

Über die Bestimmung der
Elastizitäts- und
Torsionskoeffizienten von
Steinsalz und Sylvin bei
tiefen Temperaturen

THEODOR STEINEBACH

Genehmigt von der Naturwissenschaftlichen Fakultät
der Universität Frankfurt am Main auf Antrag von
Herrn Prof. Dr. Madelung

ISBN 978-3-662-39185-3 ISBN 978-3-662-40180-4 (eBook)
DOI 10.1007/978-3-662-40180-4

Sonderabdruck aus „Zeitschrift für Physik“, Bd. 33, 1925

Es wurden Biegungs- und Torsionsmessungen an Steinsalz und Sylvin bei Zimmertemperatur und derjenigen der flüssigen Luft ausgeführt. Die Ablesung geschah mit Hilfe von auf den Kristallen selbst befestigten Spiegeln. Der Temperaturkoeffizient ist bei den Elastizitätsmoduln groß, bei den Torsionsmoduln kleiner. Indem er für die Elastizitätsmoduln als konstant festgestellt wurde, konnten die von Voigt bei Zimmertemperatur gemessenen Elastizitäts- und Torsionsmoduln auf den absoluten Nullpunkt extrapoliert werden. Da sich die Kompressibilität, ebenso ihr Temperaturkoeffizient, als Differenz großer Zahlen darstellt, konnte aus den Messungen nicht die Kompressibilität beim absoluten Nullpunkt ermittelt werden. Aber die festgelegte Temperaturunabhängigkeit des Temperaturkoeffizienten der Elastizitätskonstanten gibt die Berechtigung, die von Slater bei höheren Temperaturen gemessene Temperaturabhängigkeit der Kompressibilität auf den absoluten Nullpunkt zu extrapolieren.

Über die Elastizitätskonstanten der Kristalle bei Zimmertemperatur liegen zahlreiche Messungen von Voigt¹⁾ vor, ebenso einige über die Temperaturabhängigkeit bei Zimmertemperatur und höheren Temperaturen²⁾. Bei der Temperatur der flüssigen Luft hat Herr Prof. Madelung³⁾ eine nicht veröffentlichte Messung des Torsionsmoduls von Steinsalz vorgenommen. Da für theoretische Arbeiten die Werte der genannten Konstanten beim absoluten Nullpunkt der Temperatur wichtig sind, wurde in der vorliegenden Arbeit eine Bestimmung einiger Elastizitätskonstanten von Steinsalz und Sylvin bei der Temperatur der flüssigen Luft vorgenommen. Es wurden Biegungs- und Torsionsversuche bei Zimmertemperatur und derjenigen der flüssigen Luft gemacht und durch diese relativen Messungen der Temperaturkoeffizient der genannten Konstanten bestimmt. Mit Hilfe der von Voigt gemessenen Zimmertemperaturwerte der Elastizitätskonstanten wurden durch Extrapolation die Werte beim absoluten Nullpunkt ermittelt. Die Berechtigung dazu ist durch die festgestellte Temperaturunabhängigkeit des Temperaturkoeffizienten gegeben.

¹⁾ Voigt, Wied. Ann. **35**, 642, 1888.

²⁾ Voigt, Pogg. Ann., Erg.-Bd. **7**, 1, 1876, und Slater, Phys. Rev. (2) **23**, 488, 1924.

³⁾ Vgl. 2. Solvay-Kongreß, Anhang von Eucken, S. 387.

I. Die Versuchsanordnung.

Die Herstellung der Stäbchen. Die Kristallstäbchen für die Biegungs- und Torsionsversuche wurden mit Hilfe einer Laubsäge mit dünnem und breitem Sägeblatt hergestellt. Da wegen der hohen Spaltbarkeit von Steinsalz und Sylvin die Herstellung dünner Stäbchen naturgemäß Schwierigkeiten bereitete, hatte ich zunächst durch Sägen dickere Kristalle hergestellt und diese dann mit Hilfe von Tonerde und Wasser auf einer Glasplatte durch Schleifen dünner gemacht. Die Länge der Stäbchen war meist 4 bis 5 cm, die Breite 2 bis 3 mm und die Höhe $\frac{3}{4}$ bis 1 mm.

Der Torsionsapparat. Der Torsionsapparat ist in Fig. 1 abgebildet. An beiden Enden des Stäbchens (*a*) waren durch kleine

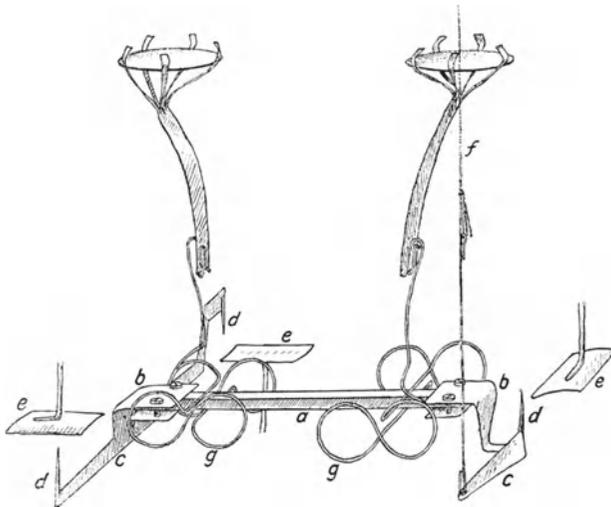


Fig. 1.

Schrauben Metallflächen (*b*) gegen den Kristall gepreßt; an diese waren Hebelarme (*c*) aus Eisenblech mit Stahlspitzen (*d*) angelötet, welche Widerlagern (*e*) gegenüberstanden. Diese sind in der Figur, etwas zur Seite gerückt, angedeutet. Wurde an dem Faden *f* ein Zug nach oben ausgeübt, so wurde eine Torsion des Kristalls bewirkt.

Die Drehung des Kristalls wurde mit Hilfe von Spiegeln gemessen. Da die Widerlager, Klemmvorrichtungen usw. nachgeben konnten, wurden an beiden Enden des Stäbchens auf dem Kristall selbst Spiegel angebracht. Der von dem rechten Spiegel (Fig. 1) gemessene Ausschlag, vermindert um den von dem linken Spiegel gemessenen, war dann ein Maß für die

Torsion des Kristalls. Um die Befestigung der Spiegel auf dem Kristall möglichst linienförmig zu gestalten, wurden aus dünnem Stahldraht Befestigungsklemmen (*g*) hergestellt, wie sie die Figur zeigt. Jede derselben bestand aus einem einzigen Drahtstück und wurde, bevor der Apparat zusammengesetzt wurde, mit Hilfe eines hufeisenförmig gebogenen dicken Drahtes auseinander gehalten und vorsichtig über den Kristall geschoben. Diese Befestigungsvorrichtungen trugen an ihren oberen Enden mit Hilfe von Aluminiumhaltern Galvanometerspiegel, welche bei den Torsionsversuchen eine horizontale Lage hatten. Damit keine Spannungen auftraten, berührten die Spiegel die Halter nur lose mit den äußersten Kanten. Es mußte damit freilich der Nachteil in Kauf genommen werden, daß sehr leicht Störungen der Justierung eintraten.

Ursprünglich wurden statt der Klemmvorrichtungen (*b*) Metallröhrchen verwandt, in welche die Kristalle geschoben wurden, der Zwischenraum war mit Pizein ausgefüllt. Es ergaben sich dann aber bei der Abkühlung zu große Verschiebungen der Nullage. Bei der beschriebenen Anordnung bestand der Nachteil, daß bei zu rascher Abkühlung leicht ein Bruch des Kristalls eintrat. Nahm man die Abkühlung zu langsam vor, so konnte wegen der Bereifung der Spiegel keine Ablesung erfolgen. Es wurden deshalb bei den letzten Versuchen kleine Schutzschilder unmittelbar über den Spiegeln angebracht, welche, nachdem die Apparatur langsam auf die Temperatur der flüssigen Luft abgekühlt war, zur Seite geschoben wurden. Die Spiegel waren dann völlig klar, immerhin mußte die Messung in den nächsten 10 Minuten erfolgen, da die Spiegel langsam von neuem bereiften.

Der Biegeapparat. Die Biegeversuche waren schwieriger als die Torsionsversuche. Der Biegeapparat ist durch Fig. 2 dargestellt. An beiden Enden des Kristalls ließ ich mit Hilfe von Hebelarmen (*a*) Drehmomente wirken, wodurch eine kreisförmige Biegung des Kristalls erreicht wurde. Mit Hilfe von dünnen Fäden (*b*), welche durch Aufdrillen eines Zwirnfadens erhalten wurden, wurde durch einen nach oben wirkenden Zug eine Biegung des Kristallstäbchens erreicht. Damit hierbei keine Kippung eintrat, waren an dem einen Ende statt einer zwei Spitzen (*c*) angebracht, welche den Widerlagern (*d*) gegenüberstanden. Die Spitzen befanden sich möglichst genau in der Verlängerung der neutralen Faser des Kristalls; anderenfalls traten durch die Reibung der Spitzen an den Widerlagern Gegendrehmomente auf, welche, wie Rechnung und Experiment zeigten, erhebliche Fehler bei den Messungen verursachen konnten.

Die Messung der Biegung geschah mit Hilfe zweier Spiegel, deren Befestigungsvorrichtungen ebenfalls unmittelbar am Kristall angebracht waren. Die Spiegel waren unter etwa 45° gegen die Kristallrichtung geneigt. Da dadurch die von der Skale kommenden Lichtstrahlen nicht, wie bei der Torsion, senkrecht auf die Spiegel auffielen, sondern unter etwa 45° , hatte dies einen Übelstand bei den Messungen bei tiefen Temperaturen zur Folge. Die Spiegel erfuhren nämlich wegen der verschiedenen Ausdehnungskoeffizienten des Silbers, des Glases und der Schutzschicht auf der Rückseite bei tiefen Temperaturen eine erhebliche

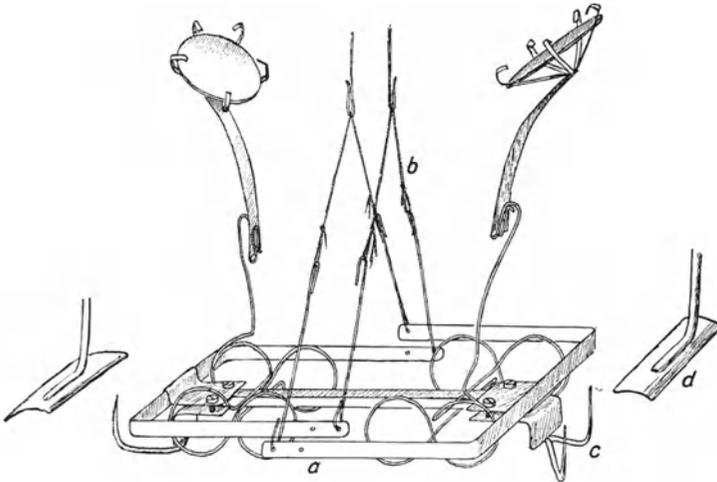


Fig. 2.

Krümmung. Der dadurch bedingte Astigmatismus konnte nicht durch eine Verschiebung des Fernrohrkulars kompensiert werden.

Ich löste deshalb von den käuflichen Galvanometerspiegeln die Lack- und Silberschicht herunter und versilberte beide Seiten möglichst gleichmäßig, indem ich mich streng an ein von Angerer¹⁾ gegebenes Rezept hielt. Die Spiegel wurden in senkrechter Lage in die Versilberungsflüssigkeit getaucht, die Silberschicht wurde so dick gewählt, daß man

¹⁾ Angerer, Technische Kunstgriffe bei physikalischen Untersuchungen, Braunschweig 1924, Samml. Vieweg, Heft 71. Ich bemerke bei dieser Gelegenheit, daß ich vorher versucht hatte, Glasspiegel mit Platinüberzug herzustellen, wie es Angerer (l. c.) empfiehlt. Wegen der gleichen Ausdehnungskoeffizienten von Platin und Glas wäre dann keine Krümmung eingetreten. Obwohl ich bei dem „Einbrennen“ des Platins mit der Temperatur nur bis auf 350° heraufging, während 400 bis 500° vorgeschrieben waren, zeigten die Spiegel eine starke Verzerrung, so daß Messungen damit unmöglich waren.

gerade noch etwas durch die Spiegel hindurch sehen konnte, wenn man sie gegen das Licht hielt. Diese Spiegel zeigten bei tiefen Temperaturen keine die Messungen störende Krümmung. Metallspiegel, welche ja bei verschiedenen Temperaturen keine Krümmung zeigen, waren unbrauchbar, weil sie bei den geringsten Erschütterungen wegen ihres Gewichtes wie ein Metronom pendelten.

Wenn die Apparatur nach einer starken Abkühlung wieder Zimmertemperatur annahm, waren die Spiegel immer stark mit Feuchtigkeit be-

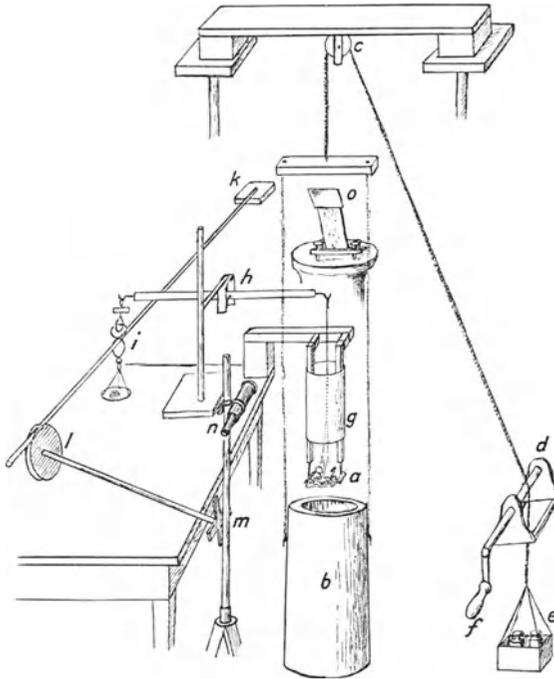


Fig. 3.

schlagen, da der dieselben umgebende Raum nicht abgeschlossen werden konnte. Dies konnte auch nicht durch in der Nähe angebrachte Chlorcalciumstücke gehindert werden. Um die Spiegel, ebenso den Kristall, gegen die angreifende Feuchtigkeit zu schützen, diente ein dünner Überzug von Zaponlack.

Die übrige Apparatur. Der übrige Teil der Apparatur ist in Fig. 3 dargestellt. Bei *a* befand sich der Biegungs- bzw. Torsionsapparat, die Kristallrichtung war bei den Biegungs- und Torsionsversuchen horizontal und in der Zeichenebene. Unter dem Kristallapparat hing

ein zylinderförmiges Dewargefäß (*b*) aus Porzellan mit flüssiger Luft. Ein Bindfaden führte über eine Rolle (*c*) und eine Welle (*d*) zu einer Wagschale mit Gewichten (*e*), welche etwa gerade so schwer wie das gefüllte Dewargefäß waren. Die Reibung an der Rolle war so groß, daß das System in jeder Lage im Gleichgewicht blieb. Durch Drehen an einer Kurbel (*f*) ließ sich das Dewargefäß hochziehen, bis der Kristall in die flüssige Luft eintauchte. *g* war ein Zylinder aus Preßspan, welcher, wenn das Dewargefäß hochgezogen war, einen teilweisen Abschluß ermöglichte. Die Apparatur war mit Hilfe von eichenen Stäbchen am Tisch befestigt.

Ein Zwirnfaden führte von dem eigentlichen Torsions- bzw. Biegeapparat (*a*) zu einer Art Wage (*h*), deren Schwerpunkt sich nur wenig unter dem Drehpunkt befand, wie vorher durch Schwingungsbeobachtungen festgestellt wurde. An der anderen Seite hing ein Gewicht, welches etwa 2 g größer war als das des Biege- und Torsionsapparats. Wählte man diese Differenz sehr klein, so hatten die durch die ständigen Erschütterungen des Gebäudes verursachten Schwingungen Schwankungen des Bildes der Skale im Fernrohr zur Folge. Wählte man das Übergewicht dagegen sehr groß, so trat bei der Abkühlung viel leichter ein Bruch des Kristalls ein.

Unterhalb des Übergewichtes befand sich die Belastungsvorrichtung (*i*). Ein langer Stab war an dem einen Ende auf ein exzentrisches Rad (*l*) aufgelegt und bei *k* drehbar angebracht. Durch Drehung des neben dem Fernrohr (*n*) befindlichen Rades (*m*) ließ sich ein Heben und Senken eines aus mehreren Schlingen bestehenden Drahtes (*i*) bewirken, und damit ein Entlasten und Belasten; der Draht trug unten eine Wagschale.

Senkrecht über dem Kristallapparat befand sich auf einem Sockel ein parallel mit dem Kristall unter etwa 45° angebrachter Spiegel (*o*), dessen Neigung zum Zweck der Justierung in geringen Grenzen verändert werden konnte. Etwas links von der Symmetrieebene des Kristalls war, etwa ein Meter von der Apparatur entfernt, das Fernrohr (*n*). Etwas rechts von dieser Ebene, 3 m hinter dem Beobachter, befand sich die Skale. Fernrohr und Skale hatten gleiche Höhe mit dem Spiegel *o*.

Da das Bild der Skale im Fernrohr, wie schon erwähnt, wegen der Erschütterungen des Gebäudes ständig Schwankungen erfuhr, hatte ich, um diesen Übelstand zu mindern, eine Skale mit hellen Strichen auf dunklem Grunde verwandt. Es wurden dazu in eine geschwärzte photographische Platte die Teilstriche mit Hilfe einer Teilmaschine eingerissen

und die Skale von hinten unter Dazwischenschaltung einer Mattglasscheibe intensiv beleuchtet.

Bei den Torsionsversuchen wurden zwei senkrecht stehende Skalen verwandt, für jeden Spiegel eine. Der Lichtstrahl ging dicht rechts am Fernrohr vorbei zu dem Spiegel o , wurde nahezu senkrecht nach unten zu einem Spiegel des Kristalls reflektiert und wieder zurück zu dem Spiegel o . Da der Strahl aber nicht genau senkrecht nach oben reflektiert wurde, hatte er nach Reflexion an o nicht genau die ursprüngliche Richtung, sondern traf das etwas links von der genannten Symmetrieebene befindliche Fernrohr.

Bei den Biegungsversuchen ging der Lichtstrahl von einer horizontalen Skale zu dem Spiegel o , wurde zu dem linken und von diesem zu dem rechten Spiegel des Kristalls reflektiert, dann wieder zurück zu dem Spiegel o und von diesem ins Fernrohr. Wie man leicht überlegt, wurden dadurch die Drehungen der beiden Kristallspiegel addiert. Um die Galvanometerspiegel zu justieren, beobachtete ich, ehe ich den Kristallapparat in die Apparatur einbrachte, das Bild meines durch eine Lampe beleuchteten Auges, nachdem der Lichtstrahl über beide Spiegel gegangen war. Das Auge befand sich dabei ungefähr im gleichen Abstand von dem Kristall wie der Spiegel o . Die oben beschriebenen Befestigungsvorrichtungen für die Spiegel erwiesen sich dabei als vorzüglich geeignet zur Feinjustierung. Sie stellten sich freilich in eine gewisse Gleichgewichtslage ein, aber infolge der Reibung mit einem Spielraum von einigen Graden. Durch leichtes Berühren der Spiegelhalter ließ sich innerhalb kleiner Grenzen jede beliebige Lage leicht einstellen. Größere Änderungen konnten durch Verbiegung der Aluminiumhalter bewerkstelligt werden, wozu diese vorsichtig aus den Stahlklemmen herausgenommen wurden. Nach Einsetzen des Apparates in die übrige Apparatur konnte der Strahlengang mit Hilfe eines Stückes Seidenpapier, welches über die Öffnung des Preßspanzylinders gehalten wurde, bestimmt werden.

II. Die Beobachtungen.

Es wurden Biegungs- und Torsionsversuche an Steinsalz und Sylvin gemacht; sämtliche Stäbchen waren in Richtung der Würfelnormalen geschnitten. Die Sylvinkristalle waren etwas trübe, sie stammten zum Teil aus dem Kaliwerk Vienenburg, zum Teil aus einem Bergwerk bei Helmstedt (Braunschweig).

Ich möchte noch einmal hervorheben, daß häufige Störungen der Justierung nicht vermieden werden konnten, aber es wurde festgestellt, daß die bei neuen Justierungen gewonnenen Meßergebnisse die gleichen waren. Als Beispiel führe ich die Torsionsmessungen an Sylvin an. Es konnte so justiert werden, daß die Bilder beider Skalen gleichzeitig im Fernrohr sichtbar waren. Die Belastung war in den folgenden Meßreihen immer die gleiche. Zunächst folgt eine Meßreihe bei Zimmertemperatur.

<i>B</i>	<i>N</i>
<i>e</i> 2,47	<i>e</i> 1,32
<i>b</i> 6,43	<i>b</i> 2,22
<i>e</i> 2,64	<i>e</i> 1,37
Differenz . . 3,79	Differenz . . 0,85
<i>b</i> 6,58	<i>b</i> 2,33
<i>e</i> 2,73	<i>e</i> 1,47
Differenz . . 3,85	Differenz . . 0,86
<i>b</i> 6,60	<i>b</i> 2,34
<i>e</i> 2,75	<i>e</i> 1,49
Differenz . . 3,85	Differenz . . 0,85
Mittel . . . 3,85	Mittel . . . 0,85
Differenz . . . 3,00	

Die erste mit *B* bezeichnete Meßreihe bezieht sich auf den Belastungs-, die zweite (*N*) auf den Nullpunktspiegel. Es wurde immer die Differenz zwischen dem Ausschlag bei Belastung (*b*) und demjenigen bei Entlastung (*e*) gebildet, nicht umgekehrt, da sonst die plastische Deformation mit gemessen worden wäre. Indem die Spiegel eine geringe Krümmung besaßen, konnte immer nur auf die eine Skale scharf eingestellt werden, aber da die auf den Nullpunktspiegel bezüglichen Ausschläge immer die gleichen waren (0,85), waren die so gewonnenen Meßresultate verwertbar. Eine zweite Meßreihe bei Zimmertemperatur ergab im Mittel *B*: 3,88; *N*: 0,83; also Differenz 3,05.

Es wurde nun auf die Temperatur der flüssigen Luft abgekühlt, eine Ablesung konnte aber nicht erfolgen, da wegen der starken Bereifung der Spiegel die Skale kaum zu erkennen war. Die Apparatur wurde deshalb wieder auf Zimmertemperatur gebracht; bei solchen Gelegenheiten beschlug der ganze Kristallapparat einschließlich der Spiegel immer stark mit Feuchtigkeit. Es war nun wichtig festzustellen, ob nicht etwa eine teilweise Auflösung des Kristalls erfolgte, in diesem Falle wären ja die verschiedenen Messungen gar nicht vergleichbar gewesen. Eine neue Messung bei Zimmertemperatur ergab im Mittel *B*: 3,90; *N*: 0,86; also Differenz 3,04.

Man erhält denselben Wert wie vorher, eine Änderung der Dicke des Kristalls war also nicht eingetreten. Bemerkenswert ist ferner, daß die letzte Messung bei neuer Justierung vorgenommen werden mußte, da sich die Kristallspiegel inzwischen verschoben hatten. Es mußte dabei vor allem darauf geachtet werden, daß das Fernrohr sich im gleichen Abstand von der Apparatur wie vorher befand; auf einige Zentimeter kam es natürlich nicht an. Man kann somit schließen, daß auch die mit verschiedenen Justierungen gewonnenen Meßergebnisse miteinander vergleichbar sind.

Bei erneuter Abkühlung auf die Temperatur der flüssigen Luft konnten nur für den Belastungsspiegel Messungen gemacht werden, da die Justierung des Nullpunktspiegels beim Hochziehen des Dewargefäßes gestört wurde. Ich erhielt folgende Meßreihe:

<i>B</i>		
<i>b</i> 6,07	<i>b</i> 6,18	<i>b</i> 6,20
<i>e</i> 2,53	<i>e</i> 2,58	<i>e</i> 2,62!
Differenz . . 3,54	Differenz . . 3,60	Differenz . . 3,58
Mittel 3,58		

Alle Messungen, die sich auf die Temperatur der flüssigen Luft beziehen, wurden so lange ausgedehnt, wie bei der zunehmenden Bereifung das Bild der Skale deutlich erkennbar war.

Nachdem auf Zimmertemperatur erwärmt und neu justiert worden war, wurde wieder eine Messung bei der Temperatur der flüssigen Luft gemacht, diesmal war der Belastungsspiegel gestört, für den Nullpunktspiegel wurde folgende Meßreihe gemacht:

<i>N</i>		
<i>e</i> 2,54	<i>b</i> 3,27	<i>b</i> 3,32
<i>b</i> 3,24	<i>e</i> 2,63	<i>e</i> 2,66
<i>e</i> 2,64		
Differenz . . 0,60	Differenz . . 0,64	Differenz . . 0,66
Mittel 0,64		

Es wurde nun wieder eine Messung bei Zimmertemperatur ausgeführt, sie ergab im Mittel *B*: 3,90; *N*: 0,91; Differenz 2,99.

Nachdem wieder auf die Temperatur der flüssigen Luft abgekühlt wurde, konnten diesmal die auf beide Spiegel bezüglichen Ausschläge gemessen werden. Ich erhielt folgende Meßreihen:

B

b. 5,56	b. 5,69	b. 5,83	b. 5,83	b. 5,86!
e. 2,08	e. 2,21	e. 2,22	e. 2,27	e. 2,27!
Differenz <u>3,48</u>	Differenz <u>3,48</u>	Differenz <u>3,61</u>	Differenz <u>3,56</u>	Differenz <u>3,59</u>
Mittel . . . 3,58				

N

e. 2,49	b. 3,18
b. 3,18	e. 2,47
e. 2,51	Differenz . . . 0,71
Differenz . . . 0,67	Mittel 0,69

Also im Mittel *B*: 3,58; *N*: 0,69; Differenz 2,89.

Nachdem auf Zimmertemperatur erwärmt und wieder auf die Temperatur der flüssigen Luft abgekühlt wurde, konnte der Nullpunktspiegel noch einmal gemessen werden (die Justierung der anderen war wieder gestört):

N

b. 2,47	b. 2,53	b. 2,64	b. 2,73	b. 2,74
e. 1,75	e. 1,77	e. 1,94	e. 2,00	e. 2,02
Differenz <u>0,72</u>	Differenz <u>0,76</u>	Differenz <u>0,70</u>	Differenz <u>0,73</u>	Differenz <u>0,72</u>
Mittel 0,73				

Da die nun folgende Erwärmung zu rasch geschah, zerbrach der Kristall. Ich stelle noch einmal die für die Temperatur der flüssigen Luft gemessenen Werte zusammen:

<i>B</i>	3,58	3,58
<i>N</i>	0,73	0,64

Die Differenzen der Werte für *B* und *N* sind 2,85 bzw. 2,94. Ich stelle zusammen:

Flüssige Luft]	2,85	2,94		
Zimmertemperatur . . .	3,00	3,05	3,04	2,99

Die ungünstigsten Kombinationen der entsprechenden Verhältnisse sind:

$$\frac{2,99}{2,94} = 1,02, \quad \frac{3,05}{2,85} = 1,07.$$

Indem ich dem bei der Temperatur der flüssigen Luft gemessenen Werte 2,85 etwas größeres Gewicht beilege als dem anderen, 2,94, erhalte ich für die Temperaturabhängigkeit des Torsionsmoduls von Sylvin zwischen der Zimmertemperatur und derjenigen der flüssigen Luft 5 (\pm 2) Proz.

Über die Korrekturen, die an diesem Werte noch anzubringen sind, vergleiche man weiter unten.

Für die anderen Kristalle konnten nicht so viele Meßreihen gemacht werden, da der Kristall früher zerbrach.

III. Die Resultate.

Wirkt an einem Kristall von der Länge l , der Breite b und der Höhe h ein Drehmoment D , so ist der Biegungswinkel φ gegeben durch

$$\varphi = 6 e D \frac{l}{b h^3}, \quad (1)$$

wenn der Elastizitätskoeffizient e ist. Ich bemerke hierbei, daß ich die Elastizitäts- und Torsionsmoduln durchweg mit großen Buchstaben und ihre reziproken Werte, die Elastizitäts- und Torsionskoeffizienten, immer mit kleinen Buchstaben bezeichne. Ich definiere den Temperaturkoeffizienten γ zwischen der Temperatur der flüssigen Luft und der Zimmertemperatur durch

$$e_{Zi} = e_{fl}(1 + \gamma t), \quad (2)$$

wobei e_{Zi} der Wert des Elastizitätskoeffizienten bei Zimmertemperatur, e_{fl} derjenige bei der Temperatur der flüssigen Luft und t das Temperaturintervall ist.

Nimmt man in erster Näherung in (1) D , l , b und h bei den verschiedenen Temperaturen als konstant an, so ist der Temperaturkoeffizient gegeben durch die Differenz des Ausschlags bei der Zimmertemperatur und derjenigen der flüssigen Luft, dividiert durch den Ausschlag bei der letzteren Temperatur, ferner dividiert durch das Temperaturintervall. An dem so erhaltenen Werte sind noch Korrekturen anzubringen, die sich auf die Wärmeausdehnung der Kristallstäbchen und der Hebelarme beziehen.

Die aus den Messungen unmittelbar folgenden unkorrigierten Temperaturabhängigkeiten zwischen der Zimmertemperatur und derjenigen der flüssigen Luft sind

für den Elastizitätskoeffizienten von Steinsalz	. . .	18,5 (± 2) Proz.
" " Torsionskoeffizienten " "	. . .	6,5 (± 2) " ¹⁾
" " Elastizitätskoeffizienten " Sylvin	. . .	19,5 (± 2) "
" " Torsionskoeffizienten " "	. . .	5 (± 2) "

¹⁾ Dieser Wert stimmt mit der von Herrn Prof. Madelung vorgenommenen Messung überein; vgl. 2. Solvay-Kongreß, Anhang von Eucken, S. 387.

Diese Prozentangaben sind hier und auch im folgenden durchweg so erhalten, daß der größere durch den kleineren Wert dividiert, davon 1 subtrahiert und das Ganze mit 100 multipliziert wurde.

Die Temperaturabhängigkeiten sind durchweg derartig, daß die Moduln bei tiefer Temperatur größer (d. h. die Ausschläge bei gleicher Belastung geringer) sind.

Es lassen sich nun die Werte der Elastizitätskonstanten beim absoluten Nullpunkt durch Extrapolation ermitteln. Als Beispiel für diese Rechnungen führe ich den Elastizitätsmodul von Steinsalz an.

Bei den entsprechenden Messungen bestanden die Hebelarme aus Aluminium. Dessen Ausdehnungskoeffizient ist sowohl bei Zimmertemperatur als auch bei derjenigen der flüssigen Luft $2 \cdot 10^{-5}$. Dies ergibt für das Intervall von 200° eine Änderung der Hebelarme und damit des Drehmoments um rund 0,5 Proz. Das ist offenbar von dem Wert 18,5 abzuziehen, es bleiben also noch 18 Proz. Der lineare Ausdehnungskoeffizient von Steinsalz ist bei Zimmertemperatur $4 \cdot 10^{-5}$, zwischen -253° und ungefähr -190° etwa $1 \cdot 10^{-5}$. Ich habe deshalb für das in Frage kommende Temperaturintervall, für welches die Wärmeausdehnung nicht bekannt ist, im Mittel für den Ausdehnungskoeffizienten $2,5 \cdot 10^{-5}$ angenommen. Dies ergibt auf 200° eine Änderung der linearen Dimension der Stäbchen von 0,5 Proz. Da in (1) die Ausmaße des Kristalls im Zähler in der ersten, im Nenner in der vierten Potenz vorkommen, ist die dritte Potenz maßgebend, und der Wert 0,5 ist mit 3 zu multiplizieren. An dem Werte 18 ist also noch die Korrektur 1,5 anzubringen, und zwar ist sie offenbar zu addieren. Die Temperaturabhängigkeit des Elastizitätskoeffizienten von Steinsalz in Richtung der Würfelnormalen zwischen der Zimmertemperatur und derjenigen der flüssigen Luft ist also 19,5 Proz.

Es gilt also

$$\frac{e_{zi}}{e_{fl}} = \frac{119,5}{100}.$$

Da die „flüssige Luft“ aus fast reinem Sauerstoff bestand, wurde für ihre Temperatur -185° angenommen, die Zimmertemperatur war etwa $+18^{\circ}$ C. Das Temperaturintervall war also 203° . Durch Kombination der letzten Gleichung mit (2) erhält man für den Temperaturkoeffizienten zwischen der Zimmertemperatur und derjenigen der flüssigen Luft

$$\gamma = 9,6 \cdot 10^{-4}.$$

Voigt¹⁾ hat zwischen der Zimmertemperatur und etwa + 90° C (seine Angaben beziehen sich auf Réaumur) denselben Temperaturkoeffizienten gemessen; er erhält (die Temperatur umgerechnet in Celsiusgrade)

$$\gamma = 10 \cdot 10^{-4},$$

also fast dasselbe. Indem der Voigtsche Wert noch nicht die auf die Wärmeausdehnung bezügliche Korrektur enthält, ist (unter Berücksichtigung des Ausdehnungskoeffizienten von Steinsalz bei höheren Temperaturen $4 \cdot 10^{-5}$) der genauere Wert des Temperaturkoeffizienten

$$\gamma = 11,2 \cdot 10^{-4},$$

wenn man ihn durch die Gleichung definiert

$$e = e_{Zi} \cdot (1 + \gamma t).$$

Der Temperaturkoeffizient des Elastizitätsmoduls von Steinsalz ist also nahezu temperaturunabhängig. Dieses Resultat steht in bester Übereinstimmung mit Messungen von Cl. Schaefer²⁾, betreffend die Elastizitäts- und Torsionskoeffizienten der Metalle, wo auch durchweg Temperaturunabhängigkeit des Temperaturkoeffizienten konstatiert wurde.

Definiere ich den Temperaturkoeffizienten γ zwischen dem absoluten Nullpunkt und der Temperatur der flüssigen Luft durch

$$e_{fl} = e_{abs} \cdot (1 + \gamma t),$$

und nehme ich gemäß den obigen Werten

$$\gamma = 8,0 \cdot 10^{-4},$$

so ergibt sich für den Elastizitätsmodul von Steinsalz in Richtung der Würfelnormalen beim absoluten Nullpunkt

$$E_{W abs} = \frac{1}{e_{W abs}} = 5,27 \cdot 10^{11}$$

in absoluten Einheiten, indem ich für die Zimmertemperatur den Voigtschen Wert

$$E_{W Zi} = 4,11 \cdot 10^{11}$$

zugrunde lege. Der Unterschied ist **28 Proz.**

Die Auswertung der übrigen Messungen führt zu folgenden Ergebnissen: Der Torsionsmodul von Steinsalz in Richtung der Würfelnormalen beim absoluten Nullpunkt ist

$$T_{W abs} = c_{44 abs} = 1,41 \cdot 10^{11},$$

während

$$T_{W Zi} = c_{44 Zi} = 1,27 \cdot 10^{11}.$$

1) Voigt, Pogg. Ann., Erg.-Bd. 7, 1, 1876.

2) Cl. Schaefer, Ann. d. Phys. 5, 220, 1901.

Der Elastizitätsmodul von Sylvin in Richtung der Würfelnormalen beim absoluten Nullpunkt ist

$$E_{W \text{ abs}} = 4,71 \cdot 10^{11},$$

während

$$E_{W Z_i} = 3,63 \cdot 10^{11}.$$

Der Unterschied ist **29,5 Proz.**

Der Torsionsmodul von Sylvin in Richtung der Würfelnormalen beim absoluten Nullpunkt ist

$$T_{W \text{ abs}} = 0,695 \cdot 10^{11},$$

während

$$T_{W Z_i} = 0,64 \cdot 10^{11}.$$

Die Genauigkeit der so ermittelten Werte ist höchstens einige Prozente.

Voigt¹⁾ hat noch die Temperaturabhängigkeit des Elastizitätsmoduls von Steinsalz in Richtung der Rhombendodekaedernormalen bei höherer Temperatur gemessen. Durch Extrapolation ergibt sich für den Elastizitätsmodul von Steinsalz in Richtung der Rhombendodekaedernormalen

$$E_{R \text{ abs}} = 3,86 \cdot 10^{11},$$

während

$$E_{R Z_i} = 3,43 \cdot 10^{11}.$$

Damit sind für Steinsalz beim absoluten Nullpunkt drei voneinander unabhängige Elastizitätswerte bekannt. Durch die Beziehung²⁾

$$\kappa = 3 \cdot (4 e_R - e_W - \tau_W) \tag{3}$$

ist der Zusammenhang mit der Kompressibilität κ gegeben, wenn τ_W den Torsionskoeffizienten in Richtung der Würfelnormalen bedeutet. Die Kompressibilität von Steinsalz läßt sich aber daraus nicht ermitteln, da sie sich als Differenz großer Zahlen darstellt.

Ich habe deshalb den Temperaturkoeffizienten γ_κ der Kompressibilität κ von Steinsalz zu bestimmen gesucht. Die Temperaturkoeffizienten von e_R , e_W und τ_W nenne ich γ_R , γ_W und γ_τ . Ich habe

$$\left. \begin{aligned} \kappa_{Z_i} &= \kappa_{\text{fl}} \cdot (1 + \gamma_\kappa \cdot t), \\ e_{W Z_i} &= e_{W \text{ fl}} \cdot (1 + \gamma_W \cdot t), \\ e_{R Z_i} &= e_{R \text{ fl}} \cdot (1 + \gamma_R \cdot t), \\ \tau_{W Z_i} &= \tau_{W \text{ fl}} \cdot (1 + \gamma_\tau \cdot t). \end{aligned} \right\} \tag{4}$$

1) Voigt, Pogg. Ann., Erg.-Bd. 7, 1, 1876.

2) Voigt, Wied. Ann. 35, 642, 1888.

Durch Kombination von (3) und (4) ergibt sich

$$\frac{\kappa_{Zi} - \kappa_{\Pi}}{t} = 12 e_{R\Pi} \cdot \gamma_R - 3 e_{W\Pi} \cdot \gamma_W - 3 \tau_{W\Pi} \cdot \gamma_T.$$

Diese Gleichung enthält als einzige Unbekannte κ_{Π} , mit Hilfe der ersten Gleichung (4) läßt sich dann auch γ_x ermitteln. In entsprechender Weise erhält man den Wert von κ beim absoluten Nullpunkt.

Es ergibt sich für die Kompressibilität von Steinsalz beim absoluten Nullpunkt etwa der gleiche Wert wie bei Zimmertemperatur, aber mit einer Ungenauigkeit von etwa 20 Proz. Dies hängt damit zusammen, daß sich der Temperaturkoeffizient ebenfalls als Differenz großer Zahlen darstellt.

Die Kompressibilität von Steinsalz ist bei Zimmertemperatur nach Madelung und Fuchs¹⁾

$$\kappa_{Zi} = 4,12 \cdot 10^{-12}.$$

Zur Ermittlung der Kompressibilitäten der Alkalihalogenide beim absoluten Nullpunkt ist kürzlich ein ganz anderer Weg eingeschlagen worden. Slater²⁾ hat mit einer Piezometermethode die Kompressibilität bei +30 und +75° C ermittelt, daraus den Temperaturkoeffizienten bestimmt und auf den absoluten Nullpunkt extrapoliert. Die Berechtigung dazu ergibt sich aber erst durch die in der vorliegenden Arbeit festgestellte Temperaturunabhängigkeit der Temperaturkoeffizienten.

Slater erhält für die Kompressibilität von Steinsalz beim absoluten Nullpunkt

$$\kappa_{\text{abs}} = 3,3 \cdot 10^{-12}.$$

Die Abweichung von dem Wert bei Zimmertemperatur ist 25 Proz.

Die Berechtigung der von Slater vorgenommenen Extrapolation wird durch folgende für Steinsalz geltende Betrachtungen erhärtet. Nach (3) stellt sich der Elastizitätskoeffizient in Richtung der Rhombendodekaedernormalen als Summe von drei anderen Elastizitätswerten dar. Setzt man für e_W und τ_W die in dieser Arbeit auf Grund von Messungen bei tiefen Temperaturen bestimmten Werte beim absoluten Nullpunkt ein:

$$e_{W \text{ abs}} = \frac{1}{5,27 \cdot 10^{11}} = 1,89 \cdot 10^{-12},$$

$$\tau_{W \text{ abs}} = \frac{1}{1,41 \cdot 10^{11}} = 7,1 \cdot 10^{-12},$$

¹⁾ Madelung und Fuchs, *Ann. d. Phys.* **65**, 289, 1921.

²⁾ Slater, *Phys. Rev.* (2) **23**, 488, 1924.

und setzt man für κ den von Slater für den absoluten Nullpunkt bestimmten Wert

$$\kappa_{\text{abs}} = 3,3 \cdot 10^{-12}$$

ein (ein möglicher Fehler dieses Zahlenwertes spielt keine Rolle, da κ gegen die anderen Glieder der Summe sehr klein ist), so ergibt sich nach (3) für den absoluten Nullpunkt

$$E_{R \text{ abs}} = \frac{1}{e_{R \text{ abs}}} = 3,96 \cdot 10^{11},$$

während oben durch Extrapolation der von Voigt bei höheren Temperaturen bestimmten Temperaturabhängigkeit sich ergab

$$E_{R \text{ abs}} = 3,86 \cdot 10^{11}.$$

Die Abweichung ist nur 3 Proz. Der wahrscheinlichste Wert ist

$$E_{R \text{ abs}} = \mathbf{3,91 \cdot 10^{11}}.$$

Eine ähnliche Betrachtung läßt sich für den Elastizitätsmodul von Steinsalz in Richtung der Oktaedernormalen durchführen. Sein Wert bei Zimmertemperatur ergibt sich mit Hilfe der Beziehung¹⁾

$$e_W + 3 e_O - 4 e_R = 0 \quad (5)$$

zu

$$E_O = 3,25 \cdot 10^{11}.$$

Voigt²⁾ hat zwischen der Zimmertemperatur und etwa $+90^\circ\text{C}$ den Temperaturkoeffizienten der genannten Konstanten bestimmt zu (die Temperatur umgerechnet in Celsius)

$$\gamma = 4,16 \cdot 10^{-4}.$$

Durch Extrapolation auf den absoluten Nullpunkt erhält man

$$E_{O \text{ abs}} = 3,57 \cdot 10^{11}.$$

Andererseits ergibt sich aus (5) mit Hilfe der oben für den absoluten Nullpunkt bestimmten Werte für E_W und E_R

$$E_{O \text{ abs}} = 3,60 \cdot 10^{11}.$$

Die Abweichung ist 1 Proz.

Man kann somit auch für den Elastizitätsmodul in Richtung der Rhombendodekaeder- und Oktaedernormalen auf die Berechtigung der Extrapolation von bei höheren Temperaturen gemessenen Werten auf

1) Voigt, Wied. Ann. **35**, 642, 1888.

2) Derselbe, Pogg. Ann., Erg.-Bd. **7**, 1, 1876.

solche bei tiefen Temperaturen schließen, während sich dies ja oben für den Elastizitätsmodul in Richtung der Würfelnormalen unmittelbar aus dem Experiment ergab. Da die Konstanz des Temperaturkoeffizienten damit für drei Konstanten sichergestellt ist, kann man es wohl auch bei allen Alkalihalogeniden für alle derartigen Konstanten annehmen, vor allem auch für die Kompressibilitäten, bei denen ein Nachweis schwierig ist.

Die von Slater vorgenommene Extrapolation erscheint somit berechtigt, immerhin sind die von ihm für den absoluten Nullpunkt bestimmten Kompressibilitäten kaum genauer als etwa 5 bis 10 Proz.

Es ist mir eine angenehme Pflicht, Herrn Prof. Madelung, auf dessen Anregung und unter dessen Leitung die Experimente gemacht wurden, für viele wertvolle Ratschläge herzlichen Dank zu sagen.

Frankfurt a. M., Institut für theoretische Physik, Februar 1925.

Lebenslauf.

Ich, Theodor F. H. Steinebach, wurde am 7. Januar 1898 in Schafstaedt (Kreis Merseburg, in der Provinz Sachsen) als Sohn des Oberpostassistenten Theodor K. Steinebach geboren.

Nach im ganzen dreizehnjährigem Schulbesuch in Frankfurt am Main legte ich Ostern 1917 an der Sachsenhäuser Oberrealschule die Abiturientenprüfung ab und begann an der Universität Frankfurt am Main das Studium der Naturwissenschaften, welches durch Heeresdienst in den Jahren 1917 und 1918 unterbrochen wurde.

Ich widmete mich hauptsächlich den Fächern: Theoretische, experimentelle und angewandte Physik, Mathematik, Chemie, Mineralogie, Geologie, Biologie und Psychologie und besuchte die Vorlesungen und Praktika der Herren Professoren Madelung, Born, Wachsmuth, Gerlach, Déguisne, Hellinger, Schoenflies, Freund, Nacken, Eitel, Drevermann, zur Strassen und Henning. Allen diesen Herren, insbesondere Herrn Prof. Madelung, welchem ich die Anregung zu der vorliegenden Arbeit verdanke, sei an dieser Stelle mein herzlichster Dank für alle mir zuteil gewordene Förderung ausgesprochen.