristallen, Gips und dergleichen) bekannt geworden. Doch wurde gelegentlich der obigen Untersuchungen an Zinkkristallen zuerst darauf hingewiesen, daß diese Biegung elastischer Natur sein muß. Fast gleichzeitig hat auch R. GROSS (44) diesen Punkt hervorgehoben und die Heranziehung derartiger Vorgänge zur Erklärung der Metalldeformationen vorgeschlagen. Zum Nachweis der Unversehrtheit des Gitters in gebogenen Kristallen beruft er sich auf die Erfahrung, daß in gebogenen Steinsalzprismen normale Spaltflächen auftreten (45), und daß die Netzebenenabstände an solchen Stellen röntgenographisch normale Werte aufweisen (46).

Es scheint, daß das Verhalten anderer Metallkristalle weniger einfach ist als dasjenige der im vorstehenden vorzugsweise betrachteten Zinkkristalle. Zum Teil liegt dieser Eindruck wohl daran, daß aus verschiedenen technischen Gründen der Dehnungsmechanismus sowohl bei *Sn* wie bei *Bi*, *Al* und *Pb* schwerer zu verfolgen ist als bei *Zn*. Andererseits ist freilich der Dehnungsmechanismus von Zink besonders einfach, dadurch nämlich, daß es gerade eine *singuläre* Kristallfläche (nämlich die Basis) ist, die als Gleitfläche fungiert. (Die Gleitfähigkeit der zweiten noch vorhandenen Gleitfläche, der Prismenfläche, ist verhältnismäßig gering.)<sup>1</sup> Es gibt nur eine Lage der Basis im Gitter und daher nur einen Winkel zwischen Gleitfläche und Dehnungsachse. Eine Konkurrenz verschieden gelegener, kristallographisch identischer Gleitflächen, wie sie z. B. bei kubischen Gittern jedenfalls in Frage kommen müßte, kommt also nicht in Betracht.

Das Verhalten eines Zinkkristalles ist daher weitgehend durch den einzigen Winkel vorgeschrieben, den die Basis mit der Drahtachse einschließt. Die Gleitung an der Basis kann sehr weit fortschreiten, der Kristall kann bis auf das Zwanzigfache seiner Länge gedehnt werden, bevor eine zweite Gleitfläche ins Spiel tritt.

Es hängt wohl hiermit zusammen, daß die ausgiebigste »Hauptdehnung« (Bildung eines Bandes von der Breite des ursprünglichen Zylinderdurchmessers) bisher bei Zink beobachtet worden ist. Das nächstfolgende Metall wäre in dieser Hinsicht *Zinn*, welches Hauptdehnungen von 600—1000% gibt. Und es ist wohl auch kein Zufall, daß dieses Metall auch in bezug auf Einfachheit des Dehnungsmechanismus dem Zink am nächsten steht. Es gibt wohl bei *Sn* verschieden gelegene, gleichwertige Gleitflächen, aber sie liegen alle parallel zu einer gemeinsamen Achse, nämlich der vierzähligen Achse des (tetragonalen) *Sn*-Gitters. Dieser Umstand bedingt, daß durch die Dehnung alle Gleitebenen, ausgenommen die in Gleitung befindliche, in Lagen geraten, für die die Schubspannung ( $\cos \lambda \sin \delta$ )<sup>2</sup> klein ist. Dadurch kann die Hauptdehnung in hohem Maße vor sich gehen, ohne daß eine zweite Gleitebene in Tätigkeit tritt und den Vorgang stört (39).

<sup>1</sup> Vgl. oben Fußnote 1 zu S. 205.

Auf die Hauptdehnung von *Sn* folgt eine Nachdehnung, die der *Zn*-Nachdehnung äußerlich ähnlich ist. Jedoch sind nur die bei der Hauptdehnung tätigen Gleitebenen und Gleitrichtungen bisher festgestellt. Sie finden sich in Tabelle 4 angegeben.

Tabelle 4.  
Gleitrichtungen und Gleitflächen von Metallen.

Metall	Kristallsystem	Gleitrichtungen	Gleitflächen	Dichteste Gittergerade	Dichteste Gitterfläche
Zink <sup>1)</sup> . . .	hexagonal	[10 $\bar{1}$ 0]	beste Gleitfläche: (0001) zweitbeste: (10 $\bar{1}$ 0)	[10 $\bar{1}$ 0]	(0001) (zweitdichteste: (10 $\bar{1}$ 0))
Zinn <sup>2)</sup> . . .	tetragonal	beste Gleitrichtung: [001] zweitbeste: [101] drittbeste: [111]	(100) und (110) Beide anscheinend gleichwertig	[001] (zweitdichteste: [100] drittdichteste: [111] viertdichteste: [101])	(100) (zweitdichteste: (110))
Wismut <sup>3)</sup> . . .	rhomboidrisch, nahezu kubisch	[101] und wahrscheinlich auch [1 $\bar{1}$ 0]	(111) und wahrscheinlich auch (1 $\bar{1}$ 1)	[101] (zweitdichteste: [1 $\bar{1}$ 0])	(111) (zweitdichteste: (1 $\bar{1}$ 1))
Aluminium <sup>4)</sup>	kubisch, flächenzentriert	[101]	(111)	[101]	(111)

Sehr ausgiebige Hauptdehnung (bei norm. Temp. auf das Doppelte, bei 200° auf das Dreifache) zeigt auch *Wismut*. Das wenige, was über seinen Dehnungsmechanismus bisher bekannt ist (vgl. Tabelle 4), liefert noch keinen nennenswerten Anhaltspunkt zur Erklärung dieser Tatsache.

Ganz anders verhalten sich Einkristalldrähte aus *Aluminium*. Sie weisen bei der Dehnung nur eine kurze Flachschnürung auf, die alsbald zerreißt. Da auch andere kubische Metalle, wie *Pb* und *W*, sich ähnlich verhalten, so ist dies wohl auf die Vielheit gleichwertiger Gleitflächen zurückzuführen, zufolge deren die Gleitung an *einer* Gleitfläche alsbald durch Eingreifen einer *anderen gleichwertigen abgelöst wird*, was natürlich die Entstehung einer ausgiebigen Hauptdehnung ausschließt.

<sup>1)</sup> Gleitrichtungen und Gleitflächen von *Zn* nach MARK, POLANYI, SCHMID (38); Gitter nach HULL (72).

<sup>2)</sup> Sämtliche Angaben für *Sn* nach MARK, POLANYI (39). Die Indizes beziehen sich auf das röntgenographische Achsenkreuz. Vorbehalte bezügl. Bewertung der Reihenfolge der Gleitelemente siehe in der Originalarbeit.

<sup>3)</sup> Gleitrichtungen und Gleitflächen von *Bi* nach POLANYI und SCHMID (unveröff.); Gitter nach OGG (74).

<sup>4)</sup> Gleitrichtung und Gleitfläche von *Al* nach TAYLOR und ELAM (70).

Diese Annahme findet sich bestätigt durch die Studie von TAYLOR und ELAM (70) über die Dehnung eines prismatischen Aluminiumkristalles. Die Dehnung setzte ein durch Gleitung an einer Oktaederfläche in Richtung einer (Würfel-)Flächendiagonale. Und zwar trat von den vier gleichwertigen Oktaederflächen jene in Funktion, an der die Schubspannung in der Gleitrichtung am größten war. Nach einer Dehnung um etwa 40% war das Gitter bereits soweit umgedreht, daß die Schubspannung in der Gleitrichtung an einer zweiten Oktaederfläche ungefähr gleich groß wie an der gleitenden geworden war, worauf dann diese zweite Fläche sich in Bewegung setzte. Nach 78% Dehnung riß der Kristall ohne richtige Bandbildung durch. (Vgl. die eingehendere Darstellung auf S. 238.)

Aus dem in Tabelle 4 gegebenen Überblick der Gleitrichtungen und Gleitflächen einerseits und der dichtesten Gittergeraden bzw. Gitterflächen andererseits ersieht man einen deutlichen Parallelismus von *Gleitfähigkeit* und *Belegungsichte* (69). Ob, bzw. inwiefern dieser Regel allgemeine Gültigkeit zukommt, ist freilich noch unbestimmt. Einen gewissen Anhaltspunkt dafür, daß sie auch für raumzentriert-kubische Gitter gilt, liefert der Umstand, daß man von ihr ausgehend die Deformationsstruktur dieser Metalle erklären kann (vgl. nachf. Teil VI).

**3. Formverfestigung von Einkristallen.** Vom Standpunkt der Kaltbearbeitungsfrage ist es wohl der interessanteste Punkt des Einkristallstudiums, daß diese einfachen Körper eine deutliche Verfestigung durch Kaltbearbeitung aufweisen. Es waren, wie erwähnt, die ersten diesbezüglichen Beobachtungen, die überhaupt den Ansporn zu eingehenden Untersuchungen von Einkristalldrähten gaben.

Besonders einfach ist es, die *Formverfestigung* an Einzelkristallen nachzuweisen, also die Abnahme der Plastizität bei zunehmender Dehnung. Es genügt hierzu, eine *Dehnungskurve* des Kristalles aufzunehmen.

Einige solche Kurven sind in Abb. 12 wiedergegeben und zeigen sämtlich, daß während der Dehnung die Last, die der Kristall aushält, ansteigt, und wenn man bedenkt, daß die Dehnung eine weitgehende Querschnittsabnahme zur Folge hat, so gilt dies im mehrfach verstärkten Maße von der effektiven Zugspannung im Kristall. Die kleine zahlenmäßige Übersicht in Tabelle 5 liefert uns hierfür Anhaltspunkte.

Die Dehnung, um die es sich hier handelt, ist eine Hauptdehnung, deren Mechanismus durch das vorige Kapitel zu Genüge bekannt ist. Auf diesen weisen die in Tabelle 5 angegebenen Winkel, welche die Anfangs- und Endlagen der Gleitflächen kennzeichnen. Sie ermöglichen, aus der Dehnungskurve zu berechnen, auf welche Weise sich bei der Dehnung die Schubspannung in der Gleitfläche verändert. Man sieht, daß diese Schubspannung bei Schluß der Dehnung auf das Mehrfache zugenommen hat, und man steht der eigenartigen Tatsache gegenüber, daß trotz dieser Zunahme die Gleitung aufhört.

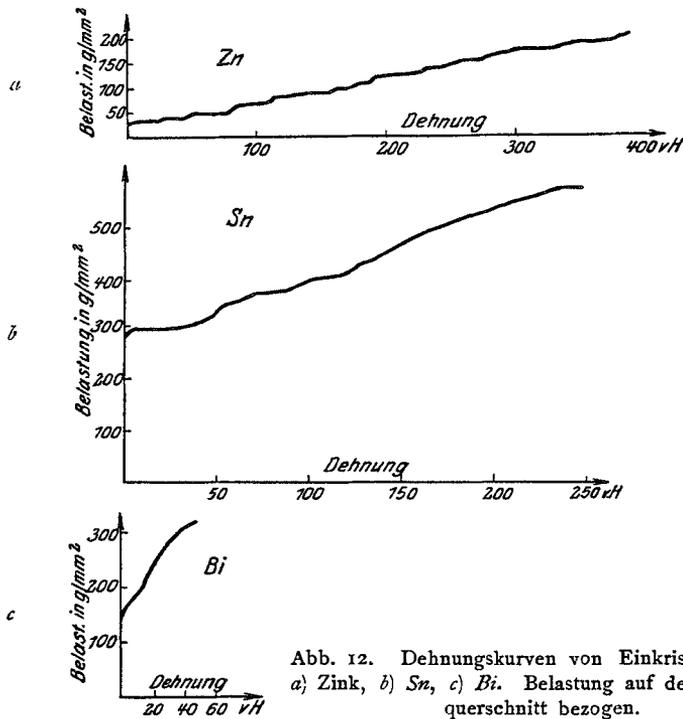


Tabelle 5.

Metall	Temperatur	El.-Gr. g/mm <sup>2</sup>	$\delta_0$	$\delta_1$	Schubspannung		Normalspannung		Dehnung
					$S_0$	$S_1$	$N_0$	$N_1$	
Zinn . . .	18°	231	44° 15'	11° 30'	116	299	112	61	3,5
Zink . . .	18°	205	51° 15'	9°	125	1100	101	172	5
Wismut .	220°	260	44° 50'	30°	129	350	129	202	1,51

## Bezeichnungen.

El.-Gr. = aus den Kurven der Abb. 12 abgelesene Elastizitätsgrenze.

$\delta_0$  bzw.  $\delta_1$  = Lage der Gleitfläche vor bzw. nach der Dehnung.

$S_0$  bzw.  $S_1$  = Schubspannung zu Beginn bzw. am Schluß der Dehnung.

$N_0$  bzw.  $N_1$  = Spannung normal zur Gleitfläche zu Beginn bzw. am Schluß der Dehnung.

Abb. 13 zeigt nochmals die Zunahme der Schubspannung bei der Dehnung. Da die Querschnittsabnahme nicht gleichmäßig entlang des Drahtes vor sich gegangen war, sind die Abszissen (abgesehen vom Anfangs- und Endwert) nur rohe Mittelwerte. (Strenggenommen gilt eben für jeden Punkt des Drahtes eine andere Kurve mit gleichen Anfangs- und Endpunkten.)

Die Zunahme der Schubspannung bedeutet, daß aus irgendeinem Grunde die *Gleitreibung* während der Dehnung zunimmt, und man wird wohl zunächst fragen, ob dies nicht auf die während der Dehnung ver-

änderte Normalkomponente der Zugspannung zurückzuführen ist, denn es wäre plausibel, daß ähnlich wie bei der Reibung zweier fester Körper auch hier der Druck (bzw. Zug) zwischen den reibenden Flächen auf das Maß der Reibung von Einfluß ist. Es würde ja durch die Umstellung der Gleitschichten die Zugspannung normal zu den Gleitflächen im Verhältnis  $\sin \delta$  ( $\delta$  = Winkel zwischen Gleitfläche und Drahtachse) abnehmen. Die Zahlen zeigen jedoch, daß die hierdurch bewirkte Abnahme durch die Zunahme der Last meist überkompensiert wird, daß also in Wirklichkeit *keine* Zunahme der Normalspannung auf die Gleitflächen eintritt (38).

Sicherheitshalber ist auch noch direkt untersucht worden, inwiefern überhaupt der Zug bzw. Druck normal zur Gleitfläche eine Wirkung auf

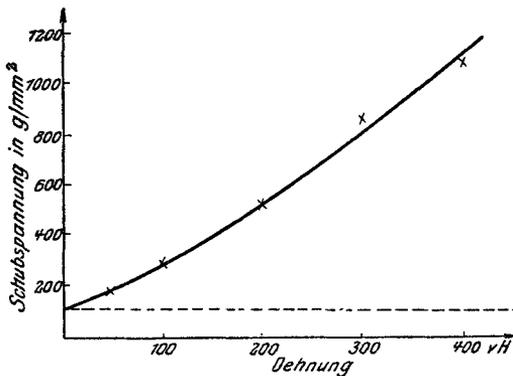


Abb. 13. Verlauf der Schubspannung in der Gleitfläche während der Dehnung eines Zinkkristalls. Berechnet auf Grund der Kurve der Abb. 12a. Bliebe die Gleitfähigkeit der Gleitfläche konstant, so könnte die Schubspannung sich nicht verändern und würde sich durch die gestrichelte Gerade darstellen lassen.

die Gleitreibung ausübt. Hierzu wurde die Dehnung von Sn- und Zn-Einkristallen unter allseitigem Druck vorgenommen, der so groß war (40 Atm.), daß die an den Draht gelegte Spannung (von 300–800 g pro qmm) meist überkompensiert oder zumindest zum großen Teile aufgehoben war. Die Dehnung erfolgte also hier durch einen *auf die Mantelfläche wirkenden Druck*.

Dabei erwies sich, daß die Dehnung bei genau denselben Lasten eintritt

wie unter normalen Verhältnissen, daß also bloß die Schubkomponente des Druckes für sie maßgebend ist und somit Änderungen der Zug- bzw. Druckkomponente von der Größenordnung, wie sie während des Dehnungsversuches vorkommen können, völlig unwirksam sind (47). (Vgl. auch oben S. 183.)

Nachdem also die veränderte Gleitreibung nicht auf die Veränderungen des Spannungsfeldes zurückführbar erscheint, so muß sie als *Eigenschaftsänderung* des Kristalles infolge der Dehnung angesprochen werden. Trotzdem also das Kristallband sowohl in kristallographischer als auch in röntgenometrischer Hinsicht ein ganz normaler Kristall ist, muß man somit annehmen, daß er irgendwelche feine *innere Veränderungen* erlitten hat, die eine wesentliche *Formverfestigung* hervorgerufen haben (38).

Wir werden später sehen, daß man sich über diesen Zustand ganz

plausible Begriffe machen kann, wenn man annimmt, daß die bei der Gleitung wirksamen Schubspannungen durch dieselbe nicht völlig ausgeglichen werden.

Hervorzuheben ist, daß der Begriff der *Kristallverfestigung*, zu dem wir so gelangen, nicht mit dem technischen Verfestigungsbegriff übereinstimmt, sondern speziellerer Natur ist. Eine Verfestigung im technischen Sinne ist bereits vorhanden, wenn bei der Dehnung die Zugspannung zunimmt. Eine Kristallverfestigung bedeutet dies jedoch nur dann, wenn die Zunahme so erheblich ist, daß auch die (aus der jeweiligen Zugspannung und Gitterstellung berechnete) Gleitflächen-Schubspannung eine Zunahme aufweist. Die technische Verfestigung muß also eine bestimmte, von der Gitterdrehung abhängige Grenzkurve überschreiten, damit Kristallverfestigung vorhanden sei. Bewegt sich die Spannung entlang dieser Grenzkurve, so erlangt der Kristall nur *relativ zur Zugrichtung*, nicht aber im Innern, erhöhte Festigkeit. Man kann dies eine »Orientierungsverfestigung« nennen<sup>1)</sup>. (Vgl. hierzu S. 189.)

Um die innere Verfestigung von Kristallen unter Ausschluß des komplizierenden Momentes der Orientierungsverfestigung herauszuarbeiten, wurde die Formverfestigung von Einzelkristallen mit Methoden untersucht, die empfindlich genug waren, um die verfestigende Wirkung minimaler Dehnungen nachzuweisen (42). Dabei zeigte sich, daß Dehnungen, die eine kaum merkliche (weniger als 10 Minuten betragende) Verdrehung des Gitters verursachen, bereits stark verfestigen können.

Zur Kennzeichnung der Formfestigkeit ist dabei nicht die Last genommen worden, die dem Probestück das Gleichgewicht hält, sondern es wurden *Fließkurven* aufgenommen, und die Fließgeschwindigkeit bei

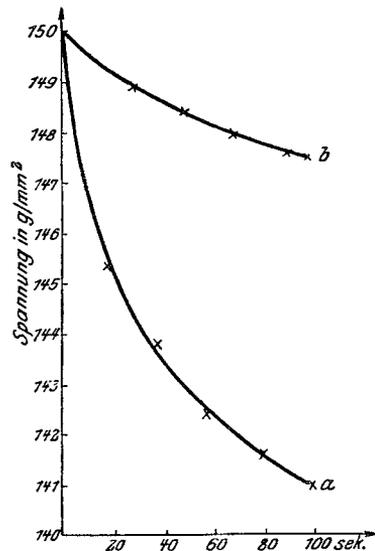


Abb. 14. Verfestigung von Einkristallen durch geringe Reckung. a) Fließkurve vor der Reckung. b) Fließkurve nach Reckung um 0,05 %. Spannungsabfall ist Maß der Dehnung, und zwar ist  $1 \text{ g/mm}^2 \text{ sec} = 0,003\% \text{ Dehnung pro sec}$ . Die Fließgeschwindigkeit nimmt infolge der Reckung auf etwa den 8. Teil ab.

<sup>1)</sup> Erhebliche Orientierungsverfestigung ist bloß bei Kristallen möglich, deren wirksame Gleitfläche nur in *einer* Lage vorkommt (wie z. B. bei Zink). Dann steigt die Zugspannung proportional  $\frac{1}{\cos \lambda \sin \vartheta}$  an.

gleicher Spannung verglichen<sup>1)</sup>). Die Kurven in Abb. 14 bringen den Nachweis, daß die Fließgeschwindigkeit während der Dehnung auf einen Bruchteil abnehmen kann, obzwar gleichzeitig die Stellung der Gleitflächen und damit die Druck- und Schubkomponente praktisch unverändert sind.

Die hier mitgeteilte Erscheinung einer inneren Verfestigung findet eine indirekte Bestätigung durch die später zu besprechende Beobachtung, daß ein durch Dehnung verfestigter Einkristall durch Erwärmung oder bloßes Ausruhen bei gewöhnlicher Temperatur wieder *entfestigt* werden kann, ohne daß damit eine Rekristallisation oder sonstige Gitterumstellung einhergeht.

**4. Reißverfestigung.** Gewöhnlich nimmt man an, daß das Reißen eines Körpers unter Wirkung einer homogenen Spannung dann eintritt, wenn diese Spannung von der Größenordnung der Kohäsionskräfte wird und diese überwindet. Da die Kohäsionskräfte für das Material charakteristisch sind und höchstens in einem Kristall nach verschiedenen Richtungen verschieden sein können, so lag von diesem Standpunkt aus die Annahme nahe, daß die Kaltbearbeitung keinen nennenswerten Einfluß auf die Reißfestigkeit haben kann. Diese Vermutung fand eine sehr gute Bestätigung durch die Erkenntnis der Materialprüfung, welche ergab, daß ein Metall in verschiedenem Zustande wohl bei sehr verschiedenen Lasten bricht, und daß diese Bruchlast insbesondere durch zunehmende Kornfeinheit und Bearbeitungsgrad gesteigert werden kann, daß aber damit im gleichen Maße die Querschnittsabnahme immer geringer wird, so daß die *auf den Endquerschnitt bezogene Last immer die gleiche bleibt* (vgl. oben S. 184). So stellt sich die Veränderung der Bruchlast rein als Wirkung der Formverfestigung dar: die auf den Endquerschnitt bezogene Reißspannung schien eine unbeeinflussbare Materialkonstante zu sein.

Nur in letzter Zeit haben sich gegen diese Anschauung theoretische Bedenken und experimentelle Angaben geltend gemacht, die schließlich, wie wir sehen werden, zu einer Widerlegung derselben geführt haben.

In theoretischer Hinsicht hat folgende Überlegung dabei eine Rolle gespielt (48). Man denke sich einen Steinsalzkrystall in Richtung einer Würfelkante knapp bis zum Reißen angespannt und dann die Enden des Stückes festgehalten. Ein unendlich kleiner Impuls soll nun ein Durchreißen entlang einer Würfelfläche herbeiführen. Dabei ziehen sich die beiden Reißstücke zusammen und entspannen sich. Zugleich ent-

<sup>1)</sup> Beim Polykristall wäre wohl diese Methode kaum anwendbar, weil dort das »reine Fließen« (ohne Erhöhung der Last allmählich vor sich gehende bleibende Formänderung) von der elastischen Nachwirkung, welche bei Entlastung wieder zurückgeht, schwer zu trennen ist. Der Einkristall zeigte jedoch auch bei diesen Versuchen das Fehlen jeder elastischen Nachwirkung: Von der beim Fließen beobachteten Formänderung sah man nichts zurückgehen.

fernen sich die beiden Reißflächen um genau den Betrag voneinander, um den der Kristall ursprünglich gedehnt wurde. Wenn diese Entfernung größer als die molekulare Wirkungssphäre ist, so haben nun die Atome an den Reißflächen aufgehört einander anzuziehen, was mit dem Auftreten des vollen Betrages der für eine freie Fläche geltenden *Oberflächenenergie* gleichbedeutend ist.

Nach dem zweiten Hauptsatz kann die freie Oberflächenenergie ( $2\sigma$ ) nicht größer sein als die zur Anspannung des Kristalles verwendete Arbeit. Da letztere nicht größer ist als das Produkt von Reißspannung ( $Z$ ) und Verlängerung ( $\Delta L$ ), so gilt mithin:

$$Z\Delta L > 2\sigma.$$

Hierin galten  $Z$  und  $\sigma$  nach früheren Vorstellungen als feste Werte, wogegen  $\Delta L$  der Länge ( $L$ ) des Probestückes proportional ist. Man könnte also eigentlich  $\Delta L$  beliebig klein machen, indem man kürzere Probestücke wählt. Eine Beschränkung ist nur dadurch gegeben, daß die obige Überlegung ungültig wird, wenn  $\Delta L$  kleiner als der molekulare Wirkungsradius wird. Wenn wir also den Wert von  $\Delta L$  berechnen, der noch gerade mit der obigen Ungleichung verträglich ist, so ist dieser Wert als untere Grenze für die molekulare Wirkungssphäre zu betrachten. Das merkwürdige ist nun, daß man dabei zu so großen Werten kommt, die *sicher unmöglich* sind. So ergeben sich z. B. für Steinsalz 500 Å-Einheiten, und dasselbe kommt heraus, wenn man die Reißfestigkeit und Oberflächenspannung von Zink einsetzt<sup>1)</sup>. Nach unseren gegenwärtigen Kenntnissen müssen wir dagegen annehmen, daß es genügt, die Entfernung zwischen zwei Netzebenen um 1 Å über den normalen Netzebenenabstand zu vergrößern, damit das gegenseitige Potential fast um den vollständigen Betrag der Oberflächenspannung abnimmt.

Den einzigen Ausweg aus dieser Schwierigkeit liefert die Annahme, daß die Reißfestigkeit von Kristallen *zunimmt*, sobald das Stück so kurz genommen wird, daß die zum Zerreißen nötige Verlängerung kleiner als 500 Å wird. Es müßte von hier ab  $Z$  zumindest umgekehrt proportional zu  $\Delta L$  zunehmen und etwa den 500-fachen Wert (also etwa 250 kg/mm<sup>2</sup> für Steinsalz und 1000 kg/mm<sup>2</sup> für Zink) erreichen, wenn  $\Delta L$  gleich der tatsächlichen molekularen Wirkungssphäre<sup>2)</sup> von etwa 1 Å würde. Eine weitere Verkürzung des Probestabes hätte dann keine Wirkung mehr auf die Festigkeit.

Diese Zunahme der Reißfestigkeit bei abnehmender Länge ( $L$ ) des Probestückes würde sowohl für Steinsalz als für Zink bei ungefähr 0,5 mm Länge eintreten. Von da abwärts würde die Festigkeit proportional zu

<sup>1)</sup> Die Oberflächenspannung gleich der im flüssigen Zustande (810 erg) gesetzt.

<sup>2)</sup> Hier kommt, wie man aus der Ableitung ersieht, nur der den Netzebenenabstand überschreitende Teil der molekularen Wirkungssphäre in Betracht.

$\frac{1}{\sqrt{L}}$  zu ihrem Höchstwert anwachsen, den sie bei etwa  $L \sim 1 \mu\mu$  erreichen würde<sup>1)</sup>.

Diese Überlegung zeigt, daß die Reißfestigkeit eines Kristalles *keine feste Größe* ist, also auch nicht das Äquivalent der Kohäsionskräfte sein kann. Die Berechnung der Reißfestigkeit von Steinsalz aus der BORNschen Gittertheorie, wie sie von F. ZWICKY (49) durchgeführt wurde, bestätigt dies in der Tat, indem sie zu einem Werte von etwa  $300 \text{ kg/mm}^2$  führt<sup>2)</sup>, statt der gefundenen  $0,5 \text{ kg/mm}^2$ .

Von diesem Standpunkte aus ist also eine Verfestigung in bezug auf Reißfestigkeit — im Gegensatz zu den erwähnten Erfahrungen der Materialprüfung — durchaus zu erwarten. Schon die Überführung des Materials in einen feinkörnigeren Zustand müßte die Reißfestigkeit erhöhen, wenn man die plausible Annahme macht, daß die Festigkeit eines *Kornes* mit seinem Durchmesser ebenso zunimmt wie die eines freien Kristalls.

Neben den bereits erwähnten Steinsalzversuchen waren es besonders die Festigkeitsbestimmungen an Zinkkristallen, die für die Richtigkeit dieser Annahme sprachen. Diese Bestimmungen wurden durch den Umstand ermöglicht, daß Zinkkristalle bei der Temperatur der flüssigen Luft völlig unplastisch sind, also ohne jede Einschnürung glatt in einer Kristallfläche abreißen. Das Ergebnis war ein äußerst kleiner Wert der Reißfestigkeit von kaum 3 kg. Dabei ergab sich derselbe Wert (von  $2,5\text{--}3,5 \text{ kg/mm}^2$  bei allen möglichen Lagen der Basisfläche zur Drahtachse von  $\delta \sim 90^\circ$  bis  $\delta \sim 0^\circ$ )<sup>3)</sup>. Dieser Beobachtung steht die Tatsache gegenüber, daß die Reißfestigkeit von polykristallinem Zink (auf den Endquerschnitt des Probestückes bezogen) bis über  $60 \text{ kg/mm}^2$ , also das 20fache beträgt.

Die Einzelkörner des Polykristalls erweisen sich also als stark verfestigt.

Eine systematische, bei der Temperatur der flüssigen Luft ausgeführte Meßreihe der Verfasser hat diesen Befund noch erweitert. Ihre Ergebnisse sind in Tabelle 6 zusammengestellt und zeigen das *Anwachsen der Reißfestigkeit mit der Kornfeinheit*<sup>4)</sup> und ein weiteres *Anwachsen unter Wirkung der Kaltreckung*.

<sup>1)</sup> NB. Bei variablem  $Z$  ist  $\Delta L$  nicht  $L$ , sondern  $ZL$  proportional (unter Annahme des HOOKEschen Gesetzes).

<sup>2)</sup> ZWICKY kommt durch Berücksichtigung der Temperaturbewegung zum Ergebnis, daß von dieser für schwingungslosen Zustand geltenden Reißfestigkeit bei Zimmertemperatur nur ein geringer Bruchteil übrig bliebe. Es läßt sich jedoch zeigen, daß seine Überlegung nicht zutreffend sein kann.

<sup>3)</sup> Zwischen  $\delta \sim 90^\circ$  und  $\delta \sim 17^\circ$  tritt die Basis als Reißfläche auf, bei noch spitzeren Basiswinkeln reißt der Draht in einer Prismenfläche I. Art ab.

<sup>4)</sup> Ein — wenn auch entferntes — Analogon zu dieser Erscheinung bietet der von HEVESY (50) gefundene Effekt, daß eine feinkristalline Masse von  $\text{NaN}_3$  bzw.  $\text{CaCO}_3$  die Elektrizität etwa 50mal besser leitet als  $\text{NaN}_3$ - bzw.  $\text{CaCO}_3$ -Einkristalle.

Tabelle 6.

Reißfestigkeit ( $Z$ ) von Zink (»Kahlbaum«) bei  $T = 80^\circ$ .

Einkristalle bei allen möglichen Orientierungen	Grobkörniges Material (rekristallisiert), Korn-durchm. ( $L$ ) $\sim 0,2$ mm	Feinkörniges Material (rekristallisiert), Korn-durchm. ( $L$ ) $\sim 0,01$ mm	Frisch aus-gewalzt
2,5—3,5 $\frac{\text{kg}}{\text{mm}^2}$	3—6 $\frac{\text{kg}}{\text{mm}^2}$	13—18 $\frac{\text{kg}}{\text{mm}^2}$	18—40 $\frac{\text{kg}}{\text{mm}^2}$

Man kann versuchen, die Zunahme der Reißfestigkeit, die sich hier bei Verfeinerung des Kornes zeigt, auf Grund des oben abgeleiteten Zusammenhanges zwischen Länge und Festigkeit von Kristallen auch quantitativ zu verfolgen. Die Reißfestigkeit des Kornes müßte dann von 0,5 mm abwärts proportional zu  $\frac{1}{\sqrt{L}}$  zunehmen, und es ergäbe sich, wenn man als mittlere Festigkeit des Einkristalles (für  $L > 0,5$ ) 3 kg/mm<sup>2</sup> zugrunde legt:

$$\text{für } L = 0,2 \text{ mm } Z = 5 \text{ kg/mm}^2$$

$$\text{für } L = 0,01 \text{ mm } Z = 21 \text{ kg/mm}^2,$$

was an die gemessenen Zahlen ziemlich nahe herankommt.

**5. Rekristallisation und Kristallerholung** (42). Der oben mitgeteilte Nachweis, daß ein Kristall durch innere Veränderungen eine Verfestigung erleiden kann, gab Veranlassung, die Bedingungen zu suchen, unter denen dieser Effekt wieder *zurückgeht*. Untersucht man hierzu in einem gewöhnlichen technischen Zerreißapparat die Dehnungskurven von *Sn*-, *Zn*- oder *Bi*-Kristallen und versucht durch Erhitzen der Kristallbänder eine Abnahme ihrer Festigkeit bei Zimmertemperatur zu erzielen, so findet man innerhalb gewisser Temperaturgrenzen überhaupt keinen Effekt und dann eine plötzliche Abnahme der Festigkeit auf einen Bruchteil (bis unter  $\frac{1}{3}$ ) ihres Wertes. Eine Untersuchung des Probestückes zeigt hier jedoch, daß der Kristall in kleinere Kristalle zerfallen ist, oder auch, daß ein neuer Kristall von einem Ende ausgehend durch den Draht gewachsen ist, daß — in einem Wort — der Kristall *rekristallisiert* ist.

Da die dabei neu auftretenden Kristalle natürlich anders orientiert sind als der ursprüngliche Kristall, so könnte die Entfestigung auf Orientierungswechsel zurückgeführt werden, und es wurde daher mit feineren Methoden versucht, eine Entfestigung in jenem Bereiche nachzuweisen, wo eine Rekristallisation noch *nicht* eingetreten war.

Für das Maß der Festigkeit wurde auch hier die Fließgeschwindigkeit bei gegebener Spannung verwendet und ein Kristall, nachdem er zuvor durch eine geringe Dehnung verfestigt war, nach Erhitzen unterhalb der Rekristallisationstemperatur untersucht. Es ergab sich dabei eine Steigerung der Fließgeschwindigkeit um das Vielfache, zuweilen bis auf

ihren ursprünglichen Wert vor der Verfestigung. Einen derartigen Versuch zeigt Abb. 15.

In allen diesen Fällen konnte aus dem bei Weiterdehnung des Drahtes entstehenden Kristallband leicht eindeutig festgestellt werden, daß die Kristallorientierung bei der Entfestigung *unverändert* geblieben war. Es handelt sich also hier im Gegensatz zur Rekristallisation gewissermaßen um eine »Kristallerholung«.

Es läßt sich erwarten, daß diese Erholung auch während des Dehnungsvorganges selbst vor sich geht und die Dehnungskurve beeinflusst,

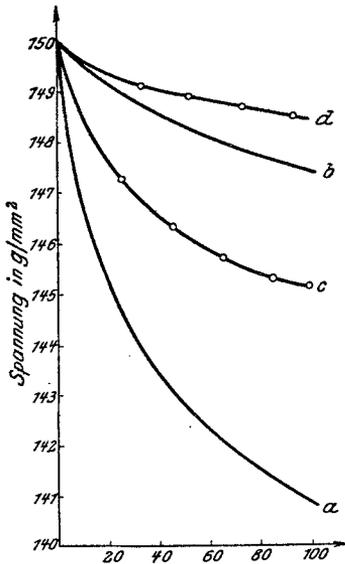


Abb. 15. Erholung verfestigter Einkristalldrähte. *a)* und *b)* dieselben Fließkurven wie in Abb. 14. *c)* Fließkurve *a* nach Erhitzen des Drahtes während 30 Sekunden bei 100° C. *d)* Fließkurve nach neuerlicher Reckung um 0,1 %. Vergleich von *c)* mit *b)* zeigt die Erholung. Die Fließgeschwindigkeit steigt auf etwa das 3fache, erreicht aber nur 40 % des Ausgangswertes. Kurve *d)* zeigt, daß der erholte Draht leicht wieder zu verfestigen ist.

und dies ist auch tatsächlich der Fall: Bei schnellerer Dehnung merkt man, daß der Kristall keine Zeit hat, sich zu erholen, es steigt daher die Spannung an, wogegen bei langsamem Dehnen die Erholung der Verfestigung dauernd entgegen wirkt und einen flacheren Verlauf der Dehnungskurve bedingt. Auch durch Vergleich der Fließgeschwindigkeiten nach schnellem und langsamem Recken ließ sich feststellen, daß eine schnelle Reckung um das Vielfache stärker verfestigt als eine langsame.

Der Einfluß der Erholung kann soweit gehen, daß die entstehende Einschnürung nicht fest genug wird, um die Spannung, die zur weiteren Ausbreitung der Einschnürungsstelle notwendig wäre, auszuhalten. So zeigt es sich z. B., daß Sn-Kristalle, die sonst bei einer Dehnungsgeschwindigkeit von etwa 10—50 % in der Minute sich auf das 6- bis 10fache ihrer Länge dehnen können, bei einer Dehnungsgeschwindigkeit von 0,2 % in der Minute nur eine Flachschnürung von etwa 3 mm geben und dann durchreißen.

Angesichts der Tatsache der Kristallerholung wird man wohl auch die Entfestigung, die bei der Rekristallisation eintritt, darauf zurückzuführen haben, daß ein frisches unversehrtes Korn entsteht.

Hier wollen wir unter Vermeidung dieser Frage nur über die bisher bekannten Bedingungen, unter denen ein Kristall rekristallisiert, und über den Verlauf einer solchen Rekristallisation einiges mitteilen.

An dem bisher allein systematisch studierten Zinn<sup>1)</sup> ergab sich, daß ein undeformierter Zinnkristall auch durch längeres Erhitzen knapp unter dem Schmelzpunkt nicht zur Rekrystallisation zu bringen ist. Kristallbänder aus Zinn rekrystallisieren bei 100° in mehreren Stunden nicht, dagegen in einigen Minuten bei 160°, merkwürdigerweise aber nur, wenn sie ausgesprochene Gleitschichtenbildung zeigen. Kristallbänder mit glatten, gleitlinienlosen Mantelflächen waren bei 210° in 10 Minuten nicht zur Rekrystallisation zu bringen. Die Reckungsgrade betragen bei den Bändern mit Gleitschichten etwa 600%, bei jenen ohne Gleitschichten etwa 1000%. Diesem Verhalten der Einkristalle steht gegenüber, daß polykristallines Zinn schon nach Reckungsgraden von 30—40% bei *gewöhnlicher* Temperatur in einigen Minuten rekrystallisiert. Die Rekrystallisationsfähigkeit des Einkristalles bleibt also hinter derjenigen des Polykristalles, auf gleiche Deformationsgrade bezogen, um viele Zehnerpotenzen zurück.

Offenbar ist diese Erscheinung ein Seitenstück zu der, im Vergleich zum polykristallinen, ungeheuren Dehnbarkeit der Einkristalle. Beides hängt mit der Leichtigkeit zusammen, mit der ein einziger von Nachbarkörnern ungestörter Kristall unter der Wirkung der Zugkraft sich entfalten kann, so daß eine gegebene Dehnung mit einem Minimum von inneren Verspannungen verbunden ist.

Auf diesen Punkt kommen wir später noch zurück. Hier sei bloß noch auf ein Bild hingewiesen, das die Rekrystallisation von Kristallbändern aus Zinn zeigt (Abb. 16). Am abgeschnittenen Ende des Zinnbandes entstehen einige kleine Körner, von denen eines, den ganzen Querschnitt erfüllend, in Richtung des Drahtes wächst und schließlich den Draht zum großen Teile (über mehrere Zentimeter Länge) in sich aufnimmt. Die Geschwindigkeit, mit der sich die Korngrenzen entlang des Drahtes verschieben, beträgt etwa 1—2 mm pro Sekunde. — Merkwürdig ist, daß der neue Kristall in der Mehrzahl der Fälle eine bestimmte Gitterorientierung in bezug auf das Kristallband aufweist (51, 42).

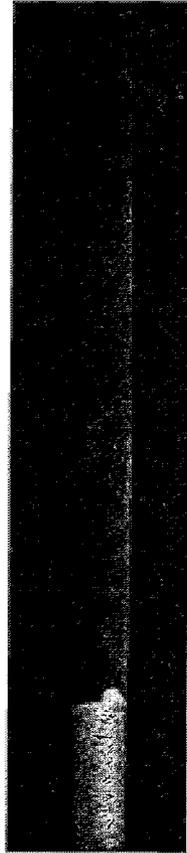


Abb. 16. Rekrystallisation eines Sn-Kristallbandes. Der neue Kristall wächst vom abgeschnittenen Ende aus in das Band hinein.

<sup>1)</sup> Schon früher (1916) hatte v. SCHWARZ (73) beobachtet, daß ein gedrückter Cu-Kristall sich beim Erhitzen in ein polykristallines Gefüge umwandelt.

## 6. Was ist für die innere Verfestigung der Kristalle maßgebend? (57.)

Wir haben bereits gesehen, daß ein Kristall, dem man während der Dehnung keine Zeit zur »Erholung« läßt, sich stärker verfestigt als ein gleicher Kristall, wenn er langsam gedehnt wird. Einige weitere Versuche sollen zeigen, daß diese Erscheinung auf einen wesentlichen Faktor der Verfestigung hinweist, daß insbesondere im Falle, daß die Erholung des Kristalles durch sehr schnelles Dehnen oder durch niedere Versuchstemperatur behindert wird, auch relativ geringe Dehnungen enorme Verfestigungen herbeiführen können.

Ein solcher Versuch besteht im Reißen von  $Sn$ -Kristallen bei der Temperatur der flüssigen Luft und nachfolgende Untersuchung der Bruchstücke bei gewöhnlicher Temperatur. Bei der Temperatur der flüssigen Luft sind  $Sn$ -Kristalle nur um wenige Prozente dehnbar. Da die Erholungsfähigkeit von Zinn auch bei normaler Temperatur gering ist, so ist anzunehmen, daß sie bei tiefer Temperatur verschwindet. Reißt man einen Zinnkristall bei dieser Temperatur, so erhält man zwei kaum gedehnte Bruchstücke, welche bei normaler Temperatur geprüft 1. eine stark erhöhte Elastizitätsgrenze zeigen (um etwa 500%), 2. völlig undehnbar geworden sind: Ihre Dehnung ergibt nur eine kurze, bald durchreißennde Einschnürung. Bei Erwärmung eines solchen Kristalles auf etwa  $100^\circ$  zeigt sich mit der Fließgeschwindigkeitsmethode eine deutliche Erholung (die Fließgeschwindigkeit steigt bei gleicher Spannung auf das mehrfache), jedoch ist es nicht gelungen, einem solchen Kristall seine ursprüngliche Dehnbarkeit wiederzugeben. Erhitzt man dagegen über etwa  $150^\circ$  hinaus, so zerfällt der Kristall durch Rekristallisation unregelmäßig in einzelne Körner von etwa 1—2 mm Größe.

Ein verwandter Versuch ist der folgende: Man reißt durch schnellen Ruck einen Zinnkristall bei normaler Temperatur entzwei. Es fallen dabei zwei um 20—50% gedehnte Bruchstücke ab, die sich genau so verhalten wie die in flüssiger Luft erzeugten Stücke.

Diese Beispiele zeigen, wie sehr es die verfestigende Wirkung einer Dehnung erhöht, wenn dem Draht während der Deformation die Erholungsmöglichkeit genommen ist: daß dann Reckung um wenige Prozente stärkere innere Veränderungen (insbesondere lebhaftere Rekristallisationsfähigkeit) erzeugt als 100mal ausgiebigere Formänderungen, unter günstigen Bedingungen ausgeführt.

Wir werden später sehen, daß man annehmen muß, daß die Erholungsfähigkeit eines deformierten Kristalles weitgehend davon abhängt, ob er nur mikroskopisch, oder auch makroskopisch verbogen ist. Makroskopisch verbogene Kristalle können sich nicht völlig erholen. Entsprechend zeigen makroskopisch gekrümmte Kristallteile bei gleichen Reckgraden stärkere Rekristallisation als bloß mikroskopisch verkrümmte (s. S. 223).

Damit hängt wohl auch die Tatsache zusammen, daß *polykristallinische* Metallkörper durch gleiche Reckgrade *viel stärker verfestigt* werden als

Einzelkristalle. Man merkt das nicht nur bei Vergleich der Rekrystallisationsfähigkeit bei gleichen Reckgraden (s. S. 219), sondern auch bei der Festigkeitsprüfung. Die Elastizitätsgrenze von Zinkkristallen steigt bei Reckungen von etwa 500% nicht über 5—6 kg/mm<sup>2</sup>\*) (vgl. etwa die Kurve auf S. 211), was kaum der fünfte Teil der Festigkeit ist, den ein gereckter Zinkstab bei etwa 50%iger Querschnittsabnahme erreicht.

Der große Unterschied rührt wohl daher, daß der frei gedehnte Kristall sich der Formänderung (Dehnung) leicht anpaßt und nur geringe innere Verkrümmungen davonträgt, wogegen das von allen Seiten durch die Nachbarn behinderte Korn sehr ungleichmäßig deformiert und daher im Innern stark verkrümmt wird.

Wir schließen also, daß eine Deformation von bestimmtem Betrage einen Kristall um so stärker verfestigt, je *schneller* sie vor sich geht, je *tief* die Recktemperatur liegt und je *ungleichmäßiger* die verschiedenen Teile des Kristalls von der Deformation betroffen werden.

#### 7. Andere Deformationswirkungen im Innern von Kristallen (52).

Wir haben gesehen, daß die inneren Veränderungen, die ein Kristall durch Kaltbearbeitung erleidet, sich neben der Verfestigung noch in einer Rekrystallisationsfähigkeit äußern. Dieser freiwillige Übergang des deformierten Kristalles in ein frisches Korn zeigt (ebenso wie auch die Kristallerholung), daß seine freie Energie (Affinität) erhöht ist.

Hieraus folgt, daß seine stofflichen Eigenschaften, sofern sie von der freien Energie abhängen, verschoben sein müssen. Dies gilt hier z. B. vom Dampfdruck, vom elektrischen Spannungswert, von der Löslichkeit, von dem Schmelzpunkt usw. Alle diese Größen sind also nicht nur beim Polykristall, sondern auch bei dem einzelnen, vollkommen reinen Kristall vom Bearbeitungsgrad abhängig.

Im nächsten Abschnitt kommen wir darauf zu sprechen, daß wir diese freie Energie des Einzelkristalles in erster Linie als *Spannungsenergie* verborgener Spannungsfelder auffassen können. Hier möchten wir darauf hinweisen, daß einige Erfahrungen namentlich auf mineralogischem Gebiete auch Anhaltspunkte dafür liefern, an welcher *Stelle* man sich diese Spannungen lokalisiert zu denken hat.

Wir denken dabei zunächst an die Erscheinung der »Absonderung«, welche darin besteht, daß der Kristall entlang solcher Flächen, an denen Gleitungen stattgefunden haben, längere Zeit nach der Deformation von selbst (bzw. unter Wirkung sehr kleiner Impulse) aufreißen kann (53). Solche aufgerissenen Gleitflächen heißen Absonderungsflächen und sind meist wellenförmig gekrümmt. Etwas von den bei der Gleitung wirkenden Schubkräften scheint also nach der Gleitung entlang dieser Fläche

\*) Auch die Festigkeit der durch Nachdehnung entstandenen dünnen Fäden (vgl. Abb. 7a) die bis zu 10000%ige Reckung aufweisen, übersteigt nicht diesen Betrag.

übrig geblieben zu sein, und ein geringer Anlaß genügt, um diese Spannungen auszulösen und die Gleitfläche aufzureißen. Auch die gewellte Form der Fläche weist auf einen Spannungsgehalt hin. Als Besonderungen sind wohl auch die Risse zu betrachten, deren Entstehung P. LUDWIK (54) entlang der Gleitflächen nach wiederholten Beanspruchungen von wechselndem Vorzeichen bei Flußeisen metallographisch nachgewiesen hat.

Ein weiterer Hinweis auf die Spannungen, die entlang der Gleitfläche angesammelt sind, ergibt die Untersuchung im polarisierten Lichte, welche entlang der Gleitfläche, die man z. B. durch Biegung eines Steinsalz-kristalles erhält, deutliche doppelbrechende Streifen aufweist (REUSCH).

Gelegentlich ist auch von ADCOCK (78) beobachtet worden, daß bei Erhitzung von deformierten *Cu-Ni*-Legierungen die Rekristallisation entlang der Gleitflächen beginnt.

All dieses spricht dafür, daß der Zwangszustand, den die Deformation im Kristall erzeugt, in erster Linie auf Spannungen zurückgeht, die entlang der Gleitfläche aufgespeichert sind.

**8. Makroskopisch und mikroskopisch verkrümmte Kristalle.** Wir wollen hier zwei verschiedene Arten der Kristalldeformation voneinander abgrenzen.

Ein Beispiel für die eine Art bieten die Stellen, wo das Kristallband am jungfräulichen Ausgangsdraht hängt und wo deren verschiedene Kristallorientierungen entlang gebogener Gleitschichten ineinander übergehen. Wir haben bereits gesehen, daß an solchen Übergangsstellen zwischen zwei verschieden orientierten Kristallpartien die Annahme elastisch gespannter Gitterbereiche *unvermeidlich* ist. Solche Stellen müssen also erhöhte freie Energie haben und damit stofflich verändert sein.

Anders liegen die Verhältnisse bei gleichmäßig gedehnten Kristallpartien, etwa im Kristallbande selbst. Die Gitterorientierung ist hier (soweit goniometrische und röntgenometrische Methoden reichen) merklich *einheitlich*. Trotzdem treten innere Veränderungen (Verfestigung, Erholungs- und Rekristallisationsfähigkeit) auf, die auf erhöhte freie Energie hinweisen. Auch hier steht nichts im Wege, diese erhöhte Arbeitsfähigkeit als angehäuften Spannung zu deuten. Die Schubkräfte, die die Gleitung herbeigeführt haben, sind eben durch diese nicht ganz ausgeglichen worden. Stellenweise sind gedehnte und gepreßte Stellen vorhanden, die durch die Reibung in ihrem Spannungszustand fixiert sind. Die Gleitschichten werden dann leicht gewellt sein (wie die oben erwähnten Besonderungsflächen), aber am ganzen Kristall wird keine Deformation zu merken sein, das Gitter ist makroskopisch überall einheitlich orientiert.

Im ersten Falle, wo zwei Teile desselben Kristalls makroskopisch verschiedene (für sich einheitliche) Gitterorientierung aufweisen, ist der Kristall zwischen diesen Partien *makroskopisch gebogen*. Im letzteren Falle ist der Kristall *makroskopisch einheitlich orientiert* und nur *im Innern verkrümmt*.

Die praktische Bedeutung dieser Unterscheidung liegt darin, daß der Zwangszustand makroskopisch gebogener sich selbst überlassener Kristall *nur durch Rekrystallisation* aufgehoben werden kann. Eine *vollständige Erholung* ist nicht möglich, weil das Vorhandensein verschieden orientierter Gitterbereiche in ein und demselben *gesunden* (stabilen) Kristall unmöglich ist. Die Instabilität des gebogenen Kristalles kann daher ohne Entstehung von *Korngrenzen* nicht aufgehoben werden.

Dagegen kann ein makroskopisch undeformierter Kristall durch *reine Erholung* in den stabilen Zustand zurückkehren. Mit der Zeit oder bei Erwärmung gleichen sich die inneren Spannungen aus, die minimalen Krümmungen, die sie begleiten, glätten sich, der Ausgangszustand kehrt ohne Entstehung einer Korngrenze zurück. Wir haben gesehen, daß solche fast völlige Erholung bloß innerlich verspannter, makroskopisch einheitlicher Kristalle wirklich eintreten kann.

Beim Erhitzen von Präparaten, die aus einem unbeanspruchten Kristall mit daranhängendem Kristallband bestanden, zeigte sich, daß bei der überwiegenden Mehrheit die Rekrystallisation von der Übergangsstelle zwischen Ausgangsdraht und Band ausging<sup>1)</sup>. Das zeigt, daß der makroskopisch gebogene Kristall stärker rekrystallisiert als das nur mikroskopisch verbogene Kristallband, und dies, obzwar das Band offenbar *stärker gereckt* war als die Stelle, wo es am Ausgangsdraht grenzt. Bei gleichem Reckgrad ist also der makroskopisch gebogene Kristall stärker verspannt als der bloß mikroskopisch verkrümmte (vgl. auch S. 220).

Merkwürdig ist, daß der gekrümmte Kristallteil zwischen Ausgangsdraht und Kristallband sich während der Dehnung in Richtung des Ausgangsdrahtes dauernd verschiebt, wobei ständig gekrümmte Kristallteile in die Bandform übergehen. Die makroskopisch gebogenen Kristallteile werden also hier *rein mechanisch* wieder ausgerichtet und in einen nur mikroskopisch verkrümmten Zustand übergeführt. Demnach kann man einen makroskopisch gebogenen Kristall durch Zurückbiegen seinem Normalzustand wieder näher bringen, also entspannen, entfestigen.

Die Unterscheidung zwischen makroskopisch und mikroskopisch deformierten Kristallen ist nur zur Kennzeichnung der ausgesprochenen *Grenzfälle* brauchbar. Zur Charakterisierung der Übergangszustände wird man quantitativer Gradmesser bedürfen, deren Art jedoch noch nicht angegeben werden kann.

**9. Innere Trennungsf lächen.** Einer gewissen Klärung bedarf auch noch die Frage nach der Art der im Kristall angehäuften freien Energie. Nach der hier verwendeten Vorstellung wäre diese keineswegs allein auf verborgene Spannungen zurückzuführen. Es käme vielmehr noch eine Oberflächenspannung hinzu, die entlang der inneren Trennungsf lächen

<sup>1)</sup> Der neue Kristall wächst dabei nur in das Band, nicht aber in den unbeanspruchten Kristall hinein.

anzunehmen ist, an denen die Gleitschichten einander berühren. Denn es muß beachtet werden, daß entlang dieser Flächen gepreßte und gedehnte Kristallpartien aneinanderliegen. Wie im Schema Abb. 17 zu sehen, ist die konvexe Seite einer Gleitschicht gedehnt, die konkave Seite der Nachbarschicht gepreßt, dementsprechend die Gitterabstände auf der einen Seite elastisch gedehnt, auf der anderen elastisch verkürzt. Die Gittergeraden und Gitterebenen sind dadurch an der Berührungsfläche *unterbrochen*. Man sieht diese Unterbrechung auch in der Abb. 17, wo das Gitter in den Gleitschichten durch ein Netz angedeutet ist.

Trennt man zwei solche Gleitschichten bei festgehaltener äußerer Form und daher erhaltenem Spannungsgehalt entlang ihrer Trennungsfläche voneinander, so wird die Arbeit kleiner sein, als zur Trennung eines normalen Kristalles entlang einer Netzebene von gleichem Flächeninhalt nötig wäre.

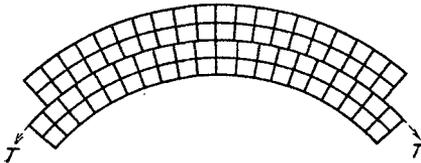


Abb. 17. Schema zweier benachbarter elastisch gebogener Gleitschichten. Das Gitter durch ein Netz angedeutet, an dem man merkt, daß die konvexe Seite gedehnt, die konkave Seite gepreßt ist. Entlang der Berührungsfläche  $T-T$  sind die Gittergeraden bzw. Gitterebenen unterbrochen. Sie stellt eine *innere Trennungsfläche* des Kristalls dar.

Die Differenz ist *gleich der Oberflächenspannung der inneren Trennungsfläche*, an der sich die Gleitschichten berühren. Wir gelangen so zu einer Bestätigung der von TAMMANN schon früher gemachten Annahme, daß an Gleitflächen eine Lockerung des Zusammenhanges und damit eine Oberflächenspannung auftritt.

Über die Größe dieser Oberflächenspannung wissen wir nichts und können auch den Flächeninhalt der inneren Trennungsflächen nicht abschätzen, weil die wirkliche Dicke der Gleitschichten noch unbestimmt ist. Obige Bemerkungen haben auch in erster Linie nur den Zweck, den Begriff der inneren Trennungsfläche zu präzisieren. Es soll betont werden, daß die Betrachtung des Dehnungsmechanismus sowie des deformierten Kristalles zum Resultat führt, daß ein solcher Kristall durch *scharf definierbare Trennungsflächen unterteilt* ist. Von gewöhnlichen Korngrenzen unterscheiden sich diese Trennungsflächen durch den Umstand, daß sich entlang derselben kristallographisch gleichwertige Flächen (also z. B. zwei Oktaederflächen, zwei Würfel Flächen usw.) berühren, wogegen an Korngrenzen im allgemeinen beliebig orientierte Kristallteile aneinanderstoßen.

Auch auf einen plausiblen Zusammenhang zwischen diesen inneren Trennungsflächen und der mit ihrer Ausbildung einhergehenden Form- und Reißverfestigung sei noch kurz hingewiesen. Ein Blick auf Abb. 17 läßt erkennen, daß die Unterbrechung der Gitterebenen durch die Tren-

nungsfläche die Gleitung erschweren muß: Die Ausbildung einer neuen, *diese Trennungsfläche durchkreuzenden* Gleitfläche ist offenbar behindert. Nur parallel zur Trennungsfläche können noch neue Gleitflächen unbehindert entstehen. Denkt man sich den Kristall durch mehrere Systeme solcher Trennungsflächen durchsetzt, so hört auch diese Möglichkeit auf und es wird *jede* neue Gleitung durch das System dieser Trennungsflächen behindert sein.

Man gelangt auf diese Weise ohne Einführung hypothetischer Vorstellungen zur Präzisierung des Zustandes vermindertcr Plastizität, den БЕЛЫЙ als Amorphisierung der Gleitflächen (vgl. oben S. 191), P. LUDWIK (56) als »Blockierung« derselben beschrieben hat.

Die folgende Deutung, die sich für die Reißfestigkeit ergibt, ist vorläufig vielleicht mehr formaler Natur: Von der erhöhten Reißfestigkeit des kleinen Kristalls haben wir vorhin auf die erhöhte Festigkeit des kleineren Korns geschlossen, und das Experiment hat den Schluß bestätigt. Die Reißverfestigung des Einzelkristalls durch Bearbeitung ließe sich nun in diesem Sinne als *Unterteilungseffekt* deuten, indem man den inneren Trennungsflächen für die Reißfestigkeit die Rolle von Korngrenzen zuschreibt.

**10. Übergang vom Einkristall auf den Polykristall.** Wir fragen nun: Wie wird ein Kristall sich bei der Deformation verhalten, wenn er nicht mehr für sich allein deformiert wird, sondern von allen Seiten unter dem Zwange angewachsener Nachbarkörner steht, wie dies im Polykristall der Fall ist?

Der tiefgreifende Unterschied gegen einen frei gedehnten Kristall besteht darin, daß bei diesem nur die Gleitreibung im Kristall zu überwinden ist, bei dem eingebetteten Korn dagegen auch der Widerstand mitdeformierter Nachbarkörner hemmend wirkt. Denn es ist, wie wir gesehen haben, die freie Dehnung eines einzelnen Kristalls mit einer ganz bestimmten Änderung seiner äußeren Form (Bandbildung usw.) verbunden. Wenn also die Körner eines den Raum dicht füllenden Gefüges sich wie frei dehnen würden, so müßten alle Korngrenzen aufplatzen und ein loses Haufwerk entstehen. Die intergranularen Kräfte, die das Gefüge zusammenhalten, sind also ein Hemmnis für die freie Entfaltung des Dehnungsmechanismus.

Die Wirksamkeit dieser Hemmung läßt sich wohl gar nicht hoch genug einschätzen, und es erscheint durchaus plausibel, das Verschwinden der hohen Einkristalldehnbarkeit im Haufwerk auf diese intergranulare Hemmung zu schieben. Man versteht auch von diesem Standpunkte, daß die Dehnbarkeit mit zunehmender Kornfeinheit rapide abnimmt, die Härte zunimmt (57). Je feiner das Korn, um so wirksamer die intergranulare Hemmung.

Deutliche Anzeichen dieser Hemmung geben die Versuche von H. C. H. CARPENTER und F. ELAM (40), die fanden, daß die Korngrenze zweier



Abb. 18. Aus wenigen großen Al-Kristallen bestehender gedehnter Probekörper mit Verdickungen an den Stellen, wo die Kristalle zusammenstoßen.



Abb. 19. Zwei Sn-Einkristalldrähte, die durch Erhitzen bis zum Schmelzpunkt entlang der Strecke I—II zusammengesintert waren, wurden (bei gew. Temp.) gedehnt. Beiderseits von I—II ausgiebige Flachdehnung (der Blick ist in Richtung der entstandenen Bänder gerichtet), diese Strecke selbst undehnbar. (Vergr. = 3.)

Aluminiumkristalle den einzelnen Kristallen gegenüber stark verminderte Dehnbarkeit zeigt. Ähnliches sieht man an einem von E. WETZEL (41) stammenden Bilde eines aus wenigen großen Al-Körnern bestehenden gedehnten Probestabes, das wir anbei in Abb. 18 zeigen: An den Korngrenzen findet man Verdickungen, weil sich der Stab dort weniger gedehnt hat.

Noch viel stärker zeigt sich die gegenseitige Behinderung der Dehnung zweier zusammengewachsener Kristalle in dem Versuch, dessen Ergebnis die Abb. 19 darstellt: Man ließ zwei drahtförmige Sn-Kristalle durch Erhitzen bis an den Schmelzpunkt entlang einer kurzen Strecke (I—II) zusammensintern. Nach erfolgter Abkühlung wurde an den Enden der Kristalle gezogen. Beiderseits der Strecke I—II zeigte sich normale Bandbildung, diese selbst dehnte sich jedoch nicht.

Von Bedeutung ist auch noch eine andere Seite dieser Erscheinung. Der Widerstand, den das Haften an den Korngrenzen der Entfaltung des Dehnungsmechanismus der aneinandergrenzenden einzelnen Körner entgegenstellt, muß Spannungen zur Folge haben, welche die Korngrenzen auseinanderzureißen bestrebt sind. Es ist anzunehmen, daß diese intergranularen Spannungen schon bei kleinen Reckgraden hohe Werte erreichen, namentlich dann, wenn das Korn fein ist. Eine Veranschaulichung des Spannungszustandes an der Korngrenze gibt das Bild in Abb. 20, wo ein Teil eines Sn-Kristallbandes, in dem zwei verschieden orientierte Sn-Kristalle aneinanderstoßen, zu sehen ist. Man sieht die einander widerstrebenden Gleitungen beider-

seits der Korngrenze. Die Anwesenheit ungewöhnlich hoher Spannungen zeigte sich darin, daß der Teil des Drahtes beim Erhitzen in kleine

Kristalle zerfiel (vgl. Abb. 20 *b* u. *c*), was sonst bei einem Kristallband nicht vorkommt. In anderen Fällen bildete sich an der Korngrenze ein

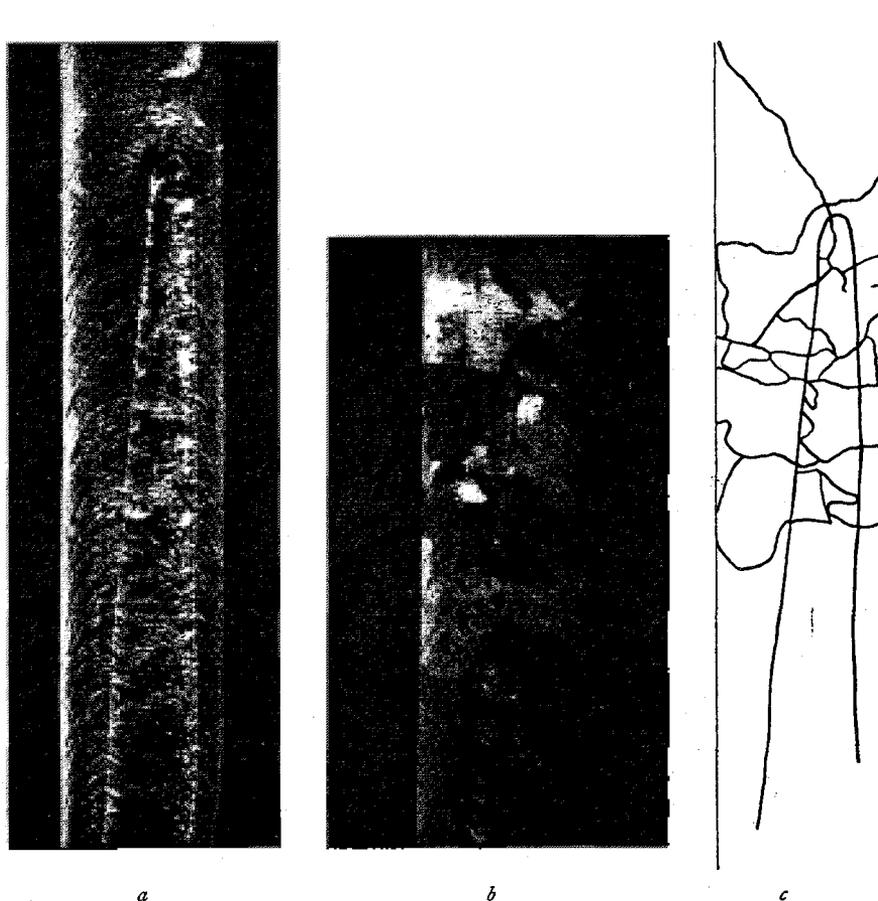


Abb. 20. Ein Draht, aus zwei aneinandergrenzenden *Su*-Kristallen bestehend, wurde gedehnt. Blick auf das entstandene Band. Der eine, kleinere, Kristall ist wie ein langer Spieß in den anderen eingebettet. Entgegengesetzt verlaufende Gleitlinien der einzelnen Kristalle. Infolge der hohen Spannungen an der Korngrenze: Reliefbildung entlang derselben und bei Erhitzung starke Rekristallisation. *a*) Präparat nach der Dehnung (ungeätzt), *b*) nach Erhitzung auf 150° während 3 Minuten (geätzt). *c*) Nachzeichnung von *b*) auf der Mattscheibe. (Vergr. = 12.)

Kranz kleiner neuer Kristalle — in Übereinstimmung mit den Erfahrungen von CHAPPEL (77), der ähnliches an den Korngrenzen von Flußeisen beobachtete.

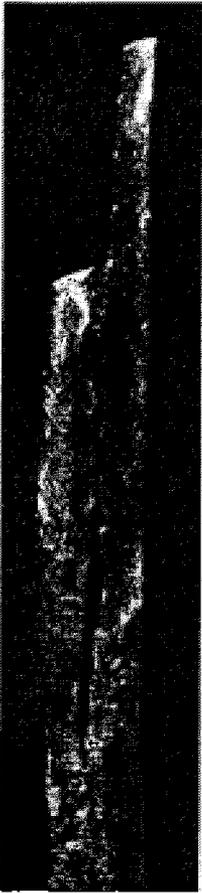


Abb. 21. Ein Draht, aus zwei längs zusammengewachsenen *Bi*-Kristallen bestehend, wurde gereckt und gerissen. Das Bild zeigt ein Bruchstück. Entgegengesetzt verlaufende Gleitlinien. Aufreißen der Korngrenze längs des Drahtes als Folge der Spannungen entlang derselben.

Das Bild in Abb. 21 zeigt, daß die intergranularen Spannungen auch zum *Aufreißen* der Korngrenze führen können. Ein Draht, der aus zwei der Länge nach zusammengewachsenen Wismutkristallen bestand, wurde gedehnt, bis er durchriß. Dabei spalteten sich die Bruchstücke im gedehnten Teile der Länge nach entlang der Korngrenze auf. Das Bild zeigt das eine Bruchstück, an dem man bei genauer Betrachtung auch die verschiedene Orientierung der Gleitlinien der beiden Kristalle erkennt. (Dieses Aufreißen der Korngrenzen wird wohl auch im Polykristall zuweilen auftreten und könnte zum Teil die Ursache der Dichteabnahme bei der Kaltbearbeitung sein.)

Wir sehen: Das einzelne Korn des Polykristalles wird unter sehr ungünstigen Bedingungen gedehnt. Die Form seiner Umhüllungsfläche kann sich nicht dem Mechanismus der Gleitung entsprechend ausbilden, sondern muß sich unter Anpassung an die Nachbarkörner so gestalten, daß der Raum auch weiter dicht gefüllt bleibe. Schon kleine Deformationen werden dazu führen, daß die Nachbarkörner erheblich aneinander zerren, sich gegenseitig verbiegen, verknüllen. Schon kleine Deformationen werden daher starke Verspannungen verursachen, die durch Erholung kaum rückgängig zu machen sind. Daher zeigt der Polykristall im Vergleich zum Einkristall: stark *herabgesetzte Dehnbarkeit*, viel *höhere Verfestigung* und viel *höhere Rekrystallisationsfähigkeit* bei gleichen Reckungen. (Vgl. oben S. 219 u. 221.)

## V. Änderung der physikalischen und chemischen Eigenschaften bei der Kaltreckung.

Bei der Kaltreckung findet eine Zunahme sowohl der freien als auch der gesamten Energie der Metalle statt. Ein Maß für die Änderung freier

Energie gibt die bei der Kaltreckung stattfindende Erhöhung des elektromotorischen Potentials, die bei verschiedenen Metallen etwa folgende Beträge erreicht:

	$\Delta E$	$n$	$\Delta F$	
Sn +	0,00011	4	10 cal.	$4,10^8$ erg.
Pb +	0,00012	2	6 »	$25,10^8$ »
Cd + +	0,00020	2	10 »	$4,10^8$ »
Ag +	0,00098	1	25 »	$10^9$ »
Bi +	0,0005	3	40 »	$15,10^8$ »

Aus dieser Erhöhung der elektromotorischen Kraft berechnen sich die Änderungen der freien Energie pro Grammatom in erg. nach der Formel

$$\Delta F = R \cdot \Delta E \cdot 96500 n,$$

wo  $R$  das mechanische Äquivalent des Volt-Coulomb  $1,02 \cdot 10^7$  erg.,  $\Delta E$  die Erhöhung der elektromotorischen Kraft, 96500 die Faradaysche Zahl und  $n$  die Wertigkeit ist. Unter der Annahme der unter  $n$  in der Tabelle angegebenen Wertigkeiten erhält man die unter  $\Delta F$  aufgeführten Änderungen der freien Energie pro Grammatom.

Noch höhere Werte (bis 0,009 Volt) hat TAMMANN (57) an polierten Metalloberflächen beobachtet.

Die Zunahme der Gesamtenergie bei der Verfestigung während eines Zerreißversuches beträgt nach HORT (57) 0,9—5 gcal. pro Grammatom. Diese Verfestigung ist nur verhältnismäßig geringfügig. Die elektromotorische Kraft ist dahingegen an stark verfestigten Metallen gemessen worden. Die Zahlen der Tabelle können deshalb nicht unmittelbar in Beziehung zum Befund von HORT gesetzt werden. Der Größenordnung nach besteht eine Übereinstimmung.

Die Erhöhung der freien Energie bei der Kaltreckung bedeutet eine stoffliche Änderung des Metalles, die sich in allen seinen Eigenschaften ändern muß. Es läßt sich zunächst zeigen, daß die Änderung der freien Energie zu einem erheblichen Teil auf die in kaltgereckten Metallen vorhandenen verborgen elastischen Spannungen zurückführen läßt.

Die elastische Energie  $A$  eines gedehnten Stabes mit dem Volumen  $V$  ist

$$\frac{V\sigma^2}{2E},$$

wo  $\sigma$  die erreichte Spannung und  $E$  der Elastizitätsmodul ist, und die Gültigkeit des Hooke'schen Gesetzes angenommen wird. Wenn wir für  $V$  das Atomvolumen, also beispielsweise 10 ccm, für den Elastizitätsmodul  $E = 10\,000 \text{ kg/mm}^2 = 10^{10} \text{ dyn/cm}^2$  und für  $\sigma = 100 \text{ kg/mm}^2 = 10^{10} \text{ dyn/cm}^2$  setzen, so erhalten wir

$$A = \frac{10 \cdot 10^{20}}{2 \cdot 10^{12}} = 5 \cdot 10^8 \text{ erg.}$$

Die freie Energie der verborgen elastischen Spannungen bleibt also etwa um eine Zehnerpotenz hinter dem aus der elektromotorischen

Kraft berechneten Höchstbeträge der Energie zurück. Will man diese trotzdem auf Spannungen zurückführen, so muß man Spannungsbeträge annehmen, die erheblich oberhalb der technischen Zerreißfestigkeit liegen, was unter Zugrundelegung BORNscher Kräfte möglich erscheint. Hierbei würden auch beträchtliche Abweichungen vom HOOKESchen Gesetz (stärkere Dehnungen) auftreten, durch die die Energiebeträge sich weiter erhöhen würden<sup>1)</sup>.

Außerdem ist ein groerer Teil der freien Energie wahrscheinlich als Oberflächenenergie der Gleitflächen aufgespeichert. Zur Erklärung der Änderungen der elektromotorischen Kraft sind weitergehende Annahmen über Störungen des Raumgitters oder Änderungen im Atom überflüssig.

Die Änderung der elektromotorischen Wirksamkeit kann die chemischen Veränderungen im kaltgereckten Metall erklären.

Das Verschwinden der regelmäßigen kristallographischen Ätzbarkeit bei der Kaltreckung (s. oben Teil III) erklärt sich durch das System der von Ort zu Ort schwankenden Spannungen und der zahlreichen Gleitflächen, die die Auflösungsgeschwindigkeit unregelmäßig beeinflussen und damit die Ausbildung von Ätzfiguren verhindern.

Auch die von TAMMANN festgestellte Verschiebung der Resistenzgrenzen in Kristallen bei der Kaltreckung erklärt sich vermutlich in ähnlicher Weise.

Die *Dichte* nimmt durch das Kaltrecken erst zu und dann ab, und zwar bis um 0,25 %.

Die anfängliche Erhöhung der Dichte ist zweifellos auf die Schließung der in jedem Gußstück vorhandenen Hohlräume zurückzuführen. Die Abnahme der Dichte führt TAMMANN (57) auf drei Ursachen zurück:

1. Entstehung von Lücken zwischen den Polyedern. Die Möglichkeit der Entstehung von Rissen infolge der hohen mechanischen Spannungen bei der Kaltreckung ist vorher oben erwähnt worden, und zwar nicht nur an den Korn grenzen, sondern auch an den Gleitflächen. In manchen Fällen sind solche Risse direkt beobachtet worden.

2. Bildung von gesetzmäßig orientierten Hohlkanlen infolge von wiederholten einfachen Schiebungen. Solche Kanle sind von ANDCOCK in einer Legierung von 80 % Cu und 20 % Ni nachgewiesen worden. Es ist jedoch wahrscheinlich, daß sie nur einen ganz untergeordneten Einfluß auf die Dichte haben, da diese bei der Erhitzung (Rekristallisation) des Metalles wieder ihren ursprünglichen Wert annähernd erreicht und eine Schließung dieser Hohlkanle schwer vorstellbar ist.

3. Lckerung des Zusammenhanges auf einer Gleitfläche. Diese ist oben wahrscheinlich gemacht worden.

Wenn man als vierte Ursache eine mögliche Dichteabnahme infolge

<sup>1)</sup> Nach der BORNschen Gittertheorie könnte man einem Steinsalzwrfel von 1 ccm durch Anspannung in einer Kantenrichtung einen Energiebetrag von etwa  $10^{10}$  erg. einverleiben. Ähnliche Groenordnung ließe sich für Metallkristalle erwarten.

der Abweichungen der inneren Spannungsdehnungen vom HOOKESchen Gesetz, die bei dem hohen Betrage der verborgenen Spannungen durchaus möglich ist, ins Auge faßt, so ist die Änderung der Dichte der Größenordnung nach mehr als genügend erklärt, und man hat keine Berechtigung, aus dieser Änderung irgendwelche Schlüsse auf weitergehende innere Änderungen im Metall zu ziehen, wie es z. B. CZOCHRALSKI macht (92).

Das *elektrische Leitvermögen* der Metalle nimmt beim Kaltrecken bis etwa um 5 % ab. TAMMANN (57) hat versucht, diese Abnahme auf die Deformationsstruktur zurückzuführen; das hat die Annahme zur Voraussetzung, daß die Metallkristalle in verschiedenen Richtungen verschiedenes Leitvermögen haben, worüber sich in der Literatur für das optisch anisotrope Wismut und für Eisenglanz Angaben finden. Die Annahme der Richtungsabhängigkeit des elektrischen Leitvermögens in regulären optisch und wahrscheinlich auch elektrisch isotropen Metallkristallen ist jedoch theoretisch schwierig und würde einer eingehenderen experimentellen Begründung bedürfen.

Nach TAMMANNs Auffassung muß das elektrische Leitvermögen eines kaltgerekten Metallstückes von der Richtung im Stück abhängen. In einem hartgewalzten Kupferblech von 0,2 mm Stärke fanden die Verfasser in allen Richtungen dasselbe Leitvermögen (Meßgenauigkeit 0,2 %). Nach einer  $\frac{1}{4}$ stündigen Erhitzung auf 300° hat das Leitvermögen etwa um 4 % zugenommen, und zwar in allen Richtungen. Die Deformationsstruktur hat sich bei der Erhitzung nicht wesentlich geändert, wie eine Röntgenaufnahme gezeigt hat, die Kristallite haben dieselbe vorherrschende Orientierung behalten. Hieraus folgt, daß die Abnahme des Leitvermögens beim Kaltrecken nicht auf Richtungseffekte zurückgeführt werden kann.

Eine Überschlagsrechnung zeigt, daß auch die verborgenen Spannungen, die das Leitvermögen an und für sich verändern, die Änderung desselben bei der Kaltreckung nicht erklären können.

Der Temperaturkoeffizient des elektrischen Leitvermögens wird durch Kaltreckung ebenfalls erniedrigt; ebenso wie für die Änderung des elektrischen Leitvermögens kann auch hierfür eine präzise Erklärung vorläufig nicht gegeben werden. Ein Richtungseffekt als Erklärungsmöglichkeit ist ausgeschlossen.

Auffallend ist, daß durch Mischkristallbildung die elektrische Leitfähigkeit und ihr Temperaturkoeffizient in derselben Richtung wie durch die Kaltreckung beeinflusst werden. Das läßt vermuten, daß die Ursachen in beiden Fällen ähnliche sind und in kleinerer Beeinflussung des Raumgitters bestehen. Mangels einer brauchbaren Theorie der metallischen Stromleitung läßt sich hierüber zur Zeit Genaues nicht aussagen.

Die thermoelektrische Kraft scheint sich bei der Kaltreckung etwas zu ändern.

Zuweilen ändert sich die Farbe der Legierungen (*Cu-Ag-Au*) deutlich bei der Kaltreckung. Da die Farbe durch die Valenzelektronen bestimmt wird, ebenso wie das chemische Verhalten, so ist diese Erscheinung im Zusammenhang mit der Zunahme der freien Energie verständlich. Die ferromagnetischen Eigenschaften des Eisens ändern sich bei der Kaltreckung recht beträchtlich; die Permeabilität nimmt ab, die Koerzitivkraft nimmt zu. Dieselben Änderungen werden auch durch Zusatz von Kohlenstoff hervorgerufen, eine Tatsache, die für die Theorie des Magnetismus von Bedeutung sein dürfte.

Zusammenfassend ist zu sagen, daß die Änderungen der physischen und chemischen Eigenschaften der Metalle zu gering, wie die Änderungen der Dichte, oder theoretisch auch vom physikalischen Standpunkt zu wenig geklärt sind, wie die Änderungen der elektrischen Leitfähigkeit und des Magnetismus, um eine Aufklärung über den Vorgang der Kaltreckung und Verfestigung bringen zu können. Eine Ausnahme bilden die Eigenschaften, deren Änderungen, wie oben geschehen, auf energetischer Grundlage erörtert werden konnten.

## VI. Deformationsstrukturen.

1. **Allgemeine Grundlagen.** Die röntgenographische Untersuchung kaltbearbeiteter Metalle hat in den letzten Jahren zu der Erkenntnis geführt, daß Deformationen, wie Dehnung, Walzen und Pressung, eine eigenartige Strukturveränderung im Innern der Metalle hervorrufen. Diese Deformationsstrukturen bestehen darin, daß die *Kristallgitter der einzelnen Körner eine bestimmte regelmäßige Anordnung* erhalten. Und zwar erfolgt die Neuordnung der Gitter im Fall der Dehnung in bezug auf die Dehnungsachse bzw. Drahtachse, im Fall des Walzens in bezug auf die Walzebene und die Walzrichtung. Der Fall der Pressung ist noch nicht genau untersucht.

Die Dehnungsstruktur ist derart, daß sich bestimmte kristallographische Richtungen parallel zur Drahtachse einstellen, wobei die Orientierung der Gitter ansonsten beliebig bleibt. Bei der Walzstruktur liegen gewisse Kristallebenen bevorzugterweise in der Walzebene und bestimmte Kristallrichtungen annähernd parallel zur Walzrichtung.

Die erste Art Deformationsstruktur wollen wir hier *Dehnungsstruktur* oder auch im Anschluß an die Literatur »*Faserstruktur*« nennen. Dieser Name rührt daher, daß eine derartige Kristallanordnung zuerst in den natürlich gewachsenen Faserstoffen (Seide, Baumwolle) gefunden wurde. Die beim Walzen entstehende Struktur wollen wir als *Walzstruktur* bezeichnen.

Die Röntgeneffekte, welche zur prinzipiellen Deutung und später zur detaillierten Aufklärung der Dehnungs- und Walzstruktur geführt haben, sind in ihren ersten Andeutungen schon gleich nach Entdeckung der Röntgeninterferenzen beobachtet worden. E. HУРКА (58) fand

im Jahre 1913 bei der Durchleuchtung von Metallfolien ein Diagramm, das aus *Flecken* bestand, die den Durchstoßpunkt des Strahles in doppelt-symmetrischer Anordnung umgaben, und aus *strahlenförmigen Streifen*, die vom Durchstoßpunkt ausgehend zu diesen Interferenzflecken führen<sup>1)</sup>. Das Diagramm verlor diesen regelmäßigen Charakter beim Anlassen der Metallfolien<sup>2)</sup>. Dieses Experiment ist eine Reihe von Malen wiederholt worden (59), ohne daß eine klare Deutung desselben erfolgte. Eine solche ist dann von USPENSKI und KONOBEJEWSKI (66) (1920) gegeben worden, jedoch blieb das Ergebnis in Deutschland unbekannt. Hier schloß sich die quantitative Untersuchung der Deformationsstrukturen dem (1921 gewonnenen) Befunde an, daß hartgezogene Drähte ähnliche Röntgenogramme, wie gewalzte Folien, geben (65). Es wurde festgestellt, daß dieser Effekt auf einer besonderen Anordnung der Kristalle (Faserstruktur) beruht, und<sup>1)</sup> die Einzelheiten dieser Struktur bestimmt (M. ETTISCH, M. POLANYI und K. WEISSENBERG [66]).

Bald darauf wurde von K. WEISSENBERG die in Rußland bereits bekannte Struktur gewalzter Folien aufgefunden (61, 62) und dieses Ergebnis gemeinsam mit H. MARK noch wesentlich präzisiert und ergänzt (63). Eine besondere Art Folienstruktur hat R. GROSS (64) analysiert.

Im Zusammenhang mit diesen Untersuchungen stehen die Röntgenaufnahmen an deformierten Einzelkristallen von denen in der Literatur mehrere Beispiele vorliegen.

Sie zeigen das Bild, das man bei unversehrtem Gitter an einem gebogenen Kristall zu erwarten hat: Verbreiterung der vom »weißen« Licht herrührenden Flecken (LAUE-Diagramm) zu Streifen und Auftreten der einfarbigen Linien (welche vom einheitlich orientierten Kristall nicht reflektiert werden)<sup>3)</sup>. Dem Charakter nach sind diese Bilder also den

<sup>1)</sup> Die Deutung der Bilder hat gezeigt, den die Flecken von monochromatischen Linien herrühren (also dem DEBYE-Diagramm entsprechen), die radialen Streifen dagegen dem kontinuierlichen (»weißen«) Teil der Strahlung entsprechen, also ein verzerrtes LAUE-Diagramm darstellen.

<sup>2)</sup> Es hat sich seither in einer Reihe von Fällen gezeigt, daß beim Anlassen der beschriebene Röntgeneffekt nicht völlig verschwindet. (Vgl. M. ETTISCH, M. POLANYI, K. WEISSENBERG [66], M. C. BURGER [75], R. GROSS [64] und den S. 231 beschriebenen Versuch d. Verf.) Auch die beim Anlassen entstehenden Kristallaggregate können also geordnet sein. Die Anordnung stimmt dabei weitgehend mit der vorangegangenen Deformationsstruktur überein. — Auch der bei Rekristallisation des Einkristalls entstehende neue Kristall ist in Bezug auf den alten Kristall, in den er hineinwächst, gesetzmäßig orientiert (vgl. oben S. 219).

<sup>3)</sup> Das Auftreten der Streifen (»Asterismus«) an Stelle der Flecken ist von J. CZOCHRALSKI als »Gitterstörung« gedeutet worden, die im Gegensatz zum unverändert bleibenden Ablenkungswinkel der einfarbigen Linien (»DEBYE-Diagramm«) stehen soll [76]. Diese Gegenüberstellung ist (ebenso wie die ganze Erörterung, die sich ihr anschließt) unrichtig: Ein gebogenes Glimmerplättchen zeigt den »Asterismus« und zugleich unveränderte Ablenkungswinkel für monochromatische Linien und eine elementare Betrachtung zeigt die Notwendigkeit dieses Verhaltens. (Ob man das Gitter im gebogenen Plättchen [das bei Entlastung sofort in die Ruhelage zurück-schnell] als »gestört« betrachten will oder nicht, ist natürlich willkürlich.)

Diagrammen gewalzter Bleche, gereckter Drähte, usw. ähnlich. Wir werden später sehen, daß die Übereinstimmung in den Diagrammen gleichartig deformierter Einkristalle und Polykristalle sogar sehr weitgehend ist.

Die Einzelheiten der bisher festgestellten Deformationsstrukturen werden wir noch eingehend erörtern. Die röntgenanalytischen Methoden, mit Hilfe deren diese Ergebnisse gewonnen wurden, können wir jedoch hier nicht beschreiben. Eine Übersicht derselben ist kürzlich von M. POLANYI und K. WEISSENBERG (67) gegeben worden. Im übrigen sei auf die erwähnten Originalarbeiten (60), (61), (63), (66), insbesondere auf jene von K. WEISSENBERG (75a) verwiesen.

Hier werden die Deformationsstrukturen auf allgemein geometrischer Grundlage diskutiert. So erscheinen sie als Sonderfälle »statistischer Anisotropie«, womit die Anisotropie von Haufwerken gemeint ist, die durch statistische Bevorzugung gewisser Gitterorientierungen entsteht. Auch diese Anordnungsanisotropien lassen sich — ähnlich wie die Anisotropien der Einkristalle — durch Symmetrieelemente charakterisieren, und auch hier sind nur gewisse Kombinationen von Symmetrieelementen zulässig. Eine solche Kombination wird als Symmetrieklasse der statistischen Anisotropie angesprochen. Eine rationelle Methode ermöglicht es, mit wenigen Röntgenaufnahmen eindeutig zu entscheiden, welche statistische Anisotropieklasse man vor sich hat. Auch für die Analyse der weiteren Einzelheiten der Struktur werden allgemeine Vorschriften gegeben. Eine ausführliche Analyse der Röntgenogramme von gereckten Drähten geben M. POLANYI und K. WEISSENBERG in ihren Arbeiten über das »Röntgenfaserdiagramm« (67a).

## 2. Faserstruktur und Walzstruktur verschiedener Metalle.

Von den Deformationsstrukturen ist die durch Dehnung auftretende (*Faserstruktur*) die übersichtlichere. Bei den raumzentriert-kubischen Metallen (Wolfram, Eisen, Molybdän) ist die kristallographische Richtung, die sich in die Achse der gedehnten Drähte einstellt, die Diagonale der Würfelfläche, also kristallographisch bezeichnet<sup>1)</sup> [101], (66). (Vgl. Fig. 22a.) Bei den flächenzentrierten Metallen (z. B. Kupfer, Aluminium, Palladium) teilen sich die Kristalle in zwei Gruppen, in der einen, und zwar der größeren, stehen die Gitter so, daß die Raumdiagonale (krist. Ind. [111]) in der Drahtachse steht. Bei der kleineren Gruppe steht die Würfelfläche (krist. Ind. [100]) in dieser Richtung (66). (Vgl. Fig. 22b.) Freilich ist diese Anordnung, wie die Deformationsstruktur überhaupt, nicht exakt, sondern es besteht nur eine mehr oder weniger ausgesprochene Häufung bevorzugter Gitterlagen. Die Abweichung von diesen Lagen (»Streuung« der Struktur) läßt sich etwa als Halbwerts-

<sup>1)</sup> Die Indizes in eckigen Klammern bedeuten Richtungen, jene in runden Klammern bedeuten Ebenen.

breite der Häufigkeitskurven angeben. Genaue Messungen über diese Breite liegen zwar nicht vor, doch läßt sie sich aus dem Diagramm abschätzen. Für die Faserstruktur ergibt sich dabei, daß die Streuung von den Abweichungen der bevorzugten Gitterlagen sich in einem Bereich von etwa  $5-8^\circ$  bewegen.

Die *Walzstruktur* raumzentriert würflicher Metalle ist bisher nur am Beispiel des Wolframs untersucht worden. Es liegt in der Walzrichtung die Würfelächendiagonale, und eine Würfelachse in der Walzebene in der Walzrichtung (64). (Abb. 23 a.)

In der Walzstruktur flächenzentrierter Metalle sehen wir wiederum, wie bei der Faserstruktur dieser Körper, die Kristalle in zwei Gruppen mit verschiedenen Gitterlagen geteilt. Die erste Gitterlage, welche meistens überwiegt, ist bei Platin, Silber und Gold eine solche, daß die Kristallrichtung mit der

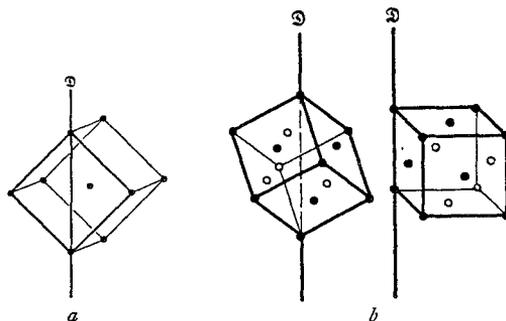


Abb. 22. Schema der Dehnungsstrukturen. a) Raumzentriert-kubische Metalle. Die Würfelächendiagonale parallel zur Dehnungsachse ( $\mathfrak{D}$ ). b) Flächenzentriert-kubische Metalle: Zwei Kristallgruppen: In der einen (reichhaltigeren) Gruppe Raumdiagonale parallel zu  $\mathfrak{D}$ , in der anderen (kleineren) Gruppe Würfelkante parallel zu  $\mathfrak{D}$ .

Indizierung  $[112]$  nahezu in der Walzrichtung liegt und eine Rhombendodekaederebene [krist. Ind.  $(101)$ ] eine Lage parallel zur Walzebene bevorzugt (Fig. 23 b). Bei Kupfer und Aluminium ist eine kleine Abweichung in dem Sinne vorhanden, daß statt  $[112]$  eine Richtung in der Walzrichtung liegt, welche von  $[112]$  gegen die nächste Raumdiagonale ( $[111]$ ) um etwa  $8^\circ$  abweicht.

Die Struktur hat dabei in bezug auf die Walzrichtung eine Streuung von etwa  $8^\circ$ , in bezug auf die Walzebene eine Streuung von etwa  $35-40^\circ$ .

Die zweite Gitterlage ist bei allen untersuchten flächenzentrierten Metallen dieselbe, nämlich derart, daß eine Würfelkante in der Walzrichtung liegt und eine Würfelachse in der Walzebene. Die Streuungen sind etwa dieselben wie bei der ersten Gitterlage. Bei Silber, Kupfer und Aluminium überwiegt die erste Gitterlage stark an Häufigkeit, bei Gold und Platin ist dies kaum der Fall (63)<sup>2)</sup>.

<sup>2)</sup> In letzter Zeit sind Untersuchungen an gewalzten Blechen mit etwas anderem Ergebnis bekannt geworden. F. KÖRBER findet bei Aluminium die  $[111]$ -Richtung in der Walzrichtung und eine  $(112)$ -Fläche in der Walzebene. Die Unterlagen, die bisher für dieses Ergebnis bekannt gegeben wurden (68), erscheinen jedoch nicht zwingend. Eine ausführliche Veröffentlichung steht noch aus.

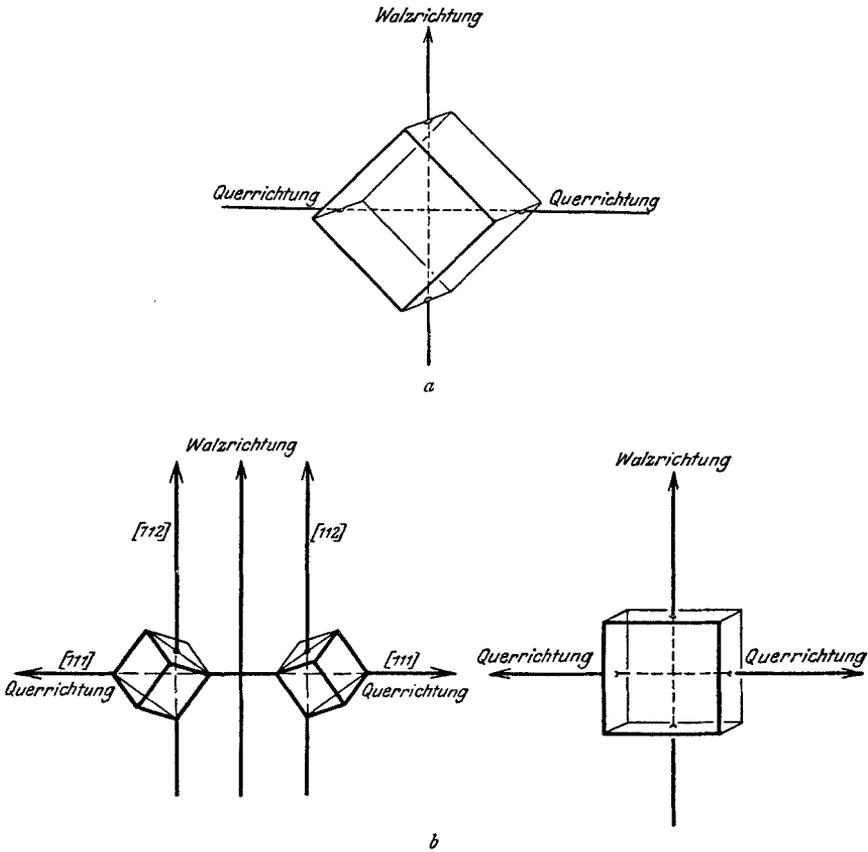


Abb. 23. Schema der Walzstruktur. *a*) Wolfram (raumzentriert-kubisch). Würfelflächen-diagonale in der Walzrichtung, Würfelfläche in der Walzebene. *b*) Flächenzentriert-kubische Metalle. Zwei Kristallgruppen, in der einen, reichhaltigeren, annähernd  $[112]$  in der Walzrichtung und Rhombendodekaederfläche in der Walzebene, in der anderen, kleineren Gruppe Würfelfläche in der Walzrichtung, Würfelfläche in der Walzebene.

Einen Überblick über diese Deformationsstrukturen gibt die nebenstehende Tabelle.

Tabelle 7. Deformationsstrukturen.

A. Bei gereckten Drähten.

Bei raumzentriert-kubischem Gitter	$[101]$ in der Drahtrichtung
Bei flächenzentriert-kubischem Gitter	Zwei Kristallgruppen: Bei der größeren Kristallgruppe $[111]$ in der Drahtrichtung, bei der kleineren Kristallgruppe $[100]$ in der Drahtrichtung

## B. Bei gewalzten Folien.

Bei Wolfram (raumzentriert-kubisches Gitter)	[101] in der Walzrichtung und (100) in der Walzebene
Bei flächenzentriert-kubischem Gitter	Zwei Kristallgruppen: Bei der größeren [112] in der Walzrichtung <sup>1)</sup> und gleichzeitig (101) in der Walzebene, bei der kleineren [100] in der Walzrichtung und gleichzeitig (100) in der Walzebene

**3. Deformationsstruktur und Umorientierung im Einkristall.**

Wenn in einem Material, dessen Körner ursprünglich regellos orientiert waren, durch die Kaltreckung eine Deformationsstruktur entsteht, so muß sich das Gitter in einem großen Teil der Körner gedreht haben, und zwar so, daß diese Drehung in gesetzmäßigem Zusammenhang mit Art und Richtung des wirksamen Spannungsfeldes steht. Da es andererseits bekannt ist, daß auch ein einzelner Kristall unter Wirkung plastischer Deformation eine Gitterdrehung erleidet (vgl. oben S. 201), wird man versuchen, die Deformationsstrukturen von den Beobachtungen am Einkristall ausgehend zu verstehen.

Zunächst wird man hiermit die Gitterdrehungen im Polykristall ebenso, wie jene im Einkristall, als Folge von *Biegegleitungen* (vgl. oben S. 205) zu betrachten haben, was wiederum darauf schließen läßt, daß die Biegegleitung sowohl beim Dehnen wie beim Walzen und Pressen die Grundlage für die Deformation des Kristallkorns bietet.

Als weiteren Schritt wird man versuchen, die Deformationsstruktur auch im einzelnen aufzuklären, indem man annimmt, daß die Umorientierung, die ein Korn des Polykristalls erfährt, *dieselbe ist, die ein Einkristall bei gleicher Behandlung erfahren würde.*

Ein ausreichendes Versuchsmaterial zur direkten Prüfung dieser naheliegenden Annahme liegt zwar noch nicht vor, doch spricht das bisher Bekannte für ihre Richtigkeit.

So fand J. CZOCHRALSKI (76) bei Durchleuchtung von Blechen, die durch Auswalzen von einem einzelnen großen Kristall erzeugt waren, Diagramme derselben Art, wie man sie auch sonst bei gewalzten Metallen findet. Ein von F. KÖRBER (68) durchgeführter Vergleich der Diagramme von gewöhnlichen Aluminiumwalzblechen und von Blechen, die aus einem Kristall ausgewalzt waren, zeigte quantitativ übereinstimmende Resultate<sup>2)</sup>.

<sup>1)</sup> Abweichungen hiervon bei *Cu* und *Al*, wie im Text angegeben.

<sup>2)</sup> Dies bezieht sich auf den monochromatischen Teil des Diagrammes. Im »weißen« Diagramm fanden sich Abweichungen, die uns jedoch von untergeordneter Bedeutung erscheinen.

Ähnliches zeigte sich bei  $Zn$ -Einkristallen (38). Die Umorientierung, welche das Gitter solcher Kristalle bei der Drehung erleidet, ist vorhin in Teil IV ausführlich beschrieben worden. Sie besteht darin, daß eine bestimmte Kristallrichtung, die sich als Gleitrichtung betätigt, nämlich die Richtung  $[10\bar{1}0]$ , sich bei fortschreitender Dehnung immer mehr der Drahtachse anlegt. Die Untersuchung gedehnter polykristalliner  $Zn$ -Drähte ließ in diesen eine Deformationsstruktur erkennen, die man sich aus der Dehnungsumorientierung der einzelnen  $Zn$ -Kristalle ableitet denken kann: Es zeigte sich nämlich, daß im gedehnten Polykristall die auf  $[10\bar{1}0]$  senkrechte  $[0001]$ -Achse einen Winkel von etwa  $70^\circ$  mit der Drahtachse bevorzugt.

**4. Mechanismus der Dehnung eines Al-Kristalls nach G. J. Taylor und F. Elam (70).** Die Deutung der Deformationsstruktur läuft damit auf die Frage nach der Ursache der Umorientierung des Einzelkristalls bei der Deformation hinaus. Wo man diese Umorientierung versteht, wie beim gedehnten  $Zn$ -Kristall, ist auch die Entstehung der Deformationsstruktur verständlich.

Leider fehlt es uns an eingehender Kenntnis des Deformationsvorganges von Einzelkristallen gerade derjenigen Metalle, deren Deformationsstrukturen genauer studiert sind, nämlich jener mit kubischem Gitter. Abgesehen von dem bereits erwähnten, rein summarischen Walzversuch von J. CZOCHRALSKI (76) und F. KÖRBER (68) besitzen wir diesbezüglich nur die Studie von G. J. TAYLOR und F. ELAM (70) über die Dehnung eines einzigen Aluminiumkristalls.

Der Dehnungsmechanismus erweist sich hier im Grunde genommen ähnlich wie bei  $Zn$ , jedoch mit einer wichtigen Abweichung. Auch hier gleiten die Gitterpartien in einer bestimmten Richtung und zwar in der Würfelflächendiagonale  $[101]$ , und es wird dabei der Winkel zwischen dieser Flächendiagonale und der Dehnungsachse zunächst immer kleiner. Doch fällt hier dieser Winkel bei fortschreitender Dehnung nicht allmählich auf Null ab, und zwar deswegen nicht, weil es im kubischen Gitter mehrere (und zwar sechs) verschieden gelegene, sonst aber gleichwertige Würfelflächendiagonalen gibt, und indem jene Flächendiagonale, die zunächst als Gleitrichtung fungiert, in einem immer spitzeren Winkel zur Dehnungsachse gelangt, sinkt schließlich die Schubspannung entlang derselben unter den Wert herab, den sie in Richtung einer anderen, günstiger gelegenen Flächendiagonale hat; dann aber hört die Gleitung entlang der zuerst betätigten Flächendiagonale auf und die zweite, nun günstiger liegende übernimmt ihre Rolle als Gleitrichtung. Der Wettstreit der beiden Flächendiagonalen hört jedoch damit nicht auf, denn es dreht sich nun das Gitter so, daß alsbald wieder die erste Gleitrichtung in Tätigkeit tritt, und das Spiel kann sich unbegrenzt wiederholen.

Für die Erklärung der Deformationsstrukturen bedeutsam ist dabei der Umstand, daß diese Gitterdrehung nicht nach Art eines Rollens un-

begrenzt fortschreitet, sondern nach Art eines Wackelns einer bestimmten Endlage zustrebt. Denkt man sich etwa, wie bei TAYLOR und ELAM, zwei Flächendiagonalen (I und II) im Wettstreit miteinander, so wird, wenn zuerst I gleitet, das Gitter sich zunächst um eine Achse drehen, die vertikal auf der Dehnungsrichtung ( $\mathfrak{D}$ ) und auf I steht, und zwar so, daß der Winkel zwischen diesen beiden Richtungen verkleinert wird<sup>1)</sup>. (Vgl. das Schema in Abb. 24.) Durch diese Bewegung wird gleichzeitig der Winkel zwischen  $\mathfrak{D}$  und der Gleitrichtung II vergrößert, so daß ein Punkt erreicht wird, wo die Winkel, welche I und II mit  $\mathfrak{D}$  einschließen, gleich sind. Dann sind auch die Schubspannungen in Richtung von I und II gleich geworden, und es gleiten nunmehr beide gleichzeitig oder unmittelbar abwechselnd um gleiche Beträge. Dabei erfolgen gleichgroße Drehungen um Achsen, die vertikal auf  $\mathfrak{D}$  und I bzw.  $\mathfrak{D}$  und II stehen. Die Superposition solcher Drehungen bringt schließlich das Gitter in eine Lage, in der die Halbierende des von I und II eingeschlossenen Winkels mit  $\mathfrak{D}$  zusammenfällt. Das ist die Endlage, dem das Gitter zufolge des Wettstreites der Gleitrichtungen I und II zustrebt.

Allerdings könnte man dieser Ableitung gemäß zunächst zwei solche Endlagen annehmen, weil I und II (wie jedes sich kreuzende Geradenpaar) einen spitzen und einen stumpfen Winkel miteinander einschließen und hier sowohl die Halbierende des einen (Fall 1), als auch des anderen (Fall 2), in Betracht kommen könnte. In Wirklichkeit ist aber, wie wir sehen werden, der eine Fall (und zwar Fall 2) schon durch die Annahme ausgeschlossen, daß die Drehung von I in Richtung von  $\mathfrak{D}$  und die gleichzeitige Entfernung von II von dieser Richtung die Schubspannung in Richtung von I verkleinern und in Richtung von II vergrößern soll.

Die diesbezüglichen Verhältnisse zeigt Fig. 25, wo man Fall 1 und 2 einander gegenübergestellt sieht. Die gestrichelten Geraden bezeichnen die Lagen von  $[101]$ , in denen die Schubspannung in dieser Kristallrichtung am größten wird, wenn man sich das Gitter um eine vertikal zur Abbildungsebene einsteckende Achse gedreht denkt. (Es ist die Stellung, bei

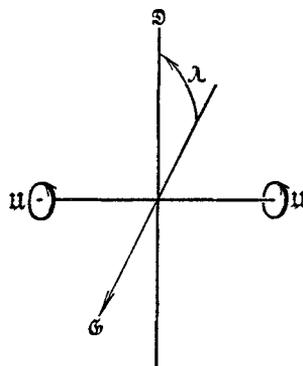


Abb. 24. Schema der Gitterdrehung infolge Gleitung: Wenn das Gitter in der Richtung  $\mathfrak{G}$  ausgleitet, die den Winkel  $\lambda$  mit der Dehnungsachse,  $\mathfrak{D}$ , einschließt, so dreht es sich dabei um die auf  $\mathfrak{G}$  und  $\mathfrak{D}$  senkrechte Achse  $\mathfrak{U}$  derart, daß der Winkel ( $\mathfrak{G}$   $\mathfrak{D}$ ) verkleinert wird. (Der Vorgang, der dieser Drehung zugrundeliegt, ist eine Biegegleitung.)

<sup>1)</sup> Ausführliche geometrische Erörterung dieser Gitterdrehung bei H. MARK, M. POLANYI und E. SCHMID (38).

der  $\cos \lambda \sin \delta^2$ ) ein Maximum ist.) Man sieht, daß, wenn im Fall 2 sich bei Gleitung entlang I diese Richtung der  $\mathfrak{D}$ -Achse nähert, und zugleich II sich von dieser entfernt, die wirksame Schubspannung in Richtung von I wächst und in Richtung von II abfällt. Woraus folgt, daß sich der Fall 2 bei der Dehnung nicht ausbilden kann und daß mithin beim Wettstreit zweier Flächendiagonalen die Winkelhalbierende des spitzen Winkels

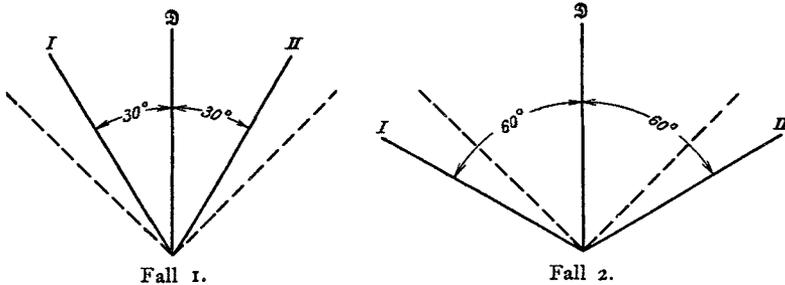


Abb. 25.

dieser beiden, also die mit  $[112]$  indizierte Gerade, in die Dehnungsachse eingedreht wird.

Das Experiment von TAYLOR und ELAM hat diese Überlegung insofern bestätigt, als sich an dem untersuchten Aluminiumkristall nach der Dehnung tatsächlich  $[112]$  in Nähe der Dehnungsachse vorfand.

**5. Ansätze zur Erklärung der Faserstruktur und der Walzstruktur.** Versucht man dieses von TAYLOR und ELAM gewonnene Resultat für die Erklärung der Dehnungsstruktur zu verwenden, indem man annimmt, daß bei der Dehnung die Körner des Polykristalls sich ebenso verhalten wie der Einkristall, so kommt man zu einem Widerspruch: Denn es stellt sich, wie mitgeteilt, bei gedehnten Aluminiumdrähten nicht die  $[112]$ -Richtung, sondern entweder  $[111]$  oder  $[100]$  in die Dehnungsachse ein.

Die Ursache dieses Widerspruches liegt darin, daß sowohl die Überlegung wie das Experiment von TAYLOR und ELAM unvollständig sind. Die Überlegung beschränkt sich ohne Grund auf die Betrachtung nur zweier Gleitrichtungen. Das Resultat wird aber ganz anders, wenn man *alle* gleichwertigen Gleitrichtungen berücksichtigt. Auch das Experiment beweist nicht, daß bloß zwei Gleitrichtungen am Wettstreit teilnehmen, es zeigt nur, daß bis zum Punkt, wo der Kristall durchriß, nur die Gleitung zweier Richtungen bemerkbar wurde.

Von dieser Erwägung geht eine Überlegung (69) aus, welche versucht, die Endlagen zu bestimmen, denen das Gitter eines kubischen Kristalles bei Wettstreit *aller* gleichwertigen Gleitrichtungen zustrebt, wenn der

<sup>2)</sup>  $\lambda$  = Winkel zwischen Gleitrichtung und Dehnungsachse.  $\delta$  = Winkel zwischen Gleitfläche und Dehnungsachse.

Kristall gedehnt bzw. wenn er gewalzt wird. Beim Vergleich dieser Endlagen mit den bevorzugten Gitterlagen der entsprechenden Deformationsstrukturen verschwindet der oben diskutierte Widerspruch, und man findet befriedigende Übereinstimmung.

Wir teilen hier unter Weglassung der Ableitung, deren gehörig strenge Ausarbeitung übrigens noch fehlt, das Ergebnis dieser Überlegung in allgemeiner Form mit. Es fällt dann die prinzipielle Verwandtschaft desselben mit dem für den Wettstreit zweier Gleitrichtungen gewonnenen Resultat gleich auf.

Für Dehnung gilt der Satz: Es stellen sich Symmetrieachsen des Gitters in die Dehnungsachse ein, und zwar solche, deren Winkel zu den Gleitrichtungen kleiner ist als derjenige Winkel, für den die Schubspannung in der Gleitrichtung ein Maximum ist. Dabei ist die Lage dieses Maximums so zu bestimmen, daß man sich die in Frage kommende Symmetrieachse in die Dehnungsachse eingestellt denkt und das Gitter aus dieser Lage herausdreht. Je nach dem Drehungssinn erhält man dann etwas verschiedene Werte, welche jedoch nur wenig auseinanderliegen und auch für verschiedene Symmetrieachsen nahezu übereinstimmen: Sie liegen stets bei etwa  $50^\circ$ .

Die Erfahrung bestätigt diesen Satz zunächst insofern, als sich bei der Dehnung in der Tat immer Symmetrieachsen in die Drahtachse einstellen.

Die Einzelheiten lassen sich ohne weitere Annahmen nur an flächenzentrierten Metallen prüfen, da für das raumzentrierte Gitter die Gleitrichtung noch nicht bekannt ist. Diesem Mangel kann man jedoch einigermaßen abhelfen, indem man vorläufig annimmt, daß auch hier, wie bei anderen Metallen (vgl. oben S. 209), die dichteste Gittergerade die Gleitrichtung ist. Für die weitere Erörterung soll also dementsprechend [111] als Gleitrichtung des raumzentriert-kubischen Gitters betrachtet werden.

Aus dem obigen Satz folgt dann, in Übereinstimmung mit der Erfahrung, daß sich bei der Dehnung von raumzentriert-kubischen Metallen nur die zweizählige Symmetrieachse [101] in die Dehnungsachse einstellen kann, weil beide anderen Symmetrieachsen (die dreizählige [111] und die vierzählige [100]) mit der Raumdiagonale (Gleitrichtung) Winkel einschließen, die größer sind als  $50^\circ$ . Auch für flächenzentrierte Gitter stimmt der Satz. Es findet sich hier in der Dehnungsachse [111] und [100], nicht aber die zweizählige Achse [101], die mit den Gleitrichtungen (Flächendiagonalen) Winkel bildet, die größer als  $50^\circ$  sind. Auch läßt sich zeigen, daß die häufigere Einstellung von [111] im Verhältnis zu [100] sich durch den spitzeren Winkel erklärt, den die erstere Achse mit den Gleitrichtungen einschließt.

Zu einem analogen Resultat wird man geführt bei Betrachtung des Walzvorganges, wenn man sich diesen zusammengesetzt denkt aus einem

*Druck normal zur Walzfläche* und einem *Schub in der Walzrichtung*. Es ergibt sich dann der Satz, daß in der Walzebene eine Symmetrieebene, in der Walzrichtung die Winkelhalbierende der Gleitrichtungen zu liegen hat, und zwar kommen auch hier nur die Winkelhalbierenden der *spitzen* Winkel in Betracht. Zu einer bestimmten winkelhalbierenden Geraden gehört dabei jene Symmetrieebene, die denselben Winkel halbiert wie die Gerade.

Das ergibt zum mindesten in erster Annäherung eine richtige Beschreibung der Walzstruktur. Nehmen wir wieder als Gleitrichtung der raumzentrierten Gitter die [111]-Richtung an, so ist die den spitzen Winkel der Gleitrichtungen halbierende Gerade die Flächendiagonale [101], und die denselben Winkel halbierende Symmetrieebene die Würffläche. Es muß sich also [101] in der Walzrichtung und (100) in der Walzfläche vorfinden, was auch wirklich der Fall ist. Da die Raumdiagonalen sich nur in *einem* Winkel kreuzen und die stumpfe Winkelhalbierende nicht in Betracht kommen soll, so ist eine zweite Kristallgruppe mit anderer Lage nicht vorhanden.

Im flächenzentrierten Gitter schneiden sich die Gleitrichtungen [101] zum Teil in einem Winkel von  $60^\circ$ , zum Teil rechtwinklig. Wir haben also *zwei* Kristallgruppen zu erwarten, die eine mit der Winkelhalbierenden des spitzen Winkels (also [112]) in der Walzrichtung und mit der denselben Winkel halbierenden Symmetrieebene [also (101)] in der Walzfläche, ferner eine zweite Gruppe mit der Winkelhalbierenden des *rechten* Winkels (also [100]) in der Walzrichtung und der winkelhalbierenden Symmetrieebene desselben Winkels [also (100)] in der Walzebene. Der wirkliche Sachverhalt entspricht mit guter Annäherung diesem Ergebnis. Auch hier läßt sich das häufigere Vorkommen der ersten Kristallage dadurch erklären, daß hier die winkelhalbierende Richtung bzw. Ebene des *spitzeren* (60-gradigen) Winkels in der Walzrichtung bzw. Walzebene eingestellt ist.

**6. Verallgemeinerung.** Wir haben die obigen Deutungsversuche der Deformationsstrukturen trotz ihres provisorischen Charakters ausführlich wiedergegeben, weil sich durch Ausbau derselben offenbar ein neuer Weg eröffnet, um den Deformationsvorgang im Innern kristallinischer Materialien zu studieren.

Man hätte dazu die oben skizzierten Überlegungen noch auf einen beliebigen Spannungstensor zu verallgemeinern, indem man feststellt, wie ein solcher in bezug auf einen Kristall orientiert sein muß, damit die Summe der Drehwirkungen der verursachten Biegegleitungen insgesamt Null wird.

Von solchen »Gleichgewichtslagen« — in denen die Drehwirkungen des Spannungsfeldes sich gegenseitig aufheben — werden sich jedoch nur solche in der Wirkung des Feldes als *Endlagen* einstellen, welche man (in Weiterführung der Analogie zur Gleichgewichtslehre) als »*stabil*«

bezeichnen kann: nämlich nur jene, in die das Gitter durch den Spannungstensor *hineingedreht* wird, wenn man denselben ein klein wenig von der Gleichgewichtslage abweichend an den Kristall anlegt.

(Zum Beispiel wäre bei Berücksichtigung nur zweier Gleitrichtungen sowohl Fall 1 wie Fall 2 in Fig. 25 eine »Gleichgewichtslage« in bezug auf Dehnung. Aber nur Fall 1 erweist sich als »stabil«. — Zieht man anderseits *alle* gleichwertigen Gleitrichtungen in Betracht, so befindet sich das Gitter mit einer Dehnung, die in Richtung einer Symmetrieachse erfolgt, offenbar im »Gleichgewicht«. Jedoch sind von solchen Gleichgewichtslagen nur solche »stabil«, wo die Winkel der Symmetrieachse mit den Gleitrichtungen sämtlich kleiner als  $50^\circ$  sind usw.)

Unter Annahme, daß sich das Korn des Haufwerkes geradeso verhält wie der Einzelkristall, ist damit auch diejenige Deformationsstruktur vorgeschrieben, die das betrachtete Spannungsfeld im Haufwerk erzeugen wird: Als bevorzugte Gitterlagen werden jene Stellungen auftreten, die sich als stabile Gleichgewichtslagen erwiesen haben.

Eine solche Theorie der Deformationsstrukturen würde sehr helfen, den Mechanismus der plastischen Deformation im Polykristall aufzuklären. Sie würde auch umgekehrt den Weg bieten, um durch Studium des deformierten Polykristalls den Gleitungsmechanismus im Einzelkristall zu erkennen.

## Literaturverzeichnis.

1. MARTENS-HEYN: Materialienkunde für den Maschinenbau. 2. Aufl. Berlin: Julius Springer 1912.
2. P. LUDWIG: Elemente der technologischen Mechanik. Berlin: Julius Springer 1909.
3. FR. DOERINKEL und J. TROCKELS: Zeitschr. f. Metallkunde 1921, 13, 466.
4. PRANDTL: Zeitschr. f. angew. Math. 1921, 1, 15.
5. NADAI: Ebenda 1921, 1, 20.
6. HEINRICH: Stahl u. Eisen 1922, 42, 540.
7. CZOCHRALSKI: Zeitschr. f. physikal. Chem. 1918, 92, 219.
8. KÖRBER: Mitt. a. d. Kaiser Wilhelm-Institut f. Eisenforsch. 1922, 3, 1.
9. S. zum Beispiel MARTENS: Materialienkunde für den Maschinenbau I, 5, 207.
10. TH. v. KÁRMÁN: Zeitschr. d. Vereins dtsh. Ingenieure 1911 II, 1749.
11. WERTHEIM: Pogg. Ann. 1849, 78, 391.
12. W. v. MOELLENDORF und J. CZOCHRALSKI: Zeitschr. d. Vereins dtsh. Ingenieure 1913, 931, 1014.
13. W. MÜLLER: Forsch.-Arb. a. d. Geb. d. Ingenieurwesens. H. 211.
14. E. H. SCHULZ: Berichte über Kupfer und Aluminium im Handwörterbuche »Werkstoffe« von KRAIS.
15. HEYN und BAUER: Internat. Zeitschr. f. Metallographie 1911, 1, 16.
16. MUIR: Philosoph. transact. of the roy. soc. of London 1903, 193; 1902, 198.
17. W. SCHACHENMEIER: Bauing. 1922, 3, 737.
18. F. KÖRBER: Mitt. a. d. Kaiser Wilhelm-Institut f. Eisenforsch. 1922, 3, 57.
19. EWING und ROSENHAIN: Philosoph. transact. of the Roy. Soc. of London 1900, 136 A 353.
20. J. CZOCHRALSKI: Internat. Zeitschr. f. Metallographie 1916, 8, 1.
21. P. DEBYE und SCHERRER: Physikal. Zeitschr. 1917, 18, 291.

22. K. BECKER und W. JANCKE: Zeitschr. f. physikal. Chem. 1921, 99, 242, 267.
23. HEYN: Metall u. Erz 1918, 15, 411, 436.
24. — Festschr. d. Kaiser Wilhelm-Gesellsch. Berlin: J. Springer 1921.
25. G. MASING: Wissenschaftl. Veröff. a. d. Siemens-Konzern 1923.
26. — Zeitschr. f. techn. Physik 1922, 3, 167.
27. v. WARTENBERG: Verhandl. d. dtsh. physikal. Ges. 1918, 20, 113.
28. G. MASING: Ber. d. dtsh. physikal. Ges. 1919, 21, 686. — Zeitschr. f. Metallkunde 1920, 12, 33.
29. H. SCHÖNBORN: Zeitschr. f. Physik 1922, 8, 377.
30. ROSENHAIN: Internat. Zeitschr. f. Metallographie 1914, 5, 65.
31. BENEDICKS: Rev. de la metallurgie 1923.
32. P. NIGGLI: Zeitschr. f. anorg. Chem. 1915, 91, 107. — POYNTNING: Philosoph. mag. 1881, 5, 12, 32. — JOHNSTON: Journ. of the Americ. chem. soc. 1912, 34, 188. — JOHNSTON und ADAMS: Zeitschr. f. anorg. Chem. 1912, 76, 361; 1913, 80, 281. — OSTWALD: Lehrbuch der allgemeinen Chemie II, 2, S. 374. 1902.
33. TAMMANN: Zeitschr. f. anorg. Chem. 1915, 92, 37. — J. W. GIBBS: Thermodynamische Studien S. 236. — E. RIECKE: Wied. Ann. 1895, 54, 726.
34. G. MASING: Naturwissenschaften 1923, 11, 413.
35. J. CZOCHRALSKI: Zeitschr. f. physikal. Chem. 1918, 92, 219.
36. M. POLANYI: Zeitschr. f. Elektrochem. 1922, 28, 16; die Verfestigung von Steinsalzkrystallen durch grobes Schleifen ist durch neuere Versuche bestätigt worden.
37. E. v. GOMPERZ: Zeitschr. f. Physik 1922, 8, 184.
38. H. MARK, M. POLANYI und E. SCHMID: Ebenda 1922, 12, 68.
39. — — Ebenda 1923.
40. H. C. H. CARPENTER und F. ELAM: Proc. of the roy. soc. of London 1921, 100, 240.
41. E. WETZEL: Mitt. a. d. Kaiser Wilhelm-Institut f. Metallforsch. 1922, 1, 1.
42. M. POLANYI und E. SCHMID: Vortrag, geh. am 21. Juli 1923 in der Physik. Ges. Berlin. Auszug in Verh. Deutsch. Phys. Ges. 4, 1923.
43. — Naturwissenschaften 1922, 10, 411.
44. R. GROSS, Vortrag, geh. an der Jahrestagung d. Ges. f. Metallkunde in Essen. Nov. 1922.
45. L. MILCH: Neues Jahrb. f. Mineralogie 1909, 1, 60.
46. P. CERMAK: Physikal. Zeitschr. 1916, 17, 405.
47. M. POLANYI und E. SCHMID: Zeitschr. f. Physik 1923, 16, 336.
48. — Ebenda 1921, 7, 323. Ein Teil der in dieser Arbeit gemachten Überlegungen ist neuerdings auch von G. N. ANTONOFF: Zeitschr. f. physikal. Chem. 1922, 102, 388 mitgeteilt worden.
49. F. ZWICKY: Physikal. Zeitschr. 1923, 24, 131.
50. G. v. HEVESY: Zeitschr. f. Physik 1922, 10, 80.
51. M. POLANYI und E. SCHMID: Naturwissenschaften 1923, 11, 256.
52. Die nachfolgenden drei Abschnitte folgen einem Vortrag von M. POLANYI (geh. im Rekrystallisations-Aussch. d. Ges. f. Metallkunde am 5. Oktober 1922).
53. Vgl. z. B. A. JOHNSEN: Fortschr. d. Mineralogie 1913, 3, 93.
54. P. LUDWIK: Zeitschr. f. Metalle 1923, 15, 68.
55. CHAPPEL: Ferrum 1915, 13, 6.
56. P. LUDWIK: Zeitschr. d. Vereins dtsh. Ingenieure 1919, 63, 142.
57. G. TAMMANN: Lehrbuch der Metallographie. Leipzig: Leop. Voss, 3. Aufl., 1923.
58. E. HUPKA: Physikal. Zeitschr. 1913, 14, 317 und Nature 1913, 91, 267.
59. Vgl. H. B. KEENE: Physikal. Zeitschr. 1913, 14, 903 und Nature 1913, 91, 607. — H. S. ALLEN: Ebenda 1913, 91, 607. — G. G. BLAKE und OWEN: Ebenda 1914, 92, 686. — K. E. F. SCHMIDT: Physikal. Zeitschr. 1916, 17, 554. — NISHIKAWA und ASAHARA: Physiol. review 1921, 15, 38.

60. USPENSKI und KONOBEJEWSKI: Vortrag, geh. am 30. April 1920 vor der Physikal. LEBEDEW-Gesellschaft in Moskau, Zeitschr. f. Physik 1923, 16, 215.
61. WEISSENBERG: Elektrotechn. Zeitschr. 1921.
62. — Ann. d. Physik 1922, 69, 409.
63. H. MARK und K. WEISSENBERG: Zeitschr. f. Physik 1923, 14, 328; 1923, 16, 314.
64. R. GROSS: Vortrag, geh. in der Physikal. Ges. Berlin am 23. Februar 1923.
65. K. BECKER, R. O. HERZOG, W. JANCKE und M. POLANYI: Zeitschr. f. Physik 1921, 4, 61.
66. M. ETTISCH, M. POLANYI und K. WEISSENBERG: Zeitschr. f. Physik 1921, 7, 181  
Zeitschr. f. physikal. Chem. 1921, 99, 332. Die Struktur gereckter Wolframdrähte ist gleichzeitig auch von M. C. BURGER (Physica 1921, 1, 214) bestimmt worden. — Die Strukturen gereckter Drähte hat F. KÖRBER ( $\beta$ ) nachgeprüft und bestätigt. Ähnliches fand neuerdings A. ONO: Mem. of the coll. of engineering. KYUSHU: University Fukuoka (Japan) 1922, 2, 241 und 261, zitiert nach Zeitschr. f. Metallkunde 1923, 15, 164 und 198.
67. M. POLANYI und K. WEISSENBERG: Zeitschr. f. techn. Physik 1923, 4, 199. Eine weniger eingehende populäre Darstellung findet sich bei POLANYI: Naturwissenschaften 1922 10, 411.
- 67a. M. POLANYI: Zeitschr. f. Physik 1921, 7, 149. — Ders. und K. WEISSENBERG: Ebenda 1922, 9, 123 und 10, 44.
68. F. KÖRBER: Zeitschr. f. Elektrochem. 1923, 29, 290.
69. M. POLANYI: Zeitschr. f. Physik 1923, 17, 42.
70. G. J. TAYLOR und F. ELAM: Proc. of the roy. soc. of London 1923, 102, 643.
71. J. CZOCHRALSKI: Zeitschr. f. Metallkunde 1923, 15, 7. Zeitschr. d. Vereins deutsch. Ingenieure 1923, 67, Nr. 22.
72. HULL: Physical review 1921, 17, 571.
73. v. SCHWARZ: Internat. Zeitschr. f. Metallographie 1915, 7, 124.
74. OGG: Phil. Mag. 1920, 42, 163.
75. M. C. BURGER: Physica 1921, 1, 214.
76. J. CZOCHRALSKI: Zeitschr. f. Metallkunde 1923, 15, 60, 126.
77. CHAPPEL: Ferrum 1915, 13, 6.
78. ADCOCK: Journ. of the inst. met. Bd. I. 1922.
79. Anm. b. d. Revision: Prof. BENEDICKS war so freundlich uns darauf aufmerksam zu machen, daß er die Bandbildung bei Dehnung einzelner Zinkkristalle bereits 1916 beobachtet und mitgeteilt hat (Vgl. Jahrb. der Rad. u. Elektr. 13, 390 [1926]).

## Namenverzeichnis.

- Adams 15, 33, 35, 38, 64.  
Adcock 222.  
Argelander 2.  
Arvidsson 127.  
Auer von Welsbach 169.  
Auwers 129.  
**Baade** 76.  
Back 142, 151, 155, 158, 160.  
Barnard 54, 76.  
Barnett 126, 127, 142, 161.  
Bauer 186.  
Bauschinger 189.  
Beck 127, 142.  
Beilby 192, 195, 225.  
Benedicks 192.  
Bergstrand 66.  
Berthelot 97.  
Bessel 21, 22.  
Bohr 106, 128, 142, 150, 163.  
Boudin 97.  
Braak 97, 105.  
Bradley 21.  
Brant 132.  
Bureau of Standards 104.  
Burger 200, 233.  
**Cabrera** 132, 138.  
Cannon 61, 62.  
Carpenter 196, 199, 225.  
Catalán 155.  
Cath 94, 105.  
Chandler 82.  
Chapman 52.  
Chappel 227.  
Chappuis 97.  
Charlier 11, 40, 53, 63, 72.  
Clay 101, 105.  
Coster 163.  
Courvoisier 85, 87.  
Cragoe 104, 105.  
Crommelin 105.  
Curtis 70.  
Czochralski 184, 185, 187, 194, 195, 196,  
197, 199, 233, 237, 238.  
**Dauvillier** 163.  
Debye 133, 149.  
Doerinckel 178.  
Drapier 131.  
Dunoyer 113.  
Dyson 55, 85, 87.  
**Easton** 66, 77.  
Eddington 13, 85, 87.  
Ehrenfest 136.  
Einstein 119, 126, 127, 136, 142, 161.  
Elam 196, 199, 209, 210, 225, 238, 240.  
Epstein 86, 87,  
Ettisch 233.  
Ewing 192.  
**Fänge** 64.  
Foex 126.  
Foote 108.  
Franck 113, 144.  
Freundlich 81.  
Furner 14, 45.  
**Georgiewski** 142.  
Gerlach 134, 137, 143, 161.  
Gieseler 155.  
Goldschmidt 164.  
Gomperz 197.  
Gorczyński 85, 87.  
Götze 158.  
Graff 53, 59, 60.  
Gregoroff 142.  
Groß 197, 233.  
Grossmann 23.  
Grotian 144.  
Grüneisen 99, 100, 105.  
Guthnick 14, 72.  
**Haarh** 79.  
de Haas 126, 127, 131, 142, 161.  
Haber 122.  
Hagen 55, 67, 70.  
Hansen 164.  
Heinrich 178.  
Heisenberg 142, 160.  
Heiskanen 81.  
Helmert 86, 87.  
Henie 52.  
Henning 98, 105.  
Henroteau 12.  
Herschel 2.  
Hertz 108.  
Hertzprung 4, 6, 42, 45, 66.  
Herzfeld 122.  
von Hevesy 163, 216.  
Heyn 177, 186, 189, 190, 191.  
Hills 85, 87.  
Hnatek 15.  
Holborn 99, 100, 105.  
Holetschek 67.  
Holst 101, 105.  
Honda 129, 130.  
Hopmann 2, 4, 5, 53, 67, 77, 80, 81.  
van der Horst 104, 105.  
Hubble 67, 69, 70, 80.

- Hull 209.  
Hupka 232.
- Innes 7.  
Ishiwara 130.
- Jackson 14, 16, 45.  
Jeans 10, 11.  
Joy 7, 35, 38, 64.  
Just 122.
- van den Kamp 7.  
Kapteyn 2, 4, 8, 9, 23, 24, 27, 30, 43,  
51, 52, 57, 58, 61, 64, 74.  
von Kármán 183.  
Kautsky 123.  
von Keussler 120.  
Keyes 101, 103, 105.  
Kienle 51, 58.  
Kimura 82.  
King 111.  
Klein 111.  
Knudsen 92, 93, 95, 105.  
Kobold 2.  
Kohlschütter 35, 36, 64.  
Konobejewski 233.  
Kopff 59, 60, 65, 72.  
Körber 185, 188, 237, 238.  
Kossel 139.  
Kruse 59.  
Kuss 105.  
Küstner 2.
- Lambert 86, 87.  
Landé 128, 142, 153, 154, 155, 158.  
Lange 90, 105.  
Larink 75.  
Leavitt 42.  
Lehmann 195  
von Levis 123.  
Lindblad 35, 40, 56.  
van Lohuizen 152.  
Lorentz 148.  
Ludwik 182, 222.  
Lundmark 5, 7, 56, 66, 77, 79.  
Luplau-Janssen 79.  
Luyten 7, 66.
- van Maanen 5, 6, 30, 45, 71, 78, 79  
Malmquist 64.  
Mark 197, 209, 233.  
Masing 177, 195.  
Meissner 105.  
Melotte 52, 55.  
Merton 121.  
Meyermann 14.  
Meyers 104, 105.
- von Moellendorf 184, 185.  
Mohler 108.  
Mönichmeyer 2.  
Mügge 208.  
Muir 193.  
Müller 108.
- Nadai 178.  
Nernst 99, 102, 105.  
Newcomb 83.  
Nort 52.  
Noyes 110.
- Ogg 209.  
Onnes 89, 90, 94, 95, 96, 97, 101, 102,  
104, 105.  
Oort 4.  
Osthoff 65.
- Pannekoek 36, 53, 55, 64.  
Paschen 142, 151, 158, 160.  
Pauli 137.  
Payne 7.  
Perrin 123.  
Physikalisch-technische Reichsanstalt 96,  
97, 98, 105.  
Piccard 131.  
Pickering 52, 60, 61.  
Planck 149.  
Plaskett 14.  
Polanyi 177, 183, 196, 197, 209, 233, 234-  
Prager 1.  
Prandtl 178.  
Preston 151.  
Pringsheim 115.  
Przybyllok 85, 86, 87.
- Raab 75.  
Rabe 15.  
Rasmuson 5, 6, 48.  
Rausch von Traubenberg 143.  
Reusch 222.  
Reynolds 77, 78.  
van Rhijn 27, 43, 52, 53, 61, 74.  
Richardson 126.  
Rimmer 35.  
Römer 21.  
Rosenberg 66.  
Rosenhain 192, 193.  
Ross 85, 87.  
Rosseland 111.  
Rubinowicz 150.  
Rümker 2.  
Runge 151.  
Russell 42, 45, 57, 70.  
Rydberg 152, 157.

- Saha** 36, 111.  
**Schimank** 99, 100, 105.  
**Schlesinger** 25, 31, 87.  
**Schmid** 183, 197, 209.  
**Schnauder** 16, 85, 87.  
**Schönborn** 191.  
**Schouten** 41, 44, 59, 60.  
**Schrödinger** 105.  
**Schütz** 143.  
 von **Schwarz** 219.  
**Schwarzschild** 2, 3, 11, 65.  
**Schweydar** 84, 85, 86, 87.  
**Scott** 172.  
 von **Seeliger** 16, 51, 57, 58.  
**Sève** 130.  
**Shapley** 4, 8, 13, 35, 42, 56, 61, 62, 65,  
 71, 73, 74, 75, 76.  
**Simon** 90, 105.  
**Smith** 130.  
**Sommerfeld** 110, 117, 133, 149, 153, 157, 160.  
**Soné** 130, 132.  
**Sotome** 85, 87.  
**Spitaler** 85.  
**Stern** 119, 134, 135, 137, 161.  
**Stewart** 127.  
**Stock** 101, 105.  
**Steubing** 143.  
**Strömberg** 3, 37.  
 von **Strutt** 113, 115.  
**Struve** 2.  
**Szivessy** 145.  
**Tamfmann** 186, 187, 188, 190, 191, 194,  
 224, 229, 230.  
**Taylor** 104, 105, 196, 209, 210, 238, 240.  
**Thal-Jantzen** 164.  
**Theodoridès** 130.  
**Thomassen** 164.  
**Timmermans** 104, 105.  
**Townshend** 101, 103, 105.  
**Trümpler** 6, 60.  
**Tucker** 85, 87.  
**Urbain** 163.  
**Uspenski** 233.  
**Voigt** 160.  
**Volmer** 119.  
**Wanach** 82, 87.  
 von **Wartenberg** 191.  
**Weber** 95, 105.  
**Wegener** 85.  
**Weiss** 125, 128.  
**Weissenberg** 233, 234.  
**Werner** 164.  
**Wetzel** 189, 199, 226.  
**Wien** 113.  
**Wilhelm** 104, 105.  
**Wilson** 110.  
**Wirtz** 5, 81.  
**Wolf** 7, 54, 56, 66.  
**Wolfe** 30.  
**Wood** 113, 117, 143.  
**Yamamoto** 85, 87.  
**Young** 101, 103, 105.  
**Zeeman** 147, 151.  
**Zisch** 122.  
**Zocher** 123.  
**Zivicky** 216.

## Sachverzeichnis.

- Absolute Größen** 33.  
 — **Helligkeit** 42, 43, 44.  
 — **Temperatur des Eispunktes** 97.  
**Absonderung** 221.  
**Absorption** 57.  
 — **im Weltall** 54, 56.  
**Abzählungen der Sterne** 52, 61.  
**Aldebanium** 169.  
**Alkali- und Erdalkalimetalle, Flammenspektrum der** 109.  
**Alvit** 164.  
**Änderung der physikalischen und chemischen Eigenschaften bei der Kaltreckung** 228.  
**Anomale Zeemantypen** 151.  
**Anregungszustände, Lebensdauer der** 113.  
**Apex** 2, 8.  
**Äquator, Elliptizität des** 86.  
**Äquipartitions-gesetz** 44.  
**Areas, selected** 52, 53.  
**Atomare Suszeptibilität** 125.  
**Atommomente** 128.  
**Atomstrahlen** 134.  
**Aufspaltungsfaktor** 161.  
 — **beim Zeemaneffekt** 155.  
**Auswahlregel** 150.  
**Auswahlregeln** 157.  
**Azimutale Quantenzahl** 158.  
**Bandenspektren** 117.  
**Basislose Methoden** 33, 34.  
**Bauschingerscher Effekt** 193.  
**Besselsche Hypothese** 22, 24, 27, 48.  
**Bewegungshaufen** 6, 11.  
**Bewegungsternhaufen** 5.  
**Biegegleitung** 205.

- Bleidrahtwiderstandsthermometer 99.  
 Behrsches Korrespondenzprinzip 117.  
 — Magneton 133.  
 Boylepunkt 90.  
 Breitenbeobachtungen 82.  
 Breitendienst 82.  
 B-Sterne 11, 12.  
 —, räumliche Verteilung der 63, 64.  
 ζ-Cancris 16.  
 Cassiopeium 169.  
 Castor 15.  
 Celtium 163.  
 Cepheiden 32, 42, 73, 75.  
 Chandlersche Periode 82.  
 Chemilumineszenz 122.  
 Cluster-Variable 42.  
 Cotton-Mouton-Effekt 144.  
 Curiesche Konstante 125.  
 Dampfthermostat 90.  
 Deformationsstruktur 232.  
 Dehnung, gleichmäßige 182.  
 Dehnungsmechanismus von Einzelkristalldrähten 197.  
 Diamagnetismus 124.  
 Diffuse Nebel 69.  
 Dissoziationsarbeit des Wasserstoffs 120.  
 Doppelbrechung, transversale 144.  
 Doppelsterne 13, 14, 16, 45, 46.  
 Dopplereffekt 115.  
 Drosselung von Flüssigkeiten 93.  
 Druck 36, 39.  
 Druckverbreiterung 41.  
 Dunkle Massen 10, 11.  
 — Nebel 55, 67, 70.  
 Durchschnittsmasse der Sterne 11.  
 Effektive Temperatur 34, 37.  
 — Wellenlänge 66.  
 — Zerreißfestigkeit 182.  
 Eichkurve 40, 42.  
 Eichkurven 33, 34, 35, 38, 39, 41.  
 Einfache Schiebung 186.  
 Einkristalle, ihre Formverfestigung 210.  
 Einsteinsches photochemisches Grundgesetz 119.  
 Einzelkristalldrähte, ihr Dehnungsmechanismus 197.  
 Einzelkristalle 196.  
 Eispunkt, reine absolute Temperatur 97.  
 Elastische Nachwirkung 190.  
 Elastizitätsgrenze 180.  
 Elastizitätsmodul 182.  
 Elektrischer Widerstand, seine Theorie 99.  
 Elektronenstoß 108.  
 Elliptizität des Äquators 86.  
 Erstarrungspunkt des Heliums 91, 93.  
 Erstarrungstemperaturen 104.  
 Erzwungene Schwingung 84.  
 Eulersche Periode 83.  
 Faserstruktur 232.  
 Fixpunkte 103.  
 Flächenhelligkeit der Milchstraßenteile 53.  
 — — Spiralnebel 77, 81.  
 Flammenspektrum der Alkali- und Erdalkalimetalle 109.  
 Fluoreszenz, sensibilisierte 116.  
 Flüssiges Helium 89, 90.  
 Flüssigkeiten, Drosselung von 93.  
 — siedende 89.  
 Flüssigkeitsbad 90.  
 Flüssigkeitsthermometer 97.  
 Formverfestigung 184.  
 — von Einkristallen 210.  
 Freie Schwingung 84.  
 Frequenzgleichung 106.  
 Galaktische Nebel 67.  
 Gastheorie, kinetische 10.  
 Gasthermometer 94.  
 Geschwindigkeit der Sonne 3.  
 Gesetz der korrespondierenden Zustände 102.  
 Gezeitenwirkung des Mondes 86.  
 Gleichmäßige Dehnung 182.  
 Gleitflächen 186, 209.  
 Gleitlinien 188, 199.  
 Gleitreibung 211.  
 Gleitrichtungen und Gleitflächen von Metallen 209.  
 Gleitschichten 200.  
 Gleitung, Verfestigung durch 186.  
 Größen, absolute 33.  
 Hafnium 163—175.  
 —, sein optisches Spektrum 165.  
 — — Röntgenspektrum 166.  
 Häufigkeitsfunktion der absoluten Leuchtkräfte 58, 59.  
 Hauptdehnung 198.  
 Hauptquantenzahl 158.  
 Heliometer 22.  
 Helium, flüssiges 89, 90.  
 —, sein Erstarrungspunkt 91, 93.  
 Heliumthermometer 95.  
 —, Korrekturen für das 94.  
 Helligkeit, absolute 42, 43, 44.  
 Henry Draper Catalogue 61.  
 Hitzdrahtmanometer 92, 95.  
 Hyaden 3, 5, 6, 12.

- Ideales Gas, seine Skala 94.  
 Impulsmoment 133.  
 Induziertes magnetisches Moment 125.  
 Innere Quantenzahl 158.  
 — Quantenzahlen 157.  
 — Spannungen 186.  
 — Trennungsflächen 223.  
 Intensitätsregel beim Zeemaneffekt 154.  
 Interferometer 46.  
 Intervallregel 160.  
 — der Multipletts 158.  
 Jod-Fluoreszenz 142.  
 Joule-Thomson-Effekt 90.  
 Joule-Thomson-Prozeß 93.  
 Kaltreckung 177.  
 —, Änderung der physikalischen und chemischen Eigenschaften bei der 228.  
 Kanalstrahlen, Polarisationserscheinungen an 143.  
 Kapteynsche Sternströme 8.  
 Kaskadenmethode 89.  
 K-Effekt 47.  
 Kerreffekt 145.  
 Kinetische Gastheorie 10.  
 Kombinationsprinzip 152.  
 Kontinuierliches Spektrum 40.  
 Korrespondierende Zustände, ihr Gesetz 102.  
 Kosmos 8, 12.  
 Kristallerholung 217.  
 Kristalle, verkrümmte 222.  
 Kristallverfestigung 213.  
 Kritische Größen einiger Stoffe 104.  
 Kugelnebel 68, 80.  
 Kugelsternhaufen, Parallaxen der 42.  
 Langevinsche Theorie 125.  
 Latentes Bild, seine Methode 24.  
 Leavitt-Kurve 42.  
 Lebensdauer 136.  
 — der Anregungszustände 113.  
 Leitvermögen der Flamme 110.  
 Leuchtelektron 160.  
 Leuchten der Nebel 70.  
 Leuchtkräfte, Häufigkeitsfunktion der absoluten 58, 59.  
 Leuchtkraftkurve 58.  
 Linienverbreiterung 39, 41.  
 Local system 61.  
 Lotablenkung 86.  
 Lutetium 169.  
 Maghellansche Wolke, große 75.  
 — —, kleine 74.  
 Magnetfeld 148.  
 Magnetisches Moment, induziertes 125.  
 Magnetisierungskonstante 125.  
 Magnetismus 124.  
 Magneto-mechanische Versuche 161.  
 Magneton 125, 136.  
 —, Bohrsches 133.  
 —, Weissches 128.  
 Magnetonenzahlen 129.  
 Magneto-optische Fragen 141.  
 Magneto-optischer Zerlegungssatz 153.  
 Masse 34.  
 Massen der Sterne 39.  
 —, dunkle 10, 11.  
 Maxima, parallaktische 20.  
 Maxwellsche Verteilung 44.  
 Meridiankreise 23.  
 Metalle, ihre Gleitrichtungen und Gleitflächen 209.  
 Methode der Sternströme 47.  
 — des latenten Bildes 24.  
 Methoden, basislose 33, 34.  
 Milchstraßensystem 4, 50.  
 Milchstraßenteile, Flächenhelligkeit der 53.  
 Milchstraßenwolke 59.  
 Milchstraßenwolken 9, 62, 65.  
 Modifikationshypothesen 191.  
 Molekulardruck 93, 95.  
 Molekulare Suszeptibilität 125.  
 Molekularstrom 124.  
 Molekularströme 126.  
 Molekülmodelle 140.  
 Moment, induziertes magnetisches 125.  
 Mond, seine Gezeitenwirkung 86.  
 Motus parallaxicus 7, 8.  
 Multiplett 157.  
 —, seine Intervallregel 158.  
 —, seine Strukturregel 157.  
 Multipletts, zusammengesetzte 157.  
 Nachdehnung 198.  
 Nachwirkung, elastische 190.  
 Nebel 67.  
 —, diffuse 69, 67, 70.  
 —, dunkle 55, 67, 70.  
 —, galaktische 67.  
 —, ihr Leuchten 70.  
 —, planetarische 4, 5, 70.  
 —, Spektren der 69, 70.  
 Neo-Ytterbium 169.  
 Nernstsches Wärmetheorem 93.  
 Newcombsche Periode  
 $n_R$ -Bahnen 158.  
 Normaler Zeemaneffekt 148, 149.  
 Oceanium 172.  
 $O_c$ -Sterne 14.

- Orientierungsverfestigung 213.  
 $\eta$ -Orionis 15.  
 Parallaktische Maxima 20.  
 — Verschiebung 19, 27.  
 Parallaxe 19.  
 Parallaxen, absolute 21, 27, 48.  
 — der Kugelsternhaufen 42.  
 — -Methode, spektroskopische 64.  
 — mittlere 27, 30.  
 —, photographische 24ff.  
 —, relative 22.  
 —, von planetarischen Nebeln 71.  
 Paramagnetisch 124.  
 Parsec 19.  
 Partielle Polarisation 143.  
 Paschen-Backeffekt 160.  
 Peltiereffekt 93.  
 Periodisches System 175.  
 Photochemische Reaktion, sensibilis. 119.  
 Photochemisches Grundgesetz, s. u. Einstein.  
 Planetarische Nebel 4, 5, 70.  
 — Nebel, ihre Parallaxen 71.  
 Platinwiderstandsthermometer 97.  
 Plejaden 6.  
 Polarisation, partielle 143.  
 Polarisationsebene, Drehung der 143.  
 Polarisationserscheinungen an Kanalstrahlen 143.  
 Polarisationsregel 150.  
 Polflucht der Kontinente 85.  
 Polhöschwankungen 82.  
 Polykristall 225.  
 Praesepe 6.  
 Präzession 148.  
 Prestonsche Regel 151.  
 Proportionalgrenze 179.  
 Quantenenergie s. u. Translationsenergie.  
 Quantenzahl, azimutale 158.  
 Quantenzahlen, innere 157, 158.  
 Quecksilberfluoreszenz 144.  
 Querkontraktion 182.  
 Radialbewegung 47.  
 Radialbewegungen 27, 44, 46.  
 Radialgeschwindigkeiten 2.  
 Reaktion, sensibilisierte photochemische 119.  
 Refraktionsstörungen 85.  
 Rekrystallisation 195, 217.  
 Reißverfestigung 184, 214.  
 Resonanzfluoreszenz 113.  
 Resonanzspektrum 117.  
 Richtungsquantelung 133, 142.  
 Riesen 3, 4.  
 Rotverschiebung 13, 15.  
 Rückwärtseinschnittaufgabe 44.  
 Rumpfquantenzahl 158.  
 Rungesche Regel 152.  
 Rungescher Nenner 152.  
 Schiebung, einfache 186.  
 Schwingung, erzwungene 84.  
 —, freie 84.  
 Sauerstoff, Siedepunkt von 103.  
 Sekundäre Thermometer 97.  
 Selected Areas 52, 53.  
 Sensibilisierte Fluoreszenz 116.  
 — photochemische Reaktion 119.  
 Siedende Flüssigkeiten 89.  
 Siedepunkt von Sauerstoff, Stickstoff und Wasserstoff 103.  
 Siedetemperaturen s. u. Temperaturen.  
 Skala des idealen Gases 94.  
 —, thermodynamische 94.  
 Sonne, Geschwindigkeit der 3.  
 Spannungen, innere 186.  
 —, verborgenelastische 189.  
 Spannungskoeffizient 96, 97.  
 Spektralklassen der Sterne 60, 63.  
 Spektrallinien 39.  
 —, Intensitäten von 35, 36, 41.  
 Spektraltyp 35, 37.  
 Spektren der Nebel 69, 70.  
 Spektroskopische Parallaxenmethode 64.  
 Spektrum, kontinuierliches 40.  
 Spezifische Suszeptibilität 125.  
 Spiralnebel 4, 5, 68, 77, 78, 79, 80, 81.  
 —, Flächenhelligkeit der 77, 81.  
 Stellar Parallax Committee 31, 32.  
 Sternaufbau 34, 36.  
 Sterndichte 9.  
 Sterne, Abzählungen der 52, 61.  
 —, Durchschnittsmasse der 11.  
 —, Maße der 10.  
 —, Massen der 39.  
 —, Spektralklassen der 60, 63.  
 Sternfarben 64.  
 Sternhaufen 2, 4, 12, 59, 60, 68, 71, 81.  
 —, System der 72.  
 Sternkataloge 1.  
 Sternmasse 37.  
 Sternmassen 14.  
 Sternstrom 4, 10, 47.  
 Sternströme 12.  
 —, Kapteynsche 8.  
 —, Methode der 47.  
 Sternsystem 50, 76.  
 Sternweite 9.  
 Sternweiten 8.

- Stickstoff, Siedepunkt von 103.  
 Stöße erster Art 112.  
 — zweiter Art 112.  
 Strahlungslose Übergänge 115.  
 Streckgrenze 180, 182.  
 Strukturregel 160.  
 — des Multipletts 157.  
 Sublimationstemperaturen s. u. Temperaturen.  
 Supraleitend 100.  
 Suszeptibilität 125.  
 —, atomare 125.  
 — fester Salze 130.  
 —, molekulare 125.  
 —, spezifische 125.  
 — von Gasen 132.  
 — von Lösungen 130.  
 —  $\alpha$  von Wasser 130.  
 Technische Zerreißfestigkeit 182.  
 Temperatur 36.  
 —, absolute des Eispunktes 97.  
 —, effektive 34, 37.  
 Temperaturen, Siede- u. Sublimations- 104.  
 —, tiefe 88.  
 Temperaturintervalle 39.  
 Temperaturleuchten 112.  
 — der Gase im elektrischen Ofen 111.  
 Tensionsthermometer 101.  
 Termanalyse beim Zeemaneffekt 153.  
 Termenaufspaltung 155.  
 Termenaufspaltungen 153.  
 Theorie des elektrischen Widerstandes 99.  
 Thermodynamische Skala 94.  
 Thermoelemente 101.  
 Thermometer, sekundäre 97.  
 Thermostat 90.  
 Tiefe Temperaturen 88.  
 Translation 186.  
 Translationsenergie, Überführung in Quantenenergie 108.  
 Transversale Doppelbrechung 144.  
 Trennungsflächen, innere 223.  
 Tripelpunkt 104.  
 Verborgenelastische Spannungen 189.  
 Verfestigung 177.  
 — durch Gleitung 186.  
 Vergleichssterne 22, 24, 26.  
 Verkrmmte Kristalle 222.  
 Verlagerungstheorie 194.  
 Verschiebung, parallaktische 27.  
 Vertex 47.  
 Vorwrtseinschnitt 19, 20, 33.  
 Walzstruktur 232.  
 Wärmetheorem, Nernstsches 93.  
 Wasserstoff, reine Dissoziationsarbeit 120.  
 —, Siedepunkt von 103.  
 Wasserstoffthermometer 95.  
 —, Korrekturen für das 94.  
 Weissssches Magnetron 128.  
 Wellenlänge, effektive 66.  
 Weltinseltheorie 5.  
 Wiedemanns Gesetz 125, 130.  
 Wirkungsquantum 149.  
 Zeemaneffekt 142.  
 —, Aufspaltungsfaktor beim 155.  
 —, Intensitätsregel beim 154.  
 —, normaler 148, 149.  
 —, Termanalyse beim 153.  
 Zeemantypen, anomale 151.  
 Zerlegungssatz, magnetooptischer 153.  
 Zerreidehnung 182.  
 Zerreißfestigkeit, effektive 182.  
 —, technische 182.  
 Zusammengesetzte Multipletts 157.  
 Zwerge 3, 4.

### Nachträge und Druckfehlerberichtigung zu Beitrag IX.

Abbildung 1 ist die Reproduktion einer photographischen Aufnahme des Hafniumspektrums, welche H. M. HANSEN und S. WERNER an einem von G. VON HEVESY und V. THAL-JANTZEN hergestellten Präparat erhalten haben. Es enthielt — nach der oben geschilderten COSTERSchen Methode der quantitativen Röntgenanalyse bestimmt — nunmehr 1% Zirkon. Die frühere Angabe über die reinsten bisher erhaltenen Hafniumprparate (5% s. S. 165) ist demnach bereits überholt.

Literaturzit 16: DAUVILLIER, A.: Comptes rend. 1922, Bd. 174, S. 1347; 1923, Bd. 176, S. 676. Literaturzit 19: EXNER, F. und HASCHEK, E.: Die Spektren der Elemente bei normalem Druck (Deuticke, Leipzig und Wien 1911). Literaturzit 25a: HEVESY, G. v.: sterreichische Chemikerzeitung 1923, Bd. 26, S. 118. Literaturzit 31: PANETH, F.: Zeitschrift für angewandte Chemie 1923, Bd. 36, S. 104. Literaturzit 40a: URBAIN, G.: Journ. Chem. Indust., August 1923.

In Tabelle 3 muß das Symbol des Elementes 31 statt  $Cz$  heißen:  $Gz$ .

Druck von Breitkopf & Härtel in Leipzig.

Verlag von Julius Springer in Berlin W 9

---

# Die Naturwissenschaften

Wochenschrift für die Fortschritte der reinen u. angewandten Naturwissenschaft

herausgegeben von  
**Arnold Berliner**

Unter besonderer Mitwirkung von H. Braus in Würzburg  
Jährlich 52 Nummern. Preis für Januar 1923: M. 400.—

Ein deutliches Bild von der Art der Berichterstattung in den Naturwissenschaften geben die Inhaltsverzeichnisse der aus besonderen Anlässen veröffentlichten Hefte und die Namen der daran beteiligten Verfasser.

- (Sonder-) Heft 11, 1914: Paul Ehrlich zur Feier seines sechzigsten Geburtstages. Vergriffen
- (Sonder-) Heft 10, 1915: Wilhelm Pfeffer zur Feier seines siebenzigsten Geburtstages. Vergriffen
- (Sonder-) Heft 44, 1915: Adolf von Baeyer zur Feier seines achtzigsten Geburtstages.
- (Sonder-) Heft 50, 1916: Dem Andenken an Werner Siemens zur Jahrhundertfeier seines Geburtstages. Vergriffen
- (Sonder-) Heft 17, 1918: Max Planck zur Feier seines sechzigsten Geburtstages. Vergriffen
- (Sonder-) Heft 17, 1919: Felix Klein zur Feier seines siebenzigsten Geburtstages.
- (Sonder-) Heft 31, 1919: Zur Jahrhundertfeier der Bonner Universität: Die Entwicklung der Naturwissenschaft an der Bonner Universität seit ihrer Begründung.
- (Sonder-) Heft 46, 1919: Dem Andenken an Emil Fischer. Vergriffen
- (Sonder-) Heft 50, 1919: Dem Andenken an Ernst Haeckel.
- (Sonder-) Heft 23, 1920: Wilhelm Roux zur Feier seines siebenzigsten Geburtstages.
- (Sonder-) Heft 28, 1920: Dem Andenken an Otto Bütschli.
- (Sonder-) Heft 36, 1920: Eugen Goldstein zur Feier seines siebenzigsten Geburtstages.
- (Sonder-) Heft 39, 1920: Richard Hertwig zur Feier seines siebenzigsten Geburtstages.
- (Sonder-) Heft 50, 1920: Zur Feier der Entdeckung der Röntgenstrahlen vor fünf- und zwanzig Jahren. Vergriffen
- (Sonder-) Heft 8, 1921: Darwin-Heft.
- (Sonder-) Heft 18, 1921: Dem Präsidenten der Kaiser Wilhelm-Gesellschaft zur Förderung der Wissenschaften Adolf von Harnack zur Feier seines siebenzigsten Geburtstages.
- (Sonder-) Heft 35, 1921: Dem Andenken an Helmholtz zur Jahrhundertfeier seines Geburtstages.
- (Sonder-) Heft 41, 1921: Die Pathologie als biologische Wissenschaft.
- (Sonder-) Heft 4, 1922: David Hilbert zur Feier seines sechzigsten Geburtstages.
- (Sonder-) Heft 16, 1922: Zehn Jahre Laue-Diagramm.
- (Sonder-) Heft 29, 1922: Dem Andenken an Gregor Mendel zur Jahrhundertfeier seines Geburtstages.
- (Sonder-) Heft 48, 1922: Dem Andenken an Heinrich Rubens.
- Jedes (Sonder-) Heft GZ. 1

---

*Die Grundzahlen (GZ.) entsprechen den ungefähren Vorkriegspreisen und ergeben mit dem jeweiligen Entwertungsfaktor (Umrechnungsschlüssel) vervielfacht den Verkaufspreis. Über den zur Zeit geltenden Umrechnungsschlüssel geben alle Buchhandlungen sowie der Verlag bereitwilligst Auskunft.*

## Naturwissenschaftliche Monographien und Lehrbücher.

Herausgegeben von der Schriftleitung der »Naturwissenschaften«.

Die Bezieher der »Naturwissenschaften« erhalten die Monographien zu einem dem festgesetzten Verkaufspreise gegenüber um 10% ermäßigten Vorzugspreise.

Erster Band: **Allgemeine Erkenntnislehre.** Von Moritz Schlick. Zweite Auflage. In Vorbereitung

Zweiter Band: **Die binokularen Instrumente.** Nach Quellen und bis zum Ausgang von 1910 bearbeitet von Dr. phil. Moritz von Rohr, wissenschaftlichem Mitarbeiter der Optischen Werkstätte von Carl Zeiß in Jena und a. o. Professor an der Universität Jena. Zweite, vermehrte und verbesserte Auflage. Mit 136 Textabbildungen. 1920. GZ. 8; gebunden GZ. 11

Dritter Band: **Die Relativitätstheorie Einsteins** und ihre physikalischen Grundlagen. Elementar dargestellt von Max Born. Dritte, verbesserte Auflage. Mit 135 Textabbildungen. 1922. GZ. 7,2; gebunden GZ. 10

Vierter Band: **Einführung in die Geophysik.** Von Professor Dr. A. Prey, Prag, Professor Dr. C. Mainka, Göttingen, Professor Dr. E. Tams, Hamburg. Mit 82 Textabbildungen. 1922. GZ. 12; gebunden GZ. 13

Fünfter Band: **Die Fernrohre und Entfernungsmesser.** Von A. König, Dr. phil., Beamten des Zeißwerkes. Mit 254 Abbildungen. Erscheint Anfang 1923

Sechster Band: **Kristalle und Röntgenstrahlen.** Von Dr. P. P. Ewald, Professor am Physikalischen Institut der Technischen Hochschule in Stuttgart. Mit 94 Textabbildungen. Erscheint im Frühjahr 1923

---

## Die Stereoskopie im Dienste der Photometrie und Pyrometrie.

Von Carl Pulfrich. Mit 32 Abbildungen. Erscheint Anfang 1923

---

**Die Atomionen chemischer Elemente** und ihre Kanalstrahlenspektren. Von Dr. J. Stark, Professor der Physik an der Technischen Hochschule Aachen. Mit 11 Figuren im Text und auf einer Tafel. 1913. GZ. 1,6

---

**Ultra-Strukturchemie.** Ein leichtverständlicher Bericht von Alfred Stock. Zweite, durchgesehene Auflage. Mit 17 Textabbildungen. 1920. GZ. 2

---

**Die radioaktive Strahlung als Gegenstand wahrscheinlichkeitstheoretischer Untersuchungen.** Von Professor L. v. Bortkiewicz. Mit 5 Textfiguren. 1913. GZ. 4

---

**Die Iterationen.** Ein Beitrag zur Wahrscheinlichkeitstheorie. Von Professor Dr. L. v. Bortkiewicz, Berlin. 1917. GZ. 10

---

*Die Grundsätze (GZ.) entsprechen den ungefähren Vorkriegspreisen und ergeben mit dem jeweiligen Entwertungsfaktor (Umrechnungsschlüssel) vervielfacht den Verkaufspreis. Über den zur Zeit geltenden Umrechnungsschlüssel geben alle Buchhandlungen sowie der Verlag bereitwilligst Auskunft.*

Verlag von Julius Springer in Berlin W 9

---

---

**Äther und Relativitätstheorie.** Von Albert Einstein. Rede, gehalten an der Reichs-Universität zu Leiden. 1920. GZ. 1

---

**Geometrie und Erfahrung.** Von Albert Einstein. Erweiterte Fassung des Festvortrages, gehalten an der Preußischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin am 27. Januar 1921. Mit 2 Textabbildungen. 1921. GZ. 1

---

**Die Grundlagen der Einsteinschen Gravitationstheorie.** Von Erwin Freundlich. Mit einem Vorwort von Albert Einstein. Vierte, erweiterte und verbesserte Auflage. 1920. GZ. 2,5

---

**Raum — Zeit — Materie.** Vorlesungen über allgemeine Relativitätstheorie. Von Hermann Weyl. Fünfte, verbesserte Auflage. Mit etwa 23 Textfiguren. Erscheint Anfang 1923

---

**B. Riemann, Über die Hypothesen, welche der Geometrie zu Grunde liegen.** Neu herausgegeben und erläutert von H. Weyl. Dritte Auflage. In Vorbereitung

---

**Raum und Zeit in der gegenwärtigen Physik.** Zur Einführung in das Verständnis der Relativitäts- und Gravitationstheorie. Von Moritz Schlick. Vierte, vermehrte und verbesserte Auflage. 1922. GZ. 3,2

---

**Raum und Zeit** im Lichte der speziellen Relativitätstheorie. Versuch eines synthetischen Aufbaus der speziellen Relativitätstheorie. Von Dr. Clemens von Horvath, Privatdozent für Physik an der Universität Kasan. Mit 8 Textabbildungen und einem Bildnis. 1921. GZ. 2

---

**Die Idee der Relativitätstheorie.** Von Hans Thirring, a. o. Professor der theoretischen Physik an der Universität Wien. Zweite, durchgesehene und verbesserte Auflage. Mit 8 Textabbildungen. 1922. GZ. 4,5

---

---

*Die Grundzahlen (GZ.) entsprechen den ungefähren Vorkriegspreisen und ergeben mit dem jeweiligen Entwertungsfaktor (Umrechnungsschlüssel) vervielfacht den Verkaufspreis. Über den zur Zeit geltenden Umrechnungsschlüssel geben alle Buchhandlungen sowie der Verlag bereitwilligst Auskunft.*

Verlag von Julius Springer in Berlin W 9

---

---

**Relativitätstheorie und Erkenntnis apriori.** Von Hans Reichenbach. 1920. GZ. 3

---

**Hermann von Helmholtz, Schriften zur Erkenntnistheorie.** Herausgegeben und erläutert von Paul Hertz, Göttingen und Moritz Schlick, Rostock. Dem Andenken an Hermann von Helmholtz zur Hundertjahrfeier seines Geburtstages. 1921. GZ. 6

---

**Fluoreszenz und Phosphoreszenz im Lichte der neueren Atomtheorie.** Von Peter Pringsheim. Dritte Auflage. In Vorbereitung

---

**Die Quantentheorie, ihr Ursprung und ihre Entwicklung.** Von Professor Fritz Reiche. Zweite Auflage. Mit etwa 15 Textfiguren. In Vorbereitung

---

**Valenzkräfte und Röntgenspektren.** Zwei Aufsätze über das Elektronengebäude des Atoms. Von Dr. W. Kossel, o. Professor an der Universität Kiel. Mit 11 Abbildungen. 1921. GZ. 2,3

---

**Das Wesen des Lichts.** Vortrag, gehalten in der Hauptversammlung der Kaiser Wilhelm-Gesellschaft am 28. Oktober 1919. Von Dr. Max Planck, Professor der theoretischen Physik an der Universität Berlin. Zweite, unveränderte Auflage. 1920. GZ. 0,5

---

**Die mechanischen Beweise für die Bewegung der Erde.** Von R. Grammel, Professor an der Technischen Hochschule Stuttgart. Mit 25 Textabbildungen. 1922. GZ. 2

---

**Das Problem der Entwicklung unseres Planetensystems.** Eine kritische Studie. Von Dr. Friedrich Nölke. Zweite, völlig umgearbeitete Auflage. Mit einem Geleitwort von Dr. H. Jung, o. Professor der Mathematik an der Universität Kiel. Mit 16 Textfiguren. 1919. GZ. 15

---

**Astronomische Miniaturen.** Von Elis Strömgren. Aus dem Schwedischen übersetzt von K. F. Bottlinger. Mit 14 Abbildungen. 1922. GZ. 2

---

---

*Die Grundzahlen (GZ.) entsprechen den ungefähren Vorkriegspreisen und ergeben mit dem jeweiligen Entwertungsfaktor (Umrechnungsschlüssel) vervielfacht den Verkaufspreis. Über den zur Zeit geltenden Umrechnungsschlüssel geben alle Buchhandlungen sowie der Verlag bereitwilligst Auskunft.*