

Wärmemechanik wasserhaltiger Gasgemische

mit den Hilfsmitteln der
Flächennomographie bearbeitet

von

Prof. Dr. Paul Schreiber †

Oberregierungsrat

Mit 24 Rechentafeln auf logarithmischen Grund-
drucken, 10 Rechentafeln auf gleichmäßig geteilten
Grunddrucken und 3 Instrumentenskizzen



Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH

1925

Verlag von Friedr. Vieweg & Sohn Akt.-Ges., Braunschweig.

- Angerer**, Dr. Ernst v., **Technische Kunstgriffe bei physikalischen Untersuchungen.** Mit 11 Abbildungen. VIII, 116 S. 8°. 1924. (*Sammlung Vieweg, Heft 71.*) *M* 4.—
- Becker**, Dr.-Ing. Karl und Fritz **Ebert**, **Metallröntgenröhren** (Wirkungsweise — Anlage — Betrieb). Mit 34 Abbildungen. V, 62 S. 8°. 1925. (*Sammlung Vieweg, Heft 75.*) *M* 3,60.
- Berger**, Dr. Franz, **Das Gesetz des Kraftverlaufs beim Stoß.** Untersuchungen über die gesetzmäßigen Beziehungen beim Stoß elastischer Körper. Mit 67 Abbildungen. VII, 92 S. 8°. 1924. *M* 9,—, geb. *M* 12,—.
- Berndt**, Prof. Dr. G., **Radioaktive Leuchtfarben.** Mit 28 Abbildungen im Text und auf einer Tafel. IV, 108 S. 8°. 1920. (*Sammlung Vieweg, Heft 47.*) *M* 4.—.
- Bohr**, Prof. Niels, **Abhandlungen über Atombau aus den Jahren 1913 bis 1916.** Autorisierte deutsche Übersetzung mit einem Geleitwort von N. Bohr von Dr. Hugo Stintzing. XIX, 156 S. 8°. 1921. *M* 6,—.
- **Über die Quantentheorie der Linienspektren.** Übersetzt von P. Hertz. Mit einem Vorwort des Verfassers. IV, 167 S. 8°. 1923. *M* 5.—.
- **Drei Aufsätze über Spektren und Atombau.** 2. Auflage. Mit 13 Abbildungen. VI, 150 S. 8°. 1924. (*Sammlung Vieweg, Heft 50.*) *M* 5.—.
- Buchwald**, Prof. Dr. E., **Das Korrespondenzprinzip.** Mit 28 Abbildungen. VI, 127 S. 8°. 1923. (*Sammlung Vieweg, Heft 67.*) *M* 5,50.
- Budde**, Prof. Dr. E., **Tensoren und Dyaden im dreidimensionalen Raum.** Ein Lehrbuch. XII, 248 S. 8°. 1913. *M* 5,—, geb. *M* 6,50.
- Chwolson**, Prof. O. D., **Lehrbuch der Physik.** 2. verbesserte und vermehrte Auflage. Herausgegeben von Prof. Dr. Gerhard Schmidt, Münster i. W. gr. 8°.
- I. Band, 1. Abteilung. **Mechanik und Meßmethoden.** Mit 185 Abbild. XII, 384 S. 1918. *M* 12,50, geb. *M* 14,50.
- I. Band, 2. Abteilung. **Die Lehre von den gasförmigen, flüssigen und festen Körpern.** Mit 180 Abbild. X, 424 S. 1918. *M* 14,—, geb. *M* 16,—.
- II. Band, 1. Abteilung. **Die Lehre vom Schall.** Mit 93 Abbildungen. IX, 154 S. 1919. *M* 6,—, geb. *M* 7,50.
- II. Band, 2. Abteilung. **Die Lehre von der strahlenden Energie.** Mit 498 Abbildungen. XV, 894 S. 1922. *M* 30,—, geb. *M* 34,—.
- III. Band, 1. Abteilung. **Die Lehre von der Wärme.** Mit 105 Abbildungen. VIII, 450 S. 1922. *M* 15,—, geb. *M* 17,50.
- III. Band, 2. Abteilung. **Die Lehre von der Wärme.** Mit 110 Abbild. VII, 460 S. 1923. *M* 15,50, geb. *M* 18,—.
- IV. Band, 1. Abteilung. **Das konstante elektrische Feld.** Mit 154 Abbildungen. VIII, 432 S. 1925. *M* 14,—, geb. *M* 16,—.
- **Die Physik und ihre Bedeutung für die Menschheit.** Aus dem Russischen übersetzt von Georg Kluge. Mit 33 Abbildungen. VII, 277 S. gr. 8°. 1924. *M* 10,80, geb. *M* 12,50.
- Deutsch**, Walther, **Metallphysik.** Mit 20 Abbild. VIII, 76 S. 8°. 1916. *M* 2,50.
- Dorno**, Prof. Dr. C., **Physik der Sonnen- und Himmelsstrahlung.** Mit 16 Abbild. im Text und auf 3 farbigen Tafeln. VIII, 126 S. 1919. (*Die Wissenschaft, Band 63.*) *M* 5,—.
- Eddington**, A. S., **Raum, Zeit und Schwere.** Ein Umriss der allgemeinen Relativitätstheorie. Ins Deutsche übertragen von W. Gordon. Mit 19 Abbildungen. VII, 204 S. 8°. 1923. (*Die Wissenschaft, Band 70.*) *M* 6,50, geb. *M* 8,—.
- Einstein**, Prof. Dr. A., **Über die spezielle und die allgemeine Relativitätstheorie.** Gemeinverständlich. 14. Auflage. Mit 4 Abbildungen. IV, 91 S. 8°. 1922. (*Sammlung Vieweg, Heft 38.*) *M* 3,—.
- Vier Vorlesungen über Relativitätstheorie, gehalten im Mai 1921 an der Universität Princeton. 2. Auflage. Mit 4 Abbild. 70 S. gr. 8°. 1923. *M* 2,50.

Wärmemechanik wasserhaltiger Gasgemische

mit den Hilfsmitteln der
Flächennomographie bearbeitet

von

Prof. Dr. Paul Schreiber †

Oberregierungsrat

Mit 24 Rechentafeln auf logarithmischen Grund-
drucken, 10 Rechentafeln auf gleichmäßig geteilten
Grunddrucken und 3 Instrumentenskizzen



Springer Fachmedien Wiesbaden GmbH 1925

Additional material to this book can be downloaded from <http://extras.springer.com>

ISBN 978-3-663-00873-6 ISBN 978-3-663-02786-7 (eBook)

DOI 10.1007/978-3-663-02786-7

Alle Rechte vorbehalten

VORWORT.

Mit der in diesem Werke ausführlich entwickelten Behandlung der Wärmemechanik wasserhaltiger Gasgemische habe ich mich länger als 30 Jahre beschäftigt. Die ersten Arbeiten erschienen in den Jahren 1892 bis 1896 in den Bänden 39, Heft 8, und 40, Heft 4, des „Civilingenieur“ und wurden im ersten Hefte der „Abhandlungen des Königl. Sächs. Meteorologischen Instituts“ (jetzt Landeswetterwarte) nochmals abgedruckt. Eine zweite Arbeit enthält das Jahrbuch 1903 der Landeswetterwarte.

Damals handelte es sich nur um die Anwendung der Wärmemechanik „wasserhaltiger Luft“ in der Meteorologie, um diese aus dem adiabatischen Zustand herauszubringen. Deshalb war das Gasgemisch eben nur Luft, und es konnten nur die geringen Wassergehalte vorausgesetzt werden, welche selbst in den heißesten Klimaten vorkommen können.

Die Sache kam aber auch in den ersten 10 Jahren des jetzigen Jahrhunderts nicht vorwärts, da es an Hilfsmitteln zur leichten Anwendung der graphischen Arbeitsverfahren fehlte. Diese hat die Firma Carl Schleicher & Schüll in Düren (Rheinland) inzwischen geschaffen, und zwar namentlich in den Marken $375\frac{1}{2}$ und $381\frac{1}{2}$: 5, 7, 8, 9 und 10 ihrer Logarithmenpapiere nach meinen Angaben. Ich will nur hoffen, daß meine früheren Kollegen diese überaus wichtigen Hilfsmittel bei den Studien in der Physik der Atmosphäre recht eingehend und vielseitig anwenden.

So habe ich nach meiner Versetzung in den Ruhestand die Gelegenheit wieder aufgenommen, aber auf beliebige Gasgemische und alle möglichen Wassergehalte ausgedehnt.

Dabei habe ich das altgewohnte Rechnen mit den auf atmosphärische Luft bezogenen Dichten der Gase beibehalten. Diese werden wohl allen Physikern und Technikern, auch den Chemikern, geläufig sein. Dagegen kann das unnötige Rechnen mit Atomen und Molekülen nur dazu dienen, den Nichtchemikern das Hineindenken in den an und für sich nicht leichten Gegenstand zu erschweren.

Besonderen Wert habe ich auf Beispiele gelegt. Dieselben sind natürlich nur willkürlich gewählt, sie sollen eben nur zeigen, wie die Formeln und graphischen Darstellungen ausgewertet werden können. Der Praktiker wird alles das seinen speziellen Bedürfnissen anpassen müssen.

Dazu mußte ich mir Arbeitskarten herstellen, wobei die Zeichnung schwarz auf den braunen Grunddrucken geschah. Die Verschiedenheit der Farbe erleichtert natürlich die praktische Anwendung dieser Diagramme oder Rechentafeln.

Die schwarz auf Schwarz hergestellte verkleinerte Wiedergabe einiger dieser Arbeitshilfsmittel in diesem Werke kann nur eine Vorstellung von dem Aussehen derselben geben. Ich habe aber Tabellen im Text beigegeben, mit denen man sie sich ohne Schwierigkeit herstellen kann.

Ich will nur noch erwähnen, daß der erste Teil dieser Arbeit bereits im Dezember 1922 druckfertig vorlag.

Dresden, im September 1924.

Schreiber.

Der Verfasser verstarb plötzlich im Dezember 1924 im hohen Alter von 76 Jahren, nachdem er noch die erste Korrektur seiner letzten größeren Arbeit hatte erledigen können.

Zuschriften, die vorliegendes Buch betreffen, werden an Professor Dr. Teucher, Dresden-A. 19, Kyffhäuserstraße 26, erbeten.

Inhaltsverzeichnis.

Einleitung	Seite 1
----------------------	------------

Erster Teil.

Die Zustandsfelder trockener und wasserhaltiger Gase und Gasgemische. Bestimmung des Wassergehaltes und der Zusammensetzung der Gasgemische. Anwendung auf Kohlenvergasung und Verbrennung.

Erstes Kapitel.

Das Zustandsfeld der trockenen atmosphärischen Luft.

§ 1. Die Zustandsgleichung. Die Luftkonstante R . Spezifisches Volumen v cbm/kg. Spezifisches Gewicht γ kg/cbm. Zustandsfelder	4
§ 2. Die Potenzformen der Zahlen. Das logarithmische Bild der Zustandsgleichung als Rechentafel. Graphische Multiplikation und Division. Rechentafel I	5

Zweites Kapitel.

Das Zustandsfeld eines trockenen permanenten Gases.

§ 3. Die Zustandsgleichung. Die Dichte δ_p . Die Gaskonstante R_p	10
§ 4. Ermittlung des spezifischen Gewichtes eines Gases zwischen -80° bis $+380^\circ$ C mittels der thermodynamischen Potenzpapiere Marken $381\frac{1}{2}$: 5 und 9 oder 10. Rechentafel II	11

Drittes Kapitel.

Das Zustandsfeld des ungesättigten Wasserdampfes.

§ 5. Die Zustandsgleichungen von Tumlriz-Linde und Callendar. Die Dichte δ_w des ungesättigten Wasserdampfes	16
§ 6. Ermittlung des spezifischen Gewichtes des ungesättigten Wasserdampfes zwischen -80 bis $+380^\circ$ C mittels der thermodynamischen Potenzpapiere Marken $381\frac{1}{2}$: 5 und 9 oder 10. Rechentafel III	18

Viertes Kapitel.

Das Zustandsfeld eines wasserhaltigen permanenten Gases.

§ 7. Der Feuchtzustand. Die Dichte δ . Die Gaskonstante $R\delta$. Der Druckquotient q . Die Spannung σ . Die Gewichte G_p und G_w . Die spezifischen Gewichte $\gamma_l^{s,t}$ und $\gamma_w^{s,t}$	21
§ 8. Der Naßzustand. Die Dampfspannung $s = f(t)$. Die Gewichte Γ und $\mathcal{A}G$. Der Nässegrad n	22

	Seite
§ 9. Die Zustandsänderungen innerhalb des Feuchtfeldes. σ ist nur eine Funktion von s . q bleibt konstant	23
§ 10. Der umkehrbare Übergang aus dem Feuchtfeld in das Naßfeld. ξ ist nur eine Funktion von t . Der Grundzustand und die Grundzahl q_0 . Die Gaskonstante $S\delta$	25
§ 11. Gewichtsgleichungen. Die Gleichung für den Nässegrad n	26
§ 12. Rechentafel IV für die Funktion $\xi = f_1(t)$, $r = \sigma : \xi$ und den Taupunkt $\vartheta = f_2(\sigma)$. Rechentafel V für den Nässegrad $n = f_3(q_0, q)$.	28
§ 13. Rechentafel VI. Die Grenzlinien	32
§ 14. Näherungsformeln für die Funktionen $\xi = f(t)$ oder $t = \varphi(\xi)$. Rechentafel VIB	34
§ 15. Die Darstellung der Grenzlinien, der r -Gleicher und der n -Gleicher im logarithmischen Zustandsfeld durch die Sehnen an die Funktionskurven	40
§ 16. Zusammenstellung der Formeln für die Konstruktion des Zustandsfeldes eines wasserhaltigen permanenten Gases	41
§ 17. Das Zustandsfeld wasserhaltiger Luft. $q_0 = 0,1$. Rechentafeln VII .	42
§ 18. Das Zustandsfeld eines stark wasserhaltigen und sehr schweren Gases. $\delta_p = 1,525$, $q_0 = 0,5$. Rechentafel VIII	51
§ 19. Das Zustandsfeld eines schwach wasserhaltigen und sehr leichten Gases. $\delta_p = 0,065$, $q_0 = 0,03$. Rechentafel IX	54
§ 20. Berücksichtigung des Volumens des im Naßzustand ausgeschiedenen Wassers oder Eises	57
§ 21. Der nicht umkehrbare Übergang aus dem Feuchtzustand in den Naßzustand	58

Fünftes Kapitel.

Trockene und wasserhaltige Gasgemische.

A. Das Zustandsfeld eines trockenen Gasgemisches.

§ 22. Zustandsgleichungen. Die Dichte δ_p des Gemisches. Gewichtsteilige Zusammensetzung g_m . Druckteilige Zusammensetzung ε_m	59
§ 23. Der Begriff der Raunteile eines Gasgemisches und der raunteiligen Zusammensetzung v_m	61
§ 24. Beziehungen zwischen den Druckteilen ε_m , Gewichtsteilen g_m und Raunteilen v_m . Vier Beispiele	62
§ 25. Gleichungen für ein Gemisch von zwei Gasen. Die Zusammensetzung der trockenen atmosphärischen Luft	65
§ 26. Gleichungen für ein Gemisch von drei Gasen. Beispiel: Wasserstoff + Methan + Kohlenoxyd. Rechentafeln in den Abb. 1 bis 4	66

B. Das Zustandsfeld eines wasserhaltigen Gasgemisches.

§ 27. Zusammenstellung der Formeln. Jedes Gemisch permanenter Gase kann — wie die atmosphärische Luft — als ein einziges Gas von der Dichte δ_p des trockenen Gemisches angesehen und danach behandelt werden	72
--	----

Sechstes Kapitel.

Die Bestimmung des Wassergehaltes eines Gemisches permanenter Gase und der Zusammensetzung derselben.

§ 28. Die Messung der Spannung σ mit dem Augustschen Psychrometer .	75
§ 29. Bestimmung des Taupunktes ϑ mit dem Daniellschen Kondensationshygrometer und dem Psychrometer von Wa. Ostwald	78

	Seite
§ 30. Die Messung des Sättigungsgrades r mit dem Saussureschen Haarhygrometer	79
§ 31. Das Absorptionsverfahren	81
§ 32. Die Bestimmung des Wassergehaltes eines Gasgemisches durch Zustandsänderungen. Übersicht und Formeln	84
§ 33. Die Bestimmung von q_0 durch Abkühlung bei konstantem Volumen und Messung der Druckänderungen	85
§ 34. Die Bestimmung von q_0 durch Abkühlung bei konstantem Druck. Messung des Anfangs- und des Endvolumens	87
§ 35. Die Bestimmung von σ_0 . Messung des Volumens des kalten Gases und des Gewichts des kondensierten Wassers. Rechentafel X	88
§ 36. Die Bestimmung der raumteiligen Zusammensetzung eines Gemisches permanenter Gase	94

Siebentes Kapitel.

Anwendung auf Kohlenvergasung und Verbrennung.

§ 37. Der Vergasungsvorgang	97
§ 38. Der Verbrennungsvorgang	103

Zweiter Teil.

Die Wärmegleichungen wasserhaltiger Gasgemische.

Achstes Kapitel.

Die Wärmegleichungen für ein trockenes permanentes Gas.

§ 39. Die allgemeinen Wärmegleichungen. Spezifische Wärme. Entropie. Innere Arbeitswärme oder Energie. Äußere Arbeitswärme. Wärmeinhalt. Wärmeäquivalent der Arbeitseinheit	113
§ 40. Die spezifischen Wärmen c_s und c_v eines permanenten Gases	114
§ 41. Energie und Wärmeinhalt eines permanenten Gases. Tafel XI	116
§ 42. Die spezifische Entropie eines permanenten Gases als Funktion von T und s . Die Entropiefunktionen φ und ψ	118
§ 43. Die spezifische Entropie trockener atmosphärischer Luft. Tafeln XII und XIII	119
§ 44. Praktische Anwendung der Rechentafeln I, II, XI, XII, XIII. Sechs Beispiele	122
§ 45. Die polytropischen Zustandsänderungen der permanenten Gase. Anwendung auf atmosphärische Luft. Beispiel 7, Tafel XIV	128

Neuntes Kapitel.

Die Wärmegleichungen für 1 kg eines Gemisches von Sattdampf mit Wasser oder Eis bei Temperaturen von -80° bis $+100^\circ$ C.

§ 46. Wärmeinhalt q . Gesamte r -, innere q - und äußere Σ -Verdampfungswärme eines Kilogramms Eis oder Wasser. Latente Schmelzwärme λ eines Kilogramms Eis. Spannung ζ und spezifisches Volumen v_d des Sattdampfes über Eis oder Wasser	137
--	-----

	Seite
§ 47. Energie und Wärmehalt eines Kilogramms Gemisch von Satttdampf mit Eis oder Wasser als Funktionen von n und t . Tafel XV	140
§ 48. Die Entropie β eines Kilogramms Gemisch von Satttdampf mit Eis oder Wasser als Funktion von n und t . Tafel XVI	144

Zehntes Kapitel.

**Zustandsfeld, Energiefeld, Wärmehaltsfeld und Entropiefeld
von 1 kg Wasser bei den Temperaturen von -80° bis $+100^{\circ}$ C.
Ordinaten T , Abszissen v . Logarithmische Tv -Felder.**

§ 49. Das Zustandsfeld. Tafel XVII	147
§ 50. Das Energiefeld und das Wärmehaltsfeld. Tafel XVIII	150
§ 51. Das Entropiefeld. Tafel XIX	153
§ 52. Praktische Anwendung der Rechentafeln XVII, XVIII und XIX . .	156
Beispiel 1: Abkühlung von $+80^{\circ}$ auf -30° bei den konstanten Volum ^{en} 6 cbm, 60 cbm und 600 cbm	157
Beispiel 2: Abkühlung von $+80^{\circ}$ C an bei den konstanten Spannungen 200, 20 und 2 mm	159
Beispiel 3: Expansion bei den konstanten Temperaturen $+50^{\circ}$ C und 0° C	161
Beispiel 4: Abkühlung eines Kilogramms Gemisch von Satttdampf mit Eis oder Wasser von $+80^{\circ}$ C auf -20° C bei dem konstanten Nässegrad $n = 0,7$	161
Beispiel 5: Abkühlung eines Kilogramms Gemisch von Satttdampf mit Wasser von $+80$ bis -20° C bei der konstanten Energie $E = 360$ Kalorien	163
Beispiel 6: Abkühlung eines Kilogramms Gemisch von Satttdampf mit Wasser von $+80$ bis -20° C bei der konstanten Entropie 1,8 Kalorien	163
Beispiel 7: Zustandsänderung auf einem beliebigen vorgeschriebenen Wege	165

Elftes Kapitel.

Die Zustandsänderungen wasserhaltiger Gasgemische.

§ 53. Die Zustandsänderungen eines Kilogramms eines wasserhaltigen Gases finden nur in dem Feuchtgebiet statt. Anwendungen auf die Gase in den §§ 18 und 19. Tafeln XX, XXI und XXII	168
§ 54. Die Zustandsänderungen eines Kilogramms eines wasserhaltigen Gases finden nur im Naßgebiet statt. Anwendung auf die Gase in den §§ 18 und 19. Tafeln XXIII und XXIV	177
Beispiel 1: Zustandsänderung bei konstantem Volumen	182
Beispiel 2: Zustandsänderung bei konstanter Spannung	183
Beispiel 3: Zustandsänderung bei konstanter Temperatur	183
Beispiel 4: Zustandsänderung längs der Polytropen in § 53	183
§ 55. Die Zustandsänderungen eines Kilogramms eines wasserhaltigen Gases erstrecken sich über das ganze Zustandsfeld	190
§ 56. Die Formeln für Gasgemische	192

Einleitung.

Man kann wohl mit Recht behaupten, daß es kein permanentes Gas mehr gibt, sondern daß alle Gase gesättigte oder ungesättigte Dämpfe von Flüssigkeiten, sogar auch von festen Körpern sind. Wenn hier das veraltete Wort wieder erscheint, so soll damit kurz gesagt werden, daß der gasförmige Körper innerhalb der hier vorausgesetzten Spannungs- und Temperaturgrenzen den Gesetzen von Mariotte-Boyle und Gay Lussac genügend genau folgt.

Hauptsächlich sollen dadurch in einem Gemisch wasserhaltiger permanenter Gase die letzteren dem Wassergas gegenübergestellt werden, welches als der einzige kondensierbare Bestandteil des Gemisches betrachtet wird.

Das Wasser kann in dem Gemisch in vier Formen: Eis, flüssiges Wasser, Satttdampf und ungesättigter Wasserdampf vorkommen. Wenn dieser letztere hier und da kurz als Wassergas bezeichnet wird, so wird wohl kaum eine Verwechslung mit dem Wassergas der technischen Chemiker zu befürchten sein.

Wenn ein permanentes Gas oder ein Gemisch solcher kein Wasser enthält, so heißt es trocken, es befindet sich im Trockenzustand. Dagegen wird wohl niemand etwas einzuwenden haben. Dieselbe Bezeichnung wird man auch anwenden können, wenn der Wassergehalt so klein ist, daß das Wassergas weit von der Kondensationsgrenze bleibt, so daß man dann nur ein Gemisch permanenter Gase innerhalb der vorkommenden Druck- und Temperaturgrenzen hat. Wenn aber das Wassergas die Kondensationsgrenze erreichen oder gar überschreiten kann, also immer mehr den Charakter eines Dampfes erhält, so wird man das Gemenge so lange als feucht bezeichnen können, als es ungesättigten Wasserdampf enthält, dagegen als naß, wenn eine Kondensation eingetreten ist. Bis zur Kondensationsgrenze befindet sich das Gemisch dann im Feuchtzustand und geht später in den Naßzustand über.

In dem Feuchtzustand kann man dann von einem Sättigungsgrad r sprechen, wobei man darunter das Verhältnis der Spannung σ

des Wassergases zu der Spannung ζ des Sattedampfes von derselben Temperatur verstehen kann. Dadurch wird der Ausdruck Feuchtzustand gerechtfertigt. In einem trockenen Gase kann es keinen Feuchtigkeitsgrad geben.

Im Naßzustand soll stets vorausgesetzt werden, daß die Kondensationsprodukte sich in Form sehr kleiner Wassertröpfchen oder Eiskristalle gleichmäßig in dem ganzen Gasraum verteilt befinden. Das erstere wird gewöhnlich bei Temperaturen über 0°C der Fall sein, man hat dann das Wasserstadium. Unter 0°C liegt das Eisstadium. Bei 0°C selbst kann Wasser und Eis vorhanden sein, es soll dies das Nullstadium genannt werden.

Die Behandlung der Wärmemechanik wasserhaltiger Gasmischungen mit den Hilfsmitteln der Flächennomographie¹⁾ besteht in der Herstellung der numerischen oder logarithmischen Bilder aller der in dieser Wärmemechanik auftretenden Funktionen unter Verwendung der hierfür geschaffenen Grunddrucke²⁾.

Am wichtigsten wird stets das meist logarithmische Bild der Zustandsgleichung des Gemisches, welche in irgend einer Form $0 = f(s, T, v)$ oder $0 = f(s, T, \gamma)$ gegeben sein kann, sein. Hierin bedeuten s die Gesamtspannung, T die absolute Temperatur, v das spezifische Volumen und γ das spezifische Gewicht des Gemisches.

Ein solches Bild soll das Zustandsfeld des Gemisches genannt werden, an einer jeden Stelle derselben kann man die zusammengehörigen Werte von s , T und v beziehentlich γ ablesen.

Dieses Zustandsfeld kann man auf drei verschiedene Arten, je nach der Wahl der Koordinaten, herstellen.

Wählt man T und s als Koordinaten, so muß die Funktion durch v -Gleicher³⁾ beziehentlich γ -Gleicher dargestellt werden, man erhält dann das Ts -Feld. Im Tv -Feld wird die Funktion durch s -Gleicher und im vs -Feld durch T -Gleicher dargestellt.

Am einfachsten gestalten sich die Zustandsfelder bei trockenen Gasmischungen, da die Gleicher der dritten Veränderlichen aus einer Schar paralleler Geraden bestehen. Eine Wasserbeimengung bedingt jedoch zuerst die Grenzlinie, welche das Feuchtfeld vom Naßfeld scheidet. Im ersteren kann man die Linien gleicher Sättigungsgrade (r -Gleicher) und im letzteren die Linien gleicher Nässegrade (n -Gleicher) einzeichnen, wenn man unter dem Nässegrad n das Verhältnis des kondensierten Wassers zum ganzen Wassergehalt versteht. In einem derartigen Zustandsfeld kann man also nicht nur an jedem Punkte derselben die zusammengehörigen Werte von s , T und v ablesen, sondern auch den Sättigungsgrad im Feuchtfeld oder Nässegrad im Naßfeld.

Man kann aber auch in das Zustandsfeld die Linien gleicher Energie, gleichen Wärmeinhalts, gleicher Entropie usw. eintragen und erhält dann das Energiefeld, das Wärmeinhaltsfeld, das Entropiefeld eines Kilogramms des Gemisches, wobei wieder die Wahl der Koordinaten freisteht. Dann kann man in einem jeden Punkte eines solchen Zustandsfeldes nicht nur s , T und v , sondern auch die betreffende Wärmefunktion ablesen.

Die kleinen Abbildungen in diesem Werke können natürlich nur lehren, wie diese Zustandsfelder und die sonstigen Funktionsdarstellungen aussehen. Man findet aber Tabellen, nach denen diese Darstellungen in für den praktischen Gebrauch geeigneter Größe gezeichnet werden können. Man kann sich also ohne große Mühe alle die graphischen Hilfsmittel herstellen, welche zu der Durchführung der in diesem Werke enthaltenen Beispiele wirklich gebraucht worden sind.

Als Grunddrucke kommen hierbei hauptsächlich die Marken 381 $\frac{1}{2}$: 5, 7, 8, 9 und 10, und zwar in brauner Farbe in Anwendung.

Erster Teil.

Die Zustandsfelder trockener und wasserhaltiger Gase und Gasgemische.

Bestimmung des Wassergehaltes und der Zusammensetzung der Gasgemische.

Anwendung auf Kohlenvergasung und Verbrennung.

Erstes Kapitel.

Das Zustandsfeld der trockenen atmosphärischen Luft.

§ 1.

Die Zustandsgleichung. Die Luftkonstante R .

Spezifisches Volumen v cbm/kg. Spezifisches Gewicht γ kg/cbm.
Zustandsfelder.

1 kg trockener atmosphärischer Luft soll bei der Temperatur $t^\circ\text{C}$, oder der absoluten Temperatur $T = 273 + t$ und bei s mm Quecksilbersäule von 0°C Spannung das Volumen v cbm haben.

Denkt man sich dieses Kilogramm nach und nach in die Zustände $v_1 s_1 T_1, v_2 s_2 T_2, v_3 s_3 T_3, \dots v_n s_n T_n$ gebracht, so sollen die Gleichungen genügend genau gelten

$$(1) \quad v_1 s_1 T_1^{-1} = v_2 s_2 T_2^{-1} = v_3 s_3 T_3^{-1} = \dots = v_n s_n T_n^{-1} = R.$$

R ist die Luftkonstante für Spannungen in Millimetern Quecksilbersäule.

Die Messungen ergaben $v_0 = 0,7734$ cbm bei $s_0 = 760$ mm und $t_0 = 0^\circ\text{C}$, und folgt hieraus

$$R = 2,153, \quad 1 : R = 0,4645.$$

In der technischen Wärmemechanik rechnet man die Spannung p auch in Kilogrammen je Quadratmeter. Es ist

$$(2) \quad p = 13,596 s \text{ kg.}$$

Wird die auf diese Druckeinheit bezogene Luftkonstante mit P bezeichnet, so ist

$$P = 13,596 \times R = 29,272, \quad 1 : P = 3,416 \times 10^{-2}.$$

Wenn also v cbm das Volumen von 1 kg Luft bei s mm oder p kg/qm Spannung und bei der absoluten Temperatur T ist, so werden die Gleichungen gelten

$$(3) \quad v \cdot s = R T \quad \text{oder} \quad v \cdot p = P \cdot T,$$

und es sollen diese die Zustandsgleichungen eines Kilogramms Luft genannt werden.

v ist das spezifische Volumen der Luft in Kubikmetern je Kilogramm. Wird das spezifische Gewicht mit γ kg/cbm bezeichnet, so ist

$$(4) \quad \gamma v = 1,$$

und kann man die Zustandsgleichung in der Form schreiben

$$(5) \quad s \cdot \gamma^{-1} = R T.$$

Wenn aber mit V cbm das Volumen von G kg Luft bezeichnet wird, so erhält man als Zustandsgleichung

$$(6) \quad V s = G R T \quad \text{oder} \quad V p = G P T.$$

Die graphische Darstellung der Zustandsgleichungen wird das Zustandsfeld genannt.

Wählt man hierzu T und s als Koordinaten, so heißt dies das Ts -Feld und die Darstellung erfolgt durch v -Gleicher oder γ -Gleicher.

Im Tv -Feld sind T und v die Koordinaten und die Darstellung desselben erfolgt durch s -Gleicher (Isobaren). Im sv -Feld sind endlich s und v die Koordinaten, und die Darstellung erfolgt durch T -Gleicher (Isothermen).

§ 2.

Die Potenzformen der Zahlen. Das logarithmische Bild der Zustandsgleichung als Rechentafel.

Graphische Multiplikation und Division⁴). (Rechentafel I.)

Die in der Zustandsgleichung auftretenden Größen können jede beliebige Zahl von Ziffern haben, graphisch dargestellt können aber im allgemeinen nur dreistellige Zahlen werden. Wenn es sich dabei um Eintragungen in logarithmisch geteilte Grunddrucke handelt, so wird man am besten Zahlen herstellen, welche aus Einern und zwei Dezimalstellen bestehen, also zwischen 1,00 bis 9,99 liegen. Die stärksten Linien in diesen Grunddrucke sind mit

10 15 20 25 30 ... 80 85 90 95 10

beziffert. Man muß sich in diese ein Dezimalzeichen hineindenken, also

1,0 1,5 2,0 2,5 3,0 ... 8,0 8,5 9,0 9,5 1,0

lesen. Sonach kann man z. B., wenn es sich um Darstellung der Zahl 2,92 handelt, die Einer und Zehntel genau, die zwei Hundertstel aber nur nach Augenmaß auftragen. Das kann im unteren Teile eines Mantissenfeldes sehr genau geschehen, wird aber um so unsicherer, je mehr man sich dem oberen Rande des Feldes nähert.

Nun kann man stets schreiben

$$(7) \quad a = \alpha \cdot 10^\beta,$$

wenn a irgend eine Zahl, α aber eine solche bedeutet, welche aus genau denselben Ziffern in genau derselben Reihenfolge wie a besteht, aber zwischen 1,00... und 9,999... liegt. Der Exponent wird dann jede positive oder negative ganze Zahl, auch Null, sein können.

Es soll

$\alpha \cdot 10^\beta$ die Potenzform der Zahl a

genannt werden. Weiter soll geschrieben werden

$$(8) \quad \alpha + \beta \text{ statt } \alpha \cdot 10^\beta.$$

Wenn also z. B. gegeben ist $a = 3627894$, so wird $\alpha = 3,627894$ und $\beta = +6$ sein. Bei graphischen Arbeiten kürzt man α in 3,63 ab und schreibt

$$a = 3,63 \times 10^{+6} \text{ oder } 3,63 + 6.$$

Dagegen wird sein

$$a = 0,0004294 = 4,29 \times 10^{-4} \text{ oder } 4,29 - 4.$$

Von diesen Schreibweisen wird nachstehend oft Gebrauch gemacht werden.

Der Konstruktion des Zustandsfeldes 1 kg Luft kann man die Formeln

$$T = (4,645 \times 10^{-1} v)s \text{ oder } T = (4,645 \times 10^{-1} \gamma^{-1})s$$

zugrunde legen.

Die Ordinaten sind dann T und die Abszissen s , und es werden diese im numerischen Bilde des Zustandsfeldes in irgendwelchen Längeneinheiten aufgetragen werden. Im logarithmischen Bilde sind aber diese Koordinaten

$$\log T \text{ und } \log s \text{ Mantels}^5).$$

Man kann dann die Zustandsgleichung durch v -Gleicher oder γ -Gleicher darstellen. In Tafel I wurden die γ -Gleicher gewählt, dieselbe stellt also die Beziehungen zwischen T , s und dem spezifischen Gewicht γ dar und man kann ihr mit zwei gegebenen dieser drei Größen als Argumenten die dritte entnehmen. Die Zustandsgleichung läßt sich im

logarithmischen Bilde auf einem Mantissenfeld darstellen, gleichgültig, welche Werte T , s und γ haben können.

Hierzu schreibt man in der Formel

$$(9) \quad T = (4,645 \times 10^{-1} \gamma^{-1}) s, \\ T = \eta \cdot 10^\rho, \quad s = \xi \cdot 10^\sigma, \quad \gamma = \zeta \cdot 10^\tau$$

und erhält

$$T = \eta \cdot 10^\rho = 4,645 \times 10^{-1} \xi^{-1} \cdot \xi \cdot 10^{(\sigma-\tau)},$$

und daraus

$$(10) \quad \eta = 4,645 \times 10^{-1} \cdot \xi^{-1} \cdot \xi \cdot 10^{(\sigma-\tau-\rho)} \quad (\sigma - \tau - \rho) = 0.$$

Die Gleichung

$$\eta = 4,645 \times 10^{-1} \xi^{-1} \xi$$

gilt für das Nullfeld, in demselben liegen die Ordinaten $T = \eta$ zwischen 1 bis 10^0 und die Abszissen $s = \xi$ zwischen 1 bis 10 mm.

Die ξ -Gleicher sind im logarithmischen Bilde der Funktion gerade Linien, welche mit beiden Achsen den Winkel 45° einschließen.

Die Ausgangspunkte der Gleicher von der Ordinatenachse erhält man durch die Gleichung

$$\eta = 4,645 \times 10^{-1} \xi^{-1} \quad (\xi = 1)$$

und die Ausgangspunkte von der Abszissenachse durch

$$\xi = 2,153 \xi \quad (\eta = 1).$$

Hierzu wurde die Tabelle 1 berechnet.

Tabelle 1.

Hilfstabelle zur Konstruktion des Zustandsfeldes trockener Luft auf Marke $381\frac{1}{2}$:8.

$\xi = 2,153 \zeta$ Millimeter								$\eta = 0,4645 : \zeta$	
ζ kg	ζ mm	ζ kg	ζ mm	ζ kg	ζ mm	ζ kg	ζ mm	ζ kg	η
1,0	2,15 0	2,0	4,31 0	4,2	9,04 0	6,4	1,38 + 1	1,0	4,65 — 1
1,1	2,37	2,2	4,74	4,4	9,47	6,6	1,42	1,5	3,10 — 1
1,2	2,58	2,4	5,17	4,6	9,90	6,8	1,46	2,0	2,32 — 1
1,3	2,80	2,6	5,60	4,8	1,03 + 1	7,0	1,51	3,0	1,55 — 1
1,4	3,01	2,8	6,03	5,0	1,08	7,5	1,61	4,0	1,16 — 1
1,5	3,23	3,0	6,46	5,2	1,12	8,0	1,72	5,0	9,29 — 2
1,6	3,45	3,2	6,89	5,4	1,16	8,5	1,83	6,0	7,74 — 2
1,7	3,66	3,4	7,32	5,6	1,21	9,0	1,94	7,0	6,64 — 2
1,8	3,87	3,6	7,75	5,8	1,25	9,5	2,05	8,0	5,81 — 2
1,9	4,09	3,8	8,18	6,0	1,29	10,0	2,15	9,0	5,16 — 2
2,0	4,31	4,0	8,61	6,2	1,33	—	—	10,40	4,65 — 2

Die Zahlen $\xi = 2,153 \zeta$ können aus der Produktentafel herausgeschrieben und dann $\eta = 0,4645 \zeta^{-1} = 1 : \xi$ der Reziprokentafel entnommen werden.

Zur Herstellung des Zustandsfeldes sticht man die für $\xi = 1,0$ bis $4,6$ kg geltenden ξ am unteren Rande der Zeichenfläche ($\eta = 1$) an. Die für $\xi = 4,8$ bis 10 geltenden Werte werden um 1 Mantel nach links verschoben und ebenfalls am unteren Rande angestochen, es ist aber dann $\xi = 0,48$ bis $1,0$. Wenn man genau so die in Tabelle 1 stehenden Zahlen am oberen Rande ($\eta = 10$) angibt, so gelten diese Einteilungen für $\xi = 0,048$ bis $0,46$.

Zur Herstellung der Teilung am linken Rande der Zeichenfläche ($\xi = 1$) hat man die in der Tabelle stehenden ξ von $\xi = 1,0$ bis $4,0$ mit 10^{-1} , die anderen mit 10^{-2} zu multiplizieren. Am rechten Rande ($\xi = 10$) sind die ξ von $5,0$ bis $10,0$ mit 10^{-1} zu multiplizieren.

Die Einteilungen der horizontalen Randlinien hätten ausgereicht, da man durch jeden Teilungspunkt gerade Linien unter $+45^\circ$ Winkel mit der Abszissenachse zu ziehen hat. Die Einteilung der vertikalen Randlinien erhöht aber die Richtigkeit in der Lage der γ -Gleicher.

Praktische Anwendung der Rechentafel I.

Beispiel 1. Gegeben sind $T = 90^\circ$, $s = 125$ mm. Man erhält
 $\eta = 9,00$, $\varrho = +1$, $\xi = 1,25$, $\sigma = +2$, $\tau = \sigma - \varrho = +1$.
In Tafel I liest man ab mit $\eta = 9,00$ und $\xi = 1,25$, $\zeta = 0,064$. Es ist also

$$\gamma = 10^1 \zeta = 0,64 \text{ kg} = 640 \text{ g.}$$

Beispiel 2. Gegeben sind $T = 400^\circ$, $s = 33$ mm; also
 $\eta = 4,00$, $\varrho = +2$, $\xi = 3,30$, $\sigma = +1$, $\tau = \sigma - \varrho = -1$.
Ablesung: $\zeta = 0,38$; Resultat: $\gamma = 0,38 \times 10^{-1} = 0,038$ kg.

Beispiel 3. Gegeben sind $T = 1500^\circ$, $s = 7700$ mm, also
 $\eta = 1,50$, $\varrho = +3$, $\xi = 7,70$, $\sigma = +3$, $\tau = \sigma - \varrho = 0$.
Ablesung: $\zeta = 2,40$; Resultat: $\gamma = 2,40$ kg.

Beispiel 4. Gegeben sind $T = 670^\circ$ und $\gamma = 20$ kg, also
 $\eta = 6,70$, $\varrho = +2$, $\xi = 0,20$, $\tau = +2$, $\sigma = \varrho + \tau = 4$.
Ablesung: $\xi = 2,87$; Resultat: $s = 2,87 \times 10^4 = 28\,700$ mm.

Beispiel 5. Gegeben sind $s = 29\,400$ mm, $\gamma = 3,90$ kg, also
 $\xi = 2,94$, $\sigma = +4$, $\zeta = 0,390$, $\tau = +1$, $\varrho = \sigma - \tau = +3$.
Ablesung: $\eta = 3,50$; Resultat: $T = 3,50 \times 10^3 = 3500^\circ$.

Graphische Multiplikation und Division.

Es sollen zwei Zahlen

$$y = a \cdot 10^a \quad \text{und} \quad x = b \cdot 10^b$$

gegeben sein.

Beispiel 1 am unteren Rande der Tafel I. $a \cdot b < 10$. Wenn $y = 3260$ und $x = 0,264$ gegeben sind, so erhält man

$$a = 3,26, \quad \rho = +3, \quad b = 2,64, \quad \sigma = -1, \quad \rho + \sigma = +2.$$

Man sticht $a = 3,26$ und $b = 2,64$ an, setzt die Länge $\overline{Ob} = \log 2,64$ an die Länge $\overline{Oa} = \log 3,26$ an und erhält so die Länge

$$\overline{Oc} = \log a + \log b = \log ab.$$

Im Punkte c liest man $8,61 ab$, es ist also

$$ab = 8,61 \quad \text{und} \quad yx = 8,61 \times 10^2 = 861.$$

Beispiel 2 am oberen Rande der Tafel I. $a \cdot b > 10$. Gegeben sind $y = 0,00742$, $x = 0,0000694$. Man erhält $a = 7,42$, $\rho = -3$, $b = 6,94$, $\sigma = -5$, $\rho + \sigma = -8$. Man sticht $a = 7,42$ und $b = 6,94$ an, trägt aber die Strecke $\overline{b1} = 1 - \log b$ von a an nach O zu ab. Dadurch erhält man den Punkt c , in dem man $5,15$ abliest. Es ist dann

$$O\overline{c} = \log a - (1 - \log b) = \log ab - 1 = \log(ab:10) = \log 5,15,$$

also

$$ab = 10 \times 5,15 = 51,5 \quad \text{und} \quad yx = 51,5 \times 10^{-8} = 5,15 \times 10^{-7}.$$

Beispiel 3 am linken Rande der Tafel I. $a:b > 1$. Gegeben sind $y = 0,0915$ und $x = 6320$. Man erhält $a = 9,15$, $\rho = -2$, $b = 6,32$, $\sigma = +3$, $\rho - \sigma = -5$. Man sticht $a = 9,15$ und $b = 6,32$ an, trägt die Strecke $\overline{Ob} = \log b$ von a an nach O zu ab und erhält den Punkt c , in welchem $1,45$ abgelesen wird. Es ist dann

$$\overline{Oc} = \log a - \log b = \log(a:b) = \log 1,45,$$

also

$$a:b = 1,45 \quad \text{und} \quad y:x = 1,45 \times 10^{-5}.$$

Beispiel 4 am rechten Rande der Tafel I. $a:b < 1$. Gegeben sind $y = 279$ und $x = 0,00584$. Man erhält $a = 2,79$, $\rho = +2$, $b = 5,84$, $\sigma = -3$, $\rho - \sigma = +5$. Man sticht $a = 2,79$ und $b = 5,84$ an, trägt die Strecke $\overline{b1}$ von a an nach 1 zu ab und erhält den Punkt c , in welchem $4,78$ abgelesen wird. Es ist dann

$$Oc = \log a + (1 - \log b) = \log(10a:b) = \log 4,78,$$

also

$$10(a:b) = 4,78, \quad a:b = 4,78 \times 10^{-1} \quad \text{und} \quad y:x = 4,78 \times 10^4.$$

Zweites Kapitel.

Das Zustandsfeld eines trockenen permanenten Gases.

§ 3.

Die Zustandsgleichung. Die Dichte δ_p . Die Gaskonstante R_p .

Im weiteren sollen die auf atmosphärische Luft bezüglichen Zustandsgrößen durch den Index „ l “ kenntlich gemacht werden, während die auf irgend ein anderes permanentes Gas bezüglichen Zustandsgrößen den Index „ p “ und die auf Wasserdampf bezüglichen den Index „ w “ erhalten sollen.

Solange das Gas als ein „permanentes“ oder kurz als ein „Gas“, also nicht als ein „Dampf“ bezeichnet werden kann, gelten die Gleichungen

$$(11) \quad \frac{v_{p_1} s_1}{T_1} = \frac{v_{p_2} s_2}{T_2} = \dots = \frac{v_{p_n} s_n}{T_n} = \frac{v_{p_0} 760}{273} = R_p,$$

$$(12) \quad v_p s = R_p T \quad \text{oder} \quad V_p s = R_p G_p T.$$

Hierin ist G_p kg das Gewicht von V_p cbm des Gases, während v_p cbm das Volumen von 1 kg bei s mm Spannung und T^0 Temperatur und v_{p_0} cbm das spezifische Volumen bei $s = 760$ mm und $T = 273^0$ bedeuten.

R_p ist die Konstante für das Gas, welche durch v_{p_0} bestimmt wird.

Man erhält aus den Gleichungen (5) und (12)

$$\gamma_l = \frac{1}{v_l} = \frac{s}{R T}, \quad \gamma_p = \frac{1}{v_p} = \frac{s}{R_p T}$$

und daraus

$$(13) \quad \delta_p = \frac{\gamma_p}{\gamma_l} = \frac{v_l}{v_p} = \frac{R}{R_p} = \text{der Dichte des Gases}$$

bezogen auf atmosphärische Luft.

Die auf atmosphärische Luft bezogene Dichte δ_p eines Gases ist eine konstante Zahl, während das spezifische Gewicht γ_p eine Funktion von s und T bleibt.

Man erhält so die für alle permanenten Gase gültigen Zustandsgleichungen.

$$(14) \quad \begin{aligned} V_p \cdot s \cdot \delta_p &= R \cdot G_p \cdot T = 2,153 G_p T, \\ V_p \cdot s &= R_p G_p T, \quad R_p = \delta_p^{-1} \cdot R. \end{aligned}$$

In Tabelle 2 findet man für einige in der technischen und chemischen Praxis häufig vorkommende Gase die Dichten δ_p und deren reziproke Werte nach den Tabellen von Landolt-Börnstein angegeben.

Tabelle 2.

Gas	Formel	δ_p	$1:\delta_p = \delta_p^{-1}$
Acetylen	C_2H_2	0,898	1,114
Äthylen	C_2H_4	0,967	1,034
Ammoniak	NH_3	0,589	1,670
Methan (Grubengas)	CH_4	0,553	1,808
Kohlenoxyd	CO	0,967	1,034
Kohlendioxyd oder Kohlensäure	CO_2	1,520	0,658
Sauerstoff	O_2	1,105	0,905
Schweflige Säure	SO_2	2,213	0,452
Stickstoff	N_2	0,970	1,031
Wasserstoff	H_2	0,0692	14,45

§ 4.

Ermittlung des spezifischen Gewichts eines Gases zwischen -80 bis $+380^\circ C$ mittels der thermodynamischen Potenzpapiere Marken $381^{1/2}:5$ und **9 oder **10**. (Rechentafel II.)**

Aus den Gleichungen 5, 13 und 14 folgt

$$\gamma_p = \delta_p \cdot \gamma_l = \delta_p s : RT = \delta_p s : 2,153 T,$$

worin also γ_p das spezifische Gewicht und δ_p die Dichte irgend eines permanenten Gases, γ_l das spezifische Gewicht trockener atmosphärischer Luft bei s mm Spannung und T^0 absoluter Temperatur bedeuten.

Man hat sonach zuerst das spezifische Gewicht der Luft γ_l zu bestimmen, und dieses mit der Dichte des Gases δ_p zu multiplizieren, um γ_p zu erhalten.

In § 2 wurde auseinandergesetzt, wie man γ_l mit Hilfe der Rechentafel I finden und wie man die Doppelrandskalen zur Ausführung der Rechnungen $\delta_p \cdot \gamma_l$ verwenden kann. Es geht aber daraus hervor, daß bei einer Mantel von 250 mm die Temperaturen mit nur geringer Genauigkeit bestimmt und abgelesen werden können. Nun kann man zwar die 600-Millimeterpapiere Marken $370^{1/2}:6$ bis 8 mit Mantels bis zu 600 mm verwenden, diese Bogen sind aber zu groß und unhandlich und werden nur selten voll ausgenutzt werden können. Um hier Abhilfe zu schaffen, hat die Firma Carl Schleicher & Schüll nach des Verfassers Angaben drei „Thermodynamische Potenzpapiere“ Marke $381^{1/2}:5$ für $t = -80^\circ$ bis $+80^\circ C$ und Marke

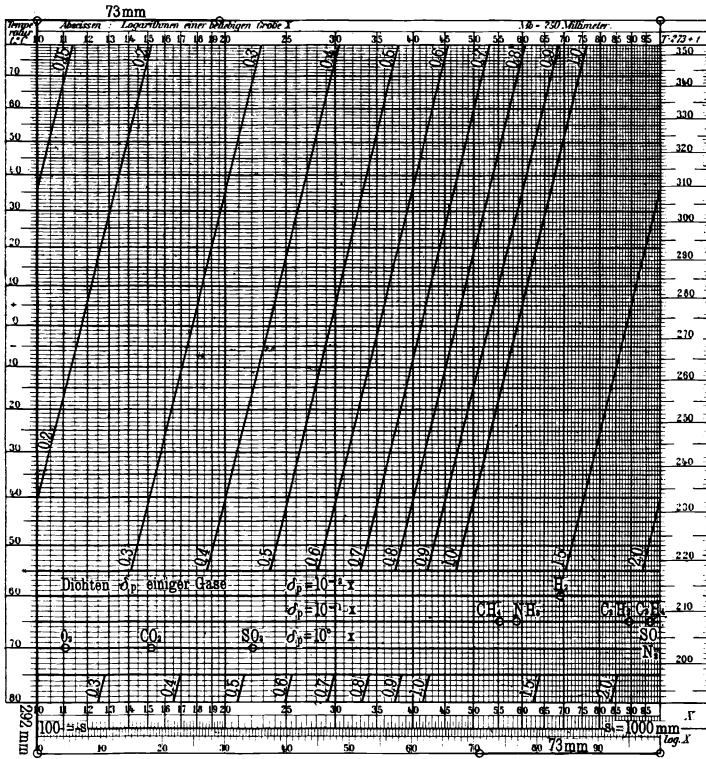
$381\frac{1}{2}:9$ für $t = +80^\circ$ bis $+372^\circ$ C hergestellt, in denen sich die Temperaturen auf mindestens $\pm 0,5^\circ$ C genau bestimmen lassen.

Es wurde dies dadurch erreicht, daß für die Ordinaten die Mantel 1000 mm gewählt, während für die Abszissen die Mantel 250 mm beibehalten wurde, wobei man aber noch handliche und auf dem Schreibtisch bequem verwendbare Zeichenflächen behielt. Allerdings mußten

Rechentafel II.

Rechentafel für das spezifische Gewicht γ_p eines Gases von der Dichte δ_p .

$\gamma_p = \gamma_l \cdot \delta_p$. γ_l = spez. Gew. der Luft. γ_l -Gleicher. $\gamma_l = 0,14$ bis $2,2$ kg.cbm.
 $s = 100$ bis 1000 mm. $t = -80$ bis $+80^\circ$ C.



dabei die bei Rechentafel I hervorgetretenen Vorteile der Potenzpapiere mit gleicher Mantel nach beiden Richtungen und Erstreckung der Teilung auf volle Mantissenbereiche zum Teil aufgegeben werden.

Die dritte Marke $381\frac{1}{2}:10$ ist ein Zusammendruck der beiden ersten auf ein Blatt, sie reicht aber von -80° bis $+380^\circ$ C.

Es ist bekannt, daß die Funktion

$$y = p \cdot x^q$$

auf den Potenzpapieren als eine gerade Linie erscheint. Man erhält hieraus

$$\log y = \log p + q \cdot \log x.$$

Setzt man

$$u = 1000 \log y \text{ mm} \quad \text{und} \quad v = 250 \log x \text{ mm},$$

so erhält man

$$u = 1000 \log p + 1000 q \frac{v}{250} = 1000 \log p + 4 q v \text{ mm}.$$

Das ist die Gleichung einer geraden Linie, das Gesetz gilt also auch, wenn die Mantels nach beiden Achsenrichtungen verschieden sind.

Werden mit φ der Winkel der Funktionsgeraden mit der x - oder v -Achse und mit ψ der Winkel mit der y - oder u -Achse bezeichnet, so erhält man weiter

$$\operatorname{tg} \varphi = \operatorname{cotg} \psi = 4 q, \quad \operatorname{tg} \psi = \operatorname{cotg} \varphi = 1 : 4 q,$$

während bei der gleichen Mantel 250 mm nach beiden Achsen wie in den Marken $381\frac{1}{2}:7$ und 8 (vgl. Rechentafel I)

$$\operatorname{tg} \varphi = \operatorname{cotg} \psi = q, \quad \operatorname{tg} \psi = \operatorname{cotg} \varphi = 1 : q$$

war. In Rechentafel I ist $q = 1$, also

$$\varphi = \psi = 45^\circ.$$

In Rechentafel II ist ebenfalls $q = 1$, aber

$$\varphi = \arctg 4 = 76^\circ 0', \quad \psi = \arctg 0,25 = 14^\circ 0'.$$

Die Richtlinien für diese Winkel können so konstruiert werden, wie dies aus der Rechentafel II ersichtlich ist. Der Abstand der obersten von der untersten Randlinie ist **292 mm**. Trägt man auf dem oberen Rande die Länge **73 mm** auf und zieht von dem senkrecht unter dem einen Endpunkt dieser Strecke in der unteren Randlinie liegenden Punkte eine Gerade nach dem anderen Endpunkt, so ist der Winkel mit der Y -Achse $\arctg \pm 0,25$, also $\pm 14^\circ$.

Man kann natürlich die Strecke 73 mm auch auf dem unteren Rande auftragen.

Die Rechentafel II stellt also das logarithmische Bild der Funktion

$$T = (0,4645 : \gamma) \cdot s$$

dar. Ordinaten sind die absoluten Temperaturen T , eigentlich aber die Längen $u = 1000 \log T$ mm, Abszissen sind die Spannungen s mm Hg-Säule, eigentlich aber die Längen $v = 250 \log s$ mm. Die Schar paralleler Geraden sind die γ -Gleichen, welche mit der T -Achse den Winkel $\beta = 14^\circ$ bilden.

Um diese Parallelenschar zu konstruieren, würde es ausreichen, wenn für jede der Geraden ein Ausgangspunkt berechnet wird. Jedoch

Tabelle 3.

Hilfstabelle zur Konstruktion der γ -Gleicher in der Rechentafel II.

γ kg	s mm für $t =$		γ kg	s mm für $t =$		γ kg	s mm für $t =$		γ kg	$s = 1000$ mm	
	- 80° C	+ 80° C		+ 370° C	+ 370° C		+ 80° C	+ 370° C		T	ρ C
1,0	4,15 + 2	7,60 + 2	4,2	1,38 + 3	1,74 + 3	4,2	3,19 + 3	5,80 + 3	0,75	619,3	+ 346,3
1,1	4,57	8,36	4,4	1,52	1,83	4,4	3,34	6,07	0,80	580,6	+ 307,6
1,2	4,98	9,12	4,6	1,66	1,91	4,6	3,50	6,35	0,85	546,5	+ 273,5
1,3	5,40	9,88	4,8	1,79	1,99	4,8	3,65	6,62	0,90	515,6	+ 242,6
1,4	5,81	1,06 + 3	5,0	1,93	2,08	5,0	3,89	6,90	0,95	488,9	+ 215,9
1,5	6,23	1,14	5,2	2,07	2,16	5,2	3,95	7,18	1,00	464,5	+ 191,5
1,6	6,65	1,22	5,4	2,21	2,24	5,4	4,10	7,45	1,10	422,3	+ 149,3
1,7	7,06	1,29	5,6	2,35	2,32	5,6	4,26	7,73	1,20	387,1	+ 114,1
1,8	7,48	1,37	5,8	2,48	2,41	5,8	4,41	8,00	1,30	357,3	+ 84,3
1,9	7,89	1,44	6,0	2,62	2,49	6,0	4,56	8,28	1,40	331,8	+ 58,8
2,0	8,31	1,52	6,2	2,76	2,57	6,2	4,71	8,56	1,50	309,7	+ 36,7
2,2	9,14	1,67	6,4	3,04	2,66	6,4	4,86	8,83	1,60	290,3	+ 17,7
2,4	9,97	1,82	6,6	3,31	2,74	6,6	5,02	9,11	1,70	273,2	+ 0,2
2,6	1,08 + 3	1,98	6,8	3,59	2,82	6,8	5,17	9,38	1,80	258,1	- 14,9
2,8	1,16	2,13	7,0	3,86	2,91	7,0	5,32	9,66	1,90	244,5	- 28,5
3,0	1,25	2,28	7,5	4,14	3,11	7,5	5,70	1,04 + 4	2,00	232,3	- 40,7
3,2	1,33	2,43	8,0	4,42	3,32	8,0	6,08	1,10	2,20	211,1	- 61,9
3,4	1,41	2,58	8,5	4,69	3,53	8,5	6,46	1,17	2,40	193,5	- 79,5
3,6	1,49	2,74	9,0	4,97	3,74	9,0	6,84	1,24			
3,8	1,58	2,89	9,5	5,24	3,94	9,5	7,22	1,31			
4,0	1,66	3,04	10,0	5,52	4,15	10,0	7,60	1,38			

ist es besser, deren mehrere zu ermitteln, wie dies in der Tabelle 3 geschehen ist.

Die Schnitte der γ -Gleicher mit den T -Gleichern für $t = -80^\circ\text{C}$, $t = +80^\circ\text{C}$ und $T = +370^\circ\text{C}$ ergeben sich aus

$$\begin{aligned} s &= 2,153 \times 193 \gamma = 415,5 \gamma, & t &= -80^\circ\text{C}, \\ s &= 2,153 \times 353 \gamma = 760,0 \gamma, & t &= +80^\circ\text{C}, \\ s &= 2,153 \times 643 \gamma = 1384,4 \gamma, & t &= +370^\circ\text{C}. \end{aligned}$$

Dagegen berechnen sich die Schnitte der γ -Gleicher mit dem s -Gleicher für $s = 1000 \text{ mm}$ nach der Formel

$$T = 0,4645 \times 1000 : \gamma = 464,5 : \gamma.$$

Die Rechentafel II stellt denjenigen Teil des Zustandsfeldes der trockenen atmosphärischen Luft dar, welcher wohl am häufigsten gebraucht wird und bei dem

$$s = 100 \text{ bis } 1000 \text{ mm} \quad \text{oder} \quad s = 10^{+2} \xi$$

ist. Die Bezifferung der γ -Gleicher liegt zwischen

$$\xi = 0,14 \text{ kg bis } 2,20 \text{ kg}.$$

Man kann aber diese Rechentafel für alle beliebigen Werte von s gebrauchen, und zwar ist, wenn

$$\begin{array}{ll} s \text{ zwischen } 10^2 \text{ bis } 10^3 \text{ liegt, } & \gamma = \xi, \\ 10^3 \text{ „ } 10^4 & \gamma = 10 \xi, \\ 10^4 \text{ „ } 10^5 & \gamma = 10^2 \xi, \\ \dots & \dots \\ 10^1 \text{ bis } 10^2 & \gamma = 10^{-1} \xi, \\ 10^0 \text{ „ } 10^1 & \gamma = 10^{-2} \xi. \\ \vdots & \vdots \\ & \vdots \end{array}$$

Die Temperaturen sind aber vorgeschrieben. Liegt t unterhalb -80°C oder über 370°C , so muß die Rechentafel I verwendet werden.

In der Rechentafel II wurden noch nach Tabelle 2 die Dichten δ_p einiger Gase, oder richtiger die Längen $250 \cdot \log \delta_p \text{ mm}$ angegeben. An diese kann man dann ohne weiteres die Längen $250 \log \gamma_t \text{ mm}$ ansetzen, um

$$\gamma_p = \delta_p \gamma_t$$

zu erhalten.

Nach den Angaben der Tabelle 3 kann man auf dem thermodynamischen Potenzpapier Marke $381\frac{1}{2}:9$ noch die Rechentafel für das Temperaturintervall $+80$ bis $+370^\circ\text{C}$ konstruieren. Es erschien aber nicht nötig, von dieser eine verkleinerte Abbildung beizufügen. Für den praktischen Gebrauch reichen diese verkleinerten Darstellungen kaum aus, die Herstellung auf den Grunddrucken erfordert keine große Mühe und Zeit.

In dem Temperaturintervall + 80 bis 370°C und dem Druckbezirk $s = 100 - 1000$ mm hat γ die Werte von $\xi = 0,075$ bis 0,14 kg.

Beispiel 1: Gegeben Kohlenoxyd $\delta_p = 0,967$, $s = 600$ mm, $t = + 60^\circ\text{C}$. Man erhält

$$\xi = 0,83, \quad \gamma_l = 0,83 \text{ kg}, \quad \gamma_p = 0,967 \times 0,83 = 0,803 \text{ kg}.$$

Beispiel 2: Gegeben Kohlensäure $\delta_p = 1,52$, $s = 50$ mm, $t = - 80^\circ\text{C}$. Man erhält

$$\xi = 1,21, \quad \gamma_l = 10^{-1} \times 1,21 = 0,121 \text{ kg}, \quad \gamma_p = 1,52 \times 0,121 = 0,182 \text{ kg}.$$

Beispiel 3: Gegeben Wasserstoff $\delta_p = 0,069$, $s = 6000$ mm, $t = 120^\circ\text{C}$. Man erhält

$$\xi = 0,71, \quad \gamma_l = 10 \times 0,71 = 7,1 \text{ kg}, \quad \gamma_p = 0,069 \times 7,1 = 0,49 \text{ kg}.$$

Beispiel 4: Gegeben schweflige Säure $\delta_p = 2,21$, $s = 8$ mm, $t = 350^\circ\text{C}$. Man erhält

$$\xi = 0,61, \quad \gamma_l = 10^{-2} \times 0,61 = 0,0061 \text{ kg}, \\ \gamma_p = 2,21 \times 0,0061 = 0,0135 \text{ kg}.$$

Es ist noch hervorzuheben, daß man die Celsiusgrade am linken Rande der Tafel II ohne weiteres ablesen kann, während am rechten Rande die absoluten Temperaturen stehen.

Drittes Kapitel.

Das Zustandsfeld des ungesättigten Wasserdampfes.

§ 5.

Die Zustandsgleichungen von Tumlirz-Linde und Callendar.

Die Dichte δ_w des ungesättigten Wasserdampfes.

Wenn der Wasserdampf weit von der Sättigung entfernt ist, also als Wassergas bezeichnet werden kann, gilt nach (14) die Zustandsgleichung

$$(15) \quad V_w \sigma \delta_w = R G_w T,$$

worin G_w kg das Gewicht von V_w cbm Wassergas, σ mm die Spannung und δ_w die Dichte desselben sind.

Je mehr sich aber das Wassergas der Kondensationsgrenze nähert, also zu Wasserdampf wird, um so unrichtiger wird diese Formel (15) und muß durch eine genauere ersetzt werden. In der technischen Literatur finden sich mehrere derartige Formeln, es ist aber wohl noch nicht endgültig entschieden worden, ob eine und welche dieser Formeln

als streng richtig anzusehen ist. In der technischen Thermodynamik von W. Schüle⁶⁾ findet man die Formel von R. Linde (S. 223)

$$(16) \quad pv = R \cdot T - p(1 + ap) \left[C \left(\frac{373}{T} \right)^3 - D \right],$$

worin

$$R = 47,10, \quad a = 2 \times 10^{-6}, \quad C = 0,031, \quad D = 0,0052$$

sind, und die Näherungsformel von R. Linde und Tumlriz (S. 224)

$$(17) \quad p \cdot v = 47,1 T - 0,016 p.$$

Dagegen verwendet R. Mollier⁷⁾ die Formel von Callendar

$$(18) \quad v - v' = \frac{RT}{p} - C \left(\frac{273}{T} \right)^n,$$

worin

$$v' = 0,001, \quad R = 47,0, \quad C = 0,075, \quad n = 10/3$$

sind. Alle diese Formeln geben den Zustand von 1 kg überhitztem und ungesättigtem Wasserdampf an, v cbm ist das spezifische Volumen und p kg/qm = $13,596 \times \sigma$ mm Hg-Säule die Spannung.

Die Formeln (17) und (18) lassen sich in die folgenden Gestalten bringen

$$(19) \quad v_w = 3,464 \cdot T \cdot \sigma^{-1} - 0,016,$$

$$(20) \quad v_w = 0,001 + 3,457 \cdot T \cdot \sigma^{-1} - 2,133 (10^{-2} T)^{-10/3},$$

worin σ die Spannung in Millimetern Quecksilbersäule bedeutet. Die numerische Auswertung dieser Formeln mit Hilfe der Potenzpapiere ist außerordentlich einfach.

Hierzu kommt noch die Formel für das spezifische Volumen der trockenen Luft (3).

$$(21) \quad v_l = 2,153 T \cdot \sigma^{-1}.$$

Aus diesen Formeln ergeben sich für die Dichte des Wasserdampfes die Zahlen

$$\delta_w = 0,6215 \text{ und } 0,6228, \quad \text{Mittel } 0,622,$$

denen sich δ_w um so mehr nähert, je größer v und T und je kleiner σ werden.

Die Verbindung der Gleichungen (19) und (21) liefert

$$(22) \quad \delta_w = v_l : v_w = 0,6215 : \left(1 - 4,619 \times 10^{-3} \frac{\sigma}{T} \right).$$

Nach dieser Gleichung berechnen sich folgende Werte für δ_w .

Tabelle 4.

$\sigma = 1,10^2$	5,10 ²	1,10 ³	5,10 ³	1,10 ⁴	5,10 ⁴	1,10 ⁵ mm
$t = 52$	89	108	163	193	283	333° C
$\sigma/T = 3,08-1$	1,38 0	2,62 0	1,15+1	2,15+1	8,99+1	1,65+2
$\delta_w = 0,622$	0,624	0,628	0,656	0,690	1,062	2,611

Hierin ist t die Temperatur, bei welcher der Dampf von der Spannung σ gesättigt ist. Diese Rechnung dürfte folgendes Ergebnis liefern:

Die Dichte des Wasserdampfes kann im Mittel

$$\delta_w = 0,625$$

so lange angenommen werden, als $\sigma:T$ den Wert 3 nicht übersteigt.

Ist $\sigma:T$ größer als 3, so ist auch die Dichte des gesättigten Wasserdampfes, wie die vorstehende Rechnung lehrt, wesentlich größer, falls Formel (19) richtig sein sollte.

Bis zu der angegebenen Grenze gilt die Zustandsgleichung

$$(23) \quad \begin{aligned} V_w \cdot \sigma \cdot \delta_w &= R \cdot G_w T, & \delta_w &= 0,625, & R &= 2,153 \quad \text{oder} \\ V_w \cdot \sigma &= R_w \cdot G_w \cdot T, & R_w &= R \cdot \delta_w = 3,444. \end{aligned}$$

σ soll die Spannung des Wassergases, aber $\sigma = f(t)$ die Spannung des gesättigten Wasserdampfes bedeuten.

§ 6.

Ermittlung des spezifischen Gewichtes des ungesättigten Wasserdampfes zwischen -80 bis $+380^\circ\text{C}$ mittels der thermodynamischen Potenzpapiere Marken $381\frac{1}{2}:5$ und 9 , oder 10 . (Rechentafel III.)

Um Mißverständnissen vorzubeugen, sei betont, daß diese Rechentafeln nur für ein permanentes Gas von der Dichte $\delta_p = 0,625$ streng gelten und auch nur so weit, als die Formel (23) genügend genau ist. Wenn sie für Wassergas gelten sollen, müssen die Grenzlinien (vgl. § 14) eingezeichnet werden. Zur Herstellung dieser Tafeln kommen nach (23) die Gleichungen

$$(24) \quad T = 0,2903 \sigma : \gamma_w \quad \text{und} \quad \sigma = 3,444 \gamma_w T$$

in Anwendung, welche die Tabelle 5 ergeben.

Die Rechentafel III gilt für Spannungen zwischen 10 bis 100 mm, da diese am häufigsten vorkommen dürften, und die Bezifferung der ξ -Gleicher bedeutet Gramm für einen Kubikmeter. Dieselbe geht von 4,6 bis 150 g.

Tabelle 5.
Hilfstabelle zur Konstruktion der γ -Gleicher in Rechentafel III.

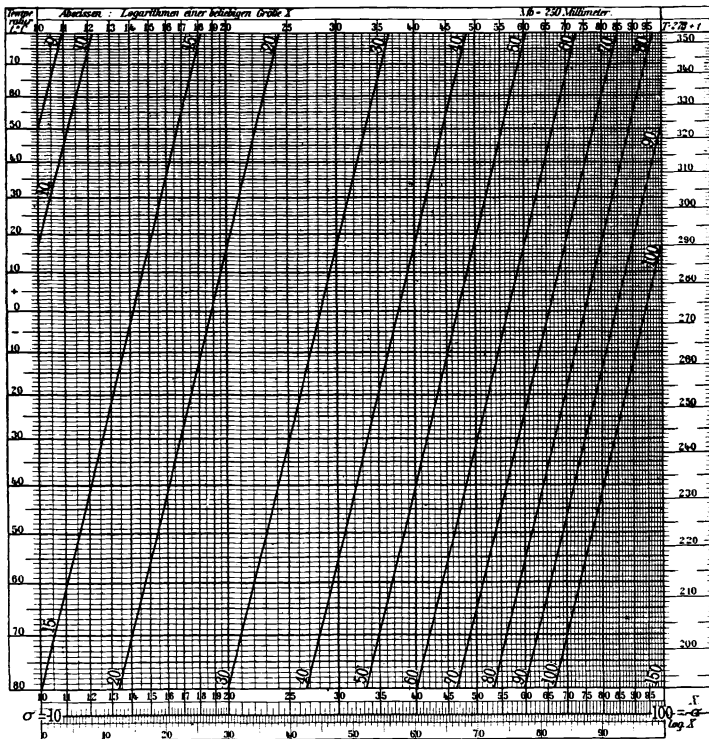
γ_w g/cbm	σ mm für $t =$			γ_w g/cbm	σ mm für $t =$			γ_w g/cbm	T für $\sigma = 100$ mm	
	— 80°	+ 80°	+ 370°		— 80°	+ 80°	+ 370°		T	t
10	6,65	0	2,21 + 1	48	3,19 + 1	5,83 + 1	1,06 + 2	46	631,1	+ 358,1
11	7,31		2,44	50	3,32	6,08	1,11	48	604,8	+ 331,8
12	7,98		2,66	52	3,46	6,32	1,15	50	580,6	+ 307,6
13	8,64		2,88	54	3,59	6,56	1,19	52	558,3	+ 285,3
14	9,31		3,10	56	3,72	6,81	1,24	54	537,6	+ 264,6
15	9,98		3,33	58	3,86	7,05	1,28	56	518,4	+ 245,4
16	1,06 + 1		3,55	60	3,99	7,30	1,33	58	500,5	+ 227,5
17	1,13		3,77	62	4,12	7,54	1,37	60	483,8	+ 210,8
18	1,20		3,99	64	4,26	7,78	1,41	62	468,2	+ 195,2
19	1,26		4,21	66	4,39	8,03	1,46	64	453,6	+ 180,6
20	1,33		4,43	68	4,52	8,27	1,50	66	439,9	+ 166,9
22	1,46		4,87	70	4,65	8,51	1,55	68	426,9	+ 153,9
24	1,60		5,31	75	4,99	9,12	1,66	70	414,7	+ 141,7
26	1,73		5,76	80	5,32	9,73	1,77	75	387,1	+ 114,1
28	1,86		6,20	85	5,65	1,03 + 2	1,88	80	362,9	+ 89,9
30	1,99		6,64	90	5,98	1,09	1,99	85	341,5	+ 68,5
32	2,13		7,09	95	6,32	1,15	2,10	90	322,6	+ 49,6
34	2,26		7,52	100	6,65	1,22	2,21	95	305,6	+ 32,6
36	2,39		7,98					100	290,3	+ 17,3
38	2,53		8,42					110	263,9	— 9,1
40	2,66		8,86					120	241,9	— 31,1
42	2,79		9,30					130	223,3	— 49,7
44	2,93		9,74					140	207,4	— 65,6
46	3,06		1,02 + 2					150	193,5	— 79,5

Man kann die Rechentafel III auch für alle anderen Größenordnungen der Spannungen σ verwenden, und zwar ist bei

$\sigma = 10$ bis 100 mm	$\gamma = \xi$	$\sigma = 10$ bis 100 mm	$\gamma = \xi$
$\sigma = 100$ „ 1000 „	$\gamma = 10 \xi$	$\sigma = 1$ „ 10 „	$\gamma = 10^{-1} \xi$
$\sigma = 1000$ „ 10000 „	$\gamma = 100 \xi$	$\sigma = 0,1$ „ 1 „	$\gamma = 10^{-2} \xi$
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots

Rechentafel III.

Rechentafel für das spezifische Gewicht γ_w des Wassergases. $\delta_w = 0,625$.
 γ_w -Gleicher. γ_w von 8,5 bis 150 g/cbm. $\sigma = 10$ bis 100 mm. $t = -80$ bis $+80^\circ\text{C}$.



Die Verwendbarkeit der Rechentafeln III ist genau dieselbe wie die der Rechentafeln II, es werden also weitere Beispiele hierzu nicht nötig sein.

Auch hier wurde nur das verkleinerte Bild der für den Temperaturbereich -80 bis $+80^\circ\text{C}$ gültigen Rechentafel III dargestellt, die für die Temperaturen $+80$ bis $+370^\circ\text{C}$ gültige Tafel kann nach den Angaben der Tabelle 5 auf Marke $381\frac{1}{2}:9$ leicht gezeichnet werden.

Viertes Kapitel.

Das Zustandsfeld eines wasserhaltigen permanenten Gases.

§ 7.

**Der Feuchtzustand. Die Dichte δ . Die Gaskonstante R_δ .
Der Druckquotient q . Die Spannung σ . Die Gewichte G_p und G_w .
Die spezifischen Gewichte $\gamma_t^{s,t}$ und $\gamma_w^{s,t}$.**

Im Feuchtzustand hat man ein Gemenge irgend eines permanenten Gases mit Wassergas.

Es sei V cbm das Volumen, T die absolute Temperatur und s mm die Spannung des Gemisches.

Dann ist auch V cbm das Volumen eines jeden Mischteiles und T ist deren gemeinsame Temperatur.

Aber die Spannungen sind verschieden.

Ist σ mm die Spannung des Wassergases, so ist $(s - \sigma)$ mm die Spannung des trockenen Gases.

Wir bezeichnen weiter mit δ_p die Dichte des trockenen Gases, mit $\delta_w = 0,625$ die Dichte des Wassergases.

Sind dann noch G_p kg das Gewicht des trockenen Gases, G_w kg das Gewicht des Wassergases und G kg das Gesamtgewicht der V cbm Mischung, so wird

$$(25) \quad G = G_p + G_w \text{ kg}$$

sein.

Jeder Mischteil verhält sich im Raume V so, als wenn er allein vorhanden wäre, es müssen also die Zustandsgleichungen (14) und (23) gelten, also

$$\begin{aligned} V(s - \sigma)\delta_p &= RG_p T, \\ V \cdot \sigma \cdot \delta_w &= RG_w T \end{aligned}$$

sein, und erhält man durch deren Addition

$$V[(s - \sigma)\delta_p + \sigma\delta_w] = R(G_p + G_w)T,$$

oder auch

$$(26) \quad V \cdot s \cdot \left[\delta_p - (\delta_p - \delta_w) \frac{\sigma}{s} \right] = R \cdot G \cdot T.$$

Schreibt man

$$(27) \quad \delta = \delta_p - (\delta_p - \delta_w) \frac{\sigma}{s} = \delta_p - (\delta_p - \delta_w)q, \quad q = \sigma : s,$$

so lehrt die Vergleichung der Formeln (14) mit (26), daß δ die Dichte des feuchten Gemisches sein muß. Sonach werden auch die Zustandsgleichungen gelten

$$(28) \quad V s \delta = R G T, \quad \text{oder} \quad V s = R_\delta G T, \quad R_\delta = R : \delta.$$

R_s ist hierin die Konstante des feuchten Gases, während $R_p = R : \delta_p$ [§ 3, Formel (11) und (14)] die Konstante des trockenen Gases ist.

Sind V , s , σ und T bekannt, so erhält man

$$(29) \quad G_p = V \frac{s - \sigma}{R T} \delta_p = V \cdot \gamma_l^{(s - \sigma), t} \cdot \delta_p,$$

$$(30) \quad G_w = V \frac{\sigma}{R T} \delta_w = V \gamma_w^{\sigma, t}.$$

Mit $\gamma_l^{(s - \sigma), t}$ soll das spezifische Gewicht trockener Luft bezeichnet werden, deren Spannung $(s - \sigma)$ mm und deren Temperatur t° C ist.

$\gamma_w^{\sigma, t}$ wird dann das spezifische Gewicht von Wassergas bei σ mm Spannung und t° C Temperatur sein. Beide Arten der spezifischen Gewichte können den Rechentafeln I bis III entnommen werden.

§ 8.

Der Naßzustand. Die Dampfspannung $\varsigma = f(t)$.

Die Gewichte Γ und ΔG . Der Nässegrad n .

Der Naßzustand ist dann vorhanden, wenn sich in dem Gemisch von trockenem Gas und Wasserdampf auch noch flüssiges oder festes Wasser befindet.

Es soll angenommen werden, daß dieses in Form sehr kleiner Wassertropfchen oder Schneekristalle in dem ganzen Raume gleichmäßig verteilt, und daß sein Volumen dem Gasraum gegenüber sehr klein ist (vgl. § 20).

In V cbm des Gemisches sind enthalten G_p kg trockenes Gas im Zustand $(s - \varsigma)$ und T , es ist also

$$(31) \quad G_p = V \cdot \gamma_l^{(s - \varsigma), t} \cdot \delta_p.$$

Dann enthält das Gemisch Γ kg gesättigten Wasserdampf, dessen Spannung $\varsigma = f(t)$ ist. Hierfür gilt die Gleichung

$$(32) \quad \Gamma = V \gamma_w^{\varsigma, t}.$$

Wird das Gewicht des flüssigen oder festen Wassers mit ΔG kg bezeichnet und mit G_w der gesamte Wassergehalt, so ist

$$(33) \quad G_w = \Gamma + \Delta G = V \gamma_w^{\varsigma, t} + \Delta G.$$

Die Spannung ς kann man mit dem Argument t° C den von der Physikalisch-technischen Reichsanstalt herausgegebenen Wärmetabellen (Braunschweig, Friedr. Vieweg & Sohn A.-G.) entnehmen (vgl. auch § 12, Rechentafel IV).

Der Nässegrad n . Unter dem Nässegrad n soll das Verhältnis des Gewichtes des beigemengten Wassers ΔG kg zu dem Gesamtwassergewicht G_w verstanden werden. Man erhält

$$(34) \quad n = \frac{\Delta G}{G_w} = \frac{\Delta G}{\Delta G + V \gamma_w^s t}.$$

§ 9.

Die Zustandsänderungen innerhalb des Feuchtfeldes.

σ ist nur eine Funktion von s . q bleibt konstant.

Es wird angenommen, daß bei allen Änderungen des Volumens V cbm von G kg Gemenge, der Spannung s mm und der Temperatur T die Sättigung des Wasserdampfes zwar erreicht werden kann, so daß

$$(35) \quad \sigma = s = f(t)$$

wird, diese Änderungen aber nie so weit getrieben werden, daß eine Kondensation eintritt.

Die Hauptsache ist, daß die Teilgewichte G_p und G_w , sowie deren Summe G unverändert bleiben.

Es sollen nun für einen Anfangszustand die denselben bestimmenden Größen

$$V_0, s_0, \sigma_0 \text{ und } T_0$$

gegeben sein, und es soll das Gemisch in den Zustand

$$V, s, \sigma \text{ und } T$$

gebracht werden.

Das trockene Gas kommt aus dem Zustand $V_0, (s_0 - \sigma_0)$ und T_0 in den Zustand $V, (s - \sigma)$ und T , und deshalb muß nach § 3 die Gleichung bestehen

$$(36) \quad V_0 (s_0 - \sigma_0) T = V (s - \sigma) T_0.$$

Auch das Wassergas folgt unter den gemachten Annahmen denselben Gesetzen, so daß auch die Gleichung

$$(37) \quad V_0 \cdot \sigma_0 \cdot T = V \sigma T_0$$

gelten muß.

Die Division dieser beiden Gleichungen ergibt

$$(38) \quad \frac{s_0 - \sigma_0}{s - \sigma} = \frac{\sigma_0}{\sigma}.$$

Diese Gleichung kann nur bestehen, wenn

$$(39) \quad s_0 \sigma = s \sigma_0 \quad \text{oder} \quad \frac{\sigma_0}{s_0} = \frac{\sigma}{s}$$

ist. Bringt man also das Gemisch in mehrere Zustände innerhalb des Feuchtzustandes, so wird

$$(40) \quad \frac{\sigma_0}{s_0} = \frac{\sigma_1}{s_1} = \frac{\sigma_2}{s_2} = \dots = \frac{\sigma_n}{s_n} = \text{konstant} = q_0$$

sein müssen und folgt hieraus die wichtige Gleichung

$$(41) \quad \sigma = q_0 s.$$

Sonach ist die Spannung σ im Feuchtzustand nur eine Funktion des Gesamtdruckes s und ist vom Volumen des Gemisches und dessen Temperatur vollständig unabhängig.

Bleibt der Druck s konstant, so ist

$$\sigma_0 = \sigma_1 = \sigma_2 = \dots = \sigma_n,$$

gleichgültig, wie sich V und T ändern.

Es ist also auch nach (27) die Dichte δ des Gemisches

$$(42) \quad \delta = \delta_p - (\delta_p - \delta_w) q_0 = \text{konstant},$$

und werden die Zustandsgleichungen (28)

$$(43) \quad V s \delta = R G T \quad \text{und} \quad V s = R_\delta G T, \quad R_\delta = R : \delta$$

innerhalb des ganzen Gebietes des Feuchtzustandes bis zur Sättigungsgrenze gelten.

Gewichtsgleichungen.

1. In V cbm feuchtem Gas befinden sich

$$G_w = V \gamma_w^{\sigma, t} = V \frac{\sigma}{R T} \cdot \delta_w \text{ kg Wassergas.}$$

Berücksichtigt man die Gleichung (43), so erhält man

$$(44) \quad G_w = \frac{R G T}{s \delta} \cdot \frac{\sigma}{R T} \cdot \delta_w = G \frac{\sigma}{s} \cdot \frac{\delta_w}{\delta} = q_0 \frac{\delta_w}{\delta} \cdot G \text{ kg.}$$

$$(45) \quad G_p = G - G_w \text{ kg.}$$

2. In G kg feuchtem Gas befinden sich G_w kg Wassergas und $G_p = G - G_w$ trockenes Gas. Sind V das Volumen und T die Temperatur, s der Gesamtdruck und σ die Spannung des Wassergases, so ist

$$G_w = V \gamma_w^{\sigma, t} = V \frac{\sigma}{R T} \delta_w,$$

$$G_p = G - G_w = V \gamma_l^{(s-\sigma)} \delta_p = V \frac{(s-\sigma)}{R T} \cdot \delta_p.$$

Die Division dieser Gleichungen ergibt

$$(46) \quad \frac{G_w}{G - G_w} = \frac{\sigma \delta_w}{(s - \sigma) \delta_p} = \frac{q_0 \delta_w}{(1 - q_0) \delta_p} = \lambda.$$

Hieraus erhält man

$$(47) \quad q_0 = \delta_p \lambda : (\delta_w + \delta_p \lambda).$$

§ 10.

**Der umkehrbare Übergang aus dem Feuchtfeld in das Naßfeld.
 ς ist nur eine Funktion von t .**

Der Grundzustand und die Grundzahl q_0 . Die Gaskonstante S_δ .

Wenn das feuchte Gas komprimiert oder abgekühlt, oder beides zusammen wird, so nähert es sich immer mehr dem Grenzzustand. In diesem ist

$$\sigma = \varsigma = f(t),$$

es ist aber noch der ganze Gehalt an Wasser, G_w kg, in Gasform vorhanden. Es sei hier hervorgehoben, daß mit σ im allgemeinen die Spannung des gasförmigen Wassers bezeichnet werden soll. ς mm soll aber stets die Sättigungsspannung bedeuten. Geht dieser Vorgang weiter, so scheiden sich ΔG kg aus und bleiben nur Γ kg als Wasserdampf übrig [§ 8, (32)]. Es muß angenommen werden, daß die Zustandsänderungen nur sehr langsam vor sich gehen, damit alle die Zustände wirklich eintreten, welche bei der Aufstellung der Formeln vorausgesetzt wurden⁸⁾.

Tritt dann wieder Expansion oder Erwärmung, oder beides zusammen ein, so wird das Wasser wieder verdampfen bis $\Delta G = 0$, $G_w = \Gamma$ geworden sind. Es wird dann abermals der Grenzzustand überschritten, und das Gemenge tritt in den Feuchtzustand ein.

Dieser Vorgang ist umkehrbar, es bleibt stets das Gesamtgewicht G unverändert.

Wird dagegen das kondensierte Wasser ganz oder zum Teil entfernt, so werden G_w und G kleiner, und dann ist der Vorgang nicht umkehrbar. Bei Expansion und Erwärmung tritt das Gemisch dann entweder sofort in den Feuchtzustand über, oder erreicht ihn rascher, als wenn das kondensierte Wasser im Gemisch geblieben wäre (§ 21).

Im Grenzzustand sollen gegeben sein

$$V_0, s_0, \sigma_0 \text{ und } T_0.$$

Es gelten dann noch alle die Gleichungen, welche für Zustandsänderungen im Feuchtfeld in § 9 gefunden wurden, aber nur im Gebiet derselben. So werden sein

$$(48) \quad q_0 = \sigma_0 : s_0, \quad \delta = \delta_p - (\delta_p - \delta_w) q_0, \quad R_\delta = R : \delta,$$

und die Zustandsgleichungen lauten

$$(49) \quad V s \delta = R G T, \quad V s = R_\delta G T, \quad \sigma = q_0 s.$$

Aber es tritt hierzu die neue Gleichung

$$(50) \quad \sigma_0 = q_0 s_0 = s_0 = f(t_0).$$

Tritt das Gemisch in das Naßfeld ein, so werden an irgend einer Stelle desselben die Zustandsgrößen sein

$$V, s \text{ und } T,$$

und ist $s = f(t)$ durch T gegeben.

Das trockene Gas ist dann aus dem Zustand

$$V_0, (s_0 - s_0), T_0$$

in den Zustand

$$V, (s - s), T$$

gekommen und wird sein

$$(51) \quad V_0(s_0 - s_0) T = V(s - s) T_0.$$

Hieraus folgt

$$(52) \quad V(s - s) = V_0(s_0 - s_0) \frac{T}{T_0} = \frac{V_0 s_0}{T_0} (1 - q_0) T,$$

und unter Berücksichtigung der Gleichung (28) in § 7

$$(53) \quad V(s - s) = R_\delta(1 - q_0) G T = S_\delta G T, \quad s = f(t),$$

was die im Naßfeld gültige Zustandsgleichung ergibt.

Ist also G kg das Gewicht von V cbm eines wasserhaltigen Gases, dessen Dichte δ_p ist, so ist die Zustandsgleichung im Feuchtfeld

$$(54) \quad V \cdot s = R_\delta G T, \quad \sigma = q_0 s,$$

die Zustandsgleichung im Naßfeld

$$(55) \quad V(s - s) = S_\delta G T, \quad s = f(t).$$

Weiter ist die Gaskonstante im Feuchtfeld

$$(56) \quad R_\delta = R : \delta = R : [\delta_p - (\delta_p - \delta_w) q_0],$$

während die Gaskonstante im Naßfeld ist

$$(57) \quad S_\delta = R_\delta(1 - q_0).$$

In allen diesen Formeln tritt der Quotient q_0 derart auf, daß er den Ausdruck für den Grundzustand des Gemenges darstellt. Dieser Quotient kann ohne weiteres aus jeder Stelle des Feuchtfeldes bestimmt werden. **Es soll q die Grundzahl eines wasserhaltigen Gases genannt werden.**

§ 11.

Die Gewichtsgleichungen. Die Gleichung für den Nässegrad n .

Wenn an einer Stelle des Feuchtfeldes die Zustandsgrößen

$$V_0, s_0, \sigma_0 = q_0 s_0 \text{ und } T_0,$$

an einer Stelle des Naßfeldes aber

$$V, s, s = f(t) \text{ und } T$$

sind, so gelten für das Gewicht des trockenen Gases G_p die Gleichungen

$$(58) \quad G_p = V_0 \gamma_p^{(s_0 - \sigma_0), t_0} = V \gamma_p^{(s - \varsigma), t},$$

oder

$$(59) \quad G_p = V_0 \delta_p \frac{s_0 - \sigma_0}{R T_0} = V \delta_p \frac{s - \varsigma}{R T}.$$

Bezüglich des Wasserdampfes und Wassergases wurde in § 5 nachgewiesen, daß man mit der mittleren Dichte $\delta_w = 0,625$ so lange rechnen darf, als der Quotient $\sigma : T$ oder $\varsigma : T$ nicht größer als 3 ist. Solange dies also der Fall ist, erhält man

$$(60) \quad G_w = V_0 \gamma_w^{\sigma_0, t_0} = V_0 \delta_w \frac{\sigma_0}{R T_0}$$

im Feuchtzustand und

$$(61) \quad \Gamma = V \gamma_w^{\varsigma, t} = V \delta_w \frac{\varsigma}{R T}$$

im Naßzustand.

Durch Division erhält man aus diesen Gleichungen

$$(62) \quad \frac{G_w}{G_p} = \frac{\delta_w}{\delta_p} \cdot \frac{\sigma_0}{s_0 - \sigma_0}, \quad \frac{\Gamma}{G_p} = \frac{\delta_w}{\delta_p} \cdot \frac{\varsigma}{s - \varsigma},$$

und daraus

$$(63) \quad \frac{\Gamma}{G_w} = \frac{\varsigma}{\sigma_0} \cdot \frac{s_0 - \sigma_0}{s - \varsigma}.$$

Man kann nun hierin wieder die Druckquotienten

$$(64) \quad q_0 = \sigma_0 : s_0 \quad \text{und} \quad q = \varsigma : s$$

eingeführen und bekommt als das Gewicht des dampfförmigen Wassers

$$(65) \quad \Gamma = \frac{q}{q_0} \cdot \frac{1 - q_0}{1 - q} \cdot G_w.$$

Daraus ergibt sich dann das Gewicht ΔG des in flüssiger oder fester Form, je nach der Temperatur t , ausgeschiedenen Wassers.

$$(66) \quad \Delta G = G_w - \Gamma = \left[1 - \frac{q}{q_0} \cdot \frac{1 - q_0}{1 - q} \right] G_w = \frac{q_0 - q}{q_0 (1 - q)} G_w.$$

Sonach hat man für den Nässegrad n nach (34) und (66) die Formeln

$$(67) \quad n = \frac{\Delta G}{\Delta G + V \gamma_w^{\varsigma, t}} = \frac{q_0 - q}{q_0 (1 - q)}.$$

Mit dieser Formel kann man n berechnen, wenn $q = \varsigma : s$ gegeben ist. Man findet aber auch

$$(68) \quad q = q_0 \frac{1 - n}{1 - n q_0},$$

wenn n gegeben ist.

Da n nicht negativ werden kann, ist stets

$$(69) \quad q_0 = \sigma_0 : s_0 > q = \varsigma : s.$$

Die Grundzahl q_0 ist also der größte Druckquotient.

§ 12.

Rechentafel IV für die Funktionen $\varsigma = f_1(t)$, $r = \sigma : \varsigma$, und den Taupunkt $\vartheta = f_2(\sigma)$. Rechentafel V für den Nässegrad $n = f_3(q_0, q)$.

I. Der Sättigungsgrad oder die relative Feuchtigkeit r .

Wenn in dem Feuchtzustand bei der Temperatur $t^\circ\text{C}$ die Spannung des Wassergases σ mm ist, so ist der Sättigungsgrad r oder die relative Feuchtigkeit das Verhältnis von σ zu der Sättigungsspannung ς bei der Temperatur $t^\circ\text{C}$, also

$$(70) \quad r = \sigma : \varsigma \quad \text{oder} \quad \sigma = r \varsigma = r f_1(t).$$

Die Sättigungsspannungen kann man den bereits erwähnten Wärmehabellen der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt entnehmen, und zwar in Quecksilbersäule, in alten Atmosphären (1,033 kg/qcm) und in neuen Atmosphären oder „At“ (1 kg/qcm). In der Tabelle 6 findet man einen Auszug aus diesem Quellenwerk.

Tabelle 6.

Sättigungsspannung des Wasserdampfes von $t = -18^\circ$ bis $+374^\circ\text{C}$.

$t^\circ\text{C}$	ς mm für $t^\circ\text{C} =$				
	0	2	4	6	8
-10	1,95 0	1,63 0	1,36 0	1,13 0	9,35 - 1
- 0	4,58 0	3,88 0	3,28 0	2,76 0	2,32 0
+ 0	4,58 0	5,29 0	6,10 0	7,01 0	8,05 0
10	9,21 0	1,05 + 1	1,20 + 1	1,36 + 1	1,55 + 1
20	1,75 + 1	1,98 + 1	2,24 + 1	2,52 + 1	2,83 + 1
30	3,18 + 1	3,57 + 1	3,99 + 1	4,46 + 1	4,97 + 1
40	5,53 + 1	6,15 + 1	6,83 + 1	7,57 + 1	8,37 + 1

$t^\circ\text{C}$	ς mm für $t =$		$t^\circ\text{C}$	ς mm für $t =$		$t^\circ\text{C}$	ς mm für $t =$	
	0	5		0	5		0	5
50	9,25 + 1	1,18 + 2	170	5,94 + 3	6,70 + 3	290	5,58 + 4	6,00 + 4
60	1,49 + 2	1,88 + 2	180	7,52 + 3	8,43 + 3	300	6,45 + 4	6,91 + 4
70	2,34 + 2	2,89 + 2	190	9,41 + 3	1,05 + 4	310	7,41 + 4	7,93 + 4
80	3,55 + 2	4,34 + 2	200	1,17 + 4	1,29 + 4	320	8,47 + 4	9,05 + 4
90	5,26 + 2	6,34 + 2	210	1,43 + 4	1,58 + 4	330	9,65 + 4	1,03 + 5
100	7,60 + 2	9,06 + 2	220	1,74 + 4	1,91 + 4	340	1,10 + 5	1,17 + 5
110	1,07 + 3	1,27 + 3	230	2,10 + 4	2,30 + 4	350	1,24 + 5	1,32 + 5
120	1,49 + 3	1,74 + 3	240	2,51 + 4	2,74 + 4	360	1,40 + 5	1,49 + 5
130	2,03 + 3	2,35 + 3	250	2,98 + 4	3,24 + 4	370	1,58 + 5	—
140	2,71 + 3	3,12 + 3	260	3,52 + 4	3,81 + 4	374	1,66 + 5	—
150	3,57 + 3	4,08 + 3	270	4,13 + 4	4,46 + 4			
160	4,64 + 3	5,26 + 3	280	4,81 + 4	5,19 + 4			

Mit den Zahlen in Tabelle 6 wurde Rechentafel IV hergestellt. Dieselbe besteht aus zwei Hälften, die man sich übereinandergestellt denken muß. Ordinaten sind die Spannungen σ des Wassergases von $\sigma = 1$ mm bis $\sigma = 10^4$ mm und Abszissen sind die Sättigungsgrade r von 0,1 bis 1. Am rechten Rande wird also $\sigma = \zeta$.

An diesem Rande wurden nun die Temperaturen t° C angegeben, welche zu den Spannungen ζ gehören. So wurde eine graphische Spannungstafel erhalten, aus der man die zu einem gegebenen Wert von ζ gehörige Temperatur t , oder umgekehrt, finden kann.

Zieht man von diesen Punkten t aus Gerade, welche unter 45° abfallen, so erhält man die t -Gleicher, welche die Funktion

$$(71) \quad \sigma = r \zeta = r f_1(t)$$

zur Darstellung bringen.

Um die Linien möglichst genau ziehen zu können, wurden die Werte von r berechnet, in denen die t -Gleicher den oberen Rand der Rechentafel in den Höhen $\sigma = 10^2$ und $\sigma = 10^4$ schneiden. Diese Zahlen stehen in der Tabelle 7.

Tabelle 7. Schnitte r der t -Gleicher in den Höhen $\sigma = 10^2$ und 10^4 mm.

$\sigma = 10^2$ mm		$\sigma = 10^4$ mm		$\sigma = 10^4$ mm		$\sigma = 10^4$ mm	
t° C	r	t° C	r	t° C	r	t° C	r
55	8,47-1	195	9,52-1	250	3,36-1	305	1,45-1
60	6,71	200	8,55	255	3,09	310	1,35
65	5,34	205	7,75	260	2,84	315	1,26
70	4,27	210	6,99	265	2,62	320	1,18
75	3,46	215	6,33	270	2,42	325	1,11
80	2,82	220	5,75	275	2,24	330	1,04
85	2,30	225	5,24	280	2,08		
90	1,90	230	4,76	285	1,93		
95	1,58	235	4,35	290	1,79		
100	1,32	240	3,98	295	1,67		
105	1,10	245	3,65	300	1,55		

II. Der Taupunkt $\vartheta = f_2(\sigma)$.

In § 9 wurde gefunden, daß die Spannung σ im Feuchtzustand konstant bleibt, wenn das Gemisch bei konstantem Druck abgekühlt wird.

Die Temperatur ϑ , bei welcher $\sigma = \zeta$ wird, bei der also der Grenzzustand erreicht wird, heißt der Taupunkt.

Beispiele zur Rechentafel IV.

1. Bei der Temperatur $t = 40^\circ$ ist $\sigma = 17,6$ mm.

Der Schnitt des $\sigma = 17,6$ -mm-Gleichers mit dem $t = 40^\circ$ -Gleicher ergibt $r = 0,315$ oder **31,5 Proz.** und der Schnitt desselben σ -Gleichers mit dem rechten Rande $\vartheta = 20^\circ$ C.

Am Endpunkt des $t = 40^\circ$ -Gleichers liest man ab $s = 56$ mm.

2. Gegeben sind $t = 10^\circ$ und $r = 0,8$.

Der Schnitt des $t = 10^\circ$ -Gleichers mit dem rechten Rande ergibt $s = 9,2$ mm und der Schnitt desselben mit dem $r = 0,8$ -Gleicher $\sigma = 7,4$ mm. Der $\sigma = 7,4$ -mm-Gleicher schneidet den rechten Rand bei $\vartheta = 7^\circ$ C.

3. Gegeben sind $t = 100^\circ$ C und $\vartheta = 80^\circ$ C.

Am rechten Rande liest man ab $s = 760$ mm und $\sigma = 355$ mm.

Der $t = 100^\circ$ -Gleicher ergibt im Punkte $\sigma = 355$ mm $r = 0,47$.

4. Gegeben sind $r = 0,214$ und $\sigma = 2500$ mm.

Durch den Punkt $r = 0,214$ und $\sigma = 2500$ mm geht der Gleicher für $t = 200^\circ$. In der Höhe $\sigma = 2500$ mm liest man am rechten Rande ab $\vartheta = 137$ bis 138° .

5. Gegeben sind $r = 0,5$ und $\vartheta = 100^\circ$.

Am rechten Rande liest man ab $\sigma = 760$ mm. Durch den Punkt $r = 0,5$ und $\sigma = 760$ mm geht der Gleicher für $t = 121^\circ$ C.

Die t -Gleicher der rechten Hälfte der Rechentafel kann man über die linke Hälfte wegziehen und kann dann bei den hohen Temperaturen den Sättigungsgrad bis zu 0,1 Proz. bestimmen. Bei den tieferen Temperaturen werden derartig kleine Werte von r kaum vorkommen.

III. Der Kondensationsgrad oder Nässegrad $n = f_s(q_0, q)$.
Rechentafel V.

Unter Nässegrad wurde in den §§ 8 und 11 das Verhältnis des Gewichtes des kondensierten Wassers zu dem gesamten Wassergehalt des Gases eingeführt, also nach (67)

$$(72) \quad n = \Delta G : G_w = (q_0 - q) : q_0(1 - q)$$

gesetzt, worin q_0 die Grundzahl das wasserhaltigen Gases bedeutet und

$$q = s : s$$

durch den jeweiligen Zustand des nassen Gases gegeben ist. In Rechentafel V wurde die Funktion in der Form

$$(73) \quad q = s : s = q_0(1 - n) : (1 - nq_0)$$

durch n -Gleicher dargestellt. Ordinaten sind die Quotienten q , Abszissen die Grundzahlen q_0 . Zur Herstellung der Zeichnung wurde die Tabelle 8 berechnet.

Wenn q sehr klein ist, so daß man $1 - q = 1$ setzen kann, wird die einfachere Formel ausreichen:

$$n = 1 - \frac{q}{q_0}.$$

Beispiele zur Rechentafel V.

1. Gegeben sind $q = 6 \times 10^{-2}$ und $q_0 = 1,74 \times 10^{-1}$.
Man findet $n = 0,7$.
2. Gegeben sind $q_0 = 3,30 \times 10^{-1}$ „ $n = 0,25$.
Man findet $q = 0,27$.
3. Gegeben sind $q = 1,5 \times 10^{-2}$ „ $n = 0,8$.
Man findet $q_0 = 0,07$.

§ 13.

Rechentafel VI. Die Grenzlilien.

Das feuchte Gas gelangt in den Grenzzustand, wenn

$$\sigma = q_0 s = s = f(t)$$

geworden ist.

Wenn aber die Sättigungsspannung s eine Funktion $f(t)$ der Temperatur $t^\circ \text{C}$ ist, so wird auch umgekehrt die Sättigungstemperatur $t^\circ \text{C}$ eine Funktion $\varphi(s)$ der Spannung sein, und erhält man

$$(74) \quad t = \varphi(s) = \varphi(q_0 s).$$

Das ist die Gleichung der Grenzlilien. $t^\circ \text{C}$ werden die Ordinaten, s die Spannungen des feuchten Gases sein, und die Funktion wird durch Grundzahl q_0 -Gleicher dargestellt.

Nimmt man eine bestimmte Temperatur $t^\circ \text{C}$ an, so erhält man die zugehörige Sättigungsspannung s und damit auch

$$(75) \quad s = s : q_0,$$

die Spannung des feuchten Gases, dessen Grundzahl q_0 ist bei der Temperatur $t^\circ \text{C}$. Nimmt man dann weiter für q_0 gewisse Werte an, so erhält man die Koordinaten der entsprechenden q_0 -Gleicher oder Grundzahl-Gleicher. Auf diese Weise wurde Tabelle 9 erhalten.

Tabelle 9.

Koordinaten der Grenzkurven für Temperaturen von $+80^\circ$ bis -20°C .

$t^\circ \text{C}$	Die Spannungen s mm für die Grundzahlen $q_0 =$									
	1,0	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1
+ 80	3,55+2	3,95+2	4,44+2	5,07+2	5,92+2	7,10+2	8,88+2	1,18+3	1,78+3	3,55+3
70	2,34	2,60	2,92	3,34	3,90	4,67	5,84	7,79+2	1,17	2,34
60	1,49	1,66	1,87	2,13	2,49	2,99	3,74	4,98	7,47+2	1,49
50	9,25+1	1,03	1,16	1,32	1,54	1,85	2,31	3,08	4,62	9,25+2
40	5,53	6,14+1	6,91+1	7,90+1	9,22+1	1,11	1,38	1,84	2,76	5,53
30	3,18	3,53	3,97	4,54	5,30	6,36+1	7,95+1	1,06	1,59	3,18
20	1,75	1,94	2,19	2,50	2,92	3,50	4,38	5,83+1	8,75+1	1,75
10	9,21 0	1,02	1,16	1,32	1,53	1,84	2,32	3,07	4,60	9,21+1
0	4,58	5,09 0	5,64 0	6,54 0	7,63 0	9,16 0	1,14	1,53	2,29	4,58
- 10	1,95	2,17	2,44	2,79	3,25	3,90	4,88 0	6,50 0	9,75 0	1,95
- 20	7,72-1	8,58-1	9,65+1	1,10	1,29	1,54	1,93	2,57 0	3,86 0	7,72 0

Aus dieser Tabelle erhält man die s -Werte für $q_0 = 0,1$ bis $0,01$, und $q_0 = 0,01$ bis $0,001$ durch Multiplikation der entsprechenden Tabellenwerte mit 10 beziehentlich 100.

In Tabelle 10 wurden dann noch die Temperaturen berechnet, bei denen die Spannung s des feuchten Gases im Grenzzustand bestimmte Werte hat, was dann $g = q_0 s$ und die zugehörige Temperatur t ergibt. Es stellen diese Zahlen Schnitte der q_0 -Gleicher mit s -Gleichern vor.

Tabelle 10.
Schnitte der q_0 -Gleicher mit den s -Gleichern
für $s = 10^1, 10^2, 10^3, 10^4$ und 10^5 mm.

q_0	$t^\circ \text{C}$ für s mm =					q_0	$t^\circ \text{C}$ für s mm =				
	10^1	10^2	10^3	10^4	10^5		10^1	10^2	10^3	10^4	10^5
0,001	-57,5	-40,0	-17,3	+11,2	+51,6	0,12	-15,3	+14,0	+55,3	+113	+201
0,002	-52,5	-33,5	-9,7	22,1	66,4	0,14	-13,7	16,4	58,6	118	209
0,004	-47,5	-26,6	-1,6	34,0	83	0,16	-12,2	18,5	61,5	122	216
0,006	-43,5	-22,6	+3,8	41,5	94	0,18	-10,9	20,5	64,1	126	222
0,008	-41,5	-19,6	7,9	47,1	102	0,20	-9,7	22,1	66,4	130	227
0,01	-40,0	-17,3	11,2	51,6	108	0,25	-7,1	25,9	71,6	137	240
0,02	-33,5	-9,7	22,1	66,4	130	0,30	-5,0	29,0	75,9	144	250
0,03	-29,3	-5,0	29,0	75,9	144	0,35	-3,2	31,7	79,6	149	260
0,04	-26,6	-1,6	34,0	83	154	0,40	-1,6	34,0	83	154	268
0,05	-24,4	+1,2	38,2	89	163	0,50	+1,2	38,2	89	163	283
0,06	-22,6	3,8	41,5	94	170	0,60	3,8	41,5	94	170	295
0,07	-21,0	6,0	44,5	98	177	0,70	6,0	44,5	98	177	306
0,08	-19,6	7,9	47,1	102	183	0,80	7,9	47,1	102	183	316
0,09	-18,4	9,7	49,4	105	188	0,90	9,7	49,4	105	188	325
0,10	-17,3	11,2	51,6	108	193	1,00	11,2	51,6	108	193	333

Diese Tabelle geht über 80° hinaus bis zu $t = 330^\circ$. Die Schnitte mit 10^6 mm wurden weggelassen, da diese der kritischen Temperatur des Wassers zu nahe kommen. Es lassen sich aber diese, sowie die Schnitte mit 10^0 mm leicht aus der Tabelle 10 herleiten. Bei den Temperaturen über 80°C wurde t auf ganze Grade abgerundet, was für die Praxis genügend sein dürfte.

In den zwei Rechentafeln VI A und B wurden die logarithmischen Bilder der Grenzkurven für die Spannungsbezirke

$$s = 100 \text{ bis } 1000 \text{ mm} \quad \text{und} \quad 1000 \text{ bis } 10\,000 \text{ mm}$$

nach Tabelle 9 dargestellt.

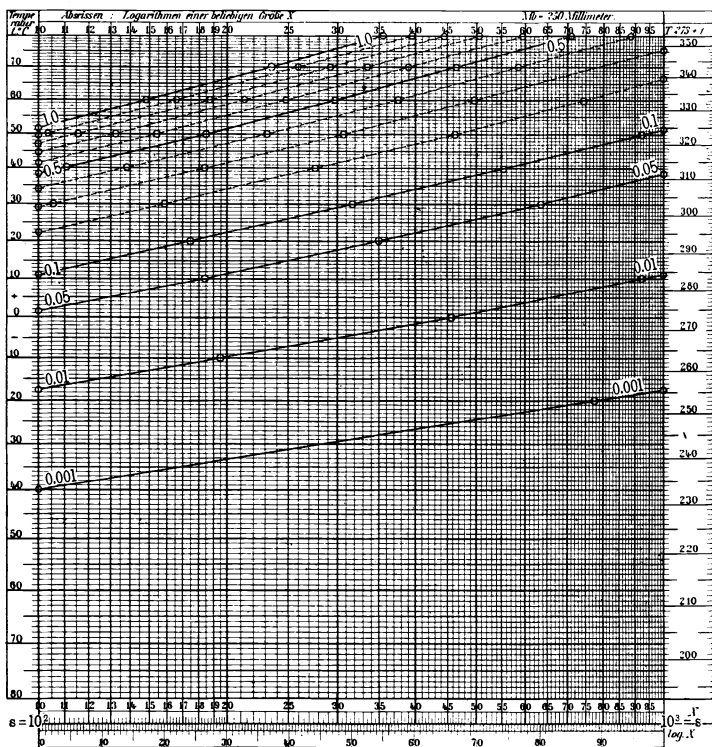
Man sieht, daß die Linien sehr schwach mit der konkaven Seite nach oben gekrümmte Kurven sind, welche man wohl in den meisten Fällen innerhalb je eines der Spannungsbezirke als gerade Linien wird betrachten dürfen.

Man wird meist die durch die Schnittpunkte der q_0 -Gleicher mit den Gleichern für $s = 10^1, 10^2, 10^3$ usw. gelegten Sehnen für die betreffenden q_0 -Gleicher annehmen dürfen.

Etwas genauere Ergebnisse wird man dadurch erhalten können, daß man diese Sehnen parallel um eine Kleinigkeit nach unten verschiebt.

Rechentafel VIA.

Rechentafel für die Gleichung der Grenzlinien. $t = \varphi(q_0, s)$. q_0 -Gleicher. Ordinatens t von -80 bis $+80^\circ \text{C}$. Abszissen s von 10^2 bis 10^3 mm.



Zur Bestimmung der Lage dieser Sehnen dienen die Zahlen der Tabelle 10, welche für diesen Zweck berechnet worden ist.

§ 14.

Näherungsformeln für die Funktionen $\zeta = f(t)$ oder $t = \varphi(\zeta)$.

(Rechentafel VIB.)

Trägt man im Potenzpapier die absoluten Temperaturen T als Ordinaten und die Spannungen des Wasserdampfes ζ als Abszissen auf, so erhält man Linien, welche genau so aussehen wie die Grenz-

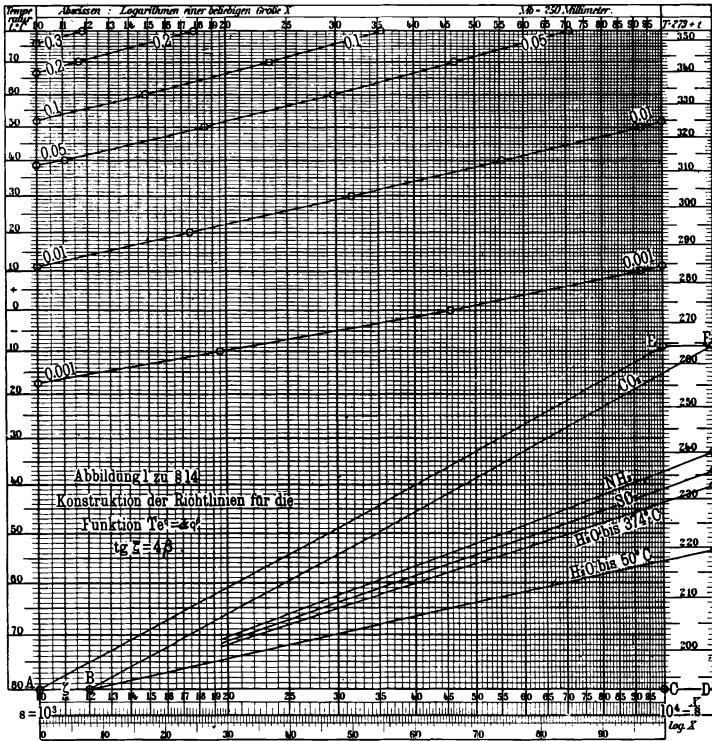
linien in den Rechentafeln VI. Hat man zu diesen Darstellungen die thermodynamischen Potenzpapiere $381\frac{1}{2}:5$ und 9 oder 10 verwendet, so hat man zu beachten, daß die Koordinaten der Kurven in Wirklichkeit

$$u = 1000 \log(273 + t); \quad v = 250 \log \varrho \text{ mm}$$

sind.

Rechentafel VIB.

Rechentafel für die Gleichung der Grenzlinien. $t = \varphi(q_0, s)$. q_0 -Gleicher.
 Ordinaten t von -80 bis $+80^\circ \text{C}$. Abszissen s von 10^3 bis 10^4 mm.



Denkt man sich also in einem Spannungsbezirk, etwa zwischen $\varrho = 10 \text{ mm}$ bis $\varrho = 100 \text{ mm}$, die zu den Abszissen ϱ gehörigen $t^\circ \text{C}$ als Ordinaten aufgetragen und die beiden Endpunkte der so erhaltenen Kurve durch eine Sehne verbunden, so wird diese Sehne über der Kurve liegen, es wird an irgend einer Stelle um die Mitte des Feldes der Abstand der beiden Linien am größten sein, nach den Rändern zu aber nach und nach bis zu Null abnehmen. Die Gleichung der Sehne ist

$$(76) \quad s_1 = f_1(t) = p(273 + t)^q \quad \text{oder} \quad (273 + t) = \varphi_1(s_1) = \alpha s_1^{\frac{1}{q}}$$

Für $(273 + t)$ kann man dann auch T schreiben, und es wird T die absolute Temperatur sein, welche zur Abszisse s_1 gehört. Wenn also

eine Temperatur $t^{\circ}\text{C}$ oder $T = 273 + t$ gegeben ist, so wird man in der Zeichnung die zu der Sehne gehörige angenäherte Spannung ς_1 und auch die genaue Spannung ς ablesen können und erhält so

$$(77) \quad \Delta \varsigma = \varsigma - \varsigma_1 \quad \text{oder} \quad \varsigma = \varsigma_1 + \Delta \varsigma.$$

Bemerkenswert ist, daß $\varsigma \geq \varsigma_1$ sein muß.

Die Längen längs der Abszissenachse sind aber $v = 250 \log \varsigma$ mm, also wird der in der Zeichnung abgreifbare Abstand der beiden Linien in der Richtung der Abszissenachse oder längs des T -Gleichers sein

$$(78) \quad \begin{aligned} v - v_1 &= 250 (\log \varsigma - \log \varsigma_1) \text{ mm} \\ &= 250 \log (\varsigma : \varsigma_1) \text{ mm} = 250 \tau \log e \text{ mm.} \end{aligned}$$

Es ist also

$$(79) \quad \log (\varsigma : \varsigma_1) = \tau \log e$$

gesetzt worden, woraus folgt:

$$(80) \quad \varsigma : \varsigma_1 = e^{\tau} \quad \text{oder} \quad \varsigma = \varsigma_1 \cdot e^{\tau}.$$

Hierin wird e die Basis der natürlichen Logarithmen sein, und τ wird eine Funktion von $t^{\circ}\text{C}$ oder ς , oder auch von beiden sein können. Es soll angenommen werden, daß τ nur eine Funktion von t ist. Dann erhält man nach (76) die Gleichung der Spannungskurve

$$(81) \quad \varsigma = p \cdot e^{\tau} \cdot T^q \quad \text{oder} \quad T \cdot e^{\tau} = \alpha \cdot \varsigma^{\beta}.$$

Es ist leicht einzusehen, daß

$$(82) \quad q \cdot \beta = 1, \quad q = \tau \beta, \quad \alpha = p^{-\beta}$$

sein muß.

Es sollen hier nur die vorläufigen Ergebnisse der Bemühungen des Verfassers ⁹⁾, die Spannungsformeln für den Wasserdampf und einige andere Dämpfe abzuleiten, erwähnt werden.

Für die Sättigungsspannungen ς mm Hg-Säule des Wasserdampfes zwischen 0 bis 50°C wurden gefunden:

$$(83) \quad \begin{cases} \log p = -42,6814, & q = 17,8, & \beta = 0,0562, \\ \tau \log e = 0,0115 - 4,94 \times 10^{-5} (t - 25)^2. \end{cases}$$

Die nach diesen Formeln berechneten ς weichen bis zu $+48^{\circ}\text{C}$ an keiner Stelle mehr als $\pm 0,04$ mm von den beobachteten ς ab.

Die Spannungstafeln in den Wärmetabellen der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt ergaben für ς At. (kg/qcm)

$$(84) \quad \begin{cases} \log p = -31,83775, & q = 12,163, & \beta = 0,08222, \\ \tau \log e = 0,6 \left[1 - \left(\frac{2t - 374}{374} \right)^2 \right] + 0,150 \sin 0,962 t. \end{cases}$$

Es wurden hierbei die Spannungen von 0°C bis zu der kritischen Temperatur $+374^{\circ}$ verwendet.

Aus Tabelle 11 kann man ersehen, wie groß die Abweichungen (Beobachtung—Rechnung) der berechneten Werte von den beobachteten Spannungen ζ At., und zwar in Prozenten derselben sind.

Tabelle 11.

Abweichungen der nach Formel (84) berechneten s von den beobachteten.

Beobachtung		Abweichung Proz.	Beobachtung		Abweichung Proz.	Beobachtung		Abweichung Proz.
$t^{\circ}\text{C}$	ζ At.		$t^{\circ}\text{C}$	ζ At.		$t^{\circ}\text{C}$	ζ At.	
0	6,20 — 3	0,0	127	2,52 0	— 22,0	257	4,56 + 1	— 2,0
7	1,02 — 2	+ 44,0	137	3,38	— 21,0	267	5,35	0,0
17	1,98	+ 8,0	147	4,48	— 14,0	277	6,25	+ 0,2
27	3,64	+ 9,0	157	5,84	— 14,0	287	7,26	+ 0,4
37	6,40	+ 12,0	167	7,51	— 13,0	297	8,40	+ 0,9
47	1,08 — 1	+ 10,0	177	9,54	— 12,0	307	9,66	+ 0,7
57	1,77	+ 7,0	187	1,20 + 1	— 11,0	317	1,11 + 2	0,0
67	2,79	+ 51,0	197	1,49	— 7,0	327	1,26	— 1,6
77	4,27	— 2,0	207	1,83	— 6,0	337	1,44	— 3,5
87	6,37	— 5,0	217	2,23	— 6,0	347	1,63	— 2,5
97	9,27	— 7,0	227	2,70	— 3,0	357	1,84	— 0,7
107	1,32 0	— 14,0	237	3,24	— 2,0	367	2,07	+ 1,0
117	1,84	— 16,0	247	3,85	— 2,0	374	2,25	0,0

Bis zu ungefähr 190°C sind die relativen Abweichungen stellenweise recht groß, diese auffallenden Zahlen wären nicht aufgetreten, wenn die absoluten Werte der Abweichungen eingestellt worden wären. Von 190° an nehmen die relativen Abweichungen auffallend rasch ab, es muß aber beachtet werden, daß die ζ rasch ansteigen. Es kann sehr leicht möglich sein, daß man unter Zugrundelegung der Formel

$$(85) \quad \tau \cdot \log e = \alpha_0 + \alpha_1 \sin(0,962 t + b_1) + \alpha_2 \sin(2 \times 0,962 t + b_2) + \dots$$

wesentlich bessere Ergebnisse erhalten wird.

Die in den Lehrbüchern der technischen Thermodynamik von Zeuner und von Schüle enthaltenen Spannungstabellen für die Dämpfe aus Kohlensäure (CO_2), Ammoniak (NH_3) und schweflige Säure (SO_2) ergeben für die die Endpunkte der logarithmischen Bilder der Spannungskurven verbindenden Sehnen die Gleichungen

$$(86) \quad \left\{ \begin{array}{l} s_1 = 2,2274 \times 10^{-2} \times (10^{-2} T)^{7,312} \text{ CO}_2 \text{ von } -30 \text{ bis } +30^{\circ}\text{C}, \\ s_1 = 9,777 \times 10^{-5} \times (10^{-2} T)^{10,495} \text{ NH}_3 \text{ „ } -40 \text{ „ } +40^{\circ}\text{C}, \\ s_1 = 1,444 \times 10^{-5} \times (10^{-2} T)^{11,359} \text{ SO}_2 \text{ „ } -40 \text{ „ } +40^{\circ}\text{C}. \end{array} \right.$$

s_1 in Atmosphären (1,033 kg/qcm).

Dagegen ergaben sich die Gleichungen für die Spannungskurven selbst

$$(87) \quad \begin{cases} s_2 = 2,321 \times 10^{-2} \times e^{-0,4605 \tau} \times (10^{-2} T)^{7,312} & \text{für } \text{CO}_2, \\ s_2 = 1,128 \times 10^{-4} \times e^{-0,8980 \tau} \times (10^{-2} T)^{10,495} & \text{„ } \text{NH}_3, \\ s_2 = 1,698 \times 10^{-5} \times e^{-0,9683 \tau} \times (10^{-2} T)^{11,359} & \text{„ } \text{SO}_2, \\ \tau = (10^{-2} t)^2. & s_2 \text{ in Atmosphären (1,033 kg/qcm)}. \end{cases}$$

Tabelle 12 lehrt, wie genau die Beobachtungen durch die Formeln (86) und (87) dargestellt werden. Man muß aber beachten, daß es sich hier um Temperaturintervalle von nur 80° C handelt, während bei Formel (84) dieses Intervall 374° C beträgt.

Tabelle 12.

Abweichungen der nach den Formeln (86) und (87) berechneten Dampfspannungen s_1 und s_2 von den beobachteten s Atmosphären.

t° C	Kohlensäure			Ammoniak			Schweflige Säure		
	s	$s - s_1$	$s - s_2$	s	$s - s_1$	$s - s_2$	s	$s - s_1$	$s - s_2$
− 40	—	—	—	0,70	0,00	0,00	0,22	0,00	0,00
− 35	—	—	—	0,90	+ 0,04	+ 0,01	0,29	+ 0,01	0,00
− 30	14,7	0,0	0,0	1,15	+ 0,07	0,00	0,38	+ 0,03	0,00
− 25	17,1	+ 0,1	− 0,1	1,46	+ 0,13	+ 0,01	0,49	+ 0,05	+ 0,01
− 20	19,9	+ 0,4	− 0,1	1,84	+ 0,21	+ 0,03	0,63	+ 0,08	+ 0,01
− 15	23,1	+ 0,5	− 0,2	2,29	+ 0,27	+ 0,01	0,80	+ 0,11	+ 0,01
− 10	26,8	+ 0,9	− 0,1	2,83	+ 0,37	+ 0,02	1,00	+ 0,14	+ 0,01
− 5	30,8	+ 1,0	− 0,2	3,46	+ 0,46	+ 0,01	1,25	+ 0,19	+ 0,01
0	35,4	+ 1,3	− 0,2	4,21	+ 0,56	0,00	1,53	+ 0,22	0,00
+ 5	40,5	+ 1,5	− 0,1	5,07	+ 0,65	− 0,01	1,87	+ 0,25	− 0,02
+ 10	45,9	+ 1,5	− 0,1	6,07	+ 0,73	− 0,04	2,26	+ 0,30	− 0,01
+ 15	52,2	+ 2,1	+ 0,5	7,21	+ 0,84	+ 0,01	2,72	+ 0,34	0,00
+ 20	58,8	+ 1,3	− 0,1	8,51	+ 0,81	− 0,04	3,24	+ 0,33	0,00
+ 25	66,1	+ 1,0	+ 0,2	9,98	+ 0,70	− 0,14	3,84	+ 0,30	− 0,05
+ 30	73,8	0,0	0,0	11,62	+ 0,62	− 0,08	4,52	+ 0,25	− 0,05
+ 35	—	—	—	13,46	+ 0,36	− 0,06	5,28	+ 0,14	− 0,05
+ 40	—	—	—	15,50	0,00	0,00	6,15	0,00	0,00

Schreibt man die Gleichung (81) in der Form

$$(88) \quad T_1 = T e^e = \alpha s^\beta,$$

so wird T_1 die zu der Abszisse s der Sehne gehörige Temperatur sein, während T die an der Spannungskurve ablesbare Temperatur ist. Hat man die Sehne konstruiert und an ihr T_1 abgelesen, so findet man dann

$$(89) \quad T = T_1 e^{-e}.$$

Über die Konstruktion einer Funktion von der Form $y = p x^q$ wurde bereits in den §§ 2 und 4 gesprochen, es ist ihr logarithmisches Bild eine gerade Linie. Dabei kommt es aber auch darauf an, ob die

Mantebs der zu der Darstellung verwendeten Grunddrucke nach beiden Richtungen hin gleich oder verschieden sind. Sind die Mantebs gleich, so ist der Winkel φ , welchen die Funktionsgerade mit der Abszissenachse bildet, durch

$$(90) \quad \operatorname{tg} \varphi = q$$

gegeben. Ist aber, wie bei den Marken $381\frac{1}{2}:5$, 9 und 10, die Manteb in der Ordinatenrichtung das Vierfache der Manteb in der Abszissenrichtung, so ist

$$(91) \quad \operatorname{tg} \varphi = 4q.$$

Werden also die Spannungskurven in den Grunddrucken $387\frac{1}{2}:5$ und 9 oder 10 konstruiert, die T als Ordinaten, die s als Abszissen aufgetragen, so haben die Sehnen eine Neigung φ gegen die s -Achse, welche nach Gleichung (76) und (81) durch

$$(92) \quad \operatorname{tg} \varphi = 4\beta$$

bestimmt ist.

Wird weiter als Koordinatenanfang der Punkt $T_1 = s = 1$ gewählt, so gehen diese Sehnen vom Punkte

$$(93) \quad T_1 = \alpha$$

von der Ordinatenachse unter dem Winkel φ aus. Die vorstehend mitgeteilten vorläufigen Rechnungen haben die nachstehenden Ergebnisse geliefert.

Dampf	β	4β	φ	$\log T = \log 193 + \beta$
H ₂ O bis 50°	0,0562	0,2248	12° 40'	2,3418
H ₂ O bis 374°	0,0822	0,3288	18° 10'	2,3678
CO ₂	0,1368	0,5472	28° 40'	2,4224
NH ₃	0,0952	0,3808	20° 50'	2,3808
SO ₂	0,0880	0,3520	19° 25'	2,3736

Man ersieht hieraus den Vorteil der Vergrößerung der Manteb in der T -Richtung, bei gleicher Manteb würden die Winkel φ nur 3 bis 7° sein.

Die Richtlinien für die Funktionsgeraden lassen sich ohne jede Rechnung mit den Exponenten β konstruieren, wie dies in Rechen-
tafel VI B geschehen ist. Man hat nur zu beachten, daß die Abszissen nicht die Gasspannungen s , sondern die Dampfspannungen ζ sind.

Zieht man die Gerade AE , so soll

$$\operatorname{tg} \varphi = EC : AC = 4\beta$$

sein. Es sind aber die Strecken

$$EC = u - u_0 = 1000 (\log T - \log T_0) \quad \text{und} \quad v = AC = 250 \text{ mm,}$$

also

$$\operatorname{tg} \varphi = (u - u_0) : v = 4(\log T - \log T_0) = 4\beta,$$

und sonach

$$(94) \quad \log T - \log T_0 = \beta, \quad \log T = \log T_0 + \beta.$$

Da $T_0 = 193^\circ$ ist, erhält man

$$(95) \quad \log T = \log 193 + \beta = 2,2856 + \beta.$$

Die Werte für $\log T$ wurden vorstehend mit angegeben. Man kann aber die Richtlinien auch von dem Punkte B aus ziehen, der so gelegen ist, daß $BD = 250$ mm wird. Dann muß der Punkt F in gleicher Höhe mit E liegen. Die Punkte $\log T$ kann man an der rechten Seite der Doppelskala (Logarithmusseite) am rechten Rande abstechen. Die Bezifferung derselben müßte eigentlich sein: 2,300, 2,350, 2,400 statt 300, 350, 400 usw.

Auf diese Weise wurden die fünf Richtlinien für die Dämpfe des Wassers, der Kohlensäure, des Ammoniaks und der schwefligen Säure konstruiert.

§ 15.

Die Darstellung der Grenzlinien, der r -Gleicher und der n -Gleicher im logarithmischen Zustandsfeld durch Sehnen an die Funktionskurven.

I. Die Grenzlinien.

Die Gleichung einer Grenzlinie ist nach § 13

$$s = q_0 s = f(t).$$

Das logarithmische Bild dieser Linie ist, wie sich aus den Rechentafeln VI ergibt, eine so schwach gekrümmte Kurve, daß man für sie meist die die beiden Endpunkte verbindende Sehne wird einzeichnen dürfen. Dann kann man nach (76) und (81) die Gleichung der Grenzlinie schreiben

$$(96) \quad T = \alpha(q_0 s)^\beta = (\alpha q_0^\beta) s^\beta = \varphi(q_0) \cdot s^\beta.$$

II. Die Gleicher für den Sättigungsgrad r .

Die Gleichung (70)

$$r = \sigma : s = q_0 s : s$$

ergibt

$$s = (r^{-1} q_0) s,$$

und somit

$$(97) \quad T = \alpha[r^{-1} q_0 s]^\beta = [\alpha r^{-\beta} q_0^\beta] s^\beta = \psi(r, q_0) s^\beta.$$

III. Die Gleichung für den Nässegrad n .

Nach (73) ist

$$q = s : s = \frac{q_0(1 - n)}{1 - n q_0},$$

man erhält also

$$s = qs = \frac{q_0(1-n)}{1-nq_0} s.$$

$$(98) \quad T = \alpha \left[\frac{q_0(1-n)}{1-nq_0} s \right]^\beta = \alpha \left[\frac{q_0(1-n)}{1-nq_0} \right]^\beta \cdot s^\beta = \chi(n, q_0) s^\beta.$$

Wenn also die Sättigungsspannung des Wasserdampfes genau durch die Gleichung

$$(99) \quad T = \alpha s^\beta$$

darstellbar wäre, so müßten die logarithmischen Bilder der Grenzlinien, der r -Gleicher und der n -Gleicher parallele Geraden sein.

Die Winkel, welche diese Geraden mit der s -Achse bilden, sind durch die Exponenten β der Gleichung der Spannungskurve gegeben, wie in § 14 ausgeführt wurde.

Liegt der Koordinatenanfang bei $T = s = 1$, so sind die Ausgangspunkte der Grenzlinie, der r -Gleicher und der n -Gleicher entsprechend durch

$$(100) \quad T = \varphi(q_0), \quad T = \psi(r, q_0) \quad \text{und} \quad T = \chi(n, q_0)$$

gegeben und ist dadurch die Lage derselben festgelegt. Für eine bestimmte Grundzahl q_0 gibt es nur eine Grenzlinie, man kann also zu beiden Seiten derselben eine beliebige Zahl von r -Gleichern und n -Gleichern zeichnen.

Diese Gleichungen gelten auch, wenn ein sehr schwer kondensierbares Gas (Luft, Wasserstoff) mit einem leichter kondensierbaren (CO_2 , NH_3 , SO_2) gemengt ist.

§ 16.

Zusammenstellung der Formeln für die Konstruktion des Zustandsfeldes eines wasserhaltigen permanenten Gases.

Die Masse eines Gases ist vollständig durch das Gewicht G_p des trockenen Gases und das Gewicht G_w des darin enthaltenen Wassers bestimmt. Statt G_w kann nach den §§ 9 und 10 auch

die Grundzahl q_0

gegeben sein.

Um aber die Zustände, in welche diese $G = G_p + G_w$ kg Gemisch kommen können, übersehen zu können, muß das Zustandsfeld derselben konstruiert werden.

Dieses besteht aus dem Feuchtfeld und dem Naßfeld, welche durch die Grenzlinie getrennt sind. Man hat die Grenzlinie also zuerst einzutragen.

Im Feuchtfeld gelten nach § 9 die Zustandsgleichungen

$$(101) \quad V \cdot s = R_\delta \cdot G \cdot T, \quad \sigma = q_0 s,$$

worin

$$(102) \quad R_\delta = R : [\delta_p - (\delta_p - \delta_w) q_0] = R : \delta$$

ist. Die Gewichtsgleichungen sind nach § 9

$$(103) \quad G_p = V \gamma_i^{(s-\sigma),t} \cdot \delta_p \quad \text{und} \quad G_w = V \gamma_w^{\sigma,t} = q_0 \delta_w G : \delta \text{ kg},$$

und die Gleichung der r -Gleicher ist nach § 12

$$(104) \quad s = f(t) = q_0 r^{-1} \cdot s.$$

Im Naßzustand hat man nach § 10 die Formeln

$$(105) \quad V(s - s) = S_\delta G T, \quad s = q s = f(t), \quad S_\delta = R_\delta(1 - q_0);$$

$$(106) \quad G_p = V \gamma_i^{(s-\sigma),t} \cdot \delta_p, \quad \Gamma = V \gamma_w^{\sigma,t} = \frac{q}{q_0} \cdot \frac{1 - q_0}{1 - q} G_w,$$

$$\Delta G = \frac{q_0 - q}{q_0(1 - q)} \cdot G_w.$$

Die Gleichung der n -Gleicher ist nach § 12

$$(107) \quad s = f(t) = q s = \frac{q_0(1 - n)}{1 - n q_0} s.$$

§ 17.

Das Zustandsfeld wasserhaltiger Luft. $q_0 = 0,1$. (Rechentafeln VII.)

Beispiel 1. An einem Orte der Erde habe man bei dem Barometerstand $b = s_0 = 800$ mm und $t_0 = +50^\circ\text{C}$ die Spannung des in der Luft vorhandenen Wassergases $\sigma_0 = 80$ mm gefunden.

Man erhält die Grundzahl

$$q_0 = \sigma_0 : s_0 = 0,1.$$

I. Der Feuchtzustand.

Mit $\delta_p = 1$; $\delta_w = 0,625$ und $q_0 = 0,1$ findet man

$$\delta = 1,000 - (1,000 - 0,625) \times 0,1 = \mathbf{0,9625},$$

$$R_\delta = 2,153 : 0,9625 = \mathbf{2,24}.$$

Die Zustandsgleichungen sind also

$$V s = 2,24 G T, \quad \sigma = 0,1 s.$$

Für die Gewichtsgleichungen erhält man aus den Rechentafeln II und III

$$\gamma_p^{(s_0 - \sigma_0)t_0} = \mathbf{1,03}, \quad \gamma_w^{\sigma_0,t_0} = \mathbf{0,072},$$

also ist

$$G_p = 1,03 V \quad \text{und} \quad G_w = 0,072 V \text{ kg}.$$

II. Der Naßzustand.

Man erhält

$$S_{\delta} = R_{\delta}(1 - q_0) = 2,24(1 - 0,1) = \mathbf{2,02},$$

also

$$V(s - \varsigma) = 2,02GT, \quad s = f(t) = qs.$$

In den Rechentafeln VII A bis C wurde das Zustandsfeld von 1 kg der wasserhaltigen Luft dargestellt, es ist also in den Gleichungen $V:G = v$ zu setzen und erhält man die zuerst zur Verwendung kommenden Gleichungen

$$vs = 2,24T \quad \text{und} \quad v(s - \varsigma) = 2,02T.$$

Es sollen die Temperaturen T als Ordinaten, die Spannungen s als Abszissen gewählt werden, man wird also die Funktionen durch v -Gleicher darstellen und dazu diese in der Form

$$T = \frac{v}{2,24}s = 0,446vs \quad \text{und} \quad T = \frac{v}{2,02}(s - \varsigma) = 0,495v(s - \varsigma)$$

zu schreiben haben.

Zuerst handelt es sich um die Grenzlinie. Man kann diese mit der Grundzahl $q_0 = 0,1$ den Rechentafeln VI entnehmen. Man kann aber auch die in § 15 entwickelten Formeln anwenden. Am zweckmäßigsten, was wohl vollständig ausreichen dürfte, verwendet man aber die in § 13, Tabelle 10 stehenden Zahlen. Aus diesen ersieht man, daß die für $q_0 = 0,1$ gültige Grenzlinie bei $s = 10$ mm mit $t = -17,3^\circ$ beginnt. Sie erreicht bei $s = 100$ mm $t = +11,2^\circ$, bei $s = 1000$ mm $t = +51,6^\circ$, bei $s = 10000$ mm $t = 108^\circ$ und bei $s = 100000$ mm $t = 193^\circ$.

Das Zustandsfeld, welches in den Rechentafeln VII entworfen wurde, soll sich auf $s = 100$ bis 1000 mm und $t = -80$ bis $+80^\circ\text{C}$ beschränken. Es gehört in dieses also nur die bei $t = 11,2^\circ$ beginnende und bis $t = 51,6^\circ$ aufsteigende Grenzlinie. Trotzdem wurden in Rechentafel VII A noch die für die Druckbezirke 10 bis 100 mm und 1000 bis 10000 mm gültigen Grenzlinien eingezeichnet, wobei die erstere um eine Mantel nach rechts, die letztere um eine Mantel nach links verschoben werden mußte. Im Feuchtfeld sind die v -Gleicher gerade Linien, welche mit der Ordinatenachse den Winkel 14° bilden. Die Konstruktion der Richtlinie wurde in § 4 besprochen.

Zur Berechnung der Ausgangspunkte vom $+80^\circ$ -Gleicher an dient die Formel

$$s = (2,24 : v)T,$$

welche für $T = 353^\circ$

$$s = 2,24 \times 353 : v = 795 : v$$

ergibt. Nach dieser Formel findet man für das Feuchtfeld bei $t = +80^\circ\text{C}$

<i>v</i> cbm	<i>s</i> mm	<i>v</i> cbm	<i>s</i> mm	<i>v</i> cbm	<i>s</i> mm	<i>v</i> cbm	<i>s</i> mm
7,5	106	4,50	176	2,8	282	1,4	564
7,0	114	4,25	186	2,6	304	1,2	661
6,5	122	4,00	199	2,4	329	1,0	795
6,0	132	3,75	212	2,2	358	0,9	882
5,5	144	3,50	227	2,0	397	0,8	991
5,00	159	3,25	244	1,8	438		
4,75	167	3,00	263	1,6	493		

Im Naßzustand gilt aber die Formel

$$s = (2,02 : v) T + \varsigma.$$

Schreibt man hier

$$s_1 = (2,02 : v) T, \quad s = s_1 + \varsigma,$$

so wird die Funktion s_1 wieder durch gerade Linien dargestellt, welche mit der Ordinatenachse denselben Winkel 14° einschließen, also den v -Gleichern im Feuchtzustand parallel sind. Es wird s so lange gleich s_1 sein, als ς unmerklich klein ist, was zwischen -30 bis -80° der Fall ist. Um also die v -Gleicher der s_1 -Funktion konstruieren zu können, wird man die Ausgangspunkte von $t = -80^\circ \text{C}$ zu berechnen haben. Die Formel ist

$$s_1 = (2,02 \times 193) : v = 390 : v \text{ mm}$$

und diese ergibt

<i>v</i> cbm	<i>s</i> mm	<i>v</i> cbm	<i>s</i> mm	<i>v</i> cbm	<i>s</i> mm	<i>v</i> cbm	<i>s</i> mm
3,75	104	2,60	149	1,60	243	0,8	487
3,50	111	2,40	161	1,40	276	0,7	557
3,25	120	2,20	176	1,20	325	0,6	652
3,00	129	2,00	195	1,00	390	0,5	780
2,80	139	1,80	216	0,9	434	0,4	980

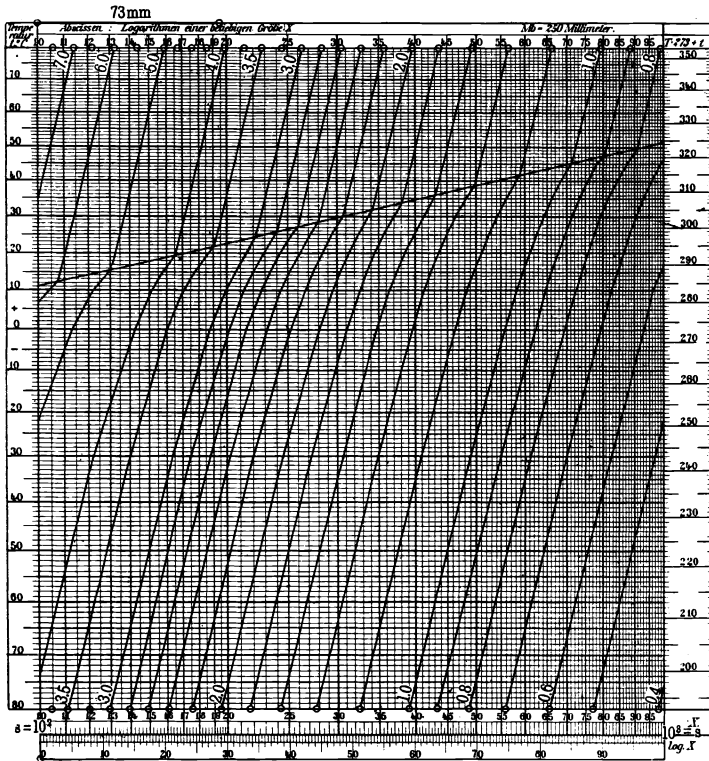
Die auf diese Weise erhaltenen Zahlen wurden nun in Rechentafel VIIA am oberen und am unteren Rande angestochen und so beziffert, wie dies zu dem Druckbezirk $s = 100$ bis 1000 mm gehört.

Es wurden weiter in Rechentafel VIIA einige v -Gleicher der s -Funktion gezogen, was aber nur bis zum Schnitt mit der mittleren Grenzlinie hätte geschehen dürfen. Denkt man sich die Darstellung im Druckbezirk 10 bis 100 mm, so kommt die untere Grenzlinie in Betracht, und dann sind die Bezifferungen der v -Gleicher mit 10 zu multiplizieren. Die obere Grenzlinie gehört zu $s = 10^3$ bis 10^4 mm, die Bezifferung der v -Gleicher ist durch 10 zu dividieren. Man erkennt, daß die v -Gleicher der s_1 -Funktion im Naßfeld gegen die gleichbezifferten v -Gleicher im Feuchtfeld nach links verschoben sind. Diese Verschiebung wird um so größer, je größer die Grundzahl q_0 ist.

Bei $q_0 = 1$ ist $S_\delta = R_\delta(1 - q_0) = 0$, es wird $s = \varsigma$, die Verschiebung ist unendlich groß. Dann ist aber in dem Gemisch gar kein trockenes permanentes Gas, es ist $G_p = 0$. Im Feuchtzustand hat man nur Wassergas, es ist $\delta = \delta_w$ und die Konstante $R_\delta = R : \delta_w = 3,444$.

Rechentafel VII B.

Das Ts -Zustandsfeld von 1 kg wasserhaltiger Luft im Grundzustand.
 $\delta_p = 1,00$ und $q_0 = 0,1$. v cbm-Gleicher. Ordinaten t von -80 bis $+80^\circ$ C.
 Abszissen s von 10^2 bis 10^3 mm.



Wenn der v -Gleicher im Feuchtfeld die Grenzlinie überschreitet, biegt er scharf nach links um und nähert sich dann asymptotisch dem gleichbezeichneten Gleicher der s_1 -Funktion. Bei -30° wird $\varsigma = 0$, $s = s_1$ und geht dann die Kurve in eine gerade Linie über.

Man kann diese Kurve durch deren Sehne, von der Grenzlinie bis zu -30° C, andeuten, wie dies in Rechentafel VII A geschehen ist und in vielen Fällen ausreichen wird. Dort sind die v -Gleicher für $v = 8$ cbm, 2 cbm, 1 cbm und 0,3 cbm durch starke Linien angegeben, und kann man an diesen ablesen.

$v = 8 \text{ cbm}$		$v = 2 \text{ cbm}$		$v = 1 \text{ cbm}$		$v = 0,3 \text{ cbm}$	
s	t	s	t	s	t	s	t
99 mm	+ 80°	397 mm	+ 80°	795 mm	+ 80°	2630 mm	+ 80°
79 "	+ 8°	340 "	+ 32°	710 "	+ 45°	2600 "	+ 73°
61 mm	— 30°	246 mm	— 30°	490 mm	— 30°	1640 mm	— 30°
49 "	— 80°	195 "	— 80°	390 "	— 80°	1290 "	— 80°

Die Ablesungen in den Grenzlinien wurden unterstrichen.

Die Rechentafel VIIA ist die einfachste Form der Darstellung des Zustandsfeldes, sie wird aber in vielen Fällen schon genügen. Man kann sich dann statt der Sehnen die Kurven der v -Gleicher hineingezogen denken und wird aus dem Abstand der durch die s_1 -Funktion gegebenen Geraden von den durch die s -Funktion gegebenen Parallelen wenigstens abzuschätzen vermögen, wie groß die Verschiebungen höchstens werden können. Jedenfalls gewährt diese Rechentafel den Vorteil, daß man mehrere Druckbezirke auf einem Mantissenfeld darstellen kann, und daß das Arbeitsquantum sehr gering ist.

In der Tabelle 13 findet man die Zahlen, welche zur Herstellung der Rechentafel VII B nötig waren.

Tabelle 13.

Die Koordinaten der v -Gleicher im Naßzustand für $s = 10^2$ bis 10^3 mm.

v cbm	Die Spannungen s mm für $t^0 \text{ C} =$									
	50	45	40	35	30	25	20	15	10	0
0,6	—	—	—	—	—	—	—	991	969	935
0,7	1028	992	960	932	907	884	868	843	829	795
0,8	—	877	845	817	797	774	758	738	724	695
0,9	—	782	760	737	717	699	680	663	647	622
1,0	—	—	687	664	644	626	613	596	581	558
1,2	—	—	—	562	542	525	512	498	486	465
1,4	—	—	—	483	466	451	438	425	414	396
1,6	—	—	—	—	414	399	387	375	365	348
1,8	—	—	—	—	372	358	346	336	326	311
2,0	—	—	—	—	338	325	314	304	295	281
2,2	—	—	—	—	—	295	284	275	266	253
2,4	—	—	—	—	—	272	262	252	244	232
2,6	—	—	—	—	—	254	244	235	227	216
2,8	—	—	—	—	—	—	229	220	213	202
3,0	—	—	—	—	—	—	215	206	199	188
3,5	—	—	—	—	—	—	—	178	171	162
4,0	—	—	—	—	—	—	—	158	151	143
5,0	—	—	—	—	—	—	—	—	121	113
$s \text{ mm} =$	93	72	55	42	32	24	18	13	9	5

Dieselben wurden folgendermaßen erhalten:

An den die Funktion s_1 darstellenden v -Gleichern wurden für bestimmte Temperaturen die Spannungen abgelesen und zu diesen die durch $t^\circ\text{C}$ gegebenen Dampfspannungen s addiert. So fand man z. B. mit $v = 0,7$ cbm und $t = 45^\circ\text{C}$ $s_1 = 920$ mm und erhielt $s = s_1 + s = 920 + 72 = 992$ mm, welcher Wert in der Tabelle steht.

Beispiele über die Verwendbarkeit der Rechentafel VII B finden sich weiter hinten. Die Vollständigkeit erfordert aber erst die Konstruktion der Rechentafel VII C, welche die Sättigungsgrade r im Feuchtfeld und die Nässegrade n im Naßfeld durch r -Gleicher und n -Gleicher zur Darstellung bringt.

Da diese fast genau gerade Linien sind, konnten sie unterbrochen gezeichnet und der Zwischenraum mit der zu § 22 gehörigen Abb. 2 ausgefüllt werden.

Der Sättigungsgrad r im Feuchtfeld.

Da bei $t_0 = 50^\circ\text{C}$ die Spannung $\sigma_0 = 80$ mm ist, ergibt sich $s_0 = 92,5$ mm und somit $r_0 = 80 : 92,5 = 0,865$ oder 86,5 Proz. und der Taupunkt $\vartheta_0 = 47,1^\circ\text{C}$.

Da weiter $q_0 = 0,1$ ist, erhält man als Gleichung für die r -Gleicher

$$s = f(t) = \frac{0,1}{r} s.$$

Diese Formel ergibt die folgende Rechnung

$r = 0,9$	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1
$0,1:r = 0,111$	0,125	0,143	0,167	0,200	0,250	0,333	0,500	1,000
$s = 100$ mm								
s mm = 11,1	12,5	14,3	16,7	20,0	25,0	33,3	50,0	100
$t^\circ\text{C} = 12,8$	14,6	16,7	19,2	22,1	25,9	30,8	38,1	51,6
$s = 1000$ mm								
s mm = 111	125	143	167	200	250	333	500	1000
$t^\circ\text{C} = 53,7$	56,2	59,1	62,4	66,4	71,6	78,4	—	—

Diese Zahlen ergeben also die Schnitte der r -Gleicher mit den s -Gleichern für $s = 100$ mm und 1000 mm.

* Für $r = 0,2$ und $0,1$ mußten noch die Schnitte mit dem 80° -Gleicher nach der Formel

$$s = \frac{r}{0,1} s = \frac{r}{0,1} f(80^\circ) = 3550 r$$

berechnet werden, was $s = 710$ mm für $r = 0,2$ und $s = 355$ mm für $r = 0,1$ ergab.

Die Gewichtsgleichungen.

Es wurde bereits gefunden, als die Gewichte in V cbm

$$G_p = V \gamma_p^{(s_0 - s_0), t_0} = 1,030 V \text{ kg}$$

$$G_w = V \gamma_w^{s_0, t_0} = 0,072 V \text{ „}$$

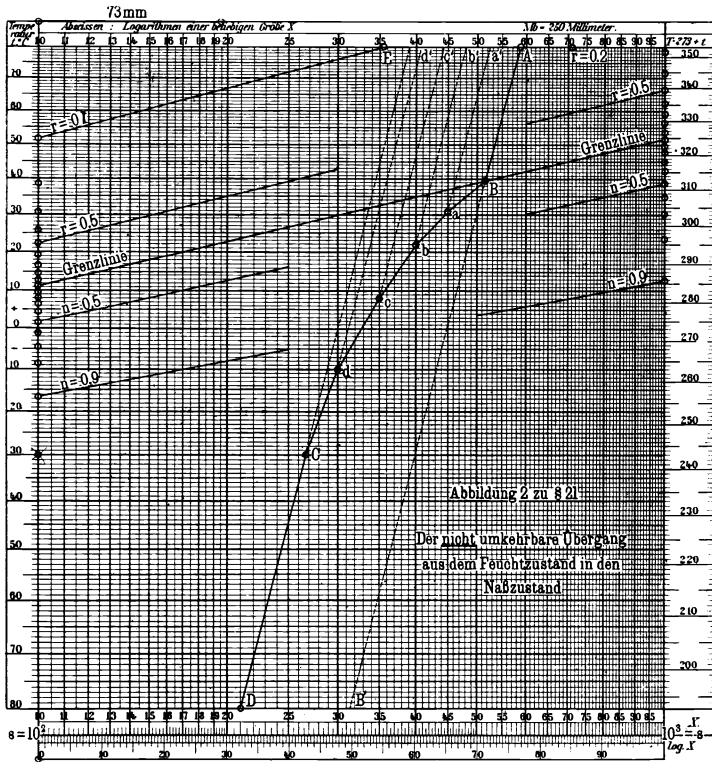
$$G = G_p + G_w = 1,102 V \text{ „}$$

Rechentafel VIII.

Das T - s -Zustandsfeld von 1 kg wasserhaltiger Luft im Grundzustand.

$\delta_p = 1,00$ und $q_0 = 0,1$. r -Gleicher und n -Gleicher.

Ordinaten $t = -80$ bis $+80^\circ \text{C}$. Abszissen $s = 10^2$ bis 10^3 mm.



Demnach wiegt 1 cbm des Gemisches 1,102 kg und hat 1 kg des Gemisches das Volumen

$$v_0 = 1 : 1,102 = 0,907 \text{ cbm}$$

bei $s_0 = 800$ mm und $t_0 = +50^\circ \text{C}$, sowie $\sigma_0 = 80$ mm.

In diesen $v_0 = 0,907$ cbm sind enthalten

$$G_p = 1,03 \times 0,907 = 0,935 \text{ kg trockene Luft,}$$

$$G_w = 0,072 \times 0,907 = 0,065 \text{ „ Wasser,}$$

$$G = 1,000 \text{ kg.}$$

Die Formel (103) ergibt $G_w = 0,1 \times 0,625 : 0,9625 = 0,0645$ kg.

Der Nässegrad n im Naßfeld.

Die Rechentafel V gestattet, mit q_0 und n den zugehörigen Wert von $q = \zeta : s$ zu finden. Man kann an dem $q_0 = 0,1$ -Gleicher in dieser Rechentafel ablesen:

$n = 0,1$	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
$q = 0,091$	0,082	0,072	0,063	0,052	0,042	0,032	0,022	0,011

Dann erhält man nach der Formel (107)

$$\zeta = f(t) = q s$$

für $s = 100$ mm

$n = 0,1$	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
s mm = 9,1	8,2	7,2	6,3	5,2	4,2	3,2	2,2	1,1
t° C = +9,8	+8,3	+6,4	+4,5	+1,8	-1,0	-4,3	-8,6	-16,3

und für $s = 1000$ mm

s mm = 91	82	72	63	52	42	32	22	11
t° C = +49,6	+47,6	+45,0	+42,5	+38,8	+34,9	+30,1	+23,7	+12,7

Da aus § 15 hervorgeht, daß die r -Gleicher und n -Gleicher wie die Grenzlinien nahezu gerade Linien und alle nahezu parallel sind, wurden die Schnittpunkte derselben mit dem $s = 100$ mm- und $s = 1000$ mm-Gleicher in die Rechentafel VIIC eingetragen und durch gerade Linien verbunden.

Man kann natürlich die Rechentafeln VIIB und VIIC auf einem Blatt zeichnen, erhält aber dann so viel Linien, daß die praktische Anwendung dadurch sehr erschwert werden würde.

Wie man sieht, kommen die folgenden acht Größen in den Gleichungen vor

$$q_0, t, s, v, r, n, \sigma \text{ und } \zeta.$$

Die Grundzahl q_0 muß als eine Konstante betrachtet werden, da von ihr der Grundzustand des Gemisches abhängt. Sonach bleiben noch sieben Variable übrig.

Rechentafel VIIB gibt die Beziehungen zwischen v, t und s .

In der Rechentafel VIIC erhält man im

Feuchtfeld	die Beziehungen zwischen t, s und r ,
Naßfeld	„ „ „ „ t, s und n .

Zu diesen drei Gleichungen kommen noch³

$$\sigma = q_0 s \text{ und } \zeta = f(t).$$

Das sind also fünf Gleichungen zwischen sieben Variablen, man wird sonach, wenn zwei derselben gegeben sind, die anderen fünf ermitteln können.

Man könnte, um alle Einzelheiten des Zustandsfeldes zur Darstellung zu bringen, noch die Beziehungen zwischen t, s und σ im Feuchtfeld und t, s und ζ im Naßfeld konstruieren.

Im Feuchtfeld sind die σ -Gleicher gerade Linien parallel zur Ordinatenachse, da σ nur eine Funktion von s ist, im Naßfeld aber die ζ -Gleicher gerade Linien parallel zur Abszissenachse. Beide schneiden sich in der Grenzlinie senkrecht.

Die Zustandsänderungen können natürlich in jeder beliebigen Weise vor sich gehen, es werden aber, um die Anwendbarkeit der Darstellungen des Zustandsfeldes zu zeigen, drei besonders einfache Fälle ausreichen.

1. Zustandsänderungen bei dem konstanten Volumen 1 cbm.

$t^{\circ}\text{C}$	s mm	r	n	σ	ζ	$\sigma : \zeta$
80	795	0,25	—	79,5	355	0,23
70	773	0,34	—	77,3	224	0,35
60	750	0,51	—	75,0	149	0,50
50	730	0,80	—	73,0	92,5	0,79
45,0	718	1,00	0,00	71,8	71,8	1,00
40	685	—	0,21	—	55,3	—
30	643	—	0,53	—	31,8	—
20	610	—	0,73	—	17,5	—
10	582	—	0,86	—	9,2	—
0	558	—	> 0,9	—	4,6	—
-20	512	—	—	—	0,8	—
-40	472	—	—	—	0,0	—
-60	430	—	—	—	—	—
-80	390	—	—	—	—	—

2. Zustandsänderung bei dem konstanten Druck 300 mm.

$t^{\circ}\text{C}$	V cbm	r	n	σ	ζ	$\sigma : \zeta$
74,8	2,6	0,11	—	30,0	28,7	0,10
48,0	2,4	0,38	—	30,0	83,7	0,36
29,0	2,25	1,00	0,00	30,0	30,0	—
27,0	2,2	—	0,15	—	—	—
12,0	2,0	—	0,70	—	—	—
- 8,0	1,8	—	> 0,90	—	—	—
-34,5	1,6	—	—	—	—	—
-63,0	1,4	—	—	—	—	—

Im ersten Beispiel wurden die Werte für t und s an dem $v = 1$ -Gleicher in Rechentafel VII B abgelesen, im zweiten t und v längs des vertikalen $s = 300$ mm-Gleichers und im letzten v und s längs des horizontalen $t = + 30^{\circ}\text{C}$ -Gleichers. So waren stets t und s bekannt und konnten mit diesen aus Rechentafel VII C die Größen r und n bestimmt werden. $\sigma = 0,1 s$ ergab diese Formel und ζ die Spannungstabelle, man hätte auch Rechentafel IV hierzu verwenden

3. Zustandsänderung bei der konstanten Temperatur + 30° C.

v cbm	s mm	r	n	σ	ζ	$\sigma:\zeta$
6,0	114	0,36	—	11,4	31,8	0,36
5,0	137	0,44	—	13,7	31,8	0,43
4,0	171	0,56	—	17,1	31,8	0,54
3,0	228	0,74	—	22,8	31,8	0,72
2,8	243	0,80	—	24,3	31,8	0,77
2,6	262	0,85	—	26,2	31,8	0,83
2,4	283	0,92	—	28,3	31,8	0,89
2,2	308	0,98	—	30,8	31,8	0,97
2,15	318	1,00	0,00	31,8	31,8	1,00
2,0	338	—	0,10	—	31,8	—
1,8	370	—	0,19	—	31,8	—
1,6	413	—	0,27	—	31,8	—
1,4	466	—	0,35	—	31,8	—
1,2	542	—	0,44	—	31,8	—
1,0	644	—	0,54	—	31,8	—
0,9	715	—	0,58	—	31,8	—
0,8	795	—	0,62	—	31,8	—
0,7	910	—	0,68	—	31,8	—

können. Die Zahlen unter $\sigma:\zeta$ lehren, daß r aus der graphischen Darstellung genügend genau entnommen werden kann.

Die Ablesungen in der Grenzlinie wurden zwischen horizontale Striche gestellt.

§ 18.

Das Zustandsfeld eines stark wasserhaltigen und sehr schweren Gases.

$$\delta_p = 1,525, \quad q_0 = 0,5. \quad (\text{Rechentafel VIII.})$$

Beispiel 2. 1 cbm eines Gases von der Dichte $\delta_p = 1,525$ enthält bei $s_0 = 200$ mm und $t_0 = + 70^\circ \text{C}$ 0,085 kg Wasser.

In dem Gemisch ist 1 cbm Wassergas oder auch Wasserdampf enthalten. Wenn dessen Dichte zu $\delta_w = 0,625$ angenommen werden darf, so ergibt sich aus der Rechentafel III mit $\gamma_w = 85$ g und $t_0 = + 70^\circ \text{C}$

$$\sigma_0 = 100 \text{ mm.}$$

Dann ist

$$q_0 = \sigma_0 : s_0 = 0,5.$$

Da $s_0 = 234$ mm ist, folgt $r_0 = 100:234 = 0,427$, das Gemisch ist also im Feuchtzustand und es darf $\delta_w = 0,625$ angenommen werden. Man erhält die Dichte des Gemisches

$$\delta = \delta_p - (\delta_p - \delta_w)q_0 = 1,525 - (1,525 - 0,625) \times 0,5 = 1,075$$

und damit

$$R_\delta = R : \delta = 2,002 \quad \text{und} \quad S_\delta = R_\delta (1 - q_0) = 1,001.$$

Die Zustandsgleichungen eines Kilogramms des Gemisches sind also

$$v \cdot s = 2,002 T, \quad v(s - s_1) = 1,001 T, \quad v s_1 = 1,001 T.$$

Die Schnitte der v -Gleicher mit dem $+ 80^\circ$ -Gleicher ergeben sich aus

$$s = 2,002 \times 353 : v$$

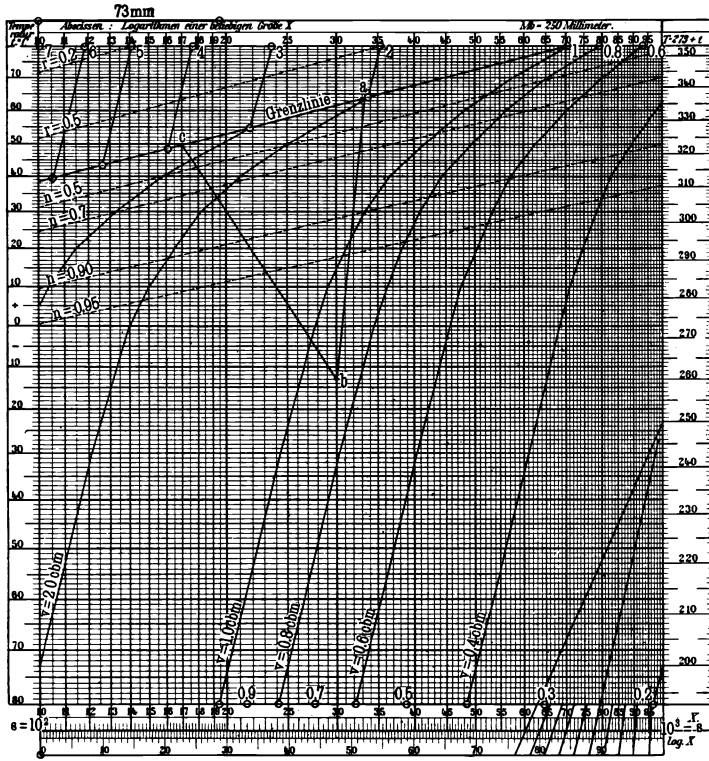
$v = 1$	1,5	2	3	4	5	6	7 cbm
$s = 707$	471	353	236	177	141	118	101 mm

Rechentafel VIII.

Das T - s -Zustandsfeld eines stark wasserhaltigen schweren Gases im Grundzustand.

$\delta_p = 1,525$. $q_0 = 0,5$. v -Gleicher, r -Gleicher und n -Gleicher.

Ordinaten t von $- 80$ bis $+ 80^\circ$ C. Abszissen $s = 10^2$ bis 10^3 mm.



und die Schnitte mit dem $- 80^\circ$ -Gleicher aus

$$s_1 = 1,001 \times 193 : v$$

$v = 0,2$	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0	1,5 cbm
$s_1 = 965$	643	482	388	321	275	241	214	193	128 mm

In Rechentafel VIII wurde wieder der Teil des Zustandsfeldes dargestellt, welcher zwischen $s = 10^2$ bis 10^3 mm liegt.

Nach den Tabellen 9 und 10 in § 13 und Rechentafel VI beginnt die Grenzkurve im Punkte $s = 100$ mm, $t = +38,2^\circ$ C und schneidet den oberen Rand im Punkte $s = 710$ mm, $t = +80^\circ$ C.

Es wurden die v -Gleicher im Feuchtfeld und die v -Gleicher der s_1 -Funktion im Naßfeld, wie in § 17, gezogen. Dann wurden wieder die Größen s_1 bei bestimmten Temperaturen abgelesen und die zu diesen gehörigen s hinzugefügt, was die Zahlen in Tabelle 14 lieferte.

Tabelle 14.

Die Koordinaten der v -Gleicher im Naßzustand. $s = 10^2$ bis 10^3 mm.

t° C	s mm	Die Spannungen s mm für v cbm =						
		3,0	2,0	1,5	1,0	0,8	0,6	0,4
80	355	—	—	—	705	791	935	—
70	234	—	—	—	574	659	798	—
60	149	—	313	368	479	561	699	971
50	93	200	252	305	414	493	625	893
40	55	158	210	261	366	444	571	829
30	32	132	182	232	333	409	532	782
20	18	115	164	210	309	382	502	743
10	9	103	150	196	291	361	477	709
0	5	96	140	185	277	345	456	681

Die große Grundzahl $q_0 = 0,5$ bewirkt eine starke Verschiebung der v -Gleicher nach dem Durchgang durch die Grenzlinie.

Der Feuchtigkeitsgrad r .

Da nur ein kleiner Teil des Feuchtfeldes auf der Zeichnung erscheint, wurden nur die Gleicher für $r = 0,5$ und $0,2$ angegeben.

Wie in § 17 finden sich die Schnitte mit dem $s = 100$ mm-Gleicher für $r = 0,5$ bei $t = 51,6^\circ$ und für $r = 0,2$ bei $t = 71,6^\circ$ C, dagegen mit dem $t = +80^\circ$ -Gleicher für $r = 0,5$ bei $s = 355$ und für $r = 0,2$ bei $s = 142$ mm.

Die Gewichtsgleichungen.

Das Gewicht des in 1 cbm enthaltenen Wassergases ist zu $G_w = \gamma_w = 0,085$ kg gegeben. Das Gewicht des trockenen Gases ist

$$G_p = \gamma_p = \gamma \cdot (s_0 - s_0) \cdot t_0 \cdot \delta_p = 0,136 \times 1,525 = \mathbf{0,207} \text{ kg (Rechentafel II).}$$

Es ist also das Gewicht eines Kubikmeters des feuchten Gases

$$G = G_w + G_p = 0,085 + 0,207 = \mathbf{0,292} \text{ kg.}$$

Daraus ergibt sich das Volumen v_0 eines Kilogramms des feuchten Gases

$$v_0 = 1 : 0,292 = \mathbf{3,425} \text{ cbm}$$

und in diesem sind enthalten

$$\begin{aligned} G_p &= v_0 \gamma_p = 3,425 \times 0,207 = 0,709 \text{ kg trockenes Gas,} \\ G_w &= v_0 \gamma_w = 3,425 \times 0,085 = 0,291 \text{ kg Wassergas,} \\ G &= G_p + G_w = 1,000 \text{ kg.} \end{aligned}$$

Die Formel (44), § 9 oder (103) ergibt $G_w = 0,297 G$ kg, was genügend übereinstimmt.

Der Nässegrad n im Naßzustand.

An dem $q_0 = 0,5$ -Gleicher liest man in Rechentafel V ab

$$\begin{array}{l} n = \parallel 0,1 \mid 0,2 \mid 0,3 \mid 0,4 \mid 0,5 \mid 0,6 \mid 0,7 \mid 0,8 \mid 0,9 \mid 0,95 \\ q = \parallel 0,475 \mid 0,445 \mid 0,415 \mid 0,375 \mid 0,335 \mid 0,286 \mid 0,233 \mid 0,168 \mid 0,091 \mid 0,048 \end{array}$$

und erhält damit die Schnitte der n -Gleicher mit

dem $s = 100$ mm-Gleicher

$$t^{\circ} \text{C} = \parallel 37,2 \mid 36,0 \mid 34,7 \mid 32,9 \mid 30,9 \mid 28,2 \mid 24,7 \mid 19,3 \mid 9,8 \mid 0,6$$

dem $s = 1000$ mm-Gleicher

$$t^{\circ} \text{C} = \parallel - \mid - \mid - \mid - \mid 78,6 \mid 74,7 \mid 70,0 \mid 62,5 \mid 49,7 \mid 37,3$$

dem $t = 80^{\circ}$ -Gleicher

$$s \text{ mm} = \parallel 747 \mid 798 \mid 855 \mid 947 \mid - \mid - \mid - \mid - \mid - \mid -$$

Im Feuchtzustand ist $\sigma = 0,5 s$ mm, im Naßzustand $\varsigma = f(t)$ und das Gewicht des kondensierten Wassers ist

$$\Delta G = G_w \cdot n = 0,291 n \text{ kg.}$$

§ 19.

Das Zustandsfeld eines schwach wasserhaltigen und sehr leichten Gases.

$$\delta_p = 0,065, \quad q_0 = 0,03. \quad (\text{Rechentafel IX.})$$

Beispiel 3. Ein feuchtes Gas von der Dichte $\delta_p = 0,065$ hat bei $s_0 = 8000$ mm und $t_0 = 80^{\circ} \text{C}$ die relative Feuchtigkeit 67,6 Proz.

Man erhält $s_0 = 355$ mm, also $\sigma_0 = 0,676 \times 355 = 240$ mm und somit

$$\text{die Grundzahl } q_0 = 240 : 800 = 0,03.$$

Damit findet man weiter

$$\delta = \delta_p - (\delta_p - \delta_w) q_0 = 0,065 - (0,065 - 0,625) \times 0,03 = 0,082,$$

$$R_\delta = R : \delta = 2,153 : 0,082 = 26,25,$$

$$S_\delta = R_\delta (1 - q_0) = 26,25 \times 0,97 = 25,47$$

und sonach die Zustandsgleichungen

$$Vs = 26,25 GT \quad \text{und} \quad V(s - \varsigma) = 25,47 GT.$$

Die Schnitte der v -Gleicher mit $+80^\circ$ -Gleicher ergibt die Formel

$$s = 26,25 \times 353 : v = 9268 : v$$

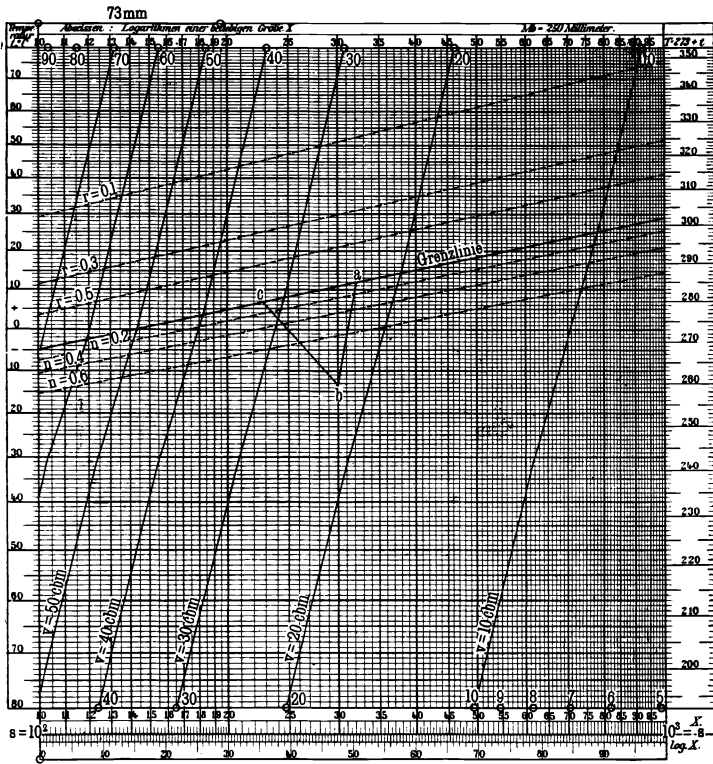
zu

v cbm =	10	15	20	30	40	50	60	70	80	90
s mm =	927	618	463	309	232	185	155	132	116	103

Rechentafel IX.

Das Ts -Zustandsfeld eines schwach wasserhaltigen sehr leichten Gases im Grundzustand. $\delta_p = 0,065$ und $q_0 = 0,03$. v -Gleicher, r -Gleicher und n -Gleicher.

Ordinaten $t = -80$ bis $+80^\circ$ C. Abszissen $s = 10^2$ bis 10^3 mm.



und die Schnitte der v -Gleicher der s_1 -Funktion mit dem -80° -Gleicher

$$s_1 = 25,47 \times 193 : v = 4916 : v$$

v cbm =	5	6	7	8	9	10	15	20	30	40
s_1 mm =	983	820	702	614	547	492	328	246	165	123

In Rechentafel IX wurde das Zustandsfeld dieses wasserhaltigen Gases im Druckbezirk $s = 10^2$ bis 10^3 mm dargestellt. Nach Tabelle 10, § 13 steigt die Grenzlinie von $t = -5^\circ$ C bis $t = +29^\circ$ C an. Da q_0 sehr klein ist, ergibt sich die Verschiebung der v -Gleicher beim Übertritt aus dem Feuchtfeld in das Naßfeld so klein, daß die Schnitte mit der

Grenzlinie mit den bei -30°C liegenden Punkten der gleichbezeichneten Gleicher der s_1 -Funktion geradlinig verbunden wurden. Die Abweichung der v -Gleicher von geraden Linien ist im ganzen Zustandsfeld kaum merklich.

Der Feuchtigkeitsgrad r .

In derselben Weise wie in den zwei vorstehenden Beispielen erhält man für die Schnitte der r -Gleicher mit den s -Gleichern

r	=	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
		$s = 100 \text{ mm}$								
$^{\circ}\text{C}$	=	+29,0	+17,5	+11,3	+7,0	+3,8	+1,2	-0,8	-2,4	-3,8
		$s = 1000 \text{ mm}$								
$^{\circ}\text{C}$	=	+75,9	+60,1	+51,6	+45,8	+41,5	+38,1	+35,3	+32,9	+30,8

In Rechentafel IX wurden nur die Gleicher für 0,1 bis mit 0,5 eingezeichnet.

Die Gewichtsgleichungen.

Die Rechentafeln II und III ergeben folgende Gewichte der in 1 cbm des feuchten Gases enthaltenen Teile:

$$\begin{aligned} \gamma_p^{(s_0 - s_0) t_0} &= \delta_p \cdot \gamma_i^{(s_0 - s_0) t_0} = 0,065 \times 10,2 = 0,663 \text{ kg}, \\ \gamma_w^{s_0 t_0} \dots &\dots \dots \dots = 0,199 \text{ kg}. \end{aligned}$$

Sonach wiegt 1 cbm des feuchten Gases $\gamma_p + \gamma_w = 0,862 \text{ kg}$ und das Volumen von 1 kg ist $v_0 = 1 : 0,862 = 1,16 \text{ cbm}$.

Es ergibt dies

$$\begin{aligned} G_p &= v_0 \gamma_p^{(s_0 - s_0) t_0} = 1,16 \times 0,663 = 0,769 \text{ kg}, \\ G_w &= v_0 \gamma_w^{s_0 t_0} = 1,16 \times 0,199 = 0,231 \text{ kg}, \\ G &= G_p + G_w = \dots = 1,000 \text{ kg}. \end{aligned}$$

Die Formel (44), § 9 oder (103) ergibt $G_w = 0,229 G$, was gut stimmt.

Der Nässegrad n .

In Rechentafel V kann man bis $q = 0,6$ längs des Gleichers $q_0 = 0,03$ ablesen und erhält dann nach Formel (70)

n	=	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	0,95
q	=	0,0273	0,0242	0,0214	0,0184	0,0152	0,0122	0,0092	0,0062	0,0038	0,0016

Hieraus findet man für die Schnitte mit dem Gleicher $s = 100 \text{ mm}$
 $^{\circ}\text{C} = -6,1 \quad -7,5 \quad -8,9 \quad -10,6 \quad -12,7 \quad -15,2 \quad -18,2 \quad -22,3 \quad -27,1 \quad -35$
 und mit dem Gleicher $s = 1000 \text{ mm}$

$^{\circ}\text{C}$	=	+27,4	+25,3	+23,3	+20,8	+17,7	+14,3	+10,0	+4,2	-2,2	-12,2.
--------------------	---	-------	-------	-------	-------	-------	-------	-------	------	------	--------

Für ΔG erhält man die Gleichung $\Delta G = 0,231 n \text{ kg}$ und für σ im Feuchtfeld $\sigma = 0,03 s \text{ mm}$.

Die Tafeln VIII und IX werden in den §§ 53 und 54 angewendet werden. Dort werden auch der Transversalmaßstab auf Tafel VIII und die mit abc bezeichneten Dreiecke auf beiden Tafeln zur Sprache kommen.

§ 20.

Berücksichtigung des Volumens des im Naßzustand ausgeschiedenen Wassers oder Eises.

Das Volumen des ausgeschiedenen Wassers ist

$$10^{-3} \Delta G \text{ cbm.}$$

Wenn also $V \text{ cbm}$ das Volumen der $G \text{ kg}$ Gemisch von trockenem Gas, Wasserdampf und Wasser beziehentlich Eis ist und man mit V_1 das Volumen des trockenen Gases bezeichnet, so wird

$$(108) \quad V_1 = V - 10^{-3} \Delta G$$

sein.

In den Entwicklungen des § 10 kann man dann überall V_1 statt V schreiben und erhält nach (108)

$$(109) \quad V_1(s - s) = (V - 10^{-3} \Delta G)(s - s) = S_\delta G T, \quad s = f(t).$$

Hieraus ergibt sich für $G = 1 \text{ kg}$

$$(110) \quad s = S_\delta \frac{T}{v} + s + S_\delta \frac{T}{v} \cdot 10^{-3} \frac{\Delta G}{v}.$$

Schreibt man

$$(111) \quad s_1 = S_\delta \frac{T}{v},$$

$$s_2 = 10^{-3} S_\delta \frac{T \Delta G}{v^2} = 10^{-3} G_w S_\delta \frac{n T}{v^2} = 10^{-3} G_w s_1 \frac{n}{v},$$

so erhält man

$$(112) \quad s = s_1 + s_2 + s.$$

Die Formel $s = s_1 + s$ war in den §§ 17 bis 19 vielfach zur Bestimmung der Form der v -Gleicher zwischen der Grenzlinie und $t = -30^\circ \text{ C}$ verwendet worden. Es tritt hier noch die s_2 -Funktion hinzu und man wird stets untersuchen müssen, ob diese einen bemerkenswerten Einfluß auf die Form der Kurve haben kann. Aus den Formeln ist zu ersehen, daß s_2 um so größer wird, je größer G_w , n und s_1 und je kleiner v sind.

Im ersten Beispiel (§ 17) wurden in 1 kg Gemisch gefunden

$$G_w = 65 \times 10^{-3} \text{ kg}; \quad s_1 = 920 \text{ mm} \quad \text{bei } t = +45^\circ \text{ C}$$

und $v = 0,7 \text{ cbm}$.

Dies ergibt also nach (111)

$$s_2 = 65 \times 10^{-6} \times 920 \times \frac{n}{0,7} = 0,0854 n \text{ mm.}$$

Im zweiten Beispiel (§ 18) war $G_w = 0,291 \text{ kg}$ und es fand sich $s_1 = 822 \text{ mm}$ bei $v = 0,4 \text{ cbm}$ und $t = 60^\circ \text{ C}$. Hier ist

$$s_2 = 10^{-3} \times 0,291 \times \frac{822}{0,4} n = 0,6 n \text{ mm.}$$

Sonach hat man im ersten Beispiel

$$s = s_1 + s_2 + s = 920 + 0,0854 n + 72 \text{ mm}$$

und im zweiten Beispiel

$$s = 822 + 0,6 n + 149 \text{ mm.}$$

Da die Fälle herausgesucht worden waren, bei denen die s_2 den größt-denkbaren Werten möglichst nahe kommen, ergibt sich, daß der Einfluß des Volumens des ausgeschiedenen Wassers oder Eises in den graphischen Darstellungen selbst bei $n = 1$ verschwindet.

§ 21.

Der nicht umkehrbare Übergang aus dem Feuchtzustand in den Naßzustand.

In Rechentafel VII C wurde der v -Gleicher eines wasserhaltigen Gases in stark übertriebener Form, wie diese durch eine große Grundzahl q_0 bedingt sein würde, dargestellt. Die Zeichnung ist also rein schematisch und bezieht sich nicht auf $q_0 = 0,1$. Von A bis B herrscht der Feuchtzustand, in B wird die Grenzkurve geschnitten, es tritt der Naßzustand ein, und der v -Gleicher biegt sich stark nach links um. Die Strecke BC des v -Gleichers ist eine Kurve, erst von C an geht dieselbe in eine Gerade über und es ist DCE parallel zu ABB' .

Bleibt das ausgeschiedene Wasser im Gasraum, und tritt wieder Erwärmung ein, so wird dieses verdunsten, und es wird die Rückkehr zum Feuchtzustand längs derselben Linie erfolgen.

Ist aber alles Wasser ausgeschieden, befindet sich also nur noch das trockene Gas in dem Raume, so erlangt der v -Gleicher die Gestalt der geraden Linie DCE . Wird sofort bei Beginn der Kondensation das ausgeschiedene Wasser entfernt, so bleibt das Gas im Grenzzustand, die Grundzahl q_0 wird kleiner und dies ist mit der entsprechenden Senkung der Grenzlinie verbunden. Bei fortschreitender Abkühlung behält der v -Gleicher seine Form, sowie aber wieder eine Erwärmung eintritt, wird der v -Gleicher zu einer Geraden, welche den Geraden ABB' und ECD parallel ist.

Wird also z. B. bei $t = +30^\circ\text{C}$ die Abkühlung unterbrochen, so geht der v -Gleicher in die Gerade aa_1 über. Tritt dann wieder Abkühlung ein, so senkt sich der v -Gleicher wieder geradlinig bis zu a , biegt dann aber wieder nach links ab und verläuft in der Kurve $abcdC$. Das gleiche findet statt, wenn die Abkühlung in den Punkten b , c und d unterbrochen wird, vor der Erwärmung aber alles kondensierte Wasser entfernt worden war. Es kommt dann jedesmal das Gas in einen anderen Grundzustand mit kleinerer Grundzahl.

Sollte Übersättigung eintreten, so würde das Gas sich längs der Geraden ABB' abkühlen.

Fünftes Kapitel.

Trockene und wasserhaltige Gasgemische.

A. Das Zustandsfeld eines trockenen Gasgemisches.

§ 22.

Zustandsgleichungen. Die Dichte δ_p des Gemisches. Gewichtsteilige Zusammensetzung g_m . Druckteilige Zusammensetzung ε_m .

Es wird angenommen, daß ein jedes der Gase in einer Mischung innerhalb der vorkommenden Temperatur- und Druckgrenzen ein Gas bleibt, also den Gesetzen von Mariotte-Boyle und Gay Lussac praktisch genau folgt. Das heißt also, für ein jedes dieser Gase gilt (nach § 3) die Zustandsgleichung

$$(113) \quad Vs\delta = RGT,$$

worin G kg das Gewicht von V cbm eines Gases bei der Spannung s mm Quecksilbersäule und der absoluten Temperatur $T = 273 + t^\circ\text{C}$, δ die auf atmosphärische Luft bezogene Dichte des Gases und $R = 2,153$ die Luftkonstante sind.

Werden die G kg dieses Gases aus dem durch die Zustandsgrößen V_1 , s_1 und T_1 bestimmten Zustand in den Zustand V_2 , s_2 und T_2 gebracht, so muß nach § 3 sein

$$(114) \quad V_1 s_1 T_2 = V_2 s_2 T_1.$$

Es sollen nun in einem Raume sich n Gase befinden, deren Gewichte $G_1, G_2, \dots, G_m, \dots, G_n$ kg sind.

Das Gesamtgewicht ist dann

$$(115) \quad G = G_1 + G_2 + \dots + G_m + \dots + G_n = [G_m]_1^n \text{ kg.}$$

Setzt man

$$(116) \quad g_m = G_m : G,$$

so gibt g_m an, wieviel Kilogramm des m -ten Gases in 1 kg des Gemisches vorhanden sind, es wird also durch die Gewichte

$$g_1, g_2, \dots, g_m, \dots, g_n$$

die gewichtsteilige Zusammensetzung des Gasgemisches dargestellt und es muß sein

$$(117) \quad g_1 + g_2 + \dots + g_m + \dots + g_n = [g_m]_1^n = 1.$$

Die Dichten der Mischteile sollen bezeichnet werden mit

$$\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_m, \dots, \delta_n$$

und es soll δ_p die Dichte des Gemisches sein.

Alle Mischteile haben die gemeinsame Temperatur T . Da jedes Gas sich so verhält, als wenn es allein vorhanden wäre, haben sie auch alle dasselbe Volumen V . Dagegen sind die Spannungen der Mischteile im allgemeinen verschieden. Werden diese mit

$$s_1, s_2, \dots, s_m, \dots, s_n$$

bezeichnet, so ist der Gesamtdruck des Gemisches

$$(118) \quad s = s_1 + s_2 + \dots + s_m + \dots + s_n = [s_m]_1^n,$$

und man wird auch von einer druckteiligen Zusammensetzung sprechen können, wenn man

$$(119) \quad \varepsilon_m = s_m : s$$

einführt, was

$$(120) \quad \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \dots + \varepsilon_m + \dots + \varepsilon_n = [\varepsilon_m]_1^n = 1$$

ergibt.

Für jeden der n Mischteile gilt die Zustandsgleichung von der Form (113), man wird also die n Gleichungen erhalten

$$\begin{aligned} V \cdot s_1 \cdot \delta_1 &= R \cdot G_1 \cdot T, \\ V \cdot s_2 \cdot \delta_2 &= R \cdot G_2 \cdot T, \\ &\dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ V \cdot s_m \cdot \delta_m &= R \cdot G_m \cdot T, \\ &\dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ V \cdot s_n \cdot \delta_n &= R \cdot G_n \cdot T. \end{aligned}$$

Die Addition derselben ergibt

$$(121) \quad V [s_m \cdot \delta_m]_1^n = R [G_m]_1^n \cdot T = R G T.$$

Hierfür kann man aber nach (119) auch schreiben

$$(122) \quad V \cdot s \cdot [\varepsilon_m \cdot \delta_m]_1^n = R \cdot G \cdot T.$$

Die n Zustandsgleichungen kann man aber auch in die Form bringen

$$\begin{aligned} V \cdot s_1 &= \delta_1^{-1} \cdot R \cdot G_1 \cdot T, \\ V \cdot s_2 &= \delta_2^{-1} \cdot R \cdot G_2 \cdot T, \\ &\dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ V \cdot s_m &= \delta_m^{-1} \cdot R \cdot G_m \cdot T, \\ &\dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ V \cdot s_n &= \delta_n^{-1} \cdot R \cdot G_n \cdot T. \end{aligned}$$

Die Addition ergibt jetzt

$$(123) \quad V[s_m]_1^n = R[\delta_m^{-1} G_m]_1^n T.$$

Hierfür kann man nach (116) und (118) schreiben

$$(124) \quad V \cdot s = R[\delta_m^{-1} g_m]_1^n \cdot G \cdot T.$$

Vergleicht man die Formeln (122) und (124) mit (113), so erhält man für die Dichte δ_p des Gemisches die Ausdrücke

$$(125) \quad \delta_p = \varepsilon_1 \delta_1 + \varepsilon_2 \delta_2 + \dots + \varepsilon_m \delta_m + \dots + \varepsilon_n \delta_n = [\varepsilon_m \cdot \delta_m]_1^n,$$

$$(126) \quad \delta_p^{-1} = g_1 \delta_1^{-1} + g_2 \delta_2^{-1} + \dots + g_m \delta_m^{-1} + \dots + g_n \delta_n^{-1} = [g_m \cdot \delta_m^{-1}]_1^n.$$

Um die Rechnung zu erleichtern, wurden in Tabelle 2, § 3 auch die Reziproken der Dichten δ_m , also die Größen δ_m^{-1} eingestellt.

§ 23.

Der Begriff der Raumteile eines Gasgemisches und der raumteiligen Zusammensetzung v_m .

Würde es möglich sein, die Mischteile zu trennen und jedes derselben von der Spannung s_m auf die Spannung s zu bringen, so würden die Volumen werden

$$V_1, V_2, \dots, V_m, \dots, V_n$$

und es müßten nach (114), da die Temperatur konstant bleibt, die Gleichungen gelten

$$(127) \quad V_1 s = V s_1, \quad V_2 s = V s_2, \quad \dots \quad V_m s = V s_m, \quad \dots \quad V_n s = V s_n;$$

hieraus folgt aber nach (119)

$$(128) \quad V_1 = \varepsilon_1 V, \quad V_2 = \varepsilon_2 V, \quad \dots, \quad V_m = \varepsilon_m V, \quad \dots, \quad V_n = \varepsilon_n V$$

und daraus ergibt sich

$$(129) \quad V_1 + V_2 + \dots + V_m + \dots + V_n = [V_m]_1^n = V[\varepsilon_m]_1^n = V.$$

Würde man also den gedachten Vorgang wirklich ausführen können, so würde das in V cbm enthaltene Gemisch in die n Teilvolumen V_1 bis V_n zerlegt werden, wobei sich das Gesamtvolumen V nicht ändern würde.

Durch Division der Teilvolumen durch das Gesamtvolumen erhält man dann die in 1 cbm des Gemisches enthaltenen Mengen

$$v_1, v_2 \dots, v_m, \dots, v_n \text{ cbm}$$

der Mischteile, also die raumteilige Zusammensetzung der Mischung, die aber nur dann richtig ist, wenn alle Mischteile den durch die Formeln (113) und (114) ausgedrückten Gesetzen gehorchen.

Setzt man also

$$(130) \quad V_m = v_m V,$$

so muß

$$(131) \quad v_1 + v_2 + \dots + v_m + \dots + v_n = [v_m]_1^n = 1$$

sein. Aus (119) ergibt sich aber auch

$$(132) \quad v_m = \frac{s_m}{s} = \varepsilon_m$$

und damit nach (125) eine dritte Gleichung für die Dichte δ_p des Gemisches

$$(133) \quad \delta_p = v_1 \delta_1 + v_2 \delta_2 + \dots + v_m \delta_m + \dots + v_n \delta_n = [v_m \cdot \delta_m]_1^n.$$

§ 24.

Beziehungen zwischen Druckteilen ε_m , Gewichtsteilen g_m und Raumteilen v_m .

Für den m -ten Mischteil gilt die Zustandsgleichung

$$(134) \quad V s_m \delta_m = R G_m T,$$

und für das Gemisch

$$(135) \quad V s \delta_p = R G T.$$

Die Division beider ergibt

$$(136) \quad \frac{s_m \delta_m}{s \delta_p} = \frac{G_m}{G} = g_m.$$

Man erhält also nach (132)

$$(137) \quad \varepsilon_m \delta_m = v_m \delta_m = g_m \delta_p,$$

und dann noch

$$(138) \quad s_m = \varepsilon_m \cdot s = v_m s = g_m \cdot \delta_m^{-1} \cdot \delta_p \cdot s.$$

Beispiele.

Beispiel 1. Ein Gasgemenge besteht zu gleichen Gewichtsteilen $g = 0,2$ aus Sauerstoff, Stickstoff, Wasserstoff, Kohlenoxyd und Kohlen-säure.

Für die Dichte des Gemisches δ_p gilt die Formel (126)

$$\delta_p^{-1} = [g_m \cdot \delta_m^{-1}],$$

und zur Berechnung der Raumteile v_m die Formel (137)

$$v_m = g_m \cdot \delta_m^{-1} \cdot \delta_p.$$

Das ergibt die folgende Rechnung:

	g_m	δ_m^{-1}	$g_m \cdot \delta_m^{-1}$	v_m	Raum u. Druck Proz.
O ₂	0,2	0,905	0,1810	0,050	oder 5,0
N ₂	0,2	1,031	0,2062	0,057	5,7
H ₂	0,2	14,45	2,8900	0,800	80,0
CO	0,2	1,034	0,2068	0,057	5,7
CO ₂	0,2	0,658	0,1316	0,036	3,6
	1,0		$\delta_p^{-1} = 3,6156$	1,000	100,0
			$\delta_p = 0,277$		

Die Zustandsgleichungen eines Kilogramms des Gemisches sind

$$v s \times 0,277 = 2,153 T \quad \text{oder} \quad v s = 7,773 T.$$

Beispiel 2. Ein zweites Gemisch derselben Gase hat die gleichen Raumteile

$$v = 0,2.$$

Die Formeln sind nach (125) und (137)

$$\delta_p = [v_m \cdot \delta_m] \quad \text{und} \quad g_m = v_m \delta_m \cdot \delta_p^{-1},$$

und die Zahlenrechnung ist folgende:

	v_m	δ_m	$v_m \delta_m$	g_m	Gewicht Proz.
O ₂	0,2	1,105	0,2210	0,239	oder 23,9
N ₂	0,2	0,970	0,1940	0,209	20,9
H ₂	0,2	0,0692	0,0138	0,015	1,5
CO	0,2	0,967	0,1934	0,209	20,9
CO ₂	0,2	1,520	0,3040	0,328	32,8
	1,0		$\delta_p = 0,9262$	1,000	100,0
			$\delta_p^{-1} = 1,080$		

Die Zustandsgleichungen eines Kilogramms des Gemisches sind

$$v s \times 0,9262 = 2,153 T \quad \text{oder} \quad v \cdot s = 2,325 T.$$

Beispiel 3. 1 kg des Gemisches in Beispiel 1 werden mit 4 kg des Gemisches in Beispiel 2 zusammengebracht.

Das Gesamtgewicht ist $G = 5$ kg, also ist

$$g_1 = 0,2 \text{ kg}, \quad g_2 = 0,8 \text{ kg}.$$

Die Dichten der Mischungen wurden $\delta_{p_1} = 0,277$ und $\delta_{p_2} = 0,926$ gefunden. Man kann dann folgendermaßen rechnen:

	g_m	δ_m^{-1}	$g_m \cdot \delta_m^{-1}$	v_m	Raum Proz.
Mischteil 1 . .	0,2	3,616	0,7232	0,456	oder 45,6
Mischteil 2 . .	0,8	1,080	0,8640	0,544	54,4
	1,0		$\delta_p^{-1} = 1,5872$	1,000	100,0
			$\delta_p = 0,630$		

Die Zustandsgleichungen eines Kilogramms des Gemisches sind

$$v \cdot s \times 0,630 = 2,153 T \quad \text{oder} \quad vs = 3,417 T.$$

Das Gemisch besteht aber in Wirklichkeit aus fünf Gasen, man hat dann die folgende Rechnung:

	Gewichtsteile		Gewichte in		G_m	g_m	δ_m^{-1}	$g_m \delta_m^{-1}$	v_m
	M_1	M_2	$\frac{M_1}{1 \text{ kg}}$	$\frac{M_2}{4 \text{ kg}}$					
O ₂ . . .	0,2	0,239	0,200	0,956	1,156	0,231	0,905	0,2091	0,132
N ₂ . . .	0,2	0,209	0,200	0,836	1,036	0,207	1,031	0,2134	0,135
H ₂ . . .	0,2	0,015	0,200	0,060	0,260	0,052	14,45	0,7510	0,473
CO . . .	0,2	0,209	0,200	0,836	1,036	0,207	1,034	0,2140	0,135
CO ₂ . .	0,2	0,328	0,200	1,312	1,512	0,303	0,658	0,1994	0,125
	1,0	1,000	1,000	4,000	5,000	1,000	$\delta_p^{-1} = 1,5869$		1,000
							$\delta_p = 0,630$		

Beide Rechnungen ergeben dieselbe Dichte des Gemisches $\delta_p = 0,630$.

Das Gemisch setzt sich zusammen aus

O ₂	N ₂	H ₂	CO	CO ₂	
23,1	20,7	5,2	20,7	30,3	Proz. Gewicht
13,2	13,5	47,3	13,5	12,5	„ Raum u. Druck

Derartige Mischungen werden auf sehr verschiedene Weisen vor sich gehen können und wird man fast stets die Volumen kennen, sehr selten nur die Gewichte.

Sind dann die Spannungen und Temperaturen genau gleich, so ist die Sache sehr einfach, da man dadurch sofort die Raumteile v erhält.

Sowie aber die Mischteile sehr verschiedene Spannungen und Temperaturen haben, wird man die Volumen zwar auf gleichen Druck und gleiche Temperatur (z. B. 760 mm und 0°) reduzieren können, es wird sich aber meist empfehlen, mit den Zustandsgleichungen die Gewichte zu berechnen.

Beispiel 4. In irgend einem Raume werden Luft, Kohlensäure und Wasserstoff gemischt, und zwar in den folgenden Zuständen:

	V_m cbm	s_m mm	T_m Grad	δ_m	δ_m^{-1}
Luft	10	750	300	1,00	1,00
CO ₂	5	1000	400	1,52	0,658
H ₂	20	2000	600	0,069	14,45

Die Zustandsgleichungen der Mischteile haben nach (113) die Form

$$\begin{aligned} \text{Luft} & \dots\dots\dots 10 \times 750 \times 1,00 = \mathbf{7500} = 2,153 \times 300 \times G_l = \mathbf{645,9} G_l \\ \text{CO}_2 & \dots\dots\dots 5 \times 1000 \times 1,52 = \mathbf{7600} = 2,153 \times 400 \times G_{ks} = \mathbf{861,2} G_k \\ \text{H}_2 & \dots\dots\dots 20 \times 2000 \times 0,069 = \mathbf{2760} = 2,153 \times 600 \times G_h = \mathbf{1291,8} G_h \end{aligned}$$

Hieraus folgen

$$G_l = 11,6 \text{ kg}, \quad G_{ks} = 8,8 \text{ kg}, \quad G_h = 2,1 \text{ kg}, \quad G = 22,5 \text{ kg}.$$

Damit erhält man die gewichtsteilige Zusammensetzung des Gemisches und kann daraus die Dichte δ_p und die raumteilige Zusammensetzung nach (126) und (137) folgendermaßen berechnen:

	g_m	δ_m^{-1}	$g_m \delta_m^{-1}$	$v_m = \epsilon_m$	Raum Proz.
Luft	0,51	1,00	0,510	0,231	= 23,1
CO ₂	0,39	0,658	0,257	0,116	= 11,6
H ₂	0,10	14,45	1,445	0,653	= 65,3
	1,00		$\delta_p^{-1} = 2,212$	1,000	100,0
			$\delta_p = 0,452$		

Wenn die Mischung vollendet ist, so wird das Gemisch irgend eine Temperatur T , irgend eine Spannung s und irgend ein Volumen V haben. Es gilt dann die Zustandsgleichung

$$V \cdot s \times 0,452 = 2,153 \times 22,5 \times T \quad \text{oder} \quad Vs = 107 T,$$

mit der man, wenn zwei der Größen V , s , T gemessen werden können, die dritte berechnen kann.

§ 25.

Gleichungen für ein Gemisch von zwei Gasen.

Die Zusammensetzung der trockenen atmosphärischen Luft.

Wenn v_1 und g_1 die Anteilzahlen für den einen Mischteil sind, so sind diese für den anderen Mischteil

$$v_2 = 1 - v_1 \quad \text{und} \quad g_2 = 1 - g_1.$$

Man erhält also nach (125), (126) und (137)

$$(139) \quad \delta_p^{-1} = \delta_2^{-1} + g_1(\delta_1^{-1} - \delta_2^{-1}) \quad \text{oder} \quad \delta_p = \delta_2 + v_1(\delta_1 - \delta_2),$$

$$g_1 \delta_p = v_1 \delta_1.$$

Die genauen Zahlen der Dichten des Sauerstoffs δ_1 und des Stickstoffs δ_2 befinden sich in den Tabellen von Landolt und Börnstein:

$$\delta_1 = 1,10521, \quad \delta_2 = 0,97010.$$

Wenn die Dichte der atmosphärischen Luft genau = Eins sein soll, so müssen die Gleichungen erfüllt werden

$$\delta_p^{-1} = 1 = 1,03088 - 0,12606 g_1, \quad g_1 = 0,2450 \text{ kg},$$

$$\delta_p = 1 = 0,97010 + 0,13511 v_1, \quad v_1 = 0,2213 \text{ cbm}.$$

Danach muß die Zusammensetzung der trockenen Luft gerechnet werden

24,50 Proz. Gewicht Sauerstoff und 75,50 Proz. Gewicht Stickstoff
oder

22,13 Proz. Raum und Druck Sauerstoff und 77,87 Proz. Raum
und Druck Stickstoff.

Nach den Angaben in den Tabellen von Landolt-Börnstein berechnet sich aus den Litergewichten von Luft, Sauerstoff und Stickstoff

$$v_1 = 21,96 \text{ Proz. Raum und Druck Sauerstoff.}$$

In der 4. Auflage von Plancks Vorlesungen über Thermodynamik¹⁰⁾ findet man S. 11/12

$$23,1 \text{ Proz. O}_2\text{-Gewicht und } 20,9 \text{ Proz. O}_2\text{-Raum}$$

und in der 4. Auflage von Schüles Technische Thermodynamik, S. 27

$$23,6 \text{ Proz. O}_2\text{-Gewicht und } 21 \text{ Proz. O}_2\text{-Raum.}$$

Nach diesen Zahlen wird man wohl am zweckmäßigsten die Zusammensetzung trockenen Luftgases rechnen können:

$$\text{in 1 kg } g_1 = 0,24 \text{ kg O}_2 \text{ und } g_2 = 0,76 \text{ kg N}_2,$$

$$\text{in 1 cbm } v_1 = 0,22 \text{ cbm O}_2 \text{ und } v_2 = 0,78 \text{ cbm N}_2.$$

§ 26.

Gleichungen für ein Gemisch von drei Gasen.

Beispiel: Wasserstoff + Methan + Kohlenoxyd.

Rechentafeln in den Abb. 1 bis 4.

Wenn v_1, v_2, v_3 oder g_1, g_2, g_3 die Anteilzahlen der drei Gase bedeuten, so muß sein

$$v_1 + v_2 + v_3 = 1, \text{ also } v_3 = 1 - v_1 - v_2,$$

$$g_1 + g_2 + g_3 = 1, \quad g_3 = 1 - g_1 - g_2.$$

Sind die Dichten $\delta_1, \delta_2, \delta_3$ der Gase bekannt, so kann man mit v_1 und v_2 oder g_1 und g_2 die Dichte des Gemisches berechnen und auch Formeln zur Umrechnung der Anteilzahlen ableiten¹¹⁾.

A. Es sollen die Raunteile v_1 und v_2 gegeben sein. Dann gelten die Gleichungen

$$(140) \quad \delta_p = v_1 \delta_1 + v_2 \delta_2 + v_3 \delta_3, \quad v_1 \delta_1 = g_1 \delta_p, \quad v_2 \delta_2 = g_2 \delta_p.$$

Aus diesen Gleichungen kann man die folgenden ableiten, in denen

$$v_1 = y, \quad v_2 = x$$

gesetzt wurden:

$$(141) \quad 0 = (\delta_p - \delta_3) - (\delta_1 - \delta_3) y - (\delta_2 - \delta_3) x,$$

$$(142) \quad 0 = g_1 \delta_3 = [(\delta_1 - \delta_3) g_1 - \delta_1] y + g_1 (\delta_2 - \delta_3) x,$$

$$(143) \quad 0 = g_2 \delta_3 + g_2 (\delta_1 - \delta_3) y + [(\delta_2 - \delta_3) g_2 - \delta_2] x.$$

Nach der ersten Formel kann man δ_p , nach der zweiten g_1 und nach der dritten g_2 aus v_1 und v_2 berechnen.

Es sind dies lineare Gleichungen, deren numerische Bilder gerade Linien sind, wenn man y als Ordinaten, x als Abszissen wählt und die Funktionen durch δ_p -Gleicher, g_1 -Gleicher und g_2 -Gleicher darstellt.

Die logarithmischen Bilder würden mehr oder weniger gekrümmte Kurven darstellen, können also hier nicht empfohlen werden.

Aus (141) erhält man für

$$y = 0 \text{ und } x = 0 \quad \delta_p = \delta_3, \quad y_0 = 0 \text{ und } x = 1 \quad \delta_p = \delta_2, \\ y = 1 \text{ und } x = 0 \quad \delta_p = \delta_1.$$

Die Winkel, welche die δ_p -Gleicher mit der positiven Seite der x -Achse einschließen, sind gegeben durch

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{dy}{dx} = -(\delta_2 - \delta_3) : (\delta_1 - \delta_3).$$

Es ist daraus zu ersehen, daß die δ_p -Gleicher parallele gerade Linien sind.

Aus den Formeln (142) und (143) ergeben sich die Tangenten der Winkel φ_1 und φ_2 mit der x -Achse

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = -(\delta_2 - \delta_3)g_1 : [(\delta_1 - \delta_3)g_1 - \delta_1], \\ \operatorname{tg} \varphi_2 = -[(\delta_2 - \delta_3)g_2 - \delta_2] : (\delta_1 - \delta_3)g_2.$$

Daraus ist zu ersehen, daß die g -Gleicher zwar gerade Linien, aber nicht parallel sind. Man erhält für

$$g_1 = 0, \quad \operatorname{tg} \varphi_1 = 0 \quad \text{oder} \quad \varphi_1 = 0^\circ,$$

und für

$$g_1 = 1, \quad \operatorname{tg} \varphi_1 = (\delta_2 - \delta_3) : \delta_3,$$

dagegen für

$$g_2 = 0, \quad \operatorname{tg} \varphi_2 = +\infty \quad \text{oder} \quad \varphi_2 = 90^\circ,$$

und für

$$g_2 = 1, \quad \operatorname{tg} \varphi_2 = \delta_3 : (\delta_1 - \delta_3).$$

Wenn man nun die Diagonale zieht, welche die Punkte

$$y = 1, \quad x = 0 \quad \text{und} \quad y = 0, \quad x = 1$$

verbindet, so ist längs derselben

$$x + y = 1 \quad \text{oder auch} \quad v_1 + v_2 = 1.$$

Führt man also in den Gleichungen (142) und (143) $y = 1 - x$ ein, so erhält man

$$g_1 = \delta_1(1 - x) : [\delta_1 - (\delta_1 - \delta_2)x], \\ g_2 = \delta_2 x \quad : [\delta_1 - (\delta_1 - \delta_2)x], \\ g_1 + g_2 = 1.$$

In dieser Diagonale müssen sich also die Gleicher für g_1 und $g_2 = 1 - g_1$ schneiden.

B. Es sollen die Gewichtsteile g_1 und g_2 gegeben sein. Schreibt man

$$q_1 = \delta_1^{-1}, \quad q_2 = \delta_2^{-1}, \quad q_3 = \delta_3^{-1} \quad \text{und} \quad q_p = \delta_p^{-1},$$

so erhält man nach (126) und (137) die folgenden Gleichungen

$$(140 \text{ a}) \quad \varrho_p = g_1 \varrho_1 + g_2 \varrho_2 + g_3 \varrho_3, \quad v_1 \varrho_p = g_1 \varrho_1, \quad v_2 \varrho_p = g_2 \varrho_1.$$

Setzt man nun wieder

$$g_1 = y \quad \text{und} \quad g_2 = x,$$

so lassen sich aus (140 a) ableiten

$$(141 \text{ a}) \quad 0 = (\varrho_p - \varrho_3) - (\varrho_1 - \varrho_3) y - (\varrho_2 - \varrho_3) x,$$

$$(142 \text{ a}) \quad 0 = v_1 \varrho_3 + [(\varrho_1 - \varrho_3) v_1 - \varrho_1] y + v_1 (\varrho_2 - \varrho_3) x,$$

$$(143 \text{ a}) \quad 0 = v_2 \varrho_3 + v_2 (\varrho_1 - \varrho_3) y + [(\varrho_2 - \varrho_3) v_2 - \varrho_2] x.$$

Diese Gleichungen stimmen mit (141) bis (143) genau überein, es stehen nur darin statt der Dichten δ deren Reziproken ϱ und statt der Gewichtsteile g die Raumteile v .

Beispiel. Es sei ein Gemisch von 1. Wasserstoff (H_2), 2. Methan (CH_4) und 3. Kohlenoxyd (CO) gegeben, und es wird angenommen, daß die Raumteile $v_1 = y$ und $v_2 = x$ gegeben sind.

Die Dichten der Mischteile sind

$$\delta_1 = 0,069, \quad \delta_2 = 0,553, \quad \delta_3 = 0,967.$$

Aus Gleichung (141) erhält man

$$\delta_p = 0,967 - 0,898 y - 0,414 x.$$

In Abb. 1 wurde das numerische Bild dieser Funktion durch δ_p -Gleicher dargestellt und wurden hierzu die Schnitte der Gleicher mit den beiden Achsen und dem rechten Rand ($x = 1$) berechnet. Hierzu dienten die Formeln

$$x = 0, \quad \delta_p = 0,967 - 0,898 y,$$

$$x = 1, \quad \delta_p = 0,553 - 0,898 y,$$

$$y = 0, \quad \delta_p = 0,967 - 0,414 x,$$

und ergaben diese

	$\delta_p = 0,1$	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
$x = 0, \quad y = 0,963$	0,852	0,741	0,630	0,519	0,408	0,297	0,186	0,075	
$x = 1, \quad y = 0,503$	0,392	0,281	0,170	0,059	—	—	—	—	
$y = 0, \quad x = —$	—	—	—	—	0,885	0,644	0,403	0,162	

Der Winkel φ der δ_p -Gleicher mit der positiven Seite der x -Achse ist gegeben durch

$$\operatorname{tg} \varphi = -(\delta_2 - \delta_3) : (\delta_1 - \delta_3) = -0,461, \quad \varphi = 155,3^\circ.$$

Da die Gleicher parallel sind, hätte die Berechnung der Schnitte mit der y -Achse und Konstruktion der Richtlinie mit $\varphi = 155,3^\circ$ ausgereicht.

Da $v_1 + v_2$ nicht größer als 1 werden kann, hat man die Gleicher nur bis zu der Diagonale zu ziehen.

Zur Berechnung der Gewichtsteile Wasserstoff g_1 erhält man nach (142) die Formel

$$0 = 0,967 g_1 - (0,898 g_1 + 0,069) y - 0,414 g_1 x.$$

Setzt man hierin $x = 0$ und $x = 1$, so erhält man die Schnitte der g_1 -Gleicher mit der y -Achse und dem rechten Rande folgendermaßen:

	$g_1 = 0,1$	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
$x = 0, y =$	0,608	0,777	0,858	0,904	0,933	0,953	0,970	0,983	0,992
$x = 1, y =$	0,348	0,444	0,491	0,517	0,534	0,546	0,555	0,562	0,567

Für $y = 0$ erhält man

$$x = 0,967 g_1 : 0,414 g_1 = 2,336.$$

In diesem Punkte der x -Achse treffen also alle g_1 -Gleicher zusammen; da dieser aber sehr weit vom Koordinatenanfang liegt, muß man entweder alle Winkel φ_1 oder die Werte von y für $x = 1$ berechnen. Das letztere Verfahren ist zweifellos das bequemere. Sonach sind alle Daten zum Zeichnen der Abb. 2 abgeleitet worden.

Zur Berechnung der Gewichtsteile Methan g_2 erhält man nach (143)

$$0 = 0,967 g_2 - 0,898 g_2 y - (0,414 g_2 + 0,553) x.$$

Für $x = 0$ ergibt sich

$$y = 0,967 g_2 : 0,898 g_2 = 1,077.$$

In diesem Punkte s treffen alle g_2 -Gleicher zusammen, er liegt so bequem, daß er beim Zeichnen der Abb. 3 verwendet werden kann. Es sind demnach nur noch die Schnitte der g_2 -Gleicher mit der x -Achse zu berechnen, für welche $y = 0$ ist. Man erhält

$g_2 = 0,1$	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
$x = 0,163$	0,304	0,429	0,538	0,636	0,725	0,803	0,875	0,932

Die g_1 -Gleicher geben gut bestimmbare Schnitte mit der Diagonalen und konnten an diesen abgelesen werden.

$g_1 = 0,9$	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4	0,3	0,2	0,1
$g_2 = 0,1$	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
$y = 0,990$	0,970	0,950	0,920	0,890	0,850	0,780	0,665	0,475
$x = 0,010$	0,030	0,050	0,080	0,110	0,150	0,220	0,335	0,525
$y + x = 1,000$	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000

Die viel spitzeren Schnitte der g_2 -Gleicher stimmen gut hiermit überein. Mit diesen Zahlen kann man Abb. 4 zeichnen, welche zur Umrechnung der Raumteile in Gewichtsteile und umgekehrt verwendbar ist. In den Abb. 1 bis 3 lassen sich noch viel mehr Linien einzeichnen, wenn man 1 Proz. von v_1 und v_2 durch 2 mm Länge ausdrückt. Man kann dann δ_p , g_1 und g_2 auf drei Dezimalstellen ablesen.

Das stößt aber bei Abb. 4 auf Schwierigkeiten, sie kann nur zur ungefähren Umrechnung dienen. Sind die Gewichtsteile gegeben, so wird man mit Hilfe der Formeln (141 a) bis (143 a) sich bequemere Rechentafeln, ähnlich den Abb. 1 bis 3 entwerfen können.

Abb. 1.
Rechentafel zur Bestimmung der Dichte δ_p eines Gemisches aus Wasserstoff, Methan CH_4 und Kohlenoxyd.

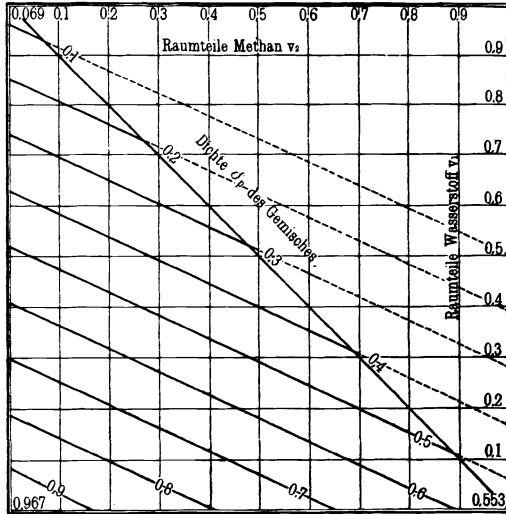
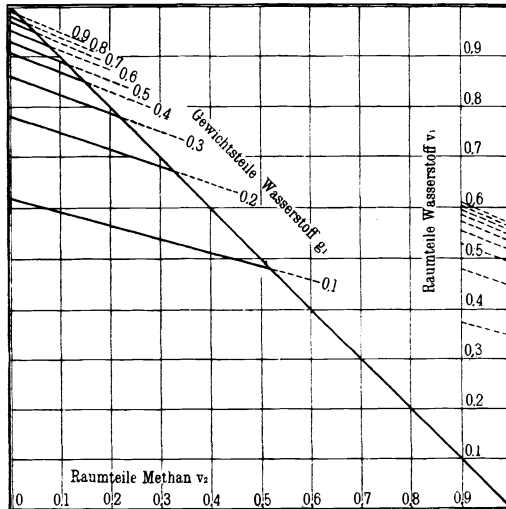


Abb. 2.
Rechentafel zur Bestimmung der Gewichtsteile Wasserstoff in einem Gemisch von Wasserstoff, Methan und Kohlenoxyd.



Beispiele. 1. Gegeben sind

$$v_1 = 0,90, \quad v_2 = 0,05, \quad v_3 = 0,05.$$

Abb. 3.

Rechentafel zur Bestimmung der Gewichtsteile Methan in einem Gemisch aus Wasserstoff, Methan und Kohlenoxyd.

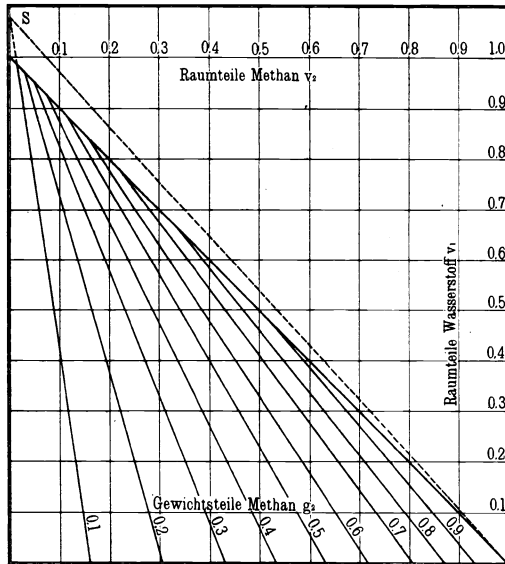
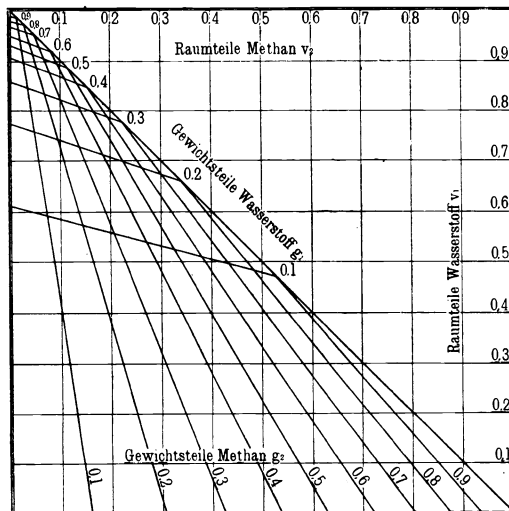


Abb. 4.

Rechentafel zur Umrechnung von Raunteilen Wasserstoff und Methan in Gewichtsteile und umgekehrt in einem Gemisch von Wasserstoff, Methan und Kohlenoxyd.



Man findet in

Abb. 1 $\delta_p = 0,14$, Abb. 2 $g_1 = 0,45$, Abb. 3 $g_2 = 0,20$,
es ist also

$$g_3 = 0,35.$$

2. Gegeben sind

$$v_1 = 0,10, \quad v_2 = 0,44, \quad v_3 = 0,46.$$

Man findet

$$\delta_p = 0,70, \quad g_1 < 0,10, \quad g_2 = 0,35, \quad g_3 = 0,55 \text{ bis } 0,65.$$

3. Gegeben sind

$$v_1 = 0,45, \quad \delta_p = 0,50.$$

Man findet

$$v_2 = 0,15, \quad v_3 = 0,40 \quad \text{und} \\ g_1 < 0,10, \quad g_2 = 0,17, \quad g_3 = 0,73 \text{ bis } 0,83.$$

4. Gegeben sind

$$v_2 = 0,31 \quad \text{und} \quad \delta_p = 0,30.$$

Man findet

$$v_1 = 0,60, \quad v_3 = 0,09 \quad \text{und} \quad g_1 = 0,15, \quad g_2 = 0,58, \quad g_3 = 0,27.$$

5. Gegeben sind

$$g_1 = 0,20, \quad g_2 = 0,30, \quad g_3 = 0,50.$$

Man findet

$$v_1 = 0,73, \quad v_2 = 0,14, \quad v_3 = 0,13 \quad \text{und} \quad \delta_p = 0,26.$$

B. Das Zustandsfeld eines wasserhaltigen Gasgemisches.

§ 27.

Zusammenstellung der Formeln. Jedes Gemisch permanenter Gase kann — wie die atmosphärische Luft — als ein einziges Gas von der Dichte δ_p des trockenen Gemisches angesehen und danach behandelt werden.

Es wird vorausgesetzt, daß bei allen Zustandsänderungen die Zusammensetzung des Gemisches der trockenen Gase nach Raum und Gewicht unverändert bleibt.

Namentlich wird angenommen, daß in dem Gemisch keine chemischen und auch keine Absorptionsvorgänge stattfinden.

Sind dann

$$\begin{aligned} \delta_1, \delta_2, \dots, \delta_n & \text{ die Dichten der Mischteile,} \\ v_1, v_2, \dots, v_n & \text{ die Raumteile in 1 cbm Gemisch,} \\ g_1, g_2, \dots, g_n & \text{ die Gewichtsteile in 1 kg Gemisch,} \end{aligned}$$

so ist die Zustandsgleichung der G_p kg des trockenen Gemisches

$$(144) \quad V_p s \delta_p = R G_p T \quad \text{oder} \quad V_p s = R_p G_p T, \quad R_p = R : \delta_p.$$

Hierin ist δ_p die konstante Dichte des trockenen Gemisches, gegeben durch die Gleichungen

$$(145) \quad \delta_p = v_1 \delta_1 + v_2 \delta_2 + \dots + v_n \delta_n$$

oder

$$(146) \quad \delta_p^{-1} = g_1 \delta_1^{-1} + g_2 \delta_2^{-1} + \dots + g_n \delta_n^{-1}.$$

Bringt man die G_p kg des trockenen Gemisches aus dem Zustand V_1, s_1, T_1 in den Zustand V_2, s_2, T_2 ,

so gilt die Gleichung

$$(147) \quad V_1 \cdot s_1 \cdot T_2 = V_2 \cdot s_2 \cdot T_1.$$

Ist das Gemisch wasserhaltig, so hat man den Feuchtzustand und den Naßzustand zu unterscheiden.

Grundzustand und Feuchtzustand.

Solange das Gemisch sich im Feuchtzustand befindet, kann das Wassergas als permanentes Gas betrachtet werden und gelten dann die für ein trockenes Gasgemisch aufgestellten Formeln. Kennt man an irgend einer Stelle des Feuchtfeldes die Spannung σ_0 des Wassergases und den Gesamtdruck s_0 , so ist

$$(148) \quad q_0 = \sigma_0 : s_0$$

die Grundzahl des wasserhaltigen Gasgemisches und gibt den Grundzustand desselben an.

Die Zustandsgleichungen von G kg des feuchten Gemisches sind:

$$(149) \quad V_s \delta = R G T \quad \text{oder} \quad V_s = R_s G T, \quad R_s = R : \delta, \quad \sigma = q_0 s,$$

hierin ist δ die Dichte des feuchten Gemisches, gegeben durch

$$(150) \quad \delta = \delta_p - (\delta_p - \delta_w) q_0.$$

Bringt man G kg des Gemisches aus dem Feuchtzustand V_1, s_1, T_1 in den Feuchtzustand V_2, s_2, T_2 , so müssen die Gleichungen gelten:

$$(151) \quad V_1 s_1 T_2 = V_2 s_2 T_1, \quad \sigma_1 = q_0 s_1, \quad \sigma_2 = q_0 s_2.$$

Die relative Feuchtigkeit oder der Sättigungsgrad r ist

$$(152) \quad r = \sigma : \sigma = q_0 s : s.$$

Das Gewicht des trockenen Gases ist

$$(153) \quad G_p = V \gamma_p^{(s-\sigma), t} \text{ kg}$$

und das Gewicht des Wassergases

$$(154) \quad G_w = V \gamma_w^{\sigma, t} \text{ kg.}$$

Es ist aber auch nach § 9 Formel 44:

$$(155) \quad G_w = q_0 \frac{\delta_w}{\delta} G.$$

Der Naßzustand.

Die Zustandsgleichungen von G kg des nassen Gasgemisches sind:

$$(156) \quad V(s - \varsigma) = S_\delta G T, \quad S_\delta = R_\delta(1 - g_0), \quad \varsigma = f(t).$$

Die G kg bestehen aus G_p kg trockenem Gasgemisch, Γ kg Wasserdampf und ΔG kg kondensiertem Wasser oder Eis.

Es ist

$$(157) \quad G_p = V \gamma_e^{(s-\varsigma) \cdot t} \cdot \delta_p,$$

$$(158) \quad \Gamma = G_w - \Delta G = V \gamma_w^{s, t},$$

$$(159) \quad \Delta G = n G_w = \frac{q_0 - q}{q_0(1 - q)} G_w, \quad q = \varsigma : s.$$

Bringt man das feuchte oder nasse Gasgemisch aus dem Zustand

$$V_1, s_1, \sigma_1 \quad \text{oder} \quad \varsigma_1, T_1$$

in den Zustand

$$V_2, s_2, \sigma_2 \quad \text{„} \quad \varsigma_2, T_2,$$

wobei es also gleichgültig ist, ob das Gemisch Wassergas oder Wasserdampf enthält, so gilt für das trockene in den Räumen V_1 und V_2 enthaltene Gasgemisch stets die Gleichung

$$(160) \quad V_1(s_1 - \sigma_1) T_2 = V_2(s_2 - \sigma_2) T_1.$$

Die Konstruktion der Zustandsfelder der wasserhaltigen Gasgemische kann nach diesen Formeln genau so erfolgen, wie dies in den §§ 17 bis 19 und den Rechentafeln VII bis IX dargelegt worden ist. An die Stelle der Dichte δ_p eines einzelnen Gases tritt die Dichte δ_p des trockenen Gemisches. Übrigens bezieht sich das Beispiel in § 17 auf atmosphärische Luft, also ein Gasgemisch, dessen Dichte $\delta_p = 1$ ist.

Sechstes Kapitel.

Die Bestimmung des Wassergehaltes eines Gemisches permanenter Gase und der Zusammensetzung derselben.

Die Art und Weise, wie der Wassergehalt eines Gasgemisches bestimmt werden kann, hängt in erster Linie von der Temperatur des Gemisches und dann auch von der Natur und Größe des Gasraumes ab.

Ist die Temperatur nicht wesentlich höher, als sie in der Atmosphäre vorkommen kann, ist der Gasraum groß und leicht zugänglich, herrscht namentlich in demselben eine rasche Strömung des Gases, so können alle die in der Meteorologie gebräuchlichen Methoden zur Bestimmung der Luftfeuchtigkeit Verwendung finden. Es sollen deshalb diese zuerst besprochen werden.

§ 28.

Die Messung der Spannung σ mit dem Augustschen Psychrometer.

Das Instrument¹²⁾ besteht aus zwei möglichst gleich großen und gleich beschaffenen Thermometern, welche an einem Gestell im Abstand von etwa 10 cm nebeneinander befestigt worden sind. Das Gefäß des einen Thermometers wird mit einem dünnen, porösen und leicht wasser-saugenden Stoff überzogen und dann befeuchtet. Man spricht dann kurz von dem trockenen Thermometer, welches die Lufttemperatur angeben, und dem feuchten oder nassen Thermometer, mittels dessen die Luftfeuchtigkeit bestimmt werden soll.

Zur Herstellung des nassen Thermometers hat der Verfasser bereits vor vielen Jahren in Wirkwarenfabriken Trikotschläuche herstellen lassen. Ein solcher Schlauch wird über das Thermometergefäß geschoben und über ihm festgebunden. Dann zieht man ihn nach Bedarf straff und bindet ihn unter dem Gefäß zu, worauf das überflüssige Stück abgeschnitten wird. Das früher fast allgemein übliche dauernde Eintauchen des überschüssigen Stückes in ein Wassergefäß zur Erzielung einer dauernden Befeuchtung ist durchaus zu verwerfen.

Die Schläuche müssen in heißem Seifenwasser vollkommen entfettet werden. Der nasse Thermometerüberzug muß einen silberartigen Glanz zeigen und keine weißen Stellen haben.

Es kommt darauf an, das Thermometergefäß mit einer Wasserhaut zu umgeben, die so dick sein soll, daß sie während der Zeit des Versuches nicht vollständig verdunstet, aber nicht viel dicker ist. Man wird deshalb im Sommer, also bei hohen Temperaturen, den Schlauch weniger straff anspannen als bei tiefen Temperaturen. Namentlich auf die Eiskrusten, die sich bei tiefen Temperaturen am nassen Thermometer leicht bilden können, muß geachtet werden. Diese dürfen nicht zu dick werden, und empfiehlt sich deshalb das Befeuchten mit lauwarmem Wasser, durch welches die alte Eiskruste rasch abgeschmolzen wird. Während des Erstarrens der Wasserhaut bleibt das nasse Thermometer auf 0° C stehen und kann erst dann darunter sinken, wenn alles Wasser zu Eis geworden ist. Es muß deshalb in allen solchen Fällen genügend lange gewartet werden, ehe die Ablesungen stattfinden. Das Anfeuchtewasser soll nicht hart sein, man nimmt am besten destilliertes oder Regenwasser.

Einige Zeit nach der Befeuchtung steht das nasse Thermometer tiefer als das trockene, es hat sich die psychrometrische Differenz gebildet, die um so größer wird, je trockener die Luft ist.

Aus den Angaben der beiden Thermometer und des Barometers, welches die Spannung der Luft angibt, sucht man die Spannung σ des in der Luft enthaltenen Wassergases oder Wasserdampfes zu berechnen. Hierüber sind mehrere Theorien aufgestellt worden, die aber zu keinem rechten, praktisch brauchbaren Ergebnis geführt haben. Die einfachste derselben befindet sich in Wüllners Lehrbuch der Experimentalphysik und läßt sich folgendermaßen darstellen.

Es wird angenommen, daß sich die Luft im Feuchtzustand bis zum Grenzzustand heran befindet.

$b_0 = s_0$ sei der Barometerstand, t_0 °C die Angabe des trockenen und t °C die Angabe des nassen Thermometers. Zu diesen Temperaturen gehören die Sättigungsspannungen s_0 mm und s mm. Wenn dann σ_0 mm die gesuchte Spannung des Wassergases ist, so hat man auch den Sättigungsgrad $r_0 = \sigma_0 : s_0$ und die Grundzahl $q_0 = \sigma_0 : s_0$ gefunden.

An der Oberfläche des Gefäßes des nassen Thermometers hat der aus der Wasserschicht entstehende Wasserdampf die Spannung s mm. Dieser wird sich um so rascher von dem Gefäß hinweg in dessen Umgebung verbreiten,

1. je kleiner σ_0 und 2. je kleiner der Barometerstand ist, aber es wird 3. auch auf die Luftbewegung ankommen.

Wenn man von dieser zunächst absieht, so läßt sich erwarten, daß überhaupt keine Verdampfung am nassen Thermometer stattfinden kann, wenn $\sigma_0 = s$ ist. Dann müssen beide Thermometer gleich stehen, es muß also

$$t_0 = t \quad \text{und} \quad \sigma_0 = s_0 = s$$

sein, es ist $r = 1$, und die Luft befindet sich im Sättigungszustand.

Ist dies aber nicht der Fall, so wird in der Zeiteinheit eine gewisse Menge x am nassen Thermometer verdampfen. Bezeichnet man dann mit C eine Konstante, so kann man für x die Gleichung

$$(161) \quad x = \frac{C}{b_0} (s - \sigma_0)$$

aufstellen.

Wird nun die latente Verdampfungswärme des Wassers mit l bezeichnet, so wird bei der Verdampfung von x Gewichtseinheiten Wasser die Wärmemenge

$$(162) \quad w = lx = l \frac{C}{b_0} (s - \sigma_0)$$

Wärmeeinheiten verbraucht. Dem nassen Thermometer strömt aber aus der Umgebung Wärme zu, und wird man für die in der Zeiteinheit in dasselbe eintretende Wärmemenge den Ausdruck

$$(163) \quad D(t_0 - t)$$

Wärmeeinheiten aufstellen können, worin D wieder eine Konstante ist.

Wenn die psychrometrische Differenz längere Zeit gleich bleibt, so wird man annehmen dürfen, daß

$$(164) \quad w = l \frac{C}{b_0} (s - \sigma_0) = D(t_0 - t)$$

geworden ist.

Hieraus ergibt sich dann

$$(165) \quad \sigma_0 = s - \frac{D}{Cl} (t_0 - t) b_0 = s - K(t_0 - t) b_0.$$

Bei dieser Ableitung ist aber die Luftbewegung um das Psychrometer nicht berücksichtigt worden, der Faktor K wird also keine Konstante, sondern eine Funktion der Luftbewegung sein. Regnault gibt folgende Werte von K an:

$K = 10 \cdot 10^{-4}$ in geschlossenen Räumen,

$K = 9 \cdot 10^{-4}$ bis $7 \cdot 10^{-4}$ in geschützten Orten, Höfen, Tälern usw.,

$K = 8 \cdot 10^{-4}$ bis $6 \cdot 10^{-4}$ im Freien bei Windgeschwindigkeiten bis 5 m/sec.

Das würde also bei Barometerständen von 710 bis 770 mm ergeben:

	$b = 710$	730	750	770
$K = 10 \cdot 10^{-4}$	$Kb = 0,71$	0,73	0,75	0,77
$K = 9 \cdot 10^{-4}$	$Kb = 0,64$	0,66	0,68	0,69
$K = 8 \cdot 10^{-4}$	$Kb = 0,57$	0,58	0,60	0,62
$K = 7 \cdot 10^{-4}$	$Kb = 0,50$	0,51	0,53	0,54
$K = 6 \cdot 10^{-4}$	$Kb = 0,43$	0,44	0,45	0,46

Es ist daraus zu ersehen, daß der Einfluß des Barometerstandes nur gering ist.

Das beste Instrument ist das von Assmann erfundene und von R. Fueß konstruktiv ausgebildete Aspirationspsychrometer. Bei diesem sind beide Thermometer durch polierte Doppelröhren gegen Strahlungseinwirkungen geschützt. Durch einen mit Federkraft getriebenen Ventilator wird Luft mit gleicher Geschwindigkeit an beiden Thermometergefäßen vorübergeführt.

Man rechnet nach der Formel

$$(166) \quad \sigma_0 = s - 0,5(t_0 - t),$$

welche bei $b_0 = 755$ mm genau richtig sein soll.

Die Rotationspsychrometer dürften zwecklos sein, da die Rotation sie vor Strahlungseinflüssen nicht schützen kann und da sie vor der Ablesung erst zur Ruhe gebracht werden müssen, wobei die Thermometer alle möglichen Standänderungen erfahren können. Am einfachsten hängt man zwei gewöhnliche Thermometer gegen Strahlungseinwirkungen geschützt auf und wedelt mit einem Buche oder Tuche

oder irgend einem ähnlichen Gegenstand nach dem Anfeuchten dem Instrument so lange Luft zu, bis die psychrometrische Differenz konstant geworden ist. Den Faktor Kb_0 wird man dann 0,5 bis 0,6 rechnen können.

Beispiel. Ein Aspirationspsychrometer ergab bei $b_0 = 740$ mm

$$t_0 = 32,6^\circ \text{C}, \quad t = 22,2^\circ \text{C}, \quad t_0 - t = 10,4^\circ \text{C}.$$

Die Werte für s_0 und s kann man den Rechentafeln IV oder X oder einer der vielen Spannungstabellen entnehmen, man findet

$$s_0 = 36,5 \text{ mm}, \quad s = 20,0 \text{ mm}.$$

Das ergibt

$$\sigma_0 = s - 0,5(t_0 - t) = 20,0 - 0,5 \cdot 10,4 = 14,8 \text{ mm},$$

$$q_0 = \sigma_0 : b_0 = 14,8 : 740 = 0,02 \quad \text{und} \quad r_0 = \sigma_0 : s_0 = 14,8 : 36,5 = 0,41.$$

Weiter ist $\sigma_0 = 14,8$ mm die Spannung des Sattdampfes bei $\vartheta = 17,1^\circ$, es liegt also der Taupunkt bei $17,1^\circ \text{C}$.

Zur Erleichterung des Gebrauches des Psychrometers findet man an vielen Stellen mehr oder weniger praktische Psychrometertafeln, welche mit den Argumenten t_0 und t , oder t_0 und $(t_0 - t)$, oder auch t und $(t_0 - t)$ die Größen σ_0 und r_0 abzulesen gestatten.

Da das Exempel $(Kb)(t_0 - t)$ sehr einfach ist, reicht die Rechentafel IV für technisch-praktische Zwecke vollständig aus.

§ 29.

Bestimmung des Taupunktes ϑ mit dem Daniellschen Kondensationshygrometer und dem Psychrometer von Wa. Ostwald.

Wird irgend ein Körper in einem Gasraum abgekühlt, bis seine Temperatur gleich derjenigen geworden ist, bei der die Spannung des Wassergases σ_0 gleich der Sättigungsspannung s_0 ist, also gleich dem Taupunkt ϑ (vgl. § 12), so beginnt das Wassergas sich auf der Oberfläche des Körpers niederzuschlagen, was aber erst sichtbar wird, wenn der Körper etwas unter den Taupunkt abgekühlt worden ist.

Darauf beruht das Daniellsche Kondensationshygrometer¹³⁾, dessen Beschreibung man in allen elementaren Lehrbüchern der Physik und Meteorologie finden kann. Abgeändert und für den Gebrauch bequemer und zweckmäßiger eingerichtet wurde das Instrument von Döbereiner, Regnault, Belli, Dufour, Alluard, Lambrecht, Nippold u. a. Der Hauptteil ist eine spiegelnde Fläche, die so beschaffen sein muß, daß man ihre Temperatur in jedem Augenblick genau ablesen kann. Sie muß ferner so eingerichtet sein, daß man auch die geringste

Trübung erkennen kann. Wenn man die Abkühlung auch noch so langsam bewirkt, wird man den Taupunkt doch stets zu tief finden.

Beispiel: Bei $b_0 = 720$ mm und $t_0 = 22,1^\circ\text{C}$ wurde der Taupunkt $\vartheta = 12,4^\circ\text{C}$ gefunden. Man findet in der Rechentafel IV $\sigma_0 = 10,8$ mm und $\zeta_0 = 20,0$ mm, erhält also $q_0 = 10,8 : 720 = 0,015$ und $r_0 = 10,8 : 20 = 0,54$.

r_0 kann auch in der Rechentafel IV abgelesen werden, es ist also nur q_0 zu berechnen.

Das Psychrometer von Wa. Ostwald.

In irgend einem Raum soll ein hoch temperiertes wasserhaltiges Gas oder Gasgemisch enthalten sein, der Sättigungsgrad soll weit unter $r = 1,0$, also der Taupunkt ϑ weit unter der Temperatur t im Gasraum liegen.

Läßt man dieses Gas durch ein Glasgefäß strömen, in dem sich ein Psychrometer befindet, so wird dieses eine psychrometrische Differenz zeigen, mit der man nach (165) die Spannung σ_0 des Wassergases berechnen könnte, wenn der Faktor K in dieser Formel bekannt wäre. Nun wird sich aber das ausströmende Gas in dem Glasgefäß abkühlen, und zwar um so mehr, je langsamer es ausströmt. Durch Verminderung der Geschwindigkeit des Ausströmens wird man erreichen können, daß mit der sinkenden Temperatur das Gas sich dem Taupunkt ϑ nähert. Dabei wird auch die psychrometrische Differenz abnehmen und wird Null sein, wenn der Taupunkt erreicht ist, den man dann an beiden Thermometern ablesen kann. Die Hauptsache wird dabei sein, das Gefäß des nicht umhüllten Thermometers vor dem Beschlagen mit Wasser zu schützen, da sonst stets beide Thermometer gleich hoch stehen müssen. Der Apparat wird von der Firma Paul Klees in Düsseldorf hergestellt.

§ 30.

Die Messung des Sättigungsgrades r mit dem Saussureschen Haarhygrometer.

Es muß als eine Erfahrungstatsache betrachtet werden, daß gewisse als hygroskopische bezeichnete Körper aus feuchten Gasen Wasser aufsaugen, aber dann, wenn sie in trockenere oder auch nur trockenere Gase gebracht werden, an diese wieder Wasser abgeben. Der Wassergehalt eines solchen hygroskopischen Körpers hängt nur von dem Sättigungsgrad des Gases ab, er steigt und

sinkt mit demselben. Die Temperaturen und der davon abhängige absolute Wassergehalt des Gases sollen dabei in weiten Grenzen ohne jeden Einfluß sein. Namentlich nimmt man an, daß dies auch bei sehr tiefen Temperaturen gültig bleibt.

Als derartig hygroskopische Körper sind zu nennen: entfettete Haare von Menschen und Tieren, Darmsaiten, Papier, Holz, Eihäutchen, Pflanzenfasern usw. Ist die Beziehung des Wassergehaltes eines solchen Stoffes zum Sättigungsgrad des Gases bekannt, so kann man aus der einen dieser Größen die andere bestimmen.

Dazu kann man die Änderungen in dem Zustand des hygroskopischen Körpers, welche die Aufnahme und Abgabe von Wasser mit sich bringen, verwenden. Bei allen wird sich das Gewicht ändern, bei einigen (Haare, Darmsaiten, Eihäutchen) finden Längenänderungen statt, welche die durch die Temperaturänderung bedingten weit übertreffen. Bei Pflanzenfasern (Geranium) und Holzstäbchen treten Drehungen ein usw.

Alle diese Zustandsänderungen sind wenigstens zur Konstruktion von Hygroskopen verwendet worden, zu einem wirklichen Meßinstrument, einem Hygrometer, dürfte wohl nur das menschliche Haar tauglich sein.

Die ersten dieser Instrumente wurden von Théodor de Saussure konstruiert, später von Koppe¹⁴⁾, Lambrecht und anderen abgeändert.

Regnault und Gay Lussac lehrten das Instrument zu eichen und bildeten es so zu einem wirklichen Meßinstrument aus, welches dem Psychrometer ebenbürtig sein, dieses sogar bei tiefen Temperaturen übertreffen soll.

Gegenwärtig wird wohl das von W. Lambrecht gefertigte und Polymeter genannte Instrument zu den besten gehören. Das bezieht sich jedoch nur auf seine Verwendbarkeit zur Messung der relativen Feuchtigkeit, nicht aber zur Vorausbestimmung der Witterung. Dagegen muß entschiedener Widerspruch erhoben werden.

Beispiel. Das Polymeter ergebe $r_0 = 68$ Proz. bei $t_0 = 30^\circ \text{C}$ und $b_0 = 760$ mm. Die Rechentafel IV ergibt $s_0 = 31,8$ mm, womit man findet

$$\sigma_0 = s_0 r_0 = 31,8 \times 0,68 = 21,6 \text{ mm,}$$

$$q_0 = \sigma_0 : b_0 = 21,6 : 760 = 0,028,$$

$$\vartheta = 23,4^\circ.$$

Auch hier findet man σ_0 und ϑ in der Rechentafel IV, hat also nur q_0 zu berechnen. σ_0 und ϑ kann man übrigens auch direkt mit dem Polymeter bestimmen, es ist dazu ganz sinnreich eingerichtet.

§ 31.

Das Absorptionsverfahren.

Das feuchte oder nasse Gas wird durch ein absorbierendes Mittel geleitet, welches ihm alles Wasser entzieht. Das Wasser wird durch Wägung bestimmt, das Volumen des trockenen Gases wird gemessen.

Der Rechnung soll der folgende Vorgang zugrunde gelegt werden¹⁶⁾. Das mit geschmolzenem Chlorcalcium oder englischer Schwefelsäure usw. beschickte Absorptionsgefäß befindet sich in dem Gasraum, in dem die Spannung s mm und die Temperatur $t^{\circ}\text{C}$ herrscht. Der Aspirator stehe in einem anderen Raume, dessen Temperatur $t_1^{\circ}\text{C}$ sei; das durchgesaugte trockene Gas habe im Aspirator die Spannung s_1 mm und das Volumen V_1 cbm.

Die Wägung des Absorptionsgefäßes ergibt das Wassergewicht G_w kg.

Das feuchte oder nasse Gas hat vor dem Eintritt in das Absorptionsgefäß das Volumen V und das darin enthaltene Wassergas oder auch der Wasserdampf die Spannung σ mm, von der man nur weiß, daß sie nicht größer als ζ sein kann, falls nicht die immerhin mögliche Übersättigung vorhanden sein sollte. Das trockene Gas befand sich also ursprünglich in dem Zustand

$$V, \quad s - \sigma, \quad T$$

und ist aus diesem in den Zustand

$$V_1, \quad s_1, \quad T_1$$

gekommen. Sonach gilt die Gleichung

$$V(s - \sigma)T_1 = V_1s_1T,$$

woraus sich auch

$$(167) \quad V(1 - q) = V_1 \frac{s_1}{s} \cdot \frac{T}{T_1} = A, \quad q = \sigma : s$$

ergibt. V und q sind nicht bekannt, wohl aber V_1 , s_1 , s , T_1 und T , so daß also auch die Hilfsgröße A bekannt ist.

Wenn man vorläufig annimmt, daß sich das Gas im Feuchtzustand befindet, wozu auch der Grenzzustand und der Zustand der Übersättigung gehören, so gilt weiter die Gleichung

$$(168) \quad G_w = V\gamma_w^{\sigma,t} = V\delta_w \frac{\sigma}{RT} = V \frac{\sigma}{s} \delta_w \frac{s}{RT} = Vq\gamma_w^{s,t}.$$

Hierin ist $\gamma_w^{\sigma,t}$ das spezifische Gewicht des Wasserdampfes von σ mm Spannung und $t^{\circ}\text{C}$ Temperatur, während bei $\gamma_w^{s,t}$ die Spannung s mm ist. Hierzu vergleiche man das in § 6 Gesagte.

Aus Gleichung (168) folgt dann

$$(169) \quad Vq = G_w : \gamma_w^{s,t} = B,$$

woraus der Wert von B berechnet werden kann. Sonach hat man zur Ermittlung von V und q die zwei Gleichungen

$$V(1 - q) = A \quad \text{und} \quad Vq = B.$$

Aus diesen ergeben sich dann

$$(170) \quad \begin{cases} V = A + B, \\ q = \frac{\sigma}{s} = \frac{B}{V}, \\ \sigma = q \cdot s. \end{cases}$$

Befindet sich das wasserhaltige Gas im Feuchtzustand, so muß $\sigma < s$ sein, im Grenzzustand, so muß $\sigma = s$ sein, im Naßzustand oder Übersättigungszustand, so muß $\sigma > s$ sich bei der Rechnung nach den Formeln (170) ergeben.

Befindet sich das Gas im Feucht- oder Grenzzustand, so ist

$$(171) \quad q = \frac{B}{V} = q_0 = \text{der Grundzahl des wasserhaltigen Gases.}$$

Befindet sich das Gas aber im Naßzustand, so muß

$$(172) \quad q = s : s$$

sein, ist also bekannt. Das ergibt dann nach (167)

$$(173) \quad V = A : (1 - q),$$

und erhält man das Gewicht des Wasserdampfes

$$(174) \quad \Gamma = V \gamma_w^{s,t}.$$

Sonach erhält man das Gewicht des beigemengten flüssigen oder festen Wassers

$$(175) \quad \Delta G = G_w - \Gamma,$$

und das ergibt den Nässegrad

$$(176) \quad n = \Delta G : G_w = (q_0 - q) : q_0 (1 - q),$$

es kann also auch n zahlenmäßig angegeben werden.

Löst man diese Gleichung nach q_0 auf, so erhält man die Grundzahl

$$(177) \quad q_0 = q : [1 - n(1 - q)].$$

Beispiel. Das Gas wird durch einen 100 Liter fassenden Wasser-aspirator angesaugt, welcher in einem Raume steht, dessen Temperatur $11,3^\circ\text{C}$ ist. Der Barometerstand ist $b = 720\text{ mm}$, und die Temperatur um das Absorptionsgefäß beträgt $47,1^\circ\text{C}$.

Das angesaugte Gas gelangt zwar wasserfrei in den Aspirator, nimmt aber in diesem wieder Wasser auf, und zwar, wie man wird an-

nehmen müssen, bis zur Sättigung. Bei $t_1 = 11,3^\circ$ ist $s_1 = 10$ mm. Das angesaugte permanente Gas wird sonach in den Zustand

$$\begin{aligned} V_1 &= 0,1 \text{ cbm,} & s_1 &= b - s_1 = 720 - 10 = 710 \text{ mm,} \\ t_1 &= 11,3^\circ \text{ C,} & T_1 &= 284,3^\circ \text{ C} \end{aligned}$$

sich befinden.

In dem Gasraum selbst kennt man nur

$$s = 720 \text{ mm,} \quad t = 47,1^\circ, \quad T = 320,1^\circ, \quad \varsigma = 80 \text{ mm.}$$

I. Fall. Es wurde durch Wägung des Trockengefäßes $G_w = 6,6$ g gefunden.

Man erhält nach (167)

$$A = V_1 \frac{s_1}{s} \cdot \frac{T}{T_1} = 0,1 \frac{710}{720} \cdot \frac{320,1}{284,3} = 0,111.$$

Die Rechentafel III ergibt

$$\gamma_w^{s,t} = 660 \text{ g,}$$

es ist also nach (169) und (170)

$$\begin{aligned} B &= G_w : \gamma_w^{s,t} = 6,6 : 660 &= 0,01, \\ V &= A + B = 0,111 + 0,010 &= 0,121 \text{ cbm,} \\ q &= B : V = 0,01 : 0,121 &= 0,0826, \\ \sigma &= sq = 720 \times 0,0826 &= 59,5 \text{ mm.} \end{aligned}$$

Sonach ist $\sigma < \varsigma$, im Gasraum herrscht Feuchtzustand, der Sättigungsgrad ist $r = \sigma : \varsigma = 59,5 : 80 = 0,74$. Die Grundzahl ist $q = q_0 = 0,0826$.

II. Fall. Die Wägung des Trockengefäßes ergibt $G_w = 13,2$ g. Nach den Formeln (170) erhält man

$$\begin{aligned} A &= 0,111 \text{ cbm,} \\ B &= 13,2 : 660 &= 0,02, \\ V &= A + B &= 0,131, \\ q &= 0,02 : 0,131 &= 0,153, \\ \sigma &= 0,153 \times 720 &= 111,2 \text{ mm,} \\ r &= 111,2 : 80 &= 1,38 \text{ oder } 138 \text{ Proz.} \end{aligned}$$

Sonach ist der Gasraum entweder stark übersättigt oder er befindet sich im Naßzustand.

Nimmt man das letztere an, so erhält man nach den Formeln (172) und (173)

$$\begin{aligned} q &= \varsigma : s = 80 : 720 = 0,111, \\ V &= A : (1 - q) = 0,111 : (1 - 0,111) = 0,125. \end{aligned}$$

Für $\gamma_w^{s,t}$ ergibt die Rechentafel III 73 g, es ist also nach (174) und (176)

$$\begin{aligned} \Gamma &= 0,125 \times 73 &&= 91 \text{ g,} \\ \Delta G &= G_w - \Gamma = 13,2 - 9,1 = 4,1 \text{ g,} \\ n &= \Delta G : G_w = 4,1 : 13,2 &&= 0,31. \end{aligned}$$

Die Rechentafel V ergibt aber mit $q = 0,111$ und $n = 0,31$ die Grundzahl

$$q_0 = 0,153.$$

Die Formel (177) liefert den gleichen Wert

$$q_0 = 0,111 : [1 - 0,31(1 - 0,111)] = 0,1533.$$

§ 32.

Die Bestimmung des Wassergehaltes eines Gasgemisches durch Zustandsänderungen. Übersicht und Formeln.

Im Feuchtzustand soll der Zustand von G kg des wasserhaltigen Gemisches gegeben sein durch

$$V_0, s_0, \sigma_0, T_0,$$

und es sollen diese G kg in einen anderen Feuchtzustand

$$V, s, \sigma, T$$

gebracht werden.

Die G kg enthalten G_p kg trockene Gase und G_w kg Wassergas. Bei diesen Zustandsänderungen kommen die G_p kg aus dem Zustand $V_0, s_0 - \sigma_0, T_0$ in den Zustand $V, s - \sigma$ und T und müssen deshalb die Gleichungen gelten

$$V_0(s_0 - \sigma_0)T = V(s - \sigma)T_0$$

oder auch

$$(178) \quad V_0 s_0(1 - q_0)T = Vs(1 - q)T_0, \quad q_0 = \sigma_0 : s_0, \quad q = \sigma : s.$$

Nun ist aber in § 9 nachgewiesen worden, daß im ganzen Feuchtfeld der Druckquotient $\sigma : s$ konstant ist und überall den Wert q_0 „der Grundzahl“ hat. Sonach ist auch

$$(179) \quad V_0 s_0 T = Vs T_0.$$

Da in dieser Gleichung q_0 nicht vorkommt, folgt, daß die Grundzahl q_0 durch Zustandsänderungen innerhalb des Feuchtfeldes nicht bestimmt werden kann.

Wird aber das Gemisch aus dem Feuchtzustand V_0, s_0, σ_0, T_0 in den Naßzustand V, s, σ, T gebracht, so gelten für die G_p kg trockenes Gas die Gleichungen

$$(180) \quad V_0 s_0(1 - q_0)T = V(s - s)T_0, \quad q_0 = \sigma_0 : s_0, \quad s = f(t)$$

und folgt hieraus

$$(181) \quad q_0 = 1 - \frac{V}{V_0} \cdot \frac{T_0}{T} \cdot \frac{(s - s_0)}{s_0}.$$

Die Größen V_0 , V , T_0 , T , s_0 , s können gemessen werden, und q_0 ist durch T bestimmt, man wird also daraus q_0 berechnen können.

Diese Zustandsänderungen werden zwar auf alle möglichen Weisen stattfinden können, es werden aber darunter sich drei einfache Fälle befinden.

1. Abkühlung bei konstantem Volumen

$$(182) \quad q_0 = 1 - \frac{T_0}{T} \cdot \frac{s - s_0}{s_0}.$$

2. Kompression bei konstanter Temperatur

$$(183) \quad q_0 = 1 - \frac{V}{V_0} \cdot \frac{s - s_0}{s_0}.$$

3. Abkühlung bei konstantem Druck

$$(184) \quad q_0 = 1 - \frac{V}{V_0} \cdot \frac{T_0}{T} \cdot \frac{s_0 - s}{s_0}.$$

Bei dem letzten Verfahren werden die Volumina im warmen und im kalten Zustand gemessen. Man kann aber noch ein anderes Verfahren anwenden.

4. Abkühlung bei konstantem Druck, Messung des Volumens des kalten Gases und des Gewichtes des kondensierten Wassers. Die hierbei zu verwendenden Formeln sollen in § 35 entwickelt werden.

Außer dem unter 4. aufgeführten Verfahren werden die Verfahren 1. und 3. sich praktisch leicht ausführen lassen, während dem Verfahren 2. mehr oder weniger große Schwierigkeiten entgegenstehen dürften.

§ 33.

Die Bestimmung von q_0 durch Abkühlung bei konstantem Volumen und Messung der Druckänderungen.

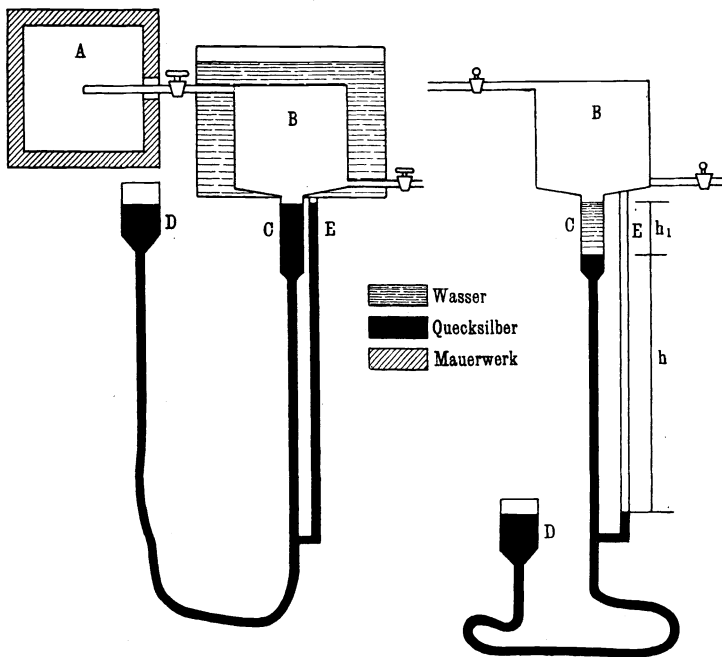
In Abb. 5 ist eine Vorrichtung skizziert, welche zu diesem Verfahren verwendet werden kann.

Das Gasgemisch wird mittels eines Ventilators aus dem Kanal A durch das Gefäß B gesaugt, falls nicht genügender Überdruck im Kanal herrschen sollte. Das Gefäß B steht in einem Wasser- oder Ölbad, dessen Temperatur etwas höher als im Kanal ist, damit keine Kondensation eintreten kann, eventuell aber bei hohem Wassergehalt der Gase in diesen ausgeschiedenes Wasser vergast wird.

Das Gefäß *B* kann durch Quecksilber in der Röhre *C* abgeschlossen werden. Durch die Stellung des Gefäßes *D*, welches durch einen Gummischlauch mit *C* verbunden ist, kann man die Quecksilberoberfläche in *C* bis zu größtmöglicher Höhe heben. Die Oberfläche im Manometerrohr *E* ergibt den Über- oder Minderdruck in *B*.

Einige Millimeter Wassersäule Überdruck in *A* und *B* werden durch *E* kaum meßbar angezeigt werden. Es soll angenommen werden, daß in beiden Gasräumen der Druck $s_0 =$ dem Barometerstand b ist.

Abb. 5.



Nun werden die Hähne abgeschlossen und die Temperatur des Bades von $t_0^{\circ}\text{C}$ auf $t^{\circ}\text{C}$ erniedrigt. Das ist mit einer starken Druckverminderung in *B* verbunden, es muß *D* gesenkt werden.

Über dem Quecksilber in *C* kann sich eine Wassersäule bilden, deren Höhe h_1 mm sein soll. Wenn man dann *D* so stellt, daß das Volumen in *B* möglichst dasselbe wie bei der Temperatur t_0 ist, so wird das Manometer *E* die Quecksilbersäule h zeigen, und es wird die Spannung in *B* sein

$$s = b - h - \frac{1}{13,6} h_1 \text{ mm.}$$

Man kennt somit t_0 , t , $s_0 = b$ und s , also auch $\varrho = f(t)$ und kann

$$q_0 = 1 - \frac{T_0}{T} \frac{s - \varrho}{s_0}$$

berechnen.

Wenn $b = 725$ mm, $t_0 = 100^\circ$ C, $t = 11^\circ$, $h_1 = 0$, $h = 500$ mm und $\varrho = 10$ mm sind, so ist $s_0 = b = 725$ mm, $s = 725 - 500 = 225$ mm und $s - \varrho = 225 - 10 = 215$ mm.

Man erhält also

$$q_0 = 1 - \frac{373}{284} \cdot \frac{215}{725} = 0,61.$$

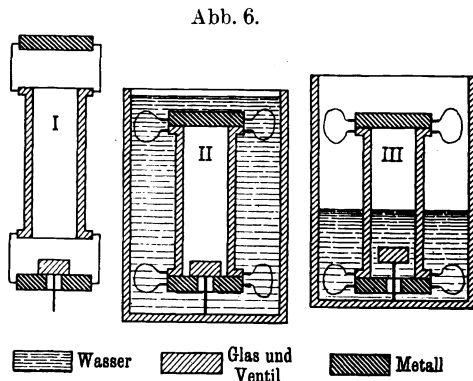
Das ist eine sehr hohe Grundzahl, welche in den Räumen A und B $\sigma_0 = q_0 s_0 = 0,61 \times 725 = 442$ mm und den Taupunkt $\vartheta = 85$ bis 86° C ergibt.

Die relative Feuchtigkeit ist in B $r = 442 : 760 = 0,58$ oder 58 Proz. Würde in A nur die Temperatur 92° C sein, so wäre $\varrho = 567$ mm, also $r = 442 : 567 = 0,78$ oder 78 Proz. Die Rechentafel III ergibt das Gewicht eines Kubikmeters Wassergas bei $t = 100^\circ$ und $\sigma = 442$ mm $\gamma_w = 345$ g. Sonach können in dem Gefäß B für jedes Liter nur 0,345 g vorhanden sein und kann es dann zu einer beachtenswerten Wassersäule h_1 in C nicht kommen.

§ 34.

Die Bestimmung von q_0 durch Abkühlung bei konstantem Druck. Messung des Anfangs- und des Endvolumens.

In Abb. 6 ist eine Vorrichtung skizziert worden, deren konstruktive Ausarbeitung nicht allzu schwer sein dürfte. Ein Glaszylinder kann durch zwei schwere Metallplatten genügend luftdicht abgeschlossen werden. In der unteren Platte befindet sich ein Ventil. Die Vorrichtung wird an der oberen Platte in den Gasraum gehängt, beide Platten sind mit dem Zylinder durch Schnüren verbunden. In dieser Stellung I können die Gase ungehindert durch den Zylinder streichen.



Die Vorrichtung soll nun so getroffen sein, daß man den Zylinder auf die untere Platte, die obere Platte auf den Zylinder dicht aufsetzen

und die ganze Vorrichtung rasch in ein Gefäß mit Wasser bringen kann (Stellung II). Dabei muß das Ventil geschlossen bleiben und das Wasser so warm sein, daß der Glaszylinder nicht zerspringt.

Nunmehr wird das Wasser abgekühlt, das Ventil durch Aufsetzen des Zylinders geöffnet und die Wassermenge so reguliert, daß sie innen und außen gleich hoch steht.

Natürlich kann man zu diesen Messungen auch eine passend eingerichtete Gaspürette oder irgend ein anderes Meßwerkzeug verwenden.

Es soll der Barometerstand $b = 750$ mm sein. Im Gasraum ist $t_0 = 147^\circ \text{C}$, $T_0 = 420^\circ$, $s_0 = 3290$ mm. Abgekühlt wird das Gas auf $t = 27^\circ \text{C}$, $T = 300^\circ \text{C}$, $s = 27$ mm.

Wenn das Volumen des Zylinders $V_0 = 1$ gesetzt wird, so soll

$$V = 0,5$$

gefunden worden sein. Man erhält nach (184)

$$q_0 = 1 - \frac{V}{V_0} \cdot \frac{T_0}{T} \cdot \frac{b-s}{b} = 1 - \frac{0,5}{1} \cdot \frac{420}{300} \cdot \frac{723}{750} = 0,325.$$

In dem Gasraum ist also

$$\begin{aligned} \sigma_0 &= q_0 b = 0,325 \times 750 = 244 \text{ mm,} \\ r_0 &= \sigma_0 : s_0 = 244 : 3290 = 0,074 \text{ oder } 7,4 \text{ Proz.,} \\ \vartheta &= 71^\circ \text{C.} \end{aligned}$$

§ 35.

Die Bestimmung von σ_0 durch Abkühlung bei konstantem Druck. Messung des Volumens des kalten Gases und des Gewichtes des kondensierten Wassers.

Das Gas wird, wie Abb. 7 zeigt, aus der Mitte des Gaskanals durch eine Kühlschlange und eine Gasuhr geleitet. Das kondensierte Wasser wird in einem Zylinder aufgefangen und kann durch den daran befindlichen Hahn abgelassen werden.

Man erhält also das Volumen V cbm des kalten Gases, dessen Temperatur $t^\circ \text{C}$ und dessen Spannung $s = b$ mm ist und welches Wasserdampf von der Spannung s mm mit sich führt.

Dann erhält man das Gewicht des gleichzeitig kondensierten Wassers $\mathcal{A}G$ kg.

Setzt man

$$(185) \quad g = \mathcal{A}G : V \text{ kg,}$$

so wird g das für 1 cbm kaltes Gas kondensierte Wasser sein. In dem Gaskanal werden G kg des durch die Gasuhr gegangenen Gases das

Volumen V_0 cbm, die Temperatur $t_0^\circ \text{C}$, die Gesamtspannung $s_0 = b$ und die Spannung σ_0 mm des Wassergases gehabt haben. V_0 und σ_0 sind unbekannt und sollen bestimmt werden.

Das in diesen G kg enthaltene trockene Gas befindet sich also in dem Zustand

V_0 , $(b - \sigma_0)$ und T_0 , im kalten Zustand sind aber diese Größen

V , $(b - s)$ und T .

Es muß also die Gleichung gelten

$$V_0(b - \sigma_0)T = V(b - s)T_0.$$

Führt man die Ausdrücke

$$(186) \quad \varphi = V_0 : V \quad \text{und} \quad \tau = T_0 : T$$

ein, so erhält man auch

$$(187) \quad \varphi(b - \sigma_0) = \tau(b - s).$$

In dieser Gleichung sind φ und σ_0 unbekannt, es muß also noch eine zweite Gleichung für dieselben aufgestellt werden.

Das spezifische Gewicht des im Gaskanal befindlichen Wassergases ist, wie sich aus § 5 ergibt:

$$(188) \quad \gamma_w^{\sigma_0, t_0} = \frac{\sigma_0}{R_w \cdot T_0}.$$

Da V_0 cbm in den Kühler eintreten, wird das Gewicht des darin enthaltenen Wassergases

$$V_0 \frac{\sigma_0}{R_w T_0} \text{ kg}$$

sein, von diesem werden aber

$$V \gamma_w^{s, t} \text{ kg}$$

mit durch die Gasuhr abströmen, so daß das Gewicht ΔG kg des aufgefundenen kondensierten Wassers

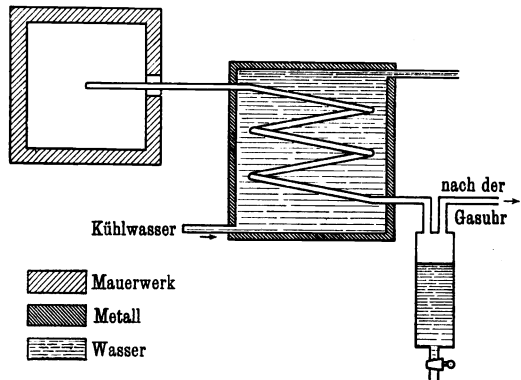
$$(189) \quad \Delta G = V_0 \frac{\sigma_0}{R_w T_0} - V \gamma_w^{s, t}$$

sein wird.

Man erhält hieraus

$$(190) \quad g = \frac{\Delta G}{V} = \varphi \frac{\sigma_0}{R_w T_0} - \gamma_w^{s, t}.$$

Abb. 7.



Hieraus folgt aber weiter

$$(191) \quad \varphi \sigma_0 = R_w T_0 (g + \gamma_w^{s,t}) = R_w \tau T (g + \gamma_w^{s,t}).$$

Das ist die zweite Gleichung, in der φ und σ_0 als Unbekannte auftreten, und man kann φ eliminieren, wenn man beide Gleichungen (187) und (191) dividiert, was ergibt

$$(192) \quad \frac{\sigma_0}{b - \sigma_0} = \frac{R_w \cdot T}{b - s} (g + \gamma_w^{s,t}).$$

Wenn man schreibt

$$(193) \quad v_w^{(b-s),t} = \frac{R_w T}{b - s},$$

so ist, wie sich das aus § 5 ergibt, $v_w^{(b-s),t}$ das spezifische Volumen eines Gases, dessen Dichte 0,625 ist, bei $(b - s)$ mm Spannung und t° C Temperatur. Aus der Rechentafel III findet man $\gamma_w^{(b-s),t}$, es wird also $v_w^{(b-s),t}$ der reziproke Wert des spezifischen Gewichtes sein.

Sonach erhält man, wenn man eine neue Hilfsgröße y einführt,

$$(194) \quad y = \frac{\sigma_0}{b - \sigma_0} = v_w^{(b-s),t} (g + \gamma_w^{s,t}).$$

Hieraus und aus Gleichung (187) folgen dann

$$(195) \quad \sigma_0 = \frac{y}{1 + y} b \quad \text{und} \quad \varphi = \tau \frac{b - s}{b - \sigma_0}$$

als die Gleichungen, mittels denen σ_0 und φ berechnet werden können, und ergeben diese endlich

$$(196) \quad q_0 = \sigma_0 : b = \frac{y}{1 + y},$$

die Grundzahl des im Gaskanal befindlichen Gemisches. Auch hier muß sich σ_0 kleiner als die Sättigungsspannung s_0 bei t_0° C ergeben. Ist dies nicht der Fall, ist $\sigma_0 > s_0$, so ist das Gas im Naßzustand und wird man dann wie in § 31 zu verfahren haben. Hier soll auf diesen Fall nicht näher eingegangen werden.

Wenn das Verfahren zur dauernden Kontrolle des Betriebes verwendet werden soll, wird es darauf ankommen, auf möglichst einfache Weise die Spannung σ_0 finden zu können.

Mittels der Rechentafel IV findet man dann r_0 und ϑ und mittels der Rechentafel III $\gamma_w^{s_0, t_0}$, was das Gewicht des in 1 cbm Gas enthaltenen Wassers angibt.

Die Größe

$$v_w^{(b-s),t} = 1 : \gamma_w^{(b-s),t}$$

hängt vom Barometerstand und der Temperatur des Kühlwassers ab. Man kann annehmen, daß b zwischen 700 bis 800 mm und t zwischen

0 bis 30° C liegen werden. Dann wird auch $\gamma_w^{s,t}$ für Temperaturen von 0 bis 30° gebraucht werden. Da es häufig vorkommen dürfte, daß man das Gewicht der in eine Anlage einströmenden Luft braucht, man aber nur deren Volumen wirklich messen kann, wird sich eine kleine Tabelle empfehlen, welche die spezifischen Gewichte der Luft enthält.

Alle diese Zahlen sind in Tabelle 15 zusammengestellt worden.

Tabelle 15.

t^0	Spezifisches Volumen eines Gases von $\delta_w = 0,625$ Dichte bei $s = b - \zeta$ mm Spannung und t^0 Temperatur.						$\gamma_w^{s,t}$	Spezifisches Gewicht der Luft bei $b =$		
	$b = 700$	$b = 720$	$b = 740$	$b = 760$	$b = 780$	$b = 800$		700	750	800
0	1,353	1,315	1,280	1,246	1,214	1,183	0,005	1,19	1,28	1,35
5	1,382	1,343	1,307	1,272	1,239	1,209	0,007			
10	1,418	1,378	1,341	1,305	1,271	1,239	0,009	1,14	1,23	1,31
15	1,444	1,404	1,365	1,328	1,294	1,261	0,013			
20	1,480	1,438	1,398	1,360	1,325	1,291	0,018	1,10	1,18	1,27
25	1,519	1,475	1,434	1,395	1,358	1,323	0,024			
30	1,563	1,517	1,474	1,434	1,396	1,359	0,032	1,06	1,14	1,22

Tabelle 16.

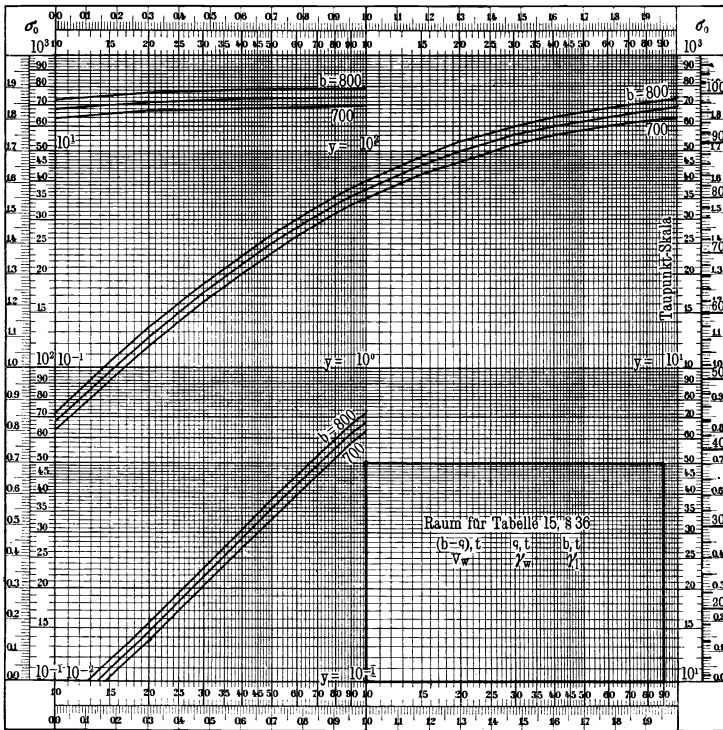
Die Funktion $\sigma_0 = y \cdot b : (1 + y)$.

y	σ_0 mm für			y	σ_0 mm für		
	$b = 700$	$b = 750$	$b = 800$		$b = 700$	$b = 750$	$b = 800$
0,010	6,90 0	7,40 0	7,90 0	0,8	3,12 + 2	3,38 + 2	3,56 + 2
0,015	1,04 + 1	1,11 + 1	1,18 + 1	0,9	3,31	3,55	3,78
0,020	1,37	1,47	1,57	1,0	3,50	3,75	4,00
0,030	2,04	2,18	2,33	1,5	4,20	4,50	4,80
0,040	2,70	2,89	3,08	2,0	4,67	5,00	5,34
0,050	3,34	3,58	3,82	3,0	5,25	5,63	6,00
0,060	3,96	4,25	4,53	4,0	5,60	6,00	6,40
0,070	4,59	4,91	5,24	5,0	5,83	6,25	6,66
0,080	5,19	5,56	5,93	6,0	5,97	6,40	6,82
0,090	5,78	6,20	6,61	7,0	6,13	6,57	7,00
0,10	6,36	6,82	7,27	8,0	6,22	6,67	7,11
0,15	9,10	9,75	1,04 + 2	9,0	6,30	6,75	7,20
0,20	1,17 + 2	1,25 + 2	1,34	10,0	6,36	6,82	7,27
0,30	1,62	1,73	1,85	20	6,66	7,14	7,62
0,40	2,00	2,15	2,29	40	6,83	7,32	7,81
0,50	2,33	2,50	2,66	60	6,89	7,38	7,87
0,60	2,63	2,81	3,00	80	6,92	7,41	7,90
0,70	2,88	3,09	3,30	100	6,93	7,40	7,92

Für die Funktion $\sigma_0 = y \cdot b : (1 + y)$ läßt sich sehr leicht eine Rechentafel auf rein graphischem Wege oder auch durch Rechnung herstellen. In Tabelle 16 stehen die Koordinaten der drei Kurven, welche man für $b = 700, 750$ und 800 mm erhält. In Rechentafel X wurden diese in Potenzpapier mit vier Mantissenfeldern (Marke 381 $\frac{1}{2}$: 7) eingezeichnet. Ordinaten sind die Spannungen σ_0 , Abszissen die Werte y .

Rechentafel X.

Die Funktion $\sigma_0 = y \cdot b : (1 + y) - y = v_w^{(b-s) \cdot t} \cdot (g + \gamma_w^s \cdot t)$ mit Taupunkt-Skala. b -Gleicher. $b = 700$ bis 800 mm. Ordinaten $\sigma_0 = 10$ bis 1000 mm. Abszissen $y = 10^{-2}$ bis 10^{+2} .



Eigentlich hätten zur zusammenhängenden Zeichnung der drei Kurven sechs Mantissenfelder von $y = 0,010$ bis $y = 100$ verwendet werden müssen, es konnte dies aber durch Parallelverschiebung des Beginns derselben um eine Mantel nach rechts und des Endes um zwei Mantels nach links vermieden werden. Dadurch ändert sich nur die Bezifferung der Abszissen, die der Ordinaten bleibt unverändert.

Über den jeweiligen Barometerstand kann σ_0 nicht hinausgehen, da in diesem Falle die Gase nur aus gesättigtem Wasserdampf bestehen würden und nur Spuren permanenter Gase enthalten könnten.

Am rechten Rande der Rechentafel X konnte nach den Dampfspannungstabellen wie in der Rechentafel IV eine Temperaturskala angebracht werden, der man die zu den σ_0 gehörigen Taupunkte ϑ entnehmen kann.

Beispiele:

1. Fall. Gemessen wurden

$$t_0 = 50^\circ \text{C}, \quad t = 5^\circ \text{C}, \quad b = 700, \quad g = \mathcal{A}G:V = 0,025 \text{ kg.}$$

Die Tabellen und Rechentafeln ergeben zuerst

$$s_0 = 92,5 \text{ mm}, \quad s = 6,5 \text{ mm}, \quad v_w^{(b-s),t} = 1,38 \text{ cbm}, \quad \gamma_w^{s,t} = 0,007 \text{ kg.}$$

Hieraus folgt nach (194)

$$y = 1,38(0,025 + 0,007) = \mathbf{0,0442}.$$

Der Rechentafel X entnimmt man mit

$$y = 0,0442 \text{ und } b = 700 \text{ mm } \sigma_0 = \mathbf{29,5 \text{ mm}} \text{ und } \vartheta = \mathbf{27^\circ \text{C.}}$$

Weiter folgt nach (186) und (195)

$$\tau = 323:288 = \mathbf{1,16}, \quad \varphi = \frac{V_0}{V} = \tau \frac{b-s}{b-\sigma_0} = 1,16 \frac{693}{670} = \mathbf{1,2}$$

und endlich

$$r_0 = \frac{\sigma_0}{s_0} = \frac{29,5}{92,5} = \mathbf{0,32}, \quad \gamma_w^{\sigma_0, t_0} = 0,0265 \text{ kg.}$$

Die Spannung des Wassergases ist also im Gaskanal 29,5 mm, die relative Feuchtigkeit 32 Proz. und der Taupunkt liegt bei 27° C.

Das heiße Gas hat das 1,2fache Volumen des kalten und im Kubikmeter 0,0265 kg Wassergas.

Die Grundzahl ist

$$q_0 = \sigma_0 : b = 29,5 : 700 = 0,042.$$

2. Fall. Gemessen wurden

$$t_0 = 100^\circ \text{C}, \quad t = 10^\circ \text{C}, \quad b = 725 \text{ mm}, \quad g = 0,211 \text{ kg.}$$

Man findet

$$s_0 = 760 \text{ mm}, \quad s = 9 \text{ mm}, \quad v_w^{(b-s),t} = 1,37, \quad \gamma_w^{s,t} = 0,009 \text{ kg}$$

und erhält

$$y = 1,37(0,211 + 0,009) = \mathbf{0,301}.$$

Der Rechentafel X entnimmt man mit

$$y = 0,301 \text{ und } b = 725 \text{ mm } \sigma_0 = \mathbf{169 \text{ mm}} \text{ und } \vartheta = \mathbf{63^\circ \text{C}}$$

und erhält weiter

$$\tau = 373:283 = \mathbf{1,32}, \quad \varphi = 1,32 \frac{716}{556} = \mathbf{1,7}, \quad r_0 = \frac{169}{760} = \mathbf{0,22},$$

$$\gamma_w^{\sigma_0, t_0} = \mathbf{0,132 \text{ kg}}, \quad q_0 = 169:725 = \mathbf{0,24}.$$

Im Gaskanal ist also bei $t_0 = 100^\circ \text{C}$, $\sigma_0 = 169 \text{ mm}$, $r_0 = 22 \text{ Proz.}$ und der Taupunkt liegt bei 63°C . Das heiße Gas hat das 1,7fache Volumen des auf 10°C abgekühlten und enthält in 1 cbm 0,132 kg Wasser.

Die Grundzahl ist 0,24.

3. Fall. Gemessen wurden

$$t_0 = 120^\circ \text{C}, \quad t = 20^\circ \text{C}, \quad b = 760 \text{ mm}, \quad g = 5,982 \text{ kg.}$$

Man erhält

$$s_0 = 1489 \text{ mm}, \quad \varsigma = 18 \text{ mm}, \quad v_w^{(b-\varsigma),t} = 1,36, \quad \gamma_w^{\varsigma,t} = 0,018 \text{ kg,}$$

$$y = 1,36(5,982 + 0,018) = \mathbf{8,16},$$

$$\sigma_0 = \mathbf{675 \text{ mm}} \quad \text{und} \quad \vartheta = \mathbf{97^\circ};$$

$$\tau = \frac{393}{293} = \mathbf{1,34}, \quad \varphi = 1,34 \frac{742}{85} = \mathbf{11,7}, \quad r_0 = \frac{675}{1489} = \mathbf{0,45},$$

$$\gamma_w^{\sigma_0,t_0} = \mathbf{0,5 \text{ kg}}; \quad q_0 = 675 : 760 = \mathbf{0,89}.$$

Im Gaskanal ist bei $t_0 = 120^\circ \text{C}$, $\sigma_0 = 675 \text{ mm}$, $r_0 = 45 \text{ Proz.}$ und der Taupunkt liegt bei 97°C . Das heiße Gas hat das 11,7fache Volumen des auf 20°C abgekühlten und enthält im Kubikmeter 0,5 kg Wasser.

Die Grundzahl hat den sehr hohen Wert 0,89.

§ 36.

Die Bestimmung der raumteiligen Zusammensetzung eines Gemisches permanenter Gase¹⁶⁾.

Es sollen hier nur kurz die theoretischen Grundlagen des Verfahrens erörtert werden, bei dem ein Mischteil nach dem anderen durch sein spezifisches Absorptionsmittel aus dem Gemisch entfernt wird. Dabei soll aber stets angenommen werden, daß die Gase sich in Berührung mit Wasser befinden, und daß die Spannung des im Gasraum befindlichen Wasserdampfes ς durch die jeweilige Temperatur $t^\circ \text{C}$ bedingt sei.

Man wird im wesentlichen zwei Verfahren zu unterscheiden haben, die sich aber in der Praxis nur schwer genau durchführen lassen werden. Diese sind:

1. Das zu analysierende Gemisch wird bei konstantem Volumen und konstanter Temperatur erhalten, es werden die Druckänderungen gemessen.
2. Das Gemisch wird auf konstantem Druck und konstanter Temperatur erhalten, es werden die Volumenänderungen gemessen.

I. Verfahren. Volumen und Temperatur bleiben konstant. Gemessen werden die Druckänderungen.

In dem Volumen V befinden sich n permanente Gase, deren jedes das Volumen V und die Temperatur T hat, während die Spannungen sind

$$(197) \quad s_0 = s_1 + s_2 + \cdots + s_m + \cdots + s_n + \zeta.$$

Setzt man

$$(198) \quad [s] = s_1 + s_2 + \cdots + s_{m-1} + s_{m+1} + \cdots + s_n,$$

so wird

$$(199) \quad s_0 - \zeta = [s] + s_m$$

die Spannung der trockenen Gase im Gemisch sein. Nach den Ausführungen des § 24 wird dann

$$(200) \quad \varepsilon_m = s_m : (s_0 - \zeta)$$

der Druckanteil des m ten Gases und

$$(201) \quad v_m = \varepsilon_m$$

der Raumanteil desselben sein.

Entfernt man das m te Gas, so verschwindet auch die Spannung s_m desselben, es bleiben aber $[s]$ und ζ unverändert. Kann man also mittels eines am Gasraum befindlichen Manometers den Gesamtdruck messen, so wird sich s_0 um die Größe s_m vermindert haben, und der neue Druck wird

$$s = s_0 - s_m$$

sein. Man erhält also

$$(202) \quad v_m = (s_0 - s) : (s_0 - \zeta).$$

Fährt man so fort, so kann man alle Raumanteile

$$v_1 + v_2 + \cdots + v_n = 1$$

bestimmen.

II. Verfahren. Druck und Temperatur bleiben angenähert konstant. Gemessen werden die Volumenänderungen.

Das Gasgemisch befindet sich in einer durch Wasser abgesperrten Meßröhre und kann auf atmosphärischem Druck erhalten werden.

Der Anfangszustand ist bestimmt durch das Volumen V_0 , die Temperatur T_0 und den Druck $s_0 = b_0$. Es sei wieder

$$(203) \quad b_0 = [s]_0 + s_{m.0} + \zeta_0.$$

Denkt man sich zunächst während der Absorption V_0 und T_0 unverändert, so werden nach Beendigung derselben die $(n - 1)$ trockenen Gase sich in dem Zustand

$$V_0, (b_0 - \zeta_0 - s_{m.0}), T_0$$

befinden. Nun können aber bis zur Herstellung des atmosphärischen Druckes und Messung des neuen Volumens V sich der Barometerstand und die Temperatur verändert haben. Dann wird der neue Zustand der $(n - 1)$ trockenen Gase sein

$$V, (b - s), T.$$

Alsdann gilt die Gleichung

$$(204) \quad V_0(b_0 - s_0 - s_{m,0}) T = V(b - s) T_0.$$

und erhält man hieraus

$$(205) \quad s_{m,0} = (b_0 - s_0) \left[1 - \frac{b - s}{b_0 - s_0} \cdot \frac{V}{V_0} \cdot \frac{T_0}{T} \right].$$

Dann ist wieder

$$(206) \quad v_m = \frac{s_{m,0}}{b_0 - s_0} = 1 - \frac{b - s}{b_0 - s_0} \cdot \frac{V}{V_0} \cdot \frac{T_0}{T}.$$

Wenn das m te Gas das erste wäre, so würde man also

$$(207) \quad v_1 = \frac{s_{1,0}}{b_0 - s_0}$$

erhalten haben.

Nun wird das zweite Gas weggeschafft und erhält man dann folgende Rechnung. Im Raume V_0 und bei der Temperatur T_0 würden die $(n - 2)$ trockenen Gase sich im Zustand

$$V_0, (s_{3,0} + s_{4,0} + \dots + s_{n,0}) = (b_0 - s_0 - s_{1,0} - s_{2,0}), T_0$$

befinden. Denkt man sich dieses Gemisch von $(n - 2)$ feuchten Gasen wieder auf atmosphärischen Druck gebracht, so kann man ablesen

$$V_1, b_1 \text{ und } T_1,$$

und es wird der Zustand der $n - 2$ trockenen Gase sein

$$V_1, (b_1 - s_1), T_1.$$

Dann gilt die Gleichung

$$(208) \quad V_0(b_0 - s_0 - s_{1,0} - s_{2,0}) T_1 = V_1(b_1 - s_1) T_0,$$

woraus sich ergibt

$$(209) \quad s_{1,0} + s_{2,0} = (b_0 - s_0) \left[1 - \frac{b_1 - s_1}{b_0 - s_0} \cdot \frac{V_1}{V_0} \cdot \frac{T_0}{T_1} \right],$$

$$(210) \quad v_1 + v_2 = \frac{s_{1,0} + s_{2,0}}{b_0 - s_0} = 1 - \frac{b_1 - s_1}{b_0 - s_0} \cdot \frac{V_1}{V_0} \cdot \frac{T_0}{T_1}.$$

So kann man nach und nach

$$v_1, v_1 + v_2, v_1 + v_2 + v_3 \text{ bis } v_1 + v_2 + \dots + v_{n-1}$$

bestimmen und erhält endlich

$$v_n = 1 - [v_1 + v_2 + \dots + v_{n-1}].$$

Ändern sich der Barometerstand und die Temperatur nicht, so gestalten sich die Formeln sehr einfach und werden

$$(211) \quad v_1 = \frac{V_0 - V}{V_0}, \quad v_1 + v_2 = \frac{V_0 - V_1}{V_0}, \quad v_2 = \frac{V - V_1}{V_0} \text{ usw.}$$

Über die Berechnung der Gewichtsanteile aus den Raumanteilen und der Dichte des Gemisches ist in § 24 ausführlich gesprochen worden.

Siebentes Kapitel.

Anwendung auf Kohlenvergasung und Verbrennung.

§ 37.

Der Vergasungsvorgang.

In diesem Kapitel soll nur an der Hand von zwei Beispielen gezeigt werden, wie man alle bei der Vergasung eines festen Brennstoffes und bei der Verbrennung auftretenden Aufgaben durch einfache Rechnungen lösen kann.

Es soll dabei besonders gezeigt werden, daß es bei den Verbrennungsvorgängen nicht nötig ist, die festen und flüssigen Brennstoffe anders zu behandeln als die gasförmigen.

Das ist nur möglich, wenn die Rechnung mit Gewichten streng durchgeführt wird. Alle Aufgaben, bei denen die Volumen in Frage kommen, können dann ohne Schwierigkeiten behandelt werden.

Auf die Gewichte muß man stets zurückgreifen, wenn es sich um die Berechnung von Wärmemengen handelt, da alle hierzu nötigen Zahlen, z. B. die spezifische Wärme, die Verbrennungswärme, die Verdampfungswärme usw. sich auf die Gewichtseinheit beziehen.

Um sich eine Vorstellung vom chemisch-technischen Standpunkt aus machen zu können, denke man sich einen der vielgebrauchten Füllöfen. Über dem Rost desselben wird ein Kohlenfeuer angefacht, und es wird der Schacht dann mit Kohle gefüllt. In dem eigentlichen Verbrennungsherd entstehen als Verbrennungsprodukte Kohlensäure, Kohlenoxyd und Wasserdampf; aus der durch den Rost zuströmenden Luft kommen hierzu noch Stickstoff und der überschüssige Sauerstoff, und die Asche fällt durch den Rost.

Über den glühenden Kohlen oder richtiger Koks findet zunächst eine trockene Destillation, wie in den Leuchtgasretorten, statt. Es können sich bilden: Methan und andere gasförmige Kohlenwasserstoffe, Teer und Ammoniak sowie in geringen Mengen Wasserdampf, Kohlen-

säure und Kohlenoxyd. Führt man durch den Rost außer der Luft auch Wasserdampf zu, so wird dieser durch die glühenden Kohlen zersetzt, es wird der Wasserstoff frei und der Sauerstoff bildet hauptsächlich Kohlenoxyd. Wird dann die Luftzufuhr möglichst beschränkt, so bestehen die Abgase aus Wasserstoff, Kohlenoxyd, Methan und anderen Kohlenwasserstoffen als brennbare Bestandteile, während Stickstoff, Wasserdampf, Sauerstoff, Ammoniak und Kohlensäure als unverbrennbar beigemischt sind. Der Teer kondensiert sich und kann abgelassen und das Ammoniak durch Schwefelsäure gebunden werden.

Das ist der Vergasungsvorgang. Die Abgase nennt man Wassergas, Generatorgas, Gichtgase usw.

Bei dem eigentlichen Verbrennungsvorgang sollen die Abgase nur aus Stickstoff und Kohlensäure bestehen, Wasserdampf und namentlich Kohlenoxyd sowie Sauerstoff sollen nur in geringen Mengen vorkommen.

Das wird das zum Verständnis der Rechnungen nötige Wesen der Vorgänge sein, über die verschiedenen Verfahren, welche die Praxis wirklich anwendet, wird man sich in den Lehrbüchern der technischen Chemie orientieren müssen.

Feststellung der Aufgabe vom mathematischen Standpunkt aus.

1 kg frischer Kohle wird dadurch vergast, daß ihm **l kg** Luft und **w kg** Wasserdampf zugeführt werden.

Das Produkt der Vergasung besteht aus **G kg** eines feuchten Gasgemisches, **t kg** Teer und **k_a kg** Asche.

Sonach muß

$$(212) \quad 1 + l + w = G + t + k_a$$

sein.

In 1 kg Kohle sollen enthalten sein:

k_c kg Kohlenstoff (C), **k_h kg** Wasserstoff (H₂), **k_o kg** Sauerstoff (O₂),
k_n kg Stickstoff (N₂), **k_w kg** Wasser und **k_a kg** Asche.

1 kg Wasser besteht aus $\frac{1}{9}$ kg H₂ und $\frac{8}{9}$ kg O₂ und 1 kg Luft, nach § 25 aus 0,24 kg O₂ und 0,76 kg N₂.

Der Wassergehalt der eintretenden Luft wird meist so klein sein, daß er vernachlässigt oder zu den **w kg** Wasserdampf gerechnet werden kann.

Dann wird die Elementarzusammensetzung der $1 + l + w$ kg Kohle, Luft und Wasser sein

$$(213) \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Kohlenstoff} = k_c \\ \text{Wasserstoff} = k_h + \frac{1}{9}(w + k_w) \\ \text{Sauerstoff} = k_o + \frac{8}{9}(w + k_w) + 0,24 l \\ \text{Stickstoff} = k_n \quad \quad \quad + 0,76 l \\ \text{Asche} = k_a \end{array} \right.$$

Summe $1 + w + l$

In 1 kg Teer sollen enthalten sein:

$$\tau_c \text{ kg C, } \tau_h \text{ kg H}_2, \tau_o \text{ kg O}_2 \text{ und } \tau_n \text{ kg N}_2.$$

Über die Bestimmung des Wassergehaltes und der Zusammensetzung der G kg Gase ist in den §§ 28 bis 36 ausführlich gesprochen worden. Die gewöhnlichen Methoden ergeben zwar die Raumanteile der Gase, es ist aber in § 24 gezeigt worden, wie man daraus die Gewichtsanteile berechnen kann. Hier soll angenommen werden, daß der Taupunkt der G kg Gase sehr tief liegt, man also das darin enthaltene Wassergas als ein permanentes Gas betrachten darf.

Es sollen in 1 kg des feuchten Gasgemisches enthalten sein:

$$(214) \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Acetylen (C}_2\text{H}_2) \dots g_{2,2} = \frac{12}{13}g_{2,2} \text{ kg C} + \frac{1}{13}g_{2,2} \text{ kg H}_2 \\ \text{Äthylen (C}_2\text{H}_4) \dots g_{2,4} = \frac{6}{7}g_{2,4} \text{ kg C} + \frac{1}{7}g_{2,4} \text{ kg H}_2 \\ \text{Methan (CH}_4) \dots g_{1,4} = \frac{3}{4}g_{1,4} \text{ kg C} + \frac{1}{4}g_{1,4} \text{ kg H}_2 \\ \text{Kohlenoxyd (CO)} \dots g_{k_o} = \frac{3}{7}g_{k_o} \text{ kg C} + \frac{4}{7}g_{k_o} \text{ kg O}_2 \\ \text{Kohlensäure (CO}_2) \dots g_{k_s} = \frac{3}{11}g_{k_s} \text{ kg C} + \frac{8}{11}g_{k_s} \text{ kg O}_2 \\ \text{Wassergas (H}_2\text{O)} \dots g_w = \frac{1}{9}g_w \text{ kg H}_2 + \frac{8}{9}g_w \text{ kg O}_2 \\ \text{Stickstoff (N}_2) \dots g_n \\ \text{Sauerstoff (O}_2) \dots g_o \\ \text{Wasserstoff (H}_2) \dots g_h \end{array} \right.$$

Summe = 1 kg

Sonach enthält 1 kg des feuchten Gasgemisches auch

$$(215) \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Kohlenstoff } (\frac{12}{13}g_{2,2} + \frac{6}{7}g_{2,4} + \frac{3}{4}g_{1,4} + \frac{3}{7}g_{k_o} + \frac{3}{11}g_{k_s}) = c \text{ kg} \\ \text{Wasserstoff } (g_h + \frac{1}{13}g_{2,2} + \frac{1}{7}g_{2,4} + \frac{1}{4}g_{1,4} + \frac{1}{9}g_w) = h \text{ „} \\ \text{Sauerstoff } (g_o + \frac{4}{7}g_{k_o} + \frac{8}{11}g_{k_s} + \frac{8}{9}g_w) = o \text{ „} \\ \text{Stickstoff } g_n = n \text{ „} \end{array} \right.$$

Summe = 1 kg

Dann enthalten k_a kg Asche + t kg Teer + G kg feuchte Gase

$$(216) \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{Kohlenstoff} \dots \tau_c t + cG \text{ kg} \\ \text{Wasserstoff} \dots \tau_h t + hG \text{ „} \\ \text{Sauerstoff} \dots \tau_o t + oG \text{ „} \\ \text{Stickstoff} \dots \tau_n t + nG \text{ „} \\ \text{Asche} \dots k_a \text{ „} \\ \text{Summe} \dots k_a + t + G \text{ kg} \end{array} \right.$$

Sonach erhält man nach (213) und (216) die folgenden Gleichungen:

$$(217) \quad \begin{cases} 1. k_c & = \tau_c t + cG \\ 2. k_h + \frac{1}{9}(w + k_w) & = \tau_h t + hG \\ 3. k_o + \frac{8}{9}(w + k_w) + 0,24 l & = \tau_o t + oG \\ 4. k_n & + 0,76 l = \tau_n t + nG \\ 5. k_a & = k_a \end{cases}$$

$$1 + w + l = k_a + t + G$$

Die ersten vier Gleichungen enthalten die vier Unbekannten l , w , G und t , die man also durch Auflösen dieser vier Gleichungen bestimmen kann. Sie lehren, wieviel Luft und Wasserdampf man 1 kg Kohle zuführen muß, um 1 kg Teer und G kg feuchter Gase von den durch die Analyse gefundenen Zusammensetzungen zu erhalten.

Sind aber l , w , G und t sowie die Zusammensetzung der Kohle und des Teeres durch Messungen bekannt, so kann man aus diesen vier Gleichungen c , h , o und n , also die Elementarzusammensetzung des feuchten Gasgemisches bestimmen.

Ist außer der Zusammensetzung der Kohle, des Teeres und des feuchten Gasgemisches auch das Gewicht t des Teeres bekannt, so kann man die Gleichungen 2. und 3. addieren und erhält

$$(218) \quad \begin{cases} 1. k_c & = \tau_c t + cG \\ 2. \text{ u. } 3. k_h + k_o + w + k_w + 0,24 l & = (\tau_h + \tau_o)t + (h + o)G \\ 4. k_n & + 0,76 l = \tau_n t + nG \end{cases}$$

Die Auflösung dieser drei Gleichungen ergibt

$$(219) \quad G = (k_c - \tau_c t) : c,$$

$$(220) \quad l = (\tau_n t + nG - k_n) : 0,76,$$

$$(221) \quad w = (\tau_h + \tau_o)t + (h + o)G - 0,24 l - (k_o + k_h + k_w).$$

Wenn man also 1 kg Kohle die nach (220) und (221) berechneten l kg Luft und w kg Wasserdampf zuführt, so erhält man die aus (219) sich ergebenden G kg feuchtes Gasgemisch, dessen Zusammensetzung die Analyse ergeben hatte.

Beispiel. In 1 kg der Kohle sind enthalten

$$k_c = 0,32 \text{ kg}, \quad k_h = 0,03 \text{ kg}, \quad k_o = 0,12 \text{ kg}, \quad k_n = 0,02 \text{ kg},$$

$$k_w = 0,30 \text{ kg}, \quad k_a = 0,21 \text{ kg}$$

und in 1 kg Teer

$$\tau_c = 0,82 \text{ kg}, \quad \tau_h = 0,11 \text{ kg}, \quad \tau_o = 0,05 \text{ kg}, \quad \tau_n = 0,02 \text{ kg}.$$

Durch eine der in den §§ 28 bis 35 ausführlich besprochenen Methoden wurde die Grundzahl des feuchten Gasgemisches

$$q_0 = 0,2$$

Dann erhält man nach (219)

$$(223) \quad G = (k_c - \tau_c t) : c = (0,32 - 0,82 \times 0,08) : 0,146 = \mathbf{1,740 \text{ kg.}}$$

Das ergibt dann nach (220)

$$(224) \quad \begin{cases} l = (\tau_n t + n G - k_n) : 0,76 \\ \quad = (0,02 \times 0,08 + 0,381 \times 1,740 - 0,02) : 0,76 \\ \quad = (0,002 + 0,663 - 0,020) : 0,76 = \mathbf{0,843 \text{ kg}} \end{cases}$$

und nach (221)

$$(225) \quad \begin{cases} w = (\tau_h + \tau_o) t + (h + 0) G - 0,241 - (k_o + k_h + k_w) \\ \quad = (0,11 + 0,05) \times 0,08 + (0,045 + 0,428) \times 1,740 \\ \quad \quad \quad - 0,24 \times 0,843 - (0,12 + 0,03 + 0,30) \\ \quad = 0,16 \times 0,08 + 0,473 \times 1,740 - 0,24 \times 0,843 - 0,45 \\ \quad = \mathbf{0,184 \text{ kg.}} \end{cases}$$

Probe. Man erhält

$$(226) \quad \begin{cases} 1 + l + w = 1 + 0,843 + 0,184 = 2,027, \\ k_a + t + G = 0,21 + 0,08 + 1,740 = 2,030. \end{cases}$$

Die Übereinstimmung ist genügend, die Rechnung ist richtig.

Wenn man also 1 kg Kohle mit 0,843 kg Luft und 0,184 kg Wasser vergast, so erhält man 0,08 kg Teer, 0,21 kg Asche bleiben übrig und es entweichen 1,740 kg feuchter Gase.

Die Zusammensetzung dieser Gase ist folgende:

	kg für		oder	kg für	
	1 kg	1,74 kg		1 kg	1,74 kg
N ₂	0,38	0,661	N ₂	0,381	0,663
O ₂	0,01	0,017	O ₂	0,428	0,745
H ₂	0,02	0,035	H ₂	0,045	0,078
CH ₄	0,02	0,035	C ₂	0,146	0,254
CO	0,13	0,226			
CO ₂	0,27	0,470			
H ₂ O	0,17	0,296			
	1,00	1,740		1,000	1,740

Die Dichte des trockenen Gasgemisches konnte nach den Ergebnissen der Analyse derselben zu $\delta_p = 0,805$ berechnet werden. Da die Bestimmung des Wassergehaltes der feuchten Gase die Grundzahl $q_0 = 0,2$ ergeben hatte, fand sich die Dichte derselben $\delta = 0,749$.

Damit erhält man nach § 27

$$(227) \quad R_\delta = 2,153 : 0,749 = \mathbf{2,874} \quad \text{und} \quad S_\delta = 2,874 \times 0,8 = \mathbf{2,299}$$

und weiter mit $G = 1,74 \text{ kg}$

$$(228) \quad R_\delta \cdot G = \mathbf{5,001} \quad \text{und} \quad S_\delta \cdot G = \mathbf{4,001}.$$

Das ergibt also die Zustandsgleichungen der 1,74 kg Gase

$$(229) \quad \begin{cases} Vs = 5 T \text{ im Feuchtzustand,} \\ V(s - s) = 4 T \text{ im Naßzustand.} \end{cases}$$

Die Lage der Grenzkurve ist nach § 13 durch $q_0 = 0,2$ bestimmt, man kann also das Zustandsfeld konstruieren, wie dies in den §§ 17 bis 19 gelehrt und durch Beispiele erläutert worden ist.

Der Taupunkt dieser Gase wird nach Rechnungstafeln III oder X bei Spannungen von 100 bis 1000 mm zwischen 22 bis 66° C liegen.

§ 38.

Der Verbrennungsvorgang¹⁷⁾.

Der Verbrennungsvorgang unterscheidet sich von dem der Vergasung folgendermaßen in der Hauptsache.

1. Es wird dem Brennstoff nur Luft, kein Wasserdampf zugeführt.

2. Die Abgase bestehen nur aus Stickstoff aus der Luft, mehr oder weniger Sauerstoff vorwiegend aus der Luft, Wasserdampf durch Verbrennung des Wasserstoffes und auch aus dem Brennstoff, Kohlensäure und Kohlenoxyd. Bei vollkommener Verbrennung darf das letztere als brennbares Gas nicht vorkommen.

3. Die Brennstoffe können fest, flüssig und auch gasförmig sein. Es werden folgende Annahmen gemacht:

1. Aller Wasserstoff verbrennt zu Wasser.

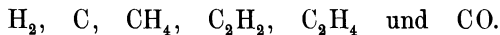
2. Von dem freien oder an Wasserstoff gebundenen Kohlenstoff verbrennen α Gewichtsteile zu Kohlensäure und $(1 - \alpha)$ Gewichtsteile zu Kohlenoxyd.

3. Von dem Kohlenoxyd verbrennen β Gewichtsteile zu Kohlensäure, es verbleiben also $(1 - \beta)$ Gewichtsteile als Kohlenoxyd in den Abgasen.

1 kg des festen oder flüssigen oder gasförmigen Brennstoffs soll bestehen aus

Stickstoff (N ₂) . . k_n kg	Äthylen (C ₂ H ₄) . . $k_{2,4}$ kg
Sauerstoff (O ₂) . . k_o „	Kohlenoxyd (CO) . k_{ko} „
Wasserstoff (H ₂) k_h „	Kohlensäure (CO ₂) k_{ks} „
Kohlenstoff (C) . . k_c „	Wasser k_w „
Methan (CH ₄) . . $k_{1,4}$ „	Asche k_a „
Acetylen (C ₂ H ₂) $k_{2,2}$ „	

Verbrennbar sind von diesen Gewichtsteilen nur



Es soll 1 kg des Brennstoffs durch Zuführung von
 l kg Luft

verbrannt werden. Dann wird das Gewicht der Abgase

$$(230) \quad G = 1 - k_a + l \text{ kg}$$

sein.

Diese G kg Abgase sollen bestehen aus

G_n kg N_2 , G_o kg O_2 , G_w kg Wasser, G_{k_o} kg CO und G_{k_s} kg CO_2 .

Dann ist

$$(231) \quad G = 1 - k_a + l = G_n + G_o + G_w + G_{k_o} + G_{k_s} \text{ kg.}$$

Das Gewicht des freien und an Wasserstoff gebundenen Kohlenstoffs ist

$$(232) \quad c = k_c + \frac{3}{4} k_{1,4} + \frac{12}{13} k_{2,2} + \frac{6}{7} k_{2,4} \text{ kg.}$$

Dagegen ist das Gewicht des freien und an Kohlenstoff gebundenen Wasserstoffs

$$(233) \quad h = k_h + \frac{1}{4} k_{1,4} + \frac{1}{13} k_{2,2} + \frac{1}{7} k_{2,4}$$

Sonach muß sein

$$(234) \quad \begin{aligned} c + h &= k_c + k_h + k_{1,4} + k_{2,2} + k_{2,4} \\ &= 1 - k_n - k_o - k_{k_o} - k_{k_s} - k_w - k_a. \end{aligned}$$

Der Verbrennungsvorgang ist nun folgender. Es sind

$$(235) \quad \begin{cases} 1 \text{ kg Wasserstoff} + 8 \text{ kg Sauerstoff} = 9 \text{ kg Wasser} \\ 1 \text{ „ Kohlenstoff} + \frac{4}{3} \text{ „ „} = \frac{7}{3} \text{ „ Kohlenoxyd} \\ 1 \text{ „ „} + \frac{8}{3} \text{ „ „} = \frac{11}{3} \text{ „ Kohlensäure} \\ 1 \text{ „ Kohlenoxyd} + \frac{4}{7} \text{ „ „} = \frac{11}{7} \text{ „ „} \end{cases}$$

Das ergibt die folgenden Gleichungen für die Zusammensetzung der G kg Abgase:

$$(236) \quad \begin{cases} G_n = k_n + 0,76 l \\ G_o = k_o + 0,24 l - 8 h - \frac{4}{3}(1 + \alpha)c - \frac{4}{7}\beta k_{k_o} \\ G_w = k_w + 9 h \\ G_{k_o} = + \frac{7}{3}(1 - \alpha)c + (1 - \beta)k_{k_o} \\ G_{k_s} = k_{k_s} + \frac{11}{3}\alpha c + \frac{11}{7}\beta k_{k_o} \\ \hline G = 1 - k_a + l = G_n + G_o + G_w + G_{k_o} + G_{k_s} \end{cases}$$

Es sind dies sechs Gleichungen zwischen den acht Größen

$$G_n, G_o, G_w, G_{k_o}, G_{k_s}, l, \alpha \text{ und } \beta.$$

Sind zwei derselben bekannt, so lassen sich die anderen sechs durch Auflösung der sechs Gleichungen bestimmen.

Beispiel. Es wird Leuchtgas verbrannt, dessen raumteilige Zusammensetzung durch Gasanalyse gefunden worden war und die Größen v_m ergeben hatte. Hieraus wurden nachstehend die Gewichtsteile k_m in 1 kg Gas berechnet (vgl. § 4):

	v_m	δ_m	$v_m \cdot \delta_m$	k_m	Abgerundet Proz.
Stickstoff . . .	0,025	0,970	0,0243	0,060	6
Sauerstoff . . .	0,004	1,105	0,0044	0,011	1
Wasserstoff . .	0,471	0,0692	0,0326	0,080	8
Methan	0,360	0,553	0,1991	0,491	49
Acetylen	0,027	0,898	0,0242	0,060	6
Äthylen	0,021	0,967	0,0203	0,050	5
Kohlenoxyd . .	0,071	0,967	0,0687	0,169	17
Kohlensäure . .	0,021	1,520	0,0319	0,079	8
	1,000		$\delta_p = 0,4055$	1,000	100
			1 : $\delta_p = 2,466$		

Freier Kohlenstoff, Wasser und Asche sollen in dem Leuchtgas, dessen Dichte $\delta = 0,4055$ ist, nicht vorhanden sein. Der Wassergehalt des Leuchtgases hängt von so viel Umständen ab, daß er nur bei gegebenen Verhältnissen wird in Rechnung gebracht werden können. Man erhält hieraus

$$c = \frac{3}{4} \times 0,49 + \frac{12}{13} \times 0,06 + \frac{6}{7} \times 0,05 = \mathbf{0,466},$$

$$h = 0,08 + \frac{1}{4} \times 0,49 + \frac{1}{13} \times 0,06 + \frac{1}{7} \times 0,05 = \mathbf{0,215},$$

$$h + c = 0,681 = 1 - 0,06 - 0,01 - 0,17 - 0,08 = \mathbf{0,68}.$$

Die Rechnung stimmt genügend und erhält man mit diesen Zahlen nach (236)

$$(237) \quad \left\{ \begin{array}{l} G_n = + 0,060 + 0,76 l \qquad \qquad \qquad = (1 + l) g_n \\ G_o = - 2,332 + 0,24 l - 0,621 \alpha - 0,097 \beta = (1 + l) g_o \\ G_w = + 1,935 \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad \qquad = (1 + l) g_w \\ G_{k_o} = + 1,257 \qquad \qquad - 1,087 \alpha - 0,170 \beta = (1 + l) g_{k_o} \\ G_{k_s} = - 0,080 \qquad \qquad + 1,708 \alpha + 0,267 \beta = (1 + l) g_{k_s} \\ \hline G = 1 + l. \end{array} \right.$$

$$(238) \quad g_n + g_o + g_w + g_{k_o} + g_{k_s} = 1$$

gibt die durch Gasanalyse bestimmbare gewichtsteilige Zusammensetzung der feuchten Abgase an. Nach den Darlegungen in den §§ 7 bis 9 und 27 wird sich auch die Grundzahl q_0 derselben bestimmen lassen.

G_w , G_{k_o} und G_{k_s} hängen nur von der Zusammensetzung des Brennstoffs ab, G_{k_o} und G_{k_s} aber außerdem von den Verbrennungsgraden α und β .

Von der Luftmenge l werden nur G_n und G_o beeinflußt, G_o aber auch von α und β .

Anders ist dies aber bei den Größen g_m , welche die gewichtsteilige Zusammensetzung von 1 kg der Abgase angeben. Diese sind alle Funktionen der zugeführten Luftmenge l .

Es soll nun weiter angenommen werden, daß die Verbrennungsgrade
(239) $\alpha = \beta = \varphi$

sind, was ebenso berechtigt sein wird, als die auch von anderer Seite gemachte Annahme, daß aller im Brennmaterial vorhandener Wasserstoff zu Wasser verbrennt. Dann erhält man statt (237) die Gleichungen:

$$(240) \quad \begin{cases} G_n = + 0,060 + 0,76 l \\ G_o = - 2,332 + 0,24 l - 0,718 \varphi \\ G_w = + 1,935 \\ G_{k_o} = + 1,257 & - 1,257 \varphi \\ G_{k_s} = + 0,080 & + 1,975 \varphi \end{cases}$$

Aus diesen folgt dann für

$$(241) \quad \begin{array}{c|c|c|c|c|c} \varphi = & 1 & \frac{3}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & 0 \\ \hline G_n = & 0,060 + 0,76 l & 0,060 + 0,76 l & 0,060 + 0,76 l & 0,060 + 0,76 l & 0,060 + 0,76 l \\ \hline G_o = & -3,049 + 0,24 l & -2,870 + 0,24 l & -2,690 + 0,24 l & -2,510 + 0,24 l & -2,332 + 0,24 l \\ \hline G_w = & 1,935 & 1,935 & 1,935 & 1,935 & 1,935 \\ \hline G_{k_o} = & 0,000 & 0,314 & 0,628 & 0,942 & 1,257 \\ \hline G_{k_s} = & 2,054 & 1,561 & 1,067 & 0,573 & 0,080 \end{array}$$

Wenn dem Brennstoff gerade soviel Luft zugeführt wird, wie er braucht, so kann kein Sauerstoff in den Abgasen, es muß $G_o = 0$ sein. Man erhält als das Minimum der zuzuführenden Luft l_{\min} bei

$$\begin{array}{c|c|c|c|c} \varphi = & 1 & \frac{3}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & 0 \\ \hline l_{\min} = & 12,3 & 12,0 & 11,2 & 10,5 & 9,7 \text{ kg} \end{array}$$

Etwas anders werden diese Zahlen, wenn man die meist sich vorfindenden Angaben über die gewichtsteilige Zusammensetzung der Luft, 0,77 kg Stickstoff und 0,23 kg Sauerstoff, zugrunde legt (vgl. § 25). Mit diesen Zahlen war auch die Tabelle 17 berechnet worden, es erschien aber nicht nötig, sie umzurechnen. Man erhält dann für

$$\begin{array}{c|c|c|c|c} \varphi = & 1 & \frac{3}{4} & \frac{1}{2} & \frac{1}{4} & 0 \\ \hline l_{\min} = & 13,3 & 12,5 & 11,7 & 10,9 & 10,1 \text{ kg} \end{array}$$

Nach diesen Ergebnissen wurden bei Berechnung der Tabelle 17 die Luftgewichte $l = 12, 14, 16, 18, 20$ kg zugrunde gelegt. Die Division der Zahlen in Teil I dieser Tabelle durch $G = 1 + l$ ergab die in Teil II stehende gewichtsteilige Zusammensetzung der feuchten Abgase. Zieht man von deren Gesamtgewicht G das Gewicht G_w des Wassergehalts ab, so erhält man das Gewicht der trockenen Abgase

$$(242) \quad G_1 = G - G_w = G_n + G_o + G_{k_o} + G_{k_s}$$

Diese Gewichte und die sich daraus ergebende gewichtsteilige Zusammensetzung der trockenen Gase stehen in Teil III der Tabelle 17.

Man kann nun auch den Stickstoff weglassen. Dann erhält man die Gewichte

$$(243) \quad G_2 = G - G_w - G_n = G_o + G_{k_o} + G_{k_s}$$

des in den Abgasen vorhandenen Gemisches aus Sauerstoff, Kohlenoxyd und Kohlensäure (Kohlendioxyd). In Teil IV der Tabelle 17 stehen auch diese samt ihrer gewichtsteiligen Zusammensetzung. Nach § 26 wird man diese Zahlen ohne Schwierigkeit in Raumanteile verwandeln können.

Die Gleichungen in (240)

$$(244) \quad G_n = + 0,060 + 0,76 l \quad \text{und} \quad G_o = - 2,332 + 0,24 l - 0,718 \varphi$$

sind linear, ihre numerischen Bilder also gerade Linien. In Abb. 8 erscheinen G_n und G_o als Ordinaten, wobei für G_n die Bezifferung am linken, für G_o die am rechten Rande gilt, und l als Abszissen. Die Funktion G_o ist durch φ -Gleicher dargestellt worden.

Man kann diese Abbildungen als Rechentafel zur Kontrolle des Verbrennungsvorganges verwenden. Wenn z. B.

$$G_n = 12 \text{ kg}$$

und

$$G_o = 1 \text{ kg}$$

gegeben sind, so findet man mit $G_n = 12 \text{ kg}$ die Luftmenge 15,7 kg und dann mit $G_o = 1 \text{ kg}$ den Verbrennungsgrad $\varphi = \frac{3}{4}$ bis $\frac{1}{2}$.

Dagegen können die numerischen Bilder der Funktionen in (237)

$$(245) \quad g_n = \frac{0,060 + 0,76 l}{1 + l} \quad \text{und} \quad g_o = \frac{- 2,332 + 0,24 l - 0,718 \varphi}{1 + l},$$

sowie die für g_w , g_{k_o} und g_{k_s} keine geraden Linien sein, man muß zu deren Darstellung die Zahlen in Tabelle 17, II verwenden.

Auch die Zahlen in Tabelle 17, III kann man zur Herstellung von Rechentafeln zur Kontrolle des Verbrennungsvorganges verwenden. Da

Abb. 8.

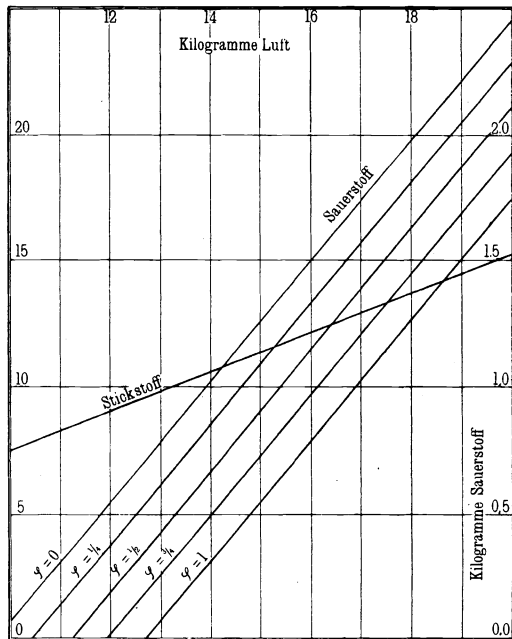


Tabelle 17.

		Gewichtsmengen G und Gewichtsanteile g in Kilogrammen														
		$g = 1,00$					$g = 0,75$									
		12	14	16	18	20	12	14	16	18	20					
	$l =$															
I. G_m	Stickstoff . . .	—	10,84	12,38	13,92	15,46	—	10,84	12,38	13,92	15,46	—	10,84	12,38	13,92	15,46
	Sauerstoff . . .	—	0,17	0,63	1,09	1,55	—	0,35	0,81	1,27	1,73	—	0,35	0,81	1,27	1,73
	Wasser . . .	—	1,94	1,94	1,94	1,94	—	1,94	1,94	1,94	1,94	—	1,94	1,94	1,94	1,94
	Kohlenoxyd . . .	—	0,00	0,00	0,00	0,00	—	0,31	0,31	0,31	0,31	—	0,31	0,31	0,31	0,31
	Kohlensäure . . .	—	2,05	2,05	2,05	2,05	—	1,56	1,56	1,56	1,56	—	1,56	1,56	1,56	1,56
	$G = 1 + l$	—	15,00	17,00	19,00	21,00	—	15,00	17,00	19,00	21,00	—	15,00	17,00	19,00	21,00
II. g_m	Stickstoff . . .	—	0,723	0,728	0,733	0,736	—	0,723	0,728	0,733	0,736	—	0,723	0,728	0,733	0,736
	Sauerstoff . . .	—	0,011	0,037	0,057	0,074	—	0,023	0,048	0,067	0,083	—	0,023	0,048	0,067	0,083
	Wasser . . .	—	0,129	0,114	0,102	0,092	—	0,129	0,114	0,102	0,092	—	0,129	0,114	0,102	0,092
	Kohlenoxyd . . .	—	0,000	0,000	0,000	0,000	—	0,021	0,018	0,016	0,015	—	0,021	0,018	0,016	0,015
	Kohlensäure . . .	—	0,137	0,121	0,108	0,098	—	0,104	0,092	0,082	0,074	—	0,104	0,092	0,082	0,074
	Summe	—	1,000	1,000	1,000	1,000	—	1,000	1,000	1,000	1,000	—	1,000	1,000	1,000	1,000
		Gewichtsteilige Zusammensetzung von 1 kg trockener Abgase														
	$G_1 = G - H_2O$	—	13,06	15,06	17,06	19,06	—	13,06	15,06	17,06	19,06	—	13,06	15,06	17,06	19,06
III.	Stickstoff . . .	—	0,830	0,822	0,816	0,811	—	0,830	0,822	0,816	0,811	—	0,830	0,822	0,816	0,811
	Sauerstoff . . .	—	0,013	0,042	0,064	0,081	—	0,027	0,054	0,074	0,091	—	0,027	0,054	0,074	0,091
	Kohlenoxyd . . .	—	0,000	0,000	0,000	0,000	—	0,024	0,021	0,018	0,016	—	0,024	0,021	0,018	0,016
	Kohlensäure . . .	—	0,157	0,136	0,120	0,108	—	0,119	0,103	0,092	0,082	—	0,119	0,103	0,092	0,082
	Summe	—	1,000	1,000	1,000	1,000	—	1,000	1,000	1,000	1,000	—	1,000	1,000	1,000	1,000
		Gewichtsteilige Zusammensetzung von 1 kg des trockenen Gemisches aus O_2 , CO und CO_2														
	$G_2 = G_1 - N_2$	—	2,22	2,68	3,14	3,60	—	2,22	2,68	3,14	3,60	—	2,22	2,68	3,14	3,60
IV.	Sauerstoff . . .	—	0,077	0,235	0,347	0,431	—	0,158	0,302	0,404	0,481	—	0,158	0,302	0,404	0,481
	Kohlenoxyd . . .	—	0,000	0,000	0,000	0,000	—	0,140	0,116	0,099	0,086	—	0,140	0,116	0,099	0,086
	Kohlensäure . . .	—	0,923	0,765	0,653	0,569	—	0,702	0,582	0,497	0,433	—	0,702	0,582	0,497	0,433
	Summe	—	1,000	1,000	1,000	1,000	—	1,000	1,000	1,000	1,000	—	1,000	1,000	1,000	1,000

Tabelle 17 (Fortsetzung).

I. G_m		Gewichtsmengen G und Gewichtsanteile g in Kilogrammen																	
		$\eta = 0,50$						$\eta = 0,25$						$\eta = 0,00$					
		12	14	16	18	20	22	12	14	16	18	20	22	12	14	16	18	20	22
Stickstoff	9,30	10,84	12,38	13,92	15,46	17,00	9,30	10,84	12,38	13,92	15,46	17,00	9,30	10,84	12,38	13,92	15,46	17,00	
Sauerstoff	0,07	0,53	0,99	1,45	1,91	2,37	0,25	0,71	1,17	1,63	2,09	2,55	0,43	0,89	1,35	1,81	2,27	2,73	
Wasser	1,94	1,94	1,94	1,94	1,94	1,94	1,94	1,94	1,94	1,94	1,94	1,94	1,94	1,94	1,94	1,94	1,94	1,94	
Kohlenoxyd	0,63	0,63	0,63	0,63	0,63	0,63	0,94	0,94	0,94	0,94	0,94	0,94	1,25	1,25	1,25	1,25	1,25	1,25	
Kohlensäure	1,06	1,06	1,06	1,06	1,06	1,06	0,57	0,57	0,57	0,57	0,57	0,57	0,08	0,08	0,08	0,08	0,08	0,08	
$G = I + II$	13,00	15,00	17,00	19,00	21,00	23,00	13,00	15,00	17,00	19,00	21,00	23,00	13,00	15,00	17,00	19,00	21,00	23,00	
Stickstoff	0,715	0,723	0,728	0,733	0,736	0,738	0,715	0,723	0,728	0,733	0,736	0,738	0,715	0,723	0,728	0,733	0,736	0,738	
Sauerstoff	0,005	0,035	0,058	0,076	0,091	0,109	0,019	0,047	0,069	0,086	0,100	0,114	0,033	0,059	0,079	0,095	0,108	0,121	
Wasser	0,149	0,129	0,114	0,102	0,092	0,082	0,149	0,129	0,114	0,102	0,092	0,082	0,149	0,129	0,114	0,102	0,092	0,082	
Kohlenoxyd	0,049	0,042	0,037	0,033	0,030	0,028	0,072	0,063	0,055	0,050	0,045	0,041	0,096	0,083	0,074	0,066	0,060	0,055	
Kohlensäure	0,082	0,071	0,063	0,056	0,051	0,047	0,045	0,038	0,034	0,029	0,027	0,025	0,007	0,006	0,005	0,004	0,004	0,004	
Summe	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	
III.		Gewichtsteilige Zusammensetzung von 1 kg trockener Abgase																	
		$G_1 = G - H_2O$						$G_2 = G_1 - N_2$						$G_3 = G_2 - CO_2$					
		12	14	16	18	20	22	12	14	16	18	20	22	12	14	16	18	20	22
Stickstoff	0,841	0,830	0,822	0,816	0,811	0,807	0,841	0,830	0,822	0,816	0,811	0,807	0,841	0,830	0,822	0,816	0,811	0,807	
Sauerstoff	0,006	0,041	0,066	0,085	0,100	0,114	0,023	0,054	0,078	0,096	0,110	0,121	0,039	0,068	0,090	0,106	0,119	0,129	
Kohlenoxyd	0,057	0,048	0,042	0,037	0,033	0,030	0,085	0,072	0,062	0,055	0,049	0,044	0,113	0,096	0,083	0,073	0,066	0,060	
Kohlensäure	0,096	0,081	0,070	0,062	0,056	0,051	0,051	0,044	0,038	0,033	0,030	0,027	0,007	0,006	0,005	0,005	0,005	0,004	
Summe	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	
IV.		Gewichtsteilige Zusammensetzung von 1 kg des trockenen Gemisches aus O_2 , CO und CO_2																	
		$G_2 = G_1 - N_2$						$G_3 = G_2 - CO_2$						$G_4 = G_3 - CO$					
		12	14	16	18	20	22	12	14	16	18	20	22	12	14	16	18	20	22
Stickstoff	0,040	0,239	0,369	0,462	0,531	0,581	0,142	0,320	0,436	0,519	0,581	0,622	0,244	0,401	0,504	0,576	0,631	0,672	
Kohlenoxyd	0,358	0,284	0,235	0,200	0,175	0,155	0,534	0,423	0,351	0,299	0,261	0,230	0,710	0,563	0,466	0,398	0,347	0,306	
Kohlensäure	0,602	0,477	0,396	0,338	0,294	0,257	0,324	0,257	0,213	0,182	0,158	0,138	0,046	0,036	0,030	0,026	0,022	0,019	
Summe	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	

aber der Stickstoffgehalt 81 bis 84 Proz. beträgt, kommen auf die drei anderen Gase nur 19 bis 16 Proz., und das ergibt so geringe Unterschiede, daß die graphische Darstellung erschwert wird. Am besten eignen sich hierzu die Zahlen in Tabelle 17, IV.

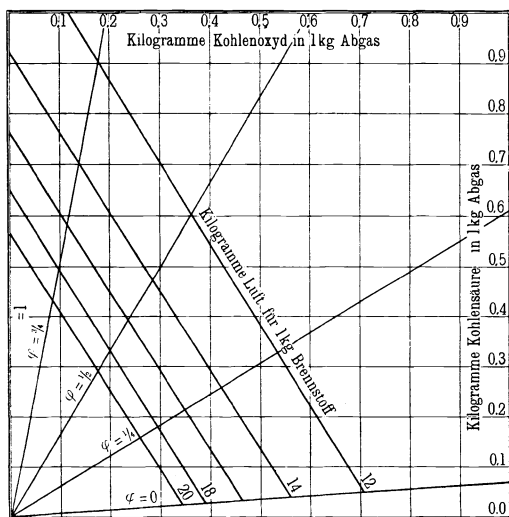
Die Funktionen g_o , g_{k_o} und g_{k_s} sind nach (237) und (243) durch die Gleichungen

$$(246) \quad \begin{cases} g_o = \frac{-2,332 + 0,24 l - 0,718 \varphi}{0,24 l - 0,995}, & g_{k_o} = \frac{1,257 - 1,257 \varphi}{0,24 l - 0,995}, \\ g_{k_s} = \frac{0,080 + 1,975 \varphi}{0,24 l - 0,995} \end{cases}$$

bestimmt, es können ihre numerischen Bilder also auch nicht durch gerade Linien dargestellt werden.

Man sieht, daß zur Berechnung der Tabelle 17, IV die anderen Tabellenteile gar nicht nötig sind, und daß, da

Abb. 9.



$$g_o + g_{k_o} + g_{k_s} = 1$$

sein muß, man nur die Zahlen für g_o und g_{k_o} , oder g_o und g_{k_s} oder g_{k_o} und g_{k_s} braucht.

In Abb. 9 wurden die Funktionen g_o und g_{k_o} durch l - und φ -Gleicher derart dargestellt, daß g_o als Ordinaten und g_{k_o} als Abszissen erscheinen.

Wenn man aus Tabelle 17, IV zwei zusammengehörige g_o und g_{k_o} herausgreift, so ersieht man aus dem Kopf der Tabelle, zu welchen Werten von l

und φ dieselben gehören. Es wird also jeder durch die Koordinaten g_o und g_{k_o} gegebene Punkt der Schnittpunkt der zugehörigen l - und φ -Gleicher sein. Aus den Gleichungen (246) ergibt sich aber, daß für $l = \infty$ $g_o = 1$ und $g_{k_o} = 0$ sein muß, alle φ -Gleicher also nach diesem Punkte der Ordinatenachse konvergieren müssen. In Abb. 10 sind die Ordinaten g_{k_s} , die Abszissen wieder g_{k_o} . Man findet hier z. B., daß $g_{k_o} = 0,235$ und $g_{k_s} = 0,396$ zu $l = 16$ kg und $\varphi = 0,50$ gehören, der durch g_{k_o} und g_{k_s} bestimmte Punkt also der Schnittpunkt des $l = 16$ -Gleichers und $\varphi = 0,5$ -Gleichers ist.

Die Gleichungen (246) ergeben aber für $l = +\infty$ $g_{ko} = g_{ks} = 0$, die φ -Gleicher müssen vom Koordinatenanfang ausgehen.

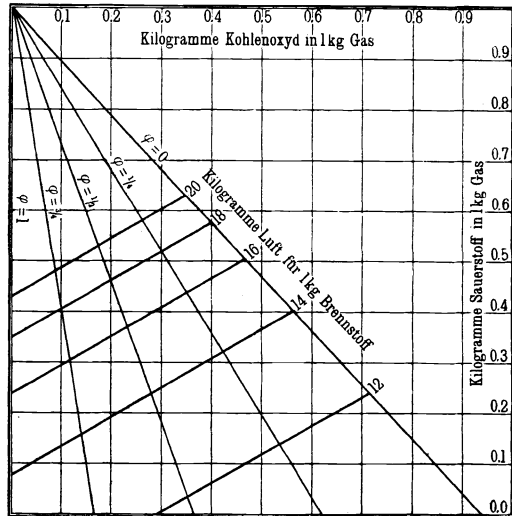
Die Verwendbarkeit dieser Rechentafeln ist sehr einfach. Ist durch Gasanalyse die Zusammensetzung der Abgase bestimmt worden, so findet man die zugehörigen Werte von l und φ . Man kann dann auch l_{\min} bestimmen und daraus den Luftüberschuß berechnen.

Kennt man aber umgekehrt l und φ , so erhält man aus den Rechentafeln die Zusammensetzung des trockenen, aus Sauerstoff, Kohlenoxyd und Kohlensäure bestehenden Gasgemisches.

Aus den Zahlen der Tabelle 17, III kann man die Dichten δ_p der trockenen Gasgemische ableiten.

Nimmt man z. B. $l = 16$ kg an, so erhält man nach § 24 die folgenden Rechnungen.

Abb. 10.



	δ_m^{-1}	$\varphi = 1$			$\varphi = 1/2$			$\varphi = 0$		
		g_m	$g_m \delta_m^{-1}$	v_m	g_m	$g_m \delta_m^{-1}$	v_m	g_m	$g_m \delta_m^{-1}$	v_m
N ₂	1,031	0,822	0,8475	0,870	0,822	0,8475	0,848	0,822	0,8475	0,832
O ₂	0,905	0,042	0,0380	0,038	0,066	0,0597	0,061	0,090	0,0815	0,081
CO	1,034	0,000	0,0000	0,000	0,042	0,0444	0,045	0,083	0,0858	0,084
CO ₂	0,658	0,136	0,0895	0,092	0,070	0,0461	0,046	0,005	0,0033	0,003
		1,000	—	1,000	1,000	—	1,000	1,000	—	1,000
		$\delta_p^{-1} = 0,9750$			$\delta_p^{-1} = 0,9977$			$\delta_p^{-1} = 1,0181$		
		$\delta_p = 1,026$			$\delta_p = 1,002$			$\delta_p = 0,982$		

Der hohe Kohlensäuregehalt bei vollkommener Verbrennung bedingt die hohe Dichte der trockenen Abgase.

Nach den Formeln der §§ 9 und 10 kann man nun auch die Grundzahlen q_0 , die Dichten δ und die Konstanten der Zustandsgleichungen R_δ und S_δ der feuchten Abgase berechnen.

Wenn $l = 16$ kg, so ist bei allen Verbrennungsgraden

$$G = 17 \text{ kg}, \quad G_w = 1,94 \text{ kg}, \quad \lambda = 0,129.$$

Man erhält dann nach den Formeln (42), (46) und (47)

$\varphi =$	1	$\frac{1}{2}$	0
$\delta_p =$	1,026	1,002	0,982
$\lambda \delta_p =$	0,132	0,129	0,126
$\delta_w + \lambda \delta_p =$	0,757	0,754	0,751
$q_0 =$	0,174	0,171	0,168
$q_0 (\delta_p - \delta_w) =$	0,070	0,064	0,060
$\delta =$	0,956	0,938	0,922
$R_\delta =$	2,252	2,300	2,335
$S_\delta =$	1,860	1,907	1,943

Nach den Rechentafeln IV oder X wird der Taupunkt der feuchten Abgase bei ungefähr 60° C liegen.

Die Wärmegleichungen wasserhaltiger Gasgemische.

Achtes Kapitel.

Die Wärmegleichungen für ein trockenes permanentes Gas.

§ 39.

Die allgemeinen Wärmegleichungen. Spezifische Wärme. Entropie. Innere Arbeitswärme oder Energie. Äußere Arbeitswärme. Wärmeinhalt. Wärmeäquivalent der Arbeitseinheit¹⁸⁾.

Es sollen die folgenden Bezeichnungen eingeführt werden:

Q ist die Wärmemenge, welche einem Kilogramm eines Körpers zugeführt wird, ausgedrückt in Kilogramm-Kalorien.

Weiter soll sein

c die spezifische Wärme im allgemeinen,

c_s " " " bei konstanter Spannung s ,

c_v " " " " konstantem Volumen v ,

E " " Energie,

J der " " Wärmeinhalt,

\mathfrak{B} die " " Entropie,

$A = 1:427$ das Wärmeäquivalent eines Meter-Kilogramms.

Wenn nun weiter $\delta_q = 13,596$ die auf Wasser bezogene Dichte des Quecksilbers, $p =$ der von außen auf den Körper wirkende Druck in Kilogrammen auf einen Quadratmeter und s mm die Höhe der Quecksilbersäule, welche denselben Druck auf eine horizontale Fläche ausüben kann, sind, so gilt die Gleichung

$$(1) \quad p = \delta_q \cdot s \text{ kg/qm.}$$

Zwischen der Energie und dem Wärmeinhalt besteht die Beziehung

$$(2) \quad J = E + A p v = E + \Sigma.$$

Hierin ist also E die Energie oder innere Arbeitswärme, welche 1 kg eines Körpers bei dem Druck p kg/qm auf die Temperatur $t^\circ\text{C}$ oder die absolute Temperatur $T = 273 + t$ gebracht hat.

Σ ist die äußere Arbeitswärme, welche zugeführt werden mußte, um 1 kg unter Überwindung des Druckes p in das Volumen v zu bringen. Es ist also

$$(3) \quad \Sigma = A p v = A \delta_q s v = A_s \cdot s \cdot v \text{ Kalorien.}$$

$$(4) \quad A_s = A \delta_q$$

wird das Wärmeäquivalent von 13,596 mkg sein.

Man erhält so die allgemeinen Differentialgleichungen

$$(5) \quad \left\{ \begin{array}{l} \text{oder} \\ dQ = c \cdot dT = T \cdot d\mathfrak{P} = dE + A p dv = dJ - A v dp \\ dQ = c dT = T \cdot d\mathfrak{P} = dE + A_s s dv = dJ - A_s v ds. \end{array} \right.$$

Hieraus ergibt sich für Erwärmung bei konstantem Druck

$$(6) \quad J = \int c_s dT + \text{Konst.}$$

und bei konstantem Volumen

$$(7) \quad E = \int c_v dT + \text{Konst.}$$

§ 40.

Die spezifischen Wärmen c_s und c_v eines permanenten Gases.

Unter einem permanenten Gas wird ein gasförmiger Körper verstanden, für den die Zustandsgleichung

$$(8) \quad v \cdot s = R_p \cdot T, \quad R_p = R \cdot \delta_p^{-1} = 2,153 : \delta_p$$

innerhalb der in Frage kommenden Grenzen für v , s und T gültig ist.

Dann ist nach (2) und (3)

$$(9) \quad J = E + A_s s v = E + A_s R_p T,$$

und ergibt sich aus (5) bis (7)

$$(10) \quad c_s = c_v + A_s \cdot R_p.$$

Was nun die Zahlenwerte anlangt, so hat man

$$A = 1 : 427 = 2,342 \times 10^{-3},$$

$$A_s = 13,596 : 427 = 3,184 \times 10^{-2}.$$

Das Weitere findet man in Tabelle 18.

In dieser Tabelle wurden alle die Gase berücksichtigt, welche in Tabelle 2 aufgeführt worden sind. Die Größen c_s wurden den Wärmehabellen der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt¹⁹⁾ und den physikalisch-chemischen Tabellen von Landolt und Börnstein²⁰⁾ entnommen.

Tabelle 18.

	Formel	δ_p	R_p	c_s	$A_s R_p$	c_v
Acetylen	C_2H_2	0,898	2,397	0,37	0,076	0,29
Äthylen	C_2H_4	0,967	2,226	0,33	0,071	0,26
Ammoniak	NH_3	0,589	3,655	0,52	0,116	0,40
Methan	CH_4	0,553	3,893	0,52	0,124	0,40
Kohlenoxyd	CO	0,967	2,226	0,25	0,071	0,18
Kohlensäure	CO_2	1,520	1,416	0,20	0,045	0,15
Sauerstoff	O_2	1,105	1,948	0,22	0,062	0,16
Schweflige Säure	SO_2	2,213	0,973	0,15	0,031	0,12
Stickstoff	N_2	0,970	2,219	0,25	0,077	0,17
Wasserstoff	H_2	0,0692	31,100	3,4	0,991	2,4
Wassergas	H_2O	0,625	3,444	0,50	0,110	0,39
Luft	—	1,000	2,153	0,24	0,069	0,17

Außerdem wurden die Angaben in Schüles technischer Thermodynamik [1. Bd., 4. Aufl.⁶] berücksichtigt.

Aus allen diesen Angaben folgt, daß die spezifischen Wärmen der Gase Funktionen der Temperatur und des Druckes sind, daß diese Beziehungen bisher bei keinem Gas genau haben abgeleitet werden können, es also zwecklos wäre, wenn man auf sie Rücksicht nehmen wollte. Es sollen aber hier einige Angaben gemacht werden, wobei mit (Sch.) die Angaben Schüles, (L.B.) die von Landolt und Börnstein und (R.) die in den Wärmetabellen der Reichsanstalt bezeichnet werden sollen.

Acetylen, C_2H_2 , . $c_s = 0,370$ (Sch.) — 0,35 bis 0,40 (R.),

Äthylen, C_2H_4 , . $c_s = 0,361$ (Sch.) — 0,39 (L.B.) — 0,31 bis 0,33 (R.),

Methan, CH_4 , . $c_s = 0,52$ bis 0,59 (Sch.) — 0,59 (L.B.)
— 0,50 bis 0,53 (R.),

Kohlenoxyd, CO , $c_s = 0,242 + 3,78 \times 10^{-5}t$ (Sch.) — 0,24 (L.B.)
— 0,25 bis 0,26 (R.),

Kohlensäure, CO_2 . Nach Schüle ist die Abhängigkeit der c_s von t

$t = 0$	500	1000	1500	2000	2500	3000° C
$c_s = 0,20$	0,27	0,30	0,31	0,32	0,33	0,34.

Weiter ist angegeben

. $c_s = 0,20$ (L.B.) — 0,18 bis 0,20 (R.),

Sauerstoff, O_2 , . $c_s = 0,218 + 3,32 \times 10^{-5}t$ (Sch.) — 0,22 (L.B.)
— 0,21 bis 0,23 (R.),

Stickstoff, N_2 , . $c_s = 0,249 + 3,78 \times 10^{-5}t$ (Sch.) — 0,244 (L.B.)
— 0,25 bis 0,26 (R.),

Wasserstoff, H_2 , . $c_s = 3,40 + 5,26 \times 10^{-4}t$ (Sch.) — 3,41 (L.B.)
— 2,6 bis 3,4 (R.),

Luft $c_s = 0,241 + 3,66 \times 10^{-5}t$ (Sch.) — 0,24 (L.B.)
— 0,24 bis 0,25 (R.).

Die Abhängigkeit der mittleren spezifischen Wärme der Luft von der Spannung fand die Reichsanstalt bei t von $+20$ bis 100°C

Druck =	1	50	100	150	200
	Atm.				
$c_{s.m}$ =	0,242	0,255	0,269	0,282	0,293

Wassergas. Über das eigentümliche Verhalten der spezifischen Wärme des Wassergases ist in § 15 der Wärmemechanik des Wassers eingehende Mitteilung gemacht worden, auf die hier verwiesen werden muß.

In den Wärmetabellen der Reichsanstalt findet sich die Formel $c_s = 0,462 + 9,24 \times 10^{-5} t$ bei dem Druck 1 Atm. Es wird sich danach empfehlen, für c_s den mittleren Wert 0,5 anzunehmen, welcher für ungefähr 500°C gilt.

Die ganze Sache ist derart unsicher, daß man bei höheren Temperaturen und Spannungen über 1 Atm. einfach wird rechnen dürfen

$c_s = 3,5$	für H_2 ,
0,6	„ NH_3 und CH_4 ,
0,5	„ H_2O ,
0,4	„ C_2H_2 und C_2H_4 ,
0,3	„ CO , CO_2 , O_2 , N_2 und Luft,
0,2	„ SO_2 .

§ 41.

Energie und Wärmehalt eines permanenten Gases.

(Rechentafel XI.)

Nach den Angaben in dem vorigen Paragraphen sollen die spezifischen Wärmen c_s und c_v als konstant angesehen werden, wobei es aber zulässig sein wird, daß man je nach den Werten, welche s und t bzw. T in einem bestimmten Falle annehmen können, irgend einen für diesen Fall passenden Mittelwert der spezifischen Wärme in Rechnung bringt. Die Gleichungen (6) und (7) ergeben dann

$$(11) \quad J - J_0 = c_s T \quad \text{oder auch} \quad J - J_0 = c_s t,$$

und

$$(12) \quad E - E_0 = c_v T \quad \text{oder auch} \quad E - E_0 = c_v t.$$

Man kann mit T oder t rechnen, es hat dies nur Einfluß auf die Konstanten J_0 und E_0 .

Schreibt man

$$T = y, \quad E - E_0 \quad \text{oder} \quad J - J_0 = x, \quad 1 : c_s \quad \text{oder} \quad 1 : c_v = z,$$

so hat man die Form

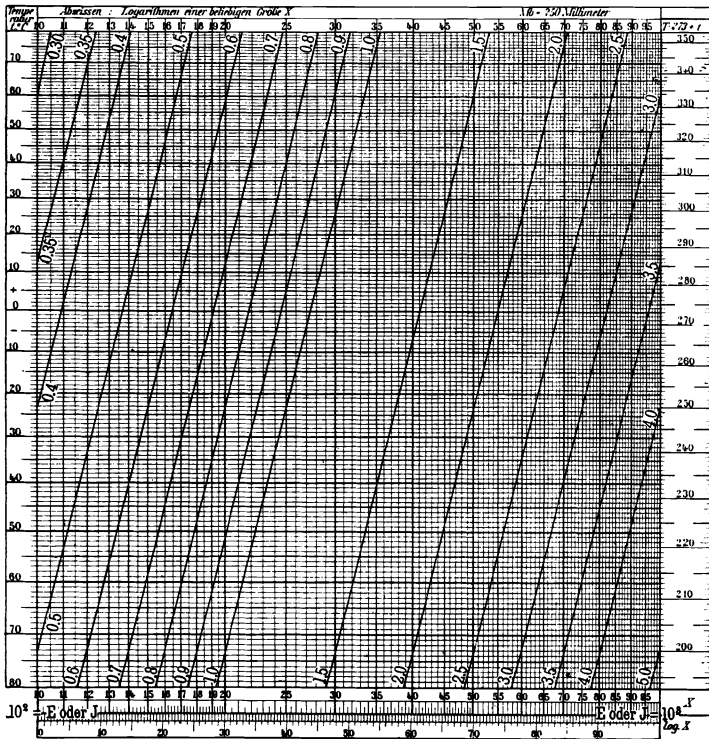
$$y = z x,$$

und diese kann genau so auf Marke $381\frac{1}{2}:8$ und auch auf den Marken $381\frac{1}{2}:5, 9$ und 10 dargestellt werden, wie die Zustandsgleichungen der Luft auf den Tafeln I und II.

Die Marke $381\frac{1}{2}:8$ wird man anwenden, wenn die Temperaturen in weiten Grenzen schwanken können. Wenn man dann die Ordinaten $T = 100$ bis 1000° und die Abszissen $x = 100$ bis 1000 Kalorien wählt,

Rechentafel XI.

Rechentafel für die Energie $(E - E_0) = c_v T$ und den Wärmehalt $(J - J_0) = c_s T$ eines permanenten Gases. Darstellung durch c -Gleicher ($c = 0,29 - 5,2$).
Abszissen E oder J von 10^2 bis 10^3 Kalorien.



so ist in der linken oberen Ecke des Mantissenfeldes c_s oder $c_v = 0,1$, in der rechten unteren Ecke aber 10 . Die c -Gleicher bilden mit der Abszissenachse den Winkel $+45^\circ$; das eine Mantissenfeld reicht für alle Werte aus, welche c , T und x haben können, wie dies in § 2 ausgeführt worden ist.

Wenn aber die Temperatur nur zwischen -80 bis $+80^\circ\text{C}$ oder $+80$ bis 372°C oder -80 bis $+380^\circ\text{C}$ liegen kann, so wird sich die Darstellung auf Marke $381\frac{1}{2}:5$ oder 9 oder 10 empfehlen. Auch hier reicht ein Blatt für alle Werte, welche c und x haben können, aus.

In Tafel XI wird die Darstellung der Funktion $T = (E - E_0) : c_v$ oder $T = (J - J_0) : c_s$ auf Marke $381\frac{1}{2} : 5$ vorgeführt.

Die c -Gleicher sind gerade Linien, welche mit der Abszissenachse den Winkel $\text{arc. tg } 4 = 76^\circ$ bilden (vgl. § 4). Die Konstruktion ist sehr einfach. Die Schnitte mit dem unteren und oberen Rande sind gegeben durch $x = 193 c$ und $x = 353 c$, während die Schnitte mit dem linken und rechten Rande durch $T = 100 : c$ und $T = 1000 : c$ berechnet werden können. Alle diese Zahlen kann man in der Produkttafel ablesen.

§ 42.

Die spezifische Entropie eines permanenten Gases als Funktion von T und s . Die Entropiefunktionen φ und ψ .

Aus (5) ergibt sich

$$dQ = T d\mathfrak{B} = dE + A_s s dv = dJ - A_s v ds.$$

Weiter ist nach (6) und (8)

$$dJ = c_s dT \quad \text{und} \quad v = R_p T s^{-1}.$$

Man erhält also

$$T d\mathfrak{B} = c_s dT - A_s R_p T s^{-1} ds,$$

und daraus

$$d\mathfrak{B} = c_s T^{-1} dT - A_s R_p s^{-1} ds.$$

Die Integration ergibt

$$(13) \quad \mathfrak{B} = c_s \ln T - A_s R_p \ln s + \text{Konst.},$$

oder auch

$$(14) \quad \mathfrak{B} \cdot \log e = c_s \log T - A_s R_p \log s + \text{Konst.}$$

und

$$(15) \quad \log T = \log e \cdot c_s^{-1} \mathfrak{B} + A_s R_p c_s^{-1} \log s + \text{Konst.}$$

Es sollen nun zwei Größen φ und ψ eingeführt werden, von denen die erstere nur eine Funktion von c_s , die andere aber von R_p und c_s oder auch δ_p und c_s abhängig ist, und zwar

$$(16) \quad \varphi = \log e \cdot c_s^{-1} \mathfrak{B} = 0,434 c_s^{-1} \mathfrak{B} \quad \text{oder} \quad \mathfrak{B} = 2,303 c_s \varphi,$$

$$(17) \quad \psi = A_s R_p c_s^{-1} = A_s R \delta_p^{-1} c_s^{-1} = 6,855 \times 10^{-2} \delta_p^{-1} c_s^{-1}.$$

Dann ist

$$(18) \quad \log T = \varphi + \psi \log s + \text{Konst.}$$

und folgt hieraus

$$(19) \quad T = \text{Konst. } 10^\varphi \cdot s^\psi.$$

Die Funktion $\psi = A_s R \delta_p^{-1} c_s^{-1} = 6,855 \times 10^{-2} \delta_p^{-1} c_s^{-1}$.

Der Winkel $\text{arc. tg } \psi$ der \mathfrak{B} -Gleicher mit der Abszissenachse hängt von der Dichte δ_p des Gases und dessen spezifischer Wärme c_s ab und wird um so größer, je kleiner das Produkt beider ist.

Mit der Formel (17) erhält man folgende Ergebnisse.

	c_s	δ_p	$c_s \delta_p$	$1 : c_s \delta_p$	ψ	Winkel	4ψ	Winkel
H ₂	3,5	0,0692	0,242	4,2	2,88 — 1	16,2°	1,14 0	8,7°
CH ₄	0,6	0,55	0,33	3,0	2,06 — 1	11,6	8,24 — 1	39,5
H ₂ O	0,5	0,62	0,31	3,2	2,20 — 1	12,4	8,80 — 1	41,4
C ₂ H ₂	0,4	0,9	0,36	2,8	1,92 — 1	10,8	7,68 — 1	37,5
CO ₂	0,3	1,5	0,45	2,2	1,51 — 1	8,6	6,04 — 1	31,2
SO ₂	0,2	2,2	0,44	2,3	1,58 — 1	9,0	6,32 — 1	32,3

Danach schließen die \mathfrak{P} -Gleicher mit der Abszissenachse Winkel zwischen 8,6 und 16,2° in Potenzpapieren mit gleicher Mantel längs beider Achsen ein. Stellt man aber die Entropie auf den Marken 381¹/₂: 5, 9 und 10 dar, bei denen längs der T -Achse $Mb = 1000$ mm, längs der Abszissenachse aber nur 250 mm ist, so hat die Tangente des Neigungswinkels der \mathfrak{P} -Gleicher den vierfachen Wert und liegen dann diese Winkel zwischen 31,2 bis 48,7°.

Es empfiehlt sich, für die Funktion ψ eine Rechentafel herzustellen, wozu ein Mantissenfeld ausreicht. Man stellt die Funktion durch ψ -Gleicher dar, welche um — 45° geneigte gerade Linien sind. Wählt man dann δ_p als Ordinaten, die c_s als Abszissen, so ist die Form der Funktion

$$\delta_p = (6,855 \times 10^{-2} \psi^{-1}) c_s^{-1}.$$

§ 43.

Die spezifische Entropie trockener atmosphärischer Luft.

(Rechentafeln XII und XIII.)

Es wird angenommen: $\delta_p = 1$, $c_s = 0,3$ und erhält man damit $\varphi = 1,45 \mathfrak{P}$, $\mathfrak{P} = 0,691 \varphi$ und $\psi = 0,229$.

Wenn der Gleicher für $\varphi = 1,0$ durch den Ordinatenanfang $T = 1$ und $s = 1$ gehen soll, erhält man nach (18) die Gleichung

$$\log T = (\varphi - 1) + 0,229 \log s.$$

Die φ -Gleicher bilden mit der Abszissenachse also den Winkel $\text{arc. tg } 0,229 = 12,9^\circ$.

In Tafel XII wurde die φ -Funktion für $T = 1$ bis 10^0 und $s = 1$ bis 10^4 mm dargestellt, man hat sich die untere Hälfte der Zeichnung rechts an die obere Hälfte angesetzt zu denken. Die Konstruktion kann rein graphisch erfolgen. Hierzu gibt man am rechten Rande oben in der gleichmäßigen Teilung der Randskala die Strecke $\overline{ID} = 2 \times 0,229$ und dann den gleich hoch mit D liegenden Punkt B an. Dann zieht man die Gerade AB , welche den Gleicher für $\varphi = 1$ darstellt. Die Fortsetzung desselben ist die Gerade $B'C$, und die Punkte B' und C

liegen in gleicher Höhe mit den Punkten E beziehentlich F . Die Strecke \overline{IE} ist $2 \times 0,229$ und die Strecke \overline{IF} $4 \times 0,229$ Manteb's lang. Am linken Rande sind die Punkte der Ordinatenachse angegeben worden, durch welche die Gleicher für $\varphi = 1,1, 1,2$ bis $2,0$ gehen.

Am rechten Rande über $s = 10^2$ werden dann die Strecken je $0,1$ Manteb nach beiden Seiten vom Punkt B aus abgetragen und durch die so erhaltenen Punkte müssen die Parallelen zu den Gleichern für $\varphi = 1$ bis zu $\varphi = 1,5$ gehen. Wenn man dann zu beiden Seiten der Punkte B' und C je $0,1$ Manteb abträgt, erhält man die Punkte, durch welche die Gleicher für $\varphi = 0,1$ bis $1,5$ gehen müssen.

Man kann nun noch der Sicherheit wegen die Schnitte der φ -Gleicher mit dem oberen Rande ($T = 10^0$) und dem unteren Rande ($T = 1^0$) berechnen, indem man diese Werte für T in die Gleichung

$$\log s = [\log T - (\varphi - 1)] : 0,229$$

einsetzt. Man erhält

	$s = 2,74$	0	$7,48$	0	$2,05$	$+ 1$	$5,60$	$+ 1$	$1,53$	$+ 2$	mm
$T = 10$	$\varphi = 1,9$		$1,8$		$1,7$		$1,6$		$1,5$		
$T = 1$	$\varphi = 0,9$		$0,8$		$0,7$		$0,6$		$0,5$		
	$s = 4,19$	$+ 2$	$1,15$	$+ 3$	$3,13$	$+ 3$	$8,57$	$+ 3$	mm		
$T = 10$	$\varphi = 1,4$		$1,3$		$1,2$		$1,1$				
$T = 1$	$\varphi = 0,4$		$0,3$		$0,2$		$0,1$				

Es wird aber meist ausreichen, den Punkt B nach der Randskala und dann alle übrigen Punkte mit der Zirkelspanne $0,1$ Manteb's zu bestimmen.

Die Lage des Punktes B hängt von δ_p und c_s ab, die Zirkelspanne ist aber bei allen Gasen gleich.

Die Tafel XII reicht für alle Werte aus, welche T haben kann, gilt aber nur für $s = 1 - 10^4$ mm. Wenn s größer als 10^4 oder kleiner als 1 mm werden sollte, so müßte die Tafel nach beiden Seiten hin fortgesetzt werden.

Wenn man schreibt

$$T = 10^e \eta \quad \text{oder} \quad \log T = \log \eta + e,$$

so ist η die Ablesung längs der Ordinatenachse, welche zwischen $1,00$ bis $9,99$ liegt. Man erhält dann nach (18)

$$(\varphi - \varphi_0) = \log T - 0,229 \log s = \log \eta + e - 0,229 \log s.$$

Hieraus folgt, daß man die Bezifferung der φ -Gleicher im Nullfeld um die Größe des Exponenten e zu vermehren hat. Ist z. B. $T = 824^0 = 8,24 \cdot 10^2$, so ist

$$\eta = 8,24 \quad \text{und} \quad e = 2.$$

Die Bezifferungen der φ -Gleicher sind also um 2 zu vermehren und werden zwischen $2,1$ und $3,9$ Kalorien liegen. Solange Zustands-

änderungen zwischen 1 bis 10, oder 10 bis 100, oder 100 bis 1000° usw. bleiben, können die Bezifferungen der Tafel XII ohne weiteres verwendet werden, da es sich dann nur um Differenzen der Entropie handelt.

Es ergibt sich hieraus der Nutzen der Einführung der φ -Funktion. Bei \mathfrak{B} -Gleichern fällt diese einfache Beziehung weg.

Darstellung der spezifischen Energie atmosphärischer Luft für $t = -80$ bis $+80^\circ\text{C}$ und $s = 100$ bis 1000 mm auf Marke $381\frac{1}{2}:5$.

(Rechentafel XIII.)

Die Formeln sind nach (18)

$$\begin{aligned}\log T &= (\varphi - \varphi_0) + 0,229 \log s, \\ (\varphi - \varphi_0) &= \log T - 0,229 \log s, \\ \log s &= [\log T - (\varphi - \varphi_0)] : 0,229.\end{aligned}$$

Der Konstruktion der Tafel XIII liegt die Annahme zugrunde:

$$T = 193^\circ, \quad s = 100 \text{ mm}, \quad \varphi = 1.$$

Es ergibt dies $\varphi_0 = -0,828$, also

$$\log T = (\varphi + 0,828) + 0,229 \log s,$$

und es geht der Gleicher für $\varphi = 1$ von der linken unteren Ecke aus. Der Schnitt desselben mit dem rechten Rand ergibt sich aus

$$\log 193 + 0,229 = 2,286 + 0,229 = 2,515 \text{ Manteb.}$$

So findet man den mit A bezeichneten Punkt der gleichmäßigen Skala und damit auch den gleich hoch liegenden Schnittpunkt B .

Die Ausgangspunkte der Gleicher für

$$\varphi = 1,05, 1,10, 1,15 \text{ bis } 1,25 \quad \text{und} \quad 0,95, 0,90 \text{ bis } 0,80$$

von den beiden vertikalen Rändern erhält man dann durch die Zirkelspanne $0,05$ Manteb. = 50 mm . Das würde ausreichen, da man durch diese Punkte nur Parallelen zum Gleicher $\varphi = 1$ zu ziehen hat. Es empfiehlt sich jedoch, auch die Schnitte mit den Horizontalen in den Höhen

$$T = 193 (-80^\circ\text{C}), \quad 353 (+80^\circ\text{C}) \quad \text{und} \quad 653 (380^\circ\text{C})$$

zu berechnen.

Man erhält

$T = 193^\circ$		$T = 353^\circ$		$T = 653^\circ$	
$\varphi = 0,9$	$s = 274 \text{ mm}$	$\varphi = 1,2$	$s = 187 \text{ mm}$	$\varphi = 1,5$	$s = 134 \text{ mm}$
$\varphi = 0,8$	$s = 750 \text{ "}$	$\varphi = 1,1$	$s = 512 \text{ "}$	$\varphi = 1,4$	$s = 367 \text{ "}$
$\varphi = 0,7$	$s = 2050 \text{ "}$	$\varphi = 1,0$	$s = 1400 \text{ "}$	$\varphi = 1,3$	$s = 1050 \text{ "}$
$\varphi = 0,6$	$s = 5610 \text{ "}$	$\varphi = 0,9$	$s = 3830 \text{ "}$	$\varphi = 1,2$	$s = 2750 \text{ "}$
—	—	—	—	$\varphi = 1,1$	$s = 7520 \text{ "}$

§ 44.

Praktische Anwendung der Rechentafeln I, II, XI bis XIII.

6 Beispiele.

Nach 5 ist

$$dQ = T d\mathfrak{P} = dE + A_s s dv = dJ - A_s v ds.$$

Wenn also 1 kg Luft aus dem durch $\gamma_0, v_0, T_0, s_0, \mathfrak{P}_0, E_0$ und J_0 gegebenen Zustand 0 in den Zustand m gebracht wird, in dem die Zustandsgrößen $\gamma_m, v_m, T_m, s_m, \mathfrak{P}_m, E_m$ und J_m sind, so erhält man

$$Q = \int_0^m T \cdot d\mathfrak{P} = E_m - E_0 + A_s \int_0^m s dv = J_m - J_0 - A_s \int_0^m v \cdot ds.$$

Hierfür kann man angenähert schreiben:

$$(20) \left\{ \begin{aligned} Q &= \frac{1}{2}(T_0 + T_1)(\mathfrak{P}_1 - \mathfrak{P}_0) + \frac{1}{2}(T_1 + T_2)(\mathfrak{P}_2 - \mathfrak{P}_1) \\ &+ \dots + \frac{1}{2}(T_{m-1} + T_m)(\mathfrak{P}_m - \mathfrak{P}_{m-1}) \\ &= [(E_1 - E_0) \\ &+ \frac{1}{2} A_s (s_0 + s_1)(v_1 - v_0)] + [(E_2 - E_1) + \frac{1}{2} A_s (s_1 + s_2)(v_2 - v_1)] \\ &+ \dots + [(E_m - E_{m-1}) + \frac{1}{2} A_s (s_{m-1} + s_m)(v_m - v_{m-1})]. \end{aligned} \right.$$

Einen ähnlichen Ausdruck für die angenäherte Integration liefert auch die Rechnung mit dem Wärmehalt J .

Das Verfahren ergibt um so genauere Resultate, je mehr Zustände zwischen 0 und m bekannt sind.

Beispiel 1. Adiabatische Zustandsänderung eines Kilogramms Luft, welches bei $T_0 = 500^\circ$ die Spannung $s_0 = 3000$ mm hat.

Nach § 2 hat man zu schreiben

$$T = 10^2 \eta = 5,00 \cdot 10^2 \quad \text{und} \quad s = 10^2 \xi = 3,00 \cdot 10^3.$$

In Tafel I findet man mit $\eta = 5,00$ und $\xi = 3,00$ $\zeta = 0,279$ und es ist $\tau = \sigma - \rho = 1$. Sonach ist $\gamma = 0,279 \cdot 10^1 = 2,79$ kg/cbm und $v = 0,358$ cbm/kg.

In Tafel XII findet man mit $\eta = 5,00$ und $s = 3000$ mm $\varphi = 0,9$. Da aber $\rho = 2$ ist, wird $\varphi = 2,9$ und sonach $\mathfrak{P} = 0,691 \cdot 2,9 = 2,00$ Kalorien sein, wozu dann noch irgend ein konstanter Wert kommt.

Wenn das Kilogramm Luft einer adiabatischen Zustandsänderung unterworfen werden soll, bei der also $Q = 0$ ist, so muß die Entropie konstant bleiben, man wird also Temperaturen und Spannungen längs des Gleichers $\varphi = 0,9$ ablesen können, hat aber die η mit 10^2 zu multiplizieren. Man findet so in den Tafeln XII und I

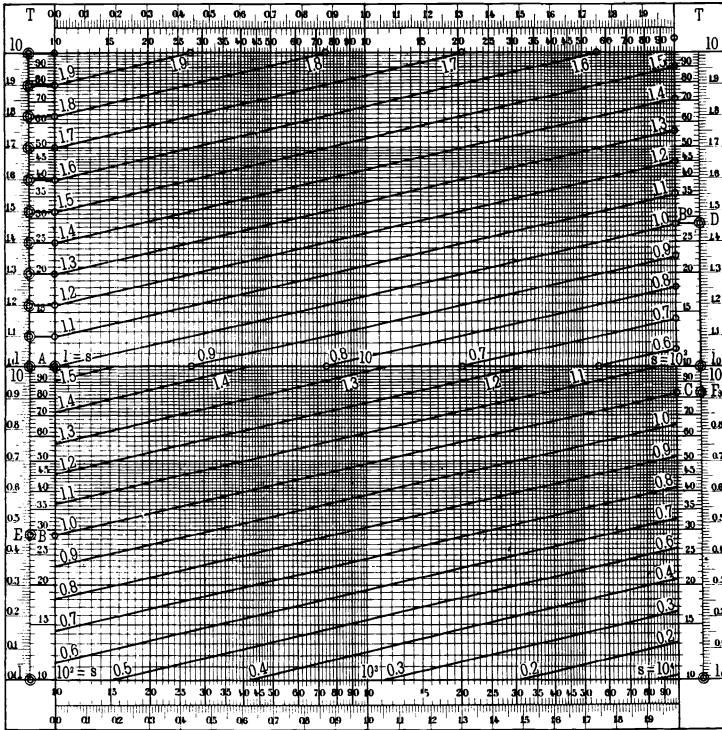
$s =$	10^4	10^3	10^2	10^1	10^0	mm
$T =$	660	387	230	133	80	"
$t =$	+387	+114	-43	-140	-193	°C
$\gamma =$	7,00 + 0	1,20 + 0	2,00 - 1	3,50 - 2	5,80 - 3	kg
$v =$	0,14	0,83	5,00	28,6		172 cbm

Beispiel 2. 1 kg Luft wird bei der konstanten Temperatur $T = 500^\circ$ komprimiert.

Man kann in der Tafel XII die Schnitte der φ -Gleicher mit dem ($T = 500^\circ$)-Gleicher ablesen und erhält so die zusammengehörigen Werte von φ und s . Aus Tafel I kann man dann die zu T und s

Rechentafel XII.

Rechentafel für die spezifische Entropie atmosphärischer Luft. $\psi = 0,229$. φ -Gleicher. Ordinaten T von 1 bis 10^3 . Abszissen s von 1 bis 10 mm. $\beta = 0,691 \varphi$.



gehörigen Werte von γ bestimmen, was dann auch $v = 1 : \gamma$ ergibt. Da $T = 5,00 \cdot 10^3$ ist, ist die Bezifferung der φ -Gleicher [wieder um je 2 Kalorien zu vermehren. Auf diese Weise wurden die nachstehenden Zahlen erhalten.

$\varphi = 3,7$	3,6	3,5	3,4	3,3
$s = 1,03$	0 2,85	0 7,70	0 2,10 + 1	5,65 + 1 mm
$\gamma = 9,50 - 4$	2,65 - 3	7,20 - 3	1,95 - 2	5,20 - 2 kg
$v = 1,05 + 3$	3,77 + 2	1,39 + 2	5,13 + 1	1,92 + 1 cbm
$\varphi = 3,2$	3,1	3,0	2,9	2,8
$s = 1,50 + 2$	4,00 + 2	1,12 + 3	3,00 + 3	8,20 + 3 mm
$\gamma = 1,38 - 1$	3,70 - 1	1,04 0	2,78 0	7,60 0 kg
$v = 7,30 0$	2,70 0	9,62 - 1	3,60 - 1	1,32 - 1 cbm

Bei $\varphi = 3,7$ ist also $s = 1,03$ mm und $v = 1050$ cbm. Bei $\varphi = 3,6$ ist der Druck um $2,85 - 1,03 = 1,82$ mm gestiegen, das spezifische Volumen hat sich um $1050 - 377 = 673$ cbm und die Entropie um $0,1 \cdot 0,691 = 0,0691$ Kalorien vermindert.

Um also die Temperatur auf $T = 500^\circ$ konstant zu halten, müssen dem Kilogramm Luft $0,0691 \times 500 = 34,6$ Kalorien entzogen werden.

Wenn φ auf 2,8 gesunken ist, ist die Spannung auf 8200 mm gestiegen, das spezifische Volumen ist nur noch 0,132 cbm und es haben $34,6 \cdot 9 = 311,4$ Kalorien abgegeben werden müssen.

Man kann nun fragen, welche Ergebnisse die Rechnung mit Formel (20) liefert. Hierzu soll angenommen werden, daß bei $T = 500^\circ$ die Spannung von 150 mm auf 1120 mm steigt, also φ von 3,2 auf 3,0 sinkt.

Bei konstanter Temperatur ist die Energie eines Gases konstant, man erhält also nach (20)

$$Q = A_s [s]_1 \Delta v_1 + A_s [s]_2 \Delta v_2 + \dots + A_s [s]_m \Delta v_m,$$

wenn man schreibt

$$[s]_m = \frac{1}{2}(s_{m-1} + s_m) \quad \text{und} \quad \Delta v_m = (v_m - v_{m-1}).$$

Die ganze Rechnung gestaltet sich folgendermaßen:

φ	γ	v	s	2 [s]	[s]	Δv	[s] Δv	Summen Q	
								Kal.	Kal.
3,2	0,138	7,25	150	—	—	—	—	—	—
—	0,15	6,67	163	313	157	— 0,58	— 91	—	—
—	0,20	5,00	216	379	190	— 1,67	— 314	—	—
—	0,30	3,33	324	540	270	— 1,67	— 451	—	—
3,1	0,37	2,70	400	724	362	— 0,63	— 228	— 1084	— 34,5
—	0,40	2,50	434	834	417	— 0,20	— 83	—	—
—	0,50	2,00	545	979	490	— 0,50	— 245	—	—
—	0,60	1,67	650	1195	598	— 0,33	— 197	—	—
—	0,70	1,43	760	1410	705	— 0,24	— 169	—	—
—	0,80	1,25	860	1620	810	— 0,18	— 146	—	—
—	0,90	1,11	970	1830	915	— 0,14	— 128	—	—
—	1,00	1,00	1080	2050	1025	— 0,11	— 113	—	—
3,0	1,04	0,96	1120	2200	1100	— 0,04	— 44	— 1125	— 35,8
—	—	—	—	—	—	—	—	— 2209	— 70,3

Die γ wurden angenommen, sie ergaben v und nach Tafel I die zu γ und $T = 500^\circ$ gehörigen Spannungen s .

Die weitere Rechnung wird nach den Überschriften verständlich sein. Die Summen der Zahlen unter $[s] \Delta v$ mußten noch mit A_s

multipliziert werden. Sowohl die Kompression von 150 auf 400 mm, als auch von 400 auf 1120 mm hätten $Q = -34,6$ Kalorien ergeben müssen, während nach der angenäherten Integration für die erstere fast genau derselbe Wert, für die letztere aber 1,2 Kalorien mehr gefunden wurden.

Beispiel 3. Erwärmung eines Kilogramms Luft bei dem konstanten Druck $s = 1000$ mm.

Es soll die Erwärmung von $T = 100$ bis 1000° in Frage kommen. Dann ist nach (5) und (6)

$$Q = 0,3(1000 - 100) = 270 \text{ Kalorien.}$$

Wendet man aber Formel (20) an, so erhält man die folgende Rechnung:

φ	T	$2[T]$	$[T]$	$\Delta \varphi$	ΔQ Kal.
2,4	122 ^o	—	—	+ 0,0691	—
2,5	153	275	138	+ 0,0691	9,53
2,6	194	347	174	+ 0,0691	12,02
2,7	242	436	218	+ 0,0691	15,05
2,8	304	546	273	+ 0,0691	18,86
2,9	386	690	345	+ 0,0691	23,84
3,0	484	870	435	+ 0,0691	30,05
3,1	620	1104	552	+ 0,0691	38,14
3,2	770	1390	695	+ 0,0691	48,06
3,3	960	1730	865	+ 0,0691	59,77

$$Q = 255,32$$

Die Formel (5/6) ergibt

$$Q = 0,3(960 - 122) = 251,4 \text{ Kalorien.}$$

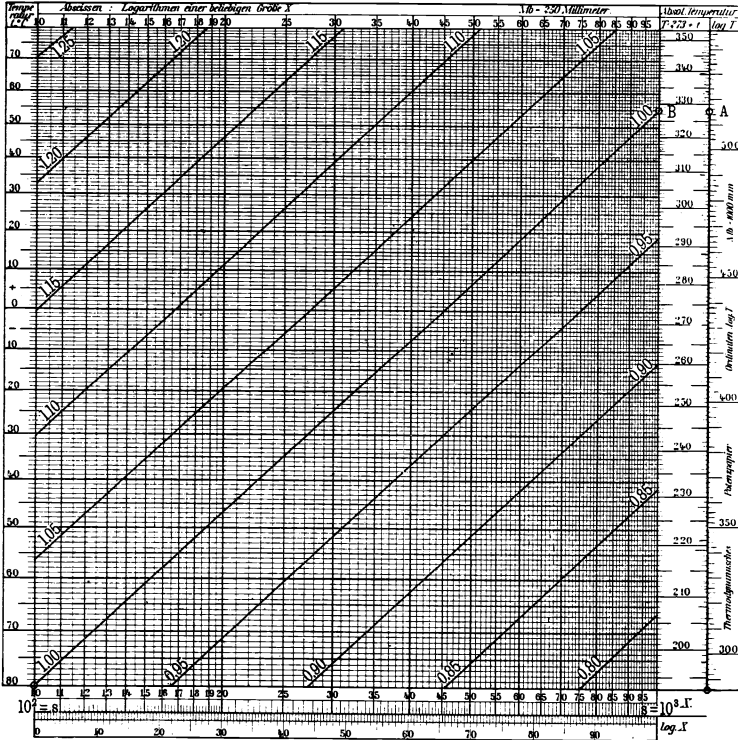
Als Hilfsmittel zur Behandlung der vorstehenden drei Beispiele dienten die Tafeln I und XII. Bei diesen können die Temperaturen alle beliebigen Werte erreichen, erfordern aber Grunddrucke mit großer Manteb, um diese genügend genau auftragen und ablesen zu können. Bei der Verwendung der Tafeln II und XIII können nur die Aufgaben behandelt werden, bei denen die Temperatur zwischen -80 bis $+80^\circ\text{C}$ liegt, dafür können aber ganze Grade sicher und Zehntel nahezu sicher angegeben werden.

Beispiel 4. 1 kg Luft wird von $t = -80^\circ\text{C}$ und $s = 100$ mm an adiabatisch komprimiert.

Geht man in Tafel XIII längs des vom unteren linken Eckpunkt ausgehenden φ -Gleichers hin, so kann man in einem jeden Punkte desselben die zusammengehörigen Werte von $t^\circ\text{C}$ und s mm ablesen. Aus Tafel II ergibt sich dann mit t und s das spezifische Gewicht und daraus das spezifische Volumen.

Rechentafel XIII.

Rechentafel für die spezifische Entropie der atmosphärischen Luft. $\psi = 0,229$.
 φ -Gleicher. Ordinaten $T = 193$ bis 353° ($t = -80$ bis $+80^\circ$ C).
 Abszissen $s = 100$ bis 1000 mm. $\mathfrak{B} = 0,691 \varphi$.



Man erhält so folgende Ergebnisse:

s mm	t° C	γ kg/cbm	v cbm/kg
100	- 80,0	0,24	4,17
150	- 61,0	0,33	3,03
200	- 47,0	0,41	2,44
250	- 35,0	0,49	2,04
300	- 25,0	0,56	1,79
350	- 16,0	0,63	1,59
400	- 7,5	0,70	1,43
450	0,0	0,77	1,30
500	+ 6,5	0,83	1,20
600	+ 18,5	0,95	1,05
700	+ 29,0	1,08	0,93
800	+ 38,5	1,20	0,83
900	+ 47,0	1,30	0,77
1000	+ 55,0	1,40	0,71

Wenn also 1 kg Luft von $s = 100$ mm und $t = -80^\circ\text{C}$ derart komprimiert wird, daß Wärme weder zurückgeführt noch abgeleitet wird, so steigt die Temperatur auf $+55^\circ$ bei der Druckzunahme bis zu 1000 mm, und das Volumen vermindert sich von 4,17 bis 0,71 cbm.

Beispiel 5. Wenn die Kompression bei konstanter Temperatur stattfindet, so nimmt φ um 0,229 ab, wenn der Druck, von 100 auf 1000 steigt, gleichgültig, wie groß die Temperatur ist. Das ergibt sich aus Formel 18.

Sonach ist die Entropieabnahme bei jeder konstanten Temperatur

$$0,229 \cdot 0,691 = 0,158;$$

es ist aber die Größe der abzuleitenden Wärmemenge bei

$t = -80^\circ\text{C}, \quad 0^\circ\text{C}, \quad +80^\circ\text{C}.$
 $Q = 193 \cdot 0,158 = 30,5, \quad 273 \cdot 0,158 = 43,1, \quad 353 \cdot 0,158 = 55,8 \text{ Kal.}$
 Die Näherungsrechnung nach Formel 20 ergibt mit Tafel II die folgenden Resultate für $t = 0^\circ\text{C}$:

s mm	γ kg	v cbm	[s]	Δv	[s] Δv
100	0,170	5,88	—	—	—
150	0,255	3,92	125	— 1,96	— 245
200	0,340	2,94	175	— 0,98	— 172
250	0,425	2,35	225	— 0,59	— 133
300	0,510	1,96	275	— 0,39	— 107
350	0,595	1,68	325	— 0,28	— 91
400	0,680	1,47	375	— 0,21	— 79
450	0,770	1,30	425	— 0,17	— 72
500	0,850	1,18	475	— 0,12	— 57
550	0,930	1,08	525	— 0,10	— 53
600	1,02	0,980	575	— 0,10	— 58
650	1,11	0,901	625	— 0,079	— 50
700	1,19	0,840	675	— 0,061	— 41
750	1,28	0,781	725	— 0,059	— 44
800	1,37	0,730	775	— 0,051	— 39
850	1,45	0,690	825	— 0,040	— 33
900	1,54	0,649	875	— 0,041	— 35
950	1,62	0,617	925	— 0,032	— 28
1000	1,70	0,588	975	— 0,031	— 29

Die unter [s] Δv stehenden Zahlen sind Arbeitsgrößen, sie sind durch Multiplikation mit $A_s = 3,18 \cdot 10^{-2}$ in Wärmemengen zu verwandeln. Ihre Summe ist — 1366 Arbeitseinheiten, und dies ergibt

$$Q = -1366 \times 3,18 \cdot 10^{-2} = -43,44 \text{ Kalorien.}$$

Der genaue Wert ist, wie vorstehend abgeleitet worden war, $Q = -43,1$ Kalorien.

Beispiel 6. 1 kg Luft wird bei dem konstanten Druck $s = 1000$ mm von -80°C auf $+80^{\circ}\text{C}$ erwärmt.

Die Näherungsrechnung nach Formel 20 ergibt mit Hilfe der Tafel XIII die folgenden Resultate:

$t^{\circ}\text{C}$	φ	$[T]$	$\Delta\varphi$	$[T] \Delta\varphi$
-80	0,771	—	—	—
-70	0,793	198	+ 0,022	4,36
-60	0,814	208	0,021	4,37
-50	0,834	218	0,020	4,36
-40	0,853	228	0,019	4,33
-30	0,871	238	0,018	4,28
-20	0,889	248	0,018	4,46
-10	0,906	258	0,017	4,39
0	0,922	268	0,016	4,29
+10	0,937	278	0,015	4,17
+20	0,952	288	0,015	4,32
+30	0,967	298	0,015	4,47
+40	0,981	308	0,014	4,31
+50	0,995	318	0,014	4,45
+60	1,008	328	0,013	4,26
+70	1,021	338	0,013	4,39
+80	1,033	348	0,012	4,18

$$69,39 \times 0,691 = 47,948$$

Da die Erwärmung bei konstantem Druck erfolgt, muß $\Delta Q = c_s \Delta T = 0,3 \Delta T$ sein, also müßten genau Werte von φ für je 10° Erwärmung an allen Stellen $[T] \Delta\varphi = 3,0 : 0,691 = 4,35$ ergeben haben. Für die Erwärmung von -80°C auf $+80^{\circ}\text{C}$ erhält man genau $Q = 0,3 \cdot 160 = 48$ Kalorien.

§ 45.

Die polytropischen Zustandsänderungen der permanenten Gase.
Anwendung auf atmosphärische Luft. Beispiel 7. (Tafel XIV).

Die Zustandsgleichung eines permanenten Gases läßt sich auf Potenzpapier durch gerade Linien auf drei verschiedene Weisen darstellen, wenn man als Zustandsgrößen das spezifische Volumen v cbm, die Spannung s mm und die absolute Temperatur ansieht. Die Gleichung $vs = R_p T$ gibt dann die Zustände eines Kilogramms des Gases an.

Wenn man als Koordinaten T und s annimmt, so kann man die Zustandsgleichung durch v -Gleicher darstellen, wofür man aber auch,

wie dies in den Rechentafeln I und II geschehen ist, die spezifischen Gewichte $\gamma = 1 : v$ kg einführen kann.

Man kann aber als Koordinaten auch T und v , oder s und v annehmen und dann die Zustandsgleichung durch s -Gleicher bzw. T -Gleicher darstellen.

Wenn man in Tafel I irgend eine gerade Linie zieht, so ist deren Gleichung

$$(21) \quad T = a s^{\varrho} \quad \text{oder} \quad s = \mu T^{\lambda}.$$

Die Gerade geht durch den Punkt a der T -Achse und bildet mit der positiven Seite der s -Achse den Winkel $\beta = \arctg \varrho$. Sie geht aber auch durch den Punkt μ der s -Achse und schließt mit der positiven Seite der T -Achse den Winkel $\alpha = \arctg \lambda$ ein. Es ist also

$$(22) \quad \varrho = \tg \beta, \quad \lambda = \tg \alpha \quad \text{und} \quad \lambda \varrho = 1.$$

In einem jeden Punkte der Funktionsgeraden kann man in dem Zustandsfeld Tafel I die Zustandsgrößen T , s und $v = 1 : \gamma$ ablesen, welche der Zustandsgleichung genügen.

Wenn man nun in den Gleichungen (21) die Spannung s mit Hilfe der Zustandsgleichung eliminiert, so erhält man

$$(23) \quad v = \mu^{-1} R_p T^{(1-\lambda)}.$$

Das ist die Gleichung einer geraden Linie in einem Zustandsfeld, in welchem die Koordinaten T und v sind, und in welchem die Zustandsgleichung durch s -Gleicher dargestellt wird. Längs derselben finden genau dieselben Zustandsänderungen wie in dem Felde mit den Koordinaten T und s statt, sie geht aber durch den Punkt $(\mu^{-1} R_p)$ der v -Achse und schließt mit der T -Achse den Winkel $\arctg (1 - \lambda)$ ein. Werden hier wieder die T als Ordinaten gewählt, so ist

$$(24) \quad \tg \alpha = 1 - \lambda = (\varrho - 1) : \varrho, \quad \tg \beta = \varrho : (\varrho - 1).$$

Wenn man endlich T eliminiert, erhält man

$$(25) \quad v = R_p a s^{(\varrho-1)}.$$

In einem Zustandsfeld mit den Koordinaten s und v und der Darstellung der Zustandsgleichung durch T -Gleicher geht die zu der Gleichung (25) gehörige Funktionsgerade durch den Punkt $(R_p a)$ der v -Achse und schließt mit der s -Achse den Winkel $\arctg (\varrho - 1)$ ein. Wählt man die s als Ordinaten, so ist

$$(26) \quad \tg \alpha = (\varrho - 1) = (1 - \lambda) : \lambda, \quad \tg \beta = \lambda : (1 - \lambda).$$

Auch längs dieser Funktionsgeraden finden genau dieselben Zustandsänderungen statt, wie längs der beiden vorstehend besprochenen.

Zur Berechnung der bei diesen Zustandsänderungen dem Kilogramm Gas zuzuführenden Wärmemenge hat man nach (5) und (7)

$$dQ = c_v dT + A_s s dv.$$

Aus (21) und (23) ergibt sich nun

$$s dv = (\mu \cdot T^\lambda) [(1 - \lambda) \mu^{-1} R_p T^{-\lambda} dT] = (1 - \lambda) R_p dT.$$

Sonach erhält man

$$\begin{aligned} dQ &= [c_v + (1 - \lambda) A_s R_p] dT = (c_s - \lambda A_s R_p) dT, \\ (27) \quad Q &= (c_s - A_s R_p \lambda) T + \text{Konst.} = k T + \text{Konst.} \end{aligned}$$

Zustandsänderungen der Gase, welche so beschaffen sind, daß die zuzuführende oder abzuleitende Wärme direkt proportional den Temperaturänderungen ist, nennt Gustav Zeuner¹⁸⁾ polytropische Zustandsänderungen.

Alle Linien, längs deren derartige Zustandsänderungen stattfinden, kann man Polytropen nennen und man erhält den Satz:

Alle in den logarithmischen Bildern der Zustandsgleichung auftretenden geraden Linien sind Polytropen.

Der Faktor

$$(28) \quad k = (c_s - A_s R_p \lambda) = (c_s - A_s R \delta_p^{-1} \lambda) = (c_s - 6,855 \times 10^{-2} \delta_p^{-1} \lambda)$$

kann die polytrope spezifische Wärme des Gases genannt werden.

Aus (27) und (28) ergeben sich zuerst folgende Resultate:

$$\lambda = 0, \quad \alpha = 0, \quad \beta = 90^\circ, \quad k = c_s.$$

Es ist dies die Erwärmung bei konstantem Druck.

$$\lambda = +1, \quad \alpha = \beta = 45^\circ, \quad k = c_v.$$

Es ist dies die Erwärmung bei konstantem Volumen, da nach (23) $dv = 0$ ist.

$$\lambda = -1, \quad \alpha = -45^\circ, \quad \beta = 135^\circ, \quad k = c_s + A_s R_p,$$

$$\lambda = +\infty, \quad \alpha = -90^\circ, \quad \beta = 180^\circ, \quad k = -\infty,$$

$$\lambda = -\infty, \quad \alpha = +90^\circ, \quad \beta = 0, \quad k = +\infty.$$

In den beiden letzten Fällen ist $dT = 0$, man erhält also die unbestimmten Werte $dQ = \pm \infty \cdot 0$.

Der wichtigste Fall ist $k = 0$, welcher ergibt

$$(29) \quad \lambda_0 = c_s : A_s R_p = \text{tg } \alpha_0 \quad \text{oder} \quad \varrho_0 = A_s R_p : c_s = \text{tg } \beta_0.$$

Man hat dann eine adiabatische Zustandsänderung, die Polytropen sind \mathfrak{B} -Gleicher, wie dies sich aus (17) ergibt. Von $\alpha = -90^\circ$ bis α_0 ist k positiv, es muß also bei allen diesen Zustandsänderungen Wärme zugeführt werden. Von $\alpha = \alpha_0$ bis $+90^\circ$ ist k negativ, es ist also Wärme abzuleiten.

In Tafel XIV wurden die Richtlinien für die Polytropen der atmosphärischen Luft gezeichnet, wobei wieder $c_s = 0,3$ und $\delta_p = 1$ angenommen wurde. Man erhält also

$$k = (0,3 - 0,07 \lambda),$$

und daraus

$$\lambda = (0,3 - k) : 0,07 = 14,3 (0,3 - k).$$

Das ergab die in Tabelle 19 stehenden Werte von λ und ϱ .

Tabelle 19.

k	$c_s - k$	λ	ϱ	k	$c_s - k$	λ	ϱ
+ 1,00	- 0,70	- 10,00	- 0,100	+ 0,26	+ 0,04	+ 0,572	—
0,80	- 0,50	- 7,15	- 0,140	0,24	+ 0,06	0,858	—
0,60	- 0,30	- 4,29	- 0,233	0,23	+ 0,07	1,000	—
0,50	- 0,20	- 2,86	- 0,350	0,22	+ 0,08	1,14	+ 0,877
0,40	- 0,10	- 1,43	- 0,699	0,20	+ 0,10	1,43	0,699
0,38	- 0,08	- 1,14	- 0,877	0,15	+ 0,15	2,15	0,465
0,37	- 0,07	- 0,10	- 1,000	0,10	+ 0,20	2,86	0,350
0,36	- 0,06	- 0,858	—	0,00	+ 0,30	4,29	0,233
0,34	- 0,04	- 0,572	—	- 0,05	+ 0,35	5,00	0,200
0,32	- 0,02	- 0,286	—	- 0,10	+ 0,40	5,72	0,175
0,30	0,00	0,000	—	- 0,50	+ 0,80	11,44	0,088
0,28	+ 0,02	+ 0,286	—	- 1,00	+ 1,30	18,59	0,054

In allen den Fällen, in denen $\lambda < 1$ ist, schneiden die k -Gleicher den oberen Rand der Zeichenfläche. Es wurden die λ an der gleichmäßigen Teilung angestochen, durch Kreise bezeichnet und nach dem Rande vertikal herunterprojiziert. Das ergab die Polytropen für $k = 0,37$ bis $0,23$. Auf gleiche Weise wurde in den Fällen verfahren, in denen $\varrho < 1$ ist.

Die Tafel XIV läßt sich in mehrfacher Weise anwenden. Wenn man z. B. die Polytrope für $k = 0,33$ ziehen soll, so findet man in Tafel XIV

$$\lambda = - 0,43, \quad \varrho = - 2,33, \quad \alpha_1 = - 23,3^\circ, \quad \beta_1 = + 156,7^\circ.$$

Man kann dann diese Winkel mit Hilfe der gleichmäßigen Randskala im Zustandsfeld Ts angeben und erhält so die Richtlinie, die man durch Parallelverschiebung durch irgend einen im Felde gegebenen Punkt legen kann.

Ist aber ein Zustandsfeld Tv gegeben, so erhält man nach (24)

$$\operatorname{tg} \alpha_2 = 1 - \lambda = 1,43, \quad \alpha_2 = + 55^\circ.$$

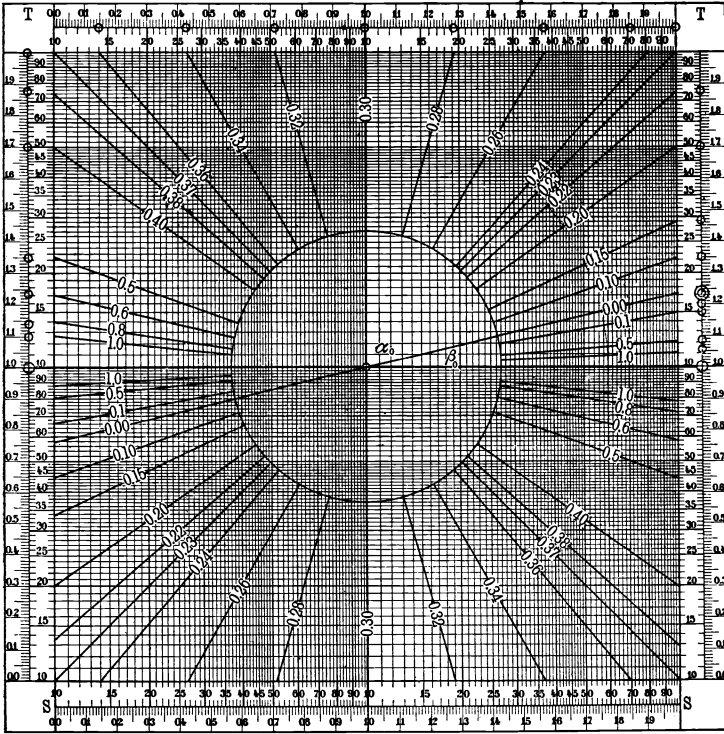
Dagegen wird im Zustandsfeld sv nach (26)

$$\operatorname{tg} \alpha_3 = \varrho - 1 = - 2,33 - 1 = - 3,33, \quad \alpha_3 = - 73,3.$$

Wenn aber im Zustandsfeld Tv eine Polytrope die Richtung $\alpha_2 = +15^\circ$ hat, so muß $\operatorname{tg} \alpha_2 = +0,268 = 1 - \lambda$, also $\lambda = +0,732$ sein. Damit findet man in Tafel XIV $k = +0,248$.

Rechentafel XIV.

Richtlinien für die Polytropen der atmosphärischen Luft. k -Gleicher. Ordinaten die absoluten Temperaturen T . Abszissen die Spannungen s mm.



Wenn man das Zustandsfeld eines Kilogramms Luft, wie in Tafel I auf Marke $381\frac{1}{2}:8$ zeichnet, als Ordinaten wieder T , als Abszissen aber v wählt, so ergibt sich aus der Gleichung

$$T = (R^{-1} \cdot s) v,$$

daß die s -Gleicher gerade Linien sind, welche mit der v -Achse den Winkel $+45^\circ$ einschließen. Ist dann $\tau = \operatorname{tg} \alpha_2$ die Richtung einer Polytrope in dem (Tv) -Feld, zu der die polytrope spezifische Wärme k gehört, $\lambda = \operatorname{tg} \alpha_1$ aber die Richtung der Polytropen im (Ts) -Feld, zu der derselbe Wert k gehört, so ist nach (24) $\tau = 1 - \lambda$, also auch $\lambda = 1 - \tau$. Setzt man diesen Wert in die Gleichung

$$k = 0,30 - 0,07 \lambda$$

ein, so erhält man

$$k = 0,23 + 0,07 \tau$$

als die Gleichung für k im $(T v)$ -Feld. Hieraus ergibt sich

$$\begin{aligned} \tau &= -\infty, & \alpha_3 &= -90^\circ, & k &= -\infty, \\ \tau &= -3,29, & \alpha_3 &= -73,1^\circ, & k &= 0, \\ \tau &= -1, & \alpha_3 &= -45^\circ, & k &= +0,16, \\ \tau &= 0, & \alpha_3 &= 0, & k &= +0,23, \\ \tau &= +1, & \alpha_3 &= +45^\circ, & k &= +0,30, \\ \tau &= +\infty, & \alpha_3 &= +90^\circ, & k &= +\infty. \end{aligned}$$

Während im $(T s)$ -Feld $\lambda = +4,29 = \operatorname{tg} +76,9^\circ$ die Richtung der Adiabaten oder Entropiegleicher war, ist diese Richtung im $(T v)$ -Feld $\tau = -3,29 = \operatorname{tg} -73,1^\circ$.

Bei $\tau = \pm \infty$ ist $d T = 0$, man erhält also wieder die unbestimmten Werte $d Q = \pm \infty \cdot 0$. Für $\tau = 0$ ist v konstant, man erhält also

$$d Q = c_v d T = 0,23 d T.$$

$\tau = +1$ ist die Richtung der s -Gleicher, es muß also

$$d Q = c_s d T = 0,30 d T$$

sein.

Zeichnet man aber das $(s v)$ -Feld, in dem die s die Ordinaten, die v die Abszissen sind, so schließen die T -Gleicher mit der v -Achse den Winkel -45° ein.

Wenn hier $\sigma = \operatorname{tg} \alpha_3$ die Richtung der Polytropen ist, welche mit $\lambda = \operatorname{tg} \alpha_1$ im $(T s)$ -Feld dieselbe polytrophe spezifische Wärme k hat, so ist nach (26)

$$\sigma = \lambda : (1 - \lambda), \quad \text{also} \quad \lambda = 1 : (1 + \sigma).$$

Dies ergibt

$$k = (0,23 + 0,30 \sigma) : (1 + \sigma),$$

und hiermit erhält man

$$\begin{aligned} \sigma &= -\infty, & \alpha_3 &= -90^\circ, & k &= -\infty : -\infty, \\ \sigma &= -1, & \alpha_3 &= -45^\circ, & k &= +\infty, \\ \sigma &= -0,767, & \alpha_3 &= -37,5^\circ, & k &= 0, \\ \sigma &= 0, & \alpha_3 &= 0, & k &= +0,23, \\ \sigma &= +1, & \alpha_3 &= +45^\circ, & k &= +0,265, \\ \sigma &= +\infty, & \alpha_3 &= +90^\circ, & k &= +\infty : +\infty. \end{aligned}$$

Die Richtung der Adiabaten ist $\sigma = -0,767 = \operatorname{tg} -37,5^\circ$. Von hier an bis $\alpha_3 = +90^\circ$ ist k positiv und wächst stetig an. Bei $\alpha_3 = 0$ ist v konstant, es ist also

$$d Q = c_v d T = +0,23 d T.$$

Bei $\alpha_s = +90^\circ$ erhält man wieder unbestimmte Werte, es ist aber in dieser Richtung s konstant, so daß man

$$dQ = c_3 dT = + 0,30 dT$$

Tabelle 20.

$t^\circ \text{C}$	φ	$s \text{ mm}$	$\gamma \text{ kg}$	$v \text{ cbm}$	$\Delta \varphi$	$\Delta \Psi$	Δv	$A_s [\text{s}]$	Σ	ΔQ_1	ΔQ_2
0	1,150	100	0,170	5,88	—	—	—	—	—	—	—
10	1,150	118	0,193	5,18	0,000	0,000	-0,70	3,47	-2,4	0,0	+ 0,1
20	1,150	137	0,220	4,55	0,000	0,000	-0,63	4,07	-2,6	0,0	- 0,3
30	1,150	159	0,245	4,08	0,000	0,000	-0,47	4,70	-2,1	0,0	+ 0,2
40	1,150	183	0,270	3,70	0,000	0,000	-0,38	5,44	-2,1	0,0	+ 0,2
50	1,150	210	0,300	3,33	0,000	0,000	-0,37	6,26	-2,3	0,0	0,0
60	1,150	240	0,335	2,99	0,000	0,000	-0,34	7,16	-2,4	0,0	- 0,1
70	1,150	273	0,370	2,70	0,000	0,000	-0,29	8,17	-2,4	0,0	- 0,1
80	1,150	310	0,410	2,44	0,000	0,000	-0,26	9,29	-2,4	0,0	0,0
70	1,138	310	0,425	2,36	-0,012	-0,008	-0,08	9,86	-0,8	-2,8	- 3,1
60	1,126	310	0,435	2,30	-0,012	-0,008	-0,06	9,86	-0,6	-2,7	- 2,9
50	1,113	310	0,445	2,24	-0,013	-0,009	-0,06	9,86	-0,6	-3,0	- 2,9
40	1,098	310	0,460	2,17	-0,015	-0,010	-0,07	9,86	-0,7	-3,2	- 3,0
30	1,084	310	0,475	2,11	-0,014	-0,010	-0,06	9,86	-0,6	-3,1	- 2,9
20	1,070	310	0,490	2,04	-0,014	-0,010	-0,07	9,86	-0,7	-3,0	- 3,0
10	1,054	310	0,505	1,98	-0,016	-0,011	-0,06	9,86	-0,6	-3,2	- 2,9
0	1,039	310	0,525	1,90	-0,015	-0,010	-0,08	9,86	-0,8	-2,8	- 3,1
- 10	1,023	310	0,540	1,84	-0,016	-0,011	-0,06	9,86	-0,6	-2,9	- 2,9
- 20	1,005	310	0,565	1,77	-0,018	-0,012	-0,07	9,86	-0,7	-3,1	- 3,0
- 30	0,988	310	0,590	1,69	-0,017	-0,012	-0,08	9,86	-0,8	-3,0	- 3,1
- 40	0,970	310	0,615	1,63	-0,018	-0,012	-0,06	9,86	-0,6	-2,9	- 2,9
- 50	0,950	310	0,640	1,56	-0,020	-0,014	-0,07	9,86	-0,7	-3,2	- 3,0
- 60	0,930	310	0,675	1,48	-0,020	-0,014	-0,08	9,86	-0,8	-3,1	- 3,1
- 70	0,910	310	0,710	1,41	-0,020	-0,014	-0,08	9,86	-0,8	-2,9	- 3,1
- 80	0,888	310	0,750	1,33	-0,022	-0,015	-0,08	9,86	-0,8	-3,0	- 47,9
- 80	0,862	400	0,960	1,042	-0,026	-0,018	-0,29	11,3	-3,3	-3,5	- 3,3
- 80	0,840	500	1,21	0,826	-0,022	-0,015	-0,216	14,3	-3,1	-2,9	- 3,1
- 80	0,822	600	1,44	0,694	-0,018	-0,012	-0,132	17,5	-2,3	-2,3	- 2,3
- 80	0,807	700	1,68	0,595	-0,015	-0,010	-0,099	20,7	-2,1	-1,9	- 2,1
- 80	0,794	800	1,93	0,518	-0,013	-0,009	-0,077	23,9	-1,9	-1,7	- 1,9
- 80	0,783	900	2,08	0,481	-0,011	-0,008	-0,037	27,0	-1,1	-1,5	- 1,1
- 80	0,772	1000	2,21	0,452	-0,011	-0,008	-0,029	30,2	-0,9	-1,5	- 15,3
- 70	0,827	700	1,60	0,625	+ 0,055	+ 0,038	+ 0,172	27,0	+ 4,6	+ 7,5	+ 6,9
- 60	0,880	512	1,14	0,877	+ 0,053	+ 0,037	+ 0,263	19,3	+ 4,8	+ 7,7	+ 7,1
- 50	0,931	375	0,800	1,25	+ 0,051	+ 0,035	+ 0,37	14,1	+ 5,2	+ 7,6	+ 7,5
- 40	0,980	280	0,565	1,77	+ 0,049	+ 0,034	+ 0,52	10,4	+ 5,4	+ 7,8	+ 7,7
- 30	1,027	212	0,415	2,41	+ 0,047	+ 0,032	+ 0,64	7,8	+ 5,0	+ 7,6	+ 7,3
- 20	1,069	163	0,305	3,28	+ 0,042	+ 0,029	+ 0,87	6,0	+ 5,2	+ 7,2	+ 7,5
- 10	1,111	127	0,225	4,44	+ 0,042	+ 0,029	+ 1,16	4,6	+ 5,3	+ 7,5	+ 7,6
0	1,150	100	0,170	5,88	0,039	0,027	+ 1,44	3,6	+ 5,2	+ 7,2	+ 60,1
										- 3,2	- 3

erhält. Von $\alpha_3 = -90^\circ$ an ist k zunächst positiv. Bei $\alpha = -45^\circ$, der Richtung der T -Gleicher, ist $dT = 0$, man erhält also den unbestimmten Wert $dQ = +\infty \cdot 0$.

Zwischen $\alpha_3 = -45^\circ$ bis $-37,5^\circ$ liegt das negative Gebiet der polytropen spezifischen Wärme k .

Diese Angelegenheit läßt sich noch weiter verfolgen, es möge aber an dieser Stelle hiermit und mit dem folgenden Beispiel genug sein.

Beispiel 7. 1 kg Luft wird

- a) adiabatisch von $t = 0^\circ\text{C}$, $s = 100\text{ mm}$ an auf $+80^\circ$ erwärmt,
- b) bei konstantem Druck dann auf -80°C abgekühlt,
- c) bei der konstanten Temperatur -80°C auf $s = 1000\text{ mm}$ gebracht,
- d) längs der von $t = -80^\circ\text{C}$, $s = 1000\text{ mm}$ nach $t = 0^\circ\text{C}$, $s = 100\text{ mm}$ gehenden geraden Linie dann in den Anfangszustand gebracht.

Wie man sieht, sind dies alles polytropische Zustandsänderungen.

a) In Tafel XIII geht der Gleicher für $\varphi = 1,150$ fast genau durch den Punkt $t = 0^\circ\text{C}$, $s = 100\text{ mm}$, und schneidet den oberen Rand des Entropiefeldes, also bei $+80^\circ\text{C}$, im Punkte $s = 310\text{ mm}$. Längs dieser Linie wird weder Wärme zugeleitet noch abgeführt. In Tabelle 20 wurden die Wärmemengen nach den folgenden Gleichungen berechnet:

$$\Delta Q_1 = [T] \Delta \mathfrak{P} \quad \text{und} \quad \Delta Q_2 = \Delta E + A_s [s] \Delta v = \Delta E + \Sigma.$$

Da die Temperaturintervalle überall $\pm 10^\circ$ sind, mit alleiniger Ausnahme der Zustandsänderung c), ist $\Delta E = \pm 10 c_v = \pm 2,3$ Kalorien, es wurde deshalb ΔE in der Tabelle 20 nicht eingestellt. Die Spannungen s erhält man in Tafel XIII längs des φ -Gleichers, und mit t und s aus Tafel II die zugehörigen γ , aus denen dann $v = 1:\gamma$ folgt.

Aus $\Delta \varphi$ ergibt sich

$$\Delta \mathfrak{P} = 0,691 \Delta \varphi.$$

Die Rechnung mit der Entropie muß $\Delta Q_1 = 0$ genau ergeben. Die Energieformel lieferte Werte für ΔQ_2 , welche zwischen $+0,2$ und $-0,3$ Kalorien schwanken, deren Summe aber $-0,1$ Kalorie, also fast genau 0 ergab.

b) Bei konstantem Druck muß $Q = c_s \Delta T$ sein, hier also

$$Q = 0,3 \times -160 = -48 \text{ Kalorien}$$

ergeben. Die Summen $[\Delta Q_1]$ und $[\Delta Q_2]$ stimmen hiermit sehr gut überein, die Einzelwerte hätten überall genau $-3,0$ Kalorien ergeben müssen. Die φ wurden in Tafel XIII, die γ in Tafel II längs des Gleichers $s = 310\text{ mm}$ abgelesen.

c) Hier erfolgt die Rechnung nach der Formel $\Delta Q_1 = 193 \Delta \mathfrak{P}$, da aber die φ längs des Gleichers $t = -80^\circ$ abgelesen wurden und Ablesefehler möglich sind, läßt sich der genaue Wert von $[\Delta Q_1]$ nicht angeben. Nimmt man jedoch $s_1 = 310$ mm als richtig an, so ergibt sich mit $s_2 = 1000$ mm aus (18) $\varphi_1 - \varphi_2 = +0,117$, was mit dem Werte $0,888 - 0,772 = 0,116$ gut übereinstimmt. Das würde dann $[\Delta Q_1] = -0,117 \times 0,691 \times 193 = -15,6$ Kalorien ergeben. Die Rechnung mit der Energiegleichung hat die Summe $[\Delta Q_2]$ zu klein ergeben. Bei dieser ist $\Delta Q_2 = \Sigma$.

d) Mit den Koordinaten $s_1 = 100$, $T_1 = 273$ und $s_2 = 1000$, $T_2 = 193$ ergeben nach (21) die Gleichungen

$$\log 273 = \log a + \varrho \log 100 \quad \text{und} \quad \log 193 = \log a + \varrho \log 1000,$$

$$\varrho = -0,151, \quad \lambda = -6,64.$$

Es ist also nach (27)

$$k = (0,3 + 0,07 \times 6,64) = 0,765,$$

und ergibt sich hieraus

$$[\Delta Q] = +61,2 \text{ Kalorien.}$$

Die genauere Rechnung würde einen mit $[\Delta Q_1] = 60,1$ in Tabelle 20 besser übereinstimmenden Wert ergeben haben. Die Einzelwerte von ΔQ_1 und ΔQ_2 in dieser Tabelle müssen um 7,6 Kalorien schwanken. Auch hier ergibt die Entropieformel die besseren Resultate.

Das Hauptergebnis wird also folgendes sein:

Während der Zustandsänderung a) ist $[\Delta Q]$ gleich Null, es wird Wärme weder zugeführt noch abgeleitet. Dabei tritt eine Zunahme der Temperatur um 80°C und der Spannung um 210 mm ein. Das Volumen vermindert sich um 3,44 cbm.

Bei der Zustandsänderung b) bei konstantem Druck werden 48 Kalorien an die Gefäßwand abgegeben, dabei sinkt die Temperatur um 160°C , und das Volumen vermindert sich weiter um 1,03 cbm.

Auch bei der Zustandsänderung c), welche bei -80°C vor sich geht, nimmt das Volumen weiter ab und erreicht seinen kleinsten Wert 0,452 cbm, so daß die Gesamtkompression $5,88 - 0,452 = 5,43$ cbm beträgt. Die Spannung erreicht ihren größten Wert 1000 mm. Dabei sind noch rund 15 Kalorien abzuleiten, so daß am Ende der Zustandsänderung die Gefäßwandung $48 + 15 = 63$ Kalorien aufgenommen hat.

Während der Zustandsänderung d) wird das Kilogramm Luft in den Anfangszustand zurückgebracht, in dem also J , E und \mathfrak{P} ihre Anfangswerte erhalten. Dabei sind aber nur rund 60 Kalorien zuzuleiten. Am Schluß des ganzen Kreisprozesses verbleiben also 3 bis 4 Kalorien in der Gefäßwand.

Neuntes Kapitel.

Die Wärmeleichungen für 1 Kilogramm eines Gemisches von
Sattdampf mit Wasser oder Eis
bei Temperaturen zwischen -80°C bis $+100^{\circ}\text{C}$.

§ 46.

Wärmeinhalt q , gesamte r -, innere ρ - und äußere Σ -Verdampfungswärme eines Kilogramms Eis oder Wasser. Latente Schmelzwärme λ eines Kilogramms Eis. Spannung ζ und spezifisches Volumen v_d des Sattdampfes über Eis oder Wasser¹⁸⁾.

Wenn man die spezifische Wärme des Eises zu 0,5 Kalorien für 1°C rechnet, so wird der Wärmeinhalt eines Kilogramms Eis q_e bei der absoluten Temperatur T sein

$$(30) \quad q_e = 0,5 T + \text{Konst.}$$

Nimmt man für die Konstante den Wert $-96,5$ an, so wird q_e bei $T = 193^{\circ}$ oder $t = -80^{\circ}\text{C}$ zu Null und erhält man die Zahlen, welche in Tabelle 21 unter q stehen.

Tabelle 21.

$t^{\circ}\text{C}$	T	ζ mm	v_w cbm	V_d cbm	q Kal.	r Kal.	ρ Kal.	Σ Kal.
+ 100	373	7,60 + 2	1,04 - 3	1,67 0	220	539	499	40
90	363	5,26	1,04	2,37	210	545	506	39
80	353	3,55	1,03	3,41	200	551	513	38
0	343	2,34	1,02	5,05	190	557	519	38
60	333	1,49	1,02	7,68	180	562	526	36
50	323	9,25 + 1	1,01	1,20 + 1	170	568	533	35
40	313	5,53	1,01	1,95	160	573	539	34
30	303	3,18	1,00	3,29	150	579	546	33
20	293	1,75	1,00	5,78	140	584	552	32
10	283	9,21 0	1,00	1,06 + 2	130	589	558	31
+ 0	273	4,58	1,00	2,07	120	595	565	30
— 0	273	4,58 0	1,09 - 3	2,07 + 2	40	675	645	30
— 10	263	2,00	—	4,57	35	675	646	29
— 20	253	7,72 - 1	—	1,13 + 3	30	676	648	28
— 30	243	2,80 - 1	—	3,08	25	677	650	27

In dieser Tabelle beziehen sich alle zu den negativen Temperaturen gehörigen Zahlen auf Eis, gelten aber nur beschränkt für unterkühltes Wasser.

Ist das Kilogramm Eis bei 0° C angelangt, so müssen ihm 80 Kalorien, die latente Schmelzwärme, zugeführt werden, um es in 1 kg Wasser von 0° C zu verwandeln. Für den Wärmehalt des Wassers erhält man also die Formel

$$(31) \quad q_w = t + 120 \text{ Kalorien,}$$

da die spezifische Wärme des flüssigen Wassers bis 100° konstant = 1 angenommen werden darf. Für Eis ist aber

$$(32) \quad q_e = 0,5 T - 96,5 \text{ Kalorien.}$$

Wenn 1 kg Wasser von der Temperatur t° C in 1 kg Satttdampf von derselben Temperatur verwandelt werden soll, muß ihm die latente Verdampfungswärme r zugeführt werden. Der Wärmehalt dieses Kilogramms Satttdampf ist also

$$(33) \quad J = q + r.$$

Sein Volumen v_d und seine Spannung ζ sind aus den Zahlen der Tabelle 21 zu ersehen.

Die Verdampfungswärme besteht aus zwei Teilen, der inneren Arbeitswärme q und der äußeren Arbeitswärme Σ , und zwar ist

$$(34) \quad r = q + \Sigma.$$

Die innere Arbeitswärme führt das flüssige Wasser in gasförmiges über, wobei aber das Volumen v_w und die Temperatur t unverändert bleiben. Die äußere Arbeitswärme bringt den entstehenden Dampf aus dem Volumen v_w in das Volumen v_d , wobei der Druck ζ zu überwinden ist. Die dabei geleistete Arbeit ist der Wärmemenge Σ äquivalent, und es ist

$$(35) \quad \Sigma = A_s \zeta (v_d - v_w).$$

Die unter r , q und Σ in Tabelle 21 stehenden Zahlen wurden dem Werke von Mollier⁷⁾ entnommen, soweit sie sich auf flüssiges Wasser beziehen.

Etwas anderes ist dies bei den Temperaturen unter 0° C. Das Eis kann bei jeder Temperatur verdampfen. Dabei muß es sich aber erst in Wasser verwandeln und hierzu die latente Schmelzwärme aufnehmen, und dann muß Verdampfungswärme $r = q + \Sigma$ zugeführt werden.

Für die latente Schmelzwärme kann man annehmen

$$(36) \quad \lambda = 80 + 0,5 t.$$

Für die Verdampfungswärme r_w und die innere Arbeitswärme q_w des flüssigen Wassers gibt Mollier die Formeln

$$(37) \quad r_w = 595 - 0,536 t, \quad q_w = 565 - 0,647 t.$$

Es ist also für Eis

$$(38) \quad \begin{cases} r_e = \lambda + r_w = 675 - 0,036 t, \\ q_e = \lambda + q_w = 645 - 0,147 t, \\ \Sigma_e = 30 + 0,111 t. \end{cases}$$

Nach diesen Formeln wurden die für Eis gültigen Zahlen in Tabelle 21 berechnet.

In dieser Tabelle wurden weiter die Spannungen ς den Wärmetabellen der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt¹⁹⁾ und die spezifischen Volumen der technischen Thermodynamik von Schüle⁶⁾ entnommen. In Chwolsons Lehrbuch der Physik ist die Dichte des Eises in der Nähe von 0° C zu 0,916 angegeben, woraus das Volumen von 1 kg Eis sich zu 1,09 cbdm berechnet.

Über die Wärmeausdehnung des Eises habe ich keine Zahlen finden können, sie sind auch hier nicht nötig.

Es soll nun versucht werden, die in der Tabelle 21 auftretenden Größen durch Formeln darzustellen, welche bis zu $t = 100^\circ \text{C}$ Gültigkeit haben.

1. Formeln für Wasser von 0 bis 100° C.

Für die Wasserwärme ist bereits in (31) ein Ausdruck aufgestellt worden:

$$(39) \quad q_w = t + 120 = T - 153,$$

Als Beziehung zwischen v_d , ς und T wird die einfache Zustandsgleichung angenommen

$$(40) \quad v_d \varsigma = 3,402 T.$$

Diese ergibt für

t	T	ς	v_d	(v_d)	(ς)
0	273	4,58	207	203	4,49
+ 50	323	92,5	12,0	11,9	91,6
+ 100	373	760	1,67	1,67	760

Die Konstante der Zustandsgleichung 3,402 wurde mit den in Tabelle 21 stehenden Werten $v_d = 1,67$ und $\varsigma = 760$ abgeleitet, sie weicht nur wenig von den in den §§ 5 und 6 auftretenden Zahlen ab.

Nimmt man in (40) die in Tabelle 21 mitgeteilten Zahlen für ς an, so ergibt diese die unter (v_d) stehenden Werte, die nur bei 0° wesentlich von v_d abweichen. Es sind jedoch diese Unterschiede nicht größer als bei den Angaben der verschiedenen Autoren. Wesentlich besser stimmen die mit v_d berechneten (ς) mit den Tabellen überein.

Legt man die in Tabelle 21 für $t = 0^{\circ}$ und $t = 100^{\circ}$ mitgeteilten Werte von r , ϱ und Σ zugrunde, so erhält man die Formeln

$$(41) \quad \begin{cases} r_w = 595 - 0,56 t = 748 - 0,56 T, \\ \varrho_w = 565 - 0,66 t = 745 - 0,66 T, \\ \Sigma = 30 + 0,10 t = 3 + 0,10 T. \end{cases}$$

Durch geringe Abänderung dieser Zahlen würde es möglich sein, für den absoluten Nullpunkt $r = \varrho$ und $\Sigma = 0$ zu erhalten, wie dies bei den Formeln Molliers der Fall ist, die Sache hat aber keine praktische Bedeutung.

2. Die Formeln für Eis.

Für die Eiswärme wurde angenommen

$$(42) \quad q_e = 0,5 T - 96,5.$$

Die Zustandsgleichung bleibt unverändert, man erhält aber

$$(43) \quad \begin{cases} r_e = 675 - 0,06 t = 691 - 0,06 T, \\ \varrho_e = 645 - 0,16 t = 689 - 0,16 T, \\ \Sigma = 30 + 0,10 t = 2 - 0,10 T. \end{cases}$$

§ 47.

Energie und Wärmehalt eines Kilogramms Gemisch von Satttdampf mit Eis oder Wasser als Funktion von n und t . (Tafel XV.)

Man denke sich 1 kg Eis in einem Zylinder mit beweglichem Kolben. Sitzt der Kolben auf dem Eise dicht auf, so hat man 1 kg Eis allein in dem Zylinder, zieht man ihn aber ein Stück heraus, so bildet sich Satttdampf, welcher den Raum über dem Eise ausfüllt; man hat dann n kg Eis und $1 - n$ kg Satttdampf, also 1 kg Gemisch aus beiden. Läßt man das Gesamtvolumen dieses Gemisches unverändert und erhöht die Temperatur, so findet trotzdem eine weitere Verdampfung des Eises statt, weil die Dichte des Satttdampfes mit der Temperatur zunimmt. Ist das Volumen sehr groß, so kann es sein, daß das ganze Kilogramm Eis verdampft ist, ehe die Temperatur 0° C erreicht worden ist. Ist dies nicht der Fall, sondern ist bei 0° C noch Eis vorhanden, so muß dieses erst schmelzen, ehe die Temperatur weiter steigen kann, und dann hat man 1 kg Gemisch aus Satttdampf mit Wasser.

Sonach hat man im Naßzustand des Wasserdampfes drei Stadien zu unterscheiden, das

Eisstadium, Nullstadium, Wasserstadium.

In der Meteorologie spricht man von einem Schnee-, Hagel- und Regenstadium.

Das Nullstadium zeichnet sich dadurch aus, daß während desselben Temperatur, Volumen, Spannung und Nässegrad unverändert bleiben und nur das feste Wasser in flüssiges übergeht.

Diese drei Stadien müssen bei der Ableitung der Wärme- gleichungen berücksichtigt werden.

I. Die Energiegleichungen.

A. Das Eisstadium.

Wenn sich in 1 kg eines Gemisches von Eis und Satttdampf n kg Eis befinden, so ist die Energie dieses Gemisches (vgl. § 19 der Wärmemechanik des Wassers)

$$(44) \quad E_e = q_e + (1 - n) q_e,$$

wofür man mit den Gleichungen (42) und (43) ableiten kann

$$E_e = 0,34 t - 645 n + 0,16 n t + C_e,$$

und worin C_e die Konstante sein wird.

Die Energie des Gemisches wird ihren kleinsten Wert bei $t = -80^\circ \text{C}$ und $n = 1$ haben. Soll dann E_e Null sein, so ergibt sich

$$C_e = 685$$

und erhält man

$$(45) \quad E_e = 0,34 t - 645 n + 0,16 n t + 685 \text{ Kalorien.}$$

B. Das Nullstadium.

Wenn das Gemisch bei der Temperatur 0°C angelangt ist, und man diese Temperatur sowie das Volumen des Gemisches konstant hält, so wird auch n konstant bleiben und es wird die weiter zugeführte Wärme nur das Eis schmelzen.

Wenn der Bruchteil der n kg Eis, welcher in einem gegebenen Augenblick geschmolzen worden ist, mit φ , dem Schmelzgrad, bezeichnet wird, so kann man für die Energie im Nullstadium die Gleichung aufstellen

$$(46) \quad E_{e.w} = 80 \varphi n + C_{e.w} \text{ Kalorien.}$$

Beim Beginn des Nullstadiums ist $\varphi = 0$ und es muß dann $E_{e.w}$ gleich E_e für $t = 0^\circ \text{C}$ sein. Man erhält also

$$0 + C_{e.w} = -645 n + 685,$$

und damit

$$(47) \quad E_{e.w} = 80 \varphi n - 645 n + 685 \text{ Kalorien.}$$

C. Das Wasserstadium.

Die Energie eines Gemisches von Wasser und Sattdampf ist

$$(48) \quad E_w = q_w + (1 - n) \varrho_w,$$

wofür die Formeln (39) und (41) ergeben

$$(49) \quad E_w = 0,34 t - 565 n + 0,66 n t + C_w.$$

Beim Beginn des Wasserstadiums ist $t = 0$ und $\varphi = 1$. Es muß also $E_{e.w} = E_w$ sein, oder

$$\begin{aligned} - 565 n + 685 &= - 565 n + C_w, \\ C_w &= 685 \quad \text{und} \end{aligned}$$

$$(50) \quad E_w = 0,34 t - 565 n + 0,66 n t + 685 \text{ Kalorien.}$$

D. Der Feuchtzustand.

Da für das Wassergas bis zu $+100^\circ\text{C}$ die einfache Zustandsgleichung (40) als gültig angenommen wird, gelten bis zur Sättigungsgrenze alle für permanente Gase gefundenen Gesetze, es wird also nach (12)

$$E = c_v t + \text{Konst.}$$

sein.

Wenn man in den Formeln für den Naßzustand $n = 0$ setzt, erhält man

$$E = 0,34 t + 685,$$

es wird also

$$(51) \quad c_v = 0,34 = 1 - 0,66$$

sein müssen, wobei zu beachten ist, daß 0,66 der in Formel (41) auftretende Temperaturkoeffizient für ϱ_w ist.

II. Die Wärmeinhaltsgleichungen.

Nach § 39 ist

$$J = E + \Sigma = E + A_{s\zeta} v.$$

Das Volumen v des Gemisches ist eine Funktion des Nässegrades n , und zwar ist nach § 5 der Wärmemechanik des Wassers

$$(52) \quad v = (1 - n) v_d,$$

worin v_d das spezifische Volumen des Sattdampfes bedeutet und das spezifische Volumen des Wassers zu Null angenommen wird.

Nach (40) ist aber

$$v_d \cdot \zeta = 3,402 T,$$

man erhält also

$$\begin{aligned} J &= E + (1 - n) A_{s\zeta} v_d = E + (1 - n) A_s \times 3,402 T \\ &= E + 0,11 (1 - n) T. \end{aligned}$$

Hieraus folgt weiter

$$J = E + 0,11 t - 30 n - 0,11 n t + 30,$$

und erhält man hiermit und mit den Formeln (45) und (50)

$$(53) \quad J_e = 0,45 t - 675 n + 0,05 n t + 715 \quad \text{und}$$

$$(54) \quad J_w = 0,45 t - 595 n + 0,55 n t + 715.$$

Für den Feuchtzustand erhält man hieraus mit $n = 0$

$$J = 0,45 t + 715,$$

es ist also

$$(55) \quad c_s = 0,45 = 0,34 + 0,11.$$

III. Darstellung der Funktionen $E = f_1(n, t)$ und $J = f_2(n, t)$ durch n -Gleicher mit den Abszissen $t^{\circ}\text{C}$.

Die Gleichungen (45), (50), (53) und (54) haben die Form

$$y = a + b z + (\alpha + \beta z) x,$$

wenn man mit y die Größen E oder J , mit z den Nässegrad und mit x die Temperatur bezeichnet. Stellt man diese Funktion durch z -Gleicher dar, so können nur die numerischen Bilder derselben in Frage kommen, da die n -Gleicher dann gerade Linien sind.

Es genügt dann, die Werte von y für $x = -80^{\circ}, 0^{\circ}$ und $+100^{\circ}$ zu berechnen, was die Zahlen in Tabelle 22 ergibt.

Tafel XV.

Energie eines Kilogramms nassen Satt-dampfes als Funktion von n und t .

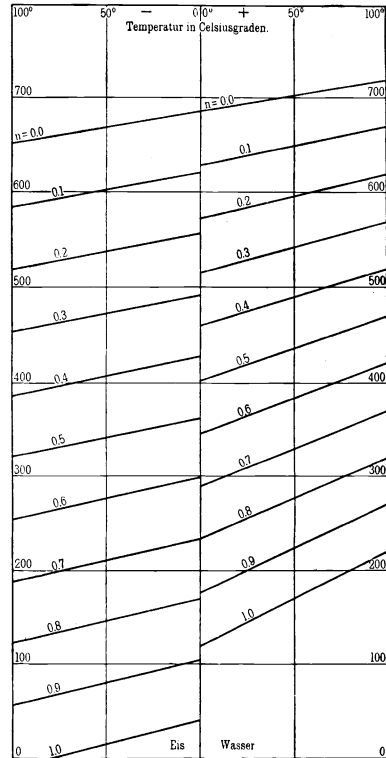


Tabelle 22.

		Energie und Wärmehalt bei den Nässegraden $n =$										
		0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
E_e	$t = -80$	658	592	526	461	395	329	263	197	132	66	0
	$t = 0$	685	620	556	491	427	362	298	233	169	104	40
E_w	$t = 0$	685	628	572	515	459	402	346	289	233	176	120
	$t = +100$	719	669	619	569	519	469	420	370	320	270	220
J_e	$t = -80$	679	608	537	466	395	323	252	181	110	39	-32
	$t = 0$	715	647	580	512	445	377	310	242	175	107	40
J_w	$t = 0$	715	655	596	536	477	417	358	298	239	179	120
	$t = +100$	760	706	652	598	544	490	436	382	328	274	220

Mit den Zahlen für E_e und E_w wurde die Rechentafel XV konstruiert und dabei $1^\circ\text{C} = 1\text{ mm}$ und $1\text{ Kalorie} = 0,5\text{ mm}$ gemacht. Die Koordinaten in dieser Tafel sind also

$$u = 0,5 y \quad \text{und} \quad v = x \text{ mm,}$$

was für die Linien in Tafel XV die Gleichung

$$u = \frac{1}{2} a + \frac{1}{2} b z + \frac{1}{2} (\alpha + \beta z) v \text{ mm}$$

ergibt.

Die Richtungen der geradlinigen z -Gleicher sind also gegeben durch

$$\frac{du}{dv} = \text{tg } \varphi = \frac{1}{2} (\alpha + \beta z),$$

und es wird φ der Winkel dieser Gleicher mit der Abszissenachse sein.

Im Eisstadium ist $(\alpha + \beta z) = (0,34 + 0,16 n)$ und liegt φ zwischen $\text{arctg } 0,17 = 9,6^\circ$ bis $\text{arctg } 0,25 = 14,1^\circ$.

Im Wasserstadium steigen die n -Gleicher steiler an und liegen die Winkel φ zwischen

$$\text{arctg } 0,17 = 9,6^\circ \quad \text{bis} \quad \text{arctg } 0,5 = 26,6^\circ.$$

Auf gleiche Weise läßt sich auch eine Rechentafel für die Wärmehaltfunktion herstellen.

Zu diesen Darstellungen eignet sich besonders gut die Marke $336\frac{1}{2}$ der Millimeterpapiere von C. Schleicher & Schüll, Düren.

§ 48.

Die Entropie \mathfrak{B} eines Kilogramms Gemisch von Satttdampf mit Eis oder Wasser als Funktion des Nässegrades n und der Temperatur $t^\circ\text{C}$.

(Tafel XVI.)

A. Das Eisstadium.

In § 20 der Wärmemechanik des Wassers wurde für die Entropie die Gleichung

$$\mathfrak{B} = \ln T + (1 - n) \cdot r \cdot T^{-1} + k$$

abgeleitet, worin also r die gesamte Verdampfungswärme eines Kilogramms Eis und k die Integrationskonstante bedeuten.

Nach (43) erhält man

$$(56) \quad \mathfrak{B}_e = \ln T + (1 - n) (691 T^{-1} - 0,06) + k_e.$$

B. Das Nullstadium.

Im Nullstadium bleiben die Temperatur 273° und das Volumen, also auch der Nässegrad, konstant. Die zugeführte Wärme erhöht also nur die Energie des Gemisches, und es muß nach 46

$$dE_{e,w} = 80 n d\varphi$$

sein, wenn φ wieder den Schmelzungsgrad bedeuten soll. Da nun $dv = 0$ sein soll, muß

$$dQ = dE_{e.w} = 80 n d\varphi = 273 d\mathfrak{P}_{e.w}$$

sein, und erhält man hieraus

$$(57) \quad \mathfrak{P}_{e.w} = \frac{80}{273} n \varphi + k_{e.w} = 0,293 n \varphi + k_{e.w}.$$

Beim Beginn des Nullstadiums muß

\mathfrak{P}_e für $T = 273^\circ = \mathfrak{P}_{e.w}$ für $\varphi = 0$ sein. Man erhält aus (56)

$$\mathfrak{P}_e = \ln 273 + (1 - n) \times 2,471 + k_e$$

für $(T = 273^\circ)$

und aus (57)

$$\mathfrak{P}_{e.w} = k_{e.w} \text{ für } \varphi = 0.$$

Hieraus ergibt sich

$$k_{e.w} = \ln 273 + 2,471 (1 - n) + k_e$$

und somit

$$(58) \quad \mathfrak{P}_{e.w} = 0,293 n \varphi + \ln 273 + 2,471 (1 - n) + k_e.$$

C. Das Wasserstadium.

Im Wasserstadium ist

$$\mathfrak{P}_w = \ln T + (1 - n) r_w T^{-1} + k_w,$$

oder nach (41)

$$(59) \quad \mathfrak{P}_w = \ln T + (1 - n) (748 T^{-1} - 0,56) + k_w.$$

Beim Beginn des Wasserstadiums ist $T = 273$, also

$$\mathfrak{P}_w = \ln 273 + 2,180 (1 - n) + k_w.$$

Es ist dies aber auch das Ende des Nullstadiums, bei dem $\varphi = 1$ und $T = 273^\circ$ sind, was nach (58) ergibt

$$\mathfrak{P}_{e.w} = 0,293 n + \ln 273 + 2,471 (1 - n) + k_e.$$

Sonach muß sein

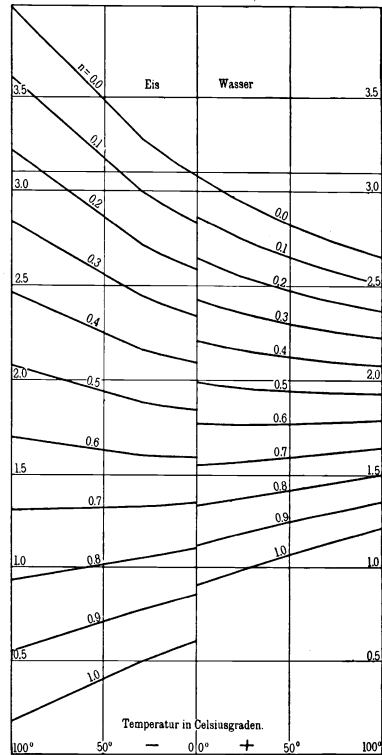
$$2,180 (1 - n) + k_w = 0,293 n + 2,471 (1 - n) + k_e,$$

oder

$$k_w = 0,293 n + 0,291 (1 - n) + k_e = 0,291 + 0,002 n + k_e.$$

Tafel XVI.

Entropie eines Kilogramms nassen Sattendampfes als Funktion von n und t .



Die Rechnung mit den Mollierschen⁷⁾ Gleichungen, welche für $T = 0$, $r = \rho$ und $\Sigma = 0$ ergeben, liefert

$$k_w = 0,293 + k_e$$

und somit

$$(60) \quad \mathfrak{P}_w = \ln T + (1 - n) (748 T^{-1} - 0,56) + 0,293 + k_e.$$

Nach den Formeln (56) und (60) wurde Tabelle 23 berechnet, wobei

$$k_e = -5$$

angenommen worden ist.

Tabelle 23.

$t^{\circ} \text{C}$	Die Werte der Entropie \mathfrak{P} für $n =$										
	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
+ 100	2,658	2,514	2,369	2,226	2,081	1,937	1,792	1,648	1,504	1,360	1,215
90	2,686	2,536	2,386	2,237	2,087	1,936	1,786	1,636	1,487	1,337	1,187
80	2,716	2,560	2,404	2,249	2,093	1,938	1,782	1,626	1,471	1,315	1,159
70	2,749	2,587	2,425	2,264	2,102	1,940	1,778	1,616	1,455	1,293	1,131
60	2,785	2,616	2,448	2,280	2,112	1,943	1,774	1,606	1,438	1,270	1,101
50	2,825	2,649	2,474	2,299	2,124	1,948	1,772	1,597	1,422	1,247	1,071
40	2,867	2,684	2,501	2,319	2,136	1,953	1,770	1,587	1,405	1,222	1,039
30	2,913	2,722	2,531	2,342	2,151	1,960	1,769	1,578	1,389	1,198	1,007
20	2,964	2,765	2,565	2,367	2,168	1,969	1,769	1,570	1,372	1,172	0,973
10	3,019	2,811	2,602	2,395	2,187	1,979	1,770	1,562	1,355	1,147	0,938
+ 0	3,080	2,862	2,644	2,427	2,209	1,991	1,773	1,555	1,338	1,120	0,902
— 0	3,080	2,833	2,586	2,339	2,092	1,845	1,597	1,350	1,103	0,856	0,609
— 10	3,139	2,882	2,626	2,369	2,112	1,856	1,599	1,342	1,085	0,829	0,572
— 20	3,204	2,937	2,670	2,403	2,136	1,869	1,601	1,334	1,067	0,800	0,533
— 30	3,276	2,998	2,719	2,441	2,163	1,885	1,606	1,328	1,050	0,771	0,493
— 40	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
— 50	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
— 60	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
— 70	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
— 80	3,783	3,431	3,079	2,727	2,375	2,023	1,671	1,319	0,967	0,615	0,263

Mit Hilfe der Tabelle 23 wurde Rechentafel XVI konstruiert, welche das numerische Bild der Entropiefunktion durch n -Glieder mit den Koordinaten \mathfrak{P} und $t^{\circ} \text{C}$ darstellt. Das logarithmische Bild dieser Funktion würde hier keine Vorteile bieten. In der Originalzeichnung wurde eine Kalorie durch 100 mm Ordinaten- und 1°C durch 1 mm Abszissenlänge dargestellt.

Zehntes Kapitel.

**Zustandsfeld, Energiefeld, Wärmeinhaltsfeld und Entropiefeld,
eines Kilogramms Wasser bei den Temperaturen — 80 bis +100°C.
Ordinaten T und Abszissen v . Logarithmische Tv -Felder.**

§ 49.

Das Zustandsfeld. (Rechentafel XVII.)

Wenn v_d das Volumen des Sattdampfes bei der Temperatur $t^\circ\text{C}$ und der Spannung ϱ mm, v_w aber das Volumen des Wassers oder Eises bei derselben Temperatur sind, so ist nach § 5 der Wärmemechanik des Wassers das Volumen v eines Kilogramms Gemisch aus Sattdampf mit Wasser oder Eis bei dem Nässegrad n

$$(61) \quad v = (1 - n)v_d,$$

da v_w so klein ist, daß es vernachlässigt werden kann. Nach der Formel (61) wurde Tabelle 24 berechnet.

Tabelle 24.

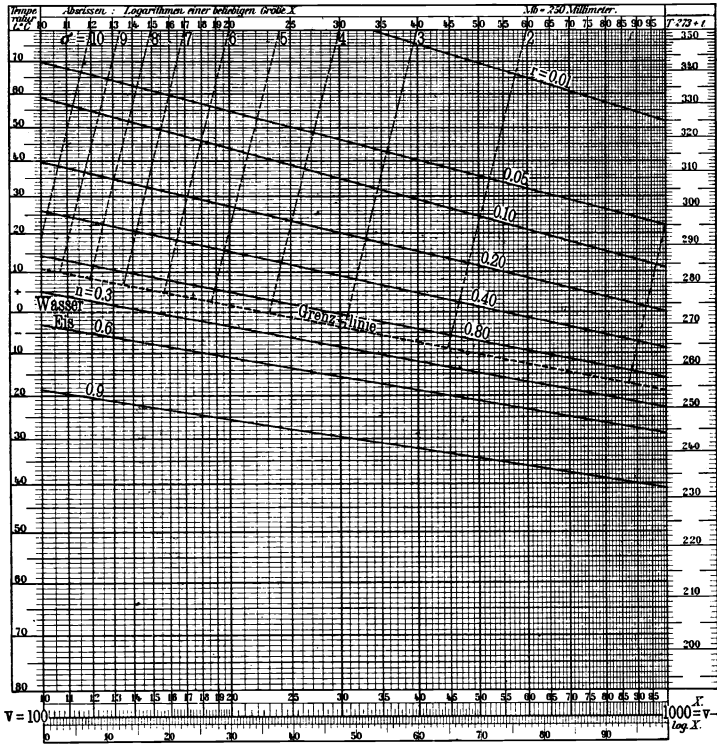
$t^\circ\text{C}$	Das Volumen v eines Kilogramms Gemisch aus Sattdampf mit Wasser oder Eis bei den Nässegraden $n =$									
	0,0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
100	1,67 0	1,50 0	1,34 0	1,17 0	1,00 0	8,35-1	6,68-1	5,01-1	3,34-1	1,67-1
90	2,37	2,13	1,90	1,66	1,42	1,19 0	9,48	7,11	4,74	2,37
80	3,41	3,07	2,73	2,39	2,05	1,71	1,36 0	1,02 0	6,82	3,41
70	5,05	4,55	4,04	3,54	3,03	2,53	2,02	1,52	1,01 0	5,05
60	7,68	6,91	6,14	5,38	4,61	3,84	3,07	2,30	1,54	7,68
50	1,20+1	1,08+1	9,60	8,40	7,20	6,00	4,80	3,60	2,40	1,20 0
40	1,95	1,76	1,56+1	1,37+1	1,17+1	9,75	7,80	5,85	3,90	1,95
30	3,29	2,96	2,63	2,30	1,97	1,65+1	1,32+1	9,87	6,58	3,29
20	5,78	5,20	4,62	4,05	3,47	2,89	2,31	1,73+1	1,16+1	5,78
10	1,06+2	9,54	8,48	7,42	6,36	5,30	4,24	3,18	2,12	1,06+1
0	2,07	1,86+2	1,66+2	1,45+2	1,24+2	1,04+2	8,28	6,21	4,14	2,07
- 10	4,57	4,11	3,66	3,20	2,74	2,29	1,83+2	1,37+2	9,14	4,57
- 20	1,13+3	1,02+3	9,04	7,91	6,78	5,65	4,52	3,39	2,26+2	1,13+2
- 30	3,08	2,77	2,46+3	2,16+3	1,85+3	1,54+3	1,23+3	9,24	6,16	3,08

Die Zahlen der Tabelle 24 wurden zur Konstruktion der Rechentafel XVII verwendet, welche das Zustandsfeld eines Kilogramms Wasser oder Eis bei den Temperaturen $t = - 80$ bis $+ 80^\circ\text{C}$ und den Volumen $v = 10^2$ bis 10^3 cbm darstellt.

Im Naßgebiet treten die Größen t , n und v , aber auch ς auf, da ς eine Funktion von t ist und die ς -Gleicher parallel den t -Gleichern verlaufen. Wenn von diesen vier Größen zwei gegeben sind, so kann man der Rechentafel die zwei anderen entnehmen.

Rechentafel XVII.

Das Tv -Zustandsfeld eines Kilogramms Wasser. n -Gleicher, r -Gleicher, σ -Gleicher. Ordinaten: Temperatur von -80 bis $+80^\circ\text{C}$. Abszissen: v von 100 bis 1000 cbm.



Im Feuchtfeld der Tafel XVII kann man die σ -Gleicher einzeichnen. Diese setzen sich an den Punkten der Grenzlinie an, in denen bei $t^\circ\text{C}$ und v cbm Volumen die Spannung $\varsigma = \sigma$ ist, sie sind gerade Linien, welche mit der Abszissenachse in den Marken $381\frac{1}{2}$:5, 9 und 10 den Winkel $\text{arc. tg } 4 = 76^\circ$ bilden, worüber schon mehrfach gesprochen worden ist. Am einfachsten gestaltet sich die Einzeichnung dieser Geraden mit Hilfe der Schnitte derselben mit den T -Gleichern für

$$T = 193 (-80^\circ\text{C}), \quad T = 353 (+80^\circ\text{C}), \quad T = 653 (+380^\circ\text{C}).$$

Mit der Formel

$$(62) \quad v = (3,4 \sigma^{-1}) T$$

erhält man die in Tabelle 25 stehenden Zahlen.

Tabelle 25.

Die Schnitte der σ -Gleicher mit den horizontalen Rändern.

T	Die Volumen v bei σ mm =								
	100	200	300	400	500	600	700	800	900
193	6,56 0	3,28 0	2,19 0	1,64 0	1,31 0	1,10 0	9,37—1	8,20—1	7,30—1
353	1,20 +1	6,00 0	4,00 0	3,00 0	2,40 0	2,00 0	1,71 0	1,50 0	1,33 0
653	2,22 +1	1,11 +1	7,40 0	5,55 0	4,44 0	3,70 0	3,17 0	2,77 0	2,47 0

$T = 353^\circ$.

σ	v	σ	v	σ	v
100	1,20 +1	200	6,00 0	300	4,00 0
120	1,00	220	5,45	320	3,76
140	8,57 0	240	5,00	340	3,53
160	7,50	260	4,62	360	3,34
180	6,66	280	4,28	380	3,16

Aus der Formel (62) folgt weiter, daß v die zehnfache Größe für ein Zehntel von σ hat, so daß Tabelle 25 für alle Größenordnungen von σ ausreicht.

Man kann nun auch, wie in Tafel I der Wärmemechanik des Wassers, die Schnitte der σ -Gleicher mit den r -Gleichern angeben. Die sehr einfache Rechnung ergab die in Tabelle 26 stehenden Zahlen.

Tabelle 26.

σ mm	Temperaturen t° C, bei welchen die σ -Gleicher von den r -Gleichern geschnitten werden.						
	$r = 0,01$	0,05	0,10	0,20	0,40	0,60	0,80
1000	+ 333	+ 227	+ 193	+ 163	+ 137	+ 124	+ 115
600	295	201	171	144	120	108	100
300	250	171	144	120	100	89	82
200	227	154	130	108	89	79	72
100	193	130	108	89	72	63	56
60	171	113	94	76	60	52	45,8
30	144	94	76	60	45,8	38,1	32,9
20	130	83	66	52	38,1	30,8	25,9
10	108	66	52	38,1	25,9	19,2	14,6
6	94	55	41,5	29,0	17,5	11,2	7,0
3	76	41,5	29,0	17,5	7,0	1,2	— 2,4
2	66	34,0	22,2	11,2	1,2	— 3,9	— 7,1
1	52	22,1	11,2	1,2	— 7,1	— 11,7	— 14,9

Wenn man die in Tabelle 26 angegebenen Temperaturen längs der σ -Gleicher angestochen hat, kann man die r -Gleicher ziehen, wie dies auf Tafel XVII zu ersehen ist.

Im Feuchtfeld erscheinen also die vier Größen $t^{\circ}\text{C}$, v , σ und r , man kann zwei derselben der Tafel entnehmen, wenn die zwei anderen gegeben sind.

§ 50.

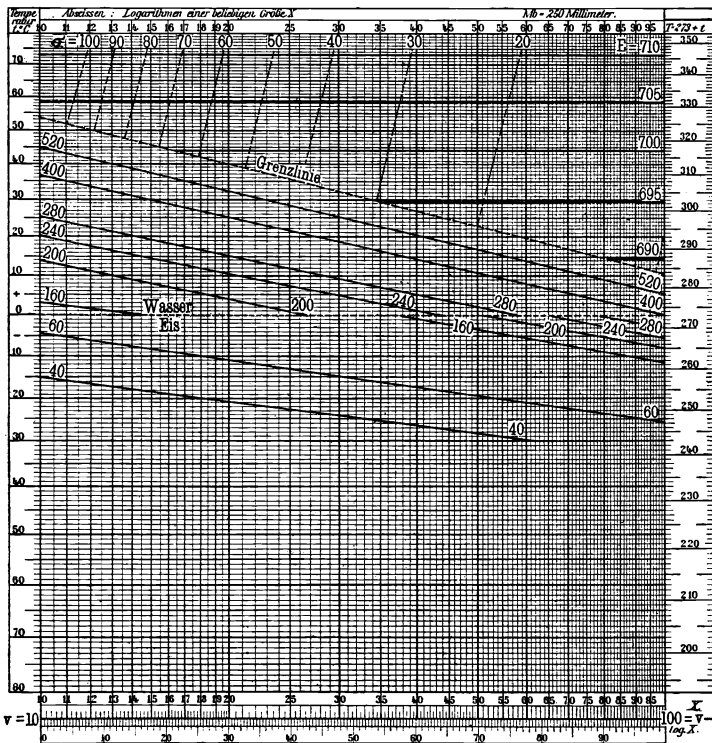
Das Energiefeld und das Wärmehaltfeld.

(Rechentafel XVIII.)

Der Tafel XV kann man die Nässegrade n entnehmen, welche zu gegebenen Werten von E und t gehören und man kann dann nach Formel (61) das Volumen des Gemisches berechnen. Das ergab die in Tabelle 27 stehenden Zahlen.

Rechentafel XVIII.

Das Tv -Energiefeld eines Kilogramms Wasser. E -Gleicher, σ -Gleicher.
 Ordinaten: Temperatur von -80 bis $+80^{\circ}\text{C}$. Abszissen: v von 10 bis 100 cbm.



Auf gleiche Weise wurden die entsprechenden Zahlen für das Naßgebiet des Wärmehaltfeldes berechnet und in Tabelle 28 eingestellt.

Es wird genügen, wenn hier als Beispiel das Energiefeld eines Kilogramms Wasser oder Eis bei den Temperaturen -80 bis $+80^{\circ}\text{C}$ und dem Volumenbezirk 10 bis 100 cbm vorgeführt wird.

Im Naßfeld treten die vier Größen $t^{\circ}\text{C}$, v , E und ς auf. Im Feuchtfeld ist nach (45) und (50)

$$E_e = 0,34t + 685 = E_w \text{ für } n = 0.$$

Es ist also für

$$t = 0^{\circ}\text{C} \quad E = 685 \text{ Kalorien.}$$

Für je 5 Kalorien Zu- oder Abnahme von E steigt oder fällt die Temperatur also um je $5:0,34 = 14,7^{\circ}\text{C}$. Die E -Gleicher sind im Feuchtfeld horizontale gerade Linien.

§ 51.

Das Entropiefeld. (Rechentafel XIX.)

Um den Verlauf der \mathfrak{P} -Gleicher im Naßfeld zu erhalten, liest man in Tafel XVI die zu gegebenen Werten von \mathfrak{P} und t gehörigen n ab und berechnet damit nach (61) die Volumen v . Diese Rechnung ergab die in Tabelle 29 stehenden Zahlen. Mit diesen Zahlen wurde die Rechentafel XIX konstruiert, welche das Entropiefeld von 1 kg Wasser oder Eis wieder zwischen $t = -80$ bis $+80^{\circ}\text{C}$ und $v = 10$ bis 100 cbm darstellt.

Für das Feuchtfeld wird die Gleichung für permanente Gase näherungsweise verwendet werden können. Man erhält nach (13), § 42

$$\mathfrak{P} = c_s \ln T - A_s R_p \ln \sigma + \text{Konst.}$$

Setzt man hierin

$$c_s = 0,45 \quad \text{und} \quad A_s R_p = 0,11$$

und führt die vulgären Logarithmen ein, so ergibt sich

$$\mathfrak{P} = 1,036 \log T - 0,253 \log \sigma + \text{Konst.}$$

Wenn man in dieser Gleichung die Konstante zunächst zu Null annimmt und die zu T gehörigen Sättigungsspannungen ς einführt, erhält man Werte \mathfrak{P}_1 , welche für die Grenzlinien gelten.

Der Tabelle 23 kann man die für $n = 0,0$ zu denselben Temperaturen gehörigen Werte \mathfrak{P}_2 entnehmen, welche ebenfalls für die Grenzlinie gelten.

So erhält man für

$T =$	253	273	293	313	333	353	373 ⁰
$\sigma =$	0,77	4,58	17,5	55,3	149	355	760 mm
$\mathfrak{P}_1 =$	2,518	2,347	2,241	2,145	2,063	1,994	1,936
$\mathfrak{P}_2 =$	3,204	3,080	2,964	2,867	2,785	2,716	2,658
$\mathfrak{P}_2 - \mathfrak{P}_1 =$	+0,686	+0,733	+0,723	+0,722	+0,722	+0,722	+0,722

Sonach wird man für das Feuchtfeld der Entropie die Gleichung

$$\mathfrak{P} = 1,036 \log T + 0,253 \log \sigma + 0,722$$

annehmen dürfen. In dieser Gleichung kann man statt σ als unabhängige Variable v einführen und erhält dann

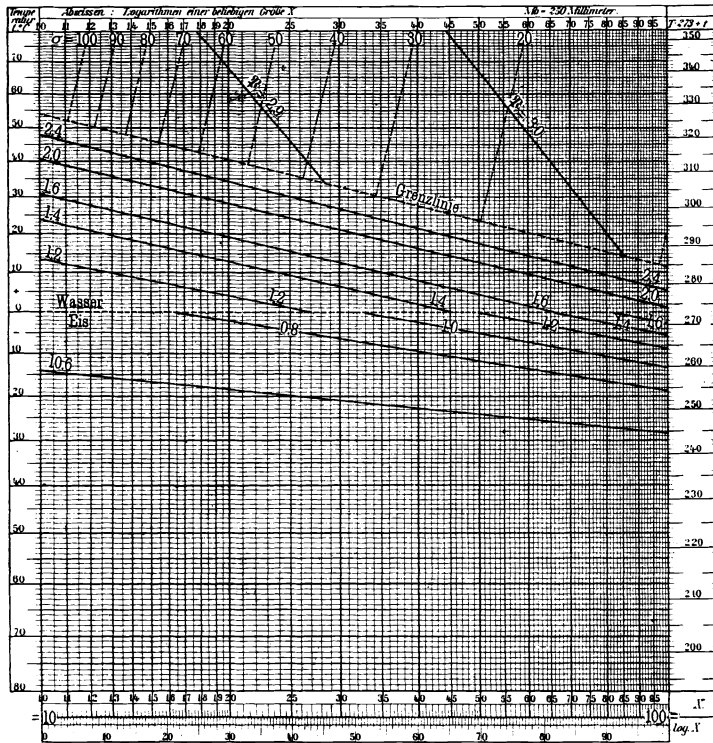
$$(63) \quad \mathfrak{P} = 0,783 \log T + 0,253 \log v + 0,588.$$

Hieraus kann man ableiten

$$(64) \quad \log T = 1,277 \mathfrak{P} - 0,323 \log v - 0,751,$$

Rechentafel XIX.

Das Tv -Entropiefeld eines Kilogramms Wasser. \mathfrak{P} -Gleicher und σ -Gleicher.
 Ordinaten: t von -80 bis $+80^\circ \text{C}$. Abszissen: v von 10 bis 100 cbm .



woraus man ersieht, daß die \mathfrak{P} -Gleicher im Feuchtfeld, dessen Ordinaten T und Abszissen v sind, mit der Abszissenachse den Winkel $\text{arc. tg}(-0,323 \times 4) = \text{arc. tg} -1,292 = 180 - 52,3 = 127,7^\circ$ bilden.

Endlich erhält man aus (63)

$$(65) \quad \log v = 3,953 \mathfrak{P} - 3,096 \log T - 2,324.$$

In Tafel XVI kann man bestimmen, bei welchen Temperaturen in der Grenzlinie ($n = 0,0$) die Entropie die Werte 2,7, 2,8 bis 3,0 hat. Diese Zahlen stehen im Kopfe der Tabelle 30. Gibt man in Tafel XIX diese Punkte an, so kann man die \mathfrak{P} -Gleicher sehr einfach dadurch im

Tabelle 29.

Hilfstabelle zur Konstruktion des Entropiefeldes eines Kilogramms Wasser im Naßfeld.

p	Volumen eines Kilogramms Gemisch aus Satteldampf mit Wasser oder Eis bei p° C														
	+ 100	90	80	70	60	50	40	30	20	10	+ 0	- 0	- 10	- 20	- 30
3,2	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1,12 + 3	3,02 + 3
3,1	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	4,48 + 2	1,08	2,90
3,0	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1,05 + 2	2,01 + 2	4,34	1,05	2,77	2,77
2,9	—	—	—	—	—	—	—	3,26 + 1	5,61 + 1	1,01	1,90	1,93	4,20	1,01	2,65
2,8	—	—	—	—	—	1,19 + 1	1,89 + 1	3,09	5,32	9,54 + 1	1,80	1,82	3,98	9,61 + 2	2,56
2,7	—	—	3,38 0	4,90 0	7,30 0	1,12	1,77	2,93	5,03	9,01	1,72	1,74	3,79	9,15	2,43
2,6	1,60 0	2,23 0	3,17	4,60	6,84	1,04	1,66	2,73	4,74	8,48	1,61	1,66	3,61	8,70	2,31
2,5	1,49	2,09	2,97	4,24	6,37	9,72 0	1,56	2,57	4,45	7,95	1,51	1,57	3,43	8,25	2,22
2,4	1,37	1,92	2,73	3,99	5,91	9,12	1,46	2,40	4,10	7,42	1,43	1,47	3,29	7,91	2,13
2,2	1,15	1,61	2,28	3,33	4,99	7,68	1,23	2,04	3,53	6,36	1,24	1,30	2,88	7,01	1,88
2,0	9,02 - 1	1,28	1,84	2,73	4,07	6,36	1,01	1,71	2,95	5,41	1,06	1,16	2,56	6,22	1,66
1,8	—	9,72 - 1	1,40	2,07	3,15	4,92	8,00 0	1,35	2,37	4,35	8,49 + 1	9,94 + 1	2,19	5,42	1,45
1,6	—	—	9,55 - 1	1,46	2,30	3,60	5,85	1,02	1,79	3,39	6,62	8,28	1,83	4,52	1,23
1,4	—	—	—	8,59 - 1	1,38	2,28	3,90	6,91 0	1,21	2,33	4,55	6,62	1,46	3,62	9,86 + 2
1,2	—	—	—	—	4,61 - 1	9,60 - 1	1,76	3,29	6,36 0	1,27	2,69	4,97	1,10	2,83	8,01
1,0	—	—	—	—	—	—	—	—	5,78 - 1	3,18 0	8,28 0	3,31	7,31 + 1	1,92	5,54
0,8	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	1,66	4,11	1,13	3,39
0,6	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	4,57 0	3,39 + 1	1,23

Feuchtfeld konstruieren, daß man von den erwähnten Punkten der Grenzlinie Gerade zieht, welche mit der v -Achse den Winkel $127,7^\circ$ bilden. Bequemer kann man diese Parallelen aber ziehen, wenn man mit (64) die Temperaturen berechnet, bei denen $v = 1, 10, 100$ und 1000 cbm ist und mit (65) die Volumen v bei $t = +80$ und $+380^\circ\text{C}$.

Alle diese Zahlen stehen in Tabelle 30. Für Tafel XIX kommen nur die Schnitte der Gleicher für $\mathfrak{P} = 2,9$ und $3,0$ mit dem oberen Rande $v = 17,5$ und $44,3$ cbm in Betracht.

Tabelle 30.

$\mathfrak{P} . . .$	2,7	2,8	2,9	3,0	3,1	3,2
Schnitte der \mathfrak{P} -Gleicher mit der Grenzlinie						
$t^\circ\text{C} . .$	+ 86,0	+ 56,5	+ 32,5	+ 13,5	— 3,0	—
ε mm .	451	125	36,7	11,6	—	—
Temperaturen $t^\circ\text{C}$ bei den Schnitten der \mathfrak{P} -Gleicher mit den vertikalen Rändern bei $v =$						
1 cbm	+ 221,4	—	—	—	—	—
10 "	— 38,0	+ 42,5	+ 149,7	+ 294,5	—	—
100 "	—	—	—	— 3,2	+ 89,2	+ 212,3
1000 "	—	—	—	—	—	— 42,3
Die Volumen v bei den Schnitten der \mathfrak{P} -Gleicher mit den Temperaturgleichern bei $t^\circ\text{C} =$						
+ 80	2,89	7,16	17,5	44,3	110	274
+ 380	—	1,07	2,65	6,59	16,4	40,7

§ 52.

Praktische Anwendung der Rechentafeln XVII, XVIII und XIX.

Die drei logarithmischen Bilder des Zustandsfeldes, des Energiefeldes und des Entropiefeldes sollen und können nur dazu dienen, sich eine Vorstellung von der Natur derselben zu machen. Es kam hierbei hauptsächlich darauf an, den Durchgang durch das Nullstadium und die dadurch bedingten Verschiebungen der E - und \mathfrak{P} -Gleicher klar hervortreten lassen und mußte deshalb die Zahl der Linien stark beschränkt werden.

Für die praktische Anwendung mußten besondere Zeichnungen hergestellt werden, und zwar für jede Funktion deren drei. Da die Darstellung nur für den Temperaturbereich -80° bis $+80^\circ$ erfolgen sollte, reichte in der Ordinatenrichtung zwar je ein Grunddruck aus, es kamen aber in der Abszissenrichtung die drei Volumenbezirke $v = 1$ bis 10 , 10 bis 100 und 100 bis 1000 cbm in Frage. Zusammengeklebt würde dies eine Zeichnung von 262 mm Höhe und 750 mm Länge ergeben, es

wurde aber die Heftform, welche sehr handlich ist, vorgezogen. Die hier folgenden sieben Beispiele beziehen sich auf Zustandsänderungen eines Kilogramms Wasser bei konstantem Volumen, konstantem Druck, konstanter Temperatur, konstantem Nässegrad, konstanter Energie, konstanter Entropie und dann auf irgend einem beliebigen Weg.

Beispiel 1. 1 kg Wassergas wird von $t = + 80^{\circ}\text{C}$ an durch Abkühlen auf $- 30^{\circ}\text{C}$ bei den konstanten Volumen $v_1 = 6 \text{ cbm}$, $v_2 = 60 \text{ cbm}$ und $v_3 = 600 \text{ cbm}$ in Eis verwandelt.

Hier kommen die Formeln

$$\Delta Q_1 = \frac{1}{2}(T_m + T_{m-1}) \Delta \mathfrak{P} = [T] \Delta \mathfrak{P} \quad \text{und} \quad \Delta Q_2 = \Delta E$$

in Anwendung.

Die ganze Rechnung steht in Tabelle 31.

Hieraus ist zu ersehen, daß bei allen drei Volumen und bei $+ 80^{\circ}\text{C}$ das Kilogramm Wasser tatsächlich Wassergas ist, die Sättigungsgrade aber sehr verschieden sind. Bei $v_1 = 6 \text{ cbm}$ und $+ 80^{\circ}\text{C}$ ist $\sigma = 200 \text{ mm}$ und $r = 0,55$, dagegen erhält man bei $v_3 = 600 \text{ cbm}$ und $t = 80^{\circ}\text{C}$, $\sigma = 2,0 \text{ mm}$ und $r < 0,01$. Den Durchgang durch den Grenzzustand findet man bei

$$t_1 = + 66^{\circ}\text{C}, \quad t_2 = + 20^{\circ}\text{C} \quad \text{und} \quad t_3 = - 13^{\circ}\text{C}.$$

Das Nullstadium kann also nur in den beiden ersten Fällen eintreten, im letzten Falle ist bei 0°C noch der Feuchtzustand vorhanden und der Naßzustand tritt gleich mit dem Eisstadium ein.

Man findet für den Durchgang durch das Nullstadium folgende Zahlen

$$\begin{aligned} n_1 &> 0,90, & E_w &= 140 \text{ cal}, & E_e &= 60 \text{ cal}, & E_w - E_e &= 80 \text{ Cal}, \\ n_2 &= 0,71, & E_w &= 290 \text{ „}, & E_e &= 220 \text{ „}, & E_w - E_e &= 70 \text{ „} \end{aligned}$$

Im ersten Falle ist n fast gleich 1, die 80 Cal, welche beim Durchgang durch das Nullstadium frei werden, sind also fast genau richtig. Anders ist dies im zweiten Falle, in dem $n = 0,71$ ist und $E_w - E_e = 0,71 \times 80$ sich hätte ergeben sollen. Wie man sieht, liegen die E -Gleicher im Naßfeld der Tafel XVIII sehr dicht gedrängt und beträgt deren Abstand je 40 Kal.; man kann bei der Mantel 250 mm, also ± 10 Kal. sich für das Ablesen der E nicht verbürgen.

Wesentlich genauer findet man die auf das Nullstadium sich beziehenden Zahlen in den Tafeln XV und XVI. Diese ergeben für $n = 0,7$.

$$\begin{aligned} E_w &= 290, & E_e &= 232, & \text{also } E_w - E_e &= 58 \text{ Kal.}, \\ \mathfrak{P}_w &= 1,56, & \mathfrak{P}_e &= 1,35, & \text{also } 273(1,56 - 1,35) &= 57,3 \text{ Kal.} \end{aligned}$$

Tabelle 31.

Koordinaten		Ablesungen in Tafel				Berechnung der Wärmemengen				Integralkurven	
		XVII		XVIII	XIX					Q ₁	Q ₂
t	σ, ε	r	n	E	Φ	[T]	ΔΦ	ΔQ ₁	ΔQ ₂	Q ₁	Q ₂
<i>v</i> = 6 cbm,		<i>ΔQ</i> ₁ = [T] · ΔΦ,				<i>ΔQ</i> ₂ = Δ <i>E</i>					
+ 80	200	0,55	—	712	2,78	—	—	—	—	0	0
70	198	0,85	—	709	2,77	348	— 0,01	— 3	— 3	— 3	— 3
66	196	1,00	0,00	708	2,76	341	— 0,01	— 3	— 1	— 6	— 4
60	149	—	0,21	590	2,40	336	— 0,36	— 121	— 118	— 127	— 122
50	93	—	0,51	430	1,95	328	— 0,45	— 148	— 160	— 275	— 282
40	55	—	0,69	310	1,60	318	— 0,35	— 111	— 120	— 386	— 402
30	32	—	0,82	250	1,35	308	— 0,25	— 77	— 60	— 463	— 462
20	18	—	0,89	195	1,20	298	— 0,15	— 45	— 55	— 508	— 517
10	9	—	> 0,90	175	1,10	288	— 0,10	— 29	— 20	— 537	— 537
+ 0	—	—	—	140	0,99	278	— 0,11	— 31	— 35	— 568	— 572
— 0	—	—	—	60	—	273	—	—	—	—	—
— 10	—	—	—	45	—	—	—	—	—	—	—
—	—	—	—	—	—	—	—	— 568	— 572	—	—
<i>v</i> = 60 cbm											
+ 80	20	0,06	—	712	3,032	—	—	—	—	0	0
70	19	0,08	—	709	3,020	348	— 0,012	— 4	— 3	— 4	— 3
60	19	0,13	—	706	3,012	338	— 0,008	— 3	— 3	— 7	— 6
50	18	0,20	—	702	3,002	328	— 0,010	— 3	— 4	— 10	— 10
40	18	0,35	—	698	2,990	318	— 0,012	— 4	— 4	— 14	— 14
30	18	0,55	—	695	2,980	308	— 0,010	— 3	— 3	— 17	— 17
20	18	1,00	0,00	692	2,970	298	— 0,010	— 3	— 3	— 20	— 20
10	9	—	0,43	450	2,12	288	— 0,85	— 245	— 242	— 265	— 262
+ 0	5	—	0,71	290	1,58	278	— 0,54	— 150	— 160	— 415	— 422
— 0	5	—	0,71	220	1,30	273	— 0,28	— 76	— 70	— 491	— 492
— 10	2	—	0,86	120	0,92	268	— 0,38	— 102	— 100	— 593	— 592
— 20	1	—	> 0,90	65	0,68	258	— 0,24	— 62	— 55	— 655	— 647
—	—	—	—	—	—	—	—	— 655	— 647	—	—
<i>v</i> = 600 cbm											
+ 80	2,0	< 0,01	—	712	3,285	—	—	—	—	0	0
70	1,9	< 0,01	—	709	3,275	348	— 0,010	— 3	— 3	— 3	— 3
60	1,8	0,01	—	706	3,265	338	— 0,010	— 3	— 3	— 6	— 6
50	1,8	0,02	—	702	3,255	328	— 0,010	— 3	— 4	— 9	— 10
40	1,8	0,03	—	698	3,245	318	— 0,010	— 3	— 4	— 12	— 14
30	1,7	0,05	—	695	3,230	308	— 0,015	— 5	— 3	— 17	— 17
20	1,6	0,09	—	692	3,220	298	— 0,010	— 3	— 3	— 20	— 20
10	1,6	0,18	—	688	3,208	288	— 0,012	— 3	— 4	— 23	— 24
0	1,6	0,35	—	685	3,195	278	— 0,013	— 4	— 3	— 27	— 27
— 10	1,5	0,80	—	682	3,182	268	— 0,013	— 3	— 3	— 30	— 30
— 13	1,5	1,00	0,00	681	3,17	262	— 0,012	— 3	— 1	— 33	— 31
— 20	0,8	—	0,46	360	1,95	257	— 1,21	— 311	— 321	— 344	— 352
— 30	0,3	—	0,80	150	1,05	248	— 0,90	— 223	— 210	— 567	— 562
—	—	—	—	—	—	—	—	— 567	— 562	—	—

Im Feuchtzustand ist die bei der Abkühlung dem Kilogramm Wassergas zu entziehende Wärmemenge nur gering. Das wird aber sofort anders, wenn die Grenzkurve im Zustandsfeld überschritten wird. So erhält man als die bei der Abkühlung abzuleitenden Wärmemengen

Abkühlung auf °C	$v_1 = 6$ cbm Kal.	$v_2 = 60$ cbm Kal.	$v_3 = 600$ cbm Kal.
0	572	422	27
— 10	667	592	30
— 20	—	647	352
— 30	—	—	562

Die durch angenäherte Integration mit der Entropiefunktion erhaltenen ΔQ_1 stimmen mit den ΔQ_2 genügend überein, und dasselbe gilt auch von den Ordinaten der beiden Integralkurven.

Beispiel 2. 1 kg Wassergas wird von + 80° C an bei den konstanten Spannungen $\sigma_1 = 200$ mm, $\sigma_2 = 20$ mm und $\sigma_3 = 2$ mm abgekühlt.

Aus dem Zustandsfeld Tafel XVII ersieht man, daß die Temperaturen, bei denen die Sättigung erreicht wird, sind

$$t_1 = + 66^\circ, \quad t_2 = + 22^\circ, \quad t_3 = - 10^\circ.$$

Unter diese Temperaturen darf das Kilogramm nicht abgekühlt werden, wenn die Spannungen nicht sinken sollen.

Im Zustandsfeld kann man längs der σ -Gleicher die zusammengehörigen Werte von t , v und r im Feuchtzustand und dann längs der s -Gleicher im Naßfeld die zusammengehörigen Werte von t , v und n ablesen.

Alle diese Zahlen und die sonstige weitere Rechnung stehen in Tabelle 32.

Die Zustandsänderung bei konstantem Druck ergibt die Formeln

$$\Delta Q_1 = [T] \cdot \Delta \mathfrak{B}, \quad \Delta Q_2 = \Delta J.$$

Die Wärmehalte J und die Entropien \mathfrak{B} kann man für den ganzen Verlauf der Zustandsänderungen den Tafeln für dieselben entnehmen. Für den Naßzustand lassen sich aber zweckmäßiger die zwei Tafeln verwenden, in denen die Funktionen durch n -Gleicher mit den Abszissen t° C dargestellt worden sind, also Tafel XVI bei der Entropie.

In Tabelle 32 findet man die Ergebnisse der zwei Arten der Ableitung, und zwar wurden die Werte J_1 und \mathfrak{B}_1 dem Wärmehaltsfeld

Tabelle 32.

Koordinaten		Ablesungen in Tafel						Berechnung der Wärmemengen				Integralkurven	
t° C	v	XVII		XIX		XVI		[T]	ΔΦ	ΔQ₁	ΔQ₂	Q₁	Q₂
		r	n	J₁	J₂	Φ₁	Φ₂						
σ = 200 mm													
		$ΔQ_1 = (T) ΔΦ_1$						$ΔQ_2 = ΔJ_1$					
+ 80	6,00	0,58	—	751	—	2,780	—	—	—	—	—	0	0
70	5,80	0,88	—	747	—	2,768	—	348	-0,012	- 4	- 4	- 4	- 4
66	5,75	1,00	0,0	745	745	2,762	2,76	341	-0,006	- 2	- 2	- 6	- 6
66	5,40	—	0,1	690	684	2,65	2,60	339	-0,11	- 37	- 55	- 43	- 61
66	4,80	—	0,2	640	633	2,45	2,44	339	-0,20	- 68	- 50	- 111	- 111
66	4,20	—	0,3	580	577	2,30	2,28	339	-0,15	- 51	- 60	- 162	- 171
66	3,62	—	0,4	525	521	2,15	2,11	339	-0,15	- 51	- 55	- 213	- 226
66	3,06	—	0,5	470	466	1,98	1,94	339	-0,17	- 58	- 55	- 271	- 281
66	2,46	—	0,6	420	409	1,80	1,78	339	-0,18	- 61	- 50	- 332	- 331
66	1,82	—	0,7	360	354	1,65	1,62	339	-0,15	- 51	- 60	- 383	- 391
66	1,20	—	0,8	300	298	1,45	1,45	339	-0,20	- 68	- 60	- 451	- 451
—	—	—	—	—	—	-1,33	—	—	—	—	—	—	—
—	—	—	—	—	—	-1,31	-1,31	—	—	—	—	- 451	- 451
σ = 20 mm													
+ 80	6,00	+ 1	0,06	—	751	—	3,032	—	—	—	—	0	0
70	5,85	—	0,08	—	747	—	3,020	—	348	-0,012	- 4	- 4	- 4
60	5,65	—	0,15	—	742	—	3,006	—	338	-0,014	- 5	- 5	- 9
50	5,50	—	0,25	—	737	—	2,993	—	328	-0,013	- 4	- 5	- 13
40	5,30	—	0,35	—	733	—	2,978	—	318	-0,015	- 5	- 4	- 18
30	5,15	—	0,65	—	728	—	2,964	—	308	-0,014	- 4	- 5	- 22
22	5,00	—	1,00	0,0	725	725	2,952	2,95	299	-0,012	- 4	- 3	- 26
22	4,60	—	0,1	670	666	2,75	2,76	295	-0,20	- 59	- 55	- 85	
22	4,05	—	0,2	600	604	2,55	2,56	295	-0,20	- 59	- 70	- 144	
22	3,55	—	0,3	550	550	2,40	2,36	295	-0,15	- 44	- 50	- 188	
22	3,06	—	0,4	490	492	2,20	2,17	295	-0,20	- 59	- 60	- 247	
22	2,56	—	0,5	440	434	2,00	1,97	295	-0,20	- 59	- 50	- 306	
22	2,05	—	0,6	380	375	1,80	1,77	295	-0,20	- 59	- 60	- 365	
22	1,52	—	0,7	315	316	1,60	1,57	295	-0,20	- 59	- 65	- 424	
22	1,02	—	0,8	260	258	1,40	1,38	295	-0,20	- 59	- 55	- 483	
22	5,00	0	—	0,9	200	200	1,20	1,18	295	-0,20	- 59	- 60	
—	—	—	—	—	—	-1,832	—	—	—	—	—	- 542	- 551
—	—	—	—	—	—	-1,752	-1,77	—	—	—	—	—	—
σ = 2 mm													
+ 80	6,00	+ 2	<0,01	—	751	—	3,285	—	—	—	—	0	0
70	5,80	—	0,01	—	747	—	3,272	—	348	-0,013	- 5	- 4	- 5
60	5,65	—	0,02	—	742	—	3,258	—	338	-0,014	- 5	- 5	- 10
50	5,50	—	0,03	—	737	—	3,244	—	328	-0,014	- 5	- 5	- 15
40	5,30	—	0,04	—	733	—	3,230	—	318	-0,014	- 4	- 4	- 19
30	5,15	—	0,07	—	728	—	3,215	—	308	-0,015	- 5	- 5	- 24
20	4,95	—	0,11	—	724	—	3,200	—	298	-0,015	- 4	- 4	- 28
10	4,80	—	0,22	—	719	—	3,182	—	288	-0,018	- 5	- 5	- 33
0	4,65	—	0,45	—	715	—	3,168	—	278	-0,014	- 4	- 4	- 37
- 10	4,50	—	1,00	0,0	710	710	3,160	3,14	268	-0,008	- 2	- 5	- 39
- 10	4,05	—	0,1	640	642	2,85	2,88	263	-0,31	- 82	- 70	- 121	
- 10	3,65	—	0,2	580	574	2,60	2,63	263	-0,25	- 66	- 60	- 187	
- 10	3,20	—	0,3	510	506	2,40	2,37	263	-0,20	- 53	- 70	- 240	
- 10	2,75	—	0,4	440	438	2,10	2,11	263	-0,30	- 79	- 70	- 319	
- 10	2,30	—	0,5	370	370	1,90	1,86	263	-0,20	- 53	- 70	- 372	
- 10	1,85	—	0,6	310	302	1,60	1,60	263	-0,30	- 79	- 60	- 451	
- 10	1,37	—	0,7	235	234	1,35	1,34	263	-0,25	- 66	- 75	- 517	
- 10	8,40	+ 1	—	0,8	160	166	1,05	1,08	263	-0,30	- 79	- 75	
- 10	4,60	+ 1	—	0,9	100	98	0,85	0,82	263	-0,20	- 53	- 60	
—	—	—	—	—	—	-2,435	—	—	—	—	—	- 649	- 651
—	—	—	—	—	—	-2,310	—	—	—	—	—	—	—

bzw. Entropiefeld entnommen. Diesen Zahlen kann man folgendes entnehmen

	$s_1 = 200 \text{ mm}$		$s_2 = 20 \text{ mm}$		$s_3 = 2 \text{ mm}$	
$n = 0,0$	$J_1 = 745$	$J_2 = 745$	$J_1 = 725$	$J_2 = 725$	$J_1 = 710$	$J_2 = 710$
$n = 0,8$	300,	298	260,	258	160,	166,
$\Delta Q_2 =$	445,	447	465,	467	550,	544.
	$T = 339$		$T = 295$		$T = 263$	
$n = 0,0$	$\mathfrak{P}_1 = 2,76$	$\mathfrak{P}_2 = 2,76$	$\mathfrak{P}_1 = 2,95$	$\mathfrak{P}_2 = 2,95$	$\mathfrak{P}_1 = 3,16$	$\mathfrak{P}_2 = 3,14$
$n = 0,8$	1,45,	1,45	1,40,	1,38	1,05,	1,08,
$\Delta \mathfrak{P} =$	-1,31,	-1,31	-1,55,	-1,57	-2,11,	-2,06,
$\Delta Q_1 =$	-444,	-444	-457,	-463	-555,	-547,
$\Delta Q_2 =$	-445,	-447	-465,	-467	-550,	-544.

Beispiel 3. Expansion eines Kilogramms Wasser oder Eis bei konstanter Temperatur.

In Tabelle 33 steht die Rechnung für die Expansion eines Kilogramms Wasser bei den Temperaturen $+50^\circ\text{C}$ und 0°C . Im letzteren Falle wird zuerst angenommen, daß Wasser von 0° , dann aber, daß Eis von 0°C vorhanden ist.

Die Berechnung der Wärmemengen geschieht nach den Formeln

$$\Delta Q_1 = T \cdot \Delta \mathfrak{P} \quad \text{und} \quad \Delta Q_2 = \Delta E + \Sigma.$$

Bei $t = 50^\circ\text{C}$ ist die Sättigungsspannung $\zeta = 92 \text{ mm}$ und das spezifische Volumen des Sattdampfes 12 cbm . Ist v größer, so befindet sich das Kilogramm im Feuchtzustande, bei der Expansion auf 550 cbm sinkt σ auf 2 mm und r auf $0,02$. Die Werte für E und \mathfrak{P} wurden den Tafeln XVIII und XIX entnommen, es stimmen bei $n = 0,2$ und $n = 0,0$ die Größen ΔQ_1 und ΔQ_2 wenig gut überein, da in der Nähe der Grenzkurve die E -Gleicher und \mathfrak{P} -Gleicher sehr gedrängt liegen.

In den beiden Fällen für den Beginn und das Ende des Nullstadiums fanden deshalb die Ablesungen für das Naßfeld in den Tafeln XV und XVI statt. Da es sich bei der Berechnung der ΔQ_2 um eine angenäherte Integration handelt, wird man die Übereinstimmung derselben mit den ΔQ_1 für befriedigend betrachten können.

Beispiel 4. Abkühlung eines Kilogramms Gemisch aus Sattdampf mit Wasser oder Eis von $+80^\circ\text{C}$ auf -20°C bei dem konstanten Nässegrad $n = 0,7$.

Die ganze Rechnung steht in Tabelle 34.

Die Spannungstafeln ergeben die zu $t^\circ\text{C}$ gehörigen ζ und längs des ($n = 0,7$)-Gleichers kann man in Tafel XVII die zugehörigen v

Tabelle 33.

Koordinaten			Ableseungen in Tafel				Berechnung der Wärmemengen								Integral- kurven		
			XVII	XVIII	XIX	ϕ	ΔE	Δϕ	Δv	ΔQ ₁ = T · Δϕ, ΔQ ₂ = ΔE + Σ			Q ₁	Q ₂			
α, c	v	r	n	E	[T]					[φ]	Σ	ΔQ ₁			ΔQ ₂	Q ₁	Q ₂
$t = +50^{\circ} \text{C}$																	
92	1,20	0	—	0,9	225	1,25	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0	0
92	2,40	—	—	0,8	275	1,42	+ 50	+ 0,17	+ 1,20	0	323	92	+ 3	+ 55	+ 53	55	53
92	3,65	—	—	0,7	330	1,60	55	0,18	1,25	323	92	4	58	59	113	112	
92	5,00	—	—	0,6	390	1,80	60	0,20	1,35	323	92	4	65	64	178	176	
92	6,20	—	—	0,5	440	1,98	50	0,18	1,20	323	92	3	58	53	236	229	
92	7,20	—	—	0,4	485	2,12	45	0,14	1,00	323	92	3	45	48	281	277	
92	9,60	—	—	0,2	600	2,45	115	0,33	2,40	323	92	7	107	122	388	399	
92	1,20 + 1	1,00	0,0	702	2,825	—	102	0,375	2,40	323	92	7	122	109	510	508	
80	1,37	—	—	0,85	702	2,840	0	0,015	1,70	323	86	5	5	5	515	513	
60	1,83	—	—	0,65	702	2,870	0	0,030	4,60	323	70	10	10	10	525	523	
40	2,74	—	—	0,45	702	2,915	0	0,045	9,10	323	50	16	15	16	540	539	
30	3,65	—	—	0,32	702	2,945	0	0,030	9,10	323	35	10	10	10	550	549	
20	5,50	—	—	0,25	702	2,990	0	0,045	1,85 + 1	323	25	15	15	15	565	564	
10	1,10 + 2	0,11	—	702	3,070	—	0	0,080	5,50	323	15	26	26	26	591	590	
8	1,38	—	—	0,08	702	3,090	0	0,020	2,80	323	9	8	6	8	597	598	
6	1,82	—	—	0,07	702	3,125	0	0,035	4,40	323	7	10	11	10	608	608	
4	2,74	—	—	0,04	702	3,170	0	0,045	9,20	323	5	15	15	15	623	623	
2	5,50	—	—	0,02	702	3,245	0	0,075	2,76 + 2	323	3	26	24	26	647	649	

$t = 0^{\circ} \text{C}$. Wasserseite. E und ϕ sind den Tafeln XV und XVI im Naßfeld entnommen worden.

4,6	2,10 + 1	—	0,9	176	1,12	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0	0
4,6	4,10	—	0,8	234	1,34	+ 58	+ 0,22	+ 2,00 + 1	273	4,6	+ 3	+ 60	+ 61	60	61		
4,6	6,25	—	0,7	290	1,56	56	0,22	2,15	273	4,6	3	60	59	120	120		
4,6	8,20	—	0,6	346	1,78	56	0,22	1,95	273	4,6	3	60	59	180	179		
4,6	1,05 + 2	—	0,5	402	2,00	56	0,22	2,30	273	4,6	3	60	59	240	238		
4,6	1,25	—	0,4	458	2,21	56	0,21	2,00	273	4,6	3	57	59	297	297		
4,6	1,65	—	0,2	572	2,64	114	0,43	4,00	272	4,6	6	117	120	414	417		
4,6	2,08	1,00	0,0	685	3,08	113	0,44	4,30	273	4,6	6	120	119	534	536		
4,0	2,32	0,9	—	685	3,090	0	0,010	2,40	273	4,3	3	3	3	537	539		
3,0	3,10	0,7	—	685	3,122	0	0,032	7,80	273	3,5	9	9	9	546	548		
2,0	4,60	0,5	—	685	3,167	0	0,045	1,50 + 2	273	2,5	12	12	12	558	560		
1,0	9,30	0,35	—	685	3,240	0	0,073	4,70	273	1,5	23	20	23	578	583		

$t = 0^{\circ} \text{C}$. Eisseite. E und ϕ sind den Tafeln XV und XVI im Naßfeld entnommen worden.

4,6	2,10 + 1	—	0,9	104	0,85	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	0	0
4,6	4,10	—	0,8	168	1,10	+ 64	+ 0,25	+ 2,00 + 1	273	4,6	+ 3	+ 68	+ 67	68	67		
4,6	6,25	—	0,7	234	1,35	66	0,25	2,15	273	4,6	3	68	69	136	136		
4,6	8,20	—	0,6	298	1,60	64	0,25	1,95	273	4,6	3	68	67	204	203		
4,6	1,05 + 2	—	0,5	362	1,85	64	0,25	2,30	273	4,6	3	68	67	272	270		
4,6	1,25	—	0,4	427	2,09	65	0,24	2,00	273	4,6	3	66	68	338	338		
4,6	1,65	—	0,2	556	2,59	129	0,50	4,00	273	4,6	6	137	135	475	473		
4,6	2,08	1,00	0,0	685	3,08	129	0,49	4,30	273	4,6	6	134	135	609	608		
4,0	2,32	0,9	—	685	3,090	0	0,010	2,40	273	4,3	3	3	3	612	611		
3,0	3,10	0,7	—	685	3,122	0	0,032	7,80	273	3,5	9	9	9	621	620		
2,0	4,60	0,5	—	685	3,167	0	0,045	1,50 + 2	273	2,5	12	12	12	633	632		
1,0	9,30	0,35	—	685	3,240	0	0,073	4,70	273	1,5	23	20	23	653	655		

ablesen. Mit t und v findet man dann in den Tafeln XVIII und XIX die E und \mathfrak{B} . Die Berechnung der Wärmemengen geschieht nach den Formeln $\Delta Q_1 = [T] \cdot \Delta \mathfrak{B}$ und $\Delta Q_2 = \Delta E + \Sigma$.

Wie man aus Tabelle 34 ersieht, wird bei der Abkühlung von $+80^\circ\text{C}$ auf -20°C die Spannung um 354 mm kleiner, das Volumen um 338 cbm größer, die Energie vermindert sich um 130, die Entropie um 0,29 Kalorien. Dabei sind dem Kilogramm 70 bis 80 Kalorien zu entziehen, deren größten Teil das Erstarren der 0,7 kg Wasser ausmacht.

Beispiel 5. Abkühlung eines Kilogramms Gemisch aus Sattdampf und Wasser von $+80^\circ$ auf -20°C bei der konstanten Energie $E = 360$ Kalorien.

Die ganze Rechnung steht in Tabelle 35.

Die zu $t^\circ\text{C}$ und $E = 360$ Kalorien gehörigen Werte von v wurden in Tafel XVIII bestimmt und ergab sich dabei, daß der ganze Vorgang sich im Naßgebiet abspielt. Sonach konnten die zu t gehörigen ζ und die Nässegrade n dem Zustandsfeld entnommen werden. Mit t und v ergaben sich auch die Entropien in Tafel XIX. Aus Tabelle 35 ist zu ersehen, daß die Entropie von 1,65 auf 1,90 Kalorien ansteigt, der Nässegrad aber sich von $n = 0,69$ bis $n = 0,49$ vermindert. Die größte Verdampfung findet während des Nullstadiums statt, es verdampfen von 0,58 kg Wasser 0,08 kg und erstarren 0,50 kg. Da die Entropie dabei unverändert bleibt, wird alle bei dem Erstarren frei werdende Schmelzwärme zur Dampfbildung verwendet. Aus den ΔQ ist zu ersehen, daß trotz der Abkühlung um 100°C dem Kilogramm rund 80 Kalorien zuzuführen sind, um die Energie konstant zu halten.

Beispiel 6. Abkühlung eines Kilogramms Gemisch aus Sattdampf und Wasser von $+80^\circ\text{C}$ auf -20°C bei der konstanten Entropie 1,8 Kalorien.

Die ganze Rechnung steht in Tabelle 36.

Geht man im Entropiefeld längs des 1,8-Gleichers herab, so findet man, daß dieser vollständig im Naßgebiet liegt. Man bestimmt im Entropiefeld die zu $t^\circ\text{C}$ und $\mathfrak{B} = 1,8$ gehörigen v und kann dann aus dem Zustandsfeld und Energiefeld die zu den Koordinaten t und v gehörigen ζ , n und E bestimmen. Der Nässegrad n nimmt wie im Beispiel 5 von 0,60 auf 0,51 ab, und zwar während des Nullstadiums. Die Energie vermindert sich um 60 Kalorien.

Da es sich um eine adiabatische Zustandsänderung handelt, muß $\Delta Q = \text{Null}$ sein. Die Rechnung nach der Energieformel kann hier keine genauen Zahlen ergeben.

Tabelle 34.

Koordinaten			Berechnung der Wärmemengen										Integralkurven	
t	s	v	E	Ψ	ΔE	$\Delta \Psi$	Δv	$[T]$	$[s]$	Σ	ΔQ_1	ΔQ_2	Q_1	Q_2
+80	355	1,02	354	1,63	-	-0,01	+5,00	-	-	+5	-	-	0	0
70	234	1,52	346	1,62	-	-0,01	-	348	295	-	-	-	3	3
60	149	2,30	338	1,61	-	-0,01	1,30	338	192	5	-	-	6	6
50	93	3,60	330	1,60	-	-0,01	0	328	121	5	-	-	9	9
40	55	5,85	322	1,59	-	-0,01	2,25	318	74	6	-	-	12	11
30	32	9,87	314	1,58	-	-0,01	4,02	308	44	6	-	-	15	13
20	18	1,73	306	1,57	-	-0,01	7,43	298	25	6	-	-	18	15
10	9	3,18	298	1,56	-	-0,01	1,45	288	13	7	-	-	21	16
+0	5	6,21	290	1,56	-	0,00	3,03	278	7	7	-	-	21	17
-0	5	6,21	290	1,56	-	0,00	3,03	278	7	0	-	-	21	17
-10	2	1,37	228	1,34	-	-0,21	7,49	268	3	7	-	-	78	75
-20	1	3,39	224	1,34	-	0,00	2,02	258	1	6	-	-	81	72
-	-354	+338	-130	-0,29	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

Tabelle 35.

t	s	v	$10 \times n$	Ψ	$\Delta \Psi$	Δv	$[T]$	$[s]$	Σ	ΔQ_1	ΔQ_2	Q_1	Q_2
+80	355	1,06	6,9	1,65	-	0,03	-	-	-	-	-	0	0
70	234	1,67	6,7	1,68	+0,03	6,10	348	295	+6	+10	-	10	6
60	149	2,61	6,6	1,70	0,02	9,40	338	192	6	7	6	17	12
50	93	4,32	6,4	1,72	0,02	1,71	328	121	7	6	7	23	19
40	55	7,22	6,2	1,75	0,03	2,90	318	74	7	9	7	32	26
30	32	1,25	6,1	1,78	0,03	5,28	308	44	8	9	8	41	34
20	18	2,31	6,0	1,80	0,02	1,06	298	25	8	6	8	47	42
10	9	4,45	5,9	1,82	0,02	2,14	288	13	9	6	9	53	51
+0	5	8,90	5,8	1,85	0,03	4,45	278	7	10	8	10	61	61
-0	5	8,90	5,8	1,85	0,03	4,45	278	5	2	0	2	61	63
-10	2	2,29	5,0	1,88	0,03	1,25	268	3	12	8	12	69	75
-20	1	5,76	4,9	1,90	0,02	3,47	258	1	11	5	11	74	86

Tabelle 36.

t	s	v	$10 \times n$	E	ΔE	Δv	$[\zeta]$	Σ	ΔQ_1	ΔQ_2	Q_1	Q_2		
+ 80	355	1,40	0	5,9	405	—	—	—	—	—	0	0		
70	234	2,07		6,0	400	- 5	6,70-1	295	+ 6	0	+ 1	0	+ 1	
60	149	3,15		6,0	395	- 5	1,08	0	192	7	0	+ 2	0	3
50	93	4,92		6,0	390	- 5	1,77		121	7	0	+ 2	0	5
40	55	8,00		6,0	385	- 5	3,08		74	7	0	+ 2	0	7
30	32	1,35+1		6,0	380	- 5	5,50		44	8	0	+ 3	0	10
20	18	2,37		6,0	370	- 10	1,02+1		25	8	0	- 2	0	8
10	9	4,35		6,0	360	- 10	1,98		14	9	0	- 1	0	7
+ 0	5	8,49		5,9	350	- 10	4,14		7	9	0	- 1	0	6
- 0	5	9,94		5,1	350	0	1,45		5	2	0	+ 2	0	8
- 10	2	2,19+2		5,1	350	0	1,20+2		3	11	0	+ 11	0	19
- 20	1	5,42		5,1	345	- 5	3,23		1	10	0	+ 5	0	24

Beispiel 7. Zustandsänderung auf einem beliebigen vorgeschriebenen Wege.

Es sollen die aus Tabelle 37 ersichtlichen Zustandsänderungen der Rechnung zugrunde gelegt werden.

In einem logarithmischen Tv -Feld geht man von dem durch $T = 353$ und $v = 10$ cbm gegebenen Punkte der linken oberen Ecke geradlinig in der Richtung der Diagonale nach der rechten unteren Ecke $T = 253^\circ$ und $v = 100$ cbm. Es ist dies also eine Expansion um $100 - 10 = 90$ cbm und Abkühlung um 100° C.

Dann findet die Erwärmung bei dem konstanten Volumen $v = 100$ cbm von $- 20^\circ$ wieder auf $+ 80^\circ$ C statt.

Nun wird das Kilogramm Gemisch abermals auf $- 20^\circ$ C abgekühlt, dabei aber auf 10 cbm komprimiert, und zwar auf dem geradlinigen Wege von der oberen rechten Ecke nach der linken unteren Ecke $v = 10$ cbm und $T = 253^\circ$.

Endlich wird das Kilogramm Gemisch bei $v = 10$ cbm wieder auf 80° C erwärmt und so in den Anfangszustand gebracht.

Man kann diese Wege in das Zustandsfeld, das Energiefeld und das Entropiefeld einzeichnen. Im ersteren liest man die zu T und v gehörigen n und s oder r und σ ab, im zweiten die zu T und v gehörigen E und im dritten die \mathfrak{B} ab.

Die Ergebnisse dieser Ablesungen stehen in den ersten sieben Spalten der Tabelle 37.

Im Anfangszustand haben wir 1 kg Wassergas

$t = 80^\circ$ C, $v = 10$ cbm, $\sigma = 120$ mm, $r = 0,35$, $E = 712$, $\mathfrak{B} = 2,835$.

Bei der mit Expansion verbundenen Abkühlung wird der Grenzzustand erreicht, wenn $t = 35^\circ$, $v = 25$ cbm, $s = 42$ mm, $r = 1,00$, $n = 0,00$,

Tabelle 37.

Ablösungen in den Rechentafeln										Mittlere Ordinaten				Wärmemengen				Integralkurven			
$t^{\circ}C$	v cbm	σs mm	r	n	E cal	Ψ cal	Δv	ΔE	$\Delta \Psi$	[T]	[σ]	Σ	ΔQ_1	ΔQ_2	Q_1	Q_2	Q	$\Delta Q_1 - \Delta Q_2$			
+80	10	120	0,35	—	712	2,835	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—		
70	12	97	0,42	—	709	2,845	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—		
60	15	77	0,52	—	706	2,860	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—		
50	18	60	0,65	—	702	2,870	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—		
40	22	48	0,85	—	698	2,880	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—		
G 35	25	42	1,00	0,00	697	2,890	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—		
30	28	32	—	0,15	620	2,65	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—		
20	36	18	—	0,38	480	2,25	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—		
10	46	9	—	0,57	370	1,85	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—		
W 0	59	5	—	0,71	280	1,55	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—		
E 0	59	5	—	0,71	210	1,30	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—		
-10	76	2	—	0,81	140	1,05	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—		
-20	100	1	—	> 0,9	90	0,78	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—		
-20	100	1	—	> 0,9	90	0,78	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—		
E 0	100	5	—	0,51	340	1,80	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—		
W 0	100	5	—	0,51	400	2,00	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—		
+11	100	10	1,00	0,00	688	3,01	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—		
+80	100	12	0,03	—	712	3,09	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—		
+80	100	12	0,03	—	712	3,090	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—		
70	82	14	0,07	—	709	3,060	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—		
60	67	17	0,11	—	706	3,025	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—		
50	54	20	0,25	—	702	2,990	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—		
40	44	22	0,45	—	698	2,960	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—		
30	35	29	0,90	—	695	2,920	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—		
G 29	34	30	1,00	0,00	695	2,920	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—		
20	28	18	—	0,51	400	1,95	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—		
10	22	9	—	0,79	240	1,38	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—		
W 0	17	5	—	> 0,90	170	1,10	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—		
E 0	17	5	—	> 0,90	90	0,80	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—		
-10	13	2	—	> 0,90	50	0,65	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—		
-20	10	1	—	> 0,90	30	0,55	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—		
-20	10	1	—	> 0,90	30	0,55	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—		
E 0	10	5	—	> 0,90	70	0,70	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—		
W 0	10	5	—	> 0,90	150	1,00	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—		
+53	10	107	1,00	> 0,00	703	2,810	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—		
+80	10	120	0,35	—	712	2,835	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—		

$E = 697$ cal und $\mathfrak{P} = 2,890$ cal geworden sind. Da die Entropie zunimmt, müssen während dieser Zustandsänderung 17 Kalorien zugeführt werden.

Die von da an eintretende Kondensation erfordert aber die Ableitung von rund 590 Kalorien, wobei der Nässegrad größer als 0,9 wird. Am Schluß dieser ersten Zustandsänderung hat man mehr als 0,9 kg Eis, also weniger als 0,1 kg Sattdampf im Zustand $t = -20^\circ\text{C}$, $v = 100$ cbm, $\sigma = 1$ mm, $E = 90$ Kalorien und $\mathfrak{P} = 0,78$ cal, und es mußten, um diesen Zustand zu erreichen, 578 bis 570 Kalorien in die Gefäßwandung eintreten.

Der zweite Vorgang besteht in der Erwärmung des Kilogramms auf $+80^\circ\text{C}$ bei dem konstanten Volumen 100 cbm.

Am Schluß dieser Zustandsänderung haben zwar Temperatur und Energie dieselben Werte wie im Anfangszustand erreicht, es sind aber $v = 100$ cbm, $\sigma = 12$ mm, $r = 0,03$ und $\mathfrak{P} = 3,09$ geworden. Da die Zustandsänderung bei konstantem Volumen erfolgt, muß $\Sigma = 0$, also $\Delta Q_2 = \Delta E = 712 - 90 = +622$ Kalorien sein. Diese Wärmemenge wird der Gefäßwandung entzogen und sie ist $622 - 570 = 52$ Kalorien mehr, als beim ersten Vorgang ihr zugeführt worden waren.

Bei dem dritten Vorgang ist die Abkühlung mit Kompression verbunden, es muß deshalb auch im Feuchtzustand Wärme entzogen werden, und es treten in die Gefäßwandung 734 bis 732 Kalorien ein, während dies beim ersten nur 578 bis 570 waren. Der Grenzzustand wird erst bei 29°C erreicht, es ist n aber bereits beim Beginn des Nullstadiums größer als 0,9, während es beim ersten Vorgang im Nullstadium nur 0,71 war. Am Ende des dritten Vorganges sind in die Gefäßwandung 682 bis 680 Kalorien eingetreten, welche dem Kilogramm von Anfang an entzogen werden mußten.

Der letzte Vorgang findet bei dem konstanten Volumen 10 cbm statt, die Erwärmung um 100° erfordert nach der Differenz der Energien 682 Kalorien, während die Energieformel nur 673 Kalorien ergibt.

Am Schluß des vierten Vorganges ist das Kilogramm wieder in den Anfangszustand zurückgekehrt, nach der Entropierechnung verbleiben aber in der Gefäßwandung 9 Kalorien, während sie nach der Energierechnung 2 Kalorien zuzuschießen hat.

In einem permanenten Gase wären alle vier Zustandsänderungen polytropische, hier werden sie dies aber nur im Feuchtgebiet sein können.

Der Expansionsweg läßt sich durch die Formeln

$$T = \alpha_1 v^{-0,145} \quad \text{oder} \quad v = \beta_1 T^{-6,9}$$

darstellen, wobei der Exponent $-0,145$ an der gleichmäßigen Teilung am Rande der $T v$ -Felder abgelesen werden kann. Nach Formel (24), § 45, ist also

$$1 - \lambda = -6,9,$$

woraus

$$\lambda = +7,9$$

folgt. Nach Formel (28) erhält man dann

$$k = c_s - A_s R_p \lambda = 0,45 - 0,11 \lambda = 0,45 - 0,11 \times 7,9 = -0,42,$$

und endlich

$$\Delta Q = k \Delta t = -0,42 \times -45 = +18,9 \text{ Kalorien.}$$

Die Rechnung in Tabelle 37 ergab als bei der Zustandsänderung von $+80^\circ$ bis $+35^\circ \text{C}$ zuzuführende Wärmemenge nach beiden Formeln 17 Kalorien. Bei Rechnung mit Bruchteilen hätte die Entropieformel $+18,1$ ergeben.

Für den Kompressionsweg erhält man die Formeln

$$T = \alpha_2 v^{+0,145} \quad \text{oder} \quad v = \beta_2 T^{+6,9}.$$

Diese ergeben

$$1 - \lambda = +6,9, \quad \lambda = -5,9,$$

$$k = 0,45 - (0,11 \times -5,9) = +1,10,$$

$$\Delta Q = +1,10 \times \Delta T = +1,10 \times -51 = -56,1 \text{ Kalorien.}$$

Die Rechnung in Tabelle 37 ergab -55 und -57 Kalorien.

Elftes Kapitel.

Die Zustandsänderungen wasserhaltiger Gasgemische.

§ 53.

Die Zustandsänderungen eines Kilogramms eines wasserhaltigen Gases finden nur in dem Feuchtgebiet statt.

Anwendung auf die Gase in den §§ 18 und 19. Tafeln XX, XXI und XXII.

Wenn ein permanentes Gas die Dichte δ_p hat und q_0 die Grundzahl ist, so ist nach den §§ 7 bis 10 die Dichte δ des wasserhaltigen Gases

$$(66) \quad \delta = \delta_p - (\delta_p - 0,625) q_0.$$

Nach § 5 wird 0,625 hierin die Dichte des Wassergases sein. Es ist dann weiter die Gaskonstante des feuchten Gases

$$(67) \quad R_\delta = 2,153 : \delta,$$

und die Zustandsgleichungen sind

$$(68) \quad v \cdot s = R_\delta T, \quad s = s_p + \sigma, \quad \sigma = q_0 s.$$

Hierin werden also s_p die Spannung des permanenten Gases, σ die des Wassergases und s die Gesamtspannung des feuchten Gases sein.

Es sollen nun weiter bedeuten $c_{p,s}$ die spezifische Wärme des permanenten Gases, $c_{w,s} = 0,45$ (§ 47) die spezifische Wärme des Wassergases bei der konstanten Spannung s , g_p kg das Gewicht des permanenten Gases, g_w kg das Gewicht des Wassergases in 1 kg Gemisch.

Dann ist die spezifische Wärme des feuchten Gases bei der konstanten Spannung s

$$(69) \quad c_s = g_p \cdot c_{p,s} + g_w \cdot c_{w,s}$$

und weiter nach § 40 die spezifische Wärme des feuchten Gases bei konstantem Volumen

$$(70) \quad c_v = c_s - A_s \cdot R_\delta.$$

Nach den Formeln (44) und (45) in § 9 ist

$$(71) \quad g_w = q_0 \delta_w : \delta \quad \text{und} \quad g_p = 1 - g_w.$$

So erhält man die folgenden Wärmegleichungen, welche aber nur für den Feuchtzustand bis heran an die Grenzlinie gelten:

Für die Energie und den Wärmeinhalt

$$(72) \quad E - E_0 = c_v T \quad \text{und} \quad J - J_0 = c_s T,$$

für die Entropie \mathfrak{P}

$$(73) \quad \begin{aligned} \log T &= \varphi + \psi \log s + \text{Konst.}, \\ \varphi &= 0,434 c_s^{-1} \mathfrak{P} \quad \text{oder} \quad \mathfrak{P} = 2,303 c_s \varphi, \\ \psi &= A_s R_\delta : c_s, \end{aligned}$$

und endlich für die polytrope spezifische Wärme

$$(74) \quad k = c_s - A_s R_\delta \lambda.$$

Hierin ist nach § 45 λ die Tangente des Winkels, welchen die Polytrope mit der T -Achse im Ts -Feld bildet. Der Berechnung der Wärmemengen werden wieder die Gleichungen

$$(75) \quad dQ = T d\mathfrak{P} = dE + A_s s dv = dJ - A_s v ds = k dT$$

zugrunde zu legen sein.

Die Anwendung dieser Formeln soll an die beiden Beispiele in den §§ 18 und 19 anschließen.

In § 18 ist ein schweres Gas $\delta_p = 1,525$ mit der großen Grundzahl $q_0 = 0,5$, in § 19 aber ein sehr leichtes Gas mit $\delta_p = 0,065$ und der sehr kleinen Grundzahl $q_0 = 0,03$ behandelt worden.

Die Berechnung der Wärmemengen steht in Tabelle 37 und die dazu gehörigen graphischen Hilfsmittel in den Rechentafeln XX bis XXII. In den Ts -Feldern der beiden ersten Tafeln wurde der Weg der Zu-

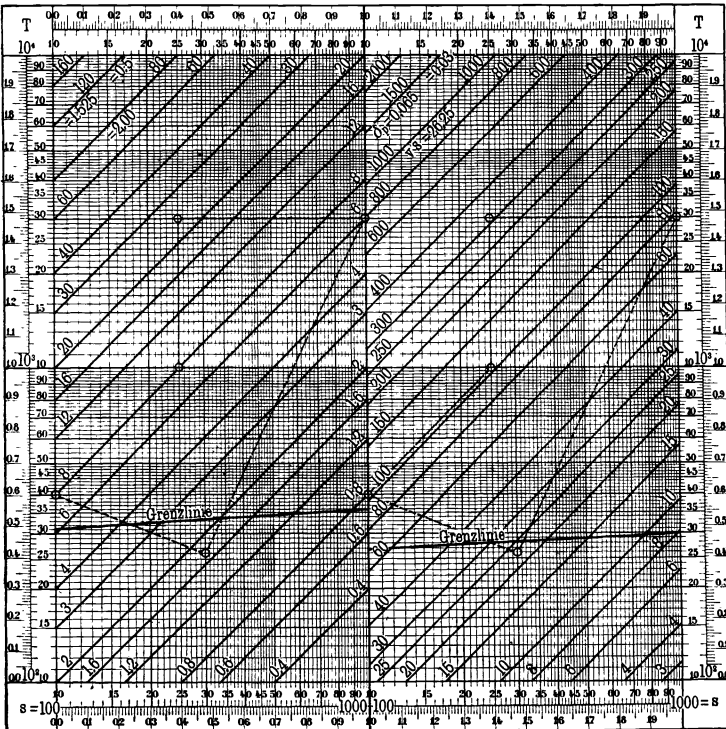
standsänderungen eines jeden der beiden Gase gestrichelt eingezeichnet. Dieser Weg beginnt bei dem Anfangszustand

$$T_0 = 400 \text{ und } s_0 = 100 \text{ mm.}$$

Beide Gase werden dann bei konstantem Volumen auf die Temperatur $T_1 = 1000^\circ$ gebracht, wobei der Druck bis $s_1 = 250$ mm steigt.

Rechentafel XX.

Ts -Zustandsfelder wasserhaltiger Gase im Feuchtzustand. v -Gleicher.
Ordinaten $T = 100$ bis $10\,000^\circ$. Abszissen $s = 100$ bis 1000 mm.



Dann folgt die Erwärmung bei konstantem Druck bis $T_2 = 3000^\circ$, $s_2 = 250$ mm. Weiterhin wird durch Kompression bei konstanter Temperatur jedes Kilogramm in den Zustand $T_3 = 3000^\circ$, $s_3 = 1000$ mm gebracht. Es folgt nun die Zustandsänderung längs einer Polytropen, welche mit der T -Achse den Winkel

$$\text{arc. tg } \lambda_1 = \text{arc. tg } + 0,493 = + 26,8^\circ$$

bildet, bis in den Zustand $T_4 = 260^\circ$, $s_4 = 300$ mm, wobei aber angenommen wird, daß dieser Zustand nicht unter der Grenzlinie liegt, also keine Kondensation eintritt. Die Rückführung

in den Anfangszustand erfolgt dann längs einer Polytrope, bei der $\lambda_2 = -2,5$ ist.

A. Das schwere Gas.

Mit $\delta_p = 1,525$, $\delta_w = 0,625$ und $q_0 = 0,5$ erhält man

$$\delta = 1,075, \quad R_\delta = 2,002, \quad g_w = 0,291 \text{ kg}, \quad g_p = 0,709 \text{ kg}.$$

Sonach sind die Zustandsgleichungen eines Kilogramms

$$v \cdot s = 2,002 T, \quad \sigma = 0,5 s \text{ mm (vgl. § 18)}.$$

Mit Hilfe der Zustandsgleichung kann man das logarithmische Bild derselben in Rechentafel XX konstruieren und durch v -Gleicher darstellen. Diese Tafel gilt für den Druckbezirk $s = 100$ bis 1000 mm und den Temperaturbezirk $T = 100$ bis $10\,000^\circ$, und zwar von der Grenzlinie an bis zu der Temperatur, bei der die Dissoziation des Wasserdampfes eintritt. Die v -Gleicher sind gerade Linien, welche mit beiden Achsen den Winkel $+45^\circ$ bilden. Die Schnitte derselben mit dem ($s = 100$ mm)-Gleicher sind nach der Formel $T = 50 v$ und die Schnitte mit dem ($T = 100^\circ$)-Gleicher nach der Formel $s = 200 : v$ zu berechnen.

In der Rechentafel XX konnten zuerst längs der Polytropen die Werte von s , welche zu den vorgeschriebenen T gehören, abgelesen werden und ergaben sich daraus die unter $\sigma_1 = 0,5 s$ stehenden Spannungen des Wassergases. Dann konnten dieser Rechentafel die zu T und s gehörigen v_1 entnommen werden. Alle diese Zahlen stehen in Tabelle 38.

Für die spezifischen Wärmen wurden angenommen

$$c_{p \cdot s} = 0,20 \quad \text{und} \quad c_{w \cdot s} = 0,45,$$

woraus

$$c_s = 0,20 \times 0,709 + 0,45 \times 0,291 = 0,273$$

folgt.

Weiter ist

$$A_s R_\delta = 3,18 \times 10^{-2} \times 2,00 = 0,064,$$

$$c_v = c_s - A_s R_\delta = 0,273 - 0,064 = 0,209.$$

Für die Energie und den Wärmehalt erhält man

$$E - E_0 = 0,209 T \quad \text{und} \quad J - J_0 = 0,273 T.$$

Setzt man hierin E_0 gleich Null, so erhält man die unter E_1 in Tabelle 38 stehenden Zahlen.

Die Entropiefunktionen sind

$$\mathfrak{P} = 2,303 \times 0,273 \varphi = 0,629 \varphi,$$

$$\psi = 0,064 : 0,273 = 0,234.$$

Die Entropiegleichung ist dann

$$\log T = \varphi + 0,234 \log s + \text{Konst.}$$

Das logarithmische Bild dieser Funktion läßt sich durch φ -Gleicher darstellen, welche aus einer Schar paralleler Geraden bestehen, die mit der s -Achse den Winkel $\text{arc. tg } + 0,234 = + 13,2^\circ$ einschließen.

In der Rechentafel XXI beginnt der Gleicher $\varphi = 1,0$ in der linken unteren Ecke, also im Punkte $T = 100^\circ$, $s = 100$ mm, es ist also

$$\log 100 = 1 + 0,234 \log 100 + \text{Konst.},$$

und erhält man hiermit

$$\log 10^{-2} T = (\varphi - 1) + 0,234 \log 10^{-2} s.$$

Für $s = 100$ mm ergibt dies

$$\log 10^{-2} T = \varphi - 1, \quad \text{oder auch} \quad \log T = \varphi + 1,$$

und damit erhält man

$$\begin{array}{lll} \varphi = 1,0, & \varphi + 1 = \log T = 2,0, & T = 100,0, \\ \varphi = 1,1, & \varphi + 1 = \log T = 2,1, & T = 126,9, \\ \varphi = 1,2, & \varphi + 1 = \log T = 2,2, & T = 158,5, \\ \vdots & \vdots & \vdots \end{array}$$

Wenn man die so berechneten T am linken Rande des Feldes über $s = 100$ mm aufträgt, so erhält man die Ausgangspunkte der φ -Gleicher für $\varphi = 1,0, 1,1, 1,2$ usw. Diese haben aber alle denselben Abstand, 0,1 Manteb, es ist also einfacher, die Logarithmusseite der Randskala so zu verwenden, wie dies in § 43 dargelegt worden ist.

Die Herstellung der Rechentafel XXI ist also sehr einfach. Man gibt am rechten Rande die Strecke $\psi = 0,234$ Manteb an und zieht nach dem Endpunkt derselben von der linken unteren Ecke aus den Gleicher $\varphi = 1$. Dann wird längs beider Seiten die Strecke 0,1 Manteb abgetragen, und man erhält so die φ -Gleicher von 0,8 bis 2,9.

Der Rechentafel XXI wurden die unter φ_1 in Tabelle 38 stehenden Zahlen entnommen, sie müßten eigentlich durch Multiplikation mit 0,629 in die Entropiewerte \mathfrak{B} verwandelt werden. Da aber stets nur Entropiedifferenzen vorkommen, rechnet man am besten mit der φ -Funktion und dann nach der Formel

$$\Delta \mathfrak{B} = 0,629 \Delta \varphi.$$

Zur Konstruktion der Richtlinien der Polytropen in Tafel XXII hat man die Formel

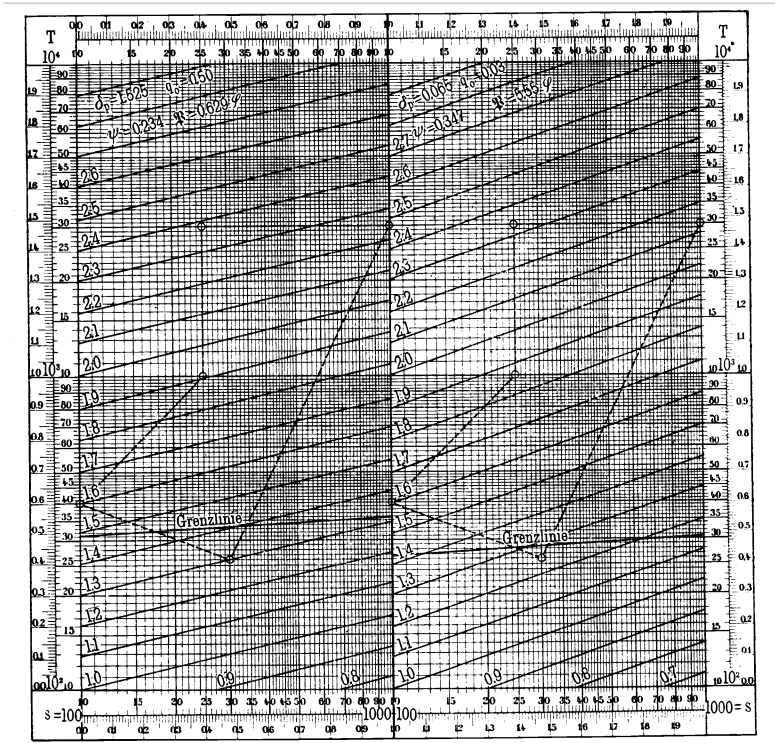
$$k = c_s - A_s R_\delta \lambda = 0,273 - 0,064 \lambda.$$

Für die erste hier vorkommende Polytrope ist $\lambda_1 = + 0,493$, also nach dieser Formel $k_1 = 0,241$. Bei der zweiten ist $\lambda_2 = - 2,5$, also $k_2 = 0,433$. Rein graphisch ergab sich $k_1 = 0,242$ und $k_2 = 0,44$.

In Tabelle 38 wurden nun mittels des bereits oft angewendeten Näherungsverfahrens zuerst die ΔQ_1 mit der Entropieformel und dann die ΔQ_2 mit der Energieformel berechnet. Die letztere lieferte die unter Σ_1 stehenden Werte der äußeren Arbeitswärme.

Rechentafel XXI.

T_s -Entropiefelder wasserhaltiger Gase im Feuchtzustand. φ -Gleicher.
 Ordinaten $T = 100$ bis $10\,000^\circ$. Abszissen $s = 100$ bis 1000 mm.



Dann konnten aus den Einzelwerten der ΔQ die Integralkurven abgeleitet werden. Man ersieht hieraus, daß während der ersten zwei Strecken der Bahnlinie Wärme zugeführt werden muß, und daß der größte Betrag derselben (+ 693 bis + 671 Cal) auf den Schluß der zweiten Strecke $T = 3000^\circ$, $s = 250$ mm kommt.

Die nunmehr während der dritten Strecke eintretende Kompression erfordert Wärmeentziehung, um die Temperatur konstant zu halten, es sind aber bis zum Schluß derselben immer noch + 423 bis + 401 Cal zuzuführen gewesen.

Während der vierten Strecke des Zustandsweges bedingt die Temperatursenkung trotz der gleichzeitigen Expansion ein Einströmen von

Wärme in die Gefäßwandung, die Integralkurve senkt sich immer mehr und tritt zwischen $T = 1500$ bis 1000° in das negative Gebiet über. Bis zum Schluß der vierten Strecke waren dem Gase 253 bis 258 Kalorien zu entziehen.

Während der fünften Strecke erforderten zwar Erwärmung und Expansion das Zuströmen von Wärme aus der Gefäßwandung, es waren aber am Schluß der Zustandsänderungen, bei dem das Gas in den Anfangszustand zurückgekehrt war, in derselben noch 192 bis 195 Kalorien zurückgeblieben.

Die beiden Integralkurven gehen in der Mitte stark auseinander, woran wohl die großen Faktoren T und die ungenügende Genauigkeit in der Ablesung der φ schuld sein mögen, sie stimmen aber am Schluß wieder gut überein. Man kann dies aus den nachstehenden Rechnungsergebnissen ersehen.

	Q	Q_1	Q_2	
1. Strecke	+ 125	+ 123	+ 125	$\Delta Q = 0,209 \Delta T$
2. „	+ 546	+ 570	+ 546	$\Delta Q = 0,273 \Delta T$
3. „	- 266	- 270	- 270	$\Delta Q = 3000 \Delta \mathfrak{P}$
4. „	- 660	- 676	- 659	$\Delta Q = 0,241 \Delta T$
5. „	+ 61	+ 61	+ 63	$\Delta Q = 0,433 \Delta T$

Die Zahlen unter Q sind mit den nebenstehenden Formeln berechnet worden.

Bezüglich der Entropieformel möge noch die folgende Erklärung Platz finden. Man erhält aus

$$\log 3000 = \varphi'_1 + 0,234 \log 250 + \text{Konst.},$$

$$\log 3000 = \varphi''_1 + 0,234 \log 1000 + \text{Konst.},$$

$$\varphi'_1 - \varphi''_1 = -0,141, \quad \mathfrak{P}'_1 - \mathfrak{P}''_1 = -0,141 \times 0,629 = -0,0887,$$

$$Q = 300 \times -0,0887 = -266 \text{ Kalorien.}$$

Die Entropieformel gibt in der zweiten und vierten Strecke wegen der großen T und des weiten Abstandes derselben die unsichersten Resultate.

B. Das leichte Gas.

Mit

$$\delta_p = 0,065 \quad \text{und} \quad g_0 = 0,03$$

erhält man

$$\delta = 0,082, \quad R_\delta = 26,25, \quad g_p = 0,769, \quad g_w = 0,231$$

und somit die Zustandsgleichungen

$$v s = 26,25 T, \quad \sigma = 0,03 s, \quad s_p = s - \sigma \text{ (vgl. § 19).}$$

Das logarithmische Bild dieser Funktion befindet sich auf der rechten Seite der Rechentafel XX; zur Bestimmung der v -Gleicher wurden deren

Ausgangspunkte vom linken und unteren Rande des Feldes nach den Formeln

$$T = 3,810 v$$

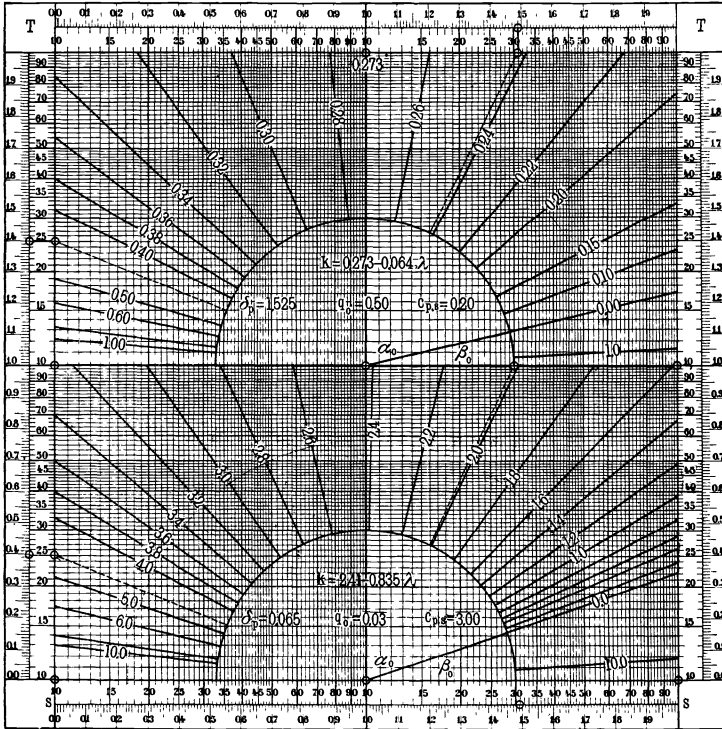
beziehentlich

$$s = 2625 : v$$

Rechentafel XXII.

Richtlinien der Polytropen wasserhaltiger Gase im Ts -Feld.

$$\varphi = \text{arc tg } \lambda. \quad k\text{-Gleicher.}$$



berechnet. Für die spezifischen Wärmen wurden die Annahmen

$$c_{p.s} = 3,00 \quad \text{und} \quad c_{w.s} = 0,45$$

gemacht und ergab dies

$$c_s = 3,00 \times 0,769 + 0,45 \times 0,231 = 2,411.$$

Man erhält dann weiter

$$A_s R_0 = 3,18 \times 10^{-2} \times 26,25 = 0,835,$$

$$c_0 = 2,411 - 0,835 = 1,576$$

und somit

$$E - E_0 = 1,576 T, \quad J - J_0 = 2,411 T.$$

Die Entropiefunktionen sind

$$\mathfrak{P} = 5,55 \varphi \quad \text{und} \quad \psi = 0,347, \quad \log T = \varphi + 0,347 \log s + \text{Konst.}$$

Das logarithmische Bild der Entropie befindet sich auf der rechten Seite der Tafel XXI.

Endlich erhält man für die polytrope spezifische Wärme

$$k = 2,411 - 0,835 \lambda$$

und mit dieser die Richtlinien der Polytropen in dem unteren Teile der Rechentafel XXII.

Das leichte Gas soll denselben Zustandsänderungen wie das schwere unterworfen werden, es werden also die unter T , ζ und s stehenden Zahlen gültig bleiben. Dagegen erhält man $\sigma_2 = 0,03 s$ und $E_2 = 1,576 T$, wenn E_0 wieder gleich Null angenommen wird.

Die Zahlen unter v_2 und φ_2 können mit den Argumenten T und s in den Tafeln XX bzw. XXI abgelesen werden. Man erhält dann $\Sigma_2 = A_s s \cdot \Delta v$.

Endlich wurden die Wärmemengen

$$\Delta Q_1 = [T] \Delta \mathfrak{P} \quad \text{und} \quad \Delta Q_2 = \Delta E + \Sigma$$

berechnet und daraus die Integralkurven abgeleitet.

Die Rechnung mit den Formeln für eine jede der fünf Strecken der Zustandsänderungen lieferte hier folgende Ergebnisse

	Q	Q_1	Q_2	
1. Strecke . . .	+ 946	+ 988	+ 948	$\Delta Q = 1,576 \Delta T$
2. „ . . .	+ 4822	+ 4816	+ 4752	$\Delta Q = 2,411 \Delta T$
3. „ . . .	- 3480	- 3669	- 3475	$\Delta Q = 3\,000 \Delta \mathfrak{P}$
4. „ . . .	- 5480	- 5316	- 5547	$\Delta Q = 2,000 \Delta T$
5. „ . . .	+ 630	+ 629	+ 676	$\Delta Q = 4,5 \Delta T$
	- 2562	- 2552	- 2646	

§ 54.

Die Zustandsänderungen eines Kilogramms eines wasserhaltigen Gases finden nur im Naßgebiet statt. Anwendung auf die Gase in den §§ 18 und 19. (Rechentafel XXIII und XXIV.)

Vier Beispiele.

In 1 kg eines Gemisches eines permanenten Gases mit nassem Sattdampf sollen g_p kg Gas und g_w kg Wasser (Wasser oder Eis + Sattdampf) enthalten sein.

Zwischen der Dichte δ_p des Gases, der Konstanten R_p und den beiden spezifischen Wärmen derselben bestehen dann die Beziehungen

$$(76) \quad R_p = 2,153 \delta_p^{-1}, \quad c_{p.v} = c_{p.s} - A_s \cdot R_p.$$

Die Energie eines Kilogramms des Gases ist

$$(77) \quad E_p = c_{p.v} T + \text{Konstante},$$

sie ist also nur eine Funktion der Temperatur, während die Energie des Wassers eine Funktion von n und T oder v und T ist. Diese Funktion

$$E_w = f_1(n, T)$$

ist in Rechentafel XV, dagegen die Funktion

$$E_w = f_2(v, T)$$

in Rechentafel XVIII abgebildet worden.

Für die Entropie eines Kilogramms des Gases gelten die Gleichungen

$$(78) \quad \begin{aligned} \log T &= \varphi_p + \psi_p \log s_p + \text{Konstante}, \\ \varphi_p &= 0,434 c_{p.s}^{-1} \mathfrak{P}_p \quad \text{oder} \quad \mathfrak{P}_p = 2,303 c_{p.s} \varphi_p, \\ \psi_p &= 6,855 \times 10^{-2} \delta_p^{-1} c_{p.s}^{-1}. \end{aligned}$$

Danach ist die Entropie des Gases eine Funktion von δ_p und $c_{p.s}$, sowie der Temperatur und der Spannung des Gases. Es können aber auch statt der unabhängigen Variablen T und s mit Hilfe der Zustandsgleichung $v \cdot s_p = R_p T$ die Variablen T und v oder auch s_p und v eingeführt werden [vgl. § 51, Formel (63)].

Die Entropie des Wassers kann als Funktion von n und T oder v und T dargestellt werden, es ist die Funktion $\mathfrak{P}_w = f_3(n, T)$ auf Rechentafel XVI und die Funktion $\mathfrak{P}_w = f_4(v, T)$ auf Rechentafel XIX abgebildet worden.

Für 1 kg des Gemisches erhält man dann die Gleichung

$$(79) \quad E = g_p E_p + g_w E_w, \quad \mathfrak{P} = g_p \mathfrak{P}_p + g_w \mathfrak{P}_w.$$

Damit erhält man die Wärmebeziehungen

$$dQ_1 = T d\mathfrak{P} \quad \text{oder} \quad \Delta Q_1 = [T] \Delta \mathfrak{P}.$$

Will man die Energie hierbei verwenden, so hat man zu beachten, daß beide Mischteile die gleiche Temperatur T und, falls das Volumen des flüssigen Wassers oder Eises vernachlässigt werden kann, auch gleiches Volumen v haben. Dagegen sind die Spannungen verschieden. Die Spannung des Gases ist s_p , die des Sattdampfes die durch T gegebene Spannung ς , und es ist die Gesamtspannung des Gemisches $s = s_p + \varsigma$.

Man erhält also die Gleichungen

$$(80) \quad \begin{cases} dQ_p = g_p dE_p + A_s s_p dv, \\ dQ_w = g_w dE_w + A_s \varsigma dv, \\ dQ_2 = d(g_p E_p + g_w E_w) + A_s (s + \varsigma) dv = dE + A_s s dv, \\ \Delta Q_2 = \Delta E + A_s [s] \Delta v. \end{cases}$$

Als Beispiel sollen auch hier die beiden in den §§18 und 19 angenommenen wasserhaltigen Gase weiterbehandelt werden, deren Zustandsfelder in den Tafeln VIII und IX dargestellt worden sind.

Bei dem schweren Gas sind

$$\delta_p = 1,525 \quad \text{und} \quad c_{p..s} = 0,200,$$

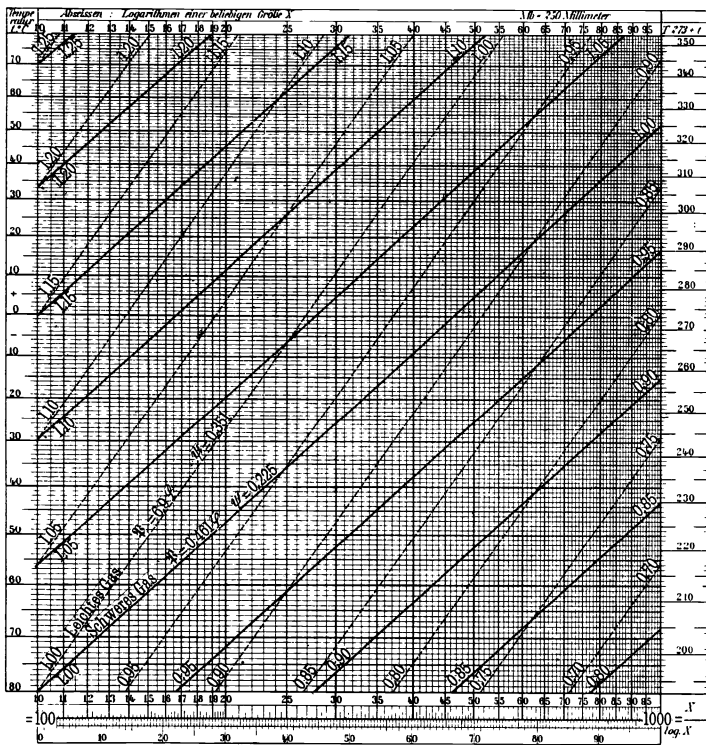
und ergeben sich hieraus

Rechentafel XXIII.

Das Ts -Entropiefeld eines leichten und eines schweren permanenten Gases.

φ_p -Gleicher. Ordinaten: Temperatur von -80 bis $+80^\circ \text{C}$.

Abszissen: s_p von 100 bis 1000 mm.



$$\begin{aligned} R_p &= 1,412, & A_s R_p &= 0,045, & v \cdot s_p &= 1,412 T, \\ c_{p..v} &= 0,200 - 0,045 = 0,155, & E_p &= 0,155 T + \text{Konstante}, \\ \varphi_p &= 2,17 \mathfrak{P}_p, & \mathfrak{P}_p &= 0,461 \varphi_p, & \psi_p &= 0,225. \end{aligned}$$

Bei dem leichten Gas liefern aber die Annahmen

$$\begin{aligned} \delta_p &= 0,065 \quad \text{und} \quad c_{p..s} = 3,000, \\ R_p &= 33,12, & A_s R_p &= 1,053, & v s_p &= 33,12 T, \\ c_{p..v} &= 3,000 - 1,053 = 1,947, & E_p &= 1,947 T + \text{Konstante}. \\ \varphi_p &= 0,145 \mathfrak{P}_p, & \mathfrak{P}_p &= 6,9 \varphi_p, & \psi_p &= 0,351. \end{aligned}$$

Tabelle

Nässegrad, Temperatur und Spannungen					Energie und Entropie für je 1 kg des permanenten Gases und des Wassers					Berechnung der Energie und Entropie des Gemisches			
n	t	s	s	s_p	E_p	E_w	g_p	\mathfrak{P}_p	\mathfrak{P}_w	$g_p E_p$	$g_w E_w$	$g_p \mathfrak{P}_p$	$g_w \mathfrak{P}_w$

$v = 1 \text{ cbm. Schweres Gas. } \delta_p = 1,525. c_{p.s} = 0,2. q_0 = 0,5.$

0,0	+ 80	705	355	350	24,8	712	1,139	0,525	2,72	18	206	0,373	0,789
0,1	78	675	327	348	24,5	660	1,138	0,525	2,57	17	191	0,373	0,745
0,2	75	632	289	343	24,0	607	1,136	0,524	2,42	17	176	0,372	0,702
0,3	73	605	266	339	23,7	554	1,134	0,523	2,26	17	161	0,371	0,655
0,4	69	560	224	336	23,1	500	1,129	0,521	2,11	16	145	0,370	0,612
0,5	64,5	515	183	332	22,4	446	1,124	0,518	1,94	16	129	0,368	0,563
0,6	59	470	143	327	21,5	390	1,118	0,515	1,78	15	113	0,366	0,516
0,7	53,5	432	110	322	20,7	332	1,113	0,513	1,60	15	96	0,364	0,464
0,8	43,5	382	67	315	19,1	270	1,103	0,509	1,41	14	78	0,361	0,409
0,9	30	332	32	300	17,1	204	1,088	0,502	1,20	12	59	0,356	0,348
0,95	18	305	15	290	15,2	170	1,074	0,495	1,08	11	49	0,351	0,313
> 0,95	10	290	9	281	14,0	154	1,065	0,491	1,04	10	45	0,349	0,302
W	0	275	5	270	12,4	144	1,053	0,485	1,02	9	42	0,344	0,296
E	0	275	5	270	12,4	64	1,053	0,485	0,76	9	19	0,344	0,220
—	— 10	265	2	263	10,9	56	1,040	0,479	0,70	8	16	0,340	0,203
—	— 20	255	1	254	9,3	48	1,026	0,473	0,64	7	14	0,336	0,186
—	— 40	232	0	232	6,2	32	1,000	0,461	0,51	4	9	0,327	0,148
—	— 60	212	—	212	3,1	16	0,970	0,447	0,38	2	5	0,317	0,110
—	— 80	194	—	194	0,0	0	0,936	0,431	0,26	0	0	0,306	0,075
—	—	—	—	—	304,4	5359	19,386	8,937	26,40	217	1553	6,688	7,656

$v = 20 \text{ cbm. Leichtes Gas. } \delta_p = 0,065. c_{p.s} = 3,0.$

0,0	+ 14	378	12	366	183	690	0,975	6,728	3,00	141	159	5,182	0,690
0,1	13	376	11	365	181	632	0,974	6,721	2,80	139	145	5,174	0,644
0,2	11	371	10	361	177	578	0,972	6,707	2,60	136	133	5,167	0,598
0,3	9	370	9	361	174	520	0,970	6,693	2,40	134	120	5,151	0,552
0,4	7	365	7	358	170	464	0,968	6,679	2,20	131	107	5,144	0,506
0,5	4	361	6	355	164	406	0,964	6,652	2,00	126	93	5,121	0,460
0,6	1	356	5	351	158	348	0,960	6,624	1,78	122	80	5,097	0,409
0,7	— 3	350	4	346	150	292	0,957	6,603	1,35	116	53	5,082	0,311
0,8	— 9	343	2	341	138	164	0,949	6,548	1,09	106	38	5,044	0,251
0,9	— 15	334	1	333	127	98	0,943	6,507	0,81	98	23	5,013	0,186
0,95	— 24	320	0	320	109	60	0,934	6,445	0,66	84	14	4,967	0,152
> 0,95	— 30	311	—	311	98	54	0,928	6,403	0,61	75	12	4,928	0,140
—	— 40	298	—	298	78	44	0,918	6,334	0,54	60	10	4,874	0,124
—	— 60	272	—	272	39	22	0,891	6,148	0,36	30	5	4,736	0,083
—	— 80	246	—	246	0	0	0,862	5,908	0,26	0	0	4,551	0,062
—	—	—	—	—	1946	4312	14,165	97,700	22,46	1498	992	75,231	5,168

39.

Energie und Entropie des Gemisches		Berechnung der Wärmemengen $\Delta Q_1 = [T] \Delta \mathfrak{P}$ und $\Delta Q_2 = \Delta E + \Sigma$				Integralkurven	
E	\mathfrak{P}	$[T]$	$\Delta \mathfrak{P}$	ΔQ_1	ΔQ_2	Q_1	Q_2

$g_p = 0,709.$ $g_w = 0,291.$ $\mathfrak{P}_p = 0,461 \varphi_p.$

224	1,162	—	—	—	—	00	0
208	1,118	352	— 0,044	— 15	— 16	— 15	— 16
193	1,074	350	— 44	— 15	— 15	— 30	— 31
178	1,026	347	— 48	— 17	— 15	— 47	— 46
161	0,982	344	— 44	— 15	— 17	— 62	— 63
145	0,931	340	— 51	— 17	— 16	— 79	— 79
128	0,882	335	— 49	— 16	— 17	— 95	— 96
111	0,828	329	— 54	— 18	— 17	— 113	— 113
92	0,770	322	— 58	— 19	— 19	— 132	— 132
71	0,704	310	— 66	— 20	— 21	— 152	— 153
60	0,664	297	— 40	— 12	— 11	— 164	— 164
55	0,651	287	— 13	— 4	— 5	— 168	— 169
51	0,640	278	— 11	— 3	— 4	— 171	— 173
28	0,564	273	— 76	— 21	— 23	— 192	— 196
24	0,543	268	— 21	— 6	— 4	— 198	— 200
21	0,522	258	— 21	— 5	— 3	— 203	— 203
13	0,475	243	— 47	— 11	— 8	— 214	— 211
7	0,427	223	— 48	— 11	— 6	— 225	— 217
0	0,381	203	— 46	— 9	— 7	— 234	— 224
1770	14,344	—	— 0,781	— 234	— 224	—	—

$q_0 = 0,03.$ $g_p = 0,769.$ $g_w = 0,231.$ $\mathfrak{P}_p = 6,9 \varphi_p.$

300	5,872	—	—	—	—	0	0
284	5,818	287	— 0,054	— 15	— 16	— 15	— 16
269	5,765	285	— 53	— 15	— 15	— 30	— 31
254	5,703	283	— 62	— 18	— 15	— 48	— 46
238	5,650	281	— 53	— 15	— 16	— 63	— 62
219	5,581	279	— 69	— 19	— 19	— 82	— 81
202	5,506	276	— 75	— 21	— 17	— 103	— 98
169	5,393	272	— 113	— 31	— 33	— 134	— 131
144	5,295	267	— 98	— 26	— 25	— 160	— 156
121	5,199	261	— 96	— 25	— 23	— 185	— 179
98	5,119	253	— 80	— 20	— 23	— 205	— 202
87	5,068	245	— 51	— 12	— 11	— 217	— 213
70	4,998	238	— 70	— 17	— 17	— 234	— 230
35	4,819	223	— 179	— 40	— 35	— 274	— 265
0	4,613	203	— 206	— 42	— 35	— 316	— 300
2490	80,399	—	— 1,259	— 316	— 300	—	—

Die Entropiefunktionen φ_p wurden in Rechentafel XXIII dargestellt. Die ausgezogenen φ -Gleicher beziehen sich auf das schwere Gas, sie schließen mit der s -Achse den Winkel $\text{arc. tg } 0,225 \times 4 = 42,0^\circ$ ein. Die gestrichelten φ -Gleicher für das leichte Gas stehen steiler, ihr Winkel mit der s_p -Achse ist $\text{arc. tg } 0,351 \times 4 = 54,5^\circ$.

Die Größen E_w und \mathfrak{P}_w werden hier am besten mit den Argumenten n und t den Rechentafeln XV und XVI entnommen.

Beispiel 1. Das schwere Gas wird bei dem konstanten Volumen $v = 1 \text{ cbm}$, das leichte bei $v = 20 \text{ cbm}$ von $+ 80^\circ \text{ C}$ auf $- 80^\circ \text{ C}$ abgekühlt.

Die ganze Rechnung findet sich in Tabelle 39.

Geht man in den Tafeln VIII und IX längs der v -Gleicher von $+ 80$ bis $- 80^\circ$ herab, so kann man die zugehörigen n und s ablesen. Die Spannungstabellen für den Sattdampf ergeben ς und erhält man damit $s_p = s - \varsigma$.

Die unter E_p stehenden Zahlen wurden nach den Formeln

$$E_p = 0,155(t + 80) \quad \text{beziehentlich} \quad E_p = 1,947(t + 80)$$

berechnet.

Die E_w wurden mit den Argumenten n und t der Rechentafel XV entnommen.

Rechentafel XXIII ergibt mit den Argumenten s_p und t die unter φ_p stehenden Werte der Entropiefunktion und erhält man damit nach den Formeln

$$\mathfrak{P}_p = 0,461 \varphi_p \quad \text{beziehentlich} \quad \mathfrak{P}_p = 6,9 \varphi_p$$

die Entropien \mathfrak{P}_p Kalorien. Die \mathfrak{P}_w ergibt Rechentafel XVI mit t und n . Nunmehr kann die Berechnung der Energie E und der Entropie \mathfrak{P} für 1 kg des nassen Gemisches erfolgen.

Tabelle 39 läßt die Einzelheiten dieser Rechnung übersehen. Mit E und \mathfrak{P} konnten dann die Wärmemengen

$$\Delta Q_1 = [T] \Delta \mathfrak{P} \quad \text{und} \quad \Delta Q_2 = \Delta E$$

berechnet und damit die Integralkurven abgeleitet werden.

Danach sind bei der Abkühlung von $+ 80$ bis $- 80^\circ$ dem schweren Gas 224 bis 234, dem leichten Gas aber 300 bis 316 Kalorien für jedes Kilogramm zu entziehen. Bis zu $t = - 40^\circ$ ergeben beide Formeln gut übereinstimmende Werte, darunter weichen sie aber stärker ab. Es ist schwer, bei diesen tiefen Temperaturen die Werte von E_w und \mathfrak{P}_w zu bestimmen, da die n -Gleicher nur bis $n = 0,95$ festgelegt worden sind.

Beispiel 2. Die Gase werden bei der konstanten Spannung $s = 400$ mm von den Grenzzuständen an auf -80°C abgekühlt.

Aus Tabelle 40 ersieht man, daß bei $s = 400$ mm im Grenzzustand des schweren Gases $n = 0,0$, $t = 67,5^{\circ}\text{C}$ und $v = 1,70$ cbm, beim leichten Gas aber $n = 0,0$, $t = +15^{\circ}\text{C}$ und $v = 19,0$ cbm sind. Die zusammengehörigen Werte von n , t und v kann man längs des vertikalen Gleichers $s = 400$ mm in den Tafeln VIII und IX ablesen. Da die v -Gleicher sehr verschiedene Abstände haben, empfiehlt sich zur Bestimmung der v die Verwendung eines Transversalmaßstabes, wie ein solcher auf Tafel VIII angedeutet worden ist.

Einem Kilogramm des schweren Gases sind bei der Abkühlung von $67,5$ bis -80°C 237 bis 248 Kalorien zu entziehen, beim leichten Gas erfordert aber die Abkühlung von $+15$ bis -80°C die Ableitung von 377 bis 396 Kalorien.

Beispiel 3. Das schwere Gas wird bei der konstanten Temperatur $+35^{\circ}\text{C}$, das leichte bei -5°C komprimiert, wobei die Spannung von 100 auf 1000 mm steigt.

Die ganze Rechnung steht in Tabelle 41. Hierzu ist nur zu bemerken, daß E_p konstant bleibt und deshalb zu Null angenommen werden darf.

Beide Formeln ergeben hier gut übereinstimmende Werte, wonach dem schweren Gas rund 140, dem leichten rund 655 Kalorien zu entziehen sind.

Beispiel 4. Zustandsänderungen längs der Polytropen in dem § 53.

A. Das schwere Gas.

Das Dreieck abc in Tafel VIII stellt den Teil der in den Tafeln XX und XXI eingezeichneten Polytropen dar, der in das Naßgebiet eingedrungen ist. Nach Tabelle 42 liegt der Punkt a in der Grenzkurve bei $t = 64^{\circ}\text{C}$, $s = 340$ mm, der Punkt b bei $t = -13^{\circ}\text{C}$, $s = 300$ mm und der Punkt c bei $t = +49^{\circ}\text{C}$ und $s = 170$ mm wieder in der Grenzkurve.

Die Gerade \overline{ab} schließt mit der T -Achse den Winkel $\text{arctg} + 0,121 = +6,9^{\circ}$ ein, die Gerade \overline{bc} aber den Winkel $\text{arctg} - 0,667 = -33,7^{\circ}$.

In einem Grunddruck mit gleicher Mantelb längs beider Achsen würden diese Winkel sein

$$\begin{aligned} \text{arctg} + 4 \times 0,121 &= \text{arctg} + 0,484 \text{ und } \text{arctg} - 4 \times 0,667 = \text{arctg} - 2,668 \\ &= +25,9^{\circ} \qquad \qquad \qquad = -69,5^{\circ}. \end{aligned}$$

Tabelle

Nässegrad, Temperatur, Volumen und Spannungen					Energie und Entropie für je 1 kg des permanenten Gases und des Wassers					Energie u. Entropie des Gemisches	
n	t	v	s	s_p	E_p	E_w	q_p	\mathfrak{P}_p	\mathfrak{P}_w	E	\mathfrak{P}

$s = 400$ mm. Schweres Gas. $\delta_p = 1,525$. $c_{p.s} = 0,2$.

0,0	+ 67,5	1,70	210	190	22,9	708	1,182	0,545	2,76	221	1,187
0,1	66,5	1,60	200	200	22,8	656	1,178	0,543	2,60	206	1,140
0,2	65	1,55	188	212	22,5	602	1,169	0,539	2,44	191	1,091
0,3	63,5	1,50	175	225	22,3	550	1,160	0,535	2,28	176	1,041
0,4	61,5	1,40	160	240	22,0	496	1,152	0,531	2,11	160	0,989
0,5	59	1,30	143	257	21,5	442	1,142	0,527	1,95	143	0,940
0,6	55,5	1,20	120	280	21,1	387	1,130	0,521	1,78	127	0,886
0,7	51,5	1,10	100	300	20,5	330	1,118	0,515	1,60	111	0,830
0,8	44,5	0,95	70	330	19,4	272	1,100	0,507	1,41	93	0,769
0,9	33	0,85	38	362	17,5	208	1,076	0,496	1,21	72	0,703
0,95	22	0,77	20	380	15,8	170	1,053	0,485	1,09	60	0,660
> 0,95	10	0,72	9	391	14,0	156	1,031	0,475	1,05	55	0,642
W	0	0,70	5	395	12,4	144	1,016	0,468	1,02	51	0,628
E	0	0,70	5	395	12,4	64	1,016	0,461	0,74	28	0,542
—	— 10	0,66	2	398	10,9	56	1,000	0,461	0,68	24	0,524
—	— 20	0,62	1	399	9,3	48	0,982	0,453	0,62	21	0,502
—	— 40	0,58	0	400	6,2	32	0,948	0,437	0,50	13	0,455
—	— 60	0,54	0	400	3,1	16	0,908	0,419	0,38	7	0,407
—	— 80	0,50	0	400	0,0	0	0,865	0,399	0,26	0	0,358

$s = 400$ mm. Leichtes Gas. $\delta_p = 0,065$. $c_{p.s} = 3,00$.

0,0	+ 15	19,0	13	387	185	690	0,968	6,679	3,00	301	5,834
0,1	14	18,8	12	388	183	634	0,966	6,665	2,80	287	5,780
0,2	12	18,6	11	398	179	576	0,962	6,638	2,60	270	5,711
0,3	10	18,4	9	391	176	520	0,958	6,610	2,40	256	5,642
0,4	8	18,2	8	392	172	464	0,954	6,583	2,20	239	5,573
0,5	5	18,0	7	393	166	406	0,950	6,555	1,99	221	5,509
0,6	2	17,8	5	395	160	348	0,944	6,514	1,78	203	5,422
0,7	— 1,5	17,6	4	396	152	232	0,937	6,465	1,25	170	5,270
0,8	— 6,5	17,3	3	397	142	176	0,928	6,403	1,10	149	5,181
0,9	— 13	17,0	1	399	131	98	0,918	6,334	0,82	124	5,063
0,95	— 21,5	16,5	1	399	113	70	0,902	6,224	0,67	103	4,943
> 0,95	— 30	16,0	0	400	98	60	0,890	6,141	0,61	89	4,868
—	— 40	15,0	0	400	78	48	0,870	6,003	0,54	71	4,744
—	— 60	14,0	0	400	39	24	0,830	5,727	0,41	36	4,506
—	— 80	13,0	0	400	0	0	0,790	5,451	0,26	0	4,257

40.

Berechnung der Wärmemengen $\Delta Q_1 = [T] \Delta \mathfrak{P}, \Delta Q_2 = \Delta E + \Sigma$								Integalkurven	
$\Delta \mathfrak{P}$	[T]	ΔQ_1	s	Δv	Σ	ΔE	ΔQ_2	Q_1	Q_2

$q_0 = 0,5. \quad g_p = 0,709. \quad g_w = 0,291. \quad \mathfrak{P}_p = 0,461 \text{ } \mathfrak{P}_p.$

—	—	—	—	—	—	—	—	0	0
— 0,047	340	— 16,0	400	— 0,10	— 1,3	— 15	— 16,3	— 16	— 16
— 0,049	338	— 16,6	400	— 0,05	— 0,7	— 15	— 15,7	— 33	— 32
— 0,050	337	— 16,9	400	— 0,05	— 0,7	— 15	— 15,7	— 49	— 48
— 0,052	335	— 17,4	400	— 0,10	— 1,3	— 16	— 17,3	— 67	— 65
— 0,049	333	— 16,3	400	— 0,10	— 1,3	— 17	— 18,3	— 83	— 83
— 0,054	330	— 17,8	400	— 0,10	— 1,3	— 16	— 17,3	— 101	— 101
— 0,056	326	— 18,3	400	— 0,10	— 1,3	— 16	— 17,3	— 119	— 118
— 0,061	321	— 19,6	400	— 0,15	— 1,9	— 18	— 19,9	— 139	— 138
— 0,066	312	— 20,6	400	— 0,10	— 1,3	— 21	— 22,3	— 160	— 160
— 0,043	301	— 12,9	400	— 0,08	— 1,0	— 12	— 13,0	— 172	— 173
— 0,018	289	— 5,2	400	— 0,05	— 0,6	— 5	— 5,6	— 178	— 179
— 0,014	278	— 3,9	400	— 0,02	— 0,3	— 4	— 4,3	— 182	— 183
— 0,086	273	— 23,5	400	— 0,00	— 0,0	— 23	— 23,0	— 205	— 206
— 0,018	268	— 4,8	400	— 0,04	— 0,5	— 4	— 4,5	— 210	— 210
— 0,022	258	— 5,7	400	— 0,04	— 0,5	— 3	— 3,5	— 215	— 214
— 0,047	243	— 11,4	400	— 0,04	— 0,5	— 8	— 8,5	— 227	— 223
— 0,048	223	— 10,7	400	— 0,04	— 0,5	— 6	— 6,5	— 238	— 229
— 0,049	203	— 9,9	400	— 0,04	— 0,5	— 7	— 7,5	— 248	— 237

$q_0 = 0,03. \quad g_p = 0,769. \quad g_w = 0,231. \quad \mathfrak{P}_p = 6,9 \text{ } \mathfrak{P}_p.$

—	—	—	—	—	—	—	—	0	0
— 0,054	287	— 15	400	— 0,2	— 2,5	— 14	— 16,5	— 15	— 16
— 0,069	286	— 20	400	— 0,2	— 2,5	— 17	— 19,5	— 35	— 36
— 0,069	284	— 20	400	— 0,2	— 2,5	— 14	— 16,5	— 55	— 53
— 0,069	282	— 19	400	— 0,2	— 2,5	— 17	— 19,5	— 74	— 72
— 0,064	280	— 18	400	— 0,2	— 2,5	— 18	— 20,5	— 92	— 92
— 0,087	276	— 24	400	— 0,2	— 2,5	— 18	— 20,5	— 116	— 113
— 0,152	273	— 42	400	— 0,2	— 2,5	— 33	— 35,5	— 158	— 149
— 0,089	269	— 24	400	— 0,3	— 3,8	— 21	— 24,8	— 182	— 173
— 0,118	263	— 31	400	— 0,3	— 3,8	— 25	— 28,8	— 213	— 202
— 0,120	256	— 31	400	— 0,5	— 6,4	— 21	— 27,4	— 244	— 230
— 0,075	247	— 19	400	— 0,5	— 6,4	— 14	— 20,4	— 263	— 250
— 0,124	238	— 30	400	— 1,0	— 12,7	— 18	— 30,7	— 293	— 281
— 0,238	223	— 53	400	— 1,0	— 12,7	— 35	— 47,7	— 346	— 328
— 0,249	203	— 50	400	— 1,0	— 12,7	— 36	— 48,7	— 396	— 377

Sonach ist die in Formel 22, § 45, mit λ bezeichnete Tangente bei \overline{ab} $\lambda = +0,484$, bei \overline{bc} $\lambda = -2,668$, und erhält man für die polytropische spezifische Wärme bei

$$ab \dots \dots k = 0,273 - 0,064 \times 0,484 = 0,242,$$

$$bc \dots \dots k = 0,273 + 0,064 \times 2,668 = 0,444.$$

Die dadurch erhaltenen Formeln

$$\Delta Q_{a.b} = 0,242 \Delta T \quad \text{und} \quad \Delta Q_{b.c} = 0,444 \Delta T$$

gelten streng nur im Feuchtgebiet, im Naßgebiet aber nur unter der Annahme, daß keine Kondensation eintritt.

Die Rechnung in Tabelle 42 geschah genau so wie in den vorhergegangenen Beispielen, es ist hierzu nichts mehr zu bemerken. Längs der Geraden \overline{ab} ist Wärme abzuleiten, deren Gesamtbetrag 211 bis 214 Kalorien ist. Längs \overline{bc} sind aber 214 bis 218 Kalorien zuzuführen, so daß die Wandung am Schluß der Zustandsänderung 3 bis 4 Kalorien abzugeben hatte.

Die Entropie- und Energierechnung stimmen hier sehr gut überein.

Auf der linken Seite der Tafel XXIV wurden die hauptsächlichsten Aussagen der Tafel VIII und der Tabelle 42 graphisch dargestellt, wobei auch die im Feuchtfeld liegenden Strecken der Polytropen ab und bc bis zu der Temperatur $+80^\circ\text{C}$ verwendet wurden.

Die Spannung s des Gemisches beginnt bei $t = 80^\circ\text{C}$ mit $s = 345$ mm, sie nimmt dann ab bis zu $300\frac{1}{2}$ mm bei $t = -13^\circ$ und von da längs der Strecke \overline{bc} bis zu 135 mm bei $t = 80^\circ\text{C}$. Das Volumen ist bei $t = 80^\circ\text{C}$ anfangs $2,1$ cbm, es vermindert sich längs der Strecke \overline{ab} bis $0,88$ cbm bei -13°C . Auf der Strecke \overline{bc} ist aber die Erwärmung von -13 bis $+80^\circ\text{C}$ mit einer Expansion von $0,88$ bis $5,3$ cbm verbunden.

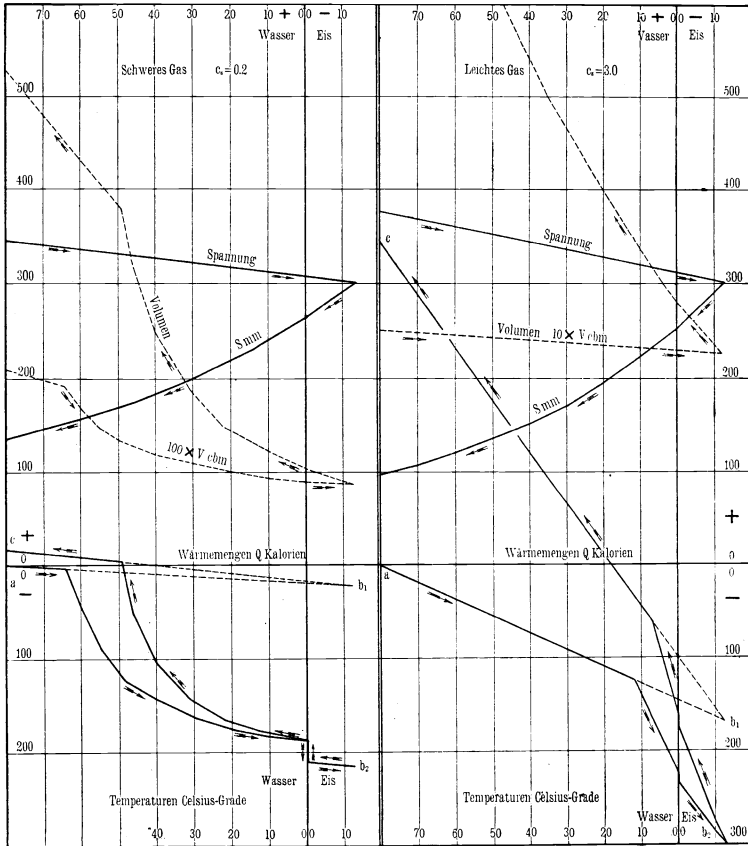
Wenn bei der Abkühlung von $+80$ bis -13° keine Kondensation eintreten könnte, würden längs der Polytropen \overline{ab} einem Kilogramm des Gemisches $0,242 \times 93 = 22,5$ Kalorien zu entziehen sein. Die Erwärmung längs der Polytropen $\overline{b_1c}$ von -13 bis $+80^\circ$ erfordert dann die Zuführung von $93 \times 0,444 = 41,3$ Kalorien, die Gefäßwandung hat also $18,8$ Kalorien zu liefern, die Integralkurve steigt auf $+18,8$ Kalorien.

Wenn aber Kondensation eintritt, biegt sich die Integralkurve von der Polytropen \overline{ab} bei 64°C scharf nach unten ab und gelangt bei -13°C zum Punkte b_2 , es ist in diesem Punkte $Q = -215$ Kalorien.

Bei der Erwärmung längs der Strecke $\overline{b_2c}$ fällt die Integralkurve bis nach Vollendung des Nullstadiums mit der Abkühlungskurve zu-

sammen, steigt aber dann rascher an und erreicht bei $t = +49^\circ\text{C}$ die Integralkurve für die Polytrope \overline{bc} , worauf sie sich scharf nach links umbiegt und genau denselben Verlauf annimmt, als wenn keine Kondensation eingetreten wäre.

Tafel XXIV.



B. Das leichte Gas.

Die in Tafel IX eingezeichneten Polytropen haben etwas andere Neigungen als in den Tafeln XX und XXI. Sie beginnen im Feuchtfeld bei $t = 80^\circ$, $s = 376$ mm, treten in das Naßfeld im Punkte a der Grenzkurve $t = 12^\circ$, $s = 320$ mm ein, verlassen dieses im Punkte c bei $t = 7^\circ$, $s = 230$ mm und schneiden den oberen Rand bei $t = 80^\circ$, $s = 98$ mm.

Die Gerade \overline{ab} hat die Neigung $\text{arc. tg } +0,182 = +10,3^\circ$, dagegen \overline{bc} $\text{arc. tg } -0,932 = -43,0^\circ$.

In der Formel für die polytropische spezifische Wärme $k = 2,411 - 0,835 \lambda$ ist also $\lambda_{a,b} = + 0,728$ und $\lambda_{b,c} = - 3,728$, woraus $k_{a,b} = 1,806$ und $k_{b,c} = 5,52$ folgen.

Aus der Rechnung in Tabelle 43 geht hervor, daß einem Kilogramm des Gemisches längs der Geraden \overline{ab} 175 bis 182 Kalorien zu entziehen, längs \overline{bc} aber 237 bis 242 Kalorien zuzuführen sind, am Ende des Vorganges der Gefäßwandung also 60 bis 62 Kalorien zu entziehen waren.

Mit Hilfe der Tafel IX und Tabelle 43 konnten die Darstellungen der Hauptergebnisse auf der rechten Seite der Tafel XXIV hergestellt werden.

Die Spannung vermindert sich während der ganzen Zustandsänderungen von $+ 80$ bis $- 13^\circ$ und dann wieder bis $+ 80^\circ$ längs \overline{ab} von 376 bis 300 mm, längs \overline{bc} aber stärker von 300 bis 98 mm. Das Volumen vermindert sich längs \overline{ab} nur von 25 cbm bis 22,5 cbm, also nur um 2,5 cbm. Dann tritt aber eine starke Expansion ein, so daß bei 47° C das Volumen 60 cbm beträgt.

Würde keine Kondensation eintreten, so würden bei der Abkühlung längs der Polytropen \overline{ab} von $+ 80^\circ$ auf $- 13^\circ$ einem Kilogramm des Gemisches $93 \times 1,806 = 168$ Kalorien zu entziehen sein, die Integralkurve würde die gerade Linie \overline{ab}_1 in Tafel XXIV darstellen. Die Erwärmung von $- 13$ bis $+ 80^\circ$ würde dann die Zuführung von $93 \times 5,52 = 514$ Kalorien bedingen und die Integralkurve $\overline{b_1c}$ ergeben.

Wenn aber Kondensation eintritt, so biegt die Integralkurve im Zweige \overline{ab}_1 bei $t = + 12^\circ$ scharf nach rechts ab und erreicht im Punkte b_2 ihren tiefsten Wert $Q = - 300$ Kalorien. Sie steigt dann wieder steiler an und trifft bei $t = + 7^\circ$ mit dem Zweige $\overline{b_1c}$ zusammen.

§ 55.

Die Zustandsänderungen eines Kilogramms eines wasserhaltigen Gases erstrecken sich über das ganze Zustandsfeld.

Wenn der Zustandsweg wie in den Tafeln XX und XXI im Ts -Feld gegeben ist, wird sich wohl meist eine Kombination der in den §§ 53 und 54 besprochenen Verfahren der Ermittlung der Wärmemengen empfehlen. Man ermittelt also diese für das Feuchtgebiet und das Naßgebiet gesondert und fügt dann die Integralkurven passend zusammen. Ist aber der Zustandsweg im Tv -Feld gegeben, so kann man die Ermittlung der Wärmemengen für das permanente Gas vollständig von der für das Wasser trennen. Man erhält dann

$$(81) \quad \Delta Q = g_p \Delta Q_p + g_w \Delta Q_w,$$

wenn ΔQ_p die Wärmemenge für 1 kg Gas und ΔQ_w die für 1 kg Wasser bedeutet.

Als graphische Hilfsmittel für das Wasser hat man die Tafeln XVII bis XIX, wozu man noch das Wärmeinhaltsfeld nehmen könnte. Für das permanente Gas ist nur noch das Entropiefeld wie in Tafel XXIII zu entwerfen, es tritt aber hier, wie in § 51, Formel (63), die Entropie als Funktion der Temperatur und des Volumens auf. Nun können aber auch Fälle eintreten, bei denen der Zustandsweg im sv -Feld gegeben ist. Man muß dann die Entropie des permanenten Gases als Funktion von s und v darstellen. Für das Wasser kann man aber die Felder in den Tafeln XVII bis XIX verwenden, da man in diesen als Koordinaten nicht nur T und v , sondern auch T und s und auch s und v betrachten kann. Die beiden letzteren Koordinatensysteme sind aber nicht rechtwinklig im ganzen Felde, und das ist für den öfteren praktischen Gebrauch unbequem.

§ 56.

Die Formeln für Gasgemische.

In § 27 wurde gelehrt, daß man in einem wasserhaltigen Gemisch permanenter Gase die sämtlichen permanenten Gase — wie die atmosphärische Luft — als ein permanentes Gas betrachten darf. Es kommt dabei hauptsächlich darauf an, daß bei allen Zustandsänderungen des wasserhaltigen Gemisches die Zusammensetzung des trockenen Gemisches nach Gewicht oder Volumen unverändert bleibt. Sind dann die Dichten δ_m der Mischteile und die Volumenteile v_m oder Gewichtsteile g_m gegeben, so kann man nach § 22 die Dichte δ_p des trockenen Gemisches berechnen und damit alle auf den Zustand des wasserhaltigen Gemisches bezüglichen Gleichungen ableiten. Genau so ist dies bei den Wärme Gleichungen, es muß aus den spezifischen Wärmen $c_{s.m}$ der Mischteile die spezifische Wärme c_s des trockenen Gemisches berechnet werden. Dazu ist aber die Zusammensetzung desselben nach Gewicht nötig und muß nötigenfalls aus den gegebenen Volumenteilen berechnet werden.

Die Formeln sind sehr einfach. Für die spezifische Wärme c_s des trockenen Gemisches erhält man

$$(82) \quad c_s = g_1 c_{s.1} + g_2 c_{s.2} + \dots + g_m c_{s.m} + \dots + g_n c_{s.n}$$

Hat man dann nach den Formeln des § 22 die Dichte δ_p des trockenen Gemisches berechnet, so erhält man

$$(83) \quad R_p = 2,153 : \delta_p$$

und damit

$$(84) \quad c_v = c_s - A_s R_p$$

Das ergibt dann für Energie und Wärmehalt eines Kilogramms des trockenen Gemisches

$$(85) \quad E - E_0 = c_v T \quad \text{und} \quad J - J_0 = c_s T.$$

Die Entropiefunktionen sind nach § 42

$$(86) \quad \varphi = 0,434 c_s^{-1} \mathfrak{P} \quad \text{und} \quad \psi = 6,855 \times 10^{-2} c_s^{-1} \delta_p^{-1},$$

und für die polytropische spezifische Wärme erhält man

$$(87) \quad k = c_s - A_s R_p \lambda.$$

Als Beispiele können die in § 24 (Beispiele 1 bis 3) behandelten Gasgemische gewählt werden. Man erhält die nachstehenden Ergebnisse, zu denen weitere Erläuterungen oder Bemerkungen wohl kaum nötig sein werden.

Gas	$c_{s.m}$	1. Gemisch		2. Gemisch		3. Gemisch	
		g_m	$g_m \cdot c_{s.m}$	g_m	$g_m \cdot \delta_{s.m}$	g_m	$g_m \cdot c_{s.m}$
Sauerstoff . . .	0,22	0,2	0,044	0,239	0,053	0,231	0,050
Stickstoff . . .	0,25	0,2	0,050	0,209	0,052	0,207	0,052
Wasserstoff . .	3,4	0,2	0,068	0,015	0,051	0,052	0,177
Kohlenoxyd . .	0,25	0,2	0,050	0,209	0,052	0,207	0,052
Kohlensäure . .	0,20	0,2	0,040	0,328	0,066	0,303	0,061
c_s	—	—	0,864	—	0,274	—	0,393
δ_p	—	—	0,277	—	1,080	—	0,630
R_p	—	—	7,77	—	2,325	—	3,417
$A_s R_p$	—	—	0,247	—	0,074	—	0,109
c_v	—	—	0,617	—	0,200	—	0,284

	$E - E_0$	$J - J_0$	φ	\mathfrak{P}	ψ	arc. tg ψ	k
1. Gemisch	0,617 T	0,864 T	1,61 \mathfrak{P}	0,62 φ	0,287	16,0°	0,864—0,247 λ
2. Gemisch	0,200 T	0,274 T	0,402 \mathfrak{P}	2,49 φ	0,232	13,0	0,274—0,074 λ
3. Gemisch	0,284 T	0,393 T	0,673 \mathfrak{P}	1,49 φ	0,276	15,5	0,393—0,109 λ

Anmerkungen.

Ann. 1, Einleitung: Die Konstruktion der numerischen und logarithmischen Bilder der Potenzfunktionen wird ausführlich gelehrt in Paul Schreiber, „Grundzüge einer Flächennomographie, gegründet auf graphische Darstellungen in Funktionspapieren mit gleichmäßiger und logarithmischer Teilung“. Zwei Hefte. Braunschweig, Friedr. Vieweg & Sohn, 1921/22. — Man vergleiche auch:

R. Mehmke, „Leitfaden zum graphischen Rechnen“. Leipzig, Teubner, 1917. In diesem Werke erscheint wohl zum erstenmal der Begriff des logarithmischen Bildes einer Funktion. Der Verfasser hat ihm den Begriff des numerischen Bildes gegenüber gestellt.

Ann. 2, Einleitung: Die Logarithmenpapiere werden von der Firma Carl Schleicher & Schüll in Düren (Rheinland) hergestellt. Diese Firma hat ein „Verzeichnis der Liniennetzpapiere, Hilfsmittel bei den graphischen Arbeitsmethoden in der Wissenschaft und Technik“ herausgegeben, welches mit zwei Nachträgen von ihr bezogen werden kann. Das Verzeichnis wurde von dem Verfasser bearbeitet, nach dessen Angaben die meisten Marken der Logarithmenpapiere hergestellt worden sind. (Marke 389 $\frac{1}{2}$ ist ein Grunddruck mit gleichmäßiger Teilung.)

Von der genannten Firma kann man auch eine kleine Schrift beziehen: „Geschichtliche Mitteilungen über die von uns zuerst und allein in Deutschland hergestellten und in den Handel gebrachten Logarithmenpapiere und Darstellung des Wesens der von Oberregierungsrat Prof. Dr. Paul Schreiber in Dresden begründeten Flächennomographie“.

Ann. 3, Einleitung: Den Ausdruck x -Gleicher hat der Verfasser in seiner Flächennomographie eingeführt. Ein x -Gleicher ist eine Linie, längs deren die Größe x einen konstanten Wert hat. Man wird also von Temperaturgleichern, Druckgleichern, Volumengleichern usw. statt Isothermen, Isobaren, Isopyknen usw. sprechen und das Wort Isoplethe einfach durch Gleicher ersetzen können. Der Gleicher dürfte wohl zweckmäßiger sein, als die Gleiche, welche von anderer Seite vorgeschlagen worden ist.

Ann. 4, § 2: Vgl. Paul Schreiber, Grundzüge einer Flächennomographie. Braunschweig, Friedr. Vieweg & Sohn, A.-G. Heft II, 1922, S. 29 ff.

Ann. 5, § 2: Eine Manteb ist die „Länge eines Mantissenbereiches“ in irgend einer Längeneinheit, also die Länge der gleichgroßen Strecken $\log 1$ bis $\log 10$, $\log 10$ bis $\log 100$ usw.

Ein Mantissenfeld ist ein Quadrat, dessen Seitenlänge eine Manteb ist, wenn diese nach beiden Achsenrichtungen gleich ist.

Ann. 6, §§ 5, 40: W. Schüle, Technische Thermodynamik. 2 Bde. Julius Springer, Berlin.

Ann. 7, §§ 5, 46: R. Mollier, Neue Tabellen und Diagramme für Wasserdampf. Julius Springer, Berlin 1906. Manualdruck 1922.

Ann. 8, § 10: Paul Schreiber, Die Grundgleichungen für Zustand und Zustandsänderungen in der Atmosphäre. Civilingenieur XXXIX, 1893 und Ab-

handlungen des Königl. Sächs. meteorologischen Instituts, Heft 1, 1896. Leipzig, Arthur Felix.

Paul Schreiber, Formeln und Tabellen aus dem Gebiet der Thermodynamik. Jahrbuch 1903 der Königl. Sächs. Landeswetterwarte. Dresden 1907. Selbstverlag der Landeswetterwarte. In diesen Arbeiten wurden die Begriffe Grundzustand und Nässegrad und die Druckquotienten q und q_0 wohl zuerst eingeführt. Es erschien zweckmäßig, statt der früheren Bezeichnungen dieser Quotienten mit e und e_0 die Buchstaben q anzuwenden, da e unter allen Umständen der Basis der natürlichen Logarithmen vorbehalten bleiben muß.

Anm. 9, § 14: Vgl. Paul Schreiber, Eine Näherungsformel für die Sättigungsspannung des Wasserdampfes. Physikal. Zeitschr. 1919, S. 496 u. 521, sowie Flächennomographie, Heft 1, S. 19 ff. (Anm. 1).

Anm. 10, § 25: M. Planck, Vorlesungen über Thermodynamik. Leipzig, Veit & Co., 1913.

Anm. 11, § 26: Paul Schreiber, Die Dichte eines Gemisches von Sauerstoff, Kohlenoxyd und Kohlendioxyd. Beziehungen zwischen den Volumprozenten und Gewichtsprozenten derselben. Zeitschr. f. angew. Chem. 1922, S. 701 ff.

Anm. 12, § 28: Paul Schreiber, Handbuch der barometrischen Höhenmessungen, S. 239 ff. Weimar, Bernh. Friedrich Voigt, 1877.

Anm. 13, § 29: Paul Schreiber, Handbuch der barometrischen Höhenmessungen und „Sonderkatalog für die Gruppe Klimatologie und Meteorologie der Internationalen Hygiene-Ausstellung in Dresden 1911“. 2. Teil, S. 159 ff.

Anm. 14, § 30: Paul Schreiber, Handbuch S. 242 und Sonderkatalog S. 152

Anm. 15, § 31: Paul Schreiber, Handbuch S. 232.

Anm. 16, § 36: Walther Hempel, Gasanalytische Methoden. Braunschweig, Friedr. Vieweg & Sohn, 1913. 4. Aufl.

Anm. 17, § 38: Berechnung von Schaubildern zur Abgasanalyse von Ingenieur Seufert in Zeitschr. d. Ver. d. Ing. 1920, S. 505 und von Paul Schreiber, Arch. f. Wärmewirtschaft 1922.

Anm. 18, §§ 39, 45, 46: Man vergleiche hierüber: Gustav Zeuner, Technische Thermodynamik. 2 Bde. Leipzig, Arthur Felix, 1887.

Anm. 19, § 40: L. Holborn, K. Scheel, F. Henning, Wärmetabellen der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt. Braunschweig, Friedr. Vieweg & Sohn, 1919.

Anm. 20, § 40: H. Landolt und R. Börnstein, Physikalisch-chemische Tabellen. Berlin, J. Springer.

Verlag von Friedr. Vieweg & Sohn Akt.-Ges., Braunschweig

*Vom gleichen Verfasser
sind in unserem Verlag erschienen:*

Grundzüge einer Flächen=Nomographie

gegründet auf graphische Darstellungen
in Funktionspapieren mit gleichmäßiger
und logarithmischer Teilung

Mit 19 Figuren im Text und auf 3 Tafeln
IV, 85 Seiten. gr. 8°. 1921
Mk. 5,—

Grundzüge einer Flächen=Nomographie

Anleitung zum praktischen Zahlenrechnen mit
Hilfe der Potenzpapiere und der Produktentafel

Ergänzung zu „Grundzüge einer Flächen=
Nomographie, gegründet auf graphische
Darstellungen“

Mit 53 Figuren. VI, 113 Seiten. gr. 8°. 1922
Mk. 6,50

Verlag von Friedr. Vieweg & Sohn Akt.-Ges., Braunschweig.

- Emde**, Prof. Dr. Fritz, Auszüge aus **James Clerk Maxwells Elektrizität und Magnetismus**, übersetzt von Hilde Barkhausen, herausgegeben von Fr. Emde. XXXII, 182 S. 8°. 1915. *№* 5,50, geb. *№* 7,—.
- Fürth**, Dr. Reinhold, **Schwankungserscheinungen in der Physik**. Mit 5 Figuren. VIII, 93 S. 8°. 1920. (*Sammlung Vieweg, Heft 48.*) *№* 3,50.
- Geiger**, H. und **Makower**, W., **Meßmethoden auf dem Gebiete der Radioaktivität**. Mit 61 Abbild. IX., 156 S. 8°. 1920. (*Die Wissenschaft, Bd. 65.*) *№* 5,50, geb. *№* 7,—.
- Geitler**, Prof. Dr. Josef, **Elektromagnetische Schwingungen und Wellen**. 2. Auflage. Mit 113 Abbild. IX, 218 S. 8°. 1921. (*Die Wissenschaft, Bd. 6.*) *№* 7,50, geb. *№* 9,—.
- Goetz**, Dr. A., **Physik und Technik des Hochvakuums**. Mit 69 Abbild. VIII, 144 S. 8°. 1922. (*Sammlung Vieweg, Heft 64.*) *№* 5,—.
- Grammel**, Dr. R., **Der Kreiselsche, seine Theorie und seine Anwendungen**. Mit 131 Abbildungen. X, 350 S. gr. 8°. 1920. *№* 10,50.
- Gumlich**, Prof. Dr. E., **Leitfaden der magnetischen Messungen**. Mit besonderer Berücksichtigung der in der Physik.-Techn. Reichsanstalt verwendeten Methoden und Apparate nebst einer Übersicht über die magnetischen Eigenschaften ferromagnetischer Stoffe. Mit 82 Abbild. VIII, 228 S., 6 Tafeln. gr. 8°. 1918. *№* 7,50.
- de Haas-Lorentz**, Dr. G. L., **Die Brownsche Bewegung und einige verwandte Erscheinungen**. Von der Verfasserin ins Deutsche übersetzt. 103 S. 8°. 1923. (*Die Wissenschaft, Band 52.*) *№* 3,50.
- Jäger**, Prof. Dr. G., **Die Fortschritte der kinetischen Gastheorie**. 2. verbesserte und vermehrte Auflage. Mit 11 Abbild. VIII, 158 S. 8°. 1919. (*Die Wissenschaft, Bd. 12.*) *№* 5,—, geb. *№* 6,50.
- Konen**, Prof. Dr. H., **Das Leuchten der Gase und Dämpfe**, mit besonderer Berücksichtigung der Gesetzmäßigkeiten in Spektren. Mit 33 Abbild. im Text und einer Tafel. XIV, 384 S. 8°. 1913. (*Die Wissenschaft, Bd. 49.*) *№* 13,—.
- Kuonen**, Prof. Dr. J. P., **Die Zustandsgleichung der Gase und Flüssigkeiten und die Kontinuitätstheorie**. Mit 9 Abbild. X, 241 S. 8°. 1907. (*Die Wissenschaft, Bd. 20.*) *№* 6,50.
- Laue**, Prof. Dr. M., **Die Relativitätstheorie**.
1. Band: Das Relativitätsprinzip der Lorentztransformation. 4. vermehrte Auflage. Mit 25 Abbild. XIII, 302 S. 8°. 1921. (*Die Wissenschaft, Bd. 38.*) Geb. *№* 12,—.
 2. Band. Die allgemeine Relativitätstheorie und Einsteins Lehre von der Schwerkraft. 2. umgearbeitete Auflage. Mit 25 Abbild. XII, 290 S. 8°. 1923. (*Die Wissenschaft, Band 68.*) *№* 9,—, geb. *№* 10,75.
- Looser**, Prof. Dr. G., **Versuche aus der Wärmelehre und verwandten Gebieten mit Benutzung des Doppelthermoskops**. 4. Auflage. Mit 71 Abbild. XV, 143 S. 8°. 1915. Geb. *№* 4,50.
- Loria**, Dr. Stan., **Die Lichtbrechung in Gasen als physikalisches und chemisches Problem**. VI, 92 S. 8°. Mit 3 Textabbild. und einer Tafel. 1914. (*Sammlung Vieweg, Heft 4.*) *№* 3,—.
- Martens**, Prof. Dr. F. F., **Physikalische Grundlagen der Elektrotechnik**.
1. Band. Eigenschaften des magnetischen und elektrischen Feldes. Mit 253 Abbildungen. XII, 245 S. 8°. 1912. (*Die Wissenschaft, Bd. 46.*) *№* 8,25.
 2. Band. Dynamomaschinen, Transformatoren und Apparate für drahtlose Telegraphie. Mit 289 Abbild. XV, 456 S. 8°. 1915. (*Die Wissenschaft, Bd. 55.*) *№* 15,—, geb. *№* 17,25.
- Meissner**, Reg.-Rat Dr. W., **Entfernungs- und Höhenmessung in der Luftfahrt**. Mit 66 Abbild. 92 S. 8°. 1922. (*Sammlung Vieweg, Heft 61.*) *№* 4,—.