Настоящая серия печатается по рекомендации IX Международного Совещания руководителей научно-технических издательств социалистических стран (июнь 1975 г.).
В серии участвуют:

Издательство «Радио и связь» (СССР)

Издательство технической литературы (ВНР)

Издательство «Техника» (ГДР)

Издательство научно-технической литературы (ЧССР)

● КИБЕРНЕТИКА ●

Ю. А. ШРЕЙДЕР, А. А. ШАРОВ

СИСТЕМЫ И МОДЕЛИ

МОСКВА «РАДИО И СВЯЗЬ» 1982

ББК 32.816
Ш85
УДК 519.7

Шрейдер Ю. А., Шаров А. А.

Ш85 Системы и модели. — М.: Радио и связь, 1982.— 152 с., ил. — (Кибернетика).

50 к.

Авторы рассказывают о важных особенностях системного подхода, методологических особенностях системного описания объектов, рассматривают представления систем через модели.

Книга рассчитана на широкий круг специалистов в области кибернетики.

Ш $\frac{1502000000-023}{046(01)-82}$ 124—82

ББК 32.816
6Ф0.1

Рецензенты: д-р филос. наук В. С. Тюхтин, канд. техн. наук Г. П. Мельников

Редакция литературы по кибернетике и вычислительной технике

Юлий Анатольевич Шрейдер
Александр Александрович Шаров

СИСТЕМЫ И МОДЕЛИ

Редактор Н. Я. Гутчина
Художественный редактор Н. С. Шеин
Технические редакторы И. Л. Ткаченко, Л. К. Грачева
Корректор Т. В. Покатова

ИБ 173

Сдано в набор 27.8.81 г. Подписано в печать 28.12.81 Т-30543
Формат 60×84 1/16 Бумага тип. № 2 Гарнитура литер. Печать высокая
Усл. печ. л. 8,84 Усл. кр.-отт. 9,421 Уч.-изд. л. 10,14 Тираж 15 000 экз.
Изд. № 19516 Заказ 1271 Цена 50 к.

Издательство «Радио и связь», 101000, Москва, Главпочтамт, а/я 693

Московская типография № 10 Союзполиграфпрома Государственного комитета СССР по делам издательств, полиграфии и книжной торговли. Москва, М-114, Шлюзовая наб., 10

ПРЕДИСЛОВИЕ

Эта книга возникла из попытки авторов рассказать о своем понимании системного подхода. Общая теория систем — это не столько научная теория в традиционном смысле, сколько комплекс методологических подходов к обширному классу объектов, объединенных названием «сложные системы». Надо подчеркнуть, что сложность здесь означает не огромное количество составляющих систему компонентов, а сложную организацию изучаемого объекта, его многоаспектную природу. Необходимость разъяснить свойство сложности системы, отличить его от «громоздкости» стимулирует попытки как логико-методологического анализа системного подхода, так и развития математического аппарата теории систем.

В гл. 1 характеризуется системный подход в его противопоставлениях традиционным теоретико-множественным принципам описания объектов. В гл. 2 рассматривается понятие модели как воплощение формальной теории. Это понятие в дальнейшем используется для математического описания системных объектов. Важное место в этой главе занимает рассмотрение того, что есть моделирование и почти моделирование. Следующая глава посвящена изложению роли алгебраического аппарата теории категорий для математической теории систем. При этом большое значение придается категориям, объекты которых суть модели. Кстати говоря, это дает интересный материал для иллюстрации самой теории категорий.

Небольшая по объему гл. 4 в некотором смысле оказалась центральной — в ней, собственно, и формулируется понятие системы. Вернее, тот вариант этого понятия, на который мы опираемся в книге. Это понятие базируется на математическом аппарате, развитом в предыдущих двух главах и идеях гл. 1.

Глава 5 посвящена классификационным системам. В ней классификация рассматривается как способ описания «естественных» систем объектов. В гл. 6 показывается, что так называемые ранговые распределения объектов по частоте встречаемости тесно связаны с системными свойствами соответствующего класса объектов.

Глава 7 посвящена системам, принимающим решения групповым выбором (голосованием). В ней указаны три парадоксальных свойства процессов выбора и дано многообразие схем выбора, основанных на так называемых мажоритарных структурах. В гл. 8 излагаются некоторые подходы к описанию информации в системах.

Наконец, гл. 9 посвящена вопросам управления в системах. В ней рассматривается важное противопоставление целеориентированных и ценностноориентированных систем.

Нашей основной задачей было показать, как представление о системном характере изучаемых объектов воплощается в специфических аппаратах и методологических средствах их описания. Дело в том, что методы исследования объектов всегда содержат в своей основе некоторое представление о природе этих объектов. При этом оказывается, что применение этих методов исследования автоматически приводит к тем же самым представлениям о природе изучаемых объектов. Так, изучая живой организм на основании представления, что он есть физический объект, мы ничего другого в этом организме и не откроем. Возникающая ситуация — это методологический порочный круг. Выйти за пределы этого круга, разомкнуть его можно, лишь расширив исходные представления о природе изучаемых объектов. Теория систем как раз и служит расширению наших представлений о природе изучаемых наукой объектов, что помогает преодолевать трудности традиционного естественнонаучного подхода.

Авторы благодарны рецензенту книги В. С. Тюхтину за внимательное отношение к рукописи и Н. И. Кузнецовой за ценные предложения, позволившие акцентировать методологические моменты.

Глава 1

МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ ОСОБЕННОСТИ СИСТЕМНОГО ПОДХОДА

1.1. ПРОТИВОПОСТАВЛЕНИЕ СИСТЕМНОГО И ТЕОРЕТИКО-МНОЖЕСТВЕННОГО ПОДХОДОВ

С философской точки зрения теория познания есть логика, т. е. наука о законах мышления. Эти законы воплощаются в познавательной деятельности науки и в самом развитии науки как деятельности. Наука осознает эти законы, конкретизируя их как исходные установки и методы научного описания явлений. Однако нельзя поставить знак равенства между общими законами логики и логикой, реализуемой в научном познании. В рамках науки общие законы логики воплощаются в конкретные методологические принципы, необходимые для успешного оперирования с материалом научного исследования. Эта конкретизация имеет и отрицательные стороны, создавая традицию, способную, как указывал Ф. Энгельс [1, с. 318, 319], служить тормозом развития науки.

Превращение методологии (сюда включены и представления о целях и ценностях научной деятельности) в жесткую традицию есть как раз реальное содержание механизма образования научной парадигмы. Чтобы преодолеть эти ограничения, необходимо прежде всего их осознать — эта одна из важных проблем гносеологии применительно к исследованию науки.

В современной науке можно обнаружить сложившиеся (классические) методологические принципы и одновременно стремление к поиску новых принципов.

На фоне классической науки возникают неклассические мотивы, по сути дела резко противостоящие сложившейся традиции, но выражающиеся часто в совершенно классической форме и потому различимые лишь средствами философского исследования. Ведущую роль в этом процессе играет становление системного подхода. Чтобы выявить эту роль, естественнее всего найти характерные противопоставления системного подхода традиционному теоретико-множественному, лежащему в основе логических средств классической науки. Недостаточность этих средств проявляется, в частности, при научном исследовании самой науки в теоретическом науковедении.

Само сопоставление этих двух подходов нуждается в обосновании. Теория множеств — это некоторая точка зрения на природу математических объектов, пронизывающая всю современную математику, по крайней мере в том ее образе, который хотели бы видеть Бурбаки и который наиболее последовательно представлен в их курсе математики. Теория систем — это некий общий подход к описанию естественнонаучных и социальных объектов. Подход скорее философский, нежели математический. В той же мере, в какой теория систем выдвигает некоторые математические описания, они поневоле часто имеют теоретико-множественную природу. Изменяется только взгляд на природу объекта.

В последнее время можно наблюдать некоторые попытки расширить сам аппарат теоретико-множественного описания объектов, сделав его пригодным для адекватного описания размытых структур, ситуаций с неполным описанием возможных состояний и т. п. Тем не менее такой аппарат, основанный, если можно так выразиться, на теоретико-множественной натурфилософии, не решает сам по себе методологические проблемы, возникающие и решаемые в рамках системных представлений. С другой стороны, очень часто в литературе под системным описанием или системным анализом подразумеваются методики, развивающиеся на базе чисто теоретико-множественного подхода.

Концепция системного подхода с достаточной полнотой выявлена в работах В. Н. Садовского [49, 52], Э. Г. Юдина [80], В. С. Тюхтина [55, 57], А. И. Уемова [58], Ю. А. Урманцева [59, 60] и ряда других авторов (см., в частности, [54]). Надо подчеркнуть, что речь идет о философской или логико-методологической концепции системного подхода, а вовсе не о том, что под названием «системотехника» или «теория систем» скрывает более или менее традиционные аппаратные средства в новой модной «упаковке».

Теоретико-множественный подход является сегодня уже настолько распространенной (можно сказать, ходячей) точкой зрения, что любая попытка загнать его в рамки четкой дефиниции будет вызывать либо недоумения типа «а как же иначе?», либо обвинения в узости взгляда. Справедливо пишет Ю. И. Манин в [30]: «К настоящему времени теория множеств превратилась в язык, на котором профессиональный математик учится говорить с рождения и очень скоро утрачивает способность беспокоиться и по поводу его семантических темнот. Тяжелые споры начала века о законности аксиомы выбора сейчас почти не воспринимаются психологически».

Вообще очень трудно сформулировать ходячее мнение, которое все разделяют, но почти никто не умеет выразить, т. е. сказать об этом эксплицитно. Ведь сама попытка сформулировать такое мнение означает претензию выйти за его пределы. Попытка эксплицировать господствующую научную систему взглядов трудна именно потому, что мы находимся внутри этой системы и трудно себе представить, что кто-то сегодня целиком свободен от этой системы, даже если он и осознает ее ограничения. С другой стороны, сущность системного подхода утверждается совершенно по-разному различными авторами, а усреднить эти мнения значило бы их существенно обеднить. Здесь целесообразнее не пытаться высказывать общепринятую среди системологов позицию, а рискнуть дать свою, хотя авторская точка зрения неизбежно будет субъективной. Понять сущность сравниваемых подходов лучше всего путем выявления и даже нарочитого обострения противопоставлений.

Идея множества как «многого, мыслимого как целое» очень привлекательна тем, что в ней сущность целого как бы низводится к сущности элементов множеств. Строго говоря, множество имеет иную категорию реальности, чем ее элементы. Это видно уже из того, что математик всегда различает элемент x и множество $\{x\}$, состоящее из одного этого элемента, и не спутает знаки $\in$ и $\subset$, из которых первый выражает отношение элемента и множества, а второй — двух множеств. Но это «умножение сущностей» воспринимается как не противоречащее принципу «бритвы Оккама».

В системном подходе центр тяжести лежит в схватывании особой сущности «целого, мыслимого как многое», в выделении особых целостных свойств, позволяющих считать некоторую структуру не конгломератом разрозненных, хотя и аморфных частей, а именно системой. Зато этот подход мирится с реальным существованием аморфных образований, которые трудно было бы рассматривать как элементы «здорового», а не патологичного множества. Один из классических примеров, которые приводятся при изложении теории множеств, чтобы указать, что в эту теорию не следует включать, — это «множество мыслей данного человека». Действительно, что есть элемент такого множества? Как разграничить одну мысль от другой? Что допустимо считать мыслью именно этого человека, а не воспринятой мыслью другого? Некто думает, что «все вороны белые», и поделился этим со мною. Эта мысль уже в моей голове, но я ее решительно отвергаю, осознаю только в кавычках, как цитату из чужой сферы мышления. Можно ли считать, что эта мысль все же моя?

С другой стороны, мы вполне можем говорить о «системе мышления», хотя относим это скорее не к отдельному человеку, а к философской культуре определенного типа. При этом «система мышления» включает в себя и определенные мысли как необходимый атрибут этой системы. Но центр тяжести здесь не в составляющих эту систему компонентах, а в организации целого. Не в отдельных мыслях, а в том, что связывает их в систему.

Вместо того, чтобы пытаться развить приведенные выше соображения в сопоставимые определения теории множеств и теории систем (это по крайней мере имеет больше шансов на успех, чем попытка определения множества и системы), рассмотрим значимые противопоставления этих теорий.

Итак, попробуем выявить некоторые существенные противопоставления системного и теоретико-множественного подходов.

1. *Противопоставление первичности элемента первичности целого.*

Это противопоставление уже содержится в наличии двойственных квазиопределений: «многое, мыслимое как целое» и «целое, мыслимое как многое». Первое относится к понятию множества, а второе к понятию системы. Сам способ мыслить о множествах исходит из того, что элементы, из которых собираются множества, заранее четко определены и обладают реальностью, не зависящей от их группировки во множество. Иначе говоря, элементы первичны и гносеологически, и онтологически. Мы познаем множество, опираясь на то, что элементы его даны сознанию познающего. Мы признаем реальность множества, апеллируя к уже признанной реальности его элементов. Образно говоря, мы можем строить призрачное множество (вроде известного соединения солнца, разума и апельсина), но не можем строить множеств из призраков.

Основания для того, чтобы мыслить данное целое, могут быть очень слабыми, но сами элементы, складывающие это целое, должны иметь серьезные основания для своего существования.

В системе дело обстоит как раз наоборот: целое «предшествует» своим компонентам. В этом случае не совсем правильно говорить, что целое складывается из элементов или что элементы соединяются в целое. Точнее нужно сказать, что целое представляется собранием компонентов (частей), причем такое представление не вполне детерминировано свойствами системы — оно может зависеть и от наблюдателя, выбирающего удобный способ представления. Подлинной реальностью в данном случае является целое, а элементы его представления как многого порой суть лишь эпифеномены этой реальности *).

Рассматриваемое противопоставление приводит нас к следующему онтологическому различению. Множество существует в силу того, что существуют его элементы. Единственное исключение — пустое множество — только подтверждает этот принцип. Это видно

*) С другой стороны, представление системы — это ее членение на подсистемы (компоненты).

из того, что из основных определений теории множеств сразу вытекает, что любые два множества, не содержащие никаких элементов, равны как множества. Тем самым существует ровно одно пустое множество — особый конструкт, придающий необходимое изящество теоретико-множественной алгебре. Все непустые множества существуют в силу априорного существования их элементов. В противоположность этому представление системы существует в силу того, что существует система как целое.

Так, сборник (множество) задач по арифметике существует в силу того, что существуют отдельные задачи, которые можно объединить в сборник. Отдельные строчки стихотворения существуют потому, что существует само поэтическое произведение как целостная система. В теории множеств постулируется, что над любыми достаточно реальными или как минимум четко осознаваемыми объектами можно провести мысленную операцию соединения во множество. Предполагается, что этого уже достаточно, чтобы сделать само множество реальным объектом. В теории систем этот постулат отвергается, зато предполагается, что существование целого дает возможность проводить процедуры расчленения, выделения в целом компонентов (частей), которым целостность выдает лицензию на право существования. Отсюда мы приходим к следующему противопоставлению.

II. *Противопоставление «принципа неразборчивости» естественной системе.*

Отмеченный выше постулат, позволяющий без всякого ограничения соединять (по крайней мере мысленно) объекты произвольной природы во множество, можно с полным правом назвать «постулатом неразборчивости» [45]. Этот постулат декларируется и широко используется в теории множеств. Правда, в аксиоматической теории множеств его действие ограничивается теми или иными запретами (скажем, теорией типов Рассела), но практически он не отторжим от теоретико-множественной методологии. Стоит подчеркнуть, что этот постулат имеет не только гносеологический статус, но и претендует на некоторое онтологическое значение. Этот принцип является единственным логическим основанием существования множеств как особых реальностей, отличающихся от реальности самих элементов. В частности, именно этот принцип позволяет ввести множество $\{x\}$, состоящее из одного элемента x, и рассматривать это множество как сущность, отличную от самого элемента x.

В противоположность этому в теории систем совокупности возникают как естественные классы, образованные из элементов общей природы. Элементы этих классов существуют не сами по себе, но в системе. Так, сегодня математик представляет себе линию как множество точек, но в античной математике линия понималась как особая категория — геометрическое место точек, как нечто наполнённое точками. Такой взгляд ближе к теории систем, чем к теории множеств.

Здесь разумно ввести важное различение внутренних и внешних систем. Внутренней системой мы будем называть данное в опыте целостное образование (например, организм), к которому можно применять процедуры членения, представляя эту систему в виде некоторой структуры составляющих частей. Под внешней системой будем понимать класс объектов общей природы, объединенных некоторой целостной сущностью. Но эти объекты допускают объединение именно в силу того, что они образуют естественную систему (см. подробнее в гл. 5).

Так, живой организм, или биоценоз, есть типичный пример внутренней системы. Здесь целостность доступна прямому наблюдению, имеет пространственно-временную организацию, членение системы на элементы возникает в процессе наблюдения. Целостность организма определяется присущей ему структурой (архетипом), а членение архетипа приводит к выделению естественных частей (см. гл. 5). Кроме архетипа-сущности можно говорить и об архетипе-представлении, дающем некоторое представление организма в виде структуры частей, используемых в задачах классификации.

Совокупность живых организмов или какой-нибудь естественный таксон (надцарство эвкариота, тип хордовых или класс млекопитающих) — типичная внешняя система. Здесь наблюдению открыты отдельные единицы, но их объединяет целостность—общность архетипа данного таксона (см. гл. 5). Наличие этой общности позволяет говорить не только о совокупности наблюдаемых организмов, но и о естественной системе мыслимых организмов данного таксона.

Принцип неразборчивости недействителен ни для внутренних, ни для внешних систем. В первом случае класс элементов (частей, меронов) определяется самим объектом изучения. Даже учет произвола наблюдателя ведет только к некоторому размыванию границ частей и неоднозначности выбора представления. Уже тот факт, что система членится так, чтобы можно было, изучая структуру членения, получить существенные свойства системы, приводит к отбору естественных членений.

В случае внешних систем естественность рассматриваемого класса объектов определяется общей сущностью этих объектов. В класс млекопитающих мы не можем произвольно добавить растение или объект неживой природы. Точно так же у нас нет возможности по желанию исключать из этого естественного класса какие-то виды. Способ образования изучаемой совокупности диктуется и в том, и в другом случае естественными свойствами, определяющими целостность (системность) этой совокупности. Характерным примером внешних систем могут служить также «невидимые колледжи» [22], где вхождение некоторого ученого в такой колледж определяется общностью исследовательской программы. Не случайно авторы вступительной статьи к [22] подчеркивают необходимость системного подхода к изучению научных коммуникаций.

Обычно компонентами внешней системы служат внутренние системы. Общность природы этих внутренних систем и обеспечивает целостность внешней системы. Так, общность архетипа всех элементов таксона в естественной классификационной системе делает этот таксон правомерной внешней системой. Если для внешней системы характерно теснейшее родство (гомология) ее компонентов, то внутренняя система состоит из существенно разнообразных компонент-подсистем (например, организм с его разнообразнейшими органами). Вообще говоря, можно каждой внутренней системе сопоставить внешнюю — класс всех мыслимых состояний данной внутренней системы. В некотором смысле любую внешнюю систему можно интерпретировать как класс мыслимых состояний некоторой внутренней системы, определяющей целостность внешней системы и гомологии между ее компонентами.

III. *Противопоставление априорной индивидуации абстракции отождествления.*

В теории множеств исходным является понятие отдельного элемента. Скажем, равенство двух множеств определяется как наличие в них одних и тех же элементов. Это неявно предполагает, что рассматриваемые объекты заранее индивидуализированы. В рамках теории систем процедура отождествления объектов входит как важный этап в процесс исследования.

Первоначально открытое наблюдателю поле исследования принципиально аморфно, нерасчленено либо расчленено случайным образом. Сама возможность выделения в этом поле устойчивых объектов, а не беспрерывно причудливо меняющихся узоров типа облаков на небе или пены в морском прибое определяется некими целостными свойствами системы и способностью наблюдателя к восприятию образа. Первоначально данный исследователю класс объектов размыт в двояком смысле: во-первых, сами объекты не обладают достаточной индивидуальностью (узнаваемостью, если перейти к гносеологическому аспекту), во-вторых, класс этих объектов открыт, не завершен, не определен до конца важным сущностным свойством. Это обстоятельство дает основание [12] для утверждения, что сама категория множества относится не к онтологии, а к гносеологии.

Иначе говоря, четкие множества появляются лишь в процессе изучения и описания реальных объектов. Это положение можно перефразировать следующим образом. Реальные объекты суть не множества, а системы. А категория множества появляется при описании этих объектов, причем важным этапом этого описания является процедура отождествления, в результате которой возникают достаточно четкие объекты. Например, при описании систематики живых организмов необходимо, во-первых, выделить как объект отдельный организм (для этого, скажем, надо отождествить бабочку, куколку, гусеницу и личинку) и, во-вторых, отождествить организмы в пределах вида, поскольку систематика занимается видами, а не особями. При систематике документов необходимо произвести довольно сложные отождествления (скажем, разных экземпляров или выпусков), чтобы наконец выделить достаточно четко определенный объект, который и называется в информатике документом.

В ситуации, когда исследователь должен описать множество состояний некоторого автомата, дело вовсе не сводится к тому, чтобы непрерывное множество состояний заменить достаточно адекватным дискретным множеством. Здесь нет прямой аналогии с методологически простой процедурой перехода от дифференциальных уравнений к конечно-разностным схемам. Речь идет совсем о другом, о том, чтобы в некоторой достаточно аморфной ситуации выделить четко обнаруживаемые и различаемые состояния, адекватно описывающие поведение данной системы.

Представим себе, что нам нужно описать состояния сознания, определяющие отношение данного лица к некоторому мнению. Мы довольно легко сумеем выделить такие градации, как «абсолютно уверен», «верю», «допускаю», «не уверен», «сомневаюсь», «скорее допускаю противоположное», «уверен в обратном». Этот список можно считать членением пространства состояний, достаточным, например, для того, чтобы описать логику принятия мнений коллективом (см. гл. 7). Важно отметить, что это членение появилось как попытка выделить градации в мнениях, а не как угрубление (дискретизация) некоей непрерывной шкалы мнений. Вряд ли можно предполагать само существование непрерывной шкалы, где возможные уровни уверенности соответствуют действительным числам. В процессе описания системы дискретное множество состояний или подсистем возникает не как разбиение непрерывного пространства состояний или континуального членения на подсистемы, а как фиксирование устойчивых и четко различаемых состояний или подсистем. Иначе говоря, системный подход не подразумевает априорной индивидуации объектов. В этом смысле теория размытых множеств по Заде [18] по методологии относится скорее к теоретико-множественному, а не к системному подходу. Действительно, в этой теории исходным считается некоторое вполне четкое множество, которое затем размывается введением весовых функций, характеризующих принадлежность данного элемента к размытому множеству. Существование четкого множества с априорной индивидуацией элементов здесь постулируется заранее.

IV. *Противопоставление внешней организации внутренней организации.*

Организация каких-то элементов во множество есть обычно акт внешний по отношению к этому множеству. Для образования множества нужно, чтобы кто-то мыслил это многое как целое, расположил бы мысленно или фактически элементы этого множества в некоем хранилище. Роль внешнего наблюдателя может играть случай и действие внешней среды. Так, согласно С. Лему, именно случай делает некоторый текст высоко художественным и тем самым формирует множество литературных шедевров. Селекционизм в эволюции отводит первостепенную роль случайным мутациям, которые вместе с отбирающим приспособленные организмы действием внешней среды формируют множество видов.

В противовес этому системный подход придает решающее значение внутренней организации системы. Принцип эквифинальности в эмбриологии утверждает, что результат развития зародыша устойчив к довольно существенным внешним влияниям [53]. Сторонники номогенеза в эволюции утверждают приоритет внутренних факторов, присущих системе живых организмов. Критерий внутренней организации для отделения системы от случайного конгломерата объектов выдвигал также А. А. Любищев [27, 29].

Членение системы, т. е. представление ее в виде множества подсистем, определяется не произволом наблюдателя, а внутренними свойствами системы. Правда, здесь действует еще и такой принцип — для описания системы удобны членения, которые связаны с сущностью системы.

Принцип внутренней организации системы отчетливо проявляется в ее многоуровневости. Вероятно, воззрение на систему как многоуровневую иерархическую структуру с линейным порядком уровней не вполне адекватно реальности. Но по крайней мере, когда мы рассматриваем определенный уровень представления системы, выделение непосредственно низших уровней, как и определение непосредственно высших уровней, происходит достаточно закономерно. Это отношение непосредственного предшествования уровней определяется внутренней организацией системы. Можно высказать гипотезу о том, что членение предшествующего уровня определяется тем, что структуру подсистем этого уровня можно описать не статистически, а комбинаторно обозримо. Скажем, организм можно членить и на молекулы, но такое членение полезно вообразить себе разве для того, чтобы понять, что оно определяет температуру организма. А вот членение на органы позволяет устанавливать функциональные связи, характеризующие жизнедеятельность организма. Подчеркнем, наконец, что понятие уровня организации специфично именно для системного подхода.

V. *Противопоставление вероятности ранговому распределению.*

При теоретико-множественных описаниях наличие у объектов естественно возникающих весов трактуется как появление вероятностной картины. Дело в том, что часто возникают такие совокупности, где один и тот же объект повторяется несколько раз. Например, если автомат проходит ряд состояний, то в некоторых состояниях он может побывать много раз. Или, скажем, в некотором тексте могут повторяться одни и те же слова. Еще пример: в биоценозе обычно участвуют много представителей каждого вида. Обычная теоретико-множественная методология учит видеть в подобном объекте реализацию случайного процесса. Грубо говоря, как единственно возможная предполагается следующая картина. Имеется исходное множество, где каждый объект встречается ровно один раз (как это и положено для настоящего множества). При этом каждый объект имеет строго определенную вероятность. Тем самым задается некоторый стохастический процесс, а то, что мы наблюдаем в действительности, есть реализация этого процесса, когда количества появлений каждого объекта соответствуют по закону больших чисел априорно заданным вероятностям.

Многообразие вероятностных представлений о мире описано в [25] В. И. Купцовым. Разумеется, эту картину можно описать гораздо тоньше — введением условных вероятностей, корреляционных матриц и тому подобного антуража теории вероятностей. Используя тонкий аппарат, можно дать подобную вероятностную интерпретацию любому явлению. Но, видимо, в случае естественных систем вероятностная картина не соответствует сути дела. Известно очень много примеров, когда элементы системы при некотором естественном ее членении могут быть упорядочены по убыванию их численности: журналы — по числу публикаций по фиксированной тематике, типы тканей — по числу клеток в организме и т. п.

Зависимость численности, соответствующей данному элементу, от его порядкового номера (ранга) при расположении элементов по убыванию этой численности называется ранговым распределением. Оказывается, что ранговые распределения имеют обычно весьма устойчивую форму (см. гл. 6), но при этом существенным оказывается тот факт, что ранговое распределение относится к членению естественной системы и не приспособлено к описанию больших конгломератов однородных систем. Целостность здесь важнее объема выборки. Это явно противоречит гипотезе о вероятностной природе ранговых распределений и позволяет противопоставить существование ранговых распределений как проявления целостных свойств системы наличию вероятностной модели явления.

1.2. СЛОЖНЫЕ СИСТЕМЫ И УПРАВЛЕНИЕ

Важное место в теории систем занимает выяснение того, что есть сложная система и чем она отличается от просто системы с большим числом элементов (такие системы можно назвать громоздкими). Существуют различные попытки определить понятие сложной системы. Мы предпримем еще одну попытку, которая будет сформулирована как некоторое противопоставление. Любая управляющая система подразумевает, что между ее подсистемами происходит обмен сигналами. В системах типа вычислительных машин эти сигналы имеют однозначную интерпретацию. Каждый блок воспринимает поступающий сигнал как однозначно определенную команду, смысл которой (реакция блока) заранее предусмотрен конструктором. Более того, этот смысл зависит от принимающего блока — одна и та же последовательность нулей и единиц имеет одну интерпретацию, когда поступает в арифметическое устройство по каналу числовых данных, и совсем другую, когда поступает в устройство управления как команда. Итак, интерпретация сигнала в простых (хотя и громоздких) кибернетических системах чисто локальна и однозначна. Фактически это означает, что в таких системах сигнал лишен семантики и общение между подсистемами происходит на чисто синтаксическом уровне. Фактически в таких системах связи между подсистемами (блоками) построены по функциональному принципу. В крайнем случае в них может быть введена неопределенность вероятностной природы подключением датчиков случайных чисел.

Но подобная вероятностная неопределенность реакции не имеет ничего общего со способностью к интерпретации сигнала. С другой стороны, в отношении живых систем (биологических и особенно социальных) можно говорить уже не просто о циркулирующих сигналах, а об языках, тексты на которых, во-первых, обладают инвариантным смыслом и, во-вторых, допускают различные интерпретации этого смысла, реализуемые различными получателями. Оба условия могут показаться противоречащими друг другу, но в действительности это не так. Лучше всего это видно из того, чему условия противопоставляются.

Один и тот же текст, циркулирующий в вычислительной машине, т. е. одна и та же последовательность нулей и единиц, интерпретируется в зависимости от того, по какому каналу она передается. Зато, попав в определенное место, она интерпретируется ровно одним способом. Тем самым текст не имеет никакого присущего ему инвариантного смысла (не обладает семантикой), и нельзя говорить о его прагматике, поскольку реакция адресата предопределена текстом и состоянием адресата. Текст, циркулирующий в системе человеческих коммуникаций, обладает определенным смыслом, инвариантным относительно способов кодирования и канала. Зато адресаты способны выдавать на этот текст весьма разнообразные реакции. Текст не просто воздействует на приемник детерминированным способом, но осваивается приемником, интерпретируется им. Смысл текста и интерпретация его адресатом — это разные категории. Первая относится к семантике, вторая к прагматике. Есть основания думать, что аналогичные свойства сигналов присущи и биологическим системам. Во всяком случае, поведение клеток [3] настолько сложно, что трудно отказаться от гипотезы о наличии нетривиальной семантики управляющих сигналов.

Предлагаемое противопоставление сложных систем просто кибернетическим системам можно сформулировать так:

Сложная система имеет семиотическую (т. е. полноценно языковую) *природу информационных связей между подсистемами в противовес простым системам*, где имеется функциональная сигнализация.

Это противопоставление ничего не говорит о количестве элементов, специфичных для сложных систем. Представляются наивными и рассуждения о том, что при достижении системой определенного количества элементов (скажем, порядка количества нейронов в мозгу) эта система автоматически приобретает качественно новые свойства. Связи в ней по-прежнему остаются синтаксическими, а не семантическими. Хотя, конечно, сложная система не может содержать слишком мало элементов.

Высказанное противопоставление можно несколько грубее переформулировать так:

В сложной системе обмен информацией происходит на семантическом уровне в противовес простым системам, где все информационные связи осуществляются на синтаксическом уровне.

Следует подчеркнуть, что сформулированные особенности сложных систем вызваны не «громоздкостью» системы, а ее уровнем организованности, в частности, уровнем сложности ее организованности, тесно связанным с законом необходимого разнообразия и принципом минимально необходимой сложности в смысле В. С. Тюхтина [56].

В традиционных кибернетических системах процесс управления основан на целевых критериях. Управление происходит так, чтобы система достигла состояния, удовлетворяющего критерию поставленной заранее цели. Для отдельных этапов процесса управления и для отдельных подсистем глобальная цель системы порождает локальные цели, образующие упорядоченное множество. Именно, некоторая локальная цель предшествует другой локальной цели, если достижение первой есть необходимое условие достижения второй. Об этой структуре целей часто говорят как о «дереве целей», хотя это довольно грубая ошибка: указанный порядок локальных целей, как правило, не является древовидным — иерархически устроенным *). Тем не менее наличие структуры четко определенных целей обычно связано с ясной иерархией уровней управления.

В системах, управляемых по принципу целеполагания, всегда выделяются лидирующие подсистемы — те, которые ответственны за проверку соответствия поведения системы заданным целям. Но такое жесткое целеполагание и иерархичность управления специфичны именно для технических систем. В живых системах (биологических и социальных) можно обнаружить не только ситуации жестко-целевого поведения, но и ситуации, когда действия системы не определяются четкой целью. В этих случаях система не имеет иерархической структуры управления и фиксированной структуры лидерства. Можно высказать гипотезу, что для сложных систем характерна возможность поведения, основанного не на заданной структуре целей, а на системе общих ценностей, позволяющих осуществить неиерархическую структуру управления (см. гл. 9).

Правомерность этой гипотезы существенно зависит от предыдущего противопоставления. Дело в том, что целевое управление возможно и при синтаксическом уровне обмена информацией в системе. В данном случае достаточно, чтобы каждая подсистема получала информацию о том, насколько ее поведение соответствует принятой системе целеполагания. Для этого не требуется, чтобы сигнал обладал семантикой, общей для всех подсистем. В случае, когда согласованное действие всех частей системы определяется общими ценностями, важно, чтобы эти общие ценности могли быть выражены. Здесь уже существенно, чтобы сигнализация между системами носила семантический характер, т. е. сообщения обладали бы инвариантным смыслом.

Можно было бы ввести даже противопоставление целеориентированных и ценностноориентированных управляющих систем. Смысл этого противопоставления хорошо иллюстрируется научными коллективами, объединяемыми общей исследовательской программой [68]. Некоторые исследовательские программы имеют эксплицитную цель — создание устройства, методики или вещества с заранее заданными свойствами. Другие программы не имеют столь четких целей, но вводят некоторую систему ценностей, определяющую, что есть возможный результат исследования. Коллективы, работающие над соответствующей программой, имеют принципиально иной тип организации в зависимости от типа ориентации.

Те ситуации, которые мы охарактеризовали как целевое управление, как сигнализацию на синтаксическом уровне, имеют еще одно свойство. Компетенция каждой подсистемы ограничена ее ло-

*) Точное определение древовидного порядка есть, например, в [70].

кальными целями. Подсистема в сущности не знает, насколько ее исполнение собственной задачи, ее достижение локальной цели способствует достижению цели всей системой. Для сложных систем (или по крайней мере для интересного класса сложных систем) ситуация противоположна (см. гл. 7):

Существует важный класс сложных систем, в котором подсистемы обладают компетенцией, сравнимой с компетенцией системы или даже превосходящей последнюю.

1.3. НЕКОТОРЫЕ ПЕРСПЕКТИВЫ ВЗАИМООТНОШЕНИЯ СИСТЕМНОГО И ТЕОРЕТИКО-МНОЖЕСТВЕННОГО ПОДХОДОВ

Сказанное выше должно было оттенить специфику системных описаний в противопоставлении теоретико-множественным описаниям и традиционному кибернетическому подходу. Но это вовсе не означает отрицание теоретико-множественных описаний — ведь каждое представление системы есть множество с отношениями, хотя все представления данной системы — это уже не множество, а класс. К сожалению, сегодня можно видеть, что идея недостаточности теоретико-множественных описаний приводит в ряде работ к размыванию всякой логики, к прямой потере строгости. Если логичность понимается только как возможность теоретико-множественного описания, то его недостаточность для описания реальных объектов воспринимается как крах рационального мышления. «Чисто формальное понимание логичности и иррационализм находятся между собой в отношении необходимой дополнительности, и именно потому, что ни там, ни тут подлинная логика мышления не улавливается и не выражается» [16, с. 138].

Нужно подчеркнуть, что недостаточная строгость описаний лишает возможности строить контрпримеры. Невозможно опровергать утверждения столь размытые, что их можно всегда считать в некотором смысле верными. Сама возможность диалектических рассуждений определяется необходимым уровнем строгости. Диалектика не опровергает формальную логику, а базируется на ней, не давая последней возможности превратиться в окончательную застывшую картину действительности. Но, чтобы вообще что-нибудь сказать определенное о системах, мы обязаны владеть теоретико-множественным аппаратом во всей его строгости и математической мощи. Характерно, что такие понятия, как членение и представление системы, по природе своей теоретико-множественны (см. гл. 4). Описание чисто системной логики принятия решений голосований удается провести достаточно строго только на теоретико-множественном языке (см. гл. 7).

Тем не менее важно использовать для описания систем специфические средства математики, выходящие за рамки классической теории множеств. Это важно хотя бы для того, чтобы иметь возможность отделить общие рассуждения о системности и размытости от настоящих результатов, имеющих нетривиальное содержание. Что касается уже имеющихся математических подходов, то здесь большую роль призвана сыграть теория категорий [10]. Характерно, что совокупность объектов категории обычно не образует множества. Уже представления системы образуют естественно определенную категорию (см. гл. 4). В теории классификации категории появляются при установлении соответствия между таксонами и архетипами (см. гл. 5). В работе [67] описаны категории, где объектами являются сами системы и в категорных терминах строится весьма общее определение информации (см. гл. 8).

Другой перспективный для теории систем аппарат представляют так называемые модели Крипке [64], успешно применявшиеся для моделирования неклассических логик. Этот аппарат оказался тесно связанным с мажоритарными системами, описывающими логику принятия решений [77].

Модели Крипке описывают некоторое многообразие «мыслимых миров», на которых действует одна и та же структура отношений. Между самими мирами действуют отношения, которые можно интерпретировать как время или как соседство. Высказывания об этих отношениях могут относиться ко всем мирам или к мирам, связанным по времени или соседству. Тем самым модель Крипке описывает связь представлений объектов, образующих так называемую внешнюю систему. Вообще понятие модели, развитое в математической логике и рассматриваемое в следующем параграфе, весьма существенно для теории систем.

Разумеется, очень возможно ожидать и возникновения новых математических идей, плодотворных для теории систем. Такие идеи могут возникнуть и под влиянием потребностей самой теории систем. Недостаточность теоретико-множественных средств для описания естественно-научных объектов и необходимость использования для этой цели «неклассического» аппарата математики подчеркивалась И. А. Акчуриным в [2].

В связи с последними замечаниями стоит подчеркнуть, что теория систем возникла в связи с попыткой преодолеть господствующую естественно-научную парадигму, выйти за пределы формализаций, диктуемых этой парадигмой. Слишком узко понимаемый рационализм сложившихся естественно-научных концепций дал обратную реакцию — некий импульс к отказу от рационализма. В современной методологической литературе (особенно западной) стали котироваться идеи о недостаточности возможностей разума, о превалирующей роли интуитивного, бессознательного (см. [21]).

Сама научная парадигма стала восприниматься как некая условность, позволяющая ввести в науке определенные (удобные и интересные) правила игры. В связи с этим на теорию систем падает еще одна задача — отстоять подлинный рационализм, показать возможности ничем не ограниченного разума. В конечном счете все недостатки той или иной исторической формы рационализма имеют подоплекой его ограниченность априорными постулатами. Любое ограничение разума безнравственно и приводит рано или поздно к кризису. Очищение деятельности разума от любых априорных догм, снятие ограничений разума — вот единственная столбовая дорога человеческой науки.

Системный подход, преодолевая ограниченность традиционного рационализма, используя в процессе научного познания диалектической подход, способствует высвобождению разума. Но именно поэтому нельзя ограничить системный подход словесной игрой, необходим тщательный научный и методологический анализ системных категорий. И, наконец, теория систем дает прекрасное поле для синтеза конкретно-научного и философски-методологического, который является необходимым условием преодоления трудностей классической научной парадигмы.

Глава 2

МОДЕЛИ И ТЕОРИИ

2.1. МОДЕЛИ И СИСТЕМНЫЙ ПОДХОД

Понятие модели в современной науке стало настолько привычным, что сама потребность выяснения содержания этого понятия почти перестала осознаваться. Моделирование оказалось одним из эффективных, многообразных и универсальных методов научного познания. Это понятие остается одним из наиболее значимых при изучении гносеологических аспектов современной науки. Несмотря на традиционность понятие модели содержит важные потенции развития, которые при их реализации дают возможность естественного перехода от теоретико-множественных методов научного описания реальных объектов к системным. Поэтому выяснение познавательной роли моделей и моделирования существенно для понимания гносеологических аспектов современной науки и обнаружения в ней неклассических тенденций описания изучаемых объектов.

«Охарактеризовать моделирование—это прежде всего выяснить отношение между исследователем, моделью и оригиналом» [15, с. 66]. В этой работе показывается, что для моделирования необходима абстракция отождествления, позволяющая отождествить изучаемый реальный объект с искусственно создаваемой моделью. При этом «наиболее сильной формой отношения типа тождества, используемой в процедуре моделирования, является изоморфизм» (там же, с. 69). В этом месте авторы [15] решительно встают на теоретико-множественную точку зрения и дальше с нее не сходят. Хотя авторы не дают специального определения модели (акцентируя проблему на отношении моделирования, действующем между оригиналом и моделью), фактически они под моделью понимают множество с отношениями на нем. Это вполне соответствует понятию модели, используемому в математической логике [31, 32]. В указанных работах подробно изложены не только математические проблемы, но и методологические, связанные с описанием реальных объектов с помощью теории отношений.

Авторы [15] подчеркивают, что «математическая теория никогда не исследует свойства природных объектов как таковых; объектом ее исследования могут быть лишь абстрактные объекты», под которыми авторы далее понимают тоже множества с отношениями, т. е. в соответствии с терминологией математической логики, опять же модели. Последнее обстоятельство в [15] не отмечено. Итак, получается, что реальный объект — оригинал сначала заменяется абстрактным объектом (моделью), который моделируется с помощью другой модели. В [15] абстрактный объект моделью не называется. Отношение моделирования понимается тогда как изоморфизм или гомоморфизм между абстрактным объектом и моделью, а фактически между двумя моделями. Идея авторов [15], что математическая теория не описывает природные объекты, справедлива в том смысле, что эти объекты не суть множества. Как подчеркнуто в работе [12], категория множества относится к гносеологии, а не к онтологии и возникает лишь в процессе изучения реальных объектов.

Принципиальная черта системного подхода (см. гл. 4) как раз и состоит в том, что на математическом языке оказывается возможным говорить непосредственно о природном объекте — системе. Указанная схема фактически считалась до последнего времени общепринятой трактовкой моделирования по крайней мере в рамках теоретико-множественного подхода. В приведенной формулировке этой схемы содержится возможность отказа от гегемонии теоретико-множественных представлений и перехода к системным. Во-первых, реальному объекту может соответствовать не один абстрактный объект, а практически бесконечный класс таких объектов — представлений реального объекта в виде модели. Эта точка зрения служит исходной для развиваемого в следующей главе аппарата теории систем.

Во-вторых, обнаружение того, что фактически моделируемый абстрактный объект имеет такую же природу, что и модель (математически и тот и другой суть множества с отношениями), позволяет ввести более интересные интерпретации моделирования, чем изоморфизм. Именно математическая логика подсказывает нам существенную идею: рассматривать модели (множества с отношениями) как воплощения формальных теорий.

Фактически традиционная (изложенная в [15]) точка зрения на моделирование исходит из того, что моделируемый объект познается как данный в непосредственном наблюдении, позволяющем выделить в нем абстрактные элементы и отношения между ними. Однако мы никогда не изучаем в науке объект, данный только в наблюдении. Так или иначе присутствует теоретическая концепция этого объекта, и сам он рассматривается как представитель класса объектов, для которых справедлива эта концепция. И в моделировании мы сопоставляем объект не только с математически подобным ему объектом — моделью, но и с теоретической концепцией, а также с другими объектами, подходящими под эту концепцию. Но, чтобы говорить о моделировании в таком нетрадиционном плане, необходимо ввести достаточно строгое понятие модели в том смысле, в каком оно употребляется в математической логике.

Попробуем описать сущность этого понятия, не уточняя полностью определений. Поскольку мы вынуждены употреблять слово «модель» в различных значениях (как точных, так и расплывчатых), то будем далее у этого слова ставить индекс, различающий значения. Для дальнейшего обсуждения очень важно иметь понятие отношения. Назовем k-местным отношением на множестве M совокупность упорядоченных наборов (кортежей) из k элементов множества M вида $<x_1, x_2, \ldots, x_k>$. Иначе говоря, отношение r— это подмножество декартова произведения

$r \subset M \times M \times \ldots \times M.$

Длина такого кортежа — это число мест или «местность» отношения. Иногда удобно эту местность указывать в верхнем индексе, т. е. вместо знака r писать r^k.

В математике моделью (или реляционной системой) называется некоторое множество M с заданным на нем набором отношений $\{r_1, r_2, \ldots, r_n\}$. Далее, говоря о модели в духе понимания математика, будем пользоваться обозначением «модель $_\text{м}$». Иначе говоря, модель понимается как некоторый набор:

$\mathscr{M} = <M, \{r_1, \ldots, r_n\}>,$

где $r_1, r_2, \ldots, r_n$ — отношения на множестве M.

Пример 1. Модель $\mathscr{M}_1 = <M^1\{<\}>$, где M^1 — множество всех вещественных чисел, а $<$ отношение «меньше».

Пример 2. Модель $_\text{м}$ $\mathscr{M}_2 = <M^2\{r_1, r_2\}>$, где M^2 — множество словофоррусских существительных; r_1 — отношение «входить в общую парадигму», а r_2 — отношение «иметь одинаковый род, число и падеж».

В математике и физике фактически рассматривается специальный класс моделей, в которых на исходном множестве заданы некоторые числовые функции, а отношения выражаются через значения этих функций.

Пример 3. Модель $\mathscr{M}_3 = < M^3\{r_1, r_2, r_3, r_4\} >$, где на множестве M^3 задана вещественная функция двух переменных $d(x, y)$. Отношения r_1, r_2 и r_3 двуместны. Первое из них выполнено для тех и только тех пар $<x, y>$, для которых имеет место неравенство $d(x, y) \geqslant 0$. Отношение r_2 выполнено для пар $<x, y>$, удовлетворяющих условию $d(x, y) = 0$. Отношение r_3 — при $d(x, y) = d(y, x)$. Отношение r_4 — трехместно и выполнено для троек $<x, y, z>$, удовлетворяющих условию

$$d(x, y) \leqslant d(x, z) + d(z, y).$$

Условимся рассматривать только те ситуации, при которых отношения r_1, r_3, r_4 всегда выполнены, а r_2 — для пар вида $<x, x>$. Например, в качестве множества M^3 можно взять эвклидово пространство, а в качестве функции $d(x, y)$ — расстояние между точками этого пространства.

Наконец, замкнутую физическую систему можно рассматривать как модель, где множество M — множество состояний системы, числовые функции соответствуют наблюдаемым физическим величинам, а отношения соответствуют уравнениям движения системы.

В приведенном определении модели м несколько обескураживает отсутствие обязательного зависимого родительного падежа (модель м чего?). Чтобы ответить на этот законный вопрос, следует внести понятие «теории», которое мы объясним.

Содержательно это понятие выражает некоторое качество, присущее определенному классу моделей. Первый шаг на пути к введению этого понятия состоит в том, чтобы научиться выделять «родственные» модели, допускающие объединение в общий класс.

Для этого нам понадобится понятие сигнатуры. Договоримся различать отношение, обозначаемое r, и название отношения, которое обозначим R. При этом названию отношения сопоставляется само отношение. Обозначим это так: $\alpha(R) = r$. Например, если R читается „быть братом“, то $\alpha(R)$ — это отношение „быть братом“ в конкретной семье или множестве людей. Сигнатурой модели называется набор названий отношений в этой модели, причем для каждого названия должна быть указана местность соответствующего отношения. Договоримся указывать местность отношения верхним индексом в скобках. Модель $\mathscr{M} = < M, r_1^{(i_1)}, \ldots, r_m^{(i_m)} >$ имеет сигнатуру $\Omega = < R_1^{(i_1)}, \ldots, R_m^{(i_m)} >$, если $\alpha(R_k^{i_k}) = r_k^{i_k}$ для любого k ($1 \leqslant k \leqslant m$). Говорят также, что $\mathscr{M}$ — модель в сигнатуре Ω. Теперь можно дать другое, эквивалентное первому, определение модели. Пусть $P(M)$ — множество всевозможных отношений на множестве M (разной местности). Моделью в сигнатуре Ω называется пара $<M, \alpha>$, где M — базовое множество модели, а α — инъективное отображение из Ω в $P(M)$, которое сопоставляет каждому названию отношения $R^{(n)}$ из сигнатуры Ω отношение $r^{(n)}$ соответствующей местности. Поскольку символ α указывает сразу сигнатуру Ω, ее отображение и образ этого отображения $\{r_1^{(i_1)}, \ldots, r_m^{i_m}\}$, то в «коротком» обозначении $<M, \alpha>$ содержится больше информации, чем в первоначальном обозначении модели. «Модель в сигнатуре» — это не только конкретная модель, но и указание класса родственных ей моделей с той же сигнатурой.

Сигнатура несет важную информацию о самой модели: во-первых, по ней легко восстановить, сколько отношений в данной модели, а во-вторых, узнать, какова местность этих отношений. Наличие сигнатуры позволяет говорить об одноименных отношениях в разных моделях. Так, в разных семьях можно рассматривать отношение «брат». Это будут разные, но одноименные отношения. Сигнатура не отражает всех свойств модели. Например, по сигнатуре нельзя восстановить, между какими элементами множества выполняются те или иные отношения.

Выделение сигнатуры важно для того, чтобы знать, какие логические формулы можно писать с отношениями, входящими в модель. Например, если известно, что отношение R имеет местность n, то можно записать формулу, утверждающую, что это отношение выполняется на кортеже из n элементов множества. Математики эту формулу любят писать в виде $<x_1, \ldots, x_n> \in \alpha(R^{(n)})$, но есть более изящный способ записи: $R^{(n)}(x_1, \ldots, x_n)$. (Для различения одноименных отношений на одном и том же множестве будем использовать запись $\alpha(R^{(n)})(x_1, \ldots, x_n)$.) Читается это так: кортеж $<x_1, \ldots, x_n>$ удовлетворяет отношению $R^{(n)}$. Местность отношения $R^{(n)}$ подсказывает, сколько аргументов надо писать в формуле.

Для отношений меньшей или большей местности эта формула не имеет смысла. Таким образом, местность отношения указывает на то, каким способом данное отношение может входить в логические формулы. Это обстоятельство мы используем для определения важного понятия «формальной теории». А пока попробуем определить, что такое изоморфизм моделей.

Об изоморфизме можно говорить только для моделей с одинаковой сигнатурой. Если модели имеют существенно разные сигнатуры, они устроены по-разному и просто не сравнимы. Разбиение моделей по сигнатуре — наиболее грубая классификация. Понятие «изоморфизма» позволяет классифицировать модели более тонко. Модели с разной сигнатурой тем более не будут изоморфны. Пусть заданы две модели $<M_1, \alpha_1>$ и $<M_2, \alpha_2>$ в сигнатуре $\Omega = < R_1^{(i_1)}, \ldots, R_m^{(i_m)} >$. Эти модели называются изоморфными, если существует такая биекция (взаимно-однозначное отображение) φ из множества M_1 на множество M_2, что для каждого k $(1 \leqslant k \leqslant m)$

$$R_k^{i_k}(x_1, \ldots, x_{i_k}) \Rightarrow R_k^{i_k}(\varphi(x_1), \ldots, \varphi(x_{i_k})),$$

$$R_k^{(i_k)}(y_1, \ldots, y_{i_k}) \Rightarrow R_k^{i_k}(\varphi^{-1}(y_1), \ldots, \varphi^{-1}(y_{i_k}))$$

для любых элементов $x_1, \ldots, x_{i_k} \in M_1$ и $y_1, \ldots, y_{i_k} \in M_2$. (Формула $A \Rightarrow B$ читается: „из A следует B“.)

Здесь $\varphi(x)$ означает образ элемента x при отображении φ, а $\varphi^{-1}(y)$ — прообраз элемента y при том же отображении. Отображение φ называется изоморфизмом *).

Такое определение изоморфизма не всегда удовлетворительно, поскольку случайности в наименовании отношений могут привести к тому, что мы не увидим изоморфизма там, где он по сути дела имеет место. Более правильно было бы считать две модели сходными, если отношения в каждой из них можно так переименовать, что сигнатуры у них совпадут и будет выполняться изоморфизм моделей в указанном выше смысле. Чтобы этот изоморфизм не путать с обычным, такое сходство моделей будем называть квазиизоморфизмом.

Назовем две сигнатуры $\Omega_1 = \{R_1^{i_1}, \ldots, R_m^{i_m}\}$ и $\Omega_2 = \{Q_1^{(l_1)}, \ldots, Q_m^{(l_m)}\}$ изоморфными, если существует биекция Θ: $\Omega_1 \longrightarrow \Omega_2$, которая каждому имени отношения из Ω_1 ставит в соответствие имя отношения той же местности из сигнатуры Ω_2. Сама биекция Θ называется изоморфизмом сигнатур. Ясно, что изоморфные сигнатуры содержат одинаковые количества имен отношений каждой местности. Если в сигнатурах Ω_1 и Ω_2 имеется по $K^{(1)}$ имен отношений местности 1, $K^{(2)}$ — местности 2 и т. д., то общее число возможных изоморфизмов между этими сигнатурами составляет

$$q = K^{(1)}!\, K^{(2)}! \ldots K^{(p)}!$$

Модель $<M_1, \alpha_1>$ в сигнатуре Ω_1 квазиизоморфна модели $<M_2, \alpha_2>$ в сигнатуре Ω_2, если существует такой изоморфизм Θ из сигнатуры Ω_1 в сигнатуру Ω_2, что модели $<M_1, \alpha_1>$ и $<M_2, \Theta\alpha_2>$ в сигнатуре Ω_1 изоморфны. ($\Theta\alpha_2$ означает композицию отображений Θ и α_2.)

Естественно говорить, что изоморфные (или квазиизоморфные) модели имеют одну и ту же структуру. Более того, само понятие структуры разумно определить как класс всех изоморфных (или квазиизоморфных) между собой моделей. Это значит, что структуру

*) Более общее понятие изоморфизма будет определено в гл. 3 на языке теории категорий.

мы понимаем как то общее, что есть у всех изоморфных (или квазиизоморфных) между собой моделей, то, что не зависит от природы элементов базового множества, от случайных наименований отношений. Можно сказать, что каждая конкретная модель есть одна из возможных реализаций соответствующей структуры. В математике обычно интересуются моделями с точностью до изоморфизма. Поэтому понятия «структура» и «модель с данной структурой» в большинстве случаев математик не считает нужным различать. Но при описании реальных объектов приходится различать модель как множество элементов определенной природы, связанных присущими модели отношениями, и структуру как абстрактную категорию, с точки зрения которой неважно, из чего состоит несущее множество модели и какова реальная природа отношений на этой модели.

Рассмотрим следующий пример. Множества M_1 и M_2 совпадают и состоят из трех элементов: из городов Архангельск, Москва, Тбилиси. В первой модели задано двуместное отношение «город x севернее города y», а во второй модели задано двуместное отношение «город x в алфавитном указателе предшествует городу y». Эти модели квазиизоморфны, так как города подобраны так, что порядок по географической широте совпадает с алфавитным порядком. Модели изоморфны несмотря на то, что порядок по широте и по алфавиту, казалось бы, совершенно разные отношения. Но в данном случае эти отношения совпали, оба определяют на множестве городов одну и ту же структуру.

Если $R^{(k)}$ обозначает k-местное отношение, то формулу $R^{(k)}(x_1, \ldots, x_k)$ можно рассматривать как высказывание о произвольных элементах $x_1, \ldots, x_k$ множества M. Такое высказывание истинно, когда на этих элементах выполнимо отношение $\alpha(R^{(k)})$, и ложно в противном случае. С помощью логических связок можно из таких атомарных формул строить и более сложные.

Это опять-таки высказывания об элементах множества M. Соответствующие символы элементов, входящих в формулу, называются свободными переменными.

Если формула $\Phi(x_1, \ldots, x_m)$ содержит m свободных переменных, то можно с помощью так называемых кванторов образовать из нее формулы с меньшим числом свободных переменных. Например, формула $(\forall x_1)\Phi(x_1, \ldots, x_m)$, читающаяся «для всех значений x_1 выполнено $\Phi(x_1, \ldots, x_m)$», имеет лишь $m-1$ свободную переменную. Такая формула есть высказывание об элементах $x_2, \ldots$ $\ldots, x_m$ множества M. Навесив кванторы на все свободные переменные, мы получим формулу без свободных переменных. Она выражает высказывания не о конкретном наборе элементов множества M, а о некоторых свойствах самой модели $<M, r_1, \ldots, r_n>$, для которой строилась эта формула.

Так, для модели $\mathcal{M}_1$ формула без свободных переменных вида $(\forall x_1)$ $(\exists x_2)$ $(x_1 < x_2)$ есть утверждение об отсутствии наибольшего среди чисел. Аналогичная формула $(\exists x_1)$ $(\forall x_2)$ $(x_1 < x_2)$ утверждает существование наименьшего среди чисел. Эта формула является ложным высказыванием.

Важный момент состоит в том, что формулы имеют одинаковый вид для любой модели с той же самой сигнатурой. Поэтому можно употреблять такие формулы независимо от конкретной модели. В частности, можно «выводить» из одних формул другие, не заботясь о том, для какой модели они предназначены. Для этого надо только зафиксировать правила вывода.

Теперь у нас есть все необходимое для того, чтобы определить формальную теорию. Теорией будем называть множество формул $\{\Phi\}$ без свободных переменных в сигнатуре $\Omega = \{R_i\}$ вместе с набором $\{\rho\}$ правил вывода. Итак, теория — это кортеж $T = \langle \Omega, \{\Phi\}, \{\rho\} \rangle$. Формулы Φ, входящие в определение теории T, называются аксиомами этой теории. Сами по себе они не истинны и не ложны. Но при сопоставлении теории с некоторой моделью в той же сигнатуре аксиомы теории становятся высказываниями о модели.

Модель $\mathcal{M}$ называется моделью формальной теории T, если: 1) сигнатура модели совпадает с сигнатурой теории и 2) после интерпретации каждого имени отношения в теории как одноименного отношения в модели каждая аксиома теории становится истинным высказыванием, т. е. выполняется для данной модели. Тем самым модель позволяет интерпретировать каждую аксиому теории как истинное высказывание о структуре модели.

Главная особенность понятия формальной теории в том, что здесь нет никакого базового множества. Это некоторые аксиомы, заданные «ни на чем», аксиомы в чистом виде. Фактически это экспликация платоновской идеи. Формальная теория описывает некоторые свойства объектов, но не указывает эти объекты. Это можно сравнить с ситуацией, описанной Ст. Лемом в «Звездных дневниках Иона Тихого»: Ион Тихий прилетает на некоторую планету. Он хочет попасть на некоторое торжество, но ему говорят, что надо достать сепульки. Как их достать? Их надо купить. Он приходит в магазин и спрашивает: «У вас есть сепульки?» — «Есть, но только со свистом».— «Ну, дайте мне».— «Простите, а вы—женаты?»— «Нет, а какое это имеет значение?»— «Нет, неженатым не продаем». И дальше идет долгий сюрреалистический разговор, из которого можно узнать про сепульки массу интересных вещей, кроме того, что это такое. Здесь в некотором смысле рассказывается формальная теория без реализации.

Обычно, строя формальную теорию, мы думаем о мыслимых реализациях. Но что такое реализация или воплощение формальной теории? Очевидно, это модель в той же сигнатуре, в которой описаны аксиомы теории. В модели есть все, что есть в формальной теории, и, кроме того, добавляется базовое множество. А поскольку появляется базовое множество M, постольку каждый символ из сигнатуры приобретает «вещное» содержание, т. е. превращается в реальное отношение на множестве M. При подстановке реальных отношений в ту или иную аксиому она становится либо истинной, либо ложной для этой модели. Например, если M — множество чисел, а «$+$» — всем нам знакомая операция сложения, то мы можем сказать, что аксиомы формальной теории сложения истинны. Другой пример: пусть формальная теория задана аксиомой асимметричности

$$(\forall x)(\forall y)((x R y) \Rightarrow (y R x)).$$

Тогда множество городов с отношением «город x находится в одной области с y» является моделью этой формальной теории. С другой стороны, множество людей с отношением «x — брат y» не является моделью этой теории, поскольку первая аксиома ложна. Действительно, если «x — брат y», то не всегда верно, что «y — брат x», возможно, что и «y — сестра x».

Можно использовать разные языки для написания формул Теории и разные совокупности правил вывода [31, 32]. Это обстоятельство существенно расширяет само понятие Теории. В частности, вполне правомерно говорить о не вполне формализованных теориях или о теориях, языка которых мы не знаем. Теория — это в сущности идея, воплощаемая в своих моделях. Даже если модель есть математическая абстракция (упорядоченное множество, алгебраическая группа и т. п.), она все равно есть более «материальный» объект, чем воплощенная в ней Теория. В Теории есть отношения и их свойства (аксиомы и теоремы), но нет еще множества, где эти отношения реализованы. Поэтому в соответствии с принятым в математике определением отношения мы и говорим, что в Теории есть только имена отношений.

В дальнейшем Теорию будем обозначать сокращенно $T = < \{R\}, \{\Phi\} >$, поскольку правила вывода мы специально не оговариваем. Обычно приходится в Теории включать особое двуместное отношение с фиксированной интерпретацией, которое будем обозначать знаком равенства ($=$) и интерпретировать в любой модели как тождество. Символ $=$ условимся не включать в число перечисляемых в данной Теории названий отношений $R_1 \ldots$ Это выделение отношения с особой ролью несколько не эстетично, но без него трудно обойтись.

Пример 4. Теория $T_1 = < \{R_1\}, \{\Phi_1, \Phi_2, \Phi_3\} >$, где

Φ_1: $(\forall x)(\forall y)(xR_1y \Rightarrow \neg yR_1x)$;

Φ_2: $(\forall x)(\forall y)(\forall z)(xR_1y \,\&\, yR_1z \Rightarrow xR_1z)$;

Φ_3: $(\forall x)(\forall y)(xR_1y \vee yR_1x \vee x = y)$.

Формула Φ_1 выражает асимметричность отношения R_1, Φ_2 — транзитивность, а Φ_3 — сравнимость любой пары элементов.

На менее формальном языке теорию T_1 можно сформулировать так: отношение R_1 является отношением порядка, для которого любые элементы сравнимы.

Рассмотренная в примере 1 модель$_м$ $\mathscr{M}_1$ является, очевидно, моделью теории T_1.

Пример 5. Теория $T_2 = \langle \{R_1, R_2\}, \{\Phi_1, \ldots, \Phi_7\} \rangle$

$\Phi_{1,2}$: $(\forall x)(xR_ix)$;

$\Phi_{3,4}$: $(\forall x)(\forall y)(xR_iy \Rightarrow yR_ix)$;

$\Phi_{5,6}$: $(\forall x)(\forall y)(\forall z)(xR_iy \;\&\; yR_iz \Rightarrow xR_iz)$;

Φ_7: $(\forall x)(\forall y)(xR_1y \;\&\; xR_2y \Rightarrow x = y)$.

Легко понять, что $\mathscr{M}_2$ — модель$_м$ этой теории, которую можно «пересказать» следующим образом.

Задаются два способа разбивать все элементы на классы. Если два элемента попали в общий класс при каждом разбиении, то они совпадают.

Итак, *Теория — это перечень названий отношений и свойств этих отношений, а модель $_м$ — множество, на котором заданы соответствующие отношения и выполнены требуемые свойства.*

Заметим, что аксиомы как бы фиксируют изучаемый класс моделей$_м$, а теоремы доставляют новые свойства отношений, выводимые из аксиом.

Естественно, что одна и та же Теория может иметь много разных моделей$_м$. Так, при любом выборе множества чисел M^1 $\mathscr{M}_1$ будет моделью$_м$ теории T_1.

Для теории T_2 кроме модели$_м$ $\mathscr{M}_2$, где множество M^2 есть совокупность всех русских словоформ, возможны модели$_м$, состоящие из подмножества русских словоформ. Кроме того, для теории T_2 возможны модели$_м$ совсем иной природы. Например, пусть множество M^2 состоит из всех точек на координатной плоскости, отношение R_1 обозначает совпадение абсцисс, а R_2 — совпадение ординат. Нетрудно убедиться, что все формулы теории T_2 здесь выполнены. В частности, формула Φ_7 означает в этой модели тот факт, что из совпадения абсциссы и ординаты следует совпадение самих точек. Модели $\mathscr{M}_3$, как легко заметить, суть модели теории, аксиоматически описывающей класс так называемых метрических пространств.

Из того, что $\mathscr{M}_1$ есть модель теории T, следует, что любая изоморфная ей модель $\mathscr{M}_2$ также есть модель теории T. Это верно и для квазиизоморфных моделей.

Одна и та же теория может иметь неизоморфные модели$_м$. Например, теория T_1 имеет модели$_м$ с разным числом элементов во множестве M^1. Аналогичное утверждение верно и для теории T_2. Существует много весьма несхожих друг с другом конкретных метрических пространств (эвклидово пространство, пространство бинарных кодов с расстоянием Хэмминга и т. д.), хотя все они суть модели одной теории.

Нетрудно проверить, что отношение изоморфизма моделей$_{м}$ есть эквивалентность и, стало быть, множество моделей$_{м}$ данной Теории разбивается на классы изоморфных между собой моделей$_{м}$. Представители разных классов уже не изоморфны между собой.

Совокупность всех моделей$_{м}$ (с точностью до изоморфизма) данной Теории *Т* будем называть классом моделей данной теории (в математике применяется термин «аксиоматизируемый класс моделей»).

Введя нужные математические определения, рассмотрим вопрос о том, как используется понятие модели при описании сложных объектов реальности. Здесь удобной областью оказывается лингвистика, где понятие моделирования широко используется, а соответствующие объекты достаточно не тривиальны.

Итак, рассмотрим, как используется понятие модели в лингвистике. В этом случае мы не можем привести готовую авторитетную дефиницию. Однако можно проследить, как употребляют это понятие различные авторы, и сконструировать определение, соответствующее принятому словоупотреблению.

И. И. Ревзин [46, с. 9] пишет: «Модель строится следующим образом. Из всего многообразия понятий, накопленных данной наукой, отбираются некоторые, которые удобно считать первичными.

Фиксируются некоторые отношения между этими первичными понятиями, которые принимаются в качестве постулатов. Все остальные утверждения выводятся строго дедуктивно в терминах, которые определяют в конечном счете через первичные понятия... Модель в этом смысле не есть часть языка как системы, а представляет собой некоторое гипотетическое научное построение, некоторый конструкт».

Это определение при всей его расплывчатости вполне ясно дает представление о том, что автор понимает под моделью. Оно имеет тем большую ценность, если учесть, что автор основывался на анализе подавляющего большинства существовавших к тому времени лингвистических моделей. Объективности ради следует указать, что в позднейшей монографии [47, с. 24—25] автор отказался от такого понимания модели в пользу так называемой кибернетической концепции модели. Об этом можно только сожалеть, поскольку последнее понятие, как мы покажем далее, несколько затушевывает важные аспекты моделирования и является в некотором смысле вторичным.

И. И. Ревзин довольно отчетливо выразил распространенное представление лингвистов о том, что есть модель языка. Если вдуматься в приведенную цитату, то окажется, что автор называет моделью именно то, что в математике называется теорией. Быть может, осознав этот факт, лингвисты со временем и изменят свою терминологию. Здесь ограничимся тем, что для модели в лингвистическом понимании будем употреблять термин «модель$_л$». То обстоятельство, что модель$_л$, как мы постараемся показать ниже, есть понятие, в точности противоположное модели$_м$, является весьма отрадным. Из него следует, что расплывчатое лингвистическое понятие имеет точную математическую экспликацию, хотя для сравнения лингвистического понятия модели$_л$ с эталонным математическим понятием модели$_м$ приходится «перевернуть» эталон.

Попробуем описать взаимоотношение языковых объектов (или процессов) и моделей в точном понимании этого слова несколько подробнее.

Прежде всего лингвистические объекты обычно не рассматриваются как одиночные. Даже когда исследуются единичные сохранившиеся тексты забытой письменности, они рассматриваются как представители достаточно большой совокупности существовавших когда-то текстов. При дешифровке в них ищут закономерности, связанные именно с тем, что эти тексты суть представители полноценного языка.

Первый шаг, который делается в описании реальных объектов исследования,— это абстракция отождествления. Мы уславливаемся, какие объекты считаются тождественными. Например, в исследованиях по поэтике обычно отождествляются все написания (или произнесения) одного стихотворения. Разные издания «Евгения Онегина» отдельной книгой или в собрании сочинений считаются одной поэмой. Ясно, что при изучении полиграфического производства это отождествление теряет смысл. А владелец книги вполне отличает свой экземпляр «Евгения Онегина» от чужого (хотя бы в том же издании).

После такого отождествления мы получим классы изучаемых объектов (совокупность стихотворений, класс правильных фраз данного языка, класс всех русских слов и т. д.). Изучаемый класс условимся обозначать K, а входящие в него объекты — A, B, C, ...

Следующий шаг можно было бы назвать абстракцией членения. Он состоит в том, что каждый из этих объектов рассматривается как множество «элементов низшего уровня». Например, фразу мы рассматриваем как множество вхождений слов, стихотворение *) — как множество ударных и безударных слогов и т. д. Эти элементы обозначаем x, y, z, ..., снабжая в случае необходимости буквы индексами.

Подчеркнем, что эта процедура, регулярно используемая отнюдь не только в структурной лингвистике, является весьма сильной

*) Речь не идет, конечно, о вариантах, отличающихся самим текстом.

абстракцией. Так, изучая синтаксические отношения во фразе, мы, по крайней мере частично, отвлекаемся от морфемного состава слов и уж подавно — от графического.

Стоит заметить, что представление реального объекта в виде наблюдаемого объекта, рассматриваемого как множество элементов низшего уровня с фиксированными отношениями на этом множестве, существенно зависит от выбора класса объектов. Так, А. М. Пешковский [42, с. 15—16] выделяет нулевую морфему постановкой слова в парадигматический ряд. Тем самым состав слова как множества морфем определяется классом рассматриваемых слов *).

Итак, изучая объект $\mathscr{A}$, мы сопоставляем его с некоторым множеством A, иначе говоря, рассматриваем объект $\mathscr{A}$ как множество A, которое назовем «наблюдаемым объектом». Класс всех таких множеств A, B, C, ... или наблюдаемых объектов обозначим K. На каждом из этих множеств определены одноименные отношения R_1, R_2, ..., т. е. задана общая сигнатура.

Так, на каждой фразе русского языка определены отношения порядка, управления и однородности, а также унарные отношения, или предикаты «быть сказуемым», «быть подлежащим», «входить в группу дополнения» и т. п.

Процедура перехода от исходных объектов $\mathscr{A}$, $\mathscr{B}$, ... к наблюдаемым множествам A, B, ... с заданными на них отношениями некоторого вида может быть явной или неявной.

В том случае, когда наблюдаемые множества и набор отношений R_1, ..., R_n явно формулируются, говорят о формальном описании языка, но еще не о модели. Смысл этой формализации состоит в том, чтобы явно зафиксировать предмет изучения или, как мы увидим в гл. 4, чтобы выбрать то представление реальной системы, в котором мы собираемся ее исследовать.

Когда стихотворение рассматривается как множество ударных и безударных слогов с членением на строки (отношение «входить в одну строку») и отношением порядка в каждой строке, то это есть самый естественный способ изучать стихотворные размеры. Однако никому не придет в голову отождествлять систему чередований ударных и безударных слогов с самим стихотворением. С другой стороны, если Маяковский и декларировал ненужность для поэта изучения размеров, то вряд ли это провозгласит специалист по поэтике.

В лингвистике, однако, интересуются не самими отношениями в наблюдаемых множествах, а свойствами одноименных отношений, общими для всех (или, в некотором не очень ясном смысле,

*) См. определение нулевого мерона в гл. 5, с. 88.

большинства) одноименных отношений в наблюдаемых объектах.

Тут очень существенно, что в разных наблюдаемых объектах действуют однотипные отношения, которым мы приписываем одинаковые имена. Так, во всех фразах русского языка можно изучать отношения управления между словами, хотя в каждой фразе действует свое конкретное отношение управления. (Конкретное отношение [70] определяется множеством, где оно задано, и множеством пар, троек ..., для которых оно выполнено.) Некоторые свойства конкретных отношений специфичны для данной фразы. Так, в некоторых фразах русского языка каждое слово управляется предыдущим (например, «стоит гора высокая»). Но это отнюдь не является закономерностью русского языка и поэтому данное свойство не должно входить в Теорию как теорема, описывающая русские синтаксические структуры. А вот условие проективности (т. е. аксиома $(x\to z)\&[x<y<z\vee z<y<x]\Rightarrow x\stackrel{\to}{\to}y$)*) имеет право на включение в соответствующую Теорию, хотя оно и не всегда выполнено.

Именно Теорию, описывающую релевантные свойства языка, лингвист называет «моделью$_{\text{л}}$ языка». Это хорошо показывает приведенная цитата из книги И. И. Ревзина. Точнее говоря, модель$_{\text{л}}$ есть Теория, описывающая свойства отношений в наблюдаемых множествах, представляющих исходные лингвистические объекты **).

Приведем еще один пример. Пусть наблюдаемые объекты суть русские стихи, написанные ямбом. Вообще говоря, выделить класс ямбических стихов можно и не описывая явно, в чем состоит ямбический размер, а указав несколько примеров. Наблюдаемым объектом здесь будет множество слогов с двумя отношениями следования и вхождения в общую строку. Ямб можно определить как модель данного стихотворного размера или (что то же!) как Теорию. Эта Теория состоит в том, что ударный слог может находиться только на четном месте от начала строки.

Данная Теория может быть полностью выражена на языке узкого исчисления предикатов, но вряд ли такая экспликация даст что-либо новое в поэтике. Для нас важно то, что даже в поэтике мы имеем дело с той же самой ситуацией: класс реальных объектов — класс наблюдаемых множеств — Теория (она же модель$_{\text{л}}$).

Необходимый же уровень формализации есть дело вкуса и удобства описания.

---

*) Здесь $\stackrel{\to}{\to}$ — транзитивное замыкание отношения управления $\to$, т. е. отношение «руководства». Подробнее см. [70, с. 146, 190].

**) Лучше вообще перейти к математической терминологии, понимая всюду модель как модель$_{\text{м}}$, хотя бы она и не была достаточно формально описана. Однако, учитывая лингвистическую традицию, мы ограничимся разъяснением разницы в словоупотреблениях.

Интересно отметить, что в примере с ямбом ясно видны некоторые характерные черты Теорий, возникающих при описании естественно организованных лингвистических объектов.

В онегинской строфе мы имеем два эталонных чередования ударных и безударных слогов (здесь 0 — безударный, а 1 — ударный слог).

010101010 (женское окончание)

01010101 (мужское окончание)

«Слабая» Теория ямба разрешает любые пропуски ударений. В действительности далеко не все чередования равновозможны. Например, строка без ударений 000000000 или с одним ударением 01000000 невозможна. Чередования типа 010001010 (покамест упивайтесь ею), 010100010 (мгновенной жатвой поколенья) легко находятся в тексте «Евгения Онегина». Чередование с утратой двух ударений 000100010 (как недогадлива ты, няня!) встречается также довольно часто.

«Сильная» Теория дает более полное описание возможных структур. К ней можно приписать дополнительно указания о мере (частоте) различных конфигураций, разрешаемых Теорией. (Для подобных статистических описаний разработанные языки Теорий, изучаемых в математической логике, видимо, недостаточны.)

Формальный язык математических теорий не позволяет говорить о том, что некоторая теория *почти* выполняется на данной модели. Однако в лингвистике мы вполне можем говорить, что фраза почти проективна или что строка почти подчиняется предписываемому теорией чередованию ударных и безударных слогов. Аналогичные ситуации возникают и при описании других типов реальных объектов. Это обстоятельство имеет принципиальное теоретико-познавательное значение, о котором пойдет речь в следующем параграфе.

2.2. ГНОСЕОЛОГИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ОТНОШЕНИЯ «ОБЪЕКТ — МОДЕЛЬ»

Изложенные выше понятия модели, воплощаемой в ней теории и класса моделей, воплощающих данную теорию, дают возможность раскрыть некоторые важные стороны познавательной деятельности. Наиболее интересно здесь то, что с помощью этих понятий можно обнаружить важную антиномию познавательного акта: противоречие между невозможностью описания реальных объектов вне формально-логических средств и принципиальной неполнотой и незавершенностью этого описания.

Диалектическое разрушение этой антиномии состоит не в отказе от логических средств и не в абсолютизации их, а в развертывании такого логического аппарата, который позволяет описать, схватить это противоречие. Идя по такому пути, мы в конечном счете естественно придем к развитию понятия системы. Как пишет Э. В. Ильенков: «Развивать понятие — значит развивать понимание отраженных в нем противоречий, ... фиксируя их во всей их остроте и напряженности и выясняя, каким образом эти противоречия реально разрешаются в движении прообраза ... понятия» [16, с. 142]. Первый этап состоит в обострении этой антиномии, доведения ее до логического противоречия. Ограничим нашу задачу описанием естественного класса реальных объектов. Тогда речь фактически идет о том, чтобы найти способ строить по ним наблюдаемые объекты и найти теорию, для которой эти объекты как раз и образуют класс моделей.

Пример с лингвистикой здесь очень поучителен и по сути дела хорошо представляет особенности естественных классов объектов. Наблюдаемые объекты, в данном случае тексты некоторого языка, расчлененные одним из принятых в лингвистике методом, в которых обнаружены определенные содержательные отношения между выделенными элементами.

Теория — это грамматика языка, описывающая его в принятом членении и в выбранных отношениях. Известно, что грамматики всегда имеют «исключения», т. е. описывают не все тексты языка и не все свойства выделенных отношений в конкретном тексте. С другой стороны, хорошая грамматика почти всегда описывает запас текстов в том смысле, что почти все тексты и почти все явления в текстах описываются этой грамматикой правильно.

Итак, возникает разрыв между потребностями описания изучаемой наукой реальности и разработанным математическим аппаратом. Естественно ожидать, что именно этот разрыв является тем самым противоречием, которому суждено повлиять на ближайшее развитие познавательных средств науки.

Попробуем сформулировать эти противоречия точнее. Пусть имеется некоторый класс K наблюдаемых объектов. Каждый из этих объектов является множеством с отношениями. Рассмотрим ситуацию, когда на каждом из объектов класса K действуют одноименные отношения. Это означает, что множества отношений на каждом из объектов данного класса находятся во взаимно-однозначном соответствии и соответствующие друг другу отношения одинаково называются (по содержательным соображениям).

В данном случае роль моделей некоторой Теории играют реально существующие в природе объекты. С другой стороны, в качестве моделей$_м$ той же Теории можно рассматривать некоторые абстрактные множества с отношениями или искусственно создаваемые (скажем, с помощью электронных машин) объекты. Получается, что, например, и солнечная система, и выдаваемые вычислительной машиной численные решения уравнений небесной механики одинаковым образом суть модели Теории, описывающей законы динамики.

По точному смыслу термина «модель$_м$» так оно и есть. И та и другая модели одинаково воплощают в себе одну теорию. Принципиальная разница между этими двумя типами моделей проявляется на онтологическом уровне — эти модели существуют в разных смыслах. Здесь проявляется «структурный» характер отношения «быть моделью$_м$ общей теории». Из того, что два объекта являются моделями$_м$ одной теории, вытекает, вообще говоря, только родство их структуры, но не общность их природы. Правда, не исключено и то, что достаточно сильная теория определяет не только структуру, но и сущность воплощающих ее моделей. (Подобно тому, как идея художественного произведения допускает единственное воплощение.)

Нужно отметить, что один и тот же класс изучаемых объектов можно описывать разными теориями. В самом простом случае это различие может определяться выбором разных систем аксиом. При этом одна теория станет шире или уже другой или, наконец, они могут оказаться эквивалентными, если их множества теорем совпадут. Существенные различия возникают тогда, когда теории используют исчисления формул различной мощности. Например, для формулировки теории, обладающей моделью целых чисел, необходимы аксиомы более мощные, чем те, которые использовались в приведенных выше примерах. Так, для задания индукции требуются аксиомы рекурсивного типа.

Выбор той или иной теории определяется, как правило, простотой и содержательностью системы аксиом, с одной стороны, и полнотой описания изучаемых объектов — с другой. Модели, изучаемые в рамках некоторой теории, можно сопоставлять не только по отношению изоморфизма или гомоморфизма. (В [70] рассмотрены также важные отношения корреспонденции между моделями.) Когда процесс познания не ограничивается непосредственно данным в наблюдении, когда исследователь отказывается от догматизации «бритвы Оккама» и готов опираться на рациональные теоретические конструкции, познание предмета существенно обогащается. Наблюдаемый объект может быть совсем не изоморфен его модели. Их общность определяется общностью воплощаемой в них теории.

Полезно подчеркнуть, что с неизоморфными моделями$_м$ той же теории наблюдаемый объект находится в некотором особом отношении, не похожем на первичные понятия гомоморфизма, изоморфизма и т. п., которое назовем «сомодельность», или «совоплощение». Это отношение в сущности означает, что два множества с отношениями можно описать на одном метаязыке — языке одной Теории. Никакого соответствия между элементами этих множеств не подразумевается. Так, натуральный ряд и множество вещественных чисел суть модели$_{\text{м}}$ Теории, описываемой аксиомами отношения порядка, и в этом их существенная общность. Рассмотрим другой пример. Когда мы утверждаем, что два текста T_1 и T_2 имеют одинаковый смысл, то это отнюдь не означает, что между их словами (или какими-либо другими элементами) есть соответствие. Это скорее означает, что «семантические» отношения между элементами текстов удовлетворяют одной и той же системе семантических правил (аксиом Теории). Когда же мы говорим, что текст T_1 есть перевод текста T_2, то неявно подразумеваем существование процедуры, сопоставляющей друг другу элементы текстов с одноименным смыслом. Тем самым отношение «быть переводом» несколько сильнее отношения «иметь общий смысл». Тот факт, что в действительности для текстов с одинаковым смыслом мы, вообще говоря (не всегда ли?), умеем описать процедуру соответствия элементов, есть важное свойство семантики как теории, которое еще подлежит содержательному изучению.

Так, русские волшебные сказки имеют «одинаковый смысл» с той точки зрения, что они одинаково моделируют теорию В. Я. Проппа [44]. Между тем соответствие между элементами самих сказок совсем не тривиально.

Изложенные соображения годятся отнюдь не только для статических ситуаций, они могут быть развиты и для динамических систем (процессов). Такие системы описываются как множества состояний элементов. Отношения обычно определяются не только между одновременными состояниями, но и между состояниями в смежные моменты времени. Искушенный в элементах кибернетики читатель легко проинтерпретирует с этой точки зрения понятие «конечного автомата», а также многие другие родственные понятия.

В кибернетике часто слово «модель» употребляют в третьем смысле, который также может быть описан в рамках принятой нами схемы. Именно модель наблюдаемого объекта — это обычно модель$_{\text{м}}$ той же Теории, которая описывает класс наблюдаемых объектов. Например, когда демонстрируется движущаяся модель$_{\text{к}}$ черепахи в виде тележки на колесах с мотором, то это, строго говоря, не модель самой черепахи, а модель$_{\text{м}}$ той (довольно слабой) Теории, которая описывает класс объектов, способных совершать простые движения и выполнять несложный набор команд. Точно так же, когда говорят, что так называемая нейронная сеть (т. е. множество нехитрых электронных элементов с четко определенной системой связей и логикой действия) есть модель$_{\text{к}}$ мозга, то это надо понимать как модель$_{\text{м}}$ некоего очень грубого представления (но все же Теории) о том, как может быть устроен мозг.

Итак, модель$_{\text{к}}$ = модель$_{\text{м}}$ для модели$_{\text{л}}$.

Эта вторичность модели$_{\text{к}}$ весьма часто затушевывается в кибернетике. Тем самым выводы, полученные при исследовании поведения модели$_к$, приобретают бо́льшую эмоциональную убедительность, чем они того заслуживают. В действительности модель$_к$ даже не гомоморфна изучаемому объекту, а только сомоделируема с ним. В кибернетике сама Теория часто не формулируется эксплицитно, и это дополнительно способствует путанице представлений.

Так, когда машинный перевод рассматривается как модель процесса перевода, совершаемого человеком, полезно помнить, что это не более чем модель некоего представления (Теории), созданной исследователем по поводу процедуры перевода. Даже если этот алгоритм изоморфен процессу человеческого перевода. Более того, это не доказывает, что построенная Теория описывает реальный процесс мышления. Эта Теория описывает только класс процедур, способных переводить некоторые тексты — вот все, что мы можем здесь сказать. Вопрос же об адекватности этой Теории процессу языковой деятельности человека требует дополнительной проверки рядом иных критериев.

Полезно остановиться на следующем обстоятельстве. Переход от реального объекта к наблюдаемому может быть связан с введением и не наблюдаемых непосредственно элементов и отношений.

Тривиальный пример — введение нулевых морфем. Несколько сложнее следующий пример. Реальный текст — это цепочка слов. Единственное непосредственно наблюдаемое отношение — это следование слов во фразе. Но гораздо удобнее рассматривать класс объектов, получаемых из исходного текста с помощью дополнительных конструкций, т. е. считать наблюдаемым объектом «размеченный текст» — текст с отношениями управления, однородности, с выделенными непосредственными составляющими, с указанием семантических связей и т. д.

Оказывается, что такие «обогащенные» тексты приводят к более интересным и содержательным Теориям. Следующий шаг состоит в том, что вводимые конструкты интерпретируются как реальные лингвистические явления. Например, составляющие интерпретируются как элементы речи, существующие в процессе ее порождения (или восприятия). В данном случае основной критерий существования этих элементов и отношений состоит в эстетике возникающей Теории.

У нас нет прямых доказательств, что порождение речи устроено как вывод по составляющим в грамматике Хомского. Однако эстетический критерий подсказывает, что непосредственные составляющие отвечают чему-то вполне реальному в языке.

Итак, мы обсудили проблему связи моделей в рамках теории. Перейдем к выяснению отношения теории к классу ее моделей, куда могут входить как наблюдаемые объекты, так и моделирующие их конструкты.

Теория Т называется состоятельной для класса К наблюдаемых моделей, если любой объект из этого класса является моделью этой теории. Теория Т называется полной для класса К наблюдаемых объектов, если любая (конечная) модель м *этой Теории изоморфна хотя бы потенциальному объекту из класса К.* Последнее требует некоторого пояснения. Предположим, что у нас имеется полная Теория, описывающая все допустимые в русском языке типы синтаксических структур. Если любая допустимая этой Теорией структура изоморфно реализуется в реальной русской фразе, то эта Теория безусловно полна. Но скорее можно ожидать, что эта Теория предскажет и некоторые не встречающиеся в русском языке структуры. Так вот, мы не откажемся считать Теорию полной, если эти «лишние» структуры будут рассматриваться носителями языка как допустимые для этого языка.

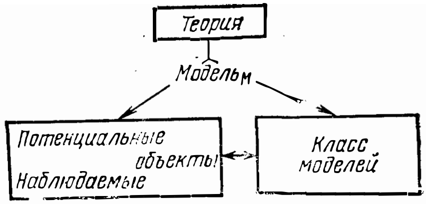

Рис. 2.1

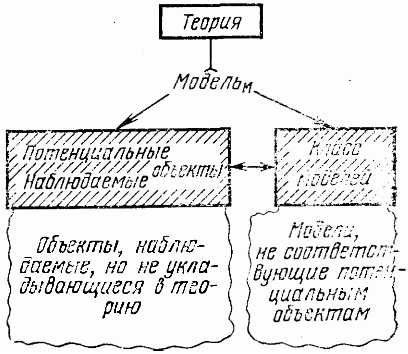

Рис. 2.2

Все эти определения можно изложить на уровне математической строгости. Идеальную ситуацию (когда Теория полна и состоятельна) можно выразить диаграммой (рис. 2.1).

Подобная идиллия практически никогда не встречается. Сколько-нибудь содержательная теория никогда не бывает ни слишком полной, ни вполне состоятельной. Реальная ситуация схематически представлена на рис. 2.2.

Здесь изоморфизмы существуют только между наблюдаемыми (потенциальными) объектами и моделями, входящими в заштрихованную область.

Далее нам необходимо следующее понятие о хорошем качестве Теории. Будем называть *Теорию почти состоятельной, если она выполняется для почти всех объектов* (наблюдаемых и потенциальных). Понятие «почти все» определено в гл. 7. Можно дать и другой вариант обобщения понятия состоятельности. Именно *Теория называется квазисостоятельной, если она почти выполняется для всех наблюдаемых объектов.* Здесь слово «почти» нуждается в экспликации. Вообще говоря, почти состоятельность и квазисостоятельность — совсем разные понятия, так как можно придумать ситуацию, где некоторая Теория выполняется для подавляющего большинства объектов, но для остальных не имеет никакого отношения к делу — остальные объекты имеют совсем иную природу. Наоборот, можно придумать Теорию, которая внутренне противоречива и не выполняется ни для одного объекта (не имеет моделей), но имеет большой класс «квазимоделей», на которых она почти выполняется.

Однако представляется очень правдоподобной гипотеза, что для *естественно организованных классов наблюдаемых объектов эти понятия (почти состоятельность и квазисостоятельность) совпадают*. Иначе говоря, Теория, почти выполняемая для всех объектов хорошо организованного класса, выполняется для почти всех объектов этого класса *). Так, все фразы русского языка «почти проективны» и одновременно «почти все» фразы русского языка проективны. Сформулированная гипотеза не является тавтологией, а отражает какие-то важные свойства «естественно» устроенных классов объектов.

Эту гипотезу можно интерпретировать как некий гносеологический принцип или онтологическую предпосылку познания «естественных» классов реальных объектов. Предпосылка состоит в том, что для этих объектов (точнее, соответствующих им наблюдаемых объектов) существует теория, выполняющаяся на почти всех объектах и почти выполняющаяся на всех объектах. Из этой предпосылки вытекает, например, что, обнаружив выполнимость некоторой теории на почти всех объектах данного класса, мы можем с достаточным основанием утверждать, что для всех объектов этого класса данная теория почти выполнена. Придав слову «почти» эксплицированный смысл (см. гл. 7), мы можем получить тот или иной конкретный методологический принцип получения индуктивных суждений.

Так, вполне можно принять, что современная лингвистика умеет описывать «почти все» человеческие языки. На основе этих описаний удалось найти некоторые универсалии, т. е. свойства, справедливые для устройства всех известных языков. Изложенный принцип позволяет с уверенностью сказать, что для любого человеческого языка эти свойства справедливы, быть может, с некоторой поправкой в формулировке.

Однако значение указанного принципа не сводится к получению индуктивных суждений. Наличие в самой его формулировке понятия «теория» показывает, что содержание этого принципа не

*) Понятие организации системы принадлежит И. М. Гельфанду и М. Л. Цетлину [14]. Оно имеет принципиальное значение для изучения «живых» систем, к которым безусловно относится язык.

сводится к правилам проведения индукции. Наука стремится изучать реальные объекты как представителей некоторого класса, задающего объем соответствующего понятия. Теория служит экспликацией понятия на формально-логическом языке. Исследователь подходит к изучению данного в наблюдении объекта с некоторым представлением о его природе, позволяющим обсуждать вопрос о представительности данной в наблюдении совокупности объектов для формулировки теории. (Подчеркнем, что эти соображения гораздо богаче и содержательнее, чем статистические оценки представительности выборки). Так, лингвист, получив в свое распоряжение корпус текстов, умеет определить, достаточен ли этот корпус для построения грамматики языка. Так вот, если по данным в опыте объектам можно утверждать, что они относятся к естественному классу и по ним осмысленно строить некую теорию, то сформулированный нами принцип дает основания для экстраполяции этой теории на мыслимый объем данного понятия и одновременно предупреждает о том, что это понятие не равносильно формальной теории, но представимо ею с нужными оговорками о «почти».

Итак, развертывание понятия теории и модели позволяет выйти за логистические ограничения познания за счет того, что познающий не ограничивается наблюдаемым, а путем построения теорий переходит к рассмотрению сущностей.

Сформулированный гносеологический принцип можно осмыслить с несколько более общей точки зрения. Естественный класс реальных объектов — это объем понятия, возникающего при исследовании этого класса. С этой точки зрения теория есть средство логической экспликации соответствующего понятия, способ выразить это понятие в математической форме. Разумеется, это средство выражения не тождественно содержанию понятия, но дает возможность характеризовать это содержание. Наши рассуждения о «почти» означают тогда, что экспликация понятия, позволяющая охарактеризовать почти весь его объем, почти характеризует весь объем этого же понятия. Если бы понятие полностью характеризовалось своей логической экспликацией, то оказалась бы безнадежно утраченной его антиномичность, оно целиком перешло бы в область рассудочного и возможность диалектического развертывания была бы наглухо закрыта. С другой стороны, чтобы сталкивать понятия в диалектическом противоречии, эти понятия должны быть достаточно четкими — логически определенными. При столкновениях аморфных, не выделенных отчетливо понятий приближения к истине не происходит, искру можно высечь при ударе стали о сталь, но при столкновении пыльных мешков получится только столб пыли.

Принцип «почти» открывает возможность исследования антиномичности понятия, ведь «почти выполнимость» теории на объекте означает и выполнимость, и невыполнимость. Более того, такая математическая экспликация делает противоречие явным, позволяет говорить о сути противоречия, а не только фиксировать его наличие. Эвристической аналогией здесь может служить логика «Капитала», хотя рассмотренный путь экспликации к понятию «капитал» не применялся. Известно, что капитал не может возникнуть из товарного производства и не может возникнуть вне товарного производства. Это верно по отношению почти ко всем товарам, но когда товаром является рабочая сила, сохраняются все теоретические свойства капитала, но открывается возможность возникновения капитала в товарном обращении, т. е. теория оказывается «почти применимой». И тут-то, как показал К. Маркс, и возникает капитал. Разумеется, пример с «капиталом» мы используем лишь как репрезентатор диалектических потенций сформулированного гносеологического принципа, как развернутую метафору.

Она нам важна, чтобы подчеркнуть смысловую роль математики в анализе природных и социальных объектов. От самого перевода понятия на язык математической теории чуда не происходит. Чаще всего эта теория есть лишь способ точнее выразить известное и убедиться в его непротиворечивости. Гораздо более важны в познавательной деятельности те возможности математического аппарата, которые позволяют высветлить противоречие, сделать его «невыносимым» для простого рассудка, для ограниченно-метафизического мышления. В данном случае математический аппарат расширяет возможности рационалистического познания, делая его способным осваивать противоречия.

И все же подход, который мы обсуждаем, страдает известной ограниченностью. Ведь теория сравнивается не с реальным объектом, а с абстрактным (в смысле [15]) или, что то же, с наблюдаемым. Следующий шаг состоит в переходе к описанию реальных объектов с помощью классов моделей, представляющих различные аспекты этих объектов, т. е. к системному подходу. Чтобы ввести в дальнейшем понятие системы, необходимо поговорить еще об одной логической конструкции, промежуточной между моделью и теорией. Эта конструкция называется каркасом и является как бы не вполне реализованной в модели теорией. Точное определение (см. [72]) каркаса таково.

Каркасом называется кортеж $K = \ll M, \alpha >, \Omega_2, \mathscr{A} >$, где $<M, \alpha>$ — модель в сигнатуре Ω_1, Ω_2 — сигнатура, не имеющая общих имен отношений с сигнатурой Ω_1, $\mathscr{A} = \{A_1, \ldots, A_n\}$ — аксиоматика, в которой используются имена отношений как из Ω_1, так и из Ω_2. Состоянием каркаса $K = \ll M, \alpha >, \Omega_2, \mathscr{A} >$ называется модель $<M, \beta>$ в сигнатуре $\Omega = \Omega_1 \cup \Omega_2$. При этом функции α и β совпадают на сигнатуре Ω_1 и выполняется аксиоматика $\mathscr{A}$. Каркас отличается от формальной теории тем, что в нем уже зафиксировано базовое множество M и даже некоторые отношения на нем. Модель $<M, \alpha>$ является как бы тканью, на которую наносится «рисунок»—отношения из сигнатуры Ω_2. Аксиоматика предопределяет, если так можно выразиться, стиль рисунка, т. е. условия, которым должен удовлетворять рисунок как сам по себе, так и в отношениях с тканью. Рисунок можно определить как модель $<M, \gamma>$ в сигнатуре Ω_2, где функция γ совпадает с β на сигнатуре Ω_2.

Конструкцию каркаса можно также применить для описания систем. В ней отражается такое существенное свойство систем, как полиморфизм (закон полиморфизации по Урманцеву [59]). Действительно, каждый каркас имеет определенное множество состояний, соответствующих различным состояниям системы, ее полиморфным модификациям. Связывая состояния с координатой времени, можно описывать динамику систем.

Понятие каркаса оказывается очень удобным в ситуациях, когда надо установить соответствие между моделями в существенно различных сигнатурах. Далее мы увидим, как это фактически делается. А теперь перейдем к рассмотрению алгебраического аппарата теории категорий, который оказывается очень естественным способом изучения сложных соответствий объектов системной природы.

Глава 3

МОРФИЗМЫ И КАТЕГОРИИ

3.1. ТЕОРИЯ КАТЕГОРИЙ КАК СПОСОБ ИЗУЧЕНИЯ СИСТЕМ

Существуют в принципе два способа изучения структуры некоторого объекта. Один состоит в том, чтобы «препарировать» его внутреннее содержание, установить состав и структуру частей, составляющих этот объект. Другой способ, косвенный, состоит в том, чтобы «проектировать» этот объект на некоторую совокупность «родственных» объектов и по свойствам проекций выносить суждения о внутренней структуре изучаемого объекта. Фактически для сложно организованного объекта последний способ, формализуемый в рамках теории категорий, представляется единственно осуществимым.

Теория категорий — это особый математический способ описывать объекты через их соответствия (морфизмы) между собой. При этом оказывается, что свойства математического объекта (пространства, группы и т. п.), которые обычно формулируются через его внутреннюю структуру, весьма эффективно выражаются через свойства отображений этого объекта в однотипные с ним объекты. Именно эта возможность — переводить изучение внутренней структуры в изучение внешних связей объясняет роль теории категорий в изучении системных объектов.

Поясним это аналогией. Такой сложный объект, как человеческое сознание, изучается сопоставлением внутренних миров разных личностей, а не «вскрытием» этого мира и выделением в нем составляющих.

Собственно категорией в алгебре называется особая структура [10], определение которой будет дано далее. Важно отметить, что в категории нам приходится изучать объекты определенных видов и соответствия (морфизмы) между ними. Начнем с детального изучения понятия морфизма.

3.2. МОРФИЗМЫ МОДЕЛЕЙ

В теории систем очень важно иметь способ сравнения объектов, позволяющий находить в них сходные (гомологичные) части. Эту роль выполняют морфизмы. Прежде чем дать общее определение морфизмов, рассмотрим подробно несколько примеров.

Изучать морфизмы очень удобно на примере морфизмов между моделями некоторой формальной теории. Модели — одни из наиболее общих математических конструкций, и потому свойства морфизмов моделей отражают основные свойства морфизмов вообще. Простейшим морфизмом является *гомоморфизм*.

Пусть заданы две модели $<A, \alpha>$ и $<B, \beta>$ в одной и той же сигнатуре Ω. Гомоморфизмом называется такое отображение $f: A \to B$, когда для каждого отношения $R^{(n)}$ из Ω $R^{(n)}(x_1, \ldots, x_n) \Rightarrow$ $\Rightarrow R^{(n)}(f(x_1), \ldots, f(x_n))$ для любых $x_1, \ldots, x_n \in A$. Это означает, что любая стрелка в первой модели отображается в соответствующую стрелку второй модели. На рис. 3.1 представлено несколько примеров гомоморфизмов моделей с одним бинарным отношением. На каждом из рисунков (*а*, *б*, *в*) это отношение обозначено сплошными стрелками, отображение f обозначено прерывистой стрелкой.

Так, на рис. 3.1,*а* модель из двух точек отображается в модель из трех точек, где отношение выполнено на более широком мно-

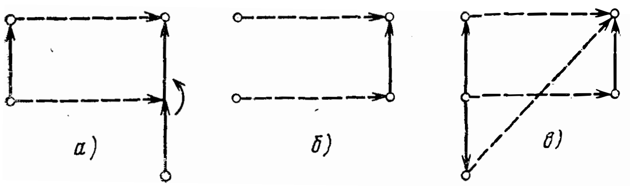

Рис. 3.1

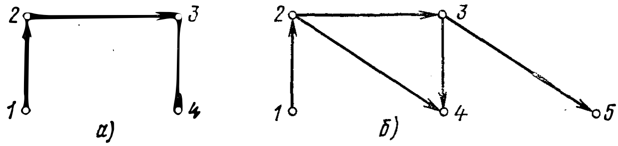

Рис. 3.2

жестве пар. На рис. 3.1,*б* модель, где отношение не выполнено ни для одной пары, отображается в модель с одной стрелкой. На рис. 3.1,*в* две точки отображаемой модели имеют общий образ. Изоморфизм моделей, определенный в гл. 2, является частным случаем гомоморфизма.

С помощью гомоморфизмов можно устанавливать соответствия между частями моделей. Это соответствие не ограничивается тривиальным фактом, что каждому элементу несущего множества A модели $<A, \alpha>$ соответствует элемент несущего множества B модели $<B, \beta>$. Оказывается, существует соответствие между произвольными подмоделями моделей.

Сначала рассмотрим, что такое подмодель. Из названия следует, что это какая-то структура, входящая в модель. Возьмем модель с одним бинарным отношением, которое будем изображать стрелками. Тогда подмоделью будет модель, несущее множество которой — подмножество несущего множества, а множество стрелок — подмножество множества стрелок исходной модели. На рис. 3.2 модель A является подмоделью модели B (одинаковые элементы обозначены одной и той же цифрой).

Таким образом, подмодель получается из модели «стиранием» некоторых элементов и некоторых стрелок. Легко обобщить понятие подмодели на любые модели.

Определение. Модель $<A', \alpha'>$ называется подмоделью модели $<A, \alpha>$, если:

1) $A' \subset A$;

2) для любого $R^{(n)} \in \Omega$ выполняется $\alpha'(R^{(n)}) \subset \alpha(R^{(n)})$. Именн ради конструкции «подмодель» мы стали различать отношение и его имя. Если бы они отождествились, то получилось бы парадоксальное явление: на одних и тех же элементах с точки зрения одной модели выполняется некоторое отношение, с позиций другой модели оно не выполняется. Но элементы остаются теми же самыми, на них не может одновременно выполняться и не выполняться некоторое отношение.

Очевидно, что существует каноническое вложение — гомоморфизм из подмодели в модель. Каждому элементу множества A' сопоставляется тот же самый элемент во множестве A, а каждой стрелке подмодели сопоставляется та же самая стрелка в целой модели. Оказывается, что это универсальный способ задания под-

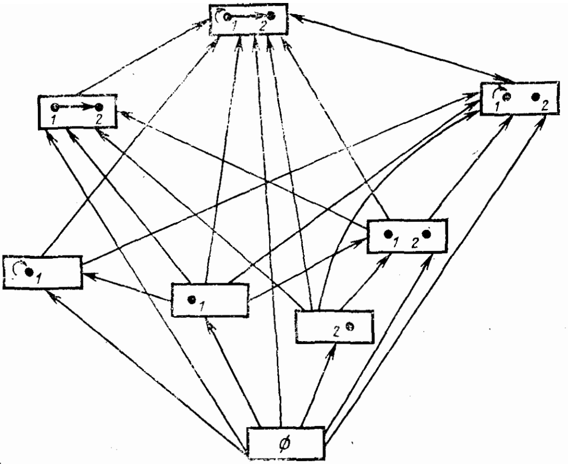

Рис. 3.3

моделей с точностью до изоморфизма. Точнее, мы будем утверждать, что если существует инъективный гомоморфизм $u: <A, \alpha> \to <B, \beta>$, то модель $<A, \alpha>$ изоморфна некоторой подмодели $<B', \beta'>$ модели $<B, \beta>$. При этом $B' = u(A)$, а $\beta'(R^{(n)}(u(x_1), \ldots, u(x_n))$ тогда и только тогда, когда $\alpha(R^{(n)})(x_1, \ldots, x_n)$. Рассмотрим пару $(<A, \alpha>, u)$, состоящую из некоторой модели и инъективного морфизма из нее в модель $<B, \beta>$. Будем считать пары $(<A, \alpha>, u)$ и $(<A', \alpha'>, u')$ изоморфными, если существует изоморфизм $t: <A, \alpha> \to <A', \alpha'>$, причем $u = tu'$. Класс изоморфных пар и будет называться подмоделью. Подмодель будем обозначать $[<A, \alpha>, u]$, если $(<A, \alpha>, u)$ — представитель этой подмодели. Такое отношение к подмоделям уже отличается от первоначального. Теперь подмодель рассматривается не как нечто «внутреннее», а, наоборот, как «внешнее», похожее на «внутреннюю» структуру. При этом как модель, так и подмодель целостны. Отношение подмодель — модель напоминает больше отношение типа «целое — целое», чем типа «часть — целое». Именно такой подход составляет основу теории категорий.

Рассмотрим теперь множество подмоделей модели $<A, \alpha>$, которое обозначим $F(A, \alpha)$. На нем естественным образом определяется порядок по включению. Возьмем, например, модель, изображенную на рис. 3.3 (вверху). Для удобства пометим элементы несущего множества цифрами *1* и *2*. На рисунке показано множество всех ее подмоделей вместе с отношением порядка, обозначаемого стрелками, идущими от меньших подмоделей к большим.

Чтобы определить, каким способом гомоморфизм гомологизирует (сопоставляет) подмодели моделей, нам понадобится понятие наименьшего образа.

Определение. Наименьшим образом*) гомоморфизма $u: <A, \alpha> \rightarrow <B, \beta>$ называется подмодель $<B', \beta'>$ модели $<B, \beta>$ (подмодель рассматривается в первоначальном смысле) такая, что

1. $B' = u(A)$;

2. $\beta'(R^{(n)})(y_1, \ldots, y_n)$ тогда и только тогда, когда существует набор $< x_1, \ldots, x_n >$ элементов множества A, причем $\alpha(R^{(n)})(x_1, \ldots, x_n)$ и $y_i = u(x_i)$ для любого $i = 1, \ldots, n$.

Наименьший образ можно равносильно определить по-другому, используя второй способ задания подобъектов. При этом становится понятным, почему наименьший образ называется наименьшим.

Пусть задан гомоморфизм $u: <A, \alpha> \rightarrow <B, \beta>$. Его наименьшим образом будет наименьшая подмодель $[<C, \gamma>, v]$ модели $<B, \beta>$ (в смысле упорядоченности подмоделей), для которой существует гомоморфизм $w: <A, \alpha> \rightarrow <C, \gamma>$ и $u = wv$. Теперь можно легко установить соответствие между подмоделями моделей.

Пусть задан гоморфизм $u: <A, \alpha> \rightarrow <B, \beta>$, а $[<A', \alpha'>, v]$ — произвольная подмодель модели $<A, \alpha>$. Пусть $[<B', \beta'>, w]$ — наименьший образ гомоморфизма $s = vu$.

Тем самым каждой подмодели $[<A', \alpha'>, v]$ модели $<A, \alpha>$ сопоставляется ее наименьший образ $[<B', \beta'>, w]$ в модели $<B, \beta>$. Следовательно, гомоморфизм u: $<A, \alpha> \rightarrow <B, \beta>$ определяет отображение $F(u)$: $F(A, \alpha) \rightarrow F(B, \beta)$ (см. рис. 3.4) Легко показать, что отображение $F(u)$ монотонно относительно порядка на множествах подобъектов $F(A, \alpha)$ и $F(B, \beta)$. Таким образом, гомоморфизм гомологизирует подмодели моделей. Это свойство очень важно для теории классификации. Если представлять себе архетип (см. гл. 5) как некоторую модель, то, очевидно, мероны будут подмоделями. Тогда сравнение архетипов можно проводить с помощью гомоморфизмов, так как при этом меронам одного архетипа будут сопоставляться мероны другого архетипа.

Кроме гомоморфизмов, существует большое количество других типов морфизмов между моделями. С их помощью также можно сравнивать модели в разных аспектах, гомологизировать подобъекты (при этом подобъекты определяются не так, как в случае гомоморфизмов). Рассмотрим несколько примеров.

1. Понятие гомоморфизма легко обобщается на случай произвольных много-многозначных соответствий между несущими мно-

---

*) Понятие наименьшего образа анализируется в книге [70] под названием минимального образа.

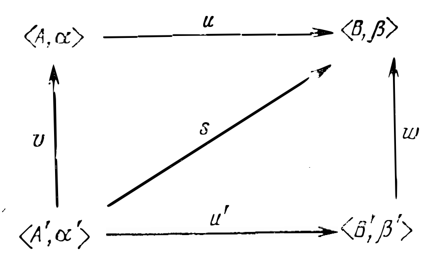

Рис. 3.4

жествами моделей. Соответствие $\varphi\subset A\times B$ будем называть многозначным гомоморфизмом из модели $<A, \alpha>$ в модель $<B, \beta>$, если $R^{(n)}(x_1, \ldots, x_n)\&((x_1, y_1)\in\in\varphi)\& \ldots \&((x_n, y_n)\in\varphi)\Rightarrow\Rightarrow R^{(n)}(y_1, \ldots, y_n)$, где $x_1, \ldots, x_n\in A$ и $y_1, \ldots, y_n\in B$.

Композиция многозначных гомоморфизмов определяется как композиция соответствий. Назовем соответствие псевдоинъективным, если $((x_1, y)\in\varphi)\&((x_2, y)\in\varphi) \Rightarrow (x_1=x_2)$. Пусть существуют псевдоинъективные многозначные гомоморфизмы $u:<A, \alpha>\to\to<B, \beta>$ и $u':<A', \alpha'>\to<B, \beta>$. Если существует изоморфизм $t:<A, \alpha>\to<A', \alpha'>$ такой, что $u=tu'$, то будем считать пары $(<A, \alpha>, u)$ и $(A', \alpha'>, u')$ изоморфными. Класс изоморфных пар будет подмоделью $[<A, \alpha>, u]$.

Из этого примера ясно, что в зависимости от типа морфизмов по-разному выделяются подмодели. При многозначных гомоморфизмах подмоделей будет больше, так как не всякое псевдоинъективное соответствие будет инъективным отображением. Аналогично можно определить наименьший образ и гомологизацию подобъектов.

2. Отображение $u: A\to B$ называется корреспонденцией из модели $<A, \alpha>$ в модель $<B, \beta>$, если $R^{(n)}(y_1, \ldots, y_n)\&(u(x_1)==y_1)\& \ldots \&(u(x_n)=y_n)\Rightarrow R^{(n)}(x_1, \ldots, x_n)$, $y_1, \ldots, y_n\in B$ и $x_1, \ldots, x_n\in A$. Здесь каждая стрелка в модели $<B, \beta>$ имеет «причину» своего появления — соответствующие стрелки в модели $<A, \alpha>$. Два примера корреспонденций приведены на рис. 3.5.

Подмодели можно определить с помощью инъективных корреспонденций. Композиция корреспонденций определяется как композиция отображений. Аналогично определяется наименьший образ корреспонденции. (Следует иметь в виду, что порядок на множестве подмоделей, выделенных с помощью корреспонденций, не согла-

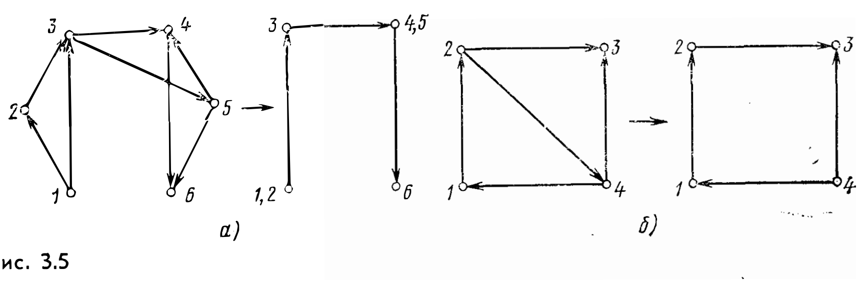

Рис. 3.5

суется с тем, который возникает при выделении подмоделей с помощью гомоморфизмов. В частности, на рис. 3.5,*б* правая модель — подмодель левой модели, несмотря на то, что в ней больше стрелок.) Интересные свойства корреспонденций, являющихся одновременно гомоморфизмами, рассмотрены в [70].

3.3. МОРФИЗМЫ КАРКАСОВ

Рассмотренных примеров морфизмов вполне достаточно для сравнения объектов в рамках математики. Однако для теории систем нужны и другие типы морфизмов. Например, как описать динамику систем? Как сравнивать разные состояния одной и той же системы? Известно, что для большинства процессов можно создать условия, в которых они будут обратимы. Допустим, что мы стали описывать изменение с помощью гомоморфизмов или корреспонденций. Но обратимый гомоморфизм или корреспонденция есть просто изоморфизм. Таким образом, вместо сравнения мы получили тождество. Это связано с тем, что при гомоморфизмах отображаются все отношения и потому система лишается всякой свободы. Даже такой простейший пример изменения, как перестановка подсистем в системе, требует разрыва некоторых связей. Оказывается, существуют более гибкие конструкции морфизмов, способные отражать нетривиальное сходство стадий некоторого процесса.

Вероятно, впервые подобная конструкция была предложена Д'Арси Томпсоном [81]. Он заметил, что контуры тела многих рыб топологически гомеоморфны. Поэтому, растягивая и сжимая контур некоторой рыбы, можно получить контур рыбы, на первый взгляд совершенно не похожей на первую (рис. 3.6).

Интересно в этой конструкции следующее: строение рыбы рассматривается с точностью до метрики — до расстояний между точками, в то время как отображается только топология (т. е. близость соседних точек). Таким образом, отображаемая структура беднее реальной. С точки зрения классической математики такой прием бессмыслен — все рыбы топологически изоморфны и их просто не надо различать. Для биолога же интересно то, что разные структуры имеют нетривиальное сходство. Эта конструкция вполне содержательна, поскольку устанавливает гомологию частей разных рыб. Подобные морфизмы, позволяющие деформировать объект, называются динамическими, хотя это и не значит, что всякая деформация — продукт изменения (например, в работе Д'Арси Томпсона вовсе не утверждается, что эволюция формы тела рыбы проходила согласно его схемам).

Для описания динамики систем можно использовать конструкцию каркаса, о которой уже шла речь в гл. 2.

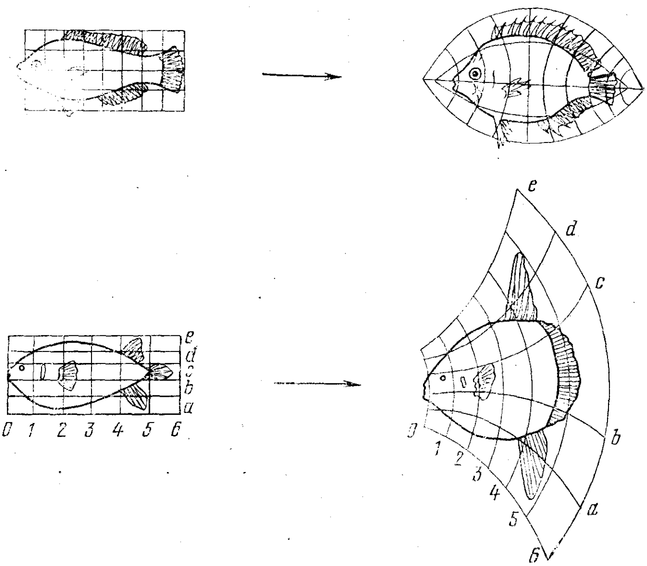

Рис. 3.6

Как же сравнивать состояния каркаса или состояния разных каркасов? Совершенно очевидно, что рисунок и ткань могут сравниваться независимо. Пусть $<A, \alpha>$ и $<A', \alpha'>$ — модели в сигнатуре Ω_1, $<A, \beta>$ — состояние каркаса $\ll A, \alpha>, \Omega_2, \mathscr{A}>$, $<A', \beta'>$ — состояние каркаса $\ll A', \alpha'>, \Omega_2, \mathscr{A}'>$, а γ и γ' — ограничения отображений β и β' на сигнатуру Ω_2. Тканевым морфизмом из $<A, \beta>$ в $<A', \beta'>$ будет отображение $f_1: A \to A'$, являющееся гомоморфизмом из $<A, \alpha>$ в $<A', \alpha'>$. Соответственно морфизмом рисунка будет отображение $f_2: A \to A'$, являющееся гомоморфизмом из $<A, \gamma>$ в $<A', \gamma'>$. На рис. 3.7 и 3.8 приведены примеры морфизмов ткани и рисунка. Сигнатура Ω_1 состоит из одного бинарного отношения, обозначаемого стрелками, а сигнатура Ω_2 — из трех унарных отношений: a, b, c.

Морфизмы такого типа нужны тогда, когда объекты сравниваются лишь по некоторым отношениям, т. е. устанавливается нетривиальное сходство. Например, фразы текста можно сравнивать по синтаксической структуре (скажем, с помощью гомоморфизмов по отношению порядка и по отношению синтаксического управления) или по словарному составу. На рис. 3.9 показаны оба случая.

Любопытно, что «тканевые» морфизмы можно делить на два типа: те, которые являются гомоморфизмами только по сигнатуре Ω_1, и те, которые являются гомоморфизмами по сигнатурам Ω_1 и

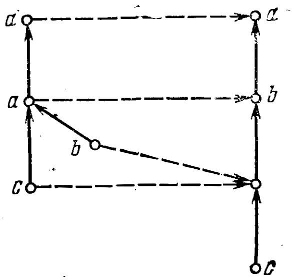

Рис. 3.7

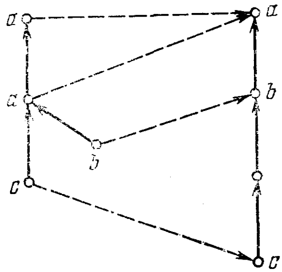

Рис. 3.8

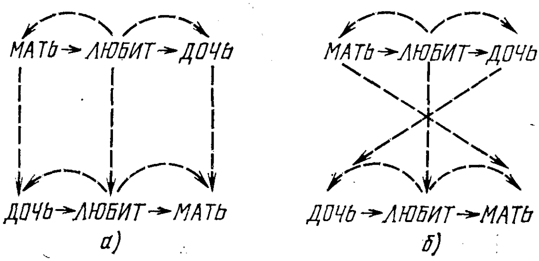

Рис. 3.9

Ω_2 одновременно. Первые морфизмы отражают лишь сравнение объектов по некоторым отношениям, а вторые — по всем отношениям. Морфизмы второго типа будем называть структурными. Оказывается, более естественно выделять подмодели с помощью именно структурных инъективных морфизмов, так как иначе подмодель по сигнатуре Ω_2 может как угодно отличаться от самой модели. Таким образом, подмоделью будет класс изоморфных пар $(\langle A, \alpha\rangle, u)$, где u — структурный инъективный морфизм, причем изоморфизмы между эквивалентными парами должны быть тоже структурными.

Наименьший образ определяется так же, как в предыдущих примерах. Для тканевого морфизма, изображенного на рис. 3.7, наименьший образ показан на рис. 3.10.

Итак, сравнение систем, «нарисованных» на системах, возможно с помощью конструкций морфизмов ткани и рисунка. Но можно поступить иначе: сравнивать одновременно и ткань, и рисунок, но с помощью разных отображений. При этом морфизмом будет пара (f_1, f_2), где f_1 — тканевый морфизм, а f_2 — морфизм рисунка. Такой морфизм будем называть бигомоморфизмом, поскольку он состоит из двух гомоморфизмов. В этом случае каждый элемент несущего множества рассматривается с двух точек зрения: с по-

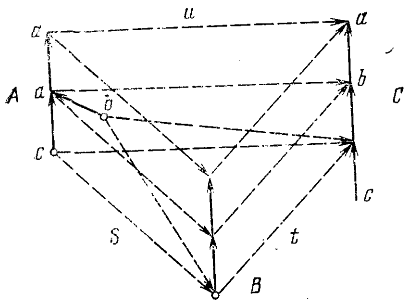

Рис. 3.10

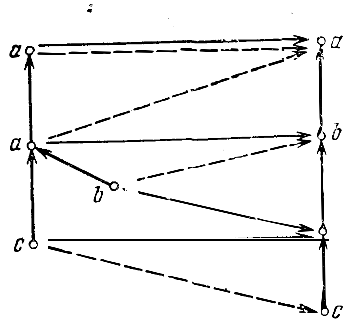

Рис. 3.11

зиций его роли в ткани и его роли в рисунке. Поэтому получается двойная гомология: каждый элемент множества A сопоставляется с двумя различными элементами множества B. Один из них сходен с начальным элементом по месту в ткани, а другой — по положению в рисунке. Элемент $f_1(x)$ похож на x в отношении сигнатуры Ω_1, а элемент $f_2(x)$ похож на x в отношении сигнатуры Ω_2.

Пример бигомоморфизма изображен на рис. 3.11. Отображение f_1 изображено сплошными стрелками, а f_2 — штриховыми. Несмотря на то, что при бигомоморфизмах имеет место двойная гомология элементов несущего множества, гомология подмоделей, получающаяся с помощью наименьших образов, двойной не будет.

Разберем это положение подробнее. Сначала определим подобъекты. Структурным будем называть бигомоморфизм (f_1, f_2), если $f_1=f_2$. Очевидно, при этом f_1 будет обыкновенным гомоморфизмом моделей в сигнатуре Ω. Рассмотрим пару $(<A, \alpha>, (f_1, f_2))$, где $(f_1, f_2) : <A, \alpha> \to <B, \beta>$ — структурный инъективный (т. е. f_1 и f_2 — инъекции) бигомоморфизм. Пары $(<A, \alpha>, (f_1, f_2))$ и $(<A', \alpha'>, (f'_1, f'_2))$ изоморфны, если существует структурный биизоморфизм $(\varphi_1, \varphi_2) : <A, \alpha> \to <A', \alpha'>$ и $f_1=\varphi_1 f'_1$, $f_2=\varphi_2 f'_2$. Класс изоморфных пар является подобъектом. Очевидно, что подобъекты при бигомоморфизмах и при гомоморфизмах совпадают. Наименьший образ определяется так же, как раньше. Пример наименьшего образа приведен на рис. 3.12.

Если делить сигнатуру не на две, а на большее количество частей, то бигомоморфизмы, естественно, обобщаются до мультигомоморфизмов, а двойная гомология до мультигомологии. Гомологии такого типа часто встречаются среди реальных объектов. Например, в биологии часто имеет смысл разделять функциональные отношения и структурные. При этом возникает различие между структурной и функциональной гомологией. Например, крыло птицы функционально гомологично летательной перепонке птеродактилей, а структурно гомологично лишь их передней конечности. У стрекоз и бабочек летательную функцию выполняют совершенно различные группы мышц, у саранчовых существует несколько типов структурно негомологичных звуковых аппаратов.

Мультигомология может возникать, если различать структурные отношения. Например, существовали летающие ящеры, у которых летательная перепонка располагалась не на передних ногах, как у птеродактиля или у летучей мыши, а на задних.

При этом их задняя нога гомологична в отношении порядка ног задней ноге птеродактиля, а в отношении наличия перепонки— передней ноге птеродактиля. При сравнении фраз «Мать любит дочь» и «Дочь любит мать» также, естественно, возникает мультигомология (рис. 3.9). f_1 сравнивает синтаксические связи слов (т. е. внешнюю структуру слова), а f_2 — внутреннюю структуру слова. Тем самым морфизм (f_1, f_2) как бы «переставляет» слова в предложении, меняет их местами. Точно так же можно строить морфизмы, переставляющие подсистемы в системах. Для этого достаточно, чтобы f_1 гомологизировало *место* подсистем в системе, а f_2 — саму структуру подсистем.

Чтобы не быть голословным, разберем ситуацию перестановки частей в целом на языке клубных систем [9]. Этот язык для нас удобен, так как в нем эксплицируется понятие внешней и внутренней структуры элемента. Грубо говоря, клубная система — это модель на множестве, элементы которого сами суть модели, которые могут в принципе содержать исходную модель в качестве подмодели. Пусть задана модель $<M, \alpha>$ в сигнатуре Ω. Стрелкой модели называется пара $<R^{(n)}, x>$, где $R^{(n)} \in \Omega$, а $x \in M^n$, причем $R^{(n)}(x)$. Множество всех стрелок модели обозначим K. Клубной системой называется пара $\ll M, \alpha>, \varphi>$, где $\varphi : M_н \to \mathscr{B}(K)$ —инъекция, а $M_н \subset M$. Элементы множества $M_н$ называются нетерминальными, а элементы множества $M_т = M \setminus M_н$ — терминальными. Интерпретация следующая: если $x \in M_н$, то $\varphi(x)$ —набор стрелок, образующих «внутреннюю структуру» элемента x. Клубные системы изображаются следующим образом: стрелка — это квадрат,

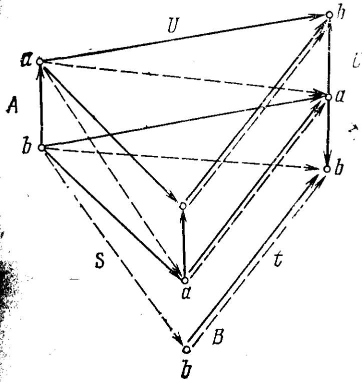

Рис. 3.12

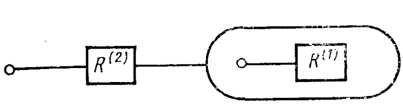

Рис. 3.13

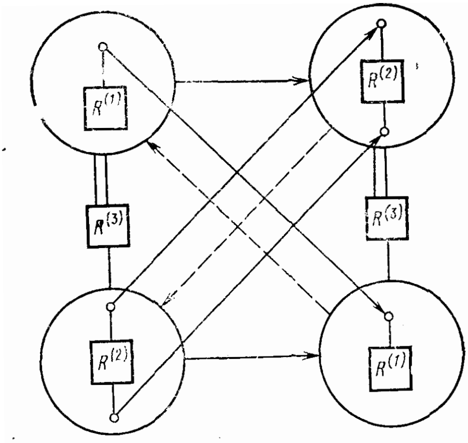

Рис. 3.14

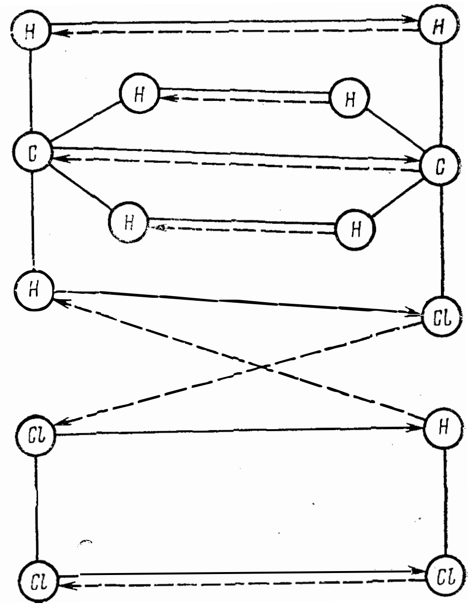

Рис. 3.15

в котором записано имя n-арного отношения с n линиями, соединяющими его с кружками — элементами n-ки (эти линии можно перенумеровать, если отношение несимметрично); внутри нетерминальных элементов находятся квадраты тех стрелок, которые составляют его внутреннюю структуру. Пример клубной системы приведен на рис. 3.13.

В. Б. Борщев и М. В. Хомяков в [9] предложили следующую конструкцию гомоморфизма клубных систем: отображение $f: M \rightarrow M'$ называется гомоморфизмом из $\ll M, \alpha>, \varphi>$ в $\ll M', \alpha'>, \varphi'>$, если:

1) f — гомоморфизм из $<M, \alpha>$ в $<M', \alpha'>$;

2) для любого $x \in M_н$ $\varphi'(f(x)) = f(\varphi(x))$.

Теперь построим аналогичную конструкцию, позволяющую переносить внутреннюю структуру с одного элемента на другой, т. е. переставлять элементы. При этом задаются два отображения: $f: M \rightarrow M'$, которое гомологизирует «внешнюю структуру» элементов, и $g: M'_{инд} \rightarrow M_н$, где $M'_{инд} \subset M'_н$, которое индуцирует на элементах множества $M'_{инд}$ внутреннюю структуру соответствующих им элементов из $M_н$. Формально перестановочным морфизмом называется такая тройка $(f, M'_{инд}, g)$, что

1. f — гомоморфизм из $<M, \alpha>$ в $<M', \alpha'>$;

2. для любого $y \in M'_{инд}$ $\varphi'(y) = f(\varphi(g(y)))$.

Если $M'_{инд} \supset f(M_н)$ и для любого $x \in M_н$ $g(f(x)) = x$, то перестановочный морфизм превращается в обычный гомоморфизм. На рис. 3.14 показан пример перестановочного морфизма. Отображение f обозначается сплошными стрелками, а g — штриховыми.

Морфизмы, описывающие перестановку подсистем в системах, могут понадобиться для описания динамики систем. С их помощью можно описать химические реакции замещения. На рис. 3.15 изображена реакция $CH_4+Cl_2=CH_3Cl+HCl$.

Наименьшим образом при перестановочном морфизме будет клубная система $\ll M'', \alpha''>, \varphi''>$, где $<M'', \alpha''>$ — минимальный образ модели $<M, \alpha>$ при отображении f, $M''_н=M'_{инд}$, а φ'' — ограничение φ' на множество $M'_{инд}$.

3.4. КЛАССЫ МОРФИЗМОВ И КАТЕГОРИИ

Из приведенных ранее примеров ясно, что существует достаточно много разных типов морфизмов. Попытаемся найти общее для всех них. Пусть существует формальная теория $T=<\Omega, U>$, описывающая некоторый класс моделей. Построим формальную теорию, моделями которой служат морфизмы между моделями теории T. Приведенные примеры подсказывают, как надо это сделать. Надо взять пару моделей $<A, \alpha>$ и $<B, \beta>$ и построить одно или несколько соответствий между множествами A и B, которые удовлетворяли бы определенным аксиомам. При этом, очевидно, несущим множеством морфизма как модели новой теории T' будет множество $A\cup B$. Например, заданы две модели с одним бинарным отношением, изображенным сплошной стрелкой (рис. 3.16). Тогда морфизмом будет модель в сигнатуре с одним добавочным отношением (изображенным штриховой стрелкой). Исходя из этих соображений, определим теорию $T'=<\Omega', U'>$:

1) $\Omega'=\Omega\cup\Omega_1\cup\Omega_2$, где $\Omega_1=\{m_1, m_2\}$; $\Omega_2=\{\varphi_i\}_{i\in I}$. Предикаты m_1, m_2 — унарные, φ_i — бинарные.

2) $U''=U_1\cup U_2\cup U_3\cup U_4$.

Существует взаимно-однозначное отображение $u: U\to U_1$. Если $A\in U$, то $u(A)=A_1\,\&\,A_2$, причем A_i получается из A заменой кванторов: $\forall xPx$ и $\exists xPx$ соответственно на $\forall x\,(Px\,\&\,m_i(x))$ и $\exists x\,(Px\,\&\,\&\,m_i(x))$.

U_2 состоит из следующих аксиом:

1) $\forall\, x(m_1(x)\vee m_2(x))$,

2) для каждого предиката $R^{(n)}\in\Omega$

$R^{(n)}(x_1, \ldots, x_n)\Rightarrow m_1(x_1)\,\&\ldots\&\,m_1(x_n)\vee m_2(x_1)\,\&\ldots\&\,m_2(x_n)$.

U_3 состоит из аксиом типа

$\forall x\,\forall y\,(\varphi_i(x, y)\Rightarrow m_1(x)\,\&\,m_2(y))$,

где i пробегает множество 1.

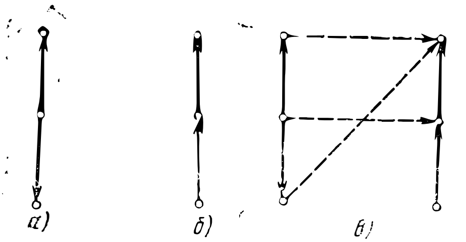

Рис. 3.16

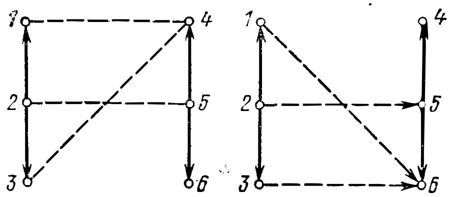

Рис. 3.17

U_4 состоит из произвольных аксиом, включающих любые отношения из сигнатуры Ω'.

Содержательно эта конструкция интерпретируется следующим образом. Пусть $<M, \mu>$ — модель теории T'. Найдем множества $A=\{x \mid (x \in M) \,\&\, m_1(x)\}$ и $B=\{x \mid (x \in M) \,\&\, m_2(x)\}$. Построим отображение δ_1 из множества всех отношений на M во множество всех отношений на A, сопоставляющее отношение $r \subset M^n$ с отношением $r \cap A^n$. Модель $<A, \alpha>$, где $\alpha=\mu\delta_1$ является ограничением модели $<M, \mu>$ на множество A (обозначим $<A, \alpha>=<M, \mu>/m_1$). Аналогично определяется модель $<B, \beta>=<M, \mu>/m_2$. Модели $<A, \alpha>$ и $<B, \beta>$ определены в сигнатуре Ω'. Однако согласно аксиомам из U_3 отношения φ_i будут пусты, а m_1 и m_2 — просто индикаторы несущих множеств. Поэтому удобнее считать, что модели $<A, \alpha>$ и $<$B, $\beta>$ определены в сигнатуре Ω.

Аксиомы из U_1 показывают, что $<A, \alpha>$ и $<B, \beta>$ являются моделями теории T. Из аксиомы 1) следует, что $A \cup B=M$. Аксиомы 2) указывают, что каждое отношение из Ω не может выполняться на n-ке элементов, одни из которых принадлежат A, а другие B. В силу аксиом из U_3 $\{\varphi_i\}_{i \in I}$ — семейство бинарных отношений, действующих между A и B, т. е. набор соответствий. Список аксиом U_4 определяет условия на эти соответствия. Они как бы характеризуют информацию, которую модель $<B, \beta>$ содержит относительно модели $<A, \alpha>$. Например, если мы хотим задать гомоморфизмы моделей, то I — одноэлементное множество (т. е. существует одно отношение φ), а аксиомы из U_4 имеют вид:

1) $\forall x \forall y \forall x' \forall y' ((x=x') \,\&\, \varphi(x, y) \,\&\, \varphi(x', y') \Rightarrow (y=y'))$,

2) $\forall x_1, \ldots, \forall x_n (R^{(n)}(x_1, \ldots, x_n) \,\&\, \varphi(x_1, y_1) \,\&\, \ldots \,\&\, \varphi(x_n, y_n) \Rightarrow$
$\Rightarrow R^{(n)}(y_1, \ldots, y_n))$, 3) $\forall x (m_1(x)) \; \exists y (\varphi(x, y))$.

Для бигомоморфизмов I — двухэлементное множество, так как необходимо два отображения из несущего множества одной модели в несущее множество другой.

С помощью теории T' можно описать множество всех морфизмов между двумя произвольными моделями $<A, \alpha>$ и $<B, \beta>$

теории T. Для этого строится каркас $\ll C, \gamma>$, Ω_2, $U_3 \cup U_4>$, где $<C, \gamma>$ — модель теории $<\Omega \cup \Omega_1$, $U_1 \cup U_2>$, причем $<C, \gamma>/m_1 = <A, \alpha>$, $<C, \gamma>/m_2 = <B, \beta>$. Очевидно, что после того, как заданы модели $<A, \alpha>$ и $<B, \beta>$, модель $<C, \gamma>$ определяется однозначно. Множество всех состояний этого каркаса и есть множество морфизмов из $<A, \alpha>$ в $<B, \beta>$. Следует заметить, что состояния каркаса различаются более тонко, чем с точностью до изоморфизма моделей. Надо различать состояния, по-разному реализованные на базовом множестве. Например, на рис. 3.17 показаны два разных морфизма, хотя как модели они изоморфны.

Следует также отметить, что совокупность состояний каркаса образует хорошее множество, а совокупность моделей данной теории образует класс.

До сих пор мы мало внимания обращали на одно очень важное свойство морфизмов — на то, что можно определить их композицию (умножение). Если существует морфизм $u: A \to B$ и морфизм $v: B \to C$, то тем самым однозначно определяется морфизм $w: A \to C$ (обозначается $w = uv$). Это согласуется с нашей интерпретацией морфизмов как способов сравнения объектов: если A сравнивается с B, а B с C, то, очевидно, A автоматически сравнивается с C.

Вспомним примеры морфизмов: композицию гомоморфизмов и корреспонденций можно определить как композицию соответствующих отображений, композицию бигомоморфизмов — как поэлементную композицию пар отображений $(f_1, f_2) \cdot (f'_1, f'_2) = (f_1 f'_1, f_2 f'_2)$, где $\cdot$ — знак композиции. Нетрудно представить себе, как строится композиция в общем случае, а именно: если заданы два морфизма — модели теории T' : $<M, \mu>$ и $<N, \eta>$, причем $<M, \mu>/m_2 = <N, \eta>/m_1>$, то тем самым однозначно определяется модель $<L, \lambda>$ в сигнатуре Ω' такая, что $<L, \lambda>/m_1 = <M, \mu>/m_1$; $<L, \lambda>/m_2 = <N, \eta>/m_2$ и для любого $i \in I$ $\lambda(\varphi_i)(x, y) \Leftrightarrow (\exists z)(\mu(\varphi_i)(x, z) \& \eta(\varphi_i)(z, y))$. Очевидно, что в модели $<L, \lambda>$ выполняются аксиомы из U_1, U_2 и U_3, но аксиомы из U_4 могут и не выполняться. Например, $U_1 = \varnothing$ а U_4 имеет аксиому

$$\forall x \forall y \forall z \forall t (\varphi(x, y) \& \varphi(z, t) \& (x \neq z) \& (y \neq t) \Rightarrow \neg (\varphi(x, t) \vee \varphi(z, y)))$$

Тогда композиция соответствий f_1 и f_2 не будет удовлетворять этой аксиоме (рис. 3.18).

Оказывается, совокупность морфизмов имеет особенно интересные свойства, когда композиция определена. Поэтому введем еще одно требование, предъявляемое к аксиоматике U_4: если $<M, \mu>$ и $<N, \eta>$ — модели теории T', то модель $<L, \lambda>$, определенная выше, тоже должна быть моделью теории T'. Интересно было бы исследовать, какими свойствами должны обладать аксиомы из U_4, чтобы это требование выполнялось.

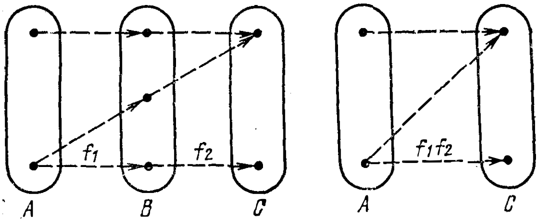

Рис. 3.18

Класс всех морфизмов, для которых определены композиции, образует очень важную математическую конструкцию — категорию. Категория определяется следующим образом.

Будем говорить, что задана категория **C**, если задан класс объектов $Ob\,\mathbf{C}$, для каждой пары (A, B) которых определено множество $H(A, B)$ морфизмов из A в B. При этом если $(A, B) \neq (A', B')$, то $H(A, B) \cap H(A', B') = \varnothing$. Для каждой тройки объектов (A, B, C) из **C** задано отображение $\mu: H(A, B) \times H(B, C) \to H(A, C)$. Образ $\mu(u, v)$, пары (u, v), где $u \in H(A, B)$, $v \in H(B, C)$ обозначается uv *и называется композицией морфизмов.*

Кроме того, должны выполняться следующие аксиомы:

1) композиция ассоциативна: если $u: A \to B$, $v: B \to C$, $w: C \to D$, то $(uv)w = u(vw)$;

2) для каждого объекта A из **C** существует единичный морфизм $1_A: A \to A$ такой, что $1_A u = u$ и $v 1_A = v$ для любых морфизмов $u: A \to B$ и $v: B \to A$.

Легко проверить, что морфизмы между моделями образуют категорию. Ассоциативность следует из ассоциативности композиции соответствий. Единичный морфизм получается, если $x = y \Leftrightarrow \Leftrightarrow \varphi_i(x, y)$ для любого i. Таким образом, теорию T' можно рассматривать как интенсиональный способ задания класса морфизмов категории.

Самое интересное, что, рассматривая категорию объектов с морфизмами, можно абстрагироваться от содержательной стороны как объектов, так и морфизмов. Можно забыть о том, что объекты — это множества с отношениями, а морфизмы — еще более сложные модели. Несмотря на это в категории отражаются многие существенные свойства объектов и морфизмов, что будет видно из дальнейшего изложения.

Категории, по всей видимости, являются одним из наиболее удобных способов описания систем. Во-первых, потому что теория систем должна быть инвариантна относительно способа описания внутренней структуры объекта, т. е. результаты теории систем не зависят от того, какими средствами описываются системы: топологических пространств, моделей или универсальных алгебр. Во-вторых, в категориях объект принципиально целостен, поскольку не рассматривается его внутренняя структура. Это свойство также существенно для теории систем. В-третьих, свойства объекта раскрываются в сравнении с другими объектами. Объект обретает свойства лишь в определенной категории. Аналогично свойства системы определяются лишь в ее отношениях с другими системами. В-четвертых, объектами категории могут быть не только математические конструкции, но и предметы реального мира. Морфизмами при этом являются какие-нибудь реальные отношения между объектами (например, гомологизация частей объектов), если они удовлетворяют аксиомам теории категорий.

Говорить о семантике математических конструкций довольно трудно. Например, можно сказать, что топология эксплицирует понятие «близости» точек. Однако любой, кто изучал топологию, поймет, что это отчасти так, в отчасти нет. Дело в том, что топологическое понятие близости существенно отличается от обыденного. Точно так же можно сказать, что теория категорий занимается сравнением объектов, хотя понятие «сравнение» здесь имеет явно не тот оттенок, который принят в обычном понимании.

Каждый морфизм — это некоторый способ сопоставления объектов A и B. $H(A, B)$ — это множество таких способов сопоставления. Композицию морфизмов можно интерпретировать так: если существуют способы сравнения объектов A с B и B с C, то существует определенный способ сравнения A с C.

Мы рассмотрим лишь такие категории, в которых морфизмы интерпретируются как гомологизация частей объектов. Оказывается, такими категориями являются категории с наименьшими образами морфизмов. Прежде чем определить на языке категорий понятие наименьшего образа, обратимся к некоторым основным положениям теории категорий.

Принято выделять следующие типы морфизмов:

1) мономорфизм — такой морфизм $u: A \to B$, что для любой пары морфизмов v и $v': C \to A$ $vu = v'u \Rightarrow v = v'$;

2) эпиморфизм — такой морфизм $u: A \to B$, что для любой пары морфизмов w и $w': B \to C$ $uw = uw' \Rightarrow w = w'$;

3) биморфизм — морфизм, являющийся одновременно моно- и эпиморфизмом;

4) изоморфизм — такой морфизм $u: A \to B$, что существует морфизм $v: B \to A$, причем $uv = 1_A$, $vu = 1_B$.

Возьмем, например, категорию множества — Set. Ее объекты — это все множества. $H(A, B) = B^A$, т. е. множество всех отображений из A в B. Оказывается, что в ней мономорфизмы — это инъекции, эпиморфизмы — сюръекции, а биморфизмы и изоморфизмы совпадают и являются биекциями. В любой категории изоморфизм является биморфизмом, но не всегда биморфизм будет изоморфизмом. Если существует изоморфизм $u:A\to B$, то объекты A и B имеют одни и те же свойства в данной категории. Однако в категориях с дополнительными структурами (например, с выделенной подкатегорией) может оказаться, что свойства изоморфных объектов будут различны. Например, в категории «тканевых» гомоморфизмов можно выделить подкатегорию структурных морфизмов, в которых отображения f_1 и f_2 совпадают. Эта подкатегория содержит не все изоморфизмы исходной категории, а потому изоморфизмы подкатегории определяют более тонкую эквивалентность на классе объектов.

Теперь определим понятие подобъекта. Поскольку подмодель определялась как класс изоморфных моделей вместе с инъективными гомоморфизмами, подобъект естественно определить, как класс изоморфных объектов вместе с мономорфизмами. Однако не всякий мономорфизм можно считать вложением подобъекта в объект. Это было показано на примерах «тканевых» морфизмов и бигомоморфизмов. В этих случаях подмодели естественно строить с помощью структурных инъективных морфизмов, а не произвольных инъективных морфизмов. Поэтому среди всех мономорфизмов надо выделить подкласс допустимых мономорфизмов, которые естественно считать вложениями подобъектов в объекты. Класс выбирается до некоторой степени произвольно, в зависимости от цели исследования. Например, если нас интересует форма геометрических тел, то в качестве допустимых мономорфизмов следует взять инъективные отображения, сохраняющие метрику, т. е. расстояния между точками. Если к тому же мы хотим различать право-левую изометрию, то необходимо исключить из подкласса допустимых мономорфизмов зеркальные отражения. Если же мы хотим различать объекты с точностью до топологической структуры, т. е. нас интересует наличие дырок, их размерность, размерность различных частей геометрического тела и т. д., то в качестве допустимых мономорфизмов следует взять инъективные непрерывные отображения.

Для определения на классе подобъектов отношения порядка необходимо, чтобы класс допустимых мономорфизмов $\mathscr{M}$ 1) был подкатегорией исходной категории $\mathbf{C}$, т. е. если $u:A\to B$, $v:B\to C$, то $(u\in\mathscr{M})\ \&\ (v\in\mathscr{M})\Rightarrow(uv\in\mathscr{M})$, 2) содержал все единичные морфизмы категории $\mathbf{C}$. Очевидно, что во всех приведенных выше примерах класс допустимых мономорфизмов удовлетворял этим требованиям.

Зафиксируем объект A и рассмотрим класс всех пар (B, u), где $u:B\to A$, $u\in\mathscr{M}$. Пары (B, u) и (B', u') эквивалентны, если существует допустимый изоморфизм $v:B\to B'$ такой, что $u=vu'$. Класс эквивалентности называется подобъектом и обозначается $[B, u]$, где (B, u) — представитель класса. Определим отношение порядка на подобъектах: $[B, u] \leqslant [B', u']$, если существует допустимый мономорфизм $v: B \to B'$ такой, что $u = vu'$. Порядок не зависит от выбора представителей подобъектов. Транзитивность и рефлексивность отношения «$\leqslant$» следует из того, что $\mathscr{M}$ — подкатегория, содержащая все единичные морфизмы.

Докажем антисимметричность: если $[B, u] \leqslant [B', u']$ и $[B', u'] \leqslant [B, u]$, то существуют допустимые мономорфизмы $v: B \to B'$ и $v': B' \to B$, причем $u = vu'$, $u' = v'u$. Тогда $u = vv'u$ и $u' = v'vu'$. Поскольку u и u' — мономорфизмы, $vv' = 1_B$, а $v'v = 1_{B'}$. Следовательно, v — допустимый изоморфизм и $[B, u] = [B', u']$.

Наименьшим образом морфизма $u: A \to B$ называется наименьший подобъект $[B', \beta]$ объекта B, для которого существует морфизм $u': A \to B'$, причем $u = u'\beta$, т. е. для любых других морфизмов $u'': A \to B''$ и $\beta': B'' \to B$ таких, что $u = u''\beta'$ и $\beta' \in \mathscr{M}$ существует морфизм $\beta'': B' \to B''$, причем $\beta = \beta''\beta'$, $\beta'' \in \mathscr{M}$.

Это определение наименьшего образа обобщает все примеры, приведенные в начале главы.

Пару $< C, \mathscr{M} >$, где $\mathscr{M}$ — подкатегория допустимых мономорфизмов категории **C**, будем называть *категорией с наименьшими образами*, если каждый морфизм из **C** имеет наименьший образ. Сопоставим каждый объект A с упорядоченным классом его подобъектов $F(A)$. Тогда каждому морфизму $u: A \to B$ можно сопоставить отображение $F(u): F(A) \to F(B)$, причем $F(u)[A', \alpha] = [B', \beta]$, если $[B', \beta]$ — наименьший образ морфизма αu. Покажем, что отображение $F(u)$ монотонно относительно порядка в классах $F(A)$ и $F(B)$. Пусть $[A'', \alpha'] \leqslant [A', \alpha]$ (рис. 3.19). Это значит, что существует морфизм $\alpha'': A'' \to A'$, $\alpha'' \in \mathscr{M}$, причем $\alpha' = \alpha''\alpha$. Пусть $F(u)[A'', \alpha'] = [B'', \beta']$. Это значит, что $[B'', \beta']$ — наименьший образ морфизма $\alpha' u = \alpha''\alpha u$. Следовательно, существует морфизм u'' такой, что $u''\beta' = \alpha''\alpha u$. Поскольку $[B', \beta]$ — наименьший образ морфизма αu, существует морфизм u' такой, что $u'\beta = \alpha u$. Тогда $u''\beta' = (\alpha'' u')\beta$. При этом должен существовать морфизм $\beta'': B'' \to B'$, $\beta'' \in \mathscr{M}$, $\beta' = \beta''\beta$, так как $[B'', \beta']$ — наименьший образ. Следовательно, $[B'', \beta'] \leqslant [B', \beta]$.

$$
\begin{tikzcd}
A \arrow[rrr, "u"] & & & B \\
& A' \arrow[ul, "\alpha"'] \arrow[r, "u'"] & B' \arrow[ur, "\beta"'] & \\
A'' \arrow[uu, "\alpha'"] \arrow[ur, "\alpha''"] \arrow[rrr, "u''"'] & & & B'' \arrow[uu, "\beta'"'] \arrow[ul, "\beta''"]
\end{tikzcd}
$$

Рис. 3.19

Морфизмы категории с наименьшими образами сопоставляют подобъекты объектов. При этом важно, чтобы выполнялось следующее свойство: если морфизм $u: A \to B$ сопоставляют подобъекту $[A, \alpha]$ объекта A подобъект $[B', \beta]$ объекта B, а морфизм v: $B \to C$ подобъекту $[B', \beta]$ подобъект $|C', \gamma|$ объекта C, то морфизм uv должен сопоставлять подобъекту $[A', \alpha]$ подобъект $[C', \gamma]$. Например, если крыло голубя гомологично передней лапе собаки, а та, в свою очередь, передней лапе крота, то крыло голубя гомологично лапе крота. Это свойство отражает транзитивность отношения гомологии.

Теорема 1. В категории с наименьшими образами $<\mathbf{C}, \mathscr{M}>$ равенство $F(uv)=F(u)F(v)$ выполняется для любых морфизмов u и v тогда и только тогда, когда существует единственная подкатегория $\mathbf{G}$ категории $\mathbf{C}$, такая что:

1) каждый морфизм $u: A\to B$ разложим в произведение $u=st$, где $s: A\to X$, $t: X\to B$, $s\in\mathbf{G}$, $t\in\mathscr{M}$;

2) из равенства $u=st$, где $t: X\to B$, $s\in\mathbf{G}$, $t\in\mathscr{M}$, следует, что $[X, t]$ — наименьший образ морфизма u.

Доказательство.

Необходимость. Определим класс $\mathbf{G}$ морфизмов: $u: A\to B\in\mathbf{G}$ тогда и только тогда, когда его наименьший образ — $[B, 1_B]$. Очевидно, что $\mathbf{G}=\varnothing$, поскольку в него входит каждый единичный морфизм.

Покажем, что $\mathbf{G}$ — подкатегория: пусть $u: A\to B$, $v: B\to C$, $u\in\mathbf{G}$, $v\in\mathbf{G}$. Это означает, что $F(u)[A, 1_A]=[B, 1_B]$, $F(v)[B, 1_B]=[C, 1_C]$. Поскольку $F(uv)=F(u)F(v)$, $F(uv)[A, 1_A]=[C, 1_C]$. Следовательно, $[C, 1_C]$ — наименьший образ морфизма uv, значит, $uv\in\mathbf{G}$.

Пусть $[X, t]$ — наименьший образ морфизма $u: A\to B$ (рис. 3.20). Это значит, что существует морфизм $s: A\to X$, причем $u=st$. Покажем, что $s\in\mathbf{G}$. Пусть $[Y, w]$ — наименьший образ морфизма s, т. е. $w\in\mathscr{M}$, и существует морфизм $v: A\to Y$, причем $s=vw$. Тогда $u=st=v(wt)$. Поскольку $[X, t]$ — наименьший образ морфизма u, существует морфизм $w': X\to Y$, причем $t=w'wt$, t и w — мономорфизмы, следовательно, $w'w=1_X$, $ww'=1_Y$, т. е. w — изоморфизм. Значит, $[Y, w]=[X, 1_X]$. Пусть $u=st$, $s\in\mathbf{G}$, $t\in\mathscr{M}$, а $[Y, t']$ — наименьший образ морфизма u. При этом должен существовать мор-

$$\begin{tikzcd}
A \arrow[rr, "u"] \arrow[d, "v"'] \arrow[drr, "s"] & & B \\
Y \arrow[rr, shift left, "w"] & & X \arrow[ll, shift left, "w'"] \arrow[u, "t"']
\end{tikzcd}$$

Рис. 3.20

$$\begin{tikzcd}
A \arrow[rr, "u"] \arrow[d, "s'"'] \arrow[drr, "s"] & & B \\
Y \arrow[rr, shift left, "r"] \arrow[urr, "t'"'] & & X \arrow[ll, shift left, "r'"] \arrow[u, "t"']
\end{tikzcd}$$

Рис. 3.21

физм $s' : A \to Y$ такой, что $u = s't'$, и морфизм $r : Y \to X$ такой, что $r \in \mathscr{M}$ и $t' = rt$ (рис. 3.21). Поскольку $s \in \mathbf{G}$ $[X, 1_X]$ — наименьший образ морфизма $s = s1_X = s'r$. Следовательно, существует морфизм $r' : X \to Y$, причем $1_X = r'r$. Тогда r — изоморфизм, так как он мономорфизм. Следовательно, $[X, t] = [Y, t']$. Покажем, что подкатегория $\mathbf{G}$ единственна. Пусть существует подкатегория $\mathbf{G}'$, обладающая свойствами 1 и 2. Для любого $u \in \mathbf{G}'$ существует разложение $u = u1_B$, причем $[B, 1_B]$ — минимальный образ. Следовательно, $u \in \mathbf{G}$. Тогда $\mathbf{G}' = \mathbf{G}$, так как морфизм u взят произвольно.

Достаточность. Пусть $[A', \alpha]$ — произвольный подобъект объекта A (рис. 3.22). Разложим морфизм αu в произведение $\alpha u = u'\beta$, где $u' \in \mathbf{G}$, $\beta \in \mathscr{M}$. При этом $[\beta', \beta]$ — наименьший образ морфизма αu, т. е. $F(u)$ $[A', \alpha] = [B', \beta]$. Разложим морфизм βv в произведение $\beta v = v'\gamma$, где $v' \in \mathbf{G}$, $\gamma \in \mathscr{M}$. При этом $[c', \gamma]$ — наименьший образ морфизма βv, т. е. $F(u)\,[B', \beta] = [C'\,\gamma]$. Морфизм αuv разложим в произведение $\alpha(uv) = (u'v')\gamma$ или, $u'v' \in \mathbf{G}$, так как $\mathbf{G}$ — подкатегория, $\gamma \in \mathscr{M}$, следовательно $F(uv)\,[A', \alpha] = [C', \gamma]$. Поскольку подобъект $[A', \alpha]$ взят произвольно, $F(uv) = F(u)F(v)$.

$$\begin{tikzcd}
A \arrow[r, "u"] & B \arrow[r, "v"] & C \\
A' \arrow[u, "\alpha"] \arrow[r, "u'"] & B' \arrow[u, "\beta"] \arrow[r, "v'"] & C' \arrow[u, "\gamma"']
\end{tikzcd}$$

Рис. 3.22

Тройку $< \mathbf{C}, \mathscr{M}, \mathbf{G} >$ будем называть монокатегорией, если $\mathscr{M}$, $\mathbf{G}$ — подкатегории категории $\mathbf{C}$; $\mathscr{M}$ содержит только мономорфизмы и все единичные морфизмы; каждый морфизм $u \in \mathbf{C}$ разложим: $u = st$, где $s \in \mathbf{G}$, $t \in \mathscr{M}$, $t : X \to B$, и при этом $[X, t]$ — наименьший образ морфизма u.

Теорема 1 устанавливает взаимно-однозначное соответствие между монокатегориями и категориями с наименьшими образами, в которых выполняется равенство $F(uv) = F(u)F(v)$.

Монокатегория называется локально малой, если для каждого объекта класс его подобъектов является множеством. Тогда каждый объект A можно сопоставить с упорядоченным множеством его подобъектов $F(A)$, а каждый морфизм u: $A \to B$ — с монотонным отображением $F(u) : F(A) \to F(B)$.

3.5. ФУНКТОРЫ

Сопоставление F оказывается ни чем иным, как широко применяемой в теории категорий конструкцией — функтором. Функтор — это такое отображение одной категории в другую, при котором каждый объект первой отображается в объект второй, а морфизмы первой категории переходят в морфизмы между соответствующими объектами другой категории, причем произведение морфизмов переходит в произведение. Функтор позволяет сопоставлять объекты разных категорий. Это сопоставление отражает существенные свойства объектов, и потому с помощью функторов удается свести многие задачи об объектах одной категории к аналогичным задачам об объектах другой категории. Например, в математике строятся функторы из категории топологических пространств в категорию абелевых групп или колец. Это позволяет решать топологические задачи алгебраическими методами.

Дадим теперь формальное определение функтора.

Пусть заданы категории $\mathbf{C}$ и $\mathcal{R}$. Функтором $F:\mathbf{C}\to\mathcal{R}$ называется отображение $F:Ob\mathbf{C}\to Ob\mathcal{R}$ и отображение из класса всех морфизмов категории $\mathbf{C}$ в класс всех морфизмов категории $\mathcal{R}$. При этом выполняются следующие аксиомы:

1) если $u:A\to B$, то $F(u):F(A)\to F(B)$. Другими словами, $F(H_{\mathbf{C}}(A, B))\subseteq H_{\mathcal{R}}(F(A), F(B))$ *),

2) если $u=vw$, то $F(u)=F(v)F(w)$ *),

3) для любого объекта $A\in\mathbf{C}$ $F(1_A)=1_{F(A)}$.

Пусть $<\mathbf{C}, \mathcal{M}, \mathbf{G}>$ — локально малая монокатегория, а Ord — категория упорядоченных множеств с монотонными отображениями. Легко показать, что построенное выше сопоставление каждому объекту A категории $\mathbf{C}$ упорядоченного множества его подобъектов $F(A)$ будет функтором $F:\mathbf{C}\to Ord$. Первое требование выполняется с очевидностью, второе — согласно теореме 1. Проверим выполнение третьего требования. Пусть $[A', \alpha]$ — произвольный подобъект объекта A, а $F(1_A)[A', \alpha]=[A'', \alpha']$. Это значит, что существует морфизм $u:A'\to A''$, причем $\alpha=u\alpha'$. Морфизм α разложим $\alpha=1_{A'}\alpha$, где $\alpha\in\mathcal{M}$. Следовательно, существует морфизм $v:A''\to A'$, $v\in\mathcal{M}$, $v\alpha=\alpha'$. Тогда $vu\alpha'=\alpha'\Rightarrow vu=1_{A''}$; $uv\alpha=u\alpha'\Rightarrow$ $\Rightarrow uv\alpha=\alpha\Rightarrow uv=1_{A'}$. Следовательно, u — изоморфизм и $[A', \alpha]=$ $=[A'', \alpha']$.

В монокатегории может оказаться, что два разных морфизма одинаково гомологизируют подобъекты объектов. Такая ситуация неудобна для наших целей, поскольку морфизмы монокатегории мы хотели бы интерпретировать как гомологию подобъектов и, следовательно, должны различать морфизмы с точностью до отображения подобъектов. Поэтому нас будут интересовать лишь такие локально малые монокатегории, в которых $F(u)=F(v)\Rightarrow u=v$. Их будем называть *простыми монокатегориями*.

Приведем примеры простых монокатегорий:

1) $\mathbf{C}$ — категория моделей с гомоморфизмами, $\mathcal{M}$ — инъективные гомоморфизмы;

2) $\mathbf{C}$ — категория моделей с корреспонденциями, $\mathcal{M}$ — категория моделей с инъективными корреспонденциями;

---

*) Для простоты будем рассматривать только ковариантные функторы.

3) $\mathbf{C}$ — категория, объекты которой — метрические пространства, а морфизмы — непрерывные отображения. Морфизмы из $\mathcal{M}$ инъективны и сохраняют метрику;

4) объекты категории $\mathbf{C}$ — модели в сигнатуре $\Omega_1 \cup \Omega_2$, а морфизмы — гомоморфизмы по сигнатуре Ω_1 (тканевые морфизмы). Морфизмы из $\mathcal{M}$ — инъективные гомоморфизмы по сигнатуре $\Omega_1 \cup \Omega_2$;

5) объекты категории $\mathbf{C}$ — те же, морфизмы — бигомоморфизмы. Морфизмы из $\mathcal{M}$—инъективные структурные бигомоморфизмы;

6) $\mathbf{C}$ — категория клубных систем с перестановочными морфизмами, $\mathcal{M}$ — с инъективными гомоморфизмами.

Решим задачу реконструкции простой монокатегории, если заданы способы гомологизации подобъектов. Упорядоченное множество подобъектов для каждого объекта следует иметь заранее, иначе невозможно задать гомологию подобъектов. А для этого достаточно знать категорию $\mathcal{M}$. Действительно, подобъекты и их упорядоченность определены лишь с помощью категории $\mathcal{M}$ и не зависят от категории $\mathbf{C}$. Итак, задача сводится к тому, чтобы дополнить категорию $\mathcal{M}$ до простой монокатегории $<\mathbf{C}, \mathcal{M}, \mathbf{G}>$.

Пусть задано упорядоченное множество A. Подмножество всех его элементов, меньших либо равных a, вместе с индуцированным на этом подмножестве порядком обозначим A/a.

Теорема 2. Пусть категории $\mathbf{C}$, $\mathcal{M}$ таковы, что:

1) $\mathcal{M} \subset \mathbf{C} \subset Ord$,

2) $Ob\,\mathcal{M} = Ob\,\mathbf{C}$,

3) каждый объект A категории $\mathbf{C}$ имеет наибольший элемент a,

4) каждый морфизм $u: A \to B$ в категории $\mathcal{M}$ — инъекция, причем $u(A) = B/u(a)$, где $u(A)$ — образ упорядоченного множества A при отображении u,

5) для любого морфизма $u: A \to B$ из категории $\mathbf{C}$ существует разложение $u = \psi(u)\varphi(u)$, где $\psi(u): A \to \Phi(u) \in \mathbf{C}$ *), $\varphi(u): \Phi(u) \to B \in \mathcal{M}$, $\Phi(u) \in Ob\,\mathbf{C}$; при этом если α — наибольший элемент множества $\Phi(u)$, то $\alpha = \psi(u)(a)$,

6) если $u: A \to B$ и $v: B \to C$ — морфизмы категории $\mathbf{C}$, то $[\Phi(uv), \varphi(uv)] = [\Phi(\varphi(u)v), \varphi(\varphi(u)v)]$ **),

7) для каждой пары неравных морфизмов $u, v: A \to B \in \mathbf{C}$ существует такой подобъект $[X, h]$ объекта A, что $[\Phi(hu), \varphi(hu)] \neq \neq [\Phi(hv), \varphi(hv)]$.

Тогда: 1) существует единственная подкатегория $\mathbf{G}$ категории $\mathbf{C}$ такая, что $<\mathbf{C}, \mathcal{M}, \mathbf{G}>$ — простая монокатегория, 2) любая простая монокатегория изоморфна простой монокатегории $<\mathbf{C}, \mathcal{M}, \mathbf{G}>$, в которой $\mathbf{C}$ и $\mathcal{M}$ обладают перечисленными выше свойствами.

---

*) Сокращенная запись: $\psi(u): A \to \Phi(u)$, $\psi(u) \in \mathbf{C}$.

**) Подобъекты выделяются с помощью допустимых мономорфизмов из $\mathcal{M}$.

Доказательство.

1. Из свойств 4 и 5 вытекает, что наименьшим образом любого морфизма $u \in \mathbf{C}$ будет $[\Phi(u), \varphi(u)]$. Следовательно, пара $<\mathbf{C}, \mathscr{M}>$ — категория с наименьшими образами. Пусть $u: A \to B$ и $v: B \to C$ — морфизмы категории $\mathbf{C}$, а $[X, t]$ — произвольный подобъект объекта A. Тогда, используя свойство 6), получим $F(u)F(v)[X, t] = F(v)[\Phi(tu), \varphi(tu)] = [\Phi(\varphi(tu)v), \varphi(\varphi(tu)v)] = [\Phi(tuv), \varphi(tuv)] = F(uv)[X, t]$. Следовательно, $F(u)F(v) = F(uv)$. По теореме 1 существует единственная подкатегория $\mathbf{G}$ категории $\mathbf{C}$, такая, что $<\mathbf{C}, \mathscr{M}, \mathbf{G}>$ — монокатегория. Из условия 7) следует, что если $u \neq v$, то $F(u) \neq F(v)$, так как $F(u)[X, h] = [\Phi(hu), \varphi(hu)]$, $F(v)[X, h] = [\Phi(hv), \varphi(hv)]$. Учитывая, что монокатегория $<\mathbf{C}, \mathscr{M}, \mathbf{G}>$ локально малая, можно сделать вывод, что $<\mathbf{C}, \mathscr{M}, \mathbf{G}>$ — простая монокатегория.

2. Пусть $<\mathbf{C}' \mathscr{M}', \mathbf{G}>$ — произвольная простая монокатегория. Функтор $F: \mathbf{C}' \to Ord$ инъективно отображает как объекты, так и морфизмы категории. Поэтому F является изоморфизмом из простой монокатегории $<\mathbf{C}', \mathscr{M}', \mathbf{G}'>$ в простую монокатегорию $<\mathbf{C}, \mathscr{M}, \mathbf{G}>$, где $\mathbf{C} = F(\mathbf{C}')$, $\mathscr{M} = F(\mathscr{M}')$, $\mathbf{G} = F(\mathbf{G}')$. Остается проверить, обладают ли категории $\mathbf{C}$ и $\mathscr{M}$ свойствами 1—7. Первые два из них выполняются с очевидностью.

Свойство 3. Для каждого объекта A категории $\mathbf{C}'$ множество $F(A)$ имеет наибольший элемент $[A, 1_A]$.

Свойство 4. Пусть $u: A \to B \in \mathscr{M}'$, а $[C, h]$ и $[C', h']$ — произвольные подобъекты объекта A. $F(u)[C, h] = [C, hu]$, $F(u)[C', h'] = [C', h'u]$. Если $[C, hu] = [C', h'u]$, то существует допустимый изоморфизм $s: C \to C'$ такой, что $hu = sh'u$. Поскольку u — мономорфизм, $h = sh'$ и, следовательно, $[C, h] = [C', h']$. Это означает, что $F(u)$ — инъекция. Пусть $F(u)[A, 1_A] = [A, u]$, а $[Y, t] \in F(B)/[A, u]$. Тогда $[Y, t] \leqslant [A, u]$, т. е. существует разложение $t = vu$, где $v: Y \to A \in \mathscr{M}'$. При этом $F(u)[Y, v] = [Y, t]$. Следовательно, каждый элемент множества $F(B)/[A, u]$ является образом некоторого элемента множества $F(A)$.

Свойство 5. Произвольный морфизм $u: A \to B \in \mathbf{C}'$ можно разложить: $u = st$, где $s: A \to C \in \mathbf{G}'$, $t: C \to B \in \mathscr{M}'$. Положим $\Phi(F(u)) = F(C)$, $\psi(F(u)) = F(s)$, $\varphi(F(u)) = F(t)$. При этом, очевидно, $F(u) = \psi(F(u))\varphi(F(u))$. Кроме того, $F(s)[A, 1_A] = [C, 1_C]$, так как $s \in G'$ (теорема 1).

Свойство 6. Для любых морфизмов $u: A \to B$ и $v: B \to C$ категории $\mathbf{C}$ выполняется равенство $F(uv) = F(u)F(v)$. В частности, $F(uv)[A, 1_A] = F(u)F(v)[A, 1_A]$. Тогда $F(uv)[A, 1_A] = [\Phi(uv), \varphi(uv)]$, $F(u)F(v)[A, 1_A] = F(v)[\Phi(u), \varphi(u)] = [\Phi(\varphi(u)v), \varphi(\varphi(u)v)]$.

Окончательно $[\Phi(\varphi(u)v), \varphi(\varphi(u)v)] = [\Phi(uv), \varphi(uv)]$.

Свойство 7. Пусть $u: A \to B$ и $v: A \to B$ — неравные морфизмы в категории $\mathbf{C}$. Поскольку монокатегория $<\mathbf{C}, \mathscr{M}, \mathbf{G}>$ простая, $F(u) \neq F(v)$, т. е. существует подобъект $[X, h]$ объекта A такой, что $F(u)\ [X, h] \neq F(v)\ [X, h]$.

$F(u)\ [X, h] = [\Phi(hu), \varphi(hu)], \quad F(v)\ [X, h] = [\Phi(hv), \varphi(hv)]$. Окончательно $[\Phi(hu), \varphi(hu)] \neq [\Phi(hv), \varphi(hv)]$.

Эта теорема решает проблему дополнения категории допустимых мономорфизмов $\mathscr{M}$ до простой монокатегории $<\mathbf{C}, \mathscr{M}, \mathbf{G}>$, поскольку простая монокатегория $<\mathbf{C}, \mathscr{M}, \mathbf{G}>$ изоморфна тройке $<\mathbf{C}', F(\mathscr{M}), \mathbf{G}'>$, где категория $\mathbf{C}'$ удовлетворяет свойствам 1, 2, 5—7, а $\mathbf{G}'$ определяется однозначно по теореме 1.

Итак, простая монокатегория равносильна категории отображений подобъектов, обладающей свойствами 1—7 из условия теоремы 2. Это позволяет надеяться, что простые монокатегории будут хорошим математическим аппаратом теоретической систематики, поскольку именно там изучаются способы сравнения объектов, установление гомологии подобъектов.

Глава 4

ПОНЯТИЕ СИСТЕМЫ

4.1. ВНУТРЕННИЕ И ВНЕШНИЕ СИСТЕМЫ

С точки зрения гносеологии теорию систем можно рассматривать как логическое средство описания реальных объектов в их многоаспектности и противоречивости. Системный подход преодолевает ограничения теоретико-множественного подхода за счет отказа от отождествления реального объекта с множеством его элементов. Интерпретируя реальный объект как систему, исследователь выделяет в ней части (компоненты), образующие то или иное представление системы. Эту идею системного подхода удается эксплицировать в форме математического аппарата, дающего язык для описания систем [72]. Но сначала остановимся на самом понятии системы.

Выразительная сила обычного человеческого языка столь велика, что позволяет прояснить смысл весьма глубоких понятий, установив их смысловые связи в языковой системе. (Авторы не дрогнули, написав здесь слово «система». Мы ведь не стремимся дать определение, и порочный круг здесь не страшен. Наоборот, употребив имя понятия, о котором только начинает идти речь, мы как бы декларируем свою трактовку этого понятия.)

Часть смысловых связей к слову «система» легко обнаруживается в ряде естественных противопоставлений:

система — беспорядочное образование,
системность — аморфность,
система — случайная совокупность,
системность — случайность,
система — множество из элементов, не связанных в целое.

Наоборот, в синонимический ряд хорошо укладываются понятия:

системность, целостность, тотальность, организованность, закономерность и т. п.

Мы не будем следовать часто применяемым в литературе способам определять систему через структуру или через наличие четких и простых законов описания. В них плохо то, что структура (или закон) должна наличествовать в чем-то, что, собственно, и есть система. Эта трудность часто преодолевается за счет того, что рассматриваются закон или структура на некотором множестве. Тогда система оказывается ничем иным, как хорошо организованным множеством. Именно последней редукции нам хотелось бы избежать. Хотя при этом теряется иллюзия, что понятие системы введено через определение. Редуцированные «определения» системы фактически сводятся к тому, что под системой в конечном счете понимается модель (множество с отношениями, как это определялось в гл. 2) или класс изоморфных моделей, т. е. структура.

Нам представляется более отвечающим сути дела *понимание системы как целостности, определяемой некоторой организующей общностью этого целого.* Такая трактовка системы (системности объекта), хотя и не является формальным определением, приводит сразу к двум важным вопросам. Каковы способы проявления организующей общности, делающие объект системным? Каковы те свойства объекта, которые связаны с его целостностью? По сути дела только возможность ответить на эти вопросы и создает понятие системы.

В таком понятии системы заключена антиномичность. Организующая общность принципиально невыразима ни в каком конкретном представлении системы как множества компонент и тем не менее выражается только в этих представлениях. Разрешение этой антиномичности и есть развертывание понятия системы.

Интуиция, основанная на повседневном опыте, подсказывает нам, что есть два основных пути проявления целостной общности в объекте: внутренний и внешний (для смысловой ассоциации можно было их назвать организменным и классификационным).

Внутренний путь состоит в том, что *исходная целостность мыслится как нерасчлененная, а присущая ей организация позволяет выделять в ней естественные членения на компоненты, которые сами могут рассматриваться как подсистемы.* Эти компоненты могут находиться в достаточно сложных причинных и целевых отнош ниях, образуя тем самым пространственно-временнóе единство. Так, конкретный живой организм можно представить как множество органов или тканей, или функциональных подсистем, или каких-то иных компонент — морфологических или физиологических. Каждое представление этой системы дается ее членением на компоненты. Поскольку между компонентами, образующими членение системы, выполнены некоторые отношения, то мы приходим к выводу, что представление системы есть модель.

Итак, *система сама по себе не модель и даже не множество, но может быть представлена как модель*. Базовым множеством этой модели является множество компонентов, возникающих в данном членении. Это множество не строится из заранее заданных элементов, а, наоборот, элементы его (компоненты системы) формируются в процессе описания (исследования) системы. Зато после того, как эти элементы выделены, их полный состав четко определяется системой. Каждое членение системы образует закрытую совокупность, а не открытый класс. Ясно, что система может иметь много представлений: может быть представлена многими способами.

Системы, в которых целостность проявляется внутренним путем, мы будем называть внутренними системами.

Теперь рассмотрим, каков внешний путь проявления целостности, определяющий внешние системы. В этом случае *целостность системы мыслится* не как возможность естественного членения на компоненты, но *как возможность естественного объединения в классы заранее имеющихся объектов. Общность этих объектов состоит в наличии у них единой природы, позволяющей естественным образом сопоставлять между собой эти объекты и образовывать из них естественные классы*. Типичным примером здесь служит классификационная система (см. гл. 5), где системность проявляется в самой возможности естественной группировки классифицируемых объектов.

Эти объекты могут не обладать ни пространственной, ни временной общностью, ни даже генетической связью (общностью происхождения). Важна лишь общность природы, образующая внешнюю систему объектов. С другой стороны, эти объекты, вообще говоря, не образуют хорошего множества (как членение внутренней системы), но составляют классы с достаточно размытыми границами. Вполне правомерен вопрос о том, стоит ли внешние системы причислять к системам? В связи с этим полезно упомянуть два соображения.

Во-первых, существуют системы промежуточного типа. Скажем, солнечная система имеет черты и внешней, и внутренней системы, она состоит из объектов общей природы — небесных тел, образующих открытый класс, но здесь уместно говорить и о различных членениях некоей физической целостности. Во-вторых, классам внешней системы соответствуют понятия, которые сами по себе образуют внутреннюю систему. Тем самым внешней системе соответствует внутренняя система в мире идей. Первое соображение является аргументом в пользу рассмотрения обоих типов систем, а второе можно использовать и как аргумент, и как контраргумент.

Наконец, остановимся на том, какие свойства системы носят специфически целостный характер, а не являются простым накоплением свойств частей.

К этому классу свойств следует отнести прежде всего симметрию в самом широком понимании этого термина (см. работы [59, 60]). В частности, А. А. Любищев [28] выдвинул идею рассмотрения симметрий для форм, не заполняющих целиком пространства. Целостным свойством системы является наличие в ней ритма. В. В. Налимов высказал важную идею о том, что изучение ритмов, присущих системе, может дать о ней более глубокую и важную информацию, чем методы математического моделирования. При этом изучение ритма требует разработки специальной концептуальной базы. Система может характеризоваться своим стилем. Известны попытки определить понятие стиля для экологических систем. Мы не взялись бы давать здесь какое бы то ни было общее определение стиля, но семантика этого слова достаточно ассоциативна, чтобы представить себе целостный характер данного понятия.

И, наконец, свойство гармонии системы, безусловно, является целостным, хотя сегодня вряд ли все согласятся с тем, что эстетические категории правомерны в рамках научного описания систем.

Наличие уже перечисленных четырех целостных категорий показывает правомерность особого методологического подхода к изучению целостных образований — систем в развитом выше способе понимания этого термина. Далее мы в рамках этого параграфа сосредоточим свое внимание на внутренних системах.

Поскольку основная черта системы — целостность, то, естественно, встает вопрос, как целостную систему можно представить в виде множества элементов с отношениями: модели в том смысле, как об этом говорится в гл. 2. Для этого понадобится процедура расчленения системы на элементы и интерпретации структуры системы на языке отношений между полученными элементами. Готовых «элементов» в системе может не оказаться. Поэтому представление системы в виде модели требует от исследователя творческого подхода. Вероятно, нельзя надеяться построить общий алгоритм, определяющий, как следует расчленять систему. Из этого следует в первую очередь неоднозначность представлений системы. Разные исследователи видят одну и ту же систему по-разному, с разных точек зрения. Например, такой объект, как лошадь, представляется совершенно по-разному в сознании жокея, ветеринара, биолога — специалиста по систематике, художника и повара. Тем не менее лошадь как целостная система вмещает в себя все эти представления. Более того, никакая естественная система не исчерпывается конечным набором своих представлений. В этом можно видеть один из критериев целостности системы. Таким образом, будем различать систему как органическое целое и как ее представления, позволяющие схематизировать и эксплицировать на математическом языке свойства этого целого.

Такое понимание системы позволяет отказаться от отождествления ее с каким-то множеством. Множества появляются только на уровне представлений системы, связанных с тем или иным возможным членением. Разные представления системы взаимно дополняют друг друга. В науке очень часто возникают конфликты, в основе которых лежит столкновение нескольких представлений той или иной системы. Достаточно вспомнить противопоставление квантовых и волновых представлений о природе света, конфликт теории естественного отбора и различных течений номогенеза, борьбу преформизма и эпигенеза в эмбриологии и т. п. Для этих конфликтов характерно то, что поставленные вопросы принципиально не могут быть решены ни в рамках одной, ни в рамках другой концепции. Подобные споры возникают из-за априорной уверенности, что различные представления системы несовместимы, т. е. негласно постулируется наличие лишь одного представления системы. История показывает, что такие конфликты заканчиваются синтезом на новом теоретическом уровне, который включает как частные случаи ранее противопоставлявшиеся точки зрения.

Рассматривая некоторое представление системы, мы придаем элементам этого представления статус элементов базового множества, свойства которых проявляются только в отношениях, связывающих эти точки. В действительности элементы представления системы сами обычно суть подсистемы, т. е. обладают практически неограниченным классом представлений и соответственно присущих им свойств. Именно эти подсистемы, участвующие в допустимых представлениях данной системы, суть то, чему стоит приписать название подсистем низшего или предшествующего уровня. Саму систему можно считать по отношению к этим подсистемам системой последующего или старшего уровня. При этом очевидно, что уровни при такой трактовке не могут быть перенумерованы натуральными числами. Во-первых, данная система может иметь разные представления и соответственно разные спектры подсистем предшествующего уровня. Во-вторых, последовательные переходы ко все более нижним уровням могут никогда не привести к минимальным подсистемам, т. е. самого низшего уровня может вообще не оказаться. В-третьих, на одном из низших уровней можно натолкнуться на подсистемы, изоморфные системам гораздо высших уровней (например, фридмоны — микрочастицы, содержащие Вселенную [33], или цитоэтология [3], изучающая сложнейшее поведение клеток и даже субклеточных структур).

Для описания системы мы выбираем такие представления, которые можно себе отчетливо вообразить, а не только назвать. Так, если мы будем представлять организм как множество атомов или молекул, то описать разумным кодом эту структуру невозможно. Такое представление осмысленно только для изучения термодинамических (статистических) свойств организма, а не его системной организации.

4.2. ПРЕДСТАВЛЕНИЯ И ЧЛЕНЕНИЯ СИСТЕМЫ

Итак, каждое представление системы — это некоторая модель. Разные представления (модели) связаны морфизмами, которые можно точно определить, используя понятие каркаса [71, 72].

Важно различать систему как органическое целое и ее представления, позволяющие схематизировать и эксплицировать на математическом языке свойства этого целого. Далее мы рассмотрим, как язык моделей позволяет говорить о представлениях внутренних систем. Для описания представления удобно ввести понятие каркаса. Каркасом мы условились называть четверку

$K = \langle M, \{r_i\}, \{P_j\}, \{A_k\} \rangle$,

где M — базовое множество; $\{r_i\}$ — множество отношений на M; $\{P_j\}$ — множество имен отношений с указанной местностью; $\{A_k\}$ — совокупность аксиом, в которых участвуют как символы отношений R_i, так и имена отношений p_j. Ясно, что $\langle M, \{r_i\} \rangle$ — это модель, которую мы будем называть базовой моделью каркаса.

Базовое множество M состоит из компонентов, на которые членится система, а R_i — постоянные, т. е. не зависящие от конкретного состояния системы, отношения на базовом множестве. Например, базовое множество может состоять из ячеек памяти вычислительной машины, а отношения r_i определять конструктивные связи между ними.

Базовую модель каркаса уместно назвать членением системы, а сам каркас — представлением. Имена отношений P_j обозначают возможные отношения на базовом множестве M, удовлетворяющие аксиомам A_k. Выбор вместо каждого p_j одного из возможных отношений p_j задает некоторую модель $\langle M, \{R_j\} \cup \{P_j\} \rangle$, которая определяет состояние каркаса K, представляющее состояние системы. Например, одноместные отношения (предикаты) могут определять содержимое ячеек памяти, а аксиомы задают соотношения между этим содержимым, задаваемые конструкцией машины (некоторые авторы определяют систему как частный случай каркаса, а состояние системы — как его состояние). По сути дела каркас — промежуточное образование между моделью и теорией.

Можно сказать, что каркас — это недовоплощенная теория: уже задано множество, где она будет воплощена, и часть отношений на этом множестве. Столь же допустимо сказать, что каркас — это модель, где часть отношений еще не зафиксирована, но заданы аксиомы, ограничивающие мыслимое многообразие реализаций этих отношений. Теперь можно определить класс каркасов, задающих представление некоторой системы Σ. Для этого нужно указать только способ, которым связываются различные представления и их состояния. Ниже приведено определение морфизмов моделей, являющихся состояниями каркасов.

Системой Σ будем называть класс каркасов, между состояниями которых определены морфизмы. В этом определении содержится типичная для математики редукция сущностей — утеряно собственно понятие системы как особой сущности, определяющей класс допустимых представлений — каркасов. Объект отождествляется со способом его представления. Такой ценой в математике покупается сама возможность вводить точные определения. Но на уровне философского анализа мы обязаны различать собственно систему как некую целостность и класс ее представлений — каркасов. Никакое математическое определение типа «X есть Y, обладающий какими-то свойствами», не может создать понятия о новой сущности. (Математикам известны почти непреодолимые трудности с введением понятия функции.) Однако если не стеснять себя математической традицией и допустить некоторое нарушение правил грамматики, то понятие системы можно ввести так: *система — это тогда есть класс представлений целого каркасами, для состояний которых заданы попарные морфизмы.*

После того как получено само определение системы, обратимся к оставшейся непроявленной технической детали — к определению морфизма состояний каркасов. Трудность здесь состоит в том, что эти состояния могут быть весьма разнообразными моделями, а обычные определения изоморфизма и гомоморфизма имеют смысл только для моделей с одинаковой сигнатурой (для алгебраических объектов общей природы). Эту трудность удалось преодолеть (см. [72]) за счет довольно сложной логической конструкции. Кратко эта конструкция состоит в следующем.

Сначала определяется композиция каркасов $K_1=<M_1, \{r^1{}_i\}, \{P^1{}_j\}, \{A^1{}_k\}>$, $K_2=<M_2, \{r^2{}_i\}, \{P^2{}_j\}, \{A^2{}_k\}>$. Этой композицией называется каркас $K=<M, \{r_i\}, \{P_j\}, \{A_k\}>$, у которого $M=M_1 \cup M_2$, $\{r_i\}=\{r^1{}_i\} \cup \{r^2{}_i\}$, $\{P_j\}=\{P^1{}_j\} \cup \{P^2{}_j\} \cup \{\Phi\}$ (Φ — имя двуместного отношения) и $\{A_k\}=\{A^1{}_k\} \cup \{A^2{}_k\} \cup \{A^3{}_k\}$, где $\{A^3{}_k\}$ — множество аксиом, определяющих тип композиции.

Тогда морфизмом состояний S_1 и S_2 каркасов K_1 и K_2 называется такое состояние композиции этих каркасов, при котором имя отношения Φ интерпретируется как соответствие между базовыми множествами M_1 и M_2. Понятие морфизма специально исследовалось в гл. 3.

Подчеркнем, что морфизмы принципиально определяются не для моделей, а для моделей как состояний каркасов, т. е. в определенном концептуальном контексте. Изложенные понятия составляют необходимый категориальный аппарат описания внутренних (организменно подобных) систем. Наличие морфизмов между разными представлениями системы позволяет рассматривать эти представления как категорию. С другой стороны, если рассматривать категорию, объекты которой суть системы, то мы будем вынуждены учесть следующее соображение.

Сравнение систем, т. е. гомологизация их подсистем, возможно лишь после того, как определен аспект сравнения или, другими словами, фиксировано определенное представление всех систем. Поэтому любая категория, объектами которой являются системы, отражает лишь одно из их представлений. Чтобы учесть все представления, надо, очевидно, ввести целый класс категорий на одних и тех же объектах.

Разные членения одной и той же системы взаимосвязаны. Поэтому между категориями, отражающими разные представления систем, должны существовать функторы, переводящие каждый объект в самого себя. Пусть, например, категория $\mathbf{C}_1$ богаче категории $\mathbf{C}$, т. е. по свойствам системы в категории $\mathbf{C}_1$ можно судить о ее свойствах в категории $\mathbf{C}_2$. Тогда существует функтор $F : \mathbf{C}_1 \to \mathbf{C}_2$. Проиллюстрируем это одним математическим примером. Пусть заданы категории $\mathbf{C}_1$ и $\mathbf{C}_2$ на одном и том же классе объектов. Тогда можно определить категорию $\mathbf{G}$, называемую H-произведением категорий $\mathbf{C}_1$ и $\mathbf{C}_2$ (обозначается $\mathbf{G} = \Pi H(\mathbf{C}_1, \mathbf{C}_2)$), следующим образом:

1) $Ob\ \mathbf{G} = Ob\ \mathbf{C}_1 = Ob\ \mathbf{C}_2$,

2) $H_{\mathbf{G}}(A, B) = H_{\mathbf{C}_1}(A, B) \times H_{\mathbf{C}_2}(A, B)$,

3) $(u_1, u_2)(v_1, v_2) = (u_1 v_1, u_2 v_2)$,

где $u_1, v_1 \in \mathbf{C}_1$; $u_2, v_2 \in \mathbf{C}_2$.

Если категории $\mathbf{C}_1$ и $\mathbf{C}_2$ определенными способами сравнивают объекты, то категория $\mathbf{G}$ сравнивает объекты одновременно двумя способами. Категория $\mathbf{G}$ богаче как категории $\mathbf{C}_1$, так и $\mathbf{C}_2$. Существуют функторы — проекции $F_1 : \mathbf{G} \to \mathbf{C}_1$ и $F_2 : \mathbf{G} \to \mathbf{C}_2$, сопоставляющие паре морфизмов (u_1, u_2) первый ее элемент или соответственно второй. Например, если $\mathbf{C}_1$ — категория морфизмов «ткани», а $\mathbf{C}_2$ — категория морфизмов «рисунка», то $\mathbf{G}$ — категория бигомоморфизмов. Возьмем другой пример: пусть $\mathbf{C}_1$ — категория, объектами которой являются клубные системы, а морфизмами — гомоморфизмы соответствующих моделей (клубной системе $\ll M, \alpha >, \varphi >$ соответствует модель $< M, \alpha >$). Морфизмы категории $\mathbf{C}_2$ из

$\ll M, \alpha>, \varphi>$ в $\ll M', \alpha'>, \varphi'>$ — это пары $< M'_{инд}, g>$, где $M'_{инд} \subset M'_{н}$, а g — отображение из $M'_{инд}$ в $M_{н}$. Композиция морфизмов определяется следующим образом: если $(M'_{инд}, g): \ll M, \alpha>, \varphi> \to \ll M', \alpha'>, \varphi'>$, а $(M''_{инд}, g'): \ll M', \alpha'>, \varphi'> \to \ll M'', \alpha''>, \varphi''>$, то $(M'_{инд}, g)\ (M''_{инд}, g') = (N, u)$, где N — прообраз множества M' при отображении g', а $u = g'g$. Тогда $\mathbf{G}$ — категория перестановочных морфизмов.

Пусть задан класс C всех категорий на определенном классе объектов и заданы функторы между этими категориями. Если существуют функторы $F: \mathbf{C}_1 \to \mathbf{C}_2$ и $G: \mathbf{C}_2 \to \mathbf{C}_3$, то существует композиция этих функторов $FG: \mathbf{C}_1 \to \mathbf{C}_3$. Класс категорий вместе с функторами образует так называемую большую категорию (в больших категориях в отличие от обычных совокупность морфизмов $H(A, B)$ не множество, а класс). Такие категории — один из возможных способов описания систем во всем многообразии их представлений.

Глава 5

КЛАССИФИКАЦИОННЫЕ СИСТЕМЫ

5.1. ЕСТЕСТВЕННЫЙ КЛАСС И ЕСТЕСТВЕННАЯ СИСТЕМА

Классифицирование изучаемых объектов — вполне традиционный метод познания, при котором результатом считается представление знаний в виде некоторой классификационной схемы. В ней изучаемые объекты группируются в классы (классификационные таксоны) с помощью целесообразно выбранных признаков — оснований классификации.

Принципиальная гносеологическая проблема состоит в том, является ли классификация результатом упорядочения природного «хаоса» или она есть отражение системности, существующей в самих природных объектах. Этот вопрос со всей серьезностью был сформулирован А. А. Любищевым, который в работе [29] высказал убежденность в системной природе естественных объектов. Мы будем далее развивать методологию классификации, исходя из предположения, что основная задача последней есть отражение и выражение логическими средствами природной гармонии. Классификацию будем рассматривать как знание об объективно существующей внешней системе — в том смысле, как это понятие было сформулировано в гл. 4.

Внешние системы формируются не из «органов», функционирующих в рамках целостности, а из подобных друг другу представителей целостной общности. Части (органы) внутренней системы уникальны, компоненты внешней системы сходны. Проблема системности в данном случае — это проблема соотнесения наблюдаемого подобия с общей сущностью. Существует распространенное (особенно в биологии) мнение, что общая сущность открывается в общности истории, в общности происхождения. Методологическая слабость этой точки зрения состоит в том, что, во-первых, системность далеко не всегда связана с общим происхождением (например, периодическая система химических элементов) и, во-вторых, общее происхождение может быть доказано только с опорой на предварительно установленную общность сущности. Поэтому задача установления связи между подобием объектов, отражающимся в группировках по сходству, и общей сущностью этих объектов тем более осознается как актуальная. Простейший пример установления такого методологического мостика разобран в [70]. Там показано, что любое отношение эквивалентности (т. е. группировка по классам) может быть выражено через отношение «быть эталоном». Следующий шаг в этом направлении сделан в статье [40], где понятие таксона (группировки по общности) было семиотически противопоставлено понятию признака (ср. [45]). Вообще нетривиальность самого понятия «признак» отмечалась в [48, 65, 74].

Если таксон определяет класс обозначаемых некоторым именем объектов (объем соответствующего понятия), то признак задает концепт имени (содержание понятия). Более плодотворным оказался подход, начатый С. В. Мейеном [34, 35] и продолженный в совместной работе [36]. В этом подходе классификация рассматривалась как двойственность таксономии (группировки объектов по сходству) и мерономии (членения объектов, позволяющего установить степень сходства между ними).

Таксономия формирует из объектов внешнюю систему, а мерономия рассматривает их как внутренние системы. Далее мы покажем, как на этой двойственности можно развернуть представление о классификации как общем методе фиксации знаний о группах однородных объектов, образующих некоторую целостность.

Для дальнейшего рассмотрения существенным является понятие «естественный класс объектов», образующий внешнюю систему. Примером естественного класса является класс всех слов русского языка. Оказывается, очень трудно придумать псевдорусское слово, не имеющее общих морфем с другими русскими словами. Придуманные слова легко отличаются своей «неестественностью». Казалось бы, вопрос «Является ли искусственное слово русским?» бессмысленный, но тем не менее его можно ставить и разумно на него отвечать.

Другой важный пример естественного класса — класс всех живых объектов. Во многих фантастических романах космонавт, прилетающий на неизвестную планету, в первую очередь решает является ли тот или иной объект живым существом. И никому из авторов не приходит в голову усомниться в осмысленности этого вопроса. Таким образом, с одной стороны, нет никакого конструктивного определения понятия «жизнь», нет рецепта, как диагносцировать жизнь, а с другой стороны, вопрос, является ли живым неизвестное существо, считается вполне осмысленным. Это свидетельствует в пользу того, что класс живых организмов является естественным. Заметим, что в примере с космонавтами никакого значения не имеет генетическая общность организмов. Вряд ли авторы научно-фантастических романов считают, что все живые существа на всех планетах имеют общее происхождение.

Естественные классы объектов описываются с помощью естественных систем классификации. Естественность класса служит онтологической предпосылкой возможности создания естественной системы классификации. Задачу создания естественной системы применительно к классу живых организмов впервые отчетливо сформулировал А. А. Любищев в [26], хотя само понятие естественной системы классификации ввел еще К. Бэр [11].

Классификация называется естественной системой, если положение каждого объекта в классификационной схеме позволяет определить его существенные свойства. Так, группировка химических элементов в таблице Менделеева позволяет по положению элемента определить его важнейшие характеристики.

В силу своего определения естественная система в принципе имеет дело не только с наличной совокупностью объектов, но и многообразием мыслимых объектов, соответствующих «местам», заранее предусмотренным в системе, но не заполненным по капризу природы или по нашей неосведомленности. Система в данном случае предусматривает все логически непротиворечивые комбинации свойств, из которых далеко не все реализуются в доступных нашему наблюдению объектах. С точки зрения представления о естественной классификации заслуживает внимания классификация наук, предложенная Б. М. Кедровым [20].

В процессе построения естественной системы можно выделить два важных аспекта классификации — таксономию и мерономию.

5.2. ТАКСОНОМИЯ

Для классификатора таксономия — это способ «разложить» объекты по классам, характеризующим большее или меньшее сходство классифицируемого материала. Способы группировки по таксонам он берет из знания самого предмета. Для методолога проблема состоит в том, чтобы создать понятие «таксономической структуры», указав его объем: класс мыслимых таксономических структур. Следующий шаг методолога состоит в описании общей логики построения таких структур. Первой проблеме посвящается этот параграф. Вторая, как мы увидим, решается только в сопоставлении таксономического и мерономического аспектов.

Таксоны — это части, на которые делится класс классифицируемых объектов. Для этого сначала необходимо выделить некоторый основной класс объектов. Этот класс назовем «таксономический универсум». Будем говорить, что на этом универсуме задана таксономия, если задана некоторая совокупность таксонов, т. е. некоторых подклассов этого универсума, среди которых находится весь универсум (наибольший таксон), и пересечение таксонов всегда образует таксон.

Заметим, что таксономический универсум — это класс, а не множество, так как не определено точно, что есть элемент универсума. Скажем, при классификации организмов неясно, что такое один организм. Что считать организмом у бамбука? Один стебелек или целый куст? Скорее, куст, поскольку все стебельки связаны общим корневищем. С другой стороны, потомки особи при партеногенетическом размножении являются почти точными копиями родителя. Считать ли в этом случае их разными организмами или одним организмом? При классификации документов мы тоже должны условиться, что считать одним документом — экземпляр или целое издание — весь тираж? Хороший пример аналогичной ситуации можно привести из мира животных: многие гидроидные полипы колониальны, причем у сифонофор колония обладает целостностью, большей, чем целостность отдельного организма, т. е. каждый полип превращается в орган колонии. Своеобразным примером служат лишайники, состоящие из гриба и водоросли. Организм это или нет?

При классифицировании часто бывает интересно сравнивать не отдельные индивидуумы, а образованные из них таксоны. Психология может интересоваться особенностями отдельных личностей, но биолога обычно интересуют не особи, а виды, разновидности или популяции. Вообще удобно выделить минимальные таксоны (виды) и вместо таксономического универсума рассматривать совокупность видов, которая, как правило, образует четкое множество. Это множество будем называть классификационным полем.

Итак, введя понятие «вид», классификатор «преобразует» таксономический универсум в классификационное поле — множество минимальных таксонов. При этом виды могут, вообще говоря, пересекаться, т. е. один объект может принадлежать нескольким видам, или возможно, что некоторые объекты вообще не будут принадлежать никаким видам — останутся вне классификации. Для успешного описания таксономии важно лишь то, чтобы совокупность видов была множеством. Это означает, что классификатор может отличить вид от вида; множество видов должно быть хорошо перечислимо.

Сам вид является классом, а не множеством, поскольку принадлежность произвольного объекта к данному виду далеко не всегда можно однозначно определить и не всегда границы такого объекта можно однозначно очертить [12]. Мы исходим из предположения, что можно так выбрать минимальные таксоны (виды), что они уже образуют четко определенную по объему совокупность хорошо различимых объектов — множество. В статье А. А. Шарова [66] исследуются правомерность и границы применимости этой гипотезы.

Остальные таксоны — объемлющие минимальные — можно рассматривать теперь как множества минимальных таксонов, т. е. множества видов. В таксон виды входят целиком либо не входят вовсе. Итак, *таксон — это не множество организмов (вообще классифицируемых объектов), а множество видов.* В таком понимании каждый таксон есть множество, образованное из некоторых минимальных таксонов. Отсюда видна особая роль минимальных таксонов — они суть совокупности (классы) классифицируемых объектов, а остальные таксоны суть совокупности (множества) минимальных таксонов. Впрочем можно рассматривать таксон и как объединение входящих в него минимальных таксонов и тем самым как совокупность классифицируемых объектов. Такую трактовку можно допускать как факультативную, но важно помнить, что при этом меняется принятый статус таксона. Например, обычно в биологической классификации семейство понимается как множество входящих в него видов, но допустимо считать, что семейство есть множество соответствующих особей. Можно выделить максимальный таксон, состоящий из всех видов, он же будет и наибольшим *). Подчеркнем, что множество видов и множество организмов — это не одно и то же.

Рассмотрим важнейшие отношения между таксонами. Первое — отношение включения таксонов. Если все виды таксона T_1 принадлежат таксону T_2, то будем говорить, что таксон T_1 содержится в T_2 ($T_1 \subset T_2$). Второе — это отношение пересечения: можно говорить о том, что таксоны пересекаются или не пересекаются. Эти отношения образуют на множестве таксонов некоторую структуру. Простейшая таксономическая структура — это древесная структура [70] по отношению $\subset$, где корнем дерева является максимальный таксон. В этом случае таксоны T_1 и T_2 имеют непустое пересечение, только когда один из них содержится в другом. Действительно, предположим, что $T_1 \cap T_2 \neq \varnothing$, т. е. существует минималь-

*) Максимальным элементом упорядоченного множества принято называть тот, который не имеет старшего. Наибольший — тот, кто старше всех остальных. Из аналогичного определения минимального и наименьшего элементов вытекает, что минимальный таксон обычно не является наименьшим.

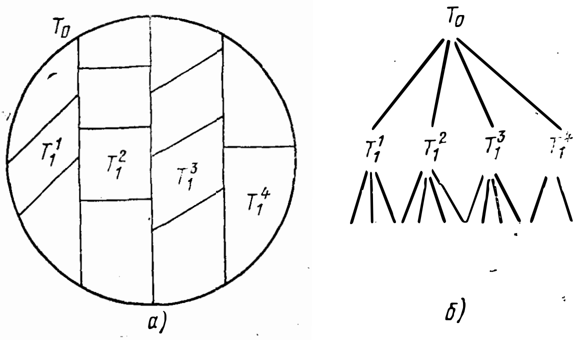

Рис. 5.1

ный таксон t, входящий в T_1 и T_2. Тогда по определению древесного порядка либо $T_1 \subset T_2$, либо $T_2 \supset T_1$.

Обозначим $\mathbf{T}$ — множество минимальных таксонов. Тогда множество всех таксонов $\mathrm{Tax}(\mathbf{T})$ входит в булеан $B(\mathbf{T})$ — множество всех подмножеств $\mathbf{T}$:

$\mathrm{Tax}(\mathbf{T}) \subset B(\mathbf{T})$.

Если при этом отношение включения на множестве $\mathrm{Tax}(\mathbf{T})$ задает древесный порядок, то таксономическую структуру будем называть иерархической. Каждый таксон в этой структуре принадлежит определенному ярусу в дереве. На рис. 5.1,*а* показано разбиение классификационного поля T_0 на таксоны первого яруса $T^1{}_1$, $T^2{}_1$, $T^3{}_1$, $T^4{}_1$, а этих таксонов — на таксоны второго яруса. Соответствующий фрагмент древесной структуры таксонов показан на рис. 5.1,*б*.

Иерархическая структура таксонов присуща системе живых организмов, организованной по Линнею.

Важным примером классификации иерархического типа служит Универсальная десятичная классификация (УДК), используемая для индексирования книг и документов. Вся наука имеет в этой системе индекс 5, ее подобласти получают индексы от 50 до 59, членение на более узкие тематические подобласти получают более длинные десятичные индексы. Допустимые индексы сводятся в таблицу УДК, используемую для практического индексирования и поиска нужной литературы. Самые длинные индексы соответствуют минимальным таксонам — самым узким тематическим областям, различаемым в этой системе. Длина индекса — это номер яруса, которому принадлежит таксон. При этом разные минимальные таксоны могут находиться на разных ярусах дерева (в отличие от биологической классификации). Фактически УДК состоит из 10 разных «деревьев», поскольку документы могут относиться не только к науке.

Таксономическая структура может и не быть иерархической. Примером такой структуры является фасетная или комбинативная таксономия. Каждый фасет (аспект) такой классификации определяет разбиение множества минимальных таксонов на непересекающиеся таксоны первого уровня. Попарные пересечения таксонов первого уровня дают таксоны второго уровня (задающиеся двумя фасетами). Тройные пересечения дают таксоны третьего уровня и т. д. до самых мелких, определяемых пересечением n таксонов первого уровня, где n — количество фасетов в данной классификации. На рис. 5.2 показано разбиение классификационного поля по двум фасетам. Первому соответствуют таксоны T^1_1—T^5_1, второму — T^6_1—T^9_1. Пересечения этих таксонов задают таксоны второго уровня.

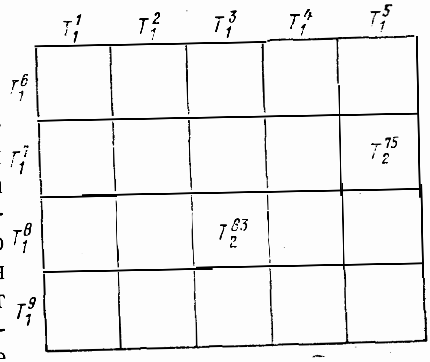

Рис. 5.2

На рис. 5.3 показана структура этих таксонов по включению. Структура не является древовидной.

Иерархические и фасетные структуры в некотором смысле устроены противоположно. Но есть много структур, не относящихся ни к тому, ни к другому типу. Например, возможны две такие иерархические структуры, что пересечения любого таксона из первой структуры с любым таксоном из второй дает новый таксон.

Возникает вопрос о возможном спектре таксономических структур, включающем иерархические и фасетные как предельные случаи. Оказывается, с точностью до изоморфизма все эти структуры описываются с помощью идемпотентных полугрупп. Сколько возможно таких полугрупп, столько возможно неизоморфных таксономических структур (см. подробнее [75]).

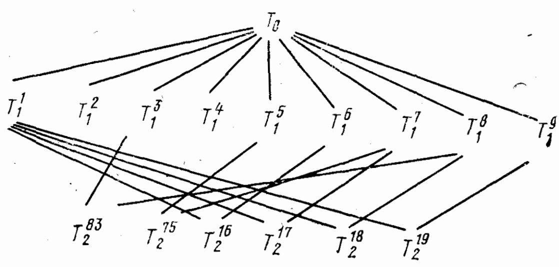

Рис. 5.3

С точки зрения таксономии объекты тем более родственны, чем в меньший общий таксон они могут попасть. Поскольку таксоны имеют уровни (заметим, что минимальные таксоны не обязательно будут одного и того же уровня), уровень наименьшего таксона, включающий оба вида, является мерой сходства этих видов. Таким образом, даже в рамках таксономии можно говорить о сходстве. Но понятие сходства возникает не на уровне таксономии, а раньше, так как таксономическое членение мы устанавливаем, исходя из ранее определенного сходства между объектами. Ведь членение на таксоны — это фиксация того факта, что объекты похожи.

Фактические расстояние между видами x и y в иерархической системе можно определить по правилу $\rho_{(x, y)}=N-n$, где N — число рангов в системе, а n — ранг наименьшего таксона, включающего одновременно виды x и y (предполагается, что ранг всех видов одинаков и равен N). Легко проверить, что $\rho_{(x, y)}$ образует метрику в пространстве минимальных таксонов:

1) $\rho_{(x, y)}\geqslant 0$,

2) $\rho_{(x, y)}=0$ тогда и только тогда, когда виды x и y совпадают,

3) аксиома треугольника: $\rho_{(x, y)}+\rho_{(y, z)}\leqslant\rho_{(x, z)}$. Если минимальные таксоны не пересекаются, то величина $\rho_{(x, y)}$ является псевдометрикой в пространстве классифицируемых объектов (организмов). При этом выполняются только 1-я и 3-я аксиомы метрики.

Стоит еще раз подчеркнуть противопоставление двух понятий: первое — таксономический универсум — совокупность классифицируемых объектов, которая обычно образует класс, в котором не должно быть точно определено, что есть тождество объектов, и может подвергаться сомнению сама принадлежность объекта к классу. Второе понятие — совокупность минимальных таксонов, т. е. таксономическое поле, образует обычно четкое множество.

Такова нормальная ситуация, но бывает и наоборот, когда таксономический универсум является четким множеством, а классификационное поле — нечеткое. На такие ситуации обратил внимание В. Ю. Милитарев. Например, пусть универсум — множество зданий, а классификационное поле — класс архитектурных стилей. Совокупность зданий образует четкое множество, а совокупность стилей является достаточно размытым классом. Не вполне понятно, что такое один и тот же стиль, нет четкого метода определения принадлежности зданий к одному или другому стилю. Другой пример — множество людей, классифицируемое по характерам. Здесь также нет четких правил определения характеров, критериев различия характеров. В известном смысле и в биологии совокупность видов столь же нечетка (если не более). Это особенно наглядно выявляется при таксономических ревизиях. Число видов при этом часто либо увеличивается в два-три раза, либо сокращается в такое же количество раз. Таким образом, появляется сомнение, что процедура выделения минимальных таксонов всегда превращает класс во множество.

Отсюда возникает проблема существования методов достаточно строгого разбиения таксономического универсума на основании существенных (природных) свойств классифицируемых объектов. Эта проблема не решается в рамках таксономии и требует привлечения другого аспекта теории классификации.

5.3. МЕРОНОМИЯ

Мы уже видели, что таксономическая стуктура позволяет устанавливать сходство элементов классификационного поля (видов). Виды тем ближе друг к другу, чем «меньше» тот общий таксон, которому они одновременно принадлежат. Для иерархической структуры эту близость можно охарактеризовать расстоянием между видами по дереву таксонов.

Вопрос состоит в том, отражает ли эта близость подлинное родство классифицируемых объектов или только произвол классифицирующего субъекта. В случае естественной системы следует предположить, что речь идет о структуре таксонов, задаваемой сущностью классифицируемых объектов. Это можно выяснить, обратившись к изучению внутренней структуры классифицируемых объектов, чтобы научиться сопоставлять эти структуры «по сходству». Вычленение частей, образующих структуру объекта, есть предмет мерономии. Отсюда возникает новый аспект классификации — мерономия, существование которого впервые отметил С. В. Мейен [34, 35].

Когда классификатор занимается членением объектов на части — мероны, он тем самым описывает мерономию изучаемых объектов. Структура членения на мероны образует архетип объекта. Тогда можно говорить о том, что некоторые объекты обладают общим архетипом. В этом случае они не различаются классификатором в рамках создаваемой им классификации — они входят в один и тот же вид. Классификатор вправе сравнивать объекты по «обобщенному архетипу», отождествляя разные, но в каком-то смысле сходные архетипы. Таксон в естественной системе выделяется классификатором как класс объектов, обладающих общим (обобщенным) архетипом.

И опять задача методолога — превратить употребленные слова «мерон» и «архетип» в точные понятия. Далее будем говорить об архетипах, меронах и обобщенных архетипах более эксплицированно. Пока же ограничимся следующим замечанием. Классифицируемые объекты сами являются внутренними системами. Поэтому понятие архетипа можно связать с представлением этой системы. Таксоны формируются из объектов (внутренних систем), обладающих сходными (например, изоморфными) представлениями.

В этой формулировке уже проявляется важная двойственность между таксономией и мерономией, которая рассматривается в работах [36, 40]. Она состоит в том, что в рамках естественной системы каждому таксону должна соответствовать некоторая общая всем представителям этого таксона сущность, представленная для классификатора своим обобщенным архетипом. При этом более узким таксонам соответствует более богатое общее содержание, присущее элементам этого таксона (уже не видам, но самим классифицируемым объектам). Эту мысль удобно выразить в терминах объема и содержания понятий.

Пусть имеется таксон T, у которого есть некоторое имя, обозначающее любой объект этого таксона. Например, имя таксона «лошади» обозначает любую лошадь. Таким образом, конкретная лошадь является денотатом имени таксона. Можно сказать иначе: если с таксоном мы свяжем не только имя, но и понятие, то таксон окажется просто объемом понятия. Естественно, чем меньше таксон, тем уже объем понятия. Теперь вспомним, что у понятия есть не только объем, но и содержание. Аналогично у имени есть не только денотат, но и концепт. Что же будет концептом имени таксона и содержанием соответствующего понятия? Вспомним, что таксон мы понимали как естественное множество, как совокупность предметов одинаковой природы. Таксон состоит из всех тех и только тех объектов, которые обладают характерной для данного таксона структурой. Эту структуру естественно отождествить с архетипом. Его название дано по гетевскому понятию «архетип», обозначавшему план строения организма. Именно архетип оказывается концептом имени таксона и содержанием соответствующего понятия. Архетип — это как бы идея или план строения всех объектов таксона.

Итак, знак (имя понятия) указывает класс денотатов (обозначаемых), которые образуют таксон. Смысл (концепт) этого знака выражается архетипом этого таксона. Таксон характеризует объем соответствующего понятия, а архетип — его содержание. Эта семиотическая схема изображена на рис. 5.4, где указана, кроме того, связь знака с «темой».

Рассмотрение внешней системы в рамках таксономической структуры составляет важный метод изучения этих систем. Таксоны естественной системы задают существенный контекст для исследования классифицируемых объектов—внутренних систем (организменноподобных объектов). Гомологии представлений внутренних систем, возникающие в рамках таксономической структуры, определяют стратегию выбора этих представлений. Этот выбор

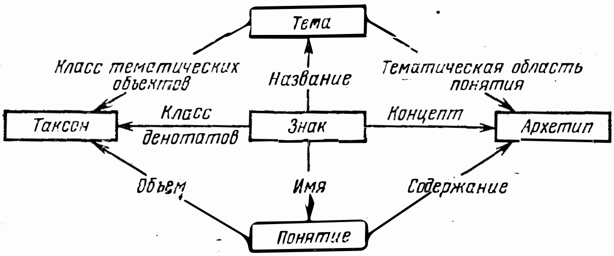

Рис. 5.4

осуществляется тем самым в рамках метода гомологий. Изучаемый объект (внутренняя система) гомологизируется с уже освоенными объектами, входящими с ним в общие таксоны. Эти освоенные объекты оказываются, таким образом, репрезентаторами («представляющими объектами»), через которые познаются новые объекты таксона. Оказывается, что изучение внутренней системы в рамках внешней позволяет обнаружить строение первых через «отражение» в гомологичных системах.

Учитывая архетипы при классификации, мы существенно выигрываем в возможностях ее применения: можем говорить о классификации не только наличных объектов, но и мыслимых объектов. Например, если определить архетип непарнокопытных, то ему будут соответствовать не только реальные лошади, носороги, но и вымышленные организмы, скажем, единорог.

Мыслимое многообразие объектов всегда «устроено» лучше, чем наличное многообразие. Это очень важный методологический принцип, играющий большую роль в научных описаниях. Обычно мыслимое многообразие более симметрично, его структуру легче описать. На многообразие реальных объектов накладываются помимо определенных закономерностей еще и случайности. Некоторые структуры не реализовались по каким-то случайным причинам. Например, когда в классификации элементарных частиц рассматривают симметрию «частица — античастица», то такая классификация приобретает красоту. Тем не менее античастицы в естественных условиях не существуют. Некоторые реальные структуры просто методически трудно обнаружить.

Аналогична ситуация с периодической системой химических элементов. Менделеев ввел в свою систему несколько мыслимых элементов, благодаря чему система оказалась симметричной, красивой. Он не побоялся оставить пустые места для еще не открытых элементов. Такие построения основаны исключительно на уверенности в естественности создаваемой классификации. Здесь действует еще один важный методологический принцип: *все, что до-*

пускается хорошей теорией, в конечном счете существует в природе.

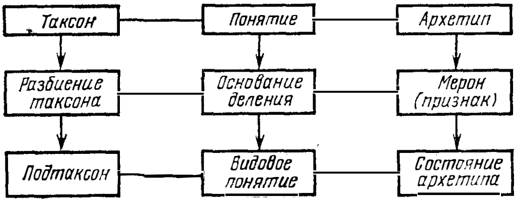

Рис. 5.5

Разберем подробнее понятие архетипа. Архетип — это некоторое множество характерных частей. Для обозначения частей архетипа С. В. Мейен предложил термин «мерон» (от греческого «мерос» — часть). Таким образом, архетип — это некоторая структура, состоящая из меронов, причем мерон относится к архитипу как часть к целому. Необходимо подчеркнуть, что мерон — это не элемент архетипа, а часть, т. е. архетип — это не агрегат из меронов, а целостная структура.

Мероны могут иметь некоторые *состояния*. Например, в архетипе травоядных есть мерон «копыто». Этот мерон имеет два состояния, или модуса, — «парное копыто» и «непарное копыто». На этом примере видно, что мерон соответствует некоторому признаку, а его состояния — конкретным значениям этого признака. Выбор состояния мерона определяет состояние архетипа, определяющее некоторый подтаксон (рис. 5.5).

Вообще говоря, архетип следует рассматривать как каркас $K = \langle M, \{r_i\}, \{P_j\}, \{A_k\} \rangle$, где M — множество меронов; r_i — отношения между меронами в архетипе, реализация P_j как конкретных отношений определяет состояния меронов архетипа в целом, а аксиомы A_k задают множества допустимых состояний. Переход к обобщенному архетипу определяется соответствующим гомоморфизмом.

При построении обобщенного архетипа классификатор волей-неволей использует структуру таксонов. Но верно и обратное: чтобы правильно выделить таксон, надо формировать его из объектов, чьи архетипы правильно соотносятся с архетипом таксона. Зафиксируем эту методологическую трудность: архетипы определяются через таксономию, а таксоны через архетипы, т. е. через мерономию. Это вынуждает перейти к рассмотрению таксономии и мерономии в их неразрывной связи.

5.4. ПРИНЦИП ДВОЙСТВЕННОСТИ

Рассмотрим далее мерономические понятия, предполагая, что таксономия уже дана. Это предположение законно, пока мы рассматриваем мерономию как понятие, а не как описание реальности, т. е. пока мы находимся в позиции методолога, а не классификатора, связанного предметным материалом.

Наличие во всех объектах таксона единого (обобщенного) архетипа сразу приводит нас к понятию «гомологии» между объектами таксона. Пусть имеется таксон T с архетипом α, x — организм таксона T. Тогда обнаружение в этом организме архетипа означает, что некоторым частям организма x поставлены в соответствие определенные мероны архетипа. Но меронам архетипа можно аналогичным способом сопоставить части любого другого организма y из таксона T. Таким образом, можно через архетип сопоставить некоторым частям организма x определенные части организма y. Например, упрощенная схема архетипа tetrapoda (четвероногих) состоит из меронов: голова, шея, передняя правая конечность, задняя левая конечность и т. д. (рис. 5.6).

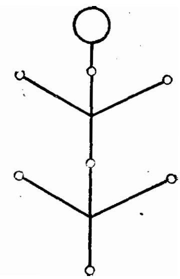

Рис. 5.6

Если мы знаем, что крыло птицы соответствует передней конечности в архетипе, а у человека передним конечностям соответствуют руки, то можно сделать вывод, что крыло птицы гомологично руке человека. Здесь используются следующие логические процедуры: умение найти в реальном объекте мероны и, наоборот, по мерону одного организма найти гомологичную ему часть другого.

Мероны можно делить на части. При этом архетип становится более подробным. Например, мерон «передняя конечность» у тетрапод делится на плечо, предплечье и кисть. При этом можно установить более подробную гомологию частей организмов: плечо крыла птицы сопоставить с плечом человека, предплечье — с предплечьем и т. д.

Таким образом, понятие гомологии возникает в связи с построением архетипа. Но можно идти другим логическим путем: принять, что архетип конструируется на основе гомологии. Можно сначала установить гомологии, т. е. построить некоторое соответствие между частями сравниваемых организмов. Затем мерон можно определить как класс гомологичных частей у всех организмов таксона. А отношения между меронами архетипа — это те отношения между частями организмов, которые сохраняются при гомологизации.

При этом предполагается, что существует такой способ членения организмов таксона на части, что можно потом установить гомологии между этими частями. Вообще говоря, членение системы на части неоднозначно. Существуют разные представления системы (в том числе организма) как множества частей. Возможно такое членение системы, что никаких гомологий внутри таксонов не будет обнаружено. На основе этих членений невозможно построить архетип. «Увидеть» архетип таксона, означает найти адекватное членение входящих в таксон объектов. В этом месте нетривиально смываются понятия внутренней и внешней системы. Первая связана с мерономией, а вторая с таксономией.

Оба пути — от архетипа к гомологии и от гомологии к архетипу — оказываются равносильными. В реальной классификации обычно используется итеративный путь построения архетипа, снимающий отмеченную выше методологическую трудность. Чтобы адекватно расчленить организм, надо иметь хотя бы примерное представление об архетипе, который усматривается непосредственно. Затем устанавливаются гомологии и архетип уточняется. На основе этого уточненного архетипа можно уже уточнить систему гомологий. Это невозможно было бы сделать без предварительного представления об архетипе.

Простейший пример: у змеи нет конечностей. Тем не менее разумно говорить, что змея — это животное с четырьмя нулевыми конечностями. Здесь надо различать две вещи: мерон в нулевом состоянии и отсутствие мерона. Например, у аскариды нет мерона конечности. Нет смысла говорить о нулевом состоянии мерона конечности у аскариды, так как этот мерон не с чем будет гомологизировать. Но у змеи другое положение в системе организмов — по всем прочим решающим признакам она находится среди четвероногих, хотя классу, в который она входит, именно она и дала название «пресмыкающиеся». Поэтому и возникает естественная структура гомологий, заставляющая в этом случае говорить о нулевых конечностях — нулевых состояниях меронов (ср. [42, с. 15]).

Теперь рассмотрим следующую формальную конструкцию: пусть имеется таксон T с архетипом $\alpha(T)$ и содержащийся в этом таксоне таксон T_1 с архетипом $\alpha(T_1)$. Отношение между архетипами $\alpha(T)$ и $\alpha(T_1)$ изображается следующей диаграммой:

$$\begin{tikzcd} T_1 \arrow[d] \arrow[r, phantom, "\subset"] & T \arrow[d] \\ \alpha(T_1) \arrow[r, "\varphi"] & \alpha(T) \end{tikzcd}$$

Действительно, эти архетипы не могут быть произвольными. Каждый объект таксона T_1 должен иметь одновременно архетип $\alpha(T)$, так как этот объект принадлежит и объемлещему таксону. Это значит, что архетип $\alpha(T_1)$ «включает» в себя архетип $\alpha(T)$. В $\alpha(T_1)$ либо есть дополнительные мероны, либо мероны из $\alpha(T)$ усложнены. Фактически это означает, что архетип $\alpha(T_1)$ гомоморфно отображается в архетип $\alpha(T)$. В $\alpha(T_1)$ могут быть дополнительные мероны, не связанные с меронами общего архетипа. Например, молочные железы млекопитающих ничему не соответствуют в общем архетипе позвоночных. Итак, коль скоро таксон T_1 включается в таксон T, то архетип $\alpha(T_1)$ гомоморфно отображается в архетип $\alpha(T)$ (см. [74]).

В гл. 3 мы уже говорили об очень полезной конструкции — категории — классе объектов и множествах отображений (морфизмов), переводящих одни объекты в другие. При этом выполняется некоторая аксиоматика. Оказывается, что множество таксонов с операцией включения можно рассматривать как категорию. Объектами категории таксонов являются сами таксоны, а морфизмами — отображения вложения таксонов. Архетипы являются объектами своей категории с гомоморфизмами в качестве морфизмов. Таким образом, имеется категория архетипов и категория таксонов, а отображение, сопоставляющее каждому таксону его архетип, является функтором (см. гл. 3). Можно сказать, что *классификация — это функтор из категории таксонов в категорию архетипов.* Разным функторам соответствуют разные классификации.

Если таксон T_1 включается в T, то объем понятия, соответствующего T_1, у́же, чем объем понятия, соответствующего T. Но при этом содержание первого понятия больше, так как ему соответствует более сложный архетип. Таким образом, чем больше объем понятия, тем меньше содержание, и наоборот. Этот принцип хорошо известен еще со времен Аристотеля, но в данном случае он оказывается одновременно принципом двойственности теории классификации.

Введение мерономии позволяет оценивать сходство объектов через архетипы, а именно, чем полнее структура архетипа вида t отображается в структуре архетипа вида t', тем эти виды ближе. Принцип двойственности обеспечивает согласованность двух методов оценки сходства — по таксономии и по мерономии.

Итак, содержание классификационной деятельности можно расчленить на таксономию и мерономию. А с чего надо начинать — с таксономии или с мерономии? В практической работе теория классификации строится итерационно. Никогда не бывает заранее готовой таксономии или мерономии. Сначала строится черновой вариант таксономии, потом по ней строится черновой вариант мерономии, затем по ней строится таксономия. Если таксономия нас не очень устраивает, то вносятся коррективы в мерономию и т. д. Например, в качестве рабочей гипотезы можно принять, что кит — это рыба. Но затем в процессе усовершенствования теории классификации мы приходим к выводу, что кит — не рыба, а млекопитающее. Этот вывод — существенное достояние науки. Другой пример: пусть мы пытаемся определить архетип млекопитающих с помощью одного признака: «выкармливать детенышей молоком». Но ведь и пчелы выкармливают личинок «молочком». Пчел мы не можем отнести к млекопитающим. Следовательно, надо корректировать гипотетический архетип млекопитающих.

Стоит подчеркнуть, что таксономия и мерономия находятся в отношении двойственности, а не дополнительности. Чем больше классификатор знает о реальной структуре таксонов, тем точнее он может определить архетип и осуществить гомологии. И, наоборот, более точное определение архетипов позволяет гораздо точнее определить таксономическую структуру. Дополнительность означала бы противоположную ситуацию, когда можно хорошо описать лишь один из аспектов классификации.

Итак, классификация — это способ не только познавать сходство объектов, но и сопоставлять это сходство с единством их природы. Если при изучении внутренних систем основные вопросы: «Из каких частей состоит целое и какова роль данной части, выражаемая через отношения с другими частями?», то при изучении внешних систем мы ждем ответов на вопросы: «Как группируются подобные объекты и чем определяется их подобие?». Но как только оказывается возможным говорить о подобных объектах, возникает еще один вопрос: «Сколько таких-то?» А за ним метавопрос: «Есть ли фундированная закономерность в том, что их столько-то?». На уровне наблюдения такие закономерности отмечались в целом ряде областей, связанных с биологическими и социальными системами: распределения городов по численности жителей, родов — по числу видов или ареалу, жителей — по доходу, видов в экосистеме — по численности или биомассе, слов — по количеству вхождений в текст, журналов — по количеству публикуемых в них статей по данной тематике и т. п.

Поразительно то, что эти закономерности имеют весьма однотипный характер. По содержанию — одна и та же количественная закономерность известна в лингвистике как закон Ципфа, в географии — как закон Зипфа (это одно и то же лицо), в биологии — как закон Уилкса, в социологии — как закон Парето, в информатике — как закон Брэдфорда и т. п. И все эти закономерности формулируются как некое свойство так называемых ранговых распределений, которое тем самым выходит за рамки значения конкретно-научного результата, но оказывается, как мы увидим далее, общесистемным принципом, имеющим определенное значение для методологии науки. Дело в том, что этот принцип дает содержательный и операциональный критерий «естественности» системы и подсказывает целесообразные пути ее описания.

Глава 6

КЛАССИФИКАЦИИ И РАНГОВЫЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

6.1. КОЛИЧЕСТВЕННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ РАЗБИЕНИЙ

Как только в рамках таксономии зафиксирован таксон t и его разбиение на таксоны $t_1, t_2, \ldots, t_k$, так сразу получает смысл вопрос о распределении этих таксонов по объему (т. е. по численности или по другой естественной для них количественной характеристике). Остановимся здесь только на такой ситуации, когда можно определить числа заполнения этих таксонов: n_1, n_2, ..., n_k, где все n_i — целые числа, не увеличивающиеся с ростом i. Индекс i называется тогда рангом таксона, а последовательность чисел заполнения — ранговым распределением.

Довольно естественными представляются попытки объяснить возникающие численные закономерности тем, что есть некий «источник» объектов, образующих таксон t, который «порождает» эти объекты с вероятностями, пропорциональными числам заполнения n_i. Иначе говоря, вероятность того, что «источник породит» объект, принадлежащий таксону t_i, пропорциональна числу n_i. В работе Ю. К. Орлова [39] впервые было замечено, что такие схемы не проходят не потому, что мы не умеем смоделировать источник, а по принципиальным соображениям. Оказывается, что теоретическая закономерность ранговых распределений хорошо выполняется только для таких таксонов t, где есть основания говорить об их целостной структуре. Так, распределение Ципфа хорошо выполняется для целостных текстов и гораздо хуже для больших конгломератов текстов. (Вероятностная модель с «источником» давала бы результаты тем лучше, чем больше выборка).

Возникает мысль о системной природе ранговых распределений. Более того, само наличие хорошей закономерности в ранговом распределении позволяет обнаружить естественность (целостность) исследуемого таксона. Так, на основе распределения рефератов по разным журналам была выяснена возможность проверить, насколько данная область науки или техники обладает присущей ей целостностью или она является случайным объединением разнородных областей.

Далее мы покажем, что известные закономерности ранговых распределений являются следствием некоего общесистемного принципа максимума диссимметрии. Этот чисто математический вывод дает некоторое основание полагать, что закономерности ранговых распределений действительно имеют системный характер. Там, где они наблюдаются эмпирически, есть смысл искать и другие проявления системности. Наоборот, в ситуации, где наличие системности очевидно для исследователя, а ранговое распределение отклоняется от теоретической (системной) закономерности, необходимо искать факторы, нарушающие эту закономерность. Так, в географии ранговое распределение «портится» на самых больших городах. Это позволило целенаправленно искать факторы перенаселения.

Стоит подробнее остановиться на важной лингвистической интерпретации нашей задачи. Пусть имеется некоторый текст T длиной в N слов. Множество мест в этом тексте можно рассматривать как таксон t, а каждое слово определяет подтаксон t_i, состоящий из тех мест текста, где стоят различные формы этого слова. Численности таксонов n_i — это частоты встречаемости соответствующих слов в тексте T. Для этих частот хорошо известна закономерность, называемая законом Ципфа и состоящая в том, что частота i-го слова n_i примерно обратно пропорциональна рангу, т. е. номеру этого слова i, если номера идут в порядке убывания частот: $n_i \approx C i^{-\gamma}$, где γ не слишком отличается от единицы. Кроме того (и это очень существенно), для целостных текстов закономерность ранговых распределений кроме указанной обратной пропорциональности частот и ранга включает условие, по которому последние значения частот равны единице [6]. Иначе говоря, в хорошем тексте самое редкое слово не может встретиться пять или десять раз, но обязательно встретится только один раз. И так будет не с одним, а с довольно большим количеством последних по рангу слов. Заметим, что в учебных текстах составители стремятся к тому, чтобы каждое слово встретилось достаточное для освоения количество раз, но добиться этого практически невозможно. Это свойство текстов тесно связано еще с одним: количество различных слов в тексте связано четкой зависимостью с количеством мест в этом тексте, т. е. число классов разбиения оказывается зависящим от численности разбиваемого множества. Далее мы увидим, как эта несколько неожиданная закономерность вытекает из общесистемных принципов.

Разумная интерпретация рангового распределения получается, если мы учитываем соотношение таксономии и мерономии.

Предположим, что число N — общее количество мест в таксоне t зафиксировано. Пусть α — архетип, соответствующий таксону t. Каждый из подтаксонов t_i выделяется из t определенным состоянием меронов архетипа α, приводящим к архетипу α_i таксона t_i. Если предположить, что все состояния меронов равноправны, то ни один из архетипов α_i не обладает преимуществом перед другим. В этом случае естественно ожидать, что численности всех таксонов t_i примерно одинаковы либо под влиянием внешних случайных причин распределены вокруг среднего значения по нормальному закону. Уже тот факт, что численности таксонов не оправдывают эти ожидания, должен заставить усомниться в гипотезе равноправности состояний меронов. Эта гипотеза — типичная инерция физикалистского мышления, когда не только ищут в неживой природе инварианты каких-то преобразований, но и ограничиваются этим.

Если на фазовом пространстве, описывающем состояние физической системы, действует некоторая группа преобразований, сохраняющих физические свойства системы, то описание системы существенно упрощается. Состояния, получаемые одно из другого действием этих преобразований, получают статус равноправных, а в системе мы получаем законы сохранения, связанные с инвариантностью ее относительно данной группы. Частным случаем такой инвариантности является однородность и изотропность пространства и времени, из которых вытекают законы сохранения энергии, импульса и момента количества движения. В живых системах мы тоже ищем преобразования, устанавливающие соответствие ее различных состояний. Эти состояния оказываются гомологичными, но гомология в живом отнюдь не равнозначна равноправию состояний. В живых системах существенную роль играют такие категории, как статус компонента системы, маркированность некоторого значения признака, отмеченность тех или иных решений в противопоставлении решениям, сохраняющим статус-кво. Скажем, наличие рогов или бивней или отсутствие зубов, или врожденная слепота у животного маркированны, т. е. являются отклонением от нормы.

Развивая эти соображения, мы придем к идее, что среди подтаксонов таксона t должен быть один (скажем, t_i), архетип которого соответствует нормальным (основным) состояниям всех меронов архетипа α, а архетипы остальных подтаксонов имеют то или иное количество маркированных состояний меронов.

Архетип α_1 таксона t_1 является нормой для таксона t или архетипом в том смысле, как это понимал И. В. Гете, говоря об архетипе растений. Дело в том, что архетип α таксона t в нашем понимании есть архетип настолько обобщенный, что он присущ всем подтаксонам t_i. Архетип α_1 этим свойством уже не обладает, зато он служит эталоном для всех архетипов α_i, получающихся из α_1 изменением нормальных состояний каких-то меронов на маркированные.

Переходя к вопросу о численности подтаксонов, мы могли бы попытаться связать численность подтаксона t_i с количеством меронов в маркированных состояниях. Это количество меронов в маркированных состояниях можно попробовать интерпретировать как «сложность» или «энергию» соответствующего архетипа. Тогда можно было бы к данной ситуации применить известные выводы закона Ципфа из термодинамических соображений [6]. Однако этот вывод не дает таких существенных фактов, характерных для ранговых распределений по Ципфу, как наличие связи между числом K таксонов в разбиении и их суммарным заполнением N, а также единичная численность значительного числа самых мелких таксонов [6]. Из опыта известно [6, 39], что при заданной суммарной численности таксона t количество K разбивающих его таксонов отнюдь не произвольно. Но эту эмпирическую закономерность не удается интерпретировать в термодинамической модели.

Кроме того, определение количества меронов вызывает методологические сомнения из-за сильной диссимметрии. Отдельные мероны могут быть неравноправны, и при подсчете количества им пришлось бы как-то приписывать веса.

6.2. ПРИНЦИП МИНИМУМА СИММЕТРИИ

Вместо этого мы саму диссимметрию состояний постулируем в виде некоторого общесистемного принципа, который назовем принципом минимума симметрии [4, 5]. Как будет видно из дальнейшего, этот принцип диссимметрии объясняет основные наблюдаемые закономерности ранговых распределений. Эта идея тесно связана с кругом идей Ю. А. Урманцева о симметрийных факторах, лежащих в основе системности [59].

Чтобы эксплицировать этот принцип и вывести из него нужные следствия, введем численную меру симметричности, которую можно выразить числом автоморфизмов — преобразований, сохраняющих каждый из классов разбиения, т. е. переводящих таксоны t_1, t_2, ..., t_k самих в себя. Число таких автоморфизмов легко вычислить. Оно равно произведению факториалов чисел перестановок, сохраняющих каждый таксон: $f=n_1!n_2!, \ldots, n_k!$, где n_i — число объектов или младших таксонов в t_i.

Если мы станем минимизировать эту меру симметричности (максимизировать диссимметрию разбиения), то придем к тривиальному и малоинтересному результату $n_1=n_2=\ldots=n_k=1$. Все дело в том, что надо одновременно с разбиением рассматривать так называемое «коразбиение» и минимизировать одновременно величину g, характеризующую меру симметричности «коразбиения». Понятие «коразбиение» играет большую роль в анализе диссимметрии систем и ранговых распределений. Это понятие определяется следующим образом.

Определение. Коразбиением к разбиению $\varepsilon=\{t_1, \ldots, t_k\}$ называется разбиение $\varepsilon^*=\{\tau_1, \tau_2, \ldots, \tau_k\}$, обладающее следующими свойствами: 1) пересечения $t_i \cap \tau_j$ содержат не более одного элемента каждое, 2) любое укрупнение разбиения ε^* этим свойством уже не обладает, 3) если $t_i \cap \tau_j \neq \varnothing$, то τ_j пересекается с любым таксоном t_k, имеющим не меньшее число элементов, чем t_i.

На рис. 6.1 показано разбиение области на вертикальные полосы и коразбиение к этому разбиению на горизонтальные полосы.

Можно показать, что все коразбиения к данному разбиению устроены одинаково. Точный смысл сказанного эксплицируется в следующих четырех утверждениях.

Утверждение 1. Все коразбиения к данному разбиению одинаково устроены. А именно, если $\varepsilon^*=\{\tau_1, \tau_2, \ldots, \tau_r\}$ и $\varepsilon^*_1=\{\tau'_1, \tau'_2, \ldots$

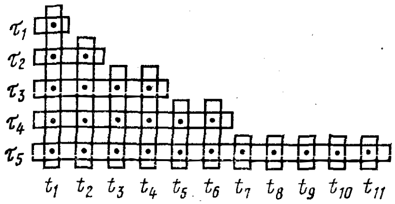

Рис. 6.1

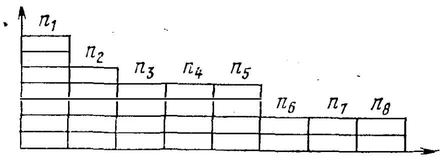

Рис. 6.2

..., $\tau'_l\}$ — два коразбиения к общему разбиению $\varepsilon=\{t_1, t_2, \ldots, t_k\}$, то число непустых классов в обоих коразбиениях совпадает $(r=l)$ и можно установить такое соответствие между классами, что соответствующие друг другу классы τ_j и τ'_j имеют одинаковое число элементов и пересекаются с одними и теми же классами разбиения ε, т. е. $\tau_j \cap t_i \neq \varnothing$ равносильно $\tau'_j \cap t_i \neq \varnothing$.

Утверждение 2. Коразбиение к коразбиению есть исходное разбиение.

Утверждение 3. Число коразбиений к данному разбиению равно мере симметричности этого разбиения: $f=n_1!\, n_2! \ldots n_k!$

Утверждение 4. Число r-классов коразбиения совпадает с численностью n_1 максимального класса исходного разбиения $(r=n_1)$. Наоборот, максимальный класс коразбиения имеет численность, равную количеству классов исходного разбиения, т. е. $m_r=k$. (Классы, коразбиения будем упорядочивать в порядке возрастания их численности.)

Доказательство сформулированных четырех утверждений можно получить следующим путем. Изобразим на рис. 6.2 гистограмму исходного разбиения в порядке убывания численности подтаксонов t_i. На гистограмме абсциссы соответствуют номерам подтаксонов t_i, а ординаты — их численностям. Область под гистограммой можно трактовать как изображение самого t_0 как множества самых младших, входящих в рассмотрение таксонов. Разобъем эту область горизонтальными полосами высотой по единице (см. рисунок).

Несложно показать, что эти полосы образуют коразбиение. Следующий шаг состоит в том, чтобы убедиться в следующем: любое другое коразбиение получается из данного путем обмена элементами, лежащими в общей вертикальной полосе гистограммы. Из этого уже вытекают все сформулированные выше утверждения.

В силу отмеченного изоморфизма всех коразбиений к данному разбиению числа $m_1, m_2, \ldots, m_r$, определяющие объемы классов коразбиения, не зависят от выбора конкретного коразбиения. Следовательно, эти числа однозначно определяются исходным разбиением. Мера симметричности всех коразбиений одинакова и равна $g=m_1!\,m_2!\dots m_r!$

Заметим также, что для чисел m_j справедливо

Утверждение 5. Значения m_j совпадают с теми номерами i, для которых $n_i>n_{i+1}$.

Утверждение вытекает из того обстоятельства, что таксоны одинаковой численности пересекаются с одними и теми же классами коразбиения, а таксон большей численности всегда имеет пересекающийся с ним класс коразбиения, который не пересекается ни с одним таксоном меньшей численности. Это утверждение устанавливает соответствие, которое каждому значению m_j сопоставляет некоторое значение n_i.

Утверждение 6. Число классов коразбиения численности m_j равно разности n_i-n_{i+1}.

Коразбиение можно интерпретировать как разбиение по внешним гомологичным рядам, которые образуются представителями разных таксонов. Такие ряды участвуют, например, в формулировке известного закона Н. И. Вавилова о параллельной изменчивости. Более формальная интерпретация коразбиения состоит в следующем.

Каждый из архетипов α_i таксонов t_i, образующих исходное разбиение, получается из архетипа α_0 таксона t_0 выбором состояний некоторых меронов. Эти состояния суть мероны архетипов α_i. Состояния этих меронов в свою очередь определяют младшие таксоны, из которых составлены таксоны t_i. Если можно установить гомологии между состояниями меронов для разных α_i, то можно объединить в общий класс младшие таксоны из разных t_i. Вот эти-то классы и образуют классы коразбиения к разбиению $\varepsilon=\{t_1, t_2, \dots, t_k\}$, если, конечно, эти классы удается построить так, чтобы они содержали не более чем по одному подтаксону из каждого t_1.

С помощью коразбиения мы получаем возможность сформулировать экстремальный принцип, позволяющий выделить среди возможных разбиений одно отмеченное — удовлетворяющее тем условиям, которые наблюдаются в реальных системах. Тем самым появление распределений Ципфа получает теоретическое объяснение.

Сформулируем принцип минимума симметрии как требование обращения в минимум произведения мер симметричности разбиения и коразбиения. Удобнее всего потребовать обращения в минимум величины $S=f^{\alpha}\,g^{\beta}$, где α и β — фиксированные параметры, при очевидном условии $n_1+n_2+\dots+n_k=N$.

Обратим внимание на то обстоятельство, что число k классов разбиения не фиксируется заранее, а находится из условия минимальности величины S.

6.3. ПОИСК ЭКСТРЕМАЛЬНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ

Для исследования свойств распределения, обращающего в минимум величину S, сначала используем приближенное аналитическое решение задачи. Будем минимизировать логарифм величины S, который имеет минимум там же, где и сама величина S:

$$\ln S = \alpha \sum_i \ln(n_i!) + \beta \sum_j \ln(m_j!).$$

Используя формулу Стирлинга $\ln p! \approx p(\ln p - 1)$, получаем приближенное выражение

$$\ln S \approx \alpha\Sigma n_i \ln n_i - \alpha\Sigma n_i + \\ + \beta\Sigma m_j \ln m_j - \beta\Sigma m_j.$$

Заметим, что $\sum_{i=1}^{k} n_i = \sum_{j=1}^{r} m_j = N$ — суть постоянные величины в условиях нашей задачи.

Числа n_i можно рассматривать как значения, приближающие в целочисленных точках некоторую монотонную функцию $y=f(x)$, интерполирующую дискретную гистограмму (рис. 6.3).

Числа m_j можно рассматривать как абсциссы точек с целочисленными ординатами, приближающих график той же функции $y= =f(x)$. Тогда суммы, через которые выражается минимизируемая величина, являются приближенными выражениями интегралов вида

$$\Sigma n_i \ln n_i \approx \int_1^a y \ln y dx,$$

$$\Sigma m_j \ln m_j \approx \int_b^c x \ln x dy,$$

$$\Sigma n_i = \Sigma m_j = \int_1^a y dx.$$

Здесь $b=f(a)$ и $c=f(1)$. Итак, мы хотим определить минимум суммы интегралов

$$\alpha \int_1^a y \ln y\, dx + \beta \int_b^c x \ln x\, dy - (\alpha + \beta) \int_1^a y\, dx$$

при условии $\int_1^a y\, dx = N$. Это сводится к минимизации такой суммы

$$\alpha \int_1^a y \ln y\, dx + \beta \int_b^c x \ln x\, dy + \lambda \int_1^a y\, dx,$$

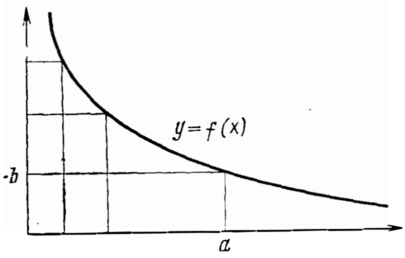

Рис. 6.3

где константа λ определится из условия нормировки. В среднем интеграле преобразование $dy=y'dx$ с соответствующим изменением пределов интегрирования от a до 1 позволяет прийти к вариационной задаче вида

$$\int_1^a (\alpha y \ln y - \beta x \ln xy' + \lambda y)\, dx = \min.$$

Обозначая подынтегральную функцию через $F(x, y, y')$, применим уравнение Эйлера из вариационного исчисления

$$\frac{\partial F}{\partial y} - \frac{d}{dx}\frac{\partial F}{\partial y'} = 0,$$

Имеем, очевидно,

$$\frac{\partial F}{\partial y} = \alpha \ln y + \alpha + \lambda, \quad \frac{\partial F}{\partial y'} = -\beta x \ln x,$$

$$\frac{d}{dx}\frac{\partial F}{\partial y'} = -\beta \ln x - \beta.$$

Отсюда уравнение Эйлера дает $\alpha \ln y + \beta \ln x + \alpha + \beta + \lambda = 0$ или $y^{\alpha} x^{\beta} = e^{-\alpha-\beta-\lambda}$. Окончательно получаем $y = Bx^{-\gamma}$, где $\gamma = \beta/\alpha$, $B=C=f(1)$.

Обратим внимание, что при целочисленных $x=i$ значение $y=f(x)$ приближенно равно n_i, т. е. численности таксона t_i ранга i (номера в порядке убывания численности).

Таким образом, выведенная зависимость устанавливает известную приближенную связь между численностью таксона и его рангом, т. е. выражает закон Ципфа.

Теперь найдем экстремальное значение абсциссы a, в частном случае $\alpha=\beta=1$. Во-первых, очевидно, что при $1 \leqslant x \leqslant a$ должно выполняться $y \geqslant 1$. Это ведет к получению неравенства $ca^{-1} \geqslant 1$ или $c \geqslant a$. Во-вторых, подсчитывая площадь под кривой, получаем

$$\int_1^a cx^{-1} dx = c \ln a = N.$$

Наконец, можно вычислить минимизируемую величину как функцию от a. Именно

$$\ln S = \int_1^a y \ln y\, dx - \int_b^c x \ln xy' dx = \int_1^a \frac{c}{x} \ln \frac{c}{x} dx + \int_1^a c \frac{\ln x}{x} dx =$$

$$= c \ln c \ln a = N \ln c.$$

Учитывая неравенство $c \geqslant a$, получаем, что минимум $\ln S$ достигается при $c=a$. Так как $N=c \ln a$, то для экстремального распределения получается важное соотношение $a \ln a=N$ или $k \ln k=N$.

Это выражение оценивает число различных таксонов оптимального разбиения через полную численность исходного таксона.

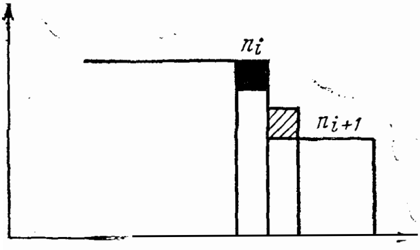

Рис. 6.4

Данные выкладки показывают, что введенный нами принцип минимума симметрии качественно приводит к закономерности Ципфа. Более точные результаты можно получить, рассматривая задачу в дискретной форме. Итак, вернемся к решению задачи о нахождении невозрастающей последовательности положительных целых чисел $\{n_1, n_2, \ldots, n_k\}$, для которой достигается минимум величины $S=f^{\alpha} g^{\beta}$ при условии, что сумма этих чисел фиксирована. Из последнего условия вытекает, что количество допустимых последовательностей конечно, т. е. искомый минимум заведомо существует.

Обозначим через $S_{\min}$ минимальное значение величины S. Тогда для любой монотонно не возрастающей последовательности целых положительных чисел $\{n'_1, n'_2, \ldots, n'_l\}$ с той же общей суммой соответствующее значение S удовлетворяет условию

$$S/S_{\min} \geqslant 1.$$

Идея поиска распределения, соответствующего $S_{\min}$ (минимуму симметрии разбиения), состоит в том, чтобы применять к последовательности $n_1, n_2, \ldots, n_k$ различные перестройки, сохраняющие общую сумму чисел и не нарушающие монотонности, и получать каждый раз из условия $S \geqslant S_{\min}$ конкретные неравенства, характеризующие экстремальную последовательность. Таким образом, нам удалось в [5] получить все существенные свойства экстремального распределения. Покажем, как это делается, ограничившись для простоты случаем $\alpha=\beta=1$.

Докажем, сначала, что при $N \geqslant 3$ оптимальное разбиение содержит не менее двух таксонов, т. е. $k \geqslant 2$. Предположим противное, что $k=1$ и, следовательно, $n_1=N$. В этом случае $m_1=\ldots=m_N=1$, $S_{\min}=N!$ Но для распределения вида $n'_1=N-1$, $n'_2=1$ имеем $S=(N-1)!2$. Это дает $S/S_{\min}=(2/N)<1$, что приводит к противоречию.

Пусть имеет место неравенство $n_i-n_{i+1} \geqslant 2$. Тогда применим перестройку $n'_i=n_i-1$ и $n'_{i+1}=n_{i+1}+1$, что не изменит монотонности и суммы всех чисел. В этом случае легко убедиться, что изме-

7*

нение значения S дается коэффициентом (рис. 6.4) *)

$$\frac{S}{S_{\min}}=\frac{n_{i+1}+1}{n_i}\cdot\frac{m_j+1}{m_j}.$$

В силу $S\geqslant S_{\min}$ имеем

$$\frac{m_j+1}{m_j}\geqslant\frac{n_i}{n_{i+1}+1}$$

или

$$1+\frac{1}{m_j}\geqslant\frac{(n_{i+1}+1)+(n_i-n_{i+1}-1)}{n_{i+1}+1}=1+\frac{n_i-n_{i+1}-1}{n_{i+1}+1}.$$

Отсюда вытекает важное неравенство

$$n_i-n_{i+1}\leqslant\frac{n_{i+1}+1}{m_j}+1,$$

т. е. значения n_i меняются не более чем на единицу при достаточно больших i, т. е. там, где $n_{i+1}+1<m_j$. В частности, для случая $i=k$ имеем $n_{k+1}=0$. Подставляя это значение в предыдущую оценку, получаем $n_k\leqslant 1/m_r+1$.

Учитывая, что для оптимального распределения $m_r=k>1$, можно вывести, что при $N\geqslant 3$ численность минимальных таксонов $n_k=1$. Этот результат, соответствующий наблюдаемой реальности (вхождение слов в текст ровно по одному разу), не удается получить из вероятностных моделей. Он имеет системную природу.

Аналогично можно показать, что при $N\geqslant 3$ существует ровно один подтаксон с максимальной численностью, т. е. $n_1>n_2$. Действительно, пусть это не так, т. е. для минимального распределения имеет место $n_1=n_2=\ldots=n_l>n_{l+1}$. Тогда положим $n'_1=n_1+1$, $n'_l=$ $=n_l-1$. Коэффициент изменения S при такой перестройке равен (рис. 6.5)

$$\frac{S}{S_{\min}}=\frac{n_1+1}{n_l}\,\frac{1}{m_1}=\frac{n_1+1}{n_1}\,\frac{1}{l},$$

что при $l\geqslant 2$ оказывается меньше единицы. Из этого противоречия вытекает наше утверждение.

Теперь применим к экстремальному распределению перестройку вида $n'_1=n_1-1$, $n'_{k+1}=1$ (рис. 6.6). Это не приводит к потере монотонности, поскольку мы уже знаем, что $n_2<n_1$. Неравенство $S\geqslant S_{\min}$ превращается в этом случае в соотношение $m_r/n_1\geqslant 1$, т. е. в силу утверждения 4 $k\geqslant n_1$. Перестройка вида $n'_1=n_1+1$, $n'_k=0$ (допустимая потому, что $n_k=1$) приводит к симметричному нера-

*) На рис. 6.4—6.11 зачернена удаляемая при перестройке часть диаграммы, а заштрихована добавляемая часть.

венству $(n_1+1)/mr \geqslant 1$, т. е. $n_1 \geqslant k-1$. Мы пришли к факту, что численность максимального подтаксона почти равна числу подтаксонов разбиения. Это неравенство показывает, что при $n_{i+1}+1 < m_j$ числа n_i каждый раз убывают не более чем на 1. Поскольку n_i убывают, а m_j возрастают, это неравенство выполнено при всех i, начиная с некоторого i_0, и всех j, начиная с некоторого j_0.

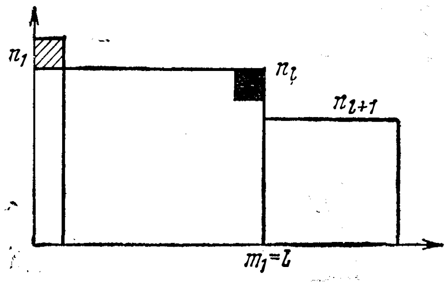

Рис. 6.5

Если для некоторого j выполнено условие $m_{j+1}-m_j \geqslant 2$, то можно найти перестройку (рис. 6.7), которая приведет к неравенству

$$\frac{n_{i+1}+1}{n_i}\,\frac{m_j+1}{m_{j+1}} \geqslant 1$$

или

$$1+\frac{1}{n_{i+1}} \geqslant 1+\frac{m_{j+1}-m_j-1}{m_j+1},$$

т. е. $m_j+1 \geqslant n_{i+1}$. Значит, при $m_j < n_i-1$ приращения значений $m_{j+1}-m_j=1$. Итак, гистограмма оптимального распределения разбивается на две части. Левая часть (меньшие значения i и большие n_i) состоит из столбиков с единичным основанием, при каждом i происходит изменение n_i не менее чем на два. Правая часть (большие i, малые n_i) состоит из столбиков с растущими основаниями, но отличающимися по высоте ровно на единицу. Последний столбик имеет единичную высоту и большую площадь основания (максимальное приращение m_j).

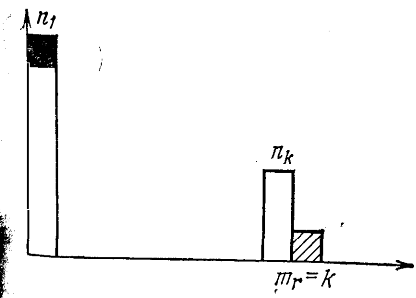

Рис. 6.6

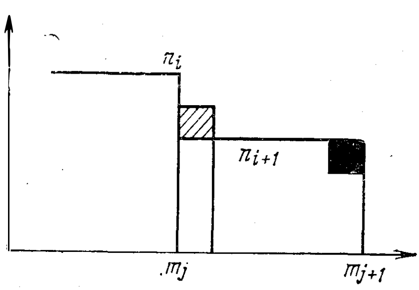

Рис. 6.7

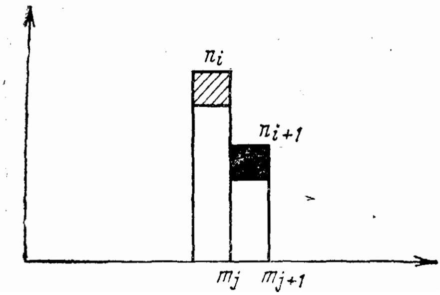

Рис. 6.8

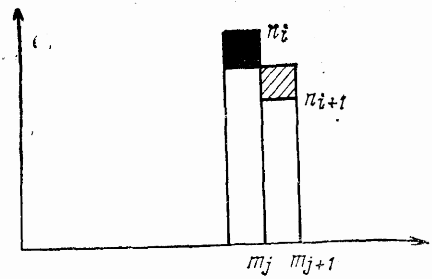

Рис. 6.9

Теперь можно к левой части гистограммы применить специальные перестройки, из которых первая (рис. 6.8) $n'_i=n_i+1$, $n'_{i+1}=n_{i+1}-1$ приводит к неравенству

$$\frac{n_i+1}{n_{i+1}}\,\frac{m_j}{m_{j+1}}\geqslant 1$$

или

$$n_{i+1}m_{j+1}\leqslant n_i m_j+m_j.$$

Вторая из этих перестроек (рис. 6.9) $n'_i=n_i-1$, $n'_{i+2}=n_{i+2}+1$ дает

$$\frac{n_{i+1}+1}{n_i}\,\frac{m_{j+1}}{m_j}\geqslant 1,$$

т. е.

$$n_{i+1}m_{j+1}\geqslant n_i m_j-m_{j+1}.$$

Полученные неравенства выражают в дискретном случае ципфовскую закономерность $n_i m_j\approx\text{const}$.

Для правой половины гистограммы аналогичные результаты получаются путем перестроек, показанных на рис. 6.10 и 6.11, которые приводят к неравенствам

$$\frac{n_{i+1}}{n_i}\,\frac{m_{j+1}+1}{m_j}\geqslant 1$$

и

$$\frac{n_i}{n_{i+1}}\,\frac{m_j+1}{m_{j+1}}\geqslant 1,$$

откуда получаем

$$n_i m_j+n_i\geqslant n_{i+1}m_{j+1}\geqslant n_i m_j-n_{i+1},$$

что является также выражением ципфовской закономерности в дискретном варианте.

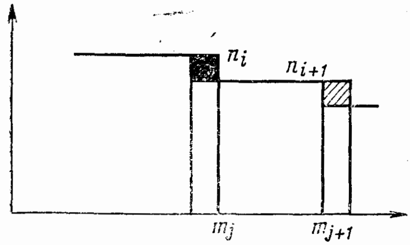

Рис. 6.10

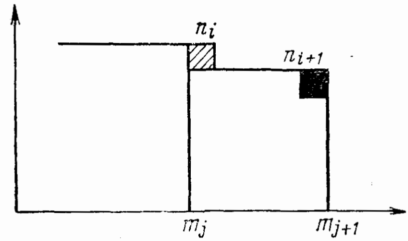

Рис. 6.11

Итак, мы убедились, что ципфовская закономерность есть следствие принципа минимума симметрии (максимума диссимметрии системы). Несколько более сложные рассуждения позволяют установить, что число k для оптимального распределения связано с числом N зависимостью типа $N \approx k \ln k$.

Изложенное выше служит интересной иллюстрацией того, как простые общесистемные принципы приводят к количественным закономерностям, обнаруживаемым в реально наблюдаемых системах. И, наоборот, наличие таких закономерностей в эмпирии дает основания для поиска более глубинных системных свойств.

Системный подход здесь позволил не только обосновать известные в эмпирии закономерности, но и обнаружить в них нечто большее — то, что до этого считалось случайным обстоятельством: обращение в единицу численности самих мелких таксонов и связь между числом таксонов в разбиении и суммарным заполнением разбиваемого таксона (связь между числом всех слов в тексте и числом различных слов в том же тексте). При таком обосновании закономерности ранговых распределений из чисто эмпирических приобретают статус критериальных, т. е. дают операциональный метод диагносцирования целостности, метод эмпирической проверки наличия системности. В этом уже не только методологическое, но и гносеологическое значение ранговых распределений, что является некоторым оправданием усилий, затраченных на математические выкладки. Они дали нам возможность убедиться в том, что свойство системности не есть онтологическая декларация. Его можно проверить в достаточно аккуратном количественном эксперименте и ассимилировать научным познанием, обогатив тем самым методологию научного познания сложных системных объектов.

Установленные свойства ранговых распределений для естественных систем позволяют обнаружить одну из принципиальных трудностей их изучения. Для технических систем характерны распределения экспоненциального типа, позволяющие в «малой» статистической выборке обнаружить представителей «почти всех» таксонов. Фактически оказывается, что суммарная численность таксонов, представители которых не попали в малую представительную выборку, составляет малую долю общей численности таксонов. На этом обстоятельстве основан успех статистических методов, использования простых моделей и т. п.

При исследовании биологических или социальных объектов мы лишаемся указанного выше основания изучать их в редуцированном представлении. Положение оказывается в точности противоположным. При самой удачной (а не просто случайной) выборке представителей n таксонов из общего количества k таксонов оставшиеся $k—n$ таксонов составят суммарную численность $k \ln(k/n)$, что составляет следующую долю общей численности или $k \ln k$:

$$\frac{\ln k - \ln n}{\ln k} = 1 - \frac{\ln n}{\ln k}.$$

Эта величина заметно мала лишь при значениях n одного порядка с k. Полученное соотношение репрезентирует следующий гносеологический принцип: *адекватное представление естественной системы возможно лишь через систему, сравнимую с ней по сложности.*

Ранговые распределения в данном случае оказываются удачным репрезентатором общих трудностей познания естественных систем. В них видны гносеологические трудности понятия «почти» применительно к естественным классам объектов.

Глава 7

СИСТЕМЫ, ПРИНИМАЮЩИЕ РЕШЕНИЯ

7.1. «ПОЧТИ» И «БОЛЬШИНСТВО»

В гл. 2 говорилось, что стремление описать естественный класс объектов как класс моделей (воплощений) некоей теории приводит к необходимости оперировать с понятием «почти». Отсюда вытекает важная гносеологическая проблема: перейти от абстрактного понятия «почти» к его конкретному логическому развертыванию, которое должно сделать это понятие логическим инструментом теории познания. Можно попытаться освоить понятие «почти» в рамках системного подхода, объяснить это понятие как средство научного познания.

В связи с этим уместно проанализировать опыт экспликаций этого понятия и пути их обогащения. Английский математик Зиман впервые дал экспликацию сходства («почти равенства») как особого отношения толерантности, определяемого условиями рефлексивности и симметричности. Это понятие вместе с родственным понятием толерантного изоморфизма он применил к исследованию логики зрительного восприятия [19]. Автор описывает «сходство» картины в зрительном поле сетчатки глаза с той гипотетической картиной, которая создается при этом в нейронах мозга. Используемая автором логика «почти — соответствий» интересна и позволяет выражать знание и предположения о ситуациях, где однозначные соответствия объектов невозможны. Теория отношений толерантности была позднее подробно развита [70] и нашла целый ряд применений в информатике, лингвистике и теории классификации.

В указанной теории большую роль играет понятие класса толерантности, обобщающее понятие «класс эквивалентности». С его помощью удается показать, что сходство, эксплицируемое как толерантность, всегда можно интерпретировать как наличие общего признака. Классы толерантности состоят из объектов, попарно сходных друг с другом, и образуют покрытие класса всех объектов. В частном случае, когда дополнительно удовлетворяется свойство транзитивности отношения, они образуют разбиение на непересекающиеся классы. Понятие толерантности описывает, однако, слишком широкий класс «сходств», вплоть до таких, где сходство дается наличием лишь одного общего признака из очень большого класса.

Поэтому возникла необходимость в более адекватной экспликации «почти». Один из естественных подходов к этому идет через экспликацию понятия «большинство». Этому понятию посвящены работы [13, 77, 78], где не только развернута экспликация «большинства», но и найдены его связи с логикой мнений и новым классом моделей логик с деонтической модальностью. При этом показано, что понятие «большинство» обладает некоторыми парадоксальными свойствами, о которых говорится ниже.

Оказалось, что понятие «почти» можно выразить через понятие «большинство». А именно, пусть на некотором классе объектов задана совокупность классов, каждый из которых можно считать «большинством» в исходном классе. Класс K называется существенным, если существует некоторый класс K_1, не образующий большинства, но объединение $K_1 \cup K$ составляет уже большинство. Если такого класса K_1 для класса K найти нельзя, то K называется несущественным.

Некоторое свойство „почти“ выполняется на основном классе, если оно выполняется с точностью до несущественного класса объектов. Близкая экспликация понятия „почти“ возможна в рамках деонтической модальной логики (рассмотренной в [77] в связи со структурами „большинства"). В этой логике кроме обычных имволов исчисления высказываний вводится символ $\square$, читающийся как „необходимо". Обычная аксиоматика пополняется аксиомой $\square A \Rightarrow \neg\square\neg A$ („необходимо A" влечет отрицание необходимости отрицания A), а к правилам вывода присоединяются следующие $\frac{\vdash A}{\vdash \square A}$ и $\frac{\vdash (A \Rightarrow B)}{\vdash (\square A \Rightarrow \square B)}$. Высказывание A называется „почти ложным", если для любого высказывания B имеет место $\neg\square B \Rightarrow$ $\Rightarrow \neg\square(B \vee A)$.

Иначе говоря, дизъюнкция с A не может превратить никакое высказывание в необходимое. Разумеется, определение относится к модели, а не к самому исчислению, но мы не будем здесь исследовать логические нюансы. Принципиальной является сама возможность ввести в логику понятие «почти».

Возможность таких определений демонстрирует гносеологическую содержательность понятия «большинство». Но у этого понятия есть еще один не менее важный аспект. Предположим, что «большинство» задано на классе объектов, принимающих решение по одному и тому же вопросу. Тогда этот класс можно рассматривать как систему, принимающую решение по тому же вопросу в соответствии с заданной логикой большинства. Если класс объектов, принявших данное решение, образует «большинство» в исходном классе, то вся система считается принявшей то же самое решение. Такие системы воплощают важное свойство естественных систем: компоненты такой системы сравнимы по компетентности с целой системой — перед ними стоит та же проблема, что и перед системой в целом. Таким образом, необходимость экспликации понятия «большинство» приводит к содержательному аспекту изучения системы — уже не с точки зрения структуры и состава как ранее, а с точки зрения совместного функционирования.

7.2. СИСТЕМЫ С ГОЛОСОВАНИЕМ

Представим себе систему, принимающую какие-то решения на основе решений, принимаемых ее подсистемами. Выбор решения всей системой определяется присущим данной системе способом учета решений подсистем. Для простых систем (хотя по количеству элементов они могут быть весьма громоздкими) этот способ задается чисто синтаксически — отдельные подсистемы не знают о том, какое решение поставлено перед системой в целом. Например, пусть система состоит из двух элементов, каждый из которых принимает одно из двух решений: «0» или «1». И пусть решение f всей системы также состоит в выборе одного из этих значений согласно правилу

$$f = (x_1 \,\&\, \neg x_2) \vee (\neg x_1 \,\&\, x_2),$$

где x_1 и x_2 — значения решений, принятых элементами.

Эта система принимает в качестве решения единицу, если элементы приняли разноименные решения. Здесь никак нельзя сказать, что, принимая в качестве решения единицу, данный элемент «стремится» к тому, чтобы вся система приняла в качестве решения единицу.

В сложных системах отдельные подсистемы обладают языком с богатой семантикой и нежесткой интерпретацией (см. гл. 1). Более того, отдельные подсистемы могут заранее «знать» то, что «знает» и система в целом. Рассмотрим случай, когда решение, принимаемое подсистемами, имеет тот же смысл, что и решение, принимаемое системой в целом. Перед каждой подсистемой (как при голосовании) стоит тот же выбор, что и перед системой в целом. Более того, подсистемы могут иметь вполне содержательные основания для этого выбора, а целостная система может только согласовывать мнения своих подсистем.

Рассмотрим системы, принимающие решения на основе выборов, сделанных отдельными компонентами этой системы. Среди таких систем «системы с голосованием» выделяются следующими содержательными предположениями. Во-первых, компетентность каждой компоненты (подсистемы) не ниже, чем компетентность системы в целом. Во-вторых, положительное решение некоторой компоненты по данному вопросу способствует принятию системой аналогичного решения. Первое условие можно интерпретировать как то, что каждый элемент имеет ту же (или даже более широкую) альтернативу выборов, что и система в целом, а реакция системы есть функция выборов, осуществленных компонентами. Второе условие естественно трактовать следующим образом: если при некоторых выборах, сделанных компонентами, система принимает данное решение, то она не изменит его, если некоторая компонента склонится в пользу этого решения. Последнее условие, естественно, обобщается на случай, когда компоненты и система могут «высказываться» в пользу данного решения с разной степенью определенности.

Проблема состоит в том, каковы возможные способы принятия решений в системах с голосованием и можно ли их описать как единую логику мнений.

Ясно, что обычно используемые правила голосования должны включаться в эту единую логику.

Вот типичная ситуация системы с голосованием. Группе экспертов предложили выбрать один из проектов строительства. Возможно, что группа не сумеет предпочесть один проект остальным и выбор не состоится. То, что несколько проектов сразу не будут осуществляться, известно заранее.

Другой пример сходной ситуации: человек распознает букву в рукописном тексте. Здесь элементы системы — это отдельные признаки или буквы, или контекста. Каждый из признаков может служить доводом в пользу той или иной буквы. Человек может считать, что он имеет решающие доводы в пользу некоторой буквы или что таких доводов нет.

В обоих случаях функционирование системы определяется, во-первых, ее составом и компетенцией отдельных элементов, во-вторых, правилами, заложенными в систему и определяющими, как она поступит, когда каждый ее элемент сделает свой выбор.

Введем непринципиальное формальное упрощение: будем считать, что перед системой и ее компонентами есть всего две альтернативы *А* и *Б*. Система, принимающая решение, имеет некоторое множество компонентов *X* (множество экспертов, признаков и т. п.). Их компетентность проявляется в том, что каждая из них также осуществляет выбор между *А* и *Б* (эксперт высказывает мнение в пользу одного из проектов, признак свидетельствует в пользу одной из букв). Для простоты будем считать, что каждый компонент делает недвусмысленный выбор, предпочитая либо *А*, либо *Б*. Тем самым исключается вариант, когда участник воздерживается от голосования. В последнем случае структура принятия решений сложнее, но может быть в определенном смысле сведена к нашему случаю [78]. Вместе с тем вся система способна попасть в ситуацию неопределенности, когда она не может принять ни одну из альтернатив.

Проблема состоит в том, чтобы описать допустимые правила действия системы в целом, не приводящие к противоречию: выбору одновременно *А* и *Б*.

Это удобно сделать, используя понятие решающей коалиции — множества компонентов, достаточного для выбора альтернативы. Множество компонентов *P* образует решающую коалицию для альтернативы *А* (*А*-коалицию), если из того, что все элементы множества *P* предпочли *А*, следует, что и система предпочла *А*. Аналогично определяются и *Б*-коалиции. Рассмотрим системы, у которых правило принятия решений описывается через структуру *А*-, *Б*-коалиций. Предположим, что система принимает решение *А* (соответственно *Б*) в том и только том случае, когда имеется *А*- (соответственно *Б*-) коалиция, состоящая из элементов подсистем, выбравших альтернативу *А* (соответственно *Б*). Такие системы будем называть коалиционными. По определению из наличия коалиции, принявшей альтернативу *А*, уже вытекает, что система в целом выбрала ту же альтернативу. Тонкость состоит в том, что некоторые системы принимают альтернативу *А* или *Б* при отсутствии соответствующей коалиции. Так будет, скажем, в приведенном выше примере, где коалиций нет вообще, а решения тем не менее принимаются. Наше определение коалиционной системы исключает подобные ситуации. Это определение эксплицирует на формальном уровне, что значит, когда подсистемы или элементы обладают той же компетенцией о смысле выбора, что и система в целом.

Коалиции обладают рядом важных свойств. Из трех перечисленных ниже первое принимается как постулат, а два остальных вытекают из определения коалиции.

1. Все множество X является одновременно A- и $Б$-коалицией. Иными словами, коль скоро все элементы системы выбрали некоторую альтернативу, то система выбирает ее же. Это как бы постулат доверия системы к собственным элементам.

2. Если множество P образует A-коалицию (соответственно Б-коалицию), то его дополнение до X не образует $Б$-коалицию (соответственно A-коалицию). Это постулат непротиворечивости. Если бы он не выполнялся, то все элементы P могли бы выбрать альтернативу A, а все элементы дополнения $\bar{P}$ — альтернативу $Б$. По условию P образует A-коалицию, т. е. система выбирает A. Но если $\bar{P}$ образовало бы $Б$-коалицию, то одновременно система была бы вынуждена выбрать альтернативу $Б$, что невозможно. Следовательно, $\bar{P}$ не образует $Б$-коалицию.

3. Если множество P образует A (или $Б$-) коалицию, то любое содержащее его множество также ее образует. Это постулат устойчивости: коалиция не разрушается, если к ней присоединяются новые члены. Собственно, он вытекает из определения A-коалиции. Если все ее члены «высказались» за альтернативу A, то и вся система ее принимает.

Перечисленные три свойства коалиций достаточны для непротиворечивого принятия решений. Важная идея состоит в том, что эти три свойства и дают разумное определение коалиции. Всякая коалиционная система — это система, где можно говорить о сопоставимости компетенции элементов с компетенцией целого. Всякое голосование, основанное на логике коалиций, будем считать правомерным способом голосования. Стоит заметить, что первое свойство (с учетом наличия второго и третьего) можно было бы вывести из такого: существует хоть одна A-коалиция и существует хоть одна $Б$-коалиция. Наоборот, существование этих коалиций вытекает из принятого нами первого свойства.

Рассмотрим некоторые примеры.

Пример 1. Система состоит из шести экспертов: двух математиков, двух психологов и двух инженеров. На экспертизе — проблема из области искусственного интеллекта. Альтернатива A: проблему можно реализовать в ограниченный срок как техническую разработку. Альтернатива $Б$: это научная проблема, метод решения которой еще должен быть найден. Для принятия альтернативы A достаточно голосов трех экспертов разных профессий (что вполне естественно), для принятия *Б* достаточно мнения всех представителей хотя бы одной профессии (значит, иные аспекты проблемы не имеют готовых методов решения). Итак, минимальные *А*-коалиции — тройки экспертов разных профессий, а минимальные Б-коалиции — пары экспертов одной профессии. Дополнение к *А*-коалиции не может, очевидно, включать двух экспертов одной профессии (*Б*-коалицию), поскольку один из них уже вошел в *А*-коалицию.

Пример 2. Множество X состоит из 10 экспертов. Альтернатива A принимается при условии не менее семи голосов, альтернатива *Б* — по крайней мере четырех экспертов. Такой способ «голосования» разумен, если альтернатива A рискованнее. В этом случае опять гарантируется, что обе альтернативы не будут приняты сразу. *А*-коалиции состоят не менее чем из семи элементов, а *Б*-коалиция — как минимум из четырех.

Полезно дать более абстрактную формулировку этой схемы принятия решений.

Пусть множество X состоит из N элементов, *А*-коалиция — не менее чем из n_A элементов, а *Б*-коалиция — как минимум из $n_Б$ элементов. Такая система будет принимать непротиворечивые решения, если и только если $n_A + n_Б > N$.

Это условие в точности выражает тот факт, что в дополнении к *А*-коалиции (содержащей как минимум n_A-элементов) не может быть $n_Б$ элементов, достаточных для образования *Б*-коалиции.

Более простой случай возникает, когда решение по обеим альтернативам принимается одинаково (симметричность альтернатив). В этом случае *А*- и *Б*-коалиции совпадают и достаточно рассматривать просто коалиции, обеспечивающие выбор одной из альтернатив, если за нее «высказываются» все члены одной из коалиций.

Перечисленные свойства коалиций определяют по сути дела логику принятия решений в системах с голосованиями. Полезно отметить, что эта логика обладает некоторыми «парадоксальными» свойствами. Приведем три парадокса голосования.

1. *Парадокс Кондорсе.* Предположим, что система принимает серию решений, позволяющих ранжировать некоторые множества M.

Предположим, что каждая компонента $x \in X$ принимает решения вида $a_i > a_j$ (a_i, $a_j \in M$) так, что на M устанавливается отношение порядка. Оказывается, что отношение, устанавливаемое на M системой, может не быть отношением порядка.

Пример такой ситуации дает простейшая система из трех компонентов работающая по правилу голосования: два голоса из трех. Эта система устанавливает порядок на множестве $M = \{a_1, a_2, a_3\}$.

Нужная нам для примера ситуация описывается таблицей, где указаны решения, принятые компонентами и системой в целом.

x_1 считает, что x_2 считает, что x_3 считает, что	$a_1 > a_2$ $a_1 > a_2$ $a_2 > a_1$	$a_2 > a_3$ $a_3 > a_2$ $a_2 > a_3$	$a_1 > a_3$ $a_3 > a_1$ $a_3 > a_1$
Система считает, что	$a_1 > a_2$	$a_2 > a_3$	$a_3 > a_1$

Каждый x предполагает свой порядок на M, а в результате голосования 2/3 голосов принимаются такие соотношения, которые не образуют порядка на множестве M.

2. *Парадокс решающего меньшинства.* Оказывается, что при формальном равноправии компонентов, образующих систему с голосованием, решение A может быть принято в ситуациях, когда число элементов, «голосующих за это решение», образует сколь угодно малую относительную долю от общего количества компонентов. Эта ситуация подробно описана в следующем параграфе.

3. *Парадокс неопределенности решения.* Рассмотрим ситуацию, когда логика голосования не дает возможности принять ни решения A, ни решения $\neg A$. Так будет, например, в случае, когда для принятия решения системой необходимо, чтобы все компоненты приняли это решение, а фактически голоса разделились. В отличие от двух предыдущих «парадоксов», где логического противоречия нет, а есть лишь нарушение некоторых чаяний здравого смысла, в этом случае нужно принимать дополнительные логические соглашения. Так, в описанной ситуации если системе предлагается высказать суждение по решению A, то непринятие этого решения приведет к тому, что автоматически принимается обратная альтернатива. Если же первым «ставится на голосование» решение $\neg A$, то оно отвергается и становится принудительным решение A.

Первый путь разрешения этого парадокса состоит в том, чтобы различать систему, принимающую решение, и систему исполнительную, которая в описанной ситуации неопределенности вообще не принимает во внимание информацию о решении, но действует по собственной логике.

Второй путь состоит в том, чтобы различать слабые решения (сохраняющие статус-кво) и сильные, а системе с голосованием предлагать на рассмотрение лишь последние. Фактически так и происходит в реальных ситуациях. (По-видимому, этот принцип вынесения суждений лишь по сильным решениям неявно используется при голосованиях, где существует право вето.)

7.3. МАЖОРИТАРНЫЕ СТРУКТУРЫ

Примем общее предположение, что правила принятия решения системой не зависят от конкретного типа этого решения. В частности, правила принятия решения A и его отрицания (т. е. принятия «не A») должны совпадать. (Тем самым мы не учитываем разницу между решением, сохраняющим статус-кво, и маркированными решениями.) Тогда на множестве X компонентов системы задается универсальная совокупность коалиций $M(X)$, которая называется в соответствии с [13] мажоритарной структурой на X. Сами же коалиции будем называть «большинствами».

Мажоритарная структура $M(X)$ обладает следующими свойствами, вытекающими из упомянутых свойств коалиций, и из универсальности коалиций:

1. Свойство доверия $X \in M(X)$, т. е. все множество компонентов образует большинство.

2. Свойство непротиворечивости

$$P \in M(X) \Rightarrow \bar{P} \notin M(X),$$

или «дополнение к большинству не является большинством».

3. Свойство устойчивости

$$P \in M(X) \,\&\, P \subset Q \Rightarrow Q \in M(X),$$

или «множество, содержащее большинство, само образует большинство».

Эти свойства можно принять как исходные постулаты, описывающие общую для всех систем с голосованием логику принятия решений. (Для случая, когда компоненты оценивают принимаемое решение по «двухбалльной шкале».)

Следующий пример является в некотором смысле отправной точкой для всей теории.

Пример 3. Прямое голосование. Множество X состоит из N элементов, и коалицию образует любое подмножество, содержащее не менее n элементов. Учитывая, что $n = n_A = n_Б$, можно использовать ранее найденное условие $n_A + n_Б > n$, которое дает $2n > N$, т. е. $n > N/2$. Итак, коалиция должна содержать больше половины элементов множества X, т. е. в буквальном смысле большинство элементов. Если $n = [N/2] + 1$, т. е. ближайшее целое число, превышающее $N/2$, то наш пример превращается в систему, принимающую решение простым большинством голосов. При $n = [2N/3]$ получаем систему принятия квалификационных решений ученым советом.

Идея прямого голосования имеет естественное обобщение.

Пример 4. Прямое, но не равное голосование. Множество X состоит из экспертов разной авторитетности: некоторые эксперты могут иметь несколько голосов. Поскольку совершенно не обязательно, чтобы эксперт имел целое число голосов, предположим, что каждый эксперт x из множества экспертов имеет «вес», равный $p(x)$. Эти веса будем считать положительными (при отрицательных могло бы нарушиться третье свойство, а эксперты с нулевыми весами не оказывают влияния на поведение системы) и «нормированными» — сумма весов всех экспертов принимается равной единице: $\sum_{x \in X} p(x) = 1.$

Выберем теперь порог голосования α $(0{,}5 < \alpha \leqslant 1)$ и будем считать решающей коалицией такое множество P, в котором сумма весов экспертов не меньше α:

$$\sum_{x \in P} p(x) \geqslant \alpha.$$

Определение коалиции дано. Остается проверить, выполняются ли все три свойства.

Что касается первого свойства, то множество X оказывается коалицией в силу нормировки весов к единице и того, что $\alpha \leqslant 1$.

Истинность второго следует из того, что коль скоро выполнено условие коалиции, то сумма весов экспертов, не входящих в P, заведомо меньше $1-\alpha$, т. е. меньше 1/2. Стало быть, эксперты, не входящие в P, коалиции не образуют.

Третье свойство здесь означает, что добавление к коалиции еще одного эксперта может только увеличить сумму их весов, но не испортить коалицию.

В этом примере еще можно говорить о большинстве — если не по количеству голосующих, то по числу фактически имеющихся у них голосов. Возможно, что один элемент x_0 множества X имеет вес 0,9, а все остальные равномерно делят между собой оставшуюся десятую долю. Пусть теперь порог $\alpha = 0{,}8$. Ясно, что в этом случае решающей коалицией является любое множество, которое содержит x_0.

Пример 5. Пусть имеется множество X из тех же шести экспертов, что и в примере 1. Будем считать коалицией любое множество, состоящее более чем из трех экспертов, в котором присутствуют эксперты всех трех специальностей.

В последнем примере коалиция является фактическим большинством, но не всякое количественное большинство из четырех элементов оказывается коалицией. Так, множество из двух математиков и двух психологов по определению коалицию не образует. Это наводит на мысль, что коалиции в этом примере не могут определяться суммой весов и принцип их образования иной. Точное доказательство этого факта, а именно, что описание коалиций в данном примере 5 по весовому правилу приведенного выше типа невозможно, основывается на следующем важном соображении.

Пусть имеется система коалиций на множестве X. Рассмотрим такие перестановки элементов множества X, при которых каждая коалиция переходит в некоторую коалицию. Если такими перестановками можно перевести любой элемент x в любой элемент y, то будем говорить, что все элементы множества X равноправны. Так будет, очевидно, в примере 3, поскольку любая перестановка элементов переводит каждое множество во множество из того же числа элементов, а следовательно, коалицию в коалицию. Так будет и в примере 5, поскольку и перестановка экспертов внутри каждой профессиональной группы, и перестановка групп между собой сохраняют коалиции. Ясно, что при таких перестановках любой эксперт может поменяться местами с другим экспертом.

В [13, с. 77, 78] доказано, что если элементы множества X равноправны и коалиции определяются весами (как в примере 4), то веса всех элементов одинаковы. Это значит, что коалиция определяется только числом своих элементов (как в примере 3). Поскольку в примере 5 некоторые множества из четырех элементов образуют коалицию, а некоторые — нет, то эти коалиции не могут быть описаны весами. И все же в этом примере коалиция всегда составляет численное большинство элементов.

А может быть такая система, где есть коалиции, образованные численным меньшинством элементов? Тривиальный ответ дает упоминавшийся вариант примера 4 с одноэлементной коалицией. Но в этом примере элементы не равноправны. Построим пример, где и при равноправии элементов коалиции будут составлять численное меньшинство, т. е. реализуется второй из указанных выше «парадоксов».

Пример 6. Косвенные многоэтапные выборы. Пусть множество X имеет 3^ν элементов и пусть оно разбивается на три множества первого яруса (по $3^{\nu-1}$ элементов), те, в свою очередь, — на три множества второго яруса (по $3^{\nu-2}$ элемента) каждое и т. д. Понятие решающей коалиции определим по индукции. Множество P считается коалицией на некотором множестве из трех элементов $(\nu-1)$-го яруса, если два из этих элементов входят в P. Множество P считается коалицией на множестве из 3^q элементов (множестве яруса $\nu-q$), если оно составляет коалицию по крайней мере на двух входящих в это множество множествах нижнего яруса (по 3^{q-1} элемента).

Выразим то же самое иначе. Пусть голосование на множестве X устроено так. Сначала голосуют на всех тройках и решение принимается в каждой тройке $^2/_3$ голосов. Затем эти тройки выступают как единые «упряжки» и голосование идет по тройкам «упряжек» большинством в $^2/_3$ голосов. После этого девятки группируются по три и решение принимается, если две девятки высказались за него. На рис. 7.1 изображена описываемая структура голосования.

Сами голосующие изображены на рисунке квадратиками, а «упряжки» — кружками. Зачернены квадратики, соответствующие голосующим «за», и кружки, соответствующие группам, высказавшимся в силу логики голосования «за». Здесь 16 голосов «за» из 81 голосующих гарантируют принятие решения.

В этом примере легко усматривается, что минимальный размер решающей коалиции $n=2^\nu$. Отсюда доля решающей коалиции составляет $f=\frac{n}{N}=\left(\frac{2}{3}\right)^\nu$ и при больших ν может быть сколь угодно мала, т. е. *в достаточно большом множестве сколь угодно маленькая доля элементов может оказаться решающей коалицией и это в условиях полной равноправности элементов.*

Какова минимально возможная численность n решающей коалиции, если эти коалиции задаются на множестве из N вполне равноправных элементов? Для предыдущего примера $n=N^{0,631}$.

Следующий пример показывает, что численность коалиции может быть еще меньше.

Пример 7. Пусть множество X состоит из $N=m^2$ экспертов, делящихся на m групп по m экспертов в каждой. Минимальная коалиция определяется как множество, содержащее всех экспертов некоторой группы и по представителю из всех остальных групп (рис. 7.2). Легко видеть, что дополнение к такой коалиции не содержит никакой коалиции. Минимальная коалиция состоит теперь из $n=2m-1$ экспертов, откуда $n=2\sqrt{N}-1$, и относительная доля составляет

$$f=2N^{-0,5}-\frac{1}{N}<2N^{-0,5}.$$

Можно строго доказать, что для *любой системы коалиций на множестве из N равноправных элементов численность коалиции $n\geqslant N^{0,5}$*. Приведем соответствующее доказательство сформулированного результата.

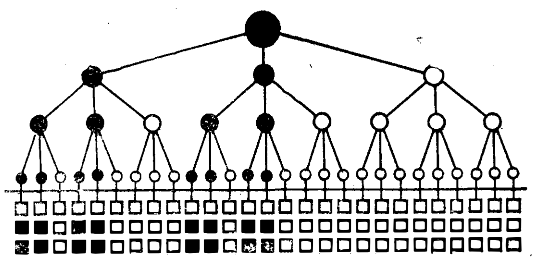

Рис. 7.1

Доказательство. Начнем с некоторых простых фактов, касающихся транзитивной группы G подстановок, действующих на множестве из N элементов. Обозначим через $G(x_0)$ подгруппу G, состоящую из подстановок, оставляющих на месте элемент x_0. Пусть m — количество элементов в $G(x_0)$. Это число очевидным образом не зависит от выбора x_0, поскольку группы $G(x)$ и $G(y)$ изоморфны. А именно

$$G(x)=gG(y)g^{-1},$$

где $g\in G$ — любая подстановка, переводящая y в x. (Такая подстановка существует в G в силу ее транзитивности). Легко проверить, что каждый класс смежности $gG(x)$ состоит из всех подстановок, переводящих x в определенный элемент y. Отсюда видно, что число классов смежности равно числу элементов во множестве X, т. е. N. Отсюда следует, что число элементов во всей группе G равно mN.

Пусть теперь g_1 и g_2 — две подстановки, переводящие элемент x в y. Тогда $g_1^{-1}g_2 \in G(x)$, т. е. g_1 и g_2 входят в общий класс смежности по подгруппе $G(x)$. Таких элементов имеется ровно m, поскольку класс смежности имеет столько же элементов, сколько соответствующая подгруппа.

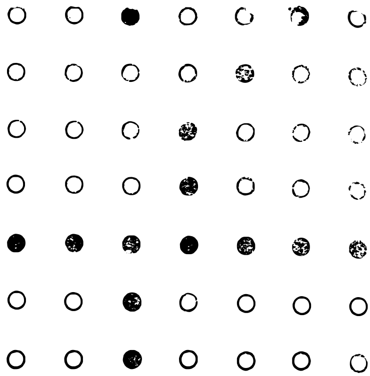

Рис. 7.2

Предположим, что множество P, содержащее n элементов, образует решающую коалицию. Возьмем множество gP, состоящее из всех элементов вида gx, где $x \in P$, а gx — результат действия подстановки g на элемент x. В силу инвариантности системы коалиций относительно группы G множество gP также образует коалицию. Тогда в силу второго свойства $P \cap gP \neq \varnothing$ при любом $g \in G$. (Иначе в дополнении к P находилась бы коалиция gP.) Итак, для любого $g \in G$ существует пара элементов x и y из коалиции P, для которых $y = gx$. Но число различных пар из P равно n^2, каждая пара, как мы видели, может «обслужить» ровно m различных g. Чтобы последнее равенство могло быть выполнено для любого $g \in G$ таких равенств должно быть не менее N. Итак, $n^2 \geqslant N$, что и приводит к искомой оценке $n \geqslant \sqrt{N}$, завершающей доказательство.

Пример 7 показывает, что эта оценка по порядку величины окончательная. Вскрытая нами возможность сколь угодно малого уменьшения доли элементов, составляющих решающую коалицию, позволяет сформулировать правдоподобные гипотезы о природе внутренней организации проблем, связанных с искусственным интеллектом.

Обычно в задачах, где участвуют большие наборы признаков, стремятся выделить небольшое число существенных, т. е. особо отмеченных признаков, определяющих логику решения задачи. Эти существенные признаки иной раз пытаются выразить в виде комбинаций большого числа исходных («неорганизованных») признаков. В рассмотренной нами схеме роль признаков играют элементы, принимающие решения. Принятое элементом решение естественно сопоставить со значением соответствующего признака.

Мы изучали ситуацию, когда все признаки равноправны. Но логика работы системы такова, что фактически решение принимается на основе ничтожной доли от общего количества признаков. Причем этот эффект «малой коалиции» становится все ярче с общим увеличением размеров системы.

Естественно предположить, что *в сложных задачах распознавания образов, диагностики, классификации центр тяжести лежит не в выделении особо информативных признаков, а в обнаружении логики образования минимальных решающих коалиций или, что равносильно, диагностических синдромов, гарантирующих непротиворечивое решение.* Распознавание образов, видимо, состоит не столько в формировании и анализе признаков объекта, сколько в формировании гипотез о структуре решающих коалиций.

Итак, решающая коалиция не может быть слишком малой в абсолютном исчислении, но может составлять сколь угодно малую долю численности всех компонентов системы для достаточно «объемных» систем. Этот вывод имеет определенное методологическое значение. Он показывает, что в решении об отнесении некоторой достаточно сложной системы в тот или иной таксон играет роль не столько количество говорящих в пользу такого отнесения признаков, сколько логика принятия решения.

В частности, даже когда признаки равноценны, решающую роль может сыграть сколь угодно маленькая относительная доля этих признаков при достаточно большом абсолютном количестве. Этот вывод означает, что понятие «почти» для сложных объектов отнюдь не означает совпадения численного большинства признаков (свойств). Это понятие глубоко нетривиально.

С помощью мажоритарных структур можно получить интересный класс моделей для логик с оператором необходимости, о которых шла речь в начале этого параграфа [77]. Пусть для каждого $x \in X$ задана своя мажоритарная структура $M_x(X)$, которая выражает точку зрения самого x на то, какие подмножества X следует считать «большинством». По суждению A каждый $x \in X$ имеет свое мнение об истинности или логичности этого суждения. Символом $A(x)$ обозначим суждение вида «x полагает, что A истинно». Суждение $\Box A(x)$ проинтерпретируем так: «с точки зрения x большинство считает, что A истинно». Г. Е. Минц показал, что в соответствующем модальном исчислении выводимы те и только те формулы, для которых $A(x)$ истинно при всех $x \in X$.

Каждый участник не только имеет свое мнение по тому или иному предлагаемому суждению, на основе мнений участников формируется представление каждого из них о том, какое мнение согласуется с мнением большинства с его точки зрения. Можно рассмотреть ситуацию, когда каждый из участников может заменить свое мнение мнением большинства (с его точки зрения). В результате такой замены могут измениться и мнения разных большинств, что опять приведет к смене точек зрения участников. Такой процесс может функционировать как динамическая память суждений, он определяет необходимость тех или иных действий участников.

Глава 8

СЕМАНТИЧЕСКАЯ ИНФОРМАЦИЯ В СИСТЕМАХ

8.1. ИНФОРМАЦИЯ И СМЫСЛ

Характер информационного взаимодействия частей определяет уровень сложности системы (см. гл. 1). Это делает необходимым специальное обсуждение феномена информации.

Понятие информации, после того как его ввел в науку К. Шеннон, оказалось настолько удобным и естественным для употребления в самых разнообразных ситуациях, что сам создатель теории информации был вынужден протестовать против злоупотреблений введенной им терминологией. Дело в том, что понятие «информация» отвечает некоторым выработанным интуитивным представлениям, поэтому уже само придание «информации» статуса научного понятия стимулирует свободное обращение с этим понятием.

Основной дефект статистической концепции информации состоит в том, что он акцентирует внимание на оценке количества информации, а не на выяснении содержания этого понятия.

Философско-методологический анализ информации как общенаучного понятия содержится в работах А. Д. Урсула [61, 62]. В них развито очень важное представление об информации как «отраженном разнообразии». Значение этого представления для системно-структурного подхода показано в работах В. С. Тюхтина [55, 56] и др.

Это понятие настолько общее, что одинаково успешно применимо и к техническим, и к «живым» системам. Но для последних *существенно не только наличие отраженного разнообразия, но и разнообразия отражений.* Речь идет о том, что одно и то же сообщение может по-разному восприниматься различными приемниками информации. Для описания подобных ситуаций оказывается эвристически полезным представление о тезаурусе приемника, от состояния которого зависит возможность воспринять тот или иной фрагмент информации из данного сообщения и дать ему определенную интерпретацию в рамках данного тезауруса [69]. В сущности семантическая информация возникает в процессе взаимодействия сообщения с данным тезаурусом.

Можно говорить о тезаурусе конкретного человека, о тезаурусе коллектива, вообще о тезаурусе некоей сложной системы, выступающей в процессе коммуникаций. Тезаурус при этом выступает как система репрезентаторов — способов представления сведений о действительности, в которой функционирует данная система. Тезаурус по сути дела задает систему семантических связей понятий. Каждое понятие в тезаурусе объясняется через набор других, т. е.

характеризуется своим положением в тезаурусе. Фактически тезаурус человека — это вербализованная, соотнесенная со словесным материалом совокупность его представлений о мире, включающая его познавательные установки. Например, если человек сознательно исключает из своего тезауруса понятие «цель», то ему трудно понять даже самое простое поведение животных. Галилей считал, что не может быть сил, действующих на расстоянии, и — не смог объяснить механизм приливов, хотя имел необходимые для этого факты.

При восприятии текста тезаурус человека может меняться. Изменение тезауруса можно записать алгебраически: равенство $b=x(a)$ означает, что субъект с тезаурусом a, восприняв текст x, изменяет свой тезаурус, превращая его в b. Текст является оператором на множестве тезаурусов [69]. Этот оператор монотонен относительно упорядоченности тезаурусов и текстов по включению:

$$a \leqslant b \Rightarrow x(a) \leqslant x(b),$$

$$x \leqslant y \Rightarrow x(a) \leqslant y(a).$$

Это значит, что, имея больший тезаурус, человек полнее поймет текст, а больший текст несет большую информацию.

Восприятие текста сильно зависит от тезауруса приемника, от его «настроенности» на восприятие, от степени подготовки. Вряд ли что-нибудь можно узнать из опыта или из книг, абсолютно ничего не зная до этого. Текст очень содержательной математической статьи не содержит по существу никакой информации для человека, не являющегося специалистом в данной области математики. Допустим, мы научились некоторым способом вычислять степень содержательности тезауруса. Тогда легко себе представить, как примерно будет выглядеть зависимость приращения содержательности тезауруса при восприятии некоторого текста от начальной содержательности тезауруса (рис. 8.1). Человек с малыми предварительными знаниями получает из текста мало информации (*1*). Имея достаточно богатый тезаурус, можно познать гораздо больше (*2*). Человек, знающий почти все в этой области, не находит для себя никакой новой информации (*3*).

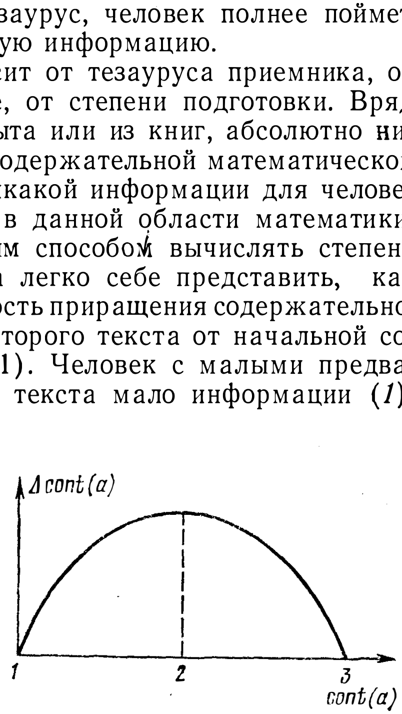

Рис. 8.1

От тезауруса приемника зависит не только количество воспринятого смысла, но и качество — уровень восприятия. Самый низкий уровень — синтаксический, где главное — понимать структуру фразы, текста, не вдаваясь в смысл. Например, читая текст на иностранном малознакомом языке, мы понимаем сначала синтаксическую структуру. По ней мы уже можем судить, стоит ли разбирать более глубокий смысл той или иной фразы или она не несет для нас полезной информации. Другой пример синтаксического понимания — проверка синтаксиса программы на ЭВМ: проверяется правильность расстановки скобок, точек, команд и прочих знаков. Синтаксический уровень существует и в процессе понимания природы. Он проявляется в подмене вопроса о содержании вопросом о форме. Именно в синтаксическом смысле физиология высшей нервной деятельности объясняет феномен сознания.

Следующий уровень понимания можно назвать поверхностно-семантическим. На этом уровне познается буквальный смысл текста или явления. Если значения слов в тексте твердо фиксированы, то поверхностно-семантическое понимание будет исчерпывающим. Соответствующий уровень в понимании природы означает нахождение прямых соответствий наблюдаемым фактам в рамках уже готовой общепринятой концепции.

Третий уровень называется глубинно-семантическим. На этом уровне познается метафорический смысл текста, его замысел, цель. Для этого уровня характерно целостное восприятие сообщения. Большинство художественных текстов предполагает именно этот уровень понимания. В познании природы глубинно-семантический уровень приводит к необходимости в системном подходе. Объект исследования прежде всего мыслится как целое, в единстве всех своих членений. Структурное и причинностное объяснения считаются недостаточными, они заменяются целевым или ценностным объяснением. Основным вопросом будет «Зачем?» и «Почему?», а не «Как?». Такой подход сегодня уже оказывается необходимым в разных областях биологии — экологии, систематике, теории эволюции.

Четвертый уровень понимания можно назвать диалоговым. В этом случае мы не исчерпываем понимаемое. Понимание здесь — не состояние, а процесс общения с текстом.

Выделение этих уровней вовсе не означает, что понимание на одном из них автоматически включает в себя понимание на всех вышележащих. Здесь идет речь не столько о «глубине» уровня, сколько о его положении на шкале «интуиция — дискурсия». В некоторых случаях познание начинается с третьего и четвертого уровней, а потом дополняется первым и вторым. Уровень восприятия непосредственно зависит от тезауруса человека, от его познавательных установок.

Вообще говоря, восприятие текстов зависит не от всего тезауруса, а от некоторой его части. Информацию тезауруса можно условно разделить на метаинформацию и конкретную информацию.

Метаинформация — это сведения о том, как организована конкретная информация. Конкретная информация — это знание о конкретных областях, т. е. то, что мы называем фактами. Она совсем незначительно влияет на восприятие новых текстов и фактов, если они не противоречат старым. Напротив, метаинформация определяет полноту и глубину восприятия текстов, хотя сама очень незначительно меняется при получении новой конкретной информации. Изменение метаинформации означает в известном смысле перестройку методологии. Существуют научные тексты, не дающие никакой конкретной информации и направленные лишь на изменение метаинформации.

Итак, мы зафиксировали, что восприятие новых текстов и фактов зависит от тезауруса субъекта и само меняет этот тезаурус. Возможно отождествление таких текстов или ситуаций, которые одинаково изменяют некоторый тезаурус. То, что есть общего в тождественных текстах или ситуациях, естественно назвать семантической информацией. Например, два текста одинакового содержания, но написанные разными чернилами воспринимаются одинаково. Текст стихотворения и текст прозаического пересказа того же стихотворения синонимичны относительно многих тезаурусов. Более того, очень трудно построить формальную модель тезауруса, различающего эти два текста. Всякая синонимия условна и наблюдается лишь в определенной ситуации и в отношении определенного объекта. Например, устное сообщение в судебном разбирательстве имеет гораздо меньшее значение, чем письменный документ, несмотря на тождество содержания.

Одной из главных проблем теории семантической информации является изучение способов перевода текстов, сохраняющего смысл. Основной вопрос — найти алгоритм перевода с одного языка на другой, выяснить, при каких условиях перевод сохранит смысл текста, т. е. какие преобразования текста инвариантны относительно семантической информации. В общем виде эта проблема не решена, однако можно указать на некоторые подходы к ее решению.

Прежде чем рассматривать переводы, сохраняющие смысл подлинника, выясним, каким образом в языке тексты наделяются смыслом; т. е. какова семантическая структура языка. Во-первых, для каждого языка можно выделить класс структур, несущих смысл, которые назовем семафоронтами. Семафоронтами являются морфемы, слова, предложения, тексты, серии текстов. Семафоронты языка образуют категорию; ее морфизмы — это вложения одних семафоронтов в другие. Во-вторых, каждому семафоронту соответствует архетип объектов или явлений, которые он описывает, т. е. некоторый смысл. По соотношению структуры и смысла семафоронтов можно выделить несколько типов языков. В языках первого типа смысл не связывается со структурой — просто каждому семафоронту приписывается определенный смысл, не зависящий от смысла входящих в него частей. Каждый текст рассматривается целиком, как один большой иероглиф. Примером может служить язык дорожных знаков: каждый знак — это целая фраза. Язык первого типа неудобен для понимания, так как невозможно предсказать смысл любого нового текста. Однако иногда и в человеческом языке смысл семафоронта не зависит от структуры. Например, приветствие (слово «здравствуйте» никто не понимает буквально) и другие ритуальные слова («спасибо» — трансформированное «спаси бог»). Много таких слов и фраз в военном жаргоне.

В языке второго типа смысл семафоронта однозначно определяется по смыслу входящих в него элементарных семафоронтов — слов или морфем. Смысл элементарных семафоронтов жестко зафиксирован. Такая семантическая структура характерна для машинных языков. Языки второго типа дают возможность понимать новые тексты, но они очень громоздки из-за того, что нельзя менять смысл слов. Кроме того, далеко не всегда архетип явления расчленим на самостоятельные части, которые можно обозначить элементарными семафоронтами.

Языки третьего типа более гибкие. В них так же, как и в языках второго типа, смысл фразы или текста сводится к смыслу входящих в них слов, но смысл слова не фиксирован жестко, хотя имеется что-то общее во всех значениях слова. Смысл слова конкретизируется в контексте — в зависимости от окружающих его слов, т. е. в определенной знаковой ситуации, и его можно представить как обобщенный архетип, который деформируется, если слово рассматривается в определенной знаковой ситуации. Часто такая деформация столь радикальна, что мы перестаем чувствовать архетип слова. Например, слово «лук» у нас ни с чем не ассоциируется, пока не ясна знаковая ситуация: текст ли это, например, из кулинарной книги или сообщение о соревнованиях по стрельбе из лука. На самом деле общий архетип есть — это стрелка лука и стрела, но мы о нем забыли.

Полисемия слов иногда создает впечатление, что смысл — это случайная величина [38]. Однако в каждой конкретной знаковой ситуации смысл фиксируется, поэтому неопределенность не возникает. Те случаи, когда смысл действительно неопределенный, — это, скорее, дефект текста, чем фундаментальные свойства. Если же в тексте слово несет несколько смысловых нагрузок, то это опять-таки не случайность: автор такого текста имел в виду сразу все смысловые нагрузки слова, а не каждую из них с некоторой вероятностью.

У языков третьего типа есть еще одно свойство: смысл разных элементарных семафоронтов в одинаковых знаковых ситуациях модифицируется примерно одинаковым способом. В обычных языках элементарный смысл несут не слова, а морфемы. В знаковую ситуацию морфемы входят в первую очередь другие части того же слова. Например, суффиксы «тель» и «щик» вполне определенно модифицируют смысл морфемы корня: строитель — тот, кто строит, настройщик — тот, кто настраивает. Исходя из этого можно образовывать слова, которых нет в русском языке, и тем не менее смысл их заранее определен: бросатель, ломатель, плаватель, говорильщик, сажатель и пр. Таким образом, существует закономерный полиморфизм употребления морфем и слов. Это позволяет предсказать их смысл в новых знаковых ситуациях.

Существует еще один тип языков. В их текстах может быть несколько структур сразу, причем каждая структура имеет свою семантику. Например, в стихотворении помимо словесной структуры есть структура ритма, рифмы, опорных трезвучий согласных, которые также имеют свой смысл. Разные структуры текста могут быть ответственны за различные смысловые уровни текста. Часто интуитивный смысл заложен не в словах, а в ритме, интонации.

Наша речь имеет по крайней мере две структуры — словесную и интонационную. При этом часто вторая несет всю информацию, в то время как первая является лишь материальным носителем второй [8]. Сказка Кэрролла «Алиса в стране чудес» явно имеет несколько структур. Некоторые фразы имеют сразу много смыслов, и именно эта полисемия и есть смысл всей сказки.

Тексты таких языков похожи на реальные системы,—и те и другие имеют целый класс представлений (членений). Вообще говоря, реальные системы можно рассматривать как тексты неизвестного нам языка четвертого типа. Приступая к изучению некоторой системы, мы убеждены, что в ней есть некоторый смысл. Без этого нельзя заниматься наукой. Разные членения системы несут разный смысл. Истинное понимание системы заключается, вероятно, в интеграции этих смыслов. Умение видеть сразу весь спектр смыслов объекта относится уже к сфере диалектического мышления.

Способ перевода текстов непосредственно зависит от типа семантической структуры языка. Легче всего переводить тексты языков первого типа — для этого достаточно отыскать текст во втором языке, имеющий тот же смысл, что и текст в первом языке. Перевод — это отображение класса семафоронтов первого языка в класс семафоронтов второго языка; при этом не имеет значение структура копии и оригинала. Перевод языков второго типа сложнее. Здесь надо передать не только общий смысл текста и его состав, т. е. перевод осуществляется по частям. При переводе текстов языков третьего типа важно передать знаковую ситуацию. Точный перевод знаковой ситуации часто бывает важнее, чем точный перевод самого слова. В текстах языков четвертого типа существует не одна, а несколько структур. Поэтому перевод должен передать все эти структуры.

Рассмотрим необходимые условия, при которых перевод является полным. Полнота перевода зависит в большей степени от текста, чем от языка. Один и тот же язык может быть богаче в отношении одних текстов и беднее в отношении других. Например, на языке АЛГОЛ трудно передать человеческие чувства, но в отношении текстов — программ этот язык гораздо богаче, чем обычный. Поэтому, говоря о полноте перевода, мы будем иметь в виду конкретный текст языка, а не язык вообще.

8.2. ИНФОРМАЦИЯ И ТЕОРИЯ КАТЕГОРИЙ

Для языков первого типа никаких условий полноты перевода сформулировать нельзя, поскольку в них смысл не зависит от структуры. Для полноты перевода текстов языков второго типа необходимо, чтобы разным частям текста соответствовали разные части текста — перевода, т. е. состав семафоронтов не должен обедняться.

Опишем это с помощью некоторой математической схемы. Пусть задан класс языков, у которых классы семафоронтов не пересекаются. Тогда можно категории семафоронтов всех языков объединить в одну категорию $\mathscr{M}$. Поскольку перевод рассматривается как гомологизация подобъектов одного текста подобъектам другого текста, то согласно результатам гл. 3 существует простая монокатегория $<\mathbf{C}, \mathscr{M}, \mathbf{G}>$, морфизмами которой являются переводы текстов. Морфизм $u: A \longrightarrow B$, $u \in \mathbf{C}$ может быть полным переводом, если только для любых подобъектов $[X, v]$, $[X', v']$ объекта A из существования изоморфизма $s: Y \longrightarrow Y'$, $s \in \mathscr{M}$, где $[Y, w] = F(u)\ [X, v]$, $[Y, w'] = F(u)\ [X', v']$, следует существование изоморфизма $t: X \longrightarrow X'$, $t \in \mathscr{M}$. Это значит, что если изоморфны образы, то изоморфны и прообразы.

Прежде чем сформулировать необходимое условие полного перевода текста третьего типа, формализуем понятие знаковой ситуации. Знаковая ситуация — это множество знаков, уточняющих значение слова или морфемы. Одинаковые слова в одинаковых знаковых ситуациях имеют один и тот же смысл, а в разных — могут нести разный смысл. Знаковая ситуация для каждого слова в тексте должна быть единственна, так как иначе смысл этого слова будет неопределен. Даже в тех текстах, где требуется многозначность смысла слова, знаковая ситуация все равно единственна, хотя может быть устроена довольно сложно. Например, слово из первой строчки венка сонетов осмыслено не только в первом сонете, но и в магистрале — сонете, составленном из первых строчек всех сонетов венка. Здесь знаковая ситуация может выходить за рамки одного сонета. В обычных текстах знаковые ситуации могут быть предложениями или состоять из пары слов или даже из одного слова (т. е. слово — знаковая ситуация для самого себя). Отсутствие поясняющих слов — это особая знаковая ситуация, в которой данное слово употребляется в самом обычном смысле. Чтобы сильно модифицировать смысл слова, необходимо поместить его в достаточно большую знаковую ситуацию. Например, определение термина входит в знаковую ситуацию любого его употребления в тексте.

В языке для каждого слова предусмотрен класс знаковых ситуаций, в которых оно может употребляться. Такие знаковые ситуации, вырванные из текста, будем называть окрестностями. Знаковая ситуация слова в конкретном тексте — это наибольшая из допустимых окрестностей этого слова, существующих в данном тексте. Например, для слова «группа» есть окрестности: «группа» (в смысле группа объектов), «аддитивная группа» (математическая). При этом вторая окрестность больше первой. Если в тексте встречается словосочетание «аддитивная группа», то мы уже никогда не будем иметь в виду обычный смысл слова «группа», т. е. мы выбрали наибольшую окрестность.

Любопытно, что сходное явление существует в биологии: каждое животное имеет набор возможных сред обитания, которые аналогичны окрестностям, а конкретная среда, в которой оно обитает, — аналог знаковой ситуации. Поведение животного, его функции аналогичны смыслу слова: оно будет одинаковым в одинаковой среде и разным в разной среде.

Опишем конструкцию знаковой ситуации на языке теории категорий. Пусть дана категория семафоронтов с морфизмами — вложениями. Все ее морфизмы — мономорфизмы. Пусть задан объект X и класс всех пар (u, A), где u — морфизм из X в A. Пары (u, A) и (u', A') будем считать эквивалентными, если существует изоморфизм $p: A \longrightarrow A'$ такой, что $pu = u'$. Класс эквивалентности назовем окрестностью объекта и обозначим $[u, A]$, где (u, A) — представитель окрестности. Пусть для объекта X выделен класс окрестностей $L(X)$. Знаковой ситуацией подобъекта $[X, v]$ объекта A называется наибольший подобъект $[Y, w]$ объекта A такой, что 1) $[X, v] \leqslant [Y, w]$, т. е. существует морфизм $s: X \longrightarrow Y$, причем $v = sw$; 2) $[s, Y] \in L(X)$. Далее рассмотрим случаи, когда знаковая ситуация единственна. Равенство $G[X, v] = [Y, w]$ означает, что $[Y, w]$ — знаковая ситуация подобъекта $[X, v]$.

Пусть знаковая ситуация существует для некоторого класса подобъектов объекта A. Тогда можно определить эквивалентность на этом классе: подобъект $[X, u]$ эквивалентен подобъекту $[X', u']$, если существует пара изоморфизмов: $p: X \longrightarrow X'$ и $q: B \longrightarrow B'$, где $G[X, u] = [B, v]$, $G[X', u'] = [B', v']$, при этом $pw' = wq$, $wv =$

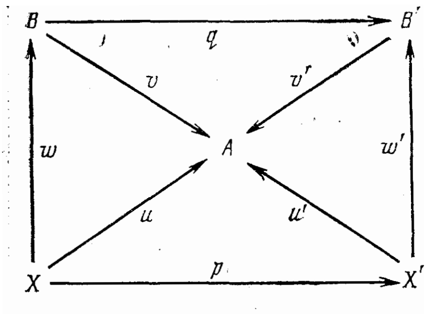

Рис. 8.2

$=u$, $w'v'=u'$ (рис. 8.2). Очевидно, что морфизмы w и w' определяются однозначно, поскольку v и v' — мономорфизмы. Эквивалентность подобъектов означает, что они имеют одинаковые знаковые ситуации в объекте A, т. е. одинаковым способом входят в объект A. Класс эквивалентности назовем факторподобъектом и обозначим $\{X, u\}$, где $[X, u]$ — представитель факторподобъекта.

Рассмотрим подробнее предельный случай, когда из того, что существует морфизм $u: X \to A$, следует, что $[u, A] \in L(X)$. Тогда знаковой ситуацией для любого подобъекта будет сам объект. Это тот случай, когда смысл слова определяется только в рамках целого текста. При этом эквивалентность подобъектов можно определить несколько проще: подобъекты $[X, u]$ и $[X', u']$ объекта A эквивалентны тогда и только тогда, когда существует пара изоморфизмов: $p: X \to X'$ и $q: A \to A$ таких, что $pu' = uq$. Доказательство тривиально.

Фактически это означает, что можно так изоморфно отобразить объект A в себя, что один подобъект изоморфно перейдет в другой.

Рассмотрим несколько примеров.

Пример 1. Пусть $\mathcal{M}$ — категория неориентированных графов с инъективными гомоморфизмами. Вершины графа — это его подобъекты. В графе, изображенном на рис. 8.3; вершины F и C, E и D эквивалентны. Вершины D и F не эквивалентны, так как не существует изоморфизма графа в себя, переводящего вершину D в вершину F. В этом примере надо обратить внимание на то, что изоморфные объекты (все вершины, как одноточечные графы, изоморфны) не эквивалентны, поскольку по-разному расположены в целом объекте. Сложность достигается не из-за разнообразия элементов, а благодаря связям между ними. На рис. 8.4 изображены все факторподобъекты самого левого графа. Вершины, отражающиеся друг в друга, находятся на одном уровне. На рисунке показаны только представители факторподобъектов.

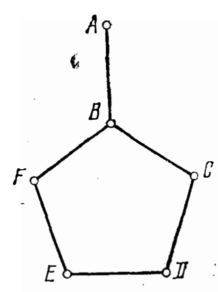

Рис. 8.3

Пример 2. Пусть M — категория множеств с инъекциями в качестве морфизмов. Легко показать, что любые два конечных подмножества эквивалентны, если имеют одинаковую мощность. Интереснее обстоит дело с бесконечными подмножествами: не существует биекции множества натуральных чисел в себя, переводящей каждое натуральное число в четное. Таким образом, подмножество четных чисел натурального ряда не эквивалентно натуральному ряду как подмножеству самого себя. Хотя они и равномощны как множества, но занимают разное положение во множестве натуральных чисел.

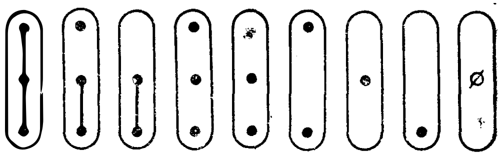

Рис. 8.4

Оказывается, подмножества B и C множества A эквивалентны тогда и только тогда, если равномощны сами множества B и C и их дополнения во множестве A.

Исходя из этого легко перечислить все факторподобъекты множества натуральных чисел: 1) конечные множества из 0, 1, 2 и других элементов; 2) натуральный ряд без 0, 1, 2 и других элементов; 3) счетное подмножество, дополнение которого счетно. При анализе решающих коалиций равноправие голосующих лиц — это эквивалентность их как подобъектов мажоритарного пространства. Об этом шла речь в гл. 7.

Каждый объект A сопоставляется с множеством его факторподобъектов. Мощность этого множества назовем сложностью объекта A и обозначим $C(A)$. Сложность сильно зависит от способа расчленения объектов. Например, естественное расчленение популяции животных — это членение на индивидуумы. Если в нашей категории все индивидуумы изоморфны, то сложность популяции зависит от межиндивидуальных отношений. Если этих отношений нет, то сложность не будет зависеть от численности точно так же, как информация газеты не зависит от ее тиража. Поскольку разные факторподобъекты могут нести разную информацию, сложность объекта отражает его информационную емкость. Надо заметить, что высокая сложность объекта свидетельствует не о том, что он несет большую информацию, а о том, что он может нести большую информацию.

Для того чтобы два слова в тексте имели одинаковые значения, недостаточно им быть изоморфными, надо, чтобы они были эквивалентными. Это необходимо учитывать при переводе текстов. Полный перевод может быть только при условии, что образы подобъектов из разных факторобъектов принадлежат разным факторобъектам. При этом вполне возможно, что неизоморфным семафоронтам соответствуют изоморфные — важно, чтобы эти семафоронты — образы были неэквивалентны. Например, местоимения «ты» и «вы» в английском языке переводятся «you», но из контекста большей частью можно установить, что имеется в виду.

Опишем это математически. Пусть задана простая монокатегория $<\mathbf{C}, \mathscr{M}, \mathbf{G}>$. Морфизм $u: A \to B$ категории $\mathbf{C}$ назовем трансляционным, если для любых подобъектов $[X, v]$ и $[X', v']$ объекта A $\{Y, w\} = \{Y', w\} \Rightarrow \{X, v\} = \{X', v'\}$, где $[Y, w] = F(u)[X, v]$, а $[Y', w] = F(u)[X', v']$ *). Трансляционный морфизм — это такой

*) Факторподобъекты по-прежнему определяются в подкатегории $\mathscr{M}$.

перевод, при котором может полностью сохраниться старый смысл и даже добавиться новый. Из определения трансляционного морфизма следует, что если существует трансляционный морфизм $u : A \to B$, то $C(A) \leqslant C(B)$.

Приведем несколько примеров.

Пример 1. Если $\mathbf{C}$ — категория множеств с отображениями, а $\mathcal{M}$ — подкатегория инъекций, то $C(A) = n+1$, если A — конечное множество, состоящее из n элементов. Если A бесконечно и имеет мощность η, то $C(A) = \eta$. Класс всех трансляционных морфизмов для конечных множеств совпадает с классом инъекций.

Пример 2. Объекты категории $\mathbf{C}$ — конечные наборы букв из алфавита I, а морфизмы — отображения таких наборов, как множеств, причем каждая буква должна отображаться в такую же букву. Морфизмы категории $\mathcal{M}$ — инъекции. Если объект A имеет n_i экземпляров каждой буквы $i \in I$, то $C(A) = (N+1) / \prod\limits_{i \in I} (n_i + 1)$, где $N = \sum\limits_{i \in I} n_i$. Класс трансляционных морфизмов совпадает с $\mathcal{M}$.

Пример 3. Если морфизмы из $\mathcal{M}$ — вложения меронов в архетип, то сложность архетипа равна числу неэквивалентных меронов.

Пример 4. Пусть морфизм $u : A \to B$ является допустимым мономорфизмом, и для любого допустимого изоморфизма $p : B \to B$ найдется такой допустимый изоморфизм $q : A \to A$, что $up = qu$. Легко показать, что такой морфизм будет трансляционным. Пусть $[X, v]$ и $[X', v']$ — подобъекты объекта A. Тогда $F(u)[X, v] = [X, vu]$, $F(u)[X', v'] = [X, v'u]$. Пусть $\{X, vu\} = \{X', v'u\}$, т. е. существуют допустимые изоморфизмы $p : B \to B$ и $s : X \to X'$, причем $vup = sv'u$. Для допустимого изоморфизма p найдется допустимый изоморфизм $q : A \to A$ такой, что $up = qu$. Тогда $vup = sv'u \Rightarrow vqu = sv'u \Rightarrow vq = sv'$. Следовательно, $\{X, v\} = \{X', v'\}$.

Здесь любопытно, что не всякое дополнение текста есть трансляционный морфизм. Слова, ранее находившиеся в разных знаковых ситуациях, могут после дополнения оказаться в одинаковых знаковых ситуациях.

Итак, мы сформулировали необходимые условия полного перевода для некоторых моделей семантической структуры языков. Эти модели безусловно можно усовершенствовать — быть может, тогда удастся получить не только необходимые, но и достаточные условия полного перевода. По всей видимости, для решения этой задачи также можно использовать язык теории категорий.

Глава 9

ЦЕЛЕВОЕ И ЦЕННОСТНОЕ УПРАВЛЕНИЕ В СИСТЕМАХ

9.1. СТРУКТУРА ЦЕЛЕЙ

Понятие цели далеко не так просто, как часто, на первый взгляд, нам кажется. Мы склонны видеть наличие цели в ситуациях, где ее фактически нет. Поэтому стоит обсудить, что такое цель.

В классической теории управления, которая используется в кибернетике, предлагается следующий подход: имеется система, затем формулируется цель управления, и управление ведется так, чтобы цель была достигнута. Гипотеза, что система имеет цель, является здесь необсуждаемым постулатом. Но раз есть цель, то возникают специфические методы управления, выясняется, достижима ли эта цель, ищутся способы оптимального достижения цели.

Начнем с критического уточнения самого понятия «цель». Уместно рассмотреть два примера: человеческий и физический. В первом случае попробуем осознать мотивацию собственного поведения. Зададимся вопросом, естественно ли для человека вести себя целенаправленно? Если каждый честно задаст себе этот вопрос, то в большинстве случаев ответ будет отрицательным. Мы знаем, что чрезвычайно трудно четко поставить себе цель и вести себя так, чтобы все поведение было направлено именно на достижение этой цели. Чаще всего поведение человека сводится к некоторой ритуальной программе действий, которая от него самого мало зависит [43]. Иногда мы склонны менять цели в зависимости от ситуации. При этом внезапно перед нами возникают такие цели, о существовании которых мы и не подозревали. Все это вовсе не означает, что мы не ведем себя целенаправленно, просто целенаправленное поведение требует от нас определенных волевых усилий.

Возьмем такой простейший пример. Цель человека в данный момент — накопить денег на магнитофон. Такая цель определенным образом стимулирует его поведение. А если мы поставим себе цель копить деньги? Вообще копить, а не для определенной покупки. Как ни удивительно, но это не будет целью по той простой причине, что здесь непонятно, когда эта цель будет достигнута. Цель «купить магнитофон» достижима и вовсе не предполагает, что, достигнув ее, мы будем стремиться купить еще один магнитофон. Псевдоцель «копить деньги» принципиально недостижима.

В этом смысле характерно поведение бальзаковского Гобсека. Какой одиозной ни кажется эта ситуация, она на самом деле очень человечна. Если в какое-то время Гобсек копил деньги ради достижения определенных целей — богатства, власти, положения в обществе — то в период, о котором повествует Бальзак, он уже никаких целей не преследует. Он просто копит деньги. Его поведение управляется уже не целями, а системой ценностей. Для него деньги — это наивысшая ценность безотносительно того, что они могут ему дать. Поведение Гобсека в некотором смысле очень типично для человека: мы не столько преследуем какие-то цели, сколько заботимся о сохранении и накоплении некоторых ценностей. Правда, ценности бывают разные. Для Гобсека наивысшая ценность —

это деньги, а для художника — его искусство. Одни ценности мы считаем низменными, поскольку для нас они ценности не представляют, другие — возвышенными. Тем не менее поведение Гобсека и Ван Гога в определенном смысле аналогично, так как оба они руководствуются не целями, а своими ценностями. Как это ни парадоксально, но оба они — люди совершенно бескорыстные, поскольку не преследуют никаких целей, с другой стороны, они абсолютно честные, поскольку они строго придерживаются избранной системы ценностей. Гобсека можно назвать корыстным лишь в таком же смысле, в каком корыстен автомат с газированной водой, не дающий жаждущему человеку напиться без трех копеек.

Теперь разберем физический пример. Пусть имеются две среды с разной скоростью движения света в этой среде. Из точки *A* луч света попадает в точку *B* (рис. 9.1). При этом оказывается, что путь, по которому идет свет из *A* в *B*, является экстремальным: по нему свет проходит за минимум времени. Спрашивается, есть ли у луча цель достичь точки *B* за наименьший промежуток времени. Этот пример показывает, что, по-видимому, надо научиться различать два случая. Первый, когда объект действительно имеет цель, и второй, когда объект ведет себя так, как будто он имеет цель. Различать эти два случая довольно трудно. Если мы наблюдаем только внешнее поведение (наблюдаем его из «внешней позиции») объектов, то эти случаи явно неразличимы. Для различения надо заглянуть во внутрь объекта или выйти несколько за пределы исследуемого акта поведения, поставив его в один ряд с другими подобными актами.

Действуя таким образом, можно привести некоторые соображения, показывающие, что, например, у луча света реальной цели все-таки нет.

1. Луч попадает в точку *B*, только если он соответствующим образом направлен. Если повернуть источник света, то луч уйдет в сторону. Цель же предполагает свое постоянство. Если, например, мы будем постоянно менять цели, не успевая их достигать, то никак нельзя говорить о целесообразности нашего поведения. Цель должна быть инвариантом поведения. Вопрос о том, попадает ли луч в точку *B*, решается не самим лучом, а тем, кто его направляет.

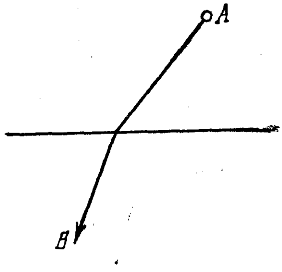

Рис. 9.1

2. Луч света не может ошибаться и двигаться иначе, чем по экстремальному принципу. Фактически у него нет свободы решения, необходимой для того, чтобы можно было говорить о цели. Поставим на место луча человека, который хочет попасть как можно быстрее из точ-

ки A в точку B (предположим, что у человека скорость движения в разных средах различна). Очень трудно решить точно такую задачу на глаз. Человек найдет лишь приближенное решение. Но допустим, что у него есть приборы, по которым можно точно определить его местоположение, положение точки В и границы сред. Тогда, вычислив траекторию, он пойдет по экстремальному пути точно так же, как луч света. Отличие лишь в том, что человека можно обмануть, дав ему испорченный прибор или тригонометрические таблицы с опечатками. Луч света в принципе обмануть нельзя.

Физики рассуждают так: существует множество возможных (виртуальных) траекторий луча из точки A в точку B. Это равносильно рассмотрению всех возможных миров с совершенно разными физическими законами. Каждая из мыслимых траекторий реализуется в каком-нибудь из миров. Однако действительным физическим миром оказывается лишь один из них — тот, в котором выполняется экстремальный принцип. Таким образом, в одном из возможных миров цель может быть и не достигнута, в реальном же физическом мире цель достигается всегда. Если считать, что целью является выбор того мира, в котором выполняется экстремальный принцип, то это будет уже цель, которую сам луч света никак не способен преследовать.

3. Луч света попадает за минимальное время не только в точку B, но и в любую точку на той же траектории, например в точку B'. Достижение лучом сразу многих целей свидетельствует скорее о том, что настоящей цели у него нет. Цель должна быть одна. Этот принцип можно назвать «погоней за двумя зайцами». Задача достижения сразу нескольких целей, как правило, противоречива, хотя и очень обычна в человеческой практике. Однако решение такой задачи считается большим искусством. Скажем, конструкция знаменитого штурмовика ИЛ-2 примечательна тем, что в ней броня, предназначенная для защиты летчика, выполняет еще дополнительную функцию — оказывается частью несущей конструкции. В произведениях искусства часто достигается совмещение функций. Скажем, звучная рифма несет важную смысловую нагрузку. Но это достигается именно искусством или изобретательностью. Нормой является невозможность успешной «погони за двумя зайцами». Однако даже в этих случаях можно говорить об одной цели — совместить две подчиненные противоречивые цели. Интерпретировать таким же способом поведение луча трудно. У него все цели непротиворечивы и достигаются без труда. Задача *совмещения* целей перед лучом не стоит.

Можно подытожить наши рассуждения о том, как распознается наличие истинной цели в следующих критериях.

1. *Цель должна быть в принципе достижима.* В противном слу-

чае она уже не цель, а либо система ценностей, либо фатальная неизбежность (в случае луча, направленного в другую сторону).

2. *Цель может быть и не достигнута.* Этот принцип предполагает наличие нетривиальной свободы поведения у объекта. Объект самостоятельно выбирает направление и корректирует его согласно цели. Там, где кончается возможность самоуправления, кончается целенаправленное поведение. Например, стрельба в цель целесообразна лишь на уровне человека. Сама пуля не преследует цель, а автоматически в нее попадает. Сложнее обстоит дело с самонаводящимися ракетами. У ракеты уже есть некоторая свобода поведения, ее можно и обмануть. Однако эта свобода ограничивается одним уровнем. В отличие от человека ракета не может менять свою тактику. Тактика поведения ракеты была выбрана конструктором и явилась реализацией его цели. Поэтому целесообразность поведения такой ракеты можно понимать только в очень ограниченном смысле — как поставленную конструктором и контролируемую оператором.

3. *Цель должна быть единственной.*

Рассмотрим, каким же способом человек достигает цели. Обычно непосредственно ее достичь нельзя, поэтому надо строить какие-то подчиненные цели, достигнув которые, мы сможем легче достичь главную цель.

Пусть M — множество целей. На нем естественно, вводится отношение порядка: цель x младше цели y (обозначается $x \leqslant y$), если для достижения цели y необходимо достижение цели x. Ясно, что это отношение удовлетворяет аксиомам порядка:

1) асимметричность: если $x \leqslant y$ и $y \leqslant x$, то цели x и y достижимы при условии, что они совпадают. Если они не совпадают, то для достижения x предварительно надо достигнуть y, а для достижения y — достигнуть x. Следовательно, они могут быть достигнуты только одновременно и потому совпадают. Это противоречит сделанному предположению о том, что цели не совпадают;

2) транзитивность: если $x \leqslant y$ и $y \leqslant z$, то $x \leqslant z$. Это свойство очевидно;

3) рефлексивность: $x \leqslant x$, так как для достижения x необходимо достигнуть x.

Таким образом, множество целей M является упорядоченным. Однако оно не всегда дерево, как это часто считают, так как достижение цели x может быть необходимым для достижения как цели y, так и цели z (рис. 9.2). На рисунке цель A — главная, поскольку она «больше» всех остальных; все остальные необходимы для ее достижения, это подчиненные ей цели.

Картинка упорядоченного множества целей очень наглядна, но она не отражает некоторые существенные свойства целей. Оказывается, об упорядоченном множестве целей можно говорить только после того, как выработана точная программа достижения главной цели. Только в этом случае осмысленно отношение порядка. Например, пусть ставится цель получить большое количество электроэнергии. Необходимо ли для этого строить гидроэлектростанцию и тем самым губить массу рыбы? Оказывается, что это необходимо лишь в рамках определенного проекта. В рамках другого проекта необходимо построение атомной электростанции. Таким образом, необходимость здесь понимается в относительном смысле, а не в абсолютном. Это позволяет выбирать средства для достижения одной и той же цели.

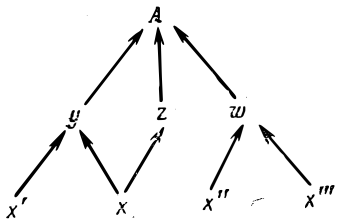

Рис. 9.2

Подчиненные цели принципиально отличаются от главной тем, что они суть лишь средства достижения главной цели. Ценность главной цели не требует оправдания, она существует априорно, иначе она уже не будет главной целью. Выбор подчиненных целей может быть до некоторой степени произвольным, так как они оправданы лишь как средства.

В общем случае, когда программа достижения целей не выбрана, на множестве потенциальных целей действует иное отношение: не необходимости, а достаточности. Можно говорить о том, что некоторое подмножество целей достаточно для достижения данной цели. Будем говорить, что подмножество целей Q есть минимальное достаточное для достижения цели A, если его любое собственное подмножество Q' уже не достаточно для достижения цели A. Вообще говоря, такое минимальное множество не обязано быть единственным. Однако в рамках некоторого проекта система целей обычно ограничивается так, что для каждой цели существует единственное минимально достаточное множество целей. В этом случае, естественно, возникает отношение необходимости на множестве целей, удовлетворяющее, как мы видели, аксиоматике отношения порядка. Именно ограничение в средствах, заданное в рамках проекта, заставляет оправдывать эти средства их необходимостью для данной цели — главной цели проекта.

Понятие цели не столь уж сложно, поскольку цель связана непосредственно с состоянием системы. О некоторых состояниях можно сказать, что, попав в них, система достигает заданной цели. Более трудной является категория ценности. Ценности возникают, когда есть либо метанаблюдатель, оценивающий действия системы извне, либо рефлексия системы о себе, когда можно говорить о внутреннем мире, моделирующем поведение системы и ее само-оценку. Далее мы обсудим ситуации, когда управление системой определяется не целями, а ценностями. А пока поставим вопрос, как можно отличить целесообразное поведение от нецелесообразного? Достаточно ли для этого изучить поведение системы или нужно обязательно иметь сведения о ее внутреннем мире. Ситуация здесь несимметрична. Наличие цели обнаруживается сравнительно просто. Гораздо труднее убедиться в том, что некоторое поведение бесцельно, не имеет прямого целеполагания.

По поведению системы часто бывает трудно отличить отсутствие средств от отсутствия цели. Возьмем, например, такую ситуацию: человека, обвиняют в убийстве, которое он совершил выстрелом из ружья. В качестве алиби он хочет доказать, что не умеет хорошо стрелять из ружья и не мог бы попасть в цель с того расстояния, с которого был сделан преступный выстрел. Как проверить истинность этого утверждения путем эксперимента? Оказывается, что эксперимент здесь беспомощен.

Предположим, что в процессе следствия обвиняемого заставили стрелять в мишень с соответствующего расстояния. Если он попадет, то его линия защиты теряет основания. Попадание будет свидетельствовать о его виновности. Если он не попадет в цель, то промах можно с полным основанием расценивать как преднамеренный. Дилемма такова: либо он не умеет стрелять, либо он умеет стрелять, но его цель — не попадать в цель. Выбрать определенное суждение из этих двух можно, только используя дополнительные основания. Например, если человек сделает промах очень эффектно (в одном рассказе Г. К. Честертона герой, стреляя в цель, попадает во флюгер на крыше), то это будет служить эмоциональным основанием для мнения, что промах произошел непреднамеренно. С другой стороны, можно с основанием утверждать противоположное мнение: попасть во флюгер можно, только умея хорошо стрелять. Однако в данном случае проблема не будет неразрешимой: достаточно подглядеть, как испытуемый человек стреляет без свидетелей. Еще проще дать ему в руки ружье и натравить на него хищного зверя.

Вот еще один пример подобной проблемы. Почему щука не говорит человеческим голосом: потому что не может или потому что не хочет. Этот вопрос принципиально неразрешим, так как мы не знаем, в какую ситуацию надо поставить щуку, чтобы ей обязательно надо было заговорить.

Отсутствие прямой цели может быть связано с так называемым косвенным целеполаганием [43]. В этом случае цель, «осознаваемая» системой-субъектом, не совпадает с целью, достигаемой реально. Так, ритуальное поведение — самоценно, оно основано на том принципе, что соблюдение некоторых форм поведения обладает самостоятельной и при том очень высокой ценностью. При этом соблюдение ритуала может быть гарантией достижения совсем других и очень важных целей.

Сказанное тесно связано с вопросом: каким образом в системе возникают цели? Уже было сказано, что подчиненные цели выводятся из главных. Можно предположить, что главные цели также вытекают из каких-то других целей; но тем самым мы ликвидируем цели — они улетучиваются в бесконечной иерархии промежуточных целей. Кроме того, такая бесконечная иерархия, казалось бы, принципиально необозрима. На самом деле все гораздо проще: человек обрывает эту иерархию на некотором уровне и, приписывая этим «якобы целям» определенную ценность, фактически абсолютизирует эти цели.

То же самом происходит с поведением животных. Например, у экспериментатора может создаться впечатление, что поведение голодной собаки преследует цель насытиться. Однако последовательность целей обрывается раньше. Собака стремится проглотить пищу — и только. Предположим, что сделана такая операция: выведен пищевод наружу и пища не попадает в желудок. Тем не менее собака будет продолжать совершенно бессмысленно глотать пищу. Процесс глотания является как бы самоцелью. Приведем другой пример: курица насиживает яйца вовсе не для того, чтобы из них вывелись цыплята. Она с таким же успехом насиживает неоплодотворенные яйца. Однако живые организмы устроены так, что действия, имеющие для них ценность сами по себе, влекут за собой важные последствия. Но это уже не цель организма, а целесообразность его устройства. В некотором смысле курица так же не может не насиживать яйца, как луч света не может двигаться не по экстремальному пути. Целеполагание в данной ситуации не определяет поведение курицы, как не определяет оно движение конкретного луча света. Целесообразность могла бы иметь место только в устройстве мира, где свет движется по наикратчайшему пути, а для курицы запрограммирована структура поведения, обеспечивающая выведение потомства. (Впрочем у животных с центральной нервной системой наблюдаются ситуации, где их поведению свойственны элементы целеполагания.)

Однако вопросы целесообразности мироздания явно не укладываются в рамки теории систем. А для нас важно одно: первичной основой целеполагания является иная категория, которую вполне естественно было бы назвать ценностью и которая заслуживает серьезного обсуждения.

9.2. О ПОНЯТИИ «ЦЕННОСТЬ»

Цель системы — это нечто лежащее вне ее самой, но определяющее ее действия в качестве «конечной причины». Согласно [63] цель — это «идеально, деятельностью мышления положенный результат, ради которого предпринимаются те или иные действия или деятельности, их идеальный, внутренне-побуждающий мотив». Вместе с тем мы можем судить по состоянию системы о том, достигнута ли поставленная ею самой или ее создателем цель. Эта цель допускает оценку в некоторой шкале ценностей, задающей определенные нормативы [63].

Оцениваться, т. е. рассматриваться как ценность, могут не только цели (не только идеальные результаты действия), но и сами действия системы и состояния, которых она достигает в результате этих действий. Шкала оценок может оказаться «известной» системе, и тогда ее действия можно изучать как соотнесенные с ценностями, как ценностноориентированные. В этом случае действия системы определяются не стремлением достигнуть конкретной цели, а необходимостью реализовать определенные ценности.

Даже если поставленная цель не достигнута, действия могут иметь ценность. Так, невозможность достижения некоторого научного результата исключает его как цель, но установление этой невозможности может иметь не меньшую ценность. Скажем, математический результат о невозможности решения проблемы континуума [23, 24, 31] имеет не меньшую ценность, чем достижение той цели, над которой давно бились математики — выяснение вопроса о существовании множества промежуточной мощности между счетным множеством и континуумом. Категория ценности снимает противопоставление между средствами и целью. Средства получают ценностную окраску, и ценностные потери из-за выбора неудачных средств не компенсируются достижением цели.

Таким образом, можно различать целеориентированное и ценностноориентируемое поведение. В первом случае важен результат, во втором — сам процесс действия. Безусловно, нельзя слишком резко разграничивать эти два типа поведения. Любое ценностноориентируемое поведение включает осуществление некоторых целей, вытекающих из принятой шкалы ценностей. Например, если человек считает ценным развитие науки, то он может ставить себе конкретные научные цели. И наоборот, всякая постановка цели предполагает уже заданной некоторую систему ценностей, с помощью которой мы оцениваем цель. Научные цели часто оцениваются с точки зрения практического применения, которое есть априорная ценность.

Типичным случаем ритуального ценностноориентируемого поведения служит следование за модой. Соответствие моде может в глазах кого-либо иметь большую ценность, чем, скажем, удобство или стремление хорошо выглядеть. Другим примером ритуального поведения является мытье рук перед едой. Это действие совершается, даже если руки чистые. Во всяком случае, ритуал омовения рук существовал задолго до того, как человечество уверовало во вредоносную силу микробов. Чисто ритуальным является поведение Гобсека — стремление к накоплению богатства ради самого процесса накопления.

По всей вероятности, ценностноориентированное поведение является более человечным, чем слишком целенаправленное поведение, которое обесчеловечивает, лишает свободы. Цель становится выше ценностей (цель оправдывает средство). О ценностноориентированном поведении нельзя сказать, что цель оправдывает средства, так как целей или по крайней мере значимых целей нет.

Если проанализировать поведение наиболее выдающихся людей, то оказывается, что оно соответствует скорее ценностной ориентации, а не целевой. Например, Сократ вовсе не ставил себе никаких целей. Даже за уроки он не брал денег, чтобы ценности не смешивались с целями. Не ставил он себе целью и получить смертный приговор, но вынужден был к этому прийти, так как иной путь означал бы отказ от принятых им ценностей.

Различие целевой и ценностной ориентации заслуживает более скрупулезного анализа, но здесь мы вынуждены ограничиться приведенными рассуждениями. Тем не менее даже на этом уровне противопоставления оба понятия оказываются полезными при анализе структуры управления системами и прежде всего системами, образующими единство типа коллективов.

Оказывается, структура управления непосредственно зависит от того, целеориентировано или ценностноориентировано поведение коллектива. В случае целеориентированного поведения необходима четко работающая управляющая подсистема, построенная чаще всего по иерархическому принципу. Чем четче сформулированы цели, тем точнее можно регламентировать функционирование коллектива. Примером может служить армейская структура управления. По иерархическому принципу строится также управление на производстве. Жесткое управление в случае целевого поведения возможно и эффективно, поскольку для четко поставленной цели легко регламентировать выполнение всех промежуточных целей. Такое управление необходимо, поскольку выполнение цели требует очень четкого взаимодействия всех сил коллектива или системы.

Иерархическое управление создается и в некоторых научных коллективах, для которых четко поставлена цель. Такова ситуация, скажем, для научных и конструкторских коллективов, ведущих космические разработки. Главной целью здесь является запуск корабля на орбиту, и ей подчинена вся деятельность коллективов, подготавливающих запуск. Главная цель дробится на подчиненные, которые «раздаются» отдельным коллективам. В них эти подчиненные цели еще более дробятся и т. д. В конце концов находится цель для каждого человека. Иерархическая структура целей в таких коллективах требует иерархической структуры организации:

должен быть главный конструктор, которому подчиняются начальники отдельных КБ, и т. д.

Если же система имеет не целеориентированное, а ценностно-ориентированное поведение, то жесткое централизованное управление не только бесполезно, но и вредно. Оно бесполезно, поскольку невозможно однозначно поставить промежуточные цели (что является чистой формальностью). Оно вредно, поскольку сковывает личную инициативу членов коллектива, лишает их необходимой творческой свободы. Такова ситуация во многих научных коллективах. Четких общих целей они могут и не иметь. В процессе работы постоянно решаются частные задачи, достигаются частные цели, но глобальных целей нет или они так туманны, что трудно представить себе путь их достижения. Такие коллективы принципиально отличаются от целеориентированных. Там достижение целей предполагает полную разработку всех частей программы — иначе ничего не получится.

Если при научно-технической разработке можно разделить задачи на обязательные и необязательные, то в поисковом научном исследовании такое разделение крайне затруднительно. Проблема, которая раньше считалась маловажной, может неожиданно оказаться в центре внимания, и, наоборот, ненужным может оказаться достижение той «цели», ради которой создавалась лаборатория.

В науке ценностью часто обладают и необязательные вещи. Например, в биологии имеют ценность голые факты, для которых еще не придумано никакой теории или практического применения. Тем не менее они ценны, поскольку могут подсказать путь построения теории. При этом совершенно невозможно бывает судить, какие факты действительно ценны, а какие нет. Правда, здесь наше поведение объясняется соответствующей парадигмой. Например, расшифровка аминокислотного состава ряда белков считается большим научным достижением, а фактический материал, собранный А. А. Любищевым [28] о сходстве морозных узоров на оконном стекле с живыми организмами может расцениваться как никому не нужные сведения. Хотя на самом деле трудно сказать, какой из этих фактов окажется более полезным в дальнейшем.

В ценностноориентируемых коллективах нет четкого разделения на управляющие и исполняющие системы. Коллектив работает координированно постольку, поскольку все люди объединены одной и той же системой ценностей. При этом система управления редуцируется. Например, очень трудно подробно планировать поисковую научную работу. Если этот тип управления навязывается сверху, то на низших уровнях он теряет всякий смысл: либо планируется то, что уже сделано (так надежнее), либо план составляется только для проформы. Более гибкой системой управления оказывается та, которая основана на анализе возникающих перспектив. Здесь управление сводится не к установке целей, а к укреплению ценностных установок.

По-видимому, в сообществах животных также очень часто встречается ценностноориентированное поведение. В муравейнике нет особой управляющей системы, но тем не менее муравьи действуют согласованно и их поведение обладает высокой сложностью и адаптируемостью к меняющимся условиям.

Для успешного осуществления ценностноориентируемого поведения системы необходимо, чтобы среда, в которой функционирует система, удовлетворяла некоторым важным условиям. Эти условия можно сформулировать как принцип предсказуемости и принцип обусловленности [76].

Предсказуемость означает, что среда достаточно закономерна, чтобы был возможен хотя бы локальный прогноз результатов тех или иных действий системы. Обусловленность — это возможность системы целенаправленно воздействовать на среду, в которой она функционирует. Сочетание этих условий обеспечивает наличие у системы степеней свободы, нужных для ее успешного поведения.

9.3. УПРАВЛЕНИЕ В СИСТЕМЕ НАУЧНЫХ КОЛЛЕКТИВОВ

Рассмотрим несколько подробнее ситуацию управления в научных коллективах. В основу выделения таких коллективов как целостных систем можно положить понятие программы научной деятельности. Это понятие сформулировано М. Г. Ярошевским [68]. Мы принимаем гипотезу о том, что научный коллектив — это совокупность научных работников, связанных общей программой исследования.

Эта гипотеза определяет уже не способ обнаружения, а природу научного коллектива. Попробуем вывести из принятой гипотезы некоторые важные следствия. Заметим сначала, что один и тот же научный работник может входить в несколько научных коллективов — участвовать в разработке разных программ или по крайней мере быть хорошо знакомым с несколькими программами.

Программа определяет не только цели исследования, но и ценности, принимаемые соответствующим коллективом. Уместно еще раз подчеркнуть различие целеориентированных и ценностноориентированных программ. Некоторые программы (прежде всего научно-технические) имеют достаточно четко сформулированную цель. Этой целью может быть создание технического аппарата с некоторыми параметрами или разработка препарата с заданными свойствами. Общее понимание участниками программы тех ценностей, из которых вытекает необходимость достижения намеченной цели, в данном случае есть обязательный фон. Если достигаемая цель не воспринимается как безусловная ценность, то психологически достижение такой цели затруднительно. Но доминирующей в этом случае является цель. Осознание ценностей здесь лишь необходимое средство достижения цели. Ценностный аспект в данном случае относится не столько к самой программе, сколько к механизму реализации программы. В частности, эффективность такого механизма зависит от того, насколько он обеспечивает осознание участниками общих ценностей.

Ценностноориентированная программа не ставит столь четких целей. Они могут быть неизвестны инициаторам программы или вовсе не существовать. Каковы цели, содержащиеся в программе Копенгагенской школы квантовой физики? Каковы цели программ тех, кто занимались и занимаются расшифровкой генетического кода? Задним числом можно сопоставить эти программы некоторым целям, но ведь довольно ясно, что это оказывается возможным только при достаточном развитии исследований по данной программе.

Смысл этих программ не столько в попытке поставить цель, сколько в выяснении предмета исследования, в выявлении значимости этих исследований для науки в целом (или по меньшей мере для развития достаточно широкой области науки). Программы по молекулярной биологии выявили ценность биохимических и биофизических исследований загадки живого. Программа, выдвинутая в конце прошлого века Дришем [17], подчеркнула ценность выявления целостных свойств биологических форм. Эта программа оказала большое влияние на развитие морфологии и эмбриологии, но ее цели вряд ли можно сформулировать — для этого она недостаточно определенна. Аналогична ситуация с существующей сегодня программой системных исследований — специалисты в этой области объединены общей системой ценностей, из которых далеко не все могут быть эксплицированы, но вряд ли кто-нибудь возьмется четко сформулировать цели этой программы.

Следует подчеркнуть отсутствие прямого изоморфизма между программами и тематическими областями науки. Программа относится к деятельностному аспекту, а не к аспекту тематических членений знания. В одной и той же тематической области может существовать несколько программ — иногда резко конкурирующих, иногда находящихся в ситуации своеобразного симбиоза. Многопрограммность особенно четко выражена в гуманитарных областях (бихевиоризм и гештальтпсихология, структурная и дескриптивная лингвистика и т. п.). Многопрограммность можно найти и в основаниях математики (формализм, интуиционизм, конструктивизм, ультраинтуиционизм и т. п.), и в теоретической биологии (селекционизм и номогенез), и в ряде других областей естественных наук. Да это и не удивительно, ибо разные программы выражают различные установки в изучении часто одного и того же.

Более того, каждая программа вносит свое представление о связях между тематическими областями науки. Так, программа исследований по раскрытию генетического кода привела к изменению традиционных представлений об отношениях между генетикой и биохимией. В пределах информатики существуют программы, основанные как на представлении о том, что в основе информатики лежат технические проблемы, так и на представлении о логико-лингвистическом и даже социально-психологическом характере этих проблем. Разумеется, каждая из таких программ по-своему расставляет акценты на самих проблемах [37].

9.4. ИНФОРМАЦИОННОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ КОЛЛЕКТИВОВ

Само существование научного коллектива как целостной системы (а не как конгломерата случайных участников) предполагает способность взаимопонимания на достаточно глубинном уровне. Это уже дает основание говорить о тезаурусе коллектива, определяющем уровень и общность понимания проблем. В частности, уровень общности тезауруса определяет, возможно ли в коллективе общение лишь на уровне первичной семантики или члены коллектива способны общаться на уровне глубинной семантики [73].

Возникает естественный вопрос, насколько коллективный тезаурус дает возможность единым образом воспринимать глубинную семантику. В слабо связанном коллективе существует возможность договориться лишь на уровне первичной семантики. Члены такого коллектива одинаково понимают только буквальный смысл сообщений. В противоположность этому для узкой группы совместно работающих исследователей даже неудачная попытка эксперимента или почти неоформленная идея полны глубокого смысла. Для такого коллектива понятна цель исследования, понятно, зачем возникла эта идея. Тезаурус такого коллектива более телеологичен, в нем есть информация о системе целей. Даже изменение интересов какого-либо члена такого коллектива несет для других участников высокую информацию, не выглядит случайным.

Вообще говоря, вазимопонимание на уровне первичной семантики обеспечивается уже просто тем, что участники коллектива занимаются исследованиями в рамках достаточно узкой тематической области науки. Уже это дает возможность понимать содержание добываемых фактов и постановку проблем.

Коллектив, выделяемый на основе программы, обладает не только общим тезаурусом на уровне первичной семантики. Наличие общего понимания ценностей ведет к взаимопониманию на уровне глубинной семантики. Факты, о которых идет речь в каком-либо сообщении, воспринимаются в контексте ценностных категорий, задаваемых программой. Каждый факт интерпретируется как этап реализации глубинного замысла, оценивается с точки зрения цели, ради которой передается сообщение о данном факте, и ее отношения к общей цели программы или ценности факта в рамках программы.

Уровень глубинного понимания происходящего определяет статус отдельных участников в коллективе. Этот статус определяет возможный спектр ролей данного члена коллектива. Особое место занимает лидер — инициатор программы. Уже это обеспечивает ему чрезвычайно высокий статус в соответствующем коллективе. В дальнейшем такой лидер может перейти на роль лидера-организатора. Лидеры-организаторы особено существенны в целеоринетированных программах, когда коллектив обладает четко выраженной иерархической структурой. Обычно лидерам-организаторам (или организационным лидерам) противопоставляются интеллектуальные лидеры [22].

В коллективах, устроенных не по иерархическому принципу, может не существовать фиксированного лидера. Вместо этого может действовать система «пэров» — наличие группы активных членов, способных в зависимости от условий брать на себя роль лидера. Необходимость ориентироваться на цели и ценности, заложенные в программе, приводит к тому, что в научных коллективах видное место занимают «переводчик» и «интерпретатор», осуществляющие необходимую связь с иными коллективами.

Роль «переводчика» понятна из самого названия — он переводит на язык данного коллектива сведения, полученные им в качестве члена иного коллектива (например, представитель прикладных наук в коллективе теоретиков, способный ставить теоретические проблемы, возникающие из его практического опыта). Хорошо известно, что такие задачи умеет ставить не всякий прикладник, а только тот, кто является «по совместительству» теоретиком. Аналогично математические проблемы в области механики ставят, как правило, ученые, являющиеся одновременно механиками и математиками.

В развитии собственно математических методов и в расширении поля их инженерных применений весьма существенна роль небольшого количества «переводчиков», входящих и в ту и в другую научные группы и обеспечивающие «просачивание» идей между взаимовлияющими областями. Например, самое бурное развитие математических и структурных методов лингвистики не сделало лингвистов математиками, а математиков лингвистами, но появилось небольшое число «переводчиков», чей уровень профессионализации в обеих областях сравним.

Роль «интерпретатора» сродни роли «переводчика», но не тождественна ей. Разница между «переводчиком» и «интерпретатором» в следующем. И «переводчик», и «интерпретатор» входят в несколько коллективов, но для «переводчика» характерно многообразие профессий, а для «интерпретатора» — многообразие связей внутри профессии.

«Переводчик» истолковывает для своего коллектива смысл деятельности, опираясь на знание деятельности других коллективов. Особенность интерпретатора состоит в умении понимать глубинную семантику циркулирующей в коллективах информации, а также отыскивать глубинный смысл в добываемых и регистрируемых фактах. Интерпретатор часто выступает в роли лидера, влияющего на направление деятельности коллектива, придавая этой деятельности более глубокий смысл, чем это осознавалось явным образом вначале. Особенно велика роль возникающих в коллективе интерпретаторов, когда цель деятельности коллектива не является чересчур жесткой и меняется в процессе работы, т. е. в ситуации ценностноориентированной программы.

Интерпретаторы в ряде случаев формулируют новые научные концепции, позволяющие увидеть общий глубинный смысл в обилии накопленных фактов и стимулировать направленный поиск новых фактов. К таким интерпретаторам следует отнести И. В. Гете, искавшего смысл форм растительного царства в реконструируемых «проформах», Ч. Дарвина, увидевшего в многообразии живого мира эволюционный трансформизм, Л. С. Берга с его концепцией номогенеза, А. А. Любищева, обратившего внимание на смысл полифилетического происхождения биологических таксонов. В сущности основные достижения А. Эйнштейна — это достижения великого интерпретатора, сумевшего увидеть новый глубинный смысл в преобразованиях Лоренца, фотоэффекте, броуновском движении. В этих ситуациях роль лидера-интерпретатора смыкается с ролью лидера-инициатора.

Действительно, в результате интерпретации исходная программа может значительно деформироваться и по сути превратиться в новую программу. Например, А. А. Любищев, разъясняя смысл «естественной систематики организмов» — идеи, идущей от знаменитого К. фон Бэра, фактически разработал программу исследований по теории классификации, которая сегодня нашла активных продолжателей. В сущности Любищев оказался инициатором новой программы.

Всех же лидеров-инициаторови лидеров-интерпретаторов разумно различать. Первые создают новые структуры ценностей и целей или достаточно заметно деформируют эту структуру. Вторые преимущественно заняты истолкованием существующей структуры. Впрочем, любое истолкование не может сохранить структуру ценностей в первозданной целости.

В коллективах с очень жестко формулируемой целью основную роль играют лидеры-организаторы. Для ценностноориентированных коллективов, где сама цель непрерывно выявляется и уточняется, основную роль играют интеллектуальные лидеры.

Сказанное о научных коллективах показывает, что в общем случае ценностноориентированное поведение определяется не столько структурой прямых управляющих воздействий, сколько структурой семантических связей, гарантирующих нужную степень взаимопонимания компонентов системы.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Книга написана и можно было бы с легким сердцем сказать, что она была так задумана. Однако мы не собираемся зайти столь далеко, чтобы считать те или иные особенности этой книги прецедентом. Но имеет смысл о них поговорить, чтобы выяснить неслучайность того, как выглядит написанное.

В книге нет попытки привести к общему знаменателю разнообразные концепции системы, чтобы выработать приемлемые для большинства исследователей определения. Более того, авторы вынуждены были отказаться от намерения систематизации таких концепций. Вместо этого описано только одно из возможных направлений в общей теории систем. Оправданием для нас могут служить два соображения: первое — субъективное: если бы мы поступили иначе, то книга получилась бы значительно хуже, второе — объективное: сама теория систем заметно выходит за рамки традиционной научной парадигмы.

Нам представляется, что сегодня в общей теории систем важны не столько конкретно достигнутые результаты, сколько новые методологические установки, позволяющие изучать не вполне традиционные объекты. Тем самым выбор конкретного материала и полнота изложения перестают играть доминирующую роль. Мы как раз и ставили целью подобрать такой материал, на котором идеи и методы теории систем выявлялись бы как можно более отчетливо. В какой мере это удалось, судить не нам.

В книге относительно мало места уделено динамике изменения систем. Этот вопрос нам самим представляется мало разработанным в рамках общей теории. Если для структурного описания системы естественным логическим аппаратом служит теория моделей, то для описания динамики систем вопрос об адекватном логико-математическом аппарате еще во многом является открытым. Нам представляется правдоподобным, что роль такого аппарата будет играть общая логика принятия решений, основанная на модальной логике и родственных с ней неклассических логиках.

Вопрос об эволюции систем нетривиален, в частности, потому, что целостные свойства системы, такие, как ритм или симметрия, не меняются при малых изменениях. Однако подпороговое накопление незначительных мутаций может путем «катастрофы» привести к смене типа симметрии. Исследование подобных эволюционных процессов — одна из важнейших задач будущей теории.

Важным следствием теории систем является смена стереотипных познавательных установок. Об этом стоит поговорить более подробно.

Станислав Лем в повести «Солярис» очень удачно описал ситуацию, когда многолетние исследования заводят ученых в тупик при столкновении с новым феноменом. Сюжет повести построен на том, что наша обычная установка по отношению к разумным существам неприменима в условиях Соляриса. Отказывают тут не знания, не логика, но нечто иное, что можно назвать познавательной установкой. Когда наука исследует чужеродный вид сознания, она не предполагает, что и мы при этом становимся объектом исследования. В «Солярисе» океан начинает исследовать человека и тот травмирован этим. Привычная установка состоит в том, что исследователь есть лишь субъект исследования. То, чем мы всегда обладаем, принято не замечать. Првиыкнув к раз и навсегда выработанной познавательной установке, мы не думаем вовсе о ее существовании. Но бывают ситуации, когда без осмысления собственной установки уже нельзя обойтись.

Речь идет не о том, какая познавательная установка истинна, но о том, какая из них более плодотворна в данной конкретной ситуации. Истина конкретна, и выбор установки определяется природой того фрагмента действительности, который в данный момент изучается, точнее говоря, представлениями исследователя об этой природе. Многообразие реальной действительности оправдывает существование прямо противоположных установок.

Из двух противоположных познавательных установок бессмысленно выбирать единственную истинную. Это все равно, что обсуждать вопрос, какая из двух пословиц истинна: «Не откладывай на завтра, то, что можно сделать сегодня», или «Утро вечера мудренее». Обе пословицы осмысленны, только применимы в разных обстоятельствах. И уж никто не запретит человеку выбрать в данный момент одну из пословиц.

Познавательные установки устроены по типу пословиц — вместе с каждой из них существует и рекомендующая нечто противоположное. Исследователям пословиц хорошо известно, что практически для каждой пословицы можно найти другую, рекомендующую противоположное. И это не удивительно. Странно было бы скорее обратное: ожидать, что в любой житейской ситуации можно найти однозначное указание, как поступать. Иногда мудрость диктуется пословицей: «Семь раз отмерь, один раз отрежь», а в другом случае лучше поступить по принципу: «Смелость города берет». Это не мешает каждому предпочитать свою манеру поведения.

Правда заключается даже не в разумном компромиссе, а скорее в способности понимать осмысленность и пользу полярно-противоположных установок. Применив к собственной ситуации подходящую к случаю пословицу, мы укрепляемся в уверенности, что наше решение правильно. Или, обратившись к пословице по вкусу, находим удовлетворяющее нас решение.

Познавательные установки аналогичны пословицам в том, что они сами не утверждения и не универсальные рецепты, как действовать. Это лишь советы, которые подсказывают, как искать правильные утверждения и эффективные способы действия в конкретных ситуациях.

Беда только в том, что пословицы мы употребляем сознательно, а ту познавательную установку, на которую опираемся, мы часто не осознаем. А если осознаем, то склонны считать ее единственно возможной. Очень трудно всегда предствить, что установка, противоположная принятой нами, может оказаться столь же хорошей. Так, вера в ценность установки: «Ищи, как свойства целого сводятся к свойствам элементов (частей), — мешает понять не меньшее значение установки: «Ищи, как свойства целого определяют возможность выделения элементов».

Например, первая установка сыграла огромную роль в атомной теории, в разработке модели атомного ядра, в раскрытии природы наследственного кода и т. д. Но и противоположная ей установка оказалась очень важной для общей теории систем, для теории связного текста в лингвистике, для многих вопросов биологической систематики и т. п.

Попробуем описать возможные принципиальные схемы познавательных установок. Ясно, одно, что эти схемы надо формулировать в терминах достаточно абстрактных философских категорий. Таких категорий в сущности немного, и поэтому есть надежда, что и мыслимые схемы познавательных установок могли бы быть описаны в замкнутой форме. Но при этом многообразие конкретных формулировок может оказаться практически неисчерпаемым. Укажем четыре пары общих схем установок:

I. Ищи конкретное, частное, особенное, индивидуальное,

Iª. Ищи абстрактное, общее, типичное, инвариантное.

II. Иди от частного к общему.

IIª. Иди от общего к конкретному.

III. Ограничивайся непосредственно данным.

IIIª. Стремись проникнуть вглубь.

IV. Стремись отделять акт познания от познаваемой вещи.

IVª. Учитывай диалектическую связь акта познания и познаваемого.

В этих схемах отчетливо видна двойственность, приводящая к противоположным рекомендациям. Чтобы наполнить эти схемы живой плотью, надо ввести в рассмотрение различные аспекты изучения предмета: время, пространство, структуру, информацию, меру, существование.

Так, схема I в аспекте «время» дает установку: «Рассматривай явления исторически». А полярная схема I^{a} в том же аспекте приводит к рекомендации: «Рассматривай свойства явлений, не зависящие от времени, но определяемые логическими связями». Идея исторического подхода очень существенна в науке, но не менее важно бывает осознать, скажем, что классификацию организмов следует строить не на принципах общности происхождения (филогенетически), а на принципах близости структуры (архетипа). Схема II в аспекте «структура» приводит к установке: «Ищи, как части определяют свойства целого», а полярная схема дает в этом случае рекомендацию: «Ищи как целое определяет свойства частей».

Схема III может интерпретироваться как принцип: «Описывать, но не объяснять», а схема III^{a}: «Объяснять сущность явлений, а не только описывать». В аспекте «мера» эти же схемы приводят к установкам: «Измеряй наблюдаемое, стремись выразить числом, статистическими характеристиками» и «Ищи математические структуры, лежащие в основе явления».

Схему IV можно интерпретировать по Эйнштейну: «Природа коварна, но не злонамеренна». Схема IV^{a} в противоположность этому подсказывает: «Изучаемый объект может влиять на познающего» и, наоборот, «В процессе познания мы изменяем мир».

Схемы I и I^{a} в применении к аспекту «структура» дают рекомендации: «Будь внимателен к проводимым отождествлениям, не потеряй особенного» и «Не различай то, что не существенно».

Интересные установки могут получиться при комбинировании схем и аспектов. Так, применяя к аспекту «время» схемы I, I^{a}, III и III^{a}, мы получим следующие установки:

«Ищи повторяющиеся (воспроизводимые) явления» (I^{a}, III)

«Ищи редкие явления» (I, III).

«Ищи причины редких явлений» (I, III^{a}).

«Ищи механизм, гарантирующий воспроизводимость» (I^{a}, III^{a}).

Для современной науки, в общем, более характерно внимание к регулярно воспроизводимым событиям, чем к событиям особенным и редким. Но уже при исследовании фотоэмульсий с соударениями микрочастиц исследователи начали интересоваться редкими ситуациями соударения или распада, а не относить их безусловно за счет погрешности эксперимента. Именно такие ситуации дают шансы открытия чего-то принципиально нового.

Схема III в аспекте «существования» дает так называемую «бритву Оккама»: «Не умножай сущностей». Соответственно схема III^{a} дает противоположную рекомендацию: «Вводи в рассмотрения те уровни существования, которые лежат в основе явлений, не бойся многоуровневой картины мира».

Опасность состоит в том, что на основе принципа ограничения сущностей упрощается реальная картина явления и оставляется в качестве единственно допустимой сущности та, которая лежит на поверхности изучаемого явления. Например, точка зрения солипсизма (философии, признающей в качестве единственной реальности наши ощущения) блестяще согласуется с принципом «бритвы Оккама». Неаккуратное обращение с этой «бритвой» в физике может привести к отказу от понятий странности или слабых взаимодействий. Вместо этого необходимо во что бы то ни стало сведение всех этих понятий к теории единого поля. Этой же «бритвой» иной раз пытаются аргументировать против номогенеза в теории эволюции, ибо номогенез предполагет наличие особых закономерностей, не сводимых к действию «механического» случая.

Рассмотренные схемы, разумеется, не могут сами по себе, «автоматически», выдать все полезные познавательные установки, которые могли бы возникнуть в конкретной области знания. Такие установки возникают в результате преодоления мешающих стереотипов, когда вдруг становится ясно, что дело не в отсутствии нужных знаний, а в недостаточности ориентировки.

Теория систем сама по себе была бы невозможна, если бы многие стереотипные познавательные установки классической науки считались незыблемыми.

Сегодня мы довольно часто обнаруживаем, что познавательные установки, хорошо зарекомендовавшие себя в той или иной сфере науки, некритически переносятся в иные сферы, где нет никаких положительных оснований верить в их ценность. Методики изучения физических и химических объектов часто некритически переносятся в сферу живой природы, языка, человеческого общества. Против этого не было бы возражений, если бы не подспудная претензия на абсолютизм подобных физикалистских воззрений. Иногда эти перенесенные методики что-то дают, иногда это «что-то» — лишь наивная надежда на блистательные успехи в будущем. Один из грехов науки — это и есть ее излишне легкая готовность давать обещания на будущее и легкомысленная вера в серьезность подобных прогнозов. Если прогноз называется научным, то он уже этим вызывает некоторое доверие в обществе.

Весьма правдоподобно, что наука будущего, утеряв строгую классичность линий, приобретет способность к прекрасной многосторонности. Сама неисчерпываемая сложность изучаемого мира толкает нас к тому, чтобы отказаться от веры в абсолютизм избранной системы познавательных установок и научиться большей сознательности и гибкости в обращении с этими установками.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. **Энгельс Ф.** Предисловие к английскому изданию книги «Развитие социализма от утопий к науке». К. Маркс, Ф. Энгельс, Соч. 2-е изд., т. 22.
2. **Акчурин И. А.** Единство естественно-научного знания. — М.: Наука, 1974.
3. **Александров В. Я.** Проблема поведения на клеточном уровне (цитоэтология). — Успехи современной биологии, 1970, вып. 2, № 69.
4. **Арапов М. В., Шрейдер Ю. А.** Классификация и ранговые распределения. — Научно-техническая информация. Сер. 2, 1977, № 11.
5. **Арапов М. В., Шрейдер Ю. А.** Закон Ципфа и принцип диссимметрии системы. — Семиотика и информатика. — М.: ВИНИТИ, 1978, вып. 10.
6. **Арапов М. В., Ефимова Е. Н., Шрейдер Ю. А.** О смысле ранговых распределений. — Научно-техническая информация. Сер. 2, 1975, № 1.
7. **Бахтин М. М.** Вопросы литературы и эстетики. — М.: Художественная литература, 1975.
8. **Бахтин М. М.** К методологии литературоведения. — В кн.: Контекст, 1974.— М.: Наука, 1975.
9. **Борщев В. Б., Хомяков М. В.** Клубные системы. — Научно-техническая информация, Сер. 2, 1976, № 8.
10. **Букур А., Деляну А.** Введение в теорию категорий и функторов. — М.: Мир, 1972.
11. **Бэр К. М.** Об искусственной и естественной классификациях животных и растений. — Анналы биологии. Т. I. — М.: МОИП, 1959.
12. **Виленкин И. Я., Шрейдер Ю. А.** Понятия математики и объекты науки. — Вопросы философии, 1974, № 2.
13. **Виленкин Н. Я., Шрейдер Ю. А.** Мажоритарные пространства и кванторы большинства. — В кн.: Семиотика и информатика. — М. ВИНИТИ, 1977, вып. 8.
14. **Гельфанд И. М., Цетлин М. Л.** Об управлении сложными системами. — Успехи математических наук, 1961, № 1.
15. **Грязнов Б. С.** и др. Гносеологические проблемы моделирования. — Вопросы философии, 1967, № 2.
16. **Диалектическое** противоречие. — М.: Политиздат, 1979.
17. **Дриш Г.** Витализм. Его история и система. — М.: Книгоиздательство «Наука», 1915.
18. **Заде Л.** Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений. — М.: Мир, 1976.
19. **Зиман Е., Бьюнеман О.** Толерантные пространства и мозг: Пер. с англ. — В кн.: На пути к теоретической биологии. — М.: Мир, 1970.
20. **Кедров Б. М.** Классификация наук. Т. I. — М.: Наука, 1961. Т. II.. М.: Наука, 1965.
21. **Киссель М. А.** Судьба старой дилеммы. Рационализм и эмпиризм в буржуазной философии XX века. — М.: Мысль, 1974.
22. **Коммуникация** в современной науке. — М.: Прогресс, 1976.
23. **Коэн П. Дж.** Теория множеств и континуум-гипотеза. — М.: Мир, 1969.
24. **Коэн П. Дж.** Об основаниях теории множеств: Пер. с англ. — Успехи математических наук, 1974, № 5.

25. **Купцов В. И.** Вероятность и детерминизм. — М.: Политиздат, 1976.
26. **Любищев А. А.** О форме естественной системы организмов. Изв. биолог. НИИ при Пермском ун-те. Т. I, вып. 7—8, 1923.
27. **Любищев А. А.** Критерии реальности в тексономии. — В кн.: Информационные вопросы семиотики, математики, лингвистики и автоматического перевода. — М.: ВИНИТИ, 1971.
28. **Любищев А. А.** Морозные узоры на окнах. — Знание — сила, 1973, № 7.
29. **Любищев А. А.** Системность и организменность. — Труды по знаковым системам. Ученые записки Тартуского ун-та (семиотика). Тарту, 1977, вып. 9.
30. **Манин Ю. И.** Проблема континуума. — В кн.: Современные проблемы математики. Итоги науки и техники. — М.: ВИНИТИ, 1975.
31. **Манин Ю. И.** Доказуемое и недоказуемое. — М.: Сов. радио, 1979.
32. **Мальцев А. И.** Алгебраические системы. — М.: Наука, 1970.
33. **Марков М. А.** О понятии первоматерии. — Вопросы философии, 1970, № 4.
34. **Мейен С. В.** Введение в теорию стратиграфии. Депонировано в ВИНИТИ, 26.6.1974, № 1749—74 деп.
35. **Мейен С. В.** Таксономия и мерономия. — В кн.: Вопросы методологии в геологических науках. — Киев: Наукова думка, 1977.
36. **Мейен С. В., Шрейдер Ю. А.** Методологические аспекты теории классификации. — Вопросы философии, 1976, № 12.
37. **Михайлов А. И., Черный А. И., Гиляревский Р. С.** Научные коммуникации и информатика. — М.: Наука, 1976.
38. **Налимов В. В.** Вероятностная модель языка. — М.: Наука, 1974.
39. **Орлов Ю. К.** О статистической структуре сообщений, оптимальных для человеческого восприятия (к постановке вопроса). — Научно-техническая информация. Сер. 2, 1970, № 8.
40. **Панова Н. С., Шрейдер Ю. А.** Принцип двойственности в теории классификации. — Научно-техническая информация. Сер. 2, 1975, № 10.
41. **Панова Н. С., Шрейдер Ю. А.** О знаковой природе классификации. — Научно-техническая информация. Сер. 2, 1974, № 12.
42. **Пешковский А. М.** Русский синтаксис в научном освещении. — М.: Учпедгиз, 1956.
43. **Психологические** механизмы регуляции социального поведения. — М.: Наука, 1979.
44. **Пропп В. Я.** Морфология сказки, 2-е изд. — М.: Наука, 1969.
45. **Раскина А. А., Сидоров И. С., Шрейдер Ю. А.** Семантические основания объектно-признаковых языков. — Научно-техническая информация. Сер. 2, 1976, № 5.
46. **Ревзин И. И.** Модели языка. — М. Изд-во АН СССР, 1962.
47. **Ревзин И. И.** Метод моделирования и типология славянских языков. — М.: Наука, 1967.
48. **Рубашкин В. Ш.** Признаки и значения. — Научно-техническая информация. Сер. 2, 1976, № 5.
49. **Садовский В. Н.** Методологические принципы исследования объектов, представляющих собой системы. — В кн.: Социология в СССР, Т. I. — М.: Наука, 1965.
50. **Садовский В. Н.** Общая теория систем как метатеория. — Вопросы философии, 1972, № 4.
51. **Садовский В. Н.** Основания общей теории систем. — М.: Наука, 1974.
52. **Садовский В. Н.** Принцип системности, системный подход и общая теория систем. — В кн.: Системные исследования. Ежегодник 1978. — М.: Наука, 1978.
53. **Светлов П. Г.** Онтогенез как целенаправленный (телеономический) процесс. — Архив анатомии, гистологии и эмбриологии, т. XIII, 1972, № 8.
54. **Системные** исследования. Ежегодник. — М.: Наука, 1969—1979.
55. **Тюхтин В. С.** Отражение, системы, кибернетика (теория отражения в свете кибернетики и системного подхода). — М.: Наука, 1972.

56. **Тюхтин В. С.** Теория автоматического опознавания и гносеология. — М.: Наука, 1976.
57. **Тюхтин В. С.** Системно-структурный подход и специфика философского знания. — Вопросы философии, 1968, № 11.
58. **Уемов А. И.** Системный подход и общая теория систем. — М.: Мысль, 1978.
59. **Урманцев Ю. А.** Симметрия природы и природа симметрии. — М.: Наука, 1974.
60. **Урманцев Ю. А.** Поли- и изоморфизм в живой и неживой природе. — Вопросы философии, 1968, № 12.
61. **Урсул А. Д.** Информация. Методологические аспекты. — М.: Наука, 1971.
62. **Урсул А. Д.** Проблема информации в современной науке. — М.: Наука, 1975.
63. **Философская** энциклопедия. Т. 5. — М.: Сов. энциклопедия, 1970.
64. **Фейс Р.** Модальная логика. — М.: Наука, 1974.
65. **Чебанов С. В.** Теория классификациии и методика классифицирования. — Научно-техническая информация. Сер. 2, 1977, № 10.
66. **Шаров А. А.** Осмысленность признаков и теория классификации. — В кн.: Семиотика и информатика. — М.: ВИНИТИ, 1979, вып. 11.
67. **Шаров А. А.** Понятие информации в теории категорий. — В кн.: Семиотика и информатика. — М.: ВИНИТИ, 1977, вып. 8.
68. **Школы** в науке/ Под ред. С. Р. Микулинского, М. Г. Ярошевского. Г. Кребера и др. — М.: Наука, 1977.
69. **Шрейдер Ю. А.** Об одной модели семантической информации. — В кн.: Проблемы кибернетики. — М.: Наука, 1965, вып. 13.
70. **Шрейдер Ю. А.** Равенство, сходство, порядок. — М.: Наука, 1970.
71. **Шрейдер Ю. А.** Перевод как морфизм моделей. — В кн.: Математическая лингвистика. — М.: Наука, 1973.
72. **Шрейдер Ю. А.** Язык описания систем. — В кн.: Системные исследования. Ежегодник 1973. — М.: Наука, 1973.
73. **Шрейдер Ю. А.** Язык как объект и инструмент науки. — Природа, 1972, № 6.
74. **Шрейдер Ю. А.** Типология — основа классификации. — Научно-техническая информация Сер. 2, 1981, № 11.
75. **Шрейдер Ю. А.** Алгебра классификации. — Научно-техническая информация. Сер. 2, 1974, № 4.
76. **Шрейдер Ю. А.** Сложные системы и космологические представления. — В кн.: Системные исследования. Ежегодник 1975. — М.: Наука, 1976.
77. **Шрейдер Ю. А.** Мажоритарные модели для модальных логик. — В кн.: Семиотика и информатика. — М.: ВИНИТИ, 1979, вып. 11.
78. **Шрейдер Ю. А.** Системы с голосованием и их моделирование мажоритарными структурами. — Кибернетика, 1979, № 4.
79. **Шрейдер Ю. А.** Гуманитаризация знания и информационная среда ученого. — Вестник АН СССР, 1978, № 9.
80. **Юдин Э. Г.** Системный подход и принцип деятельности. — М.: Наука, 1978.
81. **D'Arsy Thomson** «On growth and form», Cambridge, 1917.

ОГЛАВЛЕНИЕ