

691.385.6

11-388

М. Б. Цейтлин
А. М. Кац

Л

АМПА

СБЕГУЩЕЙ

ВОЛНОЙ

„Светское радио“

УДК 621.385.633

Ц-328

В монографии излагается теория лампы с бегущей волной. Основное внимание уделяется вопросам взаимодействия электронного потока с бегущей волной при больших значениях параметра усиления в применении к лампам средней и большой мощности. Подробно исследуется влияние локального поглотителя и отражений от согласующих устройств на характеристики ЛБВ. Проводится анализ работы ЛБВ при конечных уровнях входного сигнала. На основе изложенной теории предлагается методика расчета основных параметров ЛБВ спирального типа.

Монография предназначена для инженеров и научных работников, работающих в области электроники СВЧ, а также для преподавателей и студентов высших учебных заведений.

ПРЕДИСЛОВИЕ

Предлагаемая вниманию читателя монография представляет собой попытку изложить теорию лампы с бегущей волной на основе современных представлений. После выхода книг Д. Пирса и В. Клеена и К. Пешля в периодической печати появилось большое число работ отечественных и зарубежных исследователей в области теории ЛБВ. В большинстве этих работ достаточно строго изложены линейная теория ЛБВ при больших значениях параметра усиления, и нелинейная теория. Успешно развиваются также приближенные методы анализа ЛБВ как в линейном, так и в нелинейном режимах.

В настоящее время назрела необходимость систематизировать этот обширный материал по теории лампы с бегущей волной.

В данной монографии кроме общей теории взаимодействия электронного потока с бегущей электромагнитной волной в линейном и нелинейном режимах рассмотрены также некоторые вопросы теории и расчета ЛБВ, мало освещенные в литературе. К таким вопросам относятся: анализ работы ЛБВ с локальным поглотителем, влияние отражений от согласующих устройств, методы повышения к. п. д. и др.

В первой главе дается вывод основных уравнений линейной теории методом самосогласованного поля и приводятся методы определения коэффициентов характеристического уравнения. Во второй главе приводится анализ работы ЛБВ в линейном режиме при больших значениях параметра усиления. Третья глава посвящается рассмотрению приближенных методов анализа ЛБВ. В четвертой главе приводится вывод основных уравнений нелинейной теории ЛБВ и дается краткий обзор

приближенных методов анализа работы ЛБВ в нелинейном режиме. В пятой главе на основе численного решения нелинейных уравнений приводится анализ поведения ЛБВ при конечных уровнях входного сигнала. Рассматриваются также влияние отражения от согласующих устройств на выходную мощность и методы повышения к. п. д. В последней, шестой, главе дается методика приближенного расчета основных параметров ЛБВ спирального типа в линейном режиме и в режиме насыщения.

Монография рассчитана на инженеров и научных работников, работающих в области электроники сверхвысоких частот, а также на преподавателей, аспирантов и студентов старших курсов высших учебных заведений. Ее можно рассматривать как дополнение к книгам Д. Пирса «Лампа бегущей волны» и В. Клеена и К. Пешля «Введение в электронику сверхвысоких частот», т. II.

При написании монографии авторы использовали материал совместных работ А. М. Каца и М. Б. Цейтлина (§ II.2÷II.4, VI.2, VI.5); работ А. М. Каца (§ II.5÷II.8, IV.2, IV.3, V.2÷V.4, VI.4); совместных работ М. Б. Цейтлина и Е. М. Ильиной (§ III.3, VI.3), а также совместных работ А. М. Каца, И. А. Манькина, Б. Л. Ушеровича и В. С. Мичкасова (§ V.5 и V.6).

Авторы выражают благодарность А. С. Тагеру и Ю. Н. Пчельникову за критические замечания, высказанные при обсуждении рукописи.

СПИСОК ОСНОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ

- A — параметр начальных потерь;
 A_1 — коэффициент, характеризующий уменьшение усиления, обусловленное локальным поглотителем;
 a — средний радиус спирали;
 B — параметр возрастающей волны;
 b — радиус пучка;
 b — параметр несинхронности;
 b_1 — параметр несинхронности для возмущенной волны;
 C — параметр усиления;
 c — скорость света;
 d — параметр затухания;
 d_2 — параметр затухания, обусловленного поглощающим участком;
 E — напряженность электрического поля;
 E_z — продольная составляющая напряженности электрического поля;
 E_0 — напряженность поля входного сигнала;
 E_k — амплитуда k -й волны;
 e — заряд электрона;
 F — безразмерная функция, характеризующая напряженность электрического поля;
 F — коэффициент, учитывающий влияние диэлектрика на величину сопротивления связи спирали;
 f — частота;

- G — коэффициент усиления в децибелах;
 G_0 — коэффициент усиления в центре диапазона;
 $G_{\text{н}}$ — коэффициент усиления в режиме насыщения;
 H — напряженность магнитного поля;
 I_0 — постоянный ток пучка;
 $I_n(z)$ — модифицированная функция Бесселя первого рода n -го порядка;
 $J(z) = \frac{I(z)}{I_0}$ — безразмерная функция;
 $J_n(z)$ — функция Бесселя первого рода n -го порядка;
 $i(z)$ — переменная составляющая тока пучка;
 $i = \sqrt{-1}$ — мнимая единица;
 j_0 — постоянная составляющая плотности тока;
 j_z — переменная составляющая плотности тока;
 K_y — коэффициент усиления;
 K_c — сопротивление связи спирально-проводящего цилиндра;
 K — сопротивление связи спирали;
 $K_n(z)$ — модифицированная функция Бесселя второго рода n -го порядка;
 $k = \frac{\omega}{c}$ — фазовая постоянная волны в свободном пространстве;
 $k = \frac{l}{2va}$ — параметр, характеризующий размеры спирали;
 L — величина затухания в децибелах;
 l — длина участка взаимодействия;
 m — масса электрона;
 N — число длин волн, укладываемых вдоль спирали;
 N_2 — число длин волн, укладываемых на участке с локальным поглотителем;
 $N_n(z)$ — функция Бесселя второго рода n -го порядка;

- $P_{\text{вх}}$ — входная мощность;
 $P_{\text{вых}}$ — выходная мощность;
 P_0 — мощность постоянного тока;
 P_{ea} — активная составляющая электронной мощности;
 P_{ep} — реактивная составляющая электронной мощности;
 $P_{\text{л}}$ — поток мощности в линии;
 p_1 — микропервеанс;
 p^2 — коэффициент депрессии;
 q — параметр пространственного заряда;
 R — коэффициент уменьшения плазменной частоты;
 R_F — удельное поверхностное сопротивление;
 $r = b - jd$;
 S — площадь сечения пучка;
 $S_{\text{эфф}}$ — эффективная площадь сечения пучка;

$$T = \tau \sqrt{1 + \frac{\beta_n^2}{(\Gamma - j\beta_e)^2}}$$

— радиальная постоянная распространения в области, занятой пучком;

- U_0 — ускоряющее напряжение;
 v_0 — средняя скорость электрона;
 $v_{\text{ф}}$ — фазовая скорость волны;
 v — переменная составляющая скорости электрона;
 x_1 — безразмерная постоянная, характеризующая изменение амплитуды волны;
 y_1 — безразмерная постоянная, характеризующая отличие фазовой скорости волны в системе с пучком от скорости электрона;
 α — текущая фаза поля в системе координат, движущейся с постоянной скоростью электрона v_0 ;
 α — относительное изменение частоты;

α_1, α_2 — коэффициенты отражения от входного и выходного устройств связи;

β — фазовая постоянная волны в системе с пучком;

β_0 — фазовая постоянная волны в системе без пучка;

β — коэффициент обратной связи;

$$\beta_e = \frac{\omega}{v_0};$$

$$\beta_D = \frac{\omega_D}{v_0};$$

$$\beta_z = \frac{\omega_z}{v_0};$$

Γ_0 — постоянная распространения волны в системе без пучка;

Γ — постоянная распространения волны в системе с пучком;

γ — амплитудная постоянная, характеризующая усиление;

$$\delta = x + jy;$$

ϵ_0 — диэлектрическая постоянная вакуума;

$$\xi = \beta_z z = 2\pi N;$$

$$\zeta = \frac{\beta_0}{\beta_e} = \frac{v_0}{v_\Phi};$$

η — электронный к. п. д.;

η_{II} — полный к. п. д.;

$$\theta = C\xi = 2\pi CN;$$

$\vartheta = \varphi - \varphi_0 - \xi$ — добавление фазы к невозмущенной фазе, обусловленное воздействием на электрон высокочастотного поля;

$$\kappa = \frac{\omega_q}{\omega} = C\sqrt{q};$$

λ — длина волны;

$$\mu = \beta_0 C x_1;$$

μ_0 — магнитная проницаемость вакуума;

ρ — переменная составляющая плотности пространственного заряда;

ρ_0 — постоянная составляющая плотности пространственного заряда;

$\tau = V \sqrt{-(\Gamma^2 + k^2)}$ — радиальная постоянная распространения;

$\Phi = \varphi - \xi$ — текущая фаза электрона в системе координат, движущейся с постоянной скоростью электрона v_0 ;

Φ — функция, определяющая полосу частот ЛБВ;

$\varphi = \omega t$;

$\psi(x, y)$ — безразмерная функция, характеризующая распределение тока по поперечному сечению пучка;

ψ — угол между витками спирали и сечением, перпендикулярным ее оси;

ω — частота колебаний;

ω_p — плазменная частота неограниченного пучка;

$\omega_q = R\omega_p$.

ГЛАВА I

ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ ЛИНЕЙНОЙ ТЕОРИИ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЭЛЕКТРОННОГО ПОТОКА С БЕГУЩЕЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНОЙ

1.1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

Усиление в лампе с бегущей волной происходит в результате взаимодействия электронного потока с электромагнитной волной, распространяющейся вдоль замедляющей волноводной системы.

Анализ взаимодействия электронного потока с бегущей электромагнитной волной может быть проведен различными методами, отличающимися между собой степенью приближения к реальным условиям.

Наиболее строгим является метод самосогласованного поля. Решение задачи этим методом позволяет учесть практически все явления, влияющие на взаимодействие. В связи с этим, несмотря на сложность решения, метод самосогласованного поля нашел широкое применение при решении большого числа задач этого класса.

1.2. МЕТОД САМОСОГЛАСОВАННОГО ПОЛЯ

Решение задачи о взаимодействии электронного потока с бегущей волной методом самосогласованного поля сводится к составлению уравнения для поля, возбуждаемого в волноводной системе сгруппированным током пучка, и к нахождению уравнения для переменной составляющей тока пучка, обусловленной полем волноводной системы. Совместное решение этих уравнений приводит к характеристическому уравнению, определяю-

шему постоянные распространения волн в системе с пучком.

Решение задачи о возбуждении волноводной системы сторонним током дано Л. А. Вайнштейном [1, 2].

Рассмотрим бесконечную и однородную по длине волноводную систему с идеально-проводящими стенками. Граничные условия на стенках такой волноводной системы могут быть записаны следующим образом:

$$[\mathbf{nE}] = 0, \quad (1.1)$$

где \mathbf{n} — нормаль к поверхности волновода.

Найдем электромагнитное поле, возбуждаемое в рассматриваемой системе заданным электрическим током. Эта задача может быть сведена к решению уравнений Максвелла

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \mathbf{H} &= \varepsilon_0 \frac{\partial \Sigma}{\partial t} + \underline{\mathbf{j}}_e, \\ \operatorname{rot} \mathbf{E} &= -\mu_0 \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t}, \end{aligned} \quad (1.2)$$

где $\underline{\mathbf{j}}_e$ — плотность стороннего электрического тока.

Будем в дальнейшем предполагать, что все переменные величины зависят от времени по закону $e^{j\omega t}$. Тогда система уравнений (1.2) примет вид

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \mathbf{H} &= j\varepsilon_0\omega \mathbf{E} + \underline{\mathbf{j}}_e, \\ \operatorname{rot} \mathbf{E} &= -j\mu_0\omega \mathbf{H}. \end{aligned} \quad (1.2a)$$

Рассмотрим систему однородных уравнений Максвелла (при $\underline{\mathbf{j}}_e = 0$).

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \mathbf{H} &= j\varepsilon_0\omega \mathbf{E}, \\ \operatorname{rot} \mathbf{E} &= -j\mu_0\omega \mathbf{H}. \end{aligned} \quad (1.3)$$

Частные решения уравнений (1.3) зависят от продольной координаты z по закону $e^{-\Gamma z}$. Эти решения называются собственными волнами рассматриваемой системы. В силу условий (1.1) волноводная система имеет дискретный спектр собственных волн, которые могут быть объединены в одну последовательность так, что волна с номером n имеет поля \mathbf{E}_n и \mathbf{H}_n , зависящие от z по за-

кону $e^{-\Gamma z}$. Волны с положительным индексом n распространяются в положительном направлении оси z , а с отрицательным индексом n — в противоположном направлении. Следовательно,

$$\Gamma_{-n} = -\Gamma_n.$$

Общее решение системы уравнений (I.3) имеет вид

$$\mathbf{E}^0 = \sum_n (C_n \mathbf{E}_n + C_{-n} \mathbf{E}_{-n}), \quad (I.4)$$

$$\mathbf{H}^0 = \sum_n (C_n \mathbf{H}_n + C_{-n} \mathbf{H}_{-n}),$$

где C_n и C_{-n} — произвольные постоянные.

Дальнейшее изложение основано на лемме Лоренца, которая в общем виде формулируется следующим образом.

Если поле \mathbf{E} , \mathbf{H} удовлетворяет уравнениям (I.2), а поле \mathbf{E}^0 , \mathbf{H}^0 — уравнениям (I.3), то они связаны между собой соотношением

$$\oint_S \{[\mathbf{E}\mathbf{H}^0] - [\mathbf{E}^0\mathbf{H}]\} \mathbf{n} dS = \int_V j_e \mathbf{E}^0 dV, \quad (I.5)$$

где V — произвольный объем, ограниченный поверхностью S .

Для двух собственных волн волноводной системы лемма Лоренца может быть записана следующим образом:

$$\oint_S \{[\mathbf{E}_n \mathbf{H}_m] - [\mathbf{E}_m \mathbf{H}_n]\} \mathbf{n} dS = 0. \quad (I.6)$$

Так как $S = S_0 + S_1 + S_2$, где S_0 — поверхность стенок волноводной системы, на которой выполняются условия (I.1), а S_1 и S_2 — поперечные сечения, то из (I.6) следует, что интеграл

$$\mathcal{Y}_{nm} = \int_{S_p} \{[\mathbf{E}_n \mathbf{H}_m] - [\mathbf{E}_m \mathbf{H}_n]\} \mathbf{k} dS,$$

взятый по любому поперечному сечению S_p (т. е. при $z = \text{const}$), не зависит от координаты z этого сечения.

Через \mathbf{k} обозначен единичный вектор в направлении оси z . Принимая во внимание зависимость собственных волн системы от координаты z по закону $e^{-\Gamma z}$, получаем условие ортогональности собственных волн волноводной системы:

$$\int_{S_p} \{[\mathbf{E}_n \mathbf{H}_m] - [\mathbf{E}_m \mathbf{H}_n]\} \mathbf{k} dS = 0 \text{ при } m \neq -n. \quad (1.7)$$

Рассмотрим теперь возбуждение волноводной системы электрическим током с плотностью \mathbf{j}_e , который занимает объем, образованный стенками волновода и поперечными сечениями $z=z_1$ и $z=z_2$. При $z < z_1$ и $z > z_2$ электромагнитное поле удовлетворяет однородному уравнению (1.3) и, следовательно, определяется формулами (1.4).

Так как поле, возбуждаемое данными источниками, должно удовлетворять условию $\lim_{z \rightarrow \pm \infty} \mathbf{E}, \mathbf{H} = 0$, которое вытекает из единственности решения электродинамической задачи [2], то

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{E} &= \sum_n C_n \mathbf{E}_n, \mathbf{H} = \sum_n C_n \mathbf{H}_n \text{ при } z > z_2, \\ \mathbf{E} &= \sum_n C_{-n} \mathbf{E}_{-n}, \mathbf{H} = \sum_n C_{-n} \mathbf{H}_{-n} \text{ при } z < z_1. \end{aligned} \right\} \quad (1.8)$$

Воспользовавшись свойством ортогональности собственных волн волновода, а также соотношением (1.5), несложно получить выражения для коэффициентов C_n и C_{-n} :

$$C_n = \frac{1}{N_n} \int_V \mathbf{j}_e \mathbf{E}_{-n} dV, \quad C_{-n} = \frac{1}{N_n} \int_V \mathbf{j}_e \mathbf{E}_n dV, \quad (1.9)$$

в которых интегрирование проводится по всему объему, занятому источниками; величина N_n , называемая нормой n -й собственной волны, определяется формулой

$$N_n = \int_{S_p} \{[\mathbf{E}_n \mathbf{H}_{-n}] - [\mathbf{E}_{-n} \mathbf{H}_n]\} \mathbf{k} dS. \quad (1.10)$$

Норма имеет размерность мощности и пропорциональна комплексной мощности, переносимой n -й волной через поперечное сечение волновода [2].

Для определения электромагнитного поля в плоскости z , лежащей в области $z_1 \leq z \leq z_2$, рассмотрим плоский слой $(z-\delta, z+\delta)$, из которого удалены источники. Поле в таком слое можно представить в виде (I.4), причем согласно (I.9) электромагнитные волны $(\mathbf{E}_n, \mathbf{H}_n)$, распространяющиеся направо, создаются источниками, находящимися слева от данного сечения. Аналогично, волны $(\mathbf{E}_{-n}, \mathbf{H}_{-n})$ создаются «правыми» источниками. Полагая $\delta \rightarrow 0$, находим

$$C_n = \frac{1}{N_n} \int_{V_1} \mathbf{j}_e \mathbf{E}_{-n} dV, \quad C_{-n} = \frac{1}{N_n} \int_{V_2} \mathbf{j}_e \mathbf{E}_n dV, \quad (\text{I.9a})$$

где $V_1 (V_2)$ — объем, занимаемый электронным потоком левее (правее) рассматриваемого сечения.

Таким образом, коэффициенты C_n и C_{-n} зависят от z , так как при изменении z «правые» источники по отношению к данной плоскости будут превращаться в «левые» (или наоборот).

Истинное электромагнитное поле в плоскости z отличается от найденного выше, так как при удалении источников из слоя продольный электрический слой обрывается и на поперечных сечениях $z-\delta$ и $z+\delta$ создаются поверхностные электрические заряды. Эти заряды создают дополнительное поле. На поперечном сечении $z-\delta$ поверхностная плотность электрического заряда σ_e связана с продольной составляющей плотности тока соотношением

$$\frac{d\sigma_e}{dt} = j_{ez},$$

что при временной зависимости в виде $e^{j\omega t}$ дает

$$\sigma_e = \frac{1}{j\omega} j_{ez}. \quad (\text{I.10})$$

В поперечном сечении $z+\delta$ поверхностная плотность заряда имеет то же значение, но отличается знаком. Дополнительное поле, создаваемое в слое $(z-\delta, z+\delta)$ поверхностными зарядами при $\delta \rightarrow 0$, равно

$$\mathbf{E}_{\text{доп}} = \frac{1}{j\omega\epsilon_0} \mathbf{j}_e^l, \quad (\text{I.11})$$

где

$$\mathbf{j}_e^l = j_{ez} \mathbf{k}.$$

Истинное поле равно разности полей, определяющихся формулами (I.4) и (I.11). Таким образом, истинное поле определяется соотношением

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{E} &= \sum_n (C_n \mathbf{E}_n + C_{-n} \mathbf{E}_{-n}) - \frac{i}{j\omega\epsilon_0} \mathbf{j}_e^t, \\ \mathbf{H} &= \sum_n (C_n \mathbf{H}_n + C_{-n} \mathbf{H}_{-n}), \end{aligned} \right\} \quad (\text{I.12})$$

где коэффициенты C_n и C_{-n} определяются формулами (I.9a).

Будем считать, что переменная плотность тока имеет только продольную составляющую j_z . Так как в общем случае плотность тока распределена неравномерно по поперечному сечению пучка, то переменный ток в пучке $i(z)$ равен

$$i(z) = \int_{S_p} j_z(x, y, z) dS.$$

Введем безразмерную функцию распределения тока по поперечному сечению $\psi(x, y)$, определяемую соотношением

$$j_z(x, y, z) = \psi(x, y) \frac{i(z)}{S}. \quad (\text{I.13})$$

Из этого определения следует, что

$$\frac{1}{S} \int_{S_p} \psi(x, y) dS = 1. \quad (\text{I.14})$$

Продольные составляющие электрического поля можно записать следующим образом:

$$\begin{aligned} E_{n,z} &= E_{n,z}^{\circ} \varphi_n(x, y) e^{-\Gamma_n z}, \\ E_{-n,z} &= E_{n,z}^{\circ} \varphi_n(x, y) e^{\Gamma_n z}, \end{aligned} \quad (\text{I.15})$$

где $E_{n,z}^{\circ}$ — амплитуда волны;
 $\varphi_n(x, y)$ — безразмерная функция распределения поля этой волны по поперечному сечению волновода;
 Γ_n — волновое число n -й волны в „холодном“ волноводе.

Воспользовавшись соотношениями (I.9a), (I.13) и (I.15) и подставив их в (I.12), получим выражение для продольной составляющей электрического поля E_z в виде

$$E_z = \frac{1}{2} \sum_n R_n^0 \psi_n \varphi_n(x, y) \left\{ e^{-\Gamma_n z} \int_{z_1}^z e^{\Gamma_n \xi} i(\xi) d\xi + e^{\Gamma_n z} \int_z^{z_2} e^{-\Gamma_n \xi} i(\xi) d\xi \right\} - \frac{1}{j\omega \epsilon_0 S} \psi(x, y) i(z), \quad (I.16)$$

где

$$\left. \begin{aligned} R_n^0 &= \frac{2 (E_{n,z}^0)^2}{N_n}; \\ \psi_n &= \frac{1}{S} \int_{S_p} \psi(x, y) \varphi_n(x, y) dS. \end{aligned} \right\} \quad (I.17)$$

Предположим, что волноводная система и электронный пучок бесконечно длинные. Полагая в (I.16) $i(\xi) = A_0 e^{-\Gamma \xi}$ и устремляя z_1 и z_2 к бесконечности, получаем

$$E_z = \left[\sum_n \frac{\Gamma_n R_n^0}{\Gamma_n^2 - \Gamma^2} \psi_n \varphi_n(x, y) - \frac{1}{j\omega \epsilon_0 S} \psi(x, y) \right] i(z). \quad (I.18)$$

Это соотношение определяет поле волноводной системы, возбуждаемое сгруппированным током пучка.

Рассмотрим теперь решение второй задачи, т. е. найдем переменную составляющую тока, обусловленную полем волноводной системы. Будем решать эту задачу в линейном приближении. Это предполагает, что поле входного сигнала, действующее на электронный пучок, настолько мало, что высокочастотная мощность на выходе лампы намного меньше постоянной мощности пучка ($\frac{P_{внх}}{I_0 U_0} \ll 1$). При этом возмущения, испытываемые электронами, малы и, следовательно, амплитуды переменных составляющих скорости электрона, тока и плотности пространственного заряда намного меньше постоянных по всей длине лампы. В связи с тем, что скорости электронов, вошедших в участок взаимодействия при различных значениях фазы поля, мало отли-

чаются друг от друга, обгон электронов отсутствует. Следовательно, скорость электрона в каждом поперечном сечении пучка является однозначной функцией времени и к электронному потоку применимы уравнения гидродинамики идеальной жидкости.

Предположим, что скорость электрона имеет только продольную составляющую и что провисание потенциала, обусловленное постоянной составляющей пространственного заряда, мало и им можно пренебречь.

Представляя скорость электрона, плотность тока и плотность пространственного заряда в виде суммы постоянных и переменных составляющих и пренебрегая произведением переменных величин, запишем уравнение движения электрона, уравнение непрерывности и соотношение для конвекционного тока в виде:

$$j\omega v + v_0 \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{e}{m} E_z, \quad (1.19)$$

$$\frac{\partial j_z}{\partial z} = -j\omega \rho, \quad (1.20)$$

$$j_z = v_0 \rho + \rho_0 v, \quad (1.21)$$

$$-j_0 = \rho_0 v_0, \quad (1.22)$$

где величины с индексом «нуль» означают постоянные составляющие.

Воспользовавшись формулой (1.13), выразим скорость электрона и плотность заряда через ток $i(z)$:

$$\psi(x, y) \frac{1}{S} \frac{\partial i(z)}{\partial z} = -j\omega \rho, \quad (1.20a)$$

$$\psi(x, y) \frac{1}{S} i(z) = v_0 \rho + \rho_0 v. \quad (1.21a)$$

Определяя из (1.21) v и $\frac{\partial v}{\partial z}$ и подставляя в уравнение (1.19), получаем дифференциальное уравнение для тока $i(z)$:

$$\left[\frac{\partial^2 i}{\partial z^2} + 2j\beta_e \frac{\partial i}{\partial z} - \beta_e^2 i \right] \psi(x, y) = \frac{e}{m} \frac{j\beta_e S \rho_0}{v_0} E_z, \quad (1.23)$$

где

$$\beta_e = \frac{\omega}{v_0}.$$

Полагая, что переменный ток зависит от координаты z по закону $e^{-\Gamma z}$, находим

$$\psi(x, y) (\Gamma - j\beta_e)^2 i(z) = j \frac{e}{m} \frac{\beta_e S \rho_0}{v_0} E_z. \quad (1.24)$$

Это соотношение определяет сгруппированный электронный поток, обусловленный полем E_z волноводной структуры.

Для получения уравнения, определяющего неизвестные величины Γ_n , ψ_n и функцию $\psi(x, y)$, исключим из соотношений (1.18) и (1.24) $i(z)$ и E_z [3].

В результате имеем

$$\sum \frac{\Gamma_n R_n^0}{\Gamma_n^2 - \Gamma^2} \psi_n \varphi_n(x, y) - \frac{1}{j\omega \varepsilon_0 S} \psi(x, y) = \frac{\psi(x, y) (\Gamma - j\beta_e)}{j \frac{e}{m} \beta_e S \frac{\rho_0}{v_0}}. \quad (1.25)$$

Воспользовавшись определением ψ_n , получим

$$\psi(x, y) \left[\frac{1}{j\omega \varepsilon_0} + \frac{(\Gamma - j\beta_e)^2}{j \frac{e}{m} \beta_e S \frac{\rho_0}{v_0}} \right] = \iint \sum_n \frac{\Gamma_n R_n^0}{\Gamma_n^2 - \Gamma^2} \times \\ \times \varphi_n(x, y) \varphi_n(\xi, \eta) \psi(\xi, \eta) d\xi d\eta. \quad (1.26)$$

Это уравнение является однородным интегральным уравнением вида

$$\psi(x, y) + \iint K(x, y, \xi, \eta) \psi(\xi, \eta) d\xi d\eta = 0 \quad (1.26a)$$

с симметричным ядром

$$K(x, y, \xi, \eta) = \frac{1}{\left(\frac{1}{j\omega \varepsilon_0} + \frac{(\Gamma - j\beta_e)^2}{j \frac{e}{m} \beta_e S \frac{\rho_0}{v_0}} \right)} \sum \frac{\Gamma_n R_n^0}{\Gamma_n^2 - \Gamma^2} \times \\ \times \varphi_n(\xi, \eta) \varphi_n(x, y). \quad (1.27)$$

Таким образом, задача о нахождении постоянных распространения волн в системе с пучком и распределения тока по сечению пучка сводится к решению однородного интегрального уравнения (1.26).

распространения Γ можно рассматривать как собственные значения этого уравнения, а функции $\psi(x, y)$, характеризующие распределение тока в пучке, — как соответствующие собственные функции. Наиболее важным в ЛБВ является определение постоянных распространения Γ , характеризующих поведение высокочастотного электрического поля вдоль системы.

Собственные значения Γ могут быть найдены с помощью вариационного метода. Умножая обе части интегрального уравнения (I.26) на $\psi(x, y)$ и интегрируя по сечению пучка, получаем уравнение

$$E(\Psi) = \iint \psi^2(x, y) dx dy + \iiint K(x, y, \xi, \eta) \times \\ \times \psi(x, y) \psi(\xi, \eta) dx dy d\xi d\eta = 0, \quad (I.28)$$

из которого следует, что Γ является функционалом от $\psi(x, y)$. Покажем, что Γ является стационарным функционалом от $\psi(x, y)$. Действительно, вариация Γ определяется из соотношения

$$\frac{\partial E}{\partial \Gamma} \delta \Gamma + \delta E = 0,$$

где δE есть вариация E при постоянном Γ .

Используя симметрию ядра K , из (I.28) найдем

$$\delta E = 2 \iint \delta \psi(x, y) \left\{ \psi(x, y) + \iint K(x, y, \xi, \eta) \times \right. \\ \left. \times \psi(\xi, \eta) d\xi d\eta \right\} dx dy.$$

Отсюда в силу уравнения (I.26) $\delta E = 0$, следовательно, $\delta \Gamma = 0$.

Благодаря стационарности уравнения (I.28) его можно рассматривать как характеристическое уравнение для определения постоянных распространения волн в волноводной системе с пучком. Воспользовавшись соотношением (I.27), а также определением ψ_n , перепишем это уравнение следующим образом:

$$\sum_n \frac{\Gamma_n R_n^0 \psi_n^2}{\Gamma_n^2 - \Gamma^2} + \frac{j}{\omega \varepsilon_0 S_{\text{эфф}}} + \frac{j(\Gamma - j\beta_c)^2}{\frac{\rho_0}{v_0} \frac{e}{m} \rho_e S_{\text{эфф}}} = 0, \quad (I.29)$$

где величина $S_{\text{эфф}}$ определяется соотношением

$$S_{\text{эфф}} = \frac{S^2}{\iint \psi^2 dS}. \quad (1.30)$$

Расчет $S_{\text{эфф}}$ будет дан ниже. Здесь заметим только, что при равномерном распределении ВЧ тока по сечению пучка $\psi(x, y) = 1$ и величина $S_{\text{эфф}}$ совпадает с геометрической площадью поперечного сечения.

Из стационарности уравнения (1.28) следует, что при определении Γ функцию $\psi(x, y)$ можно считать не зависящей от Γ [с точностью до $(\delta\Gamma)^2$].

При наличии затухания постоянные распространения Γ_n волн в волноводе являются комплексными величинами ($\Gamma_n = \alpha_n + j\beta_n$). Будем предполагать, что затухание достаточно мало, так что выполняется неравенство $\alpha_n \ll \beta_n$. (Это условие выполняется, если на участке, равном длине волны в системе, величина затухания не превосходит 10 дб.) В этом случае можно считать, что затухание не влияет на распределение поля в поперечном сечении волновода. Так как функцию ψ в первом приближении можно считать не зависящей от Γ , а норма пропорциональна мощности, то величина K_n , определяемая формулой

$$K_n = \frac{|R_n^0| \psi_n^2}{\beta_n^2} = \frac{2 |E_{nz}^0|^2 \psi_n^2}{|N_n| \beta_n^2} = \frac{|E_{nz}^0|^2 \psi_n^2}{2P_n \beta_n^2}, \quad (1.31)$$

где $P_n = \frac{1}{4} |N_n|$ — поток мощности, переносимый n -й волной, не зависит от постоянной распространения Γ волны в системе с пучком. Эта величина называется сопротивлением связи n -й волны.

Обозначим через Γ_0 постоянную распространения в холодном волноводе волны, скорость которой наиболее близка к скорости электрона.

Выделяя из суммы «резонансный» член, запишем характеристическое уравнение в следующем виде:

$$(\Gamma^2 - \Gamma_0^2) [(\Gamma - j\beta_e)^2 + p^2 \beta_n^2] - 2j\beta_e C^3 \Gamma_0 \beta_0^2 \frac{S_{\text{эфф}}}{S} = 0, \quad (1.32)$$

где

$$\tilde{\beta}_p^2 = \frac{\omega_p^2}{v_0^2}, \quad (1.33)$$

$$\omega_p^2 = \frac{e}{m\epsilon_0} \rho_p, \quad (1.34)$$

$$C = \left(\frac{K_0 I_0}{4U_0} \right)^{\frac{1}{3}} - \text{параметр усиления}; \quad (1.35)$$

I_0, U_0 — ток и напряжение пучка;

p^2 — коэффициент депрессии, определяемый соотношением

$$p^2 = 1 - j\nu\epsilon_0 S_{\text{эфф}} \sum'_n \frac{\Gamma_n \beta_n^2 K_n}{\Gamma^2 - \Gamma_n^2}, \quad (1.36)$$

где \sum'_n означает суммирование по всем индексам холодной системы, за исключением $n=0$.

Физический смысл и методы расчета коэффициента депрессии будут рассмотрены ниже.

Уравнение (1.32) является трансцендентным и определяет бесконечное множество постоянных распространения волн в системе с пучком. Таким образом, строгое решение задачи о взаимодействии электронного потока с электромагнитной волной в ЛБВ может быть проведено только для конкретных систем. Такая задача для спирально-проводящего цилиндра решена в [4, 5].

Обычно трансцендентное уравнение сводят к алгебраическому, приближенно определяя коэффициент депрессии через параметры замедляющей системы и пучка. Наиболее полный расчет коэффициента депрессии проведен в работах [6—11]. При фиксированном значении p^2 уравнение (1.32) является алгебраическим уравнением 4-й степени, корни которого соответствуют четырем волнам в системе с пучком.

Если в характеристическом уравнении (1.32) пренебречь всеми волнами холодной системы, фазовые скорости которых существенно отличаются от скорости электронного потока, т. е. рассмотреть только одну волну, то получим характеристическое уравнение для постоянных распространения волн в длинной линии, возбуждаемых сгруппированным потоком.

Приведем вывод характеристического уравнения для определения постоянных распространения волн в ЛБВ в приближении длинной линии. Уравнение возбуждения длинной линии может быть получено следующим образом. Рассмотрим волновод бесконечно длинный (или конечной длины, но идеально-согласованный на концах), возбуждаемый сгруппированным током пучка длиной l . Поле в таком волноводе может быть записано на основании соотношения (1.16). Имея в виду в дальнейшем переход от волновода к длинной линии, примем равномерное распределение тока и поля в холодном волноводе по сечению пучка.

Тогда, полагая в (1.16) $\psi(x, y) = 1$, $\varphi_n(x, y) = 1$ и прибавляя поле холодной волны, получаем

$$E(z) = E_0 e^{-\Gamma_0 z} + \frac{1}{2} \sum_n a_n \int_0^l i(\xi) e^{-\Gamma_n |z - \xi|} d\xi + j \frac{1}{\omega \epsilon_0} i(z), \quad (1.37)$$

где

$$a_n = -K_n \Gamma_n^2.$$

Представим правую часть (1.37) в виде суммы двух слагаемых

$$E(z) = E_a + E_Q,$$

где

$$\left. \begin{aligned} E_a &= E_0 e^{-\Gamma_0 z} + \frac{1}{2} a_0 \int_0^l i(\xi) e^{-\Gamma_0 |z - \xi|} d\xi; \\ E_Q &= \frac{1}{2} \sum_n' a_n \int_0^l i(\xi) e^{-\Gamma_n |z - \xi|} d\xi + j \frac{1}{\omega \epsilon_0} i(z). \end{aligned} \right\} (1.38)$$

E_a представляет собой поле, обусловленное возбуждением сгруппированным током той составляющей поля холодной системы, фазовая скорость которой наиболее близка к скорости электронного потока. Напряженность поля E_Q характеризует поле пространственного заряда электронов в пучке и результат возбуждения электрон-

ним потоком несинхронных волн холодной системы. Из (1.38) нетрудно получить

$$\frac{d^2 E_a}{dz^2} = \Gamma_0^2 \left[E_0 e^{-\Gamma_0 z} + \frac{a_0}{2} \int_0^z i(\xi) e^{-\Gamma_0 |z-\xi|} d\xi \right] + \Gamma_0 a_0 i(z) = \Gamma_0^2 E_a + \Gamma_0 a_0 i(z)$$

или

$$\frac{d^2 E_a}{dz^2} - \Gamma_0^2 E_a = \beta_0^2 \Gamma_0 K_0 i(z). \quad (1.39)$$

Так как E_a представляет собой результат взаимодействия электронного потока только с одной волной волноводной системы, то уравнение (1.39) аналогично уравнению возбуждения длинной линии сгруппированным потоком. При этом, естественно, поле пространственного заряда войдет в уравнение движения электрона, которое в этом случае в отличие от (1.19) запишется следующим образом:

$$j\omega v + v_0 \frac{\partial v}{\partial z} = -\frac{e}{m} (E_a + E_{пз}), \quad (1.40)$$

где $E_{пз}$ — поле пространственного заряда, определяемое из уравнения Пуассона

$$\frac{\partial E_{пз}}{\partial z} = \frac{\rho}{\epsilon_0}. \quad (1.41)$$

Исключая из системы уравнений (1.40), (1.41), (1.20) и (1.21) величины v , ρ и $E_{пз}$, получаем дифференциальное уравнение для тока

$$i = S j_z(z),$$

$$\frac{\partial^2 i}{\partial z^2} + 2j\beta_e \frac{\partial i}{\partial z} - (\beta_e^2 - \beta_p^2) i = \frac{e}{m} \frac{j\beta_e S \rho_0}{v_0} E_z, \quad (1.42)$$

где β_p — постоянная распространения плазмы, определяемая формулой (1.33).

Решая уравнение (1.42) совместно с (1.39) в предположении, что ток $i(z)$ и поле E_z изменяются вдоль оси z по закону $e^{-\Gamma z}$, получаем характеристическое уравнение для определения постоянных распространения Γ :

$$(\Gamma^2 - \Gamma_0^2) [(\Gamma - j\beta_e)^2 + \beta_p^2] - 2j\beta_e C^3 \Gamma_0 \beta_0^2 = 0. \quad (1.43)$$

Уравнения (I.43) и (I.32) совпадают при $\rho^2=1$. При выводе характеристического уравнения в приближении длинной линии мы предполагали, что ВЧ поле и ток зависят только от продольной координаты, и, таким образом, решали одномерную задачу. Это соответствует предположению о бесконечно широком электронном пучке. Из сопоставления уравнений (I.43) и (I.32) следует, что коэффициент депрессии характеризует уменьшение величины напряженности поля пространственного заряда, обусловленное конечными поперечными размерами пучка и влиянием стенок волноводной системы, а также взаимодействием между электронным пучком и электромагнитной волной системы. Сопоставление уравнений (I.32) и (I.43) показывает также, что наряду со строгим рассмотрением задачи о взаимодействии электронного потока с полем волноводной системы можно рассматривать задачу о взаимодействии электронного пучка с полем волны в длинной линии, вводя эффективную плазменную частоту.

Выше было получено характеристическое уравнение для постоянных распространения волн в ЛБВ в приближении длинной линии на основании рассмотрения взаимодействия электронного потока с одной волной волноводной системы. Эту задачу можно решить, рассматривая непосредственно возбуждение длинной линии электронным пучком; при этом длинная линия представляется в виде эквивалентной схемы.

Волна напряжения, распространяющаяся в такой линии, удовлетворяет дифференциальному уравнению [12],

$$\frac{\partial^2 V}{\partial z^2} - \frac{1}{v_{\phi}^2} \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} = -L \frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2}, \quad (I.44)$$

где L — погонная индуктивность;

v_{ϕ} — фазовая скорость волны;

ρ — погонная плотность заряда, переносимого сгруппированным пучком.

Воспользовавшись уравнением непрерывности

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial i}{\partial z}, \quad (I.45)$$

а также соотношением $E = -\frac{\partial V}{\partial z}$, получим

$$\frac{\partial^2 E}{\partial z^2} - \frac{1}{v_\phi^2} \frac{\partial^2 E}{\partial t^2} = L \frac{\partial^3 i}{\partial t \partial z^2}.$$

Если все переменные величины изменяются по закону $e^{j\omega t}$, то, проводя дифференцирование, можно записать [13]

$$\frac{\partial^2 E}{\partial z^2} - \Gamma_0^2 E = -\Gamma_0 K \frac{\partial^2 i}{\partial z^2}, \quad (1.46)$$

где

$$\Gamma_0 = j\beta_0 = j \frac{\omega}{v_\phi}; \quad (1.47)$$

$$K = Lv_\phi.$$

Совместное решение уравнений (1.46) и (1.42) приводит к следующему характеристическому уравнению:

$$(\Gamma^2 - \Gamma_0^2) [(\Gamma - j\beta_e)^2 + \beta_e^2] + 2j\beta_e C^3 \Gamma_0 \Gamma^2 = 0. \quad (1.48)$$

Как видно, уравнение (1.48) отличается от (1.43). Это объясняется отличием уравнений возбуждения [сравним (1.46) и (1.39)]. Как будет показано во второй главе, для малых значений параметра усиления C уравнения (1.43) и (1.48) полностью совпадают. Таким образом, различие характеристических уравнений (а следовательно, и уравнений возбуждения) сказывается только при больших значениях параметра усиления. Это можно объяснить следующим образом. Для малых значений параметра усиления $\frac{\Gamma}{\Gamma_0} \approx 1$, поэтому для всех волн в системе с пучком можно составить одну эквивалентную схему. Как показано в [15], при малых C сопротивление связи всех трех волн в системе с пучком близко к сопротивлению связи K_0 холодной системы. При больших значениях параметра C различие между Γ и Γ_0 существенно, поэтому представление замедляющей системы с электронным пучком в виде эквивалентной схемы в этом случае не может быть проведено однозначно: каждой парциальной волне, по-видимому, будет соответствовать своя эквивалентная схема с напряжением U_i и сопротивлением связи K_i .

1.3. ДИСПЕРСИОННОЕ УРАВНЕНИЕ СПИРАЛИ С ПУЧКОМ

Как было указано в предыдущем параграфе, строгое решение задачи о взаимодействии электронного потока с электромагнитной волной в ЛБВ может быть приведено только для конкретных замедляющих систем. Такая задача для спирально-проводящего цилиндра решена в [4, 5]. Взаимодействие электронного потока с бегущей электромагнитной волной, распространяющейся в спирально-проводящем цилиндре, может быть описано совокупностью уравнений Максвелла и уравнениями, характеризующими электронный пучок. Решение этих уравнений позволит определить постоянные распространения электромагнитных волн вдоль спирально-проводящего цилиндра при наличии электронного пучка. Будем считать, что свойства спирали без электронного пучка известны (см., например, [14, 15]). Как и в предыдущем параграфе, будем предполагать, что электронный пучок имеет только продольную составляющую переменной скорости v_z и переменной плотности тока j_z .

Предполагая также, что волна в системе с пучком изменяется по закону $e^{j\omega t - \Gamma z}$, запишем уравнения Максвелла в виде:

$$\left. \begin{aligned} \Gamma E_\varphi + j\omega\mu_0 H_r &= 0, \\ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r E_\varphi) + j\omega\mu_0 H_z &= 0, \\ \frac{\partial H_z}{\partial r} + \Gamma H_r - j\omega\epsilon_0 E_\varphi &= 0, \\ \Gamma H_\varphi - j\omega\epsilon_0 E_r &= 0, \\ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r H_\varphi) - j\omega\epsilon_0 E_z &= j_z, \\ \frac{\partial E_z}{\partial r} + \Gamma E_r - j\omega\mu_0 H_\varphi &= 0. \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{TE-волна,} \\ \text{TM-волна.} \end{array} \quad \begin{array}{l} (I.49a) \\ (I.49b) \end{array}$$

Из системы уравнений (I.49) можно получить волновое уравнение для продольных составляющих электрического и магнитного полей:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial E_z}{\partial r} \right) + (\Gamma^2 + k^2) E_z = - \frac{\Gamma^2 + k^2}{j\omega\epsilon_0} j_z, \quad (1.50)$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial H_z}{\partial r} \right) + (\Gamma^2 + k^2) H_z = 0, \quad (1.51)$$

где $k^2 = \omega^2 \epsilon_0 \mu_0 = \frac{\omega^2}{c^2}$.

При решении уравнений (1.50) и (1.51) следует рассмотреть отдельно три области:

- 1) область, содержащую электронный пучок $0 \leq r \leq b$, где b — радиус электронного пучка;
- 2) область между электронным пучком и спиралью $b \leq r \leq a$, где a — радиус спирали;
- 3) область вне спирали ($a \leq r \leq \infty$).

Уравнение (1.51) для первой области решается просто и его решение может быть записано в виде

$$H_z^{(1)} = A_1 I_0(\tau r) e^{j\omega t - \Gamma z}, \quad (1.52)$$

где $\tau^2 = -(k^2 + \Gamma^2); \quad (1.53)$

A_1 — постоянная интегрирования;

I_0 — модифицированная функция Бесселя.

Зная $\bar{H}_z^{(1)}$, из системы (1.49а), определим $\bar{H}_r^{(1)}$ и $E_\varphi^{(1)}$:

$$H_r^{(1)} = A_1 \frac{\Gamma}{\tau} I_1(\tau r) e^{j\omega t - \Gamma z},$$

$$E_\varphi^{(1)} = -A_1 \frac{j\omega\mu_0}{\tau} I_1(\tau r) e^{j\omega t - \Gamma z}. \quad (1.54)$$

Для решения уравнения (1.50) следует определить переменную составляющую плотности тока. Эта задача решалась выше, поэтому мы воспользуемся соотношением (1.24), которое запишем в виде

$$j_z = \frac{-j\beta_e I_0}{2U_0 (j\beta_e - \Gamma)^2 \pi b^2} E_z, \quad (1.55)$$

где I_0 и U_0 — ток и напряжение пучка.

Подставляя выражение (1.55) в (1.50), получаем дифференциальное уравнение для продольной составляющей электрического поля в первой области

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial E_z}{\partial r} \right) + (\Gamma^2 + k^2) \left[1 - \frac{I_0}{2\epsilon_0 U_0 (j\beta_e - \Gamma)^2} \right] E_z = 0, \quad (1.56)$$

решение которого можно записать в виде

$$E_z^{(1)} = B_1 J_0(\Gamma r) e^{j\omega t - \Gamma z}, \quad (1.57)$$

где

$$\Gamma^2 = \tau^2 \left[1 - \frac{I_0}{\varepsilon \cdot 2U_0 \pi b^2 v_0 (j\beta_e - \Gamma)^2} \right] = \left[1 + \frac{\beta_p^2}{(\Gamma - j\beta_e)^2} \right]^2 \tau^2. \quad (1.58)$$

Уравнения (1.49б) дают возможность вычислить поперечные компоненты электромагнитного поля ТМ-волны:

$$E_r^{(1)} = B_1 \frac{\Gamma T}{\tau^2} I_1(\Gamma r) e^{j\omega t - \Gamma z}, \quad (1.59)$$

$$H_\varphi^{(1)} = B_1 j \frac{\omega \varepsilon T}{\tau^2} I_1(\Gamma r) e^{j\omega t - \Gamma z}.$$

При рассмотрении второй и третьей областей следует решить уравнение (1.51) и однородное уравнение (1.50) ($j_z = 0$).

Так как точка $r=0$ не принадлежит этим областям, то выражения для составляющих электромагнитного поля будут содержать также модифицированные функции Бесселя второго рода, $K_0(\Gamma r)$ и $K_1(\Gamma r)$. Далее, из условия $E, H \rightarrow 0$ при $r \rightarrow \infty$ следует, что выражения для составляющих электромагнитного поля в третьей области не будут содержать модифицированных функций Бесселя первого рода. Расчет дает:

$$\left. \begin{aligned} H_z^{(2)} &= [A_2 I_0(\tau r) + C_2 K_0(\tau r)] e^{j\omega t - \Gamma z}, \\ H_r^{(2)} &= \frac{\Gamma}{\tau} [A_2 I_1(\tau r) + C_2 K_1(\tau r)] e^{j\omega t - \Gamma z}, \\ E_\varphi^{(2)} &= \frac{j\omega \mu_0}{\tau} [A_2 I_1(\tau r) - C_2 K_1(\tau r)] e^{j\omega t - \Gamma z}, \\ E_z^{(2)} &= [B_2 I_0(\tau r) + D_2 K_0(\tau r)] e^{j\omega t - \Gamma z}, \\ E_r^{(2)} &= \frac{\Gamma}{\tau} [B_2 I_1(\tau r) - D_2 K_1(\tau r)] e^{j\omega t - \Gamma z}, \\ H_\varphi^{(2)} &= \frac{j\omega \varepsilon_0}{\tau} [B_2 I_1(\tau r) - D_2 K_1(\tau r)] e^{j\omega t - \Gamma z}. \end{aligned} \right\} \quad (1.60)$$

$$\left. \begin{aligned}
H_z^{(3)} &= C_3 K_0(\tau r) e^{j\omega t - \Gamma z}, \\
H_r^{(3)} &= \frac{\Gamma}{\tau} C_3 K_1(\tau r) e^{j\omega t - \Gamma z}, \\
E_\varphi^{(3)} &= \frac{j\omega \mu_0}{\tau} C_3 K_1(\tau r) e^{j\omega t - \Gamma z}, \\
E_z^{(3)} &= D_3 K_0(\tau r) e^{j\omega t - \Gamma z}, \\
E_r^{(3)} &= -D_3 \frac{\Gamma}{\tau} K_1(\tau r) e^{j\omega t - \Gamma z}, \\
H_\varphi^{(3)} &= -D_3 \frac{j\omega \epsilon_0}{\tau} K_1(\tau r) e^{j\omega t - \Gamma z}.
\end{aligned} \right\} \quad (I.61)$$

Выражения для полей (I.52), (I.54), (I.57), (I.59), (I.60) и (I.61) содержат восемь постоянных, которые могут быть определены из граничных условий. Этими условиями являются непрерывность составляющих электромагнитного поля на границе между электронным пучком и спирально-проводящим цилиндром, а также идеальная проводимость в направлении витков спирали. Таким образом, граничные условия могут быть записаны следующим образом:

$$\text{при } r=b \quad E_z^{(1)} = E_z^{(2)}, \quad E_\varphi^{(1)} = E_\varphi^{(2)}, \quad H_z^{(1)} = H_z^{(2)}, \quad H_\varphi^{(1)} = H_\varphi^{(2)};$$

$$\text{при } r=a \quad \begin{cases} E_z^{(2)} = E_z^{(3)}, \quad E_z^{(2)} \sin \psi + E_\varphi^{(2)} \cos \psi = 0 \\ E_z^{(3)} \sin \psi + E_\varphi^{(3)} \cos \psi = 0, \quad H_z^{(2)} \sin \psi + \\ + H_\varphi^{(2)} \cos \psi = H_z^{(3)} \sin \psi + H_\varphi^{(3)} \cos \psi, \end{cases} \quad (I.62)$$

где ψ — угол между витками спирали и сечением, перпендикулярным ее оси.

Подстановка выражений для поля в граничные условия (I.62) дает восемь однородных уравнений относительно постоянных A_i, B_i, C_i, D_i :

$$\begin{aligned}
I_0(Tb) B_1 &= I_0(\tau b) B_2 + K_0(\tau b) D_2, \\
I_1(\tau b) A_1 &= I_1(\tau b) A_2 - K_1(\tau b) C_2, \\
I_0(\tau b) A_1 &= I_0(\tau b) A_2 + K_0(\tau b) C_2, \\
\frac{T}{\tau} I_1(Tb) B_1 &= I_1(\tau b) B_2 - K_1(\tau b) D_2,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& I_0(\tau a) B_2 + K_0(\tau a) D_2 = K_0(\tau a) D_3, \\
& I_0(\tau a) B_2 + K_0(\tau a) D_2 + \frac{j\omega\mu_0}{\tau} \operatorname{ctg} \psi \times \\
& \quad \times [I_1(\tau a) A_2 - K_1(\tau a) C_2] = 0, \\
& K_0(\tau a) D_3 + \frac{j\omega\mu_0}{\tau} K_1(\tau a) \operatorname{ctg} \psi C_3 = 0, \\
& I_0(\tau a) A_2 + K_0(\tau a) C_2 + \frac{j\omega\epsilon_0}{\tau} \operatorname{ctg} \psi \times \\
& \quad \times [I_1(\tau a) B_2 - K_1(\tau a) D_2] = K_0(\tau a) C_3 - \\
& \quad - \frac{j\omega\epsilon_0}{\tau} \operatorname{ctg} \psi K_1(\tau a) D_3.
\end{aligned}$$

Условием того, что система имеет нетривиальное решение является равенство нулю детерминанта системы. При этом получаем довольно громоздкое трансцендентное уравнение для определения постоянных распространения Γ :

$$\frac{H_2}{H_1} = G(\tau a), \quad (1.63)$$

где

$$\left. \begin{aligned}
H_1 & \equiv H_1(\tau b, T b) = \tau b I_0(T b) K_1(\tau b) + \\
& \quad + T b I_1(T b) K_0(\tau b), \\
H_2 & \equiv \tau b I_0(T b) I_1(\tau b) - \\
& \quad - T b I_1(T b) I_0(\tau b),
\end{aligned} \right\} \quad (1.64)$$

$$G(\tau a) = \frac{I_0(\tau a)}{K_0(\tau a)} \left[\left(\frac{k \cdot \operatorname{ctg} \psi}{\tau} \right)^2 \frac{I_1(\tau a) K_1(\tau a)}{I_0(\tau a) K_0(\tau a)} - 1 \right]. \quad (1.65)$$

Напомним, что τ определяется соотношением (1.53), а T — соотношением (1.58). Уравнение (1.63) позволяет найти постоянные распространения волн в системе с пучком при заданных параметрах пучка и спирали.

При отсутствии электронного пучка $T = \tau$, $H_2 = 0$ и, следовательно,

$$G(\tau a) = 0. \quad (1.66)$$

Уравнение (1.66) определяет постоянные распространения электромагнитных волн $\tau_n = -(\Gamma_n^2 + k^2)^{-1/2}$ вдоль спи-

раально-проводящей цилиндрической поверхности при отсутствии пучка.

Дисперсионное уравнение для волн, распространяющихся в спирально-проводящем цилиндре с пучком, помещенном в волновод радиусом d_1 , впервые получено Лошаковым [5]. В этом случае третья область вне спирали ограничена: $a \leq r \leq d_1$.

Дисперсионное уравнение имеет вид

$$\begin{aligned} \left(\frac{k \operatorname{ctg} \phi}{\tau}\right)^2 \frac{I_1(\tau a)}{I_1(\tau d_1)} \frac{I_1(\tau a) K_1(\tau d_1) - I_1(\tau d_1) K_1(\tau a)}{I_0(\tau a) K_0(\tau d_1) - I_0(\tau d_1) K_0(\tau a)} = \\ = \frac{I_0(\tau a) + K_0(\tau a) \frac{H_2}{H_1}}{I_0(\tau d_1) + K_0(\tau d_1) \frac{H_2}{H_1}}. \end{aligned} \quad (\text{I.67})$$

Нетрудно видеть, что при $d_1 \rightarrow \infty$ уравнение (I.67) переходит в (I.63). В [9] приведено дисперсионное уравнение для волн в спирально-проводящем цилиндре с внутренним полым пучком. Оно имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{H_2(b_1)}{H_1(b_1)} - \frac{H_2(b_1)}{H_1(Tb_1, \tau b_1)} \frac{1}{H_1(b_2)} \{H_1(Tb_2, \tau b_2) + G(\tau a) \times \\ \times [Tb_2 K_1(\tau b_2) K_0(\tau b_2) - \tau b_2 K_0(Tb_2) K_1(\tau b_2)]\} = G(\tau a), \end{aligned} \quad (\text{I.68})$$

где b_1 и b_2 — соответственно внутренний и внешний радиусы пучка;
 $H_1(Tb, \tau b)$ — функция, которая получается из H_1 перестановкой аргументов τ и T ;

$$H_1(Tb_1, \tau b) = Tb I_0(\tau b) K_1(Tb) + \tau b I_1(\tau b) K_0(Tb). \quad (\text{I.69})$$

При $b_1 = 0$ уравнение (I.68) переходит в (I.63).

1.4. ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТОВ УРАВНЕНИЯ ДЛЯ ПОСТОЯННЫХ РАСПРОСТРАНЕНИЯ В СИСТЕМЕ С ПУЧКОМ

Во втором параграфе было получено дисперсионное уравнение для постоянных распространения в системе с пучком методом самосогласованного поля [уравнение (I.32)]. Так как при выводе этого уравнения и дисперсионного уравнения (I.63) сделаны одни и те же

где

$$A = \frac{1}{j\omega\epsilon_0} \frac{\tau^2}{\tau^2 - T^2} \frac{Tb}{\pi b^2 \cdot 2I_1(Tb)} i(z), \quad (I.78)$$

а M_1 — постоянная интегрирования.

Вне пучка составляющая E_z^0 удовлетворяет уравнению (I.76) без правой части. В этом случае выражение для E_z^0 может быть представлено в виде

$$E_z^0 = M_2 K_0(\tau r) \quad (r > b),$$

где M_2 — вторая произвольная постоянная.

Используя непрерывность функций E_z и $\frac{dE_z}{dz}$ на границе пучка, при $r = b$ находим значения постоянных

$$M_1 = -AH_1, \quad M_2 = AH_2, \quad (I.79)$$

где H_1 и H_2 определяются формулами (I.64).

Таким образом, поле E_z^0 внутри пучка равно

$$E_z^0 = A [I_0(Tr) - H_1 I_0(\tau r)]. \quad (I.80)$$

Для определения поля E'_z можно воспользоваться формулой (I.57), заменив T на τ . Опустив множитель $e^{j\omega t - \Gamma z}$, имеем

$$E'_z = B_1 I_0(\tau r) \quad \text{при } r < a. \quad (I.81)$$

Постоянную B_1 можно выразить через M_2 , используя граничные условия на спирали (при $r = a$) для полного поля $\bar{E} = \bar{E}^0 + \bar{E}'$. В результате несложных вычислений получаем

$$B_1 = \frac{M_2}{G(\tau a)},$$

где $G(\tau a)$ определяется формулой (I.65).

Следовательно,

$$E'_z = \frac{M_2}{G(\tau a)} I_0(\tau r) \quad \text{при } r < a. \quad (I.82)$$

Подставляя (I.82) и (I.80) в (I.75), находим выражение для напряженности поля внутри пучка

$$E_z = A \left\{ I_0(Tr) + \left[-H_1 + \frac{H_2}{G(\tau a)} \right] I_0(\tau r) \right\}. \quad (I.83)$$

Для вычисления коэффициента депрессии и сопротивления связи найдем усредненное по сечению пучка значение напряженности поля

$$\bar{E}_z = \frac{1}{\pi b^2} \int_0^b E_z \psi(r) 2\pi r dr. \quad (I.84)$$

Подставляя в (I.84) выражения для функций E_z и ψ из (I.83) и (I.72), а также воспользовавшись известным соотношением из теории бesselевых функций

$$\int x I_0(ax) I_0(\beta x) dx = \frac{1}{\beta^2 - a^2} \times \\ \times [\beta x I_0(ax) I_1(\beta x) - ax I_1(ax) I_0(\beta x)],$$

после несложных преобразований находим

$$\bar{E}_z = \frac{T}{b} A \left\{ \frac{b^2}{2} [I_0^2(\tau b) - I_1^2(\tau b)] + \right. \\ \left. + \frac{H_1 H_2}{\tau^2 - T^2} - \frac{H_2^2}{G(\tau a) (\tau^2 - T^2)} \right\}, \quad (I.85)$$

где A определяется соотношением (I.78).

Найдем теперь усредненное значение напряженности поля по формуле (I.84), используя соотношения (I.18) и (I.31):

$$E_z = \left[\frac{K_0 \Gamma_0 \beta_0^2}{\Gamma^2 - \Gamma_0^2} + \sum_n' \frac{K_n \Gamma_n \beta_n^2}{\Gamma^2 - \Gamma_n^2} - \frac{1}{j\omega \epsilon_0 S_{\text{эфф}}} \right] i(z),$$

где $S_{\text{эфф}}$ определяется соотношением (I.30).

Воспользовавшись определением коэффициента депрессии по формуле (I.36), запишем выражение для \bar{E}_z следующим образом:

$$\bar{E}_z = \left(\frac{K_0 \Gamma_0 \beta_0^2}{\Gamma^2 - \Gamma_0^2} + \frac{1}{\omega \epsilon_0 S_{\text{эфф}}} p^2 \right) i(z). \quad (I.86)$$

Сопоставление соотношений (I.85) и (I.86) дает возможность получить выражения для сопротивления связи и для коэффициента депрессии. Для этого выделим в выражении (I.85) резонансный член. Обозначим через γ корень уравнения $G(\tau a) = 0$. Тогда согласно определению $G(\tau a)$ из (I.65) получаем

$$(k \operatorname{ctg} \psi)^2 \frac{I_1(\tau a) K_1(\tau a)}{I_0(\tau a) K_0(\tau a)} = \gamma^2.$$

Следовательно,

$$G(\tau a) = \frac{I_0(\tau a) \gamma^2 - \tau^2}{K_0(\tau a) \tau^2}.$$

Из (I.53) имеем

$$\gamma^2 = -(k^2 + \Gamma_0^2),$$

откуда

$$\gamma^2 - \tau^2 = \Gamma^2 - \Gamma_0^2. \quad (\text{I.87})$$

Таким образом

$$G(\tau a) = -\frac{I_0(\tau a) \Gamma^2 - \Gamma_0^2}{K_0(\tau a) \tau^2}.$$

Подставляя это выражение в (I.85) и воспользовавшись (I.78), получаем

$$\begin{aligned} \bar{E}_z = & \frac{1}{j\omega\epsilon_0} \frac{T^2}{4\pi I_1(Tb)} \frac{\tau^2}{\tau^2 - T^2} \left\{ [I_0^2(Tb) - I_1^2(Tb)] - \right. \\ & \left. - \frac{2H_1 H_2}{b^2(\tau^2 - T^2)} + \frac{2}{b^2(\tau^2 - T^2)} \frac{K_0(\tau a)}{I_0(\tau a)} \frac{\tau^2 H_2^2}{\Gamma^2 - \Gamma_0^2} \right\} i(z). \quad (\text{I.88}) \end{aligned}$$

Приравнивая в (I.88) и (I.86) «нерезонансные» члены и воспользовавшись выражением (I.30) для $S_{\text{эфф}}$, получаем формулу для коэффициента депрессии

$$p^2 = \frac{\tau^2}{\tau^2 - T^2} \left\{ 1 - \frac{2I_1 H_2}{(\tau^2 - T^2) b^2 [I_0^2(Tb) - I_1^2(Tb)]} \right\}, \quad (\text{I.89})$$

которая является наиболее точной для пучка в спирально-проводящем цилиндре. Она эквивалентна соотношению (I.36), однако является более удобной для расчета.

Рассмотрим сначала случай малых токов. При этом согласно (I.58) можно положить $T = \tau$. Раскрывая неопределенность, получаем выражение для p^2 :

$$p^2 = \frac{1}{2} \left\{ (\tau b)^2 \left[I_0(\tau b) K_0(\tau b) + I_1(\tau b) K_1(\tau b) - \frac{I_1^2(\tau b)}{I_0^2(\tau b) - I_1^2(\tau b)} \right] \right\}. \quad (I.90)$$

На рис. I.1 представлен график зависимости p^2 от τb , рассчитанный по формуле (I.90). (Напомним, что со-

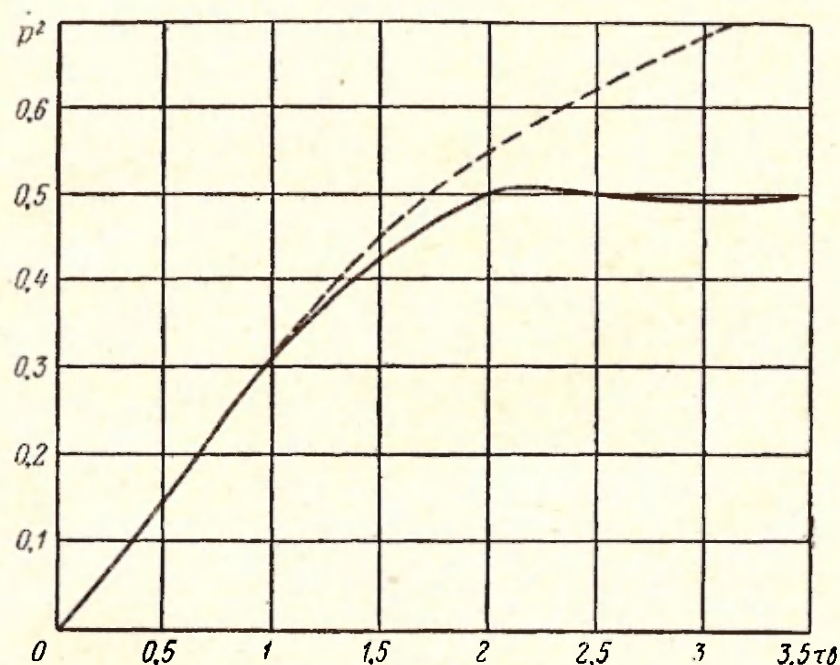


Рис. I.1. Зависимость коэффициента депрессии от безразмерного радиуса пучка для малых токов [расчет по формуле (I.90)].

Пунктирной кривой представлена указанная зависимость при равномерном распределении переменного тока по сечению пучка [расчет по формуле (I.97)].

согласно (I.66) постоянная распространения τ зависит от радиуса спирали a .) Из рис. I.1 видно, что коэффициент депрессии стремится к 0,5, когда $\tau b \rightarrow 0$. Этот результат может быть получен непосредственно из уравнений (I.63) — (I.65). Положив $a = b$ и воспользовавшись асимп-

тотическими формулами для функций Бесселя при больших значениях аргумента, из (I.63) — (I.65) получим

$$\frac{\tau^2 - \gamma^2}{\tau^2} = \frac{T - \tau}{T + \tau}, \quad (\text{I.91})$$

где через γ обозначен корень уравнения $G(\tau a) = 0$, т. е. в данном случае $\gamma = k \cdot \text{ctg } \psi$.

Решая уравнение (I.91) относительно $\frac{T}{\tau}$, находим

$$\frac{T}{\tau} = 1 + \frac{2}{\gamma^2} (\tau^2 - \gamma^2).$$

Воспользовавшись соотношением (1.58), после несложных преобразований получим характеристическое уравнение

$$(\tau^2 - \gamma^2) \left[(j\beta_e - \tau)^2 + \frac{1 + \frac{\gamma^2}{\tau^2}}{4} \beta_p^2 \right] - \frac{1}{4} \beta_p^2 \tau^2 = 0.$$

Сопоставление этого уравнения с (1.32) в предположении $\frac{\gamma}{\tau} = 1$ дает $p^2 = 0,5$.

Естественно, что для возможности определения постоянных распространения из алгебраического уравнения его коэффициенты должны зависеть только от «холодных» постоянных распространения и от параметров пучка. Поэтому практический интерес представляют приближенные соотношения для коэффициента депрессии, выраженные через параметры холодной системы и пучка. Сопоставление уравнений (I.32) и (I.63) дает возможность получить достаточно точные дифференциальные соотношения для коэффициента депрессии и для сопротивления связи. Эти соотношения получены в работах [6, 9], и поэтому здесь мы их приводим без вывода:

$$p^2 = \frac{1}{2} \left\{ (\gamma b)^2 [I_0(\gamma b) K_0(\gamma b) + I_1(\gamma b) K_1(\gamma b)] - \frac{I_1^2(\gamma b)}{I_0^2(\gamma b) - I_1^2(\gamma b)} - \frac{\gamma b^2}{a} \frac{I_0^2(\gamma b) - I_1^2(\gamma b)}{F(\gamma a)} \right\} \times \frac{K_0(\gamma a)}{I_0(\gamma a)} \left[F_1(\gamma a) + \frac{2I_1^2(\gamma b)}{I_0^2(\gamma b) - I_1^2(\gamma b)} \right], \quad (\text{I.92})$$

$$D_0 K_c = \frac{b^2 \gamma^2}{-a \Gamma_0^2} \frac{I_0^2(\gamma b) - I_1^2(\gamma b) K_0(\gamma a)}{F(\gamma a) I_0(\gamma a)}, \quad (1.93)$$

где

$$D_0 = j \Gamma_0 S \varepsilon_0 \omega; \quad (1.94)$$

$$F(z) = \frac{4}{z} \frac{I_1(z)}{I_0(z)} - \frac{I_0(z)}{I_1(z)} + \frac{K_0(z)}{K_1(z)} - \frac{K_1(z)}{K_0(z)} \dots; \quad (1.95)$$

$$F_1(z) = \frac{5}{2} - \frac{z G''(z)}{2 G'(z)}, \quad (1.96)$$

а соответствующие производные вычисляются из (1.65) с учетом (1.66). Из (1.63) и (1.66) следует, что для больших замедлений, когда $\frac{v\phi}{c} \ll 1$, $\gamma = j\Gamma_0$.

На рис. 1.2 приведены графики зависимости $\frac{v\phi}{c} K_c$ от γa для различных значений отношения $\frac{b}{a}$.

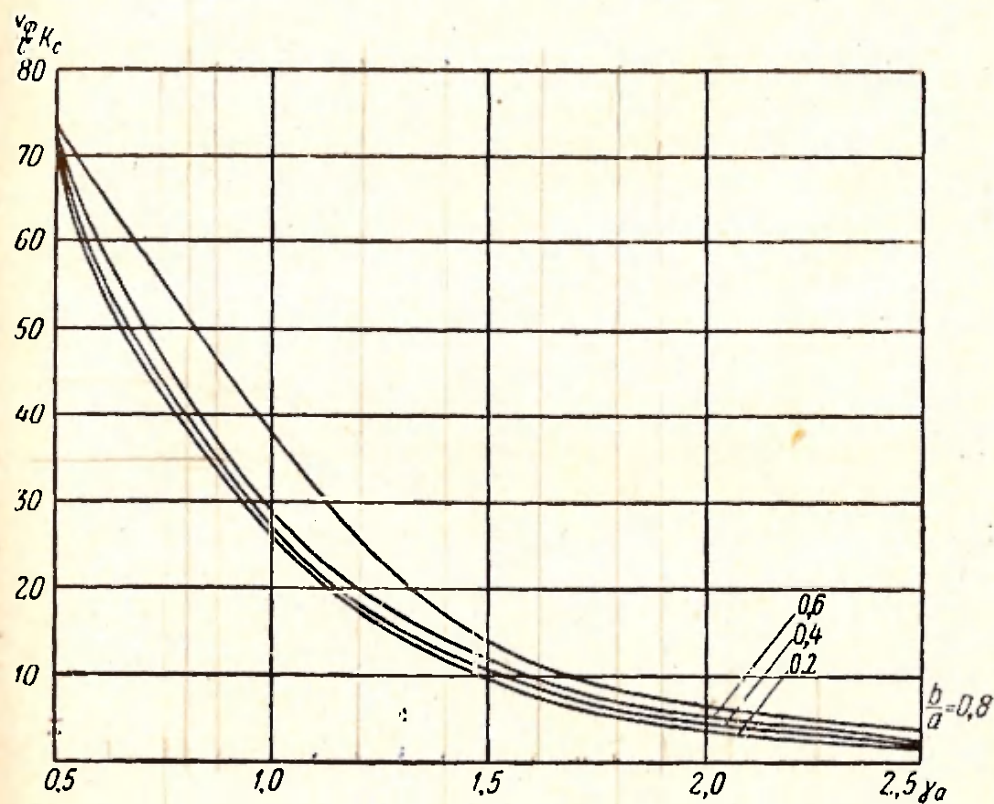


Рис. 1.2. Зависимость сопротивления связи от обобщенного параметра спирали γa для различных значений отношения радиуса пучка к радиусу спирали.

Сравнение формул (1.90) и (1.92) для коэффициента депрессии [показывает, что они совпадают при малой связи между пучком и системой. Заметим, что формулу (1.92) можно получить также из (1.89), если воспользоваться соотношением $\frac{H_2}{H_1} = \bar{G}(\tau a)$ и перейти к пределу $T \rightarrow \gamma$, $\tau \rightarrow \gamma$. Однако раскрытие неопределенности при этом приводит к очень громоздким вычислениям.

На рис. 1.3 приведен график зависимости коэффициента депрессии p^2 от γa для различных значений параметра $\frac{b}{a}$, вычисленной по формуле (1.92).

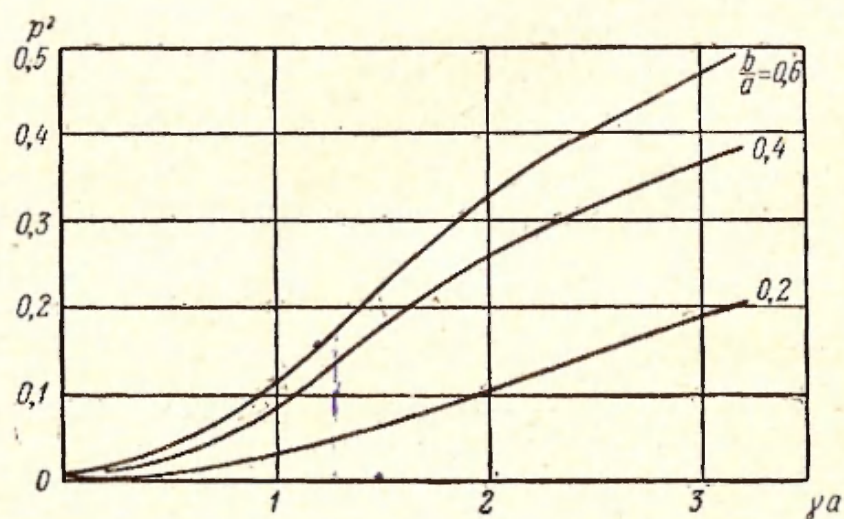


Рис. 1.3. Зависимость коэффициента депрессии от параметра γa для различных значений отношения радиуса пучка к радиусу спирали [расчет по формуле (1.92)].

Аналогичным образом может быть получена формула для коэффициента депрессии в случае полого пучка. Для этого следует воспользоваться дисперсионным уравнением (1.68). Эта формула приведена в [9].

В некоторых случаях для вычисления коэффициента депрессии можно ограничиться приближением равномерного распределения тока по сечению пучка. Полагая в (1.89) $T \rightarrow 0$, получаем следующую формулу для коэффициента депрессии при равномерном распределении тока:

$$p^2 = 1 - 2I_1(\tau b) K_1(\tau b). \quad (1.97)$$

График для расчета коэффициента депрессии по формуле (1.97) представлен пунктирной линией на рис. 1.1.

Обычно в конкретных расчетах параметра пространственного заряда вместо коэффициента депрессии вводят коэффициент уменьшения плазменной частоты. Этот коэффициент характеризует уменьшение плазменной частоты в электронном пучке, обусловленное конечными поперечными размерами пучка и влиянием проводящих стенок, окружающих пучок. Как известно, в бесконечно-широком модулированном по скорости электронном потоке распространяются две волны пространственного заряда, постоянные распространения которых определяются формулой

$$\beta_{1,2} = \beta_e \pm \beta_p.$$

В пучке конечных поперечных размеров распространяется бесконечное множество пар волн пространственного заряда с постоянными распространения

$$\hat{\beta}_{n1,2} = \beta_e \pm R_n \beta_p,$$

где R_n — коэффициент уменьшения плазменной частоты.

Обычно ограничиваются рассмотрением первой пары волн пространственного заряда. Для определения коэффициента уменьшения плазменной частоты можно воспользоваться формулами (1.53) и (1.58):

$$T^2 = -(\Gamma^2 + k^2) \left[1 + \frac{\beta_p^2}{(\Gamma - j\beta_e)^2} \right],$$

где Γ — постоянная распространения волн пространственного заряда;

T — радиальная постоянная распространения в области, занятой пучком.

В электронном пучке, движущемся с постоянной скоростью, постоянная распространения — чисто мнимая величина. Полагая $\Gamma = j\beta$, $T = jT_1$ и предполагая, что $k^2/\beta^2 \ll 1$, имеем

$$T_1^2 = \beta^2 \left[\frac{\beta_p^2}{(\beta - \beta_e)^2} - 1 \right],$$

откуда

$$\beta - \beta_e = \pm \frac{\beta_p}{\sqrt{1 + T_1^2/\beta^2}}.$$

Расчет показывает, что при обычных условиях $\frac{\omega_p}{\omega} = \frac{\beta_p}{\beta_e} \ll 1$, т. е. $\beta/\beta_e \sim 1$. Поэтому в первом приближении можно записать

$$\beta = \beta_e \pm R\beta_p,$$

где

$$R = \frac{1}{\sqrt{1 + T_1^2/\beta_e^2}}. \quad (1.98)$$

Для определения коэффициента уменьшения плазменной частоты необходимо определить радиальную постоянную распространения в пучке. Эта задача для

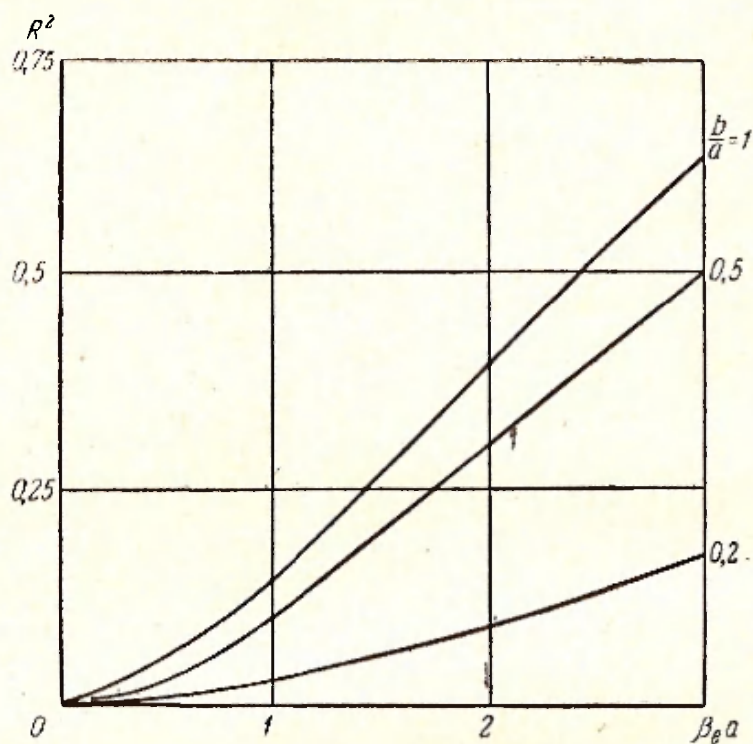


Рис. 1.4. Зависимость квадрата коэффициента уменьшения плазменной частоты от параметра $\beta_0 a$ для различных отношений радиуса пучка к радиусу цилиндра.

сплошного пучка радиусом b , помещенного в трубу радиусом a , впервые решена Ханом и Рамо [17, 18]. При этом получено следующее трансцендентное уравнение для постоянной распространения:

$$T_1 b \frac{J_1(T_1 b)}{J_0(T_1 b)} = \beta_e b \frac{K_0(\beta_e a) I_1(\beta_e b) + K_1(\beta_e b) I_0(\beta_e a)}{K_1(\beta_e b) I_0(\beta_e a) - K_1(\beta_e a) I_0(\beta_e b)}. \quad (I.99)$$

Если пучок полностью заполняет трубу, т. е. $b = a$, то $I_0(T_1 b) = 0$, откуда $T_1 b = 2,405$ и, следовательно,

$$R = \frac{1}{\sqrt{1 + 5,784/(\beta_e b)^2}}. \quad (I.100)$$

На рис. I.4 представлены кривые зависимости коэффициента уменьшения плазменной частоты от $\beta_e a$ для различных значений отношения $\frac{b}{a}$.

Из формулы (I.99) несложно показать, что при $\beta_e b \rightarrow \infty$ коэффициент уменьшения плазменной частоты стремится к единице. Действительно, воспользовавшись асимптотическими формулами для модифицированных функций Бесселя при больших значениях аргумента, из (I.99) получаем $T_1 b = 0$, откуда $R = 1$.

Сравнение кривых, приведенных на рис. I.1, I.3 и I.4 показывает, что для значений безразмерного радиуса $\gamma b \leq 1,5$ величины коэффициента депрессии и квадрата уменьшения плазменной частоты, вычисленные по различным формулам, практически совпадают.

В [19] выведено трансцендентное уравнение для определения радиальной постоянной в пучке для кольцевого электронного потока в коаксиальной линии. Это уравнение имеет следующий вид:

$$1 - \frac{T_1}{\beta_e} \frac{b \operatorname{th}(\beta_e b - \beta_e r_1)}{b \operatorname{tg}(T_1 r_2 - T_1 r_1)} - \frac{T_1}{\beta} \times \\ \times \frac{b \operatorname{th}(\beta_e a - \beta_e r_2)}{b \operatorname{tg}(T_1 r_1 - T_1 r_2)} + \frac{T_1^2}{\beta_e^2} \frac{B \operatorname{sn}(T_1 r_2 - T_1 r_1)}{b \operatorname{sn}(T_1 r_2 - T_1 r_1)} \times \\ \times \frac{b \operatorname{th}(\beta_e c - \beta_e r_1)}{b \operatorname{cth}(\beta_e a - \beta_e r_2)} = 0, \quad (I.101)$$

где c — радиус внутреннего проводника;
 r_1 и r_2 — соответственно внутренний и внешний радиусы пучка;
 a — радиус внешнего цилиндра;

$b \operatorname{th}, b \operatorname{cth}, b \operatorname{tg}, B \operatorname{sn}, b \operatorname{sn}$ — гиперболические и тригонометрические функции Бесселя, определяемые соотношениями:

$$\left. \begin{aligned} B \operatorname{sn}(y-x) &= \frac{\pi}{2} \sqrt{xy} [N_1(y) J_1(x) - N_1(x) J_1(y)], \\ b \operatorname{sn}(y-x) &= \frac{\pi}{2} \sqrt{xy} [N_0(y) J_0(x) - N_0(x) J_0(y)], \\ b \operatorname{th}(y-x) &= \frac{1}{b \operatorname{cth}(y-x)} = \frac{b \operatorname{sh}(y-x)}{b \operatorname{csh}(y-x)} = \\ &= \frac{K_0(x) I_0(y) - K_0(y) I_0(x)}{K_0(y) I_1(x) + K_1(x) I_0(y)}, \\ b \operatorname{tg}(y-x) &= \frac{b \operatorname{sn}(y-x)}{b \operatorname{csn}(y-x)} = \\ &= \frac{N_0(y) J_0(x) - N_0(x) J_0(y)}{N_0(y) J_1(x) - N_1(x) J_0(y)}. \end{aligned} \right\} \quad (1.102)$$

Найдем коэффициент уменьшения плазменной частоты для тонкого полого пучка внутри цилиндра. Для этого следует в выражении (1.101) положить $c=0$. Введем средний радиус полого пучка $b = \frac{r_1 + r_2}{2}$ и толщину пучка $\Delta = r_2 - r_1$. Применяя разложение функций Бесселя в ряды по параметру $\frac{\Delta}{b}$ и пренебрегая членами, содержащими $\frac{\Delta}{b}$ в степени выше первой, из (1.101) находим

$$\begin{aligned} 1 - \frac{\gamma^2}{\beta_e^2} &= \frac{1}{\beta_e \Delta} \frac{I_1(\beta_e b)}{I_0(\beta_e b)} + \frac{1}{\beta_e \Delta} \times \\ &\times \frac{K_0(\beta_e a) I_1(\beta_e b) + I_0(\beta_e a) K_1(\beta_e b)}{I_0(\beta_e a) K_0(\beta_e b) - I_0(\beta_e b) K_0(\beta_e a)} - \\ &= \frac{I_1(\beta_e b) [I_1(\beta_e b) K_0(\beta_e a) + I_0(\beta_e a) K_1(\beta_e b)] - \frac{1}{2} \frac{\Delta}{b} I_0(\beta_e a)}{I_0(\beta_e b) [I_0(\beta_e b) K_0(\beta_e a) - I_0(\beta_e a) K_0(\beta_e b)] + \frac{1}{2} \frac{\Delta}{b} I_0(\beta_e a)} \end{aligned} \quad (1.103)$$

Пренебрегая в (1.103) членами, не содержащими в знаменателе $\beta_e \Delta$, и используя (1.98), получаем выра-

жение для квадрата коэффициента уменьшения плазменной частоты

$$K^2 = \beta_e b \frac{1}{\frac{I_1(\beta_e b)}{I_0(\beta_e b)} + \frac{K_0(\beta_e a) I_1(\beta_e b) + I_1(\beta_e a) K_0(\beta_e b)}{I_0(\beta_e a) K_0(\beta_e b) - I_0(\beta_e b) K_0(\beta_e a)}} \Delta (b < a). \quad (I.104)$$

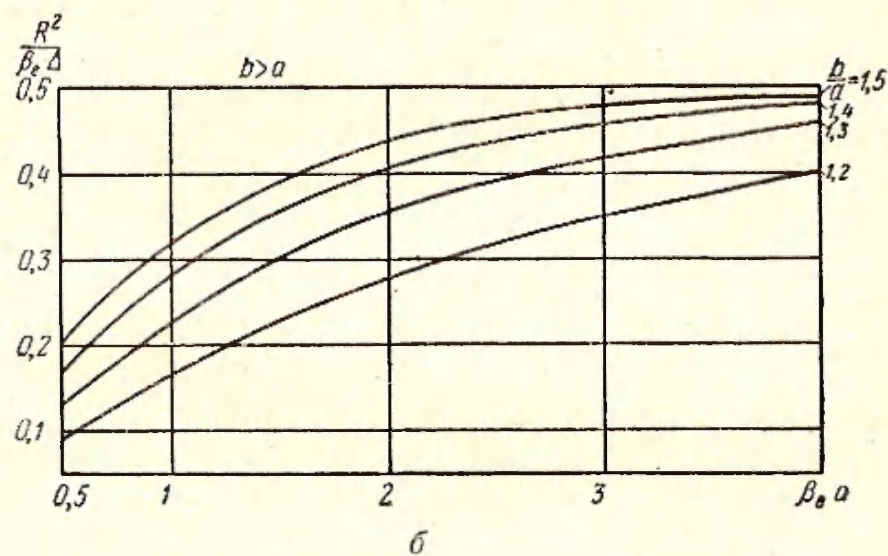
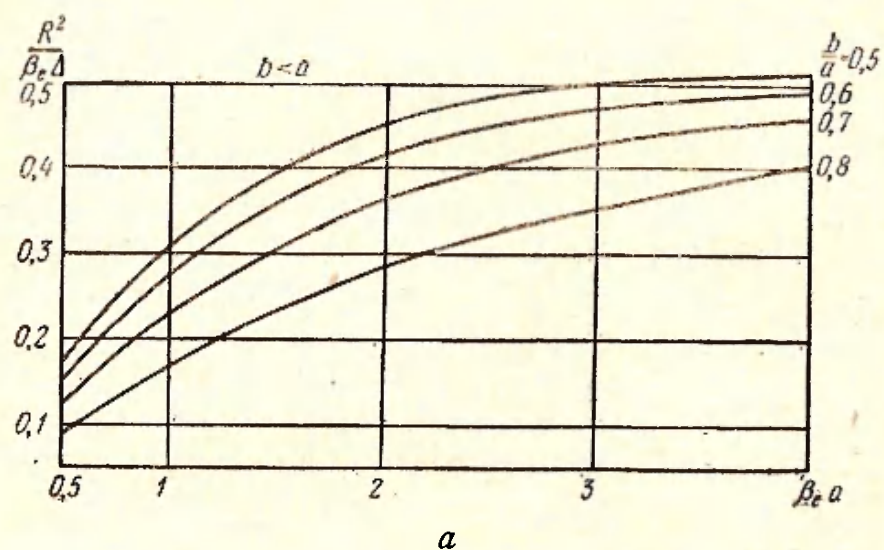


Рис. I.5. Зависимость квадрата коэффициента уменьшения плазменной частоты от параметра $\beta_e a$ для различных значений $\frac{b}{a}$:

a — радиус цилиндра;
 b — средний радиус пучка;
 Δ — толщина пучка.

a — пучок внутри цилиндра, $b < a$; b — пучок вне цилиндра, $b > a$.

На рис. 1.5,а представлена зависимость $\frac{D^2}{\beta_e \Delta}$ от $\beta_e a$ для различных значений отношения $\frac{b}{a}$.

Аналогичным образом можно получить выражение для коэффициента уменьшения плазменной частоты для тонкого полого пучка, внутренний радиус которого больше радиуса цилиндра. В этом случае в уравнении (I.101) следует положить $c=a$, $a \rightarrow \infty$. Расчет дает следующее выражение для коэффициента уменьшения плазменной частоты:

$$R^2 = \beta_e b \frac{1}{\frac{K_1(\beta_e b)}{K_0(\beta_e b)} + \frac{K_0(\beta_e a) I_1(\beta_e b) + I_0(\beta_e a) K_1(\beta_e b)}{I_0(\beta_e b) K_0(\beta_e a) - I_0(\beta_e a) K_0(\beta_e b)}} \times \times \frac{\Delta}{b} \quad (b > a). \quad (I.105)$$

График для расчета коэффициента уменьшения плазменной частоты по формуле (I.105) приведен на рис. 1.5,б.

Сопоставление результатов расчета квадрата коэффициента уменьшения плазменной частоты по формуле (I.104) и коэффициента депрессии для полого пучка [9] показывает, что эти величины практически совпадают.

ГЛАВА II

АНАЛИЗ РАБОТЫ ЛАМП БЕГУЩЕЙ ВОЛНЫ В ЛИНЕЙНОМ РЕЖИМЕ

II.1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

В первой главе было показано, что задача о взаимодействии электронного потока с бегущей волной может быть сведена к системе двух дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами [уравнения (I.39) и (I.42)]. Эта система уравнений определяет четыре волны, постоянные распространения которых могут быть найдены из характеристического уравнения (I.43). Для определения полного поля в любой точке линии кроме постоянных распространения необходимо знать также амплитуды этих волн, которые могут быть найдены из начальных условий. Вычислим сначала постоянные распространения.

II.2. РЕШЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ

Постоянные распространения Γ в системе с электронным пучком определяются из уравнения

$$(\Gamma^2 - \Gamma_0^2) [(\Gamma - j\beta_e)^2 + \beta_q^2] - 2j\beta_e C^3 \Gamma_0 \beta_0^2 = 0. \quad (\text{II.1})$$

Для решения этого уравнения положим

$$\Gamma = j\beta_e - \beta_e C \delta, \quad (\text{II.2})$$

$$\Gamma_0 = j\beta_e + j\beta_e b C + \beta_e C d = j\beta_e + j\beta_e C r, \quad (\text{II.3})$$

где b — параметр несинхронности, определяемый выражением

$$b = \frac{v_0 - v_\phi}{C v_\phi}; \quad (\text{II.4})$$

d — параметр затухания, равный

$$d = \frac{\alpha}{\beta_e C}; \quad (\text{II.5})$$

α — логарифмический декремент затухания холодной системы;

$$r = b - jd. \quad (\text{II.6})$$

Подставляя значения Γ и Γ_0 из (II.2) и (II.3) в уравнение (II.1), получаем характеристическое уравнение для определения δ :

$$C\delta^4 - 2j\delta^3 + (2r + r^2C + qC)\delta^2 - 2jq\delta + \\ + 2 \left[(1 + rC)(1 + bC)^2 + rq + \frac{1}{2}r^2Cq \right] = 0, \quad (\text{II.7})$$

где q — параметр пространственного заряда, определяемый формулой

$$q = \frac{\beta_7^2}{\beta_e^2 C^2}. \quad (\text{II.8})$$

Из формулы (II.2) следует, что вещественная часть δ характеризует изменение амплитуды волны, а мнимая часть — изменение фазовой скорости (точнее отличие фазовой скорости волны в системе с пучком от скорости электрона).

Обычно уравнение (II.7) решают в приближении малых значений параметра усиления C . Пренебрегая в (II.7) членами, содержащими C , получаем уравнение третьей степени [1]

$$\delta^3 + jr\delta^2 + q\delta + j(1 + qr) = 0. \quad (\text{II.9})$$

Заметим, что к этому уравнению сводится также уравнение (1.48), если воспользоваться подстановками (II.2) и (II.3) и положить $C \rightarrow 0$. Решение уравнения (II.9) при затухании, отличном от нуля, представляет значительные трудности и может быть выполнено только на электронно-вычислительной машине. В четвертом параграфе этой главы будет описан метод, позволяющий определить усиление ЛБВ при наличии затухания, не решая самого характеристического уравнения. В настоя-

ном параграфе будет решено это уравнение при отсутствии затухания.

В этом случае, полагая в (II.9) $d=0$, $r=b$, получаем

$$\delta^3 + j b \delta^2 + q \delta + j(1 + b q) = 0. \quad (\text{II.10})$$

Это уравнение подстановкой $\delta = jz$ может быть сведено к уравнению с вещественными коэффициентами, решение которого известно из [2]. Обозначим $\delta_i = x_i + j y_i$. На рис. II.1 представлены графики зависимости x_i и y_i

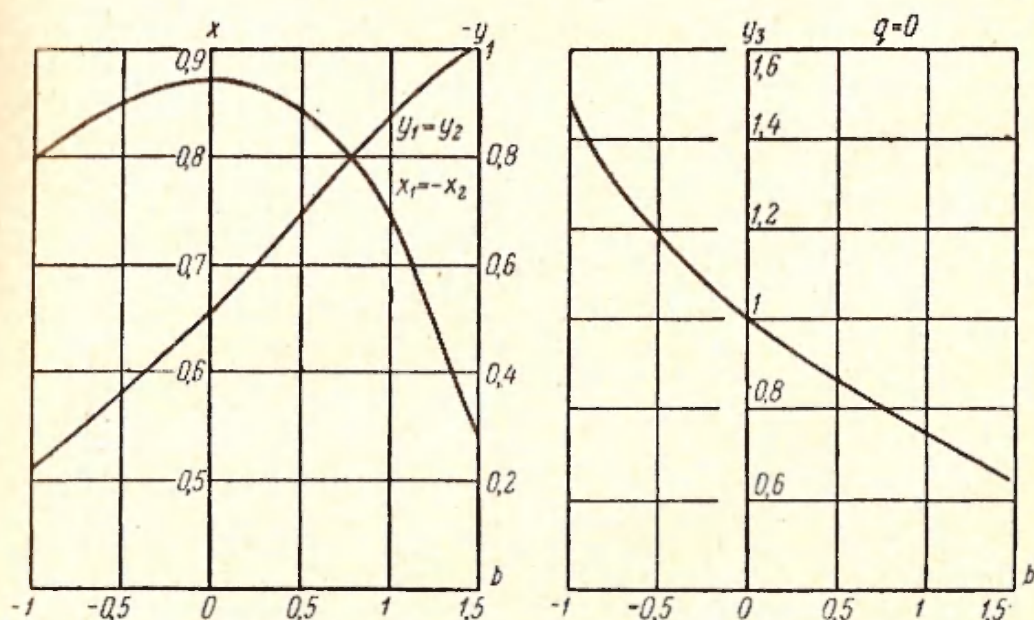


Рис. II.1. Зависимость действительной и мнимой частей корней характеристического уравнения (II.10) от параметра несинхронности при $q=0$.

от параметра несинхронности b для пренебрежимо малого пространственного заряда $q=0$. Аналогичная зависимость для значения $q=1$ и $q=2$ представлена на рис. II.2 и II.3*.

Наибольший интерес представляет значение x_1 , которое характеризует возрастающую волну и, следовательно, определяет усиление ЛБВ на достаточно большом расстоянии от входа. Из кривых, изображенных на рис. II.1—II.3, следует, что существует оптимальное значение параметра несинхронности $b = b_{\text{опт}}$, при котором x_1 принимает максимальное значение. На рис. II.4 представлена

* Подробные таблицы корней уравнений (II.9) и (II.10) приведены в [15].

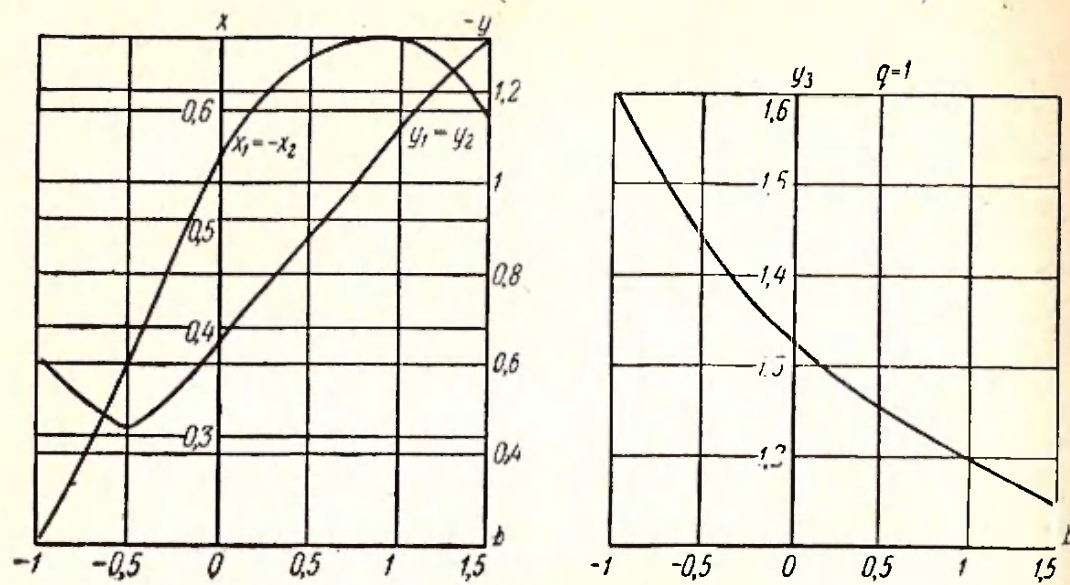


Рис. 11.2. Зависимость действительной и мнимой частей корней характеристического уравнения (11.10) от параметра несинхронности при $q=1$.

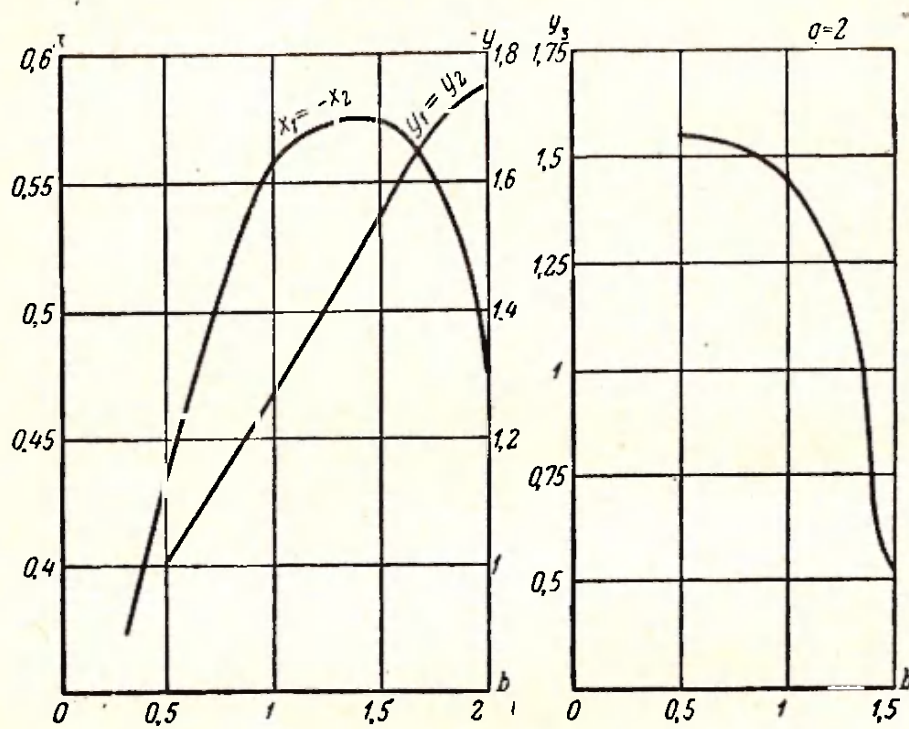


Рис. 11.3. Зависимость действительной и мнимой частей корней характеристического уравнения (11.10) от параметра несинхронности при $q=2$.

зависимость $x_{1\text{макс}}$ от q , а на рис. 11.5 — зависимость $b_{\text{опт}}$ от q . Пунктирной линией на рис. 11.5 представлена функция $b = \sqrt{q}$. Как видно из рисунка, $b_{\text{опт}} \approx \sqrt{q}$.

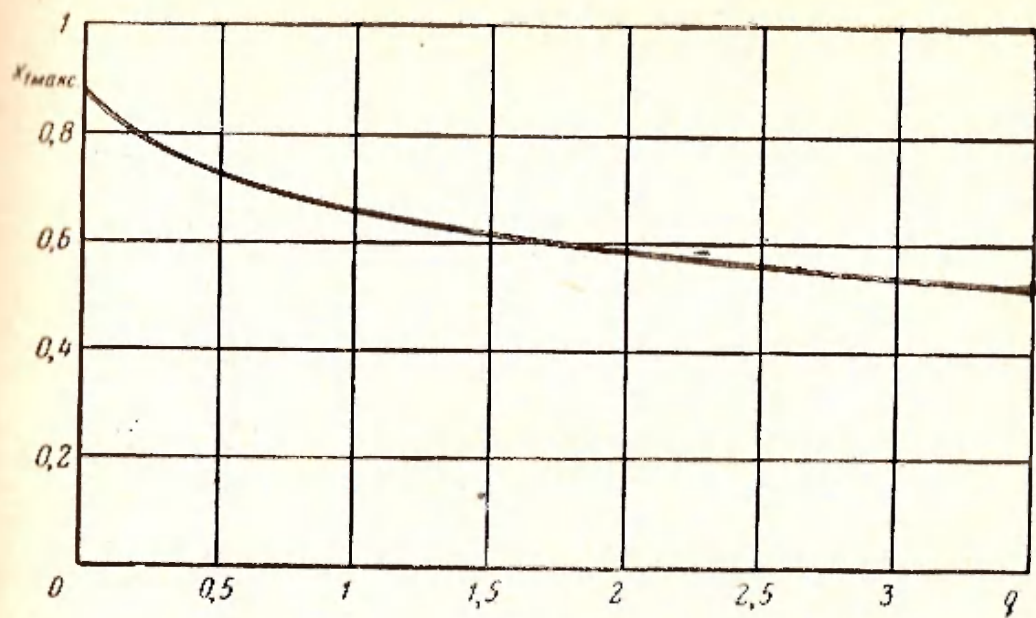


Рис. II.4. Зависимость максимального значения вещественной части корня характеристического уравнения (II.10), соответствующего возрастающей волне, от пространственного заряда.

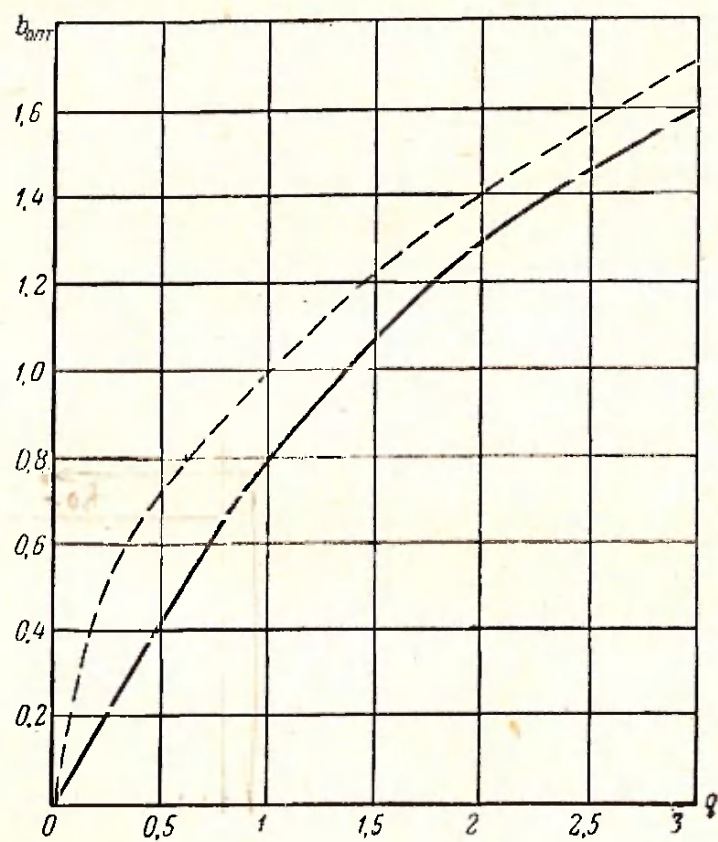


Рис. II.5. Зависимость оптимального значения параметра несинхронности от пространственного заряда.

Пунктиром представлена зависимость $b = V\sqrt{q}$.

Равенство $b = \sqrt{q}$ означает синхронизм между электромагнитной волной замедляющей системы и медленной волной пространственного заряда. Действительно, воспользовавшись определением параметра несинхронности b и параметра пространственного заряда q , из соотношения $b = \sqrt{q}$ получим

$$v_{\phi} = \frac{v_0}{1 - i \frac{\omega_q}{\omega}}$$

Заметим, что при $b = b_{\text{опт}}$ и при достаточно больших значениях q ($q \gg 1$) $y_1 = -\sqrt{q}$.

В ЛБВ средней и большой мощности параметр усиления может принимать значения $C = 0,2$ и более, тогда как уравнение (II.10) и, следовательно, его решения справедливы только для значений $C < 0,05$. В этом случае необходимо решить более строгое уравнение (II.7). Один из корней этого уравнения может быть найден непосредственно. Действительно, уравнение (II.7) определяет постоянные распространения четырех волн в системе с пучком. Две волны являются измененными волнами «холодной» системы и две другие — измененными волнами пространственного заряда. Естественно, что из двух волн, распространяющихся в линии, одна является обратной (фазовая скорость направлена противоположно электронному пучку). Так как с электронным пучком она взаимодействует слабо, то в приближении малых C ее постоянная распространения не изменяется. Этим объясняется то, что для малых C характеристическое уравнение является уравнением третьей степени. Поэтому в качестве приближенного значения корня уравнения (II.7) можно взять постоянную распространения обратной волны в «холодной» системе; $\Gamma_{04} = -j\beta_e(1 + rC)$. Из соотношения (II.2) следует, что приближенное значение корня уравнения (II.7) равно $\delta_4 \sim j\left(\frac{2}{C} + r\right)$.

Уточненное значение этого корня, вычисленное по методу Ньютона, равно

$$\delta_4 = j\left(\frac{2}{C} + r - \frac{C^2}{4}\right). \quad (\text{II.11})$$

Из формулы (II.11) следует, что при взаимодействии волн постоянная распространения обратной волны изме-

няется на величину, пропорциональную C^3 . Зная значение одного из корней уравнения (II.7), можно понизить его степень. При этом получаем

$$\delta^3 + j \left(r - \frac{C^2}{4} \right) \delta^2 + \left(q + \frac{C}{2} + \frac{rC^2}{2} \right) \delta + j \left(1 + qr + \frac{5}{2} rC + 2r^2C^2 - \frac{qC^2}{4} \right) = 0. \quad (\text{II.12})$$

Если затухание в линии пренебрежимо мало ($d=0$), то (II.12) может быть сведено к уравнению с вещественными коэффициентами. Зависимости вещественной и

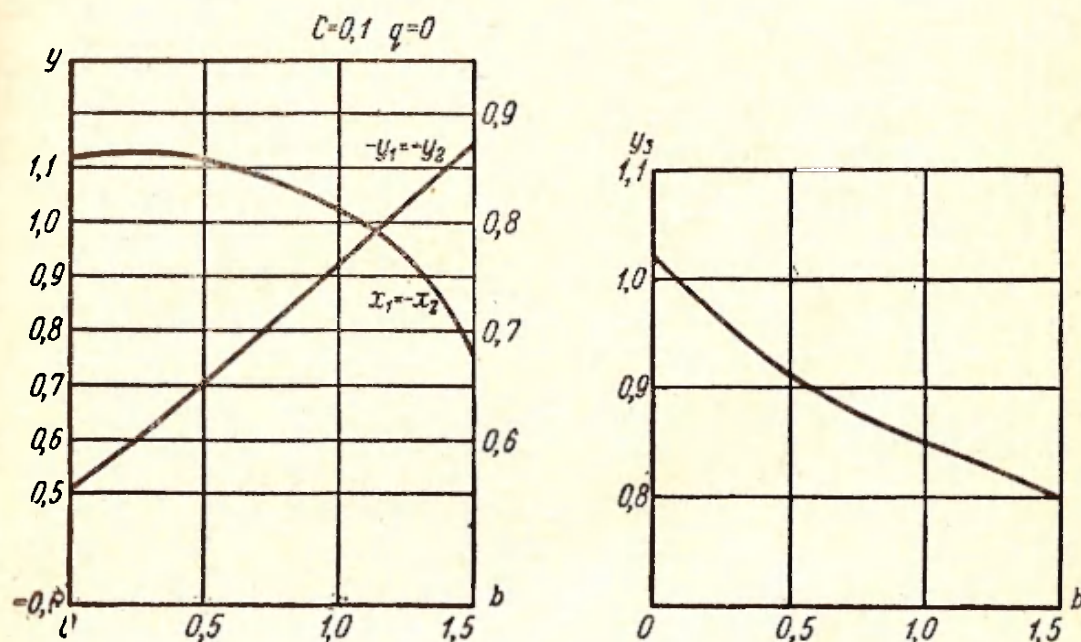


Рис. II.6. Зависимость действительных и мнимых частей корней уравнения (II.12) от параметра несинхронности для значений $q=0$ и $C=0,1$.

мнимой частей корней уравнения (II.12) x_i и y_i от параметра несинхронности для различных значений q и C (при $d=0$) представлены на рис. II.6—II.13. На рис. II.14 и II.15 представлена зависимость $x_{1\text{макс}}$ от параметра пространственного заряда и от параметра усиления.

Из этих рисунков следует, что начиная со значений $C=0,025$ в характеристическом уравнении (II.7) нельзя пренебрегать членами, содержащими C .

На рис. II.16 представлена зависимость оптимального значения параметра несинхронности $b_{\text{опт}}$, при котором x_1 принимает максимальное значение, от параметра про-

странственного заряда. Полученные результаты расчета постоянных распространения при больших значениях параметра усиления C отличаются от приведенных в работах [3, 4]. Это объясняется тем, что данные в [3, 4] получены из ошибочного характеристического уравнения [1]. На рис. II.14 пунктирными кривыми показана зависимость $x_{\text{макс}}$ от q , приведенная в [3].

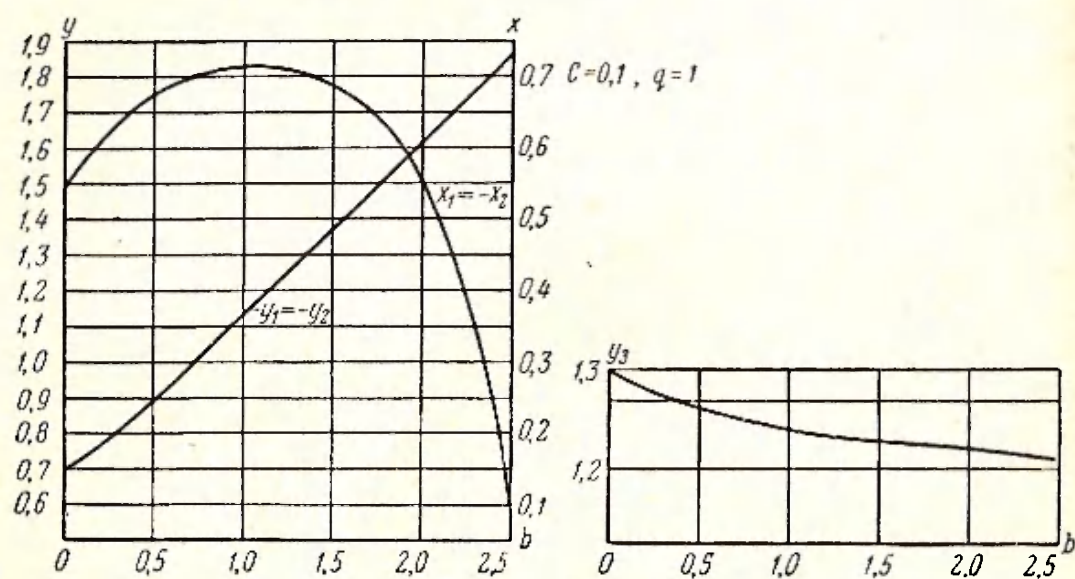


Рис. II.7. Зависимость действительных и мнимых частей корней уравнения (II.12) от параметра несинхронности для значений $q=1$ и $C=0,1$.

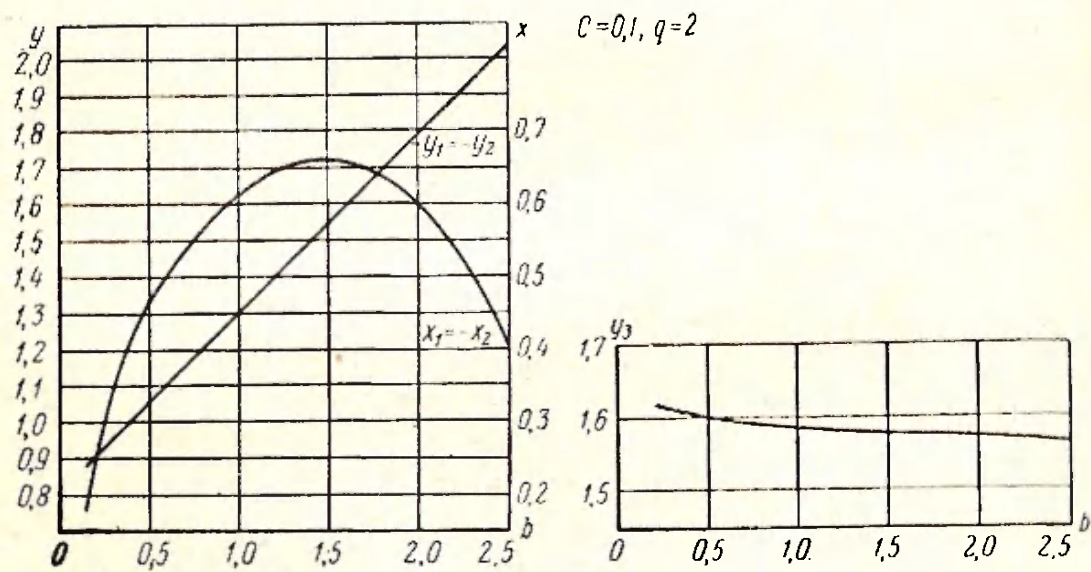


Рис. II.8. Зависимость действительных и мнимых частей корней уравнения (II.12) от параметра несинхронности для значений $q=2$ и $C=0,1$.

При построении пунктирных кривых использовано соотношение, связывающее параметр q с параметром пространственного заряда $4QC$, введенным в [1]:

$$q = \frac{4QC}{(1 - C\sqrt{4QC})^2}$$

Сравнение этих кривых показывает, что расчет по графикам [3] дает завышенные значения усиления. Зависимость $x_{\text{макс}}$ от параметра усиления для различных

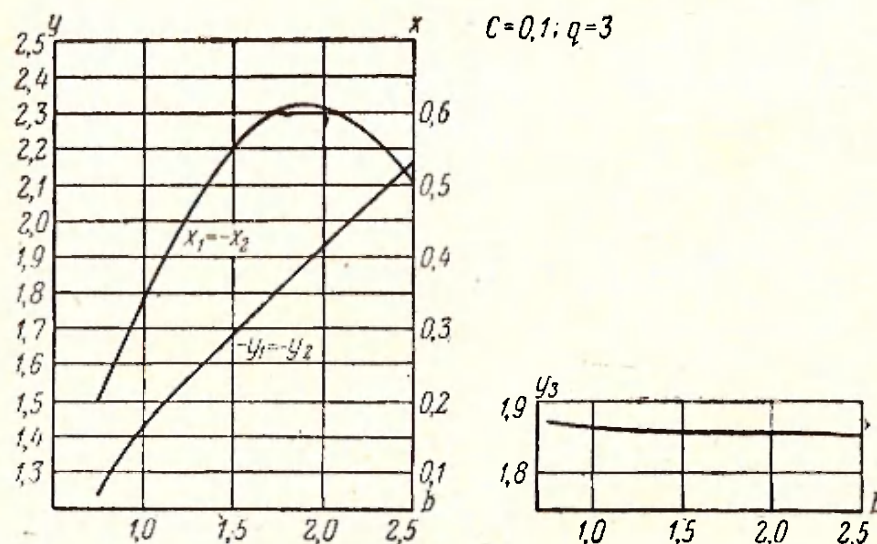


Рис. 11.9. Зависимость действительных и мнимых частей корней уравнения (II.12) от параметра несинхронности для значений $q=3$ и $C=0,1$.

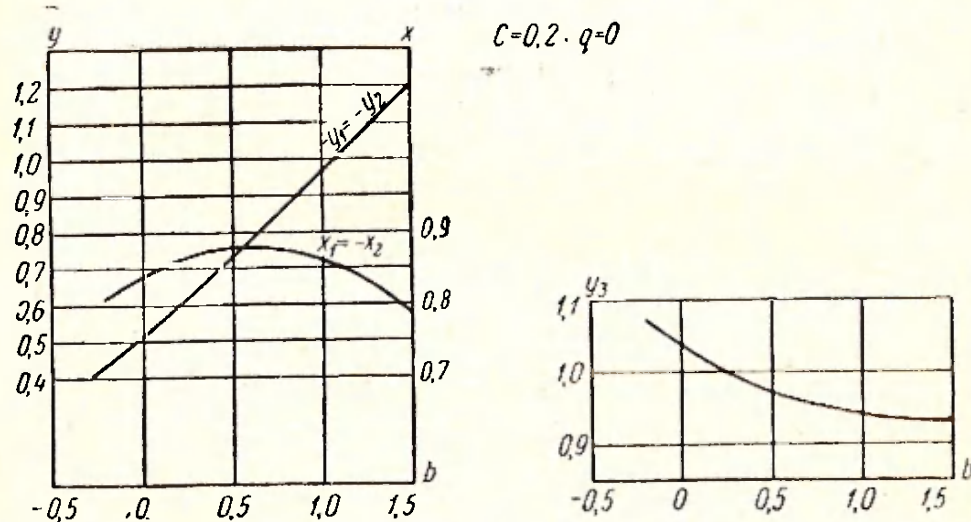


Рис. 11.10. Зависимость действительных и мнимых частей корней уравнения (II.12) от параметра несинхронности для значений $q=0$ и $C=0,2$.

значений $4QC$, приведенная в [3], показывает, что с ростом пространственного заряда усиление, приходящееся на длину волны в электронном пучке, увеличивается.

Обычно при анализе взаимодействия электронного потока с бегущей электромагнитной волной вводят

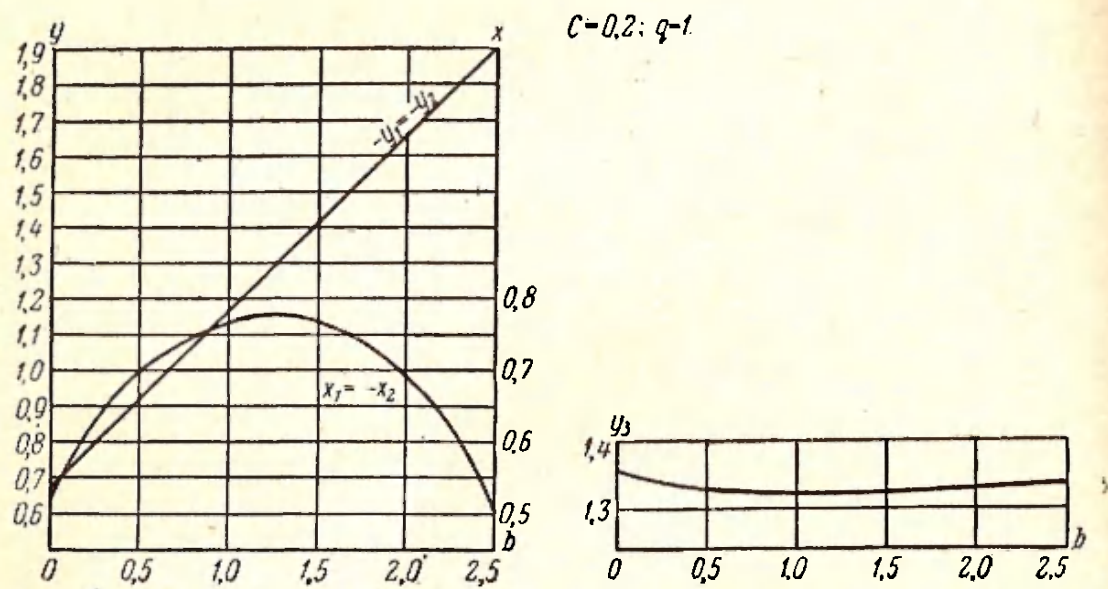


Рис. II.11. Зависимость действительных и мнимых частей корней уравнения (II.12) от параметра несинхронности для значений $q=1$ и $C=0,2$.

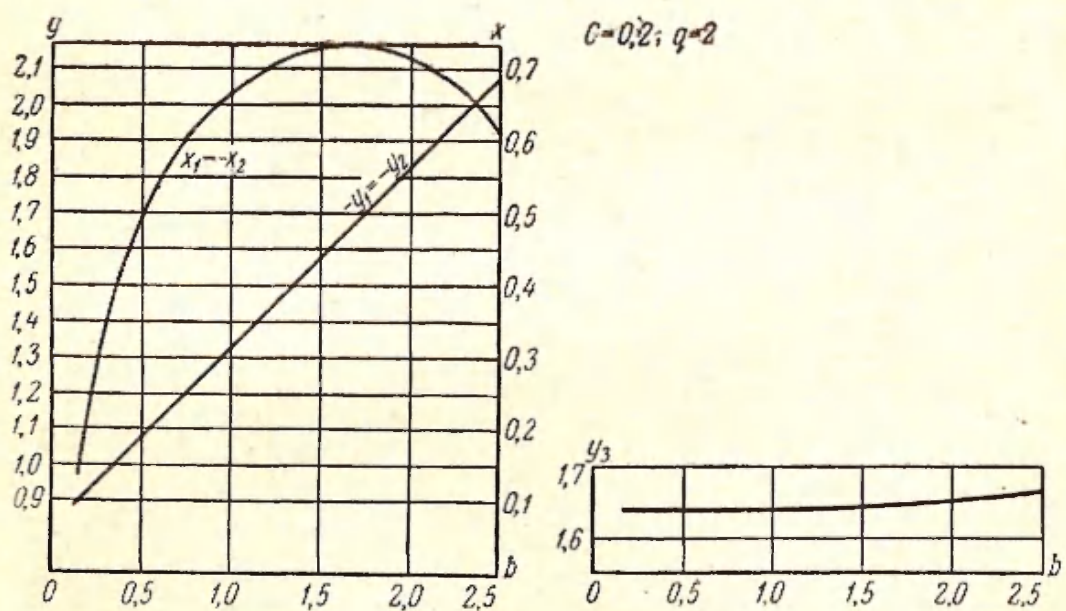


Рис. II.12. Зависимость действительных и мнимых частей корней уравнения (II.12) от параметра несинхронности для значений $q=2$ и $C=0,2$.

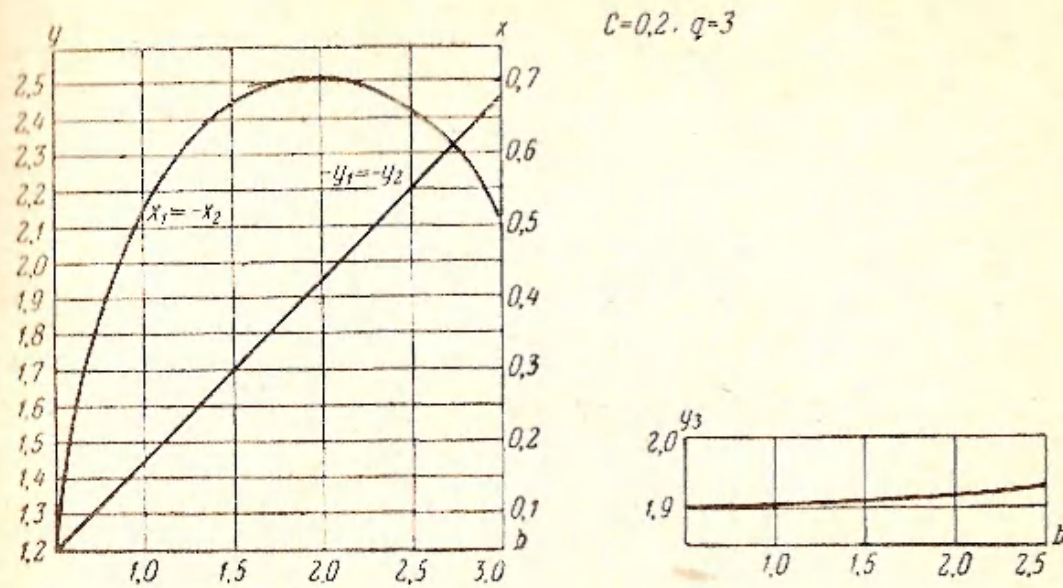


Рис. 11.13. Зависимость действительных и мнимых частей корней уравнения (11.12) от параметра несинхронности для значений $q=3$ и $C=0,2$.

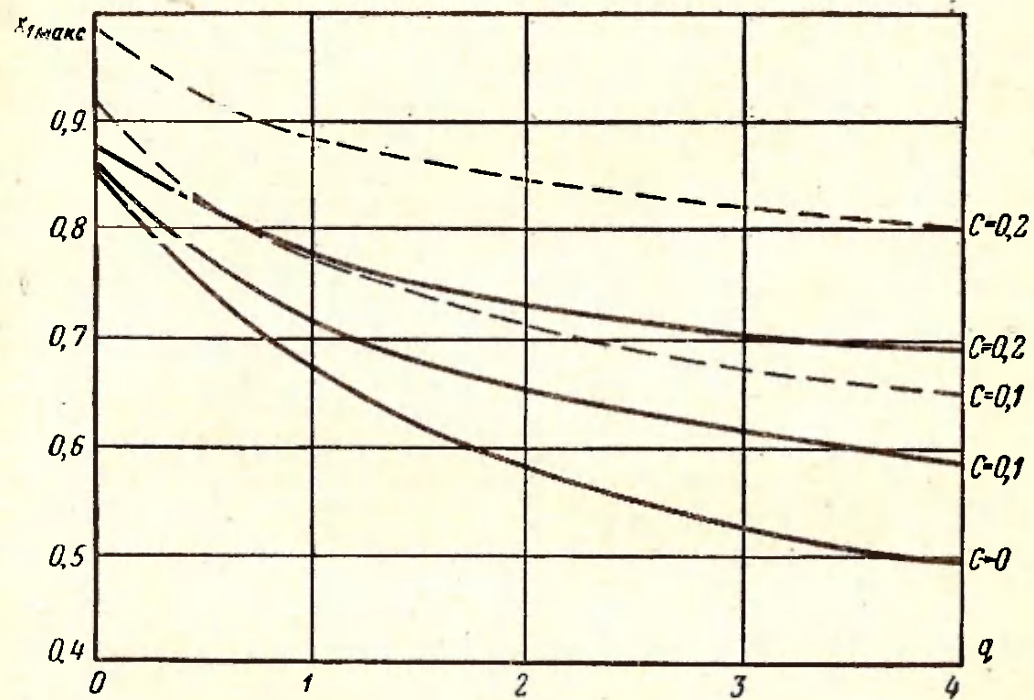


Рис. 11.14. Зависимость максимального значения действительной части корня уравнения (11.12), соответствующего возрастающей волне, от пространственного заряда для различных значений параметра усиления.

Пунктиром представлена та же зависимость, взятая из работы [3].

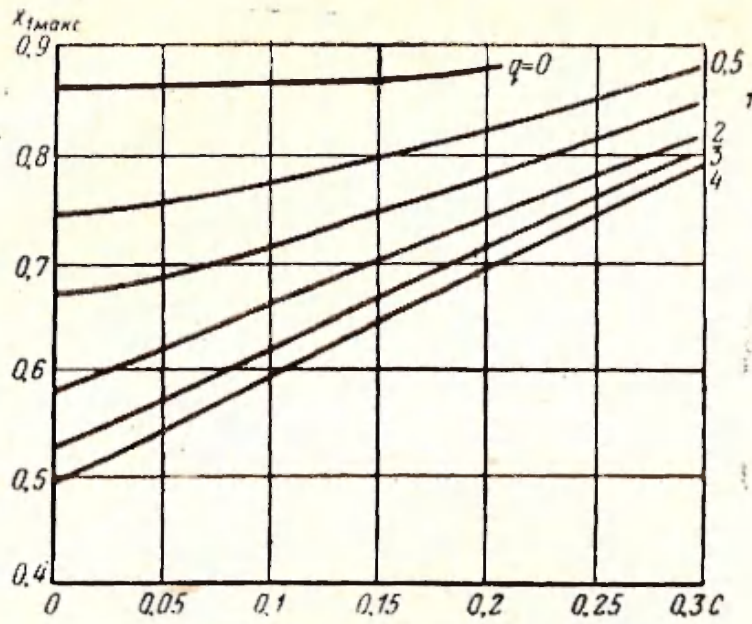


Рис. II.15. Зависимость максимального значения действительной части корня уравнения (II.12), соответствующего возрастающей волне, от параметра усиления для различных значений параметра пространственного заряда.

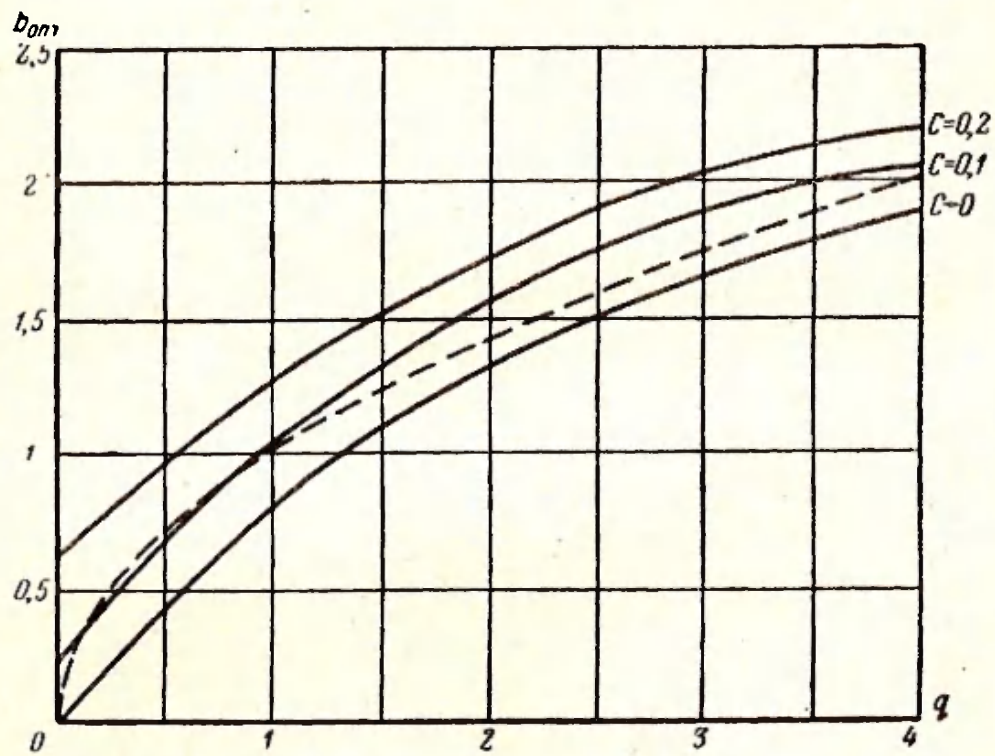


Рис. II.16. Зависимость оптимального значения параметра не-синхронности от пространственного заряда для различных значений параметра усиления. Пунктиром представлена зависимость $b = \sqrt{q}$.

параметры b , q и d , которые удобны для расчета при малых значениях C . Так как они зависят от параметра усиления, то они оказываются неудобными для анализа работы ЛБВ при больших значениях C . Более удобными являются параметры, не зависящие от C . В качестве системы таких параметров могут быть введены следующие:

параметр пространственного заряда

$$\kappa = \frac{\omega_d}{\omega} = \frac{\beta_d}{\beta_e} = C \sqrt{q};$$

параметр несинхронности

$$\xi = \frac{v_0}{v_\phi} - 1 = bC;$$

параметр затухания

$$\psi = \frac{L}{54,5N} = Cd = \frac{\alpha}{\beta_e};$$

где ψ — затухание в децибелах.

Эти параметры дают возможность наглядно представить зависимость усиления и оптимального значения параметра несинхронности от пространственного заряда, затухания и параметра усиления. На рис. II.17 и II.18

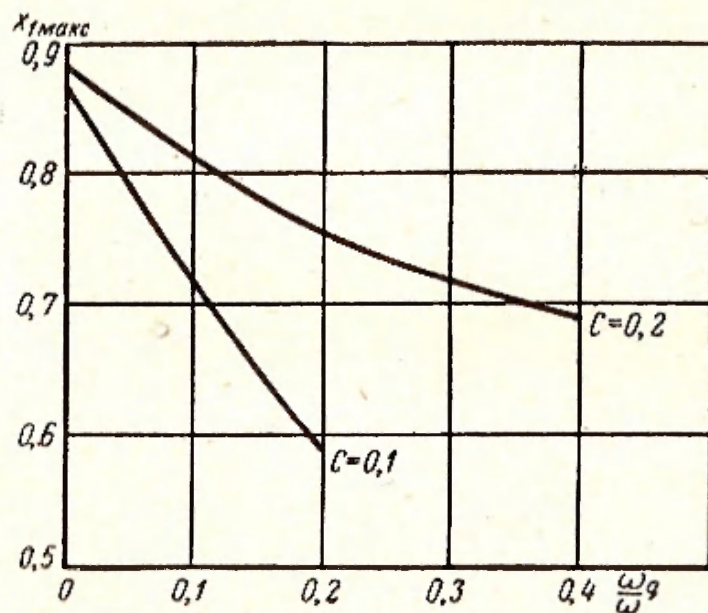


Рис. II.17. Зависимость $\chi_{1 \max}$ от параметра

$\frac{\omega_d}{\omega}$ для значений $C = 0,1$ и $0,2$.

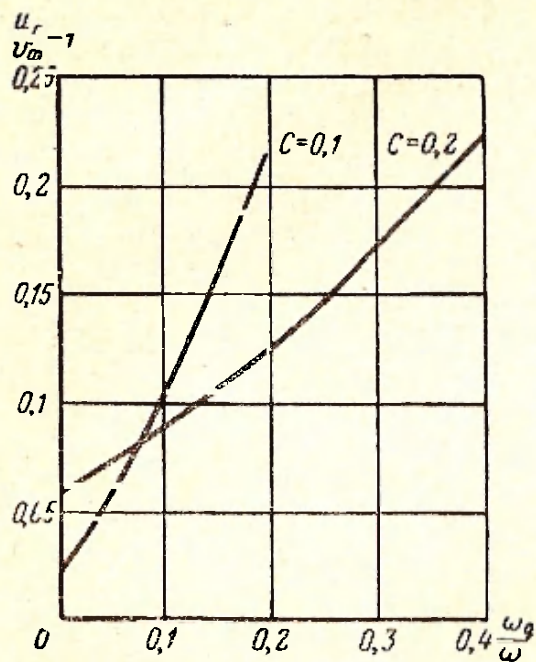


Рис. II.18. Зависимость расстройки между электронным потоком и электромагнитной волной от параметра $\frac{\omega_1}{\omega}$ для значений $C = 0,1$ и $0,2$.

показана зависимость $x_{1\text{макс}}$ и ξ от ω для различных значений C . Из рис. II.17 видно, что с увеличением параметра усиления (с увеличением сопротивления связи) пространственный заряд слабее влияет на усиление. Из рис. II.18 следует, что с увеличением параметра усиления оптимальная разность между скоростью электронов и фазовой скоростью волны, при которой имеет место максимальное усиление, уменьшается.

Для вычисления коэффициента усиления ЛБВ следует определить зависимость напряженности ВЧ поля от длины участка взаимодействия.

Для этого кроме постоянных распространения волн системы с пучком необходимо знать также их амплитуды, которые могут быть определены из граничных условий.

II.3. ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ И КОЭФФИЦИЕНТ УСИЛЕНИЯ

Напряженность поля в любой точке z участка взаимодействия определяется соотношением

$$E(z) = \sum_{k=1}^4 E_k e^{-\Gamma_k z}, \quad (\text{II.13})$$

где Γ_k — корень уравнения (II.1);

E_k — амплитуда k -й волны, определяемая из граничных условий.

Для составления граничных условий запишем первое уравнение (I.38), представляющее собой уравнение

возбуждения линии переменным током:

$$E(z) = E_0 e^{-\Gamma_0 z} - \frac{1}{r} K_0 \beta_0^2 e^{-\Gamma_0 z} \int_0^z i(\xi) e^{\Gamma_0 \xi} d\xi - \\ - \frac{1}{2} K_0 \beta_0^2 e^{\Gamma_0 z} \int_z^l i(\xi) e^{-\Gamma_0 \xi} d\xi \quad (\text{II.14})$$

и дифференциальное уравнение (1.42) для тока, обусловленного полем линии:

$$\frac{d^2 i}{dz^2} + 2j\beta_e \frac{di}{dz} - (\beta_e^2 - \beta_q^2) i = j \frac{\beta_e I_0}{2U_0} E(z). \quad (\text{II.15})$$

Интегрирование уравнения (II.15) дает

$$i(z) = j \frac{I_0 \beta_e}{2U_0} \int_0^z E(x) \frac{\sin \beta_q (z-x)}{\beta_q} e^{-j\beta_e (z-x)} dx + \\ + e^{-j\beta_e z} \left\{ i(0) \cos \beta_q z + \frac{j\beta_e}{\beta_q} \left[i(0) + \frac{1}{j\beta_e} \frac{di(0)}{dz} \right] \sin \beta_q z \right\}. \quad (\text{II.16})$$

Воспользовавшись соотношениями (I.20) и (I.21a) для равномерного распределения плотности тока, не сложно показать, что переменная составляющая скорости определяется соотношением

$$v(z) = \frac{v_0}{I_0} \left(i + \frac{1}{j\beta_e} \frac{di}{dz} \right).$$

Таким образом, переменный ток пучка в любой точке определяется через напряженность ВЧ поля и значения переменных составляющих скорости и тока на входе в пространство взаимодействия:

$$i(z) = j \frac{I_0 \beta_e}{2U_0} \int_0^z E(x) \frac{\sin \beta_q (z-x)}{\beta_q} e^{-j\beta_e (z-x)} dx + \\ + e^{-j\beta_e z} \left[i(0) \cos \beta_q z + j\beta_e \frac{I_0}{v_0} v(0) \frac{\sin \beta_q z}{\beta_q} \right]. \quad (\text{II.16a})$$

При отсутствии начальной модуляции пучка $v(0) = i(0) = 0$ и

$$i(z) = j \frac{I_0 \beta_e}{2U_0} \int_0^z E(x) \frac{\sin \beta_q (z-x)}{\beta_q} e^{-j\beta_e (z-x)} dx. \quad (\text{II.17})$$

Соотношения (II.14) и (II.17) позволяют записать граничные условия для определения постоянных E_k при отсутствии предварительной модуляции электронного пучка. Из (II.14) находим

$$E(0) = \sum_{k=1}^4 E_k = E_0 - \frac{1}{2} K_0 \beta_0^2 \int_0^l i(\xi) e^{-\Gamma_0 \xi} d\xi, \quad (\text{II.18})$$

$$E'(0) = - \sum_{k=1}^4 \Gamma_k E_k = -E_0 \Gamma_0 + \frac{1}{2} K_0 \beta_0^2 \Gamma_0 \int_0^l i(\xi) e^{-\Gamma_0 \xi} d\xi. \quad (\text{II.19})$$

Воспользовавшись дифференциальным уравнением (II.15), найдем выражение для переменного тока через напряженность поля. Полагая, что переменные величины изменяются с расстоянием по закону $e^{-\Gamma z}$, получаем

$$i(z) = \frac{j\beta_e I_0}{2U_0} \sum_{k=1}^4 \frac{E_k e^{-\Gamma_k z}}{[(\Gamma_k - j\beta_e)^2 + \beta_q^2]}. \quad (\text{II.20})$$

Таким образом,

$$i(0) = \frac{j\beta_e I_0}{2U_0} \sum_{k=1}^4 E_k \frac{1}{[(\Gamma_k - j\beta_e)^2 + \beta_q^2]} = 0, \quad (\text{II.21})$$

$$\frac{di(0)}{dz} = - \frac{j\beta_e I_0}{2U_0} \sum_{k=1}^4 E_k \frac{\Gamma_k}{[(\Gamma_k - j\beta_e)^2 + \beta_q^2]} = 0. \quad (\text{II.22})$$

Из выражения (II.18) следует, что напряженность поля $E(0)$ на входе в пространство взаимодействия не равна входному сигналу E_0 .

Это объясняется обратным излучением электронного пучка. Модулированный электронный пучок возбуждает

в системе ВЧ электромагнитное поле как в направлении прямого движения, так и в обратном направлении. Это показано в первой главе [см. формулу (1.16)]. Интеграл в правой части (II.18) определяет величину обратного излучения на входе участка взаимодействия.

Формулы (II.18), (II.19), (II.21) и (II.22) позволяют найти амплитуды парциальных волн E_k . Прежде чем решать эту систему уравнений, преобразуем ее к более удобному виду. Для этого подставим в соотношения (II.18) и (II.19) выражение для тока, (II.20). Подставив затем в (II.18)–(II.21) вместо Γ_k и Γ_0 их выражения

$$\Gamma_k = j\beta_e - \beta_e C \delta_k, \quad \Gamma_0 = j\beta_e + j\beta_e C r,$$

получаем следующую систему уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \sum_{k=1}^4 \left[1 - C(1+bC)^2 \frac{1 - e^{j(2+Cr+jC\delta_k)2\pi N_e}}{(\delta_k^2 + q)(2+Cr+jC\delta_k)} \right] E_k &= E_0, \\ \sum_{k=1}^4 \left[\delta_k + jrC(1+bC) \frac{1 - e^{j(2+Cr+jC\delta_k)2\pi N_e}}{(\delta_k^2 + q)(2+rC+jC\delta_k)} \right] E_k &= -jrE_0, \\ \sum_{k=1}^4 E_k \frac{1}{\delta_k^2 + q} &= 0, \\ \sum_{k=1}^4 E_k \frac{\delta_k^2}{\delta_k^2 + q} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.23})$$

Здесь $N_e = \frac{l}{\lambda} \frac{505}{\sqrt{U_e}}$. Из этой системы уравнений следует, что в общем случае амплитуды парциальных волн зависят не только от входного сигнала, но и от длины участка взаимодействия. Это обусловлено влиянием обратного излучения электронного пучка на взаимодействие с волной системы. Решим эту систему уравнений сначала в приближении малых C . В этом случае полное поле определяется суммой трех парциальных волн, постоянные распространения которых вычисляются из

характеристического уравнения третьей степени. Полагая в (II.20) $C=0$, получаем:

$$\left. \begin{aligned} \sum_{k=1}^3 E_k &= E_0, \\ \sum_{k=1}^3 \frac{E_k}{\delta_k^2 + q} &= 0, \\ \sum_{k=1}^3 \frac{\delta_k E_k}{\delta_k^2 + q} &= 0, \\ \sum_{k=1}^3 \delta_k E_k &= -jrE_0. \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.24})$$

Из этой системы следует, что при малых C амплитуды парциальных волн зависят только от входного сигнала.

Легко показать, что последнее уравнение системы (II.24) является следствием первых трех. Решая систему трех уравнений относительно неизвестных E_k , находим:

$$\left. \begin{aligned} E_1 &= \frac{\delta_1^2 + q}{(\delta_1 - \delta_2)(\delta_1 - \delta_3)} E_0, \\ E_2 &= \frac{\delta_2^2 + q}{(\delta_2 - \delta_3)(\delta_2 - \delta_1)} E_0, \\ E_3 &= \frac{\delta_3^2 + q}{(\delta_3 - \delta_1)(\delta_3 - \delta_2)} E_0. \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.25})$$

Подставив E_k из (II.25) в последнее уравнение (II.24) и воспользовавшись соотношениями между корнями и коэффициентами кубического уравнения (II.9), получаем тождество.

Зная амплитуды парциальных волн, можно определить напряженность поля в любой точке лампы:

$$E(z) = E_0 \left\{ \frac{\delta_1^2 + q}{(\delta_1 - \delta_2)(\delta_1 - \delta_3)} e^{2\pi CN_0 \delta_1 z} + \dots \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} & + \frac{\delta_2^2 + q}{(\delta_2 - \delta_3)(\delta_2 - \delta_1)} e^{2\pi CN_e \delta_2} + \\ & + \frac{\delta_3^2 + q}{(\delta_3 - \delta_1)(\delta_3 - \delta_2)} e^{2\pi CN_e \delta_3} \end{aligned} \right\} e^{-j2\pi N_e}, \quad (\text{II.26})$$

где δ_k — корни характеристического уравнения (II.9).

Коэффициент усиления по мощности определяется формулой

$$K_z = \left| \frac{E(z)}{E_0} \right|^2 = \left| \frac{\delta_1^2 + q}{(\delta_1 - \delta_2)(\delta_1 - \delta_3)} e^{2\pi CN_e \delta_1} + \frac{\delta_2^2 + q}{(\delta_2 - \delta_3)(\delta_2 - \delta_1)} e^{2\pi CN_e \delta_2} + \frac{\delta_3^2 + q}{(\delta_3 - \delta_1)(\delta_3 - \delta_2)} e^{2\pi CN_e \delta_3} \right|^2. \quad (\text{II.27})$$

Так как вещественная часть δ_1 положительна, то на достаточно большом расстоянии от входа в участок взаимодействия двумя последними слагаемыми в правой части (II.27) можно пренебречь и получить асимптотическое выражение для коэффициента усиления ЛБВ

$$K_y = \left| \frac{\delta_1^2 + q}{(\delta_1 - \delta_2)(\delta_1 - \delta_3)} \right|^2 e^{4\pi CN_e x_1}. \quad (\text{II.28})$$

Обычно коэффициент усиления выражают в децибелах:

$$G = 10 \lg K_y = BCN_e + A \text{ [дБ]}, \quad (\text{II.29})$$

где

$$B = 40\pi (\lg e) x_1 = 54,5 x_1; \quad (\text{II.30})$$

$$A = 20 \lg \left| \frac{\delta_1^2 + q}{(\delta_1 - \delta_2)(\delta_1 - \delta_3)} \right|. \quad (\text{II.31})$$

На рис. II.19 представлены кривые зависимости параметра A от параметра пространственного заряда q для $b = b_{\text{опт}}$, соответствующего максимальному значению x_1 .

Как следует из формулы (II.29), параметр A характеризует отличие закона возрастания поля в начальном участке области взаимодействия от экспоненциального

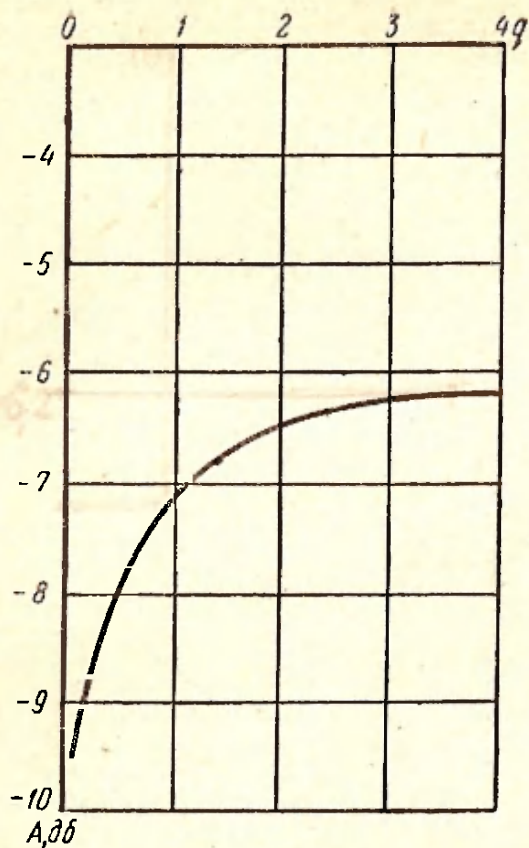


Рис. II.19. Зависимость параметра начальных потерь от пространственного заряда.

закона. Это отличие обусловлено тем, что в начальном участке электронный пучок еще слабо промодулирован по плотности и поэтому сгруппированный пучок электронов не обеспечивает экспоненциального возрастания поля. В связи с этим параметр A обычно называют параметром начальных потерь.

Рассмотрим теперь усиление при больших значениях параметра усиления C . Для определения амплитуд четырех парциальных волн следует решить систему уравнений (II.23). Расчет дает следующие выражения для амплитуд парциальных волн:

$$E_h = \frac{1}{(\delta_h + jr)} \frac{W_h}{W_0} E_0, \quad (\text{II.32})$$

где

$$W_0 = - \frac{(\delta_1 - \delta_3)(\delta_2 - \delta_3)(\delta_1 - \delta_2)}{(\delta_1 + jr)(\delta_2 + jr)(\delta_3 + jr)} \frac{e^{2\pi CN_e \delta_4}}{2 + C(r + j\delta_4)} -$$

$$- \frac{(\delta_1 - \delta_3)(\delta_1 - \delta_4)(\delta_3 - \delta_4)}{(\delta_1 + jr)(\delta_3 + jr)(\delta_4 + jr)} \frac{e^{2\pi CN_e \delta_2}}{2 + C(r + j\delta_2)} +$$

$$+ \frac{(\delta_1 - \delta_2)(\delta_1 - \delta_4)(\delta_2 - \delta_4)}{(\delta_1 + jr)(\delta_2 + jr)(\delta_4 + jr)} \frac{e^{2\pi CN_e \delta_3}}{2 + C(r + j\delta_3)} +$$

$$+ \frac{(\delta_2 - \delta_3)(\delta_2 - \delta_4)(\delta_3 - \delta_4)}{(\delta_2 + jr)(\delta_3 + jr)(\delta_4 + jr)} \frac{e^{2\pi CN_e \delta_1}}{2 + C(r + j\delta_1)}; \quad (\text{II.33})$$

$$W_1 = \frac{\delta_2 - \delta_3}{2 + C(r + j\delta_4)} e^{2\pi CN_e \delta_4} - \frac{\delta_2 - \delta_4}{2 + C(r + j\delta_3)} e^{2\pi CN_e \delta_2} -$$

$$- \frac{\delta_3 - \delta_4}{2 + C(r + j\delta_2)} e^{2\pi CN_e \delta_3}. \quad (\text{II.34})$$

Величины W_2 , W_3 и W_4 получаются из (II.34) циклической перестановкой индексов при δ .

Прежде чем исследовать выражения для \bar{E}_ν покажем, что для малых значений параметра усиления C они совпадают с (II.25). Для этого воспользуемся формулой (II.11) для постоянной распространения четвертой волны δ_4 . Подставляя это значение в (II.32)—(II.34) и полагая $C \rightarrow 0$, после несложных преобразований получаем:

$$\begin{aligned} \bar{F}_1 &= \frac{(\delta_2 + jr)(\delta_3 + jr)}{(\delta_1 - \delta_2)(\delta_1 - \delta_3)} \bar{F}_0, \\ \bar{F}_2 &= \frac{(\delta_3 + jr)(\delta_1 + jr)}{(\delta_2 - \delta_3)(\delta_2 - \delta_1)} \bar{F}_0, \\ \bar{F}_3 &= \frac{(\delta_1 + jr)(\delta_2 + jr)}{(\delta_3 - \delta_1)(\delta_3 - \delta_2)} \bar{F}_0, \\ \bar{F}_4 &= 0. \end{aligned} \quad (\text{II.35})$$

Таким образом, в приближении малых C амплитуда четвертой парциальной волны (фазовая скорость которой противоположна скорости электронного пучка) всегда равна нулю. Для доказательства тождественности выражений (II.25) и (II.35) воспользуемся соотношениями между корнями и коэффициентами уравнения третьей степени (II.9):

$$(\delta_2 + \delta_3) = -(jr + \delta_1), \quad \delta_2 \delta_3 = -\frac{j(1 + qr)}{\delta_1}.$$

Тогда

$$\begin{aligned} \bar{F}_1 &= \frac{(\delta_2 + jr)(\delta_3 + jr)}{(\delta_1 - \delta_2)(\delta_1 - \delta_3)} \bar{F}_0 = \frac{r^2 - \delta_2 \delta_3 - jr(\delta_2 - \delta_3)}{(\delta_1 - \delta_2)(\delta_1 - \delta_3)} \bar{F}_0 = \\ &= \frac{j(1 + qr) + jr\delta_1}{\delta_1(\delta_1 - \delta_2)(\delta_1 - \delta_3)} \bar{F}_0 = \frac{\delta_1^2 + q}{(\delta_1 - \delta_2)(\delta_1 - \delta_3)} \bar{F}_0. \end{aligned} \quad (\text{II.36})$$

В последнем равенстве мы воспользовались тем, что δ_1 удовлетворяет уравнению (II.9).

Тождественность уравнений (II.25) и (II.35) показывает, что в приближении малых C обратное излучение электронного потока отсутствует.

Исследуем более подробно выражения (II.32)—(II.34) для амплитуд парциальных волн.

Для этого запишем выражения для W_0 и W_k следующим образом:

$$\begin{aligned}
 W_0 &= A_{04} \frac{1}{C^3} e^{\theta \delta_4} + A_{03} \frac{1}{C} e^{\theta \delta_3} + A_{02} \frac{1}{C} e^{\theta \delta_2} + A_{01} \frac{1}{C} e^{\theta \delta_1}, \\
 W_1 &= A_{14} \frac{1}{C^3} e^{\theta \delta_4} + A_{13} \frac{1}{C} e^{\theta \delta_3} + A_{12} \frac{1}{C} e^{\theta \delta_2}, \\
 W_2 &= A_{24} \frac{1}{C^3} e^{\theta \delta_4} + A_{23} \frac{1}{C} e^{\theta \delta_3} + A_{21} \frac{1}{C} e^{\theta \delta_1}, \\
 W_3 &= A_{34} \frac{1}{C^3} e^{\theta \delta_4} + A_{32} \frac{1}{C} e^{\theta \delta_2} + A_{31} \frac{1}{C} e^{\theta \delta_1}, \\
 W_4 &= A_{43} \frac{1}{C} e^{\theta \delta_3} + A_{42} \frac{1}{C} e^{\theta \delta_2} + A_{41} \frac{1}{C} e^{\theta \delta_1},
 \end{aligned} \tag{II.37}$$

где $\theta = 2\pi CN_e$, а A_{mn} являются функциями δ_k , r и C . При $C \rightarrow 0$ величины A_{mn} остаются конечными и не равными нулю.

Напомним, что δ_3 и δ_4 — чисто мнимые величины, а δ_1 и δ_2 — комплексные числа с положительной и отрицательной вещественной частью соответственно. Из (II.37) следует, что при малых длинах участка взаимодействия (т. е. при малых значениях θ) в выражениях для W_0 , W_1 , W_2 и W_3 следует сохранить только первое слагаемое, так как оно обратно пропорционально C^3 . (Обычно в реальных лампах параметр усиления не превышает значения $C=0,2$.)

Из (II.37) и (II.38) получаем следующие выражения для амплитуд парциальных волн при малых длинах участков взаимодействия:

$$\begin{aligned}
 E_1 &= \frac{A_{14}}{A_{04}(\delta_1 + jr)} E_0 = \frac{(\delta_2 + jr)(\delta_3 + jr)}{(\delta_1 - \delta_2)(\delta_1 - \delta_3)} E_0, \\
 E_2 &= \frac{A_{24}}{A_{04}(\delta_2 + jr)} E_0 = \frac{(\delta_3 + jr)(\delta_1 + jr)}{(\delta_2 - \delta_3)(\delta_2 - \delta_1)} E_0, \\
 E_3 &= \frac{A_{34}}{A_{04}(\delta_3 + jr)} E_0 = \frac{(\delta_1 + jr)(\delta_2 + jr)}{(\delta_3 - \delta_1)(\delta_3 - \delta_2)} E_0, \\
 F_4 &= \frac{A_{43}e^{\theta \delta_3} + A_{42}e^{\theta \delta_2} + A_{41}e^{\theta \delta_1}}{A_{04}e^{\theta \delta_4}} \frac{C^4}{j\left(2 + jCr - j\frac{C^3}{4}\right)}.
 \end{aligned} \tag{II.39}$$

Таким образом, при малых длинах участка взаимодействия амплитуда четвертой волны пропорциональна C^2 , а выражения для амплитуд остальных парциальных волн аналогичны выражениям (II.35); следует только учесть, что δ_k определяются из уравнения (II.12). Следовательно, при малых длинах участка взаимодействия обратное излучение не влияет на взаимодействие электронного потока с бегущей электромагнитной волной.

Найдем усиление в точке $z=l$ при достаточно большой длине участка взаимодействия. Анализ выражений (II.32) — (II.34) и (II.36) показывает, что в этом случае можно пренебречь, не содержащими множителя $e^{\theta\delta_1}$, (это эквивалентно рассмотрению асимптотического усиления для малых значений C , когда можно пренебречь.) В этом случае выражение для напряженности поля в точке $z=l$ может быть записано следующим образом:

$$E(l) = \left[\frac{1}{C^2(\delta_1 + jr)} (A_{14}e^{\theta\delta_4} + C^2 A_{13}e^{\theta\delta_3} + C^2 A_{12}e^{\theta\delta_2}) + \frac{A_{21}}{(\delta_2 + jr)} e^{\theta\delta_2} + \frac{A_{31}}{(\delta_3 + jr)} e^{\theta\delta_3} + \frac{C^2 A_{41}}{j(2 + 2Cr - \frac{C^2}{2})} e^{\theta\delta_4} \right] \frac{E_0}{A_{01}} \quad (\text{II.40})$$

Из этого соотношения следует, что при достаточно большой длине участка взаимодействия амплитуда четвертой парциальной волны пропорциональна C^2 . Из соотношения (II.40) следует также, что при достаточно большой длине лампы может иметь место режим ограничения усиления: с увеличением длины коэффициент усиления не возрастает, а пульсирует около некоторого среднего значения. Этот результат впервые был получен В. Т. Овчаровым. Ограничение усиления обусловлено обратным излучением электронного потока. Можно сказать, что при большой длине участка взаимодействия напряженность поля обратного излучения пропорциональна величине $\frac{1}{C}$. Как было показано выше, напря-

женность поля обратного излучения определяется интегралом

$$E^-(z) = -\frac{K_0 \beta_0^2}{2} \int_z^l i(\xi) e^{-\Gamma_0 \xi} d\xi =$$

$$= -\frac{K_0 \beta_0^2}{2} \int_z^l \sum_{k=1}^4 J_k e^{-\Gamma_k \xi} e^{-\Gamma_0 \xi} d\xi.$$

Вычислим максимальное значение поля обратного излучения при $z=0$. Воспользовавшись соотношением (II.20), связывающим амплитуды парциальных волн напряженности поля и тока, в результате интегрирования получаем

$$E^-(0) = C(1 + rC)^2 \sum_{k=1}^4 \frac{E_k}{(\delta_k^2 + q)(2 + rC + jC\delta_k)} \times$$

$$\times [1 - e^{-(\Gamma_k + \Gamma_0)l}].$$

Это выражение можно упростить, если воспользоваться первым соотношением (II.23). В результате получим

$$E^-(0) = -E_0 + \sum_{k=1}^4 E_k.$$

Заметим, что эта формула получается непосредственно из соотношения (II.18). Принимая во внимание (II.32) — (II.34), запишем выражение для напряженности поля обратного излучения при $z=0$ в виде

$$E^-(0) = \frac{W}{W_0}, \quad (\text{II.41})$$

где

$$W = \frac{-1}{(\Gamma_1 + \Gamma_0)(\Gamma_2 + \Gamma_0)(\Gamma_3 + \Gamma_0)(\Gamma_4 + \Gamma_0)} \times$$

$$\times [(\Gamma_3 - \Gamma_2)(\Gamma_4 - \Gamma_3)(\Gamma_4 - \Gamma_2) e^{-\Gamma_1 l} -$$

$$- (\Gamma_3 - \Gamma_1)(\Gamma_4 - \Gamma_3)(\Gamma_4 - \Gamma_1) e^{-\Gamma_2 l} +$$

$$+ (\Gamma_4 - \Gamma_1)(\Gamma_4 - \Gamma_2)(\Gamma_2 - \Gamma_1) e^{-\Gamma_3 l} -$$

$$- (\Gamma_2 - \Gamma_1)(\Gamma_3 - \Gamma_1)(\Gamma_3 - \Gamma_2) e^{-\Gamma_4 l}] \frac{2E_0}{K_0 \beta_0^2}. \quad (\text{II.42})$$

Анализ соотношений (II.41) и (II.42) показывает, что при больших длинах участка взаимодействия, когда в W и W_0 можно пренебречь всеми слагаемыми по сравнению с членами, содержащими e^{θ_1} , напряженность поля обратного излучения пропорциональна величине $\frac{F_0}{C}$ и не зависит от длины участка взаимодействия. Этим объясняется ограничение усиления при большой длине участка взаимодействия. Оценим длину участка взаимодействия, при которой имеет место ограничение усиления. Из (II.37) видно, что ограничение усиления наступает при выполнении условий

$$A_{k1} e^{\theta \delta_1} \gg \frac{A k_4}{C^2} e^{\theta \delta_4}, \quad k=0, 1, 2, 3, 4.$$

Так как δ_4 — мнимая величина, а коэффициенты A_{km} одного порядка, то это неравенство приближенно может быть записано следующим образом:

$$(e^{\theta \delta_1}) \gg \frac{1}{C^2},$$

откуда

$$BCN \gg -40 \lg C$$

или

$$CN \gg -\frac{0,735}{x_1} \lg C. \quad (\text{II.43})$$

Например, для $C=0,2$, $q=d=0$, $x_1=0,867$ имеем $CN \gg 0,6$. Этот пример показывает, что вообще говоря, при $C=0,2$ и обычных значениях $CN \sim 1,5$ может иметь место режим ограничения усиления при малых амплитудах. Однако следует иметь в виду, что наличие пространственного заряда уменьшает значение x_1 . В следующем параграфе будет показано, что распределенное затухание также уменьшает вещественную часть корня характеристического уравнения, соответствующего возрастающей волне. Все это приводит к увеличению значения CN , при котором имеет место ограничение усиления. Однако наибольшее влияние на величину обратного излучения оказывает локальное затухание. Наличие локального затухания приводит к тому, что напряженность поля обратного излучения на входе лампы намного меньше входного сигнала и поэтому ею можно всегда пренебречь.

Это означает, что можно пренебречь интегралами в правых частях соотношений (II.18) и (II.19).

В этом случае амплитуды парциальных волн E_k определяются соотношениями (II.39). Так как амплитуда четвертой волны пропорциональна C^4 , то ею можно пренебречь.

Таким образом, формула для асимптотического усиления при больших значениях параметра C имеет такой же вид, как и для малых значений C :

$$G = BCN + A, \quad (\text{II.29})$$

$$B = 54,5x_1, \quad (\text{II.30})$$

$$A = 20 \lg \left| \frac{\delta_1^2 + q}{(\delta_1 - \delta_2)(\delta_1 - \delta_3)} \right|, \quad (\text{II.31})$$

где значения корней $\delta_1, \delta_2, \delta_3$ определяются из характеристического уравнения (II.12).

На рис. II.20 представлены графики зависимости параметра начальных потерь A от q для различных значений параметра усиления C при $b = b_{\text{опт}}$. Из кривых рис. II.20 видно, что параметр начальных потерь A прак-

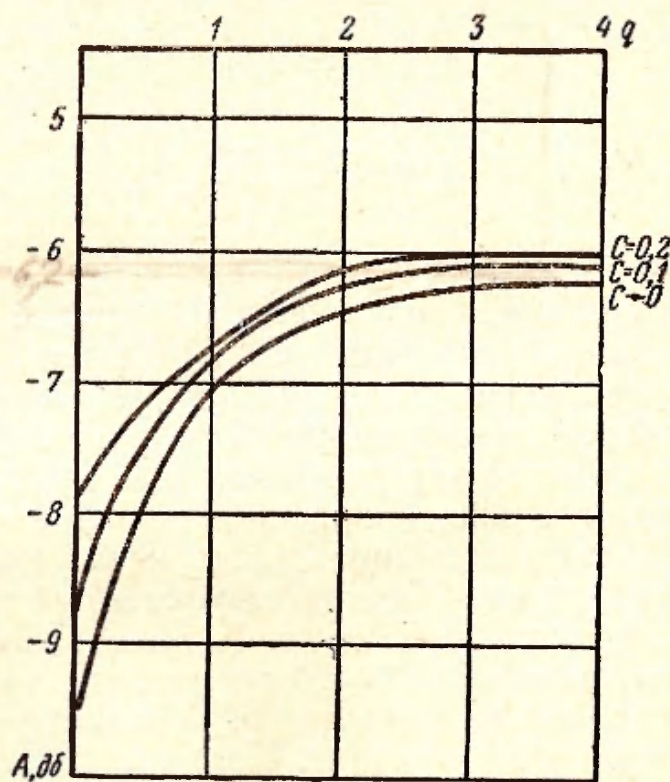


Рис. II.20. Зависимость параметра начальных потерь от пространственного заряда для различных значений параметра усиления.

практически не зависит от параметра усиления. Это обусловлено тем, что на начальном участке взаимодействие слабое, так как ток сгруппированного пучка мал.

Рассмотрим решение задачи о взаимодействии электронного потока с бегущей волной в пренебрежении обратным излучением. В этом случае уравнение возбуждения длинной линии запишется следующим образом:

$$E_z(z) = E_0 e^{-\Gamma_0 z} - \frac{K \beta_0^2 e^{-\Gamma_0 z}}{2} \int_0^z i(\xi) e^{\Gamma_0 \xi} d\xi. \quad (\text{II.44})$$

Дифференцируя по z , получаем

$$\frac{dE_z}{dz} + \Gamma_0 E_z = -\frac{K \beta_0^2}{2} i(z). \quad (\text{II.45})$$

Дифференциальное уравнение для сгруппированного потока остается без изменения:

$$\frac{d^2 i}{dz^2} + 2j\beta_e \frac{di}{dz} - (\beta_e^2 - \beta_q^2) i = j \frac{\beta_e I_0}{2U_0} E_z. \quad (\text{II.15})$$

Решая эту систему, приходим к следующему характеристическому уравнению для постоянных распространения Γ в системе с пучком:

$$(\Gamma - \Gamma_0)[(\Gamma - j\beta_e)^2 + \beta_q^2] - j\beta_e \beta_0^2 C^3 = 0. \quad (\text{II.46})$$

Таким образом, при пренебрежении обратным излучением поле в системе с пучком может быть представлено суперпозицией трех волн. Отсюда следует, что происхождение четвертой волны (фазовая скорость которой противоположна скорости электронного пучка) непосредственно связано с обратным излучением электронного потока.

Воспользовавшись (II.2) и (II.3), находим

$$\delta^3 + jr\delta^2 + q\delta + j[(1 + bC)^2 + rq] = 0. \quad (\text{II.47})$$

Сопоставление этого уравнения с уравнением (II.12) показывает, что они не совпадают. Это означает, что обратное излучение электронного потока проявляется не

только в изменении граничных условий, но и в изменении постоянных распространения волн в системе с пучком. Однако решение уравнения (II.47) показывает, что корни этого уравнения практически не отличаются от корней уравнения (II.12). (Различие в значениях корней не превышает 2%.)

Таким образом, для расчета коэффициента усиления при больших значениях параметра C (при отсутствии затухания) можно пользоваться формулами (II.29) — (II.31) и графиками, изображенными на рис. II.14—II.16 и II.20.

II.4. ВЛИЯНИЕ РАСПРЕДЕЛЕННОГО ЗАТУХАНИЯ НА КОЭФФИЦИЕНТ УСИЛЕНИЯ

В предыдущих параграфах рассматривалось усиление при отсутствии затухания в замедляющей системе ($d=0$). В этом случае, как было показано, коэффициенты характеристического уравнения вещественны и решение его не представляет больших затруднений. При наличии распределенного затухания характеристическое уравнение содержит комплексные коэффициенты и решение его весьма затруднительно. Поэтому желательно иметь метод, позволяющий определить коэффициент усиления, не решая характеристического уравнения, а используя граничные условия и связь между коэффициентами и корнями характеристического уравнения. Одним из таких методов является метод рядов [5, 6].

В дальнейшем нам понадобятся выражения для напряженности поля, переменных составляющих тока и скорости при наличии предварительной модуляции пучка. Для определения амплитуд парциальных волн запишем граничные условия при наличии предварительной модуляции. Эти граничные условия могут быть записаны на основании соотношений (II.14) и (II.16). Для упрощения будем пренебрегать обратным излучением. (При наличии затухания в системе пренебрежение обратным излучением вполне обосновано.) В этом случае поле представляет собой суперпозицию трех парциальных волн:

$$\sum_{k=1}^3 E_k = E_0, \quad (\text{II.48})$$

$$\sum_{k=1}^3 \frac{E_k}{\delta_k^2 + q} = \frac{2U_0 C}{jI_0} i(0), \quad (\text{II.49})$$

$$\sum_{k=1}^3 \frac{E_k (1 + jC\delta_k)}{(\delta_k^2 + q)} = \frac{2U_0 C^2}{I_0} \frac{di(0)}{dz}. \quad (\text{II.50})$$

Для того чтобы исключить $\frac{di(0)}{dz}$, воспользуемся соотношением, связывающим переменные составляющие скорости и производной тока:

$$v(z) = \frac{U_0}{I_0} \left(i + \frac{1}{j\beta_e} \frac{di}{dz} \right).$$

Подставляя в последнее соотношение (II.49) и (II.50), получаем

$$\sum_{k=1}^3 \frac{\delta_k E_k}{\delta_k^2 + q} = \frac{2U_0 C \beta_e}{v_0} v(0). \quad (\text{II.51})$$

Уравнения (II.48), (II.49) и (II.51) представляют собой систему граничных условий, определяющую амплитуды парциальных волн при наличии предварительной модуляции пучка. Решение этой системы может быть записано в виде

$$E_1 = \frac{\delta_1^2 + q}{(\delta_1 - \delta_2)(\delta_1 - \delta_3)} \left[E_0 - (\delta_2 \delta_3 - q) \frac{j\beta_e i(0) K_0}{2C} - (\delta_2 + \delta_3) \frac{\beta_e C}{e} v(0) \right]. \quad (\text{II.52})$$

Выражения для E_2 и E_3 получаются из (II.52) циклической перестановкой индексов при δ .

Таким образом, напряженность поля в системе с пучком равна

$$\begin{aligned}
 E(z) = & \left[\frac{\delta_1^2 + q}{(\delta_1 - \delta_2)(\delta_1 - \delta_3)} e^{\theta\delta_1} + \frac{\delta_2^2 + q}{(\delta_2 - \delta_3)(\delta_2 - \delta_1)} e^{\theta\delta_2} + \right. \\
 & \left. + \frac{\delta_3^2 + q}{(\delta_3 - \delta_1)(\delta_3 - \delta_2)} e^{\theta\delta_3} \right] E_0 - \left[\frac{(\delta_2\delta_3 - q)(\delta_1^2 + q)}{(\delta_1 - \delta_2)(\delta_1 - \delta_3)} e^{\theta\delta_1} + \right. \\
 & \left. + \frac{(\delta_1\delta_3 - q)(\delta_2^2 + q)}{(\delta_2 - \delta_3)(\delta_2 - \delta_1)} e^{\theta\delta_2} + \frac{(\delta_2\delta_1 - q)(\delta_3^2 + q)}{(\delta_3 - \delta_1)(\delta_3 - \delta_2)} e^{\theta\delta_3} \right] \frac{j\beta_e K}{2C} i(0) - \\
 & - \left[\frac{(\delta_2 + \delta_3)(\delta_1^2 + q)}{(\delta_1 - \delta_2)(\delta_1 - \delta_3)} e^{\theta\delta_1} + \frac{(\delta_3 + \delta_1)(\delta_2^2 + q)}{(\delta_2 - \delta_3)(\delta_2 - \delta_1)} e^{\theta\delta_2} + \right. \\
 & \left. + \frac{(\delta_1 + \delta_2)(\delta_3^2 + q)}{(\delta_3 - \delta_1)(\delta_3 - \delta_2)} e^{\theta\delta_3} \right] \frac{\beta_e C U_0}{e} v(0). \quad (\text{II.53})
 \end{aligned}$$

Аналогичные выражения можно получить для переменных составляющих тока и скорости. Для этого следует воспользоваться соотношениями (II.49) и (II.51), которые дают связь между током, скоростью и напряженностью поля.

Введем функцию

$$\begin{aligned}
 P_n(\theta) = & \frac{\delta_1^n}{(\delta_1 - \delta_2)(\delta_1 - \delta_3)} e^{\theta\delta_1} + \frac{\delta_2^n}{(\delta_2 - \delta_3)(\delta_2 - \delta_1)} e^{\theta\delta_2} + \\
 & + \frac{\delta_3^n}{(\delta_3 - \delta_1)(\delta_3 - \delta_2)} e^{\theta\delta_3}. \quad (\text{II.54})
 \end{aligned}$$

Как нетрудно заметить, $P_2(\theta)$ совпадает с коэффициентом при E_0 в (II.53) для $q=0$. Таким образом, функция $P_n(\theta)$ при $n=2$ определяет усиление ЛБВ при $q=0$. Покажем, что функция $P_n(\theta)$ однозначно определяется через коэффициенты характеристического уравнения и параметр $\theta = 2\pi C N_e$. Характеристическое уравнение как для больших значений параметра усиления C , так и для малых [уравнения (II.47), (II.12) и (II.9)] может быть записано в виде уравнения третьей степени с комплексными коэффициентами

$$\delta^3 + a_1\delta^2 + a_2\delta + a_3 = 0. \quad (\text{II.55})$$

Представим экспоненциальные множители $e^{\delta_k \theta}$ в виде степенного ряда

$$e^{\delta_k \theta} = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\theta^m}{m!} \delta_k^m.$$

Тогда функция $P_n(\theta)$ запишется следующим образом:

$$P_n(\theta) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\theta^m}{m!} \frac{\delta_1^{n+m} (\delta_2 - \delta_3) + \delta_2^{n+m} (\delta_3 - \delta_1) + \delta_3^{n+m} (\delta_1 - \delta_2)}{-(\delta_1 - \delta_2)(\delta_2 - \delta_3)(\delta_3 - \delta_1)}. \quad (\text{II.56})$$

Введем

$$D_n = \delta_1^n (\delta_2 - \delta_3) + \delta_2^n (\delta_3 - \delta_1) + \delta_3^n (\delta_1 - \delta_2). \quad (\text{II.57})$$

Легко показать, что $D_0 = D_1 = 0$, а

$$D_2 = -(\delta_1 - \delta_2)(\delta_2 - \delta_3)(\delta_3 - \delta_1).$$

Тогда

$$P_n(\theta) = \sum_{m=0}^{\infty} \frac{\theta^m}{m!} \frac{D_{n+m}}{D_2}. \quad (\text{II.58})$$

Покажем, что коэффициенты D_i можно выразить через коэффициенты характеристического уравнения (II.55). Для этого, подставив в (II.55) значения корней, получим три тождества:

$$\left. \begin{aligned} \delta_1^3 + a_1 \delta_1^2 + a_2 \delta_1 + a_3 &= 0, \\ \delta_2^3 + a_1 \delta_2^2 + a_2 \delta_2 + a_3 &= 0, \\ \delta_3^3 + a_1 \delta_3^2 + a_2 \delta_3 + a_3 &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.59})$$

Умножим первое тождество на $\delta_1^n (\delta_2 - \delta_3)$, второе — на $\delta_2^n (\delta_3 - \delta_1)$, третье — на $\delta_3^n (\delta_1 - \delta_2)$ и сложим результаты:

$$\begin{aligned} & \delta_1^{n+3} (\delta_2 - \delta_3) + \delta_2^{n+3} (\delta_3 - \delta_1) + \delta_3^{n+3} (\delta_1 - \delta_2) + \\ & + a_1 [\delta_1^{n+2} (\delta_2 - \delta_3) + \delta_2^{n+2} (\delta_3 - \delta_1) + \delta_3^{n+2} (\delta_1 - \delta_2)] + \\ & + a_2 [\delta_1^{n+1} (\delta_2 - \delta_3) + \delta_2^{n+1} (\delta_3 - \delta_1) + \delta_3^{n+1} (\delta_1 - \delta_2)] + \\ & + a_3 [\delta_1^n (\delta_2 - \delta_3) + \delta_2^n (\delta_3 - \delta_1) + \delta_3^n (\delta_1 - \delta_2)] = 0. \end{aligned}$$

Воспользовавшись определением коэффициентов D_i , получаем соотношение

$$D_{n+3} + a_1 D_{n+2} + a_2 D_{n+1} + a_3 D_n = 0, \quad (\text{II.60})$$

которое является рекуррентной формулой для D_n . Так как $D_1 = D_0 = 0$, то это соотношение позволяет выразить коэффициент D_n с любым значением индекса n (как положительным, так и отрицательным) через коэффициент D_2 и коэффициенты характеристического уравнения. Из (II.58) следует, что функция $P_n(\theta)$ определяется отношением коэффициентов D_i и D_2 . Таким образом, функция $P_n(0)$ однозначно определяется через коэффициенты характеристического уравнения (II.55) и параметр θ .

Для того чтобы записать выражение для напряженности поля через функцию $P_n(\theta)$ и коэффициенты характеристического уравнения, воспользуемся соотношениями между корнями и коэффициентами уравнения третьей степени. Эти соотношения напишем следующим образом:

$$\delta_1 + \delta_2 = -a_1 - \delta_3, \quad \delta_1 + \delta_3 = -a_1 - \delta_2;$$

$$\delta_2 + \delta_3 = -a_1 - \delta_1;$$

$$\delta_1 \delta_2 = -\frac{a_3}{\delta_3}, \quad \delta_1 \delta_3 = -\frac{a_3}{\delta_2}, \quad \delta_2 \delta_3 = -\frac{a_3}{\delta_1}.$$

Подставляя эти соотношения и (II.54) в (II.53), после несложных преобразований получаем выражение для напряженности ВЧ поля $E(z)$:

$$E(z) = (P_2 + qP_0) E_0 + [a_1 P_2 + P_3 + q(a_1 P_0 + P_1)] \times \\ \times \frac{\beta_e C U_0}{e} v_0 + [a_3 P_1 + qP_2 + q(a_3 P_{-1} + qP_0)] \frac{j\beta_e K}{2C} i(0). \quad (\text{II.61})$$

Для переменных составляющих тока и скорости могут быть записаны аналогичные выражения. Для этого следует воспользоваться формулами (II.49) и (II.51) и проделать аналогичные преобразования. В результате получим

$$\frac{\beta_e U_0 C v(z)}{e} = P_1 E_0 + (a_1 P_1 + P_2) \frac{\beta_e U_0 C}{e} v(0) + \\ + (a_3 P_0 + qP_1) \frac{j\beta_e K}{2C} i(0), \quad (\text{II.62})$$

$$\frac{j\beta_e K_0}{2C} i(z) = P_0 E_0 + (a_1 P_0 + P_1) \frac{\beta_e U_0 C}{e} v(0) +$$

$$+ (a_3 P_{-1} + q P_0) \frac{j\beta_e v_0}{2C} i(0). \quad (\text{II.63})$$

Так как функция $P_n(\theta)$ выражается при помощи ряда (II.58), то напряженность поля и переменные составляющие тока и скорости можно представить в виде степенного ряда по θ . Как известно, ряд $\sum_{m=0}^{\infty} \frac{\theta^m}{m!}$ сходится довольно быстро при $\theta \leq 1$. Обычно длина участка взаимодействия соответствует значениям $\theta \geq 2\pi$ ($CN \geq 1$). Кроме того, сходимость ряда (II.58) ухудшается наличием коэффициентов $\frac{D_{n+m}}{D_2}$, которые возрастают с ростом m . Поэтому для вычисления напряженности поля следует брать в разложении достаточно много членов ряда, что неудобно. В связи с этим приходится разбивать участок взаимодействия на несколько частей и вести расчет для каждой части. Если длина участка соответствует значению $\theta = 0,628$ ($CN = 0,1$), то для расчета достаточно брать 2—5 членов ряда, в зависимости от значений параметров q , b , d и C .

При этом значения напряженности ВЧ поля и переменных составляющих тока и скорости на конце участка являются начальными для следующего участка. Поэтому необходимо иметь выражения для величин $E(z)$, $i(z)$ и $v(z)$ при наличии предварительной модуляции электронного пучка.

Таким образом, метод рядов позволяет рассчитать зависимость переменных составляющих напряженности поля, тока и скорости при заданном распределении параметров прибора вдоль участка взаимодействия. Этот метод можно применить также для расчета коэффициента усиления ЛБВ с локальным затуханием. Этот вопрос будет рассмотрен в следующем параграфе.

Рассмотрим влияние затухания на усиление при малых значениях параметра усиления. Из характеристического уравнения (II.9) следует

$$a_1 = jr = jb + d, \quad a_2 = q, \quad a_3 = j(1 + qr). \quad (\text{II.64})$$

Задаваясь конкретными значениями параметров b , q и d , вычисляем по формулам (II.61)—(II.63) значения переменных составляющих напряженности поля, тока и скорости. Длина каждого участка соответствует значению $CN=0,1$. Для расчета начального участка при-

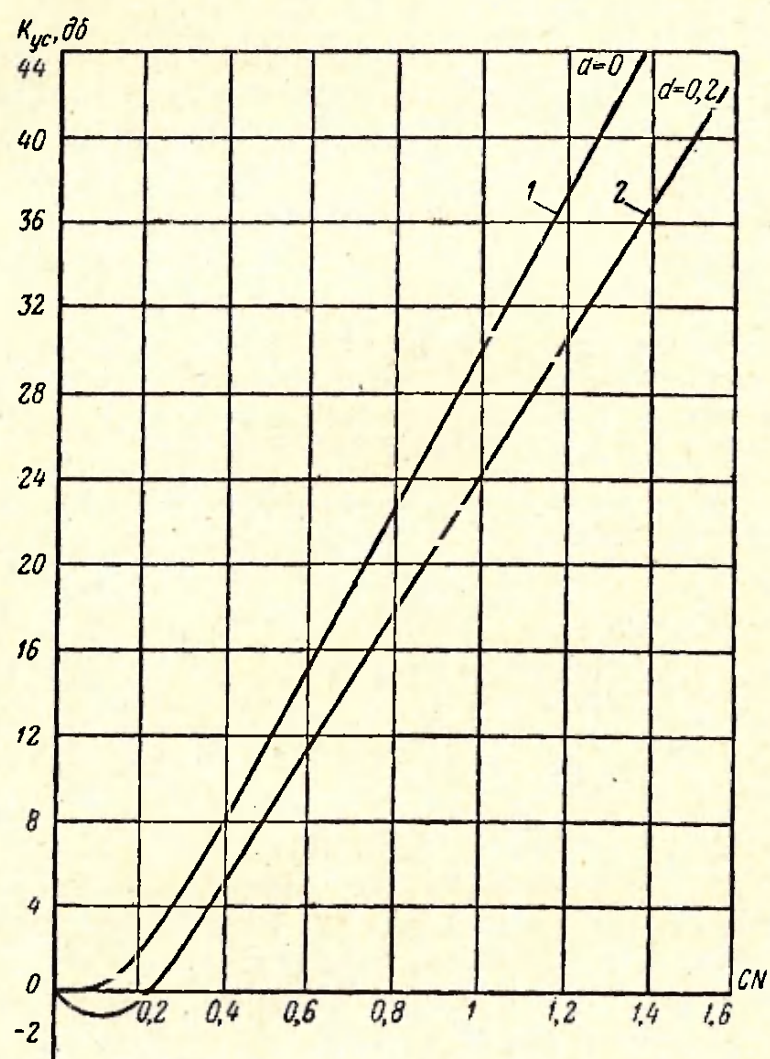


Рис. II.21. Зависимость коэффициента усиления от безразмерной длины участка взаимодействия при $b=b_{\text{опт}}$.

Кривая 1 — $q=1$, $d=0$; кривая 2 — $q=1$, $d=0,2$.

нимаем во внимание, что начальная модуляция электронного пучка отсутствует. На рис. II.21 представлена типичная кривая зависимости коэффициента усиления от CN для $q=1$ и для $d=0$ и $d=0,2$. Из кривых, аналогичных кривой, изображенной на рис. II.21, можно получить асимптотическую формулу (II.29) для коэффициента усиления.

На рис. II.22 представлены зависимости $x_{1\text{макс}}$ от d для различных значений параметра q . Пунктирными линиями представлена зависимость

$$x_1(q, d) = x_1(q, 0) - \frac{d}{2}. \quad (\text{II.65})$$

Из рисунка видно, что при наличии затухания параметр x_1 достаточно точно может быть вычислен по фор-

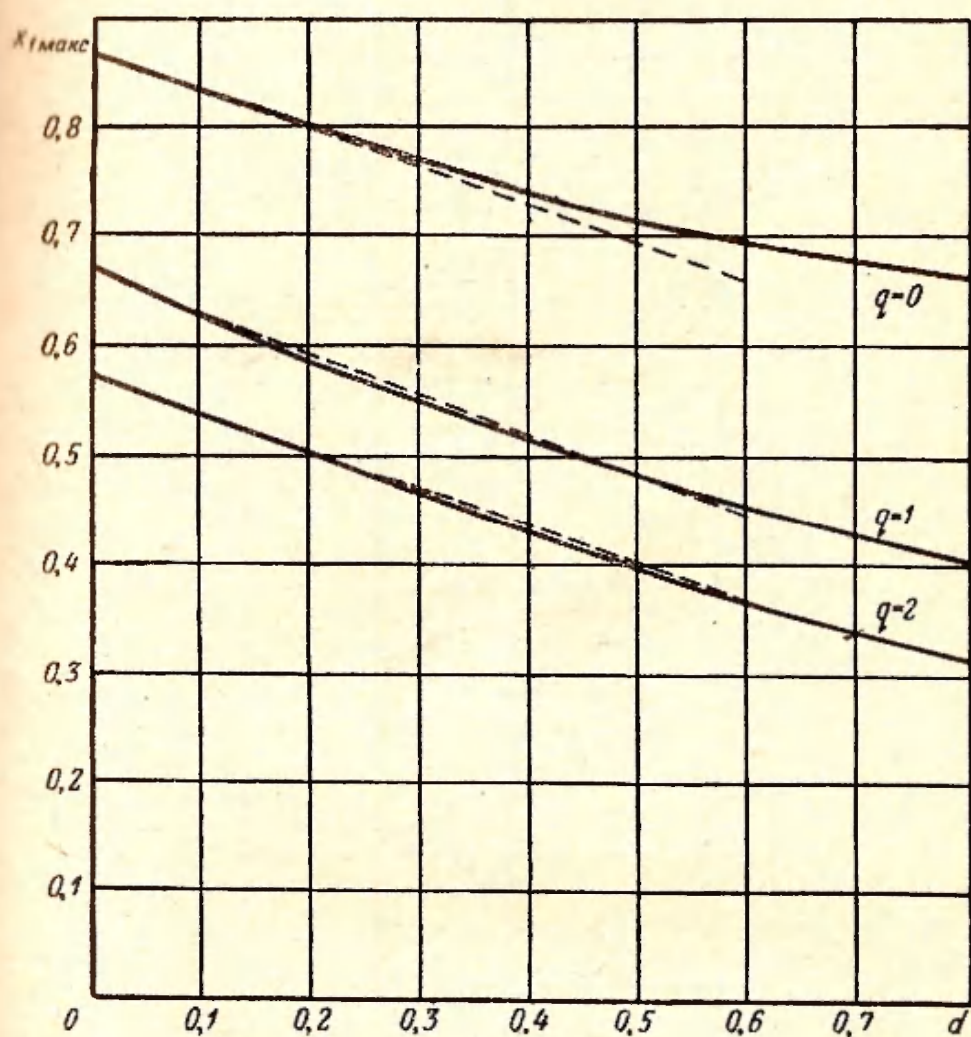


Рис. II.22. Зависимость $x_{1\text{макс}}$ от затухания для различных значений параметра пространственного заряда.

муле (II.65). Расчеты показывают, что для $q > 0$ оптимальное значение параметра несинхронности, соответствующее максимуму параметра возрастающей волны, не изменяется при наличии затухания.

На рис. II.23 представлена зависимость параметра начальных потерь A от q и d . Как видно, с увеличением затухания абсолютное значение параметра начальных

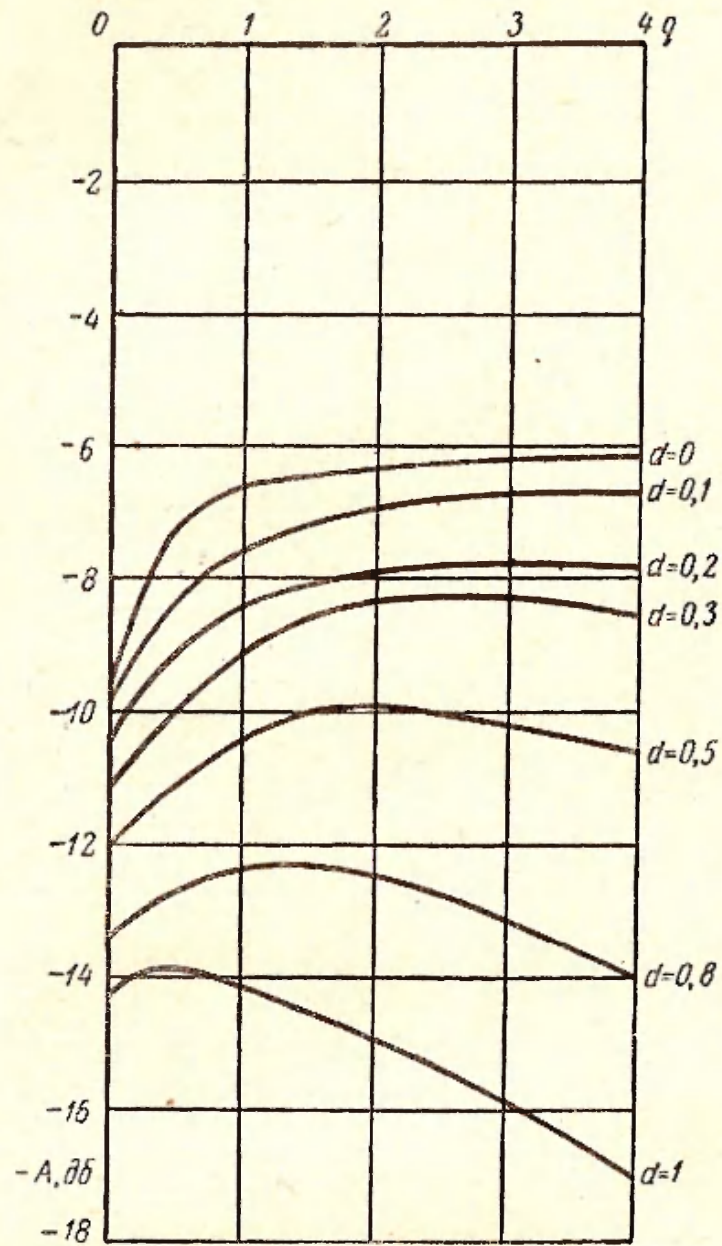


Рис. II.23. Зависимость параметра начальных потерь от пространственного заряда и затухания.

потерь увеличивается. Это вполне естественно, так как при наличии затухания в системе ослабляется модуляция электронного пучка на начальном участке.

Аналогичные расчеты можно провести для больших значений параметра усиления. При этом коэффициенты

характеристического уравнения определяются из (II.12):

$$a_1 = j \left(r - \frac{C^2}{4} \right), \quad (\text{II.66})$$

$$a_2 = q + \frac{C}{2} + \frac{rC^2}{2}, \quad (\text{II.67})$$

$$a_3 = j \left(1 + qr + \frac{5}{2} rC + 2r^2C^2 - \frac{rC^2}{4} \right). \quad (\text{II.68})$$

На рис. II.24 представлена зависимость усиления от длины участка взаимодействия для различных значений параметра d и двух значений параметра усиления $C=0,1$ и $C=0,2$. Параметр пространственного заряда q выбран равным единице. Пунктирными линиями на рис. II.24 представлены аналогичные зависимости, рассчитанные по формуле

$$G(d) = G(0) - \frac{L}{3}. \quad (\text{II.69})$$

На рис. II.25 представлена зависимость $x_{\text{макс}}$ от d для $q=1$ и для $C=0,1$ и $C=0,2$. Заметим, что для больших значений C формула (II.65) не применима.

Напишем выражения для напряженности поля и для переменной составляющей тока в системе без предварительной модуляции пучка. Из (II.61) и (II.63) имеем

$$\left. \begin{aligned} E(z) &= (P_2 + qP_0) E_0, \\ \frac{j\beta_e K_c}{2C} i(z) &= P_0 E_0, \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.70})$$

где P_0 и P_2 определяются соотношениями (II.54). Из (II.70) получаем

$$Y = \frac{j\beta_e K_c}{2C} \frac{i(z)}{E(z)} = \frac{P_0}{P_2 + qP_0} = \frac{1}{q + \frac{P_2}{P_0}}. \quad (\text{II.71})$$

Безразмерная величина Y характеризует комплексную проводимость системы с пучком.

Вычислим $E(z)$ и $i(z)$ на достаточно большом расстоянии от входа, когда всеми парциальными волнами,

кроме возрастающей, можно пренебречь. В этом случае

$$P_2(\theta) = \frac{\delta_1^2}{(\delta_1 - \delta_2)(\delta_1 - \delta_3)} e^{\delta_1 \theta}, \quad D_0(\theta) = \frac{e^{\delta_1 \theta}}{(\delta_1 - \delta_2)(\delta_1 - \delta_3)}. \quad (\text{II.72})$$

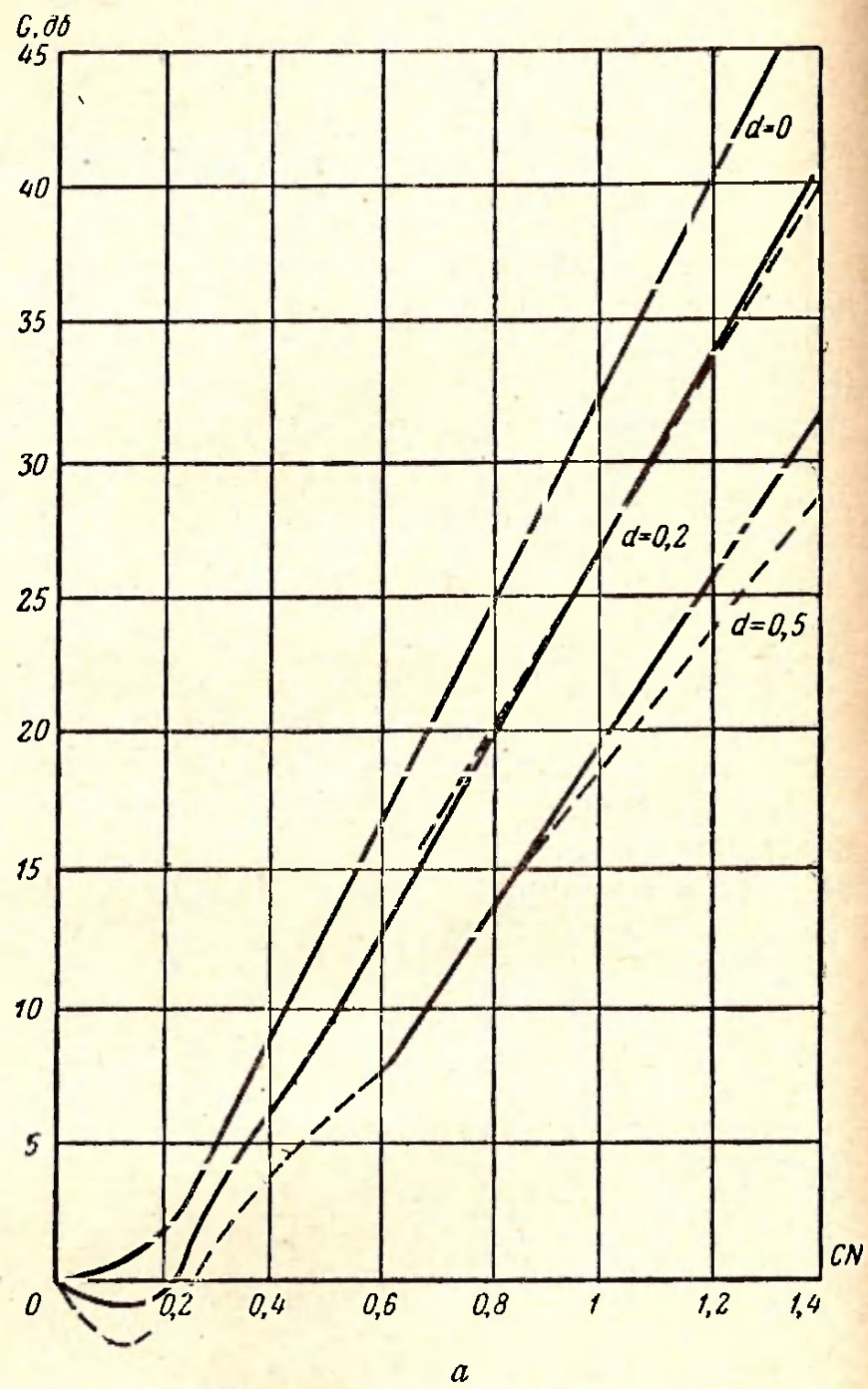
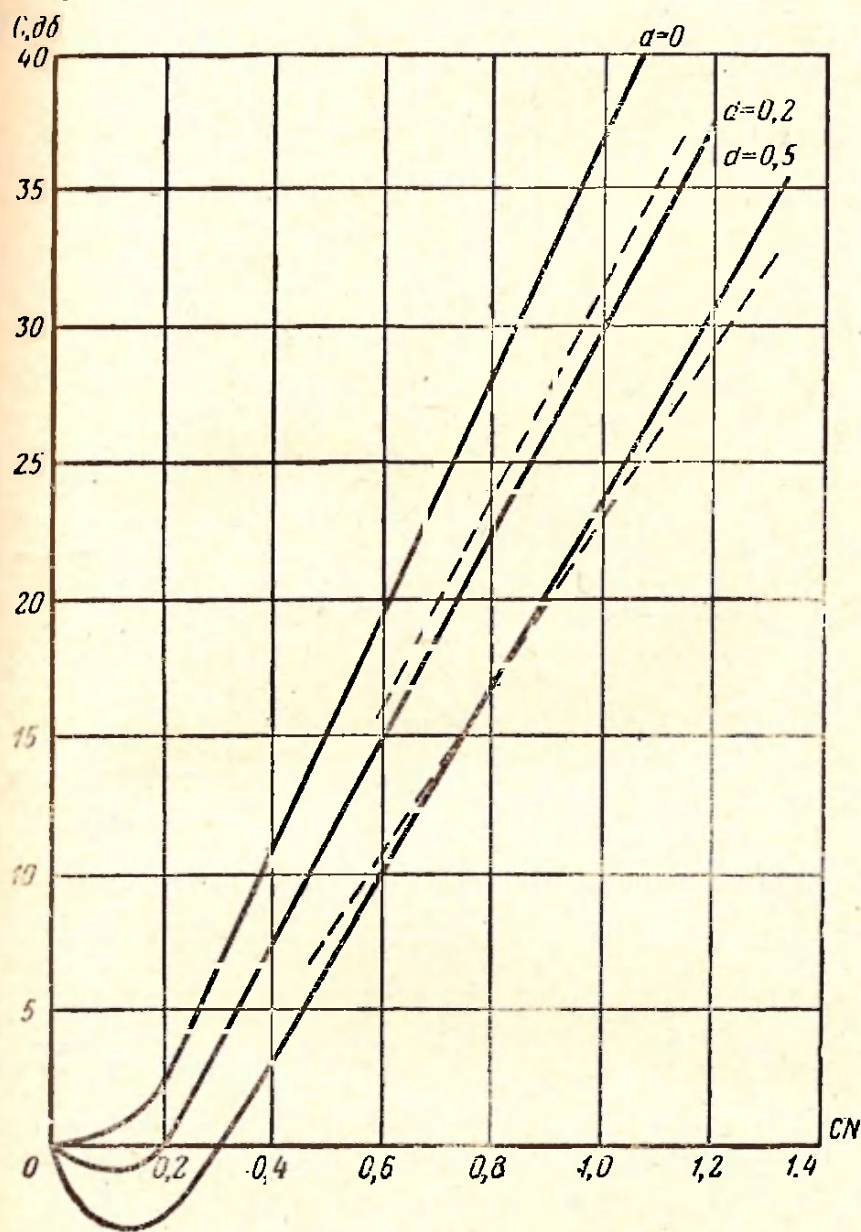


Рис. II.24. Зависимость коэффициента усиления от параметра a
 а) $C=1$;

Пунктиром представлены аналогичные зависимости

Подставляя эти соотношения в (II.71), находим $Y = \frac{1}{\delta_1^2 + q}$. Таким образом, на достаточно большом рас-

стоянии от входа величина Y не зависит от координат z , а является функцией только параметров лампы q , b , C и d . Из выражения для Y следует, что для поддержания возрастания напряженности поля вдоль участка взаимо-



б

длины участка взаимодействия для различных зна-
ра затухания.

б) $C=0.2$.

рассчитанные по формуле $G(d) = G(0) - \frac{L}{3}$.

действия по экспоненциальному закону необходимо определенное соотношение между величинами переменного тока и напряженности ВЧ поля. На рис. II.26 пред-

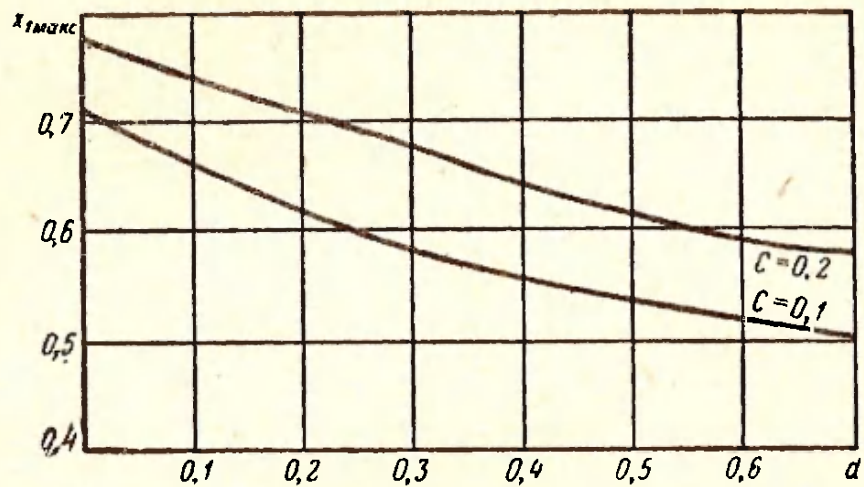


Рис. II.25. Зависимость $x_{\text{макс}}$ от затухания для $q=1$ и для значений $C=0,1$ и $0,2$.

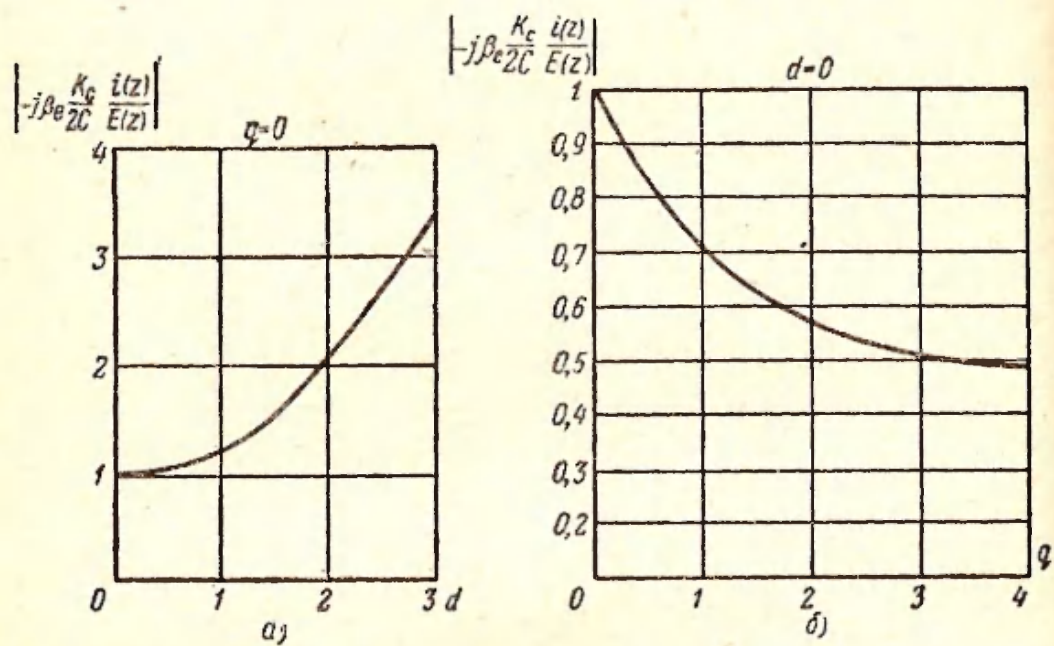


Рис. II.26. Зависимость безразмерной проводимости системы с пучком:
а) от d при $q=0$ и б) от q при $d=0$.

ставлена зависимость величины $|Y|$ от q для $d=0$ и от d для $q=0$. Из этих кривых видно, что с возрастанием параметра пространственного заряда и с уменьшением затухания величина $|Y|$ уменьшается. Это означает, что

при постоянном входном сигнале с увеличением пространственного заряда изменение напряженности поля вдоль участка взаимодействия по экспоненциальному закону наступает раньше. То же самое имеет место при уменьшении затухания.

Этим объясняется зависимость параметра начальных потерь A от указанных величин. Интересно отметить, что для $d=0$ и $q=0$ $|Y|=1$.

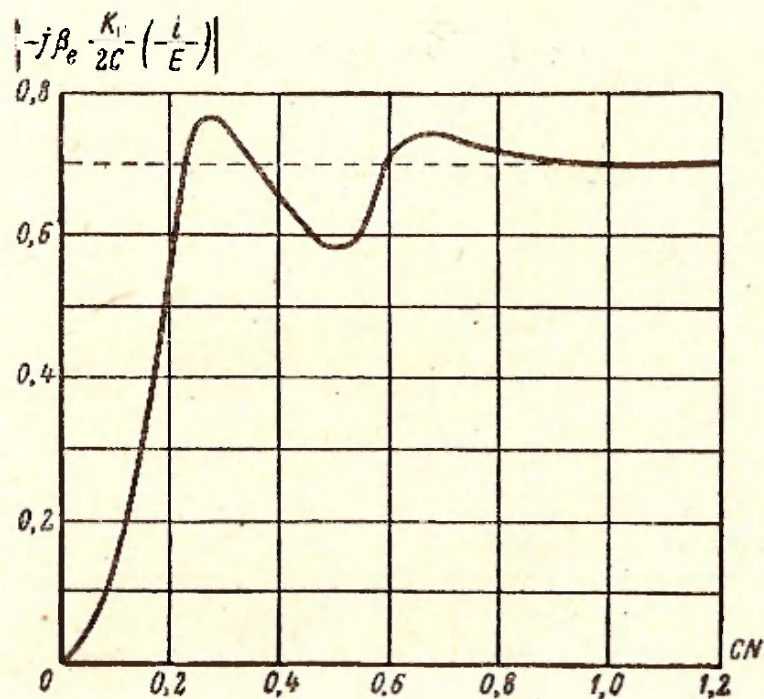


Рис. II.27. Зависимость безразмерной проводимости от длины участка взаимодействия ($d=0$, $q=1$).

На рис. II.27 представлена зависимость $|Y|$ от длины участка взаимодействия для значений $d=0$, $q=1$, полученная из формулы (II.71). Из кривой, изображенной на этом рисунке, видно, что для значений $CN < 0,25$, где возрастание амплитуды напряженности ВЧ поля происходит медленнее, чем по экспоненциальному закону, значения $|Y| < |Y_0| = 0,7$, где $|Y_0|$ — значение $|Y|$, соответствующее экспоненциальному закону нарастания амплитуды напряженности ВЧ поля (см. рис. II.26,б). Следовательно, характер возрастания амплитуды напряженности ВЧ полностью определяется величиной $|Y|$.

II.5. АНАЛИЗ РАБОТЫ ЛАМПЫ БЕГУЩЕЙ ВОЛНЫ С ЛОКАЛЬНЫМ ПОГЛОТИТЕЛЕМ

В лампе с бегущей волной величина усиления ограничена возникновением паразитной генерации, обусловленной обратной связью. Подробный анализ возможных причин появления обратной связи и условия стабильной работы прибора будут рассмотрены в следующем параграфе. Для подавления генерации в ЛБВ обычно вводят дополнительное затухание, величина которого примерно равна усилению. Естественно, что введение дополнительного распределенного затухания приводит к сильному уменьшению усиления. Обычно применяют локальный поглотитель СВЧ энергии, который занимает небольшую часть длины участка взаимодействия. Анализ работы ЛБВ с локальным поглотителем представляет значительные трудности вследствие того, что на границе участков с различным затуханием происходит изменение постоянных распространения, а следовательно, и перераспределение амплитуд парциальных волн. Кроме того, на поглощающем участке происходит достаточно интенсивное взаимодействие электронного потока с электромагнитной волной; следовательно, участок с локальным поглотителем нельзя отождествлять с участком дрейфа. (Анализ работы ЛБВ с участком дрейфа дан в работах [1, 7, 8].) Наиболее удобным методом, позволяющим проанализировать работу ЛБВ с локальным поглотителем, является метод рядов. Для упрощения проведем анализ в приближении малых значений параметра усиления S [9].

Рассмотрим следующую схему замедляющей системы ЛБВ с локальным затуханием: на расстоянии l_1 (плоскость a) от начала системы, имеющей длину l и параметр затухания d , расположен участок длиной l_2 (плоскость b), имеющий параметр затухания $d_2 > d$. Этот участок вносит затухание величины L , значение которой будет определено ниже. Плоскости a и b соответствуют началу и концу поглотителя. Затухание в поглощающем участке может быть распределено любым образом. Ниже для упрощения вывода предполагается, что затухание в плоскостях a и b меняется скачкообразно. При выводе выражения для напряженности поля на выходе будем рассуждать следующим образом. При переходе

через плоскость a (аналогично при переходе через плоскость b) переменные составляющие напряженности поля, скорости и тока должны быть непрерывны.

Вследствие изменения величины распределенного затухания при переходе через границы участков меняются корни характеристического уравнения. Это приводит к изменению амплитуд парциальных волн. Следовательно, при переходе в плоскостях a и b необходимо рассматривать суперпозицию всех трех волн.

Допустим, что на входе системы напряженность поля равна E_0 , а переменные составляющие тока и скорости равны нулю. Воспользовавшись соотношениями (II.61) — (II.63), а также (II.54), получим следующие выражения для $E(z)$, $i(z)$ и $v(z)$ при подходе слева к плоскости a на расстоянии $\hat{z}_1 = 2\pi CN_1$ от входа:

$$\left. \begin{aligned} E_a &= E_0 e^{-j2\pi N_1} \sum_{k=1}^3 \Delta_k e^{\theta_1 \delta_k}, \\ \frac{j\beta_e K_c}{2C} i_a &= E_0 e^{-j2\pi N_1} \sum_{k=1}^3 \frac{\Delta_k}{\delta_k^2 + q} e^{\theta_1 \delta_k}, \\ \frac{m}{e} \beta_e U_0 C v_a &= E_0 e^{-2\pi N_1} \sum_{k=1}^3 \frac{\Delta_k \delta_k}{\delta_k^2 + q} e^{\theta_1 \delta_k}, \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.73})$$

где
$$\Delta_1 = \frac{\delta_1^2 + q}{(\delta_1 - \delta_2)(\delta_1 - \delta_3)}; \quad (\text{II.74})$$

Δ_2 и Δ_3 получаются из Δ_1 циклической перестановкой индексов при δ .

Из условия непрерывности тока, скорости и напряженности поля в плоскости a следует:

$$\left. \begin{aligned} E_a = E'_a &= \sum_{k=1}^3 E'_{ka}, \\ \frac{j\beta_e K_c}{2C} i_a = \frac{j\beta_e K_c}{2C} i'_a &= \sum_{k=1}^3 \frac{E'_{ka}}{\delta_k'^2 + q}, \\ \frac{m}{e} \beta_e U_0 C v_a = \frac{m}{e} \beta_e U_0 C v'_a &= \sum_{k=1}^3 \frac{E'_{ka} \delta_k'}{\delta_k'^2 + q}, \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.75})$$

где штрихи относятся к величинам в области поглощающего участка.

Система уравнений (II.75) позволяет определить амплитуды напряженности поля трех волн, возникающих в поглощающем участке.

Выражение для E'_k можно записать непосредственно, если воспользоваться формулой (II.52) для амплитуды парциальной волны при наличии предварительной модуляции электронного пучка:

$$E'_1 = \Delta'_1 \left[E_a - (\delta'_2 \delta'_3 - q) \frac{j\beta_e K_c}{2C} i_a - (\delta'_2 + \delta'_3) \frac{m}{e} \beta_e U_0 C v_a \right]. \quad (\text{II.76})$$

Аналогичные выражения могут быть записаны для величин E'_2 и E'_3 . При рассмотрении перехода в плоскости b , рассуждая аналогичным образом, получаем следующие соотношения:

$$\left. \begin{aligned} E'_b &= e^{-2\pi N_2} \sum_{k=1}^3 E'_k e^{\theta_2 \delta'_k} = \sum_{k=1}^3 E_{kb}, \\ \frac{j\beta_e K_c}{2C} i'_b &= e^{-2\pi N_2} \sum_{k=1}^3 \frac{E'_k}{\delta_k'^2 + q} e^{\theta_2 \delta'_k} = \sum_{k=1}^3 E_{kb} \frac{1}{\delta_k'^2 + q}, \\ \frac{m}{e} \beta_e U_0 C v'_b &= e^{-2\pi N_2} \sum_{k=1}^3 \frac{E'_k \delta'_k}{\delta_k'^2 + q} e^{\theta_2 \delta'_k} = \\ &= \sum_{k=1}^3 E_{kb} \frac{\delta_k}{\delta_k'^2 + q}, \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.77})$$

где N_2 — число длин волн, укладывающихся на участке с локальным затуханием.

Решение системы (II.77) можно записать следующим образом:

$$E_{1b} = \left[E'_b - (\delta_2 \delta_3 - q) \frac{j\beta_e K_c}{2C} i'_b - (\delta_1 + \delta_3) \frac{m}{e} \beta_e U_0 C v'_b \right] \Delta_1. \quad (\text{II.78})$$

Аналогичные выражения можно записать для E_{2b} и E_{3b} .

Зная начальные амплитуды на третьем участке, можно вычислить напряженность поля на выходе ЛБВ:

$$E_{\text{вых}} = \sum_{k=1}^3 E_{kb} e^{\theta_3 \delta_k} e^{-j2\pi N_3}, \quad (\text{II.79})$$

где $\theta_3 = 2\pi CN_3$;

N_3 — число длин волн, укладываемых на третьем участке.

Соотношение (II.79) является основным для расчета коэффициента усиления ЛБВ с локальным поглотителем. Для расчета напряженности поля методом рядов следует воспользоваться формулами (II.61) — (II.63). Ниже приводятся результаты расчетов, позволяющие выяснить зависимость коэффициента усиления ЛБВ от величины затухания, вносимого поглотителем, и от положения поглотителя. Величина затухания, вносимого поглотителем, определяется по формуле

$$L = 54,5 CN_2 d_2, \quad (\text{II.80})$$

где CN_2 — соответствует длине, занимаемой локальным поглотителем;

d_2 — параметр затухания поглощающего участка.

Положение локального поглотителя будем определять величиной CN_1 , соответствующей расстоянию от входного конца системы до начала локального поглотителя.

При расчетах пренебрегаем отражениями от концов локального поглотителя и от согласующих устройств, а также предполагаем, что параметр несинхронности остается постоянным при переходе в область поглотителя, т. е. не учитываем изменения фазовой скорости волны на этом участке.

Ниже будут приведены результаты расчета с учетом изменения параметра несинхронности (фазовой скорости волны).

На рис. II.28 представлена типичная зависимость коэффициента усиления от длины системы при наличии локального затухания. Кривые 1 и 2 относятся к лампе с одинаковыми значениями параметров ($q=1$, $d=0,1$) и различными значениями параметров поглощающего уча-

стка. Кривая 1 соответствует поглотителю с параметрами затухания $d_2=2$ и длиной $CN_2=0,4$; а кривая 2 соответствует $d_2=1$ и $CN_2=0,5$. Расстояние от входа в систему до начала поглощающего участка для обоих случаев одинаково.

Анализ этих кривых показывает, что в участке поглощения электромагнитная волна сначала затухает, а за-

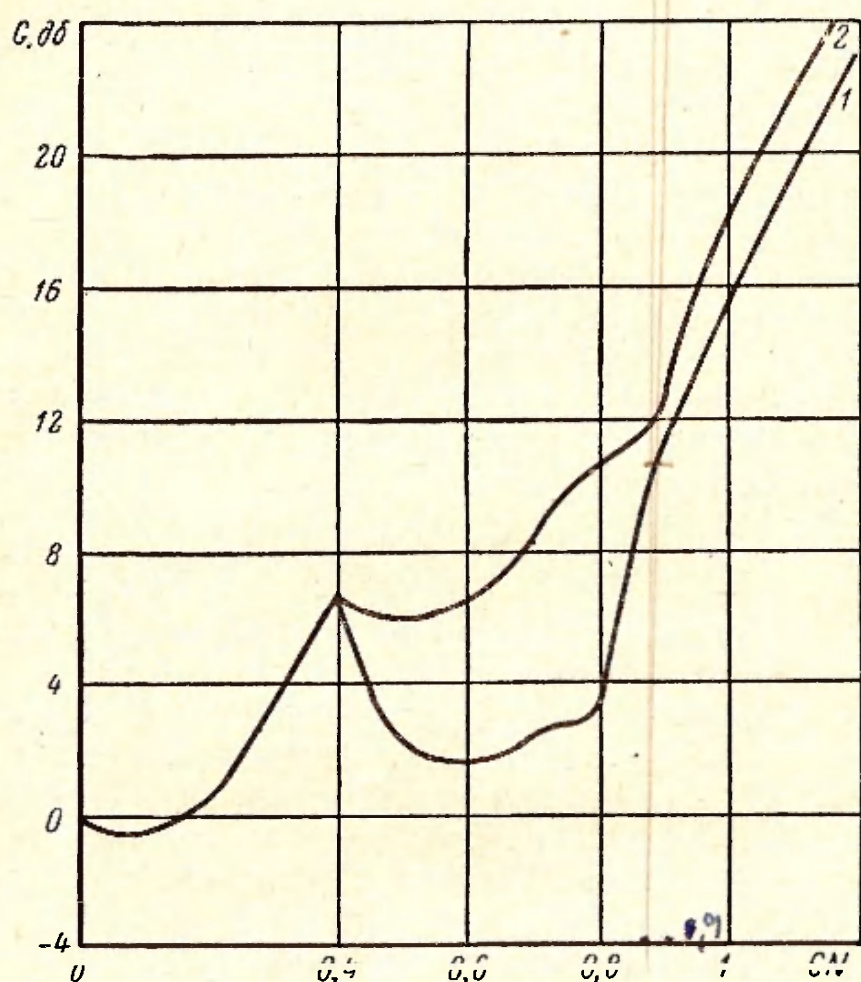


Рис. П.28. Зависимость коэффициента усиления от длины участка взаимодействия при наличии локального затухания.

Кривая 1 — $CN_2=0,4$; $d_2=2$; $q=1$; $d=0,1$; кривая 2 — $CN_2=0,5$; $d_2=1$, $q=1$, $d=0,1$.

тем амплитуда ее остается постоянной или даже начинает возрастать. Это означает, что взаимодействие электронного потока с электромагнитной волной в области локального поглотителя играет существенную роль и пренебрегать этим взаимодействием нельзя.

Обычно длина поглощающего участка мала и возрастающая волна не успевает выделиться; поэтому в области поглотителя необходимо учитывать все три волны. Так как на достаточном расстоянии от конца поглощающего участка преобладает возрастающая волна, поведение которой полностью определяется параметрами этого участка, то, очевидно, что скорость возрастающего поля в этом участке не зависит от положения и параметров локального поглотителя. Это подтверждается также расчетами.

В ЛБВ с локальным поглотителем коэффициент усиления определяется не только параметрами лампы, но и параметрами поглощающего участка (его длиной, положением вдоль участка взаимодействия и величиной затухания). На рис. II.29 представлены зависимости коэффициента усиления ЛБВ от длины поглощающего участка d_2 параметром затухания $d_2=2$ для различных значений параметров лампы. Каждая три кривые относятся к постоянной длине участка взаимодействия. Кривые 1 соответствуют значениям $q=1, d=0,1$, кривые 2 — значениям $q=1, d=0,2$ и кривые 3 — $q=2, d=0,1$. На рис. II.30 представлены аналогичные зависимости при постоянных параметрах лампы; в качестве параметра взят параметр затухания поглощающего участка d_2 . Анализ кривых, изображенных на рис. II.29 и II.30, показывает, что зависимость усиления от длины локального поглотителя является линейной; наклон прямых не зависит от параметров лампы и определяется величиной затухания поглощающего участка. Это позволяет перенести результаты расчета уменьшения коэффициента усиления, обусловленного локальным поглотителем, с ламп с одними параметрами на лампы с другими параметрами.

Зависимости коэффициента усиления ЛБВ от положения локального поглотителя для различных значений длины поглотителя (SN_2) и участка взаимодействия (SN) представлены на рис. II.31. Кривая зависимости коэффициента усиления от положения локального поглотителя имеет «столообразный» участок, ширина которого сильно зависит от относительной длины поглотителя. Важно отметить, что при малых значениях относительной длины локального поглотителя $\left(\frac{N_2}{N}\right)$ усиление слабо зависит от его положения.

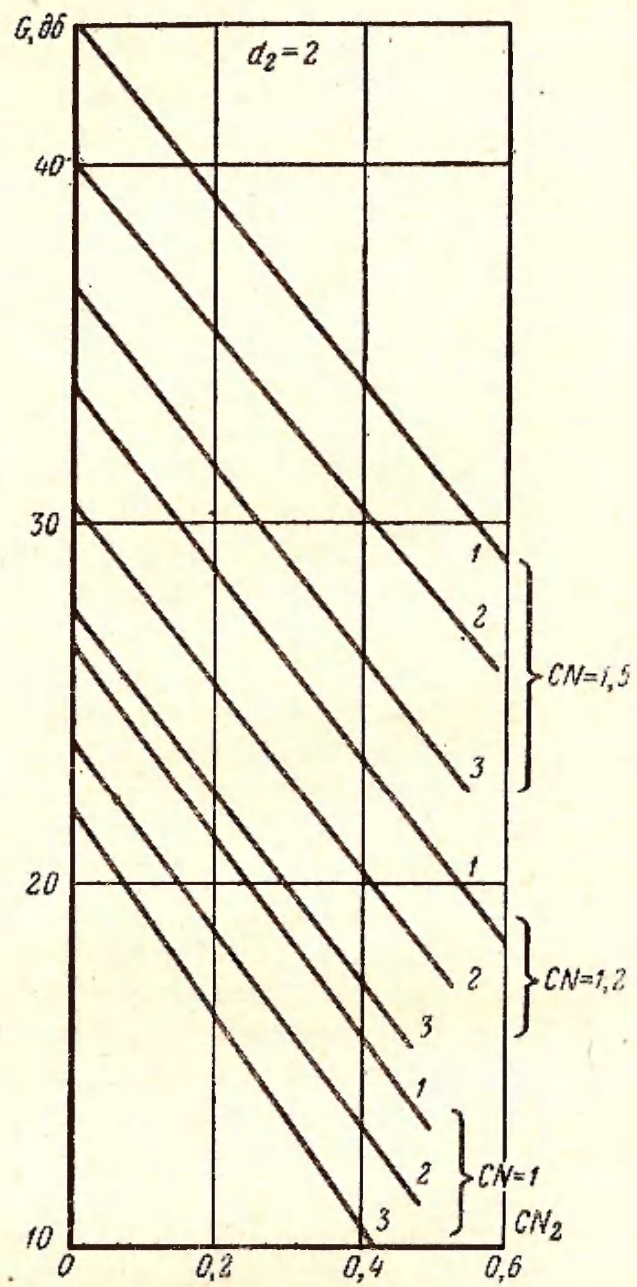


Рис. П.29. Зависимость коэффициента усиления от длины поглотителя для различных длин участка взаимодействия ($d_2 = 2$). Кривые 1 соответствуют $q=1$; $d=0,1$; $b=b_{\text{опт}}$. Кривые 2 — $q=1$; $d=0,2$. Кривые 3 — $q=2$; $d=0,1$.

Рассмотрим теперь подробно поведение прямой волны в поглощающем участке. Как уже отмечалось, в поглощающем участке, несмотря на большое затухание,

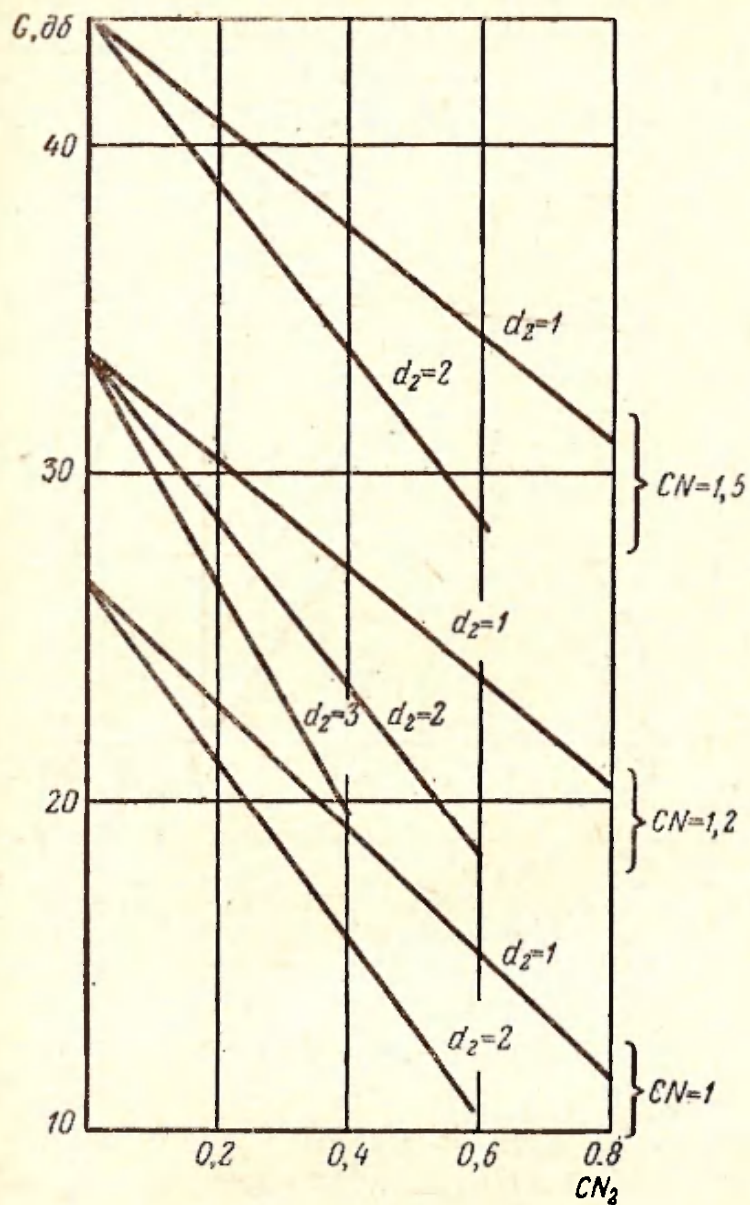


Рис. 11.30. Зависимость коэффициента усиления от длины поглотителя для различных значений параметра затухания d_2 и различных длин участка взаимодействия.
 $q=1; d=0,1; b=b_{opt}$.

амплитуда возрастает. Это объясняется тем, что на входе в поглощающий участок электронный пучок имеет переменные составляющие тока и скорости, которые обуславливают быстрый переход амплитуды волны от затухания

к возрастанию. Анализ кривых на рис. II.28 показывает, что «горячее» затухание прямой волны меньше «холодного» затухания, определяемого формулой (II.80). «Горячее» затухание определяется как отношение напряженности ВЧ поля на расстоянии, соответствующем концу поглощающего участка, в лампе без поглотителя к напряженности поля на этом же расстоянии при наличии по-

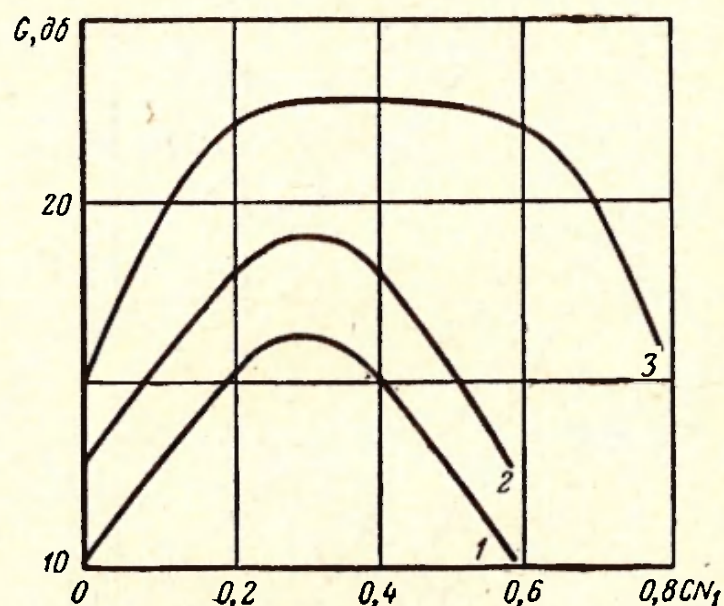


Рис. II.31. Зависимость коэффициента усиления от положения локального поглотителя. $d_2 = 2$; $q = 1$; $d = 0,1$; $b = b_{\text{опт}}$.
Кривая 1 соответствует $CN_1 = 1$ и $CN_2 = 0,4$; кривая 2 — $CN_1 = 1,2$; $CN_2 = 0,6$; кривая 3 — $CN_1 = 1,2$; $CN_2 = 0,4$.

глотителя. На рис. II.32 представлена зависимость разности «холодного» и «горячего» затуханий от положения поглотителя. Из кривых на этом рисунке следует, что эта разность зависит от параметров поглощающего участка и может достигать 25 дБ. Как показывают расчеты, разность между усилением ЛБВ без локального поглотителя и усилением ЛБВ с локальным поглотителем меньше разности между «холодным» и «горячим» затуханиями. Это объясняется тем, что в лампе с локальным поглотителем непосредственно за ним поле возрастает быстрее, чем в лампе с такими же параметрами, но без локального поглотителя.

На рис. II.33 представлена зависимость уменьшения коэффициента усиления от длины поглощающего уча-

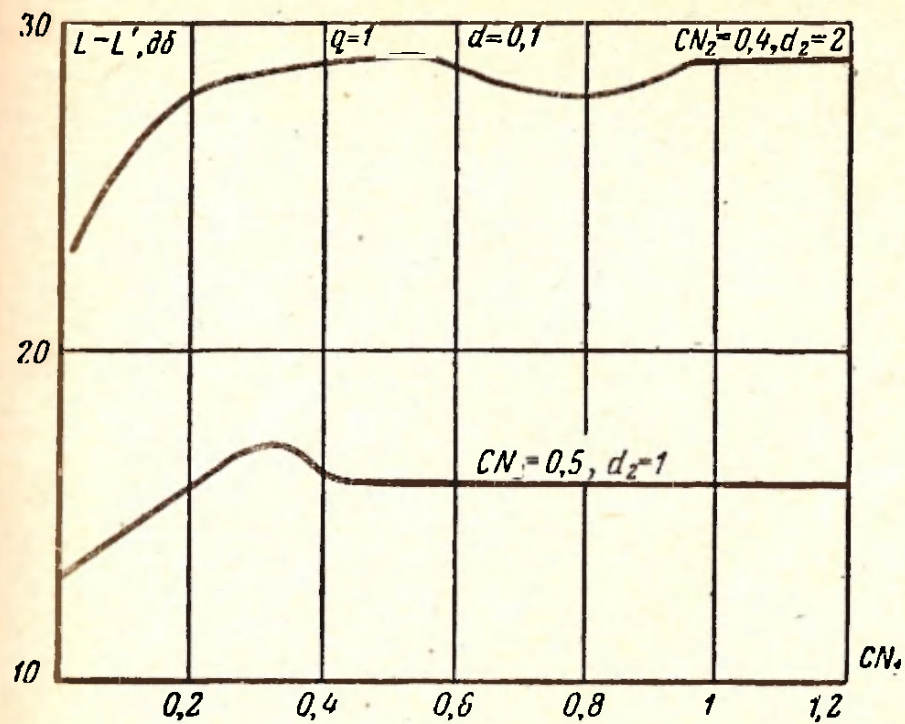


Рис. П.32. Зависимость разности «холодного» и «горячего» затуханий от положения поглотителя.

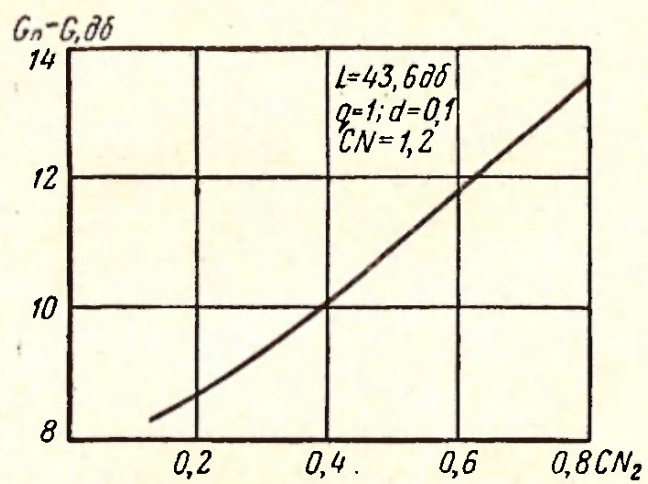


Рис. П.33. Уменьшение коэффициента усиления в зависимости от длины поглощающего участка при постоянном «холодном» затухании поглотителя.

$L=43,6$ дБ; $q=1$; $d=0,1$; $CN=1,2$; $b=b_{\text{опт}}$.

тока при постоянном вносимом затухании. Из рисунка видно, что наилучшим является тот поглотитель, который имеет наименьшую длину.

До сих пор анализ влияния локального затухания на усиление ЛБВ проводился в приближении малых значе-

ний параметра усиления. Соотношения, полученные в предыдущем параграфе, позволяют оценить влияние величины параметра усиления на работу ЛБВ с локальным затуханием. На рис. П.34 дана зависимость умень-

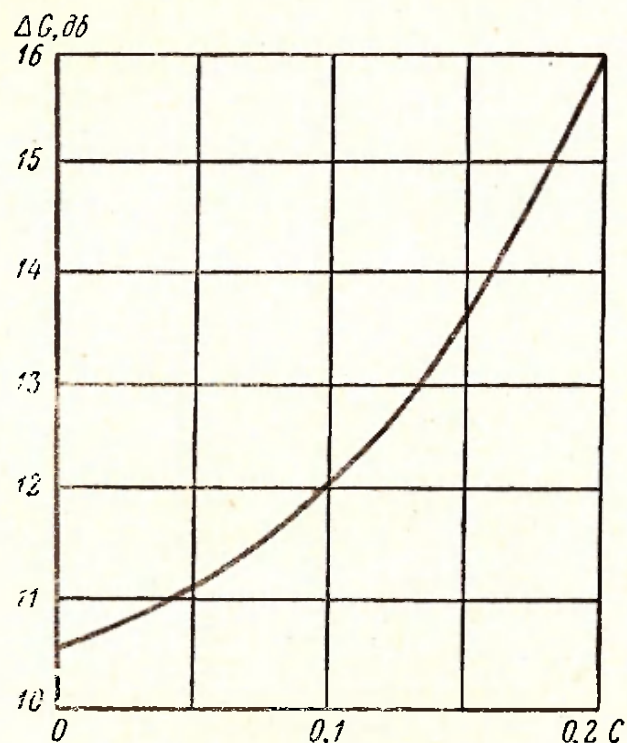


Рис. П.34. Зависимость уменьшения коэффициента усиления, обусловленного поглотителем, от параметра усиления. $q=1$; $d=0$; $CN_2=0,4$; $d_2=2$; $L=43,6$ дб; $b=b_{\text{опт}}$.

шения коэффициента усиления от параметра C для $CN_2=0,4$ и для значения параметра затухания $d_2=2$. Из рисунка видно, что чем больше параметр усиления, тем сильнее влияет поглотитель на коэффициент усиления.

П.6. ВЛИЯНИЕ УДЕЛЬНОГО ПОВЕРХНОСТНОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ ПОГЛОЩАЮЩЕГО СЛОЯ НА УСИЛЕНИЕ

В предыдущем параграфе было исследовано влияние локального затухания на усиление ЛБВ в предположении, что фазовая скорость волны на поглощающем участке такая же, как и во всем участке взаимодействия. В действительности это условие не всегда выполняется, и поэтому на участке взаимодействия может иметь

ного расстройка. Фазовая скорость и затухание волн в системе с поглощающим слоем зависят от свойств этого слоя, определяемых величиной удельного поверхностного сопротивления.

Рассмотрим более подробно электродинамические свойства спирально-проводящего цилиндра при наличии поглощающего слоя [10—12]. Для решения этой задачи рассмотрим следующую модель. Спирально-проводящий цилиндр радиусом a окружен кожухом радиусом c с идеально-проводящими стенками. Удельное поверхностное сопротивление поглощающего слоя имеет величину R_F .

Поле в такой системе можно записать в виде

$$\left. \begin{aligned} E(r, z, t) &= E(r) e^{j\omega t - \Gamma_0 z}, \\ H(r, z, t) &= H(r) e^{j\omega t - \Gamma_0 z}, \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.81})$$

где Γ_0 — продольная постоянная распространения.

Будем рассматривать три области существования электромагнитного поля:

- а) внутри спирально-проводящего цилиндра $0 \leq r \leq a$;
- б) между спирально-проводящим цилиндром и кожухом $a \leq r \leq c$;
- в) вне кожуха $c \leq r \leq \infty$.

Решение уравнений Максвелла для каждой из этих областей дает следующие выражения для компонентов поля:

$$\left. \begin{aligned} &0 \leq r \leq a \\ H_{z_1} &= A_1 J_0(\gamma r), \quad E_{z_1} = a_1 J_0(\gamma r), \\ H_{r_1} &= A_1 J_1(\gamma r), \quad E_{r_1} = a_1 J_1(\gamma r), \\ H_{\varphi_1} &= j a_1 \frac{k}{\gamma} \frac{1}{Z_0} J_1(\gamma r), \quad E_{\varphi_1} = -j A_1 \frac{k}{\gamma} \frac{1}{Z_0} J_1(\gamma r); \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.82})$$

$$\left. \begin{aligned} &a \leq r \leq c \\ H_{z_2} &= A_2 J_0(\gamma r) + B_2 N_0(\gamma r), \\ E_{z_2} &= a_2 J_0(\gamma r) + b_2 N_0(\gamma r), \\ H_{r_2} &= A_2 J_1(\gamma r) + B_2 N_1(\gamma r), \\ E_{r_2} &= a_2 J_1(\gamma r) + b_2 N_1(\gamma r), \\ H_{\varphi_2} &= j \frac{k}{\gamma} \frac{1}{Z_0} [a_2 J_1(\gamma r) + b_2 N_1(\gamma r)], \\ E_{\varphi_2} &= -j \frac{k}{\gamma} \frac{1}{Z_0} [A_2 J_1(\gamma r) + B_2 N_1(\gamma r)]; \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.83})$$

$$c \leq r \leq \infty$$

$$\left. \begin{aligned} H_{z_3} &= B_3 N_0(\gamma r), & E_{z_3} &= b_3 N_0(\gamma r), \\ H_{r_3} &= B_3 N_1(\gamma r), & E_{r_3} &= b_3 N_1(\gamma r), \\ H_{\varphi_3} &= j b_3 \frac{k}{\gamma} \frac{1}{Z_0} N_1(\gamma r), & E_{\varphi_3} &= -j B_3 \frac{k}{\gamma} \frac{1}{Z_0} N_1(\gamma r). \end{aligned} \right\} \quad (\text{II.84})$$

Для нахождения восьми постоянных интегрирования необходимо дать восемь граничных условий. Для каждой из двух поверхностей раздела можно сформулировать четыре независимых граничных условия. При $r=a$ можно записать обычные условия для спирально-проводящего цилиндра. Тангенциальные составляющие электрического поля должны быть непрерывны при переходе через поверхность $r=a$, так как спирально-проводящий цилиндр считается бесконечно тонким:

$$\begin{aligned} E_{z_1}(a) - E_{z_2}(a) &= 0, \\ E_{\varphi_1}(a) - E_{\varphi_2}(a) &= 0. \end{aligned} \quad (\text{II.85})$$

Проекция электрического поля на направление витков спирали должна равняться нулю, что дает

$$E_{z_1}(a) - E_{\varphi_1}(a) \operatorname{ctg} \psi = 0, \quad (\text{II.86})$$

где ψ — угол между направлением витков спирали и плоскостью, перпендикулярной оси цилиндра.

Тангенциальная составляющая магнитного поля, перпендикулярная направлению спиральной проводимости, должна быть непрерывна, так как отсутствуют токи, текущие в этом направлении:

$$H_{z_1}(a) - H_{z_2}(a) + [H_{\varphi_1}(a) - H_{\varphi_2}(a)] \operatorname{ctg} \psi = 0. \quad (\text{II.87})$$

Рассмотрим теперь поверхность раздела при $r=c$. Предположим, что толщина стенки цилиндра с конечной проводимостью мала, так что сохраняются условия непрерывности тангенциальных составляющих электрического поля:

$$\begin{aligned} E_{z_2}(c) - E_{z_3}(c) &= 0, \\ E_{\varphi_2}(c) - E_{\varphi_3}(c) &= 0. \end{aligned} \quad (\text{II.88})$$

Если поглощающий слой нельзя считать бесконечно тонким, то для решения задачи необходимо применить метод Леонтовича. Такая задача решена в работе [7].

Условие бесконечно малой толщины поглощающего слоя означает, что по цилиндру течет только поверхностный ток,

$$\mathbf{i} = i_\varphi \cdot \varphi_0 + i_z \mathbf{k}. \quad (\text{II.89})$$

Тангенциальные составляющие магнитного поля должны удовлетворять следующему условию при переходе через поверхность раздела $r=c$:

$$\mathbf{n} [H_{t_2}(c) - H_{t_1}(c)] = \mathbf{i}, \quad (\text{II.90})$$

где \mathbf{n} — единичный вектор, нормальный поверхности раздела.

Легко показать, что составляющие поверхностного тока связаны с соответствующими составляющими электрического поля соотношениями

$$i_z = \frac{E_z(c)}{R_F}, \quad i_\varphi = \frac{E_\varphi(c)}{R_F}. \quad (\text{II.91})$$

где R_F — удельное поверхностное сопротивление.

В этом случае граничное условие для тангенциальных составляющих магнитного поля может быть переписано следующим образом:

$$\begin{aligned} H_{z_2}(c) - H_{z_1}(c) - \frac{E_\varphi(c)}{R_F} &= 0, \\ H_{\varphi_2}(c) - H_{\varphi_1}(c) + \frac{E_z(c)}{R_F} &= 0. \end{aligned} \quad (\text{II.92})$$

Подставляя в граничные условия (II.85) — (II.88) и (II.92) выражения для компонентов поля (II.82) — (II.84), получаем дисперсионное уравнение следующего вида:

$$\frac{J_1(\gamma a) N_1(\gamma a) - \frac{J_1^2(\gamma c) N_1^2(\gamma c)}{J_1(\gamma c) N_1(\gamma c) - \frac{2}{\pi} R_F / Z_0 k c}}{(ka \operatorname{ctg} \psi)^2 - 1} = 0.$$

$$\frac{J_0(\gamma a) N_0(\gamma a) - \frac{J_0^2(\gamma c) N_0^2(\gamma c)}{J_0(\gamma c) N_0(\gamma c) - \frac{2}{\pi} \frac{R_F ka}{Z_0 \gamma c}}}{(ka \operatorname{ctg} \psi)^2 - 1} = 0. \quad (\text{II.93})$$

Уравнение (II.93) определяет постоянную распространения γ для заданных геометрии системы и значения поверхностного сопротивления. Очевидно, что при $R_F=0$ и $R_F \rightarrow \infty$ затухание в системе равно нулю.

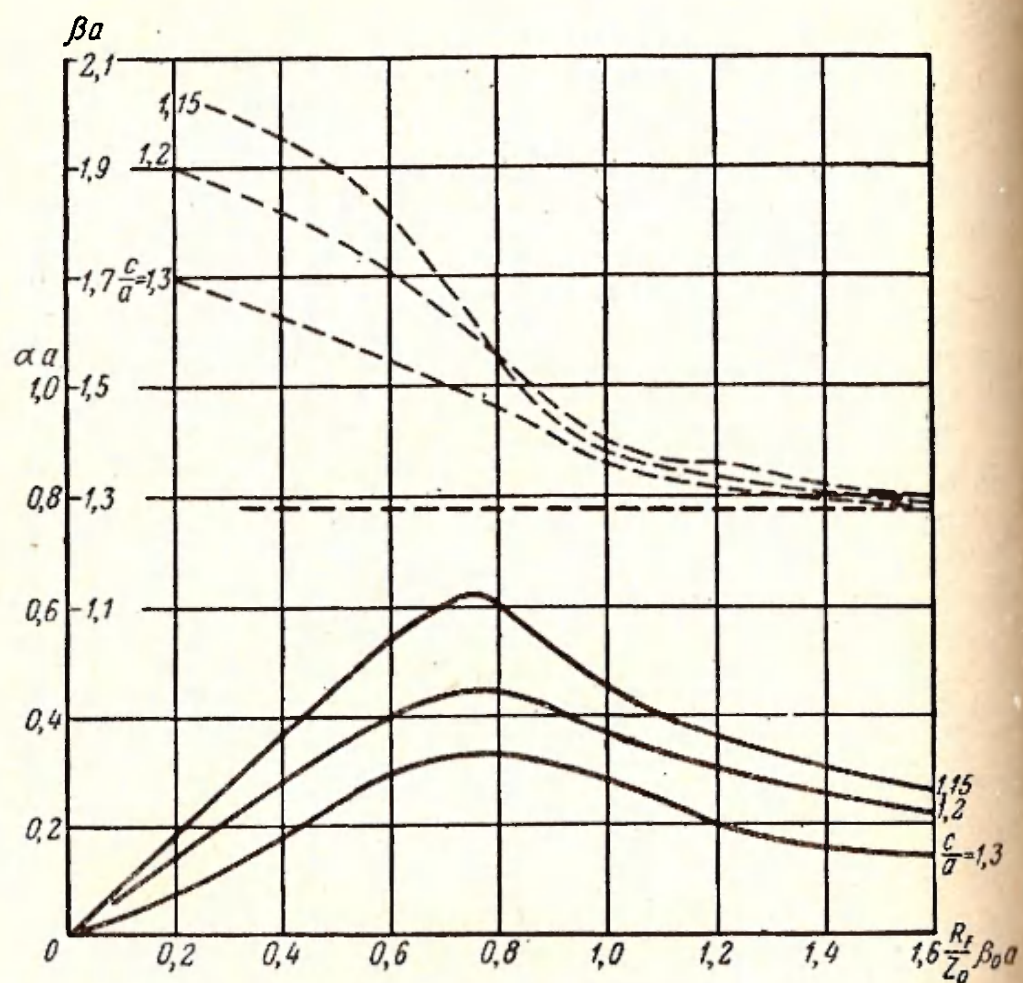


Рис. II.35. Зависимость действительной и мнимой частей постоянной распространения от удельного поверхностного сопротивления для различных значений отношения $\frac{c}{a}$

$$\text{и } \beta_0 a \operatorname{ctg} \psi = 1,5.$$

Сплошные кривые — действительная часть постоянной распространения, пунктирные — мнимая часть.

Действительно при $R_F=0$ получается модель одиночной спирали, окруженной идеально проводящим кожухом. При $R_F \rightarrow \infty$ получается модель одиночной спирали. Эти выводы непосредственно следуют из уравнения (II.93). Из этого уравнения следует также, что с изменением

и волнового поверхностного сопротивления будут меняться с параметром затухания α и фазовая скорость волны, распространяющейся в системе. На рис. II.35 представлена зависимость действительной и мнимой частей постоянной распространения от величины удельного поверхностного сопротивления. Эта зависимость получена из решения уравнения (II.93) при $\beta_0 a \operatorname{ctg} \psi = 1,5$ для различных значений отношения $\frac{c}{a}$. Из кривых этого рисунка следует, что постоянная затухания принимает максимальное значение при определенном значении удельного поверхностного сопротивления, которое зависит от геометрии системы. С увеличением отношения $\frac{c}{a}$ этот максимум становится менее выраженным. Фазовая скорость волны в системе увеличивается с уменьшением величины удельного поверхностного сопротивления.

Помимо рассмотренной модели представляет интерес также исследовать случай, когда поглощающий слой находится непосредственно на спирали [10, 11]. Для решения этой задачи можно предположить, что спирально-проводящий цилиндр имеет конечную проводимость в направлении, перпендикулярном виткам спирали. Используя граничные условия для этого случая, можно получить следующее дисперсионное уравнение [11]:

$$\frac{(ka \operatorname{ctg} \psi)^2}{(\gamma a)^2} = \frac{J_0(\gamma a) N_0(\gamma a)}{J_1(\gamma a) N_1(\gamma a)} + j \frac{Z_0}{R_F} (\operatorname{ctg}^2 \psi + 1) ka J_0(\gamma a) N_0(\gamma a), \quad (\text{II.94})$$

которое совпадает с дисперсионным уравнением одиночной спирали при $R_F \rightarrow \infty$.

Для зависимости фазовой скорости и затухания от удельного поверхностного сопротивления можно определить усиление ЛВВ с локальным поглотителем при заданном значении поверхностного сопротивления поглощающего слоя. Необходимость такого анализа связана с тем, что при выборе величины удельного поверхностного сопротивления, приходится обеспечивать два противоречивых требования, обусловленных условиями наилучшего взаимодействия электронного потока с волной в области поглощающего участка. Как показал проведенный выше анализ, существует значение удельного поверхностного

сопротивления, при котором затухание максимально. В предыдущем параграфе было показано, что чем короче поглощающий участок, тем меньше его влияние на коэффициент усиления ЛБВ. Поэтому желательно выбрать значение удельного поверхностного сопротивления соответствующим максимуму затухания. С другой стороны, усиление максимально, если выполняется определенное соотношение между скоростью электронного потока и фазовой скоростью волны, т. е. если параметр несинхронности выбран оптимальным. Так как затухание в системе практически не изменяет оптимального значения параметра несинхронности, то в области поглощающей вставки необходимо выбирать значение удельного поверхностного сопротивления, соответствующим совпадению фазовых скоростей волны в поглощающей области и в свободной спирали.

Значение удельного поверхностного сопротивления при котором затухание максимально, меньше того значения, при котором фазовые скорости совпадают. В связи с этим необходимо более детально исследовать зависимость усиления ЛБВ от величины удельного поверхностного сопротивления.

Рассмотрим два случая:

1. Длина поглощающего участка остается постоянной, а величина удельного поверхностного сопротивления изменяется. В этом случае меняется величина затухания вносимая поглощающим участком, а также параметр несинхронности.

2. Затухание, вносимое поглощающим участком, остается постоянным. В этом случае при изменении величины удельного поверхностного сопротивления меняется длина поглощающего участка и параметр несинхронности.

Рассмотрим первый случай. Из рис. II.35 следует, что при уменьшении удельного поверхностного сопротивления от достаточно большого значения затухание, вносимое поглощающим участком, вначале будет увеличиваться, при этом значение параметра несинхронности также будет увеличиваться. Если на участке, на котором отсутствует затухание, параметр несинхронности выбран оптимальным, то при уменьшении поверхностного сопротивления его значение в поглощающей области будет увеличиваться. В предыдущем параграфе показано, что при

в процессе затухания, вносимого поглощающим участком постоянной длины, коэффициент усиления ЛБВ уменьшается.

При наличии дополнительной расстройки между электронным потоком и волной в системе коэффициент усиления ЛБВ будет уменьшаться сильнее. Это явление будет происходить до тех пор, пока величина удельного поверхностного сопротивления не будет соответствовать оптимальному значению затухания. При дальнейшем увеличении удельного поверхностного сопротивления затухание будет уменьшаться, а расстройка будет продолжаться увеличиваться. При этом усиление будет уменьшаться, так как увеличение расстройки будет в этом случае сильнее влиять на коэффициент усиления, чем уменьшение вносимого затухания. Это обусловлено тем, что при большой расстройке между электронным потоком и волной системы поглощающий участок при любой величине затухания очень близок по своим свойствам к участку дрейфа.

На рис. II.36 представлена зависимость коэффициента усиления ЛБВ с локальным поглотителем от длины участка взаимодействия для различных значений поверхностного сопротивления. Кривая 1 на этом рисунке соответствует значению удельного поверхностного сопротивления, при котором величина $\frac{R_F}{Z_0} \beta_0 a = 1,2$; кривая 2 — $\frac{R_F}{Z_0} \beta_0 a = 0,45$. Эти значения удельного поверхностного сопротивления соответствуют для $\frac{c}{a} = 1,3$ одинаковому значению параметра затухания и разным значениям фазовой скорости волны. Параметры несинхронности и затухания определялись по формулам

$$b = b_{\text{опт}} - \frac{1}{C} \frac{\Delta v_{\phi}}{v_{\phi}}, \quad (\text{II.95})$$

$$d = \frac{\alpha a}{\beta_0 a C},$$

которые непосредственно следуют из определения b и d . Параметр усиления был выбран равным $C = 0,08$, величина $\beta_0 a = 1,25$. При таком выборе параметров лампы кривой 1 соответствуют значения параметров $b = 1,5$ и $d = 2$ и кривой 2 — $b = 4,5$ и $d = 2$.

Параметр пространственного заряда $q=1$. Пунктиром на рис. II.36 нанесена кривая, соответствующая полному синхронизму в области локального поглотителя. Сравнение этой кривой с кривой 1 показывает, что малая растройка в области с локальным поглотителем не изменяет величины коэффициента усиления ЛБВ. На этом же

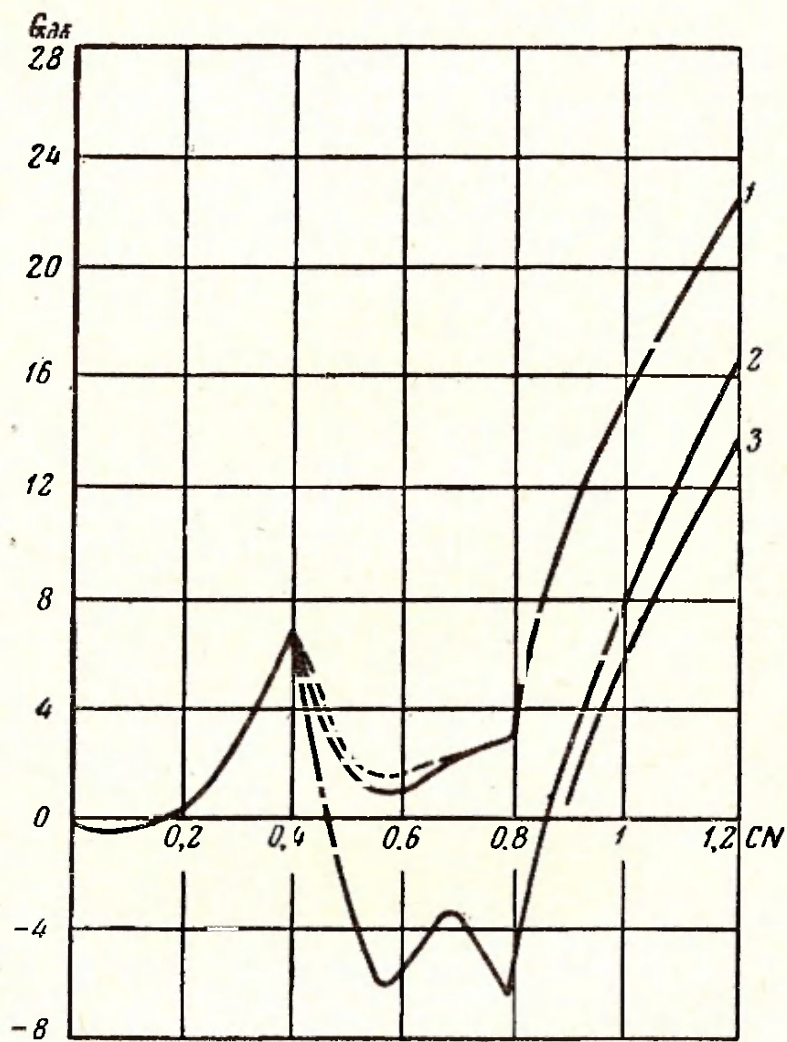


Рис. II.36. Зависимость коэффициента усиления от длины участка взаимодействия для различных значений удельного поверхностного сопротивления поглощающего слоя для

$$\frac{c}{a} = 1,3.$$

Кривая 1 соответствует $\frac{R_F}{Z_a} \beta_0 a = 1,2$; кривая 2 — $\frac{R_F}{Z_a} \beta_0 a = 0,45$; кривая 3 — участку дрейфа; пунктирная кривая соответствует полному синхронизму в области поглотителя.

В рисунке представлена кривая 3, соответствующая усилению ЛБВ с участком дрейфа вместо поглощающего участка. Сравнение этой кривой с кривой 2 показывает, что при большой расстройке в области с локальным поглощением коэффициент усиления ЛБВ мало отличается от соответствующей величины для ЛБВ с участком дрейфа. Полученные результаты качественно совпадают с экспериментальными, приведенными в работах [13, 14], в которых представлена зависимость коэффициента усиления ЛБВ от величины вносимого поглощающим участком затухания.

Из приведенного анализа следует, что при заданной величине поглощающего участка необходимо выбирать такое значение удельного поверхностного сопротивления, при котором фазовая скорость волны в спирали практически не изменяется.

Более интересным и менее исследованным является другой случай, когда затухание, вносимое поглощающим участком, остается постоянным при изменении величины удельного поверхностного сопротивления. В этом случае представляет интерес исследовать зависимость коэффициента усиления от уменьшения поверхностного сопротивления до значения, при котором имеет место максимальное затухание. Решение указанной задачи дает возможность определить оптимальное значение поверхностного сопротивления, при котором коэффициент усиления ЛБВ принимает максимальное значение для различных отношений $\frac{c}{a}$.

В таблице представлены значения удельного затухания и изменения фазовой скорости волны в зависимости от отношения $\frac{c}{a}$ для значений удельного поверхностного сопротивления, соответствующих максимальному значению затухания и совпадению фазовых скоростей.

$\frac{c}{a}$	$R = R_{\alpha a \text{ макс}}$		$R = R_{v_{\phi} = v_{\phi 0}}$	
	$\alpha a, \text{ дб}$	$\Delta v_{\phi} / v_{\phi}$	$\alpha a, \text{ дб}$	$\Delta v_{\phi} / v_{\phi}$
1,3	0,27	0,15	0,15	0
1,2	0,45	0,23	0,27	0

Значения удельного затухания и изменения фазовой скорости были взяты из кривых на рис. II.35. Результаты расчета зависимости усиления ЛБВ от длины участка взаимодействия для разных значений удельного затухания представлены на рис. II.37. Величина затухания, вносимого локальным поглотителем, принята равной $L = 43$ дБ; параметр пространственного заряда $q = 1$; параметр усиления $C = 0,1$.

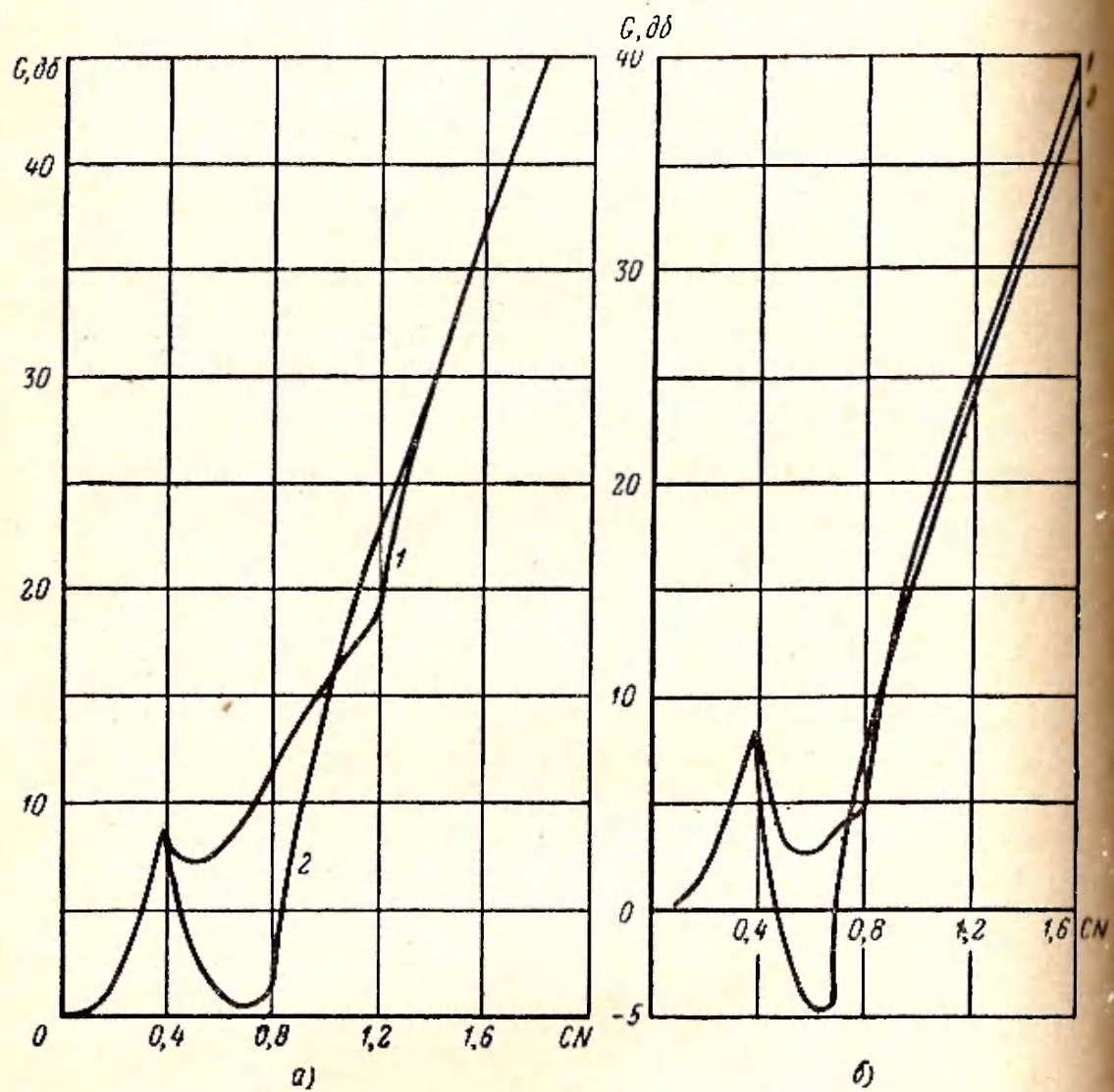


Рис. II.37. Зависимость коэффициента усиления от длины участка взаимодействия для различных значений удельного поверхностного сопротивления при постоянном затухании поглотителя.

Кривая 1 соответствует значению удельного поверхностного сопротивления, при котором фазовая скорость не изменяется; кривая 2 — значению удельного поверхностного сопротивления, при котором имеет место максимальное затухание.

$L = 43$ дБ, а) $\frac{c}{a} = 1,3$; б) $\frac{c}{a} = 1,2$.

Кривая 1,а соответствует следующим значениям параметров поглощающего участка: $b=b_{\text{опт}}=1$, $d=1$; кривая 2,а — $b=2,5$; $d=2$; кривая 1,б — $b=b_{\text{опт}}=1$, $d=2$ и кривая 2,б — $b=3,3$ $d=2$.

Расчеты, проведенные для различных значений вносимого затухания, показали, что при малых значениях за-

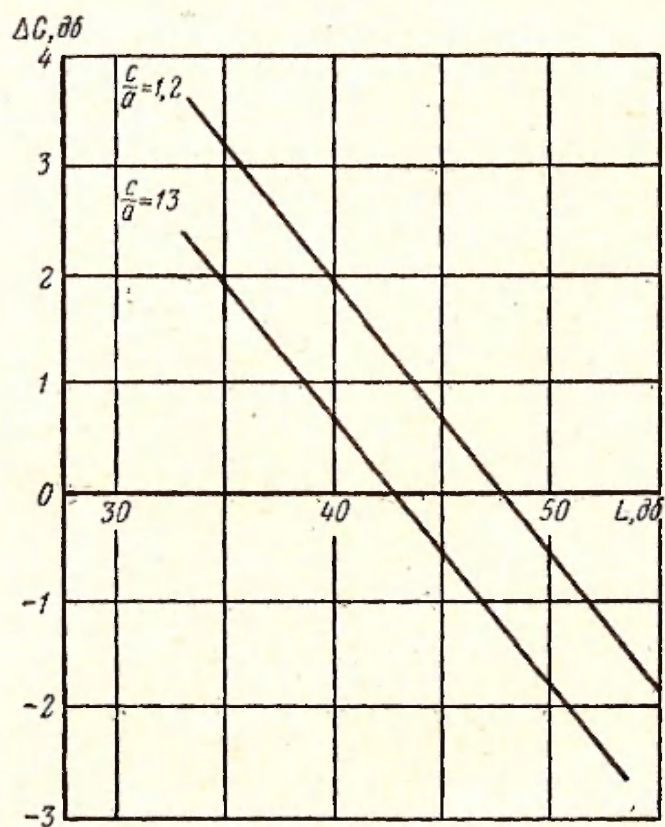


Рис. 11.38. Зависимость разности коэффициентов усиления при значениях удельного поверхностного сопротивления, соответствующих совпадению фазовых скоростей и максимальному удельному затуханию, от величины вносимого поглотителем затухания для различных отношений $\frac{\epsilon}{\sigma}$.

ных отношений $\frac{\epsilon}{\sigma}$.

тухания на взаимодействие электронного потока с волной в поглощающем участке сильнее влияет изменение фазовой скорости, а при больших вносимых величинах затухания — изменение величины удельного затухания. Величина вносимого поглощающим участком затухания, при котором усиление не зависит от выбора величины

поверхностного сопротивления, зависит от отношения $\frac{c}{a}$ и увеличивается при уменьшении этого отношения. Эти выводы иллюстрируются кривыми на рис. II.38, на котором представлена зависимость разности коэффициентов усиления ЛБВ при значениях удельного поверхностного сопротивления, соответствующих совпадению фазовых скоростей волны и максимальному удельному затуханию, от величины вносимого поглощающим участком затухания для разных значений отношения $\frac{c}{a}$. Из кривых этого рисунка следует, что выбор величины удельного поверхностного сопротивления, при котором коэффициент усиления максимален, определяется отношением $\frac{c}{a}$ и величиной вносимого затухания.

II.7. ВЛИЯНИЕ ОТРАЖЕНИЙ НА ХАРАКТЕРИСТИКИ ЛАМПЫ БЕГУЩЕЙ ВОЛНЫ. УСЛОВИЯ СТАБИЛЬНОЙ РАБОТЫ

При вычислении коэффициента усиления ЛБВ предполагалось, что замедляющая система идеально согласована с внешним трактом (отражения отсутствуют).

В действительности реальные устройства ввода и вывода энергии не могут быть согласованы достаточно хорошо во всем диапазоне частот. Поэтому в ЛБВ существуют отражения, которые, естественно, приводят к искажениям характеристик [15, 16]. Кроме того, отражения приводят к образованию цепи обратной связи, по которой часть энергии с выхода подается на вход прибора [16]. Это может привести к появлению паразитной генерации. Поэтому анализ работы ЛБВ при наличии отражений от согласующих элементов дает возможность определить не только изменение характеристик ЛБВ (особенно зависимость коэффициента усиления от частоты), но и условия, при которых будет отсутствовать паразитная генерация.

Анализ ЛБВ при наличии отражений от согласующих элементов может быть проведен на основе общей теории усилителя с обратной связью [17]. Пусть E_0 — напряженность поля сигнала, подаваемого на вход системы от внешнего сигнал-генератора, $E_{обр}$ — напряженность поля сигнала на входе системы, обусловленного цепью обрат-

ной связи и $E_{\text{вых}}$ — напряженность поля сигнала на выходе системы в установившемся режиме. Тогда значение напряженности поля сигнала на входе системы определяется суммой $E_0 + E_{\text{обр}}$.

Напряженность поля сигнала обратной связи определяется соотношением

$$E_{\text{обр}} = \beta E_{\text{вых}}, \quad (\text{II.96})$$

где β — коэффициент обратной связи.

Определим коэффициент усиления системы при наличии обратной связи как

$$K'_y = \frac{E_{\text{вых}}}{E_0 + E_{\text{обр}}}. \quad (\text{II.97})$$

Очевидно, что в установившемся режиме коэффициент усиления, определяемый соотношением

$$K_y = \frac{E_{\text{вых}}}{E_0}, \quad (\text{II.98})$$

совпадает с коэффициентом усиления системы при отсутствии обратной связи. Используя соотношения (II.95) — (II.98), можно легко получить связь между коэффициентами усиления системы с обратной связью и в отсутствие ее:

$$K'_y = \frac{K_y}{1 + \beta K_y}. \quad (\text{II.99})$$

Все величины в соотношении (II.99) являются комплексными. Следовательно, можно записать

$$K_y = |K_y| e^{i\varphi_k}, \quad \beta = |\beta| e^{i\varphi_\beta}. \quad (\text{II.100})$$

Подставляя последние соотношения в (II.99) и определяя модуль величины K'_y , получаем

$$|K'_y| = \frac{|K_y|}{\sqrt{1 + |K_y\beta|^2 - 2|K_y\beta| \cos(\varphi_k + \varphi_\beta)}}. \quad (\text{II.101})$$

Определим теперь коэффициент обратной связи, обусловленный отражениями от согласующих элементов в ЛБВ. В этом случае напряженность поля $E_{\text{обр}}$ связана с $E_{\text{вых}}$ следующим соотношением:

$$E_{\text{обр}} = \alpha_1 \alpha_2 E_{\text{вых}} e^{-i\alpha l}, \quad (\text{II.102})$$

где α_1 и α_2 — коэффициенты отражения от входного и выходного устройства связи (в общем случае комплексные величины);

Γ_0 — постоянная распространения в «холодной» системе;

l — длина системы.

Если в системе имеется затухание, то соотношение (II.102) можно переписать в виде

$$E_{\text{обр}} = E_{\text{вых}} |\alpha_1 \alpha_2| K_3 e^{j\beta_e (1+bC)l} e^{j(\varphi_1 + \varphi_2)}, \quad (\text{II.102a})$$

где K_3 — коэффициент затухания холодной системы; φ_1 и φ_2 — фазы соответствующих коэффициентов отражений.

Сравнение выражений (II.96) и (II.102) с учетом (II.100) дает

$$|\beta| = |\alpha_1 \alpha_2| K_3, \quad \varphi_\beta = \beta_e (1 + bC)l + \varphi_1 + \varphi_2.$$

В этом случае соотношение (II.101) можно записать в виде

$$\frac{|K'_y|}{|K_y|} = \frac{1}{\sqrt{1 + |K_y \cdot K_3 \alpha_1 \alpha_2|^2 - 2 |K_y K_3 \alpha_1 \alpha_2| \cos [\varphi_k + \varphi_1 + \varphi_2 + 2\pi (1 + bC) Nl]}} \quad (\text{II.103})$$

Соотношение (II.103) определяет коэффициент усиления ЛБВ при наличии отражений от входного и выходного устройств связи. Для исследования зависимости коэффициента усиления от частоты при наличии отражений введем следующие упрощающие предположения. Будем считать, что величины $|K_y|$, $|\alpha_1 \alpha_2|$ и $|K_3|$ не изменяются с изменением частоты. Тогда от частоты будет зависеть только аргумент косинуса, который обозначим через φ . Так как косинус — функция периодическая с периодом 2π , то достаточно исследовать поведение коэффициента усиления ЛБВ при изменении фазы сигнала обратной связи φ от 0 до 2π .

На рис. II.39 представлена зависимость отношения $\frac{|K'_y|}{|K_y|}$ от фазы сигнала обратной связи φ для различных значений амплитуды сигнала обратной связи $|K_y K_3 \alpha_1 \alpha_2|$.

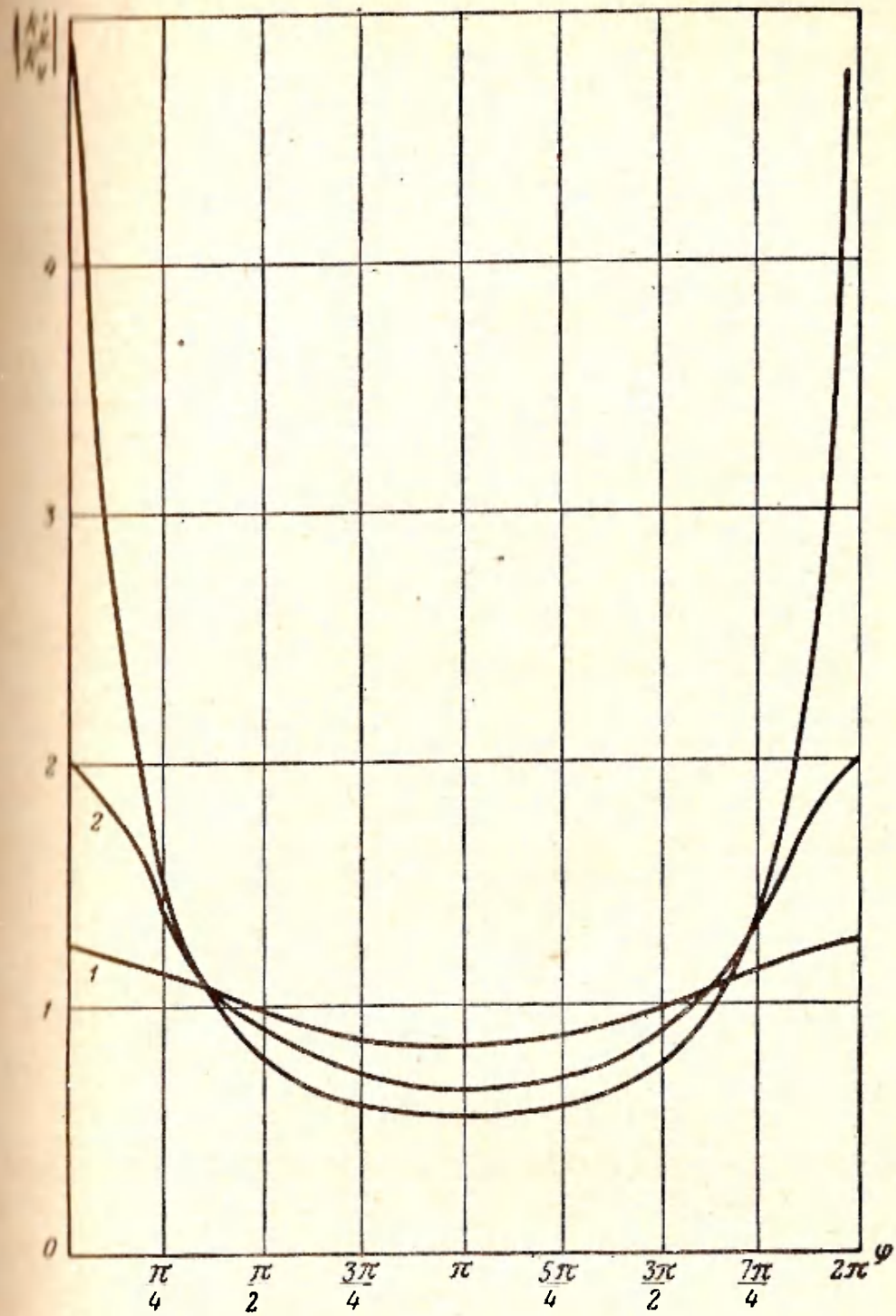


Рис. П.39. Зависимость отношения $\frac{|K'y|}{|K'y|}$ от фазы сигнала обратной связи для различных значений амплитуды сигнала обратной связи.
 Кривая 1 — $|K_y K_3 \alpha_1 \alpha_2| = 0,2$; кривая 2 — $|K_y K_3 \alpha_1 \alpha_2| = 0,5$; кривая 3 — $|K_y K_3 \alpha_1 \alpha_2| = 0,8$.

Из кривых этого рисунка следует, что коэффициент усиления ЛБВ при наличии отражений является периодической функцией от частоты. При этом изменение коэффициента усиления тем больше, чем больше амплитуда сигнала обратной связи. Следовательно, наличие отражений от согласующих элементов в ЛБВ приводит к изрезанности частотной характеристики прибора. Для определения максимального изменения коэффициента усиления ЛБВ при наличии отражения соотношение (II.103) может быть упрощено. Из рис. II.39 следует, что максимальное изменение коэффициента усиления будет иметь место на частоте, при которой $\varphi=0, \pi$. В этом случае $\cos \varphi = \pm 1$ и соотношение (II.103) можно записать в виде

$$|K'_y| = \frac{|K_y|}{1 \pm |K_y K_3 \alpha_1 \alpha_2|} \quad (\text{II.104})$$

Последнее соотношение дает возможность определить максимальное значение амплитуды сигнала обратной связи, при котором изменение коэффициента усиления ЛБВ не будет превышать заданного значения. При известных значениях $|K_y K_3|$ легко определяется максимальное значение произведения коэффициентов отражения.

Соотношение (II.104) позволяет определить условие возбуждения ЛБВ при наличии отражений от согласующих элементов. Общее условие возбуждения соответствует бесконечно большому значению коэффициента усиления, т. е. $K'_y \rightarrow \infty$. Выполнение этого условия возможно в регенеративном режиме, когда

$$1 - |K_y K_3 \alpha_1 \alpha_2| = 0. \quad (\text{II.105})$$

Переходя к коэффициенту усиления по мощности, выраженному в децибелах, получаем следующее условие:

$$L = G_0 + 20 \lg |\alpha_1 \alpha_2|. \quad (\text{II.106})$$

Если величина затухания L меньше значения, определяемого соотношением (II.106), то возникает паразитная генерация. Следовательно, для стабильной работы ЛБВ при наличии отражений от входного и выходного устройств связи необходимо выполнение условия

$$L > G_0 + 20 \lg |\alpha_1 \alpha_2|. \quad (\text{II.107})$$

Так как величина $|\alpha_1\alpha_2| \ll 1$ (при КСВН входа и выхода равном двум, величина $|\alpha_1\alpha_2|=0,11$), то согласно соотношению (II.107) ЛБВ должна стабильно работать при условии $L = G_0$.

Однако обычно ЛБВ работает стабильно только при значительном превышении величины затухания над коэффициентом усиления (необходимое превышение величины затухания над величиной усиления может достигать 20—30 дБ [15]). Такая большая величина затухания, необходимого для стабильной работы ЛБВ, приводит к значительному уменьшению коэффициента усиления. В связи с этим большой интерес вызывает исследование факторов, приводящих к увеличению затухания, необходимых для стабильной работы ЛБВ при наличии отражений.

Одной из причин, которая приводит к увеличению необходимого затухания, является наличие усиления отраженного сигнала.

Усиление отраженного сигнала обусловлено обратным током (т. е. потоком электронов от коллектора к пушке прибора) вследствие вторичной эмиссии электронов с коллектора. Анализ кривой распределения вторичных электронов по скоростям показывает, что имеются две явно выраженные группы вторичных электронов [16]. Скорости электронов в одной группе близки к тепловым скоростям, а скорости электронов другой группы практически равны скорости падающих электронов (эти электроны являются упруго-отраженными).

Если часть упруго-отраженных электронов попадает в область взаимодействия и начинает двигаться от коллектора к пушке, то будет происходить взаимодействие между обратным потоком электронов и полем, обусловленным отражением от выходного устройства ЛБВ. Это взаимодействие приведет к усилению сигнала обратной волны и, следовательно, к облегчению самовозбуждения ЛБВ.

Рассмотрим более подробно влияние обратного тока на стабильность ЛБВ. В случае отсутствия затухания из соотношения (II.106) несложно получить выражение для предельного значения коэффициента усиления при наличии обратного тока:

$$G_{\text{пр}} = -G_{\text{обр}} - 20 \lg |\alpha_1\alpha_2|, \quad (\text{II.108})$$

где $G_{обр}$ — коэффициент усиления отраженного сигнала, который обусловлен потоком упруго-отраженных электронов.

На рис. П.40 представлена зависимость предельного коэффициента усиления ЛБВ от отношения обратного

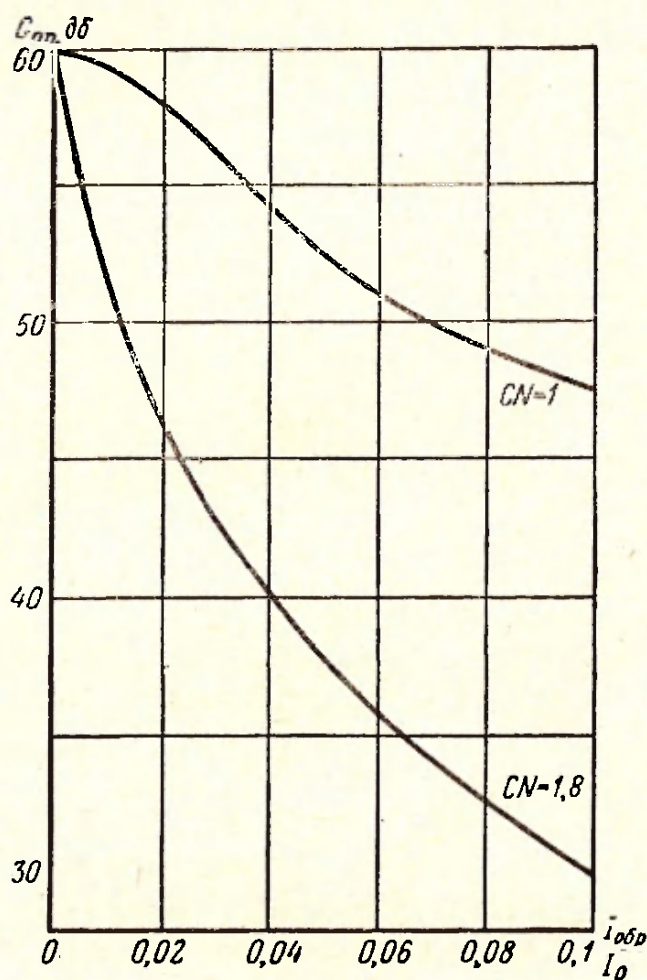


Рис. П.40. Зависимость предельного коэффициента усиления от отношения обратного тока к рабочему для двух длин участка взаимодействия.

тока к рабочему для двух значений длин участка взаимодействия. Если значение коэффициента усиления больше предельного, то ЛБВ будет возбуждаться.

Анализ кривых этого рисунка показывает, что влияние взаимодействия обратного тока с отраженным сигналом сказывается только при больших длинах участка взаимодействия. В этом случае даже при малых отношениях обратного тока к рабочему возможно резкое ухудшение стабильности ЛБВ.

Иначе влияет обратный ток на стабильность ЛБВ при наличии локального затухания. Выражение для предельного значения коэффициента усиления имеет вид

$$G_{\text{пр}} = L' - 20 \lg |\alpha_1 \alpha_2|, \quad (\text{II.109})$$

где L' — величина затухания с учетом взаимодействия обратного тока с отраженным сигналом.

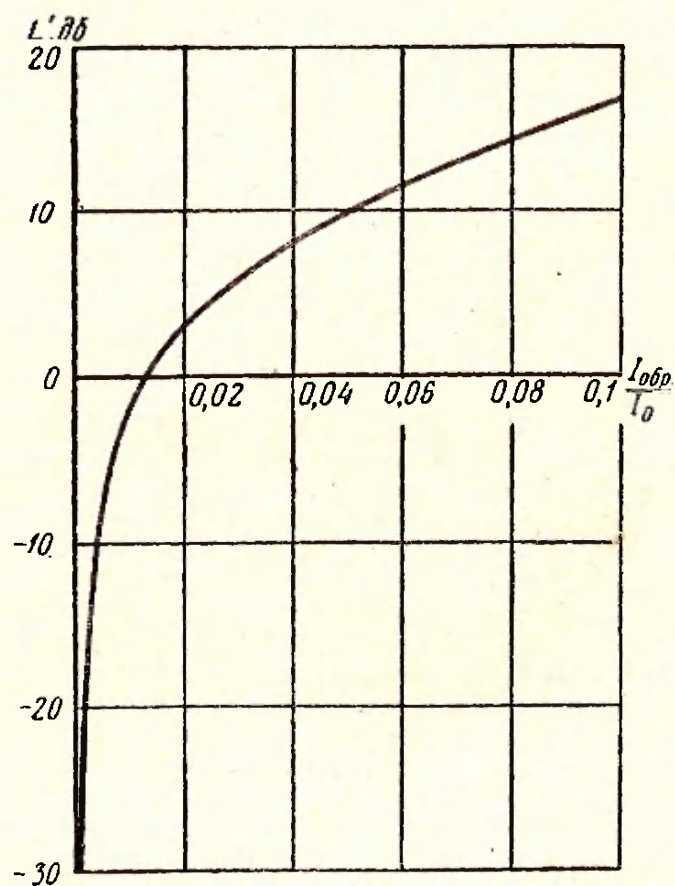


Рис. II.41. Зависимость величины затухания поглотителя от отношения обратного тока к рабочему.

Расчеты показывают, что достаточно очень малого обратного тока, чтобы $L'=0$. Это обусловлено тем, что сигнал обратной связи переносится модулированным потоком упруго-отраженных электронов, а влияние локального затухания на сгруппированный ток мало. На рис. II.41 представлена зависимость величины затухания, вносимого локальным поглотителем в цепь обратной связи, от отношения обратного тока к рабочему. Параметры ЛБВ и локального затухания следующие: $q=1$; $b=1$;

$d_2=2$; $CN_2=0,3$; $CN_1=0,4$; $CN=1,5$. Из кривых рис. II.41 следует, что наличие обратного тока, составляющего только 1% рабочего тока, приводит к уменьшению величины затухания с 33 дб до нуля. Полученная зависимость величины затухания в цепи обратной связи по своему характеру полностью совпадает с аналогичной экспериментальной зависимостью, приведенной в [19].

При наличии локального затухания существенно меняются условия стабильной работы ЛБВ. Так как поглотитель занимает часть общей длины лампы, то имеются участки, в которых затухание практически отсутствует. Концы поглотителя в широкой полосе частот также не могут быть идеально согласованы, и поэтому между ними и устройствами связи имеет место обратная связь, обусловленная отражениями. Наибольший интерес с практической точки зрения представляет участок между концом поглотителя и выводом энергии, так как этот участок наиболее длинный. Анализ влияния отражений от концов этого участка на усиление ЛБВ проведем изложенным выше методом. Пусть на выходе поглотителя при отсутствии отражений значения напряженности поля и переменных составляющих тока и скорости равны соответственно E_1^0 , i_1^0 и v_1^0 .

При наличии отражений на выходе поглотителя напряженность поля будет равна

$$E_1^0 + \alpha_1 \alpha_2 K'_3 E'_{\text{вых}},$$

где $E'_{\text{вых}}$ — значение напряженности поля на выходе при наличии отражений;

K'_3 — коэффициент затухания третьего участка лампы.

Тогда согласно (II.52) выражение для выходного сигнала можно записать следующим образом:

$$E'_{\text{вых}} = a (E_1^0 + \alpha_1 \alpha_2 K'_3 E'_{\text{вых}}) + bi_1^0 + cv_1^0, \quad (\text{II.110})$$

где a , b и c — постоянные, зависящие от параметров лампы и длины третьего участка (величина a соответствует коэффициенту усиления обычной ЛБВ, длина которой совпадает с длиной третьего участка).

Соотношение (II.110) можно переписать в виде

$$\begin{aligned} E'_{\text{ВЫХ}} &= aE_1^0 + bi_1^0 + cv_1^0 + a\alpha_1\alpha_2K'_3E'_{\text{ВЫХ}} = \\ &= E_{\text{ВЫХ}}^0 + a\alpha_1\alpha_2K'_3E'_{\text{ВЫХ}}. \end{aligned} \quad (\text{II.111})$$

Тогда выражение для коэффициента усиления ЛБВ при наличии отражений от конца поглотителя и устройства вывода энергии может быть записано следующим образом:

$$K'_y = \frac{K_y}{1 + K_{y3}^0\alpha_1\alpha_2K'_3}, \quad (\text{II.112})$$

где K_{y3}^0 — значение коэффициента усиления ЛБВ с длиной, равной длине третьего участка лампы.

Считая, что при наличии локального затухания вход и выход полностью развязаны, из соотношения (II.112) можно получить условие возбуждения третьего участка лампы:

$$G_{\text{прз}} = L_1 - 20 \lg |\alpha_1\alpha_2|. \quad (\text{II.113})$$

Обычно на третьем участке затухание отсутствует. В этом случае выражение для предельного значения коэффициента усиления имеет вид

$$G_{\text{прз}} = -20 \lg |\alpha_1\alpha_2|. \quad (\text{II.114})$$

Из соотношения (II.114) следует, что для получения высокого значения коэффициента усиления ЛБВ должны предъявляться жесткие требования к согласованию на входе поглотителя. Соотношение (II.112) позволяет также выяснить влияние поверхностного сопротивления поглощающего слоя на изменение коэффициента усиления, обусловленного отражениями от концов поглотителя и вывода энергии. Так как при постоянной длине участка взаимодействия и постоянной величине вносимого поглотителем затухания уменьшение величины поверхностного сопротивления приводит к увеличению длины третьего участка лампы [т. е. к увеличению K_{y3}^0 в соотношении (II.112)], то при одних и тех же значениях коэффициентов отражения максимальное изменение коэффициента усиления будет увеличиваться.

II.8. ВОЗБУЖДЕНИЕ В ЛАМПЕ БЕГУЩЕЙ ВОЛНЫ КОЛЕБАНИЙ НА ОБРАТНОЙ ГАРМОНИКЕ. УСЛОВИЯ СТАБИЛЬНОЙ РАБОТЫ

Применяемые в ЛБВ замедляющие системы являются неоднородными; сложные поля в них могут быть представлены в виде суммы гармонических составляющих полей (пространственных гармоник). Пространственные гармоники могут иметь противоположно направленные фазовые скорости. Электронный поток одновременно взаимодействует с целой гаммой пространственных гармоник. Взаимодействие с обратными гармониками при определенных условиях может привести к паразитной генерации. Рассмотрим этот вопрос более подробно для спиральной замедляющей системы.

Фазовые постоянные пространственных гармоник такой системы удовлетворяют следующему приближенному соотношению [20]:

$$\beta_m a \cong (ka + m) \operatorname{ctg} \psi, \quad (\text{II.115})$$

где a — радиус спирали;
 m — номер гармоники;
 $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ — волновое число;

$$\operatorname{ctg} \psi = \frac{2\pi a}{h};$$

h — шаг спирали.

Соотношение (II.115) справедливо для спиральной замедляющей системы без диэлектрика при больших значениях волнового числа, когда можно пренебречь дисперсией нулевой гармоники.

Более строгий анализ [21] показывает, что с ростом номера гармоники зависимость ее фазовой скорости от длины волны увеличивается и одновременно уменьшается ее амплитуда (и, следовательно, сопротивление связи). В ЛБВ для получения наиболее широкой полосы усиливаемых частот взаимодействие обычно осуществляется между электронным потоком и наименее диспергирующей нулевой гармоникой. Для осуществления эффективного взаимодействия скорость электронного потока подбирают близкой к фазовой скорости нулевой гармоники на частоте усиления. При этом возможно подобрать такую частоту, на которой фазовая скорость первой об-

первой гармоники (наиболее интенсивной из обратных гармоник) по абсолютной величине будет совпадать с фазовой скоростью нулевой гармоники. В этом случае на указанной частоте возможно взаимодействие электронного потока с первой обратной гармоникой поля. На принципе взаимодействия электронного потока с первой обратной гармоникой работает генератор обратной волны (ЛОВ «О»), теория которого подробно изложена в работах [22, 23]. Из теории ЛОВ «О» следует, что возбуждение генератора возможно при выполнении условия

$$C_{-1}N_{-1} > (CN)_{ст}, \quad (\text{II.116})$$

где $C_{-1}^3 = \frac{I_0 K_{-1}}{4U_0}$;

K_{-1} — сопротивление связи первой обратной гармоники на частоте возбуждения;

N_{-1} — число электронных длин волн, укладываемых вдоль участка взаимодействия на частоте возбуждения;

$(CN)_{ст}$ — величина, определяемая параметрами пространственного заряда и затухания по частоте возбуждения.

Для определения возможности возбуждения ЛБВ на первой обратной гармонике необходимо определить величины $C_{-1}N_{-1}$ и q_{-1} для данных значений параметров ЛБВ. Легко показать, что величины $C_{-1}N_{-1}$ и C_0N_0 связаны между собой соотношением

$$C_{-1}N_{-1} = C_0N_0 \left(\frac{K_{-1}}{K_0} \right)^{1/3} \frac{k_{-1}a}{k_0a}, \quad (\text{II.117})$$

где $k_{-1}a = \frac{2\pi a}{\lambda_{-1}}$ (λ_{-1} — длина волны возбуждения);

$k_0a = \frac{2\pi a}{\lambda_0}$ (λ_0 — длина волны в диапазоне ЛБВ).

Можно получить приближенное соотношение между сопротивлением связи на поверхности спирали для первой обратной и нулевой гармоник [20]:

$$\frac{K_{-1}}{K_0} = \frac{k_0a}{1 - k_{-1}a}. \quad (\text{II.118})$$

С учетом конечной толщины пучка последнее соотношение можно записать в виде

$$\frac{K_{-1}}{K_0} = \frac{k_0 a}{1 - k_{-1} a} e^{-2\gamma_0 a \left(\frac{k_{-1} a}{k_0 a} - 1 \right)} \times$$

$$\times \frac{I_0^2(\gamma_{-1} b) + I_1^2(\gamma_{-1} b) - \frac{2}{\gamma_{-1} b} I_0(\gamma_{-1} b) I_1(\gamma_{-1} b)}{I_0^2(\gamma_0 b) - I_1^2(\gamma_0 b)}, \quad (\text{II.119})$$

где $\gamma_0 a = ka \frac{c}{v_\Phi}$;

b — радиус пучка;

I_0 и I_1 — модифицированные функции Бесселя.

При выводе соотношения (II.119) предполагалось, что $v_{\Phi-1} = v_{\Phi 0}$, и поэтому можно было считать $\frac{\gamma_{-1} a}{\gamma_0 a} = \frac{k_{-1} a}{k_0 a}$.

Предположение о равенстве скоростей нулевой и первой обратной гармоники справедливо, так как возбуждение ЛБВ на первой обратной гармонике будет происходить только при выполнении условия равенства скоростей. Анализ соотношения (II.115) показывает, что фазовые скорости нулевой и первой обратной гармоник равны по абсолютной величине при $k_{-1} a = 0,5$ (при наличии диэлектрика равенство скоростей имеет место при $k_{-1} a = 0,5\alpha_d$, где $\alpha_d < 1$ — коэффициент нагрузки диэлектрика, определяемый как отношение фазовых скоростей гармоники в спирали с диэлектриком и без диэлектрика [24]). Следовательно, возбуждение ЛБВ на обратной гармонике будет происходить на частоте, близкой к $f = \frac{0,5c}{2\pi a}$.

Исходя из изложенного, будем рассчитывать отношение $\frac{C_{-1} N_{-1}}{C_0 N_0}$ при значении $k_{-1} a = 0,5$. Подставляя (II.119) в (II.118) и считая $k_{-1} a = 0,5$, получаем соотношение

$$\frac{C_{-1} N_{-1}}{C_0 N_0} = (2k_0 a)^{1/3} e^{-\frac{1}{3} \gamma_0 a \left(\frac{1}{k_0 a} - 2 \right)} \times$$

$$\times \left[\frac{I_0^2(\gamma_{-1} b) + I_1^2(\gamma_{-1} b) - \frac{2}{\gamma_{-1} b} I_0(\gamma_{-1} b) I_1(\gamma_{-1} b)}{I_0^2(\gamma_0 b) - I_1^2(\gamma_0 b)} \right]^{1/3} \frac{0,5}{k_0 a}, \quad (\text{II.120})$$

которое позволяет рассчитать электрическую длину на первой обратной гармонике для любых параметров ЛБВ. На рис. II.42 представлена зависимость отношения $\frac{C_{-1}N_{-1}}{C_0N_0}$ от величины k_0a для различных значений отношения $\frac{b}{a}$, рассчитанная по соотношению (II.120). Между

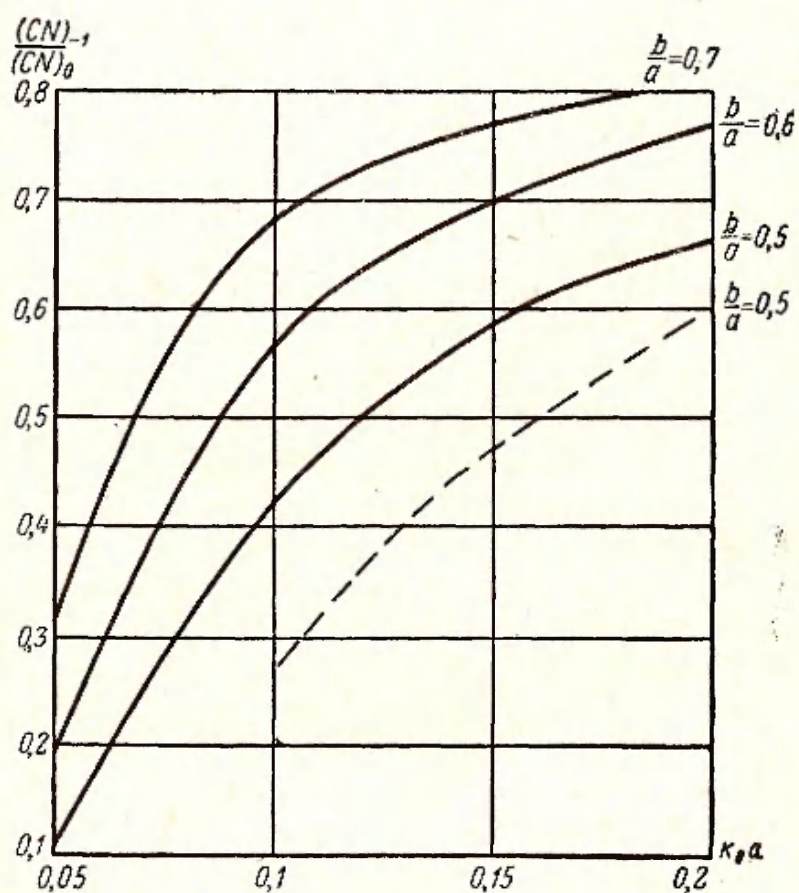


Рис. II.42. Зависимость отношения безразмерных длин участка взаимодействия на первой обратной и нулевой гармониках от $k_0 a = \frac{2\pi a}{\lambda_0}$ для различных отношений радиуса пучка к радиусу спирали для $\gamma a = 1,0$. Пунктиром представлена та же зависимость для $\gamma a = 1,4$.

параметрами пространственного заряда на первой обратной и нулевой гармониках справедливо следующее соотношение:

$$q_{-1} = q_0 \left[\frac{C_0 N_0}{C_{-1} N_{-1}} \right]^2 \quad (\text{II.121})$$

Так как отношение $\frac{C_0 N_0}{C_{-1} N_{-1}} > 1$, то параметр пространственного заряда на первой обратной гармонике больше параметра пространственного заряда на нулевой гармонике. Если полученное значение $C_{-1} N_{-1} > (CN)_{ст}$, рассчитанного для параметра пространственного заряда q_{-1} , то возникает паразитная генерация. В работах [25, 26] по соотношению, аналогичному выражению (II.120), рассчитано отношение $\frac{C_{-1} N_{-1}}{C_0 N_0}$ и определена ма-

ксимальная электрическая длина ЛБВ на основной гармонике, при которой возбуждение на первой обратной гармонике происходить не будет (при этом предполагалось, что затухание отсутствует). Анализ, проведенный в [25, 26], является недостаточным, так как следует также определить затухание, необходимое для стабильной работы ЛБВ, если ее длина больше максимально допустимой (это иногда может иметь место).

Так как в ЛБВ обычно применяется локальный поглотитель, то для этого необходимо определить пусковые условия генератора обратной волны при наличии локального затухания большой величины. Метод рядов, изложенный выше, позволяет решить эту задачу. Результаты расчета представлены на рис. II.43, где представлена зависимость величины $(CN)_{ст}$ от величины локального затухания для двух значений параметра пространственного заряда. При расчетах использовалась следующая связь между параметрами затухания на первой обратной и нулевой гармониках:

$$a_1 = a_0 \frac{C_{-1} N_{-1}}{C_0 N_0}.$$

На рис. II.44 показана зависимость величины $(CN)_{ст}$ от положения локального поглотителя. Полученные результаты дают возможность определить величину локального затухания, необходимую для стабильной работы ЛБВ, в зависимости от параметров прибора. На рис. II.45 представлена зависимость величины локального затухания, необходимого для подавления паразитной генерации ЛБВ на обратной гармонике, в зависимости от параметра $C_0 N_0$ для значений $\frac{b}{a} = 0,5$, $k_0 a = 0,1$ и для $\gamma_0 a = 1$. При этих расчетах принято $q_0 = 1$; $d_{20} = 2$;

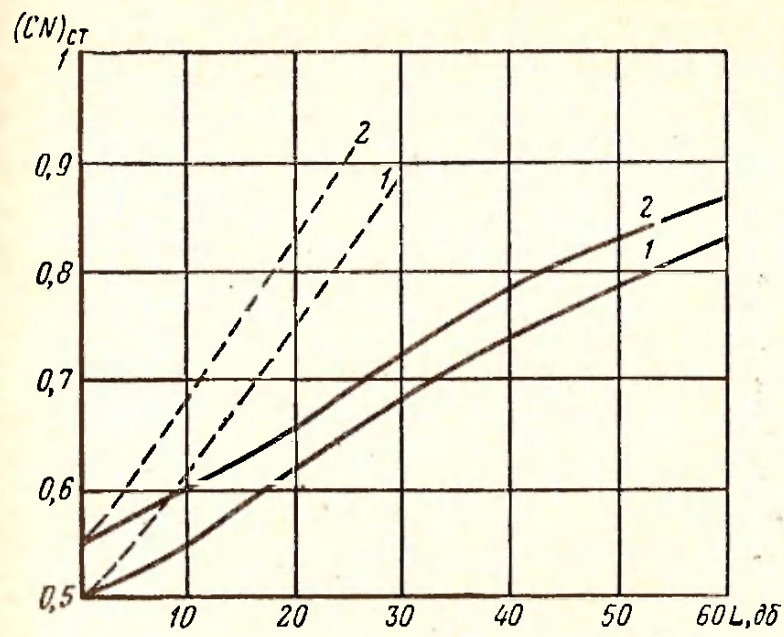


Рис. II.43. Зависимость $(CN)_{ст}$ от величины локального затухания для различных значений пространственного заряда.

Пунктиром представлена та же зависимость в случае распределенного затухания.

Кривая 1 соответствует $q=4$; кривая 2 — $q=6$.

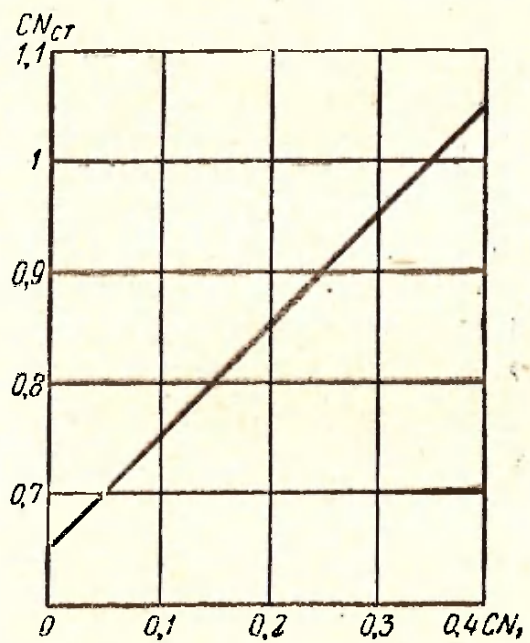


Рис. II.44. Зависимость $(CN)_{ст}$ от положения локального поглотителя.

$CN_{10}=0,2$; $CN_{20}=0,4$. Из кривой рис. II.45 следует, что для подавления паразитной генерации ЛБВ на первой обратной гармонике необходима большая величина локального затухания (эта величина может намного превосходить значение коэффициента усиления ЛБВ).

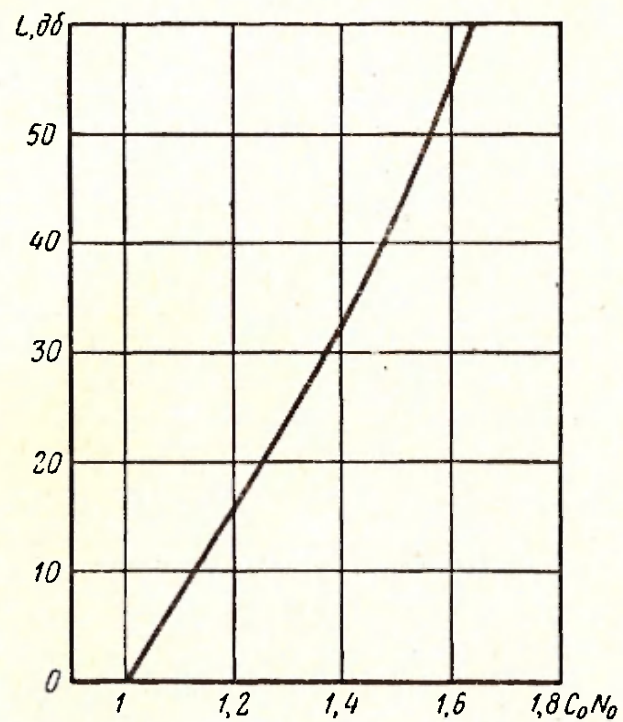


Рис. II.45. Зависимость величины затухания поглотителя, необходимой для подавления обратной гармонике, от длины участка взаимодействия.

Анализ пусковых условий ЛОВ «О» показывает, что необходимую величину локального затухания можно уменьшить, удаляя поглотитель от входного устройства или увеличивая длину поглотителя по сравнению со всей длиной участка взаимодействия.

ГЛАВА III

ПРИБЛИЖЕННЫЕ МЕТОДЫ АНАЛИЗА РАБОТЫ ЛАМПЫ БЕГУЩЕЙ ВОЛНЫ

III.1. ВВЕДЕНИЕ

Анализ, проведенный в предыдущей главе, показал, что усиление ЛБВ является довольно сложной функцией частоты характеристического уравнения. Для нахождения частот в общем случае при наличии затухания и при больших значениях параметра усиления следует решить уравнение четвертой степени с комплексными коэффициентами. Это приводит к очень громоздким выкладкам и необходимости использования электронно-счетных устройств. Поэтому наряду со строгим рассмотрением лампы о взаимодействии электронного потока с бегущей волной разработаны приближенные методы анализа, позволяющие достаточно просто с тем или иным приближением рассчитать усиление ЛБВ. Мы не будем здесь рассуждать о приближенных математических методах, позволяющих определить усиление через коэффициенты характеристического уравнения, не решая самого уравнения (один из этих методов рассмотрен в предыдущей главе).

В настоящее время наиболее широкое распространение из приближенных методов получили метод заданного поля, приближенный энергетический метод и метод последовательных приближений.

III.2. МЕТОД ЗАДАННОГО ПОЛЯ

Метод заданного поля является наиболее простым с точки зрения математического аппарата и поэтому позволяет дать наглядную картину физических явлений. Метод заданного поля в применении к расчету усиления

ЛБВ изложен в работах Лопухина, Коваленко [1], Шершачика [2] и Тагера.

При решении задачи о взаимодействии электронного потока с бегущей волной в ЛБВ в приближении заданного поля предполагают, что поле в линии может быть представлено одной волной с постоянной фазовой скоростью, причем амплитуда напряженности электрического поля изменяется вдоль линии по экспоненциальному закону.

Амплитудная постоянная распространения, а следовательно, и коэффициент усиления вычисляются из равенства активных составляющих электронной мощности и потока мощности в линии.

$$-P_{ea} = -\frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_0^l E(z) \cdot i^*(z) dz = P_{\pi} = \frac{E^2(l)}{2\beta^2 K_c}, \quad (\text{III.1})$$

где

$$E(z) = E_0 \cdot e^{-\gamma z} = E_0 e^{(\gamma - j\beta)z}, \quad (\text{III.2})$$

$i(z)$ — конвекционный ток, возбуждаемый в пучке полем $E(z)$;

K_c — сопротивление связи;

$\beta = \frac{\omega}{v_{\phi}}$ — фазовая постоянная в системе с пучком;

γ — амплитудная постоянная, характеризующая усиление.

При анализе предполагается, что потери в линии пренебрежимо малы.

Введем параметр несинхронности для возмущенной волны, определяемый по формуле

$$b_1 = \frac{v_0 - v_{\phi}}{C v_{\phi}}. \quad (\text{III.3})$$

Тогда выражение для напряженности поля может быть записано следующим образом:

$$E(z) = E_0 e^{\gamma z} \cdot e^{-j\beta_e (1+b_1 C) z}. \quad (\text{III.2a})$$

Выражение для конвекционного тока можно получить из дифференциального уравнения, выведенного в первой главе (1.42):

$$\frac{\partial^2 i}{\partial z^2} - 2j\beta_e \frac{\partial i}{\partial z} - (\beta_e^2 - \beta_q^2) i = j \frac{\beta_e I_0}{2U_0} E_z. \quad (\text{III.4})$$

Общее решение этого уравнения имеет вид

$$i(z) = j \frac{I_0 \beta_e}{2U_0} \int_0^z E(x) \frac{\sin \beta_q (z-x)}{\beta_q} e^{-j\beta_e (z-x)} dx + e^{j\beta_e z} \left[i(0) \cos \beta_q z - j\beta_e \frac{I_0}{U_0} \frac{\sin \beta_q z}{\beta_q} v(0) \right], \quad (\text{III.5})$$

где $i(0)$ и $v(0)$ — переменные составляющие тока и скорости в точке $z=0$. Так как в ЛБВ обычно начальная мощность отсутствует, то $i(0) = v(0) = 0$.

Подставляя в соотношение (III.5) значение $E(x)$ из (III.2) и интегрируя, получаем

$$i(z) = j \frac{I_0 \beta_e E_0}{2U_0} \frac{e^{(\gamma-jk)z}}{(\gamma-jk)^2 + \beta_q^2} \times \times \left[1 - e^{-(\gamma-jk)z} \left(\cos \beta_q z + \frac{\gamma-jk}{\beta_q} \sin \beta_q z \right) \right], \quad (\text{III.6})$$

$$k = \beta_e b_1 C. \quad (\text{III.7})$$

Зная конвекционный ток, можно определить активную составляющую мощности взаимодействия электронного потока с полем бегущей волны:

$$P_{ea} = \text{Re} \left\{ -j \frac{I_0 E_0^2}{4U_0} \frac{1}{(\gamma+jk)^2 + \beta_q^2} \int_0^l e^{(\gamma-jk)z} \times \times \left[e^{(\gamma+jk)z} - \cos \beta_q z - \frac{\gamma+jk}{\beta_q} \sin \beta_q z \right] dz \right\}.$$

Интегрируя, получаем

$$P_{ea} = \frac{I_0 E_0^2 \beta_e}{4U_0} \times \times \frac{(e^{2\gamma l} - 1) + 2 \left[1 - e^{\gamma l} \cos kl \cdot \cos (\sqrt{q} \cdot 2\pi CN) - \left(1 - \frac{\delta^2}{b^2} - \frac{q}{b^2} \right) \times \right.}{k^2 \left[\left(1 + \frac{\delta^2}{b^2} \right)^2 - \times \frac{e^{\gamma l} \sin (\sqrt{q} \cdot 2\pi CN)}{\sqrt{q} \cdot 2\pi CN} \frac{bb \sin bl}{bb \sin bl} \right]}{\left. - 2 \frac{q}{b^2} \left(1 - \frac{\delta^2}{b^2} \right) + \frac{q^2}{b^4} \right]},$$

где

$$q = \left(\frac{\beta q}{R_e C} \right)^2; \quad 2\pi CN = \beta_e C l; \quad \delta = \frac{1}{R_e C}. \quad (\text{III.8})$$

Допустим, что усиление велико, тогда $e^{\gamma l} \gg 1$. В этом случае

$$P_{ea} = \frac{I_0 E_0^2}{C^2 \beta_e^2 A U_0} \frac{b_1 e^{2\gamma l}}{(\delta^2 + b_1^2)^2 + 2q(\delta^2 - b_1^2) + q^2}$$

Приравнявая это выражение активной составляющей потока мощности в линии: $P_{\text{л}} = \frac{E_0^2 \cdot e^{2\gamma l}}{2\beta_e^2 K_v}$, получаем уравнение для определения амплитудной постоянной δ :

$$\frac{2b}{(\delta^2 + b_1^2)^2 + 2q(\delta^2 - b_1^2) + q^2} = 1. \quad (\text{III.9})$$

Найдем оптимальное значение параметра несинхронности для возмущенной волны, $b_1 = b_{\text{опт}}$, при котором усиление максимально. Для этого приравняем нулю производную по b левой части выражения (III.9), в результате получим

$$16(b_{\text{опт}}^2 - q)b_{\text{опт}}^2 \cdot q + 8b_{\text{опт}}(b_{\text{опт}}^2 - q) - 1 = 0. \quad (\text{III.10})$$

Подставляя значение $b_1 = b_{\text{опт}}$ из (III.10) в (III.9), найдем $\delta = \delta_{\text{макс}}$ и коэффициент усиления:

$$G_{\text{макс}} = 8,68\beta_e C \delta_{\text{макс}} \cdot l = B_{\text{макс}} CN. \quad (\text{III.11})$$

Для пренебрежимо малого пространственного заряда $q = 0$ из (III.10) находим $b_{\text{опт}} = \frac{1}{2}$ и соответственно $B_{\text{макс}} = 47,3$.

В случае большого пространственного заряда $b_{\text{опт}} \cong \sqrt{q}$, что дает

$$B_{\text{макс}} = 77,2 \sqrt{\sqrt{q^2 + \sqrt{q/2}} - q}. \quad (\text{III.12})$$

Этот же результат можно получить, если вместо уравнения баланса активной мощности воспользоваться

общем возбуждения линии, выведенным в первой главе (1.39):

$$\frac{d^2 E_z}{dz^2} - \Gamma_0^2 E_z = -\Gamma_0^3 K_e i(z), \quad (\text{III.13})$$

где $\Gamma_0 = j\beta_0$ — постоянная распространения волны в отсутствие электронного потока.

Подставляя в это уравнение E_z из (III.2а) и $i(z)$ из (III.6) и сохраняя только члены, изменяющиеся с расстоянием по экспоненциальному закону, получаем

$$\gamma^2 - (\beta^2 - \beta_0^2) + 2j\gamma b_1 = -2C^3 \frac{\beta_e \beta_0^3}{(\gamma - jk)^2 + \beta_q^2}.$$

Приравнявая мнимые части и воспользовавшись (III.7), (III.8), а также соотношениями $\frac{\beta_e}{\beta_e} \cong 1$ и $\frac{\beta_0}{\beta_e} \cong 1$, справедливыми для малых значений параметра усиления, получаем уравнение

$$\frac{2b_1}{(\delta^2 + b_1^2)^2 + q^2 + 2q(\delta^2 - b_1^2)} = 1,$$

которое совпадает с (III.9).

III.3. ПРИБЛИЖЕННЫЙ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЙ МЕТОД

При решении задачи о взаимодействии электронного потока с электромагнитной волной в приближении заданного поля получается неплохое соответствие с результатами строгой теории для усиления в асимптотическом режиме. Однако в таком приближении нельзя исследовать поведение сигнала в начальном участке лампы, в частности, определить параметр начальных потерь.

Приближенный энергетический метод является дальнейшим обобщением метода заданного поля. Он состоит в том, что закон изменения амплитуды $E_1(z)$ напряженности ВЧ поля не задается заранее, а определяется по уравнениям баланса активной мощности, составленным для произвольной точки линии*. При этом, как и в методе заданного поля, предполагается, что поле в линии, возникающее в результате взаимодействия волны

* Этот метод был впервые предложен В. Т. Овчаровым в 1947 г.

с пучком, может быть представлено одной волной с постоянной фазовой скоростью.

Условие баланса активной мощности приводит к интегральному уравнению, решение которого позволяет найти распределение амплитуды напряженности ВЧ поля вдоль линии. Это в свою очередь дает возможность рассчитать усиление ЛБВ с учетом начальных потерь.

Предположим сначала, что линия не имеет потерь. Тогда уравнение баланса ВЧ мощности в любой точке линии может быть записано в виде

$$P_{ca}(z) = P_{л} - P_{вх} = \frac{E_1^2(z)}{2\beta_0^2 K_c} - \frac{E_1^2(0)}{2\beta_0^2 K_c}, \quad (\text{III.14})$$

где
$$P_{ca}(z) = -\frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_0^z E(x) i^*(x) dx.$$

Воспользовавшись формулой (III.5) для конвекционного тока при $i(0) = v(0) = 0$, найдем выражение для активной мощности взаимодействия

$$P_{ca}(z) = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left\{ j \frac{I_0 \beta_e}{2U_0 \beta_q} \int_0^z E(x) dx \times \right. \\ \left. \times \int_0^x E(t) \sin \beta_q (x-t) e^{-j\beta_e (x-t)} dt \right\}. \quad (\text{III.15})$$

Записывая выражение $E(z)$ в виде

$$E(z) = E_1(z) e^{-j\beta z} = E_1(z) e^{-j\beta_e (1+b_1 C) z} \quad (\text{III.16})$$

и воспользовавшись уравнением (III.14), получаем интегральное уравнение для амплитуды поля $E_1(z)$:

$$\frac{1}{\beta_q} \int_0^z E_1(x) dx \int_0^x E_1(t) \sin k(x-t) \sin \beta_q(x-t) dt = \\ = \frac{E_1^2(z)}{2m} - \frac{E_1^2(0)}{2m}, \quad (\text{III.17})$$

где
$$m = \beta_e \beta^2 C^3. \quad (\text{III.18})$$

Продифференцировав обе части уравнения по z , полу-

$$\int_0^z E_1(t) \sin k(z-t) \sin \beta_q(z-t) dt = \frac{\beta_q}{m} \frac{dE_1}{dz}. \quad (\text{III.19})$$

Последовательным дифференцированием уравнение (III.19) может быть приведено к дифференциальному уравнению 4-го порядка с постоянными коэффициентами. Однако мы решим его, используя интегральное преобразование Лапласа. Для этого перепишем уравнение (III.19) следующим образом:

$$\begin{aligned} \int_0^z E_1(t) \cos(k - \beta_q)(z-t) dt - \int_0^z E_1(t) \cos(k + \beta_q)(z-t) dt = \\ = \frac{2\beta_q}{m} \frac{dE_1(z)}{dz}. \end{aligned} \quad (\text{III.20})$$

Применим известную в теории преобразования Лапласа теорему о свертке.

Если

$$Lf_1(t) = g_1(p), \quad Lf_2(t) = g_2(p),$$

то

$$L \int_0^z f_1(t) f_2(z-t) dt = g_1(p) g_2(p),$$

где $g(p)$ — изображение функции $f(t)$ по Лапласу.

Обозначим через $e(p)$ изображение функции $E_1(z)$, т. е. $LE_1(z) = e(p)$. Тогда, воспользовавшись формулой

$L \cos qt = \frac{p}{p^2 + q^2}$ и применив теорему о свертке, получим следующее уравнение для изображения функции

$E_1(z)$:

$$\begin{aligned} \left[\frac{1}{p^2 + (k - \beta_q)^2} - \frac{1}{p^2 + (k + \beta_q)^2} \right] pe(p) = \\ = \frac{2\beta_q}{m} [pe(p) - E_0(0)], \end{aligned}$$

решение которого может быть записано в виде

$$c(p) = \frac{E_1(0) [p^2 + (k - \beta_q)^2] [p^2 + (k + \beta_q)^2]}{p^5 + 2(\beta_q^2 + k^2) p^3 + [(\beta_q^2 - k^2)^2 - 2km] p} = \\ = \frac{E_1(0) [p^2 + (k - \beta_q)^2] [p^2 + (k + \beta_q)^2]}{p(p - p_1)(p - p_2)(p - p_3)(p - p_4)}, \quad (\text{III.21})$$

где

$$p_{1,2} = \pm \mu = \pm \sqrt{2km + 4k^2\beta_q^2 - (k^2 + \beta_q^2)} = \\ = \pm \beta_e C \sqrt{2b_1\zeta^2 + 4b_1^2 q - (q + b_1^2)}; \\ p_{3,4} = \pm j\nu = \pm j \sqrt{2km + 4k^2\beta_q^2 + (k^2 + \beta_q^2)} = \\ = \pm j\beta_e C \sqrt{2b_1\zeta^2 + 4b_1^2 q + (q + b_1^2)}; \quad (\text{III.22})$$

$$q = \frac{\beta_q^2}{\beta_e^2 C^2}; \quad \zeta = \frac{\beta_0}{\beta_e} = \frac{v_0}{v_\Phi} = 1 + bC, \quad (\text{III.23})$$

b — параметр несинхронности для волны в линии при отсутствии электронного пучка.

Рассматривая сначала случай малых значений параметра усиления C , будем считать $\zeta = 1$. Раскладывая правую часть (III.21) на простейшие дроби и переходя от изображения к оригиналу с помощью формулы $L \operatorname{ch} qt = \frac{p}{p^2 - q^2}$, получаем аналитическое выражение для амплитуды напряженности ВЧ поля

$$E_1(z) = E_1(0) \left\{ 1 - \frac{2mk}{\mu^2 \nu^2} + \frac{2mk}{\mu^2 + \nu^2} \left(\frac{\operatorname{ch} \mu z}{\mu^2} - \frac{\cos \nu z}{\nu^2} \right) \right\}. \quad (\text{III.24})$$

Рассмотрим усиление в асимптотическом режиме, считая z достаточно большим. В этом случае из соотношения (III.24) можно получить

$$\frac{E_1(z)}{E_1(0)} = \frac{mk}{\mu^2 (\mu^2 + \nu^2)} e^{\mu z}. \quad (\text{III.25})$$

Таким образом, усиление (в децибелах) равно

$$G = 8,68 \mu z + 20 \lg \frac{mk}{\mu^2 (\mu^2 + \nu^2)}. \quad (\text{III.26})$$

Вместим, что из (III.22) и (III.25) следует, что

$$\frac{\mu}{\beta_e C} = \sqrt{V^2 2b_1 + 4b_1^2 q - (q + b_1^2)} = x_1$$

равняется вещественной части корня характеристического уравнения (II.10), соответствующего возрастающей волне.

Рассмотрим случай пренебрежимо малого пространственного заряда ($q=0$). Полагая $\frac{d\mu}{d\omega} = 0$ находим для режима максимального усиления

$$b_{\text{опт}} = \frac{1}{2}; \quad \mu_{\text{макс}} = \beta_e C \frac{\sqrt{3}}{2}; \quad \frac{mk}{\mu^2 (\mu^2 + \nu^2)} = \frac{1}{3}.$$

В частности,

$$G = 47,3CN - 9,54 \text{ дб}. \quad (\text{III.27})$$

Из (III.24) получаем выражение для амплитуды напряженности ВЧ поля в режиме максимального усиления

$$\frac{E_1(z)}{E_1(0)} = \frac{2}{3} \text{ch}(\sqrt{3} \pi CN) + \frac{2}{3} \cos(\sqrt{5} \pi CN) - \frac{1}{15}. \quad (\text{III.28})$$

На рис. III.1 дана зависимость усиления от CN , вычисленная по формуле (III.28). Для сравнения на этом рисунке показана та же зависимость, полученная из другой теории [4].

В случае большого пространственного заряда ($q \gg 1$) из (III.22) находим:

$$\left. \begin{aligned} b_{\text{опт}} &= \sqrt{q}, \\ \mu_{\text{макс}} &= \sqrt{2} \beta_e C \sqrt{V^2 q^2 + \frac{1}{2} \sqrt{q} - q}, \\ \frac{mk}{\mu^2 (\mu^2 + \nu^2)} &= \frac{\sqrt{q}}{8 \sqrt{q^2 + \frac{1}{2} \sqrt{q} (\sqrt{q^2 + \frac{1}{2} \sqrt{q} - q)}}}. \end{aligned} \right\} \quad (\text{III.29})$$

Таким образом, в соответствии с формулой (III.26)

$$G = BCN + A = 77,2 \sqrt{V^2 q^2 + \frac{1}{2} \sqrt{q} - q} CN + + 20 \lg \frac{\sqrt{q}}{8 \sqrt{q^2 + \frac{1}{2} \sqrt{q} (\sqrt{q^2 + \frac{1}{2} \sqrt{q} - q)}}}. \quad (\text{III.30})$$

Из (III.30) следует, что при $q \rightarrow \infty$ параметр начальных потерь A стремится к пределу, равному $20 \lg \frac{1}{2} = -6,06$. Подставляя $b_{\text{опт}} = q$ в (III.24), получаем выра-

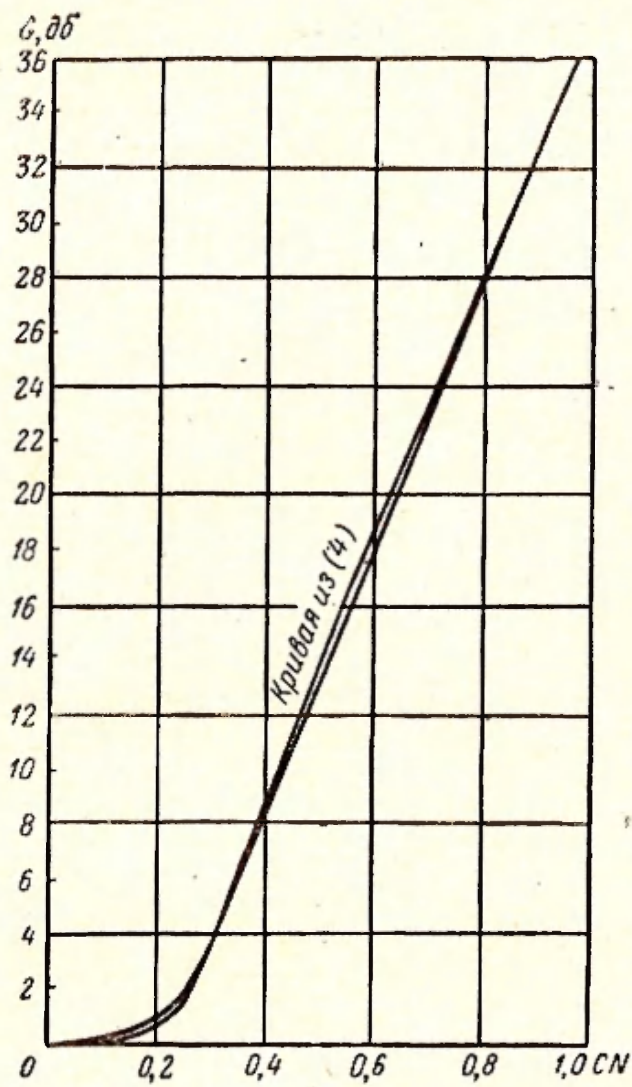


Рис. III.1. Зависимость коэффициента усиления от безразмерной длины участка взаимодействия.
 $q=d=0, b=b_{\text{опт}}$.

жение для амплитуды ВЧ поля в режиме максимального усиления при большом пространственном заряде:

$$\frac{E_1(z)}{E_1(0)} = \frac{\sqrt{q}}{4 \sqrt{q^2 + \frac{1}{2} \sqrt{q}}} \times$$

$$\times \left[\frac{\operatorname{ch} (2\sqrt{2}\pi CN) \sqrt{\sqrt{q^2 + \frac{1}{2}\sqrt{q}} - q}}{\sqrt{q^2 + \frac{1}{2}\sqrt{q}} - q} + \frac{\cos (2\sqrt{2}\pi CN) \sqrt{\sqrt{q^2 + \frac{1}{2}\sqrt{q}} + q}}{\sqrt{q^2 + \frac{1}{2}\sqrt{q}} + q} \right]. \quad (\text{III.31})$$

На рис. III.2 представлена зависимость усиления от CN для различных значений параметра q .

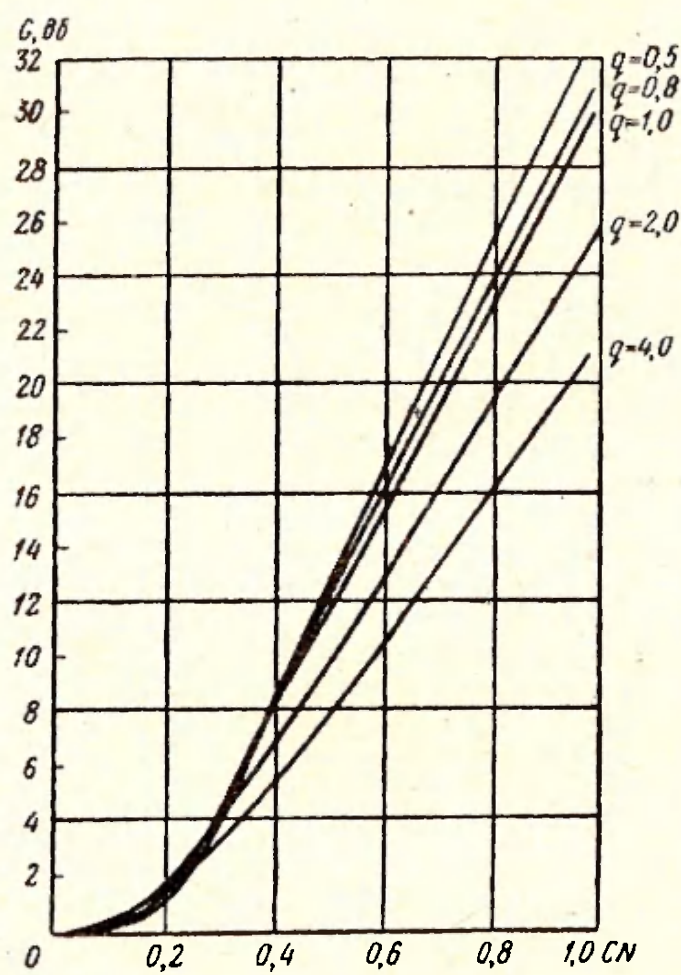


Рис. III.2. Зависимость коэффициента усиления от безразмерной длины участка взаимодействия для различных значений пространственного заряда.

$d=0, b=l_{\text{опт}}$.

Учтем теперь затухание в линии. В этом случае уравнение баланса энергии можно записать в дифференциальной форме

$$dP_{\text{пот}} + dP_{\text{л}} = dP_{\text{св}}. \quad (\text{III.32})$$

Считая, что затухание в линии происходит по экспоненциальному закону, т. е. что $P(z) = P_0 e^{-\beta_e C dz}$, найдем изменение мощности, обусловленное затуханием на участке dz :

$$dP = -dP_{\text{пот}} = -2\beta_e C dP(z) = -2\beta_e C d \frac{E_1^2(z)}{2\rho^2 K_e} dz. \quad (\text{III.33})$$

Далее, продифференцировав соответствующие выражения для электронной мощности и для потока мощности в линии и подставив их в (III.32), после соответствующих преобразований получим интегральное уравнение для амплитуды ВЧ поля

$$\int_0^z E_1(t) \sin k(z-t) \sin \beta_q(z-t) dt = \\ = \frac{\beta_q}{m} \frac{dE_1}{dz} + \frac{2\beta_q \beta_e C d}{m} E_1(z). \quad (\text{III.34})$$

Применяя опять преобразование Лапласа, получаем уравнение для определения $e(p)$ — изображения функции $E_1(z)$:

$$\left[\frac{k - \beta_q}{p^2 + (k - \beta_q)^2} - \frac{k + \beta_q}{p^2 + (k + \beta_q)^2} \right] e(p) = \\ = \frac{2\beta_q}{m} [pe(p) - E_1(0) + 2\beta_e C de(p)], \quad (\text{III.35})$$

решение которого есть

$$e(p) = \frac{E_1(0)}{p^5 + \beta_e C d p^4 + 2(k^2 + \beta_q^2) p^3 + 2(k^2 + \beta_q^2) \beta_e C d p^2 + \\ + [(k^2 - \beta_q^2)^2 - 2km] p + (k^2 - \beta_q^2) \beta_e C d}. \quad (\text{III.36})$$

К сожалению, корни знаменателя правой части не могут быть найдены в аналитическом виде. Таким образом, этот метод не позволяет получить аналитического выражения для усиления при наличии затухания. Однако

при малом затухании ($d \leq 0,3$) корни знаменателя, очевидно, не сильно отличаются от корней знаменателя правой части соотношения (III.21), соответствующего отсутствию затухания. Поэтому можно положить

$$p_i = p_{i0}(1 - \varepsilon_i), \quad (\text{III.37})$$

где $\varepsilon_i \ll 1$, p_{i0} — корни знаменателя правой части (III.21), соответствующие отсутствию затухания, т. е.

$$p_{10} = \mu; \quad p_{20} = -\mu; \quad p_{30} = j\nu; \quad p_{40} = -j\nu; \quad p_{50} = 0.$$

При вычислении p_i для $d \leq 0,3$ достаточно сохранить члены с ε_i во второй степени. На рис. III.3 представлена

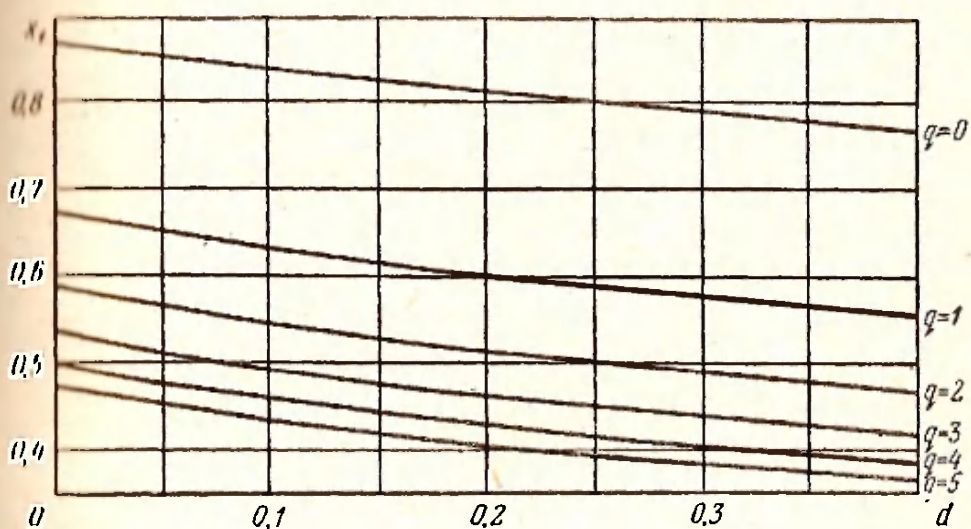


Рис. III.3. Зависимость максимального значения параметра возрастающей волны от затухания для различных значений параметра пространственного заряда.

$$b = b_{\text{опт.}}$$

зависимость параметра $x_i = \frac{u_i}{\beta_e c}$ от d для различных значений q . Зная p_i , можно определить $E_1(z)$ и, следовательно, найти параметр начальных потерь A . На рис. III.4 представлена зависимость указанного параметра от q и d .

Полученные соотношения позволяют определить максимальное усиление, а также зависимость усиления от параметра несинхронности для волны в системе с пучком. Однако практический интерес представляет зависимость усиления от параметра несинхронности b , т. е. от фазовой скорости волны в системе без пучка. Соотноше-

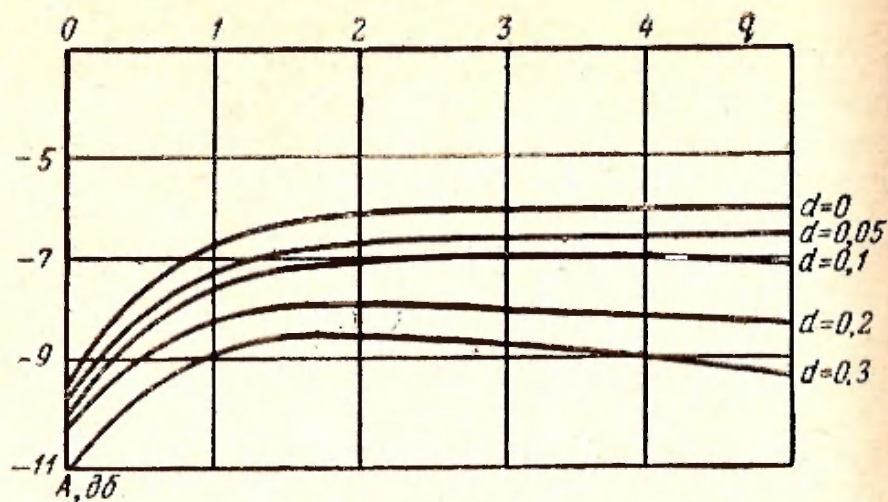


Рис. III.4. Зависимость параметра начальных потерь от пространственного заряда для различных значений затухания.
 $b = b_{\text{опт.}}$

ние между b и b_1 может быть получено из уравнения баланса реактивной мощности

$$-P_{\text{ер}} = P_{\text{лр}}, \quad (\text{III.38})$$

где реактивная мощность взаимодействия $P_{\text{ер}}$ и реактивная составляющая потока мощности в линии $P_{\text{лр}}$ определяются формулами

$$P_{\text{ер}} = -\frac{1}{2} \text{Im} \int_0^z E(z) i^*(z) dz, \quad (\text{III.39})$$

$$P_{\text{лр}} = \frac{\beta - \beta_0}{\beta^2 K_c} \int_0^z E_1^2(z) dz. \quad (\text{III.40})$$

Воспользовавшись соотношениями (III.16) и (III.5) для $E(z)$ и $i(z)$ получаем соотношение, связывающее фазовые постоянные возмущенной и невозмущенной волн:

$$\begin{aligned} & \frac{\beta - \beta_0}{K_c \beta^2} \int_0^z E_1^2(x) dx = \\ & = -\frac{I_0 \beta_e}{4U_0 \beta_q} \int_0^z E_1(x) dx \int_0^z E_1(t) \cos(x-t) \sin \beta_q(x-t) dt. \end{aligned} \quad (\text{III.41})$$

Продифференцировав обе части уравнения (III.41) по z ,
получим

$$\int_0^z U_1(t) \cos k(z-t) \sin \beta_q(z-t) dt = -\frac{\beta_q(\beta - \beta_0)}{m} E_1(z). \quad (\text{III.42})$$

Теперь можно воспользоваться формулой (III.25) для определения амплитуды напряженности поля. После интегрирования найдем

$$\frac{\mu^2 + \beta_q^2 - k^2}{(\mu^2 + \beta_q^2 - k^2)^2 - 4\beta_q^2 k^2} = \frac{\beta - \beta_0}{m}. \quad (\text{III.43})$$

Значение $\beta - \beta_0$ можно выразить через параметры b и b_1 по формуле

$$\beta - \beta_0 = \beta_0 C(b_1 - b). \quad (\text{III.44})$$

Подставляя μ и ν из (III.22), после несложных преобразований получаем искомую зависимость между параметрами b и b_1 :

$$b = 2b_1 - \sqrt{\frac{1}{2b_1} + q}. \quad (\text{III.45})$$

Эта зависимость представлена на рис. III.5. Для преобладающего малого пространственного заряда

$$b = 2b_1 - \sqrt{\frac{1}{2b_1}}.$$

В режиме максимального усиления $b_1 = \frac{1}{2}$ и, следовательно, $b = 0$, что соответствует синхронизму между электронным потоком и волной в системе без пучка. Для достаточно большого пространственного заряда $b = 2b_1 - \sqrt{q}$. В режиме максимального усиления, как было показано, $b_{1\text{опт}} = \sqrt{q}$. Следовательно, $b_{\text{опт}} = b_{1\text{опт}} = \sqrt{q}$. Таким образом, при большом пространственном заряде в режиме максимального усиления фазовая скорость волны практически не изменяется под действием электронного потока. Заметим, что соотношения (III.22) и (III.45)

позволяют получить аналитическую зависимость (в параметрической форме) параметра возрастающей волны $x_1 = \frac{\mu}{\beta_e C}$ от параметра несинхронности для невозмущенной волны.

Изложенный выше метод позволяет получить аналитическую формулу для усиления также при больших значениях

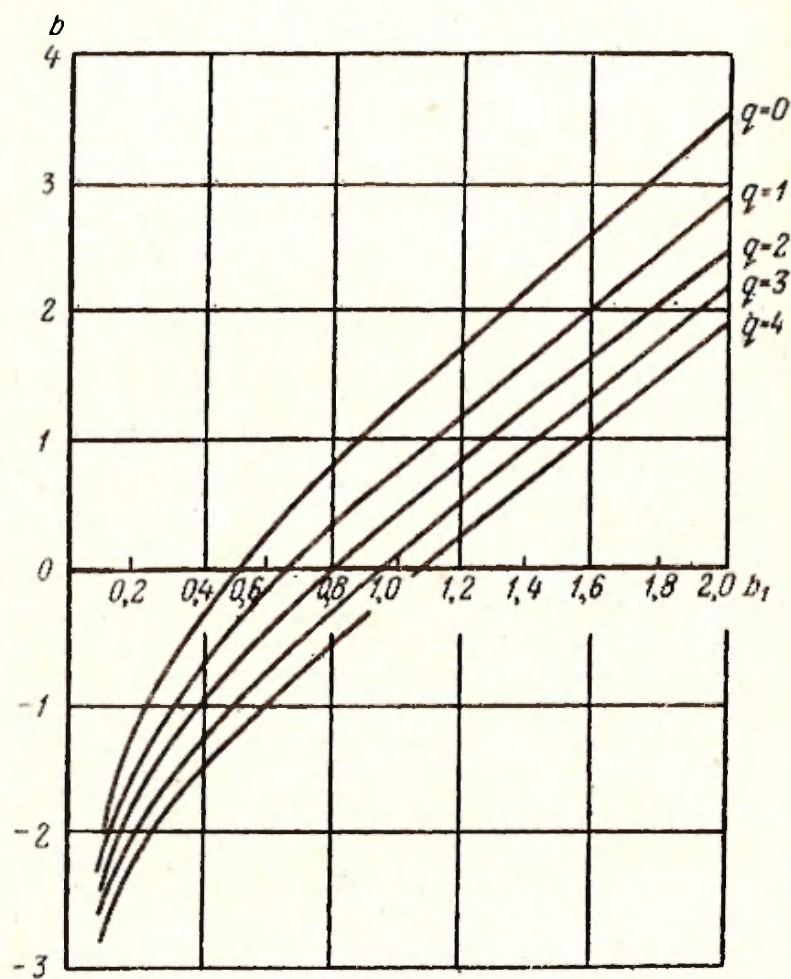


Рис. III.5. Зависимость «горячего» асинхронизма от «холодного» для различных значений параметра пространственного заряда.
 $d=0$.

чениях параметра C [5]. В этом случае нельзя полагать $\zeta=1$ и следует использовать выражение (III.24). Таким образом, параметр возрастающей волны следует рассчитывать по формуле

$$\frac{\mu}{\beta_e C} = \sqrt{\sqrt{2b_1(1+b_1C)^2 + 4b_1q} - (q+b_1^2)}. \quad (\text{III.22a})$$

Для вычисления усиления необходимо найти связь между b и b_1 при больших значениях параметра C . Она может быть найдена из соотношений (III.22a) и (III.43). Предыдущий расчет дает

$$b = 2b_1 - \frac{1}{2b_1} \sqrt{2b_1(1 + b_1 C)^2 + 4b_1^2 q}. \quad (\text{III.46})$$

III.4. МЕТОД ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫХ ПРИБЛИЖЕНИИ

Приближенный анализ взаимодействия электронного пучка с бегущей электромагнитной волной может быть проведен методом последовательных приближений. Задав нулевое приближение для поля, можно проинтегрировать уравнения движения электрона и определить его движение в ВЧ поле. Используя закон сохранения заряда, можно вычислить переменный ток, обусловленный взаимодействием на пучок поля волны. Этот ток в свою очередь возбуждает в волноводной системе поле, которое вместе с начальным полем дает первое приближение. Продолжая этот процесс, можно получить второе приближение для ВЧ поля, третье и т. д.

Вычислим усиление в ЛБВ методом последовательных приближений, причем для простоты предположим, что затухание в системе и силы кулоновского расталкивания в пучке пренебрежимо малы [6].

Пусть нулевому приближению соответствует поле невозмущенной волны, амплитуда которого при $z=0$ равна амплитуде входного сигнала:

$$E_1(z, t) = E_0 \sin(\omega t - \beta z). \quad (\text{III.47})$$

Подставим в правую часть уравнения движения электрона

$$\frac{d^2 z}{dt^2} = \frac{e}{m} E_1(z, t)$$

соотношение (III.47), причем в качестве исходного выражения для z возьмем выражение, соответствующее невозмущенному движению электрона, $z = v_0(t - t_0)$, где t_0 — время влета электрона в систему. Тогда обозначая через s высокочастотное смещение электрона (т. е. расстояние от невозмущенного положения), получаем

$$\frac{d^2 s}{dt^2} = \frac{e}{m} E_0 \sin[\omega t_0 + \beta(v_\phi - v_0)(t - t_0)], \quad (\text{III.48})$$

или

$$\frac{d^2s}{dt^2} = \frac{e}{m} E_0 \sin(\omega t_0 + \vartheta), \quad (\text{III.48a})$$

где $\vartheta = \arcsin\left(\frac{v_\varphi}{v_0} - 1\right)$ — сдвиг фазы электрона относительно фазы волны.

Проводя последовательное интегрирование уравнения (III.48a), находим

$$\frac{ds}{dt} = \frac{e}{m} E_0 \frac{z}{v_0} \frac{\sin \frac{\vartheta}{2}}{\frac{\vartheta}{2}} \sin\left(\omega t_0 + \frac{\vartheta}{2}\right). \quad (\text{III.49})$$

$$s = \frac{e}{m} E_0 \frac{z^2}{v_0^2} [(\sin \vartheta - \vartheta)^2 + (1 - \cos \vartheta)^2]^{\frac{1}{2}} \vartheta^{-2} \times \\ \times \sin\left(\omega t_0 + \arctg \frac{\vartheta - \sin \vartheta}{1 - \cos \vartheta}\right). \quad (\text{III.50})$$

Зная смещение электрона можно вычислить переменный ток. Для этого воспользуемся законом сохранения заряда

$$I_0 \Delta t_0 = i \Delta t, \quad (\text{III.51})$$

где Δt — время прохождения заряда $I_0 \Delta t_0$ через плоскость z .

Из определения s следует

$$s = z - v_0(t - t_0),$$

откуда

$$\frac{\partial t_0}{\partial t_z} = 1 + \frac{1}{v_0} \frac{\partial s}{\partial t_z}. \quad (\text{III.52})$$

Таким образом, ток в плоскости z равен

$$i(z, t) = I_0 \frac{\partial t_0}{\partial t_z} = I_0 \left(1 + \frac{1}{v_0} \frac{\partial s}{\partial t_z}\right). \quad (\text{III.53})$$

Используя соотношение (III.50), запишем выражение для тока в следующем виде:

$$i(z, t) = I_0 \left\{ 1 + \beta_c \frac{e}{m} F_0 \frac{z^2}{v_0^2} [(\sin \vartheta - \vartheta)^2 + \frac{1}{(1 - \cos \vartheta)^2}]^{\frac{1}{2}} \vartheta^{-2} \cos \left(\omega t_0 + \arctg \frac{\vartheta - \sin \vartheta}{1 - \cos \vartheta} \right) \right\}. \quad (\text{III.54})$$

Выражение (III.54) определяет переменную составляющую тока в плоскости z , обусловленную воздействием на пучок волны в виде (III.47).

Вычислим поле, возбуждаемое в системе сгруппированным электронным потоком. Заряд элемента dz_1 в точке z_1 равен

$$dq = \frac{i(z, t)}{v_0} dz_1. \quad (\text{III.55})$$

Этот элементарный заряд наводит поле dE_1 , пропорциональное величине заряда:

$$dE_1 = m dq_1, \quad (\text{III.56})$$

где m — коэффициент пропорциональности.

Изменение мощности dW элемента заряда dq в точке z определяется соотношением

$$2dW = \frac{1}{2\beta} \frac{\partial}{\partial t} (dq dE_1). \quad (\text{III.57})$$

Коэффициент 2 в левой части равенства обусловлен тем, что поток мощности в линии направлен в обе стороны. Элементарный поток мощности можно выразить также через сопротивление связи K_c :

$$dW = \frac{(dE_1)^2}{\hat{p} K_c}. \quad (\text{III.58})$$

Приравнявая (III.57) и (III.58) и принимая во внимание (III.56), получаем

$$dE_1 = \frac{\hat{p} K_c}{2} \frac{\partial}{\partial t} (dq)$$

или согласно (III.55)

$$dE_1 = \frac{\beta K_c}{2} \frac{1}{v_0} \frac{\partial i(z_1, t)}{\partial t} dz_1 \quad (\text{III.59})$$

Последнее соотношение определяет элементарное поле, возбуждаемое в точке z_1 , переменным током $i(z_1, t)$.

Вычислим при помощи этой формулы в некоторой точке z поле, обусловленное переменным током вида

$$i(z_1, t) = a I_0 \sin \left(\omega t - \frac{2\pi z_1}{\Lambda} \right), \quad (\text{III.60})$$

где a — безразмерный коэффициент, характеризующий глубину модуляции;

Λ — длина волны в пучке, определяемая соотношением $\frac{\omega}{v_0} = \frac{2\pi}{\Lambda}$.

Согласно (III.59) элементарное поле в точке z , возбуждаемое током в точке $z = z_1$, с учетом сдвига фазы, равно

$$dE_2 = \frac{a\omega\beta I_0 K_c}{2v_0} \cos \left[\omega t - \frac{2\pi z_1}{\Lambda} - \frac{2\pi(z_1 - z)}{\lambda} \right] dz_1, \quad (\text{III.61})$$

где

$$\lambda = 2\pi \frac{v_\phi}{\omega}.$$

Полное поле в точке z равно

$$E_2 = \int_{z_1=0}^{z_1=z} dE_2 = \frac{a\pi I_0 K_c}{\Lambda} \frac{\sin \frac{\vartheta}{2}}{\frac{\vartheta}{2}} \cos \left(\omega t - \pi z \frac{\lambda + \Lambda}{\lambda \Lambda} \right). \quad (\text{III.62})$$

Для того чтобы найти поле в линии, возбуждаемое током, сгруппированным первичной волной, следует вместо (III.60) воспользоваться формулой (III.54).

В результате интегрирования получаем

$$E_2 = E_0 \frac{2\pi^3 I_0 K_c}{U_c} \frac{z^3}{\lambda \Lambda^2} \left(\frac{2 \sin \frac{\vartheta}{2}}{\frac{\vartheta}{2}} - 2 \cos \frac{\vartheta}{2} \right) \vartheta^{-2} \times \\ \times \cos \left(\omega t - \beta z - \frac{\vartheta}{2} \right). \quad (\text{III.63})$$

Выражение (III.63) определяет вторичную волну в первом приближении. Таким образом, поле в первом приближении равно $E = E_1 + E_2$, где E_1 определяется формулой (III.47).

Аналогичным образом может быть найдено для поля второе приближение и все последующие.

Поле в любой точке определяется суммой полей

$$E = E_1 + E_2 + E_3 + \dots \quad (\text{III.64})$$

Наиболее просто все последующие приближения вычисляются для случая синхронизма, когда $v_0 = v_n$; в этом случае $\theta = 0$ и

$$E_2 = E_0 \frac{2\pi^3}{3!} \frac{K_c I_0}{U_0} \frac{z^3}{\Lambda^3} \cos(\omega t - \beta z). \quad (\text{III.63a})$$

Посложные вычисления дают

$$E_3 = -E_0 \frac{4\pi^6}{6!} \left(\frac{K_c I_0}{U_0} \right)^2 \frac{z^6}{\Lambda^6} \sin(\omega t - \beta z). \quad (\text{III.65})$$

Таким образом полное поле в точке z можно записать в виде

$$E_z = E_0 \left[1 - (-j) \frac{\theta^3}{3!} + (-j)^2 \frac{\theta^6}{6!} - (-j)^3 \frac{\theta^9}{9!} + \dots \right], \quad (\text{III.66})$$

где изменение фазы последующих волн относительно начальной волны учтено множителем j , а

$$\theta^3 = \frac{2\pi K_c I_0}{U_0} \frac{z^3}{\lambda \Lambda^2} = (2\pi C N_e)^3. \quad (\text{III.67})$$

Ряд (III.66) может быть представлен в виде

$$E_z = E_0 [R + jX],$$

$$R = \frac{2}{3} \operatorname{ch} \frac{\sqrt{3}}{2} \theta \cos \frac{\theta}{2} + \frac{1}{3} \cos \theta$$

$$X = \frac{2}{3} \operatorname{ch} \frac{\sqrt{3}}{2} \theta \sin \frac{\theta}{2} - \frac{1}{3} \sin \theta,$$

где модуль амплитуды напряженности поля определяется следующим соотношением:

$$|E_z| = |E_0| \left[\left(2 \operatorname{ch} \frac{\sqrt{3}}{2} \theta + \cos \frac{3}{2} \theta \right)^2 + \sin^2 \frac{3}{2} \theta \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (\text{III.68})$$

Выражение (III.68) определяет зависимость усиления ЛБВ от длины участка взаимодействия при $v_{\phi} = v_0$ для пренебрежимо малого пространственного заряда и при отсутствии затухания в системе. В работе [7] показано, что решение задачи о взаимодействии электронного потока с бегущей волной постоянной амплитуды эквивалентно первому приближению. Метод последовательных приближений нашел широкое применение для анализа различных типов взаимодействия электронного потока с электромагнитным полем в книге В. Н. Шевчика [8]

ГЛАВА IV

ОСНОВНЫЕ УРАВНЕНИЯ НЕЛИНЕЙНОЙ ТЕОРИИ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ЭЛЕКТРОННОГО ПОТОКА С БЕГУЩЕЙ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНОЙ

IV.1. ВВЕДЕНИЕ

В предыдущих главах рассматривалась линейная теория ЛБВ, справедливая для режима малых амплитуд. Допущения, положенные в основу линейной теории, не всегда справедливы в реальных приборах. Это особенно относится к лампам средней и большой мощности. В этом случае амплитуды переменных составляющих скорости, поля и плотности пространственного заряда сравнимы с соответствующими постоянными составляющими, и поэтому в уравнениях, описывающих электронный поток, нельзя пренебрегать произведением переменных величин. В режиме больших амплитуд электроны под действием высокочастотного поля сильно изменяют свою первоначальную скорость, что приводит к обгону электронов. Поэтому к такому электронному потоку не применимы уравнения гидродинамики идеальной жидкости. В связи с этим анализ работы ЛБВ в режиме больших амплитуд может быть проведен только на основе нелинейной теории. Результаты нелинейной теории дают возможность определить максимальную выходную мощность ЛБВ, а также зависимость коэффициента усиления от амплитуды входного сигнала.

Впервые уравнения нелинейной теории ЛБВ были сформулированы в [1]. При выводе этих уравнений не учитывался пространственный заряд и задача решалась в приближении малых значений параметра усиления. Дальнейшее обобщение уравнений нелинейной теории проведено в работах [2—4], где учтены поле пространст-

венного заряда и затухание в линии. В работах [3, 4] кроме того, задача решена для больших значений параметра усиления. Подробный анализ этих работ дан в третьем параграфе настоящей главы.

Исходя из несколько других позиций, выведены основные уравнения в работе [5], в которой учтены пространственный заряд и затухание в линии. Эти уравнения выведены в предположении малых значений параметра усиления. Основные результаты расчета по этим уравнениям приведены в работах [6, 7].

IV.2. ВЫВОД ОСНОВНЫХ УРАВНЕНИЙ. ЗАКОНЫ СОХРАНЕНИЯ И ПРЕВРАЩЕНИЯ ЭНЕРГИИ

В этом параграфе уравнения нелинейной теории ЛБВ, полученные в [5], обобщаются на случай больших значений параметра усиления.

При выводе основных уравнений нелинейной теории ЛБВ примем следующие допущения:

1) рассматриваются «гладкие» системы, т. е. такие системы, неоднородности которых не сказываются на взаимодействии электромагнитной волны с электронным потоком;

2) скорость электронов и плотность конвекционного тока имеют только продольную составляющую;

3) скорость электронов намного меньше скорости света, так что релятивистскими эффектами можно пренебречь;

4) замедляющая система идеально согласована на концах, так что отражение электромагнитной энергии отсутствует.

В режиме больших амплитуд конвекционный ток пучка является несинусоидальной (но периодической) функцией времени и, следовательно, содержит бесконечное множество временных гармоник основной частоты. Тогда конвекционный ток пучка может быть разложен в ряд Фурье [5]

$$i(z, t) = I_0 + \operatorname{Re} \sum_{k=0}^{\infty} i_k e^{jk\omega t}, \quad (\text{IV.1})$$

где I_0 — среднее за период значение тока;

i_k — комплексная амплитуда k -й гармоники.

Каждая гармоника тока возбуждает в замедляющей системе поле напряженности $E_k(r, z, t)$; его усредненное значение по сечению пучка обозначим через \bar{E}_k .

Как было показано в гл. I, поле \bar{E} может быть представлено в виде суммы двух полей: поля, обусловленного возбуждением волны в системе, фазовая скорость которой близка к скорости электронов, и поля, обусловленного пространственным зарядом,

$$\bar{E}_k = \text{Re} \left[\bar{E}_k^0 + \frac{p_k^2 i_k}{j \epsilon_0 k \omega S_k} \right] e^{jk\omega t}, \quad (\text{IV.2})$$

где p_k^2 и S_k — коэффициент депрессии и эффективная площадь поперечного сечения пучка на частоте $k\omega$.

Это соотношение можно легко получить из выражения (I.18).

Поле системы \bar{E}_k^0 и переменная составляющая тока i_k связаны между собой соотношением (I.39)

$$\frac{d^2 \bar{E}_k^0}{dz^2} - \Gamma_{0k}^2 \bar{E}_k^0 = K_{0k} \Gamma_{0k} \beta_{0k} i_k. \quad (\text{IV.3})$$

Полное поле в системе определяется суммой всех полей \bar{E}_k :

$$\bar{E} = \sum_k \bar{E}_k = \text{Re} \left[\sum_k \bar{E}_k^0 + \sum_k \frac{i p_k^2 i_k}{\epsilon_0 k \omega S_k} \right] e^{jk\omega t}. \quad (\text{IV.4})$$

Введем следующие безразмерные величины:

$$J = \frac{i}{I_0}, \quad f = \frac{e}{m} \frac{\bar{E}}{\omega v}, \quad \xi = \frac{\omega}{v} z, \quad \varphi = \omega t. \quad (\text{IV.5})$$

Тогда соотношения (IV.1), (IV.3) и (IV.4) могут быть переписаны в виде

$$J(\xi, \varphi) = 1 + \text{Re} \sum_k J_k e^{jk\varphi}, \quad (\text{IV.6})$$

$$\frac{d^2 f_k}{d\xi^2} - \frac{\Gamma_{0k}^2}{\beta_e^2} f_k = \frac{\Gamma_{0k} \beta_{0k}^2}{\beta_e^2} 2C_k^3 J_k, \quad (\text{IV.7})$$

$$f = \operatorname{Re} \sum_k \left[f_k + j \frac{\frac{e}{m} \rho_0 S p_k^2}{\varepsilon_0 k \omega^2 S_k} J_k \right] e^{jk\varphi}. \quad (\text{IV.8})$$

Амплитуды гармоник конвекционного тока определяются как коэффициенты ряда Фурье:

$$J_k = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} J e^{-jk\varphi} d\varphi.$$

Уравнение движения электрона в безразмерных координатах запишется в виде

$$\frac{d^2\xi}{d\varphi^2} = \operatorname{Re} \sum_k \left[f_k + j \frac{\frac{e}{m} S \rho_0 p_k^2}{\varepsilon_0 k \omega^2 S_k} J_k \right] e^{jk\varphi}. \quad (\text{IV.9})$$

Очевидно, что безразмерная координата ξ зависит не только от текущей фазы φ , но и от момента влета электрона в пространство взаимодействия. Это время определяется начальной фазой или фазой влета φ_0 . Следовательно,

$$\xi = \xi(\varphi, \varphi_0). \quad (\text{IV.10})$$

В режиме больших амплитуд имеет место обгон электронов, т. е. в данном сечении ($\xi = \text{const}$) одному значению текущей фазы φ может соответствовать несколько значений фазы влета φ_0 . Таким образом, φ_0 является неоднозначной функцией φ и ξ .

Запишем закон сохранения заряда

$$J d\varphi = d\varphi_0. \quad (\text{IV.11})$$

Такая форма записи справедлива для одностороннего движения электронов, которое, вообще говоря, не всегда выполняется. В дальнейшем примем за независимые переменные безразмерное расстояние ξ и начальную фазу влета электрона в пространство взаимодействия. Поэтому соотношение (IV.10) запишем в виде

$$\varphi = \varphi(\xi, \varphi_0). \quad (\text{IV.12})$$

Скорость и ускорение электронов определяются формулами

$$v = \frac{\partial \xi}{\partial \varphi} = \frac{1}{\frac{\partial \varphi}{\partial \xi}}, \quad (\text{IV.13})$$

$$\omega = \frac{\partial^2 \xi}{\partial \varphi^2} = \frac{\frac{\partial^2 \varphi}{\partial \xi^2}}{(\frac{\partial \varphi}{\partial \xi})^3}. \quad (\text{IV.14})$$

С учетом последнего соотношения уравнение движения электронов запишется следующим образом:

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial \xi^2} = - \left(\frac{\partial \varphi}{\partial \xi} \right)^3 \operatorname{Re} \left[\sum_k \hat{f}_k + j \frac{e}{m} \rho_0 S P_k^2 \frac{J_k}{\epsilon_0 k \omega^2 S_k} \right] e^{jk\varphi}. \quad (\text{IV.15})$$

Выражение для амплитуды k -й гармоники конвекционного тока с учетом закона сохранения заряда в форме (IV.11) может быть представлено в виде

$$J_k = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} e^{-jk\varphi} d\varphi_0. \quad (\text{IV.16})$$

Уравнения (IV.7), (IV.15) и (IV.16) образуют систему, полностью описывающую поведение ЛБВ при различных уровнях входного сигнала.

Введем подвижную систему координат, движущуюся со скоростью, равной скорости электрона v_0 , на входе в пространство взаимодействия. В подвижной системе координат введем новые переменные величины $F_k(\theta)$, $I_k(\theta)$, φ и θ по формулам:

$$\left. \begin{aligned} F_k(\theta) &= \frac{1}{C^2} e^{jk\xi} \hat{f}_k, \quad I_k(\theta) = e^{jk\xi} J_k, \\ \varphi &= \varphi_0 + \xi + \vartheta(\theta, \varphi_0), \quad \theta = C\xi = 2\pi C N_e, \end{aligned} \right\} (\text{IV.17})$$

где N_e — число электронных длин волн, укладывающихся вдоль участка взаимодействия.

Величина $\vartheta(\theta, \varphi_0)$ представляет собой добавку к невозмущенной фазе электрона, обусловленную воздействием на электрон высокочастотного поля.

Вместо величины $\vartheta(\theta, \varphi_0)$ можно ввести величину

$$\Phi = \varphi - \xi = \varphi_0 + \vartheta(\theta, \varphi_0), \quad (\text{IV.18})$$

которая является более удобной для дальнейшего анализа.

Сопротивление связи сильно уменьшается с увеличением частоты. Кроме того, при наличии дисперсии изменение частоты приводит к дополнительной расстройке. Поэтому при рассмотрении возбуждения сгруппированным током поля замедляющей системы можно ограничиться только основной (первой) гармоникой тока. При этом основные уравнения несколько упрощаются и их можно записать в виде:

$$C \frac{d^2 F}{d\theta^2} - 2j \frac{dF}{d\theta} + (2r + Cr^2) F = 2j(1 + Cr)(1 + bC)^2 I_1, \quad (\text{IV.19})$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \theta^2} = - \left(1 + C \frac{\partial \Phi}{\partial \theta}\right)^2 \operatorname{Re} \left[F e^{j\Phi} + j \frac{S \omega_p^2}{\omega^2 C^2} \sum_k \frac{P_k^2}{k S_k} I_k e^{jk\Phi} \right], \quad (\text{IV.20})$$

$$I_k = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} e^{-jk\varphi_0} d\varphi_0, \quad (\text{IV.21})$$

где $r = b - jd$;

b — параметр несинхронности;

d — параметр затухания.

При выводе уравнения (IV.19) принята во внимание формула (II.3).

Для решения системы уравнений (IV.19) — (IV.21) необходимо записать граничные условия, характеризующие поведение пучка и поля на входе в участок взаимодействия. Эти условия были сформулированы во второй главе. Так как обычно длина, при которой начинает сказываться влияние обратного излучения на взаимодействие электронного потока с полем бегущей волны, значительно больше длины участка взаимодействия, на которой проявляются нелинейные эффекты, то при записи граничных условий пренебрежем обратным излучением электронного потока.

В этом случае граничные условия записываются следующим образом:

$$\theta = 0, \quad \Phi = \varphi_0, \quad \frac{\partial \Phi}{\partial z} = 0 \quad (\text{IV.22})$$

или

$$\theta = 0, \quad F = F_0 e^{j\alpha_0}, \quad \frac{dF}{d\theta} = -jrF_0 e^{j\alpha_0}. \quad (\text{IV.23})$$

Условие (IV.22) соответствует немодулированному электронному пучку на входе в участок взаимодействия. Если на вход участка взаимодействия поступает периодически модулированный электронный пучок, то граничные условия должны быть соответственным образом изменены. Условие (IV.23) определяет ВЧ поле на входе в участок взаимодействия. Величина F_0 является амплитудой поля входного сигнала, α_0 — фаза поля. Так как интересно представляет интерес изменение фазы вдоль участка взаимодействия, то, очевидно, можно положить $\theta = 0$. В этом случае условие (IV.23) упрощается:

или

$$\theta = 0; \quad F = F_0; \quad \frac{dF}{d\theta} = -jrF_0. \quad (\text{IV.23a})$$

Записанные граничные условия весьма удобны для расчетов, так как непосредственно выражаются через параметры лампы.

Система интегродифференциальных уравнений (IV.19) — (IV.21) вместе с граничными условиями (IV.22) и (IV.23a) полностью решают задачу о поведении ЛБВ при конечных уровнях входного сигнала. Однако для возможности решения уравнений необходимо определить поле пространственного заряда, т. е. найти явное выражение ряда в правой части уравнения (IV.20). Поле пространственного заряда определяется полным переменным током пучка, т. е. всей суммой гармонических составляющих конвекционного тока. Суммирование ряда, определяющего поле пространственного заряда, возможно, если известны зависимости коэффициентов пересадки и эффективной площади поперечного сечения от частоты. В первой главе было показано, что с увеличением частоты эффективная площадь поперечного сечения стремится к нулю [см. формулу (I.74)]. При этом величина I_h также стремится к нулю и, следова-

тельно, коэффициенты ряда, определяющего поле пространственного заряда, оказываются неопределенными. Поэтому задача о нахождении поля пространственного заряда в нелинейной теории решается обычно в предположении равномерного распределения тока по поперечному сечению. В этом случае эффективная площадь совпадает с геометрической площадью поперечного сечения пучка.

Проведем вычисление поля пространственного заряда следующим образом. Воспользовавшись формулой (IV.21) для k -й гармоники конвекционного тока, запишем выражение для безразмерной амплитуды F_s поля пространственного заряда в виде

$$F_s = \operatorname{Re} \left\{ j \frac{\omega_p^2}{\omega^2 C^2} \sum_k \frac{p_k^2 S}{k S_k} I_k e^{jk\Phi} \right\} =$$

$$= \frac{1}{\pi} \frac{S \omega_p^2}{\omega^2 C^2} \int_0^{2\pi} \left\{ \sum_k \frac{p_k^2}{k S_k} \sin k [\Phi(\theta, \varphi'_0) - \Phi(\theta, \varphi_0)] \right\} d\varphi'_0. \quad (\text{IV.24})$$

Будем предполагать, что плотность переменного тока постоянна по сечению пучка. В этом случае $\frac{S}{S_k} = 1$. Следовательно,

$$F_s = \frac{1}{\pi} \frac{\omega_p^2}{\omega^2 C^2} \int_0^{2\pi} \sum_k p_k^2 \frac{\sin k [\Phi(\theta, \varphi'_0) - \Phi(\theta, \varphi_0)]}{k} d\varphi'_0. \quad (\text{IV.25})$$

Для того чтобы просуммировать ряд в (IV.25), необходимо знать зависимость коэффициента депрессии p_k^2 от частоты, так как увеличение индекса k эквивалентно увеличению частоты в целое число раз. В первой главе были получены следующие формулы для коэффициента депрессии сплошного пучка при равномерном распределении тока по поперечному сечению [см. (I.97)]:

$$p^2 = 1 - 2I_1(\gamma b) K_1(\gamma b), \quad (\text{IV.26})$$

где b — радиус пучка;

γ — радиальная постоянная распространения, которая определяется из дисперсионного уравнения

$$\frac{I_1(\gamma a) K_1(\gamma a)}{I_0(\gamma a) K_0(\gamma a)} = \left(\frac{\gamma a}{ka \operatorname{ctg} \psi} \right)^2,$$

a — радиус спирали;

$$\operatorname{ctg} \psi = \frac{2\pi a}{h};$$

h — шаг спирали.

Из соотношения (IV.26) следует, что с увеличением частоты коэффициент депрессии увеличивается и стремится к единице (это видно также из графика рис. 1.1). Так как увеличение частоты эквивалентно увеличению волнового числа k , то в формуле (IV.25), начиная с некоторого k , можно положить $p_k^2 = 1$.

Таким образом, можно записать

$$F_s = \frac{1}{\pi} \frac{\omega_p^2}{\omega^2 C^2} \int_0^{2\pi} \left\{ \sum_{k=m+1}^{\infty} \frac{\sin k [\Phi(\theta, \varphi'_0) - \Phi(\theta, \varphi_0)]}{k} + \sum_{k=1}^m p_k^2 \frac{\sin k [\Phi(\theta, \varphi'_0) - \Phi(\theta, \varphi_0)]}{k} \right\} d\varphi'_0. \quad (\text{IV.27})$$

Прибавим и вычтем выражение $\sum_{k=1}^m \frac{\sin k [\Phi(\theta, \varphi'_0) - \Phi(\theta, \varphi_0)]}{k}$.

Тогда, воспользовавшись формулой [8]

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin kx}{k} = \frac{\pi - x}{2}, \quad (\text{IV.28})$$

справедливой для $0 \leq x \leq 2\pi$, получаем

$$F_s = \frac{1}{2\pi} \frac{\omega_p^2}{\omega^2 C^2} \int_0^{2\pi} \left\{ \frac{\pi - [\Phi(\theta, \varphi'_0) - \Phi(\theta, \varphi_0)]}{2} - \sum_{k=1}^m \left(1 - p_k^2 \right) \frac{\sin k [\Phi(\theta, \varphi'_0) - \Phi(\theta, \varphi_0)]}{k} \right\} d\varphi'_0. \quad (\text{IV.29})$$

Заметим, что разность $\Phi(\theta, \varphi'_0) - \Phi(\theta, \varphi_0)$ может не удовлетворять неравенству $0 \leq \Phi(\theta, \varphi'_0) - \Phi(\theta, \varphi_0) \leq \pi$. Если $\Phi(\theta, \varphi'_0) - \Phi(\theta, \varphi_0) < 0$, то несложно показать, что в этом случае

$$F_s = \frac{1}{\pi} \frac{\omega_p^2}{\omega^2 C^2} \int_0^{2\pi} \left\{ \frac{[\Phi(\theta, \varphi'_0) - \Phi(\theta, \varphi_0)] - \pi}{2} - \sum_{k=1}^m (1 - p_k^2) \frac{\sin k [\Phi(\theta, \varphi'_0) - \Phi(\theta, \varphi_0)]}{k} \right\} d\varphi'_0. \quad (\text{IV.29})$$

Следовательно, в общем случае можно написать

$$F_s = \frac{1}{\pi} \frac{\omega_p^2}{\omega^2 C^2} \int_0^{2\pi} \left\{ \frac{\pi - [\Phi(\theta, \varphi'_0) - \Phi(\theta, \varphi_0)]}{2} \times \right. \\ \left. \times \text{sign} [\Phi(\theta, \varphi'_0) - \Phi(\theta, \varphi_0)] - \sum_{k=1}^m (1 - p_k^2) \times \right. \\ \left. \times \frac{\sin k [\Phi(\theta, \varphi'_0) - \Phi(\theta, \varphi_0)]}{k} \right\} d\varphi'_0. \quad (\text{IV.30})$$

Формула (IV.30) позволяет вычислить поле пространственного заряда для любых конфигураций пучка и различных типов замедляющих систем, если известна зависимость коэффициента депрессии от частоты.

При расчете число m следует выбирать таким, при котором при достаточной точности объем вычислений был бы сравнительно небольшим. Обычно достаточно брать $m=3-4$.

Из уравнений (IV.19) — (IV.21) получим выражение закона сохранения энергии, которое позволит получить ряд необходимых соотношений.

Интегрируя обе части уравнения (IV.20) от 0 до θ и пользуясь граничными условиями (IV.22), получаем

$$\frac{1}{2C} \left[1 - \frac{1}{\left(1 + C \frac{\partial \Phi}{\partial \theta}\right)^2} \right] = \text{Re} \left[\int_0^\theta F e^{j\Phi} d\theta + j \sum_k \frac{1}{k} \times \right. \\ \left. + \left(\frac{p_k \omega_p}{\omega C} \right)^2 \int_0^\theta I_k e^{jk\Phi} d\theta \right] \dots \quad (\text{IV.31})$$

Принтегрируем обе части соотношения (IV.31) по θ от 0 до 2π , поделив предварительно на 2π . Эта операция означает усреднение за период.

В результате получаем

$$\frac{1}{C} \left[1 - \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi_0}{\left(1 + C \frac{\partial\Phi}{\partial\theta}\right)^2} \right] = \operatorname{Re} \left[\int_0^{\theta} F \cdot \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} e^{j\Phi} d\varphi_0 d\theta + \right. \\ \left. + j \sum_k \frac{1}{k} \left(\frac{p_k \omega_p}{\omega C} \right)^2 \int_0^{\theta} I_k \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} e^{jk\Phi} d\varphi_0 d\theta \right]. \quad (\text{IV.32})$$

Воспользовавшись (IV.21), последнее соотношение представим в виде

$$-\frac{1}{C} \left[1 - \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi_0}{\left(1 + C \frac{\partial\Phi}{\partial\theta}\right)^2} \right] = \operatorname{Re} \left[\int_0^{\theta} FI^*_1 d\theta + \right. \\ \left. + j \sum_k \frac{1}{k} \left(\frac{p_k \omega_p}{\omega C} \right)^2 \int_0^{\theta} I_k I_k^* d\theta \right],$$

где звездочка означает сопряженную величину.

Так как произведение $I_k I_k^*$ является вещественной величиной, то соотношение (IV.32) принимает вид

$$1 - \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi_0}{\left(1 + C \frac{\partial\Phi}{\partial\theta}\right)^2} = -C \operatorname{Re} \int_0^{\theta} FI^*_1 d\theta. \quad (\text{IV.33})$$

Формула (IV.33) представляет собой аналитическое выражение закона сохранения энергии при взаимодействии электронного потока с бегущей электромагнитной волной. Левая часть соотношения (IV.33) определяет согласно (IV.13) изменение кинетической энергии электронов, усредненное за период. Правая часть (IV.33) характеризует высокочастотную мощность, отданную электронным потоком электромагнитной волне системы. Следовательно,

$$\frac{P_{вч}}{I_0 U_0} = -C \operatorname{Re} \int_0^{\theta} FI^*_1 d\theta. \quad (\text{IV.34})$$

Соотношение (IV.34) позволяет получить связь между высокочастотной мощностью и безразмерной величиной напряженности поля, если выразить первую гармонику тока через напряженность поля. Для этого воспользуемся уравнением возбуждения (II.45), которое в безразмерных величинах можно записать следующим образом:

$$\frac{dF}{d\theta} + jrF = -(1 + bC)^2 I_1. \quad (\text{IV.35})$$

В результате получим

$$\frac{P_{вч}}{I_0 U_0} = \frac{C}{2(1 + bC)^2} \left[|F(\theta)|^2 - |F(0)|^2 + 2d \int_0^\theta |F|^2 d\theta \right], \quad (\text{IV.36})$$

где $|F(0)| = F_0$ — напряженность поля на входе.

Соотношение (IV.36) определяет связь между безразмерной высокочастотной мощностью и безразмерной напряженностью поля $F = F_1 + jF_2$. Для малых значений параметра усиления это соотношение упрощается и переходит в известное выражение $\frac{P_{вч}}{C I_0 U_0} = \frac{|F(\theta)|^2 - F_0^2}{2}$ [5]. Если затухание отсутствует ($d = 0$), то соотношение (IV.36) определяет к. п. д. ЛБВ

$$\eta = \frac{P_{вч}}{I_0 U_0} = \frac{C}{2(1 + bC)^2} [|F(\theta)|^2 - F_0^2]. \quad (\text{IV.37})$$

При наличии затухания мощность, отданная электронным потоком полю, равна сумме высокочастотной мощности, идущей в нагрузку, и мощности потерь. Мощность, идущая в нагрузку, определяет к. п. д. прибора и вычисляется по формуле (IV.37).

Мощность потерь определяется соотношением

$$P_{п} = \frac{Cd}{(1 + bC)^2} \int_0^\theta |F|^2 d\theta. \quad (\text{IV.38})$$

Это соотношение может оказаться полезным при расчете теплового режима работы прибора.

IV.3. ЛИНЕАРИЗАЦИЯ ОСНОВНЫХ УРАВНЕНИЙ. СОПОСТАВЛЕНИЕ РАЗЛИЧНЫХ МЕТОДОВ АНАЛИЗА НЕЛИНЕЙНЫХ СВОЙСТВ ЛАМПЫ БЕГУЩЕЙ ВОЛНЫ ПРИ БОЛЬШИХ ЗНАЧЕНИЯХ ПАРАМЕТРА УСИЛЕНИЯ

В предыдущем параграфе были сформулированы основные уравнения нелинейной теории ЛБВ при больших значениях параметра усиления. Эти уравнения отличаются от уравнений нелинейной теории, полученных в работах [3, 4], в основном, различием в учете сил кулоновского взаимодействия, а также уравнением возбуждения поля системы. В работах [3, 4] использованы уравнения возбуждения в приближении длинной линии. Как показано в первой главе, это уравнение справедливо только при условии малой связи ($C \ll 1$). Остановимся подробнее на методах учета кулоновских сил в пучке. Обычно интеграл (IV.20), определяющий гармоники конвекционного тока, заменяют конечной суммой. Члены этой суммы характеризуют заряды бесконечно тонких дисков, которые влетают в область взаимодействия через равные промежутки времени, соответствующие равноотстоящим значениям начальной фазы поля. Такая дисковая модель используется в работах [3, 5] для вычисления кулоновских сил в пучке. Для этого в этих работах задается закон взаимодействия между дисками. В [3] принят закон расталкивания, экспоненциально убывающий с увеличением расстояния между дисками. В [5] принят закон взаимодействия, который при больших расстояниях между дисками удовлетворяет кулоновскому закону расталкивания точечных зарядов, а при малых расстояниях удовлетворяет закону взаимодействия двух бесконечно-протяженных однородно заряженных параллельных плоскостей. Зная закон взаимодействия, можно найти коэффициенты депрессии и, следовательно, вычислить ряд, определяющий поле пространственного заряда. Недостатком дисковой модели является приближенное определение сил взаимодействия между дисками; кроме того, выражение для поля пространственного заряда получается достаточно сложным.

В работе [4] предложен другой метод учета сил взаимодействия между электронами. Реальная замедляющая система заменяется участком дрейфа, что дает возможность коэффициенты депрессии заменить коэффициентами уменьшения плазменной частоты. Используя при-

ближенные выражения для коэффициента уменьшения плазменной частоты, можно просуммировать ряд и получить выражение для поля пространственного заряда в аналитическом виде. Этот метод обладает преимуществом по сравнению с методом, основанным на дисковой модели, так как не требует задания закона взаимодействия между дисками. Недостатком его является громоздкое выражение для поля пространственного заряда, которое справедливо только для сплошного электронного пучка.

Полученные в предыдущем параграфе уравнения нелинейной теории ЛБВ не могут быть решены аналитически, и поэтому их правильность не может быть проверена непосредственно. Одним из методов косвенной проверки этих уравнений является их линеаризация и сравнение с соответствующими уравнениями линейной теории.

Линеаризуем систему нелинейных уравнений (IV.19) - (IV.21). Так как в линейной теории предполагается, что переменный ток изменяется во времени по синусоидальному закону, то при линеаризации нелинейных уравнений необходимо рассматривать только одну гармонику тока, частота которой совпадает с частотой подаваемого на вход системы сигнала. Тогда, подставляя в уравнения (IV.20) и (IV.21) $\Phi = \varphi_0 + \vartheta(\theta, \varphi_0)$ и считая, что смещение электронов, обусловленное высокочастотным полем, мало, т. е. $\vartheta(\theta, \varphi_0) \ll 1$, можно выражение для тока представить в виде

$$I_1 = -\frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} e^{-j\varphi_0} e^{-j\vartheta} d\varphi_0 = -j \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} e^{-j\varphi_0} \vartheta d\varphi_0. \quad (\text{IV.39})$$

Дифференцируя (IV.39) дважды по θ , получаем

$$\frac{\partial^2 I_1}{\partial \theta^2} = -\frac{j}{\pi} \int_0^{2\pi} e^{-j\varphi_0} \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial \theta^2} d\varphi_0. \quad (\text{IV.40})$$

Перепишем соотношение (IV.20) в виде

$$-\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial \theta^2} = \left(1 + C \frac{\partial \vartheta}{\partial \theta}\right)^3 \operatorname{Re} \left[F e^{j(\varphi_0 + \vartheta)} + j \frac{P_1^2 \omega_p^2}{\omega^2 C^2} r_1 e^{j(\varphi_0 + \vartheta)} \right].$$

Умножая в последнем выражении $e^{j\theta}$ единицей и преобразуя в круглых скобках $\frac{\partial \theta}{\partial \theta}$ по сравнению с единицей (этот член при перемножении дает квадраты переменных θ и θ^2), получаем

$$-\frac{\partial^2 \theta}{\partial \theta^2} = \operatorname{Re} [(F + jqI_1) e^{j\varphi_0}]. \quad (\text{IV.41})$$

Подставляя последнее соотношение в (IV.40), находим

$$\frac{\partial^2 I_1}{\partial \theta^2} = j \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \operatorname{Re} [(F + jqI_1) e^{j\varphi_0}] e^{-j\varphi_0} d\varphi_0. \quad (\text{IV.42})$$

Уравнение (IV.42) после несложных преобразований можно записать в виде

$$\frac{d^2 I_1}{d\theta^2} + qI_1 = jF. \quad (\text{IV.43})$$

Уравнение (IV.19) линейное и не требует никаких преобразований. Вместе с (IV.43) оно образует систему линейных дифференциальных уравнений.

Исключая из (IV.19) и (IV.43) величину I_1 , получаем следующее дифференциальное уравнение для безразмерной амплитуды поля F :

$$C \frac{d^4 F}{d\theta^4} - 2j \frac{d^3 F}{d\theta^3} + (2r + r^2 C + qC) \frac{d^2 F}{d\theta^2} - 2jq \frac{dF}{d\theta} + 2[(1 + rC)(1 + bC)^2 + rq + \frac{1}{2} r^2 qC] F = 0, \quad (\text{IV.44})$$

характеристическое уравнение которого имеет вид

$$C\delta^4 - 2j\delta^3 + (2r + r^2 C + qC)\delta^2 - 2jq\delta + 2[(1 + rC)(1 + bC)^2 + rq + \frac{1}{2} r^2 qC] = 0.$$

Это характеристическое уравнение полностью совпадает с аналогичным уравнением (II.7), полученным в линейной теории.

IV.4. ПРИБЛИЖЕННЫЕ МЕТОДЫ АНАЛИЗА РАБОТЫ ЛАМПЫ БЕГУЩЕЙ ВОЛНЫ В НЕЛИНЕЙНОМ РЕЖИМЕ

Первые работы, посвященные приближенному рассмотрению нелинейных явлений в ЛБВ, были опубликованы до сформулирования основных нелинейных уравнений. В работах [9, 10] приведена грубая оценка максимального к. п. д., исходя из линейной теории. В [11, 12] применен метод последовательных приближений, причем в качестве исходного приближения используется решение, полученное на основе линейной теории. Как известно, при построении линейной теории используется уравнение непрерывности, которое справедливо только в том случае, когда скорость электрона является однозначной функцией координаты. Поэтому такой метод последовательных приближений является неэффективным, поскольку он не учитывает обгона электронов. В [13] при исследовании взаимодействия электронов с бегущей волной методом последовательных приближений был использован закон сохранения заряда, что позволило учесть обгон электронов. Более полный анализ, учитывающий поле пространственного заряда и пригодный для электронных пучков конечного поперечного сечения, приведен в работе [14]. Рассмотрение проводится на модели, состоящей из волновода с диэлектриком, в котором предполагается свободное движение электронов. Применение такой модели позволяет сравнительно просто исследовать взаимодействие электронного пучка с полем бегущей волны в ЛБВ.

Результаты расчета, выполненного до третьего приближения включительно, показали, что приближенная теория, основанная на применении метода последовательных приближений, дает возможность оценить нелинейные явления, характеризующие процесс взаимодействия пучка с полем бегущей волны при близких скоростях движения электронов и волны. Однако для оценки максимальной выходной мощности, которая может быть получена при вариации начальной скорости пучка, третье приближение является недостаточным.

Можно рассмотреть эту задачу, отказавшись от модели волноводной линии с диэлектриком. Так как уравнение возбуждения линии линейное, то достаточно применить метод последовательных приближений при решении уравнений электроники. Такая задача решена в [15],

Этот метод последовательных приближений нелинейные уравнения волн пространственного заряда сведены к системе линейных дифференциальных уравнений, решение которых значительно проще. При этом, воспользовавшись приближением третьего порядка, можно исследовать нелинейные эффекты в ЛБВ при помощи параметров, характеризующих линейный режим.

Упрощенный анализ нелинейных эффектов можно провести также приближенным энергетическим методом (методом вариации интегралов движения), вычисляя энергию, отданную отдельным электроном высокочастотному полю [16]. При этом целесообразно не исходить из обычных дифференциальных уравнений движения электрона, а составить систему дифференциальных уравнений первого порядка для непосредственно интересующих величин: к. п. д. электрона и фазы волны относительно фазы электрона. Средняя мощность, отдаваемая электронным потоком высокочастотному полю, найдется усреднением за период полученного решения по начальным фазам.

Запишем уравнение движения электрона в заданном поле бегущей волны с амплитудой, экспоненциально изменяющейся с расстоянием

$$m \frac{d^2 z}{dt^2} = -eE_0 e^{\gamma z} \cos(\omega t - \beta z). \quad (\text{IV.45})$$

(В настоящем анализе предполагается, что пространственный заряд пренебрежимо мал.)

Коэффициент полезного действия отдельного электрона равен относительному изменению кинетической энергии

$$\eta = \frac{mv_0^2 - mv^2}{mv_0^2} = 1 - \left(\frac{v}{v_0}\right)^2, \quad v = v_0 \sqrt{1 - \eta}, \quad (\text{IV.46})$$

где v_0 — скорость электрона в начале взаимодействия;

$v = v(z) = \frac{dz}{dt}$ — текущая скорость электрона.

В качестве неизвестных возьмем η и фазу электрона

$$\Phi = \omega t - \beta z. \quad (\text{IV.47})$$

Дифференцируя (IV.46) по z , получаем

$$\frac{d\eta}{dz} = -\frac{2v}{v_0^2} \frac{dv}{dz} = \frac{2}{v_0^2} \frac{e}{m} E_0 e^{\gamma z} \cos \Phi.$$

Далее

$$\frac{d\Phi}{dz} - \frac{\omega}{v} \frac{dt}{dz} - \beta = \frac{\omega}{v} - \beta = \frac{\omega}{v_0 \sqrt{1-\eta}} - \beta.$$

Таким образом, получаем систему уравнений

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\eta}{dz} &= \frac{2eE_0}{mv_0^2} e^{\gamma z} \cos \Phi, \\ \frac{d\Phi}{dz} &= \frac{\beta_e}{\sqrt{1-\eta}} - \beta \end{aligned} \right\} \quad (\text{IV.48})$$

с начальными условиями

$$z = 0, \quad \eta = 0, \quad \Phi = \Phi_0,$$

где Φ_0 — фаза поля в момент влета электрона в пространство взаимодействия.

Система уравнений (IV.48) эквивалентна уравнению движения (IV.45). При отсутствии ВЧ поля правые части системы (IV.48) являются постоянными величинами (интегралами движения). Таким образом, к. п. д. отдельного электрона зависит от начальной фазы Φ_0 . Суммарный к. п. д. можно вычислить, усредняя решения для отдельных электронов за период ВЧ поля,

$$\overline{\eta(z)} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \eta(z, \Phi_0) d\Phi_0. \quad (\text{IV.49})$$

Допустим, что постоянные распространения волны соответствуют линейной теории ЛБВ, т. е., что

$$\gamma = \beta_e C x_1,$$

$$\beta = \beta_e (1 - C y_1),$$

где $x_1 + i y_1 = \delta_1$ — корень характеристического уравнения, соответствующий возрастающей волне.

Введя безразмерную координату $\theta = \beta_e C z = 2\pi C N_e$, получим [16]

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\eta}{d\theta} &= h \cos \Phi e^{x_1 \theta}, \\ \frac{d\Phi}{d\theta} &= \frac{1}{C} \left(\frac{1}{\sqrt{1-\eta}} - 1 + C y_1 \right), \end{aligned} \right\} \quad (\text{IV.50})$$

где

$$h = \frac{2eE_0}{m\nu_0\omega C}. \quad (\text{IV.51})$$

Система дифференциальных уравнений (IV.50), являясь намного проще строгих уравнений нелинейной теории, выведенных в первом параграфе, описывает, в основном, все характерные нелинейные процессы взаимодействия электронов с волной.

Возможен также другой подход к приближенному анализу нелинейных свойств ЛБВ, связанный с упрощением системы нелинейных интегро-дифференциальных уравнений, выведенных в первом параграфе. С этой точки зрения интерес представляют работы [17, 18]. В этих работах в основу приближенного решения уравнений нелинейной теории ЛБВ положено то обстоятельство, что текущая фаза электрона относительно фазы волны в подвижной системе координат является периодической функцией начальной фазы электрона. Это дает возможность разложить текущую фазу электрона в ряд Фурье. Если ограничиться первыми членами разложения, то при этом, естественно, основные уравнения значительно упрощаются.

Рассмотрим задачу в приближении малых значений параметра усиления. В этом случае система уравнений (IV.19) — (IV.21) принимает следующий вид:

$$\frac{dF}{d\theta} + jrF = -I_1, \quad (\text{IV.52})$$

$$-\frac{d^2\Phi}{d\theta^2} = \text{Re} \left[F e^{j\Phi} + j \sum_k \frac{P_k^2 \omega_p^2}{k\omega^2 C^2} I_k e^{jk\Phi} \right], \quad (\text{IV.53})$$

$$I_k = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} e^{-jk\varphi_0} d\varphi_0, \quad (\text{IV.54})$$

$$\Phi = \varphi_0 + \vartheta.$$

Основная трудность при решении этой системы состоит в вычислении интеграла (IV.54). Для упрощения системы уравнений (IV.52) — (IV.54) разложим выражение для текущей фазы электрона ϑ в ряд Фурье по начальной фазе электрона φ_0 [17]:

$$\vartheta(\theta, \varphi_0) = \frac{\vartheta_0(\theta)}{2} + \operatorname{Re} \sum_{m=1}^{\infty} \vartheta_m(\theta) e^{-im\varphi_0}, \quad (\text{IV.53})$$

где

$$\vartheta_m(\theta) = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \vartheta(\theta, \varphi_0) e^{im\varphi_0} d\varphi_0. \quad (\text{IV.56})$$

Умножим (IV.53) на $\frac{1}{\pi} e^{jm\varphi_0}$ и проинтегрируем по φ_0 от 0 до 2π . Учитывая (IV.56), получаем

$$\begin{aligned} -\frac{d^2\vartheta_m}{d\theta^2} &= \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \operatorname{Re} [F e^{j\Phi}] e^{im\varphi_0} + \\ &+ \frac{1}{\pi} \sum_{k=1}^{\infty} \left(\frac{p_k \omega_p}{\omega C} \right)^2 \frac{1}{k} \int_0^{2\pi} \operatorname{Re} [jI_k e^{jk\Phi}] e^{jk\varphi_0} d\varphi_0 \dots \end{aligned} \quad (\text{IV.57})$$

Подставим в интегралы (IV.54) и (IV.57) ряд (IV.55), причем сохраним в разложении один член с $m=1$, т. е. введем следующее приближенное выражение для ϑ :

$$\begin{aligned} \vartheta &\cong \frac{\vartheta_0}{2} + \operatorname{Re} (\vartheta_1 e^{-j\varphi_0}) = \frac{B_0}{2} + B \cos(\varphi_0 + \beta_1) = \\ &= \frac{B_0}{2} + B \sin(\varphi_0 + \beta), \end{aligned} \quad (\text{IV.58})$$

где

$$\vartheta_0 = B_0; \quad \vartheta_1 = B e^{-j\beta_1}, \quad \beta = \beta_1 + \frac{\pi}{2}. \quad (\text{IV.59})$$

Подставляя (IV.58) в (IV.54), после интегрирования получаем

$$I_k = 2J_k(kB) e^{-jk \left(\frac{B_0}{2} - \beta + \frac{\pi}{2} \right)}, \quad (\text{IV.60})$$

где $J_k(z)$ — функция Бесселя первого рода k -го порядка.

Представим безразмерную амплитуду F в виде

$$F = Ae^{-j\alpha}. \quad (\text{IV.61})$$

Тогда, пользуясь соотношениями (IV.58), (IV.60) и (IV.61) и вычисляя интегралы, входящие в (IV.57), получаем при $m=0$ и $m=1$ следующие уравнения:

$$\frac{d^2 B_0}{d\theta^2} = 2AJ_1(B) \cos \varphi, \quad (\text{IV.62})$$

$$-j \frac{\omega^2 (B_0 - j\beta)}{\omega^2} = A [J_2(B) e^{-j(\varphi+\beta)} + J_0(B) e^{j(\varphi_0-\beta)}] + Q(B) e^{-j\left(\beta - \frac{\pi}{2}\right)}, \quad (\text{IV.63})$$

где

$$Q(B) = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2}{k} \left(\frac{p_k \omega_p}{\omega C} \right)^2 J_k(kB) [J_{k-1}(kB) - J_{k+1}(kB)] = \\ = \frac{d}{dB} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{2}{k} \left(\frac{p_k \omega_p}{\omega C} \right)^2 J_k^2(kB); \quad (\text{IV.64})$$

$$\varphi = \alpha + \beta - \frac{B_0}{2}. \quad (\text{IV.65})$$

С учетом (IV.65) запишем (IV.60) следующим образом:

$$I_k = 2J_k(kB) e^{-jk(\alpha - \varphi + \pi)}. \quad (\text{IV.66})$$

Подставляя (IV.66) в уравнение возбуждения (IV.52), получаем

$$\frac{d(Ae^{-j\alpha})}{d\theta} + jrAe^{-j\alpha} = 2J_1(B) e^{-j(\alpha - \varphi)}. \quad (\text{IV.67})$$

Уравнение (IV.62) и два комплексных уравнения (IV.63) и (IV.67) образуют систему, решение которой дает значения величин B_0 , B , A , α и β , полностью характеризующих поведение ЛБВ при больших амплитудах в первом приближении.

Разделяя в (IV.63) и (IV.67) вещественные и мнимые части, получаем следующую систему уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\mu}{d\theta} &= AJ_1(B) \cos \varphi, \\ -\frac{1}{2} \frac{d}{d\theta} (B^2 \nu) &= AJ_1(B) \cos \varphi, \\ \frac{d^2 B}{d\theta^2} - B\nu^2 &= -2AJ'_1(B) \sin \varphi - Q(B), \\ \frac{dA}{d\theta} + dA &= 2J_0(B) \cos \varphi, \\ \left(\frac{d\varphi}{d\theta} - \nu + \mu - b \right) A &= -2J_1(B) \sin \varphi, \end{aligned} \right\} \quad (\text{IV.68})$$

где

$$\nu = \frac{dB}{d\theta}; \quad \ddot{\nu} = \frac{1}{2} \frac{dB_i}{d\theta}. \quad (\text{IV.69})$$

Система уравнений (IV.68) имеет три первых интеграла, которые могут быть записаны следующим образом:

$$\nu B^2 + 2\mu = C_1, \quad (\text{IV.70})$$

$$\frac{d}{d\theta} (A^2 - 4\mu) = -2dA^2, \quad (\text{IV.71})$$

$$\frac{d}{d\theta} \left[\left(\frac{dB}{d\theta} \right)^2 + 2\mu^2 + (\nu B)^2 + 4J_1(B) A \sin \varphi - bA^2 + 4 \sum_k \left(\frac{p_k \omega_p}{k \omega C} \right)^2 J_k^2(kB) \right] = 2dA^2 \frac{d\alpha}{d\theta}. \quad (\text{IV.72})$$

Постоянная C_1 определяется из граничных условий. В случае отсутствия затухания ($d=0$) второй и третий интегралы могут быть записаны в явном виде:

$$A^2 - 4\mu = C_2, \quad (\text{IV.71a})$$

$$\begin{aligned} \left(\frac{dB}{d\theta} \right)^2 + 2\mu^2 + (\nu B)^2 + 4J_1(B) A \sin \varphi - bA^2 + \\ + 4 \sum_k \left(\frac{p_k \omega_p}{k \omega C} \right)^2 J_k^2(kB) = C_3. \end{aligned} \quad (\text{IV.72a})$$

Используя соотношение (IV.70), систему уравнений (IV.68) можно представить в виде пяти обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка для пяти неизвестных функций θ : A , B , φ , μ и D :

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\mu}{d\theta} &= AJ_1(B) \cos \varphi, \\ \frac{dB}{d\theta} &= D, \\ \frac{dD}{d\theta} &= \frac{(C_1 - 2\mu)^2}{B^3} - 2AJ_1(B) \sin \varphi - Q(B), \\ \frac{dA}{d\theta} &= -dA + 2J_1(B) \cos \varphi, \\ \frac{d\varphi}{d\theta} &= \frac{C_1 - 2\mu}{B^2} - \frac{1}{\mu} \dot{\nu} - \frac{2J_1(B)}{A} \sin \varphi. \end{aligned} \right\} \quad (\text{IV.73})$$

Для решения этой системы следует задать также граничные условия, т. е. значения этих функций при $\theta = 0$, а также определить постоянную C_1 . Используя выражения для переменных составляющих скорости электронов и конвекционного тока, полученные во втором параграфе, несложно показать, что при отсутствии начальной модуляции по скорости и по току должны выполняться следующие граничные условия:

$$\theta = 0, \quad B = D = \mu = 0. \quad (\text{IV.74})$$

К этим условиям следует добавить начальное условие для напряженности поля при

$$\theta = 0 \quad A = F_0. \quad (\text{IV.75})$$

Из (IV.70) и (IV.74) следует

$$C_1 = 0. \quad (\text{IV.76})$$

Остается определить начальное значение фазы φ . Для этого запишем (IV.52) и (IV.53) в линейном приближении (что вполне законно, так как на начальном

участке справедливы уравнения линейной теории) и воспользуемся соотношениями (IV.58) и (IV.60)

$$\frac{d^2\vartheta_1}{d\theta^2} + q\vartheta_1 = -F, \quad (\text{IV.77})$$

$$\frac{dF}{d\theta} + jrF = j\vartheta_1. \quad (\text{IV.78})$$

Исключая из этих уравнений ϑ_1 , получаем дифференциальное уравнение третьего порядка для амплитуды напряженности поля

$$\frac{d^3F}{d\theta^3} + jr \frac{d^2F}{d\theta^2} + q \frac{dF}{d\theta} + j(1 + qr)F = 0,$$

характеристическое уравнение которого записывается в виде

$$\delta^3 + jr\delta^2 + q\delta + j(1 + qr) = 0$$

и полностью совпадает с характеристическим уравнением (II.10), определяющим постоянные распространения трех волн в режиме малых амплитуд для малых значений S .

Уравнения (IV.77) и (IV.78) должны быть решены при граничных условиях

$$\theta = 0, \quad \vartheta_1 = \frac{d\vartheta_1}{d\theta} = 0, \quad F = F_0. \quad (\text{IV.79})$$

Разлагая решение системы (IV.77), (IV.78) в ряд по степеням θ , получаем

$$\left. \begin{aligned} \vartheta_1 &= -F_0 \frac{\theta^2}{2} \left[1 - \frac{jr}{3}\theta + \frac{q-r^2}{12}\theta^2 - \right. \\ &\quad \left. - \frac{j(1-r^2-rq)}{60}\theta^3 + \dots \right], \\ F &= F_0 \left[1 - jr\theta - \frac{r^2}{2}\theta^2 - \frac{j(1-r)^2}{6}\theta^3 - \dots \right]. \end{aligned} \right\} (\text{IV.80})$$

Сравнивая (IV.59) и (IV.80) при $\theta = 0$, имеем

$$Be^{-j\beta_1} = \frac{\theta^2}{2} F_0 e^{j\pi}. \quad (\text{IV.81})$$

Таким образом, при $\theta = 0$

$$\beta_1 = 2k\pi - \pi, \quad k = 0, \pm 1 \dots$$

Согласно (IV.65), для малых θ можно записать

$$\varphi = \alpha + \beta = \alpha + \beta_1 + \frac{\pi}{2}.$$

Таким образом, $\varphi = 2k\pi - \frac{\pi}{2}$, т. е. можно положить

$$\text{при } \theta = 0 \quad \varphi = -\frac{\pi}{2}.$$

Следовательно, упрощенные нелинейные уравнения ЛБВ с граничными условиями могут быть записаны следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\mu}{d\theta} &= AJ_1(B) \cos \varphi, \quad \frac{dB}{d\theta} = D, \\ \frac{dD}{d\theta} &= B \left(\frac{2\mu}{B^2} \right)^2 - 2AJ_1'(B) \sin \varphi - Q(B), \\ \frac{dA}{d\theta} &= -dA - 2J_1(B) \cos \varphi, \\ \frac{d\varphi}{d\theta} &= b - \mu - \frac{2\mu}{B^2} - \frac{2J_1(B)}{A} \sin \varphi. \end{aligned} \right\} \quad (\text{IV.82})$$

При $\theta = 0$

$$\mu = B = D = 0, \quad A = F_0, \quad \varphi = -\frac{\pi}{2}. \quad (\text{IV.83})$$

В случае отсутствия затухания система (IV.82) значительно упрощается, если воспользоваться первыми интегралами (IV.71a) и (IV.72a). Действительно, воспользовавшись граничными условиями (IV.83), из (IV.71a) и (IV.72a), находим

$$C_2 = F_0^2, \quad C_3 = -bF_0^2. \quad (\text{IV.84})$$

Подставляя эти значения C_2 и C_3 в (IV.71a) и (IV.72a) и исключая μ и $D = \frac{dB}{d\theta}$, получаем систему уравнений третьего порядка для функций A , B и φ :

$$\left. \begin{aligned} \frac{dA}{d\theta} &= 2J_1(B) \cos \varphi, \\ \frac{dB}{d\theta} &= \pm \sqrt{b(A^2 - F_0^2) - \frac{1}{4}(A^2 - F_0^2)^2 \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{B^2} \right) - 4AJ_1(B) \sin \varphi - 4 \sum_k \left(\frac{p_k \omega_p}{k \omega C} \right)^2 J_k^2(kB)}, \\ \frac{d\varphi}{d\theta} &= b - \frac{2}{A} J_1(B) \sin \varphi - \frac{1}{2}(A^2 - F_0^2) \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{B^2} \right). \end{aligned} \right\} \quad (\text{IV.85})$$

Результаты расчета по полученным уравнениям достаточно хорошо совпадают с результатами строгой теории, которые приведены в следующей главе.

ГЛАВА V

АНАЛИЗ РАБОТЫ ЛАМПЫ БЕГУЩЕЙ ВОЛНЫ В НЕЛИНЕЙНОМ РЕЖИМЕ

V.1. ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

В настоящей главе приводятся основные результаты расчета системы нелинейных уравнений ЛБВ. Эти результаты дают возможность определить зависимости усиления, выходной мощности и длины замедляющей системы в режиме насыщения от параметров системы и пучка. Кроме того, эти результаты позволяют выяснить физическую природу явлений, происходящих при взаимодействии электронного пучка с ВЧ полем замедляющей системы в режиме больших амплитуд.

V.2. ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА НЕЛИНЕЙНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ЛАМПЫ БЕГУЩЕЙ ВОЛНЫ

Система нелинейных интегро-дифференциальных уравнений ЛБВ в режиме больших амплитуд может быть решена только на электронно-вычислительной машине. Ниже приводятся некоторые зависимости, полученные в результате численного решения. В настоящем параграфе приводятся результаты расчета, полученные для значения параметра несинхронности, соответствующего максимальному усилению на единицу длины. (Это значение b соответствует оптимальному для линейного режима работы). Зависимость коэффициента усиления и к. п. д. в режиме насыщения от параметра несинхронности будет подробно рассмотрена в § V.4.

Типичные кривые зависимости коэффициента усиления от длины участка взаимодействия для разных значений уровня входного сигнала представлены на рис. V.1.

Из кривых видно, что при конечных уровнях входного сигнала имеет место режим насыщения по усилению (и следовательно, по выходной мощности), т. е. при увеличении длины, начиная с некоторого значения, коэффициент

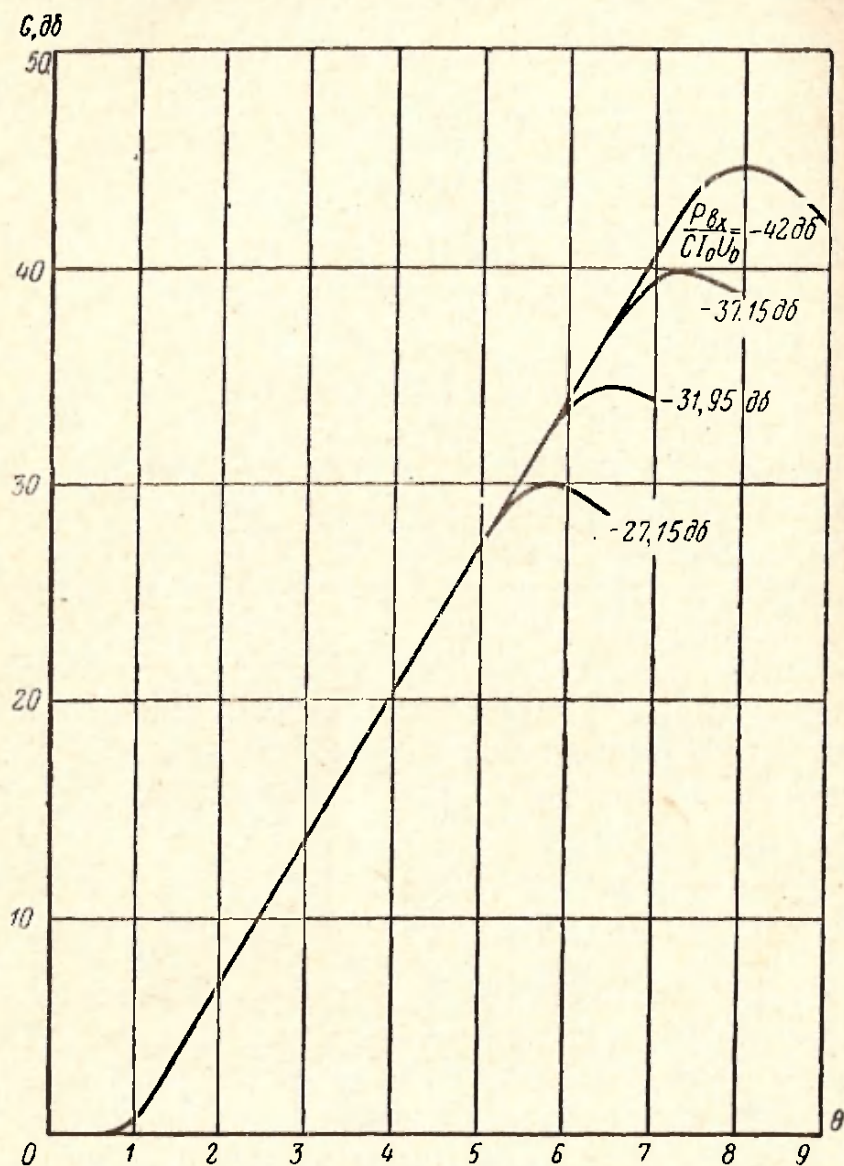


Рис. V.1. Зависимость коэффициента усиления от длины участка взаимодействия для различных уровней входного сигнала.

$$q=1; C=0,1; b=b_{\text{опт}}=1,04; d=0.$$

коэффициент усиления не увеличивается, а уменьшается. Участок пространства взаимодействия в нелинейном режиме работы мал по сравнению со всей длиной системы и длина его соответствует примерно 1—3 замедленным волнам. Из кривых (рис. V.1) видно также, что с увели-

При увеличении уровня входного сигнала усиление в режиме насыщения уменьшается и при этом также уменьшается длина, при которой имеет место насыщение.

Рассмотрим сначала режим работы ЛБВ, при котором длина участка взаимодействия соответствует «длине насыщения».

На рис. V.2 представлена зависимость максимальной выходной мощности от уровня входного сигнала. Из кри-

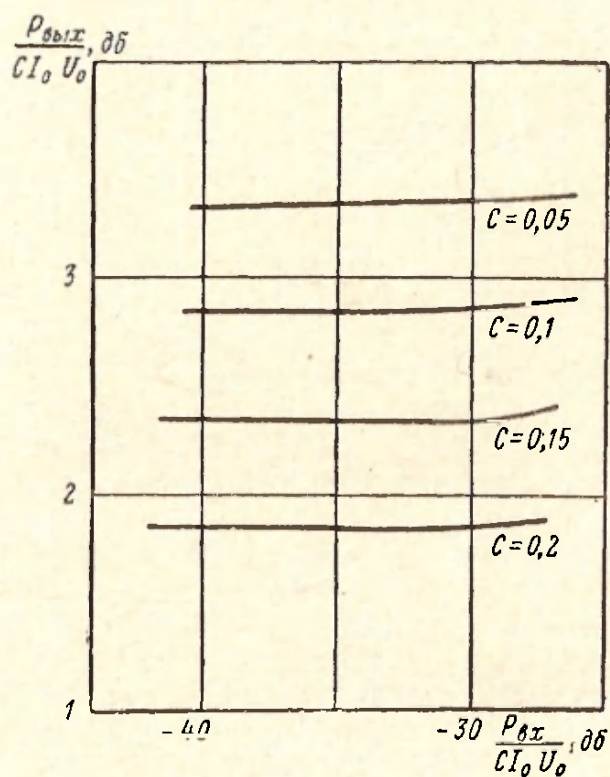


Рис. V.2. Зависимость максимальной выходной мощности от уровня входного сигнала для различных значений параметра усиления.

$$q=1; b=b_{\text{опт}}; d=0.$$

Из рис. V.2 видно, что максимальная выходная мощность ЛБВ практически не зависит от уровня входного сигнала в достаточно широком диапазоне его изменений.

На рис. V.3 представлена зависимость длины, при которой достигается максимальная выходная мощность, от уровня входного сигнала, для различных значений параметров усиления. Из этих кривых следует, что с ростом параметра усиления при постоянном уровне входного сигнала длина участка взаимодействия силь-

но уменьшается. Графики (рис. V.3) построены для пространственного заряда q , равного единице. Расчеты показывают, что с увеличением пространственного заряда при постоянном уровне входного сигнала длина, при которой наступает насыщение, увеличивается.

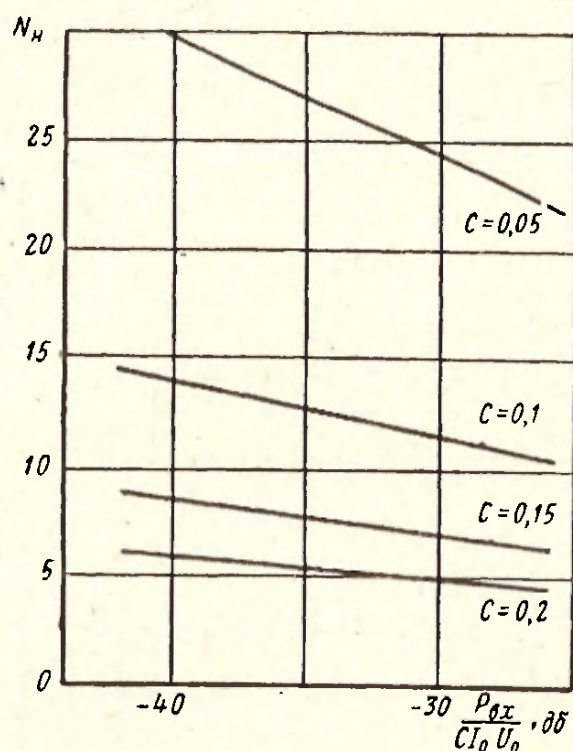


Рис. V.3. Зависимость длины, при которой достигается максимальная выходная мощность, от уровня входного сигнала для различных значений параметра усиления.

$$q=1; b=b_{онт}; d=0.$$

На рис. V.4, а, б представлены зависимости к. п. д. ЛБВ и максимальной мощности от параметра усиления для различных значений параметра пространственного заряда. Анализ кривых (рис. V.4, б) позволяет определить те значения параметра усиления, при которых еще можно пользоваться приближением малых значений C для определения к. п. д. Как видно из рисунка, приближением малых значений параметра усиления можно пользоваться с погрешностью не более 10% для значений $C \leq 0,03$.

Из кривых зависимости к. п. д. от параметра усиления следует, что при увеличении параметра усиления

к. п. д. сначала быстро растет, а затем рост его замедляется таким образом, что увеличение параметра усиления от значения 0,15 не приводит к существенному увеличению к. п. д. Дальнейшее увеличение параметра усиления (от значения $C=0,15$) имеет смысл только для уменьшения геометрической длины участка взаимодей-

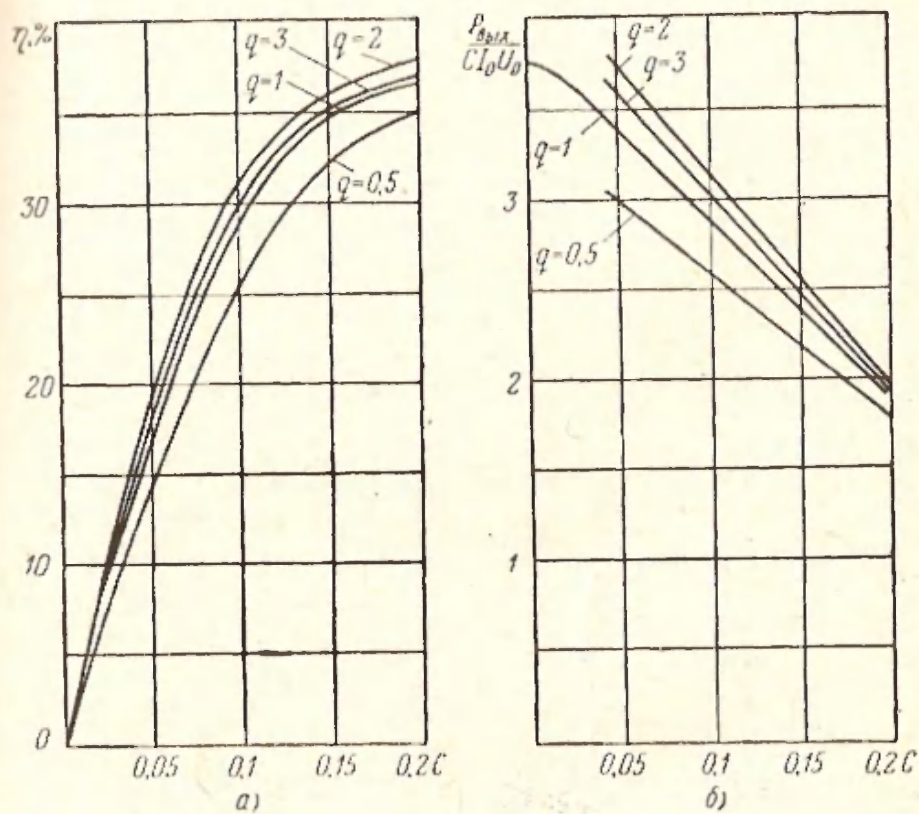


Рис. V.4. Зависимость (а) к. п. д. и (б) максимальной безразмерной мощности от параметра усиления для различных значений пространственного заряда.

$$b = b_{\text{опт}}; d = 0.$$

ствия при постоянном значении коэффициента усиления.

Ранее указывалось, что учет поля пространственного заряда в нелинейной теории ЛВВ сложнее, чем в линейной. Это обусловлено необходимостью учета всей совокупности гармоник переменного тока. На рис. V.5 представлена зависимость максимального к. п. д. от параметра пространственного заряда. Пунктирными кривыми на этом рисунке обозначена та же зависимость, рассчитанная без учета высших гармоник тока.

Сопоставление кривых показывает, что учет высших гармоник тока приводит к отличию не только в величине максимального к. п. д., но и в характере зависимости к. п. д. от параметра пространственного заряда. Как видно из кривых, при значениях параметра простран-

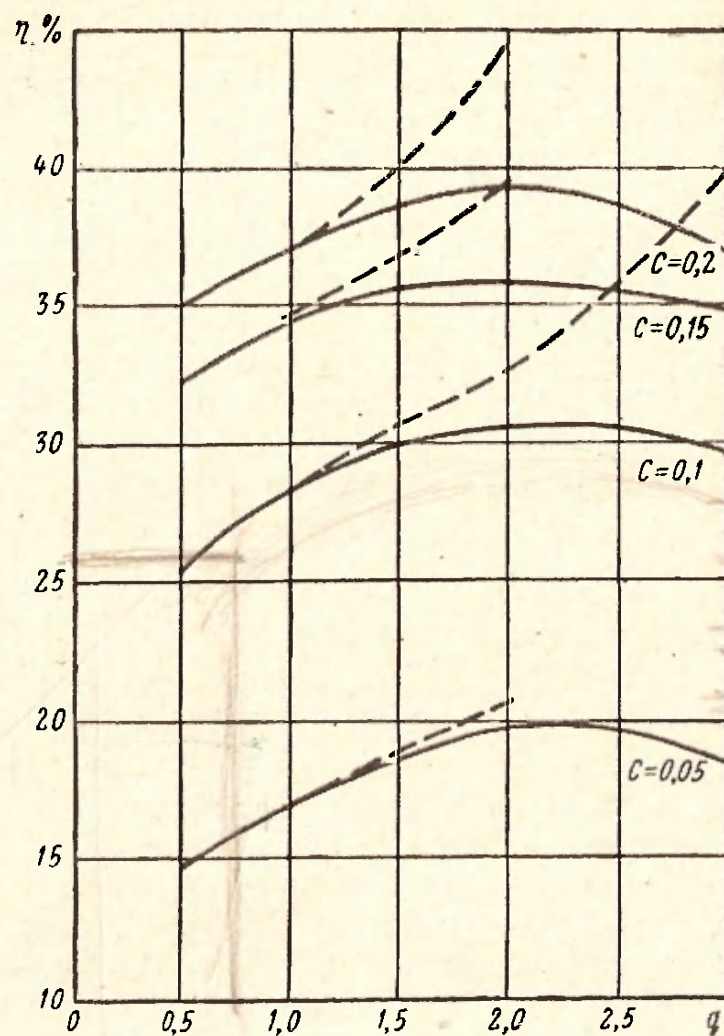


Рис. V.5. Зависимость максимального к. п. д. от пространственного заряда для различных значений параметра усиления.

Пунктирные кривые получены без учета высших гармоник.

венного заряда $q \geq 1,5$ необходимо учитывать высшие гармоники тока; в противном случае ошибка в определении максимального к. п. д. может достигнуть большой величины. С увеличением параметра усиления влияние высших гармоник тока при постоянном значении параметра пространственного заряда ($q > 1$) увеличивается. Это означает, что с увеличением параметра уси-

нии насыщенность тока высшими гармониками возрастает.

Из кривых (рис. V.5) следует, что существует оптимальное значение параметра пространственного заряда, при котором к. п. д. ЛБВ имеет максимум. При постоянном значении параметра усиления максимальный к. п. д. имеет место при определенном значении параметра пространственного заряда, который для всех рассмотренных случаев примерно равен $q=2$. Объяснение такой зависимости к. п. д. от параметра пространственного заряда будет рассмотрено ниже. Кривые (рис. V.5)

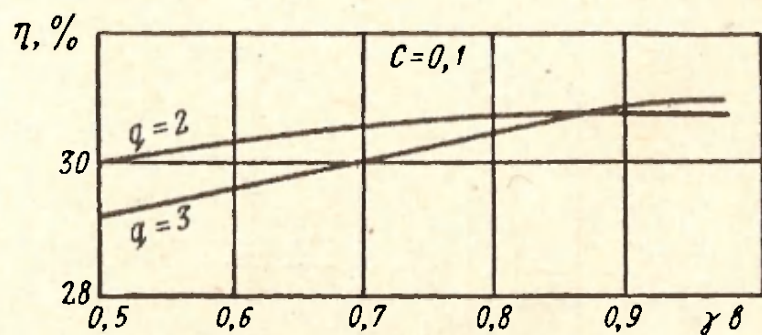


Рис. V. 6. Зависимость максимального к. п. д. от безразмерного радиуса пучка для двух значений параметра пространственного заряда.

$$C=0,1; b=b_{\text{опт.}}$$

показывают также, что при значениях параметра усиления $C \leq 0,2$ к. п. д. ЛБВ не может быть больше 40%, если значение параметра несинхронности соответствует максимальному усилению в линейном режиме.

Проведенный учет пространственного заряда позволяет рассмотреть влияние безразмерного радиуса пучка χb на к. п. д. ЛБВ. Результаты расчета представлены на рис. V.6. Из кривых на этом рисунке следует, что увеличение радиуса пучка приводит к незначительному увеличению к. п. д.

Приведенные характеристики не дают полной картины зависимости к. п. д. ЛБВ от режима работы лампы. Это обусловлено тем, что изменение одного из параметров обязательно приводит к изменению других. Так, например, при изменении параметра усиления изменяется параметр пространственного заряда.

Кривые (рис. V.4 и V.5) были использованы для построения зависимости к. п. д. и выходной мощности

ЛБВ от величины рабочего тока (рис. V.7). (при постоянной геометрической длине прибора) с учетом того, что параметры усиления и пространственного заряда поменяются при изменении тока по закону $I^{1/3}$. При расче

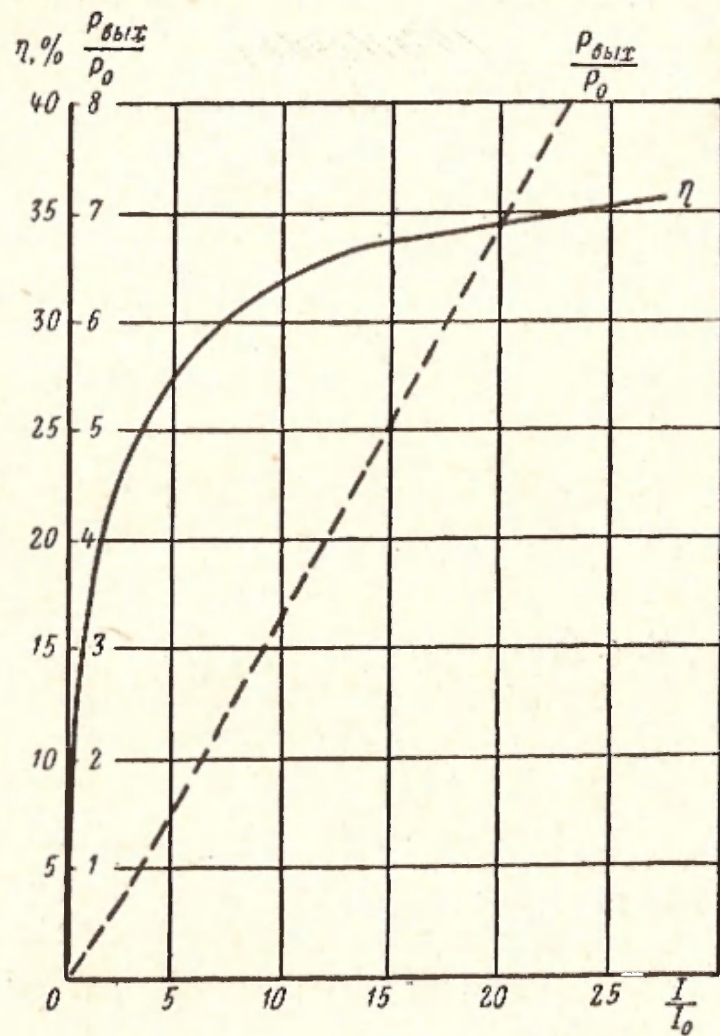


Рис. V.7. Зависимость максимального к. п. д. (сплошная кривая) и максимальной выходной мощности (пунктирная кривая) от тока пучка.

тах принималось, что при $I/I_0 = 1$, параметр усиления $C = 0,05$ и параметр пространственного заряда $q = 1$. При данной длине прибора входная мощность соответствовала режиму насыщения при $I/I_0 = 8$. Анализ кривых на этом рисунке показывает, что с увеличением тока пучка к. п. д. сначала быстро возрастает, а затем рост его

шмелляется. Как показывают расчеты, существует оптимальное значение тока, при котором к. п. д. достигает максимального значения. Дальнейшее увеличение тока приводит к уменьшению к. п. д. Это обусловлено значительным увеличением поля пространственного заряда, которое оказывает существенное влияние на группиров-

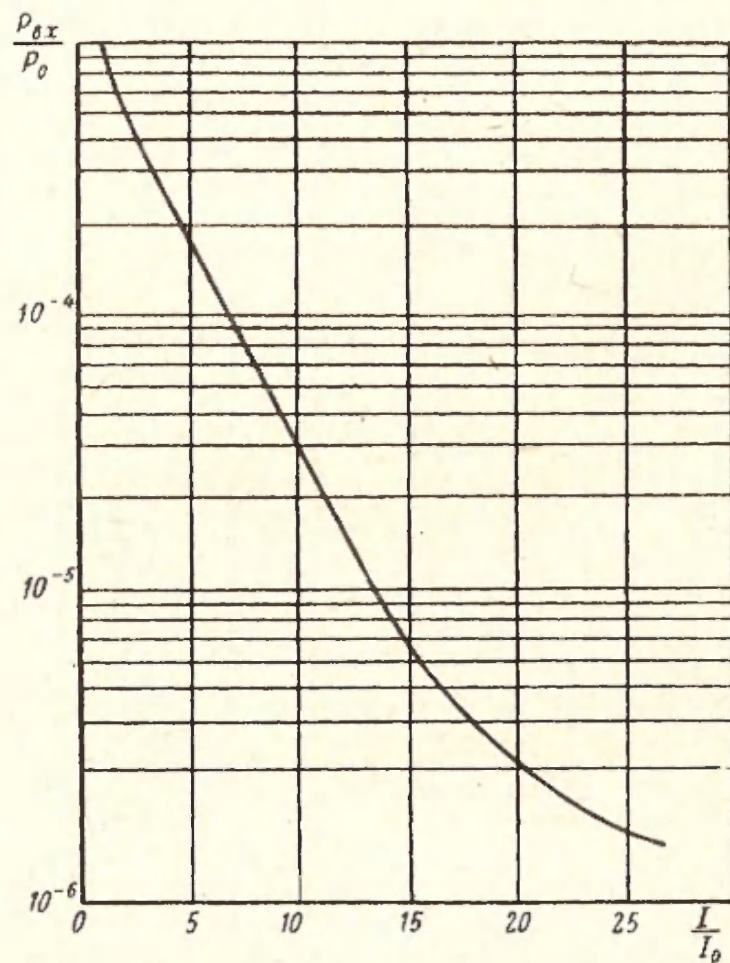


Рис. V.8. Зависимость входной мощности, при которой наступает насыщение, от тока пучка.

ку электронов. Выходная мощность с увеличением тока все время растет.

Аналогичным образом была построена зависимость входной мощности, при которой наступает насыщение, от тока (длина участка взаимодействия соответствовала длине насыщения при токе $I=8I_0$). Эта зависимость представлена на рис. V.8, из которого видно, что с увеличением тока пучка уровень входного сигнала, при котором наступает насыщение, сильно уменьшается (при

увеличении тока в 27 раз уровень входного сигнала уменьшается на три порядка). Этот вывод следует из качественных соображений: при уменьшении тока коэффициент усиления ЛБВ уменьшается, что приводит к увеличению уровня входного сигнала, при котором достигается максимальная выходная мощность.

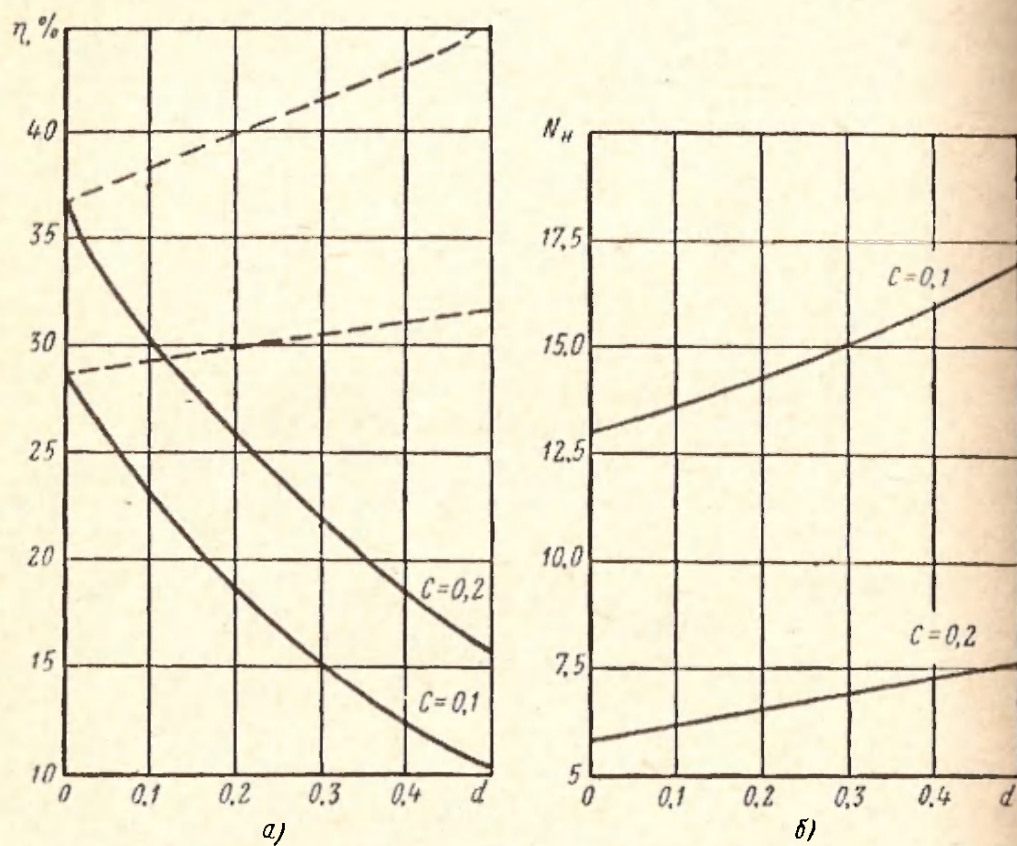


Рис. V.9. Зависимость (а) максимального к. п. д. и (б) «длины насыщения» от затухания для различных значений параметра усиления.

$$q=1; b=b_{\text{онт}}$$

Пунктирными кривыми представлена зависимость полной энергии, отданной электронами полю, от параметра затухания.

Рассмотрим теперь влияние затухания на работу ЛБВ в нелинейном режиме. На рис. V.9, а, б представлена зависимость максимального к. п. д. и длины насыщения от параметра затухания для двух значений параметра усиления. Как следует из кривых (рис. V.9), максимальный к. п. д. сильно уменьшается при увеличении распределенного затухания, а «длина насыщения» увеличивается. Пунктирными кривыми на рис. V.9, а представлена зависимость полной энергии, отданной

электронами высокочастотному полю системы, от затухания. С увеличением затухания полная энергия, отдаваемая электронами, растет (это, обусловлено лучшими условиями группировки электронов при наличии затухания). Разность между электронной мощностью и мощностью, идущей в нагрузку, которая определяет максимальный к. п. д., характеризует мощность потерь. Так, например, из рис. V.9,а следует, что для $d=0,1$ и $C=0,1$ мощность потерь составляет примерно 6% мощности пучка по постоянному току. При увеличении параметров d и C мощность потерь растет.

Группировка электронов, образование сгустка и взаимодействие его с полем бегущей волны могут быть исследованы при помощи фазовых траекторий электронов. Этот анализ позволяет глубже изучить явления, приводящие к режиму насыщения при взаимодействии электронов с полем бегущей электромагнитной волны. Фазовая траектория электрона представляет собой кривую на пространственно-фазовой плоскости, которая характеризует изменение фазы электрона вдоль участка взаимодействия относительно гипотетической волны, движущейся со скоростью электронного пучка.

Из фазовой траектории можно определить скорость каждого электрона в любой точке участка взаимодействия по формуле

$$v = \frac{v_0}{1 + C \frac{\partial \Phi}{\partial \theta}}. \quad (V.1)$$

Из соотношения (V.1) следует, что скорость электронов остается постоянной вдоль участка взаимодействия, если фазовая траектория этого электрона является прямой линией, параллельной оси абсцисс (при этом электрон не взаимодействует с полем волны).

Если наклон фазовой траектории положителен ($\frac{\partial \Phi}{\partial \theta} > 0$), то скорость электрона уменьшается, т. е. электрон отдает энергию полю волны. В случае отрицательного наклона фазовой траектории ($\frac{\partial \Phi}{\partial \theta} < 0$) скорость электрона увеличивается: он отбирает энергию у поля волны.

Так как все величины изменяются периодически со временем, то достаточно рассмотреть электроны, влетевшие в пространство взаимодействия в течение одного периода поля.

На рис. V.10 и V.11 представлены фазовые траектории электронов при $C=0,1$ для различных значений параметра пространственного заряда.

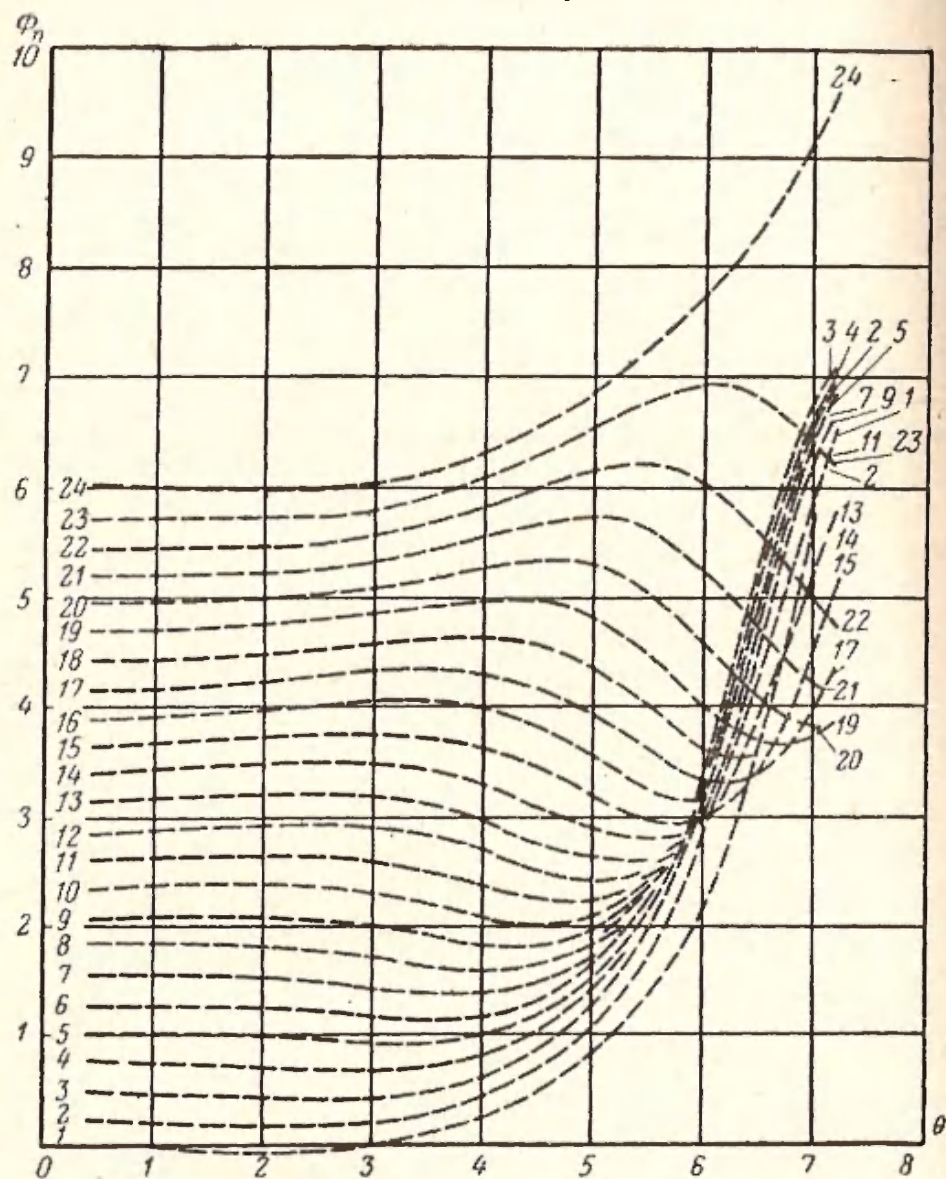


Рис. V.10. Фазовые траектории электронов.
 $C=0,1; b=b_{\text{опт}}; d=0; q=0,5.$

метра пространственного заряда. Каждая кривая соответствует одному значению фазы влета электрона в поле волны. Анализ фазовых траекторий показывает, что примерно с $\theta=2\pi CN=4$ начинает образовываться интен-

плотный сгусток электронов, который достаточно сильно взаимодействует с полем волны (об этом свидетельствует большой наклон фазовых траекторий). При образо-

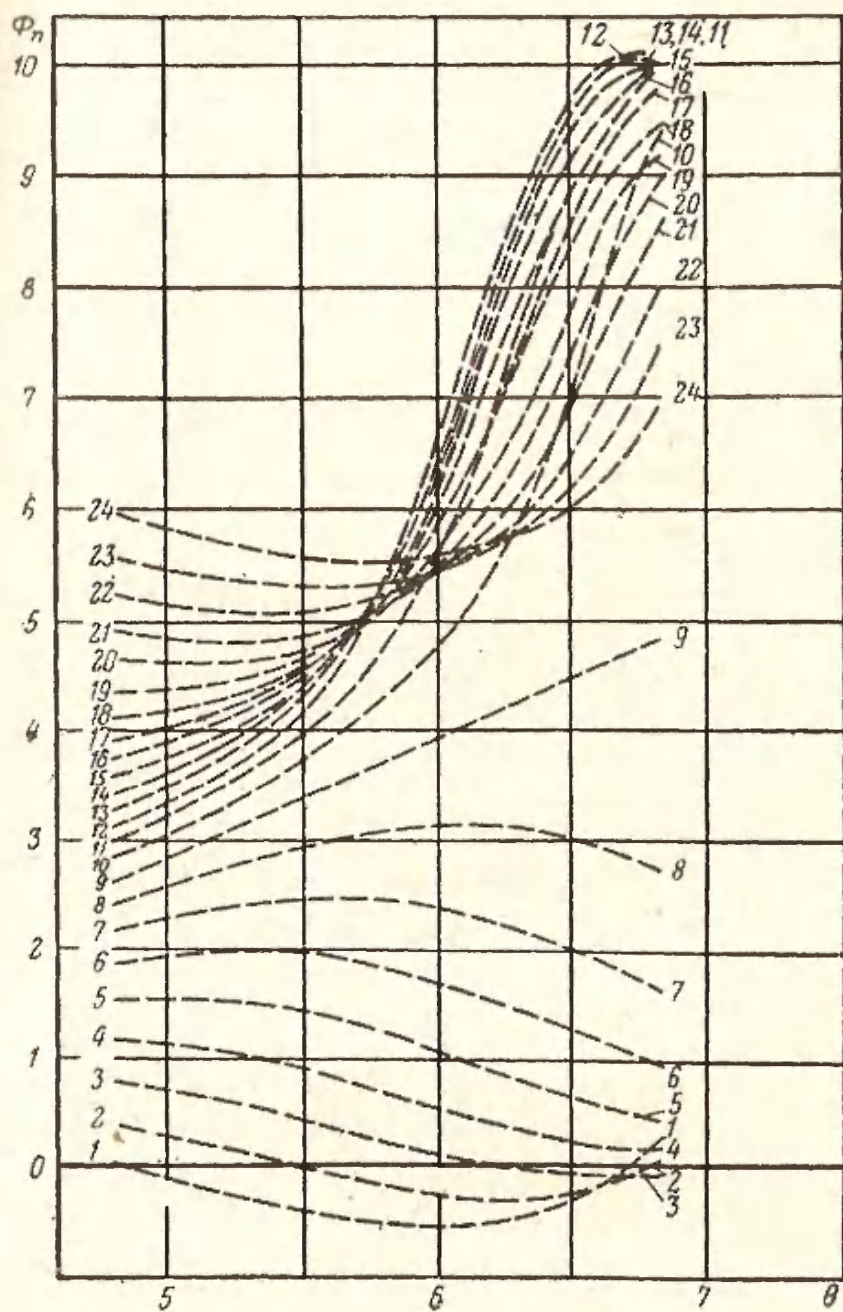


Рис. V.11. Фазовые траектории электронов.
 $C=0,1$; $b=b_{\text{опт}}$; $d=0$; $a=1$

вании сгустка фазовые траектории различных электронов начинают пересекаться. Это свидетельствует о том, что электроны, попавшие в область взаимодействия позже, догнали и начали перегонять электроны, которые

влетели раньше. Явление обгона обусловлено тем, что электроны, влетевшие в пространство взаимодействия при разных фазах поля волны, по-разному изменяют свою скорость. Так как образование сгустка обусловлено разностью скоростей электронов, то этот сгусток должен начать распадаться. Действительно, анализ фазовых траекторий показывает, что после образования сгустка электроны, образующие его, начинают расходиться. При этом распадение сгустка происходит быстрее при большем значении параметра пространственного заряда. Это свидетельствует о том, что с ростом кулоновских сил в пучке разность скоростей отдельных электронов увеличивается.

Очевидно, что в силу периодичности во времени всех процессов, происходящих при взаимодействии электронного пучка с бегущей волной, такая картина будет иметь место для любого периода. В одном периоде образуется сначала один сгусток, который интенсивно взаимодействует с полем и отдает ему энергию (электроны 9—22, рис. V.11). При больших значениях пространственного заряда после распада основного сгустка образуется еще один, который также начинает отдавать энергию полю. Из кривых (рис. V.10 и V.11) следует, что имеются электроны, которые отбирают энергию у поля, но таких электронов сравнительно мало (электроны 1—7, рис. V.11) и они не интенсивно взаимодействуют с полем.

Фазовые траектории, приведенные на рис. V.10 и V.11, позволяют также определить размеры сгустка и полную скорость каждого электрона. Для $q=0,5$ и $C=0,1$ минимальная длина сгустка $\Delta=0,16\lambda\sqrt{U_0}/505$ (λ — длина волны сигнала и U_0 — ускоряющее напряжение пучка), и в нем содержится более 40% всех электронов, влетевших за один период. Для $q=1$ и $C=0,1$ $\Delta=0,3\lambda\frac{\sqrt{U_0}}{505}$, и в нем содержится столько же электронов.

Увеличение размеров сгустка обусловлено увеличением кулоновских сил.

Для определения спектра скоростей электронов в пучке при выходе из области взаимодействия достаточно знать скорость самого медленного и самого быстрого электронов.

Для $q=0,5$ и $C=0,1$ эти скорости равны соответственно $0,745 v_0$ и $1,16 v_0$; для $q=1$ и $C=0,1$ — $0,705 v_0$ и $1,11 v_0$. Эти вычисления еще раз показывают, что с ростом пространственного заряда разброс скоростей увеличивается.

Анализ процесса взаимодействия электронов с полем падающей волны может быть проведен на основе кривых (рис. V.12 и V.13), на которых представлена зависимость

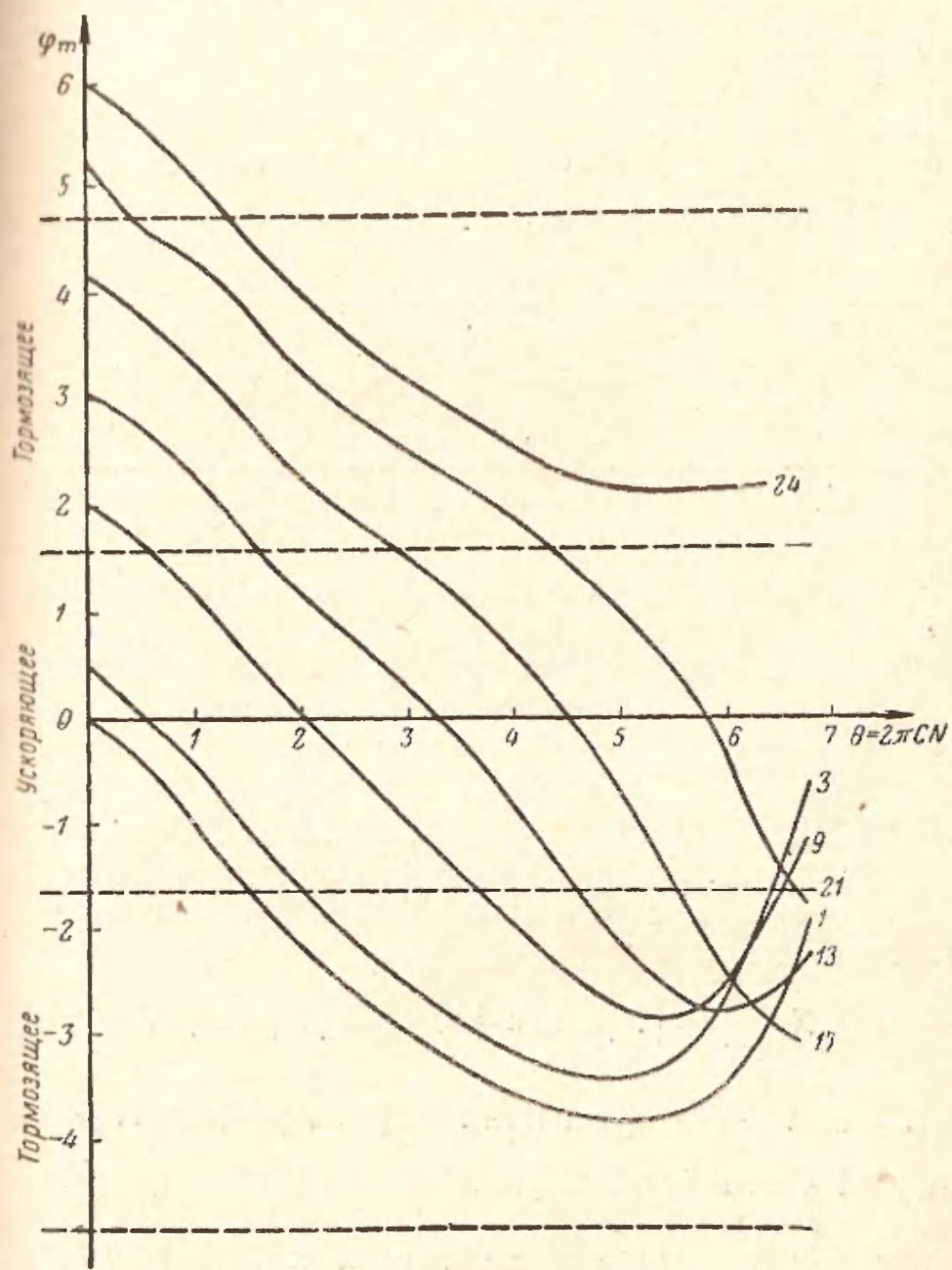


Рис. V.12. Зависимость фазы поля, действующего на электрон, от длины участка взаимодействия.
 $C=0,1$; $b=b_{opt}$; $d=0$; $q=0,5$.

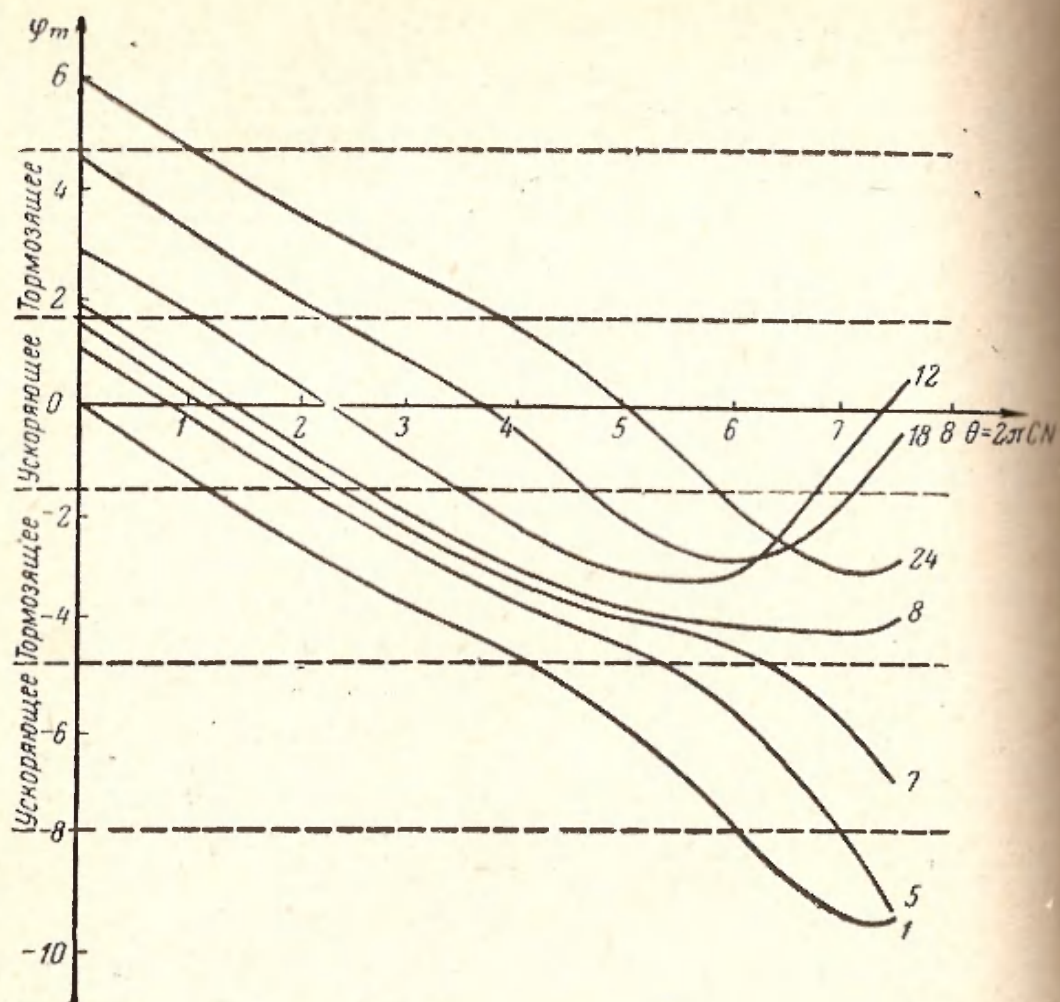


Рис. V.13. Зависимость фазы поля, действующего на электрон, от длины участка взаимодействия.
 $C=0,1; b=b_{\text{опт}}; d=0; q=1.$

фазы поля, действующего на электрон, от длины участка взаимодействия. Из (IV.20) следует, что поле, действующее на электрон с начальной фазой Φ_m , определяется соотношением

$$F_{\text{дейст}} = |F| \cos(\alpha + \Phi_m) = |F| \cos \varphi_m,$$

где $\alpha = \arctg \frac{F_2}{F_1}$ — фаза поля (F_1 и F_2 — действительная и мнимая части безразмерной величины напряженности поля соответственно).

Так как зависимость величин α и Φ_m от $\theta = 2\pi CN$ известна, то легко определить фазу поля, действующего на электрон, в любой точке участка взаимодействия.

Анализ кривых (рис. V.12 и V.13) позволяет проследить процесс взаимодействия электронов с полем. Сначала длина поля, действующего на электроны, уменьшается. Так как относительная фаза электронов Φ на начальном участке области взаимодействия остается постоянной, то уменьшение фазы действующего поля обусловлено уменьшением фазы поля α . При этом электронный пучок отдает энергию волне, так как большее число электронов тормозится (линейный режим). Затем, когда величина поля становится значительной, электроны, которые отдали энергию полю, не в состоянии перейти потенциальный барьер и захватываются полем в его тормозящей фазе (электроны 8, 12, 18, рис. V.13).

Это явление захвата электронов полем происходит до тех пор, пока скорость электронов вследствие потери кинетической энергии не станет меньше фазовой скорости волны. После этого электроны начинают отставать от поля и переходят в ускоряющую фазу (электроны 12, 18, рис. V.13). При этом другие электроны (1, 5, 24) оказываются захваченными тормозящей фазой поля и отдают энергию. Следовательно, достижение режима насыщения в ЛБВ обусловлено тем, что электроны в сгустке, отдавая кинетическую энергию, уменьшают свою скорость и переходят из тормозящей фазы поля в ускоряющую. Длина участка взаимодействия, на которой происходит захват полем электронов сгустка и переход их в ускоряющее поле, определяется в первую очередь разностью между скоростью электронного пучка и фазовой скоростью волны. Чем больше эта разность, тем позже электронный сгусток будет захвачен полем и тем больше кинетической энергии он отдаст полю, прежде чем перейдет в ускоряющую фазу поля. Этим объясняется увеличение к. п. д. и длины участка взаимодействия, которая соответствует насыщению, при увеличении параметра несинхронности. Подробнее это явление будет рассмотрено в § V.4.

Анализ фазовых траекторий электронов показывает, что увеличение пространственного заряда приводит к ухудшению группировки электронов. Однако при увеличении пространственного заряда оптимальное значение параметра несинхронности, которое соответствует максимальному усилению в линейном режиме, увеличивается. Это обуславливает некоторое увеличение к. п. д.

При малом пространственном заряде преобладающим явлением является увеличение к. п. д. с увеличением параметра несинхронности. При большом пространственном заряде ($q > 2$) преобладает эффект разгруппировки электронов, который приводит к уменьшению к. п. д.

Выше был рассмотрен режим работы ЛБВ, при котором к. п. д. максимален при любом уровне входного сигнала.

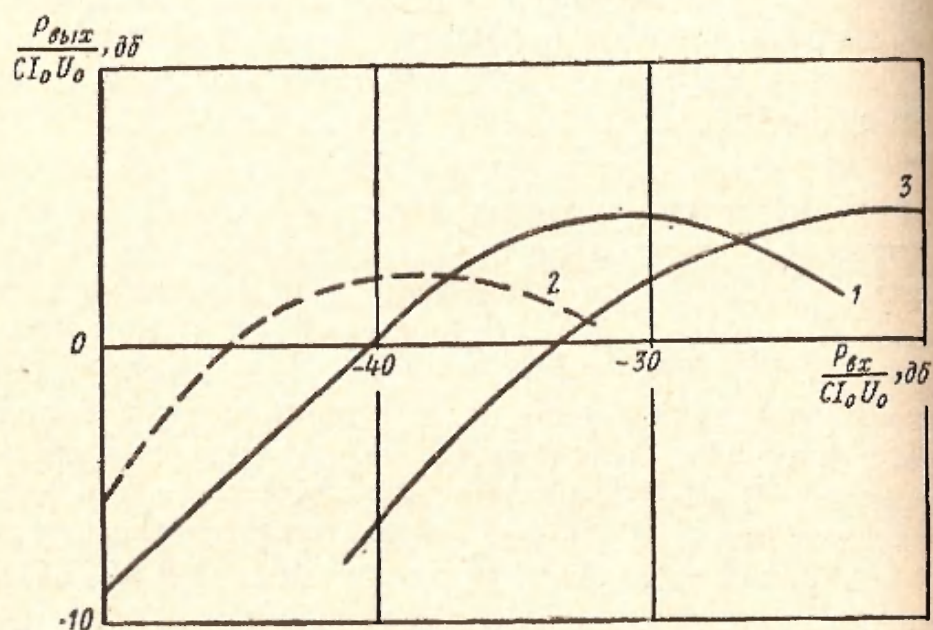


Рис. V.14. Амплитудные характеристики ЛБВ для различных значений параметров.

Кривая 1 соответствует $q=1$; $C=0,1$; $b=b_{\text{опт}}$; $d=0$; кривая 2 — $q=1$; $C=0,2$; $b=b_{\text{опт}}$; $d=0$; кривая 3 — $q=2$; $C=0,1$; $b=b_{\text{опт}}$; $d=0$.

нала. В этом случае длина участка взаимодействия выбирается такой, чтобы при заданных параметрах обеспечить на выходе максимальную мощность.

В действительности длина участка взаимодействия ЛБВ постоянна. Поэтому представляет интерес рассмотреть амплитудные характеристики ЛБВ, которые дают зависимость выходной мощности от входной при постоянной длине участка взаимодействия. Эти характеристики для различных значений параметров представлены на рис. V.14. Анализ этих кривых показывает, что увеличение параметра усиления приводит к уменьшению уров-

на входного сигнала, при котором достигается максимальная выходная мощность, и к увеличению коэффициента усиления в режиме насыщения. Увеличение параметра пространственного заряда приводит к увеличению уровня входного сигнала, при котором наступает насыщение, и к уменьшению коэффициента усиления в режиме насыщения. Кроме этого увеличение пространственного заряда приводит к улучшению ограничительных свойств ЛБВ. Действительно, сравнение кривых 1 и 3 (рис. V.14) показывает, что при изменении выходной мощности на 1 дБ входная мощность изменяется на 10 дБ для кривой 3 и на 8 дБ для кривой 1.

5.3. АНАЛИЗ РАБОТЫ ЛАМПЫ БЕГУЩЕЙ ВОЛНЫ С ЛОКАЛЬНЫМ ПОГЛОТИТЕЛЕМ В НЕЛИНЕЙНОМ РЕЖИМЕ

Во II гл. был проведен анализ работы ЛБВ с локальным поглотителем в линейном режиме. Представляет интерес провести анализ работы ЛБВ с локальным поглотителем в нелинейном режиме, что дает возможность определить влияние локального затухания на к. п. д. Это важно для разработок ЛБВ средней и большой мощности, в которых основными характеристиками наряду с коэффициентом усиления являются выходная мощность и к. п. д. Попытка оценить влияние локального затухания на к. п. д. ЛБВ на базе нелинейной теории была сделана в работах [1, 2], однако конфигурация поглощающего участка, рассмотренная в этих работах, очень далека от практически применяемой, и поэтому полученные результаты не дают возможности исследовать реальные системы. Приближенный метод анализа влияния локального поглотителя на к. п. д. ЛБВ рассмотрен в [3, 4]. Не уменьшая общности, можно рассмотреть влияние локального поглотителя на усиление и к. п. д. в режиме больших амплитуд в приближении малых значений параметра усиления. Как показано во II гл., в линейном режиме уменьшение коэффициента усиления, обусловленное локальным затуханием, не зависит от параметра пространственного заряда. Поэтому анализ нелинейных свойств ЛБВ с локальным поглотителем может быть проведен без учета высших гармоник

тока. Решение поставленной задачи сводится к интегрированию системы уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dF}{d\theta} + jrF &= -I_1, \\ -\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \theta^2} &= \operatorname{Re} [(F + jqI_1) e^{j\Phi}], \\ I_1 &= \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} e^{-j\Phi} d\Phi_0, \end{aligned} \right\} \quad (\text{V.2})$$

которая получается из (IV.19) — (IV.21) при $C \rightarrow 0$, с граничными условиями:

$$\theta = 0, \quad \Phi = \Phi_0, \quad \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} = 0, \quad F = F_0, \quad (\text{V.3})$$

Безразмерная амплитуда F связана с ВЧ мощностью соотношением

$$\frac{F^2}{2} = \frac{P_{\text{вч}}}{CI_0 U_0}.$$

Система (V.2) справедлива для $q \ll 1$ и $C \ll 0,03$.

Ниже приводятся основные результаты решения системы уравнений (V.2) для значения параметра затухания в области поглотителя $d=2$; предполагается, что затухание распределено равномерно; на границах поглощающей области затухание меняется скачкообразно; концы поглотителя согласованы идеально.

На рис. V.15 представлена зависимость усиления от длины участка взаимодействия для различных уровней входного сигнала. Зависимость максимального значения к. п. д. от уровня входного сигнала для различных значений $\theta_1 = 2\pi CN_1$ представлена на рис. V.16. Отметим, что каждому значению уровня входного сигнала соответствует, естественно, свое значение длины участка взаимодействия, при котором к. п. д. принимает максимальное значение, что видно из рис. V.15.

Пунктирная кривая на рис. V.16 соответствует отсутствию локального затухания. Сопоставление кривых рис. V.16 показывает, что для каждого значения уровня входного сигнала можно подобрать такое положение локального поглотителя, при котором максимальный к. п. д.

ЛБВ будет таким же, как и без поглотителя. Анализ кривых (рис. V.16) показывает, что локальный поглотитель влияет по-разному на коэффициент усиления в линейном режиме и на максимальный к. п. д. (коэффи-

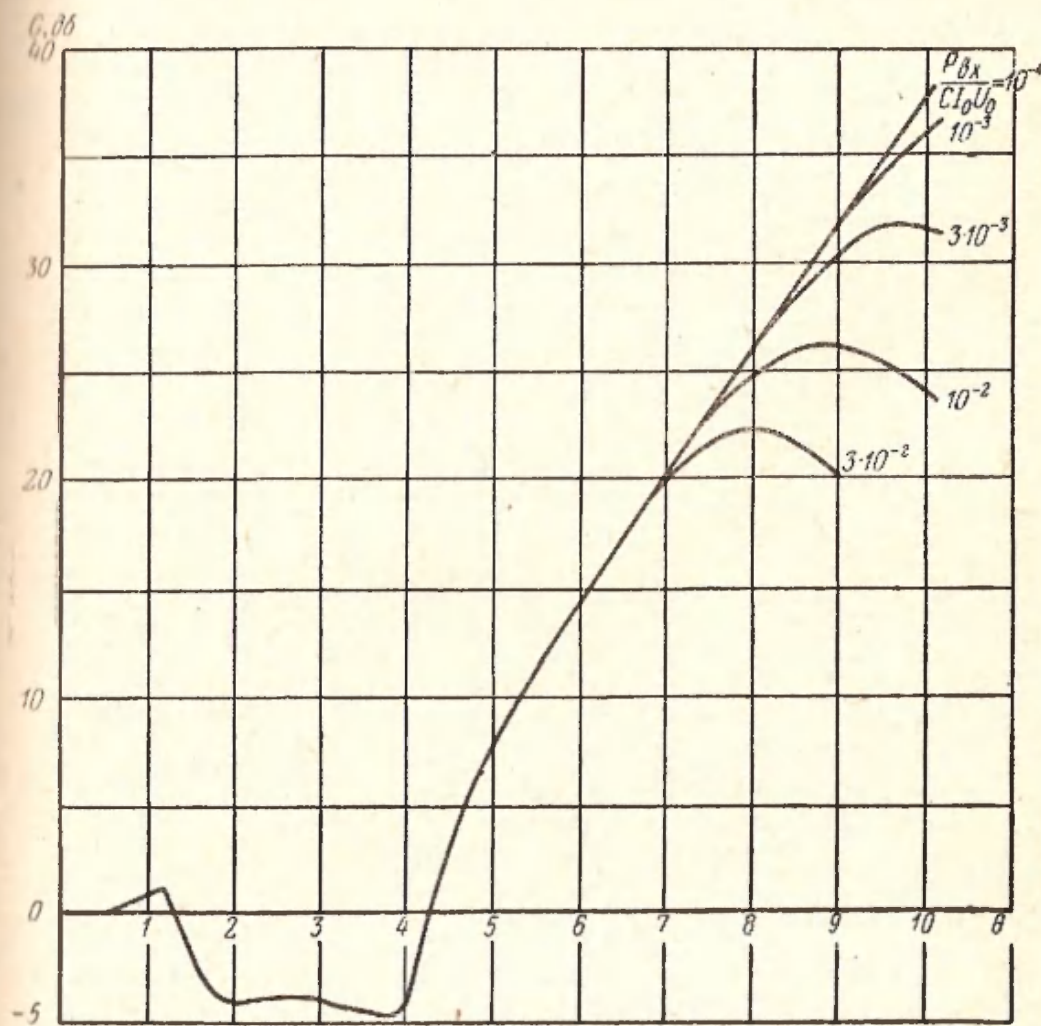


Рис. V.15. Зависимость коэффициента усиления ЛБВ с локальным поглотителем от длины участка взаимодействия для различных уровней входного сигнала.

$$q=1; b=b_{\text{опт}}; \theta_2=2,8; d_2=2.$$

циент усиления в режиме насыщения). Во II гл. было показано, что максимальное значение коэффициента усиления ЛБВ в линейном режиме достигается при положении локального поглотителя, соответствующем величине $SN_1 > 0,25$. Из кривых рис. V.16 следует, что даже при значении $\theta_1 = 0,6$, что соответствует $SN_1 = 0,095$, максимальный к. п. д. ЛБВ не уменьшается.

Для объяснения зависимости максимального к. п. д. ЛБВ от уровня входного сигнала рассмотрим три области взаимодействия в ЛБВ с локальным поглотителем

Первая область соответствует участку, занимаемому поглотителем; вторая область соответствует участку непосредственно за локальным поглотителем. В этой обла

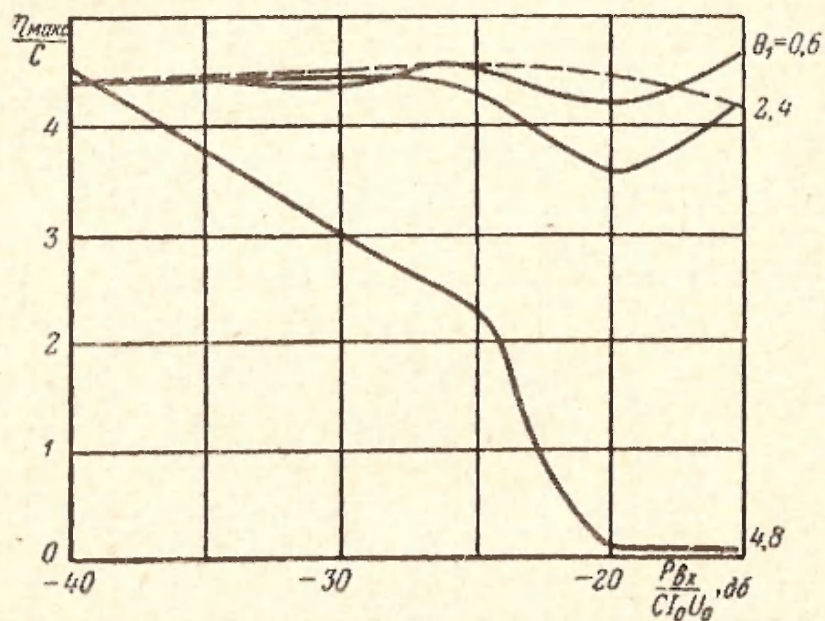


Рис. V.16. Зависимость максимального к. п. д. ЛБВ от уровня входного сигнала для различных положений локального поглотителя $\theta_2 = 2,8$.

Пунктирной кривой представлена аналогичная зависимость для ЛБВ без локального поглотителя.

сти поле и ток определяются в основном граничными условиями поглощающего участка. В третьей области затухание отсутствует.

Естественно, что при различных уровнях входного сигнала процесс разгруппировки электронных сгустков будет начинаться в различных областях.

При малом входном сигнале процесс разгруппировки будет происходить в третьей области. Так как максимальный сгруппированный ток определяется параметрами этой области, то максимальное значение к. п. д., определяемое величиной сгруппированного тока, получается таким же, как в ЛБВ без локального поглотителя, имеющей те же параметры.

При достаточно больших уровнях входного сигнала процесс разгруппировки происходит в первой области, т. е. при большом затухании в системе. При этом амплитуда

после сгруппированного тока быстро уменьшается, так как силы, противодействующие расплыванию сгустка электронов, сильно уменьшаются и, следовательно, к. п. д. резко падает. Это подтверждается рис. V.17, на котором представлена зависимость амплитуды переменной составляющей тока от длины участка взаимодействия для двух

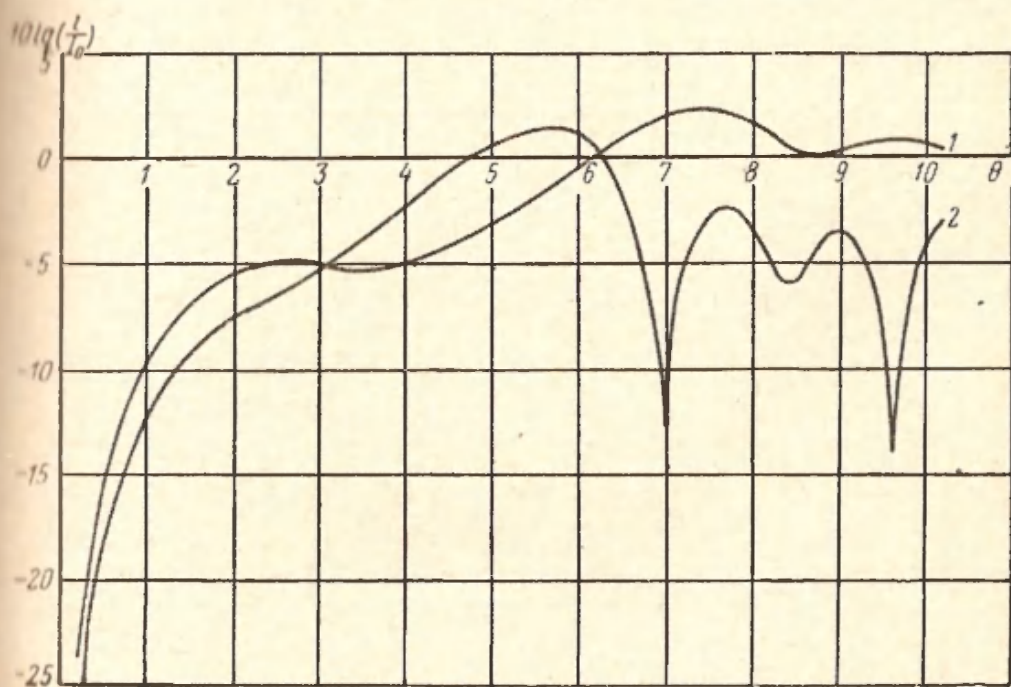


Рис. V.17. Зависимость амплитуды первой гармоники тока от длины участка взаимодействия.

Кривая 1 соответствует $\theta_1=1,2$ и $\frac{P_{вх}}{CI_0U_0} = 3 \cdot 10^{-2}$; кривая 2 — $\theta_1=4,8$ и $\frac{P_{вх}}{CI_0U_0} = 10^{-2}$.

положений локального поглотителя. Длина поглощающего участка соответствует $\theta_2=2,8$. Кривая 1 соответствует $\theta_1=1,2$ и уровню входного сигнала $\frac{P_{вх}}{CI_0U_0} = 3 \cdot 10^{-2}$; кривая 2 — $\theta_1=4,8$ и $\frac{P_{вх}}{CI_0U_0} = 10^{-2}$. Из сопоставления этих кривых можно сделать следующий вывод. Если сгруппированный ток достигает максимального значения в поглощающей области (кривая 2), то величина сгруппированного тока после максимума резко уменьшается, что обуславливает уменьшение максимального к. п. д. Для кривой 1 характер насыщения переменной составляющей тока и поведение сгруппированного тока после области насыщения такие же, как в ЛБВ

без локального затухания. Это обуславливает очень слабое влияние локального затухания на максимальный к. п. д. ЛБВ в этом случае. Если процесс разгруппировки электронных сгустков происходит во второй области, т. е. там, где действуют граничные условия перехода от участка с затуханием к участку без затухания, то значение максимального к. п. д. ЛБВ с локальным

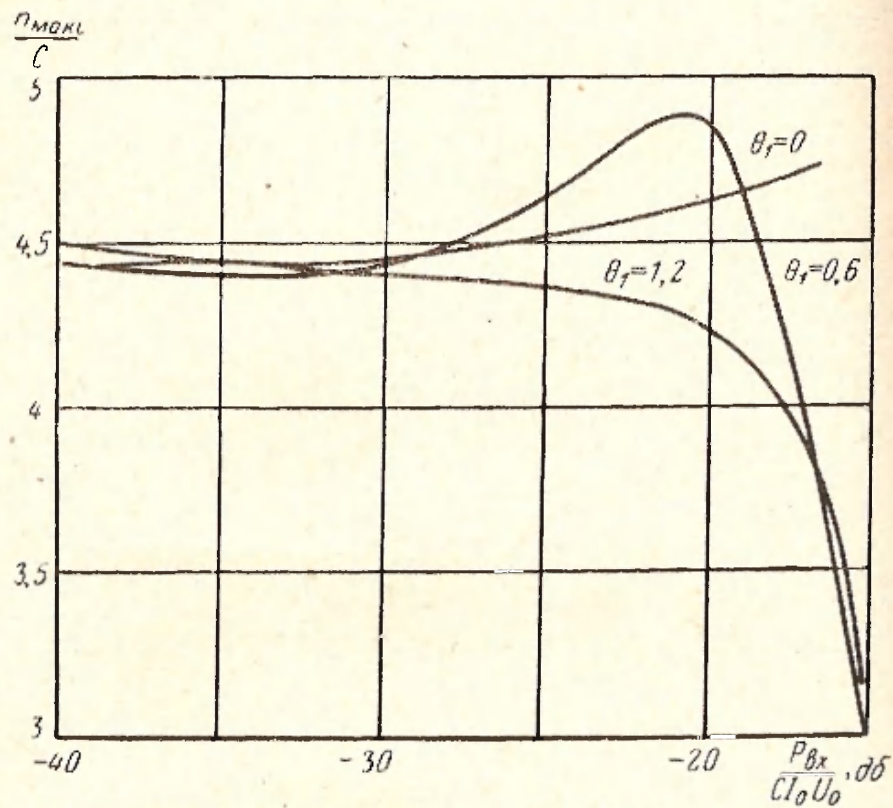


Рис. V.18. Зависимость максимального к. п. д. от уровня входного сигнала для различных положений поглотителя.
 $\theta_2 = 4,2$.

поглотителем может быть больше максимального значения к. п. д. ЛБВ без локального поглотителя (для одного и того же уровня входного сигнала). На рис. V.18 представлена зависимость максимального к. п. д. от уровня входного сигнала при различных положениях поглощающего участка длиной $\theta_2 = 4,2$. При $\theta_f = 0,6$ и уровнях входного сигнала $\frac{P_{in}}{C I_0 U_0} = - (25 - 20)$ дБ максимальный к. п. д. для ЛБВ с локальным поглотителем больше этой же величины для ЛБВ без поглотителя (пунктирная кривая на рис. V.16). Аналогичный резуль-

так был получен в работе [5], в которой рассмотрено влияние разрыва системы (участка дрейфа) на мощность, при которой происходит насыщение ЛБВ.

Полученные результаты показывают, что положение локального поглотителя, при котором максимальный к. п. д. не уменьшается, зависит от уровня входного сигнала и длины поглощающего участка. Это дает возможность сделать общий вывод о положении локального поглотителя на участке взаимодействия. Поглотитель не уменьшает максимальный к. п. д., если его поместить так, чтобы процесс разгруппировки электронных сгустков (достижение максимального значения переменной составляющей тока) происходил в области, в которой затухание отсутствует. При рассмотрении амплитудных характеристик ЛБВ с локальным затуханием этот вывод будет конкретизирован.

Кроме максимального к. п. д. представляет интерес зависимость длины участка взаимодействия, на которой достигается это значение к. п. д., от уровня входного сигнала. Эта зависимость для различных длин поглощающего участка при $\theta_1 = 2,4$ представлена на рис. V.19. Пунктирной линией представлена та же зависимость для ЛБВ без поглощающего участка с теми же значениями параметров несинхронности и пространственного порядка.

Из сопоставления кривых, изображенных на рис. V.19, следует, что при введении локального поглотителя длина участка взаимодействия, на которой достигается максимальное значение мощности, увеличивается. Как показывают результаты расчетов, при удалении поглощающего участка от входа длина, на которой достигается максимальная мощность, незначительно уменьшается, что обусловлено тем, что переменная составляющая тока пучка достигает максимального значения раньше за счет увеличения длины в начале участка взаимодействия, на котором отсутствует затухание.

Влияние локального затухания на к. п. д. ЛБВ приближенно рассмотрено в работах [3, 4]. На основании расчета мощности потерь в поглощающем участке через параметры этого участка в [3] получено следующее выражение для максимального к. п. д.:

$$\frac{\eta}{\eta_{\max}} = \left[1 + \frac{L}{S_L} e^{-0,23G_0} (1 - e^{-0,23G_L}) \right]^{-1}, \quad (V.4)$$

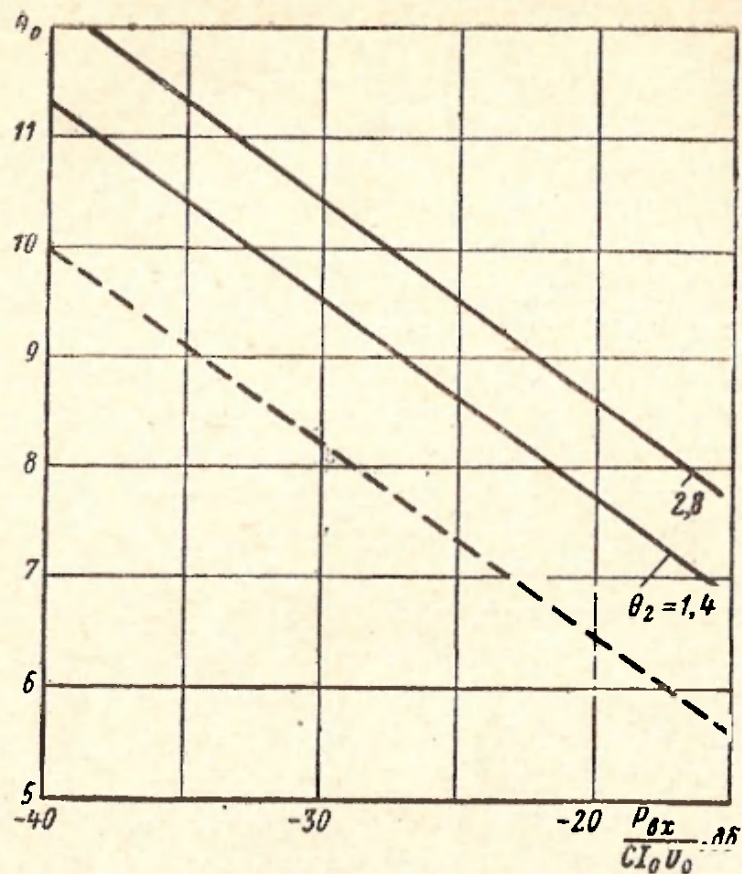


Рис. V.19. Зависимость длины участка насыщения от уровня входного сигнала для различных длин поглощающего участка. $\theta_1 = 2,4$. Пунктирной кривой представлена та же зависимость при отсутствии поглотителя.

где η — максимальный к. п. д. ЛБВ с локальным поглотителем;

η — максимальный к. п. д. ЛБВ без поглотителя;

$L_{\text{макс}}$ — затухание, вносимое поглощающим участком, дБ;

G_L — усиление в поглощающем участке, дБ;

G_0 — усиление, получающееся на участке от конца поглощающего участка до точки достижения максимальной мощности.

Предполагая, что усиление в области поглощающего участка равно нулю, из (V.4) получаем [4]

$$\frac{\eta}{\eta_{\text{макс}}} = \frac{1}{1 + \frac{L}{4,34} e^{-0,23G_0}} \quad (V.5)$$

Существенным недостатком этого метода является то, что он не дает возможности найти значения параметров, определяющих максимальное значение к. п. д. ЛБВ с локальным поглотителем.

Величины G_L и G_0 , которые определяют по соотношению (V.4) максимальный к. п. д. ЛБВ, могут быть найдены из приведенных выше результатов. Величина G_L для сравнительно малых значений уровня входного сигнала может быть определена из результатов § II.5.

Из анализа соотношения (V.4) следует, что локальное затухание практически не будет уменьшать максимального к. п. д. ЛБВ, если коэффициент усиления третьего участка G_0 будет больше некоторой величины, определяемой параметрами поглощающего участка. Аналогичный вывод был сделан выше на основе строгой нелинейной теории ЛБВ с локальным поглотителем.

Выше был рассмотрен режим максимального к. п. д. ЛБВ, при котором длина участка взаимодействия соответствует максимальной выходной мощности для каждого уровня входного сигнала. В реальной ЛБВ длина участка взаимодействия постоянна. Поэтому максимальная выходная мощность достигается только при одном определенном уровне входного сигнала. Рассмотрим влияние локального поглотителя на амплитудные характеристики ЛБВ, которые представляют собой зависимость выходной мощности от входной при постоянной длине участка взаимодействия. Зависимость выходной мощности от уровня входного сигнала для длины участка взаимодействия $\theta = 9,5$ ($CN \approx 1,5$) для различных положений поглощающего участка длины $\theta_2 = 2,8$ представлена на рис. V.20. На рис. V.21 представлена аналогичная зависимость для различных значений длины поглощающего участка при $\theta_1 = 1,2$. Анализ кривых, приведенных на этих рисунках, показывает, что амплитудная характеристика ЛБВ сильно зависит от свойств локального поглотителя. Это дает возможность соответствующим образом изменять амплитудную характеристику ЛБВ изменением свойств только локального поглотителя, который в лампах средней мощности обычно вынесен из вакуумного баллона лампы. Из кривых (рис. V.20) следует, что с удалением поглощающего участка от входа максимальная выходная мощность несколько уменьшается (для кривой, соответствующей $\theta_1 = 3,6$, макси-

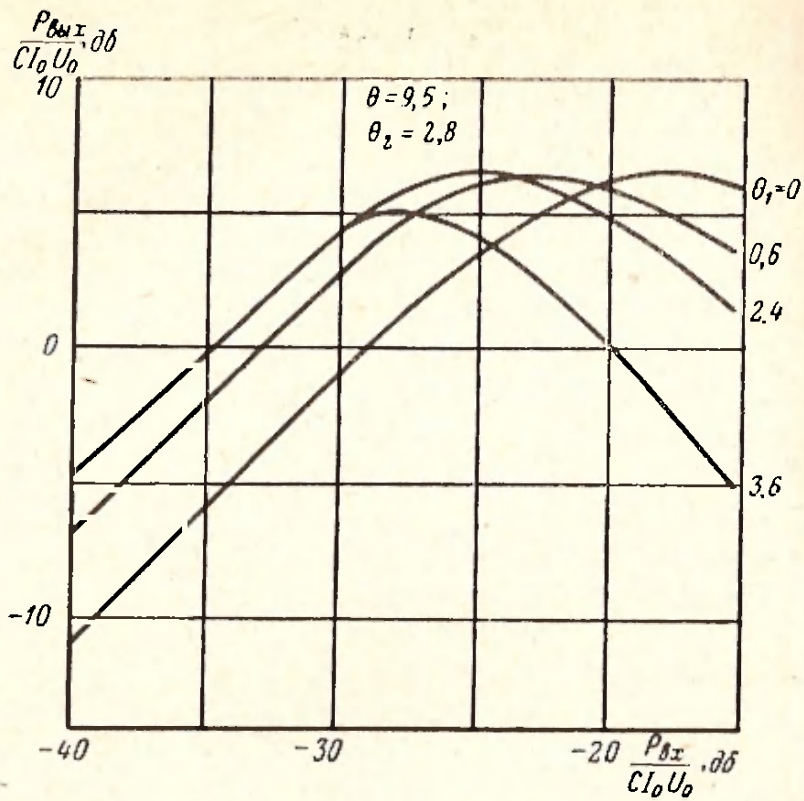


Рис. V.20. Амплитудные характеристики ЛБВ для различных положений поглощающего участка.
 $\theta_2 = 2,8$; $\theta_1 = 9,5$.

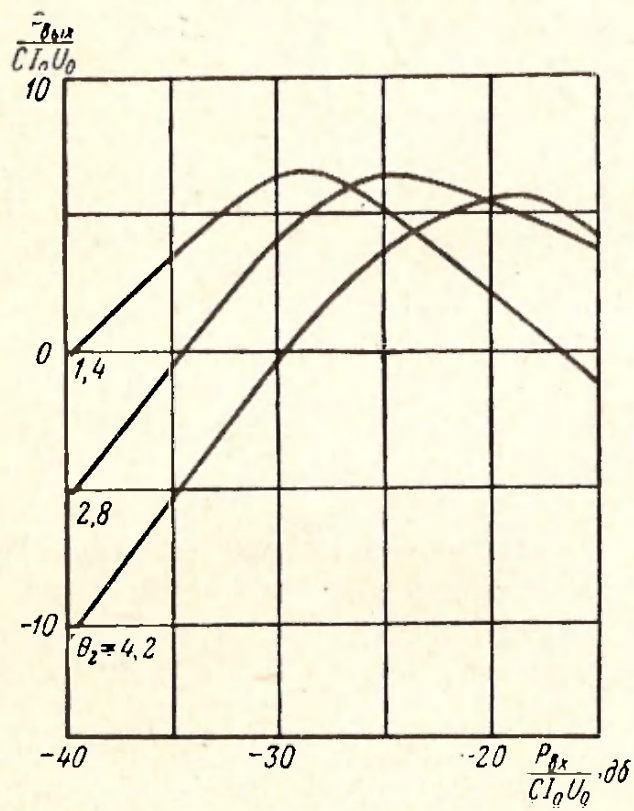


Рис. V.21. Амплитудные характеристики ЛБВ для различных длин поглощающего участка.
 $\theta_1 = 1,2$; $\theta_0 = 9$.

Максимальное значение выходной мощности уменьшается на (3,5 дБ), а коэффициент усиления, соответствующий максимальной выходной мощности, увеличивается. Это означает, что, удаляя поглощающий участок от входа лампы, можно, не уменьшая выходной мощности, значительно увеличить коэффициент усиления ЛБВ за счет уменьшения уровня входного сигнала.

При увеличении длины поглотителя, как следует из кривых на рис. V.21, коэффициент усиления ЛБВ уменьшается, при этом также незначительно уменьшается максимальная выходная мощность.

Экспериментальному исследованию зависимости амплитудных характеристик ЛБВ от свойств поглощающего участка посвящена работа [6]. Амплитудные зависимости, снятые при различных положениях и длинах поглощающего участка, полностью подтверждают выводы, сделанные выше.

Анализ кривых на рис. V.20 показывает, что для получения максимальной выходной мощности в реальной ЛБВ необходимо соответствующим образом подобрать положение локального поглотителя. На рис. V.22 представлена зависимость выходной мощности от положения локального поглотителя для различных значений уровня входного сигнала. Из кривых следует, что оптимальное положение поглотителя зависит как от длины всей лампы, так и от уровня входного сигнала (длина поглотителя постоянна). В общем случае оптимальное положение поглотителя зависит также от длины поглощающего участка. Как следует из кривых на рис. V.22, при уменьшении уровня входного сигнала для получения максимальной выходной мощности расстояние от входа в участок взаимодействия до начала поглощающего участка должно быть увеличено.

Из приведенного анализа следует, что оптимальное положение поглотителя зависит от многих параметров. Поэтому получение аналитических зависимостей в этом случае представляет большие трудности. В связи с этим выбор оптимального положения целесообразно проводить для каждого конкретного случая следующим образом. По уровню входного сигнала, который обычно известен, и по заданным параметрам поглощающего участка определяется длина участка взаимодействия, на которой будет достигаться максимальная выходная мощ-

ность. Затем для выбранных параметров строится зависимость выходной мощности от положения поглотителя. По этой зависимости легко определяется оптимальное положение поглощающего участка.

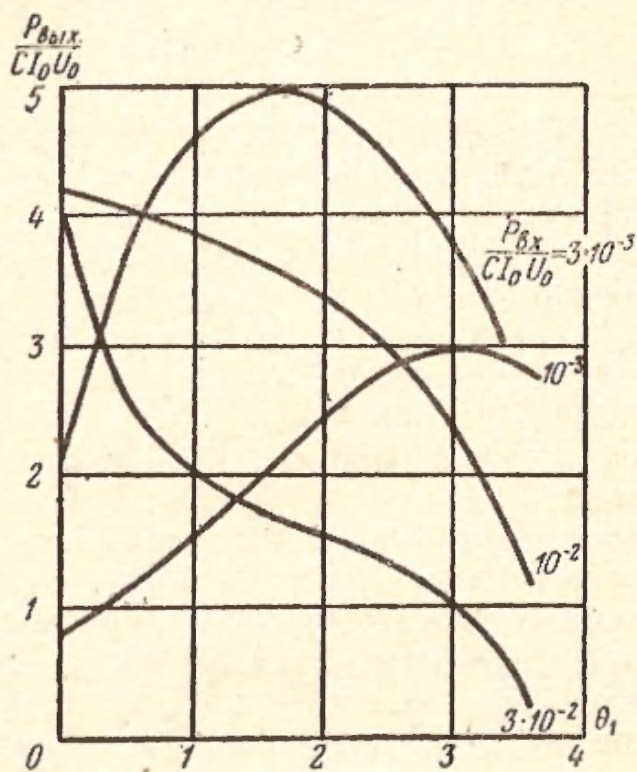


Рис. V.22. Зависимость выходной мощности от положения поглощающего участка для различных уровней $\theta_2=2,8$; $\theta=9$.

В качестве иллюстрации рассмотрим два примера для значений уровня входного сигнала, соответствующих $\frac{P_{вх}}{C I_0 U_0} = 3 \cdot 10^{-3}$ и 10^{-2} . Длина области поглощения соответствует значению $\theta_2 = 2,8$. В первом случае максимальное значение выходной мощности достигается при длине участка взаимодействия, соответствующего значению $\theta = 9,5$ (рис. V.19). Тогда по кривой рис. V.22 оптимальное положение поглотителя определяется значением $\theta_1 = 1,6$ ($CN \approx 0,25$). Для уровня входного сигнала $\frac{P_{вх}}{C I_0 U_0} = 10^{-2}$ имеем $\theta \approx 8$, а оптимальное положение локального затухания той же длины соответствует $\theta_1 = 1,3$ (или $CN \approx 0,2$).

Из графиков, приведенных в этом параграфе, следует, что положение поглотителя сильно влияет как на величину выходной мощности, так и на значение коэффициента усиления ЛБВ в режиме насыщения. Требования к положению поглотителя для получения максимальной выходной мощности и максимального усиления при постоянной длине лампы противоречивы. При приближении поглотителя ко входу лампы (начиная с некоторого расстояния) коэффициент усиления будет уменьшаться, а выходная мощность — увеличиваться.

Полученные результаты определения влияния локального затухания на характеристики ЛБВ в режиме больших сигналов позволяют оценить ВЧ мощность, которая рассеивается на поглощающем участке. Так как предполагалось, что концы участка взаимодействия согласованы идеально, то мощность рассеяния обусловлена только взаимодействием электронного потока с волной системы в поглощающем участке.

Запишем уравнение баланса мощности для области взаимодействия, включающей начальный участок лампы и поглощающий участок.

При отсутствии поглотителя имеем

$$P_3 = P_2, \quad (V.6)$$

при наличии поглотителя

$$P'_3 = P'_2 + P_{\text{п}}, \quad (V.7)$$

где P_3 и P'_3 — мощность, отобранная от электронного потока;

P_2 и P'_2 — значения ВЧ мощности в точке, соответствующей концу поглощающего участка;

$P_{\text{п}}$ — мощность, выделяющаяся на поглощающем участке.

Вычитая из соотношения (V.6) выражение (V.7), получаем

$$P_{\text{п}} = (P_2 - P'_2) - (P_3 - P'_3). \quad (V.8)$$

Это соотношение является исходным для определения мощности, выделяющейся на поглощающем участке. Для оценки этого значения мощности можно считать, что электронная мощность не изменяется при введении поглощающего участка. В этом случае

$$P_{\text{п}} = P_2 - P'_2, \quad (V.9)$$

где величины P_2 и P'_2 определяются из результатов расчета.

В действительности $P'_2 > P_2$, поэтому величина мощности, выделяющаяся на поглощающем участке и определяемая соотношением (V.9), является несколько заниженной.

Для иллюстрации рассмотрим следующий пример. Пусть $\theta_1 = 2,4$ и $\theta_2 = 2,8$ ($L \approx 48$ дБ). Тогда для $\frac{P_{1x}}{CI_0U_0} = 10^{-3}$ имеем $\frac{I_2}{CI_0U_0} = 0,276$ и $\frac{P'_2}{CI_0U_0} = 2,6 \cdot 10^{-3}$. Следовательно, $\frac{P_{\pi}}{CI_0U_0} = 0,273$. Если $P_0 = I_0U_0 = 3$ квт, $C = 0,1$, то мощность, рассеиваемая на поглощающем участке, равна $P_{\pi} \approx 82$ вт. Очевидно, что с приближением поглощающего участка ко входу мощность, рассеиваемая на поглощающем участке, уменьшается. Аналогичное явление происходит при уменьшении длины или при уменьшении вносимого поглощающим участком затухания.

Для определения величины мощности, рассеиваемой на поглощающем участке, не обязательно использовать результаты нелинейного анализа. Как показано выше, для получения максимальной выходной мощности поглощающий участок должен быть расположен таким образом, чтобы насыщение переменной составляющей тока наступало после поглощающего участка. Поэтому коэффициент усиления на поглощающем участке обычно не зависит от уровня входного сигнала.

Если при этом в случае отсутствия поглотителя при длине системы, равной расстоянию от входа до конца поглотителя, лампа работает в линейном режиме, то для определения рассеиваемой мощности можно воспользоваться результатами линейного анализа.

Рассмотрим теперь влияние удельного поверхностного сопротивления поглощающего слоя на работу ЛБВ в режиме больших сигналов. Если величину вносимого затухания оставлять постоянной, то длина поглощающего участка при уменьшении поверхностного сопротивления будет уменьшаться. Так как при этом одновременно будет увеличиваться расстройка в поглощающей области, то зависимость максимального к. п. д. от уровня

ходного сигнала и от положения поглощающего участка должна быть аналогична зависимости, приведенной в § II.5. Следовательно, изменение удельного поверхностного сопротивления при правильно подобранном положении поглощающего участка в первом приближении не влияет на величину максимального к. п. д. При отклонении от оптимального положения наблюдается аналогичное изменение максимального к. п. д.

Иначе влияет величина удельного поверхностного сопротивления на длину участка взаимодействия, при которой достигается максимальная выходная мощность. На рис. V.23 представлена зависимость длины, на которой достигается максимальная выходная мощность, от уровня входного сигнала для значений удельного поверхностного сопротивления, соответствующих совпадению фазовых скоростей (кривая 1) и максимальному удельному затуханию (кривая 2) при отношении диаметра поглощающего слоя к диаметру спирали, равному 1,3. Величина затухания, вносимого поглощающим участком, составляет 34 дБ. На рис. V.24 представлены амплитудные характеристики ЛБВ для указанных параметров поглощающего участка. Анализ полученных результатов показывает, что зависимость характеристик ЛБВ от величины удельного поверхностного сопротивления при больших сигналах полностью повторяет зависимость характеристик ЛБВ от указанной величины в линейном режиме. Действительно, из рис. II.38 следует, что при указанных параметрах поглощающего участка коэффициент усиления в линейном режиме на 2,5 дБ больше при величине поверхност-

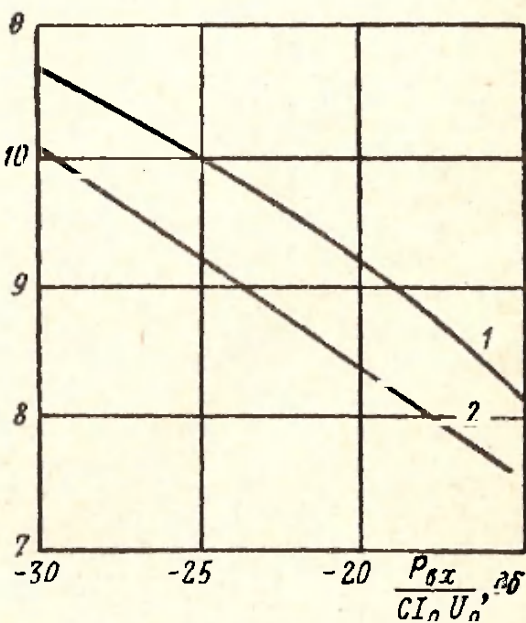


Рис. V.23. Зависимость длины наращения от уровня входного сигнала.

$\theta_1=1$; $L=34$ дБ. Кривая 1 соответствует поверхностному сопротивлению, при котором фазовая скорость не изменяется; кривая 2 — поверхностному сопротивлению, при котором имеет место максимальное удельное затухание.

ного поглощающим участком, составляет 34 дБ. На рис. V.24 представлены амплитудные характеристики ЛБВ для указанных параметров поглощающего участка. Анализ полученных результатов показывает, что зависимость характеристик ЛБВ от величины удельного поверхностного сопротивления при больших сигналах полностью повторяет зависимость характеристик ЛБВ от указанной величины в линейном режиме. Действительно, из рис. II.38 следует, что при указанных параметрах поглощающего участка коэффициент усиления в линейном режиме на 2,5 дБ больше при величине поверхност-

ного сопротивления, соответствующей совпадению фазовых скоростей. Аналогичный результат получен и для коэффициента усиления ЛБВ в режиме насыщения (см. рис. V.24). Зависимость длины, на которой достигается

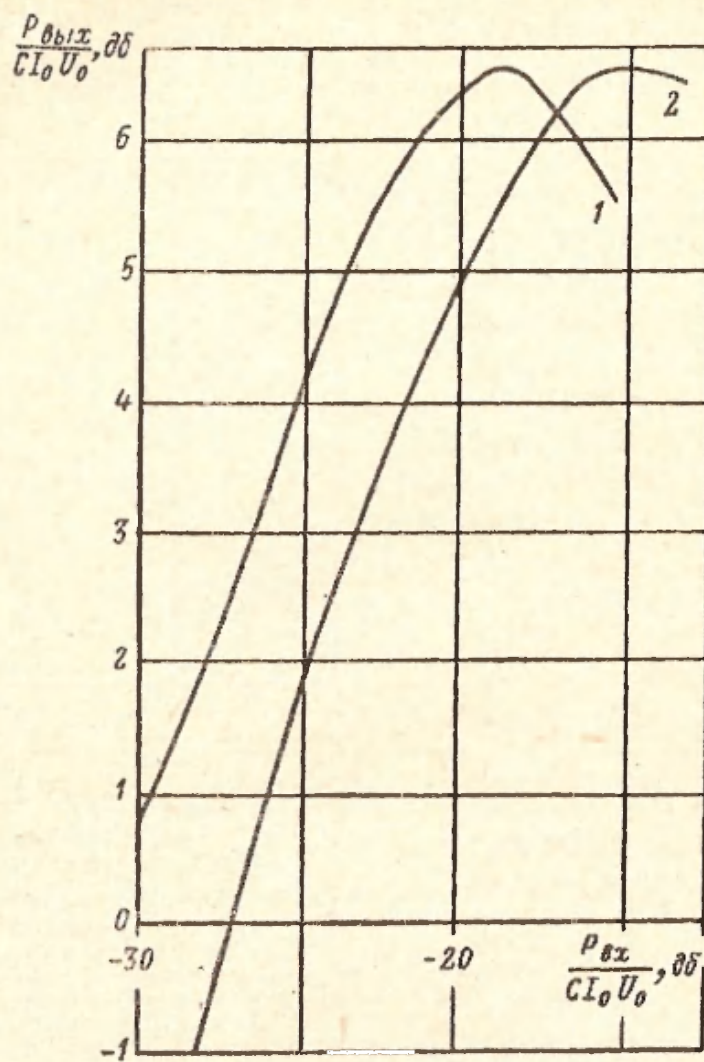


Рис. V.24. Амплитудные характеристики ЛБВ при $\theta=8$.

Кривая 1 соответствует поверхностному сопротивлению, при котором фазовая скорость не изменяется; кривая 2 — поверхностному сопротивлению, при котором имеет место максимальное удельное затухание.

максимальная мощность, от величины удельного поверхностного сопротивления также однозначно связана с зависимостью коэффициента усиления ЛБВ в линейном режиме от величины поверхностного сопротивления поглощающего слоя. Сравнение кривых рис. V.22 и II.38 показывает, что если усиление ЛБВ в линейном режиме

больше при величине поверхностного сопротивления, соответствующей совпадению фазовых скоростей, то длина насыщения в этом случае меньше.

У.4. ЗАВИСИМОСТЬ КПД ЛАМПЫ БЕГУЩЕЙ ВОЛНЫ ОТ РАЗНОСТИ СКОРОСТЕЙ ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА И ВОЛНЫ ЗАМЕДЛЯЮЩЕЙ СИСТЕМЫ

В предыдущих параграфах была рассмотрена зависимость к. п. д. ЛБВ от различных параметров прибора для случая, когда разность скоростей электронного пучка и волны замедляющей системы соответствовала максимальному значению усиления в линейном режиме (параметр несинхронности $b = b_{\text{опт}}$). Анализ экспериментальных данных (см., например, [7]) показывает, что к. п. д. ЛБВ существенно зависит от разности скоростей пучка и волны, т. е. от параметра несинхронности. (Необходимо отметить, что анализ зависимости к. п. д. ЛБВ от параметра несинхронности при больших значениях параметра усиления проведен в работах [8, 9]. Анализ результатов этих работ показывает, что полученные в них зависимости к. п. д. от параметра несинхронности не соответствуют друг другу и не совпадают с экспериментальными результатами).

В настоящем параграфе представлены результаты расчета зависимости к. п. д. от параметра несинхронности.

На рис. У.25 представлена зависимость к. п. д. (сплошная кривая) и длины (пунктирная кривая), при которой наступает режим насыщения от параметра несинхронности, для следующих параметров: $q = 1$, $C = 0,1$ и $\frac{P_{\text{н}}}{C I_0 U_0} = -30 \text{ дб}$. Из кривых на этом рисунке

следует, что с увеличением параметра несинхронности увеличивается как к. п. д. ЛБВ, так и длина участка взаимодействия, при котором наступает режим насыщения. Увеличение длины насыщения обусловлено тем, что с увеличением параметра несинхронности уменьшается величина усиления на единицу длины и, следовательно, процесс группировки электронов замедляется. Это приводит к тому, что с увеличением параметра несинхронности увеличивается длина участка взаимодействия, на которой образуются электронные сгустки и происходит ин-

тенсивная отдача мощности электронным пучком волнителем системы. Увеличение к. п. д. обусловлено увеличением скорости электронов по сравнению с фазовой скоростью волны. При этом электроны могут отдать электромагнитной волне больше кинетической энергии, прежде чем их скорость станет меньше фазовой скорости волны и они выйдут из синхронизма с волной. Возрастающее

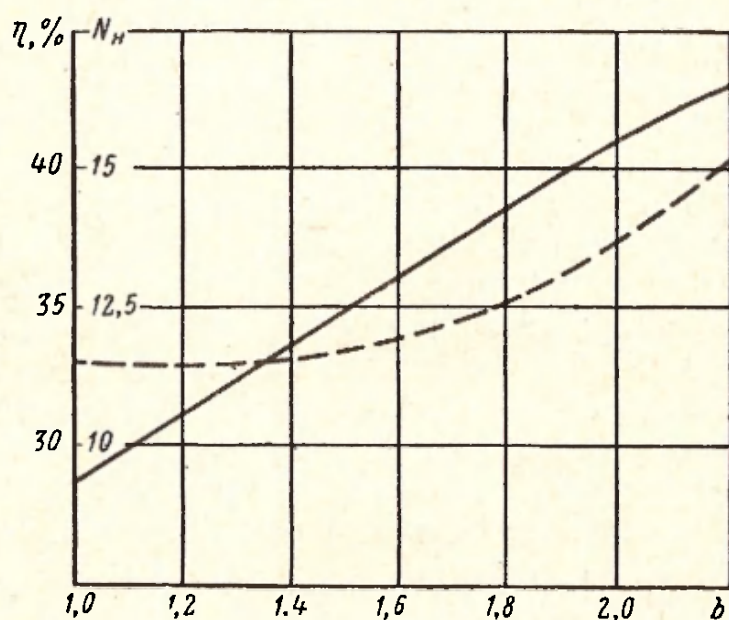


Рис. V.25. Зависимость к. п. д. в режиме насыщения (сплошная линия) и длины участка насыщения (пунктирная линия) от параметра несинхронности.
 $q=1$; $C=0,1$.

к. п. д. ЛБВ с увеличением параметра несинхронности при постоянном уровне входного сигнала будет происходить до значения параметра несинхронности, при котором вещественная часть корня возрастающей волны обращается в нуль. При больших значениях параметра несинхронности наблюдается режим крестатрона [10] (крестатрон — усилитель, в котором усиление обусловлено интерференцией волн с постоянной амплитудой), который здесь не рассматривается. Для получения режима насыщения необходимо резко увеличить уровень входного сигнала. Граница возможного увеличения параметра несинхронности при постоянном уровне входного сигнала увеличивается как с ростом пара-

метра пространственного заряда, так и с увеличением параметра усиления.

На рис. V.26 представлена зависимость к. п. д. в режиме насыщения от параметра усиления для двух значений параметра несинхронности. Пунктирная кривая соответствует параметру несинхронности, при котором

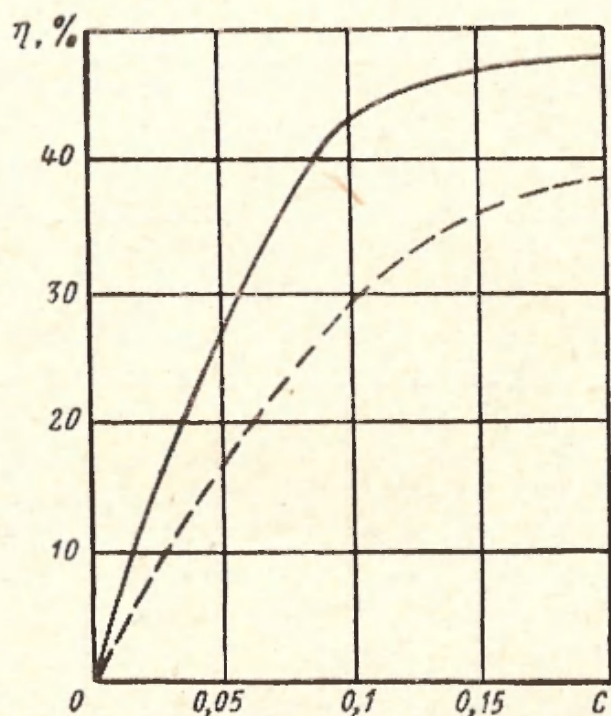


Рис. V.26. Зависимость к. п. д. в режиме насыщения от параметра усиления $q=1$.

Сплошная линия соответствует режиму максимального к. п. д.; пунктирная—режиму максимального усиления.

усиление на единицу длины максимально, сплошная кривая соответствует режиму наибольшего к. п. д. Из этого рисунка следует, что при работе в режиме максимального к. п. д. увеличение параметра усиления от значения $C=0,1$ не приводит к заметному увеличению к. п. д.

Зависимость к. п. д. от параметра пространственного заряда представлена на рис. V.27. Пунктирная кривая соответствует параметру несинхронности, при котором имеет место максимальное усиление на единицу длины, сплошная кривая соответствует режиму наибольшего к. п. д. в режиме насыщения. Сопоставление кривых рис. V.27 показывает, что зависимость к. п. д. от пара-

метра пространственного заряда при большой расстройке имеет более резко выраженный максимум, чем при расстройке, соответствующей максимальному усилению, на единицу длины. Это связано с тем, что при больших расстройках сильнее проявляется действие расталкивающих сил поля пространственного заряда. При уве-

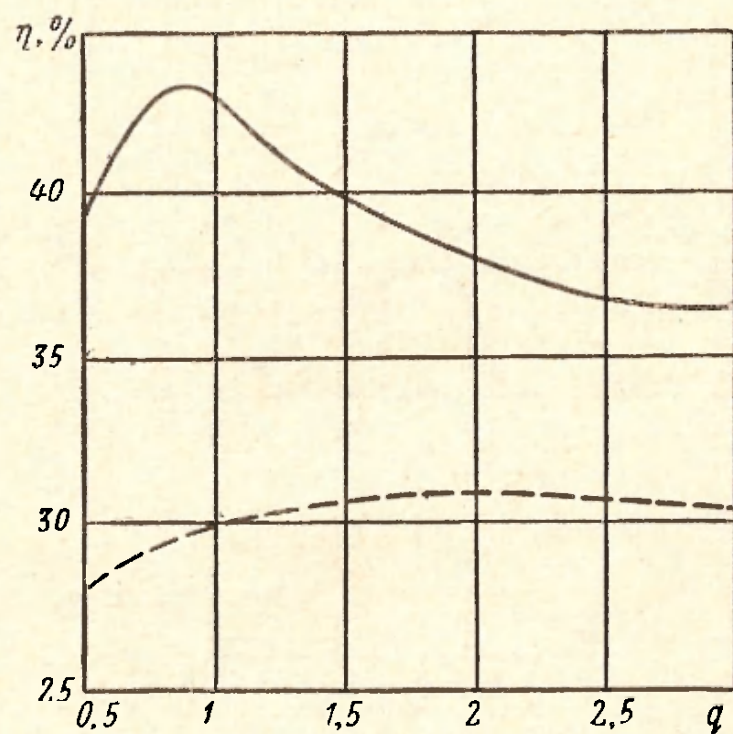


Рис. V.27. Зависимость к. п. д. в режиме насыщения от параметра пространственного заряда при $C=0,1$.

Сплошная линия соответствует режиму максимального к. п. д.; пунктирная — режиму максимального усиления.

личении пространственного заряда на взаимодействие пучка с полем (при $b = b_{\text{опт}}$ в линейном режиме) влияют два фактора: 1) увеличение оптимального значения параметра несинхронности и 2) увеличение сил расталкивания. При больших значениях параметра несинхронности первый эффект сказывается очень слабо, так как значение параметра несинхронности, при котором $x_1=0$, слабо зависит от значения параметра пространственного заряда и само значение параметра несинхронности велико, так что относительное изменение кинетической энергии электронов мало. Следовательно,

при большой расстройке на взаимодействие электронного потока с бегущей электромагнитной волной практически влияют только силы расталкивания электронов. Проследим, как влияет на группировку электронов и поле бегущей электромагнитной волны увеличение параметра пространственного заряда. В результате взаимодействия электроны изменяют свою скорость и это изменение зависит от фазы поля, в котором находится электрон. Наличие разности скоростей приводит к группировке электронов, более быстрые электроны догоняют более медленные, в результате чего образуется сгусток электронов, который интенсивно взаимодействует с полем. При малом пространственном заряде его поле практически не влияет на скорость электронов и самые быстрые и медленные электроны проходят сквозь сгусток, не захватываясь им. В этом случае интенсивный сгусток существует на очень малой длине участка взаимодействия. При увеличении пространственного заряда поле сгустка, действуя на электроны в противоположную сторону, чем поле бегущей волны, несколько ускоряет самые медленные и тормозит самые быстрые электроны сгустка; поэтому интенсивный сгусток существует на большей длине участка взаимодействия. Это приводит к тому, что с увеличением пространственного заряда к. п. д. прибора увеличивается. Увеличение к. п. д. происходит до тех пор, пока силы поля пространственного заряда не начинают препятствовать образованию интенсивного сгустка, и с этого значения параметра пространственного заряда начинается уменьшение к. п. д. ЛБВ.

Так как изменение скорости электронов существенно зависит от интенсивности взаимодействия, которое определяется параметром усиления, то с увеличением параметра усиления оптимальное значение параметра пространственного заряда увеличивается.

Зависимость к. п. д. от уровня входного сигнала в режиме насыщения представлена на рис. V.28. Пунктирная кривая соответствует оптимальному значению параметра несинхронности в линейном режиме; сплошная кривая — значению параметра несинхронности, при котором к. п. д. максимален. Из сопоставления этих кривых следует, что при больших значениях параметра несинхронности проявляется заметная зависимость

к. п. д. от уровня входного сигнала в режиме насыщения.

На рис. V.29 представлено зависимость длины насыщения от уровня входного сигнала для большей расстройкой (сплошная прямая) и для оптимальной расстройкой в линейном режиме (пунктирная прямая). Сопоставление этих прямых показывает, что при большой расстройке зависимость длины насыщения от уровня

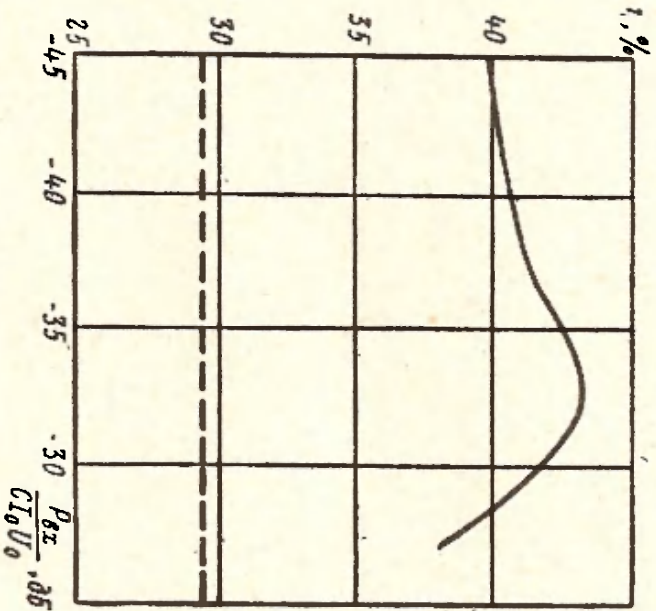


Рис. V.28. Зависимость к. п. д. от уровня входного сигнала. $C=0,1$, $q=1$. Сплошная линия соответствует режиму максимального к. п. д.; пунктирная — режиму максимального усиления.

входного сигнала более сильная, что для реальных приборов означает более резкую зависимость коэффициента усиления от уровня входного сигнала.

Рассмотрим зависимость к. п. д. ЛБВ от параметра несинхронности при наличии локального поглотителя. На рис. V.30 сплошной кривой представлена зависимость к. п. д. ЛБВ с локальным поглотителем от параметра несинхронности. Параметры прибора те же, что и для рис. V.25. Параметры поглотителя следующие: расстояние от начала участка взаимодействия до начала поглотителя соответствует $\theta_1 = 2\pi C N_1 = 1$, длина поглотителя $\theta_2 = 2,8$ и величина за-

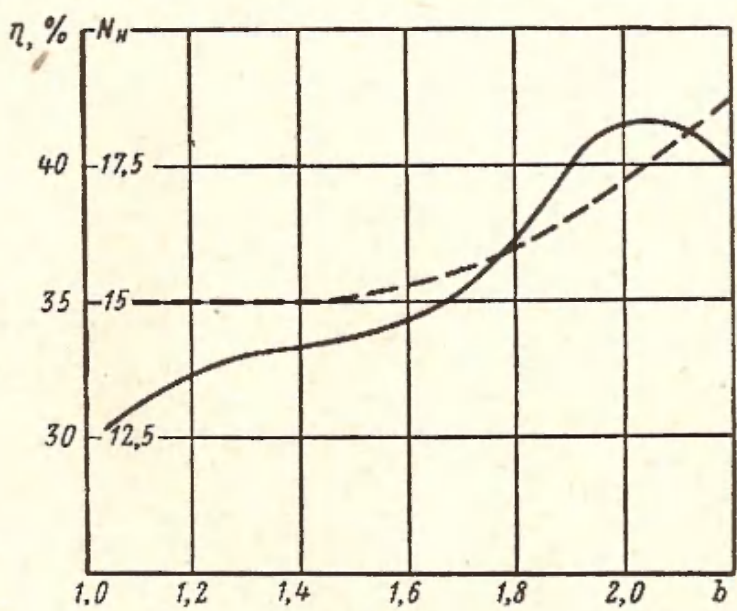


Рис. V.30. Зависимость к. п. д. в режиме насыщения (сплошная линия) и длины участка насыщения (пунктирная линия) от параметра несинхронности при наличии локального поглотителя.

$C=0,1$; $q=1$; $\theta_1=1$; $\theta_2=2,8$; $d_2=2$.

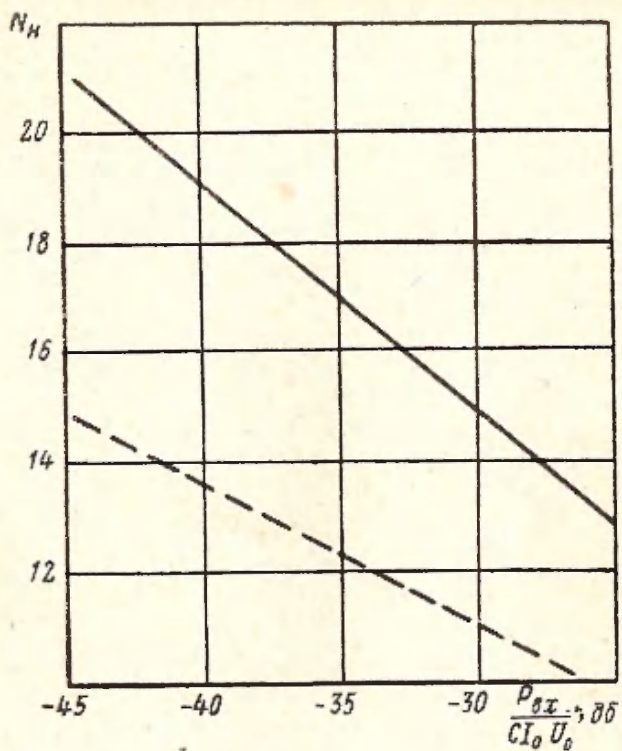


Рис. V.29. Зависимость длины участка насыщения от уровня входного сигнала. $C=0,1$, $q=1$.

Сплошная линия соответствует режиму максимального к. п. д.; пунктирная — режиму максимального усиления.

тухания $L=48,6$ дб. Сопоставление кривой на рис. V.30 с аналогичной кривой на рис. V.25 показывает, что при больших значениях параметра несинхронности ($b > 1,9$) увеличения к. п. д. не происходит. Уменьшение к. п. д. ЛБВ с поглотителем связано с ухудшением группиров-

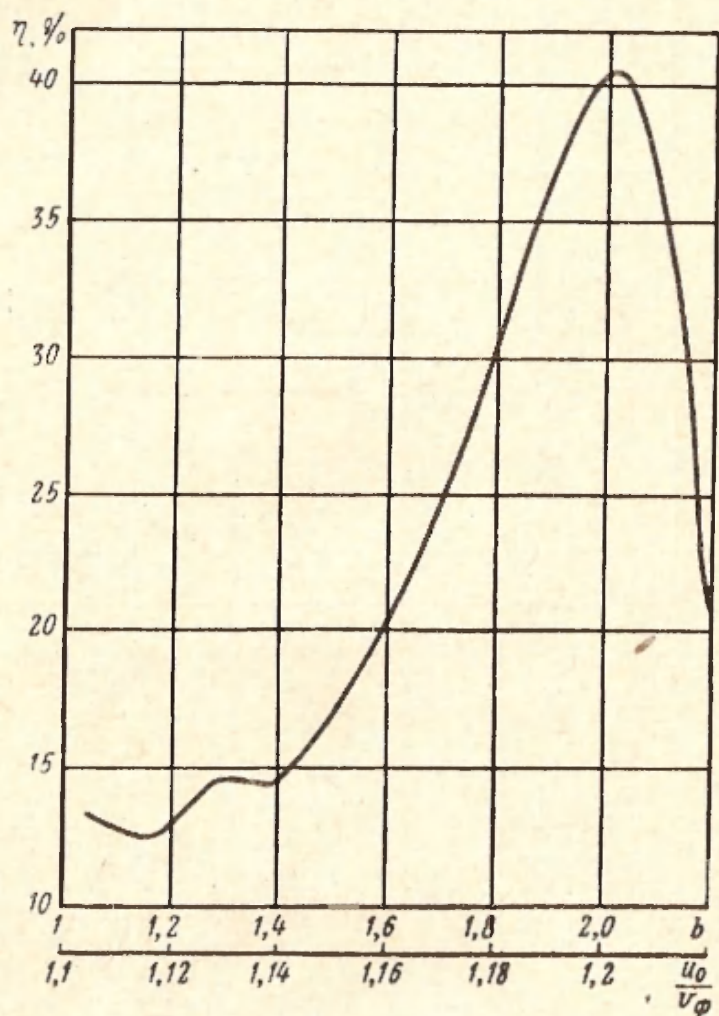


Рис. V.31. Зависимость к. п. д. от параметра несинхронности при постоянной длине участка взаимодействия ($\theta = 10,8$) при наличии локального поглотителя.
 $C=0,1$; $q=1$; $\theta_1=1$; $\theta_2=2,8$; $d_2=2$.

ки электронов в области поглотителя и на участке после него. Ухудшение группировки при больших расстройках в области поглотителя и на участке после него (длина этого участка увеличивается с ростом параметра несинхронности) обусловлено тем, что электроны группируются не в экспоненциально нарастающем поле (см. § II.4). Пунктирной кривой на рис. V.30 представ-

лена зависимость длины, при которой наступает насыщение, от параметра несинхронности для ЛБВ с локальным поглотителем. Сравнение этой кривой с аналогичной кривой на рис. V.25 показывает, что увеличение длины насыщения, обусловленное локальным поглотителем, не зависит от величины расстройки.

Рассмотрим теперь зависимость к. п. д. ЛБВ от параметра несинхронности при постоянном уровне входного сигнала и постоянной длине участка взаимодействия. На рис. V.31 представлена зависимость к. п. д. (выходной мощности) от ускоряющего напряжения замедляющей системы. Из рис. V.31 видно, что кривая имеет резко выраженный максимум при определенном значении напряжения замедляющей системы. Изменение напряжения на $\pm 3,5\%$ от оптимального приводит к уменьшению выходной мощности в два раза.

V.5. ВЛИЯНИЕ ОТРАЖЕНИЙ НА ВЫХОДНУЮ МОЩНОСТЬ ЛАМПЫ БЕГУЩЕЙ ВОЛНЫ

Во второй главе была рассмотрена теория ЛБВ в линейном режиме при наличии отражений от согласующих устройств (выводы энергии и концы поглотителя).

В настоящем параграфе дается анализ нелинейного режима работы ЛБВ при наличии отражений. Решение этой задачи дает возможность определить изменение выходной мощности по диапазону в зависимости от коэффициентов отражения (нагрузочные характеристики ЛБВ).

Предлагается метод, который позволяет по теоретической амплитудной характеристике ЛБВ исследовать влияние отражений на выходную мощность.

Общая теория усилителя с обратной связью приводит к зависимости коэффициента усиления от параметров усилителя и цепи обратной связи вида (II.103), которую для нашего случая удобно записать в виде

$$|K'_y| = \frac{|K_y|}{\sqrt{1 + |K_y\beta|^2 - 2|K_y\beta| \cos \varphi}}. \quad (V.10)$$

Это соотношение получено без ограничений режима работы усилителя. Поэтому оно, естественно, остается справедливым и для нелинейного режима. При этом

необходимо отметить, что значение коэффициента усиления $|K_y|$ является функцией входного сигнала и, следовательно, коэффициента обратной связи. Поэтому в нелинейном режиме соотношения (V.10) не достаточно для определения коэффициента усиления при наличии обратной связи. Для определения влияния отражений на работу ЛБВ в нелинейном режиме необходимо еще одно соотношение, которое связывало бы величины коэффициента усиления в режиме без отражений $|K_y|$ со значениями входных сигналов при наличии и отсутствии обратной связи.

Это соотношение может быть получено из общего выражения для входного сигнала при наличии обратной связи

$$E_{\text{вх}} = E_0 + \alpha_1 \alpha_2 K_y E_{\text{вх}}, \quad (\text{V.II})$$

где E_0 — входной сигнал в цепи без обратной связи;

$E_{\text{вх}}$ — входной сигнал в цепи с обратной связью.

Введя безразмерную амплитуду напряженности ВЧ поля

$$F = \frac{E}{2\beta_e C^2 U_0},$$

перепишем соотношение (V.11) в виде

$$F_{\text{вх}} = F_0 + \alpha_1 \alpha_2 K_y F_{\text{вх}}. \quad (\text{V.12})$$

Из (V.12) получаем

$$|F_{\text{вх}}| = \frac{F_0}{1 - \alpha_1 \alpha_2 K_y}.$$

Введем модуль и фазу комплексных величин. Тогда

$$|F_{\text{вх}}| e^{j\varphi_{\text{вх}}} = \frac{|F_0|}{1 - |\alpha_1 \alpha_2| |K_y| e^{j\varphi}}. \quad (\text{V.13})$$

Фаза входного сигнала в цепи без обратной связи принята равной нулю, так как она является опорной для отсчета фаз всех остальных величин.

Для дальнейшего анализа необходимо получить выражения для величины $|K_y|$ через величины $|F_{\text{вх}}|$, $|F_0|$, $|\alpha_1 \alpha_2|$ и φ_0 . Поэтому из соотношения (V.13) следует исключить фазу входного сигнала $\varphi_{\text{вх}}$.

Для этого найдем выражение для квадрата модуля входного сигнала при наличии обратной связи:

$$|F_{\text{вх}}|^2 = \frac{|F_0|^2}{1 - 2|\alpha_1\alpha_2||K_y|\cos\varphi + |K_y|^2|\alpha_1\alpha_2|^2}. \quad (\text{V.14})$$

Из этого соотношения, решая квадратное уравнение, можно найти выражение для коэффициента усиления ЛБВ:

$$|K_v| = \frac{1}{|\alpha_1\alpha_2|} \left[\cos\varphi \pm \sqrt{\cos^2\varphi - 1 - \frac{|F_0|^2}{|F_{\text{вх}}|^2}} \right]. \quad (\text{V.15})$$

Соотношение (V.15) является вспомогательным для анализа поведения ЛБВ в нелинейном режиме при наличии отражений. К этому соотношению необходимо также добавить зависимость коэффициента усиления ЛБВ от уровня входного сигнала. (Эта зависимость получена в § 2 настоящей главы).

Из соотношений (V.10) и (V.15) легко видеть, что наиболее просто задача решается при значениях $\cos\varphi = \pm 1$, т. е. при максимальной положительной и отрицательной обратной связи.

В этом случае соотношения (V.10) и (V.15) упрощаются и могут быть записаны в виде

$$|K'_y| = \frac{|K_y|}{1 \pm |K_y||\alpha_1\alpha_2|}, \quad (\text{V.16})$$

$$|K_y| = \pm \frac{1}{|\alpha_1\alpha_2|} \left(1 - \frac{|F_0|}{|F_{\text{вх}}|} \right). \quad (\text{V.17})$$

Верхний знак в этих соотношениях соответствует отрицательной обратной связи, а нижний — положительной. Из соотношения (V.17) следует, что коэффициент усиления является линейной функцией обратной величины входного сигнала.

На рис. V.32 представлена зависимость коэффициента усиления ЛБВ от уровня входного сигнала для случая $q=1$; $b=1$; $C=0$; $\theta=2\pi CN=7,4$. Для удобства расчета по оси абсцисс отложена величина, обратно пропорциональная уровню входного сигнала. Расчет проводится следующим образом.

Задаются значения $|F_0|$ и $|\alpha_1\alpha_2|$ (обычно значение $|F_0|$ соответствует максимальной выходной мощности при заданной длине участка взаимодействия). Затем по

соотношению (V.17) строится зависимость коэффициента усиления $|K_y|$ от величины входного сигнала.

Для случая $|F_0|=0,0775$ и $|\alpha_1\alpha_2|=10^{-2}$ эта зависимость представлена на рис. V.32 прямыми 1 и 2. Точка пересечения прямых с кривой, характеризующей зави-

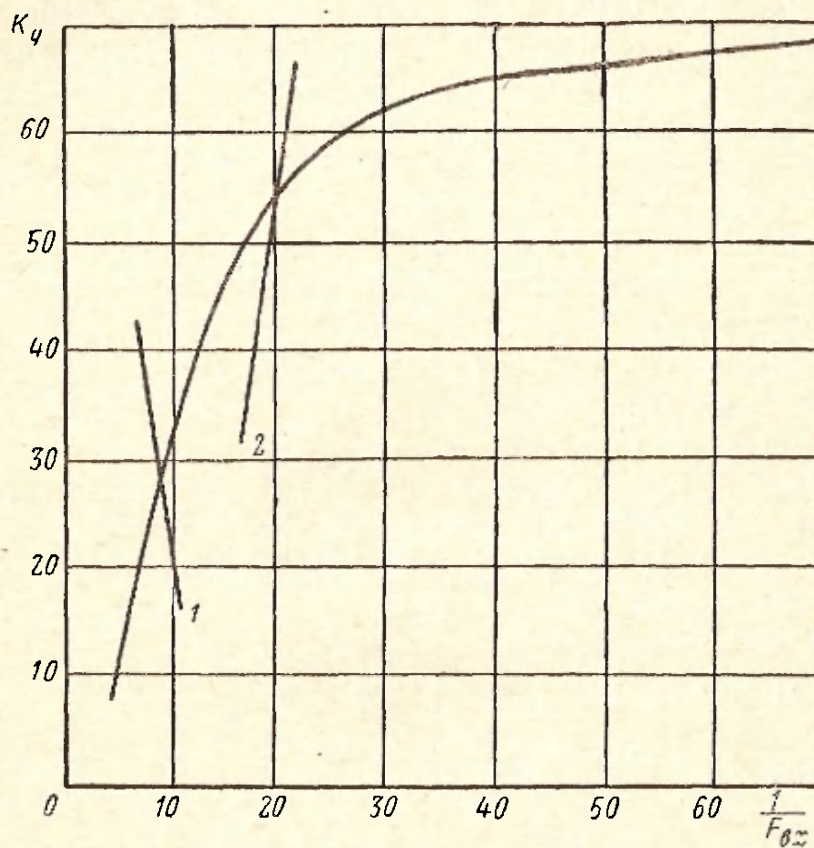


Рис. V.32. Зависимость коэффициента усиления от уровня входного сигнала.

$q=1, b=1, \theta=7,4, C \rightarrow 0$.
Прямые 1 и 2 построены по соотношению (V.17) для $|\alpha_1\alpha_2|=10^{-2}$ и $|F_0|=0,0775$.

симость коэффициента усиления ЛБВ от уровня входного сигнала, определяет значение коэффициента усиления $|K_y|$ в установившемся режиме при наличии отражений.

Подставив полученное значение $|K_y|$ в (V.10), легко вычислить значение коэффициента усиления ЛБВ $|K'_{y1}|$ при наличии отражений от входного и выходного устройств связи.

На рис. V.33 представлена зависимость коэффициента усиления при наличии отражений от величины $|\alpha_1\alpha_2|$ для максимальной положительной и отрицательной обратной связи. Пунктирными кривыми представле-

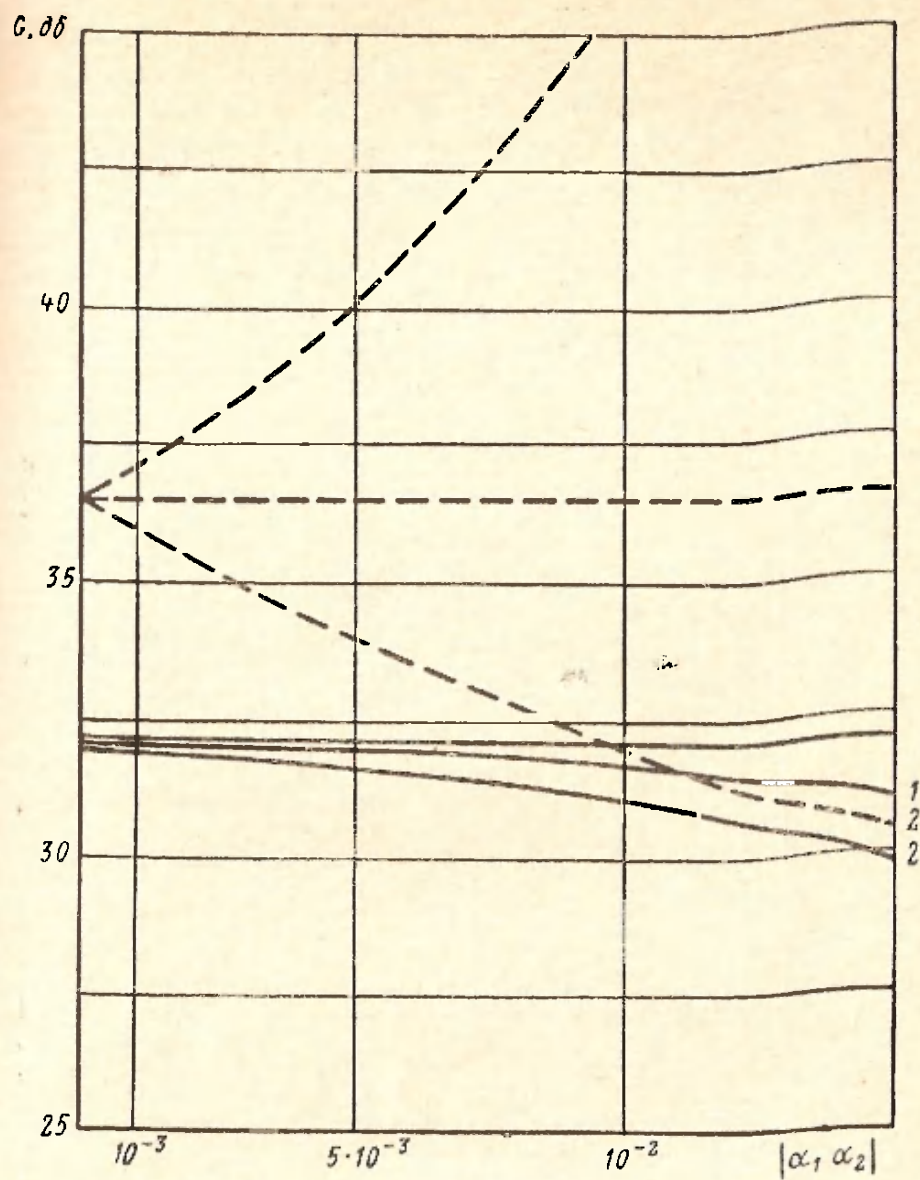


Рис. V.33. Зависимость коэффициента усиления в режиме насыщения (сплошные кривые) и в линейном режиме (пунктирные кривые) от величины $|\alpha_1 \alpha_2|$; $b = 1$, $q = 1$, $C \rightarrow 0$, $\theta = 7,4$, $\bar{r}_0 = 0,0775$.

Кривая 1 — максимальная положительная обратная связь; кривая 2 — максимальная отрицательная обратная связь.

на та же зависимость в линейном режиме для той же длины участка взаимодействия. При расчетах значение $|\alpha_1 \alpha_2|$ бралось меньше предельного значения, определяемого из условия

$$|\alpha_1 \alpha_2| = \frac{1}{|K_y^0|},$$

где $|K_y^0|$ — коэффициент усиления в линейном режиме.

Предельное значение величины $|\alpha_1\alpha_2|$ определяет границу стабильной работы ЛБВ.

Горизонтальные прямые на рис. V.33 определяют соответствующие значения коэффициента усиления при отсутствии отражений. Из сравнения этих кривых следует, что в нелинейном режиме имеет место качественно иное

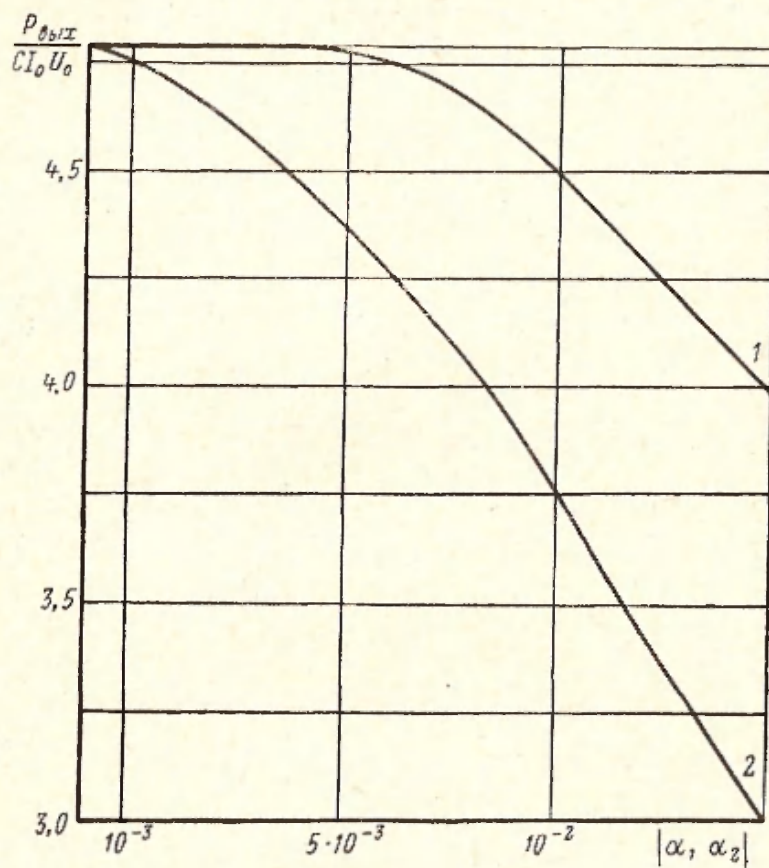


Рис. V.34. Зависимость выходной мощности от величины $|\alpha_1\alpha_2|$.

$$q=1, b=1, C \rightarrow 0, \theta=7,4, F_0=0,0775.$$

Кривая 1 — максимальная положительная обратная связь; кривая 2 — максимальная отрицательная обратная связь.

влияние отражений на коэффициент усиления. Если в линейном режиме максимальная положительная обратная связь приводит к увеличению коэффициента усиления, то в нелинейном режиме — к его уменьшению и, следовательно, к уменьшению выходной мощности, что видно также из кривых, изображенных на рис. V.34. Этот вывод может быть получен из рассмотрения работы ЛБВ в нелинейном режиме при наличии отражений. Действительно, при наличии отражений изменяется уровень входного сигнала; поэтому при постоянной дли-

на участка взаимодействия должна уменьшаться выходная мощность, если входной сигнал при отсутствии отражений соответствовал максимальной выходной мощности.

На рис. V.35 представлена зависимость выходной мощности от величины $|\alpha_1 \alpha_2|$ для случая $F_0 = 0,045$; $q = 1$; $b = 1$; $C = 0,1$ и $\theta = 7,4$. Из кривых этого рисунка

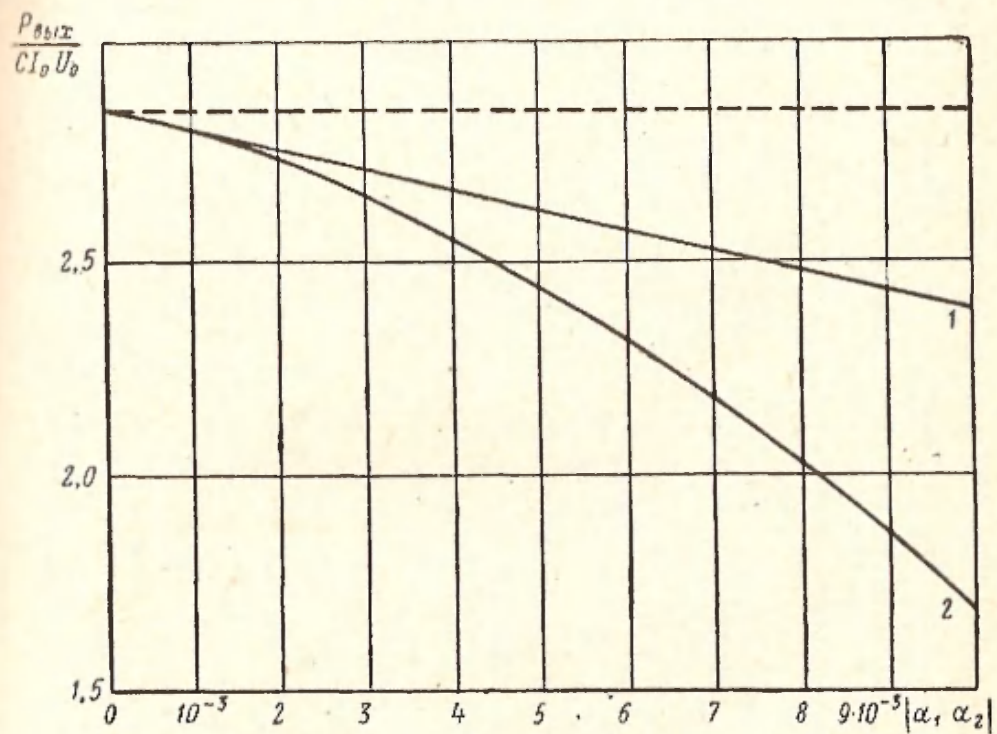


Рис. V.35. Зависимость выходной мощности от величины $|\alpha_1 \alpha_2|$.

$q = 1, b = 1, C = 0,1, \theta = 7,4, F_0 = 0,045$.

Кривая 1 — максимальная положительная обратная связь; кривая 2 — максимальная отрицательная обратная связь.

можно определить изменение абсолютного значения к. п. д. ЛБВ при наличии отражений. Так, например для $|\alpha_1 \alpha_2| = 7 \cdot 10^{-3}$ к. п. д. ЛБВ уменьшается до 21,5% при максимальной отрицательной обратной связи (к. п. д. при отсутствии отражений равен 28,5%).

Если значение F_0 не соответствует максимальной выходной мощности для данной длины участка взаимодействия, то имеют место качественно другие зависимости. При значениях входного сигнала, меньших величины, соответствующей максимальной выходной мощности, характер зависимостей получается таким, как и в случае линейного режима. Если же значение F_0

больше величины входного сигнала, соответствующего максимальной выходной мощности, то имеет место другая зависимость. На рис. V.36 представлена зависимость коэффициента усиления от величины $|\alpha_1 \alpha_2|$ для случая $q=1$, $b=1$, $C \rightarrow 0$, $\theta=7,4$, $F_0=0,141$. Из кривых этого рисунка следует, что отрицательная обратная связь при-

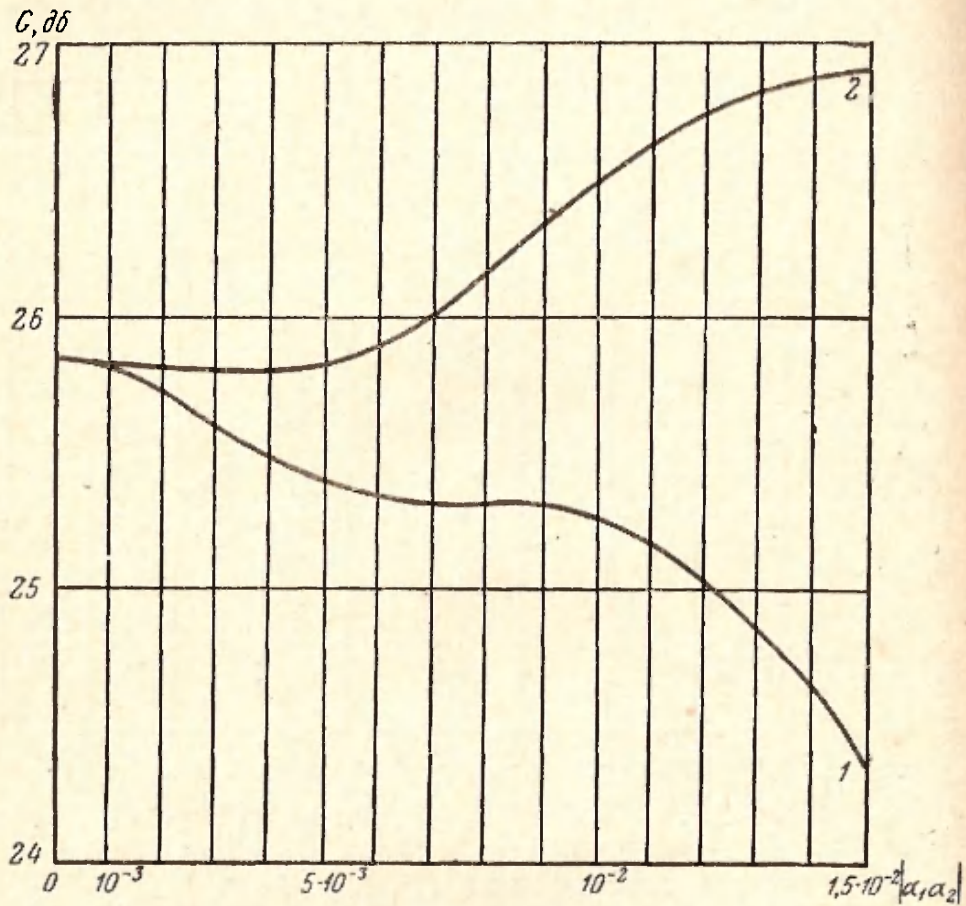


Рис. V.36. Зависимость коэффициента усиления от величины $|\alpha_1 \alpha_2|$ при максимальной положительной обратной связи (кривая 1) и при максимальной отрицательной обратной связи (кривая 2).

$$q=1, b=1, C \rightarrow 0, \theta=7,4, F_0=0,141.$$

водит к увеличению коэффициента усиления и выходной мощности. Такая зависимость является характерной только для нелинейного режима работы ЛБВ.

Из линейной теории следует, что максимальная положительная и отрицательная обратная связь приводит соответственно к максимальному и минимальному значению коэффициента усиления. Легко показать, что в нелинейном режиме при значении F_0 , соответствующем максимальной выходной мощности, фаза обратной

связи, при которой наблюдается максимальное значение коэффициента усиления, не совпадает с $\varphi=0$ (максимальная положительная обратная связь). Действительно, максимальное усиление имеет место тогда, когда обратная связь не приводит к изменению входного сигнала. Из соотношения (V.14) легко определить условие, при котором входной сигнал при наличии обратной связи равен входному сигналу без обратной связи,

$$\cos \varphi = \frac{|r_1 r_2| |K_{y1}|}{2}. \quad (\text{V.18})$$

При значении фазы обратной связи, определяемой соотношением (V.18), коэффициент усиления будет максимальным и равным значению коэффициента усиления ЛБВ при отсутствии отражений. Из соотношения (V.18) следует, что при изменении величины коэффициентов отражения фаза обратной связи, при которой наблюдается максимальная выходная мощность, также изменяется. Это означает, что с изменением КСВН нагрузки максимальное значение выходной мощности будет на другой частоте.

Полученные выше соотношения позволяют рассчитать зависимость коэффициента усиления ЛБВ от частоты при наличии отражений. Если считать, что коэффициенты отражения не изменяются с частотой, то изменение фазы обратной связи будет пропорционально изменению частоты. На рис. V.37 представлена зависимость коэффициента усиления ЛБВ в режиме насыщения от значения фазы обратной связи. Как видно из рисунка, в режиме насыщения при наличии отражений для $0 \leq \varphi \leq 2\pi$ кривая коэффициента усиления имеет три минимума и два максимума. Менее глубокий минимум соответствует максимальной положительной обратной связи.

Полученный результат позволяет оценить влияние отражений на величину выходной мощности ЛБВ и ее зависимость от частоты. Необходимо отметить, что при введении поглотителя картина будет качественно меняться. Так как в этом случае необходимо учитывать отражения от конца локального поглотителя и выходного устройства, т. е. там, где имеется сгруппированный поток электронов, то выходная мощность ЛБВ при нали-

чий отражений будет всегда меньше выходной мощности ЛБВ при отсутствии отражений. Это обусловлено тем, что при наличии отражений даже при неизменной величине сигнала на выходе поглотителя фаза его отно-

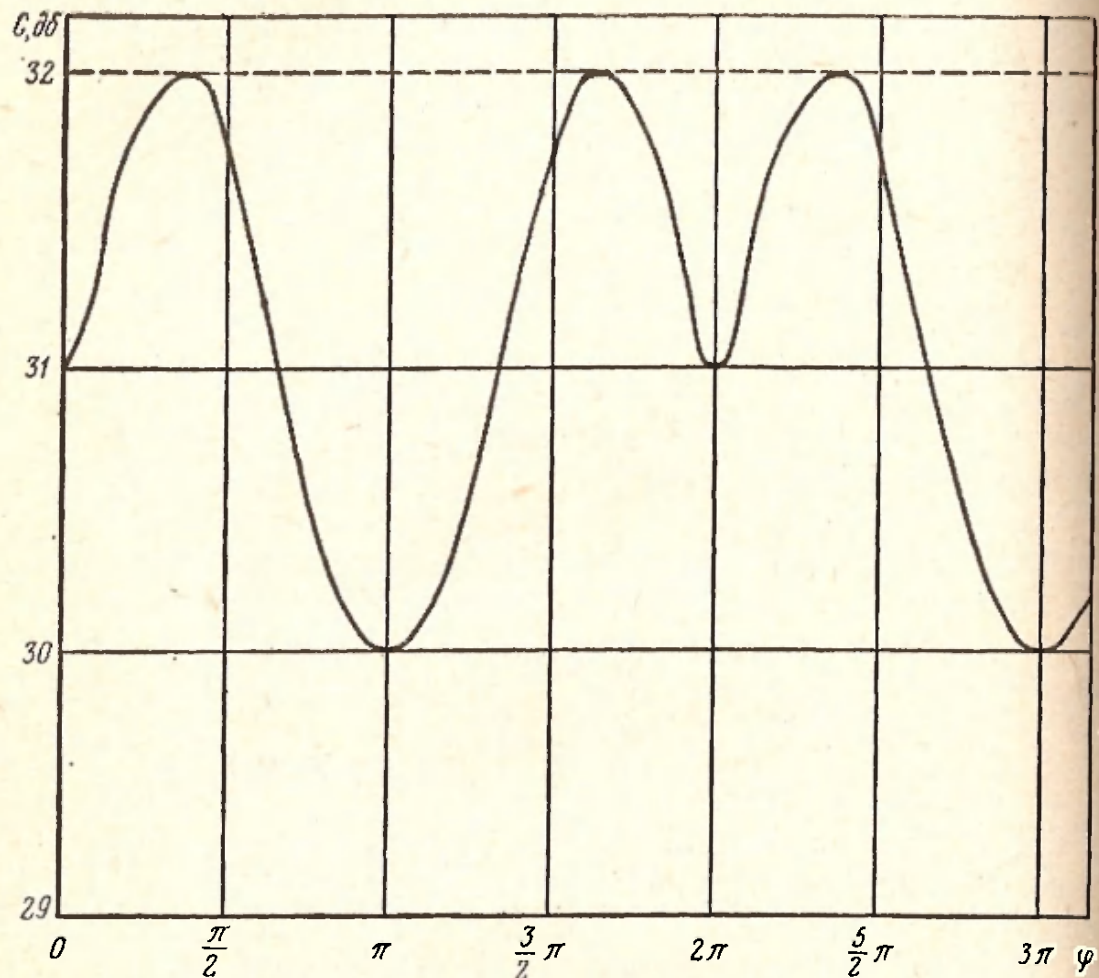


Рис. V.37. Зависимость коэффициента усиления в режиме насыщения от фазы обратной связи.

сительно фазы сгруппированного тока изменится и выходная мощность уменьшится. Следовательно, при наличии поглотителя выходная мощность ЛБВ при отражениях будет всегда меньше выходной мощности ЛБВ без отражений.

V.6. МЕТОДЫ ПОВЫШЕНИЯ КОЭФФИЦИЕНТА ПОЛЕЗНОГО ДЕЙСТВИЯ ЛАМПЫ БЕГУЩЕЙ ВОЛНЫ

Для ЛБВ средней и большой мощности наиболее важной характеристикой является к. п. д., который характеризует эффективность прибора. Как следует из

предыдущих параграфов, к. п. д. ЛБВ по сравнению с к. п. д. других приборов СВЧ (клистроны, усилители М-типа) низкий. В связи с этим представляет интерес исследование путей повышения к. п. д. ЛБВ. В этом параграфе будут рассмотрены два способа повышения к. п. д. прибора. Первый способ, связанный с использованием эффекта дополнительной синхронизации волны системы и пучка, может быть осуществлен изменением фазовой скорости волны вдоль участка взаимодействия (изохронность). При этом увеличивается электронный к. п. д. прибора и, следовательно, выходная мощность. Вторым путем повышения к. п. д. связан с уменьшением постоянной мощности, потребляемой прибором. Он осуществляется понижением потенциала коллектора. При этом выходная мощность прибора не изменяется.

Анализ работы лампы бегущей волны в режиме изохронности

Анализ нелинейных свойств ЛБВ показал, что режим насыщения происходит вследствие уменьшения скорости электронов, отдающих кинетическую энергию полю, и выхода их из синхронизма с полем волны. Поэтому для увеличения мощности, отдаваемой электронным пучком полю, следует изменять фазовую скорость волны в системе так, чтобы электроны, отдающие кинетическую энергию, дольше находились в тормозящей фазе поля.

При решении задачи о повышении к. п. д. ЛБВ путем введения изохронности необходимо найти закон изменения фазовой скорости волны вдоль участка взаимодействия, при котором величина $\frac{P_{вч}}{I_0 U_0}$ будет максимальна. Решить эту

задачу в общем виде очень сложно. Поэтому закон изменения фазовой скорости волны вдоль участка взаимодействия определяется из физических соображений. Можно задать закон изменения фазовой скорости таким образом, чтобы на всей длине участка взаимодействия расстройка между среднеквадратичной скоростью электронов и фазовой скоростью волны в системе с пучком была постоянной, равной расстройке на входе в участок взаимодействия. Впервые решение этой зада-

чи в приближении малых C получено в работе [11]. Далее эта задача решается для больших значений параметра усиления.

Условие постоянства расстройки на всем участке взаимодействия записывается следующим образом:

$$\overline{\left(\frac{v}{v_\phi}\right)^2} = (1 + b_0 C)^2, \quad (\text{V.19})$$

где v — полная скорость электрона;

v_ϕ — фазовая скорость волны, изменяющаяся по длине системы;

b_0 — начальное значение параметра несинхронности.

Черта над левой частью соотношения (V.19) означает усреднение по периоду поля.

В безразмерных величинах соотношение (V.19) может быть переписано следующим образом:

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi_0}{\left(1 + C \frac{\partial \Phi}{\partial \theta}\right)^2} = \frac{(1 + b_0 C)^2}{\left(1 + C \frac{\partial \alpha}{\partial \theta}\right)^2}. \quad (\text{V.20})$$

Напомним, что $\Phi = \omega t - \beta_e z$ есть текущая фаза электрона в системе координат, движущейся с постоянной скоростью электронов v_0 ; α — текущая фаза поля в той же системе координат, т. е.

$$F = |F| e^{-j\alpha}. \quad (\text{V.21})$$

Условие (V.20) должно быть добавлено к системе нелинейных интегродифференциальных уравнений (IV.20), (IV.21) и (IV.35):

$$-\frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = \left(1 + C \frac{\partial \Phi}{\partial \theta}\right)^3 \operatorname{Re} \left[F e^{j\Phi} + j \sum_{k=1}^{\infty} \frac{p_k^2 \omega_p^2}{k^2 \omega^2 C^2} I_k e^{jk\Phi} \right], \quad (\text{IV.20})$$

$$I_k = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} e^{-jk\Phi} d\varphi_0, \quad (\text{IV.21})$$

$$\frac{dF}{d\theta} + jrF = -(1 + bC)^2 I_1. \quad (\text{IV.35})$$

Эта система уравнения совместно с (V.20) описывает взаимодействие электронного пучка с полем системы в изохронной ЛБВ. Однако уравнение возбуждения (IV.35), которое выведено в предположении однородной по длине замедляющей системы, вообще говоря, для данного анализа не годится, так как в изохронной ЛБВ фазовая скорость волны изменяется вдоль замедляющей системы. Тем не менее мы воспользуемся этим уравнением.

Далее будет выведено уравнение возбуждения неоднородной линии, которое даст возможность оценить погрешность, получаемую при использовании уравнения однородной линии.

Перепишем соотношение (V.20) в виде, более удобном для расчета. Для этого воспользуемся формулой (IV.33), которую запишем следующим образом:

$$1 - \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi_0}{\left(1 + C \frac{\partial \Phi}{\partial \theta}\right)^2} = -\frac{C}{2} \int_0^{\theta} (FI_1^* + F^*I_1) d\theta.$$

Подставляя в подынтегральное выражение правой части выражения для I_1 и I_1^* , полученные из (IV.35), имеем

$$1 - \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi_0}{\left(1 + C \frac{\partial \Phi}{\partial \theta}\right)^2} = \frac{C}{2} \int_0^{\theta} \frac{1}{(1 + bC)^2} \frac{d|F|^2}{d\theta} d\theta. \quad (V.22)$$

Таким образом, левая часть соотношения (V.20) может быть записана в виде

$$\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi_0}{\left(1 + C \frac{\partial \Phi}{\partial \theta}\right)^2} = 1 - \frac{C}{2} \int_0^{\theta} \frac{1}{(1 + bC)^2} \frac{d|F|^2}{d\theta} d\theta.$$

Для преобразования правой части (V.20), используя (V.21), запишем уравнение возбуждения (IV.35) в виде

$$\frac{d|F|}{d\theta} e^{-j\alpha} - j|F| e^{-j\alpha} \frac{d\alpha}{d\theta} + jb|F| e^{-j\alpha} = -(1 + bC)^2 I_1. \quad (V.23)$$

Так как величины $|F|$ и α вещественные, то из (V.23) имеем

$$\frac{d\alpha}{d\theta} = b + (1 + bC)^2 \operatorname{Re} \left[\frac{I_1}{jF} \right]. \quad (\text{V.24})$$

Таким образом, соотношение (V.20) может быть преобразовано к следующему виду:

$$\begin{aligned} 1 - \frac{C}{2} \int_0^{2\pi} \frac{1}{(1 + bC)^2} \frac{d|F|^2}{d\theta} d\theta &= \\ &= \frac{(1 + b_0C)^2}{\left\{ 1 + C \left[b + (1 + bC)^2 \operatorname{Re} \left(\frac{I_1}{jF} \right) \right] \right\}}. \end{aligned} \quad (\text{V.25})$$

Уравнение (V.25) является интегральным уравнением, в которое кроме неизвестной функции $b(\theta)$ входят также неизвестные функции $F(\theta)$ и $I_1(\theta)$.

Перепишем (V.25) в несколько иной форме:

$$\begin{aligned} b = \frac{1}{C} \left[\frac{1 + b_0C}{\sqrt{1 - \frac{C}{2} \int_0^\theta \frac{1}{(1 + bC)^2} \frac{d|F|^2}{d\theta} d\theta}} - 1 \right] - \\ - (1 + bC)^2 \operatorname{Re} \left[\frac{I_1}{jF} \right]. \end{aligned} \quad (\text{V.26})$$

Так как система уравнений (IV.20), (IV.21), (IV.35) и (V.26) решается численно шаговым методом (с достаточно малым шагом), то значения параметра несинхронности на двух соседних шагах близки друг к другу. Поэтому в уравнении (V.26) в скобках $(1 + bC)^2$ неизвестную величину параметра несинхронности можно заменить ее значением на предыдущем шаге.

В этом случае уравнение (V.26) преобразуется в алгебраическое выражение для параметра несинхронности

$$\begin{aligned} b = \frac{1}{C} \left[\frac{1 + b_0C}{\sqrt{1 - \frac{C}{2} \int_0^\theta \frac{1}{(1 + b_1C_0)^2} \frac{d|F|^2}{d\theta} d\theta}} - 1 \right] - \\ - (1 + b_1C)^2 \operatorname{Re} \left[\frac{I_1}{jF} \right], \end{aligned} \quad (\text{V.27})$$

где b_1 — значение параметра несинхронности на предыдущем шаге решения.

Так как известно значение параметра несинхронности на каждом шаге в интервале от 0 до $\theta = h$, где h — шаг решения задачи, то известна зависимость параметра несинхронности от θ (до рассматриваемой точки). Это дает возможность вычислить интеграл в правой части выражения (V.27). Уравнение (V.27) достаточно простое и используется совместно с системой уравнений (IV.20), (IV.21) и (IV.35) для решения задачи с свойствами изохронной ЛБВ.

В линейной теории обычной ЛБВ связь между безразмерной амплитудой поля и приведенной высокочастотной мощностью определяется соотношением

$$\frac{P_{вч}}{I_0 U_0} = \frac{C}{2} \frac{|F|^2}{(1 + bC)^2} \quad (V.28)$$

При анализе изохронной ЛБВ соотношение (V.28) становится несправедливым, так как параметр несинхронности зависит от расстояния. Для получения соотношения, связывающего амплитуду поля с ВЧ мощностью, воспользуемся соотношением (V.22), которое выражает закон сохранения энергии при взаимодействии электронного потока с бегущей электромагнитной волной. Так как левая часть этого соотношения определяет изменение кинетической энергии электронного потока, а кинетическая энергия электронного потока трансформируется в системе в ВЧ мощность, то правая часть соотношения определяет безразмерную высокочастотную мощность.

Следовательно,

$$\frac{P_{вч}}{I_0 U_0} = \frac{C}{2} \int_0^\theta \frac{1}{(1 + bC)^2} \frac{d|F|^2}{d\theta} d\theta. \quad (V.29)$$

Последнее соотношение определяет в наиболее общем виде связь между безразмерной амплитудой поля и высокочастотной мощностью. В частном случае, когда параметр несинхронности не зависит от расстояния, соотношение (V.29) легко преобразуется к (V.28).

На рис. V.38 представлена зависимость максимального к. п. д. изохронной ЛБВ от параметра усиления

для различных значений параметра пространственного заряда. Для сравнения на этом рисунке пунктирными кривыми представлены те же зависимости для обычной ЛБВ. Начальное значение параметра несинхронности b_0 соответствует максимальному усилению в линейном режиме. Для этого же значения параметра несинхронности построены пунктирные кривые. Из сравнения приве-

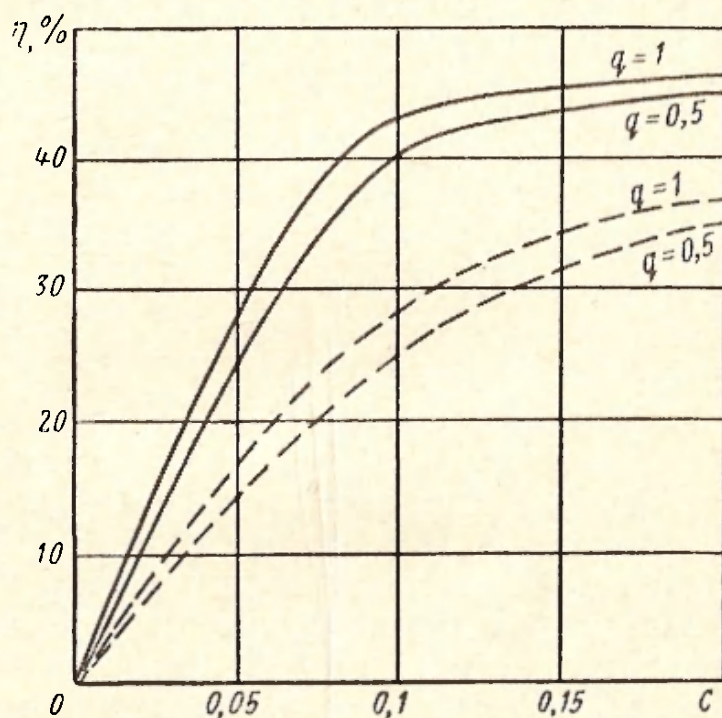


Рис. V.38. Зависимость максимального к. п. д. от параметра усиления для различных значений параметра пространственного заряда. Сплошные кривые — изохронная ЛБВ, пунктирные — обычная ЛБВ.

денных кривых видно, что к. п. д. ЛБВ при введении изохронности увеличивается и может достигать более 40%. При введении изохронности длина, при которой наступает насыщение, практически остается постоянной.

Соответствующие расчеты показали, что введение изохронности для больших значений параметра несинхронности не приводит к увеличению к. п. д. Поэтому ниже приводятся результаты, полученные для значения параметра несинхронности, соответствующего максимальному усилению.

На рис. V.39 показана зависимость отношения максимального к. п. д. изохронной ЛБВ к максимальному

к. п. д. обычной ЛБВ от параметра усиления для двух значений параметра пространственного заряда. Из этих кривых видно, что с увеличением параметра усиления введение изохронности приводит к меньшему увеличению к. п. д. Это явление объясняется увеличением разброса скоростей электронов при увеличении параметра

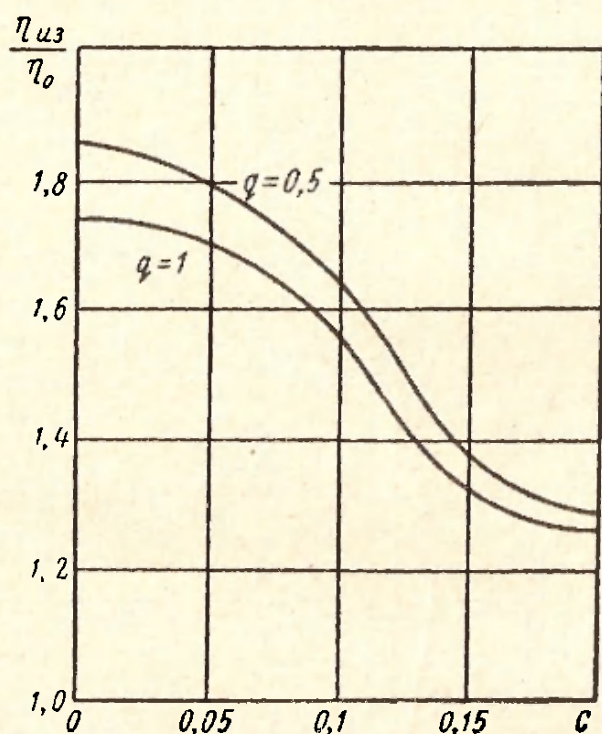


Рис. V.39. Зависимость отношения к. п. д. изохронной ЛБВ к к. п. д. обычной ЛБВ от параметра усиления для разных значений параметра пространственного заряда.

усиления. Аналогичное явление происходит также при увеличении параметра пространственного заряда.

На рис. V.40 представлена зависимость максимального к. п. д. изохронной ЛБВ от параметра пространственного заряда для $C=0,1$. На этом рисунке для сравнения показана зависимость максимального к. п. д. от параметра пространственного заряда для обычной ЛБВ. Сравнение этих кривых показывает, что зависимость к. п. д. изохронной ЛБВ от параметра пространственного заряда имеет более ярко выраженный максимум, который наблюдается при $q=1$. Следовательно, значения параметра пространственного заряда $q \leq 1$ яв-

ляются оптимальными для получения высоких к. п. д. в изохронной ЛБВ.

При больших значениях параметра пространственного заряда ($q \geq 1,7$) введение изохронности приводит к уменьшению к. п. д. Анализируя процесс группировки электронов (фазовые траектории) при большом пространственном заряде, можно объяснить уменьшение к. п. д. для большого параметра пространственного за-

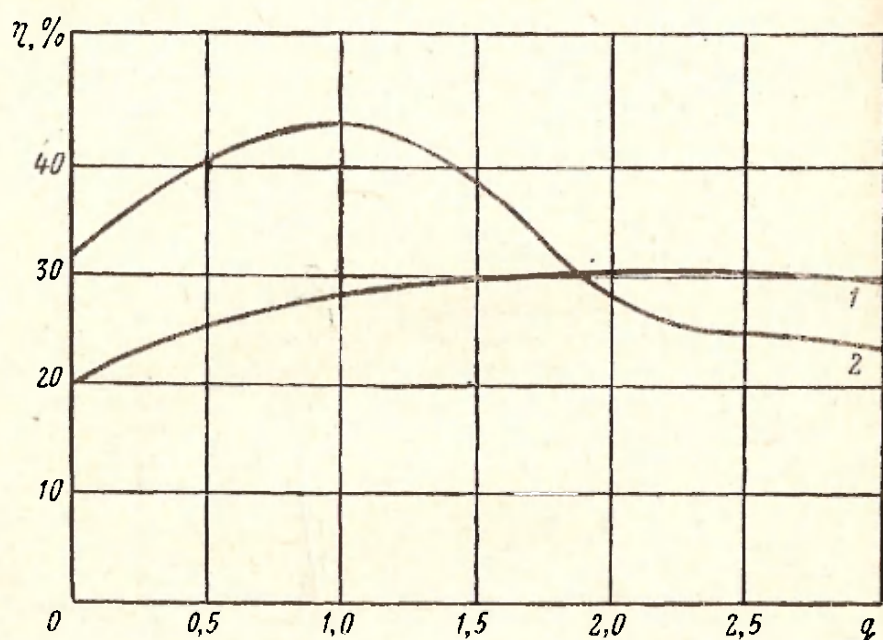


Рис. V.40. Зависимость максимального к. п. д. от пространственного заряда для $C=0,1$.

Кривая 1 — обычная ЛБВ; кривая 2 — изохронная ЛБВ.

ряда при введении изохронности. Из рис. V.41, на котором представлены фазовые траектории электронов при $q=2$, видно, что в процессе группировки образуется два сгустка электронов, отдающих энергию полю и движущихся с существенно разными скоростями. Это явление наблюдается только при больших значениях параметра пространственного заряда (при малых значениях параметра пространственного заряда образуется только один сгусток электронов, отдающих энергию полю).

Для создания изохронной ЛБВ необходимо знать закон изменения фазовой скорости волны вдоль замедляющей системы, который может быть получен из результатов расчета. На рис. V.42 представлена зависимость параметра несинхронности от длины участка

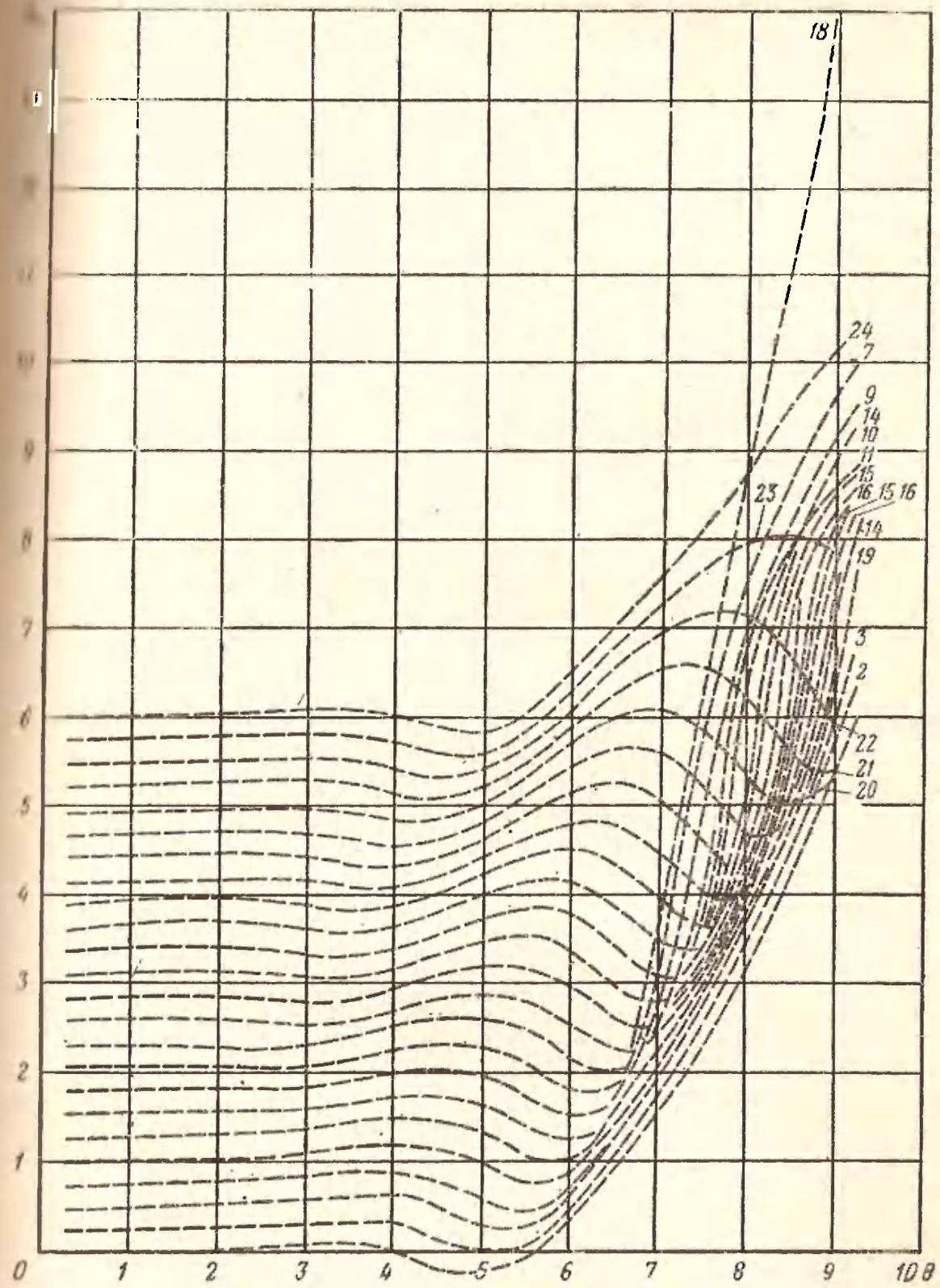


Рис. V.41. Фазовые траектории электронов в обычной ЛБВ для $\alpha=2$ и $C=0,2$.

взаимодействия для различных значений параметра пространственного заряда при $C=0,1$. Воспользовавшись кривыми на рис. V.42, можно построить зависимость фа-

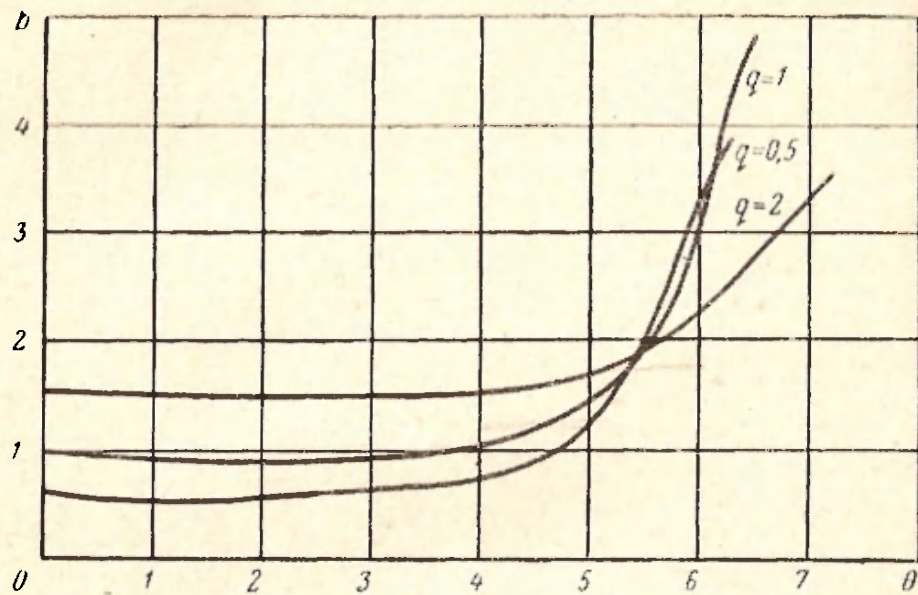


Рис. V.42. Зависимость параметра несинхронности от длины участка взаимодействия. $C=0,1$.

зовой скорости волны от длины замедляющей системы. Из определения параметра несинхронности следует

$$\frac{v_{\phi 0}}{v_{\phi}} = \frac{1 + bC}{1 + b_0 C}, \quad (V.30)$$

где $v_{\phi 0}$ — значение фазовой скорости волны на входе.

На рис. V.43 представлена зависимость отношения $\frac{v_{\phi 0}}{v_{\phi}}$ от длины участка взаимодействия. Конец каждой кривой соответствует режиму насыщения. Из этих кривых следует, что на большей части длины системы фазовая скорость должна оставаться постоянной. Наибольшее изменение фазовой скорости соответствует наибольшей достижимой мощности изохронной ЛБВ.

Приведенные кривые изменения фазовой скорости позволяют определить изменение параметров (в основном шага) замедляющей системы для обеспечения изохронного режима ЛБВ. На рис. V.44 представлена зависимость шага одиночной спирали с параметрами $ka=0,05$ и $\text{ctg } \psi_0 = \frac{2\pi a}{\lambda_0} = 15$ от длины спирали.

Расчеты были проведены по дисперсионному уравнению одиночной спирали вида

$$(\gamma a)^2 \frac{I_0(\gamma a) K_0(\gamma a)}{I_1(\gamma a) K_1(\gamma a)} = (ka \operatorname{ctg} \psi)^2.$$

Кривая V.44 построена для значения параметров ЛБВ, $q=1$ и $C=0,1$.

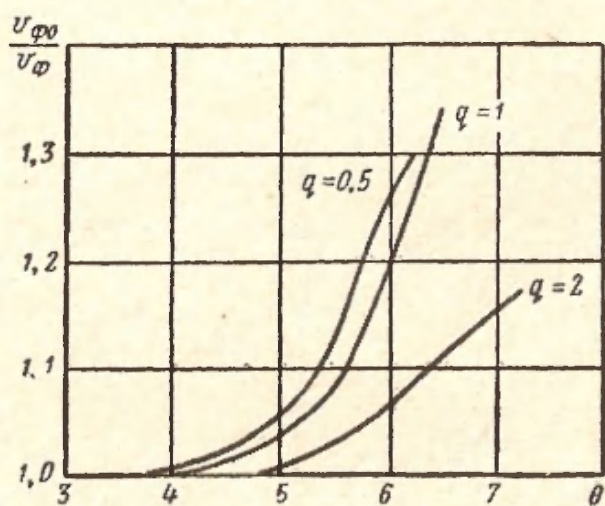


Рис. V.43. Кривые изменения фазовой скорости вдоль участка взаимодействия. $C=0,1$.

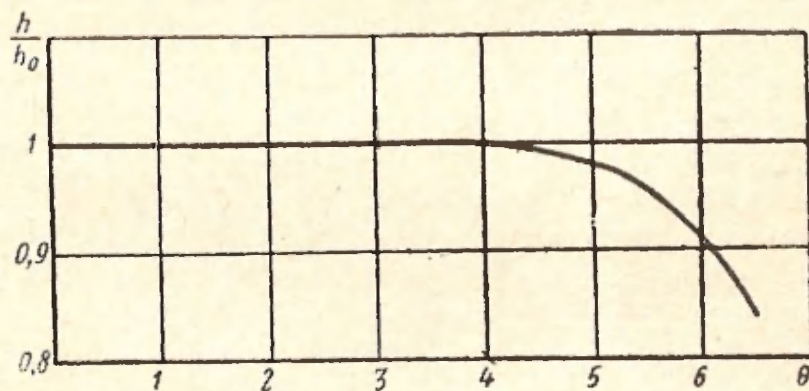


Рис. V.44. Кривые изменения шага одиночной спирали при $ka=0,05$; $\operatorname{ctg} \psi_0=15$; $q=1$; $C=0,1$.

Другой способ введения изохронности базируется на постоянстве расстройки между средней скоростью электронов и фазовой скоростью невозмущенной волны.

Средняя скорость электронов определяется из соотношения

$$\frac{\bar{v}}{v_0} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi_0}{\left(1 + C \frac{\partial \Phi}{\partial \theta}\right)}. \quad (\text{V.31})$$

Параметр несинхронности в этом случае определяется по формуле

$$b(\theta) = \frac{1}{C} \left(\frac{\bar{v}}{v_\Phi} - 1 \right) \quad (\text{V.32})$$

Из этих соотношений получаем следующую формулу для определения параметра несинхронности:

$$b = \frac{1}{C} \left[(1 + b_0 C) \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{d\varphi_0}{\left(1 + C \frac{\partial \Phi}{\partial \theta}\right)} - 1 \right], \quad (\text{V.33})$$

где $b_0 = \frac{1}{C} \left(\frac{v_0}{v_\Phi} - 1 \right)$ — значение параметра несинхронности на входе в участок взаимодействия.

Решая систему нелинейных интегро-дифференциальных уравнений (IV.35), (IV.20) и (IV.21) совместно с соотношением (V.33), можно получить значение к. п. д. ЛБВ, изохронность в которой введена предложенным способом. Результаты расчета показали, что зависимости максимального к. п. д. от различных параметров ЛБВ полностью совпадают с аналогичными зависимостями, полученными при введении изохронности на основе постоянной расстройки между среднеквадратичной скоростью электронов и «горячей» скоростью волны, т. е. с результатами, полученными в предыдущем случае.

Третий метод введения изохронности основан на постоянстве расстройки между начальной скоростью электронов и фазовой скоростью возмущенной волны.

В этом случае параметр несинхронности определяется по формуле

$$b = \frac{1}{C} \left(\frac{v_0}{v_{\Phi r}} - 1 \right), \quad (\text{V.34})$$

где $v_{\Phi r}$ — «горячая» фазовая скорость волны в системе.

Выше было показано, что фазовую скорость возмущенной волны в системе можно определить по формуле

$$\frac{v_{\phi c}}{v_0} = \frac{1}{1 - C \frac{\partial \alpha}{\partial \theta}}. \quad (\text{V.35})$$

Подставляя соотношение (V.35) в (V.34), получаем

$$b = - \frac{\partial z}{\partial \theta}. \quad (\text{V.36})$$

Соотношение (V.36) определяет значение параметра несинхронности при выполнении условия постоянства расстройки между начальной скоростью электронов и фазовой скоростью возмущенной волны.

Приведем соотношение (V.36) к более удобному виду. Для этого безразмерную величину напряженности поля представим в виде

$$F = F_1 + jF_2,$$

тогда

$$\alpha = \text{arctg} \frac{F_2}{F_1}. \quad (\text{V.37})$$

Подставляя (V.37) в (V.36) и производя дифференцирование, находим

$$b = \frac{\frac{dF_1}{d\theta} \bar{F}_2 - \frac{dF_2}{d\theta} \bar{F}_1}{|F|^2}. \quad (\text{V.38})$$

Совместное решение системы основных интегро-дифференциальных уравнений нелинейной теории ЛБВ с соотношением (V.38) позволяет исследовать изохронную ЛБВ при требовании постоянства расстройки между начальной скоростью электронов и возмущенной фазовой скоростью волны системы. На рис. V.45—V.47 приведены некоторые результаты расчета. Пунктирными кривыми на этих рисунках показаны соответствующие зависимости, полученные введением изохронности первым способом. Как и в предыдущих случаях, начальное значение параметра несинхронности было выбрано оптимальным для линейного режима работы ЛБВ, так как в этом случае введение изохронности дает наибольший эффект.

На рис. V.45 представлена зависимость к. п. д. изохронной ЛБВ от параметра пространственного заряда для $C=0,1$. Сопоставление кривых показывает, что оба способа введения изохронности приводят к одинаковым результатам для значений параметра пространственного заряда $q \leq 1$. На рис. V.46 представлена зависимость к. п. д. от параметра усиления для $q=1$. На рис. V.47

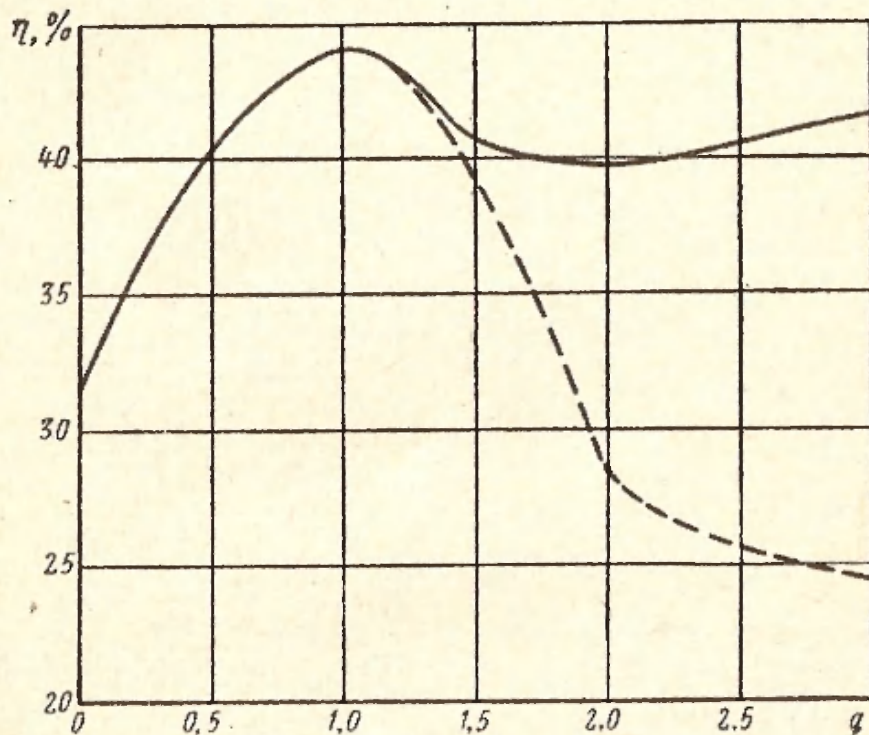


Рис. V.45. Зависимость к. п. д. изохронной ЛБВ от параметра пространственного заряда. $C=0,1$.

представлена зависимость параметра несинхронности от длины участка взаимодействия для значений параметров $q=1$ и $C=0,1$.

Ранее задача об изохронной ЛБВ решалась в приближении однородной замедляющей системы, т. е. в уравнении возбуждения системы током ВЧ не учитывалось изменение фазовой скорости и, следовательно, изменение сопротивления связи вдоль длины замедляющей системы.

Выведем уравнение возбуждения замедляющей системы током ВЧ в предположении, что фазовая скорость и сопротивление связи изменяются вдоль длины. Вывод уравнения основан на теории возбуждения волноводной системы сторонним ВЧ током (§ 1.2).

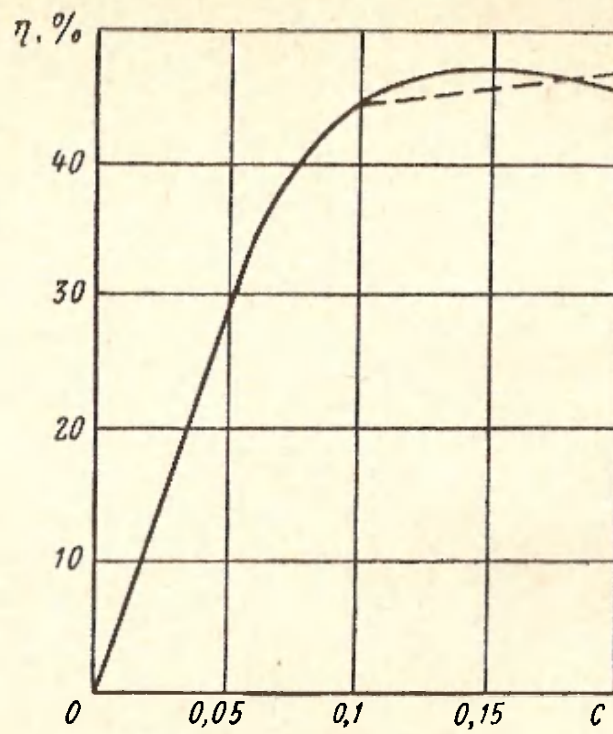


Рис. V.46. Зависимость к. п. д. изо-
хронной ЛБВ от параметра усиления.
 $q=1$.

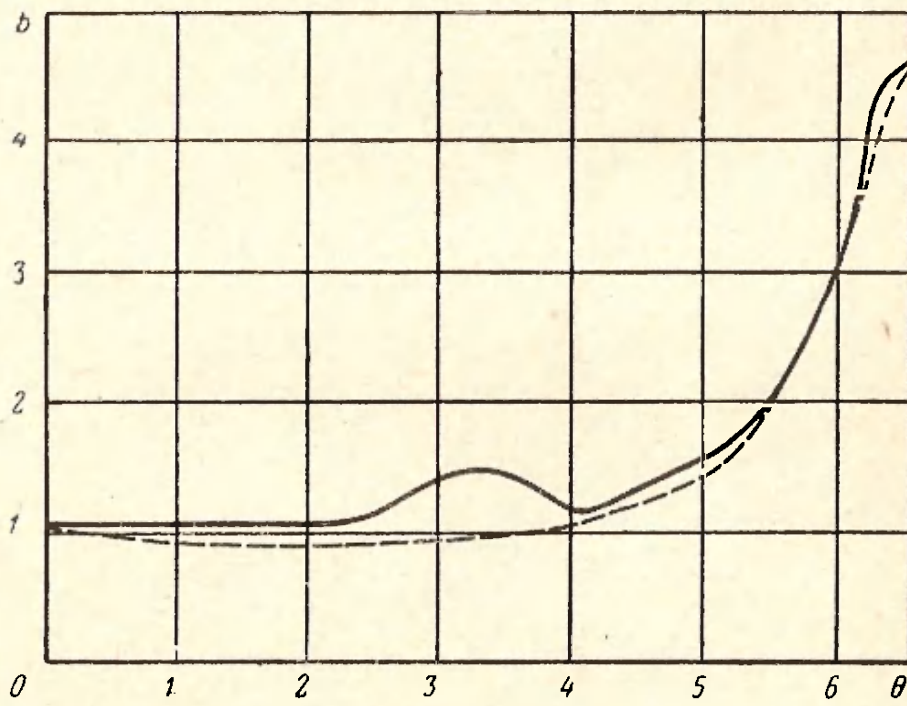


Рис. V.47. Зависимость параметра несинхронности изо-
хронной ЛБВ от длины участка взаимодействия.
 $q=1, C=0,1$.

Поле, возбуждаемое ВЧ током $i(\xi)$, находящимся в окрестности $d\xi$ точки ξ , определяется соотношением

$$E(\xi) = -\frac{1}{2} \Gamma_0^2(\xi) K_0(\xi) i(\xi) d\xi, \quad (\text{V.39})$$

где Γ_0 — постоянная распространения волны в холодном волноводе;

K_0 — сопротивление связи.

При получении выражения (V.39) предполагалось, что затухание в системе отсутствует и параметры системы изменяются достаточно медленно. Рассматривается только одна волна, фазовая скорость которой близка к скорости электронов (активная часть поля). В холодной системе поле изменяется по закону

$$E_0 = \hat{E}_0 e^{-\int_0^z \Gamma_0(\xi) d\xi}. \quad (\text{V.40})$$

Поток мощности в системе, вызванный полем E_0 , в точке ξ определяется соотношением

$$P(\xi) = \frac{\hat{E}_c^2(\xi)}{2\Gamma_0^2(\xi) K_0(\xi)}. \quad (\text{V.41})$$

Так как в системе без потерь поток мощности не зависит от координаты ξ , то очевидно, что в любой точке $z > \xi$

$$P(z) = \frac{\hat{E}_c^2(z)}{2\Gamma_0^2(z) K_0(z)} = P(\xi), \quad (\text{V.42})$$

откуда

$$\hat{E}_0(z) = \hat{E}_0(\xi) \frac{\Gamma_0(z)}{\Gamma_0(\xi)} \sqrt{\frac{K_0(z)}{K_0(\xi)}}. \quad (\text{V.43})$$

Воспользовавшись (V.39) и (V.40), получим

$$E_0(z) = -\frac{1}{2} i(\xi) \Gamma_0(z) \Gamma_0(\xi) \sqrt{K_0(z) K_0(\xi)} e^{-\int_{\xi}^z \Gamma_0(t) dt}. \quad (\text{V.44})$$

Соотношение (V.44) определяет поле в точке z , возбужденное элементом тока, находящимся в окрестности $d\xi$ точки ξ ($\xi < z$). Полное поле в точке z определяется суммированием полей, возбужденных всеми элементами тока $i(\xi) d\xi$. Пренебрегая полем, распространяющимся в отрицательном направлении оси z (обратное излучение), находим

$$E(z) = -\frac{1}{2} \Gamma_0(z) \sqrt{K_0(z)} \int_0^z \Gamma_1(\xi) \sqrt{K_0(\xi)} i(\xi) e^{-\int_{\xi}^z \Gamma_0(t) dt} d\xi. \quad (\text{V.45})$$

Дифференцируя (V.45) по z , получаем дифференциальное уравнение для поля, возбуждаемого в неоднородной волноводной системе сторонним ВЧ током $i(z)$:

$$\begin{aligned} \frac{dE}{dz} + \left[\Gamma_0(z) - \frac{1}{\Gamma_0(z)} \frac{d\Gamma_0(z)}{dz} - \frac{1}{2K_0(z)} \frac{dK_0(z)}{dz} \right] E = \\ = -\frac{1}{2} \Gamma_0^2(z) K_0(z) i(z). \end{aligned} \quad (\text{V.46})$$

Переходя к безразмерным величинам и к системе координат, движущейся со скоростью электронов, получаем следующее уравнение:

$$\begin{aligned} \frac{dF}{d\theta} + \left[jb(\theta) - \frac{C}{1+Cb(\theta)} \frac{db(\theta)}{d\theta} - \frac{1}{2K_0(\theta)} \frac{dK_0(\theta)}{d\theta} \right] F = \\ = -[1 + Cb(\theta)]^2 \frac{K_0(\theta)}{K_0(0)} I_1, \end{aligned} \quad (\text{V.47})$$

где $K_0(0)$ — значение сопротивления связи на входе в участок взаимодействия.

Совместное решение уравнения (V.47) и уравнений (IV.20) и (IV.21) позволяет решить задачу об изохронной ЛБВ с учетом изменения фазовой скорости и сопротивления связи вдоль замедляющей системы. Из уравнения (V.47) следует, что для решения этой задачи необходимо знать как закон изменения параметра несинхронности, так и закон изменения сопротивления связи вдоль системы. Поэтому в общем случае эта задача не может быть решена. Мы воспользуемся результатами VI гл., где приведена приближенная аналитическая за-

Зависимость сопротивления связи спиральной замедляющей системы от фазовой скорости. Анализ проведем для изохронности, выведенной из условия постоянства расстройки между начальной скоростью электронов и фазовой скоростью возмущенной волны.

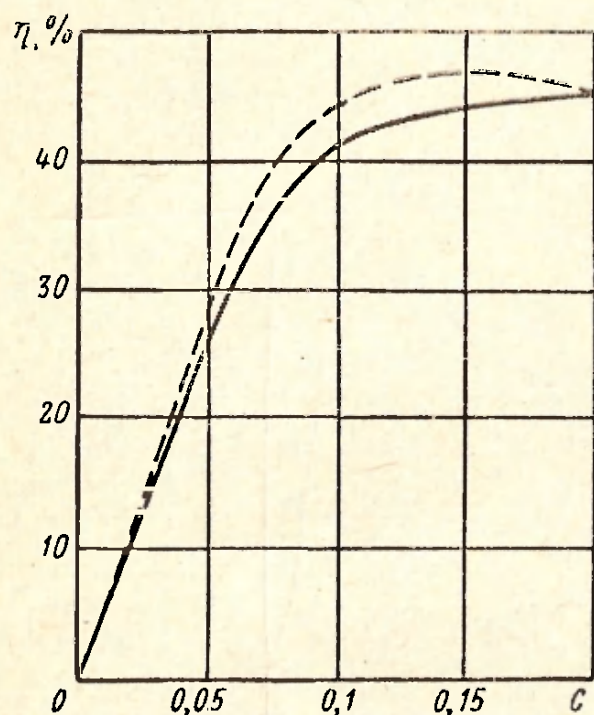


Рис. V. 48. Зависимость к.п.д. изохронной ЛБВ от параметра усиления; $q=1$.

Пунктирной кривой показана та же зависимость, полученная в приближении однородной замедляющей системы.

На рис. V.48 и V.49 представлены результаты расчета для значений параметров $\nu a = 1,5$; $\frac{z}{a} = 0,5$. Пунктирными линиями приведены результаты, полученные в приближении однородной замедляющей системы.

На рис. V.48 представлена зависимость к. п. д. изохронной ЛБВ от параметра усиления для $q=1$. Видно, что учет неоднородности замедляющей системы приводит к несколько меньшим значениям к. п. д.; однако погрешность, получаемая при использовании уравнения воз-

буждения однородной линии, невелика. То же относится и к зависимости параметра несинхронности от длины участка взаимодействия. Эта зависимость представлена на рис. V.49. Длина, на которой достигается максимальная выходная мощность, одинакова для однородной и неоднородной систем.

Анализ работы изохронной ЛБВ показал, что возможно существенное повышение к. п. д. прибора путем изменения фазовой скорости волны вдоль системы. Однако это увеличение к. п. д. наблюдается только для значения параметра несинхронности, соответствующего максимальному усилению в линейном режиме. При больших значениях параметра несинхронности введение изохронности не приводит к увеличению к. п. д. К такому

же выводу пришли авторы работы [12], в которой изохронность вводится на основании рассмотрения «жесткого» сгустка, находящегося в фазе с максимальным тормозящим ВЧ полем, не деформирующегося в процессе своего движения.

В § V.4 показано, что можно получить существенное увеличение к. п. д. ЛБВ, увеличивая параметр несин-

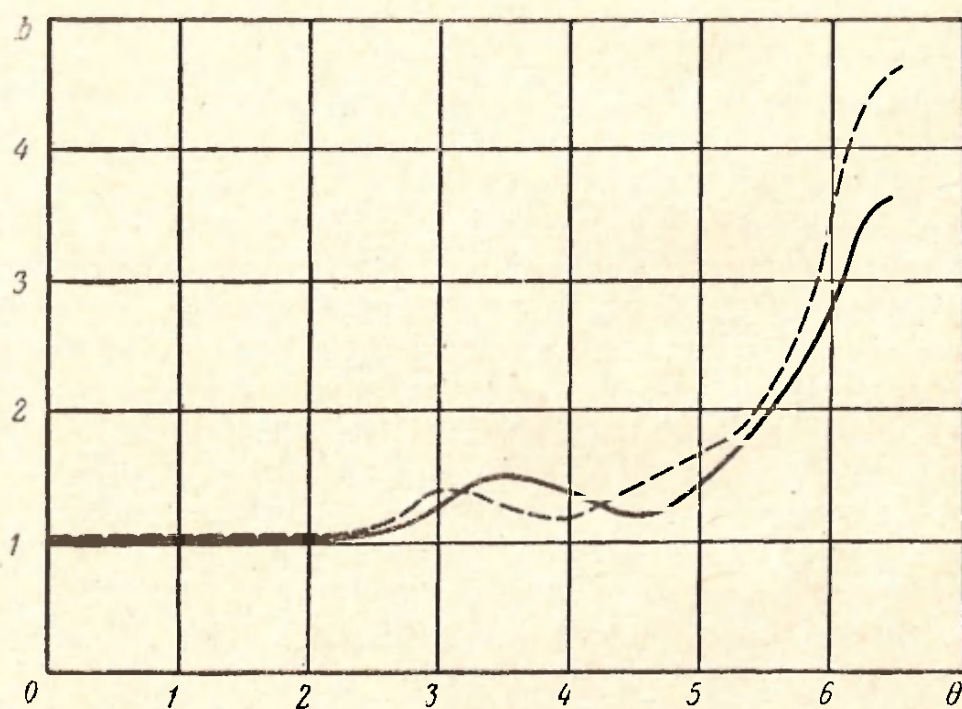


Рис. V.49. Зависимость параметра несинхронности изохронной ЛБВ от длины участка взаимодействия; $q=1$, $C=0,1$.

Пунктирной кривой показана та же зависимость, полученная в приближении однородной замедляющей системы.

хронности (т. е. скорость электронов). Сравнение результатов расчета к. п. д. изохронной ЛБВ с результатами, приведенными в § V.3, показывает, что к. п. д. у изохронной ЛБВ не выше, чем к. п. д. ЛБВ, работающей при больших значениях параметра несинхронности. Поэтому введение изохронности имеет смысл только для увеличения коэффициента усиления (или уменьшения длины замедляющей системы) при максимальном к. п. д. Действительно, для того чтобы получить максимальный к. п. д. при увеличении параметра несинхронности, необходимо либо увеличить длину замедляющей системы при постоянном уровне входного сигнала, либо увеличить уровень входного сигнала при постоянной длине

замедляющей системы, что приводит к уменьшению коэффициента усиления в режиме насыщения. При введении изохронности длина, при которой наступает насыщение и достигается максимальный к. п. д., равна максимальной длине насыщения (для данного уровня входного сигнала), которая получается для значения параметра несинхронности, соответствующего максимальному усилению в линейном режиме.

Повышение коэффициента полезного действия путем торможения электронов в коллекторе

Низкий коэффициент полезного действия ЛБВ в значительной степени обусловлен недостаточно эффективным торможением электронов в участке взаимодействия, в результате чего «отработавшие» электроны сохраняют еще значительную кинетическую энергию, бесполезно рассеиваемую на коллекторе. Повышение к. п. д. ЛБВ может быть достигнуто за счет торможения «отработавших» электронов в постоянном электрическом поле коллектора. Такое торможение электронов может быть получено при понижении потенциала коллектора относительно потенциала замедляющей системы. При этом выходная мощность ЛБВ не изменяется, но уменьшается потребляемая мощность (т. е. мощность источников питания), что приводит к увеличению полного к. п. д. прибора.

Полный к. п. д. прибора определяется формулой

$$\eta_{\text{п}} = \frac{P_{\text{вых}}}{N} = \frac{P_{\text{вых}}}{\sum_{i=1}^n U_i I_i}, \quad (\text{V.48})$$

где U_i — потенциал (относительно катода) i -го электрода, потребляемого ток I_i .

В ЛБВ весь ток в основном идет на коллектор. Поэтому, естественно, что чем ниже потенциал коллектора, тем меньше мощность источников питания и тем выше полный к. п. д. Однако при значительном понижении потенциала коллектора электроны, отдавшие кинетическую энергию СВЧ полю, могут не попасть на коллектор. Действительно, если разность потенциалов между

замедляющей системой и коллектором больше уменьшенной скорости электронов в пучке, выраженной в вольтах, то эти электроны не смогут пройти потенциальный барьер между замедляющей системой и коллектором. Возврат электронов из коллектора в пространство взаимодействия может привести к самовозбуждению ЛБВ.

Таким образом, понижение потенциала коллектора ограничивается началом «выброса» наиболее замедленных электронов, имеющих наименьшую кинетическую энергию, из зазора между пространством взаимодействия и коллектором. Поэтому для определения максимально возможного к. п. д. следует найти распределение электронов по скоростям после выхода их из пространства взаимодействия. Спектр электронов по скоростям может быть найден из решения основных уравнений нелинейной теории (IV.20), (IV.21) и (IV.35). На рис. 50, а, б и в представлена зависимость отношения тока коллектора I_k к полному току I_0 от относительной разности потенциалов на замедляющей системе U_0 и на коллекторе U_k для различных значений пространственного заряда. Зависимость построена для значения $C = 0,1$. Каждая пара кривых (рис. V.50, а, б и в) соответствует режимам максимального усиления (кривые 1) и максимального к. п. д. (кривые 2) при постоянном уровне входного сигнала. Распределение скоростей электронов в пучке рассматривалось в точке, соответствующей насыщению. Эти кривые позволяют определить минимально возможный потенциал коллектора, при котором все электроны попадают на коллектор. Из кривых видно, что для малых значений q небольшое изменение потенциала коллектора вблизи его минимального значения сильно уменьшает ток коллектора. Это обусловлено тем, что для малых q большое число электронов имеют одинаковую скорость. С увеличением q разброс скоростей электронов увеличивается и кривые становятся более пологими. Зная минимально допустимое значение потенциала коллектора можно вычислить максимальное увеличение к. п. д. при понижении потенциала коллектора по формуле

$$\frac{\eta_{\text{п}}}{\eta} = \frac{U_0}{U_k}$$

На рис. V.51 дана зависимость полного к. п. д. ЛБВ от параметра пространственного заряда для $C=0,1$. Кривая 1 построена для значения параметра несинхрон-

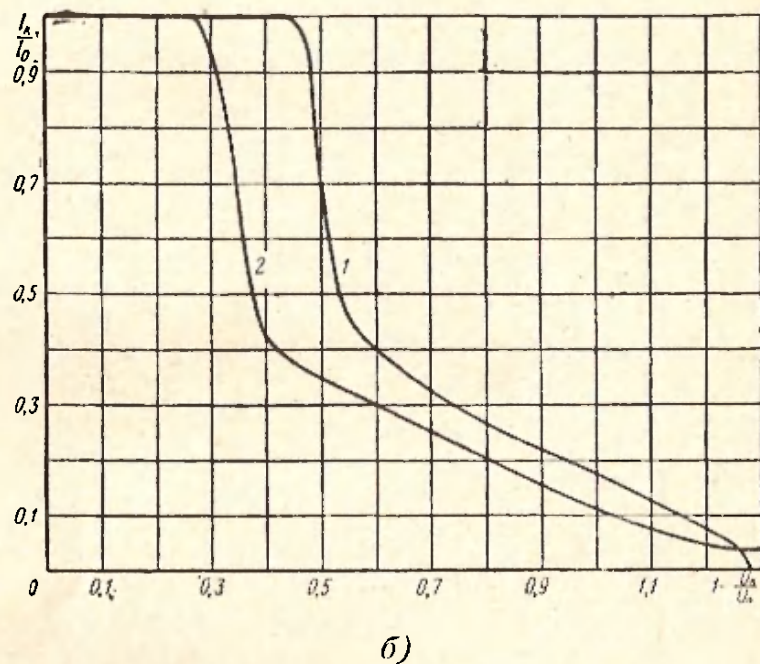
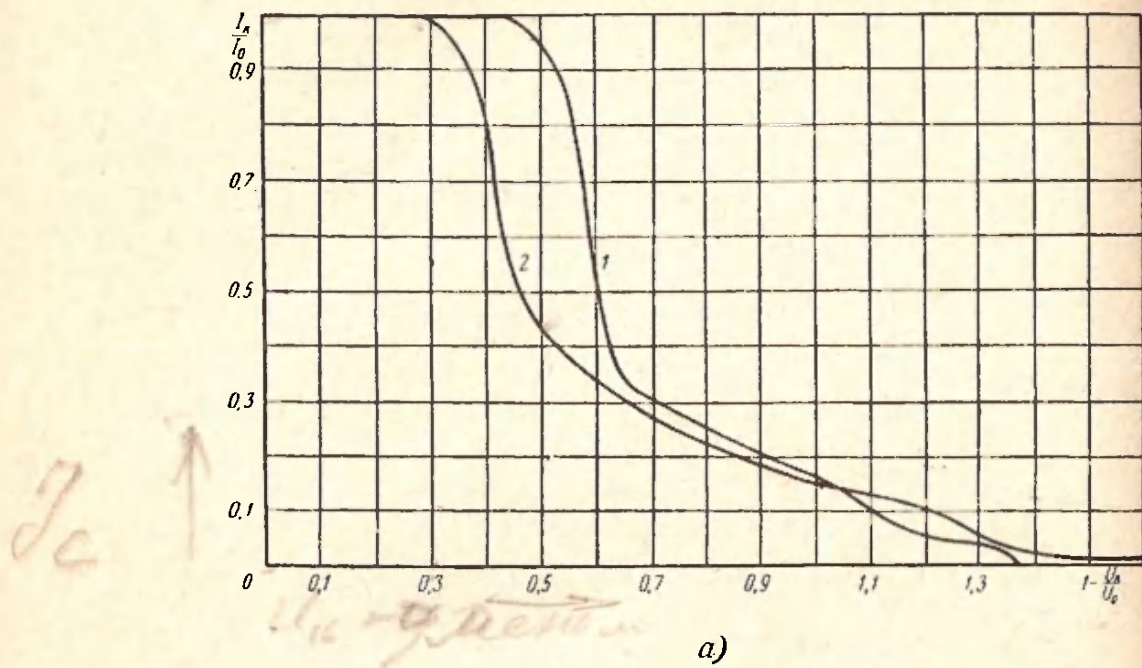


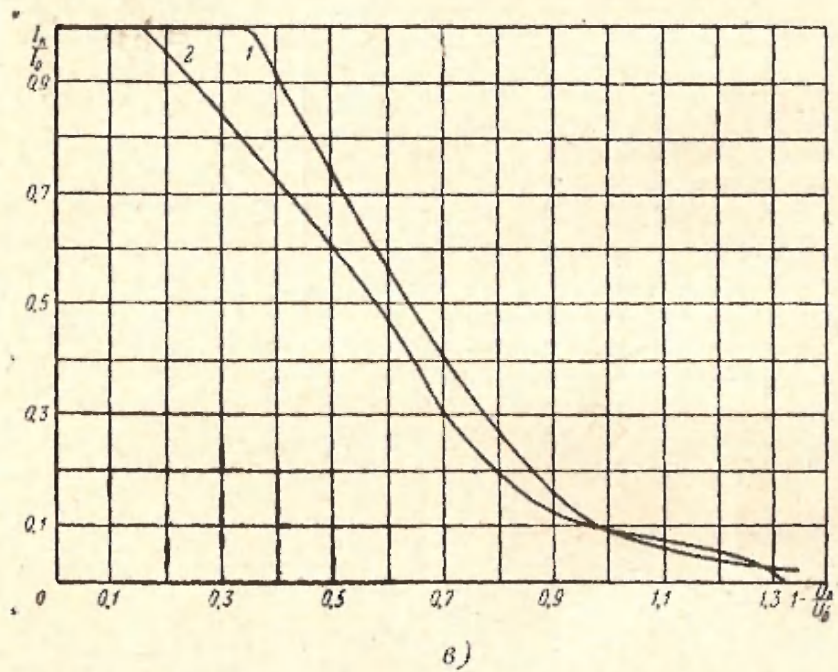
Рис. V.50, а, б, в. Зависимость отношения токи потенциалов на замедляющей
а) $q=0,5$; б) $q=1$;

ности, соответствующего максимальному усилению, кривая 2 соответствует режиму максимального к. п. д.

При построении кривых кроме графиков рис. 50, а, б и в были использованы графики рис. V.5 и V.27. Сопо-

ставление этих кривых показывает, что для больших значений C выигрыш в к. п. д. при понижении потенциала коллектора мал.

Анализ спектра скоростей, приведенный на рис. V.50, показывает, что можно осуществить более эффективный отбор отработанных электронов и, следовательно, повысить полный к. п. д. ЛБВ, если применить многоэлектродный коллектор и на каждый электрод подать соответствующий потенциал*. При этом минимальный потенциал первого электрода подбирается таким, чтобы не допустить обратного движения и оседания электронов на замедляющую систему. Для получения максимального к. п. д. следует значения потенциалов на электродах коллектора подбирать таким образом, чтобы знаменатель правой части соотношения (V.48) был минимальным. При этом, естественно, надо учесть распределение скоростей электронов, т. е. воспользоваться кривыми на рис. V.50. На рис. V.52 представлена зависимость оптимальных потенциалов электродов для одно-



коллектора к току пучка от относительной разности потенциалов системы и на коллекторе; $C=0,1$.

в) $q=2$.

* Возможность повышения к. п. д. клистрона путем торможения электронов в многоэлектродном коллекторе исследована в диссертации И. Р. Геккера [13].

двух- и трёхсекционного коллектора от пространственного заряда. На рис. V.53 представлена зависимость тока, приходящегося на каждую секцию при оптимальном значении потенциала от пространственного заряда. Кривые на рис. V.52 и V.53 получены из распределения

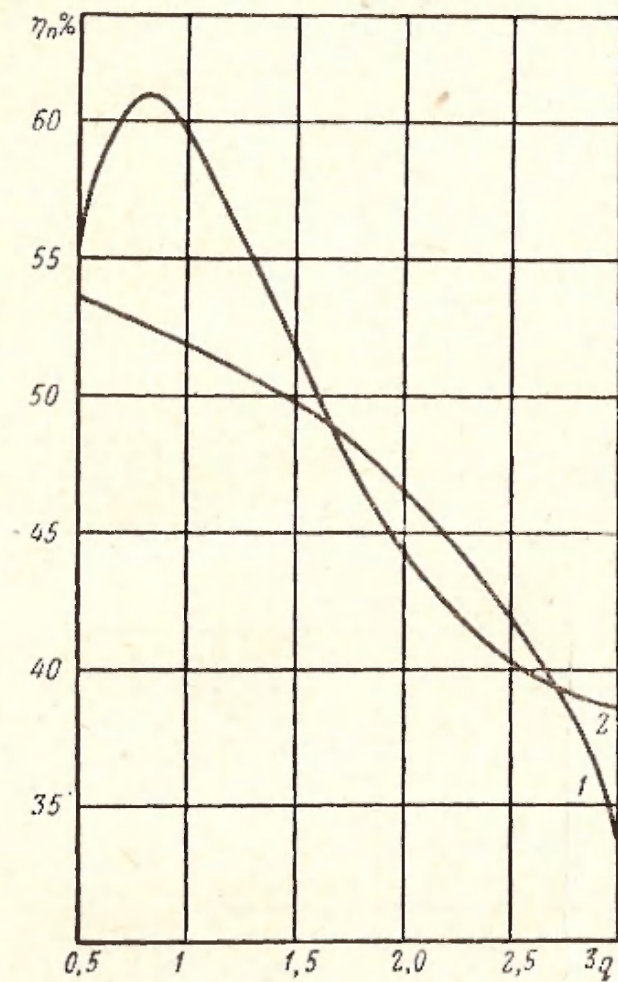


Рис. V.51. Зависимость полного к. п. д. от параметра пространственного заряда; $C=0,1$.

Кривая 1 соответствует режиму максимального усиления; кривая 2 — режиму максимального к. п. д.

электронов по скоростям (рис. V.50) при минимизации правой части соотношения (V.48). При этом предполагалось, что ток на замедляющую систему равен нулю. На рис. V.54 дана зависимость максимального полного к. п. д. от пространственного заряда для одно-, двух- и трёхсекционного коллектора. Увеличение к. п. д. ЛБВ при использовании многосекционного коллектора

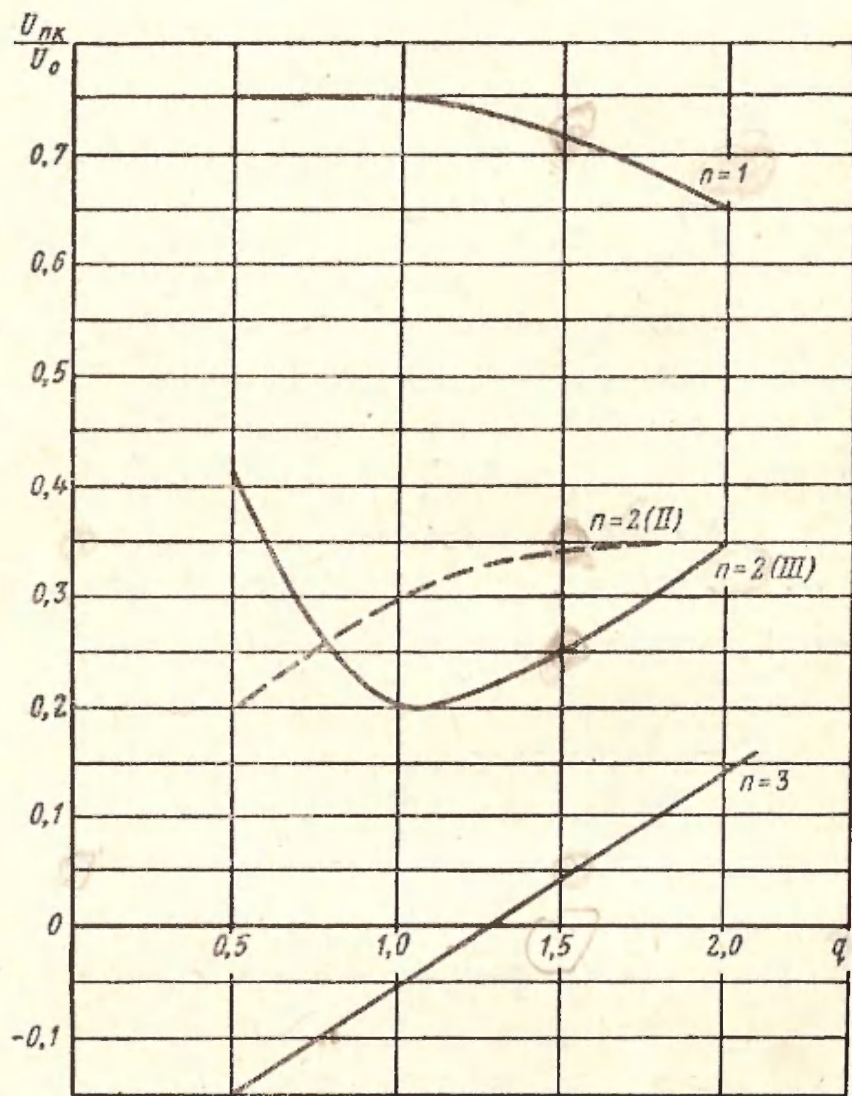


Рис. V.52. Зависимость оптимальных потенциалов электродов коллектора от пространственного заряда. Римскими цифрами указано число электродов коллектора.

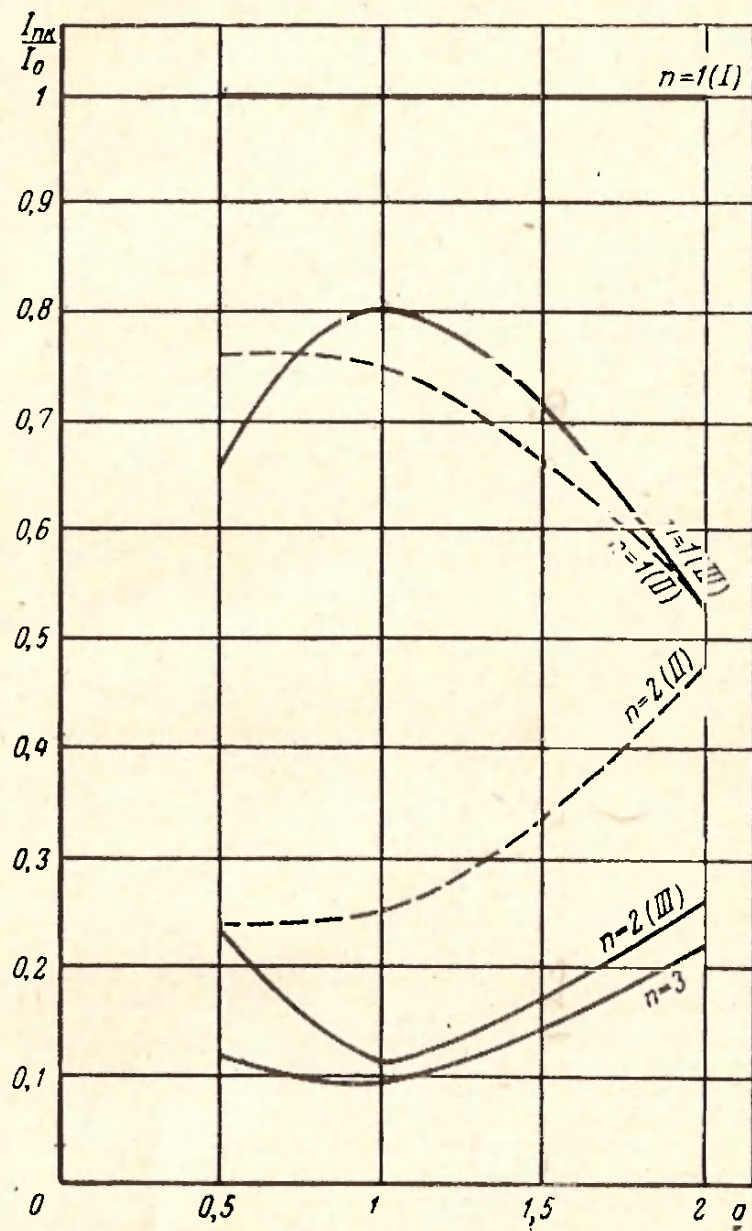


Рис. V.53. Зависимость отношения тока на каждую секцию коллектора к току пучка от пространственного заряда.
Римскими цифрами указано число электродов коллектора.

рассчитано также в работе [14]. При этом была использована кривая распределения электронов по скорости, экспериментально полученная Катлером [15].

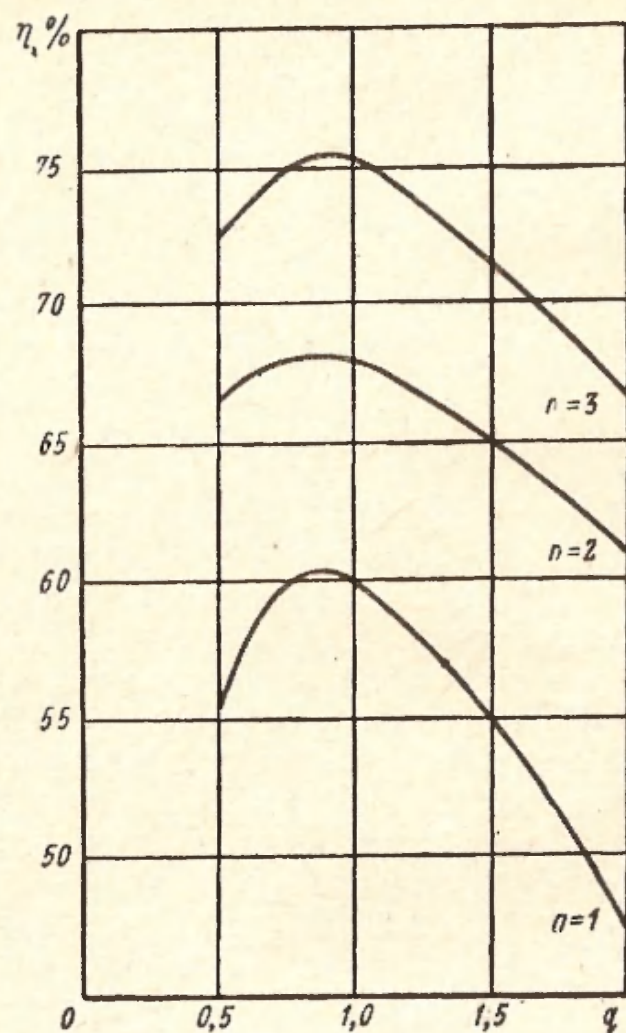


Рис. V.54. Зависимость максимального полного к. п. д. ЛБВ с многоэлектродным коллектором от пространственного заряда.

Приведенный анализ показал, что метод повышения к. п. д. ЛБВ путем торможения электронов в коллекторе является достаточно эффективным. При использовании трехсекционных коллекторов значения к. п. д. ЛБВ в достаточно широком интервале изменения параметров прибора сравнимы с к. п. д. усилителей М-типа.

ГЛАВА VI

МЕТОДИКА РАСЧЕТА ЛАМПЫ БЕГУЩЕЙ ВОЛНЫ СПИРАЛЬНОГО ТИПА

VI.1. ВВЕДЕНИЕ

Вопросам разработки инженерного метода расчета усилительной ЛБВ со спиральной замедляющей линией посвящено сравнительно большое число работ [1—6]. Все эти работы основаны на линейной теории, справедливой для малых значений параметра усиления.

В настоящей главе дан вывод приближенных аналитических формул для расчета коэффициента усиления и полосы усиливаемых частот ЛБВ со спиральной линией замедления с учетом пространственного заряда, затухания и больших значений параметра усиления. При этом рассматриваются ЛБВ со сплошным и с полым пучком. Формулы получены на основе аппроксимации основных результатов линейной теории, изложенной в гл. II. На основе нелинейных характеристик ЛБВ, приведенных в гл. V, приводится метод расчета основных параметров ЛБВ при конечных уровнях входного сигнала. Результаты расчета сравниваются с экспериментальными данными.

Сделаем несколько замечаний относительно метода аппроксимации. Как известно, метод аппроксимации заключается в том, что для данной функции подбирается подходящее аналитическое выражение, затем каким-либо способом (например, методом наименьших квадратов) находятся величины, принятые за неизвестные. Точность аппроксимации зависит от правильности выбора формулы. Обычно подобрать аналитическое выражение для всего графика трудно, поэтому ограничиваются только той его частью, которая представляет наиболь-

ний интерес. Ниже всюду будут указаны пределы применимости выведенных формул в тех случаях, когда аппроксимация проводится не для всего графика, а лишь для его части. Отметим, что один и тот же график может быть аппроксимирован с примерно одинаковой степенью точности различными формулами. Поэтому окончательные выражения, объединяющие несколько аппроксимирующих формул, также могут иметь различный вид. Выбор той или иной формулы проводится с учетом получения возможно более простых окончательных выражений. С этой же целью величины, которые в интересующем диапазоне значений параметров изменяются мало, принимаются в ряде случаев постоянными.

VI.2. РАСЧЕТ ОСНОВНЫХ ПАРАМЕТРОВ ЛАМПЫ БЕГУЩЕЙ ВОЛНЫ СО СПЛОШНЫМ ПУЧКОМ

Вывод основной формулы для расчета коэффициента усиления

Согласно линейной теории коэффициент усиления ЛБВ вычисляется по формуле

$$G = BCN + A - A_1, \quad (\text{VI.1})$$

где $B = 54,5x_1$ — параметр усиления;

x_1 — действительная часть корня возрастающей волны, определяемого в общем случае из характеристического уравнения

$$\delta^3 + j\left(r - \frac{C^2}{4}\right)\delta^2 + \left(q + \frac{C}{2} + \frac{rC^2}{2}\right)\delta + j\left(1 + rq + \frac{5}{2}rC + 2r^2C^2 - \frac{aC^2}{4}\right) = 0; \quad (\text{VI.2})$$

$A < 0$ — параметр начальных потерь;

A_1 — коэффициент затухания, обусловленный потерями в локальном поглотителе;

C — параметр усиления;

$N = \frac{l}{\lambda} \frac{505}{\sqrt{U_0}}$ — число электрических длин волн, укладываемых вдоль участка взаимодействия;

$r = b - jd$.

Из уравнения (VI.2) следует, что $B = f(b, d, q, C)$. Рассмотрим вначале случай, когда параметр усиления

На рис. II.6—II.13 представлены зависимости корней характеристического уравнения (VI.2) от параметров b , q и C . Сопоставление кривых для различных значений параметра усиления показывает, что при увеличении параметра усиления параметр возрастающей волны уменьшается быстрее при уходе значения b от оптимального. Следовательно, соотношением (VI.4) для больших значений параметра усиления можно пользоваться только для сравнительно малых расстроек, т. е. когда $|b - b_0| \ll 1$. Согласно определению параметр усиления равен

$$C = \left(\frac{K_c I_0}{4U_0} \right)^{\frac{1}{3}},$$

где K_c — сопротивление связи спирали;
 I_0 — ток пучка;
 U_0 — ускоряющее напряжение пучка.

Сопротивление связи реальной спирали может быть выражено формулой

$$K = F \cdot K_c, \quad (\text{VI.11})$$

где K_c — сопротивление связи спирально-проводящего цилиндра с пучком;
 F — коэффициент, учитывающий влияние диэлектрика и отличие реальной спирали от спирально-проводящего цилиндра.

Величина коэффициента F зависит от формы и материала диэлектрических стержней и трубок, используемых для крепления спирали, а также от числа витков спирали, приходящихся на длину волны. Поэтому его точное значение обычно неизвестно.

Расчеты, приведенные в [7], показали, что в реальных лампах $F \approx 0,5$. Этим значением мы будем пользоваться в дальнейших расчетах. Так как коэффициент усиления пропорционален $K^{1/3}$, то очевидно, что погрешность в значении F мало сказывается при расчете усиления.

На рис. 1.2 представлена зависимость $\frac{v_{\phi}}{c} K_c$ от величины $\gamma a = \frac{2\pi a}{\lambda} \frac{c}{v_{\phi}}$ для различных значений отношения $\frac{b}{a}$

(радиуса пучка к радиусу спирали). Эта зависимость может быть аппроксимирована выражением

$$K_c \frac{v_\phi}{c} = m^3 (n - \gamma a)^3, \quad (\text{VI.12})$$

где m и n — функции параметра $\frac{b}{a}$, графики которых представлены на рис. VI.1.

Формула (VI.12) дает погрешность не более 15% для значения γa , лежащих в интервале $0,7 \leq \gamma a \leq 2,25$.

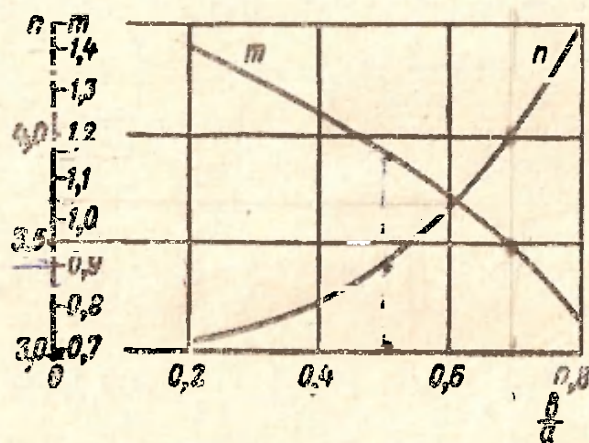


Рис. VI.1. Кривые для определения вспомогательных параметров m и n в зависимости от $\frac{b}{a}$.

Таким образом, выражение для сопротивления связи можно записать в виде

$$K = 0,5m^3 (n - \gamma a)^3 \frac{c}{v_\phi}. \quad (\text{VI.13})$$

Вводя микропервеанс пучка $p_1 = 10^8 I_0 U_0^{-\frac{3}{2}}$ и подставляя его в выражение для параметра усиления получаем

$$C = 4 \cdot 10^{-2} m (n - \gamma a) p_1^{\frac{1}{3}} \left(\frac{v_0}{v_\phi} \right)^{\frac{1}{3}}. \quad (\text{VI.14})$$

Это соотношение дает возможность вычислить параметр усиления по известным значениям параметров замедляющей системы и пучка.

Вычислим теперь параметр пространственного заряда. Согласно определению

$$q = \frac{\omega_p^2}{\omega^2 C^2} p^2, \quad (\text{VI.15})$$

где p^2 — коэффициент депрессии.

Как показано в первой главе, для практических расчетов коэффициент депрессии можно заменить коэффициентом уменьшения плазменной частоты. На рис. 1.4 представлена зависимость квадрата коэффициента уменьшения плазменной частоты от $\beta_e a$ для различных значений отношений $\frac{b}{a}$.

Эта зависимость может быть представлена следующим приближенным выражением:

$$R^2 = 0,3\beta_e b = 0,3\gamma b \frac{v_\phi}{v_0} = 0,3\gamma a \frac{b}{a} \frac{v_\phi}{v_0}, \quad (\text{VI.16})$$

которая для $0,5 \leq \gamma a \leq 3$ и $0,4 \leq \frac{b}{a} \leq 0,6$ дает погрешность не более 10%.

Воспользовавшись определением плазменной частоты

$$\omega_p^2 = \frac{e}{m\epsilon_0} \rho_0$$

и выражением для параметра усиления, легко получить следующую формулу для вычисления параметра пространственного заряда:

$$q = \frac{5,62 p_1^{\frac{1}{3}}}{a \gamma a m^2 (\gamma - \gamma a)^2} \left(\frac{v_0}{v_\phi} \right)^{1/3}. \quad (\text{VI.17})$$

Из формул (VI.8) и (VI.16) можно получить приближенное выражение для отношения $\frac{v_0}{v_\phi}$:

$$\frac{v_0}{v_\phi} = 1 + 0,095 \frac{\sqrt{\frac{a}{b}}}{\sqrt{\gamma a}} p_1^{\frac{1}{2}}. \quad (\text{VI.18})$$

Подставляя (VI.18) в формулы, определяющие параметр усиления и параметр пространственного заряда, получаем

$$C = 4 \cdot 10^{-2} m \sigma (n - \gamma a), \quad (\text{VI.19})$$

$$q = \frac{5,62\sigma}{m^2 \frac{b}{a} \gamma a (n - \gamma a)^2}, \quad (\text{VI.20})$$

где

$$\sigma = \left[p_1 \left(1 + 0,095 \sqrt{\frac{a}{v \cdot \gamma a} p_1^2} \right) \right]^{\frac{1}{3}}. \quad (\text{VI.21})$$

Для ЛБВ средней мощности, которые обычно работают в нелинейном режиме, следует ожидать расхождения рассчитанных и экспериментальных значений отношения $\frac{v_0}{v_\phi}$.

На причинах этого расхождения остановимся далее.

Число электрических длин волн, укладывающихся вдоль участка взаимодействия, определяется соотношением

$$N = \frac{l}{\lambda} \cdot \frac{c}{v_n} = \frac{l}{2\pi a} \gamma a \frac{v_\phi}{v_0}, \quad (\text{VI.22})$$

где l — геометрическая длина участка взаимодействия.

Заметим, что обычно в линейной теории ЛБВ под N понимают число замедленных длин волн, т. е. $N_\phi = \frac{l}{\lambda} \frac{c}{v_\phi}$. Величины N и N_ϕ связаны зависимостью $N = \frac{N_\phi}{1 + bC}$. Таким образом, при больших значениях параметра усиления C различие между N и N_ϕ оказывается существенным.

Используя соотношения (VI.4), (VI.9) и (VI.22), можно записать

$$BCN = \{ \mathcal{E}_0(q) [1 + C_2(q) \cdot 4 \cdot 10^{-2} m \sigma (n - \gamma a)] - C_1(q) (b - b_0)^2 \} 4 \cdot 10^{-2} m (n - \gamma a) p^{\frac{1}{3}} \frac{l}{2\pi a} \gamma a \left(\frac{v_\phi}{v_0} \right)^{\frac{2}{3}}, \quad (\text{VI.23})$$

где $\mathcal{E}_0(q)$, $C_1(q)$ и $C_2(q)$ определяются формулами (VI.5), (VI.6) и (VI.10) соответственно.

Найдем значение BCN при $b = b_0$, которое соответствует максимальному значению параметра возрастающей волны

$$BCN = 6kr^3 m \cdot \gamma a (n - \gamma a) [1 + 0,052q - 0,4 \ln(1 + q)] \times \\ \times [1 + (0,33 + 0,62q - 0,05q^2) \cdot 4 \cdot 10^{-2} m \sigma (n - \gamma a)], \quad (VI.24)$$

где $k = \frac{l}{20a}$ — параметр, характеризующий размеры спирали.

Соотношение (VI.24) позволяет найти оптимальное значение параметра $\gamma a = \frac{2\pi a}{\lambda} \frac{c}{v_\phi}$, при котором BCN принимает максимальное значение, в зависимости от первеанса пучка и отношения радиуса пучка к радиусу спирали $\frac{b}{a}$.

Определение оптимального значения γa означает, что при заданной геометрии спиральной замедляющей линии определяется частота сигнала, на которой коэффициент усиления максимален.

В связи с тем, что оптимальное значение параметра γa определяет при заданной частоте оптимальную геометрию спиральной замедляющей системы, точное определение значения γa имеет весьма важное значение.

Рассмотрим вначале случай, когда зависимостью фазовой скорости волны в системе от частоты можно пренебречь, т. е. предположим, что дисперсия отсутствует. В работе [8] показано, что подбором формы и свойств диэлектрических опор можно получить замедляющую систему, в которой дисперсия практически будет отсутствовать. В этом случае отношение $\frac{v_\phi}{v_0}$ можно считать не зависящим от частоты. При определении $(\gamma a)_{\text{опт}}$ считаем, что радиус спирали a и замедление $\frac{c}{v_\phi}$ — величины постоянные. На рис. VI.2 представлена зависимость оптимального значения γa от первеанса для различных значений отношения $\frac{b}{a}$. Для пренебрежимо малого пространственного заряда ($q = 0$) $(\gamma a)_{\text{опт}} = \frac{n}{2}$. Учет пространственного заряда приводит к уменьшению значения $(\gamma a)_{\text{опт}}$,

что ясно видно из кривых рис. VI.2. Из этих кривых следует также, что начиная с $p_1 = 0,1$ величина $(\gamma a)_{\text{опт}}$ практически не зависит от первеанса. На рис. VI.3 представлена зависимость $\frac{BCN}{k}$ от первеанса для различных значений параметра γa . Кривые построены для значения

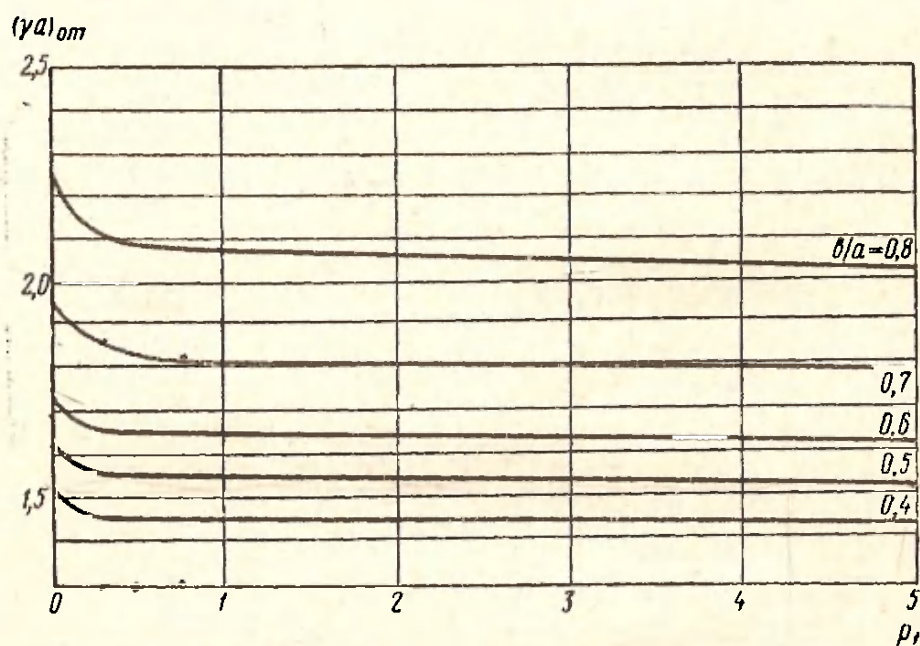


Рис. VI.2. Зависимость $(\gamma a)_{\text{опт}}$ от первеанса пучка p_1 для различных значений $\frac{b}{a}$.

$\frac{b}{a} = 0,5$ в предположении, что параметр возрастающей волны B не зависит от C (малые значения параметра C). Пунктирной кривой на этом рисунке представлена указанная зависимость для $\gamma a = 1,5$ без учета пространственного заряда (при этом $q = 0$, $\frac{v_n}{v_{\text{ф}}} = 1$). Как показывают расчеты, проведенные для построения кривых рис. VI.3, уже при $p = 0,1$ погрешность при пренебрежении пространственным зарядом достигает более 20%. На рис. VI.4 представлена зависимость $\frac{BCN}{k}$ от параметра γa для $p_1 = 1$. Из кривых этого рисунка следует, что коэффициент усиления ЛБВ существенно зависит от отношения диаметра пучка к диаметру спирали.

Зависимость BCN от первеанса для $\gamma a = (\gamma a)_{\text{опт}}$ и малых значений C может быть аппроксимирована достаточно простым соотношением:

$$BCN = 0,365 \frac{b^7}{a} \left(1 + 2 \frac{b}{a}\right) p_1^4, \quad (\text{VI.25})$$

которое дает возможность рассчитать максимальное значение коэффициента усиления ЛБВ. Из соотношения

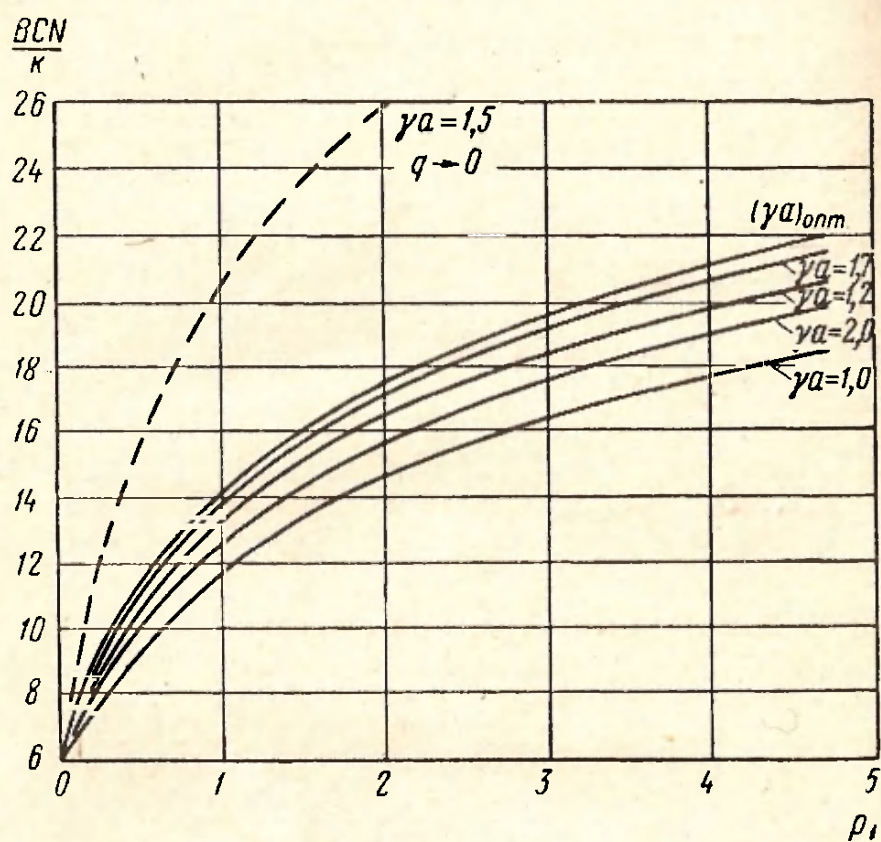


Рис. VI.3. Зависимость $\frac{BCN}{k}$ от первеанса пучка p_1 для различных значений γa : $\frac{b}{a} = 0,5$.

(VI.25) следует, что усиление ЛБВ с учетом пространственного заряда пропорционально первеансу в степени $1/4$. Очевидно, что соотношение (VI.25) справедливо и для значений $\gamma a \neq (\gamma a)_{\text{опт}}$, но при этом разным γa будут соответствовать свои числовые коэффициенты. Кривые рис. VI.4 можно трактовать как зависимость коэффициента усиления ЛБВ от частоты при такой подстрой-

ке ускоряющего напряжения на каждой частоте, чтобы $b = b_{\text{опт}}$ (даже при отсутствии дисперсии). В этом случае изменение коэффициента усиления с изменением частоты обусловлено изменением сопротивления связи и электрической длины прибора. Поэтому кривые рис. VI.4 ха-

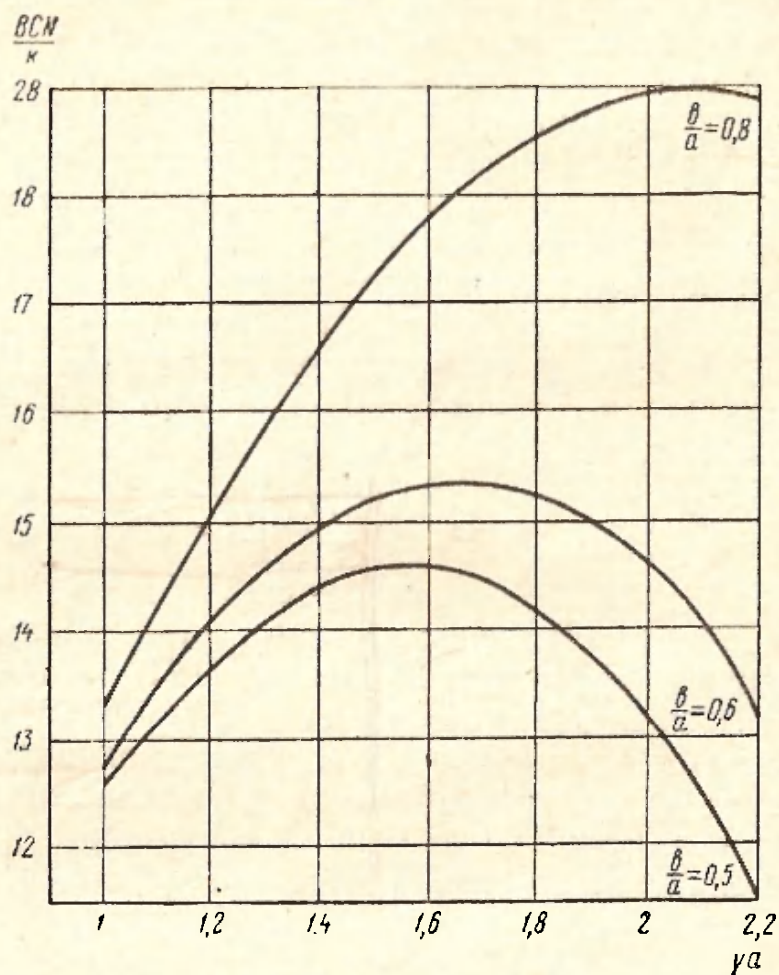


Рис. VI.4. Зависимость $\frac{BCN}{k}$ от параметра γa для различных значений $\frac{h}{a}$; $p_1 = 1$.

рактически характеризуют «идеальную» полосу усиливаемых частот ЛБВ.

Для определения коэффициента усиления следует вычислить также параметр начальных потерь A и параметр A_1 , характеризующий уменьшение усиления, обусловленное локальным поглотителем. Для расчета параметра A можно воспользоваться графиками рис. II.19 и II.20. Для вывода приближенной формулы для пара-

метра A_1 воспользуемся результатами линейного анализа ЛБВ с локальным поглотителем, приведенными в § II.5. Там было показано, что уменьшение усиления, обусловленное локальным затуханием, практически не зависит от параметров лампы при изменении их в достаточно широком диапазоне (например, при изменении параметра пространственного заряда от 0,5 до 3). Уменьшение усиления практически не зависит также от длины участка взаимодействия (величина A_1 остается постоянной при изменении CN от 1 до 2).

Таким образом, уменьшение коэффициента усиления ЛБВ, обусловленное локальным затуханием, зависит только от длины локального поглотителя и параметра распределенного затухания. Зависимость G от длины поглощающего участка представлена на рис. II.28.

В результате аппроксимации можно получить следующее соотношение:

$$A_1 = (7 + 9,4d_2) CN_2, \quad (\text{VI.26})$$

которое дает погрешность не более 3% при $d_2 \geq 0,5$. Соотношение (VI.26) справедливо для минимального уменьшения коэффициента усиления ЛБВ, которое имеет место при выполнении неравенства $CN_1 \geq 0,25$, где N_1 — число электрических длин волн, укладываемых в промежутке от входного устройства до начала поглощающего участка. Если это условие не выполняется, то необходимо пользоваться зависимостью коэффициента усиления ЛБВ от положения локального поглотителя.

Вывод основной формулы для расчета полосы усиливаемых частот

При расчете зависимости коэффициента усиления от частоты следует учесть, что изменение частоты приводит к изменению всех параметров, входящих в формулу для усиления (VI.24). Как и в предыдущем случае, будем считать, что фазовая скорость волны в спирали не зависит от частоты, т. е. что дисперсия отсутствует.

Обозначим относительное изменение частоты через

$$\alpha = \frac{\Delta f}{f_0}, \quad (\text{VI.27})$$

где Δf — изменение частоты относительно центра диапазона, который соответствует частоте f_0 . Индексом «нуль» обозначены значения параметров в центре диапазона.

С учетом (VI.27) после несложных преобразований получаем следующие зависимости параметров ЛБВ от частоты:

$$\begin{aligned} \gamma a &= (\gamma a)_0 (1 + \alpha), \\ C &= C_0 (1 - \xi \alpha), \\ CN &= (CN)_0 [1 + (1 - \xi) \alpha - \xi \alpha^2], \end{aligned} \quad (\text{VI.28})$$

$$b = \frac{b_0}{1 + \xi \alpha},$$

$$q = \frac{q_0}{(1 + \alpha)(1 - \xi \alpha)^2},$$

где

$$\xi = \frac{(\gamma a)_0}{n - (\gamma a)_0}. \quad (\text{IV.29})$$

Подставляя (VI.28) в (VI.23), после очевидных преобразований получаем зависимость коэффициента усиления от частоты (в предположении, что параметры A , A_1 и L слабо зависят от частоты и их можно считать постоянными в рабочем диапазоне частот):

$$G = G_0 - k \cot \gamma a (n - \gamma a) [-P_1 \alpha + P_2 \alpha^2 - P_3 \alpha^3 + \dots], \quad (\text{VI.30})$$

где P_1, P_2, P_3 являются довольно сложными функциями $(\gamma a)_0, P_1, \frac{b}{a}$.

Расчеты показывают, что $P_3 \ll P_2$. Поэтому, принимая во внимание, что обычно $\alpha = \frac{\Delta f}{f_0} < 0,5$, третьим и последующими членами в соотношении (VI.30) можно пренебречь.

Таким образом, с достаточной степенью точности можно считать, что

$$G = G_0 - k \cot \gamma a (n - \gamma a) (-P_1 \alpha + P_2 \alpha^2). \quad (\text{VI.31})$$

Рассмотрим режим оптимального усиления, когда в центре полосы $\gamma a = (\gamma a)_{\text{опт}}$. Очевидно, что в этом случае $P_1\left(\gamma a_{\text{опт}}, p, \frac{b}{a}\right) = \bar{U}$, так как в центре диапазона коэффициент усиления имеет максимальное значение.

Обозначая

$$m \gamma a (n - \gamma a) P_2\left(\gamma a_{\text{опт}}, p_1, \frac{b}{a}\right) = \Phi\left(p_1, \frac{b}{a}\right), \quad (\text{VI.32})$$

получаем формулу, определяющую зависимость коэффициента усиления от частоты:

$$G = G_0 - \Phi k \sigma a^2. \quad (\text{VI.33})$$

Зависимость функции Φ от величины перванса p_1 для различных значений отношения $\frac{b}{a}$ представлена на рис. VI.5. Таким образом, в режиме оптимального усиления в центре диапазона кривая зависимости усиления от частоты является симметричной относительно центра диапазона. При выводе зависимости усиления от

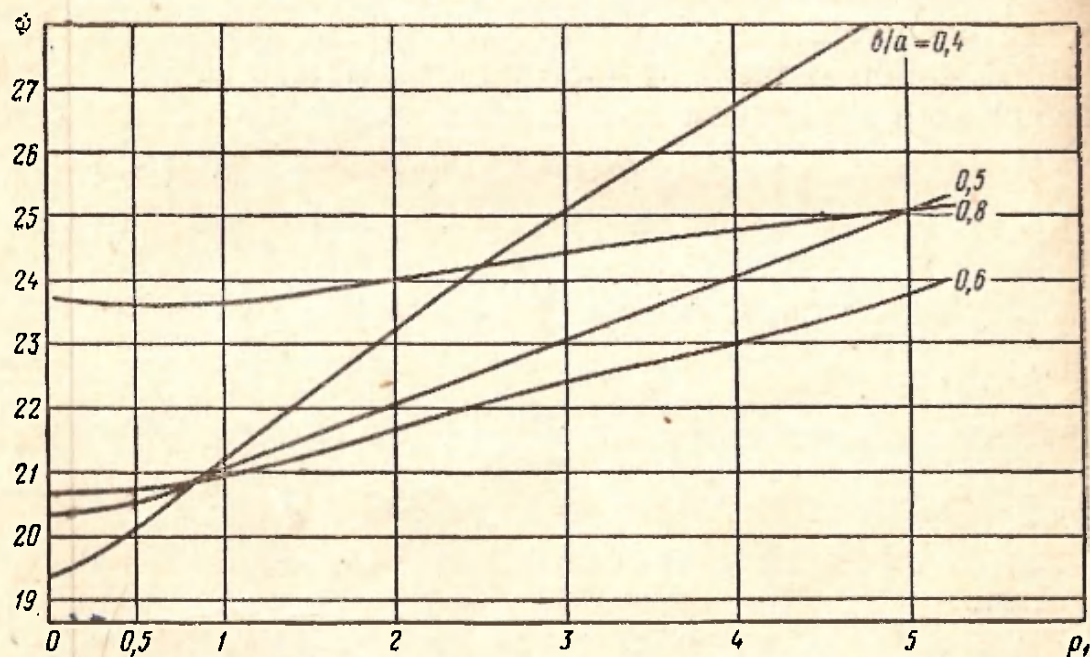


Рис. VI.5. Зависимость функции Φ , определяющей полосу частот ЛБВ, от перванса пучка p_1 для различных значений $\frac{b}{a}$.

частоты считалось, что затухание постоянно в рабочем диапазоне частот. В действительности величина затухания зависит от частоты. При наличии только распределенного затухания с увеличением частоты величина затухания будет увеличиваться. Это приведет к «завалу» усиления в высокочастотной части диапазона (при идеальном согласовании по диапазону).

При наличии локального затухания необходимо рассмотреть два случая. Если поглощающий слой замыкает витки спирали, то с увеличением частоты величина затухания увеличивается [9] и «завал» усиления происходит в высокочастотной части диапазона. Если поглощающий слой является цилиндром, коаксиальным со спиралью, то с увеличением частоты величина затухания может как увеличиваться, так и уменьшаться в зависимости от величины удельного поверхностного сопротивления в центре диапазона [10]. Это явление может быть использовано для получения пологой кривой зависимости коэффициента усиления от частоты.

Из (VI.33) находим

$$\frac{f_2 - f_1}{f_0} = \frac{2\Delta f}{f_0} = 2\sqrt{\frac{G_0 - G}{k\Phi\sigma}}. \quad (\text{VI.34})$$

На рис. VI.6 представлена зависимость параметра $\frac{G_0 - G}{k}$ от относительного изменения частоты для различных значений переанса для $\frac{b}{a} = 0,5$. Пунктиром показана эта же зависимость для значения переанса $p = 3$ без учета пространственного заряда.

Зависимость параметра, $\frac{G_0 - G}{k}$ от α для разных значений $\frac{b}{a}$ представлена на рис. VI.7,

Из формулы (VI.34) можно получить следующее соотношение:

$$2 \frac{\Delta f}{f_0} \sqrt{G_0} = 2\sqrt{\frac{G_0 - G}{\Phi}} A_2 = \text{const}, \quad (\text{VI.35})$$

где

$$A_2 = 6m(\gamma a)_0 [n - (\gamma a)_0] [1 + 0,052q_0 - 0,4 \ln(1 + q_0)].$$

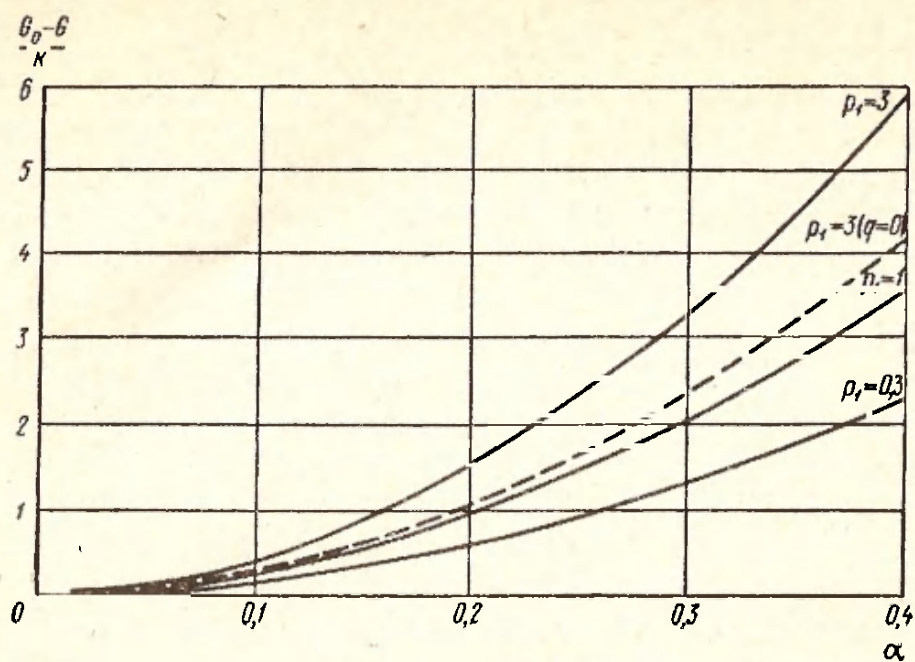


Рис. VI.6. Зависимость параметра $\frac{G_0 - G}{k}$ от относительного изменения частоты α для различных значений первого параметра ρ_1 ; $\frac{b}{a} = 0,5$.

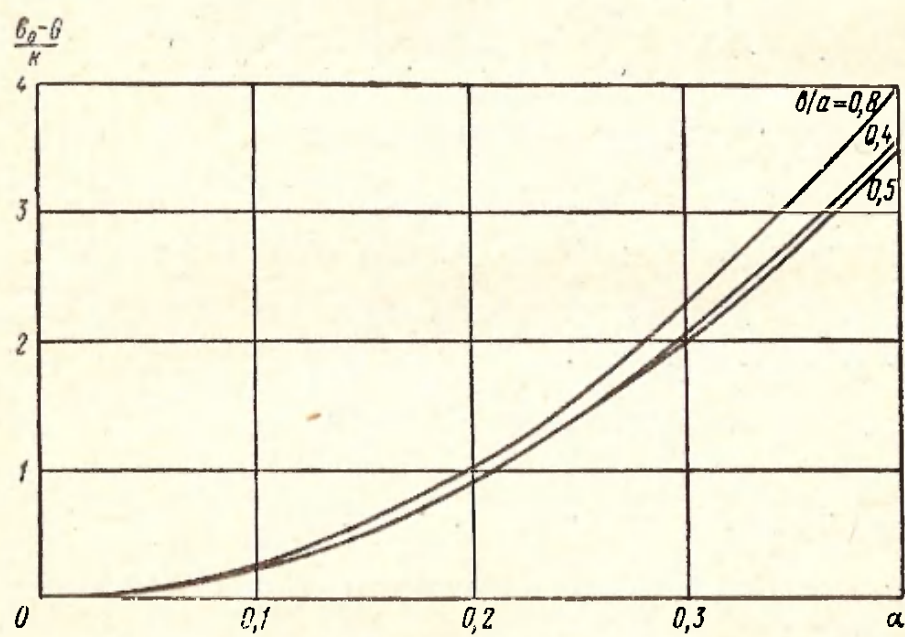


Рис. VI.7. Зависимость параметра $\frac{G_0 - G}{k}$ от относительного изменения частоты α для различных значений $\frac{b}{a}$; $\rho_1 = 1$.

Учет дисперсии спиральной замедляющей системы

Ранее были получены соотношения, позволяющие рассчитать основные параметры ЛБВ в линейном режиме. При выводе этих соотношений предполагалось, что фазовая скорость не зависит от частоты. Это справедливо для спиральных замедляющих систем с диэлектрическими опорами, обладающих незначительной дис-

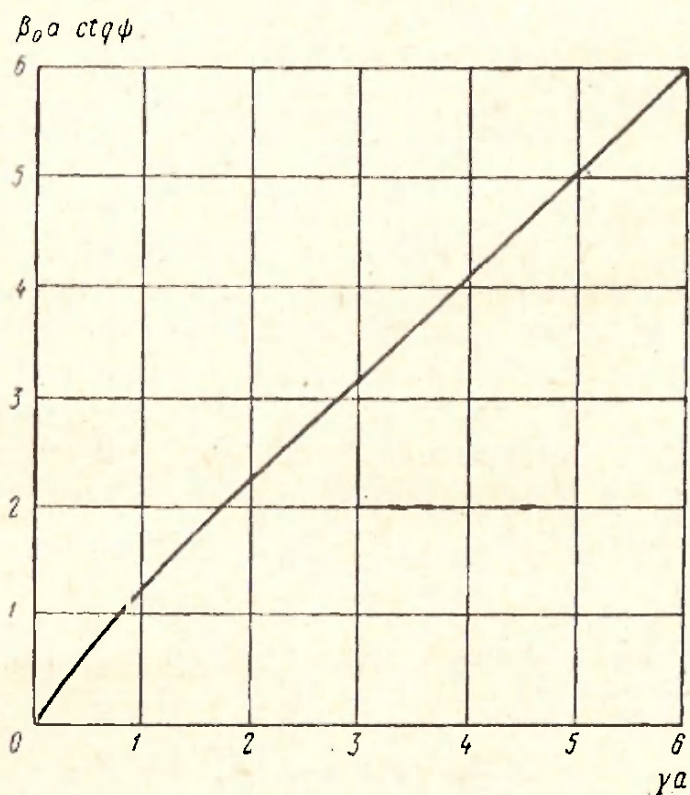


Рис. VI.8. Дисперсионная кривая спирально-проводящего цилиндра.

персией в рабочей полосе частот. В некоторых случаях дисперсия может быть значительной, тогда ее необходимо учитывать при расчете основных параметров ЛБВ. Наличие дисперсии приводит, естественно, к уменьшению полосы усиливаемых частот, а также к изменению оптимального значения параметра γa .

Рассмотрим сначала одиночную спираль. Ее дисперсионное уравнение имеет следующий вид:

$$(\gamma a)^2 \frac{I_0(\gamma a) K_0(\gamma a)}{I_1(\gamma a) K_1(\gamma a)} = (ka \operatorname{ctg} \psi)^2. \quad (\text{VI.36})$$

На рис. VI.8 представлена дисперсионная кривая спиральной замедляющей системы. Как видно из рисунка

ка, дисперсионная кривая в интервале изменения параметра γa , $0,75 \leq \gamma a \leq 3$ может быть достаточно точно аппроксимирована уравнением

$$ka \cdot \operatorname{ctg} \psi = 0,32 + 0,92\gamma a. \quad (\text{VI.37})$$

Используя соотношение $\gamma a = \frac{2\pi a}{\lambda} \frac{c}{v_\phi}$, простым преобразованием уравнение (VI.37) может быть представлено в виде

$$\frac{c}{v_\phi} = 1,09 \left(\frac{2\pi a}{\lambda} - 0,32 \frac{\lambda}{2\pi a} \right). \quad (\text{VI.38})$$

Соотношение (VI.38) справедливо для свободной спирали без диэлектрических крепящих опор. Учет влияния диэлектрика на распространение электромагнитной волны вдоль спиральной замедляющей системы приводит к очень сложному дисперсионному уравнению, которое невозможно использовать для получения простых инженерных формул. Поэтому зависимость замедления $\frac{c}{v_\phi}$ от длины волны получают, основываясь на результатах «холодных» измерений.

В рабочей полосе частот эта зависимость обычно также линейная, т. е.

$$\frac{c}{v_\phi} = D_1 - D_2 \lambda. \quad (\text{VI.39})$$

Выражая длину волны через параметр γa , получаем

$$\frac{c}{v_\phi} = \frac{D_1 \gamma a}{\gamma a + 2\pi a D_2}. \quad (\text{VI.40})$$

Таким образом,

$$\frac{v_\phi}{v_0} = \frac{505}{\sqrt{U_0}} \cdot \frac{\gamma a + 2\pi a D_2}{D_1 \gamma a}. \quad (\text{VI.41})$$

Подставляя это выражение в (VI.23), получаем формулу для коэффициента усиления ЛБВ с учетом дисперсии:

$$BCN = \left\{ C_0(q) [1 + C_1(q) (b - b_0)^2 \cdot 4 \cdot 10^2 m (n - \gamma a) \sigma \times \right.$$

$$\times 4 \cdot 10^{-2} m (n - \gamma a) \rho^{\frac{1}{3}} \frac{b}{2\pi a} \left(\frac{505}{\sqrt{U_0}} \right)^{\frac{2}{3}} \left(\frac{\gamma a + 2\pi a D_2}{D_1} \right)^{\frac{2}{3}} (\gamma a)^{\frac{1}{3}} \}. \quad (\text{VI.42})$$

Найдем теперь оптимальные значения параметров, при которых усиление в данной точке диапазона будет максимальным. Прежде всего следует найти оптимальное значение параметра γa (который определяет при $a = \text{const}$ и $\lambda = \text{const}$ оптимальное значение $\frac{c}{v_{\text{ф}}}$, т. е. оптимальное значение шага спирали).

Определив геометрию спирали, можно затем найти оптимальное значение напряжения пучка, соответствующее значению $b = b_{\text{опт}}$. На рис. VI.9 представлена зависимость оптимального значения параметра γa от отношения радиуса пучка к радиусу спирали для значения $2\pi a D_2 = 0,35$, соответствующего одиночной спирали, при $\rho = 1$. Сравнение кривой этого рисунка с кривой рис. VI.2 показывает, что учет влияния дисперсии приводит к уменьшению значения $(\gamma a)_{\text{опт}}$, причем это уменьшение тем больше, чем сильнее зависимость фазовой скорости от частоты.

Расчеты показывают, что при наличии дисперсии зависимость $(\gamma a)_{\text{опт}}$ от первеанса ничем не отличается от этой зависимости без учета дисперсии.

Аналогичным образом можно учесть влияние дисперсии на полосу усиливаемых частот. Для этого при использовании соотношений (VI.28) следует учесть зависимость параметра b от фазовой скорости. Расчет полосы с учетом дисперсии приводит к очень сложным выражениям и мы его приводить не будем.

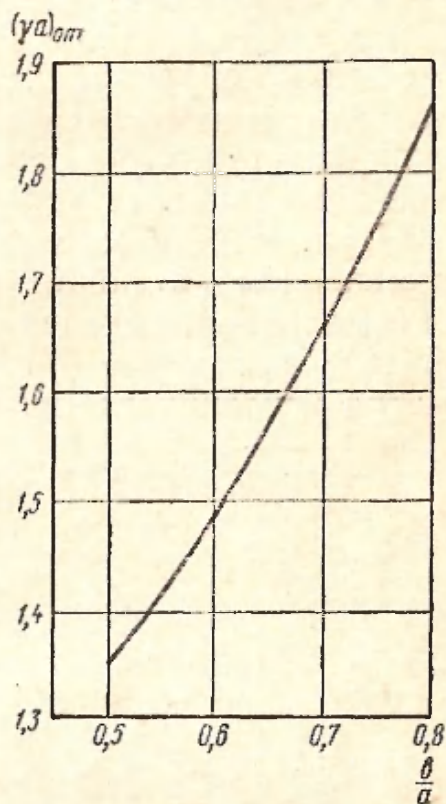


Рис. VI.9. Зависимость оптимального значения параметра γa от $\frac{b}{a}$ для значения

$$D_2 = \frac{0,35}{2\pi a}.$$

Влияние изменения питающих напряжений на усиление лампы бегущей волны

Формула для коэффициента усиления ЛБВ позволяет оценить уменьшение усиления, обусловленное изменением питающих напряжений по сравнению с оптимальными значениями.

Рассмотрим ЛБВ с двуханодной пушкой. Напряжение U_1 первого анода определяет ток пучка. Напряжение U_2 второго анода, электрически связанного со спиралью, определяет первеанс пучка и скорость электронов, а следовательно, параметр несинхронности.

Таким образом, изменение питающих напряжений приводит к изменению первеанса пучка и параметра несинхронности, что в свою очередь обуславливает изменение коэффициента усиления.

Для расчета уменьшения усиления, обусловленного изменением питающих напряжений по сравнению с их оптимальными значениями, воспользуемся формулой (VI.23), которую в приближении малых значений параметра усиления запишем следующим образом:

$$BCN = Mk\sigma [C_0(q) - C_1(q)(b - b_0)^2], \quad (\text{VI.43})$$

где

$$M = \frac{0,4}{\pi} m\gamma a (n - \gamma a). \quad (\text{VI.44})$$

Обозначим через α_1 и α_2 относительные изменения напряжений: $\alpha_1 = \frac{\Delta U_1}{U_1}$, $\alpha_2 = \frac{\Delta U_2}{U_2}$. Таким образом, $U_1 = U_{10}(1 + \alpha_1)$, $U_2 = U_{20}(1 + \alpha_2)$, где индексом „нуль“ обозначены номинальные значения напряжений.

Будем в дальнейшем предполагать величины α_1 и α_2 достаточно малыми и пренебрегать членами, содержащими α в третьей и более высокой степени. Несложные расчеты дают следующие выражения для параметров, входящих в формулу (VI.43):

$$\left. \begin{aligned} p_1 &= p_{10} \left[1 + \frac{3}{2}(\alpha_1 - \alpha_2) + \frac{3}{8}(\alpha_1^2 - 6\alpha_1\alpha_2 + 5\alpha_2^2) \right], \\ \sigma &= \sigma_0 \left[1 + \frac{1}{2}(\alpha_1 - \alpha_2) - \frac{1}{24}(\alpha_1^2 + 10\alpha_1\alpha_2 - 11\alpha_2^2) \right], \end{aligned} \right\} \quad (\text{VI.45})$$

$$\left. \begin{aligned} q &= q_0 \left[1 + \frac{1}{2}(\alpha_1 - \alpha_2) - \frac{1}{24}(\alpha_1^2 + 10\alpha_1\alpha_2 - 11\alpha_2^2) \right], \\ (b - b_0)^2 &= Q\alpha_2^2, \\ C_0(q) &= C_0(q_0) - R(\alpha_1 - \alpha_2) + S_1\alpha_1^2 + \\ &+ 2S_2\alpha_1\alpha_2 - S_3\alpha_2^2, \end{aligned} \right\} \quad (\text{VI.45})$$

где

$$Q = \frac{(1 + 0,11p_1^{1/2})^{4/3}}{6,4 \cdot 10^{-3} m^2 p_1^{2/3} (n - \gamma a)^2}; \quad (\text{VI.46})$$

$$R = \frac{1}{2}(18,8q_1 - 2,45q_0);$$

$$S_1 = \frac{1}{24}[18,8q_1(1 + 3q_1) - 2,45q_0];$$

$$S_2 = \frac{1}{24}[18,8q_1(5 - 3q_1) - 12,3q_0];$$

$$S_3 = \frac{1}{24}[18,8q_1(11 - 3q_1) - 28q_0];$$

$$q_1 = \frac{q_0}{1 + q_0}.$$

Индексом «нуль» обозначены значения параметров при номинальных значениях питающих напряжений.

Подставляя (VI.45) в формулу (VI.43) и предполагая, что параметр начальных потерь A остается постоянным при изменении α_1 и α_2 , после довольно громоздких преобразований получаем следующее выражение для уменьшения усиления, обусловленного разбросом напряжений U_1 и U_2 :

$$\frac{G_0 - G}{k} = \varphi_1 \left(p_1, \frac{b}{a} \right) (\alpha_2 - \alpha_1) + \varphi_2 \left(p_1, \frac{b}{a} \right) \alpha_2^2, \quad (\text{VI.47})$$

где

$$\begin{aligned} \varphi_1 \left(p_1, \frac{b}{a} \right) &= \frac{0,4}{\pi} m \gamma a (n - \gamma a) p_1^{1/3} (1 + 0,11p_1^{1/2}) \left\{ 47,3 - \right. \\ &\left. - 18,8 \left[\frac{q}{1+q} + 4,9q + \ln(1+q) \right] \right\}; \quad (\text{VI.48}) \end{aligned}$$

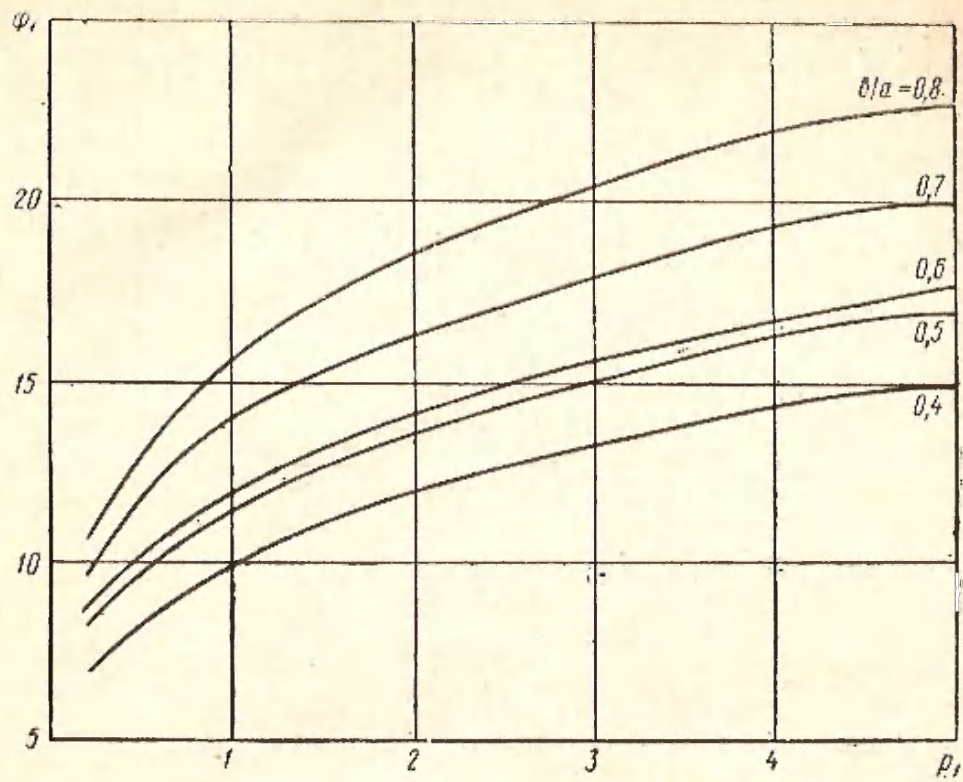


Рис. VI.10. Зависимость функции $\varphi_1 \left(p_1, \frac{b}{a} \right)$ от параметра пучка для различных значений $\frac{b}{a}$.

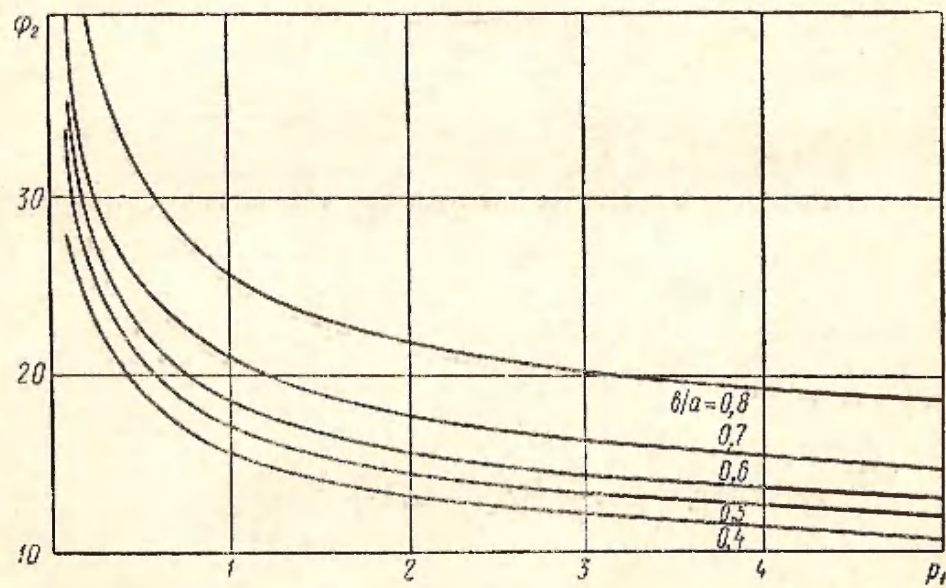


Рис. VI.11. Зависимость функции $\varphi_2 \left(p_1, \frac{b}{a} \right)$ от параметра пучка для различных значений $\frac{b}{a}$.

$$\varphi_2 \left(p_1, \frac{b}{a} \right) = \frac{20\gamma a(1 + 0,185p_1^{1/2})}{m(n - \gamma a)p_1^{1/2}}. \quad (\text{VI.49})$$

На рис. VI.10 и VI.11 представлены зависимости φ_1 и φ_2 от первеанса для различных значений параметра $\frac{b}{a}$.

Первое слагаемое формулы (VI.47) характеризует изменение усиления, обусловленное изменением первеанса пучка; второе слагаемое определяет уменьшение усиления, обусловленное отклонением скорости электронов от оптимального значения. Если напряжения U_1 и U_2 подаются от одного источника или если $U_1 = U_2$, то при изменении напряжения спирали первеанс пучка остается постоянным ($\alpha_1 = \alpha_2$) и

$$\frac{G_0 - G}{k} = \varphi_2 \left(p_1, \frac{b}{a} \right) \alpha_2^2. \quad (\text{VI.50})$$

В качестве примера рассчитаем максимально допустимый разброс напряжения спирали для ЛБВ с параметрами: $\frac{b}{a} = 0,5$; $p_1 = 0,2$; $k = 6$, при котором уменьшение усиления не превышает 1 дб.

Подставляя значения параметров в формулу (VI.50), получаем $\alpha_2^2 = 0,0062$, откуда $\alpha_2 = 2,5\%$.

VI.3. РАСЧЕТ ОСНОВНЫХ ПАРАМЕТРОВ ЛАМПЫ БЕГУЩЕЙ ВОЛНЫ С ПОЛЫМ ПУЧКОМ

В последнее время большой интерес вызывает использование в ЛБВ полых пучков. Как известно, основным преимуществом полых пучков является возможность получения высоких первеансов $[(20 \div 30) 10^{-6} a \cdot v^{-3/2}]$. Это позволяет получить большое усиление на единицу длины волны и, следовательно, сократить длину лампы при заданном усилении, что весьма существенно для ЛБВ дециметрового диапазона. Применение полого пучка дает возможность работать на более низких напряжениях при неизменной мощности пучка.

В настоящем параграфе дается вывод приближенных аналитических соотношений для расчета коэффициента усиления ЛБВ с полым пучком, расположенным как внутри, так и вне спирали.

Для расчета коэффициента усиления ЛБВ с полым пучком можно воспользоваться формулами предыдущего параграфа, кроме формул для сопротивления связи и для параметра пространственного заряда, которые будут теперь другими.

Для выражения сопротивления связи реальной спирали воспользуемся приближенным выражением для сопротивления связи на оси спирально-проводящего цилиндра [11]

$$K_0 = 60\pi e^{-2\gamma a} \frac{1}{\gamma a}. \quad (\text{VI.51})$$

Тогда выражение для сопротивления связи реальной спирали с полым пучком может быть записано следующим образом:

$$K = K_0 F \cdot f_1, \quad (\text{VI.52})$$

где $F \approx 0,5$;

$f_1 > 1$ — коэффициент, учитывающий отличие сопротивления связи спирали для полого пучка от сопротивления связи спирали для бесконечно тонкого пучка на оси. Этот коэффициент вычисляется по формуле

$$f_1 = \frac{1}{E_z^2(0)} \int_{r_1}^{r_2} E_z^2(r) dr, \quad (\text{VI.53})$$

где $E_z(r)$ — поле на расстоянии r от оси спирали;

r_1 и r_2 — внутренний и внешний радиусы пучка соответственно.

Продольные составляющие напряженности высокочастотного поля определяются соотношениями [11]:

внутри спирали

$$E_z = D I_0(\gamma r) e^{j(\omega t - \gamma z)};$$

вне спирали

$$E_z = D \frac{I_0(\gamma a)}{K_0(\gamma a)} K_0(\gamma r) e^{j(\omega t - \gamma z)}.$$

Подставив эти соотношения в (VI.53), после интегрирования получим:

для пучка внутри спирали

$$f_1 = \frac{1}{r_2^2 - r_1^2} \{ [r_2^2 [I_0^2(\gamma r_2) - I_1^2(\gamma r_2)] - r_1^2 [I_0^2(\gamma r_1) - I_1^2(\gamma r_1)]] \}; \quad (\text{VI.54a})$$

для пучка вне спирали

$$f_1 = \frac{I_0^2(\gamma a)}{K_0^2(\gamma a)} \frac{1}{r_2^2 - r_1^2} \{ r_2^2 [K_0^2(\gamma r_2) - K_1^2(\gamma r_2)] - r_1^2 [K_0^2(\gamma r_1) - K_1^2(\gamma r_1)] \}. \quad (\text{VI.54б})$$

Введем средний радиус полого пучка $b = \frac{r_1 + r_2}{2}$ и толщину пучка $\Delta = r_2 - r_1$. Разложим функции Бесселя в ряд по параметру $\frac{\Delta}{b}$, предполагая пучок достаточно тонким, чтобы можно было пренебречь членами, содержащими $\frac{\Delta}{b}$ в степени выше первой. В результате из (VI.54) получим: для пучка внутри спирали ($b < a$)

$$f_1 = I_0^2(\gamma b); \quad (\text{VI.55a})$$

для пучка вне спирали ($b > a$)

$$f_1 = \frac{I_0^2(\gamma a)}{K_0^2(\gamma a)} K_0^2(\gamma b). \quad (\text{VI.55б})$$

Из (VI.55) следует, что коэффициент \bar{f}_1 не зависит в первом приближении от толщины пучка и, следовательно, формула сопротивления связи, полученная для бесконечно тонкого пучка, справедлива для пучка конечной толщины при условии, что в разложении цилиндрических функций можно пренебречь членами, содержащими $\left(\frac{\Delta}{b}\right)^2$.

Заметим, что приближенный учет влияния толщины пучка на сопротивление связи может быть проведен,

если при вычислении коэффициента f_1 значения функций Бесселя заменить их асимптотическими выражениями.

Тогда в выражениях для f_1 появится дополнительный множитель δ , равный

$$\delta = \frac{\text{sh } \gamma \Delta}{\gamma \Delta}. \quad (\text{VI.56})$$

Зная сопротивление связи, можно вычислить параметр усиления C . Расчет дает

$$C = 0,230 p_1^{1/3} I_0^{2/3}(\gamma b) e^{-2/3 \gamma a \left(\frac{v_0}{v_{\text{ф}}}\right)^{1/3}} \text{ для } b < a, \quad (\text{VI.57})$$

$$C = 0,230 p_1^{1/3} \frac{K_0^{2/3}(\gamma b)}{K_0^{2/3}(\gamma a)} I_0^{2/3}(\gamma a) e^{-2/3 \gamma a \left(\frac{v_0}{v_{\text{ф}}}\right)^{1/3}} \text{ для } b > a.$$

Для вычисления параметра пространственного заряда следует вычислить коэффициент уменьшения плазменной частоты. Это было сделано в гл. 1. На рис. 1.5,а представлены графики зависимости $\frac{R^2}{\beta_e \Delta}$ от $\beta_e a$ для различных значений отношения $\frac{b}{a}$ для тонкого кольцевого пучка внутри цилиндра.

Аналогичные кривые для пучка вне цилиндра представлены рис. 1.5,б.

Из соотношений

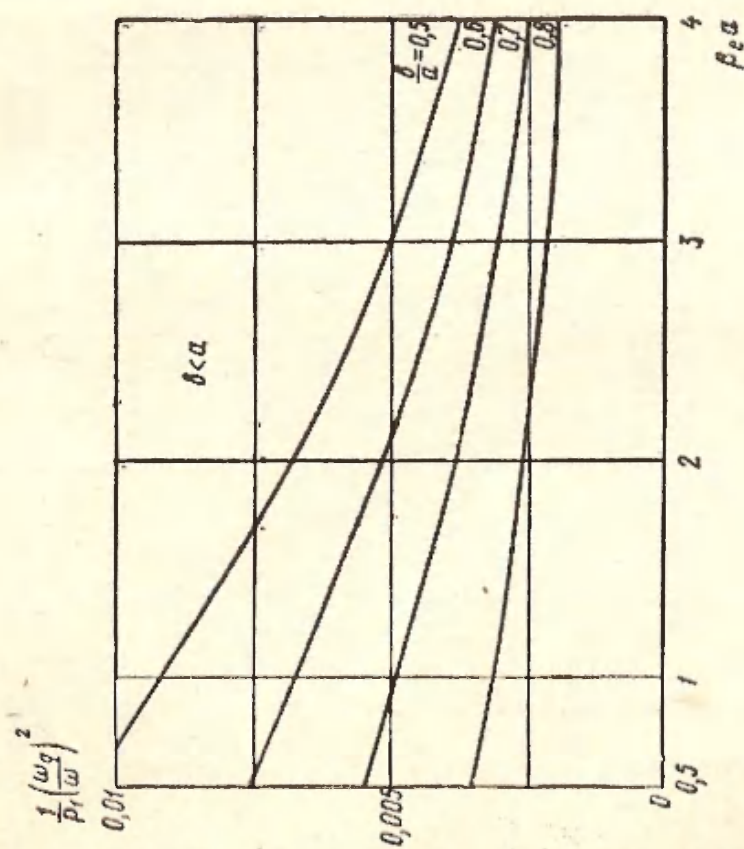
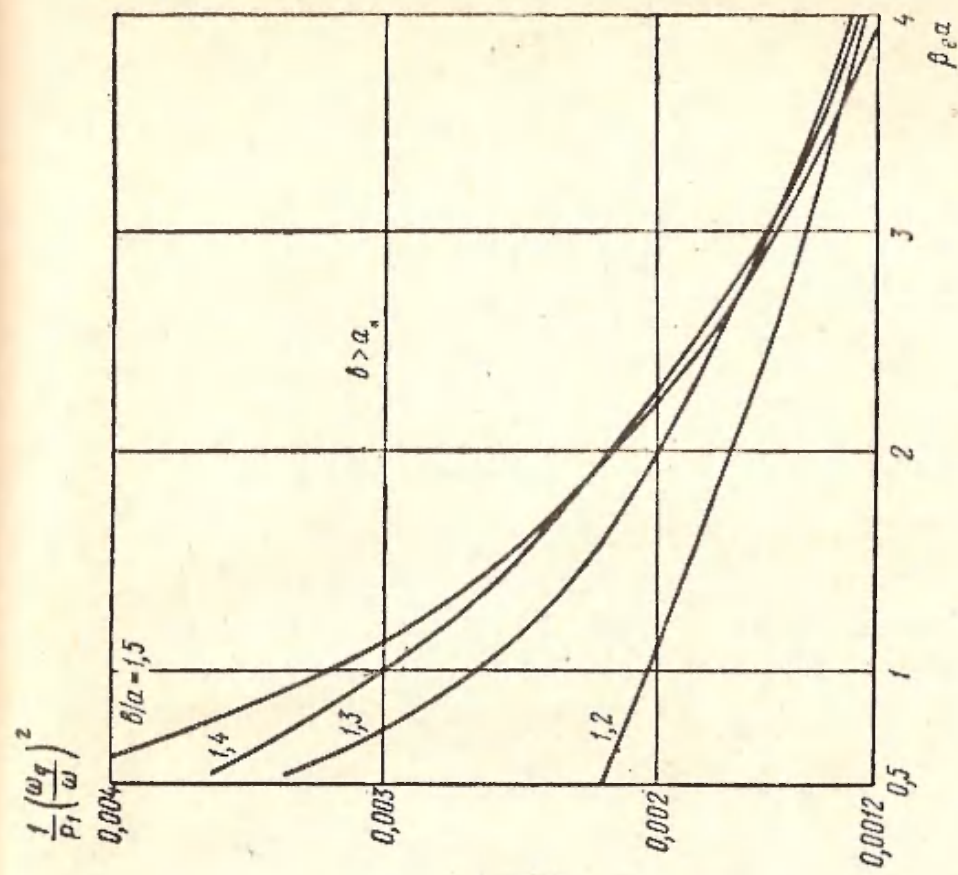
$$\omega_q = R \omega_p, \quad \omega_p = \left(\frac{e}{m \epsilon_0} \rho_0 \right)^{1/2}$$

несложно получить

$$\frac{1}{p_1} \left(\frac{\omega_q}{\omega} \right)^2 = \frac{0,015}{\frac{b}{a} (\beta_e a)} \frac{R^2}{\beta_e \Delta}, \quad (\text{VI.58})$$

где p_1 — микропервеанс.

На рис. VI.12 представлена зависимость величины $\frac{1}{p_1} \left(\frac{\omega_q}{\omega} \right)^2$ от $\beta_e a$ для различных значений $\frac{b}{a}$, полученная на основании кривых рис. 1.5.



(б)

Рис. VI.12. Зависимость параметра $\frac{1}{p_1} \left(\frac{\omega_q}{\omega} \right)^2$ от $\beta_e a$ для различных значений $\frac{b}{a}$:
 а — пучок внутри спирали; б — пучок вне спирали.

Кривые, рассчитанные по формуле (VI.58) могут быть аппроксимированы выражением

$$\left(\frac{\omega_a}{\omega}\right)^2 = \frac{M_{1,2}}{\sqrt{\beta_{ea}}} p_1 = \frac{M_{1,2}}{\sqrt{\gamma a}} p_1 \left(\frac{v_0}{v_\Phi}\right)^{1/2}, \quad (\text{VI.59})$$

где

$$M_1 = 0,02 \left(1 - \frac{b}{a}\right) \text{ для } b < a;$$

$$M_1 = 0,0017 \left(2 \frac{b}{a} - 1\right) \text{ для } b > a. \quad (\text{VI.60})$$

Максимальная погрешность при расчете по формулам (VI.59) не превышает 15% для значений параметров γa и $\frac{b}{a}$ в интервалах $1 \leq \gamma a \leq 5$; $0,5 \leq \frac{b}{a} \leq 0,9$. Вследствие слабой зависимости усиления от пространственного заряда это дает погрешность при расчете усиления не более 2%.

Подставляя (VI.59) в условие (VI.8), получаем

$$\frac{v_0}{v_\Phi} = 1 + \frac{\sqrt{M_{1,2}}}{\sqrt{\gamma a}} p_1^{1/2}. \quad (\text{VI.61})$$

Таким образом, выражения для параметра усиления могут быть записаны в виде

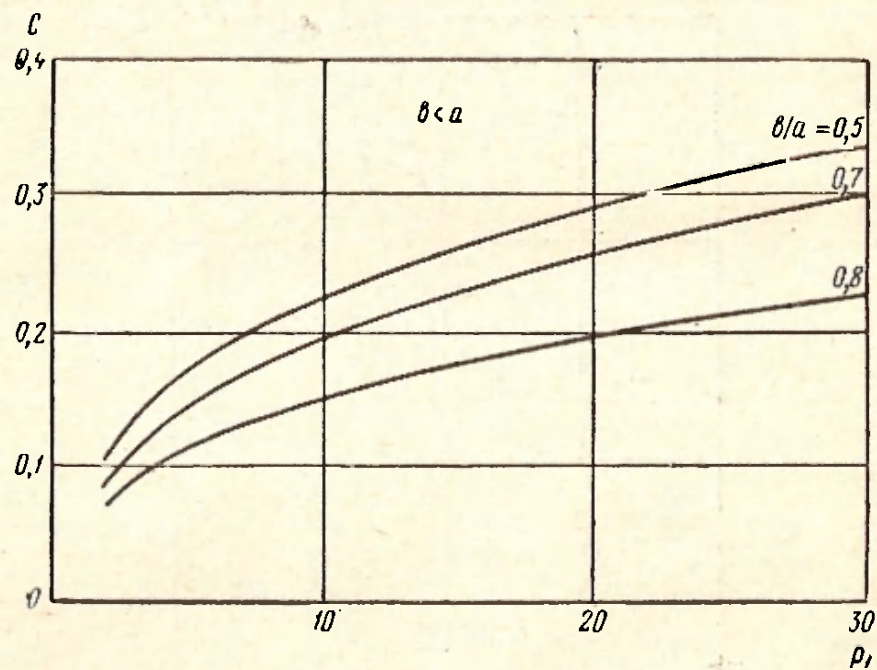


Рис. VI.13. Зависимость параметра усиления от первого параметра для различных значений $\frac{b}{a}$.

$$C = 0,228 I_0^{2/3}(\gamma b) e^{-2/3 \gamma a} \left[p_1 \left(1 + \frac{\sqrt{M_1}}{\sqrt{\gamma a}} p_1^{1/2} \right) \right]^{1/3} \quad \text{для } b < a, \quad (\text{VI.62})$$

$$C = 0,228 I_0^{2/3}(\gamma a) \frac{K_0^{2/3}(\gamma b)}{K_0^{2/3}(\gamma a)} e^{-2/3 \gamma a} \left[p_1 \left(1 + \frac{\sqrt{M_2}}{\sqrt{\gamma a}} p_1 \right) \right]^{1/2}$$

для $b > a$.

На рис. VI.13 представлена зависимость параметра усиления C от первеанса p_1 в оптимальном режиме для различных значений $\frac{b}{a} < 1$.

Используя соотношения (VI.15), (VI.59) и (VI.62), находим

$$q = \frac{22,3 M_1 e^{4/3 \gamma a} p_1^{1/3}}{\sqrt{\gamma a} I_0^{1/3}(\gamma b)} \quad \text{для } b < a,$$

$$q = 22,3 \frac{M_2 e^{4/3 \gamma a} K_0^{4/3}(\gamma a) p_1^{1/3}}{\sqrt{\gamma a} K_0^{4/3}(\gamma b) I_0^{1/3}(\gamma a)} \quad \text{для } b > a. \quad (\text{VI.63})$$

Вычислив все параметры, входящие в формулу (VI.1) для коэффициента усиления, можно записать выражение для коэффициента усиления при максимальном значении параметра возрастающей волны:

$$BCN = 34,5 k \sigma_1 \gamma a e^{-2/3 \gamma a} I_0^{2/3}(\gamma a) [1 + 0,52q - 0,4 \ln(1 + q)] \times \\ \times [1 + (0,33 + 0,62q - 0,052q^2)C] \quad \text{для } b < a, \quad (\text{VI.64})$$

$$BCN = 34,5 k \sigma_2 \gamma a e^{-2/3 \gamma a} I_0^{2/3}(\gamma a) \frac{K_0^{2/3}(\gamma b)}{K_0^{2/3}(\gamma a)} \times \\ \times [1 + 0,52q - 0,4 \ln(1 + q)] [1 + (0,33 + 0,62q - 0,052q^2)C] \\ \text{для } b > a,$$

где C и q определяются формулами (VI.62) и (VI.63) соответственно;

$$k = \frac{l}{20a},$$

$$\sigma_1 = p_1^{1/3} \left(\frac{v_0}{v_\Phi} \right)^{-2/3} = p_1^{1/3} \left(1 - \frac{2}{3} \frac{\sqrt{M_1}}{\sqrt{\gamma a}} p_1^{1/2} \right), \quad (\text{VI.65})$$

$$\sigma_2 = p_1^{1/3} \left(\frac{v_0}{v_\phi} \right)^{-2/3} = p_1^{1/3} \left(1 - \frac{2}{3} \frac{\sqrt{M_2}}{\sqrt{\gamma a}} p_1^{1/2} \right)$$

На рис. VI.14 представлена зависимость $\frac{BCN}{k}$ от γa для различных значений параметра для $\frac{b}{a} = 0,8$ и $\frac{b}{a} = 1,2$. Сравнение кривых рис. VI.14,а с кривой, рассчитанной

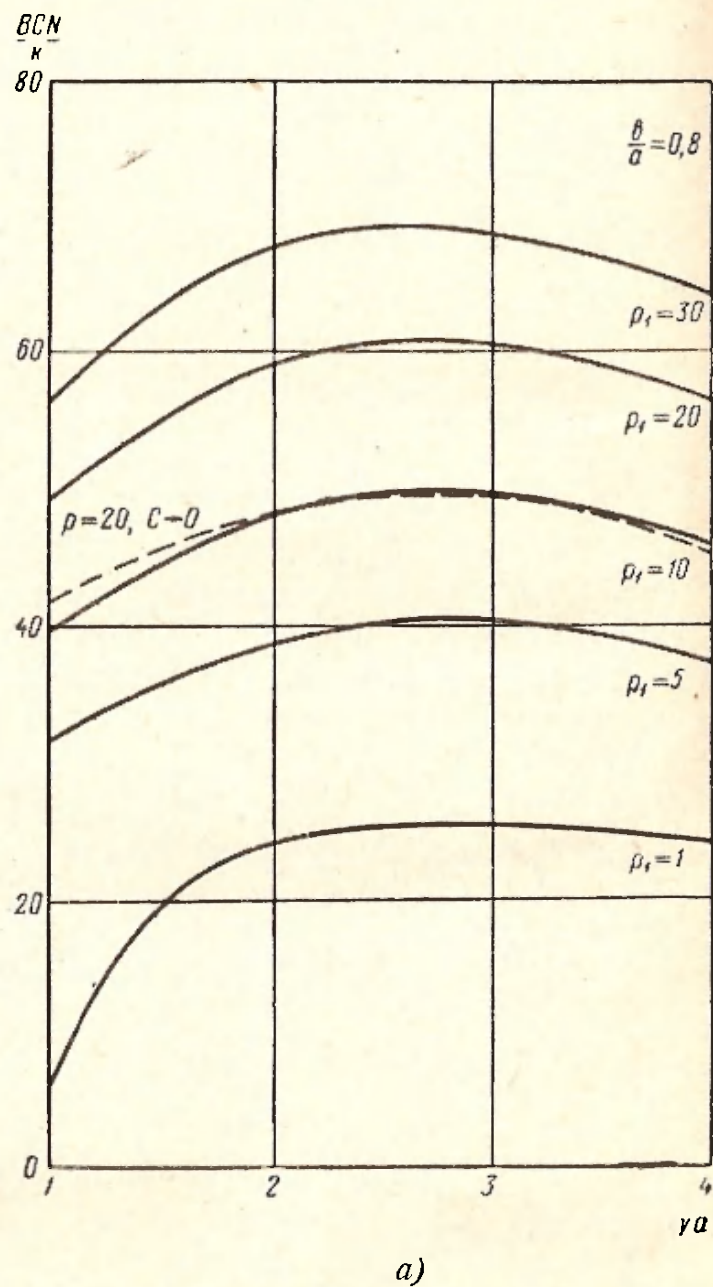
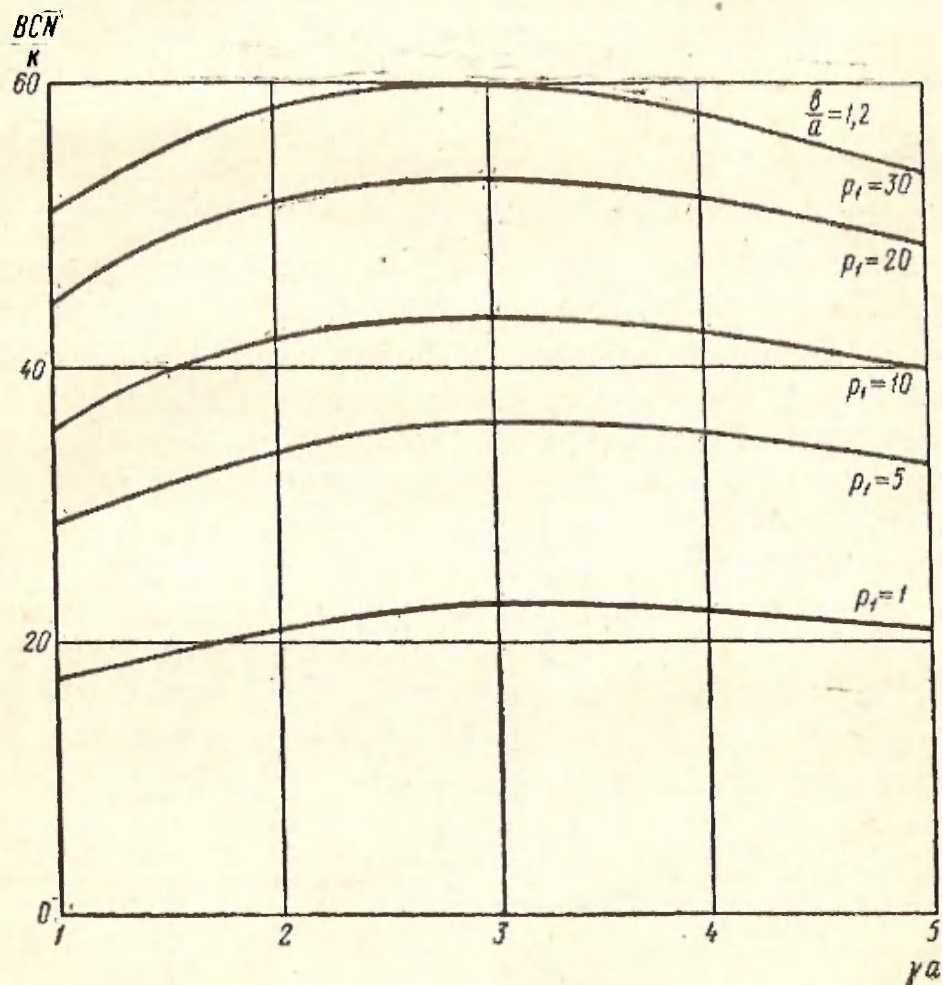


Рис. VI.14. Зависимость $\frac{BCN}{k}$ от γa для $\frac{b}{a} = 0,8$; a — пучок внутри спирали; $\frac{b}{a} = 0,8$;

в предположении $C \ll 1$ (пунктирная кривая), показывает, что для ЛБВ с полым пучком учет влияния зависимости параметра возрастающей волны от C имеет существенное значение. Для пренебрежимо малого пространственного заряда ($q=0$) можно принять $\sigma_{1,2} = p_1^{1/3}$ (так как при этом $\frac{v_0}{v_\phi} \sim 1$). В этом случае, приравняв производную от (VI.64) по γa нулю, получаем уравнение для определения оптимального значения γa :

$$\gamma b \frac{I_1(\gamma b)}{I_0(\gamma b)} = \gamma a - \frac{3}{2} \text{ для } b < a,$$

$$\gamma b \frac{K_1(\gamma b)}{K_0(\gamma b)} = \frac{3}{2} - \gamma a + \frac{1}{I_0(\gamma a) K_0(\gamma a)} \text{ для } b > a.$$



б)

различных значений первеанса пучка:

б — пучок вне спирали; $\frac{b}{a_1} = 1,2$.

Эти уравнения с погрешностью менее 5% могут быть заменены одним приближенным соотношением

$$\gamma a \left| 1 - \frac{b}{a} \right| = 0,9. \quad (\text{VI.66})$$

Из (VI.64) можно найти зависимость оптимального значения γa от первеанса и параметра b/a с учетом пространственного заряда. Эта зависимость представлена на рис. VI.15. Из рисунка видно, что начиная с $p_1 = 1$ значение $(\gamma a)_{\text{опт}}$ слабо зависит от первеанса и в значительной степени зависит от отношения b/a .

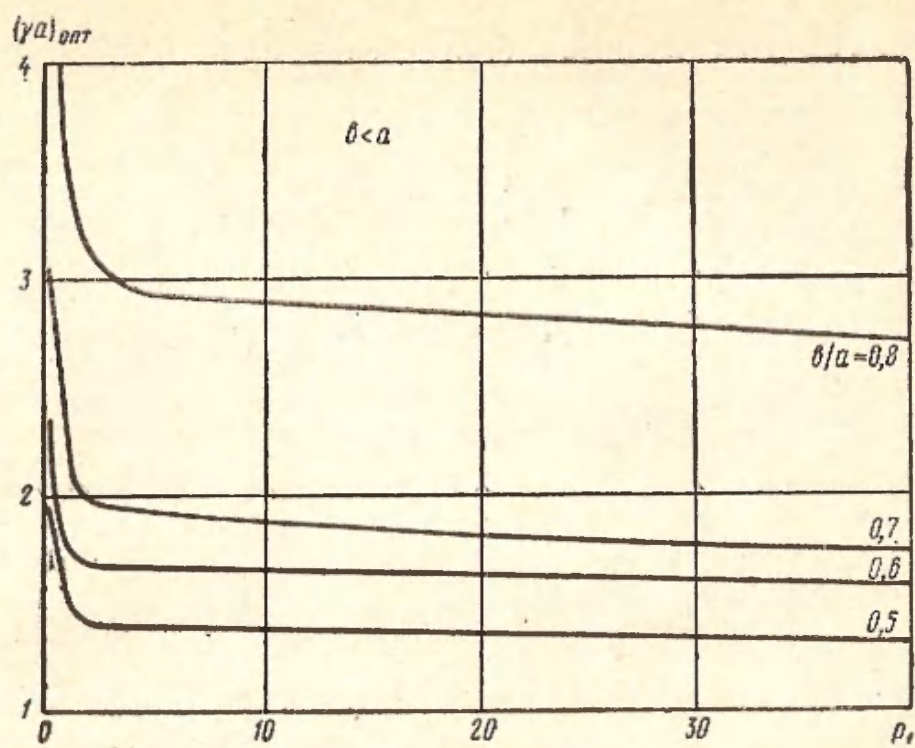
Из сравнения кривых, изображенных на рис. VI.15, с аналогичными кривыми для сплошного пучка (см. рис. VI.2), следует, что значения $(\gamma a)_{\text{опт}}$ для полого пучка больше аналогичных значений для сплошного пучка.

Это можно объяснить следующим образом. В первом приближении усиление пропорционально величине $K_c^{1/3}(\gamma a)\gamma a$ (если пренебречь зависимостью B от γa). Сопротивление связи K_c является убывающей функцией от γa , причем для систем с полым пучком K_c более слабо зависит от частоты, чем для систем со сплошным пучком. Это приводит к тому, что для систем с полым пучком максимум усиления достигается при больших значениях γa , чем для систем со сплошным пучком.

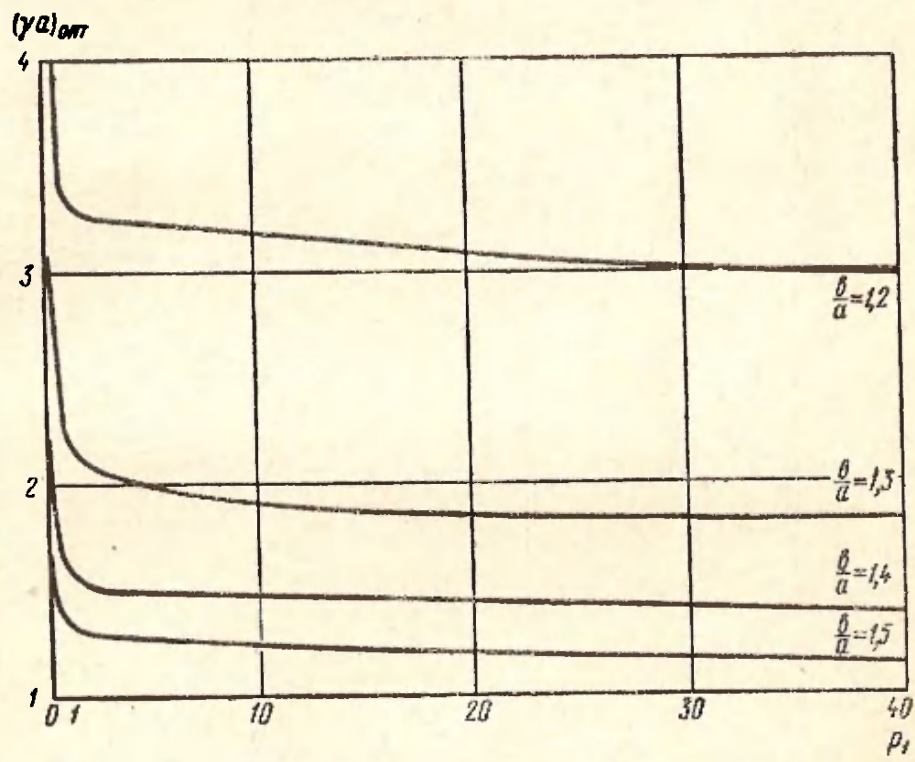
На рис. VI.16 представлены зависимости максимального усиления от параметров b/a и p_1 . Пунктирными линиями показаны соответствующие зависимости, рассчитанные без учета влияния параметра C на величину x_1 .

Сплошные кривые рис. VI.16 могут быть представлены приближенными формулами

$$\left. \begin{aligned} \frac{BCN}{k} &= \left[22,3 - 40,8 \frac{b}{a} - 51,7 \left(\frac{b}{a} \right)^2 \right] p_1^{1/3} \\ &\quad \text{для } b < a, \\ \frac{BCN}{k} &= \left[118,3 - 121,6 \frac{b}{a} + 33,3 \left(\frac{b}{a} \right)^2 \right] p_1^{1/3} \\ &\quad \text{для } b > a, \end{aligned} \right\} (\text{VI.67})$$



a)



б)

Рис. VI.15. Зависимость параметра $(\gamma a)_{opt}$ от первого параметра пучка для различных значений $\frac{b}{a}$:
 a — пучок внутри спирали; b — пучок вне спирали.

а пунктирные кривые (соответствующие $C \ll 1$) — формулам

$$\left. \begin{aligned} \frac{BCN}{k} &= 18,3 p_1^{1/4} \text{ для } \frac{b}{a} = 0,7, \\ \frac{BCN}{k} &= 17,4 p_1^{1/4} \text{ для } \frac{b}{a} = 1,3 \end{aligned} \right\}$$

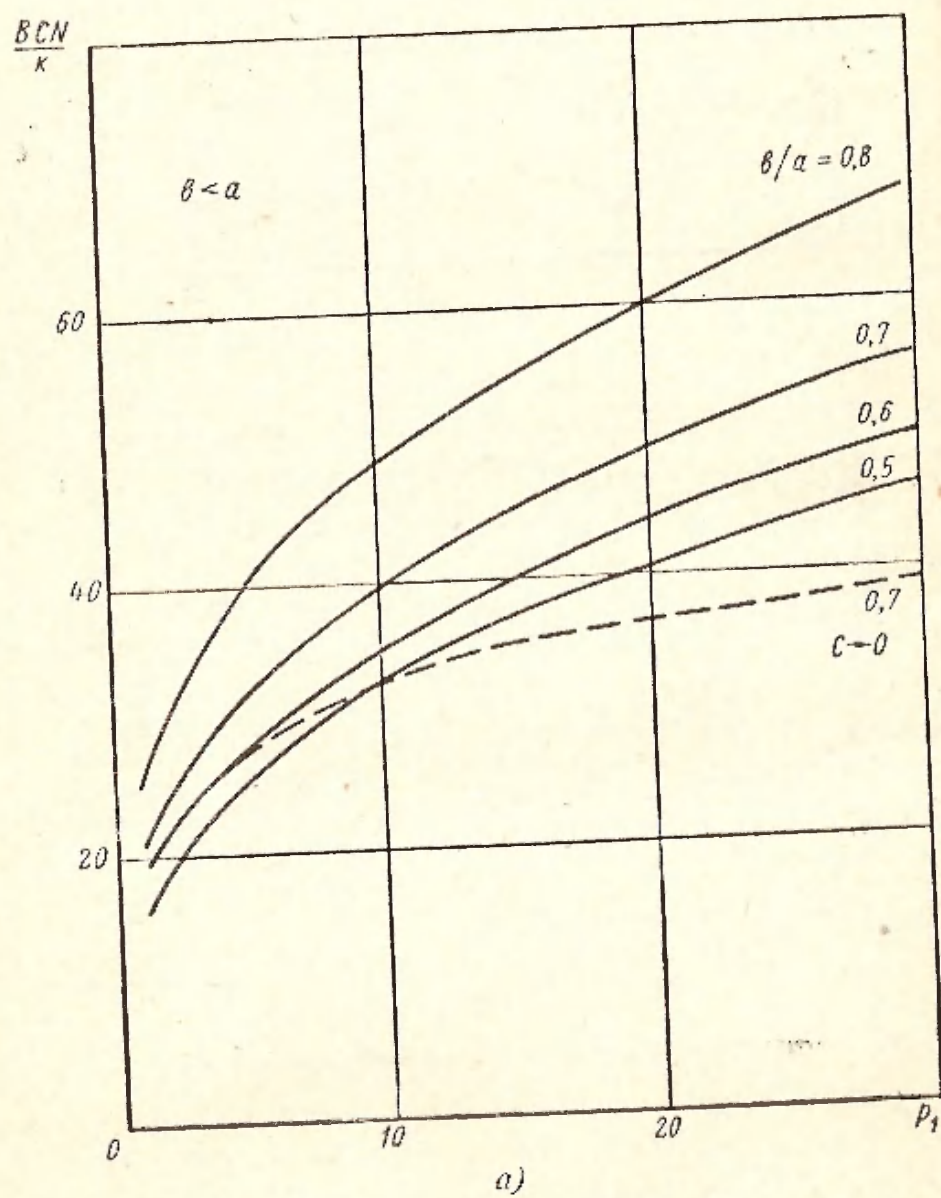
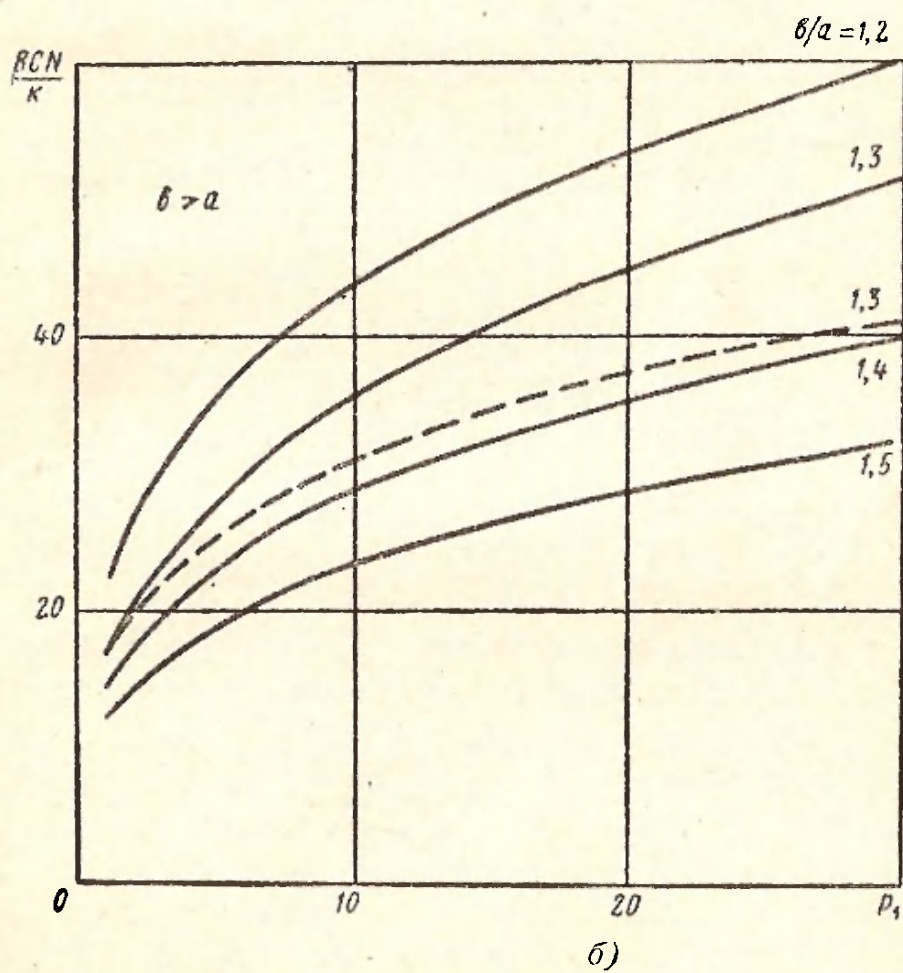


Рис. VI.16. Зависимость максимального
а — пучок внутри спирали;

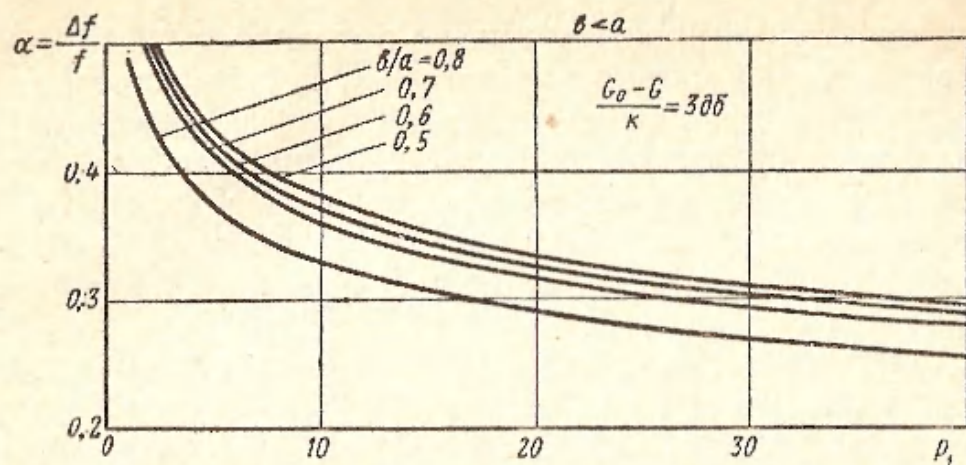
(погрешность аппроксимации не превышает 3%). Таким образом, учет влияния параметра C на усиление приводит к более сильной зависимости коэффициента усиления от тока (усиление пропорционально первеансу в степени $1/3$). Это, очевидно, справедливо и для ЛБВ со сплошным пучком. Зная значение VCN , можно вычислить максимальное усиление в центре диапазона по формуле (VI.1).

Аналогично тому, как это было сделано для сплошного пучка, можно рассчитать полосу усиливаемых частот для ЛБВ с полым пучком. Не приводя громоздких выкладок и формул, мы ограничимся рис. VI.17, на котором представлена зависимость относительной полосы от микропервеанса для различных значений отношения диаметра пучка к диаметру спирали.

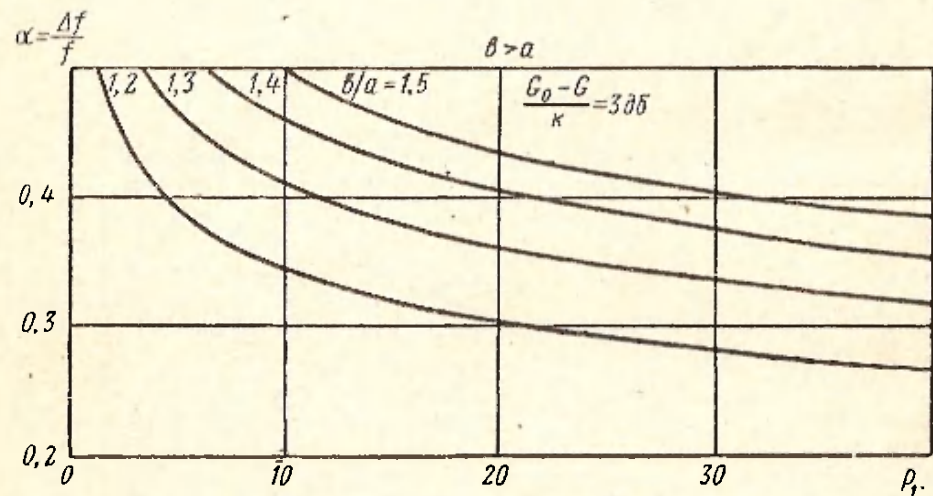


усиления от параметров $\frac{b}{a}$ и p_1 :

b — пучок вне спирали.



а)



б)

Рис. VI.17. Зависимость относительного изменения частоты от первеанса пучка для различных значений $\frac{b}{a}$:
 a — пучок внутри спирали; b — пучок вне спирали.

VI.4. РАСЧЕТ КОЭФФИЦИЕНТА УСИЛЕНИЯ ПРИ КОНЕЧНЫХ УРОВНЯХ ВХОДНОГО СИГНАЛА

Рассмотренный в предыдущих параграфах метод расчета параметров ЛБВ справедлив только для линейного режима работы прибора, т. е. для очень малых входных сигналов.

Для приборов, работающих в режиме насыщения, наибольший интерес представляет расчет выходной мощности, к. п. д., усиления в режиме насыщения и длины системы, при которой достигается насыщение для данного значения входного сигнала.

Расчет нелинейных характеристик ЛБВ, некоторые результаты которого приведены в гл. V, позволяет методом аппроксимации получить аналитические зависимости. Зависимость длины, при которой наступает насыщение, от параметров пространственного заряда и усиления, а также от величины входного сигнала определяется соотношением

$$N_{\text{н}} = \left[\left(-3,52 + 4,4q + \frac{5,0q}{q} \right) - (111 + 39,6q - 160\sqrt{q})C - \right. \\ \left. - (1,55 + 0,425q + 2,56\sqrt{q}) \frac{1}{C} \right] + \left[(0,164 + 0,1q + 0,32\sqrt{q}) + \right. \\ \left. + (0,164 - 0,054q + 0,19\sqrt{q})C + \right. \\ \left. + \left(0,017 - 0,0012q + \frac{0,0064}{q} \right) \frac{1}{C} \right] 10 \lg \frac{P_{\text{вх}}}{CI_0U_0}. \quad (\text{VI.68})$$

Для выходной мощности получаем следующее выражение:

$$\frac{P_{\text{вых}}}{CI_0U_0} = (2,64 + 1,51q - 0,34q^2) - (5,2 + 6,15q - 1,41q^2)C. \quad (\text{VI.69})$$

Параметры C и q можно рассчитать по формулам (VI.19) и (VI.20). Соотношения (VI.68) (VI.69) дают погрешность не более 2% в интервалах изменения параметров: $0,3 \leq q \leq 3,5$; $0,03 \leq C \leq 0,25$; $-55 \leq \lg \frac{P_{\text{вх}}}{CI_0U_0} \leq -20$.

Указанные интервалы изменения параметров охватывают практически все встречающиеся приборы.

Для вычисления коэффициента усиления в режиме насыщения можно воспользоваться формулой

$$G_{\text{н}} = 10 \lg [(2,64 + 1,51q - 0,34q^2) - \\ - (5,2 + 6,15q - 1,41q^2)C] - 10 \lg \frac{P_{\text{вх}}}{CI_0U_0}. \quad (\text{VI.70})$$

Полученные формулы справедливы для значения параметра несинхронности, при котором удельное усиление максимально.

Формула (VI.68) дает возможность определить длину, на которой наступает насыщение, без учета локального поглотителя. Анализ, приведенный в гл. V, показал,

что наличие поглотителя не уменьшает выходной мощности, если соответствующим образом подобрать его положение. Поэтому при введении локального поглотителя будет изменяться только длина, на которой наступает насыщение. Определить увеличение длины насыщения, обусловленное локальным поглотителем, можно следующим образом. Выше была определена величина A_1 , на которую при применении локального поглотителя уменьшается усиление в линейном режиме при постоянной длине участка взаимодействия [см. формулу (VI.26)]. Так как в режиме насыщения при введении локального поглотителя коэффициент усиления не изменяется, то величина A_1 должна однозначно определять увеличение длины насыщения. Длину надо увеличить настолько, чтобы усиление в режиме насыщения осталось постоянным. Следовательно,

$$\Delta N_n = \frac{(7 + 9,4d_2) N_2}{B}, \quad (\text{VI.71})$$

где величина B определяется формулой (VI.4).

В связи с тем, что оптимальные положения локального поглотителя в линейном и нелинейном режимах не совпадают, поэтому необходимо определять величину A_1 для оптимального положения поглотителя в нелинейном режиме. Расчеты показывают, что величина A_1 для оптимального положения поглотителя в режиме насыщения на 2—3 дБ больше этой величины для оптимального положения поглотителя в линейном режиме.

Полученные соотношения позволяют рассчитать выходную мощность, коэффициент усиления и длину насыщения ЛБВ по известным геометрическим размерам спирали и параметрам пучка.

На рис. VI.18 представлена зависимость максимального к. п. д. ЛБВ от параметра γa для $\frac{b}{a} = 0,5$ и различных значений первеанса. Из этих кривых видно, что при малых значениях первеанса зависимость максимального к. п. д. ЛБВ от параметра γa линейная, а при больших значениях первеанса эта линейность нарушается. При этом с увеличением первеанса величина изменения максимального к. п. д. при изменении параметра γa уменьшается. Из кривых рис. VI.18 следует, что для больших значений микропервеанса ($p_1 = 3$) в рассматриваемом диапазоне изменения параметра γa кривая зависимости

к. п. д. от γa имеет максимум. С увеличением микропервеанса значение параметра γa , при котором имеет место максимальное значение к. п. д., увеличивается. Анализ кривых, приведенных на этом рисунке, показывает так-

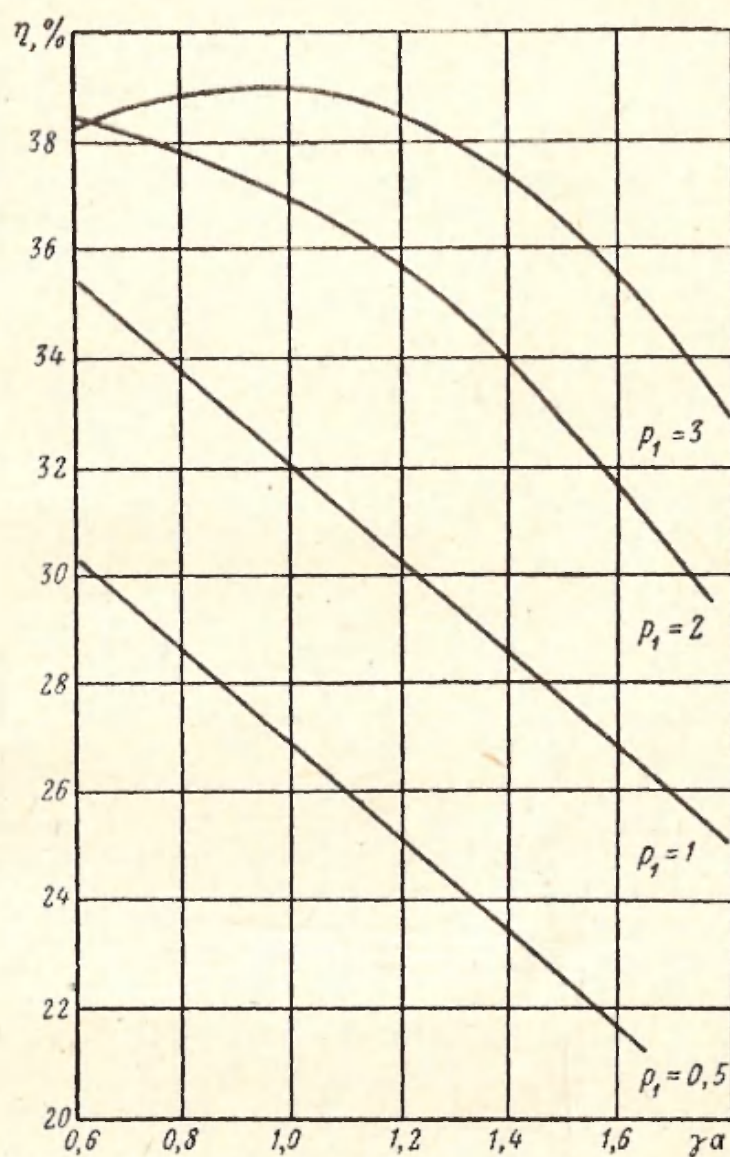


Рис. VI.18. Зависимость максимального к. п. д. ЛБВ от параметра γa для $\frac{b}{a} = 0,5$ и различных значений первеанса пучка.

же, что с увеличением микропервеанса максимальный к. п. д. ЛБВ сначала растет, но при достаточно больших значениях микропервеанса может уменьшаться (см. зависимость к. п. д. от первеанса при $\gamma a = 0,6$). Это означает, что с увеличением тока максимальный к. п. д. сна-

чала растет, а затем может уменьшаться. Кривые, изображенные на рис. VI.18, можно трактовать как зависимость к. п. д. от частоты при настройке напряжения и уровня входного сигнала на максимальную выходную мощность на каждой частоте. При этом длина участка

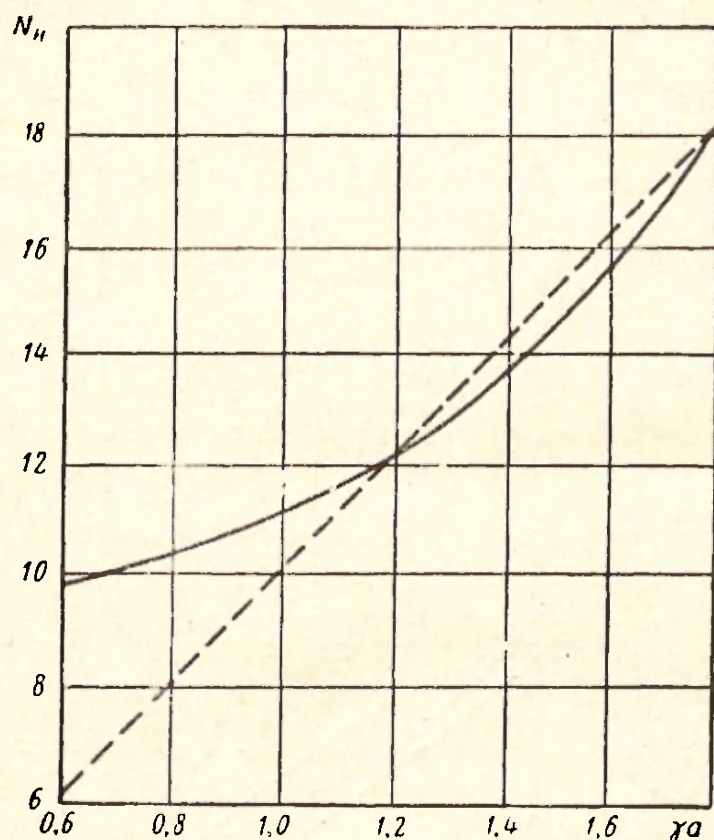


Рис. VI.19. Зависимость длины, при которой наступает насыщение от γa для $p_1 = 1$;

$$\frac{P_{вх}}{CI_0U_0} = -30 \text{ дб.}$$

Пунктирной прямой представлена зависимость числа длин волн от параметра γa при постоянной геометрической длине спирали и без учета дисперсии.

взаимодействия считается постоянной, а уровень входного сигнала подбирается таким, чтобы на данной длине получить максимальную выходную мощность.

Кривые рис. VI.18 показывают также, что с увеличением параметра γa , т. е. с увеличением частоты, максимальный к. п. д. уменьшается.

На рис. VI.19 представлена зависимость длины, при которой наступает насыщение, от параметра γa для $p_1 = 1$

и при значении $\frac{P_{вх}}{VI, U_n} = -30$ дб. Пунктирной прямой представлена зависимость числа длин волн от параметра γa при постоянной геометрической длине спирали, без учета дисперсии. Анализ этих зависимостей показывает, что при значениях $\gamma a > 1,2$ длина насыщения изменяется так, что истинная длина, выраженная в замедленных длинах волн, практически равна длине насыщения. При значениях $\gamma a < 1,2$ длина насыщения становится больше истинной длины участка взаимодействия. Сопоставление кривых, изображенных на рис. VI.19, позволяет также определить область изменения γa , в которой к. п. д. ЛБВ будет отличаться от максимального. Действительно, если длина участка взаимодействия значительно отличается от длины, на которой достигается максимальная выходная мощность, то следует ожидать существенное уменьшение к. п. д. Для значения $\gamma a = 0,6$ можно подсчитать истинное значение к. п. д., так как длина участка взаимодействия такова, что расчеты можно проводить, основываясь на линейной теории. В результате расчета получаем при $\gamma a = 0,6$ и $p_1 = 1$ значение коэффициента усиления $G = 23,6$, что соответствует $\eta = 3\%$. При этом предполагалось, что длина участка взаимодействия соответствует насыщению при $\gamma a = 1,2$. Соотношение (VI.68) позволяет также рассчитать уровень входного сигнала, при котором наступает насыщение, в зависимости от параметра γa при постоянной длине участка взаимодействия. Это дает возможность построить приближенные амплитудные характеристики ЛБВ на разных частотах.

Интересно исследовать зависимость к. п. д. и коэффициента усиления в режиме насыщения от отношения радиуса пучка к радиусу спирали. В гл. V было показано, что максимальный к. п. д. практически не зависит от безразмерного радиуса пучка γb при постоянных значениях параметров лампы. На рис. VI.20 представлена зависимость к. п. д. и усиления в режиме насыщения от отношения радиуса пучка к радиусу спирали; при этом параметры усиления и пространственного заряда рассчитывались с учетом изменения b/a . Из этих кривых следует, что с ростом отношения b/a максимальный к. п. д. несколько уменьшается, причем это уменьшение увеличивается с уменьшением параметра γa . Это обу-

словлено тем, что увеличение радиуса пучка приводит к сильному уменьшению параметра пространственного заряда. При этом уменьшение к. п. д. за счет уменьшения пространственного заряда превалирует над увеличением к. п. д., обусловленным увеличением параметра усиления. Необходимо отметить, что для $\gamma a \geq 2$ увели-

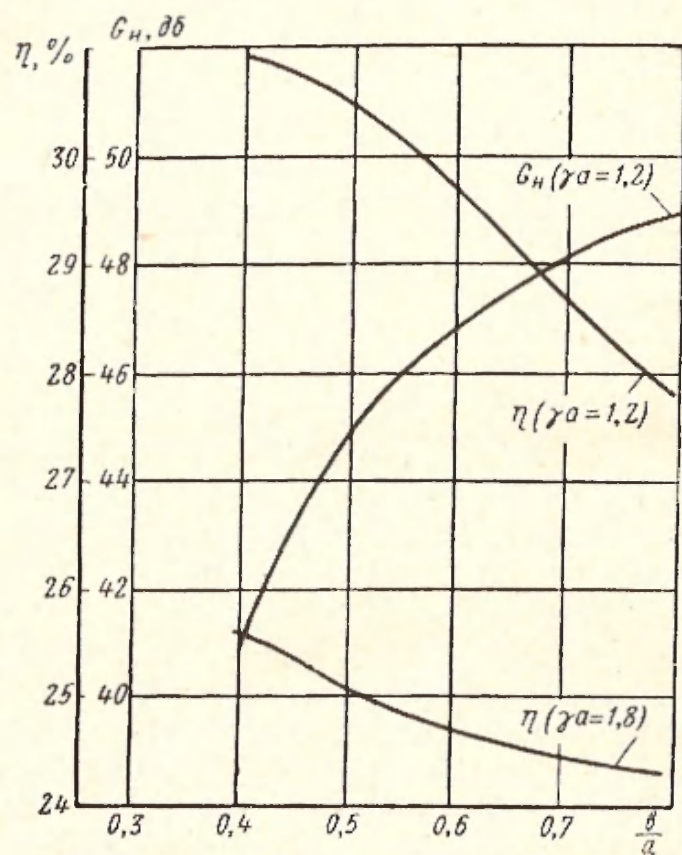


Рис. VI.20. Зависимость к. п. д. и усиления в режиме насыщения от $\frac{b}{a}$.
 $p_1 = 1$

чение отношения b/a приводит к увеличению максимального к. п. д. Иначе зависит от отношения b/a усиление в режиме насыщения. Так как с увеличением отношения b/a сильно уменьшается пространственный заряд, то уменьшается длина, на которой наступает насыщение. При постоянной длине участка взаимодействия это приводит к уменьшению уровня входного сигнала, соответствующего насыщению. На рис. VI.20 представлена зависимость усиления в режиме насыщения от отношения b/a для $N=15$. Из кривой следует, что с увеличе-

нием отношения b/a усиление в режиме насыщения значительно растет.

Исследуем теперь зависимость максимального к. п. д. от отношения радиуса пучка к радиусу спирали для больших значений микропервеанса. На рис. VI.21 представлена зависимость к. п. д. в режиме насыщения от отношения b/a для различных значений микропервеанса при $\gamma a = 1,2$. Видно, что для значений $p_1 > 1$ в рассматриваемом интервале изменения отношения радиуса пучка к радиусу спирали кривая к. п. д. имеет максимум. Для более точного исследования зависимости к. п. д. от отношения радиуса пучка к радиусу спирали необходимо учесть распределение высокочастотного поля по радиусу пучка.

Отметим, что даже без учета дисперсии параметр несинхронности изменяется при изменении частоты. Это обусловлено изменением по диапазону параметра усиления. Если настройка напряжением на максимальное усиление в линей-

ном режиме произведена в центре диапазона, то в сторону более длинных волн к. п. д. будет уменьшаться как за счет уменьшения числа длин волн, так и за счет уменьшения параметра несинхронности. При уменьшении длины волны к. п. д. будет оставаться практически постоянным, а в некоторых случаях может увеличиваться

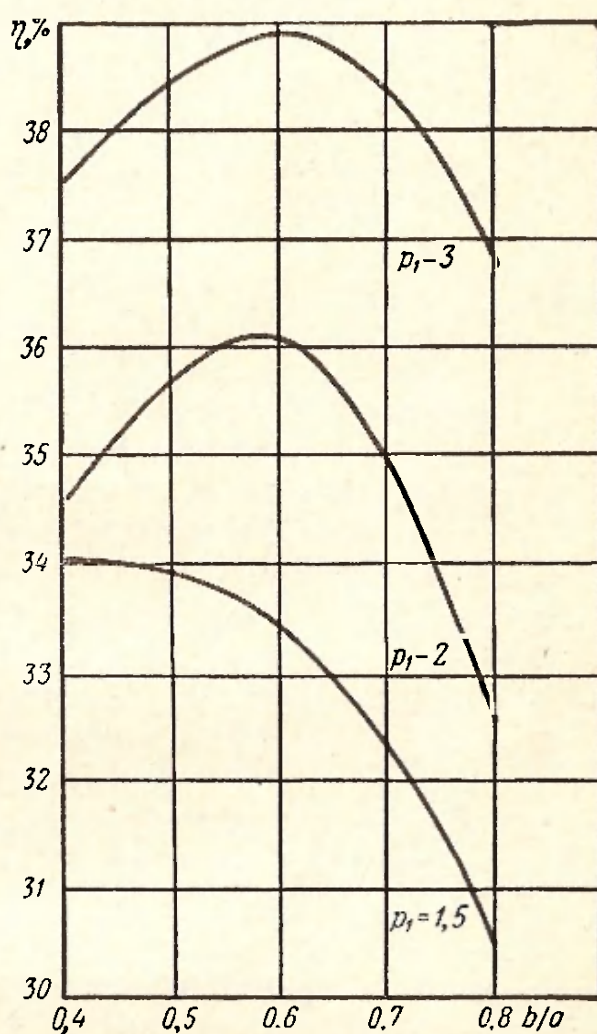


Рис. VI.21. Зависимость максимального к.п.д. от отношения $\frac{b}{a}$ для различных значений микропервеанса $\gamma a = 1,2$.

(это связано с зависимостью числа длин волн, укладываемых вдоль спирали, от частоты).

Анализ нелинейных характеристик ЛБВ показывает, что создание инженерного метода расчета ЛБВ в нелинейном режиме с учетом изменения всех параметров представляет значительные трудности. Это обусловлено сложной зависимостью к. п. д. и длины насыщения от параметров прибора, а также необходимостью использования амплитудных характеристик ЛБВ, получение которых для параметров, изменяющихся в широких пределах, затруднительно.

VI.5. ПРИМЕРЫ РАСЧЕТА. СОПОСТАВЛЕНИЕ ДАННЫХ РАСЧЕТА С ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫМИ ДАННЫМИ

В качестве примера проведем расчет основных параметров ЛБВ средней мощности типа М-1789 и сравним результаты расчета с экспериментальными данными [12]. Лампа типа М1789 имеет следующие параметры: $2a=2,28$ мм; $l=140$ мм; $\lambda_0=5$ см (центр диапазона); $p_1=0,3$ мка/в^{3/2}. Величина распределенного затухания неизвестна. Локальный поглотитель имеет величину затухания $L=65\div 80$ дб, длину $l_2=51$ мм, расстояние начала поглотителя до входа $l_1=38$ мм. При анализе системы, формирующей электронный пучок, авторы работы [12] приходят к выводу, что эффективное отношение диаметра пучка к диаметру спирали можно выбрать равным $\frac{b}{a}=0,5$.

Если известно отношение b/a и значение микропервеанса, то оптимальное значение параметра γa определяется из кривых рис. VI.2, что дает $\gamma a=1,57$. (Расчет проводится для центра диапазона.) Согласно формулам (VI.19) и (VI.20) имеем $C=0,0577$ и $q=1,11$. Считая, что $b=b_{\text{отп}}$, по формуле (VI.24) вычисляется значение $BCN=62$ дб.

Параметр начальных потерь $A=-7$ дб (расчет проводился для $d=0$). Для определения значения коэффициента усиления необходимо также вычислить параметр A_1 , обусловленный влиянием локального поглотителя на коэффициент усиления. Для вычисления величины A_1 заменим реальный поглотитель эквивалентным, в котором затухание равномерно распределено по длине.

В этом случае можно воспользоваться формулой (VI.26). Так как затухание распределено неравномерно по поглощающему участку, то естественно, что параметр несинхронности вдоль поглощающего участка будет меняться, и на некоторой длине поглощающего участка его значение не будет совпадать с оптимальным. Следовательно, уменьшение коэффициента усиления, обусловленное локальным затуханием, увеличится. Для учета этого изменения увеличим затухание поглотителя на 10%. Тогда, так как $CN_2=0,61$ и $CN_1=0,45$, что соответствует оптимальному положению поглотителя в линейном режиме, получаем $A_1=19,5$ дб. Следовательно, значение коэффициента усиления в линейном режиме $G_0=35,5$ дб.

Рассчитаем полосу усиливаемых частот при уменьшении коэффициента усиления на 3 дб. Согласно рис. VI.6 имеем $\alpha=0,10$, что соответствует значениям частоты на краях диапазона $f_1=4860$ Мгц и $f_2=7140$ Мгц.

Рассчитаем коэффициент усиления лампы в режиме насыщения. Из отношения (VI.69) получаем

$$\frac{\Gamma_{\text{вых}}}{CI_0U_0} = 3,32.$$

Уровень входного сигнала, при котором наблюдается максимальная выходная мощность, составляет 16 мвт, что соответствует $\frac{P_{\text{вых}}}{CI_0U_0} = 2,88 \cdot 10^{-3}$.

В соответствии с этим коэффициент усиления в режиме насыщения равен

$$G_{\text{н}} = 10 \lg \frac{\Gamma_{\text{вых}}}{CI_0U_0} - 10 \lg \frac{P_{\text{вх}}}{CI_0U_0} = 30,5 \text{ дб.}$$

Определим длину, выраженную в электрических длинах волн, при которой наступает насыщение при заданном уровне входного сигнала. Расчет по формуле (VI.68) дает

$$N'_{\text{н}} = 20.$$

Учет влияния локального затухания на длину насыщения дает $\Delta N = 9,5$. Следовательно, расчетная длина, при которой наступает насыщение, составляет

$$N_{\text{н}} = 29,5.$$

В табл. VI.1 представлены расчетные и экспериментальные значения параметров ЛБВ типа М-1789.

Таблица VI.1

Наименование параметра										
	τ_a	C	q	G_0 дб	f_1 , Мгц	f_2 , Мгц	Δf , Мгц	G_H дб	N_H	$G_0 - G_H$
Теоретические	1,57	0,0577	1,11	35,5	7 140	4 800	2 340	30,5	29,5	5
Экспериментальные	1,53	0,058	1,16	33,8	7 200	4 500	2 700	29	29	4,8

Данные параметров, представленные в этой таблице, показывают хорошее совпадение теоретических и экспериментальных значений. Особенно ярко это проявляется при сравнении разницы между усилениями в линейном и нелинейном режимах. Это свидетельствует о том, что при расчете усиления в обоих режимах не учитывались одни и те же явления, приводящие к уменьшению коэффициента усиления.

Представляет интерес сравнить расчетные и экспериментальные данные зависимости к. п. д. от частоты. В табл. VI.2 представлены значения рассчитанных параметров ЛБВ типа М-1789 для различных частот.

Таблица VI.2

Параметры	Частота, Мгц			
	4 000	5 000	6 000	7 500
C	0,075	0,0665	0,0577	0,0455
q	1,34	1,22	1,11	1,06
N_H	22,5	25,5	29,5	35,5
N	19,5	24,2	29,0	36,3
b	0,59	0,615	0,71	0,9

На рис. VI.22 представлены расчетная и экспериментальная зависимости к. п. д. от частоты. Пунктирная прямая (расчетная) соответствует настройке напряжения в каждой точке диапазона на максимальное усиление в линейном режиме. Из сопоставления этой кривой с экспериментальной следует, что отличие в значении к. п. д. получается существенным лишь на длинноволновом участке диапазона. Это отличие может быть обусловлено тем, что на длинноволновом конце диапазона

имеется существенная разница между длиной спирали и длиной насыщения. Это приводит к уменьшению коэффициента усиления. Расчет для ЛБВ типа М-1789 показывает, что при $f=4000$ Мгц коэффициент усиления уменьшается на 0,3 дб. Разница в значениях к. п. д. обусловлена также тем, что ЛБВ работает при фиксированном напряжении; это приводит к изменению параметра несинхронности по диапазону. Анализ характери-

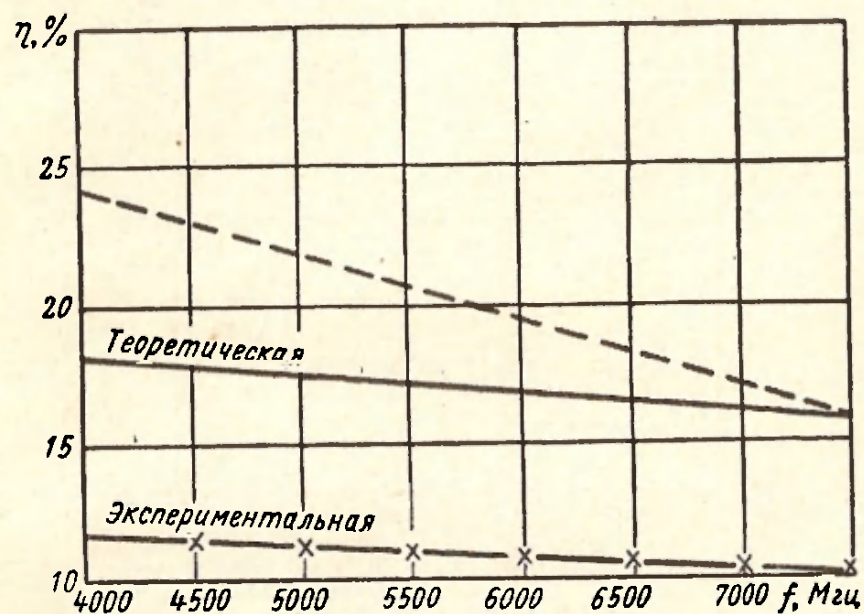


Рис. VI.22. Теоретическая и экспериментальная зависимости к. п. д. от частоты.

Пунктирная прямая соответствует настройке напряжения в каждой точке диапазона на максимальное усиление.

стик, приведенных в [12], показывает, что настройка напряжения производилась на самой короткой волне.

В табл. VI.2 представлено изменение по диапазону параметра несинхронности при его оптимальном значении на самой короткой волне. Результат расчета зависимости к. п. д. по диапазону с учетом изменения длины насыщения и параметра несинхронности представлен на рис. VI.22 сплошной линией. Сопоставление полученной зависимости с экспериментальной, показывает, что они совершенно идентичны, только теоретическая кривая идет несколько выше. На рис. VI.23 представлены теоретическая и экспериментальная зависимости выходной мощности от тока пучка.

Приведем сравнение расчетных и экспериментальных данных для более мощной ЛБВ, подробное исследование которой приведено в работе [13]. Интерес к сопоставлению результатов для указанного прибора объяс-

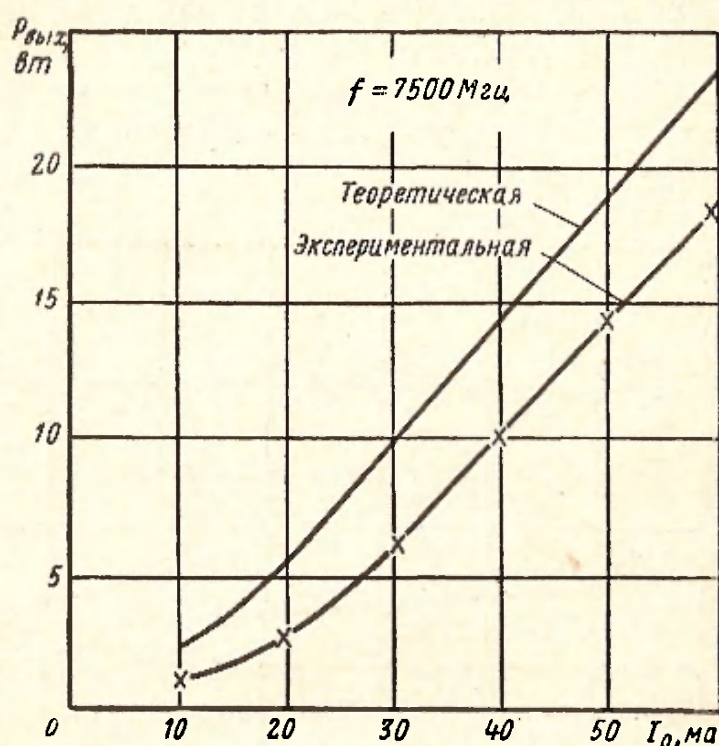


Рис. VI.23. Зависимость выходной мощности от тока.

няется тем, что в этой ЛБВ применена неспиральная замедляющая система. К сожалению, сопоставление можно провести для максимального к. п. д. только в длинноволновой части диапазона, так как в коротковолновой части диапазона параметр пространственного заряда очень велик и соотношения, полученные для этого слу-

Таблица VI.3

Параметры	Частота, Мгц		
	2 800	2 900	3 000
C	0,15	0,11	0,1
q	1,0	3,28	4,0
$b_{\text{опт теоретич}}$	1,14	1,95	2,07
$b_{\text{опт эксперим}}$	1,0	1,8	2,0
$\eta_{\text{макс, \% теоретич}}$	34,8	30,8	26,1
$\eta_{\text{макс, \% эксперим}}$	27	24	21,5

чая, становятся несправедливыми. В табл. VI.3 приведены расчетные и экспериментальные основные параметры ЛБВ [13].

Из сопоставления теоретических и экспериментальных данных следует, что расчетные данные представляют собой достаточно близкие значения к максимальному к. п. д. Разница в значениях к. п. д. может быть обусловлена токооседанием в экспериментальном приборе (токопрохождение составляет 75%). Сопоставление других параметров рассматриваемого прибора затруднительно в связи с отсутствием данных о поглотителе и уровне входного сигнала.

ЛИТЕРАТУРА

Литература к главе I

1. Вайнштейн Л. А. Возбуждение волноводной системы сторонними токами. ЖТФ, т. 23, № 4, 1953, стр. 654.
2. Вайнштейн Л. А. Электромагнитные волны. Изд-во «Советское радио», 1957.
3. Вайнштейн Л. А. Электронные волны в замедляющих системах. ЖТФ, 1956, т. 26, № 1, стр. 126.
4. Chu L., Jackson J. Field theory of the traveling-wave tube. Proc. IRE, 1948, v. 36, № 7, p. 853.
5. Лошаков Л. Н. О распространении волн вдоль коаксиальной спиральной линии при наличии электронного потока. ЖТФ, 1949, т. 19, № 5, стр. 578.
6. Лошаков Л. Н., Пчельников Ю. Н. Об определении коэффициентов уравнения для постоянных распространения волн в замедляющей системе при наличии электронного пучка. «Радиотехника и электроника», 1959, т. 4, № 10, стр. 1670.
7. Лошаков Л. Н. Об учете поля объемного заряда при расчете постоянных распространения в замедляющей системе в присутствии электронного пучка с помощью леммы Лоренца. «Радиотехника и электроника», 1959, т. 4, № 4, стр. 628.
8. Пчельников Ю. Н. Об определении постоянных распространения электромагнитных волн в замедляющих системах при наличии электронного пучка. «Радиотехника и электроника», 1959, т. 4, № 9, стр. 1493.
9. Пчельников Ю. Н. Определение коэффициентов уравнения для постоянных распространения в спиральной линии с трубчатым пучком. «Радиотехника и электроника», 1960, т. 5, № 12, стр. 1968.
10. Лошаков Л. Н. Приближенный расчет коэффициентов депрессии для трубчатых электронных пучков. «Радиотехника», 1961, т. 16, № 2, стр. 30.
11. Olving S. Electromagnetic and space-charge waves in a sheath helix. Chalmers tekniska högskolas handlingar, 1960, № 255, p. 5.
12. Брюллиен Л., Пароди М. Распространение волн в периодических структурах. Изд-во иностранной литературы, 1959.
13. Beck A. Space-charge wave and slow electromagnetic waves. Pergamon Press, London, 1958.
14. Лопухин В. М. Возбуждение электромагнитных колебаний и волн электронными потоками. Гостехиздат, 1953.

15. Пирс Д. Р. Лампа бегущей волны. Изд-во «Советское радио», 1952.
16. Вайнштейн Л. А. Электронные волны в замедляющих системах, ч. II, ЖТФ, 1956, т. 26, № 1.
17. Hahn W. Small signal theory of velocity modulated electron beams. General Electric Rev., 1939, v. 42, № 6, p. 258.
18. Ramo S. Space Charge and field waves in an electron beam. Phys. Rev., 1939, v. 56, p. 279.
19. Branch, G., Michran T. Plasma frequency reduction factor in electron beams. IRE Trans., 1955, v. ED-2, № 2, p. 3.

Литература к главе II

1. Пирс Д. Лампа бегущей волны. Изд-во «Советское радио», 1952.
2. Шумегский Б. М. Таблицы для решения кубических уравнений, Гостехиздат, 1960.
3. Brewer G., Birdsall C. Traveling-wave tube characteristics for finite valves C. IRE Trans., 1954, v. ED-1, № 3, p. 30.
4. Brewer G., Birdsall C. Traveling-wave tube propagation constants. IRE Trans., 1957, v. ED-4, № 2, p. 140.
5. Mullen J. A power series solution of the traveling-wave tube equations. IRE Trans., 1957, v. ED-4, № 2, p. 159.
6. Кац А. М. Применение рядов к решению некоторых задач ЛБВ и ЛОВ. «Радиотехника и электроника», 1960, т. 5, № 2, стр. 333.
7. Kleen W., Pöschl K. Der Einfluss der Leitungsdämpfung auf den Leistungsgewinn der Traveling — wave — Röhren. Fernmelde-techn. 1953, v. 6, № 11, S. 509.
8. Денисов А. Н. Расчет усиления секционированной ЛБВ. «Известия ВУЗОВ», Радиотехника, 1961, № 2, стр. 212.
9. Кац А. М. Исследование работы ЛБВ с локальным затуханием в линейном режиме. «Радиотехника и электроника», 1960, т. 5, № 12, стр. 1986.
10. Соловьев Е. Г., Белоус Л. В. К теории спиральной замедляющей линии, окруженной полупроводящей оболочкой. «Радиотехника», 1956, № 4, стр. 18.
11. Webber K. Calculation of wave propagation on the helix in the attenuator region. IRE Trans., 1954, v. ED-2, № 2, p. 156.
12. Landauer G. Die Wandelleitung mit coaxialer, zylindrischer Dämpfungsschicht. Archiv Elektrischen Übertragung, 1957, № 7, Bd. 11, S. 267.
13. Eichin W., Landauer G. Einfluss von Gewinn und Stabilität einer Wanderfeldröhre durch wahl des Flaschenwiderstandes ihrer Dämpfungsschicht. Nachrichtentechn. Z., 1957, Hf. 3, № 11, S. 131.
14. Слуцкая В. В., Угорская С. И. Тонкопленочные спиральные поглотители для ЛБВ, «Радиотехника и электроника», 1959, т. 4, № 6, стр. 341.
15. Клеен В., Пёшль К. Введение в электронку сверхвысоких частот. Лампы с длительным взаимодействием. Пер. с нем. Изд-во «Советское радио», 1963.

16. Koen S. Gain traveling-wave tube fluctuation with frequency. IRE Trans., 1957, v. ED-4, № 1, p. 70.
17. Калинин В. И., Герштейн Г. Я., Введение в радиофизику. Гостехиздат, 1957.
18. Калцов Н. А., Электроника. Гостехиздат, 1954.
19. Peter R., Rueter J. Influence of secondary electrons on noise factor and stability of traveling-wave tube. RCA Review, 1953, v. 14, p. 441.
20. Watkins D., Ash E. The helix as a backward-wave circuit structure. J. Appl. Phys., 1954, v. 25, № 6, p. 184.
21. Pierce J., Tien P. Coupling of modes in helix. Proc. IRE, 1954, v. 42, № 9, p. 1389.
22. Heffner R. The analysis of the backward-wave oscillator, Proc. IRE, 1954, v. 42, № 6, p. 930.
23. Johnson H. Backward-wave oscillator. Proc. IRE, 1955, v. 43, № 6, p. 684.
24. Tien P. Traveling-wave tube impedance. Journal Appl. Phys., 1954, v. 25, № 1, p. 133.
25. Barnes C. Power and gain limitation of helix type traveling-wave tube. Le Vide, 1957, № 67, p. 43.
26. Dunn D. Traveling-wave amplifiers and backward-wave oscillators for VHF. Trans., 1957, v. ED-4, № 3, p. 246.

Литература к главе III

1. Коваленко В. Ф. Введение в электронику сверхвысоких частот, изд. 2-е. Изд-во «Советское радио», 1955.
2. Шевчик В. Н. Основы электроники СВЧ. Изд-во «Советское радио», 1958.
3. Цейтлин М. Б., Ильина Е. М. К вопросу об анализе взаимодействия электронного потока с бегущей волной. «Радиотехника и электроника», 1960, т. 5, № 4, стр. 700.
4. Пирс Д. Р. Лампа бегущей волны. Пер. с англ. Изд-во «Советское радио», 1952.
5. Цейтлин М. Б., Ильина Е. М. Усиление лампы бегущей волны при конечных значениях параметра усиления. «Радиотехника и электроника», 1961, т. 6, № 1, стр. 170.
6. Kompfner R. The travelling-wave tube as centimetre-wave amplifier. Wirel. Engr., 1947, v. 24, p. 255—261.
7. Шевчик В. Н. О соотношении между приближением заданного поля и методом последовательных приближений Компфнера в теории ЛОВ. «Радиотехника и электроника», 1959, т. 4, № 1, стр. 147.
8. Шевчик В. Н. Взаимодействие электронных пучков с электромагнитными волнами. Изд-во Саратовского университета, 1963.

Литература к главе IV

1. Nordsieck. Theory of large signal behavior of traveling-wave amplifiers. Proc. IRE, 1953, v. 41, № 5, p. 630.
2. Tien P., Walker L. A large signal theory of traveling-wave amplifiers. Proc. IRE, 1955, v. 43, № 3, p. 260.
3. Tien P. A large signal theory of traveling-wave amplifiers. Bell System. Tech. J., 1956, v. 35, № 2, p. 349.

4. Rowe J. A. Large signal analysis of the traveling-wave amplifier theory and general results. Trans. IRE, 1956, v. ED-3, № 1, p. 39.

5. Вайнштейн Л. А. Нелинейная теория ЛБВ, ч. I. Уравнения и законы сохранения. «Радиотехника и электроника», 1957, т. 2, № 7, стр. 883.

6. Вайнштейн Л. А. Нелинейная теория ЛБВ, ч. II. Численные результаты. «Радиотехника и электроника», 1957, т. 2, № 8, стр. 1027.

7. Вайнштейн Л. А., Филимонов Г. Ф. Нелинейная теория ЛБВ, ч. III. Влияние сил расталкивания. «Радиотехника и электроника», 1958, т. 3, № 1, стр. 80.

8. Рыжик И. М., Градштейн И. С. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. Гостехиздат, 1951.

9. Пирс Д. Р. Лампа бегущей волны. Изд-во «Советское радио», 1952.

10. Клеен В., Пешль К. Введение в электронику сверхвысоких частот, ч. II. Лампы с длительным взаимодействием. Пер. с нем. под ред. Солнцева В. Изд-во «Советское радио», 1963.

11. Berterottiere R., Convert G. Sur certains effets de la charge d'espace dans les tubes a onde progressive. Ann. Radioelectricite, 1950, v. 5, p. 168.

12. Вайнштейн Л. А. Электронные волны в замедляющих системах. О нелинейных уравнениях ЛБВ. «Радиотехника и электроника», 1957, № 6.

13. Dohler O., Kleen W. Phenomenes non lineares dans les tubes a propagation d'onde. Ann. Radioelectricite, 1948, v. 3, p. 124.

14. Лошаков Л. Н. Нелинейные явления в волноводе в присутствии электронного пучка при близких скоростях движения электронов и волн. ЖТФ, 1955, т. XXV, вып. 10, стр. 1768.

15. Paschke F. On the nonlinear behavior of electron-beam devices RCA Rev, 1957, v. 18, № 2, p. 221.

16. Гайдук В. И. и др. К упрощенной нелинейной теории лампы с бегущей волной. «Известия вузов», Радиотехника, 1961, вып. IV, № 3, стр. 254.

17. Овчаров В. Т., Солнцев В. А. Упрощенные нелинейные уравнения лампы бегущей волны. «Радиотехника и электроника», 1962, т. 7, № 11, стр. 1931.

18. Овчаров В. Т., Солнцев В. А. Применение упрощенных нелинейных уравнений лампы бегущей волны для расчета ламп типа 0. «Радиотехника и электроника», 1962, т. 7, № 12, стр. 2013.

Литература к главе V

1. Rowe J. Design information on large-signal traveling-wave amplifiers. Proc. IRE, 1956, v. 44, № 2, p. 200.

2. Rowe J. Power traveling-wave amplifiers. 'Onde Electrique, 1957, Oct., p. 914.

3. Birdsoll C., Johnson C. Traveling-wave tube efficiency degradation due to power absorbed in a attenuator. IRE, Trans., 1959, v. ED-6, № 1, p. 6.

4. Пчельников Ю. Н. Взаимодействие электронного пучка с полем спирали в районе поглощающей вставки. «Радиотехника и электроника», 1961, т. 6, № 9, стр. 1501.

5. Денисов А. Н. Влияние секционирования на мощность насыщения ЛБВ. «Радиотехника и электроника», 1961, т. 6, № 9, стр. 1585.

6. Fank F., Wade G. Traveling-wave tube limiters. IRE Trans., 1957, v. ED-4, № 2, p. 148.

7. Caldwell J., Hoch O. Large-signal behavior of high power traveling-wave amplifiers. IRE Trans., 1955, v. ED-3, № 1, p. 6.

8. Rowe J. A. Large signal analysis of the traveling-wave amplifiers-theory and general results. IRE Trans., 1956, v. ED-3, № 1, p. 39.

9. Tien P. A large analysis of the traveling-wave amplifier. Bell System Techn. J., 1956, v. 25, № 2, p. 349.

10. Rowe J. Theory of the crestatron: a forward-wave amplifier. Proc. IRE, 1959, v. 47, № 4, p. 536.

11. Филимонов Г. Ф. Изохронная лампа бегущей волны. «Радиотехника и электроника», 1958, т. 3, № 1, стр. 98.

12. Meeker J., Rowe J. Phase focusing in linear-beam devices. IRE Trans., 1962, v. ED-9, № 3, p. 257.

13. Геккер И. Р. Повышение КПД электронных приборов СВЧ путем торможения электронов в коллекторе. Диссертация, ИРЭ АН СССР, 1959.

14. Sterzer F. Improvement of traveling-wave tube efficiency through collector potential depression. IRE Trans., 1958, v. ED-5, № 9, p. 300.

15. Cutler C. C. The nature of power saturation in traveling-wave tubes. Bell System Techn. J., 1956, v. 35, p. 841.

Литература к главе VI

1. Cutler C. The calculation of traveling-wave tube gain. Proc. IRE, 1951, v. 39, p. 914.

2. Labus J. Optimale Verstärkung der Wanderfeldrohre mit Wendel. Archiv Elektrischen Übertragung, 1952, Bd. 6, № 1, S. 1.

3. Kleen W. Zur Dimensionierung von Wanderfeldrohren in Mikrowellen-Relaisstellen. Archiv Elektrischen Übertragung, 1955, Bd. S. 52.

4. Kleen W. Zur Bemessung der Wendel in Wanderfeldrohren. Archiv Elektrischen Übertragung, 1956, Bd. 10, S. 261.

5. Lapostolle P. Helix tubes a onde progressive influence de support attenuation modes parasites. Ann. Telecommunication, 1957, v. 12, № 2, p. 34.

6. Клеен В., Пешль К. Введение в электронику сверхвысоких частот. Лампы с длительным взаимодействием, Пер. с нем., под ред. В. А. Солнцева. Изд-во «Советское радио», 1963.

7. Tien P. Travelling-wave tube helix impedance. Proc. IRE, 1953, Nov., v. 41, p. 1617.

8. Swift-Hook D. Dispersion curves for a helix in a glass tube. International Convention on Microwave valves, London, 1958, May, p. 19.

9. Webber K., Calculation of wave propagation on the helix in the attenuator region. IRE Trans., 1954, v. ED-2, № 2, p. 156.

10. Landauer G. Die Wandelleitung mit coaxialer, zylindrischer Dämpfungsschicht. Archiv Elektrischen Übertragung, 1957, Bd. 11, № 7, S. 267.

11. Пирс Д. Лампа бегущей волны. Изд-во «Советское радио», 1952.

12. Laico J., McDowell H., Møster C., A medium power traveling wave tube for 6000 Mc radio relay. Bell Syst. Techn. J., 1956, v. 35, № 6, p. 1285.

13. Chodorow M., Nalos E. Design of highpower traveling-wave tubes. Proc. IRE, 1956, v. 44, № 5, p. 649.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	3
Список основных обозначений	5
Глава I. Основные уравнения линейной теории взаимодействия электронного потока с бегущей электромагнитной волной	10
I.1 Общие сведения	10
I.2 Метод самосогласованного поля	10
I.3. Дисперсионное уравнение спирали с пучком	26
I.4. Определение коэффициентов уравнения для постоянных распространения в системе с пучком	31
Глава II. Анализ работы ламп бегущей волны в линейном режиме	47
II.1. Общие сведения	47
II.2. Решение характеристического уравнения	47
II.3. Граничные условия и коэффициент усиления	60
II.4. Влияние распределенного затухания на коэффициент усиления	74
II.5. Анализ работы лампы бегущей волны с локальным поглотителем	88
II.6. Влияние удельного поверхностного сопротивления поглощающего слоя на усиление	98
II.7. Влияние отражений на характеристики лампы бегущей волны. Условия стабильной работы	110
II.8. Возбуждение в лампе бегущей волны колебаний на обратной гармонике. Условия стабильной работы	120
Глава III. Приближенные методы анализа работы лампы бегущей волны	127
III.1 Введение	127
III.2. Метод заданного поля	127
III.3. Приближенный энергетический метод	131
III.4. Метод последовательных приближений	143
Глава IV. Основные уравнения нелинейной теории взаимодействия электронного потока с бегущей электромагнитной волной	149
IV.1. Введение	149

IV.2. Вывод основных уравнений. Законы сохранения и пре- вращения энергии	150
IV.3. Линеаризация основных уравнений. Сопоставление различных методов анализа нелинейных свойств лампы бегущей волны при больших значениях пара- метра усиления	161
IV.4. Приближенные методы анализа работы лампы бегущей волны в нелинейном режиме	164
Глава V. Анализ работы лампы бегущей волны в нели- нейном режиме	175
V.1. Общие сведения	175
V.2. Основные результаты расчета нелинейных характеристик лампы бегущей волны	175
V.3. Анализ работы лампы бегущей волны с локальным поглотителем в нелинейном режиме	193
V.4. Зависимость к. п. д. лампы бегущей волны от раз- ности скоростей электронного пучка и волны замед- ляющей системы	209
V.5. Влияние отражений на выходную мощность лампы бегущей волны	217
V.6. Методы повышения коэффициента полезного дейст- вия лампы бегущей волны	226
Анализ работы лампы бегущей волны в режиме изох- ронности	227
Повышение коэффициента полезного действия путем торможения электронов в коллекторе	246
Глава VI. Методика расчета лампы бегущей волны спи- рального типа	254
VI.1. Введение	254
VI.2. Расчет основных параметров лампы бегущей волны со сплошным пучком. Вывод основной формулы для рас- чета коэффициента усиления	255
Вывод основной формулы для расчета полосы усили- ваемых частот	266
Учет дисперсии спиральной замедляющей системы	271
Влияние изменения питающих напряжений на усиле- ние лампы бегущей волны	274
VI.3. Расчет основных параметров лампы бегущей волны с полым пучком	277
VI.4. Расчет коэффициента усиления при конечных уровнях входного сигнала	290
VI.5. Примеры расчета. Сопоставление данных расчета с экспериментальными данными	298
Литература	304

МИХАИЛ БОРИСОВИЧ ЦЕЙТЛИН
АЛЬБЕРТ МАРКОВИЧ КАЦ

Лампа с бегущей волной

Редактор *В. Г. Машарова*

Техн. редактор *Г. З. Шалимова*

Обложка художника *В. И. Шаповалова*

Сдано в набор 29.IV—64 г.

Подписано к печати 29.VIII—64 г.

Формат 84×108¹/₃₂ Уч.-изд. л. 14,72

Объем 15,99

Г-14681 Тираж 10 200 экз. Заказ 1230

Цена в пер. № 5 84 коп.

Московская типография № 10
Главполиграфпрома Государственного
комитета Совета Министров СССР по печати.
Шлюзовая наб., 10

Г
С
I

Замеченные опечатки

Страница	Строка	Напечатано	Должно быть
45	ф-ла 104	$\frac{1}{\dots + I_1(\beta_e a) K_0(\beta_e b) \frac{\Delta}{b} \dots - I_0(\beta_e b) K_0(\beta_e a)}$	$\frac{1}{\dots + I_1(\beta_e a) K_0(\beta_e b) \frac{\Delta}{b} \dots - I_0(\beta_e b) K_0(\beta_e a)}$
158	9-я сверху	$\times \text{Sign}[\Phi(\theta, \varphi_0) - \Phi(\theta, \varphi_0)]$	$\times \text{Sign}[\Phi(\theta, \varphi'_0) - \Phi(\theta, \varphi_0)]$
200	10-я снизу	$\eta - \dots$	$\eta_{\text{макс}} - \dots$

Зак. 1230.