# Aufgaben aus der Gleich- und Wechselstromtechnik

von

H. Vieweger



zweite Auflage

# Aufgaben und Lösungen

aus der

# Gleich- und Wechselstromtechnik.

Ein Übungsbuch für den Unterricht
an technischen Hoch- und Fachschulen,
sowie zum Selbststudium

von

Professor **H. Vieweger,**
**Oberlehrer am Technikum Mittweida.**

Dritte, verbesserte Auflage.

**Mit 174 Textfiguren und 2 Tafeln.**

Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH
1911

ISBN 978-3-662-35832-0 ISBN 978-3-662-36662-2 (eBook)
DOI 10.1007/978-3-662-36662-2
Softcover reprint of the hardcover 3rd edition 1911

Additional material to this book can be downloaded from http://extras.springer.com

Druck der Königl. Universitätsdruckerei H. Stürtz A. G., Würzburg.

# Vorwort zur ersten Auflage.

Der Verfasser beabsichtigt mit dem vorliegenden Buche dem Studierenden der Elektrotechnik ein Hilfsmittel zu bieten, welches ihn befähigt, die Grundgesetze der Elektrotechnik voll und ganz zu seinem geistigen Eigentum zu machen.

So außerordentlich vielseitig auch die elektrotechnische Literatur in den letzten Jahren geworden war, fehlte es doch immer noch an einer **Sammlung ausführlich durchgerechneter Zahlenbeispiele,** im besonderen aus dem Gebiete des Wechselstromes.

Diesem Mangel hofft der Verfasser hiermit abgeholfen zu haben.

Um das Buch zu einem recht reichhaltigen und namentlich für **Unterrichtszwecke** brauchbaren zu machen, sind fast alle Aufgaben mit mehrfachen Zahlenangaben [ ] versehen, so daß bei der Benützung im Unterrichte die [ ] Beispiele zu Hause gerechnet werden können. Um das lästige und zeitraubende Diktieren abgeänderter Beispiele zu sparen, wurden leere Klammern ( ) beigefügt, in welche der Lehrer eigene Zahlen einschreiben läßt.

Einem jeden Paragraphen sind die **einzuübenden Gesetze und Formeln,** ohne Herleitung, vorangestellt, so daß das Buch auch bei Repetitionen gute Dienste leisten dürfte.

Um denjenigen Studierenden, oder bereits in der Praxis stehenden Ingenieuren und Technikern, welche durch **Selbstunterricht** sich die Lehren der Elektrotechnik aneignen wollen, den Weg zu zeigen, wie man zu den betreffenden Gesetzen und Formeln gelangt ist, sind stets Hinweise auf das ausführliche Lehrbuch der Elektrotechnik „Holzt, Schule des Elektrotechnikers“, Verlag von Moritz Schäfer, Leipzig, gegeben worden (z. B.: Seite 445).

Die vorliegende Aufgabensammlung schließt sich übrigens in ihrer Disposition vollständig jenem Buche an und dürfte deshalb vielen Lesern der „Schule des Elektrotechnikers“, eine willkommene **Ergänzung** sein. Die Entwickelung einiger neuerer Formeln ist deshalb im vorliegenden Buche in Fußnoten nachgetragen.

Die zahlreichen Beispiele für die Berechnung der Gleich- und Wechselstrom-Maschinen, der Drehstrommotoren und Transformatoren sind erprobten, gut funktionierenden Ausführungen entnommen.

Fast sämtliche Ausrechnungen sind mit dem Rechenschieber gemacht worden, so daß die Resultate auf eine Genauigkeit von 0,3 % Anspruch machen.

Sollten außer den unvermeidlichen Druckfehlern auch einzelne im Fehlerverzeichnis nicht enthaltene, Rechenfehler untergelaufen sein, so wäre der Verfasser für freundliche Mitteilung derselben dankbar.

Mittweida, im Juni 1902.

**H. Vieweger.**

---

# Vorwort zur dritten Auflage.

Die vorliegende „dritte Auflage“ ist auch gegen die zweite wesentlich geändert worden.

Die den einzelnen §§ vorangestellten Formeln und Gesetze wurden vielfach so verweitert, daß ein Hinweis auf die „Schule des Elektrotechnikers“ entbehrlich erschien.

Die Bezeichnungen für Kraftlinien und Tourenzahl wurden geändert. An die Stelle des bisherigen Buchstaben N ($N_0$, $N_1$) trat der Buchstabe $\Phi$ ($\Phi_0$, $\Phi_1$), während anstatt der Tourenzahl n pro Sekunde die Tourenzahl n pro Minute eingeführt wurde. Leider konnte der Verfasser dem Wunsche, ein anderes Zeichen für die Periodenzahl zu wählen, in dieser Auflage noch nicht entsprechen, da wohl bei keiner Bezeichnung eine derartige Mannigfaltigkeit herrscht, wie gerade bei dieser.

Die meisten Erweiterungen erfuhr der Abschnitt III. Hier wurde im § 29 das Diagramm des Reihenelektromotors neu eingefügt.

§ 35 gibt eine andere Berechnung der Transformatoren, die dem Verfasser einfacher erscheint, als die in der zweiten Auflage angeführte.

Neu ist § 37 „Wechselstrommaschinen“.

Um nun durch diese Vermehrungen den Umfang des Buches nicht wesentlich zu vergrößern, wurde die Berechnung der Gleich- und Wechselstrommaschinen in § 38 nebeneinander behandelt. Bei den Gleichstrommaschinen fanden die Wendepolmaschinen besondere Berücksichtigung.

Bei allen Berechnungen von Maschinen, Motoren und Transformatoren war die Absicht des Unterzeichneten, dem Studierenden eine einfache, übersichtliche Berechnung der Hauptabmessungen zu geben, ohne seinen Blick durch Nebensächliches zu verwirren.

Möge daher der dritten Auflage dasselbe Wohlwollen entgegengebracht werden, wie den beiden ersten.

Mittweida, im Mai 1911.

H. Vieweger.

# Inhaltsverzeichnis.

## I. Elektrizitätslehre.



## II. Eigenschaften der Gleichstrom-Maschinen.

## III. Wechselströme.

# I. Elektrizitätslehre.

## Einleitung.

Erzeugung des elektrischen Stromes. Verbindet man die Klemmen (Pole) eines galvanischen Elementes durch einen Draht miteinander, so fließt in dem Drahte ein elektrischer Strom. (Ein solches Element besteht gewöhnlich aus Zink und einem anderen Metall oder Kohle, die beide in eine verdünnte Säure oder auch Lauge tauchen. Bei einigen steht das Zink auch in einer andern Flüssigkeit wie das Metall, und beide sind dann durch eine poröse Tonzelle getrennt. Die Zinkklemme bildet stets den sogenannten negativen Pol, die andere Klemme den positiven Pol.)

Wirkungen des Stromes. Der elektrische Strom kann nur durch seine Wirkungen wahrgenommen werden. Diese sind:

1. Wärme-Wirkungen (ein stromdurchflossener Draht kommt zum Glühen und verlängert sich).

2. Magnetische Wirkungen (eine Magnetnadel wird durch einen über sie hinweggeleiteten Strom abgelenkt; ein Stück Eisen, um welches der Strom in mehrfachen Windungen geführt ist, wird magnetisch).

3. Chemische Wirkungen. (Leitet man den Strom durch ein Metallsalz (Elektrolyt), so wird dasselbe zersetzt, und zwar scheidet sich das Metall an der Platte aus, die mit dem negativen Pol der Stromquelle verbunden ist. Diese Platte heißt Kathode, während die andere, an welcher eine Zersetzung stattfindet, Anode genannt wird.)

4. Elektrodynamische Wirkungen. (Zwei stromdurchflossene Drähte ziehen sich an oder stoßen sich ab.)

Jede der unter 1 bis 4 genannten Wirkungen kann als Maß für die Stromstärke dienen.

### § 1.

### Stromstärke, Niederschlagsmenge.

Benützen wir die chemische Wirkung des Stromes zur Definition der Einheit der Stromstärke, so machen wir Gebrauch von dem Gesetz:

**Gesetz 1: Die zersetzten Bestandteile eines Elektrolyten sind der Stromstärke und der Zeit proportional.**

Bezeichnet J (oder auch i) die Stromstärke, t die Anzahl der Sekunden, welche der Strom durch das gelöste Metallsalz floß, a eine Zahl, die von der chemischen Zusammensetzung des Salzes abhängt und elektrochemisches Äquivalent genannt wird, so ist die zersetzte Menge G in Milligrammen (mg)

$$G = a\,J\,t \qquad \ldots\ldots\ldots \qquad 1.$$

Man setzt nun denjenigen Strom $J = 1$, der aus einer Kupferlösung in 1 Sekunde 0,328 mg Kupfer ausscheidet und nennt ihn 1 Ampère. Leitet man diesen Strom durch Wasser, so erzeugt er bei $0^0$ Temperatur und 760 mm Barometerstand in 1 Minute 10,44 Kubikzentimeter ($cm^3$) Knallgas.

1. Tabelle der elektrochemischen Äquivalente.

| An der Kathode abgeschiedener Bestandteil | Elektrochemisches Äquivalent a | An der Kathode abgeschiedener Bestandteil | Elektrochemisches Äquivalent a |
|---|---|---|---|
| Aluminium . | 0,0935 mg | Nickel . . | 0,304 mg |
| Blei . . . | 1,0718 „ | Platin . . | 1,009 „ |
| Eisen . . . | 0,2908 „ | Silber . . | 1,118 „ |
| Gold . . . | 0,681 „ | Zink . . . | 0,338 „ |
| Kupfer . . | 0,328 „ | Zinn . . . | 0,62 „ |

## Aufgaben.

**1.** Wieviel mg Kupfer schlagen 2 [5] (3,25) A in 50 [60] (48) Sekunden aus einer Kupfervitriollösung nieder?

Lösung: Für Kupfer gibt die Tabelle $a = 0{,}328$, laut Aufgabe ist $J = 2$ A, $t = 50$ Sek. Also

$$G = 0{,}328 \,.\, 2 \,.\, 50 = 32{,}8 \text{ mg}.$$

**2.** Wieviel mg Silber werden von 0,5 [0,03] (0,002) A in 3 [10] (24) Stunden niedergeschlagen?

Lösung: Für Silber ist $a = 1{,}118$, ferner

$$3 \text{ Std.} = 3 \,.\, 60 \,.\, 60 = 10800 \text{ Sek.}$$

$$G = 1{,}118 \,.\, 0{,}5 \,.\, 10800 = 6037 \text{ mg}.$$

**3.** Welcher Strom ist durch ein Silbervoltameter geflossen, der in 2 Std. 50 Min. [4 Std. 20 Min.] (10 Std. 12 Min.) 85 [96] (1200) mg niederschlug?

Lösung: Aus $G = a\,J\,t$ folgt:

$$J = \frac{G}{at} = \frac{85}{1{,}118 \,.\, 170 \,.\, 60} = 0{,}00746 \text{ A}.$$

**4.** In welcher Zeit werden von 30 [32,5] (84,3) A 40 [43,250] (250) g Nickel niedergeschlagen?

Lösung:

$$\text{Aus } G = a\,J\,t \text{ folgt } t = \frac{G}{aJ} = \frac{40000}{0{,}304 \,.\, 30} = 4386 \text{ Sek.}$$

$$\text{oder } t = 1 \text{ Std. } 13 \text{ Min. } 16 \text{ Sek.}$$

**5.** Jemand wünscht eine Vernickelungsanstalt anzulegen, in welcher täglich bei 10 [11] (12) stündiger Arbeitszeit 1,5 [2] (3) kg Nickel niedergeschlagen werden sollen. Wieviel Ampère muß die Stromquelle liefern können?

Lösung: Aus $G = aJt$ folgt

$$J = \frac{G}{at} = \frac{1{,}5 \,.\, 1000 \,.\, 1000}{0{,}304 \,.\, (10 \,.\, 60 \,.\, 60)} = 137 \text{ A.}$$

**6.** In wieviel Tagen können 250 [300] (750) kg Aluminium geliefert werden, wenn eine Stromstärke von 700 [1200] (2000) A zur Verfügung steht und ein Betriebstag 24 Stunden hat.

Lösung: $t = \frac{G}{aJ} = \frac{250 \,.\, 1000000}{0{,}0935 \,.\, 700} = 3819700$ Sek.

$$t = 1061 \text{ Std.} = 44{,}2 \text{ Tage.}$$

**7.** Wieviel Ampère sind durch ein Knallgasvoltameter gegangen, wenn in 10 [15] (25) Minuten 150 [280] (400) $cm^3$ entwickelt wurden?

Lösung: Die Gleichung $G = aJt$ gilt auch für das Knallgasvoltameter (S. 2), nur ist für $a = 10{,}44\ cm^3$, t in Minuten und G ebenfalls in $cm^3$ anzugeben, demnach

$$J = \frac{G}{at} = \frac{150}{10{,}44 \,.\, 10} = 1{,}435 \text{ A.}$$

## § 2.

## Elektrizitätsmenge.

Erklärung: Das Produkt aus Stromstärke und Zeit nennt man Elektrizitätsmenge, und zwar heißt das Produkt 1 A mal 1 Sekunde 1 Coulomb (Cb.), das Produkt 1 A mal 1 Stunde heißt 1 Ampèrestunde.

Bezeichnet Q die Elektrizitätsmenge in Coulomb, J die Stromstärke in Ampère und t die Zeit in Sekunden, so ist:

$$Q = Jt \text{ Coulomb}$$

oder

$$J = \frac{Q}{t} \quad \ldots \ldots \quad 2.$$

Bei veränderlicher Stromstärke ist

$$i = \frac{dQ}{dt} \quad \ldots \ldots \quad 2a.$$

Die Formel 1 geht über in $G = aQ$

### Aufgaben.

**8.** Wieviel Coulomb hat ein Element geliefert, das 30 [20] (8) Tage lang 0,1 [0,085] (0,15) A abgab?

Lösung: 30 Tage $= 30 . 24 . 60 . 60 = 2592000$ Sekunden, folglich $Q = 0,1 . 2592000 = 259200$ Cb.

**9.** Wieviel Tage lang kann man ein Element mit 0,2 [0,35] (5,6) A entladen, wenn es 60 [208] (320) Ampèrestunden liefern soll?

Lösung: Ampèrestunden ist das Produkt $Q = J t$, wo J in Ampère und t in Stunden zu setzen ist, also

$$t = \frac{Q}{J} = \frac{60}{0,2} = 300 \text{ Stunden}$$

oder $300 : 24 = 12\,^1/_2$ Tage.

**10.** Wieviel Kupfer wird in einem Daniell-Element niedergeschlagen, wenn dasselbe 10 [8] (7) Ampèrestunden liefert?

Lösung: Will man a der Tabelle entnehmen, so muß man t in Sekunden einsetzen, also zunächst 10 Ampèrestunden in Coulomb verwandeln; es ist offenbar

1 Ampèrestunde $= 60 . 60 = 3600$ Coulomb,

also $G = 0,328 . 3600 . 10 = 11800$ mg $= 11,8$ g Cu.

**11.** Wieviel Zink wird theoretisch in 10 [8] (7) Ampèrestunden zersetzt?

Lösung: $G = 0,338 . 36000 = 12167$ mg $= 12,167$ g Zn.

**12.** Welches elektrochemische Äquivalent besitzt Zinn, wenn 7260 [13000] (15650) Cb 4500 [8060] (9700) mg niederschlagen?

Lösung: Aus $G = aQ$ folgt $a = \frac{G}{Q} = \frac{4500}{7260} = 0,62.$

**13.** Rechne die in der Tabelle angegebenen Werte für a um, so daß a die abgeschiedene Menge für 1 Ampèrestunde, ausgedrückt in g wird.

Lösung: Da 1 Ampèrestunde $= 3600$ Cb, so hat man die Zahlen der Tabelle mit 3600 zu multiplizieren, um a in mg zu erhalten, da jedoch a in Grammen verlangt wird, muß diese Zahl noch durch 1000 dividiert werden; so ist z. B. für Blei $a = 1,01718$ mg, d. h. ein Coulomb scheidet pro Sekunde 1,0718 mg Blei aus, also 1 Ampèrestunde: $1,0718 . 3600 = 3860$ mg $= 3,86$ g, also $a = 3,86$ g pro Ampèrestunde.

## § 3.

## Eichung von Ampèremetern.

Die Messung des Stromes erfolgt durch geeignete Meßinstrumente, welche Ampèremeter genannt werden. Man unterscheidet solche, bei denen die Drehung eines Zeigers in einem bekannten Verhältnis zur Stromstärke steht, und solche, bei denen dieses gesetzmäßige Verhältnis nicht bekannt ist. Die ersteren werden durch Eichung benutzbar, während die letzteren graduiert werden müssen, indem jeder Teilpunkt der Skala durch Vergleichen mit einem Instrumente der ersten Art festgelegt wird. Das älteste Instrument der ersten Art ist die Tangentenbussole, bei welcher die Stromstärke bestimmt ist durch die Gleichung

$$J = C \operatorname{tg} \alpha,$$

wo J die zu messende Stromstärke, $\alpha$ den Ablenkungswinkel einer kurzen Magnetnadel und C den durch Eichung zu bestimmenden Reduktionsfaktor bezeichnet.

Neuere Instrumente sind die Torsionsgalvanometer und die nach ihrem Erfinder benannten Weston-Instrumente. Bei diesen ist

$$J = C\,\alpha.$$

Eine dritte Art, bei welcher die abstoßende Wirkung zweier stromdurchflossener Leiter benützt wird, nennt man Dynamometer; bei diesen ist

$$J = C\,\sqrt{\alpha}.$$

## Aufgaben.

**14.** Welchen Strom zeigt eine Tangentenbussole bei $40^0$ [$55^0$] ($22^0$) Ausschlag an, wenn der Reduktionsfaktor 2,6 [4,5] (0,54) ist?

Lösung: $J = 2{,}6 \operatorname{tg} 40^0 = 2{,}18$ A.

**15.** Ein Weston-Ampèremeter, dessen Reduktionsfaktor $C = \frac{1}{1000} \left[\frac{1}{10000}\right] \left(\frac{1}{1050}\right)$ ist, zeigt beim Stromdurchgang einen Ausschlag von $120^0$ [$130^0$] ($145^0$) an. Welcher Strom geht durch das Instrument?

Lösung: $J = \frac{1}{1000} \cdot 120 = 0{,}12$ A.

**16.** Ein Dynamometer zeigt $200^0$ [$180^0$] ($87^0$) an; welcher Strom fließt durch dasselbe, wenn der Reduktionsfaktor 0,365 [0,135] (0,954) ist?

Lösung: $J = 0{,}365 \sqrt{200} = 5{,}16$ A.

**17.** Um eine Tangentenbussole zu eichen, wurde in den Stromkreis dreier Elemente (Fig. 1) ein Regulierwiderstand W, ein Kupfervoltameter V und die Tangentenbussole T eingeschaltet. Dieselbe zeigte im Mittel aus 20 Ablesungen $40^0$ [$55^0$] ($44^0$) an, während die Zeitdauer des Stromschlusses 30 $^{\text{min}}$ [35 $^{\text{min}}$]

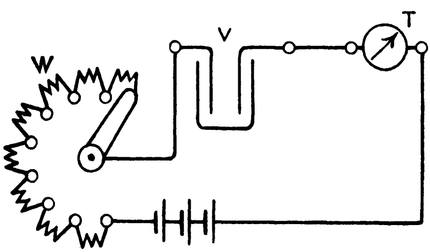



Fig. 1.

($54^{min}$) betrug. Die Wägung der Kathode vor und nach dem Versuch ergab eine Gewichtszunahme von 2 [1,98] (5,04) g. Wie groß ist hiernach der Reduktionsfaktor der Tangentenbussole?

Lösung: Aus $G = a J t$ (vergl. Aufgabe 1 u. 3) folgt

$$J = \frac{G}{a\,t} = \frac{2000}{0{,}328 \,.\, 30 \,.\, 60} = 3{,}39 \text{ A.}$$

Aus $J = C \operatorname{tg} \alpha$ folgt $C = \frac{J}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{3{,}39}{\operatorname{tg} 40^0} = 4{,}04.$

**18.** Zur Eichung eines Weston-Instrumentes wurde ein Silbervoltameter benutzt, durch welches 2 [2,5] (5) Stunden lang ein Strom floß, der 120 [144] (225) mg Silber niederschlug. Wie groß ist der Reduktionsfaktor, wenn das Instrument im Mittel aus 8 Ablesungen $149^0$ [$152^0$] ($125{,}4^0$) anzeigte?

Lösung: $J = \frac{120}{1{,}118 \,.\, 2 \,.\, 60 \,.\, 60} = 0{,}0149$ A.

$$C = \frac{J}{\alpha} = \frac{0{,}0149}{149} = 0{,}0001.$$

**19.** Um ein Dynamometer zu eichen, wurde dasselbe mit einem Kupfervoltameter zusammen in den Stromkreis einer Batterie eingeschaltet (s. Fig. 1), wobei das Dynamometer im Mittel $150^0$ [$143^0$] ($97^0$) Ausschlag anzeigte, und die Gewichtszunahme der Kathode in $30^{min}$ [$25^{min}$] ($15^{min}$) 2 [2,342] (4,34) g betrug. Wie groß ist hiernach der Reduktionsfaktor?

Lösung: $J = \frac{2000}{0{,}328 \,.\, 30 \,.\, 60} = 3{,}39$ A.

$$C = \frac{J}{\sqrt{\alpha}} = \frac{3{,}39}{\sqrt{150}} = 0{,}277;$$

die Strommessung erfolgt also mit diesem Instrument nach der Gleichung $J = 0{,}277 \sqrt{\alpha}$.

## § 4.

## Ohmsches Gesetz.

Damit in einem geschlossenen Kreise ein Strom fließt, muß eine Ursache hierzu (eine Art Gefälle) vorhanden sein, die man elektromotorische Kraft (abgekürzt EMK) nennt. Ihre Einheit heißt 1 Volt (1 V). Der Strom findet auf seinem Wege einen Widerstand, dessen Einheit 1 Ohm (1 $\Omega$) genannt wird, und er ist daher desto kleiner, je größer der Widerstand ist. Es besteht also das Gesetz:

**Gesetz 2: Die Stromstärke ist der wirksamen elektromotorischen Kraft direkt, dem Gesamtwiderstande umgekehrt proportional.**

Bezeichnet J die Stromstärke in Ampère, E die wirksame elektromotorische Kraft in Volt und W den Gesamtwiderstand des Stromkreises in Ohm ($\Omega$), so ist

$$J = \frac{E}{W} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 3.$$

2. Tabelle über galvanische Elemente.

| Name des Elementes | E-M-K in Volt E | innerer Widerstand $w_i$ in Ohm | Größe des Elementes Grundfläche in $cm^2$ | Höhe in cm |
|---|---|---|---|---|
| Daniell . . . . . | 1,068 bis 1,1 | 2,8 | — | 20 |
| Bunsen . . . . . | 1,88 | 0,24 | — | 20 |
| Grove . . . . . . | 1,79 | 0,7 | — | 20 |
| Leclanché von . . . | 1,49 | 0,69 | kleines Modell | |
| Keiser & Schmidt . | 1,49 | 0,24 | großes Modell | |
| Gassner . . . . . | 1,47 | 0,2 | — | — |
| Hellesen . . . . . | 1,5 | 0,1 | 10 × 10 | 17,5 |
| Beutelelemente . . | 1,5 | 0,06 | — | 25 |

Hellesen- und Beutel-Elemente werden von Siemens & Halske fabriziert.

## Aufgaben.

**20.** Ein Element besitzt eine elektromotorische Kraft von $E = 1{,}8$ [2,01] (1,5) Volt und einen inneren Widerstand von $w_i = 0{,}2$ [0,07] (0,1) $\Omega$. Welche Stromstärke liefert dasselbe, wenn in den äußeren Stromkreis $w = 0{,}7$ [0,3] (2,5) $\Omega$ eingeschaltet werden?

Lösung: Der Gesamtwiderstand W besteht aus dem inneren Widerstande des Elementes $w_i = 0{,}2\ \Omega$ und dem äußeren $w = 0{,}7\ \Omega$, so daß $W = 0{,}2 + 0{,}7 = 0{,}9\ \Omega$ ist; mithin wird

$$J = \frac{1{,}8}{0{,}9} = 2 \text{ A}.$$

**21.** Ein Element besitzt eine elektromotorische Kraft von 1,2 [1,42] (1,8) V und einen inneren Widerstand von 0,5 [0,3] (0,24) $\Omega$; wie groß ist der äußere Widerstand, wenn die Stromstärke 0,8 [1,3] (3) A beträgt?

Lösung: Aus der Gleichung 3) $J = \frac{E}{W}$ folgt der Gesamtwiderstand $W = \frac{E}{J} = \frac{1{,}2}{0{,}8} = 1{,}5\ \Omega$. Da nun der innere Widerstand 0,5 beträgt, so ist der äußere $1{,}5 - 0{,}5 = 1\ \Omega$.

**22.** Eine Batterie von 12 [15] (33) hintereinander geschalteten Elementen (Fig. 2) derselben Art liefert in einem äußeren Stromkreise von 10 [8] (2,92) $\Omega$ Widerstand einen Strom von 2 [2,5] (22) A. Der innere Widerstand der Batterie beträgt 0,85 [0,75] (0,08) $\Omega$. Wie groß ist hiernach

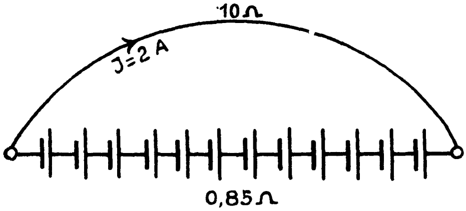


Fig. 2.

a) die elektromotorische Kraft der Batterie,
b) die eletromotorische Kraft eines Elementes,
c) der innere Widerstand eines Elementes?

Lösungen:

Zu a): Aus Gleichung 3 folgt $E = JW$; nun ist aber
$$W = 10 + 0,85 = 10,85\ \Omega,\quad J = 2\ \text{A},\ \text{also}$$
$$E = 2 \,.\, 10,85 = 21,7\ \text{V}.$$

Zu b): Da die elektromotorische Kraft der Batterie 21,7 V ist, so ist die eines Elementes $21,7 : 12 = 1,808$ V.

Zu c): Der innere Widerstand aller Elemente ist 0,85 $\Omega$, also der eines Elementes $0,85 : 12 = 0,0708\ \Omega$.

**23.** Eine Batterie besteht aus sechs verschiedenen, jedoch hintereinander geschalteten Elementen, nämlich 2 Daniell-, 2 Grove- und 2 Bunsen-Elementen. Die elektromotorische Kraft eines Daniells ist 1,068 [1,06] (0,968) V, der innere Widerstand 2,8 [3] (2,75) $\Omega$; die elektromotorische Kraft eines Groves ist 1,79 [1,8] (1,77) V, der innere Widerstand 0,7 [0,6] (0,65) $\Omega$; die elektromotorische Kraft eines Bunsens beträgt 1,88 [2,026] (1,9) V, der innere Widerstand 0,24 [0,67] (0,5) $\Omega$. Welcher Strom fließt in dem Stromkreise, wenn der äußere Widerstand 2 [6] (8) $\Omega$ beträgt?

Lösung: Die gesamte elektromotorische Kraft der Batterie ist: $2\,(1,068 + 1,79 + 1,88) = 9,476$ V. Der innere Widerstand ist: $w_i = 2\,(2,8 + 0,7 + 0,24) = 7,48\ \Omega$, der Gesamtwiderstand also $7,48 + 2 = 9,48\ \Omega$, die gesuchte Stromstärke ist daher
$$J = \frac{9,476}{9,48} = 1\ \text{A}.$$

**24.** Aus Versehen wurde bei der Schaltung in der vorigen Aufgabe das eine Bunsenelement verkehrt geschaltet, es wurde nämlich der positive Pol dieses Elementes nicht mit dem negativen des nächsten, sondern mit dem positiven desselben verbunden. Wie groß war infolgedessen die wirksame elektromotorische Kraft und die Stromstärke?

Lösung: Die wirksame elektromotorische Kraft besteht aus der Summe der elektromotorischen Kräfte der beiden Daniell- und Grove-Elemente, der elektromotorischen Kraft des einen richtig geschalteten Bunsens minus der elektromotorischen Kraft des falsch geschalteten Bunsenelementes, also

$$2 \,.\, 1{,}068 + 2 \,.\, 1{,}79 + 1{,}88 - 1{,}88 = 5{,}716 \text{ V}.$$

Der innere Widerstand ist derselbe geblieben, beträgt also 7,48 $\Omega$, so daß die Stromstärke

$$J = \frac{5{,}716}{9{,}48} = 0{,}604 \text{ A}$$

st.

Anmerkung. Das falsch geschaltete Element stellt eine elektromotorische Kraft dar, die dem Strome entgegen wirkt; man nennt sie deshalb elektromotorische Gegenkraft. Unter der wirksamen elektromotorischen Kraft hat man daher stets die algebraische Summe der elektromotorischen Kräfte, die in dem Stromkreise wirken, zu verstehen.

**25.** Berechne den Strom J in Aufgabe 23, wenn die beiden Daniell-Elemente weggelassen werden.

**26.** Eine Akkumulatorenbatterie besteht aus 36 [55] (122) hintereinander geschalteten Zellen von je 2 V elektromotorischer Kraft und 0,008 [0,003] (0,02) $\Omega$ innerem Widerstand. Welcher Strom fließt durch einen äußeren Widerstand von 2 [3,5] (25) $\Omega$?

Lösung: $J = \frac{36 \,.\, 2}{36 \,.\, 0{,}008 + 2} = 31{,}5 \text{ A}.$

**27.** Beim Laden der Akkumulatoren steigt die elektromotorische Kraft einer Zelle zunächst auf 2,2 [2,23] (2,3) V an, während der innere Widerstand (siehe vorige Aufgabe) nahezu unverändert bleibt. Welche elektromotorische Kraft muß die zum Laden benutzte Maschine besitzen, wenn der Widerstand der Maschine und der Zuleitungsdrähte, 0,1 [0,34] (0,28) $\Omega$ beträgt und die Ladung mit 30 [65] (10) A Strom vor sich gehen soll?

Lösung: Beim Laden muß der positive Pol der Maschine mit dem positiven Pol der Batterie verbunden sein. Es ist also die elektromotorische Kraft der Batterie dem Strome entgegengerichtet. Bezeichnet daher x die gesuchte elektromotorische Kraft der Maschine, so ist

$$J = \frac{x - 36 \cdot 2{,}2}{36 \cdot 0{,}008 + 0{,}1} = 30.$$

$$\frac{x - 79{,}2}{0{,}288 + 0{,}1} = 30; \quad x = 30 \cdot 0{,}388 + 79{,}2 = 90{,}84 \text{ V}.$$

**28.** Die elektromotorische Kraft einer Zelle wächst beim Laden und erreicht kurz vor Beendigung der Ladung den Wert von 2,5 [2,6] (2,45) V. Mit welcher Stromstärke wird die Batterie geladen werden, wenn die elektromotorische Kraft der Maschine und der gesamte Widerstand der in der vorigen Aufgabe angegebene bleibt?

Lösung: $J = \frac{90{,}84 - 36 \cdot 2{,}5}{0{,}388} = 2{,}16$ A.

**29.** Bei welcher elektromotorischen Kraft der Akkumulatorenbatterie wird die Ladestromstärke 12 [15] (8) A betragen?

Lösung: $12 = \frac{90{,}84 - y}{0{,}388}$;

$$y = 90{,}84 - 12 \cdot 0{,}388 = 86{,}184 \text{ V}.$$

Die elektromotorische Kraft einer einzelnen Zelle ist daher

$$\frac{86{,}184}{36} = 2{,}39 \text{ V}.$$

**30.** Wie hoch müßte die elektromotorische Kraft der zur Ladung benutzten Maschine gesteigert werden, wenn am Ende der Ladung, d. h. bei 2,5 [2,6] (2,45) V elektromotorischer Kraft pro Zelle, die Stromstärke noch 20 [16] (12) A betragen sollte?

Lösung: $J = 20$ A, $W = 0{,}388\ \Omega$, elektromotorische Kraft der Batterie $2{,}5 \cdot 36 = 90$ V, folglich

$$20 = \frac{x - 90}{0{,}388}; \quad x = 90 + 7{,}76 = 97{,}76 \text{ V}.$$

**31.** Wenn ein Strom in einen Elektromotor geschickt wird, so wird in demselben eine elektromotorische Gegenkraft erzeugt. Wie groß ist dieselbe, wenn die elektromotorische Kraft der Stromquelle 66 [110] (220) V, die Stromstärke 20 [18] (10) A und der gesamte Widerstand des Stromkreises 0,1 [0,157] (2,2) $\Omega$ beträgt?

Lösung: $20 = \frac{66 - y}{0{,}1}$; $y = 64$ V.

**32.** Um ein Dynamometer zu eichen, wird dasselbe mit einem Wasservoltameter in den Stromkreis zweier hintereinander geschalteter Akkumulatoren von je 1,95 [2] (2,05) V elektromotorischer Kraft geschaltet. Der Widerstand des ganzen Stromkreises beträgt 0,5

[0,8] (1,2) $\Omega$. Welcher Strom fließt in dem geschlossenen Kreise, wenn das Wasservoltameter eine elektromotorische Gegenkraft von 2 [2,1] (1,98) V entwickelt?

Lösung: $J = \frac{2 \cdot 1{,}95 - 2}{0{,}5} = 3{,}8$ A.

## § 5.

## Widerstand.

**Gesetz 3: Der Widerstand eines Drahtes ist der Länge direkt und dem Querschnitt umgekehrt proportional.**

$$w = \frac{c\,l}{q} \quad \dots\dots\dots\dots \quad 4.$$

Hierin bedeutet $l$ die Länge in Metern, q den Querschnitt in Quadratmillimetern, c den spezifischen Widerstand, d. i. den Widerstand eines Drahtes von 1 m Länge und 1 mm² Querschnitt.

3. Spezifischer Widerstand und Temperaturkoëffizient einiger Metalle und Legierungen.

| Metall | Spezifischer Widerstand c bei 15° C | Temperaturkoëffizient $\alpha$ |
|---|---|---|
| Aluminium . . . . . . . . . . | 0,03—0,05 | 0,004 |
| Blei . . . . . . . . . . . . | 0,208 | 0,00387 |
| Eisen . . . . . . . . . . . . | 0,10—0,12 | 0,0048 |
| Kohle . . . . . . . . . . . | 64 | — |
| Kruppin . . . . . . . . . . | 0,8483 | 0,0007007 |
| Kupfer . . . . . . . . . . . | 0,0172 | 0,0038*) |
| Neusilber . . . . . . . . . . | 0,15—0,49 | 0,0002—0,0007 |
| Nickelin . . . . . . . . . . | 0,43 | 0,00028 |
| Patentnickel (v. Basse & Selve) . | 0,342 | 0,00019 |
| Platin, geglüht . . . . . . . | 0,094 | 0,00243 |
| Quecksilber . . . . . . . . . | 0,95 | 0,0009 |
| Silber, geglüht . . . . . . . . | 0,016 | 0,00377 |
| Zink, gepreßt . . . . . . . . | 0,06 | 0,0037 |
| Zinn . . . . . . . . . . . . | 0,14 | 0,0037 |

### Aufgaben.

**33.** Welchen Widerstand besitzt ein runder Kupferdraht von 1000 [750] (20) m Länge und 2 [1,8] (0,5) mm Durchmesser?

*) Ist $\alpha$ nicht gemessen worden, so soll nach den Vorschriften des Verbandes Deutscher Elektrotechniker $\alpha = 0{,}004$ gesetzt werden.

Lösung: Für Kupfer ist $c = 0{,}0172$; $l = 1000$ m,

$$q = 2^2 \cdot \frac{\pi}{4} = 3{,}14 \text{ mm}^2, \text{ also } w = \frac{0{,}0172 \cdot 1000}{3{,}14} = 5{,}48\ \Omega.$$

**34.** Es soll aus 2 [3] (0,8) mm dickem Kruppindraht ein Widerstand von 2,452 [2,452] (2,452) $\Omega$ hergestellt werden. Wie lang muß derselbe sein?

Lösung: $c = 0{,}85$, $l = ?$ $q = 3{,}14$ mm², $w = 2{,}452\ \Omega$.

Aus $$w = \frac{c\,l}{q} \text{ folgt } l = \frac{q\,w}{c} = \frac{3{,}14 \cdot 2{,}452}{0{,}85} = 9{,}05 \text{ m}.$$

**35.** Welchen Durchmesser muß ein Eisendraht erhalten, der 52 [115] (600) m lang ist und 3 [2,3] (20) $\Omega$ besitzen soll?

Lösung: $$q = \frac{c\,l}{w} = \frac{0{,}1 \cdot 52}{3} = 1{,}73 \text{ mm}^2,\ d = 1{,}488 \text{ mm}.$$

**36.** Um den spezifischen Widerstand eines Neusilberdrahtes zu bestimmen, wurde gemessen der Widerstand eines 5 [7,3] (600) m langen und 1,2 [0,8] (1,75) mm dicken Drahtes; derselbe betrug 1,3 [4] (2,4) $\Omega$. Wie groß ist hiernach der spezifische Widerstand?

Lösung: $$c = \frac{w\,q}{l} = \frac{1{,}3 \cdot 1{,}2^2 \cdot \frac{\pi}{4}}{5} = 0{,}294.$$

**37.** Eine Spule (Fig. 3) hat einen inneren Durchmesser von 50 mm, einen äußeren von 184 mm. Sie ist mit einem 2 [1,5] (0,5) mm dicken Kupferdraht (ohne Isolation gemessen) bewickelt, dessen Widerstand 4,35 [15,8] (855) $\Omega$ beträgt. Gesucht wird:

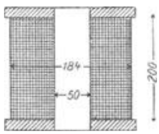


Fig. 3.

a) die aufgewickelte Drahtlänge,
b) die Anzahl der Windungen,
c) die Anzahl der übereinanderliegenden Lagen,

wenn nebeneinander 80 [100] (120) Drähte liegen?

Lösungen:

Zu a): Die Drahtlänge in Metern folgt aus $w = \frac{c\,l}{q}$

$$l = \frac{w\,q}{c} = \frac{4{,}35 \cdot 3{,}14}{0{,}0172} = 794 \text{ m}.$$

Zu b): Der mittlere Durchmesser der Spule ist

$$D_m = \frac{184 + 50}{2} = 117 \text{ mm},$$

also ist die Länge dieser Windung

$$\pi D_m = 117\,\pi = 368 \text{ mm} = 0{,}368 \text{ m}.$$

Die Länge aller aufgewickelten Windungen ist, wenn x die gesuchte Anzahl bezeichnet, $x \,.\, 0{,}368 = 794$, also

$$x = \frac{794}{0{,}368} = 2160 \text{ Windungen.}$$

Zu c): Ist y die Zahl der übereinanderliegenden Lagen, so muss

$$80\, y = 2160$$

sein, also

$$y = 27.$$

**38.** Welchen Widerstand besitzt eine Stahlschiene von 20 [30] (15) m Länge, wenn 1 m derselben 30 [40] (35) kg wiegt, das spezifische Gewicht 7,8 und der spezifische Leitungswiderstand $c = 0{,}12$ ist?

Lösung: Der Querschnitt q der Schiene folgt aus der Formel

$$q\, l \gamma = G,$$

wo $l$ die Länge in dm und $\gamma$ das spezifische Gewicht bezeichnet. Für $l = 10$ dm ist $G = 30$ kg, also

$$q = \frac{30}{10 \,.\, 7{,}8} = 0{,}3848 \text{ dm}^2 = 3848 \text{ mm}^2.$$

Hiermit wird $w = \frac{0{,}12 \,.\, 20}{3848} = 0{,}000624\ \Omega$.

**39.** Welchen Widerstand besitzt ein äußerer Stromkreis, der aus einem 1000 [700] (1500) m langen Kupferdraht von 8 [8] (8) mm Durchmesser und aus einer Stahlschiene von derselben Länge besteht, von welcher 1 m 40 [30] (35) kg wiegt?

Lösung: Der Widerstand der Kupferleitung ist

$$w_k = \frac{0{,}0172 \,.\, 1000}{8^2 \,.\, \frac{\pi}{4}} = 0{,}343\ \Omega$$

Der Querschnitt der Stahlschiene ist $q = \frac{40}{10 \,.\, 7{,}8} = 0{,}514 \text{ dm}^2$ oder $5140 \text{ mm}^2$, also wird $w_s = \frac{0{,}12 \,.\, 1000}{5140} = 0{,}0234\ \Omega$, der gesuchte Widerstand ist als $w = w_k + w_s = 0{,}3664\ \Omega$.

## § 6.

## Widerstandszunahme.

**Gesetz 4: Der Widerstand eines Leiters ändert sich mit der Temperatur, und zwar ist die Widerstandszunahme proportional der Temperaturzunahme.**

Bezeichnet $\alpha$ diejenige Größe, um welche 1 Ohm bei 1 Grad Temperaturerhöhung sich ändert, so nimmt ein Widerstand von w Ohm bei 1 Grad um w $\alpha$ und bei t Grad Temperaturerhöhung um w$\alpha$t Ohm zu, beträgt also jetzt w + w $\alpha$ t. Nennen wir diesen Widerstand $w_t$, so ist

$$w_t = w\ (1 + \alpha\, t) \qquad 5.$$

Aufgaben:

**40.** Welchen Widerstand besitzt ein 400 [800] (655) m langer Kupferdraht von 0,2 [0,3] (2,5) mm Durchmesser bei a) 15, b) 60 Grad?

Lösungen:

Zu a): $w = \frac{c\,l}{q} = \frac{0{,}0172 \,.\, 400}{\frac{\pi}{4} \,.\, 0{,}2^2} = 219\ \Omega.$

zu b): $w_{60} = 219\ [1 + 0{,}0038 \,.\, (60 - 15)] = 257\ \Omega.$

**41.** Welchen Widerstand besitzt ein Kupferdraht bei 40 [50] (70) Grad, wenn derselbe bei 15 Grad den Widerstand von 9 [20] (120) $\Omega$ hatte?

Lösung: Die Temperatur steigt um 40 — 15 = 25 Grad, also t = 25, mithin

$$w_{50} = 9\ (1 + 0{,}0038 \,.\, 25) = 9{,}855\ \Omega.$$

**42.** Der Widerstand des Ankers einer Dynamomaschine beträgt bei 20° [18°] (15°) C gemessen 0,05 [0,04] (0,85) $\Omega$. Wie groß ist dieser Widerstand bei 60° [70°] (65°) C?

Lösung: Die Temperaturerhöhung beträgt 60 — 20 = 40°, die prozentuale Widerstandszunahme ist also 40 . 0,38 = 15,2 %, d. h. 100 $\Omega$ wachsen auf 115,2 $\Omega$; 0,05 $\Omega$ wachsen auf

$$\frac{115{,}2 \,.\, 0{,}05}{100} = 0{,}05760\ \Omega$$

an.

**43.** Auf einem Widerstandskasten aus Nickelin steht angeschrieben: „Richtig bei 20° [15°] (18°) C“. Mit welchem Koëffizienten müssen die eingeschalteten Widerstände multipliziert werden, wenn die Messung bei 17° [21°] (25°) C ausgeführt wird?

Lösung: Der prozentuale Temperatur-Koëffizient des Nickelins ist 100 . 0,00028 = 0,028; bei 3 Grad Temperaturabnahme also 0,028 . 3 = 0,084 %, d. h.

aus 100 $\Omega$ bei 20° werden 99,916 $\Omega$ bei 17°,
„ w „ 20° „ ? „ 17°.

$$\frac{99{,}916 \,.\, w}{100} = 0{,}99916\ w.$$

Sind z. B. 10000 $\Omega$ eingeschaltet worden, so sind dies bei dieser Messung nur 9991,6 $\Omega$, welcher Wert bei genauen Messungen berücksichtigt werden muß.

**44.** Der Widerstand einer Dynamomaschine beträgt, im kalten Zustande gemessen, 1,85 [1,9] (4) $\Omega$, sofort nach längerem Betriebe dagegen 1,92 [2,9] (4,8) $\Omega$. Um wieviel Grad war die Temperatur gestiegen? *)

Lösung: Aus Formel 6) $w_t = w\,(1 + \alpha\,t)$ folgt

$$t = \frac{w_t - w}{\alpha\,w}$$

Nun ist $w_t = 1{,}92$, $w = 1{,}85$, $\alpha = 0{,}0038$, also

$$t = \frac{1{,}92 - 1{,}85}{0{,}0038 \,.\, 1{,}85} = 10^0\ C.$$

**45.** Eine Spule von 15 [30] (100) mm (Fig. 4) innerem Durchmesser ist mit einem 0,3 [0,4] (1,5) mm dicken Kupferdraht, der mit Seide besponnen ist, bewickelt, und zwar liegen 125 [200] (70) Drähte nebeneinander und 100 [90] (30) Lagen übereinander, sodaß der äußere Durchmesser der Spule 95 [120] (200) mm beträgt. Welchen Widerstand besitzt die Spule bei $15^0$ C?

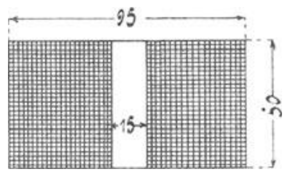


Fig. 4.

Lösung: Es sind aufgewickelt $125 \,.\, 100 = 12500$ Windungen. Die Länge aller Windungen findet man (vergl. Aufg. 37), indem man die Länge der mittleren Windung bestimmt und diese mit der Anzahl multipliziert. Der mittlere Durchmesser ist $\frac{95 + 15}{2} = 55$ mm, also die Länge der mittleren Windung $55\,\pi = 173$ mm; die Länge aller Windungen ist daher $173 \,.\, 12500$ mm $= 2160$ m.

Der Widerstand bei $15^0$ ist also $w = \dfrac{0{,}0172 \,.\, 2160}{0{,}3^2 \,.\, \frac{\pi}{4}} = 524\ \Omega.$

**46.** Nach längerem Stromdurchgang stieg der Widerstand um 76 [80] (20) $\Omega$. Um wieviel Grad war die Temperatur gestiegen?

Lösung: $t = \dfrac{w_t - w}{\alpha\,w} = \dfrac{600 - 524}{0{,}0038 \,.\, 524} = 38^0\ C.$

*) Diese Art, die Temperaturzunahme zu berechnen, ist bei allen ruhenden Wickelungen, z. B. den Magnetwickelungen vorgeschrieben.

Die Temperatur des Drahtes war also auf $38 + 15 = 53^0$ C gestiegen.

**47.** Bei Berechnung von Dynamo-Ankern setzt man für den spezifischen Widerstand des Kupfers häufig 0,02 [0,0195] (0,018), Mit welcher Temperatur des Drahtes wird in diesem Falle gegerechnet?

Lösung: Die Temperaturerhöhung ist

$$t = \frac{w_t - w}{\alpha\, w} = \frac{0{,}02 - 0{,}0172}{0{,}0038 \,.\, 0{,}0172} = 42{,}8^0.$$

Da die Größe 0,0172 sich auf $15^0$ bezieht, so ist die Temperatur des Drahtes $42{,}8 + 15 = 57{,}8^0$.

**48.** Um den Temperatur-Koëffizienten eines Drahtes zu bestimmen, wurde aus letzterem eine Spule gefertigt, und dieselbe in ein mit Öl gefülltes Gefäß gestellt. Durch Erwärmen des Gefäßes konnte der Draht auf beliebige Temperatur gebracht werden. Es ergab sich hierbei, daß bei $20^0$ der Widerstand der Spule 10 [12,5] (20) $\Omega$ betrug. Bei $60^0$ [$70^0$] ($80^0$) war der Widerstand auf 11 [15] (23) $\Omega$ angestiegen. Wie groß ist hiernach der Temperatur-Koëffizient?

Lösung: Aus der Formel $w_t = w\,(1 + \alpha t)$ folgt:

$$\alpha = \frac{w_t - w}{t\, w} = \frac{11 - 10}{(60 - 20) \,.\, 10} = 0{,}0025.$$

## § 7.

## Spannungsverlust.

Gesetz 5: **Fließt ein Strom durch einen Leiter, so geht in demselben Spannung verloren, und dieser Spannungsverlust, gemessen in Volt, ist gleich dem Produkte aus der Stromstärke, gemessen in Ampère, und aus dem Widerstande des betreffenden Leiters, gemessen in Ohm.**

Anstatt zu sagen, es geht Spannung verloren, kann man auch sagen: **An den Enden des Leiters herrscht eine Spannung, die durch das Produkt aus Stromstärke und Widerstand bestimmt ist.**

Bezeichnet e die Spannung an den Enden des Widerstandes w, i die durchfließende Stromstärke, so ist

$$e = i\,w \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 6.$$

### Aufgaben.

**49.** An den Enden eines Widerstandes von 5000 [8000] (2,5) $\Omega$ herrscht eine Spannung von 65 [100] (10,7) V. Welcher Strom fließt durch diesen Widerstand?

Lösung: $i = \frac{e}{w} = \frac{65}{5000} = 0{,}013$ A.

**50.** Welche Spannung herrscht an den Enden eines Widerstandes von 100 [133] (25) $\Omega$, wenn durch denselben ein Strom von 0,05 [0,35] (2,87) A fließt?

Lösung: $e = 0{,}05 \,.\, 100 = 5$ V.

**51.** Um den Widerstand eines Leiters AB (Fig. 5) zu bestimmen, wird die Spannung e zwischen den Punkten A und B und die durchfließende Stromstärke J gemessen. Wie groß ist hiernach der Widerstand zwischen A und B?

Lösung: Ist w der Widerstand zwischen A und B, so ist

$w = \frac{e}{J}$ $\Omega$ (indirekte Widerstandsmessung).

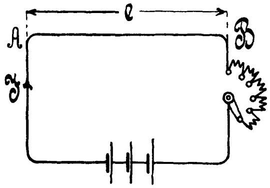



Fig. 5.

**52.** Text wie 51, es ist jedoch $e = 0{,}8$ [0,457] (440) V, $J = 10$ [12,35] (0,8) A.

Lösung: $w = \frac{0{,}8}{10} = 0{,}08$ $\Omega$.

**53.** Text wie 51, nur ist $e = 10$ [100] (200) V, $J = 4$ [15] (40) A.

**54.** An den Klemmen A und B (Fig. 6) einer Batterie von hintereinander geschalteten Elementen herrscht eine Spannung von 65 [110] (220) V. Durch den Widerstand CD fließen 20 [30] (8) A. Welche Spannung besteht zwischen den Punkten C und D, wenn jeder der beiden Zuleitungsdrähte AC und BD 0,5 [0,3] (2) $\Omega$ Widerstand besitzt?

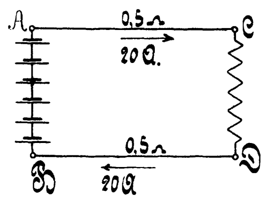



Fig. 6.

Lösung: An den Enden der Leitung AC resp. BD herrscht eine Spannung $e = iw = 20 \,.\, 0{,}5 = 10$ V; wenn also die Spannung zwischen A und B 65 V beträgt, so muß sie, da 20 V Spannung in der Leitung verloren gehen, zwischen C und D 20 V weniger betragen, also 45 V sein.

**55.** Der Widerstand CD (Fig. 6) besteht aus einer Anzahl von Lampen, die insgesamt 15 [12] (8) A verbrauchen. Die Widerstände der Zuleitungen AC und BD betragen zusammen 0,2 [0,3] (0,5) $\Omega$. Welche Spannung herrscht zwischen C und D, wenn die Klemmenspannung der Stromquelle 67 [113,6] (120) V beträgt?

Lösung: Der Spannungsverlust ist $\delta = 15 \,.\, 0{,}2 = 3$ V, also ist die Spannung in CD um 3 V kleiner, als die in AB, demnach $67 - 3 = 64$ V.

**56.** Fünf Bunsenelemente (Fig. 6) von je 1,8 [1,85] (1,78) V elektromotorischer Kraft und 0,2 [0,25] (0,15) $\Omega$ innerem Widerstande sind hintereinander geschaltet. Der äußere Stromkreis besteht aus den beiden Zuleitungsdrähten AC und BD von je 0,08 [0,05] (0,09) $\Omega$ und dem Nutzwiderstande CD (parallel geschaltete Glühlampen) von 3 [4,5] (2,5) $\Omega$.

Gesucht wird:

a) der innere Widerstand der Batterie,
b) der Gesamtwiderstand des Stromkreises,
c) die Stromstärke,
d) die Klemmenspannung AB,
e) der Spannungsverlust in den Zuleitungen AC und BD,
f) die Spannung zwischen C und D.

Lösungen:

Zu a): $w_i = 5 \,.\, 0{,}2 = 1\ \Omega$.
Zu b): $W = w_i + 0{,}08 + 0{,}08 + 3 = 4{,}16\ \Omega$.
Zu c): $i = \frac{5 \,.\, 1{,}8}{4{,}16} = 2{,}16$ A.

Zu d): Die Klemmenspannung zwischen A und B ist um den Spannungsverlust im Innern kleiner als die elektromotorische Kraft, also $e_{\overline{AB}} = E - iw_i$, $e_{\overline{AB}} = 5 \,.\, 1{,}8 - 2{,}16 \,.\, 1 = 6{,}84$ V. Man kann auch sagen: Klemmenspannung = Strom $\times$ äußerem Widerstand $e_{\overline{AB}} = 2{,}16 \,.\, 3{,}16 = 6{,}84$ V.

Zu e): Bezeichnet $\delta$ den Spannungsverlust in den Zuleitungen AC und BD, so ist $\delta = 2{,}16\,(0{,}08 + 0{,}08) = 0{,}346$ V.

Zu f): $e_{\overline{CD}} = e_{\overline{AB}} - \delta = 6{,}84 - 0{,}346 = 6{,}494$ V.

**57.** Wie groß ist die Klemmenspannung an jedem der Elemente in Aufgabe 23 Seite 8?

Lösung: Die Klemmenspannung eines Elements ist um den inneren Spannungsverlust kleiner als die E-M-K, also

$$e_k = E - iw_i.$$

Nun ist für ein Bunsenelement $E = 1{,}88$, $w_i = 0{,}24\,\Omega$, $i = 1{,}00$, folglich Klemmenspannung an jedem der beiden Bunsenelemente:

$$e_k = 1{,}88 - 1{,}00 \,.\, 0{,}24 = 1{,}64 \text{ V}.$$

Für das Groveelement ist $E = 1{,}79$ V, $w_i = 0{,}7\ \Omega$, also

$$e_k = 1{,}79 - 1{,}00 \cdot 0{,}7 = 1{,}09 \text{ V}.$$

Für ein Daniell ist endlich $E = 1{,}068$ V, $w_i = 2{,}8\ \Omega$, also

$$e_k = 1{,}068 - 1{,}00 \cdot 2{,}8 = -1{,}732 \text{ V},$$

d. h. die beiden Daniell-Elemente in Aufgabe 23, Seite 8, wirken wie ein Widerstand, und die Stromstärke ist deshalb eine größere, wenn diese Elemente weggelassen werden (vgl. die Resultate zu Aufgabe 25).

**58.** Von einer aus 60 [80] (200) Zellen bestehenden Akkumulatoren-Batterie (Fig. 7) von je 2 [1,95] (2,01) V elektromotorischer Kraft und 0,0008 [0,0006] (0,0007) $\Omega$ innerem Widerstand wird ein Strom von 20 [25] (15) A nach einem 300 [250] (500) m entfernten Elektromotor geschickt.

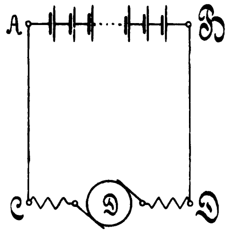


Fig. 7.

Die Leitung besteht aus einem 4 [5] (3) mm dicken Kupferdraht und der innere Widerstand des Motors beträgt 0,5 [0,6] (1,1) $\Omega$.

Gesucht wird:

a) der Widerstand der Leitung,

b) die Klemmenspannung der Batterie,

c) der Spannungsverlust in den Leitungen AC und BD,

d) die Klemmenspannung des Motors,

e) die elektromotorische Gegenkraft des Motors.

## Lösungen:

Zu a): Da der Motor von der Stromquelle 300 m entfernt ist, so ist die Leitungslänge $l = 600$ m, mithin wird

$$w = \frac{cl}{q} = \frac{0{,}0172 \cdot 600}{12{,}56} = 0{,}82\ \Omega.$$

Zu b): Es ist $e_{\overline{AB}} = 60 \cdot 2 - 20 \cdot 60 \cdot 0{,}0008 = 119{,}04$ V.

Zu c): Der Spannungsverlust in den Leitungen AC und BD ist $\delta = 20 \cdot 0{,}82 = 16{,}4$ V.

Zu d): Die Klemmenspannung zwischen C und D ist um 16,4 V kleiner als die zwischen A und B, also

$$e_{\overline{CD}} = 119{,}04 - 16{,}4 = 102{,}64 \text{ V}.$$

Zu e): Die elektromotorische Gegenkraft $E_2$ des Motors muß um den Spanungsverlust im innern Widerstand kleiner sein als seine Klemmenspannung, also

$$E_2 = e_{\overline{CD}} - i \,.\, 0{,}5 = 102{,}64 - 20 \,.\, 0{,}5 = 92{,}64 \text{ V}.$$

Die Lösung zu e) könnte auch in folgender Weise vorgenommen werden (vgl. Aufgabe 30, Seite 10):

$$i = \frac{E_1 - E_2}{W}; \text{ hier ist } i = 20 \text{ A}, \; E_1 = 120 \text{ V}$$

und $W = 60 \,.\, 0{,}0008 + 0{,}82 + 0{,}5 = 1{,}368 \,\Omega$, so daß

$$E_2 = E_1 - iW = 120 - 20 \,.\, 1{,}368 = 92{,}64 \text{ V}.$$

**59.** Welchen Querschnitt müssen die Zuleitungen AC und BD besitzen, wenn der Spannungsverlust 5 [8] (10) V betragen soll?

Lösung: Aus $\delta = iw$ folgt $w = \frac{\delta}{i} = \frac{5}{20} = 0{,}25 \,\Omega$.

Aus $w = \frac{cl}{q}$ folgt dann

$$q = \frac{cl}{w} = \frac{0{,}0172 \,.\, 600}{0{,}25} = 41{,}2 \text{ mm}^2.$$

**60.** Welcher Strom würde in dem Kreise ABDCA (Fig. 7) fließen, wenn in dem Motor keine elektromotorische Gegenkraft aufträte, und die übrigen Angaben der Aufgabe 58 entsprächen?

Lösung: $J = \frac{E}{W} = \frac{60 \,.\, 2}{60 \,.\, 0{,}0008 + 0{,}82 + 0{,}5} = 88 \text{ A}.$

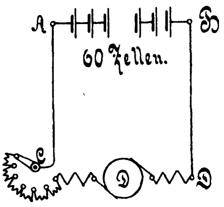



Fig. 8.

Anmerkung: Die elektromotorische Gegenkraft ist Null, solange noch keine Drehung des Ankers stattfindet, also z. B. beim in Gang setzen. Damit der Strom hierbei nicht übermäßig anwächst, muß ein ausschaltbarer Widerstand C vor den Motor geschaltet werden. (Fig. 8.)

**61.** Wie groß muß der Anlaßwiderstand gemacht werden, damit beim Angehen des Motors die Stromstärke 30 A nicht überschreitet?

Lösung: Bezeichnet x den Anlaßwiderstand, so ist

$$30 = \frac{120}{1{,}368 + x}; \; x = 2{,}62 \,\Omega.$$

**62.** Welcher Spannungsverlust tritt am Ende der 1000 [700] (1500) m langen Leitung in Aufgabe 39 auf, wenn daselbst 80 A gebraucht werden?

Lösung: $\delta = i\,w = 80 \,.\, 0{,}3664 = 29{,}3$ V.

**63.** Welcher Spannungsverlust würde in der Leitung der Aufgabe 39 eintreten, wenn die Rückleitung anstatt aus der Schiene ebenfalls aus einer 8 mm dicken Kupferleitung bestände?

Lösung: Der Widerstand der Leitung wäre in diesem Falle $0{,}343 + 0{,}343 = 0{,}686\ \Omega$ und somit der Spannungsverlust

$$\delta = 80 \,.\, 0{,}686 = 54{,}88 \text{ V}.$$

**64.** Die Erzeugungsstelle eines elektrischen Stromes ist 300 [250] (1500) m von der Verbrauchsstelle entfernt. An der letzteren wird ein Strom von 200 [150] (60) A und 120 [130] (600) V Spannung gebraucht. Wie dick müssen die kupfernen [Aluminium-] Zuleitungsdrähte gewählt werden, wenn der Spannungsverlust in der Leitung (30) [20] (60) V betragen soll?

Lösung: Aus $\delta = \text{i w}$ folgt $\text{w} = \frac{\delta}{\text{i}} = \frac{30}{200} = \frac{3}{20}\ \Omega$,

worin w den Widerstand der 300 m langen Hin- und ebenso langen Rück-Leitung bezeichnet; es ist also $l = 600$ m. Aus

$$\text{w} = \frac{c\,l}{\text{q}} \text{ folgt } \text{q} = \frac{c\,l}{\text{w}} = \frac{0{,}0172 \,.\, 600}{\frac{3}{20}} = 68{,}8 \text{ mm}^2,$$

$$\text{d} = \sqrt{\frac{68{,}8 \,.\, 4}{\pi}} = 9{,}35 \text{ mm}.$$

Bemerkung: Nach Tabelle 4 darf ein Leitungsdraht von 70 mm² 200 A Strom führen, um als feuersicher zu gelten.

4. Tabelle über die zulässige Belastung von Kupferdrähten.

| Querschnitt in mm² | 0,75 | 1 | 1,5 | 2,5 | 4 | 6 | 10 | 16 | 25 | 35 | 50 | 70 | 95 | 120 | 150 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| höchste Strom-stärke | 9 | 11 | 14 | 20 | 25 | 31 | 43 | 75 | 100 | 125 | 160 | 200 | 240 | 280 | 325 |

**65.** Wieviel Spannung geht in einer (120) [95] (16) mm² starken Hin- und Rück-Leitung verloren, und welche Spannung muß an den Klemmen der Stromquelle herrschen, wenn die übrigen Angaben der Aufgabe 64 entnommen werden?

Lösung: Der Widerstand der Leitung ist:

$$\text{w} = \frac{0{,}0172 \,.\, 600}{120} = 0{,}0860\ \Omega;$$

der Spannungsverlust ist $\delta = 200 \,.\, 0{,}0860 = 17{,}2$ V.

Die Spannung an den Klemmen des Stromerzeugers muß demnach

$$120 + 17{,}2 = 137{,}2 \text{ V sein.}$$

### Spannungsmessung.

Die Gleichung $e = iw$ gestattet, mit einem Ampèremeter für schwache Ströme, z. B. einem Siemensschen Torsionsgalvanometer oder einem Weston-Galvanometer, Spannungen zu messen, wenn in den Stromkreis des Galvanometers ein so großer Widerstand eingeschaltet wird, daß die Stromstärke, die durch das Galvanometer fließt, die maximal zulässige nicht übersteigt. Bei den genannten Galvanometern von 100 $\Omega$ Widerstand ist die Stromstärke $i = \frac{\alpha}{10\,000}$, wenn $\alpha$ den Ausschlag des Zeigers bedeutet. Beim Torsionsgalvanometer beträgt der größte Ausschlag 170 Skalenteile, also die größte Stromstärke $\frac{170}{10\,000} = 0{,}017$ A, beim Weston-Galvanometer beträgt der größte Ausschlag nur 150 Skalenteile, sodaß der Maximalwert des Stromes hier nur $\frac{150}{10\,000} = 0{,}015$ A ist.

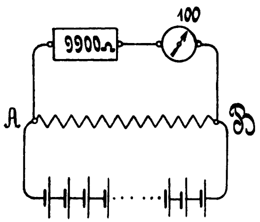



Fig. 9.

**66.** Einem 100 ohmigen Torsionsgalvanometer sind 9900 [8900] (4900) $\Omega$ vorgeschaltet (Fig. 9). Welche Spannung herrscht zwischen den Punkten A und B, wenn das Galvanometer 110 [125] (145) Skalenteile Ausschlag anzeigt?

Lösung:

$$w = 100 + 9900 = 10\,000\ \Omega;$$

$i = \frac{110}{10\,000}$, also $e = \frac{110}{10\,000} \cdot 10\,000 = 110$ V. Es bedeutet also jeder Skalenteil Ausschlag 1 Volt.

**67.** Wie viel Ohm müssen dem 100-ohmigen Galvanometer vorgeschaltet werden, damit 1 Skalenteil Ausschlag $^1/_5$ [$^1/_6$] ($^1/_8$) Volt bedeutet?

Lösung: Wenn $\alpha = 1$ ist, soll $e = {}^1/_5$ Volt sein, also muß $w = \frac{e}{i} = \frac{^1/_5}{^1/_{10000}} = 2000\ \Omega$ werden. Dann ist der Vorschaltwiderstand $2000 - 100 = 1900\ \Omega$.

**68.** Wieviel Ohm müssen dem 100 ohmigen Galvanometer vorgeschaltet werden, wenn ein Skalenteil bedeuten soll: $^1/_2$, $^1/_4$, $^1/_3$, $^1/_{10}$, $^1/_{50}$, $^1/_{100}$ Volt?

Lösung: 4900; 2400 $\Omega$; 3233,3 $\Omega$; 900 $\Omega$; 100 $\Omega$; 0 $\Omega$.

**69.** Die Spannung zwischen A und B (Fig. 9) beträgt schätzungsweise 25 [40] (150) V. Welcher Widerstand muß dem 100 $\Omega$ Galvanometer vorgeschaltet werden, damit dann $150^0$ Ausschlag entstehen, und wie groß ist die Spannung in Wirklichkeit, wenn das Galvanometer nur $149^0$ anzeigt?

Lösung: $25 = \frac{150}{10\,000}$ w, also w = 1666,6 ... $\Omega$; mithin beträgt der Vorschaltwiderstand 1566,6 ... $\Omega$, und bei $149^0$ Ausschlag ist die gemessene Spannung $e = \frac{149}{10\,000} \cdot 1666,6 \ldots = 24,8$ V.

**70.** Ein Voltmeter besitzt 300 [1300] (1500) $\Omega$ Widerstand und zeigt bis 20 [110] (120) Volt an. Wieviel $\Omega$ müssen vorgeschaltet werden, wenn das Instrument a) bis 40 [220] (240) Volt, b) bis 60 [330] (360) Volt, c) bis 80 [440] (480) Volt anzeigen soll?

Lösung: Da $e = iw$ ist und i bei demselben Zeigerausschlag auch immer denselben Wert haben muß, (da ja nur die Stromstärke das Wirksame ist), so muß sein: $w_1 = \frac{e_1}{i}$ und $w_2 = \frac{e_2}{i}$, oder es verhält sich $w_1 : w_2 = e_1 : e_2$, woraus $w_2 = w_1 \frac{e_2}{e_1}$.

Bei Lösung zu a) hat man hiernach $w_2 = 300 \cdot \frac{40}{20} = 600\ \Omega$, oder es müssen $600 - 300 = 300\ \Omega$ vorgeschaltet werden. Lösung zu b) 600, c) 900.

**71.** Ein Voltmeter von 500 [3000] (4500) $\Omega$ Widerstand besitzt eine Skala bis 25 [120] (180) V. Welche Zahlen muß man an die bisherigen Skalenteile schreiben, wenn 100 [1200] (1500) $\Omega$ vorgeschaltet werden.

Lösung: Aus der in Aufgabe 70 hergeleiteten Proportion

$$w_1 : w_2 = e_1 : e_2$$

folgt $e_2 = e_1 \cdot \frac{w_2}{w_1} = e_1 \frac{600}{500} = 1,2\ e_1$,

d. h. bei 5 Volt muß jetzt 6 Volt,
„ 10 „ „ „ 12 „
„ 25 „ „ „ 30 „ stehen.

**72.** Die Torsionsgalvanometer und Weston-Instrumente werden auch mit 1 $\Omega$ Widerstand gebaut. Die Stromstärke ist alsdann bestimmt durch $i = \frac{\alpha}{1000}$. Wieviel Widerstand muß solchen Instrumenten vorgeschaltet werden, wenn ein Skalenteil Ausschlag bedeuten soll: a) $1^0 = 1$ [2] (5) Volt, b) $1^0 = 0{,}5$ [0,75] (1,5) Volt, c) $1^0 = 0{,}1$ [0,2], (0,3) Volt, d) $1^0 = 0{,}01$ [0,05] (0,15) Volt, e) $1^0 = 0{,}001$ [0,003] (0,004 Volt?

Lösungen:

Zu a): $e = i\,w$, oder $w = \frac{e}{i} = \frac{e\,.\,1000}{\alpha} = \frac{1\,.\,1000}{1} = 1000\ \Omega$

oder, da das Instrument bereits $1\ \Omega$ besitzt, so müssen vorgeschaltet werden $1000 - 1 = 999\ \Omega$; zu b): $499\ \Omega$; zu c): $99\ \Omega$; zu d): $9\ \Omega$; zu e): $0\ \Omega$.

Anmerkung: Man vereinigt gewöhnlich derartige Widerstände in einem Kasten, der dem Instrumente beigegeben wird.

**73.** Ein 100-ohmiges Galvanometer wird mit einem Silbervoltameter geeicht. Das Galvanometer zeigt im Mittel $120{,}5^0$ [$105{,}4^0$], ($145^0$) an, der Silberniederschlag beträgt in $2^h$ [$1{,}8^h$], ($70^{min}$) 100 [80] (60) mg. Mit welchem Faktor müssen bei Spannungsmessungen die Ausschläge multipliziert werden, wenn a) $1^0 = 1$ Volt, b) $1^0 = 0{,}1$ Volt, c) $1^0 = 0{,}01$ Volt im Vorschaltwiderstand gestöpselt werden?

Lösung: Die durch das Galvanometer fließende Stromstärke berechnet sich aus dem Silberniederschlag zu

$$i = \frac{G}{a\,t} = \frac{100}{1{,}118\,.\,2\,.\,60\,.\,60} = 0{,}01245 \text{ A}.$$

Da nun der Galvanometerausschlag durch die Gleichung $i = C\alpha$ bestimmt wird, so ist $C = \frac{0{,}01245}{120{,}5} = 0{,}000\,103\,318$ oder

$$C = \frac{1}{10\,000}\,.\,1{,}03318, \quad \text{daher} \quad e = \frac{\alpha\,.\,1{,}03318}{10000}\,w.$$

Bei Frage a) ist $w = 10\,000$, also $e = 1{,}03318\,\alpha$; bei b) ist $w = ?$; bei c) ist $w = ?$.

**74.** Ein 1-ohmiges Galvanometer wird mit dem Silbervoltameter geeicht, und zwar beträgt der Silberniederschlag in 2 [1] (5) Stunden 1 g [530 mg] (4,2 g), während das Galvanometer im Mittel aus 10 Ablesungen $118^0$ [$122^0$] ($78^0$) anzeigt. Mit welchem Faktor müssen bei Spannungsmessungen die Ausschläge multipliziert werden, wenn $1^0 = 1$ Volt, $1^0 = {}^1/_{10}$ Volt, $1^0 = {}^1/_{100}$ Volt, $1^0 = {}^1/_{1000}$ Volt im Vorschaltwiderstand gestöpselt sind?

Lösung: $i = \dfrac{1000}{1{,}118 \,.\, 60 \,.\, 60 \,.\, 2} = 0{,}1245$ A.

$$C = \frac{i}{\alpha} = \frac{0{,}1245}{118} = 0{,}001055 = \frac{1}{1000} \,.\, 1{,}055.$$

Alle Ausschläge müssen also mit 1,055 multipliziert werden.

## § 8.

## Aufgaben über die Schaltung von Elementen.

Ist n die Anzahl der hintereinander geschalteten Elemente, m die Anzahl der parallelen Gruppen, also $n\,m = N$ die Anzahl der vorhandenen Elemente, so ist

$$J = \frac{n\,E}{w + n\,\frac{w_i}{m}} \qquad \text{7.}$$

worin E die elektromotorische Kraft, $w_i$ den inneren Widerstand eines Elementes, w den äußeren Widerstand des Stromkreises bezeichnet.

Bemerkung: n und m müssen auf ganze Zahlen abgerundet werden.

**75.** Eine Batterie aus 24 [36] (100) Daniell-Elementen wird hintereinander geschaltet und durch einen Platindraht von 0,2 [0,5] (1) m Länge und 0,3 [0,25] (0,1) mm Durchmesser geschlossen. Die elektromotorische Kraft eines Elementes ist 1 [1,08] (1,05) V, der innere Widerstand 4 [5] (2,8) $\Omega$. Welcher Strom fließt durch den Draht, wenn auf die Widerstandszunahme des Drahtes keine Rücksicht genommen wird?

Lösung: Es ist $w = \dfrac{0{,}094 \,.\, 0{,}2}{0{,}3^2 \frac{\pi}{4}} = 0{,}266\ \Omega$.

Da nun $n = 24$, $m = 1$, $w_i = 4$, $E = 1$, so ist

$$J = \frac{24 \,.\, 1}{0{,}266 + 24 \,.\, 4} = 0{,}2495 \text{ A.}$$

Bemerkung: Hätte man nur 1 Element durch den Platindraht geschlossen, so wäre der Strom

$$J = \frac{1}{0{,}266 + 4} = 0{,}235 \text{ A}$$

durch ihn geflossen, also fast derselbe Strom wie von den 24 Elementen.

**76.** Die Elemente der vorigen Aufgabe werden sämtlich parallel geschaltet, so daß $n = 1$, $m = 24$ wird. Welcher Strom fließt in diesem Falle durch den Draht?

Lösung: Es ist $J = \dfrac{1}{0{,}266 + \dfrac{1 \,.\, 4}{24}} = 2{,}3$ A.

Es geht also in diesem Falle ein fast 10-mal so starker Strom durch den Draht.

**77.** Die Elemente in Aufgabe 75 werden durch einen äußeren Widerstand von 2,67 [4] (28) $\Omega$ geschlossen. Wie müssen dieselben geschaltet werden, damit der Strom den größten erreichbaren Wert annimmt, und wie groß ist derselbe?

Lösung: Es läßt sich leicht zeigen, daß der Strom ein Maximum wird, wenn $n = \dfrac{2\,J\,w}{E}$ und $m = \dfrac{2\,J\,w_i}{E}$ ist. In unserem Falle ist J unbekannt, muß also eliminiert werden. Wir bilden daher

$$\frac{n}{m} = \frac{w}{w_i} = \frac{2{,}67}{4} = 0{,}66$$

ferner $n\,m = N = 24$, so ist $n^2 = 24 \,.\, 0{,}66 = 16$, $n = 4$

$$\text{und hiermit } m = \frac{24}{4} = 6.$$

Die Stromstärke wird $J = \dfrac{E\,n}{2\,w} = \dfrac{1 \,.\, 4}{2 \,.\, 2{,}67} = 0{,}75$ A.

Diese Stromstärke kann durch keine andere Zusammenstellung erzielt werden.

**78.** Eine kleine Beleuchtungsanlage verlangt zum Betriebe eine Stromstärke von 5 [4] (6) A und eine Klemmenspannung von 10 [12] (6) V. Der Betrieb soll mit Daniell-[Hellesen-](Beutel-)Elementen vorgenommen werden, deren jedes eine elektromotorische Kraft von 1,05 [1,5] (1,5) V und einen innern Widerstand von 2,8 [0,1] (0,06) $\Omega$ besitzt. Wieviel Elemente müssen mindestens angeschafft, und wie müssen dieselben geschaltet werden?

Lösung: Aus den Formeln $n = \dfrac{2\,J\,w}{E}$ und $m = \dfrac{2\,J\,w_i}{E}$ folgt, da $w = \dfrac{e}{J} = \dfrac{10}{5} = 2\,\Omega$ ist, $n = \dfrac{2 \,.\, 5 \,.\, 2}{1{,}05} = 19$,

$$m = \frac{2 \,.\, 5 \,.\, 2{,}8}{1{,}05} \cong 27.$$

Es sind also 19 Elemente hintereinander zu schalten und 27 derartige Gruppen parallel. Die Zahl der anzuschaffenden Elemente beträgt $19 \,.\, 27 = 513$.

## § 9.

## Aufgaben über Stromverzweigungen.

**79.** Zwischen den beiden Punkten A und B (Fig. 10) herrscht ein Spannungsunterschied von 24 [15] (0,3) V. Der Widerstand des Zweiges I beträgt 8 [7,5] (0,2) $\Omega$, der des Zweiges II 4 [3] (0,1) $\Omega$ und der des Zweiges III 6 [1,5] (0,08) $\Omega$. Gesucht wird:

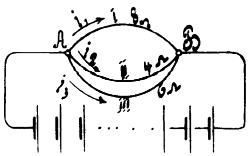



Fig. 10.

a) die Stromstärke in jedem einzelnen Zweige,

b) die Stromstärke in der unverzweigten Leitung,

c) der Widerstand zwischen A und B.

Lösungen:

Zu a): Bezeichnet $i_1$ die Stromstärke im ersten, $i_2$ die im zweiten und $i_3$ die im dritten Zweige, so ist

$$i_1 = \frac{e}{w_1} = \frac{24}{8} = 3 \text{ A},$$

$$i_2 = \frac{e}{w_2} = \frac{24}{4} = 6 \text{ A},$$

$$i_3 = \frac{e}{w_3} = \frac{24}{6} = 4 \text{ A}.$$

Zu b): Der Strom in der unverzweigten Leitung ist

$$i_1 + i_2 + i_3 = J = 3 + 6 + 4 = 13 \text{ A}.$$

Zu c): Bezeichnet W den Widerstand zwischen A und B, so ist $J = \frac{e}{W} = 13$ A oder $W = \frac{24}{13} = 1{,}845\ \Omega$.

**80.** Ein Strom von 12 [18] (100) A teilt sich im Punkte A (Fig. 11) in drei Zweige, deren Widerstände $w_1 = 2\ \Omega$, $w_2 = 3\ \Omega$ und $w_3 = 4\ \Omega$ sind. Gesucht:

a) der Spannungsunterschied e zwischen A und B,

b) die Stromstärken in den drei Zweigen,

c) der Kombinationswiderstand W zwischen A und B.

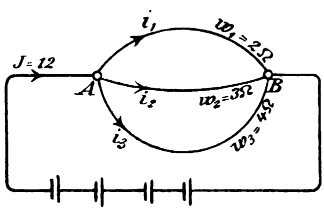



Fig. 11.

Lösungen:

Zu a): Die Stromstärken in den drei Zweigen folgen aus den Gleichungen $i_1 = \frac{e}{w_1}$, $i_2 = \frac{e}{w_2}$ und $i_3 = \frac{e}{w_3}$. Nun ist aber $i_1 + i_2 + i_3 = J$, also $J = e\left(\frac{1}{w_1} + \frac{1}{w_2} + \frac{1}{w_3}\right) = 12$;

folglich $e = \frac{12}{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4}} = \frac{12}{\frac{13}{12}} = \frac{144}{13} = 11^1/_{13}$ V.

Zu b): $i_1 = \frac{144}{2 \cdot 13} = 5^7/_{13}$ A; $i_2 = \frac{144}{3 \cdot 13} = 3^9/_{13}$ A;

$$i_3 = \frac{144}{4 \cdot 13} = 2^{10}/_{13} \text{ A}.$$

Probe: $5^7/_{13} + 3^9/_{13} + 2^{10}/_{13} = 12$ A.

Zu c): Es muß $\frac{e}{W} = e\left(\frac{1}{w_1} + \frac{1}{w_2} + \frac{1}{w_3}\right)$ sein oder allgemein gültig

$$\frac{1}{W} = \frac{1}{w_1} + \frac{1}{w_2} + \frac{1}{w_3} \ldots\ldots \quad 8.$$

Demnach ist $\frac{1}{W} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{13}{12}$ oder $W = \frac{12}{13}\,\Omega$.

Bemerkung: Der reziproke Wert eines Widerstandes heißt sein Leitungsvermögen und die Formel 8 spricht das Gesetz aus:

**Gesetz 6: Das Leitungsvermögen der Kombination ist gleich der Summe der Leitungsvermögen der einzelnen Zweige.**

Sind die Widerstände der einzelnen Zweige gleich groß, ist also $w_1 = w_2 = w_3 = \ldots w$, so wird $\frac{1}{W} = \frac{1}{w} + \frac{1}{w} + \frac{1}{w} \ldots = n \cdot \frac{1}{w}$

$$\text{oder } W = \frac{w}{n} \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 8\text{a},$$

d. h. der Kombinationswiderstand von n gleichen, parallel geschalteten Widerständen ist gleich dem $n^{ten}$ Teile jedes einzelnen Widerstandes.

**81.** Ein Element, dessen elektromotorische Kraft 1,8 [1,43] (1,5) V und dessen innerer Widerstand $^1/_6$ [0,5] (0,06) $\Omega$ beträgt, wird geschlossen durch zwei Drähte AB und CD (Fig. 12) von je 1 [0,8] (1,5) $\Omega$ Widerstand und den beiden zwischen B und C liegenden Drähten von 2 [1,5] (3) $\Omega$ und 4 [3,5] (2) $\Omega$ Widerstand. Gesucht:

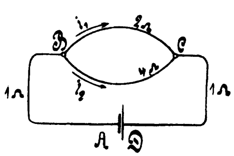


Fig. 12.

a) der Widerstand zwischen B und C,
b) der Widerstand des ganzen Stromkreises,
c) die Stromstärke,
d) die Klemmenspannung zwischen A und D,
e) die Spannung zwischen B und C,
f) die Stromstärken in den beiden Zweigen.

Lösungen:

Zu a): Nach Formel 8 ist der Widerstand x zwischen B und C bestimmt durch die Gleichung

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4} \quad \text{woraus } x = \frac{4}{3}\ \Omega.$$

Zu b): $W = \frac{1}{6} + 1 + \frac{4}{3} + 1 = 3\,{}^1\!/_2\ \Omega.$

Zu c): $J = \frac{1{,}8}{3\,{}^1\!/_2} = 0{,}514$ A.

Zu d): $e_{\overline{AD}} = E - J\,w_i = 1{,}8 - 0{,}514 \cdot \frac{1}{6} = 1{,}714$ V.

Zu e): $e_{\overline{BC}} = e_{\overline{AB}} - J \cdot 2 = 1{,}714 - 0{,}514 \cdot 2 = 0{,}686$ V.

Zu f): $i_1 = \frac{0{,}686}{2} = 0{,}342$ A.

$$i_2 = \frac{0{,}686}{4} = 0{,}171 \text{ A.}$$

Probe: $i_1 + i_2 = 0{,}514\ \text{A} = J.$

**82.** Gegeben sind 3 [5] (10) hintereinander geschaltete Elemente von je 1,1 [1,8] (1,47) V elektromotorischer Kraft und einem inneren Widerstand von 1,2 [0,24] (0,2) $\Omega$. Die Widerstände des äußeren Kreises sind (Fig. 13) GA = 1 [2] (3) $\Omega$, ABE = 2 [3] (2,5) $\Omega$, ACE = 3 [4] (3,5) $\Omega$, ADE = 4 [5] (6) $\Omega$ [AHE = 6 $\Omega$] und EF = 5 [7] (0,6) $\Omega$. Der Punkt G ist zur Erde abgeleitet, wodurch erreicht wird, daß das Potential in G Null ist. Gesucht wird

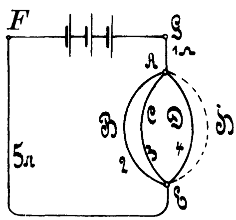


Fig. 13.

a) der Kombinationswiderstand der drei [vier] parallel geschalteten Drähte,
b) der gesamte Widerstand des Stromkreises,
c) die Stromstärke,

d) die Spannung in A,
e) die Spannung in E,
f) die Spannung in F,
g) die Stromstärke in den drei Zweigen ABE, ACE, ADE und [AHE].

Lösungen:

Zu a):

Es ist $\frac{1}{x} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{13}{12}$; $x = \frac{12}{13}\,\Omega = 0{,}923\,\Omega$.

Zu b): $W = 3 \,.\, 1{,}2 + 1 + 0{,}923 + 5 = 10{,}523\,\Omega$.

Zu c): $J = \frac{3 \,.\, 1{,}1}{10{,}523} = 0{,}3136$ A.

Zu d): Da die Spannung in G Null ist, so ist die Spannung in A größer als die in G, und zwar um den Spannungsverlust in der Leitung GA, d. i. $0{,}3136 \,.\, 1 = 0{,}3136$ Volt.

Zu e):

Die Spannung in E ist $0{,}3136 + 0{,}3136 \,.\, 0{,}923 = 0{,}60305$ V.

Zu f):

Die Spannung in F ist $0{,}60305 + 0{,}3136 \,.\, 5 = 2{,}171$ V.

Probe:

Es muß $e_{\overline{FG}} = 1{,}1 \,.\, 3 - 0{,}3136 \,.\, 3 \,.\, 1{,}2 = 2{,}171$ V ergeben.

Zu g): Der Spannungsunterschied zwischen A und E ist $0{,}60305 - 0{,}3136 = 0{,}28945$ V, also ist

$$i_1 = \frac{0{,}28945}{2} = 0{,}14472 \text{ A}, \quad i_2 = \frac{0{,}28945}{3} = 0{,}09648 \text{ A},$$

$$i_3 = \frac{0{,}28945}{4} = 0{,}07236 \text{ A}.$$

Probe: $J = i_1 + i_2 + i_3 = 0{,}31356$ A.

**83.** Ein Strom $J = 37$ A verzweigt sich im Punkte A, wie die Fig. 14 angibt, in die Zweige $AEB = 5\,\Omega$ und $AC = 2\,\Omega$. Der durch AC fließende Strom verzweigt sich im Punkt C in $CGB = 3\,\Omega$ und $CD = 1\,\Omega$. Endlich teilt sich der in CD fließende Strom in die beiden Zweige mit den Widerständen $1{,}5\,\Omega$ und $1\,\Omega$. Der Punkt B wird zur Erde abgeleitet. Ge-

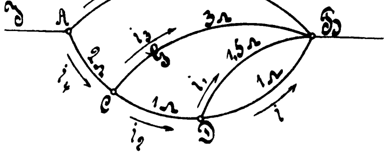


Fig. 14.

sucht werden die Spannungen in den Punkten D, C und A, die Ströme in den einzelnen Zweigen und der Widerstand zwischen A und B.

Lösung: Es sei i die Stromstärke in dem Zweige DB mit dem Widerstand 1 $\Omega$, dann ist die Spannung in D

$$d = i \,.\, 1 = i \text{ V}.$$

Der Strom $i_1$ in dem Zweige DB mit 1,5 $\Omega$ ist $i_1 = \frac{i}{1{,}5} = \frac{2}{3}\, i$ A.

Die Stromstärke $i_2$ in CD ist: $i_2 = i + i_1 = i + \frac{2}{3}\, i = \frac{5}{3}\, i$.

Die Spannung in C ist größer, als die in D, um den Spannungsverlust in CD, also $c = d + i_2 \,.\, 1 = i + \frac{5}{3}\, i \,.\, 1 = \frac{8}{3}\, i$ V.

Der Strom $i_3$ in dem Zweige CGB ist $i_3 = \frac{c}{3} = \frac{8}{9}\, i$ A.

Der Strom $i_4$ im Zweige AC ist $i_4 = i_3 + i_2 = \frac{8}{9}\, i + \frac{5}{3}\, i = \frac{23}{9}\, i$ A.

Die Spannung a im Punkte A ist: $a = c + i_4 \,.\, 2$,

$$a = \frac{8}{3}\, i + \frac{23}{9}\, i \,.\, 2 = \frac{70}{9}\, i \text{ A}.$$

Der Strom $i_5$ im Zweige AEB ist nun $i_5 = \frac{a}{5} = \frac{14}{9}\, i$ A.

Endlich ist $J = i_4 + i_5 = \frac{23}{9}\, i + \frac{14}{9}\, i = \frac{37}{9}\, i$, oder da

$$J = 37 \text{ A ist, folgt } i = \frac{9}{37}\, J = 9 \text{ A}.$$

Mit diesem Zahlenwerte wird jetzt:

$$i_1 = \frac{2}{3} \,.\, 9 = 6 \text{ A};\;\; i_2 = i + i_1 = 9 + 6 = 15 \text{ A};$$

$$i_3 = \frac{8}{9}\, i = 8 \text{ A};\;\; i_4 = \frac{23}{9}\, i = 23 \text{ A};\;\; i_5 = \frac{14}{9}\, i = 14 \text{ A}.$$

Die Spannungen sind in D: $d = 9$ Volt, in C: $c = \frac{8}{3} \,.\, 9 = 24$ V, in A: $a = \frac{70}{9}\, i = 70$ V, d. h. zwischen A und B herrscht ein Spannungsunterschied von 70 V, gleichgültig, ob B zur Erde abgeleitet wird oder nicht. Der Widerstand W zwischen A und B folgt aus dem Ohmschen Gesetz:

$$J = \frac{e_{\overline{AB}}}{W};\;\; W = \frac{e_{\overline{AB}}}{J} = \frac{70}{37} = 1{,}89\ \Omega.$$

## Messung von Strömen.

**84.** Einem Weston-Ampèremeter von 100 $\Omega$ Widerstand, dessen Stromstärke also bestimmt ist durch die Gleichung $i = \frac{\alpha}{10000}$, ist parallel geschaltet ein Widerstand von $\frac{100}{999}\left[\frac{100}{99}\right]\left(\frac{100}{9}\right)\ \Omega$.

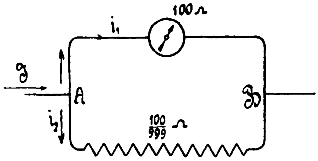


Fig. 15.

Welcher Strom fließt durch die unverzweigte Leitung, wenn das Weston-Ampèremeter $100^0$ $[130^0]$ $(115^0)$ Ausschlag anzeigt? (Fig. 15).

Lösung: Bezeichnet $i_1$ den Strom, der durch das Ampèremeter, $i_2$ denjenigen, der durch den Widerstand $\frac{100}{999}$ fließt, so ist zunächst $i_1 = \frac{\alpha}{10000} = \frac{100}{10000} = 0{,}01$ A.

Da der Widerstand des Instrumentes 100 $\Omega$ beträgt, so herrscht an den Punkten A und B eine Spannung von

$$e = i_1 \,.\, 100 = 0{,}01 \,.\, 100 = 1 \text{ V};$$

der Strom, der durch den Widerstand $\frac{100}{999}$ fließt, ist daher

$$i_2 = \frac{1}{\frac{100}{999}} = 9{,}99 \text{ A.}$$

Der unverzweigte Strom J ist also

$$J = i_1 + i_2 = 0{,}01 + 9{,}99 = 10 \text{ A.}$$

**85.** Einem 1-ohmigen-Torsionsgalvanometer, dessen Stromstärke durch die Gleichung $i = \frac{\alpha}{1000}$ bestimmt wird, ist ein Widerstand $\frac{1}{99}\left[\frac{1}{999}\right]\left(\frac{1}{9}\right)\ \Omega$ parallel geschaltet. Welche Stromstärke entspricht

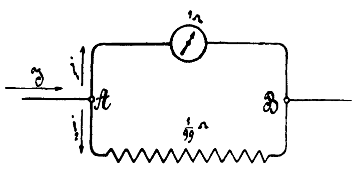


Fig. 16.

einem Ausschlag von $100^0$ $[65^0]$ $(135^0)$ im unverzweigten Stromkreise? (Fig. 16.)

Lösung: Durch das Galvanometer fließt ein Strom von

$$i_1 = \frac{\alpha}{1000} = \frac{100}{1000} = 0{,}1 \text{ A.}$$

Da der Widerstand des Instrumentes 1 $\Omega$ beträgt, so herrscht zwischen den Punkten A und B eine Spannung von

$$e = i_1 \,.\, 1 = 0{,}1 \,.\, 1 = 0{,}1 \text{ V};$$

es ist daher der Strom, der durch den Widerstand $\frac{1}{99}$ fließt,

$$i_2 = \frac{0,1}{\frac{1}{99}} = 9,9 \text{ A}$$

und somit der Strom im unverzweigten Kreise

$$J = i_1 + i_2 = 0,1 + 9,9 = 10 \text{ A}.$$

**86.** Fünf Elemente von je 1,8 [1,9] (1,8) V elektromotorischer Kraft und 0,2 [0,19] (0,25) $\Omega$ innerem Widerstand sind hintereinander geschaltet. 10 [12] (15) m von der Stromquelle entfernt, werden 4 [5] (6) parallel geschaltete Glühlampen von je 16 [20] (24) $\Omega$ Widerstand gebrannt, welche durch 2 je 1,2 [1,5] (2) mm dicke Kupferleitungen AD und BC mit der Stromquelle verbunden sind (Fig. 17). Gesucht wird:

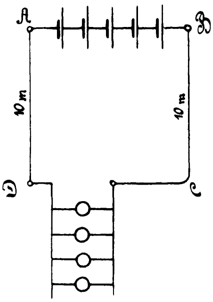


Fig. 17.

a) der Widerstand der Zuleitungen,
b) der Widerstand des ganzen Stromkreises,
c) die Stromstärke,
d) die Klemmenspannung an den Punkten A und B,
e) die Lampenspannung an den Punkten D und C.

Lösungen:

Zu a): Der Widerstand beider Zuleitungen ist:

$$w = \frac{0,0172 \,.\, 20}{1,2^2 \,.\, \frac{\pi}{4}} = 0,304 \ \Omega.$$

Zu b): der Widerstand des ganzen Kreises ist

$$W = 5 \,.\, 0,2 + 0,304 + \frac{16}{4} = 5,304 \ \Omega.$$

Zu c): $J = \frac{5 \,.\, 1,8}{5,304} = 1,696$ A.

Zu d): $e_{\overline{AB}} = 5 \,.\, 1,8 - (5 \,.\, 0,2) \,.\, 1,696 = 7,31$ V.

Zu e): $e_{\overline{DC}} = e_{\overline{AB}} - Jw = 7,31 - 1,696 \,.\, 0,304 = 6,796$ V.

**87.** Um sich von der Richtigkeit der berechneten Stromstärke zu überzeugen, wird in die Leitung BC ein 1-ohmiges Torsionsgalvanometer, dem ein Widerstand von $\frac{1}{99}\,\Omega$ parallel geschaltet ist, gelegt. Welchen Ausschlag wird das Instrument anzeigen?

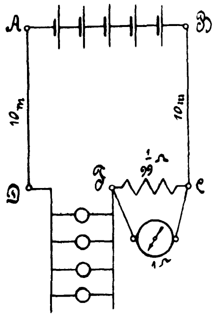


Fig. 18.

Lösung: Der äußere Widerstand ist um den Kombinationswiderstand zwischen C und F (Fig. 18) gestiegen. Ist dieser x, so ist $\frac{1}{x} = 1 + \frac{99}{1} = 100$ oder $x = 0{,}01\ \Omega$. Der gesamte Widerstand ist also $W = 5{,}304 + 0{,}01 = 5{,}314\ \Omega$; demnach ist $J = \frac{5 \,.\, 1{,}8}{5{,}314} = 1{,}694$ A.

Der Ausschlag des Galvanometers beträgt $16{,}94^0$, anstatt $16{,}96^0$, wenn der Strommesser widerstandslos gewesen wäre.

**88.** Wie würde sich das Resultat der vorigen Aufgabe gestalten, wenn man anstatt des 1-ohmigen Galvanometers ein 100-ohmiges, nebst einem parallel geschalteten Widerstande von $\frac{100}{999}\,\Omega$, benutzt hätte?

Lösung: Der Kombinationswiderstand wäre in diesem Falle:

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{100} + \frac{999}{100} = \frac{1000}{100} = \frac{10}{1} \text{ also } x = \frac{1}{10}\ \Omega.$$

Der Widerstand des äußeren Kreises wird demnach

$$W = 5{,}404\ \Omega \text{ und somit } J = \frac{5 \,.\, 1{,}8}{5{,}404} = 1{,}665 \text{ A}.$$

Infolge der Einschaltung dieses Strommessers ist also die Stromstärke gesunken von 1,696 A auf 1,665 A.

**89.** Welcher Strom fließt durch die Lampen der vorigen Aufgabe, wenn zur Strommessung ein 100-ohmiges Torsionsgalvanometer, nebst einem parallel geschalteten Widerstande von $\frac{100}{99}\,\Omega$, benützt wird, und welchen Ausschlag zeigt das Meßinstrument an?

Lösung: $W = 6{,}304\ \Omega$, $J = \frac{9}{6{,}304} = 1{,}43$ A, der Ausschlag beträgt $143^0$.

Bemerkung: Aus den Beispielen 86—89 geht hervor, daß durch Einschalten eines Ampèremeters die Stromverhältnisse eines Kreises am wenigsten geändert werden, wenn dasselbe einen geringen Widerstand besitzt.

**90.** Eine Batterie besteht aus 10 [33] (120) hintereinander geschalteten Akkumulatoren von je 2 [1,95] (2,01) V Spannung und einem inneren Widerstand von 0,001 [0,002] (0,001) $\Omega$ pro Zelle. Der äußere Stromkreis wird gebildet aus den beiden 50 [80] (300) m langen, 1,5 [4] (8) mm dicken Kupferleitungen AC und BD (Fig. 19) und 5 [20] (100) parallel geschalteten Glühlampen von je 8 [80] (120) $\Omega$ Widerstand. Um die Spannung an den Punkten C und D zu messen, ist eingeschaltet ein Weston-Galvanometer G von 100 [100] (100) $\Omega$ nebst einem Vorschaltwiderstande von 3900 [4900] (19 900) $\Omega$.

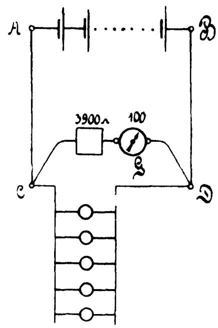


Fig. 19.

Gesucht wird:

a) der Kombinationswiderstand der Lampen und des Galvanometers,

b) der Widerstand des ganzen Stromkreises,

c) die Stromstärke in der unverzweigten Leitung,

d) die Klemmenspannung zwischen A und B,

d) die Lampenspannung zwischen C und D.

Lösungen:

Zu a): Der Widerstand der Lampen ist $\frac{8}{5} = 1{,}6\ \Omega$.

Bezeichnet x den Widerstand zwischen C und D,

$$\text{so ist } \frac{1}{x} = \frac{1}{4000} + \frac{1}{1{,}6} = \frac{4001{,}6}{4000\,.\,1{,}6}$$

$$x = \frac{4000\,.\,1{,}6}{4001{,}6} = 1{,}5993\ \Omega.$$

Zu b): $W = 10\,.\,0{,}001 + \dfrac{0{,}0172\,.\,100}{1{,}5^2\,.\,\dfrac{\pi}{4}} + 1{,}5993 = 2{,}583\ \Omega.$

Zu c): $J = \dfrac{20}{2{,}583} = 7{,}75$ A.

Zu d): $e_{\overline{AB}} = 20 - 0{,}01\,.\,7{,}75 = 19{,}9225$ V.

Zu e): $e_{\overline{CD}} = 7{,}75\,.\,1{,}5993 = 12{,}4$ V.

Bemerkung: Wäre das Voltmeter nicht eingeschaltet gewesen, so würde $x = 1{,}6\ \Omega$, und die Stromstärke $J = \frac{20}{2{,}586}$ A betragen haben. Wir sehen also, daß die Einschaltung des Voltmeters die Verhältnisse nur außerordentlich wenig geändert hat.

**91.** Dieselbe Aufgabe wie in 90, nur wird ein Voltmeter von 1 $\Omega$ Widerstand nebst einem Vorschaltwiderstand von 3 [15] (100) $\Omega$ genommen. Wie gestalten sich jetzt die Fragen a, b, c, d, e?

Lösungen:

Zu a): $\frac{1}{x} = \frac{1}{4} + \frac{1}{1,6} = \frac{5,6}{4 \,.\, 1,6}$; $x = 1,14\ \Omega$.

Zu b): $W = 0,01 + 0,976 + 1,14 = 2,126\ \Omega$.

Zu c): $J = \frac{20}{2,126} = 9,26$ A.

Zu d): $e_{\overline{AB}} = 20 - 0,01 \,.\, 9,26 = 19,91$ V.

Zu e): $e_{\overline{CD}} = 9,26 \,.\, 1,14 = 10,6$ V.

Bemerkung: Durch das Einschalten des Voltmeters von geringem Widerstande haben sich die Verhältnisse ganz bedeutend geändert; denn durch die Lampen geht jetzt ein Strom von $\frac{10,6}{1,6} = 6,62$ A und durch das Voltmeter ein solcher von $\frac{10,6}{4} = 2,65$ A*), während in Aufgabe 90 der durch die Lampen fließende Strom war:
$\frac{12,4}{1,6} = 7,75$ A und der durch das Westonvoltmeter $\frac{12,4}{4000} = 0,0031$ A.

Hieraus folgt die Lehre: Zum Spannungsmessen müssen Galvanometer mit hohem Widerstande und sehr kleiner Stromstärke verwendet werden.

**92.** Es soll ein Widerstand von 0,1 [0,2] (0,4) hergestellt werden. Zu dem Zwecke fertigt man aus 2 [2] (2) Nickelin-Drähten von 1,6 [2] (1,8) mm Durchmesser, welche parallel geschaltet werden (Fig. 20), einen Widerstand von 0,101 [0,202] (0,404) $\Omega$ an und legt hierzu einen Nebenschluß, der aus einem 0,4 [0,24] (0,5) mm dicken Drahte desselben Materials besteht. Gesucht wird:

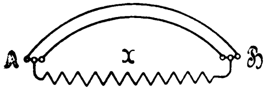


Fig. 20.

a) die Länge der beiden parallelen Drähte,
b) der Widerstand des dünnen Nebenschlusses,
c) die Länge desselben.

*) Natürlich ist kein Westonvoltmeter gemeint, da in diesem der Strom nicht größer als 0,15 A sein dürfte.

Lösungen:

Da der Widerstand zweier parallel geschalteter Drähte halb so groß ist, wie der eines Drahtes, so beträgt der letztere 0,202 $\Omega$.

Zu a): Für Nickelin ist $c = 0{,}43$ (Tabelle 3, Seite 11), demnach gilt die Gleichung:

$$0{,}202 = \frac{0{,}43 \,.\, l}{1{,}6^2 \,.\, \frac{\pi}{4}}, \text{ woraus } l = \frac{0{,}202 \,.\, 1{,}6^2 \,.\, \pi}{0{,}43 \,.\, 4} = 0{,}945 \text{ m folgt.}$$

Zu b): Bezeichnet x den Widerstand des Nebenschlusses, so hat man $\frac{1}{0{,}1} = \frac{1}{0{,}101} + \frac{1}{x}$ oder $\frac{1}{x} = \frac{1}{0{,}1} - \frac{1}{0{,}101} = \frac{0{,}001}{0{,}0101}$

$$x = \frac{0{,}0101}{0{,}001} = 10{,}1\ \Omega.$$

Zu c): Die Länge des Nebenschlusses ist

$$l = \frac{10{,}1 \,.\, 0{,}4^2 \,.\, \pi}{0{,}43 \,.\, 4} = 2{,}95 \text{ m.}$$

Bemerkung: Beim genauen Abgleichen des Kombinations-Widerstandes wird man, wenn derselbe zu klein, noch mehr von dem dünnen Draht aufwickeln, ist er zu groß, so verkürzt man denselben.

**93.** Es soll ein 1-ohmiges Weston-Galvanometer mit der Konstanten $C = \frac{1}{1000}$ gebaut werden. Leider stellt sich heraus, daß der Widerstand der beiden Federn a a (Fig. 21) und der Spule s bereits 3 [2,5] (2,8) $\Omega$ beträgt. Man muß daher parallel zu diesem Widerstand einen Widerstand $w_2$ legen, so daß der Kombinationswiderstand beider 1 $\Omega$ ist. Gesucht:

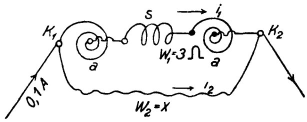


Fig. 21.

a) der Widerstand $w_2$,

b) die Spannung an den Klemmen $K_1$ und $K_2$,

c) die Stromstärken in den beiden Zweigen, wenn der Gesamtstrom 0,1 [0,1] (0,1) A ist,

d) der Ausschlag des Instruments.

Lösungen:

Zu a): $1 = \frac{1}{x} + \frac{1}{3}$ oder $\frac{1}{x} = \frac{2}{3}$, $x = 1{,}5\ \Omega = w_2$

Zu b): Da der Widerstand zwischen $K_1$ und $K_2$ 1 $\Omega$ ist und durch ihn 0,1 A fließen sollen, so ist

$$e = 0{,}1 \,.\, 1 = 0{,}1 \text{ V.}$$

Zu c): Es ist $i_1 = \frac{0,1}{3} = 0,0333$ A.

$$i_2 = \frac{0,1}{1,5} = 0,0666 \text{ A.}$$

Zu d): Da $C = \frac{1}{1000}$ ist, so muß $0,1 = \frac{\alpha}{1000}$ sein, also

$$\alpha = 100^0.$$

**94.** Bei der Herstellung eines 1-ohmigen Weston-Galvanometers stellt sich heraus, daß der Widerstand der Spule s und der beiden Federn a a, d. i. der Widerstand zwischen $K_1$ und B, schon 2,5 [3] (3,5) $\Omega$ beträgt. Ein Versuch zeigt ferner, daß, um einen Ausschlag von $100^0$ zu erzielen, ein Strom von 0,025 [0,015] (0,075) A genügt.

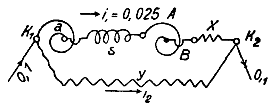


Fig. 22.

Gesucht wird:

a) der Widerstand x (Fig. 22) zwischen B und $K_2$, der noch zugeschaltet werden muß, um bei 0,1 [0,1] (0,1) V Spannungsunterschied zwischen $K_1$ und $K_2$ einen Strom von 0,025 [0,015] (0,075) A durch s fließen zu lassen,

b) der parallel zu schaltende Widerstand, damit der Kombinationswiderstand zwischen $K_1$ und $K_2$ 1 [1] (1) $\Omega$ ist,

c) die durch diesen Widerstand fließende Stromstärke,

d) der Strom in der unverzweigten Leitung.

Lösungen:

Zu a): $0,025 = \frac{0,1}{2,5 + x}$ oder $2,5 + x = \frac{0,1}{0,025} = 4$, $x = 1,5\ \Omega$.

Zu b): Ist y der parallel zu schaltende Widerstand, so ist

$$\frac{1}{1} = \frac{1}{4} + \frac{1}{y} \text{ oder } \frac{1}{y} = \frac{3}{4}, \text{ mithin } y = 1,333\ \Omega.$$

Zu c): $i_2 = \frac{0,1}{y} = \frac{0,1 \,.\, 3}{4} = 0,075$ A.

Zu d): $J = i_1 + i_2 = 0,025 + 0,075 = 0,1$ A.

**95.** Dieselbe Aufgabe wie 94, nur soll ein 100-ohmiges Instrument hergestellt werden; die Federn und die Spule besitzen 85 $\Omega$, und um $100^0$ Ausschlag zu erzielen, genügt ein Strom von 0,002 A. (In Frage b muß der Kombinationswiderstand 100 $\Omega$ sein.)

## § 10.

## Kirchhoffsche Gesetze.

**Gesetz 7: An jedem Verzweigungspunkte ist die Summe aller ankommenden Ströme gleich der Summe aller abfließenden Ströme** (erstes Kirchhoffsches Gesetz).

$i_1 + i_2 + i_4 = i_3$ (Fig. 23).

**Gesetz 8: In jedem in sich geschlossenen Teile eines Stromnetzes ist die Summe aller elektromotorischen Kräfte gleich der Summe aller Spannungsverluste** (zweites Kirchhoffsches Gesetz).

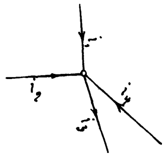


Fig. 23.

Die elektromotorischen Kräfte sind mit gleichem Vorzeichen zu nehmen, wenn sie gleichgerichtete Ströme hervorzubringen streben, ebenso die Spannungsverluste, wenn sie durch gleichgerichtete Ströme hervorgebracht sind.

**96.** Zwei Elemente, deren elektromotorische Kräfte $E_1$ und $E_2$ sind, werden, wie es die Fig. 24 zeigt, gegeneinander geschaltet. Der Widerstand von $AE_1B$ sei $w_1$, der von $AE_2B$ sei $w_2$ und der von $AB = w_3$. Wie groß sind die Ströme $i_1$, $i_2$, $i_3$?

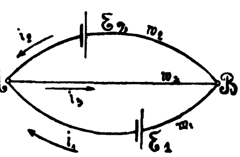


Fig. 24

Lösung: Nach dem zweiten Kirchhoffschen Gesetz gelten die Gleichungen:

a) für den Stromkreis $E_1 A B E_1$

$$\text{I. } E_1 = i_1 w_1 + i_3 w_3.$$

b) für den Stromkreis $E_2 A B E_2$

$$\text{II. } E_2 = i_2 w_2 + i_3 w_3,$$

Nach dem ersten Kirchhoffschen Gesetze ist

$$\text{III. } i_1 + i_2 = i_3.$$

$i_3$ in I und II eingesetzt gibt:

$$\begin{array}{l|c|c} E_1 = i_1 (w_1 + w_3) + i_2 w_3 & (w_2 + w_3) & w_3 \\ E_2 = i_1 w_3 + i_2 (w_2 + w_3) & w_3 & (w_1 + w_3) \\ \hline \end{array}$$

$$E_1 (w_2 + w_3) - E_2 w_3 = i_1 \{(w_1 + w_3)(w_2 + w_3) - w_3^2\};$$

$$\text{IV. } i_1 = \frac{E_1 (w_2 + w_3) - E_2 w_3}{w_1 w_2 + w_2 w_3 + w_1 w_3},$$

$$E_1 w_3 - E_2 (w_1 + w_3) = i_2 \{w_3^2 - (w_1 + w_3)(w_2 + w_3)\};$$

$$\text{V. } i_2 = \frac{E_2 (w_1 + w_3) - E_1 w_3}{w_1 w_2 + w_2 w_3 + w_1 w_3},$$

$$\text{VI. } i_3 = \frac{E_1 w_2 + E_2 w_1}{w_1 w_2 + w_2 w_3 + w_1 w_3}.$$

Ist z. B. $E_1 = 1{,}8$ V, $E_2 = 1{,}1$ V, $w_1 = 100\ \Omega$,
$w_2 = 120\ \Omega$, $w_3 = 200\ \Omega$,

$$\text{so wird } i_1 = \frac{1{,}8 \,.\, 320 - 1{,}1 \,.\, 200}{100 \,.\, 120 + 120 \,.\, 200 + 100 \,.\, 200} = 0{,}00636 \text{ A},$$

$$i_2 = \frac{1{,}1 \,.\, 300 - 1{,}8 \,.\, 200}{56000} = -0{,}000535 \text{ A}.$$

Das Minuszeichen sagt, daß der Strom $i_2$ entgegengesetzt der Richtung des eingezeichneten Pfeiles fließt.

$$i_3 = 0{,}00636 - 0{,}000535 = 0{,}005825 \text{ A}.$$

**97.** Wie groß muß der Widerstand $w_1$ gemacht werden, damit $i_2 = 0$ wird, und wie groß ist alsdann $i_3$?

Lösung; Damit $i_2 = 0$ wird, muß sein $E_2 (w_1 + w_3) = E_1 w_3$

$$\text{oder } w_1 = \frac{E_1}{E_2} w_3 - w_3 = \frac{1{,}8}{1{,}1} \,.\, 200 - 200 = 127{,}2\ \Omega.$$

Die Stromstärke $i_3$ ist alsdann nach Gleichung II

$$i_3 = \frac{E_2}{w_3}.$$

**98.** Es sei $E_2$ ein sogenanntes Normalelement von 1,43 V elektromotorischer Kraft, $E_1$ eine Batterie von 4 Akkumulatorenzellen von je 2 Volt. Wie groß muß $w_1$ gemacht werden, wenn $i_3 = 0{,}1$ [0,05] (0,005) A und $i_2 = 0$ werden soll?

Lösung: Damit $i_3 = 0{,}1$ wird, muß $\frac{E_2}{w_3} = 0{,}1$ sein, also

$$w_3 = \frac{E_2}{0{,}1} = 14{,}3\ \Omega$$

$$\text{und } w_1 = \left(\frac{E_1}{E_2} - 1\right) w_3 = \left(\frac{8}{1{,}43} - 1\right) . \, 14{,}3 = 65{,}6\ \Omega.$$

Bemerkung: Wie man sieht, kann man für die Stromstärke $i_3$ durch geeignete Wahl der Widerstände $w_1$ und $w_3$ jeden beliebigen Wert erhalten. Man hat sich nur durch Einschaltung eines empfindlichen Galvanometers in den Stromzweig $A E_2 B$ davon zu überzeugen, daß $i_2 = 0$ ist, indem das Galvanometer dann keinen Ausschlag anzeigt. Die elektromotorische Kraft $E_1$ braucht gar nicht bekannt zu sein, da man zunächst den gewünschten Widerstand $w_3$ einschalten kann, und dann $w_1$ so lange ändert, bis das Galvanometer keinen Ausschlag mehr anzeigt. Man hat alsdann den Strom durch Kompensation bestimmt, was schneller auszuführen geht, als durch Eichung mit dem Kupfer- oder Silber-Voltameter.

**99.** Jemand wünscht sich eine kleine Beleuchtungsanlage einzurichten. Er schafft zu diesem Zweck 3 [4] (5) Akkumulatoren von je 2 [1,95] (1,98) V elektromotorischer Kraft und 0,033 [0,008]

(0,009) $\Omega$ innerem Widerstande an. Parallel zu den Akkumulatoren werden zum Laden derselben 8 [11] (14) Meidinger Elemente von je 9 [10] (8) $\Omega$ innerem Widerstand und 1 [1] (1) V elektromotorischer Kraft geschaltet. An die gemeinschaftlichen Klemmen A und B (Fig. 25) werden Glühlampen, deren Kombinationswiderstand 4 [7,5] (10) $\Omega$ beträgt, angeschlossen. Gesucht wird:

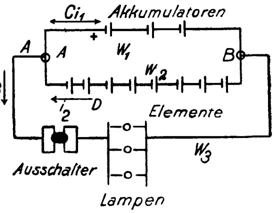



Fig. 25.

a) die mittlere Ladestromstärke, wenn die mittlere EMK der Akkumulatoren beim Laden 2,2 [2,3] (2,25) V beträgt, und die Lampen ausgeschaltet sind.

b) die Stromstärke, die jede der beiden Batterien liefert, wenn die Lampen brennen,

c) die tägliche Brenndauer der Lampen, wenn die Ladung der Akkumulatoren täglich ersetzt werden soll und dabei berücksichtigt wird, daß das Verhältnis: $\frac{\text{Entladung}}{\text{Ladung}} = 0,9$ ist.

Lösungen:

Zu a): Beim Laden sind die Lampen abgeschaltet, es ist also nur der Stromkreis ACBD vorhanden. Die wirksame EMK ist $E = 8 \cdot 1 - 3 \cdot 2,2 = 1,4$ V. Der gesamte Widerstand $W = 8 \cdot 9 + 3 \cdot 0,033 = 72,1\ \Omega$. Die mittlere Ladestromstärke ist demnach

$$i_L = \frac{1,4}{72,1} = 0,0194 \text{ A.}$$

Zu b): Beim Brennen der Lampen gilt die durch Fig. 24 dargestellte Stromverzweigung, und in die Gleichungen IV, V und VI hat man einzusetzen $E_1 = 6$ V, $w_1 = 0,1\ \Omega$, $E_2 = 8$ V, $w_2 = 72\ \Omega$, $w_3 = 4\ \Omega$, und man erhält

$$i_1 = \frac{6 \cdot (72 + 4) - 8 \cdot 4}{0,1 \cdot 72 + 72 \cdot 4 + 0,1 \cdot 4} = \frac{456 - 32}{295,6} = 1,435 \text{ A.}$$

$$i_2 = \frac{8 \cdot 4,1 - 6 \cdot 4}{295,6} = 0,0299 \text{ A.} \quad i_3 = i_1 + i_2 = 1,4649 \text{ A.}$$

Zu c): Wird die Batterie täglich x Stnnden geladen, so ist $24 - x$ die Dauer der Entladung. Da nun $\frac{\text{Entladung}}{\text{Ladung}} = 0,9$ ist, so gilt für x die Gleichung

$$\frac{(24 - x)\, 1,435}{x \cdot 0,01935} = 0,9, \text{ woraus } (24 - x) \cdot 1,435 = 0,9\, x \cdot 0,01935$$

$$\text{oder } 24 \cdot 1{,}435 - x \cdot 1{,}435 = 0{,}9\, x \cdot 0{,}01935$$
$$x = \frac{24 \cdot 1{,}435}{1{,}453} = 23{,}7 \text{ Std.}$$

## § 11.

## Das Joulesche Gesetz.

Erklärung: Unter einer Wärmeeinheit (Kalorie) versteht man diejenige Wärmemenge, welche einem Gramm Wasser zugeführt werden muß, damit seine Temperatur um $1^0$ Celsius steigt.

Ist $t_1$ die Anfangstemperatur, $t_2$ die Endtemperatur, G das Gewicht des zu erwärmenden Wassers, so ist die zugeführte Wärmemenge

$$Q = G\,(t_2 - t_1) \quad \ldots \ldots \quad 9.$$

**Gesetz 9: Fließt ein Strom durch einen Leiter, so entwickelt derselbe in dem Leiter eine Wärmemenge, welche proportional dem Quadrate der Stromstärke, proportional dem Widerstande und proportional der Zeit ist.**

Bezeichnet Q die entwickelte Wärmemenge in Gramm-Kalorien, i die Stromstärke in Ampère, w den Widerstand in Ohm, t die Zeit in Sekunden, so ist

$$Q = 0{,}24\, i^2 wt \quad \ldots \ldots \quad 10,$$

woraus dann weiter, da $e = i\,w$ ist,

$$Q = 0{,}24\, e\, i\, t \text{ oder } Q = 0{,}24 \frac{e^2}{w}\, t \text{ folgt.}$$

Wie bekannt, ist eine Wärmemenge von 1000 Grammkalorien gleichwertig einer Arbeit von 424 Meterkilogramm; infolgedessen wird die in Meterkilogramm geleistete Arbeit

$$A = \frac{e\,i\,t}{9{,}81} \text{ mkg,}$$
$$\text{oder } A = e\,i\,t \text{ Joule.}$$

Die Arbeit pro Sekunde nennt man bekanntlich Effekt. Derselbe wird entweder in Meterkilogramm pro Sekunde, oder in Watt gemessen; er ist also

$$\mathfrak{E} = \frac{e\,i}{9{,}81} \text{ Meterkilogramm pro Sekunde,}$$
$$\text{oder } \mathfrak{E} = e\,i \text{ Watt oder Volt-Ampère;}$$

da e, i und w durch die Gleichung $i = \frac{e}{w}$ verbunden sind, so ist auch

$$\mathfrak{E} = i^2 w = \frac{e^2}{w} = e\,i \text{ Watt} \quad \ldots \ldots \quad 11.$$

Merke: **9,81 Watt = 1 mkg; 736 Watt = 1 PS.**

### Wärmemenge, Effekt.

**100.** Welche Wärmemenge entwickelt eine Glühlampe in 1 Std. [40 Min.] (3 Std.), wenn dieselbe bei 100 [120] (110) V Spannung 0,54 [0,45] (0,217) A Strom verbraucht?

Lösung: $Q = 0{,}24\,eit = 0{,}24 \,.\, 100 \,.\, 0{,}54 \,.\, 60 \,.\, 60 \,. = 46\,700$ Grammkalorien.

**101.** Welche Stromstärke muß durch einen Widerstand von 5 [3] (20) $\Omega$ fließen, wenn derselbe in 0,6 [2] (10) Liter Wasser eingetaucht, das letztere in 10 [30] (15) Minuten um 80° [75°] (85°) erwärmen soll. Wie groß ist die Spannung an den Enden des Widerstandes?

Lösung: Um G Gramm Wasser um $(t_2 - t_1)^0$ zu erwärmen, ist eine Wärmemenge $Q = G\,(t_2 - t_1)$ Kalorien nötig, also $Q = 600 \,.\, 80 = 48\,000$ Gramm-Kalorien. Aus $Q = 0{,}24\, i^2\, w\, t$

$$\text{folgt } i = \sqrt{\frac{Q}{0{,}24\, w\, t}} = \sqrt{\frac{48\,000}{0{,}24 \,.\, 5 \,.\, 60 \,.\, 10}} = 8{,}16 \text{ A}.$$

An den Enden des Widerstandes muß die Spannung $e = i\,w = 8{,}16 \,.\, 5 = 40{,}80$ V betragen, damit der Strom von 8,16 A durch ihn hindurchfließt.

**102.** In einem elektrischen Kochtopf soll 1 [15] (5) Liter Wasser in 20 [15] (30) Minuten zum Sieden gebracht werden. Gesucht wird:

a) die theoretisch erforderliche Wärmemenge, wenn die Temperatur des kalten Wassers 12° [15°] (10°) C beträgt,

b) die Wattzahl,

c) die Stromstärke, wenn die Klemmenspannung 100 [65] (220) V beträgt,

d) der Widerstand des Drahtes.

Lösungen:

Zu a): Die zu erwärmende Wassermenge beträgt $G = 1000$ g, die Temperaturerhöhung $t_2 - t_1 = 100 - 12 = 88^0$, so daß die Wärmemenge $Q = 1000 \,.\, 88 = 88\,000$ Kalorien beträgt.

Zu b): Die Formel $Q = 0{,}24\, e\,i\,t$ gibt die Wattzahl

$$e\,i = \frac{Q}{0{,}24\, t} = \frac{88\,000}{0{,}24 \,.\, (20 \,.\, 60)} = 306 \text{ Watt}.$$

Zu c): Die Stromstärke folgt aus $\frac{e\,i}{e}$, also

$$i = \frac{306}{100} = 3{,}06 \text{ A}.$$

Zu d): Der Widerstand des Drahtes ist

$$w = \frac{e}{i} = \frac{100}{3{,}06} = 32{,}7\ \Omega.$$

Bemerkung: Ein ausgeführter Kochtopf erforderte anstatt der berechneten 3,06 A in Wirklichkeit 3,5 A, also anstatt 306 Watt 350 Watt, was daher kommt, daß durch Strahlung Wärme verloren geht, also mehr Wärme zugeführt werden muß, wie theoretisch erforderlich ist. Außerdem muß ja auch das Gefäß auf dieselbe Temperatur wie das Wasser gebracht werden, was hier nicht berücksichtigt wurde. Man kann passend den Quotienten: $\frac{\text{theoretische Wärmemenge}}{\text{wirkliche Wärmemenge}}$ den Wirkungsgrad des Kochgefäßes nennen. Derselbe wäre in unserem Falle

$$\eta = \frac{88\,000}{0{,}24 \,.\, 100 \,.\, 3{,}5 \,.\, (20 \,.\, 60)} = \frac{0{,}24 \,.\, 100 \,.\, 3{,}06 \,.\, (20 \,.\, 60)}{0{,}24 \,.\, 100 \,.\, 3{,}5 \,.\, 20 \,.\, 60} = \frac{3{,}06}{3{,}5} = 0{,}87.$$

**103.** Wieviel kostet die Erwärmung von 1 [200] (50) Liter Wasser bei einer Temperaturerhöhung von $10^0$ auf $100^0$ [$10^0$ auf $35^0$] ($12^0$ auf $60^0$), wenn 1000 Watt pro Stunde 20 [18] (40) ₰ kosten und der Wirkungsgrad des Kochgefäßes zu 0,9 [0,8] (0,85) angenommen wird?

Lösung: Die theoretisch erforderliche Wärmemenge ist

$$Q = 1000 \,.\, (100 - 10) = 90\,000 \text{ W. E.},$$

da jedoch der Wirkungsgrad nur 0,9 ist, so müssen

$$\frac{90\,000}{0{,}9} = 100\,000 \text{ W. E.}$$

erzeugt werden. Diesen Wärmeeinheiten entspricht ein Wattverbrauch pro Stunde:

$$e\,i = \frac{Q}{0{,}24\,t} = \frac{10\,000}{0{,}24 \,.\, 60 \,.\, 60} = 116 \text{ Watt.}$$

Da nun 1000 Watt 20 ₰ kosten, so kosten 116 Watt

$$\frac{20 \,.\, 116}{1000} = 2{,}32 \text{ ₰}.$$

**104.** Welche Stromstärke ist erforderlich, und wie groß muß der Widerstand des Kochgefäßes sein, wenn man in der vorigen Aufgabe 100 [440] (220) Volt Spannung zur Verfügung hat und das Wasser in 10 Minuten auf $100^0$ [$35^0$] ($60^0$) erwärmt werden soll?

Lösung: Aus $Q = 0{,}24\,e\,i\,t$ folgt

$$i = \frac{Q}{0{,}24\,e\,t} = \frac{100\,000}{0{,}24 \,.\, 100 \,.\, 10 \,.\, 60} = 6{,}95 \text{ A.}$$

Der Widerstand folgt aus $w = \frac{e}{i} = \frac{100}{6{,}95} = 14{,}4\ \Omega$.

**104.** Der Widerstand eines Ampèremeters beträgt 0,05 [0,08] (0,02) $\Omega$. Welche Spannung herrscht an den Klemmen desselben, und wie groß ist der Effektverlust durch Stromwärme, wenn 100 [15] (40) A durch dasselbe fließen.

Lösung: Die Spannung an den Klemmen ist

$$e = i\,w = 100 . 0{,}005 = 0{,}5 \text{ Volt.}$$

Der Effektverlust beträgt $\mathfrak{E} = i^2 w = 100^2 \cdot 0{,}005 = 50$ Watt.

**105.** Ein Hitzdrahtvoltmeter braucht, um dem Zeiger den größten Ausschlag zu geben, 0,2 A, wobei sein eigener Widerstand 10 $\Omega$ beträgt. Wieviel Widerstand muß vorgeschaltet werden, um Spannungen bis zu 100 [1000] (440) Volt messen zu können, und wie groß wäre in diesem Falle der in dem Instrumente verbrauchte Effekt?

Lösung: Ist x der vorzuschaltende Widerstand, so muß sein $100 = 0{,}2\ (10 + x)$, woraus $x = 490$ folgt. Der in dem Instrumente verbrauchte Effekt ist

$$\mathfrak{E} = e\,i = 100 . 0{,}2 = 20 \text{ Watt.}$$

**106.** Eine Beleuchtunganlage besteht aus 36 [55] (110) hintereinander geschalteten Akkumulatoren von je 2 [1,95] (2,01) Volt elektromotorischer Kraft und 0,002 [0,0053] (0,004) $\Omega$ innerem Widerstande und 20 [22] (100) parallel geschalteten Glühlampen von je 80 [200] (900) $\Omega$ Widerstand. Die Glühlampen sind 30 [50] (800) m von der Stromquelle entfernt und mit dieser durch zwei Kupferdrähte von je 3 [2,5] (4) mm Durchmesser verbunden. (Fig. 26.)

Gesucht wird:

a) der Widerstand des ganzen Stromkreises,

b) Die Stromstärke,

c) die Klemmenspannung der Batterie,

d) der Spannungsverlust in der Leitung,

e) der Effektverlust in der Batterie,

f) der Effektverlust in der Leitung,

g) der in den Lampen verbrauchte Effekt in Watt und Pferdestärken,

h) der Wirkungsgrad, d. i. der Quotient aus dem in den Lampen verbrauchten Effekt und dem von der Batterie geleisteten Effekt.

## Lösungen:

Zu a): Der innere Widerstand der Batterie ist

$$36 \cdot 0{,}002 = 0{,}072\ \Omega.$$

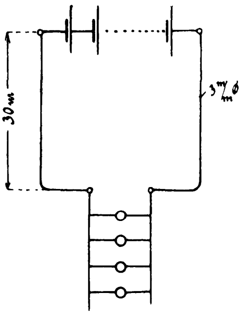


Fig. 26.

Der Widerstand der 30 m langen Hin- und 30 m langen Rück-Leitung ist

$$w = \frac{0{,}0172 \cdot 60}{3^2 \cdot \frac{\pi}{4}} = 0{,}146\ \Omega.$$

Der Widerstand der 20 parallel geschalteten Glühlampen ist $\frac{80}{20} = 4\ \Omega$. Der Widerstand des ganzen Stromkreises ist somit:

$$0{,}072 + 0{,}146 + 4 = 4{,}218\ \Omega.$$

Zu b): $J = \frac{36 \cdot 2}{4{,}218} = 17{,}07$ A.

Zu c): Die Klemmenspannung ist

$e = 2 \cdot 36 - 0{,}072 \cdot 17{,}07 = 70{,}77$ V oder

$e = 17{,}07 \cdot (4 + 0{,}146) = 70{,}77$ V.

Zu d): $\delta = 17{,}07 \cdot 0{,}146 = 2{,}49$ V.

Zu e): Der Effektverlust in der Batterie ist

$i^2 w_i = 17{,}07^2 \cdot 0{,}072 = 20{,}9$ Watt.

Zu f): Der Effektverlust in der Leitung ist

$i^2 w = 17{,}07^2 \cdot 0{,}146 = 42{,}5$ Watt.

Zu g): Der in den Lampen verbrauchte Effekt ist

$i^2 \cdot 4 = 1165$ Watt oder $\frac{1165}{736} = 1{,}582$ PS.

Zu h): Ist $\eta$ der Wirkungsgrad, so ist

$$\eta = \frac{\text{Effekt in den Lampen}}{\text{Effekt der Batterie}} = \frac{1165}{72 \cdot 17{,}07} = 0{,}948,$$

**107.** Ein Strom für 80 [50] (60) parallel geschaltete Glühlampen, deren jede einzelne einen Strom von 0,50 [0,77] (0,2) A braucht und einen Widerstand von 198 [83,4] (1100) $\Omega$ hat, fließt durch eine Leitung von 0,13 [0,2] (0,8) $\Omega$ Widerstand.

Gesucht wird:

a) die gesamte Stromstärke,

b) der gesamte Widerstand der Lampen,

c) die Spannung an den Lampen,

d) der Spannungsverlust in der Leitung,

e) der Effektverbrauch in den Lampen, ausgedrückt in Watt und Pferdestärken,

f) der Effektverlust in der Leitung,

g) die Wärmeentwickelung pro Minute in den Lampen,

h) die Wärmeentwickelung pro Minute in der Leitung.

Lösungen:

Zu a): Die gesamte Stromstärke beträgt

$$J = 80 \,.\, 0{,}51 = 40{,}8 \text{ A}.$$

Zu b): Der Widerstand der parallel geschalteten Lampen ist

$$\frac{198}{80} = 2{,}475 \,\Omega.$$

Zu c): Die Spannung an den Lampen ist

$40{,}8 \,.\, 2{,}475 = 100{,}98$ V oder auch $0{,}51 \,.\, 198 = 100{,}98$ V.

Zu d): Der Spannungsverlust in der Leitung ist

$$\delta = 40{,}8 \,.\, 0{,}13 = 5{,}304 \text{ V}.$$

Zu e): Der Effektverbrauch in den Lampen ist

$$40{,}8 \,.\, 100{,}98 = 4119{,}984 \text{ Watt oder } \frac{4119{,}984}{736} = 5{,}6 \text{ PS}.$$

Zu f): Der Effektverlust in der Leitung ist

$$40{,}8^2 \,.\, 0{,}13 = 216{,}4 \text{ Watt}.$$

Zu g): Die Wärmeentwickelung in 60 Sekunden in den Lampen ist

$Q = 0{,}24\,(e\,i)\,t = 0{,}24 \,.\, 4119{,}984 \,.\, 60 = 59303$ Gramm-Kalorien,

$$Q = 59{,}303 \text{ Kilogramm-Kalorien}.$$

Zu h): Die Wärmeentwickelung in der Leitung ist

$Q = 0{,}24\, i^2\, w\, t = 0{,}24 \,.\, 40{,}8^2 \,.\, 0{,}13 \,.\, 60 = 3114{,}9$ Gramm-Kalorien.

## Vorschaltwiderstände für Bogenlampen.

**108.** Gleichstrombogenlampen brauchen an ihren Klemmen A und B (Fig. 27) durchschnittlich 40 Volt Spannung, so daß die überschüssige Spannung in einem vorgeschalteten Widerstande w vernichtet werden muß. Wie groß muß der Widerstand werden, wenn die Maschinenspannung 65 [60] (110) Volt beträgt und die Lampe mit 8 [10] (12) A brennen soll?

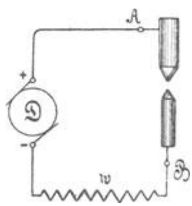


Fig. 27.

Lösung: Die in dem Widerstande w verlorene Spannung beträgt $65 - 40 = 25$ Volt und ist gleich i w, also $iw = 25$, $w = \frac{25}{8} = 3{,}125 \,\Omega$.

**109.** Eine Bogenlampe, deren Klemmenspannung 38 [36] (42) Volt beträgt, wird an eine Stromquelle von 65 Volt angeschlossen. Gesucht wird:

a) der vorgeschaltete Widerstand, wenn die Lampe mit 10 [7] (14) A brennen soll,

b) der in der Lampe verbrauchte Effekt in Watt und Pferdestärken,

c) der in dem Widerstande verlorene Effekt in Watt und Pferdestärken,

d) die in 1 Minute in der Lampe entwickelte Wärmemenge,

e) die in 1 Minute im Widerstande entwickelte Wärmemenge,

f) der Wirkungsgrad der Bogenlampe, d. h. der Quotient:

$$\frac{\text{Nutzeffekt der Bogenlampe}}{\text{Gesamteffekt}}.$$

Lösungen:

Zu a): Aus $i\,w = 65 - 38$ folgt $w = \frac{27}{10} = 2{,}7\ \Omega$.

Zu b): Der in der Lampe verbrauchte Effekt ist

$$38 \,.\, 10 = 380 \text{ Watt oder } \frac{380}{736} = 0{,}516 \text{ PS.}$$

Zu c): Der in dem Widerstande verlorene Effekt ist

$$i^2 w \text{ oder } iw \,.\, i = 27 \,.\, 10 = 270 \text{ Watt oder } \frac{270}{736} = 0{,}367 \text{ PS.}$$

Zu d): Die in einer Minute entwickelte Wärmemenge in der Lampe ist

$$Q = 0{,}24\, e\, i\, t = 0{,}24 \,.\, 38 \,.\, 10 \,.\, 60 = 5472 \text{ Gramm-Kalorien.}$$

Zu e): Die in einer Minute in dem Widerstande entwickelte Wärmemenge ist

$$Q = 0{,}24\ i^2 w\, t = 0{,}24 \,.\, 10^2 \,.\, 2{,}7 \,.\, 60 = 3888 \text{ Gramm-Kalorien.}$$

Zu f): Der Wirkungsgrad $\eta$ ist: $\eta = \frac{38 \,.\, 10}{65 \,.\, 10} = 0{,}585$

**110.** Warum muß einer Bogenlampe ein Widerstand vorgeschaltet werden?

Die Beantwortung folgt aus der Aufgabe 111.

**111.** Eine Bogenlampe ist auf 38 [39] (42) Volt Spannung an ihren Klemmen einreguliert. Durch den Abbrand der Kohlen wird der Bogen länger und der Mechanismus, welcher die Regulierung besorgt, nähert die Kohlen erst dann einander, wenn die Spannung auf 38,5 [39,5] (42,5) V gestiegen ist, wobei jetzt jedoch die Kohlen einander soviel genähert werden, daß die Spannung auf 37,5 [38,5] (41,5) Volt sinkt. Eine derartige Lampe wird an eine Betriebsspannung von 42 [40] (44) Volt angeschlossen und soll normal mit 8 [8] (14) A brennen. Gesucht wird:

a) der vorzuschaltende Widerstand,

b) die Stromstärke, wenn die Lampenspannung auf 38,5 [39,5] (42,5) Volt gestiegen ist,

c) die Stromstärke, wenn die Lampenspannung auf 37,5 [38,5] (41,5) Volt gesunken ist,

d) die der Stromstärke entsprechende Kerzenzahl, wenn 1 A Strom etwa 100 Kerzen gibt?

Lösungen:

Zu a): Der vorzuschaltende Widerstand w folgt aus

$$iw = 42 - 38;\; w = \frac{4}{8} = 0{,}5\ \Omega.$$

Zu b): Die Stromstärke folgt aus

$$iw = 42 - 38{,}5,\; i = \frac{42 - 38{,}5}{0{,}5} = 7\ \text{A}.$$

Zu c): Es ist $i = \frac{42 - 37{,}5}{0{,}5} = 9$ A.

Zu d): Die Lampe gibt bei 7 A 700 Kerzen und bei 9 A 900 Kerzen.

**112.** Wie groß werden die Schwankungen der Strom- und Kerzen-Stärken, wenn die Lampe an 58 [65] (65) Volt Betriebsspannung angeschlossen wird?

Lösung: Der vorzuschaltende Widerstand ist in diesem Falle

$$w = \frac{58 - 38}{8} = 2{,}5\ \Omega.$$

Steigt die Lampenspannung auf 38,5 V an, so wird die Stromstärke

$$i = \frac{58 - 38{,}5}{2{,}5} = \frac{19{,}5}{2{,}5} = 7{,}8\ \text{A}.$$

Sinkt die Lampenspannung auf 37,5 Volt, so wird jetzt die Stromstärke $i = \frac{58 - 37{,}5}{2{,}5} = \frac{20{,}5}{2{,}5} = 8{,}2$ A; die Kerzenstärke schwankt daher beim Regulieren nur zwischen 780 und 820 Kerzen.

## Berechnung der Drahtstärken von Widerständen.

Wenn einem Körper Wärme zugeführt wird, so erfährt er zunächst eine Temperaturzunahme, schließlich erreicht er aber eine Temperatur, welche nicht mehr steigt. Von diesem Augenblick an ist die ihm zugeführte Wärme gleich der an die Umgebung abgegebenen. Die abgegebene Wärme wächst proportional der Oberfläche des Körpers und proportional der Temperaturdifferenz gegen die Umgebung. Sie hängt außerdem ab von der Beschaffenheit der Oberfläche, indem eine rauhe, schwarze Oberfläche mehr Wärme ausstrahlt, wie eine glatte, von heller Farbe. Führt man die Wärme in Form von Stromwärme zu, so ist dieselbe in einer Sekunde $0{,}24\ i^2 w$; die abgeführte dagegen in derselben Zeit C O T, wo C eine Konstante, O die Oberfläche des ausstrahlenden Körpers in Quadratzentimeter und T die Temperaturerhöhung in Celsiusgraden gegen die Umgebung bezeichnet. Nach obigem muß also sein:

$$0{,}24\ i^2 w = C\ O\ T.$$

Die weitere Entwicklung der Formel unterscheidet zwischen runden Drähten und rechteckigen Bändern.

Für runde Drähte ist $O = \pi\, d\, l\ \mathrm{cm}^2$

$$w = \frac{c\,l}{q} = \frac{c\,l}{\frac{\pi\, d^2}{4}\,.\,10\,000}.$$ (Der Nenner 10000 ist zuzufügen, weil $l$ in cm gesetzt werden muß anstatt in m, ebenso $\frac{\pi\, d^2}{4}$ in $\mathrm{cm}^2$ erhalten wird anstatt in $\mathrm{mm}^2$.) Hiermit wird

$$0{,}24\ i^2 \frac{c\ l}{\frac{\pi\ d^2}{4}\,.\,10\,000} = CT\ \pi\, d\, l,$$

woraus $$d_{(cm)} = \sqrt[3]{\frac{0{,}24\,.\,4\,.\,c\,.\,i^2}{\pi^2\,.\,10000\,.\,CT}} = 0{,}0213\sqrt[3]{\frac{c\ i^2}{CT}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 12.$$

Für Bänder von der Breite $b_{(cm)}$, der Dicke $\delta$, ist

$$O = 2\ (b + \delta)\ l \text{ und } w = \frac{c\ l}{b\ \delta\ 10000}.$$

Hiermit wird

$$\frac{0{,}24\ i^2\ c\ l}{b\ \delta\,.\,10000} = CT\,.\,2\ (b + \delta)\ l,$$

woraus

$$(b + \delta)\ b = \frac{0{,}24\ i^2\ c}{2\ \delta\ CT\ 10000} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 12a$$

folgt. Man verwendet in der Regel nur Bänder, welche sehr dünn im Vergleich zur Breite sind; für diese kann $\delta$ gegen b vernachläßigt werden, und man erhält

$$b = \sqrt{\frac{0{,}24\ i^2\ c}{2\ \delta\ CT\ 10000}} = 0{,}00346\ i\sqrt{\frac{c}{CT\ \delta}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 12b.$$

### Temperaturzuwachs in kleinen Zeiten.

In manchen Fällen wird einem Körper nur eine kurze Zeit Wärme zugeführt, so daß die Ausstrahlung in dieser Zeit vernachläßigt werden kann.

Bezeichnet Q die zugeführte Wärme, $c_1$ die spezifische Wärme, d. h. die Wärmemenge, welche erforderlich ist, um dem Gewichte von 1 Gramm einen Temperaturzuwachs von 1° C zu erteilen, T die Temperaturzunahme, so ist für g Gramm

$$Q = c_1 \, g \, T.$$

Nun ist für t Sekunden

$$Q = 0{,}24 \, i^2 \, w \, t; \; g = q \, l \, \gamma \; (\gamma \text{ spez. Gewicht}) \; w = \frac{c \, l}{q},$$

$$\text{so daß } 0{,}24 \, i^2 \frac{c \, l}{q} \, t = c_1 \, q \, l \, \gamma \, T \text{ wird,}$$

woraus

$$T = \left(\frac{i}{q}\right)^2 t \frac{0{,}24 \, c}{c_1 \, \gamma} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 13$$

folgt.

5. Tabelle der Werte $\frac{0{,}24 \, c}{c_1 \, \gamma}$ und C.

| Material | $\frac{0{,}24 \, c}{c_1 \, \gamma}$ | C |
|---|---|---|
| Kupfer . . . . . . . . | 0,005 | 0,0006 bis 0,00077 |
| Eisen . . . . . . . . | 0,0304 | 0,0006 |
| Blei . . . . . . . . . . | 0,140 | 0,000209 |
| Nickelin . . . . . . . | 0,119 | 0,000146 |
| Kruppin . . . . . . . | 0,21 | 0,000244 |

**113.** Es ist der Vorschaltwiderstand aus Kruppin [Nickelin] (Eisen) für eine Bogenlampe von 10 [8] (16) A zu berechnen, deren Klemmenspannung 38 [36] (42) V beträgt, wenn dieselbe an eine Betriebsspannung von 65 [66] (65) V angeschlossen wird und eine Temperaturerhöhung von 80° [100°] (150°) zulässig sein soll.

Lösung: Der Widerstand folgt aus $i w = 65 - 38$; $w = \frac{27}{10} = 2{,}7 \, \Omega$. Für Kruppindraht, für welchen $c = 0{,}85$ (Tabelle 3) und $C = 0{,}000244$ (Tabelle 5) ist, wird nach Formel 12

$$d = 0{,}0213 \sqrt[3]{\frac{0{,}85 \cdot 10^2}{0{,}000244 \cdot 80}} = 0{,}35 \text{ cm} = 3{,}5 \text{ mm}.$$

Die Drahtlänge folgt aus $w = \frac{c \, l}{q}$; $l = \frac{w \, q}{c} = \frac{2{,}7 \cdot 3{,}5^2 \cdot \pi}{0{,}85 \cdot 4} = 30{,}6 \text{ m}.$

Wickelt man den Draht zu einer Spirale von 20 mm mittlerem Durchmesser, so ist der Umfang einer Windung angenähert $20\,\pi = 63$ mm, so daß man $30\,600 : 63 = 486$ Windungen wickeln muß. Zieht man diese Spirale auseinander, so daß eine Windung von der andern 5 mm Abstand erhält, so wird die Länge der Spirale $486 \,.\, 5 = 2430$ mm. Teilt man die Spirale in 6 gleich lange Stücke, so kommt auf ein Stück die Länge $2430 : 6 = 405$ mm, welches die

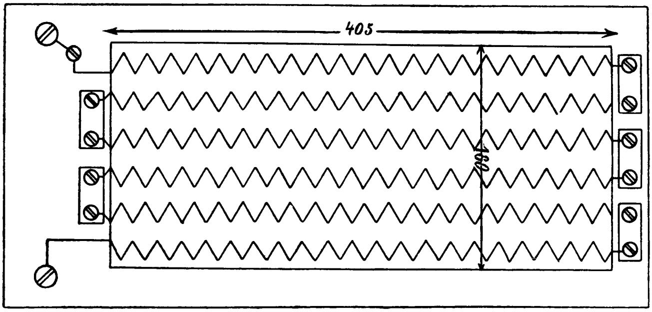



Fig. 28.

Längendimension des Rahmens, auf den der Draht aufgespannt wird, ist. Die Breite findet man, wenn man als Entfernung von der Mitte der einen Spirale zur nächsten 30 mm annimmt: $5 \,.\, 30 + 2 \,.\, 15 = 180$ mm. Der Widerstand erhält also die durch Figur 28 dargestellten Dimensionen.

**114.** Welcher Strom darf durch einen Widerstand von 2 [3,5] (10) $\Omega$ geleitet werden, der aus einem 3 [2,5] (2) mm dicken Eisendraht besteht, wenn die Temperaturerhöhung $15^0$ C nicht übersteigen soll? Welche Oberfläche kommt hierbei auf jedes in Wärme umgesetzte Watt?

$$C = 0{,}0006 \text{ (Tabelle 5)}, \quad c = 0{,}1 \text{ (Tabelle 3)}.$$

Lösung: Aus $d = 0{,}0213 \sqrt[3]{\dfrac{c\,i^2}{C\,T}}$ folgt

$$i = \sqrt{\left(\frac{d}{0{,}0213}\right)^3 \frac{C\,T}{c}} = \sqrt{\left(\frac{0{,}3}{0{,}0213}\right)^3 \frac{0{,}0006 \,.\, 15}{0{,}1}} = 15{,}8 \text{ A}.$$

Die Länge des aufgewickelten Drahtes folgt aus

$$w = \frac{c\,l}{q}, \quad l = \frac{w\,q}{c} = \frac{2 \,.\, 7}{0{,}1} = 140 \text{ m}.$$

Die Oberfläche ist $d\,\pi\,l = 0{,}3\,\pi \,.\, 14\,000 = 13\,150$ cm$^2$.

Die in Wärme umgesetzte Wattzahl ist $i^2 w = 15{,}8^2 \,.\, 2 = 500$ Watt.

Die auf ein Watt entfallende Oberfläche (die spezifische Oberfläche) ist demnach

$$\frac{13150}{500} = 26{,}3 \text{ cm}^2.$$

**115.** Nach den Angaben über Kruppin steigt die Temperatur eines 1 m langen, 1 [2] (3) mm dicken Kruppindrahtes auf 80° C, wenn durch ihn ein Strom von 1,33 [3,76] (6,91) A fließt. Wie groß wird hiernach die Konstante C in der Formel

$$0{,}24\ i^2 w = C\, O\, T,$$

wenn man die Anfangstemperatur zu 20° annimmt?

Lösung: $C = \dfrac{0{,}24\, i^2\, w}{\pi\, d\, l\, T}$.

Nun ist $i = 1{,}33$ A, $w = \dfrac{c\, l}{q} = \dfrac{0{,}848\,.\,1\,.\,4}{1^2\,\pi} = 1{,}084\ \Omega$,
$d = 0{,}1$ cm, $l = 100$ cm, $T = 60°$; also wird

$$C = \frac{0{,}24\,.\,1{,}33^2\,.\,1{,}084}{\pi\,.\,0{,}1\,.\,100\,.\,60} = 0{,}000244 \text{ (Kruppin).}$$

Hätte man $w = \dfrac{c\, l}{q}$ gesetzt und nicht erst ausgerechnet, so muß wegen der Einheit des Maßes geschrieben werden $w = \dfrac{c\, l}{q\,.\,10\,000}$,

so daß $C = \dfrac{0{,}24\, i^2\, c\, l}{10\,000\, q\, \pi\, d\, l\, T}$ wird.

Nun ist aber $q = \dfrac{\pi\, d^2}{4}$ also wird $C = \dfrac{0.24\, i^2\, c\,.\,4}{10\,000\, \pi^2\, d^3\, T}$.

Für $i = 1{,}33$ A, $c = 0{,}85$, $d = 0{,}1$ cm, $T = 60°$ erhält man

$$C = \frac{0{,}24\,.\,0{,}85\,.\,4\,.\,1{,}33^2}{10\,000\,.\,\pi^2\,.\,0{,}1^3\,.\,60} = 0{,}000244 \text{ wie oben.}$$

**116.** Es ist eine rechteckige Bleisicherung zu berechnen, welche bei einem Strom von 300 [200] (150) A schmilzt, wenn $C = 0{,}000209$ gesetzt werden darf.

Lösung: Aus der Formel 12b folgt die Streifenbreite, wenn man die Dicke zu 3 mm, also $\delta = 0{,}3$ cm annimmt,

$$b = 0{,}00346\,.\,300 \sqrt[3]{\frac{0{,}208}{0{,}000209\,.\,300\,.\,0{,}3}} = 3{,}44 \text{ cm.}$$

**117.** Welchen Widerstand besitzt diese Sicherung, und wie groß ist der in ihr verlorene Effekt, wenn 150 [100] (75) A durch sie fließen?

Lösung: Die Streifenlänge einer solchen Sicherung wird gewöhnlich zu 70 mm angenommen, somit wird

$$w = \frac{0{,}208 \,.\, 0{,}07}{34{,}4 \,.\, 3} = 0{,}000142 \,\Omega.$$

Der Effektverlust bei 150 A ist: $150^2 \,.\, 0{,}000142 = 3{,}2$ Watt.

**118.** Welchen Temperaturzuwachs erhält ein Kruppindraht von 4 [2,3] (1,8) mm Durchmesser, wenn durch denselben 10 [12] (16) Sek. lang ein Strom von 42,2 [20] (15) A fließt?

Lösung: $T = \left(\frac{42{,}2}{12{,}56}\right)^2 10 \,.\, 0{,}21 = 23{,}7^0$ C.

§ 12.

## Das Coulombsche Gesetz.

**Gesetz 10: Zwei gleichnamige magnetische Mengen stoßen sich ab mit einer Kraft, die direkt proportional dem Produkte der beiden Mengen und umgekehrt proportional dem Quadrate ihrer Entfernung ist.** (Coulombsches Gesetz).

Ungleichnamige Mengen ziehen sich in gleicher Weise an. Bezeichnet man mit P die wirksame Kraft, mit $m_1$ und $m_2$ die magnetischen Mengen und mit r ihren Abstand, so ist

$$P = \pm \frac{m_1 \, m_2}{r^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 14.$$

Das + Zeichen bezeichnet Abstoßung, das — Zeichen Anziehung.

Sind die beiden Mengen gleich, so wird $P = \pm \frac{m^2}{r^2}$.

Die Einheit der Kraft P bildet das Dyne (Dyn), das ist die Kraft, welche der Masse, die 1 g wiegt, in jeder Sekunde die Beschleunigung von 1 cm erteilt.

Die Mechanik lehrt, daß $P = \frac{G}{g}\, p$ ist. Setzt man G = 1 Gramm, g = 981 cm, p = 1 cm, so wird $P = \frac{1}{981}$ Gramm, d. h. 1 Dyne (Dyn) $= \frac{1}{981}$ Gramm Kraft.

Arbeit nennt man bekanntlich das Produkt aus Kraft und Weg. Die Einheit der Arbeit im absoluten Maßsystem ist also die Arbeit, welche die Kraft 1 Dyne, während des Weges 1 cm leistet. Diese Einheit heißt Erg. Es ist also

$$1 \text{ Dyne} \times 1 \text{ cm} = 1 \text{ Erg}.$$

In der Mechanik ist die Arbeitseinheit 1 Kilogramm × 1 m (1 mkg), also ist

$$1 \text{ mkg} = 1 \text{ kg} \times 1 \text{ m},$$
$$1 \text{ mkg} = 981\,000 \text{ Dyne} \times 100 \text{ cm},$$
$$1 \text{ mkg} = 9{,}81 \,.\, 10^7 \text{ Erg}.$$

Nun sind aber 424 mkg gleichwertig 1 Kilogrammkalorie, oder 424 mkg sind gleichwertig 1000 Grammkalorien, oder $424 \,.\, 9{,}81 \,.\, 10^7$ Erg sind gleichwertig 1000 Grammkalorien. 1 Grammkalorie ist gleichwertig $0{,}424 \,.\, 9{,}81 \,.\, 10^7$ Erg.

$$10^7 \text{ Erg sind gleichwertig } \frac{1 \text{ Grammkalorie}}{0{,}424 \,.\, 9{,}81} = 0{,}24 \text{ Grammkalorie.}$$

1 Joule ist gleichwertig 0,24 Grammkalorie, also ist 1 Joule $= 10^7$ Erg. Wird die Arbeit in einer Sekunde geleistet, so heißt sie Effekt. Die Einheit des Effektes ist 1 Watt oder Volt-Ampère, das ist 1 Joule pro Sekunde. Hiernach sind

$$10^7 \text{ Erg pro Sekunde} = 1 \text{ Watt.}$$

**119.** Zwei gleiche magnetische Mengen stoßen sich in einem Abstande von 5 [8] (7) cm mit einer Kraft von 16900 [14400] (18900) Dyne ab; wie groß ist jede der beiden Mengen?

Lösung: Es ist $r = 5$ cm, $P = 16900$, also folgt aus

$$P = \frac{m_1 m_2}{r^2} = \frac{m^2}{r^2},$$

$m = r \sqrt{P} = 5 \sqrt{16900} = 5 \,.\, 130 = 650$ magnetische (c, g, s) Einheiten.

**120.** Zwei gleiche magnetische Mengen 300 [1500] (2000) (c, g, s) Einheiten stoßen sich mit einer Kraft von 1200 [6000) (8000) Dyne ab. Wie groß ist der Abstand der beiden Mengen?

Lösung: Aus $P = \frac{m^2}{r^2}$ folgt $r = \frac{m}{\sqrt{P}} = \frac{300}{\sqrt{1200}} = 8{,}66$ cm.

**121.** Welche Kraft übt ein Magnet von 20 [24] (26) cm Länge aus, dessen Enden aus je 100 [200] (1500) magnetischen Einheiten bestehen, auf eine nordmagnetische Menge von 40 [70] (85) (c, g, s) Einheiten, wenn dieselbe 10 [12] (20) cm vom Nordpol des Magneten entfernt ist? (Fig. 29.)

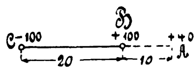


Fig. 29.

Lösung: Der Nordpol B stößt die in A befindliche Menge ab mit einer Kraft:

$$P_1 = \frac{100 \,.\, 40}{10^2} = 40 \text{ Dyne.}$$

Der Südpol C zieht die in A befindliche Menge an mit der Kraft:

$$P_2 = \frac{100 \,.\, 40}{(20 + 10)^2} = 4{,}44 \text{ Dyne.}$$

Da beide Kräfte in die gleiche Richtung fallen, so bleibt als resultierende die abstoßende Kraft:

$$P = P_1 - P_2 = 40 - 4{,}44 = 35{,}56 \text{ Dyne.}$$

**122.** Wie gestaltet sich das Resultat der vorigen Aufgabe, wenn A senkrecht über der Mitte von CB im Abstande von 10 [12] (18) cm sich befindet? (Fig. 30.)

**Lösung:** Der Nordpol B stößt die in A befindliche Masse ab mit einer Kraft:

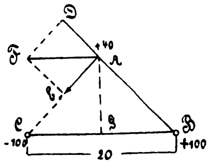


Fig. 30.

$$P_1 = \frac{100.40}{\overline{AB}^2} = \frac{100.40}{10^2 + 10^2} = 20 \text{ Dyne} = \overline{AD}.$$

Der Südpol C zieht die in A befindliche Menge an mit der Kraft:

$$P_2 = \frac{100.40}{\overline{CA}^2} = \frac{100.40}{10^2 + 10^2} = 20 \text{ Dyne} = \overline{AE}.$$

Da $\triangle$ FAD $\sim$ $\triangle$ ABC ist, gilt die Proportion:

$$\overline{AF} : \overline{AD} = \overline{CB} : \overline{AB}$$

$$\text{mithin } \overline{AF} = \frac{\overline{AD} \cdot \overline{CB}}{\overline{AB}} = \frac{20 \cdot 20}{\sqrt{10^2 + 10^2}} = 28{,}3 \text{ Dyne.}$$

**123.** Welches Drehungsmoment würde die in A befindliche magnetische Menge der vorigen Aufgabe auf den um G in der Papierebene drehbaren Magnetstab ausüben?

**Lösung:** Der Pol A stößt den Pol B ab mit der Kraft von 20 Dyne. Diese Kraft sei $\overline{BL}$ (Fig. 31). Der Pol A zieht den Pol C mit derselben Kraft von 20 Dyne an, dieselbe sei $\overline{CH}$. Nun ist aber Drehungsmoment = Kraft $\times$ Hebelarm, wo unter Hebelarm die Normale vom Drehpunkt auf die Kraftrichtung verstanden wird. Die Hebelarme sind also die Längen $\overline{GM}$ und $\overline{GN}$. Da beide Kräfte $\overline{BL}$ und $\overline{CH}$ den Magneten im gleichen Sinne zu drehen suchen, so addieren sich die Drehungsmomente. Also

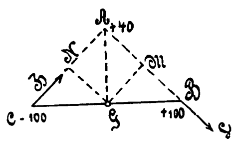


Fig. 31.

$$\text{Drehungsmoment} = \overline{BL} \cdot \overline{GM} + \overline{CH} \cdot \overline{GN}.$$

$$\text{Nun ist } \overline{GM} = \overline{GN} = \frac{1}{2}\overline{AC} = \frac{1}{2}\overline{AB}.$$

$$\overline{AB}^2 = \overline{BG}^2 + \overline{AG}^2 = 10^2 + 10^2$$

$$\text{oder } \overline{AB} = 10\sqrt{2}; \ \overline{GM} = \frac{1}{2} \cdot 10\sqrt{2}$$

$$\text{folglich Drehungsmoment} = 2 \cdot \overline{BL} \cdot \frac{1}{2} 10\sqrt{2};$$

$$= 2 \cdot 20 \cdot \frac{1}{2} \cdot 10\sqrt{2} = 283 \text{ (c, g, s) Einheiten.}$$

**124.** Ein Stabmagnet von 20 [30] (40) cm Länge, dessen Enden je 200 [800] (1000) (c, g, s) Einheiten magnetischer, entgegengesetzter

Mengen enthalten, ist in vertikaler Lage festgeklemmt. In derselben Vertikalen wird ein Magnet von 3 [4] (5) cm Länge, dessen Enden die magnetischen Mengen $\pm$ 80 [100] (200) (c, g, s) besitzen, in einem Abstand von 2 [1,5] (0,8) cm schwebend erhalten. Wie groß ist das Gewicht des unteren Magneten? (Fig. 32.)

Lösung: Der Pol A zieht den Pol C an mit einer Kraft

$$P_1 = \frac{200 \cdot 80}{2^2} = -4000 \text{ Dyne.}$$

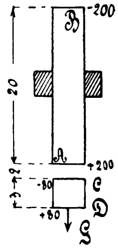


Fig. 32.

Der Pol B zieht D an mit der Kraft

$$P_2 = \frac{200 \cdot 80}{(20+2+3)^2} = -25{,}6 \text{ Dyne.}$$

Die Abstoßung, die der Pol C von B erleidet, ist

$$P_3 = \frac{200 \cdot 80}{(20+2)^2} = +33 \text{ Dyne.}$$

Die Pole A und D stoßen sich ab mit einer Kraft

$$P_4 = \frac{200 \cdot 80}{5^2} = +640 \text{ Dyne.}$$

Das Gewicht des kleinen Magneten muß nun sein

$$G = P_1 + P_2 - P_3 - P_4 = 4025{,}6 - 673 = 3352{,}6 \text{ Dyne}$$

oder $$G = \frac{3352{,}6}{981} = 3{,}42 \text{ Gramm.}$$

**125.** Die Horizontalkomponente des Erdmagnetismus beträgt an einem bestimmten Orte 0,204 [185] (0,21) (c, g, s) Einheiten, der Inklinationswinkel 60° [70°] (45°). Wie groß ist hiernach die Vertikalkomponente und die Intensität des Erdmagnetismus? (Fig. 33.)

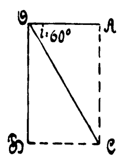


Fig. 33.

Lösung: Es sei $\overline{OA} = 0{,}204$ die Horizontalkomponente, $\overline{OB}$ die Vertikalkomponente und $\overline{OC}$ die Intensität des Erdmagnetismus, so ist

$$\overline{OB} = \overline{OA} \operatorname{tg} i = 0{,}204 \operatorname{tg} 60^0 = 0{,}204 \sqrt{3} = 0{,}354.$$

$$\overline{OC} = \sqrt{\overline{OA}^2 + \overline{OB}^2} = \sqrt{0{,}204^2 + 0{,}354^2} = 0{,}408 \text{ (c, g, s) Einheiten.}$$

**126.** Auf eine in horizontaler Ebene drehbare Magnetnadel von 3 [5] (6) cm Länge und einer Polstärke von $\pm$ 60 [$\pm$ 100] ($\pm$ 120) Einheiten wirkt, senkrecht zur Meridianebene, auf jeden Pol eine Kraft von 10 [30] (12) Dyne. Unter welchem Winkel kommt die Nadel ins Gleichgewicht, wenn die Horizontalkomponente den Wert 0,2 [0,15] (0,186) besitzt?

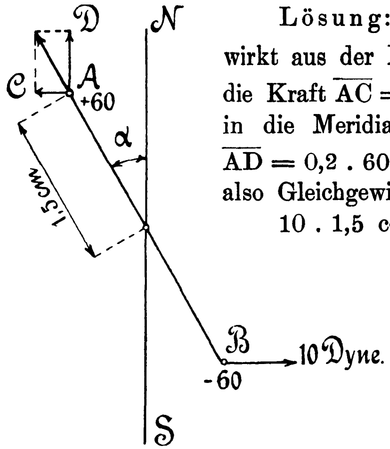



Fig. 34.

**Lösung:** Auf den Nordpol A (Fig. 34) wirkt aus der Meridianebene $\overline{NS}$ herausdrehend die Kraft $\overline{AC} = 10$ Dyne am Hebel 1,5 cos $\alpha$; in die Meridianebene dreht zurück die Kraft $\overline{AD} = 0{,}2 \cdot 60$ am Hebel 1,5 sin $\alpha$. Es tritt also Gleichgewicht ein, wenn

$$10 \cdot 1{,}5 \cos \alpha = 0{,}2 \cdot 60 \cdot 1{,}5 \sin \alpha$$

ist. Hieraus folgt

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{10}{12}, \quad \alpha = 39^0\, 40'.$$

**127.** Wieviel Dyne wirken auf die Magnetnadel der vorigen Aufgabe, wenn der Ausschlag $45^0$ beträgt?

**Lösung:** Es muß $\overline{AC} \cdot 1{,}5 \cos \alpha = 0{,}2 \cdot 60 \cdot 1{,}5 \sin \alpha$ sein. $\overline{AC} = 12 \operatorname{tg} \alpha = 12 \operatorname{tg} 45^0 = 12$ Dyne.

**128.** Eine nordmagnetische Menge m befindet sich im magnetischen Felde der Erde, deren Horizontalkomponente $H_e = 0{,}2$ [0,195] (0,186) ist. Von Westen her wird ein in der Nord-Süd-Richtung gehaltener Magnetstab NS genähert, dessen Länge 24 [30] (20) cm und dessen Moment 10160 [20000] (18000) (c, g, s) beträgt. Wie groß ist die Kraft, welche auf die Menge m = 1 ausgeübt wird a) in 30 cm, b) in 37 cm, c) in 40 cm Abstand des Stabes?

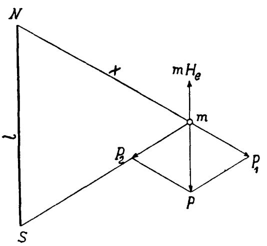



Fig. 35.

**Lösung:** Der Nordpol N stößt die nordmagnetische Menge m ab mit der Kraft $P_1 = \frac{\mu\, m}{x^2}$, während sie der Südpol S mit gleicher Kraft $P_1$ anzieht. Die Resultierende aus den beiden Kräften sei P. Da $\triangle P_1 m P \sim \triangle m N S$ ist, folgt

$$P_1 : P = x : l \text{ oder } P = P_1 \frac{l}{x} = \frac{\mu\, m}{x^2} \frac{l}{x}.$$

Nun ist $\mu l = M$ das magnetische Moment des Stabes, also

$$P = \frac{m M}{x^3}.$$

Eine nordmagnetische Menge m wird von dem magnetischen Nordpol der Erde in horizontaler Richtung angezogen mit der

Kraft $m H_e$. Diese Kraft wirkt also der Kraft P entgegen, und die Differenz beider ist

$$R = \frac{m M}{x^3} - m H_e.$$

Für a) ist

$m = 1$, $M = 10160$, $x = \sqrt{12^2 + 30^2} = 32{,}3$ cm $H_e = 0{,}2$, also

$$R = \frac{10160}{32{,}3^3} - 0{,}2 = 0{,}302 - 0{,}2 = 0{,}102$$

$$\text{b) } R = \frac{10160}{\left(\sqrt{12^2 + 37^2}\right)^3} - 0{,}2 = 0{,}200 - 0{,}2 = 0$$

d. h. stellt man in m eine kleine Magnetnadel auf, so wird sie richtungslos.

$$\text{c) } R = \frac{10160}{\left(\sqrt{12^2 + 40^2}\right)^3} - 0{,}2 = 0{,}193 - 0{,}2 = -0{,}007.$$

## § 13.

## Kraftlinien und Tragkraft von Magneten.

**129.** Wieviel Kraftlinien sendet ein Magnetstab aus, dessen Enden je 400 [1000] (800) (c, g, s) Einheiten besitzen?

Lösung: Die Kraftlinienzahl, die von einem Pol ausgeht, ist $\Phi = 4 \pi m$, . . . . . . . . . . . . . 15

wo m die Anzahl der magnetischen Mengen eines Poles bezeichnet, es ist also $\Phi = 4 \pi . 400 = 5000$ Linien.

**130.** Ein Magnetstab von kreisrundem Querschnitt sendet 10000 [12000] (25000) Kraftlinien aus; wie groß ist hiernach seine Polstärke?

Lösung: $m = \frac{\Phi}{4 \pi} = \frac{10000}{4 \pi} = 800$ (c, g, s) Einheiten.

**131.** Der Magnetstab der vorigen Aufgabe besitzt einen Durchmesser von 2 [2] (2) cm. Wie groß ist die Kraftliniendichte an der Endfläche, wenn vorausgesetzt wird, daß sämtliche Kraftlinien aus derselben austreten?

Lösung: Die Kraftliniendichte B ist der Quotient aus Kraftlinienzahl und Querschnitt; es ist demgemäß:

$$B = \frac{10000}{3{,}14} = 3200 \text{ (c, g, s) Einheiten.}$$

**132.** Welche Kraft P ist erforderlich, um ein Stück weiches Eisen von dem Magnetende der vorigen Aufgabe abzureißen, wenn die Kraft nach der Formel

$$P = \frac{B^2 Q}{8\pi} \text{ Dyne} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 16$$

berechnet wird.

Lösung: $P = \frac{3200^2 . 3{,}14}{8\pi} = 1\,285\,000$ Dyne

oder $P = \frac{1\,285\,000}{981} = 1310$ Gramm oder 1,31 kg.

**133.** Ein Magnetstab von 4 [3] (5) $cm^2$ Querschnitt ist imstande, ein weiches Eisenstück mit einer angehängten Last von 2 [1,5] (4,5) kg zu tragen. Wie groß ist hiernach die Induktion B?

Lösung: 2 kg = 2000 . 981 = 1962000 Dyne.

Aus
$$P = \frac{B^2 Q}{8\pi}$$
folgt:
$$B = \sqrt{\frac{P . 8\pi}{Q}} = \sqrt{\frac{1962000 . 8\pi}{4}} = 3500 \text{ (c, g, s) Einheiten.}$$

**134.** Ein Hufeisenmagnet ist imstande, an seinem Anker 5 [8] (20) kg zu tragen. (Fig. 36.) Seine Dicke senkrecht zur Papierebene beträgt 1 [1,5] (4) cm, die Breite 3 [4] (5) cm. Wie groß ist hiernach die Induktion zwischen den Übergangsstellen von Magnet und Anker, und wie viele Kraftlinien gehen vom Nordpol zum Südpol?

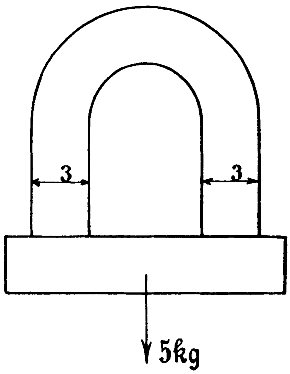


Fig. 36.

Lösung: Da zwei Trennflächen vorhanden sind, so ist die Tragkraft $P = 2\,\frac{B^2 Q}{8\,\pi}$, woraus
$$B = \sqrt{\frac{4\pi P}{Q}}$$
folgt, oder
$$B = \sqrt{\frac{4\,\pi . (5 . 1000 . 981)}{3 . 1}} = 4540.$$

Die Kraftlinienzahl, welche vom Nordpol zum Südpol durch das Ankereisen hindurchgeht, ist

$$\Phi = QB = 3 . 4540 = 13620 \text{ Linien.}$$

## § 14.

## Wirkung eines stromdurchflossenen Leiters auf eine magnetische Menge.

Ein kurzes Stück eines stromdurchflossenen Leiters übt auf eine außerhalb gelegene magnetische Menge eine Kraft aus, die senkrecht zur Ebene steht, die durch das Leiterstück und die magnetische Menge geht. — Die Größe der Kraft ist durch das

Biotsche und Savartsche Gesetz

bestimmt, das sich durch die Formel ausdrücken läßt:

$$dP = \frac{m\,i\,ds}{r^2} \sin\omega \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 17.$$

Hierin bedeutet m die magnetische Menge, deren Abstand von dem stromdurchflossenen Leiterelement r ist.

Nach dem Coulombschen Gesetz kann $\frac{m}{r^2}$ als die Kraft aufgefaßt werden, mit welcher die magnetische Menge 1 auf die magnetischen Menge m im Abstande r einwirkt; diese Kraft wird aber durch die Kraftliniendichte an der Stelle des Leiterelements ausgedrückt; bezeichnet man dieselbe mit B, so ist $dP = B\,i\,d\,s \sin\omega$.

In den meisten praktischen Fällen stehen die Kraftlinien senkrecht zum Leiterelement, es ist also $\omega = 90^0$, so daß

$$dP = B\,i\,d\,s$$

wird. Ist B längs eines Leiters konstant, so wird

$$P = Bi\int_0^b ds = \mathbf{Bib} \text{ Dyne}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 18.$$

wo b die Länge des Leiters im konstanten Kraftlinienfelde bedeutet; die Stromstärke i muß in (c, g, s) Einheiten gesetzt werden; wobei 10 A = 1 (c, g, s) Einheit ist.

**135.** Ein Draht eines Trommelankers wird von einem Strome von 40 [30] (160) A durchflossen und befindet sich auf 15 [18] (30) cm Länge in einem magnetischen Felde von 5000 [6000] (9000) (c, g, s) Einheiten-Dichte. Mit welcher Kraft wird der Stab senkrecht zu den Kraftlinien fortgetrieben? (Fig. 37.)

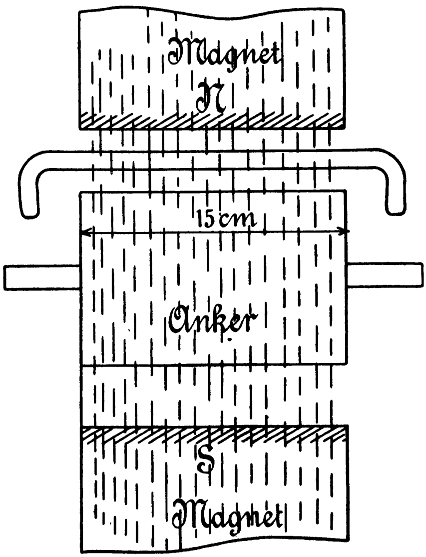



Fig. 37.

Lösung: 40 A sind 4 (c, g, s) Einheiten, mithin

$$P = 5000 . 4 . 15 = 300000 \text{ Dyne.}$$

**136.** Welcher Effekt wird auf den Anker übertragen, wenn sich gleichzeitig 200 [150] (150) Stäbe unter den Magnetpolen befinden, deren Abstand von der Ankermitte 8 [10] (20) cm beträgt, und die Umdrehungszahl 1200 [960] (480) pro Minute ist?

Lösung: Die Umfangskraft pro Stab ist

$$\frac{300000}{1000 . 981} = 0{,}305 \text{ kg},$$

also für alle 200 Stäbe:

$$P = 200 . 0{,}305 = 61 \text{ kg.}$$

Die Umfangsgeschwindigkeit der Stäbe ist

$$v = \frac{\pi D n}{60} = \frac{\pi . 2 . 8 . 1200}{60} = 1000 \text{ cm},$$

mithin der gesuchte Effekt $\mathfrak{E} = 61 . 10 = 610$ mkg.

**137.** Der Anker eines Elektromotors soll 10 [15] (20) PS übertragen; er besteht aus 100 [120] (200) Drähten, welche sich gleichzeitig in einem magnetischen Felde von 6000 [5500] (8500) Linien Dichte bewegen. Welche Stromstärke muß durch die Drähte fließen, wenn die wirksame Länge eines Stabes 30 [28] (32) m, der Durchmesser des Ankers 24 [26] (34) cm ist und seine Umdrehungszahl 1200 [960] (660) pro Minute beträgt?

Lösung: Bezeichnet P die am Umfange des Ankers wirkende Kraft, D den Ankerdurchmesser, n die Tourenzahl pro Minute, so ist der Effekt, den der Anker zu leisten imstande ist:

$$\mathfrak{E}_a = \frac{P \pi D n}{60} = \frac{100 \, B i b \pi D n}{60} \text{ Erg},$$

$$\mathfrak{E}_a = \frac{100 . B i b \pi D n}{10^7 . 60} \text{ Watt.}$$

Hieraus folgt

$$i = \frac{\mathfrak{E}_a . 10^7 . 60}{100 \, B b \pi D n} = \frac{(10 . 736) . 10^7 . 60}{100 . 6000 . 30 . \pi . 24 . 1200},$$

$$i = 2{,}72 \text{ (c, g, s) Einheiten oder } 27{,}2 \text{ A.}$$

NB. Man achte auf „Einheit des Maßes“, d. h. alle Längen sind in cm einzusetzen!

### Kreisförmiger Leiter.

**Gesetz 11: Wird ein kreisförmiger Draht in n Windungen von einem Strome i durchflossen, so erfährt eine senkrecht über**

**der Mitte der Kreisfläche befindliche magnetische Menge m eine Kraftwirkung senkrecht zur Kreisfläche, welche durch die Formeln**

$$P = \frac{m\, ni\, 2\pi}{R} \sin{}^3\alpha \quad \text{oder} \quad P = \frac{m\, n\, i\, 2\pi R^2}{(R^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 19$$

**bestimmt ist.** (Figur 38.)

Befindet sich an Stelle von m eine kurze Magnetnadel drehbar aufgestellt, so wird dieselbe aus der Ruhelage durch den Strom abgelenkt. Steht die Ebene der Windungen im magnetischen Meridian, so ist die Stromstärke bestimmt durch die Formel

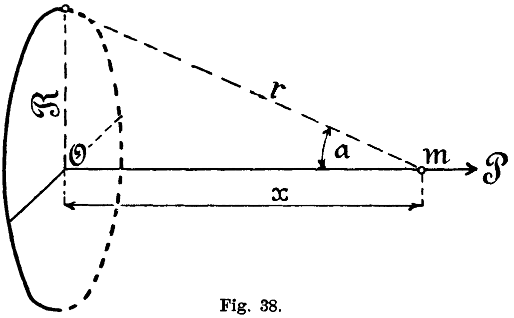


Fig. 38.

$$i = \frac{(R^2 + x^2)^{\frac{3}{2}} H_e}{2\pi n R^2} \operatorname{tg} \varphi \text{ (c, g, s) Einheiten,} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 20$$

wo $\varphi$ den Winkel bezeichnet, um den die Magnetnadel aus ihrer Ruhelage abgelenkt wurde. $H_e$ ist die Horizontalkomponente des Erdmagnetismus am Aufstellungsorte der Tangentenbussole. Der Faktor von tg $\varphi$ heißt der Reduktionsfaktor.

**138.** Welche Kraft übt ein Strom von 0,95 [1,2] (0,4) (c, g, s) Einheiten, der in einem kreisförmigen Leiter von 20 [15] (25) cm Radius fließt, auf eine im Mittelpunkt des Leiters befindliche magnetische Masse von 1500 [1000] (1200) (c, g, s) Einheiten aus.

Lösung: Die Formel $P = \frac{m\, n\, i\, 2\pi R^2}{(R^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}}$

gibt, da hier $n = 1$ und $x = 0$ ist:

$$P = \frac{1500 \,.\, 0{,}95 \,.\, 2\pi \,.\, 20^2}{20^3} = 445 \text{ Dyne.}$$

**139.** Welche Kraft würde der kreisförmige Leiter der vorigen Aufgabe ausgeübt haben, wenn die magnetische Menge sich 3 [5] (12) cm senkrecht über der Kreisfläche befunden hätte?

Lösung: $P = \frac{1500 \,.\, 0{,}95 \,.\, 2\pi \,.\, 20^2}{(20^2 + 3^2)^{\frac{3}{2}}} = 436$ Dyne.

**140.** Wie groß ist in Aufgabe 138 die Kraftliniendichte im Mittelpunkte des Kreisringes?

Lösung: Die Kraftliniendichte ist gleichbedeutend mit der Kraft auf die magnetische Menge Eins, also ist dieselbe

$$H = \frac{1 \,.\, 0{,}95 \,.\, 2\pi \,.\, 20^2}{20^3} = 0{,}297.$$

**141.** Welche Stromstärke muß durch einen kreisförmigen Draht von 1 cm Radius fließen, wenn die Kraftliniendichte in der Kreismitte Eins sein soll?

Lösung: In $P = \frac{m\,n\,i\,2\pi R^2}{(R^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}}$ ist $m = 1$, $x = 0$, $R = 1$

und $P = 1$,

also wird $$i = \frac{1}{2\pi n}.$$

**142.** Welche Stromstärke muß durch die n Windungen eines kreisförmigen Leiters fließen, um auf eine magnetische Menge m, die sich x cm senkrecht über der Mitte des Kreises befindet, dieselbe Kraft auszuüben, wie ein kurzer Magnetstab von der Länge $\lambda$, dessen magnetische Menge an den Enden $\mathfrak{M}$ ist, und dessen Mitte mit dem Zentrum des Kreisstromes zusammenfällt? (Fig. 39.)

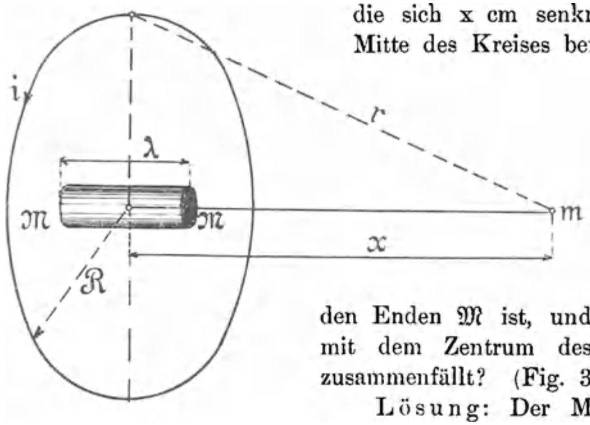



Fig. 39.

Lösung: Der Magnetstab übt auf die Menge m eine Kraft aus von der Größe:

$$P = \frac{\mathfrak{M}\,m}{\left(x - \frac{\lambda}{2}\right)^2} - \frac{\mathfrak{M}\,m}{\left(x + \frac{\lambda}{2}\right)^2} = \frac{2\,\mathfrak{M}\,m\,x\,\lambda}{\left(x^2 - \frac{\lambda^2}{4}\right)^2};$$

da $\lambda$ sehr klein sein soll gegen x, so kann $\lambda^2$ gegen $x^2$ vernachlässigt werden, so daß

$$P = \frac{2\,\mathfrak{M}\,m\,\lambda}{x^3} = \frac{2\,m\,M}{x^3}$$

wird, wo $M = \mathfrak{M}\lambda$ gesetzt wurde. (M heißt das magnetische Moment des Stabes.)

Die Kraft, welche der Kreisring auf die magnetische Menge m ausübt, ist:

$$P' = \frac{m\,n\,i\,2\,\pi\,R^2}{(R^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}}$$

oder da $P = P'$ sein soll:

$$\frac{2\,m\,M}{x^3} = \frac{m\,n\,i\,2\,\pi\,R^2}{(R^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}},$$

$$\text{woraus } i = \frac{(R^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}\,M}{x^3\,n\,\pi\,R^2} \text{ folgt.}$$

**143.** Welchen Reduktionsfaktor hat eine Tangentenbussole, die aus einer Windung von 20 [25] (28) cm Radius besteht, in deren Mittelpunkt sich die Magnetnadel befindet, wenn die Horizontalkomponente des Erdmagnetismus am Aufstellungsort den Wert 0,2 [0,195] (0,194) besitzt?

Lösung: Der Reduktionsfaktor ist der Faktor von $\operatorname{tg}\varphi$ in Formel 20, also ist

$$C = \frac{(R^2 + x^2)^{\frac{3}{2}}\,H_e}{2\,\pi\,n\,R^2}.$$

In diesem Falle ist $R = 20$ cm, $x = 0$, $H_e = 0{,}2$, $n = 1$, also

$$C = \frac{20 \cdot 0{,}2}{2\,\pi} = 0{,}637.$$

Anmerkung: Die Stromstärke ist bestimmt durch die Formel $i = 0{,}637 \operatorname{tg}\varphi$ (c, g, s) Einheiten. Will man Ampère, so muß man schreiben $J = 6{,}37 \operatorname{tg}\varphi$ Ampère. (Siehe Seite 61.)

**144.** Welche Stromstärken können durch diese Tangentenbussole mit hinreichender Genauigkeit gemessen werden, wenn man Ablenkungen zwischen 30⁰ und 60⁰ zuläßt?

Lösung: $J_{min} = 6{,}37 \operatorname{tg} 30^0 = 3{,}66$ A.

$J_{max} = 6{,}37 \operatorname{tg} 60^0 = 11$ A.

**145.** Es soll eine Tangentenbussole mit 5 [4] (6) Windungen angefertigt werden, bei welcher die Nadelmitte mit dem Zentrum des Windungskreises zusammenfällt, und deren Reduktionsfaktor auf Ampére bezogen = 1 ist. Welchen Radius erhalten die Windungen, wenn die Horizontalkomponente $H_e = 0{,}193$ [0,195] (0,2) ist?

Lösung: In $C = \frac{(R^2 + x^2)^{\frac{3}{2}} H_e}{2\pi n R^2}$ sind $C = 0{,}1$, $x = 0$, $H_e = 0{,}193$, $n = 5$ gegeben, und R wird gesucht.

Zunächst ist für $x = 0$,

$$C = \frac{R H_e}{2\pi n}, \text{ oder}$$

$$R = \frac{2 n \pi C}{H_e} = \frac{2 \,.\, 5 \,.\, \pi \,.\, 0{,}1}{0{,}193} = 16{,}27 \text{ cm}.$$

**146.** Durch Eichung der Tangentenbussole der vorigen Aufgabe mit einem Normalampèremeter fand man, daß bei 1 A Stromstärke der Ausschlag der Bussole $44^0$ [$46^0$] ($42^0$) betrug. Wie groß ist hiernach die Horizontalkomponente am Aufstellungsorte?

Lösung: Der Reduktionsfaktor folgt zunächst aus den Angaben

$$1 \text{ A} = C \operatorname{tg} 44^0; \quad C = \frac{1}{\operatorname{tg} 44^0} = 1{,}035 \text{ Ampère}.$$

Der Reduktionsfaktor ist aber

$$C = \frac{R H_e}{2\pi n}.$$

Bezeichnet man den Reduktionsfaktor mit $C_1$, der zu $H_e'$ gehört, und mit $C_2$ den zu $H_e''$ gehörigen, so gelten die Gleichungen:

$$C_1 = \frac{R H_e'}{2\pi n},$$

$$C_2 = \frac{R H_e''}{2\pi n},$$

durch deren Division man die Proportion

$$C_1 : C_2 = H_e' : H_e''$$

erhält. In unserem Falle ist

$$C_1 = 1, \text{ wenn } H_e' = 0{,}193 \text{ und}$$
$$C_2 = 1{,}035, \text{ wenn } H_e'' = ?$$

also
$$1 : 1{,}035 = 0{,}193 : H_e'',$$
$$H_e'' = 1{,}035 \,.\, 0{,}193 = 0{,}2.$$

Anmerkung: Die Lösung dieser Aufgabe gibt die einfachste Methode zur Bestimmung von $H_e$ an.

**147.** Wie groß ist die Horizontalkomponente am Aufstellungsorte einer Tangentenbussole, die aus einer Windung von 17 [18] (20) cm Radius besteht, wenn der Ausschlag, beim Durchgange von 4,5 [5] (6) A Strom, $47^0$ [$43^0$] ($35^0$) beträgt?

Lösung: Der Reduktionsfaktor folgt aus der Gleichung

$$4{,}5 = C \operatorname{tg} 47^0,\ C = \frac{4{,}5}{\operatorname{tg} 47^0} = 4{,}2 \text{ Ampère.}$$

$$\text{Aus } C = \frac{R H_e}{2\pi} \text{ folgt weiter } H_e = \frac{C\,2\pi}{R} = \frac{0{,}42\,.\,2\pi}{17} = 0{,}155.$$

**148.** Eine Tangentenbussole besteht aus 400 [300] (150) Windungen, die einen mittleren Radius von 12 [15] (10) cm besitzen. Die Nadel ist 3 [4] (2) cm von der Ebene der Windungen entfernt. Wie groß ist der Reduktionsfaktor, wenn $H_e = 0{,}191$ [0,193] (0,2) ist?

$$\text{Lösung: Es ist } C = \frac{(R^2 + x^2)^{\frac{3}{2}} H_e}{2\pi n R^2} = \frac{(12^2 + 3^2)^{\frac{3}{2}}\, 0{,}191}{2\pi\,.\,400\,.\,12^2} = 0{,}001$$

bezogen auf absolutes Maß, und $C = 0{,}01$ bezogen auf Ampère.

**149.** Dieselbe Tangentenbussole wird an einen andern Ort gebracht, für welchen $H_e = 0{,}2$ ist. Da die Ebene des Ringes parallel zu sich verschiebbar ist, so soll sie so verschoben werden, daß der Reduktionsfaktor den Wert der vorigen Aufgabe behält. Wie groß muß x gemacht werden?

$$\text{Lösung: Aus } C = \frac{(R^2 + x^2)^{\frac{3}{2}} H_e}{2\pi n R^2}$$

folgt

$$(R^2 + x^2)^{\frac{3}{2}} = \frac{C\,2\pi n R^2}{H_e}$$

$$\text{oder } x = \sqrt{\left(\frac{C\,2\pi R^2}{H_e}\right)^{\frac{2}{3}} - R^2},$$

$$x = \sqrt{\left(\frac{0{,}001\,.\,2\pi\,.\,400\,.\,12^2}{0{,}2}\right)^{\frac{2}{3}} - 12^2} = 2 \text{ cm.}$$

## Solenoid oder Spule.

Ein von einem Strome i (c, g, s) Einheiten durchflossenes Solenoid übt, auf eine in seiner Achse befindliche magnetische Menge m, eine Kraft aus, die durch die Formel

$$P' = \frac{m\,i\,2\pi\,n}{l} (\cos\alpha_2 - \cos\alpha_1) \text{ Dyne} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 21$$

bestimmt ist. (Fig. 40.)

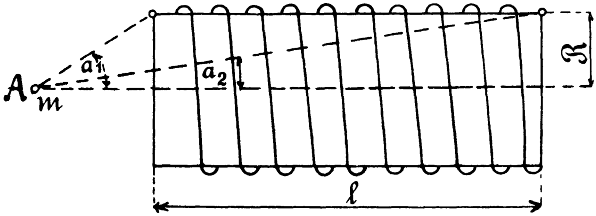



Fig. 40.

Es bedeutet n die Anzahl Windungen auf dem Solenoid, $l$ seine Länge, R den mittleren Radius der Windungen ($l$ und R in cm).

Liegt die magnetische Menge m in der Mitte des Solenoids, so ist die Kraft

$$P' = \frac{4\pi m n i}{l} \cdot \frac{\frac{l}{2}}{\sqrt{R^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2}} \text{ Dyne} \quad \ldots\ldots \quad 21\,a$$

oder, wenn $l$ groß ist im Vergleich zu R

$$P' = \frac{4\pi m n i}{l} \text{ Dyne} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 21\,b$$

Will man i in Ampère einsetzen, so muß man die Formeln 21, 21 a und 21 b durch 10 dividieren.

Setzt man m = 1, so stellt P' die Kraftliniendichte an der betreffenden Stelle vor.

**150.** Ein Solenoid von 2,1 [3] (1,5) cm mittlerem Durchmesser und 40 [50] (60) cm Länge ist mit 700 [800] (900) Windungen bewickelt, durch welche ein Strom von 5 [4] (3) A fließt. Auf der Achse des Solenoids befindet sich eine magnetische Menge Eins. Welche Kraft übt das Solenoid auf die magnetische Menge aus, wenn dieselbe von der Mitte des Solenoids entfernt ist:

a) 20 cm, b) 19 cm, c) 16 cm, d) 3 cm, e) 0 cm?

Lösung: Ist allgemein x die Entfernung der magnetischen Menge von der Mitte des Solenoids, so ist (Fig. 41)

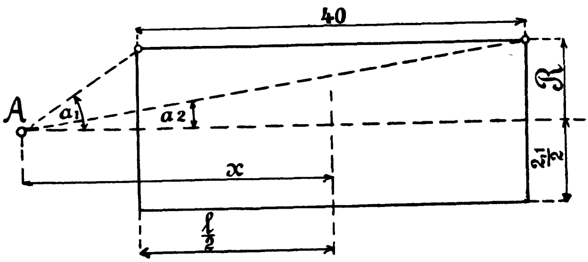



Fig. 41.

$$\cos\,\alpha_1 = \frac{x - \frac{l}{2}}{\sqrt{R^2 + \left(x - \frac{l}{2}\right)^2}},$$

$$\cos\,\alpha_2 = \frac{x + \frac{l}{2}}{\sqrt{R^2 + \left(x + \frac{l}{2}\right)^2}}.$$

Wir erhalten demnach die folgenden Lösungen:

a) Für $x = 20$ cm ist

$$\cos\,\alpha_1 = \frac{20 - 20}{\sqrt{\left(\frac{2,1}{2}\right)^2 + (20 - 20)^2}} = 0,$$

$$\cos\,\alpha_2 = \frac{20 + 20}{\sqrt{\left(\frac{2,1}{2}\right)^2 + (20 + 20)^2}} \approx 1.$$

Die Formel 21 gibt alsdann

$$P' = \frac{5\,.\,2\pi\,.\,700}{40\,.\,10}(1 - 0) = 55 \text{ Dyne.}$$

b) Für $x = 19$ cm ist

$$\cos\,\alpha_1 = \frac{19 - 20}{\sqrt{\left(\frac{2,1}{2}\right)^2 + (19 - 20)^2}} = -0,692,$$

$$\cos\,\alpha_2 = \frac{19 + 20}{\sqrt{\left(\frac{2,1}{2}\right)^2 + (19 + 20)^2}} \approx 1,$$

$$P' = \frac{5\,.\,2\pi\,.\,700}{40\,.\,10}(1 + 0,692) = 93 \text{ Dyne.}$$

c) Für $x = 16$ cm ist

$$\cos\,\alpha_1 = \frac{16 - 20}{\sqrt{\left(\frac{2,1}{2}\right)^2 + (16 - 20)^2}} = -0,968,$$

$$\cos\,\alpha_2 = \frac{16 + 20}{\sqrt{\left(\frac{2,1^2}{2}\right) + (16 + 20)^2}} \approx 1,$$

$$P' = \frac{5 \cdot 2\pi \cdot 700}{40 \cdot 10}(1 + 0{,}968) = 108 \text{ Dyne.}$$

d) Für x = 3 cm ist

$$\cos \alpha_1 = \frac{3 - 20}{\sqrt{\left(\frac{2{,}1}{2}\right)^2 + (3 - 20)^2}} = -0{,}991,$$

$$\cos \alpha_2 = \frac{3 + 20}{\sqrt{\left(\frac{2{,}1}{2}\right)^2 + (3 + 20)^2}} \cong 1,$$

$$P' = \frac{5 \cdot 2\pi \cdot 700}{40 \cdot 10}(1 + 0{,}991) = 109{,}5 \text{ Dyne.}$$

e) Für x = 0 cm ist

$$\cos \alpha_1 = \frac{0 - 20}{\sqrt{\left(\frac{2{,}1}{2}\right)^2 + (0 - 20)^2}} \cong -1,$$

$$\cos \alpha_2 = \frac{20}{\sqrt{\left(\frac{2{,}1}{2}\right)^2 + 20^2}} = +1,$$

$$P' = \frac{5 \cdot 2\pi \cdot 700}{40 \cdot 10} 2 = 110 \text{ Dyne.}$$

Anmerkung: Faßt man wieder die Kraft auf die magnetische Menge 1 als Kraftliniendichte auf, so sieht man aus der Lösung, daß auf einer Länge von etwa 32 cm die Kraftliniendichte nahezu konstant bleibt.

**151.** In der Achse einer 24 [40] (50) cm langen Spule von 6 [8] (5) cm mittlerem Durchmesser befindet sich ein 8 [10] (12) cm langer Magnetstab mit der Polstärke m = 60 [100] (120) (c, g, s) Einheiten. Wie viel Ampèrewindungen sind erforderlich, wenn auf den Magnetstab eine Kraft von 2000 [3000] (4000) Dyne ausgeübt werden soll, und der Abstand von Stab- und Spulen-Mitte 17 [26] (30) cm beträgt? (Fig. 42.)

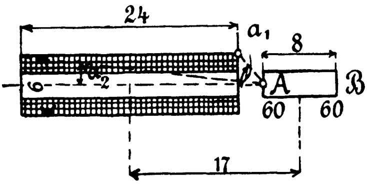



Fig. 42.

Lösung: Wird der Pol A angezogen, so wird B abgestoßen, die Größe der Kraft folgt aus Formel 21. Dieselbe ist für den Pol A

$$P_1 = \frac{60 \,.\, 2\pi\,(ni)}{24 \,.\, 10}(\cos\ \alpha_2 - \cos\ \alpha_1),$$

$$\cos\ \alpha_2 = \frac{25}{\sqrt{3^2 + 25^2}} = 0{,}995,$$

$$\cos\ \alpha_1 = \frac{1}{\sqrt{3^2 + 1^2}} = 0{,}317,$$

$$P_1 = 1{,}57\ (ni)\ (0{,}995 - 0{,}317) = 1{,}062\ ni.$$

Für den Pol B ergibt sich:

$$\cos\ \alpha_2 = \frac{33}{\sqrt{3^2 + 33^2}} = 0{,}996,$$

$$\cos\ \alpha_1 = \frac{9}{\sqrt{3^2 + 9^2}} = 0{,}949,$$

$$P_2 = 1{,}57\ ni\ (0{,}996 - 0{,}949) = 0{,}0738\ ni;$$

also muß sein: $2000 = P_1 - P_2 = ni\ (1{,}062 - 0{,}074)$

$$\text{oder } ni = \frac{2000}{0{,}988} = 2024 \text{ Ampèrewindungen.}$$

**152.** Welche Höhe nehmen die Windungen der vorigen Aufgabe auf der Spule ein, wenn als zulässige Belastung des Drahtes 1,5 [2] (3,5) A pro Quadratmillimeter Drahtquerschnitt angenommen wird, und wenn der Durchmesser des isolierten Drahtes 1,2 [1,15] (1,1) mal so groß ist, wie der des blanken? (Fig. 43.)

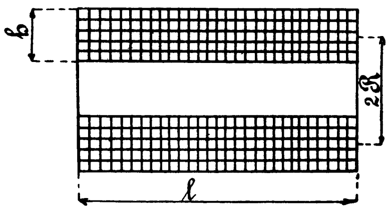


Fig. 43.

Lösung: Bezeichnet d den Durchmesser des unbesponnenen Drahtes, d′ den des besponnenen, h die Höhe, bis zu welcher der Draht durch Übereinanderlegen der Windungen aufgewickelt wird, so lassen sich nebeneinander $\frac{l}{d'}$ und übereinander $\frac{h}{d'}$ Windungen legen. Die Anzahl der aufgewickelten Windungen ist also

$$n = \frac{l}{d'} \cdot \frac{h}{d'} = \frac{l}{1{,}2\,d} \cdot \frac{h}{1{,}2\,d}.$$

Der Querschnitt des Drahtes ist $\frac{\pi\, d^2}{4}$; da durch 1 $mm^2$ 1,5 A fließen, so geht durch unsern Draht der Strom

$$i = 1{,}5\,\frac{\pi\, d^2}{4}.$$

Die Ampèrewindungszahl ist demnach

$$ni = \frac{l}{1{,}2\,d} \cdot \frac{h}{1{,}2\,d} \cdot 1{,}5\,\frac{\pi\, d^2}{4} = \frac{l\, h\, 1{,}5\,\pi}{1{,}2^2 \,.\, 4}.$$

In unserem Falle ist $n\,i = 2024$, folglich

$$h = \frac{2024 \,.\, 1{,}2^2 \,.\, 4}{240 \,.\, 1{,}5\,\pi} = 10{,}3 \text{ mm}.$$

**153.** Welchen Durchmesser erhält der Draht der vorigen Aufgabe, wenn die Spannung der zur Verfügung stehenden Stromquelle 18 [26] (110) V beträgt?

Lösung: Ist e die an den Enden des Drahtes zur Verfügung stehende Spannung, w der Widerstand des aufgewickelten Drahtes, so ist

$$e = i\,w.$$

Ist s die Beanspruchung des Drahtes pro Quadratmillimeter, so ist

$$i = s\,q,\; w = \frac{c\,L}{q}, \text{ folglich}$$

$$e = s\,c\,L \text{ (L in Meter).}$$

Die Länge des aufgewickelten Drahtes ist aber

$$L = \pi\, 2\, R\,\frac{h}{\alpha\, d}\;\frac{l}{\alpha\, d}\text{ (mm)},$$

$$L = 2\, R\, \pi\,\frac{h\, l}{\alpha^2\, d^2 \,.\, 1000}\text{(m)},$$

$$\text{also wird } e = \frac{s\, c\, h\, l\, 2\, R\, \pi}{\alpha^2\, d^2 \,.\, 1000}, \text{ woraus}$$

$$\alpha\, d = \sqrt{\frac{s\, c\, h\, l\, 2\, R\, \pi}{e \,.\, 1000}} = \sqrt{\frac{1{,}5 \,.\, 0{,}018 \,.\, 10{,}3 \,.\, 240 \,.\, 60\,\pi}{18 \,.\, 1000}} = 0{,}833 \text{ mm},$$

$$d = \frac{0{,}833}{1{,}2} = 0{,}697 \text{ mm}.$$

Probe: Der Querschnitt des Drahtes ist $q = 0{,}382$ mm$^2$.

Die Stromstärke $i = s\,q = 1{,}5 \,.\, 0{,}382 = 0{,}573$ A.

Die Windungszahl $n = \dfrac{2024}{0{,}573} = 3550$ Windungen.

Es liegen nebeneinander $\dfrac{240}{0{,}833} = 287$ Windungen.

übereinander $\dfrac{10{,}3}{0{,}833} = 12{,}36$ Lagen.

Die aufgewickelte Drahtlänge beträgt

$$L = 3550 \frac{60\,\pi}{1000} = 668 \text{ m.}$$

Der Drahtwiderstand wird demnach

$$w = \frac{0{,}018 \cdot 668}{0{,}382} = 31{,}4\ \Omega,$$

und endlich wird die Spannung, die an den Drahtenden herrschen muß,

$$e = 0{,}573 \cdot 31{,}4 = 18 \text{ Volt.}$$

**154.** Auf eine Spule von bekannten Abmessungen (Fig. 44a u. b) sollen $\overline{AW}$ (Ampèrewindungen) gewickelt werden. Die zur Verfügung stehende Spannung beträgt für 2 p hintereinander geschaltete Spulen e Volt. Gesucht wird:

a) die Drahtbeanspruchung (s),
b) die pro Spule aufgewickelte Drahtlänge (L),
c) die erforderliche Windungszahl (W)
d) die durch den Draht fließende Stromstärke ($i_m$),
e) der Querschnitt des Drahtes (q).

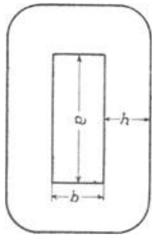


Fig. 44 a.

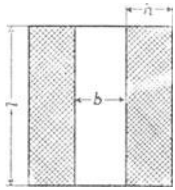


Fig. 44 b.

Lösungen:

Zu a): Aus $\frac{h}{\alpha d} \frac{l}{\alpha d} \frac{\pi d^2}{4} s = \overline{AW}$ folgt

$$s = \frac{4\,\alpha^2\,\overline{AW}}{\pi\, l\, h} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad \text{I.}$$

Zu b): Es ist $w_m = \frac{e}{i_m} = \frac{e}{q\,s}$; andererseits ist

$$w_m = 2\,p\,\frac{c\,L}{q}.$$

Aus beiden Gleichungen folgt: $L = \frac{e}{s\,c\,2\,p} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad \text{II.}$

Zu c): Die aufgewickelte Drahtlänge ist

$$L = \frac{2\,a + 2\,b + h\,\pi}{1000}\, W,$$

oder

$$W = \frac{1000\,L}{2\,a + 2\,b + h\,\pi} \quad \ldots \ldots \ldots \quad \text{III.}$$

Zu d): Es ist $i_m = \frac{\overline{AW}}{W} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad \text{IV.}$

Zu e): $q = \frac{i_m}{s} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \quad \text{V.}$

Es sei z. B. $a = 75$ mm, $h = 50$ mm,
$b = 128$ mm, $l = 70$ mm,
$\overline{AW} = 3500$, $\alpha = 1{,}16$,
$e = 65$ V, $2p = 4$.

Die Lösungen sind:

Zu a): $s = \dfrac{4 \,.\, 1{,}16^2 \,.\, 3500}{\pi\, 70 \,.\, 50} = 1{,}72$ A pro mm².

Zu b): $L = \dfrac{65}{1{,}72 \,.\, 0{,}02 \,.\, 4} = 473$ m.

Zu c): $W = \dfrac{1000 \,.\, 473}{2 \,.\, 75 + 2 \,.\, 128 + 50\,\pi} = 840$ Windungen.

Zu d): $i_m = \dfrac{3500}{840} = 4{,}17$ A.

Zu e): $q = \dfrac{4{,}17}{1{,}72} = 2{,}43$ mm² und $d = 1{,}76$ mm, $d' = 2{,}04$ mm.

Da ein Draht von 1,76 mm nicht zu haben ist, muß man abändern auf $d = 1{,}8$ mm, $d' = 2{,}1$ mm. Hierdurch ändern sich allerdings die übrigen Resultate nicht unwesentlich. Um die Änderung so gering als möglich zu machen, rechne man folgendermaßen:

Aufgewickelt werden nebeneinander $\dfrac{70}{2{,}1} = 33$ Drähte und übereinander $\dfrac{840}{33} = 25{,}5$ Lagen, d. h. in 25 Lagen kommen $25 \,.\, 33 = 825$ Drähte und in die 26. nur noch 15 Drähte.

Die aufgewickelte Drahtlänge ist

$$\frac{840 \,.\, (2 \,.\, 75 + 2 \,.\, 128 + 53{,}5\,\pi)}{1000} = 452 \text{ m.}$$

$$w = \frac{0{,}02 \,.\, 452}{1{,}8^2 \dfrac{\pi}{4}} = 3{,}7\ \Omega \text{ im warmen Zustande.}$$

$$i_m = \frac{65}{4 \,.\, 3{,}7} = 4{,}4 \text{ A}, \quad \overline{AW} = 4{,}4 \,.\, 840 = 3690 \text{ AW.}$$

$$s = \frac{4{,}4}{1{,}8^2 \dfrac{\pi}{4}} = 1{,}735 \text{ A.}$$

Die 25,5 Lagen erforderten die Höhe $h = 26 \,.\, 2{,}1 = 54{,}6$ mm. Durfte die gegebene Höhe von 50 mm nicht überschritten werden, so hatte man folgendermaßen zu rechnen:

Aufgewickelt werden nebeneinander $\frac{70}{2,1} = 33$ Drähte und übereinander $\frac{50}{2,1} \cong 24$ Lagen, also ist $W = 792$ Windungen.

$$L = \frac{(2 \, . \, 75 + 2 \, . \, 128 + 50\,\pi)\, 792}{1000} = 445 \text{ m},$$

$$w = \frac{0,02 \, . \, 445}{1,8^2 \frac{\pi}{4}} = 3,5\ \Omega.$$

$i_m = \frac{65}{4 \, . \, 3,5} = 4,64$ A und $\overline{AW} = 4,64 \, . \, 792 = 3660$ Ampèrewindungen.

**155.** Es soll ein Ampèremeter für eine maximale Stromstärke von 180 [100] (10) A angefertigt werden. Um die erforderliche Ampèrewindungszahl festzustellen, wird das fertige Gestell mit einer vorläufigen Wicklung von 200 [150] (100) Windungen versehen, und es zeigt sich, daß ein Strom von 5,4 [6] (4) A erforderlich ist, um den größten Ausschlag des Zeigers herbeizuführen. Gesucht wird:

a) die erforderliche Ampèrewindungszahl,

b) die Windungszahl des Ampèremeters,

c) die Drahtstärke, wenn die Beanspruchung 3 A betragen soll.

Lösungen:

Zu a): $n_1 \, i_1 = 200 \, . \, 5,4 = 1080$ Ampèrewindungen.

Zu b): $n = \frac{1080}{180} = 6$ Windungen.

Zu c): Aus $i = s\,q$ folgt $q = \frac{i}{s} = \frac{180}{3} = 60 \text{ mm}^2$,

oder $d = 8,74$ mm.

Die Dimensionen der Spule dürften sein (Fig. 45, S. 76): Innerer Durchmesser $D_0 = 8$ mm, Länge $l = 60$ mm. Es liegen alle 6 Windungen in einer Lage nebeneinander. Die Wickelungshöhe ist demnach $h = 10$ mm.

**156.** Ein gleiches Gestell soll zur Anfertigung eines Voltmeters für eine Spannung von 70 [120] (220) Volt dienen, und es soll die maximale Stromstärke 0,35 [0,25] (0,2) A, die Belastung des Drahtes 3 [5] (4,5) A pro $\text{mm}^2$ nicht überschreiten.

Gesucht wird:

a) die Windungszahl,

b) der Widerstand des Voltmeters,

c) der Durchmesser des blanken und des isolierten Drahtes, wenn $d' = 1{,}2\,d$ ist,

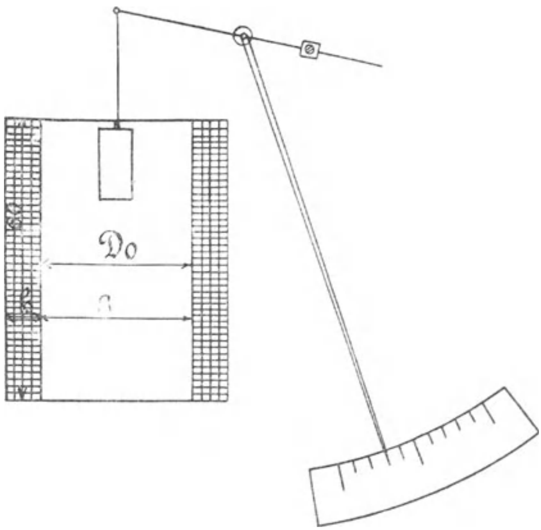


Fig. 45.

d) die Wickelungshöhe,

e) die aufgewickelte Drahtlänge,

f) der Widerstand der Spule,

g) der erforderliche Vorschaltwiderstand.

## Lösungen:

Zu a): $n = \frac{1080}{i} = \frac{1080}{0{,}35} = 3086$ Windungen.

Zu b): $w = \frac{70}{0{,}35} = 200\ \Omega.$

Zu c): $q = \frac{i}{s} = \frac{0{,}35}{3} = 0{,}117\ \mathrm{mm}^2,$

$d = 0{,}385$ mm, $d' = 1{,}2 \cdot 0{,}385 = 0{,}463$ mm.

Zu d): Aufgewickelt werden 3086 Windungen; in eine Lage kommen $60 : 0{,}463 = 130$ Windungen, folglich liegen übereinander

3086 : 130 = 23,6 Lagen, d. h. es werden 23 Lagen vollgewickelt, d. s. 23 . 130 = 2990 Windungen, und in die 24^te^ Lage kommen noch 96 Windungen. Die Höhe von 24 Lagen ist

$$h = 24 \cdot 0{,}463 = 11{,}1 \text{ mm}.$$

Zu e): Die aufgewickelte Drahtlänge ist

$$L = \frac{n\,(D_0 + h)\,\pi}{1000} = \frac{3086\,(8 + 11{,}1)\,\pi}{1000} = 185 \text{ m}.$$

Zu f): $w_1 = \frac{c\,L}{q} = \frac{0{,}018 \cdot 185}{0{,}117} = 28{,}5\ \Omega.$

Zu g): $w_2 = w - w_1 = 200 - 28{,}5 = 171{,}5\ \Omega.$

§ 15.

## Die Magnetisierung des Eisens und die Eisenverluste.

Bringt man in eine stromdurchflossene Spule einen Eisenkern, so wird dieser magnetisch und sendet selbst Kraftlinien aus. Die Kraftliniendichte B im Eisen ist also größer als die Kraftliniendichte H der leeren Spule. Der Zusammenhang zwischen B und H ist durch die Gleichung

$$B = \mu\, H \qquad \ldots \ldots \ldots \ldots \qquad 22$$

bestimmt, wo $\mu$ die Permeabilität heißt, die aber keine konstante Größe ist. Der Zusammenhang zwischen B und H wird vielmehr durch die Magnetisierungskurve dargestellt. Tafel I zeigt die Magnetisierungskurve für Gußeisen, Schmiedeeisen und Dynamogußstahl.

Der durch Hysteresis entstehende Energieverlust wird durch die Formel

$$\mathfrak{E}_h = \frac{\eta\, B^{1,6}\, V \sim}{10^7} \text{ Watt} \qquad \ldots \ldots \qquad 23$$

ausgedrückt. Es bedeutet $\eta$ eine Konstante, die bei Dynamoblechen zwischen 0,0012 und 0,0033 liegt, für legierte Bleche ist $\eta = 0{,}0007$; B ist die Kraftliniendichte im Eisen, V das Volumen in $cm^3$ und $\sim$ die Anzahl von Ummagnetisierungen (Perioden) pro Sekunde.

Die Tafel II gibt als Ordinaten die Hysteresis-Verluste für $\sim = 100$ für verschiedene Werte von B an, wobei $\eta = 0{,}0033$ gesetzt ist. Bezeichnet V das Volumen in $dm^3$, f den Verlust pro $dm^3$ und 100 Perioden, so ist

$$\mathfrak{E}_h = \frac{V\, f \sim}{100} \qquad \ldots \ldots \ldots \ldots \qquad 24.$$

Ist die Hysteresiskonstante nicht 0,0033 sondern $\eta'$, so wird

$$\mathfrak{E}_h = \frac{V\, f \sim}{100}\;\frac{\eta'}{0{,}0033} \qquad \ldots \ldots \ldots \qquad 24\,a.$$

Gleichzeitig entsteht noch ein zweiter Verlust durch sogenannte Wirbelströme. Um diesen herabzusetzen, baut man die Teile, in denen

Ummagnetisierungen vorkommen, aus dünnen Blechen zusammen, die durch Papier oder Lack von einander getrennt sind.

Bezeichnet $\triangle$ die Blechdicke in mm, V das Volumen in dm³, $\sim$ die Anzahl von Ummagnetisierungen oder Perioden pro Sekunde, B wieder die maximale Kraftliniendichte, so ist für Dynamobleche

$$\mathfrak{E}_w = (2 \text{ bis } 2{,}5) \frac{(\sim \triangle \, B)^2}{10^{10}} \, V \text{ Watt} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 25.$$

Der Faktor 2 bis 2,5 entspricht den Erfahrungen an Transformatoren. Er hängt nicht ab von der Güte des Bleches, wie der Faktor $\eta$ in Formel 23, sondern von der Art der Bearbeitung der Endflächen. Für legierte Bleche kann man an Stelle des Faktors 2 bis 2,5 den Faktor 0,4 bis 0,5 setzen.

Die Formeln 23 und 25 gestatten, die Eisenverluste von Transformatoren zu berechnen. Wendet man sie hingegen auf Dynamomaschinen und Motoren an, so zeigt die Erfahrung, daß die wirklichen Verluste wesentlich größere, als die berechneten sind. Eine Schätzung dieser Verluste wird bei der Berechnung der Maschinen gezeigt werden.

**157.** Wie groß ist der Effektverlust durch Hysteresis in einem Wechselstrom-Transformator von 300 [250] (100) kg Eisengewicht, wenn die maximale Induktion = 6000 [7200] (8000) und die Periodenzahl $\sim = 50$ ist?

Lösung: Für Transformatoren-Bleche kann $\eta = 0{,}0012$ gesetzt werden; das Volumen ist

$$V = \frac{G}{\gamma} = \frac{300}{7{,}8} = 38{,}5 \text{ dm}^3 = 38\,500 \text{ cm}^3,$$

demnach $$\mathfrak{E}_h = \frac{0{,}0012 \,.\, 6000^{1{,}6} \,.\, 38\,500 \,.\, 50}{10^7} = 261 \text{ Watt.}$$

**158.** Wie groß ist der Verlust durch Wirbelströme, wenn zu dem Transformator der vorigen Aufgabe Bleche von a) 0,5 mm, b) 0,35 mm Dicke verwendet werden?

Lösungen:

Zu a): Für $\triangle = 0{,}5$ mm wird:

$$\mathfrak{E}_w = (2 \text{ bis } 2{,}5) \,.\, \frac{(50 \,.\, 0{,}5 \,.\, 6000)^2}{10^{10}} \,.\, 38{,}5 = 173 \text{ bis } 217 \text{ Watt.}$$

Zu b): Für $\triangle = 0{,}35$ wird

$$\mathfrak{E}_w = (2 \text{ bis } 2{,}5) \,.\, \frac{(50 \,.\, 0{,}35 \,.\, 6000)^2}{10^{10}} \,.\, 38{,}5 = 85 \text{ bis } 106 \text{ Watt.}$$

**159.** Wie groß ist der Effektverlust durch Hysteresis und Wirbelströme in einem Wechselstrom-Transformator von 300 [80]

(50) kg Eisengewicht, wenn die maximale Induktion 7800 [6000] (9000) und die Periodenzahl $\sim$ = 60 [50] (42) ist, bei einer Blechdicke von 0,4 [0,35] (0,5) mm und $\eta$ = 0,002 [0,0018] (0,0015)?

Lösung: Die Tafel II ergibt für B = 7800, f = 55 Watt pro dm³, nun ist $V = \frac{300}{7{,}8} = 38{,}5$ dm³, also

$$\mathfrak{E}_h = \frac{55 \,.\, 38{,}5 \,.\, 60}{100} \cdot \frac{0{,}002}{0{,}0033} = 764 \text{ Watt.}$$

Der Effektverlust durch Wirbelströme ist

$$\mathfrak{E}_w = (2 \div 2{,}5) \frac{(60 \,.\, 0{,}4 \,.\, 7800)^2}{10^{10}} \, 38{,}5 = 270 \div 336 \text{ Watt.}$$

## § 16.

## Der magnetische Kreis.

Für jeden magnetischen Kreis gilt das

**Gesetz 12:** $\text{Kraftlinienzahl} = \frac{\text{Magnetomotorische Kraft}}{\text{magnetischen Widerstand}}$.

$$\Phi = \frac{\mathfrak{F}}{\mathfrak{w}} \qquad \qquad 26.$$

Es ist

$$\mathfrak{F} = 0{,}4\,\pi\,\mathrm{n\,i} \qquad \qquad 27$$

$$\text{und } \mathfrak{w} = \sum \frac{l}{\mu\,Q} \qquad \qquad 28$$

wo das Zeichen $\Sigma$ sich auf die einzelnen Teile des Kreises bezieht.

Die Größe $\mu$ ist bestimmt durch die Gleichung 22:

$$\mu = \frac{B}{H}.$$

Die Formel 26 läßt sich umformen in

$$H_1\,l_1 + H_2\,l_2 + H_3\,l_3 + H_4\,l_4 = \mathfrak{F}, \qquad \qquad 29$$

wo H als Abszissen, zugehörig zu den Ordinaten B, für das betreffende Material aus der Tafel I, die Längen $l$ in cm aus einer Zeichnung zu entnehmen sind (Fig. 46 Seite 80).

Bei Vorausberechnungen von Maschinen kennt man vielfach nur den Weg $l_3$ der Kraftlinien im Luftzwischenraum. Um daher den Wert der übrigen Glieder zu berücksichtigen, wollen wir die Gleichung 29 schreiben

$$\alpha\,H_3\,l_3 = \mathfrak{F} \qquad \qquad 29\,a$$

wo $\alpha$ einen Faktor bezeichnet, der vielfach zwischen 1,2 und 2 liegt.

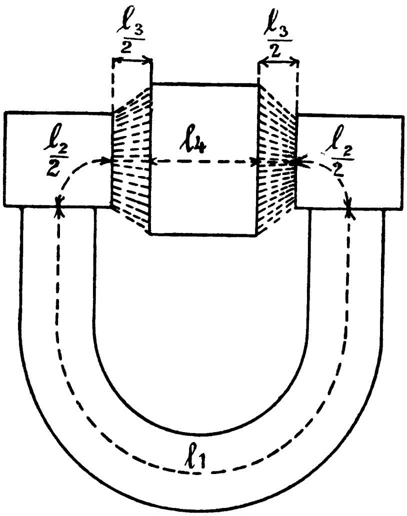



Fig. 46.

**160.** Ein schmiedeeiserner Ring mit 25 cm innerem und 35 cm äußerem Durchmesser (Querschnitt quadratisch) ist mit 500 [400] (1000) Windungen versehen, durch welche ein Strom von 4,5 [5,6] (2,25) A fließt. Wieviel Kraftlinien gehen durch den Ring? (Fig. 47.)

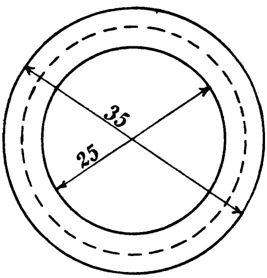



Fig. 47.

Lösung: Zunächst ist die Kraftliniendichte im Innern der Wickelung, wenn kein Eisen vorhanden wäre,

$$H = \frac{0{,}4\,\pi\,n\,i}{l} = \frac{0{,}4\,\pi \,.\, 500 \,.\, 4{,}5}{\frac{25+35}{2}\,\pi} = 30.$$

Die Kraftliniendichte mit Eisen ergibt sich aus der Tafel I (Ankerblech, Kurve A), für $H = 30$ zu $B = 14800$. Der Querschnitt beträgt $5^2 = 25$ cm², also gehen durch das Eisen

$$\Phi = 14800 \,.\, 25 = 370000 \text{ Kraftlinien.}$$

**161.** Welcher Strom wäre erforderlich, um in dem Ringe 200000 Kraftlinien zu erzeugen?

Lösung: Wenn $\Phi = 200000$ ist, so ist $B = \frac{200000}{25} = 8000,$

nach Tafel I (Ankerblech, Kurve A) gehört aber zu $B = 8000$ $H = 2{,}4$; die Gleichung $H = \frac{0{,}4\,\pi\,n\,i}{l}$ gibt jetzt:

$$i = \frac{H\,l}{0{,}4\,\pi\,n} = \frac{2{,}4\,.\,30\,\pi}{0{,}4\,\pi\,.\,500} = 0{,}36 \text{ A.}$$

**162.** Der Ring in Aufgabe 160 wird mit einem 10 mm breiten Einschnitt versehen; welche Stromstärke ist nun erforderlich, um 200000 Kraftlinien zu erzielen? (Fig. 48.)

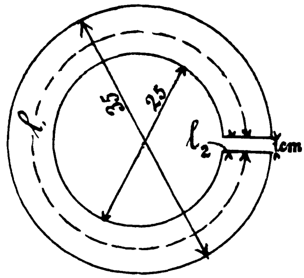


Fig. 48.

Lösung: Die Kraftliniendichte im Eisen ist wieder

$$B = \frac{\Phi}{Q} = \frac{200000}{25} = 8000;$$

nahezu ebenso groß ist sie im Luftspalt. Die Tafel I ergibt für Schmiedeeisen und $B = 8000$, $H = 2{,}4$, für Luft ist $\mu = 1$, also $B = H$, demnach ist nach der Formel 28:

$$H_1\,l_1 + H_2\,l_2 = \mathfrak{F}, \qquad 2{,}4\,.\,(30\,\pi - 1) + 8000\,.\,1 = \mathfrak{F},$$
$$220 + 8000 = \mathfrak{F} = 8220.$$

Es ist also $\mathfrak{F} = 0{,}4\,\pi\,n\,i = 8220$, mithin $i = \frac{8220}{0{,}4\,\pi\,500} = 13{,}1$ A.

**163.** Ein aus Blechen zusammengesetztes Gestell von nebenstehenden Abmessungen ist mit 200 [300] (500) Windungen bewickelt, wobei in dem bewickelten Querschnitt 125000 [150000] (250000) Kraftlinien erzeugt werden sollen. Welche Stromstärke ist hierzu erforderlich, wenn die Dimension senkrecht zur Papierebene 5,88 cm beträgt? (Fig. 49.)

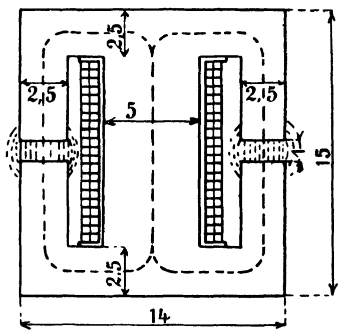


Fig. 49.

Lösung: Die im Kerne entstehenden Kraftlinien teilen sich, die eine Hälfte fließt rechts, die andere links herum. Da der Querschnitt auch nur der halbe ist, so bleibt die Induktion überall die gleiche, so daß wir die mittlere Kraftlinie nur nach einer Seite hin zu verfolgen brauchen. Die Bleche sind stets durch Papier voneinander getrennt, so daß nicht die ganze Breite von 5,88 cm in Rechnung zu ziehen ist, sondern etwa 85% hiervon; der Eisenquerschnitt wird somit

$$Q_e = 0,85 \cdot 5,88 \cdot 5 = 25 \text{ cm}^2.$$

Die Induktion im Eisen ist $B_e = \frac{125\,000}{25} = 5000.$

Da die Kraftlinien in der Luft auch aus den Seitenflächen austreten, so kann man den Luftzwischenraum nur schätzen und etwa

$$Q_{\mathfrak{L}} = 1,1 \; Q_e = 27,5 \text{ cm}^2$$

nehmen, die Induktion in der Luft wird also angenähert:

$$B_{\mathfrak{L}} = \frac{125000}{27,5} = 4550.$$

Die Kraftlinienlänge im Eisen ist $l_e = 35,5$ cm, die Kraftlinienlänge in der Luft ist $l_{\mathfrak{L}} = 1$ cm. Zu $B_e = 5000$ gehört nach Tafel I (Ankerblech A) $H_e = 1,1$, für Luft ist $B_{\mathfrak{L}} = 4550$, also auch $H_{\mathfrak{L}} = 4550$, demnach

$$1,1 \cdot 35,5 + 4550 \cdot 1 = \mathfrak{F}; \quad 39,2 + 4550 = 4589,2 = 0,4\,\pi\,n\,i,$$

mithin

$$i = \frac{4589,2}{0,4\,\pi\,200} = 18,2 \text{ A}.$$

**164.** Wie groß ist der magnetische Widerstand in der vorigen Aufgabe?

Lösung 1: Aus $\Phi_0 = \frac{\mathfrak{F}}{\mathfrak{w}}$ folgt:

$$\mathfrak{w} = \frac{\mathfrak{F}}{\Phi} = \frac{4589,2}{125000} = 0,0367.$$

Lösung 2: Der magnetische Widerstand setzt sich zusammen aus dem Widerstande des Eisens $\mathfrak{w}_e = \frac{35,5}{\mu\, Q_e}$ und dem Widerstande der Luft $\mathfrak{w}_{\mathfrak{L}} = \frac{1}{Q_{\mathfrak{L}}}$, $\mathfrak{w} = \frac{35,5}{\frac{5000}{1,1} \cdot 25} + \frac{1}{27,5}$,

$$\mathfrak{w} = 0,000313 + 0,0364 = 0,0367.$$

**165.** Im Gestell der Aufgabe 163 soll dieselbe Kraftlinienzahl erzeugt werden, es stehen aber nur 5 [4] (3) A zur Verfügung. Wie groß darf in diesem Falle der Luftspalt nur gemacht werden?

Lösung: Es ist $\mathfrak{F} = 0,4\,\pi \cdot 200 \cdot 5 = 1256$; andererseits ist $1,1 \cdot 35,5 + 4550\,x = 1256$, woraus

$$x = \frac{1256 - 39}{4550} = 0,267 \text{ cm}$$

folgt.

NB. Die Lösung ist nur eine angenäherte, die richtige würde aus der Gleichung

$$1{,}1\ (36{,}5 - x) + 4550\, x = 1256 \text{ folgen.}$$

**166.** Wieviel Kraftlinien werden im Gestell der Aufgabe 163 durch einen Strom von 15 [14] (12) A erzeugt?

Lösung: Die magnetomotorische Kraft ist

$$\mathfrak{F} = 0{,}4\,\pi\, n\, i = 0{,}4\,\pi\, 200\,.\,15 = 3770.$$

Andererseits ist $\mathfrak{F} = H_1\, l_1 + H_3\, l_3$, wo jedoch beide Größen $H_1$ und $H_3$ unbekannt sind. Aus der Lösung zu 163 geht aber hervor, daß das auf das Eisen bezügliche Produkt $H_1\, l_1$ klein ist im Vergleich zu $H_3\, l_3$, wir können daher in erster Annäherung $H_1\, l_1$ vernachlässigen und erhalten, da $l_3 = 1$ cm ist,

$$3770 = H_3\,.\,1, \text{ woraus } H_3 = 3770 \text{ folgt.}$$

Da für Luft $H_3 = B_3$ ist, so ist auch $B_3 = 3770$ und die erzeugte Kraftlinienzahl

$$\Phi = B_3\, Q_{\mathfrak{l}} = 3770\,.\,27{,}5 = 103\,500.$$

Zweite Annäherung. Aus $\Phi = 103\,500$ folgt $B_e = \dfrac{103\,500}{25} = 4140,$

wozu $H_1 = 0{,}9$ (ungefähr) gehört, es muß also

$$0{,}9\,.\,35{,}5 + H_3\, l_3 = 3770,$$

$$H_3 = \frac{3770 - 32}{1} = 3738$$

sein, und hiernach $\Phi = 3738\,.\,27{,}5 = 102\,602.$

**167.** Es ist die Ampèrewindungszahl der nebenstehenden Dynamo (Fig. 50) zu berechnen unter der Voraussetzung, daß der Anker 20 [25] (16) cm lang ist und von $1{,}7\,.\,10^6$ $[2{,}8\,.\,10^6]$ $(1{,}6\,.\,10^6)$ Kraftlinien durchsetzt werden soll.

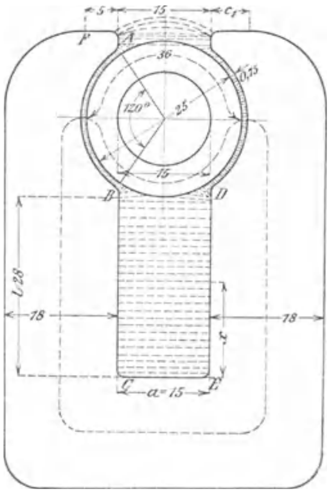


Fig. 50.

Lösung: Der Querschnitt des aus Blechen zusammengesetzten Ankers ist:

$$Q_a = 0{,}85\,.\,20\,.\,(25 - 15) = 170 \text{ cm}^2.$$

Die Induktion daselbst:

$$B_a = \frac{1{,}7\,.\,10^6}{170} = 10000.$$

Der Querschnitt der Kraftlinien im Luftzwischenraum ist:

$$\widehat{AB} \,.\, b = \left(\frac{25}{2} + 0{,}75\right) \frac{120 \,.\, 2\pi}{360} \,.\, 20 = 555 \text{ cm}^2.$$

Die Induktion im Luftzwischenraum ist demnach

$$B_{\mathfrak{L}} = \frac{1{,}7 \,.\, 10^6}{555} = 3070.$$

Da wegen der Streuung ein großer Teil der erzeugten Kraftlinien nicht durch den Anker geht, also für die Nutzwirkung verloren ist, so müssen in den Magnetschenkeln mehr als $1{,}7 \,.\, 10^6$ Kraftlinien erzeugt werden. Wir nehmen für die vorliegende Maschinentype etwa 1,35 mal so viel an, d. h. wir setzen:

$$\Phi_s = 1{,}35 \;\; \Phi_0 = 1{,}35 \,.\, 1{,}7 \,.\, 10^6 = 2{,}3 \,.\, 10^6.$$

Die Induktion in dem Gußeisenmagneten wird:

$$B_s = \frac{\Phi_s}{18 \,.\, 20} = \frac{2{,}3 \,.\, 10^6}{360} = 6400.$$

Die Kraftlinienlängen sind:

Anker $l_a = 36$ cm, Luft $l_{\mathfrak{L}} = 2 \,.\, 0{,}75 = 1{,}5$ cm, Magnet $l_s = 115{,}8$ cm.

Die Tafel I gibt für $B_a = 10000$, $H_a = 5$ (Ankerblech A),

$B_s = 6400$, $H_s = 45$ (Gußeisen Kurve c).

Hiernach wird $\mathfrak{F} = 5 \,.\, 36 + 3070 \,.\, 1{,}5 + 45 \,.\, 115{,}8,$

$$\mathfrak{F} = 180 + 4600 + 5220 = 10000 = 0{,}4\,\pi\, ni$$

$$ni = \frac{10000}{0{,}4\,\pi} = 7950 \text{ Ampèrewindungen.}$$

**168.** Ein Elektromotor besitzt die in Fig. 51 und 52 eingezeichneten Dimensionen. Der Anker ist mit 38 Nuten von je 2 cm Tiefe und 0,4 cm Breite versehen, seine Länge beträgt 18 cm, wovon 12,5 % auf die Papierisolation zu rechnen sind. Wieviel Ampèrewindungen sind erforderlich, wenn $1{,}35 \,.\, 10^6$ Kraftlinien durch den Anker gehen sollen, und der Streuungskoeffizient dieser Type auf $\nu = 1{,}2$ geschätzt wird?

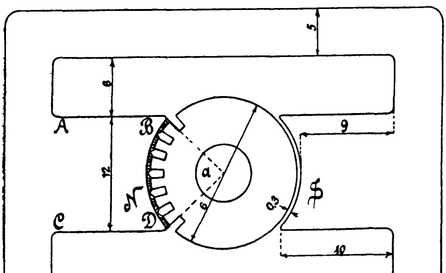



Fig. 51

L ö s u n g: Der Querschnitt $Q_{ak}$ des Ankerkerns ist:

$$Q_{ak} = (16 - 6 - 2 \,.\, 2) \,.\, 0{,}875 \,.\, 18 = 94{,}5 \text{ cm}^2.$$

$$\sin\frac{\alpha}{2} = \frac{\frac{12}{2}}{\frac{16,6}{2}} = 0,724,$$

$$\frac{\alpha}{2} = 46^0, \ \alpha = 92^0,$$

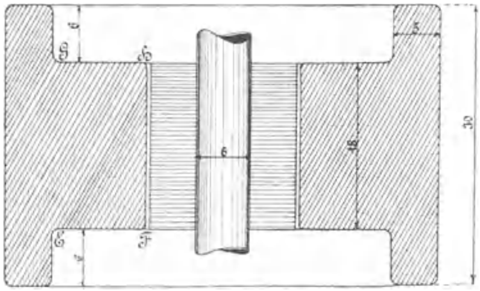


Fig. 52.

Die Zähnezahl innerhalb des $\sphericalangle$ $\alpha$ ist somit:

$$\frac{38 \cdot 92}{360} = 9,7.$$

Der mittlere Querschnitt der Zähne innerhalb des Winkels $\alpha$ ist daher

$$Q_{az} = \frac{(14\pi - 0,4 \cdot 38) \cdot 18 \cdot 9,7 \cdot 0,875}{38} = 116 \text{ cm}^2.$$

Als Luftquerschnitt $Q_{\mathfrak{L}}$ sieht man bei Nutenankern, ebenso wie bei glatten, die Polfläche des Magneten an.

Diese ist:

$$Q_{\mathfrak{L}} = \frac{16,6}{2} \cdot \left(\frac{92^0}{360^0} 2\pi\right) \cdot 18 = 240 \text{ cm}^2.$$

Der Querschnitt des Poles ist:

$$Q_{\mathfrak{P}} = 12 \cdot 18 = 216 \text{ cm}^2.$$

Der Querschnitt des Gestelles ist:

$$Q_{\mathfrak{G}} = 5 \cdot 30 = 150 \text{ cm}^2.$$

Die Induktionen in den einzelnen Teilen werden hiermit:

$$B_{ak} = \frac{1,35 \cdot 10^6}{94,5} = 14300,$$

$$B_{az} = \frac{1,35 \cdot 10^6}{116} = 11630,$$

$$B_{\mathfrak{L}} = \frac{1,35 \cdot 10^6}{240} = 5630,$$

$$B_{\mathfrak{P}} = \frac{1,2 \cdot 1,35 \cdot 10^6}{216} = 7500,$$

$$B_{\mathfrak{G}} = \frac{1,2 \cdot 1,35 \cdot 10^6}{2 \cdot 150} = 5400.$$

Die Längen der Kraftlinien sind:

$l_{ak} \cong 16$ cm, $l_{az} = 4$ cm, $l_{\mathfrak{L}} = 0,6 \cdot 1,2$*) $= 0,72$ cm, $L_{\mathfrak{P}} = 20$ cm,

*) Die Kraftlinien, die vom Pol zum Anker gehen, haben verschiedene Längen, je nachdem sie zum Zahnkopf oder zur Nut eintreten. Man trägt dieser Vergrößerung von $\delta$ Rechnung durch Multiplikation mit 1,2.

$$l_g = \left(\frac{5}{2} + \frac{12}{4} + 6 + \frac{5}{2} + \frac{5}{2}\right) 2 + 34{,}6 = 67{,}6 \text{ cm}.$$

Zu $B_{ak} = 14300$ gehört $H_{ak} = 24$; Tafel I (Ankerblech Kurve A).
„ $B_{az} = 11630$ „ $H_{az} = 9$; „ I „ „ „
„ $B_{\mathfrak{P}} = 7500$ „ $H_{\mathfrak{P}} = 70$; „ I (Gußeisen Kurve c).
„ $B_{\mathfrak{G}} = 5400$ „ $H_{\mathfrak{G}} = 29$; „ I „ „ „

$$\mathfrak{F} = H_{ak}\, l_{ak} + H_{az}\, l_{az} + H_{\mathfrak{L}}\, l_{\mathfrak{L}} + H_{\mathfrak{P}}\, l_{\mathfrak{P}} + H_{\mathfrak{G}}\, l_{\mathfrak{G}},$$
$$\mathfrak{F} = 24 \,.\, 16 + 9 \,.\, 4 + 5630 \,.\, 0{,}72 + 70 \,.\, 20 + 29 \,.\, 67{,}6,$$
$$\mathfrak{F} = 384 + 36 + 4050 + 1400 + 1960 = 7830.$$
$$\mathrm{ni} = \frac{7830}{0{,}4\,\pi} = 6240 \text{ Ampèrewindungen.}$$

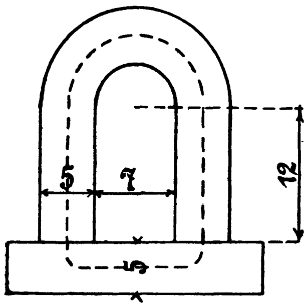



Fig. 53.

**169.** Ein Elektromagnet aus Schmiedeeisen besitzt die in Fig. 53 eingezeichneten Dimensionen. Wie groß ist seine Tragkraft, wenn durch die 400 [600] (1000) Windungen ein Strom von 12,5 [10] (5) A fließt:

Lösung: Der mittlere Kraftlinienweg ist:

$$l = 12 + \frac{17+7}{2}\,\frac{\pi}{2} + 12 + \frac{5\pi}{4} + 7 + \frac{5\pi}{4} = 57{,}7 \text{ cm},$$

$$H = \frac{0{,}4\,\pi\,\mathrm{ni}}{l} = \frac{0{,}4\,\pi \,.\, 400 \,.\, 12{,}5}{57{,}7} = 109.$$

Hierzu gehört nach Tafel I (Kurve a) $B = 18100$.
Die Tragkraft folgt aus der Formel 16 auf Seite 60.

$$P = \frac{2\, B^2 Q}{8\,\pi \,.\, 981000} = \frac{2 \,.\, 18100^2 \,.\, 5^2 \frac{\pi}{4}}{8\,\pi \,.\, 981000}$$
$$P = 520 \text{ kg}.$$

**170.** Aus an Transformatoren gemachten Erfahrungen weiß man, daß eine Stoßfuge gleich einem Luftzwischenraum von 0,005 cm zu rechnen ist. Wie gestaltet sich unter dieser Voraussetzung das Resultat der vorigen Aufgabe?

Lösung: Die magnetomotorische Kraft ist:

$$\mathfrak{F} = H_e\, l_e + H_{\mathfrak{L}}\, l_{\mathfrak{L}},$$

wo der Index e sich auf Eisen, der Index $\mathfrak{L}$ sich auf Luft bezieht und demnach $l_e = 57{,}7$ cm, $l_{\mathfrak{L}} = 2 \,.\, 0{,}005 = 0{,}01$ cm gegeben ist,

$\mathfrak{J} = 0{,}4\,\pi \cdot 400 \cdot 12{,}5 = 6290$ ist. Die Größen $H_e$ und $H_{\mathfrak{L}}$ sind unbekannt, die direkte Lösung ist nicht möglich. Man kann jedoch durch Probieren zum angenäherten Ziele gelangen. Nehmen wir an

$$B_e = B_{\mathfrak{L}} = 18000, \text{ so ist nach Tafel I (Kurve a)}$$

$$H_e = 107 \text{ und da für Luft } \mu = 1, \text{ so ist } H_{\mathfrak{L}} = B_{\mathfrak{L}}, \text{ also}$$

$$\mathfrak{J} = 107 \cdot 57{,}7 + 18000 \cdot 0{,}01 = 6190 + 180 = 6370,$$

d. h.: Um eine Kraftliniendichte von $B_e = 18000$ zu erhalten, müßte $\mathfrak{J} = 6370$ sein, anstatt der vorhandenen 6290. Es ist also $B_e = 18000$ zu groß geschätzt worden. Wir versuchen

$$B_e = B_{\mathfrak{L}} = 17600; \text{ dann ist } H_e = 90 \text{ nach Tafel I;}$$

$$\mathfrak{J} = 90 \cdot 57{,}7 + 17600 \cdot 0{,}01 = 5369, \text{ also zu klein.}$$

Setzen wir $B_e = B_{\mathfrak{L}} = 17970$, so gehört hierzu

$$H_e = 106,\ H_{\mathfrak{L}} = 17970 \text{ und es wird:}$$

$$\mathfrak{J} = 106 \cdot 57{,}7 + 17970 \cdot 0{,}01 = 6289.$$

Es ist also $B_{\mathfrak{L}} = 17970$ und

$$P = \frac{2 \cdot 17970^2 \cdot 5^2 \frac{\pi}{4}}{8\,\pi \cdot 981000} = 505 \text{ kg.}$$

**171.** Der Anker des Magneten in Aufgabe 169 ist von den Schenkelenden 1 cm entfernt. An demselben hängt eine Last von 100 kg. Wieviel Ampère sind erforderlich, um den Anker anzuziehen?

Lösung: Aus $P = \dfrac{2\,B^2\,Q}{8\,\pi \cdot 981000}$ folgt

$$B = \sqrt{\frac{P\,\pi\,8 \cdot 981000}{2\,Q}} = \sqrt{\frac{100 \cdot 8\,\pi \cdot 981000}{2 \cdot \frac{\pi\,5^2}{4}}} = 7950.$$

Zu $B = 7950$ gehört nach Tafel I (Kurve A) $H = 2{,}2$

Die Gleichung $H_1\,l_1 + H_2\,l_2 = \mathfrak{J}$

gibt

$$2{,}2 \cdot 57{,}7 + 7950 \cdot 2 = \mathfrak{J},$$

$$127 + 15900 = \mathfrak{J} = 16027,$$

$$i = \frac{16027}{0{,}4\,\pi \cdot 400} = 32 \text{ A.*)}$$

## § 17.

## Die Induktion.

**Gesetz 13: Umschließt eine Spule Kraftlinien und ändert sich die Anzahl derselben, so entsteht in den Windungen eine elektromotorische Kraft.**

*) Die Kraftlinien im Luftzwischenraum breiten sich aus, so daß die angegebene Rechnung nur eine angenäherte ist.

Die Größe dieser Kraft folgt aus der Formel

$$e = -\frac{d\,\Phi}{d\,t}\,\xi\,10^{-8}\ \text{Volt}, \qquad \dots\dots\dots\dots 30$$

wo $\Phi$ die Anzahl der Kraftlinien bezeichnet, die zur Zeit t von den $\xi$ Windungen umschlossen werden.

**Gesetz 14: Wird ein Leiter in einem magnetischen Felde so bewegt, daß er Kraftlinien schneidet, so wird in ihm eine elektromotorische Kraft induziert.**

Die Größe der elektromotorischen Kraft ist

$$e = \frac{H\,l\,v}{10^8}\sin\omega\ \text{Volt}. \qquad \dots\dots\dots\dots 31.$$

Es bedeutet H die konstante Kraftliniendichte des magnetischen Feldes, $l$ die Länge des Leiters innerhalb der Kraftliniendichte, v die Geschwindigkeit der Bewegung beide Größen in cm und $\omega$ den Winkel, welchen eine Kraftlinie mit dem Leiter einschließt.

Die Formel 30 läßt sich umformen und integrieren; man erhält dann für die Elektrizitätsmenge Q, die durch eine Spule von $\xi$ Windungen fließt, wenn sich die anfängliche Kraftlinienzahl $\Phi_1$ auf $\Phi_2$ ändert, die Formel:

$$Q = \frac{\xi}{w}\,\frac{\Phi_1 - \Phi_2}{10^8}\ \text{Coulomb}, \qquad \dots\dots\dots 32$$

wo w den Widerstand des geschlossenen Kreises bezeichnet. Dividiert man die Elektrizitätsmenge Q durch die Zeit T', welche zu der Kraftlinienänderung $\Phi_1 - \Phi_2$ gebraucht wurde, so erhält man die mittlere Stromstärke $i_m$,

$$i_m = \frac{\xi}{w}\,\frac{\Phi_1 - \Phi_2}{T'\,10^8}\ \text{Ampère}. \qquad \dots\dots\dots 33.$$

Multipliziert man die Stromstärke mit dem Widerstande des Kreises, so erhält man die mittlere elektromotorische Kraft der Induktion

$$e_m = \frac{\xi\,(\Phi_1 - \Phi_2)}{T'\,10^8}\ \text{Volt}. \qquad \dots\dots\dots\dots 34.$$

**172.** Ein Magnetstab von 20 [30] (40) cm Länge hat das magnetische Moment M = 1600 [2500] (3000) (c, g, s) Einheiten. Derselbe wird rasch in eine Spule eingestoßen, so daß Spulenmitte und Stabmitte zusammenfallen. Die Spule besitzt 500 [800] (1200) Windungen und 2 [10] (20) $\Omega$ Widerstand. Welche Elektrizitätsmenge wird in der kurzgeschlossenen Spule erzeugt?

Lösung: Die Anzahl der von dem Magneten ausgesandten Kraftlinien ist nach Formel 15

$$\Phi = 4\pi\frac{M}{l} = \frac{4\pi\,.\,1600}{20} = 1004{,}8.$$

Diese Zahl umschließt die Spule, wenn Stab- und Spulen-Mitte zusammenfallen, es ist also

$$\Phi_2 = 1004{,}8.$$

Zuerst war jedoch der Stab so weit von der Spule entfernt, daß praktisch keine Kraftlinien durch die Spule gingen, also ist

$$\Phi_1 = 0, \text{ mithin nach Formel 32}$$

$$Q = \frac{(1004{,}8 - 0)\,500}{2 \,.\, 10^8} = 0{,}002512 \text{ Coulomb.}$$

**173.** Welche mittlere Stromstärke fließt durch die Windungen, wenn der Stab nach 0,1 [0,001] (0,015) Sekunden die Spulenmitte erreicht?

Lösung: $i_m = \frac{Q}{T'} = \frac{0{,}002512}{0{,}1} = 0{,}02512$ A.

**174.** Eine Spule hat 150 [200] (350) Windungen, deren mittlerer Durchmesser 25,5 [35] (50) cm beträgt. Dieselbe wird vertikal so aufgestellt, daß die Ebene der Windungen von Osten nach Westen zeigt. Welche Elektrizitätsmenge wird in dem geschlossenen Stromkreise von 20 [40] (60) $\Omega$ Widerstand bei einer Drehung der Spule um 180° erzeugt, wenn die Horizontalkomponente $H_e$ des Erdmagnetismus für den Aufstellungsort den Wert 0,2 [0,193] (0,19) besitzt? (Fig. 54.)

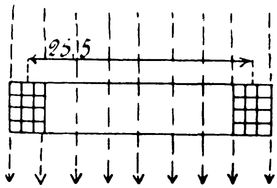



Fig. 54.

Lösung: Von den Windungen werden vor der Drehung die Kraftlinien $\Phi_1 = F\,H_e = \frac{2\,5{,}5^2\,\pi}{4} \,.\, 0{,}2 = 103$ umschlossen, nach der Drehung ist die Kraftlinienzahl dieselbe geblieben, doch tritt sie von der anderen Seite durch die Windungen, also muß $\Phi_2 = -103$ gesetzt werden. Die Elektrizitätsmenge ist daher

$$Q = \frac{(103 + 103) \,.\, 150}{10^8 \,.\, 20} = \frac{206 \,.\, 150}{20 \,.\, 10^8} = 0{,}00001545 \text{ Coulomb.}$$

**175.** Den äußeren Stromkreis der Spule (Aufgabe 174) bildete ein ballistisches Spiegelgalvanometer, welches bei der Drehung einen Ausschlag von 3 [12] (15) Skalenteilen machte. Wie groß ist hiernach die Konstante des Galvanometers?

Lösung: Für kleine Ausschläge ist $Q = C p$, wo C die gesuchte Konstante und p den ersten Ausschlag bedeutet. Es ist also

$$C = \frac{Q}{p} = \frac{0{,}00001545}{3} = 0{,}00000515.$$

**176.** Welche Elektrizitätsmenge ging durch das Galvanometer der Aufgabe 175, wenn der erste Ausschlag 25 [12] (30) Skalenteile beträgt?

Lösung: $Q = 0{,}00000515 \,.\, 25 = 0{,}000129$ Coulomb.

**177.** Es soll der Widerstand w der Spule in Aufgabe 174 einschließlich des Galvanometers bestimmt werden?

Lösung: Ist F die Fläche der Spule, durch welche pro $cm^2$ $H_e$ Kraftlinien gehen, so ist die von den Windungen eingeschlossene Kraftlinienzahl $FH_e$; nach der Drehung um $180^0$ ist sie $- FH_e$, also wird eine Elektrizitätsmenge $Q_1 = \frac{2\,FH_e\,\xi}{w\,10^8}$ erzeugt, wo w den gesuchten Widerstand bezeichnet. Diese Elektrizitätsmenge ruft im Galvanometer den Ausschlag $p_1$ hervor. Schaltet man nun in den Stromkreis noch den bekannten Widerstand r ein, so wird bei der Drehung der Spule jetzt die Elektrizitätsmenge $Q_2 = \frac{2\,FH_e\,\xi}{(w+r)\,10^8}$ erzeugt, welche den Galvanometerausschlag $p_2$ hervorbringt. Es ist also

$$Q_1 = \frac{2\,FH_e\,\xi}{w\,10^8} = Cp_1$$

$$Q_2 = \frac{2\,FH_e\,\xi}{(w+r)\,10^8} = Cp_2.$$

Durch Division beider Gleichungen erhält man

$$\frac{w+r}{w} = \frac{p_1}{p_2}, \text{ woraus}$$

$$w = r\,\frac{p_2}{p_1 - p_2} \text{ folgt.}$$

Wie groß ist hiernach w, wenn $p_1 = 20$ [15] (18), $p_2 = 7$ [8] (4) und $r = 10$ [20] (5) $\Omega$ ist?

$$w = 10\,\frac{7}{20-7} = 5{,}38\ \Omega.$$

**178.** Durch eine Spule von 2743 Windungen und 40 cm Länge wird ein Strom von 2 [1,5] (0,97) A. geschickt. In der Mitte dieser Spule sind 100 Windungen von 1,86 cm Durchmesser aufgewickelt, die mit einem ballistischen Galvanometer von 15 $\Omega$ inklusive des Widerstandes der 100 Windungen verbunden sind. Welche Elektrizitätsmenge fließt durch das Galvanometer, wenn der Strom von 2 [1,5] (0,97) A gewendet wird? Wie groß ist die Galvanometerkonstante bei 12 [8] (15) Teilen Ausschlag?

Lösung: Die Kraftliniendichte, die in der Mitte der langen Spule erzeugt wird, ist

$$H = \frac{0{,}4\,\pi\,\mathrm{ni}}{l} = \frac{0{,}4\,\pi\,2743\,.\,2}{40} = 172.$$

Die Kraftlinienzahl, die durch unsere 100 Windungen geht, ist daher

$$\Phi_1 = \frac{1{,}86^2\,\pi}{4}\,.\,172 = 468.$$

Nach der Stromumkehr ist die Kraftlinienzahl $\Phi_2 = -468$.

Es ist mithin $Q = \frac{100\,.\,[468 - (-468)]}{15\,.\,10^8} = 0{,}0000624$ Coulomb.

Die Galvanometerkonstante ist $C = \frac{Q}{p} = \frac{0{,}0000624}{12} = 0{,}0000052$.

**179.** In die Höhlung der langen Spule wurde ein Eisenstab von 0,45 cm Durchmesser eingeschoben. Jetzt machte das Galvanometer beim Stromwenden einen Ausschlag von 47,7 [36] (18) Teilen. Gesucht wird:

a) die Elektrizitätsmenge,
b) die den Eisenstab durchsetzende Kraftlinienzahl,
c) die Krafltliniendichte im Eisen.

Lösungen:

Zu a): Der Galvanometerausschlag gibt die Elektrizitätsmenge:

$$Q = 0{,}0000052\,.\,47{,}7 = 0{,}000248 \text{ Coulomb.}$$

Zu b): Aus $Q = \frac{\xi\,(\Phi_1 - \Phi_2)}{10^8\,w}$ folgt:

$$\Phi_1 - \Phi_2 = \frac{0{,}000248\,.\,10^8\,.\,15}{100} = 3710.$$

Nun ist aber $\Phi_2 = -\Phi_1$, also

$$2\,\Phi_1 = 3710 \quad \text{oder} \quad \Phi_1 = 1855.$$

Zu c): Die Kraftliniendichte im Eisen ist

$$B = \frac{1855}{0{,}45^2\,.\,\frac{\pi}{4}} = 11\,700.$$

**180.** Ein Eisenring von 1 [2,8] (2,87) $cm^2$ Querschnitt, einem äußeren Durchmesser von 17 [25] (32) cm und einem inneren von 15 [10] (20) cm ist mit 430 [520] (640) Windungen bewickelt, durch die ein Strom von 2 [3] (5) A geschickt wird. Außerdem sind noch 10 Windungen aufgewickelt, die durch einen Erdinduktor und ein ballistisches Spiegelgalvanometer zu einem Stromkreise vereinigt sind. Der Erdinduktor besteht aus 150 Windungen, die eine Fläche von 510 $cm^2$ umschließen. Wird derselbe um $180^0$ gedreht, so schlägt das Spiegelgalvanometer um 1,8 [2,5] (3) Teile aus; wird der Strom des Eisenringes dagegen gewendet, so beträgt der Ausschlag 17,4 [25] (36) Teile. Die Horizontalkomponente des Erdmagnetismus hat den Wert $H_e = 0{,}2$. Wie groß ist hiernach

a) die magnetisierende Kraft H,

b) die magnetische Induktion B im Eisen.

Lösungen:

Zu a): Die magnetisierende Kraft H folgt aus der Formel

$$H = \frac{0{,}4\,\pi\,n\,i}{l} = \frac{0{,}4\,\pi\,.\,430\,.\,2}{16\,\pi} = 21{,}5.$$

Zu b): Wird der Erdinduktor gedreht, so entsteht durch Induktion die Elektrizitätsmenge

$$Q_1 = \frac{150\,(\Phi_1 - \Phi_2)}{w\;18^8} = \frac{150\,(2\,.\,510\,.\,0{,}2)}{w\;10^8},$$

wo w den Widerstand der 10 Windungen, des Galvanometers und des Erdinduktors bezeichnet.

Beim Wenden des Stromes entsteht die Elektrizitätsmenge

$$Q_2 = \frac{10\,.\,2\,\Phi}{w\,.\,10^8},$$

wo $\Phi$ die durch den Ring tretende Kraftlinienzahl ist.

$$(\Phi_1 = \Phi; \qquad \Phi_2 = -\Phi).$$

Die das Galvanometer durchfließende Menge Q wird aber gemessen durch die Gleichung

$$Q = C\,p,$$

es gelten also die Gleichungen

$$\frac{150\,.\,2\,.\,510\,.\,0{,}2}{w\,.\,10^8} = C\,.\,1{,}8;$$

$$\frac{10\,.\,2\,\Phi}{w\,.\,10^8} = C\,.\,17{,}4.$$

Durch Division ergibt sich

$$\frac{\Phi}{15\,.\,510\,.\,0{,}2} = \frac{17{,}4}{1{,}8},$$

$$\Phi = \frac{17{,}4\,.\,15\,.\,510\,.\,0{,}2}{1{,}8} = 14800,$$

$$\text{demnach}\quad B = \frac{\Phi}{q} = \frac{14800}{1} = 14800.$$

**181.** Welche elektromotorische Kraft entsteht in einem 10 [15] (20) cm langen Stabe, der sich mit 8 [10] (20) m Geschwindigkeit in einem konstanten magnetischen Felde von der Dichte 5000 [7000] (8000) bewegt (Fig. 55)?

Lösung: $$e = \frac{H l v}{10^8} = \frac{5000 \, . \, 10 \, . \, 800}{10^8} = 0{,}4 \text{ Volt.}$$

**182.** Zwei Stäbe aus 3 [2] (2,5) mm rundem Kupferdraht sind zu einem Rechteck von 10 [18] (20) cm und 8 [6] (12) cm Seitenlänge verbunden. Die eine 10 cm Seite befindet sich in einem

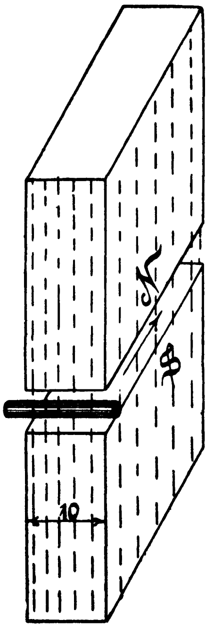


Fig. 55.

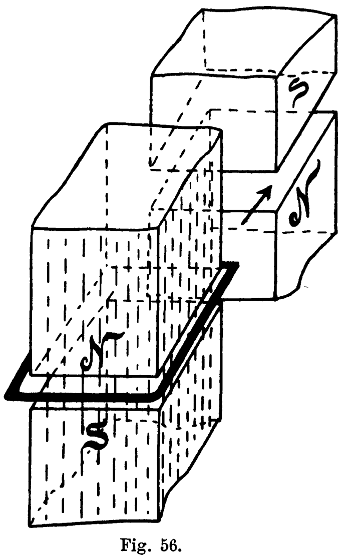


Fig. 56.

Felde, dessen konstante Dichte 4500 [6000] (7500) ist; das Rechteck wird senkreckt zu den Kraftlinien mit einer Geschwindigkeit von 8 [10] (29) m fortbewegt (Fig. 56). Gesucht wird:

a) die erzeugte elektromotorische Kraft.

b) der Widerstand des Rechtecks,

c) die im Draht fließende Stromstärke,

d) die Kraft, die sich der Bewegung des Drahtes entgegenstellt,

e) der zur Bewegung des Drahtes erforderliche Effekt,

f) der vom Strome geleistete Effekt.

NB. In dieser Aufgabe ist davon abzusehen, daß der Draht den obigen Strom nicht vertragen würde.

Lösungen:

Zu a): Die in einer Seite erzeugte elektromotorische Kraft ist

$$e = \frac{4500 . 10 . 800}{10^8} = 0{,}360 \text{ Volt.}$$

Zu b): Die Länge aller vier Seiten ist 36 cm = 0,36 m.

Der Querschnitt ist $q = 3^2 \frac{\pi}{4} = 7 \text{ mm}^2$,

also der Widerstand $w = \frac{0{,}018 . 0{,}36}{7} = 0{,}000925\ \Omega$.

Zu c): Die Stromstärke ist $i = \frac{0{,}36}{0{,}000925} = 388$ A.

Zu d): Die Formel 18 (S. 61) gibt für einen Stab die

Kraft $P = B i b = 4500 . 38{,}8 . 10 = 1750000$ Dyne

(i war in c, g, s Einheiten einzusetzen).

Zu e): Der zur Bewegung des Drahtes erforderliche Effekt ist

$$\frac{1750000 . 800}{10^7} = 140 \text{ Watt.}$$

Zu f): Der vom Strome geleistete Effekt ist

$$e i = 0{,}36 . 388 = 140 \text{ Watt.}$$

**183.** Welche mittlere elektromotorische Kraft wird in einem Erdinduktor von 20 [35] (50) cm Durchmesser und 200 [300] (400) Windungen erzeugt, wenn derselbe um einen vertikalen Durchmesser mit 8 [10] (20) Umdrehungen pro Sekunde gedreht wird, und die Horizontalkomponente des Erdmagnetismus am Aufstellungsort den Wert 0,194 [0,2] (10)*) hat?

Lösung: Die mittlere elektromotorische Kraft folgt aus Formel 34

$$e_m = \frac{(\Phi_1 - \Phi_2)\,\xi}{T' \, 10^8}.$$

*) Ist durch den Erdmagnetismus natürlich unmöglich.

Zeigt der Erdinduktor von Osten nach Westen, so ist

$$\Phi_1 = 20^2 \frac{\pi}{4} . 0{,}194 = 61,$$

eine **halbe** Umdrehung später ist

$$\Phi_2 = -20^2 \frac{\pi}{4} . 0{,}194 = -61.$$

Da in 1 Sekunde 8 Umdrehungen gemacht werden, so ist die Zeitdauer T' einer halben Umdrehung $= \frac{1}{16}$ Sekunde, also wird

$$e_m = \frac{2 . 61 . 200}{\frac{1}{16} . 10^8} = 0{,}0039 \text{ Volt.}$$

**184.** Wie groß ist in voriger Aufgabe die mittlere Stromstärke, wenn der Widerstand des Stromkreises 2 [5] (15) $\Omega$ beträgt?

Lösung: $i_m = \frac{e_m}{w} = \frac{0{,}0039}{2} = 0{,}00195$ A.

## § 18.

## Selbstinduktion.

**Gesetz 15: Wird der Stromkreis einer Spule geschlossen oder geöffnet, so entsteht in den Windungen eine elektromotorische Kraft (die Selbstinduktion).**

Ihre Größe folgt aus der Formel

$$e_s = - L \frac{di}{dt} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 35.$$

L heißt der Koeffizient der Selbstinduktion und wird in Henry gemessen. 1 Henry = $10^9$ cm.

Für eine lange Spule ist angenähert

$$L = \frac{4 \pi \xi^2 q}{10^9 l} \text{ Henry,} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 36$$

wo $\xi$ die Windungszahl, q die von der mittleren Windung eingeschlossene Fläche in $cm^2$ und $l$ die Länge des Wickelungsraums in cm bedeutet.

Für zwei geradlinige parallele Leiter (Fig. 57), welche an einem Ende miteinander verbunden sind, ist der Selbstinduktionskoeffizient

$$L = l \left(4{,}605 \log \frac{a}{r} + 0{,}5\right) \text{ cm,}$$

wo a den Abstand, $l$ die ganze Drahtlänge und 2 r den Drahtdurchmesser in cm bezeichnet. Setzt man

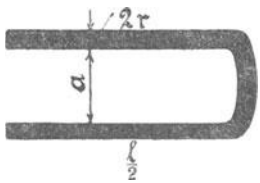


Fig 57

$$l = 10^5 \text{ cm} = 1 \text{ km}$$

und verwandelt in Henry, so wird für 1 km Drahtlänge

$$L = \frac{4{,}605 \log \frac{a}{r} + 0{,}5}{10^4} \text{ Henry*)} \quad \ldots\ldots \quad 37.$$

6. Tabelle der Werte von L in Henry für 1 km Drahtlänge.

| | a = 25 cm | a = 50 cm | a = 75 cm | a = 100 cm | a = 150 cm | a = 200 cm |
|---|---|---|---|---|---|---|
| r = 0,5 mm | 0,001292 | 0,001431 | 0,001512 | 0,001570 | 0,001645 | 0,001705 |
| 1 „ | 0,001155 | 0,001292 | 0,001372 | 0,001431 | 0,001514 | 0,001570 |
| 1,5 „ | 0,001070 | 0,001209 | 0,001292 | 0,001348 | 0,001430 | 0,001487 |
| 2 „ | 0,001017 | 0,001155 | 0,001240 | 0,001292 | 0,001372 | 0,001430 |
| 2,5 „ | 0,000970 | 0,001110 | 0,001190 | 0,001247 | 0,001329 | 0,001386 |
| 3 „ | 0,000934 | 0,001070 | 0,001150 | 0,001219 | 0,001292 | 0,001346 |
| 3,5 „ | 0,000905 | 0,001044 | 0,001129 | 0,001183 | 0,001263 | 0,001320 |
| 4 „ | 0,000877 | 0,001017 | 0,001087 | 0,001155 | 0,001226 | 0,001292 |
| 4,5 „ | 0,000850 | 0,000990 | 0,001070 | 0,001127 | 0,001212 | 0,001270 |
| 5 „ | 0,000832 | 0,000971 | 0,001052 | 0,001110 | 0,001191 | 0,001249 |

**185.** Wie groß ist der Selbstinduktionskoeffizient einer 40 [50] (35) cm langen Spule, die 2745 [4300] (1800) Windungen besitzt, deren mittlerer Durchmesser 2 [2,5] (3) cm ist?

Lösung: $\xi = 2745,\ l = 40$ cm, $q = \frac{\pi\, 2^2}{4} = 3{,}14$ cm$^2$.

$$L = \frac{4\,\pi\,.\,2745^2\,.\,3{,}14}{10^9\,.\,40} = 0{,}00745 \text{ Henry.}$$

**186.** Wieviel Windungen muß eine Spule von 50 [40] (10) cm Länge und einem mittleren Wickelungsdurchmesser von 10 [15] (20) cm erhalten, um einen Selbstinduktionskoeffizienten von 1 Henry zu besitzen?

Lösung: Aus $L = \frac{4\,\pi\,\xi^2\,q}{10^9\,l}$ folgt

$$\xi = \sqrt{\frac{10^9\,l\,L}{4\,\pi\,q}} = \sqrt{\frac{10^9\,.\,50\,.\,1}{4\,\pi\,.\,10^2\,.\,\frac{\pi}{4}}}$$

$$\xi = \frac{10^4}{\pi}\sqrt{5} = 7110 \text{ Windungen.}$$

---

*) In ETZ 1908 Seite 312 ist die folgende Formel für L pro km Drahtlänge angegeben:

$$L = \frac{9{,}21 \log \frac{a}{r} + 1}{10^4} \text{ Henry.}$$

Die Werte der Tabelle 6 müssen hiernach mit 2 multipliziert werden.

**187.** Berechne den Selbstinduktionskoeffizienten für 1 km Drahtlänge, wenn der Drahtdurchmesser 12 [11] (13) mm und der Abstand der parallelen Drähte voneinander 45 [55] (60) cm beträgt.

Lösung: Der Selbstinduktionskoeffizient pro km Drahtlänge folgt aus der Formel 37

$$L = \frac{4{,}605 \log \frac{a}{r} + 0{,}5}{10^4} \text{ Henry.}$$

In unserem Falle ist $r = 6$ mm, $a = 45$ cm $= 450$ mm,

$$\text{also } L = \frac{4{,}605 \log \frac{450}{6} + 0{,}5}{10^4} = 0{,}000905 \text{ H.}$$

**188.** Der Ort A ist mit dem 15 [30] (80) km entfernten Orte B durch eine 8 [7] (6) mm dicke Kupferleitung (Hin- und Rück-Leitung) verbunden. Der Abstand der beiden Drähte voneinander beträgt 50 [75] (100) cm. Wie groß ist der Widerstand und der Selbstinduktionskoeffizient dieser Leitung?

$$\text{Lösung: } w = \frac{c\,l}{q} = \frac{0{,}018 \,.\, 30000}{8^2 \frac{\pi}{4}} = 10{,}8\ \Omega.$$

Für einen Draht von 4 mm Radius und 50 cm Abstand ergibt die Tabelle 6) pro km Drahtlänge den Selbstinduktionskoeffizienten 0,001017, also ist für 2 . 15 km Drahtlänge

$$L = 30 \,.\, 0{,}001017 = 0{,}03051 \text{ Henry.}$$

# II. Die Eigenschaften der Gleichstrom-Maschinen.

## § 19.

### Die fremderregte Maschine.

Gesetz 16: **Dreht sich ein Anker in einem magnetischen Felde, so entsteht in ihm eine elektromotorische Kraft. Kehrt man, bei unverändertem Magnetismus, die Drehungsrichtung um, so ändert sich auch die Richtung der elektromotorischen Kraft.**

Die Größe der elektromotorischen Kraft ist, für einen Grammeschen Ringanker, der $\xi$ Windungen besitzt und sich mit n Umdrehungen pro Minute in einem magnetischen Felde dreht, dessen Nordpol $\Phi_0$ Kraftlinien aussendet:

$$E = \frac{\Phi_0 \, n \, \xi}{60 . 10^8} \text{ Volt} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 38.$$

Für Ring- und Trommelanker gilt die gleiche Formel $E = \frac{\Phi_0 \, n \, z}{60 . 10^8}$, wenn z die Drahtzahl bezeichnet; beim Ringanker ist dann $z = \xi$, beim Trommelanker $z = 2 \, \xi$.

Bezeichnet $w_a$ den Widerstand des Ankers, $i_a$ den dem Anker entnommenen Strom, e die Spannung an den Bürsten, so ist

$$e = E - i_a \, w_a \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 39.$$

Für den Ankerwiderstand gilt die Formel:

$$w_a = \frac{c \, L_a}{4 \, q} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 40$$

wo $L_a$ die aufgewickelte Drahtlänge in Meter, q den Drahtquerschnitt in $mm^2$ und c den spezifischen Leitungswiderstand des Kupfers bedeutet. Um der Erwärmung des Drahtes Rechnung zu tragen, setzt man in der Regel $c = 0{,}02$.

Gesetz 17: **Schickt man Strom in den Anker hinein, so dreht sich derselbe. Kehrt man die Stromrichtung um, so kehrt sich auch die Drehrichtung um.**

Die Bürstenspannung ist bestimmt durch die Gleichung:

$$e = E + i_a \, w_a \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 41.$$

**189.** Ein Ringanker besitzt 210 [400] (600) Windungen und wird mit 1200 [1500] (800) Umdrehungen pro Minute in einem magnetischen Felde von $2 . 10^6$ [$1{,}8 . 10^6$] ($3 . 10^6$) Kraftlinien gedreht. Welche elektromotorische Kraft wird im Anker erzeugt?

Lösung: Es ist $\xi = 210$, $\Phi_0 = 2 . 10^6$, $n = 1200$,

$$\text{also } E = \frac{2 . 10^6 . 1200 . 210}{60 . 10^8} = 84 \text{ Volt.}$$

**190.** Der Ankerwiderstand in Aufgabe 189 beträgt 0,05 [0,03] (0,2) $\Omega$; welche Spannung liefert die Maschine, wenn dem Anker 100 [120] (50) A entnommen werden?

Lösung: $e = 84 - 100 . 0{,}05 = 79$ Volt.

**191.** Um die Bürstenspannung wieder auf 84 [180] (240) Volt (wie bei Leerlauf) zu bringen, soll die Tourenzahl erhöht werden. Wieviel Umdrehungen muß der Anker machen?

Lösung 1): Wenn $e = 84$ V ist,

muß $E = e + i_a w_a = 84 + 100 . 0{,}05 = 89$ Volt werden.

Die Gleichung $E = \dfrac{\Phi_0 n \xi}{60 . 10^8}$

gibt

$$n = \frac{E . 10^8 . 60}{\Phi_0 \xi} = \frac{89 . 10^8 . 60}{2 . 10^6 . 210} = 1272.$$

Lösung 2): Schreibt man die Formel 38

$$E_1 = \frac{\Phi_0 n_1 \xi}{60 . 10^8},$$

$$E_2 = \frac{\Phi_0 n_2 \xi}{60 . 10^8}$$

und dividiert, so erhält man

$$E_1 : E_2 = n_1 : n_2 \quad \text{oder} \quad 84 : 89 = 1200 : n_2,$$

$$n_2 = \frac{1200 . 89}{84} = 1272.$$

**192.** Wieviel Kraftlinien sind in Aufgabe 191 erforderlich, wenn die Tourenzahl unverändert 1200 [1500] (800) bleibt?

Lösung 1): $E = 89$ V.

$$\Phi_0 = \frac{E . 10^8 . 60}{n \xi} = \frac{89 . 10^8 . 60}{1200 . 210} = 2{,}12 . 10^6.$$

Lösung 2): $E_1 : E_2 = \Phi_0 : \Phi_0'$,

$$84 : 89 = 2 . 10^6 : \Phi_0', \qquad \Phi_0' = \frac{89 . 2 . 10^6}{84} = 2{,}12 . 10^6.$$

**193.** Der Anker der Aufgabe 189 erhält aus einer fremden Stromquelle von 85 [186] (245) Volt Spannung einen Strom von

75 [100] (45) A. Wie groß ist a) die elektromotorische Gegenkraft des Ankers und b) wieviel Umdrehungen macht derselbe, wenn $\Phi_0 = 2 \cdot 10^6$ [$1{,}8 \cdot 10^6$] ($3 \cdot 10^6$) ist?

Lösung: $E = e - i_a w_a = 85 - 75 \cdot 0{,}05 = 81{,}25$ V.

$$n = \frac{60 \cdot E \cdot 10^8}{\Phi_0 \, \xi} = \frac{60 \cdot 81{,}25 \cdot 10^8}{2 \cdot 10^6 \cdot 210} = 1161 \text{ Umdr. pro Minute.}$$

**194.** Man wünscht die Tourenzahl der vorigen Aufgabe auf 1200 [1500] (800) zu bringen und zwar durch Änderung des magnetischen Feldes. Wieviel Kraftlinien sind hierzu erforderlich?

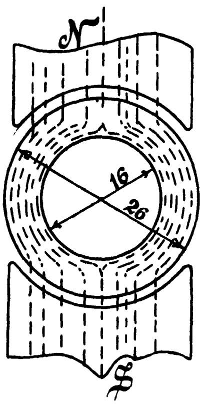
Lösung: $E = 85 - 75 \cdot 0{,}05 = 81{,}25$ V.

$$\Phi_0 = \frac{E \cdot 10^8 \cdot 60}{n \, \xi} = \frac{81{,}25 \cdot 10^8 \cdot 60}{1200 \cdot 210} = 1{,}935 \cdot 10^6.$$

**Gesetz 18: Schwächung des Feldes erhöht beim Motor die Tourenzahl.**

**195.** Welche Stromstärke nimmt der obige Motor auf, wenn bei $\Phi_0 = 2 \cdot 10^6$ [$1{,}8 \cdot 10^6$] ($3 \cdot 10^6$) die Tourenzahl auf 1000 [1400] (650) pro Minute gesunken ist? (Klemmenspannung wie in Aufgabe 193).

Lösung: $E = \dfrac{\Phi_0 \, n \, \xi}{60 \cdot 10^8} = \dfrac{2 \cdot 10^6 \cdot 1000 \cdot 200}{60 \cdot 10^8} = 70$ V.



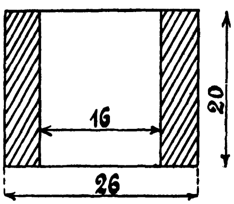



Fig. 58.

Aus der Gleichung $e = E + i_a w_a$ folgt

$$i_a = \frac{e - E}{w_a} = \frac{85 - 70{,}2}{0{,}05} = \frac{14{,}8}{0{,}05} = 296 \text{ A.}$$

**196.** Wie hoch würde die Stromstärke eventuell steigen, wenn der Anker festgehalten würde?

Lösung: Beim Festhalten ist $n = 0$, also auch $E = 0$, demnach

$$i_a = \frac{e}{w_a} = \frac{85}{0{,}05} = 1700 \text{ A.}$$

**197.** Der Anker eines Elektromotors besitzt 26 [30] (40) cm äußeren und 16 [18] (24) cm inneren Durchmesser; seine Länge beträgt 20 cm, wovon 15 % für die Papierisolation der einzelnen Blechscheiben abzurechnen sind. (Fig. 58.) Die Bewickelung soll aus isoliertem Draht von 3 [2] (2,5) mm Durchmesser unbesponnen und 3,5 [2,5] (3) mm mit Umspinnung bestehen. Die Kraftliniendichte sei 10000 [12000]

(9000), die Tourenzahl 1200 [1000] (800) pro Minute. Gesucht wird:

a) die Kraftlinienzahl im Anker,

b) die Windungszahl, wenn die Windungen in einer [zwei] (zwei) Lage [(Lagen)] aufgebracht werden,

c) die elektromotorische Gegenkraft,

d) die Länge der aufgewickelten Drähte,

e) der Ankerwiderstand.

Lösungen:

Zu a): Der Eisenquerschnitt des Ankers ist zunächst

$$Q_e = 0{,}85\, b\,(D - D_0) = 0{,}85 \cdot 20 \cdot (26 - 16) = 170 \ \text{cm}^2,$$

daher die Kraftlinienzahl $\Phi_0 = 170 \cdot 10000 = 1{,}7 \cdot 10^6$.

Zu b): Die Drähte, dicht aneinander gelegt, müssen den Umfang bedecken; der mittlere Durchmesser des bewickelten Ankers ist $260 + 3{,}5 = 263{,}5$ mm, also muß

$$3{,}5\, \xi = 263{,}5\, \pi \ \text{sein, woraus}$$

$$\xi = \frac{263{,}5\, \pi}{3{,}5} = 236$$

folgt.

Zu c): $$E = \frac{\Phi_0\, n\, \xi}{60 \cdot 10^8} = \frac{1{,}7 \cdot 10^6 \cdot 1200 \cdot 236}{60 \cdot 10^8} = 80{,}2 \ \text{V}.$$

Zu d): Die Länge einer Windung ist $20 + 20 + 3{,}2 \cdot 5 = 56$ cm, die Länge von 236 Windungen daher

$$L_a = 236 \cdot 0{,}56 = 132{,}5 \ \text{m}.$$

Zu e): Der Widerstand des Ankers ist mithin

$$w_a = \frac{c\, L_a}{4\, q} = \frac{0{,}02 \cdot 132{,}5}{4 \cdot \frac{\pi}{4} \cdot 3^2} = 0{,}094\ \Omega.$$

**198.** Welchen Widerstand erhält der Anker eines Motors, der an 100 [120] (220) V Klemmenspannung angeschlossen ist und bei voller Belastung 70 [60] (50) A braucht, wenn die Tourenzahl von Leerlauf bis zur Vollbelastung sich um 2% ändern darf?

Lösung: Aus der Gleichung $E = \frac{\Phi_0\, n\, \xi}{60 \cdot 10^8}$ geht hervor, daß sich E (bei konstantem $\Phi_0$) proportional mit n ändert, wenn also n sich um 2% ändert, so tut dies E ebenfalls, d. h. die elektromotorische Kraft fällt von annähernd 100 V bei Leerlauf auf 98 Volt bei voller Belastung. Nun ist aber

$$E = e - i_a w_a \quad \text{oder} \quad i_a w_a = e - E = 100 - 98 = 2 \text{ Volt},$$

$$w_a = \frac{2}{70} = 0{,}0286\ \Omega.$$

NB. Bei Leerlauf ist $i_a$ klein, so daß $i_a w_a$ vernachlässigt werden kann, also $e = E$ ist.

## § 20.

## Die Ankerrückwirkung.

Wenn ein Anker Strom abgibt, so wird er selbst magnetisch. Die Folge hiervon ist eine Rückwirkung auf das magnetische Feld.

Da zur Vermeidung der Funkenbildung am Kollektor, hervorgerufen durch den Kurzschluß einer Spule, die Bürsten verschoben werden müssen und zwar bei einer Dynamo im Sinne der Drehung, bei einem Motor im entgegengesetzten Sinne, so tritt hierdurch eine Schwächung des magnetischen Feldes ein. Will man also die ursprüngliche Stärke wieder herstellen, so muß man mehr Ampèrewindungen auf dem Magneten erzeugen. Diese zusätzliche Ampèrewindungszahl ist

$$X = \frac{z\,\alpha^0}{360^0}\, i_d \quad \ldots \ldots \ldots \quad 42$$

wo z die Drahtzahl, $\alpha$ den doppelten Bürstenverschiebungswinkel, d. i. angenähert den Winkel zwischen zwei ungleichnamigen Polkanten, und $i_d$ die Stromstärke im Ankerdraht bezeichnet.

Führt man die Bezeichnungen

$$\overline{AS} = \frac{z\, i_d}{\pi D} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 43$$

$$T_p = \frac{\pi D}{2p} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 44$$

und

$$g = \frac{b_p}{T_p} = \frac{\text{Polbogen}}{\text{Polteilung}} \quad \ldots \ldots \quad 45$$

ein, so kann man die Formel 42 auch schreiben

$$X = (1 - g)\, T_p\, \overline{AS} \quad \ldots \ldots \quad (42\text{a}).$$

Um Funkenbildung zu vermeiden, darf die EMK der Selbstinduktion der kurzgeschlossenen Spule (die Reaktanzspannung) gewisse Erfahrungswerte nicht überschreiten. Eine Annäherungsformel für die Reaktanzspannung ist

$$e_s = 7 \cdot \frac{P}{G} \cdot \frac{z}{k} \cdot \frac{n\, z\, b}{60 \cdot 10^8}\, i_d \text{ Volt} \quad \ldots \ldots \quad 46.$$

Hierin bezeichnet $P = 2p$ die Polzahl, G die Anzahl der Bürstenstifte, z die Drahtzahl, k die Kollektorlamellenzahl, b die Ankerlänge und $i_d$ die Stromstärke im Ankerdraht. Nach der ETZ 1905 kann $e_s = 2{,}2$ V bei festen Bürsten und 3,7 V bei verschiebbaren Bürsten werden. Bei Motoren, die umkehrbar sein sollen, darf $e_s$ den Wert von 1 V nicht übersteigen.

Die Feldstärke $B_k$, die an der Stelle der kurzgeschlossenen Spule vorhanden sein muß, um die Reaktanzspannung aufzuheben, folgt aus

$$B_k = 7\,\overline{AS} \qquad 47.$$

Damit der Wert von $B_k$ noch vor der Polkante erreicht wird, muß die Stärke unter der Polkante etwas größer sein als $B_k$. Bezeichnet $B_\mathfrak{L}$ die Kraftliniendichte im Luftzwischenraum bei stromlosem Anker, $B_q$ die Kraftliniendichte unter der Polkante, wenn der Anker allein als Magnet wirkte, so ist $B_\mathfrak{L} - B_q$ die Kraftliniendichte unter der Polkante.

Für $B_q$ gilt die Formel

$$B_q = 0{,}63\,\frac{b_p\,\overline{AS}}{\delta} \qquad 48$$

($b_p$ Polbogen in cm, $\delta$ Luftzwischenraum.)

**199.** Berechne $e_s$, $B_k$ und $B_q$ für folgende Angaben, die sich auf ausgeführte Maschinen beziehen:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $P$ = | 4 | 4 | 4 | 6 |
| $G$ = | 4 | 4 | 2 | 6 |
| $n$ = | 900 | 400 | 635 | 610 |
| $b$ = | 9 cm | 12,5 | 15 | 18 |
| $z$ = | 950 | 810 | 984 | 438 |
| $k$ = | 95 | 135 | 123 | 219 |
| $i_d$ = | 4,3 A | 16,5 A | 10 A | 78 A |
| $\overline{AS}$ = | 72,5 | 139 | 104 | 202 |
| $\delta$ = | 0,125 cm | 0,3 | 0,3 | 0,4 |
| $b_p$ = | 11 cm | 18,2 | 16,5 | 21,6 |
| $T_p$ = | 14,1 | 24 | 23,5 | 28,3 |
| $B_\mathfrak{L}$ = | 7700 | 8100 | 8400 | 7650 |

Lösung zu den Angaben der ersten Rubrik:

$$e_s = 7 \cdot \frac{4}{4} \cdot \frac{950}{95} \cdot \frac{900}{60} \cdot \frac{950 \cdot 9}{10^8} \cdot 4{,}3 = 0{,}387\ \mathrm{V}.$$

$$B_k = 7\,\overline{AS} = 7 \cdot 72{,}5 = 507{,}5.$$

$$B_q = 0{,}63\,\frac{b_p\,\overline{AS}}{\delta} = \frac{0{,}63 \cdot 11 \cdot 72{,}5}{0{,}125} = 3970.$$

$$B_\mathfrak{L} - B_q > B_k = 7700 - 3970 = 3730.$$

**200.** Wie groß hätte in dem ausgerechneten Beispiel $\delta$ nur zu sein brauchen, wenn $B_\mathfrak{L} - B_q = 1500$ [in Rubrik 4 dagegen 2000] genügt?

Lösung: Wenn $B_\mathfrak{L} - B_q = 7700 - B_q = 1500$ ist, so darf $B_q = 7700 - 1500 = 6200$ werden.

Löst man die Gleichung $B_q = \frac{0{,}63}{\delta} b_p \overline{AS}$ nach $\delta$ auf, so ergibt sich

$$\delta = \frac{0{,}63 \,.\, 11 \,.\, 72{,}5}{6200} = 0{,}0807 \text{ cm.}$$

## § 21.

## Die Hauptstrommaschine.

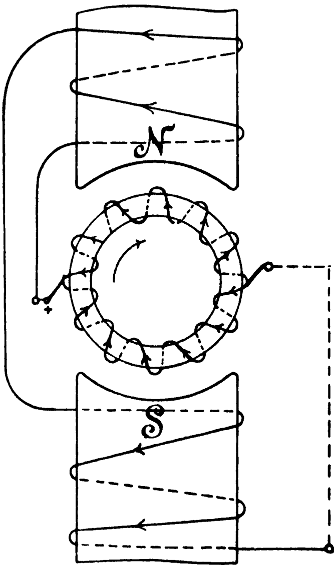



Fig. 59.

Wird bei **geschlossenem Stromkreise** der Anker der Maschine (Fig. 59) rechts herum gedreht, so entsteht in ihm eine elektromotorische Kraft E. **Bei Linksdrehung kommt keine elektromotorische Kraft zu stande.**

**Gesetz 19: Ändert sich die Polarität des remanenten Magnetismus, so vertauschen die Klemmen ihre Vorzeichen.**

Schickt man Strom in die Maschine, so dreht sich der Anker **links** herum, d. h.

**Gesetz 20: Der Reihenelektromotor läuft gegen die Bürsten.**

Bezeichnet e die Klemmenspannung, E die elektromotorische Kraft, i den Strom im äußeren Kreise, $w_a$ den Anker- und $w_m$ den Magnet-Widerstand, so ist:

$$\left.\begin{array}{l} e = E - i\,(w_a + w_m) \,..\, \text{(Dynamo)} \,.. \\ e = E + i\,(w_a + w_m) \,..\, \text{(Motor)} \,.... \end{array}\right\} 49$$

$$E = \frac{\Phi_0 \; n \; z}{60 \,.\, 10^8}$$

($z = \xi$ beim Ringanker, $z = 2\,\xi$ beim Trommelanker).

**201.** Ein Ringanker einer Hauptstrommaschine besitzt 208 [300] (400) Windungen, deren Widerstand 0,07 [0,08] (0,1) $\Omega$ beträgt, der Magnetwiderstand ist 0,08 $\Omega$. Der Anker macht 900 Umdrehungen in der Minute und soll 100 [150] (200) V Klemmenspannung bei 80 A Strom liefern. Gesucht wird:

a) die elektromotorische Kraft,

b) die erforderliche Kraftlinienzahl,

c) der Effektverlust im Anker,

d) der Effektverlust im Magnet,

e) das elektrische Güteverhältnis.

Lösungen:

Zu a):

$E = e + i\,(w_a + w_m) = 100 + 80\,(0{,}07 + 0{,}08) = 112$ Volt.

Zu b): $\Phi_0 = \dfrac{112 \,.\, 10^8 \,.\, 60}{900 \,.\, 208} = 3{,}59 \,.\, 10^6.$

Zu c): $i^2 w_a = 80^2 \,.\, 0{,}07 = 448$ Watt.

Zu d): $i^2 w_m = 80^2 \,.\, 0{,}08 = 512$ Watt.

Zu e): $\eta = \dfrac{100 \,.\, 80}{100 \,.\, 80 + 448 + 512} = 0{,}895.$

**202.** Eine Reihenmaschine soll bei 500 [300] (220) V Klemmenspannung 20 [33] (40) A Strom liefern. Der Effektverlust durch Stromwärme darf im Anker und Magneten zusammen 8 % des Gesamteffektes betragen. Gesucht wird:

a) der Gesamteffekt,

b) der Widerstand des Ankers und des Magneten,

c) die elektromotorische Kraft des Ankers.

Lösungen:

Zu a): Der Nutzeffekt ist $\mathfrak{E}_n = 500 \,.\, 20 = 10000$ Watt, das Güteverhältnis $\eta = 1 - 0{,}08 = 0{,}92$, demnach der Gesamteffekt

$$\mathfrak{E}_g = \frac{\mathfrak{E}_n}{\eta} = \frac{10000}{0{,}92} = 10900 \text{ Watt.}$$

Zu b): Der Effektverlust ist: $i^2 (w_a + w_m) = \dfrac{10900 \,.\, 8}{100}$

$$\text{oder} \quad w_a + w_m = \frac{10900 \,.\, 8}{100 \,.\, 20^2} = 2{,}18\ \Omega.$$

Zu c): $E = e + i\,(w_a + w_m) = 500 + 20 \,.\, 2{,}18 = 543{,}6$ V.

**203.** Von einer Reihenmaschine werden bei 2000 Umdrehungen gemessen die Stromstärken, die zugehörigen Klemmenspannungen und der Widerstand $w_a + w_m = 4\ \Omega$. Gesucht werden:

a) die zugehörigen elektromotorischen Kräfte,

b) die elektromotorischen Kräfte für 1800 und 1500 Umdrehungen,

c) die elektromotorischen Kräfte und die zugehörigen Stromstärken, für 1500, 2000 und 1800 Umdrehungen der Maschine, wenn in den äußeren Stromkreis ein Widerstand von 14,5 $\Omega$ eingeschaltet wird?

| i | e | E = e + 4 i | E 1800 | E 1500 |
|---|---|---|---|---|
| 2 | 52 | 60 | | |
| 2,8 | 62 | | | |
| 3,5 | 70 | | | |
| 4,7 | 79 | | | |
| 7 | 86 | | | |
| 10 | 82 | | | |

Lösungen:

Zu a):

$$E = e + i\,(w_a + w_m) = e + i\,.\,4 = 52 + 4\,.\,2 = 60\ \text{V usw.}$$

Die Ergebnisse sind in Fig. 60 als Ordinaten der ausgezogenen Kurve E für 2000 Umdrehungen eingetragen.

Zu b): Für die Abszisse 2 A ist bei 2000 Umdrehungen die Ordinate 60 V. Zu derselben Abszisse gehört bei 1800 Umdrehungen die Ordinate, die aus der Proportion

$$60 : x = 2000 : 1800$$

folgt, nämlich

$$x = 60\,.\,\frac{1800}{2000} = 54\ \text{V}.$$

In gleicher Weise ist für 1500 Umdrehungen

$$x = 60\,.\,\frac{1500}{2000} = 45\ \text{V}.$$

Ebenso findet man die übrigen Werte, welche in die Tabelle auf Seite 105 einzutragen sind.

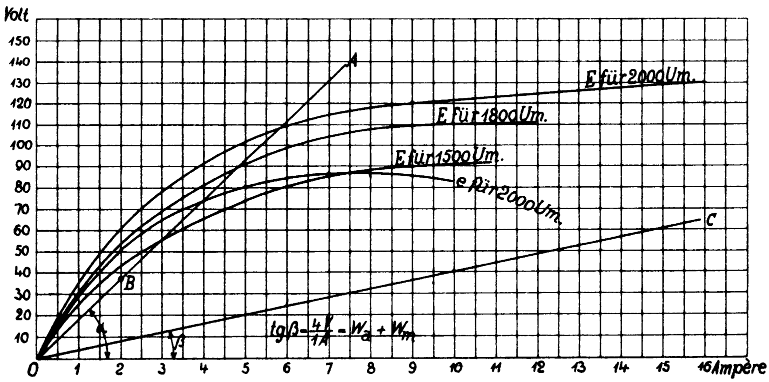



Fig. 60.

Zu c): Man zeichne in Fig. 60 den Widerstand

$$W = 14{,}5 + 4 = 18{,}5\ \Omega = \operatorname{tg}\alpha = \frac{18{,}5\ \text{V}}{1\ \text{A}}$$

ein und verlängere den Schenkel O A bis an die Kurven für 1500, 2000 und 1800 Volt und erhält als Schnittpunkte

bei 1500 Umdrehungen $E = 55{,}5$ V, $i = 3$ A,
bei 1800 Umdrehungen $E = 89$ V, $i = 4{,}8$ A,
bei 2000 Umdrehungen $E = 108$ V, $i = 5{,}85$ A.

**204.** Welche Umdrehungszahl muß die Maschine der vorigen Aufgabe überschreiten, um bei dem eingeschalteten Widerstande überhaupt Strom zu liefern (selbsterregend zu werden)?

Lösung: Der Schenkel OA (Fig. 60) muß Berührungslinie an die entsprechende Charakteristik werden. Nimmt man an, daß unsere Charakteristiken für 2 A Strom noch geradlinig verlaufen, so ist B ein Punkt der gesuchten Charakteristik. Derselbe entspricht einer elektromotorischen Kraft von 37 V, folglich hat man

$$60 : 37 = 2000 : x,$$

$$x = \frac{2000 \,.\, 37}{60} = 1232 \text{ Umdrehungen.}$$

**205.** Wieviel Umdrehungen muß die Maschine machen, um bei Kurzschluß des äußeren Kreises selbsterregend zu sein?

Lösung: Es muß $\overline{OC}$ (Fig. 60) Tangente der Charakteristik werden. Zu 2 A gehören 60 V bei 2000 Umdrehungen und 8 V bei x Umdrehungen, demnach

$$60 : 8 = 2000 : x,$$

$$x = \frac{8 \,.\, 2000}{60} = 266{,}7 \text{ Umdrehungen.}$$

**206.** Ein Reihenelektromotor, der an eine Spannung von 300 [200] (500) V angeschlossen wird, soll 10 [15] (20) PS leisten. Das totale Güteverhältnis wird zu 0,8 [0,85] (0,87) geschätzt, das elektrische zu 0,9 [0,92] (0,93) angenommen. Gesucht wird:

a) die erforderliche Stromstärke,

b) der Widerstand von Anker und Magnet,

c) die elektromotorische Gegenkraft.

Lösungen:

Zu a): Die Nutzleistung ist $\mathfrak{E}_n = 10$ PS oder $736 \,.\, 10 = 7360$ Watt. Da das totale Güteverhältnis 0,8 ist, so müssen in den Motor eingeleitet werden

$$\mathfrak{E}_g = \frac{7360}{0{,}8} = 9200 \text{ Watt.}$$

Der eingeleitete Effekt ist aber e i,

also $$e\,i = 9200, \text{ mithin}$$

$$i = \frac{9200}{300} = 30{,}67 \text{ A.}$$

Zu b): Da das elektrische Güteverhältnis 0,9 ist, so gehen 10 % vom eingeleiteten Effekt, d. i. $9200 \cdot \frac{10}{100} = 920$ Watt, durch Stromwärme verloren, es ist also

$$i^2 (w_a + w_m) = 920 \text{ Watt},$$

$$w_a + w_m = \frac{920}{30{,}67^2} = 0{,}98\ \Omega.$$

Zu c):

$$E = e - i (w_a + w_m) = 300 - 30{,}67 \cdot 0{,}98 = 270 \text{ V}.$$

**207.** Ein Reihenelektromotor soll gebremst werden. Zu dem Zweck wird gemessen: die Klemmenspannung e = 100 [120] (220) V, die Stromstärke i = 10 [12] (8) A, die Tourenzahl n = 1500 [1800] (1200) pro Minute, der Anker- und Magnetwiderstand $w_a + w_m = 2$ [1] (1) $\Omega$, die Bremsgewichte $P_1 = 6$ [7,5] (15,5) kg, $P_2 = 0{,}8$ [1] (2,5) kg und der Scheibendurchmesser 2 R = 160 mm. (Fig. 61.) Gesucht:

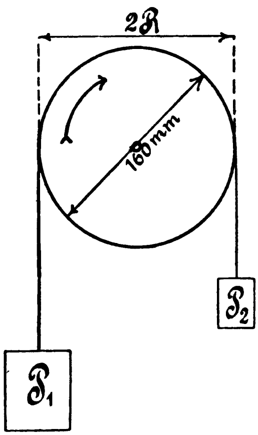



Fig. 61.

a) die elektromotorische Kraft des Ankers,

b) der auf den Anker übertragene Effekt,

c) der gebremste Effekt,

d) das elektrische Güteverhältnis,

e) das totale Güteverhältnis,

f) die unter a, b, c, d, e verlangten Größen, wenn bei unveränderter Belastung die Klemmenspannung auf 110 [125] (230) V erhöht wird.

Lösungen:

Zu a): $E = e - i (w_a + w_m) = 100 - 10 \cdot 2 = 80$ V.

Zu b): Der auf den Anker übertragene Effekt ist

$$\mathfrak{E}_a = e\,i - i^2 (w_a + w_m) = i \{e - i (w_a + w_m)\},$$

$$\mathfrak{E}_a = E\,i = 80 \cdot 10 = 800 \text{ Watt}.$$

Zu c): Der gebremste Effekt folgt aus der Formel

$$\mathfrak{E}_n = 1{,}03 (P_1 - P_2)\, R\, n \text{ Watt} \quad \ldots\ldots \quad 50$$

wo R in Meter einzusetzen ist

$$\mathfrak{E}_n = 1{,}03 (6 - 0{,}8) \cdot 0{,}16 \cdot 1500 = 640 \text{ Watt}.$$

Zu d): $\eta = \frac{800}{1000} = 0{,}8.$

Zu e): $\eta' = \frac{640}{1000} = 0{,}64.$

Zu f): Bekanntlich ist bei einem Reihenelektromotor die Stromstärke unveränderlich, wenn die Belastung konstant bleibt. Hierdurch bleibt aber auch die Kraftlinienzahl $\Phi_0$ dieselbe, so daß sich die elektromotorischen Kräfte wie die Tourenzahlen verhalten; also

$$E_1 : E_2 = n_1 : n_2.$$

Nun ist $E_1 = 80$ V, $E_2 = 110 - 10 . 2 = 90$ V, $n_1 = 1500$,

folglich $$n_2 = \frac{E_2}{E_1} n_1 = \frac{90}{80} . 1500 = 1687.$$

Hiermit wird

a) $E_2 = 90$ V.

b) $\mathfrak{E}_a = 90 . 10 = 900$ Watt,

c) $\mathfrak{E}_n = 1{,}03\,(6 - 0{,}8) . 0{,}16 . 1687 = 721$ Watt.

d) $\eta = \frac{900}{1100} = 0{,}818,$

e) $\eta' = \frac{721}{1100} = 0{,}655.$

**208.** Das Drehungsmoment eines Elektromotors beim Anlauf ist bestimmt durch die Formel:

$$P R = \frac{z}{61{,}6 . 10^8} \Phi_0\, i \quad \text{oder} \quad P R = \frac{60\, E\, i}{2\pi\, 9{,}81\, n} \text{ mkg} \quad . \quad . \quad 51$$

wo z die Drahtzahl auf dem Anker, d. i. bei einem Ringanker die Windungszahl, bezeichnet. Für die zweite Formel ist E aus der Charakteristik, zugehörig zu i, zu entnehmen; n ist die zur Kurve gehörige Umdrehungszahl pro Minute.

Wie groß ist dieses Drehungsmoment für die in Aufgabe 203 gekennzeichnete Maschine, wenn dieselbe als Motor benützt, an eine Klemmenspannung von 64 V angeschlossen wird?

Lösung: Die Maschine hat 4 $\Omega$ Widerstand, also geht beim Anlassen der Strom $i = \frac{64}{4} = 16$ A durch Anker und Magnet. Zu 16 A gehört aber nach Fig. 60 $E = 130$ Volt bei $n = 2000$ Umdrehungen, also ist

$$P R = \frac{60 . 130 . 16}{2000 . 2\pi . 9{,}81} = 1{,}02 \text{ mkg}.$$

**209.** Berechne das Drehmoment für diesen Motor, wenn $i = 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16$ A ist, und zeichne eine Kurve, deren Abszissen die Stromstärken, und deren Ordinaten die zugehörigen P R sind.

**210.** Eine Reihendynamo für 300 [400] (500) Volt Klemmenspannung und 20 [25] (30) A Strom soll mit einem elektrischen Wirkungsgrad von 90 [92] (96) % arbeiten. Wie groß muß der Widerstand $w_a + w_m$ gemacht werden?

Lösung: Es ist für eine Reihenmaschine

$$w_a + w_m = \frac{e}{i} \frac{1 - \eta}{\eta} {}^{*})$$

$$w_a + w_m = \frac{300}{20} \frac{1 - 0{,}9}{0{,}9} = \frac{2}{3} \, \Omega.$$

**211.** Es soll ein Reihenelektromotor für 10 [15] (20) PS Nutzleistung berechnet werden, der an eine Klemmenspannung von 200 [300] (440) V angeschlossen wird. Gesucht wird:

a) die Stromstärke, wenn das totale Güteverhältnis auf 86 [88] (90) % geschätzt wird,

b) der innere Widerstand, wenn das elektrische Güteverhältnis 93 [94] (95) % beträgt,

c) die elektromotorische Gegenkraft des Ankers.

Lösungen:

Zu a): Der Nutzeffekt des Motors in Watt ist $10 . 736 = 7360$ Watt, der einzuleitende Gesamteffekt daher

$$\mathfrak{E}_g = \frac{7360}{0{,}86} = 8558 \text{ Watt}.$$

Dieser ist aber das Produkt e i, also

$$e\,i = 8558, \quad i = \frac{8558}{200} = 42{,}79 \text{ A}.$$

Zu b): Aus $\quad w_a + w_m = \frac{e}{i}(1 - \eta) \, {}^{**})$

---

*) $\eta = \frac{e\,i}{e\,i + i^2 (w_a + w_m)} = \frac{e\,i}{i\,[e + i\,(w_a + w_m)]} = \frac{e}{E}$,

hieraus: $E = \frac{e}{\eta} = e + i\,(w_a + w_m)$, also $w_a + w_m = \frac{e}{i} \frac{1 - \eta}{\eta}$.

**) Aus $\eta = \frac{e\,i - i^2 (w_a + w_m)}{e\,i} = \frac{E}{e}$ folgt: $E = \eta\, e = e - i\,(w_a + w_m)$,

also $w_a + w_m = \frac{e}{i}\,(1 - \eta)$.

folgt $$w_a + w_m = \frac{200}{42,79}(1 - 0,93) = 0,327\ \Omega.$$

Zu c): $$E = e - i\,(w_a + w_m) = 200 - 42,79 \,.\, 0,327 = 186\ \text{V}.$$

7. Tabelle für $\eta$ und $\eta'$.

| Leistung in PS. | $\eta'$ | $\eta$ | Leistung in PS. | $\eta'$ | $\eta$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 0,1 | 0,55 | 0,77 | 3— 6 | 0,80 | 0,90 |
| 0,5 | 0,60 | 0,80 | 7—12 | 0,85 | 0,92 |
| 0,75 | 0,65 | 0,82 | 14—20 | 0,90 | 0,95 |
| 1 | 0,70 | 0,85 | 25—50 | 0,92 | 0,96 |
| 2 | 0,75 | 0,87 | | | |

§ 22.

## Die Nebenschlußmaschine.

Wird der Anker der Maschine (Fig. 62) rechts herum gedreht, so entsteht in ihm eine elektromotorische Kraft E. Bei Linksdrehung kommt keine elektromotorische Kraft zu stande.

Schickt man Strom in die Maschine, so dreht sich der Anker rechts herum, d. h.

**Gesetz 21: Der Nebenschlußelektromotor läuft mit den Bürsten.**

Formeln:

$$\left.\begin{aligned} E &= e + i_a\, w_a \text{ Dynamo,} \\ E &= e - i_a\, w_a \text{ Motor;} \\ i_a &= i + i_m \text{ Dynamo,} \\ i_a &= i - i_m \text{ Motor;} \\ i_m &= \frac{e}{w_m}. \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 52$$

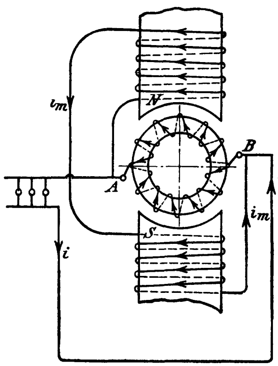



Fig. 62.

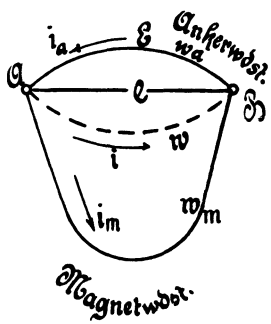



Fig. 63.

Der Nebenschlußmotor darf nur mit einem Anlaßwiderstand, der vor dem Anker liegt, angelassen werden (Fig. 64, S. 115). Die Größe des Anlaßwiderstandes folgt aus der Gleichung

$$w_a + x = \frac{e}{i_a}$$

wo $i_a$ die Stromstärke bei Vollbelastung bezeichnet.

Ist $J_a$ die Ankerstromstärke in dem Augenblick des Überganges von einem Kontakt zum nächsten, so ist

$$\frac{J_a}{i_a} = \sqrt[n]{\frac{e}{i_a\, w_a}} = \sqrt[n]{\frac{w_a + x}{w_a}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 53$$

wo n die Anzahl der Stufen (8 in Fig. 64) bezeichnet.

Für die einzelnen Stufen der Fig. 64 gelten die Formeln

$$x_1 = \left(\frac{J_a}{i_a} - 1\right) w_a,\ x_2 = \frac{J_a}{i_a} x_1,\ x_3 = \frac{J_a}{i_a} x_2 \quad \ldots\ldots \quad 54.$$

**212.** Eine Nebenschlußmaschine hat einen Ankerwiderstand $w_a = 0{,}04$ [0,06] (0,8) $\Omega$, einen Magnetwiderstand $w_m = 20$ [25] (320) $\Omega$, und liefert bei 65 [100] (400) V Klemmenspannung 30 [25] (10) A Strom. Gesucht wird:

a) die Stromstärke im Magneten,

b) die Stromstärke im Anker,

c) die elektromotorische Kraft des Ankers,

d) der Effektverlust im Anker,

e) der Effektverlust im Magneten,

f) das elektrische Güteverhältnis.

Lösungen:

Zu a): $i_m = \frac{65}{20} = 3{,}25$ A.

Zu b): $i_a = 30 + 3{,}25 = 33{,}25$ A.

Zu c): $E = 65 + i_a w_a = 65 + 33{,}25 \,.\, 0{,}04 = 66{,}33$ V.

Zu d): $i_a^2 w_a = 33{,}25^2 \,.\, 0{,}04 = 44{,}3$ Watt.

Zu e): $e\, i_m = 65 \,.\, 3{,}25 = 211{,}25$ Watt.

Zu f): $\eta = \frac{65 \,.\, 30}{65 \,.\, 30 + 44{,}3 + 211{,}25} = 0{,}874.$

**213.** Eine Nebenschlußmaschine soll 200 [250] (440) V Klemmenspannung und 80 [75] (30) A Strom liefern. Das elektrische

Güteverhältnis sei $\eta = 0{,}95$ [0,96] (0,94). Die Verluste verteilen sich zu 3 [2] (3,5) % auf den Anker und 2 [2] (2,5) % auf den Magneten. Gesucht wird:

a) der Gesamteffekt,

b) der Effektverlust im Anker,

c) der Effektverlust im Magneten,

d) der Strom in der Magnetwickelung,

e) der Widerstand des Magneten,

f) der Widerstand des Ankers,

g) die elektromotorische Kraft des Ankers.

Lösungen:

Zu a): $$\mathfrak{E}_g = \frac{200 \,.\, 80}{0{,}95} = 16842 \text{ Watt.}$$

Zu b): $$\mathfrak{E}_a = 16842 \,.\, \frac{3}{100} = 505{,}3 \text{ Watt.}$$

Zu c): $$\mathfrak{E}_m = 16842 \,.\, \frac{2}{100} = 336{,}8 \text{ Watt.}$$

Zu d): $$e\, i_m = \mathfrak{E}_m; \quad i_m = \frac{336{,}8}{200} = 1{,}684 \text{ A.}$$

Zu e): $$w_m = \frac{e}{i_m} = \frac{200}{1{,}684} = 118{,}8\ \Omega.$$

Zu f): $$\mathfrak{E}_a = i_a^2\, w_a; \quad w_a = \frac{\mathfrak{E}_a}{i_a^2} = \frac{505{,}3}{(80 + 1{,}684)^2},$$
$$w_a = 0{,}0757\ \Omega.$$

Zu g): $$E = e + i_a\, w_a = 200 + 81{,}684 \,.\, 0{,}0757 = 206{,}2 \text{ V.}$$

**214.** Es soll ein 4 [8] (10) PS Nebenschluß-Elektromotor für 120 [220] (440) V Klemmenspannung berechnet werden. Das totale Güteverhältnis wird auf 0,8 [0,85] (0,86) geschätzt, das elektrische zu 0,9 [0,92] (0,93) angenommen. Gesucht wird:

a) die einzuleitende Stromstärke,

b) die Stromstärke im Magneten, wenn 5 [3] (2) % des eingeleiteten Effekts daselbst verloren gehen,

c) der Widerstand des Magneten,

d) die Stromstärke im Anker,

e) der Widerstand des Ankers,

f) die elektromotorische Kraft des Ankers,

g) die Größe des Anlaßwiderstandes, wenn die Anlaufstromstärke die normale Stromstärke des Ankers nicht überschreiten soll.

Lösungen:

Zu a): Aus $ei = \frac{736 \cdot 4}{0{,}8} = 3680$ Watt

folgt

$$i = \frac{3680}{120} = 30{,}7 \text{ A.}$$

Zu b): Der in der Magnetwickelung verbrauchte Effekt ist

$$e i_m = 3680 \cdot \frac{5}{100} = 184 \text{ Watt,}$$

$$i_m = \frac{184}{120} = 1{,}54 \text{ A.}$$

Zu c): $$w_m = \frac{120}{1{,}54} = 78{,}5\ \Omega.$$

Zu d): $i_a = i - i_m = 30{,}7 - 1{,}5 = 29{,}2$ A.

Zu e): Der Effektverlust im Anker beträgt 184 Watt und wird ausgedrückt durch $i_a^2 w_a$, also

$$w_a = \frac{184}{29{,}2^2} = 0{,}216\ \Omega.$$

Zu f): $E = e - i_a w_a = 120 - 92{,}2 \cdot 0{,}216 = 113{,}7$ V.

Zu g): Es muß beim Anlauf $(E = 0)$

$$i_a = \frac{e}{w_a + x}$$

sein, woraus $w_a + x = \frac{e}{i_a} = \frac{120}{29{,}2} = 4{,}11\ \Omega.$

$$x = 4{,}11 - 0{,}216 = 3{,}894\ \Omega$$

folgt.

**215.** Der Anlaßwiderstand der vorigen Aufgabe besteht aus 8 [6] (10) einzelnen Widerständen, deren Größe zu berechnen ist.

Lösung: Aus Formel 53 folgt

$$\frac{J_a}{i_a} = \sqrt[8]{\frac{4{,}11}{0{,}216}} = 1{,}445.$$

Die Formel 54 gibt

$$x_1 = \left(\frac{J_a}{i_a} - 1\right) w_a = (1{,}445 - 1)\,0{,}216 = 0{,}096\ \Omega,$$

$$x_2 = \frac{J_a}{i_a} x_1 = 0{,}139\ \Omega,$$

$$x_3 = \frac{J_a}{i_a} x_2 = 0{,}200\ \Omega,$$

$$x_4 = \frac{J_a}{i_a} x_3 = 0{,}290\ \Omega,$$

$$x_5 = \frac{J_a}{i_a} x_4 = 0{,}419\ \Omega,$$

$$x_6 = \frac{J_a}{i_a} x_5 = 0{,}605\ \Omega,$$

$$x_7 = \frac{J_a}{i_a} x_6 = 0{,}874\ \Omega,$$

$$x_8 = \frac{J_a}{i_a} x_7 = 1{,}260\ \Omega,$$

Summa $3{,}883\ \Omega$.

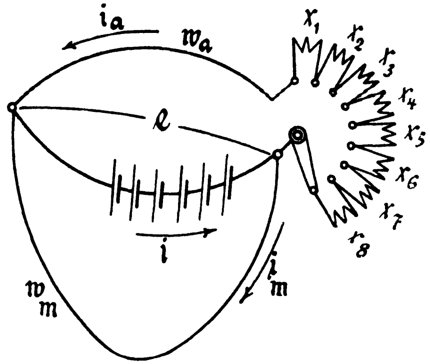



Fig. 64.

**216.** Berechne die Tourenzahlen des Motors, wenn die Stufen a) $x_1$, b) $x_1 + x_2$, c) $x_1 + x_2 + x_3$, d) $x_1 + x_2 + x_3 + x_4$ eingeschaltet sind und wenn der Motor bei kurzgeschlossenem Anlasser 1200 [1000] (800) Touren macht.

Lösung: Bei gleicher Erregung verhalten sich die Tourenzahlen wie die zugehörigen EMK.

Ist der Anlasser kurz geschlossen, so ist $E = 113{,}70$ (siehe Frage f in 214) und die zugehörige Tourenzahl $n = 1200$.

Ist z. B.: $x_1 + x_2 + x_3 = 0{,}096 + 0{,}0139 + 0{,}2 = 0{,}435\ \Omega$ eingeschaltet, so ist

$$E_2 = e - i_a (w_a + x_1 + x_2 + x_3)$$
$$E_2 = 120 - 29{,}2 \,.\, 0{,}651 = 101\ \text{V},$$

es gilt also die Proportion

$$113{,}7 : 101 = 1200 : n_x$$

$$n_x = \frac{1200 \,.\, 101}{113{,}7} = 1070.$$

**217.** Welchen Durchmesser erhält ein runder Kruppindraht, wenn bei dauernder Einschaltung eine Temperaturerhöhung um $200^0$ als zulässig erachtet wird?

Lösung: Der Durchmesser in cm folgt aus der Formel 12 (Seite 50)

$$d = 0{,}0213 \sqrt[3]{\frac{c i^2}{C T}}.$$

Für Kruppin ist

$$c = 0{,}85, \quad C = 0{,}000244, \quad T = 200, \quad i = 29{,}2 \text{ A}.$$

$$d = 0{,}0213 \sqrt[3]{\frac{0{,}85 \,.\, 29{,}2^2}{0{,}000244 \,.\, 200}} = 0{,}526 \text{ cm}.$$

Da dieser Durchmesser unhandlich groß ist, wollen wir zwei parallele Drähte, von denen jeder nur $\frac{i}{2} = \frac{29{,}2}{2} = 14{,}6$ A zu führen hat, nehmen, es wird dann

$$d = 0{,}0213 \sqrt[3]{\frac{0{,}85 \,.\, 14{,}6^2}{0{,}000244 \,.\, 200}} = 0{,}33 \text{ cm}.$$

Bemerkung 1: Es könnte auffallen, daß $i_a$ und nicht $J_a$ zur Berechnung der Drahtstärke herangezogen worden ist. Bedenkt man aber, daß $J_a$ immer nur einen Augenblick durch den Draht fließt und in dieser kurzen Zeit die Temperatur nicht wesentlich steigt (vergl. Aufgabe 118), so ist der Einfachheit halber die ausgeführte Rechnung zu machen.

Bemerkung 2: Beim Einschalten des ganzen Widerstandes geht der belastete Motor nicht an; dies geschieht erst, wenn der Widerstand $x_8 = 1{,}26\ \Omega$ ausgeschaltet wird, wobei die Stromstärke im Anker von 29,2 auf 42,17 A steigt. Ist das plötzliche Anwachsen des Stromes von 0 auf 42,17 A zulässig, so kann der Widerstand $x_8$ weggelassen werden, wodurch man allerdings einen Anlasser mit nur 7 Stufen erhält. Will man 8 Stufen haben, so berechne man in diesem Falle den Widerstand für 9 Stufen und läßt jetzt die 9te Stufe weg.

**218.** Welchen Durchmesser könnte der Kruppindraht für die Stufen $x_8$, $x_7$, $x_6$, $x_5$, $x_4$, $x_3$, $x_2$, $x_1$ erhalten, wenn man annimmt, daß die Anlasserkurbel auf jedem Kontakt $2^{\text{Sek.}}$ verweilt, d. h. daß $x_8 = 2^{\text{Sek.}}$, $x_7 = 4^{\text{Sek.}}$ usw. eingeschaltet bleibt und die Temperaturzunahme $400^0$ nicht überschreiten soll?

Lösung: Nimmt man den ungünstigsten Fall an, daß gar keine Abkühlung des Drahtes während des Stromdurchganges stattfindet, so kann die Formel 13 auf Seite 51

$$T = \left(\frac{i}{q}\right)^2 0{,}21\, t$$

angewendet werden. Dieselbe gibt nach q aufgelöst

$$q = i\sqrt{\frac{0{,}21\ t}{T}}.$$

Setzt man $i = 29{,}2$, $t = 2$ und $T = 400$, so wird

$$q = 29{,}2\sqrt{\frac{0{,}21\,.\,2}{400}} = 0{,}935\ \mathrm{mm}^2,$$

d. h. für die Stufe $x_8$ genügt ein Kruppindraht von $\sim 1{,}1$ mm Durchmesser.

Für die nächste Stufe ist $i = 29{,}2$, $t = 4$, $T = 400$,

also $$q = 29{,}2\sqrt{\frac{0{,}21\,.\,4}{400}} = 1{,}34\ \mathrm{mm}^2,$$

$$d = 1{,}3\ \mathrm{mm}.$$

Für die Stufe $x_6$ ist $i = 29{,}2$, $t = 6$, $T = 400$,

$$q = 29{,}2\sqrt{\frac{0{,}21\,.\,6}{400}} = 1{,}73\ \mathrm{mm}^2,$$

$$d \cong 1{,}5\ \mathrm{mm}.$$

Stufe $x_5$: $$q = 29{,}2\sqrt{\frac{0{,}21\,.\,8}{400}} = 1{,}89\ \mathrm{mm}^2,$$

$$d \cong 1{,}6\ \mathrm{mm}.$$

Stufe $x_4$: $$q = 29{,}2\sqrt{\frac{0{,}21\,.\,10}{400}} = 2{,}11\ \mathrm{mm}^2,$$

$$d \cong 1{,}7\ \mathrm{mm}.$$

Stufe $x_3$: $q = 2{,}32\ \mathrm{mm}^2$, $d \cong 1{,}7$ mm.

Stufe $x_2$: $q = 2{,}50\ \mathrm{mm}^2$, $d \cong 1{,}8$ mm.

Stufe $x_1$: $q = 2{,}67\ \mathrm{mm}^2$, $d \cong 1{,}9$ mm.

**219.** Ein Nebenschlußmotor, der an eine Klemmenspannung von 65 V angeschlossen ist, braucht zum Leerlauf 7 [3] (5) A Strom. Der Widerstand der Magnetwickelung beträgt 20 [45] (100) $\Omega$, der des Ankers 0,04 [0,4] (0,25) $\Omega$. Gesucht wird:

a) der gebremste Effekt, wenn der Motor 40 [15] (30) A aufnimmt,

b) das totale Güteverhältnis,

c) die Stromstärke, für welche das totale Güteverhältnis ein Maximum wird, und die Größe desselben?

d) die Stromstärke, für welche der Nutzeffekt ein Maximum wird, die Größe dieses Effektes und das zugehörige totale Güteverhältnis?

## Lösungen:

Zu a): Der gebremste Effekt ist $\mathfrak{E}_n = E\,(i - i_0)$, wo E die elektromotorische Gegenkraft des Ankers bei i A Strom, und $i_0$ den Leerlaufstrom bedeutet.

Zunächst ist $i_m = \dfrac{e}{w_m} = \dfrac{65}{20} = 3{,}25$ A,

also $i_a = i - i_m = 40 - 3{,}25 = 36{,}75$ A,

mithin $E = e - i_a\,w_a = 65 - 36{,}75 \,.\, 0{,}04 = 63{,}53$ V,

demnach $\mathfrak{E}_n = 63{,}53\,(40 - 7) = 2100$ Watt.

Zu b): $$\eta' = \frac{2100}{65\,.\,40} = 0{,}81.$$

Zu c): Die Stromstärke, für welche $\eta'$ ein Maximum wird, folgt aus der Formel
$$i = \sqrt{i_0\,J_0},\ ^{*)}$$
wo $J_0$ den Strom bezeichnet, der bei festgehaltenem Anker in die Maschine eintreten würde. Es ist also $J_0 = J_a + i_m$,
$$J_a = \frac{e}{w_a} = \frac{65}{0{,}04} = 1625 \text{ A},$$
demnach $$J_0 = 1625 + 3{,}25 = 1628{,}25 \text{ A};$$
$$i = \sqrt{7\,.\,1628{,}25} = 107 \text{ A}.$$

*) Der Beweis ist folgender: Es sei $i_a$ der bei Belastung durch den Anker fließende Strom, $i_{a0}$ der bei Leerlauf hindurchfließende Strom, dann ist
$$\eta' = \frac{E\,(i_a - i_{ac})}{e\,i} = \frac{(e - i_a\,w_a)\,(i_a - i_{a0})}{e\,i},$$
$$\eta' = \frac{i_a}{i} - \frac{i_a{}^2 w_a}{e\,i} - \frac{i_{a0}}{i} + \frac{i_a\,i_{a0}\,w_a}{e\,i}, \quad i_a = i - i_m,$$
$$\eta' = 1 - \frac{i_m}{i} - \frac{w_a\,i}{e} + 2\,\frac{w_a}{e}\,i_m - \frac{w_a\,i_m{}^2}{e\,i} - \frac{i_{a0}}{i} + \frac{i_{a0}\,w_a}{e} - \frac{i_m\,i_{a0}\,w_a}{e\,i},$$
$$\frac{d\,\eta'}{d\,i} = \frac{i_m}{i^2} - \frac{w_a}{e} + \frac{w_a\,i_m{}^2}{e\,i^2} + \frac{i_{a0}}{i^2} + \frac{i_m\,i_{a0}\,w_a}{e\,i}; \text{ es ist } i_0 = i_{a0} + i_m,$$
also $$i = \sqrt{\frac{e\,i_0 + w_a\,i_m\,i_0}{w_a}} = \sqrt{i_0\left(\frac{e}{w_a} + i_m\right)},$$
$\dfrac{e}{w_a}$ bedeutet den Ankerstrom bei festgehaltenem Anker, also ist $\dfrac{e}{w_a} + i_m = J_0$ der in die Maschine eintretende Strom, mithin
$$i = \sqrt{i_0\,J_0}.$$

Bei 107 A ist $i_a = 107 - 3{,}25 = 103{,}75$ A.

$$E = 65 - 103{,}75 \cdot 0{,}04 = 60{,}85 \text{ V},$$

$$\mathfrak{E}_n = 60{,}85\,(107 - 7) = 6085 \text{ Watt},$$

$$\eta'_{max} = \frac{6085}{65 \cdot 107} = 0{,}875.$$

Zu d): Die Stromstärke, für welche die Leistung ein Maximum wird, ist

$$i = \frac{J_0 + i_0}{2}\text{*)} = \frac{1628{,}25 + 7}{2} = 817 \text{ A},$$

$$i_a = 817 - 3{,}25 = 813{,}75 \text{ A},$$

$$E = 65 - 813{,}75 \cdot 0{,}04 = 32{,}41 \text{ V},$$

$$\mathfrak{E}_{max} = 32{,}41\,(817 - 7) = 26\,252 \text{ Watt},$$

$$\eta' = \frac{26\,252}{65 \cdot 817} = 0{,}493.$$

**220.** Welchen Leerlaufstrom wird der in Aufgabe 214 berechnete Motor besitzen?

Lösung: Die Nutzleistung des Motors beträgt

$$4 \text{ PS} = 4 \cdot 736 = 2944 \text{ Watt}.$$

Der Nutzeffekt wird ausgedrückt durch die Gleichung:

$$\mathfrak{E} = E\,(i - i_0).$$

Wie in 214 berechnet, ist $i = 30{,}7$ A, E 113,7 Volt,

also wird
$$i - i_0 = \frac{2944}{113{,}7} = 25{,}8,$$

$$i_0 = 30{,}7 - 25{,}8 = 4{,}9 \text{ A}.$$

## § 23.

## Die Kompound-Maschine.

**221.** Es ist eine Kompound-Maschine für 120 [65] (220) V Klemmenspannung und 120 [240] (180) A Strom im äußeren Kreise zu berechnen. Die Verluste durch Stromwärme sollen betragen 2,5 [2] (1,8) % im Anker, 2,5 [1,5] (2) % im Neben-

---

*) Beweis: Es ist

$\mathfrak{E}_n = E\,(i - i_0)$, oder da $E = e - i_a w_a = e - (i - i_m)\, w_a$, ist

$$E_n = [e - (i - i_m) w_a]\,(i - i_0) = e\,i - i^2 w_a + i\,i_m w_a - e\,i_0 + i\,i_0 w_a - i_0 i_m w_a,$$

$$\frac{d\,\mathfrak{E}_n}{d\,i} = e - 2\,i\,w_a + i_m\,w_a + i_0\,w_a = 0,$$

$$i = \frac{1}{2}\frac{e}{w_a} + \frac{1}{2}\,i_m + \frac{1}{2}\,i_0 = \frac{1}{2}\left(\frac{e}{w_a} + i_m\right) + \frac{1}{2}\,i_0 = \frac{J_0 + i_0}{2}.$$

schluß und 1 [0,8] (1,2) % in der Hauptstromwickelung. Gesucht werden:

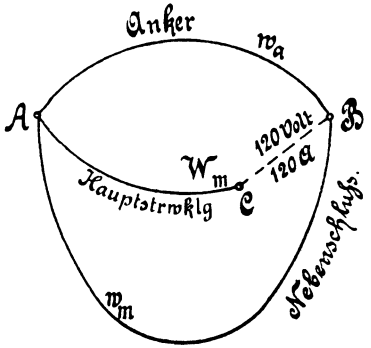



Fig. 65.

a) die Effektverluste,

b) der Widerstand der Hauptstromwickelung AC (Fig. 65),

c) die Bürstenspannung zwischen A und B,

d) die Stromstärke im Nebenschluß,

e) der Widerstand des Nebenschlusses.

f) die Stromstärke im Anker,

g) der Widerstand des Ankers,

h) die elektromotorische Kraft des Ankers.

## Lösungen:

Zu a): Die Effektverluste betragen zusammen 6 %, so daß das elektrische Güteverhältnis 0,94 ist. Der elektrische Gesamteffekt ist demnach

$$\mathfrak{E}_g = \frac{120 \,.\, 120}{0{,}94} = 15319 \text{ Watt.}$$

Der Effektverlust im Anker ist daher $15319 \,.\, \frac{2{,}5}{100} = 384$ Watt, ebenso groß ist der Verlust im Nebenschluß. Der Verlust in der Hauptstromwickelung ist $15319 \,.\, \frac{1}{100} = 153{,}2$ Watt.

Zu b): Durch die Hauptstromwickelung AC (Fig. 65) fließen 120 A, also ist

$$120^2\, W_m = 153{,}2, \quad \text{woraus } W_m = \frac{153{,}2}{120^2} = 0{,}0106\ \Omega \text{ folgt.}$$

Zu c): Der Spannungsverlust in der Wickelung AC ist

$$120 \,.\, 0{,}0106 = 1{,}28 \text{ V,}$$

folglich ist die Bürstenspannung

$$e_{\overline{AB}} = 120 + 1{,}28 = 121{,}28 \text{ V.}$$

Zu d): Es ist $e_{\overline{AB}}\, i_m = 384$ Watt,

$$i_m = \frac{384}{121{,}28} = 3{,}17 \text{ A.}$$

Zu e): $w_m = \frac{e_{\overline{AB}}}{i_m} = \frac{121,28}{3,17} = 38,3\ \Omega.$

Zu f): $i_a = i + i_m = 120 + 3,17 = 123,17$ A.

Zu g): $i_a^2\, w_a = 384$ Watt, also $w_a = \frac{384}{123,17^2} = 0,0253\ \Omega.$

Zu h):

$$E = e_{\overline{AB}} + i_a\, w_a = 121,28 + 123,17 \,.\, 0,0253 = 124,39 \text{ V}.$$

**222.** Wie groß wird das elektrische Güteverhältnis der berechneten Maschine, wenn dieselbe nur mit 30 [120] (90) A belastet ist?

Lösung: Der Effektverlust in der Hauptstromwickelung ist

$$30^2 \,.\, 0,0106 = 9,55 \text{ Watt.}$$

Der Spannungsverlust ist $30 \,.\, 0,0106 = 0,318$ Volt, mithin die Bürstenspannung $e_{\overline{AB}} = 120 + 0,318 = 120,318$ V. Der Strom im Nebenschluß ist $i_m = \frac{120,318}{38,3} = 3,11$ A, somit wird der Verlust im Nebenschluß

$$e_{\overline{AB}}\, i_m = 120,318 \,.\, 3,11 = 378 \text{ Watt.}$$

Der Ankerstrom ist $i_a = 30 + 3,11 = 33,11$ A und der Effektverlust im Anker

$$i_a^2\, w_a = 33,11^2 \,.\, 0,0252 = 27,6 \text{ Watt.}$$

Die Verluste durch Stromwärme betragen also

$$9,55 + 378 + 27,6 = 415,2 \text{ Watt.}$$

Die Nutzleistung ist $120 \,.\, 30 = 3600$ Watt, die Gesamtleistung daher $3600 + 415,2 = 4015,2$ Watt,

also $$\eta = \frac{3600}{4015,2} = 0,9.$$

**223.** Berechne die Aufgaben 221 und 222 noch einmal, wenn die Verluste durch Stromwärme 3 % im Anker, 1,5 % im Nebenschluß und 1,5 % in der Hauptstromwickelung betragen.

**224.** Um einen Nebenschlußelektromotor zu bremsen, ließ man denselben eine Dynamo antreiben, für welche man durch einen Versuch die Verluste für Reibung, Hysteresis und Wirbelströme zu 530 [400] (600) Watt bestimmt hatte. Dieselbe lieferte bei 1800 [900] (1200) Umdrehungen 50 [60] (20) A und 65 [110] (220) Volt Klemmenspannung. Der Widerstand des Ankers war $w_a = 0,035$ [0,04] (0,6) $\Omega$, der Widerstand des Magneten $w_m = 16,25$ [32] (240) $\Omega$. Wie groß ist hiernach der vom Motor geleistete Effekt?

Lösung: Der vom Motor geleistete Effekt besteht aus dem Nutzeffekt $e i$ der Dynamo, dem Effektverlust durch Stromwärme $i_a^2 w_a$, dem Effektverlust $e i_m$ im Nebenschluß und den Verlusten durch Reibung, Hysteresis und Wirbelströme.

Zunächst ist $e i = 65 . 50 = 3250$ Watt,

$$i_m = \frac{e}{w_m} = \frac{65}{16{,}25} = 4 \text{ A},$$

also

$$i_a = 54 \text{ A},$$

$$i_a^2 w_a = 54^2 . 0{,}035 = 102 \text{ Watt}.$$

$$e i_m = 65 . 4 = 260 \text{ Watt}.$$

Die Effektverluste durch Reibung, Hysteresis und Wirbelströme betragen nach Angabe,

$$\mathfrak{E}_v = 530 \text{ Watt}, ^{*})$$

also ist der vom Motor geleistete Effekt

$$\mathfrak{E} = 3250 + 102 + 260 + 530 = 4142 \text{ Watt}.$$

**225.** Der zu bremsende Nebenschlußmotor der vorigen Aufgabe war an eine Klemmenspannung von 120 [220] (440) Volt angeschlossen, wobei er 44 [48] (20) A Strom gebrauchte. Der Ankerwiderstand betrug $w_a = 0{,}142$ [0,2] (1,5) $\Omega$, der Nebenschlußwiderstand $w_m = 51$ [120] (800) $\Omega$. Wie groß ist hiernach

a) der eingeleitete Effekt,

b) der auf den Anker übertragene Effekt,

c) der Effektverlust durch Reibung, Hysteresis und Wirbelströme,

d) das elektrische Güteverhältnis,

e) das totale Güteverhältnis,

f) der Strom bei Leerlauf?

Lösungen:

Zu a): $\mathfrak{E}_g = 120 . 44 = 5280$ Watt.

Zu b): $\mathfrak{E}_a = E i_a, \quad i_m = \frac{120}{51} = 2{,}35$ A,

$$i_a = 44 - 2{,}35 = 41{,}65 \text{ A},$$

$$E = 120 - 41{,}65 . 0{,}142 = 114{,}1 \text{ Volt},$$

also

$$\mathfrak{E}_a = 114{,}1 . 41{,}65 = 4750 \text{ Watt}.$$

---

*) Kennt man den Strom, welchen die Dynamo als Motor bei Leerlauf gebraucht (hier Anker 8 A), so kann man den Effektverlust $\mathfrak{E}_v$ auch bestimmen aus der Formel $E_v = E i = 66{,}8 . 8 = 534{,}4$ Watt, was sehr nahe mit der obigen Zahl übereinstimmt.

Zu c): Auf den Anker werden übertragen 4750 Watt,
gebremst werden 4142 Watt,
durch Reibung, Hysteresis und Wirbelströme
gehen also verloren: 608 Watt.

Zu d): $$\eta = \frac{4750}{5280} = 0{,}9.$$

Zu e): $$\eta' = \frac{4142}{5280} = 0{,}785.$$

Zu f): Der gebremste Effekt 4142 Watt läßt sich ausdrücken durch die Gleichung

$$4142 = E\,(i - i_0),$$

oder

$$i - i_0 = \frac{4142}{114{,}1} = 36{,}2 \text{ A},$$

$$i_0 = 44 - 36{,}2 = 7{,}8 \text{ A}.$$

## § 24.

## Die mehrpoligen Maschinen.

Bei den mehrpoligen Maschinen kann der Anker mit der Magnetwickelung in gleicher Weise wie bei den zweipoligen verbunden sein, so daß man auch hier Reihen-, Nebenschluß- und Kompound-Maschinen unterscheidet. An dieser Stelle soll uns nur die Wickelung des Trommelankers beschäftigen. Man unterscheidet Parallel-Reihen- und Reihen-Parallel-Schaltung.

Erklärung: Jede Spule hat zwei Seiten S und S′ (Fig. 66), die auf der Ankeroberfläche liegen.

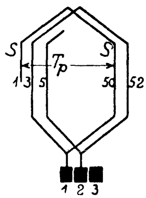


Fig. 66.

Ist s die Anzahl der Spulenseiten, so ist $\frac{s}{2}$ die Anzahl der Spulen, die hier stets gleich der Kollektorlamellenzahl k sein soll. Numeriert man die aufeinanderfolgenden Spulenseiten fortlaufend von 1 bis s, so hat stets die eine Seite S einer Spule eine ungerade Nummer, die andere S′ eine gerade. Liegt die erste Seite (S) mitten unter dem Nordpol, so muß die andere Seite (S′) nahezu in gleicher Lage unter dem Südpol sich befinden, d. h. die beiden Spulenseiten sind stets angenähert um die Polteilung $T_p = \frac{\pi D}{2\,p}$ von einander entfernt.

Ist also Nr. 1 die eine Spulenseite, so hat die andere die Nummer $\frac{s}{2\,p}$ wo $\frac{s}{2\,p}$ auf eine gerade Zahl abgerundet werden muß.

A. Parallelschaltung.

Bei dieser Schaltung verbindet man das Ende der ersten Spule mit dem Anfang der benachbarten, und die Verbindungsstelle mit einer Kollektorlamelle. Ist z. B. die Lamellenzahl $k = 99$, so ist demnach die

Seitenzahl $s = 2 . 99 = 198$ und die Anzahl der Nordpole $p = 2$ (also $P = 4$, eine 4polige Maschine) so hat die erste Spulenseite S die Nummer 1, die andere S' die Nummer $\frac{s}{2\,p} = \frac{198}{4} = 49{,}5$ abgerundet auf 50 (oder auch 48). Die erste Spule heißt also 1—50, die zweite Spule heißt jetzt 3—52 u. s. w. Hat der Wickler alle Spulen gewickelt, so verbindet er S', d. i. 50 mit einer (beliebigen) Kollektorlamelle und diese mit Anfang 3. Das Ende 52 mit der nächsten Lamelle und diese mit 5 u. s. w. Eine solche mit jeder Spulenzahl ausführbare Wickelung heißt Schleifenwickelung. Die Anzahl G der erforderlichen Bürstenstifte ist 2 p ($G = 2\,p = P$).

Es gelten hier die Gleichungen:

$$i_d = \frac{i_a}{2\,p},\quad w_a = \frac{c\,L}{(2\,p)^2 q},\quad E = \frac{\Phi_0\, n\, z}{60 . 10^8} \qquad 55.$$

B. Reihenschaltung.

Diese Wickelung wird nach der Arnoldschen Schaltungsformel ausgeführt. Dieselbe heißt:

$$y_1 + y_2 = \frac{s \pm 2}{p} \qquad 56.$$

$y_1$ ist der Wickelungsschritt am vorderen, $y_2$ am hinteren Ankerende. Seine Bedeutung folgt aus der Wickelungsregel:

Man verbinde hinten das Ende der $x^{ten}$ Spulenseite mit dem Anfang der $(x + y_2)^{ten}$ Seite und vorn das Ende der $x + y_2{}^{ten}$ Seite mit dem Anfang der $(x + y_2)^{ten} + y_1{}^{ten}$ Seite.

Bedingungen:

1. Es müssen sowohl $y_1$ als auch $y_2$ ungerade Zahlen sein.
2. $\frac{y_1 + y_2}{2}$ und $\frac{s}{2}$ dürfen keinen gemeinschaftlichen Teiler besitzen, widrigenfalls die Wickelung nicht einfach geschlossen ist.

Beispiel: Es sei wieder $s = 198$, $p = 2$, dann ist entweder

$$y_1 + y_2 = \frac{198 + 2}{2} = \frac{200}{2} = 100$$

oder

$$y_1 + y_2 = \frac{198 - 2}{2} = \frac{196}{2} = 98.$$

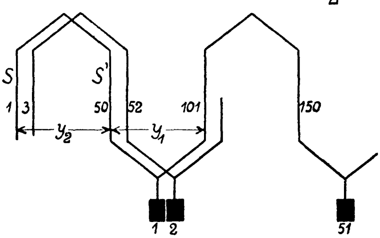



Fig. 67.

Nimmt man $y_1 + y_2 = 100$, so kann $y_1 = 51$, $y_2 = 49$ sein, d. h. man verbindet hinten Seite 1 mit Seite $1 + 49 = 50$ und vorn 50 mit $50 + 51 = 101$. Die erste Spule heißt demnach 1 — 50, die zweite 3 — 52 u. s. w. Vorn wird dann verbunden 50 mit einer beliebigen Lamelle und diese mit Seite 101; Nr. 52 wird mit der nächsten Lamelle und diese mit 103 u. s. w.

Die Wickelung, die der Formel 56 entsprechen muß, ist nur mit bestimmten Seitenzahlen ausführbar.

Für die Reihenwickelung gelten die Formeln:

$$i_d = \frac{i_a}{2},\quad w_a = \frac{c\,L}{4\,q},\quad E = \frac{\Phi_0\, n\, z}{60 . 10^8}\, p \qquad 57.$$

Bei sehr großen Maschinen kann man auch von der

C. Reihen-Parallel-Schaltung

Gebrauch machen. Die Wickelungsformel für sie heißt:

$$y_1 + y_2 = \frac{s \pm 2a}{p} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 58$$

wo 2a die Anzahl der parallelen Stromzweige bedeutet. $y_1$ und $y_2$ müssen wieder ungerade Zahlen sein.

Die Formeln sind

$$i_d = \frac{i_a}{2a}, \quad w_a = \frac{c\,L}{(2a)^2 q}, \quad E = \frac{\Phi_0\, n\, z}{60 . 10^8}\,\frac{p}{a} \quad \ldots \ldots \quad 59$$

Für $a = 1$ erhält man die Reihenschaltung, während $a = p$ eine bestimmte (Arnoldsche) Parallelschaltung gibt.

Die nach den Arnoldschen Wickelungsformeln ausgeführten Wickelungen heißen Wellenwickelungen.

Für den Wickler ist es wichtig zu wissen, mit welchen Kollektorlamellen die Enden einer Spule verbunden sind. Bei der Schleifenwickelung zeigt die Figur 66, daß die beiden Seiten (3 und 52) einer Spule mit zwei nebeneinanderliegenden Lamellen 1 und 2 verbunden sind. Bei Wellenwickelungen gibt die Formel

$$y_k = \frac{k \pm a}{p} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 60$$

hierüber Auskunft, indem $y_k$ den Kollektorschritt bezeichnet. In Fig. 67 ist $k = 99$, $p = 2$ und $a = 1$, also wird $y_k = \frac{99 \pm 1}{2} = 50$ oder 49. Ist also die Spulenseite 101 mit Lamelle 1 verbunden, so ist es die zugehörige andere Seite (d. i. 150) mit der Lamelle $1 + 50 = 51$.

Bezeichnet $y_n$ den Nutenschritt, $u_n$ die Anzahl der Spulenseiten pro Nut (vergl. Tabelle 8 auf Seite 127), so ist

$$y_n = \frac{y_2 - 1}{u_n} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 61$$

während die Anzahl der Nuten $\frac{s}{u_n}$ ist. (Liegt also die eine Spulenseite in der Nut 1, so liegt die andere in der Nut $1 + y_n$.)

Bei der Wahl von $y_2$ ist Formel 61 derart zu berücksichtigen, daß $y_n$ eine ganze Zahl wird.

**226.** Der Anker einer 6 [4] (8)poligen Maschine hat Parallelschaltung und besteht aus 220 [200] (150) Windungen eines 3 [2,5] (3,6) dicken Kupferdrahtes, der eine Länge von 300 [250] (180) m besitzt. Gesucht wird:

a) der Ankerstrom, wenn die Stromdichte 3 [4] (2,8) A beträgt,

b) der Widerstand des Ankers,

c) die erforderliche Kraftlinienzahl, wenn der Anker 800 [900] (600) Umdrehungen macht, und die erhaltene EMK 120 [110] (130) V beträgt?

Lösungen:

Zu a): Aus $i_d = \frac{i_a}{2p}$ folgt $i_a = i_d\, 2\, p$.

Nun ist $q = 3^2 \frac{\pi}{4} = 7{,}07 \text{ mm}^2$, $s_d = 3$,

also $i_d = 3 \,.\, 7{,}07 = 21{,}21$ A.

mithin $i_a = 21{,}21 \,.\, 6 = 127{,}26$ A.

Zu b): $w_a = \frac{c\,L}{(2\,p)^2 q} = \frac{0{,}02 \,.\, 300}{36 \,.\, 7{,}07} = 0{,}0236\ \Omega.$

Zu c): Aus

$$E = \frac{\Phi_0\, n\, z}{60 \,.\, 10^8} \text{ folgt } \Phi_0 = \frac{E\, 10^8 \,.\, 60}{n\, z} = \frac{120 \,.\, 10^8 \,.\, 60}{800 \,.\, 440} = 2{,}045 \,.\, 10^6$$

**227.** Beantworte dieselben Fragen a und b, wenn der Anker Reihenschaltung erhält, dagegen wird in c die EMK gesucht, wenn die Kraftlinienzahl dieselbe bleibt.

Lösungen:

Zu a): Aus $i_d = \frac{i_a}{2}$ folgt $i_a = 2\, i_d = 2 \,.\, 21{,}21 = 42{,}42$ A.

Zu b): $w_a = \frac{c\,L}{4\,q} = \frac{0{,}02 \,.\, 300}{4 \,.\, 7{,}07} = 0{,}212\ \Omega.$

Zu c): Aus

$$E = \frac{\Phi_0\, n\, z}{60 \,.\, 10^8}\, p \text{ folgt } E = \frac{2{,}045 \,.\, 10^6 \,.\, 800 \,.\, 440}{60 \,.\, 10^8} \,.\, 3 = 360 \text{ V}.$$

**228.** Wieviel Kollektorlamellen erhält bei Reihenschaltung unser Anker und auf welche Zahl ist, um der Wickelungsformel 56 zu genügen, die Drahtzahl abzuändern?

Lösung: Die kleinste Kollektorlamellenzahl wird nach der Erfahrungsformel

$$k \geqq (0{,}038 \text{ bis } 0{,}04)\, z \sqrt{i_d} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 62$$

bestimmt, also $k \geqq (0{,}038$ bis $0{,}04)\ 440 \sqrt{21{,}21} \geqq 77$ bis 81. Wählen wir $k = 78$, so ist $s = 2 \,.\, 78 = 156$ und

$$y_1 + y_2 = \frac{156 \pm 2}{3} = \frac{158}{3} = 52\,{}^2/_3 \text{ oder } \frac{154}{3} = 51\,{}^1/_3$$

also nicht möglich.

Für $k = 79$ ist $s = 158$ und $y_1 + y_2 = \frac{160}{3}$ oder $\frac{156}{3} = 52.$

Das letzte Resultat ist brauchbar, wir müssen allerdings auch 79 Nuten nehmen und in jede Nute nur 2 Seiten legen. Da nun $\frac{z}{s}$ die Drahtzahl in einer Seite ist, und diese eine ganze Zahl sein muß, so ist $\frac{440}{158} = 2,78$ auf 3 abzurunden, d. h.

$$\frac{z}{158} = 3 \text{ also } z = 474 \text{ Drähte.}$$

**229.** Man wünscht 6 Spulenseiten in einer Nute unterzubringen. Wie muß in Aufgabe 228 die Lamellen-, Seiten- und Nuten-Zahl gewählt werden?

Lösung: Damit 6 Spulenseiten in eine Nut kommen, muß die Nutenzahl $k_n = \frac{k}{3}$ sein, d. h. es muß die Lamellenzahl durch 3 teilbar werden. Dies ist bei der 6poligen Maschine nicht möglich, denn, wenn $k = \frac{s}{2}$ durch 3 teilbar ist, so kann

$$y_1 + y_2 = \frac{s \pm 2}{3} \text{ keine ganze Zahl sein.}$$

Für $p = 2$, war $\xi = 200$, also $z = 400$, $q = 2,5^2 \frac{\pi}{4} = 4,9 \text{ mm}^2$

$$s_d = 4 \text{ also } i_d = 4 \,.\, 4,9 = 19,6 \text{ A},$$

$$\text{mithin } k \leqq (0,038 \text{ bis } 0,04)\ 400 \sqrt{19,6} \leqq 67 \text{ bis } 71.$$

Für

$$k = 69 \text{ ist } k_n = 23 \text{ Nuten, } s = 138 \text{ u. } y_1 + y_2 = \frac{138 \pm 2}{2} = 70 \text{ od. } 68.$$

Wir wählen $y_1 + y_2 = 70$, und $y_1 = 33$, $y_2 = 37$.

$$\text{Der Nutenschritt ist } y_n = \frac{37 - 1}{6} = 6.$$

Die Drahtzahl pro Spulenseite ist

$$\frac{400}{138} = 2,9 \text{ oder } \frac{z}{138} = 3, \text{ mithin } z = 414 \text{ Drähte.}$$

8. Tabelle. Anzahl der Spulenseiten pro Nut.

| Zahl der Pole | Mögliche Zahl $u_n$ von Spulenseiten pro Nute für symmetrische Wickelungen. | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 4 | 1 | 2 | — | 6 | — | 10 |
| 6 | 1 | 2 | 4 | — | 8 | 10 |
| 8 | 1 | 2 | — | 6 | — | 10 |
| 10 | 1 | 2 | 4 | 6 | 8 | — |
| 12 | 1 | 2 | — | — | — | 10 |
| 14 | 1 | 2 | 4 | 6 | 8 | 10 |
| 16 | 1 | 2 | — | 6 | — | 10 |

**230.** Welche Stromstärke darf in dem Drahte eines Stabankers höchstens fließen?

Lösung: Setzt man $k = 0{,}038\ z\sqrt{i_d}$, so ist für einen Stabanker $k = \frac{z}{2}$ also

$$\frac{z}{2} = 0{,}038\ z\sqrt{i_d} \text{ oder } i_d = \left(\frac{1}{2\,.\,0{,}038}\right)^2 = 173 \text{ A.}$$

NB. Man geht gegenwärtig mit $i_d$ bis etwa 200 A.

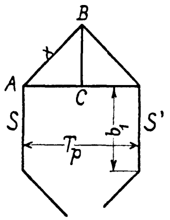


Fig. 68.

**231.** Wie lang ist eine Windung eines 2p-poligen Trommelankers mit Schablonen-Wickelung?

Lösung: Da die Entfernung zweier Seiten S und S′ (Fig. 68) angenähert gleich der Polteilung $T_p = \frac{\pi D}{2p}$ ist, so ist $AC = \frac{T_p}{2}$ und BC kann ebenfalls auf $\frac{T_p}{2}$ geschätzt werden, so daß

$$\overline{AB} = x = \sqrt{\overline{AC}^2 + \overline{BC}^2} = \frac{T_p}{2}\sqrt{2} \text{ ist.}$$

Ist $b_1$ die Länge einer Seite, so ist die Länge einer Windung

$$l_a = 2\,b_1 + 4\,x = 2\,b_1 + 4\,\frac{T_p}{2}\sqrt{2}$$

$$\text{oder } l_a = 2\,b_1 + 2{,}84\,T_p.$$

Die Seite $b_1$ ist immer etwas länger als die Ankerlänge b, so daß man auch schreiben kann:

$$l_a = 2\,b + 3\,T_p \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 63.$$

**232.** Wie lang ist eine Windung eines 14 [4] (6)-poligen Trommelankers, dessen Durchmesser 250 [46] (82) cm, und dessen Länge 54 [25] (27,5) cm ist?

Lösung: Es ist $T_p = \frac{\pi D}{2p} = \frac{\pi\,.\,250}{14} = 56$ cm,

also $l_a = 2\,.\,54 + 3\,.\,56 = 108 + 168 = 276$ cm.

# III. Wechselstrom.

§ 25.

## Definitionen.

Bezeichnet T die Zeitdauer einer Periode, ausgedrückt in Sekunden, $\sim$ (gel. Per.) die Anzahl der Perioden pro Sekunde, so ist

$$T = \frac{1}{\sim} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 64.$$

Besitzt die Wechselstrommaschine p Nordpole, so ist

$$\frac{n\,p}{60} = \sim \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 65.$$

**233.** Wieviel Pole erhält eine Wechselstrommaschine, die Wechselstrom von 50 [60] (42) Perioden liefern soll und dabei 300 [360] (126) Umdrehungen in der Minute macht?

Lösung: $\sim = 50$, $n = 300$, $p = \frac{60 \sim}{n} = \frac{60 \,.\, 50}{300} = 10$, d. h. die Maschine erhält 20 Pole.

**234.** Wieviel Pole erhält eine Wechselstrommaschine, die einen Wechselstrom von 50 [45] (42) Perioden liefern soll und deren Umdrehungszahl ungefähr 400 [430] (345) pro Minute ist?

Lösung: $\sim = 50$, $n = 400$, $p = \frac{50 \,.\, 60}{400} = 7{,}5$.

Da p eine ganze Zahl sein muß, so runde man dahin ab, also etwa $p = 8$. Mit $p = 8$ wird nun umgekehrt die genaue Umdrehungszahl

$$n = \frac{50 \,.\, 60}{400} = 375 \text{ Umdrehungen.}$$

**235.** Eine 6 [4] (2)-polige Wechselstrommaschine macht 1200 [1800] (2800) Umdrehungen in der Minute. Wieviel Perioden besitzt der erzeugte Wechselstrom?

Lösung: $\sim = ?$ $n = 1200$, $p = 3$,

$$\sim = \frac{1200 \,.\, 3}{60} = 60 \text{ Perioden.}$$

§ 26.

## Mittel- und Effektive-Werte.

Bezeichnet $e_m$ den Mittelwert einer Wechselstromspannung während einer halben Periode, so ist

$$e_m = \frac{\sum e}{m}, \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 66,$$

wo e die momentanen Einzelwerte, und m die Anzahl derselben bedeutet. Die Messung ist nur ausführbar bei pulsierendem Gleichstrom mit magnetischen Instrumenten oder Voltametern. Wechselströme werden mit Dynamometern oder Hitzdrahtinstrumenten gemessen. Der gemessene Wert heißt die effektive Stromstärke bezw. Spannung und ist definiert durch die Gleichung

$$e'^2 = \frac{\sum e^2}{m} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 67.$$

**236.** Durch eine Kontaktvorrichtung konnten von einem pulsierenden Gleichstrom 12 verschiedene Spannungen gemessen werden, nämlich

0, 1, 12, 26,5, 43, 56,5, 58, 56,5, 43, 26,5, 12 und 1 Volt.
[0, 1, 11, 26, 42, 54, 55, 53, 42, 27, 11 1 ]

Wie groß ist hiernach der Mittelwert der Spannung und wie groß der effektive?

Lösung:

$$e_m = \frac{0+1+12+26{,}5+43+56{,}5+58+56{,}5+43+26{,}5+12+1}{12},$$

$$e_m = \frac{336}{12} = 28 \text{ Volt.}$$

$$e'^2 = \frac{0^2+1^2+12^2+26{,}5^2+43^2+56{,}5^2+58^2+56{,}5^2+43^2+26{,}5^2+12^2+1^2}{12},$$

$$e'^2 = \frac{15141}{12}; \; e' = 35{,}6 \text{ Volt.}$$

**237.** Wurde die Spannung des pulsierenden Gleichstromes mit einem Weston-Instrument gemessen, so erhielt man 33 [42] Volt. Wieviel hätte in diesem Falle ein Hitzdrahtvoltmeter angezeigt?

Lösung: Nach der vorigen Aufgabe ist

$$\frac{e'}{e_m} = \frac{35{,}6}{28} = 1{,}271,$$

also ist

$$e' = e_m \,.\, 1{,}271 = 33 \,.\, 1{,}271 = 42 \text{ Volt.}$$

**238.** Wie groß ist in 237 mit Zuhilfenahme von 236 der Maximalwert des Stromes?

Lösung: In 236 entspricht dem Maximalwert 58 der Mittelwert 28, also ist

$$\frac{E}{e_m} = \frac{58}{28} = 2{,}07,$$

$$E = 2{,}07 \,.\, e_m = 2{,}07 \,.\, 33 = 68{,}4 \text{ Volt};$$

oder auch

$$\frac{E}{e'} = \frac{58}{35{,}6} = 1{,}63,$$

$$E = 42 \,.\, 1{,}63 = 68{,}4 \text{ Volt}.$$

**239.** Mit Hilfe der Kontaktvorrichtung in 236 konnten an derselben Maschine auch 12 verschiedene Ordinaten der Wechselstromkurve gemessen werden, nämlich

0, 31, 52, 55, 52, 31, 0, — 31, — 52, — 55, — 52, — 31.
[0, 45, 76, 79, 76, 45, 0, — 45, — 76, — 79, — 76, — 45].

Wie groß ist hiernach der Mittel- und der Effektive-Wert während einer halben Periode?

Lösung:

$$e_m = \frac{0 + 31 + 52 + 55 + 52 + 31}{6} = \frac{221}{6} = 36{,}83 \text{ V},$$

$$e'^2 = \frac{0^2 + 31^2 + 52^2 + 55^2 + 52^2 + 31^2}{6} = 1726;$$

$$e' = 41{,}6 \text{ V}.$$

**240.** In welchem Verhältnis stehen bei dieser Wechselstrommaschine die maximale zur effektiven und die maximale zur mittleren Spannung, und wie groß ist die effektive bezw. mittlere Spannung, wenn bei einer bestimmten Messung der Maximalwert 65 [78] (185) Volt beträgt?

Lösung:

Nach 239 ist $\frac{E}{e'} = \frac{55}{41{,}6} = 1{,}321$ oder $\frac{e'}{E} = 0{,}755$,

$$\frac{E}{e_m} = \frac{55}{36{,}8} = 1{,}495 \text{ oder } \frac{e_m}{E} = 0{,}668.$$

Ist $E = 65$ V, so wird $e' = 0{,}755 \,.\, 65 = 49$ V,

$$e_m = 0{,}668 \,.\, 65 = 43{,}4 \text{ V}.$$

Wenn die Ordinaten für die Kurve der elektromotorischen Kraft dem Sinusgesetz folgen, d. h. der Gleichung

$$e = E \sin \alpha,$$

wo für $\alpha$ gesetzt werden kann: $\alpha = \omega t$ und $\omega = 2\pi \sim = \frac{2\pi}{T}$, so ist der Mittelwert

$$e_m = \frac{2}{\pi} E \qquad 68$$

und der gemessene Wert

$$e' = \frac{E}{\sqrt{2}} \qquad 69.$$

Wird der Wechselstrom einer Gleichstrommaschine mit Schleifringen entnommen, so besteht zwischen e' und E eine Beziehung, die von dem Verhältnis

$$g = \frac{\text{Polbreite}}{\text{Polteilung}} = \frac{b_p}{T_p}$$

abhängt.

9. Tabelle.

| $g = \frac{b_p}{T_p}$ | 0,5 | 0,6 | 0,7 | 0,8 |
|---|---|---|---|---|
| $\frac{e'}{E} = f_g$ | 0,815 | 0,775 | 0,73 | 0,685 |

**241.** Wie groß ist der Maximalwert und der Mittelwert eines Wechselstromes, wenn der gemessene Wert 49 [255] (1536) Volt beträgt bei sinusförmigem Verlauf der elektromotorischen Kraft?

Lösung: Aus $e' = \frac{E}{\sqrt{2}}$ folgt $E = e'\sqrt{2} = 49\sqrt{2} = 69{,}3$ V.

Der Mittelwert ist $e_m = \frac{2}{\pi} E = \frac{2}{\pi} 69{,}3 = 44$ V.

**242.** Eine 6-polige Wechselstrommaschine macht 1200 [1000] (800) Umdrehungen in der Minute; jede der sechs hintereinander geschalteten Spulen besitzt 12 [15] (60) Windungen und die Kraftliniendichte im Luftzwischenraum ist $B_L = 6000$ [5000] (7000). Der Querschnitt des Luftzwischenraumes ist angenähert ein Rechteck von 10 [12] (20) cm Länge und 15 [20] (25) cm Breite (Fig. 69).

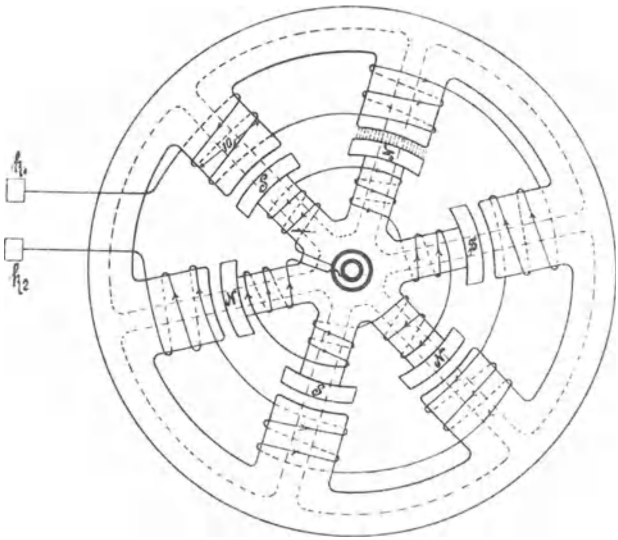



Fig. 69.

Gesucht wird:

a) die Periodenzahl,

b) die Zeitdauer einer Periode,

c) die Winkelgeschwindigkeit des Radiusvektors,

d) eine allgemeine Formel für die mittlere elektromotorische Kraft einer 2p-poligen Maschine,

e) der Mittelwert im Zahlenbeispiel,

f) der Maximal- und Effektive-Wert, wenn die elektromotorische Kraft sinusförmigen Verlauf hat.

Lösungen:

Zu a): $\frac{n\,p}{60} = \sim$ gibt $\sim = \frac{1200}{60} \,.\, 3 = 60.$

Zu b): $T = \frac{1}{\sim} = \frac{1}{60}$ Sekunde.

Zu c): $\omega = 2\,\pi \sim = 2\,\pi \,.\, 60 = 376.$

**Zu d): Die mittlere elektromotorische Kraft einer Spule mit $\xi$ Windungen während einer halben Periode folgt aus Formel 34 Seite 88**

$$e_m = \frac{\Phi_1 - \Phi_2}{T' \,.\, 10^8}\,\xi.$$

**Gesetz 22: In einer Spule wird eine halbe Periode vollendet, wenn statt des Nordpoles der benachbarte Südpol unter dieselbe gekommen ist.**

Steht der Nordpol unter der Spule, so ist $\Phi_1 = \Phi_0$,
" " Südpol " " " " " $\Phi_2 = -\Phi_0$,

ferner ist $T' = \frac{T}{2}$ (Zeitdauer der halben Periode), also

$$e_m = \frac{2\,\Phi_0\,\xi}{\frac{T}{2}\,.\,10^8} = \frac{4\,\Phi_0\,\xi}{T\,.\,10^8}.$$

Führt man anstatt der Zeit die Anzahl der Perioden ein, so ist (Formel 64)

$$T = \frac{1}{\sim},$$

also wird

$$e_m = \frac{4\,\Phi_0\,\xi \sim}{10^8}.$$

Die 2p-polige Maschine besitzt 2p hintereinandergeschaltete Spulen, mithin ist die mittlere elektromotorische Kraft der ganzen Maschine

$$E_m = 2p\ e_m = \frac{4\,\Phi_0\,\xi \sim 2p}{10^8},$$

oder, wenn man die Windungszahl W der ganzen Maschine einführt, also $W = 2p\ \xi$ setzt,

$$E_m = \frac{4\,\Phi_0 \sim W}{10^8}\ \text{Volt}.$$

Zu e): Da die Kraftliniendichte im Luftzwischenraum $B_L = 6000$ ist, so ist bei einem Luftquerschnitt von

$$10\,.\,15 = 150\ \text{cm}^2$$

$$\Phi_0 = 150\,.\,6000 = 900000 = 0{,}9\,.\,10^6.$$

Ferner ist $\xi = 12$, $\sim\, = 60$, $2\,p = 6$, also

$$E_m = \frac{4\,.\,0{,}9\,.\,10^6\,.\,12\,.\,60\,.\,6}{10^8} = 155\ \text{Volt}.$$

Zu f): Aus $E_m = \frac{2}{\pi} E$ folgt: $E = \frac{\pi}{2} E_m = \frac{\pi}{2}\,.\,155 = 244$ Volt,

$$e' = \frac{E}{\sqrt{2}} = \frac{244}{\sqrt{2}} = 172{,}5\ \text{V}.$$

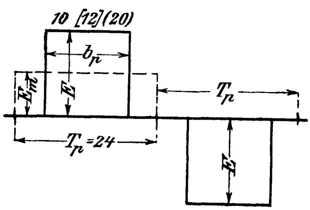



Fig. 70.

**243.** Wie gestalten sich die Fragen zu f, wenn die Kurve der elektromotorischen Kraft den in Fig. 70 dargestellten Verlauf besitzt?

Lösung: Es muß das Rechteck über der halben Periode $T_p$ und der Höhe $E_m$ gleich dem Inhalt der Kurve der EMK sein, also

$$T_p\,E_m = b_p\,E\ \text{oder}$$

$$E = \frac{T_p}{b_p} E_m = \frac{24}{10} \cdot 155 = 372 \text{ V}.$$

Um $e'$ zu finden, hat man über $T_p$ ein Rechteck mit der Höhe $e'^2$ zu zeichnen, das flächengleich der Kurve ist, deren Ordinaten die Quadrate der EMK sind, es ist demnach

$$T_p e'^2 = b_p E^2 \text{ oder in unserem Falle}$$

$$e' = E \sqrt{\frac{b_p}{T_p}} = 372 \sqrt{\frac{10}{24}} = 240 \text{ V}.$$

**244.** Eine 4 [6] (8)-polige Wechselstrommaschine besitzt einen mit Schleifringen versehenen Gleichstromanker von 800 Drähten in Parallelschaltung (Schleifenwickelung). Der Anker soll 120 [200] (300) V Wechselstrom von 50 Perioden liefern. Das Verhältnis $g = \frac{b_p}{T_p}$ sei 0,7 [0,6] (0,8). Gesucht wird:

a) die Tourenzahl,

b) die erforderliche Kraftlinienzahl,

c) der Querschnitt des Luftzwischenraumes, wenn die Kraftliniendichte daselbst 6000 [7000] (6500) sein soll,

d) die Polteilung und der Ankerdurchmesser, wenn der Polschuh ebenso lang wie breit wird,

e) die Stromstärke, die der Maschine entnommen werden kann, wenn $\overline{AS} = 100$ [120] (90) ist.

Lösungen:

Zu a): Aus $\frac{n\,p}{60} = 50$ folgt $n = \frac{50 \cdot 60}{2} = 1500.$

Zu b): Die EMK des Gleichstromes ist bekanntlich (vergl. S. 124 Formel 55):

$$E = \frac{\Phi_0 \, n \, z}{60 \cdot 10^8}$$

und da $\frac{e'}{E} = f_g$ (Tabelle 9), so wird $e' = f_g \frac{\Phi_0 \, n \, z}{60 \cdot 10^8}$

oder $\Phi_0 = \frac{e' \cdot 60 \cdot 10^8}{f_g \, n \, z} = \frac{120 \cdot 60 \cdot 10^8}{0{,}73 \cdot 1500 \cdot 800} = 0{,}823 \cdot 10^6.$

Zu c): $Q_{\mathfrak{L}} = \frac{\Phi_0}{B_{\mathfrak{L}}} = \frac{0{,}823 \cdot 10^6}{6000} = 137 \text{ cm}^2 = b\, b_p.$

Zu d): Wenn $b = b_p$ ist, wird $b_p = \sqrt{137} = 11{,}7$ cm,

andererseits ist $g = \frac{b_p}{T_p}$, also $T_p = \frac{11{,}7}{0{,}7} = 16{,}7$ cm;

aus $T_p = \frac{\pi D}{2\,p}$ folgt $D = \frac{16{,}7 \cdot 4}{\pi} = 21{,}3$ cm.

Zu e): $i_a = i_d\ 2\,p$ (Formel 55) und $\overline{AS} = \frac{z\, i_d}{\pi\, D}$,

also $$i_d = \frac{\pi\, D\, \overline{AS}}{z} = \frac{\pi\, .\, 21{,}3\, .\, 100}{800} = 8{,}4\ A,$$

demnach $$i_a = 8{,}4\, .\, 4 = 33{,}6\ A.$$

§ 27.

## Das Ohmsche Gesetz für Wechselströme.

Im folgenden wird stets vorausgesetzt, daß die elektromotorische Kraft der Maschine sinusförmigen Verlauf hat, also der Gleichung

$$e = E \sin \alpha \qquad \left(\alpha = \omega\, t = 2\,\pi \sim t = \frac{2\,\pi\, t}{T}\right)$$

folgt.

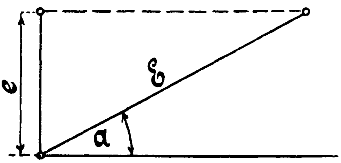


Fig. 71.

Die Darstellung von e zeigt die Fig. 71. Hiernach ist der momentane Wert e die Projektion des Maximalwertes E auf eine vertikale Gerade. Man nennt E den Radiusvektor im Vektordiagramm.

**Gesetz 23: Die Summe der Maximalwerte zweier elektromotorischer Kräfte, die einen Winkel $\varphi$ miteinander bilden, ist die durch den Winkel gehende Diagonale des Parallelogrammes, das aus den beiden elektromotorischen Kräften gebildet wird (Fig. 72).**

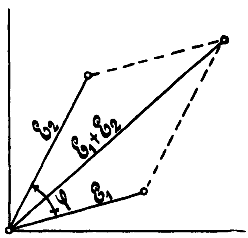


Fig. 72.

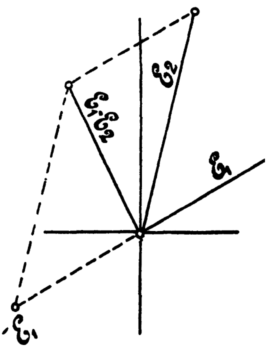


Fig. 73.

Ist die Differenz der Maximalwerte zu suchen, so bilde man anstatt der Differenz $E_2 - E_1$ die Summe $E_2 + (-E_1)$. (Fig. 73.)

**Gesetz 24: Fließt ein Wechselstrom durch einen induktionsfreien Widerstand, so fällt im Vektordiagramm der Vektor des Stromes der Richtung nach mit dem Vektor der Spannung zusammen.**

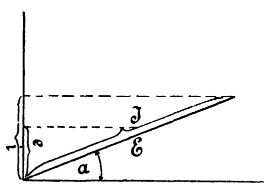


Fig. 74.

Wenn also (Fig. 74)

$$e = E \sin \alpha$$

ist, so ist auch

$$i = J \sin \alpha, \text{ wo } J = \frac{E}{w}$$

gesetzt ist.

**Gesetz 25: Fließt ein Wechselstrom durch eine widerstandslose Induktionsspule, so bleibt im Vektordiagramm der Vektor des Stromes um 90° gegen den Vektor der Spannung zurück.**

Ist also (Fig. 75)

$$e = E \sin \alpha,$$

so ist

$$i = -J \sin (90 - \alpha) = -J \cos \alpha,$$

wo

$$J = \frac{E}{L\,\omega} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 70$$

gesetzt ist.

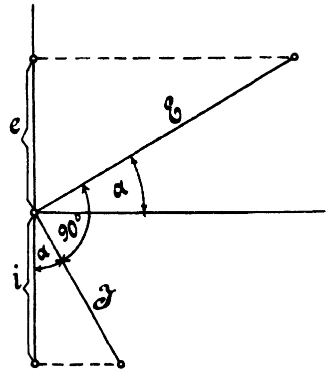


Fig. 75.

Besitzt eine Spule Widerstand und Selbstinduktion, so kann man sich diese Spule stets ersetzt denken durch eine widerstandslose, der ein induktionsfreier Widerstand vorgeschaltet ist. (Fig. 76.) Es fließt dann, beim Anschluß an eine Wechselstrommaschine, durch den Kreis ein Strom, dessen Maximalwert J sei. Derselbe ruft an den Enden AB des induktionsfreien Widerstandes w einen Spannungsunterschied $E_1$ (Maximalwert) und an den Enden der widerstandslosen Spule einen Spannungsunterschied $E_2$ hervor. Die Gesamtspannung $E_0$ an den Klemmen A und C der Spule (die Klemme B ist nur gedacht) ist die Diagonale eines aus $E_1$ und $E_2$ gebildeten Parallelogrammes.

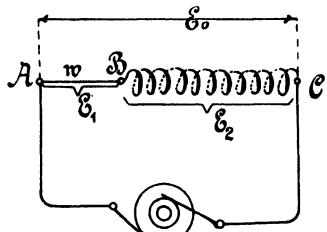


Fig. 76.

Da im ganzen Kreise nur eine Stromstärke fließt, so wähle man im Vektordiagramm diese als Grundlinie. (Fig. 77.) Die Spannung $E_1 = \overline{OA}$ fällt dann der Richtung nach mit der Grundlinie zusammen (Gesetz 24), während die Spannung $E_2 = \overline{OB}$ senkrecht auf ihr steht (Gesetz 25); die Gesamtspannung ist dann die Diagonale $\overline{OC}$ (Gesetz 23). Für diese aber gilt:

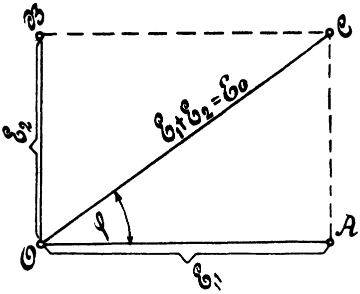


Fig. 77.

$$E_0^2 = E_1^2 + E_2^2,$$

oder da

$$E_1 = Jw, \quad E_2 = L\,\omega\,J \quad \text{ist}$$

$$E_0^2 = J^2\,(w^2 + [\omega\,L]^2),$$

woraus

$$J = \frac{E_0}{\sqrt{w^2 + (\omega\,L)^2}} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 71$$

folgt.

$$\sqrt{w^2 + (\omega\,L)^2} = W' \quad \ldots\ldots\ldots \quad 72.$$

W′ heißt der scheinbare Widerstand einer Spule.

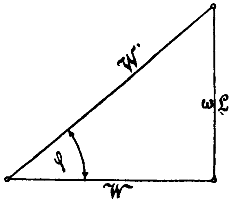


Fig. 78.

Seine geometrische Darstellung zeigt Fig. 78 (Widerstandsdreieck).

Die Klemmenspannung $E_0$ ist die einzige, wirklich vorhandene Spannung. $E_2$ ist gleich der elektromotorischen Kraft der Selbstinduktion, aber von entgegengesetzter Richtung, also

$$E_2 = - E_s.$$

Die Fig. 77 läßt erkennen, daß der Strom (Richtung $\overline{OA}$) in der Phase gegen die Spannung $E_0$ um einen Winkel $\varphi$, den Phasenverschiebungswinkel, zurückbleibt. Hieraus folgt das

**Gesetz 26: Fließt ein Wechselstrom durch eine Spule mit Widerstand und Selbstinduktion, so bleibt der Vektor des Stromes um einen $\varphi$ hinter dem Vektor der Spannung zurück.**

Anstatt der Maximalwerte J und $E_0$ kann man auch die gemessenen Werte setzen. Es gilt daher auch

$$i' = \frac{e'}{\sqrt{w^2 + (\omega L)^2}} = \frac{\text{gemessene Spannung.}}{\text{scheinbarer Widerstand.}}$$

**245.** Die Achsen zweier Wechselstrom-Maschinen, von denen die eine Maschine 60 [100] (120) Volt, die andere 80 [90] (100) V liefert, sind miteinander direkt gekuppelt, und zwar unter einem Winkel a) $0^0$, b) $30^0$, c) $60^0$, d) $90^0$, e) $120^0$, f) $150^0$. Wie groß ist bei Hintereinanderschaltung beider Maschinen die gesamte elektromotorische Kraft?

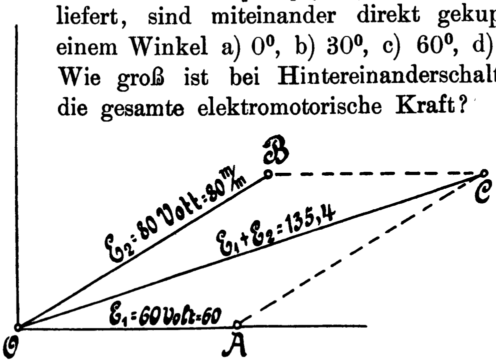


Fig. 79.

Lösungen:

Zu a): $60 + 80 = 140$ V.

Zu b): Man mache (Fig. 79) $\overline{OA} = 60$ V, z. B. 60 mm, trage an $\overline{OA}$ einen Winkel von $30^0$ an und mache den freien Schenkel $\overline{OB} = 80$ V, also 80 mm, ergänze $\overline{OA}$ und $\overline{OB}$ zum Parallelogramm, so ist nach Messung $\overline{OC} = 136$ mm, also beträgt die gesamte elektromotorische Kraft beider Maschinen 136 V.

Durch Rechnung findet man $\overline{OC}$ aus der Formel:

$$\overline{OC}^2 = \overline{OA}^2 + \overline{AC}^2 + 2 \,.\, \overline{OA} \,.\, \overline{AC} \cos 30^0,$$

$$= 60^2 + 80^2 + 2 \,.\, 60 \,.\, 80 \,.\, \frac{1}{2}\sqrt{3} = 18315,$$

$$\overline{OC} = \sqrt{18315} = 135{,}4 \text{ V.}$$

**246.** Eine Spule besitzt einen Widerstand von 3 [2,5] (10) $\Omega$ und einen Selbstinduktionskoëffizienten von 0,03 [0,025] (0,005) Henry. Welcher Strom fließt durch dieselbe, wenn sie an eine Wechselstromspannung von 40 [36] (65) Volt und 50 [60] (25) Perioden angeschlossen wird?

Lösung: $i' = \frac{e'}{\sqrt{w^2 + (\omega\, L)^2}}$;

$$e' = 40\ \text{V},\ w = 3\ \Omega,\ L = 0{,}03\ \text{Henry},$$
$$\omega = 2\,\pi \sim\, = 2\,\pi\,.\,50 = 314,$$

also wird

$$i' = \frac{40}{\sqrt{3^2 + (314\,.\,0{,}03)^2}} = 4{,}04\ \text{A}.$$

**247.** Eine Spule besitzt einen Widerstand von 20 [10] (2) $\Omega$, einen Selbstinduktionskoëffizienten von 0,06 [0,1] (0,03) Henry. Sie ist an eine Wechselstromspannung von 50 Perioden angeschlossen, wobei ein Strom von 0,6 [0,3] (6) A durch sie hindurchfließt. Gesucht wird:

a) der scheinbare Widerstand,
b) die Klemmenspannung,
c) der Cosinus des Phasenverschiebungswinkels.

Lösungen:

Zu a): (Fig. 80.) $W' = \sqrt{20^2 + (314\,.\,0{,}06)^2} = 27{,}42\ \Omega.$

Zu b): Aus $i' = \frac{e'}{W'}$

folgt: $e' = i'\,W' = 0{,}6\,.\,27{,}42,$

$e' = 16{,}452$ Volt.

Zu c): (Fig. 80.)

$$\cos\varphi = \frac{W}{W'} = \frac{20}{27{,}42} = 0{,}729.$$

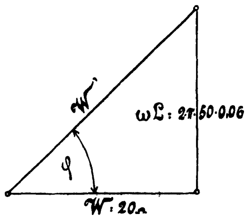


Fig. 80.

**248.** Um den Selbstinduktionskoëffizienten einer Spule zu bestimmen, wurde dieselbe an eine Wechselstromspannung von 48 [60] (100) Volt und 50 Perioden angeschlossen, wobei durch die Spule ein Strom von 6 [8] (10) A floß. Der Spulenwiderstand betrug 3 [2] (5) $\Omega$. Wie groß ist hiernach L?

Lösung: Aus $i' = \frac{e'}{W'}$

folgt:

$$W' = \frac{e'}{i'} = \frac{48}{6} = 8\ \Omega.$$

Andererseits ist: $W'^2 = w^2 + (\omega L)^2$,

woraus: $\omega L = \sqrt{W'^2 - w^2} = \sqrt{8^2 - 3^2} = \sqrt{55} = 7{,}4$,

oder: $L = \frac{7{,}4}{2\,\pi\,.\,50} = 0{,}0235$ Henry.

**249.** Zur Bestimmung des Selbstinduktionskoëffizienten wurde in den Stromkreis der Spule eingeschaltet ein Dynamometer Am. und parallel zur Spule ein Voltmeter (Fig. 81). Das erstere zeigte 200 [150] (260)° Ausschlag an, das letztere 50 [48] (38) V. Die Tourenzahl der zweipoligen Wechselstrommaschine wurde zu 2800 [2400] (3600) pro Minute bestimmt. Die Konstante des Dynamometers ist 0,355 und der Spulenwiderstand 5 [2] (1,5) $\Omega$. Wie groß ist hiernach L?

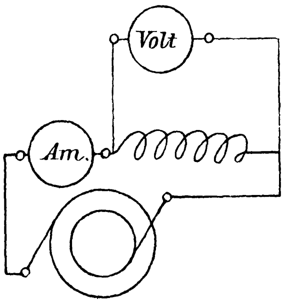


Fig. 81.

Lösung: $i' = 0{,}355\sqrt{200} = 5{,}02$ A,

$$W' = \frac{e'}{i'} = \frac{50}{5{,}02} = 9{,}97\ \Omega.$$

Aus $\frac{n\,p}{60} = \sim$ folgt $\sim = \frac{2800}{60}\,.\,1 = 46{,}7.$

also $\omega L = \sqrt{9{,}97^2 - 5^2} = 8{,}63\ \Omega$,

$$L = \frac{8{,}63}{2\,\pi\,.\,46{,}7} = 0{,}0294 \text{ Henry.}$$

**250.** Durch eine Spule von 2,3 [5] (4) $\Omega$ und einem Selbstinduktionskoëffizienten von 0,03 [0,04] (0,025) Henry fließt ein Wechselstrom von 5 [3] (4) A, der an den Klemmen eine Spannung von 55 [30] (60) V hervorruft. Wie groß ist hiernach die Periodenzahl des Wechselstromes?

Lösung: Aus dem Widerstandsdreieck folgt:

$$\omega L = \sqrt{W'^2 - w^2},$$

wo der scheinbare Widerstand $W' = \frac{e'}{i'} = \frac{55}{5} = 11\ \Omega$ und der wahre Widerstand $w = 2{,}3\ \Omega$ ist, also

$$\omega = \frac{\sqrt{11^2 - 2{,}3^2}}{0{,}03} = \frac{10{,}7}{0{,}03} = 357$$

$$\sim = \frac{357}{2\,\pi} = 56{,}8 \text{ Perioden.}$$

**251.** Durch eine Spule von 10 [8] (4) $\Omega$ Widerstand fließt ein Wechselstrom von 3 [4] (8) A, welcher an den Klemmen derselben eine Spannung von 50 [60] (64) Volt hervorruft. Welche Spannung geht in dem Ohmschen Widerstand verloren, wie groß ist die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion der Spule, und um welchen Winkel wird der Strom gegen die Klemmenspannung verzögert?

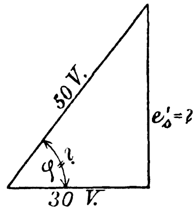


Fig. 82.

Lösung: Die in dem Widerstand von 10 $\Omega$ verlorene Spannung ist: $e_1' = 3 . 10 = 30$ V.

Die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion folgt aus (Fig. 82)

$$e_s' = \sqrt{50^2 - 30^2} = 40 \text{ V},$$

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{40}{30} = 1{,}333,$$

$$\cos \varphi = \frac{30}{50} = \frac{3}{5} = 0{,}6, \quad \varphi \cong 53^0.$$

## § 28.

## Arbeit des Wechselstromes.

**Bezeichnet $e'$ die gemessene Spannung, $i'$ den gemessenen Strom $\varphi$ den Phasenverschiebungswinkel zwischen Strom und Spannung, so ist, der von dem Strome geleistete Effekt $\mathfrak{E}$**

$$\mathfrak{E} = e' i' \cos \varphi \quad \ldots \ldots \ldots \quad 73.$$

**252.** Eine Spule besitzt einen Selbstinduktionskoëffizienten von $L = 0{,}05$ [0,03] (0,2) Henry, einen Widerstand von 10 [8] (100) $\Omega$. Dieselbe wird an eine Wechselstromspannung von 60 Volt und 50 Perioden angeschlossen. Gesucht wird:

a) der scheinbare Widerstand,
b) die Stromstärke in der Spule,
c) die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion,
d) der Cosinus des Phasenverschiebungswinkels,
e) der in der Spule verbrauchte Effekt.

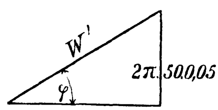


Fig. 83.

Lösungen:

Zu a): (Fig. 83.)

$$W' = \sqrt{10^2 + 15{,}7^2} = 18{,}6 \ \Omega.$$

Zu b): $i' = \frac{e'}{W'} = \frac{60}{18{,}6} = 3{,}23$ A.

Zu c): Es ist $e_s' = L\,\omega\,i' = 0{,}05 \,.\, 2\,\pi\,50 \,.\, 3{,}23 = 50{,}7$ V, oder (Fig. 84):

$$e_s' = \sqrt{60^2 - 32{,}3^2} = 50{,}7 \text{ V}.$$

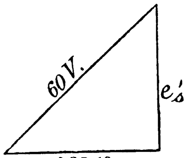


Fig. 84.

Zu d): Nach Fig. 83 ist

$$\cos\varphi = \frac{10}{18{,}6} = 0{,}538.$$

Nach Fig. 84 ist

$$\cos\varphi = \frac{32{,}3}{60} = 0{,}538.$$

Zu e): $\mathfrak{E} = 60 \,.\, 3{,}23 \,.\, 0{,}538 = 104$ Watt.

**253.** In den Stromkreis eines Wechselstromes war eingeschaltet (Fig. 85) ein Ampèremeter A, eine Spule S, ein Wattmeter W, außerdem ein Voltmeter V. Das letztere zeigte 120 [90] (50) V an, das Ampèremeter 10 [12] (5) A, während das Wattmeter 800 [1000] (200) Watt angab. Wie groß ist hiernach:

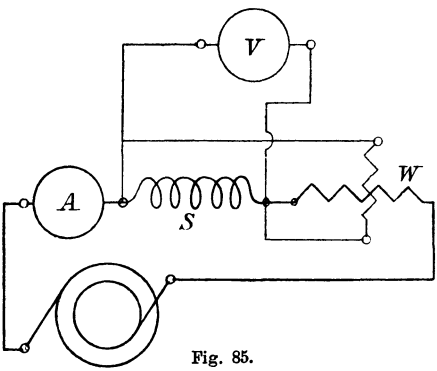


Fig. 85.

a) der Cosinus des Phasenverschiebungswinkels,
b) die wirksame elektromotorische Kraft $e_w'$,
c) die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion $e_s'$,
d) der Widerstand der Spule,
e) der Koëffizient der Selbstinduktion bei 50 Perioden?

Lösungen:

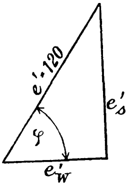


Fig. 86.

Zu a): Aus $\mathfrak{E} = e'\,i'\,\cos\varphi$ folgt:

$$\cos\varphi = \frac{\mathfrak{E}}{e'\,i'} = \frac{800}{120 \,.\, 10} = \frac{2}{3}.$$

Zu b): Es ist (Fig. 86)

$$e_w' = e'\,\cos\varphi = 120 \,.\, \frac{2}{3} = 80 \text{ V}.$$

Zu c):

$$e_s' = e'\,\sin\varphi = 120\sqrt{1 - \left(\frac{2}{3}\right)^2} = 89{,}5 \text{ V}.$$

Zu d): Aus $i' w = 80$ folgt:

$$w = \frac{80}{10} = 8 \ \Omega^{*}).$$

Zu e): Aus $L \omega i' = e_s' = 89{,}5$ folgt

$$L = \frac{89{,}5}{10 \cdot 2 \pi \cdot 50} = 0{,}0285 \text{ Henry}.$$

Bemerkung: In dieser Aufgabe ist davon abgesehen worden, daß das Voltmeter V (gewöhnlich ein Hitzdrahtvoltmeter) und die Nebenschlußspule des Wattmeters, auch Effekt verbrauchen, der in der Wattmeterangabe eingeschlossen ist. Der in der Spule S verbrauchte Effekt ist um diese beiden Effekte zu verkleinern.

Wäre z. B. in unserem Falle der Widerstand des Voltmeters 500 $\Omega$, der Widerstand des Wattmeters 4000 $\Omega$ gewesen, so müßten von 800 Watt abgezogen werden

$$\frac{120^2}{500} + \frac{120^2}{4000} = 28{,}8 + 3{,}6 = 32{,}4 \text{ Watt}.$$

## § 29.

## Hintereinanderschaltung zweier Spulen.

**254.** Durch zwei hintereinander geschaltete Spulen (Fig. 87) fließt ein Wechselstrom von 100 [80] (10) A und 50 Perioden. Der Widerstand der ersten Spule ist $W_1 = 5$ [7] (3) $\Omega$, ihr Selbstinduktionskoëffizient 0,0107 [0,02] (0,03) Henry, der Widerstand der zweiten Spule 20 [17] (8) $\Omega$, ihr Selbstinduktionskoëffizient 0,5 [0,2] (0,1) Henry. Gesucht wird:

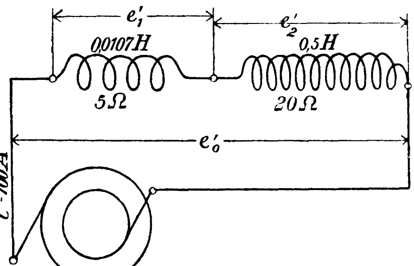



Fig. 87.

a) der scheinbare Widerstand der ersten Spule,
b) der scheinbare Widerstand der zweiten Spule,
c) der scheinbare Widerstand beider Spulen,
d) die Klemmenspannung der ersten Spule,
e) die Klemmenspannung der zweiten Spule,
f) die Klemmenspannung beider Spulen,

*) Der mit Wechselstrom gemessene Widerstand fällt, je nach der Drahtdicke und Periodenzahl, 1,2 bis 2mal größer aus als der mit Gleichstrom bestimmte.

g) der Cosinus des Phasenverschiebungswinkels zwischen Strom und Klemmenspannung der ersten Spule,

h) der Cosinus des Phasenverschiebungswinkels zwischen Strom und Klemmenspannung der zweiten Spule,

i) der Cosinus des Phasenverschiebungswinkels zwischen Strom und Klemmenspannung beider Spulen,

k) der Effektverbrauch in der ersten Spule,

l) der Effektverbrauch in der zweiten Spule,

m) der Effektverbrauch in beiden Spulen.

Lösungen:

Zu a): Der scheinbare Widerstand der ersten Spule ist $W_1' = \sqrt{W_1^2 + (\omega L_1)^2}$,

$$W_1' = \sqrt{5^2 + (2\pi\, 50 \,.\, 0{,}0107)^2}, = 6\ \Omega.$$

Zu b): Der scheinbare Widerstand der zweiten Spule ist

$$W_2' = \sqrt{20^2 + (2\pi \,.\, 50 \,.\, 0{,}5)^2},$$

$$W_2' = 158\ \Omega.$$

Zu c): Der scheinbare Widerstand beider Spulen ist (Fig. 88)

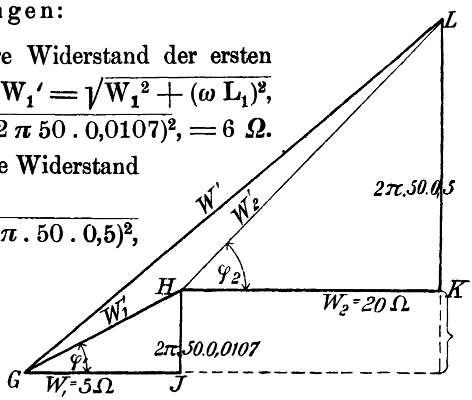



Fig. 88.

$$W' = \sqrt{(5 + 20)^2 + [2\pi \,.\, 50\,(0{,}0107 + 0{,}5)]^2} = 162\ \Omega.$$

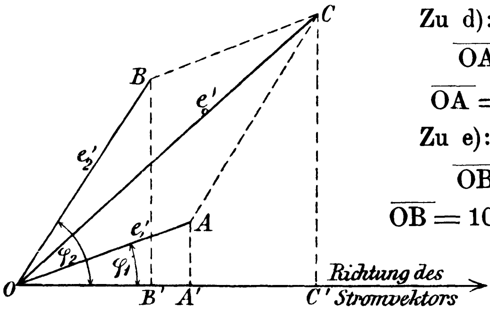



Fig. 89.

Zu d): (Fig. 89).

$$\overline{OA} = e_1' = i' W_1',$$

$$\overline{OA} = 100 \,.\, 6 = 600\ \text{V}.$$

Zu e):

$$\overline{OB} = e_2' = i' W_2',$$

$$\overline{OB} = 100 \,.\, 158 = 15800\ \text{V}.$$

Zu f): $\overline{OC} = e_0' = i' W' = 100 \,.\, 162 = 16200$ V.

Zu g): (Fig. 88) $\cos \varphi_1 = \frac{5}{6}$.

Zu h): $\cos \varphi_2 = \frac{20}{158}$.

Zu i): $\sphericalangle \varphi = COC'$ (Fig. 89)

oder $\varphi = \sphericalangle LGJ$ (Fig. 88)

$$\cos \varphi = \frac{5+20}{162} = \frac{25}{162}.$$

Zu k): $\mathfrak{E}_1 = e_1' i' \cos \varphi_1 = 600 \,.\, 100 \,.\, \frac{5}{6} = 50000$ Watt.

Zu l):

$$\mathfrak{E}_2' = e_2' i' \cos \varphi_2 = 15800 \,.\, 100 \,.\, \frac{20}{158} = 200000 \text{ Watt.}$$

Zu m):

$$\mathfrak{E} = e_0' i' \cos \varphi = 16200 \,.\, 100 \,.\, \frac{25}{162} = 250000 \text{ Watt,}$$

Probe: $\mathfrak{E} = \mathfrak{E}_1 + \mathfrak{E}_2 = 50000 + 200000 = 250000$ Watt.

**255.** Am Orte A wird Wechselstrom erzeugt, der nach dem 15 [20] (40) km entfernten Orte B durch zwei parallele, 8 [10] (7) mm dicke, 50 [50] (75) cm voneinander entfernte Kupferdrähte geleitet wird, um dort Motoren zu treiben, welche 60 [65] (40) A bei 3000 [5000] (15000) Volt Klemmenspannung und 50 [60] (42)

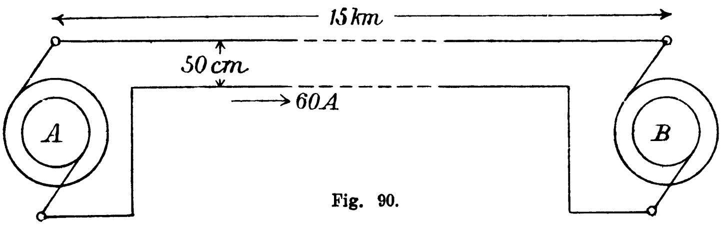



Fig. 90.

Perioden verbrauchen. In den Motoren ist der Strom gegen die zugehörige Klemmenspannung um einen Winkel $\varphi_2$ verschoben, der durch die Gleichung $\cos \varphi_2 = 0{,}8$ bestimmt ist. (Fig. 90.)

Gesucht wird:

a) der Widerstand der Leitung,
b) ihr Selbstinduktionskoëffizient,
c) ihr scheinbarer Widerstand,
d) der gesamte Spannungsverlust in der Leitung,
e) die Spannung der Wechselstrommaschine,
f) der von ihr geleistete Effekt.

Lösungen:

Zu a): $$w_1 = \frac{c\,l}{q} = \frac{0{,}018 \,.\, 30000}{8^2 \frac{\pi}{4}} = 10{,}8\ \Omega.$$

Zu b): Die Tabelle 6 auf Seite 96 ergibt für eine Leitung von 4 mm Radius, deren Drähte 50 cm voneinander entfernt sind, den Selbstinduktionskoëffizienten 0,001017 pro Kilometer Drahtlänge, also ist

$$L = 30 \,.\, 0{,}001017 = 0{,}03051 \text{ Henry.}$$

Zu c): Der scheinbare Widerstand ist

$$W' = \sqrt{10{,}8^2 + (2\,\pi\, 50 \,.\, 0{,}03051)^2} = 14{,}45\ \Omega.$$

Zu d): Der Spannungsverlust in der ganzen Leitung ist

$$e_1' = i'\,W' = 60 \,.\, 14{,}45 = 867 \text{ Volt.}$$

Zu e): Die Aufgabe kann aufgefaßt werden in der Weise, daß zwei Spulen hintereinander geschaltet sind, die eine Spule (die Leitung) hat den Selbstinduktionskoëffizienten $L = 0{,}03051$ Henry und den Widerstand 10,8 $\Omega$, an ihren Enden herrscht die Spannung $e_1' = 867$ V, die andere Spule vertritt die Motoren, ihre Klemmenspannung beträgt 3000 V, und der Strom ist gegen die Spannung verschoben um einen Winkel $\varphi_2$, bestimmt durch die Gleichung $\cos \varphi_2 = 0{,}8$. Die Maschinenspannung $e_0'$ ist dann die Resultierende aus dem Spannungsverluste $\overline{OA} = e_1'$ in der Leitung und der Motorspannung $\overline{OB} = e_2' = 3000$ V. Nach Fig. 91 ist

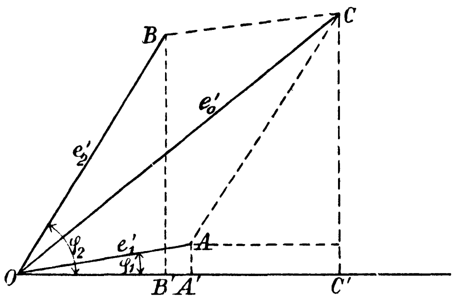


Fig. 91.

$$\overline{OB'} = e_2' \cos \varphi_2 = 3000 \,.\, 0{,}8 = 2400 \text{ V},$$

$$\overline{BB'} = e_2' \sin \varphi_2 = 3000\sqrt{1 - 0{,}8^2} = 1800 \text{ V}.$$

Ferner $\overline{OA'} = i'\,w_1 = 60 \,.\, 10{,}8 = 648$ V,

$$\overline{AA'} = L\,\omega\, i' = 0{,}03051 \,.\, 2\,\pi \,.\, 50 \,.\, 60 = 574 \text{ V}.$$

Mit diesen Werten findet man nun

$$\overline{OC'} = \overline{OA'} + \overline{OB'} = 648 + 2400 = 3048 \text{ V}.$$

$$\overline{CC'} = \overline{BB'} + \overline{AA'} = 1800 + 574 = 2374 \text{ V},$$

$$\overline{OC} = e_0' = \sqrt{3048^2 + 2374^2} = 3860 \text{ V},$$

d. h. an der Wechselstrommaschine müssen 3860 V Spannung herrschen. Die Spannung ist dann gegen den Strom verschoben um den $\sphericalangle \varphi = \sphericalangle COC'$, der bestimmt ist durch die Gleichung

$$\cos\varphi = \frac{\overline{OC'}}{\overline{OC}} = \frac{3048}{3860} = 0{,}79.$$

Zu f): Der an den Klemmen der Wechselstrommaschine geleistete Effekt ist:

$$\mathfrak{E} = 3860 \,.\, 60 \,.\, 0{,}79 = 182880 \text{ Watt},$$

oder:

in der Leitung gehen verloren $i'^2 w_1 = 60^2 \,.\, 10{,}8 =$ 38880 Watt,
in den Motoren werden verbraucht $3000 \,.\, 60 \,.\, 0{,}8 =$ 144000 „

Summa: 182880 Watt.

**256.** Welchen Querschnitt muß die Leitung der vorigen Aufgabe erhalten, wenn der Effektverlust in derselben 9 [7] (15) % des Gesamteffektes beträgt, und wie gestalten sich dann die übrigen Fragen?

### Lösungen:

Zu a): Der Gesamteffekt ist: $\mathfrak{E}_g = \frac{\text{Nutzeffekt}}{1 - 0{,}09}$.

Der Nutzeffekt ist

$$\mathfrak{E}_n = 3000 \,.\, 60 \,.\, 0{,}8 = 144000 \text{ Watt},$$

also der Gesamteffekt $\mathfrak{E}_g = \frac{144000}{0{,}91} = 158400$ Watt,

d. h. der Verlust in der Leitung beträgt

$$158400 - 144000 = 14400 \text{ Watt},$$

also wird

$$i'^2 w_1 = 14400,$$

$$w_1 = \frac{14400}{3600} = 4\ \Omega,$$

$$q = \frac{c\,l}{w_1} = \frac{0{,}018 \,.\, 30000}{4} = 135 \text{ mm}^2,$$

$$d = 13{,}1 \text{ mm}.$$

Zu b): Der Selbstinduktionskoëffizient ist nach Formel 37, Seite 96:

$$L = 30 \frac{\left(4{,}605 \log \frac{50}{0{,}655} + 0{,}5\right)}{10^4} = 0{,}0276 \text{ Henry}.$$

Zu c): $W' = 9{,}55\ \Omega$.

Zu d): $e_1' = 60 \,.\, 9{,}55 = 573$ V.

Zu e): (Fig. 91)

$\overline{OA'} = 60 . 4 = 240$ V, $\overline{OB'} = 3000 . 0{,}8 = 2400$ V,

$\overline{AA'} = 8{,}7 . 60 = 522$ V, $\overline{BB'} = 3000 . 0{,}6 = 1800$ V,

$$\overline{CC'} = 522 + 1800 = 2322 \text{ V},$$

$$\overline{OC'} = 2400 + 240 = 2640 \text{ V},$$

$$e_0' = \sqrt{2322^2 + 2640^2} = 3520 \text{ V}.$$

Zu f): $\mathfrak{E} = 3520 . 60 . \frac{2640}{3520} = 158400$ Watt.

**257.** Eine Wechselstrombogenlampe braucht 10 [12] (15) A Strom, wobei an ihren Klemmen eine Spannung von 30 [31] (32) V herrschen soll. Um die Lampe an eine Stromquelle von 100 [120] (72) Volt und 50 Perioden anschließen zu können, muß ihr ein induktiver Widerstand (Drosselspule) vorgeschaltet werden. Derselbe besitzt 1,2 [0,8] (0,2) $\Omega$ Widerstand. Gesucht wird:

a) die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion der Drosselspule,

b) ihr Selbstinduktionskoëffizient,

c) ihre Klemmenspannung,

d) der in der Drosselspule verbrauchte Effekt,

e) der Phasenverschiebungswinkel zwischen Strom und Spannung der Stromquelle.

Lösungen:

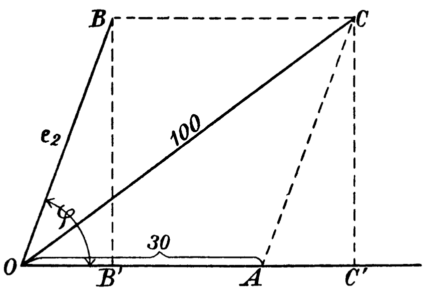



Fig. 92.

Zu a): Die Lampe kann als induktionsfreier Widerstand angesehen werden, dann fällt ihre Spannung mit der Stromrichtung zusammen, während die Spulenspannung um einen Winkel $\varphi$ voreilt. Es sei in Fig. 92

$\overline{OA} = 30$ V, $\overline{OB} = e_2$,

dann ist $\overline{OC} = e_0' = 100$ V.

Ferner $\overline{OB'} = i' . 1{,}2 = 10 . 1{,}2 = 12$ Volt und $\overline{BB'} = e_s' =$ der elektromotorischen Kraft der Selbstinduktion der Spule. Nun ist aber $\overline{BB'} = \overline{CC'}$, $\overline{OC'} = \overline{OA} + \overline{OB'} = 30 + 12 = 42$ V, folglich wird

$$e_s' = \overline{CC'} = \sqrt{\overline{OC}^2 - \overline{OC'}^2} = \sqrt{100^2 - 42^2} = 90{,}6 \text{ Volt}.$$

Zu b): Aus $L \omega i' = e_s'$ folgt

$$L = \frac{90,6}{2\pi \,.\, 50 \,.\, 10} = 0,0289 \text{ Henry.}$$

Zu c): Die Klemmenspannung der Spule ist $e_2 = \overline{OB}$,

$$e_2 = \sqrt{\overline{BB'}^2 + \overline{OB'}^2} = \sqrt{90,6^2 + 12^2} = 91,3 \text{ V.}$$

Zu d): $\mathfrak{E}_2 = e_2\, i' \cos\varphi = 91,3 \,.\, 10 \,.\, \frac{12}{91,3} = 120$ Watt.

Zu e): $\cos \overline{COC'} = \frac{\overline{OC'}}{\overline{OC}} = \frac{42}{100} = 0,42$ *).

**258.** Um den Koëffizienten der Selbstinduktion einer Wechselstrommaschine zu bestimmen, wurde in den äußeren Stromkreis ein induktionsfreier Widerstand eingeschaltet, durch welchen ein Strom von 5 [10] (44) A floß. Die gemessene Klemmenspannung betrug hierbei 45 [100] (220) V. Bei offenem Stromkreise betrug die Klemmenspannung 60 [150] (240) Volt. Der Widerstand des Ankers war 1,5 [2] (0,1) $\Omega$ und die Tourenzahl der zweipoligen [vierpoligen] (sechspoligen) Maschine 3600 [1500] (1000). Gesucht wird:

a) die w i r k s a m e elektromotorische Kraft der Maschine,

b) die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion,

c) der Koëffizient der Selbstinduktion.

Wir können uns bei jeder Wechselstrommaschine den Widerstand $w_a$ und die Selbstinduktion $L_a$ des Ankers als S p u l e denken, die mit dem Widerstande des äußeren Kreises in den Stromkreis einer w i d e r s t a n d s l o s e n, i n d u k t i o n s f r e i e n Wechselstrommaschine hintereinander geschaltet ist.

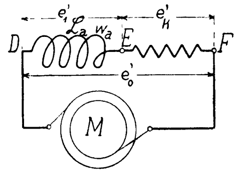


Fig. 93.

In Figur 93 sei $\overline{DE}$ diese Spule ($w_a$, $L_a$), $\overline{EF}$ der Widerstand des äußeren Kreises und M die widerstandslose, induktionsfreie Wechselstrommaschine, deren elektromotorische Kraft sich als Spannung $e_0'$ äußert, dann muß geometrisch addiert

$$e_0' = e_1' + e_k'$$

sein; dies gibt das Diagramm (Fig. 94), in welchem $\overline{OA} = e_1'$, $\overline{OB} = e_k'$ (induktionsfreier Widerstand) und $\overline{OC} = e_0'$ ist.

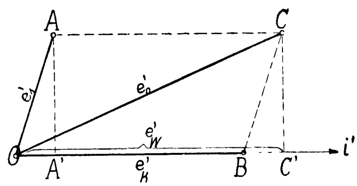


Fig. 94

Da $\triangle\, OAA' \cong \triangle\, BCC'$, so ist $\overline{AA'} = \overline{CC'} = L_a \omega i' = e_s'$ und $\overline{OA'} = \overline{BC'} = i' w_a$.

*) Durch den Anschluß einer Drosselspule entsteht, namentlich bei höherer Spannung der Stromquelle, eine so große Phasenverschiebung daß die Elektrizitätswerke vielfach den Anschluß von Drosselspulen nicht gestatteten.

Lösungen:

Zu a): $\overline{OC'} = i' w_a + e_k' = e_w'$ (wird wirksame elektromotorische Kraft genannt), $\overline{OC'} = e_w' = 5 \,.\, 1{,}5 + 45 = 52{,}5$ V.

Zu b): $e_s' = L_a \omega i' = \sqrt{\overline{OC}^2 - \overline{OC'}^2} = \sqrt{e_0'^2 - e_w'^2}$

$$e_s' = \sqrt{60^2 - 52{,}5^2} = 29 \text{ V.}$$

Zu c): Aus $e_s' = L_a \omega i'$ folgt

$$L_a = \frac{29}{2\pi \,.\, \frac{3600}{60} \,.\, 5} = 0{,}0154 \text{ Henry.}$$

**259.** Eine Wechselstrommaschine soll bei 50 Perioden 3000 V Klemmenspannung und 50 [40] (30) A Strom liefern. Gesucht wird:

a) der Ankerwiderstand, wenn in demselben 1 [1,5] (2) % des Nutzeffektes durch Stromwärme verloren geht,

b) die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion, wenn dieselbe 25 [20] (18) % der Klemmenspannung betragen darf,

c) der Selbstinduktionskoëffizient der Maschine,

d) die elektromotorische Kraft der Maschine, wenn dieselbe auf einen Widerstand arbeitet, für welchen $\cos\varphi = 0{,}8$ [0,85] (0,9) ist.

Lösungen:

Zu a): $i'^2 w_a = 0{,}01 \,.\, 3000 \,.\, 50 = 1500$ Watt,

$$w_a = \frac{1500}{2500} = 0{,}6\ \Omega.$$

Zu b): $e_s' = 0{,}25 \,.\, 3000 = 750$ Volt.

Zu c): Aus $L \omega i' = e_s'$ folgt

$$L = \frac{750}{2\pi \,.\, 50 \,.\, 50} = 0{,}0478 \text{ Henry.}$$

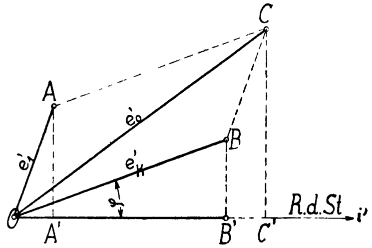



Fig. 95.

Zu d): Denkt man sich wieder die Schaltung nach Fig. 93 ausgeführt, so ist $e_0' = e_1' + e_k'$ geometrisch addiert; hier fällt jedoch $e'_k$ nicht mit $i'$ zusammen, sondern bildet den $\measuredangle\ \varphi$, so daß die Figur 95 sich ergibt. Es ist

$$\overline{CC'} = \overline{AA'} + \overline{BB'} = e_s' + e_k' \sin\varphi$$
$$= 750 + 3000 \sqrt{1 - 0{,}8^2}$$

$$\overline{CC'} = 750 + 1800 = 2550 \text{ V.}$$

$$\overline{OC'} = \overline{OA'} + \overline{OB'} = i'w_a + \overline{OB} \cos \varphi$$
$$\overline{OC'} = 50 . 0,6 + 3000 . 0,8 = 2430 \text{ V}$$
$$e_0' = \sqrt{2430^2 + 2550^2} = 3520 \text{ V}.$$

## Das Diagramm des Reihenelektromotors.

Jeder Reihenmotor dessen Magnetgestell aus Blechen zusammengesetzt ist, kann auch mit Wechselstrom betrieben werden. Denn die Drehrichtung eines Motors ändert sich nicht, wenn der Strom gleichzeitig im Anker und Magnet umgekehrt wird. Die durch die Drehung im Anker erzeugte elektromotorische Gegenkraft hat in einem Zeitmoment den Wert

$$e_r = \frac{\Phi n z}{60 . 10^8} \frac{p}{a} \text{ Volt (vgl. Formel 59 S. 125).}$$

Die augenblickliche Kraftlinienzahl $\Phi$ hängt von der Stromstärke ab, die durch die Magnetwindungen fließt; ist dieselbe Null, so ist auch $\Phi = 0$ und somit $e_r = 0$, d. h. im Vektordiagramm fällt der Vektor der EMK mit dem Vektor des Stromes zusammen. Ist $\Phi_0$ die größte Kraftlinienzahl, $E_r$ der Maximalwert von $e_r$, so ist

$$E_r = \frac{\Phi_0 n z}{60 . 10^8} \frac{p}{a}$$

Der effektive Wert ist $e'_r = \frac{E_r}{\sqrt{2}}$ also

$$e'_r = \frac{\Phi_0 n z}{60 . 10^8 \sqrt{2}} \frac{p}{a} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 74.$$

In den Windungen des Ankers und Magneten entsteht durch den Strom eine elektromotorische Kraft der Selbstinduktion, außerdem tritt in dem Widerstande $w_a + w_m$ ein Spannungsverlust auf. Denken wir uns den Widerstand $w_a + w_m$ dem widerstandslosen Motor vorgeschaltet, so ergibt sich das in Fig. 96 dargestellte Schaltungsschema: G bezeichnet den Wechselstromerzeuger, der die Klemmenspannung $e'_k$ gibt, $\overline{AB}$ den induktionsfreien Widerstand $w_a + w_m$, $\overline{BC}$ die widerstandslose Spule, die aus den Anker- und Magnetwindungen besteht, und $\overline{CD}$ den widerstandslosen Anker des Motors.

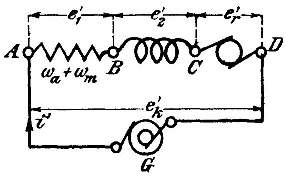


Fig. 96.

Durch den Strom i' entstehen die in die Figur eingezeichneten Spannungen, deren Summe die Klemmenspannung $e'_k$ ist.

Nimmt man den Stromvektor i' als Nulllinie, so fällt $e'_r$ mit dem Stromvektor zusammen, dasselbe ist mit dem Spannungsvektor $e_1' = i' (w_a + w_m)$ der Fall (Gesetz 24); die Spannung $e_2'$ eilt dem Strome um 90° voraus (Gesetz 25) und $e'_k$ ist die Diagonale des aus $(e'_r + e_1')$

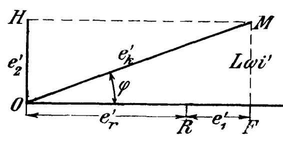


Fig. 97.

und $e_2'$ gebildeten Parallelogrammes OFMH (Fig. 97). Man erkennt hieraus, daß der Strom gegen die Klemmenspannung um den $\varphi$ zurückbleibt.

Ist $e'_k$ konstant, was vorausgesetzt werden möge, so bleibt, bei veränderlicher Belastung, der Punkt F stets auf der Peripherie des über $\overline{OM}$ beschriebenen Halbkreises (Fig. 98). Der Phasenverschiebungswinkel $\varphi$ ändert sich und erreicht seinen größten Wert bei Stillstand des Ankers, anders ausgedrückt, wenn $e'_r = 0$ ist.

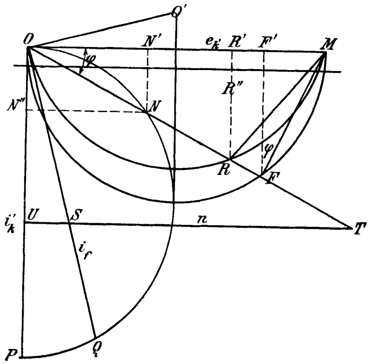


Fig. 98.

Die Stromstärke, die dann durch den Motor fließt, ist

$$i'_f = \frac{e'_k}{\sqrt{(w_a + w_m)^2 + (L\omega)^2}}.$$

Bezeichnet $i'_k$ die Stromstärke, die aus der Gleichung $i'_k = \frac{e'_k}{L\,\omega}$ folgt, so kann man die Stromstärke $\overline{ON} = i'$ darstellen durch die Gleichung

$$i' = i_k \sin\varphi \text{ *)}.$$

Der Strom $i'_k$ bleibt aber um 90° hinter $e'_k$ zurück (Gesetz 25).

Zeichnet man daher $i'_k = \overline{OP}$ rechtwinklig zu $\overline{OM}$, und beschreibt über $\overline{OP}$ einen Halbkreis, so ist die Sehne $\overline{ON} = i'$.

Die Stromstärke $i'_f = \overline{OQ}$ gibt die Stromstärke bei festgehaltenem Anker.

Die EMK des Ankers ist

$$e'_r = \overline{OF} - i'(w_a + w_m) = \overline{OR}, \text{ d. h.}$$

Ä n d e r t s i c h d i e B e l a s t u n g, s o b e w e g t s i c h R a u f e i n e m K r e i s e, der durch die Punkte M und O hindurchgeht und für den $\overline{OQ}$ Tangente ist, sein Mittelpunkt liegt also in O' **).

D e r e i n g e l e i t e t e E f f e k t ist

$$\mathfrak{E}_g = e'_k\, i' \cos\varphi = (e'_k \cos\varphi)\, i' = \overline{OF}\,.\,i',$$

d. h. er ist dem Flächeninhalt des $\triangle$ OFM proportional, da ja $\overline{FM} = L\,\omega\, i'$ dem Strome proportional ist.

---

*) Im $\triangle$ OFM ist $\overline{FM} = L\,\omega\, i' = e'_k \sin\varphi$ woraus $i' = \frac{e'_k}{L\,\omega} \sin\varphi = i'_k \sin\varphi$.

**) Es ist $\overline{OF} = e'_k \cos\varphi$, $i' = i_k \sin\varphi$, also

$$e'_r = \varrho = e'_k \cos\varphi - i'_k (w_a + w_m) \sin\varphi.$$

Führt man an Stelle der Polarkoordinaten rechtwinklige ein, durch die Gleichungen $\cos\varphi = \frac{x}{\varrho}$ $\sin\varphi = \frac{y}{\varrho}$ und $x^2 + y^2 = \varrho^2$, so wird

$\varrho = e'_k \frac{x}{\varrho} - i'_k (w^a + w_m) \frac{y}{\varrho}$ oder $x^2 + y^2 = e'_k\, x - i'_k (w_a + w_m)\, y$, welches die Gleichung eines Kreises ist.

Der Inhalt des $\triangle$ OFM läßt sich aber auch durch $\frac{\overline{OM}\,.\,\overline{FF'}}{2}$ ausdrücken.

Nun bleibt $\frac{\overline{OM}}{2}$ konstant, so daß

$\overline{FF'}$ als Maß für den eingeleiteten Effekt

angesehen werden kann. Derselbe ist offenbar ein Maximum, wenn $\overline{FF'}$ gleich dem Kreisradius wird, in welchem Falle $\varphi = 45^0$ ist.

Man kann auch den Effekt noch anders ausdrücken.

Setzt man in der Gleichung $\mathfrak{E}_g = e'_k\, i' \cos\varphi$ für $i' \cos\varphi$ seinen Wert $\overline{ON'}$ ein, so ist auch

$\mathfrak{E}_g = e'_k . \overline{ON'}$ welcher Wert ein Maximum für $\overline{ON'} = \frac{i'_k}{2}$ wird, es ist also

$$(\mathfrak{E}_g)_{max} = e'_k \frac{i'_k}{2} \text{ Watt.}$$

Der gebremste Effekt ist unter Vernachlässigung der Verluste durch Reibung, Hysteresis und Wirbelströme

$$\mathfrak{E}_n = \mathfrak{E}_g - i'^2 (w_a + w_m) = e'_k\, i' \cos\varphi - i'^2 (w_a + w_m)$$

$$\mathfrak{E}_n = i' . \overline{OF} - i'^2 (w_a + w_m) = i' \left\{\overline{OF} - i' (w_a + w_m)\right\}$$

$$\mathfrak{E}_n = e'_r\, i' = i' . \overline{OR}.$$

Da nun $i'$ proportional $\overline{FM}$ ist, ist $i' . \overline{OR}$ proportional dem Flächeninhalte des $\triangle$ ORM (Grundlinie $\overline{OR}$, Höhe $\overline{FM}$) dessen Inhalt sich aber auch ausdrücken läßt durch $\frac{\overline{OM}}{2} . \overline{RR'}$, so daß

$\overline{RR'}$, als Maß für den gebremsten Effekt

gelten kann.

Tourenzahl. In Fig. 98 ist $\frac{\overline{FM}}{\overline{OF}} = \operatorname{tg}\varphi$, oder da $\overline{FM} = L\,\omega\, i$ und $\overline{OF} = e'_r + i' (w_a + w_m)$, wird $\operatorname{tg}\varphi = \frac{L\,\omega\, i'}{e'_r + i' (w_a + w_m)}$.

Setzt man in Gleichung 74 $\Phi_0 = C\, i'$, dann wird

$$e'_r = \frac{C\, i'\, n\, z}{60 . 10^8 \sqrt{2}} \frac{p}{a} = K\, i'\, n,$$

wo die konstanten Faktoren mit K bezeichnet wurden. Hiermit wird

$$\operatorname{tg}\varphi = \frac{L\,\omega}{K n + w_a + w_m} \quad \text{oder}$$

$$n = \frac{L\omega}{K \operatorname{tg}\varphi} - \frac{w_a + w_m}{K}.$$

Kennt man zu einer Stromstärke $i' = \overline{ON}$ die zugehörige Tourenzahl, so trage man dieselbe in einem beliebig gewählten Tourenmaßstab zwischen $\overline{OQ}$ und $\overline{OF}$ ein. Es ist dann immer $\overline{ST}$ die zur Stromstärke $i'$ gehörige Tourenzahl.

### Maßstäbe.

Amperemaßstab. Man berechne aus $i'_k = \frac{e'_k}{L\,\omega}$ den Kurzschlußstrom und wähle willkürlich

$$1 \text{ A} = a \text{ mm}.$$

Voltmaßstab. Damit die Größe $\overline{FM} = L\,\omega\, i'$ ebenso groß wird wie $\overline{ON}$, so muß der Durchmesser $\overline{OM} = \overline{OP}$ sein. Nun stellt aber $\overline{OM}$ die Klemmenspannung in Volt dar, so daß wir schließen können:

$$i'_k\, a \text{ mm} = e'_k\, b \text{ mm, wenn } 1\text{ V} = b \text{ mm ist,}$$

also
$$b = \frac{i_k}{e'_k}\, a \text{ oder } \frac{\frac{e'_k}{L\,\omega}}{e'_k}\, a,$$

d. i.
$$1\text{ V} = b\text{ mm} = \frac{a}{L\,\omega}\text{ mm}.$$

Wattmaßstab. Wie oben gezeigt ist $\overline{FF'}$ ein Maß für den eingeleiteten Effekt. Nun ist $\overline{FF'} = FM \cos\varphi = i' \cos\varphi$ also

$\mathfrak{E}_g = e'_k \,.\, \overline{FF'}$ ($e'_k$ in V und $FF'$ in Ampere ausgedrückt)

$$\overline{FF'}\text{ mm stellen } e'_k \frac{\overline{FF'}}{a} \text{ Watt vor}$$

1 „ stellt ? „ „

$$1\text{ mm} = \frac{e'_k}{a}\text{ Watt}$$

$$1\text{ Watt} = \frac{a}{e'_k}\text{ mm.}$$

Angenäherte Berücksichtigung der Reibungs- und Eisenverluste. Die genannten Verluste sind bei einem größeren Motor prozentual nur klein und können als angenähert gleichbleibend angesehen werden. Sie verkleinern den gebremsten Effekt $\overline{RR'}$ und man kann sie daher berücksichtigen, indem man zu $\overline{OM}$ eine Parallele so zieht, dass $\overline{R'R''}$ die Reibungs- und Eisen-Verluste vorstellt. Der gebremste Effekt unter Berücksichtigung dieser Verluste ist also $\overline{RR''}$.

**260.** Ein Reihenelektromotor hat einen Widerstand $w_a + w_m = 21$ [0,0072] $\Omega$. Er wird an eine Klemmenspannung von 120 [300] V und 55 [50] Perioden angeschlossen. Bei festgehaltenem Anker werden 106 [35000] Watt und 1,8 [1800] A gemessen. Gesucht wird:

a) der scheinbare Widerstand,

b) der Phasenverschiebungswinkel,

c) der induktive Widerstand $L\omega$ und die zugehörige Kurzschlußstromstärke $i_k'$,

d) die verschiedenen Maßstäbe, wenn 1 A = 25 mm gewählt wird (in [ ] Klammern ist der Maßstab nach Bedarf zu wählen),

e) der maximal eingeleitete Effekt,

f) der maximal gebremste Effekt, wenn der Leerlauf 36 [12000] Watt beträgt,

g) der Wirkungsgrad des Motors für den maximal gebremsten Effekt,

h) die Stromstärke und Tourenzahl, wenn bei 1,26 [900] A 2600 [700] Umdrehungen gemessen werden.

Lösungen:

Zu a): Der scheinbare Widerstand ist

$$W' = \frac{e_k'}{i_f'} = \frac{120}{1,8} = 66,7\ \Omega.$$

Zu b): Der Phasenverschiebungswinkel folgt aus

$$\cos\varphi = \frac{\mathfrak{E}_g}{e_k'\, i_f'} = \frac{106}{120\,.\,1,8} = 0,49.$$

Zu c): Aus dem bekannten Widerstandsdreieck folgt

$$L\omega = W' \sin\varphi = 66,7\,.\,0,872 = 58\ \Omega$$

und $$i_k' = \frac{120}{58} = 2,07\ \mathrm{A} = 2,07\,.\,25 = 51,8\ \mathrm{mm} = \overline{OP}$$

(Fig. 99).

Zu d): $$1\ \mathrm{V} = \frac{a}{L\omega} = \frac{25}{58} = 0,43\ \mathrm{mm},$$

$$1\ \mathrm{Watt} = \frac{a}{e'_k} = \frac{25}{120} = 0,208\ \mathrm{mm}$$

oder 1 mm = 4,8 Watt.

Zu e): Der maximal eingeleitete Effekt ist

$$(\mathfrak{E}_g)\max = e_k' \frac{i_k'}{2} = \frac{120\,.\,2,07}{2} = 124\ \mathrm{Watt}.$$

Zu f): Zur Beantwortung dieser Frage muß das Diagramm gezeichnet werden. Man mache in Fig. 99 $\overline{OP} = i'_k\,.\,25 = 51,8$ mm; ebenso groß $\overline{OM}$. Trage $\overline{OQ} = 1,8\,.\,25 = 45$ mm von O aus ab und errichte in O auf $\overline{OQ}$ eine Senkrechte $\overline{OO'}$, die die in der Mitte von $\overline{OM}$ errichtete Senkrechte trifft. Der maximal gebremste Effekt ist dann, ohne Berücksichtigung der Reibung und der Eisenverluste $\overline{RR'}$, während $\overline{FF'}$ der zugehörige eingeleitete Effekt ist. Die Messung ergibt für $\overline{RR'} = 14,5$ mm, also ist $\overline{RR'} = 14,5\,.\,4,8 = 70$ Watt und $\overline{FF'} = 22$ mm $= 22\,.\,4,8 = 106$ Watt.

Der in der Aufgabe angegebene Verlust von 36 Watt ist aus der Angabe bei festgehaltenem Anker entnommen, nämlich $106 - 1,8^2\,.\,21 = 36$ Watt. Der gebremste Effekt wäre also nur $70 - 36 = 34$ Watt*).

*) Er ist in Wirklichkeit etwas größer, da der Verlust bei festgehaltenem Anker größer ist, als wenn der Motor läuft.

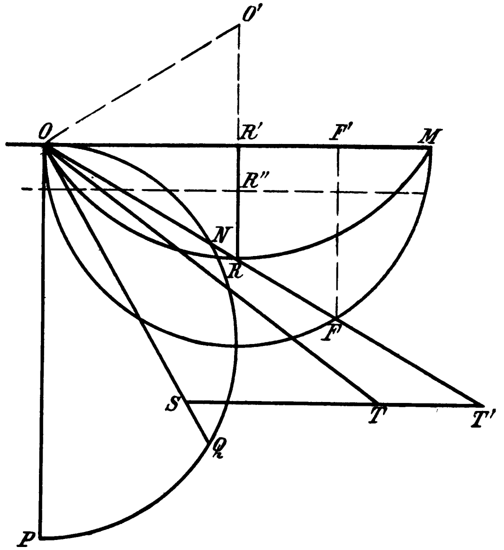



Fig. 99.

Zu g): $\eta = \frac{34}{106} = 0{,}32.$

Zu h): Die Stromstärke ist $\overline{ON} = 25$ mm $= 1$ A.

Trägt man die Stromstärke 1,26 A, d. i. $1{,}26 \cdot 25 = 31{,}5$ mm von O aus ab und macht $\overline{ST} = 26$ mm entsprechend 1 mm $= 100$ Umdrehungen, so ist $ST' = 40$ mm, d. h. $ST' = 4000$ Umdrehungen die zur Stromstärke $\overline{ON} = 1$ A gehörige Tourenzahl.

## § 30.

## Parallelschaltung zweier Spulen.

**261.** Zwei Spulen, deren Widerstände $w_1 = 20$ [18] (30) $\Omega$, $w_2 = 5$ [3] (2) $\Omega$ und deren Selbstinduktionskoëffizienten $L_1 = 0{,}005$ [0,006] (0,009) H, $L_2 = 0{,}03$ [0,04] (0,05) H sind, werden parallel geschaltet und an eine Wechselstromspannung von 100 V und 50 Perioden angeschlossen. Gesucht wird:

a) der scheinbare Widerstand der ersten Spule,
b) der scheinbare Widerstand der zweiten Spule,
c) die Stromstärke in der ersten Spule,
d) die Stromstärke in der zweiten Spule,
e) die Tangente des Phasenverschiebungswinkels $\varphi_1$,

f) die Tangente des Phasenverschiebungswinkels $\varphi_2$,
g) die Stromstärke im unverzweigten Kreise.

Lösungen:

Zu a):

$$W_1' = \sqrt{w_1^2 + (\omega L_1)^2} = \sqrt{20^2 + (2\pi\, 50 \,.\, 0{,}005)^2} = 20{,}05\ \Omega.$$

Zu b):

$$W_2' = \sqrt{w_2^2 + (\omega L_2)^2} = \sqrt{5^2 + (2\pi\, 50 \,.\, 0{,}03)^2} = 10{,}7\ \Omega.$$

Zu c): $$i_1' = \frac{100}{20{,}05} \cong 5\ \text{A}.$$

Zu d): $$i_2' = \frac{100}{10{,}7} = 9{,}35\ \text{A}.$$

Zu e): $$\operatorname{tg}\varphi_1 = \frac{\omega L_1}{w_1} = \frac{2\pi \,.\, 50 \,.\, 0{,}005}{20} = 0{,}0785.$$

$$\varphi_1 \cong 4^0\, 20'.$$

Zu f): $$\operatorname{tg}\varphi_2 = \frac{\omega L_2}{w_2} = \frac{2\pi \,.\, 50 \,.\, 0{,}03}{5} = 1{,}884.$$

$$\varphi_2 \cong 62^0.$$

Zu g): Die Lösung erfolgt durch Zeichnung (Fig. 100). Gemeinsam haben beide Spulen die Klemmenspannung $e'$, also trage man die Richtung der Klemmenspannung als Grundlinie OX auf. Gegen die Klemmenspannung bleibt $i_1'$ um den Winkel $\varphi_1$ zurück, bestimmt durch $\operatorname{tg}\varphi_1 = 0{,}0785$; der Strom $i_2'$ bleibt um den Winkel $\varphi_2$ zurück, bestimmt durch $\operatorname{tg}\varphi_2 = 1{,}884$. Man mache nun

$\overline{OA} = i_1' = 5$ A,

$\overline{OB} = i_2' = 9{,}35$ A,

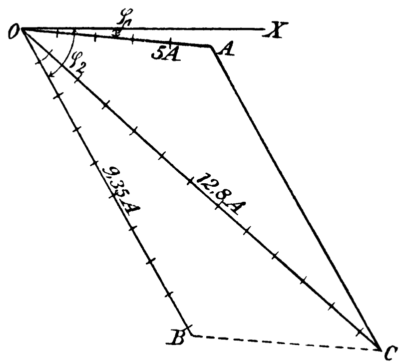


Fig. 100.

und ergänze zum Parallelogramm, dann ist $\overline{OC} = J'$ die gesuchte Gesamtstromstärke. Die Ausmessung gibt 12,8 A.

Durch Rechnung folgt $J'$ aus dem Dreieck OAC

$$J' = \sqrt{\overline{OA}^2 + \overline{AC}^2 + 2 \,.\, \overline{OA} \,.\, \overline{AC} \,.\, \cos(\varphi_2 - \varphi_1)}$$

$$J' = \sqrt{5^2 + 9{,}35^2 + 2 \,.\, 5 \,.\, 9{,}35 \,.\, \cos 57^0\, 40'}$$

$$J' = 12{,}75\ \text{A}.$$

## § 31.

## Der Kondensator.

Werden die Belegungen eines Kondensators mit einer konstanten Gleichstromquelle von E Volt elektromotorischer Kraft in Verbindung gebracht, so strömt auf dieselben eine Elektrizitätsmenge

$$Q = C\,E \text{ Coulomb} \quad \ldots\ldots\ldots\ 75.$$

Die Größe C heißt Kapazität und wird in Farad (F) gemessen.

$$10^6 \text{ Mikrofarad (MF)} = 1 \text{ F}.$$

Schließt man einen Kondensator an eine Wechselstrommaschine an, deren elektromotorische Kraft momentan e ist, so wird $Q = C\,e$ und $\frac{dQ}{dt} = C\frac{de}{dt}$. Ist nun $e = E \sin(\omega t)$, so wird $\frac{de}{dt} = E\omega \cos(\omega t)$. Da nun $\frac{dQ}{dt} = i$ (s. Formel 2a Seite 3), so wird

$$i = C\,E\,\omega \cos(\omega t).$$

Für $\cos(\omega t) = 1$ wird $i = J = C\,E\,\omega$, demnach auch

$$i' = C\omega\, e'_c \quad \ldots\ldots\ldots\ 76$$

wenn $i'$ die gemessene Stromstärke und $e'_c$ die gemessenen Kondensatorklemmenspannung $\left(e'_c = \frac{E}{\sqrt{2}}\right)$ bezeichnet.

Für die Vektorgrößen gilt das Gesetz 27:

**Gesetz 27: Fließt ein Wechselstrom durch einen Kondensator, so eilt im Vektordiagramm der Vektor des Stromes um 90° dem Vektor der Kondensatorspannung voraus (Fig. 101).**

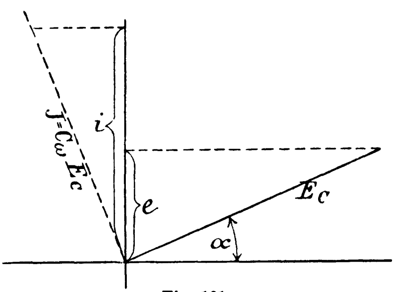



Fig. 101.

Werden mehrere Kondensatoren parallel geschaltet, so **a d d i e r e n** sich ihre Kapazitäten.

$$C = C_1 + C_2 + C_3 + \quad .\ 77.$$

Werden mehrere Kondensatoren hintereinander geschaltet, so addieren sich die reziproken Werte ihrer Kapazitäten

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \quad \ldots\ldots\ 78.$$

Wird ein Kondensator und eine Spule hintereinander geschaltet, so ist die Stromstärke

$$i' = \frac{e_0'}{\sqrt{W^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2}} \quad \ldots\ldots\ 79.$$

Der Nenner stellt den **s c h e i n b a r e n** Widerstand des äußeren Stromkreises dar.

**262.** Zwei Kondensatoren von 5 [5 $^3/_8$] ($^3/_4$) MF und 7 [6$^2/_9$] (5 $^3/_8$) MF werden parallel geschaltet. Wie groß ist die Kapazität beider?

Lösung:

$$C = C_1 + C_2 = 5 + 7 = 12 \text{ MF}.$$

**263.** Zwei Kondensatoren von 3 [7] (8) MF und 4 [14] (4) MF werden hintereinander geschaltet. Wie groß ist die gemeinschaftliche Kapazität?

Lösung:

$$\text{Aus } \frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \text{ folgt } \frac{1}{C} = \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{4+3}{12} = \frac{7}{12}$$

$$\text{oder } C = \frac{12}{7} = 1\,^5/_7 \text{ MF}.$$

**264.** Ein Kondensator von 15 [25] (10) MF wird an eine Klemmenspannung von 40 [70] (120) Volt und 60 [120] (3000) Perioden angeschlossen. Welcher Strom fließt durch den Kondensator?

Lösung: $i' = e_c' \, C \, \omega = 40 \, . \, \frac{15}{10^6} \, . \, 2 \pi 60 = 0{,}226 \text{ A}.$

**265.** Ein Kondensator ist an eine Klemmenspannung von 120 [250] (400) Volt und 50 Perioden angeschlossen, wobei durch denselben 0,5 [0,8] (0,6) A fließen. Wie groß ist seine Kapazität?

Lösung: $C = \frac{i'}{e_c' \, \omega} = \frac{0{,}5}{120 \, . \, 2\pi \, . \, 50} = 0{,}00001326 \text{ Farad},$

$$C = 13{,}26 \text{ MF}.$$

**266.** Um die Kapazität eines Kondensators zu bestimmen, wurde derselbe in den Stromkreis einer Wechselstrommaschine eingeschaltet. Parallel zu ihm lag ein Hitzdrahtvoltmeter, das 120 [150] (220) V Spannung anzeigte. Das Voltmeter hatte 600 [800] (880) $\Omega$ Widerstand. Das eingeschaltete Ampèremeter (Amp. Fig. 102) zeigte 0,8 [0,7] (0,9) A an, während die sechspolige Maschine M 1200 [1000] (900) Umdrehungen in der Minute machte. Wie groß ist hiernach C?

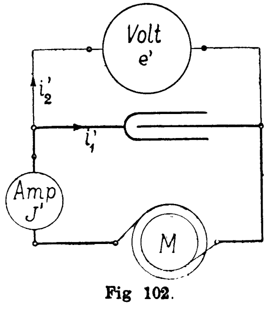


Fig 102.

Lösung: Durch den Kondensator fließt der Strom $i_1'$ (unbekannt), durch das Voltmeter der Strom $i_2' = \frac{120}{600} = 0{,}2$ A. Da im Vektordiagramm $i_2'$ mit der Spannung $e'$ zusammenfällt, $i_1'$ aber $90^0$ vorauseilt, so gilt Fig. 103, in welcher der gemessene Gesamtstrom $J' = 0{,}8$ A $= \overline{OC}$ ist.

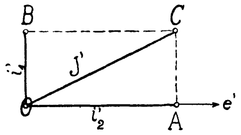



Fig. 103.

Aus $\triangle$ OCA folgt:

$$i_1' = \sqrt{J^{2\prime} - i_2'^2} = \sqrt{0{,}8^2 - 0{,}2^2} = \sqrt{0{,}64 - 0{,}04} = 0{,}774 \text{ A}.$$

$\frac{n\,p}{60} = \sim$ gibt $\sim = \frac{1200}{60} \cdot 3 = 60$ Perioden, während aus Gleichung 76

$$C = \frac{i_1'}{e'\,2\,\pi \sim} = \frac{0{,}774}{120 \cdot 2\,\pi \cdot 60}$$
$$= 0{,}00001715 \text{ F folgt.}$$

**267.** Ein Kondensator von 20 [40] (16) MF und eine Spule von 0,5 [0,4] (0,3) Henry bei 10 [8] (2) $\Omega$ Widerstand werden hintereinander geschaltet und an eine Klemmenspannung von 100 [120] (240) V und 50 [60] (180) Perioden angeschlossen (Fig. 104). Gesucht wird:

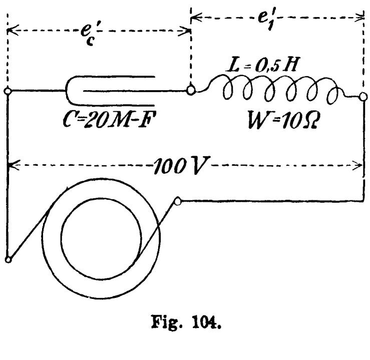



Fig. 104.

a) der scheinbare Widerstand des Stromkreises,

b) die Stromstärke,

c) die Klemmenspannung der Spule,

d) die Klemmenspannung des Kondensators,

e) der Phasenverschiebungswinkel zwischen Strom und Klemmenspannung der Maschine.

Lösungen:

Zu a):

$$W' = \sqrt{10^2 + \left(2\,\pi\,50 \cdot 0{,}5 - \frac{1}{2\,\pi\,50 \cdot 20 \cdot 10^{-6}}\right)^2} = 10{,}25\ \Omega.$$

Zu b): $i' = \frac{100}{10{,}25} = 9{,}76$ A.

Zu c):

$$e_1' = 9{,}76 \sqrt{10^2 + (0{,}5 \,.\, 2\pi\, 50)^2} = 1530 \text{ Volt.}$$

Zu d): Aus $i' = C\omega e_c'$ folgt

$$e_c' = \frac{i'}{C\omega},$$

$$e_c' = \frac{9{,}76}{20 \,.\, 10^{-6} \,.\, 2\pi\, 50} = 1550 \text{ Volt.}$$

Zu e): Fig. 105. $\triangle\, OAA'$ ist das Spannungsdreieck der Spule, also ist

$$\overline{OA'} = i'W = 9{,}76 \,.\, 10 = 97{,}6 \text{ V},$$

demnach

$$\cos COA' = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OC}} = \frac{97{,}6}{100} = 0{,}976.$$

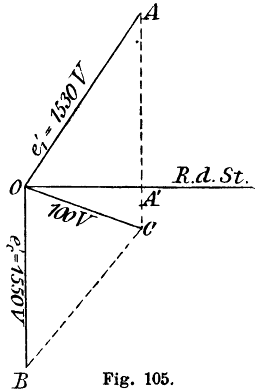


Fig. 105.

**268.** Der Kondensator von 20 [40] (16) MF und die Spule von 0,5 [0,4] (0,3) Henry und 10 [8] (2) $\Omega$ der Aufgabe 267 werden parallel geschaltet und an eine Spannung von 1000 V und 60 Perioden angeschlossen (Fig. 106). Gesucht wird:

a) der Strom in der Induktionsspule,

b) der Phasenverschiebungswinkel zwischen diesem Strom und der Gesamtspannung,

c) der Strom, der durch den Kondensator fließt,

d) der Gesamtstrom.

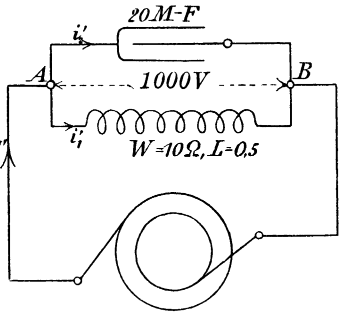


Fig. 106.

Lösungen:

$$\text{Zu a): } i_1' = \frac{1000}{\sqrt{10^2 + (2\pi\, 60 \,.\, 0{,}5)^2}} = 5{,}28 \text{ A.}$$

$$\text{Zu b): } \operatorname{tg}\varphi = \frac{\omega L}{W} = \frac{2\pi\, 60 \,.\, 0{,}5}{10} = 18{,}84,$$

$$\cos\varphi = \frac{10}{\sqrt{10^2 + 188{,}4^2}} = 0{,}053, \quad \sin\varphi = 0{,}998.$$

$$\text{Zu c): } i_2' = C\omega e_c' = 20 \,.\, 10^{-6} \,.\, 2\pi \,.\, 60 \,.\, 1000 = 7{,}54 \text{ A.}$$

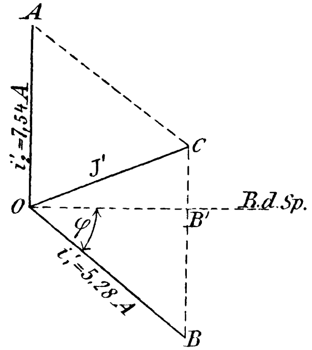



Fig. 107.

Zu d): Es ist (Fig. 107)

$$\overline{OA} = i_2' = 7,54 \text{ A},$$

$$\overline{OB} = i_1' = 5,28 \text{ A},$$

und der Gesamtstrom J' die Diagonale des aus beiden gebildeten Parallelogrammes. Da

$$\angle OBC = 90^0 - \varphi = \angle OAC$$

ist, folgt aus dem $\triangle$ OAC

$$J' = \sqrt{i_1'^2 + i_2'^2 - 2\, i_1'\, i_2' \cos(90 - \varphi)}$$

$$= \sqrt{5,28^2 + 7,54^2 - 2 \,.\, 5,28 \,.\, 7,54 \,.\, \sin\varphi}$$

$$J' = 2,25 \text{ A}.$$

## § 32.

## Spule mit Eisen.

### Zerlegung des Stromes in Komponenten.

Schaltet man eine Spule mit einem Eisenkern in einen Wechselstromkreis ein, so gelten die bisherigen Gesetze nicht mehr streng, da bisher vorausgesetzt war, daß der Selbstinduktionskoëffizient L konstant sei, und Verluste durch Hysteresis und Wirbelströme nicht vorkämen.

Ist nun i der Momentanwert des Stromes, der durch die Windungen der Spule mit Eisenkern fließt, so ist dieser Strom von Kraftlinien begleitet, deren Zahl mit wachsender Stromstärke zunimmt und so eine elektromotorische Kraft der Selbstinduktion hervorruft, die sich zur elektromotorischen Kraft der Maschine addiert.

Ist $e = E \sin(\omega t)$ die von der Maschine hervorgerufene Klemmenspannung, W der Spulenwiderstand, so ist

$$i = \frac{e + e_s}{W} \text{ oder } i\,W = e + e_s.$$

Betrachten wir zunächst eine widerstandslose Spule, setzen also $W = o$ so ist

$$e = - e_s$$

d. h. Gesetz 28: **Fließt ein Wechselstrom durch eine widerstandslose Spule, so ist in jedem Augenblick die Klemmenspannung gleich, aber entgegengerichtet, der elektromotorischen Kraft der Selbstinduktion.**

Nun ist

$$e_s = - \frac{d\Phi}{d\,t}\, \xi\, 10^{-8} \text{ (siehe Formel 30, Seite 88)}$$

$$e = E \sin(\omega t), \text{ also}$$

$$\frac{d\Phi}{d\,t}\, \xi\, 10^{-8} = E \sin(\omega\, t)$$

oder

$$d\Phi = \frac{E\, 10^8}{\xi} \sin(\omega\, t)\, d\,t$$

integriert

$$\Phi = - \frac{E\, 10^8}{\xi\, \omega} \cos(\omega\, t).$$

$\Phi$ bezeichnet die durch die Spule zur Zeit t hindurchgehende Kraftlinienzahl. Dieselbe wird ein Maximum $\Phi_0$, wenn $\cos(\omega t) = 1$,

also wird $$\Phi_0 = \frac{E\,10^8}{\xi\,\omega}$$

und $$\Phi = -\Phi_0 \cos(\omega t).$$

Stellt man e und $\Phi$ als die Projektionen von Vektorgrößen dar, so ergibt sich das in Fig. 108 dargestellte Diagramm, aus dem das Gesetz (29) folgt:

**Gesetz 29. Fließt ein Wechselstrom durch eine widerstandslose Spule, so bleibt der Vektor der Kraftlinienzahl um 90° hinter dem Vektor der Klemmenspannung zurück, oder: Der Vektor der Kraftlinienzahl eilt um 90° dem Vektor der Selbstinduktion voraus.** (Die letztere Fassung gilt allgemein auch für die Spule mit Widerstand.) (Vergleiche Gesetz 29 mit Gesetz 25.)

Die zum Strome i gehörige Kraftlinienzahl $\Phi$ kann aus der Formel 26 Seite 79: $\Phi = \frac{\mathfrak{F}}{\mathfrak{w}} = \frac{0{,}4\,\pi\,\xi\,i}{\mathfrak{w}}$ berechnet werden, wo $\Phi$ als Projektion von $\Phi_0$ und i als Projektion des Maximalwertes J auf eine Vertikale aufzufassen sind.

Ist nun Hysteresis vorhanden, so ist für $i = o$ die Kraftlinienzahl $\Phi > 0$, und dies kann mit obiger Gleichung nur vereint werden, wenn man annimmt, daß der Vektor J des Stromes mit dem Vektor $\Phi_0$ nicht zusammenfällt, sondern demselben vorauseilt, oder was dasselbe ist, der Stromvektor bleibt hinter dem Vektor der Klemmenspannung um einen $\sphericalangle\,\varphi_0$ zurück, der kleiner als 90° ist.

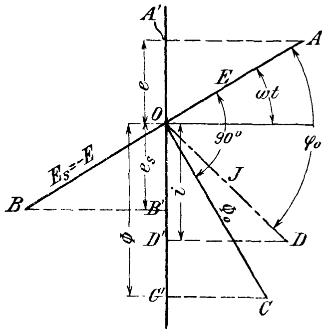


Fig. 108.

Dreht man in Fig. 108 den Vektor $\Phi_0$ vertikal nach unten, so ist in diesem Augenblick $\Phi = \Phi_0$, während der Strom, der diese Kraftlininenzahl erzeugt, den Wert $\overline{OF} = J\cos(90 - \varphi_0) = J\sin\varphi_0$ besitzt (Fig. 109).

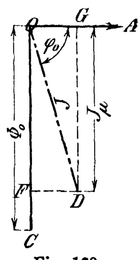


Fig. 109.

Man nennt nun $\overline{OF} = J_\mu = J\sin\varphi_0$ die Magnetisierungskomponente des Stromes. (Auch Wattlose Komponente genannt.) Der Wert $\overline{OG} = J\cos\varphi_0$ heißt die Nutzkomponente.

Der Maximalwert $\Phi_0$ folgt aus der obigen Gleichung, wenn man darin $i = J_\mu$ setzt, also

$$\Phi_0 = \frac{0{,}4\,\pi\,\xi\,J_\mu}{\mathfrak{w}}$$

Ersetzt man noch den Maximalwert $J_\mu$ durch den effektiven $i'_\mu\sqrt{2}$, so ist

$$\Phi_0 = \frac{0{,}4\,\pi\,\xi\,i'_\mu\sqrt{2}}{\mathfrak{w}} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots 80,$$

oder $$\Phi_0\,\mathfrak{w} = \Sigma H\,l = 0{,}4\,\pi\,\xi\,i_\mu'\sqrt{2} \quad \ldots\ldots\ldots 80a.$$

Ist ein Luftzwischenraum vorhanden, so ist für diesen $H\,l = B_{\mathfrak{L}}\,l_{\mathfrak{L}}$. Läßt man die auf das Eisen sich beziehenden Glieder fort, so kann man ihnen durch einen Faktor $\alpha$ Rechnung tragen, indem man schreibt

$$B_{\mathfrak{L}}\,l_{\mathfrak{L}}\,\alpha = 0{,}4\,\pi\,\xi\,i'_{\mu}\sqrt{2} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 80\,b.$$

Die Formel $\Phi_0 = \dfrac{E\,10^8}{\xi\,\omega}$ läßt sich umformen; es ist $\omega = 2\,\pi \sim$

$E = E_s = e_s'\sqrt{2}$, also $\Phi_0 = \dfrac{e_s'\sqrt{2}\,.\,10^8}{\xi\,2\,\pi \sim}$ woraus $e_s' = \dfrac{\Phi_0\,\xi \sim}{10^8}\,\dfrac{2\,\pi}{\sqrt{2}}$

$$e_s' = \frac{4{,}44\,\Phi_0\,\xi \sim}{10^8} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 81.$$

Schaltet man einen induktionsfreien Widerstand W und eine widerstandslose Spule mit Eisenkern, wie in Fig. 110, hintereinander, so ist in Fig. 111 $e'_1 = \overline{OA} = i'\,W$; $e'_2 = \overline{OB}$ und $e_0' = \overline{OC}$. Das Dreieck OAC ist also **Spannungsdreieck** geworden, und zwar ist $\overline{OC} = e_0'$ die Klemmenspannung der Spule, $\overline{OA} = e'_1 = i'\,W$ und $\overline{AC} = e_s'$.

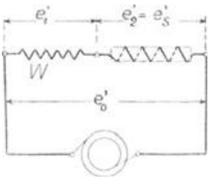



Fig. 110.

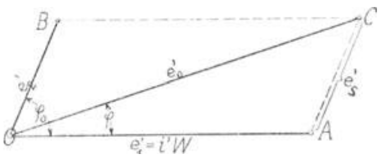



Fig. 111.

Aus dem $\triangle$ OAC folgt:

$$e'^{\,2}_s = e'^{\,2}_0 + e'^{\,2}_1 - 2\,e'_1\,e'_0\cos\varphi$$

Bei den meisten Spulen ist $e'_1 = i'\,W$ sehr klein im Vergleich zu $e'_0$, so daß $e'^{\,2}_1$ vernachlässigt werden kann, es ist dann

$$e'_s = e'_0\sqrt{1 - 2\,\frac{e'_1}{e'_0}\cos\varphi} \eqsim e'_0\left(1 - \frac{e'_1}{e'_0}\cos\varphi\right)$$

oder

$$e'_s = e'_0 - i'\,W\cos\varphi \quad \ldots\ldots\ldots \quad 82.$$

**269.** Von einer in einen Wechselstrom eingeschalteten Spule mit Eisenkern wird gemessen: die Klemmenspannung $e_k' = 20$ [60] (100) V, die Stromstärke $i' = 2$ [10] (5) A, die verbrauchte Wattzahl $\mathfrak{E} = 20$ [500] (300) Watt und der Widerstand des Drahtes $W = 5$ [3] (8) $\Omega$. Gesucht wird:

a) der Cosinus des Phasenverschiebungswinkels,
b) der Spannungsverlust in der Wickelung,
c) die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion,
d) der Effektverlust durch Stromwärme,
e) der Effektverlust durch Hysteresis und Wirbelströme,
f) die Komponenten des Stromes.

Lösungen:

Zu a): Aus $e_k' \, i' \cos\varphi = \mathfrak{E}$ folgt

$$\cos\varphi = \frac{\mathfrak{E}}{e_k' \, i'} = \frac{20}{20 \, . \, 2} = 0{,}5.$$

Zu b): Der Spannungsverlust ist die Größe $\overline{OA}$ in Fig. 111, also $e_1' = \overline{OA} = i' W = 2 \, . \, 0{,}5 = 1$ V.

Zu c): In Dreieck OAC (Fig. 111) ist:

$$\overline{AC}^2 = \overline{OC}^2 + \overline{OA}^2 - 2 \, \overline{OC} \, . \, \overline{OA} \cos\varphi \quad \text{oder}$$

$$e_s' = \sqrt{20^2 + 1^2 - 2 \, . \, 20 \, . \, 1 \, . \, 0{,}5} = 19{,}5 \text{ V},$$

Zu d): Der Effektverlust durch Stromwärme ist

$$V_k = i'^2 W = 2^2 \, . \, 0{,}5 = 2 \text{ Watt}.$$

Zu e): Der Effektverlust durch Hysteresis und Wirbelströme ist: $V_e = 20 - 2 = 18$ Watt.

Zu f): Die Nutzkomponente des Stromes ist

$$i_n' = i' \cos\varphi = 2 \, . \, 0{,}5 = 1 \text{ A},$$

die Magnetisierungskomponente

$$i_\mu' = i' \sin\varphi = 2\sqrt{1 - 0{,}5^2} = 1{,}73 \text{ A}.$$

**270.** Die Drosselspule der Aufgabe 257 besteht aus einem aus Blechen zusammengesetzten Eisenkern mit den in Fig. 112 angegebenen Dimensionen. Die Abmessung senkrecht zur Papierebene beträgt 49 mm. Der Kern ist mit 400 [300] (200) Windungen bedeckt. Gesucht wird:

a) die durch die Spule hindurchgehende maximale Kraftlinienzahl,

b) der magnetische Widerstand des Kerns,

c) die Länge des Luftspaltes.

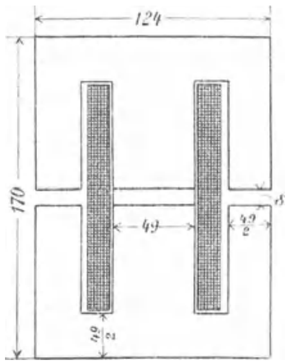



Fig. 112.

Lösungen:

Zu a): Die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion ist bestimmt durch die Formel (81)

$$e_s' = \frac{4{,}44 \, \Phi_0 \, \xi \sim}{10^8}.$$

In unserem Falle ist, unter Vernachlässigung der Hysteresis und der Wirbelströme (vergl. Aufg. 257)

$$e_s' = 90{,}6 \text{ V}, \quad \xi = 400, \quad \sim = 50,$$

demnach wird $\Phi_0 = \dfrac{90{,}6 \cdot 10^8}{4{,}44 \cdot 400 \cdot 50} = 0{,}103 \cdot 10^6.$

Zu b): Der magnetische Widerstand folgt aus der Gleichung 80

$$\Phi_0 = \frac{0{,}4\,\pi\,\xi\,i'_\mu \sqrt{2}}{\mathfrak{w}},$$

wo in erster Näherung $i'_\mu = i' = 10\,\text{A}$ gesetzt werden darf:

$$\mathfrak{w} = \frac{0{,}4\,\pi\,\xi\,i'_\mu \sqrt{2}}{\Phi_0} = \frac{0{,}4\,\pi \cdot 400 \cdot 10 \sqrt{2}}{0{,}103 \cdot 10^6} = 0{,}069.$$

Zu c): Die Induktion im Eisen ist $B_e = \dfrac{\Phi_0}{Q_e}$, wo $Q_e$ den Eisenquerschnitt bedeutet; es ist $Q_e = 4{,}9 \cdot 0{,}85 \cdot 4{,}9 = 20{,}4\ \text{cm}^2$,

demnach $$B_e = \frac{0{,}103 \cdot 10^6}{20{,}4} \cong 5000;$$

hierzu gehört $H = 1{,}2$ nach Tafel I Kurve A, also ist

$$\mu = \frac{5000}{1{,}2} = 4160.$$

Die Kraftlinienlänge im Eisen ist, wenn man die Luftlängen vernachlässigt,

$$l_e = 2\left(17{,}0 - \frac{4{,}9}{2}\right) + 2\left(\frac{12{,}4}{2} - \frac{4{,}9}{2}\right) = 36{,}6\ \text{cm},$$

demnach ist der Eisenwiderstand

$$\mathfrak{w}_e = \frac{36{,}6}{4160 \cdot 20{,}4} = 0{,}00043,$$

es bleibt mithin für den Luftwiderstand

$$\mathfrak{w}_{\mathfrak{L}} = \mathfrak{w} - \mathfrak{w}_e = 0{,}069 - 0{,}00043 = 0{,}06867.$$

Jede Kraftlinie hat zwei Luftspalte zu durchlaufen, also ist

$$\mathfrak{w}_{\mathfrak{L}} = \frac{2\,\delta}{Q_{\mathfrak{L}}} = \frac{2\,\delta}{1{,}1 \cdot 20{,}4},$$

$$\delta = \frac{1{,}1 \cdot 20{,}4 \cdot 0{,}06867}{2} = 0{,}774\ \text{cm}.$$

Bemerkung: Der Luftquerschnitt $Q_{\mathfrak{L}}$ ist größer als der Eisenquerschnitt und zwar hängt die Größe vom Luftspalt ab, wir können erfahrungsgemäß setzen: $Q_{\mathfrak{L}} = (1 \div 1{,}2)\, Q_e$
wo der größere Faktor dem größeren Luftspalt entspricht.

**271.** Es ist für eine 10-Ampère-Lampe eine Drosselspule zu berechnen, die aus 300 [250] (200) Windungen eines 2 [2,5] (2,5) mm dicken Kupferdrahtes besteht, wenn die Klemmenspannung der Lampe 30 Volt und die Spannung der Wechselstromquelle 100 Volt bei 50 Perioden beträgt. Der Eisenkern der Spule hat die nebenstehenden Abmessungen (s. Fig. 113). Die Dimension senkrecht zur Papierebene beträgt 5 cm. Gesucht wird:

a) die Länge und der Widerstand des aufgewickelten Drahtes,

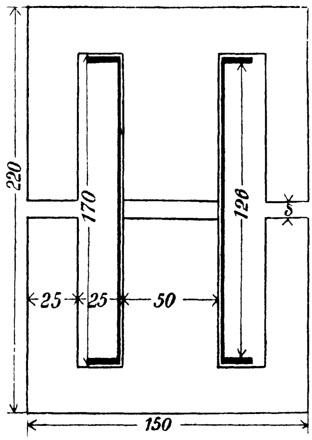
b) die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion,

c) die erforderliche Kraftlinienzahl,

d) der magnetische Widerstand,

e) die Größe $\delta$ des Luftzwischenraumes,

f) der Effektverlust durch Stromwärme,




g) der Effektverlust durch Hysteresis.

h) der Effektverlust durch Wirbelströme, wenn der Eisenkörper aus 0,5 mm dicken Blechen zusammengesetzt ist,

i) der Gesamtverlust in der Spule.

Lösungen:

Zu a): Der besponnene Draht ist 2,5 mm dick, es können also 50 Windungen nebeneinander und 6 Lagen übereinander gelegt werden. Die Höhe dieser ist $6 \,.\, 2{,}5 = 15$ mm; rechnet man 3 mm für den Spulenboden, so ist die Länge der mittleren Windung $= 4 \,.\, 71 = 284$ mm, also die Länge des aufgewickelten Drahtes

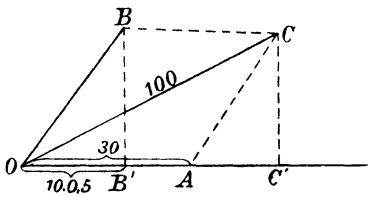



Fig. 114

$$l = 300 \,.\, 0{,}284 = 85{,}2 \text{ m},$$

demnach $$w = \frac{0{,}018 \,.\, 85{,}2}{3{,}14} = 0{,}487\ \Omega \cong 0{,}5\ \Omega.$$

Zu b): Die bekannte Fig. 114 (vergl. Aufgabe 257) gibt in erster Annäherung

$$e_s' = \overline{CC'} = \sqrt{100^2 - 35^2} = 93{,}5 \text{ V}.$$

Zu c): $$\Phi_0 = \frac{e_s' \,.\, 10^8}{4{,}44\ \xi \sim} = \frac{93{,}5 \,.\, 10^8}{4{,}44 \,.\, 300 \,.\, 50} = 140000.$$

Zu d):

$$\mathfrak{w} = \frac{0{,}4\,\pi\,\xi\, i'_\mu \sqrt{2}}{\Phi_0} = \frac{0{,}4\,\pi\, 300 \,.\, 10 \sqrt{2}}{140000} = 0{,}038.$$

Zu e): Vernachlässigt man den Eisenwiderstand, so ist

$$\mathfrak{w} = \frac{2\,\delta}{Q_{\mathfrak{L}}} = \frac{2\,\delta}{1{,}1\,.\,5\,.\,0{,}85\,.\,5},$$

oder $$\delta = \frac{0{,}038\,.\,1{,}1\,.\,5\,.\,0{,}85\,.\,5}{2} = 0{,}445 \text{ cm}.$$

Zu f): Der Effektverlust durch Stromwärme ist

$$V_k = i'^2\,w = 10^2\,.\,0{,}487 = 48{,}7 \text{ Watt}.$$

Zu g): Das Volumen des Eisenkerns in $cm^3$ ist:

$$V = 15\,.\,22\,.\,0{,}85\,.\,5 - 2\,.\,2{,}5\,.\,17\,.\,0{,}85\,.\,5 - 2\,.\,2{,}5\,.\,0{,}445\,.\,0{,}85\,.\,5,$$

$$V = 0{,}85\,.\,5\,(330 - 85 - 2{,}225) = 1030 \text{ cm}^3.$$

Der Eisenquerschnitt ist $Q_e = 5\,.\,0{,}85\,.\,5 = 21{,}2 \text{ cm}^2$,

folglich die Induktion $$B_e = \frac{140\,000}{21{,}2} = 6600.$$

Für die Induktion 6600 gibt die Tafel II 43 Watt Hysteresisverlust pro $dm^3$ und $\sim\, = 100$ an, also ist der Verlust

$$\mathfrak{E}_h = \frac{43\,.\,1{,}030\,.\,50}{100} = 22{,}2 \text{ Watt}.$$

Da jedoch zu solchen Spulen Bleche verwendet werden, für welche $\eta$ nicht 0,0033, sondern höchstens 0,002 ist, wird

$$\mathfrak{E}_h = 22{,}2\,\frac{0{,}002}{0{,}0033} = 13{,}5 \text{ Watt}.$$

Zu h): Für Wirbelstromverluste gilt die Formel 25

$$\mathfrak{E}_w = (2 \div 2{,}5)\,\frac{(\triangle \sim B)^2}{10^{10}}\,V,$$

wo $\triangle$ die Blechstärke in mm und V das Volumen in $dm^3$ bedeutet. Also ist

$$\mathfrak{E}_w = 2{,}5\,\frac{(0{,}5\,.\,50\,.\,6600)^2}{10^{10}}\,1{,}03 = 7 \text{ Watt}.$$

Zu i): $\mathfrak{E}_g = 48{,}7 + 13{,}5 + 7 = 69{,}2$ Watt.

**272.** Eine große Anzahl Glühlampen von 25 [20] (10) V Spannung und 2 [2,5] (3) A Stromverbrauch sind hintereinander geschaltet (Fig. 115). Parallel zu jeder Lampe liegt eine Drossel-

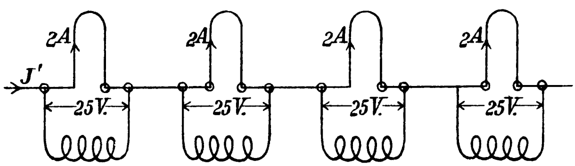



Fig. 115.

spule, deren Abmessungen aus der Fig. 116 zu entnehmen sind. (Die Dimension $\perp$ zur Papierebene beträgt 2 cm.) Auf der Spule befinden sich 400 [320] (160) Windungen mit einem Widerstande von 1,285 [1] (0,86) $\Omega$. Gesucht wird:

a) die durch die Spule gehende Kraftlinienzahl bei 50 Perioden des Wechselstromes,

b) die durch die Windungen fließende Stromstärke,

c) der Effektverlust durch Stromwärme,

d) der Effektverlust durch Hysteresis und Wirbelströme, wenn 0,5 mm dicke Bleche verwendet werden,

e) der Cosinus des Phasenverschiebungswinkels,

f) der Strom in der unverzweigten Leitung.

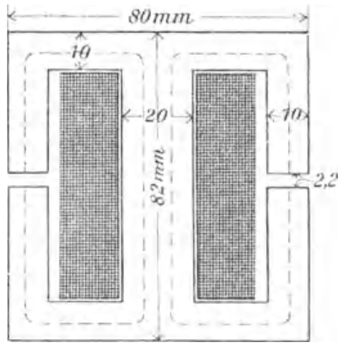


Fig. 116.

Lösungen:

Zu a): Die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion ist nahezu gleich der Klemmenspannung, also angenähert ist $e_s' = 25$ V. Die Gleichung

$$e_s' = \frac{4{,}44\, \Phi_0\, \xi \sim}{10^8}$$

gibt demnach

$$\Phi_0 \doteq \frac{25 \,.\, 10^8}{4{,}44 \,.\, 400 \,.\, 50} = 28\,300.$$

Zu b): Die Gleichung

$$\Phi_0 = \frac{0{,}4\, \pi\, \xi\, i'_\mu \sqrt{2}}{\mathfrak{w}}$$

gibt
$$i'_\mu = \frac{\Phi_0\, \mathfrak{w}}{0{,}4\, \pi\, \xi\, \sqrt{2}},$$

wo, unter Vernachlässigung des Eisenwiderstandes,

$$\mathfrak{w} = \frac{\delta}{Q_{\mathfrak{L}}} = \frac{0{,}22}{4{,}4} = 0{,}05$$

und
$$i'_\mu = \frac{28\,300 \,.\, 0{,}05}{0{,}4\, \pi \,.\, 400 \,.\, \sqrt{2}} = 1{,}99 \text{ A} \quad \text{ist.}$$

Zu c): Der Effektverlust durch Stromwärme ist

$$V_k = i'^2 w = 1{,}99^2 \,.\, 1{,}285 = 5{,}1 \text{ Watt.}$$

Zu d): Das Eisenvolumen V der Spule ist

$$V = 8 \,.\, 8{,}2 \,.\, (0{,}85 \,.\, 2) - 4 \,.\, 6{,}2 \,.\, (0{,}85 \,.\, 2) - 0{,}22 \,.\, 2 \,.\, (0{,}85 \,.\, 2),$$

$$V = 2 \,.\, 0{,}85\,(8 \,.\, 8{,}2 - 4 \,.\, 6{,}2 - 0{,}22 \,.\, 2) = 68{,}6 \text{ cm}^3.$$

Der Querschnitt des Eisens ist

$$Q_e = 0{,}85 \,.\, 2 \,.\, 2 = 3{,}40 \text{ cm}^2,$$

daher die Induktion

$$B_e = \frac{\Phi_0}{Q_e} = \frac{28\,300}{3{,}4} = 8300.$$

Die Tafel II ergibt für diese Induktion und $\sim = 100$ pro Kubikdezimeter den Wert 61,5 Watt, also ist der Effektverlust bei $\sim = 50$

$$\mathfrak{E}_h = \frac{61{,}5 \,.\, 0{,}0686}{2} = 2{,}12 \text{ Watt.}$$

Setzt man $\eta = 0{,}002$, so wird

$$\mathfrak{E}_h = 2{,}12 \,.\, \frac{0{,}002}{0{,}0033} \cong 1{,}3 \text{ Watt.}$$

Der Verlust durch Wirbelströme ist bei 0,5 mm dicken Blechen

$$\mathfrak{E}_w = 2{,}5 \,.\, \frac{(0{,}5 \,.\, 50 \,.\, 8300)^2}{10^{10}} \,.\, 0{,}0686 = 0{,}74 \text{ Watt.}$$

Der Verlust im Eisen ist also

$$V_e = 1{,}3 + 0{,}74 = 2{,}04 \text{ Watt.}$$

Zu e): Der gesamte Effektverlust der Drosselspule ist:

$$5{,}1 + 1{,}3 + 0{,}74 = 7{,}14 \text{ Watt.}$$

Die Gleichung $e'\,i' \cos\varphi = 7{,}14$ gibt nun

$$\cos\varphi = \frac{7{,}14}{25 \,.\, 1{,}99} = 0{,}144$$

$$(\operatorname{tg}\varphi = 6{,}8).$$

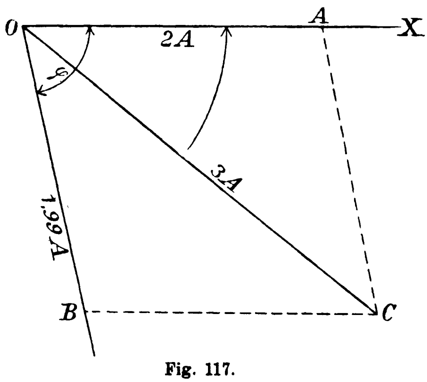



Fig. 117.

Zu f): Die Lösung erfolgt graphisch (Fig. 117). Es sei OX die Richtung der gemeinsamen Spannung, dann fällt die Richtung des Stromes der Glühlampe mit $\overline{OX}$ zusammen, man mache $\overline{OA} = 2$ A. Der Strom in der Spule bleibt um den Winkel $\varphi$ ($\operatorname{tg}\varphi = 6{,}8$) gegen die Spannung zurück. Man zeichne daher den $\sphericalangle\,\varphi$

und trage auf dem freien Schenkel $\overline{OB} = 1{,}99$ A ab. Die Diagonale $\overline{OC}$ gibt dann den Strom in der unverzweigten Leitung. Die Ausmessung liefert $OC \cong 3$ A.

**273.** Eine der in Aufgabe 272 betrachteten Lampen erlischt, es muß der Strom von 3 A jetzt durch die Spule allein gehen. Wie groß wird infolgedessen:

a) die durch die Windungen gehende Kraftlinienzahl,
b) die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion,
c) der Leistungsfaktor der Spule,
d) die Nutzkomponente des Stromes,
e) die Magnetisierungskomponente desselben,
f) die Klemmenspannung der Spule?

Lösungen:

Zu a): Die Gleichung

$$\Phi_0 = \frac{0{,}4\,\pi\,\xi\,i'_\mu \sqrt{2}}{\mathfrak{w}}$$

gibt jetzt in erster Annäherung, d. h. unter der Voraussetzung, daß der Widerstand $\mathfrak{w}$ konstant geblieben ist, was bei Vernachlässigung des Eisenwiderstandes der Fall ist,

$$\Phi_0 = \frac{0{,}4\,\pi \,.\, 400 \,.\, 3\sqrt{2}}{0{,}05} = 42\,500.$$

Die Induktion wird

$$B_e = \frac{\Phi_0}{3{,}4} = 12\,500,$$

hierzu gehört

$$H = 12 \text{ und } \mu = \frac{12\,500}{12} = 1042 \text{ (Tafel I Kurve A).}$$

Die Kraftlinienlänge im Eisen ist nach Fig. 116 ungefähr 20,4 cm, also wird in zweiter Annäherung

$$\mathfrak{w} = \frac{20{,}4}{1042 \,.\, 3{,}4} + 0{,}05 = 0{,}05576,$$

mithin
$$\Phi_0 = \frac{0{,}4\,\pi \,.\, 400 \,.\, 3\sqrt{2}}{0{,}05576} = 38\,400.$$

Zu b):

$$e_s' = \frac{4{,}44\,\Phi_0\,\xi \sim}{10^8} = \frac{4{,}44 \,.\, 38\,400 \,.\, 400 \,.\, 50}{10^8} = 34{,}2 \text{ V},$$

welche Größe zunächst angenähert gleich der Klemmenspannung ist.

Zu c): Der Leistungsfaktor folgt aus der Formel

$$\mathfrak{E} = e' \, i' \cos \varphi_0; \quad \cos \varphi_0 = \frac{\mathfrak{E}}{e' \, i'},$$

wo $\mathfrak{E}$ den in der Spule verbrauchten Effekt bedeutet. Derselbe besteht aus den Effektverlusten durch Stromwärme

$$V_k = i'^2 \, w = 3^2 \,.\, 1{,}285 = 11{,}565 \text{ Watt}$$

und den Effektverlusten $V_e$ durch Hysteresis und Wirbelströme. Die Induktion $B_e$ im Eisen ist

$$B_e = \frac{38\,400}{3{,}4} = 11\,300,$$

also ist $\quad \mathfrak{E}_h = \dfrac{68{,}6 \,.\, 0{,}002 \,.\, 11\,300^{1,6} \,.\, 50}{10^7} = 2{,}17$ Watt.

Der Verlust durch Wirbelströme ist bei 0,5 mm dicken Blechen

$$\mathfrak{E}_w = 2{,}5 \, \frac{(0{,}5 \,.\, 50 \,.\, 11\,300)^2}{10^{10}} \, 0{,}0686 = 1{,}38 \text{ Watt.}$$

Der gesamte Verlust ist mithin

$$\mathfrak{E} = 11{,}56 + 2{,}17 + 1{,}38 = 15{,}11 \text{ Watt,}$$

folglich $\quad \cos \varphi_0 = \dfrac{15{,}11}{34{,}2 \,.\, 3} \cong 0{,}14 \; (\operatorname{tg} \varphi_0 = 6{,}3)$..

Zu d): Die Nutzkomponente des Stromes ist

$$i'_n = i' \cos \varphi_0 = 3 \,.\, 0{,}14 = 0{,}42 \text{ A.}$$

Zu e): Die Magnetisierungskomponente ist

$$i'_\mu = i' \sin \varphi_0$$

oder auch

$$i'_\mu = \sqrt{i'^2 - i'^2_n}, \quad i'_\mu = \sqrt{3^2 - 0{,}42^2}, \quad i'_\mu = 2{,}97 \text{ A.}$$

Zu f): In dem Spannungsdreieck ABC (Fig. 118) ist $\overline{AC} = i' w = 3 \,.\, 1{,}285 = 3{,}855$ V, $\overline{BC} = e_s' = 34{,}2$ V, $\overline{AB} = e_k'$ die gesuchte Klemmenspannung und $\sphericalangle \, \overline{BAC} = \varphi_0$.

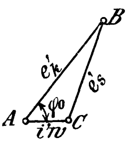


Fig. 118.

Die Formel 82 ergibt

$$e'_0 = e'_k = e'_s + i' w \cos \varphi_0$$

$$e'_k = 34{,}2 + 3{,}855 \,.\, 0{,}14 = 34{,}7 \text{ V.}$$

**274.** Es seien 3 Lampen von je 25 V und 2 A hintereinander geschaltet, und zu jeder parallel die durch Figur 116 gekennzeichnete Drosselspule. Wie groß wird, bei konstant gehaltener Stromstärke, die Spannung der Maschine, wenn eine der Lampen erlischt und der Spannungsverlust in der Leitung unberücksichtigt bleibt?

L ö s u n g: Die Stromstärke J' der brennenden Lampen ist gegen die zugehörige Klemmenspannung um den $\sphericalangle$ COA (Fig. 117) verschoben. Die Klemmenspannung der beiden brennenden Lampen beträgt 2 . 25 = 50 V, welche Spannung in Fig. 119 auf dem freien Schenkel des Winkels COA der Fig. 117 abgetragen wurde. Es ist also OD = 50 Volt (50 mm). Die Spannung der Spule der erloschenen Lampe ist 34,7 Volt geworden, welch letztere gegen den Strom um den Winkel $\cos\varphi_0 = 0{,}14$ (Lösung zu c) der Aufgabe 273) verschoben ist. Trägt man auf dem freien Schenkel $\overline{OE}$ dieses Winkels 34,7 V (34,7 mm) auf, so ist die Resultierende $\overline{OF}$ aus $\overline{OE}$ und $\overline{OD}$ gleich der gesuchten Gesamtspannung. Die Messung gibt $\overline{OF}$ = 80 V (80 mm).

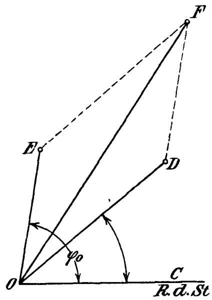


Fig. 119.

Beim Brennen aller Lampen betrug die Gesamtspannung 3 . 25 = 75 V, d. h. die Spannung muß, beim Erlöschen einer Lampe, um $6\,{}^2/_3\,\%$ erhöht werden, oder, wenn dies nicht geschieht, sinkt die Stromstärke ungefähr um denselben prozentualen Betrag.

## § 33.

## Der Transformator.

Wickelt man auf einen Eisenkern zwei verschiedene Spulen, deren Windungszahlen $\xi_1$ und $\xi_2$ sind, und verbindet die erstere (primäre) mit einer Wechselstromquelle, so gilt das Gesetz 30:

**Gesetz 30: Die elektromotorischen Kräfte verhalten sich wie die zugehörigen Windungszahlen.**

$$e_1' : e_2' = \xi_1 : \xi_2 \qquad \ldots \ldots \ldots \; 83,$$

wo $e_1'$ die primäre elektromotorische Kraft,
$e_2'$ die sekundäre elektromotorische Kraft bezeichnet.

Es ist
$$\left.\begin{aligned} e_1' &= \frac{4{,}44\ \Phi_0\ \xi_1 \sim}{10^8}\ \text{Volt} \\ e_2' &= \frac{4{,}44\ \Phi_0\ \xi_2 \sim}{10^8}\ \text{Volt} \end{aligned}\right\} \ldots \ldots \ldots \; 84.$$
und

Setzt man angenähert:

Primär eingeleiteter Effekt gleich sekundär geleisteter Effekt,

so ist
$$e_1'\, i_1' = e_2'\, i_2'$$
oder
$$\frac{e_1'}{e_2'} = \frac{i_2'}{i_1'} = \frac{\xi_1}{\xi_2}$$
woraus
$$i_1'\, \xi_1 = i_2'\, \xi_2 \qquad \ldots \ldots \ldots \; 85,$$
folgt, d. h. die primären und sekundären Ampèrewindungszahlen sind angenähert gleich.

Bei einem größeren, vollbelasteten Transformator, dessen sekundäre Belastung aus einem induktionsfreien Widerstand besteht, ist primär

$$\cos\varphi \cong 1.$$

so daß
$$(e'_k)_1 \, i_1' \, \eta' = (e_k')_2 \, i_2'$$
ist. Hieraus folgt
$$i_1' = \frac{(e_k')_2 \, i'_2}{\eta' \, (e'_k)_1} \qquad \text{86.}$$
Die primäre Klemmenspannung ist unter dieser Annahme
$$(e_k')_1 = e_1' + i_1' \, w_1 \qquad \text{87,}$$
die sekundäre Klemmenspannung
$$(e_k')_2 = e_2' - i'_2 \, w_2 - (0{,}005 \text{ bis } 0{,}01) \, e_2' \qquad \text{87a.}$$
Das letzte Glied trägt der Streuung Rechnung.

Der Wirkungsgrad $\eta'$ ist für Transformatoren von 5 Kilo-Volt-Ampère aufwärts 0,94 bis 0,983, wobei letztere Zahl einem ausgeführten Transformator von 1400 Kilo-Volt-Ampère entspricht.

Ist $w_2$ der Widerstand der sekundären $\xi_2$ Windungen, und wäre $w_2'$ der Widerstand der sekundären Wickelung, wenn sie ebensoviel Windungen besäße wie die primäre, also $\xi_1$ Windungen, so müßte bei gleichem Stromwärmeverlust sein
$$w_2' = w_2 \left(\frac{\xi_1}{\xi_2}\right)^2 \qquad \text{88.}$$
Der Spannungsverlust in beiden Wickelungen ist dann $i_1' (w_1 + w_2')$ und der Verlust durch Stromwärme $i_1'^2 (w_1 + w_2')$.

**275.** Ein Transformator ist primär an 48 [60] (220) Volt Klemmenspannung angeschlossen. Er besitzt primär 40 [70] [150) Windungen, sekundär 108 [250] (750) Windungen. Wie groß ist die sekundäre elektromotorische Kraft?

Lösung:
$$48 : e_2' = 40 : 108,$$
$$e_2' = \frac{48 \,.\, 108}{40} = 129{,}6 \text{ Volt.}$$

**276.** Wieviel Kraftlinien sind erforderlich, wenn die Periodenzahl 60 [50] (42) ist?

Lösung:
$$\Phi_0 = \frac{e_1' \,.\, 10^8}{4{,}44 \sim \xi_1} = \frac{48 \,.\, 10^8}{4{,}44 \,.\, 60 \,.\, 40} = 450000.$$

**277.** Der Transformator der vorigen Aufgabe wird mit seinen 108 [250] (750) Windungen an 48 [60] (220) Volt und 60 Perioden angeschlossen. Wieviel Spannung erhält man sekundär und mit wieviel Kraftlinien arbeitet man jetzt?

Lösung:
$$48 : e_2' = 108 : 40,$$
$$e_2' = \frac{48 \,.\, 40}{108} = 17{,}75 \text{ Volt.}$$
Die Kraftlinienzahl ist
$$\Phi_0 = \frac{48 \,.\, 10^8}{4{,}44 \,.\, 108 \,.\, 60} = 166800.$$

**278.** Der Querschnitt des Eisenkerns beträgt in Aufgabe 275 60 [50] (80) cm². Wie groß ist in den beiden vorhergehenden Aufgaben die Kraftliniendichte?

Lösung: $$B_1 = \frac{450000}{60} = 7500,$$

$$B_2 = \frac{166800}{60} = 2780.$$

**279.** Der Eisenkern eines Transformators für primär 1000 [2000] (3000) Volt, sekundär 120 [220] (440) V bei 50 Perioden besitzt 80 [100] (150) $cm^2$ Eisenquerschnitt. Die Kraftliniendichte soll 6500 [7500] (8000) sein. Gesucht wird:

a) die Kraftlinienzahl,

b) die Windungszahlen $\xi_1$ und $\xi_2$.

Lösungen:

Zu a): $$\Phi_0 = 80 . 6500 = 520000.$$

Zu b): Aus $$e_1' = \frac{4{,}44\ \Phi_0\ \xi_1 \sim}{10^8}$$

folgt $$\xi_1 = \frac{e_1 . 10^8}{4{,}44\ \Phi_0 \sim} = \frac{1000 . 10^8}{4{,}44 . 520\,000 . 50} = 866 \text{ Windungen.}$$

$$866 : \xi_2 = 1000 : 120,$$

$$\xi_2 = \frac{866 . 120}{1000} = 103{,}8 \approx 104.$$

**280.** Aus Versehen wird der Transformator der vorigen Aufgabe mit seinen wenigen Windungen an die Hochspannung angeschlossen. Gesucht wird:

a) die sekundäre Spannung,

b) die im Eisen entstehende Kraftliniendichte.

Lösungen:

Zu a): $$1000 : e_2' = 104 : 866,$$

$$e_2' = \frac{1000 . 866}{104} = 8340 \text{ Volt.}$$

Zu b): Aus $$e_1' = \frac{4{,}44\ \Phi_0\ \xi_1 \sim}{10^8}$$

folgt zunächst

$$\Phi_0 = \frac{e_1' . 10^8}{4{,}44\ \xi_1 \sim} = \frac{1000 . 10^8}{4{,}44 . 104 . 50},$$

$$\Phi_0 = 4\,330000,$$

demnach $$B_e = \frac{4\,330000}{80} = 54125.$$

Bemerkung: Diese Induktion verursachte einen Verlust durch Hysteresis, der das Eisen außerordentlich heiß machen würde.

**281.** Ein Kerntransformator ist an eine Klemmenspannung von 50 [3530] (2080) Volt und 60 [50] (50) Perioden angeschlossen. Er besitzt primär 124 [2496] (1440) und sekundär 324 [120] (160) Windungen. Der Eisenquerschnitt hat 25 [88,5] (100) $cm^2$ Inhalt, die Länge der mittleren Kraftlinie beträgt 63 [95] (150) cm. Gesucht wird:

a) die sekundäre Spannung,

b) die Kraftlinienzahl und Kraftliniendichte,

c) der Magnetisierungsstrom bei Leerlauf, wenn jede Stoßfuge gleich einem Luftzwischenraum von 0,005 cm gerechnet wird,

d) der Verlust durch Hysteresis,

e) der Verlust durch Wirbelströme, wenn 0,5 mm dicke Bleche verwendet werden,

f) die Wattkomponente des Stromes,

g) der Leerlaufstrom.

Lösungen:

Zu a): Aus
$$50 : e_2' = 124 : 324$$
folgt
$$e_2' = \frac{50 \cdot 324}{124} = 130 \text{ Volt.}$$

Zu b): Die Kraftlinienzahl $\Phi_0$ folgt aus
$$\Phi_0 = \frac{e_1' \cdot 10^8}{4{,}44\, \xi_1 \sim} = \frac{50 \cdot 10^8}{4{,}44 \cdot 124 \cdot 60} = 151000.$$
Die Kraftliniendichte $B_e$ ist
$$B_e = \frac{151000}{25} = 6040.$$

Zu c): Der Magnetisierungsstrom folgt aus
$$H_e l_e + H_{\mathfrak{L}} l_{\mathfrak{L}} = 0{,}4 \pi \xi_1 i'_\mu \sqrt{2},$$
nämlich
$$i'_\mu = \frac{H_e l_e + H_{\mathfrak{L}} l_{\mathfrak{L}}}{0{,}4 \pi \xi_1 \sqrt{2}}.$$
Zu $B_e = 6040$ gehört $H_e = 1{,}3$ (Tafel I, Kurve A),
$$l_e = 63 \text{ cm}, \quad l_{\mathfrak{L}} = 4 \cdot 0{,}005 = 0{,}02 \text{ cm},$$
denn es sind vier Stoßfugen vorhanden, also
$$i'_\mu = \frac{1{,}3 \cdot 63 + 6040 \cdot 0{,}02}{0{,}4 \pi\, 124 \sqrt{2}} = 0{,}925 \text{ A.}$$

Zu d): Das Volumen des Transformators ist angenähert
$$V = 25 \cdot 63 = 1575 \text{ cm}^3.$$

Der Verlust durch Hysteresis pro dm$^3$ und 100 Perioden ist nach Tafel II 37 Watt, also ist der Verlust unseres Kerns

$$\mathfrak{E}_h = \frac{37 \,.\, 1{,}575 \,.\, 60}{100} = 35 \text{ Watt.}$$

Da man zu Transformatoren jedoch Bleche nimmt, bei denen der Koëffizient $\eta$ höchstens den Wert 0,002 [0,0016] (0,0012) besitzt, so wird $\mathfrak{E}_h = 35 \dfrac{0{,}002}{0{,}0033} = 21{,}2$ Watt.

Zu e): Der Verlust durch Wirbelströme ist nach Formel 25

$$\mathfrak{E}_w = (2 \text{ bis } 2{,}5) \left(\frac{\sim \triangle \, B}{10^{10}}\right)^2 V,$$

$$\mathfrak{E}_w = (2 \text{ bis } 2{,}5) \frac{(50 \,.\, 0{,}5 \,.\, 6040)^2}{10^{10}} \,.\, 1{,}57 = 7{,}15 \text{ bis } 8{,}9 \text{ Watt.}$$

Zu f): Es ist

$$e_1' \, i_n' = 21{,}2 + 8{,}9 = 30{,}1$$

$$i_n' = \frac{30{,}1}{50} = 0{,}60 \text{ A.}$$

Zu g): Nach Fig. 120 ist

$$i'_0 = \sqrt{0{,}925^2 + 0{,}60^2} = 1{,}11 \text{ A.}$$

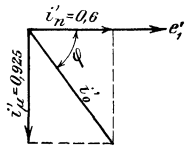


Fig. 120.

**282.** Um den Wirkungsgrad eines Transformators zu bestimmen, wurde gemessen:

1. die primäre und sekundäre Spannung bei Leerlauf $e'_{k1} =$ 3530 [2080] (3120) V, $e'_{k2} = 182$ [230] (230) V,

2. der bei Leerlauf und normaler Spannung primär eingeleitete Effekt $\mathfrak{E}_0 = 198$ [213] (500) Watt,

3. bei kurzgeschlossener Sekundärwickelung und reduzierter Spannung die primäre Stromstärke $i'_1 = 1{,}42$ [7,2] (12,8) A und der eingeleitete Effekt $\mathfrak{E}_k = 159$ [194] (485) Watt.

Außerdem wurde mit Gleichstrom gemessen der Widerstand der primären und sekundären Wickelung $w_1 = 40\ \Omega$, $w_2 = 0{,}073\ \Omega$. [(Nicht gemessen.)] Gesucht wird:

a) das Übersetzungsverhältnis $u = \dfrac{\xi_1}{\xi_2}$,

b) der Verlust im Eisen,

c) der Ersatzwiderstand des Transformators, in dem die gleiche Stromwärme verloren geht, wie in den beiden Wickelungen,

d) der Wirkungsgrad für 6 [16] (45) KVA sekundärer Belastung.

Lösungen:

Zu a): Das Übersetzungsverhältnis folgt aus $e_1' : e_2' = \xi_1 : \xi_2$,

$$u = \frac{e_1'}{e_2'} = \frac{3530}{182} = 19{,}4.$$

Zu b): Der Verlust im Eisen ist sehr angenähert der bei Leerlauf gemessene Effekt, also $\mathfrak{E}_E = \mathfrak{E}_0 = 198$ Watt.

Zu c): Bei sehr geringer primärer Spannung können die Verluste durch Hysteresis und Wirbelströme vernachlässigt werden, so daß der gemessene Effekt nur aus Stromwärme besteht. Bezeichnet daher w den Ersatzwiderstand des Transformators, so ist

$$i_1'^2\, w = 159, \text{ woraus } w = \frac{159}{1{,}42^2} = 79\ \Omega \text{ folgt.}$$

Der Ersatzwiderstand w besteht aus dem Widerstande $w_1$ und dem auf die primäre Windungszahl reduzierten Widerstande $w_2'$ (Formel 88), es ist also

$$w = w_1 + w_2 \left(\frac{\xi_1}{\xi_2}\right)^2.$$

Mit Gleichstrom gemessen, wäre $w = w_g$ gewesen:

$$w_g = 40 + 0{,}073\,.\,19{,}4^2 = 40 + 27{,}5 = 67{,}5\ \Omega,$$

hieraus ergibt sich das Verhältnis zwischen Wechselstrom und Gleichstrom $\frac{w}{w_g} = \frac{79}{67{,}5} = 1{,}17$, d. h. die Widerstände $w_1$ und $w_2$ mit Wechselstrom bestimmt, sind $w_1 = 40\,.\,1{,}17 = 46{,}8\ \Omega$ und

$$w_2 = 0{,}073\,.\,1{,}17 = 0{,}0855\ \Omega.$$

Zu d): Aus $e_{k2}'\, i_2' = 6000$ Watt folgt $i_2' = \frac{6000}{182} = 33$ A.

Die Gleichung 85: $i_1'\,\xi_1 = i_2'\,\xi_2$ gibt $i_1' = i_2' \frac{\xi_2}{\xi_1} = \frac{33}{19{,}4} = 1{,}7$ A.

Der Verlust durch Stromwärme ist hiernach

$$i_1'^2\, w_1 + i_2'^2\, w_2 = 1{,}7^2\,.\,46{,}8 + 33^2\,,\,0{,}0855 = 229 \text{ Watt.}$$

Dasselbe Resultat erhält man auch aus

$$i_1'^2\, w = 1{,}7^2\,.\,79 = 229 \text{ Watt.}$$

**Bei [ ] ( ) ist nur die letzte Lösung möglich.**

$$\eta = \frac{6000}{6000 + 198 + 229} = 0{,}935.$$

**283.** Es ist ein Transformator zu berechnen für eine sekundäre Leistung von 52 [36] (40) Volt-Ampère, entsprechend 65 V $\times$ 0,8 A [65 V $\times$ 0,55 A] (20 V $\times$ 2 A) sekundär, der primär an eine Klemmenspannung von 154 [25] (120) Volt und 50 Perioden angeschlossen ist. Der Transformator soll, wie dies die folgende Aufgabe angibt, mit mehreren andern, gleichen Transformatoren primär hintereinander geschaltet werden.

Lösung: Wir legen das in Fig. 121 dargestellte Eisengestell, dessen Querschnitt ein Quadrat von 2,2 cm Seitenlänge ist, der Rechnung zugrunde. Der Querschnitt des Spulenkerns ist dann $Q_e = 2{,}2 \,.\, 0{,}9 \,.\, 2{,}2 = 4{,}36$ cm²*). Die Induktion im Eisenkern möge zu 13900 angenommen werden, so daß

$\Phi_0 = 4{,}36 \,.\, 13900 = 60600$ ist.

Die sekundäre Windungszahl $\xi_2$ folgt aus

$$e_2' = \frac{4{,}44\, \Phi_0\, \xi_2 \sim}{10^8}.$$

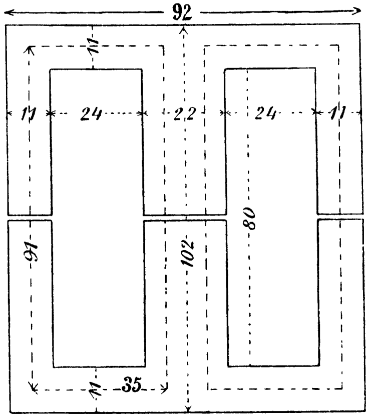



Fig. 121.

Ehe weiter gerechnet wird, muß eine Entscheidung über den Wirkungsgrad getroffen werden. Wir nehmen, der geringen Leistung entsprechend, $\eta = 0{,}86$ an und verteilen die 14 % betragenden Verluste zu 7 % auf Hysteresis und Wirbelströme und 7 % auf Stromwärme, d. i. 3,5 % im primären und 3,5 % im sekundären Kupfer.

Da nun $\quad e_2' = e'_{k2} + i_2' w_2 + 0{,}01\, e'_{k2}$ ist,

andererseits $\quad i_2' w_2 = \dfrac{3{,}5}{100} \,.\, 6{,}5 = 2{,}28$ V,

so wird $\quad e_2' = 65 + 2{,}28 + 0{,}65 = 67{,}93 \cong 68$ V.

$$e_1' \cong e'_{k1} - i_1' w_1 = 154 - \frac{3{,}5}{100} \,.\, 154 = 148{,}6 \text{ V}.$$

Dies oben eingesetzt, gibt

$$\xi_2 = \frac{68 \,.\, 10^8}{4{,}44 \,.\, 60600 \,.\, 50} = 504 \text{ Windungen.}$$

Aus $e_1' : e_2' = \xi_1 : \xi_2$ folgt

$$\xi_1 = \frac{e_1'}{e_2'}\, \xi_2 = \frac{148{,}6}{68} \,.\, 504 = 1100.$$

Da der Effektverlust durch Stromwärme in jeder Wickelung 3,5 % des gesamten eingeleiteten Effekts beträgt, so ist

$$i_1'^2 w_1 = \frac{3{,}5}{100} \; \frac{52}{0{,}86} = 2{,}12 \text{ Watt}$$

*) Die Bleche sind mit dünnem Seidenpapier voneinander isoliert.

und ebenso groß ist

$$i'^2_2\, w_2 = 2{,}12 \text{ Watt.}$$

Die primäre Stromstärke ist angenähert ($\cos \varphi = 1$ gesetzt)

$$i_1' = \frac{52}{0{,}86 \,.\, 154} = 0{,}392 \text{ A.}$$

Wie jedoch die weitere Rechnung zeigt, ist $\cos \varphi$ etwa nur 0,74, wir nehmen daher, um hier Wiederholungen zu vermeiden,

$$i_1' = \frac{0{,}392}{0{,}74} = 0{,}53 \text{ A}$$

an, dann wird

$$w_1 = \frac{2{,}12}{0{,}53^2} = 7{,}5\ \Omega.$$

Die mittlere Länge einer Windung kann ungefähr auf

$4 \,.\, 2{,}2 + 3 = 12$ cm geschätzt werden,

somit $L_1 = 1100 \,.\, 0{,}12 = 132$ m,

und $$q_1 = \frac{c\, L_1}{w_1} = \frac{0{,}02 \,.\, 132}{7{,}5} = 0{,}354 \text{ mm}^2.$$

$d_1 = 0{,}67$, abgerundet 0,7 und mit Seide besponnen 0,8 mm.

Die Drahtstärke der sekundären Wickelung folgt aus

$$w_2 = \frac{2{,}12}{0{,}8^2} = 3{,}32\ \Omega.$$

$$q_2 = \frac{c\, L_2}{w_2} = \frac{0{,}02 \,.\, 105}{3{,}32} = 0{,}634 \text{ mm}^2.$$

$$d_2 = 0{,}9 \text{ mm}, \quad d_2' = 1 \text{ mm}.$$

Auf den quadratischen Eisenkern schieben wir eine Pappspule von 2 mm Wandstärke, die 3 mm starke Endflanschen besitzt. Die freie Wickelungslänge des Schenkels beträgt alsdann 74 mm. Zunächst mögen die primären Windungen aufgelegt werden, und zwar:

nebeneinander $74 : 0{,}8 = 92$ Drähte und

übereinander $1100 : 92 = 12$ Lagen,

in die zwölfte Lage kommen jedoch nur 88 Drähte.

Die Höhe dieser 12 Lagen ist $12 \,.\, 0{,}8 = 9{,}6$ mm.

Legen wir nun hierauf die sekundäre Wickelung unter Zwischenlage einer 1 mm dicken Isolationsschicht, so haben wir

nebeneinander $74 : 1 = 74$, abgerundet 72,

übereinander $504 : 72 = 7$ Lagen.

Die Fig. 122 zeigt einen Schnitt durch den bewickelten Schenkel. Die verbesserten aufgewickelten Drahtlängen und Widerstände sind hiernach

$$L_1 = \frac{(4 \,.\, 26 + 9{,}6\,\pi)\ 1100}{1000} = 147 \text{ m},$$

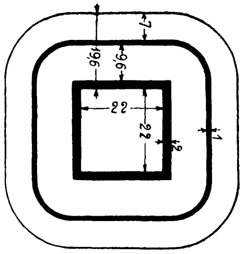


Fig. 122.

mithin

$$w_1 = \frac{0{,}02 \,.\, 147}{0{,}385} = 7{,}65\ \Omega.$$

$$L_2 = \frac{(4 \,.\, 47{,}2 + 7\,\pi)\ 504}{1000} = 106 \text{ m},$$

$$w_2 = \frac{0{,}02 \,.\, 106}{0{,}64} = 3{,}32\ \Omega.$$

Wir nehmen zu Transformatoren besonders gute Bleche, bei denen die Konstante der Hysteresisverluste $\eta = 0{,}0015$ gesetzt werden kann. Der Verlust folgt dann aus

$$\mathfrak{E}_h = \frac{0{,}0015 \,.\, V \,.\, 13900^{1{,}6} \,.\, 50}{10^7},$$

wo $V = (9{,}2 \,.\, 10{,}2 - 4{,}8 \,.\, 8)\ 0{,}9 \,.\, 2{,}2 \cong 110 \text{ cm}^3$ ist, also

$$\mathfrak{E}_h = \frac{0{,}0015 \,.\, 110 \,.\, 13900^{1{,}6} \,.\, 50}{10^7} = 3{,}52 \text{ Watt.}$$

Gelangen 0,3 mm dicke Bleche zur Verwendung, so ist nach Formel 25, Seite 78, der Verlust durch Wirbelströme

$$\mathfrak{E}_w = 2{,}5\,\frac{(50 \,.\, 0{,}3 \,.\, 13900)^2}{10^{10}} \,.\, 0{,}11 = 1{,}2 \text{ Watt.}$$

Da bei einem Manteltransformator für den Kraftlinienweg nur 2 Fugen in Betracht kommen, so ist der Luftzwischenraum nur $2 \,.\, 0{,}005 = 0{,}01$ cm und die Gleichung

$$H_e\, l_e + H_{\mathfrak{L}}\, l_{\mathfrak{L}} = \mathfrak{F} = 0{,}4\,\pi\,\xi_1\, i'_\mu \sqrt{2}$$

gibt den Magnetisierungsstrom $i'_\mu$.

Nach Fig. 121 ist $l_e = 2\,(91 + 35) = 252$ mm.

Zu $B_e = 13900$ gehört nach Tafel I Kurve A: $H_e = 21$.

Wegen der Ausbreitung der Kraftlinien dürfte $Q_{\mathfrak{L}} = 1{,}1\ Q_e$ zu setzen sein, also

$$B_{\mathfrak{L}} = H_{\mathfrak{L}} = \frac{13900}{1{,}1} = 12680,$$

mithin: $21 \,.\, 25{,}2 + 12680 \,.\, 0{,}01 = \mathfrak{F} = 530 + 127 = 657$

$$i'_\mu = \frac{657}{0{,}4\,\pi \,.\, 1100\sqrt{2}} = 0{,}338 \text{ A.}$$

Die Verluste bei Leerlauf bestehen aus den Hysteresis- und Wirbelstrom-Verlusten $= 3{,}52 + 1{,}2 = 4{,}72$ Watt.

Die Wattkomponente ist daher

$$i'_n = \frac{4{,}72}{154} = 0{,}0306 \text{ A.}$$

$$\operatorname{tg} \varphi_0 = \frac{i'_\mu}{i'_n} = \frac{0,338}{0,0306} = 11, \; \varphi_0 = 84^0\,50.$$

Es bleibt nun zu untersuchen, ob die primäre Stromstärke und der Phasenverschiebungswinkel für volle Belastung richtig geschätzt worden sind.

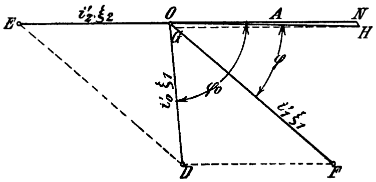


Fig. 123.

Zu diesem Zweck trage man (Fig. 123) an die horizontale Gerade OA den $\sphericalangle\, \varphi_0$ an. Auf dem freien Schenkel trage man die resultierende Ampèrewindungszahl

$\overline{AW_r} = i'_0\, \xi_1 \cong i'_\mu\, \xi_1 = 0,338 \,.\, 1100 = 372 = \overline{OD}$ auf, mache $\overline{OE} = i'_2\, \xi_2 = 0,8 \,.\, 504 = 403,2$ und verbinde D mit E. Die Messung von $\overline{DE}$ ergibt $\overline{DE} = 575$ Ampèrewindungen $= i'_1\, \xi_1$, also

$$i'_1 = \frac{575}{1100} = 0,524 \text{ A}.$$

Ergänzt man $\triangle$ ODE zum Parallelogramm EOFD, so gibt $\overline{OF}$ die Richtung des primären Stromvektors an.

Trägt man auf OF den Spannungsverlust

$$i'_1\, w_1 = 0,524 \,.\, 7,65 \approx 4 \text{ V}$$

ab bis G und konstruiert das Parallelogramm OGHN, dessen Diagonale $\overline{OH} = 154$ V ist, so ist

$$\sphericalangle\, \text{FOH} = \varphi$$

der Phasenverschiebungswinkel zwischen dem primären Strom und der primären Spannung. Die Berechnung desselben folgt aus der Gleichung $(e'_k)_1\, i'_1 \cos\varphi = \mathfrak{E}_2 +$ Verlusten.

Diese sind

$0,524^2 \,.\, 7,65 + 0,8^2 \,.\, 3,32 + 4,72 = 2,1 + 2,12 + 4,72 = 8,94$ Watt, demnach $e'_{k1}\, i'_1 \cos\varphi = 52 + 8,94$

$$\cos\varphi = \frac{60,94}{154 \,.\, 0,524} = 0,755.$$

Die Messung von $\overline{ON}$ gibt $e'_1 \approx 150$ V, also etwas mehr, als oben geschätzt worden war.

Aus der Proportion $e'_1 : e'_2 = \xi_1 : \xi_2$ folgt

$$e_2' = e'_1 \frac{\xi_2}{\xi_1} = 150 \frac{504}{1100} = 68,5 \text{ V}.$$

Die Verluste, die 8,94 Watt betragen, setzen sich in Wärme um und erhöhen die Temperatur des Transformators. Um diese

Temperaturerhöhung zu bestimmen, berechnen wir die Oberfläche des Transformators. Wir verstehen hierunter diejenige Oberfläche, die mit der Luft in Berührung kommt. Diese ist ungefähr, ausgedrückt in $cm^2$:

$$O = 9{,}2 \cdot 2{,}2 \cdot 4 + 8 \cdot 2{,}2 \cdot 2 + 10{,}2 \cdot 2{,}2 \cdot 2 + (4 \cdot 2{,}6 + 1{,}76\,\pi) \cdot 7{,}4 + 2 \cdot 6^2 \approx 350 \text{ cm}^2.$$

Auf 1 Watt Verlust kommt daher eine Oberfläche

$$O' = \frac{350}{8{,}94} = 39{,}2 \text{ cm}^2$$

und dies entspricht nach den Angaben der folgenden Tabelle einer Temperaturerhöhung von rund 39° C, wenn der Transformator in Öl gestellt wird, oder einer Temperaturerhöhung von etwa 53°, wenn er in einem geschlossenen Kasten ohne Öl untergebracht wird. Man nennt $O'$ die spezifische Kühlfläche.

10. Tabelle. Temperaturzunahme eines Transformators.

| Anzahl der $cm^2$ pro Watt Effektverlust $O'$ | Temperaturzunahme für einen Transformator in einem Ölkasten | Temperaturzunahme für einen Transformator in einem geschlossenen Kasten ohne Öl |
|---|---|---|
| 15 | 62° | 89° |
| 20 | 55° | 76° |
| 25 | 49° | 67° |
| 30 | 45° | 61° |
| 35 | 42° | 55° |
| 40 | 38° | 52° |
| 45 | 35° | 48° |
| 50 | 33° | 44° |
| 55 | 31° | 41° |
| 60 | 28° | 38° |

Für einen in einem perforierten Gehäuse eingeschlossenen Transformator gelten die Zahlen der ersten Reihe.

**284.** Es sind 13 Transformatoren der in der vorigen Aufgabe berechneten Art hintereinander geschaltet. Gesucht wird:

a) die Maschinenspannung, wenn alle Lampen brennen,

b) die Maschinenspannung, wenn eine, zwei, drei, vier Lampen erlöschen.

Lösungen:

Zu a): Da es sich in diesem Falle um die Hintereinanderschaltung mehrerer Spannungen handelt, so ist im Vektordiagramm (Fig. 124) die Stromrichtung OX als Grundlinie anzunehmen. Die

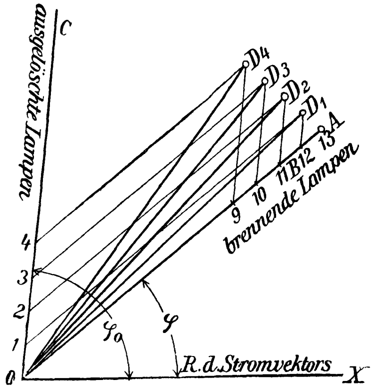


Fig. 124.

Spannung eilt alsdann dem Strome, um den in Fig. 123 dargestellten $\sphericalangle\ \varphi$, voraus. Auf der Richtung der Spannung hat man somit, wenn alle Lampen brennen, $\overline{OA} = 13 . 154 = 2000$ Volt, abzutragen.

Zu b): Wenn eine Lampe erlischt, so ist auf der genannten Linie $\overline{OA}$ (Fig. 124) nur die Spannung

$$\overline{OB} = 154 . 12 = 1848 \text{ Volt}$$

aufzutragen. Die Spannung und der Phasenverschiebungswinkel des unbelasteten Transformators müssen dagegen noch berechnet werden.

Durch die primären Windungen desselben muß, wegen der Hintereinanderschaltung, der Strom von 0,524 A fließen. Die erzeugte Kraftlinienzahl folgt dann aus der Gleichung

$$\Phi_0 = \frac{0{,}4\,\pi\,\xi_1\,i'_\mu\,\sqrt{2}}{\mathfrak{w}},$$

worin jedoch $\mathfrak{w}$ und $\Phi_0$ unbekannte Größen sind. Die einfachste Lösung zur Bestimmung von $\Phi_0$ erhält man durch eine Figur. Schreibt man die vorstehende Gleichung

$$H_e\, l_e . + H_{\mathfrak{L}}\, l_{\mathfrak{L}} = 0{,}4\,\pi\,\xi_1\,i'_\mu\,\sqrt{2} = 0{,}4\,\pi . 1100 . 0{,}524\,\sqrt{2}$$

$$H_e\, l_e + H_{\mathfrak{L}}\, l_{\mathfrak{L}} = 1015,$$

wo $l_e = 25{,}2$ und $l_{\mathfrak{L}} = 0{,}01$ ist.

Die umgekehrte Aufgabe, nämlich zu einem angenommenen $B_e$ das zugehörige H zu finden, läßt sich leicht lösen. Wir nehmen daher die Induktion $B_e$ im Eisen an (größer als beim belasteten Transformator),

$$B_e = 14\,000,\ 15\,000,\ 15\,500,$$

suchen auf Tafel I die zugehörigen H für Ankerblech, Kurve A; dieselben sind $H_e = 21{,}3,\ 33,\ 42.$

Wegen der seitlichen Ausbreitung der Kraftlinien sind die Werte von $H_{\mathfrak{L}} = B_{\mathfrak{L}}$.

$$H_{\mathfrak{L}} = \frac{14\,000}{1{,}1} = 12\,750,\ \frac{15\,000}{1{,}1} = 13\,650,\ \frac{15\,500}{1{,}1} = 14\,100.$$

Berechnet man nun die zugehörigen magnetomotorischen Kräfte $\mathfrak{F}$, so sind dieselben

$$\mathfrak{F} = 21{,}3 \,.\, 25{,}2 + 12\,750 \,.\, 0{,}01 = 764,$$
$$\mathfrak{F} = 33{,}0 \,.\, 25{,}2 + 13\,650 \,.\, 0{,}01 = 967,$$
$$\mathfrak{F} = 42{,}0 \,.\, 25{,}2 + 14\,100 \,.\, 0{,}01 = 1199.$$

In Fig. 125 sind die Induktionen $B_e$ als Ordinaten und die zugehörigen magnetomotorischen Kräfte $\mathfrak{F}$ als Abszissen aufgetragen worden. Aus derselben ist zu entnehmen, daß zur Abszisse 1015 die Ordinate 15200 gehört. Die gesuchte Kraftlinienzahl $\Phi_0$ ist also

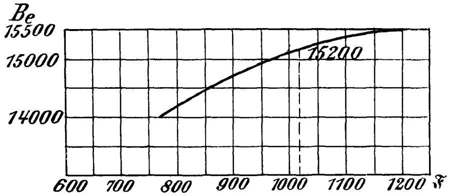



Fig. 125.

$$\Phi_0 = 4{,}36 \,.\, 15\,200 \approx 66\,400.$$

Die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion ist nun

$$e_1' = \frac{4{,}44 \,.\, 66\,400 \,.\, 1100 \,.\, 50}{10^8} = 162 \text{ Volt.}$$

Näherungsweise ist der gefundene Wert auch gleich der primären Klemmenspannung des Transformators.

Der Hysteresisverlust ist

$$\mathfrak{E}_h = \frac{0{,}0015 \,.\, 110 \,.\, 15\,200^{1,6} \,.\, 50}{10^7} = 3{,}1 \text{ Watt;}$$

der Verlust durch Wirbelströme ist

$$\mathfrak{E}_w = 2{,}5 \frac{(50 \,.\, 0{,}3 \,.\, 15\,200)^2}{10^{10}} 0{,}11 = 1{,}42 \text{ Watt;}$$

der Verlust durch Stromwärme

$$0{,}524^2 \,.\, 7{,}65 = 2{,}1 \text{ Watt;}$$

der gesamte Effektverlust:

$$2{,}1 + 3{,}1 + 1{,}42 \approx 6{,}62 \text{ Watt.}$$

Der Phasenverschiebungswinkel ist bestimmt durch

$$162 \,.\, 0{,}524 \,.\, \cos \varphi_0 = 6{,}62,$$

$$\cos \varphi_0 = \frac{6{,}62}{162 \,.\, 0{,}524} = 0{,}078.$$

In Fig. 124 ist $\sphericalangle\, COX = \varphi_0$. Trägt man auf dem Schenkel $\overline{OC}$ von O aus die Spannungen der unbelasteten Transformatoren auf, macht also $\overline{O1} = 162$ V, $\overline{O2} = 2 \,.\, 162$ usw. und bildet jetzt aus $\overline{O1}$ und $\overline{OB}$ die Diagonale $\overline{OD_1}$, so gibt diese die gesuchte Maschinenspannung für den Fall des Erlöschens e i n e r Lampe. In gleicher Weise findet man $\overline{OD_2}$, $\overline{OD_3}$, $\overline{OD_4}$ etc. als die Maschinenspannungen beim Erlöschen von zwei, drei, vier Lampen. Wie man aus der Figur erkennt, braucht sich die Maschinenspannung nur sehr wenig zu ändern, um die Stromstärke konstant zu halten, oder umgekehrt, bei unveränderter Maschinenspannung ändert sich die Stromstärke der Lampen nur sehr wenig.

Dieses günstige Resultat wurde dadurch erreicht, daß man die Induktion im Eisen sehr hoch wählte. Infolgedessen wuchs, beim Erlöschen einer Lampe, die Spannung an den Klemmen des Transformators nicht proportional den Magnetisierungsstromstärken 0,338 A und 0,524 A, sondern weniger, da der magnetische Widerstand des Eisens ebenfalls, und zwar sehr bedeutend, gestiegen war.

**285.** Wie groß ist der Effektverlust durch Stromwärme in 1 kg Kupferdraht, wenn die Stromdichte 0,8 [1,5] (3) A beträgt?

L ö s u n g: Der Effektverlust ist $V_k = i'^2 w$, wenn $i'$ die durch den Draht fließende Stromstärke und w der Widerstand von 1 kg Kupferdraht ist. Ist s die Stromdichte, q der Drahtquerschnitt in $mm^2$, so ist

$$i' = q\,s \text{ und } w = \frac{c\,l}{q}, \text{ also}$$

$$V_k = (qs)^2 \frac{c\,l}{q} = c\,q\,l\,s^2.$$

Da $1\text{ kg} = 1000\text{ g} = 8{,}9\,q\,l$ ist, ist $q\,l = \frac{1000}{8{,}9}$ (8,9 spez. Gewicht des Kupfers),

also $$V_k = c\,\frac{1000}{8{,}9}\,s^2 = \frac{0{,}02\,.\,1000}{8{,}9}\,s^2 = 2{,}25\,s^2 = k_1\,s^2.$$

Da jedoch in dickeren, vom Wechselstrom durchflossenen Drähten, Wirbelströme auftreten, die den Verlust etwas vergrößern, so werde $k_1 = 2{,}6$ gesetzt, was einem Werte von $c = 0{,}023$ entspricht. Es ist also $V_k = 2{,}6\,.\,0{,}8^2 = 1{,}62$ Watt.

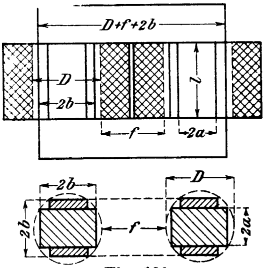


Fig. 126.

**286.** Ein Kerntransformator besitzt die in Fig. 126 dargestellten Abmessungen. Auf jeden Kern sind primär 1248 [720] (704) Windungen von 1,13 [9,1] (1,68) $mm^2$ Querschnitt und sekundär 64 [80] (52) Windungen von 19,7 [72,8] (198) $mm^2$ Querschnitt gewickelt. Wie groß ist der F ü l l f a k t o r $f_k$, wenn derselbe definiert ist durch die Gleichung:

$$f_k = \frac{\xi_1 q_1 + \xi_2 q_2}{f\,l}$$

und f = 13,5 [9] (13) cm, $l$ = 22 [58,4] (45) cm ist.

Lösung: Da $q_1$ und $q_2$ in mm² angegeben sind, sind auch $l$ und f in mm einzusetzen, also

$$f_k = \frac{2 \cdot 1248 \cdot 1{,}13 + 2 \cdot 64 \cdot 19{,}7}{135 \cdot 220} = 0{,}179.$$

**287.** Als Querschnitt des Eisens wählt man gern den in Fig. 127 gezeichneten. Es soll nun bei gegebenem Durchmesser D des umschriebenen Kreises der Flächeninhalt ein Maximum werden. Wie groß sind hiernach die Seiten, ausgedrückt durch den Durchmesser?

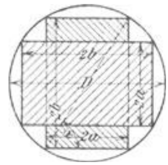


Fig. 127.

Lösung: Ist F der gesuchte Inhalt, so ist

$$F = 8\,ab - 4\,a^2.$$

Es ist aber $2\,a = D \cos\alpha$, $2\,b = D \sin\alpha$, also

$$F = 2\,D^2 \cos\alpha \sin\alpha - D^2 \cos^2\alpha = \text{Max.},$$

oder

$$F = D^2 \sin 2\,\alpha - D^2 \cos^2\alpha = \text{Max.},$$

$$\frac{dF}{d\alpha} = 0 = 2 \cos 2\,\alpha + 2 \cos\alpha \sin\alpha = 0$$

$$2 \cos 2\,\alpha + \sin 2\,\alpha = 0$$

$$\operatorname{tg} 2\,\alpha = -2$$

$$2\,\alpha = 180 - 63^0\,30' = 116^0\,30'$$

$$\alpha = 58^0\,15'$$

$$a = 0{,}263\,D, \qquad b = 0{,}425\,D.$$

$$F = 8 \cdot 0{,}263\,D\;0{,}425\,D - 4 \cdot 0{,}263^2\,D^2 = 0{,}616\,D^2.$$

Wenn der Querschnitt aus einzelnen Blechen aufgebaut wird, so ist der Eisenquerschnitt $Q_e = 0{,}9\,F$.

**288.** Wie groß ist der Füllfaktor $f_e = \dfrac{Q_e}{\frac{\pi D^2}{4}}$?

Lösung: Setzt man $Q_e = 0{,}9 \cdot 0{,}616\,D^2$, so wird

$$f_e = \frac{0{,}9 \cdot 0{,}616\,D^2 \cdot 4}{\pi\,D^2} = 0{,}71.$$

**289.** Bestimme den Eisenquerschnitt und Füllfaktor für D = 10 [12] (14) cm, wenn der Querschnitt zwei Spalte von je 0,5 cm Weite erhält (Fig. 128).

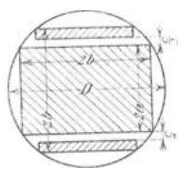


Fig. 128.

Lösung: Bezeichnet c die Weite beider Spalte, so ist

$$F = 2a \cdot 2b + 2a(2b - c) - 4a^2,$$

oder $$Q_e = 0{,}9\ F;$$

$$Q_e = 0{,}9\ [4ab + 4ab - 2ac - 4a^2] = 0{,}9 \cdot [(8ab - 4a^2) - 2ac]$$

oder wenn man für a und b die in Aufgabe 287 gefundenen Werte setzt: $$Q_e = 0{,}9\,(0{,}616\ D^2 - 2c \cdot 0{,}263\ D).$$

Für $D = 10$ und $c = 1$ ist $Q_e = 0{,}9\,(61{,}6 - 5{,}26) = 50{,}6\ \text{cm}^2$.

$$f_e = \frac{50{,}6}{10^2 \frac{\pi}{4}} = 0{,}645.$$

## § 34.

## Die mehrphasigen Wechselströme.

### A. Zweiphasige Ströme.

Zweiphasige Ströme sind zwei einphasige, deren EMK um $^1/_4$ einer Periode ($90^0$) gegeneinander verschoben sind. Die Vektoren der beiden EMK stehen also senkrecht aufeinander.

Zur Fortleitung sind 4 Leitungen erforderlich, für jede Phase eine Hin- und Rückleitung. Werden die beiden Phasen in voneinander unabhängigen Wickelungen erzeugt, so kann man die beiden Rückleitungen zu einer vereinigen, in der dann die Summe der beiden Ströme fließt. Ist $i'$ der effektive Strom in einer Phase (Gleichheit der Belastung in beiden vorausgesetzt), so ist $i'\sqrt{2}$ der Strom in der gemeinsamen Rückleitung (Fig. 129).

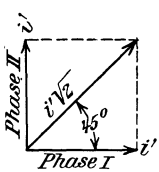


Fig. 129.

Der Effekt in den beiden Phasen ist

$$\mathfrak{E} = 2\ e'i' \cos\varphi \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 88$$

### Spannungsverlust.

Ist w der Widerstand einer Leitung, $i'$ der in derselben fließende Strom, so ist der Spannungsverlust in dieser Leitung $i'w$ und, bei Verwendung von 4 Leitungen, der Spannungsverlust in Hin- und Rückleitung $2\ i'w$.

Werden nur 3 Leitungen benutzt, und ist $\delta_1$ der Spannungsverlust in einer Leitung, $\delta_2$ der Spannungsverlust in der gemeinsamen Leitung, so ist der Spannungsverlust in beiden Leitungen $\delta_1 + \delta_2$ (arithmetisch addiert die momentanen Werte und geometrisch die effektiven Werte). Da der Spannungsverlust immer mit der Richtung des Stromes im Vektordiagramm zusammenfällt, so bilden $\delta_1$ und $\delta_2$ einen Winkel von $45^0$ miteinander und die Resultierende $\delta$ folgt aus der Gleichung (Fig. 130):

$$\delta = \sqrt{\delta_1^2 + \delta_2^2 + 2\ \delta_1\ \delta_2\ \cos 45^0} = \sqrt{\delta_1^2 + \delta_2^2 + \delta_1\ \delta_2 \cdot \sqrt{2}}$$

Soll $\delta_2 = \delta_1$, d. h. der Spannungsverlust in der gemeinsamen Leitung gleich dem Spannungsverlust in der Einzelleitung sein, so muß

$$i' w_1 = i' \sqrt{2}\, w_2$$

sein, woraus $w_2 = \frac{w_1}{\sqrt{2}}$ folgt.

Da nun $w_2 = \frac{c\,l}{q_2}$ und $w_1 = \frac{c\,l}{q_1}$ ist,

gilt auch $\frac{c\,l}{q_2} = \frac{c\,l}{\sqrt{2}\,q_1}$, oder

$$q_2 = q_1 \sqrt{2}.$$

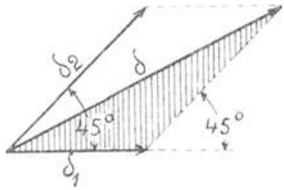



Fig. 130.

In diesem Falle wird

$$\delta = \sqrt{2\,\delta_1^2 + \delta_1^2 \sqrt{2}} = \delta_1 \sqrt{2 + \sqrt{2}} = 1{,}845\ \delta_1$$

$$\delta = i' w \,.\, 1{,}845\ V \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 89,$$

wo w den Widerstand einer Einzelleitung bezeichnet.

## B. Dreiphasige Ströme.

Dreiphasige Ströme (auch Drehströme genannt) sind drei einphasige Ströme, deren EMK um je $^1/_3$ (120°) einer Periode gegeneinander verschoben sind. Die Vektoren der EMK bilden Winkel von 120° miteinander.

Für die momentanen Werte gelten die Gleichungen:

$$e_1 = E \sin \alpha,$$

$$e_2 = E \sin (\alpha + 120^0) = E \left(\frac{1}{2}\sqrt{3} \cos \alpha - \frac{1}{2} \sin \alpha\right),$$

$$e_3 = E \sin (\alpha + 240^0) = E \left(-\frac{1}{2}\sqrt{3} \cos \alpha - \frac{1}{2} \sin \alpha\right)$$

Die Addition ergibt:

$$e_1 + e_2 + e_3 = 0.$$

Dasselbe Gesetz gilt auch für die Ströme, also ist auch

$$i_1 + i_2 + i_3 = 0.$$

### Sternschaltung.

Sind die drei Phasen in der durch Fig. 131 dargestellten Weise verbunden, so nennt man diese Schaltung die **Sternschaltung** oder **offene Verkettung**.

Ist $e_0'$ die Phasenspannung, d. h. die gemessene Spannung zwischen Anfang $a_1$ und Ende $e_1$ einer Phase, $e'$ die Spannung zwischen zwei Leitungen, so gilt die Gleichung

$$e' = e_0' \sqrt{3} \quad \ldots\ldots \quad 100.$$

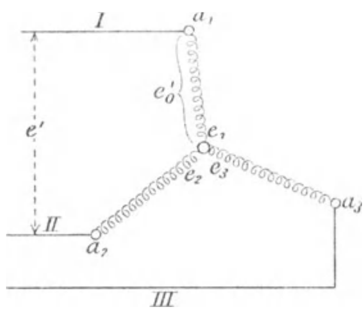



Fig. 131.

Der Effekt ist

$$\left.\begin{array}{l} \mathfrak{E} = 3\, e_0'\, i' \cos \varphi \text{ oder} \\ \mathfrak{E} = \sqrt{3}\,.\, e'\, i' \cos \varphi \end{array}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 91.$$

Gleichheit in allen drei Phasen wird vorausgesetzt.

### Dreieckschaltung.

Sind die drei Phasen in der durch Fig. 132 dargestellten Weise verbunden, so nennt man diese Schaltung **Dreieckschaltung** oder **geschlossene Verkettung**.

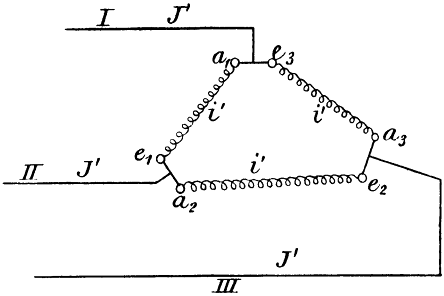



Fig. 132.

Bei der Dreieckschaltung sind Phasenspannung und Leitungsspannung identisch, also ist

$$e_0 = e' ;$$

für die Ströme gilt jedoch die Gleichung

$$i' = \frac{J'}{\sqrt{3}} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 92.$$

Der Effekt ist

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{E} &= 3\, e' i' \cos\varphi \text{ oder} \\ \mathfrak{E} &= \sqrt{3}\, e' J' \cos\varphi \end{aligned}\right\} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 93.$$

### Spannungsverlust.

Ist $i'w$ der Spannungsverlust in einer Leitung ($w$ = Widerstand dieser Leitung), so ist der Spannungsverlust in zwei Leitungen:

$$\delta = i' w \sqrt{3} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 94.$$

### Beziehung zwischen Gleich- und Drehstrom-Spannung.

Wird der Drehstrom einer Gleichstrommaschine mit drei Schleifringen entnommen, so besitzt der Anker Dreieckschaltung. Ist E die elektromotorische Kraft des Gleichstromes, so ist die zwischen zwei Schleifringen gemessene Drehstromspannung bei stromlosem Anker und sinusförmigem Verlauf der EMK

$$e' = \frac{E\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} = 0{,}613\, E \quad \ldots \ldots \ldots \quad 95.$$

Ist kein sinusförmiger Verlauf anzunehmen, so hängt das Verhältnis $\frac{e'}{E} = f_g$ von dem Verhältnis $g = \frac{b_p}{T_p}$ ab, wie dies die Tabelle 11 angibt.

### 11. Tabelle.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $g =$ | 0,5 | 0,6 | 0,66 | 0,7 | 0,8 |
| $f_g =$ | 0,7 | 0,66 | 0,64 | 0,62 | 0,59 |

### Stromstärke im Draht.

Fließt in einer Leitung der Strom $J'$, im Ankerdraht der Strom $i'_a$, so ist bei Schleifenwickelung

$$i'_a = \frac{J'}{p\sqrt{3}} \quad \ldots \ldots \ldots \ldots \quad 96$$

und bei Reihenschaltung (Wellenwickelung)

$$i'_d = \frac{J'}{\sqrt{3}} \quad \ldots \ldots \ldots \quad 96a.$$

**290.** Eine Drehstrommaschine erzeugt 120 [220] (190) V zwischen je zwei Leitungen und soll 150 [180] (210) Glühlampen à 50 Watt speisen.

Gesucht wird:

a) die Stromstärke in den Zuleitungen,

b) die Stromstärke in den Lampen, wenn dieselben in Dreieckschaltung verbunden sind (Fig. 133).

c) die Spannung der Lampen bei Sternschaltung (Fig. 134).

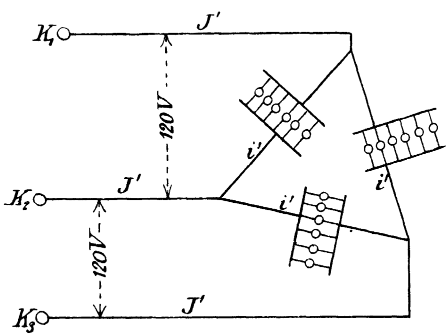



Fig. 133.

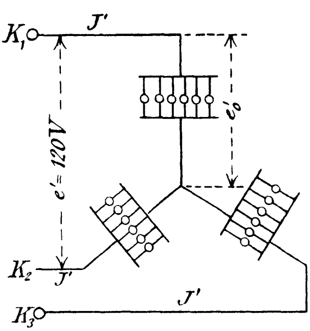



Fig. 134.

Lösungen:

Zu a): Der erforderliche Effekt der Drehstrommaschine ist

$$\mathfrak{E} = 150 \,.\, 50 = 7500 \text{ Watt},$$

also

$$\sqrt{3}\; e'\, J' = 7500, \text{ woraus}$$

$$J' = \frac{7500}{\sqrt{3} \,.\, 120} = 36 \text{ A folgt.}$$

Zu b): Die Stromstärke in jedem Lampenzweige ist

$$i' = \frac{J'}{\sqrt{3}} = \frac{36}{\sqrt{3}} = 20{,}8 \text{ A}.$$

Zu c): Die Spannung der Lampen ist

$$e_0' = \frac{e'}{\sqrt{3}} = \frac{120}{\sqrt{3}} = 69{,}4 \text{ V}.$$

**291.** Ein Drehstrommotor soll 40 [25] (10) PS leisten. Derselbe wird an 120 [190] (220) V und 50 Perioden angeschlossen. Welche Stromstärke muß ihm pro Phase zugeführt werden, wenn man das totale Güteverhältnis $\eta' = 0{,}92$ [0,9] (0,87) und $\cos\varphi = 0{,}9$ setzt?

Lösung: $\mathfrak{E}_n = 40 \,.\, 736 = 29440$ Watt,

$$\mathfrak{E}_n = \sqrt{3}\, e'\, J' \cos\varphi\, \eta',$$

also
$$J' = \frac{29440}{\sqrt{3} \,.\, 120 \,.\, 0{,}9 \,.\, 0{,}92} = 171{,}5 \text{ A}.$$

**292.** Welche Spannung herrscht an den Enden einer Phase, wenn die Wickelung des Motors der vorigen Aufgabe in Sternschaltung ausgeführt ist?

Lösung: $e_0' = \frac{e'}{\sqrt{3}} = \frac{120}{\sqrt{3}} = 69{,}4$ V.

**293.** Für welche Stromstärke müssen die Drähte des Motors berechnet werden, wenn Dreieckschaltung gewählt wird?

Lösung: $i' = \frac{J'}{\sqrt{3}} = \frac{171{,}5}{\sqrt{3}} = 99$ A.

**294.** Der Anker einer mit Sternschaltung versehenen Drehstrommaschine hat pro Phase einen Widerstand von 2 [0,5] (0,08) $\Omega$. Die wirksame elektromotorische Kraft beträgt daselbst 2000 [220] (120) V. Wie groß ist

a) die Phasenspannung bei 20 [30] (150) A Strom,

b) die Spannung zwischen zwei Leitungsklemmen?

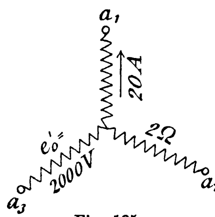


Fig. 135

Lösungen:

Zu a): Der Spannungsverlust in einer Phase ist $i'w = 20 \,.\, 2 = 40$ V, folglich die Phasenspannung $2000 - 40 = 1960$ V.

Zu b): Erste Lösung: Die Spannung zwischen zwei Klemmen $a_1$ und $a_2$ (Fig. 135) ist

$$1960 \,.\, \sqrt{3} = 3395 \text{ V}.$$

Zweite Lösung: Der Spannungsverlust in einer Phase beträgt 40 V, folglich in beiden $40\sqrt{3} = 69{,}3$ V. Die wirksame elektromotorische Kraft in beiden Phasen ist

$$2000\sqrt{3} = 3464{,}3 \text{ V},$$

folglich die gesuchte Klemmenspannung

$$3464{,}3 - 69{,}3 = 3395.$$

**295.** Eine Drehstrommaschine befindet sich 300 [400] (500) m von dem Beleuchtungsgebiet entfernt. An den Klemmen der Maschine herrscht ein Spannungsunterschied von 200 [300] (440) V, während in jeder der drei 4 [3] (5) mm dicken Leitungen ein Strom von 20 [15] (40) A fließt. Gesucht wird:

a) der von der Maschine geleistete Effekt,

b) der Widerstand einer Leitung,

c) der Spannungsverlust in zwei Leitungen,

d) die Spannung der Lampen bei Dreieckschaltung.

Lösungen:

Zu a): $\mathfrak{E} = e' \, i \cos \varphi \,.\, \sqrt{3}$ oder da $\cos \varphi = 1$ ist,

$$\mathfrak{E} = 200 \,.\, 20 \,.\, \sqrt{3} = 6928 \text{ Watt.}$$

Zu b): $$w = \frac{c\, l}{q} = \frac{0{,}018 \,.\, 300}{12{,}56} = 0{,}43 \; \Omega.$$

Zu c): $\delta = i' \, w \sqrt{3} = 20 \,.\, 0{,}43 \sqrt{3} = 14{,}9$ Volt.

Zu d): Die Lampenspannung ist

$$e'_L = 200 - 14{,}9 = 185{,}1 \text{ V.}$$

**296.** Eine Drehstrommaschine befindet sich 100 [200] (500) m weit von dem Beleuchtungsgebiete entfernt, woselbst 120 [240] (180) Lampen à 50 [54] (16) Watt in Dreieckschaltung geschaltet sind. Die Lampen brauchen zum normalen Brennen 200 [220] (110) Volt Klemmenspannung. Gesucht wird:

a) der Strom in jeder Leitung,

b) der Widerstand einer Leitung, wenn der Spannungsverlust 2 % der Lampenspannung betragen darf,

c) der Querschnitt einer Leitung.

Lösungen:

Zu a): Der in den Lampen verbrauchte Effekt ist

$$\mathfrak{E} = 120 \,.\, 50 = 6000 \text{ Watt.}$$

Derselbe ist bestimmt durch die Formel

$$\mathfrak{E} = e' \, i' \sqrt{3},$$

woraus
$$i' \doteq \frac{6000}{200 \sqrt{3}} = \frac{30}{\sqrt{3}} = 17{,}3 \text{ A}$$
folgt.

Zu b): Der Spannungsverlust in zwei Leitungen ist

$$200 \,.\, \frac{2}{100} = 4 \text{ Volt.}$$

Andererseits ist $4 = i' w' \sqrt{3}$ oder $w = \frac{4}{17{,}3\sqrt{3}} = \frac{2}{15}\,\Omega$.

Zu c): Aus $w = \frac{c\,l}{q}$ folgt

$$q = \frac{c\,l}{w} = \frac{0{,}018 \,.\, 100 \,.\, 15}{2} = 13{,}5 \text{ mm}^2.$$

**297.** Es sind die Leitungsquerschnitte für die Angaben der vorigen Aufgabe zu berechnen, wenn

a) Gleichstrom oder einphasiger Wechselstrom,
b) zweiphasiger Wechselstrom mit 3 Leitungen,
c) Drehstrom mit Dreieckschaltung,
d) Drehstrom mit Sternschaltung

gewählt wird.

Lösungen:

Zu a): Bei Gleichstrom bezw. einphasigem Wechselstrom fließt in der Leitung der Strom

$$J = \frac{6000}{200} = 30 \text{ A}.$$

Da $J w = 4$ ist, wird $w = \frac{4}{30}\,\Omega$, wo w den Widerstand der ganzen Leitung bezeichnet. Der Querschnitt q wird also

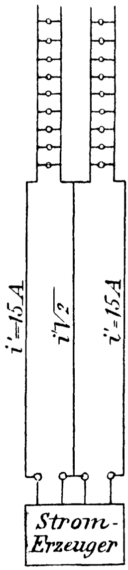



Fig. 136

$$q = \frac{0{,}018 \,.\, 200 \,.\, 30}{4} = 27 \text{ mm}^2.$$

Die beiden Leitungen besitzen mithin den Querschnitt

$$Q = 2 \,.\, 27 = 54 \text{ mm}^2.$$

Zu b): Bei zweiphasigem Strom werden die Lampen in zwei gleiche Teile geteilt, so daß in jeder Phase nur 3000 Watt zu leisten sind. Bei Verwendung von 4 Leitungen erhält also jede Leitung den Widerstand, der aus der Gleichung

$$2\,i'\,w = 4 \text{ Volt}$$

$w = \frac{2}{15}\,\Omega$ folgt. (w Widerstand einer Leitung.)

Der Querschnitt dieser Leitung wird

$$q = \frac{0{,}018 \,.\, 100}{2} \,.\, 15 = 13{,}5 \text{ mm}^2.$$

Daher $\quad Q = 4 \,.\, 13{,}5 = 54{,}0 \text{ mm}^2.$

Werden hingegen nur 3 Leitungen (Fig. 136) verwendet, so fließt in der gemeinsamen Leitung der Strom $i' \sqrt{2} = 15 \sqrt{2}$ und ihr Querschnitt muß $q \sqrt{2}$ sein, damit der Spannungsverlust in beiden Leitungen gleich groß ist. Der Spannungsverlust in einer Phase ist dann nach Formel (89)

$$\delta = 1{,}845\, i'\, w = 4 \text{ V},$$

$$w = \frac{4}{1{,}845 \,.\, 15} = 0{,}1445\ \Omega$$

mithin $$q = \frac{0{,}018 \,.\, 100}{0{,}1445} = 12{,}45 \text{ mm}^2.$$

Der Querschnitt der gemeinsamen Leitung ist also

$$q \sqrt{2} = 20{,}5 \text{ mm}^2$$

und der Querschnitt aller Leitungen

$$Q = 2 \,.\, 12{,}45 + 20{,}5 = 45{,}4 \text{ mm}^2.$$

Zu c): Der Querschnitt q einer Leitung ist in Aufgabe 296 berechnet, nämlich $q = 13{,}5 \text{ mm}^2$, so daß der gesamte Querschnitt

$$Q = 3 \,.\, 13{,}5 = 40{,}5 \text{ mm}^2$$

wird.

Zu d): Wenn die Spannung der Lampen 200 Volt beträgt, so ist die Spannung zwischen zwei Leitungen

$$200 \sqrt{3} = 347 \text{ Volt}.$$

Rechnet man hiervon 2 % Spannungsverlust, so ist derselbe

$$\delta = 6{,}94 \text{ Volt}.$$

Die Stromstärke in einer Leitung ist

$$i' = \frac{6000}{\sqrt{3} \,.\, 200 \sqrt{3}} = \frac{30}{3} = 10 \text{ A}.$$

Der Widerstand w einer Leitung ist also

$$w = \frac{6{,}94}{\sqrt{3} \,.\, 10} = 0{,}4\ \Omega,$$

mithin

$$q = \frac{0{,}018 \,.\, 100}{0{,}4} = 4{,}5 \text{ mm}^2.$$

Der Querschnitt aller Leitungen ist demnach

$$Q = 3 \,.\, 4{,}5 = 13{,}5 \text{ mm}^2.$$

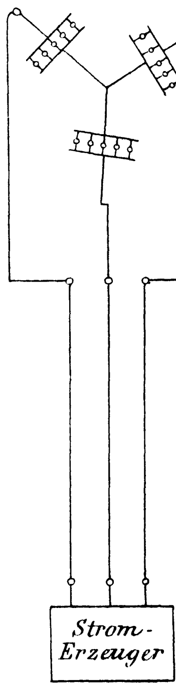



Fig. 137.

Bemerkung: Da die Sternschaltung bloß ein gleichzeitiges Brennen aller Lampen zuläßt, so kann man sie nur in wenigen Fällen anwenden. Nimmt man jedoch noch eine vierte Leitung hinzu, welche den Knotenpunkt der Lampen mit dem entsprechenden Punkte der Maschine oder des Transformators verbindet, so sind sämtliche Zweige unabhängig voneinander geworden.

Da die vierte Leitung nur dann von einem Strome durchflossen wird, wenn eine ungleichmäßige Belastung der Phasen eintritt, so genügt hierfür der halbe Querschnitt einer Außenleitung.

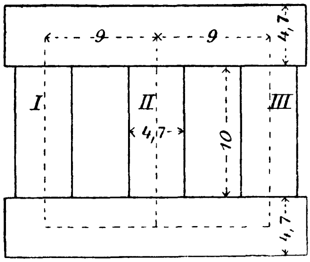


Fig. 138.

**298.** Ein Drehstromtransformator (Fig. 138) wird primär an eine Klemmenspannung von 40 [60] (120) V und 60 [50] (50) Perioden angeschlossen. Die sekundäre Spannung soll 65 [220] (440) V betragen. Die Wickelungen primär und sekundär sind in Sternschaltung verbunden. Der Querschnitt eines Kerns beträgt 20 cm². Gesucht wird:

a) die Kraftlinienzahl, wenn die Kraftliniendichte 5000 [6000] (7000) ist,

b) die primäre und sekundäre Windungszahl,

c) der Magnetisierungsstrom, wenn die Abmessungen des Transformators der Fig. 138 entsprechen und jede Stoßfuge gleich einem Luftzwischenraum von 0,005 cm gerechnet wird,

d) der Effektverlust durch Hysteresis und Wirbelströme bei Verwendung von 0,5 mm dicken Blechen,

e) die Wattkomponente des Stromes,

f) der Leerlaufstrom.

Lösungen:

Zu a): $\Phi_0 = 5000 \,.\, 20 = 100000 = 10^5.$

Zu b): Aus $e_1' = \dfrac{4{,}44\; \Phi_0\, \xi_1 \sim}{10^8}$

folgt
$$\xi_1 = \frac{e_1' \,.\, 10^8}{4{,}44\; \Phi_0 \sim},$$

wo jedoch $e_1'$ die Phasenspannung, d. i. $\dfrac{40}{\sqrt{3}}$ Volt bedeutet,

$$\xi_1 = \frac{40 \,.\, 10^8}{\sqrt{3} \,.\, 4{,}44 \,.\, 10^5 \,.\, 60} = 87 \text{ Windungen.}$$

Die Proportion

$$\frac{40}{\sqrt{3}} : \frac{65}{\sqrt{3}} = 87 : \xi_2$$

gibt
$$\xi_2 = \frac{65 \cdot 87}{40} \approx 142 \text{ Windungen.}$$

Zu c): Der Magnetisierungsstrom folgt aus der Formel

$$\Phi_0 = \frac{0{,}4\,\pi\,\overline{AW}}{\mathfrak{w}},$$

wo $\overline{AW}$ zwischen $2\,i'_\mu\,\xi_1\,\sqrt{2}$ und $\sqrt{3}\,i'_\mu\,\xi_1\,\sqrt{2}$ liegt. Der Mittelwert ist

$$\overline{AW} = 1{,}865\,i'_\mu\,\sqrt{2} \cdot \xi_1.$$

Die Kraftlinien gehen während jeder Periode auf parallelen Wegen entweder von I und III nach II oder von I und II nach III oder von II und III nach I, haben also verschiedene Wege zurückzulegen. Der kürzeste Weg ist der, wenn durch Kern II das Kraftlinienmaximum geht, nämlich

$$2\,(14{,}7 + 9) = 47{,}4 \text{ cm},$$

der längste, wenn das Kraftlinienmaximum durch Kern I oder III geht, derselbe ist

$$2\,(14{,}7 + 18) = 65{,}4 \text{ cm},$$

der mittlere daher

$$\frac{47{,}4 + 65{,}4}{2} = 56{,}4 \text{ cm}.$$

Der Magnetisierungsstrom ist mithin

$$i'_\mu = \frac{\Phi_0\,\mathfrak{w}}{0{,}4\,\pi \cdot 1{,}865\,\sqrt{2} \cdot 87},$$

oder da $\Phi_0\,\mathfrak{w} = H_e\,l_e + H_\mathfrak{L}\,l_\mathfrak{L}$, wo $H_e = 1{,}1$, zugehörig zu $B_e = 5000$,

$$H_\mathfrak{L} = \frac{5000}{1{,}1}, \quad l_\mathfrak{L} = 4 \cdot 0{,}005 \text{ ist,}$$

wird

$$i_\mu' = \frac{1{,}1 \cdot 56{,}4 + \frac{5000}{1{,}1} \cdot 0{,}02}{0{,}4\,\pi \cdot 87 \cdot 1{,}865\,\sqrt{2}} = 0{,}534 \text{ A.}$$

Zu d): Das Volumen ist

$$V = 3 \cdot 20 \cdot 10 + 2 \cdot 20 \cdot 22{,}7 = 1508 \text{ cm}^3.$$

Der Hysteresisverlust ist mit Tafel II

$$\mathfrak{E}_h = \frac{27 \cdot 1{,}508 \cdot 60}{100} \cdot \frac{0{,}002}{0{,}0033} \approx 15 \text{ Watt.}$$

Der Verlust durch Wirbelströme ist bei 0,5 mm dicken Blechen

$$\mathfrak{E}_w = 2{,}5 \frac{(0{,}5 \,.\, 60 \,.\, 5000)^2}{10^{10}} \,.\, 1{,}508 = 8{,}5 \text{ Watt.}$$

Zu e): Es ist $e_1' \, i'_n \sqrt{3} = 15 + 8{,}5 = 23{,}5$ Watt,

also $$i_n' = \frac{23{,}5}{40 \,.\, \sqrt{3}} \approx 0{,}34 \text{ A.}$$

Zu f): Der Leerlaufstrom folgt aus

$$i_0' = \sqrt{0{,}34^2 + 0{,}534^2} = 0{,}63 \text{ A.}$$

**299.** Der Transformator der vorigen Aufgabe erhält primär Dreieck-, sekundär Stern-Schaltung und wird sodann an 40 [60] (120) Volt und 60 [50] (50) Perioden angeschlossen. Gesucht wird:

a) die Kraftlinienzahl und Dichte,
b) die sekundäre Klemmenspannung,
c) der Magnetisierungsstrom,
d) der Hysteresis- und Wirbelstrom-Verlust,
e) die Wattkomponente des Stromes,
f) der Leerlaufstrom.

Lösungen:

Zu a): Die Kraftlinienzahl folgt aus

$$e_1' = \frac{4{,}44 \, \Phi_0 \, \xi_1 \sim}{10^8},$$

wo diesmal $e_1' = 40$ V ist,

$$\Phi_0 = \frac{40 \,.\, 10^8}{4{,}44 \,.\, 87 \,.\, 60} = 173000,$$

$$B_e = \frac{173000}{20} = 8650.$$

Zu b): $$40 : e_2' = 87 : 142,$$

$$e_2' = \frac{40 \,.\, 142}{87} = 65{,}4 \text{ V.}$$

Hier ist $e_2'$ jedoch die Phasenspannung, also ist die gesuchte Klemmenspannung

$$(e'_k)_2 = 65{,}4 \,.\, \sqrt{3} = 113 \text{ V.}$$

Zu c): Zu $B_e = 8650$ gehört $H_e = 2{,}7$,

also $$i'_\mu = \frac{2{,}7 \,.\, 56{,}4 + \frac{8650}{1{,}1} \,.\, 0{,}02}{0{,}4\,\pi \,.\, 1{,}865 \sqrt{2} \,.\, 87} = 1{,}07 \text{ A.}$$

Zu d): Die Tafel II gibt f = 65 Watt, also

$$\mathfrak{E}_h = \frac{65 \cdot 1{,}508 \cdot 60}{100} \cdot \frac{0{,}002}{0{,}0033} \approx 36 \text{ Watt.}$$

$$\mathfrak{E}_w = 2{,}5 \frac{(0{,}5 \cdot 60 \cdot 8650)^2}{10^{10}} \cdot 1{,}508 = 25{,}5 \text{ Watt.}$$

Zu e): $$i'_n = \frac{61{,}5}{40 \cdot \sqrt{3}} \approx 0{,}9 \text{ A.}$$

Zu f): $$i_0' = \sqrt{0{,}9^2 + 1{,}07^2} = 1{,}4 \text{ A.}$$

## § 35.

## Berechnung der Transformatoren.

Transformatoren müssen so berechnet werden, daß 1. ihr Wirkungsgrad ein hoher ist, 2. die Verluste, die sich in Wärme umsetzen zu der ausstrahlenden, also abkühlenden Oberfläche, in einem bestimmten Verhältnis stehen und 3. der Materialverbrauch ein Minimum ist.

Wir nehmen einen Koeffizienten

I. $$\beta = \frac{G_e}{G_k} = \frac{\text{Gewicht des Eisens}}{\text{Gewicht des Kupfers}}$$

willkürlich an. Der billigste Transformator ist der, bei dem der Preis des Eisens etwa gleich dem Preise des Kupfers ist.

Bezeichnet $V_e$ den Verlust im Eisen (Hysteresis + Wirbelströme)
$V_k$ „ „ „ Kupfer (Stromwärme)
$v_e$ und $v_k$ die entsprechenden Größen pro 1 kg

so setze man

II. $$\alpha = \frac{V_e}{V_k} = \frac{v_e}{v_k} \beta$$

Für $\alpha = 1$ wird der Wirkungsgrad ein Maximum; doch wählt man bei Transformatoren, die primär ununterbrochen angeschlossen sind, $\alpha$ vielfach kleiner Eins.

Aus dem sekundär abgegebenen Effekt $\mathfrak{E}$ läßt sich die Gleichung

III. $$\begin{cases} D^2 f l = \dfrac{0{,}57 \cdot 10^6\, \mathfrak{E}}{\sim B_e\, s\, f_e\, f_k} = R \text{ einphasiger Wechselstrom} \\[2ex] D^2 f l = \dfrac{0{,}385 \cdot 10^6\, \mathfrak{E}}{\sim B_e\, s\, f_e\, f_k} = R \text{ Drehstrom} \end{cases}$$

herleiten.

Man nimmt bei 50 Perioden $B_e$ zwischen 5000 und 7000 bei gewöhnlichen Blechen und $B_e = 10000$ und mehr bei legierten Blechen an, d. h. etwa so, daß $v_e = 1{,}25$ bis 2 Watt ist.

Die Verluste durch Hysteresis berechnet man für gewöhnliche Bleche aus der Formel

$$\mathfrak{E}_h = \frac{(0{,}0012 \div 0{,}0016)\, B_e^{1{,}6} \sim G_e}{10^7 \cdot 7{,}7} \text{ Watt,}$$

die Wirbelstromverluste aus

$$\mathfrak{E}_w = (2 \div 2{,}5)\, \frac{(\varDelta\, B_e \sim)^2}{10^{10}} \frac{G_e}{7{,}7}.$$

Bei legierten Blechen ist für Hysteresis anstatt $0{,}0012 \div 0{,}0016$ nur $0{,}0007 \div 0{,}0008$ und für Wirbelströme anstatt $2 \div 2{,}5$ nur $0{,}4 \div 0{,}5$ zu setzen.

Wir berechnen ferner

IV. $S = 1{,}165 \frac{f_k}{f_e} \beta$ Einphasiger- $S = 3{,}5 \frac{f_k}{f_e} \beta$ Drehstrom-Transformator,

V. Einphasen $l = D \left[\frac{S R}{D^4} - 0{,}925 + \sqrt{\left(\frac{S R}{D^4} - 0{,}925\right)^2 + \frac{R S}{D^4} \frac{1}{S}\left(\frac{R S}{D^4} - 1\right)}\right]$

Drehstrom. $l = \frac{D}{3}\left[\frac{R S}{D^4} - 2{,}85 + \sqrt{\left(\frac{R S}{D^4} - 2{,}85\right)^2 + 3 \frac{R S}{D^4} \frac{1}{S}\left(\frac{R S}{D^4} - 4\right)}\right]$

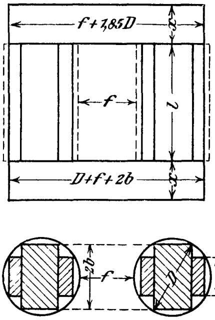



Fig. 139.

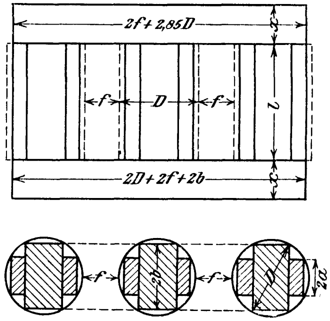



Fig. 140.

Aus Gleichung V läßt sich $l$ berechnen, da für den leichtesten Transformator $\frac{R S}{D^4} = k$ eine angenähert konstante Größe ist. ($k = 1{,}8$ für Einphasige- und $k = 7 \div 8$ für Drehstrom-Transformatoren.)

Der Durchmesser D ist dann

$$D = \sqrt[4]{\frac{R S}{k}}$$

Aus Gleichung III folgt

$$f = \frac{R}{D^2 l}$$

Die Gewichte des Eisens und Kupfers lassen sich durch die folgenden Gleichungen ausdrücken:

VI. $G_e = 0{,}012\, f_e\, D^2 (l + f + 1{,}85\, D)$ Einphasentransformator

$G_e = 0{,}006\, f_e\, D^2 (3\, l + 4\, f + 5{,}7\, D)$ Drehstromtransformator.

VII. $$G_k = \frac{G_e}{\beta}$$

Die Verluste sind nun

$$V_e = v_e\, G_e,\quad V_k = v_k\, G_k$$

und der totale Wirkungsgrad

$$\eta = \frac{\mathfrak{E}}{\mathfrak{E} + V_e + V_k}.$$

Die Oberfläche des Transformators besteht aus den zylindrischen Oberflächen der Spulen und den Endflächen derselben; außerdem kann die ganze Eisenoberfläche als Kühlfläche angesehen werden. Wir schreiben angenähert:

VIII. $$O = 2\pi l (D + f) + \pi f (2D + f) + 2U (l + f + 1{,}85 D)$$

Einphasentransformator,

$$O = 3\pi l (D + f) + \frac{3\pi}{2} (2D + f) + U (3l + 4f + 5{,}7 D)$$

Drehstromtransformator,

unter U den Umfang des Eisenquerschnittes, einschließlich der Luftspalte, verstanden.

Die spezifische Kühlfläche ist

IX. $$O' = \frac{O}{V_e + V_k},$$

und die Tabelle 10 Seite 183 gibt die Temperaturerhöhung.

**300.** Es soll ein einphasiger Transformator für 40 KVA bei 50 Perioden berechnet werden. Derselbe wird primär an 5000 V angeschlossen und muß sekundär 100 V bei voller Belastung geben.

Lösung: Wir wählen als Type einen Kerntransformator, dessen Kernquerschnitt die in Fig. 141 dargestellte Gestalt mit einem Luftspalt von 1,34 cm Weite besitzt. Sein Füllfaktor ist $f_e = 0{,}64$ (vergl. Aufgabe 289). Die Joche erhalten einen rechteckigen Querschnitt mit einem Luftspalt von 1 cm Weite. Damit wir mit Luftkühlung auskommen, nehmen wir, unter Voraussetzung gewöhnlicher Dynamobleche, $B_e = 6000$ und $s = 0{,}8215$ A an. Der Verlust pro kg durch Hysteresis ist dann, wenn man $\eta = 0{,}0012$ voraussetzt (Taf. II zu $B_e = 6000$ gehört 35,5 Watt)

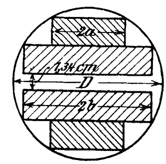


Fig. 141.

$$\mathfrak{E}_h = \frac{35{,}5 \,.\, 50 \,.\, 0{,}0012}{7{,}7 \,.\, 100 \,.\, 0{,}0033} = 0{,}84 \text{ Watt.}$$

Der Verlust pro kg durch Wirbelströme ist bei 0,35 mm dicken Blechen

$$\mathfrak{E}_w = 2{,}5 \frac{(0{,}35 \,.\, 50 \,.\, 6000)^2}{10^{10}} \cdot \frac{1}{7{,}7} = 0{,}355 \text{ Watt,}$$

mithin ist $$v_e = 0{,}84 + 0{,}355 = 1{,}195 \text{ Watt}$$

und $$v_k = 2{,}6\, s^2 = 2{,}6 \,.\, 0{,}8215^2 = 1{,}74 \text{ Watt.}$$

Wir wählen (Gl. I) $$\beta = \frac{G_e}{G_k} = 1{,}185$$

und erhalten (Gl. II)

$$\alpha = \frac{v_e}{v_k} \beta = \frac{1{,}195}{1{,}74} \,.\, 1{,}185 \approx 0{,}82.$$

Den Füllfaktor $f_k$ setzen wir versuchsweise 0,35.

Aus III folgt

$$R = \frac{0{,}57 \,.\, 10^6 \,.\, 40000}{50 \,.\, 6000 \,.\, 0{,}8215 \,.\, 0{,}64 \,.\, 0{,}35} = 0{,}414 \,.\, 10^6.$$

Die Gl. IV gibt $\qquad S = 1{,}165 \dfrac{0{,}35}{0{,}64} 1{,}185 = 0{,}755,$

mithin $\qquad RS = 0{,}414 \,.\, 10^6 \,.\, 0{,}755 = 0{,}313 \,.\, 10^6.$

Eine Durchrechnung mit $k = 1{,}6$, $1{,}8$ und $2$ zeigt, daß der leichteste Transformator mit $k = 1{,}8$ oder $2$ erhalten wird. Wir führen daher die Rechnung mit $k = 2$ durch, d. h. wir setzen

$$\frac{RS}{D^4} = 2$$

und erhalten $\qquad D^2 = \sqrt{\dfrac{RS}{2}} = \sqrt{\dfrac{0{,}313 \,.\, 10^6}{2}} = 396 \text{ cm}^2.$

$$D = \sqrt{396} = 19{,}8 \text{ cm } (2a = 2 \,.\, 0{,}263 \,.\, 19{,}8 = 10{,}4 \text{ cm},$$
$$2b = 2 \,.\, 0{,}425 \,.\, 19{,}8 = 16{,}8 \text{ cm}).$$

Die Formel V gibt:

$$l = 19{,}8 \left[2 - 0{,}925 + \sqrt{(2 - 0{,}925)^2 + \frac{2 \,.\, 1}{0{,}755}(2 - 1)}\right] = 60 \text{ cm}.$$

Aus Gl. III folgt $\qquad f = \dfrac{0{,}414 \,.\, 10^6}{396 \,.\, 60} = 17{,}4 \text{ cm}.$

Die Gl. VI gibt

$$G_e = 0{,}012 \,.\, 0{,}64 \,.\, 396\,(60 + 17{,}4 + 1{,}85 \,.\, 19{,}8) = 346 \text{ kg}.$$

Gl. VII $\qquad G^k = \dfrac{346}{1{,}185} = 292 \text{ kg}.$

Die Verluste sind nun

$$\begin{aligned} V_e &= v_e G_e = 1{,}195 \,.\, 346 = 414 \text{ Watt} \\ V_k &= v_k G_k = \underline{1{,}74 \;\;.\, 292 = 510 \text{ Watt}} \\ & \qquad\qquad V_e + V_k = 924 \text{ Watt}, \end{aligned}$$

demnach $\qquad \eta = \dfrac{40000}{40000 + 414 + 510} = 0{,}982.$

Um aus Gl. VIII die abkühlende Oberfläche berechnen zu können, müssen wir noch den Umfang U des Querschnittes berechnen. Derselbe ist nach Fig. 141, wenn wir den Luftspalt als eine Länge ansehen:

$$U = 4\,(2b - 2a) + 4 \,.\, 2a + 2b = 10b$$
$$U = 10 \,.\, 0{,}425 \,.\, 19{,}8 = 84{,}5 \text{ cm}$$
$$O = 2\pi \,.\, 60\,(19{,}8 + 17{,}4) + \pi \,.\, 17{,}4\,(2 \,.\, 19{,}8 + 17{,}4)$$
$$+ 2 \,.\, 84{,}5\,(60 + 17{,}4 + 1{,}85 \,.\, 19{,}8).$$
$$O = 36200 \text{ cm}^2.$$

Die spezifische Kühlfläche ist daher nach Formel IX

$$O' = \frac{36200}{924} = 39,2 \text{ cm.}$$

Die Temperaturzunahme dürfte daher nach Tabelle 10 etwa 38° C betragen, was zulässig ist, so daß wir weiter rechnen können.

Bemerkung. Wäre die Temperaturerhöhung zu groß geworden, so hätte man $B_e$ und s verkleinern müssen.

Der Querschnitt unseres Kerns ist

$$Q_e = \frac{\pi D^2}{4} f_e = \frac{\pi \,.\, 19,8^2}{4} \,.\, 0,64 = 201 \text{ cm}^2.$$

Denselben Querschnitt erhalten die Joche, die ein Rechteck von der Tiefe 2 b und der Höhe x bilden, es muß also

$$x \,.\, (2b - 1)\, 0,9 = 201 \text{ sein,}$$

mithin
$$x = \frac{201}{0,9 \,.\, (16,8 - 1)} = 14,2 \text{ cm sein.}$$

Die maximale Kraftlinienzahl ist $\Phi_0 = 201 \,.\, 6000 = 1,206 \,.\, 10^6$. Bei 40000 Volt-Ampère ist

$$i_2' = \frac{\mathfrak{E}}{e'_{k2}} = \frac{40000}{100} = 400 \text{ A.}$$

Die primäre Stromstärke folgt aus

$$\eta = \frac{\mathfrak{E}}{e'_{k1}\, i_1'}, \text{ nämlich } i_1' = \frac{40000}{5000 \,.\, 0,982} = 8,15 \text{ A.}$$

Die Widerstände $w_1$ und $w_2$ der beiden Wickelungen folgen aus den Kupferverlusten, die wir gleich groß für beide annehmen wollen, es ist also zu setzen

$$i^2_1{}' \, w_1 = \frac{510}{2} = 255 \text{ und ebenso } i'^2_2\, w_2 = 255,$$

$$i_1' \, w_1 = \frac{255}{8,15} = 31,4 \text{ V,} \qquad i_2' \, w_2 = \frac{255}{400} = 0,637 \text{ V.}$$

Die elektromotorischen Kräfte sind

$$e'_1 = e'_{k1} - i'_1\, w_1 = 5000 - 31,4 = 4968,6 \text{ V,}$$
$$e'_2 = e'_{k2} + i'_2\, w_2 = 100 + 0,637 = 100,64 \text{ V.}$$

Aus $e'_1 = \frac{4,44\, \Phi_0\, \xi_1 \sim}{10^8}$ folgt $\xi_1 = \frac{4968,6 \,.\, 10^8}{4,44 \,.\, 1,206 \,.\, 10^6 \,.\, 50} = 1855$ Windungen.

Die Proportion $e_1' : e_2' = \xi_1 : \xi_2$ gibt $\xi_2 = \frac{100,64 \,.\, 1855}{4968,6} \approx 38$ Windungen.

Sekundäre Wickelung. Man legt gewöhnlich die dicken Windungen auf den Kern, in unserem Falle also auf jeden Kern

19 Windungen. Die Kernlänge ist $l = 600$ mm, also beträgt die zur Verfügung stehende Wickellänge etwa 580 mm.

Der Querschnitt des Kupfers folgt in erster Näherung aus

$$q_2 = \frac{400}{0{,}8215} = 490 \text{ mm}^2.$$

Um zu starke Leiter zu vermeiden, zerlegen wir den Querschnitt in 4 gleiche Teile, d. h. wir wickeln auf jeden Kern $4 \,.\, 19 = 76$ Windungen und schalten je 4 Leiter parallel. Der Querschnitt eines Leiters ist dann $\frac{490}{4} = 122{,}5$ mm². Wenn wir 19 Leiter nebeneinander legen, so darf die Breite eines Leiters einschließlich Isolierung nur $580 : 19 = 30{,}5$ mm betragen, also die reine Kupferbreite etwa $29{,}5 =$ mm, die Kupferdicke $122{,}5 : 29{,}5 = 4{,}15$ mm. Unser Leiterquerschnitt ist also ein Rechteck von $29{,}5 \,.\, 4{,}15$ mm² unbesponnen, und $30{,}5 \,.\, 5{,}15$ besponnen. Wir haben 4 Lagen aufzuwickeln, so daß die Höhe dieser etwa $4 \,.\, 5{,}15 = 20{,}6$ mm beträgt.

Auf den Eisenkern kommt zunächst ein runder Pappzylinder von etwa 3 mm Wandstärke, so daß der äußere Durchmesser dieses Zylinders 205 mm beträgt. Der Durchmesser der bewickelten Spule ist dann

$$205 + 2 \,.\, 20{,}6 = 246{,}2 \text{ mm}$$

geworden.

Die mittlere Windungslänge ist sonach

$$l_m = \frac{\pi \,.\, 225{,}6}{1000} = 0{,}706 \text{ m},$$

die auf beide Schenkel aufgewickelte, einfache Drahtlänge

$$L_2 = 0{,}706 \,.\, 38 = 26{,}8 \text{ m}.$$

Wir wollen nun endgültig den Querschnitt so bestimmen, daß der Verlust $i_2'^2 w_2 = 255$ ist, also

$$w_2 = \frac{255}{400^2} = 0{,}00159 \; \Omega.$$

Aus $w_2 = \frac{c L_2}{q_2}$ folgt $q_2 = \frac{c L_2}{w_2} = \frac{0{,}023 \,.\, 26{,}8}{0{,}00159} = 387$ mm².

Behalten wir die Kupferbreite von 29,5 mm bei, so kann die Dicke

$$387 : 4 \,.\, 29{,}5 = 3{,}3 \text{ mm werden.}$$

Die Höhe der vier Lagen ist dann nur $4 \,.\, 4{,}3 = 17{,}2$ mm und der äußere Durchmesser der sekundären Wickelung

$$205 + 2 \,.\, 17{,}2 \cong 240 \text{ mm}.$$

Primäre Wickelung. Der innere Durchmesser der primären, zylindrischen Spule sei 250 mm. Wird die Wandstärke 5 mm angenommen, so ist der äußere Durchmesser des Zylinders 260 mm.

In 1855 Windungen werden 5000 V Spannung erzeugt, es kommen daher auf eine Windung

$$\frac{5000}{1855} = 2{,}7 \text{ V}.$$

Nun sollen zwei übereinander liegende Drähte nicht mehr als 100 bis 150 V Spannungsunterschied besitzen, so daß über die erste Windung höchstens die 100 : 2,7 = 37. Windung kommen darf. Wir dürfen also in eine Lage nebeneinander nur 18 Drähte legen.

Der zu erwartende Drahtquerschnitt ist in erster Näherung

$$q_1 = \frac{8{,}15}{0{,}8215} = 9{,}8 \text{ mm}^2,$$

wozu ein runder Draht von 3,5 mm Durchmesser gehört. Derselbe ist besponnen, etwa 4 mm dick. Rechnen wir vorläufig für die End- und Zwischen-Scheiben 60 mm Dicke, so bleiben für die Drähte 600 — 60 = 540 mm, es können also nebeneinander 540 : 4 = 135 Drähte liegen. Übereinander kommen dann

$$\frac{1855}{2} : 135 = 6{,}8 \text{ Lagen.}$$

Wir wählen 8 Lagen und legen in jede Abteilung 17 Drähte nebeneinander, so daß auf eine Spule 8 . 17 = 136 Windungen kommen. Bei 928 Windungen pro Kern sind dann 7 solcher Spulen vorhanden. Da aber 7 . 136 = 952 ist, so müssen auf 6 Spulen je 4 Windungen weniger aufgewickelt werden.

Die Dicke der Wickelung ist jetzt 8 . 4 = 32 mm, also der äußere Spulendurchmesser 260 + 2 . 32 = 324 mm und die Länge der mittleren Windung

$$l_m = 292\,\pi \cong 920 \text{ mm}.$$

Die primär aufgewickelte Drahtlänge ist

$$L_1 = 0{,}92 \,.\, 1855 = 1700 \text{ m}.$$

Aus $i_1'^2\, w_1 = 255$ folgt nun in zweiter Annäherung

$$w_1 = \frac{255}{8{,}15^2} = 3{,}84\ \Omega$$

und hieraus
$$q_1 = \frac{0{,}023 \,.\, 1700}{3{,}84} = 10{,}2 \text{ mm}^2$$

$d_1 = 3{,}6$ mm $d_1' = 4{,}1$ mm.

Nebeneinander liegen 7 . 17 = 119 Drähte, die eine Wickellänge von 119 . 4,1 = 490 mm beanspruchen. Es stehen 600 mm Kernlänge zur Verfügung, so daß für die End- und Zwischen-Scheiben

600 — 490 = 110 mm bleiben. Wir machen jede der 6 Zwischenscheiben 5 mm dick, es bleiben dann für die beiden Endscheiben 110 — 30 = 80 mm, also für jede Endscheibe 40 mm.

Die Wickelungshöhe ist nun 4,1 . 8 = 32,8 $\approx$ 33 mm geworden, daher der äußere Spulendurchmesser 260 + 66 = 326 mm, während für D + f = 198 + 174 = 372 mm vorhanden sind. Zwischen den Spulen der beiden Kerne bleibt mithin ein Zwischenraum von

$$372 - 326 = 46 \text{ mm}.$$

**301.** Es ist ein Drehstromtransformator für eine Leistung von 20 KVA, der an eine Klemmenspannung von 3000 V und 50 Perioden angeschlossen wird, zu berechnen. Die sekundäre Spannung zwischen zwei Leitungen soll 220 V betragen, dagegen werden Lampen angeschlossen, deren Spannung nur $\frac{220}{\sqrt{3}} = 127$ V ist. Der Transformator wird in ein Gefäß mit Ölfüllung gesetzt.

Lösung: Die sekundäre Wickelung muß wegen des Lampenanschlusses in Sternschaltung ausgeführt werden. Da gewöhnlich nur drei Hochspannungsleitungen vorgesehen sind, muß die primäre Wickelung, um einen guten Spannungsausgleich zu ermöglichen, Dreieckschaltung erhalten.

Wir wollen legierte Bleche von 0,5 mm Dicke verwenden und wählen $B_e = 11\,000$. Dann ist der Hysteresisverlust pro kg mit Tafel 2

$$\mathfrak{E}_h = \frac{97}{7{,}7} \, \frac{50}{100} \, \frac{0{,}0008}{0{,}0033} = 1{,}5 \text{ Watt},$$

der Wirbelstromverlust

$$\mathfrak{E}_w = \frac{0{,}5\,(0{,}5 \,.\, 50 \,.\, 11\,000)^2}{10^{10}} \cdot \frac{1}{7{,}7} \approx 0{,}5 \text{ Watt},$$

also ist

$$v_e = 1{,}5 + 0{,}5 = 2 \text{ Watt}.$$

Wählen wir $\alpha = 0{,}55$ und $\beta = 2{,}2$, so wird nach Gl. II

$$v_k = v_e \frac{\beta}{\alpha} = \frac{2 \,.\, 2{,}2}{0{,}55} = 8 \text{ Watt}$$

und es ist

$$s = \sqrt{\frac{8}{2{,}6}} = 1{,}75 \text{ A}.$$

Wir nehmen als Querschnitt den in Fig. 141 dargestellten mit einem Luftspalt von 1,34 cm an, für welchen $f_e = 0{,}64$ ist. Schätzen wir $f_k = 0{,}35$, so wird nach Gl. III

$$R = \frac{0{,}385 \,.\, 10^6 \,.\, 20\,000}{50 \,.\, 11\,000 \,.\, 1{,}75 \,.\, 0{,}64 \,.\, 0{,}35} = 0{,}036 \,.\, 10^6,$$

und nach IV

$$S = 3{,}5\,\frac{0{,}35}{0{,}64}\,.\,2{,}2 = 4{,}23,$$

also $$RS = 0{,}036\,.\,10^6\,.\,4{,}23 = 15{,}2\,.\,10^4.$$

Führt man die Rechnung mit $k = \frac{RS}{D^4} = 5,\ 5{,}34,\ 6$ durch, so ergeben sich für $G_e$ die kleinsten Werte, wenn $k = 5{,}34$ gesetzt wird, es ist dann $D^4 = 2{,}86\,.\,10^4$, $D^2 = 169\ \text{cm}^2$ und $D = 13$ cm. Die Gl. V gibt

$$l = \frac{13}{3}\left[5{,}34 - 2{,}85 + \sqrt{(5{,}34 - 2{,}85)^2 + 5{,}34\,\frac{1}{4{,}23}\,(5{,}34 - 1)}\right]$$

$$l = 23\ \text{cm}.$$

Die Gl. III gibt $$f = \frac{0{,}036\,.\,10^6}{169\,.\,23} = 9{,}3\ \text{cm}.$$

Aus VI folgt

$$G_e = 0{,}006\,.\,0{,}64\,.\,169\,(3\,.\,23 + 4\,.\,9{,}3 + 5{,}7\,.\,13) = 117{,}5\ \text{kg}.$$

Aus VII $$G_k = \frac{117{,}5}{2{,}2} = 53{,}6\ \text{kg}.$$

Die Verluste sind: $V_e = v_e\,G_e = 2\,.\,117{,}5 = 235$ Watt

$V_k = v_k\,G_k = 8\,.\ \ 53{,}6 = 428{,}8$ Watt

$V_e + V_k = 663{,}8$ Watt.

$$\eta = \frac{20\,000}{20000 + 663{,}8} = 0{,}97.$$

Die Kühlfläche ist nach Gl. VIII

$$O = 2\,\pi\,.\,23\,(13 + 9{,}3) + \frac{3\,\pi}{2}\,.\,9{,}3\,(2\,.\,13 + 9{,}3)$$

$$+ \overbrace{(10\,.\,0{,}425\,.\,13)}^{U}\,(3\,.\,23 + 4\,.\,9{,}3 + 5{,}7\,.\,13)$$

$$O = 16\,390\ \text{cm}^2$$

$$O' = \frac{16\,390}{663{,}8} = 24{,}7\ \text{cm}^2.$$

Temperaturerhöhung $T = 49^0$ nach Tabelle 10, Seite 183.

**Bemerkung.** Der Wirkungsgrad $\eta$ wird ein Maximum, wenn der Verlust durch Stromwärme gleich dem Eisenverlust ist, d. h., wenn

$J'^2 w = 235$ Watt ist. Nun ist

$i_1'^2 w = 428{,}8$ also wenn $J' = i_1'\sqrt{\frac{235}{428{,}8}} = i'_1\sqrt{0{,}55}$ ist.

Die Leistung ist in diesem Falle $20\,000\,.\,\sqrt{0{,}55} = 14\,820$ Watt

und $$\eta\ \text{max} = \frac{14\,820}{14820 + 235 + 235} = 0{,}972.$$

Da unser Transformator nicht immer voll belastet ist, so ist also das Maximum des Wirkungsgrades auf 3/4 der Belastung gelegt worden.

Wir verteilen den Stromwärmeverlust $V_k = 428{,}8$ Watt auf beide Wickelungen zu gleichen Teilen. Es kommen dann auf jede Wickelung rund 215 Watt. Es ist demnach $3\, i_1'^2\, w_1 = 215$,

$$i_1'\, w_1 = \frac{215}{3\, i_1'},$$

wo $i'_1$ den Strom in der primären Wickelung bezeichnet, der aus der Gl. $3\ i_1'\, 3000 = \frac{20000}{\eta}$ folgt nämlich $i_1' = \frac{20000}{0{,}97 \,.\, 3 \,.\, 3000} = 2{,}3$ A,

also ist $$i_1'\, w_1 = \frac{215}{3 \,.\, 2{,}3} = 31{,}2 \text{ V}$$

und die primäre EMK

$$e_1' = 3000 - 31{,}2 = 2969 \text{ V (Dreieckschaltung).}$$

Die sekundäre Stromstärke einer Phase (Sternschaltung) ist

$$i_2' = \frac{20000}{\sqrt{3} \,.\, 220} = 52{,}5 \text{ A.}$$

Aus $3\, i_2'^2\, w_2 = 215$ ergibt sich $i_2'\, w_2 = \frac{215}{3 \,.\, 52{,}5} = 1{,}365$ V

und der Spannungsverlust in 2 Phasen $\sqrt{3} \,.\, 1{,}365 = 2{,}36$ V also ist $$e_2' = 220 + 2{,}36 = 222{,}36 \text{ V.}$$

Der Eisenquerschnitt ist $Q_e = \frac{\pi D^2}{4} f_e = \frac{\pi \,.\, 13^2}{4} \,.\, 0{,}64 = 85 \text{ cm}^2$

also $$\Phi_0 = 85 \,.\, 11000 = 935000.$$

Aus der Gleichung

$e_1' = \frac{4{,}44\, \Phi_0\, \xi_1 \sim}{10^8}$ folgt $\xi_1 = \frac{2969 \,.\, 10^8}{4{,}44 \,.\, 935000 \,.\, 50} = 1435$ Windungen pro Kern.

Die sekundäre Phasenspannung ist $\frac{222{,}36}{\sqrt{3}}$, demnach

$$\xi_2 = \frac{222{,}36}{\sqrt{3}} \,.\, \frac{1435}{2969} = 62 \text{ Windungen pro Kern.}$$

Der Querschnitt des Kupferleiters ist in erster Annäherung

$$q_2 = \frac{52{,}5}{1{,}75} = 30 \text{ mm}^2.$$

Wir versuchen zwei Lagen Kupferband aufzuwickeln. Die zur Verfügung stehende Wickelungslänge beträgt etwa 210 mm, die Breite des Bandes darf demnach besponnen höchstens sein

$$210 : 31 = 6{,}8 \text{ mm},$$

die Dicke wird also etwa 5 mm sein, daher die Wickelungshöhe etwa 10 mm. Nehmen wir eine Papierspule von 3 mm Wandstärke an, so ist der äußere Durchmesser derselben $130 + 6 = 136$ mm. Der mittlere Durchmesser der Spule ist demnach 146 mm und die mittlere Windungslänge $l_m = \frac{\pi \cdot 146}{1000} = 0{,}458$ m, die aufgewickelte Drahtlänge $L_2 = 0{,}458 \cdot 62 = 28{,}4$ m.

Es war $i_2' w_2 = 1{,}365$ V, also ist $w_2 = \frac{1{,}365}{52{,}5} = 0{,}026\ \Omega$ und demnach in zweiter Näherung

$$q_2 = \frac{0{,}023 \cdot 28{,}4}{0{,}026} = 25{,}2 \text{ mm}^2.$$

Wir wählen $q_2 = 5{,}8 \cdot 4{,}4 = 25{,}2 \text{ mm}^2$ unbesponnen
und $6{,}8 \cdot 5{,}4$ besponnen.

Der äußere Durchmesser der sekundären Spule ist nun

$$136 + 2 \cdot 10{,}8 \approx 158 \text{ mm}.$$

Primäre Wickelung. Die primäre Wickelung werde auf eine Papierspule von 5 mm Wandstärke gewickelt, deren innerer Durchmesser 160, der äußere also 170 mm ist. Der Durchmesser der bewickelten Spule darf $D + f = 130 + 93 = 223$ mm nicht übersteigen, so daß eine Wickelhöhe von

$$\frac{220 - 170}{2} = 25 \text{ mm}$$

zur Verfügung steht.

Der Durchmesser der mittleren Windung ist

$$170 + 25 = 195 \text{ mm},$$

daher die mittlere Windungslänge $\frac{195\,\pi}{1000} = 0{,}614$ m

und die primäre Drahtlänge

$$L_1 = 0{,}614 \cdot 1435 = 880 \text{ m}.$$

Aus $i_1' w_1 = 31{,}2$ V folgt $w_1 = \frac{31{,}2}{2{,}3} = 13{,}5\ \Omega$

und somit $q_1 = \frac{0{,}023 \cdot 880}{13{,}5} = 1{,}49 \text{ mm}^2$

$d = 1{,}38$ mm abgerundet 1,4 mm $d' = 1{,}7$ mm.

In jeder Windung werden $3000 : 1435 \cong 2$ V erzeugt, also darf bei 100 V Spannungsunterschied zwischen zwei benachbarten Drähten erst der Draht 50 über dem Draht 1 liegen, d. h. wir unterteilen die primäre Wickelung und legen in jede Teilspule höchstens 25 Drähte in eine Lage.

Da die Wickelungshöhe nur 25 mm betragen darf, so können höchstens $25 : 1{,}7 \cong 14$ Lagen übereinander angeordnet werden; nebeneinander liegen dann $1435 : 14 = 102$ Drähte. Eine Unterteilung in 4 Spulen würde also genügen. Um jedoch bei dieser Type auch mit höherer Spannung auszukommen, wollen wir 6 Spulen anordnen und die Länge der Spule für 18 nebeneinanderliegende Drähte, also zu $18 \cdot 1{,}7 = 30{,}6$ mm festsetzen.

Die Wickellänge aller 6 Spulen ist $30{,}6 \cdot 6 = 183{,}6$ mm, während 230 mm zur Verfügung stehen. Legen wir zwischen je 2 Spulen eine Isolation von 2 mm, so bleiben für die Endscheiben $230 - 194 = 36$ mm, was genügt.

Die Joche besitzen einen rechteckigen Querschnitt von der Breite 2 b und der Höhe x. Da $b = 0{,}425\,D$ ist, ist die Breite

$$2 \cdot 0{,}425 \cdot 13 = 11{,}1 \text{ cm.}$$

Die Höhe folgt aus $$x = \frac{85}{0{,}9\,(11{,}1 - 1{,}4)} = 9{,}75 \text{ cm,}$$

wo 1,4 cm die Breite der Luftspalte ist.

## § 36.

## Berechnung der Drehstrommotoren.

### Theorie des Ständers.

Gegeben: 1) Die Nutzleistung des Motors in Watt $= \mathfrak{E}_n$,

2) die Klemmenspannung zwischen zwei Leitungen $= e'_k$,

3) Die Periodenzahl des Drehstromes $= \sim$.

Polzahl. Da die Tourenzahl des Läufers gegen das rotierende Feld nur um wenige Prozente zurückbleibt, so kann man zunächst diese beiden Werte als gleich annehmen. Ist $n_1$ die minutliche Umdrehungszahl des rotierenden Feldes, p die Anzahl der durch die Wickelung erhaltenen Nordpole, so ist

$$\text{I} \qquad \frac{n_1\,p}{60} = \sim.$$

Für $\sim = 50$ erhält man:

12. Tabelle.

| p | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $n_1$ | 3000 | 1500 | 1000 | 750 | 600 | 500 |

Hiernach kann man p als gegeben zu $n_1$ ansehen.

Stromstärke. Die Stromstärke J' in einer Zuleitung folgt aus der Gleichung:

$$\sqrt{3}\,e'_k\,J' \cos\varphi = \frac{\mathfrak{E}_n}{\eta'}.$$

$$\text{II} \qquad J' = \frac{\mathfrak{E}_n}{\sqrt{3}\,e'_k \cos\varphi\,\eta'}.$$

13. Tabelle*).

| Leistung in PS | 1/4 | 1/2 | 1 | 3 | 10 | 20 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| $\cos\varphi$ | 0,75 | 0,86 | 0,88 | 0,9 | 0,9 | 0,9 |
| $\eta'$ | 0,71 | 0,77 | 0,8 | 0,84 | 0,87 | 0,875 |

Magnetisierungsstrom. Ist $\Phi_1$ die pro magnetischen Kreis im Ständereisen erzeugte Kraftlinienzahl, $\overline{AW}$ die zugehörige Ampèrewindungszahl, so ist bekanntlich

$$\Phi_1 \mathfrak{w} = \Sigma H l = 0{,}4\,\pi\,\overline{AW}.$$

Vernachlässigt man zunächst den magnetischen Widerstand des Eisens, berücksichtigt also nur den Widerstand des Luftspaltes zwischen Ständer und Läufer, so gilt, da $H_\mathfrak{l} = B_\mathfrak{l}$ ist,

$$B_\mathfrak{l}\,2\,\delta = 0{,}4\,\pi\,\overline{AW},$$

wo $\delta$ die Größe des Luftspaltes in cm bezeichnet. Um dem Eisenwiderstand Rechnung zu tragen, multiplizieren wir die linke Seite mit einem Faktor $\alpha$, schreiben also

$$B_\mathfrak{l}\,2\,\delta\,\alpha = 0{,}4\,\pi\,\overline{AW}.$$

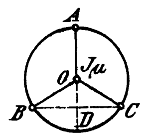


Fig. 142.

$\overline{AW}$ ist die Ampèrewindungszahl eines magnetischen Kreises. Diese besteht aber aus den Ampèrewindungen aller drei Phasen. In Fig. 142 sei $\overline{AO} = J_\mu$ die augenblickliche, maximale Stromstärke in der ersten Phase, dann fließt in der zweiten und dritten der augenblickliche Strom $\overline{OD} = {}^1/_2\,J_\mu$, also ist die momentane Ampèrewindungszahl

$$\overline{AW} = J_\mu\,\xi + \frac{J_\mu}{2}\,\xi + \frac{J_\mu}{2}\,\xi = 2\,J_\mu\,\xi,$$

wo $\xi$ die Windungszahl eines Spulenpaares einer Phase ist.

Bezeichnet W die gesamte Windungszahl einer Phase, so ist $\xi = \frac{W}{p}$, also

$$\overline{AW} = 2\,J_\mu\,\frac{W}{p}.$$

Ersetzt man noch den Maximalwert $J_\mu$ durch den effektiven $J'_\mu\,\sqrt{2}$, so wird die obige Gleichung

$$B_\mathfrak{l}\,2\,\delta\,\alpha = 0{,}4\,\pi\,2\,J'_\mu\,\sqrt{2}\,\frac{W}{p},$$

woraus

$$J'_\mu = \frac{2\,B_\mathfrak{l}\,\delta\,p\,\alpha}{0{,}4\,\pi\,W\,\sqrt{2}} \text{ oder}$$

$$\text{III} \qquad J'_\mu = \frac{0{,}56\,B_\mathfrak{l}\,\delta\,p\,\alpha}{W}.$$

*) Die Werte dieser Tabelle gelten für 1500 Umdrehungen, d. h. $p = 2$. Bei größeren Werten von p wird $\eta'$ etwas kleiner, während $\cos\varphi$ bedeutend abnimmt. Kleinste, zulässige Werte sind:

| Leistung in PS | 0,5 | 1 | 1,5 | 5 | 10 | 15 | 20 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\cos\varphi$ | 0,6 | 0,65 | 0,7 | 0,75 | 0,77 | 0,8 | 0,82 |

Luftspalt. Für den Luftzwischenraum $\delta$ wird als kleinster zulässiger Wert angegeben:

$$\text{IV} \quad \delta = 0{,}2 + 0{,}001 \text{ D mm.}$$

Nutenzahl. Die Nutenzahl ist bestimmt durch die Formel

$$\text{V} \quad k_1 = m\, 6\, p,$$

wo gewöhnlich $m = 3$ oder 4 gesetzt wird.

Drahtquerschnitt. Für den Drahtquerschnitt kann man in erster Annäherung $\text{VI} \quad q = \frac{J'}{sd}$ setzen, wo $s_d = 3$ bis 5 ist.

$$\left(d = \sqrt{\frac{4\,q}{\pi}} \text{ und } d' = d + 0{,}3 \text{ oder besser } d' = d + 0{,}5\right).$$

$J'$ ist die Stromstärke in der Leitung gewesen, sie ist auch die Stromstärke im Draht bei Sternschaltung, während bei Dreieckschaltung für $J'$ nur $\frac{J'}{\sqrt{3}}$ gesetzt werden muß.

Nutenabmessung. Sehen wir den inneren Ständerdurchmesser D als bekannt an, so ist die Nutenteilung $t_1$, d. h. die Entfernung zweier Nutenmitten $\text{VII} \quad t_1 = \frac{\pi D}{k_1}$.

Ist die Drahtzahl pro Nute bekannt, so ergeben sich hieraus die Nutenabmessungen, Breite y und Tiefe t.

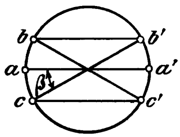


Fig. 143.

Elektromotorische Kraft. Ist $m = 3$ die Anzahl der Nuten pro Pol und Phase, so gehen von den durch den Strom erzeugten Kraftlinien alle durch die in $\overline{aa'}$ (Fig. 143) liegenden Windungen, während durch die Windungen in $\overline{bb'}$ beziehungsweise $\overline{cc'}$ weniger Kraftlinien gehen. Ist $\Phi_1$ die Kraftlinienzahl, die durch $\overline{aa'}$ geht, so gelangen durch $\overline{bb'}$ resp. $\overline{cc'}$ nur $\Phi = \Phi_1 \cos \beta$ Kraftlinien. Bei $m = 3$ und $p = 1$ ist z. B. die Nutenzahl $k_1 = 3 . 6 = 18$, also $\beta = \frac{360}{18} = 20^\circ$.

Die EMK, die im Mittel während einer halben Periode in den Windungen $\overline{aa'}$, $\overline{bb'}$, $\overline{cc'}$ erzeugt wird, ist:

$$e_m = \frac{4\,\Phi_1 \sim}{10^8}\frac{W}{3} + \frac{4\,(\Phi_1 \cos \beta) \sim}{10^8}\frac{W}{3} + \frac{4\,(\Phi_1 \cos \beta) \sim}{10^8}\frac{W}{3}$$

$$e_m = \frac{4\,\Phi_1\, W \sim}{10^8}\left(\frac{1}{3} + \frac{2}{3} \cos \beta\right) = \frac{4\,\Phi_1\, W \sim}{10^8} . 0{,}96.$$

Da bei sinusförmigem Verlauf der EMK der Maximalwert

$E = \frac{\pi}{2} e_m$ und der effektive $e_1' = \frac{E}{\sqrt{2}}$ ist, so wird

$$e_1' = \frac{4{,}44\,\Phi_1\, W \sim}{10^8} . 0{,}96.$$

Führt man anstatt der Windungszahl W die Drahtzahl $z_1$ pro Phase ein, so ist $W = \frac{z_1}{2}$ zu setzen und man erhält für die in den Drähten einer Phase erzeugte EMK die Formel

$$\text{VIII} \quad e_1' = \frac{2{,}1\,\Phi_1 \sim z_1}{10^8}$$

Nun ist sehr angenähert $e_1' = \frac{e'_k}{\sqrt{3}}$ bei Sternschaltung, und $e_1' = e'_k$ bei Dreieckschaltung.

Der für $m = 3$ hergeleitete Faktor $f = 0{,}96$ ändert sich nur wenig für andere Werte von m, wie dies die folgende Tabelle (14) zeigt:

14. Tabelle.

| m | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | $\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| f | 1 | 0,966 | 0,96 | 0,957 | 0,956 | 0,955 | 0,955 |

so daß wir die Gleichung VIII für jeden Wert von m als richtig ansehen wollen.

Polquerschnitt. Ist $k_2$ die Nutenzahl des Läufers, so nehme man beim Phasenläufer

$$k_2 = (m \pm 1)\, 6\, p$$

an, beim Kurzschlußläufer dagegen wähle man $k_2 \gtrless k_1$.

Ist bei geöffneten Nuten $O_1$ beziehungsweise $O_2$ die Weite der Öffnung, so treten die Kraftlinien aus dem Ständer durch die Fläche

$$Q_1 = \frac{\pi D - k_1 O_1}{2 p} b,$$

in den Läufer durch die Fläche

$$Q_2 = \frac{\pi D - k_2 O_2}{2 p} b.$$

Der Querschnitt des Luftzwischenraumes ist demnach angenähert

$$Q_{\mathfrak{L}} = \frac{Q_1 + Q_2}{2} = \left(\frac{\pi D}{2 p} - \frac{k_1 O_1 + k_2 O_2}{4 p}\right) b$$

$$Q_{\mathfrak{L}} = \frac{\pi D}{2 p} b \left(1 - \frac{k_1 O_1 + k_2 O_2}{2 \pi D}\right) = \frac{\pi D}{2 p} b K,$$

wenn man zur Abkürzung

$$K = 1 - \frac{k_1 O_1 + k_2 O_2}{2 \pi D}$$

setzt.

Den Ausdruck $\frac{\pi D}{2 p}$ nennt man bekanntlich die Polteilung, die wir mit $T_p$ bezeichnen, setzen also

$$T_p = \frac{\pi D}{2 p}.$$

Den Ausdruck $\frac{\pi D}{2 p} K = T'_p$ wollen wir die korrigierte Polteilung nennen. Wir erhalten dann für den Polquerschnitt die Gleichung:

$$\text{IX} \quad Q_{\mathfrak{L}} = T'_p\, b.$$

Kraftlinienzahl. Ist $\Phi_0$ die Kraftlinienzahl, die durch den Querschnitt $Q_{\mathfrak{L}}$ geht, so wird die mittlere Kraftliniendichte

$$B_m = \frac{\Phi_0}{Q_{\mathfrak{L}}}.$$

Ist $$f' = \frac{B_m}{B_\mathfrak{g}} = \frac{\text{mittlere Kraftliniendichte}}{\text{maximale Kraftliniendichte}},$$

so wird $$B_m = f' B_\mathfrak{g} = \frac{\Phi_0}{Q_\mathfrak{g}} = \frac{\Phi_0}{T'_p b}$$

oder $$\text{X} \quad \Phi_0 = T'_p \, b \, B_\mathfrak{g} \, f'.$$

Sind die Nuten geschlossen, d. h. ist $O_1 = 0$ und $O_2 = 0$, so wird $K = 1$, $T'_p = T_p = \frac{\pi D}{2p}$ und demnach

$$\Phi_0 = \frac{\pi D}{2p} b \, B_\mathfrak{g} \, f'.$$

Bei geschlossenen Nuten kann man annehmen, daß sich die Kraftliniendichte im Luftzwischenraum entsprechend der Gleichung $B = B_\mathfrak{g} \sin \alpha$ ändert, und dann ist bekanntlich

$$B_m = \frac{2}{\pi} B_\mathfrak{g}$$

oder $$f' = \frac{B_m}{B_\mathfrak{g}} = \frac{2}{\pi},$$

mithin $$\text{Xa} \quad \Phi_0 = \frac{D b}{p} B_\mathfrak{g}.$$

Der Wert von $f'$ hängt bei geöffneten Nuten von m ab, wie dies die folgende Tabelle angibt.

15. Tabelle.

| m | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | ∞ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| f' | 0,667 | 0,583 | 0,592 | 0,583 | 0,588 | 0,583 | 0,583 |

Streuung. Im Ständer werden $\Phi_1$ Kraftlinien erzeugt, in den Luftzwischenraum gelangen jedoch nur $\Phi_0$ Kraftlinien, weil wegen der Streuung $\Phi_0 \tau_1$ Kraftlinien verloren gehen; es ist also

$$\Phi_1 = \Phi_0 (1 + \tau_1).$$

Kerndicke. Bezeichnet c die radiale Dicke des Ständers über den Nuten, $B_a$ die Induktion daselbst, so ist

$$\text{XI} \quad c = \frac{\Phi_1}{2 \,.\, 0{,}9 \, b \, B_a} \ (B_a = 6000 \text{ bis } 8000 \text{ bei } 50 \text{ Perioden}).$$

Durchmesser und Länge. Setzt man in der Gleichung

$$\mathfrak{S}_n = \sqrt{3} \, e'_k \, J' \cos \varphi \, \eta'$$

für $e'_k$ den in Gleichung VIII gefundenen Wert, für $\Phi_0$ den Wert aus Gleichung X und dann $T'_p = \frac{\pi D}{2p} K$, so erhält man

$$\mathfrak{S}_n = D^2 b \, n_1 \, C,$$

wo C die Zusammenfassung einer Anzahl von Faktoren bedeutet.

Kennt man für eine Anzahl ausgeführter Motoren $\mathfrak{S}_n$, D, b und $n_1$, so läßt sich hierzu C berechnen. In dieser Weise entstand die Fig. 144. Die untere Kurve gibt die Werte von C für Motoren bis 10 PS., die obere von 10 bis 1000 PS. Ist C hiernach als bekannt anzusehen, so ist jetzt:

$$\text{XII} \quad D^2 b = \frac{\mathfrak{S}_n}{C \, n_1}$$

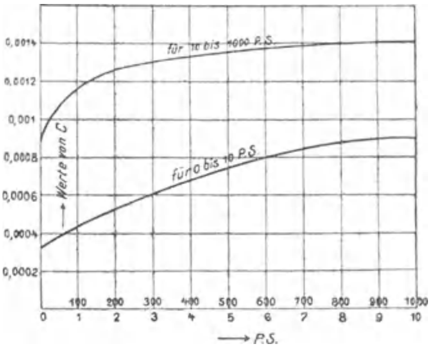



Fig. 144.

Diese Gleichung gestattet, zu einem angenommenen Werte von b den zugehörigen Wert von D zu berechnen. Zulässig ist jeder Wert von D, für welchen $v = \frac{\pi D n_1}{60} < 25$ m wird.

Hobart zeigt, daß die Materialkosten ein Minimum werden (für Motoren über 10 PS), wenn man

$$\text{XIII} \quad b = 1{,}4\ T_p = 1{,}4 \frac{\pi D}{2p} \text{ setzt, es wird dann}$$

$$D^3 \frac{1{,}4\pi}{2p} = \frac{\mathfrak{E}_n}{C n_1}, \text{ und}$$

$$\text{XIII a)} \quad D = 0{,}76 \sqrt[3]{\frac{\mathfrak{E}_n p}{C n_1}}.$$

Länge einer Windung. Die ungefähre Länge einer Windung des Ständers ist (vergl. Fig. 145 und 146).

$$\text{XIV} \quad l_1 = 2\left\{b + \mathfrak{z} + \frac{\pi}{2} t + m y + \frac{\pi}{2p}(D + 2t + m y)\right\},$$

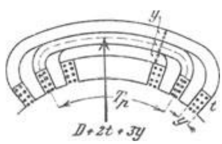



Fig. 145.

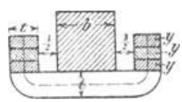



Fig. 146.

wo der Zuschlag $\mathfrak{z} = 20$ bis 40 mm, je nach Höhe der Spannung, zu nehmen ist.

Eisenverluste. Die Verluste durch Hysteresis und Wirbelströme hängen außerordentlich von der Bearbeitung ab und können nur angenähert berechnet werden. Hobart gibt zu ihrer Berechnung die Formel

$$\text{XV} \quad \mathfrak{E}_E = \frac{1{,}1\ B_a \sim G}{10^5} \text{ Watt,}$$

wo G das Gewicht der Bleche, vor dem Ausstanzen der Nuten, in kg bezeichnet.

### Theorie des Läufers.

#### A. Phasenläufer.

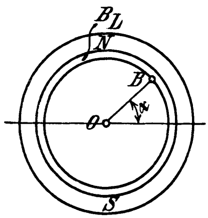



Fig. 147.

Der Einfachheit halber möge vorausgesetzt werden, daß sich die Kraftliniendichte im Luftzwischenraum nach dem Sinusgesetz ändert, also der Gleichung

$$B = B_{\mathfrak{l}} \sin \alpha$$

folgt. Befindet sich nun ein Draht im Felde mit der Dichte B (Fig. 147), so wird in ihm eine EMK induziert

$$e = \frac{B\,b\,v}{10^8} \text{ Volt (vergl. Formel 31).}$$

Ist $n_1$ die Umdrehungszahl des Feldes pro Minute, $n_2$ die des Läufers, so ist

$$v = \pi\,\frac{D\,(n_1 - n_2)}{60} = \frac{\pi\,D\,n}{60},$$

wenn $n = n_1 - n_2$ gesetzt wird.

Sind nun pro Phase $z_2$ hintereinandergeschaltete Drähte gleichzeitig derselben Induktion unterworfen, so ist

$$e_2 = z_2\,\frac{B\,b\,\pi\,D\,n}{60\,.\,10^8} \text{ oder}$$

$$e_2 = \frac{z_2\,B_{\mathfrak{l}}\,b\,\pi\,D\,n}{60\,.\,10^8} \sin \alpha.$$

Die EMK ist also veränderlich und vollendet eine Periode, wenn $\alpha$ alle Werte von 0 bis 360 durchlaufen hat, d. h. wenn im stillstehend gedachten Felde des Ständers, der sich rückwärts drehende Läufer eine Umdrehung ausgeführt hat. Es ist also $\frac{n}{60}$ die Periodenzahl des Läuferstromes für eine zweipolige Maschine. Für die mehrpolige Maschine gibt die Gleichung

$$\text{XVI} \quad \frac{n\,p}{60} = \sim_2$$

die Periodenzahl der entstandenen EMK im Läufer. Da nun $n = n_1 - n_2$ eine kleine Zahl, so ist auch die Periodenzahl $\sim_2$ sehr klein. Die Verluste durch Hysteresis und Wirbelströme können vernachlässigt werden und der scheinbare Widerstand der Phase ist sehr nahezu gleich dem wahren.

Setzt man $\sin \alpha = 1$, so wird $e_2 = E_2$ gleich dem Maximalwert der EMK. Führt man für $B_{\mathfrak{l}}$ seinen Wert aus Gleichung Xa ein, nämlich $B_{\mathfrak{l}} = \frac{\Phi_0\,p}{D\,b}$, so folgt

$$E_2 = z_2\,\frac{b\,\pi\,D\,n}{10^8\,.\,60}\,\frac{\Phi_0\,p}{D\,b} = \frac{\pi\,n\,p\,\Phi_0}{60\,.\,10^8}\,z_2$$

$$\text{oder } e_2' = \frac{E_2}{\sqrt{2}} = \frac{\pi}{\sqrt{2}}\,\frac{\Phi_0\,n\,p\,z_2}{60\,.\,10^8} = \frac{2{,}22\,\Phi_0 \sim_2 .\, z_2}{10^8}.$$

Berücksichtigt man, wie beim Ständer, daß die Windungen einer Phase in verschiedenen Nuten liegen, so ist

$$e_2' = \frac{2{,}1\,\Phi_0 \sim_2 z_2}{10^8}.$$

Da $\Phi_1 = \Phi_0\,(1 + \tau_1)$ und $e_1' = \dfrac{2{,}1\,\Phi_0\,(1+\tau_1) \sim z_1}{10^8}$

folgt durch Division: $\dfrac{e_2'}{e_1'} = \dfrac{\sim_2 z_2}{\sim z_1\,(1+\tau_1)}.$

Nun ist nach XVI $\sim_2 = (n_1 - n_2)\,p, \qquad \sim = n_1\,p,$ also

$$\text{XVII} \qquad \frac{\sim_2}{\sim} = \frac{n_1 - n_2}{n_1} = s \text{ (s heißt Schlüpfung),}$$

mithin $\qquad \text{XVIII} \qquad e_2' = e_1' \dfrac{z_2}{z_1} \cdot \dfrac{s}{1+\tau_1}.$

Ist $n_2 = 0$, also $s = 1$, so ist

$$e_2' = e_1' \frac{z_2}{z_1\,(1+\tau_1)}$$

der größte Wert, den $e_2'$ annimmt, und den man bei der Beanspruchung der Isolation zu berücksichtigen hat. (Die Isolation hat allerdings den Wert $e_2' \sqrt{2}$ auszuhalten.)

Dividiert man $e_2'$ durch den Widerstand $w_2$ einer Phase, so erhält man den Strom daselbst:

$$\text{XIX} \qquad i_2' = \frac{e_1'}{w_2} \frac{z_2}{z_1} \frac{s}{1+\tau_1}\ \text{A}.$$

Der Verlust durch Stromwärme in den drei Phasen ist

$$\mathfrak{E}_{st} = 3\,i_2'^2\,w_2 = 3\,w_2 \frac{e_1'^2}{w_2^2} \left(\frac{z_2}{z_1}\right)^2 \frac{s^2}{(1+\tau_1)^2}.$$

$$\text{XX} \qquad \mathfrak{E}_{st} = 3\,\frac{e_1'^2}{w_2} \left(\frac{z_2}{z_1}\right)^2 \frac{s^2}{(1+\tau_1)^2}.$$

Umfangskraft. Fließt in einem Drahte, der sich in einem Felde von der Dichte B befindet, ein Strom $\dfrac{i}{10}$ (cgs) Einheiten, so ist, nach dem Biot- und Savartschen Gesetz, die Kraft P, mit welcher der Draht aus dem Felde getrieben wird: $P = \dfrac{B i b}{10}$ Dyne.

Sind gleichzeitig $z_2$ Drähte derselben Induktion unterworfen, so ist die Umfangskraft für diese

$$P\,z_2 = z_2 \frac{B i b}{10}\ \text{Dyne}.$$

Nun ist $i = \dfrac{e_2}{w_2} = \dfrac{z_2\,B_{\mathfrak{L}}\,b\,\pi\,D\,n}{60 \,.\, 10^8\,w_2} \sin\alpha$ und $B = B_{\mathfrak{L}} \sin\alpha$,

$$\text{also } z_2\,P = \frac{z_2\,b . B_{\mathfrak{L}}}{10} \sin\alpha\ \frac{z_2\,B_{\mathfrak{L}}\,b\,\pi\,D\,n}{10^8\,w_2 \,.\, 60} \sin\alpha$$

$$= \frac{b^2\,\pi\,D\,n\,z_2^2\,B_{\mathfrak{L}}^{\,2}}{60 \,.\, 10^9\,w_2} \sin^2\alpha.$$

Bildet man hieraus den Mittelwert, so ist die Umfangskraft für alle drei Phasen P'

$$P' = 3\,\frac{b^2\,\pi\,D\,n\,z_2^2\,B_{\mathfrak{L}}^{\,2}}{10^9\,w_2 \,.\, 60} \frac{1}{2}, \text{ da } \sum \sin^2\alpha = \frac{1}{2} \text{ ist.}$$

Will man dem Umstand Rechnung tragen, daß nicht sämtliche $z_2$ Drähte in zwei Nuten, sondern in m . 2 Nuten untergebracht sind, so muß man die rechte Seite mit einem Faktor $f^2$ multiplizieren, da ja B nicht überall den gleichen Wert besitzt, und demnach auch i mit f zu multiplizieren war, also genauer

$$P' = \frac{3 f^2 b^2 \pi D n z_2^2 B_{\mathfrak{L}}^2}{60 . 2 . 10^9 w_2}.$$

Effekt. Der auf den Läufer übertragene Effekt wird erhalten, wenn man P' mit der Umfangsgeschwindigkeit der Kraft multipliziert, d. i. mit $\frac{\pi D n_2}{60}$, also

$$\mathfrak{E}_a = \frac{\pi D n_2}{60} \frac{3 f^2 b^2 \pi D n z_2^2 B_{\mathfrak{L}}^2}{60 . 2 . 10^9 w_2} \text{ Erg.}$$

Setzt man $B_{\mathfrak{L}} = \frac{\Phi_0 p}{D b} = \frac{e_1' . 10^8}{2{,}22 f \sim z_1 (1 + \tau_1)} \frac{p}{D b}$,

so wird $\mathfrak{E}_a = \frac{\pi D n_2 3 f^2 b^2 \pi D n z_2^2}{60 . 2 . 10^9 . w_2 . 60} \frac{e_1'^2 . 10^{16}}{(2{,}22 f)^2 \sim^2 z_1^2 (1 + \tau_1)^2} \frac{p^2}{D^2 b^2}$

$$\mathfrak{E}_a = \frac{\pi^2 . 3 . e_1'^2 . 10^7 f^2 . z_2^2}{2 . 60 . 60 w_2 z_1^2 (1 + \tau_1)^2} \frac{n . n_2 p^2 . 60^2}{(2{,}22 f)^2 . n_1^2 p^2} \text{ Erg.}$$

Berücksichtigt man, daß $2{,}22 = \frac{\pi}{\sqrt{2}}$, $\frac{n}{n_1} = s$, ferner $n_2 = n_1 (1-s)$ und $10^7$ Erg $= 1$ Watt ist, so wird

$$\text{XXI} \qquad \mathfrak{E}_a = 3 \frac{e_1'^2 z_2^2}{w_2 z_1^2 (1 + \tau_1)^2} s (1-s) \text{ Watt.}$$

Dividiert man nun XX und XXI durcheinander, so erhält man;

$$\frac{\mathfrak{E}_{st}}{\mathfrak{E}_a} = \frac{s}{1-s}, \text{ oder hieraus}$$

$$\text{XXII} \qquad s = \frac{\mathfrak{E}_{st}}{\mathfrak{E}_{st} + \mathfrak{E}_a} = \frac{3 i_2'^2 w_2}{3 i_2'^2 w_2 + \mathfrak{E}_a}.$$

Hierin kann $\mathfrak{E}_a = \frac{\mathfrak{E}_n}{0{,}92}$ gesetzt werden.

Nimmt man die Schlüpfung als bekannt an, so ist auch

$$\mathfrak{E}_{st} = \mathfrak{E}_a \frac{s}{1-s} = 3 i_2'^2 w_2$$

bekannt. Nun verhält sich ein Drehstrommotor wie ein Transformator, so daß auch angenähert die Gleichung . . . . . . . . . . . . (84)

$$J_1' z_1 = i_2' z_2$$

gilt. Wählt man $i_2'$ gemäß der folgenden Tabelle:

16. Tabelle für die Stromstärke im Läufer.

| Leistung in PS | 2 | 3 | 5 | 6 | 7,5 | 15 | 20 | 25 | 30 | 50 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Strom im Läufer | 8 | 9 | 12 | 13 | 13,5 | 29 | 32 | 40 | 48 | 76 |

so folgt XXIII $z_2 = \frac{J_1'}{i_2'} z_1$.

Für die Länge $l_2$ einer Windung kann man setzen:

$$\text{XXIV} \qquad l_2 = 2\left\{b + \mathfrak{z} + \frac{\pi}{2}\,t + m\,y + \frac{\pi}{2\,p}\,(D - 2\,t - m\,y)\right\}.$$

$$\text{XXIVa} \qquad l_2 = 2\,b + 3{,}2\,\frac{D}{p} \text{ (genügt als erste Annäherung).}$$

Die pro Phase aufgewickelte Drahtlänge ist

$$L_2 = \frac{z_2}{2}\,l_2.$$

Der Widerstand $w_2$ einer Läuferphase ist:

$$w_2 = \frac{\mathfrak{E}_{st}}{3\,i_2'^2}.$$

$$\text{Aus } w_2 = \frac{c\,L_2}{q_2} \text{ folgt}$$

$$q_2 = \frac{c\,L_2}{w_2}\ \text{mm}^2.$$

## B. Kurzschlußläufer.

Effekt. Bezeichnet $\varrho$ den Widerstand eines Stabes einschließlich einer Endverbindung, so ist

$$w_2 = \frac{k_2}{3}\,\varrho.$$

Da ferner $k_2 = 3\,z_2$ ist, so wird aus Formel XXI die Formel

$$\text{XXIa} \qquad \mathfrak{E}_a = \frac{k_2\,e_1'^2\,s\,(1 - s)}{z_1^2\,\varrho\,(1 + \tau_1)^2}$$

Strom im Ring. In Fig. 148 seien die beiden Ringe durch die konzentrischen Kreise, und die Stäbe durch die radialen Linien a b, c d usw. dargestellt.

In jedem Stabe fließt ein Strom

$$i = J \sin \alpha.$$

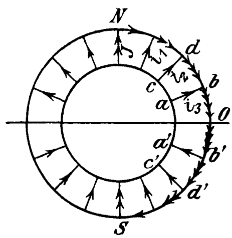


Fig. 148.

In dem Ringstück b b′ (Fig. 148) fließt $i_1 + i_2 + \ldots$ die Summe der Ströme aus den einzelnen Stäben zwischen N und O. Man findet diese Summe, wenn man den Mittelwert von i, d. i. $\frac{2}{\pi}\,J$ mit der Anzahl der zugehörigen Stäbe multipliziert. Sind $k_2$ Stäbe vorhanden, so addieren sich bei der zweipoligen Anordnung die Ströme in $\frac{k_2}{4}$ Stäben $\left(\text{allgemein in } \frac{k_2}{2\,.\,2\,p}\right)$, also ist der Maximalwert des Stromes, der in dem Ringstück $\overline{b\,b'}$ fließt,

$$J_r = \frac{2}{\pi}\,J\,\frac{k_2}{4\,p}, \text{ oder der effektive Wert}$$

$$\text{XXV} \quad i'_r = \frac{J_r}{\sqrt{2}} = \frac{2}{\pi}\,i_2'\,\frac{k_2}{4p} = i_2'\,\frac{k_2}{2\,p\,\pi}.$$

Gleichung für $\varrho$. Bezeichnet $\varrho_r$ den Widerstand beider Ringe, so ist der Effektverlust durch Stromwärme im Läufer

$$\mathfrak{E}st = i_2'^2 \varrho_s k_2 + i_r'^2 \varrho_r,$$

wo $\varrho_s$ den Widerstand eines Stabes ohne Endverbindungen bezeichnet.

$$\mathfrak{E}st = i_2'^2 \varrho_s k_2 + \frac{i_2'^2}{\pi^2} \varrho_r \left(\frac{k^2}{2p}\right)^2$$

$$\mathfrak{E}st = i_2'^2 k_2 \left(\varrho_s + \varrho_r \frac{k_2}{(2p\pi)^2}\right).$$

Andererseits ist $\mathfrak{E}st = i_2'^2 \varrho k_2$.

Der Widerstand eines Stabes mit seiner Verbindung ist demnach

$$\text{XXVI} \quad \varrho = \varrho_s + \varrho_r \frac{k_2}{(2p\pi)^2}.$$

Das Kupfervolumen ein Minimum. Ist $q_s$ der Querschnitt eines Stabes, $q_r$ der Querschnitt eines Ringes, so ist das Volumen V des Kupfers auf dem Läufer

$$V = k_2 q_s l_s + 2 q_r l_r,$$

$l_s$ Länge eines Stabes, $l_r$ mittlere Länge des Ringes; außerdem ist nach XXVI

$$\varrho = \frac{c\, l_s}{q_s} + \frac{2\, c\, l_r}{q_r} \frac{k_2}{(2p\pi)^2} \left(\text{oder } C = \frac{k_2}{(2p\pi)^2} \text{ gesetzt}\right)$$

$$q_r = \frac{2\, c\, l_r C}{\varrho - \frac{c\, l_s}{q_s}}, \text{ folglich}$$

$$V = k_2 q_s l_s + 2 l_r \frac{2c\, l_r C}{\varrho - \frac{c\, l_s}{q_s}}.$$

Dieser Ausdruck soll ein Minimum werden. Nach $q_s$ differenziert und den Quotienten gleich Null gesetzt, gibt:

$$0 = k_2 l_s + \frac{(\varrho q_s - c\, l_s)\, 4\, c\, C\, l_r^2 - 4\, c\, C\, l_s^2 q_s \varrho}{(\varrho q_s - c\, l_s)^2}$$

oder $$(\varrho q_s - c\, l_s)^2 = \frac{4 c^2 C\, l_s l_r^2}{k_2 l_s} = \frac{4 c^2 l_r^2}{k_2} \frac{k_2}{(2p\pi)^2}$$

$$\varrho q_s = c\, l_s + \frac{2\, c\, l_r}{2p\pi}.$$

$$\text{XXVII} \quad q_s = \frac{c\, l_s}{\varrho} + \frac{2\, c\, l_r}{2p\pi\varrho} = \frac{c}{\varrho}\left(l_s + \frac{D_r}{p}\right).$$

$D_r$ ist der mittlere Durchmesser des Ringes; $l_s$ und $D_r$ sind in Metern einzusetzen.

$$l_s \backsimeq b + 20 \text{ mm}$$

Temperaturerhöhung. Die Temperaturerhöhung kann nach Hobart in folgender einfacher Weise berechnet werden. Es sei D der Durchmesser des Läufers, $L = b + 0{,}7\, T_p$, alle Maße in dm, so ist die ausstrahlende Oberfläche

$$O = \pi D L$$

und die Temperaturerhöhung T:

$$\text{XXVIII} \quad T = \frac{\text{Gesamtverlust}}{\pi\, D\, L\, (1{,}44 \text{ bis } 1{,}85)} \text{ für halb offene Motoren,}$$

für ganz geschlossene Motoren sind anstatt 1,44 bis 1,85 etwa die halben Werte einzusetzen.

**Bemerkung.** Man beachte, daß für Widerstände, die von Wechselströmen durchflossen werden, größere Werte gelten, als für solche, die von Gleichströmen durchflossen werden.

## Das Heylandsche Diagramm.

Bestimmt man aus der Gleichung für den eingeleiteten Effekt

$\mathfrak{E}_g = \sqrt{3}\, e'_k\, J' \cos\varphi$ den Wert

$$\cos\varphi = \frac{\mathfrak{E}_g}{\sqrt{3}\, e'_k\, J'}$$

und trägt an eine durch O gehende Vertikale (Fig. 149) den Winkel $\varphi$ an, so liegen die Endpunkte C der zugehörigen Ströme J' auf einem Kreise (Satz von Heyland).

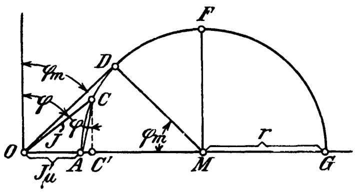



Fig. 149.

Läuft der Motor ohne alle Verluste leer, so gelangt C nach A und es ist $\overline{OA}$ der Strom bei Leerlauf, also $\overline{OA} = J'_\mu$.

Je mehr der Motor belastet wird, desto weiter bewegt sich C nach rechts. Wird der verlustlos arbeitende Motor festgebremst, so ist C nach G gelangt und es ist $\overline{OG}$ der Kurzschlußstrom.

Der Winkel $\varphi$ wird am kleinsten, nämlich $= \varphi_m$, wenn $\overline{OC}$ nach $\overline{OD}$ fällt, d. h. Tangente des Kreises ist.

Heyland definiert das Verhältnis

$$\frac{\overline{OA}}{\overline{OG}} = \tau$$

als Streuungskoëffizienten. Dieser besteht aus dem Streuungskoëffizienten $\tau_1$ des Ständers und dem Streuungskoëffizienten $\tau_2$ des Läufers, und zwar gilt die Gleichung

$$\tau = \tau_1 + \tau_2 + \tau_1\, \tau_2$$

angenähert $$\tau = \tau_1 + \tau_2 = 2\,\tau_1.$$

Aus $$\tau = \frac{\overline{OA}}{\overline{OG}} = \frac{J'_\mu}{J'_\mu + 2\,r} \text{ folgt}$$

$$2\,r = J'_\mu \frac{1-\tau}{\tau} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad \text{XXIX}$$

$$\cos\varphi_m = \frac{\overline{MD}}{\overline{OM}} = \frac{r}{J'_\mu + r} = \frac{1-\tau}{1+\tau} \quad \ldots\ldots \quad \text{XXX}$$

und umgekehrt $$\tau = \frac{1-\cos\varphi_m}{1+\cos\varphi_m}$$

Verbindet man C mit A, so ist $\overline{AC}$ ein Maß für den Strom im Läufer. Derselbe ist

XXXI $$i'_2 = \overline{AC}\, \frac{z_1}{z_2}\, (1 + \tau_1).$$

Zieht man $\overline{CC'} \perp \overline{OG}$, so ist $\overline{CC'} = J' \cos \varphi$ und der eingeleitete Effekt $\mathfrak{E}_g$

$$\mathfrak{E}_g = \sqrt{3}\ e'_k J' \cos \varphi = \sqrt{3}\ e'_k\ \overline{CC'}.$$

Da wir voraussetzen, daß $e'_k$ konstant bleibt, so ist $\overline{CC'}$ ein Maß für den eingeleiteten Effekt.

Wir sehen, daß der eingeleitete Effekt ein Maximum ist, wenn der Punkt C in Fig. 149 nach F kommt.

Aus der Gleichung III folgt die Proportionalität zwischen $J'_\mu$ und $B_\mathfrak{g}$ und da ferner (nach Gleichung X) $B_\mathfrak{g}$ proportional $\Phi_0$ und dieses (nach Gleichung X) proportional $e_1'$ ist, so ist auch $J'_\mu$ proportional $e_1'$. Man kann hiernach $\overline{OA}$ beziehungsweise $\overline{OG}$ als ein Maß für die Phasenspannung ansehen. Wir haben demnach folgende Maßstäbe:

1) 1 A = a mm (willkürlich gewählt).

$\overline{OG}$ mm sollen bei Sternschaltung $\frac{e'_k}{\sqrt{3}}$ Volt sein,

? „ sind „ „ 1 Volt.

2) $1 \text{ Volt} = \frac{\overline{OG}}{e'_k} \sqrt{3}$ mm. (Gültig für Sternschaltung.)

$\overline{OG}$ mm sollen bei Dreieckschaltung $e'_k$ Volt sein,

? „ sind „ „ 1 Volt.

2) $1 \text{ Volt} = \frac{\overline{OG}}{e'_k}$ mm. (Gültig für Dreieckschaltung.)

Der eingeleitete Effekt werde gemessen durch die Länge $\overline{MF}$ mm, es sollen also bei Sternschaltung sein

$\overline{MF}$ mm $= \sqrt{3}\ e'_k \frac{\overline{MF}}{a}$ Watt,

1 mm ? „

3) $1 \text{ mm} = \frac{\sqrt{3}\ e'_k}{a}$ Watt und umgekehrt:

$1 \text{ Watt} = \frac{a}{\sqrt{3}\ e'_k}$ mm. (Gültig für Sternschaltung.)

Für Dreieckschaltung gilt der Ansatz:

$\overline{MF}$ mm sind $3\ e'_k \frac{\overline{MF}}{a}$ Watt,

1 mm ? „

3) $1 \text{ mm} = \frac{3\ e'_k}{a}$ Watt oder $1 \text{ Watt} = \frac{a}{3\ e'_k}$ mm.

Trägt man in G an $\overline{OG}$ (Figur 150) einen Winkel $\alpha$ derart an, daß

$$\operatorname{tg} \alpha = w_1\, \Omega$$

ist und beschreibt um den Mittelpunkt $M_1$ einen Kreis (II), der durch A und G geht, so ist $\overline{EE'}$ im Wattmaßstabe gemessen, der auf den Läufer übertragene Effekt $\mathfrak{E}_a$. Der Winkel $\alpha$ wird angetragen, indem man von G aus 1 A (d. i. a mm) nach links abträgt, in dem Endpunkt eine Senkrechte errichtet und diese gleich $w_1$ Volt macht. Die Verbindungslinie dieses Punktes mit G geht durch $M_1$.

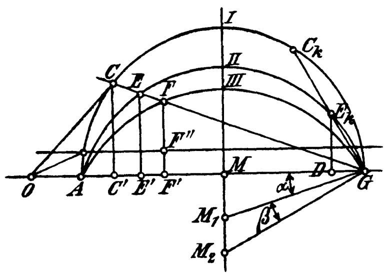



Fig. 150.

Ist $w_2$ der Widerstand einer Phase des Läufers, so sei $w'_2$ der Widerstand einer Phase unter der Voraussetzung, daß Ständer und Läufer gleichviel Windungen besäßen, wie dies in dem obigen Diagramm vorausgesetzt wird; es ist

dann $$\text{XXXII} \quad w'_2 = w_2 \left[\frac{z_1}{z_2}(1 + \tau_1)\right]^2$$

Trägt man in G an $\overline{OG}$ einen Winkel $(\alpha + \beta)$ derart an, daß
$$\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = w_1 + w'_2$$
ist, so erhält man in $M_2$ den Mittelpunkt des Kreises III (Fig. 150), für welchen $\overline{FF'}$ im Wattmaßstabe gemessen den gebremsten Effekt darstellt, allerdings ohne Berücksichtigung der Verluste im Eisen und ohne Reibungsverluste.

Bezeichnet $\mathfrak{E}_0$ diese Verluste und zieht man im Abstande $\mathfrak{E}_0$ Watt eine Parallele zu $\overline{OG}$, so ist $\overline{FF''}$ der gebremste Effekt. Der Verlust $\mathfrak{E}_0$ wird bei Leerlauf mit dem Wattmeter direkt gemessen.

Wird nun unser Motor immer mehr und mehr belastet, so wandert der Punkt C auf dem Kreise I immer weiter nach rechts und kommt schließlich nach $C_k$, wo $\overline{C_k G}$ Tangente an den Kreis III geworden, also
$$\overline{C_k G} \perp \overline{M_2 G}$$
ist. In diesem Falle ist $\overline{FF'} = 0$ geworden, d. h. der Läufer steht still, und es bedeutet demnach $\overline{OC_k}$ den Strom bei festgehaltenem Läufer, also den Kurzschlußstrom, unter Berücksichtigung der Verluste.

$\overline{E_k D}$ ist der auf den Läufer übertragene Effekt, der proportional dem Drehmoment ist. Es stellt demnach $\overline{E_k D}$ ein Maß für das Anzugsmoment des Motors dar.

Die Schlüpfung ist der Quotient $\frac{\overline{EF}}{\overline{EG}}$. (Eine andere Art der Darstellung der Schlüpfung siehe Aufgabe 213, Seite 239.)

Das über das Diagramm Gesagte gilt in gleicher Weise für den Phasen-, wie für den Kurzschlußläufer. Nur ist bei letzterem zu berücksichtigen, daß
$$w_2 = \frac{k_2}{3}\varrho$$
und $$\text{XXXI a} \quad i'_2 = \overline{AC}\,\frac{3 z_1 (1 + \tau_1)}{k_2}$$
und $$\text{XXXII a} \quad w'_2 = w_2 \left[\frac{3 z_1 (1 + \tau_1)}{k_2}\right]^2 \text{ ist.}$$

Bei einem richtig berechneten, nicht zu kleinen Motor, soll bei voller Belastung die Stromlinie $\overline{OC}$ Tangente an den Kreis I sein, denn dann ist $\cos\varphi$ ein Maximum. Für diesen Fall ist (Fig. 149, Seite 221)

$$\operatorname{tg}\varphi_m = \frac{\overline{OD}}{\overline{DM}} = \frac{J'}{r} = \frac{J'}{J'_\mu \frac{1-\tau}{2\tau}}$$

also

$$\frac{J'}{J'_\mu} = \frac{1-\tau}{2\tau}\operatorname{tg}\varphi_m = \frac{1-\tau}{2\tau}\cdot\frac{\sin\varphi_m}{\cos\varphi_m} = \frac{1-\tau}{2\tau}\,\frac{\sqrt{1-\cos^2\varphi_m}}{\cos\varphi_m}$$

Setzt man, wie oben gezeigt (Formel XXX),

$$\cos\varphi_m = \frac{1-\tau}{1+\tau}$$

so wird

$$\frac{J'}{J'_\mu} = \frac{1-\tau}{2\tau}\,\frac{\sqrt{1-\left(\frac{1-\tau}{1+\tau}\right)^2}}{\frac{1-\tau}{1+\tau}} = \frac{1-\tau}{2\tau}\,\frac{\sqrt{4\tau}}{\frac{1-\tau}{1+\tau}\left(1+\tau\right)} = \frac{\sqrt{\tau}}{\tau} = \frac{1}{\sqrt{\tau}}$$

oder

$$\text{XXXIII} \quad J'_\mu = J'\sqrt{\tau}$$

Zur Berechnung von $\tau$ kann man sich bei offenen Nuten der empirischen Formel:

$$\text{XXXIV} \quad \tau = \frac{3}{H^2} + \frac{\delta}{H\,T_p\,\frac{o_1+o_2}{2}} + \frac{6\,\delta}{b}$$

bedienen, wo $H = \frac{k_1+k_2}{4p}$ ist. Alle Längenmaße sind in cm einzusetzen.

Der Wert $\tau_1$ kann gleich $\tau_2$, also $\tau_1 = \frac{\tau}{2}$ geschätzt werden.

## Gang der Berechnung eines Motors.

### A) Ständer.

1. Berechne aus XII oder XIII a D und b.
2. Aus II den Strom $J'$ bez. $i'$ in einer Phase.
3. Nimm $k_1 = m\,6\,p$ und $k_2 = (m \pm 1)\,6\,p$ an und berechne $T_p$, K und $T'_p$ ($o_1 = 2$ bis 3 mm, $o_2$ desgl.).
4. Da durch die Annahme von $\cos\varphi$ auch $\tau$ bestimmt ist (nach Gleichung XXX), so berechne man jetzt aus XXXIII $J'_\mu$.
5. Die Auflösung von XXXIV nach $\delta$ gibt den Luftzwischenraum. Sollte derselbe kleiner ausfallen, als die Gleichung IV angibt, so muß man $k_1$ bez. $k_2$ vergrößern.

6. Aus der Gleichung XXXV folgt

$$\text{XXXV} \quad B_{\mathfrak{L}} = 6440 \sqrt{\frac{e'_1 \, J'_\mu}{T'_p \, b \, f' \sim \delta \, p \, \alpha}}\,^{*)},$$

wo $\alpha = 1{,}2$ bis $1{,}8$ zu schätzen ist.

7. Berechne aus III die Drahtzahl $z_1$ und runde so ab, daß $\frac{3\,z_1}{k_1}$ eine ganze Zahl wird.

8. Bestimme jetzt aus VIII $\Phi_1$ und $\Phi_0 = \frac{\Phi_1}{1 + \tau_1}$; aus X $B_{\mathfrak{L}}$ ($B_{\mathfrak{L}}$ kann sich wegen der Abänderung von $z_1$ geändert haben).

9. Bestimme nach VI den Drahtquerschnitt und unter Berücksichtigung von VII die Nutendimensionen t und y. Die Drähte sind so anzuordnen, daß die maximale Induktion in den Zähnen $B_{z\,max} = \frac{\Phi_1}{f'\,Q_z}$ etwa 15000 bis 18000 ist.

10. Aus XI folgt die Höhe c über den Nuten.

11. Das Gewicht der Bleche vor dem Ausstanzen ist:

$$G = \left[(D + 2\,t + 2\,c)^2 \frac{\pi}{4} - \frac{D^2\,\pi}{4}\right] 0{,}9\,b \,.\, \frac{7{,}8}{1000}$$

und somit kann der Verlust durch Hysteresis und Wirbelströme nach XV berechnet werden. Den prozentualen Verlust durch Reibung kann man nach der Formel $(0{,}08 \div 0{,}1)\sqrt{n_1}$ % schätzen.

12. Berechne aus XIV die Länge $l_1$ einer Windung und aus

$$L_1 = \frac{z_1}{2}\, l_1$$

die Länge aller Windungen einer Phase.

13. Bestimme den Widerstand einer Phase aus

$$w_1 = \frac{c\,L_1}{q}$$

und den Verlust durch Stromwärme in allen drei Phasen

$$\mathfrak{E}_{st} = 3\, i_1'^2\, w_1.$$

## B. Läufer.

14. Aus XXIII folgt, unter Benutzung der Tabelle 16, die Drahtzahl $z_2$, die jedoch so abzuändern ist, daß $\frac{3\,z_2}{k_2}$ eine ganze Zahl wird.

---

*) Die Herleitung ist folgende: Berechnen aus III $z_1$ ($z_1 = 2\,W$) und aus X $\Phi_1 = \Phi_0\,(1 + \tau_1) = (1 + \tau_1)\, T'_p\, b\, f'\, B_{\mathfrak{L}}$ und setze diese Werte in VIII ein, dies gibt

$$e'_1 = \frac{2{,}1\,(1 + \tau_1)\, T'_p\, b\, f'\, B_{\mathfrak{L}} \sim}{10^8} \cdot \frac{2 \,.\, 0{,}56\, B_{\mathfrak{L}}\, \delta\, p\, \alpha}{J'_\mu}$$

oder

$$B_{\mathfrak{L}} = \sqrt{\frac{e'_1\, J'_\mu\, 10^8}{2{,}1\,(1 + \tau_1)\, 2 \,.\, 0{,}56\, T'_p\, b\, f' \sim \delta\, p\, \alpha}} = 6440 \sqrt{\frac{e'_1\, J'_\mu}{T'_p\, b\, f' \sim \delta\, p\, \alpha}}$$

wo $1 + \tau_1 = 1{,}03$ gesetzt worden ist.

Bei Kurzschlußläufern ist $k_2 = 3\,z_2$ eine angenommene Zahl und aus der Gleichung XXIII ergibt sich die Stromstärke $i_2'$. Dasselbe gilt auch für Phasenläufer mit Stabwickelung.

15. Aus der Gleichung XXII $3\,i_2'^2\,w_2 = \mathfrak{E}a \frac{s}{1-s}$ folgt, bei angenommenem s, der Widerstand $w_2$ einer Phase.

Die Gleichung XXIVa liefert angenähert die Länge einer Windung, und die Formel $L_2 = \frac{z_2}{2}\,l_2$ gibt die pro Phase aufgewickelte Drahtlänge, so daß jetzt der Drahtquerschnitt aus der Gleichung

$$q_2 = \frac{c\,L_2}{w_2}$$

berechnet werden kann.

16. Ergibt sich nach Formel XXVIII eine zulässige Temperaturerhöhung, so kann weiter gerechnet werden.

17. Berechne aus XXIX den Diagrammradius r und zeichne den Kreis I auf.

18. Bestimme die Maßstäbe für Volt und Watt aus den Gleichungen

$$\left.\begin{aligned} 1\,V &= \frac{\overline{OG}}{e'_k}\sqrt{3}\ \text{mm für Sternschaltung} \\ 1\,V &= \frac{\overline{OG}}{e'_k}\ \text{mm für Dreieckschaltung} \end{aligned}\right\}\ \text{gültig,}$$

$$\left.\begin{aligned} 1\ \text{mm} &= \frac{\sqrt{3}\,e'_k}{a}\ \text{für Sternschaltung} \\ 1\ \text{mm} &= \frac{3\,e'_k}{a}\ \text{für Dreieckschaltung} \end{aligned}\right\}\ \text{gültig.}$$

19. Berechne aus XXXII $w'_2$ und bestimme die Mittelpunkte $M_1$ und $M_2$ der Kreise II und III

$$\operatorname{tg}\alpha = w_1 \qquad \operatorname{tg}(\alpha + \beta) = w_1 + w'_2.$$

**302.** Wie groß ist die Schlüpfung eines 4 [6] (8)-poligen Drehstrommotors, der 1450 [950] (720) Umdrehungen bei 50 Perioden macht?

Lösung: Die Schlüpfung s folgt aus der Gleichung

$$s = \frac{n_1 - n_2}{n_1}, \text{ wo } n_1 = \frac{60 \sim}{p} = \frac{60 \,.\, 50}{2} = 1500 \text{ ist,}$$

also $$s = \frac{1500 - 1450}{1500} = 0{,}033 \text{ oder } 100\ s = 3{,}3\,\%.$$

**303.** Ein 6 [4] (8)-poliger Drehstromerzeuger (Generator) macht 980 [1460] (750) Umdrehungen pro Minute; ein von diesem gespeister Drehstrommotor macht 1430 [720] (700) Umdrehungen. Wie groß ist hiernach die Polzahl des Motors und die Schlüpfung?

Lösung: Die Periodenzahl des Drehstromes ist

$$\sim = \frac{980 \,.\, 3}{60} = 49, \text{ oder } 60 \sim = 2940;$$

da unser Motor etwa die halbe Tourenzahl (1460) macht, so ist er vierpolig gewickelt. Die Gleichung $n_1 \, p = 2940$ gibt also

$$n_1 = \frac{2940}{2} = 1470, \text{ demnach}$$

$$s = \frac{1470 - 1430}{1470} = 0{,}0272.$$

**304.** Wie groß ist in der vorigen Aufgabe die Periodenzahl des Läuferstromes?

Lösung: Es ist

$$\sim_2 = \frac{(n_1 - n_2)\, p}{60} = \frac{1470 - 1430}{60}\, 2 = 1{,}333\,..$$

**305.** Um die Schlüpfung eines 4 [6] (4)-poligen Motors zu bestimmen, legte man an die Schleifringe des Läufers ein Westonvoltmeter, welches 40 [60] (80) Ausschläge in einer Minute machte. Die Tourenzahl des 4 [6] (6)-poligen Generators war 1500 [1000] (1000). Wie groß ist hiernach die Schlüpfung?

Lösung: Wegen der geringen Periodenzahl des Läufers macht ein Westongalvanometer während jeder Periode einen Ausschlag nach einer Seite, also ist die Anzahl der Ausschläge nach dieser Seite hin unmittelbar die Periodenzahl $\sim_2$. In unserm Falle ist $\sim_2 = 40$ pro Minute, und da $\sim_2 = (n_1 - n_2)\, p$, so ist

$$n_1 - n_2 = \frac{\sim_2}{p} = \frac{40}{2} = 20,$$

mithin $$s = \frac{n_1 - n_2}{n_1} = \frac{20}{1500} = 0{,}0133.$$

Bemerkung. Ersetzt man das Galvanometer durch ein Telephon, so ist die Anzahl der Schwebungen doppelt so groß, wie die der Ausschläge des Westongalvanometers. Dasselbe gilt für ein Weicheiseninstrument.

**306.** Ein Drehstrommotor hat eine Ständerbohrung D von 120 [200] (340) mm, eine Breite b von 60 [93] (140) mm, die Nutenzahl des Ständers ist $k_1 = 36$ [36] (54), die Nutenzahl des Läufers ist $k_2 = 37$ [41] (72), die Drahtzahl des Ständers $z_1 = 180$ [288] (216), die des Läufers $z_2 = 37$ [41] (72), der Luftzwischenraum $\delta$ ist 0,3 [0,5] (0,75) mm, die Polzahl 4 [6] (6). Gesucht wird:

a) die Polteilung,

15*

b) die korrigierte Polteilung, wenn die Nutenöffnungen $0_1 = 1$ [3] (3) mm, $0_2 = 1$ [2] (2) mm sind,

c) der Streuungskoëffizient,

d) der Magnetisierungsstrom, wenn der Vollaststrom 8,5 [7,3] (32) A beträgt, und dieser Strom dem größten Werte von $\cos\varphi$ entsprechen soll,

e) der Durchmesser des Heylandschen Diagramms,

f) die Stromstärke in einem Stabe (einer Phase) des Läufers,

g) $\cos\varphi_m$.

Lösungen:

Zu a): $T_p = \frac{\pi D}{2p} = \frac{\pi . 120}{4} = 94{,}2$ mm.

Zu b): $T'_p = K T_p$,

wo $$K = 1 - \frac{k_1 0_1 + k_2 0_2}{2\pi D} = 1 - \frac{36 . 1 + 37 . 1}{2\pi . 120} = 0{,}903,$$

mithin $$T'_p = 0{,}903 . 94{,}2 = 84{,}5 \text{ mm.}$$

Zu c): Der Streuungskoëffizient folgt aus der Gleichung

XXXIV $$\tau = \frac{3}{H^2} + \frac{\delta}{H T_p \frac{0_1 + 0_2}{2}} + \frac{6\delta}{b},$$

wo $$H = \frac{k_1 + k_2}{4p} = \frac{36 + 37}{4 . 2} = 9{,}125 \text{ ist.}$$

$$\tau = \frac{3}{9{,}125^2} + \frac{0{,}03}{9{,}125 . 9{,}42 \frac{0{,}1 + 0{,}1}{2}} + \frac{6 . 0{,}03}{6} = 0{,}0695.$$

Zu d): Aus XXXIII folgt

$$J'_\mu = J' \sqrt{\tau} = 8{,}5 \sqrt{0{,}0696} = 2{,}24 \text{ A.}$$

Zu e): Gleichung XXIX liefert:

$$2r = J'_\mu \frac{1-\tau}{\tau} = 2{,}24 \frac{1 - 0{,}0695}{0{,}0695} = 30{,}1 \text{ A.}$$

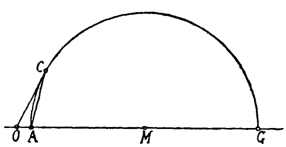


Fig. 151.

Zu f): Man zeichne (Fig. 151) einen Halbkreis mit dem Durchmesser $\overline{AG} = 2r = 30{,}1$ A, z. B. 1 A = 2 mm*), trage an A nach links das Stück $\overline{OA} = J'_\mu = 2{,}24$ A, d. i. 4,48 mm, an, und mache

*) In der Figur ist nur der halbe Maßstab angewendet, dem Leser ist aber zu empfehlen, den oben angegebenen Maßstab zu benutzen.

$\overline{OC} = 8{,}5$ A, d. i. 17 mm, dann wird gemessen $\overline{AC} = 16$ mm, d. i. $\overline{AC} = 8$ A, es ist demnach

$$i'_2 = 8 \frac{3\, z_1}{k_2} (1 + \tau_1) = \frac{8 \,.\, 3 \,.\, 180 \,.\, 1{,}0347}{37} = 121 \text{ A}.$$

Zu g):

$$\cos \varphi_m = \frac{1 - \tau}{1 + \tau} = \frac{1 - 0{,}0695}{1 + 0{,}0695} = 0{,}876.$$

**307.** Einen Widerstand von 5 [0,7] (1,2) $\Omega$ durch die Gleichung tg $\alpha$ = w darzustellen, wenn

1 A = 4 [3] (2) mm,

1 V = 0,8 [1] (1,5) mm ist.

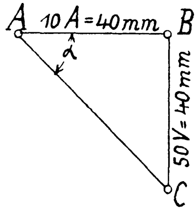



Fig. 152.

Lösung:

$$\text{tg } \alpha = 5\, \Omega = \frac{5 \text{ V}}{1 \text{ A}} = \frac{50 \text{ V}}{10 \text{ A}}, \text{ d. i. } \frac{50 \,.\, 0{,}8 \text{ mm}}{10 \,.\, 4 \text{ mm}} = \frac{40 \text{ mm}}{40 \text{ mm}}$$

$$= \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} \text{ (Fig. 152).}$$

Wie groß ist der Widerstand w, wenn in der Fig. 152 1 A = 3 [2] (0,5) mm, 1 V = 2 [1,5] (4) mm vorstellt?

Lösung:

$$\text{tg } \alpha = \frac{\overline{BC}}{\overline{AB}} = \frac{40 \text{ mm}}{40 \text{ mm}}, \text{ d. i. } \frac{(40:2) \text{ V}}{(40:3) \text{ A}} = \frac{20 \text{ V}}{13{,}33 \text{ A}} = 1{,}5\, \Omega.$$

**308.** Zeichne in Aufgabe 306 das Heylandsche Diagramm mit allen drei Kreisen, wenn noch folgende Werte gegeben sind: $w_1 = 0{,}3$ [0,5] (0,115) $\Omega$, $w_2 = 0{,}00166$ [0,00165] (0,016) $\Omega$ und $e'^k = 60$ [220] (338) V. Sternschaltung vorausgesetzt.

Lösung: Der Voltmaßstab bei Sternschaltung ist bestimmt durch die Gleichung

$$1 \text{ V} = \frac{\overline{OG}}{e'_k} \sqrt{3} = \frac{65 \,.\, \sqrt{3}}{60} = 1{,}87 \text{ mm},$$

wo $\overline{OG} = 65$ mm in Fig. 151 gemessen wurde. Da ferner nach Aufgabe 306 1 A = 2 mm ist, so wird

$$\text{tg } \alpha = w_1 = 0{,}3\, \Omega = \frac{0{,}3 \text{ V}}{1 \text{ A}} = \frac{15 \text{ V}}{50 \text{ A}}, \text{ d. i. } \frac{15 \,.\, 1{,}87 \text{ mm}}{50 \,.\, 2 \text{ mm}}$$

$$\text{tg } \alpha = \frac{28{,}1 \text{ mm}}{100 \text{ mm}} = \frac{\text{gegenüberliegende Kathete}}{\text{anliegende Kathete}}.$$

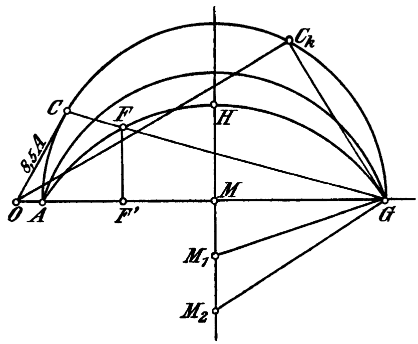


Fig. 153.

Man trage, nachdem man den Kreis I aus den Angaben der Aufgabe 306 noch einmal gezeichnet hat, an G in Fig. 153 nach links 100 mm an, errichte in dem erhaltenen Endpunkte eine Senkrechte nach unten und mache diese 28,1 mm lang, verbinde den erhaltenen Punkt mit G, so schneidet diese Verbindungslinie die in M errichtete Senkrechte in $M_1$, dem Mittelpunkt des Kreises II. (Reicht beim Antragen des Winkels der Platz nicht aus, so verrichten es auch die halben Längen.)

Ferner ist

$$\operatorname{tg}(\alpha+\beta) = w_1 + w'_2 = 0{,}3 + 0{,}00166\left(\frac{3\,.\,180\,.\,1{,}0347}{37}\right)^2$$
$$= 0{,}3 + 0{,}38 = 0{,}68\ \Omega,$$

$$\operatorname{tg}(\alpha+\beta) = \frac{0{,}68\ \mathrm{V}}{1\ \mathrm{A}},\ \text{d. i. } \frac{0{,}68\,.\,1{,}87\ \mathrm{mm}}{1\,.\,2\ \mathrm{mm}} = \frac{0{,}636\ \mathrm{mm}}{1\ \mathrm{mm}} = \frac{63{,}6\ \mathrm{mm}}{100\ \mathrm{mm}}$$

Um diesen Winkel zu zeichnen, trage von G aus 100 mm nach links, errichte dort eine Senkrechte und mache diese 63,6 mm lang. Verbinde den Endpunkt mit G, wodurch man $M_2$, den Mittelpunkt des Kreises III, erhält.

**309.** Berechne den Wattmaßstab und gib an:

a) den zum Strome 8,5 [7,3] (32) A gehörigen Nutzeffekt,

b) den maximalen Effekt, den der Motor einen Augenblick zu leisten vermag,

c) den Strom, den er aufnimmt, wenn der Läufer festgehalten wird.

## Lösungen:

Für den Wattmaßstab gilt bei Sternschaltung die Gleichung:

$$1\ \mathrm{mm} = \frac{\sqrt{3}\, e'_k}{a}\ \mathrm{Watt} = \frac{\sqrt{3}\,.\,60}{2} = 52\ \mathrm{Watt}.$$

Zu a): Der zum Strome $\overline{OC} = 8{,}5$ A gehörige Nutzeffekt ist $\overline{FF'}$ gemessen 12 mm, also $12\,.\,52 = 624$ Watt $= 0{,}85$ PS.

Zu b): Der Nutzeffekt wird ein Maximum für $\overline{MH}$. Da $\overline{MH} = 17$ mm, so ist der größte Nutzeffekt

$$\mathfrak{E}_n = 17 . 52 = 885 \text{ Watt} = 1{,}2 \text{ PS}.$$

Bemerkung. Weder bei a) noch bei b) sind die Eisen- und Reibungsverluste berücksichtigt.

Zu c): Der Kurzschlußstrom $\overline{OC_k}$ wird erhalten, indem man in G auf $\overline{M_2G}$ eine Senkrechte errichtet, die den ersten Kreis in $C_k$ schneidet. Die Messung ergibt $\overline{OC_k} = 56$ mm, d. i. $56 : 2 = 28$ A.

**310.** Es soll an einem fertigen Motor das Heylandsche Diagramm aufgenommen werden. Zu diesem Zweck mißt man:

1. bei Leerlauf die Spannung $e'_k$, den Strom $J'_0$ und den eingeleiteten Effekt $\mathfrak{E}_0$,

2. bei festgehaltenem Läufer die Spannung $e'_k$, den Kurzschlußstrom $J'_k$ und den eingeleiteten Effekt $\mathfrak{E}_k$. Hieraus berechnet man $\cos \varphi_0$ und $\cos \varphi_k$ aus den Gleichungen:

$$\cos \varphi_0 = \frac{\mathfrak{E}_0}{\sqrt{3}\, e'_k J'_0}; \quad \cos \varphi_k = \frac{\mathfrak{E}_k}{\sqrt{3}\, e'_k J'_k}.$$

Die Winkel $\varphi_0$ und $\varphi_k$ trägt man im Punkte O an die Vertikale OY (Fig. 154) an, und auf den freien Schenkeln die Längen $\overline{OA_0} = J'_0$ und $\overline{OC_k} = J'_k$ ab. Nun zeichnet man einen Kreis, der durch die Punkte $A_0$ und $C_k$ hindurchgeht, und dessen Mittelpunkt auf der zu $\overline{OY}$ senkrechten $\overline{OG}$ liegt. Man findet bekanntlich seinen Mittelpunkt, indem man über $\overline{A_0C_k}$ eine Senkrechte errichtet und diese bis zum Schnitt M mit $\overline{OG}$ verlängert.

Errichtet man auf $\overline{C_kG}$ in G eine Senkrechte, so liefert diese den Mittelpunkt $M_2$ des Kreises III.

Will man noch den Kreis II zeichnen, so muß der Widerstand $w_1$ einer Phase gemessen werden.

In den meisten Fällen wird bei festgehaltenem Läufer die Spannung kleiner als die Normale genommen.

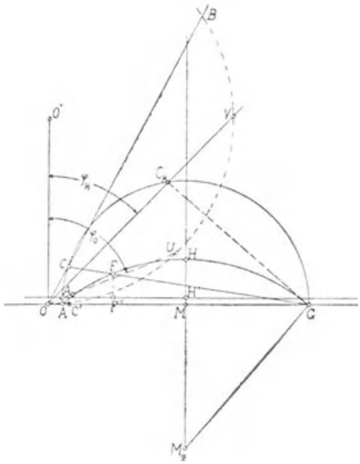


Fig. 154.

Mißt man zu mehreren Spannungen die zugehörigen Kurzschlußstromstärken, und trägt die Spannungen als Abszissen, die Stromstärken als Ordinaten in ein rechtwinkliges Koordinatensystem ein, so kann man durch Verlängerung der Kurve die Kurzschlußstromstärke bei der normalen Spannung erhalten. Da die Kurve jedoch nahezu eine Gerade ist, so berechnet man einfach die zur richtigen Spannung gehörige Stromstärke $J'_k$ aus der Proportion

$$i'_k : J'_k = e'_{k1} : e'_k \text{ oder } J'_k = i'_k \frac{e'_k}{e'_{k1}},$$

wo $i'_k$ die zur gemessenen Spannung $e'_{k1}$ gehörige Kurzschlußstromstärke ist.

Beispiel: Gemessen wurde:

1. bei Leerlauf (Sternschaltung)

$$e'_k = 220 \text{ V}, \; J'_0 = 1{,}55 \text{ A}, \; \mathfrak{E}_0 = 140 \text{ Watt};$$

2. bei festgehaltenem Läufer

$$e'_{k1} = 110 \text{ V}, \; i'_k = 11{,}35 \text{ A}, \; \mathfrak{E}_k = 1550 \text{ Watt}.$$

Hiernach ist
$$\cos \varphi_0 = \frac{140}{\sqrt{3} \,.\, 220 \,.\, 1{,}55} = 0{,}237,$$

$$\cos \varphi_k = \frac{1550}{\sqrt{3} \,.\, 110 \,.\, 11{,}35} = 0{,}717,$$

und
$$J'_k = 11{,}35 \frac{220}{110} = 22{,}7 \text{ A}.$$

Um die $\sphericalangle \varphi_0$ und $\varphi_k$ bequem anzutragen, nehme man 50 mm in den Zirkel und beschreibe hiermit um O′ einen Halbkreis, der durch O hindurchgeht. Nimmt man jetzt 23,7 mm in den Zirkel und beschreibt von O aus einen Kreisbogen, der den Kreis in U schneidet, so ist $\sphericalangle UOO' = \sphericalangle \varphi_0$, ebenso ist $\sphericalangle VOO' = \varphi_k$, wenn $\overline{OV} = 71{,}7$ mm gemacht ist. Auf diesen Strecken trage man im Amperemaßstab,

$$\text{z. B. } 1 \text{ A} = 2 \text{ mm} = a,$$

$\overline{OA_0} = 1{,}55$ A, d. i. 3,1 mm und $\overline{OC_k} = 22{,}7$ A, d. i. 45,4 mm ab.

Die Senkrechte über $\overline{A_0C_k}$ liefert den Mittelpunkt M. Der Kreis um M mit dem Radius $\overline{MA_0}$ ist Kreis I. Den Mittelpunkt $M_2$ des Kreises III findet man, indem man in G auf $\overline{C_kG}$ eine Senkrechte errichtet und diese bis $M_2$ verlängert.

Eine durch $A_0$ gezogene Parallele zu $\overline{OG}$ berücksichtigt die Verluste durch Reibung, Hysteresis und Wirbelströme.

**311.** Beantworte folgende Fragen:

a) Welchen Effekt könnte man maximal bremsen?

b) Welche normale Leistung besitzt der Motor, wenn diese nur die Hälfte der maximalen sein soll?

c) Mit welcher Stromstärke arbeitet hierbei der Motor?
d) Wie groß ist der zugehörige cos $\varphi$?
e) Wie groß ist das zugehörige Güteverhältnis?

Lösungen:

Bestimme zunächst den Wattmaßstab. Da unser Motor Sternschaltung besitzt, so ist

$$1 \text{ mm} = \frac{\sqrt{3}\, e'_k}{a} = \frac{\sqrt{3} \cdot 220}{2} = 191 \text{ Watt.}$$

Zu a): Der maximal zu bremsende Effekt ist durch die Strecke $\overline{HH'}$ gegeben, diese ist 11 mm lang, also

$$\mathfrak{E}_{max} = 11 \cdot 191 = 2100 \text{ Watt.}$$

Zu b): $\mathfrak{E}_n = \frac{2100}{2} = 1050 \text{ Watt} = \overline{FF''} = 5{,}5 \text{ mm.}$

Zu c): Man verbinde F mit G und verlängere bis C, dann ist $\overline{OC}$ der gesuchte Strom. Es ist $\overline{OC} = 9$ mm,

also $$J' = \frac{9}{2} = 4{,}5 \text{ A.}$$

Zu d): Lege einen Millimetermaßstab zwischen O und C und lies die Länge $\overline{OCD}$ in mm ab, es ist dann gemessen

$$\cos\varphi = \frac{89}{100} = 0{,}89.$$

Zu e): $$\eta' = \frac{\overline{FF''}}{\overline{CC'}} = \frac{5{,}5}{8} \cong 0{,}7.$$

**312.** Zeichne das Diagramm und beantworte dieselben Fragen, wenn bei dem mit Sternschaltung versehenen Motor gemessen wurden:

1. Leerlauf: $e'_k = 220$ [220] V, $J'_0 = 5{,}4$ [8,7] A, $\mathfrak{E}_0 = 350$ [700] Watt.
2. Läufer, fest: $e'_{k1} = 98$ [64] V, $i'_k = 40$ [48,2] A, $\mathfrak{E}_k = 2050$ [1560] Watt [$w_1 = 0{,}108\ \Omega$].

**313.** Es soll ein 15 PS Motor mit Phasenanker für 220 V Klemmenspannung bei 50 Perioden berechnet werden, wenn seine Tourenzahl bei Leerlauf 1500 pro Minute ist.

Lösung: Aus $\frac{np}{60} = \sim$ folgt $p = \frac{60 \sim}{n} = \frac{50 \cdot 60}{1500} = 2.$

Der Motor wird also vierpolig gewickelt und zwar nehmen wir Sternschaltung an. Für einen 15 PS Motor gibt die Figur 144, Seite 215 für 15 PS $\quad C = 0{,}0009.$ Demnach wird

$$D^2\, b = \frac{15 \,.\, 736}{0{,}0009 \,.\, 1500} = 8200$$

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| für | $b = 10$ | 11 | 12 | 13 | 14 | cm, |
| wird | $D = 28{,}6$ | 27,2 | 26 | 25 | 24 | cm. |

Wir wählen $D = 272$ mm und $b = 128$ mm.*)

Nimmt man $\cos \varphi = 0{,}9$, $\eta' = 0{,}86$ an, so gilt Gleichung II

$$J' = \frac{\mathfrak{E}_n}{\sqrt{3}\, e'_k \cos \varphi\, \eta'} = \frac{15 \,.\, 736}{\sqrt{3} \,.\, 220 \,.\, 0{,}9 \,.\, 0{,}86} = 37{,}5 \text{ A}.$$

Die Zahl der Nuten ist $k_1 = m\, 6\, p = 4 \,.\, 6 \,.\, 2 = 48$ im Ständer, wenn $m = 4$ genommen wurde; für den Läufer erhält man $k_2 = (m + 1)\, 6\, p = 5 \,.\, 6 \,.\, 2 = 60$ Nuten. Die Nutenöffnung sei im Ständer und Läufer dieselbe, nämlich $0_1 = 0_2 = 2{,}5$ mm. Die Nutenteilung ist

$$T_p = \frac{\pi D}{2\, p} = \frac{\pi \,.\, 272}{2 \,.\, 2} = 214 \text{ mm},$$

also

$$K = 1 - \frac{k_1\, 0_1 + k_2\, 0_2}{2\, \pi\, D} = 1 - \frac{48 \,.\, 2{,}5 + 60 \,.\, 2{,}5}{2\, \pi \,.\, 272} = 0{,}853,$$

mithin die korrigierte Polteilung

$$T'_p = K\, T_p = 0{,}853 \,.\, 214 = 183 \text{ mm}.$$

Da $\cos \varphi = 0{,}9$ sein soll, muß

$$\tau = \frac{1 - \cos \varphi_m}{1 + \cos \varphi_m} = \frac{1 - 0{,}9}{1 + 0{,}9} = 0{,}0527 \text{ sein.}$$

Damit die Stromstärke $J'$ in die Tangente des Heylandschen Diagramms fällt, muß

$$J'_\mu = 37{,}5\, \sqrt{0{,}0527} = 8{,}6 \text{ A}$$

werden.

Die Gl. XXXIV gibt nach $\delta$ aufgelöst $\left(H = \frac{k_1 + k_2}{4\, p} = 13{,}5\right)$

$$\frac{\delta}{13{,}5 \,.\, 21{,}4 \,.\, 0{,}25} + \frac{6\, \delta}{12{,}8} = 0{,}0527 - 0{,}0165;\ \delta \approx 0{,}08 \text{ cm}.$$

Schätzen wir $\alpha = 1{,}2$, so liefert die Gl. XXXV

$$B_{\mathfrak{L}} = 6440 \sqrt{\frac{220}{\sqrt{3}}\, \frac{8{,}6}{18{,}3 \,.\, 12{,}8 \,.\, 0{,}583 \,.\, 0{,}08 \,.\, 2 \,.\, 50 \,.\, 1{,}2}} = 5940.$$

Aus Gl. III folgt

$$z_1 = 2\, W = 2 \,.\, \frac{0{,}56 \,.\, 1{,}2 \,.\, 5940 \,.\, 0{,}08 \,.\, 2}{8{,}6} = 148.$$

*) Diese Vergrößerung wurde gemacht, um ein vorhandenes Modell benutzen zu können.

Diese Drähte müssen in 16 Nuten untergebracht werden, also kommen in eine Nute

$$\frac{148}{16} = 9{,}25 \text{ Drähte,}$$

was auf 9 abzurunden ist. Wir legen also in jede Nute 9 Drähte und erhalten demnach für $z_1 = 9 \, . \, 16 = 144$ Drähte.

Löst man jetzt Gl. VIII nach $\Phi_1$ auf, so wird

$$\Phi_1 = \frac{220 \, . \, 10^8}{\sqrt{3} \, . \, 2{,}1 \, . \, 144 \, . \, 50} = 840\,000$$

$$\Phi_0 = \frac{\Phi_1}{1{,}03} = \frac{840\,000}{1{,}03} = 815\,000.$$

Die Gleichung X nach $B_{\mathfrak{L}}$ aufgelöst, gibt endgültig

$$B_{\mathfrak{L}} = \frac{815\,000}{18{,}3 \, . \, 12{,}8 \, . \, 0{,}583} = 6000.$$

Nehmen wir versuchsweise die Drahtbeanspruchung $s_d = 3$ an, so ist der Drahtquerschnitt

$$q_1 = \frac{37{,}5}{3} = 12{,}5 \text{ mm}^2,$$

wozu ein Draht von $d = 4$ mm gehört. Da wir jedoch beabsichtigen, den Motor eventuell auch für 110 oder 440 V zu wickeln, mögen zwei Drähte parallel geschaltet werden, dann ist $d = 2{,}8$ mm und besponnen $d' = 3{,}3$ mm. Wir legen 18 Drähte in eine Nute, wovon je zwei parallel geschaltet sind. Die Nute erhält die in Fig. 155 dargestellte Form, wo zur Isolation der Drähte vom Eisen eine Preßspanlage von 1 mm Dicke angenommen wird.

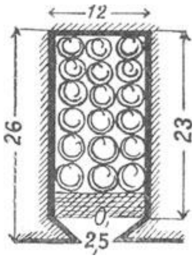


Fig. 155.

Die Höhe über den Zähnen ist nach Gleichung XI

$$c = \frac{\Phi_1}{2 \, . \, 0{,}9 \, b \, . \, B_a} = \frac{840\,000}{2 \, . \, 0{,}9 \, . \, 12{,}8 \, . \, 7800} = 4{,}7 \text{ cm},$$

wo $B_a = 7800$ gesetzt wurde.

Das Gewicht der Bleche vor dem Ausstanzen ist

$$G = \left[(27{,}2 + 5{,}2 + 9{,}4)^2 \frac{\pi}{4} - 27{,}2^2 \frac{\pi}{4}\right] \frac{0{,}9 \, . \, 12{,}8 \, . \, 7{,}8}{1000} = \mathbf{62{,}4} \text{ kg.}$$

Der Verlust im Eisen ist sodann (Formel XV)

$$\mathfrak{E}_E = \frac{1{,}1 \, B_a \sim G}{10^5} = \frac{1{,}1 \, . \, 7800 \, . \, 50 \, . \, 62{,}4}{10^5} = 267 \text{ Watt.}$$

Rechnet man für Reibung bei Ringschmierlagern etwa $0{,}1\,\sqrt{n_1}\,\%$, also etwa 4 % der Nutzleistung, so ist dieser Verlust

$$\mathfrak{E}_R = \frac{15 \cdot 736 \cdot 4}{100} \cong 442 \text{ Watt},$$

und somit der Verlust bei Leerlauf

$$\mathfrak{E}_0 = 267 + 442 = 709 \text{ Watt}.$$

Die Länge einer Windung ist (Gleichung XIV)

$$l_1 = 2\left[b + \mathfrak{z} + \frac{\pi}{2}\,t + 4y + \frac{\pi}{2p}\,(D + 2t + 4y)\right]$$

$$l_1 = 2\left[128 + 20 + 1{,}5 \cdot 26 + 4 \cdot 12 + \frac{\pi}{4}\,(272 + 2 \cdot 26 + 4 \cdot 12)\right]$$

$$l_1 \cong 1000\,\text{mm};$$

die pro Phase aufgewickelte Drahtlänge

$$L_1 = \frac{144}{2} \cdot 1 = 72 \text{ m},$$

der Widerstand einer Phase, gemessen mit Gleichstrom:

$$w_1 = \frac{c\,L_1}{q} = \frac{0{,}02 \cdot 72}{2 \cdot 2{,}8^2\,\frac{\pi}{4}} = 0{,}118\ \Omega.$$

Der Widerstand für Wechselstrom dürfte $1{,}2 \cdot 0{,}118 = 0{,}143\ \Omega$ betragen.

Der Verlust durch Stromwärme im Ständer ist:

$$\mathfrak{E}_{st} = 3\,J'^2_1\,w_1 = 3 \cdot 37{,}5^2 \cdot 0{,}143 = 600 \text{ Watt}.$$

## Läufer.

Nimmt man eine Schlüpfung von 0,043 an, und schätzt

$$\mathfrak{E}_a = \frac{15 \cdot 736}{0{,}92} = 12000 \text{ Watt},$$

so ist
$$3\,i'^2_2\,w_2 = \mathfrak{E}_a\,\frac{s}{1-s} = 12000\,\frac{0{,}043}{0{,}957} = 540 \text{ Watt}.$$

Die Stromstärke des 15 PS Motors darf nach Tabelle **16** auf Seite 218 etwa $i'_2 = 29$ A betragen, so daß

$$w_2 = \frac{540}{3 \cdot 29^2} = 0{,}215\ \Omega \text{ wird}.$$

Nehmen wir dauernd aufliegende Bürsten an, so besteht $w_2$ aus dem Widerstande der Wickelung und dem Widerstande der Bürste. Ist die Stromdichte unserer Kohlebürste 5 A pro $cm^2$ Auflagefläche, so ist

$$f_b = \frac{29}{5} = 5{,}8 \text{ cm}^2.$$

Wir entscheiden uns für $f_b = 3 . 2 = 6 \text{ cm}^2$, dann ist

$$w_b = \frac{0{,}2}{6} = 0{,}033\ \Omega$$

und für die Wickelung bleibt

$$0{,}215 - 0{,}033 = 0{,}182\ \Omega.$$

Die Drahtzahl im Läufer ist angenähert (Formel XXIII)

$$z_2 = \frac{J_1'}{i_2'} z_1 = \frac{37{,}5}{29} . 144 = 186,$$

sie verteilt sich auf 20 Nuten, so daß in eine Nute $\frac{186}{20} = 9{,}3$ Drähte kommen sollen, was auf 10 abgerundet werden möge. Es ist dann

$$z_2 = 20 . 10 = 200$$

geworden. Die angenäherte Länge des aufgewickelten Drahtes ist

$$L_2 = 100\left(2 . 128 + 3{,}2 \frac{272}{2}\right) = 69000 \text{ mm} = 69 \text{ m},$$

daher $$q_2 = \frac{0{,}02 . 69}{0{,}182} = 7{,}6 \text{ mm}^2,$$

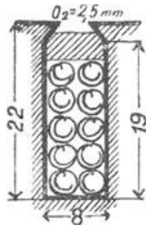



Fig. 156.

hierzu gehört $d = 3{,}1$ mm, $d' = 3{,}4$ mm und die Nut erhält die in Fig. 156 dargestellten Abmessungen.

Die genauere Länge einer Windung ist jetzt

$$l_2 = 2\left[b + \mathfrak{z} + \frac{\pi}{2} t + 5y + \frac{\pi}{2p}(D - 2t - 5y)\right]$$

$$l_2 = 2\left[128 + 20 + 1{,}5 . 22 + 40 + \frac{\pi}{4}(272 - 44 - 40)\right] = 736 \text{ mm},$$

$$L_2 = 100 . 0{,}736 = 73{,}6 \text{ m},$$

daher $$w_2 = \frac{0{,}02 . 73{,}6}{7{,}6} = 0{,}194\ \Omega \text{ ohne Bürstenwiderstand,}$$

und mit demselben $w_2 = 0{,}194 + 0{,}033 = 0{,}257\ \Omega$ gemessen mit Gleichstrom, was sich für Wechselstrom auf $1{,}2 . 0{,}227 = 0{,}273\ \Omega$ erhöhen dürfte.

Der Radius des Heylandschen Diagramms ist (Formel XXIX)

$$r = J'_\mu \frac{1 - \tau}{2\tau} = 8{,}6 \frac{1 - 0{,}055}{2 . 0{,}055} = 74 \text{ A},$$

wo $\tau = 0{,}055$ der genauere, zu $\delta = 0{,}08$ cm gehörige Wert ist.

Ferner ist

$$w'_2 = (w_2 + w_b)\left(\frac{z_1}{z_2}\,1{,}03\right)^2 = 0{,}273\left(\frac{144}{200}\,1{,}03\right)^2 = 0{,}15\ \Omega.$$

$$\operatorname{tg}\alpha = w_1 = 0{,}143\ \Omega,$$

$$\operatorname{tg}(\alpha+\beta) = w_1 + w_2' = 0{,}143 + 0{,}15 = 0{,}293\ \Omega.$$

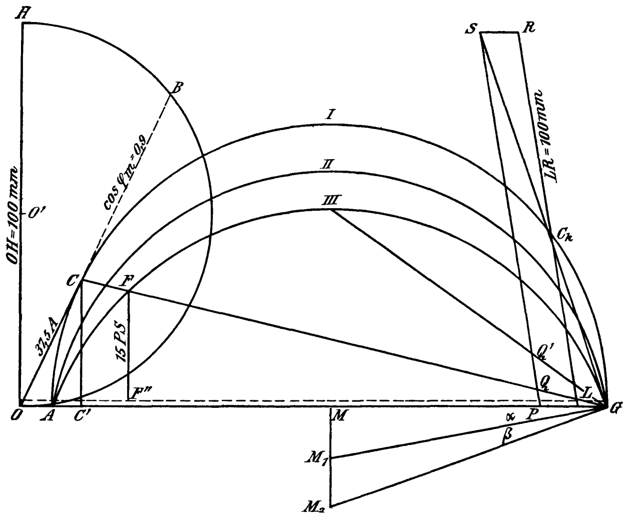



Fig. 157.

Der Leser zeichne einen Kreis mit 74 A Radius, indem er annimmt: $1\ \text{A} = 1\ \text{mm}\ (a = 1)$,*)

an den Punkt A trage er $J'_\mu = \overline{OA} = 8{,}6\ \text{A} = 8{,}6\ \text{mm}$ an, und bestimme die weiteren Maßstäbe

$$1\ \text{V} = \frac{\overline{OG}\sqrt{3}}{e'_k} = \frac{156{,}6\,.\sqrt{3}}{220} = 1{,}23\ \text{mm (Voltmaßstab)},$$

$$1\ \text{mm} = \frac{\sqrt{3}\,.\,e'_k}{a} = \sqrt{3}\,.\,220 = 382\ \text{Watt (Wattmaßstab)},$$

oder $1\ \text{PS} = 1{,}93\ \text{mm}.$

Jetzt kann man $\operatorname{tg}\alpha = 0{,}143\ \Omega$ und $\operatorname{tg}(\alpha+\beta) = 0{,}293\ \Omega$ auftragen, indem

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{0{,}143\ \text{V}}{1\ \text{A}}\ \text{d. i.}\ \frac{0{,}143\,.\,1{,}23\ \text{mm}}{1\,.\,1\ \text{mm}} = \frac{17{,}6\ \text{mm}}{100\ \text{mm}}$$

*) Die Figur 157 ist im Text auf die Hälfte verkleinert.

$$\operatorname{tg}(\alpha+\beta) = \frac{0{,}293\ \mathrm{V}}{1\ \mathrm{A}} \text{ d. i. } \frac{0{,}293 \,.\, 1{,}23\ \mathrm{mm}}{1 \,.\, 1\ \mathrm{mm}} = \frac{36\ \mathrm{mm}}{100\ \mathrm{mm}}$$

ist. Die Einzeichnung ergibt die Kreise II und III um die Mittelpunkte $M_1$ und $M_2$.

Wir ziehen nun eine Parallele zu $\overline{OG}$ im Abstande von 709 Watt oder $709 : 382 = 1{,}85$ mm. Die Linie $\overline{FF''}$ machen wir 15 PS $= 15 \,.\, 1{,}93 = 29$ mm lang und ziehen durch den so erhaltenen Punkt F die Linie $\overline{FG}$, die den Kreis I in C schneidet. Die Messung von $\overline{OC}$ gibt 37,5 mm, also 37,5 A.

Die Schlüpfung läßt sich im Heylandschen Diagramm mit einem Millimetermaßstab sofort ablesen, wenn man folgende Konstruktion ausführt.

Man errichte auf $\overline{M_2G}$ in G (Fig. 157) eine Senkrechte, die den Punkt $C_k$ liefert. Fällt man nun von $C_k$ auf $\overline{M_1G}$ ein Lot, so schneidet dieses die Linie $\overline{AG}$ in L. Zieht man zu $\overline{C_kL}$ eine Parallele $\overline{PS}$, welche bis zum Schnitt S mit der Verlängerung von $\overline{C_kG}$ gleich 100 mm ist, so ist auf dieser das Stück $\overline{PQ}$ in Millimetern gemessen, die Schlüpfung in Prozenten, also der Wert 100 s.

Die Ausmessung von PQ gibt $\overline{PQ} = 4{,}5$ mm, also ist $s = 0{,}045$.

Würde unser Motor immer mehr und mehr belastet, so würde seine Schlüpfung bis auf $\overline{PQ'} = 14$ mm, also $s = 0{,}14$ zunehmen, um bei weiterer Belastung stehen zu bleiben.

Wir wollen nun noch die Induktion in den Zähnen nachrechnen.

Die Zähne des Ständers haben an der engsten Stelle den Eisenquerschnitt (bezogen auf einen Pol)

$Q_z = (t_1 - y)\frac{k_1}{2\,p}\,0{,}9\,b$, wo $t_1 = \frac{\pi D}{k_1}$ die Zahnteilung und y die Nutenbreite ist.

$$t_1 = \frac{\pi \,.\, 27{,}2}{48} = 1{,}78\ \mathrm{cm},\ y = 1{,}2\ \mathrm{cm},\ \text{also}$$

$$Q_z = (1{,}78 - 1{,}2)\frac{48}{4}\,0{,}9 \,.\, 12{,}8 = 80\ \mathrm{cm}^2.$$

$$B_{z\,max} = \frac{\Phi_1}{f' Q_z} = \frac{840000}{0{,}583 \,.\, 80} = 18000,$$

wo $f'$ der Tabelle 15 auf Seite 214 entnommen wurde.

Für den Läufer gilt dieselbe Rechnung, nur hat man anstatt D zu setzen

$$D - 2\,t - 2\,\delta,\ \text{also}\ 272 - 2 \,.\, 22 - 2 \,.\, 0{,}8 = 226{,}4\ \mathrm{mm}$$

$$t_2 = \frac{226{,}4\,\pi}{60} = 11{,}75 \text{ mm}, \; y = 8 \text{ mm}$$

$$Q_z = 0{,}375 \,.\, \frac{60}{4} \,.\, 0{,}9 \,.\, 12{,}8 = 64{,}6 \text{ cm}^2$$

$$B_{z\,max} = \frac{\Phi_0}{f'\,Q_z} = \frac{815000}{0{,}588 \,.\, 64{,}6} = 21500.$$

Beide Werte von $B_{z\,max}$ sind zwar hoch, aber zulässig.

Mit Hilfe des Diagramms lassen sich jetzt auch die Verluste genauer bestimmen.

Die Stromstärke im Läufer ist nämlich

$$i'_2 = \overline{AC}\,\frac{z_1}{z_2}\,1{,}03 = 35\,\frac{144}{200}\,1{,}03 = 26 \text{ A}$$

und der Verlust durch Stromwärme, mit Berücksichtigung der Schleifringe

$$\mathfrak{E}_{st} = 3\,i'^2_2\,(w_2 + w_b) = 3 \,.\, 26^2 \,.\, 0{,}273 = 550 \text{ Watt.}$$

Hiermit wird

$$\eta' = \frac{15 \,.\, 736}{15 \,.\, 736 + 600 + 267 + 442 + 550} = 0{,}86.$$

Die abkühlende Oberfläche ist in dm² ist $O = \pi\,D\,(b + 0{,}7\,T)$
$O = 23{,}6$ dm², also ist die zu erwartende Temperaturerhöhung

$$T = \frac{1859}{23{,}6}\,\frac{1}{(1{,}44 \div 1{,}85)} = 42{,}4^0 \div 54{,}5^0 \text{ C.}$$

## Berechnung des Anlaßwiderstandes.

Die Formel 53, Seite 112, die für die Berechnung des Anlaßwiderstandes eines Nebenschlußmotors gilt, kann auch hier Verwendung finden. In der Gleichung

$$\frac{J_a}{i_a} = \sqrt[n]{\frac{w_a + x}{w_a}}$$

bedeutet $w_a$ den Widerstand $w_2$ einer Phase, x den pro Phase vorzuschaltenden Widerstand. Derselbe läßt sich leicht aus unserm Diagramm (Fig. 157) berechnen. Wenn nämlich $\overline{OC}$ der auf dem ersten Kontrakt eintretende Strom sein soll, so muß der Motor einen solchen Gesamtwiderstand besitzen, daß $\overline{CG}$ Tangente an einen neuen Kreis III ist. Der Mittelpunkt dieses Kreises wird aber gefunden, indem man auf $\overline{CG}$ in G eine Senkrechte errichtet, die die Linie $\overline{MM_1}$ in dem gesuchten Mittelpunkt schneidet. Da es sich aber nur um den neuen Winkel $M_2 GM$ handelt, und dieser gleich dem $\sphericalangle C'CG$ ist, braucht die Konstruktion nicht ausgeführt zu werden. Es ist also:

$$\operatorname{tg}(\alpha + \beta') = w_1 + (w_2 + x)' = \frac{\overline{C'G}\ \text{Volt}}{\overline{C'C}\ \text{Amp.}},$$

wo $(w_2 + x)'$ den Diagrammwiderstand pro Phase bezeichnet.

Die Ausmessung ergibt (in der nicht verkleinerten Figur gemessen) $\overline{C'G} = 133$ mm, d. i. $133 : 1{,}23 = 108$ V und $\overline{CC'} = 33{,}5$ mm, d. i. $33{,}5 : 1 = 33{,}5$ A,

also
$$w_1 + (w_2 + x)' = \frac{108}{33{,}5} = 3{,}23\ \Omega,$$

mithin wird $(w_2 + x)' = 3{,}23 - 0{,}118 = 3{,}112\ \Omega$.

Dies würde der Vorschaltwiderstand bei gleicher Drahtzahl im Ständer und Läufer sein, der wirkliche Widerstand $w_2 + x$ ist jedoch bestimmt durch die Formel XXXII

$$(w_2 + x)' = (w_2 + x)\left[\frac{z_1(1 + \tau_1)}{z_2}\right]^2, \text{ woraus}$$

$$w_2 + x = (w_2 + x)'\left[\frac{z_2}{z_1(1 + \tau_1)}\right]^2 = 3{,}112\left(\frac{200}{144 \,.\, 1{,}03}\right)^2 \cong 5{,}7\ \Omega \text{ folgt.}$$

Nehmen wir 8 Stufen (pro Phase), setzen also $n = 8$, so wird

$$\frac{J_a}{i_a} = \sqrt[8]{\frac{5{,}7}{0{,}273}} = 1{,}46.$$

Die einzelnen Stufen sind jetzt nach Seite 112, Formel 54

$$x_1 = \left(\frac{J_a}{i_a} - 1\right) w_a = 0{,}46 \,.\, 0{,}273 = 0{,}126$$

$$x_2 = \frac{J_a}{i_a} x_1 = 0{,}183$$

$$x_3 = 0{,}267$$
$$x_4 = 0{,}389$$
$$x_5 = 0{,}569$$
$$x_6 = 0{,}816$$
$$x_7 = 1{,}192$$
$$x_8 = 1{,}740$$

Alles Übrige lese man beim Nebenschlußmotor nach.

**314.** Wie ändern sich der Leerlaufstrom, der Radius r des Heylandschen Diagrammes und der Voltmaßstab, wenn die Schätzung des Faktors $\alpha = 1{,}2$ falsch war und $\alpha$ in Wirklichkeit den Wert $\alpha = 1{,}6$ besitzt?

Andeutung zur Lösung: Aus Formel III folgt, wenn alle Daten der vorigen Aufgabe beibehalten werden und nur $\alpha = 1,6$ gesetzt wird, $J'_\mu$.

Aus XXIX folgt 2 r, während der Voltmaßstab sich mit $\overline{OG}$ änderte. Die Aufzeichnung der drei Kreise gibt die Eigenschaften des Motors. Aus dem Diagramm ist zu ersehen, daß sich $\cos\varphi$ und die maximalmögliche Leistung des Motors geändert hat.

**315.** Es soll ein 1 PS Motor mit Kurzschlußläufer für 220 V und ca. 1500 Touren bei 50 Perioden berechnet werden.

Lösung: Nehmen wir $\cos\varphi = 0,86$, $\eta' = 0,8$ an, so ist bei Sternschaltung

$$J' = \frac{736}{\sqrt{3} \,.\, 220 \,.\, 0,86 \,.\, 0,8} = 2,83 \text{ A, abgerundet } 2,8 \text{ A.}$$

Bei kleineren Motoren ist es nicht möglich mit der normalen Stromstärke $J'$ in der Tangente des Heylandschen Diagramms zu arbeiten, welcher Fall eintritt, wenn $J'_\mu = J' \sqrt{\tau}$ ist, sondern man muß für $J'$ einen wesentlich größeren Wert setzen. Wir wählen deshalb $J'_\mu = 0,89$ A.

Setzt man nach Fig. 144 für $C = 0,00044$, so ist

$$D^2 b = \frac{736}{0,00044 \,.\, 1500} = 1115.$$

Zusammengehörige Werte sind $D = 12$ cm, $b = 7,6$ cm.

Der Tourenzahl 1500 entspricht eine 4-polige Wickelung, also

$$p = 2.$$

Die Polteilung ist $T_p = \frac{\pi D}{2p} = \frac{\pi \,.\, 12}{4} = 9,42$ cm (auch $v = 9,42$ m).

Man nehme, um die Drähte bequem durch die Nutenöffnung einlegen zu können, $0_1 = 2,5$ mm an, ferner sei $0_2 = 1$ mm und $m = 3$, so wird $k_1 = m\,6\,p = 3 \,.\, 6 \,.\, 2 = 36$ Nuten. Es werde $k_2 = 41$ *) angenommen.

$$K = 1 - \frac{2,5 \,.\, 36 + 41 \,.\, 1}{2\pi \,.\, 120} = 0,827$$

$T'_p = K T_p = 7,8$ cm; $\delta = 0,2 + 0,12 = 0,32$ mm, abgerundet

$$\delta = 0,3 \text{ mm.}$$

$$H = \frac{k_1 + k_2}{4p} = \frac{36 + 41}{4 \,.\, 2} = 9,625.$$

$$\tau = \frac{3}{9,625^2} + \frac{0,03}{9,625 \,.\, 9,42 \,.\, \frac{0,35}{2}} + \frac{6 \,.\, 0,03}{7,6} = 0,058$$

---

*) Mit $k_2 = 37$ Nuten geht der Motor schlecht an.

Schätzen wir $\alpha = 1,3$ so wird (Gl. XXXV)

$$B_{\mathfrak{L}} = 6440 \sqrt{\frac{220}{\sqrt{3}} \frac{0,89}{7,8 \,.\, 7,6 \,.\, 0,592 \,.\, 50 \,.\, 0,03 \,.\, 2 \,.\, 1,3}} = 5870.$$

Aus III folgt

$$z_1 = 2W = 2 \,.\, \frac{0,56 \,.\, 1,3 \,.\, 5870 \,.\, 0,03 \,.\, 2}{0,89} = 576$$

$$\frac{3\,z_1}{k_1} = \frac{3 \,.\, 576}{36} = 48.$$

Die Gl. VIII gibt

$$\Phi_1 = \frac{220 \,.\, 10^8}{\sqrt{3} \,.\, 2,1 \,.\, 50 \,.\, 576} = 211\,000$$

$$\Phi_2 = \frac{\Phi_1}{1 + \tau_1} = \frac{211\,000}{1,03} = 205\,000.$$

Nehmen wir die Zahninduktion an der schwächsten Stelle zu $B_{zmax} = 20\,000$ an, so wird der zugehörige Zahnquerschnitt

$$Q_z = \frac{\Phi_1}{B_{zmax} f'} = \frac{211\,000}{20\,000 \,.\, 0,592} \cong 18 \text{ cm}^2.$$

Nun ist $Q_z = (t_1 - y) \frac{k_1}{2p} 0,9b$, woraus

$t_1 - y = \frac{Q_z \,.\, 2p}{0,9bk_1} = \frac{18 \,.\, 4}{0,9 \,.\, 7,6 \,.\, 36} = 0,294$ cm folgt. Da nun $t_1 = \frac{\pi D}{k_1} = \frac{\pi \,.\, 12}{36} = 1,045$ cm ist, wird die größtmögliche Nutenbreite

$$y = 1,045 - 0,294 = 0,751 \text{ cm}.$$

Der zu erwartende Drahtquerschnitt ist $q_1 = \frac{2,8}{3} = 0,9$ mm², wozu $d \cong 1$ mm, $d' = 1,3$ mm gehört. Legt man 4 Drähte nebeneinander, so brauchen diese $4 \,.\, 1,3 = 5,2$ mm und 12 Lagen $12 \,.\, 1,3 = 15,6$ mm. Rechnet man für Isolation noch Zuschläge, so machen wir die Nutenbreite $y = 7,5$ mm, die Nutentiefe $t = 24$ mm.

Die Länge einer Windung wird nach Formel XIV

$$l_1 = 2 \left\{ 76 + 20 + \frac{\pi}{2}\, 24 + 3 \,.\, 7,5 - \frac{\pi}{4} (120 + 2 \,.\, 24 + 3 \,.\, 7,5) \right\}$$

$$l_1 = 612 \text{ mm}.$$

Die aufgewickelte Drahtlänge pro Phase ist

$$L_1 = \frac{576}{2} \,.\, 0,612 = 176 \text{ m}.$$

Nimmt man $B_a = 8000$ an, so wird $Q_a = \frac{211000}{2 \cdot 8000} = 13{,}2$ cm² und die Eisenhöhe über den Zähnen

$$c = \frac{13{,}2}{0{,}9 \cdot 7{,}6} = 1{,}93 \text{ cm, abgerundet } 1{,}9 \text{ cm.}$$

Das Eisengewicht der Bleche vor dem Ausstanzen ist

$$G = \left(20{,}6^2 \frac{\pi}{4} - 12^2 \frac{\pi}{4}\right) \frac{0{,}9 \cdot 7{,}6 \cdot 7{,}8}{1000} = 11{,}75 \text{ kg.}$$

Nach XV ist $\mathfrak{E}_E = \frac{1{,}1 \cdot 8000 \cdot 50 \cdot 11{,}75}{10^5} = 51{,}5$ Watt.

Schätzt man den Reibungsverlust auf 3,5 %, so beträgt derselbe etwa 26 Watt, so daß der Leerlauf $\mathfrak{E}_0 = 78$ Watt betragen dürfte. Der eingeleitete Effekt ist, mit $\eta' = 0{,}8$

$$\mathfrak{E}_g = \frac{736}{0{,}8} = 920 \text{ Watt.}$$

Der Effektverlust beträgt mithin $920 - 736 = 184$ Watt, so daß für den Effektverlust durch Stromwärme $184 - 78 = 106$ Watt bleiben. Setzt man 5 % Schlüpfung voraus, so ist angenähert

$$\mathfrak{E}_{st} = \mathfrak{E}_a \frac{s}{1-s} = 736 \frac{0{,}05}{0{,}95} \cong 40 \text{ Watt,}$$

so daß für den Stromwärmeverlust im Ständer $106 - 40 = 66$ Watt bleiben.

Wir setzen demnach $3 J_1'^2 w_1 = 66$ und erhalten hieraus

$$w_1 = \frac{66}{3 \cdot 2{,}8^2} = 2{,}8 \ \Omega.$$

und

$$q_1 = \frac{0{,}023 \cdot 176}{2{,}8} = 1{,}45 \text{ mm}^2.$$

Hierzu gehört $d = 1{,}36$ mm, was auf 1,3 mm abgerundet werden möge. Der besponnene Draht ist dann $d' = 1{,}6$ mm.

Da der Draht dicker geworden ist, als die obige Schätzung ergab, so kontrollieren wir, ob die Nutenabmessungen noch ausreichen. Nebeneinander liegen 4 Drähte, also $4 \cdot 1{,}6 = 6{,}4$ mm, übereinander 12 Lagen, die einen Platz von $12 \cdot 1{,}6 = 19{,}3$ mm gebrauchen, so daß der Platz gerade noch ausreichen dürfte. Vorzuziehen wäre aber die Nutentiefe um 3 mm zu erhöhen.

## Läufer.

Die Stromstärke in einem Stabe des Läufers ist angenähert:

$$i'_2 = 2{,}8 \frac{3 \cdot 576}{41} = 118 \text{ A.}$$

Aus
$$41 \,.\, i'^2_2 \varrho = 40$$
folgt
$$\varrho = \frac{40}{41 \,.\, 118^2} = 0{,}00007 \;\Omega.$$

Die Länge eines Stabes von Ringmitte zu Ringmitte ist angenähert 110 mm, der Ringdurchmesser $D_r = 116$ mm, somit ist nach Formel XXVII
$$q_s = \frac{0{,}02}{0{,}00007}\left(0{,}11 + \frac{0{,}116}{2}\right) \cong 48 \text{ mm}^2$$
Durchmesser des runden Stabes 7,8 mm.

Der Widerstand eines Stabes ist
$$\varrho_s = \frac{c l_s}{q_s} = \frac{0{,}02 \,.\, 0{,}11}{48} = 0{,}000046 \;\Omega.$$

Der Widerstand $\varrho_r$ beider Ringe folgt aus XXVI
$$\varrho_r = (0{,}0000704 - 0{,}000046)\,\frac{(4\pi)^2}{41} = 0{,}000093 \;\Omega.$$

Aus $\varrho_r = 2 \,.\, \dfrac{c\, l_r}{q_r}$ folgt $q_r = \dfrac{2 \,.\, 0{,}02\ (0{,}116\,\pi)}{0{,}000093} = 156$ mm².

Abänderung. Die Differenz $120 - 8 = 112$ mm gibt den Teilkreisdurchmesser der Stäbe, die Teilung ist also
$$t_2 = \frac{\pi \,.\, 112}{41} = 8{,}5 \text{ mm}.$$

Würden wir den Stab 7,8 mm nehmen, so müßte die Nute 8 mm Durchmesser bekommen, so daß für die Wandstärke nur 0,5 mm blieben, was zu wenig ist. Wir nehmen daher den Stab nur 6,5 mm dick und geben dem Ring einen Querschnitt von $6 \,.\, 25 = 150$ mm² und berechnen nun umgekehrt den Wert von $\varrho$.

Es ist
$$q_s = 6{,}5^2\,\frac{\pi}{4} = 33{,}3 \text{ mm}^2$$
$$\varrho_s = \frac{0{,}02 \,.\, 0{,}11}{33{,}3} = 0{,}0000663 \;\Omega$$
$$\varrho_r = \frac{2 \,.\, 0{,}02 \,.\, 0{,}116\,\pi}{150} = 0{,}000097 \;\Omega,$$
folglich nach Formel XXVI
$$\varrho = 0{,}0000663 + 0{,}000097\,\frac{41}{(4\,\pi)^2} = 0{,}0000915 \;\Omega.$$

Der Widerstand einer gleichwertigen Phasenwickelung ist
$$w_2 = \frac{k_2}{3}\,\varrho = \frac{41}{3} \,.\, 0{,}0000915 = 0{,}00125 \;\Omega,$$
der Diagrammwiderstand, nach Formel XXXII

$$w_2' = 0{,}00\,125 \left(\frac{3 \,.\, 576 \,.\, 1{,}03}{41}\right)^2 = 2{,}36 \;\Omega.$$

$$\operatorname{tg} \alpha = w_1 = \frac{0{,}023 \,.\, 176}{1{,}3^2 \frac{\pi}{4}} = 3{,}05 \;\Omega \text{ (für Wechselstrom)}$$

$$\operatorname{tg} (\alpha + \beta) = w_1 + w_2' = 3{,}05 + 2{,}36 = 5{,}41 \;\Omega.$$

Der Radius des Heylandschen Diagramms ist (Formel XXIX)

$$r = 0{,}89 \frac{1 - 0{,}058}{2 \,.\, 0{,}058} = 7{,}24 \text{ A.}$$

Maßstäbe: 1 A = 5 mm, dann ist $\overline{OG} = (0{,}89 + 14{,}48)\, 5 = 76{,}85$ mm.

$$1 \text{ V} = \frac{76{,}85 \sqrt{3}}{220} = 0{,}604 \text{ mm.}$$

$$1 \text{ mm} = \frac{220 \sqrt{3}}{5} = 76 \text{ Watt oder } 1 \text{ PS} = \frac{736}{76} = 9{,}7 \text{ mm.}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = 3{,}05 \;\Omega = \frac{3{,}05 \text{V}}{1 \text{A}} \text{ d. i. } \frac{3{,}05 \,.\, 0{,}604 \text{ mm}}{1 \,.\, 5 \text{ mm}} = \frac{36{,}9 \text{ mm}}{100 \text{ mm}}$$

$$= \frac{\text{gegenüberliegende Kathete}}{\text{anliegende Kathete}}$$

$$\operatorname{tg} (\alpha + \beta) = w_1 + w_2' = 5{,}41 \;\Omega = \frac{5{,}41 \text{ V}}{1 \text{ A}} \text{ d. i. } \frac{5{,}41 \,.\, 0{,}604 \text{ mm}}{1 \,.\, 5 \text{ mm}}$$

$$= \frac{65{,}5 \text{ mm.}}{100 \text{ mm.}}$$

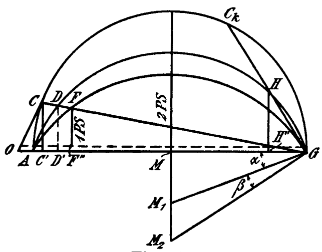


Fig. 158.

Hiernach ist das in Fig. 158 dargestellte Diagramm gezeichnet.

Die Ausmessung von $\overline{AC}$ ergibt 12,5 mm, also ist $\overline{AC} = 2{,}5$ A demnach (Formel XXXI)

$$i_2' = 2{,}5 \,.\, \frac{3 \,.\, 576}{41} \, 1{,}03 = 109 \text{ A.}$$

Der Verlust durch Stromwärme im Läufer ist demnach nur

$$41 \,.\, 109^2 \,.\, 0{,}0000\,915 = 45 \text{ Watt.}$$

Der auf den Läufer übertragene Effekt besteht aus dem gebremsten Effekt und den Verlusten durch Reibung und Stromwärme, also ist

$$\mathfrak{E}_a = 736 + 26 + 45 = 807 \text{ Watt.}$$

Die im Diagramm nicht gezeichnete Schlüpfung folgt aus Formel XXII

$$s = \frac{45}{45 + 807} = 0{,}053.$$

Der eingeleitete Effekt ist $\mathfrak{E}_g = \mathfrak{E}_a + 3\, J_1{}^2 w_1 + \mathfrak{E}_E$

$$\mathfrak{E}_g = 807 + 71{,}5 + 51{,}5 = 930 \text{ Watt,}$$

wo $3\, J'_1{}^2 w_1 = 3 \,.\, 2{,}8^2 \,.\, 3{,}05 = 71{,}5$ wird.

Nach Diagramm ist

$$\mathfrak{E}_g = \overline{CC''} \text{ Watt} = 12{,}3 \,.\, 76 = 930 \text{ Watt,}$$

daher $$\eta' = \frac{736}{930} = 0{,}795.$$

Die Temperaturformel XXVIII ergibt einen zulässigen, sehr kleinen Wert. (Welchen?)

Der für die Konstruktion noch erforderliche Wert $D_i$ für den inneren Blechdurchmesser ist

$$D_i = 120 - 2 \,.\, 6{,}5 - 2 \,.\, 19 = 69 \text{ mm,}$$

wobei Abweichungen nach oben oder unten erlaubt sind, wir wählen z. B. $D_i = 70$ mm.

**316.** In Aufgabe 315 war nach Formel XXXIV $\tau = 0{,}058$ gefunden worden. Diese Formel stimmt sehr gut mit der Wirklichkeit für Motoren von Phasenläufern überein, während sie für Kurzschlußläufer zu große Werte ergibt. Wie gestaltet sich das Diagramm des 1 PS Motors, wenn $\tau$ nur den Wert 0,045 besitzt?

## § 37.

## Wechselstrommaschinen.

### A. Wechselstrommaschinen mit rotierendem Anker.

Wechselstrommaschinen für Leistungen bis etwa 100 KVA, deren Spannung 500 V nicht übersteigt, werden vorteilhaft mit rotierendem Anker ausgeführt. Die Wickelung ist eine Schleifen- oder auch Wellenwickelung und es werden zur Abnahme von ein- oder zweiphasigem Wechselstrom solche Lamellen, auf denen in einem bestimmten Augenblick gleichnamige Bürsten aufliegen, mit einem Schleifring zur Abnahme des Wechselstroms verbunden. Bei Drehstrom allerdings sind bei zweipoliger Anordnung die mit den Schleifringen zu verbindenden Lamellen um 120° voneinander entfernt.

Verzichtet man auf die Abnahme von Gleichstrom, so werden die Kollektorlamellen weggelassen und es sind dann nur die Zuführungspunkte zu den Lamellen, die sogenannten Knotenpunkte mit den Schleifringen zu verbinden.

Hat die Wickelung k Knotenpunkte (Kollektorlamellen), so ist zur Entnahme von einphasigem, zweiphasigem und dreiphasigem Strom nach dem in Fig. 159 dargestellten Schema zu verbinden.

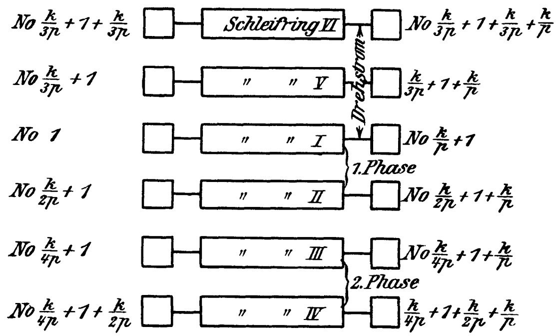



Fig. 159.

Bei Schleifenwickelung ist jeder Schleifring mit p Lamellen, die den Abstand $\frac{k}{p}$ voneinander haben, verbunden, während bei Reihenschaltung nur eine Verbindung pro Schleifring vorhanden ist.

Ist J′ die einem Schleifring entnommene Stromstärke, so ist die Stromstärke $i'_d$ im Ankerdraht bei Schleifenwickelung und einphasigem Strom

$$i_d' = \frac{J'}{2p},$$

bei Drehstrom

$$i_d' = \frac{J'}{\sqrt{3} \cdot p}.$$

Bei Reihenwickelung ist entsprechend

$$i_d' = \frac{J'}{2}$$

$$i_d' = \frac{J'}{\sqrt{3}}.$$

Bezeichnet E die EMK des Gleichstroms, e′ die des Wechselstromes, so besteht zwischen e′ und E ein konstantes Verhältnis $f_g = \frac{e'}{E}$, das aus den Tabellen 9 und 11 entnommen werden kann. Hiernach ist

$$e' = f_g E = f_g \frac{\Phi_0 n z}{60 \cdot 10^8} \frac{p}{a}.$$

## B. Wechselstrommaschinen mit ruhendem Anker.

Für größere Leistungen und höhere Spannungen werden die Wechselstrommaschinen mit rotierendem Magnetsystem und feststehendem Anker ausgeführt. Die Magnete sind Elektromagnete, denen zur Erregung Gleichstrom durch Schleifringe zugeführt wird.

Die Wickelung des Ankers einer einphasigen Maschine zeigt für 4 Pole die Fig. 160. Jede Spulenseite ist in einem Loche oder einer Nute untergebracht (die Drähte sind gewöhnlich einzeln durch die Löcher eingezogen worden). **Einlochwickelung.** Man kann jedoch auch eine

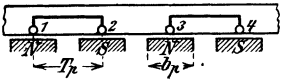



Fig. 160.

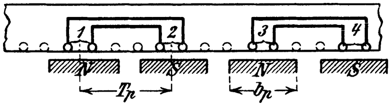



Fig. 161.

Spulenseite auf 2 Löcher verteilen. Zweilochwickelung Fig. 161. Aus Gründen der Herstellung stanzt man auch die nicht erforderlichen, punktierten Löcher ein. Werden dieselben gleichfalls bewickelt, so erhält man eine zweiphasige Maschine.

Verteilt man die Spulenseite auf drei Löcher, so erhält man eine Dreilochwickelung usw. Ist m die Anzahl der Löcher pro Spulenseite, so ist die Nutenzahl der ein- resp. zweiphasigen Maschine

$$k_n = m\,4\,p.$$

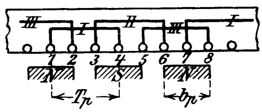



Fig. 162.

Die Fig. 162 zeigt schematisch eine Drehstromwickelung mit einem Loch pro Spulenseite.

Numeriert man die Nuten fortlaufend, so heißt das Wickelungsschema:

| I. Phase | II. Phase | III. Phase |
|---|---|---|
| $(a_1)$ 1 — 4 | $(a_2)$ 3 — 6 | 5 — 8 |
| 7 — 10 | 9 — 12 | 11 — 14 |
| 13 — 16 | 15 — 18 | 17 — 20 |
| : : | : : | : : |

Die Anfänge sind $a_1 = 1$, $a_2 = 3$ und $a_3 = 5$. Die Enden $e_1$, $e_2$, $e_3$ stehen rechts in der p-ten Zeile jeder Phase.

Die Numerierung ging von 1 bis $k_n$ und die Nutenzahl war

$$k_n = 6\,p.$$

Ist wieder m die Anzahl der Löcher pro Spulenseite, so gilt dasselbe Schema, wenn man m Löcher zu einer Nummer zusammenfaßt. Die Nutenzahl ist allerdings

$$k_n = m\,6\,p.$$

Die Stromstärke, die der Maschine entnommen wird, ist auch die Stromstärke im Draht bei einphasigem Wechselstrom und bei Drehstrom, wenn bei letzterem die Enden in Sternschaltung verbunden werden. Bei Dreieckschaltung fließt im Draht nur der Strom $i'_d = \frac{J'}{\sqrt{3}}$.

Der Mittelwert der EMK einer Phase ist

$$e_m = \frac{4\,\Phi_0 \sim W}{10^8} \text{ (vergl. Aufgabe 242 zu d).}$$

Ist $e_0'$ der effektive Wert, so besteht zwischen $e_0'$ und $e_m$ ein Verhältnis, das von der Kurvenform der EMK abhängt. Wir können also schreiben

$$e_0' = f_w \frac{\Phi_0 \sim W}{10^8}.$$

17. Tabelle.

Werte von $f_w$.

| $g = \frac{b_p}{T_p}$ | Werte von $f_w$ für Fig. 161 | | | Werte von $f_w$ für Fig. 162 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | ○ | ○○ | ○○○ | ○ | ○○ | ○○○ |
| 0,5 | 5,65 | 4,9 | 4,75 | 5,65 | 5,16 | 5,06 |
| 0,6 | 5,17 | 4,6 | 4,48 | 5,17 | 4,78 | 4,72 |
| 0,7 | 4,8 | 4,34 | 4,25 | 4,8 | 4,47 | 4,44 |
| 0,8 | 4,5 | 4,11 | 4,04 | 4,5 | 4,21 | 4,2 |

§ 38.

## Berechnung der Gleich- und Wechselstrom-Maschinen.

Gegeben die Nutzleistung $\mathfrak{E}$ in Volt-Ampère, die Klemmenspannung $e_k'$, die Tourenzahl n und bei Wechselstrom die Periodenzahl $\sim$. Angenommen wird das Güteverhältnis $\eta$ und bei Motoren auch das totale Güteverhältnis $\eta'$. Die Verluste durch Stromwärme werden willkürlich auf Anker und Magnet verteilt, wodurch bei Gleichstrom die Größen $i_m$, $i_a$ und E als bekannt anzusehen sind.

Die Polzahl der Gleichstrom-Maschinen ist etwa so zu wählen, daß Maschinen bis ungefähr 60 KW 4-polig, bis 150 KW 6-polig usw. ausgeführt werden. Ist man im Zweifel, so rechnet man die Maschine zweimal durch, das eine Mal mit 2 p Polen, das andere Mal mit 2 p + 2 und sieht zu, welche Ausführung billiger geworden ist.

Bei Wechselstrom folgt die Polzahl aus der Gleichung

$$\text{I} \quad \frac{n\,p}{60} = \sim.$$

Wir nehmen ferner an die Ampèrestabzahl $\overline{AS}$ pro cm des Ankerumfanges, die Induktion $B_{\mathfrak{L}}$ im Luftzwischenraum und die Größe

$$g = \frac{\text{Polbogen}}{\text{Polteilung}} = \frac{b_p}{T_p}, \text{ wo } T_p = \frac{\pi D}{2\,p} \text{ ist.}$$

Zur Erleichterung der Annahmen von $\overline{AS}$ und $B_{\mathfrak{L}}$ dienen die Figuren 163 und 164.

Die Ankerdimensionen D und b lassen sich dann durch die Gleichung ausdrücken:

$$\text{II} \left\{ \begin{aligned} D^2 b &= \frac{\mathfrak{E}\, 60 \,.\, 10^8}{n\, g\, \eta\, \pi^2\, \overline{AS}\, B_{\mathfrak{L}}} \text{ Gleichstrom,} \\ D^2 b &= \frac{\mathfrak{E} \,.\, 60 \,.\, 10^8}{n\, g\, \eta\, \pi^2\, \overline{AS}\, B_{\mathfrak{L}}} \,.\, \frac{4}{f_w} \text{ Wechselstrom mit ruhendem Anker,} \\ D^2 b &= \frac{\mathfrak{E} \,.\, 60 \,.\, 10^8}{n\, g\, \eta\, \pi^2\, \overline{AS}\, B_{\mathfrak{L}}} \frac{2}{3\, f_g} \text{ Drehstrom mit rotierendem Anker,} \end{aligned} \right.$$

und zwar ist $\overline{AS} = \frac{z\, i_d}{\pi D}$ mit $i_d = \frac{i_a}{2\,a}$ bei Gleichstrom,

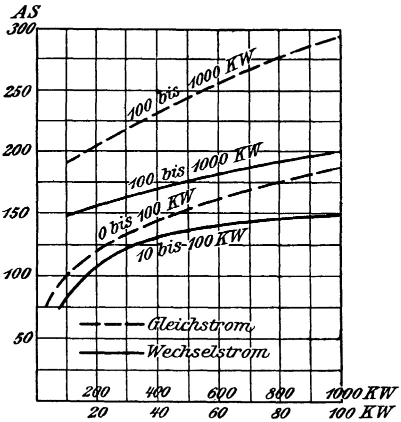



Fig. 163.

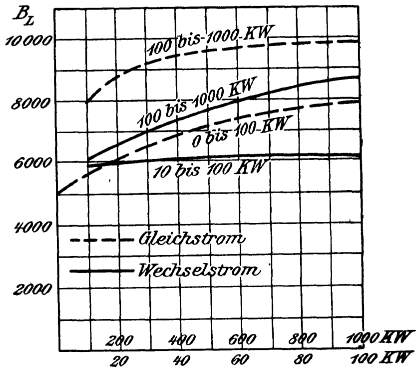



Fig. 164.

$\overline{AS} = \frac{A\,z\,i_d}{\pi D}$ mit $i_d = J'$ bei Wechselstrom mit ruhendem Anker, wo A die Anzahl der Phasen und z die Drahtzahl pro Phase bezeichnet,

$\overline{AS} = \frac{z\,i_d}{\pi D}$ mit $i_d = \frac{i'}{a} = \frac{J'}{a\sqrt{3}}$ bei Drehstrom und rotierendem Anker,

$a = p$ Schleifenwickelung und

$a = 1$ Reihenschaltung des Ankers,

z Drahtzahl des ganzen Ankers, wie bei Gleichstrom.

Der Querschnitt des Luftzwischenraumes ist $Q_\mathfrak{L} = b\,b_p = b\,g\,\frac{\pi D}{2p}$. Soll derselbe ein Quadrat werden, wobei dann der Querschnitt des Magnetschenkels rund genommen werden kann, so ist $b = b_p = g\,\frac{\pi D}{2p}$ in Gleichung II einzusetzen.

Für Gleichstrom erhält man dann

$$\text{II a.}\quad D = 730\sqrt[3]{\frac{\mathfrak{E}_p}{\eta\,g^2\,n\,B_\mathfrak{L}\,\overline{AS}}}$$

Für D ist jeder Wert zulässig, bei dem

$$v = \frac{\pi D n}{60} \gtreqless 2000 \text{ cm bis } 2500 \text{ cm ist.}$$

(Direkt gekuppelte Wechselstrommaschinen erreichen v = 35 m, Turbogeneratoren bis 100 m Umfangsgeschwindigkeit.)

D r a h t z a h l: Aus $\overline{AS} = A\,\frac{z\,i_d}{\pi D}$ folgt

$$\text{III}\quad z = \frac{\overline{AS}\,.\,\pi D}{A\,i_d}$$

A Anzahl der Phasen, bei Gleichstrom $A = 1$, $i_d = \frac{i_a}{2\,a}$ Gleichstrom und einfasigem Wechselstrom mit rotierendem Anker, bei Drehstrom $i_d = \frac{J'}{a\sqrt{3}}$, bei ruhendem Anker $i_d = J'$.

Stromstärke: Der Effekt in (V A) ist

$$\mathfrak{E} = e_k\,J \text{ bei Gleichstrom}$$
$$\mathfrak{E} = e'_k\,J' \text{ einphasigem Wechselstrom}$$
$$\mathfrak{E} = \sqrt{3}\,e'_k\,J' \text{ Drehstrom}$$

woraus sich die Stromstärke berechnen läßt.

Für einen Gleichstrommotor ist

$$J = \frac{\mathfrak{E}}{\eta'\,e_k}$$

Lamellenzahl. Die Kollektorlamellenzahl einer Gleichstrommaschine sei IV $k \gtreqless (0{,}038 \text{ bis } 0{,}04)\,z\sqrt{i_d}$

Für Stabanker ist $\frac{z}{2} = \frac{s}{2} = k$.

Nutenzahl. Die Nutenzahl ist unter Benutzung der Tabelle 8 für rotierende Anker

$$\text{V} \quad k_n = \frac{s}{u_n}$$

($u_n$ Anzahl der Spulenseiten pro Nute) und für ruhende Ankerwickelung

$$\text{V}\begin{cases} k_n = m\,4\,p \text{ (ein- oder zweiphasig)} \\ k_n = m\,6\,p \text{ (dreiphasig)} \end{cases}$$

Bemerkung: Die Lamellenzahl $k = \frac{s}{2}$ muß der Wickelungsformel 58 genügen. Bei Wechselstrom ist $\frac{A\,z}{k_n}$ auf eine ganze Zahl abzurunden.

Kraftlinienzahl. VI $\Phi_0 = \frac{60 \,.\, 10^8\,E\,a}{n\,z\,p}$ (s. Formel 59) Gleichstrom, wo $E = e \pm i_a\,w_a \pm 2\,e_b$ für Nebenschlußdynamo resp. Motor ist.

Für Wechselstrommaschine mit rotierendem Anker ist statt E zu setzen $\frac{e'_0}{f_g}$

Für ruhende Wechselstromanker ist

$$\text{VI} \quad \Phi_0 = \frac{e'_0 \,.\, 10^8}{f_w\,W\sim}$$

wo $W = \frac{z}{2}$ die Windungszahl einer Phase bezeichnet. Die größte Kraftlinienzahl entspricht dem größten Werte von E resp. $e'_0$ und es muß $e'_0 = 1{,}25\,e'_k$ werden, wenn man $e'_k$ bei $\cos\psi = 0{,}8$ noch erzielen will. $\left(\text{Bei Sternschaltung ist } e'_0 = 1{,}25\,\frac{e'_k}{\sqrt{3}}.\right)$

Bemerkung. Wir haben zuerst z und dann $\Phi_0$ berechnet, wir hätten aber ebensogut $\Phi_0 = B_{\mathfrak{L}}\, Q_{\mathfrak{L}}$ berechnen und dann VI nach z auflösen können.

Nutendimensionen. Der Querschnitt aller Zähne unter einem Pol ist

$$Q_z = (t_1 - y)\,\frac{k_n}{2\,p}\,0.9\,b_1\,g$$

y Nutenbreite, $b_1$ Eisenlänge des Ankers ohne Luftschlitze und $t_1$ Nutenteilung

$$t_1 = \frac{\pi\,D}{k_n} \text{ bei feststehendem Anker}$$

$$t_1 = \frac{\pi\,(D - 2\,t)}{k_n} \text{ bei rotierendem Anker}$$

t Nutentiefe (geschätzt).

Die Induktion an der engsten Stelle der Zähne ist

$$B_{z\ max} = \frac{\Phi_0}{Q_z} = 18000 \text{ bis } 20000 \text{ bei } 60 \text{ bis } 40 \text{ Perioden}$$

und 21000 bis 23000 bei 30 bis 20 Perioden und Gleichstrom. Nimmt man hiernach $B_{z\ max}$ als gegeben an, so ist

$$Q_z = \frac{\Phi_0}{B_{z\ max}} \text{ und hieraus}$$

$$\text{VII} \quad t_1 - y = \frac{Q_z\,2\,p}{k_n\,0{,}9\,b_1\,g}$$

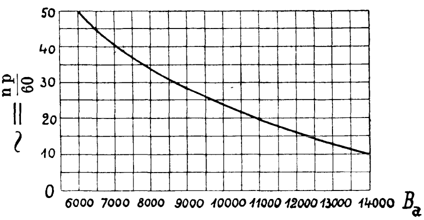


Fig. 165.

Kerndicke. Die Kerndicke ist

$$\text{VIII} \quad c = \frac{\Phi_0}{2 \cdot 0{,}9\,b_1\,B_a}$$

wo $B_a$ der Kurve 165 zu entnehmen ist.

Der innere Durchmesser des rotierenden Ankers ist:

$$D_i = D - 2\,t - 2\,c.$$

Der äußere Durchmesser des feststehenden Ankers ist:

$$D_a = D + 2\,t + 2\,c.$$

Eisenverluste. Die Berechnung der Eisenverluste fällt ungenau aus, da dieselben von der Bearbeitung abhängen. Wir schätzen sie daher nach den Erfahrungen an ausgeführten Maschinen, wozu die Fig. 166 dient. In derselben sind die Eisenverluste pro kg Ankergewicht in Abhängigkeit von $\frac{B_a \sim}{10^5}$ dargestellt. Bezeichnet u die Abszisse zur Ordinate $\frac{B_a \sim}{10^5}$, so ist der Eisenverlust

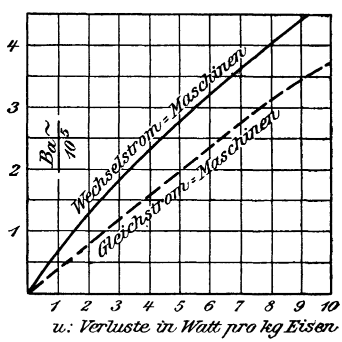


Fig. 166.

$$\text{IX} \quad \mathfrak{E}_E = u\,G$$

Das Gewicht G besteht aus dem Gewicht $G_a$ des Kerns und dem Gewicht $G_z$ der Zähne. Ist 7,7 das spezifische Gewicht des Eisens, so ist

$$\left.\begin{aligned} G_a &= \left\{\frac{\pi}{4} D_a{}^2 - \frac{\pi}{4}(D+2t)^2\right\}\frac{0{,}9\, b_1\, 7{,}7}{1000} \\ G_z &= \left\{\frac{\pi}{4}(D+2t)^2 - \frac{\pi}{4}D^2 - k_n\, y\, t\right\}\frac{0{,}9\, b_1\, 7{,}7}{1000} \end{aligned}\right\} \text{ruhender Anker}$$

$$\left.\begin{aligned} G_a &= \left\{(D-2t)^2\frac{\pi}{4} - D_i{}^2\frac{\pi}{4}\right\}\frac{0{,}9\, b_1\, 7{,}7}{1000} \\ G_z &= \left\{\frac{D^2\pi}{4} - (D-2t)^2\frac{\pi}{4} - k_n\, y\, t\right\}\frac{0{,}9\, b_1\, 7{,}7}{1000} \end{aligned}\right\} \text{rotierender Anker}$$

D r a h t q u e r s c h n i t t. Die Länge einer Windung einer ruhenden Ankerwickelung ist (vergl. Drehstrommotor Seite 215)

$$\text{X} \quad l_1 = 2\left\{b + \mathfrak{z} + \frac{\pi}{2}t + my + \frac{\pi}{2p}(D + 2t + my)\right\}.$$

Für die Gleichstrom-Mantelschablonen-Wickelung gilt (vergl. Formel 63 Seite 128)

$$\text{X} \quad l_1 = 2b + 3T_p$$

Die aufgewickelte Drahtlänge ist pro Phase

$$L_a = l_1 W$$

Aus der Gleichung für den Widerstand $w_a$ folgt der Querschnitt des Drahtes:

$$\text{XI} \quad q = \frac{c L_a}{(2a)^2 w_a} \quad \text{Gleichstromwickelung}$$

$$\text{und XI} \quad q = \frac{c L_a}{w_a} \quad \text{Wechselstromwickelung.}$$

B e m e r k u n g. Wir hatten $w_a$ als bekannt angesehen. War dies nicht der Fall, so hätte man auch q berechnen können aus der Gleichung

$$q = \frac{i_a}{s_a}$$

wo man für dünne Drähte $s_a = 5$ und für dicke etwa $s_a = 2{,}5$ setzt.

Man findet dann aus Gl. XI den Widerstand und aus der Gleichung $i_a{}^2 w_a$ den Verlust durch Stromwärme.

Für Wechselstrom hat man den Wert von $w_a$ bei Einphasenmaschinen mit 1,5 bis 2,5, bei Mehrphasenmaschinen mit 1,3 bis 2 zu multiplizieren.

## Temperaturerhöhung.

Die Verluste $i_a{}^2 w_a + \mathfrak{E}_E$ bewirken eine Temperaturerhöhung T des Ankers, die von der abkühlenden Oberfläche abhängt. Da bei der jetzt am meisten gebräuchlichen Mantel-Schablonenwickelung die Spulenköpfe gut ventiliert sind, trägt zur Erwärmung des Ankereisens, außer dem Verlust $\mathfrak{E}_E$, nur der Teil des Drahtes zur Stromwärme bei, der im Eisen eingebettet ist, also der Teil

$$i_a{}^2 w_a \frac{2b}{l_1} \quad (l_1 \text{ Länge einer Windung vergl. Formel X}).$$

Bezeichnet man die zur Temperaturerhöhung beitragenden Verluste mit $\mathfrak{E}_T$, so ist

$$\text{XII} \quad \mathfrak{E}_T = \mathfrak{E}_E + i_a^2 w_a \frac{2\,b}{l_1}$$

Die Temperaturerhöhung eines rotierenden Ankers folgt dann aus der Formel

$$\text{XIII} \quad T_a = \frac{C\,\mathfrak{E}_T}{O\,(1 + 0{,}1\ v)} \ldots\ldots\ldots\ldots 67,$$

wo v die Umfangsgeschwindigkeit in Metern, O die Oberfläche in Quadratzentimetern bezeichnet.

Für Maschinen bis etwa 20 KW kann man setzen:

$$\text{XIV} \quad O = \pi\,D\,b + \frac{\pi\,D^2}{4}\left\{2 + \text{Anzahl der Luftschlitze}\right\}$$

Für Maschinen mit ruhender Ankerwickelung ist

$$\text{XIII} \quad T_a = \frac{C\,\mathfrak{E}_T}{O}$$

und $\text{XIV} \quad O = \pi\,b\,(D_a + D) + \frac{\pi}{4}\,(D^2_a - D^2)\left\{2 + \text{Anzahl der Luftschlitze}\right\}.$

Für C kann man setzen 400 ÷ 550 bei Maschinen mit Lagerschildern, 300 bis 425 bei Maschinen mit besonderen Lagern und 200 bis 250 bei Maschinen mit ruhender Wickelung.

## Magnete.

Wenn in den Anker $\Phi_0$ Kraftlinien pro Pol eintreten sollen, so müssen $\Phi_s$ Kraftlinien erzeugt werden, weil ein Teil der erzeugten Linien seinen Weg nicht durch den Anker nimmt. Bei den meisten modernen Maschinen kann man setzen $\Phi_s = 1{,}2\ \Phi_0$.

Sind Wendepole vorhanden, so ist anstatt 1,2 etwa 1,35 zu nehmen. Man nimmt die Induktion $B_s$ im Schenkel an, und zwar für

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| schmiedeeiserne Schenkel | $B_s =$ | 15 000 | bis | 17 000, |
| Stahlguß | | 14 000 | „ | 17 000, |
| Gußeisen | | 6000 | „ | 8500. |

Die kleineren Werte gelten für kleinere Maschinen.

Der Querschnitt $Q_s$ des Schenkels wird sodann

$$\text{XV} \quad Q_s = \frac{\Phi_s}{B_s}.$$

Die Länge des Schenkels muß schätzungsweise angenommen werden.

Im Joch teilen sich die Kraftlinien. Ist $B_j$ die Induktion daselbst, so ist der Jochquerschnitt $Q_j$

$$\text{XVI} \quad Q_j = \frac{\Phi_s}{2\,B_j}$$

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $B_j =$ | 12 000 | bis | 15 000 | für | Schmiedeeisen, |
| | 11 000 | „ | 14 000 | „ | Stahlguß, |
| | 5000 | „ | 8000 | „ | Gußeisen. |

## Luftzwischenraum.

Um möglichst wenig Windungen auf dem Magneten zu erhalten, muß man den Luftzwischenraum klein nehmen. Hierdurch wächst aber bei Gleichstrom die Wirkung der Querwindungen. Um nun eine funkenfreie Stromwendung ohne Wendepole zu erzielen, muß $B_{\mathfrak{L}} - B_q > B_k$ sein (vergl. Seite 103).

Löst man die Gleichung (48) nach $\delta$ auf, so ergibt sich für Gleichstrommaschinen ohne Wendepole

$$\text{XVII} \quad \delta = 0{,}63 \frac{b_p \overline{AS}}{B_q} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad 68,$$

als kleinster zulässiger Luftzwischenraum.

Bei Wechselstrommaschinen kann man setzen

$$\text{XVII} \quad \delta = (0{,}6 \text{ bis } 1{,}2) \frac{T_p \overline{AS}}{B_{\mathfrak{L}}}$$

## Polschuhe.

Da in den Enden massiver Polschuhe Wirbelströme entstehen, muß man dieselben häufig aus Blechen zusammensetzen.

Die Notwendigkeit tritt ein, wenn

$$\frac{y}{\delta} \geqq 2 \text{ ist, (y Nutenbreite, } \delta \text{ Luftzwischenraum).}$$

## Ampèrewindungszahl.

Die Berechnung der Ampèrewindungen geschieht nach der Formel

$$\Sigma H l = \mathfrak{F} = 0{,}4 \pi \overline{AW}.$$

Zerlegt man die Summe in die Addenden: Ankerkern, Ankerzahn, Luftzwischenraum, Magnetschenkel und Joch, so heißt die Gleichung

$$H_a l_a + H_z l_z + H_{\mathfrak{L}} l_{\mathfrak{L}} + H_s l_s + H_j l_j = 0{,}4 \pi \overline{AW}.$$

Die Kraftlinienlängen $l_a$, $l_z$, $l_s$ und $l_j$ sind hierbei aus einer nach Maß ausgeführten Skizze zu entnehmen. Über die Berechnung der Glieder $H_a l_a$, $H_s l_s$ und $H_j l_j$ ist nichts Neues zu bemerken. (Vergl. § 16.)

## Zähne.

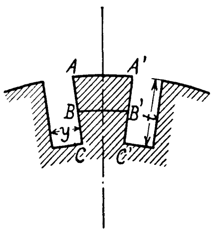


Fig. 167.

Solange die maximale Induktion in den Zähnen den Wert von 18000 nicht überschreitet, ist für $H_z$ der Wert einzusetzen, den man für den mittleren Zahnquerschnitt B B' (Fig. 167) erhält. Dieser Querschnitt ist $Q_{z\,\text{Mitte}} = (t_1 - y) \frac{k_n}{2p} 0{,}9\, b_1\, g$,

$$\text{wo } t_1 = \frac{\pi (D - t)}{k_n} \text{ ist.}$$

$$B_{z\,\text{Mitte}} = \frac{\Phi_0}{Q_{z\,\text{Mitte}}}.$$

Übersteigt jedoch die Zahninduktion den Wert von 18000, so ist folgendes zu bemerken: Infolge der hohen Induktion ist der magnetische Widerstand des Zahnes so groß, daß der Widerstand der Luft in der Nut nicht mehr als unendlich hiergegen angesehen werden kann. Es gehen also sehr viele Kraftlinien durch die Nut und der Quotient $\frac{\Phi_0}{Q_z} = B_z$ stellt jetzt nur die

**scheinbare** Induktion im Zahn vor, die wirkliche ist kleiner. Es sei $\Phi$ die Kraftlinienzahl, die durch **einen** Zahnquerschnitt $Q_z$ und Nutenquerschnitt $Q_n$ hindurchgeht, $B_{zw}$ die wirkliche Zahninduktion und $H_n$ die Kraftliniendichte in der Nut, so ist $\Phi = B_{zw} Q_z + H_n Q_n$,

oder
$$\frac{\Phi}{Q_z} = B_{zw} + H_n \frac{Q_n}{Q_z}.$$

Nun ist
$$\frac{\Phi}{Q_z} = B_z \text{ die \textbf{scheinbare} Zahninduktion,}$$

also
$$B_z = B_{zw} + H_n \frac{Q_n}{Q_z}.$$

In Fig. 168 sind, entsprechend dieser Gleichung, als Abszissen die scheinbaren Induktionen ($B_z$), als Ordinaten die wirklichen Induktionen ($B_{zw}$) aufgetragen für verschiedene Werte von $\frac{Q_n}{Q_z}$.

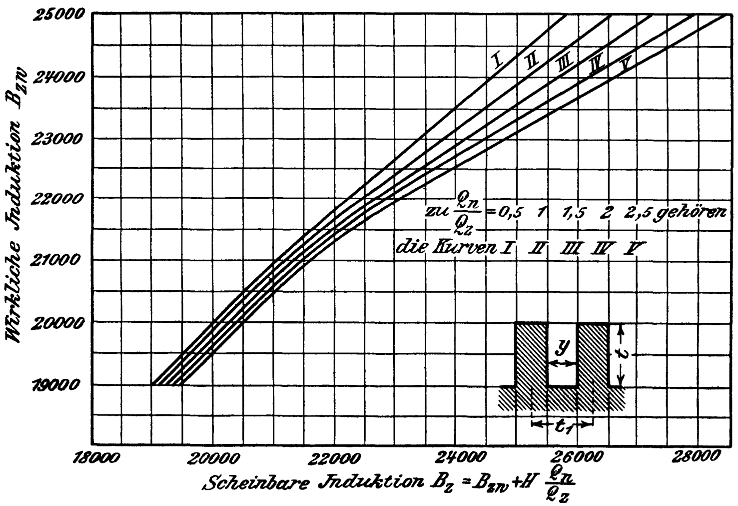



Fig. 168.

Um nun die magnetomorische Kraft für die Zähne zu erhalten, bestimmt man den Wert $H_1$ für den **Zahnkopf**, $H_2$ für die **Zahnmitte** und $H_3$ für die **Zahnwurzel** und setzt $H_z = \frac{H_1 + 4 H_2 + H_3}{6}$, dann ist $\mathfrak{F}_z = H_z 2t$ der gesuchte Wert von $H_z l_z$ für die Zähne.

## Luft.

Für den Luftzwischenraum war oben die dem Anker zugekehrte Fläche des Polschuhes gesetzt worden, also

$$Q_{\mathfrak{L}} = \frac{\pi D}{2p} b g = b_p b,$$

es ist dann $B_{\mathfrak{L}} = \frac{\Phi_0}{Q_{\mathfrak{L}}}$ die mittlere Induktion im Luftraum.

Die Kraftlinien gehen zum größten Teil zum Zahnkopf, eine große Zahl aber auch durch die Nut. Um daher die magnetomotorische Kraft für den Luftzwischenraum zu erhalten, hat man $B_{\mathfrak{L}}$ mit dem mittleren Wege der Kraftlinien zu multiplizieren $\mathfrak{F}_{\mathfrak{L}} = B_{\mathfrak{L}}\, 2\, \delta\, k_1$, wo $2\,\delta\, k_1$ den mittleren Weg in der Luft vorstellen soll. Wir berechnen $k_1$ aus der Formel

$$\text{XVIII} \quad k_1 = \frac{t_1}{(t_1 - y) + x\,\delta}.$$

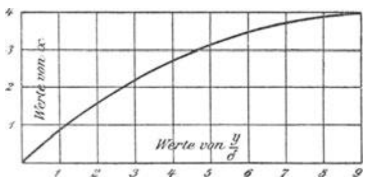



Fig. 169.

Hier ist $t_1 = \frac{\pi D}{k_n}$ die Nutenteilung, y die Nutenbreite und $\delta$ der Abstand vom Ankereisen bis zum Polschuh. Den Wert von x entnimmt man der Fig. 169, in welcher x als Ordinate zur Abszisse $\frac{y}{\delta}$ aufgetragen ist.

Die magnetomotorische Kraft eines magnetischen Kreises ist

$$\mathfrak{F} = H_a\, l_a + H_z\, 2\, t + B_{\mathfrak{L}}\, 2\, \delta\, k_1 + H_s\, l_s + H_j\, l_j$$

$$\mathfrak{F} = 0{,}4\, \pi\, \overline{AW} \text{ und hieraus } \overline{AW} = 0{,}8\, \mathfrak{F}.$$

Wegen der Ankerrückwirkung muß diese Zahl vermehrt werden bei Gleichstrom um

$X = (1-g)\, T_p\, AS$ (Siehe Formel 42a Seite 102).

Die Windungszahl für beide Schenkel ist

$$2\,W = \frac{\overline{AW} + X}{i_m}$$

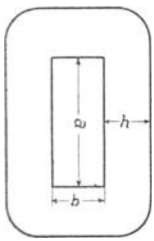



Fig. 170.

Ferner ist bekannt $w_m = \frac{e}{i_m}$, also auch der Widerstand w eines Schenkels.

## Magnetwickelung.

Bezeichnet $l$ die Länge der Wickelung, h die Höhe derselben (Fig. 170, 171), d' die Dicke des besponnenen Drahtes, so ist

$$\frac{l}{d'}\,\frac{h}{d'}\,\frac{\pi\, d^2}{4}\, s_d = \overline{AW_I}$$

die Ampèrewindungszahl eines Schenkels, wenn $s_d$ die Stromdichte bezeichnet. Setzt man $d' = \alpha d$, so wird

$$\frac{l}{\alpha\, d}\,\frac{h}{\alpha\, d}\,\frac{\pi\, d^2}{4}\, s_d = \overline{AW_I}$$

oder $$h\, s_d = \frac{\alpha^2\, 4\, \overline{AW_I}}{\pi\, l} \quad \ldots\ldots \quad \text{Gl. a.}$$

Ferner ist $$q\, s_d = i_m \quad \ldots\ldots \quad \text{Gl. b.}$$

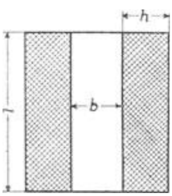



Fig. 171.

Die Länge der mittleren Windung ist $\left(\frac{2\,a + 2\,b + h\,\pi}{1000}\right)$ Meter, also die Länge von W Windungen

$$L = \frac{2a + 2b + h\pi}{1000} W \text{ Meter.}$$

Der Widerstand dieser Wickelung ist

$$w = \frac{cL}{q} = \frac{c}{q} \frac{2a + 2b + h\pi}{1000} W\ \Omega.$$

oder Gl. c)

$$q = \frac{c}{w} \frac{2a + 2b + h\pi}{1000} W.$$

Dividiert man Gl. a durch Gl. b, so gibt dies

$$\frac{h}{q} = \frac{4\alpha^2 W}{\pi l}, \text{ wo } \frac{\overline{AW_I}}{i_m} = W \text{ ist,}$$

multipliziert mit der Gleichung c) liefert

$$h = \frac{4\alpha^2 W^2 c(2a + 2b + h\pi)}{\pi l w 1000}$$

oder

$$\text{XIX} \qquad \frac{h}{2a + 2b + h\pi} = \frac{4\alpha^2 c W^2}{1000 \pi l w}.$$

Für eine kreisrunde Spule vom Durchmesser $D_s$ ist

$$2a + 2b + h\pi = (D_s + h)\pi$$

also

$$\text{XIXa} \qquad \frac{h}{D_s + h} = \frac{4\alpha^2 c W^2}{1000 l w}.$$

Hat man aus XIX oder XIXa die Größe h berechnet, so ist

$$\text{XX} \qquad q = \frac{\pi l h}{4\alpha^2 W}.$$

Diese Berechnungsart setzt die Kenntnis des Widerstandes w eines Schenkels voraus. Man kann jedoch auch die Höhe h als bekannt annehmen, es läßt sich dann hieraus die mittlere Länge einer Windung berechnen, nämlich $l_m = \frac{2a + 2b + h\pi}{1000}$ Meter.

Ist W die zunächst noch unbekannte Windungszahl eines Schenkels, w der Widerstand derselben, so ist

$$w = \frac{cL}{q} = \frac{c(l_m W)}{q},$$

andererseits ist

$$w = \frac{w_m}{2p} = \frac{1}{2p} \frac{e}{i_m}$$

also

$$\frac{1}{2p} \frac{e}{i_m} = \frac{c l_m W}{q}$$

oder

$$q = \frac{c l_m W i_m 2p}{e}$$

Nun ist $W i_m = \overline{AW_1}$ die Ampèrewindungszahl **eines** Schenkels also

$$\text{XXa} \qquad q = \frac{c l_m 2p \overline{AW_1}}{e},$$

wo e die Erregerspannung bezeichnet.

Ist $s_d$ die **Stromdichte** im Draht, so ist

$$\text{XXI} \qquad i_m = q s_d.$$

Man findet $s_d = 1{,}2$ bis $2{,}2$ A und es liegt gewöhnlich $s_d$ zwischen 1,4 und 1,7 A.

### Erwärmung der Magnetwickelung.

Der in einer Spule in Wärme umgesetzte Verlust ist $\mathfrak{E}_m = i_m^2 w$. Er führt eine Temperaturerhöhung herbei, die sich für feststehende Magnete aus der Formel

$$\text{XXII} \quad T_m = \frac{C \,.\, \text{Verlust}}{\text{Oberfläche}} = \frac{C\,\mathfrak{E}_m}{O}$$

berechnen läßt. Unter Oberfläche hat man die Mantelfläche und eine Seitenfläche zu verstehen ($T_m \leqq 60^0$). Für C hat man zu setzen $C = 450 \div 500$ für ganz offene Maschinen, für Maschinen mit Lagerschildern ist $C = 550$ bis 650 und für halbgeschlossene $C = 700$ bis 750.

Für Maschinen mit rotierendem Magneten ist

$$\text{XXII} \quad T_m = \frac{C\,\mathfrak{E}_m}{O\,(1 + 0{,}1\,v)}.$$

Für C kann man 600 bis 800 bei normal dicken Spulen und 350 bis 600 bei dünnen, gut ventilierten Spulen, bei Spulen aus Flachkupfer 300 bis 400 setzen ($T_m < 50^0$).

### Kollektor und Bürsten.

Ist $D_k$ der Kollektordurchmesser und k die Anzahl der Lamellen, so ist

$$\pi\, D_k = \beta_r\, k,$$

wo $\beta_r$ die Lamellenbreite einschließlich Isolation bezeichnet ($\beta_r = 4$ bis 7 mm).

Hieraus folgt

$$\text{XXIII} \quad D_k = \frac{\beta_r\, k}{\pi}.$$

Die Umfangsgeschwindigkeit ist

$$\text{XXIV} \quad v_k = \frac{\pi\, D_k\, n}{60}.$$

Wird $v_k$ angenommen, etwa 8 bis 10 m, so folgt hieraus $D_k$.

Die Bürstenbreite $b_r$ ist

$$\text{XXV} \quad b_r = (2 \text{ bis } 3{,}5)\, \beta_r.$$

Nimmt man die Stromdichte $s_b$ der Bürste, je nach der Spannung der Maschine, an (s. Anhang), so ist die Auflagefläche $f_b$ pro Bürstenstift (G-Stifte)

$$\text{XXVI} \quad f_b = \frac{2\, i_a}{s_b\, G}.$$

Die Länge der Bürsten in axialer Richtung ist

$$\text{XXVII} \quad l_r = \frac{f_b}{b_r}$$

und die Kollektorlänge

$$\text{XXVIII} \quad b_k = l_r + 20 \text{ mm}.$$

Die am Kollektor auftretenden Verluste sind:

a) Stromwärme $\mathfrak{E}_{k\,s}$

$$\text{XXIX} \quad \mathfrak{E}_{k\,s} = 2\, e_b\, i_a \text{ Watt}$$

b) Reibung $\mathfrak{E}_R$

$$\text{XXX} \quad \mathfrak{E}_R = 0{,}29\, G\, f_b\, v_k \text{ Watt}.$$

Beide Verluste erhöhen die Temperatur des Kollektors. Es ist

$$\text{XXXI} \quad T_k = \frac{(120 \div 150)\,(E_{k\,s} + \mathfrak{E}_R)}{\pi\, D_k\, b_k\, (1 + 0{,}1\, v_k)}$$

$v_k$ ist in Metern einzusetzen.

## Wendepole.

Der funkenfreie Gang einer Gleichstrommaschine ist nur gewährleistet, wenn $B_{\mathfrak{L}} - B_q > B_k$ ist (vgl. Seite 103). Bei manchen Maschinen, z. B. Zusatzmaschinen, Nebenschlußmotoren, deren Tourenzahl in weiten Grenzen reguliert werden soll, ist dies bei gehöriger Schwächung des Feldes nicht mehr möglich, und man muß dann besondere Hilfspole (Wendepole) zur Stromwendung benutzen. Dieselben stehen in der neutralen Zone und werden vom Ankerstrom erregt.

Man kann so viel Wendepole wie Hauptpole, oder auch nur halb so viel verwenden.

Die Amperewindungszahl eines Wendepoles, wenn 2p Pole angebracht werden, ist

$$\text{XXXII} \quad \overline{AW}_w = \overline{AS}\left(\frac{1}{2}\,T_p + 7{,}8\,\delta_w\,\frac{b}{b_w} + \frac{b_c}{4}\right)$$

bei nur p Wendepolen ist

$$\text{XXXII a} \quad \overline{AW}_w = \overline{AS}\left(\frac{1}{2}T_p + 15{,}6\,\delta_w\,\frac{b}{b_w} + \frac{b_c}{4}\right)$$

Es bedeutet b Ankerlänge, $b_w$ Wendepollänge, $b_c$ Wendepolbogen und $\delta_w$ Wendepolluftzwischenraum.

Man macht gewöhnlich $b_w = b$, doch findet man auch andere Ausführungen, z. B. $b_w = \frac{2}{3}\,b$. Der Luftzwischenraum $\delta_w$ ist in der Regel gleich $\delta$.

Der Polbogen $b_c$*) kann nach der folgenden Formel angenähert berechnet werden:

$$\text{XXXIII} \quad b_c = \frac{D}{D_k}\left\{b_r + \beta_r\left(\frac{u_n}{2} - \frac{a}{p}\right)\right\} + t_1$$

$b_r$ Bürstenbreite, $\beta_r$ Lamellenteilung, $t_1$ Nutenteilung. Das letzte Glied bleibt bei Schleifenwickelung oder auch Wellenwickelung weg, falls bei dieser der Nutenschritt $y_n = \frac{y_1 - 1}{u_n}$ ebenfalls eine ganze Zahl wird.

## Vorausberechnung der Charakteristiken.

Man berechnet zu einer Anzahl angenommener Werte $\Phi_0$ die zugehörigen elektromotorischen Kräfte und Amperewindungen pro magnetischen Kreis und zwar unter der Voraussetzung, daß der Anker keinen Strom abgibt. Trägt man die Amperewindungen als Abszissen und die

*) E. T. Z. 1909, Seite 465.

zugehörigen E M K als Ordinaten in ein rechtwinkeliges Koordinatensystem ein, so erhält man die Leerlauf- oder statische Charakteristik. Wird nun dem Anker ein Strom entnommen, so wird er selbst zu einem Magneten und schwächt das magnetische Feld. Bei Gleichstrom tritt diese Schwächung durch die richtige Verschiebung der Bürsten ein und ist

$$\text{XXXIV} \quad X = (1 - g)\, T_p\, \overline{AS}$$

Bei Wechselstrom wird die Schwächung nur durch Phasenverschiebung hervorgebracht und läßt sich ausdrücken durch die Formel

$$\text{XXXIV} \quad X = \frac{k_0\, f\, i'\, W\, A \sin\psi}{p}$$

wo

$$k_0 = 0{,}9\, \frac{\sin{(90\, g)^0}}{g\frac{\pi}{2}}$$

W die Windungszahl einer Phase, A die Anzahl der Phasen, $\psi$ der Phasenverschiebungswinkel zwischen Strom und E M K und $g = \frac{b_p}{T_p}$ ist.

(Herleitung von f siehe Tabelle 14, Seite 213.)

Tabelle 18. Zusammenstellung der Werte von f.

I. Einphasige Maschinen.

| Anzahl der Löcher pro Pol | 3 | 4 | 4 | 5 | 5 | 5 | 6 | 6 | 6 | 6 | 7 | 7 | 7 | 7 | 8 | 8 | 8 | 8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Anzahl der bewickelten Löcher pro Pol | 2 | 2 | 3 | 2 | 3 | 4 | 2 | 3 | 4 | 5 | 2 | 3 | 4 | 5 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| Werte von f | 0,866 | 0,925 | 0,804 | 0,913 | 0,872 | 0,766 | 0,966 | 0,91 | 0,833 | 0,744 | 0,977 | 0,935 | 0,873 | 0,810 | 0,985 | 0,952 | 0,906 | 0,856 |

II. Zweiphasige Maschinen.

| Anzahl der Löcher pro Pol und Phase (m) | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|
| f | 0,924 | 0,91 | 0,906 | 0,904 | 0,903 |

III. Drehstrom-Maschinen.

| Anzahl der Löcher pro Pol und Phase (m) | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|
| f | 0,966 | 0,96 | 0,958 | 0,957 | 0,955 |

Für Gleichstromwickelungen, denen Drehstrom entnommen werden soll, kann f = 0,83 gesetzt werden.

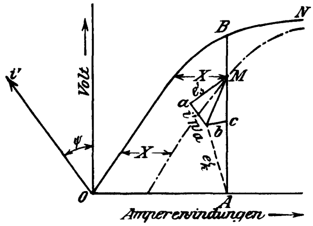


Fig. 172.

In Fig. 172 sei O B N die Leerlaufcharakteristik für Gleich- oder Wechselstrom, X die schwächende Amperewindungszahl, so ist die strichpunktierte Kurve die sogenannte **dynamische Charakteristik**, d. h. die Ordinaten dieser Kurve stellen die E M K des Ankers vor, wenn demselben Strom entnommen wird.

Die **Klemmenspannungskurve** findet man für Gleichstrom, indem man von jeder Ordinate den Spannungsverlust $i_a\, w_a + i_a\, w_b$ abzieht, wobei zu bemerken ist, daß der Bürstenwiderstand $w_b$ von der Stromstärke abhängt, und zwar so, daß das Produkt $i_a\, w_b$ für eine bestimmte Bürstensorte einen konstanten Wert besitzt, also

$$i_a\, w_b = e_b = 2 \,.\, 0{,}4 \text{ bis } 2 \,.\, 1{,}5 \text{ V}.$$

Angaben hierüber s. Anhang.

Für **Wechselstrom** findet man die Klemmenspannungskurve folgendermaßen:

Man trage an die Ordinatenachse den $\sphericalangle\, \psi$ an (angenähert $\psi = \varphi$, wo $\varphi$ gegeben ist) und ziehe durch den Punkt M eine Senkrechte auf $\overline{\text{O i}'}$ und mache diese gleich der E M K der Selbstinduktion $e'_s$, also $\overline{\text{Ma}} = e'_s$, ziehe durch a eine Parallele zu O i' und mache sie gleich $i'\, w_a = \overline{\text{a b}}$, dann ist $\overline{\text{Ab}} = e'_k$. Trägt man $\overline{\text{Ab}}$ auf $\overline{\text{AM}}$ von A aus ab, so ist c ein Punkt der Klemmenspannungskurve. Die Richtigkeit der Konstruktion ergibt sich aus dem Diagramm der Wechselstrommaschine Fig. 95, Aufgabe 259,

### Vorausberechnung der Selbstinduktion $e'_s$.

Wir begnügen uns mit einer empirischen Formel für den Selbstinduktionskoeffizienten $L_a$ der Maschine. Ist dieser bekannt, so ist

$$e'_s = L_a\, \omega\, i'.$$

Die Formel heißt für eine Wechselstrommaschine mit Zweilochwickelung

$$\text{XXXV} \quad L_a = \frac{2{,}5\, \lambda\, b\, W^2}{10^8\, p}$$

wo

$$\text{XXXVI} \quad 2{,}5\, \lambda = \frac{0{,}75}{\frac{y}{t} \cdot \frac{b}{T_p}} + 5{,}5$$

zu setzen ist. y Nutenbreite, t Nutentiefe, b Ankerlänge und $T_p$ Polteilung.

Für eine Dreilochwickelung, also $m = 3$ sind die Werte von $2{,}5\, \lambda$ mit 0,88 bis 0,95 und für $m = 4$ mit 0,75 bis 0,9 zu multiplizieren.

**317.** Es soll ein 150 PS Nebenschlußmotor für 500 Touren berechnet werden. Die Type muß durch Änderung des Schaltungsschrittes für 440 V, 220 V und 110 V geeignet sein. Wendepole sind vorzusehen.

Lösung für 440 V. Wir schätzen $\eta = 0{,}95$ und $\eta' = 0{,}91$, nehmen $g = 0{,}76$, $B_\mathfrak{L} = 8000$ und $\overline{AS} = 320$ an. (Da Wendepole angenommen sind, kann $\overline{AS}$ den Wert der Fig. 163 wesentlich überschreiten).

Bei einem Motor tritt die größte EMK bei Leerlauf auf, wir legen daher der Berechnung der Dimensionen den Wert $E = 440$ V zugrunde. Die Anzahl der Pole sei $2p = 6$.

Die Gl. II gibt

$$D^2 b = \frac{150 \,.\, 736 \,.\, 10^8 \,.\, 60}{500 \,.\, 0{,}76 \,.\, 0{,}95\, \pi^2\, 8000 \,.\, 320} = 72500$$

Wir entscheiden uns für $D = 57$ cm, $b = 22{,}4$ cm, es wird dann

$$T_p = \frac{\pi \,.\, 57}{6} = 29{,}8 \text{ cm},$$

$$b_p = 0{,}76 \,.\, 29{,}8 = 22{,}7 \text{ cm}, \quad Q_\mathfrak{L} = 22{,}4 \,.\, 22{,}7 = 508 \text{ cm}^2.$$

$$J = \frac{150 \,.\, 736}{440 \,.\, 0{,}91} = 276 \text{ A}.$$

Schätzt man den Verlust durch Stromwärme in der Erregerwickelung auf 1,14 %, so ist

$$e\, i_m = \frac{150 \,.\, 736}{0{,}91} \cdot \frac{1{,}14}{100} = 1385 \text{ Watt}$$

$$i_m = \frac{1385}{440} = 3{,}15 \text{ A demnach } i_a = 276 - 3 = 273 \text{ A}.$$

Wir wählen für 440 V Reihenschaltung, setzen also $a = 1$
" " " 220 V Reihenparallelschaltung mit $a = 2$
" " " 110 V Reihenparallelschaltung mit $a = 4$.

Für 440 V ist demnach

$$i_d = \frac{273}{2} = 136{,}5 \text{ A.} \quad \text{(Stabanker).}$$

Aus III folgt $z = \dfrac{320 \,.\, \pi \,.\, 57}{136{,}5} = 417$ Drähte oder Stäbe.

Die Wickelungsformel $y_1 + y_2 = \dfrac{s \pm 2a}{p}$ soll den obigen Werten von a genügen, wir runden deshalb auf $s = z = 440$ ab.

Es ist dann für $a = 1$

$$y_1 + y_2 = \frac{440 \pm 2}{3} = 146$$

$$y_1 = y_2 = 73$$

Schema:

1 — 74 —○— 147

3 — 76 —○— 149

: : :

Der Kollektorschritt ist, da $k = \frac{z}{2} = 220$

$$y_k = \frac{220 \pm 1}{3} = 73$$

Der Nutenschritt $y_n = \frac{73 - 1}{4} = 18$ wenn $u_n = 4$, also $k_n^n = \frac{440}{4} = 110$ ist.

$a = 2$ $$y_1 + y_2 = \frac{440 \pm 4}{3} = 148 \text{ oder } y_1 = 75, y_2 = 73$$

$$y_k = \frac{220 \pm 2}{3} = 74 \text{ und } y_n = \frac{73 - 1}{4} = 18$$

$a = 4$ $$y_1 + y_2 = \frac{440 \pm 8}{3} = 144$$

$$y_1 = 71,\ y_2 = 73,\ y_k = \frac{220 \pm 4}{3} = 72$$

$$y_n = 18.$$

Die Gl. VI gibt

$$\Phi_0 = \frac{440 \,.\, 60 \,.\, 10^8 \,.\, 1}{500 \,.\, 440 \,.\, 3} = 4 \,.\, 10^6$$

also ist $B_{\mathfrak{L}} = \frac{4 \,.\, 10^6}{508} = 7850.$

**Bemerkung.** Die Abweichung kommt von der Änderung von $z = 417$ auf 440, wodurch auch $\overline{AS} = \frac{440 \,.\, 136{,}5}{\pi \,.\, 57} = 335$ wird.

Wählen wir $B_{z\,max} = 21600$, so wird $Q_{z\,min} = \frac{4 \,.\, 10^6}{21600} = 185\ cm^2$

und nach VII $t_1 - y = \frac{185 \,.\, 6}{110 \,.\, 0{,}9 \,.\, 22{,}4 \,.\, 0{,}76} = 0{,}656$ cm.

Schätzen wir die Nutentiefe $t = 3$ cm, so wird

$$t_1 = \frac{\pi (57 - 6)}{110} = 1{,}46 \text{ cm mithin die Nutenbreite}$$

$$y = 1{,}46 - 0{,}66 = 0{,}8 \text{ cm.}$$

Beträgt der Verlust durch Stromwärme im Anker 3 %, so ist

$$i_a^2 w_a = \frac{150 \,.\, 736}{0{,}91} \cdot \frac{3}{100} = 3645$$

$$w_a = \frac{3645}{273^2} = 0{,}049\ \Omega.$$

Die Länge einer Windung ist

$$l_1 = 2\,b + 3\,T_p = 44{,}8 + 3\,.\,29{,}8 = 134 \text{ cm}.$$

Die auf den Anker gewickelte Länge

$$L_a = \frac{440}{2} \cdot 1{,}34 = 294 \text{ m},$$

daher der Querschnitt q des Drahtes

$$q = \frac{c\,L_a}{4\,w_a} = \frac{0{,}02\,.\,294}{4\,.\,0{,}049} = 30 \text{ mm}^2.$$

Da 2 Stäbe nebeneinander liegen müssen, darf ein Stab nur 2,5 mm dick werden, seine Breite ist demnach $30 : 2{,}5 = 12$ mm. Die Abmessungen unseres Stabes besponnen sind daher $3\,.\,13$. Zur Isolation vom Eisen kann dann noch eine Schicht von 2 mm Dicke verwendet werden. Die Nutentiefe t muß werden $2\,.\,13 + 4 = 30$ mm, wo etwa 2 mm Eindrehung für die Bandagen gerechnet wurden.

Luftzwischenraum. Ohne Wendepole müßte sein

$$B_{\mathfrak{L}} - B_q \overline{\gtrless}\, 7\,.\,335 = 2345$$

$$B_q = 7850 - 2345 = 5505$$

$$\text{demnach} \quad \delta = \frac{0{,}63\,.\,22{,}7\,.\,335}{5505} = 0{,}95 \text{ cm}.$$

Bei Anwendung von Wendepolen braucht auf diese Gleichung jedoch keine Rücksicht genommen zu werden und wir setzen deshalb willkürlich $\delta = 0{,}5$ cm.

Die Eisenhöhe unterhalb der Zähne ist mit $B_a = 10\,000$:

$$c = \frac{4\,.\,10^6}{2\,.\,0{,}9\,.\,22{,}4\,.\,10000} = 10 \text{ cm}$$

also der innere Durchmesser der Ankerbleche

$$D_i = 57 - 6 - 20 = 31 \text{ cm}.$$

Das Kerngewicht ist:

$$G_a = \left[(57 - 6)^2 \frac{\pi}{4} - \frac{31^2\,\pi}{4}\right] \frac{0{,}9\,.\,22{,}4\,.\,7{,}8}{1000} = 203 \text{ kg}$$

Das Gewicht der Zähne:

$$G_z = \left(57^2 \frac{\pi}{4} - 51^2 \frac{\pi}{4} - 110\,.\,0{,}8\,.\,3\right) . \frac{0{,}9\,.\,22{,}4\,.\,7{,}8}{1000} = 74{,}2 \text{ kg}$$

mithin $G = 277$ kg. Die Fig. 166 ergibt für

$$\frac{B_a \sim}{10^5} = \frac{10\,000\,.\,500\,.\,3}{10^5\,.\,60} = 2{,}5$$

den Wert $u = 6{,}3$ Watt pro kg, also ist der Eisenverlust bei Leerlauf

$$\mathfrak{E}_E = 277\,.\,6{,}3 = 1740 \text{ Watt}.$$

Zur Temperaturerhöhung trägt von der Stromwärme nur der Verlust

$$\frac{2\,b}{l_1} \cdot i_a^2\, w_a = \frac{44{,}8}{134} \cdot 3645 = 1225 \text{ Watt}$$

bei; die zu erwartende Temperaturerhöhung ist demnach (XIII):

$$T_a = \frac{300 \cdot (1225 + 1740)}{9110 \cdot (1 + 0{,}1 \cdot 15)} = 39^0$$

wo $O = \pi\, 57 \cdot 22{,}4 + \frac{2 \cdot \pi\, 57^2}{4} = 9110$ und

$$v = \frac{\pi\, 57 \cdot 500}{100 \cdot 60} = 15 \text{ m ist.}$$

Die Polschuhe könnten aus massivem Eisen gefertigt sein, da $\frac{y}{\delta} = \frac{8}{5} = 1{,}6 < 2$ ist. Wir wollen jedoch Pol und Polschuhe aus 1 mm dicken Blechen herstellen und sie an das Joch anschrauben. Die Abmessungen der Polfläche sind schon bekannt, nämlich Polbogen $b_p = 22{,}7$ cm und Pollänge $b = 22{,}4$ cm.

## Magnete.

Wir schätzen den Streuungskoeffizienten, wegen der Wendepole 1,35, so daß

$$\Phi_s = 1{,}35 \cdot 4 \cdot 10^6 = 5{,}4 \cdot 10^6 \text{ wird.}$$

Nimmt man $B_s = 17\,800$ an, so wird

$$Q_s = \frac{5{,}4 \cdot 10^6}{17\,800} = 303 \text{ cm}^2 = 22{,}4 \cdot 0{,}95 \cdot 14{,}3$$

wo 0,95 dem Umstand Rechnung trägt, daß die Magnete aus Blechen aufgeschichtet sind.

(Bei runden Schenkeln reicht, wie eine Proberechnung zeigte, der Platz für die Wendepole nicht zu).

Die Schenkellänge wird einschließlich Polschuhe auf 200 mm geschätzt.

Das Joch sei aus Stahlguß hergestellt und $B_j = 14\,000$, dann ist

$$Q_j = \frac{5{,}4 \cdot 10^6}{2 \cdot 14\,000} = 192 \text{ cm}^2 = 8 \cdot 24.$$

## Amperewindungen.

Nach den bisherigen Rechnungen sind sämtliche Abmessungen festgesetzt und man kann hiernach eine Zeichnung anfertigen (Fig. 173).

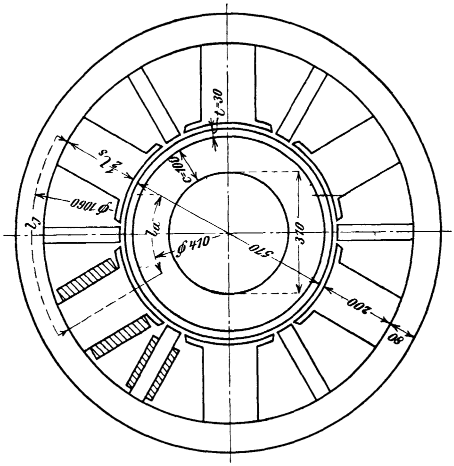


Fig. 173.

Die Kraftlinienlängen sind dann:

$$\text{Anker } l_a = \frac{\pi \,.\, 41}{6} + 10 = 31,5 \text{ cm}$$

$$\text{Zähne } l_z = 2 \,.\, 3 = 6 \text{ cm}$$

$$\text{Luft } L_{\mathfrak{L}} = 2 \,.\, 0,5 = 1 \text{ cm}$$

$$\text{Pol } l_s = 2 \,.\, 20 = 40 \text{ cm}$$

$$\text{Joch } l_j = \frac{\pi \,.\, 106}{6} + 8 = 64 \text{ cm}$$

Zu den Induktionen $B_a = 10\,000$ gehören: $H_a = 4,8$
$B_s = 17\,800$ „ $H_s = 100$
$B_j = 14\,000$ „ $H_j = 29$

Um die wirkliche Induktion in den Zähnen zu finden, berechne man die Nutenteilungen

$$t_1 = \frac{\pi \,.\, 57}{110} = 1,63, \quad \frac{\pi \,.\, 54}{110} = 1,54 \text{ und } \frac{\pi\, 51}{110} = 1,46, \text{ dann ist}$$

| | | | |
|---|---|---|---|
| $t_1 - y$ | $= 0,83$ cm | 0,74 | 0,66 und |
| $Q_z$ | $= 234$ | 208 | 186, also |
| $B_z$ | $= 17\,100$ | 19 200 | 21 500, hierzu gehört noch Fig. 168 |
| $B_{zw}$ | $= 17\,100$ | 19 200 | 21 300 |

$$\text{wo } Q_n = 0,8 \,.\, 22,4 = 17,92$$

$$Q_z = 0,74 \,.\, 0,9 \,.\, 22,4 = 14,9 \text{ also } \frac{Q_n}{Q_z} = \frac{17,92}{14,9} = 1,2$$

war, d. h. es galt in Fig. 168 die Kurve I.

Die zu den Induktionen $B_{zw}$ gehörigen Werte von $H_z$ sind 80, 155 und 300, also ist

$$H_z = \frac{80 + 4 . 155 + 300}{6} = 167$$

Der Faktor $k_1$ in Formel XVIII ist

$$k_1 = \frac{t_1}{t_1 - y + x\,\delta}$$

wo $x = 1,3$ aus der Figur 169 zu $\frac{y}{\delta} = \frac{0,8}{0,5} = 1,6$ gehört; es ist

also $$k_1 = \frac{1,63}{0,83 + 1,3 . 0,5} = 1,1$$

Mit diesen Werten wird die magnetomotorische Kraft eines magnetischen Kreises:

$$\mathfrak{F} = 4,8 . 31,5 + 167 . 6 + 1,1 . 1 . 7850 + 100 . 40 + 29 . 64$$

$\mathfrak{F} = 15600$ und die Amperewindungszahl

$$\overline{AW} = 15600 . 0,8 = 12480 + 5\,\% \text{ Zuschlag} = 13000.$$

Nun war $i_m = 3,15$ A, also ist die Windungszahl für 2 Schenkel

$$13000 : 3,15 = 4140 \text{ oder}$$

für einen Schenkel

$$W = 2070.$$

Die Formel XIX gibt, wenn man $w = \frac{1}{6} . \frac{440}{3,15} = 23,2\,\Omega$ und $l = 170$ mm setzt

$$\frac{h}{2\,(148 + 229) + h\pi} = \frac{4 . 1,3 . 0,02 . 2070^2}{1000\pi . 170 . 23,2} = 0,0355\,;$$

hieraus folgt

$$h = \frac{754 . 0,0355}{0,889} = 30 \text{ mm.}$$

Die Formel XX liefert

$$q = \frac{\pi . 170 . 30}{4 . 1,3 . 2070} = 1,49 \text{ mm}^2$$

$d = 1,38$ mm, was auf 1,4 mm abgerundet werden muß, besponnen $d' = 1,6$ mm und $q = 1,54$ mm$^2$.

Es liegen nebeneinander $170 : 1,6 = 106$ Drähte
übereinander $2070 : 106 = 19,5$ vollgewickelt 20 Lagen,
so daß aufgewickelt werden pro Schenkel
$106 . 20 = 2120$ Windungen, deren Höhe $h = 20 . 1,6 = 32$ mm ist.

Die aufgewickelte Drahtlänge ist

$$L_m = \frac{(2a + 2b + h\pi}{1000} W = \frac{2 . 148 + 2 . 229 + 32 . \pi}{1000} 2120$$

$$L = 1810 \text{ m und } w_m = \frac{0{,}02 . 6 . 1810}{1{,}54} = 141\,\Omega$$

$$i_m = \frac{440}{141} = 3{,}13 \text{ A},$$

daher die wirklich erreichbare Amperewindungszahl

$$\overline{AW} = 3{,}13 . 4240 = 13\,250\ \overline{AW}.$$

## Kollektor und Bürsten.

Legen wir eine Umfangsgeschwindigkeit von 10 m der Rechnung zugrunde, so wird der Kollektordurchmesser nach (XXIV)

$$D_k = \frac{10 . 60}{\pi . 500} \backsimeq 0{,}38 \text{ m}$$

und die Lamellenteilung $\beta_r = \frac{\pi\, D_k}{k} = \frac{\pi . 380}{220} = 5{,}44$ mm

Ist die Glimmerisolation zwischen 2 Lamellen 0,7 mm dick, so wird eine Lamelle 5,44 — 0,7 = 4,74 mm.

Wird die Bürstenauflage gleich 3 Lamellenbreiten gewählt (Formel XXV), so ist $b_r \backsimeq 3 . 5{,}44 \backsimeq 16$ mm.

Jede von den 6 Bürsten hat $\frac{273}{3} = 91$ A zu leiten. Wird die Stromdichte zu $s_b = 10$ A pro cm² gewählt, was einem $e_b = 0{,}5$ V (s. Anhang) entspricht, so ist die Auflagefläche pro Bürstenstift (XXVI)

$$f_b = \frac{91}{10} = 9{,}1 \text{ cm}^2$$

oder die Bürstenlänge (XXVII)

$$l_r = 9{,}1 : 1{,}6 \doteq 5{,}7 \text{ cm}.$$

Wir wählen pro Stift zwei Kohlen mit $f_b = (1{,}6 . 3)2 = 9{,}6$ cm².

Die Kollektorlänge ist nach Formel (XXVIII)

$$b_k = 6 + 2 = 8 \text{ cm}.$$

Der Stromwärmeverlust ist nach Formel (XXIX)

$$E_{ks} = 2 . 0{,}5 . 273 = 273 \text{ Watt},$$

der Verlust durch Reibung nach (XXX)

$$E_R = 0{,}29 . 6 . 9{,}6 . 10 = 167 \text{ Watt},$$

daher die zu erwartende Temperaturerhöhung (XXXI)

$$T_k = \frac{(120 \div 150)\, 440}{\pi \,.\, 28 \,.\, 8\,(1 + 0{,}1 \,.\, 10)} = 28 \text{ bis } 35^0 \text{ C.}$$

**Bemerkung. Beim Aufzeichnen dieser Maschine ist die Kollektorlänge für 110 V Spannung zugrunde zu legen.**

## Wendepole.

Wir nehmen soviel Wende- als Hauptpole, setzen $\delta_w = \delta = 0{,}5$ cm, $b_w = 14$ cm und erhalten aus Formel (XXXIII) den Wendepolbogen

$$b_c = \frac{57}{38}\left\{1{,}6 + 0{,}544\left(\frac{4}{2} - \frac{1}{3}\right)\right\} = 4 \text{ cm.}$$

Das letzte Glied bleibt weg, da $k_n = \frac{y_1 - 1}{u_n} = \frac{73 - 1}{4} = 18$ eine ganze Zahl ist.

Die Amperewindungszahl eines Wendepoles ist nun angenähert nach Formel XXXII:

$$\overline{AW_w} = 335\left(\frac{1}{2} \,.\, 29{,}8 + 7{,}8 \,.\, 0{,}5 \,.\, \frac{22{,}4}{14} + \frac{4}{4}\right) = 7450,$$

daher die Windungszahl eines Wendepoles

$$W_w = \frac{7450}{273} = 27.$$

Wählen wir eine Stromdichte $s_w = 4{,}25$, so wird der Querschnitt des Leiters

$$q_w = \frac{273}{4{,}25} = 64 \text{ mm}^2.$$

Wir nehmen einen Blechstreifen von 160 mm Breite und $64 : 160 = 0{,}4$ mm Dicke. Derselbe wird auf den Wendepol aufgelegt mit einem eingelegten Isolierstreifen von 0,2 mm Dicke. Die aufgewickelte Höhe ist

$$h_w = 0{,}6 \,.\, 27 = 16{,}2 \text{ mm}$$

und die mittlere Länge einer Windung

$$2 \,.\, 4{,}5 + 2 \,.\, 14{,}5 + 1{,}62\,\pi = 43 \text{ cm,}$$

also die aufgewickelte Streifenlänge für alle Pole

$$L_w = 0{,}43 \,.\, 27 \,.\, 6 \approx 70 \text{ m.}$$

Der Widerstand der hintereinandergeschalteten Pole ist

$$w_p = \frac{0{,}02 \,.\, 70}{64} = 0{,}0219\ \Omega,$$

der Stromwärmeverlust, bei voller Belastung

$$i_a^2\, w_p = 273^2 \,.\, 0{,}0219 = 1620 \text{ Watt.}$$

Die EMK bei voller Belastung ist

$$E = 440 - 273\,(0{,}048 + 0{,}0219) - 1 = 419{,}8 \text{ V}.$$

Alle Induktionen nehmen daher ab im Verhältnis $\frac{419{,}8}{440}$, was bei der Berechnung der Amperewindungszahl für volle Belastung zu berücksichtigen ist. Infolgedessen ist auch $i_m = 2A$ geworden. Wir wollen jedoch nur die Verluste bestimmen und berechnen.

$$B_a = 10\,000\,\frac{419{,}8}{440} = 9550$$

$$\frac{B_a \cdot \sim}{10^5} = \frac{9550 \cdot 500 \cdot 3}{10^5 \cdot 60} = 2{,}4, \text{ dennoch } u \cong 6 \text{ Watt (Fig. 166)}$$

$$\mathfrak{E}_E = 277 \cdot 6 = 1662 \text{ Watt.}$$

Die Verluste bei voller Belastung sind demnach:

| | | |
|---|---|---|
| $i_a^2 w_a = 273^2 \cdot 0{,}048$ | $= 3590$ | |
| $i_a^2 w_p = 273^2 \cdot 0{,}0219$ | $= 1620$ | |
| $e i_m = 440 \cdot 3$ | $= 1320$ | |
| $\mathfrak{E}_E$ | $= 1662$ | |
| Kollektorverluste | $= 440$ | |
| Verluste durch Reibung 2% | $= 2400$ | |
| | Sa. 11032 | Watt |
| Nutzleistung 150 . 736 | = 110000 | „ |
| eingeleiteter Effekt | 121032 | „ |

$$\eta' = \frac{110000}{121032} = 0{,}91.$$

**318.** Es ist eine einphasige Wechselstrommaschine für eine Leistung von 600 KVA bei 3000 V Klemmenspannung und 50 Perioden zu berechnen. Die Spannung soll auch bei $\cos\varphi = 0{,}8$ noch erreicht werden.

Lösung: Nimmt man die Tourenzahl $n = 250$ an, so folgt die Polpaarzahl

$$\text{aus I} \qquad p = \frac{60 \cdot 50}{250} = 12$$

d. h. die Maschine erhält 24 Pole.

Nimmt man $B_{\mathfrak{g}} = 8600$, $AS = 120$, $g = 0{,}65$, $\eta = 0{,}8$, $f_w = 4{,}44$ an, so wird (II)

$$D^2 b = \frac{600\,000 \cdot 10^8 \cdot 60 \cdot 4}{0{,}8 \cdot 8600 \cdot 120 \cdot \pi^2 \cdot 0{,}65 \cdot 250 \cdot 4{,}44} = 245\,000.$$

Die Ankerbreite wird zu $b = 36$ cm angenommen, also ist

$$D = \sqrt{\frac{245\,000}{36}} = 260 \text{ cm.}$$

$$T_p = \frac{\pi\, 260}{24} = 33{,}9 \text{ cm}, \quad b_p = gT_p = 0{,}65 \,.\, 33{,}9 = 22 \text{ cm}.$$

Bemerkung: $\frac{b}{b_p} = \frac{36}{22} = 1{,}64$ soll zwischen 1,3 und 1,8 liegen.

Die Stromstärke ist $i' = \frac{600\,000}{3000} = 200\,A = i_d'$.

Die Stabzahl ist (III)

$$z = \frac{\pi \,.\, 260 \,.\, 120}{200} = 480 \text{ Stäbe}.$$

Wir wählen eine 5-Lochwickelung mit 7 Löchern pro Pol, die ganze Nutenzahl ist dann $k_n = 7.24 = 168$, wovon jedoch nur $5 \,.\, 24 = 120$ bewickelt werden. In jedes Loch kommen 4 Stäbe.

Kraftlinienzahl: $\Phi_0 = \frac{(1{,}25 \,.\, 3000) \,.\, 10^8}{4{,}44 \,.\, 240 \,.\, 50} = 7{,}05 \,.\, 10^6$.

Wir schätzen die Stromdichte auf 2,8 A und erhalten für den Leiterquerschnitt

$$q_a = \frac{200}{2{,}8} = 72 \text{ mm}^2.$$

Die Stabdimensionen sind 6 . 12 unbesponnen und 6,5 . 12,5 besponnen.

Nutendimensionen: $y = 2 \,.\, 6{,}5 + 9 = 22$ mm.
$t = 2 \,.\, 12{,}5 + 17 = 42$ „

wo ein Holzkeil zum Abschluss der Nut gewählt wird.

Die Nutenteilung ist

$$t_1 = \frac{\pi \,.\, 260}{168} = 4{,}86 \text{ cm}.$$

Werden drei Luftschlitze von je 1 cm Breite angeordnet, so ist die Eisenlänge

$$b_1 = 36 - 3 = 33 \text{ cm}.$$

Der Querschnitt aller Zähne unter einem Pol ist (VII)

$$Q_z = (4{,}86 - 2{,}2)\frac{168}{24}\, 0{,}9 \,.\, 33 \,.\, 0{,}65 = 359 \text{ cm}^2,$$

die maximale Zahninduktion daher

$$B_{z\,max} = \frac{7{,}05 \,.\, 10^6}{359} = 19\,650.$$

Die Eisenhöhe über den Nuten ist, wenn $B_a = 6000$ angenommen wird (VIII)

$$c = \frac{7{,}05 \,.\, 10^6}{2 \,.\, 0{,}9 \,.\, 33 \,.\, 6000} = 19{,}8 \text{ cm},$$

daher der äußere Durchmesser der Bleche

$$D_a = 260 + 8{,}4 + 39{,}6 = 308 \text{ cm.}$$

Das Kerngewicht ist

$$G_a = \left(308^2 \frac{\pi}{4} - 268{,}4^2 \frac{\pi}{4}\right) \frac{0{,}9 \,.\, 33 \,.\, 7{,}7}{1000} = 4090 \text{ kg.}$$

Das Gewicht der Zähne

$$G = \left(268{,}4^2 \frac{\pi}{4} - 260^2 \frac{\pi}{4} - 168 \,.\, 2{,}2 \,.\, 4{,}2\right) \frac{0{,}9 \,.\, 33 \,.\, 7{,}7}{1000}$$

$$G_z = 460 \text{ kg.}$$

demnach das Ankergewicht

$$G = 4090 + 460 = 4550 \text{ kg}$$

Die Kurve (Fig. 166) ergibt für $\frac{6000 \,.\, 50}{10^5} = 3$ etwa $u = 5{,}3$

demnach (IX) $\mathfrak{E}_E = 4550 \,.\, 5{,}3 = 24100$ Watt.

Die Länge einer Windung ist (X)

$$l_1 = 2\left\{36 + 14 + \frac{\pi}{2} \,.\, 4{,}2 + 5 \,.\, 2{,}2 + \frac{\pi}{24}(260 + 8{,}4 + 11)\right\}$$

$$l_1 = 205 \text{ cm,}$$

mithin $$L_a = \frac{480}{2} \,.\, 2{,}05 = 493 \text{ m,}$$

$$w_a = \frac{0{,}02 \,.\, 493}{72} = 0{,}137\ \Omega.$$

Wegen der Wirbelströme hat man erfahrungsgemäß diesen Wert mit 1,5 bis 2,5 zu multiplizieren, also ist $w_a = 2 \,.\, 0{,}137 = 0{,}274\ \Omega$. Der Effektverlust durch Stromwärme ist

$$\mathfrak{E}_{st} = i'^2 w_a = 200^2 \,.\, 0{,}274 = 11000 \text{ Watt}$$

Die Verluste, welche zur Temperaturerhöhung beitragen, sind

$$\mathfrak{E}_T = \mathfrak{E}_E + \mathfrak{E}_{st} \frac{2\,b}{l_1} = 24100 + 11000 \frac{72}{205} = 27950 \text{ Watt.}$$

Die abkühlende Oberfläche ist (XIV)

$$O = \pi \,.\, 36\ (308 + 260) + \frac{\pi}{4}(308^2 - 260^2) \,.\, 5 = 157065 \text{ cm}^2$$

und (XIVI) $$T_a' = \frac{(200 \div 250)\ 27950}{157065} = 37{,}6 \div 44{,}5^0.$$

Der Luftzwischenraum ist (XVII)

$$\delta = (0{,}6 \text{ bis } 1{,}2) \frac{33{,}9 \,.\, 120}{8600} = 2{,}9 \div 5{,}8 \text{ mm.}$$

Wir wählen $\delta = 5$ mm.

## Magnete.

Die in einem Magneten zu erzeugende Kraftlinienzahl ist

$$\Phi_s = 1,2\ \Phi_0 = 1,2 \cdot 7,05 \cdot 10^6 = 8,45 \cdot 10^6.$$

Die Schenkel samt Polschuhen sollen aus 1 mm dicken Blechen angefertigt werden. Wählen wir $B_s = 16000$, so wird

$$Q_s = \frac{8,45 \cdot 10^6}{16000} = 530\ \mathrm{cm}^2.$$

Der Querschnitt wird ein Rechteck von 36 cm (Ankerbreite)

$$\text{und} \quad \frac{530}{0,95 \cdot 36} = 15,5\ \mathrm{cm}.$$

Die Schenkellänge werde auf 19,5 cm geschätzt.

Wird das Magnetrad aus Stahlguß genommen mit $B_j = 11700$, so ist

$$Q_j = \frac{8,45 \cdot 10^6}{2 \cdot 11700} = 360\ \mathrm{cm}^2 = (36 \cdot 10)\ \mathrm{cm}^2.$$

## Berechnung der Leerlaufcharakteristik.

Die Kraftlinienlängen sind:

im Ankerkern $\quad l_a = \frac{\pi}{24}(260 + 8,4 + 19,8) + 19,8 \cong 58\ \mathrm{cm},$

in den Zähnen $\quad l_z = 2\,t = 2 \cdot 4,2 = 8,4\ \mathrm{cm},$

in der Luft $\quad l_{\mathfrak{L}} = 2\,\delta = 1\ \mathrm{cm},$

in den Schenkeln $l_s = 2 \cdot 19,5 = 39\ \mathrm{cm},$

im Magnetrad $\quad l_j = \frac{\pi\, 210}{24} + 10 = 37,5\ \mathrm{cm}.$

## Berechnung von $k_1$.

Zu $\frac{y}{\delta} = \frac{2,2}{0,5} = 4,4$ gehört nach Fig. 169 der Wert $x = 2,8$,

demnach $\quad k_1 = \frac{4,86}{4,86 - 2,2 + 2,8 \cdot 0,5} \cong 1,2.$

Mit diesen Werten läßt sich die magnetomotorische Kraft für einen magnetischen Kreis berechnen nach der Formel

$$\mathfrak{F} = H_a\, l_a + H_z\, l_z + H_{\mathfrak{L}}\, 2\,\delta\, k_1 + H_s\, l_s + H_j\, l_j.$$

Die Rechnung ist für verschiedene Werte von $\Phi_0$, wie früher gezeigt, durchgeführt und in der folgenden Tabelle sind die Resultate zusammengestellt.

| $\Phi_0$ | $B_a = \frac{\Phi_0}{1180}$ | $B_z = \frac{\Phi_0}{358}$ | $B_{\mathfrak{L}} = \frac{\Phi_0}{36.22}$ | $B_s = \frac{1{,}2\,\Phi_0}{530}$ | $B_j = \frac{1{,}2\,\Phi_0}{720}$ | $H_a$ | $H_z$ | $H_s$ | $H_j$ | $\mathfrak{F}_a = 58\,H_a$ | $\mathfrak{F}_z = 8{,}4\,H_z$ | $\mathfrak{F}_{\mathfrak{L}} = k_1 H_{\mathfrak{L}}\, 2\delta$ | $\mathfrak{F}_s = 39\,H_s$ | $\mathfrak{F}_j = 37{,}5\,H_j$ | $\Sigma\mathfrak{F}$ | $\overline{AW} = 0{,}8\,\mathfrak{F}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $4 \cdot 10^6$ | 3400 | 11 180 | 5060 | 9 090 | 6 700 | 0,8 | 7,4 | 3,4 | 4,5 | 46,4 | 62 | 6 060 | 135 | 168 | 6 471 | 5 180 |
| $5 \cdot 10^6$ | 4250 | 14 000 | 6820 | 11 300 | 8 400 | 1,0 | 20,8 | 7,8 | 6,9 | 58 | 174,5 | 7 600 | 310 | 257 | 8 399 | 6 700 |
| $5{,}5 \cdot 10^6$ | 4660 | 15 400 | 6950 | 12 450 | 9 200 | 1,1 | 50 | 11,7 | 8,5 | 63,8 | 420 | 8 350 | 455 | 317 | 9 565 | 7 700 |
| $6 \cdot 10^6$ | 5080 | 16 800 | 7590 | 13 600 | 10 000 | 1,2 | 70 | 18 | 10,5 | 69,6 | 587 | 9 230 | 700 | 392 | 10 978 | 8 800 |
| $6{,}5 \cdot 10^6$ | 5500 | 18 100 | 8210 | 14 700 | 10 900 | 1,25 | 110 | 27 | 13 | 72,5 | 924 | 9 860 | 1050 | 485 | 12 391 | 9 900 |
| $7 \cdot 10^6$ | 5940 | 19 550 | 8810 | 15 850 | 11 700 | 1,4 | 170 | 50 | 16 | 81,1 | 1 427 | 10 550 | 1950 | 597 | 14 605 | 11 700 |

In Fig. 174 sind die Amperewindungen eines magnetischen Kreises als Abszissen und die Werte $\Phi_0$ als Ordinaten aufgetragen worden.

Will man anstatt $\Phi_0$ die EMK als Ordinate auftragen, so berechnet man aus der Gleichung

$$e' = \frac{4{,}44\, \Phi_0 \,.\, 240 \,.\, 50 \,.\, 10^6}{10^8}$$

für $\Phi_0 = 1.10^6$

$e' = 555$ V = d. i. in unserer Fig. 10 mm, also

$$1\ \mathrm{V} = \frac{10}{555} = 0{,}018 \text{ mm oder}$$

1000 V = 18 mm.

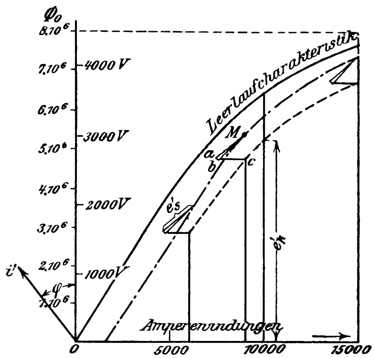



Fig. 174.

Um die dynamische Charakteristik zu finden, berechnen wir die Gegenwindungen X des Ankers für einen magnetischen Kreis (Formel XXXIV)

$$X = \frac{k_0\, f\, i'\, W \sin \psi}{p} \quad \text{wo angenähert } \psi = \varphi \text{ ist}$$

$$k_0 = 0{,}9\, \frac{\sin\,(90 \,.\, 0{,}65)}{0{,}65 \,.\, \frac{\pi}{2}} = 0{,}752, \quad (f = 0{,}81 \text{ Tabelle } 18)$$

$$\text{Also} \quad X = \frac{0{,}752 \,.\, 0{,}81 \,.\, 200 \,.\, 240 \,.\, 0{,}6}{12} = 1460 \text{ Amperewindungen.}$$

Die bekannte, in Fig. 172 erläuterte Konstruktion gibt die dynamische Charakteristik, d. h. die Ordinaten dieser Kurve sind die EMK des Ankers bei $\cos \varphi = 0{,}8$.

## Berechnung der EMK der Selbstinduktion $e'_s$,

Der Selbstinduktionskoeffizient folgt aus Formel XXXV, während Formel XXXVI den Faktor $2{,}5\,\lambda$ liefert.

Es ist

$$\frac{y}{t} = \frac{22}{42} = 0{,}525$$

$$\frac{b}{T_p} = \frac{36}{33{,}9} = 1{,}06, \text{ also}$$

$$2{,}5\,\lambda = \frac{0{,}75}{0{,}525 \,.\, 1{,}06} + 5{,}5 = 6{,}8.$$

Für eine 5 Lochwickelung multiplizieren wir diesen Wert noch mit 0,75 und erhalten $2{,}5\ \lambda = 5{,}15$.

$$L_a = \frac{5{,}15 \cdot 36 \cdot 240^2}{10^8 \cdot 12} = 0{,}0089 \text{ H}$$

also $e'_s = L_a\, 2\pi \sim i' = 0{,}0089 \cdot 2\pi \cdot 50 \cdot 200 = 566$ V.

$$i_a' w_a = 200 \cdot 0{,}274 = 54{,}8 \text{ V.}$$

Man kann nun, wie in Fig. 172 erläutert, die Klemmenspannungskurve zeichnen, was in Fig. 174 geschehen ist.

Wir erkennen, daß, um 3000 V Klemmenspannung bei $\cos\varphi = 0{,}8$ zu erzeugen, $\overline{AW} = 10000$ sein muß.

Schlagen wir zur Sicherheit noch 10% hinzu, so werden wir pro magnetischen Kreis 11000 Amperewindungen aufwickeln, oder auf jeden Schenkel kommen $\overline{AW}_1 = 5500$ Amperewindungen.

Die Spannung der Erregermaschine sei zu 110 V angenommen und die Wickelungshöhe werde auf 35 mm geschätzt, so ist die Länge der mittleren Windung

$$l_m = \frac{2a + 2b + h\pi}{1000} \text{ Meter}$$

(Bedeutung der Buchstaben vergl. Fig. 170 und 171.)

$$l_m = \frac{2\,(360 + 155) + (35 + 5)\,\pi}{1000} = 1{,}16 \text{ m}$$

die Formel XXa gibt den Drahtquerschnitt

$$q = \frac{0{,}02 \cdot 1{,}16 \cdot 12 \cdot 5500}{110} \cong 14 \text{ mm}^2;$$

hierin wurde angenommen, daß von den 24 Spulen je 12 hintereinandergeschaltet werden.

Bei runden Drähten muß der Drahtdurchmesser $d = 4{,}23$ mm, abgerundet 4,3 mm werden $d' = 4{,}8$ mm.

Durch die Abrundung wird $q = 14{,}5$ mm².

Wählt man $s_m = 1{,}5$ A so wird $i_m \cong 22$ A und die Windungszahl pro Schenkel

$$W = \frac{5500}{22} = 250$$

Bei 35 mm Wickelungshöhe gehen übereinander

$$35 : 4{,}8 = 7{,}3 \text{ Lagen.}$$

Wir wählen 7 Lagen übereinander und legen nebeneinander $250 : 7 \cong 36$ Drähte, so daß pro Schenkel wirklich aufgewickelt werden

$$36 \cdot 7 = 252 \text{ Windungen.}$$

Die aufgewickelte Drahtlänge ist

$$L = 1{,}16 \,.\, 252 = 293 \text{ m}$$

und der Widerstand von 12 Schenkeln

$$w_m = 12 \,.\, \frac{0{,}02 \,.\, 293}{14{,}5} = 4{,}85 \; \Omega.$$

Sollen 22 A durch diesen Widerstand fließen, so ist die erforderliche Erregerspannung

$$4{,}85 \,.\, 22 \cong 107 \text{ V.}$$

Die Erregermaschine muß also 2 . 22 = 44 A und 107 V liefern können.

Die Erregermaschine würde also für eine Leistung von

$$110 \,.\, 44 \cong 5000 \text{ Watt}$$

zu berechnen sein.

### Temperaturerhöhung der Magnetwickelung.

Rechnet man nur die Mantelfläche, so ist diese für einen Schenkel

$$O = (2 \,.\, 36 + 2 \,.\, 15{,}5 + 6\,\pi)\, 15{,}5 = 1890 \text{ cm}^2.$$

Die Umfangsgeschwindigkeit der Schenkelmitte ist

$$\pi \frac{(260 - 20)\, 250}{60} = 31 \text{ m}$$

somit die zu erwartende Temperaturerhöhung (Formel XXII)

$$T_m = \frac{(600 \div 800)\; 22^2 \,.\, 0{,}4}{1890\; (1 + 0{,}1 \,.\, 31)} = 20^0 \div 26{,}7^0.$$

| Grad | Cosinus | | | Tangens | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 0′ | 20′ | 40′ | 0′ | 20′ | 40′ |
| 0 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 0,000 | 0 006 | 0,012 |
| 1 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 0,017 | 0,023 | 0,029 |
| 2 | 0,999 | 0,999 | 0,999 | 0,035 | 0,041 | 0,047 |
| 3 | 0,999 | 0,998 | 0,998 | 0,052 | 0,058 | 0,064 |
| 4 | 0,998 | 0,997 | 0,997 | 0,070 | 0,076 | 0,082 |
| 5 | 0,996 | 0,996 | 0,995 | 0,087 | 0,093 | 0,099 |
| 6 | 0,995 | 0,994 | 0,993 | 0,105 | 0,111 | 0,117 |
| 7 | 0,993 | 0,992 | 0,991 | 0,123 | 0,129 | 0,135 |
| 8 | 0,990 | 0,989 | 0,989 | 0,141 | 0,146 | 0,152 |
| 9 | 0,988 | 0,987 | 0,986 | 0,158 | 0,164 | 0,170 |
| 10 | 0,985 | 0,984 | 0,983 | 0,176 | 0,182 | 0,188 |
| 11 | 0,982 | 0,981 | 0,979 | 0,194 | 0,200 | 0,206 |
| 12 | 0,978 | 0,977 | 0,976 | 0,213 | 0,219 | 0,225 |
| 13 | 0,974 | 0,973 | 0,972 | 0,231 | 0,237 | 0,243 |
| 14 | 0,970 | 0,969 | 0,967 | 0,249 | 0,256 | 0,262 |
| 15 | 0,966 | 0,964 | 0,963 | 0,268 | 0,274 | 0,280 |
| 16 | 0,961 | 0,960 | 0,958 | 0,287 | 0,293 | 0,299 |
| 17 | 0,956 | 0,955 | 0,953 | 0,306 | 0,312 | 0,318 |
| 18 | 0,951 | 0,949 | 0,947 | 0,325 | 0,331 | 0,338 |
| 19 | 0,946 | 0,944 | 0,942 | 0,344 | 0,351 | 0,357 |
| 20 | 0,940 | 0,938 | 0,936 | 0,364 | 0,371 | 0,377 |
| 21 | 0,934 | 0,931 | 0,929 | 0,384 | 0,391 | 0,397 |
| 22 | 0,927 | 0,925 | 0,923 | 0,404 | 0,411 | 0,418 |
| 23 | 0,921 | 0,918 | 0,916 | 0,424 | 0,431 | 0,438 |
| 24 | 0,914 | 0,911 | 0,909 | 0,445 | 0,452 | 0,459 |
| 25 | 0,906 | 0,904 | 0,901 | 0,466 | 0,473 | 0,481 |
| 26 | 0,899 | 0,896 | 0,894 | 0,488 | 0,495 | 0,502 |
| 27 | 0,891 | 0,888 | 0,886 | 0,510 | 0,517 | 0,524 |
| 28 | 0,883 | 0,880 | 0,877 | 0,532 | 0,539 | 0,547 |
| 29 | 0,875 | 0,872 | 0,869 | 0,554 | 0,562 | 0,570 |
| 30 | 0,866 | 0,863 | 0,860 | 0,577 | 0,585 | 0,593 |
| 31 | 0,857 | 0,854 | 0,851 | 0,601 | 0,609 | 0,617 |
| 32 | 0,848 | 0,845 | 0,842 | 0,625 | 0,633 | 0,641 |
| 33 | 0,839 | 0,835 | 0,832 | 0,649 | 0,658 | 0,666 |
| 34 | 0,829 | 0,826 | 0,822 | 0,675 | 0,683 | 0,692 |
| 35 | 0,819 | 0,816 | 0,812 | 0,700 | 0,709 | 0,718 |
| 36 | 0,809 | 0,806 | 0,802 | 0,727 | 0,735 | 0,744 |
| 37 | 0,799 | 0,795 | 0,792 | 0,754 | 0,763 | 0,772 |
| 38 | 0,788 | 0,784 | 0,781 | 0,781 | 0,791 | 0,800 |
| 39 | 0,777 | 0,773 | 0,770 | 0,810 | 0,819 | 0,829 |
| 40 | 0,766 | 0,762 | 0,759 | 0,839 | 0,849 | 0,859 |
| 41 | 0,755 | 0,751 | 0,747 | 0,869 | 0,880 | 0,890 |
| 42 | 0,743 | 0,739 | 0,735 | 0,900 | 0,911 | 0,922 |
| 43 | 0,731 | 0,727 | 0,723 | 0,933 | 0,943 | 0,955 |
| 44 | 0,719 | 0,715 | 0,711 | 0,966 | 0,977 | 0,988 |
| 45 | 0,707 | 0,703 | 0,699 | 1,000 | 1,012 | 1,024 |

# hang.

| Grad | Cosinus 0′ | Cosinus 20′ | Cosinus 40′ | Tangens 0′ | Tangens 20′ | Tangens 40′ |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 46 | 0,695 | 0,690 | 0,686 | 1,036 | 1,048 | 1,060 |
| 47 | 0,682 | 0,678 | 0,673 | 1,072 | 1,085 | 1,098 |
| 48 | 0,669 | 0,665 | 0,660 | 1,111 | 1,124 | 1,137 |
| 49 | 0,656 | 0,652 | 0,647 | 1,150 | 1,164 | 1,178 |
| 50 | 0,643 | 0,638 | 0,634 | 1,192 | 1,206 | 1,220 |
| 51 | 0,629 | 0,625 | 0,620 | 1,235 | 1,250 | 1,265 |
| 52 | 0,616 | 0,611 | 0,606 | 1,280 | 1,295 | 1,311 |
| 53 | 0,602 | 0,597 | 0,592 | 1,327 | 1,343 | 1,360 |
| 54 | 0,588 | 0,583 | 0,578 | 1,376 | 1,393 | 1,411 |
| 55 | 0,574 | 0,569 | 0,564 | 1,428 | 1,446 | 1,464 |
| 56 | 0,559 | 0,554 | 0,550 | 1,483 | 1,501 | 1,520 |
| 57 | 0,545 | 0,540 | 0,535 | 1,540 | 1,560 | 1,580 |
| 58 | 0,530 | 0,525 | 0,520 | 1,600 | 1,621 | 1,643 |
| 59 | 0,515 | 0,510 | 0,505 | 1,664 | 1,686 | 1,709 |
| 60 | 0,500 | 0,495 | 0,490 | 1,732 | 1,756 | 1,780 |
| 61 | 0,485 | 0,480 | 0,475 | 1,804 | 1,829 | 1,855 |
| 62 | 0,469 | 0,464 | 0,459 | 1,881 | 1,907 | 1,935 |
| 63 | 0,454 | 0,449 | 0,444 | 1,963 | 1,991 | 2,020 |
| 64 | 0,438 | 0,433 | 0,428 | 2,050 | 2,081 | 2,112 |
| 65 | 0,423 | 0,417 | 0,412 | 2,145 | 2,177 | 2,211 |
| 66 | 0,407 | 0,401 | 0,396 | 2,246 | 2,282 | 2,318 |
| 67 | 0,391 | 0,385 | 0,380 | 2,356 | 2,394 | 2,434 |
| 68 | 0,375 | 0,369 | 0,364 | 2,475 | 2,517 | 2,560 |
| 69 | 0,358 | 0,353 | 0,347 | 2,605 | 2,651 | 2,699 |
| 70 | 0,342 | 0,337 | 0,331 | 2,747 | 2,798 | 2,850 |
| 71 | 0,326 | 0,320 | 0,315 | 2,904 | 2,960 | 3,018 |
| 72 | 0,309 | 0,303 | 0,298 | 3,078 | 3,140 | 3,204 |
| 73 | 0,292 | 0,287 | 0,281 | 3,271 | 3,430 | 3,412 |
| 74 | 0,276 | 0,270 | 0,264 | 3,487 | 3,566 | 3,647 |
| 75 | 0,259 | 0,253 | 0,248 | 3,732 | 3,821 | 3,914 |
| 76 | 0,242 | 0,236 | 0,231 | 4,011 | 4,113 | 4,219 |
| 77 | 0,225 | 0,219 | 0,214 | 4,331 | 4,449 | 4,574 |
| 78 | 0,208 | 0,202 | 0,197 | 4,705 | 4,843 | 4,989 |
| 79 | 0,191 | 0,185 | 0,179 | 5,145 | 5,309 | 5,485 |
| 80 | 0,174 | 0,168 | 0,162 | 5,671 | 5,871 | 6,084 |
| 81 | 0,156 | 0,151 | 0,145 | 6,314 | 6,561 | 6,827 |
| 82 | 0,139 | 0,133 | 0,128 | 7,115 | 7,429 | 7,770 |
| 83 | 0,122 | 0,116 | 0,110 | 8,144 | 8,556 | 9,010 |
| 84 | 0,105 | 0,099 | 0,093 | 9,514 | 10,08 | 10,71 |
| 85 | 0,087 | 0,081 | 0,076 | 11,43 | 12,25 | 13,20 |
| 86 | 0,070 | 0,064 | 0,058 | 14,30 | 15,60 | 17,17 |
| 87 | 0,052 | 0,047 | 0,041 | 19,08 | 21,47 | 24,54 |
| 88 | 0,035 | 0,029 | 0,023 | 28,64 | 34,37 | 42,96 |
| 89 | 0,017 | 0,012 | 0,006 | 57,29 | 85,94 | 171,9 |

# Nützliche Angaben.

1. **Stromdichte und Übergangsspannungen von Bürsten.** Es bezeichne $s_b$ die Stromdichte pro cm², $e_b$ den Spannungsverlust zwischen Bürste und Kollektor, so ist:
   a) Für Kupferbürsten: $s_b = 10$ bis 25 A, $e_b = 0{,}017$ bis 0,03 Volt, $s_{b\,max} = 40$ A, wobei $e_b = 0{,}04$ Volt wird.
   b) Kohle-Bürsten.
      1. Sehr weiche Kohlen: $s_b = 8$ bis 11 A, $e_b = 0{,}4$ bis 0,6 V.
      2. Mittelharte Kohlen: $s_b = 5$ bis 7, $e_b = 0{,}9$ bis 1,1 V.
      3. Sehr harte Kohlen: $s_b = 4$ bis 6, $e_b = 1{,}2$ bis 1,5 V.

   Der Übergangswiderstand ist hiernach pro cm²

   $\frac{e_b}{s_b}$ und für die ganze Auflagefläche $f_b$ einer Bürste

$$w_b = \frac{e_b : s_b}{f_b} = \frac{0{,}2 \text{ bis } 0{,}3}{f_b}.$$

2. **Temperaturzunahme.**

   Die Temperaturzunahme darf bei isolierten Wickelungen, Kollektoren und Schleifringen nicht überschreiten:
   bei Baumwollisolierung . . . . . . 50° C.
   „ Papierisolierung . . . . . . . 60° C.
   „ Isolierung durch Glimmer, Asbest und deren Präparate . . . . 80° C.

   Bei ruhenden Wickelungen sind um 10° höhere Werte zulässig. Bei Straßenbahnmotoren dürfen obige Werte um 20° erhöht werden.

3. **Geringste Dicke der doppelten Bespinnung für Dynamodrähte.**

| Runddraht | Flachdraht | Verdickung durch die Bespinnung |
|---|---|---|
| bis 0,7 mm incl. | — | 0,16 mm |
| „ 1,3 „ „ | 1,3 mm² | 0,2 „ |
| „ 2 „ „ | 3 „ | 0,3 „ |
| „ 3,6 „ „ | 10 „ | 0,4 „ |
| über 3,6 „ „ | — | 0,5 „ |

Additional material from *Aufgaben und Lösungen aus der Gleich- und Wechselstromtechnik,*
ISBN 978-3-662-35832-0, is available at http://extras.springer.com

EXTRA
MATERIALS
extras.springer.com