

Adolf Thomälen

---

Lehrbuch  
der  
Elektrotechnik

Kurzes Lehrbuch  
der  
**Elektrotechnik.**

Von

**Adolf Thomälen,**

Elektroingenieur.

Mit 277 Abbildungen im Text.



Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH

1903

ISBN 978-3-662-35700-2      ISBN 978-3-662-36530-4 (eBook)  
DOI 10.1007/978-3-662-36530-4

Softcover reprint of the hardcover 1st edition 1903

Alle Rechte, insbesondere das der  
Übersetzung in fremde Sprachen, vorbehalten

---

## Vorwort.

---

Das vorliegende Werk ist speziell für Studierende der Elektrotechnik geschrieben und beabsichtigt, den angehenden Elektrotechnikern ein Hilfsmittel für das Verständnis der Wirkungsweise des elektrischen Stromes zu bieten. Der Studierende ist im Anfang eigentlich noch immer auf populäre Darstellungen angewiesen, die zwar in vielen Fällen sehr wertvoll sind, die aber naturgemäß für ein eigentliches Studium der Elektrotechnik nicht ausreichen. Andererseits ist dem Anfänger das Studium von Spezialwerken noch nicht möglich.

Das vorliegende „kurze Lehrbuch der Elektrotechnik“ steht in der Mitte zwischen den erwähnten populären Darstellungen und den Spezialwerken. Es macht demnach den Studierenden nicht bloß mit den Erscheinungen auf dem Gebiete der Elektrotechnik bekannt, sondern es sucht ihn auch zum „elektrotechnischen Denken“ zu erziehen, d. h. ihm diejenigen Vorstellungen und Anschauungen anzueignen, mit deren Hilfe wir uns die Erscheinungen in der Elektrotechnik erklären. Endlich will das vorliegende Werk den Studierenden in den Stand setzen, die Wirkungsweise der elektrischen Maschinen auf mathematischem und graphischem Wege zu verfolgen. Dabei sind jedoch die mathematischen Entwicklungen möglichst einfach gehalten und von der höheren Mathematik nur die Anfangsgründe zu Hilfe genommen. Andererseits wurde der mathematischen Behandlung ein verhältnismäßig breiter Raum gelassen, damit die nötige Fertigkeit in der Lösung praktischer Aufgaben erzielt wird. Übungsbeispiele im mathematischen Unterricht können diesen Zweck deswegen nur unvollkommen erfüllen, da der Studierende dabei im besten Falle nur über der Sache, aber nicht in der Sache steht.

Um nun den erwähnten Zweck zu erreichen, mußte das Beschreiben, sowie das Eingehen auf konstruktive Details verhältnismäßig zurücktreten. Das konnte um so mehr geschehen, als wir eine Reihe von hervorragenden Werken beschreibender, sowie konstruktiver Natur über Elektrotechnik besitzen.

Der Verfasser benutzt zugleich diese Gelegenheit, um der Verlagsbuchhandlung seinen Dank für das in jeder Hinsicht bewiesene Entgegenkommen auszusprechen.

Altenburg (S.-A.), im Mai 1903.

**Ad. Thomälen.**

# Inhalts-Verzeichnis.

## Erstes Kapitel.

	Seite
1. Der elektrische Strom . . . . .	1
2. Die elektromotorische Kraft . . . . .	3
3. Das Ohm'sche Gesetz . . . . .	5
4. Die Abhängigkeit des Widerstandes vom Material, Querschnitt, Länge und Temperatur des Leiters . . . . .	9
5. Die Kirchhoff'schen Regeln . . . . .	11
6. Widerstand und Stromverteilung bei einer Schleife . . . . .	13
7. Parallel- und Serienschaltung von Elementen . . . . .	16
8. Die Wheatstone'sche Brücke . . . . .	17
9. Spannungsmessung durch Kompensation . . . . .	20
10. Das Joule'sche Gesetz, die elektrische Arbeit und die elektrische Leistung	21
11. Die Potentialdifferenz . . . . .	23
12. Die Effektverluste durch Joule'sche Wärme . . . . .	25

## Zweites Kapitel.

13. Die chemischen Vorgänge bei der Elektrolyse . . . . .	29
14. Die Gewichtsverhältnisse bei der Elektrolyse . . . . .	32
15. Die Polarisation . . . . .	35
16. Akkumulatoren . . . . .	39
17. Chemische Vorgänge in Elementen . . . . .	43
18. Voltameter . . . . .	46

## Drittes Kapitel.

19. Die magnetische Polstärke . . . . .	48
20. Die magnetische Feldstärke . . . . .	50
21. Die Kraftlinientheorie . . . . .	52
22. Das magnetische Potential . . . . .	54
23. Eisen im magnetischen Feld . . . . .	56
24. Der Erdmagnetismus . . . . .	58

## Viertes Kapitel.

25. Magnetische Wirkungen eines geraden Stromleiters . . . . .	59
26. Magnetische Wirkung eines Kreisstromes . . . . .	63
27. Magnetische Wirkung einer Spule . . . . .	67
28. Magnetisierungskurven . . . . .	70
29. Das Ohm'sche Gesetz für Magnetismus . . . . .	74
30. Die Tragkraft eines Elektromagneten . . . . .	81
31. Die Hysterisis . . . . .	84
32. Die Ampere'schen Regeln über dynamische Wirkungen paralleler Ströme	88
33. Die elektromotorische Kraft der Induktion . . . . .	90
34. Die Gesetze der gegenseitigen Induktion . . . . .	94
35. Die Selbstinduktion . . . . .	97
36. Foucaultströme . . . . .	101

**Fünftes Kapitel.**

	Seite
37. Die Einheit der Länge, Masse und Zeit im absoluten Maßssystem . . .	104
38. Dimension und Einheit für Geschwindigkeit, Beschleunigung und Kraft	105
39. Dimension und Einheit für Polstärke, Feldstärke und Kraftlinienzahl .	108
40. Dimension und Einheit für elektromotorische Kraft, Stromstärke, Elektrizitätsmenge und Widerstand . . . . .	110
41. Dimension und Einheit für Arbeit, Wärme und Leistung . . . . .	112
42. Dimension und Einheit der Koeffizienten für Selbstinduktion und Kapazität . . . . .	114

**Sechstes Kapitel.**

43. Zweipolige Ringwicklung . . . . .	117
44. Zweipolige Trommelwicklung . . . . .	124
45. Ring mit Parallelwicklung . . . . .	129
46. Trommel mit Parallelwicklung . . . . .	133
47. Ring mit Serien-Parallelwicklung . . . . .	137
48. Trommel mit Serien-Parallelwicklung . . . . .	140
49. Ring mit Serienwicklung . . . . .	141
50. Trommel mit Serienwicklung . . . . .	145

**Siebentes Kapitel.**

51. Die Erregung der Dynamomaschinen . . . . .	150
52. Die Feldmagnete . . . . .	155
53. Die Streuung . . . . .	158
54. Vorgänge in der neutralen Zone . . . . .	160
55. Die Ankerrückwirkung . . . . .	164
56. Die Quermagnetisierung . . . . .	165

**Achtes Kapitel.**

57. Die magnetelektrische Maschine bei Veränderung der Tourenzahl, Erregung und Belastung . . . . .	170
58. Die Hauptstrommaschine bei Veränderung der Belastung . . . . .	179
59. Die Nebenschlussmaschine bei Veränderung der Belastung . . . . .	182
60. Batterie und Maschine in Parallelschaltung . . . . .	187
61. Der Wirkungsgrad der Dynamomaschinen . . . . .	197

**Neuntes Kapitel.**

62. Drehungsrichtung der Motoren . . . . .	205
63. Drehmoment, Tourenzahl und Leistung des Gleichstrommotors . . . . .	208
64. Der konstant erregte Motor . . . . .	214
65. Das Anlassen und Regulieren des Nebenschlussmotors . . . . .	220
66. Wirkungsweise des Hauptstrommotors . . . . .	225
67. Beispiel . . . . .	229
68. Die Regelung von Hauptstrommotoren . . . . .	233

**Zehntes Kapitel.**

69. Der Momentanwert der induzierten elektromotorischen Kraft . . . . .	239
70. Der elektrolytische Mittelwert der Stromstärke . . . . .	244

	Seit
71. Die mittlere Leistung des Wechselstromes . . . . .	246
72. Das Vektordiagramm . . . . .	251
73. Die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion . . . . .	254
74. Das Ohm'sche Gesetz für Wechselstrom . . . . .	259
75. Ohm'sche Widerstände und Induktanzen in Serienschaltung . . . . .	264
76. Ohm'sche Widerstände und Induktanzen in Parallelschaltung . . . . .	266
77. Die Leistung des Wechselstromes bei Phasenverschiebung . . . . .	267
79. Die Kapazitätsspannung . . . . .	274
79. Kapazität und Ohm'scher Widerstand in Serienschaltung . . . . .	277
80. Das vollständige Ohm'sche Gesetz für Wechselstrom . . . . .	278
81. Selbstinduktion und Kapazität in Parallelschaltung . . . . .	281

### Elftes Kapitel.

82. Die im Transformator induzierten elektromotorischen Kräfte . . . . .	283
83. Der Magnetisierungsstrom . . . . .	284
84. Der Hysteresisstrom . . . . .	286
85. Der Transformator bei induktionsloser Belastung . . . . .	290
86. Der Transformator bei induktiver Belastung . . . . .	296
87. Das Verhalten des Transformators mit Berücksichtigung der Streuung . . . . .	300

### Zwölftes Kapitel.

88. Magnetsysteme der Wechselstrommaschine . . . . .	306
89. Die mittlere elektromotorische Kraft der Wechselstrommaschinen . . . . .	312
90. Die effektive elektromotorische Kraft bei sinusförmigem Feld . . . . .	313
91. Die elektromotorische Kraft für Einlochwicklung . . . . .	316
92. Die elektromotorische Kraft bei Zweilochwicklung . . . . .	318
93. Die elektromotorische Kraft bei Dreilochwicklung . . . . .	320
94. Die elektromotorische Kraft bei glatter Ankerwicklung . . . . .	321
95. Die elektromotorische Kraft des Wechselstromes bei geschlossener Gleichstromwicklung . . . . .	324
96. Die elektromotorische Kraft bei schleichender Stabwicklung . . . . .	326
97. Die elektromotorische Kraft der schleichenden Spulenwicklung . . . . .	328

### Dreizehntes Kapitel.

98. Das grundlegende Diagramm der Wechselstrommaschine . . . . .	330
99. Das Diagramm der Amperewindungen . . . . .	334
100. Berechnung der Amperewindungen des Ankers . . . . .	337
101. Experimentelle Ermittlung der Ankerrückwirkung . . . . .	340
102. Vorausbestimmung der Erregung und des Spannungsabfalles . . . . .	343
103. Berücksichtigung der primären Streuung . . . . .	345

### Vierzehntes Kapitel.

104. Die Wechselstrommaschine mit konstanter Erregung und Klemmspannung . . . . .	353
105. Die synchronisierende Kraft des Ankers . . . . .	361
106. Das Parallelschalten der Wechselstrommaschinen . . . . .	365
107. Die Wechselstrommaschine mit variabler Erregung . . . . .	369
108. Das Pendeln der Wechselstrommaschinen . . . . .	374



**Fünfzehntes Kapitel.**

	Seite
109. Prinzip der Synchronmotoren . . . . .	377
110. Der Synchronmotor bei konstanter Erregung und Klemmspannung . . . . .	379
111. Der Synchronmotor bei konstanter Belastung und variabler Erregung . . . . .	383

**Sechzehntes Kapitel.**

112. Die Entstehung des Drehfeldes beim Zweiphasenmotor . . . . .	386
113. Die Entstehung des Drehfeldes beim Dreiphasenmotor . . . . .	389
114. Die Dreieckschaltung . . . . .	391
115. Die Sternschaltung . . . . .	394
116. Die Leistung des Dreiphasenstromes . . . . .	397
117. Allgemeine Wirkungsweise des Rotors . . . . .	401

**Siebzehntes Kapitel.**

118. Die verteilten Wickelungen und die in ihnen induzierten elektromotorischen Kräfte . . . . .	406
119. Die Kraftlinienzahl des Drehstrommotors . . . . .	410
120. Berücksichtigung des Eisenwiderstandes . . . . .	417
121. Das Drehmoment des Drehstrommotors . . . . .	423
122. Berechnung der Schlüpfung . . . . .	427

**Achtzehntes Kapitel.**

123. Rotorstrom, Drehmoment und Leistung des streuungslosen Motors in ihrer Abhängigkeit von der Schlüpfung . . . . .	431
124. Das Kreisdiagramm unter Vernachlässigung der primären Verluste . . . . .	435
125. Die auf den Rotor übertragene Leistung, das Drehmoment und die Schlüpfung nach dem Kreisdiagramm . . . . .	441
126. Normale Belastung, Anzugsmoment und maximales Drehmoment . . . . .	445
127. Das Kreisdiagramm mit Berücksichtigung der primären Kupferverluste . . . . .	448
128. Leistung, Rotorstrom und Schlüpfung im genaueren Diagramm . . . . .	454
129. Das Kreisdiagramm in seiner einfachsten Form . . . . .	458
130. Praktisches Beispiel . . . . .	464
131. Der Streuungsfaktor . . . . .	469

**Neunzehntes Kapitel.**

132. Das Verhältnis der Stromstärken im rotierenden Umformer . . . . .	478
133. Die Effektverluste im rotierenden Umformer . . . . .	481
134. Vergleich des rotierenden Umformers mit dem Gleichstromgenerator hinsichtlich des Effektverlustes im Anker . . . . .	484
Anhang. Die symbolische Darstellung von Wechselstromgrößen . . . . .	487
Bezeichnungen . . . . .	499
Verzeichnis der Gleichungen . . . . .	504
Sachregister . . . . .	512
Magnetisierungskurven . . . . .	516

---

# Erstes Kapitel.

1. Der elektrische Strom. — 2. Die elektromotorische Kraft. — 3. Das Ohm'sche Gesetz. —
4. Die Abhängigkeit des Widerstandes vom Material, Querschnitt, Länge und Temperatur des Leiters. — 5. Die Kirchhoff'schen Regeln. — 6. Widerstand und Stromverteilung bei einer Schleife. — 7. Parallel- und Serienschaltung von Elementen. — 8. Die Wheatstone'sche Brücke. — 9. Spannungsmessung durch Kompensation. — 10. Das Joule'sche Gesetz, die elektrische Arbeit und die elektrische Leistung. — 11. Die Potentialdifferenz. —
12. Die Effektverluste durch Joule'sche Wärme.

## 1. Der elektrische Strom.

Wir schreiben die Erhitzung der Glühlampen, die Arbeitsleistung des Elektromotors, die Magnetisierung des Eisens im Elektromagneten, die Zersetzung von Flüssigkeiten etc. der Wirkung des elektrischen Stromes zu. Es fragt sich, warum man gerade das Strömen der Elektrizität als die Ursache aller dieser Erscheinungen ansieht.

Die Elektrizität, mit der man es hier zu tun hat, ist ihrem Wesen nach dieselbe, wie die statische Elektrizität oder Reibungselektrizität. Eine mit Seide geriebene Glasstange zeigt sich elektrisch, d. h. sie zieht kleine, leichte Körper an. Ebenso wird eine mit Wolle geriebene Harzstange elektrisch, aber entgegengesetzt wie die Glasstange. Dieser Gegensatz besteht vor allem darin, daß Glas- und Harzelektrizität sich gegenseitig neutralisieren. Infolgedessen hat man den Gegensatz beider als einen Unterschied des Vorzeichens aufgefaßt und hat die Glaselektrizität positiv, die Harzelektrizität negativ genannt. Der Ausgleich zwischen beiden erfolgt dann in derselben Weise, wie der Ausgleich zwischen Wärme und Kälte oder zwischen Überdruck und Unterdruck. Ähnlich, wie das Wasser vom höheren zum niederen Niveau fließt, oder wie nach unserer Vorstellung die Wärme vom heißen auf den kalten Körper überströmt, so wird auch die Elektrizität vom höheren, positiven Niveau zum niederen, negativen Niveau fließen. Dieser Ausgleich wird der elektrische Strom genannt. Dabei ist es im Prinzip gleichgültig, ob sich der Ausgleich zwischen den Klemmen eines Elementes bzw. einer Dynamo vollzieht, oder zwischen zwei Metallkugeln, die mit ungleichnamiger Elektrizität statisch geladen sind.

Dabei muß aber der Unterschied zwischen der Reibungselektrizität und der durch Elemente oder Dynamomaschinen erzeugten strömenden

Elektrizität ins Auge gefasst werden. Die Elektrizitätsmenge, die auf einer Leydener Flasche gesammelt wird und die sich durch den Funken entladet, ist verschwindend gering gegenüber derjenigen, die in kurzer Zeit von einem Daniellelement geliefert wird, oder gar gegenüber derjenigen, die während eines Tages durch das Kabelnetz einer Stadt fließt. Dagegen ist die Spannung der Reibungselektrizität eine außerordentlich viel höhere, als wir sie gewöhnlich in Dynamomaschinen erzeugen. Man erkennt das daran, daß die Reibungselektrizität mit Leichtigkeit die Luft durchschlägt. Außerdem ist der Ausgleich zwischen den ungleichnamigen Elektrizitäten bei der Reibungselektrizität meistens ein plötzlicher, dagegen bei der strömenden Elektrizität ein kontinuierlicher, so daß eigentlich nur bei der letzteren von einem elektrischen Strome gesprochen werden kann.

Die Elektrizitätsmenge nun, die pro Sekunde durch den Querschnitt eines Leiters fließt, nennt man die Stromstärke, wobei man von der Vorstellung ausgeht, daß nur die positive Elektrizität fließt. Als Maß für die Stromstärke dienen die elektrolytischen und magnetischen Wirkungen des Stromes. Beide Wirkungen sind der Stromstärke proportional, d. h.: Wenn ein Strom in der gleichen Zeit doppelt so viel Silber aus einer Silberlösung ausscheidet, wie ein anderer Strom, so verhalten sich die Kräfte, die von beiden Strömen auf eine Magnetnadel ausgeübt werden, ebenfalls wie zwei zu eins. Für die gesetzliche Festlegung der Einheit der Stromstärke ist nun die elektrolytische Wirkung des Stromes gewählt. Derjenige Strom hat nach dieser Festsetzung die Einheit der Stärke, welcher in einer Sekunde 1,118 mg Silber aus einer Silberlösung niederschlägt. Diese Stromstärke heißt ein Ampere.

Für praktische Zwecke benutzt man zum Messen der Stromstärke bequemer die magnetischen Wirkungen des Stromes, wobei eine stromdurchflossene Spule richtend oder anziehend auf einen Magneten oder auf ein Stück Eisen wirkt. Die auf diesem Prinzip beruhenden Instrumente nennt man Strommesser oder Amperemeter. Sind sie zum Messen schwacher Ströme bestimmt, so heißen sie Galvanometer.

Die Elektrizitätsmenge nun, die pro Sekunde durch den Querschnitt geht, wenn die Stromstärke ein Ampere beträgt, heißt ein Coulomb. Nehmen wir z. B. an, daß die Stromstärke einer Glühlampe 0,5 Ampere beträgt, so fließen pro Sekunde 0,5 Coulomb durch den Querschnitt. Dann würde die während einer Stunde oder während 3600 Sekunden durchgeflossene Elektrizitätsmenge gleich 0,5 · 3600 oder 1800 Coulomb sein. Bezeichnet also allgemein

$Q_\epsilon$  die Elektrizitätsmenge in Coulomb,  
 $i$  die Stromstärke in Ampere,  
 $t$  die Zeit in Sekunden,

so ergibt sich

$$Q_\epsilon = i \cdot t \text{ Coulomb.} \quad (1)$$

## 2. Die elektromotorische Kraft.

Wir haben schon die Vorstellung erwähnt, nach welcher die Elektrizität vom höheren zum niederen Niveau herunterfließt. Eine solche Niveaudifferenz wird entweder durch Maschinen hergestellt, in welchen eine Drahtwicklung vor den Polen eines Magneten entlang geführt wird, oder durch galvanische Elemente, die aus zwei chemisch verschiedenen Platten in einer Flüssigkeit bestehen. Das Chromelement besteht z. B. aus Zink und Kohle, die in eine Mischung von Chromsäure ( $CrO_3$ ) und Schwefelsäure ( $H_2SO_4$ ) tauchen. Die Untersuchung des Elementes mit einem Elektrometer zeigt, daß die Kohle außen positiv, das Zink außen negativ geladen ist. Zwischen den äußeren Enden der Kohle und des Zinks oder zwischen den Klemmen des Elementes herrscht also eine elektrische Niveaudifferenz, und wenn die Klemmen durch einen metallischen oder flüssigen Leiter verbunden werden, so erfolgt der Ausgleich oder der elektrische Strom. Die positive Elektrizität fließt dabei außen von der Kohle  $C$  zum Zink  $Zn$  (Fig. 1).

Da nun trotz dieses Ausgleiches ein dauerndes Hinüberströmen von Elektrizität stattfindet, solange die Klemmen durch den äußeren Leiter verbunden sind, so müssen wir annehmen, daß die Elektrizität, die außen von der Kohle zum Zink geflossen ist, im Innern des Elementes wieder von der Kohle zum Zink zurück fließt, also wieder vom niederen zum höheren Niveau hinaufgeschafft wird. Ähnlich wird auch das Wasser, das von den Bergen herunter dem Meere zufließt, durch die Sonnenwärme verdunsten und wieder auf das hohe Niveau hinaufgehoben. Wir haben also im Element eine Ursache der Elektrizitätsbewegung vor uns, unter deren Einfluß die Elektrizität im beständigen Kreislaufe durch den innern Widerstand des Elementes und durch den äußeren Widerstand getrieben wird. Diese Ursache der Elektrizitätsbewegung nennen wir die elektromotorische Kraft und vergleichen sie mit einer Pumpe, die das Wasser vom niederen zum höheren Niveau emporhebt. Sie ist gleich der bei offenem Element gemessenen Niveaudifferenz oder Spannung.

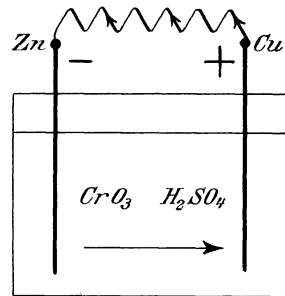


Fig. 1.

Es fragt sich nun, wie man die Größe dieser Spannung bestimmen, d. h. eine Spannung messen oder mehrere Spannungen untereinander vergleichen kann. Zu diesem Zwecke könnte man den größeren oder geringeren Ausschlag eines Goldblattelektroskops verwenden. Man wird jedoch in der Regel die Spannung durch den Strom messen, den dieselbe verursacht. Bei zwei kommunizierenden Gefäßen sei z. B. der Widerstand der Ausgleichsleitung, d. h. die Hahnöffnung zwischen beiden, eine gegebene,

unveränderliche Gröfse. Dann wird die pro Sekunde fließende Wassermenge dem Drucke oder der Niveaudifferenz proportional sein. In ähnlicher Weise legen wir einen und denselben Ausgleichsleiter, z. B. die Kupferwicklung eines Galvanometers, nacheinander an die zu vergleichenden Elemente oder an die zu messenden Spannungen. Die gröfsere oder geringere Stromstärke im Galvanometer wird uns dann ein Mafs sein für den gröfseren oder geringeren elektrischen Druck, d. h. für die Spannung oder die elektromotorische Kraft.

Dabei ergibt sich nun, dafs die Spannung oder die elektromotorische Kraft eines Elementes eine wesentlich konstante Gröfse ist, dafs sie also vor allem von der Gröfse des Elementes unabhängig ist. Wir vergleichen in dieser Hinsicht ein Element mit einem hochgelegenen Reservoir. Durch dasselbe ist ein für allemal eine gegebene Niveaudifferenz geschaffen, die durch die Höhe zwischen Wasserspiegel und Verbrauchsstelle gegeben ist, und es ist dabei gleichgültig, ob das Reservoir grofs oder klein ist, sofern es nur überhaupt voll gehalten wird. Die Stärke des Wasserstromes hängt dabei ganz willkürlich von den Konsumenten ab, je nachdem dieselben mehr oder weniger Wasserhähne aufdrehen. Es ist demnach sehr irreführend, von der Stromstärke eines Elementes zu sprechen. Das klingt, als säfse der Strom im Element und müfste mit einer ein für allemal gegebenen Stärke herausfliefsen. Nein, nur die elektromotorische Kraft ist eine Funktion des Elementes, die auch vorhanden ist, während das Element unbenutzt dasteht. Die Stromstärke aber hängt ganz von unserer Willkür ab, je nachdem wir mehr oder weniger Strom entnehmen. Das geschieht, indem wir dem Strome einen mehr oder weniger bequemen Weg öffnen, also einen geringeren oder gröfseren äufseren Widerstand einschalten.

Es steht uns nun frei, irgend eine Spannung als Einheit zu wählen und damit alle anderen zu vergleichen. Die in der Praxis gebrauchte Einheit ist halb so grofs wie die Spannung des oben erwähnten Chromsäureelementes und wird ein Volt genannt. Dann ergibt sich für die gebräuchlichen Elemente folgende Tabelle:

Bezeichnung	Zusammensetzung	Spannung in Volt
Chromelement	Zink und Kohle in Schwefelsäure und Chromsäure	2
Daniellelement	Zink in verdünnter Schwefelsäure, Kupfer in Kupfervitriollösung	1,07
Bunsenelement	Zink in verdünnter Schwefelsäure, Kohle in konzentrierter Salpetersäure	1,8—1,9
Leclanchéelement	Zink und von Braunstein umgebene Kohle in Salmiaklösung	1,4
Westonelement	Cadmiumamalgam und Quecksilber, das mit Quecksilberoxydulsulfat bedeckt ist, in Cadmiumsulfatlösung	1,019

Das Zink, respektive das dem Zink chemisch nahestehende Cadmium, bildet in diesen Elementen den negativen Pol, und der Strom fließt aus dem Pluspol zum Zink. Man kann das daran merken, daß *Z* der letzte Buchstabe des Alphabets ist.

### 3. Das Ohm'sche Gesetz.

Wenn wir einen und denselben Ausgleichsleiter nacheinander an verschiedene elektromotorische Kräfte legen, so ist die Stromstärke, wie wir schon sahen, der elektromotorischen Kraft proportional. Wir gehen nun einen Schritt weiter und verbinden die Klemmen ein und desselben Elementes nacheinander durch Drähte, die im Material, Länge und Querschnitt voneinander verschieden sind. Wir beobachten dann, daß die Stromstärke eine verschiedene ist, und schließen daraus, daß die Drähte dem Strome einen mehr oder weniger großen Widerstand entgegensetzen. Bei geringer Stromstärke schließen wir z. B. auf einen hohen Widerstand der Leitung, bei hoher Stromstärke auf einen geringen Widerstand. Die Stromstärke ist also umgekehrt proportional dem Widerstand der Leitung. Ähnlich wird bei gegebenem Drucke die Wassermenge pro Sekunde, die durch ein enges Rohr gepreßt wird, um so kleiner sein, je größer die Reibung an der inneren Rohrwand und je länger und je enger das Rohr ist, oder einfacher, je größer der Widerstand des Rohrs ist. Wir kommen dadurch zu dem Schlusse: die Stromstärke ist proportional der elektromotorischen Kraft und umgekehrt proportional dem elektrischen Widerstand. Dieses Fundamentalgesetz der Elektrotechnik heißt das Ohm'sche Gesetz. Bezeichnen wir also mit

$E$  die elektromotorische Kraft in Volt,

$i$  die Stromstärke in Ampere,

$w$  den Widerstand des ganzen Stromkreises,

so folgt 
$$i = \frac{E}{w}. \quad (2)$$

Man sollte hinter dem Gleichheitszeichen noch einen Proportionalitätsfaktor vermuten. Derselbe fällt aber weg oder wird vielmehr gleich Eins, wenn der Widerstand im richtigen Maß eingesetzt wird. Oder umgekehrt, aus der Form des Ohm'schen Gesetzes in Gleichung (2) folgt mit Notwendigkeit die Einheit des elektrischen Widerstandes, die nun nicht mehr willkürlich gewählt werden kann. Ist in Gleichung (2)  $i = 1$  und  $E = 1$ , so ist auch  $w = 1$ . Das heißt: derjenige Widerstand ist die Einheit, in welchem die Spannung von einem Volt den Strom 1 Ampere erzeugt. Man nennt diese Widerstandseinheit das Ohm. Experimentell ergibt sich das Ohm als der Widerstand eines Quecksilberfadens von 106,3 cm Länge und 1 qmm Querschnitt.

Ist z. B. die elektromotorische Kraft einer Dynamomaschine 115 Volt, der Widerstand der Maschine 0,05 Ohm und der äußere Widerstand 1,1 Ohm, so ergibt sich

$$E = 115,$$

$$w = 0,05 + 1,1 = 1,15,$$

$$i = \frac{E}{w} = \frac{115}{1,15} = 100 \text{ Ampere.}$$

Die gesetzliche Definition der elektrischen Einheiten erfolgt allerdings auf andere Weise. Es wird nämlich im deutschen Reichsgesetz nicht etwa die Einheit der Spannung und der Stromstärke gewählt und daraus die Einheit des Widerstandes abgeleitet. Vielmehr ist das Ampere gesetzlich als die Stromstärke bestimmt, die 1,118 mg Silber pro Sekunde niederschlägt, und das Ohm als der Widerstand eines Quecksilberfadens von 106,3 cm Länge und 1 qmm Querschnitt. Daraus folgt dann: ein Volt ist die Spannung, die in einem Ohm den Strom 1 Ampere erzeugt.

Formt man nun die Gleichung (2) um, so erhält man

$$w = \frac{E}{i}. \quad (3)$$

Wir schließen also, wie schon erwähnt wurde, bei einem Versuche auf einen großen Widerstand, wenn trotz großer angewandeter elektro-

motorischer Kraft dennoch die Stromstärke eine geringe ist. Der Widerstand ist also eigentlich nur genau zu definieren als das Verhältnis der elektromotorischen Kraft zur Stromstärke. Man muß sich nämlich hüten, den Widerstand als einen Gegendruck aufzufassen, da wir den Druck oder die Spannung erst erhalten, wenn wir den Widerstand mit der Stromstärke multiplizieren. Durch Umformung von Gleichung (2) erhalten wir nämlich

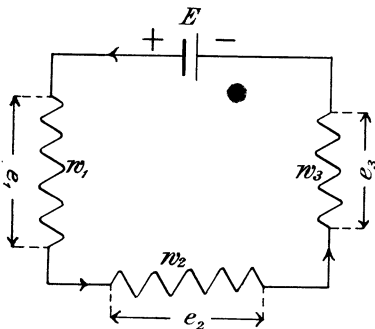


Fig. 2.

$$E = iw. \quad (4)$$

In dieser Gleichung stellt die linke Seite die von der Stromquelle gelieferte Spannung und die rechte Seite die im Widerstand  $w$  bei dem Strome  $i$  verbrauchte Spannung dar. Beide sind einander gleich.

Das Ohm'sche Gesetz gilt nun aber nicht bloß für den ganzen Kreis, sondern auch für einen einzelnen Teil des Stromkreises. Der Strom  $i$  durchfließt z. B. nacheinander die Widerstände  $w_1$ ,  $w_2$  und  $w_3$  (Fig. 2). Bezeichnen wir die Klemmspannungen an den Widerständen  $w_1$ ,  $w_2$  und  $w_3$  resp. mit  $e_1$ ,  $e_2$ ,  $e_3$ , so ergibt das Experiment:

$$e_1 = i \cdot w_1 \quad w_1 = \frac{e_1}{i}$$

$$e_2 = i \cdot w_2 \quad w_2 = \frac{e_2}{i}$$

$$e_3 = i \cdot w_3 \quad w_3 = \frac{e_3}{i}.$$

### 3. Das Ohm'sche Gesetz.

Wie stark man also auch den Strom etwa durch Anwendung eines stärkeren Elementes macht, so wird doch immer das Verhältnis der Klemmspannung zu der Stromstärke einen konstanten Wert haben, vorausgesetzt, daß Länge, Querschnitt, Material und Temperatur gleich geblieben sind. Nennen wir also dieses Verhältnis den Widerstand des Drahtes, so ergibt sich, daß die Klemmspannung gleich ist dem Produkte aus der Stromstärke mal dem Widerstand. Zu demselben Resultat gelangen wir durch Betrachtung des Wasserstromes. Der Spannungsverbrauch oder Druckverlust in einer Rohrleitung ist auch um so größer, je größer die Wasserstromstärke und je größer der Widerstand des Rohres ist.

Ist also beispielsweise ein Widerstand von 1 Ohm vor zwei Bogenlampen geschaltet und ist die Stromstärke 15 Ampere, so beträgt der Spannungsverlust im vorgeschalteten Widerstand  $1 \cdot 15 = 15$  Volt. Wenn also die Netzspannung 110 Volt betrug, so bleiben für die beiden Lampen zusammen nur  $110 - 15 = 95$  Volt übrig.

Bezeichnet nun allgemein  $e$  die Klemmspannung in Volt an den Enden eines Widerstandes  $w$ , so folgt

$$e = i \cdot w.$$

Diese Gleichung liefert uns nun ein Mittel, um die Unterschiede der Strom- und Spannungsmesser in Bezug auf Konstruktion und Schaltung zu verstehen. Beide

Arten von Instrumenten beruhen auf den magnetischen Wirkungen des Stromes. Soll nun ein Instrument als Amperemeter dienen, so gibt man demselben wenig Windungen eines starken Drahtes und legt es in den Hauptstrom. Der zu messende Strom wird dabei den starken Draht nicht übermäßig erwärmen, und außerdem wird der Spannungsverlust, der nach Gleichung (5) auftritt, wegen des kleinen Widerstandes gering werden. Soll dagegen das Instrument als Voltmeter dienen, so gibt man demselben viele Windungen eines dünnen Drahtes und legt dasselbe, eventuell unter Zuschaltung eines konstanten Widerstandes, an die zu messende Spannung, d. h. in den Nebenschluß zu dem Widerstand, dessen Klemmspannung gemessen werden soll (Fig. 3).

Der Strom, der dabei in den Spannungsmesser fließt, ist für den Betrieb ein Verlust. Der große Widerstand des Instruments hat also den Zweck, diesen Strom möglichst gering zu machen. Natürlich hat man dann zur Erzielung einer kräftigen magnetischen Wirkung viele Windungen nötig, und räumliche und ökonomische Gründe führen dann zur Verwendung eines dünnen Drahtes. Das Instrument funktioniert jetzt ebenfalls eigentlich als Strommesser, indem der Ausschlag durch den hindurchfließenden Strom verursacht wird. Multipliziert man aber diesen Strom mit dem Widerstand

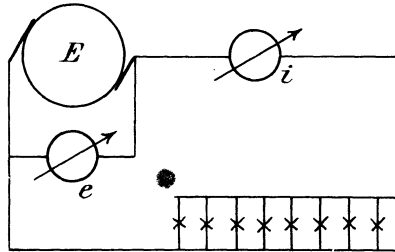


Fig. 3.



des Voltmeters, so erhält man die Spannung an den Enden des Instrumentes, die natürlich gleich auf der Skala aufgetragen ist. Die prinzipielle Gleichheit der Amperemeter und Voltmeter ist am besten ersichtlich daraus, daß es Instrumente gibt, die für beide Zwecke gebraucht werden können. Die Empfindlichkeit eines Amperemeters sei z. B. derartig, daß die Stromstärke von einem Tausendstel Ampere einen Grad Ausschlag hervorruft. Wenn man dann das Instrument als Voltmeter schaltet und seinen Widerstand durch Zuschaltung eines Widerstandes auf 1000 Ohm bringt, so wird ein Grad Ausschlag einer Spannung von  $\frac{1}{1000} \cdot 1000 = 1$  Volt entsprechen.

Aus dem vorhergehenden folgt nun von selbst, daß zwei oder mehr Strommesser, die miteinander verglichen werden sollen, hintereinander zu schalten sind (Fig. 4). Dagegen sind zwei oder mehr Spannungsmesser, die miteinander zu vergleichen sind, parallel zu schalten, und zwar sind sie sämtlich mit ihren Klemmen an die Enden des Widerstandes zu legen, dessen Klemmspannung gemessen werden soll (Fig. 5).

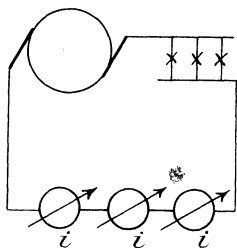


Fig. 4.

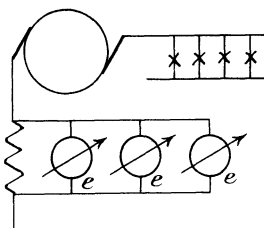


Fig. 5.

Vor allen Dingen muß man sich dabei hüten, zwei Spannungsmesser hintereinander zu schalten, da die Angaben eines jeden von ihnen durch Hinzufügung des Widerstandes des andern Instrumentes falsch werden.

Nachdem auf diese Weise das Prinzip der Strom- und Spannungsmesser dargestellt ist, haben wir nun noch ihre Verwendung zur Widerstandsmessung zu erwähnen. Besonders bei kleinen oder sehr großen Widerständen wird man diese Bestimmung des Widerstandes auf indirektem Wege, d. h. durch Beobachtung der Spannung und der Stromstärke, mit Vorteil anwenden. Leitet man z. B. einen Strom von 10 Ampere durch die Ankerwicklung eines Elektromotors und mißt die Klemmspannung an den Bürsten zu 2 Volt, so ist der Ankerwiderstand  $w_a$  gegeben durch die Gleichung:

$$w_a = \frac{e}{i} = \frac{2}{10} = 0,2 \text{ Ohm.}$$

Der Vorteil dieser Methode besteht darin, daß der Widerstand unter Ausschluß irgend eines Zuleitungswiderstandes gemessen wird. Voraussetzung ist aber dabei, daß in dem untersuchten Zweige keine elektromotorische Kraft wirksam ist, wenigstens gestaltet sich dann die Rechnung nicht so einfach.

#### 4. Die Abhängigkeit des Widerstandes vom Material, Querschnitt, Länge und Temperatur des Leiters.

Die Bedeutung des Ohm'schen Gesetzes liegt darin, daß der Widerstand eines Leiters, d. h. das Verhältnis der Spannung an seinen Enden zu der durchfließenden Stromstärke, bei verschiedenen Spannungen oder Strömen als eine konstante Größe gefunden wird, die in einfacher Beziehung zu der Länge und dem Querschnitt des Drahtes steht, außerdem wesentlich vom Material und in geringerem Maße von der Temperatur abhängig ist. Bedeutet also

$l$  die Länge des Leiters in m,  
 $q$  den Querschnitt in qmm,  
 $\rho$  einen konstanten Materialkoeffizienten,

so ergibt das Experiment:  $w = \rho \cdot \frac{l}{q}$ . (5)

Der Widerstand eines Drahtes ist also proportional seiner Länge und umgekehrt proportional seinem Querschnitt, wobei der Faktor  $\rho$  bei den verschiedenen Materialien ein verschiedener ist. Seine Bedeutung ergibt sich, wenn in Gleichung (5)  $l = 1$  und  $q = 1$  gesetzt wird. Dann wird  $r = \rho$ . Der Koeffizient  $\rho$  ist also der Widerstand eines Drahtes aus dem betreffenden Material von 1 m Länge und 1 qmm Querschnitt. Man nennt diese Größe den spezifischen Widerstand. Zur Bestimmung desselben werden bei einem beliebigen Drahte die Größen  $w$ ,  $l$  und  $q$  beobachtet und daraus  $\rho$  berechnet. Die Messung ergibt folgende Werte:

Kupfer bei 15°	$\rho = 0,017$ ,
Quecksilber	$\rho = 0,94 = \frac{1}{106,3}$ ,
Neusilber (Nickelin)	$\rho = 0,2-0,4$ ,
Kohle	$\rho = 100-1000$ ,
Schwefelsäure 25—30 %	$\rho = 14000$ .

Man wird also die Widerstände zum Abschwächen des Stromes oder zur Vernichtung von Spannung aus Nickelinn herstellen, während man die Wicklungen der Maschinen und die Leitungen aus dem bestleitenden Material, dem Kupfer, herstellt, um unnötige Spannungsverluste zu vermeiden. Auch dann noch ist der Spannungsverlust nicht unerheblich. Ist z. B. die einfache Länge einer Leitung  $l = 20$  m, die Stromstärke  $i = 60$  Ampere und der Querschnitt  $q = 50$  qmm, so ergibt sich für Hin- und Rückleitung zusammen  $l = 2 \cdot 20 = 40$ , und wir erhalten:

$$w = \rho \cdot \frac{l}{q} = \frac{0,017 \cdot 40}{50} = 0,0136 \text{ Ohm.}$$

Der Spannungsverlust  $e_1$  in der Zuleitung ergibt sich dann zu

$$e_1 = i \cdot w = 0,0136 \cdot 60 = 0,8 \text{ Volt.}$$

Der spezifische Widerstand ist nun keine konstante Größe, sondern er wächst bei allen Metallen mit steigender Temperatur, und zwar ist die Widerstandszunahme proportional der Temperaturerhöhung. Man definiert dabei als den Temperaturkoeffizienten die Widerstandszunahme, die ein Ohm erfährt pro ein Grad Temperaturerhöhung. Bezeichnet also

$w_1$  den Anfangswiderstand bei der Temperatur  $T_1$ ,  
 $w_2$  den Endwiderstand „ „ „ „  $T_2$ ,  
 $\alpha$  den Temperaturkoeffizienten,

so folgt:

$$w_2 = w_1[1 + \alpha(T_2 - T_1)] \quad (6)$$

oder

$$\alpha = \frac{w_2 - w_1}{w_1(T_2 - T_1)}. \quad (7)$$

Die Messungen ergeben für Kupfer im Durchschnitt den Wert  $\alpha = 0,004$ , der Widerstand des Kupfers wächst also pro Grad Temperaturerhöhung um  $0,4\%$ . Da die Temperatur der Maschinen im Laufe des Betriebes um etwa  $35^\circ$  steigt, so bedeutet das eine Widerstandszunahme von etwa  $0,4 \cdot 35 = 14\%$ . Deswegen rechnet man mit einem spezifischen Widerstand des warmen Kupfers von rund  $0,02$ , statt  $0,017$ .

Mit Hilfe des bekannten Temperaturkoeffizienten  $0,004$  läßt sich nun die Temperaturerhöhung selbst in einem Teil einer Maschine feststellen, der für ein Thermometer unzugänglich ist. Ist z. B. der Widerstand der Magnetwicklung bei  $15^\circ = 50$  Ohm, und wird er sofort nach Abstellung des Betriebes wieder gemessen zu  $57$  Ohm, so ergibt sich:

$$w_1 = 50, \quad w_2 = 57, \quad T_1 = 15, \quad \alpha = 0,004.$$

Und aus Gleichung (6):

$$57 = 50[1 + 0,004(T_2 - 15)].$$

$$T_2 = 50^\circ.$$

Die Temperaturerhöhung beträgt also  $35^\circ$ .

Da der Temperaturkoeffizient der Metalle außer dem Quecksilber verhältnismäßig groß ist, so ist ihre Verwendung für Präzisionswiderstände ausgeschlossen. Man verwendet für solche Zwecke das Neusilber oder Nickelin, das neben dem Vorteil eines hohen spezifischen Widerstandes noch den eines sehr niedrigen Temperaturkoeffizienten besitzt. Derselbe ist  $0,0002$ — $0,0004$ . Der Widerstand des Manganins, einer Legierung aus Kupfer und Mangan, ist so gut wie unabhängig von der Temperatur.

Im Gegensatz zu den Metallen stehen nun die Kohle und die flüssigen Leiter, deren Widerstand mit zunehmender Temperatur abnimmt, deren Temperaturkoeffizient also negativ ist. Bei der beträchtlichen Temperaturdifferenz, der die Glühlampe unterworfen ist, ist es also notwendig, den Widerstand immer auf indirektem Wege durch Beobachtung von Spannung und Stromstärke zu bestimmen, während die Lampe brennt.

Unter Umständen ist es vorteilhaft, in die Rechnung das Leitvermögen, d. h. den reziproken Wert des Widerstandes, einzuführen. Das spezifische Leitvermögen des Kupfers ist z. B.  $1 : 0,017 = 59$  oder rund  $= 60$ . Das spezifische Leitvermögen der Flüssigkeiten wird dabei oft nicht auf den umgekehrten Wert des Ohm bezogen, sondern auf Quecksilber. Das Quecksilber hat entsprechend der Definition des Ohm das spezifische Leitvermögen 1,063. Man muß also das spezifische Leitvermögen der Flüssigkeiten, bezogen auf Quecksilber, mit 1,063 multiplizieren, um das spezifische Leitvermögen, bezogen auf Ohm, zu erhalten. Neuerdings ist übrigens auch in den Werken über Elektrochemie das Leitvermögen schon immer auf den reziproken Wert des Ohm bezogen.

## 5. Die Kirchhoff'schen Regeln.

### a) Erste Kirchhoff'sche Regel.

In jedem geschlossenen Stromkreise ist die Summe der Produkte aus Stromstärke mal Widerstand gleich der Summe der in demselben Stromkreise vorhandenen elektromotorischen Kräfte:

$$\sum i \cdot w = \sum E. \quad (8)$$

Bei der Anwendung dieser Regel hat man den Stromkreis oder den in sich geschlossenen Teil einer Schaltung in einer beliebig gewählten Richtung zu verfolgen und alle Stromstärken und elektromotorischen Kräfte als negativ einzuführen, die dieser Richtung entgegenwirken. Ist man dabei über die Richtung des Stromes oder der elektromotorischen Kraft im Zweifel, so hat man vorläufig ihre Richtung anzunehmen. Wenn die Rechnung dann für diesen Wert ein negatives Resultat ergibt, so heißt dies, daß die Richtung die entgegengesetzte ist, als wie vorläufig angenommen wurde.

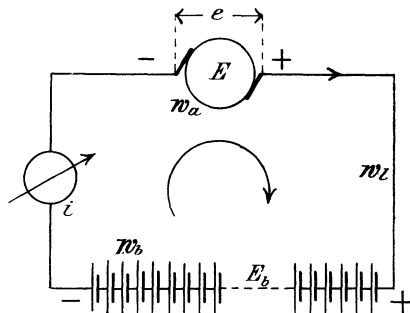


Fig. 6.

Eine Maschine liefere z. B. eine elektromotorische Kraft  $E = 116$  Volt und sei gegen eine Akkumulatorenbatterie von 50 Elementen à 2 Volt geschaltet, um dieselbe zu laden (Fig. 6). Der Maschinenwiderstand  $w_\alpha$  sei 0,1 Ohm, der Batteriewiderstand  $w_b$  sei 0,18 Ohm und der Leitungswiderstand  $w_l$  sei 0,12 Ohm. Gesucht wird die Stromstärke  $i$  und die Spannungen in den einzelnen Teilen des Kreises.

Die elektromotorische Gegenkraft der Batterie ist  $E_b = 50 \cdot 2 = 100$  Volt. Verfolgen wir nun den Stromkreis im Sinne des Uhrzeigers, also

in der durch den inneren Pfeil gegebenen Richtung, so erhalten wir nach Gleichung (8):

$$i \cdot w_a + i \cdot w_b + i \cdot w_l = E - E_b$$

oder

$$i = \frac{E - E_b}{w_a + w_b + w_l} = \frac{116 - 100}{0,1 + 0,18 + 0,12} = 40 \text{ Ampere.}$$

Die einzelnen Ohm'schen Spannungsverluste ergeben sich dann zu

$$i \cdot w_a = 40 \cdot 0,1 = 4 \text{ Volt}$$

$$i \cdot w_b = 40 \cdot 0,18 = 7,2 \text{ „}$$

$$i \cdot w_l = 40 \cdot 0,12 = 4,8 \text{ „}$$

dazu die elektromotorische Gegenkraft von 100 „

---

Zusammen 116 Volt.

Wie man sieht, wird die elektromotorische Kraft von 116 Volt gerade aufgebraucht, um die elektromotorische Gegenkraft der Batterie zu überwinden und die Beträge für den Ohm'schen Spannungsverbrauch zu liefern.

Um nun die Klemmspannung der Maschine, die zugleich die Spannung an den Enden des äußeren Widerstandes ist, zu finden, haben wir zu beachten, daß von der elektromotorischen Kraft der Maschine ein Teil schon verbraucht wird, um den Strom durch den inneren Widerstand zu treiben. Der größere Teil bleibt dann verfügbar für die äußeren Widerstände. Ähnlich hat man bei der Wasserleitung den vollen, der Niveaudifferenz entsprechenden Druck nur dann, wenn alle Hähne geschlossen sind. Sowie aber Wasser verbraucht wird, tritt ein Druckverlust wegen der Reibung des Wassers an den Rohrwänden auf, und der Druck an der Verbrauchsstelle ist dann geringer, als es der Niveaudifferenz entspricht. Wir ziehen also zur Berechnung der Maschinenspannung  $e$  den inneren Spannungsverlust von der elektromotorischen Kraft ab und erhalten:

$$e = E - i \cdot w_a = 116 - 4 = 112 \text{ Volt.}$$

Anders liegen die Verhältnisse dagegen bei der Batterie, wenn sie geladen wird. Hier hat die Klemmspannung  $e_b$  der Batterie eine doppelte Aufgabe, nämlich die elektromotorische Gegenkraft  $E_b$  zu überwinden und den Ohm'schen Spannungsverbrauch  $i_b \cdot w_b$  zu liefern. Wir erhalten also:

$$e_b = E_b + i_b \cdot w_b = 100 + 7,2 = 107,2 \text{ Volt.}$$

#### b) Zweite Kirchhoff'sche Regel:

An jedem Punkte ist die Summe der zufließenden Ströme gleich der Summe der abfließenden Ströme. Führt man also die zufließenden Ströme als positiv und die abfließenden Ströme als negativ ein, so ergibt sich für jeden Verzweigungspunkt:

$$\sum i = 0. \tag{9}$$

Diese Regel ist von prinzipieller Wichtigkeit für das Verständnis des elektrischen Stromes. Es ist eine falsche Auffassung vieler Anfänger, daß die Elektrizität aus der positiven Klemme austrete und allmählich längs des ganzen Verlaufes bis zur negativen Klemme aufgebraucht werde. Auch das Wasser, das durch ein Steigrohr in das Haus eintritt, wird nicht aufgebraucht in dem Sinne, als wenn es verschwindet, sondern die ganze Wassermenge gelangt zum niederen Niveau und wird von dort aus durch die Verdunstung wieder zum höheren Niveau hinaufgeschafft. Ebenso fließt auch die ganze Elektrizitätsmenge, die aus der positiven Klemme austritt, in die negative Klemme und durch die Stromquelle hindurch wieder zur positiven Klemme. Wenn man dennoch in der Praxis von Stromverlusten spricht, so meint man damit nur, daß der Strom sich zum Teil einen Weg sucht, auf welchem man ihn nicht ausnutzt oder nichts für ihn bezahlt erhält. Beim elektrischen Strom wird also keine Elektrizität fortwährend neu erzeugt, sondern es wird nur ein und dieselbe Elektrizitätsmenge durch den ganzen Kreis hindurch in Bewegung gesetzt. Was verbraucht wird, ist nicht die Elektrizitätsmenge oder der Strom, sondern die Spannung.

Die 2. Kirchhoff'sche Regel setzt uns nun in den Stand, an Verzweigungspunkten aus zwei oder mehr Strömen einen anderen Strom zu berechnen. Die Klemmspannung einer Nebenschlusmaschine sei z. B.  $e = 220$  Volt, die Stromstärke im äußeren Kreise (Fig. 7)  $i = 100$  Ampere, und der Widerstand der im Nebenschluss

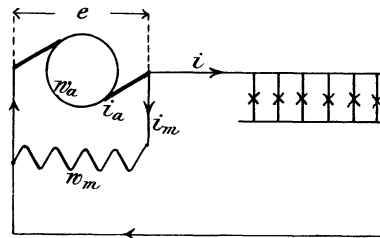


Fig. 7.

liegenden Magnetwicklung  $w_m = 50$  Ohm. Gesucht wird der Ankerstrom  $i_a$ .

Aus dem Ohm'schen Gesetz ergibt sich:

$$i_m = \frac{e}{w_m} = \frac{220}{50} = 4,4 \text{ Ampere.}$$

Die zweite Kirchhoff'sche Regel ergibt dann:

$$i_a = i + i_m = 100 + 4,4 = 104,4 \text{ Ampere.}$$

## 6. Widerstand und Stromverteilung bei einer Schleife.

Es ist selbstverständlich, daß der Widerstand mehrerer hintereinander geschalteter Leiter gleich der Summe der Einzelwiderstände ist. Dagegen ergibt die Parallelschaltung, wie sie in Fig. 8 gezeichnet ist, keinesfalls eine Vergrößerung des Widerstandes gegenüber einem einzelnen Leiter, da ja der Weg für den Strom durch die Parallelschaltung ein bequemerer geworden ist und der Gesamtwiderstand  $w$  kleiner sein muß,

als jeder einzelne Widerstand  $w_1$  oder  $w_2$ . Wohl aber ist, wie auch experimentell nachgewiesen wird, das Leitvermögen der Verzweigung gleich der Summe der Leitvermögen der parallelen Zweige, also:

$$\frac{1}{w} = \frac{1}{w_1} + \frac{1}{w_2}.$$

Daraus ergibt sich:

$$w = \frac{w_1 \cdot w_2}{w_1 + w_2}. \quad (10)$$

Bei Abgleichung kleiner Widerstände ist es z. B. fast unmöglich, genau die entsprechende Drahtlänge abzutun. Man stellt sich dann einen um einige Prozente zu großen Widerstand  $w_1$  her und erniedrigt dessen Wert durch Parallelschaltung eines zweiten Widerstandes  $w_2$ . Der

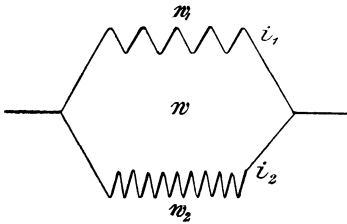


Fig. 8.

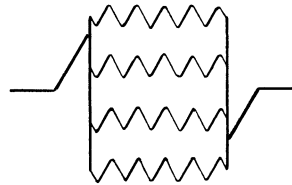


Fig. 9.

Widerstand  $w_1$  sei z. B. 0,102 Ohm. Wir fragen uns nun: Wie viel Ohm müssen parallel geschaltet werden, damit der Gesamtwiderstand  $w$  gleich 0,1 Ohm wird?

Aus Gleichung (10) folgt:

$$0,1 = \frac{0,102 \cdot w_2}{0,102 + w_2},$$

also

$$w_2 = 5,1 \text{ Ohm.}$$

Gesetzt nun, man macht bei der Abgleichung dieser 5,1 Ohm einen Fehler von 2%, so daß  $w_2$  in Wirklichkeit nur 5 Ohm beträgt. Dann ergibt sich:

$$w = \frac{w_1 \cdot w_2}{w_1 + w_2} = \frac{0,102 \cdot 5}{0,102 + 5} = 0,09996.$$

Der Fehler im Gesamtwiderstand beträgt also nur 0,04%.

Bei mehr als zwei parallel geschalteten Widerständen ergibt sich dagegen:

$$\frac{1}{w} = \frac{1}{w_1} + \frac{1}{w_2} + \frac{1}{w_3} \dots \dots \quad (11)$$

Sind die Einzelwiderstände gleich, so wird die Rechnung bequemer. Der Ankerwiderstand einer vierpoligen Maschine mit Parallelwicklung besteht z. B. aus 4 gleichen parallelen Abteilungen (Fig. 9). Ist nun die Gesamtlänge des aufgewickelten Drahtes = 200 m und der Querschnitt des Drahtes 10 qmm, so ist der Widerstand jedes Zweiges bei einem spezifischen Widerstand 0,02 des warmen Kupfers gegeben durch:

$$\rho \cdot \frac{l}{q} = 0,02 \cdot \frac{200/4}{10} \text{ Ohm.}$$

Der Widerstand der vier gleichen parallelen Zweige zusammen ist viermal so klein, ergibt sich also zu:

$$w_a = \frac{0,02 \cdot 200}{4^2 \cdot 10} = 0,025 \text{ Ohm.}$$

Um nun das Verhältnis der Stromstärken bei der in Fig. 8 gezeichneten Verzweigung zu finden, beachte man, daß die Klemmspannung  $e$  sowohl am Widerstand  $w_1$  als am Widerstand  $w_2$  liegt. Ist nun  $i_1$  der Strom im Widerstande  $w_1$  und  $i_2$  der Strom im Widerstande  $w_2$ , so ergibt sich:

$$e = i_1 \cdot w_1 = i_2 \cdot w_2$$

und daraus

$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{w_2}{w_1}. \quad (12)$$

Die Stromstärken in einer Verzweigung verhalten sich also umgekehrt wie die Widerstände. Man macht von dieser Regel Gebrauch, wenn man einen starken Strom mit einem empfindlichen Galvanometer messen will, das nur für schwache Ströme gebaut ist. Man legt dabei das Galvanometer in den Nebenschluß zu einem bekannten, kleinen Abzweigungswiderstand. Ist dann  $w_g$  der Galvanometerwiderstand und  $w_z$  der Abzweigungswiderstand,  $i_g$  der Galvanometerstrom und  $i_z$  der Strom im Abzweigungswiderstand, so ergibt sich (Fig. 10):

$$\frac{i_g}{i_z} = \frac{w_z}{w_g}$$

oder

$$\frac{i_g}{i_g + i_z} = \frac{w_z}{w_g + w_z}.$$

Nun ist nach Fig. 10  $i_g + i_z$  nichts anderes als der Hauptstrom  $i$ . Daraus folgt dann:

$$i = i_g \cdot \frac{w_z + w_g}{w_z}. \quad (13)$$

Am bequemsten macht man dabei den Abzweigungswiderstand gleich  $1/9$ ,  $1/99$  oder  $1/999$  des Galvanometerwiderstandes. Ist z. B. der Galvanometerwiderstand = 100 Ohm und der Abzweigungswiderstand  $\frac{100}{999}$  Ohm, so ergibt sich:

$$i = i_g \cdot \frac{100 + 100}{\frac{100}{999}} = 1000 i_g.$$

Der Hauptstrom ist also 1000mal so stark wie der Galvanometerstrom.

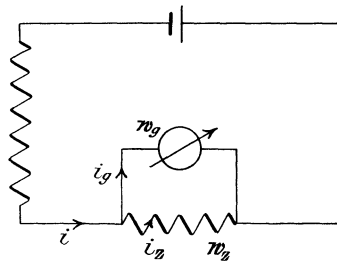


Fig. 10.



## 7. Serien- und Parallelschaltung von Elementen.

Bei der Serien- oder Reihenschaltung von Elementen ist die positive Klemme des einen Elementes mit der negativen Klemme des anderen Elementes verbunden (Fig. 11). Dabei durchfließt derselbe Strom alle Ele-

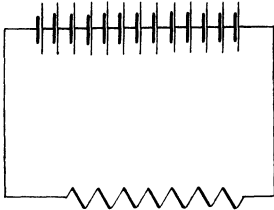


Fig. 11.

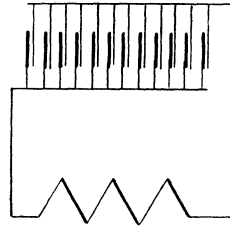


Fig. 12.

mente hintereinander, und alle elektromotorischen Kräfte wirken in einer Richtung, addieren sich also gegenseitig. Zugleich addieren sich aber auch alle innern Widerstände der Elemente. Man wird also die Serienschaltung da anwenden, wo man bei hohem äußeren Widerstande eine große Stromstärke erzielen will. Die Vermehrung des Batteriewiderstandes durch die Serienschaltung kommt dann nicht in Betracht gegenüber dem Gewinn an elektromotorischer Kraft. Bei der Parallelschaltung (Fig. 12) sind dagegen alle positiven Klemmen der Elemente miteinander verbunden und ebenso alle negativen Klemmen miteinander. Durch diese Parallelschaltung wird der Batteriewiderstand sehr klein, aber andererseits liegt nun an dem äußeren

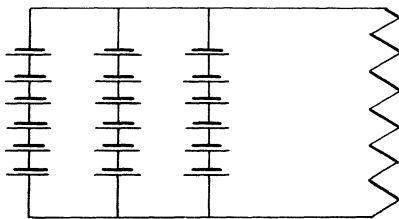


Fig. 13.

Widerstand nur die Spannung eines einzelnen Elementes. Denn parallel geschaltete elektromotorische Kräfte addieren sich ebenso wenig wie parallel geschaltete Drücke. Wenn man z. B. von gleich hoch gelegenen Reservoirs zwei Rohre herunterführt, so hat man, abgesehen vom Druckverlust, nur

den gleichen Druck, wie bei Anwendung eines einzelnen Reservoirs. Man wird daher zur Erzielung einer hohen Stromstärke die Parallelschaltung dann anwenden, wenn der äußere Widerstand klein ist und man daher keiner hohen Spannung zur Erzielung eines starken Stromes bedarf. Man hat dabei den Vorteil, daß der Batteriewiderstand, der jetzt gegenüber dem kleinen äußeren Widerstand erheblich in Betracht kommt, klein genug geworden ist und dadurch eine hohe Stromstärke möglich macht.

Daneben kann man dann noch die gemischte Schaltung anwenden (Fig. 13), wobei einige von den Elementen hintereinander geschaltet und

mehrere derartige Zweige parallel geschaltet sind. Wir fragen uns nun, bei welcher Schaltung die Stromstärke ein Maximum wird. Zu dem Zwecke führen wir die folgenden Bezeichnungen ein. Es sei

- $w$  der äußere Widerstand,
- $Z$  die Zahl der Elemente,
- $w_i$  der innere Widerstand eines Elementes,
- $x$  die Zahl der hintereinander geschalteten Elemente,
- $E$  die elektromotorische Kraft eines Elementes.

Dann ist die Anzahl der parallelen Zweige  $\frac{Z}{x}$  und der Widerstand eines Zweiges gleich  $w_i x$ . Der Widerstand der Batterie  $w_b$  ist also:

$$w_b = \frac{w_i x}{\frac{Z}{x}} = \frac{w_i x^2}{Z}.$$

Da nun die elektromotorische Kraft der Batterie gleich der elektromotorischen Kraft eines Zweiges, also gleich  $E \cdot x$  ist, so ist die Stromstärke  $i$  in der gesamten Batterie nach dem Ohm'schen Gesetz

$$i = \frac{E \cdot x}{w + \frac{w_i x^2}{Z}} = \frac{E}{\frac{w}{x} + \frac{w_i x}{Z}}.$$

Dieser Ausdruck wird ein Maximum, wenn der Nenner ein Minimum wird. Betrachtet man also  $x$  als Variable und differenziert, so erhält man:

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{w}{x} + \frac{w_i x}{Z}, \\ f'(x) &= -w x^{-2} + \frac{w_i}{Z} = 0, \\ \frac{w_i}{Z} &= \frac{w}{x^2}, \\ w &= \frac{w_i x^2}{Z}. \end{aligned}$$

Die rechte Seite dieser Gleichung stellt aber nichts anderes dar, als den inneren Widerstand der Batterie. Derselbe muß also gleich dem äußeren Widerstande gemacht werden, damit die Stromstärke bei gegebenem äußeren Widerstand und gegebener Elementenzahl ein Maximum wird.

## 8. Die Wheatstone'sche Brücke.

Eine wichtige und lehrreiche Anwendung der Kirchhoff'schen Regel bietet die Widerstandsmessung mit der Wheatstone'schen Brücke (Fig. 14a).

Das Element  $E$ , dessen elektromotorische Kraft nicht bekannt und nicht konstant zu sein braucht, liegt an den Enden  $A$  und  $B$  eines mit einer Teilung versehenen blanken Messdrahtes, auf welchem der Schleifkontakt  $C$  verschoben werden kann. Parallel zu dem Drahte liegt mit

Hilfe widerstandsfrei gedachter Verbindungen ein Stromzweig, der aus dem unbekanntem, zu messenden Widerstande  $x$  und aus dem bekannten Widerstande  $w$  besteht. Ein Galvanometer liegt mit dem einen Ende am Schleifkontakt  $C$ , mit dem anderen Ende am Verbindungspunkt von  $x$  und  $w$ . Man verschiebt den Schleifkontakt, bis das Galvanometer stromlos ist.

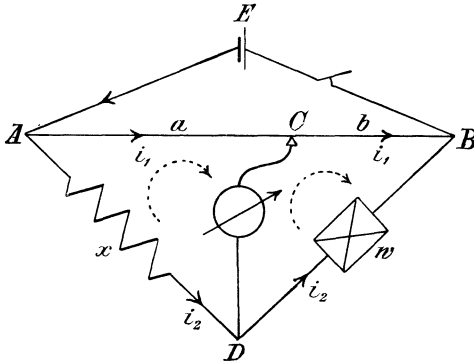


Fig. 14 a.

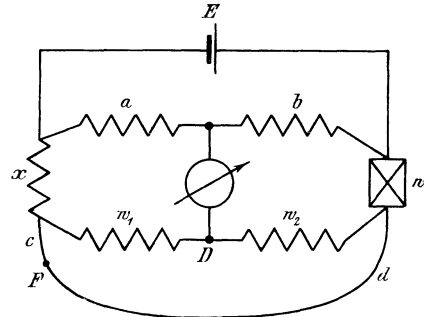


Fig. 14 b.

Dann fließt der Strom  $i_1$  gleichmäßig durch  $a$  und  $b$  und der Strom  $i_2$  gleichmäßig durch  $x$  und  $w$ . Verfolgen wir den linken unteren Stromkreis im Sinne des Uhrzeigers, also in Richtung des punktierten Pfeiles, und beachten dabei, daß in diesem Kreise keine elektromotorische Kraft enthalten ist, sowie daß der Galvanometerstrom gleich Null ist so ergibt sich nach der ersten Kirchhoff'schen Regel:

$$i_1 \cdot a + 0 - i_2 \cdot x = 0.$$

Ebenso ergibt sich im rechten unteren Stromkreis:

$$i_1 \cdot b - i_2 \cdot w + 0 = 0.$$

Formen wir beide Gleichungen um, so erhalten wir:

$$i_1 \cdot a = i_2 \cdot x,$$

$$i_1 \cdot b = i_2 \cdot w.$$

Dividieren wir die beiden linken Seiten und die beiden rechten Seiten durcheinander, so ergibt sich:

$$\frac{a}{b} = \frac{x}{w}. \quad (14)$$

In dieser Gleichung bedeutet das Verhältnis  $a : b$  zunächst das Verhältnis der Widerstände beider Teile des Meßdrahtes, dann aber direkt das Verhältnis der beiden Drahtlängen.

Es ist nun von Vorteil, wenn man dieses Resultat ohne die Kirchhoff'sche Regel aus dem Vergleich mit einem Wasserstrom ableitet, der sich in zwei parallele vertikale Rohre verzweigt. Wenn man dabei von irgend einem Punkte des ersten Rohres eine horizontale Leitung nach dem

zweiten Rohr legt, so fließt durch die Verbindungsleitung kein Strom, weil keine Niveaudifferenz an ihren Enden vorhanden ist. Ähnlich liegen die Verhältnisse bei der Wheatstone'schen Brücke. Wenn das Galvanometer stromlos ist, so ist zwischen den Punkten  $C$  und  $D$  keine Niveaudifferenz, insofern ist der Spannungsverbrauch von  $A$  bis  $C$  gleich demjenigen von  $A$  bis  $D$ . Oder in einer Formel:

$$i_1 \cdot a = i_2 \cdot x.$$

Ebenso ergibt sich:

$$i_1 \cdot b = i_2 \cdot w.$$

Daraus folgt sofort Gleichung (14).

Eventuell kann man statt der Drahtlängen  $a$  und  $b$  Präzisionswiderstände anwenden. Die Methode eignet sich für Widerstände mittlerer Größe.

Bei sehr kleinen Widerständen würden die Zuleitungswiderstände einen erheblichen Meßfehler verursachen. Man vermeidet denselben, indem man das Element direkt an die Enden der Widerstände  $x$  und  $w$  legt und statt des Meßdrahtes die Präzisionswiderstände  $a$  und  $b$  wählt, die so groß sind, daß der Zuleitungswiderstand dabei nicht in Betracht kommt. Dagegen läßt sich der Einfluß des Zuleitungswiderstandes zwischen  $x$  und  $w$  bei der gewöhnlichen Brücke nicht eliminieren. Legt man das Galvanometer direkt an das Ende von  $x$ , so wird  $w$  um den Betrag der Zuleitung zwischen  $x$  und  $w$  vergrößert. Legt man das Galvanometer dagegen direkt an  $w$ , so mißt man  $x$  zu groß.

Es liegt daher nahe, das Galvanometer vermittelt zweier Widerstände  $w_1$  und  $w_2$  an  $x$  und  $w$  zugleich anzuschließen, wie das in der Thomson'schen Doppelbrücke geschieht (Fig. 14b). Die Widerstände  $w_1$  und  $w_2$  sind so zu wählen, daß sie sich verhalten wie  $a : b$ . Durch Veränderung von  $w$  bringt man dann das Galvanometer auf Null. Ist beispielsweise das Verhältnis  $a : b = 1 : 10$ , so macht man auch das Verhältnis  $w_1 : w_2 = 1 : 10$ . Der Punkt  $D$  hat dann dasselbe Niveau wie der Punkt  $F$ , der den Zuleitungswiderstand im Verhältnis  $c : d = 1 : 10$  teilt. Wir können also das Galvanometer statt an  $D$  direkt an  $F$  gelegt denken und erhalten dann, da das Galvanometer stromlos ist,

$$\frac{a}{b} = \frac{x + c}{w + d}$$

oder in unserem Falle, wo das Verhältnis  $a : b$  gleich  $1 : 10$  ist:

$$\frac{x + c}{w + d} = \frac{1}{10}.$$

Da nun  $c : d$  sich wie  $1 : 10$  verhielt, so muß notwendig auch das Verhältnis  $x : w$  genau gleich  $1 : 10$  sein. Der Widerstand der Zuleitung ist also eliminiert und es ist daher möglich, sehr kleine Widerstände, wie z. B. Ankerwiderstände von Maschinen, mit sehr großer Genauigkeit zu messen.

### 9. Spannungsmessung durch Kompensation.

An den Enden eines kalibrierten Drahtes  $AB$  (Fig. 15) liege ein Element, dessen elektromotorische Kraft nicht bekannt zu sein braucht. Sie muß aber konstant und größer sein als die zu messende Spannung  $x$  und als die elektromotorische Kraft  $E_0$  des Normalelementes. Man kann z. B. für  $E$  ein Bunsenelement und für  $E_0$  ein Daniellelement wählen. Das Galvanometer, das Normalelement und ein Ballastwiderstand liegen hintereinander zwischen dem Anfang  $A$  des Mefsdrahtes und dem Schleifkontakt, und zwar so, daß  $E$  und  $E_0$  gegeneinander geschaltet sind. Man verschiebt dann den Schleifkontakt, bis das Galvanometer stromlos ist, wobei man zuletzt den Ballastwiderstand kurz schließt. Der Schleifkontakt stehe dann auf  $C$ . Nun ersetzt man das Normalelement durch das unbekannte,

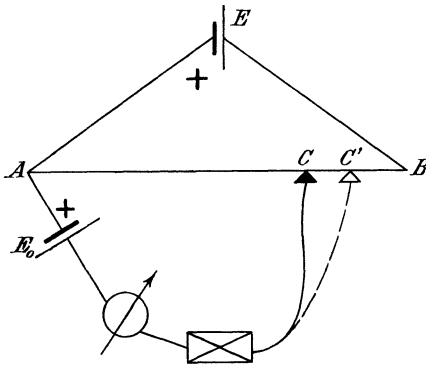


Fig. 15.

zu messende Element mit der elektromotorischen Kraft  $x$ , wobei natürlich  $E$  und  $x$  wieder gegeneinander zu schalten sind. Das Galvanometer sei stromlos, wenn der Schleifkontakt nach  $C'$  verschoben ist. Es ist dann die Länge  $AC'$  ein Maß für die elektromotorische Kraft  $x$ .

Vom Element  $E$  aus wird nämlich an den Enden des Mefsdrahtes eine Spannung geschaffen, welche längs des ganzen Mefsdrahtes verbraucht wird. An dem halben Mefsdraht herrscht z. B. die halbe Spannung, da bei gleicher Stromstärke die Spannungen dem Widerstande proportional sind. Demnach verhält sich die Spannung zwischen  $A$  und  $C$  zur Spannung zwischen  $A$  und  $C'$  wie die Drahtlänge  $AC$  zur Drahtlänge  $AC'$ . Nun hält die Spannung zwischen  $A$  und  $C$  gerade der elektromotorischen Kraft  $E_0$  das Gleichgewicht. Andererseits hält die Spannung zwischen  $A$  und  $C'$  der elektromotorischen Kraft  $x$  das Gleichgewicht. Daraus ergibt sich, wenn wir statt der Spannungen die entsprechenden Drahtlängen einführen:

$$\frac{AC}{AC'} = \frac{E_0}{x}. \quad (15)$$

Diese Methode, die dem Anfänger ein anschauliches Bild von dem Spannungsabfall längs eines Widerstandes gibt, bietet das bequemste Mittel zur Eichung von Instrumenten, und man kann wohl sagen, daß so gut wie sämtliche Instrumente nach dieser Methode geeicht werden. Man ersetzt

dann den Meßdraht durch Präzisionswiderstände, die elektromotorische Kraft  $E$  durch eine Akkumulatorenbatterie und nimmt als Normalelement ein Westonelement (Kompensationsapparat der Reichsanstalt).

Man könnte nun auch die Spannung  $y$  zwischen den Punkten  $A$  und  $B$  nach der Formel bestimmen:

$$\frac{AB}{AC} = \frac{y}{E_0}.$$

Man muß dabei allerdings im Auge behalten, daß  $y$  nicht die elektromotorische Kraft  $E$  des oberen Elementes ist, sondern nur die Klemmspannung, die um den Spannungsverlust im Innern kleiner ist als die elektromotorische Kraft. Das Element  $E$  ist nämlich nicht stromlos, wie die Elemente  $x$  und  $E_0$ .

## 10. Das Joule'sche Gesetz, die elektrische Arbeit und die elektrische Leistung.

Ein Leiter, der vom elektrischen Strome durchflossen wird, wird erwärmt. Die dabei entwickelte Wärme wurde von dem englischen Physiker Joule gemessen und ihre Beziehung zur Spannung, Stromstärke und Zeit festgestellt. Als Maß für die Wärmemenge dient in der Elektrotechnik die Grammkalorie, das ist die Wärmemenge, die ein Gramm Wasser von  $0^{\circ}$  auf  $1^{\circ}$  erwärmt, oder, was praktisch dasselbe ist, die Wärmemenge, die ein Gramm Wasser um einen Grad erwärmt. Bezeichnet  $Q_w$  die Wärmemenge in Grammkalorien,  $e$  die Klemmspannung des Leiters in Volt,  $i$  die Stromstärke in Ampere,  $t$  die Zeit in Sekunden, so ergibt der Versuch:

$$Q_w = 0,24 \ e i t \text{ gkal.} \quad (16)$$

Man kann den Versuch leicht wiederholen, wenn man (Fig. 16) eine Platinspirale mittels angelöteter, widerstandsfrei gedachter Kupferdrähte in eine abgemessene Menge Wasser taucht. Das innere Glasgefäß, das das Wasser enthält, ruht auf Korkschnitten und ist durch einen Luftzwischenraum vom äußeren Gefäß getrennt, um einen Wärmeverlust möglichst zu vermeiden. Man leitet nun einen Strom durch die Spirale und bestimmt die Temperaturerhöhung  $T_2 - T_1$ , die Spannung, die Stromstärke und die Zeit. Dann ergibt sich die Wärmemenge, wenn man das Wassergewicht  $G$  in Gramm mit der Temperaturerhöhung  $T_2 - T_1$  multi-

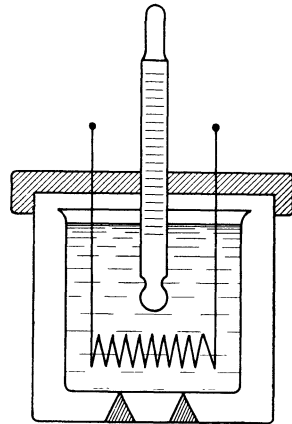


Fig. 16.

pliziert. Man findet, daß diese Wärmemenge dem Produkt  $eit$  proportional ist:

$$Q_w = G(T_2 - T_1) = ceit.$$

Für  $c$  ergibt sich bei einiger Vorsicht den Faktor 0,24. Man wird dabei gut tun, den Versuch ebensoviel über Zimmertemperatur zu schließen, wie man unter Zimmertemperatur angefangen hat. Dann wird in der zweiten Hälfte des Versuchs ebensoviel Wärme von innen nach außen dringen, wie in der ersten Hälfte von außen nach innen gedrungen ist, und der Fehler wird sich herausheben. Ferner hat man zu beachten, daß die Größe  $G$  durch das eigentliche Wassergewicht in Gramm und den Wasserwert des inneren Glases gebildet wird. Man findet den letzteren, wenn man das Gewicht des Glases in Gramm mit der spezifischen Wärme des Glases, also 0,19, multipliziert.

Der Joule'sche Versuch ist nun für die Elektrotechnik von ähnlich fundamentaler Bedeutung wie die Bestimmung des mechanischen Wärmeäquivalents, wonach eine Kilogrammkalorie 424 mkg entspricht. Das Joule'sche Gesetz sagt nämlich aus, daß das Produkt  $eit$  einer Wärmemenge proportional ist. Da nun Wärme nichts anderes ist, als eine besondere Form der Energie, so stellt das Produkt  $eit$  ebenfalls eine Form der Energie dar, es ist also ein Maß für die elektrische Arbeit.

Als Einheit der elektrischen Arbeit ist diejenige gewählt, die geleistet wird, wenn ein Volt den Strom 1 Ampere eine Sekunde lang erzeugt. Man nennt diese Arbeit ein Joule. Die elektrische Arbeit  $A$  ergibt sich dann nach der Formel:

$$A = eit \text{ Joule.} \quad (17)$$

Es gilt jetzt, die Beziehung zwischen der elektrischen Arbeit in Joule und der mechanischen Arbeit in Meterkilogramm zu ermitteln. Setzen wir im Joule'schen Gesetz  $e$ ,  $i$  und  $t = 1$ , so ist die Arbeit gleich einem Joule und die Wärme  $Q_w$  wird  $= 0,24$ . Das heißt: 1 Joule ist gleichwertig mit 0,24 gkal. Da nun eine Grammkalorie nach dem mechanischen Wärmeäquivalent gleichwertig mit 0,424 mkg ist, so folgt:

$$1 \text{ Joule} = 0,24 \text{ g-Kal.} = 0,24 \cdot 0,424 \text{ mkg} = 0,102 \text{ mkg,}$$

oder

$$1 \text{ mkg} = 9,81 \text{ Joule.} \quad (18)$$

Daß dabei gerade die Zahl 9,81, die Beschleunigung der Schwere, herauskommt, ist kein Zufall, sondern beruht auf den gewählten Einheiten.

Liefert nun z. B. eine Dynamo bei 220 Volt Spannung einen Strom von 50 Ampere durch 10 Stunden, also durch 36000 Sekunden, so ist die geleistete elektrische Arbeit:

$$A = 220 \cdot 50 \cdot 36000 = 396 \cdot 10^6 \text{ Joule,}$$

das entspricht  $40,5 \cdot 10^6$  mkg. Liefert andererseits ein Daniellelement eine

Stunde lang einen Strom von 0,5 Ampere bei einer Klemmspannung von 1,07 Volt, so ergibt sich die geleistete elektrische Arbeit  $A$  zu:

$$A = 1,07 \cdot 0,5 \cdot 3600 = 1920 \text{ Joule,}$$

das ist dieselbe Arbeit, die wir aufwenden, um  $\frac{1920}{9,81} = 196 \text{ kg}$  einen Meter hoch zu heben.

Aus der Einheit für die Arbeit folgt nun die Einheit für die elektrische Leistung, d. h. für die pro Sekunde geleistete Arbeit. Stellt nämlich das Produkt  $eit$  die elektrische Arbeit dar, so ist das Produkt  $e \cdot i$  die elektrische Leistung. Die Einheit der elektrischen Leistung ist dadurch als diejenige bestimmt, die von einem Ampere bei einer Spannung von einem Volt geleistet wird. Diese Einheit der elektrischen Leistung heißt ein Watt. Bezeichnet also  $P$  die elektrische Leistung in Watt, so ergibt sich:

$$P = ei \text{ Watt.} \quad (19)$$

Die Beziehung des Watt zum Sekundenmeterkilogramm ergibt sich nun aus Gleichung (18). Ein Meterkilogramm pro Sekunde ist = 9,81 Joule pro Sekunde oder = 9,81 Watt. Daraus folgt:

$$1 \text{ PS} = 75 \frac{\text{mkg}}{\text{sek}} = 75 \cdot 9,81 \text{ Watt} = 736 \text{ Watt.}$$

Ein 10pferdiger Elektromotor mit dem totalen Wirkungsgrad 0,85 verbraucht also einen elektrischen Effekt:

$$P = \frac{10 \cdot 736}{0,85} = 8700 \text{ Watt.}$$

Bei einer Spannung von 220 Volt verbraucht er also einen Strom.

$$i = \frac{8700}{220} = \sim 40 \text{ Ampere.}$$

Die Einheit des Joule ist nun, ebenso wie die Einheiten der Leistung und der Elektrizitätsmenge, für die Praxis zu klein. Man gebraucht daher größere Einheiten und zwar:

1 Hektowatt	= 100 Watt,
1 Kilowatt	= 1000 Watt,
1 Wattstunde	= 3600 Joule,
1 Kilowattstunde	= $3,6 \cdot 10^6$ Joule,
1 Amperestunde	= 3600 Coulomb.

## 11. Die Potentialdifferenz.

Im vorhergehenden ist die Berechnung der elektrischen Arbeit auf das experimentell bestimmte Joule'sche Gesetz aufgebaut, und es erscheint ratsam, erst hinterher die theoretische Ableitung zu geben. Wir haben schon wiederholt die Vorgänge beim elektrischen Strom mit denjenigen



beim Wasserstrom verglichen. Der Vergleich trifft auch bei der elektrischen Arbeit in hohem Mafse zu. Man wird bei einem Wasserfalle die während eines Zeitraumes geleistete Arbeit in Meterkilogramm finden, wenn man das Gewicht der heruntergefallenen Wassermasse in Kilogramm mit der Fallhöhe in Metern multipliziert. Ähnlich verfahren wir bei Berechnung der elektrischen Arbeit, indem wir das Produkt  $eit$  bilden. Denn  $e$  ist die Spannung oder Niveaudifferenz und  $it$  die Elektrizitätsmenge, die während der Zeit  $t$  vom höheren zum niederen Niveau geflossen ist. Daraus ergibt sich nun eine genauere Definition der bisher mit  $e$  bezeichneten und mit Niveaudifferenz oder Spannung benannten Gröfse. Setzen wir nämlich in der Formel

$$A = eit$$

das Produkt  $it = 1$ , also gleich ein Coulomb, so wird  $A = e$ . D. h. also in Worten: Die Spannung  $e$  in Volt ist die Arbeit, gemessen in Joule, welche geleistet wird, wenn ein Coulomb vom höheren zum niederen Niveau

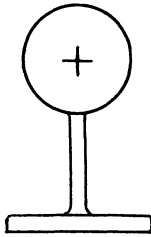


Fig. 17.

$A$   
•  
 $C$

$B$

fließt. Indem dieses Coulomb sich auf dem höheren Niveau befindet, wohnt ihm also eine potentielle Energie, eine Arbeitsfähigkeit inne, ebenso wie ein in die Höhe gehobenes Gewicht eine potentielle Energie besitzt, die um so größer ist, je größer die Niveaudifferenz ist. Man

spricht daher auch von einer elektrischen Potentialdifferenz und definiert sie als die Arbeit, die frei wird, wenn die Einheit positiver Elektrizität vom höheren zum niederen Niveau fließt.

Um das noch deutlicher zu machen, setzen wir den Fall, daß eine Kugel mit positiver Elektrizität statisch geladen sei (Fig. 17), und denken uns auf der Kugel einen kleinen, frei beweglichen, mit der Einheit positiver Elektrizität geladenen Körper. Derselbe wird, da gleichnamige Elektrizitäten sich abstofsen, von der großen Kugel theoretisch bis in die Unendlichkeit abgestofsen. Dem kleinen Körper wird also eine lebendige Kraft mitgeteilt, die gleich ist der Summe aus Kraft mal Weg auf der ganzen Strecke. Während sich ferner der Körper in  $A$  befindet, besitzt er dem Punkte  $B$  gegenüber eine Arbeitsfähigkeit, eine potentielle Energie, vergleichbar dem hochgehobenen Gewicht. Wir sagen also, das Potential oder Niveau des Punktes  $A$  sei höher als dasjenige des Punktes  $B$  und sprechen von einer Niveaudifferenz oder Potentialdifferenz zwischen  $A$  und  $B$ . Wir messen sie durch die Arbeit, die frei wird, resp. sich in lebendige Kraft umsetzt, wenn ein Coulomb unter dem Einfluß des elektrischen Feldes von  $A$  nach  $B$  getrieben wird.

Umgekehrt hätten wir die Potentialdifferenz definieren können als die Arbeit in Joule, die wir leisten müssen, um die Einheit positiver Elektrizität vom niederen zum höheren Potential zu führen, also von  $B$  nach  $A$  zu bringen. Dabei haben wir die abstossenden Kräfte der positiven Elektrizität, die sich auf der grossen Kugel befindet, längs des Weges von  $B$  nach  $A$  zu überwinden. Nach Abschnitt 2 schreiben wir nun der elektromotorischen Kraft die Aufgabe zu, dieses Zurückführen der Elektrizität vom niederen zum höheren Niveau zu besorgen. Elektromotorische Kraft und Potentialdifferenz oder Spannung sind also in gewissem Sinne identisch und werden in demselben Masse gemessen.

Hätten wir andererseits die Einheit positiver Elektrizität von  $A$  nach  $C$  geführt, so wäre weder Arbeit frei geworden, noch wäre eine solche aufzuwenden gewesen, da die Richtung der Bewegung senkrecht zur Kraft-richtung steht. Es entspricht dies der Bewegung einer polierten Kugel auf einer polierten horizontalen Ebene, wobei ebenfalls theoretisch keine Arbeit frei wird oder aufzuwenden ist. Zwischen  $A$  und  $C$  herrscht eben keine Niveau- oder Potentialdifferenz, es sind Punkte gleichen Potentials. Verbindet man alle Punkte gleichen Potentials, so erhält man eine Niveaufläche. Dieselbe steht überall senkrecht auf der Kraft-richtung an dem betreffenden Punkte, weil eine Bewegung längs der Fläche ohne Arbeitsleistung vor sich geht.

Endlich sei noch darauf hingewiesen, daß es gleichgültig ist, auf welchem Wege die oben erwähnte Verschiebung von  $B$  nach  $A$  vor sich geht, die Arbeit ist in allen Fällen dieselbe. Das folgt aus dem Gesetz von der Erhaltung der Energie. Die Arbeit, die man aufwendet, die Einheit positiver Elektrizität von  $B$  nach  $A$  zu führen, wird — ohne Rücksicht auf den Weg — konstant sein, weil sie als potentielle Energie aufgespeichert wird und in allen Fällen im gleichen Betrage wiedergewonnen wird, wenn die Einheit der positiven Elektrizität wieder von  $A$  nach  $B$  zurückgetrieben wird.

## 12. Die Effektverluste durch Joule'sche Wärme.

Formen wir mit Hilfe der Beziehung  $e = i \cdot w$  die Gleichung für die elektrische Leistung um, so erhalten wir:

$$P = e \cdot i = i^2 \cdot w. \quad (20)$$

Der Effektverbrauch im Nutzwiderstand, z. B. den Lampen, ist also dem Quadrate des Stromes und dem Widerstande proportional. Dasselbe gilt aber auch für den Effektverlust in der Zuleitung, und diese Tatsache ist von enormem Einfluß auf die Entwicklung der Elektrotechnik gewesen. Um das zu verstehen, setzen wir den Fall, es seien 10000 Pferdestärken auf 30 km einfache Entfernung zu übertragen. Wir können nun diesen

Effekt mit hoher Stromstärke und niedriger Voltzahl oder niedriger Stromstärke und hoher Voltzahl übertragen. Allgemein ergibt sich bei einem Gesamteffekt von 10000 Pferdestärken, d. i. 7360000 Watt:

$$i = \frac{P}{e} = \frac{7360000}{e}.$$

Wählen wir also nacheinander Spannungen von 100, 1000 und 10000 Volt, so erhalten wir die entsprechenden Stromstärken zu 73600, 7360 und 736 Ampere.

Lassen wir nun 10 %/o, also 736000 Watt Verlust in der Zuleitung zu, so ergibt sich, wenn  $w_l$  der Zuleitungswiderstand ist:

$$i^2 \cdot w_l = 736000$$

oder

$$w_l = \frac{736000}{i^2}.$$

Die ganze Länge der Leitung ist  $2 \times 30 \text{ km} = 60000 \text{ m}$ , und es ergibt sich nach Gleichung (5) ein Drahtquerschnitt:

$$q = \frac{\rho \cdot l}{w_l}$$

oder mit Einsetzung der Werte von  $\rho$ ,  $l$  und  $w_l$ :

$$q = \frac{0,017 \cdot 60000}{\frac{736000}{i^2}} = 13,9 \cdot 10^{-4} \cdot i^2.$$

Der Kupferquerschnitt ist also dem Quadrate der gewählten Stromstärke direkt und dem Quadrate der gewählten Spannung indirekt proportional. Es ergeben sich dann folgende Werte:

$e$	$i$	$q = 13,9 \cdot 10^{-4} \cdot i^2$
100	73600	$750 \cdot 10^4 \text{ qmm.}$
1000	7360	$750 \cdot 10^2 \text{ „}$
10000	736	$750 \text{ „}$

Es ist ersichtlich, daß nur die letzte Anordnung überhaupt ausführbar ist.

Wir gehen nun dazu über, den Einfluß einer höheren Betriebsspannung auf die Verluste in der Zuleitung resp. auf den Kupferquerschnitt der Anlage durch die Besprechung des Dreileitersystems deutlich zu machen. Eine Glühlampe sei so konstruiert, daß sie mit 0,5 Ampere gerade normal brennt, und ihr Widerstand sei im heißen Zustand 220 Ohm. Sie bedarf dann einer Klemmspannung von  $220 \cdot 0,5 = 110 \text{ Volt}$ , damit ein Strom von 0,5 Ampere hindurchfließt. Es sollen nun 200 Lampen auf eine Entfernung von 2 km gespeist werden, wobei der Verlust in der Zuleitung 10 %/o betragen soll. Gesucht wird der Kupferquerschnitt der Leitung bei einer Betriebsspannung von 110 und von 220 Volt.

1. Fall. Spannung 110 Volt. Alle Lampen parallel (Fig. 18).

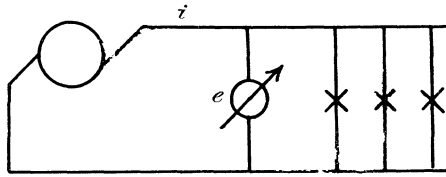


Fig. 18.

Bei 200 Lampen à 0,5 Ampere ist der Gesamtstrom  $i = 0,5 \cdot 200 = 100$  Ampere. Der gesamte übertragene Effekt ist:

$$P = e \cdot i = 110 \cdot 100 = 11000 \text{ Watt.}$$

Bei 10% Verlust werden in der Leitung 1100 Watt in Wärme umgesetzt. Dann ergibt sich, wenn  $w_l$  den Widerstand der Leitung bedeutet:

$$i^2 \cdot w_l = 100^2 \cdot w_l = 1100$$

oder

$$w_l = \frac{1100}{100^2} = 0,11 \text{ Ohm.}$$

Die Länge  $l$  ist  $2 \times 2000$  m, also 4000 m. Aus der Formel

$$w = \frac{\rho \cdot l}{q}$$

ergibt sich dann:

$$q = \frac{\rho \cdot l}{w} = \frac{0,017 \cdot 4000}{0,11} = 620 \text{ qmm.}$$

2. Fall. Wir wählen eine Betriebsspannung von 220 Volt und schalten zu diesem Zwecke zwei Maschinen à 110 Volt hintereinander (Fig. 19).

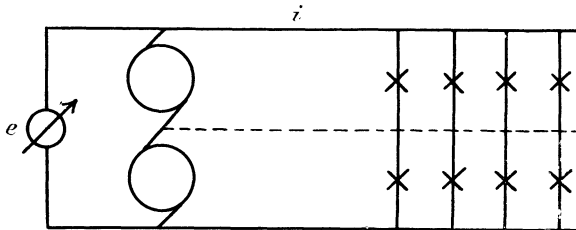


Fig. 19.

Wenn wir nun ebenfalls je zwei Lampen hintereinander schalten, so bekommt jede Lampe eine Spannung von 110 Volt. Wir haben dann bei 200 Lampen nur 100 Zweige à 0,5 Ampere, also ergibt sich eine Stromstärke  $i = 100 \cdot 0,5 = 50$  Ampere. Die übertragene Leistung ist also

$$P = e i = 220 \cdot 50 = 11000 \text{ Watt,}$$

das ist dieselbe Leistung wie im ersten Fall. Die Verluste sollen natürlich wie früher 10<sup>0</sup>/<sub>0</sub>, also 1100 Watt betragen. Demnach erhalten wir:

$$i^2 \cdot w_l = 50^2 \cdot w_l = 1100,$$

demnach

$$w_l = \frac{1100}{50^2} = 0,44$$

und

$$q = \frac{\varrho \cdot l}{w_l} = \frac{0,017 \cdot 4000}{0,44} = 155 \text{ qmm.}$$

Der Kupferquerschnitt ist also durch das Verdoppeln der Netzspannung 4mal so klein geworden. Um nun auch im 2. Fall zu ermöglichen, daß alle Lampen unabhängig von den anderen ein- und ausgeschaltet werden können, ist eine Ausgleichsleitung, ein Nulleiter, vom Mittelpunkt der Maschinen nach den Mittelpunkten der Lampen geführt. Dieser Leiter hat den halben Querschnitt wie die Außenleiter. Trotz der drei Leiter wird aber doch die Ersparnis an Kupfer bedeutend sein. Das obige Beispiel ist deswegen im einzelnen durchgerechnet, da es dem Anfänger erfahrungsgemäß schwer wird, sich unter einer Kraftübertragung bei höherer oder niedriger Spannung etwas Greifbares vorzustellen. Man sieht deutlich, daß in den beiden obigen Fällen gleich viele Lampen gespeist werden und jede Lampe in beiden Fällen den gleichen Strom erhält, also gleich hell brennt. Der Effekt ist also in beiden Fällen der gleiche.

Umgekehrt ergibt sich nun, daß man bei ein und demselben Kupferquerschnitt bei gleichen prozentischen Verlusten den 4fachen Effekt übertragen kann, wenn man die Netzspannung verdoppelt.

## Zweites Kapitel.

13. Die chemischen Vorgänge bei der Elektrolyse. — 14. Die Gewichtsverhältnisse bei der Elektrolyse. — 15. Die Polarisation. — 16. Akkumulatoren. — 17. Chemische Vorgänge in Elementen. — 18. Voltmeter.

### 13. Die chemischen Vorgänge bei der Elektrolyse.

Zu den Leitern erster Klasse, die durch den elektrischen Strom keine chemische Veränderung erfahren, gehören die Metalle und die Kohle. Die Leiter zweiter Klasse sind dagegen solche, welche durch den Stromdurchgang eine chemische Veränderung oder eine Zersetzung erleiden. Man nennt diese Zersetzung die Elektrolyse und bezeichnet die betreffenden Leiter als Elektrolyte. Zu ihnen gehören die Basen, die Säuren und die Salze in gelöstem oder geschmolzenem Zustand. Man bezeichnet nun den Apparat, in welchem die Zersetzung vor sich geht, als Zersetzungszelle und die in die Flüssigkeit tauchenden Metallplatten, vermittels deren der Strom zugeführt und abgeleitet wird, als die Elektroden. Die positive Elektrode, bei welcher der Strom in die Flüssigkeit eintritt, heißt die Anode, die negative Elektrode, bei welcher der Strom aus der Flüssigkeit austritt, heißt die Kathode.

Die Bestandteile, in welche die Flüssigkeit zerlegt wird, treten an den Elektroden auf, indem der eine Bestandteil mit dem Strome zur Kathode und der andere Bestandteil gegen den Strom zur Anode wandert. Sie heißen daher Ionen, d. i. Wanderer. Die moderne Anschauung ist nun die, daß die einen Ionen, nämlich die Kathionen, mit positiver Elektrizität geladen sind, und daß diese in der positiven Stromrichtung zur Kathode wandern, wo sie ihre positive Ladung abgeben. Die andern Ionen, nämlich die Anionen, sind mit negativer Elektrizität geladen und wandern gegen den Strom zur Anode, wo sie ihre negative Ladung abgeben. Es ist übrigens für den Anfänger schwierig, diese Anschauungen mit der sonst herrschenden Vorstellung in Einklang zu bringen, wonach der elektrische Strom nur durch das Fließen der positiven Elektrizität verursacht wird, und man wird am besten beide Vorstellungen ruhig nebeneinander bestehen lassen.

Zum Verständnis der Elektrolyse möge nun zunächst auf den Unterschied zwischen Metallen und Nichtmetallen hingewiesen werden. Die

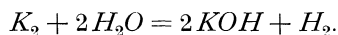
Metalle, wie Kalium, Magnesium, Eisen, Gold, zeichnen sich durch ihren eigentümlichen Metallglanz aus, sie sind gute Leiter für Wärme und Elektrizität, und ihre Verbindungen mit Wasserstoff und Sauerstoff sind Basen z. B. Natronlauge ( $NaOH$ ), Kalilauge ( $KOH$ ), gelöschter Kalk ( $Ca[OH]_2$ ). Der basische Charakter der Metalloxyde zeigt sich darin, daß sie rotes Lackmuspapier blau färben, ätzend wirken, laugenhaft schmecken und Säuren neutralisieren. Bei vielen Metalloxyden tritt der basische Charakter mehr zurück und zeigt sich nur noch dadurch, daß Säuren durch sie abgestumpft oder neutralisiert werden. Die Metalle, wie sie auf diese Weise charakterisiert sind, zeigen nun in einer Lösung dem elektrischen Strome gegenüber das besondere Verhalten, daß ihre Ionen immer mit dem Strome zur Kathode wandern. Sie sind also elektropositiv, d. h. die Träger oder Transporteure der positiven Elektrizität (Kationen).

Zu den Metallen gehört nun auch der Wasserstoff, dessen metallischer Charakter sich darin zeigt, daß er durch Metalle vertreten werden kann. Z. B. entsteht das Eisenvitriol ( $FeSO_4$ ) aus der Schwefelsäure ( $H_2SO_4$ ) durch Ersetzung des Wasserstoffs durch Eisen. Ferner wandert der Wasserstoff ebenso wie die Metalle mit dem Strome zur Kathode. Sein metallischer Charakter wird besonders deutlich, wenn man bei der Elektrolyse ein Palladiumblech als Kathode verwendet, wobei der Wasserstoff nicht gasförmig auftritt, sondern sich wie ein Metall mit dem Palladium legiert. Man beobachtet dann zwar die theoretische Gewichtszunahme des Palladiumblechs, aber keine wesentliche Volumänderung, so daß man annehmen muß, der Wasserstoff sei in verdichteter Form darin enthalten. Übrigens liegt in dem gasförmigen Zustand des Wasserstoffs schließlichs kein Grund, weshalb man ihn nicht zu den Metallen zählen sollte, da ja die anderen Metalle bei höherer Temperatur ebenfalls in dampfförmigem Zustand bekannt sind und wir im Quecksilber ein Metall kennen, das bei gewöhnlicher Temperatur, wenn auch nicht gasförmig, so doch wenigstens flüssig ist.

Zu den Nichtmetallen gehören Chlor, Brom, Jod, Stickstoff, Sauerstoff, Schwefel, die dadurch charakterisiert sind, daß ihnen der Metallglanz fehlt. Ferner sind sie, soweit sie in festem Zustand vorkommen, schlechte Leiter für Wärme und Elektrizität. Endlich bilden ihre Verbindungen mit Wasserstoff und Sauerstoff Säuren, z. B. Salzsäure ( $HCl$ ), Schwefelsäure ( $H_2SO_4$ ), Salpetersäure ( $HNO_3$ ), Phosphorsäure ( $H_3PO_4$ ). Die Säuren sind dadurch charakterisiert, daß sie sauer schmecken, blaues Lackmuspapier rot färben, Metalle auflösen und die Basen unter Salzbildung neutralisieren.

Von den Nichtmetallen wandern Chlor, Brom, Jod, Fluor direkt gegen den Strom, sie gehören also ohne weiteres zu den Anionen. Elektrolysiert man z. B. Salzsäure zwischen Platinelektroden, so entsteht Wasserstoff an der Kathode und Chlor an der Anode. Ähnlich zerfällt Chlorkalium in Kalium und Chlor. Das Kalium wird natürlich in der wässerigen

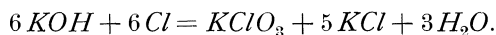
Lösung nicht metallisch ausgeschieden, sondern bildet sekundär mit dem Wasser zusammen Kalilauge und Wasserstoff nach der Gleichung:



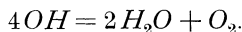
Sind also die beiden Elektroden durch ein Diaphragma, d. h. durch eine trennende Schicht, wie z. B. eine poröse Tonzelle, getrennt, so sind die Endprodukte Kalilauge und Chlor. Arbeitet man jedoch ohne Diaphragma, so wirkt das gebildete Chlor auf die Kalilauge ein und es entsteht bei diesem tertiären Vorgang entweder unterchlorigsaures Kali ( $KClO$ ) oder chlorsaures Kali ( $KClO_3$ ), je nachdem man in der Kälte oder in der Hitze arbeitet. Die Bildung von unterchlorigsaurem Kali vollzieht sich dabei nach der Gleichung:



Die Bildung von chlorsaurem Kali vollzieht sich dagegen nach der Gleichung:

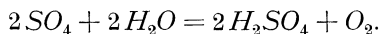


In den seltensten Fällen wird aber der primäre Vorgang einfach darin bestehen, daß das Metall mit dem Strome, das Nichtmetall gegen den Strom wandert. Bei der Elektrolyse der Basen wird vielmehr die Hydroxylgruppe  $OH$  als Anion auftreten. Bei der Zersetzung der Kalilauge  $KOH$  veranlaßt z. B. das Kalium, wie oben, Wasserstoffentwicklung, während die Hydroxylgruppe an der Anode Sauerstoffentwicklung verursacht nach der Gleichung:



Das Schlufsergebnis ist also derart, daß es scheint, als wenn Wasserstoff und Sauerstoff die Ionen gewesen wären, als wenn also das Wasser zersetzt wäre.

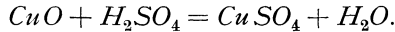
Bei der Zersetzung der Säuren tritt der Wasserstoff als Kathion, der Rest des Säuremoleküls oder das Säureradikal, wie z. B. die Gruppen  $NO_3$ ,  $SO_4$ ,  $PO_4$ , als Anion auf. So z. B. zerfällt bei der Zersetzung von verdünnter Schwefelsäure zwischen Platinelektroden die Schwefelsäure in die Ionen  $H_2$  und  $SO_4$ . Das Radikal  $SO_4$  wandert nun gegen den Strom zur Anode und veranlaßt dort die Bildung von Sauerstoff nach der Gleichung:



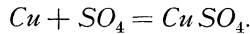
Das Resultat ist also wieder dasselbe, als wenn Wasser allein zersetzt wäre, während tatsächlich die Schwefelsäure zersetzt ist. Denn das Wasser würde, wenn es absolut rein wäre, ein vollkommener Isolator sein.

In ähnlicher Weise geht die Zersetzung einer Salzlösung vor sich. Salze entstehen bekanntlich durch Vereinigung eines Metalloxydes mit einer Säure. Z. B. ergibt Kupferoxyd und Schwefelsäure zusammen schwefelsaures Kupferoxyd oder Kupfervitriol ( $CuSO_4$ ) nach der Gleichung:





Das schwefelsaure Kupferoxyd oder Kupfersulfat wird nun in der Weise durch den elektrischen Strom zerlegt, daß das Kupfer mit dem Strome zur Kathode wandert und dort die Elektrode verkupfert. Die Gruppe  $\text{SO}_4$  wandert dagegen wieder zur Anode. Besteht nun die Anode aus Platin oder Kohle, so wird, wie früher, Sauerstoff frei werden. Besteht aber die Anode aus Kupfer, so wird dasselbe aufgelöst, indem sich wieder Kupfersulfat bildet, nach der Gleichung:



#### 14. Die Gewichtsverhältnisse bei der Elektrolyse.

Die an einer Elektrode ausgeschiedene Gewichtsmenge eines Elementes oder einer chemischen Verbindung ist, wie Faraday ermittelte, proportional der Stromstärke und proportional der Zeit, also proportional der durchgeflossenen Elektrizitätsmenge. Bedeutet also

- $m$  die Gewichtsmenge in Milligramm,
- $i$  die Stromstärke in Ampere,
- $t$  die Zeit in Sekunden,
- $c$  einen Proportionalitätsfaktor,

so ergibt sich experimentell

$$m = c \cdot i t.$$

Der Faktor  $c$  ist nun bei den verschiedenen Ionen ein verschiedener. Faradays Untersuchungen haben ergeben, daß er dem Atomgewicht direkt und der Wertigkeit indirekt proportional ist. Ist also

- $a$  das Atomgewicht,
- $k$  die Wertigkeit,

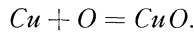
so ergibt sich experimentell

$$m = 0,010386 \frac{a}{k} i t \text{ mg.} \quad (21)$$

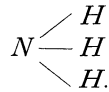
Zum Verständnis dieses Gesetzes ist die Definition des Atomgewichtes und der Wertigkeit erforderlich. Unter Atomgewicht eines Elementes versteht man die kleinste relative Gewichtsmenge, bezogen auf Wasserstoff, die mit anderen Elementen eine chemische Verbindung eingeht. So z. B. ist das Atomgewicht des Chlors 35,4, weil die Salzsäure ( $\text{HCl}$ ) auf einen Teil Wasserstoff 35,4 Teile Chlor enthält. Das Wasser enthält andererseits auf einen Teil Wasserstoff 8 Teile Sauerstoff. Es läge also nahe, das Atomgewicht des Sauerstoffes gleich 8 zu setzen, wenn nicht die Volumverhältnisse, in denen Wasserstoff und Sauerstoff verbunden sind, es nötig machten, die Formel des Wassers zu  $\text{H}_2\text{O}$  anzunehmen. Demnach kommt

auf 2 Atome Wasserstoff 1 Atom Sauerstoff und das Atomgewicht des letzteren ist gleich 16 zu setzen, damit das Verhältnis  $1 : 8 = 2 : 16$  herauskommt. Mit Hilfe der bekannten Atomgewichte und der Formel der Verbindung läßt sich nun umgekehrt berechnen, wieviel Prozent eines Elementes eine Verbindung enthält. Es ist also klar, daß das Atomgewicht in erster Linie in Frage kommt, wenn es sich um die bei der Elektrolyse ausgeschiedene Gewichtsmenge handelt.

Außerdem kommt nun noch nach Gleichung (21) die Wertigkeit in Frage. Unter der Wertigkeit oder der Valenz versteht man die Anzahl der Wasserstoffatome, die ein Element bindet oder vertritt. So ist z. B. das Chlor einwertig, weil es ein Atom Wasserstoff zu Salzsäure ( $HCl$ ) bindet. Ebenso ist Kalium einwertig, weil es das einwertige Chlor zu Chlorkalium ( $KCl$ ) bindet, oder weil es im Chlorkalium ein Atom Wasserstoff der Salzsäure vertritt. Andererseits ist Sauerstoff zweiwertig, weil ein Atom Sauerstoff zwei Atome Wasserstoff zu Wasser ( $H_2O$ ) bindet. Am besten stellt man sich diese Bindungen als Arme vor, vermittelt deren sich die Elemente aneinander hängen. Kupfer ist z. B. in den meisten seiner Verbindungen zweiwertig, es hängt sich also mit seinen beiden Armen in die beiden Arme eines zweiwertigen Sauerstoffatoms und bildet Kupferoxyd nach der Gleichung:



Der dreiwertige Stickstoff bindet dagegen mit seinen drei Armen drei einwertige Wasserstoffatome unter Bildung von Ammoniak ( $NH_3$ ), und das Molekül des Ammoniaks ist nach der folgenden Form zusammengesetzt:



Jetzt sind wir in der Lage, das Faraday'sche Gesetz durch ein einfaches Beispiel zu erläutern. Wir leiten unter Benutzung von Platinelektroden ein und denselben Strom nacheinander durch Zersetzungszellen

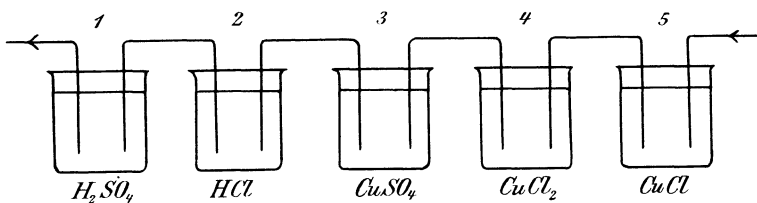


Fig. 20.

mit Schwefelsäure ( $H_2SO_4$ ), Salzsäure ( $HCl$ ), Kupfervitriol ( $CuSO_4$ ), Kupferchlorid ( $CuCl_2$ ) und Kupferchlorür ( $CuCl$ ) (Fig. 20). Nehmen wir nun an, wir setzten den Versuch so lange fort, bis 2 mg Wasserstoff in der ersten Zelle ausgeschieden sind. Dann erhalten wir gleichzeitig die in

der folgenden Zusammenstellung angegebenen Gewichtsmengen, bei denen in Klammern die Atomgewichte angegeben sind:

In der 1. Zelle ( $H_2SO_4$ ):

2 mg Wasserstoff ( $H = 1$ ), 16 mg Sauerstoff ( $O = 16$ ).

In der 2. Zelle ( $HCl$ ):

2 mg Wasserstoff ( $H = 1$ ), 70,8 mg Chlor ( $Cl = 35,4$ ).

In der 3. Zelle ( $CuSO_4$ ):

63,2 mg Kupfer ( $Cu = 63,2$ ), 16 mg Sauerstoff ( $O = 16$ ).

In der 4. Zelle ( $CuCl_2$ ):

63,2 mg Kupfer ( $Cu = 63,2$ ), 70,8 mg Chlor ( $Cl = 35,4$ ).

Bis dahin ist alles regelmäÙig, und es erhellt sofort die vorläufige Tatsache, daÙ die ausgeschiedenen Gewichtsmengen eines Elementes bei gleichem Strom und gleicher Zeit überall dieselben sind, gleichgültig, aus welcher Verbindung man das Element abscheidet. Ferner erscheint das Verhältnis der Gewichtsmengen in erster Linie bestimmt durch das Atomgewicht. Wir erhalten in allen Zellen das Atomgewicht selbst oder ein ganzes Vielfaches desselben. Mit Hilfe dieser Tatsachen hätte man aus den Gewichtsmengen der ersten Zelle sofort diejenigen der nächsten drei Zellen berechnen können. Bei der fünften Zelle finden wir jedoch eine Schwierigkeit. Wir wüÙten nicht im voraus, ob wir so viel Kupfer erhalten, wie in der dritten und vierten Zelle, also 63,2 mg. Das ergäbe bei der Verbindung  $CuCl$  eine gleichzeitige Ausbeute von nur 35,4 mg Chlor. Oder aber wir erhalten so viel Chlor, wie in der zweiten und vierten Zelle, also 70,8 mg, dann haben wir in der fünften Zelle eine Ausbeute von 126,4 mg Kupfer. Das Experiment entscheidet für den zweiten Fall. Tatsächlich erhält man bei der Elektrolyse einer Kupferchlorürlösung durch den gleichen Strom in der gleichen Zeit doppelt so viel Kupfer als aus einer Kupferchloridlösung.

Nun bindet im Kupferchlorür ein Atom Kupfer ein Atom Chlor, das Kupfer ist also hier einwertig. Denken wir uns nun, ein Atom Wasserstoff wöge 1 mg, so hätten wir in der ersten Zelle im ganzen zwei Atome Wasserstoff von der Gruppe  $SO_4$  getrennt, also zwei Bindungen oder Valenzen gelöst. Ebenso findet man, daÙ in allen folgenden Zellen je zwei Valenzen oder Arme gelöst sind, und man gelangt so zu der einfachsten Form des Faraday'schen Gesetzes, für welche Gleichung (21) nur der mathematische Ausdruck ist: Derselbe Strom löst in gleichen Zeiten überall gleich viele Valenzen.

Wir können nun diesem Gesetz noch eine andere Form geben. Die Gewichtsmengen verschiedener Elemente, die man erhält, wenn man das Atomgewicht durch die Wertigkeit dividiert, nennt man die chemischen Äquivalentgewichte. Bei der gleichen durchgeflossenen Elektrizitätsmenge

verhalten sich also die Gewichtsmengen wie die chemischen Äquivalentgewichte, sie sind also chemisch äquivalent. Nun werden nach der neueren Anschauung die in der Flüssigkeit im freien Zustand vorhandenen elektrisch geladenen Ionen durch den elektrischen Strom in Bewegung gesetzt und geben dann ihre positive, respektive negative Ladung an den Elektroden ab. Sie sind also die Transporteure der Elektrizität, und zwar transportieren äquivalente Gewichtsmengen immer und überall die gleichen Elektrizitätsmengen. Sie haben also, wie man sich ausdrückt, den gleichen Fassungsraum für Elektrizität.

Man nennt nun diejenige Gewichtsmenge eines Elements in Milligramm, die durch ein Ampere in einer Sekunde ausgeschieden wird, das elektrochemische Äquivalentgewicht. Man kann dasselbe aus Formel (21) mit Hilfe der bekannten Atomgewichte und Wertigkeiten ableiten. So ergibt sich das elektrochemische Äquivalentgewicht des Silbers bei dem Atomgewicht 107,6 und der Wertigkeit 1 zu  $\frac{0,010386 \cdot 107,6}{1} = 1,118$  und dasjenige des Kupfers zu  $\frac{0,010386 \cdot 63,2}{2} = 0,328$ . Ebenso liefse sich die durch ein Ampere in einer Sekunde ausgeschiedene Gewichtsmenge Wasserstoff und Sauerstoff berechnen. Mit Hilfe der spezifischen Gewichte der betreffenden Gase ergibt sich dann das ausgeschiedene Gasvolum: Ein Ampere liefert in einer Sekunde 0,174 ccm trocknes Knallgas von Null Grad und 760 mm Druck.

Fängt man nun den bei der Wasserzersetzung entwickelten Wasserstoff und den Sauerstoff getrennt auf, so beobachtet man, daß sich die Volumina des Wasserstoffs und des Sauerstoffs wie 2 : 1 verhalten. Diese Tatsache erklärt sich daraus, daß die Atome des Wasserstoffs und des Sauerstoffs, deren Anzahl sich im Wasser wie 2 : 1 verhält, sich bei der Zersetzung je zwei und zwei zu Molekülen zusammenschließen und so ihre freien Valenzen binden. Das kleinste, selbständig existierende Teilchen oder das Molekül des Wasserstoffs hat z. B. die Formel  $H - H$ , dasjenige des Sauerstoffs die Formel  $O = O$ . Die gebildeten Wasserstoffmoleküle und Sauerstoffmoleküle verhalten sich also ebenfalls wie 2 : 1. Nun sind nach Avogadro in gleichen Raumteilen verschiedener Gase gleich viele Moleküle, demnach verhalten sich auch die Raumteile des Wasserstoffs und Sauerstoffs wie 2 : 1.

## 15. Die Polarisation.

Elektrolysiert man verdünnte Schwefelsäure zwischen Platinelektroden, so mißt man an der Zersetzungszelle eine Klemmspannung von 2—3 Volt. Legt man eine Spannung daran, die niedriger ist, so wird das Wasser überhaupt nicht zersetzt, und legt man (Fig. 21) eine höhere Spannung  $E$  unter Zwischenschaltung eines Widerstandes  $w$  daran, z. B. 10 oder 20 Volt, so stellt sich von selbst eine Klemmspannung  $e$  im Betrage von 2—3 Volt her. Die Stromstärke ergibt sich dann aus der Beziehung

$$i = \frac{E - e}{w},$$

wo  $E$  die elektromotorische Kraft der Stromquelle und  $e$  die Klemmspannung der Zersetzungszelle ist. Es ist nun auffällig, daß diese Klemmspannung zwar von außen her an die Zelle gelegt wird, und daß sie es ist, die den Strom durch die Zelle treibt, daß aber ihre Größe von der Zelle bestimmt wird. Sie erscheint also als Funktion der Zersetzungszelle, die wir nicht willkürlich ändern können, die also z. B. wesentlich dieselbe bleibt, auch wenn wir durch Änderung von  $E$  und  $w$  die Stromstärke ziemlich erheblich ändern. Sie bleibt sogar ziemlich dieselbe, wenn wir den Abstand der beiden Elektroden, also den Widerstand der Flüssigkeit, variieren. Demnach kann sie nicht, wie die Klemmspannung an den Enden eines Metallwiderstandes, durch das Produkt  $i w_i$  gegeben sein, wobei  $w_i$  den innern Widerstand der Zelle bedeutet. Tatsächlich ist sie

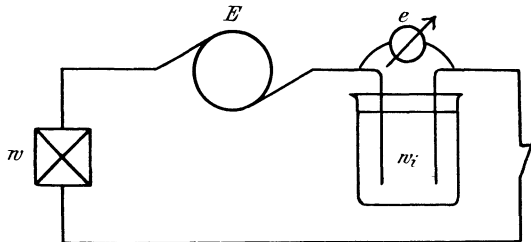


Fig. 21.

viel größer, als der aus der Stromstärke und dem innern Widerstand berechnete Wert. Das wird erklärlich, wenn wir den Strom durch Öffnung des Ausschalters unterbrechen, wobei dann die Zersetzungszelle einen Strom durch das Voltmeter sendet. Sie funktioniert also jetzt als eine Stromquelle, und zwar fließt der Strom aus derselben Klemme der Zelle heraus, in die er früher eingetreten war. Man nennt diesen Strom den Polarisationsstrom und nennt die jetzt wirksame elektromotorische Kraft die elektromotorische Kraft der Polarisation. Dieselbe ist nur so lange wirksam, als die beiden Elektroden noch mit Gasbläschen bedeckt sind. Wir haben also dann ein Element vor uns, das aus Wasserstoff, Schwefelsäure und Sauerstoff besteht und dessen elektromotorische Kraft dem ursprünglichen Strome entgegengerichtet ist. Dies Element ist aber schon während des ursprünglichen Stromes wirksam gewesen und die Klemmspannung  $e$  hatte dabei demnach eine zweifache Aufgabe, nämlich den geringen Ohm'schen Spannungsverbrauch in der Zersetzungszelle zu liefern und die elektromotorische Kraft  $E_1$  der Polarisation zu überwinden. Es ergibt sich also für die Klemmspannung der Zersetzungszelle die Gleichung:

$$e = E_1 + i \cdot w_i.$$

Wir definieren demnach als elektromotorische Kraft der Polarisation die elektromotorische Kraft des neuen Elementes, das durch die chemische Veränderung der Elektroden aus der Zersetzungszelle entstanden ist. Ist nun, wie gewöhnlich, die Polarisation sehr groß gegenüber dem Ohm'schen Spannungsverbrauch, so folgt, daß die Klemmspannung fast nur bedingt ist durch den Wert von  $E_1$  und nicht durch die Stromstärke oder den inneren Widerstand.

Das Gesetz von der Erhaltung der Arbeit erklärt uns das Auftreten der Polarisation. Multiplizieren wir nämlich die obige Gleichung mit  $i$ , so erhalten wir:

$$ei = E_1 i + i^2 \cdot w_i.$$

In dieser Gleichung stellt das Produkt  $ei$  die der Zersetzungszelle zugeführte Leistung und der Ausdruck  $i^2 \cdot w_i$  andererseits den Effektverbrauch durch Joule'sche Wärme in der Flüssigkeit dar. Wir kommen dadurch zu dem Resultat, daß die durch  $E_1 \cdot i$  dargestellte Arbeit bei der Wasserzersetzung verbraucht sein muß. Das ist nun auch in der Tat der Fall, weil das entwickelte Knallgas ein Kapital von Arbeit, eine potentielle Energie darstellt. Wir können es jeden Augenblick zur Explosion bringen, und die dabei entwickelte Wärme oder geleistete Arbeit ist gleich der bei der Zersetzung aufgewendeten Arbeit.

Nun ist die im Knallgase aufgespeicherte Energie proportional der Menge des entwickelten Knallgases, also proportional der bei der Wasserzersetzung durchgeflossenen Elektrizitätsmenge. Ist also  $c$  ein Proportionalitätsfaktor, der speziell nur für Knallgas gilt, so ergibt sich die aufgespeicherte Arbeit zu:

$$A = c i t.$$

Andererseits ist die dazu aufgewendete elektrische Arbeit:

$$A = E_1 \cdot i t.$$

Daraus folgt, daß  $E_1 = c$  ist, oder daß die elektromotorische Kraft der Polarisation für gleiche Zersetzungszellen überall den gleichen, konstanten Wert  $c$  hat. Dabei ist natürlich überall die gleiche chemische Beschaffenheit der Flüssigkeit und der Elektroden, d. h. die gleiche chemische Natur der Endprodukte vorausgesetzt. Dagegen hat die Polarisation für anders zusammengesetzte Zellen einen anderen Wert, da ihre Größe durch den Verbrennungswert oder Arbeitswert der Endprodukte gegeben ist. Sie ist z. B. eine andere, wenn wir Kupfersulfat zersetzen, als wenn wir Schwefelsäure zersetzen. Denn im ersteren Falle erhalten wir Kupfer an der Kathode und Sauerstoff an der Anode. Wenn aber Kupfer und Sauerstoff zu Kupferoxyd verbrennen, so ist die entwickelte Wärme eine andere, als wenn die äquivalenten Gewichtsmengen Wasserstoff und Sauerstoff sich zu Wasser vereinigen.

Man könnte nun versuchen, auf Grund dieser Tatsachen die elektromotorische Kraft der Polarisation im voraus zu berechnen. Man weiß

z. B. aus der Chemie, dass bei der Bildung von 18 g Wasser aus Wasserstoff und Sauerstoff eine Wärmemenge von 68000 gkal. frei wird. Die zur Zersetzung von 18 g Wasser erforderliche elektrische Arbeit muß dieser Wärmemenge gleichwertig sein, sie ergibt sich also nach dem Joule'schen Gesetz aus der Gleichung:

$$68000 = 0,24 \cdot E_1 i t.$$

Andererseits liefert 1 Ampere in einer Sekunde:

$$\frac{0,010386 \cdot 1}{1} \text{ mg Wasserstoff und } \frac{0,010386 \cdot 16}{2} \text{ mg Sauerstoff,}$$

zusammen also  $\frac{0,010386 \cdot 18}{2} \text{ mg} = 9,35 \cdot 10^{-5} \text{ g Knallgas.}$

Die bei Abscheidung von 18 g Knallgas durchgeflossene Elektrizitätsmenge  $i t$  ergibt sich also zu:

$$i \cdot t = \frac{18}{9,35 \cdot 10^{-5}} = 1,92 \cdot 10^5 \text{ Coulomb.}$$

Setzen wir diesen Wert in das Joule'sche Gesetz ein und lösen für  $E_1$  auf, so erhalten wir:

$$E_1 = \frac{68000}{1,92 \cdot 10^5 \cdot 0,24} = 1,47 \text{ Volt.}$$

Man kann also z. B. mit einem Daniellelement als Stromquelle kein Wasser zersetzen. Es muß aber betont werden, daß die tatsächlich gemessene elektromotorische Gegenkraft viel höher ist, als der theoretisch berechnete Wert. Änderungen in der Konzentration der Flüssigkeit und in der Temperatur, die beide durch die Elektrolyse selbst verursacht sind, spielen dabei noch eine bedeutende Rolle. Die vorstehenden Erörterungen haben also nur den Zweck, wenigstens die wesentlichste Ursache der Polarisation rechnerisch zu verfolgen.

Wir betrachten nun zum Schlusse noch einen Fall, in welchem die Polarisation fast Null wird, weil auch während und nach der elektrochemischen Zersetzung die Elektroden gleich bleiben und die Endprodukte kein Kapital von aufgespeicherter Arbeit darstellen. Zersetzt man nämlich Kupfervitriollösung unter Anwendung einer Reinkupferplatte als Anode, so wird an der Kathode chemisch reines Kupfer gefällt und an der Anode chemisch reines Kupfer aufgelöst. Beide Elektroden haben also dauernd die gleiche chemische Beschaffenheit, sie können also niemals mit der Flüssigkeit zusammen ein Element bilden. Die Polarisation ist also in diesem Falle gleich Null und die Klemmspannung  $e$  ist gleich dem Produkt  $i w_i$ . Dasselbe Resultat folgt aus der Überlegung, daß die zur Ausfällung des Kupfers an der Kathode aufgewendete Arbeit gleich ist der bei der Lösung, d. h. bei der Oxydation des Kupfers an der Kathode gewonnenen Arbeit, so daß also die Zersetzung ohne Arbeitsaufwand vor sich geht.

## 16. Akkumulatoren.

Die ersten Akkumulatoren wurden von Planté in der Weise hergestellt, daß verdünnte Schwefelsäure zwischen Bleiplatten als Elektroden zersetzt wurde, wobei die Bleiplatten oberflächlich chemisch verändert, d. h. formiert wurden. Um die Kapazität zu erhöhen, verwendete man dann nach dem Faureverfahren Nuten- oder Gitterplatten, die mit Mennige, Bleioxyd oder fein verteiltem metallischen Blei ausgestrichen waren. Jetzt verwendet man häufig als positive Platten die Grobflächenplatten (Fig. 22a), die aus Blei hergestellt sind und deren Gitter eine große Anzahl enger Maschen enthält, so daß sie der Flüssigkeit eine besonders große Oberfläche darbieten. Diese Bleiplatten werden in der Fabrik unter Anwendung von chemischen Zusätzen zur Schwefelsäure durch einen starken Strom in kurzer Zeit formiert, d. h. ober-

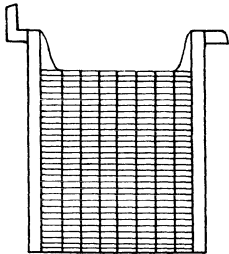


Fig. 22a.

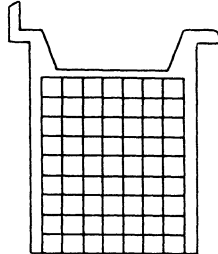


Fig. 22b.

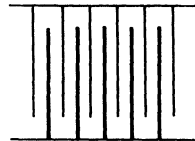


Fig. 22c.

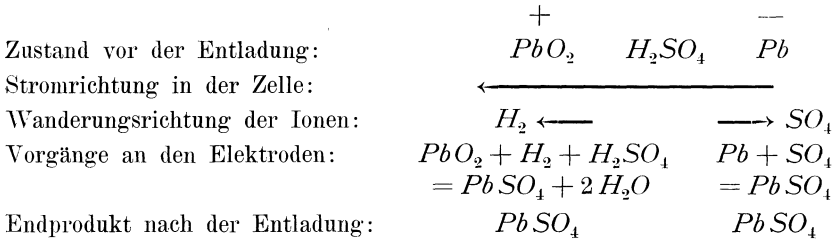
flächlich in Bleisuperoxyd verwandelt. Die negativen Platten (Fig. 22b) bestehen ebenfalls aus Bleigittern, aber mit weiteren Maschen, die mit Bleiglätte, d. i. Bleioxyd, ausgestrichen sind. Diese Platten werden unfertig verschickt und nach Aufstellung der Batterie durch eine erste ununterbrochene 40 stündige Ladung in metallisches Blei übergeführt. Die Zusammenstellung der Zellen geschieht dabei in der Weise, daß die Platten mit ihren Nasen auf den Rand der Glasgefäße gelegt und dann die gleichnamigen Platten einer Zelle durch Bleistreifen mittels eines Knallgasgebläses miteinander verlötet werden (Fig. 22c).

Um nun die Wirkungsweise eines Akkumulators zu verstehen, betrachten wir ihn zunächst als eine Zersetzungszelle, in welcher Schwefelsäure zwischen Bleielektroden elektrolysiert wird. Dabei bleibt die negative Platte metallisches Blei, der entstehende Wasserstoff entweicht in die Luft. An der positiven Platte wird dagegen Sauerstoff frei, der mit dem Blei braunes Bleisuperoxyd ( $PbO_2$ ) bildet. Dadurch aber haben wir in der Zersetzungszelle ein Element vor uns, das aus Blei, Schwefelsäure und Bleisuperoxyd besteht, und dessen elektromotorische Kraft 2 Volt beträgt. Dieselbe wirkt schon während des Stromdurchganges, d. h. während der Ladung, dem Strome oder der Klemmspannung entgegen. Trennt man



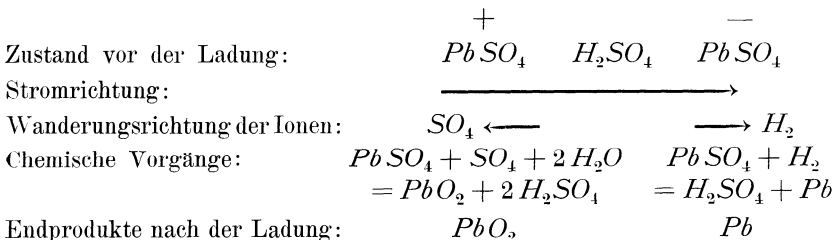
nun die Batterie von der Stromquelle und verbindet man die Klemmen der Batterie durch einen Widerstand, so fließt der Strom bei der Entladung aus derselben Klemme heraus, wo er bei der Ladung eingetreten war. Die positive Klemme bei der Ladung ist also auch wieder die positive Klemme bei der Entladung. Man bezeichnet nämlich als die positive Klemme eines Verbrauchskörpers, also auch einer Zersetzungszelle, diejenige, in welche der Strom eintritt, als die positive Klemme einer Stromquelle aber diejenige, aus welcher der Strom austritt.

Bei der Entladung vollzieht sich nun folgender Vorgang:



Beide Platten werden also zu schwefelsaurem Blei: die positive durch Reduktion des Bleisuperoxyds zu (schwefelsaurem) Bleioxyd mittels des Wasserstoffes, die negative durch Oxydation des Bleies zu (schwefelsaurem) Bleioxyd mittels des Sauerstoffes. Das Resultat ist also, daß das Bleisuperoxyd seinen überschüssigen Sauerstoff an das Blei der negativen Platte abgibt. Die dabei erfolgende Oxydation des Bleies ist dann in ähnlicher Weise die Quelle der elektrischen Energie, wie die Oxydation der Kohle im Ofen die Quelle der Wärmeenergie ist. Hat schließlich die positive Platte ihren überschüssigen Sauerstoff abgegeben und ist die negative Platte dadurch, wenigstens oberflächlich, oxydiert, so ist die aufgespeicherte Energie frei geworden und der Akkumulator entladen. Das wird auch sofort deutlich, wenn man bedenkt, daß die beiden Platten jetzt chemisch gleich geworden sind, also keine Stromquelle oder Element mehr bilden können. Es darf allerdings nicht unerwähnt bleiben, daß neben den Oxydations- und Reduktionsvorgängen die Konzentrationsänderungen der Säure mit an der Lieferung der Energie beteiligt sind. Das spezifische Gewicht der Säure wird während der Entladung geringer.

Der entladene Akkumulator wird nun wieder als Zersetzungszelle behandelt, d. h. wieder geladen. Dabei vollzieht sich dann folgender Vorgang:



An der positiven Platte ist also wieder Bleisuperoxyd, an der negativen metallisches Blei gebildet, und aus der Zersetzungszone ist wieder eine Stromquelle, ein Element geworden. Außerdem ist an beiden Platten Schwefelsäure frei geworden, wodurch das spezifische Gewicht der Säure größer geworden ist.

Wir sehen also, daß der Prozeß der Ladung nicht etwa, wie beim Kondensator, in der Aufspeicherung von Elektrizität besteht, sondern in einer chemischen Umwandlung der sogen. aktiven Masse. Wenn man also von der Kapazität des Akkumulators spricht, so ist das eigentlich etwas ganz anderes als die Kapazität eines Kondensators. Es bedeutet nämlich die Kapazität des Akkumulators das Produkt aus der Amperezahl bei der Entladung mal der Zeit der Entladung, also die bei der Entladung in Bewegung gesetzte Elektrizitätsmenge in Amperestunden. Dabei ist es im Prinzip gleichgültig, ob mit starkem Strom eine kurze Zeit oder mit schwachem Strom eine längere Zeit entladen wird, und mit welcher Stromstärke etwa vorher geladen worden ist. Der Akkumulator besitzt nämlich, wie ein Daniellelement, eine bestimmte elektromotorische Kraft und nicht etwa eine bestimmte Stromstärke. Wenn dennoch eine solche von der liefernden Firma angegeben wird, so bedeutet das nicht etwa den Strom, den eine Zelle liefern muß, auch nicht den maximalen Strom, den sie überhaupt liefern kann, sondern den maximalen Strom, der passend nicht überschritten werden soll, damit die aktive Masse nicht herunterfällt und die Platten sich nicht krumm ziehen. Man kann also innerhalb der praktischen Grenzen die Stromstärke bei der Entladung größer oder kleiner wählen und wird dabei eine kürzere oder längere Zeit der Entladung erhalten. Dabei bleibt die Kapazität theoretisch dieselbe, da das Produkt  $i \cdot t$  nach dem Faraday'schen Gesetz der Menge der umgewandelten aktiven Masse proportional ist. Praktisch findet man allerdings, daß die Kapazität bedeutend kleiner ist, wenn man mit starkem Strom entladet, als wenn man mit schwachem Strom entladet. Das erklärt sich sehr einfach dadurch, daß bei starkem Strom die Umwandlung der aktiven Masse nur oberflächlich vor sich geht und ein Teil derselben daher gar nicht an dem ganzen Prozeß teilnimmt. So z. B. ergab sich bei einem für eine normale Stromstärke von 14 Ampere bestimmten Akkumulator der Kölner Akkumulatorenwerke folgende Abhängigkeit der Entladezeit und Kapazität von der Stromstärke:

Entladestrom in Ampere	Zeit in Stunden	Kapazität in Amperestunden
24	1,3	31
15	2,3	34,5
10	4,3	43
5	12	60

Die Umwandlung der aktiven Masse ist also bei schneller Entladung nur eine unvollkommene und deswegen die Kapazität eine verhältnismäßig geringe.

Aus dem vorstehenden ist es jedenfalls deutlich geworden, daß die Kapazität eines Akkumulators eine ganz andere ist als diejenige eines Kondensators, der die zugeführte Elektrizität aufspeichert und bei der Entladung wieder hergibt. Dennoch aber ist eine gewisse Ähnlichkeit vorhanden, denn auch der Akkumulator liefert uns bei der Entladung, wenn auch nicht dieselbe, so doch theoretisch die gleich große Elektrizitätsmenge wieder, die wir bei der Ladung in Bewegung gesetzt haben. Das folgt aus dem Begriff der Ladung und Entladung, bei denen die gleiche aktive Masse umgewandelt und zurückgebildet wird, bei denen also auch nach Faraday die gleiche Elektrizitätsmenge in Bewegung gesetzt wird. Theoretisch müßte demnach der Wirkungsgrad des Akkumulators in Amperestunden, d. h. das Verhältnis der Amperestunden bei der Entladung zu den Amperestunden bei der Ladung, gleich 1 sein. Wenn jedoch ein längerer Zeitraum zwischen Ladung und Entladung liegt, so entlädt sich der Akkumulator ein wenig infolge der mehr oder weniger mangelhaften Isolation. Dazu kommt die Selbstentladung durch Lokalströme an einer und derselben Platte, wie sie durch Unreinigkeit der Säure, unvollständige Ladung der Platte oder ungleiche Konzentration der Säure auftreten können. Endlich wird ein Teil der bei der Ladung aufgewendeten Amperestunden nutzlos zur Gasentwicklung verwendet, besonders gegen Ende der Ladung, wo die aktive Masse größtenteils umgewandelt ist und der Wasserstoff und Sauerstoff die Platten nicht mehr recht angreifen kann und in die Luft entweicht. Daher kommt es, daß der Wirkungsgrad in Amperestunden kleiner ist als 1. Er ist aber immerhin verhältnismäßig hoch, übersteigt meist den Wert 0,9 und wird bei geeigneter Anordnung des Versuchs fast gleich 1.

Bei der Bestimmung des Wirkungsgrades in Amperestunden kommt natürlich sehr viel darauf an, wann man die Ladung resp. die Entladung unterbricht. Man setzt die Ladung gewöhnlich so lange fort, bis die aktive Masse an der Oberfläche fast vollständig umgeformt ist, also bis zum „Kochen“ des Akkumulators, wobei die Spannung infolge der an den Elektroden haftenden Gasblasen bis auf 2,6—2,7 Volt steigt. Andererseits unterbricht man die Entladung, wenn die Spannung infolge des zunehmenden inneren Widerstandes, der wesentlich durch den Übergangswiderstand des Bleisulfats gegeben ist, bis auf etwa 1,8 Volt gesunken ist.

Von praktischerer Wichtigkeit als der Wirkungsgrad in Amperestunden ist nun der Wirkungsgrad in Wattstunden. Um denselben zu ermitteln, beobachten wir die Klemmspannung während der Ladung und Entladung und tragen die Zeit als Abszisse und die Klemmspannung als Ordinate auf (Fig. 23a und b). Wir sehen, daß die mittlere Spannung bei der Ladung größer ist als die mittlere Spannung bei der Entladung. Bei der Ladung ergibt sich nämlich die Klemmspannung durch die Gleichung:

$$e = E_1 + i \cdot w_i, \quad (22)$$

während für die Entladung die Gleichung gilt:

$$e = E_1 - i \cdot w_i. \quad (23)$$

Die mittlere Klemmspannung bei der Entladung ist also um den doppelten inneren Spannungsverlust kleiner als diejenige bei der Ladung, abgesehen davon, daß auch die elektromotorische Kraft bei der Entladung

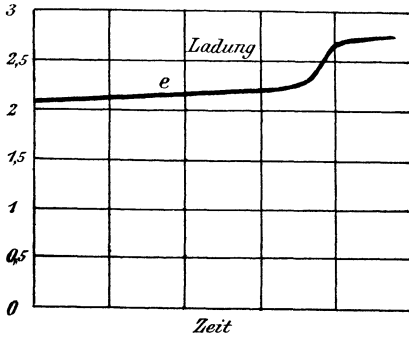


Fig. 23 a.

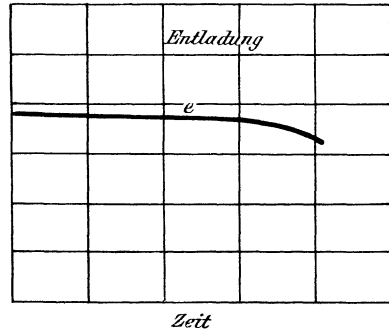


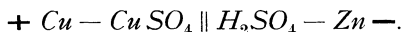
Fig. 23 b.

kleiner ist als der durch die Gasentwicklung vergrößerte Wert der elektromotorischen Kraft bei der Ladung. Der Wirkungsgrad in Wattstunden ist also kleiner als derjenige in Amperestunden, also etwa 0,8 bis 0,9, da zu den schon früher erwähnten Verlusten eben noch der Verlust durch Joule'sche Wärme hinzukommt.

## 17. Chemische Vorgänge in Elementen.

Das einfachste Element besteht aus Kupfer und Zink in verdünnter Schwefelsäure, wobei sich das Kupfer außen positiv, das Zink negativ geladen zeigt. Verbindet man die beiden Klemmen durch einen Leiter, so fließt ein Strom außen vom Kupfer zum Zink und innen vom Zink zum Kupfer. Dabei wird die Schwefelsäure zerlegt und es wandert der Wasserstoff mit dem Strome zum Kupfer, wo er sich in Bläschen ansetzt. Dadurch entsteht nun ein neues Element, bestehend aus Wasserstoff, Schwefelsäure, Zink, dessen elektromotorische Kraft dem ursprünglichen Element entgegengesetzt ist. Infolgedessen sinkt die Stromstärke allmählich; man sagt, das Element polarisiert sich. Da man ein Interesse daran hat, Elemente von konstanter elektromotorischer Kraft zu besitzen, so gilt es, die Polarisation durch freien Wasserstoff zu verhindern. Der Wasserstoff muß also im Augenblick des Entstehens gebunden werden, oder statt des Wasserstoffes muß ein Metall ausgefällt werden.

Das Daniellelement besteht zu diesem Zwecke aus zwei Flüssigkeiten, Kupfervitriol und verdünnter Schwefelsäure, die durch eine poröse Tonzelle voneinander getrennt sind.



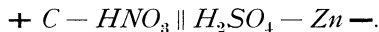
Eine Kupferplatte, die in das Kupfervitriol taucht, bildet den positiven Pol, eine Zinkplatte, die in die Schwefelsäure taucht, den negativen Pol. Das Zink ist amalgamiert, damit es nicht auch ohne die Tätigkeit des Elementes von der Schwefelsäure gelöst wird. Der Strom, den das Element erzeugt, fließt nun im Element vom Zink zum Kupfer, der Wasserstoff aus der Schwefelsäure durchdringt dabei die Tonzelle und fällt hier das Kupfer an der Kupferelektrode aus, nach der Gleichung:



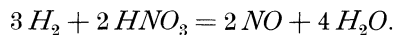
Das Zink wird dagegen durch die Gruppe  $SO_4$ , die gegen den Strom wandert, zu Zinksulfat ( $Zn SO_4$ ) gelöst und liefert, da dies ein Oxydationsprozess ist, die der Stromarbeit entsprechende Energie. Dieselbe umfasst die Arbeit im äußeren Kreise, die Joule'sche Wärme im Element und die zur Ausfällung des Kupfers verbrauchte Energie. Man kann auch einfacher die gesamte vom Element gelieferte elektrische Energie auffassen als die Differenz der bei der Lösung des Zinks gewonnenen und bei der Ausfällung des Kupfers verbrauchten Energie.

Da, wie man sieht, die Elektroden unverändert bleiben, so tritt eine Polarisation nicht ein, und die elektromotorische Kraft ist konstant 1,07 Volt, vorausgesetzt, daß man es mit reinen Materialien zu tun hat. Die Stromstärke schwankt dagegen je nach dem äußeren Widerstand. Wenn wir den inneren Widerstand, der sich nach der Größe des Elementes richtet, im Mittel zu 0,5 Ohm rechnen, so würde bei Kurzschluss eine Stromstärke von  $1,07 : 0,5 = 2,14$  Ampere durch das Element fließen.

Das Bunsenelement besteht aus Kohle in konzentrierter Salpetersäure und Zink in verdünnter Schwefelsäure. Die Flüssigkeiten sind wieder durch ein Diaphragma getrennt.

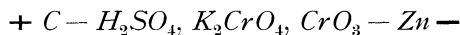


Die Kohle ist der positive, das Zink der negative Pol. Der Vorgang in der Schwefelsäure ist derselbe wie beim Daniellelement. Der mit dem Strom wandernde Wasserstoff wird jetzt dagegen an der Kohle durch den Sauerstoff der Salpetersäure gebunden, nach der Gleichung:

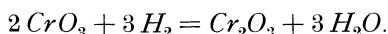


Das dabei frei werdende Stickoxyd ( $NO$ ) oxydiert sich an der Luft zu braunem, erstickend riechendem Stickstoffdioxyd ( $NO_2$ ). Die elektromotorische Kraft des Bunsenelementes ist 1,8—1,9 Volt. Der innere Widerstand ist geringer als derjenige des Daniellelementes.

Das Chromsäureelement besteht aus Kohle und Zink in einer Lösung von verdünnter Schwefelsäure und Kaliumbichromat ( $K_2CrO_4$ ,  $CrO_3$ ).



Das Element enthält keine Tonzelle. Kohle ist wieder der positive Pol. Die Gruppe  $SO_4$  löst wieder das Zink, und der Wasserstoff wird an der Kohle durch Sauerstoff aus dem doppelt chromsauren Kali gebunden. Dasselbe enthält als wesentlichen Bestandteil die Chromsäure  $CrO_3$ , welche durch Wasserstoff zu Chromoxyd reduziert wird, nach der Gleichung:

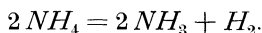


Die bisher rote Farbe der Chromsäure geht dabei in die grüne Farbe des schwefelsauren Chromoxyds über, das sich aus Schwefelsäure und Chromoxyd bildet. Zugleich sinkt dadurch die elektromotorische Kraft, die ursprünglich 2 Volt betrug. Das Element ist also bei stärkerem und längerem Stromverbrauch nicht ganz konstant.

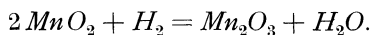
Das Leclanchéelement besteht aus Zink und Kohle, die in eine Salmiaklösung tauchen.



Bei der Zersetzung der Salmiaklösung wandert das Chlor zum Zink und löst dasselbe zu Chlorzink. Das ist ein Vorgang, der dem Oxydationsvorgang sehr ähnlich ist, und welcher die Quelle für die vom Element gelieferte Energie ist. Die Gruppe  $NH_4$ , die sich wie ein Metall verhält, wandert dagegen mit dem Strome, also zur Kohle, und zerfällt hier in Ammoniak und Wasserstoff, nach der Gleichung:



Der entstehende Wasserstoff würde das Element polarisieren, wenn er nicht durch Braunstein, von dem die Kohle umgeben ist, gebunden würde. Der Braunstein oder das Mangansuperoxyd ( $MnO_2$ ) ist eine sehr sauerstoffreiche Verbindung, die ihren Sauerstoff an den Wasserstoff unter Bildung von Manganoxyd ( $Mn_2O_3$ ) abgibt, nach der Gleichung:



Im Gegensatz zu der flüssigen Salpetersäure oder Chromsäure wird der Braunstein unter Umständen den entstehenden Wasserstoff nicht schnell genug binden können. Die elektromotorische Kraft ist infolgedessen nur im stromlosen Zustand 1,4 Volt und sinkt, wenn Strom entnommen wird. Das Element ist also ebenfalls nicht ganz konstant.

Das Westonelement (Fig. 24) besteht aus einem Glasgefäß in Hform, in welches zwei Platindrähte eingeschmolzen sind, und welches als positive Elektrode Quecksilber ( $Hg$ ), als negative Elektrode Cadmium ( $Cd$ ) oder richtiger ein Cadmiumamalgam von 12—13  $\frac{0}{10}$  enthält. (Auf 100 Teile Amalgam 12 bis 13 Teile Cadmium.) Als Flüssigkeit

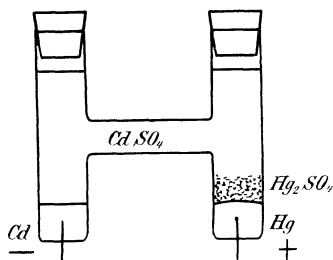
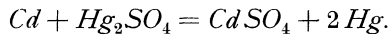


Fig. 24.

dient eine konzentrierte Cadmiumsulfatlösung ( $CdSO_4$ ), deren Konzentration durch extra beigegebene Cadmiumsulfatkrystalle konstant gehalten wird. Beim Stromdurchgang wandert das Cadmium mit dem Strome und würde sich an der positiven Elektrode mit dem Quecksilber legieren. Dadurch würden beide Elektroden mehr und mehr gleich werden und die elektromotorische Kraft würde sinken. Nun befindet sich aber über dem Quecksilber eine Mischung von Quecksilberoxydulsulfat ( $Hg_2SO_4$ ), Cadmiumsulfatkrystallen und metallischem Quecksilber. Die Cadmiumionen bilden nun mit dem Quecksilberoxydulsulfat zusammen metallisches Quecksilber und Cadmiumsulfat nach der Gleichung:

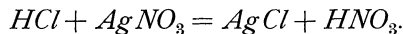


Die positive Elektrode bleibt also, was sie war, nämlich metallisches Quecksilber, und die Polarisation ist vermieden. An der negativen Elektrode wird natürlich Cadmium von der Gruppe  $SO_4$  gelöst.

Die elektromotorische Kraft ist konstant 1,019 Volt. Allerdings soll das Element nur ganz schwache Ströme liefern, kommt also nur für Kompensationsmethoden in Betracht. Fast sämtliche Mefsinstrumente werden mit diesem Normalelement geeicht.

## 18. Voltameter.

Die gesetzliche Bestimmung der Stromstärke geschieht mit dem Silbervoltameter. Ein Platintiegel dient als Kathode und enthält eine Lösung von 20—40 Gewichtsteilen reinen Silbernitrats ( $AgNO_3$ ) in 100 Teilen Wasser. Die Anode besteht aus reinem Silber. Die Lösung darf nur so lange benutzt werden, bis 3 g Silber auf 100 ccm der Lösung ausgeschieden sind, und auf der Kathode darf nicht mehr als 0,1 g Silber pro Quadratcentimeter niedergeschlagen werden. Die Stromdichte soll an der Anode nicht mehr als ein fünfteil Ampere, an der Kathode nicht mehr als ein fünfzigstel Ampere pro Quadratcentimeter betragen. Der Tiegel wird vor dem Versuche gewogen, nach dem Versuche mit chlorfreiem destilliertem Wasser gespült, bis das Waschwasser nach Zusatz von Salzsäure keine Trübung zeigt. Salzsäure bildet nämlich mit Silberlösung weißes, unlösliches Chorsilber nach der Gleichung:



Dann wird 10 Min. lang mit destilliertem Wasser von 70—90° ausgelaut und nochmals gespült, bis das Waschwasser mit Salzsäure keine Trübung ergibt. Man trocknet dann den Tiegel bei gelinder Wärme,<sup>1)</sup>

<sup>1)</sup> In der Hitze der Bunsenflamme würde sich aus Silber und Platin eine leicht schmelzbare Legierung bilden. Zu beachten ist, dass man den Platintiegel auch nicht der hellleuchtenden Flamme des Bunsenbrenners aussetzen darf,

läßt ihn im Exsikkator erkalten und wägt 10 Min. nach der Abkühlung. Der Exsikkator besteht aus einem luftdicht verschlossenen Glasgefäß, auf dessen Boden sich konzentrierte Schwefelsäure oder wasserfreies Calciumchlorid befindet. Beide Materialien ziehen begierig Wasser an und verhindern eine Gewichtszunahme des Tiegels infolge niedergeschlagener Feuchtigkeit.

Bezeichnet nun

$m_1$  das Gewicht des Tiegels vor der Wägung in Milligramm,

$m_2$  „ „ „ „ nach „ „ „ „

$t$  die Zeit in Sekunden,

so ergibt sich, da ein Ampere in 1 Sek. 1,118 mg Silber niederschlägt:

$$i = \frac{m_2 - m_1}{1,118 t} \text{ Ampere.} \quad (24)$$

Das Kupfervoltameter und das Knallgasvoltameter sind für stärkere Ströme geeignet, geben aber weniger zuverlässige Resultate. Sie dürften daher bei der Umständlichkeit, die eine voltametrische Messung mit sich bringt, nur als Übungsaufgaben in Frage kommen.

da sich sonst leicht Kohlenstoffplatin bildet und dadurch der Tiegel brüchig wird. Eine Berührung des inneren Tiegels oder des Silberniederschlages mit dem Finger ist streng zu vermeiden. Ein Ausglühen des silberfreien Tiegels vor dem Versuch in der nichtleuchtenden Bunsenflamme ist zu empfehlen.



## Drittes Kapitel.

19. Die magnetische Polstärke. — 20. Die magnetische Feldstärke. — 21. Die magnetischen Kraftlinien. — 22. Das magnetische Potential. — 23. Eisen im magnetischen Feld. — 24. Der Erdmagnetismus.

### 19. Die magnetische Polstärke.

Ein Magnet ist ein Stahlstab, der die Fähigkeit besitzt, Eisen anzuziehen. Diese Fähigkeit wurde zuerst an Eisenerzen beobachtet, die bei der Stadt Magnesia gefunden wurden. Daher nennt man Stahl, der Eisen anzieht, magnetisch. Taucht man einen solchen Stahlstab in Eisenfeilspäne, so bemerkt man, daß die Eisenspäne besonders an den Enden des Stabes haften (Fig. 25). Wir bezeichnen diese Stellen, an denen die Anziehungskraft am stärksten ist, als die Pole des Magneten. Obwohl dieselben in Wirklichkeit keinem mathematischen Punkt entsprechen, können wir doch,

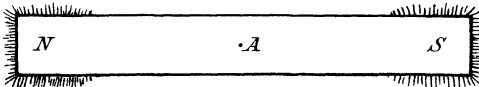


Fig. 25.

besonders bei langen, dünnen Magneten, annehmen, daß sie sich an den in Fig. 25 durch  $N$  und  $S$  bezeichneten Stellen befinden. Diese Stellen sind dann nicht genau an den Enden, sondern in der Nähe der Enden anzunehmen. Der Abstand der Pole wird die magnetische Achse genannt.

Ist der Magnet um eine vertikale Achse  $A$  drehbar, so wird er sich so stellen, daß immer einer von den beiden Polen nach dem geographischen Norden zeigt. Man nennt diesen Pol den Nordpol des Magneten, den entgegengesetzten Pol den Südpol. Nähert man nun zwei Magnete einander, so beobachtet man, daß zwei gleichnamige Pole einander abstoßen, zwei ungleichnamige einander anziehen. Daraus folgt, daß im geographischen Norden eigentlich ein physikalischer Südpol und im geographischen Süden ein physikalischer Nordpol liegt.

Die Kraft, mit welcher zwei Pole aufeinander wirken, wurde zuerst von Coulomb gemessen. Er hängte einen langen, dünnen Magneten, dessen Pole ganz nahe an seinen Enden lagen, an einem Metallfaden auf, so daß

seine Achse sich in horizontaler Richtung befand. Durch Verdrehung des Aufhängefadens entfernte er nun den Nordpol dieses Magneten von dem Südpol eines anderen Magneten mit vertikaler Achse. Da nun die Kraft, welche ein gedrillter Faden ausübt, proportional dem Verdrehungswinkel ist, so konnte Coulomb das Verhältnis zwischen der Entfernung der Magnetpole und der Kraft, mit welcher sie sich anzogen, feststellen. Es ergab sich, daß die Kraft dem Quadrate der Entfernung umgekehrt proportional ist. Außerdem wird die Kraft doppelt so groß, wenn man durch Verdoppelung der Magnetstäbe die Stärke des festen oder des beweglichen Poles verdoppelt. Bezeichnen wir nun mit  $m$  die Menge Magnetismus, die wir uns auf einem Pol vorstellen, oder die Polstärke, und bedeutet

- $f$  die Kraft, mit der zwei Pole aufeinander wirken,  
 $m_1$  die Polstärke des einen Poles,  
 $m_2$  die Polstärke des anderen Poles,  
 $r$  die Entfernung in Centimetern,

so ergibt sich:

$$f = \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}. \quad (25)$$

Wenn wir die Einheiten für die Länge und die Kraft wählen, so ergibt sich daraus die Einheit für die Polstärke  $m$ . Als Einheit der Länge setzen wir das Centimeter und als Einheit der Kraft diejenige, welche der Masse von 1 ccm Wasser die Beschleunigung 1 erteilt, d. h. in jeder Sekunde die Geschwindigkeitszunahme von 1 cm pro Sekunde erteilt. Wir nennen diese Kraft eine Dyne oder ein Dyn. Da ein Kilogramm-gewicht gleich der Kraft ist, welche einem Kilogramm oder 1000 ccm Wasser eine Beschleunigung von 981 cm erteilt, so ist das Kilogramm-gewicht gleich 981000 Dyn. Daraus folgt:

$$1 \text{ Dyn} = \frac{1}{981000} \text{ kg}^{\text{st}} = 1,02 \text{ mg/gewicht}.$$

Soll nun das Coulomb'sche Gesetz seine in Gleichung (25) gegebene einfache Form behalten, so dürfen wir die Einheit für die Polstärke nicht mehr willkürlich wählen, sondern sie folgt aus den gewählten Einheiten. Setzen wir also in Gleichung (25)  $m_1 = 1$ ,  $m_2 = 1$  und  $r = 1$ , so wird  $f = 1$ . Derjenige Pol hat also die Stärke 1, der auf den gleichen Pol in der Entfernung 1 cm die Kraft 1 Dyn ausübt. Wir messen demnach die Stärke eines Poles oder die Menge des Magnetismus durch die Kraft, die unter ganz bestimmten Verhältnissen ausgeübt wird, und definieren die Polstärke  $m$  eines Poles als die Kraft, die derselbe in der Entfernung von einem Centimeter auf den Pol 1 ausübt.

## 20. Die magnetische Feldstärke.

Das magnetische Feld ist die Umgebung des Magneten oder überhaupt jeder Ort, wo wir z. B. durch Ablenkung der Magnetnadel magnetische Wirkungen beobachten. Im allgemeinen wird diese Wirkung sich aus der gemeinsamen Wirkung der beiden Pole eines Magneten ergeben. Wir denken uns z. B. in dem Punkte  $A$  in der Umgebung des Magneten einen frei beweglichen Nordpol, dessen zugehöriger Südpol so weit entfernt sei, daß er vernachlässigt werden kann. Dann wird (Fig. 26) der Nordpol in  $A$  von dem Nordpol  $N$  in der Richtung  $AB$  abgestoßen und von dem Südpol  $S$  in der Richtung  $AC$  angezogen. Die Kräfte verhalten sich umgekehrt wie die Quadrate der Entfernung. In Fig. 26 verhalten sich z. B. die Entfernungen von  $A$  bis zu den beiden Polen wie 2:1, also verhalten sich die entsprechenden Kräfte wie 1:4.

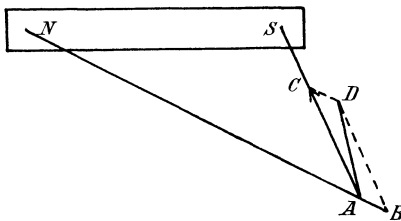


Fig. 26.

Aus den beiden Kräften ergibt sich dann graphisch nach dem Parallelogramm der Kräfte  $AD$  als die Resultierende oder als die Richtung der magnetischen Kraft an der betreffenden Stelle. Bringen wir nun eine kleine, frei bewegliche Magnetnadel in das magnetische Feld, so greift die von unserem Magnetstab ausgehende

magnetische Kraft an den Enden der Nadel an und dreht die Nadel, bis die magnetische Achse mit der Krafrichtung zusammenfällt. In dieser Stellung ist die Nadel im Gleichgewicht. Die magnetische Achse einer in jeder Richtung drehbaren Magnetnadel oder kürzer die Richtung einer Magnetnadel zeigt uns also die Richtung der magnetischen Kraft an jeder Stelle des magnetischen Feldes an.

Um nun ein Maß für die Stärke des magnetischen Feldes zu finden, bringen wir einen bestimmten Pol  $m$  an die betreffende Stelle und ermitteln die Kraft, mit der derselbe angezogen oder abgestoßen wird. Diese Kraft ist einerseits proportional der Polstärke  $m$ , auf die das magnetische Feld wirkt, andererseits aber ist sie proportional der Feldstärke, die wir mit  $H$  bezeichnen wollen. Wir erhalten also:

$$f = m \cdot H. \quad (26)$$

Setzen wir in dieser Gleichung  $m = 1$ , so folgt  $H = f$ . Die Feldstärke  $H$  ist also gleich der Kraft in Dyn, welche an der betreffenden Stelle auf den Pol 1 ausgeübt wird. Die Einheit der Feldstärke hat dann dasjenige Feld, das auf den Pol 1 die Kraft 1 Dyn ausübt.

In Fig. 26 wurde die Kraft in dem Punkte  $A$  von den beiden Polen  $N$  und  $S$  ausgeübt. Wir betrachten jetzt in Fig. 27 den Fall, wo bei der Berechnung der Feldstärke an einer bestimmten Stelle des Feldes die Wirkung des einen Poles überhaupt zu vernachlässigen ist, weil er sehr weit entfernt ist und die von ihm ausgeübte Kraft umgekehrt proportional dem Quadrate der Entfernung ist. Wir suchen nun die Feldstärke in einem beliebigen Punkt der Umgebung des Magnetstabes, also z. B. im Punkte  $A$  in Fig. 27, und bringen zu diesem Zwecke in den Punkt  $A$  einen Pol von der Stärke 1. Ist die Polstärke des Magnetstabes gleich  $m$  und die Entfernung des Punktes  $A$  vom Pol  $m$  gleich  $r$ , so ergibt sich nach Coulomb eine Kraft:

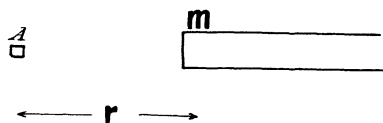


Fig. 27.

$$H = \frac{m \cdot 1}{r^2} = \frac{m}{r^2}. \quad (27)$$

Dabei haben wir für diese Kraft direkt die Bezeichnung  $H$  statt der Bezeichnung  $f$  eingeführt, da wir es mit der auf den Pol 1 wirkenden Kraft, d. h. mit der Feldstärke, zu tun haben.

Wir bringen nun eine Magnetnadel in ein gleichförmiges magnetisches Feld von der Stärke  $H$ . Die Polstärke eines Poles der Nadel sei  $m$  und die Länge der magnetischen Achse sei  $l$  (Fig. 28). Die Achse der

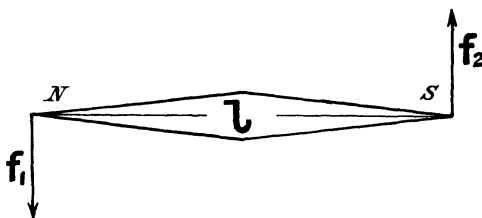


Fig. 28.

Nadel stehe dabei senkrecht auf der Richtung der magnetischen Kraft, die in der Figur von oben nach unten angenommen ist. Dann wirkt auf den Nordpol die Kraft  $f_1 = m \cdot H$  am Hebelarm  $l/2$ . Ebenso wirkt auf den Südpol  $S$  die Kraft  $f_2 = m \cdot H$  am Hebelarm  $l/2$ . Wir erhalten also ein gesamtes Drehmoment:

$$l/2 (f_1 + f_2) = 2 m H \cdot l/2 = m H \cdot l.$$

Da die Kraft in Dyn und die Länge in Centimetern gemessen ist, so erhalten wir das Drehmoment in Centimeterdyn. Das Drehmoment besteht also aus zwei Größen, von denen die erste durch das äußere Feld  $H$  und die zweite durch die magnetischen Eigenschaften der Nadel, nämlich durch das Produkt aus Polstärke mal Achse gegeben ist. Man nennt dieses Produkt  $m \cdot l$  das magnetische Moment der Nadel.

## 21. Die Kraftlinientheorie.

In dem Bisherigen haben wir die alte Anschauung zu Grunde gelegt, wonach an den punktförmigen Polen ein gewisses Quantum Magnetismus vorhanden ist, von welchem Wirkungen in die Ferne ausgehen. Obgleich wir nun niemals mit punktförmigen Polen zu tun haben, und die Wirkungen in die Ferne in der neueren Physik nicht mehr anerkannt werden, so ist die alte Anschauung doch von großem Wert, weil sie die magnetischen Erscheinungen, die experimentell gefunden werden, auf einfache Weise erklärt und in mathematische Form bringt. Zu einem innerlichen Verständnis und zu einer anschaulichen Vorstellung der magnetischen Erscheinungen kommen wir aber erst durch Faradays geniale Kraftlinientheorie.

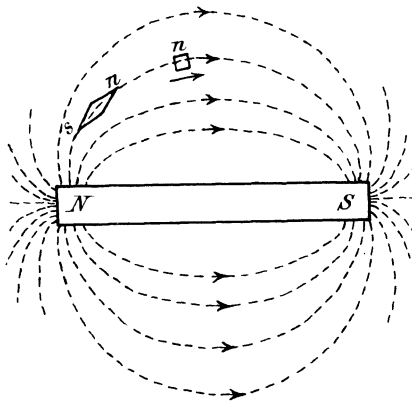


Fig. 29.

Faraday kennt keine Wirkung in die Ferne, und nach ihm tritt die Kraft in der Umgebung eines Magneten nicht erst auf, wenn ein anderer Pol hingebbracht wird, auf den sie wirkt. Vielmehr ist die Umgebung des Magneten dauernd in einem besonderen Zustand, ist gleichsam selbst magnetisiert, ist erfüllt von einer vom Pole ausgehenden Kraftströmung. Diese Anschauung erklärt die magnetischen Erscheinungen ebenso gut, wenn nicht noch besser, als die alte

Theorie, und die Übereinstimmung zwischen den Resultaten der mathematischen Forschung und der anschaulichen Vorstellung erhöht unser Vertrauen zu der Richtigkeit beider.

Die Grundlage für Faradays Anschauung bildet ein einfaches Experiment, dessen selbständige Wiederholung jedem auf das dringendste zu empfehlen ist. Streut man Eisenfeile durch ein Sieb auf einen Magneten, wobei man die Unterlage etwas erschüttert, so ordnen sich die Eisenfeile in charakteristischen Kurven an (Fig. 29). Indem nämlich die Eisenfeilspäne während des Herunterfallens selbst magnetisiert werden, richten sie sich wie eine Magnetnadel, so daß ihre Längsrichtung mit der Richtung der magnetischen Kraft zusammenfällt. Dabei zieht ein Eisenteilchen das andere an und es entstehen Kurven, welche die Richtung der magnetischen Kraft viel deutlicher angeben, als es in der geometrischen Konstruktion in § 20 geschah. Wir nennen diese Kurven Kraftlinien und betrachten sie willkürlich als vom Nordpol ausgehend und in den Südpol einmündend. Eine Magnetnadel stellt sich so ein, daß ihre Achse eine Tangente an die

Kraftlinie bildet, wobei der Nordpol der Magnetnadel nach der positiven Richtung der Kraftlinien zeigt. Ferner wird sich ein frei beweglicher Nordpol  $n$ , dessen zugehöriger Südpol weit entfernt gedacht werde, in Richtung der Kraftlinie von  $N$  nach  $S$  bewegen (Fig. 29). Die Kraftlinie ist also definiert als die Bahn eines frei beweglichen Nordpols, und sie ist im Grunde nichts anderes als die Richtung der magnetischen Kraft. Man gewöhnt sich aber schliesslich und vielleicht nicht mit Unrecht daran, mit Kraftlinien zu rechnen, als wenn sie reale Existenz hätten und als wenn sie etwas ähnliches wären, wie die sichtbaren Linien der Eisenfeilspäne.

Nun ist aber die Kraftlinie nicht blofs ein sehr bequemer Ausdruck für die Richtung der magnetischen Kraft, sondern sie gestattet auch, die Stärke der Kraft, also die magnetische Feldstärke, sehr bequem auszudrücken. Zu dem Zwecke beachten wir, dafs die von einem Pol ausgehende Kraftströmung nicht blofs in der Ebene

vorhanden ist, sondern dafs sie strahlenförmig in den ganzen Raum dringt. Denken wir nun um einen Pol als Zentrum eine Reihe von konzentrischen Kugeln gelegt, so wird die Kraftströmung von innen aus die verschiedenen Kugeloberflächen durchdringen. Da die Kugeloberflächen sich wie die Quadrate ihrer Radien verhalten, so wird die Kraftströmung pro Quadratcentimeter Kugelfläche mit dem Quadrate der Radien abnehmen. Nun erst

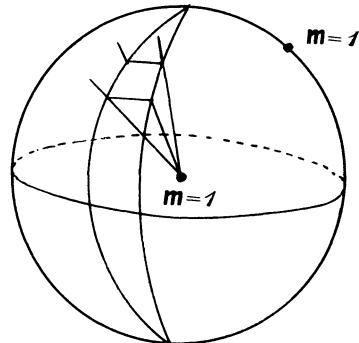


Fig. 30.

verstehen wir, warum in dem Coulomb'schen Gesetz die Kraft  $f$  umgekehrt proportional dem Quadrat der Entfernung ist, und warum nach Gleichung (26) die Feldstärke in der Umgebung eines Poles mit dem Quadrate der Entfernung abnimmt. Wir werden also die Feldstärke jetzt einfach ausdrücken können als die Kraftströmung pro Quadratcentimeter oder als die Anzahl der Kraftlinien pro Quadratcentimeter.

Ist aber einmal festgesetzt, dafs die Feldstärke sowohl durch die Kraft, die auf den Pol 1 wirkt, wie auch durch die Anzahl der Kraftlinien pro Quadratcentimeter gemessen werden soll, so dafs beides dieselbe Zahl ergibt, so ist damit die Einheit für die Kraftlinie bestimmt. Es ist diejenige Kraftströmung, die pro Quadratcentimeter vorhanden ist, wenn die Feldstärke gleich 1 ist. Das läfst sich noch etwas deutlicher machen, wenn man den Pol 1 im Zentrum einer Kugel vom Radius 1 cm befindlich denkt (Fig. 30). Bringen wir auf die Oberfläche dieser Kugel einen zweiten Pol 1, so ergibt sich die Kraft, die auf denselben wirkt, oder die Feldstärke nach dem Coulomb'schen Gesetz zu:

$$H = \frac{1 \cdot 1}{1^2} = 1.$$

Nach unserer obigen Festsetzung ist nun die Kraftlinienzahl pro Quadratcentimeter ebenso groß, also auch gleich 1. Eine Kraftlinie ist also die Kraftströmung, die, vom Pol 1 ausgehend, ein Quadratcentimeter der Kugeloberfläche vom Radius 1 cm durchdringt. Im ganzen ist diese Kugeloberfläche gleich  $4r^2 \cdot \pi$ , in unserm Falle also gleich  $4\pi$  qcm. Da wir nun pro Quadratcentimeter eine Kraftlinie haben, so ist die Gesamtzahl der vom Pol 1 ausgehenden Kraftlinien gleich  $4\pi$ , oder eine Kraftlinie ist der  $4\pi$ te Teil der vom Nordpol 1 ausgehenden Kraftströmung.

Die Gesamtzahl  $N$  der von einem Pol  $m$  ausgehenden Kraftlinien berechnet sich dann nach der Formel:

$$N = 4\pi m, \quad (28)$$

während sich die Gesamtzahl der auf eine Fläche von  $Q$  qcm treffenden Kraftlinien bei gleichmäßiger Feldstärke zu

$$N = H \cdot Q \quad (29)$$

berechnet. Wenn also z. B. die Feldstärke in dem Luftzwischenraum zwischen den Polen und dem Anker einer Dynamomaschine gleich 7000 ist, so bedeutet das, daß aus jedem Quadratcentimeter der Nordpolfläche 7000 Kraftlinien austreten. Ist also die dem Anker gegenüberstehende Polfläche gleich 400 qcm, so ergibt sich die Gesamtzahl der vom Nordpol austretenden Kraftlinien zu:

$$N = H \cdot Q = 7000 \cdot 400 = 2,8 \cdot 10^6 \text{ Kraftlinien.}$$

## 22. Das magnetische Potential.

Wir haben schon gesehen, daß ein in ein magnetisches Feld gebrachter frei beweglicher Nordpol sich längs der Kraftlinie bewegt. Bilden wir nun an jeder Stelle das Produkt aus der Kraft, die auf ihn wirkt, mal dem Weg, über den sie wirkt, und summieren die Produkte, so bekommen wir die Arbeit, die vom magnetischen Feld bei der Bewegung geleistet wird. Dieselbe wird entweder dazu verbraucht, um einen mechanischen Widerstand zu überwinden, wobei sie sich also in mechanische Arbeit umsetzt, oder sie wird sich in lebendige Kraft umsetzen. Wenn wir andererseits einen Nordpol  $n$  (Fig. 31) entgegen der Kraftlinie von  $S$  nach  $N$  bewegen, so werden wir dabei die entgegenwirkenden Kräfte des magnetischen Feldes zu überwinden haben, indem der Nordpol zugleich von  $S$  angezogen und von  $N$  abgestoßen wird. Wir müssen also mechanische Arbeit aufwenden, und diese ist dann als potentielle Energie aufgespeichert, um wieder frei zu werden, wenn der Nordpol unter dem Einfluß des Feldes zurückgetrieben wird. Die Verhältnisse liegen also

ganz ebenso, wie wenn wir ein Gewicht hochheben und dabei die entgegengewirkende Schwerkraft überwinden. Die dabei geleistete und als potentielle Energie aufgespeicherte Arbeit wird wieder frei, wenn das Gewicht vom höheren zum niederen Niveau herunterfällt. Demnach haben wir zwischen den verschiedenen Punkten einer Kraftlinie eine magnetische Niveaudifferenz oder magnetische Potentialdifferenz. Wir definieren dieselbe, ähnlich wie in Abschnitt 11, als die Arbeit, die aufgewendet werden muß, um die positive Einheit der magnetischen Menge, also den Pol 1, vom niederen zum höheren Niveau zu führen. Umgekehrt läßt sie sich auch definieren als die Arbeit, welche von den Kräften des Feldes geleistet wird, wenn der Pol 1 vom höheren zum niederen Niveau getrieben wird. Bezeichnen wir das Niveau des Nordpols als positiv, so würden wir das Niveau des Südpols als negativ einzuführen haben und das Niveau oder das Potential in der Mitte der Kraftlinie würde 0 sein.

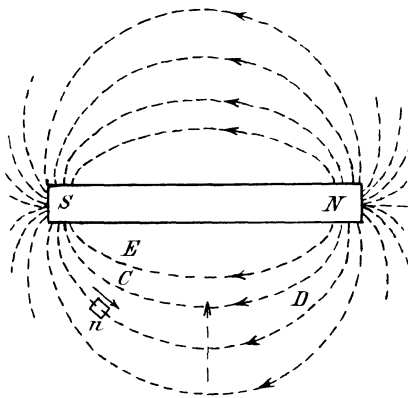


Fig. 31.

Bei der Bewegung des Nordpols  $n$  von  $C$  nach  $D$  in Fig. 31 ist es nun gleichgültig, ob wir ihn auf direktem Wege, d. h. längs der Kraftlinie, bewegen oder auf einem Umwege. Denn nach dem Gesetz von der Erhaltung der Arbeit wird die bei der Bewegung geleistete Arbeit gemessen durch die Arbeit, die beim Zurücktreiben des Nordpols wieder frei wird, sie ist also allein gegeben durch die Anfangs- und Endlage. Bewegen wir dagegen den Nordpol  $n$  senkrecht zu den Kraftlinien, d. h. auf einer Niveaufläche, z. B. von  $C$  nach  $E$ , so wird keine Arbeit geleistet.

Bei einem gleichförmigen Feld, dessen Kraftlinien sämtlich parallel laufen, ist die Kraft, die auf den Pol 1 wirkt, längs des ganzen Weges  $l$  dieselbe, wenn wir den Pol entgegen der Kraftlinie bewegen (Fig. 32). Die Potentialdifferenz zwischen den Punkten  $A$  und  $B$ , deren Entfernung  $l$  ist, berechnet sich dann aus dem Produkte aus der Kraft, die auf den Pol 1 wirkt, mal dem Weg, ist also gleich  $H \cdot l$ .

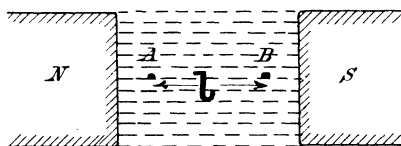


Fig. 32.

In dem bisherigen haben wir nun immer nur von Potentialdifferenzen gesprochen und gehen jetzt dazu über, das magnetische Potential selbst zu definieren. Wir denken uns also einen punktförmigen Nordpol  $m$ , dessen Südpol unendlich weit entfernt gedacht werden möge (Fig. 33). Die



Kraftlinien dringen dann strahlenförmig in den Raum und unter ihrem Einfluß wird ein in  $A$  befindlicher Nordpol von der Stärke 1 in der Richtung des Pfeiles in die Unendlichkeit getrieben. Die Kraft, die dabei auf ihn wirkt, nimmt längs des ganzen Weges mit dem Quadrate der Entfernung ab und wird schließlich 0. Die gesamte Arbeit, die dabei frei wird, wenn der Pol 1 vom Punkte  $A$  in die Unendlichkeit getrieben wird, würde die Potentialdifferenz zwischen  $A$  und der Unendlichkeit sein. Man nennt sie das Potential des Punktes  $A$  oder das Potential des Poles  $m$  im Punkte  $A$  und setzt demzufolge das Potential des unendlich entfernten Punktes gleich 0.

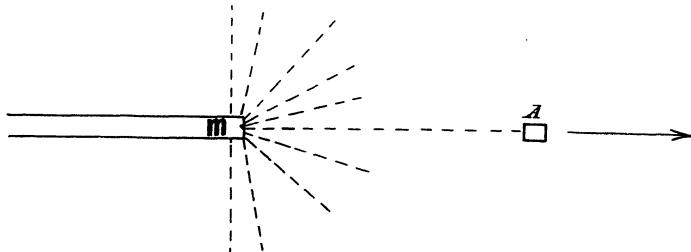


Fig. 33.

Es könnte nun auffallen, daß das Potential oder Niveau des unendlich entfernten Punktes das gleiche ist, wie dasjenige des Mittelpunktes einer Kraftlinie, für das wir oben ebenfalls den Wert 0 fanden. Tatsächlich würde es aber gelingen, ohne Arbeitsleistung einen Nordpol aus der Unendlichkeit in Richtung des punktierten Pfeiles in Fig. 31 auf die Mitte einer Kraftlinie zu bringen, da der Pol dabei gleichmäßig vom Südpol des Magneten angezogen und vom Nordpol des Magneten abgestoßen wird, oder da die Bewegung immer senkrecht zu den Kraftlinien geschieht.

Sollte übrigens der Begriff des Potentials dem Anfänger Schwierigkeiten machen, so wird er gut tun, den Begriff des Potentials durch den Niveaubegriff zu ersetzen und zu bedenken, daß man in der Regel nur mit Potentialdifferenzen oder Niveaudifferenzen rechnet und nicht mit dem Potential selbst.

### 23. Eisen im magnetischen Feld.

Streuen wir Eisenfeile auf einen Magneten, in dessen Nähe sich ein Eisenstück befindet, so sehen wir, daß das Eisen im magnetischen Feld die Kraftlinien in sich hineinzieht (Fig. 34). Infolgedessen treten an dem Ende des Eisenstücks, das dem Magnetpol zugekehrt ist, sehr zahlreiche Kraftlinien auf, während das magnetische Feld an anderen Stellen geschwächt wird. Früher erklärte man diese Erscheinung als magnetische Induktion. Danach werden Pole im Eisen „induziert“, und zwar ist das Vorzeichen des induzierten Poles dem Vorzeichen des induzierenden, gegenüberliegenden Magnetpoles entgegengesetzt. Aus der Ungleichnamigkeit

der gegenüberliegenden Pole folgt dann die Erklärung der schon früher besprochenen Tatsache, daß Eisen von einem Magneten angezogen wird.

Zu denselben Resultaten gelangt nun auch die Kraftlinientheorie. Danach schreiben wir dem Eisen eine besondere Leitfähigkeit für Kraftlinien zu, so daß also die Kraftlinien mit besonderer Vorliebe durch das Eisen verlaufen. Die Anziehung des Eisens durch den Pol führt uns dann zu der Annahme, daß die Kraftlinien nicht unnötig einen langen Weg machen, wenn sie einen kürzeren Weg haben können, daß sie sich also wie ein gespanntes, in sich geschlossenes Gummiband zusammenziehen suchen. Dabei müssen wir ihnen dann aber weiter eine Abneigung gegen großes Gedränge zuschreiben, denn sonst würden sie sich ja alle dicht am Magneten entlang den kürzesten Weg vom Nordpol  $N$  zum Südpol  $S$  suchen. Sie stoßen sich also gegenseitig ab und zwar senkrecht zu ihrer eigenen Richtung, ebenso wie zwei parallele Magnetstäbe sich abstossen, wenn sich ihre Nordpole beide auf einer Seite, ihre Südpole auf der anderen Seite befinden.

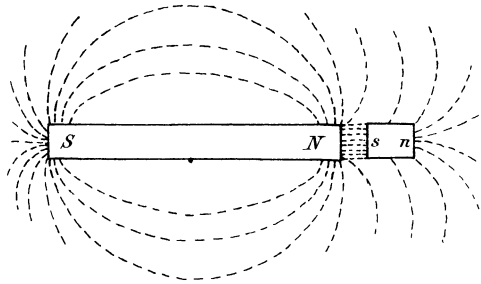


Fig. 34.

Wenn demnach die Kraftlinien mit großer Vorliebe durch das Eisen verlaufen, weil dasselbe sie besser leitet als die Luft, so wird es deutlich, daß in Fig. 34 die Kraftlinien des Poles  $N$  zahlreich in die gegenüberliegende Seite des Eisens eintreten. Dieselbe erscheint infolgedessen als ein Südpol, in den die Kraftlinien ja nach unserer früheren Festsetzung eintreten. Die entgegengesetzte Seite des Eisens erscheint dann als ein Nordpol, weil die Kraftlinien aus derselben austreten. Die Magnetisierung des Eisens ist dabei um so stärker, je besser es die Kraftlinien leitet. Beispielsweise ist sie unter sonst gleichen Verhältnissen bei Schmiedeeisen oder weichem Stahl stärker, als bei dem harten Gufeseisen oder gehärtetem Stahl. Diese Tatsache führt uns nun zu der Anschauung, daß der Vorgang der Magnetisierung ein ähnlicher ist, wie der bei dem Richten der Eisenfeilspäne beobachtete Vorgang. Man nimmt an, daß die kleinsten Teilchen, die sogenannten Moleküle des Eisens oder Stahls, von Natur magnetisch sind, daß sie aber wirt durcheinander liegen (Fig. 35 a) und daher nach außen keine Wirkung ausüben können. Das Eisen erscheint daher unmagnetisch. Bei Annäherung eines Magneten (Fig. 35 b) werden sie nun gleichgerichtet, zeigen also an den Endflächen „freien“ Magnetismus, während sich ihre Wirkungen mehr in der Mitte gegenseitig aufheben. Es ist dabei leicht einzusehen, daß die Moleküle im weichen Schmiedeeisen sich leichter richten lassen, als im harten Stahl.

Eine Bestätigung findet diese Weber'sche Theorie des Molekularmagnetismus durch die Tatsache, daß Schmiedeeisen nur vorübergehend oder temporär, Stahl dagegen permanent magnetisch wird. Beim elastischen Schmiedeeisen kehren nämlich die Moleküle nach Entfernung des induzierenden Poles fast vollständig wieder in ihre frühere Lage zurück, und es bleibt nur ein geringer remanenter Magnetismus zurück, der allerdings für die Entwicklung der Elektrotechnik von enormer Bedeutung geworden ist. Dagegen bleiben die Moleküle des harten Stahls, nachdem sie einmal gerichtet sind, in ihrer neuen Lage, und der Stahl

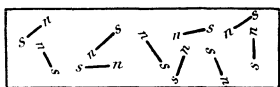


Fig. 35 a.

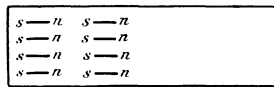


Fig. 35 b.

wird permanent, d. i. dauernd magnetisch. Nun läßt es sich auch erklären, daß ein Stahlmagnet in der Mitte so gut wie unmagnetisch erscheint, und daß man dennoch, wenn man ihn senkrecht zur Achse durchbricht, an den Bruchflächen entgegengesetzte Pole beobachtet.

Die beste Bestätigung der Weber'schen Theorie ist jedoch die bei der Unmagnetisierung des Eisens beobachtete Wärmeentwicklung. Die Unmagnetisierung ist nämlich mit einer Umdrehung der Moleküle verbunden, und diese kann nicht ohne Reibung erfolgen, indem die Eisenmoleküle in ihrer früheren Lage zurückzubleiben suchen, sich also einer Änderung widersetzen. Man bezeichnet dieses Zurückbleiben oder die magnetische Reibung als Hysterisis. Die beim Ummagnetisieren aufgewendete Arbeit setzt sich dann in Wärme um, und zwar ist der Arbeitsverlust pro Sekunde der Anzahl der Polwechsel pro Sekunde und dem Volumen des Eisens proportional. Außerdem ist er von der Härte des Eisens abhängig.

## 24. Der Erdmagnetismus.

Da die Lage der magnetischen Pole der Erde nicht mit den geographischen Polen zusammenfällt, so bildet die magnetische Achse einer Magnetnadel mit dem geographischen Meridian den sogenannten Deklinationswinkel.<sup>1</sup> Die Deklination ist in Deutschland eine westliche und beträgt gegenwärtig in Berlin  $9^{\circ} 40'$ . Das Nordende einer in jeder Richtung beweglichen Magnetnadel bildet dagegen mit der Horizontalen den Inklinationswinkel, der in Berlin gegenwärtig  $66^{\circ}$  beträgt. Bei den gewöhnlichen, um eine vertikale Achse drehbaren Magnetnadeln kommt also nur eine Komponente der erdmagnetischen Kraft zur Geltung. Man nennt dieselbe die Horizontalkomponente und bezeichnet sie mit  $h$ . Ihr Betrag ist gegenwärtig in Berlin  $0,18$ , d. h. auf den Pol 1 wirkt in horizontaler Richtung eine Kraft von  $0,18$  Dyn.

## Viertes Kapitel.

25. Magnetische Wirkung eines geraden Stromleiters. — 26. Magnetische Wirkung eines Kreisstromes. — 27. Magnetische Wirkung einer Spule. — 28. Magnetisierungskurven. — 29. Das Ohm'sche Gesetz für Magnetismus. — 30. Die Tragkraft eines Elektromagneten. — 31. Die Hysterisis. — 32. Dynamische Wirkungen paralleler Ströme. — 33. Die elektromotorische Kraft der Induktion. — 34. Gesetze der gegenseitigen Induktion. — 35. Die Selbstinduktion. — 36. Foucaultströme.

### 25. Magnetische Wirkung eines geraden Stromleiters.

Das Experiment ergibt, daß eine Magnetnadel in der Nähe eines Leiters, der vom elektrischen Strom durchflossen wird, aus ihrer Nord-Südrichtung abgelenkt wird. Der elektrische Strom erzeugt also in seiner Umgebung ein magnetisches Feld. Die Richtung der Kraftlinien dieses Feldes läßt sich ermitteln, indem man eine kleine Magnetnadel in Richtung ihrer Achse weiter bewegt, oder indem man Eisenfeilspäne auf eine Ebene streut, die der Leiter senkrecht durchdringt (Fig. 36).

Die Eisenspäne ordnen sich dann in konzentrischen Kreisen an, die den Stromleiter zum Mittelpunkt haben. Die vom Strome erzeugten Kraftlinien sind also geschlossene Kurven und ein frei beweglicher Nordpol, dessen Südpol weit entfernt sein möge, wird den Leiter in Richtung der Kraftlinie umkreisen. Diese Richtung steht stets senkrecht auf einer durch Leiter und Pol gelegten Ebene. Sie ergibt sich aus der Am-

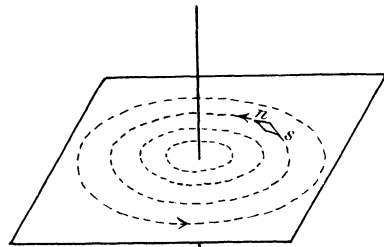


Fig. 36.

pere'schen Schwimmerregel: Denkt man sich mit dem Strome schwimmend und sieht nach einer Magnetnadel, so erscheint der Nordpol nach links abgelenkt.

Die Wirkung zwischen Stromleiter und Pol ist natürlich eine gegenseitige. Steht also der Pol fest und ist der Leiter beweglich, so bewegt sich der Leiter, und zwar senkrecht zu einer durch Leiter und Pol ge-

legten Ebene. D. h. die Bewegung erfolgt senkrecht zu einer Ebene, die durch den Leiter und die ihn treffende Kraftlinie gelegt ist. Die Richtung der Bewegung ergibt sich dann durch Umkehrung der Ampere'schen Schwimmerregel: Schwimmt man mit der Richtung des Stromes und sieht nach dem Nordpol, wo die Kraftlinien herkommen, so würde der Nordpol nach links abgelenkt werden. Steht er fest, so weicht der Leiter nach

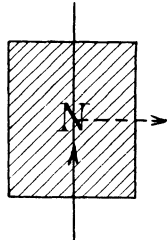


Fig. 37 a.

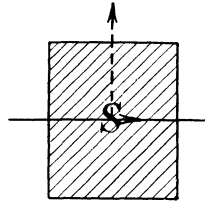


Fig. 37 b.

rechts aus. In dieser Form ist die Regel auch anwendbar auf Motore, wo man es mit einem gleichmäßigen, aus einer großen Polfläche austretenden Kraftlinienfeld zu tun hat. In Fig. 37 a befinde sich z. B. ein im Sinne des Pfeiles durchflossener Leiter vor einem Nordpol, dessen Kraftlinien aus der Papierebene heraustreten. Schwimmen wir nun mit dem Strome und sehen nach dem Nordpol, so bewegt sich der Leiter nach rechts in Richtung des punktierten Pfeiles. Ebenso befinde sich in Fig. 37 b ein stromdurchflossener Leiter vor einem Südpol, in welchen also die Kraftlinien eintreten. Dieselben

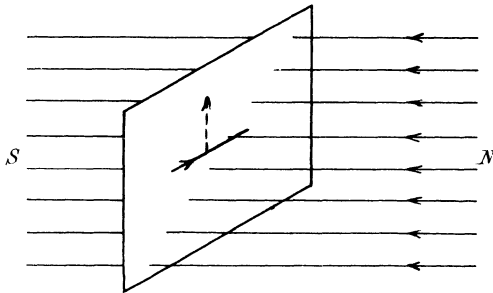


Fig. 38.

dringen also von vorne nach hinten in die Papierebene hinein. Schwimmen wir nun wieder in Richtung des Stromes, also in Fig. 37 b mit dem Kopf rechts und mit den Füßen links, und sehen nach dem Nordpol, wo die Kraftlinien herkommen, also nach der Richtung vor der Papierebene, so bewegt sich der Leiter nach unserer rechten Hand, das ist nach oben in Richtung des punktierten Pfeiles.

Befindet sich ferner der stromdurchflossene Leiter in horizontaler Lage in einer vertikalen Ebene und treten die Kraftlinien senkrecht von rechts nach links in diese Ebene hinein (Fig. 38), so denken wir uns rechts, von wo die Kraftlinien herkommen, einen Nordpol befindlich. Schwimmen wir nun in Richtung des Stromes und sehen nach diesem Nordpol, so würde derselbe sich nach unserer linken Hand, also nach unten bewegen. Steht er

fest und ist der Leiter beweglich, so erfolgt die Bewegung nach unserer rechten Hand, also in Richtung des punktierten Pfeiles nach oben.

Es gilt jetzt, die Gröfse der von einem Pol und einem geraden Leiterelement aufeinander ausgeübten Kraft zu bestimmen. In Fig. 39 bedeuten

- $J$  die Stromstärke in einem noch näher zu bestimmenden Mafs,
- $dl$  die Länge des Leiterelementes in Centimetern,
- $m$  die Polstärke in dem früher definierten Mafs,
- $r$  die Länge der Verbindungslinie zwischen Pol und Leiterelement in Centimetern,
- $\varphi$  der Winkel, den diese Verbindungslinie mit dem Leiterelement bildet,
- $df$  die Kraft in Dyn, mit welcher Pol und Leiterelement aufeinander wirken.

Dann ergibt das Experiment, dafs die Kraft der Stromstärke, der Polstärke und der Länge des Leiterelementes proportional ist. Statt der Länge des Leiterelementes ist, falls  $\varphi$  kein rechter Winkel ist, die Gröfse

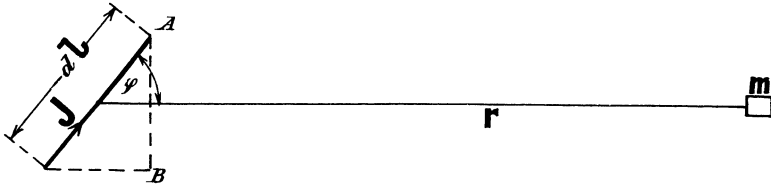


Fig. 39.

$dl \cdot \sin \varphi$  einzuführen, da auf die Länge  $dl$  nur so viele vom Pol  $m$  ausgehende Kraftlinien treffen, wie auf die Strecke  $AB = dl \cdot \sin \varphi$ . Endlich ist die Kraft umgekehrt proportional dem Quadrat der Entfernung, da ja der Pol  $m$  seine Kraftlinien in den ganzen Raum sendet, die Kraftliniendichte also mit dem Quadrate der Entfernung abnimmt. Wir erhalten also experimentell das Biot-Savart'sche Gesetz zu:

$$df = \frac{m \cdot J \cdot dl \cdot \sin \varphi}{r^2}. \quad (30)$$

In dieser Gleichung stellt  $\frac{m}{r^2}$  nach Gleichung (27) nichts anderes dar als die Feldstärke  $H$ , die vom Pol  $m$  an der Stelle geschaffen wird, wo sich der Leiter befindet. Setzen wir also  $H$  in Gleichung (30) ein, so erhalten wir:

$$df = H \cdot J \cdot dl \cdot \sin \varphi. \quad (31)$$

Dabei bedeutet dann  $\varphi$  den Winkel, den das Leiterelement mit der dasselbe treffenden Kraftlinie bildet. Ist nun das Feld ein gleichförmiges und befindet sich der Leiter von der Länge  $l$  senkrecht zu den Kraftlinien, so ergibt sich die gesamte auf den Leiter wirkende Kraft zu:

$$f = H \cdot J \cdot l \text{ Dyn.} \quad (32)$$

Diese Formel gilt für die in Fig. 37 a, b und 38 dargestellten Fälle. Es muß jedoch nun erst die Einheit bestimmt werden, in welcher die Stromstärke zu messen ist. Denn nachdem die Einheiten für  $f$ ,  $H$  und  $l$  gewählt sind, kann die Stromstärke nicht mehr in einem willkürlichen Maß, wie es das Ampere ist, eingesetzt werden.

Setzen wir also in Gleichung (32)  $f = 1$ ,  $H = 1$  und  $l = 1$ , so ergibt sich  $J = 1$ . Man nennt die so berechnete Einheit der Stromstärke die absolute Einheit. Sie ist definiert als diejenige Stromstärke, welche eine Kraft von 1 Dyn ausübt, wenn sie 1 cm senkrecht zu den Kraftlinien eines Feldes von der Stärke 1 durchfließt. Diese absolute Einheit erschien früher für praktische Zwecke zu groß. Man hat daher den zehnten Teil derselben als praktische Einheit gewählt und eine Ampere genannt. Dann erst hat man experimentell ermittelt, wie viel Silber durch diese praktische Einheit der Stromstärke niedergeschlagen wird, und hat gefunden, daß 1,118 mg pro Sekunde ausgeschieden werden. Bezeichnet nun

$J$  die Stromstärke im absoluten Maß,  
 $i$  „ „ in Ampere,

so ergibt sich, daß die Zahl der Ampere immer 10mal so groß ist, wie die gleichwertige Zahl der absoluten Einheiten. Oder in einer Gleichung:

$$\begin{aligned} i &= 10J, \\ J &= \frac{i}{10}. \end{aligned} \quad (33)$$

Setzen wir nun die Stromstärke in Ampere ein, so nimmt die Gleichung (32) die Form an:

$$f = H \cdot \frac{i}{10} \cdot l. \quad (34)$$

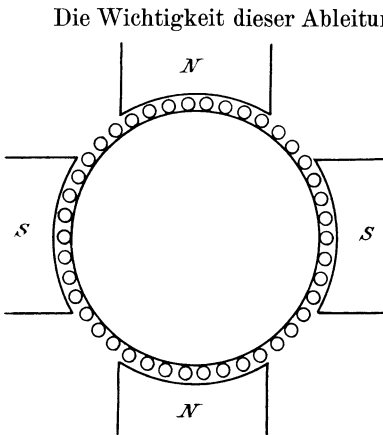


Fig. 40.

Die Wichtigkeit dieser Ableitungen fällt sofort ins Auge, wenn wir dieselben auf Motoren anwenden. Auf dem Umfang einer eisernen Trommel (Fig. 40) liegen z. B. 944 Drähte von 24 cm Länge. Zwei Drittel von den Drähten mögen vor den Polen liegen, und jeder Draht führe einen Strom  $i = 10$  Ampere. Es kommt dabei für uns noch nicht darauf an, wie die Leiter untereinander geschaltet sind, die Stromrichtung sei aber in allen Leitern so, daß die vor den verschiedenen Polen geschaffenen Drehmomente sich addieren. Die Feldstärke oder

die Kraftlinienzahl pro Quadratcentimeter der Polfläche sei gleich 7000

und der Durchmesser des Ankers 40 cm. Gesucht wird das Drehmoment des Motors in Meterkilogramm.

Die Summe der Leiterlängen vor den Polen ist  $l = \frac{2}{3} \cdot 944 \cdot 24 = 15\,000$ . Aus Gleichung (34) ergibt sich dann:

$$f = H \cdot \frac{i}{10} \cdot l = 7000 \cdot \frac{10}{10} \cdot 15\,000 = 105 \cdot 10^6 \text{ Dyn.}$$

Nun ist nach Seite 49 1 Dyn gleich  $\frac{1}{981\,000}$  kg\*.

Demnach ist die Kraft  $F$  in Kilogramm gegeben durch:

$$F = \frac{105 \cdot 10^6}{981\,000} = 107 \text{ kg*}.$$

Da nun der Hebelarm gleich 20 cm = 0,2 m ist, so ergibt sich das Drehmoment  $M_d$  in Meterkilogramm zu:

$$M_d = 107 \cdot 0,2 = 21,4 \text{ mkg.}$$

## 26. Magnetische Wirkung eines Kreisstromes.

Die Anwendung der Ampere'schen Schwimmerregel bei der in Fig. 41 gezeichneten Stromschleife ergibt, daß die vom Strome erzeugten Kraftlinien sämtlich von der einen Seite in die Ebene der Schleife eindringen und auf der anderen Seite aus der Ebene her austreten, um sich dann außen herum zu schließen. Die Stromschleife ist also eine magnetische Scheibe, deren Südpol an der Seite liegt, in welche die Kraftlinien eintreten und deren Nordpol an der Seite liegt, wo die Kraftlinien aus der Ebene der Schleife austreten. Sehr bequem ist dann die Regel: Man sehe auf die Ebene der Schleife. Fließt der Strom dann im Sinne des Uhrzeigers, so hat man einen Südpol vor sich. Fließt er entgegengesetzt dem Uhrzeiger, so hat man einen Nordpol vor sich.



Fig. 41.

Um nun die Größe der magnetischen Kraft auf einen im Zentrum des Reifens befindlichen Pol  $m$  zu bestimmen, betrachten wir ein Leiterelement  $dt$  des Reifens. Die Richtung desselben bildet stets einen rechten Winkel mit dem Radius, also mit der Verbindungslinie des Leiterelementes und des im Zentrum befindlichen Poles. Der Wert  $\sin \varphi$  wird demnach 1. Ist also  $r$  der Radius des Reifens, so ergibt sich nach Gleichung (30):

$$df = \frac{m \cdot J \cdot dt}{r^2}.$$

Die Summe der Leiterelemente ist  $2r\pi$ . Die gesamte Kraft ergibt sich also zu:



$$f = \frac{m \cdot J \cdot 2r\pi}{r^2} = \frac{m \cdot J \cdot 2\pi}{r}. \quad (35)$$

Die Feldstärke  $H$  im Zentrum oder die Anzahl der Kraftlinien pro Quadratcentimeter ist nun die Kraft, die dort auf den Pol 1 wirkt. Setzen wir also in Gleichung (35)  $m = 1$ , so erhalten wir die Feldstärke im Zentrum zu:

$$H = \frac{2\pi \cdot J}{r}. \quad (36)$$

Wir gehen nun dazu über, die gewonnenen Resultate zur Darlegung der Wirkungsweise der gewöhnlichen Mefsinstrumente anzuwenden. Die meisten Mefsinstrumente beruhen auf der Wirkung, die eine stromdurchflossene Schleife oder Spule auf Eisen oder auf einen Magneten ausübt. Dabei aber verändert sich gerade durch die Messung die Entfernung zwischen der Spule und dem Eisen, und man kann daher keine Proportionalität zwischen der Stromstärke und der Kraft, die auf das Eisen wirkt, erwarten. Solche Instrumente sind also empirisch zu eichen.

Bei anderen Instrumenten findet aber eine gesetzmäßige Beziehung zwischen der Stromstärke und dem Ausschlag statt. Man kann nämlich durch Drehung einer Feder den abgelenkten Magneten in seine ursprüngliche Lage zurückführen, so dafs das Drehungsmoment der Feder dem vom Strom ausgeübten Drehmoment das Gleichgewicht hält. Da das Torsionsmoment einer Feder dem Verdrehungswinkel proportional ist, so erhält man bei einem solchen Torsionsgalvanometer eine gesetzmäßige Proportionalität zwischen der Stromstärke und dem Verdrehungswinkel.

Man kann aber auch mit geringen Ausschlägen arbeiten, die dann durch Fernrohr und Skala beobachtet werden müssen. Dann bleibt in gewissen Grenzen die Entfernung zwischen dem Magneten und der stromdurchflossenen Spule so gut wie konstant. Solche Spiegelgalvanometer ergeben also auch in gewissen Grenzen eine Gesetzmäßigkeit zwischen Stromstärke und Ausschlag.

Man kann aber endlich den Durchmesser des stromdurchflossenen Reifens so groß gegenüber der Länge der im Zentrum befindlichen Magnetnadel wählen, dafs auch nach der Ablenkung die beiden Pole der Magnetnadel als im Zentrum befindlich angesehen werden können. Das geschieht in der Tangentenbussole. In der Zeichnung (Fig. 42) mußte dabei der Deutlichkeit wegen die Magnetnadel viel größer gezeichnet werden, als sie im Verhältnis zum Durchmesser des Stromreifens in Wirklichkeit ist. Die Tangentenbussole wird nun so gestellt, dafs die Ebene des Reifens senkrecht ist und im magnetischen Meridian steht. Ist der Strom gleich Null, so muß also die Richtung der im Zentrum befindlichen Magnetnadel in die Ebene des Reifens fallen. Wenn wir dann von oben herab auf den Reifen sehen, so projiziert er sich als eine Gerade, die den Horizontalkraftlinien  $h$  des Erdmagnetismus parallel ist. Fließt nun ein Strom

durch den Reifen, so wirken auf die Nadel zwei an den Polen angreifende Kräfte. Ist nämlich die Polstärke  $m$ , so übt die Erde eine Kraft  $m \cdot h$  aus, die parallel zur Projektion des Reifens gerichtet ist. Der Strom dagegen übt nach Gleichung (35) eine Kraft

$$f = \frac{m \cdot J \cdot 2\pi}{r}$$

aus. Unter dem Einfluß beider Kräfte kommt dann die Nadel unter dem Winkel  $\alpha$  zur Ruhe. In Richtung der Drehung wirkt dann von der Erde aus die Kraft

$$AB = m \cdot h \cdot \sin \alpha,$$

während vom Stromreifen aus in Richtung der Drehung eine Kraft wirkt, die gegeben ist durch

$$AC = f \cdot \cos \alpha = \frac{m \cdot J \cdot 2\pi}{r} \cos \alpha.$$

Da Gleichgewicht herrscht, so ergibt sich  $AB = AC$  oder:

$$m \cdot h \cdot \sin \alpha = \frac{m \cdot J \cdot 2\pi}{r} \cos \alpha.$$

Aus dieser Gleichung hebt sich  $m$  heraus. Da auch die magnetische Achse gar nicht in das Gesetz eingeht, so sind die Angaben der Bussole überhaupt von der Beschaffenheit der Magnetnadel unabhängig. Lösen wir nun die obige Gleichung für  $J$  auf, so erhalten wir:

$$J = \frac{h \cdot r}{2\pi} \operatorname{tg} \alpha. \tag{37}$$

Da die Anzahl der Ampere 10 mal so groß ist wie die Anzahl der absoluten Einheiten, so ergibt sich:

$$i = \frac{10 \cdot h \cdot r}{2\pi} \operatorname{tg} \alpha. \tag{38}$$

Ist also die Horizontalkomponente des Erdmagnetismus für einen Ort bekannt, so läßt sich aus ihr in Verbindung mit den Werten von  $r$  und  $\alpha$  die Stromstärke berechnen. Umgekehrt läßt sich mit Hilfe eines geeichten Strommessers die Horizontalkomponente bestimmen.

Wir betrachten nun weiter den Fall, wo der Pol  $m$  auf der Achse  $AA$  in einer beliebigen Entfernung vom Reifen liegt (Fig. 43). Ist dabei  $\alpha$  der Winkel, den die Verbindungslinie  $a$  des Poles und des Leiterelementes mit der Achse  $AA$  bildet, so ergibt sich:

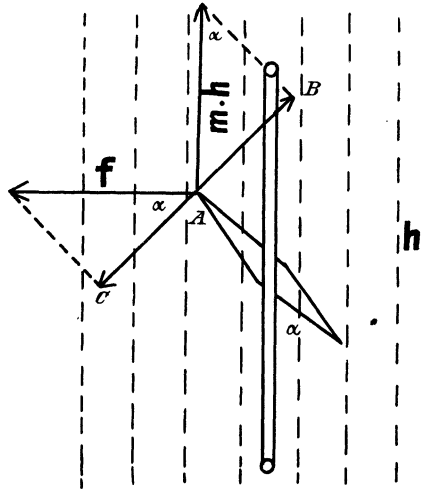


Fig. 42.

$$a = \frac{r}{\sin \alpha}.$$

Da das Leiterelement bei  $B$  senkrecht durch die Papierebene dringt, so schließt es einen rechten Winkel mit der in der Papierebene liegenden Verbindungslinie  $a$  ein. Wir erhalten also nach Gleichung (30), indem wir  $\sin \varphi = 1$  setzen:

$$df = \frac{m \cdot J \cdot dl}{a^2} = \frac{m \cdot J \cdot dl \cdot \sin^2 \alpha}{r^2}.$$

Diese Kraft wirkt senkrecht zu einer durch Leiterelement und Pol gelegten Ebene und möge also durch die Strecke  $CD$  gegeben sein. Davon kommt in Richtung der Achse  $AA$  nur die Komponente  $CE = df \cdot \sin \alpha$  zur Geltung. Summieren wir nun die von den einzelnen Leiterelementen

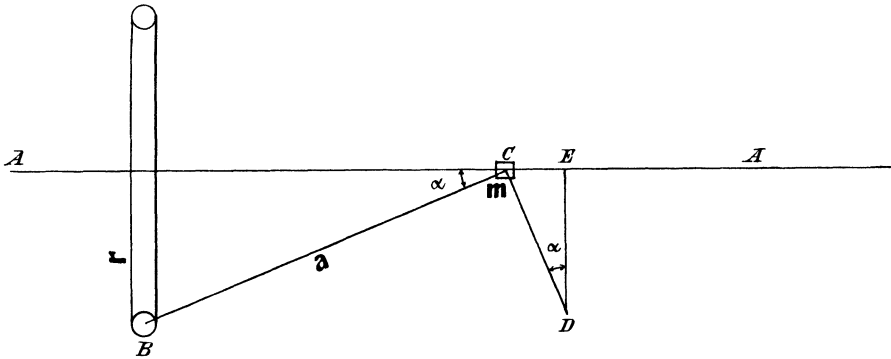


Fig. 43.

des ganzen Reifens ausgeübten Kräfte, so heben alle vertikalen Komponenten sich gegenseitig auf, während die horizontalen Komponenten sich addieren. Wir erhalten also die gesamte, auf den Pol  $m$  wirkende Kraft zu

$$f = \Sigma df \cdot \sin \alpha = \frac{m \cdot J \cdot \sin^3 \alpha}{r^2} \cdot \Sigma dl.$$

Da nun  $\Sigma dl$  wieder gleich  $2r\pi$  ist, so erhalten wir:

$$f = \frac{2\pi m \cdot J}{r} \cdot \sin^3 \alpha. \quad (39)$$

Die Feldstärke im Punkte  $C$ , wo sich der Pol befindet, ergibt sich nun als die Kraft, die dort auf den Pol 1 wirkt. Wir setzen also in Gleichung (39)  $m = 1$  und erhalten

$$H = \frac{2\pi \cdot J}{r} \cdot \sin^3 \alpha. \quad (40)$$

Diese Gleichung wird uns im folgenden Abschnitt wichtige Dienste leisten, wo es sich darum handelt, das magnetische Feld einer Spule zu berechnen.

### 27. Magnetische Wirkung einer Spule.

Die Kraftlinien zweier paralleler Leiter, die von gleichgerichteten Strömen durchflossen werden, setzen sich zu Kraftlinien zusammen, die beide Leiter umgeben. In Fig. 44a sind z. B. zwei Leiter gezeichnet, die die Papierebene vertikal durchdringen und in denen der Strom von unten nach oben fließt. Die Punkte in den Querschnitten der Leiter bedeuten

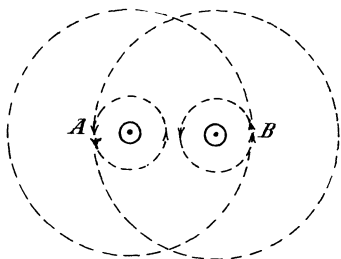


Fig. 44a.

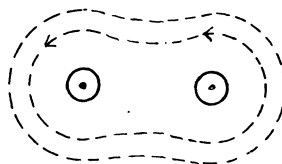


Fig. 44b.

also die Spitzen der Pfeile, die die Stromrichtung angeben. Zeichnen wir jetzt die Kraftlinien der Leiter, so finden wir, daß die Kraftlinien im Zwischenraum zwischen den Leitern entgegengesetzt verlaufen, sich also gegenseitig aufheben oder neutralisieren. Dagegen werden z. B. an den Punkten *A* und *B* die beiden von den einzelnen Leitern ausgeübten Kräfte sich addieren, die Kraftliniendichte wird dort also größer als bei einem einzelnen Leiter. Wir könnten nun die Richtung und Stärke des Feldes an jedem einzelnen Punkt berechnen, ziehen es aber vor, die Richtung des Feldes durch Eisenfeile zu bestimmen (Fig. 44b). Dadurch wird es deutlich, daß die Kraftlinien beide Leiter umgeben.

Winden wir jetzt die Drähte zu einer Spule, so dringen die Kraftlinien, wie im vorigen Abschnitt, durch die Ebenen der einzelnen Schleifen, vereinigen sich aber zu großen Kraftlinien, welche mehr oder weniger die ganze Spule durchdringen, im Innern der Spule wesentlich parallel zur Achse verlaufen und sich außen herum schließen. Die Kraft-

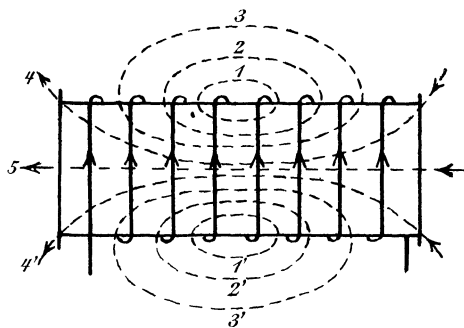


Fig. 45.

linien 1 und 1' in Fig. 45 sind dabei durch die beiden mittelsten Windungen geschaffen, die Kraftlinien 2 und 2' durch die 4 mittelsten Windungen,

die Kraftlinien 3 und 3' durch die 6 mittelsten Windungen, während die Kraftlinien 4, 4' und 5 durch die vereinigte Wirkung sämtlicher Windungen entstanden sind. Die stromdurchflossene Spule verhält sich also wie ein Magnet, dessen Kraftlinien ebenfalls nicht sämtlich aus der einen Stirnfläche austreten und in die andere Stirnfläche eintreten, sondern sich zum Teil schon an den Seitenflächen schliessen.

Die Pole des Solenoids, wie man eine stromdurchflossene Spule nennt, findet man nach der Ampere'schen Schwimmerregel. Man schwimmt in Richtung des Stromes und sieht nach einer im Innern befindlichen Magnetnadel. Der Nordpol derselben zeigt dann nach links und gibt damit die positive Richtung der Kraftlinien an. Der Nordpol des Solenoids liegt dann an derjenigen Stirnfläche, an welcher die Kraftlinien austreten, also in der Zeichnung an der linken Seite.

Wie man sieht, gehen sämtliche erzeugten Kraftlinien durch die Mitte der Spule, während durch die Stirnflächen nur ein Teil hindurch-

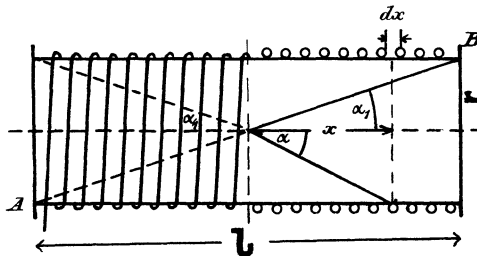


Fig. 46.

dringt. Die Feldstärke oder die Anzahl der Kraftlinien pro Quadratcentimeter im Innern der Spule nimmt also von den Stirnflächen aus nach der Mitte hin zu. Das ist auch der Grund, warum Eisen in stromdurchflossene Spulen hineingezogen wird. Das Eisen stellt sich nämlich im

magnetischen Felde immer so, dass es von einem Maximum der Kraftlinien durchflossen wird. Denken wir uns nun einen Eisenstab halb in die Spule hineinragen, so verlaufen die Kraftlinien durch das Eisen und werden dadurch außen zu einer längeren, ihnen unbequemen Bahn veranlasst. Die Folge ist, dass sie sich zusammenzuziehen suchen und dabei das Eisen in die Spule hineinziehen. Darauf beruhen die gebräuchlichen Konstruktionen der Galvanometer, Amperemeter und Voltmeter.

Um nun die Kraftliniendichte oder Feldstärke im Zentrum des Solenoids zu bestimmen, betrachten wir einen schmalen Streifen  $dx$  im Abstände  $x$  vom Zentrum (Fig. 46). Es bezeichne nun

- $J$  die Stromstärke im absoluten Mafs,
- $\xi$  die Anzahl der Windungen,
- $l$  die Länge der Spule in Centimetern,
- $r$  den Radius der Spule in Centimetern.

Dann entsprechen die  $\xi$  Windungen, die vom Strome  $J$  durchflossen werden, einem einzigen breiten Stromband von der Breite  $l$  und der Stromstärke  $\xi J$ . Der Strom, der in dem Streifen von der Breite  $dx$  fließt, ist also gleich  $\xi J \cdot \frac{dx}{l}$ .

Wir bringen nun den Pol 1 ins Zentrum der Spule und bestimmen die vom Stromstreifen  $dx$  auf ihn ausgeübte Kraft nach Gleichung (40). Dabei müssen wir für  $\mathbf{J}$  den Wert  $\xi \cdot \mathbf{J} \cdot \frac{dx}{l}$  einführen. Dann ergibt sich:

$$d\mathbf{H} = \frac{2\pi \xi \mathbf{J}}{r} \cdot \frac{dx}{l} \cdot \sin^3 \alpha.$$

Nun ist:

$$x = r \cdot \cot \alpha.$$

Also wird:

$$dx = -\frac{r}{\sin^2 \alpha} \cdot d\alpha.$$

Setzen wir diesen Wert in die Gleichung für  $d\mathbf{H}$  ein und integrieren zwischen den Grenzen  $\pi - \alpha_1$  und  $+\alpha_1$ , so erhalten wir:

$$\mathbf{H} = -\int_{\pi - \alpha_1}^{+\alpha_1} \frac{2\pi \cdot \xi \mathbf{J}}{l} \cdot \sin \alpha \cdot d\alpha = \frac{2\pi \cdot \xi \mathbf{J}}{l} \left[ \cos \alpha \right]_{\pi - \alpha_1}^{+\alpha_1}.$$

Setzen wir die Grenzen ein, so erhalten wir:

$$\mathbf{H} = \frac{2\pi \cdot \xi \mathbf{J}}{l} (\cos \alpha_1 + \cos \alpha_1) = \frac{4\pi \cdot \xi \mathbf{J}}{l} \cdot \cos \alpha_1.$$

Bezeichnen wir nun die Diagonale  $AB$  der Spule mit  $d$ , so ergibt sich:

$$l = d \cdot \cos \alpha_1.$$

Mit Einsetzung dieses Wertes in die Gleichung für  $\mathbf{H}$  erhalten wir:

$$\mathbf{H} = \frac{4\pi \cdot \xi \mathbf{J}}{d}. \quad (41)$$

Für lange Spulen können wir ohne Fehler  $d$  gleich  $l$  setzen und erhalten:

$$\mathbf{H} = \frac{4\pi \cdot \xi \mathbf{J}}{l}. \quad (42)$$

Setzen wir die Stromstärke in Ampere ein, so nimmt die Gleichung die Form an:

$$\mathbf{H} = \frac{0,4\pi \cdot \xi i}{l} = \frac{\xi i}{0,8l}. \quad (43)$$

Hätten wir den Pol 1 auf die Mitte der Stirnfläche gebracht, statt in das Zentrum der Spule, so hätten wir die Integration zwischen den Grenzen  $\pi/2$  und  $\alpha_1$  ausführen müssen (Fig. 47). Wir hätten dann erhalten:

$$\mathbf{H} = -\int_{\pi/2}^{\alpha_1} \frac{2\pi \cdot \xi \mathbf{J}}{l} \cdot \sin \alpha \cdot d\alpha = \frac{2\pi \cdot \xi \mathbf{J}}{l} \left[ \cos \alpha \right]_{\pi/2}^{\alpha_1}.$$

Durch Einsetzung der Grenzen erhalten wir dann:

$$\mathbf{H} = \frac{2\pi \cdot \xi \mathbf{J}}{l} \cdot \cos \alpha_1. \quad (44)$$

Ist die Spule wieder sehr lang, so wird  $\alpha_1$  sehr klein und  $\cos \alpha_1 = 1$ . Die Feldstärke an den Stirnflächen ist also halb so groß wie

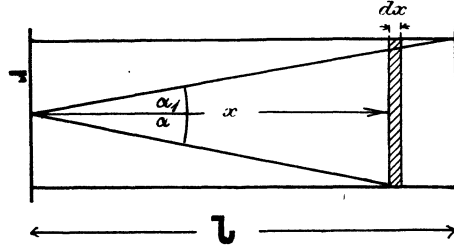


Fig. 47.

im Zentrum. Die Hälfte aller Kraftlinien geht demnach durch die Stirnfläche, während die Hälfte schon an der Mantelfläche austritt.

## 28. Die Magnetisierungskurven.

Die Anzahl der Kraftlinien pro Quadratcentimeter wird unter sonst gleichen Umständen außerordentlich vermehrt, wenn sich Eisen statt der Luft in der Spule befindet. Das Solenoid wird dadurch zum Elektromagneten. Man kann sich dabei vorstellen, daß die Kraftlinien, die in der Luft vorhanden sein würden, eine so viel größere Kraftlinienzahl im Eisen erzeugen oder induzieren. Man nennt daher die Kraftlinienzahl pro Quadratcentimeter in der Luft, die mit der Feldstärke  $H$  identisch ist, auch die magnetisierende Kraft. Dagegen nennt man die Kraftlinienzahl pro Quadratcentimeter im Eisen die magnetische Induktion und bezeichnet sie mit dem Buchstaben  $B$ . Dabei ist zu beachten, daß der Wert der Induktion  $B$  sowohl die im Eisen neugeschaffenen Kraftlinien umfaßt, als auch diejenigen, die etwa vor dem Hineinschieben des Eisens in der Luft vorhanden waren.

Die unter sonst gleichen Verhältnissen so viel größere Kraftlinienzahl im Eisen führt nun dazu, daß man dem Eisen eine viel größere magnetische Leitfähigkeit zuschreibt, als der Luft. Man bezeichnet dieselbe mit dem Buchstaben  $\mu$ . Die Leitfähigkeit  $\mu$  gibt also an, wie viel mal mehr Kraftlinien im Eisen entstehen, als unter sonst gleichen Verhältnissen in der Luft, oder wie viel mal besser das Eisen die Kraftlinien leitet, als es die Luft tut. Daraus folgt dann:

$$B = \mu \cdot H \quad (45)$$

oder

$$\mu = \frac{B}{H} \quad (46)$$

Für die Luft ergibt sich demnach die Leitfähigkeit 1, und es wird  $B = H$ .

Der Wert von  $\mu$  hängt nun zuerst von der Eisensorte ab. Bei

ausgeglühtem Ankerblech oder weichem Dynamogufsstahl kann  $\mu$  unter Umständen den Wert 3000 übersteigen. Außerdem ändert sich der Wert von  $\mu$  bei ein und derselben Eisensorte wesentlich mit dem Grade der Magnetisierung.

Die experimentelle Beobachtung erfolgt in der Weise, daß man mit einer Sekundärspule durch die im Eisen erzeugten Kraftlinien hindurchschneidet (Fig. 48). Dadurch wird in der Sekundärspule eine elektromotorische Kraft und ein Stromstoß geschaffen, der nun in einem sog. ballistischen Galvanometer  $G$  einen der geschnittenen Kraftlinienzahl entsprechenden Ausschlag hervorruft. Zu diesem Zwecke ist (Fig. 48) der zu untersuchende Eisenstab zweiteilig gemacht und durch die Löcher  $a$  und  $a_1$  des massiven eisernen Rahmens, sowie durch die magnetisierenden Spulen

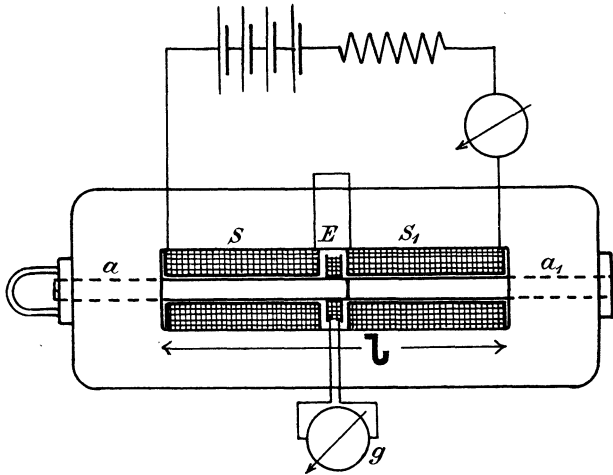


Fig. 48.

$S$  und  $S_1$  und durch die Sekundärspule  $E$  hindurchgesteckt. Durch die Spulen  $S$  und  $S_1$  wird ein Strom  $i$  geleitet und mit Hilfe der bekannten Windungszahlen und der Länge  $l$  des Eisenstabes der Wert

$$H = \frac{0,4\pi \cdot \xi i}{l} = \sim \frac{\xi i}{e,0l}$$

berechnet. Dabei ist für  $l$  nur der zwischen dem Rahmen oder Joch liegende Teil des Eisenstabes einzusetzen, da die Kraftlinien sich sofort nach Eintritt in das Joch nach beiden Seiten hin teilen. Der in den Löchern  $a$  und  $a_1$  befindliche Teil des Eisenstabes wird also überhaupt nicht von allen Kraftlinien durchflossen, und wird also ebenso vernachlässigt, wie der Weg der Kraftlinien durch das Joch selbst, das ebenfalls keinen erheblichen Widerstand für die Kraftlinien darstellt.

Zieht man nun die eine Hälfte des Eisenstabes heraus, so reißt gleichzeitig eine Feder die Sekundärspule aus dem Bereich der Kraftlinien



heraus. Die Sekundärspule schneidet dabei alle Kraftlinien, die im Eisen vorhanden waren, und dadurch wird nach Abschnitt 33 eine elektromotorische Kraft induziert, die einen Stromstoß und Ausschlag im Galvanometer hervorruft. Aus der Größe des Ausschlags läßt sich dann die Anzahl der Kraftlinien berechnen. Man verändert nun den magnetisierenden Strom und erhält auf diese Weise eine Reihe von zusammengehörigen Werten von  $H$  und  $B$ . So ergab die Untersuchung von Grusonstahl durch die physikalisch-technische Reichsanstalt folgende Werte (vgl. Fig. 49):

$H = 0,9$	$B = 1130$	$\mu = \frac{B}{H} 1260$
1,55	5200	3350
2,7	8160	3020
3,75	9480	2530
8,55	12440	1460
18,1	14510	800
34,5	15710	460
82,7	17150	210
145,3	18200	130.

Auffallend ist dabei die geringe Leitfähigkeit bei schwacher Magnetisierung. Auf kleine magnetisierende Kräfte reagieren also die Moleküle des Eisens nur wenig. Bei stärkerer Magnetisierung, also von  $B = 5000$  bis  $B = 9000$ , zeigt die Tabelle annähernd Proportionalität zwischen der magnetisierenden Kraft  $H$  und der Induktion  $B$ . Schließlich bewirkt eine noch weiter fortgesetzte Verstärkung des magnetisierenden Stromes kaum mehr eine Verstärkung der Kraftlinienzahl im Eisen, das Eisen ist, wie man sagt, gesättigt. Ein bestimmter Wert läßt sich allerdings für den Punkt, wo die Sättigung eintritt, nicht angeben.

Bei Schmiedeeisen liefs sich früher die Induktion bis auf 20000 Kraftlinien pro Quadratcentimeter treiben. Jetzt konstruiert man jedoch die Dynamomaschinen so, dafs sie mit noch größerer Sättigung des Eisens in den Zähnen des Ankers arbeiten. Deshalb ist neuerdings das Verhältnis von  $B$  und  $H$  bei sehr hoher Sättigung von Interesse geworden, und es ist darum im folgenden die Beziehung zwischen den Werten von  $B$  und  $H$  für grofse Sättigungen angegeben. Die Zusammenstellung ist aus der elektrotechnischen Zeitschrift vom Jahre 1901, Seite 769, entnommen:

$H$	$B$	$\mu$
100	18700	187
300	21300	71
500	22500	45
700	23100	33

Steigert man die magnetisierende Kraft noch mehr, so ist die Zunahme von  $B$  dauernd 2,5 mal so groß als die Zunahme von  $H$ . Annähernd ergibt sich dann aus Fig. 50 der Wert der Induktion  $B$  nach der Gleichung:

$$B = 21350 + 2,5 H.$$

Trägt man nun die Werte von  $H$  als Abscissen und die Werte von  $B$  als Ordinaten auf, so erhält man die sogenannten Magnetisierungskurven.

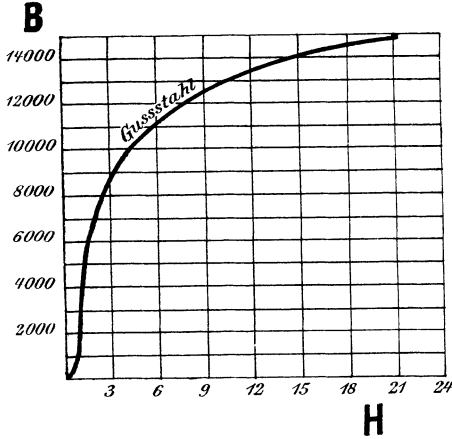


Fig. 49.

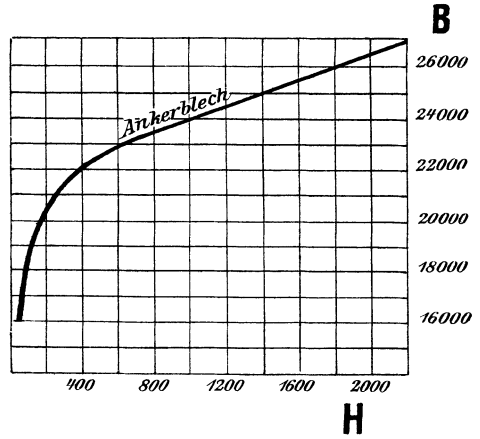


Fig. 50.

Fig. 49 zeigt die Magnetisierungskurve für Dynamogussstahl in ihrem unteren Verlauf, während Fig. 50 die Magnetisierungskurve für Ankerblech in

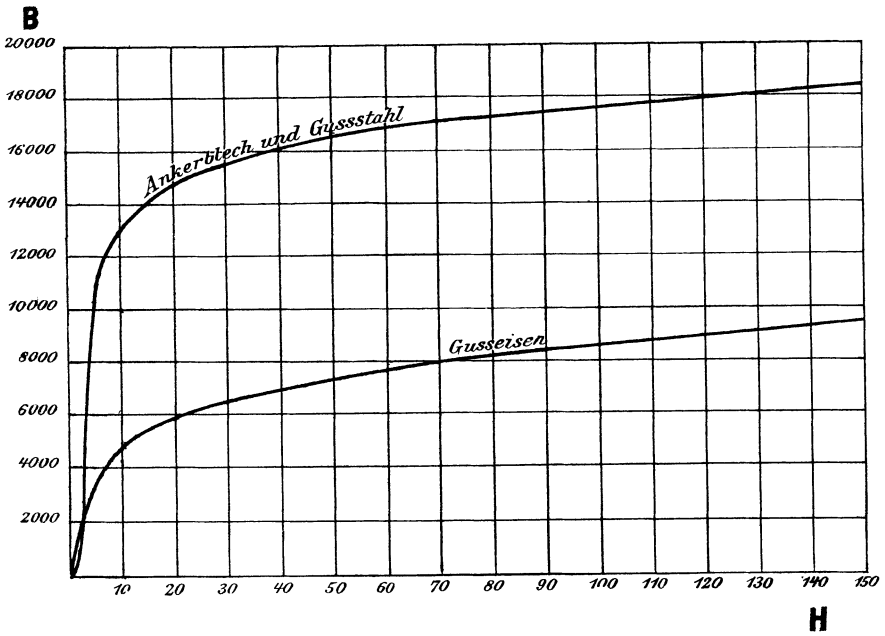


Fig. 51.

ihrem oberen Verlauf zeigt. Die letztere Kurve ist von dem Werte  $B = 23000$  an geradlinig.

Während nun Schmiedeeisen, Gufsstahl und Flufseisen für Induktionen unter dem Wert  $B = 14000$  sehr geringe magnetisierende Kräfte erfordern, verhält sich das Gufseisen sehr viel ungünstiger, wie aus Fig. 51 hervorgeht. Daher wird das Magnetgestell größerer Dynamomaschinen jetzt trotz des höheren Preises aus Dynamogufsstahl oder Flufseisen hergestellt.

Das Produkt  $\xi i$  faßt man nun unter dem griechischen Buchstaben  $X$  zusammen und nennt es die Amperewindungen. Die Größe  $\frac{\xi \cdot i}{l} = \frac{X}{l}$  stellt dann die Amperewindungen pro Centimeter oder die Amperewindungen dar, die nötig sind, um den Kraftlinienfluß  $B$  durch ein Centimeter des Eisens zu treiben. Dann ergibt sich aus Gleichung (43) die Beziehung:

$$\frac{X}{l} = \frac{\xi i}{l} = 0,8 H. \quad (47)$$

Wir erhalten also die pro Centimeter des Kraftlinienweges erforderlichen Amperewindungen, wenn wir den Wert von  $H$ , den wir aus der Magnetisierungskurve entnehmen, mit 0,8 multiplizieren. Für die Berechnung der Dynamomaschinen ist es nun von Vorteil, direkt die zu einer bestimmten Induktion  $B$  erforderlichen Amperewindungen pro Centimeter aus den Kurven ablesen zu können. Zu diesem Zwecke sind am Schlusse des Buches die entsprechenden Kurven gegeben, in welchen einfach als Abscisse nicht der zu  $B$  gehörige Wert von  $H$ , sondern der Wert  $\frac{X}{l} = 0,8 H$  aufgetragen ist. Diese Kurven sind aus Kapps Dynamomaschinen für Gleich- und Wechselstrom entnommen.

## 29. Das Ohm'sche Gesetz für Magnetismus.

Für einen geschlossenen magnetischen Kreis, z. B. für einen Eisenring, wird es gleichgültig sein, ob die Amperewindungen auf den ganzen Umfang verteilt sind oder ob sie, wie in Fig. 52, auf einen Teil des Umfangs zusammengedrängt sind. In beiden Fällen ergibt sich:

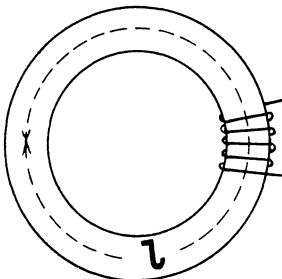


Fig. 52.

$$B = \mu \cdot H = \frac{\mu \cdot 0,4 \pi \cdot \xi \cdot i}{l}, \quad (48)$$

wobei  $l$  nun nicht mehr die Länge der Spule, sondern die mittlere Länge des Kraftlinienweges in Centimetern bedeutet.

Ist nun  $Q$  der Eisenquerschnitt in Quadratcentimetern, gemessen senkrecht zu den Kraftlinien, so wird die Gesamtzahl  $N$  der Kraftlinien gegeben sein durch die Gleichung:

$$N = B \cdot Q = \mu \cdot H \cdot Q = \mu \cdot 0,4\pi \cdot \frac{X}{l} \cdot Q$$

oder

$$N = \frac{X}{0,4\pi \cdot \mu \cdot Q} \quad (49)$$

Der gesamte Kraftlinienfluß, wenn wir ihn so nennen dürfen, ist also einerseits proportional den wirksamen Amperewindungen, andererseits ist er von der Länge, dem Querschnitt und dem Leitvermögen des Kraftlinienweges in ähnlicher Weise abhängig, wie der elektrische Strom von den betreffenden Werten des elektrischen Leiters. Vergleichen wir nämlich die beiden Werte:

$$c \cdot Q \cdot \frac{l}{q} \quad \text{und} \quad \frac{l}{0,4\pi \mu \cdot Q}$$

so ergibt sich eine völlig analoge Zusammensetzung derselben. Wir brauchen nur statt des spezifischen Widerstandes  $q$  den reziproken Wert, nämlich das spezifische Leitvermögen einzuführen. Die Formel für den elektrischen Widerstand lautet dann:

$$w = \frac{l}{c \cdot q}$$

Abgesehen vom Faktor  $0,4\pi$  stimmt also der Nenner in Gleichung (49) in seiner Form mit der Formel für den elektrischen Widerstand überein.

Diese Übereinstimmung wird noch deutlicher, wenn wir das Produkt  $0,4\pi \cdot \mu$  zusammenfassend als spezifisches, magnetisches Leitvermögen bezeichnen. Der magnetische Widerstand ist dann proportional der Länge des Kraftlinienweges und umgekehrt proportional dem spezifischen Leitvermögen und dem Querschnitt.

Eine ähnliche Analogie zwischen dem elektrischen Strom und dem Kraftlinienfluß ergibt sich auch, wenn wir den Zähler betrachten. Schon unsere Vorstellung sagt uns, daß wir die Amperewindungen, die den Kraftlinienfluß durch den ganzen magnetischen Widerstand treiben, mit der elektromotorischen Kraft vergleichen können, die den elektrischen Strom durch den ganzen Kreis treibt. Vielleicht wird das noch deutlicher, wenn wir die aus Gleichung (43) abgeleitete Beziehung

$$H \cdot l = 0,4\pi X$$

ins Auge fassen. Da der Wert von  $H$  die Kraft ist, die auf den Pol 1 wirkt, so stellt das Produkt  $H \cdot l$  die Arbeit dar, die aufgewendet werden muß, um in der Luft den Pol 1 entgegen den Kraftlinien längs des ganzen Weges  $l$  zu führen. Das ist aber dasselbe, was wir im Abschnitt 22 als die magnetische Potentialdifferenz kennen gelernt haben. Wir können also die Größe  $X$  als den magnetischen Druck oder als die magnetische Spannung auffassen. Indem wir sie mit einer elektromotorischen Kraft

vergleichen, nennen wir sie die magnetomotorische Kraft und erhalten so das Ohm'sche Gesetz für Magnetismus:

Der Kraftlinienfluß ist gleich der magnetomotorischen Kraft, dividiert durch den magnetischen Widerstand.

Obgleich nun das Ohm'sche Gesetz für Magnetismus von bahnbrechender Bedeutung für die Berechnung der Dynamomaschinen und Motoren geworden ist, so muß man doch im Auge behalten, daß jeder Vergleich hinkt und daß daher eine Zusammenstellung der elektrischen und magnetischen Verhältnisse nur in gewissem Sinne richtig ist. Zunächst bezeichnet man zwar die Gesamtzahl  $N$  der Kraftlinien als den Kraftlinienfluß, aber das ist nur ein bloßer Name, der den Vergleich mit dem elektrischen Strom etwas passender macht. Tatsächlich fließen die Kraftlinien nicht, sondern sie sind, nachdem sie einmal geschaffen sind, in Ruhe. Nun ist es ja allerdings mehr als zweifelhaft, ob denn auch die Vorstellung des Fließens der Elektrizität eine tatsächliche Berechtigung hat, so bequem man auch alle elektrischen Erscheinungen damit erklären kann. Dennoch aber bleibt der wichtige Unterschied, daß beim sogenannten elektrischen Strom eine Arbeit geleistet werden muß, um die Elektrizität durch den Widerstand des Leiters zu treiben, eine Arbeit, die sich dann in Joule'sche Wärme umsetzt. Dagegen erfordert die Aufrechterhaltung eines Kraftlinienfeldes oder die Aufrechterhaltung der magnetischen Induktion keine Arbeit. Der Effektverlust in der Magnetwicklung einer Dynamo ist z. B. nicht darauf zurückzuführen, daß ein bestimmter Betrag von Energie etwa in Magnetismus umgesetzt wird. Vielmehr setzt sich der in der Magnetwicklung der Dynamo verbrauchte Effekt direkt in Joule'sche Wärme um, die sich durch das Produkt  $i_m^2 \cdot w_m$  berechnet. Der Effektverbrauch wäre z. B. derselbe, wenn sich bei gleicher Stromstärke statt des Eisens Luft innerhalb der Spulen befände, wenn also außerordentlich wenig Kraftlinien erzeugt würden. Aus diesem Grunde ist es auch kein direkter Arbeitsverlust, wenn sich z. B. ein Teil der Kraftlinien einer Dynamomaschine am Anker vorbei durch die Luft schliefst.

Endlich aber muß darauf hingewiesen werden, daß der elektrische Widerstand in einfacher Weise von Länge und Querschnitt abhängig ist, während der magnetische Widerstand außerdem noch vom Sättigungsgrad des Eisens abhängt.

Ein Beispiel möge nun die Anwendung des Ohm'schen Gesetzes für Magnetismus auf die Berechnung von Dynamomaschinen zeigen. Der magnetische Kreis sei zusammengesetzt aus einzelnen Teilen von verschiedener Länge, verschiedenem Querschnitt und verschiedenem Material (Luft, Schmiedeeisen, Gufseisen). Außerdem soll ein Teil der Kraftlinien durch Streuung verloren gehen, d. h. einen Seitenweg durch die Luft einschlagen, so daß ein Teil des magnetischen Kreises eine größere Kraftlinienzahl führt, als die anderen Teile. Gesucht wird die Amperewindungszahl, die nötig ist, um die Kraftlinien durch den ganzen Kreis zu treiben.

Um die Aufgabe zu lösen, dividiert man die Gesamtkraftlinienzahl, die einen Teil des magnetischen Kreises durchfließt, durch den Querschnitt dieses Teiles. Man erhält so die magnetische Induktion oder die Anzahl der Kraftlinien pro Quadratcentimeter in diesem Teile.

$$B_1 = \frac{N_1}{Q_1}. \tag{50}$$

Dann sucht man sich aus der Magnetisierungskurve für das betreffende Material den entsprechenden Wert von  $H_1$ , d. h. die Kraftlinien pro Quadratcentimeter, die in der Luft vorhanden sein müßten, um im Eisen die betreffende Induktion  $B_1$  zu erzeugen. Leider stehen  $B$  und  $H$  nicht in einer einfachen Beziehung zu einander, weil ja, wie wir sahen, der Grad der Sättigung eine so große Rolle spielt, und man ist infolgedessen auf die empirischen Magnetisierungskurven angewiesen. Aus  $H_1$  ergibt sich nun nach Gleichung (47):

$$X_1 = 0,8 H_1 \cdot l_1, \tag{51}$$

wobei  $l_1$  die Länge des Kraftlinienweges in dem betreffenden Teile des magnetischen Kreises ist. Diese Rechnung führt man für alle Teile des magnetischen Kreises durch und erhält dann:

$$\Sigma X = X_1 + X_2 + X_3 \dots = 0,8 H_1 \cdot l_1 + 0,8 H_2 \cdot l_2 + 0,8 H_3 \cdot l_3 \dots \tag{52}$$

Sind in den Magnetisierungskurven direkt die Werte  $\frac{X}{l}$ , d. h. die Amperewindungen pro Centimeter als Abscissen aufgetragen, so wird die Rechnung für den Eisenweg einfacher, während für die Luft die Gleichung

$$X_l = 0,8 B_l \cdot l_l = 0,8 H_l \cdot l_l$$

bestehen bleibt. Dann ergibt sich:

$$\Sigma X = \left(\frac{X}{l}\right)_1 \cdot l_1 + \left(\frac{X}{l}\right)_2 \cdot l_2 \dots \dots + 0,8 H_l \cdot l_l.$$

Gegeben sei zum Beispiel das Eisengestell einer Dynamomaschine durch die Daten:

Ankerdurchmesser . . . . .	$D = 20$ cm,
Wellendurchmesser . . . . .	$d_w = 3$ „
Ankerlänge (in axialer Richtung) . . . . .	$b = 20$ „
Länge des Kraftlinienweges im Anker . . . . .	$l_a = 20$ „
Winkel der Polbohrung . . . . .	$\beta = 120^\circ$ ,
Abstand zwischen Anker- und Magneteisen . . . . .	$0,4$ cm,
Querschnitt der Magnetkerne und des Jochs . . . . .	$Q_m = 400$ qcm,
Länge des Kraftlinienweges in den Magneten . . . . .	$l_m = 110$ cm.

Der Anker sei aus schmiedeeisernen Blechen zusammengesetzt, die durch Seidenpapier voneinander isoliert sind, und der Raumverlust durch diese Papierisolation betrage  $15\%$ . Das Magnetgestell bestehe aus Guß-

eisen. Ein Teil der in den Magneten erzeugten Kraftlinien gehe durch Streuung verloren, und es bestehe zwischen den Kraftlinien  $N$  im Anker und den Kraftlinien  $N_m$  in den Magneten die Beziehung:

$$N_m = 1,2 \cdot N.$$

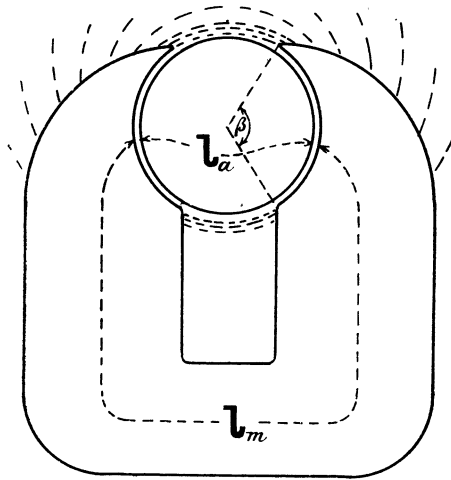


Fig. 53.

Gesucht werden die Amperewindungen, die erforderlich sind, wenn die Kraftlinienzahl im Anker  $N = 2,5 \cdot 10^6$  sein soll.

Der Weg einer Kraftlinie ist in Fig. 53 durch die geschlossene punktierte Kurve angegeben, und ebenso sind die Streulinien durch punktierte Kurven angedeutet. Der Querschnitt des Ankers senkrecht zur Kraftlinienrichtung ergibt sich nun, wenn wir die Differenz  $D - d_w$  mit der Ankerlänge  $b$  und außerdem wegen der Papierisolation mit 0,85 multiplizieren. Wir erhalten dann:

$$Q_a = b (D - d_w) \cdot 0,85 = \sim 290 \text{ qcm.}$$

$l_a$  ist gegeben zu 20 cm.

Der Querschnitt der Luft  $Q_l$  ergibt sich, wenn wir die Mantelfläche des Ankers mit  $\beta$  multiplizieren und durch 360 dividieren. Es ist selbstverständlich, daß nur die Fläche der Bohrung eines Poles als Luftquerschnitt einzusetzen ist. Es ergibt sich also:

$$Q_l = D \cdot \pi \cdot b \cdot \frac{\beta}{360} = \sim 420 \text{ qcm.}$$

Die Länge des Kraftlinienweges  $l_l$  in der Luft erhalten wir, wenn wir den Abstand des Ankereisens vom Magneteisen mit 2 multiplizieren, da ja die Kraftlinien beim Eintritt in den Anker und beim Austritt aus demselben die Luftstrecke passieren. Es ergibt sich also:

$$\begin{aligned} l_l &= 2 \cdot 0,4 = 0,8 \text{ cm,} \\ Q_m \text{ gegeben} &= 400 \text{ qcm,} \\ l_m \text{ „} &= 110 \text{ cm.} \end{aligned}$$

Ferner ergibt sich noch:

$$N_m = 1,2 N = 3 \cdot 10^6.$$

Stellen wir diese Resultate zusammen, so erhalten wir:

$$N = 2,5 \cdot 10^6, \quad Q_a = 290, \quad Q_l = 420, \quad N_m = 3 \cdot 10^6, \quad Q_m = 400, \\ l_a = 20, \quad l_l = 0,8, \quad l_m = 110.$$

Dann ergibt sich:

$$B_a = \frac{N}{Q_a} = 8600, \quad B_l = \frac{N}{Q_l} = 5960, \quad B_m = \frac{N_m}{Q_m} = 7500.$$

Aus der Magnetisierungskurve für Ankerblech, wie sie am Schlusse des Buches gegeben ist, ergibt sich dann für eine Induktion  $B_a = 8600$  eine Amperewindungszahl pro Zentimeter:

$$\left(\frac{X}{l}\right)_a = 2.$$

Das ist die Amperewindungszahl, die nötig ist, um den Kraftlinienfluß  $B_a$  durch ein Centimeter des Ankereisens zu treiben. Die ganzen für den Anker nötigen Amperewindungen ergeben sich also zu:

$$X_a = \left(\frac{X}{l}\right)_a \cdot l_a = 40.$$

Ebenso findet man aus der Magnetisierungskurve für Gußeisen zu einer Induktion  $B_m = 7500$  einen Wert:

$$\left(\frac{X}{l}\right)_m = 40.$$

Daraus folgt dann die Amperewindungszahl  $X_m$ , die den Kraftlinienfluß  $B_m$  durch das Magnetgestell längs des Weges  $l_m = 110$  cm treibt, zu:

$$X_m = \left(\frac{X}{l}\right)_m \cdot l_m = 40 \cdot 110 = 4400.$$

Die Amperewindungszahl  $X_l$  für die Luft folgt endlich aus der Formel:

$$X_l = 0,8 B_l \cdot l_l = 3820.$$

Dann ergibt sich:

$$\Sigma X = X_a + X_m + X_l = 8260.$$

Dabei ist es nun gleichgültig, ob z. B. 8260 Windungen à 1 Ampere oder 4130 Windungen à 2 Ampere auf den Magnetschenkeln liegen, vorausgesetzt, daß der Wirkungsgrad der Maschine vorläufig aufser Betracht bleibt. In vielen Fällen werden übrigens noch die Zähne des Ankers oder die Polkerne der Magnete besondere Teile des magnetischen Kreises bilden, für die die Amperewindungen dann ähnlich wie oben zu berechnen sind.

Das Ohm'sche Gesetz für Magnetismus gestattet es nun auch unter Umständen, die Streuung aus den Abmessungen der Maschine zu berechnen. Gerade diese Rechnung dient hier dazu, es deutlich zu machen, daß die Amperewindungen als magnetische Potentialdifferenz aufzufassen sind. Liegt an einer elektrischen Spannung eine Lampe und ein dazu parallel geschalteter Widerstand, so fließt ein Teil des Gesamtstromes durch die



Lampe, ein Teil durch die parallele Leitung. Besteht diese letztere aus einem mehr oder weniger starken Erdschluss, so ist der betreffende Teil des Stromes für den wirtschaftlichen Betrieb verloren. Ähnlich liegt an den Polköpfen einer Maschine ein magnetischer Druck, welcher einerseits den Kraftlinienfluss durch den Anker treibt, andererseits das Streufeld durch die Luft treibt. Dieser magnetische Druck berechnet sich aus  $X_a + X_z + X_l$ , wobei  $X_z$  die Amperewindungen bedeutet, die nötig sind, um den Kraftlinienfluss durch die Zähne des Ankers zu treiben.

Bei der in Fig. 54 gezeichneten mehrpoligen Wechselstrommaschine möge z. B. die Summe  $X_a + X_z + X_l = 6200$  sein. Dieser magnetische Druck liegt nun auch zugleich an dem Widerstand des Streufeldes zwischen den Polköpfen. Die Länge des Ankers betrage 30 cm in axialer Richtung. Die Breite der Polköpfe in radialer Richtung sei 2,5 cm und der Abstand der Polköpfe voneinander sei  $l_{s_1} = 6,5$  cm. Der Querschnitt des Streufeldes zwischen einem Nordpol und einem Südpol ist dann  $30 \cdot 2,5 = 75$  cm.

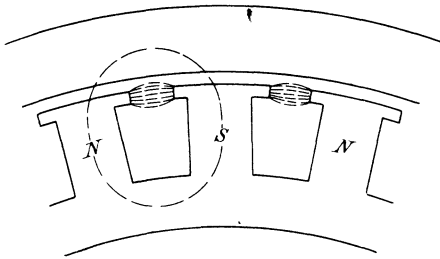


Fig. 54.

Da aber die von einem Nordpol ausgehenden Kraftlinien nach rechts und links hinüber zum Südpol verlaufen, so ist der Gesamtquerschnitt des Streufeldes vorläufig gleich  $2 \cdot 75 = 150$  qcm zu setzen. Nehmen wir aber an, dass sich der Querschnitt infolge der in Fig. 54 angedeuteten Aus-

breitung der Kraftlinien in der Mitte verdoppelt, so ergibt sich der mittlere Querschnitt des Streufeldes zwischen den Polköpfen zu:

$$Q_{s_1} = \frac{150 + 300}{2} = 225 \text{ qcm.}$$

Setzen wir jetzt die Werte  $Q_{s_1} = 225$  und  $l_{s_1} = 6,5$  in die Formel (49) ein und berücksichtigen wir, dass die Leitfähigkeit  $\mu$  der Luft gleich 1 wird, so erhalten wir den Streufuss  $N_{s_1}$  zu:

$$N_{s_1} = \frac{6200}{\frac{6,5}{0,4\pi \cdot 1 \cdot 225}} = 0,27 \cdot 10^6 \text{ Kraftlinien.}$$

Dasselbe Resultat hätte sich auch aus der Grundformel

$$H = \frac{0,4\pi \cdot \xi i}{l}$$

ergehen.

Zu der Streuung zwischen den Polköpfen addiert sich nun noch die Streuung zwischen den Seitenflächen der Magnetschenkel. Nehmen wir an, der Abstand der Seitenflächen sei im Mittel  $l_{s_2} = 10$  cm. Ferner sei die radiale Länge der Schenkel 16 cm. Bei einer Ankerlänge von 30 cm ist

dann der ganze Querschnitt für die Streulinien, die von den Seitenflächen eines Nordpoles nach links und rechts hin verlaufen:

$$Q_{s_2} = 2 \cdot 30 \cdot 16 = 960 \text{ qcm.}$$

Der magnetische Druck ist dabei an den Polköpfen gleich 6200 und am Joch gleich 0. Wir werden also für den magnetischen Druck  $X$  einen mittleren Wert, nämlich 3100, einführen und erhalten den Streufluß zwischen den Seitenflächen zu:

$$N_{s_2} = \frac{X}{l_{s_2}} = \frac{3100}{10} = 0,37 \cdot 10^6.$$

$$\frac{0,4 \pi \cdot Q_{s_2}}{0,4 \pi \cdot 960}$$

Der gesamte Streufluß ergibt sich also zu:

$$N_s = N_{s_1} + N_{s_2} = 0,27 \cdot 10^6 + 0,37 \cdot 10^6 = 0,64 \cdot 10^6.$$

Nehmen wir nun an, daß der durch den Anker tretende nutzbare Kraftlinienfluß  $N$  gleich  $3 \cdot 10^6$  ist, so führt das Joch die Kraftlinienzahl:

$$N_m = N + N_s = 3,64 \cdot 10^6,$$

und es ergibt sich ein Streungskoeffizient:

$$\sigma = \frac{N_m}{N} = \frac{3,64 \cdot 10^6}{3 \cdot 10^6} = 1,2.$$

### 30. Die Tragkraft eines Elektromagneten.

Wenn auch nach dem vorigen Abschnitt bei der Aufrechterhaltung eines Magnetfeldes keine Arbeit verbraucht wird, so findet doch bei der Bildung des Magnetfeldes ein Arbeitsverbrauch statt. Der Ring in Fig. 55 sei z. B. auf seinem ganzen Umfange mit  $\xi$  Windungen bewickelt, die rechts in Ansicht, links im Schnitt gezeichnet sind. Entsteht nun ein Strom in der Spule, so werden die einzelnen Kraftlinien sich zu großen Kraftlinien vereinigen, die durch den ganzen Ring fließen. Dabei schneiden sie durch die  $\xi$  inneren Drähte der Spule hindurch. Um die Arbeit zu berechnen, die dabei aufgewendet werden muß, denken wir uns einen geraden Leiter von der Länge  $l$ , der den Strom  $J$  führt, und der im Felde von der Stärke  $H$  senkrecht zu den Kraftlinien um die Strecke  $s$

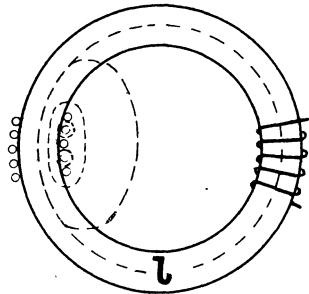


Fig. 55.

fortbewegt wird. (In Fig. 56 sind die Kraftlinien, die von vorne nach hinten in die Papierebene eintreten, durch Punkte angedeutet.) Die Bewegung geschehe in einer solchen Richtung, daß dabei die vom Leiter ausgeübte Kraft überwunden wird. Dann ergibt sich die geleistete Arbeit  $A$  in

Centimeterdyn oder Erg, wenn wir die Kraft in Dyn mit dem Weg in Centimetern multiplizieren. Wir erhalten also mit Benutzung der Gleichung (32):

$$A = f \cdot s = H \cdot J \cdot l \cdot s \text{ Erg.}$$

Nun ist  $l \cdot s$  die vom Leiter beschriebene Fläche in Quadratcentimetern. Da  $H$  die Kraftlinienzahl pro Quadratcentimeter ist, so ist  $H \cdot l \cdot s$  die vom Leiter geschnittene Kraftlinienzahl  $N$ , und wir erhalten:

$$A = H \cdot J \cdot l \cdot s = N \cdot J \text{ Erg.} \quad (53)$$

Wächst also der Strom  $J$  in dem in Fig. 55 dargestellten Falle um den Betrag  $dJ$ , so wächst damit die Kraftliniendichte im Ringe, gleich-

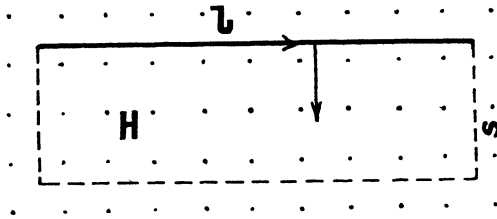


Fig. 56.

gültig, ob derselbe Eisen oder Luft enthält, um den Betrag  $dB$ , und die Gesamtzahl der neu erzeugten Kraftlinien ist  $dN = dB \cdot Q$ , wenn  $Q$  der Querschnitt des Ringes oder die Fläche einer Windung ist. Diese neu

erzeugten Kraftlinien schneiden durch  $\xi$  Drähte hindurch, die den Strom  $J$  führen. Demnach ergibt sich die dabei aufzuwendende Arbeit nach Gleichung (53) zu:

$$dA = \xi \cdot dN \cdot J = \xi \cdot dB \cdot Q \cdot J. \quad (54)$$

Besteht nun der Ring aus Holz oder einem anderen unmagnetischen Material, oder haben wir es mit einem Solenoid zu tun, das Luft im Innern enthält, so ergibt sich nach Gleichung (42), indem wir den Buchstaben  $H$  durch  $B$  ersetzen:

$$\xi J = \frac{B \cdot l}{4\pi}.$$

Setzen wir diesen Wert in die Gleichung für  $dA$  und summieren zwischen den Grenzen 0 und  $B$ , so erhalten wir:

$$A = \int_0^B dB \cdot \frac{Q \cdot B \cdot l}{4\pi} = \frac{Q \cdot l}{4\pi} \cdot \frac{B^2}{2} = \frac{B^2}{8\pi} \cdot Q \cdot l. \quad (55)$$

Diese Arbeit muß in Form von elektrischer Energie dem Solenoid zugeführt werden, wenn der Strom von 0 auf den Betrag  $J$  anwächst. Wir haben uns das so zu erklären, daß im Augenblick, wo der Strom geschlossen wird, die Stromstärke sich nicht nach dem einfachen Ohm'schen Gesetz berechnet, sondern daß ähnlich wie beim Akkumulator die Gleichung gilt:

$$e = E + i \cdot w,$$

wo  $w$  in unserem Falle der Widerstand der Spule ist.

Indem nämlich die Kraftlinien entstehen, induzieren sie, wie der 35. Abschnitt ergeben wird, eine elektromotorische Kraft  $E$ , die dem Strome entgegenwirkt, so daß sie von der Klemmspannung  $e$  überwunden werden muß. Multipliziert man dann die obige Gleichung mit  $i$ , so erhält man:

$$ei = E \cdot i + i^2 \cdot w.$$

In dieser Gleichung stellt  $i^2 \cdot w$  denjenigen Betrag der zugeführten Leistung dar, der in Joule'sche Wärme umgesetzt wird, während der Betrag  $Ei$  den zur Bildung des Kraftlinienfeldes erforderlichen Betrag darstellt, der dann als potentielle Energie in der Spule aufgespeichert ist. Es muß aber darauf hingewiesen werden, daß der Strom während des betrachteten Zeitraumes von 0 bis zu seinem konstanten Werte anwächst, und daß also die zuletzt angeführten Gleichungen sich nur auf einen Momentanwert des Stromes beziehen.

Wir gehen jetzt dazu über, das in Gleichung (55) gewonnene Resultat für die Berechnung der Tragkraft eines Elektromagneten zu verwenden. Zu dem Zwecke denken wir uns das ganze ringförmige Solenoid elastisch und weiten dasselbe dann von innen heraus auf, so daß aus der Länge  $l$  die Länge  $l_1$  wird. Gleichzeitig verstärken wir, ohne daß dabei in diesem Falle Kraftlinienschnitte entstehen, den Strom allmählich etwas, so daß trotz der allmählichen Vergrößerung des magnetischen Widerstandes die Kraftlinienzahl konstant bleibt. Dann ergibt sich die nach der Aufweitung in der Spule aufgespeicherte Arbeit nach Gleichung (55) zu:

$$A_1 = \frac{B^2}{8\pi} \cdot Q \cdot l_1.$$

Demnach müssen wir bei der Aufweitung eine mechanische Arbeit geleistet haben, die sich zu

$$A_1 - A = \frac{B^2}{8\pi} \cdot Q \cdot (l_1 - l)$$

berechnet. Da  $l_1 - l$  der Weg ist, längs dessen wir die Arbeit aufgewendet haben, so ist der Faktor  $\frac{B^2}{8\pi} \cdot Q$  die Kraft, die wir aufwenden mußten, oder umgekehrt, die Kraft, mit der die Kraftlinien sich einer Verlängerung widersetzen. Wir erhalten dieselbe also zu:

$$f = \frac{B^2}{8\pi} \cdot Q \text{ Dyn} \quad (56)$$

oder, wenn  $F$  die Kraft in Kilogramm bedeutet:

$$F = \frac{B^2 \cdot Q}{8\pi \cdot 981000} = 4 \cdot B^2 \cdot Q \cdot 10^{-8} \text{ kg.} \quad (57)$$

Dabei ist es gleichgültig, ob die Kraftlinien durch Luft oder Eisen verlaufen, so daß die Gleichung auch für einen Elektromagneten gilt.

Bei einem Hufeisenmagneten ist für  $Q$  der doppelte Einzelquerschnitt einzusetzen. Ist also der Einzelquerschnitt  $\frac{Q}{2} = 10$  qcm und die Induktion  $B = 18000$ , so ergibt sich:

$$F = 4 \cdot 18000^2 \cdot 2 \cdot 10 \cdot 10^{-8} = 260 \text{ kg.}$$

Unter Umständen wird jedoch die Tragkraft noch durch eine nützliche Streuung beträchtlich vermehrt.

### 31. Die Hysterisis.

Die Magnetisierungskurven werden aufgenommen, indem man vom unmagnetischen Zustand ausgeht und allmählich den magnetisierenden Strom verstärkt, wodurch die Werte der magnetisierenden Kraft  $H$  und der magnetischen Induktion  $B$  wachsen. Schwächt man nun nach Erreichung einer willkürlich gewählten höchsten Induktion  $B_{max}$  den Strom ab, so beobachtet man, daß die Werte der Induktion  $B$  für gleiche Werte der magnetisierenden Kraft  $H$  bei abfallendem Magnetismus höher sind als bei ansteigendem Magnetismus. Es ist also, als ob von der stärkeren Magnetisierung her ein Rest von Magnetismus im Eisen zurückgeblieben

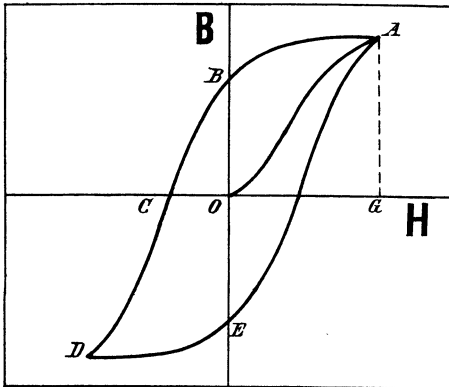


Fig. 57.

wäre, eine Erscheinung, die man als magnetische Hysterisis, d. h. als ein Zurückbleiben bezeichnet. Läßt man nun den Strom bis auf 0 abnehmen, so bleibt noch ein mehr oder weniger großer Rest von Magnetismus zurück, den man den remanenten Magnetismus nennt. Hysterisis und remanenter Magnetismus sind also in gewissem Sinne dasselbe. Wir haben nun schon früher die Erscheinungen der Hysterisis

und des remanenten Magnetismus darauf zurückgeführt, daß die Eisenmoleküle in ihrer Lage zu verharren suchen, also ihrer Richtung durch die magnetisierende Kraft einen mechanischen Widerstand entgegensetzen. Nachdem sie aber einmal gerichtet sind, suchen sie in ihrer neuen Lage zu verharren und widersetzen sich der Ummagnetisierung. Dementsprechend wird nach Umkehr des Stromes ein bestimmter Wert der magnetisierenden Kraft  $H$  nötig sein, um überhaupt den remanenten Magnetismus zu vernichten. Bei weiterer Verstärkung des Stromes in um-

gekehrter Richtung wird dann erst eine Induktion  $B$  erzeugt, die der früheren Induktion entgegengesetzt ist.

In Fig. 57 ist nun wieder als Abscisse  $H = \frac{0,4\pi\xi i}{l}$  aufgetragen, während die Werte der Induktion  $B$  die Ordinaten sind. Die Ordinaten der Kurve  $OA$  geben uns die magnetische Induktion als Funktion der magnetisierenden Kraft, wenn die Magnetisierung von 0 bis zum Maximum  $AG$  ansteigt. Es ist das die gewöhnliche Magnetisierungskurve. Die Ordinaten der Kurve  $AB$  stellen dagegen die Induktion dar, wenn die magnetisierende Kraft vom Maximum  $OG$  bis auf 0 abnimmt. Die Ordinate  $OB$  ist dann die Kraftliniendichte des remanenten Magnetismus. Nach Umkehr des Stromes wird nun erst der remanente Magnetismus zerstört, und um ihn auf 0 zu bringen, ist die magnetisierende Kraft  $OC$  nötig. Man nennt diesen Wert  $OC$  die Koerzitivkraft des Eisens. Im weiteren Verlauf entspricht die Kurve  $CD$  wieder der ansteigenden Magnetisierung, die Kurve  $DE$  der abfallenden Magnetisierung und  $OE$  dem remanenten Magnetismus etc. Für den früher erwähnten Grusonstahl ergaben sich z. B. bei der Untersuchung durch die physikalisch-technische Reichsanstalt folgende Werte:

Abnehmende Induktion		Ansteigende Induktion	
$H$	$B$	$H$	$B$
145,3	18250	— 2,2	— 6240
62,7	16800	— 5,9	— 11060
24,2	15590	— 11,9	— 13460
3,2	13080	— 34,2	— 15710
0	10200	— 61,6	— 16680
— 1,25	6110	— 145,3	— 18250.
— 1,5	0		

Für den remanenten Magnetismus erhalten wir aus obiger Tabelle den Wert  $B = 10200$  und für die Koerzitivkraft den Wert 1,5. Beide Werte sind von dem willkürlich gewählten Wert von  $B_{max}$  abhängig, wiewohl die Unterschiede sehr gering werden, wenn man überhaupt bis zu starker Sättigung magnetisiert.

Trägt man jetzt die Werte der obigen Tabelle in ein Koordinatensystem ein und mißt man die Abscissen im Maßstab von  $H$  und die Ordinaten im Maßstab von  $B$ , so ergibt sich die von den beiden symmetrischen Ästen eingeschlossene Fläche zu 170000. Es läßt sich zeigen, daß diese Fläche in bestimmter Beziehung zu der bei einer vollen Periode durch die Reibung der Eisenmoleküle verbrauchten Leistung steht. Im vorigen Abschnitt ergab sich nämlich, wenn die Induktion  $B$  um den Betrag  $dB$  wächst, daß dann die dabei aufzuwendende Arbeit sich nach Gleichung (54) zu

$$dA = \xi \cdot dB \cdot Q \cdot J \text{ Erg}$$

berechnet. Nehmen wir nun an, der besprochene Ring bestehe aus Eisen, und setzen wir nach Gleichung (42)

$$\xi \cdot J = \frac{H \cdot l}{4\pi},$$

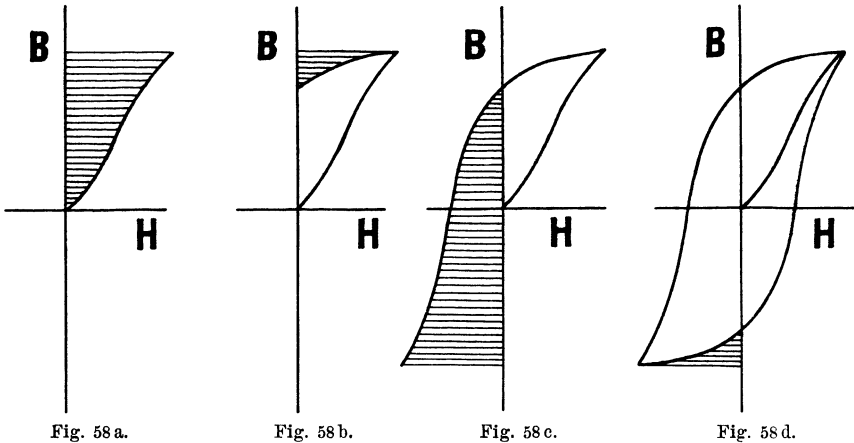
so erhalten wir:

$$dA = \frac{H \cdot dB \cdot Q \cdot l}{4\pi} \text{ Erg.}$$

Für  $Q \cdot l$  setzen wir das Volumen  $V$  des Eisenringes in Kubikcentimetern. Wir dividieren dann durch  $V$  und berechnen die Arbeit pro Kubikcentimeter, die bei einer Magnetisierung bis zur Induktion  $B$  verbraucht wird, indem wir zwischen den Grenzen 0 und  $B$  summieren. Wir erhalten dadurch:

$$\frac{A}{V} = \frac{\int_0^B H \cdot dB}{4\pi} = \frac{1}{4\pi} \int_0^B H \cdot dB. \quad (58)$$

Nun ist  $H \cdot dB$  allgemein ein schmaler Flächenstreifen in Fig. 58 a und  $\int H \cdot dB$  die ganze schraffierte Fläche in derselben Figur. Wir er-



halten also die bei der Magnetisierung aufgewendete Arbeit, wenn wir die schraffierte Fläche in Fig. 58 a durch  $4\pi$  dividieren. Verschwinden jetzt die Kraftlinien, d. h. wird  $dB$  negativ, so wird auch die Arbeit negativ, und wir erhalten einen Teil der verbrauchten Arbeit wieder. Derselbe ist durch die schraffierte Fläche in Fig. 58 b gegeben. Wenn man jetzt den Strom umkehrt, so wird auch die magnetisierende Kraft  $H$  negativ, und die Produkte  $H \cdot dB$  werden wieder positiv. Die während dieses Zeitraumes verbrauchte Arbeit entspricht der schraffierten Fläche in Fig. 58 c. Von dieser Arbeit wird der in Fig. 58 d schraffierte Teil bei abnehmender Magnetisierung wiedergewonnen.

Das Resultat aus der Summierung der positiven und negativen Arbeit ist dann, daß nach Gleichung (58) die pro Periode und pro ccm Eisen

verbrauchte Arbeit in Erg gegeben ist durch den  $4\pi$ ten Teil der Hysterisisfläche. Für den erwähnten Grusonstahl war die Fläche gleich 170 000, demnach ergibt sich pro Kubikcentimeter und pro Periode ein Verlust:

$$\frac{A}{V} = \frac{\Sigma H \cdot dB}{4\pi} = \frac{170\,000}{12,5} = 13\,600 \text{ Erg pro Kubikcentimeter.}$$

Wiewohl nun die Messung des Arbeitsverlustes vermittelt der Ausmessung der Hysterisisfläche von großer Wichtigkeit für das Verständnis der Hysterisis ist, so wird man doch in der Praxis von dieser Methode absehen müssen, weil die experimentelle Ermittlung der Hysterisisfläche mit Hilfe des ballistischen Galvanometers sehr zeitraubend ist, und weil man es sich zur Regel gemacht hat, die Eisensorten unter den Verhältnissen zu untersuchen, unter welchen sie der Ummagnetisierung beim Betriebe unterworfen sind. Man führt also die Ummagnetisierung durch einen Wechselstrom herbei und mißt die dabei verbrauchte Leistung durch ein Wattmeter, in welchem die elektrodynamische Wirkung einer vom Strom durchflossenen Spule auf eine an die Spannung angeschlossene Spule einen Ausschlag hervorruft und dadurch die Anzahl der Watt mißt. Unter der Voraussetzung, daß der Wattverbrauch allein durch Hysterisis verursacht ist, läßt sich aus dem so gemessenen Arbeitsverlust bei einer bestimmten Induktion  $B_{max}$  nun der Arbeitsverlust bei einer anderen maximalen Induktion mit Hilfe einer experimentell bestimmten Steinmetz'schen Formel ableiten. Nach dieser ist der Arbeitsverlust für  $V$  ccm pro Periode gegeben durch die Formel:

$$A = \eta_h \cdot B_{max}^{1,6} \cdot V \text{ Erg,} \quad (59)$$

wo  $\eta_h$  ein Koeffizient ist, der sich tatsächlich für ein und dieselbe Eisensorte unter den verschiedensten Versuchsbedingungen als wesentlich konstant ergeben hat. Er liegt bei den gebräuchlichen Eisensorten zwischen 0,001 bis 0,004. Für den obigen Grusonstahl ergibt sich z. B. mit Benutzung des Wertes  $B_{max} = 18250$  und des oben aus der Hysterisisfläche berechneten Wertes  $A/V = 13600$ :

$$\eta_h = \frac{A}{V \cdot B_{max}^{1,6}} = \frac{13\,600}{18\,250^{1,6}} = 0,0028.$$

Dieser Wert hat übrigens in unserem Falle kaum ein Interesse, weil die Hysterisis nur bei Wechselstrom eine Rolle spielt und man für Wechselstrommaschinen und Apparate kein massives Eisen verwenden kann.

Die Steinmetz'sche Formel gestattet nun, wenn der Wert von  $\eta_h$  bekannt ist, in einfacher Weise den Wattverlust durch Hysterisis zu berechnen. Bedeutet  $G$  das Eisengewicht in Kilogramm und wird das spezifische Gewicht des Eisens gleich 7,7 gesetzt, so ergibt sich:

$$V = \frac{G \cdot 1000}{7,7}.$$



Demnach erhalten wir die bei  $\sim$  Perioden pro Sekunde<sup>1)</sup> aufgewendete Leistung zu:

$$\eta_h \cdot B_{max}^{1,6} \cdot \frac{G \cdot 1000}{7,7} \cdot \sim \text{Erg pro Sekunde.}$$

Nun ist nach Abschnitt 41

$$1 \text{ Erg} = 1 \text{ cmdyn} = \frac{1}{100} \cdot \frac{1}{981\,000} \text{ mkg},$$

also

$$1 \frac{\text{Erg}}{\text{sek.}} = \frac{1}{9,81 \cdot 10^7} \frac{\text{mkg}}{\text{sek.}} = \frac{1}{10^7} \text{ Watt.}$$

Die obige Leistung in Erg pro Sekunde haben wir also noch durch  $10^7$  zu dividieren und erhalten den Effektverlust in Watt zu:

$$P_h = \frac{\eta_h \cdot B_{max}^{1,6} \cdot G \cdot \sim \cdot 10^{-4}}{7,7} \text{ Watt.} \quad (60)$$

Ist z. B.  $\eta_h = 0,002$ ,  $G = 100 \text{ kg}$ ,  $\sim = 50$  und  $B_{max} = 7000$ , so erhalten wir:

$$P_h = \frac{0,002 \cdot 7000^{1,6} \cdot 100 \cdot 50 \cdot 10^{-4}}{7,7} = 184 \text{ Watt.}$$

Neuerdings kommt man allerdings von der Rechnung mit dem Steinmetz'schen Koeffizienten  $\eta_h$  mehr ab. Wenn man nämlich den Forderungen der Praxis Rechnung trägt und den Hysteresisverlust mittels eines Wechselstromes bestimmt, so tritt die neue Schwierigkeit auf, daß dann zugleich andere Verluste, nämlich durch Foucaultströme, mitgemessen werden. Man ist daher übereingekommen, als Verlustziffer des Eisens den gesamten Wattverbrauch pro Kilo Eisen bei 50 Perioden und einer Induktion von 10000 anzugeben. Diese Verlustziffer beträgt bei den gebräuchlichen Eisenblechen etwa 4 Watt pro Kilo Eisen.

### 32. Die Ampere'schen Regeln über dynamische Wirkungen paralleler Ströme.

In Fig. 59 ist der Fall gezeichnet, wo zwei parallele Stromleiter von gleichgerichteten Strömen durchflossen werden. Wenn wir dann von  $A$  und  $B$  aus auf die Leiter blicken, so sehen wir den Schaft des Pfeiles, was in der Zeichnung des Drahtquerschnittes durch ein Kreuz angedeutet ist. Die durch die Ströme erzeugten Kraftlinien setzen sich nun, wie wir schon in Abschnitt 27 sahen, zu großen Kraftlinien zusammen, welche beide Leiter umgeben. Wir haben nun die Kraftlinien früher mit einem

<sup>1)</sup> Zur Bezeichnung der Periodenzahl pro Sekunde verwendet man häufig das von der Form der Sinuskurve hergenommene Zeichen  $\sim$  (sprich per).

gespannten Gummiband verglichen, das sich zusammenzuziehen sucht, und wir haben auch in einem besonderen Falle die Kraft berechnet, mit der die Kraftlinien sich einer Verlängerung widersetzen. Demnach werden auch im obigen Falle die Kraftlinien sich zusammenziehen und dabei die beiden Leiter einander nähern. Das wird um so mehr der Fall sein, als die Kraftlinien im Zwischenraum zwischen den Leitern entgegengesetzte Richtung haben, demnach innerhalb der Leiter die Feldstärke gleich Null ist. Wir kommen also zu dem Resultate: Parallele Leiter ziehen einander an, wenn sie von gleichgerichteten Strömen durchflossen werden.

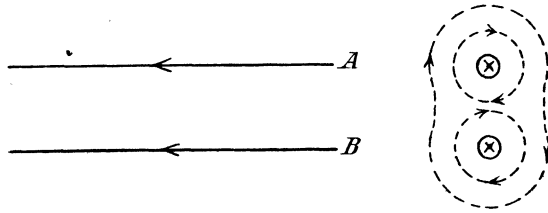


Fig. 59.

Sind dagegen die Ströme in den beiden Leitern einander entgegengesetzt (Fig. 60), so sehen wir von *A* aus die Spitze, von *B* aus den Schaft des Strompfeiles. Zeichnen wir nun die Kraftlinien rings um den Querschnitt des Leiters, so zeigt sich, daß die von den beiden Leitern

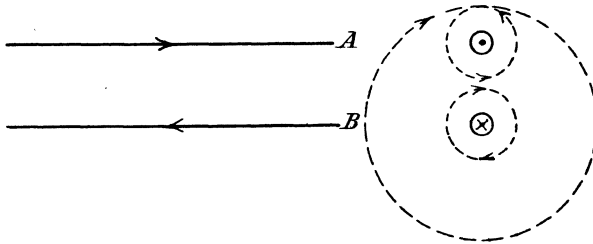


Fig. 60.

erzeugten Kraftlinien sich innen addieren, weil sie gleichgerichtet sind, daß sie sich aber außen aufheben. Die Kraftlinien innen suchen sich nun möglichst viel Platz zu schaffen, stoßen sich gegenseitig ab und dabei drängen sie die beiden Leiter auseinander. Parallele Leiter stoßen also einander ab, wenn sie von entgegengesetzt gerichteten Strömen durchflossen werden.

Die Anwendung dieser dynamischen Wirkung auf die Konstruktion der Wattmeter ist schon im vorigen Abschnitt besprochen worden. In ähnlicher Weise wird die dynamische Wirkung paralleler Ströme zur Messung der Stromstärke bzw. der Spannung benutzt (Dynamometer).

### 33. Die elektromotorische Kraft der Induktion.

Ein zu den Kraftlinien senkrechter Leiter von der Länge  $l$  werde durch das Kraftlinienfeld von der Stärke  $H$  senkrecht zu seiner eigenen Richtung und senkrecht zu den Kraftlinien bewegt (Fig. 61). Die Geschwindigkeit sei eine gleichförmige, und zwar möge in der Zeit  $dt$  eine Strecke  $ds$  zurückgelegt werden. Dann ergibt sich die Geschwindigkeit  $v$  zu:

$$v = \frac{ds}{dt} \frac{\text{cm}}{\text{sek.}}$$

Die Kraftlinien mögen senkrecht zur Papierebene von vorne nach hinten verlaufen, sind also durch die Punkte angedeutet. Der Leiter  $l$  werde an den in der Papierebene liegenden metallischen Gleitschienen  $a$  und  $b$  herunter bewegt. Dann ergibt der Versuch, daß während der Zeit der Bewegung eine elektromotorische Kraft in dem Leiter induziert wird. Dieselbe dauert nur so lange, wie die Bewegung währt, und erzeugt, falls die Schienen unten metallisch verbunden sind, einen Strom, dessen Richtung durch den punktierten Pfeil angedeutet ist. Während der Zeit  $dt$  wird dabei eine elektrische Arbeit geleistet, die sich nach Abschnitt 10

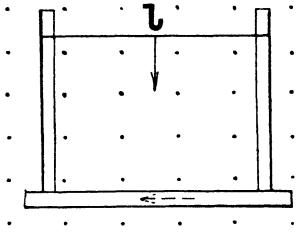


Fig. 61.

durch das Produkt aus elektromotorischer Kraft mal Stromstärke mal Zeit berechnet. Indem wir vorläufig von der früher gewählten Einheit der elektromotorischen Kraft absehen, setzen wir fest, daß die Stromstärke im absoluten Maß und die Arbeit in Centimeterdyn oder Erg gemessen werden soll. Wir erhalten also:

$$dA = EJ dt,$$

wo  $E$  die elektromotorische Kraft in einem noch näher zu definierenden Maß ist. Der erzeugte Strom  $J$  und das Magnetfeld  $H$  werden nun nach Biot-Savart aufeinander eine Kraft

$$f = H \cdot J \cdot l$$

ausüben, und zwar wird diese Kraft nach dem Gesetz von der Erhaltung der Arbeit der Bewegung des Leiters entgegenwirken. Es ist eine von Lenz aufgestellte Regel, daß der durch Bewegung induzierte Strom die Bewegung hindert. Indem also die Kraft, mit der der Stromleiter sich der Bewegung widersetzt, mechanisch längs des Weges  $ds$  überwunden wird, wird eine mechanische Arbeit geleistet. Diese berechnet sich durch das Produkt aus Kraft mal Weg und setzt sich um in die gleiche elektrische Arbeit. Durch Gleichsetzung der mechanischen und elektrischen Arbeit erhalten wir:

$$f \cdot ds = H \cdot J \cdot l \cdot ds = E \cdot J \cdot dt.$$

Daraus folgt:

$$E = H \cdot l \cdot \frac{ds}{dt} = H \cdot l \cdot v. \quad (61)$$

Die elektromotorische Kraft, die durch Bewegung eines Leiters im magnetischen Feld induziert wird, ist also proportional der Feldstärke, der Länge des Leiters und der Geschwindigkeit der Bewegung. Aus Gleichung (61) ergibt sich nun auch die absolute Einheit der elektromotorischen Kraft. Ist in Gleichung (61)  $H = 1$ ,  $l = 1$ , und  $v = 1$ , so wird auch  $E = 1$ . Die absolute Einheit der elektromotorischen Kraft wird also induziert, wenn ein Leiter von der Länge 1 cm mit der Geschwindigkeit 1 cm pro Sekunde senkrecht durch das Feld von der Stärke 1 hindurchbewegt wird. Liegen also z. B. auf dem Anker einer Wechselstrommaschine gleichzeitig 400 Drähte von der Länge 30 cm gerade vor den Polen und ist die Feldstärke dort 5000, so ergibt sich bei einer Umfangsgeschwindigkeit von 20 m pro Sekunde = 2000 cm/sek. eine elektromotorische Kraft

$$E = 5000 \cdot 30 \cdot 400 \cdot 2000 = 1200 \cdot 10^8 \text{ absolute Einheiten.}$$

Für die Praxis ist die absolute Einheit viel zu klein, und man faßt daher  $10^8$  absolute Einheiten zusammen und nennt sie ein Volt. Dies ist die praktische Einheit der Spannung, die im zweiten Abschnitt schon eingeführt wurde, die aber damals nicht genau definiert werden konnte. Bezeichnet also  $E$  die elektromotorische Kraft in Volt, so ergibt sich:

$$E = H \cdot l \cdot v \cdot 10^{-8}. \quad (62)$$

Im obigen Beispiel würden also in dem betreffenden Augenblick 1200 Volt induziert.

Bildet nun der Leiter mit den Kraftlinien den Winkel  $\varphi$ , so ergibt sich nach Gleichung (31):

$$E = H \cdot l \cdot v \cdot \sin \varphi \cdot 10^{-8}. \quad (63)$$

Erfolgt ferner die Bewegung nicht senkrecht zu den Kraftlinien, sondern schräge, so ist für  $v$  die senkrechte Komponente der Geschwindigkeit einzusetzen.

Die bisher aufgestellten Formeln lassen sich nun noch vereinfachen. Das Produkt  $l \cdot ds$  in Gleichung (61) stellt die vom Leiter beschriebene Fläche und das Produkt  $H \cdot l \cdot ds$  die vom Leiter  $l$  geschnittene Kraftlinienzahl  $dN$  dar. Wir schreiben dabei  $dN$ , weil es sich um eine unendlich kleine Strecke  $ds$  handelt, in welcher demgemäß auch die unendlich kleine Kraftlinienzahl  $dN$  geschnitten wird. Dann ergibt sich für einen einzelnen Leiter aus Gleichung (61):

$$E = \frac{dN}{dt}. \quad (64)$$

Die elektromotorische Kraft im absoluten Mafß wird also gefunden, wenn man die Kraftlinienschnitte dividiert durch die Zeit, in welcher sie geschehen. Sie ist also definiert als das Verhältniß der Kraftlinienschnitte zur Zeit.

Elektromotorische Kraft im absoluten Mafß =  $\frac{\text{Kraftlinienschnitte}}{\text{Zeit}}$   
oder

$$E = \frac{\text{Kraftlinienschnitte}}{\text{Zeit}} \cdot 10^{-8} \text{ Volt.} \quad (65)$$

Diese Formel hat den großen Vorteil, daß sie auch für mehrere hintereinander geschaltete Leiter oder für schrägen Kraftlinienschnitt gilt.

Die absolute Einheit der elektromotorischen Kraft wird also induziert, wenn eine Kraftlinie pro Sekunde geschnitten wird. Ein Volt wird dagegen induziert, wenn  $10^8$  Kraftlinien pro Sekunde geschnitten werden.

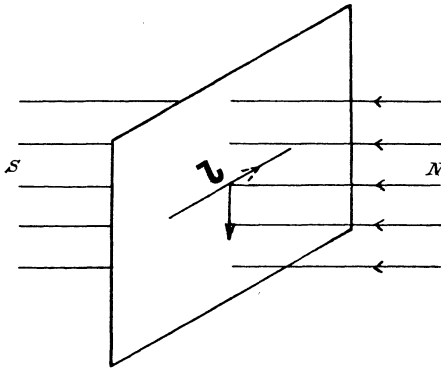


Fig. 62.

Die Richtung der induzierten elektromotorischen Kraft ergibt sich nun aus der Faraday'schen Schwimmregel: Schwimmt man in Richtung der Kraftlinien, also vom Nordpol zum Südpol, und sieht nach der Bewegungsrichtung des Leiters, so wirkt die induzierte elektromotorische Kraft nach rechts. In Fig. 62 mögen z. B. die Kraftlinien von rechts aus senkrecht in die vertikale Ebene eintreten. In derselben werde

der horizontale Leiter  $l$  von oben nach unten bewegt. Schwimmen wir also von rechts nach links mit dem Gesicht nach unten, so zeigt der ausgestreckte rechte Arm die Richtung der elektromotorischen Kraft oder des Stromes an. Dieselbe ist durch den punktierten Pfeil angedeutet.

Die Richtigkeit und Notwendigkeit dieser Stromrichtung erhellt aus der Übereinstimmung der Faraday'schen Schwimmregel mit der Ampere'schen Schwimmregel. Denken wir uns nach Ampere im erzeugten Strome schwimmend, also von vorne nach hinten, und sehen nach dem Nordpol, wo die Kraftlinien herkommen, also nach rechts, so würde sich der Nordpol nach unserer linken Hand, also nach unten bewegen. Steht er fest, so weicht der Leiter nach unserer rechten Hand hin aus, also nach oben. Der Leiter sucht also, wie das Gesetz von der Erhaltung der Arbeit oder das Lenz'sche Gesetz es fordert, der Bewegung entgegenzuwirken, und die von uns angegebene Stromrichtung ist also die richtige.

Wir können diese Regel nun sofort auf den Anker von Dynamomaschinen anwenden. In Fig. 63 sei ein eiserner Hohlzylinder oder Anker

mit einer geschlossenen Kupferwicklung versehen und werde in Richtung des Pfeiles zwischen den Polen  $N$  und  $S$  eines Elektromagneten gedreht. Die Kraftlinien verlaufen vom Nordpol aus rechts und links durch das Ankereisen zum Südpol, so daß der innere Hohlraum fast frei von Kraftlinien ist. Infolgedessen erfolgen Kraftlinienschnitte nur an der äußeren Mantelfläche. Die Anwendung der Faraday'schen Schwimmerregel ergibt dann, daß die induzierte elektromotorische Kraft in den Drähten vor dem Nordpol in unserem Falle von vorne nach hinten gerichtet ist. In den Drähten vor dem Südpol ist sie von hinten nach vorne gerichtet. Denken wir uns, daß ein Strom zustande kommt, so fließt derselbe bei der gegebenen Drehungsrichtung des Ankers auf der vorderen Stirnfläche vom Südpol weg und auf den Nordpol zu.

Das ist durch die punktierten Pfeile angedeutet. Man sieht, daß der Strom auf der oberen und unteren Ankerhälfte nach rechts auf die Mitte zwischen den beiden Polen zufließt. Hier treffen also die beiden Ströme aufeinander und fließen gemeinsam durch die positive Bürste ins äußere Netz. Der Einfachheit wegen ist dabei angenommen, daß die Bürsten auf der außen blank gedachten Kupferwicklung schleifen. An der negativen Bürste fließt der Strom dann in die Maschine zurück,

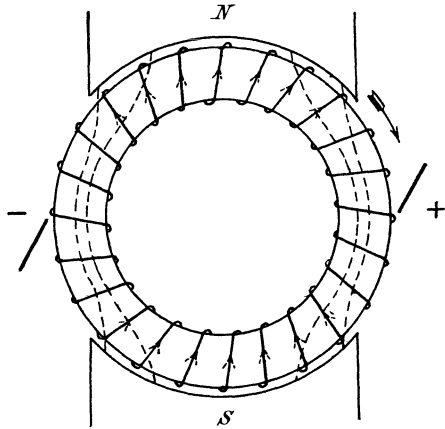


Fig. 63.

zurück, um sich wieder in den oberen und den unteren Zweig zu teilen.

Wird umgekehrt das Polrad gedreht, wie es bei Wechselstrommaschinen üblich ist, so wird man die relative Drehungsrichtung des Leiters in die Faraday'sche Schwimmerregel einzuführen haben. Wird z. B. der Nordpol in Fig. 64 nach rechts gedreht, so ist es, als ob die vor dem Nordpol liegenden Drähte nach links gedreht würden. Schwimmen wir also z. B. bei  $A$  in der positiven Richtung der Kraftlinien, also von unten nach oben, und sehen nach der relativen Drehrichtung des Leiters,

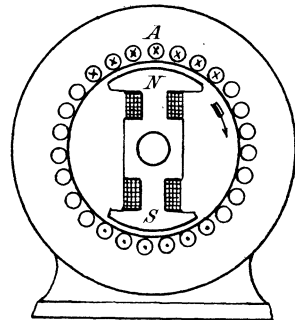


Fig. 64.

d. h. in der Figur nach links, so wirkt die induzierte elektromotorische Kraft nach unserer rechten Hand, also von vorne nach hinten in die Papierebene hinein. Wir haben also in den Drähten, die vor dem Nordpol

liegen, den Schaft des Pfeiles zu zeichnen. Ebenso ergibt sich, daß die elektromotorische Kraft in den Drähten vor dem Südpol unter diesen Umständen von hinten nach vorne gerichtet ist.

Auch hier wieder muß scharf im Auge behalten werden, daß man durch Bewegung eines Leiters im magnetischen Feld nicht in erster Linie einen Strom, sondern eine elektromotorische Kraft induziert. Die elektromotorische Kraft wird geschaffen, auch wenn die Enden des Leiters  $l$  in Fig. 61 nicht metallisch verbunden sind, und sie würde sich dann durch ein Elektroskop nachweisen lassen. Deswegen muß man sich daran gewöhnen, die elektromotorische Kraft der Maschine bei gegebener Kraftlinienzahl, Umfangsgeschwindigkeit und Länge der induzierten Leiter als eine Konstante der Maschine anzusehen, während die Stromstärke ganz willkürlich von dem Stromverbrauch der Konsumenten oder von dem Widerstand im äußeren Kreise abhängig ist. Die von der Firma angegebene Stromstärke bedeutet dann diejenige, welche die Maschine, ohne Schaden zu nehmen, noch aushält. Daß bei den Dynamomaschinen die Konstanz der elektromotorischen Kraft nicht zutrifft, weil sich auch die Kraftlinienzahl während des Betriebes bei wechselndem Stromverbrauch ändert, darf uns nicht hindern, die elektromotorische Kraft als die Ursache und die Stromstärke als die Folge anzusehen.

### 34. Die Gesetze der gegenseitigen Induktion.

Bisher haben wir die Fälle erörtert, wo ein Leiter die Kraftlinien eines Magneten schneidet und dadurch eine elektromotorische Kraft induziert wird. Unter der gegenseitigen Induktion versteht man nun die Induktion

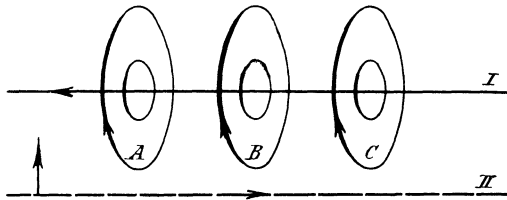
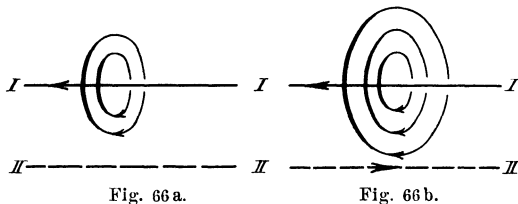


Fig. 65.

von elektromotorischer Kraft, die erfolgt, wenn ein Leiter die Kraftlinien eines parallelen Leiters schneidet. Nähert man einem stromdurchflossenen primären Leiter einen parallelen, bisher

stromlosen sekundären Leiter, so wird in dem letzteren eine elektromotorische Kraft induziert, welche dem primären Strome entgegengesetzt gerichtet ist. Dieses experimentell festgestellte Gesetz findet seine Erklärung, wenn man die Kraftlinien des primären Leiters  $I$  nach der Ampere'schen Schwimmerregel zeichnet. Dieselben werden (Fig. 65) bei  $A$ ,  $B$  und  $C$  die Papierebene von hinten nach vorne durchdringen. Der sekundäre Leiter  $II$  werde nun von unten nach oben in Richtung des Pfeiles bewegt, wobei er durch die Kraftlinien des primären Leiters bei  $A$ ,  $B$  und  $C$  hindurchschneidet.

Schwimmt man nun in Richtung der Kraftlinien, also von hinten nach vorne, und sieht nach der Bewegungsrichtung des Leiters, also nach oben, so wirkt die induzierte elektromotorische Kraft nach rechts, also in Richtung des Pfeiles im Leiter *II*. Auch hier wieder liefert uns das Gesetz von der Erhaltung der Arbeit oder das Lenz'sche Gesetz, welches nur ein spezieller Teil des allgemeinen Gesetzes von der Erhaltung der Arbeit ist, eine Kontrolle. Sind nämlich die Enden des Leiters *II* aufsen leitend miteinander verbunden, so kommt ein Strom zustande, dessen dynamische Wirkung auf den ersten Strom die Bewegung hindert, also die beiden Leiter voneinander zu entfernen sucht. (Die mechanische Arbeit, die infolgedessen bei der Bewegung aufgewendet wird, setzt sich im sekundären Kreise in elektrische Energie um.) Stofsen also der primäre und sekundäre Strom einander ab, so müssen sie nach den Ampere'schen



Regeln über dynamische Wirkungen paralleler Ströme einander entgegengesetzt sein. Der Pfeil im sekundären Kreise ist also richtig gezeichnet.

Ebenso ergibt Experiment und Theorie das Gesetz: Entfernt man den primären und sekundären Leiter voneinander, so wird im sekundären Leiter eine dem primären Strom gleichgerichtete elektromotorische Kraft induziert.

Von besonderer Wichtigkeit ist nun der Fall, wo beide Leiter feststehen und die elektromotorische Kraft im sekundären Leiter durch Entstehen und Verschwinden des primären Stromes induziert wird. Diese elektromotorische Kraft ist dem anwachsenden primären Strome entgegengesetzt gerichtet und dem verschwindenden primären Strome gleichgerichtet. Sie wird induziert, indem die Kraftlinien des primären Stromes beim Entstehen und Verschwinden durch den sekundären Leiter hindurchschneiden.

Wir kommen dadurch zu der ungemein wichtigen, schon im 30. Abschnitt benutzten Vorstellung, dafs die Kraftlinien eines Stromes nicht plötzlich vorhanden sind oder plötzlich verschwinden. Vielmehr entstehen sie, indem sie in der in Fig. 66 a gezeichneten Weise aus dem Leiter heraustreten und allmählich wachsen, bis sie dann den sekundären Leiter in Fig. 66 b von oben nach unten schneiden. Es ist also, als ob der sekundäre Leiter von unten nach oben bewegt und die beiden Leiter einander genähert würden. Die induzierte elektromotorische Kraft ist demnach dem anwachsenden primären Strome entgegengesetzt gerichtet.

Durch diese gegenseitige Induktion wird es nun möglich, Gleichstrom in Wechselstrom umzuformen. Der Induktionsapparat (Fig. 67) enthält eine von einem Gleichstrom durchflossene primäre Spule, deren eines Ende an die Stromquelle angeschlossen ist, während das andere Ende mit dem



Drehpunkt  $D$  der Feder  $J$  verbunden ist. Durch die Kontaktspitze ist die Feder mit der Stromquelle leitend verbunden. Sobald der Strom geschlossen wird, wird die Spule magnetisch und zieht ein an der Feder befestigtes Eisenstück und damit die Feder selbst an. Dadurch wird der Strom unterbrochen, die Spule wird unmagnetisch, die Feder geht zurück und schließt wieder den Strom. Wir haben also in der primären Spule einen intermittierenden, d. h. unterbrochenen Gleichstrom. Über die primäre Spule ist nun die sekundäre Spule geschoben, die in Fig. 67 der Deutlichkeit wegen neben der primären gezeichnet ist. Indem nun die primären Kraftlinien entstehen und verschwinden, treten sie in die sekundäre Spule ein und wieder heraus, schneiden also die Windungen derselben bald in der einen, bald in der anderen Richtung. Dadurch werden elektromotorische Kräfte von wechselnder Richtung erzeugt. Sind also die Klemmen der sekundären Spule leitend verbunden, so entstehen im sekundären Kreise Wechselströme. Dieselben wachsen von Null an bis

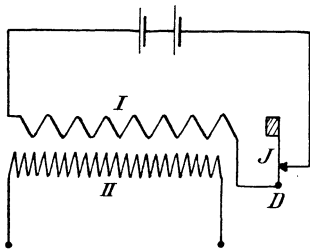


Fig. 67.

zu einem maximalen Wert, nehmen dann bis auf Null ab und ändern darauf ihre Richtung. Sie sind also zeitlich wechselnd in Bezug auf ihre Stärke und auf ihre Richtung. Durch Erhöhung der sekundären Windungszahl und durch möglichst plötzliches Unterbrechen des primären Stromes läßt sich die sekundäre elektromotorische Kraft derartig steigern, daß eine Luftstrecke von bedeutender Länge durchschlagen wird. Es gibt z. B. Funken-

induktoren bis zu einem Meter Funkenlänge.

Von noch größerer technischer Wichtigkeit ist die Verwendung der gegenseitigen Induktion zur Umwandlung des in Maschinen erzeugten hochgespannten Wechselstromes in niedriggespannten Wechselstrom an der Verbrauchsstelle. Wir haben schon gesehen, daß man zur Kraftübertragung auf weite Entfernungen sehr hohe Spannungen anwenden muß, um die Verluste in den Leitungen herabzudrücken, oder umgekehrt, um bei gegebenen Verlusten mit einem verhältnismäßig geringen Kupferquerschnitt auszukommen. Nun wird man aber den hochgespannten Strom nicht direkt verwenden können, da man dabei eine sehr große Anzahl von Lampen hintereinander schalten müßte, wobei die Unabhängigkeit der einzelnen Lampen voneinander wegfiel und die Isolierung der ganzen Anlage bei der hohen Spannung unmöglich sein würde. Dazu kommt noch besonders, daß Spannungen über 500 Volt schon sehr nahe an die Grenze herankommen, bei welcher eine Berührung der Leitungen lebensgefährlich ist. Durch Versuche ist nämlich festgestellt, daß der menschliche Körper noch einen Strom von ein hundertstel Ampere im allgemeinen ohne großen Schaden eine ganz kurze Zeit verträgt. Schätzen wir nun den Widerstand

des menschlichen Körpers bei oberflächlicher Berührung der Leitungen mit den Fingerspitzen auf 50000 Ohm, so wird die gerade noch ungefährliche Spannung betragen:

$$e = i \cdot w = \frac{1}{100} \cdot 50000 = 500 \text{ Volt.}$$

Haben wir also höher gespannten Strom, so muß derselbe an der Verbrauchsstelle in niedriggespannten umgeformt werden. Das geschieht sehr einfach durch die Wechselstromtransformatoren (Fig. 68). Dieselben bestehen aus einem Eisenkern, der aus Blechen zusammengesetzt ist und einen geschlossenen magnetischen Kreis bildet. Auf diesem Eisenkern befinden sich die primäre und die sekundäre Wickelung. Die primäre Wickelung liege z. B. an der Hochspannung und bestehe aus vielen Windungen eines dünnen Drahtes. Der hindurchfließende Wechselstrom wird nun Kraftlinien schaffen, die beim Entstehen und Verschwinden durch die sekundäre Spule hindurchschneiden und in derselben eine elektromotorische Kraft induzieren, die wegen der geringen Windungszahl der sekundären Spule einen verhältnismäßig niedrigen Wert hat. Nun schneiden die Kraftlinien beim Entstehen und Verschwinden aber auch durch die primäre Spule selbst hindurch und schaffen hier eine elektromotorische Kraft, die der primären Windungszahl proportional ist. Wie sich

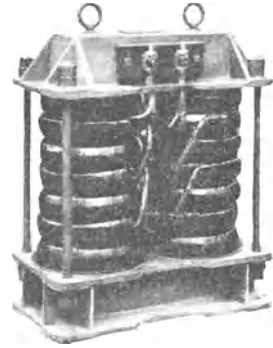


Fig. 68.  
Transformator der Firma Helios.

später ergeben wird, ist diese Elektromotorische Kraft fast genau gleich und entgegengesetzt der an die primäre Spule gelegten Hochspannung. Daraus folgt, daß die primäre und die sekundäre Spannung sich wie die betreffenden Windungszahlen verhalten. Das Verständnis der Wirkungsweise des Transformators wird erst dann schwierig, wenn die sekundäre Spule Strom liefert, indem dann ein von beiden Spulen erzeugtes Kraftlinienfeld durch beide Spulen hindurchschneidet. Wir werden daher zum vollen Verständnis des Transformators erst im 11. Kapitel gelangen.

### 35. Die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion.

Am Schluß des vorigen Abschnitts wurde schon erwähnt, daß die Kraftlinien einer Spule, wenn sie sich bilden oder verschwinden, nicht bloß durch die neben der Spule liegenden Drähte hindurchschneiden, sondern auch durch die Windungen der Spule selbst. In Fig. 69 ist dabei die Art und Weise angedeutet, wie eine Kraftlinie, aus einem einzelnen Leiter heraustretend, zeitlich sich vergrößert und schließlich durch den

Eisenkern verläuft. Dabei werden nacheinander sämtliche inneren Drähte der Windungen durchschnitten.

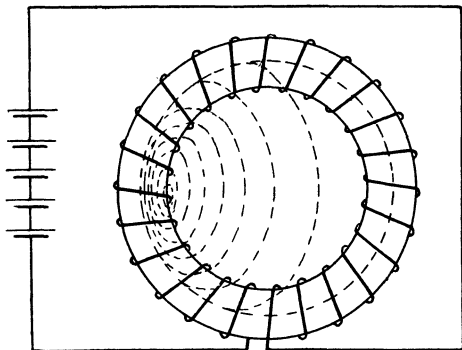


Fig. 69.

Wir stellen uns nun die Aufgabe, die dabei induzierte elektromotorische Kraft zu berechnen. Die Windungszahl der Spule sei  $\xi$ , der Querschnitt des Eisens  $Q$ , die Länge des Kraftlinienweges im Eisen  $l$ , und die Leitfähigkeit des Eisens werde konstant zu  $\mu$  angenommen. Im Anfang der Magnetisierungskurve haben wir nämlich das Recht,  $B$  und  $H$  einander

proportional zu setzen. Der Strom von der Stärke  $J$  absolute Einheiten wachse nun in der Zeit  $dt$  um den Betrag  $dJ$ . Die Anzahl der pro Quadratcentimeter neuerzeugten Kraftlinien ist dann nach Gleichung (42) und (45):

$$dB = \frac{4\pi \cdot \xi \cdot dJ \cdot \mu}{l},$$

und die Gesamtzahl der neu erzeugten Kraftlinien ist:

$$dN = \frac{4\pi \cdot \xi \cdot dJ \cdot \mu}{l} \cdot Q.$$

Diese Kraftlinien schneiden in der Zeit  $dt$  durch  $\xi$  Windungen hindurch und induzieren nach Gleichung (65) eine elektromotorische Kraft:

$$E = \xi \frac{dN}{dt} = \frac{4\pi \xi^2 \mu \cdot Q}{l} \cdot \frac{dJ}{dt} \text{ absolute Einheiten.} \quad (66)$$

Die Größe  $\frac{4\pi \xi^2 \mu \cdot Q}{l}$  bezeichnet man als den Selbstinduktionskoeffizienten im absoluten Maße.

Wenn wir nun die Stromstärke in Ampere einsetzen, so ist die Zahl, die wir einsetzen, 10 mal zu groß, wir müssen andererseits also wieder rechts mit  $10^{-1}$  multiplizieren. Um die elektromotorische Kraft in Volt zu erhalten, müssen wir rechts noch mit  $10^{-8}$  multiplizieren. Dann erhalten wir:

$$E = \frac{4\pi \xi^2 \mu \cdot Q}{l} \cdot 10^{-9} \cdot \frac{di}{dt} \text{ Volt.} \quad (67)$$

Die Größe  $\frac{4\pi \xi^2 \mu \cdot Q}{l} \cdot 10^{-9}$  ist der Selbstinduktionskoeffizient im praktischen Maße oder in Henry. Man bezeichnet denselben mit  $L$ . Dann ergibt sich:

$$E = L \cdot \frac{di}{dt} \text{ Volt.} \quad (68)$$

Die Einheit des Selbstinduktionskoeffizienten hat diejenige Spule, bei welcher der Ausdruck  $\frac{4\pi \xi^2 \mu \cdot Q}{l} \cdot 10^{-9}$  gleich 1 wird. Man nennt diese Einheit ein Henry. Sie paßt direkt für die Rechnung mit Volt und Ampere. — Wie man sieht, hängt die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion einmal von der Beschaffenheit der Spule, andererseits aber auch von der Änderungsgeschwindigkeit des Stromes ab.

Es gilt nun noch, die Richtung der elektromotorischen Kraft der Selbstinduktion zu bestimmen. Zweifellos wird es gleichgültig sein, ob die Windungen, die von Kraftlinien geschnitten werden, zu einer sekundären oder zu der primären Spule selbst gehören. In jedem Falle wird nach Abschnitt 34 die Richtung der induzierten elektromotorischen Kraft dem entstehenden Strome entgegengesetzt und dem verschwindenden Strome gleichgerichtet sein. Die Anwendung der Faraday'schen Schwimmerregel würde dies Resultat bestätigen. Der Einfluß der Selbstinduktion wird sich also beim Schließens des Stromes darin zeigen, daß der Strom erst allmählich zu seiner vollen Stärke anwächst. Andererseits wird die Selbstinduktion bei Schwächung des Stromes den Abfall des Stromes verlangsamen. In jedem Falle also wirkt sie, wie eine Art Trägheit, der Änderung des Stromes entgegen. Eine beträchtliche Größe erreicht sie, wenn der Stromkreis von Elektromagneten plötzlich unterbrochen wird. Dann wird die sehr bedeutende Kraftlinienzahl des Eisens sich ganz plötzlich zusammenziehen und durch die vielen Windungen des Elektromagneten hindurchschneiden. In der Grundgleichung (62)

$$E = H \cdot l \cdot v \cdot 10^{-8}$$

wird also jeder einzelne der Faktoren sehr groß sein, und die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion ist dann oft derartig hoch, daß die Isolation durchschlagen wird. Jedenfalls hat man es mit einer bedeutenden Funkenbildung an der Unterbrechungsstelle zu tun, indem die Selbstinduktion den Strom noch durch die Luftstrecke hindurch aufrecht zu halten sucht.

Man unterbricht daher den Magnetstrom von Maschinen und Motoren oft erst, nachdem man ihn durch einen Vorschaltwiderstand abgeschwächt hat, oder man schaltet vor dem Ausschalten einen Widerstand  $w$  parallel zur Magnetwicklung  $w_m$  (Fig. 70). Wenn dann der Hauptstrom unterbrochen wird, so verschwindet der Strom und die Kraftlinienzahl in dem Elektromagneten nicht sofort. Die verschwindenden Kraftlinien erzeugen nämlich in der Magnetwicklung eine elektromotorische Kraft der Selbstinduktion, die dem abnehmenden Strome gleichgerichtet ist. Dieselbe treibt eine Zeitlang einen Strom durch die Magnetwicklung und durch den

Widerstand  $w$ , und die Spule des Elektromagneten wird nicht plötzlich, sondern ganz allmählich stromlos.

Im Abschnitt 74 wird sich ergeben, daß der Einfluß der Selbstinduktion bei Wechselstrom in einer scheinbaren Vergrößerung des Widerstandes besteht. Nun gibt es eine Anordnung der Wheatstone'schen Brücke, wobei als Stromquelle die sekundäre Spule eines Induktionsapparates und als Meßinstrument im Brückenweig ein Telephon benutzt wird. In diesem Falle müssen die zu messenden Widerstände und die Vergleichswiderstände induktionsfrei sein. Dieser Bedingung entsprechen Glühlampen und gerade Leiter, sie lassen sich also nach der angeführten Methode untersuchen. Die Vergleichswiderstände müssen dabei natürlich selbstinduktionsfrei gewickelt sein. Das geschieht, indem man den aufzuwickelnden Draht in der Mitte umbiegt und dann zweifädig (bifilar) aufwickelt (Fig. 71). Dabei wird die magnetische Wirkung einer Windung durch die magnetische Wirkung der nächstliegenden Windung aufgehoben.

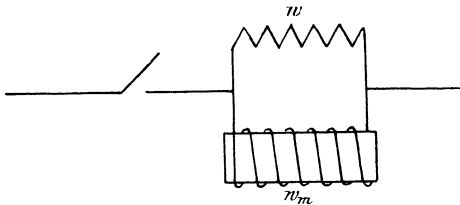


Fig. 70.

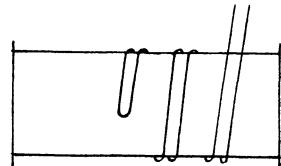


Fig. 71.

Wir sind jetzt in der Lage, den in Abschnitt 30 besprochenen Arbeitsverbrauch bei der Bildung des Kraftlinienfeldes, sowie das Freiwerden von Arbeit bei dem Verschwinden des Kraftlinienfeldes besser zu verstehen. Es ergab sich dort, daß nach dem Biot-Savart'schen Gesetz die inneren Leiter der ringförmigen Spule die Bewegung der allmählich anwachsenden Kraftlinien hindern. Wir berechneten nun die dazu verbrauchte Arbeit durch das Produkt aus Kraftlinienschnitten mal Strom und fragten uns dabei sofort, in welcher Form diese Arbeit zugeführt wird. Wir können diese Frage jetzt genauer beantworten. Die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion ist bei Bildung des Kraftlinienfeldes dem Strome entgegengerichtet, muß also durch die Klemmspannung überwunden werden. Die dabei während der kleinen Zeit  $dt$  verbrauchte Arbeit berechnet sich, wenn  $E_s$  den Momentanwert der Selbstinduktion und  $i$  den Momentanwert des Stromes bedeutet, zu:

$$dA = E_s \cdot i \cdot dt \text{ Joule.}$$

Dagegen wird beim Verschwinden der Kraftlinien eine elektromotorische Kraft geschaffen, die dem Strome gleichgerichtet ist, und wir gewinnen dabei eine elektrische Arbeit, die sich ebenfalls nach der obigen

Gleichung berechnet. Enthält die Spule kein Eisen, so wird die Arbeit, die beim Spannen der Kraftlinien aufgewendet worden ist, in derselben Form, nämlich als elektrische Energie, wiedergewonnen, wenn die spannende Ursache nachläßt und die Kraftlinien sich wieder wie ein gespanntes Gummiband zusammenziehen. Nur wenn die Spule Eisen enthält, ist der wiedergewonnene Betrag kleiner als der aufgewendete, da ein Teil bei der Hysteresisarbeit in Wärme umgesetzt wird.

### 36. Foucaultströme.

Mit dem Namen Foucault- oder Wirbelströme bezeichnet man die Ströme in massiven Leitern. Sie werden induziert, wenn Kraftlinien massive Leiter schneiden, lassen sich aber in ihrer Bahn nicht genau verfolgen. Nur soviel läßt sich sagen, daß sie an der Stelle, wo der Kraftlinienschnitt erfolgt, senkrecht zur Kraftlinienrichtung und senkrecht zur Bewegungsrichtung verlaufen. Ist z. B. eine Kupferwindung (Fig. 72) auf einen massiven Eisenzylinder gewickelt, und wird derselbe so gedreht, daß der obere Leiter in Fig. 72 aus der Papierebene heraustritt, so ergibt die Faraday'sche Regel eine im Draht induzierte elektromotorische Kraft in Richtung des Pfeiles. Dieselbe wird aber gerade so gut in dem Eisen induziert, wie in dem darüberliegenden Kupferleiter. Infolgedessen entstehen im Eisen Ströme, die wegen des großen Querschnittes, also wegen des geringen Widerstandes, sehr erheblich sind. Dieselben würden eine ungemaine Temperaturerhöhung des Ankers und einen großen Arbeitsverlust zur Folge haben.

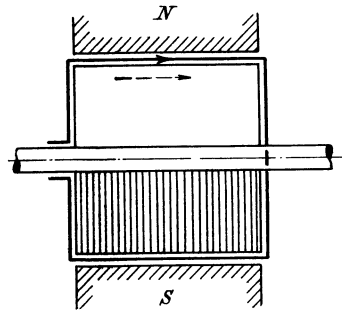


Fig. 72.

Das wird deutlich, wenn man das Eisen in Fig. 72 als eine kurzgeschlossene Dynamo betrachtet, zu deren Drehung natürlich unnützerweise eine Arbeit erforderlich ist, weil der induzierte Strom der Bewegung entgegenwirkt. Man kann den Energieverbrauch durch Wirbelströme auch z. B. in einfacher Weise dadurch demonstrieren, daß man eine kupferne Scheibe zwischen den Polen eines Elektromagneten hin und her pendeln läßt. Sowie der Elektromagnet erregt wird, bleibt die Scheibe zwischen den Polen wie in einem Brei stecken, da die induzierten Wirbelströme die Bewegung hemmen (Waltenhofen'sches Pendel). Die lebendige Kraft des Pendels setzt sich dabei in Joule'sche Wärme im Kupfer um. Wirbelströme bedeuten also unter allen Umständen einen Verbrauch von elektrischer Arbeit. Man setzt daher den Anker einer Maschine aus Eisen-

blechen zusammen, wie es der untere Teil des Ankers in Fig. 72 zeigt. Die Eisenbleche sind entweder durch ihre Oxydschicht, oder durch Lack, oder, wie gewöhnlich, durch Seidenpapier voneinander isoliert. Allgemein gilt die Regel, dafs man die Metallmassen senkrecht zum induzierten Leiter zu unterteilen hat, um den Wirbelströmen die Bahn zu unterbrechen.

Bei Nutenankern ist es unter Umständen auch nötig, die Polschuhe zu lamellieren, da die Kraftlinien das Bestreben haben, durch die Zähne des Ankers zu verlaufen. Sie werden daher an der Stelle, wo der Anker aus der Polecke austritt, eine zeitweise Dehnung erfahren und dadurch Wirbelströme in den Polecken induzieren.

Aber auch im Ankerkupfer können Wirbelströme auftreten, wie Fig. 73 in einem extremen Falle zeigt, der allerdings in der Praxis nicht so vorkommen kann. Besteht nämlich die Wicklung aus Kupferdrähten oder Stäben von grossem Querschnitt, so liegt zeitweise eine Kante des Stabes

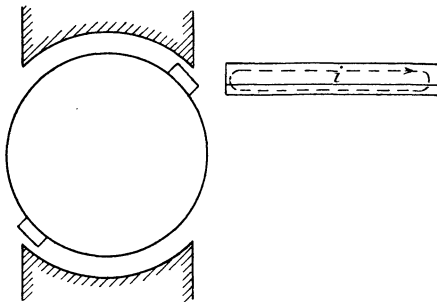


Fig. 73.

noch im Kraftlinienfeld, während die andere Kante sich nicht mehr im Bereiche des Poles befindet. Der Deutlichkeit wegen ist der von der Seite gesehene Stab auf der rechten Seite der Figur herausgezeichnet. Wir erkennen dann, dafs die im oberen Teile des Leiters induzierte elektromotorische Kraft zwar hauptsächlich den Strom durch die Stirnverbindungen und

das äufsere Netz treibt, dafs aber andererseits ein Strom in Richtung der punktierten Kurve sich schon durch den unteren Teil des Leiters schließt. Man vermeidet diese Wirbelströme durch Anwendung von Nutenankern, Abschrägung der Polecken etc.

Wenn nun in den erwähnten Fällen die Wirbelströme als direkt schädlich angesehen werden müssen, so sind sie doch in anderen Fällen von grossem Vorteil. Beispielsweise erregt man zur Bremsung eines Strafsenbahnwagens die Schenkel eines Elektromagneten, vor dessen Polen eine auf der Achse befestigte Eisenscheibe rotiert. Die in der Eisenscheibe induzierten Wirbelströme hemmen dann die Bewegung des Wagens, und die lebendige Kraft desselben setzt sich in der Eisenscheibe in Joule'sche Wärme um.

Ebenso benutzt man die Wirbelströme zur Galvanometerdämpfung, indem man den beweglichen Magneten eines Galvanometers innerhalb eines massiven Kupferstückes aufhängt. Der Magnet wird sich dann bei geeigneter Anordnung, ohne zu schwingen, in seine neue Ruhelage einstellen. Solche Instrumente heifsen aperiodische Instrumente. Besteht das Instrument aus einer beweglichen Spule, die vor den Polen eines

Stahlmagneten schwingt, wie es z. B. oft bei Spiegelgalvanometern der Fall ist, so geschieht die Dämpfung in ähnlicher Weise, indem man die Galvanometerspule kurz schließt. Die in der Spule durch die Schwingungen induzierten Ströme bringen das Galvanometer dann oft momentan zur Ruhe. Dabei haben wir es allerdings nicht mehr mit Wirbelströmen, sondern mit Strömen in linearen Stromleitern zu thun.

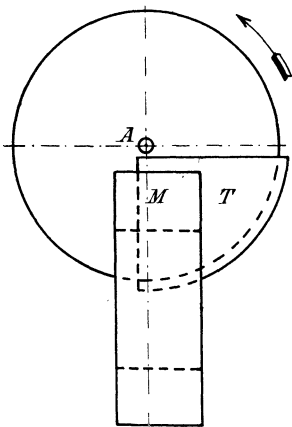


Fig. 74a.

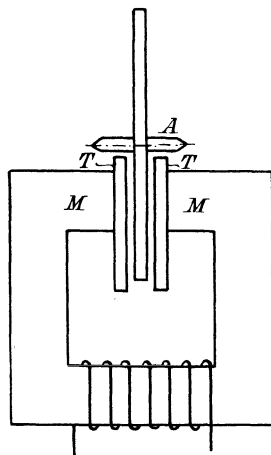


Fig. 74b.

Es gehört aber noch hierher die Besprechung derjenigen Wechselstrominstrumente, bei denen der Ausschlag durch dynamische Wirkung von Wirbelströmen erzielt wird (Fig. 74a und 74b). Die Instrumente<sup>1)</sup> bestehen aus einem Elektromagneten, zwischen dessen Polen  $M$  sich eine um die Achse  $A$  drehbare Metallscheibe, sowie zwei feste Metallplatten  $T$  befinden. Wenn die Spule des Elektromagneten von einem Wechselstrom durchflossen wird, so schneiden die entstehenden und verschwindenden Kraftlinien durch die Scheibe und die feststehenden Platten hindurch. Die dabei induzierten Wirbelströme haben in der Scheibe und den Platten gleiche Richtung, ziehen sich also nach Abschnitt 32 an, und es erfolgt ein Drehmoment im Sinne des Pfeiles.

<sup>1)</sup> Nach der E. T. Z. vom Jahre 1899. S. 82. Die Bewegungsrichtung der Kraftlinien ist eine vertikale, und der induzierte Strom in den Metallplatten und der Scheibe verläuft unten horizontal. Indem dann der Strom an der linken Kante der Metallplatte  $T$  in Fig. 74a entlangfließt, übt er eine Anziehung auf den im gleichen Sinne durchflossenen linken Teil der Scheibe aus.



## Fünftes Kapitel.

37. Die Einheit der Länge, Masse und Zeit im absoluten Maßsystem. — 38. Dimension und Einheit der Geschwindigkeit, Beschleunigung und Kraft. — 39. Dimension und Einheit der Polstärke, Feldstärke und Kraftlinienzahl. — 40. Dimension und Einheit für Spannung, Stromstärke, Elektrizitätsmenge und Widerstand. — 41. Dimension und Einheit für Arbeit, Wärme und Leistung. — 42. Dimension und Einheit der Koeffizienten für Selbstinduktion und Kapazität.

### **37. Die Einheit der Länge, Masse und Zeit im absoluten Maßsystem.**

Die Einheit der Länge im absoluten Maßsystem ist das Centimeter. Dasselbe ist definiert als der 100. Teil des in Paris aufbewahrten Normalmeterstabes. Dabei ist das Meter selbst willkürlich ungefähr gleich dem 10millionsten Teil des durch Paris gehenden Erdquadranten gewählt. Die Länge wird also im absoluten Maßsystem in Centimetern gemessen. Wir bezeichnen, indem wir für die im absoluten Maß gemessenen Größen durchweg fette Buchstaben einführen, die Länge in Centimetern mit dem Buchstaben  $l$ . Dagegen bezeichnen wir mit dem gewöhnlichen Buchstaben  $L$  die Länge in Metern.

Die Einheit der Masse im absoluten Maßsystem ist das Gramm. Dasselbe ist definiert als die Masse eines Kubikcentimeters Wasser bei  $4^{\circ}$  Celsius oder besser als die Masse, die so viel wiegt wie 1 cm Wasser. Das Gewicht eines Körpers in Gramm gibt also direkt seine Masse im absoluten Maß an.

So einfach das ist, so bietet es doch dem Anfänger bedeutende Schwierigkeiten, weil er gewohnt ist, die Masse zu berechnen, indem er das Gewicht des Körpers in Kilogramm durch die Beschleunigung der Schwere, also durch 9,81 dividiert. Ein Körper wiege z. B. 9,81 kg. Dann ist seine Masse im gewöhnlichen, technischen Maß gleich  $9,81 : 9,81 = 1$  technische Masseneinheit. Dagegen ist seine Masse im absoluten Maß gleich seinem Gewicht in Gramm, also gleich  $9,81 \cdot 1000 = 9810$  g. Eine technische Masseneinheit ist also gleich  $9810$  g absoluten Masseneinheiten. Bei genauer Betrachtung ist indessen diese Schwierigkeit nicht größer, als wenn man sagt, dass  $1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$  ist. Wenn man die erste Schwierigkeit überwunden hat, erscheint sogar die Wahl des Grammes als Massen-

einheit ungeheuer praktisch und einfach, sobald man nämlich unter dem Gramm nicht das Gewicht, sondern wirklich die Masse eines Kubikcentimeters Wasser versteht. Allerdings muß man nun im absoluten Maßsystem darauf verzichten, die Kräfte in so einfachem Maß zu messen, wie in der Technik. — Wir bezeichnen die in Gramm gemessene Masse mit dem Buchstaben  $M$ .

Als Einheit der Zeit ist die Sekunde gewählt. Sie ist definiert als der 86400. Teil eines mittleren Sonnentages. Wir bezeichnen die Zeit in Sekunden mit dem Buchstaben  $t$ .

Es ergibt sich nun, dass die meisten anderen Größen, wie z. B. die Geschwindigkeit, die Arbeit etc., sich als Funktionen oder Dimensionen der Länge, Masse und Zeit darstellen lassen. Da der Ausdruck „Dimension“ im Anfang Schwierigkeiten macht, so möge er an einem besonders einfachen Falle deutlich gemacht werden. Die Fläche ist z. B. die zweite Dimension einer Länge, und ebenso ist der Raum die dritte Dimension einer Länge. Fläche und Raum sind also Dimensionen oder Funktionen der Länge, d. h. solche Größen, deren Betrag sich rechnerisch aus Längenmaßen ergibt. Ebenso ist die Geschwindigkeit eine Dimension oder Funktion der Länge und der Zeit, weil ihr Betrag sich rechnerisch ergibt, wenn wir die Länge durch die Zeit dividieren. In derselben Weise können wir die meisten vorkommenden Größen als Funktionen der Länge ( $L$ ), der Masse ( $M$ ) und der Zeit ( $T$ ) darstellen. Die Dimension der Fläche ist z. B.  $L^2$ , diejenige des Raumes  $L^3$  und diejenige der Geschwindigkeit  $LT^{-1}$ .

Dann aber ergibt sich, daß die Einheiten für die verschiedenen Größen im absoluten Maßsystem nicht mehr willkürlich gewählt werden können, sondern daß sie mit Notwendigkeit aus den gewählten Einheiten des Centimeters, des Grammes und der Sekunde folgen. So z. B. ergibt sich mit Notwendigkeit die Einheit der Fläche als ein Quadratcentimeter, die Einheit des Raumes als ein Kubikcentimeter und die Einheit der Geschwindigkeit als ein Centimeter pro Sekunde. Ist nun die Größe im absoluten Maß gegeben, so setzt man hinter den Zahlenwert die Bezeichnung (*cgs*). Wir stellen uns nun im folgenden die Aufgabe, die Dimensionen der verschiedenen Größen abzuleiten, ihre Einheiten im absoluten Maß daraus zu folgern und diese Einheiten mit den praktischen Einheiten zu vergleichen.

### 38. Dimension und Einheit für Geschwindigkeit, Beschleunigung und Kraft.

#### a) Geschwindigkeit.

Die Geschwindigkeit ist definiert als das Verhältnis des Weges zur Zeit oder als der in der Zeiteinheit zurückgelegte Weg. Es ergibt sich also:

Dimension der Geschwindigkeit:  $\frac{L}{T} = L \cdot T^{-1}$ .

Bezeichnet nun  $v$  die Geschwindigkeit im absoluten Maß, so erhalten wir:

$$v = \frac{l \text{ cm}}{t \text{ sek.}} \quad (69)$$

Die absolute Einheit der Geschwindigkeit ist ein Centimeter pro Sekunde oder per Sekunde, oder kürzer 1 cm/sek. Da das Wort „per“ gleichbedeutend mit „durch“ ist, so gibt die Bezeichnung „Centimeter per Sekunde“ uns direkt an, welches die Funktion der Geschwindigkeit ist oder wie man die Geschwindigkeit aus den Centimetern und den Sekunden berechnet.

Beispiel: Der Durchmesser des Ankers einer Wechselstrommaschine sei 1,6 m. Die Tourenzahl pro Minute sei 300. Wie groß ist die Umfangsgeschwindigkeit im absoluten Maß?

Wir erhalten:

$$\begin{aligned} \text{Ankerumfang} & \dots \dots \dots 1,6 \cdot \pi = 5 \text{ m,} \\ \text{Weg pro Minute} & \dots \dots \dots 5 \cdot 300 = 1500 \text{ m.} \end{aligned}$$

Drücken wir nun den Weg in Centimetern und die Zeit in Sekunden aus, so erhalten wir:

$$\begin{aligned} l &= 1500 \cdot 100 = 150\,000 \text{ cm,} \\ t &= 60 \text{ sek.} \end{aligned}$$

Demnach ergibt sich die Umfangsgeschwindigkeit zu:

$$v = \frac{l}{t} = \frac{150\,000}{60} = 2500 \frac{\text{cm}}{\text{sek.}} = 2500 \text{ (cgs)}.$$

#### b) Beschleunigung.

Beschleunigung ist die Geschwindigkeitszunahme pro Zeiteinheit oder das Verhältnis der Geschwindigkeitszunahme zur Zeit:

$$\text{Beschleunigung} = \frac{\text{Geschwindigkeitszunahme}}{\text{Zeit}}$$

Nun ist die Dimension der Geschwindigkeitszunahme die gleiche wie die Dimension der Geschwindigkeit, nämlich  $L \cdot T^{-1}$ . Wir erhalten also:

$$\text{Dimension der Beschleunigung: } \frac{L \cdot T^{-1}}{T} = L \cdot T^{-2}.$$

Bezeichnet nun  $v_1$  die Anfangsgeschwindigkeit,  $v_2$  die Endgeschwindigkeit, und ist die Beschleunigung eine gleichförmige, so ergibt sich dieselbe im absoluten Maß zu:

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t} \text{ (cgs)}. \quad (70)$$

Die absolute Einheit der Beschleunigung erfährt also derjenige Körper, dessen Geschwindigkeit in einer Sekunde um die absolute Einheit, d. h. 1 cm/sek., wächst.

Beispiel: Die Anfangsgeschwindigkeit sei 0, die Endgeschwindigkeit nach 3 Sek. 29,43 m pro Sekunde. Wie groß ist die Beschleunigung im absoluten Maß?

Wir erhalten:

$$v_1 = 0, \quad v_2 = 29,43 \cdot 100 \text{ cm}, \quad t = 3.$$

Demnach:

$$a = \frac{v_2 - v_1}{t} = \frac{2943}{3} = 981 \frac{\text{cm}}{\text{sek.}^2} = 981 (cgs).$$

Wie man sieht, bezieht sich dies Beispiel auf den freien Fall. Man erkennt, daß man das Resultat im absoluten Maß erhält, wenn man die einzelnen Werte in der Rechnung im absoluten Maß einführt. Zugleich erkennt man, daß die Beschleunigung nicht, wie es oft üblich ist, in Centimetern anzugeben ist, auch nicht in Centimetern pro Sekunde, sondern, wenn man genau sein will, in Centimetern durch Sekundequadrat. Ebensovienig wie wir eine Fläche in Centimetern ausdrücken können, ebensovienig dürfen wir eine Beschleunigung in einem Maß ausdrücken, das nur für die Geschwindigkeit gilt. Es ist auch z. B. 1 PS nicht gleich 75 mkg, sondern 75 mkg pro Sekunde. Eine Nachlässigkeit im Ausdruck führt nur zur Verwirrung. Man kann nur solche Größen miteinander vergleichen, deren Dimensionen gleich sind, und es hat sich schon oft ein Rechenfehler einfach dadurch gezeigt, daß die Dimensionen auf beiden Seiten einer Gleichung nicht übereinstimmen. Es ist also sehr wichtig, daß man in Bezug auf die Dimensionen eine strenge Gewissenhaftigkeit übt und sich ein sicheres Gefühl aneignet.

### c) Kraft.

Die Kraft ist definiert als das Produkt aus Masse mal Beschleunigung.

$$\text{Kraft} = \text{Masse} \times \text{Beschleunigung}.$$

Wir erhalten also:

$$\text{Dimension der Kraft: } M \cdot L \cdot T^{-2} = LMT^{-2}.$$

Ist nun  $f$  die Kraft und  $M$  die Masse im absoluten Maß, so ergibt sich:

$$f = M \cdot a. \quad (71)$$

Die Einheit der Kraft ist also diejenige, die der absoluten Masseneinheit oder einem Kubikcentimeter Wasser die Beschleunigung 1 cm/sek.<sup>2</sup> erteilt. Man nennt diese Kraft ein Dyn.

Beispiel: Wie groß ist die Kraft, mit der die Erde ein Kilogramm-gewicht anzieht.

Wir erhalten:

$$\begin{aligned} 1 \text{ kg} &= 1000 \text{ g}, \\ 9,81 \text{ m/sek.}^2 &= 981 \text{ cm/sek.}^2. \end{aligned}$$

Demnach ergibt sich im absoluten Maß:

$$M = 1000, \quad a = 981.$$

Also:

$$f = 1000 \cdot 981 = 981000 \text{ (cgs)} = 981000 \text{ Dyn.}$$

Das Kilogrammgewicht oder die technische Einheit der Kraft ist also gleich 981000 Dyn. Wenn wir nun für das Kilogrammgewicht die Bezeichnung  $\text{kg}^*$  einführen, so erhalten wir:

$$\begin{aligned} 1 \text{ kg}^* &= 981000 \text{ Dyn}, \\ 1 \text{ Dyn} &= 1/981000 \text{ kg}^* = 1,02 \text{ mg}^*. \end{aligned} \quad (72)$$

### 39. Dimension und Einheit für Polstärke, Feldstärke und Kraftlinienzahl.

#### a) Polstärke.

Die Polstärke oder die Menge des nach außen wirkenden, freien Magnetismus wird gemessen durch die vom Pol unter bestimmten Verhältnissen ausgeübte Kraft. Nach dem Coulomb'schen Gesetz ist die Kraft, mit der zwei Pole aufeinander wirken, gegeben durch die Gleichung:

$$f = \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2},$$

wo  $r$  die Entfernung zwischen beiden Polen ist. Sehen wir jetzt, wo es sich noch nicht um Zahlenwerte handelt, von den Indizes ab und schreiben:

$$f = \frac{m \cdot m}{r^2},$$

so erhalten wir:

$$m = r \sqrt{f}.$$

Um also die Dimension der Polstärke zu finden, haben wir aus der Dimension der Kraft die Wurzel zu ziehen und mit der Dimension der Entfernung  $r$ , d. h. mit einer Länge, zu multiplizieren. Wir erhalten also:

$$\text{Dimension der Polstärke: } L \cdot \sqrt{LM \cdot T^{-2}} = L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}.$$

Die absolute Einheit der Polstärke hat nach dem Coulomb'schen Gesetz derjenige Pol, der auf den gleichen Pol 1 in der Entfernung von einem Centimeter die Kraft 1 Dyn ausübt. Es ist vorgeschlagen worden, diese Einheit 1 Weber zu nennen, der Name hat sich aber kaum eingebürgert.

## b) Feldstärke.

Die Kraft, die von einem magnetischen Feld auf einen Pol ausgeübt wird, ist nach Gleichung (26) um so gröfser, je gröfser die Feldstärke und je gröfser die Polstärke ist.

$$f = m \cdot H.$$

Daraus folgt:

$$H = \frac{f}{m}.$$

Man mufs sich gewöhnen, derartige Gleichungen in Worten zu lesen. Die Feldstärke  $H$  ist die Kraft pro Poleinheit oder die Kraft, die auf den Pol 1 wirkt. Ihre Dimension ergibt sich also, wenn wir die Dimension der Kraft durch die Dimension der Polstärke dividieren. Wir erhalten dann:

$$\text{Dimension der Feldstärke: } \frac{L M \cdot T^{-2}}{L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}} = L^{-\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}.$$

Die Einheit der Feldstärke hat dasjenige Feld, das mit der Kraft 1 Dyn auf den Pol 1 wirkt.

Beispiel: Auf den Nordpol von 100 absoluten Einheiten wirke in einem magnetischen Felde die Kraft 20 Dyn. Wie stark ist das Feld? Wir erhalten:

$$H = \frac{f}{m} = \frac{20}{100} = 0,2 \text{ (cgs)}.$$

## c) Die Kraftlinienzahl.

Nach Abschnitt 21 ist die Anzahl der Kraftlinien pro Quadratcentimeter gleich der Feldstärke. Demnach sind die Kraftlinien  $N$  das Produkt aus der Feldstärke mal der Fläche:

$$N = H \cdot Q.$$

Die Dimension der Kraftlinien erhalten wir also, wenn wir die Dimension der Feldstärke mit der Dimension einer Fläche multiplizieren:

$$\text{Dimension der Kraftlinien: } L^2 \cdot L^{-\frac{1}{2}} \cdot M^{\frac{1}{2}} T^{-1} = L^{\frac{3}{2}} \cdot M^{\frac{1}{2}} T^{-1}.$$

Die Einheit der Kraftlinie ist pro Quadratcentimeter vorhanden, wenn auf den Pol 1 die Kraft 1 Dyn ausgeübt wird. Es fällt nun auf, dafs die Dimension der Kraftlinien die gleiche ist, wie die Dimension der Polstärke. Das stimmt damit überein, dafs man die Kraftlinienzahl eines Poles direkt findet, indem man nach Gleichung (28) die Polstärke mit  $4\pi$  multipliziert:

$$N = 4\pi m.$$

Demnach unterscheiden sich die Werte von  $N$  und  $m$  nur durch den konstanten Faktor  $4\pi$ , ihre Dimensionen sind also dieselben. Eine Kraftlinie läßt sich dann entsprechend auch einfach definieren als der  $4\pi$ te Teil der vom Pol 1 ausgehenden Kraftströmung.

#### 40. Dimension und Einheit für elektromotorische Kraft, Stromstärke, Elektrizitätsmenge und Widerstand.

##### a) Elektromotorische Kraft.

Die elektromotorische Kraft ist definiert als die Anzahl der Kraftlinienschnitte pro Sekunde. Demnach folgt:

$$\text{Dimension der elektromotorischen Kraft: } L^{\frac{3}{2}} \cdot M^{\frac{1}{2}} \cdot T^{-2}.$$

Die absolute Einheit der elektromotorischen Kraft wird induziert, wenn eine Kraftlinie pro Sekunde geschnitten wird. Das  $10^8$ fache der absoluten Einheit nennen wir 1 Volt.

$$1 \text{ Volt} = 10^8 \text{ Kraftlinienschnitte pro sek.} = 10^8 (cgs).$$

Bezeichnet  $E$  die elektromotorische Kraft in Volt, so ergibt sich also:

$$E = \frac{\text{Kraftlinienschnitte}}{\text{sek.}} \cdot 10^{-8}$$

oder nach Gleichung (62):

$$E = H \cdot l \cdot v \cdot 10^{-8}.$$

##### b) Stromstärke.

Im Felde  $H$  wird auf den Leiter von der Länge  $l$ , der vom Strome  $J$  durchflossen wird, eine Kraft ausgeübt, die sich nach dem Biot-Savart'schen Gesetz zu

$$f = H \cdot J \cdot l$$

berechnet. Wir erhalten also:

$$J = \frac{f}{H \cdot l}.$$

Die Dimension der Stromstärke ergibt sich also aus denjenigen für die Kraft, die Feldstärke und die Länge zu:

$$\text{Dimension der Stromstärke: } \frac{LMT^{-2}}{L^{-\frac{1}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-1} \cdot L} = L^{\frac{1}{2}}M^{\frac{1}{2}}T^{-1}.$$

Die absolute Einheit der Stärke hat derjenige Strom, der 1 cm im Felde 1 durchfließend die Kraft 1 Dyn ausübt. Der zehnte Teil dieser absoluten Einheit ist willkürlich als praktische Einheit gewählt und 1 Ampere genannt:

$$1 \text{ Ampere} = \frac{1}{10} (cgs).$$

Die Zahl der Ampere ist also immer 10 mal so groß wie die Zahl der gleichwertigen absoluten Einheiten.

Gesetzlich ist das Ampere definiert als die Stromstärke, die pro Sekunde 1,118 mg Silber aus einer Silbernitratlösung ausscheidet.

### c) Elektrizitätsmenge.

Da die Stromstärke die Elektrizitätsmenge ist, die pro Sekunde durch den Querschnitt fließt, so ist die Elektrizitätsmenge das Produkt aus der Stromstärke mal der Zeit. Daraus ergibt sich:

$$\text{Dimension der Elektrizitätsmenge: } L^{\frac{1}{2}} \cdot M^{\frac{1}{2}} \cdot T^{-1} \cdot T = L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}}.$$

Wenn also die Stromstärke gleich der absoluten Einheit ist, so fließt pro Sekunde die absolute Einheit der Elektrizitätsmenge durch den Querschnitt. Der zehnte Teil derselben, der also dem Ampere entspricht, ist die praktische Einheit und heißt 1 Coulomb.

$$1 \text{ Coulomb} = \frac{1}{10} (cgs).$$

Bezeichnet nun  $Q_e$  die Elektrizitätsmenge in Coulomb, so ergibt sich:

$$Q_e = i \cdot t.$$

Von der Einheit des Coulomb leiten sich dann noch folgende Einheiten ab:

$$1 \text{ Mikrocoulomb} = \frac{1}{10^6} \text{ Coulomb} = 10^{-6} \text{ Coulomb},$$

$$1 \text{ Amperestunde} = 3600 \text{ Coulomb}.$$

Es mag noch darauf hingewiesen werden, daß die elektrostatische Einheit der Elektrizitätsmenge  $3 \cdot 10^9$  mal so klein ist, wie ein Coulomb, also  $3 \cdot 10^{10}$  mal so klein, wie die absolute Einheit.

### d) Der Widerstand.

Der Widerstand ist definiert als das Verhältnis der elektromotorischen Kraft zur Stromstärke.

$$w = \frac{E}{i}.$$

Daraus ergibt sich:

$$\text{Dimension des Widerstandes: } \frac{L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-2}}{L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-1}} = L \cdot T^{-1}.$$

Die Dimension des Widerstandes ist also die gleiche, wie die Dimension der Geschwindigkeit, und die absolute Einheit ist, so sonderbar es klingt,



ein Centimeter pro Sekunde. Es ist dies der Widerstand, in welchem die sehr kleine absolute Einheit der elektromotorischen Kraft die verhältnismäßig große absolute Einheit der Stromstärke erzeugt. Das  $10^9$ -fache dieser absoluten Einheit des Widerstandes nennt man ein Ohm. Dies ist der Widerstand, in dem ein Volt den Strom 1 Ampere erzeugt.

$$1 \text{ Ohm} = 10^9 (cgs).$$

Gesetzlich ist das Ohm definiert als der Widerstand eines Quecksilberfadens von 106,3 cm Länge und 1 qmm Querschnitt. Aus der gesetzlichen Definition des Ohm und des Ampere folgt dann die gesetzliche Definition für das Volt: Ein Volt ist die Spannung, die an den Enden von einem Ohm liegend die Stromstärke 1 Ampere erzeugt, oder umgekehrt: Ein Volt ist die Spannung, die der Strom von 1 Ampere an den Enden eines Widerstandes von einem Ohm schafft.

#### 41. Dimension und Einheit für Arbeit, Wärme und Leistung.

##### a) Arbeit.

Mechanische Arbeit ist definiert als das Produkt aus Kraft mal Weg. Daraus folgt ihre Dimension:

$$\text{Dimension der Arbeit: } L^2 M \cdot T^{-2}.$$

Die absolute Einheit der Arbeit wird geleistet, wenn die Kraft ein Dyn längs des Weges von 1 cm Länge wirkt. Man nennt diese absolute Arbeitseinheit ein Centimeterdyn oder ein Erg. Bezeichnet also  $A$  die Arbeit in Erg und  $s$  den Weg in Centimetern, so ergibt sich:

$$A = f \cdot s. \quad (73)$$

Beispiel: Wie groß ist die Arbeit in Erg, die geleistet wird, wenn ein Kilogrammgewicht einen Meter hoch gehoben wird?

Wir erhalten:

$$1 \text{ kg/gewicht} = 981000 \text{ Dyn},$$

$$1 \text{ m} = 100 \text{ cm}.$$

$$f = 981000, \quad s = 100.$$

$$A = f \cdot s = 981000 \cdot 100 = 9,81 \cdot 10^7 \text{ Erg}.$$

Ein Meterkilogramm oder die technische Arbeitseinheit ist also gleich  $9,81 \cdot 10^7$  Erg.

Wenn nun nach Abschnitt 10 das Produkt  $Eit$  die elektrische Arbeit darstellt, so muß es auch die Dimension der Arbeit haben. Das ist auch tatsächlich der Fall. Multipliziert man nämlich die Dimensionen der elektromotorischen Kraft, Stromstärke und Zeit miteinander, so erhält man die Dimension der Arbeit. Die absolute Einheit der elektrischen Arbeit ist natürlich ebenfalls das Erg.

Nun ist ein Volt gleich  $10^8$  (*cgs*) und 1 Ampere gleich  $10^{-1}$  (*cgs*).  
1 Joule oder das Produkt aus 1 Volt  $\times$  1 Ampere  $\times$  1 sek. ist also gleich  $10^8 \cdot 10^{-1}$  absoluten Arbeitseinheiten oder gleich  $10^7$  Erg.

$$1 \text{ Joule} = 10^7 \text{ Erg.}$$

Ferner ergab sich oben:

$$1 \text{ mkg} = 9,81 \cdot 10^7 \text{ Erg.}$$

Demnach erhalten wir:

$$1 \text{ Joule} = 10^7 \text{ Erg} = \frac{1}{9,81} \text{ mkg}$$

oder

$$1 \text{ mkg} = 9,81 \text{ Joule.}$$

#### b) Wärme.

Da Wärme gleichwertig ist mit Arbeit, so ist ihre Dimension ebenfalls die gleiche. Da aber die Skala des Thermometers willkürlich gewählt ist, so dürfen wir uns nicht wundern, wenn beim Joule'schen Gesetz ein konstanter Faktor auftritt, der z. B. bei den Gesetzen von Ohm, Coulomb, Biot-Savart durch die äußerst zweckmäßige Wahl der betreffenden Einheiten vermieden ist. Es hat eben mit dem absoluten Maßsystem nichts zu tun, wenn wir als Einheit der Wärme diejenige definieren, die 1 g Wasser von 0 Grad auf einen Grad erwärmt. Diese Einheit heißt eine Grammkalorie. Ihre Beziehung zur mechanischen Arbeit ergibt sich durch die experimentell bestimmte und auch theoretisch abgeleitete Gleichung:

$$1 \text{ gkal.} = 0,424 \text{ mkg.}$$

Da ein Meterkilogramm gleich 9,81 Joule ist, so erhalten wir:

$$1 \text{ gkal.} = 0,424 \cdot 9,81 = \frac{1}{0,24} \text{ Joule}$$

oder

$$1 \text{ Joule} = 0,24 \text{ gkal.}$$

Das ist nur ein anderer Ausdruck für das Joule'sche Gesetz, wonach die Wärmemenge  $Q_w$  in Grammkalorien sich nach der Gleichung:

$$Q_w = 0,24 \text{ Eit}$$

ergibt.

#### c) Leistung.

Leistung oder Effekt ist die pro Zeiteinheit geleistete Arbeit.

$$\text{Leistung} = \frac{\text{Arbeit}}{\text{Zeit}}$$

Daraus folgt:

$$\text{Dimension der Leistung: } L^2MT^{-3}.$$

Die absolute Einheit der Leistung ist 1 Erg pro Sekunde. Diese Leistung ist außerordentlich klein und man faßt daher  $10^7$  Erg pro Sekunde unter der Bezeichnung „ein Watt“ zusammen.

$$1 \text{ Watt} = 10^7 \text{ Erg pro Sekunde} = 1 \text{ Joule pro Sekunde.}$$

Da nun die elektrische Arbeit in Joule gleich dem Produkt  $Eit$  war, so ist die elektrische Arbeit in Joule pro Sekunde oder in Watt gleich dem Produkte  $Ei$ . Bezeichnet also  $P$  die Leistung in Watt, so erhalten wir:

$$P = Ei \text{ Watt.}$$

Beispiel: Wie viel Watt entsprechen einer Pferdestärke? Wir erhalten:

$$1 \text{ PS} = 75 \frac{\text{mkg}}{\text{sek.}},$$

$$1 \frac{\text{mkg}}{\text{sek.}} = 9,81 \frac{\text{Joule}}{\text{sek.}} = 9,81 \text{ Watt.}$$

Demnach:

$$1 \text{ PS} = 75 \cdot 9,81 \text{ Watt} = 736 \text{ Watt.}$$

## 42. Dimension und Einheit der Koeffizienten für Selbstinduktion und Kapazität.

a) Der Selbstinduktionskoeffizient.

Nach Abschnitt 35 ergibt sich der Selbstinduktionskoeffizient im absoluten Maß zu:

$$\frac{4\pi\xi^2 \cdot \mu Q}{l}$$

Da  $4\pi$ ,  $\xi$  und  $\mu$  reine Zahlen sind, so ergibt sich:

$$\text{Dimension des Selbstinduktionskoeffizienten: } \frac{L^2}{L} = L.$$

Die Dimension ist also eine Länge und die Einheit das Centimeter. Setzt man jedoch bei Berechnung der Selbstinduktion die Spannung in Volt und die Stromstärke in Ampere ein, so erhält man nach Gleichung (67):

$$E = \frac{4\pi\xi^2 \mu Q}{l} \cdot 10^{-9} \cdot \frac{di}{dt} = L \cdot \frac{di}{dt}.$$

Dabei ist:

$$L = \frac{4\pi\xi^2 \mu Q}{l} \cdot 10^{-9} \quad (74)$$

der Selbstinduktionskoeffizient im praktischen Maß oder in Henry. Da die Zahl der Henry  $10^9$ mal so klein ist wie die Zahl der absoluten Ein-

heiten, so ist die Einheit des Henry  $10^9$ mal so groß wie die absolute Einheit des Selbstinduktionskoeffizienten, und wir erhalten:

$$1 \text{ Henry} = 10^9 \text{ (cgs)} = 10^9 \text{ cm.}$$

Nun sind  $10^9 \text{ cm} = 10\,000 \text{ km}$  oder gleich dem vierten Teil des Erdumfanges. Man hat daher früher die praktische Einheit des Selbstinduktionskoeffizienten auch als Quadrant bezeichnet. Diejenige Spule hat nun nach Gleichung (74) den Wert 1 Henry, bei welcher der Wert  $\frac{4\pi \cdot \xi^2 \cdot \mu \cdot Q}{l} = 1$  wird, oder in welcher die Spannung von einem Volt induziert wird, wenn die Stromstärke gleichmäßig pro Sekunde um 1 Ampere wächst.

#### b) Kapazität.

Ein Kondensator besteht aus zwei sich möglichst dicht gegenüberstehenden Metallplatten, die durch eine isolierende Schicht, das sogen. Dielektrikum, voneinander getrennt sind. Werden beide Platten mit den Klemmen einer Elektrizitätsquelle verbunden, so lädt sich die eine Platte positiv, die andere negativ. Die Elektrizitätsmenge  $Q_\epsilon$ , die dabei auf den Kondensator gedrückt wird, ist um so größer, je größer die Spannung der Stromquelle und je größer die Aufnahmefähigkeit oder Kapazität  $C$  des Kondensators ist. Diese Kapazität ist proportional der Fläche der Platten und umgekehrt proportional dem Abstand. Außerdem hängt sie von der Natur des Dielektrikums ab.

Es ergibt sich also die Beziehung:

$$\text{Elektrizitätsmenge} = \text{Spannung} \times \text{Kapazität.}$$

Die Dimension der Kapazität erhalten wir demnach, wenn wir die Dimension der Elektrizitätsmenge durch die der Spannung dividieren:

$$\text{Dimension der Kapazität: } \frac{L^{\frac{1}{2}} M^{\frac{1}{2}}}{L^{\frac{3}{2}} M^{\frac{1}{2}} T^{-2}} = L^{-1} T^2.$$

Die absolute Einheit der Kapazität hat also derjenige Kondensator, der durch die absolute Einheit der Spannung mit der absoluten Einheit der Elektrizitätsmenge geladen wird. Nun wissen wir schon, daß die absolute Einheit der Spannung ganz außerordentlich klein, nämlich gleich dem 100millionsten Teil eines Volt ist. Dagegen ist die absolute Einheit der Elektrizitätsmenge verhältnismäßig groß, nämlich gleich 10 Coulomb. Demnach müßte der Kondensator, der die absolute Einheit der Kapazität besitzen soll, ganz unglaubliche Dimensionen besitzen, wenn er trotz einer großen Ladung einen ganz geringen Gegendruck ausüben soll. Man sieht daher von der absoluten Einheit ab und nimmt als praktische Einheit die Kapazität des Kondensators, der durch 1 Volt mit einem Coulomb geladen

wird, oder umgekehrt, der durch 1 Coulomb zu der (Gegen-)spannung von einem Volt geladen wird. Man nennt diese Einheit ein Farad. Sie ist gleich  $10^{-9}$  absoluten Einheiten, wie sich aus der Beziehung des Volt und des Coulomb zu den absoluten Mafsen ergibt. Bezeichnet also  $C$  die Kapazität in Farad und  $Q_\epsilon$  die Elektrizitätsmenge in Coulomb, so ergibt sich:

$$Q_\epsilon = C \cdot E \text{ Coulomb}$$
$$\text{oder } C = \frac{Q_\epsilon}{E} \text{ Farad.} \quad (75)$$

In der Praxis ergibt sich, dafs auch die Einheit des Farad noch zu grofs ist und man rechnet daher mit Mikrofarad.

$$1 \text{ Mikrofarad} = \frac{1}{10^6} \text{ Farad} = 10^{-6} \text{ Farad.}$$

---

## Sechstes Kapitel.

43. Zweipolige Ringwicklung. — 44. Zweipolige Trommelwicklung. — 45. Ring mit Parallelwicklung. — 46. Trommel mit Parallelwicklung. — 47. Ring mit Serien-Parallelwicklung. — 48. Trommel mit Serien-Parallelwicklung. — 49. Ring mit Serienwicklung. — 50. Trommel mit Serienwicklung.

### 43. Zweipolige Ringwicklung.

Durch Faradays berühmte Arbeiten, die er 1831 und 1832 unter dem Namen „Experimental researches on electricity“ veröffentlichte, waren die Wechselwirkungen zwischen Strömen und Magneten und vor allem die

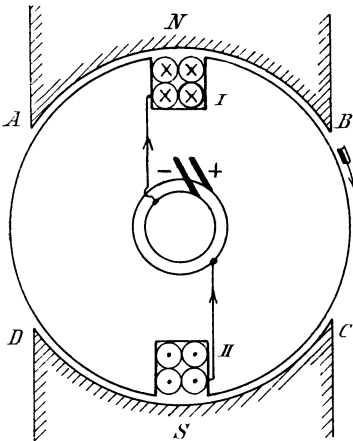


Fig. 75 a.

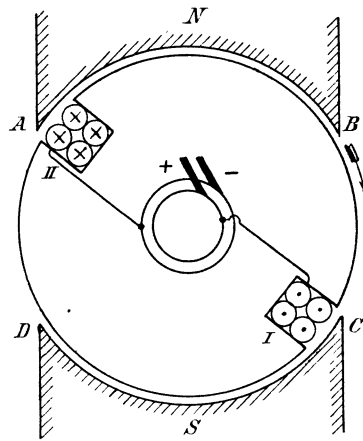


Fig. 75 b.

Induktion von elektromotorischer Kraft durch Bewegung eines Leiters im magnetischen Feld bekannt geworden. Es wurden nun Maschinen gebaut, in denen eine in die Nuten eines Eisenzylinders gelegte Spule zwischen den Polen eines Magneten gedreht wurde. Die Drähte der Spule waren voneinander durch eine Bespinnung von Baumwolle isoliert, und die Enden der Spule waren zu zwei isoliert auf der verlängerten Achse sitzenden Schleifringen geführt. In Fig. 75 a sind diese Schleifringe der

Deutlichkeit wegen übereinander, statt nebeneinander gezeichnet. Auf den Schleifringen schleifen nun die beiden feststehenden Federn, die mit den Klemmen des äußeren Stromkreises leitend verbunden sind.

In Fig. 75a befindet sich die Spulenseite, d. h. die zu einer Gruppe gehörige Drahtzahl, die in unserm Falle in einer Nut liegt, gerade vor den Polen. Die Anwendung der Faraday'schen Schwimmerregel (Abschnitt 33) ergibt nun, daß durch das Schneiden der Kraftlinien in den Drähten eine elektromotorische Kraft induziert wird, welche bei der gegebenen Drehungsrichtung in den Drähten vor dem Nordpol von vorne nach hinten gerichtet ist. Ebenso ist sie in den Drähten vor dem Südpol von hinten nach vorne gerichtet. Die in den beiden Teilen einer Windung induzierten elektromotorischen Kräfte sind also hintereinander geschaltet und addieren sich. Ebenso addieren sich auch die elektromotorischen Kräfte aller einzelnen Windungen. Sind nun die Federn oder Bürsten außen durch den äußeren Widerstand miteinander verbunden, so kommt ein Strom zustande, welcher vor dem Südpol von hinten nach vorne gerichtet ist und dann in den äußeren Schleifring fließt. Die auf dem letzteren schleifende Bürste ist also diejenige, wo der Strom aus der Maschine austritt, wir bezeichnen sie also mit  $+$ . Der Strom fließt dann weiter durch den äußeren Widerstand und von da aus durch die  $-$ Bürste zur Maschine zurück, indem er durch den inneren Schleifring und von da nach dem Nordpol fließt.

Die vom Nordpol austretenden Kraftlinien treten in gleichmäßiger Verteilung senkrecht in das gegenüberliegende Eisen des Ankers ein, wir können also die Feldstärke  $H$  im Luftzwischenraum als wesentlich konstant ansehen. Während also die Spulenseite sich vor dem Polbogen befindet, ist die elektromotorische Kraft über den ganzen Zeitraum gegeben durch Gleichung (62):

$$E = H \cdot l \cdot v \cdot 10^{-8}.$$

Dabei haben wir für  $l$  die Gesamtlänge der vor beiden Polen liegenden Leiter in Centimetern ohne die Stirnverbindungen einzusetzen, während  $v$  die Umfangsgeschwindigkeit in Centimetern pro Sekunde bedeutet.

Tritt nun die Spulenseite  $I$  bei  $B$  aus dem Bereiche des Poles heraus, so wird die elektromotorische Kraft ziemlich rasch auf Null sinken und Null bleiben, solange die Spulenseiten sich in dem Zwischenraum zwischen den Polspitzen befinden. Tritt aber jetzt die Spulenseite  $I$  bei  $C$  in den Bereich des Südpoles (Fig. 75b), so wird in ihr eine elektromotorische Kraft induziert, die von hinten nach vorne wirkt. Die Stromrichtung in der Spule ist also die entgegengesetzte wie früher. Damit aber haben sich auch die Vorzeichen der Bürsten und die Stromrichtung im äußeren Kreise umgekehrt, die Maschine liefert also Wechselstrom. Der Verlauf desselben läßt sich darstellen, wenn man den Umfang  $ABCD$  als Abscisse und die elektromotorischen Kräfte, die an den einzelnen Punkten des Umfanges induziert werden, als Ordinaten aufträgt (Fig. 76)

Die Kurve des Stromes erhält man dann, wenn man die elektromotorische Kraft durch den Gesamtwiderstand des Stromkreises dividiert. Es ergibt sich deutlich, daß die Maschine Ströme liefert, die in ihrer Richtung wechseln, und die außerdem noch intermittieren, d. h. zeitweise vollständig aufhören.

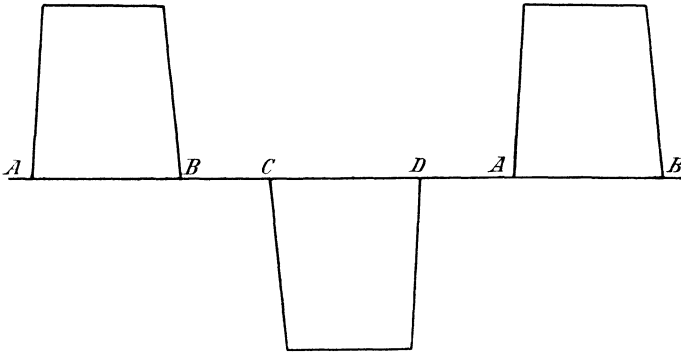


Fig. 76.

Den Übergang zu den modernen Maschinen bildete nun die Anordnung, bei welcher ein einziger Schleifring auf der Achse befestigt war: Derselbe war in zwei voneinander isolierte Teile geteilt, die mit den Enden

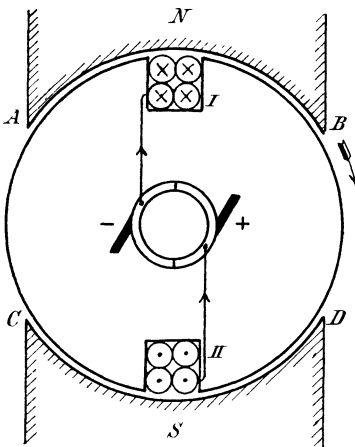


Fig. 77 a.

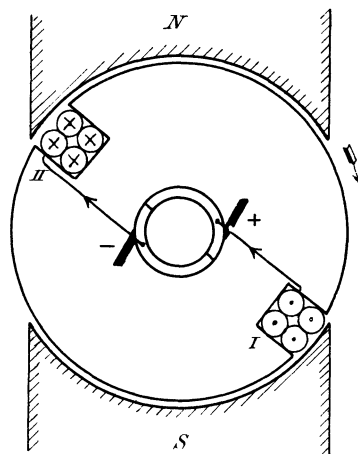


Fig. 77 b.

der Wicklung verbunden waren und auf denen die feststehenden Bürsten schleiften (Fig. 77 a und b). In Fig. 77 a ergibt sich aus der Stromrichtung in den Drähten, daß die rechte Bürste die positive ist, weil der Strom dort aus der Maschine herausfließt. Sie bleibt auch die positive, nachdem die Spulenseite *I* in den Bereich des Südpoles getreten ist und der Strom



in den Spulenseiten seine Richtung geändert hat (Fig. 77b). Dabei müssen die Bürsten in der neutralen Zone, d. h. in demjenigen Ankerdurchmesser liegen, der senkrecht auf den Kraftlinien steht, vorausgesetzt, daß die Isolation, die den Schleifring in zwei Hälften teilt, in der Windungsebene

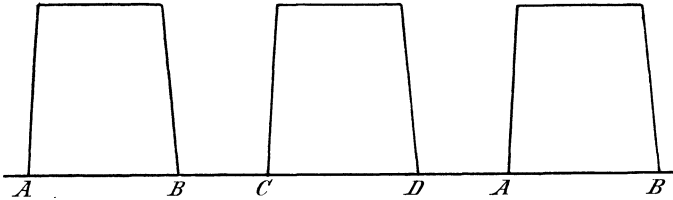


Fig. 78.

der Spule liegt. Dann findet zwar in der neutralen Zone ein Stromwechsel innerhalb der Spule statt, aber die Enden der Spule werden dann gleichzeitig an andere Bürsten, d. h. an andere Klemmen des äußeren Widerstandes angeschlossen. Dadurch bleibt die Stromrichtung im äußeren Stromkreise immer dieselbe. Aus dem Wechselstrom ist im äußeren Stromkreise ein intermittierender Gleichstrom geworden (Fig. 78).

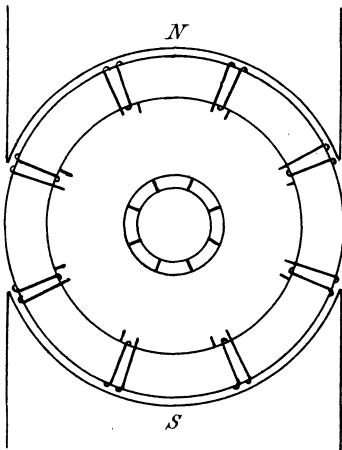


Fig. 79 a.

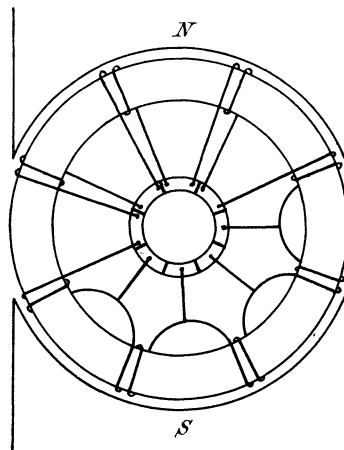


Fig. 79 b.

Dagegen ist ein Gleichstrom, dessen Richtung und Stärke konstant bleibt, erst durch den 1860 von Pacinotti erfundenen mehrteiligen Kommutator erzielt worden. Pacinottis Erfindung blieb unbeachtet und wurde von Gramme selbständig wiederholt. Der Gramme'sche Ring besteht aus einem eisernen Hohlzylinder mit einer fortlaufenden, in sich geschlossenen Spiralwicklung aus isoliertem Kupferdraht (Fig. 79a und b). Die Art,

wie die Wickelung gezeichnet ist, darf uns nicht verleiten, anzunehmen, daß wir es bei dem Ring mit einer geringen Ausdehnung in axialer Richtung zu tun haben. Vielmehr besitzt der Ring eine ziemlich bedeutende Ausdehnung in axialer Richtung, und man sollte lieber vom Gramme'schen Hohlzylinder, als vom Gramme'schen Ring sprechen. In Fig. 79a besteht die Wickelung aus 8 Spulen à 2 Windungen. Die Zahl der Spulen und die Zahl der Windungen ist aber in Wirklichkeit viel größer, und die Windungen liegen dabei alle dicht nebeneinander. Sie müssen sämtlich in gleichem Sinne gewickelt sein. — Auf der verlängerten Achse befindet sich nun der vierteilige Kollektor oder Kommutator. Derselbe besteht aus einem Hohlzylinder aus Bronze oder Kupfer, der durch Schnitte parallel zur Achse in ebenso viele Segmente geteilt ist, wie der Anker Spulen enthält. Die Segmente sind isoliert auf der Achse befestigt. Man wird am besten wieder, wie in Fig. 77a und b, die Isolation der Segmente so zeichnen, daß sie den Spulen gegenüberliegt.

Man verbindet nun die einzelnen Spulen miteinander und zweigt von jeder Verbindungsstelle einen Draht nach dem Kollektorsegment hin ab. Das ist in dem unteren Teile von Fig. 79b geschehen. Man erhält dadurch zwar eine einfache Zeichnung, bei welcher die fortlaufende, in sich geschlossene Spirale deutlich zum Ausdruck kommt, aber bei der praktischen Ausführung ergibt sich eine große Reihe von Lötstellen in der Ankerwicklung. Man zieht daher die in der oberen Hälfte von Fig. 79b gezeichnete Anordnung vor, bei welcher die Enden jeder Spule zu zwei verschiedenen Kollektorsegmenten geführt sind. Das Kollektorsegment bildet dann die Verbindung zwischen zwei nebeneinander liegenden Spulen.

Der Ring wird nun zwischen den Polen eines starken Elektromagneten in Rotation versetzt. Dann schneiden die Drähte der Wickelung durch die Kraftlinien hindurch, und es wird in ihnen eine elektromotorische Kraft induziert, deren Richtung sich wieder aus der Faraday'schen Schwimmerregel ergibt. Dabei müssen wir, wie schon früher erwähnt wurde, berücksichtigen, daß die Kraftlinien durch das Eisen des Ringes vom Nordpol zum Südpol verlaufen, und daß der Luft-raum innen beinahe frei von Kraftlinien ist. Die Kraftlinienschnitte finden also nur an der äußeren Mantelfläche vor den Polen statt. Schwimmen wir (Fig. 80a) bei  $A$  vom Nordpol zum Südpol und sehen nach der Richtung der Bewegung, also nach rechts, so wirkt die induzierte elektromotorische Kraft nach unserer rechten Hand, also in die Papierebene hinein. Anstatt nun die Stromrichtung durch Zeichnung von Schaft und Spitze des Pfeiles im Querschnitt der Drähte anzugeben, können wir sie auch durch die entsprechenden Pfeile in den Stirnverbindungen andeuten. Es ergibt sich, daß bei der gegebenen Drehrichtung der Strom in den vorderen Stirnverbindungen auf den Nordpol zu und vom Südpol wegfliest.

Ob aber dieser Strom überhaupt zustande kommt, wird davon abhängen, daß wir ihm Gelegenheit geben, an der geeigneten Stelle in den äußeren Widerstand zu fließen. Die Pfeile in Fig. 80a zeigen, daß eine elektromotorische Kraft in der oberen und unteren Ankerhälfte auf den Punkt *B* hinwirkt. Es ist, als wenn bei *B* zwei gleiche Drücke aufeinander stoßen, die sich gegenseitig neutralisieren und aufheben. Legen wir aber bei *B* und *C* die Bürsten auf und verbinden sie durch den äußeren Widerstand, so tritt der Strom bei *B* aus der Maschine heraus und fließt bei *C* wieder in die Maschine zurück, um auf zwei parallelen Wegen durch die Wicklung nach *B* zurückzuzurückfließen. Wir haben also bei *B* die positive und bei *C* die negative Bürste. Die Bürsten liegen dabei wieder auf einem, zu den Kraftlinien senkrechten Durchmesser, also in der neutralen Zone, vorausgesetzt, daß die Isolation zwischen den Kollektorsegmenten sich der zugehörigen Spule gegenüber befindet.

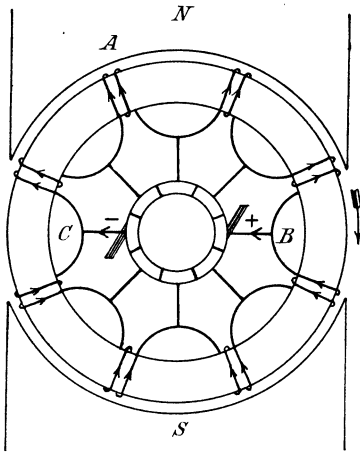


Fig. 80 a.

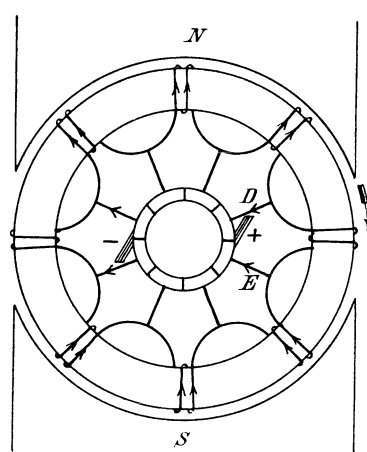


Fig. 80 b.

Die elektromotorische Kraft der Maschine ergibt sich nun wie früher nach der Gleichung:

$$E = H \cdot l \cdot v \cdot 10^{-8}.$$

Dabei ist zu beachten, daß die elektromotorischen Kräfte in den beiden Ankerhälfen sich nicht addieren, da sie parallel geschaltet sind. Also bedeutet *l* die induzierte Leiterlänge vor einem einzigen Pol. Ist nun die Anzahl der Leiter auf dem Ankerumfang sehr groß, so liegen vor den Polen immer gleich viel Drähte, und die elektromotorische Kraft ist praktisch in allen Augenblicken konstant. Der große Vorteil, der durch den Gramme'schen Ring mit dem vierteiligen Kollektor gegenüber den früheren Maschinen erzielt ist, liegt auf der Hand.

Eine Verminderung der elektromotorischen Kraft tritt nun auch dann nicht ein, wenn infolge der Drehung des Ankers je eine Bürste auf zwei

Kollektorsegmenten zu gleicher Zeit liegt (Fig. 80b). Dann werden allerdings die in der neutralen Zone liegenden beiden Spulen aus dem Stromkreise ausgeschaltet, da jede durch eine Bürste kurz geschlossen ist, und der Strom z. B. in Fig. 80b direkt von den Punkten  $D$  und  $E$  aus auf die positive Bürste zufließt. Eine Verminderung der elektromotorischen Kraft kann aber dadurch nicht stattfinden, weil die ausgeschalteten Spulen bei der theoretisch richtigen Bürstenstellung überhaupt keine Kraftlinien schneiden. Auch auf den Ankerwiderstand wird die Ausschaltung je einer Spule durch Kurzschluß nur von unwesentlicher Bedeutung sein, wenn die Zahl der Spulen, d. h. die Zahl der Kollektorsegmente, groß genug gewählt wird.

Bedeutet nun

$D$  den Ankerdurchmesser in Centimetern,

$b$  die Ankerlänge in Centimetern,

$\beta$  den Winkel der Polbohrung,

$N$  die Gesamtzahl der aus einem Nordpol austretenden Kraftlinien,

$z$  die Gesamtzahl der äußeren Leiter,

$n$  die Tourenzahl pro Minute,

so ergibt sich:

$$v = D \cdot \pi \cdot \frac{n}{60}.$$

Die Anzahl der Leiter vor einem Pol ist  $\frac{z \cdot \beta}{360}$ .

Die induzierte Drahtlänge  $l$  vor einem Pol ergibt sich also zu:

$$l = \frac{z \cdot \beta}{360} \cdot b.$$

Setzen wir die Werte von  $l$  und  $v$  in die Gleichung für  $E$  ein, so ergibt sich:

$$E = H \cdot \frac{z \cdot \beta \cdot b}{360} \cdot D \cdot \pi \cdot \frac{n}{60} \cdot 10^{-8}.$$

In dieser Gleichung ist der Ausdruck  $\frac{D \cdot \pi \cdot \beta}{360}$  nichts anderes als der Bogen der Polbohrung. Demnach stellt das Produkt  $\frac{D \cdot \pi \cdot \beta}{360} \cdot b$  die Fläche der Polbohrung dar. Wenn wir dieselbe mit der Kraftliniendichte  $H$  multiplizieren, so erhalten wir die Gesamtzahl  $N$  der vom Nordpol austretenden Kraftlinien. Setzen wir also den Wert von  $N$  in die obige Gleichung ein, so erhalten wir:

$$E = N \cdot \frac{n}{60} \cdot z \cdot 10^{-8}. \quad (76)$$

Ist z. B.  $N = 3 \cdot 10^6$ ,  $n = 1100$ ,  $z = 200$ , so wird:

$$E = 3 \cdot 10^6 \cdot \frac{1100 \cdot 200}{60} \cdot 10^{-8} = 110 \text{ Volt.}$$

Der Ankerwiderstand  $w_a$  ergibt sich nun aus der Überlegung, daß die beiden Ankerhälften parallel geschaltet sind.

Bedeutet also

$l$  die Gesamtlänge des aufgewickelten Drahtes in Metern,  
 $q$  den Drahtquerschnitt in Quadratmillimetern,

so wird der Widerstand eines der beiden Zweige gegeben sein durch den Wert  $\varrho \cdot \frac{l/2}{q}$ . Der Widerstand der beiden parallelen Zweige ist halb so groß, ergibt sich also bei zweipoliger Wicklung zu:

$$w_a = \frac{\varrho \cdot \frac{l}{2}}{2q} = \frac{\varrho \cdot l}{4q} \text{ Ohm.} \quad (77)$$

Der spezifische Widerstand  $\varrho$  des warmen Kupfers kann dabei zu 0,02 geschätzt werden.

#### 44. Zweipolige Trommelwicklung.

Der im vorigen Abschnitt besprochene Ringanker besitzt den Vorteil einer besonders einfachen Wicklung, bei der unter Umständen auch eine Spule repariert werden kann, ohne daß man den ganzen Anker abzuwickeln braucht. Auch ist die Spannung zwischen zwei nebeneinander liegenden Drähten immer nur ein geringer Bruchteil der ganzen Maschinenspannung, so daß sich eine genügende Isolation sehr leicht erreichen läßt. Demgegenüber besitzt der Ringanker den ziemlich unbedeutenden Nachteil, daß die induzierte, äußere Drahtlänge verhältnismäßig klein gegenüber der gesamten Drahtlänge ist. Der Widerstand und das Gewicht der Ankerwicklung werden also verhältnismäßig groß. In dieser Beziehung ist die jetzt zu besprechende Trommelwicklung von Hefner-Alteneck günstiger gestellt. Unter Umständen werden dabei allerdings zwei Drähte, zwischen denen eine bedeutende Spannungsdifferenz herrscht, dicht übereinander liegen. Bei der Trommelwicklung werden nämlich die Drähte auf der Mantelfläche vor dem Nordpol entlang und dann quer über die Stirnfläche zu dem diametral gegenüberliegenden Punkte des Südpoles geführt. Je eine vor dem Nordpol und vor dem Südpol liegende Spulenseite gehören also zu einer Spule zusammen. Das Ende der ersten Spule ist dann mit dem Anfang der zweiten Spule zu verbinden, wobei aber zu beachten ist, daß die Wicklung auf dem ganzen Ankerumfang gleichmäßig werden muß. Zu dem Zwecke teilen wir den Ankerumfang in eine beliebige Anzahl Teile (in Fig. 81a sind 8 Teile gewählt) und numerieren die Teilpunkte fortlaufend mit 1, 2, 3 etc. Die so bezeichneten Punkte stellen uns die Anfänge der Spulen dar. Wir führen nun den Draht bei 1 auf der Mantelfläche von vorne nach hinten

und sollten ihn dann eigentlich hinten zur diametral gegenüberliegenden Stelle führen. Da diese aber durch den Anfang der fünften Spule besetzt ist, so führen wir die punktiert gezeichnete hintere Stirnverbindung von 1 aus nach dem neben Punkt 5 liegenden Punkte 1'. Bei 1' gehen wir auf der Mantelfläche von hinten nach vorne. Die Drähte 1-1' bilden dann mit den zugehörigen Stirnverbindungen eine Windung. Von 1' gehen wir dann vorne nach 1 zurück und wickeln die Spule 1-1', 1-1', 1-1' etc. zu Ende. Der Einfachheit wegen besteht in Fig. 81a jede Spule nur aus einer Windung. Es hindert uns aber nichts, anzunehmen, daß jede Windung uns eine aus mehreren Windungen bestehende Spule repräsentiert.

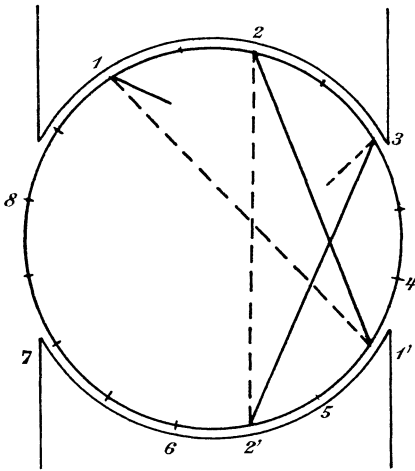


Fig. 81 a.

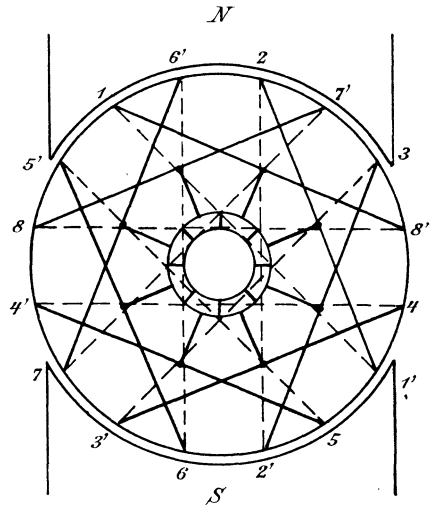
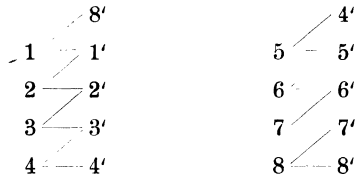


Fig. 81 b. 1)

Nachdem nun die erste Spule fertig gewickelt ist, gehen wir von 1' aus auf der vorderen Stirnfläche zum Punkte 2, d. h. zum Anfang der 2. Spule. Wir führen wieder den Draht bei 2 auf der Mantelfläche von vorne nach hinten und sollten hinten nach dem Punkte 6 hin umbiegen. Da Punkt 6 besetzt ist, so führen wir den Draht in Richtung der punktierten Strecke nach dem Punkt 2' neben dem Punkte 6. Von 2' hinten geht die Wickelung weiter nach 2' vorne und dann nach Fertigstellung der Spule 2-2' auf der vorderen Stirnfläche nach 3 etc.

Wir können nun für die Wickelung folgendes Schema aufstellen, wobei die hinteren Stirnverbindungen durch die horizontalen Striche 1-1' etc., die vorderen Stirnverbindungen durch die schrägen Striche 1'-2 etc. dargestellt werden:

1) Denken wir uns den Kollektor mit den Stirnverbindungen elastisch und weiten wir dann den Kollektor von innen heraus auf, so kommen schliesslich alle Stirnverbindungen auf die verlängerte Mantelfläche der Trommel zu liegen.



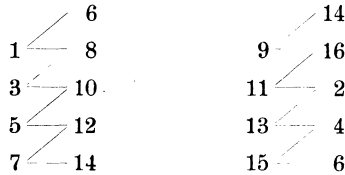
Der Wicklungsschritt, d. h. die Anzahl der Felder, um welche die Wickelung vorwärts schreitet, ist in unserem Falle:

$$y_1 = 7.$$

Das Feld 1' ist nämlich das 7. Feld, das man erreicht, wenn man von 1 aus nach 1' um je ein Feld weiter schreitet. Ebenso ergibt sich der Wicklungsschritt  $y_2$ , z. B. von 1' zurück nach 2, zu:

$$y_2 = 5.$$

Hätten wir die 16 Felder fortlaufend numeriert (Fig. 82a), so wäre die Wickelung ebenfalls um  $y_1$  Schritte vorwärts und um  $y_2$  Schritte zurück zu führen, also von 1 nach  $1 + 7 = 8$  vorwärts und von 8 nach  $8 - 5 = 3$  zurück. Das ergibt dann für Fig. 82a das Schema:



Bestehen die einzelnen Spulen aus vielen Windungen, so wird bei der besprochenen Wickelung der Widerstand der einzelnen Spulen ungleich, da die Stirnverbindungen der zuletzt gewickelten Spulen sich über die Stirnverbindungen der zuerst gewickelten Spulen legen und dadurch länger werden, als die zuerst aufgewickelten. Man kann das vermeiden, wenn man zuerst von allen Spulen je eine Windung wickelt, darauf von jeder Spule eine zweite Windung etc., und die entsprechenden Windungen einer Spule hintereinander schaltet oder besser, indem man die auf einer Schablone gewickelten Spulen über einander schiebt.

Wir haben dann am Schlusse, wie es in Fig. 81 b und den folgenden Figuren geschehen ist, das Ende der ganzen Wickelung mit dem Anfang zu verbinden und so die Wickelung kurz zu schliessen. Dann sind noch die Verbindungspunkte je zweier Spulen mit den Kollektorsegmenten zu verbinden. Wir zeichnen dabei am einfachsten die Isolation zweier Segmente gegenüber den Eckpunkten des regulären Achtecks, das von den vorderen Stirnverbindungen gebildet wird, und führen von jeder Stirnverbindung, die zwei verschiedene Spulen miteinander verbindet, einen Draht zum nächstliegenden Segment.

Es ist nun sehr nützlich, sich zu vergegenwärtigen, daß Ring- und Trommelwicklung im Prinzip identisch sind, indem immer das Ende einer Spule an den Anfang der räumlich nächstfolgenden Spule angeschlossen ist. Nur liegen bei der Trommel die Anfänge etwas weiter auseinander und lassen so zwischen sich den nötigen Platz für die Spulenden. Die Übereinstimmung zwischen Ring- und Trommel wird noch deutlicher, wenn man bei Betrachtung der Trommel die Spulenden, also z. B. 1', 2' etc. in Fig. 81b, als völlig gleichwertig mit den Anfängen 1, 2, 3 etc. ansieht, weil sie dieselbe relative Lage zu einem Pol haben, wie der zugehörige Anfang. Die elektromotorischen Kräfte in zwei zusammengehörigen Spulenseiten sind also, abgesehen von einer verschwindenden Unsymmetrie, in

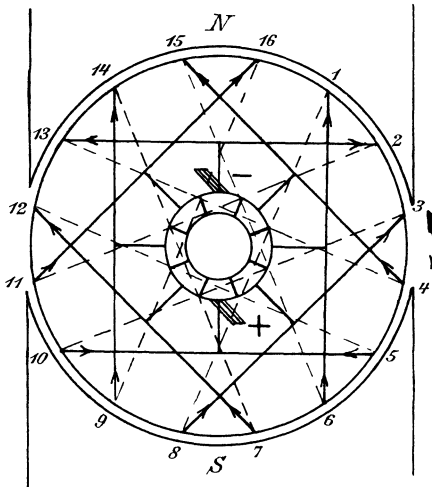


Fig. 82a.

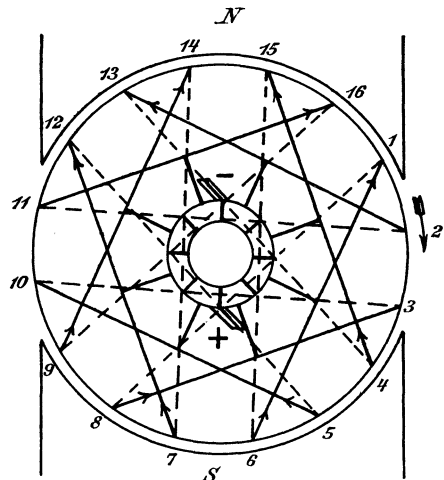


Fig. 82b.

jedem Augenblicke gleichwertig. Wir können demnach bei Betrachtung der Trommel die Spulenden vernachlässigen und dafür die Drahtzahl der Anfänge verdoppelt denken. Dann erhalten wir sofort auf der äußeren Mantelfläche die fortlaufend hintereinander geschalteten Spulenseiten des Ringankers.

Um nun den Verlauf der Ströme im Trommelanker zu bestimmen, betrachten wir zunächst die in Fig. 82a gezeichnete Stellung des Ankers. Wir wissen aus dem vorigen Abschnitt, daß der Strom bei Rechtsdrehung des Ankers vor dem Nordpol von vorne nach hinten und vor dem Südpol von hinten nach vorne fließt. Die Strompfeile in den vorderen Stirnverbindungen sind also dann auf den Nordpol zu und vom Südpol weg gerichtet. Wenn man demgemäß die Pfeile in die vorderen Stirnverbindungen hineinzeichnet, so sieht man deutlich, daß die elektromotorischen Kräfte in den Drähten einer Windung, sowie in den verschiedenen Windungen, sich im allgemeinen addieren. Nur in der Stirnverbindung 5, 10



stossen die beiden Drücke aufeinander, wir müssen also an das zugehörige Kollektorsegment die eine Bürste anlegen. An derselben fließt der Strom, falls der Stromkreis geschlossen ist, aus der Maschine heraus, wir bezeichnen sie also mit +. Der Strom fließt dann durch die negative Bürste in die Maschine zurück. Dieselbe muß an dem Kollektorsegment, das zu der Stirnverbindung 2, 13 gehört, liegen, da die Strompfeile der betreffenden Stirnverbindungen auf die Punkte 2 und 13 zu gerichtet sind.

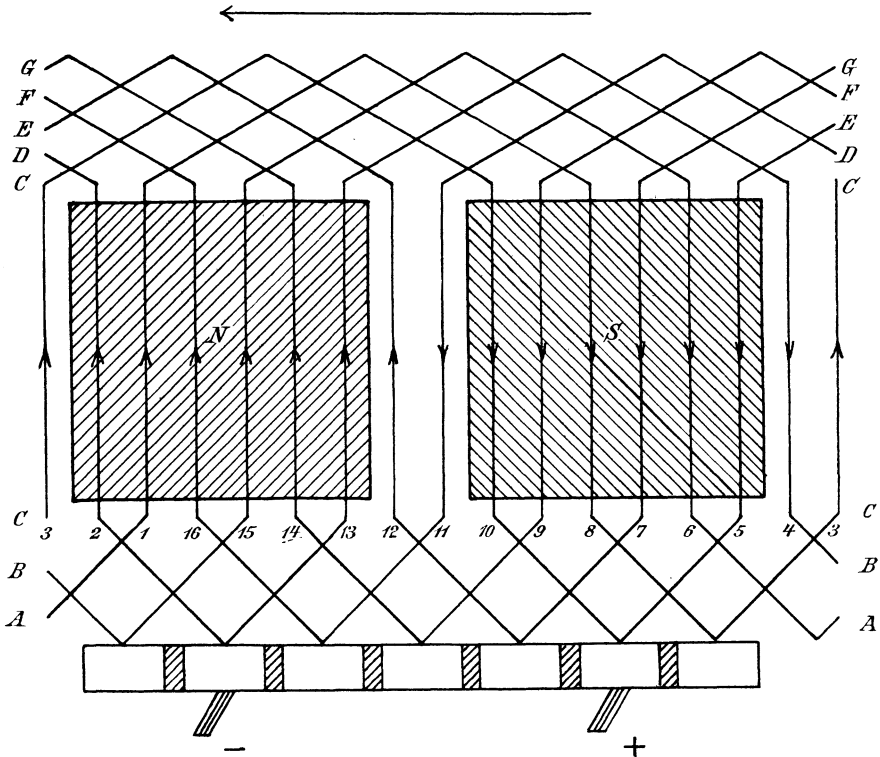
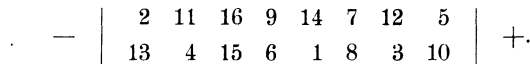


Fig. 83.

Wie man sieht, teilt sich der Strom an der negativen Bürste und fließt in 2 parallelen Zweigen auf die positive Bürste zu. Das Stromlaufschema innerhalb der Maschine läßt sich also auf folgende Weise darstellen:



Wir betrachten jetzt den Fall, wo je eine Bürste auf zwei Segmenten zu gleicher Zeit liegt (Fig. 82b). In diesem Augenblick ist einerseits die Spule 2, 11 durch die negative Bürste, andererseits die Spule 3, 10 durch die positive Bürste kurz geschlossen und dadurch aus dem ganzen Strom-

kreis ausgeschaltet. Wir zeichnen also keine Pfeile in die Stirnverbindungen der Drähte 2, 11, 3 und 10. Der Stromverlauf ergibt sich dann für den in Fig. 82b gezeichneten Augenblick zu:

$$- \begin{vmatrix} 16 & 9 & 14 & 7 & 12 & 5 \\ 13 & 4 & 15 & 6 & 1 & 8 \end{vmatrix} +.$$

Wie man sieht, liegen die kurzgeschlossenen Spulen bei richtiger Bürstenstellung wieder in der neutralen Zone.

Wickelt man nun den Ankerumfang ab, so erhält man ein deutliches Bild des Stromverlaufes. In Fig. 83 ist der abgewickelte Ankerumfang genau für den in Fig. 82a dargestellten Augenblick gezeichnet, wo die Bürsten nur auf je einem Segment aufliegen. Man stelle sich dabei vor, daß die Ankerwicklung in Richtung des oberen Pfeiles an den dahinterliegenden feststehenden Polen *N* und *S* vorbeibewegt wird, während der Kollektor gleichzeitig an den beiden Bürsten entlanggleitet. Nach  $\frac{1}{16}$  Umdrehung kommen die beiden Bürsten je auf zwei Segmenten gleichzeitig zu liegen und schließens dadurch die in der neutralen Zone liegenden Spulen kurz.

Was nun die elektromotorische Kraft des Trommelankers betrifft, so muß sie natürlich dieselbe sein, wie die eines Ringankers mit derselben Zahl der äußeren Drähte. Es zeigt sich jetzt, wie vorteilhaft es ist, für Trommel und Ring nicht die Windungszahl, sondern die äußere Drahtzahl *z* in die Gleichung für die elektromotorische Kraft einzuführen. Wir erhalten also auch für die Trommel:

$$E = N \cdot \frac{n}{60} \cdot z \cdot 10^{-8}.$$

Natürlich ist auch die Gleichung für den Ankerwiderstand bei Ring und Trommel dieselbe.

## 45. Ringanker mit Parallelwicklung.

Wir haben schon früher darauf hingewiesen, daß die elektromotorische Kraft der Maschine als die ursprüngliche Größe anzusehen ist, die durch die Konstruktion der Maschine und ihre Tourenzahl gegeben ist. Die Stromstärke, die man aus der Maschine entnehmen kann, ist jedoch ganz von dem eingeschalteten äußeren Widerstand, also z. B. von der Willkür der Konsumenten abhängig. Dennoch darf die Stromstärke einen gewissen Betrag nicht überschreiten, damit nicht die Joule'sche Wärme im Anker einen gefahrdrohenden Betrag erreicht. Man muß also bei Maschinen für hohe Stromstärken den Ankerwiderstand genügend klein und die Oberfläche des Ankers genügend groß machen. Das führt dann zu großen Kupferquerschnitten des Leiters. Man wendet dabei statt der Drahtwicklung eine Stabwicklung an.

Nun wird aber bei zu großem Kupferquerschnitt der Verlust durch Foucaultströme groß werden. Außerdem wird bei zunehmender Größe der Maschine das zweipolige Magnetgestell zu unförmlich und ist wegen seiner gedrungenen, massiven Form in Bezug auf Ventilation sehr ungünstig. Endlich aber führt der Kurzschluss der Spulen durch die Bürsten zu einer Funkenbildung, wenn der Strom in den einzelnen Spulen zu stark ist. Man wendet daher mehrpolige Maschinen an, deren Ankerwicklung in so viele parallele Abteilungen zerfällt, als Pole vorhanden sind. Am einfachsten gestaltet sich hier die Spiralwicklung für einen mehrpoligen Ringanker. Die Wicklung (Fig. 84) ist genau dieselbe, wie für eine zweipolige Maschine. Das Magnetgestell ist so angeordnet, daß ungleich-

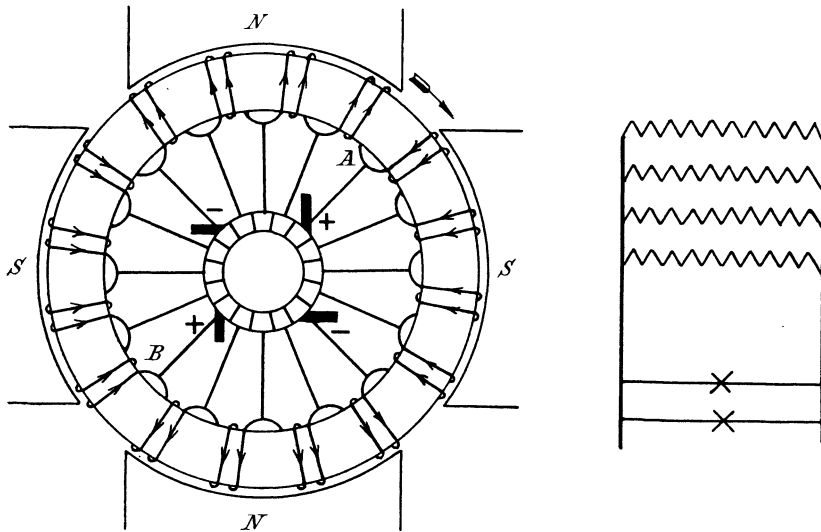


Fig. 84.

namige Pole aufeinander folgen. Drehen wir wieder den Ring im Sinne des Uhrzeigers, so fließt der Strom auf der vorderen Stirnfläche auf die Nordpole zu und von den Südpolen weg. Man sieht, daß der Strom je von zwei Seiten auf die Punkte *A* und *B* zuströmt und von hier aus vermittelt des Kollektors zu den positiven Bürsten fließt. Beide positive Bürsten sind miteinander und mit der positiven Klemme des äußeren Widerstandes verbunden. Ebenso sind beide negativen Bürsten miteinander und mit der negativen Klemme des äußeren Widerstandes verbunden.

Wie man sieht, zerfällt der Anker in vier parallel geschaltete Abteilungen. Ist also

- $l$  die Gesamtlänge des aufgewickelten Drahtes in Metern,
- $p$  die Zahl der Polpare.
- $q$  der Querschnitt des Drahtes in Quadratmillimetern,

so ergibt sich der Widerstand einer zwischen zwei ungleichnamigen Bürsten liegenden Abteilung zu  $\frac{\varrho \cdot l}{q}$  und also der ganze Ankerwiderstand bei  $2p$  parallelen Zweigen zu:

$$w_a = \frac{\varrho \cdot l}{q \cdot 2p} = \frac{\varrho \cdot l}{4p^2 \cdot q}. \quad (78)$$

Die Parallelwicklung hat also den Vorteil, daß der Ankerwiderstand dadurch sehr klein wird. Zugleich wird die Stromdichte, d. h. die Amperezahl pro Quadratmillimeter, im einzelnen Draht verhältnismäßig gering, da ja der ganze Ankerstrom sich in  $2p$  Teile teilt. Sie ergibt sich bei Parallelwicklung zu  $\frac{i_a/2p}{q} = \frac{i_a}{2p \cdot q}$ . Ist z. B. bei einer Maschine für 110 Volt und 100 Ampere Ankerstrom die gesamte aufgewickelte Drahtlänge gleich 200 m, der Drahtquerschnitt 10 qmm und ist die Zahl der Pole gleich 4, d. h.  $p = 2$ , so ergibt sich:

$$w_a = \frac{\varrho \cdot l}{4p^2 \cdot q} = \frac{0,02 \cdot 200}{4 \cdot 4 \cdot 10} = 0,025.$$

Der Effektverlust durch Joule'sche Wärme wird dann:

$$i_a^2 \cdot w_a = 100^2 \cdot 0,025 = 250 \text{ Watt.}$$

Das ist etwa 2,5% der Gesamtleistung. Der Spannungsverlust im Anker ergibt sich ferner zu:

$$i_a \cdot w_a = 100 \cdot 0,025 = 2,5 \text{ Volt}$$

und die Stromdichte zu:

$$\frac{i_a}{2p \cdot q} = \frac{100}{4 \cdot 10} = 2,5 \frac{\text{Ampere}}{\text{qmm}}.$$

Um nun die elektromotorische Kraft bei Ankern mit Parallelschaltung zu berechnen, hat man zu beachten, daß zwar die Anzahl der Kraftlinienschnitte pro Leiter und pro Umdrehung  $p$  mal so groß ist als bei zweipoliger Maschine mit der gleichen Zahl der aus einem Nordpol austretenden Kraftlinien. Andererseits wird die Anzahl der hintereinander geschalteten Leiter  $p$  mal so klein, als bei der zweipoligen Maschine mit gleicher Drahtzahl. Demnach ergibt sich die elektromotorische Kraft der mehrpoligen Maschine mit Parallelwicklung, wenn  $N$  wieder die aus einem Nordpol austretende Kraftlinienzahl bedeutet, zu:

$$E = N \cdot \frac{n}{60} \cdot z \cdot 10^{-8} \text{ Volt,}$$

wie bei der zweipoligen Maschine.

Wir haben nun noch darzulegen, wie man die Anzahl der Bürsten, die ja bei Parallelwicklung gewöhnlich gleich  $2p$  ist, reduzieren kann. Man verbindet dazu alle Kollektorsegmente miteinander, die um einen

Winkel von  $\frac{360}{p}$  Grad voneinander abstehen. Diese Verbindungen können an der dem Anker zugekehrten Seite des Kollektors vorgenommen werden. In Fig. 85a ist das für eine sechspolige Maschine mit Parallelschaltung gezeichnet ( $p = 3$ ). Es sind also je drei um  $\frac{360}{3} = 120^\circ$  voneinander entfernte Segmente miteinander verbunden und dadurch gleichsam diejenige Verbindung hergestellt, die sonst außen durch Verbindung der gleichnamigen Bürsten zu geschehen pflegt. Liegen dabei die stark ausgezogenen und die schwach ausgezogenen, aus Blechen hergestellten Verbindungen in getrennten Ebenen, so läßt sich die Schaltung ausführen, ohne daß die einzelnen Verbindungen sich berühren.

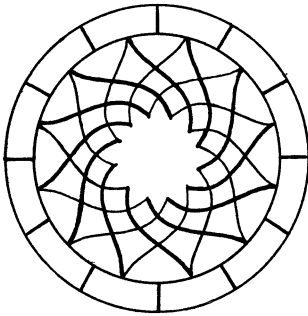


Fig. 85 a.

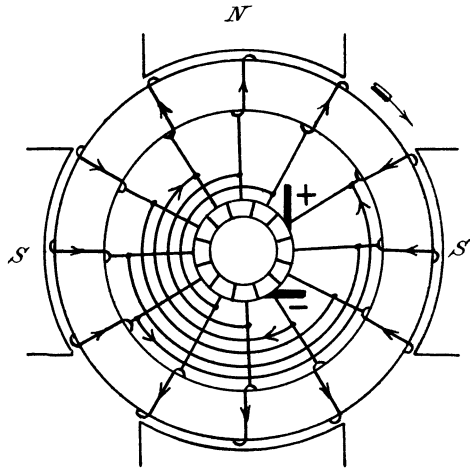


Fig. 85 b.

Nun ist allerdings nicht bloß eine Verbindung von den drei Segmenten geschaffen, an denen die Bürsten gerade anliegen, sondern auch alle anderen Segmente sind je drei und drei miteinander verbunden. Es haben jedoch alle Punkte, die miteinander verbunden sind, gleiches Potential, durch ihre Verbindung untereinander wird also in der ganzen Stromverteilung nichts geändert. Nur die Verbindung derjenigen Segmente, an denen die Bürsten gerade aufliegen, wird überhaupt vom Strom durchflossen, alle anderen Verbindungen sind stromlos, weil sie an Punkten gleichen Niveaus liegen. Das wird noch deutlicher durch Fig. 85b, wo die Äquipotential- oder Mordeyverbindungen direkt an die zum Kollektor führenden Drähte angeschlossen sind. Derartige Mordeyverbindungen sind selbstverständlich nur zulässig, wo die Stromdichte unter den Bürsten nach der Reduzierung der Bürsten nicht zu groß ist. Sie haben überhaupt weniger den Zweck, die Bürstenzahl zu reduzieren, als zu erreichen, daß Ungleichmäßigkeiten in der Stromverteilung erst innerhalb des Ankers, und nicht schon unter den Bürsten auftreten.

**46. Trommel mit Parallelwicklung.**

Die Parallelwicklung bei mehrpoligen Trommeln können wir uns wieder aus der Ringwicklung hervorgegangen denken. Nur ist hinter den vor dem Nordpol liegenden Leiter direkt der entsprechende, vor dem Südpol liegende Leiter geschaltet. Im übrigen sind aber die Spulen in fortlaufender Reihenfolge auf dem Ankerumfang angeordnet, so daß man vom Ende der ersten Spule wieder zurückgeht zu derjenigen Stelle, welche dem Anfang der ersten Spule zunächst liegt. Dabei hat man natürlich wieder darauf zu achten, daß die Wicklung gleichmäßig wird, daß also überall zwischen den Anfängen der Spulen Platz bleibt für die Enden der Spulen. Man erhält auf diese Weise die

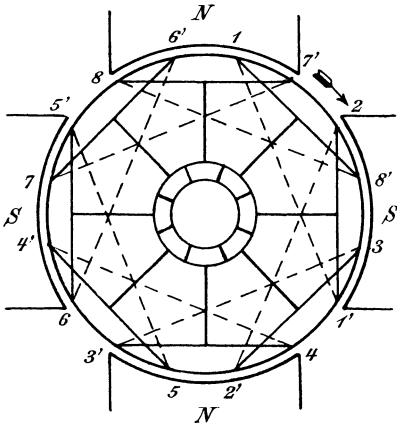


Fig. 86 a.

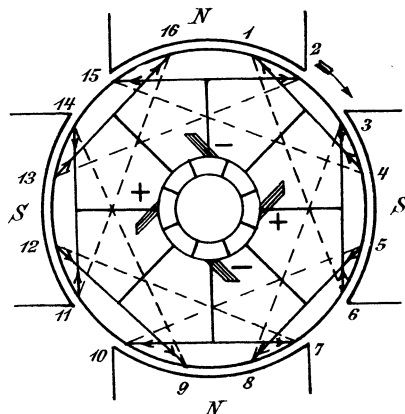
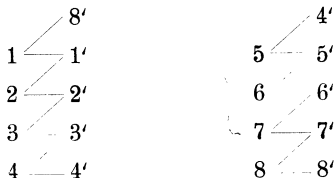


Fig. 86 b.

gewöhnliche Schleifenwicklung. Wir teilen z. B. den Ankerumfang in Fig. 86a in 8 Teile und benennen die Anfänge der 8 Spulenseiten mit 1, 2, 3 etc. Wir führen dann einen Draht auf der Mantelfläche bei 1 von vorne nach hinten, biegen hinten auf der Stirnfläche um und sollten nach dem Prinzip der Trommelwicklung zu der entsprechenden Stelle eines Südpoles gehen, also z. B. nach 3. Da dieser Platz besetzt ist, so wählen wir den Platz für das Ende der ersten Spule daneben und bezeichnen ihn mit 1'. Die Spule 1, 1' wird nun fertig gewickelt und dann die nächste Spule dahinter geschaltet. Der Anfang der zweiten Spule ist 2, wir haben also 1' auf der vorderen Stirnfläche mit 2 zu verbinden. Die Wicklung ist dann durch folgendes Schema dargestellt:



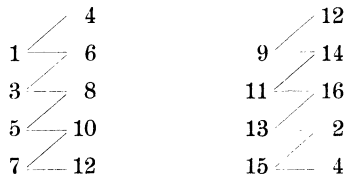
Die horizontalen Striche entsprechen dabei den Verbindungen auf der hinteren Stirnfläche, die schrägen Striche den Verbindungen auf der vorderen Stirnfläche. An die letzteren sind nun wieder die Zuleitungen zu den Kollektorsegmenten angeschlossen. Entsprechend den 8 Spulen haben wir 8 Kollektorsegmente. Der Wicklungsschritt von 1 nach 1' ist im vorliegenden Falle 5, der Schritt von 1' zurück nach 2 ist gleich 3. Bezeichnet also wieder  $y_1$  den Schritt vorwärts und  $y_2$  den Schritt rückwärts, so wird

$$\begin{aligned} y_1 &= 5, \\ y_2 &= 3. \end{aligned}$$

Hat man allgemein  $p$  Polpaare, also  $2p$  Pole, so muß man theoretisch um den  $2p$ ten Teil des Ankerumfangs weiterschreiten, praktisch also einen Schritt weniger oder einen Schritt weiter als den  $2p$ ten Teil. Bedeutet also  $s$  die Anzahl der auf dem Ankerumfang angelegten Felder oder die Anzahl der Spulenseiten, so ergibt sich für die Schleifenwicklung mit langem Wicklungsschritt:

$$\begin{aligned} y_1 &= \frac{s}{2p} + 1, \\ y_2 &= \frac{s}{2p} - 1. \end{aligned}$$

Dabei muß  $s$  durch  $2p$  teilbar sein, damit  $y_1$  und  $y_2$  ganze Zahlen werden. Außerdem müssen  $y_1$  und  $y_2$  ungerade sein. Das letztere wird deutlich, wenn wir, wie es in Fig. 86b geschehen ist, die Felder auf dem Umfang fortlaufend numerieren und dann die Wickelungstabelle aufstellen:



Wäre der Wicklungsschritt ein gerader, so würde man, mit 1 beginnend, immer nur auf die ungeraden Spulenseiten treffen, und die Wicklung wäre in sich geschlossen, ohne überhaupt die geraden Spulenseiten zu enthalten.

Die Anwendung der Faraday'schen Schwimmerregel ergibt nun wieder, daß der Strom bei der gezeichneten Drehungsrichtung des Ankers auf der vorderen Stirnfläche auf die Nordpole zu und von den Südpolen weg fließt, und es ergibt sich das Stromlaufschema in Fig. 86b zu:

$$- \begin{vmatrix} 7 & 12 & 9 & 14 \\ 10 & 5 & 8 & 3 \\ 2 & 13 & 16 & 11 \\ 15 & 4 & 1 & 6 \end{vmatrix} +$$

Verkürzt man nun bei der Schleifenwicklung den Wicklungsschritt, so erhält man die Sehnwicklung von Swinburne. Bei derselben umfaßt eine Spule nicht den Ankerumfang von Mitte Nordpol bis Mitte

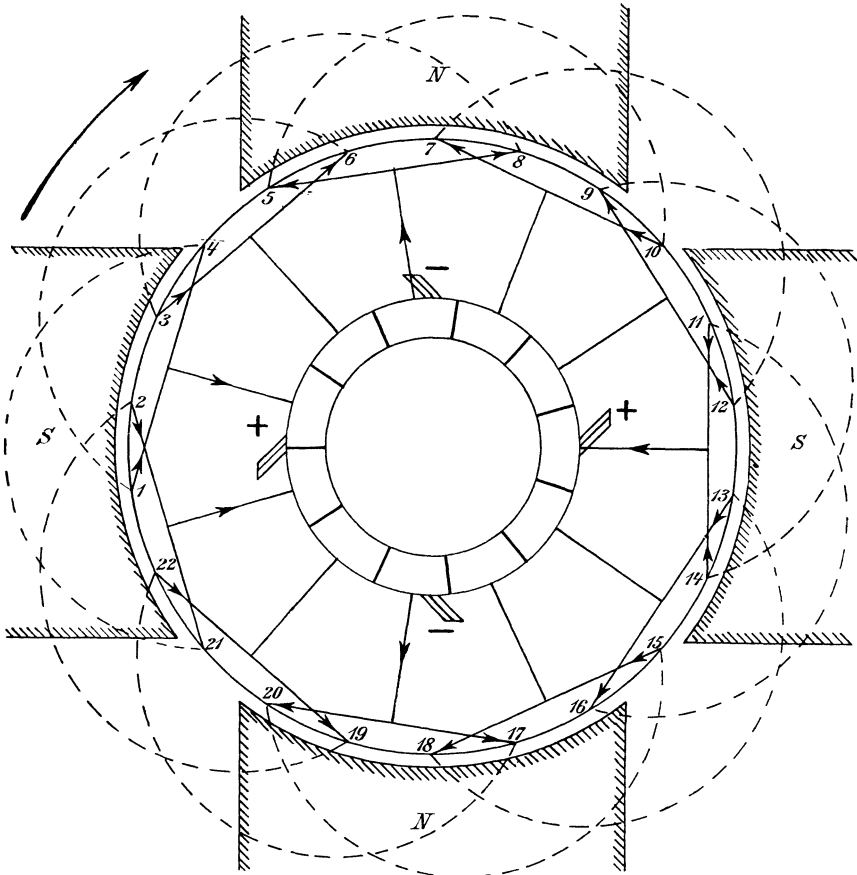


Fig. 87.

Südpol, sondern einen kleineren Teil des Ankerumfangs. Der Wicklungsschritt dafür ist bei Parallelschaltung gegeben durch:

$$y_1 = \frac{s-b}{2p} + 1,$$

$$y_2 = \frac{s-b}{2p} - 1,$$

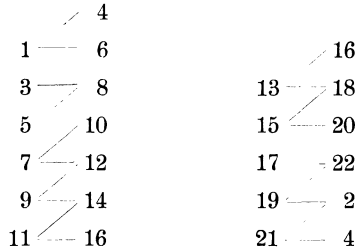
wobei  $s$ , wie immer bei Trommelwicklung, eine gerade Zahl ist.  $y_1$  und  $y_2$  müssen ganze, ungerade Zahlen sein, während  $b$  willkürlich angenommen wird. Ist z. B., wie in Fig. 87,  $s = 22$ ,  $p = 2$  und  $b = 6$ , so ergibt sich:



$$y_1 = \frac{s-b}{2p} + 1 = \frac{22-6}{4} + 1 = 5,$$

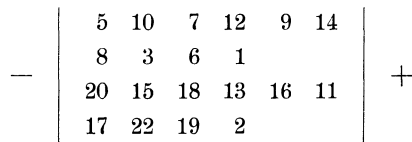
$$y_2 = \frac{s-b}{2p} - 1 = \frac{22-6}{4} - 1 = 3.$$

Dann ergibt sich folgendes Wicklungsschema:

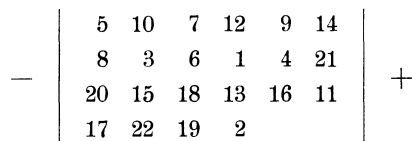


In Fig. 87 sind die hinteren Stirnverbindungen der Deutlichkeit wegen aufsen herumgelegt und gestrichelt gezeichnet.

Wir zeichnen nun in die vor den Polen liegenden Stirnverbindungen die Strompfeile, die wieder bei der gewählten Drehungsrichtung des Ankers auf die Nordpole zu und von den Südpolen weg gerichtet sind. Es ergibt sich zunächst, daß die Spule 4, 21 mit beiden Spulenseiten in der neutralen Zone liegt, weshalb auch die Strompfeile in die zu den Drähten 4 und 21 führenden Stirnverbindungen nicht hineinzuzichnen sind. Die Spule 4, 21 ist also im gegenwärtigen Augenblick kurz geschlossen. Daraus ergibt sich die Lage der linken Bürste. Dieselbe ist durch die Strompfeile 1 und 2 als die positive charakterisiert. Jetzt wird man am besten die vier Bürsten unter  $90^\circ$  Abstand zeichnen und das Stromlaufschema aufstellen, wobei man zuletzt in die Stirnverbindungen der in der neutralen Zone liegenden Drähte die entsprechenden Pfeile einzeichnet. Dann ergibt sich das Schema:



Die Wicklung zeigt die Eigentümlichkeit, daß jedesmal nur eine einzige Spule durch die Bürste kurz geschlossen ist. Das kommt daher, weil  $s/2$  nicht durch  $2p$  teilbar ist. Dabei tritt zeitweise allerdings eine Unsymmetrie auf, die in unserem Falle überhaupt nicht verschwindet. Einen kleinen Zeitraum später nach dem in Fig. 87 dargestellten Augenblick wird nämlich die linke Bürste von ihrem oberen Segment abgleiten. Sind die Bürsten dann sehr schmal, so ergibt sich der Stromverlauf folgendermaßen:



Die eine Ankerabteilung besteht jetzt also aus 2 Spulen, während die andere 3 Spulen enthält. Der Unterschied ist aber bei genügend großer Spulenzahl unbedeutend.

Die Sehenwicklung bietet den Vorteil, daß die in der neutralen Zone liegenden Drähte, z. B. bei breiter, neutraler Zone die Drähte 9 und 10, sowie 15 und 16, von entgegengesetzten Strömen durchflossen werden. Dadurch wird die Schwächung des Magnetfeldes durch den Ankerstrom, die in Abschnitt 55 besprochen wird, verringert.

### 47. Ring mit Serien-Parallelwicklung.

Bei den bisher besprochenen Wicklungen für Parallelschaltung liegt immer eine Ankerabteilung vor einem Polpaar. Sind nun die einzelnen Polpaare nicht gleich in Bezug auf ihre Kraftlinienzahl, so sind die in den einzelnen Abteilungen induzierten elektromotorischen Kräfte ungleich. Dadurch wird aber die Belastung der einzelnen Zweige, d. h. die Stromstärke, die hindurchfließt, eine sehr verschiedene. In Fig. 88 werde z. B. in der oberen, aus 2 parallelen Zweigen gebildeten Abteilung eine elektromotorische Kraft  $E_1 = 115$  Volt induziert. In der unteren Abteilung werde infolge ungleicher Kraftlinienzahl der Polpaare nur eine elektromotorische Kraft  $E_2 = 114$  Volt induziert. Der Widerstand jedes Doppelzweiges sei  $w' = 0,05$  Ohm. Wie groß wird der Strom in jedem der beiden Zweige, wenn der Gesamtstrom 100 Ampere beträgt?

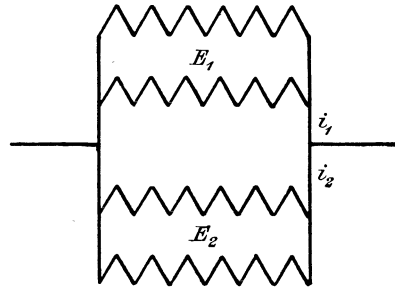


Fig. 88.

Da die Klemmspannung für beide Zweige dieselbe ist, so ergibt sich:

$$\begin{aligned}
 E_1 - i_1 \cdot w' &= E_2 - i_2 \cdot w' = e \\
 \text{oder} \quad 115 - i_1 \cdot 0,05 &= 114 - i_2 \cdot 0,05, \\
 1 &= (i_1 - i_2) 0,05, \\
 i_1 - i_2 &= 20.
 \end{aligned}$$

Ist also der Gesamtstrom gleich 100 Ampere, so ergibt sich:

$$\begin{aligned}
 i_1 &= 60 \text{ Ampere.} \\
 i_2 &= 40 \quad \text{,,}
 \end{aligned}$$

Die Mehrbelastung, d. h. die größere Stromstärke vor dem einen Polpaar, kann dann zur Folge haben, daß die Grenze des funkenlosen Ganges, die nach Abschnitt 56 von dem Ankerstrom abhängt, für die

betreffende Bürste überschritten wird, auch kann die Stromstärke für die Bürste überhaupt zu groß werden gegenüber der Auflagefläche der Bürste, wenn man nicht durch Mordeyverbindungen den Ausgleich schon innerhalb der Maschine vornimmt.

Trotzdem ist in Amerika die Schleifenwicklung in Gebrauch geblieben, während in Europa vielfach für Parallelwickelungen die von Arnold vorgeschlagene Wellenwicklung angewendet wird. Bei derselben verteilt sich

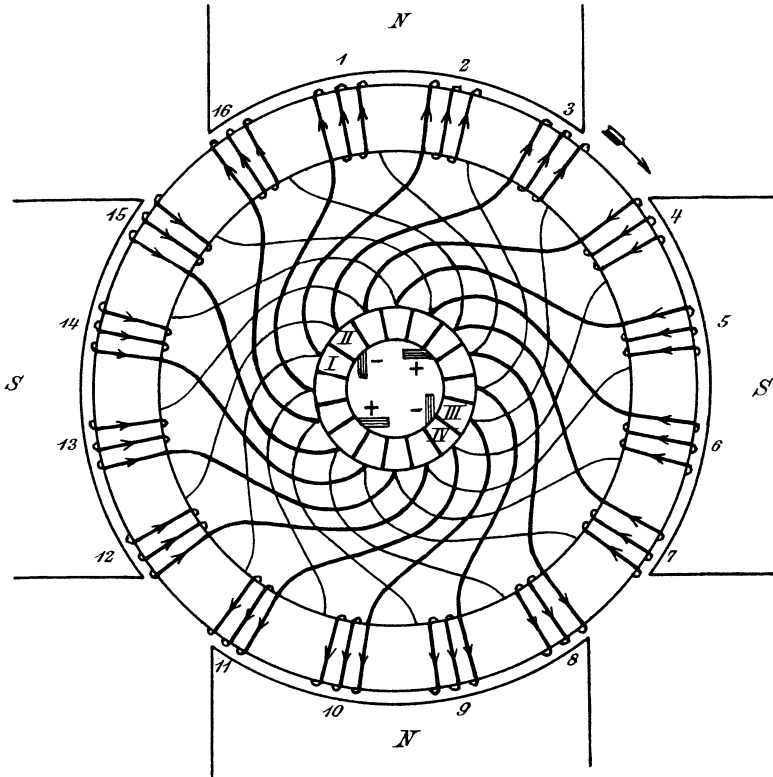


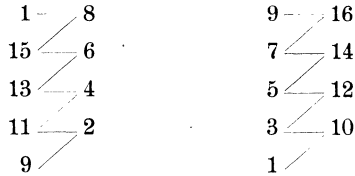
Fig. 89.

eine Ankerabteilung auf die verschiedenen Pole, so daß eine Ungleichmäßigkeit der Pole gleichmäßig alle Ankerabteilungen beeinflusst. Die Wicklung schreitet immer in gleichem Sinne vorwärts, so daß man, statt zum Anfang der Spule zurückzuwickeln, zu der entsprechenden Stelle des nächsten Pols weiter schreitet, und es ergibt sich für Ringanker mit einer solchen Serien-Parallelwicklung der Wicklungsschritt:

$$y = \frac{s}{p} \pm 1.$$

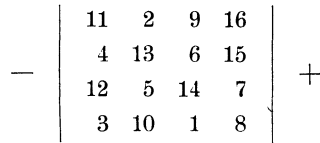
Dabei kann  $s$  gerade oder ungerade sein.  $s$  und  $y$  dürfen aber keinen gemeinschaftlichen Teiler besitzen. In Fig. 89 ist  $s = 16$  und

$p = 2$ . Das ergibt  $y = 9$  oder  $7$ . Gewählt ist  $y = 7$ . Dann ergibt sich das überaus einfache Wicklungsschema:



Die Verbindungen der Spulen untereinander liegen alle auf der vorderen Stirnfläche, aber in zwei verschiedenen Ebenen, so daß eine gegenseitige Berührung ausgeschlossen ist.

Zeichnen wir jetzt wieder die Strompfeile in die Ankerdrähte auf der vorderen Stirnfläche, so ergibt sich, daß der Strom einerseits auf den Verbindungspunkt zwischen Spule 8 und 15, andererseits auf den Verbindungspunkt zwischen Spule 16 und 7 zufließt. Daraus ergibt sich die Lage der beiden positiven Bürsten und wir erhalten folgendes Stromlaufschema:



Einen kleinen Zeitraum nach dem in Fig. 89 gezeichneten Augenblick werden die vier Bürsten gleichzeitig je auf 2 Segmenten liegen. Dadurch bilden z. B. die negativen Bürsten den kurzgeschlossenen Stromkreis:

$$\underline{I}, \underline{II}, \underline{3}, \underline{III}, \underline{IV}, \underline{11}, \underline{I}.$$

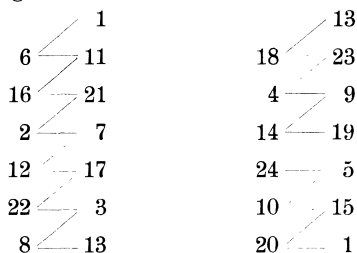
Es sind also durch die negativen Bürsten in diesem Augenblick die dann in der neutralen Zone liegenden Spulen 3 und 11 in Serie geschaltet, in sich kurz geschlossen und dadurch aus dem ganzen Stromkreis ausgeschaltet. Allgemein werden durch die positiven und die negativen Bürsten gleichzeitig je  $p$  Spulen kurz geschlossen. Da die kurzgeschlossenen Spulen dabei in Serie geschaltet sind und ein kurzgeschlossener Stromkreis an einer Stelle unterbrochen werden kann, ohne daß die leitende Verbindung zwischen den einzelnen Teilen aufhört, so folgt, daß man auch je eine positive und negative Bürste entbehren kann. Der betreffende Strom fließt dann, statt zu dieser Bürste, durch die in der neutralen Zone liegenden Spulen zu den anderen Bürsten.

### 48. Trommel mit Serien-Parallelwicklung.

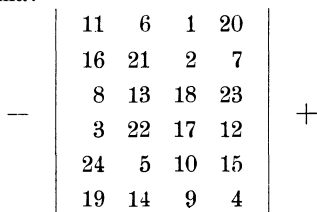
Bei der Trommel mit Parallelschaltung und Wellenwicklung gilt die Schaltungsregel:

$$y = \frac{s}{2p} \pm 1.$$

Dabei müssen  $s$  und  $y$  teilerfremd sein. Ist z. B.  $s = 24$  und  $p = 3$ , so ergibt sich  $y = 5$  oder  $3$ . Der Wicklungsschritt  $3$  führt zu keiner einfach geschlossenen Wicklung, da in diesem Falle  $s$  und  $y$  einen gemeinschaftlichen Teiler haben. Man würde z. B., von 1 anfangend, schon nach 8 Schritten wieder auf die Spulenseite 1 treffen. Wählen wir dagegen  $y = 5$ , so ergibt sich das Schema:



In Fig. 90 ist diese Wicklung gezeichnet, wobei angenommen werden kann, daß jede Spule, z. B. 2, 7 aus mehreren Windungen besteht. Wenn jedoch die Spulenseiten nur durch einen einzelnen Stab gebildet werden, so geht der spulartige Charakter der Wicklung ganz verloren und die Wicklung ist dann zu einer reinen Wellenwicklung geworden. In der Zeichnung sind die Verbindungen auf der vorderen Stirnfläche ausgezogen, die auf der hinteren Stirnfläche sind punktiert. Die Verbindungen auf der vorderen Stirnfläche, durch die zwei Drähte unter sich und mit dem Kollektorsegment verbunden werden, liegen wieder in 2 verschiedenen Ebenen, und zwar liegen die stark ausgezogenen Verbindungen in einer vorderen, die schwach ausgezogenen in einer hinteren Ebene. Die Anzahl der Segmente ist halb so groß wie diejenige der Spulenseiten. Zeichnen wir nun in der bekannten Weise die Strompfeile in sämtliche Verbindungen der vorderen Stirnfläche, so ergeben sich die Stellen, wo die positiven Bürsten anliegen. Das sind diejenigen Punkte, auf die der Strom von 2 Seiten zufließt. Ebenso ergeben sich die Orte für die negativen Bürsten als diejenigen, von wo der Strom nach 2 Seiten wegfliest. Dann ergibt sich das Stromlaufschema:



Einen Augenblick später wird durch das Aufliegen der negativen Bürsten auf je 2 Segmenten folgender kurzgeschlossener Stromkreis hergestellt:

I, II, 14, 19, III, IV, 22, 3, V, VI, 6, 11, I.

Gleichzeitig werden auch 3 Spulen durch die positiven Bürsten kurz geschlossen. Die auf diese Weise kurz geschlossenen Spulen liegen in der

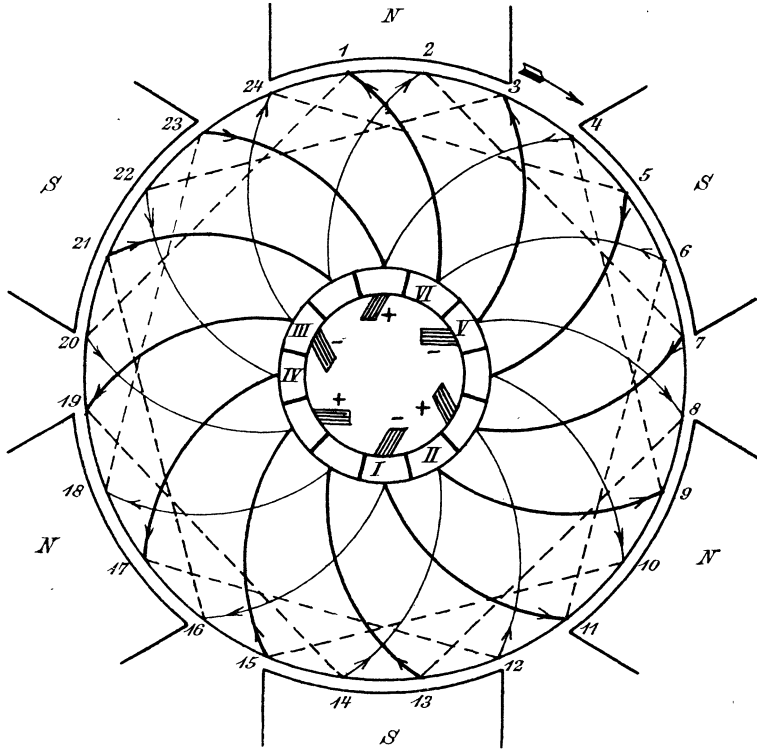


Fig. 90.

neutralen Zone. Allgemein werden wieder durch die positiven und negativen Bürsten je  $p$  Spulen oder je  $2p$  Spulenseiten in Serie kurz geschlossen. Über die Weglassung je einer Bürste gilt also das beim Ringanker Gesagte.

### 49. Ring mit Serienwicklung.

Bei den mehrpoligen Maschinen mit Serienschaltung zerfällt die ganze Ankerwicklung, wie bei der zweipoligen Maschine, nur in zwei parallele Abteilungen.

Bezeichnet also wieder  $N$  die Anzahl der aus einem Nordpol austretenden Kraftlinien, so wird bei gleicher Drahtzahl  $z$  und gleicher Tourenzahl  $n$  die induzierte elektromotorische Kraft  $p$  mal so groß wie bei

der zweipoligen Maschine. Es ergibt sich also für Serienschaltung die Formel:

$$E = p \cdot N \cdot \frac{n}{60} \cdot z \cdot 10^{-8}. \quad (79)$$

Bezeichnet andererseits wieder  $l$  die Gesamtlänge des aufgewickelten Drahtes in Metern,  $q$  den Querschnitt in Quadratmillimetern, so ergibt sich, wie bei der zweipoligen Maschine, der Ankerwiderstand  $w_a$  zu:

$$w_a = \frac{\rho \cdot l}{4q}.$$

Demnach werden Maschinen mit Reihenschaltung vorteilhaft für hohe Spannung und niedere Stromstärke gebaut.

Die Ringwicklung mit Serienschaltung erfolgt nach der Regel:

$$y = \frac{s \pm 1}{p}.$$

Dabei ist der Wicklungsschritt immer in einem Sinne fortlaufend gedacht.  $y$  und  $s$  müssen teilerfremd sein.  $s$  ist unter Umständen ungerade. Schreibt man die obige Gleichung in der Form:

$$py = s \pm 1,$$

so wird das Prinzip der Serienringwicklung besonders deutlich. Hinter eine vor einem Nordpol liegende Spule wird die fast gleichliegende Spule des nächsten Nordpoles und diejenige des folgenden Nordpoles geschaltet. Nach  $py$  Schritten gelangt man auf diese Weise einmal um den Umfang herum auf das Feld  $s \pm 1$ , das dem Anfang zunächst liegt.

Ist z. B.  $p = 2$  und  $s = 13$ , so wird  $y = 7$  oder 6. In Fig. 91 ist  $y = 6$  gewählt. Die Anfänge der Spulen sind vom Kollektor aus an der vorderen Stirnfläche des Ankers entlang geführt und die Enden der Spule auf der inneren Mantelfläche wieder von hinten nach vorne zurückgeführt. Jedes Kollektorsegment stellt wieder den Verbindungspunkt zweier Spulen dar. Die Verbindung erfolgt nach dem Schema:



Wir zeichnen wieder in der bekannten Weise die Pfeile in die Drähte auf der Stirnfläche. In Spule 1 und 4 wird keine elektromotorische Kraft induziert. Wir lassen also dort die Pfeile vorläufig weg. In allen andern Spulen können wir über die Stromrichtung nicht zweifelhaft sein. Selbst Spule 7 betrachten wir noch als zum Südpol gehörig.

Wir legen jetzt wegen der Stromrichtung in Spule 11 die negative Bürste an Segment I und wegen der Stromrichtung in Spule 8 die positive

Bürste an Segment II. Beide Bürsten bilden miteinander einen Winkel von genau  $90^\circ$  oder allgemein  $\frac{360}{2p}$  Grad. Jetzt ist zugleich über die Stromrichtung in den Spulen 1 und 4 entschieden und wir erhalten folgendes Stromlaufschema:

$$- \left| \begin{array}{cccccc} 11 & 5 & 12 & 6 & 13 & 7 & 1 \\ 4 & 10 & 3 & 9 & 2 & 8 & \end{array} \right| +$$

Die geringe Unsymmetrie in den Ankerabteilungen ist ohne Bedeutung.

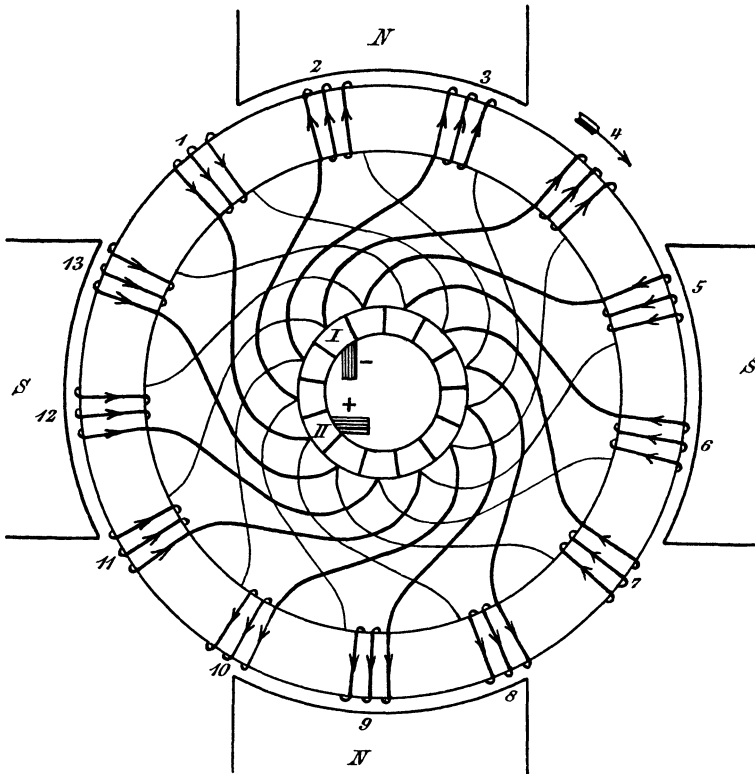


Fig. 91.

Es ergibt sich nun leicht, daß man die Bürste mit demselben Rechte, wie an Segment I und II, auch an die diametral gegenüberliegenden Stellen hätte anlegen können. Dadurch hätte sich nur die Stromrichtung in solchen Spulen geändert, die in der neutralen Zone liegen. Allgemein hätten wir das Bürstenpaar um den  $\frac{360}{p}$  ten Teil des Umfanges verschieben können. Von da aus aber ist es nur ein Schritt vorwärts, indem man nun überhaupt auch bei Serienwicklung  $p$  positive und  $p$  negative Bürsten verwendet, wobei dann die in der neutralen Zone liegenden Spulen durch



die Bürsten dauernd kurz geschlossen sind. Man kommt aber bei Serienwicklung mit zwei Bürsten aus.

Einen kleinen Zeitraum später nach dem in Fig. 91 gezeigten Augenblick liegt nun die positive Bürste auf zwei Segmenten zugleich und es kommen dadurch die Spulen 1 und 7 in Serie geschaltet zum Kurzschlufs. Allgemein werden durch jede Bürste  $p$  Spulen hintereinander geschaltet zum Kurzschlufs kommen, weil man nach dem Prinzip der

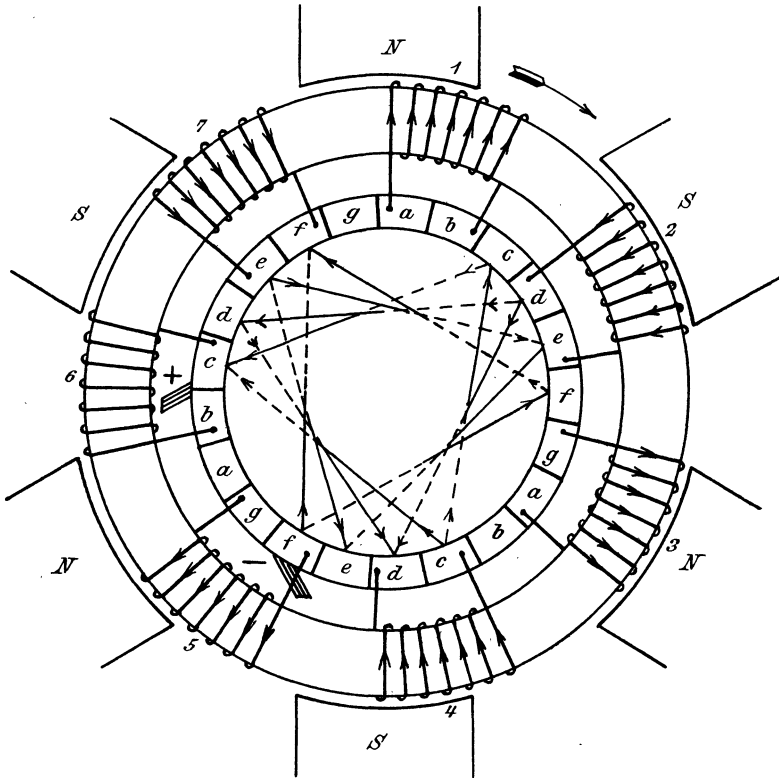


Fig. 92.

Serienringschaltung nach  $p$  Schritten wieder an die dem Ausgangspunkt benachbarte Stelle kommt, weil also  $p$  Spulen zwischen zwei benachbarten Segmenten liegen.

Will man nun immer nur eine Spule gleichzeitig zum Kurzschlufs bringen, so macht man die Zahl der Segmente  $p$  mal so groß wie die Spulenzahl. Dann kann die Zahl der Spulen verhältnismäßig kleiner gewählt werden. Der Anfang und das Ende jeder Spule werden dabei je zu einem besonderen Kollektorsegment geführt. Die Verbindung der Spulen unter sich geschieht dann durch Verbindung der entsprechenden Kollektor-

segmente, wobei man je  $p$  gleichliegende Segmente miteinander zu verbinden hat. Das Resultat ist dann dasselbe, als wenn man die Spulen unter Anwendung des Wicklungsschrittes

$$y = \frac{s+1}{p}$$

verbunden hätte. In Fig. 92 ist z. B.  $s = 7$  und  $p = 3$ . Die Zahl der Kollektor-segmente ist also 21. Entsprechend den drei Polpaaren sind je drei um  $120^\circ$  voneinander entfernte Segmente miteinander verbunden. Diese Verbindung ist der Deutlichkeit wegen nur bei einigen Segmenten gezeichnet. Die in Wirklichkeit verbundenen Segmente sind jedoch mit gleichen Buchstaben bezeichnet, so daß man sofort den Stromverlauf von einem Segment zum anderen verfolgen kann.

Es sei nun die Spule 6, die genau in der neutralen Zone liegt, durch die positive Bürste kurz geschlossen. Die negative Bürste liegt dann um  $60^\circ$  von der positiven entfernt. Dann ergibt sich aus den Strompfeilen in den Drähten auf der Stirnfläche folgendes Schema:

$$- \left| \begin{array}{ccc} 7 & 2 & 4 \\ 5 & 3 & 1 \end{array} \right| +$$

Man sieht übrigens ganz deutlich, daß man  $p$  positive und  $p$  negative Bürsten anwenden kann, da ja immer  $p$  Segmente untereinander verbunden und gleichwertig sind.

Von besonderer Wichtigkeit ist es nun, daß man sich die relative Lage der Spulen einer Ankerabteilung gegenüber den Polen klar macht. Spule 4 liegt z. B. am Anfang eines Südpoles, Spule 2 in der Mitte eines Südpoles, Spule 7 am Ende eines Südpoles. Alle drei Spulen sind also gleichwertig einer einzigen Spule von dreifacher Windungszahl, die sich über eine ganze Polteilung ausdehnt. Unter Polteilung versteht man dabei die Entfernung benachbarter Polmitten.

## 50. Trommel mit Serienwicklung.

Bei der mehrpoligen Trommel mit Serienschaltung muß  $s$ , wie überhaupt bei jeder Trommelwicklung, eine gerade Zahl sein. Denn wenn auch bei reiner Wellenwicklung, d. h. einer immer in gleichem Sinne fortschreitenden Stabwicklung, der spulenartige Charakter fast ganz wegfällt, so muß doch immer der Anfang der Wicklung auf der äußeren Mantelfläche von vorne nach hinten und das Ende von hinten nach vorne geführt werden. Nur dabei ergibt sich, wenn Anfang und Ende verbunden werden, eine symmetrische Wicklung. Dann aber muß  $s$  eine gerade Zahl sein.

Die Wicklungsschritte  $y_1$  und  $y_2$ , von denen der eine vorne, der andere hinten liegt, ergeben sich bei Trommel mit Serienschaltung zu:

$$y_1 + y_2 = \frac{s+2}{p} \quad \text{oder} \quad y_1 + y_2 = \frac{s-2}{p}.$$

Beide Wickelungsschritte sind in gleichem Sinne fortlaufend (Wellenwicklung). Dabei müssen  $y_1$  und  $y_2$  ungerade Zahlen sein, da man sonst, bei Spulenseite 1 anfangend, immer nur auf die ungeraden Spulenseiten treffen würde. Wird der Wickelungsschritt  $y_1$  gleich  $y_2$  gewählt, so erhält man:

$$y = \frac{s+2}{2p} \quad \text{oder} \quad 2py = s+2.$$

Dabei ist  $s$  gerade und  $y$  ungerade. Die Formel läßt erkennen, daß man prinzipiell von Mitte Nordpol fast bis zu Mitte Südpol wickelt. Man kommt aber bei einem Umgang, also nach  $2py$  Schritten, auf diejenige Stelle, welche die zweitnächste ist zu der Spulenseite, von wo man anfing. Das hängt mit dem früher besprochenen Prinzip der Trommel zusammen, wonach zwischen den Anfängen zweier Spulen ein Platz für das Ende einer Spule zu reservieren war.

Die Wahl eines verschiedenen Wertes von  $y_1$  und  $y_2$  kann zweierlei Ursachen haben. Unter Umständen ist die Drahtzahl oder die Zahl der Spulenseiten festgelegt, und man erhält dann nur bei ungleichem Wickelungsschritt ungerade Werte von  $y_1$  und  $y_2$ . Ist z. B.  $s = 214$ ,  $p = 6$ , so erhält man:

$$y_1 + y_2 = \frac{214+2}{6} = 36.$$

Nun darf man  $y_1$  nicht gleich  $y_2 = 18$  wählen, da ein gerader Wickelungsschritt keine einfache geschlossene Wickelung liefert. Demnach wird man

$$y_1 = 19, \quad y_2 = 17$$

wählen können. Ferner aber kann ein erheblich ungleicher Wickelungsschritt dann in Frage kommen, wenn es sich darum handelt, die Rückwirkung der in der neutralen Zone liegenden Ankerleiter auf das Magnetfeld zu verringern. Das Resultat ist dann dasselbe wie bei der Sehnenwicklung von Swinburne.

In Fig. 93 ist eine Trommelwicklung mit Reihenschaltung gezeichnet für  $s = 14$  und  $p = 2$ . Dabei ergibt sich:

$$y_1 + y_2 = \frac{s+2}{p} = \frac{14+2}{2} = 8 \quad \text{oder} \quad 6.$$

Wir wählen  $y_1 + y_2 = 6$ , also  $y_1 = y_2 = 3$ .

Das Wickelungsschema ergibt sich dann zu 1—4—7—10—13—2 etc. Man führt also die Wickelung bei 1 von vorne nach hinten auf der Mantelfläche entlang und dann auf der hinteren Stirnfläche nach 4, dort von hinten nach vorne und dann auf der vorderen Stirnfläche auf dem Umwege über ein Kollektorsegment nach 7 weiter. Die punktierten Verbindungen in Fig. 93 liegen auf der hinteren Stirnfläche.

Wir zeichnen nun wieder die Strompfeile in die vor den Polen liegenden Drähte, lassen jedoch die Strompfeile in den Drähten 13 und 6 vorläufig fort, da diese Drähte in der neutralen Zone liegen. Wir legen dann wegen der Stromrichtung in Draht 9 die negative Bürste an Segment I

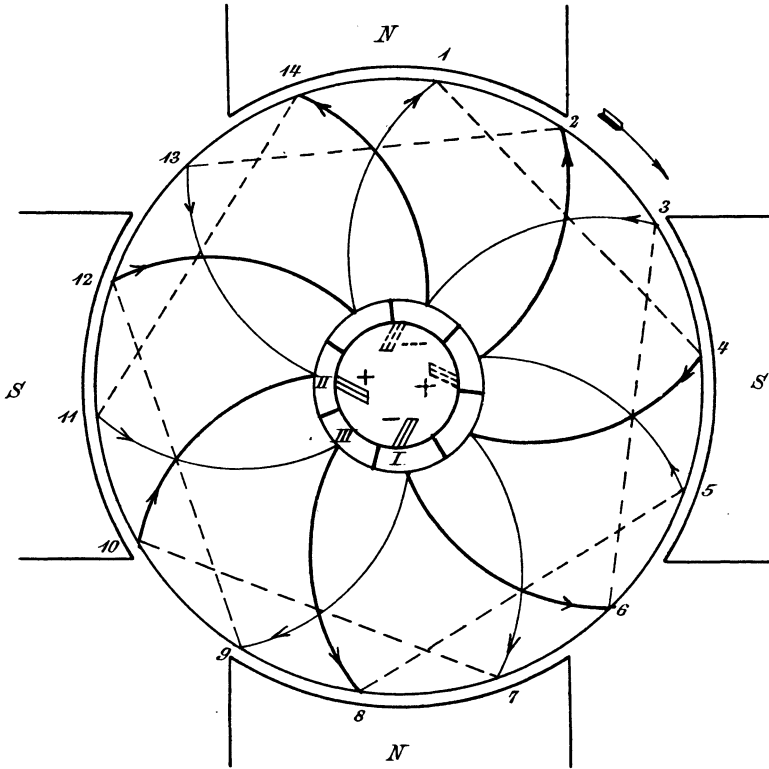


Fig. 93.

und die positive wegen der Stromrichtung in Draht 10 an Segment II. Dadurch ist aber die Stromrichtung in Draht 6 und 13 mit bestimmt und wir erhalten folgendes Stromlaufschema:

$$- \left| \begin{array}{cccccc} 9 & 12 & 1 & 4 & 7 & 10 \\ 6 & 3 & 14 & 11 & 8 & 5 & 2 & 13 \end{array} \right| +$$

Die ungerade Spulenzahl ergibt also zeitweise eine geringe Unsymmetrie.

Man hätte übrigens in unserm Falle auch wieder 4 Bürsten oder allgemein  $2p$  Bürsten anwenden können, deren Abstand gleich  $\frac{360}{2p}$  Grad ist. In Fig. 93 können demnach noch zwei Bürsten angeordnet werden, die den auf Segment I und II liegenden Bürsten diametral gegenüber liegen. Dieselben sind in Fig. 93 punktiert gezeichnet. Dadurch werden im ge-

zeichneten Augenblick die ohnehin wenig oder gar nicht induzierten Drähte 3, 6 einerseits und 2, 13 andererseits kurz geschlossen und wir erhalten folgendes Stromlaufschema:

$$- \begin{array}{|c|c|c|c|c|c|} \hline 9 & 12 & 1 & 4 & 7 & 10 \\ \hline 14 & 11 & 8 & 5 & & \\ \hline \end{array} +$$

Bei der gezeichneten Anordnung werden durch jede Bürste, sobald sie auf zwei Segmenten liegt,  $p$  Spulen oder  $2p$  Spulenseiten kurz ge-

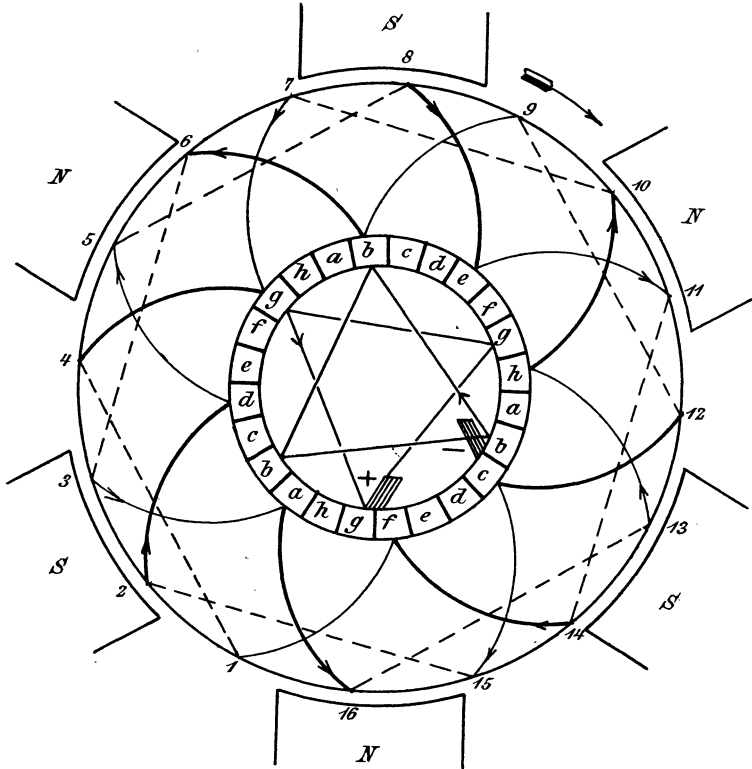


Fig. 94.

schlossen. Wir haben nun noch die Anordnung zu besprechen, durch welche man es erreicht, daß durch eine Bürste immer nur eine Spule kurz geschlossen wird. Zu dem Zwecke macht man die Zahl der Segmente  $p$  mal so groß wie die Zahl der Spulen, also  $\frac{p}{2}$  mal so groß wie die Zahl der Spulenseiten, und verbindet alle Segmente miteinander, die um  $\frac{360}{p}$  Grade voneinander abste-  
hen. Ist z. B., wie in Fig. 94,  $s = 16$  und  $p = 3$ , so ergibt sich:

$$y = \frac{s + 2}{6} = 3.$$

Das Wickelungsschema ergibt sich also zu:

$$1-4-7-10-13-16-3 \text{ etc.}$$

Von den Verbindungen innerhalb des Kollektors sind nur diejenigen gezeichnet, die im gerade dargestellten Augenblick von Bedeutung sind, während die Verbindung der übrigen Segmente durch gleichmäßige Buchstabenbezeichnung ersetzt ist.

Wir zeichnen nun die Strompfeile in die vor den Polen liegenden Drähte. Unter der Annahme, daß die in der neutralen Zone liegenden Spulen 1, 4 und 9, 12 gerade kurz geschlossen sind, ergibt sich die gezeichnete Stellung der beiden Bürsten. Wir erhalten dann folgendes Stromlaufschema:

$$- \left| \begin{array}{cccccc} 6 & 3 & 16 & 13 & 10 & 7 \\ 15 & 2 & 5 & 8 & 11 & 14 \end{array} \right| +$$

Selbstverständlich läßt sich nun ohne weiteres die  $p$ -fache Anzahl Bürsten anwenden, da ja je  $p$  Kollektorsegmente gleichwertig sind. Wir werden nun später bei Besprechung des funkenlosen Ganges der Maschinen sehen, welchen Vorteil es hat, daß durch die Vermehrung der Kollektorsegmente immer nur eine Spule pro Bürste kurz geschlossen wird.

## Siebentes Kapitel.

51. Die Erregung der Dynamomaschinen. — 52. Die Feldmagnete. — 53. Die Streuung. —  
54. Die Vorgänge in der neutralen Zone. — 55. Die Ankerrückwirkung. —  
56. Die Quermagnetisierung.

### 51. Die Erregung der Dynamomaschinen.

Die ersten Maschinen, in denen durch mechanische Bewegung eines Leiters im magnetischen Feld eine elektromotorische Kraft erzeugt wurde, enthielten Stahlmagnete. Man setzte dieselben aus einzelnen Lamellen zusammen, die sich stärker magnetisieren ließen, als massive Stahlmassen. Trotzdem war die Kraftlinienzahl, die von solchen Stahlmagneten geliefert wurde, verhältnismäßig klein. Infolgedessen waren auch die erzeugte elektromotorische Kraft und die Stromstärke gering.

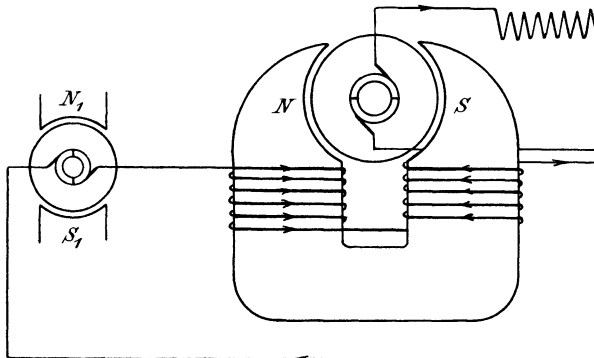


Fig. 95.

Es war daher ein prinzipieller Fortschritt, als Wilde in Manchester in einer solchen Maschine mit Stahlmagneten und zweiteiligem Kommutator erzeugten Gleichstrom zur Magnetisierung der Eisenschenkel einer zweiten Maschine benutzte. Da Schmiedeeisen durch einen verhältnismäßig schwachen magnetisierenden Strom außerordentlich stark magnetisch wird, so war die in den Wilde'schen Maschinen erzielte elektromotorische Kraft

von erheblicher Stärke. In Fig. 95 ist eine solche Anordnung gezeichnet.  $N_1$  und  $S_1$  sind die Stahlmagnete der Erregermaschine. Der Strom, den diese Maschine liefert, fließt durch die Schenkelwicklung einer größeren Maschine, deren Magnetgestell aus Schmiedeeisen oder Gufseisen besteht. Die Magnetspulen sind dabei derartig verbunden, daß entgegengesetzte Pole  $N$  und  $S$  induziert werden. Man hat also darauf zu achten, daß das untere Ende der linken Spule vorne liegt, während das angeschlossene untere Ende der rechten Spule hinten liegt.

Der gewaltige Aufschwung der Elektrotechnik während der letzten Jahre des vergangenen Jahrhunderts wurde aber erst möglich durch das von Werner von Siemens entdeckte Dynamoprinzip. Im Jahre 1866 legte Siemens der Berliner Akademie der Wissenschaften eine Abhandlung vor, in welcher er nachwies, daß der remanente Magnetismus des Eisens zur Selbsterregung der Maschinen benutzt werden könne. Die einfache Form dieser in den Poggendorf'schen Annalen vom Jahre 1867 veröffentlichten Abhandlung steht in merkwürdigem Gegensatz zu der enormen Bedeutung, die das Dynamoprinzip in Verbindung mit dem mehrteiligen Kollektor für die Entwicklung der Elektrotechnik gehabt hat. Erst seit der Entdeckung desselben gibt es „Dynamomaschinen“.

Mit diesem Namen bezeichnete man früher die selbsterregenden Maschinen im Unterschied von den Maschinen mit fremder Erregung. Jetzt ist es allerdings Gebrauch geworden, als Dynamo jede Maschine zu bezeichnen, in welcher durch Bewegung eines Leiters im magnetischen Feld eine elektromotorische Kraft geschaffen wird. Dynamo und Generator sind also jetzt gleichbedeutend. Es ist übrigens von Interesse, daß wenige Tage nach der Siemens'schen Veröffentlichung auch in England das Prinzip der Selbsterregung selbständig bekannt gemacht wurde, und daß in Amerika bereits einige Wochen vorher ein vorläufiges Patent darauf angemeldet gewesen ist.

Der Vorgang der Selbsterregung vollzieht sich nun derartig, daß bei der Inbetriebsetzung zunächst nur die Kraftlinien des remanenten Magnetismus geschnitten werden. Dadurch wird eine geringe elektromotorische Kraft und, falls der Stromkreis geschlossen ist, ein schwacher Strom erzeugt. Indem aber dieser Strom nach Fig. 96 um die Schenkel der Maschine fließt, verstärkt er den remanenten Magnetismus. Mit der Kraftlinienzahl wächst dann die Zahl der Kraftlinienschnitte pro Sekunde, also die elektromotorische Kraft, und dadurch wieder der Strom etc. So arbeitet sich die Maschine beim „Angehen“ selbst in die Höhe und schafft sich ihren Magnetismus selbst. Die Stärke des auf diese Weise geschaffenen Magnetfeldes und der induzierten elektromotorischen Kraft hängt dann von den Betriebsverhältnissen ab. Der Anfänger könnte allerdings vermuten, daß sich die Maschine bis zur vollständigen Sättigung des Eisens in die Höhe arbeiten müßte. Das ist aber nicht der Fall, abgesehen davon, daß die Sättigung des Eisens ein sehr relativer Begriff ist. Vielmehr wächst



der Strom nur so lange an, bis das Produkt aus seiner Stärke mal dem Widerstand des ganzen Kreises gleich der elektromotorischen Kraft ist, die bei den betreffenden Kraftlinien induziert wird.

Dadurch wird nun allerdings das Verständnis der Dynamomaschinen sehr erschwert, da die betreffende Kraftlinienzahl ja vom Strome selbst abhängig ist. Wir kommen demnach zu dem merkwürdigen Resultat, daß die Stromstärke zwar nach dem Ohm'schen Gesetz durch die elektromotorische Kraft und den Widerstand gegeben ist, daß aber andererseits die elektromotorische Kraft selbst von der Stromstärke und also auch vom Widerstand abhängig ist. Jetzt ist also unsere frühere Vorstellung kaum mehr aufrecht zu halten, wonach die elektromotorische Kraft und der Widerstand des Kreises ursprünglich gegeben sind, und wo sich die Stromstärke erst nach dem Ohm'schen

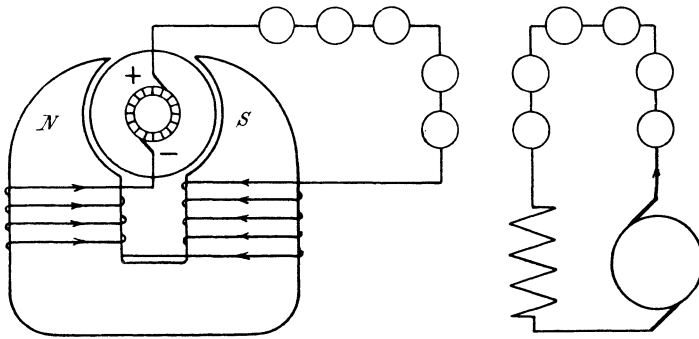


Fig. 96.

Gesetz aus beiden ableitet. Vielmehr ist bei der Dynamomaschine die elektromotorische Kraft nicht allein eine Funktion der Maschine, die etwa durch konstante Kraftlinienzahl, Tourenzahl und Drahtzahl gegeben wäre, sondern sie hängt außerdem noch ab von den Betriebsverhältnissen, also von dem zwischen den Klemmen liegenden Widerstand.

Selbstverständlich muß die Schaltung zwischen Anker und Magneten derartig sein, daß der vom remanenten Magnetismus erzeugte Strom den remanenten Magnetismus verstärkt und nicht etwa abzuschwächen sucht. Eine falsche Verbindung zwischen Anker- und Magnetwicklung verhindert also unter allen Umständen das Angehen der Maschinen. Ebenso wird eine Maschine, bei der die Verbindung richtig war, nicht mehr angehen, wenn die Drehungsrichtung des Ankers geändert wird. Soll die Drehungsrichtung geändert werden, so ist auch die Verbindung zwischen Anker- und Magnetwicklung zu ändern. Dagegen ist eine etwa durch äußere Einflüsse vorgenommene Umpolarisierung ohne Einfluß auf das Angehen der Maschine. Mit der Umkehrung der Pole des remanenten Magnetismus kehrt sich nämlich zugleich die Richtung der elektromotorischen Kraft

und damit auch die Richtung des magnetisierenden Stromes um. Das Umpolarisieren hat dann nur eine Veränderung des Vorzeichens der Bürsten zur Folge.

Aber auch bei richtiger Schaltung zwischen Anker und Magneten gehen unter Umständen die Dynamomaschinen nicht an. Wir betrachten dabei zunächst die Hauptstrommaschine, wie sie in Fig. 96 gezeichnet ist. Der Strom durchfließt bei dieser Maschine hintereinander die Magnetwicklung und den äußeren Widerstand, der Nutzstrom ist also zu gleicher Zeit auch Magnetisierungsstrom. Ist also der äußere Widerstand beim Angehen zu groß, so wird die durch den remanenten Magnetismus geschaffene elektromotorische Kraft nur einen schwachen Strom erzeugen, und dieser genügt dann nicht, um den remanenten Magnetismus in die Höhe zu bringen. Ebenso wird bei zu niedriger Tourenzahl die im ersten Augenblick induzierte elektromotorische Kraft nicht ausreichen, um den zur Verstärkung des Feldes nötigen Magnetisierungsstrom zu schaffen.

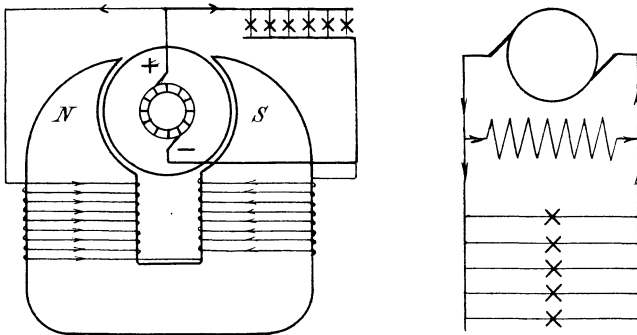


Fig. 97.

Während nun bei der Hauptstrommaschine die Magnetwicklung aus wenig Windungen eines dicken Drahtes besteht und mit dem äußeren Widerstand in Serie geschaltet ist, liegt bei der Nebenschlussmaschine (Fig. 97) die Magnetwicklung, die aus vielen Windungen eines verhältnismäßig dünnen Drahtes besteht, parallel zum äußeren Widerstand, also im Nebenschluß. Ihre beiden Enden liegen also direkt an den Bürsten der Maschine, und der aus dem Anker fließende Strom teilt sich an der positiven Bürste in zwei Teile. Der größere Teil fließt durch den äußeren Nutzwiderstand, der kleinere Teil durch die Magnetwicklung. Der Widerstand der Magnetwicklung ist deswegen immer mehr als 20mal so groß als der äußere Widerstand.

Eine Nebenschlussmaschine wird nun, natürlich wieder unter Voraussetzung richtiger Verbindung zwischen Anker und Magneten, bei hoher Tourenzahl besser angehen, als bei niedriger Tourenzahl. Außerdem aber

wird sie, im Gegensatz zur Hauptstrommaschine, gerade bei Leerlauf, während der äußere Stromkreis offen ist, besonders leicht angehen, weil dann der ganze, durch den remanenten Magnetismus erzeugte Strom durch die Magnetwicklung fließt. Ist dagegen der äußere Widerstand sehr klein, so geht die Maschine nicht an. Man kann dies oberflächlich daraus erklären, daß bei kleinem äußeren Widerstand der weitaus größte Teil des vom remanenten Magnetismus induzierten Stromes durch den äußeren Widerstand und nur ein sehr geringer Teil durch die Magnetwicklung fließt. Weil nun aber die Maschine überhaupt gar nicht in erster Linie einen Strom, sondern eine elektromotorische Kraft liefert, so werden wir

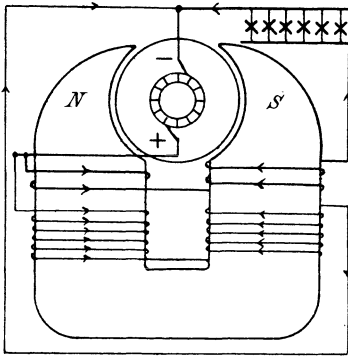


Fig. 98 a.

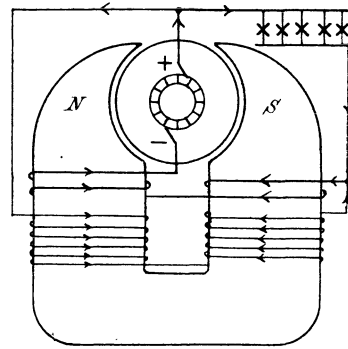


Fig. 98 b.

besser sagen, daß bei kleinem äußeren Widerstand der äußere Strom und damit auch der Ankerstrom verhältnismäßig stark werden. Dann aber wird der Spannungsverlust im Anker erheblich, und die an der Magnetwicklung übrig bleibende Klemmspannung genügt dann nicht mehr, um den zur Erregung erforderlichen Magnetisierungsstrom zu schaffen. Endlich kommt beim Angehen noch der Widerstand der Magnetwicklung in Betracht. Ist derselbe zu groß, oder ist er durch einen zugeschalteten Regulierwiderstand noch besonders vergrößert, so geht die Maschine nicht an. Unter Umständen wird das Angehen sogar schon durch den Übergangswiderstand zwischen dem Kollektor und den Kohlebürsten erschwert, besonders wenn dieselben lose aufliegen.

Die Compoundmaschine (Fig. 98 a und b) ist eine Vereinigung von Hauptstrom- und Nebenschlußmaschine. Sie ist im wesentlichen eine

Nebenschlußmaschine, deren Magnetfeld durch die Wirkung einer Hauptstromspule verstärkt wird. Die Wickelung ist also so anzuordnen, daß die Ströme in der Hauptstrom- und der Nebenschlußwicklung gleichgerichtet sind. In Fig. 98a ist der Nebenschluß von den Bürsten abgezweigt. Er liegt also parallel zum Widerstand der Hauptstromwicklung und dem äußeren Widerstand. In Fig. 98b ist der Nebenschluß dagegen von den Klemmen der Maschine abgezweigt. Der Nebenschlußwiderstand liegt also parallel zum äußeren Widerstand. Die Kompoundwicklung dient dazu, bei Vergrößerung des Stromverbrauches trotz des dadurch vergrößerten Spannungsverlustes im Anker die Klemmspannung konstant zu halten.

## 52. Die Feldmagnete.

Die Feldmagnete bestehen meist aus mehreren miteinander verschraubten Teilen verschiedenen Materials. Als Material wird Ankerblech, Schmiedeeisen, Gufseisen, Dynamogufsstahl und Flufseisen verwendet.

Für Generatoren mit Fremderregung oder für Motore empfiehlt sich unter Umständen das Schmiedeeisen wegen seiner hohen magnetischen Leitfähigkeit. Dagegen geht es nicht an, die Feldmagnete einer Dynamo mit Selbsterregung ganz aus Schmiedeeisen herzustellen, weil die Maschine bei dem geringen remanenten Magnetismus des Schmiedeeisens nicht angehen würde. Bei Dynamomaschinen, d. h. Maschinen mit Selbsterregung, wird man also das Schmiedeeisen vorteilhaft nur als Material der Magnetkerne verwenden, wobei der Kernquerschnitt verhältnismäßig klein gewählt werden kann. Die dadurch erzielte Ersparnis an Kupfer ist bedeutend, weil dabei nicht bloß der Umfang einer Windung verhältnismäßig klein ist, sondern weil bei dem kleineren Umfang unter Voraussetzung gleichen Wirkungsgrades zugleich der Kupferquerschnitt kleiner gewählt werden kann, als bei Verwendung von Gufseisen.

Das Ankerblech kommt als Material für die Polschuhe in Betracht, weil dabei der Verlust durch Wirbelströme an den Polecken vermieden wird.

Das Gufseisen mit seinem höheren remanenten Magnetismus wurde früher fast allgemein als Material für das Magnetgestell benutzt. Wegen seiner geringen magnetischen Leitfähigkeit kommt es indessen jetzt nur noch für kleinere Maschinen in Frage. Dabei werden Grundplatte und Magnetgestell in einem Stück gegossen. Die geringeren Herstellungskosten und der billigere Preis des Gufseisens wiegen dann den Nachteil des durch die schlechte Leitfähigkeit veranlaßten größeren Kupfer- und Eisengewichtes auf.

Dagegen hat der Dynamogufsstahl das Gufseisen neuerdings überall da verdrängt, wo es gilt, große Maschinen mit hohem Wirkungsgrad zu bauen. Er vereinigt den Vorteil eines hohen remanenten Magnetismus mit demjenigen einer hohen magnetischen Leitfähigkeit, die sich von der-

jenigen des Schmiedeeisens nur wenig unterscheidet. Man kann also eine viel höhere magnetische Induktion zulassen und braucht dabei noch verhältnismäßig wenig Amperewindungen auf den Schenkeln. Während früher oft die Hälfte aller Amperewindungen verbraucht wurde, um den Kraftlinienfluß durch das Gufseisen der Feldmagnete zu treiben, ist es jetzt bei größeren Maschinen die Regel, daß für den gesamten Eisenweg inklusive Zähne und Anker nur etwa 25 % der gesamten Amperewindungen verbraucht werden. Das Eisen- und Kupfergewicht der Feldmagnete wird also bedeutend geringer sein bei Verwendung von Gufsstahl. Dadurch werden die Maschinen gefälliger und leichter und sind auch in Bezug auf Abkühlungsverhältnisse günstiger gestellt. Außerdem wird die größere zulässige Kraftliniendichte, wie sich später ergibt, auf den funkenlosen Gang von wesentlichem Einfluß sein. Diesen Vorteilen steht nur der

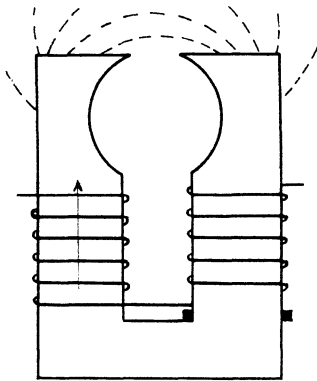


Fig. 99 a.

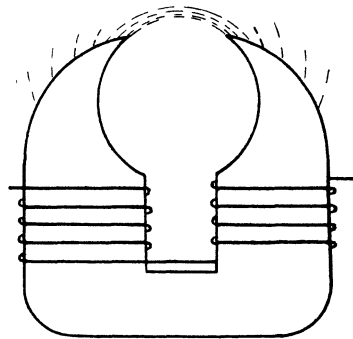


Fig. 99 b.

höhere Preis des Gufsstahles und unter Umständen die höheren Bearbeitungskosten entgegen, die dadurch verursacht werden, daß sich das Gestell mit der Fundamentplatte nicht in einem Stück gießen läßt.

Was nun die Form des Magnetgestelles betrifft, so hat es sich herausgestellt, daß eine möglichst gefällige, dem Verlauf der Kraftlinien sich anschmiegende Form am günstigsten ist. Eine Kraftlinie bildet niemals Ecken. Die scharfen Kanten des Magnetgestelles in Fig. 99 a vergrößern also nur unnützerweise das Eisengewicht der Maschine. Sie sind aber auch sonst bei der Hufeisenform oder Siemens-type sehr nachteilig, indem sie die Streuung begünstigen, wie durch die gestrichelten Kurven in Fig. 99 a angedeutet ist. Man hat dabei den Nachteil, daß die Induktion in den Magnetkernen unnötig groß wird, weil dieselben nicht bloß den durch den Anker gehenden nützlichen Kraftlinienfluß, sondern auch den Streufluß führen müssen. Die Pole sind also in der Weise, wie es in Fig. 99 b gezeichnet ist, abzurunden oder abzuschrägen.

Dadurch wird der Weg der Streulinien durch die Luft verlängert und die Anzahl der Streulinien verringert. Bei mehrpoligen Maschinen wird ferner bei einem runden oder ovalen Querschnitt und bei Verwendung von Polschuhen die Streuung geringer sein, als wenn Pole mit rechteckigem Querschnitt sich verhältnismäßig nahe gegenüberstehen. Man

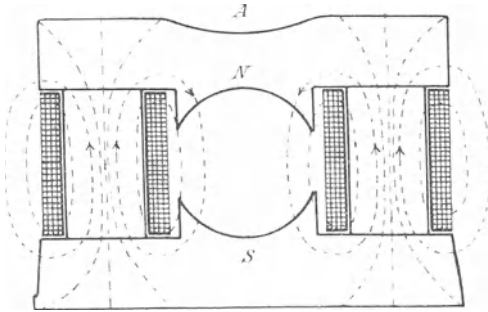


Fig. 100.

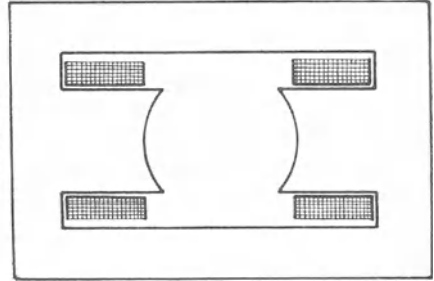


Fig. 101.

wird ferner Folgepole, wie sie bei der Manchestertype in Fig. 100 vorkommen, möglichst vermeiden. Den Kraftlinien ist nämlich bei dieser Type Gelegenheit gegeben, sich in großer Zahl außerhalb der Maschine zu schließen, ohne den Anker zu passieren. Man hat unwillkürlich den Eindruck, als wenn die bei *N* aufeinanderstossenden Kraftlinien sich gegen-

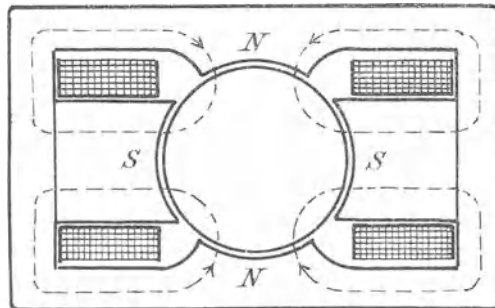


Fig. 102.

einander aufbäumen, und es nützt wenig, wenn man den Eisenweg durch Abrundung der Ecken und durch Aussparungen bei *A* dem natürlichen Weg der Kraftlinien gleichsam anzupassen sucht.

Das beste Mittel, um die Streuung zu vermindern, ist eine möglichst geringe Entfernung zwischen Erregerspule und Anker. Das wird in der Lahmeyertype erreicht, die in Fig. 101 gezeichnet ist. Dabei tritt nur

eine äußerst geringe Streuung zwischen den Polspitzen auf. Diese eisenumschlossene Type findet daher jetzt fast allgemein Anwendung, besonders auch für mehrpolige Maschinen. In der Regel trägt dabei jeder Pol auch eine Erregerspule (Fig. 109a). Es läßt sich jedoch die Erregung eines Polpaares auch durch eine einzige Erregerspule bewirken (Fig. 102). Die dabei auftretenden Folgepole werden in diesem Falle nicht schädlich sein. Im allgemeinen bietet jedoch diese Anordnung keine Vorteile, außer wo es sich, wie bei Straßenbahnmotoren, darum handelt, die Höhe der Maschine möglichst klein zu machen.

Was nun endlich die Innenpolmaschinen betrifft, so bietet die Befestigung des Ankers, der um das feststehende Polrad rotiert, gewisse Schwierigkeit, sodafs man von dieser sonst vorzüglichen Konstruktion wieder abgekommen ist. Dagegen ist die Innenpolmaschine die beste Konstruktion für Wechselstrommaschinen, und zwar rotiert bei denselben das Polrad, während der außen angeordnete Anker feststeht.

### 53. Die Streuung.

Es ist nun noch übrig, die verschiedenen Maschinentypen in Bezug auf die dabei auftretende Streuung zahlenmäfsig zu vergleichen. Es bezeichne

- $N$  die von einem Nordpol in den Anker eintretenden Kraftlinien,
- $N_s$  die von einem Nordpol nach beiden Seiten austretenden Streulinien,
- $N_m = N + N_s$  die Gesamtkraftlinien innerhalb des Polkernes,
- $\sigma = \frac{N_m}{N}$  den Streukoeffizienten. (80)

Dann ergibt sich für die verschiedenen Maschinentypen experimentell etwa:

- $\sigma = 1,5$  für die Manchestertype,
- $\sigma = 1,36$  für die Siemestype,
- $\sigma = 1,1$  bis  $1,2$  für die Lahmeyertype.

Bei den betreffenden Versuchen wird eine Sekundärspule in der in Fig. 99a gezeichneten Weise um den Magnetkern gewickelt, und die Enden der Spule zu einem ballistischen Galvanometer geführt. Beim Unterbrechen des Erregerstromes ziehen sich alle Kraftlinien zusammen und schneiden durch die Sekundärspule. Der Ausschlag des Galvanometers ist dann ein Maß für die Kraftlinienzahl. Derselbe Versuch wird mit einer um den Anker gelegten Sekundärspule wiederholt. Das Verhältnis der Ausschläge liefert direkt den Koeffizienten  $\sigma$ .

Man hat nun allerdings darauf aufmerksam gemacht, dafs derartig ermittelte Werte von  $\sigma$  nicht genügen, da der Wert von  $\sigma$  bei Maschinen gleicher Type verschieden sein kann und außerdem bei den verschiedenen Betriebszuständen derselben Maschine nicht der gleiche ist. Unter der

Voraussetzung nämlich, daß die ganze Streuung an den Polhörnern stattfindet, ist das Verhältnis der nutzbaren Kraftlinien im Anker zu den Streulinien umgekehrt proportional den magnetischen Widerständen des Nutzfeldes und des Streufeldes. Ist z. B. der Luftabstand zwischen Polen und Anker außerordentlich klein, so ist auch der magnetische Widerstand des Nutzfeldes sehr klein, und es wird das Verhältnis der nutzbaren Kraftlinien zu den Streulinien ein sehr großes sein. Also können zwei Maschinen der gleichen Type ganz verschiedene Werte von  $\sigma$  ergeben. Andererseits kann der Wert von  $\sigma$  bei ein und derselben Maschine bei zwei verschiedenen Betriebszuständen verschieden sein, weil man nicht immer die gleiche Kraftlinienzahl im Anker hat. Infolgedessen sind auch die Zähne je nach den Betriebsverhältnissen verschieden gesättigt und ihr magnetischer Widerstand ist nicht konstant. Dazu kommt noch, daß die Ankeramperewindungen nach Abschnitt 55 einen je nach den Betriebsverhältnissen wechselnden magnetischen Gegendruck  $X_g$  darstellen, durch den die an den Polecken benötigte magnetische Spannung der Feldmagnete und dadurch auch die Streuung vergrößert wird.

Man trägt diesen Verhältnissen Rechnung, indem man den magnetischen Widerstand des Streufeldes einführt, falls die Form der Maschine eine geometrische Ausmessung zuläßt. Ist  $Q_s$  der Querschnitt und  $l_s$  die Länge des Streuweges, so ergibt sich nach Abschnitt 29 der Widerstand  $W_s$  des Streufeldes zu:

$$W_s = \frac{l_s}{0,4\pi \cdot Q_s} \quad (81)$$

Ist nun der magnetische Druck  $X_a + X_z + X_l$  nötig, um den betreffenden Kraftlinienfluß durch den Anker zu treiben, und ist außerdem noch der Gegendruck  $X_g$  der Ankeramperewindungen zu überwinden, so ergibt sich die Zahl  $N_s$  der Streulinien nach dem Ohm'schen Gesetz für Magnetismus zu:

$$N_s = \frac{X_a + X_z + X_l + X_g}{W_s} \quad (82)$$

Daraus ergibt sich dann  $N_m = N + N_s$ . Ein Beispiel für eine solche Berechnung der Streuung ist in Abschnitt 29 gegeben. Man muß sich aber hüten, derartigen Rechnungen ein übermäßiges Vertrauen entgegenzubringen. Noch viel ungünstiger liegt die Sache, wenn man den Widerstand des Streufeldes nicht durch geometrische Ausmessung bestimmen kann. Man kann allerdings bei mehrpoligen Maschinen annehmen, daß der Polbogen etwa 70% der Polteilung beträgt, so daß der Rest von 30% der Teilung gleich der neutralen Zone ist. Demnach ist die Länge  $l_s$  des Streuweges der Teilung  $\frac{D\pi}{2p}$  proportional. Was nun den Querschnitt  $Q_s$  des Streufeldes betrifft, so ist derselbe jedenfalls der achsialen Ankerlänge  $b$  und schätzungsweise der radialen Länge der Magnetschenkel proportional. Die letztere wird nun wieder in einer rohen Schätzung dem



Polbogen oder der Polteilung proportional sein. Wir erhalten also mit Einführung eines Proportionalitätsfaktors  $c$ , der für verschiedene Maschinen einen verschiedenen Wert hat, analog der Formel für den elektrischen Widerstand:

$$W_s = c \cdot \frac{D\pi}{2\dot{p}} \cdot \frac{2\dot{p}}{D\pi \cdot b} = \frac{c}{b},$$

wo  $c$  einen für die verschiedenen Maschinentypen verschiedenen Wert hat. Kapp setzt statt des Nenners  $b$  das geometrische Mittel aus der Polteilung und der Ankerlänge, also abgesehen von einem konstanten Faktor den Wert  $\sqrt{\frac{D}{\dot{p}} \cdot b}$  ein. Dadurch nimmt unsere Gleichung für den magnetischen Widerstand des Streufeldes die Form an:

$$W_s = \frac{c}{\sqrt{\frac{D}{\dot{p}} \cdot b}}. \quad (83)$$

Dabei bedeutet  $c$  einen konstanten Faktor, für welchen Kapp folgende Werte angibt:

Lahmeyertype	$c = 0,12,$
Siemenstype	$c = 0,29,$
Manchestertype	$c = 0,35-0,55.$

Ist z. B. der Durchmesser 60 cm, die Ankerlänge 40 cm, die Zahl der Polpaare gleich 2, und wird, entsprechend der Lahmeyertype, der spezifische Widerstand des Streufeldes  $c = 0,35$  geschätzt, so ergibt sich:

$$W_s = \frac{c}{\sqrt{\frac{D}{\dot{p}} \cdot b}} = \frac{0,35}{\sqrt{1200}} = 0,01.$$

Für einen an den Polköpfen liegenden Druck von beispielsweise 10000 Amperewindungen ergibt das einen Streufluß:

$$N_s = \frac{10000}{0,01} = 1 \cdot 10^6.$$

Man muß aber auch hier wieder im Auge behalten, daß die Berechnung der Streuung verhältnismäßig sehr unsichere Resultate ergibt.

#### 54. Vorgänge in der neutralen Zone.

Wir haben schon im 43. Abschnitt gesehen, daß der Strom aus jeder Ankerabteilung auf die neutrale Zone zufließt, daß demnach die Bürsten theoretisch in der neutralen Zone stehen müssen. Genauer wird man sagen, die Bürsten müssen so stehen, daß der Übergang einer Spule

aus einer Ankerabteilung in die andere in der neutralen Zone vor sich geht. Die neutrale Zone ist dabei derjenige Ankerdurchmesser, welcher senkrecht auf den Kraftlinien steht. Eine falsche Bürstenstellung würde einen Verlust an elektromotorischer Kraft zur Folge haben, da dann ungleich induzierte Ankerdrähte zu einer Abteilung gehören. Die elektromotorischen Kräfte in den einzelnen Drähten einer Abteilung sind dann nicht alle hintereinander, sondern zum Teil gegeneinander geschaltet. Demnach fordert die Rücksicht auf die elektromotorische Kraft eine Bürstenstellung in der neutralen Zone.

Dazu kommt nun noch eine andere Rücksicht. Wir sahen schon, daß die Bürste, sobald sie auf zwei Kollektorsegmenten steht, eine oder bei mehrpoligen Maschinen unter Umständen mehrere Spulen kurz schließt. Es ist nun von wesentlichem Einfluß, daß dieser Kurzschluss einer Spule

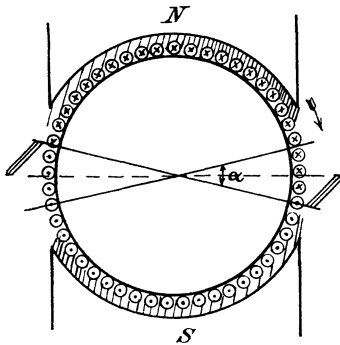


Fig. 103 a.

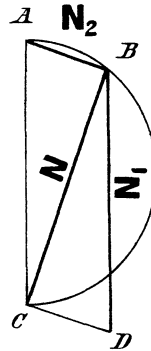


Fig. 103 b.

nicht stattfindet, während sich die Spule in einem starken magnetischen Feld befindet. Denn dann würde in ihr während der Zeit des Kurzschlusses durch das äußere Feld eine verhältnismäßig starke elektromotorische Kraft induziert, und diese elektromotorische Kraft würde in dem geringen Spulenwiderstand einen sehr starken Strom erzeugen. Gleitet dann die Bürste von dem einen der beiden kurzgeschlossenen Segmente ab, so wird der Kurzschlussstrom unterbrochen, und es entsteht ein Funke am Kollektor. Es ist also auch aus Gründen des funkenlosen Ganges notwendig, daß die Bürsten wenigstens wesentlich in der neutralen Zone stehen.

Dabei ist aber zu beachten, daß die neutrale Zone nur bei stromloser Maschine, also bei Leerlauf, senkrecht auf der Kraftlinienrichtung der Magnete steht. Das Experiment mit Eisenfeilspänen zeigt, daß die Richtung der den Anker durchlaufenden Kraftlinien in Richtung der Drehung verschoben wird, sobald die Maschine Strom liefert (Fig. 103 a). Demnach sind die Bürsten ebenfalls im Sinne der Drehung aus der theoretischen, bei Leerlauf bestehenden neutralen Zone in die praktische neutrale Zone zu verschieben, sobald der Anker Strom liefert.

Die Richtung der praktischen neutralen Zone ergibt sich aus der Überlegung, daß der stromdurchflossene Anker selbst zu einem Elektromagneten wird, dessen Kraftlinien den Anker in Richtung des Bürstendurchmessers durchfließen. Sie werden sich mit den Magnetkraftlinien zu einem resultierenden Feld zusammensetzen, dessen Richtung auf der praktischen neutralen Zone senkrecht steht. Stellen wir nun die Bürsten in diese praktische neutrale Zone, so bilden die vom Anker erzeugten Kraftlinien einen rechten Winkel mit dem resultierenden Feld. Bedeutet also

- $N_1$  die von den Magneten erzeugten Kraftlinien,
- $N_2$  die vom Anker erzeugten Kraftlinien,
- $N$  die resultierenden Kraftlinien,

so ergibt sich folgende Konstruktion (Fig. 103b): Wir beschreiben über  $AC = N_1$  einen Halbkreis und machen die Sehne  $AB$  gleich  $N_2$ . Die resultierenden Kraftlinien  $N$  ergeben sich dann als die Verbindungslinie  $BC$ , während die von den Magneten geschaffenen Kraftlinien durch  $BD$  gegeben sind. Dann sind die Bedingungen erfüllt, daß  $N$  die Resultante aus  $N_1$  und  $N_2$  ist, und daß die Ankerkraftlinien, d. h. der Bürstendurchmesser, mit dem resultierenden Feld einen rechten Winkel bilden. Bezeichnen wir nun den doppelten Bürstenverschiebungswinkel mit  $\alpha$ , so wird der Bürstenverschiebungswinkel  $\frac{\alpha}{2}$  gegeben sein durch den Winkel  $DBC$ . Nun ist allerdings das in Fig. 103b gezeichnete Diagramm nicht zu einer quantitativen Bestimmung der Bürstenverschiebung zu gebrauchen, weil der Anker nicht ganz von Eisen umgeben ist und die dadurch entstehende Unregelmäßigkeit eine Berechnung unmöglich macht. Tatsächlich aber gibt der praktische Betrieb selbst uns das Mittel, um die richtige Bürstenverschiebung zu erkennen. Stehen die Bürsten genau in der praktischen neutralen Zone, also der Bürstendurchmesser senkrecht auf den resultierenden Kraftlinien, so liefert die Maschine bei dem betreffenden Strome die höchste Voltzahl.

Man beobachtet dann allerdings bei Belastung der Maschine, daß die Bürsten in dieser Stellung noch funken, weil die kurzgeschlossene Spule, auch wenn der Kurzschluß in der praktischen neutralen Zone erfolgt, nicht stromlos ist. Die Selbstinduktion wird nämlich auch hier, wie immer, das Abfallen des Stromes in der Spule verlangsamen. Indem beim Verschwinden des Stromes aus der kurzgeschlossenen Spule die in Fig. 104a gezeichneten Kraftlinien sich zusammenziehen, schneiden sie durch die Windungen der Spule hindurch und induzieren eine elektromotorische Kraft, die dem verschwindenden Strome gleichgerichtet ist, also durch den punktierten Pfeil gegeben ist. Diese hält den früheren Strom noch eine Zeitlang während des Kurzschlusses aufrecht, und wenn dann die Bürste von dem unteren Segment in Fig. 104a abgleitet,

so wird der Kurzschlußstrom unterbrochen, und es erfolgt der Funke. Man verschiebt daher in der Praxis, allerdings unter einem Verlust an elektromotorischer Kraft, die Bürsten im Sinne der Drehung noch über die praktische neutrale Zone hinaus, so daß der Kurzschluß erfolgt, während sich die Spule im aktiven Feld befindet (Fig. 104b). Dann wird bei geeigneter Bürstenstellung in der kurzgeschlossenen Spule durch das äußere Feld eine elektromotorische Kraft und ein Strom induziert, der nicht bloß die Selbstinduktion aufhebt, sondern auch nach Richtung und Stärke gleich dem Strom in der neuen Ankerhälfte ist. Es vollzieht sich also der Stromwechsel in der Spule schon während der Zeit des Kurzschlusses. Beim Übergang der Spule aus dem Kurzschluß in die neue Ankerabteilung findet dann keine Veränderung in der Spule, also auch keine Funkenbildung statt. Früher war es dabei nötig, die

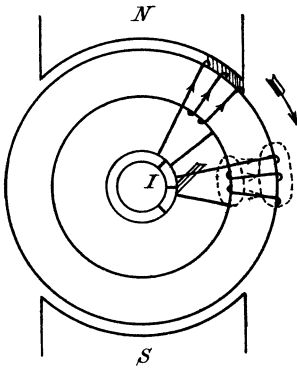


Fig. 104 a.

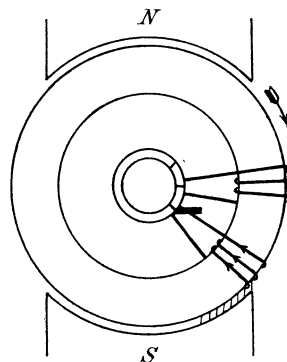


Fig. 104 b.

Bürsten auf das Funkenminimum einzustellen und bei Änderungen der Belastung zu verschieben. Man verlangt jedoch bei den modernen Maschinen, daß sie zwischen Leerlauf und normaler Belastung ohne Bürstenverstellung funkenfrei arbeiten, so daß man also die Bürsten ein für allemal auf eine mittlere Verschiebung einstellt.

Damit nun die richtige Bürstenstellung gefunden werden kann, bei welcher die kurzgeschlossene Spule gerade die erforderlichen äußeren Kraftlinien schneidet, ist es erforderlich, daß das Feld nicht plötzlich vom Maximum bis auf Null, sondern allmählich abfällt. Man wird das erreichen, indem man die Polecken abrundet, oder indem man den Luftabstand zwischen Anker- und Magneteisen an den Polecken etwas vergrößert. Auch die Anwendung einer Polbüchse, wie sie in den Maschinen der Allgemeinen Elektrizitätsgesellschaft benutzt ist, führt zu einem ganz allmählichen Abfall des Feldes. Der Anker ist dabei mit einem durchbrochenen Hohlzylinder aus Gußeisen umgeben. Einzelne Kraftlinien werden nun ganz durch das Gußeisen verlaufen, einzelne aber nur einen Teil des Gußeisens benutzen und sich dann doch entschließen, durch den Luftraum

und den Anker zu verlaufen, so daß das Feld ganz allmählich nach der neutralen Zone zu abfällt. Die Pole sind also bei dieser Anordnung durch einen magnetischen Nebenschluß aus Eisen miteinander verbunden. Man kann demnach auch statt einer Polbüchse Polschuhe anwenden, die mehr oder weniger miteinander zusammenhängen. Von besonderem Vorteil in Bezug auf funkenlosen Gang wird auch die Abschrägung der Polkanten sein, wie sie bei den Schuckertmaschinen angewendet ist. Wenn dann nämlich ein Draht unter eine solche Polkante tritt, so wird die Anzahl der Kraftlinien, die er schneidet, ganz allmählich zunehmen, so daß die Einstellung auf funkenlosen Gang erleichtert wird. Wie man sieht, sind alle diejenigen Mittel, die zur Vermeidung von Wirbelströmen angewendet werden, auch von vorteilhaftem Einfluß auf den funkenlosen Gang.

### 55. Die Ankerrückwirkung.

Bisher haben wir nur die Änderung in der Richtung der Kraftlinien berücksichtigt, die durch den Ankerstrom bewirkt wird. Nun wird aber, wie schon aus dem Diagramm in Fig. 103b hervorgeht, auch die Stärke des Kraftlinienfeldes durch den Ankerstrom verändert. Die vom Anker erzeugten Kraftlinien sind nämlich nach der Bürstenverschiebung den

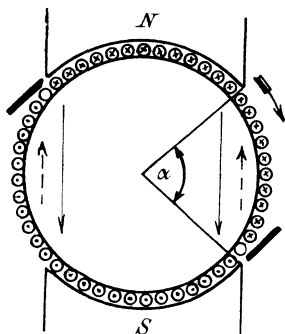


Fig. 105 a.

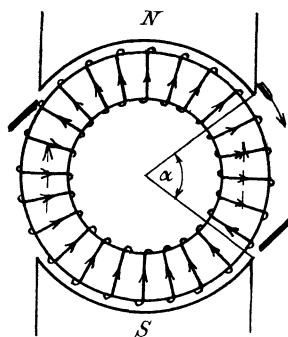


Fig. 105 b.

Magnetkraftlinien zum Teil entgegengerichtet. Die resultierende Kraftlinienzahl  $N$  ist daher kleiner als die ursprüngliche Kraftlinienzahl  $N_1$ . Man bezeichnet diese Schwächung des magnetischen Feldes oder diese entmagnetisierende Wirkung des Ankerstromes als die Ankerrückwirkung. Sie wird noch deutlicher, wenn man die ganze Ankerwicklung in zwei Abteilungen zerlegt denkt. Die eine Abteilung wird durch diejenigen Drähte gebildet, welche auf beiden Seiten innerhalb des doppelten Bürstenverschiebungswinkels  $\alpha$  liegen. Alle diese Drähte kann man (Fig. 105 a und b) als eine einzige Spule auffassen, deren Kraftlinien denen der Magnete direkt entgegenwirken. Diese Kraftlinien sind in Fig. 105 a und b durch

punktierte Pfeile angedeutet. Man kann nun statt der Kraftlinien direkt die entsprechenden Amperewindungen in Rechnung setzen, durch die sie erzeugt werden. Demnach wird der resultierende Kraftlinienfluß  $N$  durch die Differenz der Amperewindungen auf den Magneten und der Gegenamperewindungen auf dem Anker erzeugt.

Der Wert der Gegenamperewindungen  $X_g$  läßt sich nun leicht berechnen, wenn man annimmt, daß die Bürsten bis in die Nähe der Polspitzen vorgehoben werden, daß also der Winkel  $\alpha$  der neutralen Zone gleich dem doppelten Bürstenverschiebungswinkel ist. Dann ergibt sich bei der Trommel (Fig. 105 a) die Anzahl der Windungen, die entgegenwirken, zu  $\frac{z \cdot \alpha}{360}$ . Diesen Betrag haben wir mit der Stromstärke pro Leiter zu multiplizieren, erhalten also:

$$X_g = \frac{z \cdot \alpha}{360} \cdot \frac{i_a}{2} \text{ bei Serienschaltung} \quad (84)$$

und 
$$X_g = \frac{z \cdot \alpha}{360} \cdot \frac{i_a}{2p} \text{ bei Parallelschaltung.} \quad (85)$$

Diese Gleichungen gelten in gleicher Weise für Ring- wie für Trommelwicklung; denn die Windungen des Ringes, die auf beiden Seiten in der neutralen Zone den Einzelquerschnitt des Ringes umgeben (Fig. 105 b), sind zusammen gleichwertig einer einzelnen Wickelung, die nach Art der Trommel den ganzen in der neutralen Zone liegenden Teil des Ankers umspannt.

Daß die Ankerrückwirkung durch die Sehnenwicklung verringert wird, ist schon früher erwähnt worden. Um sie sonst zu ermäßigen, wird es sich empfehlen, die Drahtzahl auf dem Anker nicht zu groß zu wählen. Bei den praktisch ausgeführten Maschinen ist der Betrag der Gegenamperewindungen etwa ein Zehntel bis ein Siebentel der auf den Magneten liegenden Amperewindungen. Die Spannungsverminderung durch Ankerückwirkung ist aber wesentlich geringer, da bei annähernder Sättigung des Eisens, also in dem mehr horizontalen Teil der Magnetisierungskurve, eine Schwächung der Amperewindungen nur eine verhältnismäßig geringe Abnahme der Kraftlinien zur Folge hat.

## 56. Die Quermagnetisierung.

Von noch größerer Wichtigkeit als die in der neutralen Zone liegenden Ankerdrähte sind aber diejenigen, welche innerhalb des Polbogens  $\beta$  liegen. Die von denselben erzeugten Kraftlinien werden nicht, wie die von den Gegenamperewindungen erzeugten Kraftlinien, durch den ganzen magnetischen Kreis verlaufen, sondern sie werden sich auf dem in Fig. 106 a und b gezeichneten Wege durch die Luft und das Pol-eisen schließen. Man kann sie auch als die Streulinien des Ankers bezeichnen. Sie werden an den Polkanten am dichtesten sein, weil dort die

ganze vor dem Polbogen liegende Amperewindungszahl wirksam ist. Wie man sieht, wirken sie den Magnetkraftlinien an der Eintrittsstelle des Ankers entgegen, während sie die Magnetkraftlinien an der Austrittsstelle des Ankers verstärken. Dadurch kommt zwar keine Schwächung des Feldes, wohl aber eine Verzerrung des Feldes zustande, wie sie schon in Fig. 103a gezeichnet ist. Nun ist gerade die Eintrittsstelle des Ankers von ganz besonderer Wichtigkeit, weil hier die kurzgeschlossene Spule das zum funkenfreien Kommutieren nötige äußere Feld vorfinden muß. Sind demnach die Amperewindungen vor dem Polbogen oder, wie man sie nennt, die Queramperewindungen zu beträchtlich, so wird das Feld an der Eintrittsstelle zu schwach. Unter Umständen wird es sogar gleich Null oder negativ werden. In diesem Falle wird die Maschine nie funkenfrei

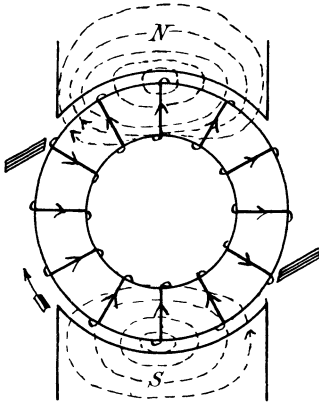


Fig. 106 a.

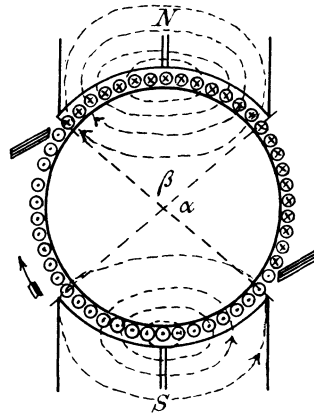


Fig. 106 b.

arbeiten. Man rechnete früher, daß beim Trommelanker 1500 und beim Ringanker 2500 Kraftlinien pro Quadratcentimeter zur funkenfreien Kommutierung vorhanden sein müssen. Bezeichnet nun  $B_l$  die mittlere Kraftliniendichte in dem Luftzwischenraum und  $B_q$  die von den Querwindungen erzeugte Kraftliniendichte an den Polkanten, so ergibt sich an der Eintrittsstelle des Ankers eine resultierende Feldstärke:

$$B = B_l - B_q.$$

Nun ist die wirksame magnetomotorische Kraft der Querwindungen:

$$X_q = \frac{z \cdot \beta}{360} \cdot \frac{i_a}{2} \text{ bei Serienschaltung} \quad (86)$$

und 
$$X_q = \frac{z \cdot \beta}{360} \cdot \frac{i_a}{2p} \text{ bei Parallelschaltung.} \quad (87)$$

Der magnetische Widerstand, den diese Querwindungen vorfinden, ist wesentlich durch die Luftstrecke gegeben, man erhält also nach Gleichung (43):

$$B_q = \frac{0,4\pi \cdot X_q}{2\delta} = \frac{0,4\pi \cdot X_q}{l_i},$$

wo  $\delta$  der einfache Luftabstand und  $l_i$  der doppelte Luftabstand ist.

Mit Benutzung der Gleichung

$$B_l = \frac{0,4\pi \cdot X_l}{l_i}$$

erhält man die tatsächlich an den Polecken vorhandene Kraftliniendichte zu:

$$B = B_l - B_q = 0,4\pi \cdot \frac{X_l - X_q}{l_i}.$$

Dann gilt die oben erwähnte empirische Bedingung für funkenlosen Gang:

$$0,4\pi \cdot \frac{X_l - X_q}{l_i} \geq 1500 \text{ für Trommelanker,} \quad (88)$$

$$0,4\pi \cdot \frac{X_l - X_q}{l_i} \geq 2500 \text{ für Ringanker.} \quad (89)$$

Der Grund, weshalb beim Ringanker zur funkenfreien Kommutierung eine größere Kraftlinienzahl erforderlich ist, beruht nicht etwa darauf, daß der Einfluß der Querwindungen beim Ring größer wäre als bei der Trommel. Der Grund liegt vielmehr darin, daß der Hohlraum des Ringes nicht frei von Ankerkraftlinien ist (Fig. 104a). Infolgedessen ist die Selbstinduktion beim Ring größer als bei der Trommel, und es ist ein stärkeres Kommutierungsfeld nötig, um während des Kurzschlusses die Selbstinduktion aufzuheben.

Die Gleichungen (88) und (89) zeigen, daß im allgemeinen ein großer Wert von  $X_l$ , also eine hohe Luftinduktion, sowie ein hoher Wert von  $l_i$  und eine niedrige Drahtzahl  $z$  von vorteilhaftem Einfluß auf den funkenlosen Gang und die Überlastungsfähigkeit der Maschine sein werden. Früher glaubte man, daß die Überlastungsfähigkeit einer Maschine wesentlich durch die Temperaturerhöhung des Ankers infolge der Joule'schen Wärme, der Wirbelströme und der Hysterese gegeben sei. Später erkannte man, daß die Überlastungsfähigkeit auch durch die Stromstärke gegeben ist, bis zu welcher die Maschine noch funkenfrei läuft. Bei vermehrter Stromentnahme wird nämlich einmal der Einfluß der Queramperewindungen wachsen und andererseits wird auch die Selbstinduktion der Ankerspulen größer werden. Je stärker nun das ursprüngliche Feld ist, desto weniger wird der Einfluß der Querwindungen in Betracht kommen. Die hohen Kraftliniendichten, die bei den Maschinen mit Dynamogufsstahl benutzt werden, haben sich also in dieser Beziehung als vorzüglich herausgestellt. Dazu kommt, daß nach Gleichung (76) bei vergrößerter Kraftlinienzahl die Drahtzahl auf dem Anker vermindert werden kann, was von wesentlich günstigem Einfluß auf die Queramperewindungen und auf die Selbstinduktion ist. Während man also zu allererst Maschinen mit



viel Ankerwindungen baute, ist man jetzt bestrebt, möglichst wenig Ankerwindungen und ein möglichst kräftiges Magnetfeld zu benutzen.

Dagegen wird die oben als günstig bezeichnete Vergrößerung des Luftabstandes  $\delta$  immer nur durch Verteuerung der Erregerspulen zu erkaufen sein. Man wird dann lieber die Polkerne parallel zur Achse schlitzen, wie es in Fig. 106b gezeichnet ist, und so den Querkraftlinien die Bahn erschweren. Man erreicht den letzteren Zweck auch in vorzüglicher Weise bei den modernen Maschinen durch einen möglichst kleinen Zahnquerschnitt, wodurch man auf Zahninduktionen von über 20 000 Kraftlinien pro Quadratcentimeter kommt. Diese Eisensättigung ist dann so hoch, daß eine vermehrte Stromentnahme keine wesentliche Erhöhung der Querkraftlinien, die ja auch durch die Zähne verlaufen müssen, zur Folge hat. Zugleich wird auch den Selbstinduktionslinien des Ankers, die sich um die Drähte einer Nut herum durch die Zähne und die Nutenöffnung hindurch schliessen, die Bahn erschwert. Infolgedessen wird die Selbstinduktion der kurzgeschlossenen Ankerspule geringer und dadurch die funkenlose Kommutierung erleichtert. Man hat daneben dann noch den Vorteil, daß durch Wahl einer hohen Zahninduktion bei gegebenem Ankerdurchmesser die Nutenbreite und dadurch der Drahtquerschnitt größer gewählt werden kann. Unter Umständen wird es auch angebracht sein, durch besondere, auf den Magneten angebrachte Kompensationswickelungen die Quermagnetisierung zu neutralisieren.

Wie man sieht, können die in Gleichung (88) und (89) gegebenen Bedingungen für funkenlosen Gang nur einen oberflächlichen Anhalt geben, weil sie die Zahnsättigung nicht berücksichtigen. Vor allem aber vernachlässigen sie die Selbstinduktion der kurzgeschlossenen Spule und die Zeitdauer, während welcher die Kommutierung vor sich geht. Es wird unter allen Umständen bei der obigen Bedingung vorausgesetzt, daß die Zahl der Drähte pro Spule nicht zu groß ist. Bei einer Trommelwickelung für größere Maschinen enthält z. B. jede Spule nur eine oder zwei Windungen, also 2 resp. 4 Drähte. Der Einfluß der Drahtzahl pro Spule wird besonders deutlich aus Gleichung (74), wonach der Selbstinduktionskoeffizient dem Quadrate der Windungszahl proportional ist.

Es ist aber nicht bloß die Windungszahl pro Spule, sondern überhaupt die Windungszahl auf dem Anker zu beschränken. Abgesehen von dem Einfluß der Windungszahl auf den Wert der Queramperewindungen  $X_g$  wird auch bei übergroßer Drahtzahl auf dem Anker die Anzahl der Spulen, also auch der Segmente, übermäßig groß. Dadurch wird die Zeitdauer, während welcher eine Bürste 2 Segmente kurz schließt, zu klein für die Kommutierung. Selbstverständlich ist es nun auch von großer Wichtigkeit, wie viele Spulen in serie kurz geschlossen sind und wie groß der Widerstand des Kurzschlußkreises ist. Manche Firmen fügen z. B. extra in die Zuleitungen zum Kollektor einen „Beruhigungswiderstand“. Auch das Bürstenmaterial spielt eine Rolle. Der Vorteil der

Kohlekontakte gegenüber den Kupferbürsten beruht nicht bloß darauf, daß bei Kohlekontakten die Funken den Kollektor weniger angreifen, sondern auch darauf, daß der Übergangswiderstand zwischen Kollektor und Kohlebürste den Selbstinduktionsstrom von selbst sehr bald schwächt. Den Einfluß endlich, den ein allmählicher Abfall des Feldes auf den funkenlosen Gang hat, haben wir schon besprochen. Bei der Kompliziertheit der Verhältnisse dürfte es sich für den Anfänger empfehlen, sich mit der in Gleichung (88) und (89) gegebenen oberflächlichen Bedingung für funkenlosen Gang zu begnügen, unter der Voraussetzung, daß die gemachten Einschränkungen eine gedankenlose Anwendung ausschließen.

## Achtes Kapitel.

57. Die magnetelektrische Maschine bei Veränderung der Tourenzahl, Erregung und Belastung. — 58. Die Hauptstrommaschine bei Veränderung der Belastung. — 59. Die Nebenschlussmaschine bei Veränderung der Belastung. — 60. Maschine und Batterie in Parallelschaltung. — 61. Der Wirkungsgrad der Dynamomaschinen.

### 57. Die magnetelektrische Maschine bei Veränderung der Tourenzahl, Erregung und Belastung.

Unter einer magnetelektrischen Maschine verstehen wir eine solche, deren Schenkelwicklung durch eine äußere, unabhängige Stromquelle gespeist wird (Fig. 107 a). Wir nehmen nun zunächst an, daß die Klemmen der Maschine nur durch ein Voltmeter geschlossen sind, betrachten also

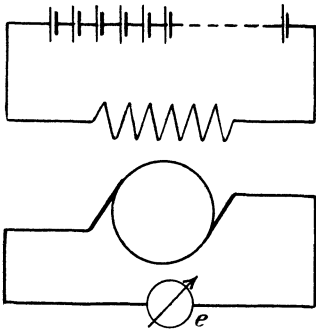


Fig. 107 a.

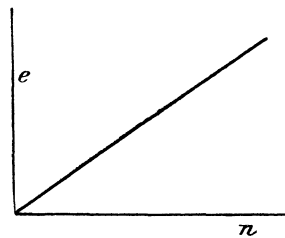


Fig. 107 b.

die Maschine bei Leerlauf. Wir lassen dabei die Erregung noch ungeändert und variieren nur der Tourenzahl. Wenn wir dann die beobachteten Werte der Tourenzahl  $n$  und der Spannung  $e$  in ein Koordinatensystem eintragen, so erhalten wir die in Fig. 107 b gezeichnete Gerade. Unter Voraussetzung konstanter Erregung ist also die Spannung der leer laufenden Maschine proportional der Tourenzahl. Zu demselben Resultat kommen wir auf Grund der Erwägung, daß die Klemmspannung bei Leerlauf gleich der elektromotorischen Kraft ist, daß sie also durch die Gleichung

$$E = N \cdot \frac{n}{60} \cdot z \cdot 10^{-8}$$

gegeben ist, wobei wir der Einfachheit wegen nur die zweipolige Maschine ins Auge fassen. Da auf der rechten Seite dieser Gleichung das Produkt  $\frac{N \cdot z}{60} \cdot 10^{-8}$  in unserm Falle eine konstante Gröfse darstellt, so ist die Spannung der Tourenzahl proportional.

Wir verändern jetzt unsern Versuch, indem wir die Tourenzahl konstant lassen und den Erregerstrom durch Veränderung eines Vorschaltwiderstandes variieren (Fig. 108 a). Wenn wir dann den Magnetstrom  $i_m$ , bzw. die Magnetamperewindungen als Abscisse und die abgelesene Spannung als Ordinate auftragen, so erhalten wir die sogen. Leerlaufcharakteristik (Fig. 108 b). Wir können diese Kurve die Magnetisierungskurve der Maschine nennen, da die Spannung bei Leerlauf gleich der elektromotorischen Kraft ist,

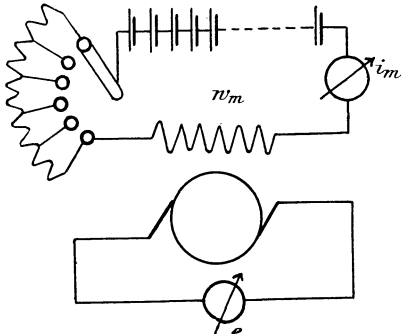


Fig. 108 a.

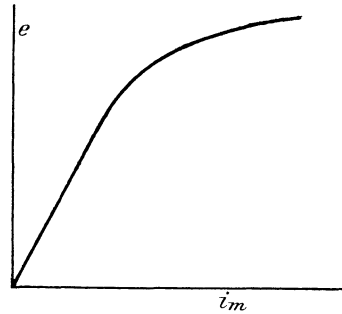


Fig. 108 b.

und daher bei konstanter Tourenzahl der Kraftlinienzahl  $N$  proportional ist. Die Ordinaten der Kurve in Fig. 108 b stellen also im passenden Mafstabe direkt die von einem bestimmten Erregerstrom  $i_m$  geschaffenen Kraftlinien  $N$  dar. Wie man sieht, wächst zunächst die Spannung proportional dem Erregerstrom, bis schliesslich bei zunehmender Eisensättigung eine Verstärkung des Erregerstromes nur mehr eine geringe Erhöhung der Kraftlinien und der Spannung bewirkt. Wenn demnach die Leerlaufcharakteristik in ihrem Wesen und in ihrem Verlaufe grofse Ähnlichkeit mit den Magnetisierungskurven hat, die wir früher besprochen haben, so besteht doch auch ein wesentlicher Unterschied zwischen beiden Kurven. Die Abscissen der Magnetisierungskurven sind die Amperewindungen pro Centimeter, diejenigen der Charakteristik sind die Amperewindungen für den ganzen Kraftlinienweg. Ebenso sind die Ordinaten der Magnetisierungskurven die Kraftlinien pro Quadratcentimeter, diejenigen der Charakteristik aber die Gesamtkraftlinien im Anker, bzw. die induzierte Spannung.

Wir gehen nun dazu über, die Leerlaufcharakteristik einer gegebenen Maschine im voraus zu berechnen, und ermitteln zu diesem Zwecke zunächst

die Querschnitte der Kraftlinienpfade in dem Anker, den Zähnen, der Luft, den Polkernen und dem Joch. Es sei nun nach der im Maßstabe 1:4 gezeichneten Fig. 109a

der Ankerdurchmesser . . . . .	$D = 15$ cm,
der Durchmesser des inneren Hohlraumes (bei massiven Ankern der Wellendurchmesser) . .	$D_0 = 3,5$ „
die Ankerlänge (axial) . . . . .	$b = 11$ „
die Nutentiefe . . . . .	$t_1 = 2$ „
der Raumverlust durch Papierisolation . . . . .	15 ‰

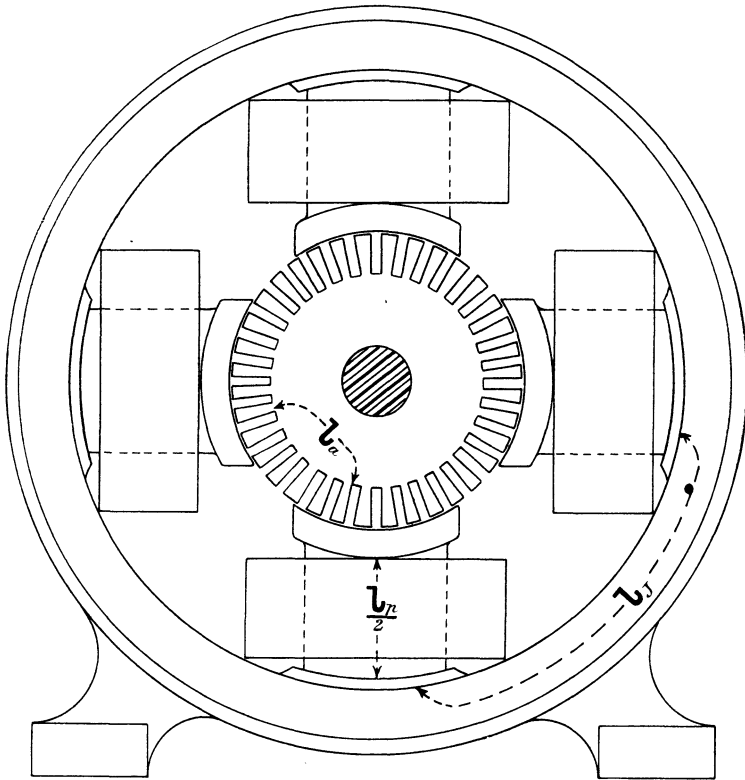


Fig. 109 a.

Dann ergibt sich der Ankerquerschnitt senkrecht zu den Kraftlinien zu:

$$Q_a = 0,85 (D - D_0 - 2t_1) \cdot b = 70 \text{ qcm.}$$

Es sei ferner nach der im Maßstabe 1:1 gezeichneten Fig. 109b

der Winkel der Polbohrung . . . . .	$\beta = 70^\circ$ ,
die Nutenbreite . . . . .	$t_2 = 0,5$ cm,
die Nutenzahl . . . . .	$\zeta = 36$ .

Wir erhalten dann den Querschnitt, den die Kraftlinien eines Poles in den Zähnen vorfinden, wenn wir vom Umfang des mittleren Zahnkreises die Summe der Nutenbreiten abziehen und die Differenz mit  $\frac{b \cdot \beta}{360}$  multiplizieren. Berücksichtigen wir dann noch den Faktor 0,85 für die Papierisolation, so ergibt sich der Zahnquerschnitt zu:

$$Q_z = 0,85 \left[ (D - t_1) \pi - \zeta \cdot t_2 \right] \frac{b \cdot \beta}{360} = 41,5 \text{ qcm.}$$

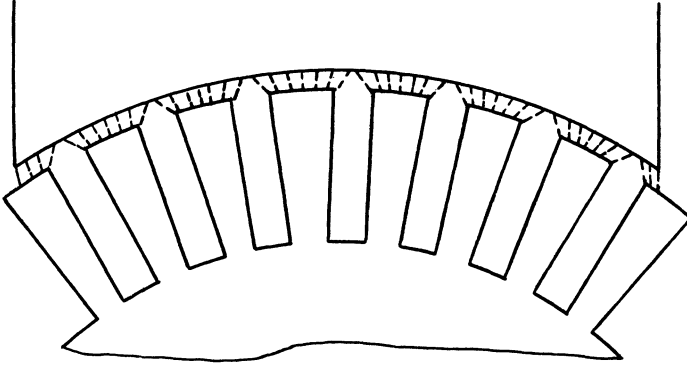


Fig. 109b.

Der Luftquerschnitt  $Q_l$  ergibt sich als das Mittel aus der Fläche einer Polbohrung und der Eisenoberfläche des Ankers vor einem Pol, da die Kraftlinien in der in Fig. 109b gezeichneten Weise in den Anker treten. Ist also der doppelte Luftabstand

$$l_l = 0,4 \text{ cm,}$$

so ergibt sich die Fläche der Polbohrung zu:

$$\left( D + l_l \right) \pi \cdot \frac{\beta \cdot b}{360} = 104 \text{ qcm.}$$

Andererseits wird die Eisenoberfläche des Ankers vor einem Pol bei 36 Nuten:

$$\left( D \pi - 36 \cdot t_2 \cdot \right) \frac{b \cdot \beta}{360} = 62 \text{ qcm.}$$

Das Mittel aus den beiden ermittelten Werten wird also:

$$Q_l = \frac{104 + 62}{2} = 83 \text{ qcm.}$$

Der Querschnitt der runden Polkerne ergibt sich aus der Zeichnung zu

$$Q_p = 7,4^2 \cdot \frac{\pi}{4} = 43 \text{ qcm.}$$

Der Einzelquerschnitt des Joches sei 37 qcm. Da der Kraftlinienfluß eines Poles sich im Joch in zwei Teile teilt, so haben wir für den Jochquerschnitt  $Q_J$  das Doppelte des Einzelquerschnittes einzusetzen.

$$Q_J = 2 \cdot 37 = 74 \text{ qcm.}$$

Die Längen der Kraftlinienwege ergeben sich aus der Zeichnung, wobei zu berücksichtigen ist, daß für  $l_l$  der doppelte Luftabstand zwischen Ankereisen und Magneteisen und für  $l_z$  die doppelte Zahntiefe einzusetzen ist. Ebenso bedeutet  $l_p$  die doppelte Länge eines Polkernes, da die Kraftlinien eines magnetischen Kreises durch den Nordpol und den Südpol verlaufen. Dagegen ist für  $l_J$  die einfache Länge eines Kraftlinienweges im Joch einzusetzen. Der Kraftlinienweg in den Pohlschuhen ist zu vernachlässigen. Es ergeben sich so die in der folgenden Tabelle zusammengestellten Werte:

Anker (Ankerblech)	Zähne (Ankerblech)	Luft	Polschuhe (Schmiedeeisen)	Joch (Gufseisen)
$Q_a = 70$	$Q_z = 41,5$	$Q_l = 83$	$Q_p = 43$	$Q_J = 74$
$l_a = 7$	$l_z = 4$	$l_l = 0,4$	$l_p = 12,5$	$l_J = 22.$

Wir wählen nun nacheinander beliebige Werte der Kraftlinienzahl  $N$  und dividieren dieselben durch den Ankerquerschnitt  $Q_a$ . Wir erhalten so die folgenden Werte:

#### 1. Anker.

$$B_a = \frac{N}{Q_a} = \frac{N}{70} = \begin{matrix} N = & 0,2 & 0,4 & 0,5 & 0,6 \cdot 10^6 \\ & 2850 & 5700 & 7150 & 8550. \end{matrix}$$

Für diese Induktionen erhalten wir aus der am Schlusse des Buches angegebenen Kurve für Ankerblech die betreffenden Amperewindungen pro Centimeter  $\left(\frac{X}{l}\right)_a$ . Dieselben ergeben, mit  $l_a$  multipliziert, den Wert von  $X_a$ , d. h. die Amperewindungen, die nötig sind, um den betreffenden Kraftlinienfluß durch den Anker zu treiben. So ergibt sich für die oben berechneten Induktionen  $B_a$ :

$$\begin{aligned} \left(\frac{X}{l}\right)_a \text{ aus der Kurve für Ankerblech} &= \begin{matrix} 0,5 & 1,1 & 1,4 & 1,8 \\ & 3,5 & 7,7 & 9,8 & 12,6. \end{matrix} \\ X_a = \left(\frac{X}{l}\right)_a \cdot l_a = 7 \left(\frac{X}{l}\right)_a &= \end{aligned}$$

#### 2. Zähne.

Wir erhalten

$$\begin{aligned} B_z = \frac{N}{Q_z} = \frac{N}{41,5} &= \begin{matrix} N = & 0,2 & 0,4 & 0,5 & 0,6 \cdot 10^6 \\ & 4800 & 9650 & 12000 & 14400 \end{matrix} \\ \left(\frac{X}{l}\right)_z \text{ aus der Kurve für Ankerblech} &= \begin{matrix} 0,8 & 2,3 & 4 & 9 \\ & 3,2 & 9,2 & 16 & 36 \end{matrix} \\ X_z = \left(\frac{X}{l}\right)_z \cdot l_z = 4 \left(\frac{X}{l}\right)_z &= \end{aligned}$$

3. Luft.

Für die Luft gilt die Grundgleichung (43):

$$\mathbf{B}_l = \mathbf{H}_l = \frac{0,4 \pi X_l}{l}$$

oder

$$X_l = \frac{\mathbf{B}_l \cdot l}{0,4 \pi} = 0,8 \mathbf{B}_l \cdot l.$$

Wir erhalten also

$N =$	0,2	0,4	0,5	$0,6 \cdot 10^6$
$\mathbf{B}_l = \frac{N}{Q_l} = \frac{N}{83} =$	2400	4820	6020	7220
$X_l = 0,8 \mathbf{B}_l \cdot l = 0,32 \mathbf{B}_l =$	770	1540	1930	2310.

4. Polkerne.

Bei Berechnung der für die Polkerne und das Joch nötigen Amperewindungen müssen wir berücksichtigen, daß die Kraftlinienzahl  $N_m$  in den Magneten wegen der Streuung größer ist als die Kraftlinienzahl  $N$  im Anker. Ist nun das Verhältnis der Kraftlinien in den Magneten zu denen im Anker gleich  $\sigma$  und schätzen wir

$$\sigma = \frac{N_m}{N} = 1,2,$$

so erhalten wir:

$$N_m = 1,2 \cdot N.$$

Wir erhalten dann

$N =$	0,2	0,4	0,5	$0,6 \cdot 10^6$
$N_m = 1,2 N =$	0,24	0,48	0,6	$0,72 \cdot 10^6$
$\mathbf{B}_p = \frac{N_m}{Q_p} = \frac{N_m}{43} =$	5600	11200	14000	16800
$\left(\frac{X}{l}\right)_p$ aus der Kurve für Schmiedeeisen =	1,6	5	14	100
$X_p = \left(\frac{X}{l}\right)_p \cdot l_p = 12,5 \left(\frac{X}{l}\right)_p =$	20	62,5	175	1250.

5. Joch.

Wir erhalten

$N =$	0,2	0,4	0,5	$0,6 \cdot 10^6$
$N_m = 1,2 N =$	0,24	0,48	0,6	$0,72 \cdot 10^6$
$\mathbf{B}_J = \frac{N_m}{Q_J} = \frac{N_m}{74} =$	3250	6500	8100	9720

Aus der Kurve für Gufseisen ergibt sich dann:

$\left(\frac{X}{l}\right)_J =$	4,1	19	53	107
$X_J = \left(\frac{X}{l}\right)_J \cdot l_J = 22 \left(\frac{X}{l}\right)_J =$	90	418	1160	2350.



## Zusammenstellung:

$N =$	0,2	0,4	0,5	$0,6 \cdot 10^6$
$X_a =$	3,5	7,7	9,8	12,6
$X_z =$	3,2	9,2	16	36
$X_l =$	770	1540	1930	2310
$X_p =$	20	62,5	175	1250
$X_J =$	90	418	1160	2350
$\Sigma X = X_a + X_z + X_l + X_p + X_J =$	890	2040	3290	5960.

Wir tragen nun die Werte von  $N$  als Ordinaten und die entsprechenden Werte  $X_a$ ,  $X_z$ ,  $X_l$  etc. als Abscissen auf und erhalten so die

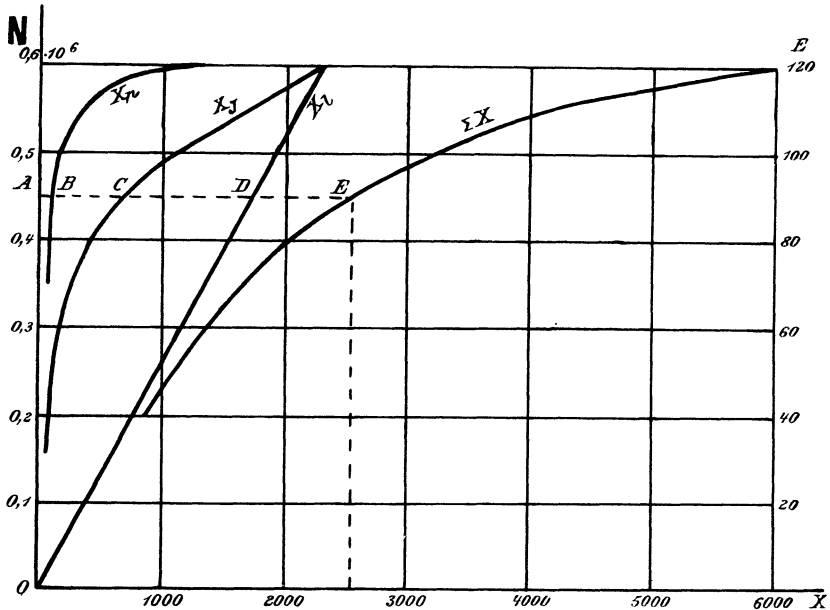


Fig. 110.

Kurven in Fig. 110. Die Kurve  $X_l$  ist dabei eine Gerade. Da die Werte  $X_a$  und  $X_z$  in unserem Falle überhaupt kaum in Betracht kommen, so sind in Fig. 110 nur die Kurven für  $X_l$ ,  $X_p$ ,  $X_J$  und  $\Sigma X$  gezeichnet. Aus der Figur ist nun sehr leicht zu erkennen, wieviel von der gesamten Magneterregung  $\Sigma X$  für die einzelnen Teile des magnetischen Kreises verbraucht wird. So z. B. ist für die Kraftlinienzahl  $OA$  die Erregung  $AE$  aufzuwenden. Davon entfällt auf die Polkerne der Betrag  $AB$ , auf das Joch der Betrag  $AC$  und auf die Luft der Betrag  $AD$ . Dabei ist die Bedingung erfüllt:

$$AB + AC + AD = AE.$$

Man sieht ferner deutlich, daß die Kurve für  $\Sigma X$  sich anfangs der Geraden  $X_l$  anschmiegt, bis sie endlich mit zunehmender Sättigung des Eisens flacher und flacher verläuft.

Wenn wir nun den Maßstab ändern, so geben uns die Ordinaten statt der Kraftlinien  $N$  direkt die elektromotorische Kraft nach der Gleichung:

$$E = N \cdot \frac{n}{60} \cdot z \cdot 10^{-8}.$$

(Für Serienschaltung wäre auf der rechten Seite noch der Faktor  $p$  einzuführen.) Ist also die Tourenzahl  $n$  gleich 1665 und die Drahtzahl auf dem Anker gleich 720, so erhalten wir:

$$E = N \cdot \frac{1665}{60} \cdot 720 \cdot 10^{-8} = 200 \cdot N \cdot 10^{-6}.$$

Der Maßstab für die elektromotorischen Kräfte ist an der rechten Seite der Figur eingeschrieben. Es muß übrigens darauf hingewiesen werden, daß der Wert von  $\Sigma X$  sich auf ein Polpaar bezieht, da die ganze Rechnung für einen magnetischen Kreis durchgeführt ist und  $N$  die Kraftlinienzahl eines Nordpoles bedeutet. Die Amperewindungszahl auf allen Polpaaren würde also  $p \cdot \Sigma X$  betragen.

Nachdem wir nun die Abhängigkeit der elektromotorischen Kraft einer magnetelektrischen Maschine von der Erregung besprochen haben, gehen wir jetzt dazu über, das Verhalten einer konstant erregten und mit konstanter Tourenzahl angetriebenen Maschine bei veränderter Belastung darzustellen. Wir schliessen also die Klemmen der Maschine durch einen äußeren Widerstand, also z. B. durch parallel geschaltete Glühlampen. Je mehr solcher parallel liegender Lampen wir einschalten, desto geringer wird der äußere Widerstand, desto größer ist also der aus der Maschine entnommene Strom, d. h. desto größer ist die Belastung der Maschine. Dabei verändert sich nun, wenn auch in geringem Maße, die Klemmspannung der Maschine. Während bei Leerlauf die Klemmspannung gleich der elektromotorischen Kraft ist, ist sie bei Belastung um den Betrag des inneren Ohm'schen Spannungsverlustes geringer. Ist also  $w_a$  der Ankerwiderstand, so ergibt sich:

$$e = E - i \cdot w_a.$$

Wenn wir nun von dem Einfluß der Ankerrückwirkung absehen, so ist die elektromotorische Kraft infolge der ungeänderten Erregung konstant, also durch die Gerade  $E$  in Fig. 111a gegeben. Der Ohm'sche Spannungsverlust ist der Stromstärke, also der Abscisse proportional. Wir ziehen also die Gerade  $e$  so, daß sie gegen die Horizontale  $E$  unter einem Winkel  $\alpha$  geneigt ist, dessen Tangente durch die Gleichung

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{i \cdot w_a}{E} = w_a.$$

gegeben ist. Natürlich ist bei Konstruktion des Winkels  $\alpha$  eventuell ein verschiedener Maßstab der Ordinaten und Abscissen zu berücksichtigen. Die Differenzen zwischen den Ordinaten der Kurven  $E$  und  $e$  stellen dann den Ohm'schen Spannungsverlust für eine bestimmte Stromstärke dar, während die Ordinaten der geneigten Geraden uns die Klemmspannung angeben. Experimentell verfährt man natürlich umgekehrt, indem man die Werte der Klemmspannung abliest, zu denselben den Ohm'schen Spannungsverlust im Anker addiert und so die konstante elektromotorische Kraft berechnet.

Wir können nun auch den äußeren Widerstand  $w$ , d. h. den Quotienten aus  $e$  und  $i$ , als Abszisse und die zugehörigen Werte von  $e$  und  $i$  als Ordinate auftragen (Fig. 111b). Da das Produkt  $i(w + w_a)$  gleich der konstanten elektromotorischen Kraft ist, so ergibt sich für die Kurve der

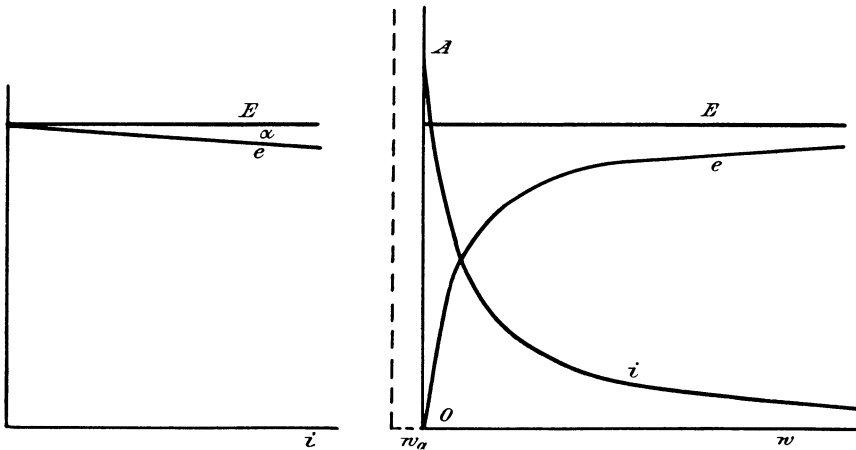


Fig. 111 a.

Fig. 111 b.

Stromstärke eine gleichseitige Hyperbel. Die Asymptoten derselben sind die Abscissenachse und eine im Abstände  $w_a$  parallel zur Ordinatenachse gezogene Gerade. Die Kurve  $i$  schneidet die Ordinatenachse im Punkte  $A$ . Für diesen Betriebszustand ist der äußere Widerstand gleich Null, die Maschine ist also kurz geschlossen und es gilt die Gleichung  $E = OA \cdot w_a$ . Selbstverständlich liegt der Kurzschlussstrom  $OA$  weit außerhalb der Betriebsgrenzen. Man könnte denselben höchstens auf die Weise experimentell ermitteln, daß man von Anfang an die Erregung und dadurch die elektromotorische Kraft sehr niedrig wählt und für diesen willkürlich gewählten Zustand die Kurven aufnimmt.

Der Verlauf der Kurve  $e$  in Fig. 111b ergibt sich aus der Überlegung, daß die Klemmspannung einerseits gleich dem Produkte  $i \cdot w$ , andererseits gleich der Differenz  $E - i \cdot w_a$  ist. Sie wird also gleich Null bei Kurzschluss, da dann beide Klemmen gleichsam einen einzigen Punkt bilden, so daß von einem Spannungsunterschied zwischen beiden Klemmen nicht mehr gesprochen werden kann. Die ganze elektromotorische Kraft

wird dabei aufgebraucht, um den starken Kurzschlussstrom durch den inneren Widerstand zu treiben. — Dagegen erreicht die Klemmspannung ihren maximalen Wert und wird gleich der elektromotorischen Kraft  $E$ , wenn der äußere Widerstand gleich unendlich ist.

Es ist übrigens schon oben darauf hingewiesen worden, daß die Kurven durch die entmagnetisierende Wirkung des Ankerstromes eine Veränderung erfahren. Dazu kommt noch, daß der Ankerwiderstand keine konstante Größe ist, sondern mit zunehmender Erwärmung des Ankers, also mit zunehmender Belastung, wächst. Jedoch ist eine rechnerische Berücksichtigung dieser Verhältnisse kaum in einfacher Weise möglich. Auch der Einfluß des remanenten Magnetismus ist in unserer Darstellung wie auch in den folgenden Abschnitten, vernachlässigt.

## 58. Die Hauptstrommaschine bei Veränderung der Belastung.

Das Verhalten der magnetelektrischen Maschine im Betrieb ist deswegen besonders einfach, weil bei konstanter Tourenzahl und konstanter Erregung die elektromotorische Kraft von den Veränderungen im äußeren Stromkreise unabhängig ist. Sehr viel schwieriger ist dagegen das Verständnis der selbsterregenden Maschinen, d. h. der Dynamomaschinen im eigentlichen Sinne, weil bei denselben der magnetisierende Strom, also die elektromotorische Kraft, von den Änderungen im äußeren Stromkreise abhängig ist.

Am einfachsten liegen die Verhältnisse noch bei der Hauptstrommaschine, bei welcher der Ankerstrom mit dem magnetisierenden Strom und dem äußeren Strom identisch ist. Die Hintereinanderschaltung von Anker, Magnetwicklung und äußerem Widerstand war das einfachste und nächstliegende. Die Hauptstrommaschinen haben jedoch als Generatoren nur für den Betrieb hintereinander geschalteter Bogenlampen Verwendung gefunden, während die jetzige Art des Betriebes der Zentralen die Verwendung von Hauptstromgeneratoren ausschließt. Als Motoren sind dagegen die Hauptstrommaschinen von außerordentlicher Wichtigkeit geblieben.

Wir betrachten im folgenden einen Hauptstromgenerator, der mit konstanter Tourenzahl angetrieben wird und dessen äußerer Widerstand  $w$  variiert wird (Fig. 112a). Wir beobachten dabei die Stromstärke und die Klemmspannung und tragen die Stromstärke als Abscisse und die Klemmspannung als Ordinate auf (Fig. 112b). Wir ziehen dann eine Gerade unter einem Winkel  $\alpha$  gegen die Abscissenachse, so daß

$$tg\alpha = w_a + w_d$$

ist, wobei  $w_a$  der Widerstand der Hauptstromwicklung auf den Magneten ist. Die Ordinaten dieser Geraden stellen dann den Ohm'schen Spannungsverlust  $i(w_a + w_d)$  im Innern der Maschine dar. Wenn wir also die

Ordinaten der Geraden zu den Ordinaten der Klemmspannungskurve addieren, so erhalten wir die Kurve  $E$  der elektromotorischen Kraft. Dieselbe ist die Charakteristik der Hauptstrommaschine und stellt die Abhängigkeit der elektromotorischen Kraft vom magnetisierenden Strom dar. Hätten wir statt der Stromstärke  $i$  das Produkt aus Stromstärke mal der Windungszahl der Magnete als Abszisse aufgetragen, so hätten wir genau die im vorigen Abschnitt besprochene Magnetisierungskurve der Maschine erhalten (Fig. 110).

Was nun den Verlauf der Kurve  $e$  betrifft, so ist die Klemmspannung gleich Null bei offenem äußeren Stromkreis, d. h. bei Leerlauf, weil mit dem magnetisierenden Strom auch die Kraftlinienzahl und die elektromotorische Kraft gleich Null werden. Schließen wir jedoch die Klemmen

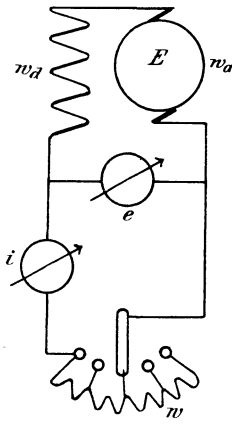


Fig. 112 a.

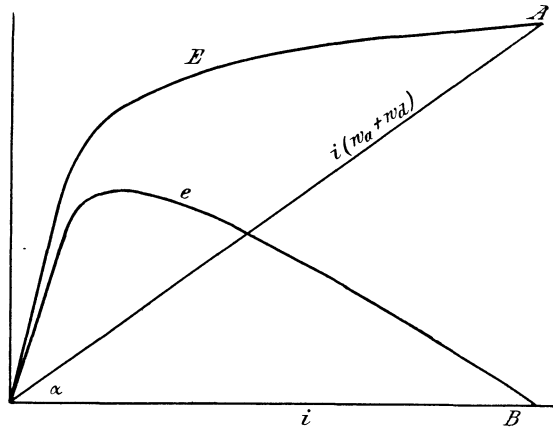


Fig. 112 b.

durch einen nicht zu großen Widerstand, so erregt sich die Maschine selbst und es kommt eine elektromotorische Kraft und dadurch ein Strom zustande. Je kleiner wir nun den äußeren Widerstand wählen, desto größer wird nach dem Ohm'schen Gesetz die Stromstärke, desto größer also auch die Kraftlinienzahl und die elektromotorische Kraft, bis dieselbe bei Kurzschluss ihren maximalen Wert  $AB$  erreicht, wobei die Stromstärke ebenfalls ihren höchsten Wert erreicht. Dabei wird die ganze elektromotorische Kraft  $AB$  dazu verbraucht, um den inneren Ohm'schen Widerstand zu überwinden. Der Punkt  $A$  ist also der Schnittpunkt der unter dem Winkel  $\alpha$  gezogenen Geraden und der Kurve der elektromotorischen Kraft.

Zugleich ergibt sich, daß die Klemmspannung für diesen Betriebszustand, also wenn der äußere Widerstand  $w$  gleich Null ist, ebenfalls gleich Null wird. Dasselbe tritt aber auch ein bei einem äußeren Widerstand  $w = \infty$ . Bei einem mittleren äußeren Widerstand erreicht also die Klemmspannung ihren maximalen Wert. Es ist auch leicht verständlich, daß

sie bei übermäßiger Verstärkung des Stromes wieder fallen muß, da infolge der Sättigung des Eisens einmal der Punkt eintreten muß, wo der Gewinn an elektromotorischer Kraft durch Verstärkung des Stromes kleiner ist als der vermehrte Spannungsverlust in der Maschine. Für den Betrieb von hintereinander geschalteten Bogenlampen wurde diese Tatsache früher insofern wichtig, als man gezwungen war, das Anwachsen der Stromstärke bei Kurzschluss einer Lampe möglichst zu beschränken. Man konstruierte die Maschinen also absichtlich mit geringem Eisenquerschnitt, so daß das Eisen bei dem normalen Strom, für den der Anker und der Ankerdraht dimensioniert waren, schon stark gesättigt war. Dann arbeiteten die Maschinen normal oberhalb des Knies der Charakteristik, wo eine Erhöhung des Stromes kaum mehr eine Verstärkung der elektromotorischen Kraft

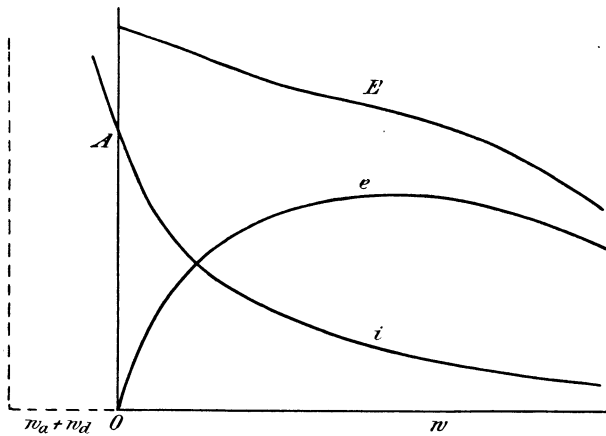


Fig. 112 c.

zur Folge hat. Der Kurzschluss einer Lampe verursachte dann zwar nach dem Ohm'schen Gesetz eine Verstärkung des Stromes, aber dieselbe war nicht so erheblich wie in dem Falle, wo zugleich der verstärkte Strom eine Erhöhung der elektromotorischen Kraft und dadurch eine nochmalige Verstärkung des Stromes zur Folge hat.

Das eigentümliche Verhalten der selbsterregenden Maschinen, wonach die elektromotorische Kraft vom Nutzstrom abhängt, wird noch deutlicher, wenn wir den äußeren Widerstand als Abscisse auftragen. Es erhebt sich nämlich immer die Frage, ob bei der Dynamomaschine die elektromotorische Kraft uns nach dem Ohm'schen Gesetz den Strom schafft oder ob der (magnetisierende) Strom uns die Kraftlinien und dadurch die elektromotorische Kraft schafft. Man wird beides als richtig anerkennen müssen und deshalb nicht mehr wissen, welches die Ursache und welches die Wirkung ist. Tatsächlich aber liegt die Sache beim praktisch ausgeführten Experiment so, daß in erster Linie, also ursächlich, der äußere Widerstand variiert wird, und daß dadurch gleichzeitig die Stromstärke und die elektro-

motorische Kraft geändert werden. Wir tragen also in Fig. 112c den äußeren Widerstand  $w = \frac{e}{i}$  als Abscisse und die zugehörigen Werte von  $e$ ,  $i$  und  $E$  als Ordinaten auf. Der Punkt  $O$  entspricht dabei dem Kurzschluß, wobei die Stromstärke, die Kraftlinienzahl und die elektromotorische Kraft am größten sind. Wäre der innere Widerstand gleich 0, so würde die Stromstärke bei Kurzschluß gleich  $\infty$  werden. Die Kurve  $i$  der Stromstärke nähert sich also links einer Geraden, die im Abstand  $w_a + w_d$  parallel zur Ordinatenachse gezogen ist. Der tatsächliche Kurzschlußstrom  $OA$  ergibt sich als der Schnittpunkt der Kurve  $i$  mit der Ordinatenachse. Mit wachsendem äußeren Widerstand nähert sich dann der Strom dem Werte Null. Die Ordinaten der Kurve  $e$  sind wieder um den Betrag  $i(w_a + w_d)$  kleiner als die elektromotorische Kraft. Wie man sieht, ist die Klemmspannung der Hauptstrommaschine gleich Null sowohl bei Leerlauf ( $w = \infty$ ), als auch bei Kurzschluß ( $w = 0$ ).

### 59. Die Nebenschlußmaschine bei Veränderung der Belastung.

Man unterscheidet bei der Nebenschlußmaschine eine innere und eine äußere Charakteristik. Die innere oder statische Charakteristik wird ermittelt, indem man die Maschine leer mit konstanter Tourenzahl antreibt und den Widerstand des Magnetkreises durch einen Regulierwiderstand verändert. Man trägt dann den Magnetstrom  $i_m$  als Abscisse und die Klemmspannung  $e$  als Ordinate auf. Die so erhaltene statische Charakteristik stellt die Abhängigkeit der elektromotorischen Kraft von dem magnetisierenden Strome dar, verläuft also genau wie die Charakteristik der Hauptstrommaschine, oder wie die Leerlaufcharakteristik der magnetelektrischen Maschine. Wir gehen daher sofort zur Besprechung des Verhaltens der Nebenschlußmaschine bei Veränderung des äußeren Stromverbrauches über.

Während bei der Hauptstrommaschine die Magnetwicklung und der äußere Widerstand hintereinander geschaltet sind und deswegen die elektromotorische Kraft in so hohem Maße vom Stromverbrauch abhängig ist, liegt die Magnetwicklung einer Nebenschlußmaschine parallel zum äußeren Widerstand, also direkt an den Bürsten der Maschine (Fig. 113a). Infolgedessen wirkt die Veränderung des äußeren Stromverbrauches nicht mehr direkt auf die Kraftlinien zurück. Vielmehr bedingt eine Vergrößerung des äußeren Stromverbrauches zunächst auch eine Erhöhung des Ankerstromes  $i_a$  nach der Gleichung:

$$i_a = i + i_m.$$

Infolgedessen wird auch der Ohm'sche Spannungsverlust  $i_a \cdot w_a$  größer und die Klemmspannung kleiner nach der Gleichung:

$$e = E - i_a \cdot w_a.$$

Sie ist also ein Maximum bei Leerlauf und fällt mit zunehmender Belastung. Weil nun aber der Widerstand der Magnetwicklung direkt an den Klemmen liegt, so wird mit verringerter Klemmspannung der Magnetstrom ebenfalls etwas geringer. Dadurch sinkt die Kraftlinienzahl und die elektromotorische Kraft, wodurch natürlich die Klemmspannung nochmals verringert wird. Die Spannungsänderung bei Belastung gegenüber der Leerlaufspannung ist also unter sonst gleichen Verhältnissen bei der Nebenschlufmaschine gröfser als bei der magnetelektrischen Maschine, wenn sie auch nicht annähernd so grofs ist, wie bei der Hauptstrommaschine.

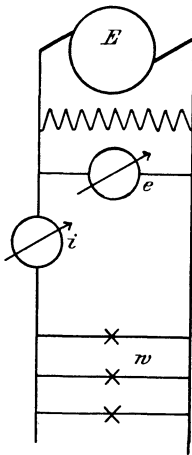


Fig. 113 a.

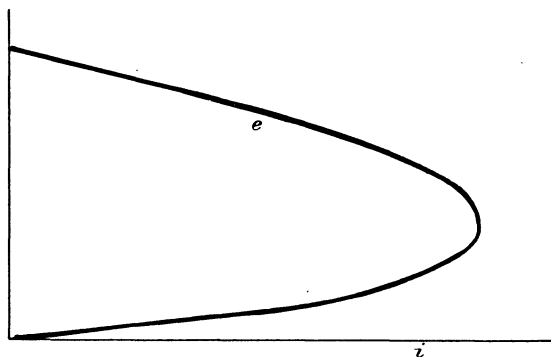


Fig. 113 b.

Wenn wir nun dazu übergehen, die äußere Charakteristik experimentell aufzunehmen, und zu diesem Zwecke den äußeren Widerstand variieren, so bemerken wir, daß anfangs mit Verringerung des äußeren Widerstandes die Stromstärke nach dem Ohm'schen Gesetz zunimmt, wobei die Klemmspannung mehr und mehr abnimmt. Dieses Verhalten der Maschine, das uns nach den obigen Erwägungen verständlich ist, entspricht dem oberen Teil der Kurve in Fig. 113b. Wenn wir jedoch den äußeren Widerstand übermäfsig verringern, so wird schliesslich die Stromstärke nicht mehr dadurch vergrößert, wie wir erwarten sollten, sondern verringert. Dabei fällt zugleich auch die Klemmspannung mehr und mehr, bis schliesslich bei Kurzschluss die Klemmspannung gleich Null ist. Dadurch wird auch der Magnetstrom und die induzierte Kraftlinienzahl gleich Null. Hätte die Maschine keinen remanenten Magnetismus, so wäre auch die elektromotorische Kraft und die Stromstärke bei Kurzschluss gleich Null.

Das eigentümliche Verhalten der Nebenschlufmaschine im unteren Teil der äußeren Charakteristik erklärt sich daraus, daß bei über-



mäßig kleinem äußeren Widerstand der Einfluß des inneren Spannungsverlustes auf den Abfall der elektromotorischen Kraft verhältnismäßig sehr groß ist. Die Verringerung des äußeren Widerstandes bringt dann, scheinbar entgegen dem Ohm'schen Gesetz, eine Schwächung der Stromstärke mit sich. Dafs übrigens die Stromstärke bei Verringerung des äußeren Widerstandes nicht unbegrenzt wachsen kann, geht auch sofort daraus hervor, dafs bei Kurzschluss, also bei  $w = 0$ , die Klemmspannung und die magnetisierende Kraft gleich Null werden.

Vielleicht wird das Verhalten der Nebenschlussmaschine noch deutlicher, wenn wir den Magnetstrom bei Betrieb als Abscisse und die elektromotorische Kraft aus der statischen Charakteristik als Ordinate auftragen (Fig. 114a). Da wir bei dem jetzigen Versuch nur den äußeren Widerstand variiert haben, dagegen den Magnetwiderstand ungeändert gelassen haben, so ist die Klemmspannung dem Magnetstrom proportional nach der Gleichung:

$$e = i_m \cdot w_m.$$

Wir erhalten also als Kurve der Klemmspannung die Gerade  $e$  in Fig. 114a. Die Differenzen der Ordinaten der Kurven  $E$  und  $e$  ergeben uns dann den Spannungsverlust  $i_a \cdot w_a = (i + i_m) \cdot w_a$ , sie sind uns also ein Maß für den Ankerstrom. Wenn wir von dem so gefundenen Ankerstrom den Magnetstrom abziehen, so erhalten wir den äußeren Strom, der dann als Ordinate aufgetragen die Kurve  $i$  ergibt. Die maximale Stromstärke im Anker erhalten wir demnach, wenn wir parallel zur Geraden  $e$  eine Tangente an die Kurve  $E$  ziehen, die im Punkte  $C$  tangiert. Dann wird für den durch den Punkt  $C$  gegebenen Betriebszustand die Differenz zwischen den Kurven  $E$  und  $e$ , also auch die Stromstärke, ein Maximum. Für alle anderen Betriebsverhältnisse, die rechts und links vom Punkte  $C$  liegen, wird die Differenz zwischen der Kurve  $E$  und der Geraden  $e$  kleiner, demnach auch die Stromstärke geringer. Die Punkte links von  $C$  entsprechen einem sehr kleinen äußeren Widerstand, die Punkte rechts von  $C$  einem größeren äußeren Widerstand.

Wie man sieht, läßt sich die äußere Charakteristik aus der statischen Charakteristik herleiten, und die Kurve  $i$  in Fig. 114a ist identisch mit der Kurve in Fig. 113b. Das wird noch deutlicher, wenn man bedenkt, dafs bei konstantem Magnetwiderstand die Werte von  $e$  und  $i_m$  einander proportional sind. Wir haben also nur Fig. 114a um  $90^\circ$  zu drehen, so erhalten wir in der Kurve  $i$  direkt die äußere Charakteristik. Dabei entspricht der rechte Teil der Kurve  $i$  in Fig. 114a dem oberen Teil der Kurve in Fig. 113b. Man muß aber dabei den Einfluß der Ankerrückwirkung vernachlässigen, der besonders bei sehr starken Strömen viel ausmacht. Deshalb ist die Konstruktion in Fig. 114a auch nur deswegen von Interesse, weil sie deutlich zeigt, dafs die Differenz zwischen der elektromotorischen Kraft und der Klemmspannung und

dadurch die Stromstärke für einen bestimmten Betriebszustand ein Maximum werden müssen.

Überhaupt kommt für den praktischen Betrieb nur der obere Teil der äußeren Charakteristik in Fig. 113b in Frage. Es ist dabei bedeutungsvoll, daß der Spannungsabfall bei Veränderung des äußeren Stromes verhältnismäßig gering ist, wie es ja im Interesse des ruhigen Brennens der parallel geschalteten Lampen erforderlich ist. Es ist klar, daß gerade solche Maschinen, die in einem Teil des magnetischen Kreises stark gesättigt sind, einen besonders flachen Verlauf des oberen Teiles der äußeren Charakteristik besitzen. Eine verhältnismäßig starke Veränderung der Erregung beeinflusst bei denselben die elektromotorische Kraft sehr wenig. Umgekehrt arbeiten Maschinen für Ladung

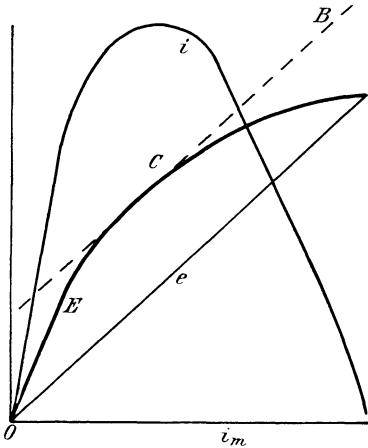


Fig. 114a.

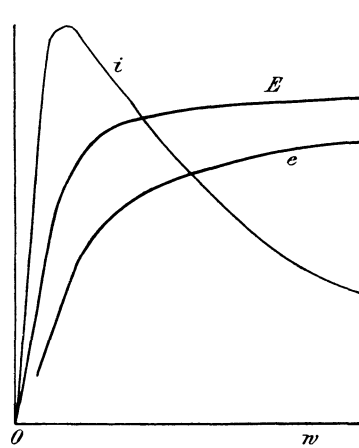


Fig. 114b.

von Akkumulatorenbatterien mit verhältnismäßig geringer Eisensättigung, also mehr im rechten Teil der Charakteristik. Dann ist eine Erhöhung der Spannung, die im Zustande der Ladung nötig wird, ohne allzugroße Verminderung der Stromstärke möglich. Übrigens kann man durch einen Regulierwiderstand im Magnetkreis den Ladestrom konstant halten (vergl. Abschnitt 60). Ebenso hat man es in der Hand, wenn die Maschine ohne eine Batterie zur Speisung von Glühlampen dient, den Abfall der Klemmspannung bei vermehrter Belastung dadurch auszugleichen, daß man Widerstand im Magnetkreis ausschaltet, und dadurch den Magnetstrom und die Spannung erhöht.

Wir tragen nun wieder, wie bei der Hauptstrommaschine, den äußeren Widerstand als Abscisse und die Werte  $i$ ,  $e$  und  $E$  als Ordinaten auf (Fig. 114b). Beim äußeren Widerstand  $w = 0$ , also bei Kurzschluss, ist die Klemmspannung, also auch die Erregung gleich Null, demnach sind auch die elektromotorische Kraft und die äußere Stromstärke gleich

Null. Mit wachsendem äußeren Widerstand nimmt die Klemmspannung dauernd zu und erreicht ihren höchsten Wert, wenn der äußere Widerstand unendlich wird, also bei Leerlauf, wobei sie gleich der elektromotorischen Kraft wird. Im übrigen liegt der Wert der Klemmspannung um den Betrag  $i_a \cdot w_a$  unterhalb der elektromotorischen Kraft.

Die Stromstärke erreicht bei wachsendem äußeren Widerstand bald ihren maximalen Wert und fällt dann wieder. Der rechte Teil der Kurve  $i$  entspricht dem praktischen Betriebe. Er unterscheidet sich wenig von der entsprechenden Kurve bei der magnetelektrischen Maschine, weil wir es im rechten Teil der Figur 114b mit hoher Eisensättigung, also mit einer fast konstanten elektromotorischen Kraft zu tun haben.

Wir haben nun noch zum Schlusse die Compoundmaschine zu besprechen, die wir im wesentlichen als eine Nebenschlußmaschine auffassen können, deren Magnetfeld durch einige Hauptstromwindungen verstärkt wird. Die Hauptstromwindungen dienen dazu, den Spannungsabfall gegenüber dem Leerlauf, den die belastete Nebenschlußmaschine erleidet, wieder auszugleichen, indem sie das Magnetfeld entsprechend verstärken. Eine Compoundmaschine hält also innerhalb der Betriebsgrenzen eine fast konstante Klemmspannung aufrecht, so daß ein Regulieren des Nebenschlußwiderstandes nicht oder kaum nötig wird. Für Anlagen ohne Akkumulatorenbatterie eignet sich also eine Compoundmaschine vorzüglich. Dagegen ist nach Abschnitt 60 bei Anlagen mit Batterie auch bei Anwendung einer Nebenschlußmaschine die konstante Netzspannung so wie so durch die Batterie mit ihrem Zellschalter garantiert. Die Compoundmaschine ist dabei sogar, ebenso wie die Hauptstrommaschine, direkt unverwendbar, weil beim etwaigen Zurückfließen des Stromes aus der Batterie in die Maschine die Hauptstromwindungen im umgekehrten Sinne durchflossen werden. Dadurch werden die Magnete umpolarisiert, und die elektromotorische Kraft der Maschine ist dann nicht mehr gegen diejenige der Batterie geschaltet, sondern hinter dieselbe. Bei dem kleinen Widerstand des ganzen Stromkreises, der nur aus dem Widerstand des Ankers, der Leitung und der Batterie besteht, würde dadurch ein gefährliches Anwachsen des Stromes erfolgen. Demnach sind Batterien durch Nebenschlußmaschinen zu laden und eventuell bei einer Compoundmaschine die Hauptstromwindungen auszuschalten. Dabei arbeitet die Maschine als reine Nebenschlußmaschine.

Da der  $+$ Pol der Batterie am  $+$ Pol der Maschine liegt, so wird bei der Nebenschlußmaschine die Magnetwicklung immer im gleichen Sinne durchflossen, auch wenn der Hauptstrom einmal infolge des Überwiegens der Batteriespannung seine Richtung umkehren sollte. Die elektromotorischen Kräfte der Maschine und der Batterie sind dann wenigstens immer gegeneinander geschaltet und die Stromstärke kann einen gefährlichen Betrag nicht erreichen.

Um aber auch dabei ein Zurückfließen des Stromes zu verhindern, wobei die Maschine als Motor in ihrer alten Drehungsrichtung angetrieben wird und wobei infolge falscher Bürstenstellung starke Funken am Kollektor auftreten, verwendet man einen Minimalausschalter. Derselbe besteht aus einem Elektromagneten, der bei genügend starkem Strome einen Eisenanker festhält und dadurch den Strom schließt. Wenn der Strom nun seine Richtung umkehren will und dabei durch Null hindurchgeht, so fällt der Anker herunter und der Strom wird unterbrochen.

### 60. Batterie und Maschine in Parallelschaltung.

Wir haben schon im vorigen Abschnitt erwähnt, daß die Netzspannung bei Glühlichtanlagen konstant gehalten werden muß. Spannungsschwankungen machen sich nämlich zunächst deswegen bemerkbar, weil die Stromstärke jeder Lampe nach dem Ohm'schen Gesetz mit der darangelegten Klemmspannung wächst. Der Effekt, der in der Lampe in Licht und Wärme umgesetzt wird, ist also dem Quadrate der Spannung proportional. Das wäre aber an sich noch unbedeutend, wenn nicht selbst bei geringer Spannungsschwankung die Lichtstärke der Lampe bedeutend variieren würde. Es gelingt z. B. leicht, die Lichtstärke einer Glühlampe zu verdoppeln, wenn man die Spannung um einige Prozente erhöht, weil die Lampe bei der normalen Spannung ein mehr gelbliches, bei der Überspannung ein weißes Licht ausstrahlt. Demnach werden geringe Schwankungen in der Spannung ganz bedeutende Schwankungen in der Lichtstärke mit sich bringen. Da nun unser Auge solche Schwankungen besonders unangenehm empfindet, so müssen dieselben unter allen Umständen vermieden werden. Dazu kommt, daß der Kohlefaden durch die Temperaturänderungen mechanisch angegriffen wird und durch zu starken Strom zerstört wird.

Es muß also gefordert werden, daß die Klemmspannung der Maschine nicht durch Veränderungen im äußeren Stromkreise beeinflusst wird. Eine Compoundmaschine wird also günstiger arbeiten, als eine Nebenschlussmaschine, bei welcher die Klemmspannung immer erst durch Regulieren des Nebenschlußwiderstandes wieder auf den normalen Betrag gebracht werden muß. Aber auch bei der Compoundmaschine verursacht eine Veränderung der Belastung stets eine, wenn auch nur momentane Veränderung der Tourenzahl der Antriebsmaschine, die zwar vom Regulator der Antriebsmaschine in kurzer Zeit wieder ausgeglichen wird, die aber doch eine momentane Spannungsschwankung zur Folge hat. Dazu kommt dann noch, daß diese Spannungsschwankungen viel größer sind als die Tourenschwankungen, da z. B. eine Verminderung der Tourenzahl zunächst eine Verminderung der elektromotorischen Kraft und naturgemäß der Klemmspannung zur Folge hat. Dadurch aber wird der Strom in der

Nebenschlußwicklung geschwächt, so daß die Kraftlinien abnehmen und die elektromotorische Kraft nochmals vermindert wird.

Dagegen wird, wie sich im folgenden ergeben wird, die konstante Netzspannung von vornherein durch eine Batterie garantiert, die parallel zur Dynamo geschaltet ist. Neben diesem Vorteil hat man außerdem noch die Möglichkeit, die Maschine in den Stunden des geringsten Bedarfs abstellen zu können, so daß die Antriebsmaschine nicht mit geringer Belastung, also ganz schlechtem Wirkungsgrad zu arbeiten braucht. Ferner kann man in den Stunden des höchsten Stromverbrauches die Maschine und Batterie parallel Strom liefern lassen, so daß die Maschine nicht für die höchste Leistung, sondern eine mittlere Leistung angeschafft zu werden braucht. Endlich wird sich im folgenden ergeben, daß die Belastung einer Nebenschlußmaschine, die parallel zu einer Batterie geschaltet ist, immer konstant ist, so daß Änderungen des äußeren Stromverbrauches weder auf die Maschinenspannung, noch auf den Maschinenstrom einen wesentlichen Einfluß haben. Daraus folgt dann eine konstante Leistung der Antriebsmaschine, also z. B. ein konstanter Dampfverbrauch und dadurch eine bedeutende Kohlenersparnis. Gerade bei Betrieben mit stark wechselnder Leistung, also z. B. bei Straßenbahnen, sind daher solche Pufferbatterien unentbehrlich.

Wir gehen nun dazu über, diese Vorteile der Batterie näher zu begründen. Wir haben zunächst bei der Akkumulatorenbatterie, wie bei allen konstanten Elementen, eine von der Stromstärke unabhängige elektromotorische Kraft, die auch bei wechselndem und dauerndem Stromverbrauch längere Zeit hindurch konstant ist. Weiter ist eine wesentliche Eigenschaft — wenigstens der praktisch ausgeführten Akkumulatoren — der geringe innere Widerstand. Da infolgedessen der Ohm'sche Spannungsverlust im Innern sehr gering ist, so können wir die Klemmspannung, auch bei wechselndem Stromverbrauch, praktisch als konstant annehmen. In Fig. 115a ist nun der Fall gezeichnet, wo Batterie und Dynamo gemeinsam den Strom in das äußere Netz liefern. Dann ist die für das ruhige Brennen der Lampen erforderliche konstante Klemmspannung von vornherein durch die Batterie gegeben. Es ist nun zunächst zu untersuchen, welchen Einfluß eine Veränderung des äußeren Stromverbrauches auf die Maschine und die Batterie hat. Ist die Klemmspannung  $e$  konstant, so ist auch der Magnetstrom konstant und die elektromotorische Kraft der Maschine ist unveränderlich; die Maschine arbeitet also gleichsam mit Fremderregung oder als magnetelektrische Maschine. Nun ergibt sich der Ankerstrom aus der Formel:

$$i_a = \frac{E - e}{w_a}.$$

Derselbe ist also ebenfalls konstant, so daß neben der gleichmäßigen Klemmspannung eine gleichmäßige Belastung der Dynamo und der An-

triebsmaschine erreicht ist. Aus dem Ankerstrom ergibt sich dann nach der 2. Kirchhoff'schen Regel der Batteriestrom  $i_b$  nach der Gleichung:

$$i_b = i - i_a.$$

Der vermehrte oder verminderte Stromverbrauch aufsen wird also nur eine Vermehrung oder Verminderung des Batteriestromes zur Folge haben, während die Maschine davon so gut wie völlig unberührt bleibt.

Wir untersuchen nun ferner den Fall, wo bei gleichbleibendem äußeren Widerstand aus irgend welchen Gründen eine Tourenverminderung der Dynamo auftritt. In diesem Falle wird die elektromotorische Kraft der Maschine kleiner und dadurch wird auch der Ankerstrom nach der obigen Gleichung für  $i_a$  kleiner. Da aber der äußere Strom infolge der konstanten Klemmspannung und des konstant gebliebenen äußeren Wider-

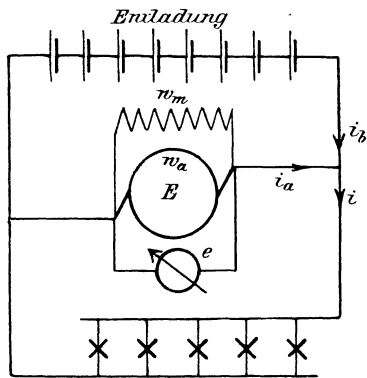


Fig. 115 a.

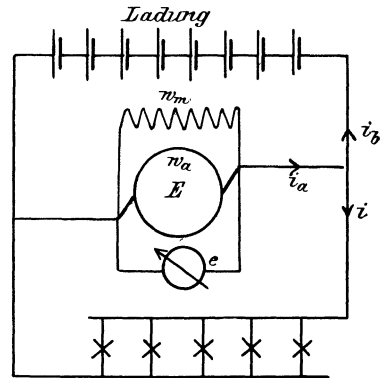


Fig. 115 b.

standes derselbe geblieben ist, so muß der Batteriestrom nach der obigen Gleichung für  $i_b$  gewachsen sein. Die Tourenschwankungen der Dynamo setzen sich also in Stromschwankungen der Batterie um.

Wir betrachten nun den Fall, wo bei gleichbleibendem äußeren Widerstand und konstanter Tourenzahl der Dynamo eine Änderung des Magnetwiderstandes  $w_m$ , also der elektromotorischen Kraft vorgenommen wird. Das hat nun wieder keinen Einfluss auf die Klemmspannung oder den äußeren Strom, sondern nur auf das Verhältnis des Anker- und Batteriestromes. Erhöht man z. B. den Magnetwiderstand, so wird der Magnetstrom und die elektromotorische Kraft der Maschine geringer. Schließlich wird die letztere gleich der Klemmspannung der Batterie. In diesem Augenblick ist der Anker stromlos und die Batterie liefert den vollen Strom allein in das äußere Netz. Erniedrigt man andererseits den Magnetwiderstand weit genug, so wird die elektromotorische Kraft der Maschine schließlich derartig wachsen, daß der Ankerstrom aus der obigen Formel für  $i_a$  gleich dem äußeren

Strom wird. In diesem Falle ist die Batterie stromlos und die Maschine übernimmt den Betrieb allein. Durch Regulierung des Nebenschlusses kann man also die Belastung willkürlich auf Maschine oder Batterie verteilen.

Wir haben bisher angenommen, daß die Maschine und die Batterie gemeinsam aufs Netz arbeiten, daß also die Batterie entladen wird. Das ist immer der Fall, wenn die elektromotorische Kraft  $E_b$  der Batterie um den Betrag  $i_b \cdot w_b$  größer ist als die Klemmspannung. Wir betrachten jetzt den entgegengesetzten Fall, wo die Batterie geladen wird, also nicht Strom liefert, sondern Strom empfängt. Der einfachste Fall ist derjenige, wo der äußere Stromkreis offen ist, so daß die Maschine nur auf die Batterie arbeitet und dieselbe ladet. Das Einschalten der Batterie geschieht dabei auf die Weise, daß man die Spannung der Batterie abliest und dann die leer laufende Maschine durch Regulieren im Nebenschluss auf dieselbe Klemmspannung bringt. Wenn man dann die Maschine auf die Batterie schaltet, also z. B. den + Pol der Maschine mit dem + Pol der Batterie verbindet, so sind zwei gleiche Drücke gegeneinander geschaltet und die Stromstärke ist noch Null. Praktisch wählt man natürlich die Maschinen- spannung gleich etwas höher als die Batteriespannung. Wenn man nun nach dem Einschalten den Ladestrom auf den gewünschten Betrag bringen will, so verstärkt man den Magnetstrom durch Ausschalten von Regulier- widerstand im Magnetkreis. Dadurch verändert sich zunächst die elektro- motorische Kraft der Maschine in verhältnismäßig geringer Weise, während sich die Stromstärke bedeutend ändert, nach der Gleichung:

$$i_a = \frac{E - e}{w_a}.$$

Auf die Klemmspannung wird jedoch das Regulieren im Magnetkreis kaum einen Einfluß ausüben, weil die Klemmspannung der Maschine zugleich Batteriespannung ist und die letztere immer fast gleich der elektro- motorischen Kraft der Batterie ist.

Wir betrachten jetzt den Fall, wo die Maschine zu gleicher Zeit die Batterie ladet und zugleich das äußere Netz speist (Fig. 115 b). Für diesen Fall gelten die Gleichungen:

$$i_a = i + i_b$$

$$\text{und} \quad e = E_b + i_b \cdot w_b = E - i_a \cdot w_a.$$

Da der innere Widerstand der Batterie wieder sehr klein ist, so ist die Klemmspannung wieder fast gleich der elektromotorischen Gegenkraft der Batterie, also so gut wie konstant. Es fragt sich jetzt zunächst wieder, welchen Einfluß eine Veränderung des äußeren Widerstandes hat. Nehmen wir z. B. an, daß aufsen mehr Lampen eingeschaltet werden. Da der Ankerstrom nach der Gleichung

$$i_a = \frac{E - e}{w_a}$$

von dem äußeren Stromverbrauch unberührt bleiben muß, so folgt, daß die Vergrößerung des äußeren Stromverbrauches allein den Batteriestrom verringert, daß also die Belastung der Maschine auch jetzt wieder konstant ist. Umgekehrt wird bei einer Verminderung des äußeren Stromverbrauches der überschüssige, von der Maschine gelieferte Strom in die Batterie fließen, so daß deren Ladestrom verstärkt wird. Wir haben hier ausnahmsweise einen Fall, wo wir es mit einer konstanten Stromstärke einer Stromquelle zu tun haben, während wir uns früher gewöhnt haben, immer nur die elektromotorische Kraft als den ursprünglich gegebenen konstanten Wert anzusehen.

Wie wir also sehen, wirken Änderungen des äußeren Stromverbrauches allein auf die Batterie und nicht auf die Maschine zurück. Es gelingt daher auch, ohne an der Maschine eine wesentliche Änderung vorzunehmen, allein durch Änderung des äußeren Stromverbrauches die Batterie aus dem Zustand der Ladung in den der Entladung überzuführen. Solange der äußere Stromverbrauch kleiner ist, als der von der Maschine gelieferte Strom, fließt der überschüssige Strom in die Batterie, die dadurch geladen wird. Ist der äußere Stromverbrauch gleich dem Ankerstrom, so ist der Batteriestrom gleich Null und die Batterie dient während dessen nur als Spannungsregulator. Ist dagegen der äußere Stromverbrauch größer als der Ankerstrom, so genügt die Maschine allein nicht mehr und die Batterie liefert den Betrag, um den der Maschinenstrom hinter dem äußeren Strom zurückbleibt. Da der Stromverbrauch bei elektrischen Bahnen ganz außerordentlich wechselt, so geht die Batterie fortwährend aus dem Zustand der Ladung in den der Entladung über und umgekehrt.

Dabei gilt für den Ladestrom die Gleichung

$$i_b = \frac{e - E_b}{\omega_b},$$

und für den Entladestrom die Gleichung

$$i_b = \frac{E_b - e}{\omega_b}.$$

Die Gleichungen zeigen deutlich, daß unsere Voraussetzung einer konstanten Klemmspannung nicht streng richtig ist. Tatsächlich finden geringe Änderungen der Klemmspannung statt, die zwar für die Lampen und die Maschine von unwesentlicher Bedeutung sind, die aber wegen der geringen Differenz von  $E_b$  und  $e$  den Batteriestrom wesentlich beeinflussen.

Wir haben bisher die Veränderungen besprochen, die bei der Ladung der Batterie und gleichzeitiger Speisung des Netzes auftreten und deren Ursache in dem wechselnden Stromverbrauch der Konsumenten liegt. Wir fragen uns nun andererseits wieder, welchen Einfluß eine Regulierung des Magnetwiderstandes der Dynamo auf die Stromverteilung bei der Ladung hat. Wir nehmen zu diesem Zwecke an, daß die Maschine den normalen Ladestrom in die Batterie sendet und zugleich ein äußeres Netz speist, in welchem



augenblicklich keine Änderung vorgenommen werden möge. Die Batterie sei gerade voll geladen und es gilt jetzt, die Ladung zu unterbrechen, ohne daß die Batterie, die ja dauernd als Spannungsregulator dient, vom Netz abgeschaltet wird. In unserem Falle ist nun wieder die Klemmspannung  $e$  durch die Batterie als konstant gegeben. Außerdem ist der äußere Strom  $i$  konstant, weil nach unserer Annahme aufsen nichts geändert ist. Wenn wir also nun den Regulierwiderstand im Magnetkreis vergrößern, so sinkt dadurch der Magnetstrom und die elektromotorische Kraft  $E$  der Maschine. Dadurch aber nimmt der Ankerstrom ab nach der Gleichung:

$$i_a = \frac{E - e}{w_a}.$$

Da der äußere Strom  $i$  konstant geblieben ist, so hat mit dem Ankerstrom auch der Ladestrom abgenommen nach der für die Ladung geltenden Gleichung:

$$i_b = i_a - i.$$

Man kann also durch Regulieren im Nebenschluß der Maschine die Batterie stromlos machen, eventuell sogar die Batterie aus dem Zustand der Ladung in den Zustand der Entladung überführen.

Die Wirkungsweise einer Nebenschlußmaschine und einer Batterie in Parallelschaltung wurde nun oben besonders einfach dadurch, daß wir die Klemmspannung der Batterie als konstant ansahen. Das ist nun ja allerdings nicht genau richtig, da der Ohm'sche Spannungsverlust im Innern der Batterie von der Stromstärke der Batterie abhängig ist und da man ihn bei der Entladung von der elektromotorischen Kraft der Batterie subtrahieren, bei der Ladung aber addieren muß, um die Klemmspannung zu erhalten. Wenn wir jedoch diese geringe Ungenauigkeit vernachlässigen, so bleibt praktisch die Tatsache bestehen, daß die Klemmspannung von dem Stromverbrauch unabhängig ist, also keinen momentanen Schwankungen ausgesetzt ist. Allerdings verändert sich im Laufe der Ladung und Entladung die Batteriespannung entsprechend der Lade- und Entladekurve ziemlich wesentlich. Diese Änderungen sind aber ganz allmähliche, so daß sie ohne wesentliche Lichtschwankungen durch einen Zellschalter ausgeglichen werden können. Damit dabei die Zu- oder Abschaltung einer Zelle ohne Stromunterbrechung vor sich geht, sind bei dem in Fig. 116a angedeuteten Zellschalter zwischen den Hauptkontakten noch Zwischenkontakte angeordnet und je zwei benachbarte Segmente durch einen Zwischenwiderstand miteinander verbunden. Der Hebel ist dabei so breit, daß er die Isolation zwischen einem Hauptkontakt und einem Zwischenkontakt überbrückt, wie das in Fig. 116a gezeichnet ist. In der gezeichneten Stellung des Hebels liegen die Lampen noch allein an dem linken Teil der Batterie, und die erste Schaltzelle ist durch den Hebel und den Zwischenwiderstand in sich geschlossen. Bei weiterer Rechtsdrehung liegt dann der Hebel allein auf dem Zwischensegment. Dadurch

ist die erste Schaltzelle aufs Netz geschaltet, also die elektromotorische Kraft um 2 Volt erhöht, aber der Netzstrom hat noch den Zwischenwiderstand zu durchfließen. Bei passender Wahl des Zwischenwiderstandes kann man erreichen, daß der Spannungsverlust in demselben bei normalem Strom gerade ein Volt beträgt, so daß die Netzspannung nur um  $2 - 1 = 1$  Volt erhöht wird. Bei noch weiterer Rechtsdrehung kommt der Hebel dann auf einen Hauptkontakt zu liegen, so daß die erste Schaltzelle direkt ans Netz geschlossen ist. Dabei beträgt die Spannungserhöhung dann wieder ein Volt, im ganzen also zwei Volt.

Man kann jedoch auch zwei starr miteinander verbundene, aber voneinander isolierte Hebel verwenden, die durch einen Zwischenwiderstand miteinander verbunden sind (Fig. 116 b). In der gezeichneten Stellung ist z. B. die erste Schaltzelle durch die beiden Hebel und den Zwischenwider-

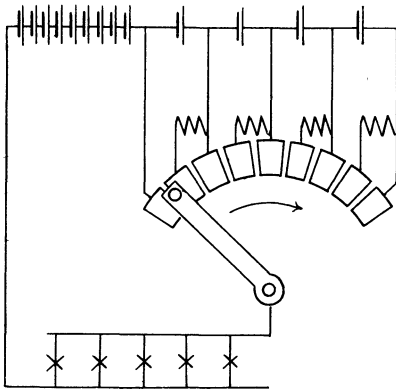


Fig. 116 a.

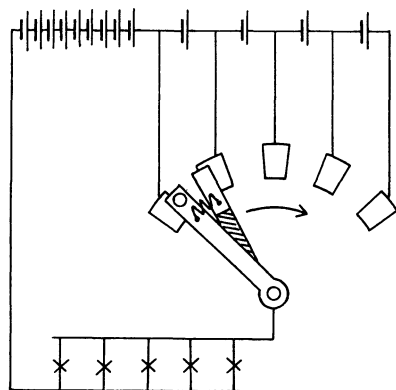


Fig. 116 b.

stand in sich geschlossen. Bei weiterer Rechtsdrehung gleitet der Haupthebel vom linken Metallkontakt ab und das Netz ist durch den Zwischenwiderstand hindurch an die um eine Zelle verstärkte Batterie angeschlossen. Bei noch weiterer Rechtsdrehung liegen dann beide Hebel gleichzeitig auf dem zweiten Kontakt, von links aus gerechnet, und schließlich gleitet der Hilfshebel von diesem Kontakt ab, so daß das Netz dann direkt an einer um 2 Volt vermehrten Batteriespannung liegt.

Die Anwendung eines solchen Einfachzellenschalters empfiehlt sich überall da, wo während der Ladung keine Lampen brennen (Fig. 117 a). Der Hebel dient in diesem Falle z. B. während der Morgenstunden als Ladehebel und schaltet dabei die letzten Schaltzellen rechts nach und nach ab. Dieselben sind nämlich nur während der letzten Nachtstunden zur Stromlieferung herangezogen worden und daher eher voll geladen, als der Hauptteil der Batterie. Im Laufe der Ladung wandert der Schalthebel dann bis auf den linken Kontakt. Da die Batteriespannung während der Ladung größer ist als die Netzspannung, für die die Lampen konstruiert sind, so

mufs der Ausschalter  $A$  während der Ladung offen sein. Nach beendiger Ladung wird auch der Schalter  $A_1$  geöffnet.

Wenn dann abends Lampen brennen sollen, so stellt man den Hebel, der jetzt als Entladehebel funktioniert, auf einen solchen Kontakt, dafs die Spannung zwischen der linken Klemme der Batterie und dem Hebel gleich der Spannung ist, bei der die Lampen brennen sollen. Man schließt dann den Ausschalter  $A$  und schaltet die Maschine in der oben beschriebenen Weise auf das Netz, d. h. zugleich auf die Batterie. Dann reguliert man die Magneterregung derartig, dafs die Maschine stets möglichst voll belastet ist und die Batterie nur für die Stunden des höchsten Stromverbrauchs, beziehungsweise in den Nachtstunden zur Stromlieferung herangezogen wird. Dabei wandert der Schalthebel, entsprechend der allmählich sinkenden Spannung der Zellen, allmählich nach rechts, so dafs er dauernd eine konstante Lampenspannung aufrecht erhält.

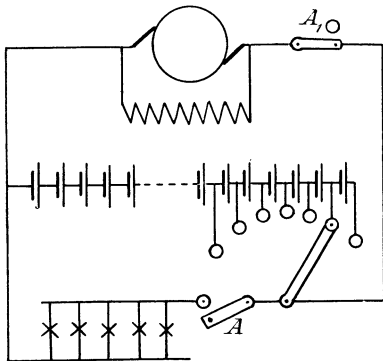


Fig. 117 a.

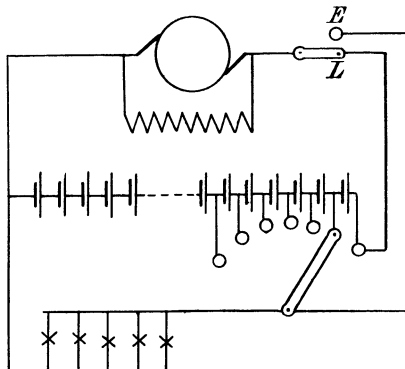


Fig. 117 b.

Die Zahl der Schaltzellen ergibt sich bei dieser Anordnung daraus, dafs die Spannung einer Zelle im Anfang der Entladung etwa 2 Volt, am Ende der Entladung etwa 1,8 Volt beträgt. Für eine Lampenspannung von 110 Volt brauchen wir also im Anfang der Entladung  $110 : 2 = 55$  Zellen und am Ende der Entladung  $110 : 1,8 = 60$  Zellen. Es sind also etwa 10 % aller Zellen an den Zellschalter anzuschließen.

Die obige Bedingung, dafs während der Ladung kein Stromverbrauch im äußeren Netz stattfinden soll, wird nur in den wenigsten Fällen erfüllt sein. Man ist also gezwungen, wenn während der Ladung auch das äußere Netz gespeist werden soll, den Hebel des Einfachzellenschalters dauernd als Entladehebel, d. h. als Spannungsregulator zu benutzen (Fig. 117 b). Die Maschine bleibt dann mittelst eines Umschalters, der auf  $L$  steht, während der Ladung dauernd am Ende der Batterie liegen, während das Netz vermittelt des Entladehebels immer an so viel Zellen liegt, dafs die Netzspannung die normale ist. Der Maschinenstrom teilt sich dann am

+Pol der Batterie in den Batteriestrom und den äußeren Strom. Beide Ströme vereinigen sich wieder an dem Punkte, wo gerade der Hebel steht, und fließen gemeinsam durch den rechten Teil der Schaltzellen zur Maschine zurück. Nach beendigter Ladung muß dann die Maschine, die ja die hohe Spannung am Ende der Ladung besitzt, von der Batterie abgeschaltet werden und ihre Spannung auf die Netzspannung ermäßigt werden. Dann wird sie durch den auf  $E$  zu stellenden Umschalter aufs Netz geschaltet. Die Batterie dient dabei vorläufig wieder nur als Spannungsregulator, bis wieder abends das Parallelarbeiten von Maschine und Batterie beginnt.

Der Nachteil eines Einfachzellenschalters bei der gleichzeitigen Speisung des Netzes während der Ladung liegt auf der Hand. Das Abschalten der vollgeladenen Schaltzellen ist nicht mehr möglich; es wird also ein großer Teil der Maschinenleistung ganz nutzlos zur Wasserzersetzung verwendet. Dazu kommt, daß durch die Schaltzellen die Summe des Batteriestromes und des Netzstromes fließt. Die Gasentwicklung wird also besonders stürmisch, so daß die Platten mechanisch besonders stark beansprucht werden. Endlich muß die Maschine die volle Spannung am Ende der Ladung liefern, muß also z. B. bei 110 Volt Netzspannung und den oben berechneten 60 Zellen eine Klemmspannung von  $60 \cdot 2,7 = 162$  Volt liefern, während man bei Abschaltung der vollgeladenen Schaltzellen erfahrungsgemäß mit 150 Volt auskommt. Die Anschaffungskosten für die Maschine werden also unnötig groß. Denn eine solche Maschine ist immer für die maximale Spannung, d. h. für die entsprechende Kraftlinienzahl in den Magneten entworfen. Liefert die Maschine dann etwa beim Parallelarbeiten nur 110 Volt, so ist eben der Magnetstrom durch den Regulierwiderstand willkürlich abgeschwächt und die Kraftlinienzahl dadurch vermindert. Die Maschine wird dabei in magnetischer Beziehung nicht vollständig ausgenutzt, sie enthält also für diesen Betriebszustand verhältnismäßig große Eisenquerschnitte und ist daher teuer in der Anschaffung.

Wenn man also während der Ladung Lampen brennen will, so ist man genötigt, einen Doppelzellenschalter anzuwenden (Fig. 118). Dabei liegt dann das Netz dauernd am Entladehebel, der jetzt sowohl während der Ladung, als auch während der Entladung nur als Spannungsregulator dient. Der Ladehebel steht dabei in Fig. 118 dauernd rechts vom Entladehebel, allgemein also dauernd außerhalb vom Entladehebel. Er schaltet während der Ladung die vollgeladenen Schaltzellen aus, so daß dieselben nicht mehr, wie in Fig. 117b, durch lang andauernde Überladung Schaden leiden. Die Schaltzellen zwischen beiden Hebeln werden dabei allerdings noch von der Summe aus Batteriestrom und Netzstrom durchflossen.

Nach beendigter Ladung stehen dann beide Hebel ganz nach links auf demselben Kontakt, wobei also Maschinenspannung, Batteriespannung und Netzspannung identisch sind. In diesem Augenblick wird der Hebel des Umschalters umgelegt, also auf Entladung geschaltet,

nachdem durch Regulieren im Nebenschluss der Dynamo die Batterie stromlos gemacht ist. Die Maschine speist dann wieder vorläufig das Netz allein, und die Batterie dient nur als Spannungsregulator, bis sie dann bei wachsendem äußeren Stromverbrauch selbsttätig zur Stromlieferung mit herangezogen wird. Dabei sinkt dann ihre Spannung allmählich, der Entladehebel wandert dabei nach rechts und nimmt vermittelt eines Anchlages den Ladehebel mit.

Wie man sieht, sind die betreffenden Kontakte für den Lade- und Entladehebel miteinander verbunden, d. h. man kommt in Wirklichkeit mit einer Kontaktreihe aus, auf welcher beide Hebel schleifen. Der Deutlichkeit wegen sind jedoch in Fig. 118 zwei Kontaktreihen gezeichnet.

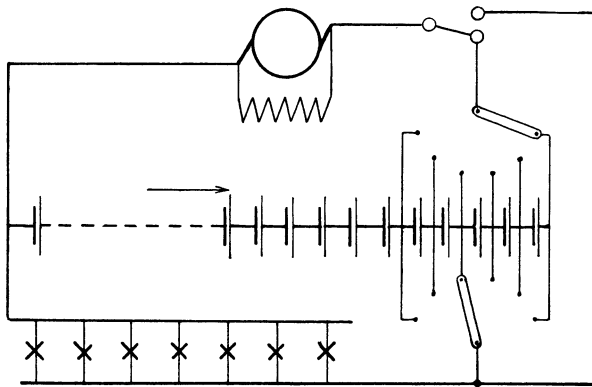


Fig. 118.

Bei Anwendung eines Doppelzellenschalters ist nun allerdings die Möglichkeit gegeben, während der Ladung Lampen zu brennen, die Netzspannung konstant zu halten und die vollgeladenen Schaltzellen abzuschalten. Indessen bleibt noch immer ein Nachteil bestehen, der sich gerade bei größeren Anlagen fühlbar macht. Derselbe besteht darin, daß die Maschine für eine wesentlich gröfsere Spannung als die Netzspannung konstruiert sein muß und doch während des eigentlichen Parallelarbeitens nur die Netzspannung liefert. Dabei wird sie nicht vollständig ausgenutzt und die Anschaffungskosten werden unnötig groß. Dieser Nachteil wird nun vollständig vermieden bei Anwendung einer Zusatzmaschine, wobei man die Hauptmaschine nur für die Netzspannung konstruiert, so daß eine wesentliche Erhöhung der Spannung dabei nicht vorgesehen ist. Das bedeutet, daß bei normaler Spannung der magnetische Kreis verhältnismäßig gesättigt ist, so daß ein Ausschalten von Widerstand im Magnetkreis kaum mehr eine Spannungserhöhung zur Folge haben würde. Eine solche Maschine besitzt verhältnismäßig geringere Eisenquerschnitte als die zum Laden von Akkumulatoren bestimmten Maschinen und wird infolgedessen viel billiger.

In diesem Falle (Fig. 119) liegt die Maschine dauernd am Entladehebel, also am Netz, während die zwischen Lade- und Entladehebel liegenden Schaltzellen durch eine Zusatzmaschine geladen werden. Unter der Voraussetzung, daß durch Regulieren der Zusatzmaschine der Ladestrom der Schaltzellen gleich dem Ladestrom des Hauptteils der Batterie gemacht wird, fließt der Batteriestrom direkt vom Hauptteil der Batterie in gleicher Stärke durch die Schaltzellen und die Zusatzmaschine. Der Entladehebel ist also dann stromlos, weil er, wie der Brückenweig in der Wheatstone'schen Brücke, zwei Punkte gleichen Niveaus verbindet. Er dient dabei rein als Spannungsregulator.

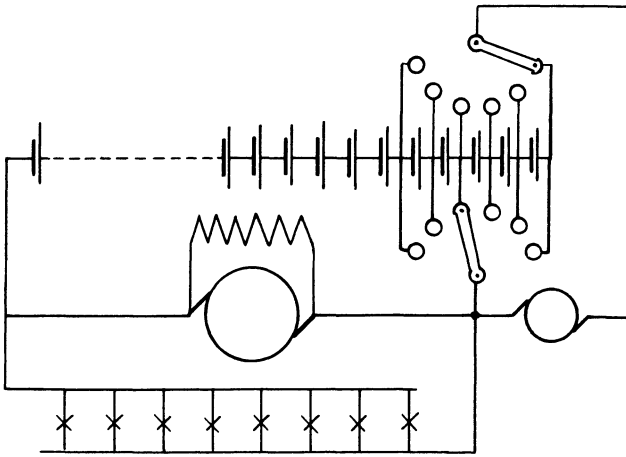


Fig. 119.

Was nun die Anzahl der Schaltzellen bei Anwendung eines Doppelschalters betrifft, so haben wir am Ende der Ladung eine Spannung von 2,7 Volt pro Zelle; der Hauptteil der Batterie muß also bei 110 Volt Netzspannung aus  $110 : 2,7 = 40$  Zellen bestehen. Andererseits haben wir am Schluß der Entladung eine Spannung von 1,8 Volt pro Zelle. Die ganze Batterie inklusive Schaltzellen muß also aus  $110 : 1,8 = 60$  Zellen bestehen. Es müssen also  $60 - 40 = 20$  Zellen oder etwa 30 % aller Zellen am Zellschalter angeschlossen sein.

## 61. Der Wirkungsgrad der Dynamomaschinen.

Man unterscheidet bei Dynamomaschinen einen elektrischen und einen totalen Wirkungsgrad. Der elektrische Wirkungsgrad, den wir mit  $\eta_0$  bezeichnen wollen, ist das Verhältnis der elektrischen Nutzleistung zu der gesamten von der Maschine erzeugten elektrischen Leistung. Wir erhalten also:

$$\eta_0 = \frac{e \cdot i}{E \cdot i_a}$$

Dagegen ist der totale oder wirtschaftliche Wirkungsgrad das Verhältnis der elektrischen Nutzleistung zu der ganzen auf die Welle der Maschine übertragenen Leistung. Bezeichnen wir also den totalen Wirkungsgrad mit  $\eta$  und die für Lager-, Luft- und Bürstenreibung, sowie für Foucaultströme und Hysteresis verbrauchte Leistung mit  $P_0$ , so ergibt sich:

$$\eta = \frac{e \cdot i}{E \cdot i_a + P_0} \quad (90)$$

Diese Gleichungen gelten ganz allgemein für Hauptstrom-, Nebenschlufs- und Compoundmaschinen, und mit einer Einschränkung auch für Wechselstrommaschinen, wobei wir natürlich die Maschinen im engeren Sinne, also Generatoren verstehen. Für die einzelnen Maschinen nehmen nun die Gleichungen eine besondere Form an, und zwar ergibt sich für die Hauptstrommaschine:

$$i = i_a,$$

$$\text{also: } \eta_0 = \frac{e \cdot i}{E \cdot i} = \frac{i^2 \cdot w}{i^2(w + w_a + w_d)} = \frac{w}{w + w_a + w_d}, \quad (91)$$

wo  $w_d$  der Widerstand der Hauptstromwicklung ist.

Der elektrische Wirkungsgrad ist also allein durch das Verhältnis des äusseren Widerstandes zum Gesamtwiderstand gegeben. Ist z. B. der innere Widerstand  $w_a + w_d$  gleich 0,24 Ohm und liefert die Maschine eine Spannung von 110 Volt bei 50 Ampere, so ergibt sich:

$$w = \frac{e}{i} = \frac{110}{50} = 2,2.$$

Der elektrische Wirkungsgrad ist also:

$$\eta_0 = \frac{2,2}{2,2 + 0,24} = 0,9.$$

Es fragt sich nun, bei welcher Belastung, d. h. bei welchem äusseren Widerstand der elektrische Wirkungsgrad ein Maximum wird. Der Wert von  $\eta_0$  wird um so gröfser, je mehr sich der Bruch  $\frac{w}{w + w_a + w_d}$  der Einheit nähert, je gröfser also der Wert von  $w$  ist. Der elektrische Wirkungsgrad nähert sich also dem Werte 1, wenn der äussere Widerstand  $w$  gleich unendlich wird, d. h. wenn die Maschine unbelastet läuft. Natürlich wird dabei der wirtschaftliche Wirkungsgrad gleich Null.

Um nun den elektrischen Wirkungsgrad der Nebenschlufsmaschine zu bestimmen, formen wir wieder die allgemeine Gleichung für  $\eta_0$  so um, dafs sie die Effektverluste durch Joule'sche Wärme enthält, schreiben also:

$$\eta_0 = \frac{i^2 \cdot w}{i^2 \cdot w + i_a^2 \cdot w_a + i_m^2 \cdot w_m}. \quad (92)$$

Nun gelten für die Nebenschlufsmaschine die Gleichungen:

$$i_a = i + i_m$$

und

$$i_m = \frac{e}{w_m} = \frac{i \cdot w}{w_m}$$

Setzen wir diese Werte in Gleichung (92) ein, führen die Quadratur im Nenner aus und heben durch  $i^2 \cdot w$ , so erhalten wir:

$$\eta_0 = \frac{1}{1 + \frac{w_a}{w} + \frac{2 w_a}{w_m} + \frac{w(w_a + w_m)}{w_m^2}} \quad (93)$$

Der elektrische Wirkungsgrad der Nebenschlussmaschine hängt also ebenfalls, wie derjenige der Hauptstrommaschine, allein von den inneren Widerständen und dem äußeren Widerstand ab, ist demnach von der Tourenzahl ganz unabhängig. Er wird ein Maximum, wenn der Nenner der rechten Seite ein Minimum wird. Wir schreiben also:

$$f(w) = 1 + \frac{w_a}{w} + \frac{2 w_a}{w_m} + \frac{w(w_a + w_m)}{w_m^2}$$

und setzen den ersten Differentialquotienten nach  $w$  gleich Null. Wir erhalten dann:

$$f'(w) = -w_a \cdot w^{-2} + \frac{w_a + w_m}{w_m^2} = 0.$$

oder

$$w = \sqrt{\frac{w_a \cdot w_m^2}{w_a + w_m}}$$

Da nun im Interesse eines geringen Effektverlustes der Ankerwiderstand  $w_a$  immer sehr klein und der Magnetwiderstand  $w_m$  immer sehr groß gewählt wird, so können wir den Nenner  $w_a + w_m$  gleich  $w_m$  setzen und erhalten für den günstigsten äußeren Widerstand den Wert:

$$w = \sqrt{w_a \cdot w_m}$$

Der Wirkungsgrad wird also ein Maximum, wenn der äußere Widerstand die mittlere geometrische Proportionale zwischen Ankerwiderstand und Magnetwiderstand ist.

Ist z. B. der Ankerwiderstand einer Nebenschlussmaschine gleich 0,01 Ohm und der Magnetwiderstand gleich 9 Ohm, so ergibt sich der günstigste äußere Widerstand zu:

$$w = \sqrt{w_a \cdot w_m} = \sqrt{0,01 \cdot 9} = 0,3 \text{ Ohm.}$$

Liefert also z. B. die Maschine eine Klemmspannung von 110 Volt, so ergibt sich der günstigste Wirkungsgrad bei einer Stromstärke

$$i = \frac{e}{w} = \frac{110}{0,3} = 367 \text{ Ampere.}$$

Dabei ist der Magnetstrom:



$$i_m = \frac{e}{w_m} = \frac{110}{9} = 12 \text{ Ampere.}$$

Der Ankerstrom wird also:

$$i_a = i + i_m = 379 \text{ Ampere.}$$

Die elektromotorische Kraft  $E$  ist dabei gegeben durch:

$$E = e + i_a \cdot w_a = 110 + 0,01 \cdot 379 = 114 \text{ Volt,}$$

und wir erhalten einen grössten elektrischen Wirkungsgrad

$$\eta_0 = \frac{e \cdot i}{E \cdot i_a} = \frac{110 \cdot 367}{114 \cdot 379} = 93,5 \text{ } \frac{0}{10}.$$

Dies Resultat läßt sich noch etwas einfacher direkt aus dem Verhältnis des Magnetwiderstandes zum Ankerwiderstand ableiten. Schreibt man nämlich die Gleichung  $w = \sqrt{w_a \cdot w_m}$  in der Form:

$$\frac{w_m}{w} = \frac{w}{w_a} = k,$$

so ergibt sich durch Multiplikation der beiden Quotienten miteinander:

$$\frac{w_m}{w_a} = k^2.$$

Setzen wir die Werte  $k$  und  $k^2$  in Gleichung (93) ein, so erhalten wir:

$$\eta_0 = \frac{1}{1 + \frac{1}{k} + \frac{2}{k^2} + \frac{1}{k} \cdot \frac{1}{k^2} + \frac{1}{k}},$$

oder wenn wir mit  $k^3$  erweitern und die gleichartigen Glieder im Nenner vereinigen:

$$\eta_0 = \frac{k^3}{k^3 + 2k^2 + 2k + 1}.$$

Nun ist  $k$  immer eine verhältnismässige grosse Zahl, die bei Maschinen mit einigermaßen gutem Wirkungsgrad immer über 20 liegt. Wir können also ohne grossen Fehler  $k^3$  durch  $k^3 - 1$  ersetzen. Dadurch werden Zähler und Nenner durch  $k^2 + k + 1$  teilbar und wir erhalten für die günstigste Belastung den Wert:

$$\eta_0 = \frac{k - 1}{k + 1}. \quad (94)$$

Für die betreffenden Werte von  $k$  ergibt die folgende Tabelle die zugehörigen Wirkungsgrade bei der günstigsten Belastung:

$k =$	19	24	32,3	49
$\eta_0 =$	0,9	0,92	0,94	0,96.

In dem obigen Beispiel war z. B.  $w_a = 0,01$  und  $w_m = 9$ . Die mittlere Proportionale daraus ergab sich zu 0,3. Wir erhalten also:

$$k = \frac{w_m}{w} = \frac{w}{w_a} = \frac{9}{0,3} = 30$$

und

$$\eta_0 = \frac{k-1}{k+1} = \frac{29}{31} = 93,5.$$

Ist umgekehrt eine Maschine für 220 Volt und 100 Ampere mit einem elektrischen Wirkungsgrad  $\eta_0 = 0,94$  zu entwerfen, so erhalten wir aus der obigen Tabelle einen Wert  $k = 32,3$ . Da der äußere Widerstand sich zu

$$w = \frac{e}{i} = \frac{220}{100} = 2,2$$

ergibt, so erhalten wir:

$$w_m = k \cdot w = 32,3 \cdot 2,2 = 71 \text{ Ohm,}$$

$$w_a = \frac{w}{k} = \frac{2,2}{32,3} = 0,07 \text{ Ohm.}$$

Wenn die Widerstände  $w_a$  und  $w_m$  in dieser Weise gewählt werden, so läuft die Maschine bei der normalen Stromstärke von 100 Ampere gerade mit ihrem maximalen elektrischen Wirkungsgrad, und zwar erreicht derselbe den geforderten Wert 0,94. Damit soll nun allerdings nicht gesagt werden, daß man unbedingt bei der Konstruktion an die oben berechneten Werte von  $w_a$  und  $w_m$  gebunden ist. Man wird vielmehr die Freiheit haben, die Verluste, die in unserem Falle 6 % betragen, willkürlich auf Anker und Magnete zu verteilen, also z. B. 4 % für den Anker und 2 % für die Magnete zu wählen. Die Rechnung gestaltet sich dann in folgender Weise:

$$\text{Nutzleistung} \quad . . . . . P = e \cdot i = 220 \cdot 100 = 22000 \text{ Watt,}$$

$$\text{Gesamte elektrische Leistung} \quad \frac{P}{\eta_0} = \frac{22000}{0,94} = 23400 \text{ Watt,}$$

$$\text{Verlust im Anker} \quad . . . . . \frac{4}{100} \cdot 23400 = 936 \text{ Watt,}$$

$$\text{Verlust in den Magneten} \quad . . . \frac{2}{100} \cdot 23400 = 468 \text{ Watt.}$$

Aus der Gleichung

$$e \cdot i_m = 468$$

ergibt sich dann, da die Klemmspannung 220 Volt beträgt:

$$i_m = \frac{468}{220} = 2,1 \text{ Ampere}$$

und

$$w_m = \frac{e}{i_m} = \frac{220}{2,1} = 105 \text{ Ohm.}$$

Ferner ergibt sich:

$$i_a = i + i_m = 100 + 2,1 = 102,1.$$

Da nun der Verlust im Anker nach unseren Annahmen 936 Watt betragen soll und derselbe durch das Produkt  $i_a^2 \cdot w_a$  gegeben ist, so folgt:

$$w_a = \frac{936}{102,1^2} = 0,09.$$

Natürlich arbeitet diese Maschine trotz der willkürlichen Verteilung der Verluste auf den Anker und die Magnete ebenfalls mit einem Wirkungsgrade von 0,94, wenn sie mit 100 Ampere belastet ist. Sie würde nun allerdings bei einer anderen Belastung mit einem noch höheren Wirkungsgrad arbeiten. Der günstigste äußere Widerstand ergibt sich jetzt nämlich zu:

$$w = \sqrt{w_a \cdot w_m} = \sqrt{0,09 \cdot 105} = 3,07.$$

Dabei wird

$$k = \frac{w_m}{w} = \frac{105}{3,07} = 34,22$$

und

$$\eta_0 = \frac{k-1}{k+1} = \frac{33,22}{35,22} = 94,3.$$

Wie man sieht, ändert sich der Wirkungsgrad nur im Verhältnis 94,3 zu 94, wenn man den äußeren Widerstand im Verhältnis 3,07 zu 2,2 ändert. Daraus folgt, daß man den äußeren Widerstand, also die Belastung einer Nebenschlußmaschine in weiten Grenzen variieren kann, ohne daß sich der elektrische Wirkungsgrad wesentlich ändert.

Während nun der elektrische Wirkungsgrad sich für jede Maschine vorausberechnen läßt, sind wir für die Ermittlung des totalen Wirkungsgrades auf das Experiment angewiesen. Man treibt zu diesem Zwecke die Maschine als Elektromotor an und berechnet den dabei verbrauchten Effekt aus der Klemmspannung und dem Ankerstrom. Dabei muß natürlich die an den Motor gelegte Klemmspannung so gewählt werden, daß die Tourenzahl des Motors dieselbe ist, wie diejenige der Dynamo.

Der so ermittelte Effekt  $P_0$  wird für Reibung, Hysteresis und Foucaultströme verbraucht. Dabei ist der Effektverlust durch Reibung und Hysteresis in praktischen Grenzen der Tourenzahl proportional. Dagegen ist der Effektverlust durch Foucaultströme im Ankereisen, Pol-eisen und Ankerkupfer dem Quadrate der Tourenzahl proportional, weil die im massiven Leiter induzierte elektromotorische Kraft und dadurch auch die Stärke des Wirbelstromes mit der Tourenzahl wächst. Der Verlust durch Foucaultströme ist aber dem Produkt aus der elektromotorischen Kraft und der Stromstärke, also dem Quadrate der Tourenzahl proportional. Wenn wir also die an den Motor gelegte Spannung und dadurch die Tourenzahl variieren, so ändert sich der Leerlaufverlust mit der Tourenzahl nach der Gleichung:

$$P_0 = c \cdot \frac{n}{60} + c_1 \cdot \left(\frac{n}{60}\right)^2,$$

wo  $c$  und  $c_1$  konstante Faktoren sind. Dividieren wir nun die Gleichung durch  $\frac{n}{60}$ , so erhalten wir den Arbeitsverlust pro Umdrehung zu:

$$A = P_0 \frac{n}{60} = c + c_1 \cdot \frac{n}{60} \text{ Joule.}$$

Wir tragen nun die Tourenzahl als Abscisse und den Arbeitsverlust pro Umdrehung als Ordinate auf (Fig. 120) und verlängern die erhaltene Gerade nach rückwärts, bis sie die Ordinatenachse schneidet. Dann ist der Abschnitt auf der Ordinatenachse gleich dem Arbeitsverlust pro Umdrehung, der durch mechanische Reibung und Hysteresis verursacht wird, und der unabhängig oder wenigstens annähernd unabhängig von der Geschwindigkeit ist. Dieser konstante Verlust wird dann durch die Wirbelströme um einen der Tourenzahl proportionalen Betrag vergrößert.

Wenn wir nun voraussetzen, daß der „Leerverlust“ bei Belastung und Leerlauf der gleiche ist, so können wir aus Fig. 120 für jede Tourenzahl den Leerverlust  $P_0$  berechnen, zu den berechneten Verlusten durch Joule'sche Wärme addieren und so den totalen Wirkungsgrad des Generators bei einem bestimmten Betriebszustand ermitteln.

Tatsächlich ist nun allerdings der Leerverlust bei Betrieb ein etwas anderer als bei Belastung, und es empfiehlt sich daher ein Verfahren, bei welchem man zwei gleiche zu untersuchende Maschinen miteinander

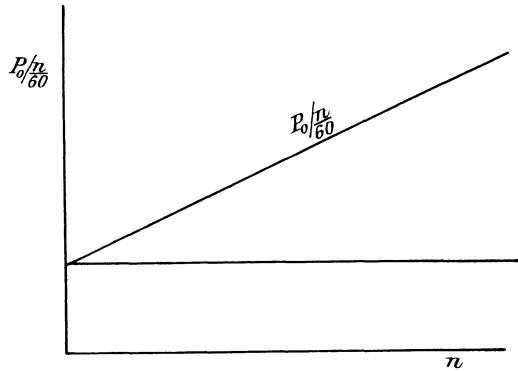


Fig. 120.

kuppelt und die erste Maschine von einer äußeren Stromquelle als Motor antreibt. Dieser Motor treibt dann die zweite Maschine als Dynamo an, die dann wieder durch ihren Strom den ersten Motor speist. Es sind also die äußere Stromquelle und die zweite Maschine auf den Motor parallel geschaltet. Dabei liefert die äußere Stromquelle natürlich nur den durch die Gesamtverluste in beiden Maschinen bedingten Effekt, und derselbe kann auf diese Weise leicht gemessen werden. Man hat dabei die Erregung beider Maschinen so zu wählen, daß die mittlere Stromstärke beider Maschinen ihrem normalen Betriebsstrom entspricht. Auf den ersten Blick erscheinen die Verhältnisse allerdings nicht ganz einfach, man muß aber bedenken, daß bei beiden Maschinen die Klemmspannung und die Tourenzahl die gleiche ist. Die elektromotorische Kraft der als Motor angetriebenen Maschine ist nun nach Abschnitt 63 kleiner als die Klemmspannung, während die elektromotorische Kraft der als Generator angetriebenen Maschine größer als die Klemmspannung ist. Da die

Tourenzahl, Drahtzahl und Klemmspannung für beide Maschinen die gleiche ist, so müssen wir den Generator etwas stärker erregen als den Motor. Ist also

- $N_1$  die Kraftlinienzahl des Motors,
- $N_2$  die Kraftlinienzahl des Generators,
- $i_1$  die Stromstärke des Motors,
- $i_2$  die Stromstärke des Generators,
- $i_1 - i_2 = i_0$  der aus der Stromquelle zufließende Leerstrom,
- $E_1$  die elektromotorische Gegenkraft des Motors,
- $E_2$  die elektromotorische Kraft des Generators,

so ergibt sich nach Abschnitt 63 für den Motor

$$e = E_1 + i_1 \cdot w_a = N_1 \cdot \frac{n}{60} \cdot z \cdot 10^{-8} + i_1 \cdot w_a$$

und ebenso für den Generator

$$e = E_2 - i_2 \cdot w_a = N_2 \cdot \frac{n}{60} \cdot z \cdot 10^{-8} - i_2 \cdot w_a.$$

Durch Addition der beiden Gleichungen erhalten wir:

$$2e = (N_1 + N_2) \frac{n}{60} \cdot z \cdot 10^{-8} + i_0 \cdot w_a.$$

Vernachlässigen wir dabei den außerordentlich kleinen Wert  $i_0 \cdot w_a$ , so ergibt sich:

$$\frac{n}{60} \cdot z \cdot 10^{-8} = \frac{2e}{N_1 + N_2}.$$

Die Tourenzahl ist also durch die Summe der gewählten Kraftlinien  $N_1$  und  $N_2$  gegeben. Setzen wir nun den gefundenen Wert für  $\frac{n}{60} \cdot z \cdot 10^{-8}$  in die zweite, oben für  $e$  angegebene Gleichung ein, so erhalten wir:

$$e = \frac{N_2 \cdot 2e}{N_1 + N_2} - i_2 \cdot w_a,$$

oder wenn wir für  $i_2$  auflösen:

$$i_2 = \frac{N_2 - N_1}{N_1 + N_2} \cdot \frac{e}{w_a}.$$

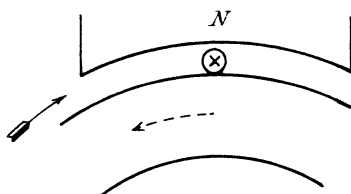
Während also die Summe der gewählten Kraftlinien uns die Tourenzahl beider Maschinen angab, ist uns die Stromstärke des Generators durch den Quotienten  $\frac{N_2 - N_1}{N_2 + N_1}$  gegeben, so daß wir es in der Hand haben, einerseits die Tourenzahl, andererseits die Stromstärke herzustellen, für welche die Leerlaufarbeit ermittelt werden soll. Das dabei gemessene Produkt  $e \cdot i_0$  ist natürlich die für den Leerlauf beider Maschinen zusammen verbrauchte Leistung.

## Neuntes Kapitel.

62. Drehungsrichtung der Motoren. — 63. Drehmoment, Tourenzahl und Leistung des Gleichstrommotors. — 64. Wirkungsweise des konstant erregten Motors. — 65. Anlassen und Regulieren des Nebenschlußmotors. — 66. Wirkungsweise des Hauptstrommotors. — 67. Beispiel. — 68. Regulierung von Hauptstrommotoren.

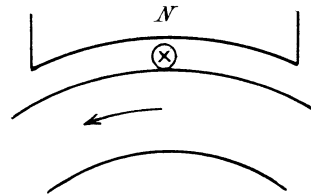
### 62. Drehungsrichtung der Motoren.

Die Gleichstrommotoren unterscheiden sich in der Konstruktion nicht von den Gleichstromgeneratoren. Es kann sogar ein und dieselbe Maschine in einem Augenblick als Generator und im nächsten Augenblick als Motor arbeiten. Infolgedessen können wir das Kapitel über Motoren besonders kurz fassen. Uns interessieren bei den Motoren besonders die mechanischen Eigenschaften, wie die Drehungsrichtung, das Drehmoment, die Tourenzahl und die mechanische Leistung, und es wird unsere Aufgabe sein, die Abhängigkeit dieser mechanischen Eigenschaften von den elektrischen und magnetischen Verhältnissen festzustellen.



*Dynamo*

Fig. 121 a.



*Motor*

Fig. 121 b.

Um die Drehungsrichtung eines Motors zu bestimmen, erinnern wir uns, daß die Drehung einer stromliefernden Dynamo nach dem Gesetz von der Erhaltung der Energie einen Aufwand von mechanischer Arbeit erfordert. Der durch die Bewegung induzierte Strom hemmt die Bewegung, indem das magnetische Feld auf die Stromleiter eine Kraft ausübt, die der Bewegungsrichtung entgegengesetzt ist. Wird also die in Fig. 121 a angedeutete Dynamo im Sinne des Uhrzeigers gedreht, so fließt der Strom vor dem Nordpol von vorne nach hinten, vor dem Südpol von hinten nach vorne. Dieser Strom übt in Verbindung mit den Kraftlinien eine Kraft aus, deren Richtung wir nach der Ampere'schen Schwimmer-

regel oder bequemer nach dem Lenz'schen Gesetz bestimmen können. Es ergibt sich, daß diese Kraft in unserem Falle den Anker entgegengesetzt dem Uhrzeiger, also im Sinne des punktierten Pfeiles zu drehen sucht.

Wir denken uns jetzt, daß die Antriebsmaschine plötzlich abgestellt und der Anker von einer äußeren Stromquelle gespeist wird. Dabei soll die Stromrichtung in der Anker- und Magnetwicklung so gewählt werden, daß sie die gleiche ist, wie bei der als Dynamo arbeitenden Maschine (Fig. 121b). Dann folgt mit Notwendigkeit, daß unter diesen Umständen der Motor sich entgegen dem Uhrzeiger drehen muß, also im Sinne des ausgezogenen Pfeiles in Fig. 121b. Wir schließen daraus:

„Bei gleichen Polen und gleicher Stromrichtung im Anker läuft die Maschine als Motor entgegengesetzt der Richtung, in der sie als Dynamo angetrieben wurde.“

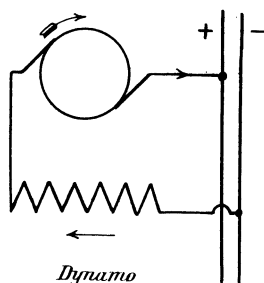


Fig. 122 a.

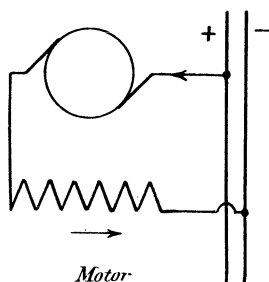


Fig. 122 b.

Es ist nun deutlich, daß man die Drehungsrichtung eines Motors umkehren kann, wenn man den Strom im Anker allein oder in der Magnetwicklung allein umkehrt. Die Drehungsrichtung bleibt aber dieselbe, wenn man gleichzeitig den Strom im Anker und in der Magnetwicklung umkehrt. Sie bleibt also auch dieselbe, wenn man die beiden Hauptleitungen miteinander vertauscht, weil dadurch gleichzeitig der Strom im Anker und in den Magneten kommutiert wird.

Aus dem Gesagten darf man nun aber nicht etwa die dem Anfänger sehr nahe liegende Folgerung ziehen, daß etwa überhaupt jede Maschine, wenn sie aus dem Zustand des Generators in den des Motors übergeht, ihre Drehungsrichtung ändert. Wir haben die Umkehrung der Drehungsrichtung ausdrücklich nur für den Fall abgeleitet, daß die Stromrichtung im Anker und den Magneten beim Motor die gleiche ist, wie beim Generator. Wir wenden uns also jetzt den speziellen Fällen, nämlich dem Hauptstrom- und dem Nebenschlußmotor zu und haben dabei zu untersuchen, ob und wann diese Voraussetzung zutrifft.

Bei der Hauptstrommaschine liegen Anker und Magnete hintereinander (Fig. 122a). Die Hauptstrommaschine werde als Generator im Sinne des Uhrzeigers gedreht und das Vorzeichen der Bürste rechts sei positiv

Wir benutzen dann dieselbe Maschine ohne Änderung der Schaltung als Motor. Nach dem oben Gesagten ist es für die Drehungsrichtung gleichgültig, wie wir die Hauptleitung an die Klemmen des Motors anschließen. Am nächstliegenden ist es natürlich, wenn die Maschine in der früheren Weise am Netz liegen bleibt (Fig. 122b). Dann ergibt sich, daß der Motorstrom gegenüber der Dynamo seine Richtung sowohl im Anker als auch in den Magneten umgekehrt hat. Das Resultat ist also das gleiche, wie wenn der Strom in beiden Teilen derselbe ist, wie in der Dynamo. Die Hauptstrommaschine läuft also ohne Änderung der Schaltung als Motor entgegengesetzt wie als Dynamo, d. h. gegen die Bürsten. Soll dagegen die Drehungsrichtung die gleiche bleiben, so hat man in Fig. 122b die Magnete umzuschalten. Man erreicht dadurch zugleich, daß die Stromrichtung in der Magnetwicklung beim Motor und Generator ungeändert bleibt, was wegen des remanenten Magnetismus von Wichtigkeit ist. Aus dem gleichen Grunde ist natürlich beim Umsteuern eines Motors der Anker umzuschalten (Fig. 123).

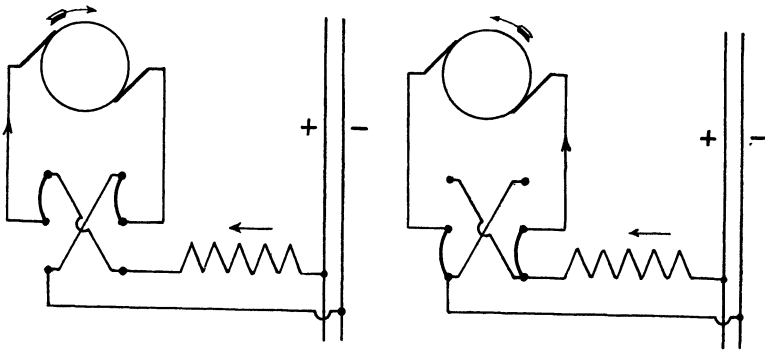


Fig. 123.

Wir betrachten nun den Fall, wo eine als Motor laufende Hauptstrommaschine in derselben Drehungsrichtung als Generator benutzt wird. Dieser Fall ist von praktischer Wichtigkeit, da die Bremsung von Hauptstrommotoren dadurch erfolgt, daß der Motor von der Zuleitung getrennt und als Generator auf Widerstände geschaltet wird. Die lebendige Kraft des Straßenbahnwagens z. B. setzt sich dabei in elektrische Energie um, und der Wagen wird dadurch gebremst. Dabei muß man natürlich, wie oben, die Magnete umschalten. Die elektromotorische Kraft des Motors wirkt nämlich nach Abschnitt 63 dem Strome entgegen. Nun ist die Richtung der Drehung dieselbe geblieben, und ebenso die Richtung der Kraftlinien (remanenter Magnetismus). Die elektromotorische Kraft im Generator ist also gleichgerichtet mit derjenigen im Motor, und sie erzeugt uns beim Angehen einen Strom, der dem früheren Motorstrom entgegengesetzt ist. Derselbe würde ohne Änderung der Schaltung den remanenten Magnetismus abschwächen, statt ihn zu verstärken.



Anders liegen dagegen die Verhältnisse beim Nebenschlußmotor. Ein Blick auf Fig. 124 zeigt, daß der Strom in den Magneten beim Generator und Motor derselbe geblieben ist, daß aber der Ankerstrom in

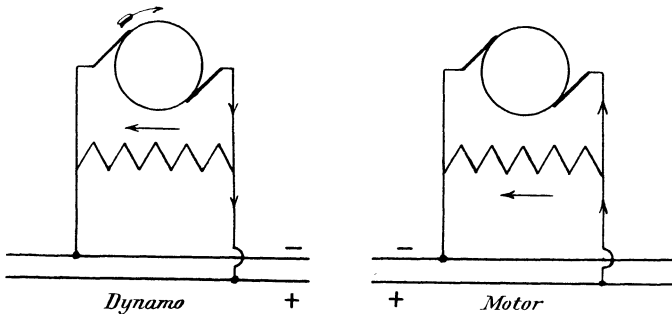


Fig. 124.

beiden Maschinen eine entgegengesetzte Richtung hat. Wäre die Stromrichtung überall die gleiche, so liefere der Motor entgegengesetzt wie die Dynamo. Nun aber, wo im Anker allein eine Umkehrung stattgefunden hat, läuft die Maschine als Motor in gleichem Sinne wie als Dynamo. Eine Nebenschlußdynamo, als Motor benutzt, läuft also mit den Bürsten.

### 63. Drehmoment, Tourenzahl und Leistung des Gleichstrommotors.

Das Biot-Savart'sche Gesetz liefert uns ein einfaches Mittel, um aus der Kraftlinienzahl, Drahtzahl und Stromstärke das Drehmoment des Elektromotors zu bestimmen. Diese Bestimmung ist im Abschnitt 25 an einem Beispiel durchgeführt, und wir haben jetzt noch die allgemeine Gleichung für das Drehmoment zu entwickeln. Ist

- $H$  die Feldstärke im Luftzwischenraum,
- $b$  die Ankerlänge in Centimetern,
- $D$  der Ankerdurchmesser in Centimetern,
- $z$  die Gesamtzahl der äußeren Ankerdrähte,
- $\beta$  der Winkel der Polbohrung,
- $i'$  die Stromstärke pro Leiter in Ampere,

so ergibt sich die von den Kraftlinien auf die Ankerdrähte ausgeübte Kraft nach Gleichung (32) zu:

$$f = H \cdot J \cdot l \text{ Dyn.}$$

Dabei ist:

$$J = \frac{i'}{10} \text{ absolute Einheiten.}$$

Ferner ist die vor  $2p$  Polen liegende Drahtlänge:

$$l = \frac{2p\beta \cdot z \cdot b}{360} \text{ cm.}$$

Die Zugkraft ist also:

$$f = H \cdot \frac{i'}{10} \cdot \frac{2p\beta \cdot z \cdot b}{360} \text{ Dyn.}$$

Um die Zugkraft in Kilogramm zu erhalten, haben wir mit 981000 zu dividieren, und um das Drehmoment in Meterkilogramm zu erhalten, haben wir noch mit dem Radius  $r$  in Metern zu multiplizieren. Der Radius ergibt sich zu:

$$r = \frac{D}{2 \cdot 100} \text{ m.}$$

Wir erhalten also das Drehmoment in Meterkilogramm zu:

$$M_d = H \cdot \frac{i'}{10} \cdot \frac{2p\beta \cdot z \cdot b}{360} \cdot \frac{D}{2 \cdot 100} \cdot \frac{1}{981000}.$$

Nun ist die Gesamtkraftlinienzahl  $N$  eines Poles gleich der Polfläche mal der Feldstärke vor den Polen:

$$N = \frac{D \cdot \pi \cdot \beta \cdot b}{360} \cdot H.$$

Mit Benutzung dieses Wertes erhalten wir:

$$M_d = \frac{p \cdot N \cdot z \cdot i'}{\pi \cdot 9,81} \cdot 10^{-8}. \quad (95)$$

Diese Gleichung gilt ganz allgemein für zwei- und mehrpolige Maschinen, sowie für Parallel- und Serienwicklung. Für Parallelwicklung ergibt sich im besonderen:

$$i_a = 2p \cdot i'.$$

Demnach nimmt Gleichung (95) für Parallelwicklung oder zweipolige Maschinen die Form an:

$$M_d = \frac{N \cdot z \cdot i_a}{2\pi \cdot 9,81} \cdot 10^{-8}. \quad (96)$$

Dagegen gilt für Serienwicklung die Gleichung:

$$i_a = 2i'.$$

Demnach ergibt sich das Drehmoment für Serienwicklung zu:

$$M_d = \frac{p \cdot N \cdot z \cdot i_a}{2\pi \cdot 9,81} \cdot 10^{-8}. \quad (97)$$

Allgemein erhalten wir also:

$$M_d = \frac{[p] \cdot N \cdot z \cdot i_a}{2\pi \cdot 9,81} \cdot 10^{-8}, \quad (98)$$

wobei wir den Faktor  $p$  in Klammern setzen, um anzudeuten, daß er nur für Serienwicklung gilt.

Dabei ist zu beachten, daß diese Gleichungen sich auf das ganze vom Motor ausgeübte Drehmoment beziehen, wobei also die Leerlaufsarbeit mit eingeschlossen ist. Das nutzbare Drehmoment ist um den Betrag geringer, der bei Leerlauf zur Drehung des Motors erforderlich ist.

Die ganze Bedeutung der für das Drehmoment abgeleiteten Gleichungen ergibt sich nun erst, wenn wir die beiden Seiten derselben umkehren. Ursprünglich besagten die Gleichungen, daß das vom Motor ausgeübte Drehmoment dem Produkt aus der Kraftlinienzahl mal dem Ankerstrom proportional ist. Nun entspricht beim Beharrungszustande ein vom Motor ausgeübtes Drehmoment einem genau gleichen Drehmoment, das von der Last ausgeübt wird. Wir kommen demnach zu dem wichtigen Resultat, daß das Produkt  $N \cdot i_a$  sich stets nach der Belastung, d. h. nach dem durch die Last geforderten Drehmoment richtet. Die Sache liegt also nicht so, daß wir in den Motor einen willkürlichen Strom hineinschicken, und daß sich danach die Zugkraft des Motors richtet. Dies ist höchstens der Fall, solange der Motor still steht und die Stromstärke noch nicht für das Drehmoment genügt. Sobald sich aber der Motor gleichmäßig dreht, muß die Gleichung (95) erfüllt sein; die Stromstärke richtet sich also nach dem durch die Belastung gegebenen Drehmoment.

Wenn nun auch dieses Resultat notwendig für den Beharrungszustand folgt, so bleibt doch immer noch die Frage offen, wie es kommt, daß gerade nur die für die betreffende Belastung erforderliche Stromstärke, also nicht mehr und nicht weniger in den Anker fließt. Wir haben nun allerdings keinen Regulator, der die Elektrizität mehr oder weniger drosseln könnte. Aber wir haben im Motor eine elektromotorische Gegenkraft, die ebenso wie der Regulator der Dampfmaschine von der Tourenzahl beeinflusst wird. Offenbar ist es gleichgültig, ob die Maschine von außen als Generator angetrieben wird, oder ob sie infolge der vom Ankerstrom und Pol aufeinander ausgeübten Kraft rotiert. In jedem Falle schneiden die Ankerdrähte durch die Kraftlinien hindurch und es wird in ihnen eine elektromotorische Kraft induziert. Der Motor gleicht also nicht bloß konstruktiv einer Dynamo und kann nicht bloß abwechselnd als Motor und Generator benutzt werden, sondern die Maschine sucht, während sie als Motor läuft, selbst als Generator zu funktionieren. Dabei erzeugt sie zwar keinen Strom, sondern nur eine elektromotorische Kraft. Daß diese elektromotorische Kraft der Klemmspannung und dem Strome entgegenwirkt, läßt sich aus der Faraday'schen Schwimmerregel ableiten. Einfacher ergibt sich diese Tatsache aus der bloßen Überlegung, daß man unmöglich erwarten kann, daß die elektromotorische Kraft des Motors den Strom verstärkt. Dadurch, daß wir den Motor mechanische Arbeit leisten lassen, können wir unmöglich noch einen Strom erhalten, der uns etwa miteingeschaltete Glühlampen speist.

Die Klemmspannung  $e$  hat demnach die doppelte Aufgabe, nämlich die elektromotorische Gegenkraft  $E$  des Motors zu überwinden und den Spannungsverlust durch den Ohm'schen Widerstand zu decken. Ist also  $w_a$  der Ankerwiderstand, der der Einfachheit wegen bei Hauptstrommotoren den Widerstand der Hauptstromwindungen mit einschließen möge, so erhalten wir die Gleichung:

$$e = E + i_a \cdot w_a \quad (99)$$

oder

$$i_a = \frac{e - E}{w_a}. \quad (100)$$

Dabei ist der Wert von  $e$  nicht eine Funktion des Motors, sondern die von außen darangelegte konstante Klemmspannung, während die elektromotorische Gegenkraft sich nach der Gleichung:

$$E = [\rho] N \cdot \frac{n}{60} \cdot z \cdot 10^{-8}$$

berechnet. Dabei ist der Faktor  $\rho$  wieder in Klammern eingeschlossen, wodurch angedeutet werden soll, daß er bei Parallelwicklung wegfällt oder vielmehr gleich Eins wird.

Wir wollen nun annehmen, daß der Motor mit einer bestimmten Belastung arbeitet und daß dabei die für diese Belastung erforderliche Stromstärke in den Anker fließt. Die Tourenzahl ergibt sich dann aus der Gleichung:

$$n = \frac{E \cdot 60 \cdot 10^8}{[\rho] N \cdot z} = \frac{(e - i_a \cdot w_a) \cdot 60 \cdot 10^8}{[\rho] N \cdot z}. \quad (101)$$

Diese Gleichung liefert uns nun eine Erklärung dafür, daß der Motor nur so viel Strom aufnimmt, wie durch die Belastung gefordert wird. Wir wollen dabei der Einfachheit wegen annehmen, daß die Magnete durch einen konstanten Strom separat erregt werden. Wird nun der Motor von außen stärker belastet, so genügt der bisherige Ankerstrom nicht mehr für das größer gewordene Drehmoment. Der Motor wird infolgedessen etwas verlangsamt, und zwar nimmt seine Tourenzahl nicht bloß momentan, sondern dauernd etwas ab. Dadurch wird nach Gleichung (101) die elektromotorische Gegenkraft ein wenig kleiner und ermöglicht demnach ein stärkeres Zufliessen des Stromes nach Gleichung (100). Auf diese Weise wächst der Strom bis zu dem durch das neue Drehmoment geforderten Wert an. Umgekehrt wird bei Verminderung der Belastung der Motor etwas beschleunigt. Dadurch wird die elektromotorische Gegenkraft etwas größer und die Stromstärke nimmt bis auf den Wert ab, der der verminderten Belastung entspricht. Im Beharrungszustande ist dann das ausgeübte Drehmoment genau gleich dem von der Last geforderten Drehmoment, wiewohl der Anfänger oft zu dem Glauben verleitet wird, als ob das ausgeübte Drehmoment größer sein müßte als das Drehmoment der Last. Wie man nun sieht, übt die elektromotorische Kraft des Motors

in Bezug auf die zufließende Elektrizität dieselbe Tätigkeit aus, wie der Regulator der Dampfmaschine in Bezug auf den zuströmenden Dampf. Der Vergleich ist um so passender, als sowohl der Regulator, als auch die elektromotorische Kraft, direkt durch die Tourenzahl der Maschine beeinflusst werden.

Wir haben nun noch die Gleichung für die mechanische Leistung abzuleiten. Absichtlich haben wir nämlich bei der allgemeinen Besprechung der mechanischen Größen des Motors das Drehmoment vorangestellt, obgleich man ja sonst meist die Leistung als die wichtigste Größe des Motors anzusehen pflegt. Zum Verständnis der Wirkungsweise des Motors muß aber unbedingt die Betrachtung des Drehmomentes vorausgehen, weil sich die Leistung immer erst aus dem Produkt zweier veränderlicher Größen, nämlich aus dem Drehmoment und der Tourenzahl ergibt.

Ist nun  $M_d$  das Drehmoment in mkg und

$$\omega = 2\pi \cdot \frac{n}{60}$$

die Winkelgeschwindigkeit, so ist die mechanische Leistung in mkg pro Sekunde nach einem bekannten Satze der Mechanik gleich  $M_d \cdot \omega$ . Um die mechanische Leistung  $P$  in Watt zu erhalten, haben wir nach Abschnitt 41 noch mit 9,81 zu multiplizieren und erhalten:

$$P = M_d \cdot \omega \cdot 9,81 = M_d \cdot 2\pi \cdot \frac{n}{60} \cdot 9,81 \text{ Watt.} \quad (102)$$

Es ist nun für uns von Wichtigkeit, diese Leistung auch als Funktion der elektrischen Größen auszudrücken. Zu diesem Zwecke multiplizieren wir die Gleichung (99) mit  $i_a$  und erhalten:

$$e \cdot i_a = E \cdot i_a + i_a^2 \cdot w_a. \quad (103)$$

In dieser Gleichung stellt das Produkt  $e \cdot i_a$  die auf den Anker übertragene Leistung dar, während das Produkt  $i_a^2 \cdot w_a$  uns die im Anker in Joule'sche Wärme umgesetzte Leistung angibt. Demnach muß das Produkt  $E \cdot i_a$  die mechanische Leistung des Motors darstellen. Diese schließt die Nutzleistung und den Leerlaufeffekt ein.

Wir haben nun sofort die Möglichkeit, unsere Gleichungen zu kontrollieren. Der für die mechanische Leistung verbrauchte elektrische Effekt muß gleich der mechanischen Leistung sein. Es muß also die Gleichung erfüllt sein:

$$E \cdot i_a = M_d \cdot 2\pi \cdot \frac{n}{60} \cdot 9,81.$$

Setzen wir für  $E$  und  $M_d$  die entsprechenden Werte aus Gleichung (101) und (98) ein, so ergibt sich in der Tat, daß beide Seiten unserer Gleichung identisch sind.

Was nun die Abhängigkeit der Leistung vom Ankerstrom betrifft, so ergibt sich, daß die Leistung bei sehr kleinem Drehmoment, also bei geringem Ankerstrom, ebenfalls gering ist. Mit zunehmender Belastung

wird die mechanische Leistung größer, bis sie schließlich infolge der Abnahme der Tourenzahl bei sehr großer Belastung wieder heruntergeht. Wir finden den Strom, für den die Leistung bei konstanter Klemmspannung ein Maximum wird, wenn wir die Gleichung für die Leistung differenzieren und den Differenzialquotienten gleich Null setzen. Wir erhalten dann:

$$P = f(i_a) = E \cdot i_a = e \cdot i - i_a^2 \cdot w_a,$$

also  $f'(i_a) = e - 2 \cdot i_a \cdot w_a = 0.$

Daraus folgt:  $i_a \cdot w_a = \frac{e}{2}.$

Die Leistung ist also ein Maximum, wenn der Ohm'sche Spannungsverlust halb so groß ist, wie die Klemmspannung. Selbstverständlich liegt dieser Zustand weit außerhalb des normalen Betriebes, weil der Wirkungsgrad des Ankers in diesem Falle nur den Wert 0,5 erreicht und der Anker den dabei auftretenden starken Strom nicht aushalten würde.

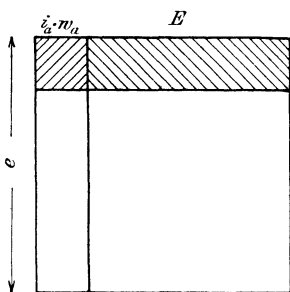


Fig. 125 a.

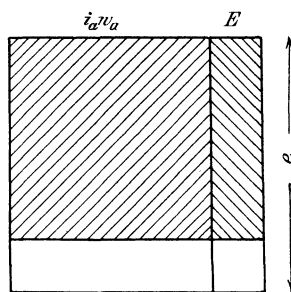


Fig. 125 b.

Graphisch ergibt sich die Tatsache, daß die Leistung mit wachsender Stromstärke erst zunimmt und dann wieder abnimmt, wenn wir die Klemmspannung als Seite eines Quadrates auftragen und in die beiden Teile, nämlich in den Ohm'schen Spannungsverlust und die elektromotorische Gegenkraft teilen (Fig. 125 a). Das schraffierte Rechteck hat dann den Flächeninhalt  $E \cdot i_a \cdot w_a$ , während das schraffierte Quadrat den Flächeninhalt  $i_a^2 \cdot w_a \cdot w_a$  besitzt. Wenn wir also von dem Faktor  $w_a$  absehen, so ist das Rechteck ein Maß für die mechanische Leistung  $E \cdot i_a$  und das Quadrat ein Maß für die im Anker in Joule'sche Wärme umgesetzte Leistung  $i_a^2 \cdot w_a$ . Nun ergibt sich, wenn man Fig. 125 a mit Fig. 125 b vergleicht, daß die Fläche des Rechteckes sowohl bei kleinen Werten des Ankerstromes, als auch bei besonders großen Werten des Ankerstromes klein ist. Sie wird am größten, wenn das Produkt  $i_a \cdot w_a$  gleich  $E$  ist, d. h. wenn das Rechteck selbst zu einem Quadrate wird.

Der elektrische Wirkungsgrad  $\eta_0$  des Ankers ergibt sich nun als das Verhältnis der mechanischen Leistung zu der gesamten auf den Anker übertragenen Leistung:

$$\eta_0 = \frac{E \cdot i_a}{e \cdot i_a} = \frac{E \cdot i_a}{E \cdot i_a + i_a^2 \cdot w_a}. \quad (104)$$

Der elektrische Wirkungsgrad ist also das Verhältnis des schraffierten Rechteckes zu der Summe aus dem schraffierten Rechteck und dem schraffierten Quadrat. Dieses Verhältnis nähert sich um so mehr der Einheit, je kleiner das schraffierte Quadrat ist, je kleiner also die Stromstärke ist. Der elektrische Wirkungsgrad des Ankers ist also ein Maximum für den unbelasteten Motor. Dieses Resultat scheint widersinnig zu sein, weil in diesem Falle die Nutzleistung gleich Null ist und dabei immer noch die Leerlaufsarbeit aufzuwenden ist. Es ist aber zu beachten, daß der Wert von  $\eta_0$  nur den elektrischen Wirkungsgrad des Ankers und nicht den wirtschaftlichen oder totalen Wirkungsgrad des Motors angibt. Für den letzteren können wir indessen keine allgemeine, für Hauptstrom- und Nebenschlussmotoren gemeinsame Gleichung aufstellen.

#### 64. Der konstant erregte Motor.

Wir betrachten im folgenden zunächst einen Motor, dessen Magnetwiderstand  $w_m$  an der konstanten Klemmspannung  $e$  liegt, so daß also der Magnetstrom und die Kraftlinienzahl einen konstanten Wert haben. Ferner soll der Anker ebenfalls direkt an derselben Klemmspannung liegen (vergl. Fig. 124). Wir stellen uns nun die Aufgabe, das Verhalten dieses Motors bei den verschiedenen Belastungen vorauszubestimmen. Die Verhältnisse liegen infolge der Konstanz des Magnetfeldes verhältnismäßig einfach. Es ergibt sich nämlich nach Gleichung (98):

$$M_d = \frac{[p] N \cdot z \cdot i_a}{2\pi \cdot 9,81} \cdot 10^{-8} = c \cdot i_a, \quad (105)$$

wo  $c$  ein konstanter Faktor ist. Das Drehmoment ist also der Stromstärke genau proportional. Dabei ist aber wieder zu beachten, daß wir unter dem Drehmoment  $M_d$  das ganze vom Motor ausgeübte Drehmoment verstanden haben. Das nutzbare Drehmoment  $M_d'$  ist um den Betrag geringer, der der Leerlaufsarbeit entspricht. Ist also der Ankerstrom bei Leerlauf gleich  $i_0$ , so ist der Nutzstrom gleich  $i_a - i_0$ , und das nutzbare Drehmoment ist dann dem Werte  $i_a - i_0$  proportional.

Ist z. B. bei einem zweipoligen Motor:

$$\begin{array}{lll} e = 110, & N = 2 \cdot 10^6, & z = 300, \\ w_a = 0,3, & w_m = 110, & i_0 = 2, \end{array}$$

so ergibt sich aus Gleichung (105):

$$c = \frac{N \cdot z \cdot 10^{-8}}{2\pi \cdot 9,81} = \frac{2 \cdot 10^6 \cdot 300 \cdot 10^{-8}}{2\pi \cdot 9,81} = 0,098.$$

Daraus ergibt sich z. B. für 10 Ampere Ankerstrom ein Drehmoment von  $0,098 \cdot 10 = 0,98$  mkg. Wenn wir also die Stromstärke  $i_a$  als Ab-

scisse und das Drehmoment  $M_d = c \cdot i_a$ , sowie das nutzbare Drehmoment  $M_d' = c \cdot (i_a - i_0)$  als Ordinate auftragen, so erhalten wir die in Fig. 126a gezeichneten Geraden.

Die Tourenzahl ergibt sich nun einfach aus Gleichung (101):

$$n = \frac{E \cdot 60 \cdot 10^8}{[\rho] N \cdot z} = \frac{(e - i_a \cdot w_a) \cdot 60 \cdot 10^8}{[\rho] N \cdot z},$$

oder wenn wir die betreffenden Werte einsetzen:

$$n = \frac{(110 - 0,3 \cdot i_a) \cdot 60 \cdot 10^8}{2 \cdot 10^6 \cdot 300} = 1100 - 3 \cdot i_a.$$

Der konstant erregte Motor hat also die wertvolle Eigenschaft, daß seine Tourenzahl bei veränderter Belastung nur um einen geringen Betrag schwankt, der dem Ohm'schen Spannungsverlust im Anker entspricht. Die Tourenzahl hat ihren höchsten Wert bei Leerlauf und sinkt bei Voll-

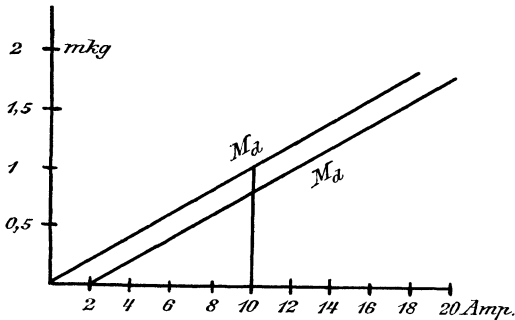


Fig. 126 a.

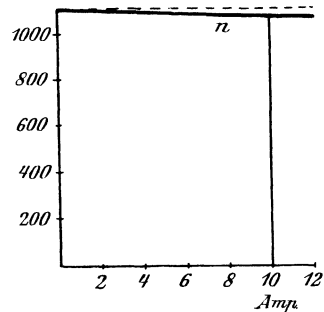


Fig. 126 b.

belastung nur um wenige Prozente. Graphisch ergibt sich die Kurve der Tourenzahl in unserem Falle als eine Gerade, die die Ordinatenachse im Punkte  $n = 1100$  schneidet. Diese Gerade ist gegen die Horizontale unter einem Winkel geneigt, dessen Tangente durch den Ohm'schen Widerstand  $w_a$  gegeben ist (Fig. 126 b).

Die Nutzleistung in PS ergibt sich nun, wenn wir das Produkt  $E \cdot (i_a - i_0)$  bilden und durch 736 dividieren. Da der Wert von  $E$  in den praktischen Betriebsgrenzen wenig von der konstanten Klemmspannung abweicht, so ist die Nutzleistung fast proportional dem Nutzstrom  $i_a - i_0$ .

Es ist nun noch übrig, den totalen Wirkungsgrad  $\eta$  unseres konstant erregten Motors festzustellen. Derselbe ergibt sich, wenn  $i$  die Summe aus dem Ankerstrom  $i_a$  und dem Magnetstrom  $i_m$  bedeutet, zu

$$\eta = \frac{E \cdot (i_a - i_0)}{e \cdot i} = \frac{(e - i_a \cdot w_a) \cdot (i_a - i_0)}{e \cdot (i_a + i_m)}. \quad (106)$$

Es ist klar, daß bei Leerlauf, also für den Wert  $i_a = i_0$  der Wirkungsgrad gleich Null sein muß. Endlich ist der Wirkungsgrad



ebenfalls gleich Null, wenn die Belastung derartig groß wird, daß selbst der stärkste mögliche Ankerstrom

$$i_a = \frac{e}{w_a}$$

den Motor nicht zum Anziehen bringt. Daß der Ankerdraht diesen Strom überhaupt nicht aushält, ist für unsere jetzige Betrachtung Nebensache. Der totale Wirkungsgrad muß also für eine mittlere Belastung ein Maximum werden. Um die günstigste Belastung, d. h. den günstigsten Ankerstrom zu finden, multiplizieren wir zunächst den Zähler in der Gleichung für  $\eta$  aus und erhalten:

$$\eta = \frac{e \cdot i_a - i_a^2 \cdot w_a - e \cdot i_0 + i_a \cdot i_0 \cdot w_a}{e \cdot (i_a + i_m)} = f(i_a).$$

Wir differenzieren dann nach  $i_a$  und setzen den Differenzialquotienten gleich Null. Dabei ist der Einfachheit wegen der Faktor  $e$  im Nenner vernachlässigt. Wir erhalten dann:

$$f'(i_a) = \frac{(e - 2i_a \cdot w_a + i_0 \cdot w_a) \cdot (i_a + i_m) - (e \cdot i_a - i_a^2 \cdot w_a - e \cdot i_0 + i_a \cdot i_0 \cdot w_a)}{(i_a + i_m)^2}.$$

Der Ausdruck wird gleich Null, wenn der Zähler gleich Null wird. Multiplizieren wir also den Zähler aus und setzen ihn gleich Null, so erhalten wir:

$$i_a^2 \cdot w_a - e \cdot i_m - e \cdot i_0 + i_m \cdot w_a \cdot (2i_a - i_0) = 0.$$

Die Bedeutung dieser Gleichung tritt zu Tage, wenn wir bedenken, daß das letzte Glied der linken Seite eine wegen des geringen Magnetstromes sehr kleine Größe darstellt, also für unsere Betrachtung vernachlässigt werden kann. Wir erhalten dann als Bedingung für den günstigsten Wirkungsgrad:

$$i_a^2 \cdot w_a = e \cdot i_m + e \cdot i_0 = e \cdot (i_m + i_0).$$

Nun stellt die Summe  $i_m + i_0$  den ganzen Strom dar, der bei Leerlauf in den Motor fließt. Der Wirkungsgrad wird also ein Maximum, wenn die Verluste durch Joule'sche Wärme im Anker gleich den Leerverlusten im Anker und den Magneten sind. Dies Resultat läßt sich von vornherein vermuten. Der für die Reibung, Hysteresis und Foucaultströme bei Betrieb verbrauchte Effekt ist nämlich in praktischen Grenzen sehr nahe gleich dem entsprechenden Effekt bei Leerlauf, also konstant. Der Wirkungsgrad wird demnach ein Maximum, wenn der variable Verlust  $i_a^2 \cdot w_a$  gleich dem konstanten Verlust ist, der durch mechanische Reibung etc. im Anker und durch Joule'sche Wärme in den Magneten auftritt. Bei dem oben gegebenen Motor erhalten wir z. B.

$$\begin{aligned} e \cdot i_0 &= 110 \cdot 2 = 220, \\ i_m &= \frac{e}{w_m} = \frac{110}{110} = 1, \\ e \cdot i_m &= 110 \cdot 1 = 110 \end{aligned}$$

Die Summe der konstanten Verluste ist also 330 Watt. Unter Voraussetzung der günstigsten Belastung ist der Verlust durch Joule'sche Wärme im Anker ebenfalls 330 Watt:

$$i_a^2 \cdot w_a = e \cdot i_0 + e \cdot i_m = 330.$$

Bei einem Ankerwiderstand von 0,3 Ohm erhalten wir also den günstigsten Ankerstrom zu:

$$i_a = \sqrt{\frac{330}{0,3}} = 33 \text{ Ampere.}$$

Addieren wir dazu den Magnetstrom von 1 Ampere, so erhalten wir einen Gesamtstrom von 34 Ampere und eine zugeführte Leistung:

$$e \cdot i = 110 \cdot 34 = 3740 \text{ Watt.}$$

Ziehen wir davon die Verluste von 2 \cdot 330 Watt ab, so erhalten wir eine Nutzleistung von  $3740 - 660 = 3080$  Watt und einen totalen Wirkungsgrad:

$$\eta_{max} = \frac{3080}{3740} = 0,825.$$

Die Nutzleistung ist dabei  $3080 : 736 = 4,2$  PS und der Tourenverlust gegenüber dem absoluten Leerlauf ist  $0,3 \cdot 33$  auf 110 oder 9 0/10.

Es ist nun von Interesse, zu untersuchen, wie sich der totale Wirkungsgrad ändert, wenn wir die Belastung in weiten Grenzen ändern. Zu dem Zwecke nehmen wir an, der Motor wäre etwa halb belastet, so dafs z. B. nur ein Strom von 17 Ampere in den Anker fließt. Dann ergibt sich:

$$\begin{aligned} E &= e - i_a \cdot w_a = 110 - 17 \cdot 0,3 = 105, \\ i &= i_a + i_m = 17 + 1 = 18, \\ i_a - i_0 &= 17 - 2 = 15. \end{aligned}$$

Dann erhalten wir einen totalen Wirkungsgrad:

$$\eta = \frac{E \cdot (i_a - i_0)}{e \cdot i} = \frac{105 \cdot 15}{110 \cdot 18} = 0,8.$$

Ebenso berechnen wir den Wirkungsgrad für eine etwa doppelte Überlastung, also für einen Ankerstrom von 66 Ampere. Dabei ergibt sich:

$$\begin{aligned} E &= e - i_a \cdot w_a = 110 - 66 \cdot 0,3 = 90, \\ i &= i_a + i_m = 66 + 1 = 67, \\ i_a - i_0 &= 66 - 2 = 64. \end{aligned}$$

Der totale Wirkungsgrad ergibt sich für diesen Betriebszustand zu:

$$\eta = \frac{E \cdot (i_a - i_0)}{e \cdot i} = \frac{90 \cdot 64}{110 \cdot 67} = 0,78.$$

Wie man sieht, ändert sich der Wirkungsgrad unwesentlich, wenn man die Belastung in weiten Grenzen ändert. Es braucht daher auch bei der Konstruktion nicht genau die Bedingung innegehalten zu werden, dafs

der Zustand der normalen Belastung mit dem Zustand des günstigsten Wirkungsgrades zusammenfällt. Besonders gebietet die Rücksicht auf einen niedrigen Tourenabfall meist, daß die Motoren normal unterhalb ihrer für den Wirkungsgrad günstigsten Belastung arbeiten.

Wir gehen jetzt dazu über, das Verhalten eines Motors zu besprechen, dessen Magnetwicklung direkt an der konstanten Klemmspannung liegt, dessen Anker aber mit Hilfe eines regulierbaren Widerstandes an die Klemmspannung angeschlossen ist (Fig. 127). Wir machen nun, gleichgültig ob der Motor belastet oder unbelastet läuft, die überraschende Beobachtung, daß eine Veränderung des Vorschaltwiderstandes von keinem Einfluß auf die Stromstärke ist. Gleichung (95) fordert nämlich mit zwingender Kraft, daß die Stromstärke sich allein nach der Belastung

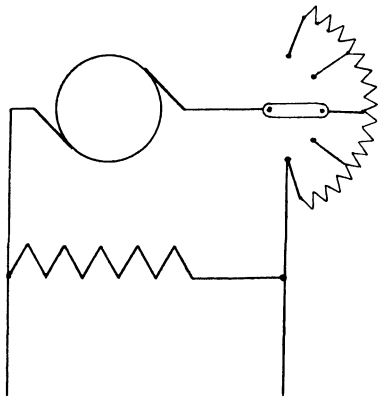


Fig. 127.

richtet, also nicht geändert wird, wenn man bei gleichbleibender Belastung den Vorschaltwiderstand variiert. Zwar nimmt die Stromstärke z. B. bei Verkleinerung des Widerstandes im ersten Augenblicke etwas zu, aber dadurch wird das vom Anker ausgeübte Drehmoment größer als das durch die Belastung geforderte Drehmoment. Der Anker wird dadurch etwas beschleunigt und läuft dauernd mit etwas erhöhter Tourenzahl weiter. Durch diese erhöhte Tourenzahl ist dann die elektromotorische Gegenkraft etwas größer geworden und die Stromstärke

nimmt daher wieder genau bis auf den früheren Wert ab, der dem Drehmoment entspricht. Eine Änderung der Stromstärke ließe sich beim konstant erregten Motor nur durch eine Änderung der Belastung erzielen.

Dagegen ist die Tourenzahl ganz wesentlich von dem vorgeschalteten Widerstande  $w$  abhängig. Die Klemmspannung hat jetzt nämlich die Aufgabe, die elektromotorische Gegenkraft zu überwinden und den Ohm'schen Spannungsverbrauch im Anker und im vorgeschalteten Widerstand  $w$  zu decken. Es ergibt sich also:

$$e = E + i \cdot w_a + i \cdot w$$

oder

$$E = e - i_a \cdot w_a - i_a \cdot w.$$

In dieser Gleichung ist  $e$  und  $w_a$  ohne weiteres konstant, und  $i_a$  ist konstant, solange wir die Belastung ungeändert lassen. Die elektromotorische Gegenkraft und dadurch die Tourenzahl werden also nach der obigen Gleichung erheblich geändert, wenn der Vorschaltwiderstand  $w$  variiert wird.

Das wird noch deutlicher, wenn wir den geringen Ohm'schen Spannungsverlust im Anker ganz vernachlässigen und annehmen, daß die Bürstenspannung direkt gleich und entgegengesetzt der elektromotorischen Kraft ist. Unter dieser Voraussetzung mißt man durch ein an den Bürsten liegendes Voltmeter direkt die elektromotorische Kraft. Man findet dann bei Veränderung des Widerstandes  $w$ , daß die Tourenzahl fast genau der Bürstenspannung proportional ist. Die Genauigkeit ist um so größer, je kleiner der Ohm'sche Spannungsverlust im Anker ist, also am größten, wenn man den ganzen Versuch bei Leerlauf vornimmt. In dem oben gerechneten Beispiel ergibt sich z. B. für den Leerlauf bei 110 Volt Bürstenspannung nach Gleichung (101) eine Tourenzahl:

$$n = \frac{(110 - 0,3 \cdot 2) \cdot 60 \cdot 10^8}{2 \cdot 10^6 \cdot 300} = 1094.$$

Legen wir nun vor den Anker einen Widerstand von 27,5 Ohm, so wird dadurch der Leerstrom von 2 Ampere nicht geändert. Der Spannungsverbrauch im Vorschaltwiderstand ist also  $27,5 \cdot 2 = 55$  Volt, und die Spannung, die wir mit dem Voltmeter an den Bürsten messen, ist  $110 - 55 = 55$  Volt. Wir erhalten also eine Tourenzahl:

$$n = \frac{(55 - 0,3 \cdot 2) \cdot 60 \cdot 10^8}{2 \cdot 10^6 \cdot 300} = 544.$$

Bei 55 Volt Bürstenspannung messen wir also fast genau die halbe Tourenzahl wie bei 110 Volt. Die Tourenzahlen verhalten sich demnach bei Leerlauf fast genau wie die Bürstenspannungen. Annähernd bleibt dies Gesetz auch für die verschiedenen Betriebszustände gültig. Wir kommen dann zu dem interessanten Ergebnis: Bei einem konstant erregten Motor hängt die Stromstärke allein von der Belastung und die Tourenzahl allein von der Bürstenspannung ab. Man kann also durch Veränderung der Bürstenspannung die Tourenzahl beliebig regulieren.

Dabei muß man sich aber vor zwei Irrtümern hüten. Erstens hat man zu beachten, daß bei den soeben geschilderten Versuchen Anker und Magnete wenigstens an der einen Seite getrennt sein müssen. Liegen Anker und Magnete mit beiden Klemmen direkt aneinander, so wird man durch Veränderung der Klemmspannung unter Umständen nur eine geringe Änderung der Tourenzahl bewirken. Erhöhen wir z. B. die Klemmspannung des Ankers und der Magnete auf das Doppelte, so wird die Kraftlinienzahl bei wenig gesättigten Magneten auch fast auf das Doppelte wachsen. Daher bleibt die Tourenzahl fast die gleiche, da in der Gleichung

$$n = \frac{E \cdot 60 \cdot 10^8}{N \cdot z}$$

sowohl der Wert von  $E$  im Zähler, als auch der Wert von  $N$  im Nenner

auf das Doppelte gewachsen ist. Sind aber die Magnete annähernd gesättigt, so wird eine doppelte Klemmspannung zwar noch annähernd eine Verdoppelung der elektromotorischen Gegenkraft bewirken, aber nur eine im Verhältnis viel geringere Zunahme der Kraftlinienzahl  $N$ . Nach der obigen Gleichung wird also dabei die Tourenzahl zwar ziemlich stark zunehmen, aber sie ist nicht mehr, wie bei konstanter Erregung, proportional der Bürstenspannung.

Man muß sich ferner klar machen, daß eine Veränderung der Tourenzahl durch Vorschaltwiderstände nur dann möglich ist, wenn der Hebel des Regulierwiderstandes dauernd bedient wird, wie es z. B. bei den Hauptstrommotoren der Strafsenbahnwagen der Fall ist. In jedem anderen Falle werden Vorschaltwiderstände auch abgesehen von dem durch Joule'sche Wärme im Vorschaltwiderstand bedingten Effektivverlust unmöglich sein. Jede Änderung der Belastung wird nämlich sofort eine Änderung des Ankerstromes und also auch des Spannungsverbrauches im Vorschaltwiderstand bewirken. Die Folge ist, daß dabei auch die Bürstenspannung und die Tourenzahl sich erheblich ändern. Belastet man z. B. einen leer laufenden Motor, vor dessen Anker noch ein Vorschaltwiderstand liegt, so geht die Tourenzahl unter Umständen so weit zurück, daß der Motor stehen bleibt.

### 65. Das Anlassen und Regulieren des Nebenschlußmotors.

Der Nebenschlußmotor ist im Grunde nichts anderes als der im vorigen Abschnitt besprochene Motor mit konstanter Felderregung. Er besitzt also alle wesentlichen Eigenschaften desselben, nämlich die völlige Proportionalität zwischen Stromstärke und Belastung und bei Leerlauf und Vollbelastung eine fast konstante Tourenzahl. Die letztere Eigenschaft macht ihn besonders geeignet zum Antrieb von Transmissionen. Indem wir also in Bezug auf die Wirkungsweise des Nebenschlußmotors auf den vorigen Abschnitt verweisen, haben wir nur noch das wesentlichste über das Anlassen und Regulieren des Nebenschlußmotors zu erwähnen. Der Anlaufwiderstand erfüllt den Zweck, den Anker beim Anlassen vor zu starkem Strom zu schützen. Im Moment des Anlassens steht der Motor noch still, es fehlt also noch die elektromotorische Gegenkraft. Infolgedessen würde die Stromstärke außerordentlich hoch werden, wenn man den geringen Widerstand des Ankers ohne Vorschaltwiderstand direkt an die volle Netzspannung legen würde. Man hat demnach so viel Anlaufwiderstand einzuschalten, daß die Stromstärke die durch die Erwärmung des Ankerdrahtes gesetzte Grenze nicht überschreitet. Außerdem muß Rücksicht darauf genommen werden, daß ein plötzlicher starker Stromverbrauch wegen des Spannungsverlustes in der Zuleitung eine Lichtschwankung der benachbarten Lampen bedingt.

Wenn nun der Motor mit Hilfe des Anlassers in Rotation versetzt ist, so wird mit zunehmender Geschwindigkeit die elektromotorische Gegenkraft anwachsen, und diese sorgt dann dafür, daß der Ankerstrom den durch das Drehmoment gegebenen Wert erhält. Der Anlaufwiderstand wird also dann allmählich ausgeschaltet.

Wird nun für den Nebenschlußmotor noch eine Regulierung der Tourenzahl gefordert, so muß dieselbe durch Veränderung des Widerstandes der Magnetwicklung geschehen. Am einfachsten ergibt sich dies aus der für absoluten Leerlauf geltenden Gleichung:

$$n = \frac{e \cdot 60 \cdot 10^8}{[\rho] N \cdot z}$$

Schaltet man also Regulierwiderstand in den Magnetkreis ein, so wird dadurch der Magnetstrom geschwächt. Dadurch wird die Kraftlinienzahl  $N$  kleiner und nach der obigen Gleichung die Tourenzahl größer. Wir können uns das auch so deutlich machen, daß der Motor bei der kleineren Kraftlinienzahl schneller laufen muß, um eine der Klemmspannung gleiche elektromotorische Gegenkraft zu erzeugen.

Natürlich kann eine derartige Schwächung des Magnetfeldes bei gleichbleibender Belastung nicht ohne Einfluß sein auf den Ankerstrom. Da die Belastung dem Produkt  $N \cdot i_a$  proportional ist, so muß bei einer Schwächung des Magnetfeldes gleichzeitig der für dieselbe Belastung nötige Ankerstrom wachsen. Um das deutlich zu machen, gehen wir auf unser obiges Beispiel zurück, in welchem die Klemmspannung  $e = 110$  Volt, der Ankerwiderstand  $w_a = 0,3$  Ohm, die Drahtzahl  $z = 300$  und die Kraftlinienzahl  $N = 2 \cdot 10^6$  Kraftlinien war. Für eine Stromstärke  $i_a = 10$  Ampere ergibt sich dabei eine Tourenzahl:

$$n = \frac{(e - i_a \cdot w_a) \cdot 60 \cdot 10^8}{[\rho] N \cdot z} = \frac{(110 - 10 \cdot 0,3) \cdot 60 \cdot 10^8}{2 \cdot 10^6 \cdot 300} = 1070.$$

Wenn wir nun beispielsweise bei gleichbleibender Belastung das Kraftlinienfeld im Verhältnis 0,8:1 schwächen, so nimmt der Ankerstrom in demselben Verhältnis zu. Wir erhalten dann:

$$N = 0,8 \cdot 2 \cdot 10^6 = 1,6 \cdot 10^6,$$

$$i_a = \frac{10}{0,8} = 12,5 \text{ Ampere.}$$

Das Produkt  $N \cdot i_a$  ist dann dasselbe geblieben wie früher. Wir erhalten jetzt eine Tourenzahl:

$$n = \frac{(110 - 12,5 \cdot 0,3) \cdot 60 \cdot 10^8}{1,6 \cdot 10^6 \cdot 300} = 1328.$$

Wäre die Tourenzahl den Kraftlinien genau umgekehrt proportional, so würden wir  $1070 : 0,8 = 1338$  Touren haben. Es zeigt sich also, daß die gleichzeitige Vergrößerung des Ankerstromes nicht ganz ohne Einfluß auf die Tourenzahl ist. Daraus geht zugleich hervor, daß man das Kraftlinienfeld

nicht unbegrenzt abschwächen darf, um die Tourenzahl zu erhöhen. Schliesslich wird nämlich der Einfluss des Ohm'schen Spannungsverlustes auf die Tourenzahl so gross, dass die Tourenzahl bei übermässiger Schwächung des Feldes wieder abnimmt. Das muss ja auch notwendig eintreten, da wir ja sonst zu dem Schlusse kämen, dass der belastete (!) Motor mit unendlicher Tourenzahl laufen müsste, wenn wir das Kraftlinienfeld durch Unterbrechung des Magnetstromes bis auf Null schwächten. In diesem Falle bleibt in Wirklichkeit der Motor stehen, weil der eine der beiden Faktoren, die das Drehmoment ergeben, zu Null geworden ist. Es muss also einen Wert für  $N$  oder für  $i_a$  geben, für welchen die Tourenzahl bei der gegebenen Belastung ein Maximum wird. Um den betreffenden Wert von  $i_a$  zu finden, beachten wir, dass für ein und dieselbe Belastung das Produkt  $N \cdot i_a$  konstant ist. Setzen wir also

$$N \cdot i_a = c,$$

so erhalten wir:

$$N = \frac{c}{i_a}.$$

Setzen wir nun diesen Wert von  $N$  in Gleichung (101) ein, so erhalten wir:

$$n = \frac{(e - i_a \cdot w_a) \cdot 60 \cdot 10^8}{[\rho] c / i_a \cdot z} = (e \cdot i_a - i_a^2 \cdot w_a) \cdot \frac{60 \cdot 10^8}{[\rho] c \cdot z}.$$

Wir differenzieren nun und setzen den Differenzialquotienten gleich Null:

$$n' = \frac{60 \cdot 10^8}{[\rho] c \cdot z} \cdot (e - 2 i_a \cdot w_a) = 0$$

oder

$$i_a \cdot w_a = \frac{e}{2}.$$

Die Tourenzahl erreicht also für die gegebene Belastung ihren maximalen Wert, wenn das Kraftlinienfeld so weit geschwächt ist, bis der Ohm'sche Spannungsabfall halb so gross ist wie die Klemmspannung. Der elektrische Wirkungsgrad des Ankers ist in diesem Falle 0,5 und der betreffende Betriebszustand liegt, zumal wegen des sehr grossen Wertes von  $i_a$ , weit ausserhalb der Betriebsgrenzen.

Was nun die Anordnung des im Ankerkreis liegenden Anlaufwiderstandes und des im Magnetkreis liegenden Regulierwiderstandes betrifft, so war es früher gebräuchlich, zwei getrennte Widerstände zu verwenden und den Magnetstrom vor dem Ausschalten zur Vermeidung der Funkenbildung abzuschwächen (Fig. 128). Der Strom wird dabei dem Drehpunkt eines Doppelhebels zugeführt und fliesst durch einen auf den Kontaktknöpfen liegenden langen Hebel und durch den Anlaufwiderstand  $w_1$  auf das Segment  $A$  zu und von da aus durch den Anker und zum Netz zurück. Andererseits fliesst der Magnetstrom vom Drehpunkt des Hebels durch einen kurzen Hebel auf das Segment  $M$  zu und von da aus direkt in die

Magnete. Beim Anlassen steht der Hebel links und wird, wenn der Motor sich in Rotation versetzt, allmählich nach rechts gedreht. Bei normalem Betrieb bleibt er auf dem rechten Ende des Segmentes  $M$  stehen, so daß Anker und Magnete direkt an der Klemmspannung liegen. Soll dann die Tourenzahl noch erhöht werden, so dreht man den Hebel weiter nach rechts. Dann empfängt der Anker seinen Strom direkt durch den kurzen Hebel und das Segment  $A$ , während der Magnetstrom durch den langen Hebel und einen kleineren oder größeren Teil des Regulierwiderstandes  $w_2$  auf das Segment  $M$  zufließt und so in die Magnetwicklung gelangt.

Um nun den Magnetstrom vor dem Ausschalten abzuschwächen und dadurch die Funkenbildung möglichst zu vermeiden, ist zwischen das Segment  $M$  und den zweiten Kontaktknopf links der Widerstand  $w_3$  eingeschaltet. Dabei muß natürlich die Bedingung erfüllt sein, daß der kurze Hebel noch auf Segment  $M$  aufliegt, wenn der lange Hebel bei der Drehung von rechts nach links den zweiten Kontakt berührt. Bei einer weiteren Drehung nach links gleitet dann der kurze Hebel vom Segment  $M$  ab und der Magnetstrom bleibt durch den Widerstand  $w_3$  eingeschaltet. Die Unterbrechung des Magnetstromes geschieht also nicht plötzlich, sondern nach vorheriger Schwächung desselben vermittelst des Widerstandes  $w_3$ . Dennoch wird der durch die Selbstinduktion der Magnetspulen verursachte Funke nur unvollkommen vermieden.

Dagegen erreicht man ein funkenfreies Ausschalten, indem man die Hauptleitung des Motors unterbricht, also den Ausschalter in Fig. 129a öffnet. Der Motor läuft nämlich zunächst durch seine lebendige Kraft in seiner alten Richtung weiter. Dabei wird in ihm durch das nur langsam verschwindende Feld noch eine elektromotorische Kraft induziert, welche gleiche Richtung mit der vorher bei Betrieb wirksamen elektromotorischen Gegenkraft hat. Diese elektromotorische Kraft treibt nun durch die Magnetwicklung einen Strom, der dem früheren Magnetstrom gleichgerichtet ist und anfangs wesentlich dieselbe Stärke hat. Indem also dann der Motor allmählich zur Ruhe kommt, fällt der Magnetstrom und damit die Kraftlinienzahl ganz allmählich bis auf Null.

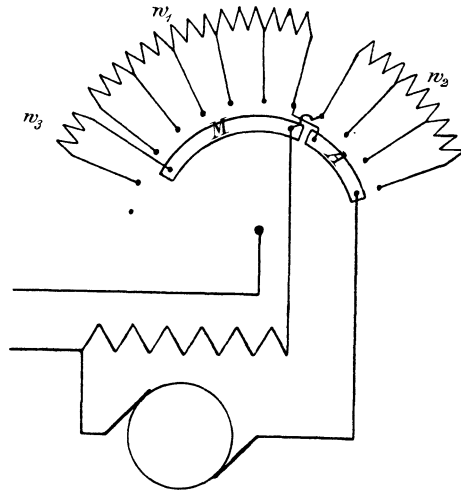


Fig. 128.



Nun ist ein solches Ausschalten des Hauptstromes sehr bedenklich, weil dabei der Hebel des Anlagers in einer Stellung verbleibt, die beim Wiedereinschalten des Hauptstromes einen gefährlichen Kurzschluss veranlassen würde. Der in Fig. 129b gezeichnete Ausweg, daß man Anker und Magnete direkt aneinander legt und den Anlasser, sowie den

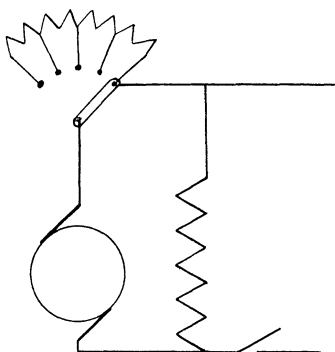


Fig. 129 a.

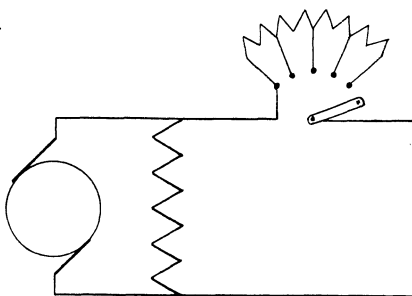


Fig. 129 b.

Ausschalter in den gemeinsamen Stromzweig legt, ist nicht gangbar. Denn beim Anlassen ist der Anker in Ruhe, die Spannung an den Bürsten also nur durch das Produkt  $i_a \cdot \omega_a$  gegeben und demnach außerordentlich klein. Diese Spannung genügt dann natürlich nicht, um durch die Magnetwicklung den zur Erzeugung der nötigen Kraftlinien erforderlichen Strom zu treiben, so daß ein Drehmoment dabei nicht zustande kommt.

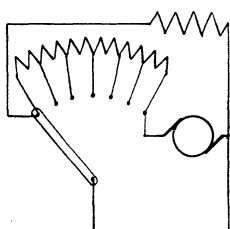


Fig. 130 a.

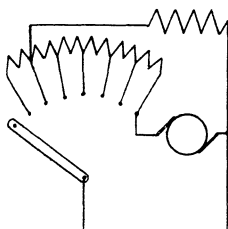


Fig. 130 b.

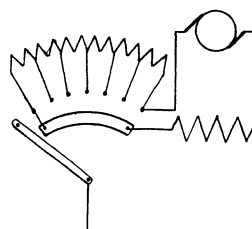


Fig. 130 c.

Dagegen erreicht man das zum funkenfreien Ausschalten erforderliche Aneinanderbleiben der Anker- und Magnetwicklung, wenn man die Magnetwicklung zwischen das freie Ende des Ankers und das freie Ende des Anlagers schaltet (Fig. 130a). In diesem Falle dient der Widerstand zu gleicher Zeit gleichsam als Anlaß- und als Regulierwiderstand. Bei einer mittleren Stellung des Hebels ist z. B. der rechte Teil des Widerstandes Anlasser, während der linke Teil des Widerstandes im Magnetkreis liegt und den Magnetstrom schwächt. Die Schaltung hat den großen Vorteil, daß Anker und Magnete dauernd aneinander liegen und

dafs dadurch das Ausschalten fast funkenfrei erfolgt, wenn man dasselbe bei voller Tourenzahl des Motors vornimmt. Allerdings wird dabei der nach dem Ausschalten vom Anker erzeugte Strom, also auch der Magnetstrom, durch den Widerstand gelchwächt und die Wirkungsweise ist keine so ideale, wie in dem in Fig. 129 a gezeichneten Fall. Auferdem haben wir den Nachteil, dafs bei normalem Betrieb, wo der Hebel rechts steht, ein Zusatzwiderstand im Magnetkreis liegt, und dafs die Joule'sche Wärme in diesem Widerstand einen Verlust darstellt. Diese Nachteile fallen natürlich ins Gewicht, wenn der Anlafswiderstand besonders grofs ist.

In diesem Falle kann man den Magnetstrom von einem Teile des Anlafswiderstandes abzweigen (Fig. 130 b). Dann wird allerdings der Magnetstrom beim Einschalten durch den linken Teil des Anlassers abgeschwächt, während es gerade Regel ist, die Magnete gleich möglichst früh und möglichst stark zu erregen. Die Selbstinduktion der Magnetspulen läfst nämlich die Kraftlinien und dadurch das Drehmoment überhaupt nur allmählich zustande kommen, und dieser Prozefs wird noch verlangsamt, wenn die Magnete nicht gleich voll erregt werden.

Es ist nun noch eine Schaltung zu erwähnen, bei welcher der letztere Nachteil vermieden ist, bei welcher auch die zusätzlichen Verluste im Magnetkreis vermieden werden, bei welcher aber der Widerstand, der nach dem Ausschalten zwischen Anker und Magneten liegt, verhältnismäfsig grofs ist. Bei dieser Schaltung (Fig. 130 c) wird der Magnetstrom direkt durch einen kurzen Hebel eingeschaltet, während der Ankerstrom durch den langen Hebel und den Anlafswiderstand eingeschaltet wird. Wie man sieht, durchfliefst der vom Anker nach dem Ausschalten erzeugte Strom den ganzen Anlafswiderstand. Daher wird der Magnetstrom sofort beim Ausschalten etwas geschwächt und nimmt nicht, wie er sollte, ganz allmählich ab.

## 66. Wirkungsweise der Hauptstrommotoren.

Die Verhältnisse liegen beim Hauptstrommotor deswegen viel komplizierter als beim Nebenschlufsmotor, weil das Magnetfeld des Hauptstrommotors bei den verschiedenen Betriebszuständen variiert. Anker- und Magnetwicklung sind hintereinander geschaltet, und der Ankerstrom, der in Verbindung mit der Kraftlinienzahl das Drehmoment ergibt, ist zugleich der magnetisierende Strom. Belasten wir also z. B. einen Hauptstrommotor stärker, so wird sowohl der Strom im Anker, als auch in der Magnetwicklung anwachsen und die Erhöhung des Drehmomentes kommt nach Gleichung (98)

$$M_d = \frac{[\rho] N \cdot i_a \cdot z \cdot 10^{-8}}{2\pi \cdot 9,81}$$

durch die Erhöhung der beiden wirksamen Faktoren  $N$  und  $i_a$  zustande. Arbeitet der Motor im ersten Teil der Magnetisierungskurve, also mit un-

gesättigtem Eisen, so entspricht einem doppelten Strom auch die doppelte Kraftlinienzahl, also nach der obigen Gleichung das vierfache Drehmoment. Oder umgekehrt: Wird die Belastung vervierfacht, so nimmt die Stromstärke nur auf das Doppelte zu.

Wenn demnach die Kraftlinienzahl je nach der Belastung wechselt, so muß auch die Tourenzahl sich nach Gleichung (101)

$$n = \frac{(e - i_a \cdot w_a) \cdot 60 \cdot 10^8}{[\rho] N \cdot z}$$

aufserordentlich ändern. Der Einfachheit wegen ist dabei unter  $w_a$  der Gesamtwiderstand des Ankers und der Feldmagnete verstanden. Es ist nun klar, daß bei kleinem Ankerwiderstand eine Erhöhung der Belastung, also des Stromes, kaum einen Einfluß auf den Zähler der obigen Gleichung hat. Wohl aber wird bei einer Erhöhung der Belastung die Kraftlinienzahl im Nenner bedeutend wachsen und die Tourenzahl  $n$  wird dadurch bedeutend fallen. Bei der erhöhten Kraftlinienzahl genügt eben eine kleinere Tourenzahl, um eine der Klemmspannung fast gleiche elektromotorische Gegenkraft zu erzeugen.

Die angeführten Eigenschaften des Hauptstrommotors, nämlich sein großes Drehmoment bei verhältnismäßig niederem Strom und seine Veränderlichkeit der Tourenzahl, machen nun den Hauptstrommotor ganz besonders geeignet für den Betrieb von Hebezeugen und Straßenbahnwagen. Beim Anfahren ist der Stromverbrauch, d. h. das den Motoren mitgeteilte Drehmoment, aufserordentlich hoch. Das beruht zum Teil auf dem größeren Reibungskoeffizienten der Ruhe, zum größten Teil aber auf der Massenbeschleunigung, für die ein Überschuss des vom Motor ausgeübten Drehmomentes über das durch die Reibung oder durch die Last ausgeübte Drehmoment erforderlich ist. Da ist es denn eine sehr schätzenswerte Eigenschaft des Hauptstrommotors, daß er dieses große Drehmoment bei verhältnismäßig niederem Strome liefert.

Auch gegenüber der Verschiedenheit der Belastung, die bei den Straßenbahnen durch die größere oder geringere Steigung der Strecke verursacht wird, verhält sich der Hauptstrommotor aufserordentlich günstig. Er wird, wenn ein großes Drehmoment von ihm gefordert wird, dasselbe ohne besonders großen Aufwand von Strom liefern. Die in diesem Augenblick aus der Zentrale entnommene Leistung ist also verhältnismäßig gering.

Natürlich kann dabei das große Drehmoment nicht erreicht werden, ohne daß gleichzeitig die oben besprochene Verringerung der Tourenzahl eintritt. Gerade diese Abnahme der Tourenzahl bewirkt es, daß bei starker Belastung nach Gleichung (102) die aus der Zentrale entnommene Leistung verhältnismäßig klein ist. Die Generatoren und Motoren brauchen also nicht für eine übermäßige Leistung konstruiert zu sein, und der Effektverbrauch wird nicht so aufserordentlich schwanken. Wir müssen

demnach die Veränderlichkeit der Tourenzahl als einen ganz besonders großen Vorteil der Hauptstrommotoren ansehen, und es ist im Interesse eines gleichmäßigen Betriebes bei der Zentrale sehr zweckmäßig, daß z. B. die vollbesetzten Wagen einen Berg langsam hinauffahren.

Wenn wir nun dazu übergehen, das Verhalten des Hauptstrommotors während der verschiedenen Betriebszustände rechnerisch zu verfolgen, so müssen wir die Magnetisierungskurve des Motors zu Grunde legen. Wir erhalten diese Kurve, indem wir den Motor als Hauptstromdynamo mittelst eines anderen Motors mit einer bestimmten Tourenzahl  $n_0$  antreiben und als Hauptstromgenerator durch elektrische Widerstände belasten. Wir messen dabei den gelieferten Strom  $i_a$  und die Klemmspannung  $e_0$ . Wir berechnen dann die elektromotorische Kraft  $E_0$  des Hauptstromgenerators nach der Gleichung:

$$E_0 = e_0 + i_a \cdot w_a,$$

wobei wieder  $w_a$  den gesamten innern Widerstand bedeuten möge. Wir tragen dann, wie wir es im Abschnitt 58 getan haben, die elektromotorische

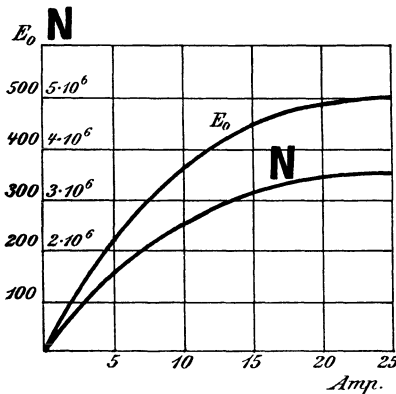


Fig. 131 a.

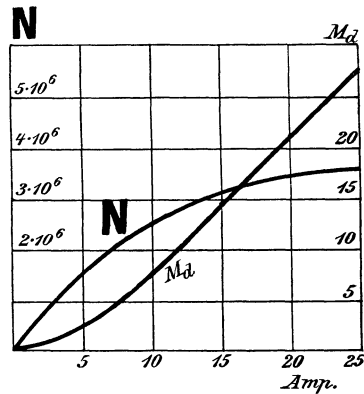


Fig. 131 b.

Kraft als Ordinate und den äußeren Strom, der zugleich Anker- und Magnetstrom ist, als Abscisse auf. Die so erhaltene Kurve ist die Charakteristik der Hauptstrommaschine. Wir dividieren nun die Werte von  $E_0$  durch den konstanten Wert  $\frac{[p] n_0 \cdot z \cdot 10^{-8}}{60}$  und erhalten dadurch die Kraftlinienzahl  $N$ , die durch den jeweiligen Magnetisierungsstrom  $i_a$  geschaffen wurde. Die Kurve  $N$  unterscheidet sich von der Kurve  $E_0$  nur durch den Maßstab (Fig. 131 a), gilt aber nicht, wie die Kurve  $E_0$ , nur für den Generator, sondern auch für den Motor.

Ist eine solche Messung nicht möglich, so kann man auch die Maschine als Motor laufen lassen und mechanisch belasten. Die Klemmspannung möge dabei konstant sein. Man mißt dann die Tourenzahl  $n$  des Motors

und die Stromstärke und berechnet die jeweilige Kraftlinienzahl nach Gleichung (101) zu:

$$N = \frac{(e - i_a \cdot w_a) \cdot 60 \cdot 10^8}{[\rho] z \cdot n}$$

Ist nun auf diese oder die andere Weise die Kraftlinienzahl für jede Stromstärke  $i_a$  ermittelt, so bildet man das Produkt aus den zusammengehörigen Werten von  $N$  und  $i_a$  und trägt dasselbe als Ordinate auf. Man erhält so die Kurve  $M_d$  in Fig. 131b, deren Ordinaten uns mit Berücksichtigung des Maßstabes das Drehmoment für jede einzelne Abscisse angeben. Die Kurve  $M_d$  ist anfangs konvex gegen die Abscissenachse; das Drehmoment nimmt also anfangs schneller zu, als die Stromstärke. Schließlich aber, wenn das Eisen gesättigt ist, wird die Kurve  $M_d$  geradlinig und die Zunahme des Drehmomentes ist der Zunahme der Stromstärke proportional.

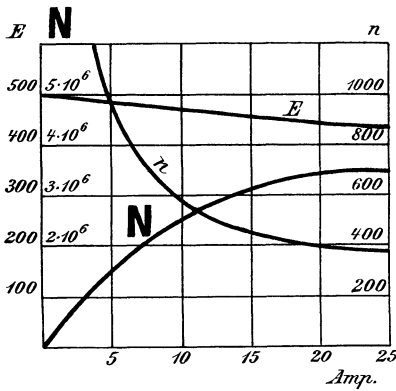


Fig. 132 a.

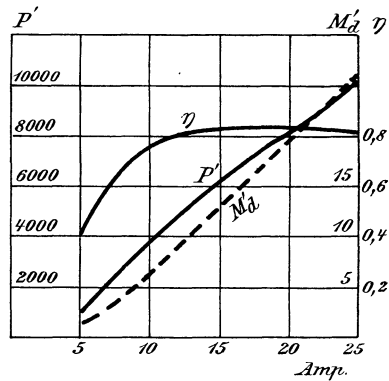


Fig. 132 b.

Die Kurve der Kraftlinienzahlen  $N$  setzt uns nun zugleich in den Stand, für jeden einzelnen Betriebszustand die zugehörige Tourenzahl zu ermitteln. Wir zeichnen zu diesem Zwecke (Fig. 132a) eine Horizontale im Abstände  $e$  von der Abscissenachse (in Fig. 132a ist dieser Abstand gleich 500 Volt) und ziehen durch den Schnittpunkt der Horizontalen mit der Ordinatenachse eine Gerade, die mit der Horizontalen einen Winkel  $\alpha$  bildet. Derselbe ist gegeben durch die Gleichung:

$$\operatorname{tg} \alpha = w_a.$$

Natürlich sind dabei die Ordinaten im Voltmaßstab und die Abscissen im Amperemaßstab zu messen. Dann ist für jeden Betriebszustand die Differenz zwischen der Horizontalen und der geneigten Geraden gleich  $i_a \cdot \operatorname{tg} \alpha = i_a \cdot w_a$ , d. h. gleich dem Ohm'schen Spannungsverlust. Die Ordinate der geneigten Gerade ist also gleich der elektromotorischen Gegenkraft  $E$ . Wir dividieren nun dieselbe durch die zugehörige Kraftlinienzahl und erhalten nach Gleichung (101) ein Maß für die Tourenzahl  $n$ . Wir erhalten auf diese Weise die Kurve  $n$  in Fig. 132a.

Die Kurve für die Tourenzahl  $n$  zeigt, daß der Hauptstrommotor bei Leerlauf durchgeht. Seine Tourenzahl steigert sich derartig, daß der Motor in Stücke fliegt. Mit zunehmender Belastung nimmt die Tourenzahl anfangs bedeutend ab, bis sie sich schließlich, wenn das Eisen stark gesättigt ist, innerhalb des praktischen Betriebes einem fast konstanten Werte nähert.

Der totale Wirkungsgrad ergibt sich nun, wenn wir die Verluste durch Joule'sche Wärme und mechanische Reibung von der dem Motor zugeführten Leistung abziehen und die Differenz durch die zugeführte Leistung dividieren. Wir können aber jetzt den Leerlaufverlust nicht mehr in so einfacher Weise in Rechnung setzen, wie beim konstant erregten Nebenschlußmotor. Da das Kraftlinienfeld beim Hauptstrommotor nicht konstant ist, gibt es keinen Leerstrom, der wie beim Nebenschlußmotor mit dem Feld multipliziert, bei Betrieb und beim Leerlauf das für die Reibung etc. nötige Drehmoment liefert.

Wir können aber wenigstens annähernd den Wirkungsgrad ermitteln, wenn wir von dem Drehmoment  $M_{d_0}$  ausgehen, das bei Leerlauf wirksam ist und wenn wir dasselbe bei den verschiedenen Betriebszuständen als konstant voraussetzen. Diese Voraussetzung trifft annähernd zu, wenn wir den totalen Wirkungsgrad des Motors allein ohne die Übersetzung ins Auge fassen. Wir haben dann von den Werten von  $M_d$  den konstanten Wert  $M_{d_0}$  abzuziehen und erhalten dadurch die punktierte Kurve in Fig. 132b, die das nutzbare Drehmoment  $M'_d$  darstellt. Multiplizieren wir das nutzbare Drehmoment mit der Tourenzahl, so erhalten wir, abgesehen vom Maßstab, die Nutzleistung  $P'$ . Um dann den Wirkungsgrad zu erhalten, haben wir die Nutzleistung durch die zugeführte Leistung  $e \cdot i_a$  zu dividieren. Wir erhalten auf diese Weise die Kurve  $\eta$ , deren Ordinaten ein Maß für den Wirkungsgrad sind. Wie man sieht, ist der Wirkungsgrad bei geringer Belastung gering wegen der Leerlaufarbeit. Er steigt dann mit zunehmender Belastung bis zu einem Maximum, um dann schließlich wieder zu fallen, wenn mit wachsendem Ankerstrom die Joule'schen Verluste zu groß werden.

## 67. Beispiel.

Wir gehen nun dazu über, die Werte für Tourenzahl, Zugkraft und Wirkungsgrad eines Hauptstrommotors an einem Beispiel zu ermitteln, für welches die betreffenden Daten aus Kapps elektromechanischen Konstruktionen entnommen sind. Bei einem Straßenbahnmotor der Firma Örlikon mit vier Polen und Serienwicklung ist die Klemmspannung gleich 500 Volt, der innere Widerstand  $w_a = 2,75$  Ohm, und die Drahtzahl auf dem Anker  $z = 944$ . Die Charakteristik der Maschine als Hauptstromgenerator bei einer Tourenzahl  $n_0 = 450$  ist durch die beiden ersten Vertikalreihen der unten folgenden Tabelle gegeben.

Wir erhalten dann die von den betreffenden Stromstärken geschaffenen Kraftlinienzahlen nach Gleichung (79) zu:

$$N = \frac{E_0 \cdot 60 \cdot 10^8}{p \cdot n_0 \cdot z} = \frac{E_0 \cdot 60 \cdot 10^8}{2 \cdot 450 \cdot 944} = 7070 \cdot E_0.$$

Diese Kraftlinien ergeben uns in Verbindung mit der Stromstärke das vom Motor ausgeübte Drehmoment nach Gleichung (97) zu:

$$M_d = \frac{p \cdot N \cdot i_a \cdot z}{2\pi \cdot 9,81} \cdot 10^{-8} = \frac{2 \cdot N \cdot i_a \cdot 944}{2\pi \cdot 9,81} \cdot 10^{-8} = 0,307 \cdot 10^{-6} \cdot N \cdot i_a \text{ mkg.}$$

Zur Berechnung der Tourenzahlen des Motors brauchen wir die elektromotorische Gegenkraft  $E$ . Dieselbe ergibt sich zu:

$$E = e - i_a \cdot w_a = 500 - 2,75 \cdot i_a.$$

Dann erhalten wir die Tourenzahl nach Gleichung (101) zu:

$$n = \frac{E \cdot 60 \cdot 10^8}{p \cdot N \cdot z} = \frac{E \cdot 60 \cdot 10^8}{2 \cdot N \cdot 944} = 3,18 \cdot 10^6 \cdot \frac{E}{N}.$$

Die Resultate dieser Rechnung sind in folgender Tabelle übersichtlich zusammengestellt und nach den Werten dieser Tabelle die Kurven des vorigen Abschnittes gezeichnet.

Generator		Motor und Generator	
$i_a$	$E_0$	$N = 7070 \cdot E_0$	$M_d = 0,307 \cdot 10^{-6} \cdot N \cdot i_a$
5	225	$1,59 \cdot 10^6$	2,45
10	362	$2,56 \cdot 10^6$	7,85
15	450	$3,18 \cdot 10^6$	14,6
20	490	$3,46 \cdot 10^6$	21,3
25	505	$3,56 \cdot 10^6$	27,3

Motor		
$i_a$	$E = 500 - 2,75 \cdot i_a$	$n = 3,18 \cdot 10^6 \cdot \frac{E}{N}$
5	486,2	970
10	472,5	590
15	458,7	460
20	445	410
25	431,2	390

Diese Werte gestatten für jede Steigung bei gegebenem Wagengewicht den entsprechenden Strom und die entsprechende Wagengeschwindigkeit zu bestimmen. Ist

- $G$  das Wagengewicht in Tonnen (1 Tonne = 1000 kg\*),
- $f$  der Traktionskoeffizient, d. h. die Kraft in Kilogramm, die nötig ist, eine Tonne auf ebener Strecke fortzubewegen,
- $s$  die Steigung pro Mille,

so ist die auf ebener Strecke nötige Zugkraft gleich  $G \cdot f$ . Bei Steigungen ist die Komponente der Schwerkraft, die der Bewegungsrichtung direkt entgegenwirkt, nach Fig. 133 gegeben durch die Beziehung

$$AO = AB \cdot \sin \vartheta.$$

Setzen wir für  $\sin \vartheta$  den Wert  $s/1000$  und für  $AB$  das Wagengewicht in Kilogramm, also  $1000 G$  ein, so erhalten wir:

$$AO = 1000 G \cdot \frac{s}{1000} = G \cdot s.$$

Allgemein ergibt sich also die am Radumfang auszuübende Zugkraft zu:

$$F = G \cdot f + G \cdot s = G \cdot (f + s).$$

Ist  $r$  der Radius des Rades in Metern, so ist das Drehmoment an den Rädern:

$$F \cdot r = G \cdot (f + s) \cdot r.$$

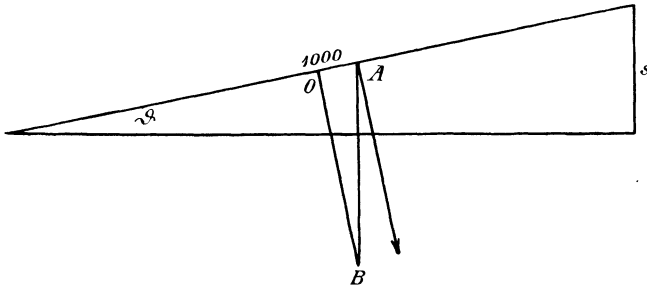


Fig. 133.

Es sei nun  $k$  das durch die Übersetzung gegebene Verhältnis der Tourenzahl des Motors zur Tourenzahl des Rades. Läuft der Motor  $k$  mal so schnell wie das Rad, so muß nach dem Gesetz von der Erhaltung der Arbeit sein Drehmoment  $k$  mal so klein sein, als dasjenige des Rades. Berücksichtigen wir nun noch den Wirkungsgrad  $\eta_1$  der Übersetzung, so ergibt sich das von allen Motoren des Wagens zusammen auszuübende Drehmoment zu:

$$\Sigma M_d = \frac{F \cdot r}{k \cdot \eta_1} = \frac{G \cdot r \cdot (f + s)}{k \cdot \eta_1}.$$

Im vorliegenden Falle ist der Radius des Rades  $r = 0,39$  m und das Verhältnis der Tourenzahl des Motors zur Tourenzahl des Rades  $k = 4,9$ . Nehmen wir an, daß das Wagengewicht 8 Tonnen und der Traktionskoeffizient der Bahn  $f = 12$  ist, so erhalten wir:

$$\Sigma M_d = \frac{8 \cdot 0,39 \cdot (12 + s)}{4,9 \cdot \eta_1} = \frac{0,635 \cdot (12 + s)}{\eta_1}.$$

Sind zwei Motoren im Wagen vorhanden, so hat jeder die Hälfte des ganzen Drehmomentes zu liefern. Wir erhalten also für einen Motor:



$$M_d = \frac{\Sigma M_a}{2} = \frac{0,318 \cdot (12 + s)}{\eta_1}.$$

Lösen wir für  $s$  auf, so ergibt sich die Steigung, die der Wagen bei einem von jedem einzelnen Motor ausgeübten Drehmoment  $M_d$  nimmt, zu:

$$s = 3,14 \cdot \eta_1 \cdot M_d - 12.$$

Im allgemeinen kann man mit einem mittleren Wirkungsgrad  $\eta_1 = 0,8$  rechnen. In unserem speziellen Falle sind die Werte von  $\eta_1$  durch ein Experiment ermittelt worden. Sie sind in der unten folgenden Tabelle angegeben und zur Berechnung der Steigung benutzt worden, wobei die Werte des Drehmomentes  $M_d$  aus Seite 230 entnommen sind. Negative Werte der Steigung bedeuten dabei ein Gefälle.

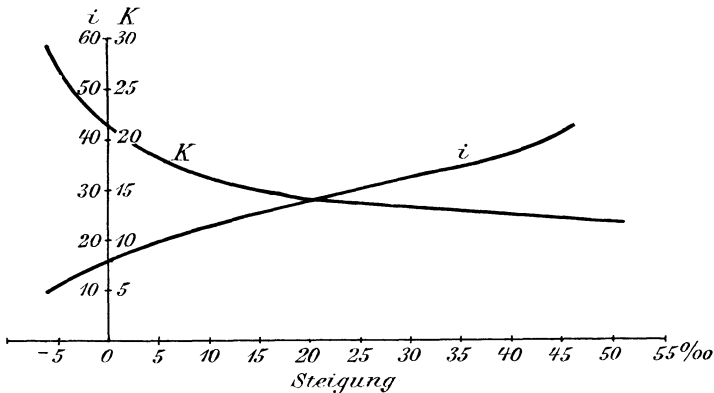


Fig. 134.

Wir haben nun noch die Wagengeschwindigkeit  $K$  in Kilometern pro Stunde zu berechnen. Wir erhalten die Tourenzahl der Räder pro Stunde, wenn wir die Werte von  $n$  mit 60 multiplizieren und durch  $k$  dividieren. Diese Tourenzahl der Räder haben wir mit dem Umfang des Rades in Kilometern zu multiplizieren und erhalten:

$$K = \frac{n \cdot 60}{k} \cdot \frac{2r \cdot \pi}{1000}.$$

Setzen wir für  $r$  den Wert 0,39 und für  $k$  den Wert 4,9 ein, so erhalten wir:

$$K = 0,03 \cdot n.$$

Darnach sind die Werte in der vorletzten Reihe der folgenden Tabelle berechnet, wobei die Werte von  $n$  wieder aus Seite 230 entnommen sind. In der letzten Reihe der Tabelle ist dann noch der gesamte in den Wagen fließende Strom  $i = 2 \cdot i_a$  angegeben. Wir erhalten dann:

$i_a$	$\eta_1$	$s = 3,14 \cdot \eta_1 \cdot M_d - 12$	$K = 0,03 \cdot n$	$i = 2 i_a$
5	0,75	— 6,2 <sup>0/100</sup>	29 km/Std.	10
10	0,775	+ 7 „	17,7 „	20
15	0,805	+ 25 „	13,8 „	30
20	0,835	+ 44 „	12,3 „	40
25	0,85	+ 61 „	11,7 „	50

Wir tragen nun die Steigung als Abscisse und die zugehörigen Werte des in den Wagen fließenden Gesamtstromes  $i$ , sowie die Wagen-  
geschwindigkeit  $K$  als Ordinate auf und erhalten so die in Fig. 134 ge-  
zeichneten Kurven.

### 68. Die Regelung von Hauptstrommotoren.

Die Tourenzahl eines Hauptstrommotors ergab sich nach der Gleichung (101) zu:

$$n = \frac{(e - i_a \cdot w_a) \cdot 60 \cdot 10^8}{[\rho] N \cdot z}$$

Der nächstliegende Weg zur Regulierung ist also eine Veränderung der Klemmspannung des Motors. Man benutzt also den Anlaufwiderstand zugleich als Regulator für die Tourenzahl, indem der durch die Belastung gegebene Strom im Vorschaltwiderstande einen Spannungsverlust erzeugt. Die Klemmspannung am Motor wird infolgedessen erniedrigt und dadurch der Zähler für die obige Gleichung kleiner. Man kann den Vorgang aber auch anders auffassen und unter  $e$  die Spannung des Netzes verstehen. Die Vorschaltung eines Regulierwiderstandes  $w_1$  wirkt dann als eine Vergrößerung des Gesamtwiderstandes, so daß sich die Tourenzahl nach der Gleichung:

$$n = \frac{\{e - i_a \cdot (w_a + w_1)\} \cdot 60 \cdot 10^8}{[\rho] N \cdot z}$$

ergibt. Es ist vollständig gleichgültig, welche von beiden Auffassungen wir anwenden. Ob wir nun das positive Glied im Zähler verkleinern oder das negative Glied vergrößern, in jedem Falle ergibt sich rechnerisch eine Verminderung der Tourenzahl. Diese Regulierung durch Vorschaltwiderstände hat sich am besten bewährt, obgleich der Joule'sche Verlust nicht unerheblich ist.

Man hat daher versucht, den Motor für eine verhältnismäßig niedrige Tourenzahl zu konstruieren und die Tourenzahl, wie beim Nebenschlußmotor, durch Schwächung des Magnetfeldes zu erhöhen. Durch Verkleinerung des Nenners in den obigen Gleichungen wird natürlich der Wert für die Tourenzahl  $n$  größer. Allerdings kann eine solche Schwächung nicht, wie beim Nebenschlußmotor, durch Hinzuschalten eines Widerstandes zur Magnetwicklung erreicht werden, da ein so geschalteter Widerstand beim

Hauptstrommotor nur wie ein Vorschaltwiderstand wirkt. Vielmehr hat man nach Fig. 135 den Regulierwiderstand parallel zur Magnetwicklung zu schalten. Man erreicht dadurch, daß der Ankerstrom, der durch das Drehmoment gegeben ist, nicht in seiner vollen Stärke durch den Magnetwiderstand fließt.

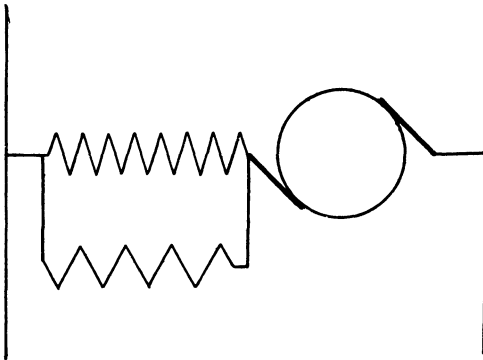


Fig. 135.

Wenn der Einfachheit wegen angenommen wird, daß der parallel geschaltete Widerstand gleich dem Magnetwiderstand ist, so scheint es auf den ersten Blick, als wäre das Magnetfeld gegen früher auf die Hälfte reduziert, demnach die Tourenzahl auf das Doppelte erhöht. Diese Annahme trifft jedoch nicht zu. Denn wie wir schon beim

Nebenschlußmotor sahen, muß bei gleichbleibender Belastung eine Schwächung des Magnetfeldes notwendig eine Erhöhung des Anker-

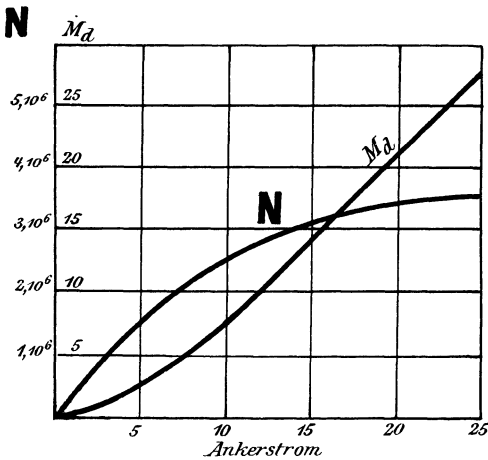


Fig. 136 a.

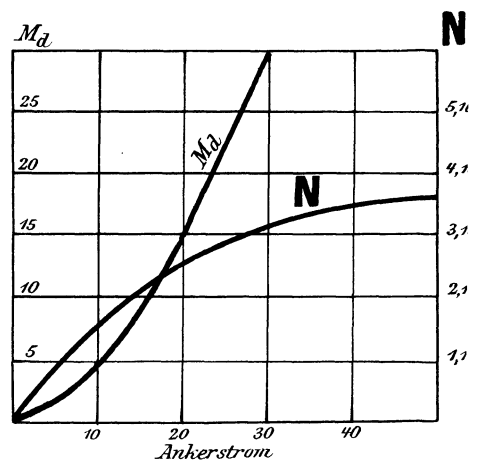


Fig. 136 b.

stromes zur Folge haben. Um nun die Stromstärke zu ermitteln, die nach Parallelschaltung des Widerstandes durch den Anker fließt, zeichnen wir zunächst in der gewöhnlichen Weise die charakteristischen Kurven des Motors ohne den Widerstand (Fig. 136 a). Die Ordinaten der Kurve  $M_d$  sind das Produkt aus den zugehörigen Werten von  $N$

und  $i_a$ . Wir zeichnen nun in Fig. 136b dieselben Kurven für den Motor mit parallel geschaltetem Widerstand. Die Kurve für die Kraftlinien ist genau die gleiche, wie in Fig. 136a, nur haben sich die zu gleichen Kraftlinien gehörigen Werte der Abscissen, d. h. des Ankerstromes verdoppelt, weil die gleiche Kraftlinienzahl bei dem gleichen Magnetstrom, also jetzt bei dem doppelten Ankerstrom erzeugt wird. Durch Multiplikation der Werte von  $N$  und  $i_a$  erhalten wir wieder die Kurve  $M_d$  in Fig. 139b. Aus Fig. 136a u. b ergeben sich dann für dasselbe Drehmoment in beiden Fällen die zugehörigen Werte des Stromes und der Kraftlinien. Die Tourenzahl ist dann in beiden Fällen der Kraftlinienzahl umgekehrt proportional, wenn wir von dem geringen Einfluß des Ohm'schen Spannungsverlustes absehen.

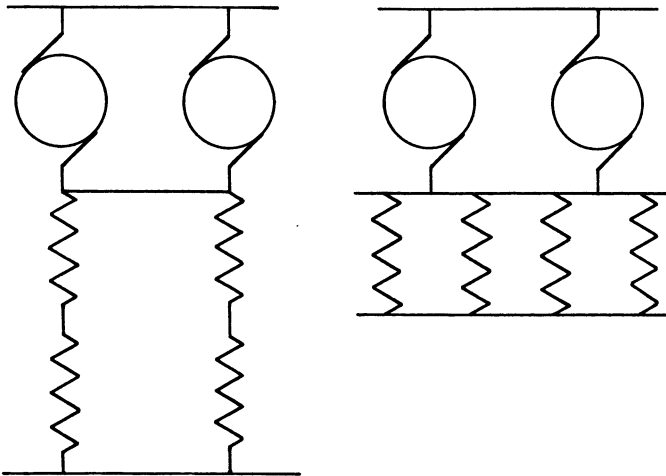


Fig. 137.

Diese Regulierung der Tourenzahl durch Einschaltung eines Widerstandes parallel zur Magnetwicklung bedingt ebenfalls noch einen Verlust durch Joule'sche Wärme. Vielfach ist daher die Spragueschaltung verwendet, bei welcher die Magnetspulen beim Anfahren in Serie geschaltet sind. Bei voller Fahrt werden sie dann parallel geschaltet, so daß in jeder Magnetwicklung nur ein Teil des Ankerstromes fließt. Dadurch wird die Tourenzahl erheblich variiert. In Fig. 137 sind zwei derartige Schaltungsstufen dargestellt.

Neuerdings ist man aber von der Regelung der Tourenzahl durch Schwächung des Magnetfeldes mehr zurückgekommen. Nach dem, was wir in Abschnitt 56 über den Einfluß der Quermagnetisierung kennen gelernt haben, wird eine übermäßige Schwächung des Magnetfeldes zur Funkenbildung Anlaß geben. Ferner liegt die Gefahr vor, daß bei Wagen mit mehreren Motoren die Kraftlinienzahlen der einzelnen Motoren nicht

gleich sind. Das kann eintreten, wenn der magnetische Widerstand der einzelnen Motoren ungleich ist, oder wenn durch das wiederholte Umschalten der Magnetwickelungen die Kontakte gelitten haben und dadurch die Stromstärken in den einzelnen Zweigen verschieden sind. Der Einfluss solcher Unregelmäßigkeiten möge durch ein Beispiel deutlich gemacht werden. Ein Wagen besitze z. B. zwei Motoren, deren Ankerspannung  $e$  gleich 500 Volt und deren Ankerwiderstand gleich 1 Ohm ist. Die Stromstärke des einen Motors sei 15 Ampere. Seine elektromotorische Gegenkraft ist dann:

$$E = 500 - 15 \cdot 1 = 485 \text{ Volt.}$$

Nehmen wir nun an, das Magnetfeld des zweiten Motors sei um  $5\%$  schwächer, als dasjenige des ersten Motors. Da der zweite Motor auf demselben Wagen arbeitet, so muß er mit genau derselben Tourenzahl laufen, wie der erste Motor. Seine elektromotorische Kraft ist also um  $5\%$  geringer, als die des ersten Motors, und ergibt sich zu:

$$E = 485 \cdot 0,95 = 460 \text{ Volt.}$$

Demnach fließt in den zweiten Motor eine Stromstärke:

$$i_a = \frac{e - E}{w_a} = \frac{500 - 460}{1} = 40 \text{ Ampere.}$$

Zusammen fließen also in den Wagen  $40 + 15 = 55$  Ampere. Davon fließen nur 15 Ampere in den stärker erregten und 40 Ampere in den schwächer erregten Motor. Der zweite leistet also fast die dreifache Arbeit, wie der erste. Es ist nicht schwer, Verhältnisse auszurechnen, bei welchen die elektromotorische Gegenkraft des einen Motors infolge seiner stärkeren Erregung ebenso groß ist, wie die Klemmspannung, so daß seine Stromstärke und seine Leistung gleich Null werden. Ja, es kann sogar vorkommen, daß bei der betreffenden Tourenzahl die elektromotorische Kraft der stärker erregten Maschine größer ist, wie die Klemmspannung, so daß sie als Generator Strom in das Netz oder in den anderen Motor liefert. Der letztere hat dann nicht bloß für sich allein den Wagen zu ziehen, sondern auch noch die andere als Generator wirkende Maschine anzutreiben. Die Folge ist natürlich, daß der Anker der schwächer erregten Maschine durch zu große Joule'sche Wärme zerstört wird.

Übrigens kommt es auch vor, daß die Ankerwiderstände der parallel geschalteten Motoren ungleich sind. Diese Unregelmäßigkeit wird ebenfalls bei der Spragueschaltung besonders stark ins Gewicht fallen.

Man kommt demnach mehr davon ab, die Tourenzahl durch Regulierung der Magnetwickelungen zu verändern und begnügt sich oft mit der Regulierung durch Vorschaltwiderstände. Dabei bleibt der Anker eines Motors immer mit seiner Magnetwicklung verbunden, so daß der Ankerstrom immer identisch mit dem Magnetstrom desselben Motors ist.

Man hat dabei noch die Möglichkeit, durch Schaltung der beiden Motoren in Serie den Strom und die Leistung beim Anfahren ganz bedeutend zu erniedrigen. Ein Motor dient dabei gleichsam als Vorschaltwiderstand für den anderen (Fig. 138a) und es kommt auf jeden Motor nur die halbe Spannung. Zugleich wird aus der Kraftstation nur der einfache Strom entnommen, was bei der überaus hohen, beim Anfahren erforderlichen Stromstärke sehr wesentlich ist. Bei voller Fahrt werden die Motoren dann parallel geschaltet (Fig. 138b). Allerdings scheint es dann, als ob die Gefahr einer ungleichen Verteilung der Stromstärke und der Belastung bei ungleichen inneren Widerständen oder ungleicher Feldstärke nicht ausgeschlossen ist. Ist z. B. der Widerstand eines Ankers etwas zu groß, so ist anscheinend die Stromstärke nach der Gleichung

$$i = \frac{e - E}{w_a}$$

zu klein gegenüber dem anderen Motor. Da aber gleichzeitig dadurch die Kraftlinienzahl und die elektromotorische Kraft dieses Motors abnehmen,

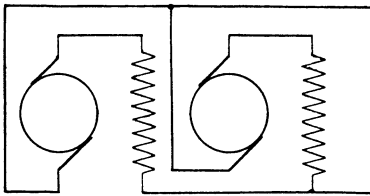


Fig. 138 a.

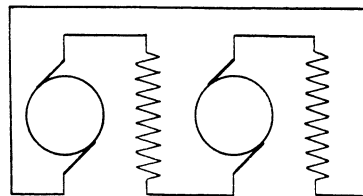


Fig. 138 b.

so gleicht sich die Unregelmäßigkeit fast vollständig wieder aus. Es seien z. B. für den einen Motor folgende Werte gegeben:

$$e = 500, \quad N = 3 \cdot 10^6, \quad i_a = 20, \quad w_a = 2.$$

Der Widerstand des zweiten Motors sei verschieden von demjenigen des ersten Motors. Infolgedessen sei seine Stromstärke 18 Ampere und diesem Strom entspreche aus der Charakteristik eine Kraftlinienzahl von  $2,9 \cdot 10^6$  Kraftlinien. Gesucht wird der Widerstand  $x$  des zweiten Motors. Da beide Motoren die gleiche Tourenzahl besitzen, so ergibt sich nach Gleichung (101):

$$n = \frac{(500 - 20 \cdot 2) \cdot 60 \cdot 10^8}{[\phi] \cdot 3 \cdot 10^6 \cdot z} = \frac{(500 - 18 \cdot x) \cdot 60 \cdot 10^8}{[\phi] \cdot 2,9 \cdot 10^6 \cdot z}$$

$$\text{oder} \quad \frac{500 - 40}{3} = \frac{500 - 18 \cdot x}{2,9}$$

Daraus erhalten wir:

$$\frac{460 \cdot 2,9}{3} - 500 = -18 \cdot x$$

$$\text{oder} \quad x = \frac{55}{18} = 3,05.$$

Wir sehen, daß eine Vergrößerung des Widerstandes im Verhältnis 3 : 2 nur eine Verringerung der Stromstärke im Verhältnis 18 : 20 zur Folge hat. Ebenso wird eine Differenz in den Kraftlinienzahlen beider Motoren immer nur wenig ausmachen (Fig. 139 a und b). Nehmen wir z. B. an, der zweite Motor besäße einen größeren Abstand des Ankereisens vom Magneteisen, als der erste Motor. Seine Charakteristik, die die Abhängigkeit der Kraftlinienzahl vom Erregerstrom darstellt, verläuft also flacher. In Fig. 139 a und b ist der Einfachheit wegen die Annahme gemacht, daß die Kraftlinienzahl des zweiten Motors für gleiche Werte des Stromes um 10% kleiner ist als die des ersten Motors. Wenn wir dann unter der Annahme gleicher Klemmspannung und unter Vernachlässigung des inneren

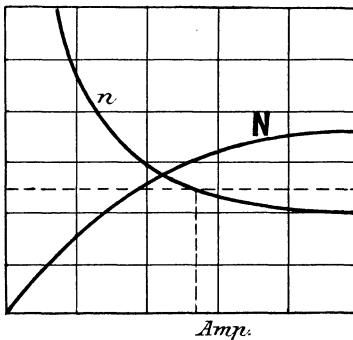


Fig. 139 a.

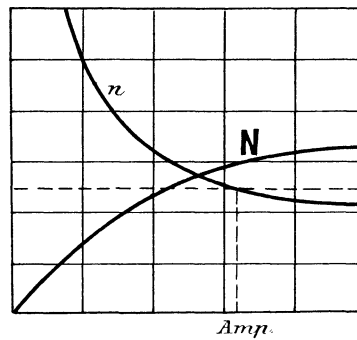


Fig. 139 b.

Widerstandes die Kurven für die Tourenzahlen beider Motoren zeichnen, so liegt die Tourenkurve des zweiten Motors höher, als die des ersten Motors. Für eine beliebige, beiden Motoren gleiche Tourenzahl, wie sie durch die punktierte Horizontale gegeben ist, ergibt sich dann beim zweiten Motor eine größere Stromstärke, als beim ersten Motor. Aber die Differenzen zwischen beiden Strömen erreichen niemals die hohen Beträge, die wir bei der Spragueschaltung kennen gelernt haben. Der Grund dafür liegt wieder darin, daß der Motor, der den größeren magnetischen Widerstand hat, allerdings eine kleinere elektromotorische Gegenkraft entwickelt. Dadurch wird nun zunächst die Stromstärke im Anker dieses Motors größer. Aber indem dieser Strom gleichzeitig die Magnete desselben Motors umfließt, magnetisiert er dieselben verhältnismäßig stark, so daß die Differenzen in den Kraftlinienzahlen keine erheblichen Beträge annehmen können.

## Zehntes Kapitel.

69. Der Momentanwert der induzierten elektromotorischen Kraft. — 70. Der elektrolytische Mittelwert der Stromstärke. — 71. Die mittlere Leistung des Wechselstromes. — 72. Das Vektordiagramm. — 73. Die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion. — 74. Das Ohm'sche Gesetz für Wechselstrom. — 75. Ohm'sche Widerstände und Induktanzen in Serienschaltung. — 76. Ohm'sche Widerstände und Induktanzen in Parallelschaltung. — 77. Leistung des Wechselstromes bei Phasenverschiebung. — 78. Die Kapazitätsspannung. — 79. Kapazität und Ohm'scher Widerstand in Serienschaltung. — 80. Das vollständige Ohm'sche Gesetz für Wechselstrom. — 81. Selbstinduktion und Kapazität in Parallelschaltung.

### 69. Der Momentanwert der induzierten elektromotorischen Kraft.

Wird eine Drahtschleife in einem gleichförmigen magnetischen Felde gedreht, so werden in ihr elektromotorische Kräfte induziert, die sich zeitlich nach Richtung und Stärke ändern. In Fig. 140 a u. b rotiert eine rechteckige Drahtschleife, die auf einen Zylinder aus unmagnetischem

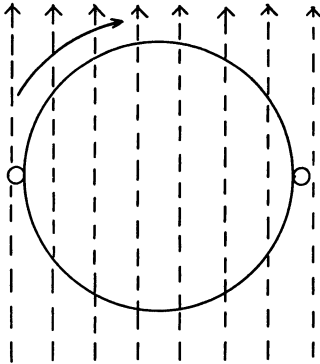


Fig. 140 a.

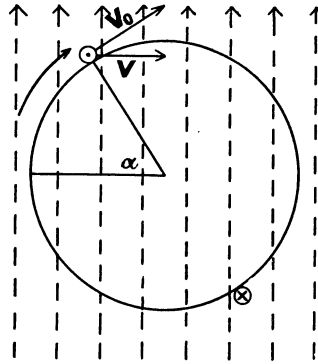


Fig. 140 b.

Material gewickelt ist, um eine zu den Kraftlinien senkrechte Achse. Die Kraftlinien sind gestrichelt gezeichnet. In Fig. 140 a steht die Ebene der Schleife gerade senkrecht auf der Kraftlinienrichtung, und die Kraftlinienzahl, die die Ebene der Schleife durchsetzt, ist ein Maximum. In diesem Augenblick ist die Bewegungsrichtung der auf der Mantelfläche



liegenden induzierten Leiter parallel zur Kraftlinienrichtung, und die induzierte elektromotorische Kraft ist gleich Null. Man bezeichnet daher die in Fig. 140a gezeichnete Lage als die Nulllage.

In Fig. 140b ist dagegen der Fall gezeichnet, in welchem die Ebene der Schleife mit der Nulllage den Winkel  $\alpha$  bildet. In diesem Augenblicke schneiden die auf der Mantelfläche liegenden Leiter schräge durch die Kraftlinien, und es wird in ihnen eine elektromotorische Kraft induziert, deren Richtung sich aus der Faraday'schen Schwimmerregel ergibt. Unter der Annahme, daß die Trommel im Sinne des Uhrzeigers rotiert und daß die Kraftlinien in der Zeichnung von unten nach oben verlaufen, ergeben sich der gezeichnete Schaft und die gezeichnete Spitze der Strompfeile in den induzierten Leitern.

Die elektromotorische Kraft ist nun um so größer, je mehr Kraftlinien pro Sekunde geschnitten werden, d. h. je weniger schräge der Kraftlinienschnitt erfolgt. Sie erreicht also ihren Maximalwert, wenn die Ebene der Schleife parallel zu den Kraftlinien steht und von keinen Kraftlinien durchsetzt wird. Bei weiterer Drehung nimmt der Momentanwert der elektromotorischen Kraft wieder ab. Derselbe wird gleich Null, wenn die Ebene der Schleife wieder in die Nulllage fällt. In diesem Augenblicke ändert sich die Richtung, in welcher der induzierte Leiter durch die Kraftlinien schneidet. Solange sich z. B. ein Leiter auf der oberen Hälfte der Trommel befindet, schneidet er in Fig. 140b wesentlich von links nach rechts durch die Kraftlinien. Sowie er aber auf der unteren Hälfte der Trommel liegt, schneidet er von rechts nach links. Infolgedessen ändert sich die induzierte elektromotorische Kraft zeitlich nicht bloß nach ihrer Stärke, sondern auch nach ihrer Richtung.

Es bedeute nun:

- $H$  die Feldstärke in Kraftlinien pro Quadratcentimeter,
- $v_0$  die konstante Umfangsgeschwindigkeit in Centimetern pro Sekunde,
- $b$  die Länge eines induzierten Leiters in Centimetern,
- $z'$  die Anzahl der hintereinander geschalteten induzierten Leiter (auch bei mehreren hintereinander geschalteten Windungen).

Dann ergibt sich allgemein der Momentanwert der elektromotorischen Kraft nach Gleichung (62) zu:

$$E = H \cdot l \cdot v \cdot 10^{-8} \text{ Volt.}$$

Dabei ist für die induzierte Leiterlänge  $l$  in unserem Falle das Produkt  $z' \cdot b$  einzusetzen. Es fragt sich nur, was wir für die Geschwindigkeit  $v$  einzusetzen haben. Nun ist es ohne weiteres aus Fig. 140b klar, daß der mit der Geschwindigkeit  $v_0$  bewegte Leiter in der Zeiteinheit nur so viele Kraftlinien schneidet, als wenn er mit der kleineren Geschwindigkeit  $v = v_0 \cdot \sin \alpha$  senkrecht durch die Kraftlinien bewegt wird. Mit Einsetzung der gefundenen Werte für  $l$  und  $v$  erhalten wir dann:

$$E = H \cdot z' \cdot b \cdot v_0 \cdot \sin \alpha \cdot 10^{-8} \text{ Volt.}$$

Es sei nun:

$D$  der Durchmesser der Trommel in Centimetern,

$n$  die Tourenzahl pro Minute,

$N$  die Gesamtzahl der in der Nulllage umfaßten Kraftlinien.

Dann ergibt sich:

$$v_0 = D \cdot \pi \cdot \frac{n}{60}.$$

Mit Einsetzung dieses Wertes in die Gleichung für die elektromotorische Kraft erhalten wir:

$$E = H \cdot z' \cdot b \cdot D \cdot \pi \cdot \frac{n}{60} \cdot \sin \alpha \cdot 10^{-8}.$$

Nun ist das Produkt  $b \cdot D$  gleich der Fläche der Schleife in Quadratcentimetern. Da die Anzahl der Kraftlinien pro Quadratcentimeter gleich  $H$  ist, so stellt das Produkt  $H \cdot b \cdot D$  die Gesamtzahl  $N$  der durch die Fläche tretenden Kraftlinien dar. Wir schreiben also kürzer:

$$E = \pi \cdot N \cdot \frac{n}{60} \cdot z' \cdot 10^{-8} \cdot \sin \alpha. \quad (107)$$

Der Momentanwert der elektromotorischen Kraft ändert sich also mit dem Sinus des Winkels, den die Ebene der Schleife mit der Nulllage bildet. Für  $\alpha = 0$  wird auch  $E = 0$ . Für  $\alpha = 90^\circ$  wird  $\sin \alpha = 1$ , die elektromotorische Kraft hat also in diesem Falle, d. h. bei senkrechtem Kraftlinienschnitt, ihren maximalen Wert. Derselbe ergibt sich aus Gleichung (107) zu:

$$E_{max} = \pi \cdot N \cdot \frac{n}{60} \cdot z' \cdot 10^{-8}. \quad (108)$$

Wir können also Gleichung (107) auch in der Form schreiben:

$$E = E_{max} \cdot \sin \alpha. \quad (109)$$

Für Werte von  $\alpha$ , die zwischen  $0$  und  $180^\circ$  liegen, ist der Wert von  $\sin \alpha$  positiv, für Werte von  $\alpha$  zwischen  $180^\circ$  und  $360^\circ$  ist  $\sin \alpha$  negativ. Das bedeutet in unserem Falle, daß die elektromotorische Kraft bei  $\alpha = 180^\circ$  ihre Richtung wechselt. Wenn wir nun den Bogen als Abscisse und die jeweilige elektromotorische Kraft als Ordinate auftragen, so erhalten wir die bekannte Sinuskurve. Wir können aber auch die Zeit  $t$  als Variable einführen und die elektromotorische Kraft als Funktion der Zeit darstellen. Bezeichnet  $\omega$  die Winkelgeschwindigkeit, d. h. den pro Sekunde zurückgelegte Bogen, so ist der in der Zeit  $t$  zurückgelegte Bogen  $\alpha$  gleich  $\omega t$ , und wir erhalten mit Einführung dieses Wertes in Gleichung (109):

$$E = E_{max} \cdot \sin (\omega t). \quad (110)$$

Wenn wir also die Zeit  $t$  statt des Bogens  $\alpha$  als Abscisse auftragen, so ändert sich nur der Maßstab, und wir erhalten die in Fig. 141 ge-

zeichnete Kurve. Dieselbe gibt uns ein deutliches Bild von den zeitlichen Änderungen der elektromotorischen Kraft. Die Zeit  $t_1$  einer vollen Umdrehung entspricht dem Bogen  $2\pi$ . Innerhalb dieser Zeit erreicht die elektromotorische Kraft je ein positives und ein negatives Maximum.

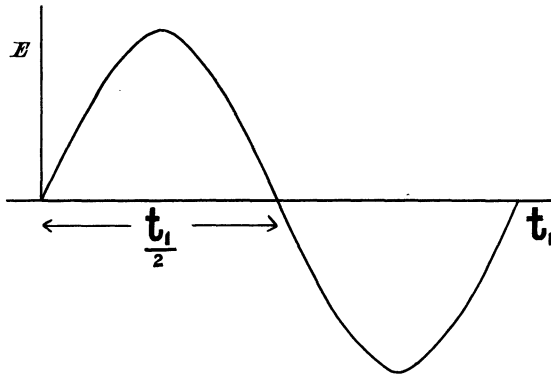


Fig. 141.

Nach einer vollen Umdrehung wiederholt sich der Vorgang. Man bezeichnet den Zeitraum, innerhalb dessen sich zwei gleiche Zustände wiederholen, als den Zeitraum einer Periode. Während desselben finden zwei Polwechsel statt. Die gebräuchliche Zahl von 50 Perioden pro Sekunde entspricht also 100 Polwechseln pro Sekunde.

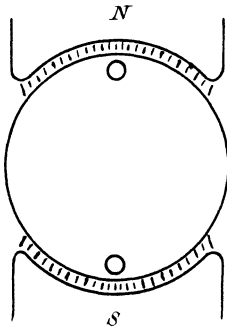


Fig. 142.

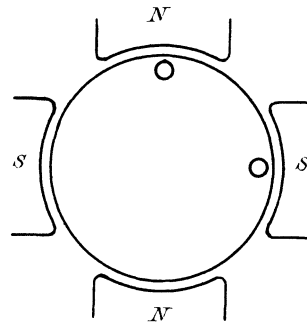


Fig. 143.

Das Gesetz, daß die elektromotorische Kraft eine Sinusfunktion der Zeit ist, bleibt auch annähernd gültig, wenn eine auf eine Eisentrommel gewickelte Spule vor den Polen eines Elektromagneten rotiert (Fig. 142). Allerdings haben wir es jetzt mit einer anderen Kraftlinienverteilung zu tun, wie in dem oben besprochenen Falle. Die Kraftlinien werden in dem jetzigen Fall meist senkrecht in die Ankeroberfläche eintreten, und ein gesetzmäßiger, schräger Kraftlinienschnitt, wie früher, findet nicht mehr statt. Infolge der Abrundung der Polecken wird jedoch der Über-

gang aus der neutralen Zone in die maximale Feldstärke vor den Polen ein ganz allmählicher sein. Wir können also ohne großen Fehler annehmen, daß die Feldstärke vor der Polmitte ein Maximum ist und nach der neutralen Zone zu, dem Sinusgesetz folgend, abfällt. Dann wird die induzierte elektromotorische Kraft wieder eine Sinusfunktion der Zeit und die Gleichung

$$E = \pi \cdot N \cdot \frac{n}{60} \cdot z' \cdot 10^{-8} \cdot \sin \alpha$$

ist wieder anwendbar. Dabei ist, wie früher, unter  $N$  die maximale, von der Spule umfaßte Kraftlinienzahl zu verstehen. Das ist aber hier gleichbedeutend mit der aus einem Nordpol austretenden Kraftlinienzahl.

Für mehrpolige Maschinen mit  $p$  Polpaaren bedarf jedoch unsere Gleichung einer Abänderung. Die Wickelung erfolgt, wie beim Gleichstromanker, in der Weise, daß von Mitte des Nordpols über die Stirnfläche bis Mitte des nächsten Südpoles gewickelt wird. Dann aber wird die Kraftlinienzahl  $N$  während einer Umdrehung  $p$  mal so oft geschnitten, wie bei einer zweipoligen Maschine mit der gleichen Drahtzahl. Wir erhalten also auch eine  $p$  mal so große elektromotorische Kraft, und es ergibt sich allgemein:

$$E = \pi \cdot N \cdot p \cdot \frac{n}{60} \cdot z' \cdot 10^{-8} \cdot \sin \alpha.$$

Nun ist das Produkt  $p \cdot \frac{n}{60}$  gleich der Anzahl der Perioden pro Sekunde. Wir wählen dafür das Zeichen  $\sim$  (sprich per), ein Zeichen, das von der Form der Sinuskurve hergenommen ist. Setzen wir also:

$$\sim = p \cdot \frac{n}{60},$$

so ergibt sich für die elektromotorische Kraft der Wert:

$$E = \pi \cdot N \sim z' \cdot 10^{-8} \cdot \sin \alpha. \quad (111)$$

Ebenso ergibt sich:

$$E_{max} = \pi \cdot N \sim z' \cdot 10^{-8}. \quad (112)$$

Diese Gleichungen gelten ganz allgemein für zweipolige und mehrpolige Maschinen. Allerdings ändert dabei der Winkel  $\alpha$  seine Bedeutung. Bei der vierpoligen Maschine in Fig. 143 entspricht z. B. die Drehung eines Leiters aus der Nulllage bis vor die Polmitte einer räumlichen Drehung von  $45^\circ$ . Dabei ist aber die elektromotorische Kraft von Null bis auf den maximalen Wert angemessen, so daß für die Stellung vor der Polmitte der Wert  $\sin \alpha$  den maximalen Wert 1 erreichen müßte. Wir dürfen also nicht gedankenlos in diesem Falle für  $\sin \alpha$  den Wert  $\sin 45^\circ$  einsetzen. Man könnte diese Schwierigkeit dadurch beseitigen, daß man statt  $\sin \alpha$  den Wert  $\sin(p \cdot \alpha)$  in alle Gleichungen einführt, wobei dann  $\alpha$  den wirklichen, räumlichen Drehungswinkel bedeutet. Das ist jedoch eine unnötige Kom-

plikation. Wir machen die ausdrückliche Festsetzung, daß ein Grad nicht den 360. Teil einer vollen Umdrehung, sondern den 360. Teil einer vollen Periode bedeuten soll. In diesem Sinne entspricht der Bogen  $2\pi$  einer vollen Periode. Der Bogen  $\pi$  entspricht dann einer halben Periode, d. h. dem Zeitraum, in welchem der Abstand zweier benachbarter Polmitten ungleichen Vorzeichens, d. h. eine Polteilung zurückgelegt wird. Ein Irrtum infolge dieser Festsetzung ist ausgeschlossen.

## 70. Der elektrolytische Mittelwert der Stromstärke.

Wir haben im vorigen Abschnitt gesehen, daß die elektromotorische Kraft der Induktion eine Sinusfunktion der Zeit ist. Wenn wir nun die Voraussetzung machen, daß der Stromkreis nur Ohm'schen Widerstand und keine Selbstinduktion enthält, so ergibt sich die Stromstärke in jedem Augenblick, wenn wir die jeweilige elektromotorische Kraft durch den konstanten Widerstand dividieren. Dadurch ändert sich in unserer Sinuskurve nur der Maßstab der Ordinate. Der Momentanwert des Stromes ändert sich also zeitlich ebenfalls mit dem Sinus des Winkels  $\alpha$ , den die Ebene der Spule mit der Nulllage bildet. Wir erhalten also den Momentanwert des Stromes:

$$i = i_{max} \cdot \sin \alpha.$$

Um nun den Mittelwert des Stromes experimentell festzustellen, führen wir die Enden der Ankerspule zu einem zweiteiligen Kommutator, wie wir ihn im Abschnitt 43 kennen gelernt haben. Wir erhalten dann im äußeren Stromkreise einen pulsierenden Gleichstrom. Wenn derselbe durch ein Kupfervoltmeter geleitet wird, so ist die in einer bestimmten Zeit ausgeschiedene Gewichtsmenge ein Maß für die während dieser Zeit in Bewegung gesetzte Elektrizitätsmenge. Dividieren wir diese Gewichtsmenge  $m$  in Milligrammen durch die Zeit  $t$  und durch das elektrochemische Äquivalentgewicht 0,328, so erhalten wir die mittlere Stromstärke zu:

$$i_{mittel} = \frac{m}{0,328 \cdot t}.$$

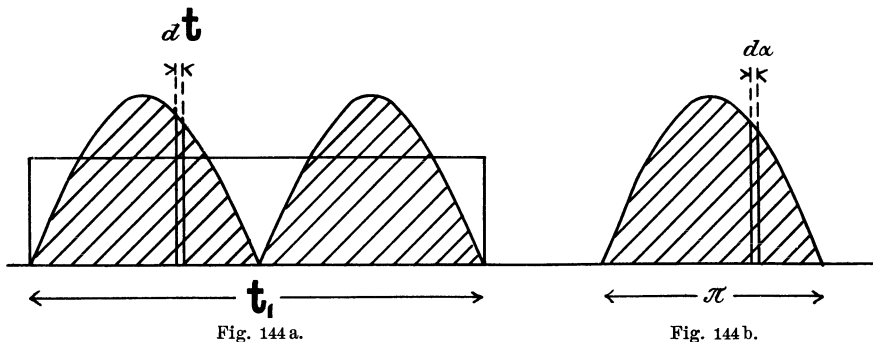
Man nennt den so gefundenen Wert den elektrolytischen Mittelwert. Um das Verhältnis dieses Mittelwertes zum Maximalwert zu bestimmen, tragen wir die Zeit  $t$  als Abszisse und die Stromstärke  $i$  als Ordinate auf. Nach einer bestimmten Zeit  $t$ , von der Nulllage an gerechnet, ist die Stromstärke gegeben durch:

$$i = i_{max} \cdot \sin \alpha = i_{max} \cdot \sin (\omega t).$$

Während der unendlich kleinen Zeit  $dt$  können wir diese Stromstärke als konstant ansehen. Wir bilden dann das Produkt  $i \cdot dt$ , d. h. wir berechnen den Inhalt des schmalen Flächenstreifens in Fig. 144 a. Da die Stromstärke definiert ist als die Elektrizitätsmenge pro Sekunde,

so ist das Produkt  $i \cdot dt$  oder der Inhalt des Flächenstreifens gleich der während der Zeit  $dt$  in Bewegung gesetzten Elektrizitätsmenge. Die ganze, während der Zeit  $t_1$  einer Periode in Bewegung gesetzte Elektrizitätsmenge ergibt sich also als die Summe aller Flächenstreifen oder als die schraffierte Fläche in Fig. 144 a. Wir ersetzen dieselbe durch ein Rechteck von gleichem Flächeninhalt über derselben Basis und haben dann, um den Mittelwert zu finden, diese Fläche, d. h. die ganze Elektrizitätsmenge, durch die Zeit zu dividieren. Die Höhe des Rechteckes ist also der gesuchte Mittelwert des Stromes.

Es ist nun von Interesse, das Verhältnis dieses Mittelwertes zum Maximalwert zu kennen. Angenähert erhält man dasselbe, wenn man aus den Werten von  $\sin 0^\circ$ ,  $\sin 10^\circ$ ,  $\sin 20^\circ$  etc. bis  $\sin 90^\circ$  das Mittel nimmt. Der genaue Wert ergibt sich, indem man die von der Sinuskurve und der Abscissenachse eingeschlossene Fläche über eine halbe Periode durch Integration berechnet und durch die Basis dividiert. Die Rechnung



wird dabei am einfachsten, wenn man direkt die Bögen als Abscisse aufträgt (Fig. 144 b). Der Flächeninhalt des schmalen Streifens in Fig. 144 b ist gegeben durch:

$$i \cdot d\alpha = i_{max} \cdot \sin \alpha \cdot d\alpha.$$

Um die schraffierte Fläche in Fig. 144 b zu finden, haben wir zwischen den Grenzen 0 und  $\pi$  zu summieren. Wir erhalten dann für die Fläche den Wert:

$$\sum_0^\pi i \cdot d\alpha = i_{max} \int_0^\pi \sin \alpha \cdot d\alpha.$$

Nun ist

$$\int \sin \alpha \cdot d\alpha = -\cos \alpha.$$

Demnach ist

$$\int_0^\pi \sin \alpha \cdot d\alpha = [-\cos \alpha]_0^\pi = -\cos \pi + \cos 0 = 2.$$

Wir erhalten also für die gesuchte Fläche den Wert:

$$i_{max} \int_0^{\pi} \sin \alpha \cdot d\alpha = 2 \cdot i_{max}.$$

Der Mittelwert ergibt sich, wenn wir die Fläche durch die Basis  $\pi$  dividieren. Dadurch erhalten wir:

$$i_{mittel} = \frac{2}{\pi} \cdot i_{max} = 0,636 \cdot i_{max}. \quad (113)$$

Der elektrolytische Mittelwert verhält sich also zum Maximalwert wie  $2 : \pi$ . Dieses Verhältnis ist fast genau gleich  $7 : 11$ . Dabei ist natürlich vorausgesetzt, daß die Stromstärke eine Sinusfunktion der Zeit ist. In derselben Weise erhalten wir den Mittelwert der elektromotorischen Kraft zu:

$$E_{mittel} = \frac{2}{\pi} \cdot E_{max} = 0,636 \cdot E_{max}. \quad (114)$$

In der Technik spielen indessen diese Mittelwerte nur eine untergeordnete Rolle, weil sie zur Berechnung des Effektes nicht zu gebrauchen sind.

## 71. Die mittlere Leistung des Wechselstromes.

Es liegt sehr nahe, daß man zur Berechnung der mittleren Leistung die elektrolytischen Mittelwerte der elektromotorischen Kraft und der Stromstärke miteinander multipliziert. Man macht jedoch auf diese Weise einen sehr erheblichen Fehler. Man hat nämlich, um die mittlere Leistung zu finden, in jedem Augenblick den Momentanwert der Spannung mit dem Momentanwert der Stromstärke zu multiplizieren. Aus den Momentanwerten der Leistung hat man dann das Mittel zu nehmen. Der Momentanwert der Leistung ergibt sich zu:

$$P = E_{max} \cdot \sin \alpha \cdot i_{max} \cdot \sin \alpha = E_{max} \cdot i_{max} \cdot \sin^2 \alpha.$$

Wir erhalten also die Kurve der Leistung, wenn wir die Zeit als Abscisse auftragen und zu dem entsprechenden Winkel  $\alpha$  den Sinus aufsuchen. Das Quadrat des Sinus, mit  $E_{max}$  und  $i_{max}$  multipliziert, gibt uns den Momentanwert der Leistung und wird als Ordinate aufgetragen (Fig. 145 a).

Ist nun zu einer bestimmten Zeit  $t$  der Momentanwert der Leistung gleich  $P$ , so können wir den Wert von  $P$  während der unendlich kleinen Zeit  $dt$  als konstant annehmen. Da die Leistung als Arbeit pro Sekunde definiert ist, so ist das Produkt  $P \cdot dt$  gleich der während der Zeit  $dt$  geleisteten Arbeit. Sie wird dargestellt durch den schmalen Flächenstreifen in Fig. 145 a. Die Summe der einzelnen Flächenstreifen oder die ganze schraffierte Fläche stellt uns dann die während der Zeit  $t_1$  einer Periode

geleistete Arbeit dar. Um also die mittlere Leistung während einer Periode zu erhalten, haben wir die Arbeit durch die Zeit zu dividieren, d. h. wir haben die schraffierte Fläche durch ein Rechteck von gleichem Flächeninhalt zu ersetzen. Die Höhe dieses Rechteckes ist die gesuchte mittlere Leistung. Eine genaue Ausmessung der Flächen würde ergeben, daß die so berechnete Höhe gerade halb so groß ist, wie die größte Ordinate  $E_{max} \cdot i_{max}$ .

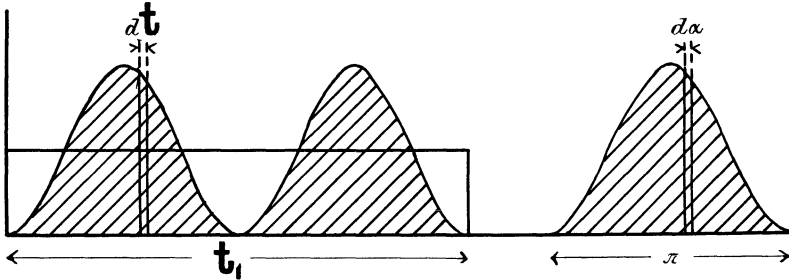


Fig. 145 a.

Fig. 145 b.

Zu demselben Resultat führt uns die Rechnung. Um dieselbe wieder möglichst einfach zu gestalten, tragen wir nicht die Zeit, sondern direkt den Bogen  $\alpha$  als Abscisse auf (Fig. 145 b). Der schmale Flächenstreifen in Fig. 145 b ist dann:

$$E_{max} \cdot i_{max} \cdot \sin^2 \alpha \cdot d\alpha$$

und die ganze schraffierte Fläche in Fig. 145 b ergibt sich zu:

$$\int_0^{\pi} E_{max} \cdot i_{max} \cdot \sin^2 \alpha \cdot d\alpha.$$

Wir wenden nun die teilweise Integration an, setzen also

$$\sin \alpha = u, \quad \sin \alpha \cdot d\alpha = dv,$$

und erhalten durch Differenziation, bzw. Integration:

$$\cos \alpha \cdot d\alpha = du, \quad -\cos \alpha = v.$$

Dann ergibt sich:

$$\frac{\int \sin \alpha \cdot \sin \alpha \cdot d\alpha}{u \cdot dv} = \frac{-\sin \alpha \cdot \cos \alpha}{u \cdot v} + \frac{\int \cos^2 \alpha \cdot d\alpha}{-\int v \cdot du}.$$

Wir setzen nun auf der rechten Seite für  $\int \cos^2 \alpha \cdot d\alpha$  den Wert:

$$\int (1 - \sin^2 \alpha) \cdot d\alpha = \int d\alpha - \int \sin^2 \alpha \cdot d\alpha$$

und erhalten, indem wir die gleichartigen Größen vereinigen:

$$2 \int \sin^2 \alpha \cdot d\alpha = \int d\alpha - \sin \alpha \cdot \cos \alpha.$$



Setzen wir jetzt  $\int d\alpha$  gleich  $\alpha$  und dividieren die ganze Gleichung durch 2, so erhalten wir:

$$\int \sin^2 \alpha \cdot d\alpha = \frac{\alpha}{2} - \frac{1}{2} \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha.$$

Das bestimmte Integral zwischen den Grenzen 0 und  $\pi$  ergibt sich dann zu:

$$\int_0^{\pi} \sin^2 \alpha \cdot d\alpha = \left[ \frac{\alpha}{2} - \frac{1}{2} \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha \right]_0^{\pi}.$$

Für die obere und untere Grenze wird  $\sin \alpha$  gleich Null, und wir erhalten:

$$\int_0^{\pi} \sin^2 \alpha \cdot d\alpha = \frac{\pi}{2}.$$

Die schraffierte Fläche in Fig. 145 b ergibt sich also zu:

$$E_{max} \cdot i_{max} \int_0^{\pi} \sin^2 \alpha \cdot d\alpha = E_{max} \cdot i_{max} \cdot \frac{\pi}{2}.$$

Wenn wir diese Fläche durch die Basis  $\pi$  dividieren, finden wir die mittlere Leistung  $P$  und erhalten:

$$P = \frac{E_{max} \cdot i_{max}}{2}. \quad (115)$$

Ist nun  $w$  der Widerstand des Stromkreises in Ohm und enthält der Stromkreis keine Selbstinduktion, so gilt die Beziehung:

$$E_{max} = i_{max} \cdot w.$$

Setzen wir diesen Wert in Gleichung (115) ein, so ergibt sich:

$$P = \frac{i_{max}^2 \cdot w}{2}. \quad (116)$$

Die mittlere Leistung ist also halb so groß, wie die maximale Leistung. Hätten wir die mittlere Leistung aus den elektrolytischen Mittelwerten also zu  $\left(\frac{2}{\pi} \cdot i_{max}\right)^2 \cdot w$  berechnet, so hätten wir  $0,405 \cdot i_{max}^2 \cdot w$  erhalten, hätten also einen Fehler von etwa 20 % gemacht.

Es ist nun von Interesse, daß sich das obige Resultat auch ohne Hilfe der höheren Mathematik herleiten läßt. Wir denken uns zu diesem Zwecke auf der Trommel einer zweipoligen Maschine zwei gleiche selbständige Wicklungen liegen, die um  $90^\circ$  gegeneinander versetzt sind. Beide Wicklungen mögen durch einen gleich großen äußeren Widerstand geschlossen sein. Wenn dann die Ebene der einen Spule mit der Nulllage den Winkel  $\alpha$  bildet, so bildet die andere Spule mit der Nulllage den

Winkel  $90^\circ + \alpha$ , und der Momentanwert der Leistungen beider Spulen zusammen ist:

$$E_{max} \cdot i_{max} \cdot (\sin^2 \alpha + \sin^2 [90^\circ + \alpha]) = E_{max} \cdot i_{max} \cdot (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha).$$

Da  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha$  gleich 1 ist, so folgt, daß der Momentanwert der gemeinsamen Leistung in jedem Augenblick konstant gleich  $E_{max} \cdot i_{max}$  ist. Dieser Wert ist dann natürlich gleich den mittleren Leistungen beider Spulen zusammen, und es ergibt sich für die einzelne Spule die Hälfte, nämlich:

$$P = \frac{E_{max} \cdot i_{max}}{2}.$$

Diese Ableitung hat zweifellos ihren Wert für diejenigen, die nicht mit höherer Mathematik vertraut sind. Dennoch ist die Ableitung mit Hilfe der Integrationsrechnung vorzuziehen. Es kommt nicht darauf an, daß etwas überhaupt bewiesen wird, auch nicht darauf, daß es möglichst einfach bewiesen wird, sondern darauf, daß die Rechnung sich eng dem Wesen der Sache anschließt. Wenn wir also die mittlere Leistung ermitteln, so haben wir denselben Prozeß auszuführen, den das Wattmeter vollzieht, das infolge der Trägheit seines beweglichen Systems selbsttätig das Mittel aus den verschiedenen Momentanwerten der Leistung nimmt. Gerade wenn wir, wie es oben geschehen ist, auf dem Wege der Integralrechnung die verschiedenen Momentanwerte summieren und daraus das Mittel nehmen, wird uns das Wesen der mittleren Leistung und die Wirkungsweise des Wattmeters am deutlichsten.

Nachdem wir also gezeigt haben, daß die elektrolytischen Mittelwerte für die Ermittlung der Leistung nicht zu gebrauchen sind, gehen wir nun dazu über, diejenigen Werte der Spannung und Stromstärke zu definieren und zu berechnen, die direkt zur Berechnung des Effektes verwendbar sind. Zu dem Zwecke schreiben wir Gleichung (116) in der Form:

$$P = \frac{i_{max}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{i_{max}}{\sqrt{2}} \cdot w.$$

Darin stellt der Ausdruck  $\frac{i_{max}}{\sqrt{2}}$  eine Stromstärke dar, die in das Quadrat erhoben und mit dem Widerstand multipliziert die mittlere Leistung ergibt. Diese Stromstärke nennen wir den quadratischen Mittelwert oder die effektive Stromstärke und bezeichnen sie mit dem Buchstaben  $i$ . Es erscheint unnötig, für den Effektivwert und den Momentanwert besondere Bezeichnungen einzuführen, da eine Verwechslung ausgeschlossen ist. Wir erhalten also:

$$i = \frac{i_{max}}{\sqrt{2}} = 0,707 \cdot i_{max}. \quad (117)$$

Der Effektivwert des Stromes ist also definiert:

1. als diejenige Größe, die ins Quadrat erhoben und mit dem Widerstand multipliziert die mittlere Leistung ergibt;

2. als die Wurzel aus dem Mittelwert der Quadrate der Momentanwerte;
3. bei Sinuskurven als das 0,707fache des Maximalwertes.

Da der elektrolytische Mittelwert gleich  $\frac{7}{11}$  des Maximalwertes war, so verhält sich der Effektivwert zum Mittelwert wie 11 : 10. Wollten wir also ein Wechselstromamperemeter unter Anwendung eines Kommutators und eines Voltameters eichen, so hätten wir die aus dem Voltameternieder-schlag berechnete mittlere Stromstärke mit 1,1 zu multiplizieren und das Resultat auf der Skala aufzutragen. Hieraus wird es auch deutlich, warum die Meßinstrumente, bei denen eine stromdurchflossene Spule auf Eisen wirkt, im allgemeinen eine verschiedene Teilung für Gleich- und Wechselstrom besitzen. Da auch nach der Umkehrung des Stromes die Spule den Eisenkern in sich hineinzieht, so wird sich ein mittlerer Ausschlag herstellen, der uns den einfachen Mittelwert des Stromes angibt. Dieser Mittelwert bringt den gleichen Ausschlag hervor, wie ein Gleichstrom von demselben numerischen Betrage. Wenn wir also von sekundären Einflüssen absehen, zeigt ein solches für Gleichstrom geeichtes Amperemeter ohne weiteres den elektrolytischen Mittelwert an. Diese Ausschläge sind dann mit 1,1 zu multiplizieren, um den Effektivwert zu erhalten. Ein für Wechselstrom, also für den Effektivwert geeichtes Amperemeter zeigt demnach um 10<sup>0</sup>/<sub>0</sub> zu hoch an, wenn es ohne weiteres für Gleichstrom benutzt wird.

Dagegen gibt es Instrumente, die notwendig dieselbe Teilung für Gleichstrom und Wechselstrom besitzen. Dahin gehören die Hitzdrahtinstrumente, bei denen die Joule'sche Wärme eine Verlängerung eines stromdurchflossenen Platindrahtes und dadurch den Ausschlag des Zeigers hervorruft. Da die Temperatur des Platindrahtes den periodischen Schwankungen der Leistung nicht folgt, und da überhaupt das Instrument eine gewisse Trägheit besitzt, so nimmt es gleichsam selbsttätig das Mittel aus den Momentanwerten der Leistung, die im Platindraht in Joule'sche Wärme umgesetzt ist. Nun ist auf der Skala der Effektivwert aufgetragen, d. h. diejenige Stromstärke, welche, gleichmäÙsig den Platindraht durchfließend, denselben Effekt in Joule'sche Wärme umsetzen würde, wie der periodisch schwankende Wechselstrom. Daraus folgt dann, daß das Instrument dieselbe Teilung für Gleichstrom und Wechselstrom besitzen muß.

Überhaupt werden diejenigen Instrumente gleiche Teilung für beide Stromarten besitzen, deren Ausschlag von dem Quadrate des Stromes abhängig ist. Das ist neben den Hitzdrahtinstrumenten auch bei den Dynamometern der Fall, die aus einer festen und einer beweglichen Spule bestehen. Beide werden hinter einander vom Strome durchflossen. Nach Abschnitt 32 ziehen gleichgerichtete Ströme einander an, ungleich gerichtete stoßen sich ab. Da der Strom sich in beiden Spulen gleichzeitig umkehrt, so erfolgt das Drehmoment fortdauernd in demselben Sinne. Nun ist der Ausschlag von der Stromstärke in der festen und in der beweglichen Spule, also vom Quadrat der Stromstärke abhängig. Infolge der Trägheit des beweglichen Systems stellt sich wieder eine mittlere

Zeigerstellung her, die durch eine mittlere Kraft oder durch das Mittel aus den Quadraten der Stromstärke hervorgerufen wird. Die Wurzel aus dem Mittelwert der Quadrate oder die effektive Stromstärke ist dann auf der Skala aufgetragen. Das ist nun wieder diejenige Stromstärke, die gleichmäßig fließend denselben vom Quadrate des Stromes abhängenden Ausschlag hervorruft, wie der sich periodisch ändernde Wechselstrom. Die Teilung für Gleichstrom und für den Effektivwert des Wechselstromes ist also dieselbe. Das Gleiche gilt natürlich auch für Wattmeter.

## 72. Das Vektordiagramm.

Die Sinuskurve gibt uns ein anschauliches Bild von dem zeitlichen Verlauf der elektromotorischen Kraft oder der Stromstärke. Wir werden daher künftig oft von der Sinuskurve Gebrauch machen, um die Vor-

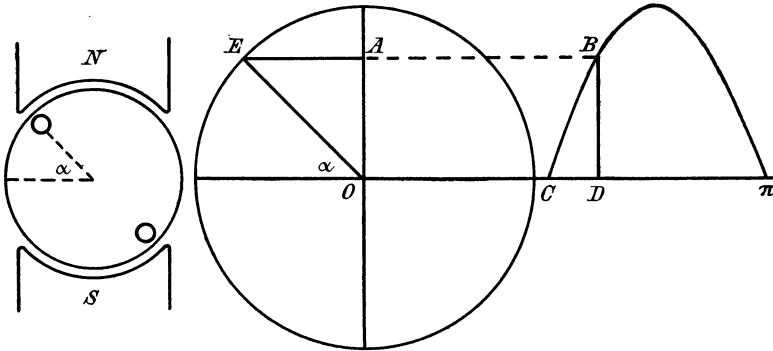


Fig. 146 a.

Fig. 146 b.

gänge in Wechselstromkreisen deutlich zu machen. Dagegen wird man, wo es auf schnelle Übersicht und rechnerische Ermittlung der Wechselstromgrößen ankommt, das Vektordiagramm vorziehen. In diesem Diagramm (Fig. 146 b) rotiert der Strahl  $OE = E_{max}$  mit der konstanten Winkelgeschwindigkeit  $\omega = 2\pi \sim$ . Haben wir es also mit einer zwei-poligen Maschine zu tun, so dreht sich der Vektor mit derselben Geschwindigkeit wie die Maschine. Die Drehungsrichtung ist beliebig; wir wählen dieselbe immer im Sinne des Uhrzeigers.

In der Nulllage fällt der Radius Vektor in die Abscissenachse. Der Winkel  $\alpha$ , den der Radius Vektor in einem beliebigen Augenblicke mit der Abscissenachse bildet, ist dann gleich dem Winkel, den die Ebene der Ankerspule in Fig. 146 a mit der Nulllage bildet. Wenn wir nun den Vektor  $OE$  auf die Ordinatenachse projizieren, so ist die Projektion  $OA$  gleich  $OE \cdot \sin \alpha$ , also gleich  $E_{max} \cdot \sin \alpha$ . Der Momentanwert der elektromotorischen Kraft ist also in jedem Augenblicke gleich der Projektion des Radius Vektor auf die Ordinatenachse.

Der Deutlichkeit wegen ist in Fig. 146b noch gezeigt, wie das Vektordiagramm und die Sinuskurve zusammenhängen. Der Radius des vom Punkte  $E$  beschriebenen Kreises ist gleich der maximalen Ordinate der Sinuskurve. Der Momentanwert  $OA$  im Vektordiagramm ist gleich der Ordinate  $BD$  der Sinuskurve. Im Vektordiagramm ist endlich der zu dem Winkel  $\alpha$  gehörige Bogen des Kreises vom Radius 1 gleich der Abscisse  $CD$  der Sinuskurve.

Das Vektordiagramm bietet nun ein sehr bequemes Mittel, um elektromotorische Kräfte von verschiedener Gröfse und verschiedener Phase, d. h. verschiedenem zeitlichen Zustand zusammenzusetzen. Auf dem Anker einer Maschine in Fig. 147a liegen z. B. zwei hintereinander geschaltete Wickelungen, die ungleiche Drahtzahl besitzen und um einen gewissen Winkel gegeneinander verschoben sind. Die Spule I besitzt die gröfsere Drahtzahl, ihre maximale elektromotorische Kraft ist also auch gröfser als diejenige

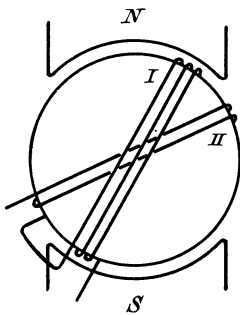


Fig. 147 a.

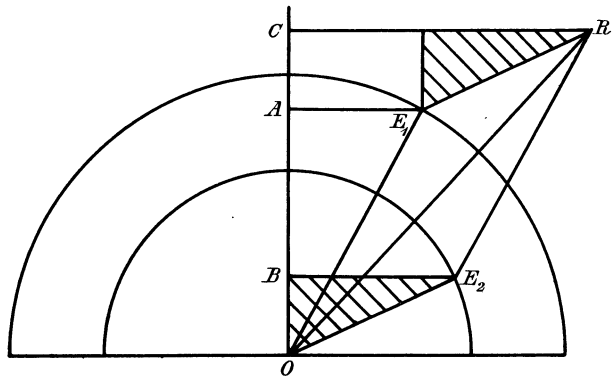


Fig. 147 b.

der Spule II. Wir schlagen nun (Fig. 147b) mit den Radien  $OE_1 = E_{1max}$  und  $OE_2 = E_{2max}$  zwei Kreise und ziehen die Vektoren  $OE_1$  und  $OE_2$  in einer durch die Stellung der Spulen gegebenen Richtung. Wir konstruieren dann aus beiden Vektoren die Resultierende  $OR$  nach dem Parallelogramm der Kräfte. Dann ist:

$OA$  der Momentanwert der elektromotorischen Kraft in Spule I,  
 $OB$  " " " " " " " " II.

Ist nun  $OC$  die Projektion der Resultierenden  $OR$  auf die Ordinatenachse, so ergibt sich aus der Kongruenz der schraffierten Dreiecke:

$$OC = OA + OB.$$

Nun ist aber  $OC$  nichts anderes als der Momentanwert einer elektromotorischen Kraft, die nach Gröfse und Phase durch den Vektor  $OR$  gegeben ist. Die Summe der Momentanwerte der elektromotorischen Kräfte in den beiden Spulen ist also in jedem Augenblicke gleich dem Momentan-

wert der Resultierenden. Daraus folgt, daß man elektromotorische Kräfte ebenso wie mechanische Kräfte nach dem Parallelogramm zusammensetzen kann. Um dieses Resultat noch etwas deutlicher zu machen, betrachten wir den Fall, in welchem die resultierende elektromotorische Kraft gerade ihren maximalen Wert erreicht (Fig. 148a). Ihr Vektor fällt dabei in die Ordinatenachse, während der Vektor von  $E_1$  links und der Vektor von  $E_2$  rechts von der Ordinatenachse liegt. Wir fassen nun in unserer Betrachtung diejenigen Drähte der beiden Spulen zusammen, die nebeneinander auf der Mantelfläche liegen, und nennen sie die gemeinsame Spulenseite. Das Maximum der elektromotorischen Kraft wird in derselben induziert, wenn diese gemeinsame Spulenseite vor der Polmitte liegt. Dann liegt die Seite der Spule I dicht vor der Polmitte und die Seite der Spule II dicht hinter der Polmitte. Es sind das dieselben Stellungen, die wir auch durch das Vektordiagramm ermittelt haben.

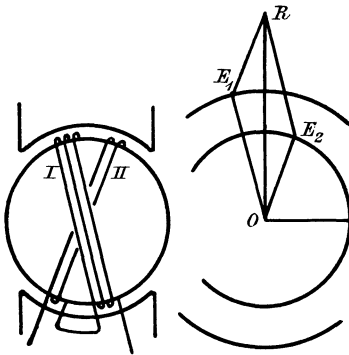


Fig. 148 a.

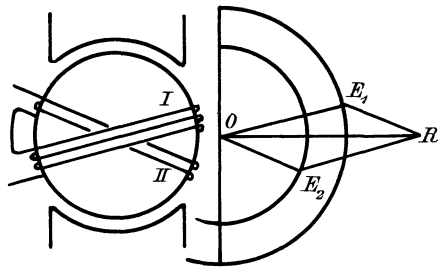


Fig. 148 b.

Ebenso betrachten wir den Fall, wo die gemeinsame Spulenseite wesentlich in der neutralen Zone liegt und die elektromotorische Kraft gleich Null wird (Fig. 148b). Dabei liegt die eine Einzelspulen­seite im Bereiche des Nordpoles, die andere im Bereiche des Südpoles, und die vor beiden Polen induzierten elektromotorischen Kräfte heben sich gegenseitig auf. Zu dem gleichen Resultat gelangen wir durch das Vektordiagramm. In demselben fällt in diesem Augenblick der Vektor der Resultierenden in die Abscissenachse, seine Projektion auf die Ordinatenachse ist also gleich Null. Dabei fällt der Vektor  $OE_1$  oberhalb und der Vektor  $OE_2$  unterhalb der Abscissenachse. Die Projektion des Vektors  $OE_1$  ist also positiv, diejenige des Vektors  $OE_2$  ist negativ. Da beide sich entgegenwirken, so ist die Resultierende gleich Null. Auch hier wieder entsprechen die Richtungen der Radien Vektoren der geometrischen Stellung der Ankerspulen. — Diese und ähnliche Überlegungen vermindern die Schwierigkeit, die zuerst für den denkenden Studierenden darin liegt, daß die Phase von elektromotorischen Kräften

unter Umständen eine verschiedene ist, und daß man elektromotorische Kräfte nach dem Parallelogramm der Kräfte zusammensetzen kann.

Man geht nun noch einen Schritt weiter und führt statt der Maximalwerte direkt die Effektivwerte in das Vektordiagramm ein. Dabei ändert sich nur der Maßstab, während alle Winkel dieselben bleiben. Der Vektor  $OR$  gibt dann direkt den Effektivwert der Resultierenden an. In ganz derselben Weise wird man ferner bei einer Verzweigung zwei Ströme zusammensetzen, die nach Stärke und Phase verschieden sind. Man nennt eine solche Zusammensetzung von elektromotorischen Kräften oder Strömen eine vektorielle oder geometrische Addition.

### 73. Die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion.

Der Strom von der Stärke  $i$  Ampere wachse in der Zeit  $dt$  um den Betrag  $di$ . Dann ist die Anzahl der neu erzeugten Kraftlinien nach dem Ohm'schen Gesetz für Magnetismus gegeben durch:

$$dN = \frac{0,4\pi \cdot \xi \cdot di \cdot \mu \cdot Q}{l}$$

Dabei ist  $\xi$  die Windungszahl,  $Q$  der Querschnitt,  $l$  die Länge und  $\mu$  das Leitvermögen des Kraftlinienweges. Die induzierte elektromotorische Kraft der Selbstinduktion ergibt sich also nach Abschnitt 35 zu:

$$E_s = \frac{dN \cdot \xi}{dt} \cdot 10^{-8} = \frac{4\pi \cdot \xi^2 \cdot \mu \cdot Q}{l} \cdot 10^{-9} \cdot \frac{di}{dt}$$

Setzen wir nun

$$L = \frac{4\pi \cdot \xi^2 \cdot \mu \cdot Q}{l} \cdot 10^{-9},$$

wo  $L$  den Selbstinduktionskoeffizient in Henry bedeutet, so erhalten wir:

$$E_s = L \cdot \frac{di}{dt}$$

Wir müssen jedoch dabei jetzt das Vorzeichen berücksichtigen. Nach Abschnitt 35 verstärkt die Selbstinduktion den abfallenden Strom und ist dem zunehmenden Strome entgegen gerichtet. Wir schreiben also genauer, da  $di$  eine Zunahme des Stromes bedeutet:

$$E_s = -L \cdot \frac{di}{dt}$$

Nun ist

$$i = i_{max} \cdot \sin \alpha = i_{max} \cdot \sin(\omega t)$$

Durch Differenziation erhalten wir:

$$\frac{di}{dt} = i_{max} \cdot \cos(\omega t) \cdot \omega = i_{max} \cdot \omega \cdot \cos \alpha$$

Mit Einsetzung dieses Wertes in die Gleichung für  $E_s$  erhalten wir:

$$E_s = -L \omega \cdot i_{max} \cdot \cos \alpha \quad (118)$$

Die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion ist demnach eine Cosinusfunktion. Wenn wir also den Bogen  $\alpha$  oder die Zeit  $t$  wieder als Abscisse und die Selbstinduktion als Ordinate auftragen, so erhalten wir eine Cosinuslinie. Die Form derselben ist genau die gleiche, wie die einer Sinuslinie, nur ist sie gegen die Sinuslinie um  $90^\circ$  verschoben. Wir können also die für die Sinusfunktion abgeleitete Beziehung anwenden und erhalten für den Effektivwert der Selbstinduktion das 0,707fache des Maximalwertes.

Der Maximalwert wird nach Gleichung (118) erreicht, wenn  $\cos \alpha = -1$ , also  $\alpha = 180^\circ$  ist. Sein Betrag ergibt sich zu:

$$E_{s\max} = L \omega \cdot i_{\max}.$$

Wenn wir nun auf beiden Seiten der Gleichung mit 0,707 multiplizieren, so erhalten wir auf beiden Seiten die Effektivwerte. Es ergibt sich dann die effektive elektromotorische Kraft der Selbstinduktion zu:

$$E_s = L \omega \cdot i.$$

Ihr Wert ist also gegeben durch den Selbstinduktionskoeffizienten der Spule, die Winkelgeschwindigkeit des Wechselstromes und die effektive Stromstärke.

Eine Drosselspule, wie sie in Fig. 151 angedeutet ist, besteht z. B. aus einem Eisenkern, der an einer Stelle aufgeschnitten ist und von einer Kupferwicklung umgeben ist. Wenn die Induktion nicht zu hoch ist, so kann der magnetische Widerstand des Eisenweges vernachlässigt werden und es kommt zur Berechnung des Selbstinduktionskoeffizienten nur die Luftstrecke in Betracht. Die Länge des Kraftlinienweges in der Luft sei  $l = 0,6$  cm. Der Querschnitt der Luft senkrecht zu den Kraftlinien sei  $Q = 12$  qcm. Die Anzahl der Windungen sei  $\xi = 200$ , die Stromstärke  $i = 10$  Ampere und die Periodenzahl des Wechselstromes  $\sim = 50$ . Da die Leitfähigkeit der Luft gleich 1 ist, so folgt:

$$L = \frac{4\pi \cdot \xi^2 \cdot \mu \cdot Q}{l} \cdot 10^{-9} = \frac{12,5 \cdot 200^2 \cdot 1 \cdot 12}{0,6} = 0,01 \text{ Henry.}$$

Ferner wird

$$\omega = 2\pi \sim = 314.$$

Demnach erhalten wir die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion zu:

$$E_s = L \omega \cdot i = 0,01 \cdot 314 \cdot 10 = 31,4 \text{ Volt.}$$

Es wird sich unten ergeben, daß ein an die Drosselspule gelegtes Voltmeter fast genau diese Spannung von 31,4 Volt mißt, daß also die Drosselspule, wie ein Vorschaltwiderstand, diese Spannung abdrösselst.

Zur Berechnung einer Drosselspule wird allerdings die Formel umgeformt werden müssen, damit man nicht bei willkürlicher Wahl des Eisenquerschnittes oder der Windungszahlen auf ungünstige Werte der magnetischen Induktion im Eisen kommt. Es besteht nämlich zwischen



der maximalen magnetischen Induktion und der Stromstärke nach Abschnitt 29 die Beziehung:

$$\mathbf{B}_{max} = \mu \cdot \mathbf{H}_{max} = \frac{0,4\pi \cdot \xi \cdot i_{max} \cdot \mu}{l}$$

Führen wir nun den effektiven Wert der Stromstärke ein, schreiben also  $i_{max} = \sqrt{2} \cdot i$ , so erhalten wir:

$$\mathbf{B}_{max} = \frac{0,4\pi \cdot \xi \cdot \sqrt{2} \cdot i \cdot \mu}{l} = \frac{1,78 \cdot \xi \cdot i \cdot \mu}{l}$$

oder

$$i = \frac{\mathbf{B}_{max} \cdot l}{1,78 \cdot \xi \cdot \mu} \quad (119)$$

Andererseits ergibt sich, wenn wir diesen Wert in die Gleichung für  $E_s$  einsetzen:

$$E_s = L \omega \cdot i = \frac{L \omega \cdot \mathbf{B}_{max} \cdot l}{1,78 \cdot \xi \cdot \mu}$$

Setzen wir nun in dieser Gleichung:

$$L = \frac{4\pi \cdot \xi^2 \cdot \mu \cdot Q}{l}$$

und

$$\omega = 2\pi \sim,$$

so erhalten wir:

$$E_s = 4,44 \cdot \mathbf{B}_{max} \cdot Q \sim \xi \cdot 10^{-8}.$$

Das Produkt  $\mathbf{B}_{max} \cdot Q$  ist nun nichts anderes als die maximale, von der Spule umfasste Kraftlinienzahl:

$$N = \mathbf{B}_{max} \cdot Q.$$

Wir erhalten also:

$$E_s = 4,44 \cdot N \sim \xi \cdot 10^{-8}. \quad (120)$$

Mit Hilfe der Gleichungen (119) und (120) läßt sich nun eine Drosselspule unter Zugrundelegung einer passenden maximalen magnetischen Induktion berechnen. Diese Induktion werde gleich 5000 gewählt. Es soll nun eine elektromotorische Kraft  $E_s = 30$  Volt geschaffen werden, bei einem Strome von 10 Ampere und einer Periodenzahl  $\sim = 50$ . Der Eisenweg werde vernachlässigt, so daß nur der Kraftlinienweg  $l$  in der Luft in Betracht kommt. Der Querschnitt des Eisens sei  $Q = 15$  qcm. Dann ergibt sich:

$$N = \mathbf{B}_{max} \cdot Q = 5000 \cdot 15 = 75000.$$

Dann folgt aus Gleichung (120):

$$\xi = \frac{E_s \cdot 10^8}{4,44 \cdot N \sim} = \frac{30 \cdot 10^8}{4,44 \cdot 75000 \cdot 50} = 180.$$

Aus Gleichung (119) ergibt sich dann der Luftzwischenraum zu:

$$l = \frac{1,78 \cdot \xi \cdot \mu \cdot i}{\mathbf{B}_{max}} = \frac{1,78 \cdot 180 \cdot 1 \cdot 10}{5000} = 0,64 \text{ cm.}$$

Dabei ist der Querschnitt der Luft gleich dem Querschnitt des Eisens angenommen worden. Tatsächlich ist aber der Luftquerschnitt größer als derjenige des Eisens, weil am Luftzwischenraum eine sehr nützliche Streuung der Kraftlinien auftritt und weil durch die Papierisolation zwischen den Eisenblechen der Querschnitt der ganzen Drosselspule vergrößert wird. Tatsächlich drosselt die Spule also bei 10 Ampere etwas mehr als 30 Volt.

Nachdem wir nun im bisherigen die Größe der elektromotorischen Kraft der Selbstinduktion bestimmt haben, haben wir jetzt noch die Phase derselben zu ermitteln. Es ist schon oben betont worden, dass die Kurve der Selbstinduktion eine Cosinuslinie ist und als solche um  $90^\circ$  gegen die Sinuslinie des Stromes verschoben ist. Das wird noch deutlicher, wenn wir in den einzelnen charakteristischen Zeitpunkten die Größe und Richtung der Selbstinduktion einzeln bestimmen.

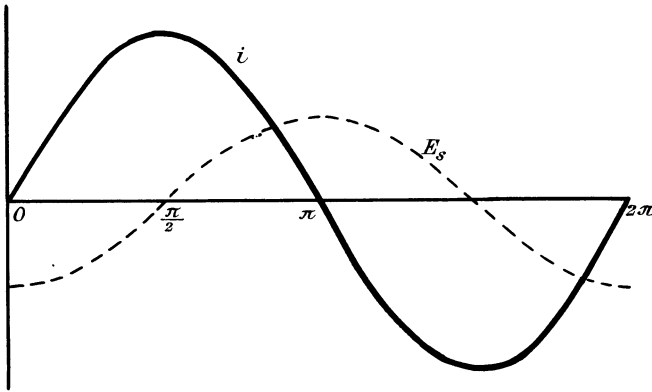


Fig. 149.

Die Kurve des Stromes ist in Fig. 149 stark ausgezogen. Für  $\alpha = 0$  ist der Wert von  $\sin \alpha$  gleich Null und der Wert von  $\cos \alpha$  gleich Eins. Die Stromstärke ist also gleich Null und die Selbstinduktion erreicht nach Gleichung (118) ihr negatives Maximum. Das wird uns deutlich, wenn wir beachten, daß in diesem Zeitpunkt die Kurve der Stromstärke am steilsten ist, so daß die Änderung pro Zeiteinheit oder der Differenzialquotient  $di/dt$  in diesem Augenblick am größten ist. Daß für diesen betrachteten Zeitpunkt die Ordinate der Selbstinduktion nach unten gerichtet ist, wird auch durch die Überlegung bestätigt, wonach die Selbstinduktion dem anwachsenden Strome entgegengerichtet und dem abfallenden Strome gleichgerichtet ist.

Für den Wert  $\alpha = 90^\circ$  wird  $\sin \alpha$  gleich 1 und  $\cos \alpha$  gleich Null. Die Stromstärke ist also ein Maximum und die Selbstinduktion ist gleich Null. Im Augenblick der maximalen Stromstärke verläuft eben die Kurve des Stromes in Fig. 149 parallel zur Abscissenachse. Die Stromstärke und die vom Strome erzeugten Kraftlinien ändern sich dabei für eine kleine Zeit

gar nicht, und die Kraftlinienschnitte sowie die Selbstinduktion sind in diesem Augenblicke gleich Null. Die gestrichelt gezeichnete Kurve der Selbstinduktion schneidet in diesem Augenblicke die Abscissenachse.

Man kann auf diese Weise die einzelnen Punkte der Kurve  $E_s$  konstruieren und kommt dann zu dem Resultat, daß die Kurve der Selbstinduktion um  $90^\circ$  hinter der Kurve des Stromes zurückbleibt. Man muß sich allerdings nicht durch den ersten Anblick der Fig. 149 zu der Annahme verleiten lassen, daß die Kurve der Selbstinduktion etwa vorseilt, weil sie weiter nach rechts verschoben ist. Vielmehr muß man schließen, daß die Selbstinduktion ihren höchsten Wert erst zu einer Zeit erreicht, wenn die Stromstärke ihr Maximum bereits überschritten hat. Die Selbstinduktion bleibt also um eine viertel Periode oder um einen Winkel von  $90^\circ$  hinter der Stromstärke zurück.

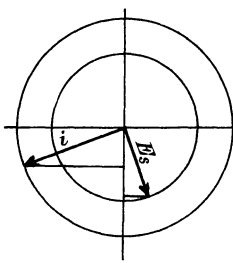


Fig. 150 a.

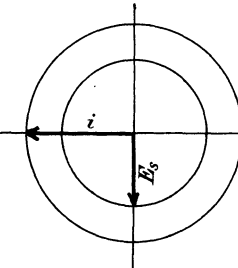


Fig. 150 b.

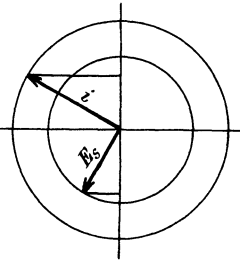


Fig. 150 c.

Das Vektordiagramm in Verbindung mit den aus Abschnitt 35 bekannten Gesetzen über die Selbstinduktion wird uns diese Verhältnisse noch deutlicher machen. In Fig. 150 a, b und c ist das Diagramm für verschiedene Zeitpunkte gezeichnet. Passiert der Vektor des Stromes die Abscissenachse (Fig. 150 b), so ist seine Projektion auf die Ordinatenachse, also auch der Momentanwert des Stromes, gleich Null. In diesem Augenblick hat die Selbstinduktion ihren größten Wert, ihr Vektor fällt also in die Ordinatenachse, und zwar ist derselbe nach unten gerichtet, weil die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion um  $90^\circ$  hinter der Stromstärke zurückbleibt.

Das wird noch deutlicher, wenn wir die Verhältnisse in den kurz vorangehenden und kurz darauffolgenden Augenblicken betrachten. In Fig. 150 a liegt der Vektor des Stromes noch unterhalb der Abscissenachse, seine Projektion hat also in diesem Augenblick gleiche Richtung wie die Projektion der Selbstinduktion. Die Selbstinduktion ist also dem abfallenden Strome gleichgerichtet, wie es nach Abschnitt 35 gefordert wird.

In Fig. 150 c dagegen hat der Strom die Nulllage schon passiert, wir haben also jetzt zunehmenden Strom. Dabei fällt die Projektion seines Vektors in die positive Richtung der Ordinatenachse, während die Projektion des Vektors der Selbstinduktion in die negative Richtung fällt. Die Selbstinduktion wirkt also dem anwachsenden Strome entgegen. Dadurch wird

also bestätigt, daß die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion um  $90^\circ$  hinter dem Strome zurückbleibt.

Wenn wir nun die Voraussetzung machen, daß die Kraftlinien immer im gleichen Sinne gerechnet werden wie der Strom, der sie erzeugt, so besteht keine Phasendifferenz zwischen dem magnetisierenden Strom und den von ihm erzeugten Kraftlinien, und die Stromkurve gibt uns direkt in passendem Maßstabe die Kurve der durch die Fläche der Windungen tretenden Kraftlinien an. Wenn also die induzierte elektromotorische Kraft nach dem Obigen um  $90^\circ$  hinter dem Strome zurückbleibt, so bleibt sie auch um  $90^\circ$  hinter den Kraftlinien zurück, durch deren Änderung sie erzeugt wird.

#### 74. Das Ohm'sche Gesetz für Wechselstrom.

Wir betrachten jetzt den in Fig. 151 dargestellten Fall, in welchem ein Ohm'scher Widerstand  $w$  und eine Spule mit Selbstinduktion hintereinandergeschaltet sind. Die Windungen der Spule mögen aus so starkem Draht

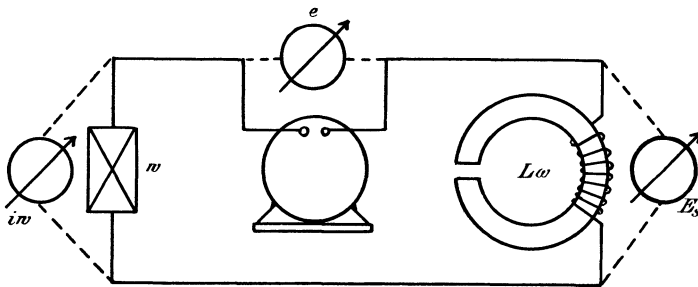


Fig. 151.

bestehen, daß ihr Widerstand vernachlässigt werden kann. Es liegt nun die Frage nahe: Welche Stromstärke stellt sich in dem Widerstande  $w$  unter dem Einfluß der Klemmspannung  $e$  und der Selbstinduktion  $E_s$  her, und welche Phase hat die Stromstärke gegenüber der Klemmspannung?

Wir formen diese Frage vorläufig so um: Welche Klemmspannung ist nötig, um eine gegebene effektive Stromstärke durch den äußeren Kreis zu treiben. Wir zeichnen zu diesem Zwecke die Kurve des Stromes oder besser gleich die Kurve des Ohm'schen Spannungsverbrauchs, indem wir gleich die Momentanwerte des Stromes mit dem Ohm'schen Widerstand multiplizieren. Die so erhaltene stark ausgezogene Kurve  $i \cdot w$  in Fig. 152 ist phasengleich mit der Stromkurve, da beispielsweise der Ohm'sche Spannungsverlust in dem Augenblicke am größten ist, in welchem die Stromstärke ihren höchsten Wert hat. Diese Ohm'sche Spannung, deren Werte sich von denen der Stromstärke nur durch einen konstanten Faktor unterscheiden, ist nun

zustande gekommen durch die gemeinsame Wirkung zweier Spannungen, nämlich der Maschinenspannung  $e$  und der elektromotorischen Kraft  $E_s$ .

Nun kennen wir schon die Werte der letzteren, da sie durch die Ordinaten der gestrichelt gezeichneten Kurve gegeben sind, die um  $90^\circ$  hinter der Kurve  $i \cdot w$  zurückbleibt. Wir gehen also jetzt dazu über, für die einzelnen charakteristischen Zeitpunkte die Werte der Klemmspannung zu ermitteln. Im Zeitpunkt  $O$  ist die Stromstärke gleich Null. Wenn dennoch in diesem Augenblicke eine elektromotorische Kraft der Selbstinduktion wirksam ist, die sogar gerade ihr negatives Maximum erreicht, so muß der Einfluß der Selbstinduktion gerade aufgehoben sein durch einen ihr entgegengesetzten Momentanwert  $OF$  der Klemmspannung. Denn nur wenn Druck und Gegen-  
druck einander aufheben, kann der Strom gleich Null sein.

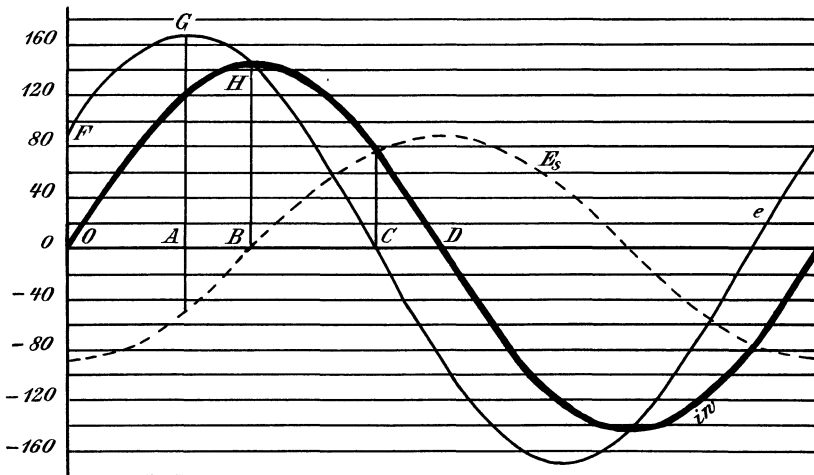


Fig. 152.

Wir betrachten nun die Verhältnisse im Zeitpunkte  $A$ , wo die Klemmspannung nicht bloß eine erhebliche Ohm'sche Spannung zu liefern hat, sondern auch noch eine entgegengesetzte elektromotorische Kraft der Selbstinduktion zu überwinden hat. Die Summe aus den Werten der Ohm'schen Spannung und der (negativ genommenen) Selbstinduktion liefert uns den in diesem Augenblicke nötigen Momentanwert  $GA$  der Klemmspannung.

Im Zeitpunkte  $B$  ist die Selbstinduktion gleich Null, und die Klemmspannung hat nur die Ohm'sche Spannung  $HB$  zu liefern. Die Kurven der Klemmspannung und der Ohm'schen Spannung schneiden sich also im Punkte  $H$ .

Endlich ist im Zeitpunkte  $C$  die Ohm'sche Spannung gleich der elektromotorischen Kraft der Selbstinduktion. Die letztere reicht also gerade aus, um den Strom durch den Widerstand zu treiben, und die Klemmspannung

ist in diesem Augenblicke gleich Null. Die Kurve  $e$  schneidet also die Abscissenachse im Punkte  $C$ . Auf diese Weise ist die in Fig. 152 schwach ausgezogene Kurve der Klemmspannung gezeichnet, und zwar für die Werte  $i = 10$  Ampere,  $w = 10$  Ohm und  $L\omega = 6,28$ . Unter diesen Umständen wird der Maximalwert der Ohm'schen Spannung

$$i_{max} \cdot w = \sqrt{2} \cdot 10 \cdot 10 = 141,4 \text{ Volt.}$$

Ebenso ergibt sich der Maximalwert der Selbstinduktion zu

$$E_{smax} = L\omega \cdot i_{max} = 6,28 \cdot \sqrt{2} \cdot 10 = 88,8.$$

Aus Fig. 152 entnehmen wir ferner den Maximalwert der Maschinenspannung zu  $e_{max} = 167$  Volt.

Ein Blick auf unsere Figur lehrt nun folgende wichtige Tatsachen:

1. Die Kurve der Ohm'schen Spannung ist flacher als die Kurve der Klemmspannung; die Stromstärke ist also kleiner, als man nach der Klemmspannung und dem Widerstand erwarten sollte. Die Gleichung  $e = i \cdot w$  gilt demnach nicht mehr für einen Wechselstromkreis mit Selbstinduktion.

2. Die Summe aus den Maximalwerten der Ohm'schen Spannung und der Selbstinduktion ist größer als der Maximalwert der Klemmspannung. Addieren wir nämlich die Maximalwerte der Ohm'schen Spannung und der Selbstinduktion, so erhalten wir 230,2 Volt, während der Maximalwert der Klemmspannung sich aus der Zeichnung nur zu etwa 167 Volt ergibt. Diese Tatsache wird besonders auffällig, wenn man, wie es in Fig. 151 gezeichnet ist, je ein Voltmeter an den Ohm'schen Widerstand, an die Drosselspule und an die Maschinenspannung gelegt denkt. Wir lesen dann für die Effektivwerte der Spannungen folgende Werte an den Meßinstrumenten ab:

$$e = \frac{e_{max}}{\sqrt{2}} = \frac{167}{\sqrt{2}} = 118,$$

$$i \cdot w = 10 \cdot 10 = 100,$$

$$E_s = L\omega \cdot i = 6,28 \cdot 10 = 62,8.$$

Die Summe der Teilspannungen  $i \cdot w$  und  $E_s$  ist also größer als die Gesamtspannung  $e$ . Dies Resultat scheint vollständig den Anschauungen zu widersprechen, die wir vom Gleichstrom her gewohnt sind. Es muß aber betont werden, daß es sich nur auf die Effektivwerte bezieht. Für die Momentanwerte behält die Kirchhoff'sche Regel Gültigkeit, wonach die Gesamtspannung gleich der algebraischen Summe der Einzelspannungen ist.

3. Die Kurve der Ohm'schen Spannung oder der Stromstärke bleibt hinter der Kurve der Klemmspannung um einen Winkel  $\varphi$  zurück, der in Fig. 152 durch die Strecke  $CD$  gegeben ist. Der Strom erreicht also den maximalen Wert um einen gewissen Zeitabschnitt oder Winkel später als die elektromotorische Kraft. Man nennt diesen

Winkel den Phasenverschiebungswinkel und spricht von einer positiven Phasenverschiebung, wenn der Strom, wie in unserem Falle, hinter der Spannung zurückbleibt. Eilt der Strom dagegen in der Phase vor der Klemmspannung voraus, so ist die Phasenverschiebung eine negative.

Das Vektordiagramm wird uns nun in den Stand setzen, diese auffallenden Verhältnisse rechnerisch zu verfolgen. Wir lassen statt der Stromstärke den damit proportionalen Vektor der Ohm'schen Spannung rotieren. Derselbe passiere gerade die Nulllage (Fig. 153). Dabei fällt der Vektor der Selbstinduktion in die Ordinatenachse. Wenn dann in diesem Augenblicke die Stromstärke gleich Null ist, so muß die Selbstinduktion aufgehoben sein durch eine entgegengesetzte Komponente der Klemmspannung. Wir nennen diese Komponente  $-E_s$  und tragen sie von  $O$  aus auf der positiven Richtung der Ordinatenachse auf. Aus den Spannungen  $-E_s$  und  $i \cdot w$  ergibt sich dann die Resultierende  $e$  als Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks, dessen Katheten

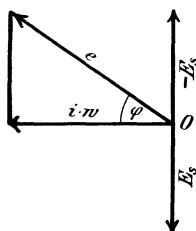


Fig. 153.

durch die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion und durch die Ohm'sche Spannung gegeben sind. Die Klemmspannung hat demnach die doppelte Aufgabe, den Ohm'schen Widerstand zu überwinden und der elektromotorischen Gegenkraft der Selbstinduktion das Gleichgewicht zu halten. Obgleich also die Selbstinduktion dem Strom zeitweise gleichgerichtet und zeitweise entgegengesetzt gerichtet ist, betrachten wir sie dennoch im wesentlichen als eine Spannung, die der Klemmspannung entgegenwirkt und die durch eine Komponente der Klemmspannung überwunden werden muß. Das wird besonders deutlich in dem gezeichneten Falle, wo der ganze Momentanwert der Klemmspannung dafür aufgebraucht wird, um der elektromotorischen Kraft der Selbstinduktion das Gleichgewicht zu halten.

Auch hier wieder erkennen wir die im vorigen Abschnitt besprochenen Eigentümlichkeiten. Die Klemmspannung  $e$  ist größer als der Ohm'sche Spannungsverbrauch  $i \cdot w$ , und die algebraische Summe aus den effektiven Teilspannungen  $i \cdot w$  und  $E_s$  ist größer als die Gesamtspannung  $e$ . Ferner bleibt auch hier wieder die Stromstärke um den in der Figur gezeichneten Winkel  $\varphi$  hinter der Klemmspannung der Maschine zurück. Dabei ist zu beachten, daß der Phasenverschiebungswinkel  $\varphi$  immer zwischen der Hypotenuse und der Ohm'schen Kathete des rechtwinkligen Spannungsdreiecks liegt.

Wir gehen nun dazu über, an der Hand des Vektordiagramms die durch die Selbstinduktion geschaffenen Verhältnisse rechnerisch zu verfolgen. In Fig. 153 ergibt sich nämlich:

$$e^2 = (i \cdot w)^2 + E_s^2.$$

Setzen wir für  $E_s$  den Wert  $L\omega \cdot i$  ein und lösen wir für  $i$  auf, so erhalten wir:

$$i = \frac{e}{\sqrt{w^2 + (L\omega)^2}} \quad (121)$$

Man nennt diese Gleichung das Ohm'sche Gesetz für Wechselstrom. Sie ist der deutlichste Ausdruck für die Tatsache, daß die Selbstinduktion wie ein vergrößerter Widerstand wirkt. Statt des einfachen Widerstandes  $w$  ist nämlich die Größe  $\sqrt{w^2 + (L\omega)^2}$  in den Nenner einzusetzen.

Graphisch ergibt sich der vergrößerte Widerstand als die Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks, dessen Katheten durch den Ohm'schen Widerstand  $w$  und durch die Größe  $L\omega$  gebildet werden. (Fleming'sches Diagramm.) Dieses rechtwinklige Dreieck (Fig. 154 a) ist dem entsprechen-

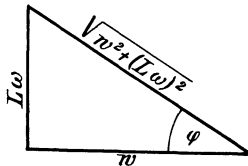


Fig. 154 a.

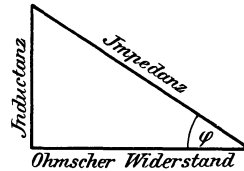


Fig. 154 b.

den Spannungsdreieck ähnlich. Der Winkel zwischen der Hypotenuse und der Ohm'schen Kathete ist also gleich dem Phasenverschiebungswinkel  $\varphi$ , und wir erhalten die Beziehung:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{L\omega}{w} \quad (122)$$

Man bezeichnet nun die Größe  $\sqrt{w^2 + (L\omega)^2}$  als den scheinbaren Widerstand oder die Impedanz, während man die Größe  $L\omega$  als die Induktanz oder den induktiven Widerstand bezeichnet. Es ergibt sich, daß die Dimension der Größe  $L\omega$  dieselbe ist, wie diejenige des elektrischen Widerstandes. Da nämlich die Dimension des Selbstinduktionskoeffizienten eine Länge und die Dimension der Winkelgeschwindigkeit der reziproke Wert einer Zeit ist, so ergibt sich:

$$\text{Dimension der Induktanz: } LT^{-1}.$$

Das ist aber nach Abschnitt 40 dieselbe Dimension wie diejenige der Geschwindigkeit oder des elektrischen Widerstandes. Die absolute Einheit für die Induktanz ist also ein Centimeter per Sekunde. Setzen wir nun den Selbstinduktionskoeffizienten in Henry ein (1 Henry =  $10^9$  absoluten Einheiten), so erhalten wir die Induktanz im praktischen Maß, d. h. in Ohm (1 Ohm =  $10^9$  absolute Widerstandseinheiten). Das Produkt  $L\omega$  gibt uns also direkt den induktiven Widerstand in Ohm an.

Die Gleichung (121) setzt uns nun in den Stand, bei gegebener Spannung und gegebenen Werten von  $w$  und  $L\omega$  die Stromstärke zu be-



stimmen, während wir früher uns darauf beschränken mußten, umgekehrt zu einer gegebenen Stromstärke die nötige Klemmspannung zu finden. Wir wählen dieselben Verhältnisse wie im Anfang dieses Abschnitts, also nach Seite 261:

$$e = 118, \quad w = 10, \quad L\omega = 6,28.$$

Dann ergibt sich aus Gleichung (121):

$$i = \frac{118}{\sqrt{10^2 + 6,28^2}} = 10 \text{ Ampere.}$$

Dabei ergibt sich die Phasenverschiebung zwischen Klemmspannung und Stromstärke aus der Gleichung:

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{L\omega}{w} = \frac{6,28}{10} = 0,628.$$

Dazu gehört ein Winkel von etwa  $32^\circ 10'$  oder etwa ein Bogen  $\frac{\pi}{3}$ . Der Augenschein zeigt, daß dieser Bogen der Länge  $CD$  in der für diese Verhältnisse gezeichneten Fig. 152 entspricht.

### 75. Ohm'sche Widerstände und Induktanzen in Serienschaltung.

Wir betrachten jetzt den Fall, wo zwei Apparate hintereinander geschaltet sind, die beide Ohm'schen Widerstand und Selbstinduktion besitzen. In diesem Falle ist die gesamte Spannung  $e$  die Hypotenuse

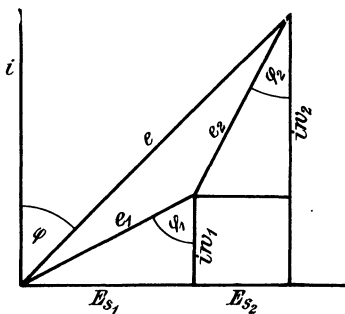


Fig. 155 a.

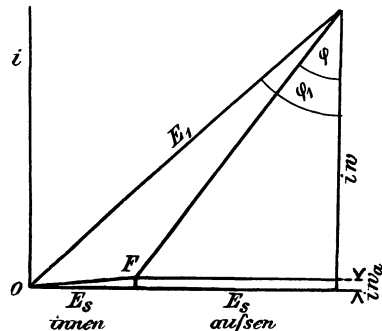


Fig. 155 b.

eines rechtwinkligen Dreiecks, dessen eine Kathete durch die Summe der Ohm'schen Spannungen  $i \cdot w_1$  und  $i \cdot w_2$ , und dessen andere Kathete durch die Summe der Selbstinduktionen  $E_{s_1}$  und  $E_{s_2}$  gegeben ist. Andererseits ist die Gesamtspannung zugleich die geometrische Summe aus den Klemmspannungen  $e_1$  und  $e_2$  der beiden Apparate (Fig. 155 a). Dabei ergeben sich für jeden einzelnen Apparat die charakteristischen Spannungsdreiecke. Die Klemmspannung  $e_1$  des ersten Apparates ist die Hypotenuse zu den

Katheten  $i \cdot w_1$  und  $E_{s_1}$ . Sie bildet mit dem Vektor der Stromstärke den Winkel  $\varphi_1$ , dessen Tangente gegeben ist durch die Gleichung:

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{E_{s_1}}{i \cdot w_1} = \frac{L_1 \omega}{w_1}.$$

Ebenso ist die Klemmspannung  $e_2$  des zweiten Apparates die Hypotenuse zu den Katheten  $i \cdot w_2$  und  $E_{s_2}$ . Sie bildet mit dem Vektor des Stromes den Winkel  $\varphi_2$ , dessen Tangente der Gleichung

$$\operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{E_{s_2}}{i \cdot w_2} = \frac{L_2 \omega}{w_2}$$

entspricht. Der Phasenverschiebungswinkel  $\varphi$  des gesamten Stromkreises liegt dem Werte nach zwischen den Winkeln  $\varphi_1$  und  $\varphi_2$ . Während also die Phase des Stromes in allen Teilen eines unverzweigten Kreises dieselbe ist, sind die Spannungen an den einzelnen Teilen im allgemeinen von verschiedener Phase.

Ähnliche Verhältnisse treten auf, wenn ein Generator auf einen äußeren Stromkreis arbeitet, der Ohm'schen Widerstand und Selbstinduktion besitzt. Eine Maschine liefere z. B. eine Klemmspannung von 2000 Volt und eine Stromstärke von 50 Ampere. Der Cosinus des Phasenverschiebungswinkels im äußeren Stromkreise sei gleich 0,8. Der Ohm'sche Widerstand des Ankers sei  $w_a = 1$  Ohm, der Selbstinduktionskoeffizient der Maschine  $L = 0,04$  Henry und die Periodenzahl  $\sim = 50$ . Gesucht wird der Spannungsverlust in der Maschine, sowie die erforderliche elektromotorische Kraft nach Größe und Phase. Wir erhalten dann zur Zeichnung des Diagramms in Fig. 155 b folgende Werte:

$$\begin{aligned} i \cdot w_a &= 50 \cdot 1 = 50 \text{ Volt,} \\ E_{s \text{ innen}} &= L \omega \cdot i = 0,04 \cdot 2 \cdot 3,14 \cdot 50 \cdot 50 = 628 \text{ Volt.} \end{aligned}$$

Ferner ergibt sich der innere Spannungsverlust  $OF$  als die Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks, dessen Katheten durch den Ohm'schen Spannungsverlust in der Maschine und die innere Selbstinduktion gebildet werden. Wir erhalten:

$$OF = \sqrt{50^2 + 628^2} = 630 \text{ Volt.}$$

Um nun die erforderliche elektromotorische Kraft  $E_1$  zu finden, berechnen wir den äußeren Ohm'schen Spannungsverbrauch  $i \cdot w$ , sowie die äußere Selbstinduktion und erhalten:

$$i \cdot w = e \cdot \cos \varphi = 2000 \cdot 0,8 = 1600 \text{ Volt.}$$

Zu einem Werte  $\cos \varphi = 0,8$  gehört der Wert  $\sin \varphi = 0,6$ . Wir erhalten also:

$$E_{s \text{ außen}} = e \cdot \sin \varphi = 2000 \cdot 0,6 = 1200 \text{ Volt.}$$

Die Summe der Ohm'schen Spannungen und die Summe der Selbstinduktionen im ganzen Kreise ergeben sich also zu:

$$\begin{aligned}i \cdot w_a + i \cdot w &= 50 + 1600 = 1650 \text{ Volt,} \\ E_{s \text{ innen}} + E_{s \text{ außen}} &= 628 + 1200 = 1828 \text{ Volt.}\end{aligned}$$

Die elektromotorische Kraft  $E_1$  der Maschine ist nun die Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks, dessen eine Kathete durch die Summe der Ohm'schen Spannungen und dessen andere Kathete durch die Summe der elektromotorischen Kräfte der Selbstinduktion gebildet wird. Wir erhalten also:

$$E_1 = \sqrt{1650^2 + 1828^2} = 2460 \text{ Volt.}$$

Der Phasenverschiebungswinkel  $\varphi_1$  zwischen der elektromotorischen Kraft und der Stromstärke ergibt sich dann aus der Gleichung:

$$\cos \varphi_1 = \frac{\sum i \cdot w}{E_1} = \frac{1650}{2460} = 0,67.$$

Es muß übrigens darauf hingewiesen werden, daß die elektromotorische Kraft  $E_1$  kleiner ist als die algebraische Summe aus der Klemmspannung und dem innern Spannungsverlust. Die letzteren beiden Größen addieren sich nämlich nicht algebraisch, sondern geometrisch. Infolgedessen ist die algebraische Differenz zwischen der elektromotorischen Kraft und der Klemmspannung nur  $2460 - 2000 = 460$  Volt und nicht, wie man aus der Länge  $OF$  schliessen würde, gleich  $630$  Volt.

Wenn wir von sekundären Einflüssen absehen, so ist die Leerlaufspannung gleich der elektromotorischen Kraft  $E_1$ . Der Spannungsabfall zwischen Leerlauf und der angegebenen Belastung beträgt also  $460$  Volt oder  $18,6\%$  der Leerlaufspannung. Dieser Spannungsabfall ist zum allergrößten Teil auf die innere Selbstinduktion zurückzuführen. Wir sehen also deutlich, daß die Selbstinduktion durch scheinbare Vergrößerung des Widerstandes außerordentlich nachteilig wirkt.

## 76. Ohm'sche Widerstände und Induktanzen in Parallelschaltung.

In dem in Fig. 156 a gezeichneten Falle sind zwei Zweige parallel geschaltet, von denen jeder Ohm'schen Widerstand und Selbstinduktion besitzt. Dann ist die Klemmspannung  $e$  für beide Zweige nach Größe und Phase dieselbe. Selbstverständlich ist es dabei gleichgültig, ob in jedem Zweige ein einziger Verbrauchskörper liegt, der Ohm'schen Widerstand und Selbstinduktion enthält, oder ob, wie es in Fig. 156 a gezeichnet ist, in jedem Zweige ein Ohm'scher Widerstand und eine Induktanz hintereinander geschaltet sind. Es seien nun die Werte  $w_1$  und  $L_1 \omega$ ,  $w_2$  und  $L_2 \omega$ , sowie die Klemmspannung  $e$  gegeben. Wir suchen nun die Strom-

stärke in der Verzweigung nach Größe und Phase. Zu dem Zwecke schlagen wir in Fig. 156 b über der Klemmspannung  $e$  als Durchmesser einen Halbkreis und ziehen den Strahl  $OA$  so, daß er mit dem Durchmesser den Winkel  $\varphi_1$  bildet. Dabei ist  $\varphi_1$  gegeben durch die Beziehung:

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{L_1 \omega}{w_1}.$$

Dann stellt uns der Strahl  $OA$  den Ohm'schen Spannungsverbrauch im ersten Zweige dar. Wir dividieren denselben durch den Widerstand  $w_1$  und erhalten dadurch die Stromstärke  $i_1$ . Dieselbe sei gleich der Länge  $OC$ . Ebenso ziehen wir den Strahl  $OB$  so, daß derselbe mit dem Durchmesser den Winkel  $\varphi_2$  bildet. Dabei ist  $\varphi_2$  gegeben durch die Beziehung:

$$\operatorname{tg} \varphi_2 = \frac{L_2 \omega}{w_2}.$$

Dann stellt uns der Strahl  $OB$  den Ohm'schen Spannungsverbrauch in dem zweiten Zweige dar. Wir dividieren denselben wieder durch den

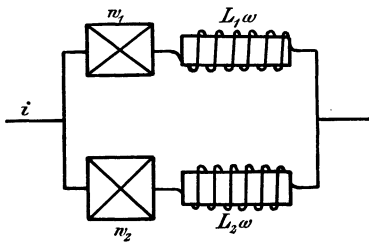


Fig. 156 a.

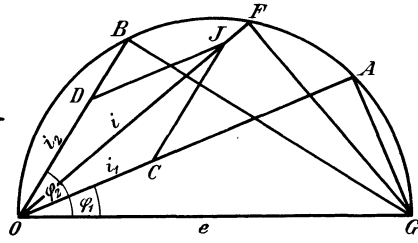


Fig. 156 b.

Widerstand  $w_2$  und erhalten dadurch die Stromstärke  $i_2$ . Dieselbe sei gleich der Länge  $OD$ . Die Resultierende  $OJ$  aus  $i_1$  und  $i_2$  gibt uns dann die gesamte Stromstärke  $i$  nach Größe und Phase. Verlängern wir den Vektor  $i$ , so schneidet derselbe den Halbkreis im Punkte  $F$ . Dann ist der Strahl  $OF$  der Ohm'sche Spannungsverbrauch und die Sehne  $FG$  die Selbstinduktion eines einzigen Verbrauchskörpers, der unserer Verzweigung gleichwertig ist. Der Gesamtstrom  $i$  bleibt dabei um den Winkel  $FOG$  hinter der Klemmspannung  $e$  zurück.

### 77. Die Leistung des Wechselstromes bei Phasenverschiebung.

Sind Spannung und Stromstärke in ihrer Phase verschoben, so ist der Momentanwert der Leistung positiv, wenn die Momentanwerte der Spannung und der Stromstärke gleiche Richtung haben (Fig. 157 a). Dagegen ist der Momentanwert der Leistung negativ, wenn die Momentanwerte der Spannung und des Stromes ungleiche Richtung haben (Fig. 157 b). Um die Bedeutung dieser Tatsache zu verstehen, erinnern wir uns, daß bei einem

Gleichstromgenerator die Stromstärke gleiche Richtung hat wie die elektromotorische Kraft, und daß dabei die von der Maschine gelieferte Leistung positiv ist. Läuft dagegen die Maschine als Motor, so ist ihre elektro-

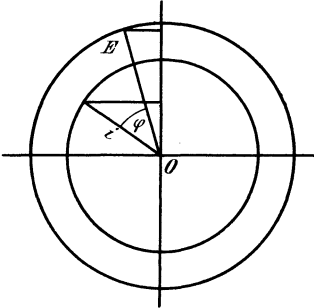


Fig. 157 a.

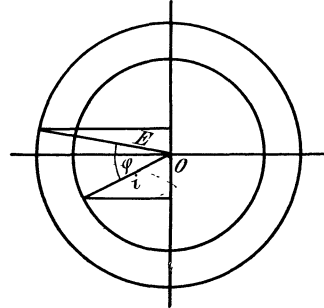


Fig. 157 b.

motorische Kraft der Stromstärke entgegengerichtet, die elektrische Leistung der Maschine ist negativ. Wir kommen also zu dem Schlusse, daß ein Wechselstromgenerator, bei dem die Phase des Stromes gegen diejenige der elektromotorischen Kraft verschoben ist, nur zeitweise als Generator arbeitet, während er zeitweise Arbeit aus dem Netz empfängt und als Motor angetrieben wird.

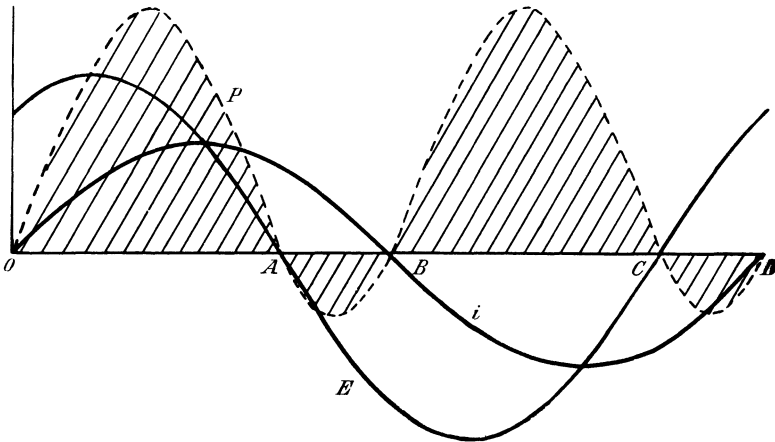


Fig. 158.

Ähnlich liegen die Verhältnisse bei Verbrauchskörpern. Bei denselben ist die auf den Verbrauchskörper übertragene Leistung positiv, solange die Momentanwerte der Klemmspannung und des Stromes gleichgerichtet sind. Während des Zeitraums aber, wo Klemmspannung und Stromstärke einander entgegengerichtet sind, ist die auf den Verbrauchskörper übertragene Arbeit negativ. Der Verbrauchskörper liefert während dieser Zeit Arbeit ins Netz zurück und verhält sich dabei wie ein Generator.

Die Fig. 158 bezieht sich auf einen Generator, dessen Stromstärke  $i$  infolge der Selbstinduktion der Maschine und des äußeren Kreises um den Winkel  $\varphi$  hinter der elektromotorischen Kraft zurückbleibt. Die Zeit ist als Abscisse und die Stromstärke bzw. die elektromotorische Kraft als Ordinate aufgetragen. Der Phasenverschiebungswinkel  $\varphi$  entspricht dabei der Zeit  $AB$ , um welche die Kurve des Stromes gegen die Kurve der elektromotorischen Kraft verschoben ist. Wir bilden nun die Momentanwerte der Leistung  $P$ , indem wir die zu einander gehörenden Werte der elektromotorischen Kraft und der Stromstärke multiplizieren. Diese Momentanwerte der Leistung sind positiv über die Zeit  $OA$  und  $BC$ , dagegen negativ über die Zeit  $AB$  und  $CD$ . Wir tragen nun die Momentanwerte der Leistung in einem beliebigen Maßstabe als Ordinate auf und erhalten so die gestrichelt gezeichnete Kurve  $P$ . Die von dieser Kurve und der Abscissenachse eingeschlossene schraffierte Fläche stellt uns die von der Maschine abgegebene elektrische Arbeit dar. Diese Fläche liegt zum Teil oberhalb, zum Teil unterhalb der Abscissenachse. Wir erhalten also die mittlere Leistung, wenn wir die Differenz der oberen und unteren Flächen durch die Zeit dividieren. Daraus geht sofort hervor, daß die Leistung kleiner sein muß, als man nach der elektromotorischen Kraft und der Stromstärke erwarten sollte.

Um die mittlere Leistung zu berechnen, denken wir uns wieder, wie früher, statt der Zeit den Bogen  $\alpha$  aufgetragen. Ist dann zu einer beliebigen Zeit die Stromstärke gleich  $i_{max} \cdot \sin \alpha$ , so ist zu derselben Zeit die elektromotorische Kraft gleich  $E_{max} \cdot \sin(\alpha + \varphi)$  und die momentane Leistung ergibt sich zu:

$$P = E_{max} \cdot i_{max} \cdot \sin \alpha \cdot \sin(\alpha + \varphi).$$

Diese Leistung bleibt über den unendlich kleinen Bogen  $d\alpha$  konstant, wir erhalten also einen Flächenstreifen:

$$P \cdot d\alpha = E_{max} \cdot i_{max} \cdot \sin \alpha \cdot \sin(\alpha + \varphi) \cdot d\alpha.$$

Die mittlere Leistung erhalten wir, wenn wir zwischen den Grenzen 0 und  $\pi$  integrieren und durch die Basis  $\pi$  dividieren. Dann ergibt sich:

$$P = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} E_{max} \cdot i_{max} \cdot \sin \alpha \cdot \sin(\alpha + \varphi) \cdot d\alpha.$$

Wir setzen nun:

$$\sin(\alpha + \varphi) = \sin \alpha \cdot \cos \varphi + \cos \alpha \cdot \sin \varphi$$

und erhalten:

$$\int_0^{\pi} \sin \alpha \cdot \sin(\alpha + \varphi) \cdot d\alpha = \int_0^{\pi} \sin^2 \alpha \cdot \cos \varphi \cdot d\alpha + \int_0^{\pi} \sin \alpha \cdot \cos \alpha \cdot \sin \varphi \cdot d\alpha.$$

Der allgemeine Wert des zweiten Integrals ist  $\sin \varphi \cdot \left[ \frac{\sin^2 \alpha}{2} \right]$  und wird für beide Grenzen gleich Null. Es ergibt sich also, wenn wir das zweite Glied der obigen Gleichung gleich Null setzen und im ersten Glied für  $\int_0^\pi \sin^2 \alpha \cdot d\alpha$  den in Abschnitt 71 ermittelten Wert  $\frac{\pi}{2}$  einsetzen:

$$\int_0^\pi \sin \alpha \cdot \sin(\alpha + \varphi) \cdot d\alpha = \cos \varphi \int_0^\pi \sin^2 \alpha \cdot d\alpha = \cos \varphi \cdot \frac{\pi}{2}.$$

Mit Einsetzung dieses Wertes in die Gleichung für  $P$  erhalten wir:

$$P = \frac{1}{\pi} \cdot E_{max} \cdot i_{max} \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \cos \varphi = \frac{E_{max}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{i_{max}}{\sqrt{2}} \cdot \cos \varphi.$$

Führen wir statt der Maximalwerte die Effektivwerte ein, so erhalten wir:

$$P = E \cdot i \cdot \cos \varphi. \quad (123)$$

Das Gesetz, daß das Produkt aus Spannung und Stromstärke die Leistung ergibt, gilt also nur für die Momentanwerte, aber nicht mehr für die Effektivwerte. Vielmehr haben wir bei Phasenverschiebung die scheinbare Leistung  $E \cdot i$  noch mit dem Cosinus des Phasenverschiebungswinkels zu multiplizieren. Man nennt daher den Wert  $\cos \varphi$  auch den Leistungsfaktor. Eine solche Bezeichnung ist um so mehr angebracht, als praktisch die Form der Kurven von der Sinuskurve abweicht, und dadurch streng genommen die Größe  $\cos \varphi$  ihre eigentliche Bedeutung verliert. Der Leistungsfaktor ist dann allgemein definiert als das Verhältnis der wirklichen Leistung zur scheinbaren Leistung

$$\cos \varphi = \frac{P}{E \cdot i}. \quad (124)$$

In dem Beispiel des Abschnitts 75 betrug z. B. die Klemmspannung der Maschine 2000 Volt und die Stromstärke  $i = 50$  Ampere. Die scheinbare Leistung ist in diesem Falle  $2000 \cdot 50 = 100\,000$  Watt. Dagegen ist wegen des gegebenen Leistungsfaktors  $\cos \varphi = 0,8$  die wirkliche Leistung nur

$$P = e \cdot i \cdot \cos \varphi = 100\,000 \cdot 0,8 = 80\,000 \text{ Watt.}$$

Diese verringerte Leistung ist ja an sich kein direkter Verlust. Denn die von der Dampfmaschine auf die Dynamo übertragene Leistung verringert sich in dem gleichen Maße, wie die wirkliche Leistung. Dennoch aber ist die Phasenverschiebung von nachteiligem Einfluß. Die Leistung von 80 000 Watt wird bei einer Stromstärke von 50 Ampere nur durch eine unverhältnismäßig hohe Klemmspannung erreicht, die neben dem Ohm'schen Widerstand noch die Selbstinduktion überwinden muß. Die

Maschine muß also für die hohe Spannung gebaut sein, während für die Leistung nur ein Teil der Spannung in Betracht kommt.

Das wird besonders deutlich, wenn wir zur Berechnung der Leistung auf die für Gleich- und Wechselstrom gleichmäÙig geltende Gleichung

$$P = i^2 \cdot w$$

zurückgehen. Wir schreiben zu dem Zwecke die Gleichung in der Form:

$$P = i \cdot w \cdot i$$

und setzen statt  $i \cdot w$  nach Fig. 153 das Produkt  $e \cdot \cos \varphi$  ein. Dann erhalten wir:

$$P = e \cdot \cos \varphi \cdot i.$$

Diese Form dieser Gleichung zeigt deutlich, daß zur Berechnung der Leistung von der ganzen Spannung nur diejenige Komponente  $e \cdot \cos \varphi$  in Betracht kommt, die mit der Stromstärke gleiche Phase hat.

Wir können uns aber auch auf einen anderen Standpunkt stellen und in der Gleichung  $P = e \cdot i \cdot \cos \varphi$  das Produkt  $i \cdot \cos \varphi$  zusammenfassen. Projizieren wir nämlich in Fig. 159 den Vektor  $OJ$  der Stromstärke auf den Vektor der Spannung, so ist die Projektion  $OC$  gleich  $i \cdot \cos \varphi$ . Wir haben also, um die Leistung zu erhalten, die Spannung mit derjenigen Komponente des Stromes zu multiplizieren, die mit der Spannung gleiche Phase hat.

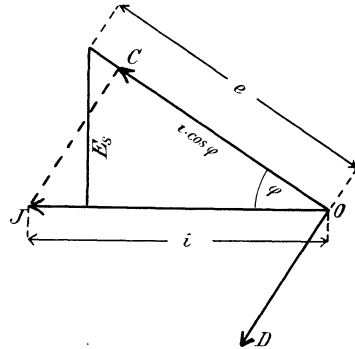


Fig. 159.

Man nennt diese Komponente  $OC = i \cdot \cos \varphi$  die Wattkomponente des Stromes oder den Wattstrom, während die dazu senkrechte Komponente  $OD$  der wattlose Strom genannt wird. Gerade weil man gewohnt ist, in den Zentralen mit einer konstanten Netzspannung zu rechnen, hat sich die Trennung des Stromes in seine Komponenten außerordentlich bequem erwiesen, obgleich ursprünglich wohl die Trennung der Spannung in zwei Komponenten sachgemäÙßer sein dürfte.

Wenn nun nur eine Komponente der Stromstärke für die Leistung in Betracht kommt, so ergibt sich das Resultat, daß bei gegebener Klemmspannung die Stromstärke größer ist, als der Leistung entspricht. Diese vermehrte Stromstärke erfordert natürlich einen vermehrten Kupferaufwand in den Generatoren, in den Leitungen und in den Motoren, bezw. einen vermehrten Verlust durch Joule'sche Wärme bei gegebenem Kupferquerschnitt. Man sucht daher die wattlosen Ströme möglichst zu ver-



meiden, indem man die Selbstinduktion in Generatoren und Motoren möglichst gering macht.

Besonders deutlich wird nun der Einfluß der Phasenverschiebung auf die Leistung, wenn man eine Spule mit Selbstinduktion und einen variablen Ohm'schen Widerstand in Hintereinanderschaltung an eine konstante Klemmspannung legt (Fig. 160). Die Leistung in dem Stromkreise wird durch ein Wattmeter gemessen. Steht der Hebel des gezeichneten Rheostaten nach rechts, so ist der eingeschaltete Widerstand groß. Die Stromstärke ist dann gering und die Leistung ebenfalls gering. Dreht man dann den Hebel allmählich nach links, so wächst die Stromstärke und zuerst auch, wie man erwartet, die Leistung. Schliesslich erreicht aber der Ausschlag des Wattmeters seinen höchsten Wert. Wenn man dann noch mehr Widerstand ausschaltet, so nimmt zwar die Stromstärke weiter zu, aber die Leistung wird wieder geringer. Es erklärt sich das

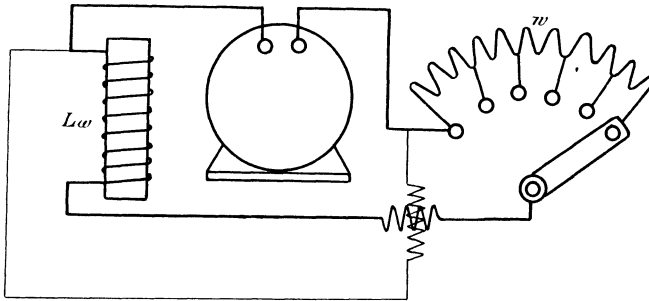


Fig. 160.

daraus, daß der Flächeninhalt des Spannungsdreieckes in Fig. 153 durch das halbe Produkt aus Grundlinie mal Höhe gegeben ist, also gleich  $\frac{1}{2} e \cdot \cos \varphi \cdot L \omega \cdot i$  ist. Da  $L \omega$  in unserem Falle konstant ist, so ist der Flächeninhalt proportional dem Werte  $e \cdot i \cdot \cos \varphi$ , er ist also ein Maß für die Leistung. Bei gegebener Hypotenuse  $e$  ist nun der Flächeninhalt ein Maximum, wenn das Dreieck ein gleichschenkliges ist, wenn also  $w = L \omega$  ist. In diesem Falle ist die Phasenverschiebung gleich  $45^\circ$ . Dabei erreicht die Leistung für die gegebene Klemmspannung und die gegebene Selbstinduktion ihren höchsten Wert.

Drehen wir dann den Hebel noch weiter nach links, so wird die Leistung trotz des verringerten Widerstandes und der erhöhten Stromstärke wieder geringer. Dieses eigentümliche Verhalten erklärt sich daraus, daß zuletzt fast nur mehr Selbstinduktion im Kreise vorhanden ist. In diesem Falle wird die Phasenverschiebung nach der Gleichung

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{L \omega}{w}$$

sehr groß. Dadurch wird der Leistungsfaktor  $\cos \varphi$  und demnach die Leistung trotz der hohen Stromstärke fast Null, und der Strom ist fast wattlos.

Besonders anschaulich werden diese Verhältnisse, wenn wir die Sinuskurven für einen Stromkreis zeichnen, der viel Selbstinduktion und wenig Ohm'schen Widerstand enthält (Fig. 161). Die Kurve der Ohm'schen Spannung verläuft dann derartig flach, daß ihre Ordinaten bei Zusammensetzung der Spannungen kaum in Betracht kommen. Die Klemmspannung hat also jetzt eigentlich nur die Aufgabe, die entgegengesetzte elektromotorische Kraft der Selbstinduktion zu überwinden. Die Kurve  $e$  der Klemmspannung ist dann fast um  $180^\circ$  gegen die Kurve  $E_s$

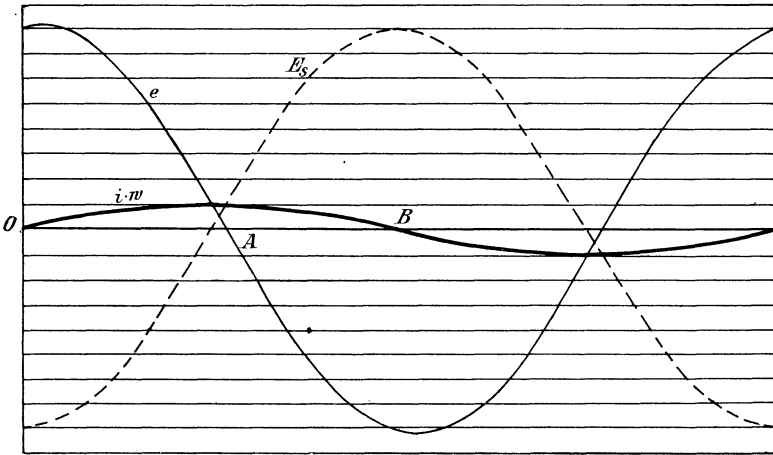


Fig. 161.

der Selbstinduktion verschoben, und wir haben eine Phasendifferenz von fast  $90^\circ$  zwischen der Klemmspannung und der Stromstärke. Wenn wir jetzt die Produkte aus den Momentanwerten der Spannung und der Stromstärke bilden, so sind dieselben im Zeitraum von  $O$  bis  $A$  positiv und von  $A$  bis  $B$  negativ. Da beide Zeiträume fast gleichwertig sind, so ist die Gesamtleistung fast Null. Sie würde vollständig gleich Null werden, wenn die Kupferwicklung der Drosselpule ganz widerstandslos wäre und die Ummagnetisierung des Eisens keine Arbeit erforderte.

Drosselspulen bieten also die Möglichkeit, einen Teil der Spannung ohne nennenswerten direkten Effektverlust abzdrosseln. Man hat sie daher früher vielfach als Beruhigungswiderstände für Bogenlampen verwendet. Die bekannten lästigen Eigenschaften des wattlosen Stromes haben aber dazu geführt, diese Verwendung der Drosselspulen für Bogenlampen einzuschränken. Handelt es sich um eine erhebliche Redu-

zierung der Spannung, so wird ohnehin ein kleiner Transformator günstiger wirken als eine vorgeschaltete Drosselspule.

Von Bedeutung sind die Drosselspulen jedoch geworden für den Betrieb hintereinander geschalteter Glühlampen. Beim Erlöschen einer Lampe wird der ganze Stromkreis unterbrochen. Eine selbsttätige Kurzschlußvorrichtung würde in diesem Falle zu einer Erhöhung der Stromstärke im ganzen Kreise führen, und diese würde für die übrigen Lampen schädlich sein. Schaltet man aber eine Drosselspule parallel zu jeder Glühlampe, so fließt nach Erlöschen der Lampe der ganze Strom durch die Drosselspule, und die übrigen Lampen brennen ungestört weiter. Allerdings ist der Widerstand des ganzen Kreises nun etwas größer und die Stromstärke etwas geringer geworden. Aber das macht bei großer Zahl der hintereinander geschalteten Lampen wenig aus, besonders weil außerdem noch der Selbstinduktionskoeffizient keine konstante Größe ist. Nach Erlöschen einer Lampe fließt nämlich der ganze Strom durch die betreffende Drosselspule, und die Sättigung des Eisens wird eine sehr hohe. Dabei ist aber die Leitfähigkeit des Eisens und der Selbstinduktionskoeffizient der Drosselspule kleiner geworden. Der scheinbare Widerstand  $L\omega$  wird dadurch geringer und das Erlöschen einer Lampe wird keine derartige Erhöhung des Gesamtwiderstandes zur Folge haben, wie man bei konstantem Selbstinduktionskoeffizienten erwarten sollte.

Endlich sind die Drosselspulen von wesentlicher Bedeutung für die Parallelschaltung von Wechselstrommaschinen. Wir haben schon früher die Eigenschaft der Selbstinduktion besprochen, wonach sie wie eine Art Trägheit der Änderung des Stromes entgegenwirkt. Man schaltet demnach Drosselspulen in die Hauptleitungen, die von den Generatoren zu den Sammelschienen führen. Man vermeidet dadurch, daß der Generator durch starke Ströme beansprucht wird, die unter Umständen von einer Maschine zur andern fließen können (vgl. Abschnitt 106 und 108). Diesem Vorteil gegenüber ist der Nachteil des Spannungsverlustes in der Drosselspule gering anzuschlagen. Auch der Effektverlust ist verhältnismäßig gering, da der Strom um fast  $90^\circ$  hinter der Klemmspannung der Drosselspule zurückbleibt.

## 78. Die Kapazitätsspannung.

Ein Kondensator besteht aus zwei Metallplatten, die durch eine dünne isolierende Schicht voneinander getrennt sind. Verbindet man die beiden Platten mit den Klemmen einer Elektrizitätsquelle, so lädt sich die eine Platte positiv, die andere negativ. Diese Anschauung, die man von der Elektrostatik her gewohnt ist, paßt nun nicht zu der von Maxwell eingeführten Theorie, wonach nur die positive Elektrizität in Bewegung gesetzt wird. Wir können aber beide Anschauungen in Übereinstimmung bringen, indem wir annehmen, daß die Ladung der negativen Platte nicht durch Hinzufießen von negativer Elektrizität, sondern durch Weg-

fließen von positiver Elektrizität zu stande kommt. Wir kommen dadurch zu der Vorstellung eines Kreisstromes, der von der positiven Klemme der Maschine zum Kondensator fließt und von der negativen Klemme des Kondensators zur Maschine zurückfließt. Dieser Strom wird so lange dauern, bis der Kondensator geladen ist. Nun ist die Elektrizitätsmenge  $Q_\epsilon$ , die auf den Kondensator gedrückt wird, um so größer, je größer der Druck oder die Spannung  $e$  der Stromquelle ist und je größer die Kapazität  $C$  des Kondensators ist:

$$Q_\epsilon = C \cdot e.$$

Dabei haben wir  $C$  in dem für Volt und Coulomb passenden Maß, also in Farad einzusetzen.

Wir können aber auch die umgekehrte Anschauung verwenden, wonach die Ladung des Kondensators so lange vor sich geht, bis sein Gegen- $E_c$  gleich der Spannung der Elektrizitätsquelle ist. Man sagt deswegen auch: der Kondensator wird durch eine bestimmte Elektrizitätsmenge zu einer (Gegen-) Spannung  $E_c$  geladen. Wir werden im folgenden beide Anschauungen verwenden, um den Einfluß der Kapazität in Wechselstromkreisen darzustellen. Dieser Einfluß ist deswegen von Interesse, weil jedes konzentrische Kabel sich wie ein Kondensator verhält, und weil bei Hintereinanderschaltung von Selbstinduktion und Kapazität eigentümliche Verhältnisse auftreten können.

Im folgenden nehmen wir zunächst an, daß die Leitung weder Ohm'schen Widerstand noch Selbstinduktion besitzt. Der Momentanwert der Maschinenspannung ist nun:

$$e = e_{max} \cdot \sin \alpha = e_{max} \cdot \sin(\omega t).$$

Diese Maschinenspannung wachse in der Zeit  $dt$  um den Betrag  $de$ . Derselbe ergibt sich durch Differenziation zu

$$de = e_{max} \cdot \cos(\omega t) \cdot \omega \cdot dt.$$

Die dabei auf den Kondensator übertragene Elektrizitätsmenge ist dann nach der oben angeführten Gleichung für  $Q_\epsilon$ :

$$dQ_\epsilon = C \cdot de = C \cdot e_{max} \omega \cdot \cos \alpha \cdot dt.$$

Nun ist der Quotient  $dQ_\epsilon : dt$  die in der Zeiteinheit auf den Kondensator übertragene Elektrizitätsmenge oder die Stärke  $i$  des Kapazitätsstromes. Wir erhalten also den Momentanwert des Stromes zu

$$i = \frac{dQ_\epsilon}{dt} = C \cdot \omega \cdot e_{max} \cdot \cos \alpha.$$

Die Stromstärke ist also eine Cosinusfunktion des Winkels  $\alpha$ , wobei  $\alpha$  der Winkel ist, den der Vektor der Maschinenspannung mit der Nulllage bildet. Für  $\alpha = 0$  wird  $\cos \alpha = 1$  und die Stromstärke hat ihren höchsten Wert:

$$i_{max} = C \cdot \omega \cdot e_{max}.$$

Führen wir auf beiden Seiten der Gleichung die Effektivwerte ein, so erhalten wir den Effektivwert des Kapazitätsstromes zu

$$i = C \cdot \omega \cdot e. \quad (125)$$

Da sich der Druck der Maschinenspannung und der Gegendruck  $E_c$  des Kondensators in jedem Augenblicke das Gleichgewicht halten, so ist die elektromotorische Gegenkraft  $E_c$  des Kondensators numerisch gleich der Maschinenspannung  $e$  und wir erhalten aus der obigen Gleichung

$$E_c = \frac{i}{C \cdot \omega}. \quad (126)$$

Es ist also in dem Stromkreise jetzt nicht blofs die Maschinenspannung, sondern noch eine von der Maschinenspannung zu überwindende elektromotorische Gegenkraft vorhanden. Wir haben nun im folgenden die Phase derselben zu bestimmen.

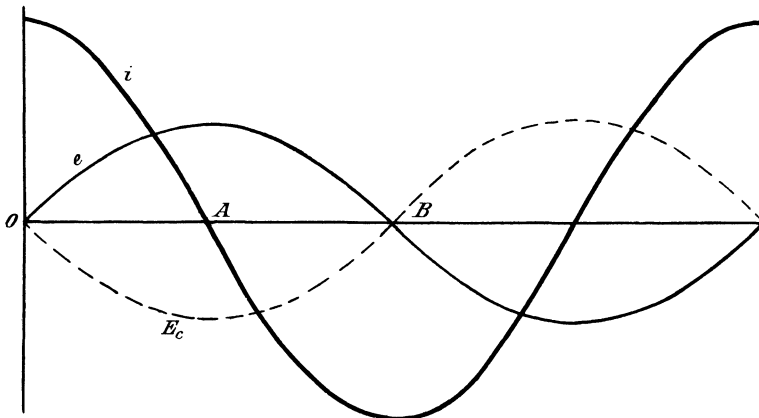


Fig. 162.

In Fig. 162 stellt die schwach ausgezogene Kurve den zeitlichen Verlauf der Maschinenspannung dar, wobei als Abscisse der Bogen aufgetragen ist, um den der Vektor der Maschinenspannung von der Nulllage aus fortgeschritten ist. Unter der obigen Annahme, daß der Stromkreis keine Selbstinduktion und keinen Widerstand besitzt, ergab sich, daß die Stromstärke proportional dem Cosinus des Winkels  $\alpha$  ist. Sie erreicht also ein positives Maximum für  $\alpha = 0$  und wird gleich Null für  $\alpha = 90^\circ$ . Wir erhalten so die stark ausgezogene Kurve  $i$  des Kapazitätsstromes. Aus der Überlegung, daß die elektromotorische Gegenkraft des Kondensators direkt der Klemmspannung entgegengesetzt ist, ergibt sich nun weiter die gestrichelt gezeichnete Kurve  $E_c$ . Dieselbe eilt der Kurve der Stromstärke um  $90^\circ$  voraus.

Es ist jedoch notwendig, daß man die auf mathematischem Wege gewonnenen Resultate durch Betrachtung der charakteristischen Zeitmomente kontrolliert. Im Punkte  $O$  schneidet die Kurve der Klemmspannung die Abscissenachse und ist am steilsten. Die Klemmspannung der Maschine ändert sich also in diesem Augenblick pro Zeiteinheit am meisten, und die Elektrizitätsmenge, die sie pro Zeiteinheit auf den Kondensator drückt, ist am größten. Die Stromstärke hat also ihren maximalen Wert. Solange nun die Klemmspannung anwächst, also über den Zeitraum  $OA$ , hat der Strom gleiche Richtung mit der Spannung, und die Ordinaten sind beide positiv.

Wenn jedoch die Maschinenspannung im Zeitpunkte  $A$  ihren maximalen Wert erreicht, so ändert sie sich für eine kleine Zeit gar nicht und die Stromstärke ist deswegen in diesem Augenblick gleich Null. Wenn dann die Maschinenspannung abnimmt, so überwiegt der Gegendruck des Kondensators und sendet einen Strom in die Maschine zurück, dessen Richtung der Klemmspannung entgegengesetzt ist. Im Zeitraum von  $A$  bis  $B$  sind also die Ordinaten der Stromstärke den Ordinaten der Spannung entgegengesetzt. Auf diese Weise bestätigt die Vorstellung von den beiden gegeneinander geschalteten Spannungen uns die Richtigkeit unserer Kurven, und es ergibt sich, daß die Stromstärke der ladenden Spannung um  $90^\circ$  vorausschleift, und ebenso, daß die Kapazitätsspannung  $E_c$  um  $90^\circ$  vor dem Strome vorausschleift.

## 79. Kapazität und Ohm'scher Widerstand in Serienschaltung.

Wir haben bisher angenommen, daß zwischen Maschine und Kondensator kein Ohm'scher Widerstand liegt. In diesem Falle ist die Maschinenspannung identisch mit der Klemmspannung des Kondensators. Liegt jedoch zwischen Maschine und Kondensator der Widerstand  $w$ , so hat die Maschinenspannung  $e$  sowohl den Ohm'schen Spannungsverbrauch  $i \cdot w$  zu decken, als auch die elektromotorische Gegenkraft des Kondensators zu überwinden. Wir zeichnen also in Fig. 163 zunächst die stark ausgezogene Kurve der Ohm'schen Spannung  $i \cdot w$  und die um  $90^\circ$  vorausschleifende Kurve der Kapazitätsspannung  $E_c$ .

Dann ergibt sich:

Im Zeitpunkt  $O$  ist die Kapazitätsspannung  $E_c$  gleich Null. Die Maschinenspannung  $e$  hat also nur die Ohm'sche Spannung zu liefern; ihr Momentanwert ist also  $OF$ .

Im Zeitpunkt  $A$  hat die Klemmspannung eine erhebliche Ohm'sche Spannung zu liefern und außerdem noch eine entgegengesetzte Kondensatorspannung zu überwinden. Daraus ergibt sich der Momentanwert  $GA$  der Klemmspannung.

Im Zeitpunkt  $B$  ist die Ohm'sche Spannung Null und die Klemmspannung  $HB$  hat nur die gleich große und entgegengesetzte Kondensatorspannung zu überwinden.

Endlich ist im Zeitpunkt  $C$  die Ohm'sche Spannung gleich der vom Kondensator gelieferten Spannung, die Klemmspannung ist also in diesem Augenblick gleich Null.

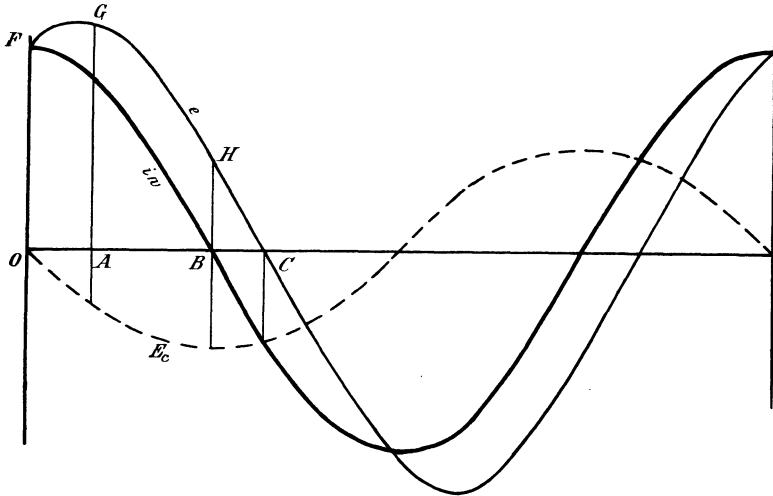


Fig. 163.

Wenn man auf diese Weise die Kurve  $e$  zeichnet, so ergibt sich, daß die Kurve des Stromes der Kurve der Spannung voraufeilt. Der Phasenverschiebungswinkel entspricht in Fig. 163 dem Betrage  $BC$ . Die Kapazität hat also die entgegengesetzte Wirkung wie die Selbstinduktion, sie bewirkt ein Vorseilen des Stromes vor der Klemmspannung oder eine negative Phasenverschiebung.

## 80. Das vollständige Ohm'sche Gesetz für Wechselstrom.

Wir gehen jetzt zu dem Fall über, wo Ohm'scher Widerstand, Selbstinduktion und Kapazität hintereinander geschaltet sind. In Fig. 164 passiere der Vektor  $OB$  der Ohm'schen Spannung  $i \cdot w$  gerade die Nulllage. Dann bleibt der Vektor  $E_s$  der Selbstinduktion um  $90^\circ$  hinter dem Strome zurück, fällt also in die negative Richtung der Ordinatenachse. Dieser Vektor wird aufgehoben durch eine entgegengesetzte Komponente  $-E_s$  der Klemmspannung. Aus  $i \cdot w$  und  $-E_s$  ergibt sich eine Resultierende  $OA$ . Zugleich ist aber im Stromkreise noch die Spannung  $E_c$  wirksam, die dem Strome um  $90^\circ$  voraufeilt, deren Vektor also in die positive Richtung der Ordinatenachse fällt. Dieselbe muß aufgehoben werden durch eine ihr entgegengesetzte Komponente  $-E_c$  der Klemm-





oder, wenn wir für  $\omega$  auflösen:

$$\omega = \frac{1}{\sqrt{CL}}. \quad (128)$$

Die Periodenzahl, bei welcher die Differenz verschwindet, ergibt sich also zu:

$$\sim = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{CL}}. \quad (129)$$

Für diesen Wert wird die Klammergröße im Nenner des Ohm'schen Gesetzes gleich 0 und wir erhalten

$$i = \frac{e}{w}.$$

Die Stromstärke ist in diesem Falle ein Maximum, und zwar ist sie gerade so groß, als wenn wir ohne Selbstinduktion und ohne Kapazität direkt den Widerstand  $w$  an die Spannung  $e$  legen.

Es sei z. B. die elektromotorische Kraft einer Wechselstrommaschine  $E = 10000$  Volt, ihr Selbstinduktionskoeffizient  $L = 0,4$  Henry, die Kapazität eines Kabels  $C = 2,5$  Mikrofarad, und der Widerstand des Kabels für Hin- und Rückleitung zusammen betrage 5 Ohm.

Die Periodenzahl  $\sim$  sei zunächst die normale, nämlich gleich 50.

Wir können dann die Kapazität des Kabels durch einen Kondensator ersetzt denken, der in der Mitte zwischen der Maschine und dem Ende des Kabels angebracht ist. Für den Widerstand zwischen Maschine und Kondensator haben wir dann ebenfalls die Hälfte des ganzen Widerstandes, nämlich 2,5 Ohm, einzusetzen. Durch diese oberflächliche Rechnung erhalten wir bei der normalen Periodenzahl  $\sim = 50$  nach Gleichung (127) einen Kapazitätsstrom:

$$i = \frac{10000}{\sqrt{2,5^2 + \left(\frac{10^6}{2,5 \cdot 50 \cdot 6,28} - 0,4 \cdot 6,28 \cdot 50\right)^2}} = 8,7.$$

Diese Stromstärke würde in unserem Falle in das Kabel fließen, trotzdem dasselbe offen ist. Die Phasenverschiebung ist dabei fast  $90^\circ$ , der Wert  $\cos \varphi$  fast gleich Null und dadurch die Leistung ebenfalls fast gleich Null.

Wir fragen uns nun, bei welcher Periodenzahl die Stromstärke bei den gegebenen Werten von  $E$ ,  $L$  und  $C$  ihren höchsten Wert erreicht.

Die kritische Periodenzahl ergibt sich aus Gleichung (129) zu

$$\sim = \frac{1}{2\pi\sqrt{C \cdot L}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{2,5 \cdot 10^{-6} \cdot 0,4}} = 160.$$

Bei dieser Periodenzahl wird die Klammergröße im Nenner des Ohm'schen Gesetzes gleich Null und die Stromstärke ergibt sich zu:

$$i = \frac{E}{w} = \frac{10000}{2,5} = 4000 \text{ Ampere!!}$$

Dabei erreichen die Spannungen der Kapazität und der Selbstinduktion jede den enormen Wert:

$$\frac{i}{C\omega} = L\omega \cdot i = 0,4 \cdot 2\pi \cdot 160 \cdot 4000 = 1,62 \cdot 10^6 \text{ Volt.}$$

Natürlich hält der Kupferquerschnitt die hohe Stromstärke und die Isolation die hohe Spannung nicht aus. Man nennt den bei der kritischen Periodenzahl eintretenden Zustand die Resonanz. Das Eigentümliche ist dabei die außerordentliche Stromstärke trotz des offenen Kabels und die enorme Spannung trotz normal erregter Maschine. Dabei ist aber zu beachten, daß der obige Wert  $L = 0,4$  verhältnismäßig groß gewählt ist und nur für eine kleine Maschine paßt, wie sie etwa zur Isolationsprüfung verwendet wird. Ist der Wert von  $L$  kleiner, so liegt die kritische Periodenzahl natürlich weit höher als bei 160.

### 81. Selbstinduktion und Kapazität in Parallelschaltung.

In Fig. 165 ist der Fall gezeichnet, wo zwei Stromzweige parallel geschaltet sind, von denen der eine Ohm'schen Widerstand und Selbstinduktion, der andere Ohm'schen Widerstand und Kapazität enthält. Die

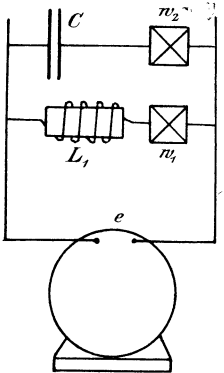


Fig. 165 a.

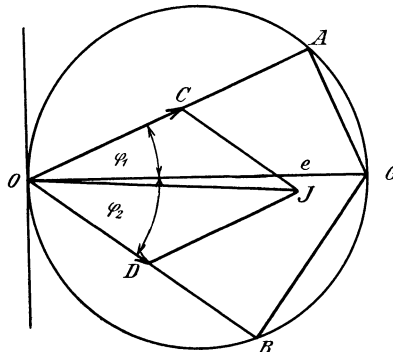


Fig. 165 b.

Klemmspannung  $e$  ist beiden Zweigen gemeinsam. Ihr Vektor bildet also die Hypotenuse einerseits für die Katheten  $i_1 \cdot w_1$  und  $L_1 \omega \cdot i_1$ , andererseits für die Katheten  $i_2 \cdot w_2$  und  $\frac{i_2}{C \cdot \omega}$  (Fig. 165 b). Dabei bleibt der Strom  $i_1$  hinter der Klemmspannung  $e$  um den Winkel  $\varphi_1$  zurück, der durch die Gleichung:

$$\operatorname{tg} \varphi_1 = \frac{L_1 \omega}{w_1}$$

gegeben ist. Dagegen eilt die Stromstärke  $i_2$  der Klemmspannung um den Winkel  $\varphi_2$  voraus, und zwar ist, wenn  $E_c$  die Kapazitätsspannung bedeutet:

$$t g \varphi_2 = \frac{E_c}{i_2 \cdot w_2} = \frac{1/C \omega}{w_2}.$$

Wir schlagen nun über der Klemmspannung  $e = OG$  als Durchmesser einen Kreis und ziehen den Strahl  $OA$  so, daß er mit dem Durchmesser den Winkel  $\varphi_1$  bildet. Dann stellt  $OA$  den Ohm'schen Spannungsverlust und  $AG$  die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion im ersten Zweige dar. Wir ziehen nun ferner den Strahl  $OB$  so, daß er mit dem Durchmesser den Winkel  $\varphi_2$  bildet. Dann stellt  $OB$  den Ohm'schen Spannungsverlust und  $BG$  die Kapazitätsspannung in dem zweiten Zweige dar. Dabei liegen die Winkel  $\varphi_1$  und  $\varphi_2$  auf verschiedenen Seiten des Durchmessers. Wir dividieren nun die Sehne  $OA$  durch den Widerstand  $w_1$  und erhalten

$$i_1 = \frac{OA}{w_1} = OC.$$

Ebenso erhalten wir den Strom  $i_2$ , wenn wir den Strahl  $OB$  durch den Widerstand  $w_2$  dividieren:

$$i_2 = \frac{OB}{w_2} = OD.$$

Aus den Komponenten  $i_1 = OC$  und  $i_2 = OD$  ergibt sich dann die Resultierende  $OJ$  nach dem Parallelogramm der Kräfte. Dieselbe stellt den Gesamtstrom  $i$  nach Stärke und Phase dar. Es ist bemerkenswert, daß der Vektor dieses Gesamtstromes um einen sehr kleinen Winkel gegen die Klemmspannung verschoben ist. Durch geeignete Wahl der Kapazität ließe sich also die Phasenverschiebung im Netzleiter und in der Maschine zu Null machen. Leider muß man aber wegen der geringen Haltbarkeit der Kondensatoren darauf verzichten, dieselben zum Ausgleich der durch die Selbstinduktion verursachten Phasenverschiebung zu verwenden. Es wird sich jedoch im Abschnitt 111 ergeben, daß ein übererregter Synchronmotor, dessen elektromotorische Gegenkraft größer als die Netzspannung ist, ebenfalls eine negative Phasenverschiebung veranlaßt. Man hat daher derartige Motoren mit Vorteil verwendet, um die Phasenverschiebung im Hauptleiter auf Null zu reduzieren.

## Elftes Kapitel.

82. Die im Transformator induzierten elektromotorischen Kräfte. — 83. Der Magnetisierungsstrom. — 84. Der Hysteresisstrom. — 85. Der Transformator bei induktionsloser Belastung. — 86. Der Transformator bei induktiver Belastung. — 87. Das Verhalten des Transformators mit Berücksichtigung der Streuung.

### 82. Die im Transformator induzierten elektromotorischen Kräfte.

Das Prinzip des Transformators ist schon in Abschnitt 34 dargestellt. Ein von einem Wechselstrom erzeugtes Kraftlinienfeld schneidet bei seinem Entstehen und Verschwinden durch zwei auf einen Eisenkern gewickelte Spulen hindurch und induziert in beiden Spulen elektromotorische Kräfte, die den Windungszahlen proportional sind. Um den Vorgang in der primären Spule zu verstehen, betrachten wir zunächst den Transformator bei Leerlauf, wobei also aus der sekundären Wickelung kein Strom entnommen wird.<sup>1)</sup> In diesem Falle ist die Primärwicklung nichts anderes als eine Drosselspule, in deren Windungen die vom Wechselstrom erzeugten Kraftlinien eine elektromotorische Kraft der Selbstinduktion induzieren. Man wird allerdings in diesem Falle den Ausdruck Selbstinduktion vermeiden und dafür den Ausdruck „induzierte elektromotorische Kraft“ oder „elektromotorische Gegenkraft“ gebrauchen. Ist  $N$  die maximale Kraftlinienzahl, die die Fläche der Windungen durchsetzt,  $\sim$  die Periodenzahl und  $\xi_1$  die primäre Windungszahl, so ergibt sich die primäre elektromotorische Kraft nach Gleichung (120) zu:

$$E_1 = 4,44 \cdot N \sim \xi_1 \cdot 10^{-8}. \quad (130)$$

Die von außen an den Transformator gelegte primäre Klemmspannung hat nun nach dem grundlegenden Diagramm auf Seite 262 eine doppelte Aufgabe, nämlich die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion zu überwinden und den Ohm'schen Spannungsverbrauch zu liefern. Der letztere ist bei Leerlauf des Transformators ganz außerordentlich klein, weil der Widerstand der Kupferwicklung im Interesse eines guten Wirkungsgrades und einer geringen Erwärmung des Transformators immer sehr klein ge-

---

<sup>1)</sup> Der Ausdruck „Leerlauf“ beim ruhenden Transformator erscheint allerdings nicht recht passend.

halten wird. Außerdem ist auch noch der Leerstrom selbst außerordentlich klein. Die durch die Kraftlinienschnitte induzierte elektromotorische Kraft  $E_1$  wirkt nämlich der Klemmspannung entgegen und läßt nur so viel Strom zufließen, wie zur Erzeugung des Kraftlinienfeldes erforderlich ist. Nun genügt schon ein schwacher Strom, um in dem geschlossenen Eisenkern die erforderliche Kraftlinienzahl zu erzeugen. Wenn also infolgedessen die Stromstärke bei Leerlauf sehr klein ist, so können wir den Ohm'schen Spannungsverlust bei Leerlauf gleich Null setzen. Dann ist nach Fig. 161 auf Seite 273 die elektromotorische Gegenkraft  $E_1$  direkt gleich und entgegengesetzt der primären Klemmspannung  $e_1$ .

Wenn nun das schwingende Feld zugleich auch eine Sekundärwicklung schneidet, so induziert es in derselben eine elektromotorische Kraft  $E_2$ . Ist  $\xi_2$  die Windungszahl der sekundären Spule, so ergibt sich nach Gleichung (120) ebenfalls:

$$E_2 = 4,44 \cdot N \sim \xi_2 \cdot 10^{-8}. \quad (131)$$

Die elektromotorischen Kräfte in beiden Spulen verhalten sich also wie die Windungszahlen. Bei Leerlauf, also stromloser sekundärer Spule, ist nun die elektromotorische Kraft  $E_2$  gleich der sekundären Klemmspannung  $e_2$ . Wir erhalten demnach unter Vernachlässigung des primären Ohm'schen Spannungsverlustes:

$$\frac{e_2}{e_1} = \frac{\xi_2}{\xi_1}. \quad (132)$$

Die Klemmspannungen verhalten sich also bei Leerlauf wie die Windungszahlen.

### 83. Der Magnetisierungsstrom.

Da die primäre Wicklung des unbelasteten Transformators gleichwertig ist mit einer Drosselspule, so ergibt sich der zur Magnetisierung erforderliche Strom nach Gleichung (119) zu

$$i_\mu = \frac{B_{max} \cdot l}{1,78 \cdot \xi_1 \cdot \mu}.$$

Dabei ist  $B_{max}$  die größte, von den Windungen umfaßte Kraftlinienzahl pro Quadratcentimeter,  $l$  die Länge des Kraftlinienweges im Eisen und  $\mu$  die Leitfähigkeit des Eisens. Der letztere Wert ist allerdings während der Dauer einer Periode nicht konstant, wie es bei Ableitung der obigen Gleichung vorausgesetzt wurde. Die Kraftliniendichte ändert sich also auch zeitlich nicht nach dem Sinusgesetz, auch wenn die Kurve des Stromes eine Sinuskurve ist. Immerhin aber arbeiten die Transformatoren im Interesse eines geringen Hysteresisverlustes und eines geringen Magnetisierungsstromes mit geringer Induktion, also im ersten Teil der Magnetisierungskurve, wo der Wert von  $\mu$  fast konstant ist.

Es erscheint jedoch bedenklich, den Wert von  $\mu$  aus denjenigen Kurven zu entnehmen, die mit Gleichstrom nach der ballistischen Methode aufgenommen sind. Man wird vielmehr an einem mit der betreffenden Eisensorte gebauten Transformator den Magnetisierungsstrom experimentell bestimmen. Aus Gleichung (120) berechnen wir dabei den Wert der maximalen Kraftlinienzahl  $N$ . Wenn wir diesen Wert durch den Querschnitt des Eisens dividieren, erhalten wir die maximale Induktion  $B_{max}$ . Der gemessene Magnetisierungsstrom  $i_\mu$  und die maximale Induktion ergeben uns dann den Wert von  $\mu$  nach der Gleichung:

$$\mu = \frac{B_{max} \cdot l}{1,78 \cdot i_\mu \cdot \xi_1} \quad (133)$$

Dieser praktisch gefundene Wert ist dann für die entsprechende Eisensorte zuverlässig richtig, obgleich die Gröfse  $\mu$  sich jetzt nicht mehr

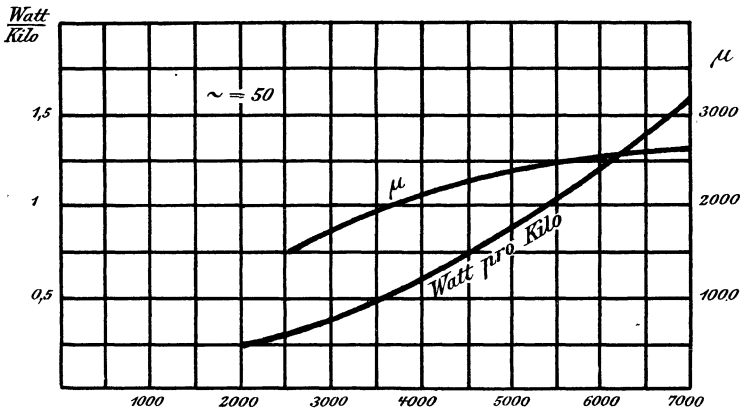


Fig. 166.

so einfach definieren läßt. Sie stellt schwerlich die tatsächliche Leitfähigkeit in einem bestimmten Augenblick dar, sondern eine mittlere Leitfähigkeit, die berechnet ist, indem man die Kurve der Kraftlinien durch eine gleichwertige Sinuskurve ersetzt denkt.

Auf die bezeichnete Weise ist die Kurve  $\mu$  in Fig. 166 aufgenommen, wo die Abscissen die maximale Induktion  $B_{max}$  und die Ordinaten der Kurve  $\mu$  die Leitfähigkeit des Eisens darstellen. Die Kurve ist aus Kapps elektromechanischen Konstruktionen entnommen. Der Verlauf der Kurve ist insofern auffällig, als die Leitfähigkeit bei wachsender magnetischer Induktion zunimmt, während man aus dem gewöhnlichen Verlauf der Magnetisierungskurve das Gegenteil erwarten sollte. Tatsächlich ist aber, wie z. B. Fig. 49 auf Seite 73 zeigt, die Magnetisierungskurve im Anfang konvex gegen die Abscissenachse, d. h. für eine Zunahme des magnetisierenden Stromes erhält man anfangs eine unverhältnismäßig große Zunahme der Induktion  $B$ . Die Leitfähigkeit des Eisens wächst also anfangs

mit zunehmender Induktion. Würde man allerdings die Induktion noch höher wählen (der höchste Wert ist in Fig. 166 gleich 7000), so würde die Kurve für  $\mu$  mit zunehmender Sättigung des Eisens natürlich wieder fallen.

Wir gehen nun dazu über, die Phasen der Spannungen und des Leerstromes durch das Vektordiagramm festzustellen (Fig. 167).

Der Vektor des Magnetisierungsstromes falle in die Abscissenachse. Dann bleibt die induzierte elektromotorische Kraft  $E_1$  nach Abschnitt 73 um  $90^\circ$  hinter dem magnetisierenden Strom zurück, ihr Vektor fällt also in die negative Richtung der Ordinatenachse. Dieselbe Richtung hat aber auch der Vektor der induzierten elektromotorischen Kraft  $E_2$ . Da sich die elektromotorischen Kräfte in beiden Spulen wie die Windungszahlen verhalten, so gilt die Gleichung:

$$E_1 = \frac{E_2 \cdot \xi_1}{\xi_2}$$

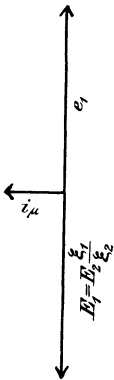


Fig. 167.

Der Vektor der primären elektromotorischen Kraft  $E_1$  stellt uns also im passenden Maßstabe direkt den Vektor der sekundären elektromotorischen Kraft dar, wodurch das Diagramm außerordentlich vereinfacht wird. Sämtliche sekundären Spannungen werden dabei durch die Multiplikation mit  $\xi_1/\xi_2$  auf die primären Verhältnisse reduziert.

Der Vektor der primären Klemmspannung  $e_1$  ergibt sich nun aus der Überlegung, daß derselbe bei Leerlauf der elektromotorischen Gegenkraft  $E_1$  direkt gleich und entgegengesetzt ist. Er fällt also in die positive Richtung der Ordinatenachse. Der Winkel zwischen der Klemmspannung  $e_1$  und der Stromstärke  $i_\mu$  wird dabei  $90^\circ$ , und die bei Leerlauf verbrauchte Leistung ist, abgesehen von dem zu vernachlässigenden Verlust durch Joule'sche Wärme, gleich Null. Dabei haben wir allerdings die Voraussetzung gemacht, daß die Ummagnetisierung des Eisens keine Arbeit erfordert. Wir gehen also jetzt dazu über, die Verluste durch Hysteresis in Rechnung zu setzen.

#### 84. Der Hysteresisstrom.

Um die Wirkungsweise der Hysteresis anschaulich zu machen, ist auf der linken Seite der Fig. 168 eine Hysteresisfläche gezeichnet, wobei der Momentanwert des Leerstromes  $i_0$  als Abscisse und der Momentanwert der Induktion  $B$  als Ordinate aufgetragen ist. Auf der rechten Seite der Fig. 168 ist dagegen die Zeit als Abscisse und der Momentanwert des Leerstromes als Ordinate aufgetragen. Dabei ist angenommen worden, daß die Stromstärke eine Sinusfunktion der Zeit ist. Das ist allerdings jetzt unter keinen Umständen mehr genau, weil die Kraftlinienkurve, die

wir jetzt konstruieren wollen, keine Sinuskurve wird, und demnach die induzierte elektromotorische Gegenkraft keine Sinusfunktion, bezw. Cosinusfunktion wird. Für unsere Zwecke genügt es aber, wenn wir die Kurve der Stromstärke als Sinuskurve zeichnen. Dieselbe ist also durch die stark ausgezogene Kurve  $i_0$  gegeben.

Nun ergibt sich aus der Hysteresiskurve für den Wert  $i_0 = 0$  eine Induktion  $\mathbf{B} = OD$ . Wir erhalten auf diese Weise die Ordinate  $O'D$  im rechten Teile unserer Figur.

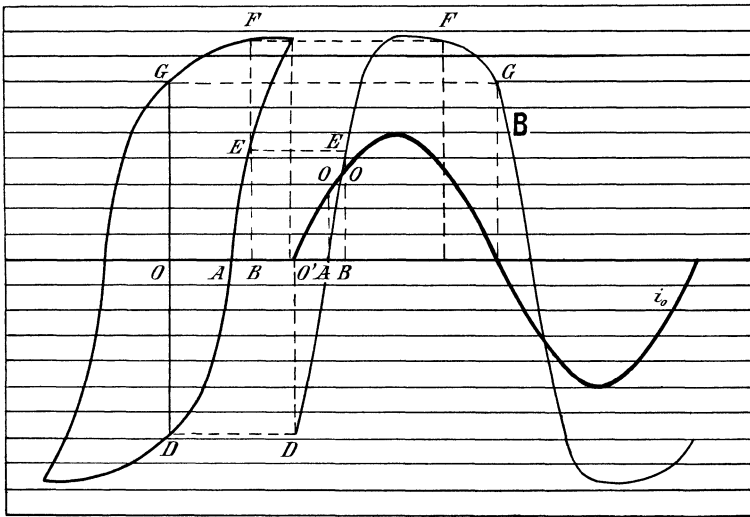


Fig. 168.

Ebenso ergibt sich aus der Hysteresiskurve für den Wert  $i_0 = OA$  die Induktion  $\mathbf{B} = 0$ . Wir suchen uns nun in der Sinuskurve diejenige Ordinate der stark ausgezogenen Stromkurve, die gleich  $OA$  ist, und haben für den betreffenden Zeitpunkt die Induktion  $\mathbf{B} = 0$ . Die Kraftlinienkurve schneidet in diesem Zeitpunkt die Abszissenachse.

Weiter ergibt sich z. B. für den Wert  $i_0 = OB$  bei ansteigender Magnetisierung aus der Hysteresiskurve die Induktion  $EB$ . Wir suchen nun wieder diejenige Ordinate der Sinuskurve, die gleich der Stromstärke  $OB$  ist und tragen in diesem Zeitpunkt die Induktion  $EB$  als Ordinate auf. Ebenso ergeben sich die Punkte  $F$  und  $G$  der Kraftlinienkurve. Wir erhalten also das Resultat, daß die Kurve des Leerstromes  $i_0$  und die Kurve der Kraftlinien  $\mathbf{B}$  zeitlich gegeneinander verschoben sind, und zwar passiert die Stromkurve die Abszissenachse um eine gewisse Zeit früher, als es die Kraftlinienkurve tut. Die Hysteresis hat also einen ähnlichen Einfluß auf den Magnetismus, wie die Selbstinduktion auf den elektrischen Strom. Sie schwächt den ansteigenden und verstärkt den abfallenden



Magnetismus und bewirkt, daß die tatsächliche Induktion zeitlich hinter der magnetisierenden Kraft zurückbleibt.

Wir ersetzen nun die im rechten Teil der Fig. 168 ermittelte Kurve der Induktion  $\mathbf{B}$  durch eine gleichwertige Sinuskurve und gewinnen dadurch das Recht, den Vektor der Induktion  $\mathbf{B}$  in das Diagramm einzuführen (Fig. 169 a). Dabei bleibt nach Seite 259 die induzierte elektromotorische Kraft um  $90^\circ$  hinter der Induktion  $\mathbf{B}$  zurück, und es besteht infolge der Hysterese eine gewisse Phasenverschiebung zwischen dem Leerstrom und der tatsächlichen Induktion  $\mathbf{B}$ .

Wir zerlegen hierauf den Leerstrom  $i_0$  in zwei zueinander senkrechte Komponenten, von denen die magnetisierende Komponente  $i_\mu$  in die Richtung der Induktion  $\mathbf{B}$  fällt, während die Komponente  $i_h$  in die Richtung der primären Klemmspannung fällt. Der Magnetisierungsstrom  $i_\mu$  ist also definiert als diejenige Komponente des Leerstromes, die mit der sinusförmig

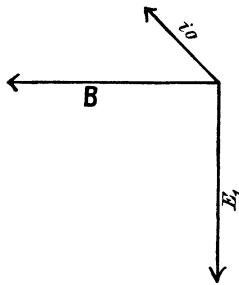


Fig. 169 a.

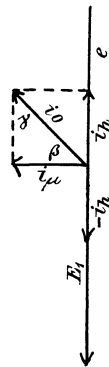


Fig. 169 b.

gedachten Induktion  $\mathbf{B}$  gleiche Phase hat. Dagegen ist der Vektor des sogenannten Hysterisisstromes  $i_h$  definiert als die Komponente des Leerstromes, die mit der Klemmspannung gleiche Phase hat. Der Hysterisisstrom ist also die Wattkomponente des primären Stromes und hat die Aufgabe, die zur Umkehrung der Eisenmoleküle erforderliche Hysterisisarbeit zu leisten. Ist  $\gamma$  der Phasenverschiebungswinkel zwischen Klemmspannung und Leerstrom (Fig. 169 b), so ergibt sich nach Gleichung (123) die Hysterisisarbeit zu

$$P_h = e_1 \cdot i_0 \cdot \cos \gamma.$$

Setzen wir nun für  $i_0 \cos \gamma$  den Wert  $i_h$  ein, so erhalten wir:

$$P_h = e_1 \cdot i_h,$$

oder

$$i_h = \frac{P_h}{e_1}. \quad (134)$$

Messen wir also mit Hilfe eines Wattmeters die bei Leerlauf zugeführten Watt  $P_h$ , sowie mit einem Voltmeter die primäre Klemmspannung  $e_1$ , so können wir den Wert von  $i_h$  für den betreffenden Transformator

berechnen. Ist nun außerdem der Leerstrom  $i_0$  mit Amperemeter gemessen, so folgt der Wert des oben definierten Magnetisierungsstromes  $i_\mu$  aus der Gleichung:

$$i_\mu = \sqrt{i_0^2 - i_h^2}. \quad (135)$$

Wir gehen jetzt dazu über, die gewonnenen Resultate an einem Beispiel deutlich zu machen. Bei dem in Kapps elektromechanischen Konstruktionen beschriebenen 36 Kilowatt-Transformator ist z. B.

der Querschnitt des Eisens . . .	$Q = 900$ qcm,
die Länge des Kraftlinienweges . .	$l = 100$ cm,
die primäre Windungszahl . . .	$\xi_1 = 315$ ,
die Periodenzahl . . .	$\sim = 50$ ,
die primäre Klemmspannung . .	$e_1 = 2000$ ,
das Eisengewicht . . .	$= 765$ kg.

Wir wollen nun annehmen, die verbrauchte Leerleistung sei 400 Watt und der Leerstrom 0,36 Ampere. Gesucht wird die Leitfähigkeit  $\mu$  der betreffenden Eisensorte. Wir erhalten dann nach Gleichung (134):

$$i_h = \frac{Ph}{e_1} = \frac{400}{2000} = 0,2 \text{ Ampere,}$$

und nach Gleichung (135) den Magnetisierungsstrom  $i_\mu$  zu

$$i_\mu = \sqrt{i_0^2 - i_h^2} = \sqrt{0,36^2 - 0,2^2} = 0,3.$$

Um nun die Leitfähigkeit der betreffenden Eisensorte berechnen zu können, brauchen wir die maximale Induktion. Zu diesem Zwecke setzen wir nach Gleichung (130):

$$N = \frac{e_1 \cdot 10^8}{4,44 \sim \cdot \xi_1} = \frac{2000 \cdot 10^8}{4,44 \cdot 50 \cdot 315} = 2,86 \cdot 10^6.$$

Demnach wird

$$B_{max} = \frac{N}{Q} = \frac{2,86 \cdot 10^6}{900} = 3180.$$

Mit Benutzung dieses Wertes erhalten wir aus Gleichung (133) die magnetische Leitfähigkeit  $\mu$  zu

$$\mu = \frac{B_{max} \cdot l}{1,78 \cdot i_\mu \cdot \xi_1} = \frac{3180 \cdot 100}{1,78 \cdot 0,3 \cdot 315} = 1900.$$

Das ist ungefähr der gleiche Wert, den wir für eine Induktion von 3180 aus der Kurve in Fig. 166 entnehmen.

Zu gleicher Zeit können wir nun auch noch den Wattverlust pro Kilogramm bei 50 Perioden ermitteln. Bei 765 kg Eisengewicht ergibt sich für 50 Perioden bei einem gemessenen Hysteresiseffekt von 400 Watt:

$$\frac{\text{Watt}}{\text{Kilo}} = \frac{400}{765} = 0,52.$$

Auf ähnliche Weise ist die entsprechende Kurve in Fig. 166 experimentell bestimmt. Dieselbe ergibt für eine Induktion von 3180 einen etwas niedrigeren Wert, nämlich 0,42 Watt pro Kilogramm bei 50 Perioden.

Es ist nun zwar klar, daß man bei Berechnung von Transformatoren, falls die Kurven für Eisenverlust und Leitfähigkeit genau bekannt sind, zuverlässig den Wattverlust und den Leerstrom vorausbestimmen kann. Man geht ja dabei nur denselben Weg rückwärts, den man bei Untersuchung der Eisensorte eingeschlagen hat. Dennoch läßt es sich nicht leugnen, daß der oben definierte Magnetisierungsstrom  $i_\mu$  jetzt nur mehr eine rechnerisch ermittelte Größe ist, der wir nur schwer eine physikalische Bedeutung zusprechen können. Wir gewinnen eine Vorstellung von der physikalischen Bedeutung des Magnetisierungsstromes, wenn wir, wie es in Fig. 169 b geschehen ist, den Vektor  $-i_h$  in Richtung der elektromotorischen Kraft auftragen. Dieser Vektor  $-i_h$  stellt uns dann einen Strom dar, der durch die Wattkomponente des primären Stromes aufgehoben wird. Wir können ihn also als die entmagnetisierende Kraft der Hysterisis auffassen, die sich der Magnetisierung widersetzt. In diesem Sinne ist dann der Vektor von  $i_\mu$  in Fig. 169 b die Resultierende aus dem ganzen Leerstrom  $i_0$  und dem der Wirkung der Hysterisis entsprechenden Strom  $-i_h$ .

Der Vektor  $i_\mu$  stellt also die tatsächliche, im Transformator wirksame magnetisierende Kraft dar, wie sie sich aus dem ganzen magnetisierenden Leerstrom und der entmagnetisierenden Wirkung der Hysterisis ergibt. Die tatsächliche Induktion  $B$  ist dann dieser tatsächlichen magnetisierenden Kraft proportional und hat gleiche Phase mit derselben.

## 85. Der Transformator bei induktionsloser Belastung.

Für denjenigen, der einigermaßen mit den Wirkungen der Selbstinduktion und dem Wesen einer Drosselspule vertraut ist, bietet das in Abschnitt 82 dargestellte Verhalten des unbelasteten Transformators keine wesentlichen Schwierigkeiten. Dagegen ist das Verständnis der Wirkungsweise des belasteten Transformators schwieriger. Man begreift es anfangs nicht recht, daß man der sekundären Spule eine beliebige Stromstärke entnehmen kann, und daß dann selbsttätig die primäre Stromstärke sich darnach einstellt. Während bei Leerlauf die große elektromotorische Gegenkraft das Hineinfließen des Stromes fast vollständig verhindert, wächst die primäre Stromstärke sofort, wenn man sekundären Strom entnimmt. Man fragt sich da unwillkürlich, wodurch diese Zunahme des primären Stromes oder die scheinbare Abnahme des Selbstinduktionskoeffizienten eigentlich veranlaßt ist. Mit andern Worten: Man sieht nicht recht den Zusammenhang zwischen den beiden Wickelungen, die ja vollständig voneinander isoliert sind.

Nun ist es ja allerdings einfach genug, aus dem Gesetz von der Erhaltung der Energie den Zusammenhang zwischen dem primären und dem sekundären Strom zu folgern. Die primär zugeführte Leistung muß gleich der Summe aus der sekundären Nutzleistung und sämtlichen Verlusten sein. Ist also  $w_1$  der Widerstand der primären und  $w_2$  der Widerstand der sekundären Spule, so ergibt sich unter der Voraussetzung, daß die Phasenverschiebung im primären Kreis wegen des geringen wattlosen Stromes gleich Null gesetzt werden kann:

$$e_1 \cdot i_1 = e_2 \cdot i_2 + i_1^2 \cdot w_1 + i_2^2 \cdot w_2 + P_h.$$

Nun sind die Verluste sehr gering und wir können sie bei unserer Betrachtung vernachlässigen. Dann erhalten wir:

$$e_1 \cdot i_1 = e_2 \cdot i_2$$

oder

$$\frac{i_1}{i_2} = \frac{e_2}{e_1} = \frac{\xi_2}{\xi_1}. \quad (136)$$

Die Stromstärken verhalten sich also umgekehrt wie die Spannungen oder umgekehrt wie die Windungszahlen.

Ogleich nun das Gesetz von der Erhaltung der Energie uns derartig geläufig geworden ist, daß es überall die Grundlage unseres Erkennens geworden ist, so läßt sich doch nicht leugnen, daß in unserm Falle noch immer die oben erwähnte Schwierigkeit für den denkenden Studierenden bestehen bleibt.

Dagegen gelangen wir zu einem vollständigen Verständnis der Wirkungsweise des belasteten Transformators erst durch das Kapp'sche Diagramm der magnetomotorischen Kräfte. Der sekundäre Strom hat bei induktionsloser Belastung gleiche Phase mit der induzierten elektromotorischen Kraft. Dagegen hat der primäre Strom wesentlich gleiche Phase mit der primären Klemmspannung, die der induzierten elektromotorischen Kraft entgegengesetzt ist. Daraus folgt, daß primärer und sekundärer Strom sich fast direkt entgegenwirken, also eine Phasenverschiebung von  $180^\circ$  zu einander haben. Demnach ist die scheinbare Abnahme des Selbstinduktionskoeffizienten bei Belastung daraus zu erklären, daß der weitaus größte Teil der primären Amperewindungen direkt neutralisiert und aufgehoben wird durch entgegenwirkende sekundäre Amperewindungen.

Das wird noch deutlicher, wenn wir bedenken, daß unter Vernachlässigung des primären Ohm'schen Spannungsverlustes die elektromotorische Gegenkraft numerisch gleich der konstanten primären Klemmspannung ist. Demnach ergibt sich die Kraftlinienzahl zu

$$N = \frac{e_1 \cdot 10^8}{4,44 \sim \xi_1} = \text{Konstans.}$$

Der Maximalwert der Kraftlinien ist also immer ein und derselbe, gleichgiltig, ob der Transformator stark oder schwach belastet ist, und

zwar ist dieser Maximalwert bei jedem Betriebszustand gleich dem Maximalwert bei Leerlauf. Wenn wir also aus der sekundären Spule Strom entnehmen, so erzeugt dieser Strom eine gewaltig große Kraftlinienzahl  $N_2$ . Der Einfluß derselben muß dann aufgehoben sein durch einen entsprechenden Zuwachs der vom primären Strome erzeugten Kraftlinienzahl  $N_1$ , so daß stets die Leerlaufkraftlinien  $N$  übrig bleiben.

Nun existieren die Kraftlinien  $N_1$  und  $N_2$  nicht wirklich, sondern aus der Entgegenwirkung der primären Amperewindungen  $i_1 \cdot \xi_1$  und der sekundären Amperewindungen  $i_2 \cdot \xi_2$  ergeben sich direkt die Leerlaufamperewindungen  $i_0 \cdot \xi_1$ . Es ist daher vorteilhaft, statt des Kraftlinien-diagramms direkt das Amperewindungsdiagramm aufzustellen. Wir gehen dann noch einen Schritt weiter und dividieren sämtliche Amperewindungen durch die primäre Windungszahl  $\xi_1$ . Dadurch erhalten wir das Diagramm der Ströme, wie es in Fig. 170a gegeben ist. In demselben ist der Vektor  $i_0$  die Resultierende aus  $i_1$  und  $\frac{i_2 \cdot \xi_2}{\xi_1}$ .

Bei der Konstruktion des Diagramms werden wir zunächst das Stromdreieck  $OAB$  bei Leerlauf aus den Werten  $i_0$ ,  $i_h$  und  $i_\mu$  zeichnen. Fällt der Vektor von  $i_\mu$  in die Abscissenachse, so fällt der Vektor der induzierten elektromotorischen Kraft und ebenso der Vektor des sekundären Stromes in die Ordinatenachse, also in Fig. 170a senkrecht nach unten. Es ist also

$$OE = E_1 = \frac{E_2 \cdot \xi_1}{\xi_2}.$$

Die sekundäre Stromstärke wird, weil das Diagramm aus dem Amperewindungsdiagramm entstanden ist, in einem auf die primären Verhältnisse reduzierten Maßstabe aufgetragen. Es ist also

$$OC = \frac{i_2 \cdot \xi_2}{\xi_1}.$$

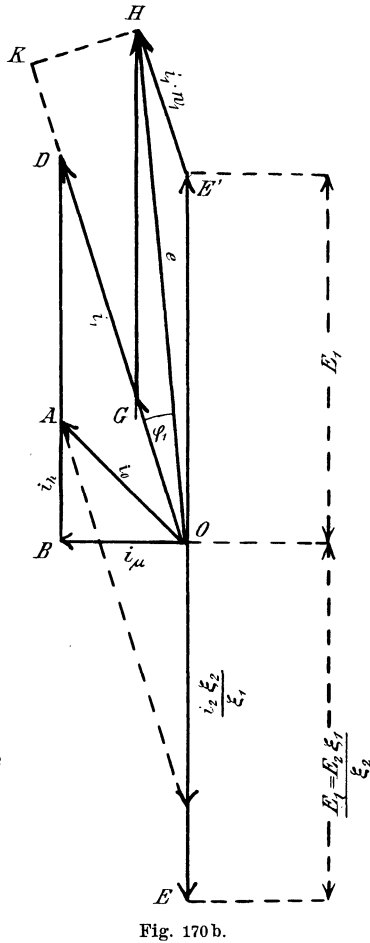
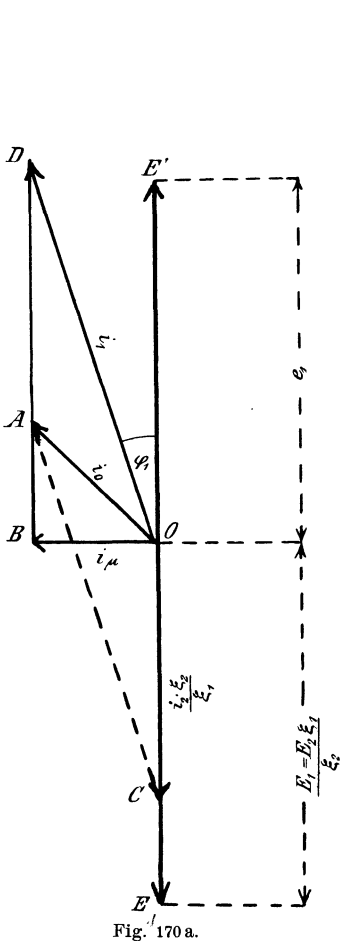
Die primäre Stromstärke ergibt sich nun nach Phase und Größe durch die obige Überlegung, daß der Leerstrom  $i_0$  die Resultierende aus dem Primärstrom und dem reduzierten Sekundärstrom ist. Wir finden so

$$OD = i_1.$$

Dieser primäre Stromvektor bildet mit dem Vektor der primären Klemmspannung einen sehr kleinen Winkel  $\varphi_1$ , der in Fig. 170a der Deutlichkeit wegen viel größer gezeichnet ist, als es der Wirklichkeit entspricht. Der Transformator verhält sich also bei induktionsloser sekundärer Belastung auch im primären Kreise wie ein induktionsloser Verbrauchskörper.

Wollen wir nun noch den primären Spannungsverlust berücksichtigen, so tragen wir in Richtung des primären Stromvektors den primären Spannungsverlust  $i_1 \cdot w_1 = OG$  auf (Fig. 170 b). Ferner machen wir  $OE'$

gleich der elektromotorischen Kraft  $E_1$ . Die Resultierende  $OH$  aus  $i_1 \cdot w_1$  und  $E_1$  gibt uns dann die primäre Klemmspannung nach Gröfse und Phase.



Die Richtigkeit der Konstruktion folgt aus dem Gesetz von der Erhaltung der Arbeit. Wenn wir nämlich die Klemmspannung auf den Vektor des Stromes projizieren, so ergibt sich:

$$OK = e_1 \cdot \cos \varphi_1,$$

$$GK = OK - OG = e_1 \cdot \cos \varphi_1 - i_1 \cdot w_1.$$

Andererseits ist

$$GH = E_1,$$

$$OD = i_1$$

und

$$DA + AB = i_2 \cdot \frac{r_2}{\xi_1} + i_h.$$

Nun ist das Dreieck  $GKH$  dem Dreieck  $DBO$  ähnlich. Daraus folgt:

$$\frac{DA + AB}{OD} = \frac{GK}{GH},$$

oder mit Einsetzung der obigen Werte:

$$\frac{i_2 \cdot \xi_2}{\xi_1} + i_h = \frac{e_1 \cdot \cos \varphi_1 - i_1 \cdot w_1}{E_1}.$$

Indem wir quer herüber multiplizieren, erhalten wir:

$$E_1 \cdot \frac{i_2 \cdot \xi_2}{\xi_1} + E_1 \cdot i_h = e_1 \cdot i_1 \cdot \cos \varphi_1 - i_1^2 \cdot w_1.$$

Setzen wir  $E_1 \cdot \frac{\xi_2}{\xi_1} = E_2$  und lösen für  $e_1 \cdot i_1 \cos \varphi_1$  auf, so erhalten wir:

$$e_1 \cdot i_1 \cdot \cos \varphi_1 = E_2 \cdot i_2 + i_1^2 \cdot w_1 + E_1 \cdot i_h. \quad (137)$$

Nun ist das Produkt  $E_2 \cdot i_2$  die gesamte sekundäre Leistung innen und außen. Das Produkt  $i_1^2 \cdot w_1$  ist die in Joule'sche Wärme umgesetzte primäre Leistung und das Produkt  $E_1 \cdot i_h$  stellt den Verlust durch Hysterisis dar. Die aufgewendete Leistung ist also gleich der Summe aus der sekundären Leistung und den Verlusten. Eine kleine Ungenauigkeit müssen wir dabei allerdings mit in Kauf nehmen. In Wirklichkeit ist der Wert von  $i_h$  bei Betrieb und bei Leerlauf nicht konstant, weil der primäre Spannungsverlust die Größe der elektromotorischen Gegenkraft beeinflusst. Demnach ist auch die Kraftlinienzahl, die der letzteren proportional ist, nicht völlig konstant. Weil nun der Hysterisisverlust nicht der ersten, sondern der 1,6ten Potenz der Induktion proportional ist, so kann  $i_h$  kein konstanter Wert sein. Der Fehler ist aber verschwindend gering.

Wir gehen nun dazu über, den Wirkungsgrad bei induktionsloser Belastung zu bestimmen.

Ist  $w_2$  der sekundäre innere Widerstand, so ist die sekundäre Nutzleistung  $e_2 \cdot i_2$  um den Betrag  $i_2^2 \cdot w_2$  kleiner als die gesamte sekundäre Leistung. Dabei ergibt sich die sekundäre Klemmspannung  $e_2$  in unserem Falle durch direkte Subtraktion des Ohm'schen Spannungsverlustes  $i_2 \cdot w_2$  von der elektromotorischen Kraft  $E_2$ . Der Wirkungsgrad wird dann bei induktionsloser Belastung:

$$\eta = \frac{e_2 \cdot i_2}{e_1 \cdot i_1 \cdot \cos \varphi_1} = \frac{e_2 \cdot i_2}{e_2 \cdot i_2 + i_1^2 \cdot w_1 + i_2^2 \cdot w_2 + P_h}. \quad (138)$$

Die Gleichung zeigt deutlich, daß der Wirkungsgrad bei geringer Belastung sehr schlecht wird, weil der Hysterisisverlust zu sehr in Betracht kommt. Bei steigender Belastung wird der Hysterisisverlust kaum mehr in Betracht kommen, und die Joule'schen Verluste sind anfangs noch verhältnismäßig gering, so daß der Wirkungsgrad bald ein Maximum

wird. Das ist der Fall, wenn die variablen Joule'schen Verluste zusammen gleich dem wesentlich konstanten Verlust durch Hysterisis werden. Bei noch größerer Belastung werden die Joule'schen Verluste, die ja vom Quadrate des Stromes abhängig sind, wieder zu sehr ins Gewicht fallen, und der Wirkungsgrad wird wieder kleiner.

Es ist nun noch die Frage zu erledigen, wie das Verhältnis des primären und sekundären Widerstandes sein muß, damit die Verluste bei gegebenem gesamten Kupfergewicht am geringsten werden. Es braucht wohl kaum bewiesen zu werden, daß es das rationellste ist, die Verluste durch Joule'sche Wärme gleichmäßig auf beide Spulen zu verteilen. Dadurch erhalten wir:

$$i_1^2 \cdot w_1 = i_2^2 \cdot w_2$$

oder

$$\frac{w_1}{w_2} = \frac{i_2^2}{i_1^2} = \frac{\xi_1^2}{\xi_2^2}.$$

Die Widerstände verhalten sich dann also wie die Quadrate der Windungszahlen.

Ist nun  $U$  der Umfang einer Windung in Metern und ist derselbe für beide Spulen der gleiche, so ergibt sich:

$$w_1 = \frac{\rho \cdot U \cdot \xi_1}{q_1}$$

und

$$w_2 = \frac{\rho \cdot U \cdot \xi_2}{q_2}.$$

Durch Division beider Werte durch einander erhalten wir mit Berücksichtigung des eben gefundenen Verhältnisses der Widerstände:

$$\frac{w_1}{w_2} = \frac{q_2 \cdot \xi_1}{q_1 \cdot \xi_2} = \frac{\xi_1^2}{\xi_2^2}.$$

Demnach ergibt sich:

$$\frac{q_2}{q_1} = \frac{\xi_1}{\xi_2}.$$

Die Kupferquerschnitte verhalten sich also umgekehrt wie die Windungszahlen. Da sich die Drahtlängen der beiden Wicklungen wie die Windungszahlen verhalten, so ergibt sich, daß das Produkt aus Drahtlänge mal Querschnitt oder das Kupfervolum unter diesen Umständen in beiden Spulen dasselbe ist. In diesem Falle wird in beiden Wicklungen der gleiche Effektverlust und der gleiche prozentische Spannungsverlust auftreten. Ist z. B. die primäre Klemmspannung gleich 2000 Volt, der primäre Strom 20 Ampere und die Übersetzung 10 : 1, so ist die sekundäre Leerlaufspannung 200 Volt und der sekundäre Strom 200 Ampere. Will man einen Spannungsabfall von 3<sup>0</sup>/<sub>10</sub> zwischen Leerlauf und Vollbelastung zulassen und verteilt man denselben gleichmäßig auf primäre und sekundäre Spule, so ergibt sich:



$$i_1 \cdot w_1 = \frac{1,5}{100} \cdot 2000 = 30 \text{ Volt,}$$

$$i_2 \cdot w_2 = \frac{1,5}{100} \cdot 200 = 3 \text{ Volt.}$$

Daraus ergibt sich:

$$w_1 = \frac{30}{20} = 1,5 \text{ Ohm,}$$

$$w_2 = \frac{3}{200} = 0,015 \text{ Ohm.}$$

Ferner erhalten wir:

$$E_1 = e_1 - i_1 \cdot w_1^1) = 1970 \text{ Volt,}$$

$$E_2 = \frac{E_1}{10} = \frac{1970}{10} = 197 \text{ Volt}$$

und

$$e_2 = E_2 - i_2 \cdot w_2 = 194 \text{ Volt.}$$

Der Spannungsverlust beträgt also zwischen Leerlauf und Vollbelastung  $200 - 194 = 6$  Volt oder  $3\%$ .

## 86. Der Transformator bei induktiver Belastung.

Wir gehen jetzt zu dem Fall über, wo die sekundären Klemmen des Transformators durch Ohm'sche und induktive Widerstände geschlossen sind. Ist  $W_2$  der Widerstand und  $L_2 \omega$  die Induktanz des äußeren sekundären Kreises, so ergibt sich die Phasenverschiebung zwischen der sekundären Klemmspannung und Stromstärke durch die Gleichung:

$$\tan \varphi_2 = \frac{L_2 \omega}{W_2}.$$

Dagegen ist der Phasenverschiebungswinkel  $\varphi$  zwischen der elektromotorischen Kraft  $E_2$  und der Stromstärke  $i_2$  gegeben durch die Gleichung:

$$\tan \varphi = \frac{L_2 \omega}{W_2 + w_2}.$$

Wir machen also den Vektor  $OE$  gleich  $\frac{E_2 \cdot \xi_1}{\xi_2}$  und konstruieren das rechtwinklige Dreieck  $OME$  so, daß die Kathete  $OM$  um den obigen Winkel  $\varphi$  hinter der Hypotenuse zurückbleibt (Fig. 171 a). Dann ist  $OM$  die gesamte sekundäre Ohm'sche Spannung und  $EM$  die äußere Selbstinduktion in einem auf die primäre Wicklung reduzierten Maße. Es ist also:

$$OM = i_2 \left( W_2 + w_2 \right) \cdot \frac{\xi_1}{\xi_2}$$

1) Diese algebraische Subtraktion ist eigentlich nach Fig. 170b unzulässig. Praktisch aber ist der Winkel  $\varphi_1$  immer so klein, daß der Fehler bei algebraischer Subtraktion unmeßbar klein wird.

und

$$EM = L_2 \omega \cdot i_2 \cdot \frac{\xi_1}{\xi_2}$$

Von dem Vektor  $OM$  subtrahiert sich nun zunächst die innere Ohm'sche Spannung. Es sei

$$OL = i_2 \cdot w_2 \cdot \frac{\xi_1}{\xi_2}$$

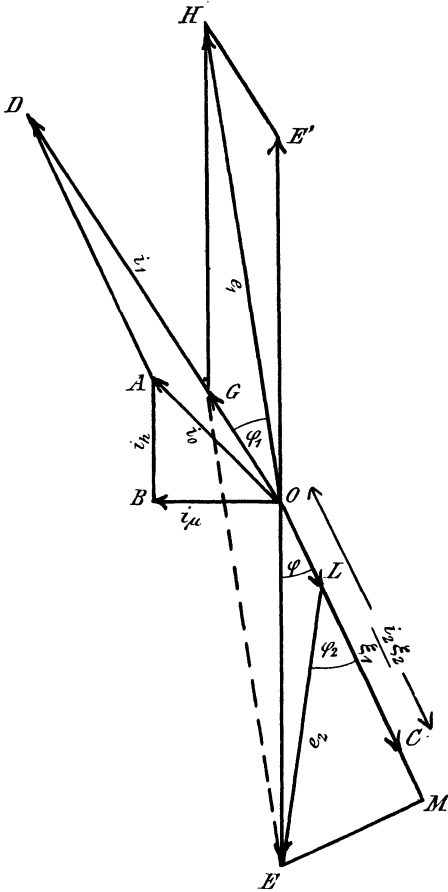


Fig. 171 a.

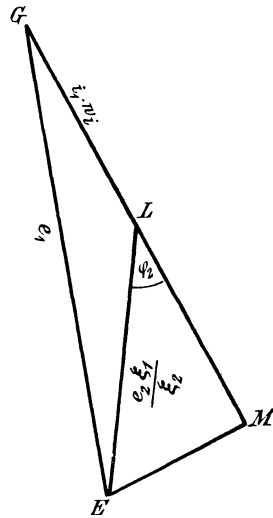


Fig. 171 b.

Der Rest  $LM$  ist dann der Ohm'sche Spannungsverbrauch im äußeren Kreise. Aus den Katheten  $LM$  und  $EM$  ergibt sich dann die Hypotenuse  $EL$ . Dieselbe ist in der Figur mit  $e_2$  bezeichnet, in Wirklichkeit ist jedoch mit Berücksichtigung des durch die Übersetzung gegebenen Maßstabes:

$$EL = \frac{e_2 \cdot \xi_1}{\xi_2}$$

Es gilt jetzt, dem primären Stromvektor zu zeichnen. Der Vektor des sekundären Stromes fällt in die Richtung der sekundären Ohm'schen Spannung. Wir tragen ihn in passendem Mafse auf, indem wir auf gleiche Windungszahl reduzieren. Es sei also:

$$OC = \frac{i_2 \cdot \xi_2}{\xi_1}.$$

Wir ziehen dann den Strahl  $OD$  so, dafs der Leerstrom  $OA$  die Resultierende aus  $OD$  und  $OC$  wird. Der Vektor  $OD$  stellt dann die primäre Stromstärke  $i_1$  nach Gröfse und Phase dar, weil die Leerlaufamperewindungen die Resultierende aus den primären und sekundären Amperewindungen sind.

Wir tragen nun in Richtung des primären Stromvektors den Ohm'schen Spannungsverlust  $i_1 \cdot w_1 = OG$  auf und ebenso in Richtung der Ordinatenachse die Spannung  $OE$ , die die primäre elektromotorische Kraft zu überwinden hat. Aus beiden Spannungen erhalten wir als Resultierende die primäre Klemmspannung  $e_1 = OH$ . Das Diagramm ergibt uns nun folgende wichtige Tatsachen:

1. Der primäre und der sekundäre Stromvektor sind sich jetzt fast genau entgegen gerichtet. Die Leerlaufamperewindungen sind also fast gleich der algebraischen Differenz aus den primären und sekundären Amperewindungen. Da nun der Leerstrom sehr klein und nur in der Figur der Deutlichkeit wegen gröfser gezeichnet ist, so ist annähernd wieder die Gleichung erfüllt:

$$i_1 = \frac{i_2 \cdot \xi_2}{\xi_1}.$$

2. Der Vektor der Klemmspannungen  $e_1$  und  $e_2$  fällt bei kleinem Ohm'schen Spannungsverlust fast genau in die Richtung der Ordinatenachse, also mit der Richtung der elektromotorischen Kraft zusammen.

3. Demnach ist der Phasenverschiebungswinkel  $\varphi_2$  im äufseren sekundären Kreis annähernd gleich dem Winkel  $\varphi_1$  zwischen der primären Klemmspannung und dem primären Strome. Die sekundäre Phasenverschiebung wirkt also direkt auf den primären Kreis zurück.

Dieses Verhalten des Transformators führt nun zu einer Anschauung, die auf elegante und einfache Weise den Zusammenhang zwischen der primären und sekundären Spule deutlich macht. Der ganze Transformator besteht bei dieser Anschauung aus einem einzigen Apparat, und es wird geistig die Trennung zwischen beiden Spulen überbrückt. Ziehen wir nämlich die Verbindungslinie  $GE$ , so ist dieselbe als Seite eines Parallelogramms gleich der primären Klemmspannung  $e_1$ . Da die Ohm'schen Spannungsverluste  $OG$  und  $OL$  wesentlich gleiche Richtung haben, so addieren sie sich zu einem gemeinsamen Ohm'schen Spannungsverlust. Es ist also mit grofser Annäherung:

$$GL = OG + OL = i_1 \cdot w_1 + i_2 \cdot w_2 \cdot \frac{\xi_1}{\xi_2}.$$

Wir setzen nun für  $i_2$  den Wert  $\frac{i_1 \cdot \xi_1}{\xi_2}$  ein und erhalten:

$$GL = i_1 \cdot w_1 + i_1 \cdot w_2 \cdot \frac{\xi_1^2}{\xi_2^2} = i_1 \cdot \left( w_1 + w_2 \cdot \frac{\xi_1^2}{\xi_2^2} \right).$$

Es sieht also nach dieser Gleichung so aus, als ob der primäre Strom hintereinander den Widerstand  $w_1$  und den Widerstand  $w_2 \cdot \frac{\xi_1^2}{\xi_2^2}$  durchfließt. Der letztere Wert heißt der auf die primäre Spule reduzierte sekundäre Widerstand. Wir können dann den ganzen Transformator mit einem Generator vergleichen, dessen elektromotorische Kraft gleich  $e_1$ , dessen innerer Widerstand  $w_i$  gleich  $w_1 + w_2 \cdot \frac{\xi_1^2}{\xi_2^2}$  und dessen Klemmspannung gleich  $e_2 \cdot \frac{\xi_1}{\xi_2}$  ist. Der Deutlichkeit wegen ist das entsprechende Diagramm dieses Generators in Fig. 171 b herausgezeichnet, und zwar genau in derselben Lage, die dasselbe im Transformatorendiagramm einnimmt. Die Spannung  $e_1$  ist die Hypotenuse, während die eine Kathete  $GM$  die Summe der inneren und äußeren Ohm'schen Spannungen und die andere Kathete  $EM$  die äußere Selbstinduktion darstellt. Dabei ist die innere Selbstinduktion des Generators gleich Null anzunehmen.

Es sei z. B. in dem am Schlusse des vorigen Abschnittes genannten Falle der Leistungsfaktor  $\cos \varphi_2$  des äußeren Stromkreises gleich 0,7. Die primäre Stromstärke sei  $i_1 = 20$  Ampere. Das Verhältnis der Windungszahlen sei 10 : 1, die Widerstände  $w_1 = 1,5$  und  $w_2 = 0,015$  Ohm. Gesucht wird die Primärspannung, die nötig ist, um eine sekundäre Spannung von 200 Volt zu erzeugen. Wir erhalten:

$$w_1 + w_2 \cdot \frac{\xi_1^2}{\xi_2^2} = 1,5 + 0,015 \cdot 100 = 3 \text{ Ohm.}$$

Der gesamte innere Ohm'sche Spannungsabfall, bezogen auf die primäre Spule, ist also:

$$GL = i_1 \cdot \left( w_1 + w_2 \cdot \frac{\xi_1^2}{\xi_2^2} \right) = 60 \text{ Volt.}$$

Dazu kommt der äußere Ohm'sche Spannungsverbrauch, reduziert auf die primäre Spule:

$$LM = e_2 \cdot \cos \varphi_2 \cdot \frac{\xi_1}{\xi_2} = 200 \cdot 0,7 \cdot 10 = 1400 \text{ Volt.}$$

Die gesamte Ohm'sche Kathete ist also für den ganzen Transformator  $1400 + 60 = 1460$  Volt. Da nun zu einem Wert  $\cos \varphi_2 = 0,7$  ein Wert  $\sin \varphi_2 = 0,714$  gehört, so ist die Kathete der Selbstinduktion

$$EM = e_2 \cdot \sin \varphi_2 \cdot \frac{\xi_1}{\xi_2} = 200 \cdot 0,714 \cdot 10 = 1428 \text{ Volt.}$$

Die Hypotenuse als die Wurzel aus der Summe der Quadrate über den Katheten ergibt sich dann zu

$$e. = \sqrt{1460^2 + 1428^2} = 2040 \text{ Volt.}$$

Bei dieser Primärspannung beträgt die Sekundärspannung gerade 200 Volt. Dabei ist allerdings vorausgesetzt, daß sämtliche, von der Primärspule erzeugten Kraftlinien auch in die Sekundärspule hineinschneiden und umgekehrt. Wir haben also immer angenommen, daß nur dasjenige Feld im Transformator auftritt, das beiden Spulen gemeinsam ist. Tatsächlich findet jedoch eine teilweise Streuung der Kraftlinien statt, welche den Spannungsabfall bei Vollbelastung vergrößert. Wir werden im folgenden Abschnitt sehen, daß auch für diese tatsächlichen Verhältnisse die Zusammenfassung beider Spulen zu einem einzigen Apparat sehr einfache Resultate liefert.

### 87. Das Verhalten des Transformators mit Berücksichtigung der Streuung.

Wir haben im Abschnitt 82 die in der Primärspule induzierte elektromotorische Kraft mit der Selbstinduktion einer Drosselspule verglichen, haben aber dann absichtlich den Ausdruck „Selbstinduktion“ fallen gelassen und dafür den Ausdruck „elektromotorische Gegenkraft“ eingeführt. Das war deswegen nötig, weil tatsächlich außer dieser nützlichen induzierten elektromotorischen Kraft noch eine durch die Streulinien verursachte, schädliche Selbstinduktion in beiden Spulen auftritt.

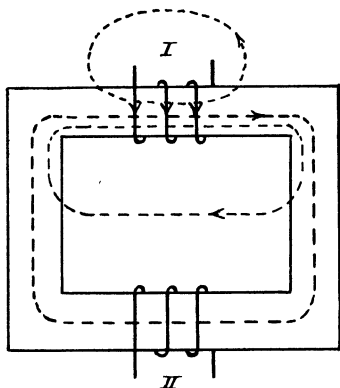


Fig. 172 a.

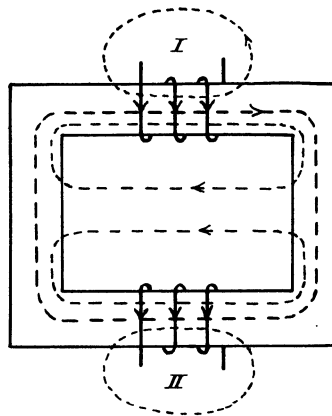


Fig. 172 b.

Um das Auftreten der Streuung zu verstehen, betrachten wir den ganz extremen Fall, in welchem die Primärspule auf der einen Seite, die Sekundärspule auf der anderen Seite eines Kerntransformators angeordnet ist (Fig. 172 a). Dann werden die bei Leerlauf von der Primärspule erzeugten Kraftlinien zwar sämtlich durch die Primärspule selbst, aber nur zum geringen Teile auch durch die Sekundärspule hindurchschneiden. Die Anzahl der Streulinien, die sich in der gezeichneten Weise durch die

Luft hindurch schliessen, ist dabei verhältnismässig gros. Die an die primäre Wickelung gelegte Klemmspannung hat dann zwei elektromotorische Kräfte zu überwinden, nämlich erstens die normale elektromotorische Gegenkraft  $E_1$ , welche durch die ganz im Eisen verlaufenden Kraftlinien induziert wird, und zweitens die wirkliche Selbstinduktion, die durch die Streulinien geschaffen wird. Infolgedessen ist die elektromotorische Gegenkraft  $E_1$  sehr viel kleiner als die primäre Klemmspannung. Daher wird auch die sekundäre Spannung sehr viel geringer sein, als man nach dem Verhältnis der Windungszahlen und der primären Spannung erwarten sollte.

Der Einfluss der Streuung wächst nun bedeutend, wenn wir den Transformator sekundär belasten (Fig. 172 b). Dann erzeugt nicht blofs die primäre, sondern auch die sekundäre Spule Streulinien, die wir ganz gut als nebeneinander bestehend denken können. Der primäre und sekundäre Strom haben dabei entgegengesetzte Richtung. Wenn also der Strompfeil in der primären Wickelung im gezeichneten Augenblick von aufsen nach innen gerichtet ist, so ist er in der sekundären Wickelung von innen nach aufsen gerichtet. Dann wirken sich die beiden magnetomotorischen Kräfte in Bezug auf den gemeinsamen Kreis entgegen, während sie in Bezug auf das innere Streufeld parallel geschaltet sind. Die Streulinien beider Spulen verlaufen also in Richtung der Pfeile durch die Luft.

Richtiger wäre allerdings die Anschauung, dafs die primären Amperewindungen sämtliche Kraftlinien erzeugen, und dafs die Streulinien deswegen bei Belastung so sehr anwachsen, weil die Kraftlinien durch den magnetischen Gegendruck der sekundären Spule zum grosen Teil verhindert werden, durch den Eisenkern derselben zu fliefsen. Könnten wir den Transformator in ein Material hineinsetzen, das ganz undurchlässig für magnetische Kraftlinien wäre, so würde auch bei der gezeichneten Anordnung der Spulen die normale Wirkungsweise erzielt werden. Der magnetische Druck der primären Amperewindungen würde dabei zum grossten Teile neutralisiert werden durch den Gegendruck der sekundären Amperewindungen, und es würde sich ein resultierender Druck ergeben, der im ganzen Kreise wirksam ist. Wenn aber überall die Gelegenheit zu magnetischen Nebenschlüssen gegeben ist, so ist ein einziger, gemeinsam durch den ganzen Kreis fliefsender Kraftlinienstrom unmöglich. Es ist, wie wenn wir Wasser durch ein undichtes Rohr pressen, wobei nur ein Teil des Wassers durch das ganze Rohr fliefst und wobei der Einfluss der Undichtigkeiten um so gröfser, je gröfser der Gegendruck ist, den wir am Ende des Rohres zu überwinden haben. Es ist daher unbedingt geboten, die Streuung so gering wie möglich zu machen. Das geschieht, indem man beide Spulen nicht getrennt voneinander anordnet, sondern übereinander schiebt. Aber auch in diesem Falle hat man noch mit einem geringen, durch die Streuung veranlafsten Spannungsabfall zu rechnen.

Wir gehen nun dazu über, die durch die Streuung hergestellten Verhältnisse durch das Vektordiagramm deutlich zu machen. Eine genaue Darstellung der Wirkungsweise des allgemeinen Transformators kann allerdings erst in Abschnitt 124 bei Gelegenheit der Besprechung der Drehstrommotoren gegeben werden. Es ist dort berücksichtigt, daß bei erheblichem, durch die primäre Selbstinduktion veranlafsten Spannungsverlust die Werte der elektromotorischen Kraft, der gemeinsamen Kraftlinienzahl und des Magnetisierungsstromes je nach der Belastung verschieden sind. Wenn aber der Wert von  $i_\mu$  nicht konstant ist, so kann das Stromdreieck bei Leerlauf nicht mehr die Grundlage für das Vektordiagramm bei Belastung sein.

Für den eigentlichen Transformator kommt das alles jedoch kaum in Betracht, da der Leerstrom überhaupt so klein ist, daß wir ihn zuletzt schon bei der Konstruktion des Diagramms ganz vernachlässigt haben. Wir tun das auch in diesem Falle und nehmen an, daß der primäre und sekundäre Stromvektor einander direkt entgegengesetzt sind. Der Winkel zwischen dem Vektor  $i_2$  und dem Vektor der elektromotorischen Kraft  $OE = E_2 \cdot \xi_1/\xi_2$  ist in Fig. 173 a willkürlich gewählt. In Wirklichkeit hängt dieser Winkel von dem Verhältnis der gesamten sekundären Selbstinduktion zum gesamten sekundären Widerstand ab. Wir tragen nun wieder in Richtung der Stromvektoren die betreffenden Ohmschen Spannungsverluste auf. Es ist also

$$\begin{aligned} OG &= i_1 \cdot w_1, \\ OL &= i_2 \cdot w_2 \cdot \frac{\xi_1}{\xi_2}. \end{aligned}$$

Die innere sekundäre Selbstinduktion, die durch die Streulinien geschaffen wird, sei  $E_{s_2}$ . Dieselbe bleibt nach Seite 258 um  $90^\circ$  hinter der Stromstärke zurück und muß durch eine entgegengesetzte Komponente der sekundären elektromotorischen Kraft aufgehoben werden. Diese Komponente eilt also dem sekundären Strome um  $90^\circ$  voraus; sie sei durch

$$ON = E_{s_2} \cdot \frac{\xi_1}{\xi_2}$$

nach Größe und Phase gegeben. Dann stellt die Resultierende  $OR$  aus dem inneren Spannungsverlust und der inneren Selbstinduktion den gesamten sekundären Spannungsabfall dar. Die Verbindungslinie  $RE$  ist dann die sekundäre Klemmspannung nach Größe und Phase.

Es ist also

$$RE = e_2 \cdot \frac{\xi_1}{\xi_2}.$$

Der Deutlichkeit wegen sind übrigens in Fig. 173a die Vektoren der Spannungsverluste und der Selbstinduktion verhältnismäßig groß gezeichnet. In Wirklichkeit sind sie viel kleiner, so daß die sekundäre

Klemmspannung sich wenig von der elektromotorischen Kraft unterscheidet.

Die Komponente der primären Klemmspannung, die der primären Selbstinduktion das Gleichgewicht hält, eilt nun andererseits dem primären Stromvektor um  $90^\circ$  voraus. Es ist also:

$$OP = E_{s_1}.$$

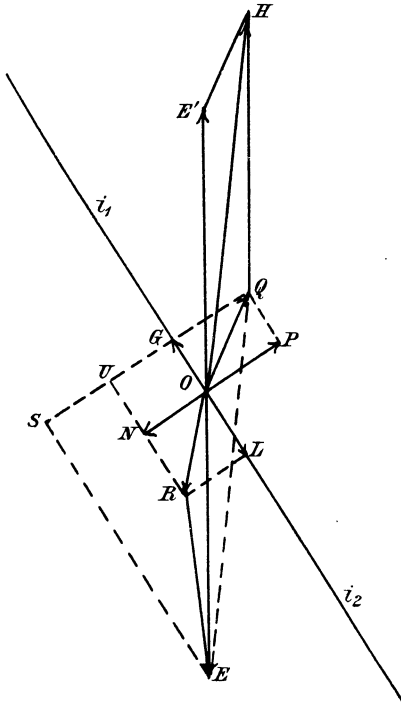


Fig. 173 a.

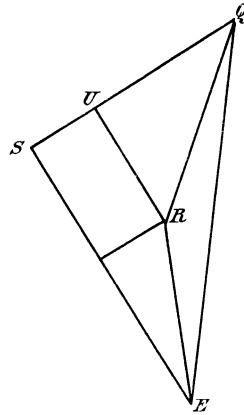


Fig. 173 b.

Dann stellt der Strahl  $OQ$  die Resultierende aus dem Ohm'schen Spannungsverlust und der Selbstinduktion, d. h. den gesamten primären Spannungsverlust dar. Wir setzen denselben mit der Spannung  $OE'$ , die der elektromotorischen Gegenkraft das Gleichgewicht hält, zu einer Resultierenden zusammen und erhalten:

$$OH = e_1.$$

Damit sind sämtliche Vektoren nach Größe und Phase gegeben, und wir können nun wieder dazu übergehen, beide Spulen zu einem einzigen Apparat zusammenzufassen. Wir verbinden deswegen den Punkt  $Q$  mit den Punkten  $G$  und  $E$  und fällen von  $R$  und  $E$  aus Senkrechte auf die Verlängerung von  $QG$ . Das so erhaltene, in Fig. 173 b herausgezeichnete Dreieck  $QES$  stellt nun das Spannungsdreieck für den gesamten Trans-



formator dar. Die Hypotenuse  $QE$  ist als Seite eines Parallelogramms gleich  $OH$ , also gleich der primären Klemmspannung  $e_1$ . Die Strecke  $QU$  ist gleich der Summe der beiden inneren Selbstinduktionen, die Strecke  $RU$  ist gleich der Summe der beiden Ohm'schen Spannungsverluste. Dann stellt die Strecke  $QR$  uns den gesamten Spannungsverlust durch Ohm'schen Widerstand und Induktanz im ganzen Transformator dar.  $RE$  ist, wie schon erwähnt, die reduzierte sekundäre Klemmspannung. Es braucht wohl kaum erwähnt zu werden, daß der gemeinsame innere Spannungsverlust in Wirklichkeit viel kleiner ist als die Strecke  $QR$  in Fig. 173 a u. b.

Es ist nun von Wichtigkeit, daß das Dreieck  $QRU$  sich experimentell ermitteln läßt. Schließt man nämlich die sekundäre Spule kurz, so wird  $RE = 0$ , und der Punkt  $E$  fällt mit dem Punkt  $R$  zusammen. Natürlich muß dabei die primäre Spannung ganz außerordentlich niedrig sein.

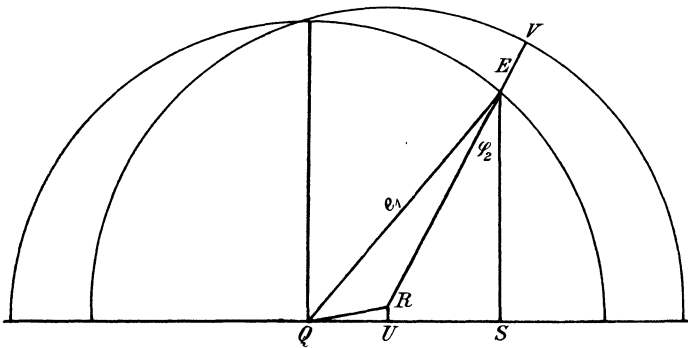


Fig. 174.

Am besten wählt man dieselbe so, daß gerade nur der normale Strom im kurzgeschlossenen Transformator erzeugt wird. Dann ist die bei diesem Versuch angewandte primäre Spannung direkt gleich  $QR$ . Da nun die gesamte Ohm'sche Spannung sich für die betreffende Stromstärke berechnen läßt, so ist das Dreieck  $QRU$  leicht zu konstruieren.

Damit sind die Grundlagen des Kapp'schen Transformatorendiagramms für konstante Stromstärke und variable äußere Phasenverschiebung gegeben (Fig. 174). Wir zeichnen das Dreieck  $QRU$  aus der primären Kurzschlußspannung  $QR$  und dem gesamten Ohm'schen Spannungsverlust  $RU$ , beides natürlich bei normalem Strom, und schlagen mit  $QE = e_1$  als Radius 2 Kreise mit den Mittelpunkten  $Q$  und  $R$ . Für einen gegebenen Phasenverschiebungswinkel  $\varphi_2$  im äußeren sekundären Kreis ist dann  $RE$  die reduzierte sekundäre Klemmspannung und  $EV$  die Spannungsdifferenz zwischen den sekundären Spannungen bei Leerlauf und Vollbelastung. Das gilt natürlich nur für ein und dieselbe Stromstärke, für welche die Länge  $QR$  experimentell ermittelt ist. Für eine andere Stromstärke hätte man diese Länge proportional der Stromstärke zu ändern und ein neues Diagramm zu zeichnen.

Nach dem Diagramm in Fig. 174 wird die Differenz zwischen der Leerspannung und der Spannung bei Belastung um so größer, je weiter der Punkt  $E$  auf dem Kreise nach unten rückt, je größer also der Phasenverschiebungswinkel  $\varphi_2$  ist.

Ferner sieht man, daß die Phasenverschiebung eine negative ist, wenn der Punkt  $E$  in der Nähe der Ordinatenachse oder links von der Ordinatenachse liegt. Im letzteren Falle ist sogar die sekundäre Klemmspannung  $RE$  bei Belastung größer als die Klemmspannung bei Leerlauf, die durch den Vektor  $QE$  gegeben ist (vergl. das entsprechende Diagramm des Generators in Abschnitt 98).

---

## Zwölftes Kapitel.

88. Magnetsysteme der Wechselstrommaschinen. — 89. Die mittlere elektromotorische Kraft der Wechselstrommaschinen. — 90. Die effektive elektromotorische Kraft bei sinusförmigem Feld. — 91. Die elektromotorische Kraft für Einlochwicklung. — 92. Die elektromotorische Kraft für Zweilochwicklung. — 93. Die elektromotorische Kraft für Dreilochwicklung. — 94. Die elektromotorische Kraft bei glatter Ankerwicklung. — 95. Die elektromotorische Kraft des Wechselstromes bei geschlossener Gleichstromwicklung. — 96. Die elektromotorische Kraft bei schleichender Stabwicklung. — 97. Die elektromotorische Kraft bei schleichender Spulenwicklung.

### 88. Magnetsysteme der Wechselstrommaschinen.

Obgleich sich im Laufe der Zeit herausgestellt hat, daß die einfache Innenpolmaschine fast in allen Fällen am günstigsten ist, wird es doch zweckmäßig sein, die verschiedenen Maschinentypen zu überblicken. Dabei empfiehlt es sich, den geschichtlichen Gang zu verlassen und die einfachsten Maschinen voranzustellen.

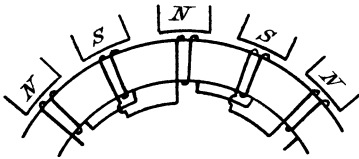


Fig. 175 a.

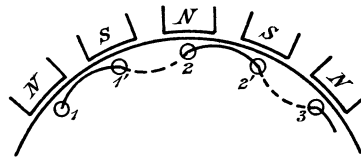


Fig. 175 b.

Die Maschine mit Aufsenspolen ist mit Ring- und Trommelanker gebaut worden. Bei dem in Fig. 175 a angedeuteten Ringanker sind alle Spulen im gleichen Sinne gewickelt und dann in ungleichem Sinne hintereinander geschaltet. Zeichnet man, wie beim Gleichstromanker, die Strompfeile in die Drähte der vorderen Stirnfläche und verfolgt die Stromrichtung, so findet man, daß die gleichzeitig induzierten elektromotorischen Kräfte sich addieren.

Die Maschine mit Aufsenspolen und Trommelanker (Fig. 175 b) wird noch für kleinere Leistungen und hohe Tourenzahlen gebaut. Prinzipiell haben wir pro Pol eine Spulenseite, und zwar wird, wie beim Gleichstromanker, von Mitte Nordpol bis Mitte Südpol gewickelt. Der Draht sei

z. B. in Fig. 175 b im Loch 1 von hinten nach vorne und in 1' von vorne nach hinten geführt. Dann wird nach Fertigstellung der Spule 1, 1' die Spule 2, 2' durch die hinten liegende, punktiert gezeichnete Stirnverbindung dahinter geschaltet.

Die Innenpolmaschine (Fig. 176), die in ihrer Konstruktion und Wirkungsweise von bestechender Einfachheit ist, hat im Laufe der Zeit alle übrigen Konstruktionen verdrängt. Bei dieser Type steht der aus Blechen zusammengesetzte Anker fest. Derselbe trägt auf seinem inneren Umfang Nuten, die durch Mikantiröhre ausgekleidet sind. Die Wickelung erfolgt nach dem gewöhnlichen Prinzip der Trommel, und die Enden der Wickelung sind zu feststehenden Klemmen geführt, so daß ein Abnehmen

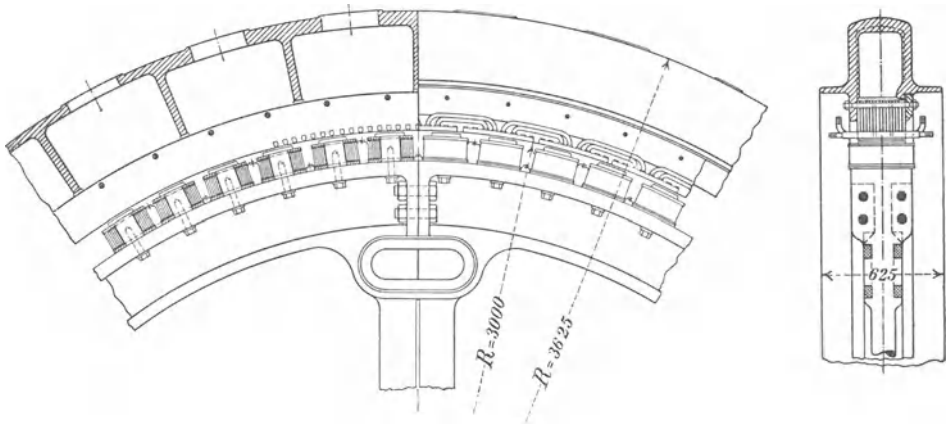


Fig. 176.

Dreiphasengenerator der Electricité et Hydraulique.

(Aus der Elektrotechnischen Zeitschrift vom Jahre 1900, Seite 1013.)

des hochgespannten Stromes durch Schleifringe vermieden ist. Im Innern des Ankers rotiert das Polrad mit Wechselfolen. Dasselbe ist, wie neuerdings allgemein üblich, so hergestellt, daß die Polkerne auf dem Umfang eines als Joch dienenden Schwungrades befestigt sind. Die Erregerwicklung ist in unserem Falle aus flach aufgewickeltem Kupferband hergestellt. Häufig besteht sie auch aus einer einzigen Lage Flachkupfer, das hochkantig gewickelt ist, und dessen einzelne Windungen durch Pressspahn von einander isoliert sind. Der Erregerstrom wird durch eine Gleichstrommaschine oder durch eine Akkumulatorenbatterie geliefert und dem Polrade durch Bürsten und Schleifringe zugeführt.

Die Erregung sämtlicher Magnetpole durch eine einzige Erreger-  
spule wurde in der sogenannten Lauffener-Type durchgeführt, wie sie für die berühmte Kraftübertragung von Lauffen nach Frankfurt im Jahre 1891 angewendet wurde. Das Polrad enthält einen zweiteiligen eisernen Zylinder, der von der einen Erreger-  
spule umschlossen ist (Fig. 177). Der

Zylinder trägt klauenförmige Ansätze, welche abwechselnd von rechts nach links, und von links nach rechts über die Mitte hinübergreifen. Die Kraftlinien verlaufen dabei z. B. im Innern des Zylinders von links nach rechts in Richtung der Achse und dringen durch die zur rechten Hälfte gehörende, in der Papierebene liegende Polklaue in den außen angeordneten Anker. Hier teilen sie sich in zwei Teile und kehren durch die vor und hinter der Papierebene liegenden Polklauen der linken Hälfte zum Innern der Spule zurück. Natürlich schließt sich ein Teil der Kraftlinien schon direkt von Polklaue zu Polklaue, da die Kraftlinien eine starke Abneigung gegen unnatürliche Krümmungen besitzen. Die Streuung solcher Maschinen ist also eine unverhältnismäßig große, und der Vorteil, den die eine Erregerspule bietet, ist zu teuer erkauft.

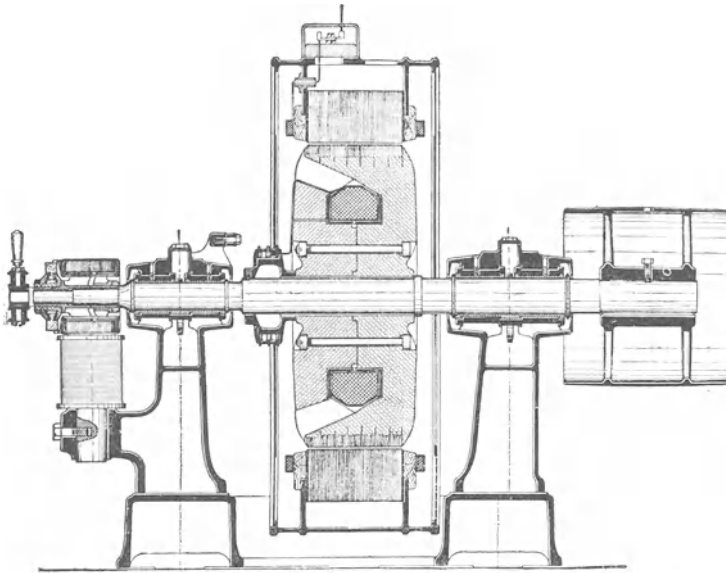


Fig. 177.

(Aus Kapp, Dynamomaschinen.)

Während die bisher besprochenen Maschinen einen einzigen Polkranz besitzen, haben die Maschinen mit Scheibenankern zwei Polkränze, die so angeordnet sind, daß Polflächen ungleichen Vorzeichens einander gegenüber stehen. Wir betrachten zunächst den Fall, wo Wechselfole auf einander folgen, wie z. B. bei der älteren Ferrantimaschine (Fig. 178a.) Bei derselben rotiert ein schmales, wellenförmiges Kupferband zwischen den Polflächen zweier Polkränze. Die in der Figur angedeuteten Pole liegen also hinter der Papierebene. Vor der Papierebene ist ein zweites Polsystem angeordnet zu denken, so daß ungleichnamige Pole sich gegenüber stehen. Diese ältere Ferrantimaschine ist deswegen von besonderem

Interesse, weil sie in der deutlichsten Weise das allgemeine Prinzip der Wickelung zeigt, die vor einem Nordpol entlang und vor einem Südpol zurückgeführt wird. Die Wickelung hat dabei ihren spulartigen Charakter ganz verloren und ist zu einer reinen Wellenwickelung geworden.

Die neuere Ferrantimaschine besitzt das gleiche Polsystem, wie die ältere, enthält jedoch scheibenförmige Spulen. Diese Anordnung war auch bei den ersten Wechselstrommaschinen der Firma Siemens & Halske befolgt. Um die prinzipielle Gleichheit der Scheibenwickelung und der Trommelwickelung deutlich zu machen, ist in Fig. 178 b eine Spulwickelung gezeichnet, die ebenso gut für eine Ferrantimaschine, wie für eine Trommelwickelung gilt. Damit Fig. 178 b eine Ferrantimaschine darstellt, haben wir die durch alle Polmitten gehende Gerade, wie in Fig. 178 a, in der Papierebene zu einem Kreise zu biegen und vor der Papierebene noch einen zweiten Polkranz liegend zu denken. Andererseits können wir Fig. 178 b aber auch als den abgerollten Mantel einer Trommel auffassen, wobei die im Ankereisen induzierten Pole den hinter der Papierebene liegenden Magnetpolen gegenüberstehen.

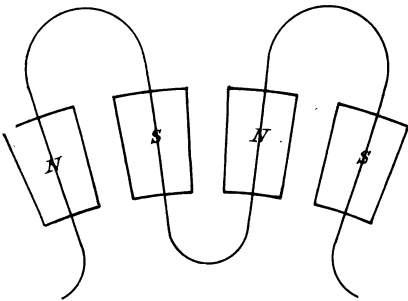


Fig. 178 a.

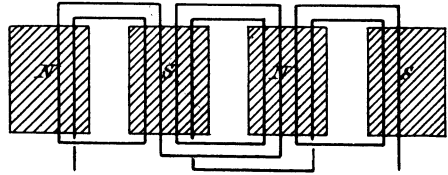


Fig. 178 b.

Die Verbindung der einzelnen Spulen untereinander hat dabei so zu erfolgen, daß die elektromotorischen Kräfte sich addieren; die Spulen sind also wieder im umgekehrten Sinne hintereinander zu schalten. Es ist dabei zu beachten, daß bei der gezeichneten Wickelung zwei Einzelspulenseiten verschiedener Spulen neben einander vor einem Pol liegen. Sie werden also in gleichem Sinne induziert und bilden eine gemeinsame Spulenseite von doppelter Drahtzahl.

Wir haben nun noch die Maschinen mit Gleichpolen zu erwähnen, obgleich sie eigentlich nur noch ein historisches Interesse haben. Zu den Gleichpolmaschinen gehört zunächst die Mordeymaschine, deren Magnetsystem große Ähnlichkeit mit der Lauffener Type hat. Nur ragen die klauenförmigen Ansätze nicht abwechselnd über die Mitte hinaus, sondern sie bilden, den Speichen eines Rades vergleichbar, auf der einen Seite eine Reihe von Nordpolen, auf der andern Seite eine Reihe von Südpolen (Fig. 179 a). Wenn nun das so konstruierte Polrad rotiert, so

schneiden die Kraftlinien durch die scheibenförmig gewickelten Spulen des feststehenden Ankers hindurch (Fig. 179b). Die Anzahl der Spulen ist doppelt so groß, als die Zahl der auf einer Seite befindlichen Pole. Wenn von Mitte Nordpol bis Mitte Nordpol gewickelt wäre, so wäre die elektromotorische Kraft jeder Windung in jedem Augenblicke gleich Null. Es ist demnach wesentlich von Mitte Nordpol bis Mitte der neutralen Zone gewickelt. Die elektromotorische Kraft kommt also nicht dadurch zu Stande, daß gleichzeitig beide Seiten einer Spule induziert werden, wie bei der gewöhnlichen Trommelwicklung. Vielmehr liegt die eine

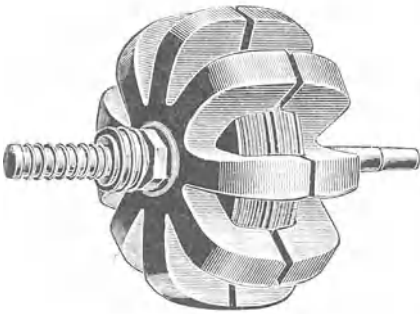


Fig. 179 a.

(Aus Rühlmann, Wechselstromtechnik.)

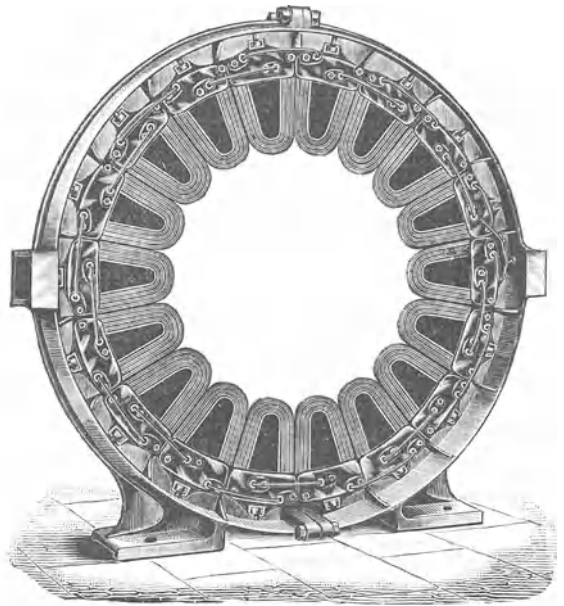


Fig. 179 b.

(Aus Kapp, Dynamomaschinen.)

Spulenseite gerade in der neutralen Zone, wenn sich die andere Spulenseite vor der Polmitte befindet. Die elektromotorische Kraft ist also bei gleicher Kraftlinienzahl, gleicher Drahtzahl und gleicher Periodenzahl halb so groß, wie diejenige einer Maschine mit Wechselepoles.

Wir können diesen Unterschied auch so definieren: Bei einer Wechselepolesmaschine treten die Kraftlinien eines Poles während einer Periode in die Fläche der Spule hinein, wieder heraus, von der entgegengesetzten Seite hinein und wieder heraus. Dagegen tritt die Kraftlinienzahl eines Poles der Gleichpolesmaschine während einer Periode in die Fläche der Spule nur einmal hinein und heraus. Wir tragen diesen Verhältnissen Rechnung, wenn wir bei Gleichpoles als Kraftlinienzahl  $N$ , die in die Gleichung für die elektromotorische Kraft eingeht, die halbe Kraft-

linienzahl eines Gleichpoles einsetzen. Bezeichnet also  $N_1$  die Kraftlinienzahl eines Poles der Gleichpolmaschine, so wird

$$N = \frac{N_1}{2}. \quad (139)$$

Über den Einfluß der Streuung siehe Seite 312.

Die Verbindung zweier Spulen geschieht wieder so, daß die elektromotorischen Kräfte sich addieren. Dabei haben wir zu beachten, daß zwei räumlich nebeneinander liegende Seiten verschiedener Spulen, wie in Fig. 178b, eine gemeinsame Gruppe bilden und gleichzeitig vor einem Pol liegen. Zwei benachbarte, in gleichem Sinne gewickelte Spulen müssen also in ungleichem Sinne hintereinander geschaltet werden, damit die elektromotorischen Kräfte in den verschiedenen Spulen sich addieren.

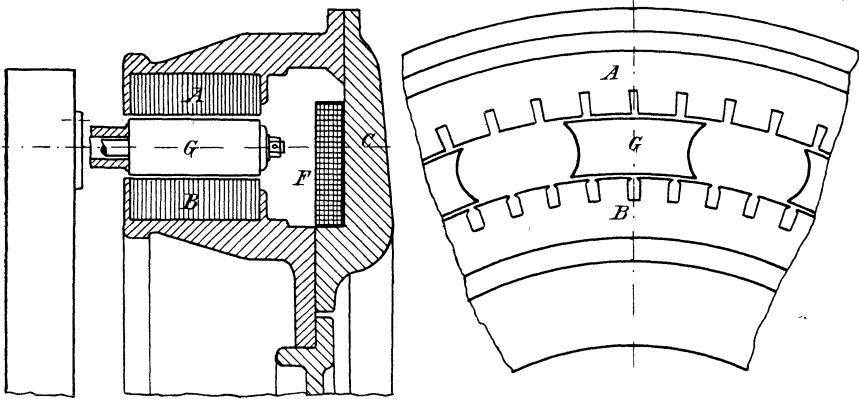


Fig. 180.

Zu den Maschinen mit Gleichpolen gehören nun auch die sogenannten Induktormaschinen. Das Eigentümliche dieser Maschinen besteht darin, daß weder die Hochspannungswickelung, noch die Erregerwicklung, sondern nur ein Eisenkörper rotiert. Derselbe schließt den Kraftlinienweg bald an der einen, bald an der anderen Stelle des Ankers und induziert auf diese Weise elektromotorische Kräfte von wechselnder Richtung. Diese Maschinen lassen eine außerordentlich hohe Umfangsgeschwindigkeit zu. Fig. 180 stellt eine solche Induktormaschine der Allgemeinen Elektrizitätsgesellschaft dar. Die Maschine besitzt zwei Anker *A* und *B*, die aus Blechen zusammengesetzt und durch das gemeinsame Joch *C* miteinander verbunden sind. Innerhalb des so gebildeten Hohlraumes liegt die Erregerwicklung *F*. Zwischen den beiden Ankern rotieren nun die Eisenklötze *G*, welche an einem Schwungrad befestigt sind. Die Kraftlinien schließen sich da am zahlreichsten, wo der magnetische Widerstand am kleinsten ist, wo sich gerade die Polklötze befinden. Wir können also die rotierenden Polklötze durch rotierende Elektromagnete ersetzt denken. Die Anker-



wicklung erfolgt natürlich, wie bei allen Gleichpolmaschinen, von der Polmitte bis zur Mitte der neutralen Zone.

Wäre keine Streuung vorhanden, so wäre die in der neutralen Zone liegende Spulenseite an der Induzierung der elektromotorischen Kraft unbeteiligt. Infolge der Streuung werden aber in zwei zusammengehörigen Spulenseiten elektromotorische Kräfte induziert, die sich entgegenwirken. Bezeichnen wir also die Streulinien mit  $N_0$ , die Kraftlinien des Polklotzes mit  $N_1$ , so haben wir mit Benutzung der Gleichung (139):

$$N = \frac{N_1 - N_0}{2} \quad (140)$$

Der große Einfluß der Streuung bei den Induktormaschinen hat dazu geführt, daß sie, wie die Lauffener Type, ebenso schnell wieder verlassen sind, wie sie aufkamen. Die Streuung bedingt nämlich eine größere Kraftlinienzahl im Joch und daher eine größere, für das Joch erforderliche Amperewindungszahl. Das ist jedoch noch von geringer Bedeutung. Die Hauptsache ist, daß die Streuung der Feldmagnete einen erheblichen Spannungsabfall bei Belastung verursacht (vergl. Abschnitt 103).

### 89. Die mittlere elektromotorische Kraft der Wechselstrommaschinen.

Die Wickelung der meisten Wechselstrommaschinen unterscheidet sich von derjenigen der Gleichstrommaschinen dadurch, daß bei der Gleichstrommaschine die Ankerdrähte auf dem ganzen Umfang verteilt sind, während bei der Wechselstrommaschine die Drähte einer Spulenseite meist in eine Nut oder wenige nebeneinanderliegende Nuten zusammengedrängt sind. Die Breite einer Spulenseite ist dabei also in der Regel kleiner als die Polbreite und sogar kleiner als die neutrale Zone. In diesem Falle wird eine Spulenseite niemals gleichzeitig vor zwei entgegengesetzten Polen liegen, und es werden sich die gleichzeitig in den verschiedenen Drähten induzierten elektromotorischen Kräfte stets addieren. Wir erhalten also den Mittelwert der induzierten elektromotorischen Kraft, wenn wir die während einer Umdrehung stattfindenden Kraftlinienschnitte durch die Zeitdauer einer Umdrehung dividieren und mit  $10^{-8}$  multiplizieren. Bezeichnet also:

$N$  die Kraftlinienzahl eines Poles,

$p$  die Zahl der Polpaare,

$z'$  die Zahl der hintereinander geschalteten Leiter,

so ergeben sich pro Umdrehung  $2p \cdot N \cdot z'$  Kraftlinienschnitte. Da die Zeitdauer einer Umdrehung  $\frac{1}{n/60}$  Sekunde ist, so ergibt sich die mittlere elektromotorische Kraft zu

$$E_{\text{mittel}} = \frac{p \cdot N \cdot z'}{\frac{1}{n/60}} \cdot 10^{-8} = 2 N \cdot p \cdot \frac{n}{60} \cdot z' \cdot 10^{-8}$$

Setzen wir nun

$$\sim = p \cdot \frac{n}{60},$$

so erhalten wir:

$$E_{\text{mittel}} = 2 N \sim z' \cdot 10^{-8}. \quad (141)$$

Es ist von Interesse, diese Formel mit derjenigen für einen Gleichstromanker mit Serienwicklung zu vergleichen. Für denselben erhielten wir nach Gleichung (79):

$$E = p \cdot N \cdot \frac{n}{60} \cdot z \cdot 10^{-8}.$$

Dabei bedeutete  $z$  die Gesamtzahl der Drähte auf dem Gleichstromanker. Von diesen ist aber nur die Hälfte hintereinander geschaltet. Wenn wir also die Zahl  $z'$  der hintereinander geschalteten Drähte einführen, so haben wir zu setzen:

$$z = 2 z'$$

und erhalten für den Gleichstromanker:

$$E = p \cdot N \cdot \frac{n}{60} \cdot 2 z' \cdot 10^{-8} = 2 N \sim z' \cdot 10^{-8}.$$

Das ist dieselbe Gleichung, die wir für die mittlere elektromotorische Kraft des Wechselstromankers gefunden haben.

Wir vergleichen jetzt eine Wechselstrommaschine mit einer Gleichstrommaschine von derselben gesamten Drahtzahl und demselben Drahtquerschnitt. Bei gleicher gesamter Drahtzahl ist die mittlere elektromotorische Kraft der Wechselstrommaschine doppelt so groß, als diejenige der Gleichstrommaschine. Dagegen ist die Stromstärke der Wechselstrommaschine halb so groß wie die der entsprechenden Gleichstrommaschine, weil der Strom der Wechselstrommaschine alle Drähte hintereinander in seiner vollen Stärke durchfließt, während der Gleichstromanker in zwei parallelen Zweigen durchflossen wird.

Dabei ist aber immer vorausgesetzt, daß alle Drähte der Wechselstrommaschine hintereinander geschaltet sind, und daß die in den einzelnen Drähten induzierten elektromotorischen Kräfte sich in jedem Augenblicke addieren. Unsere Ableitungen sind also nicht anwendbar auf rotierende Umformer (vergl. Abschnitt 95 und 132).

## 90. Die effektive elektromotorische Kraft bei sinusförmigem Feld.

Unter der Voraussetzung, daß die Feldstärke am Ankerumfang eine Sinusfunktion des Ortes ist und alle Drähte in einer Nut liegen, ergibt sich die maximale elektromotorische Kraft nach Gleichung (112) zu

$$E_{\text{max}} = \pi \cdot N \sim z' \cdot 10^{-8}.$$

Der Effektivwert ist  $\sqrt{2}$  mal so klein wie der Maximalwert, er ergibt sich also zu

$$E = \frac{\pi}{\sqrt{2}} \cdot N \sim z' \cdot 10^{-8} = 2,22 \cdot N \sim z' \cdot 10^{-8}. \quad (142)$$

Man nennt das Verhältnis des Effektivwertes zum Mittelwert den Formfaktor. Derselbe ist von der Form der Feldkurve und von der Art der Wickelung abhängig. In unserem Falle ergibt er sich zu  $2,22 : 2 = 1,11$ .

Wir gehen jetzt dazu über, die effektive elektromotorische Kraft auch für andere Verhältnisse zu bestimmen und schreiben daher Gleichung (142) ganz allgemein in der Form:

$$E = k \cdot N \sim z' \cdot 10^{-8}. \quad (143)$$

Bei Mehrlochwicklung ist die elektromotorische Kraft etwas kleiner, als für Einlochwicklung mit gleicher gesamer Drahtzahl. Wir erhalten sie bei sinusförmiger Verteilung des Feldes in einfacher Weise, indem

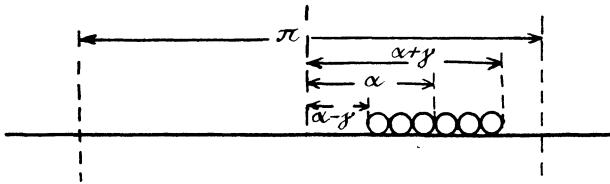


Fig. 181.

wir die elektromotorische Kraft für die verschiedenen liegenden Löcher einzeln nach Gleichung (142) berechnen. Die gefundenen Werte haben wir dann mit Berücksichtigung des Lochabstandes nach dem Parallelogramm der Kräfte zusammensetzen

Es sei z. B. bei sinusförmigem Feld und Zweilochwicklung der Lochabstand gleich ein Drittel der Teilung. Nun entspricht eine Teilung dem Bogen  $\pi$ . Die ganze elektromotorische Kraft ergibt sich also als die Resultierende aus zwei einzelnen elektromotorischen Kräften, die um den Bogen  $\pi/3$  verschoben sind, und für die die Drahtzahl gleich  $z'/2$  ist. Jede einzelne elektromotorische Kraft ist dann nach Gleichung (142):

$$E' = 2,22 \cdot N \sim \frac{z'}{2} \cdot 10^{-8}.$$

Durch Zusammensetzung nach dem Parallelogramm ergibt sich dann die ganze elektromotorische Kraft  $E$  zu

$$E = 2 \cdot E' \cdot 0,866 = 1,92 \cdot N \sim z' \cdot 10^{-8}.$$

Von besonderem Interesse ist nun der Fall, wo die Spulenseite in so viel Löchern untergebracht ist, daß die Wickelung mit einer glatten Wickelung gleichwertig ist. Dieser Fall mag gleich bei dieser Gelegenheit behandelt werden, obgleich er weniger für Wechselstrommaschinen, als

für Drehstrommotoren in Betracht kommt. Bei den letzteren haben wir es mit einem rotierenden, fast sinusförmigen Feld und einer verhältnismäßig großen Lochzahl pro Spulenseite zu tun. Um dabei die Rechnung zu vereinfachen, ersetzen wir die Teilung durch den Bogen  $\pi$  und nehmen an, daß die Mitte der Spulenseite um den Bogen  $\alpha$  von der neutralen Zone entfernt ist (Fig. 181). Wir betrachten nun einen unendlich kleinen Teil der Spulenseite, der die Breite  $d\varphi$  besitzt und von der neutralen Zone um den Winkel  $\varphi$  entfernt ist. Entspricht dann allgemein die Breite der Spulenseite dem Bogen  $2\gamma$ , so liegt auf dem Bogen  $2\gamma$  (vor allen Polen zusammen) die Drahtzahl  $z'$ , auf dem Bogen  $d\varphi$  also die Drahtzahl  $d\varphi \cdot z'/2\gamma$ . Wenn diese Drahtzahl durch das sinusförmige Feld hindurchschneidet, so ergibt sich nach Gleichung (112) eine maximale elektromotorische Kraft

$$\pi \cdot N \sim \frac{d\varphi \cdot z'}{2\gamma} \cdot 10^{-8}.$$

Der Momentanwert ist dem Sinus des Winkels  $\varphi$  proportional, ergibt sich also zu

$$dE = \frac{\pi}{2\gamma} \cdot N \sim z' \cdot \sin \varphi \cdot d\varphi \cdot 10^{-8}.$$

Da nun der Anfang der Spulenseite um den Winkel  $\alpha - \gamma$  von der neutralen Zone entfernt ist, das Ende derselben aber um den Winkel  $\alpha + \gamma$ , so haben wir zwischen den Grenzen  $\alpha - \gamma$  und  $\alpha + \gamma$  zu integrieren und erhalten den Momentanwert:

$$E = \frac{\pi}{2\gamma} \cdot N \sim z' \cdot 10^{-8} \int_{\alpha - \gamma}^{\alpha + \gamma} \sin \varphi \cdot d\varphi.$$

Nun ist

$$\int_{\alpha - \gamma}^{\alpha + \gamma} \sin \varphi \cdot d\varphi = \cos(\alpha - \gamma) - \cos(\alpha + \gamma).$$

Wenn wir die Cosinusfunktionen nach den bekannten trigonometrischen Formeln auflösen, so erhalten wir:

$$\cos(\alpha - \gamma) - \cos(\alpha + \gamma) = 2 \sin \alpha \cdot \sin \gamma.$$

Demnach ergibt sich der Momentanwert der elektromotorischen Kraft zu

$$E = \pi \cdot \frac{\sin \gamma}{\gamma} \cdot N \sim z' \cdot 10^{-8} \cdot \sin \alpha.$$

Dieser Momentanwert ist also proportional dem Sinus des Winkels, der die Mitte der Spulenseite mit der neutralen Zone bildet. Der Maximalwert wird also:

$$E_{max} = \pi \cdot \frac{\sin \gamma}{\gamma} \cdot N \sim z' \cdot 10^{-8}.$$

Derselbe unterscheidet sich von dem Maximalwert bei Einlochwicklung nur durch den Faktor  $\sin \gamma / \gamma$ . Demnach wird die effektive elektromotorische Kraft auch in demselben Verhältnis kleiner und wir erhalten:

$$E = 2,22 \cdot \frac{\sin \gamma}{\gamma} \cdot N \sim z' \cdot 10^{-8}. \quad (144)$$

Ist z. B., wie bei Drehstrommotoren mit Dreiphasen-Spulenwicklung, die Breite der Spulenseite gleich  $\frac{1}{3}$  der Teilung, so ergibt sich:

$$\begin{aligned} 2\gamma &= \frac{\pi}{3}, \\ \sin \gamma &= \sin \frac{\pi}{6} = 0,5, \\ \frac{\sin \gamma}{\gamma} &= \frac{0,5}{\pi/6} = \frac{3}{\pi}, \end{aligned}$$

und wir erhalten nach Gleichung (144):

$$E = 2,22 \cdot \frac{3}{\pi} \cdot N \sim z' \cdot 10^{-8} = 2,12 \cdot N \sim z' \cdot 10^{-8}. \quad (145)$$

Für eine Breite der Spulenseite gleich  $\frac{2}{3}$  der Teilung, wie wir sie bei der schleichenden Dreiphasenwicklung haben, ergibt sich:

$$\begin{aligned} 2\gamma &= \frac{2}{3} \pi, \\ \sin \gamma &= \sin \frac{\pi}{3} = 0,866, \end{aligned}$$

und daraus nach Gleichung (144):

$$E = 2,22 \cdot \frac{0,866}{\pi/3} \cdot N \sim z' \cdot 10^{-8} = 1,84 \cdot N \sim z' \cdot 10^{-8}. \quad (146)$$

Die Gleichungen (145) und (146) werden uns für Drehstrommotoren von besonderer Wichtigkeit werden, während für Wechselstrom- und Drehstromgeneratoren mehr die Gleichungen des folgenden Abschnittes in Betracht kommen.

## 91. Die elektromotorische Kraft für Einlochwicklung.

Wir haben im vorigen Abschnitt ein sinusförmiges Feld vorausgesetzt, nehmen aber jetzt an, daß die Feldstärke unter dem Polbogen überall konstant ist, und daß sie an der Polecke plötzlich auf Null fällt. Dann besteht die Kurve der elektromotorischen Kraft aus lauter Rechtecken. In Wirklichkeit wird allerdings die Abrundung der Pole und die Wirkung der Selbstinduktion zur Folge haben, daß die Kurve der elektromotorischen Kraft sich einer Sinuskurve nähert. Die im folgenden berechneten theoretischen Werte werden also etwa um 10 % zu groß ausfallen.

In Fig. 182a ist die theoretische Kurve der elektromotorischen Kraft für Einlochwicklung gezeichnet. Die elektromotorische Kraft erreicht ihren maximalen Wert sofort, wenn das Loch des Ankers unter dem Pol tritt, und behält diesen Wert, so lange sich das Loch unter dem Pol befindet. Zur Berechnung dieses Maximalwertes dividieren wir die Kraftlinienschnitte vor dem ganzen Polbogen durch die Zeitdauer der Bewegung. Ist  $N$  die Kraftlinienszahl eines Poles und  $z'$  die Zahl der hintereinander geschalteten Drähte, so ergeben sich vor dem Polbogen  $N \cdot z'$  Kraftlinienschnitte. Es sei nun das Verhältnis des Polbogens zur Teilung,

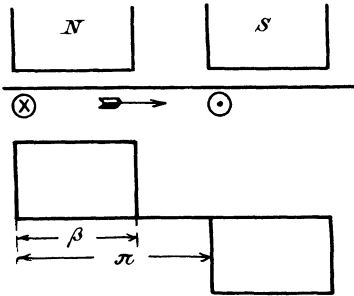


Fig. 182 a.

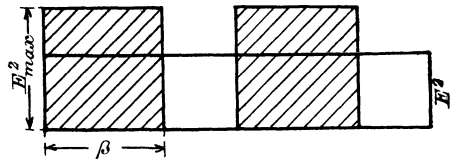


Fig. 182 b.

d. h. zur Entfernung der Mitten benachbarter ungleichnamiger Pole, gleich  $\beta : \pi$ . Der Bogen  $\beta$  in Fig. 182a entspricht dann dem Polbogen. Dann ergibt sich:

der Bogen  $\pi$  wird in der Zeit  $\frac{1}{2} \sim$  zurückgelegt  
 .. ..  $\beta$  " " " "  $\frac{1}{2} \sim \frac{\beta}{\pi}$  "

Wir erhalten also den Maximalwert der elektromotorischen Kraft zu:

$$E_{max} = \frac{N \cdot z' \cdot 10^{-8}}{1 \cdot \frac{\beta}{2} \sim \frac{\beta}{\pi}} \cdot 10^{-8} = 2 \frac{\pi}{\beta} \cdot N \sim z' \cdot 10^{-8}. \quad (147)$$

Wir tragen nun, wie es in Fig. 182b geschehen ist, das Quadrat der elektromotorischen Kraft als Ordinate auf und ersetzen die schraffierten Flächen durch ein Rechteck über der Basis  $2\pi$ . Die Höhe dieses Rechtecks ergibt sich zu  $\frac{\beta}{\pi} \cdot E_{max}^2$ . Wenn wir daraus die Wurzel ziehen, so erhalten wir den gesuchten Effektivwert zu:

$$E = \sqrt{\frac{\beta}{\pi}} \cdot E_{max}. \quad (148)$$

Ist zum Beispiel das Verhältnis des Polbogens zur Teilung  $\beta/\pi = 2/3$ , so ergibt sich nach Gleichung (147):

$$E_{max} = 3 N \sim z' \cdot 10^{-8},$$

und nach Gleichung (148):

$$E = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot E_{max} = 2,45 N \sim z' \cdot 10^{-8}.$$

Nimmt man die oben erwähnte Reduktion um 10<sup>0</sup>/<sub>0</sub> vor, so erhält man bei dem Verhältnis  $\beta/\pi = 2/3$  fast genau denselben Wert, wie bei sinusförmigem Feld und Einlochwicklung.

## 92. Die elektromotorische Kraft bei Zweilochwicklung.

Bei Zweilochwicklung ist die Breite  $2\gamma$  der Spulenseite gleich dem Lochabstand (Fig. 183 a). Wir betrachten der Einfachheit wegen nur den in der Praxis immer vorkommenden Fall, daß der Lochabstand kleiner ist, als die neutrale Zone.

$$2\gamma < \pi - \beta.$$

Die Kurve der elektromotorischen Kraft setzt sich nun aus zwei Rechtecken zusammen, die um den Bogen  $2\gamma$  gegeneinander verschoben sind. Während der Zeit, wo sich nur ein Loch vor dem Pol befindet, also über den Bogen  $2\gamma$ , ist die elektromotorische Kraft die Hälfte des

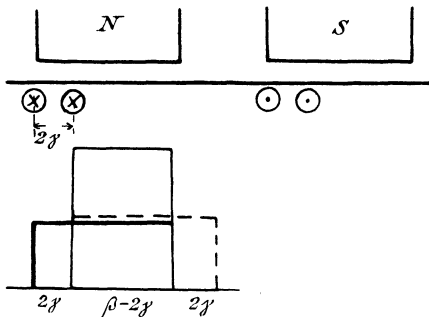


Fig. 183 a.

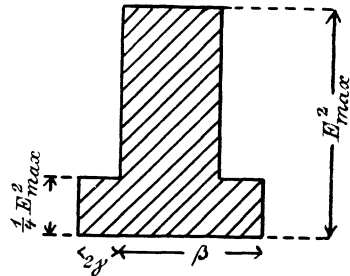


Fig. 183 b.

Maximalwertes. Dabei berechnet sich dieses Maximum wie im vorigen Abschnitt, da es für den Zeitraum des Maximums gleichgültig ist, ob die vor den Polen befindlichen Drähte in einem oder in zwei Löchern angeordnet sind. Wir erhalten also nach Gleichung (147):

$$E_{max} = 2 \frac{\pi}{\beta} \cdot N \sim z' \cdot 10^{-8}.$$

Wir tragen nun wieder das Quadrat der elektromotorischen Kraft als Ordinate auf (Fig. 183 b) und berechnen die schraffierte Fläche zu

$$F = 2 \cdot 2\gamma \cdot \left(\frac{E_{max}}{2}\right)^2 + (\beta - 2\gamma) \cdot E_{max}^2 = (\beta - \gamma) \cdot E_{max}^2.$$

Wenn wir diese Fläche durch die Basis  $\pi$  dividieren und aus dem Resultat die Wurzel ziehen, so erhalten wir den gesuchten Effektivwert zu

$$E = \sqrt{\frac{\beta}{\pi} - \frac{\gamma}{\pi}} \cdot E_{max}. \quad (149)$$

Dabei ist es gleichgültig, ob der Anker tatsächlich  $p$  Spulen mit 2 Löchern pro Spulenseite enthält (Fig. 184 a), oder ob  $2p$  Einzelspulen vorhanden sind, bei denen je zwei benachbarte Seiten verschiedener Spulen räumlich und elektrisch zusammengehören (Fig. 184 b). Für die Rechnung besteht also die Wicklung in Fig. 184 b aus  $p$  Spulen mit 2 Löchern pro Spulenseite. Selbstverständlich muß die Wicklung dabei immer in der Weise geschehen, daß der Draht durch zwei dicht nebeneinander liegende Löcher in gleichem Sinne geführt wird.

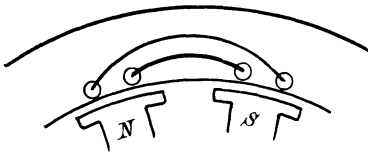


Fig. 184 a.

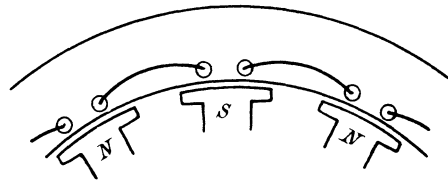


Fig. 184 b.

Es ist übrigens von Interesse, daß sich auch die Wicklung mit sogenannten kurzen Spulen auf die Zweilochwicklung zurückführen läßt (Fig. 185). Bei diesen kurzen Spulen umspannt eine Stirnverbindung oder ein Spulenkopf nicht die ganze Teilung, sondern nur  $\frac{2}{3}$  der Teilung. Auf diese Weise lassen sich ohne Überkreuzung drei verschiedene Wicklungen oder Phasen auf dem Anker unterbringen, die um  $120^\circ$  voneinander abstehen. Dabei ist allerdings der Nachteil, daß Drähte zweier verschiedener Phasen in einem Loch liegen. Elektrisch ist eine solche Wicklung gleichwertig mit einer Zweilochwicklung, da z. B. die Drähte der Phase I zur Hälfte vor einer Polmitte und zur anderen Hälfte

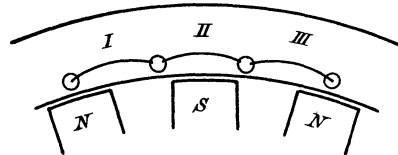


Fig. 185.

um den Bogen  $\pi/3$  von der Polmitte entfernt liegen. Dabei ist  $\pi$  wieder der Bogen, der einer Polteilung entspricht. Es werden also in den beiden Spulenseiten einer Phase zwei elektromotorische Kräfte induziert, die um den Bogen  $\pi/3$  verschoben sind. Wir haben demnach in Gleichung (149) für die Spulenbreite  $2\gamma$  den Wert  $\pi/3$  einzusetzen und erhalten:

$$E = \sqrt{\frac{\beta}{\pi} - \frac{1}{6}} \cdot E_{max},$$

wobei sich der Wert von  $E_{max}$  nach Gleichung (147) berechnet.



### 93. Die elektromotorische Kraft bei Dreilochwicklung.

Wir beschränken uns bei der Dreilochwicklung wieder auf den Fall, wo die Breite der Spulenseite kleiner ist, als die neutrale Zone:

$$2\gamma < \pi - \beta.$$

Die Kurve der elektromotorischen Kraft ergibt sich nun einfach, wenn wir in Fig. 186 a die Ordinaten dreier Kurven addieren, deren Phasendifferenz dem Lochabstand oder der halben Spulenseite entspricht. Der Deutlichkeit wegen sind in Fig. 186 a die Ordinaten der drei Kurven nicht genau gleich groß gezeichnet.

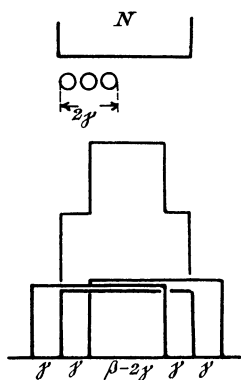


Fig. 186 a.

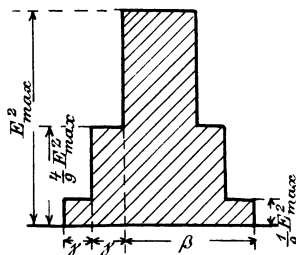


Fig. 186 b.

Im ersten Zeitraum, wo sich nur ein Loch unter dem Polbogen befindet, entspricht die elektromotorische Kraft dem dritten Teil der Ankerdrähte. Dieser Zeitraum dauert über den Bogen  $\gamma$ , wenn  $2\gamma$  wieder die ganze Breite der Spulenseite ist. Über den weiteren Bogen  $\gamma$  entspricht die elektromotorische Kraft zwei Dritteln der Ankerdrähte und weiter über den Bogen  $\beta - 2\gamma$  hat sie einen konstanten Wert, der durch die ganze Drahtzahl gegeben ist. Die beiden ersten Vorgänge wiederholen sich dann, wenn die Spulenseite aus dem Polbogen heraustritt. Wir quadrieren nun die Momentanwerte, tragen die Quadrate in Fig. 186 b als Ordinaten auf und berechnen die schraffierte Fläche zu:

$$F = 2 \cdot \gamma \cdot \left(\frac{E_{max}}{3}\right)^2 + 2 \cdot \gamma \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot E_{max}\right)^2 + (\beta - 2\gamma) \cdot E_{max}^2.$$

Wir vereinigen die zusammengehörigen Größen, dividieren durch den Bogen  $\pi$  und ziehen die Wurzel. Dann erhalten wir den gesuchten Effektivwert zu

$$E = \sqrt{\frac{\beta}{\pi} - \frac{8}{9} \cdot \frac{\gamma}{\pi}} \cdot E_{max}. \quad (150)$$

Dabei berechnet sich der Maximalwert wieder aus Gleichung (147). Bei einer Dreiphasenmaschine mit Dreilochwicklung haben wir z. B.  $3 \cdot 3 = 9$  Löcher pro Polteilung. Der Lochabstand, d. h. in unserem Falle der Wert von  $\gamma$ , ist also gleich  $\pi/9$ . Ist nun z. B. das Verhältnis des Polbogens zur Teilung  $\beta : \pi = 1 : 2$ , so erhalten wir nach Gleichung (147):

$$E_{max} = \frac{2 \cdot 2}{1} \cdot N \sim z' \cdot 10^{-8} = 4 \cdot N \sim z' \cdot 10^{-8}.$$

Ferner ergibt sich nach Gleichung (150):

$$E = \sqrt{\frac{1}{2} - \frac{8}{9} \cdot \frac{1}{9}} \cdot E_{max} = 2,53 \cdot N \sim z' \cdot 10^{-8}.$$

### 94. Die elektromotorische Kraft bei glatter Ankerwicklung.

Uns interessiert bei glatter Ankerwicklung zunächst der Fall, wo die Breite der Spulenseite gröfser als die Polbreite ist.

$$2\gamma > \beta.$$

Dann ragt die Spulenseite selbst in den Augenblicken der maximalen Induktion (Fig. 187 c) über die Polbreite hinaus, und es ist dann nicht die

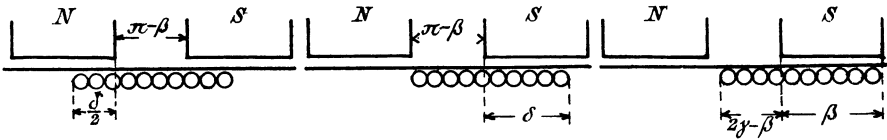


Fig. 187 a.

Fig. 187 b.

Fig. 187 c.

Breite  $2\gamma$ , sondern die Breite  $\beta$  ein Mafs für den Wert von  $E_{max}$ . Wir beginnen nun unsere Betrachtung mit dem Augenblick, wo die Mitte der Spulenseite in die neutrale Zone fällt (Fig. 187 a). Dann werden vor den beiden Polen elektromotorische Kräfte induziert, die sich genau aufheben. Die elektromotorische Kraft der Spulenseite ist daher Null. Wenn dann die Spule um den Bogen  $\alpha$  weiter schreitet, so nimmt die elektromotorische Kraft vor dem Südpol um einen Betrag zu, der dem Bogen  $\alpha$  entspricht. Gleichzeitig nimmt die entgegengesetzte elektromotorische Kraft vor dem Nordpol um denselben Betrag ab. Daher entspricht die Zunahme der elektromotorischen Kraft dem Bogen  $2\alpha$ . Da der Bogen  $\beta$  ein Mafs für den Wert von  $E_{max}$  ist, so ergibt sich der Momentanwert zu

$$E = E_{max} \cdot \frac{2\alpha}{\beta}.$$

Dieser Zeitraum dauert so lange, bis die Spulenseite ganz aus dem Bereiche des Nordpols herausgetreten ist (Fig. 187 b).

Bezeichnen wir nun den Betrag, um welchen die Spulenseite gröfser ist als die neutrale Zone, mit  $\delta$ , so ergibt sich aus Fig. 187 b:

$$\delta = 2\gamma - (\pi - \beta) = 2\gamma + \beta - \pi. \quad (151)$$

Der Weg, um den die Spulenseite im ersten Zeitraum vorwärts geschritten ist, ist dann nach Fig. 187 a gleich  $\delta/2$ . Wir tragen nun die Quadrate der elektromotorischen Kraft als Ordinate auf und berechnen die Fläche  $F_1$  in Fig. 188. Dieselbe ergibt sich zu

$$F_1 = \int_0^{\delta/2} E_{max}^2 \cdot \left(\frac{2\alpha}{\beta}\right)^2 \cdot d\alpha = \frac{4 \cdot E_{max}^2}{\beta^2} \cdot \left[\frac{\alpha^3}{3}\right]_0^{\delta/2}.$$

Setzen wir die Grenzen ein, so erhalten wir:

$$F_1 = \frac{E_{max}^2 \cdot \delta^3}{6 \cdot \beta^2}.$$

Der zweite Zeitraum liegt zwischen dem in Fig. 187 b und 187 c gezeichneten Augenblick. Er ist dadurch bestimmt, daß die Spulenseite eine einzige Polfläche teilweise bedeckt. Bezeichnen wir jetzt den Betrag, um welchen die Spulenseite unter einen Polbogen getreten ist, mit  $\alpha$ , so ist allgemein der Momentanwert der elektromotorischen Kraft während des zweiten Zeitraumes:

$$E = E_{max} \cdot \frac{\alpha}{\beta}.$$

Im Anfang unseres Zeitraumes ist  $\alpha$  nach Fig. 187 b gleich  $\delta$ . Am Ende des Zeitraumes ist  $\alpha$  nach Fig. 187 c gleich  $\beta$ . Wir haben also die Quadrate der Momentanwerte als Ordinaten aufzutragen und zwischen den Grenzen  $\alpha = \delta$  und  $\alpha = \beta$  zu integrieren. Wir erhalten dann die Fläche  $F_2$  in Fig. 188 zu:

$$F_2 = \int_{\delta}^{\beta} E_{max}^2 \cdot \frac{\alpha^2}{\beta^2} \cdot d\alpha = \frac{E_{max}^2 \cdot (\beta^3 - \delta^3)}{3 \beta^2}.$$

Im dritten Zeitraum ist die ganze Polfläche von der Spulenseite be-

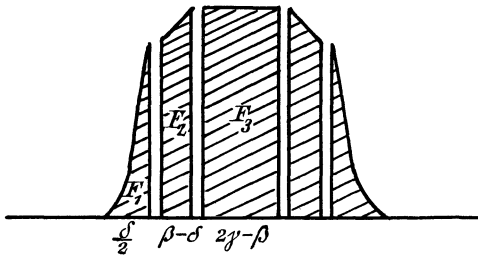


Fig. 188.

deckt, und die elektromotorische Kraft ist gleichmäßig ein Maximum. Der Zeitraum dauert nach Fig. 187 c über den Bogen  $2\gamma - \beta$ . Wir erhalten also, wenn wir das Quadrat der elektromotorischen Kraft als Ordinate auftragen:

$$F_3 = E_{max}^2 \cdot (2\gamma - \beta).$$

In Fig. 188 sind die Flächen getrennt gezeichnet, weil der Koordinatenanfang für die einzelnen Integrale nicht derselbe ist. Als Summe der Flächen erhalten wir dann:

$$2F_1 + 2F_2 + F_3 = E_{max}^2 \cdot \left( 2\gamma - \frac{\beta}{3} - \frac{\delta^3}{3\beta^2} \right).$$

Wenn wir dann durch  $\pi$  dividieren und die Wurzel ziehen, so erhalten wir den Effektivwert zu

$$E = E_{max} \cdot \sqrt{\frac{2\gamma}{\pi} - \frac{\beta}{3\pi} - \frac{\delta^3}{3\beta^2 \cdot \pi}} \quad (2\gamma > \beta). \quad (152)$$

Diese Gleichung gilt unter der Voraussetzung, daß die Breite der Spulenseite größer ist als die Polbreite. Deswegen haben wir nun auch den Wert von  $E_{max}$  in Gleichung (147) im Verhältnis  $\beta : 2\gamma$  zu reduzieren, da von der ganzen Drahtzahl nur im Maximum der Betrag  $\beta/2\gamma$  vor einem Pol liegt. Wir erhalten also für eine Spulenseite, die größer als die Polbreite ist, mit Berücksichtigung der Gleichung (147):

$$E_{max} = \frac{\pi}{\gamma} \cdot N \sim z' \cdot 10^{-8} \quad (2\gamma > \beta). \quad (153)$$

Ist dagegen die Spulenbreite kleiner als die Polbreite, so bleibt für die maximale elektromotorische Kraft die Gleichung (147) ohne weiteres bestehen. In dem Ausdruck für  $F_1$  und  $F_2$  haben wir aber jetzt den Bogen  $2\gamma$  statt  $\beta$  in den Nenner einzuführen, da jetzt die ganze Spulenseite  $2\gamma$  vor dem Pol Platz hat und ein Maß für die maximale elektromotorische Kraft ist. Wir erhalten also:

$$F_1 = \frac{E_{max}^2 \cdot \delta^3}{6 \cdot (2\gamma)^2}.$$

Ferner haben wir im zweiten Zeitraum die Integrationsgrenzen zu ändern, weil jetzt die Spulenseite im zweiten Zeitraum nicht so weit fortschreitet, bis sie in Fig. 187c an die entgegengesetzte Polkante stößt. Vielmehr schreitet sie nur um den Betrag ihrer eigenen Breite  $2\gamma$  vor, da sie unter dem Polbogen vollständig Platz hat. Wir führen also den Wert  $2\gamma$  statt  $\beta$  als obere Grenze ein und erhalten:

$$F_2 = E_{max}^2 \cdot \frac{(2\gamma)^3 - \delta^3}{3 \cdot (2\gamma)^2}.$$

Endlich dauert der Zeitraum, über welchen die elektromotorische Kraft konstant ist, jetzt nicht mehr über den Bogen  $2\gamma - \beta$ , sondern über den Bogen  $\beta - 2\gamma$ , so daß wir erhalten:

$$F_3 = E_{max}^2 \cdot (\beta - 2\gamma).$$

Als Summe der Flächen erhalten wir also:

$$2F_1 + 2F_2 + F_3 = E_{max}^2 \cdot \left( \beta - \frac{2}{3}\gamma - \frac{\delta^3}{12\gamma^2} \right)$$

und als effektive elektromotorische Kraft den Wert:

$$E = E_{max} \cdot \sqrt{\frac{\beta}{\pi} - \frac{2\gamma}{3\pi} - \frac{\delta^3}{12\gamma^2 \cdot \pi}} \quad (2\gamma < \beta). \quad (154)$$

Dabei berechnet sich der Maximalwert aus Gleichung (147).

Ist nun die Breite der Spulenseite  $2\gamma$  sogar kleiner als die neutrale Zone, so erhalten wir aus Gleichung (151) einen negativen Wert für  $\delta$ . Wir haben in diesem Falle  $\delta$  gleich Null zu setzen und im übrigen nach Gleichung (154) zu rechnen. Der Beweis ergibt sich einfach daraus, daß die Fläche  $F_1$  in diesem Falle gleich Null wird, und daß die Fläche  $F_2$  zwischen den Grenzen 0 und  $2\gamma$  zu rechnen ist. Beides wird erfüllt, wenn wir  $\delta$  gleich Null setzen.

### 95. Die elektromotorische Kraft des Wechselstromes bei geschlossener Gleichstromwicklung.

Ein besonders wichtiges Beispiel für die glatte Wickelung der Wechselstrommaschinen bietet der Gleichstrom-Wechselstrom-Umformer. Derselbe besteht aus einer Gleichstrommaschine, deren geschlossene Wickelung an zwei diametral gegenüberliegenden Punkten mit zwei Schleifringen verbunden ist. Ist die Maschine eine mehrpolige Maschine mit Parallelschaltung, so müssen die gleichliegenden Spulen durch Mordeyverbindungen miteinander verbunden sein. Dann werden zwei Punkte, die um eine Polteilung voneinander entfernt sind, zu zwei Schleifringen geführt.

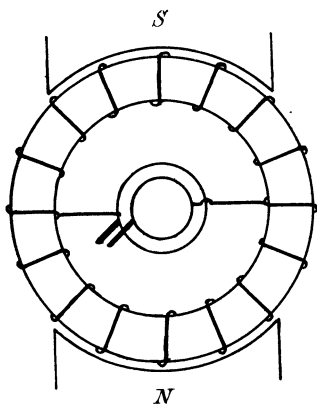


Fig. 189 a.

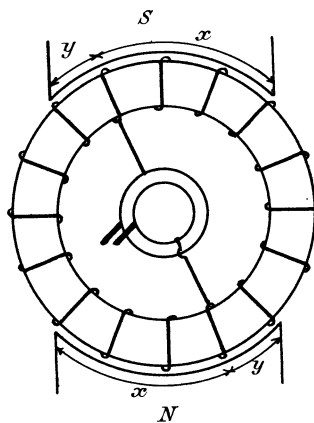


Fig. 189 b.

Derartige Maschinen eignen sich sowohl zur gleichzeitigen Erzeugung von Gleichstrom und Wechselstrom (Laboratoriumsmaschinen), als auch zur Umwandlung der einen Stromart in die andere (rotierende Umformer). Sie können zum Beispiel von der Wechselstromseite aus als Motoren angetrieben werden und liefern als Generatoren Strom auf der Gleichstromseite. Solange die Abzweigungspunkte, die mit den Schleifringen verbunden sind, in der neutralen Zone stehen (Fig. 189 a), sind die Bürsten auf den Schleifringen gleichbedeutend mit den Bürsten auf dem Kollektor. Während

dieser Zeit ist die elektromotorische Kraft des Wechselstromes konstant, und zwar ist sie gleich der Gleichstromspannung der Maschine. Sie ist also bei Parallelschaltung gegeben durch

$$E_{max} = N \cdot \frac{n}{60} \cdot z \cdot 10^{-8},$$

wo  $z$  wie beim Gleichstrom die gesamte Drahtzahl auf dem Anker bedeutet. Nun ist bei Parallelschaltung die Drahtzahl einer Ankerabteilung, d. h. die hintereinander geschaltete Drahtzahl gegeben durch

$$z' = \frac{z}{2p}$$

oder

$$z = 2p \cdot z'.$$

Wir erhalten also für  $E_{max}$  den Wert:

$$E_{max} = 2N \cdot p \cdot \frac{n}{60} \cdot z' \cdot 10^{-8} = 2N \sim z' \cdot 10^{-8}.$$

Das ist zugleich die Gleichstromspannung der Maschine. Für Serienschaltung wird

$$z = 2z'$$

und es ergibt sich ohne weiteres nach Gleichung (79)

$$E_{max} = p \cdot N \cdot \frac{n}{60} \cdot z \cdot 10^{-8} = 2N \sim z' \cdot 10^{-8}.$$

Sobald jedoch die zu den Schleifringen geführten Punkte der Wicklung unter den Polbogen treten (Fig. 189b), nimmt die elektromotorische Kraft ab. Die in einer Abteilung induzierte elektromotorische Kraft ergibt sich dann aus der Differenz der beiden elektromotorischen Kräfte, die auf dem Bogen  $y$  und dem Bogen  $x$  induziert werden. Die Spannung wird gleich Null, wenn die beiden Zuführungsstellen vor der Polmitte stehen.

Die Spulenbreite ist dabei in unserm Falle gleich der Teilung ( $2\gamma = \pi$ ), und für das gebräuchliche Verhältnis  $\beta : \pi = 2 : 3$  ergibt sich nach Gleichung (151):

$$\frac{\delta}{\pi} = \frac{2\gamma}{\pi} + \frac{\beta}{\pi} - 1 = 1 + \frac{2}{3} - 1 = \frac{2}{3},$$

ferner wird nach Gleichung (153):

$$E_{max} = \frac{\pi}{\gamma} \cdot N \sim z' \cdot 10^{-8} = 2N \sim z' \cdot 10^{-8}$$

und nach Gleichung (152):

$$E = E_{max} \sqrt{1 - \frac{2}{9} - \frac{2}{9}} = 0,745 \cdot E_{max}.$$

Mit Einsetzung des Wertes für  $E_{max}$  erhalten wir:

$$E = 0,745 \cdot 2N \sim z' \cdot 10^{-8} = 1,49N \sim z' \cdot 10^{-8}.$$

Die effektive Wechselstromspannung ist also 0,745 mal so groß wie die Gleichstromspannung, oder die Gleichstromspannung ist 1,34 mal größer als die Wechselstromspannung. Dieses konstante Verhältnis der Spannungen wird nun wichtig, wenn man hochgespannten Wechselstrom in Gleichstrom transformieren will; man muß den Wechselstrom dann erst durch einen ruhenden Transformator auf den 0,745fachen Wert der gewünschten Gleichstromspannung transformieren. Die Höhe dieser letzteren ist dadurch nach oben hin begrenzt, daß der Kollektor der Gleichstrommaschine sich schwer für Spannungen über 1000 Volt konstruieren läßt, und daß nur in Ausnahmefällen der Gleichstrom von hoher Spannung für Beleuchtungszwecke anwendbar ist. Die besprochene Umformung auf niedrigere Spannung kompliziert und verteuert nun allerdings die Anlage. Man hat dann unter Umständen vorgezogen, lieber eine Doppelmaschine zu verwenden, also einen Wechselstrommotor, der mit einem Gleichstromgenerator gekuppelt ist (Motorgeneratoren). Indessen ist die Frage, welches System vorzuziehen ist, noch nicht abgeschlossen.

### 96. Die elektromotorische Kraft bei schleichender Stabwicklung.

Ein weiteres Beispiel für die Berechnung der elektromotorischen Kraft nach Gleichung (152) und (153) bietet uns die schleichende Stabwicklung für Dreiphasenstrom (Fig. 190). Bei dieser Wickelung ist, wie bei Gleichstromserienwicklung, der Wicklungsschritt etwas größer oder kleiner als die Teilung, so daß man bei einem vollen Umfang fast an die neben dem Ausgangspunkt liegende Stelle zurückkommt. Selbstverständlich bleibt dazwischen noch wieder Platz frei für den rückwärtigen Draht einer Windung. Man hat nun, wenn  $y$  der Wicklungsschritt ist, bei einem Umgang um  $2p \cdot y$  Felder weiter zu schreiten. Diese Zahl ist also um zwei größer oder kleiner als die Gesamtzahl der Drähte. Ist  $z'$  die Drahtzahl pro Phase, so ist  $3z'$  die gesamte Drahtzahl und wir erhalten:

$$3z' = 2p \cdot y \pm 2$$

oder 
$$y = \frac{3z' \pm 2}{2p}.$$

Dabei muß  $y$  eine ungerade Zahl sein. Ist z. B., wie in Fig. 190, die gesamte Drahtzahl gleich 30, also  $z' = 10$ , so erhalten wir bei zwei Polpaaren

$$y = \frac{30 \pm 2}{2 \cdot 2} = 8 \text{ oder } 7.$$

Davon ist nur der Wert  $y = 7$  brauchbar. Wir führen also den Draht bei 1 von vorne nach hinten, biegen hinten um nach 8, führen den Draht bei 8 von hinten nach vorne etc. Im wesentlichen ist wieder das

Prinzip gewahrt, dafs vor dem einen Pol hin und vor dem ungleichnamigen Pol zurück gewickelt wird. Wir erhalten also für die drei Phasen die drei Wickelungsschemata:

I.	II.	III.
1 — 8	11 — 18	21 — 28
15 — 22	25 — 2	5 — 12
29 — 6	9 — 16	19 — 26
13 — 20	23 — 30	3 — 10
27 — 4	7 — 14	17 — 24

Vorläufig können wir annehmen, dafs alle sechs Enden der Wickelungen zu Schleifringen geführt werden. Der Deutlichkeit wegen ist nur

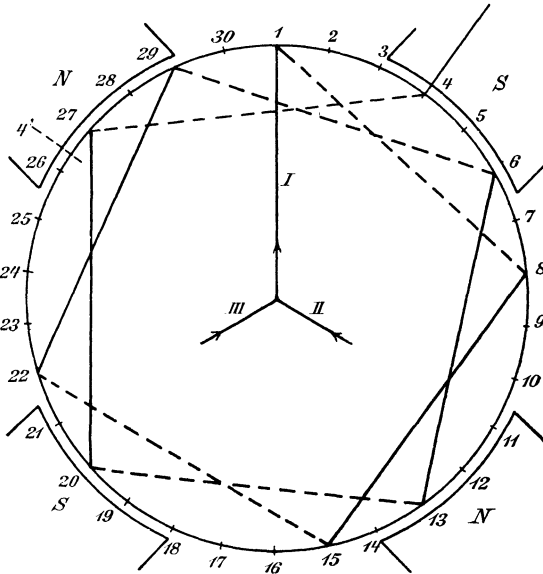


Fig. 190.

eine einzige Phase gezeichnet. Verfolgen wir nun die Wickelung der Phase I, so sehen wir, dafs der Draht 8 fast gleichwertig ist mit dem Drahte 1. Er ist gerade so viel wert, wie ein Draht, der (nun natürlich bei Ringwicklung) dicht neben 1 zwischen 1 und 30 liegt. Die vier Drähte 8, 15, 22 und 29 sind gerade so viel wert, als wenn sie direkt nebeneinander zwischen 1 und 29 liegen würden. Sämtliche Drähte der ersten Phase liegen auf diese Weise gleichsam auf dem Raume von 1 bis 27, oder richtiger zwischen 1 und 4', wo 4' diejenige Stelle bedeutet, die dem Draht 4 äquivalent ist.



Die Breite der so gebildeten glatten Spulenseite ist also gleich  $\frac{2}{3}$  der Teilung ( $2\gamma : \pi = 2 : 3$ ). Das Verhältnis der Polbreite zur Teilung sei  $\beta : \pi = 1 : 2$ . Da die Breite der Spulenseite größer ist als die Polbreite, so ist Gleichung (153) anzuwenden und wir erhalten:

$$E_{max} = \frac{\pi}{\gamma} \cdot N \sim z' \cdot 10^{-8} = 3 \cdot N \sim z' \cdot 10^{-8}$$

Nach Gleichung (151) ergibt sich dann:

$$\frac{\delta}{\pi} = \frac{2\gamma}{\pi} + \frac{\beta}{\pi} - 1 = \frac{2}{3} + \frac{1}{2} - 1 = \frac{1}{6},$$

und nach Gleichung (152):

$$E = E_{max} \sqrt{\frac{2}{3} - \frac{1}{6} - \frac{1}{162}} = 0,493 E_{max}.$$

Mit Einsetzung des obigen Wertes für  $E_{max}$  erhalten wir den Effektivwert zu

$$E = 2,11 \cdot N \sim z' \cdot 10^{-8}.$$

## 97. Die elektromotorische Kraft der schleichenden Spulenwicklung.

Die schleichende Dreiphasenspulenwicklung, die in Fig. 191 gezeichnet ist, läßt sich ebenfalls auf eine glatte Wicklung zurückführen. In Fig. 191 zerfällt die ganze Wicklung in drei Abteilungen oder Phasen, die so gewickelt sind, daß jedesmal zwei Einzelseiten verschiedener Spulen in einem Loch untergebracht sind. Dabei ist der Lochabstand ein wenig größer oder kleiner, als die Teilung. Die drei Phasen liegen räumlich je auf dem dritten Teil des Umfanges, und zwar liegt eine Phase in den Löchern 1, 2, 3 und 4, die zweite, davon getrennte Phase in den Löchern 4, 5, 6 und 7, die dritte Phase in den Löchern 7, 8, 9 und 1. Wir haben auf einer Stirnfläche 9 Spulenköpfe (Stirnverbindungen) bei 8 Polen. Allgemein ergibt sich, daß die Anzahl der Pole um 1 kleiner oder größer ist als die Zahl der Spulenköpfe. Da die letztere Zahl wegen der drei Phasen durch 3 teilbar ist, so ergibt sich, daß  $2p \pm 1$  ebenfalls durch drei teilbar sein muß.

Verfolgen wir die erste Phase, so sehen wir, daß das Loch 4 (natürlich bei einer Ringwicklung) identisch ist mit einem links neben 1 vor der Polecke des Nordpols zu denkenden Loch. Die erste Phase erstreckt sich also gleichsam von 1 an nach links über den dritten Teil der Teilung.

Zur Berechnung der elektromotorischen Kraft haben wir demnach das Verhältnis  $2\gamma : \pi$  gleich  $1 : 3$  zu setzen. Nehmen wir ein Verhältnis der Polbreite zur Teilung  $\beta : \pi = 2 : 3$  an, so erhalten wir nach Gleichung (151):

$$\frac{\delta}{\pi} = \frac{2\gamma}{\pi} + \frac{\beta}{\pi} - 1 = \frac{1}{3} + \frac{2}{3} - 1 = 0.$$

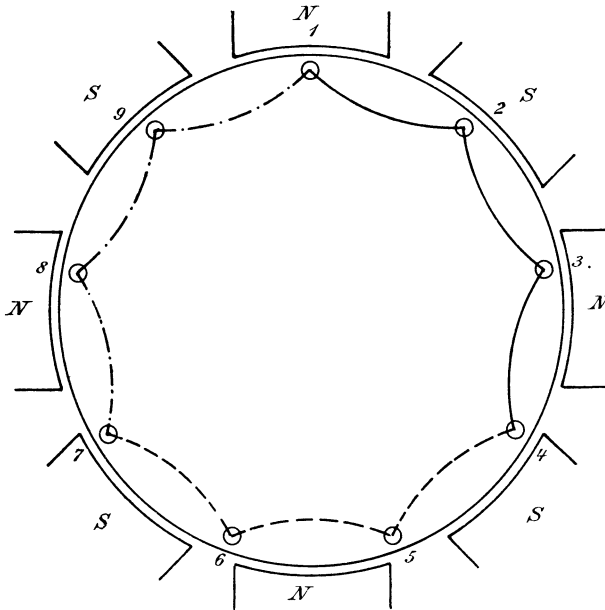


Fig. 191.

Da nun die Spulenbreite kleiner ist als die Polbreite, so haben wir die Gleichungen (147) und (154) anzuwenden und erhalten:

$$E_{max} = 2 \cdot \frac{\pi}{\beta} \cdot N \sim z' \cdot 10^{-8} = 3 \cdot N \sim z' \cdot 10^{-8}$$

und

$$E = E_{max} \sqrt{\frac{\beta}{\pi} - \frac{2\gamma}{3\pi} - \frac{\delta^2}{12\gamma^2 \cdot \pi}} = E_{max} \sqrt{\frac{2}{3} - \frac{1}{9}}$$

Mit Einsetzung des obigen Wertes von  $E_{max}$  erhalten wir:

$$E = 2,24 \cdot N \sim z' \cdot 10^{-8}.$$

## Dreizehntes Kapitel.

98. Das grundlegende Diagramm der Wechselstrommaschine. — 99. Das Diagramm der Amperewindungen. — 100. Berechnung der Amperewindungen des Ankers. — 101. Experimentelle Ermittlung der Ankerrückwirkung. — 102. Vorausbestimmung der Erregung und des Spannungsabfalles. — 103. Berücksichtigung der primären Streuung.

### 98. Das grundlegende Diagramm der Wechselstrommaschine.

Unter der Voraussetzung, daß der Selbstinduktionskoeffizient einer Maschine bei den verschiedenen Betriebszuständen einen konstanten Wert hat, ist das Diagramm der Wechselstrommaschine ein außerordentlich einfaches. Die von den Magnetkraftlinien induzierte elektromotorische Kraft  $E_1$

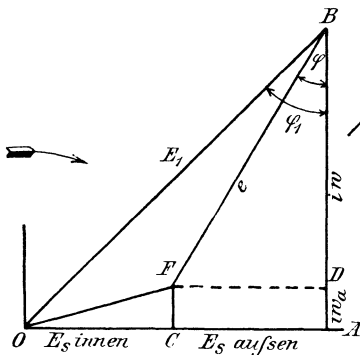


Fig. 192 a.

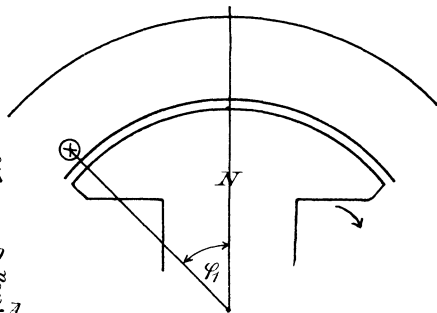


Fig. 192 b.

ist die Hypotenuse eines rechtwinkligen Dreiecks, dessen eine Kathete durch die Summe der inneren und äußeren Selbstinduktion und dessen andere Kathete durch die Summe der inneren und äußeren Ohm'schen Spannung gebildet wird. In Fig. 192a fällt der Vektor des Stromes in die positive Richtung der Ordinatenachse. Die Selbstinduktion bleibt um  $90^\circ$  hinter dem Strome zurück und wird aufgehoben durch eine entgegengesetzte Komponente  $OA$  der elektromotorischen Kraft. Die Strecke  $OA$  zerfällt wieder in zwei Teile, nämlich die innere Selbstinduktion  $OC$  und die äußere Selbstinduktion  $CA$ . Ebenso zerfällt die gesamte Ohm'sche

Spannung  $AB$  in den Ohm'schen Spannungsverbrauch  $AD$  im Anker und in den Ohm'schen Spannungsverbrauch  $DB$  im äußeren Stromkreise. Um nun die Klemmspannung zu ermitteln, zeichnen wir das Rechteck  $CFDA$ . Dann stellt die Verbindungslinie  $FB$  die Klemmspannung der Maschine dar, da sie die Hypotenuse bildet zu den Katheten der äußeren Selbstinduktion und der äußeren Ohm'schen Spannung. Ferner stellt  $OF$  den gesamten Spannungsverlust in der Maschine dar. Es ist schon im Abschnitt 75 darauf hingewiesen, daß man denselben nicht algebraisch, sondern geometrisch von der elektromotorischen Kraft subtrahieren muß, um die Klemmspannung  $e$  zu erhalten.

Der Winkel  $FBD$  ist der Phasenverschiebungswinkel  $\varphi$  zwischen Klemmspannung und Stromstärke, also der Phasenverschiebungswinkel im äußeren Stromkreise. Dagegen stellt der Winkel  $\varphi_1$  die Phasenverschiebung zwischen elektromotorischer Kraft und Stromstärke dar. Um die räumliche oder zeitliche Bedeutung dieses Winkels deutlich zu machen, ist in Fig. 192b der Stromleiter gerade in dem Augenblick gezeichnet, in welchem die Stromstärke ihren maximalen Wert hat. Wäre die Phasenverschiebung gleich Null, so fiel dieses Maximum des Stromes mit dem Zeitpunkt zusammen, in welchem die Polmitte sich vor dem Draht befindet. Tatsächlich aber wird das Maximum des Stromes um den Winkel  $\varphi_1$  später erreicht, nachdem die Polmitte den Draht schon passiert hat. Selbstverständlich ist der im Diagramm gezeichnete Winkel  $\varphi_1$  nur bei einer zweipoligen Maschine gleich dem räumlichen Winkel. Bei mehrpoligen Maschinen mit  $p$  Polpaaren entspricht allgemein ein Winkel des Diagramms einem  $p$  mal so kleinen räumlichen Winkel.

Um nun das Diagramm in Fig. 192a zeichnen zu können, müssen wir die Leerlaufcharakteristik kennen. Wir können dieselbe leicht experimentell ermitteln, indem wir den Magnetstrom durch Veränderung eines Regulierwiderstandes variieren, oder indem wir die Spannung der Erregermaschine verändern. Wir messen dann die Spannung der leerlaufenden Wechselstrommaschine und tragen den Erregerstrom oder die Amperewindungen pro Polpaar als Abscisse und die Klemmspannung als Ordinate auf. Die Klemmspannung ist in diesem Falle, d. h. bei Leerlauf, gleich der elektromotorischen Kraft der Maschine.

Man erhält auf diese Weise die statische Charakteristik (Fig. 203a). Dieselbe steigt zunächst gradlinig an, solange die Kraftlinienzahl und damit die Eisensättigung gering ist. Dann spielt in dem ganzen magnetischen Kreis der Luftraum die Hauptrolle, und die erzeugten Kraftlinien, sowie die elektromotorische Kraft sind den Erregeramperewindungen proportional. Sobald aber infolge zunehmender Sättigung des Eisens die magnetische Leitfähigkeit des Eisenweges abnimmt, wird die Kurve flacher und flacher.

Die statische Charakteristik sei nun durch Experiment bestimmt oder eventuell durch Rechnung nach Abschnitt 57 ermittelt. Es gilt nun noch,

die innere Selbstinduktion zu bestimmen. Wir machen zunächst zu diesem Zwecke die Annahme, daß die Stellung des Ankers gegenüber den Polen keine wesentliche Veränderung der vom Anker erzeugten Selbstinduktionskraftlinien bewirken soll. Fig. 193a zeigt allerdings, daß bei einer Phasenverschiebung von  $90^\circ$  der magnetische Widerstand für die vom Ankerstrom erzeugten, in der Figur punktiert gezeichneten Kraftlinien

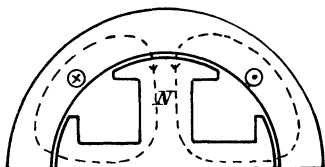


Fig. 193 a.

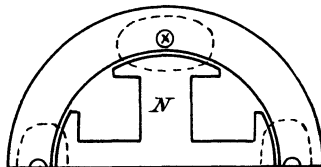


Fig. 193 b.

ein ganz anderer ist, als wenn das Maximum des Stromes vor der Polmitte erreicht wird (Fig. 193b). Sehen wir aber vorläufig davon ab, so können wir die innere Selbstinduktion experimentell ermitteln, indem wir eine Wechselstromspannung an den Anker unserer feststehenden Maschine legen. Diese Spannung wird so gewählt, daß nur etwa der normale Strom durch den Anker fließt. Sie hat dabei den Ohm'schen Widerstand und die

entgegenstehende elektromotorische Kraft der Selbstinduktion zu überwinden. Sie ist also gleich der Hypotenuse  $OF$  in dem für die gleiche Stromstärke gezeichneten grundlegenden Diagramm (Fig. 192a). Da die Ohm'sche Spannung  $i \cdot w_a$  bekannt ist, so können wir die Selbstinduktion  $OC$  als die Kathete des Dreieckes  $OCF$  berechnen.

Dabei müssen wir allerdings voraussetzen, daß keine Wirbelströme im Magneteisen auftreten, durch welche die Wattkomponente

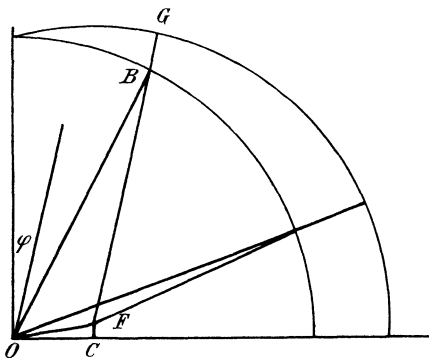


Fig. 194.

$CF$  vergrößert werden würde.

Für eine gegebene Erregung suchen wir nun aus der statischen Charakteristik die elektromotorische Kraft  $E_1$  und schlagen von  $O$  aus einen Kreis mit dem Radius  $OB = E_1$  (Fig. 194). Um für einen bestimmten Leistungsfaktor  $\cos \varphi$  im äußeren Stromkreise das Diagramm zu ermitteln, ziehen wir von  $O$  aus einen Strahl unter dem Winkel  $\varphi$  gegen die Ordinatenachse. Durch  $F$  legen wir eine Parallele zu diesem Strahl, die den Kreis im Punkte  $B$  schneidet. Dann ist  $FB$  nach Fig. 192a die gesuchte Klemmspannung. Die algebraische Differenz  $OB - FB$  gibt uns den

Abfall der Klemmspannung zwischen Leerlauf und normaler Belastung an. Um diese Differenz bequem ablesen zu können, schlagen wir von  $F$  aus mit dem Radius  $FG = E_1$  einen zweiten Kreis, der die Verlängerung von  $FB$  im Punkte  $G$  schneidet. Dann ist  $BG$  der gesuchte Spannungsabfall. Wie die Figur zeigt, wird dieser Spannungsabfall um so größer, je weiter der Punkt  $B$  sich auf dem Kreise nach unten bewegt, je größer also der Winkel  $\varphi$  ist.

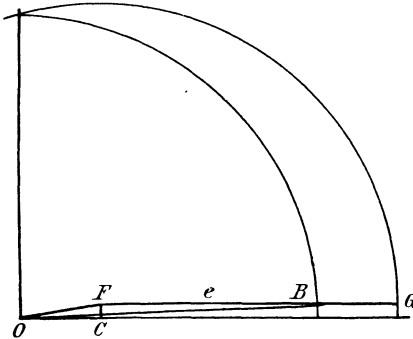


Fig. 195 a.

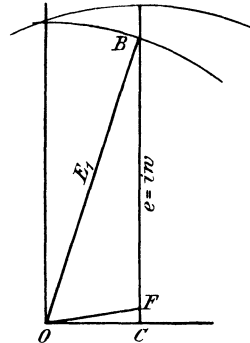


Fig. 195 b.

Der Spannungsabfall erreicht seinen größten Wert, wenn die Phasenverschiebung  $90^\circ$  beträgt (Fig. 195 a). In diesem Falle ist die äußere Ohm'sche Spannung gleich Null und die Klemmspannung ist gleich der äußeren Selbstinduktion. Der innere Spannungsverlust  $OF$  subtrahiert sich jetzt fast algebraisch von der elektromotorischen Kraft  $OB$  und die Klemmspannung erreicht ihren niedrigsten Wert.

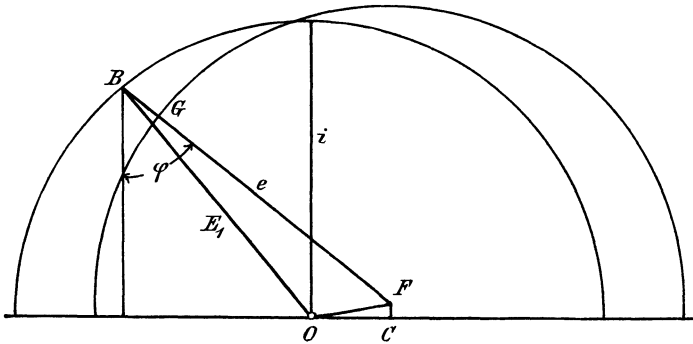


Fig. 196.

Dagegen zeigt Fig. 195 b, daß der Spannungsabfall zwischen Leerlauf und Vollbelastung besonders klein wird, wenn die Phasenverschiebung aufsen gleich Null ist. Die Klemmspannung  $FB$  ist in diesem Falle gleich der äußeren Ohm'schen Spannung, und die äußere Selbstinduktion ist gleich Null. Das ist der Fall, wenn die Maschine nur auf Glühlampen arbeitet.

Von besonderem Interesse ist nun noch der Fall, wo die Phasenverschiebung im äusseren Stromkreise negativ ist (Fig. 196). Dann eilt der Vektor des Stromes  $i$  dem Vektor  $FB$  der Klemmspannung um den Winkel  $\varphi$  voraus. Das kann eintreten, wenn eine Kapazität oder ein übererregter Synchronmotor im Stromkreise eingeschaltet ist. Unter diesen Umständen ist die Klemmspannung  $e$  sogar gröfser als die elektromotorische Kraft  $E_1$ . Diese auffällige Erscheinung wird erst in den Abschnitten 107 und 111 vollständig besprochen werden können. Hier sei nur darauf hingewiesen, dafs Wechselstrommotoren eine elektromotorische Gegenkraft haben können, die gröfser als die Netzspannung ist, und die sogar gröfser als die elektromotorische Kraft des Generators sein kann. Liefert z. B. der Generator eine elektromotorische Kraft von 1000 Volt und ist die elektromotorische Gegenkraft des Motors 1200 Volt, so stellt sich eine Klemmspannung von etwa 1100 Volt her. Zugleich eilt dann die Stromstärke in der Phase voraus und wir erhalten ähnliche Verhältnisse, wie sie in Fig. 196 gezeichnet sind.

### 99. Das Diagramm der Amperewindungen.

Das im vorigen Abschnitt besprochene grundlegende Diagramm liefert uns zwar schnell und anschaulich ein Bild von der Wirkungsweise einer Wechselstrommaschine. Es läfst uns aber im Stich, wenn es sich darum handelt, für einen bestimmten Betriebszustand den Spannungsabfall zwischen Leerlauf und Vollbelastung annähernd genau zu ermitteln. Der Grund liegt darin, dafs ein grofser Teil der vom Anker erzeugten Kraftlinien sich durch die Magnete hindurch schliesst und den Kraftlinien der Magnete mehr oder weniger entgegenwirkt. Infolgedessen ist die Kraftlinienzahl in den Magneten die Resultierende aus den von den Magnetamperewindungen geschaffenen und den vom Anker geschaffenen Kraftlinien.

Arbeitet nun die Maschine mit niedriger Sättigung des Magneteisens, so ist die Leitfähigkeit des Eisens so gut wie konstant. In diesem Falle hat die Ankerrückwirkung keine Änderung des Diagramms zur Folge. Man kann statt der Entgegenwirkung der Ankerkraftlinien ebensogut die elektromotorische Gegenkraft der Selbstinduktion einführen, die durch die Ankerkraftlinien geschaffen wird. In diesem Falle ist  $FB$  in Fig. 194 wirklich die bei Leerlauf gemessene Klemmspannung.

Bei modernen Maschinen ist jedoch die Eisensättigung in den Magnetkernen eine sehr hohe. Die Leitfähigkeit des Eisens bei Betrieb ist dann eine gröfsere als bei Leerlauf, weil durch die Ankerrückwirkung die Kraftlinien vermindert werden. Bei dieser gröfseren Leitfähigkeit des Eisens würden dann die Amperewindungen der Magnete eine gröfsere Kraftlinienzahl erzeugen als bei Leerlauf. Die als Hypotenuse in das Diagramm einzuführende elektromotorische Kraft  $E_1$  ist

also bei gegebener Erregung gröfser als der aus der statischen Charakteristik entnommene Wert. Wie man sieht, ist dieser in das Diagramm einzuführende Wert auferordentlich schwierig zu fassen und zu definieren. Es ist daher als ein grofser Fortschritt zu bezeichnen, dafs man jetzt direkt die Amperewindungen statt der elektromotorischen Kräfte in das Diagramm einführt. Wir stellen uns daher die Aufgabe, schrittweise das Amperewindungsdiagramm aus dem grundlegenden Diagramm herzu-  
leiten.

Zu dem Zwecke zerlegen wir die ganze früher als Selbstinduktion bezeichnete elektromotorische Kraft in zwei Teile. Der erste Teil, den wir mit  $E_2$  bezeichnen wollen, wird durch die vom Anker erzeugten Kraftlinien geschaffen, die sich nach Fig. 197 a durch die Magnete hindurch schliesfen. Unter der Annahme, dafs das Polrad nach rechts gedreht wird, und dafs der Strom im gezeichneten Augenblick seinen maximalen Wert hat, bleibt die Stromstärke in Fig. 197 a hinter der elektromotorischen Kraft zurück. Die Figur zeigt, dafs in diesem Falle die vom Anker erzeugten Kraftlinien, die durch die gestrichelte Kurve angedeutet sind, den von den Magneten erzeugten Kraftlinien entgegenwirken.

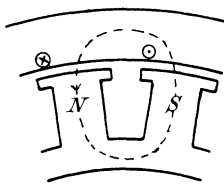


Fig. 197 a.

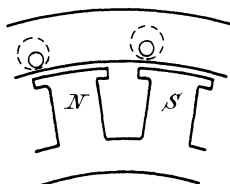


Fig. 197 b.

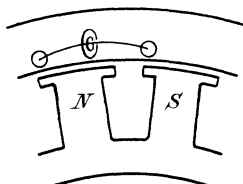


Fig. 197 c.

Der zweite Teil der Selbstinduktion, den wir von jetzt an als die eigentliche Selbstinduktion  $E_s$  bezeichnen wollen, wird durch die Streulinien des Ankers geschaffen. Dieselben verlaufen zum grössten Teil durch die Stege der Ankerzähne (vergl. Fig. 197 b). Ein nicht unbeträchtlicher Teil der Selbstinduktionslinien oder Streulinien des Ankers tritt jedoch an den Stirnverbindungen auf (vergl. Fig. 197 c). Endlich können wir auch die vom Anker erzeugten Kraftlinien, die sich nach Art der Querkraftlinien des Gleichstromankers durch den Polschuh schliesfen, mit zu den Streulinien rechnen.

Wenn wir auf diese Weise die vom Anker erzeugten Kraftlinien und die dadurch induzierte elektromotorische Kraft in die beiden Teile  $E_2 = OG$  und  $E_s = GC$  trennen, so erhalten wir das Diagramm in Fig. 198 a. In diesem Diagramm ist  $E_1$  die elektromotorische Kraft, die induziert wird, wenn die Magnetwindungen bei der gegebenen Eisensättigung allein Kraftlinien erzeugen. Dagegen induzieren die vom Ankerstrom geschaffenen und durch die Magnetkerne verlaufenden Kraftlinien eine elektromotorische Kraft  $E_2$ . Die Resultierende  $GB$  aus  $E_1$  und  $E_2$  ist dann diejenige elektro-



motorische Kraft  $E$ , die durch das tatsächlich resultierende Feld geschaffen wird. Gerade diese tatsächlich induzierte elektromotorische Kraft ist für uns von besonderem Interesse, nicht aber die fiktive elektromotorische Kraft  $E_1$ , die bei Leerlauf gemessen „würde“, wenn die Leitfähigkeit des Eisens ebensogroß „wäre“, wie bei dem betreffenden Betriebszustand.

Wir gehen nun einen Schritt weiter und führen in Fig. 198 b direkt die Kraftlinien in das Diagramm ein. Wir setzen also die von den Magneten erzeugten Kraftlinien  $N_1$  und die vom Anker im gemeinsamen magnetischen Kreis erzeugten Kraftlinien  $N_2$  zu dem resultierenden Kraftlinienfeld  $N$  zusammen. Da der Vektor der induzierten elektromotorischen Kraft nach Abschnitt 73 um  $90^\circ$  hinter dem Vektor des Kraftlinienfeldes zurückbleibt, so hätten wir eigentlich die Kraftlinien um  $90^\circ$  gegen die Richtung der elektromotorischen Kräfte zu verschieben. Im übrigen aber ist das Kraftliniendiagramm dem Spannungsdreieck  $OBG$  ähnlich, da bei gleicher

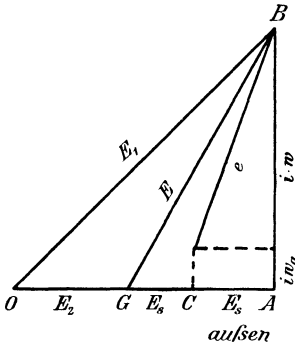


Fig. 198 a.

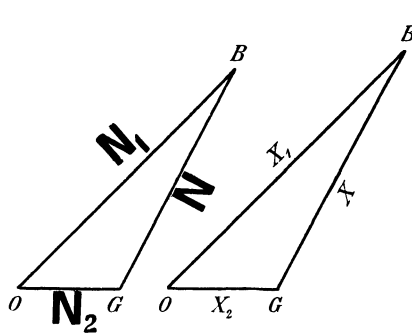


Fig. 198 b.

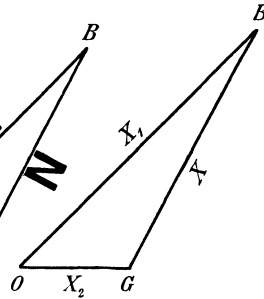


Fig. 198 c.

Windungszahl die elektromotorischen Kräfte den Kraftlinien proportional sind. Wir ziehen es aber vor, das Kraftliniendiagramm in genau derselben Lage zu zeichnen, wie das Diagramm der elektromotorischen Kräfte, damit die Übereinstimmung besser hervortritt.

Wir gehen jetzt endlich dazu über, statt der Kraftlinien die Amperewindungen, durch die sie erzeugt werden, in das Diagramm einzuführen. Es bedeutet dann im Dreieck der Amperewindungen (Fig. 198 c):

- $X_1$  die auf den Magnetschenkeln liegenden Amperewindungen, durch die die Kraftlinien  $N_1$  erzeugt werden,
- $X_2$  die Ankeramperewindungen, die die Kraftlinien  $N_2$  erzeugen,
- $X$  die resultierenden Amperewindungen, die dem resultierenden Feld  $N$  entsprechen.

Da alle Amperewindungen auf denselben magnetischen Kreis wirken, so sind die erzeugten Kraftlinienanzahlen den Amperewindungen proportional. Das Diagramm der Amperewindungen ist also demjenigen der Kraftlinien und der elektromotorischen Kräfte ähnlich.

Der Fortschritt gegen früher besteht nun darin, daß man es nicht mehr mit fiktiven Werten von  $E_1$  und  $E_2$  oder  $N_1$  und  $N_2$  zu tun hat, die bei Leerlauf entstehen würden, wenn die Leitfähigkeit dieselbe wäre wie bei Betrieb, sondern mit tatsächlich vorhandenen Amperewindungen  $X_1$  und  $X_2$ . Dieselben setzen sich zu einer resultierenden Amperewindungszahl  $X$  zusammen, die nun bei Betrieb und bei Leerlauf die gleiche Kraftlinienzahl und die gleiche elektromotorische Kraft hervorruft. Wenn wir also die Amperewindungen des Ankers und der Magnete, sowie den Winkel, den ihre Vektoren bilden, kennen, so können wir daraus die resultierende Erregung  $X$  bestimmen. Zu dieser tatsächlich wirksamen Erregung ergibt sich dann aus der statischen Charakteristik die zugehörige, tatsächlich induzierte elektromotorische Kraft  $E$ .

Es kommt aber noch ein anderer Umstand hinzu, der die Überlegenheit des Diagramms der Amperewindungen gegenüber dem Diagramm der elektromotorischen Kräfte deutlich macht. Das letztere Diagramm ist unter der Voraussetzung gezeichnet, daß die vom Anker erzeugten und durch das Magnetsystem verlaufenden Kraftlinien  $N_2$  in ähnlicher Weise entstehen und verschwinden, wie die Selbstinduktionslinien. Das ist aber nur in sehr beschränktem Maße der Fall, da die Selbstinduktion der Magnetspulen und die Wirbelströme im Poleisen ein solches Fluktuieren der Kraftlinien zu verhindern suchen. Infolgedessen wird sich tatsächlich in den Magneten eine fast konstante resultierende Kraftlinienzahl herstellen. Daraus wird es deutlich, daß die Felder  $N_1$  und  $N_2$  gar nicht einzeln existieren, sondern daß direkt nur das resultierende Feld  $N$  in Frage kommt, wie es sich aus der Magneterregung und den Amperewindungen des Ankers ergibt. Für die Konstruktion des Diagramms ist dann allerdings vorausgesetzt, daß sich die Amperewindungen des Ankers und ebenso die Winkel für das Dreieck der Amperewindungen wenigstens annähernd genau schätzen lassen, wozu im folgenden Abschnitt der Versuch gemacht werden soll.

## 100. Berechnung der Amperewindungen des Ankers.

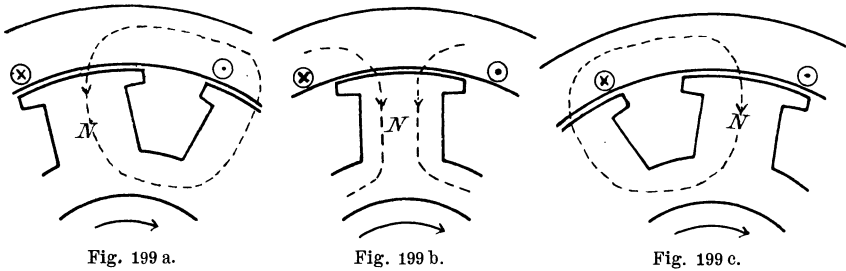
Bei einer Maschine für einphasigen Wechselstrom gestaltet sich die Berechnung der Ankerrückwirkung verhältnismäßig unsicher. Ist die Phasenverschiebung gleich  $90^\circ$  (Fig. 199 a, b, c), so erreicht der Ankerstrom seinen höchsten Wert in dem Augenblicke, in welchem sich der Ankerdraht in der neutralen Zone befindet. Schaft und Spitze der Strompeile in Fig. 199 b sind daher besonders stark gezeichnet. Die Ankeramperewindungen wirken in diesem Augenblicke denjenigen der Magnete direkt entgegen (Fig. 199 b). Ihr Betrag ist in diesem Falle, wenn  $z'$  wieder die Zahl der hintereinander geschalteten Leiter ist, gleich  $i_{max} \cdot \frac{z'}{2}$ . Die Gegenamperewindungen pro Polpaar ergeben sich also zu

$$i_{max} \cdot \frac{z'}{2 \cdot p} = \sqrt{2} \cdot \frac{i \cdot z'}{2 \cdot p} = 0,707 \cdot \frac{i \cdot z'}{p}.$$

Es ist jedoch zweifelhaft, ob man diesen Betrag für  $X_2$  einzuführen hat, da die Stromstärke und die Gegenwirkung des Ankers in dem Augenblick vorher (Fig. 199 a) und im Augenblick nachher (Fig. 199 c) geringer sind. Legt man einen Mittelwert des Stromes zu Grunde, so erhält man:

$$X_2 = i_{mittel} \cdot \frac{z'}{2 \cdot p} = 1,11 \cdot i \cdot \frac{z'}{2 \cdot p} = 0,56 \cdot \frac{i \cdot z'}{p}.$$

Dabei ist noch keine Rücksicht darauf genommen, daß in den Augenblicken, wo der Spulenkopf nicht gerade vor dem Polbogen liegt, nicht bloß die Stromstärke geringer ist, sondern auch der Weg für die Kraftlinien viel unbequemer ist als in Fig. 199 b, wo die Gegenkraftlinien die ganze Polfläche zur Verfügung haben. Da es uns jedoch mehr darauf ankommt, die Faktoren zu erkennen, die die Gröfse der Gegenwindungen be-



stimmen, als mathematisch genau ihren Wert zu berechnen, so können wir uns mit dem zuletzt gegebenen Wert von  $X_2$  zufrieden geben. Wir können das um so mehr, als diese ganze Berechnung bei Einphasenmaschinen überhaupt sehr ins Unsichere gestellt wird, weil das vom Anker erzeugte Feld trotz der Selbstinduktion der Magnetspulen und der Wirbelströme im Magnet Eisen nicht unwesentlich fluktuiert.

Wesentlich zuverlässiger ist die Rechnung bei Dreiphasenmaschinen, bei denen auf dem Anker drei besondere Wickelungen liegen. Obgleich die Gesetze des Dreiphasenstromes erst später behandelt werden, so können wir doch schon hier die Tatsache benutzen, daß der Strom immer in der einen Spulenseite ein Maximum ist, wenn er in den rechts und links davon liegenden Spulenseiten den halben Wert hat. Bei einer Phasenverschiebung von  $90^\circ$  wird also der Leiter, der in der neutralen Zone liegt, den maximalen Strom führen, während die Leiter zu seinen beiden Seiten einen Strom von der gleichen Richtung, aber von der halben Stärke führen (Fig. 200).

Um nun die Gegenamperewindungen pro Polpaar zu ermitteln, betrachten wir zunächst diejenige Phase, in der der Strom gerade seinen maximalen Wert hat, also die Löcher 2 und 5. Ist die Drahtzahl pro Phase gleich  $z'$ , so ist die Drahtzahl pro Spulenseite gleich  $z'/2p$ . Das ist zu-

gleich die Windungszahl der Spule 2, 5. Da dieselbe vom Strome  $i_{max}$  durchflossen wird, so ist ihre Amperewindungszahl gleich  $\frac{z'}{2p} \cdot i_{max}$ . Diese Amperewindungen wirken auf den ganzen Luftquerschnitt  $Q_l$ , sind also den Amperewindungen der Magnete gleichwertig. Außerdem aber haben wir noch vor dem Nordpol die Löcher 3 und 4, die wir als die beiden Spulenseiten einer einzigen Spule auffassen können. Die Windungszahl dieser Spule ist ebenfalls  $z'/2p$ , während die Stromstärke derselben gleich  $\frac{i_{max}}{2}$  ist. Ihre Wirkung wird unterstützt durch eine gleiche, vor dem Südpol liegende Spule, so daß sich für beide zusammen eine Amperewindungszahl von  $2 \cdot \frac{i_{max}}{2} \cdot \frac{z'}{2p}$  ergibt. Da jedoch diese Amperewindungen nur auf den halben Luftquerschnitt wirken, so haben wir den gefundenen Wert

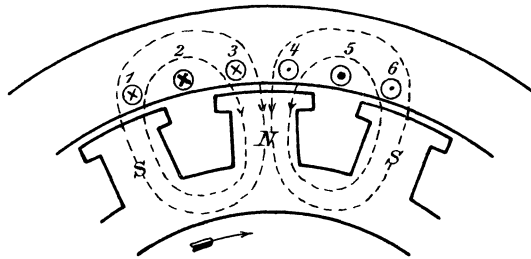


Fig. 200.

wieder durch zwei zu dividieren. Für die Löcher 3 und 4, sowie die entsprechenden Löcher vor dem Südpol ergeben sich also  $\frac{i_{max}}{2} \cdot \frac{z'}{2p}$  Amperewindungen. Dazu addieren wir den für die Löcher 1 und 5 gefundenen Wert und erhalten die gesamte Amperewindungszahl des Ankers für ein Polpaar zu

$$X_2 = \frac{z'}{2p} \cdot i_{max} + \frac{i_{max}}{2} \cdot \frac{z'}{2p} = 1,5 \cdot \frac{z'}{2p} \cdot i_{max}.$$

Ersetzen wir jetzt den Maximalwert des Stromes durch den Effektivwert, so erhalten wir pro Polpaar:

$$X_2 = \frac{1,5 \cdot \sqrt{2} \cdot z' \cdot i}{2p} = \frac{1,06 \cdot i \cdot z'}{p}. \quad (155)$$

Das ist allerdings zunächst nur der Betrag der Ankerrückwirkung im gezeichneten Augenblick. Wenn jedoch das Polrad weiter gedreht wird, so wird der Strom in der einen Phase zunehmen, in der anderen abnehmen, und die magnetische Wirkung wird annähernd dieselbe bleiben. Im nächsten Augenblicke wird dann zwar ein anderer Draht den maximalen Strom führen, aber dieser Draht wird sich wieder in der neutralen Zone befinden. So gelten die für den gezeichneten Zeitpunkt abgeleiteten Verhältnisse mit großer Annäherung ganz allgemein. Es muß aber darauf hingewiesen werden, daß die obigen Darlegungen nur die allgemeine Wirkungsweise der Ankerrückwirkung deutlich machen sollen, ohne daß eine mathematische Genauigkeit erstrebt werden könnte.

### 101. Die experimentelle Ermittlung der Ankerrückwirkung und der Ankerstreuung.

Im allgemeinen bestätigt das Experiment die Rechnungen des vorigen Abschnittes. Man schließt zum Zwecke der Untersuchung die Maschine kurz, wobei natürlich die Erregung der Feldmagnete außerordentlich abzuschwächen ist. Variiert man dann die Erregung und dadurch auch den Ankerstrom, so liefert uns die Zahl der Amperewindungen auf den Magneten direkt den Wert für die Gegenamperewindungen  $X_2$ . Um das zu beweisen, machen wir zunächst die immer zutreffende Voraussetzung, daß der Ohm'sche Spannungsverbrauch im Anker sehr klein ist. Wir machen dann die weitere Voraussetzung, daß der Einfluß der eigentlichen Selbstinduktion oder der Streuung verhältnismäßig gering gegenüber der Ankerrückwirkung ist. Diese Annahme trifft für moderne Maschinen zu, bei denen man durch Verwendung von halboffenen Ankernuten, durch Unterteilung der Stirnverbindungen, durch verhältnismäßig großen Luft-

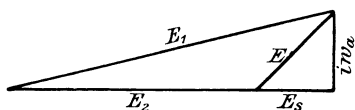


Fig. 201 a.

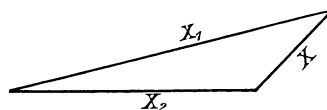


Fig. 201 b.

abstand und durch Anwendung mehrerer Löcher pro Spulenseite den Streufluß des Ankers möglichst zu reduzieren sucht. Dann ergibt sich für Kurzschluß das in Fig. 201 a gezeichnete Diagramm der elektromotorischen Kräfte. In demselben bedeutet:

- $E_1$  die elektromotorische Kraft, die von den Magnetkraftlinien allein induziert wird,
- $E_2$  die elektromotorische Kraft, die von den im gemeinsamen Kreis verlaufenden Ankerkraftlinien induziert wird,
- $E$  die Resultierende aus  $E_1$  und  $E_2$ .

Aus Fig. 201 a ergibt sich nun das in Fig. 201 b gezeichnete Diagramm der Amperewindungen. Wie man sieht, ist der Wert der Ankerampere windungen  $X_2$  bei Kurzschluß annähernd gleich dem Wert der Magnetampere windungen  $X_1$  und die Amperewindungen  $X_1$  und  $X$  wirken sich bei Kurzschluß fast direkt entgegen.

Wir beobachten also bei Kurzschluß den Ankerstrom  $i$  bei den verschiedenen Magneteregerungen und tragen die Amperewindungen der Magnete oder den Magnetstrom als Abszisse und den Ankerstrom als Ordinate auf. Die so gewonnene Kurzschlußcharakteristik ist fast genau eine Gerade (Fig. 202). Das erklärt sich sehr einfach daraus, daß bei dem Kurzschlußversuch die Magnetampere windungen und die Ankerampere windungen zu-

sammen die verhältnismäßig kleine Resultierende  $X$  ergeben, so daß  $X_1$  fast gleich  $X_2$  wird. Dann müssen Ankerstrom und Magnetstrom einander proportional sein.

Um nun, wie es im folgenden Abschnitt geschehen soll, die zu einer bestimmten Klemmspannung erforderliche Erregung vorausbestimmen zu können, ist es erforderlich, daß aufser dem Betrag der Ankeramperewindungen  $X_2$  auch die eigentliche Selbstinduktion  $E_s$ , die durch die Streulinien des Ankers geschaffen wird, bekannt ist. Dieselbe läßt sich allerdings auf Grund sehr komplizierter Formeln berechnen, und es kann nicht gelegnet werden, daß ein Konstrukteur auf Grund der Erfahrung ein Urteil hat, ob und wie weit derartige Formeln auf seine Maschinen anwendbar sind. Bei der Kompliziertheit der in Betracht kommenden Verhältnisse muß es jedoch für uns genügen, darzulegen, wie man die durch Ankerstreuung geschaffene Selbstinduktion experimentell ermittelt. Wir folgen dabei einem Aufsatz von Alex. Heyland in der Elektrotechn. Zeitschrift vom Jahre 1900, S. 1011. Das dort veröffentlichte Experiment bezieht sich auf den in Fig. 176 dargestellten Dreiphasengenerator der Socié anonyme Electricité et Hydraulique, der in Paris ausgestellt war. Seine Kurzschlußkurve ist in Fig. 202 und seine statische Charakteristik in Fig. 203 wiedergegeben.

Der Generator wurde mit 100 Ampere Ankerstrom bei einem Erregerstrom von  $X_1 = 150$  Ampere rein induktiv belastet, d. h. man liefs ihn auf Drosselspulen oder leerlaufende Drehstrommotoren arbeiten. Die gemessene Klemmspannung war dabei gleich 2140 Volt. Wir wissen nun aus Abschnitt 98, daß in diesem Falle die Klemmspannung  $e$  gleich der äußeren Selbstinduktion ist und daß die Phasenverschiebung zwischen der elektromotorischen Kraft  $E_1$  und der Stromstärke fast  $90^\circ$  beträgt (Fig. 204a). Ferner ergibt sich aus unserer Figur, da die Kathete  $i \cdot w_a$  sehr klein ist, daß die Hypotenuse  $GB = E$  sehr nahe gleich der Summe aus der eigentlichen inneren Selbstinduktion  $E_s$  und der gemessenen Klemmspannung  $e$  ist.

Nun können wir in unserem Falle den Wert von  $E$  aus der statischen Charakteristik in Verbindung mit der Kurzschlußkurve ermitteln. Zur Erleichterung des Verständnisses sind dabei die Fig. 204a u. b maßstäblich gezeichnet, und zwar entspricht der Maßstab für den Erregerstrom und die Spannung demjenigen in den Fig. 202 und 203. Nur allein der Ohm'sche Spannungsverlust wurde der Deutlichkeit wegen größer gezeichnet, als es der Wirklichkeit entspricht. Es ergibt sich nun

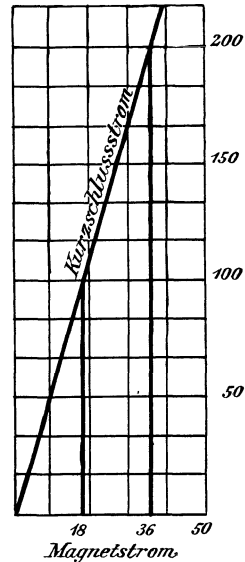


Fig. 202.

aus der Kurzschlusscharakteristik, dass der Ankerstrom von 100 Ampere gleichwertig ist einem Magnetstrom von 18 Ampere, oder dass die Ampere-

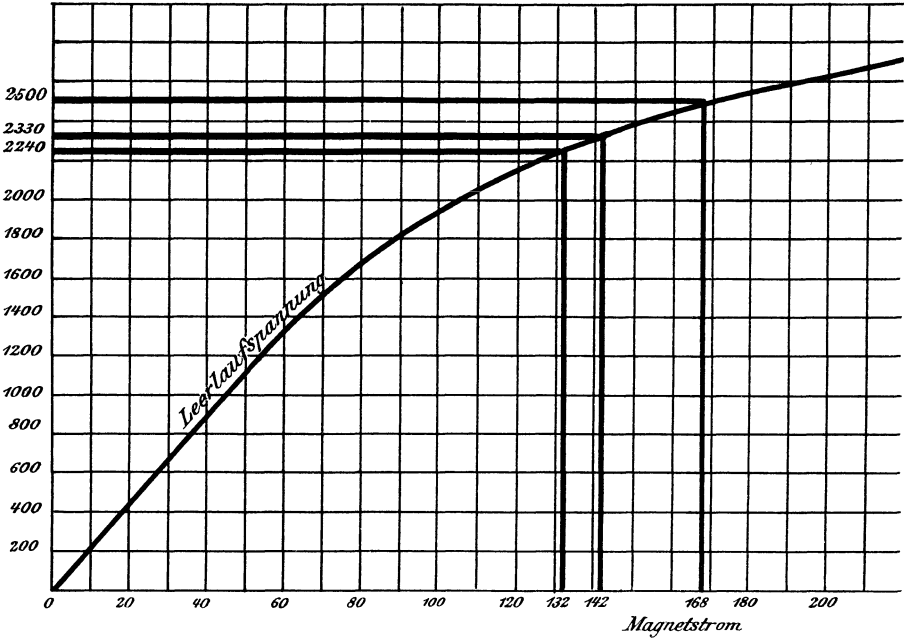


Fig. 203.

windungen des Ankers bei 100 Ampere einem Magnetstrom von 18 Ampere das Gleichgewicht halten. Wir haben also die Ankerrückwirkung mit  $X_2 = 18$  Ampere in das Diagramm 204b einzuführen und erhalten, da das Amperewindungsdreieck sehr flach ist,

$$X = X_1 - X_2 = 150 - 18 = 132 \text{ Ampere.}$$

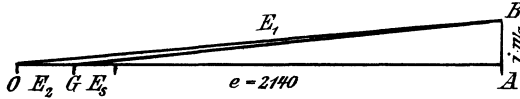


Fig. 204 a.

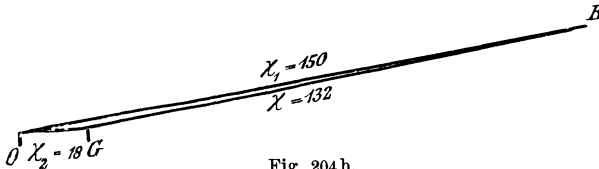


Fig. 204 b.

Für diese resultierende Erregung von 132 Ampere erhalten wir aus der Leerlaufcharakteristik eine elektromotorische Kraft  $E = 2240$  Volt. Führen wir diesen Wert in das Diagramm in Fig. 204a ein, so erhalten wir:

$$GB = E = 2240 \text{ Volt}$$

und mit großer Annäherung:

$$E_s = E - e = 2240 - 2140 = 100 \text{ Volt.}$$

Da die Stromstärke bei unserem Versuch gleich 100 Ampere war, so ergibt sich für unsere Maschine eine Induktanz:

$$L \omega = \frac{E_s}{i} = \frac{100}{100} = 1.$$

Wir gehen nun im folgenden Abschnitt dazu über, mit Hilfe der Leerlaufcharakteristik und der experimentell ermittelten Werte von  $X_2$  und  $L \omega$  die Magneterregung vorauszubestimmen, die für eine bestimmte Klemmspannung, Stromstärke und Phasenverschiebung erforderlich ist.

## 102. Vorausbestimmung der Erregung und des Spannungsabfalles.

Wir wollen annehmen, daß die statische Charakteristik der im vorigen Abschnitt erwähnten Maschine berechnet oder beobachtet ist, und daß die Amperewindungen  $X_2$  des Ankers durch Rechnung oder durch Untersuchung bei Kurzschluss bekannt sind. Ebenso soll die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion  $E_s$  durch Rechnung oder Schätzung, beziehungsweise durch Untersuchung bei rein induktiver Belastung bekannt sein. Der Ankerwiderstand ist 0,22 Ohm. Gesucht wird der Erregerstrom für eine Klemmspannung von 2200 Volt, eine Stromstärke von 200 Ampere und einen Leistungsfaktor  $\cos \varphi = 0,8$ .

Wir bestimmen zunächst die durch das resultierende Feld zu induzierende elektromotorische Kraft und die dazu nötige resultierende Erregung. Die äußere Ohm'sche Spannung ergibt sich zu

$$i \cdot w = e \cdot \cos \varphi = 2200 \cdot 0,8 = 1760 \text{ Volt.}$$

Dazu addiert sich der innere Ohm'sche Spannungsverlust

$$i \cdot w_a = 200 \cdot 0,22 = 44 \text{ Volt.}$$

Die gesamte Ohm'sche Spannung ist also  $1760 + 44 =$  rund 1800 Volt. Andererseits ergibt sich die äußere Selbstinduktion zu

$$E_s \text{ außen} = e \cdot \sin \varphi = 2200 \cdot 0,6 = 1320 \text{ Volt.}$$

Dazu kommt die innere Selbstinduktion, die sich aus dem im vorigen Abschnitt ermittelten Wert von  $L \omega = 1$  zu  $E_s = L \omega \cdot i = 1 \cdot 200$  Volt ergibt. Die Summe der Selbstinduktionen ist also  $1320 + 200 = 1520$  Volt. Die elektromotorische Kraft  $E$  ist nun die Hypotenuse für die Katheten der Selbstinduktion und Ohm'schen Spannung, wir erhalten also (Fig. 205 a):

$$GB = E = \sqrt{1760^2 + 1520^2} = 2330 \text{ Volt.}$$



Für diese durch das resultierende Feld zu schaffende elektromotorische Kraft ist nach der statischen Charakteristik (Fig. 203) eine resultierende Erregung von 142 Ampere nötig. Wir konstruieren also das Dreieck  $BAG$  und tragen die resultierende Erregung von  $B$  aus in der Richtung von  $E$  auf, machen also  $BH = X = 142$  Ampere. Der Maßstab ist wieder der gleiche wie in Fig. 202 und 203. Durch  $H$  legen wir eine Parallele zu  $GA$  und tragen auf derselben den Wert  $KH = X_2$  auf, der sich aus der Kurzschlusskurve für 200 Ampere Ankerstrom zu 36 Ampere ergibt. Die Verbindungslinie  $KB$  ist dann im Amperemaßstabe der auf den Magneten aufzuwendende Erregerstrom. Derselbe ergibt sich in Fig. 205 a zu  $BK = 168$  Ampere.

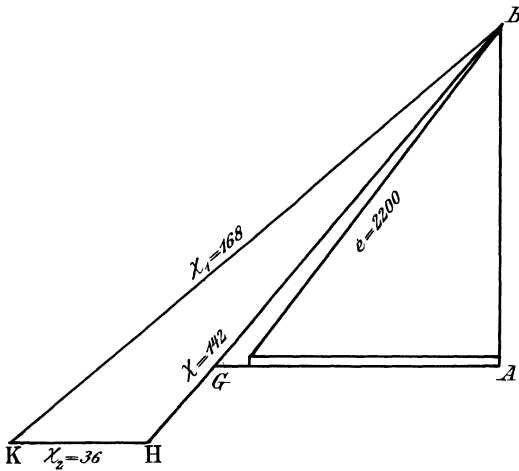


Fig. 205 a.

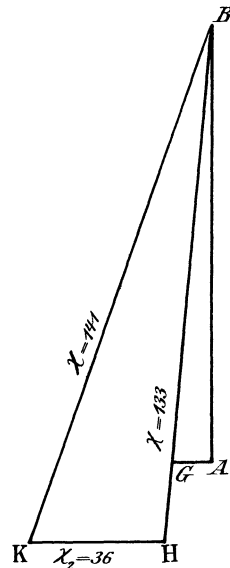


Fig. 205 b.

Es ist nun noch übrig, den Spannungsabfall zwischen Leerlauf und Vollbelastung bei obiger Erregung zu ermitteln. Für 168 Ampere Erregung erhalten wir aus der statischen Charakteristik bei Leerlauf eine Klemmspannung von 2500 Volt. Die Differenz zwischen Leerlauf und Belastung mit 200 Ampere bei einem Leistungsfaktor 0,8 beträgt also  $2500 - 2200 = 300$  Volt, also  $12\%$  der Leerlaufspannung. Das ist ein verhältnismäßig günstiger Wert. Derselbe ist wesentlich durch die Wahl einer großen Eisensättigung in den Polkernen erreicht. Dadurch wird erzielt, daß die Maschine in einem flachen Teil der Charakteristik arbeitet, wo eine Zunahme der wirksamen Erregung eine verhältnismäßig geringe Zunahme der elektromotorischen Kraft zur Folge hat.

Wir berechnen nun die Magneterregung, die bei induktionsloser Belastung für eine Klemmspannung von 2200 Volt und eine Stromstärke von

200 Ampere erforderlich ist. In diesem Falle (Fig. 205 b) ist die äußere Ohm'sche Spannung gleich 2200 Volt, also die gesamte Ohm'sche Kathete  $BA = 2200 + 44 = 2244$  Volt. Da die äußere Selbstinduktion jetzt gleich Null ist, so wird die Kathete  $AG$  des Dreiecks  $BAG$  nur durch die innere Selbstinduktion gebildet. Wir erhalten also in Fig. 205 b eine durch das resultierende Feld zu schaffende elektromotorische Kraft

$$GB = E = \sqrt{2244^2 + 200^2} = 2250.$$

Dafür ergibt sich aus der statischen Charakteristik eine resultierende Erregung von  $X = BH = 133$  Ampere. Setzen wir dieselbe mit der Ankerrückwirkung  $X_2 = 36$  Ampere zusammen, so erhalten wir eine gesamte Magneterregung von 141 Ampere.

Wir fragen jetzt wieder nach dem Spannungsabfall zwischen Leerlauf und induktionsloser Belastung. Für 141 Ampere Erregung ergibt sich aus der statischen Charakteristik eine Leerlaufspannung von 2315 Volt. Der Spannungsabfall zwischen Leerlauf und Vollbelastung ist also  $2315 - 2200 = 115$  Volt = 5% der Leerlaufspannung. Dieser Wert ist wieder als sehr günstig zu bezeichnen.

Von besonderem Interesse ist nun der Spannungsabfall zwischen Leerlauf und völlig induktiver Belastung bei normalem Strom. Wir wollen dabei annehmen, daß die Maschine mit den eben berechneten 141 Ampere erregt sei. Nach Fig. 203 b wird sich von diesen 141 Ampere fast direkt der Wert von  $X_2$  subtrahieren. Wir erhalten also als resultierende Erregung:

$$X = X_1 - X_2 = 141 - 36 = 105 \text{ Ampere.}$$

Dafür erhalten wir aus der statischen Charakteristik eine elektromotorische Kraft  $E = 2000$  Volt. Von dieser subtrahiert sich fast algebraisch die innere Selbstinduktion von 200 Volt, so daß wir eine Klemmspannung von 1800 Volt erhalten. Die Differenz gegenüber der Leerlaufspannung von 2315 Volt ist also 515 Volt oder 22,3% der Leerlaufspannung.

Es muß aber darauf hingewiesen werden, daß die Berechnungen unseres Abschnittes nur für solche Maschinen zuverlässig sind, bei denen die Streuung der Feldmagnete sehr klein ist. Das ist bei der besprochenen Maschine tatsächlich der Fall, weil die Entfernung zwischen den Polköpfen und ebenso die Entfernung zwischen den Seitenflächen der Pole sehr groß gewählt ist. Außerdem ist die Länge der Schenkel auffallend klein, wodurch der Streufluß zwischen den Seitenflächen der Pole verringert wird. Für Maschinen mit großer primärer Streuung ist jedoch noch eine Korrektur anzubringen, die im folgenden Abschnitt angegeben werden soll.

### 103. Berücksichtigung der primären Streuung.

Es scheint auf den ersten Blick, daß der Einfluß der Streuung der Feldmagnete schon in der statischen Charakteristik enthalten ist. Jeder aber,

der die Maschine für einen bestimmten Betriebszustand berechnet und nachher das allgemeine Verhalten dieser Maschine an der Hand der Diagramme verfolgt, wird bemerken, daß der berechnete Betriebszustand nachher nicht mit den Werten stimmt, die man dem Diagramm entnimmt. Man geht nämlich bei Berechnung der Maschine für einen bestimmten Betriebszustand so vor, daß man die nach Gleichung (143) nötige Kraftlinienzahl  $N$  ermittelt und dann die Amperewindungen berechnet, die nötig sind, um diesen Kraftlinienfluß durch Luft, Zähne und Anker zu treiben. Um dann die Induktion in den Magneten zu finden, addiert man zu den Kraftlinien den primären Streufluß  $N_s$ , der von Polecke zu Polecke übergeht. Der Einfachheit wegen wollen wir den von den Seitenflächen der Pole ausgehenden Streufluß vernachlässigen oder zu dem Streufluß zwischen den Polköpfen hinzuschlagen. Wir finden dabei den Streufluß, indem wir den magnetischen Druck an den Polköpfen durch den magnetischen Widerstand des Streufeldes dividieren.

Nun ist der magnetische Druck an den Polköpfen, der den Streufluß durch den Widerstand des Streufeldes treibt, genau derselbe wie derjenige, der den nützlichen Kraftlinienfluß durch Luft und Anker treibt. Auf dem letzteren Wege ist der Druck der Gegenamperewindungen und der magnetische Widerstand von Luft, Zähnen und Ankereisen zu überwinden. Nun ist bei einer Phasenverschiebung von  $90^\circ$ , wo die Ankeramperewindungen des Ankers direkt entgegenwirken, der Betrag der Gegenamperewindungen gleich  $X_2$ . Bei einer geringeren Phasenverschiebung wird nur diejenige Komponente der Gegenamperewindungen in Betracht kommen, welche der resultierenden Erregung direkt entgegenwirkt. Bezeichnen wir allgemein den Betrag der Amperewindungen des Ankers, der denen der Magnete direkt entgegenwirkt mit  $X_g$ , so ergibt sich der magnetische Druck an den Polköpfen zu

$$X_a + X_z + X_l + X_g.$$

Ist dann  $Q_s$  der Querschnitt des Streufeldes und  $l_s$  die Länge des Streuweges, so ergibt sich der Kraftlinienfluß im Streufeld nach dem Ohm'schen Gesetz für Magnetismus zu

$$N_s = \frac{X_a + X_z + X_l + X_g}{\frac{l_s}{0,4\pi \cdot Q_s}}.$$

Diesen Streufluß zählt man zu dem nutzbaren Kraftlinienfluß hinzu und erhält auf diese Weise den Kraftlinienfluß  $N_m$  in den Feldmagneten zu

$$N_m = N + N_s.$$

Wie man sieht, ist der Wert von  $N_s$  infolge der Berücksichtigung der Gegenwindungen verhältnismäßig groß geworden. Wir erhalten also, wie es den tatsächlichen Verhältnissen entspricht, eine verhältnismäßig große Induktion in den Magneten, also auch einen verhältnismäßig großen

Wert von  $X_m$ . Dadurch wird auch die für die gleiche nutzbare Kraftlinienzahl erforderliche Erregung größer werden, als wenn man, wie es bei der Berechnung der statischen Charakteristik geschieht, nur den Betrag  $X_a + X_z + X_l$  in den Zähler der Gleichung für den Streufluß einsetzt. Mit anderen Worten: Die resultierenden Amperewindungen bei Betrieb schaffen gar nicht dieselbe Kraftlinienzahl und dieselbe elektromotorische Kraft, wie dieselbe Amperewindungsanzahl bei Leerlauf.

Wenn wir nun dazu übergehen, die primäre Streuung möglichst genau in Rechnung zu setzen, so müssen wir bedenken, daß wir überhaupt, weil die Leitfähigkeit des Eisens nicht konstant ist, nur solche Zustände bei Betrieb und Leerlauf miteinander vergleichen können, bei welchen die Eisensättigung in den Magneten die gleiche ist. Wir stellen demnach vorläufig die Frage: Welche Leerlaufferregung schafft uns dieselbe Kraftlinienzahl in den Magneten, die wir bei Betrieb unter dem Einfluß der Magnet- und Ankerampere windungen erhalten.

Wir betrachten also je einen Betriebszustand bei Leerlauf und bei Belastung und machen die Voraussetzung, daß die Kraftlinienzahl in den Magneten beide Male konstant ist. Wir setzen ferner voraus, daß die Werte  $X_a$  und  $X_z$  vernachlässigt werden können. Es sei nun

$W$  der fast konstante magnetische Widerstand des Nutzfeldes (wesentlich Luft),

$W_s$  der konstante Widerstand des Streufeldes der Magnete.

Es sei ferner:

	Der magnetische Spannungsverbrauch		Das Nutzfeld	Das Streufeld	Die ganze Magneterregung
	im Nutzfeld	im Streufeld			
Bei Leerlauf . . .	$X_l$	$X_l$	$N_0 = \frac{X_l}{W}$	$N_{s_0} = \frac{X_l}{W_s}$	$X_0 = X_l + X_m$
Bei Betrieb	$X_l^1)$	$X_l + X_g$	$N = \frac{X_l}{W}$	$N_s = \frac{X_l + X_g}{W_s}$	$X_1 = X_l + X_m + X_g$

Da die Summe aus Nutzfeld und Streufeld die in beiden Fällen gleiche Kraftlinienzahl in den Magneten ergibt, so erhalten wir:

<sup>1)</sup> Die magnetische Spannung am Nutzfeld ist bei Betrieb allerdings  $X_l + X_g$ . Aber davon wird der Betrag  $X_g$  für die Gegenwindungen verbraucht, während der Betrag  $X_l$  den „Ohm'schen Spannungsverlust“ darstellt. (Vgl. die ähnlichen Verhältnisse bei der Ladung eines Akkumulators).

$$N_0 + N_{s_0} = N + N_s$$

oder mit Einsetzung der Werte aus der obigen Tabelle und nach einer einfachen Umformung:

$$\frac{X_{l_0} - X_l}{W} = \frac{X_g}{W + W_s}. \quad (a)$$

Es sei nun  $\sigma$  der Streukoeffizient bei Leerlauf nach der in Gleichung (80) gegebenen Definition. Es ist also

$$\sigma = \frac{N_0 + N_{s_0}}{N_0}.$$

Durch Umformung erhalten wir dann:

$$\frac{N_0}{N_{s_0}} = \frac{1}{\sigma - 1}.$$

Nun verhalten sich die Kraftlinienflüsse im Nutzfeld und Streufeld umgekehrt wie die magnetischen Widerstände  $W$  und  $W_s$ . Es ergibt sich also:

$$\frac{N_0}{N_{s_0}} = \frac{1}{\sigma - 1} = \frac{W_s}{W}.$$

Durch Umformung erhalten wir:

$$\frac{W}{W + W_s} = \frac{\sigma - 1}{\sigma}. \quad (b)$$

Setzen wir diesen Wert in Gleichung (a) ein, so erhalten wir:

$$X_{l_0} = X_l + X_g \cdot \frac{\sigma - 1}{\sigma}. \quad (c)$$

Setzen wir nun in diese Gleichung die Werte von  $X_{l_0}$  und  $X_l$  ein, die sich aus der letzten Vertikalreihe der obigen Tabelle ergeben, so erhalten wir:

$$X_0 = X_1 - \frac{X_g}{\sigma} \quad (156)$$

Diese Amperewindungen  $X_0$  schaffen uns bei Leerlauf dieselbe Kraftlinienzahl  $N_m$ , wie sie bei Betrieb durch die vereinigte Wirkung der Magnet- und Ankeramperewindungen zustande kommt. Von diesen Kraftlinien geht aber bei Betrieb ein größerer Betrag durch Streuung verloren. Der nutzbare Kraftlinienfluß ist also bei Betrieb um einen bestimmten Betrag kleiner als bei der Leerlauferregung  $X_0$ .

Dieser Betrag ist uns schon direkt durch die linke Seite der Gleichung (a) gegeben, da wir dieselbe in der Form

$$N_0 - N = \frac{X_g}{W + W_s}$$

schreiben können. Erweitern wir auf der rechten Seite mit  $W$ , so erhalten wir mit Benutzung der Gleichung (b):

$$N_0 - N = \frac{\sigma - 1}{\sigma} \cdot \frac{X_g}{W}. \quad (157)$$

Nun ist der Ausdruck  $\frac{\sigma - 1}{\sigma} \cdot \frac{X_g}{W}$  nach dem Ohm'schen Gesetz für Magnetismus nichts anderes als die Kraftlinienzahl, die durch den Nutzwiderstand  $W$  getrieben wird, wenn an seinen Enden der magnetische Druck  $\frac{\sigma - 1}{\sigma} \cdot X_g$  liegt. Da im Anfang der Magnetisierungskurve der Eisenweg überhaupt keine Rolle spielt, so stellt der anfängliche, geradlinige Teil der Kurve in Fig. 206 a uns die Magnetisierungskurve der Luft dar. In Fig. 206 a, wo die Magneterregung als Abszisse und die Kraftlinienzahl als Ordinate aufgetragen ist, machen wir also:

$$OD = \frac{\sigma - 1}{\sigma} \cdot X_g.$$

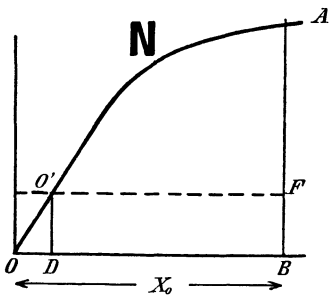


Fig. 206 a.

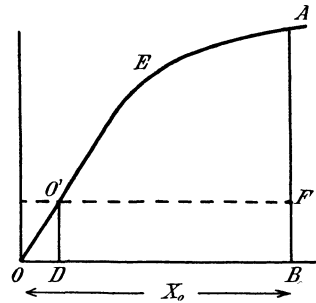


Fig. 206 b.

Die Ordinate  $O'D$  stellt uns dann die Kraftlinienzahl dar, die bei dem magnetischen Druck  $OD$  durch den Nutzwiderstand gehen würde, und wir erhalten:

$$O'D = FB = \frac{\sigma - 1}{\sigma} \cdot \frac{X_g}{W} = N_0 - N.$$

Ist also in Fig. 206 a

$$OB = X_0 = X_1 - \frac{X_g}{\sigma},$$

so ist  $AB$  die zugehörige Kraftlinienzahl  $N_0$  und  $AF$  die nutzbare Kraftlinienzahl  $N$  bei dem betrachteten Betriebszustand.

Dieselbe Konstruktion läßt sich natürlich auch direkt an der statischen Charakteristik in Fig. 206 b ausführen. Die Bedeutung dieser Konstruktion tritt nun erst zu Tage, wenn wir die Gleichung aufstellen:

$$DB = OB - OD = X_0 - X_g \cdot \frac{\sigma - 1}{\sigma}.$$

Da nach Gleichung (156)  $X_0$  gleich  $X_1 - \frac{X_g}{\sigma}$  ist, so ergibt sich:

$$DB = X_1 - \frac{X_g}{\sigma} - X_g \cdot \frac{\sigma - 1}{\sigma} = X_1 - X_g.$$

Wir können also die Strecke  $DB$  als die bei Betrieb resultierende, d. h. tatsächlich wirksame Erregung betrachten. Da nun  $DB = O'F$  ist, so können wir den Punkt  $O'$  als den Anfangspunkt eines neuen Koordinatensystems ansehen, in welchem uns die Abszisse  $O'F$  die resultierende Erregung und die Ordinate  $AF$  die bei Betrieb wirksame elektromotorische Kraft  $E$  darstellt.

Die Leerlaufcharakteristik ist also direkt für die Bestimmung der elektromotorischen Kraft bei einer bestimmten resultierenden Erregung anwendbar, wenn man den Anfangspunkt des Koordinatensystems von  $O$  nach  $O'$  verschiebt.

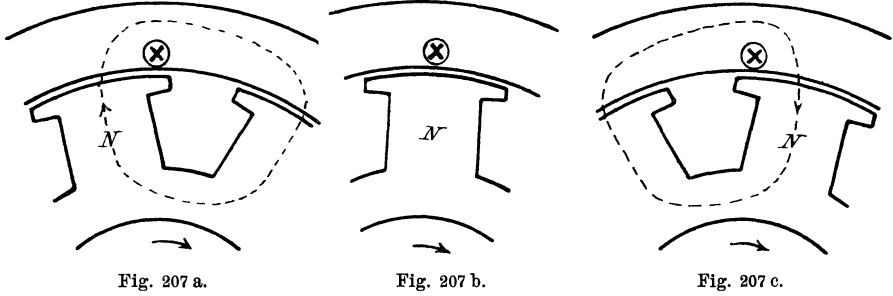
Die Verschiebung des Koordinatenanfangs erklärt es nun auch, warum bei Maschinen mit geringer Sättigung der Magnetkerne der Einfluß der primären Streuung außerordentlich klein ist. Arbeitet die Maschine nämlich im ersten geradlinigen Teil der Charakteristik, so ist es vollständig gleichgültig, ob der Koordinatenanfangspunkt in  $O$  oder  $O'$  liegt. In diesem Falle kann man, wie im vorigen Abschnitt, die primäre Streuung vernachlässigen.

Anders liegt die Sache dagegen, wenn die Maschine mit hoher Sättigung der Magnetkerne, also im flachen, rechten Teil der Charakteristik arbeitet. Dann ist der Gewinn, den man dadurch erhält, daß der Koordinatenanfang nach rechts gerückt ist, sehr gering gegenüber dem Verlust an elektromotorischer Kraft, der dadurch verursacht ist, daß der Koordinatenanfang nach oben gerückt ist. Die Folge ist dann ein bedeutender Spannungsabfall bei Betrieb gegenüber dem Leerlauf.

Wenn man also neuerdings stets mit starker Sättigung der Magnetkerne arbeitet, damit bei dem flachen Verlauf der Kurve der Unterschied zwischen Leerlaufspannung und Betriebsspannung möglichst gering wird, so muß man gleichzeitig die primäre Streuung möglichst gering halten. Dadurch ergibt sich dann der früher besprochene Nachteil der Lauffener Type und der Induktormaschinen.

Es muß aber darauf hingewiesen werden, daß die Lage des Punktes  $O'$  für jeden Wert von  $X_g$  besonders ermittelt werden muß. Dieser Wert  $X_g$  ist nicht bloß von den Amperewindungen des Ankers, sondern auch von der Phasenverschiebung abhängig. Ist die letztere gleich Null, so fällt das Maximum des Stromes zeitlich mit der Stellung des Ankerdrahtes vor der Polmitte zusammen (Fig. 207 b). Dabei erzeugt der Ankerstrom keine Kraftlinien, die sich durch das ganze Polgestell schließen. Dagegen erzeugt der abnehmende Strom Kraftlinien, die das Magnetfeld schwächen (Fig. 207 c), während der zunehmende Strom Kraftlinien erzeugt, die das Magnetfeld verstärken (Fig. 207 a). Da der Zeitraum der Verstärkung gleichwertig ist mit dem Zeitraum der Schwächung, so ist die mittlere Ankerrückwirkung gleich Null. Bleibt dagegen die Stromstärke hinter der elektromotorischen Kraft zurück, so wird der Zeitraum, in welchem die Schwächung eintritt, unverhältnismäßig groß. Wird endlich

die Phasenverschiebung gleich  $90^\circ$ , so wirken die Amperewindungen des Ankers denen der Magnete direkt entgegen und die Ankerrückwirkung wird ein Maximum ( $X_g = X_2$ ).



Wächst demnach die entmagnetisierende Wirkung des Ankerstromes mit der Zunahme des Phasenverschiebungswinkels, so werden wir keinen grossen Fehler machen, wenn wir annehmen, dass die Ankerrückwirkung dem Sinus des Winkels  $\varphi_1$  zwischen der resultierenden elektromotorischen Kraft und der Ohm'schen Spannung proportional ist. Von den ganzen Anker-

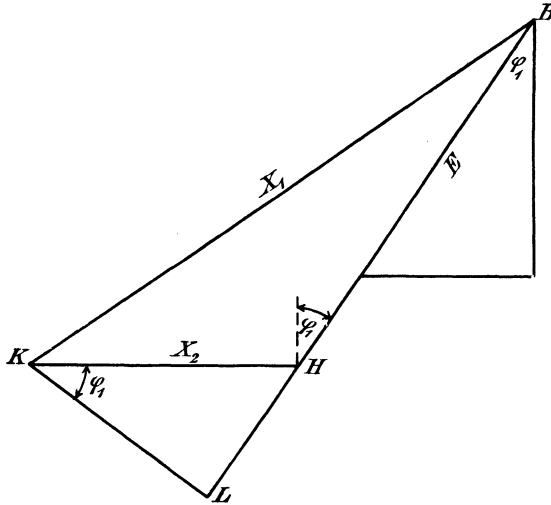


Fig. 208.

amperewindungen  $X_2 = HK$  kommt also nur diejenige Komponente  $HL = X_2 \cdot \sin \varphi_1$  in Betracht, die der resultierenden Erregung direkt entgegengesetzt ist (Fig. 208). Wir können diese Annahme um so mehr machen, als die Summe aus  $LH$  und  $HB$  mit sehr grosser Annäherung gleich  $KB$  ist, d. h. die resultierende Erregung  $X = BH$  ergibt sich fast genau aus der algebraischen Differenz von  $X_1 = BK$  und  $X_2 \cdot \sin \varphi_1 = LH$ .



Wir erhalten also:

$$X = X_1 - X_2 \cdot \sin \varphi_1 \quad (158)$$

oder

$$X_g = X_2 \cdot \sin \varphi_1.$$

Allerdings liefert diese Berücksichtigung der Ankerrückwirkung nur ein angenähertes Resultat. Wir haben dabei die Voraussetzung gemacht, daß die primäre Streuung nur an den Polecken auftritt und diese Voraussetzung trifft praktisch nicht zu.

---

## Vierzehntes Kapitel.

104. Die Wechselstrommaschine mit konstanter Erregung und Klemmspannung. — 105. Die synchronisierende Kraft des Ankers. — 106. Das Parallelschalten der Wechselstrommaschinen. — 107. Die Wechselstrommaschine mit variabler Erregung. — 108. Das Pendeln der Wechselstrommaschinen.

### 104. Die Wechselstrommaschine mit konstanter Erregung und Klemmspannung.

Um das Verhalten einer Maschine zu studieren, die zu mehreren anderen Maschinen parallel geschaltet ist, machen wir die Annahme, daß der Selbstinduktionskoeffizient  $L$  der Maschine eine konstante Größe ist. Wir fassen dabei die Ankerrückwirkung als eine Art Selbstinduktion auf, die wir mit der eigentlichen Selbstinduktion zusammenfassen und nehmen an, daß die Leerlaufspannung der Maschine die Hypotenuse für die gesamte innere und äußere Selbstinduktion und für die gesamten Ohm'schen Spannungen bildet.

Wenn nun die Erregung der Maschine ungeändert gelassen wird, so ist diese Hypotenuse  $E_1$  während des Betriebes konstant. Nach unserer Voraussetzung wollen wir ja von den durch die Ankerrückwirkung und durch die Änderung der Eisensättigung geschaffenen Komplikationen absehen. Ebenso ist aber auch die Klemmspannung jetzt konstant. Denn dieselbe ist jetzt ja nicht bloß eine Funktion unserer Maschine, sondern zugleich eine Funktion des Netzes oder vielmehr der anderen, auf das Netz arbeitenden Maschinen. Falls wir also diese letzteren so groß annehmen, daß sie durch Veränderungen an unserer betrachteten Maschine so gut wie gar nicht beeinflusst werden, so ist die Klemmspannung als konstant anzusehen. Wenn wir demnach einen beliebigen Betriebszustand unserer Maschine zeichnen wollen, so haben wir mit  $E_1$  als Radius von  $O$  aus einen Kreis zu schlagen. Wir ziehen dann den Strahl  $OM$  so, daß er mit  $OA$  einen Winkel  $\alpha$  bildet, dessen Tangente durch die Gleichung

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{i \cdot w_a}{E_s} = \frac{w_a}{L \omega}$$

gegeben ist.

Dabei verstehen wir jetzt unter  $E_s$  im Sinne des Abschnittes 98 die gesamte innere Selbstinduktion, d. h. die durch Ankerstreuung und Ankerückwirkung induzierte elektromotorische Kraft.

Von einem beliebigen Punkte  $F$  dieses Strahles schlagen wir mit der konstanten Klemmspannung  $e$  als Radius einen Kreis. Der Schnittpunkt beider Kreise ist der gesuchte Punkt  $B$  unseres Diagramms (Fig. 209 a). Wir ziehen dann die Verbindungslinie  $OB$  gleich  $E_1$  und die Senkrechte  $BA = \Sigma i \cdot w$ . Allerdings verliert diese Strecke jetzt ihre frühere Bedeutung. Von dem äußeren Widerstand der einzelnen Maschine kann man bei Parallelbetrieb natürlich nicht mehr sprechen. Wir können nur sagen, daß sich die Maschine in dem einen gezeichneten Betriebszustand jetzt genau verhält, als wenn sie für sich allein eine äußere Ohm'sche Spannung  $BD$  zu liefern und eine äußere Selbstinduktion  $FD = CA$  zu überwinden hätte.

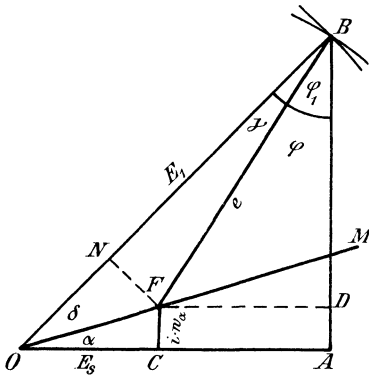


Fig. 209 a.

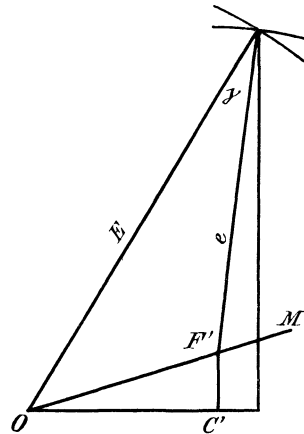


Fig. 209 b.

Wiederholen wir dieselbe Konstruktion für einen anderen Punkt  $F'$ , so ergibt sich für einen anderen Betriebszustand bei gleichen Werten von  $E_1$  und  $e$  das Diagramm in Fig. 209 b. Die beiden gezeichneten Betriebszustände unterscheiden sich zunächst durch eine Verschiedenheit des Winkels  $\gamma$  zwischen der elektromotorischen Kraft und der Klemmspannung. Die Folge davon ist, daß die Werte  $OC$  und  $OC'$ , d. h. die elektromotorischen Kräfte der Selbstinduktion in der Maschine verschieden sind. Da  $OC$  und  $OC'$  der Stromstärke proportional sind, so folgt, daß die Stromstärken der Maschine bei beiden Betriebszuständen verschiedene sind. Endlich ergibt sich, daß die gesamte von der Maschine gelieferte elektrische Leistung in beiden Fällen verschieden ist. Wir wollen zunächst die Frage noch unentschieden sein lassen, wodurch diese Veränderung der Leistung bewirkt ist, ob durch Veränderung an der Maschine, wie bei Gleichstrom, oder durch direkte Vergrößerung der zugeführten mechanischen Leistung.

Wir stellen uns jetzt nur die Aufgabe, die gesamte elektrische Leistung der Maschine als Funktion des Winkels  $\gamma$  zu berechnen.

Diese gesamte Leistung ergibt sich zu

$$P_1 = E_1 \cdot i \cdot \cos \varphi_1,$$

wo  $\varphi_1$  der Winkel zwischen dem Vektor der elektromotorischen Kraft  $E_1$  und dem Vektor der Stromstärke  $i$  ist. Nun ergibt sich nach Fig. 209 a:

$$i = \frac{OC}{L\omega} = \frac{OF \cdot \cos \alpha}{L\omega}.$$

und ferner nach derselben Figur:

$$\cos \varphi_1 = \sin(\alpha + \delta) = \sin \alpha \cdot \cos \delta + \cos \alpha \cdot \sin \delta.$$

Wir erhalten also, wenn wir diese Werte von  $i$  und  $\cos \varphi_1$  in die Gleichung für  $P_1$  einsetzen:

$$P_1 = E_1 \cdot \frac{OF \cdot \cos \alpha}{L\omega} \cdot (\sin \alpha \cdot \cos \delta + \cos \alpha \cdot \sin \delta).$$

Nun ist in Fig. 209 a

$$ON = OF \cdot \cos \delta$$

und ebenso

$$NB = e \cdot \cos \gamma.$$

Demnach ergibt sich:

$$E_1 = ON + NB = OF \cdot \cos \delta + e \cdot \cos \gamma$$

oder:

$$OF \cdot \cos \delta = E_1 - e \cdot \cos \gamma.$$

Andererseits ergibt sich, wenn wir den Sinussatz auf das Dreieck  $OFB$  anwenden:

$$OF \cdot \sin \delta = e \cdot \sin \gamma.$$

Setzen wir die gefundenen Werte von  $OF \cdot \cos \delta$  und  $OF \cdot \sin \delta$  in die Gleichung für  $P_1$  ein, so erhalten wir:

$$P_1 = \frac{E_1 \cdot \cos \alpha}{L\omega} \cdot \left[ \sin \alpha \cdot (E_1 - e \cdot \cos \gamma) + \cos \alpha \cdot e \cdot \sin \gamma \right].$$

Wenn wir ausmultiplizieren, erhalten wir:

$$P_1 = \frac{E_1 \cdot \cos \alpha}{L\omega} \cdot \left( E_1 \cdot \sin \alpha - e \cdot \sin \alpha \cdot \cos \gamma + e \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma \right).$$

Nun ist

$$\cos \alpha \cdot \sin \gamma - \sin \alpha \cdot \cos \gamma = \sin(\gamma - \alpha).$$

Wir erhalten also:

$$P_1 = \frac{E_1 \cdot \cos \alpha}{L\omega} \cdot \left( E_1 \cdot \sin \alpha + e \cdot \sin(\gamma - \alpha) \right). \quad (159)$$

Dabei ist  $\gamma$  der Winkel, um den die Klemmspannung hinter der elektromotorischen Kraft zurückbleibt, oder um welchen die elektromotorische Kraft der Klemmspannung voraufeilt. Aus Gleichung (159) folgt nun eine einfache Konstruktion für die Leistung als Funktion des Winkels  $\gamma$ . In Fig. 210 falle der Vektor der Klemmspannung in die Ordinatenachse. Dabei fassen wir die Klemmspannung als Funktion der Maschine auf, wobei sie wesentlich mit der elektromotorischen Kraft gleiche Phase hat, oder wobei wenigstens die Phasendifferenz höchstens  $90^\circ$  be-

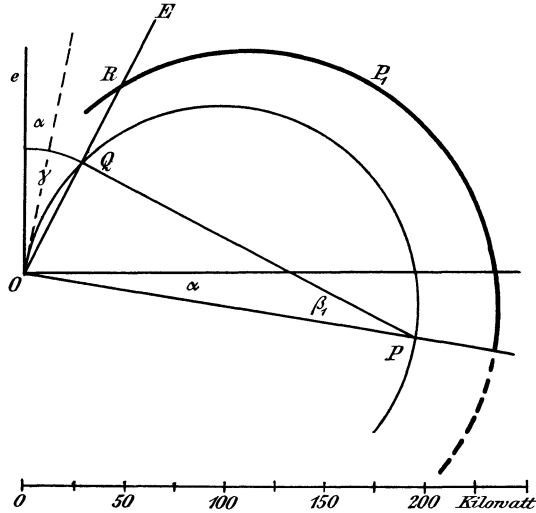


Fig. 210.

trägt. Wir ziehen nun den Strahl  $OP$  unter einem Winkel  $\alpha$  gegen die Abscissenachse, so daß die Bedingung erfüllt ist:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{w_a}{L\omega}.$$

In dem in Fig. 210 gezeichneten Falle sind die Werte

$$w_a = 1, L\omega = 6, e = 1000 \text{ und } E_1 = 1200$$

zu Grunde gelegt. Wir machen dann  $OP$  gleich  $\frac{E_1 \cdot e \cdot \cos \alpha}{L \cdot \omega}$  und schlagen über  $OP$  als Durchmesser einen Kreis. Dann ziehen wir den Strahl  $OE$ , der mit  $e$  einen beliebigen Winkel  $\gamma$  bildet und den Kreis im Punkte  $Q$  schneidet. Dann ergibt sich nach Fig. 210:

$$OQ = OP \cdot \sin \beta_1 = \frac{E_1 \cdot e \cdot \cos \alpha}{L \cdot \omega} \cdot \sin \beta_1.$$

Nun ist der Peripheriewinkel  $\beta_1$  gleich dem Sehnentangentenwinkel  $\gamma - \alpha$  und wir erhalten:

$$OQ = \frac{E_1 \cdot e \cdot \cos \alpha}{L \cdot \omega} \cdot \sin (\gamma - \alpha).$$

Wir addieren nun zu  $OQ$  den konstanten Wert

$$QR = \frac{E_1^2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{L \omega}$$

Dann ergibt sich nach Gleichung (159):

$$OR = QR + OQ = P_1.$$

Wenn wir auf diese Weise verschiedene Punkte  $R$  konstruieren und alle gefundenen Punkte verbinden, so erhalten wir die in Fig. 210 stark ausgezogene Kurve. Die vom Generator erzeugte elektrische Leistung ist also bei den verschiedenen Werten von  $\gamma$  gegeben durch den Radiusvektor  $OR$  dieser Kurve. Dieselbe ist praktisch fast ein Kreis, da der Winkel  $\alpha$  meist ein sehr kleiner Winkel ist und infolgedessen der Wert  $QR = E_1^2 \cdot \frac{\sin \alpha}{L \omega} \cdot \cos \alpha$  sehr klein ist.

Wir gehen nun dazu über, für verschiedene Werte des Winkels  $\gamma$  die Nutzleistung der Maschine im Unterschiede von der eben berechneten Gesamtleistung zu bestimmen. Die Nutzleistung ergibt sich zu

$$P = e \cdot i \cdot \cos \varphi.$$

Wir setzen wieder nach Fig. 209a:

$$i = \frac{OC}{L \omega} = \frac{OF \cdot \cos \alpha}{L \omega}.$$

Nun ist in derselben Figur Winkel  $BFD = \alpha + \gamma + \delta$ . Wir setzen also

$$\cos \varphi = \sin(\alpha + \gamma + \delta)$$

oder

$$\cos \varphi = \sin(\alpha + \gamma) \cdot \cos \delta + \cos(\alpha + \gamma) \cdot \sin \delta.$$

Dann erhalten wir, wenn wir die Werte von  $i$  und  $\cos \varphi$  in die Gleichung für  $P$  einsetzen:

$$P = e \cdot \frac{OF \cdot \cos \alpha}{L \omega} \cdot \left[ \sin(\alpha + \gamma) \cdot \cos \delta + \cos(\alpha + \gamma) \cdot \sin \delta \right].$$

Nun ergibt sich ebenfalls nach Fig. 209a:

$$OF \cdot \cos \delta = ON = OB - NB$$

oder

$$OF \cdot \cos \delta = E_1 - e \cdot \cos \gamma.$$

Ebenso ergibt sich nach dem Sinussatz im Dreieck  $OFB$ :

$$OF \cdot \sin \delta = e \cdot \sin \gamma.$$

Mit Einsetzung der Werte von  $OF \cdot \cos \delta$  und  $OF \cdot \sin \delta$  in die Gleichung für  $P$  ergibt sich:

$$P = \frac{e \cdot \cos \alpha}{L \omega} \cdot \left[ \sin(\alpha + \gamma) \cdot (E_1 - e \cdot \cos \gamma) + \cos(\alpha + \gamma) \cdot e \cdot \sin \gamma \right].$$

Wir multiplizieren nun innerhalb der großen Klammer aus und setzen  $\sin(\alpha + \gamma) \cdot \cos \gamma - \cos(\alpha + \gamma) \cdot \sin \gamma = \sin(\alpha + \gamma - \gamma) = \sin \alpha$ .

Dadurch erhalten wir:

$$P = \frac{e \cdot \cos \alpha}{L \omega} \cdot [E_1 \cdot \sin(\alpha + \gamma) - e \cdot \sin \alpha]. \quad (160)$$

Um diese Nutzleistung graphisch zu ermitteln, ziehen wir in Fig. 211 den Strahl  $OS$ , so daß derselbe mit der Abscissenachse den Winkel  $\alpha$  einschließt, und machen  $OS$  gleich  $\frac{E_1 \cdot e \cdot \cos \alpha}{L \omega}$ . Über  $OS$  als Durchmesser schlagen wir dann einen Kreis. Wie man sieht, ist der Durchmesser der gleiche wie in Fig. 210.

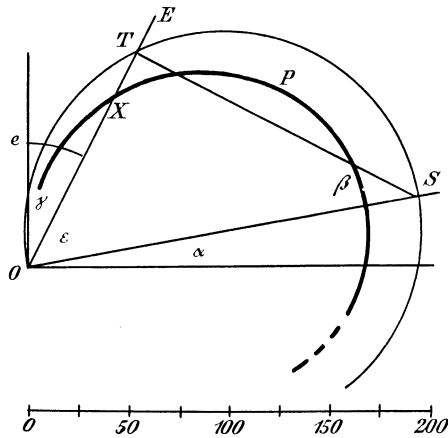


Fig. 211.

Für einen beliebigen Wert von  $\gamma$  ergibt sich dann:

$$OT = OS \cdot \sin \beta = \frac{E_1 \cdot e \cdot \cos \alpha}{L \omega} \cdot \sin \beta.$$

Nun ist

$$\beta = 90^\circ - \epsilon = \alpha + \gamma.$$

Wir erhalten also:

$$OT = \frac{E_1 \cdot e \cdot \cos \alpha}{L \omega} \cdot \sin(\alpha + \gamma).$$

Wir ziehen nun von dem Strahl  $OT$  den konstanten Wert

$$XT = \frac{e^2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{L \omega}$$

ab und erhalten nach Gleichung (160):

$$OX = OT - XT = P.$$

Der Strahl  $OX$  ist also die gesuchte Nutzleistung. Verbinden wir alle so gefundenen Punkte  $X$  miteinander, so erhalten wir die stark aus-

gezogene Kurve der Nutzleistung. Dieselbe unterscheidet sich wieder wenig von einem Kreise. Sie ist ebenfalls unter der Voraussetzung  $w_a = 1$ ,  $L\omega = 6$ ,  $e = 1000$  und  $E_1 = 1200$  gezeichnet. Der Maßstab für die Kilowatt ist wieder in der Figur angegeben.

Es handelt sich nun noch darum, für jeden Winkel  $\gamma$  zwischen der elektromotorischen Kraft und der Klemmspannung die zugehörige Stromstärke zu finden. Zu dem Zwecke tragen wir in Fig. 212 von  $O$  aus in Richtung der Ordinatenachse die Klemmspannung  $e = OZ$  auf. Dann ist

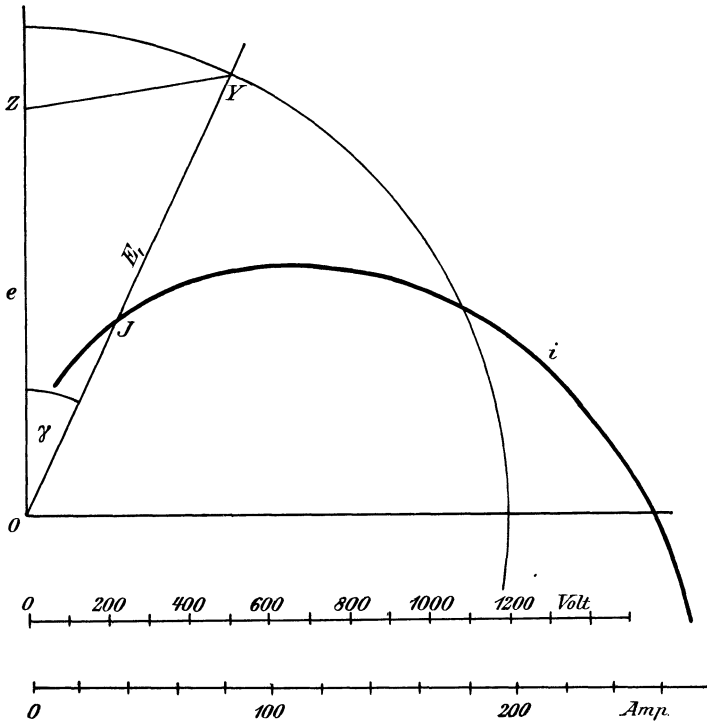


Fig. 212.

$OY$  die elektromotorische Kraft  $E_1$ , die der Klemmspannung um den Winkel  $\gamma$  vorausleitet und es ist die Verbindungslinie  $ZY$  im Voltmaßstabe gleich der Spannung  $OF$  in Fig. 209a. Wir erhalten also:

$$ZY = \frac{E_s}{\cos \alpha} = \frac{L\omega \cdot i}{\cos \alpha}$$

oder

$$i = ZY \cdot \frac{\cos \alpha}{L\omega}$$

Die Strecke  $ZY$  stellt uns also im passenden Maßstabe die Stromstärke bei den verschiedenen Werten von  $\gamma$  dar. Wir tragen nun die Strecke  $ZY$  von  $O$  aus in Richtung des Vektors der elektromotorischen Kraft  $E_1$  auf:



$$OJ = ZY = \frac{L\omega \cdot i}{\cos \alpha}.$$

Verbinden wir die so gefundenen Punkte  $J$ , so erhalten wir die Kurve der Stromstärke. Die Vektoren derselben geben uns bei den verschiedenen Winkeln  $\gamma$  die Stromstärke an.

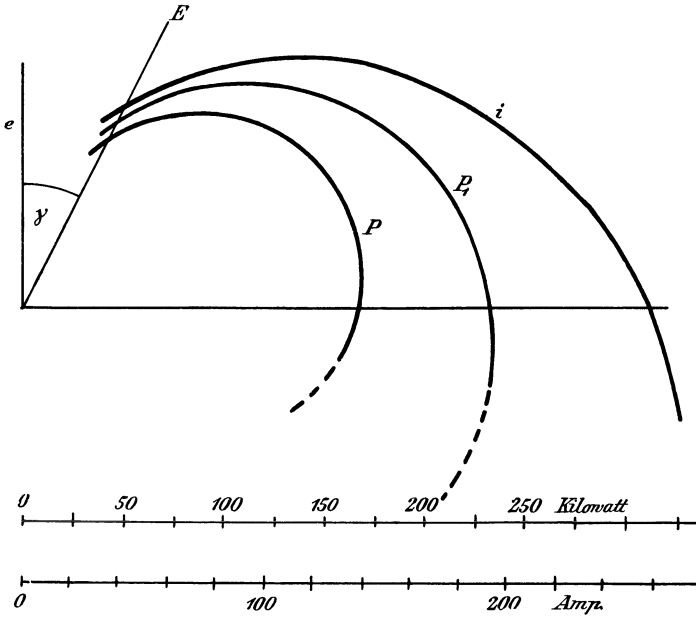


Fig. 213.

Die drei Kurven  $P_1$ ,  $P$  und  $i$  aus Fig. 210, 211 und 212 sind dann in Fig. 213 zusammengestellt. Sie beziehen sich wieder auf eine Maschine, bei welcher  $L\omega = 6$ ,  $w_a = 1$ ,  $e = 1000$  und  $E_1 = 1200$  ist. Im folgenden sind die Daten für die Konstruktion der Diagramme angegeben. Wir erhalten:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{w_a}{L\omega} = \frac{1}{6} = 0,166.$$

Dazu gehören die Werte:

$$\begin{aligned} \sin \alpha &= 0,164, \\ \cos \alpha &= 0,986. \end{aligned}$$

Dann erhalten wir als Durchmesser  $OP$  und  $OS$  den Wert:

$$OP = OS = \frac{E_1 \cdot e \cdot \cos \alpha}{L\omega} = \frac{1200 \cdot 1000 \cdot 0,986}{6} = 197\,200.$$

Den Maßstab für die Watt können wir willkürlich wählen. Derselbe ist in den betreffenden Figuren mit angegeben. Wir erhalten ferner:

$$QR = \frac{E_1^2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{L \omega} = \frac{1200^2 \cdot 0,164 \cdot 0,986}{6} = 38700.$$

$$XT = \frac{e^2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{L \omega} = 27000.$$

Den Maßstab für die Volt in Fig. 212 können wir wieder willkürlich wählen, doch ist dann der Maßstab für die Ampere gegeben durch die Gleichung:

$$i = \frac{ZY \cdot \cos \alpha}{L \omega} = \frac{ZY \cdot 0,986}{6} = 0,164 ZY.$$

Es ergibt sich nun aus Fig. 213, daß zu einer bestimmten Phasenverschiebung zwischen der elektromotorischen Kraft und der Klemmspannung eine ganz bestimmte Gesamtleistung, Nutzleistung und Stromstärke gehört. Ferner ergibt sich, daß die Differenz zwischen den Strahlen der Kurve  $P_1$  und  $P$  uns die im Anker in Joule'sche Wärme umgesetzte Leistung darstellt. Wir sehen daraus, daß der elektrische Wirkungsgrad, d. h. das Verhältnis  $P:P_1$  um so kleiner wird, je größer der Winkel  $\gamma$  ist. Schon aus diesem Grunde ist es selbstverständlich, daß die Maschinen normal im linken Teil des Diagramms arbeiten.

Es ist nun von Interesse, daß die von der Maschine aufgenommene und in elektrische Arbeit umgesetzte Leistung zunächst mit Vergrößerung des Winkels  $\gamma$  zunimmt und schließlich ein Maximum wird für den Winkel  $\gamma = 90^\circ + \alpha$ . Dieser Maximalwert ergibt sich zu

$$P_{1max} = \frac{E_1 \cdot e \cdot \cos \alpha}{L \omega} + \frac{E_1^2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{L \omega}.$$

Die Vergrößerung der Leistung mit zunehmender Voreilung der elektromotorischen Kraft vor der Klemmspannung wird nun von besonderer Wichtigkeit für das Parallelarbeiten der Wechselstrommaschinen, das im folgenden Abschnitt besprochen werden soll.

### 105. Die synchronisierende Kraft des Ankers.

Um das Verhalten der Wechselstrommaschinen zu verstehen, betrachten wir eine Reihe von parallel geschalteten Maschinen, die nach Konstruktion, Größe und Erregung vollständig gleich sind. Die Tourenzahl der Antriebsmaschinen ist ebenfalls bei allen dieselbe. Dann wird der im äußeren Kreise verbrauchte Effekt sich gleichmäßig auf alle Maschinen verteilen. Nach dem Diagramm in Fig. 213 ist also auch die Phasenverschiebung zwischen der elektromotorischen Kraft und der Klemmspannung bei allen Maschinen dieselbe. Da die Klemmspannung allen Maschinen gemeinsam ist, so folgt, daß die elektromotorische Kraft überall gleiche Phase hat, d. h. daß in einem gegebenen Augenblick der Ankerdraht einer Maschine genau dieselbe relative Lage zu den Polen hat, wie

der entsprechende Draht der anderen Maschinen. Die Maschinen laufen also zeitlich ganz gleichmäßig, d. h. synchron. Damit ist nicht bloß eine gleiche Tourenzahl, sondern auch ein Takthalten in der Phase gemeint.

Wir wollen nun vorläufig nicht untersuchen, wie diese Übereinstimmung erzielt ist. Wir wollen vielmehr zunächst fragen, wie es kommt, daß diese Übereinstimmung in der Tourenzahl und in der Phase, wenn sie einmal vorhanden ist, sich dauernd aufrecht erhält. Die Wichtigkeit dieser Frage leuchtet ohne weiteres ein. Beim Parallelbetrieb sind ja, wie der Vergleich mit dem Gleichstrom ergibt, die elektromotorischen Kräfte so zu schalten, daß die gleichnamigen Klemmen aneinander liegen. Die einzelnen elektromotorischen Kräfte sind dabei für sich allein gegeneinander geschaltet. Wenn also Wechselstrommaschinen parallel geschaltet sind, so ist es nicht bloß nötig, daß in einem gegebenen Momente die Richtung der elektromotorischen Kräfte in allen Maschinen die gleiche ist, sondern daß ihre Richtung sich dauernd gleichzeitig in allen Maschinen umkehrt. Das setzt dann natürlich voraus, daß alle Maschinen mit absolut gleicher Tourenzahl laufen oder, falls die Polzahl eine verschiedene ist, mit absolut gleicher Periodenzahl laufen.

Diese absolut gleiche Tourenzahl liefse sich nun niemals durch äußere Mittel erzwingen. Höchstens könnte man an direkte Kuppelung der parallel geschalteten Maschinen denken, wodurch aber der Charakter der selbständigen Maschine verloren geht, und wobei infolge der Torsion der Welle die absolute Phasengleichheit nicht einmal garantiert ist. Glücklicherweise zeigen aber parallel geschaltete Wechselstrommaschinen von selbst das Bestreben, synchron zu laufen. Die Maschinen selbst veranlassen eine bei allen Maschinen absolut gleiche Periodenzahl und halten dabei ihre Antriebsmaschinen genau im Takt. Geringe Differenzen in der Phase, d. h. in der momentanen Stellung des Ankers vor den Polen bei den einzelnen Maschinen sind allerdings nie ganz zu vermeiden, werden jedoch durch die jetzt von uns zu erörternde synchronisierende Wirkung des Ankers der Maschinen ausgeglichen, so daß der Ankerdraht bald wieder in seine richtige, mit den anderen Maschinen übereinstimmende Lage zurückkehrt.

Bei der Schwierigkeit unseres Themas erschien es zweckmäßig, auf diese Weise die Tatsachen voranzustellen und erst, nachdem dies geschehen, zur Erklärung derselben schreiten. Wir setzen zu diesem Zwecke den Fall, daß eine einzelne Maschine infolge des Ungleichförmigkeitsgrades der Dampfmaschine vor den anderen Maschinen momentan ein wenig vorausgeeilt ist. Diese mechanische oder räumliche Vorauseilung ist gleichbedeutend mit einer Vergrößerung des Winkels  $\gamma$  zwischen dem Vektor der elektromotorischen Kraft der einzelnen Maschine und dem Vektor der Klemmspannung  $e$ . Der letztere ist durch die anderen Maschinen gegeben und wesentlich unverändert geblieben. Die Vergrößerung des Winkels  $\gamma$  hat nun aber nach Fig. 213 bis zu einer gewissen Grenze eine Vergrößerung der erzeugten elektrischen Leistung  $P_1$

zur Folge. Zur Erzeugung dieser vergrößerten Leistung reicht aber dann die bei der betreffenden Tourenzahl, d. h. bei der betreffenden Regulatorstellung zugeführte mechanische Leistung der Antriebsmaschine nicht mehr aus. Die Verzögerung, die infolgedessen eintritt, bringt dann den Anker in die normale Stellung gegenüber den Polen zurück.

Umgekehrt wird das Zurückbleiben einer einzelnen Maschine hinter den anderen Maschinen nach Fig. 213 eine Verkleinerung der elektrischen Leistung  $P_1$  der einzelnen Maschine zur Folge haben. Dann ist die bei der betreffenden Tourenzahl, d. h. die bei der betreffenden Regulatorstellung zugeführte mechanische Leistung größer als die abgegebene elektrische Leistung. Die dadurch veranlasste Beschleunigung bringt dann den Anker der zurückgebliebenen Maschine wieder in die richtige Stellung zu den Polen, so daß seine Stellung mit derjenigen der anderen Maschinen übereinstimmt.

Daraus folgt nun mit Notwendigkeit, daß die Tourenzahl der Maschinen, bzw. bei ungleicher Polzahl die Periodenzahl der Dynamos, bei allen Maschinen eine absolut gleiche ist, und daß unter Voraussetzung gleicher Konstruktion und Erregung auch die Phase der elektromotorischen Kräfte der einzelnen Maschinen die gleiche ist. Die Dynamomaschinen halten also die Dampfmaschinen in mathematisch genauem Takt.

Dabei setzen wir allerdings voraus, daß die Dynamomaschinen im linken Teil des in Fig. 212 gegebenen Diagramms arbeiten, wo eine Zunahme des Winkels  $\gamma$  eine Zunahme der elektrischen Leistung zur Folge hat. Arbeitet aber die Maschine in der Nähe ihrer maximalen Leistung, so ergibt sich für eine Zunahme des Winkels  $\gamma$  eine sehr geringe Zunahme der Leistung, d. h. eine geringe synchronisierende Kraft der Maschine. Ja, ist das Maximum der Leistung erreicht, so wird das Voreilen der Dynamo sogar eine Abnahme der Leistung zur Folge haben, wie aus dem punktierten Teil der Kurve  $P_1$  hervorgeht. Die Folge ist, daß jetzt gerade durch das Voreilen die zugeführte mechanische Leistung über die abgegebene elektrische Leistung überwiegt, und daß die Maschine noch mehr beschleunigt wird. Dadurch kommt der Ankerdraht in eine immer falschere Lage zu den Polen, die Maschine fällt aus dem Tritt, und das ganze System ist gestört. Es braucht wohl kaum erwähnt zu werden, daß dabei gewaltige Ströme zwischen den Maschinen hin und her fließen.

Man hat natürlich ein Interesse daran, daß die synchronisierende Kraft des Ankers, d. h. die Zunahme der elektrischen Leistung bei Voreilung und die Abnahme der elektrischen Leistung beim Zurückbleiben möglichst groß ist. Das ist um so nötiger, als die Voreilungen und Verzögerungen nicht in Bruchteilen einer Umdrehung, sondern in Bruchteilen einer Periode gemessen werden. Eine um wenige räumliche Grade unrichtige Ankerstellung macht schon eine ganz gewaltige Verschiedenheit des Winkels  $\gamma$  aus. Bei einer Maschine mit 30 Polpaaren entspricht z. B. eine räumliche Verschiebung von 3 Graden schon einer Phasendifferenz

von  $3 \cdot 30 = 90$  Graden. Das heißt: Während ein Draht sich vor der Polmitte befinden sollte, befindet er sich in der neutralen Zone! Es ist also durchaus notwendig, daß die unvermeidlichen Schwankungen in der Umfangsgeschwindigkeit rechtzeitig gedämpft werden. Wir haben nun schon darauf hingewiesen, daß die Maschine zu diesem Zwecke im linken Teil des Diagramms arbeiten muß, wo eine Veränderung des Winkels  $\gamma$  eine große Veränderung der Leistung mit sich bringt. Umgekehrt muß also bei gegebener normaler Leistung der Durchmesser des Kreises, d. h., die maximale Leistung möglichst groß sein. Nun sind in der Gleichung:

$$OP = \frac{E_1 \cdot e \cdot \cos \alpha}{L \omega}$$

$E$  und  $e$  gegeben, und der Wert von  $\cos \alpha$  immer sehr nahe gleich 1, da der Ohm'sche Widerstand klein gegenüber der Selbstinduktion ist. Wir haben es also in der Hand, durch eine Verkleinerung des Nenners  $L \omega$  den Durchmesser  $OP$  und dadurch die Überlastungsfähigkeit zu vergrößern. Je größer dann die Überlastungsfähigkeit ist, um so mehr rückt der normale Betrieb in den linken Teil des Diagramms, wo die Leistungskurve am steilsten ansteigt.

Es zeigt sich jedoch, daß man, auch wenn dies praktisch möglich wäre, im Interesse der synchronisierenden Kraft nicht zu weit gehen darf. Allgemein können wir die synchronisierende Wirkung definieren als das Verhältnis der Zunahme der Leistung zu der Zunahme des Winkels  $\gamma$  oder als den Differenzialquotienten  $dP : d\gamma$ . Wir fragen uns nun, für welchen Wert von  $L \omega$  die synchronisierende Kraft bei gegebenem Ankerwiderstand ein Maximum wird. Zu diesem Zwecke setzen wir:

$$L \omega = \frac{w_a}{tg \alpha}.$$

Mit Benutzung dieses Wertes nimmt die Gleichung (159) die Form an:

$$P_1 = \frac{E_1 \cdot \sin \alpha}{w_a} \cdot \left[ E_1 \cdot \sin \alpha + e \cdot \sin (\gamma - \alpha) \right].$$

Wir erhalten also die synchronisierende Kraft, wenn wir die Gleichung für  $P_1$  nach  $\gamma$  differenzieren, zu

$$\frac{dP}{d\gamma} = \frac{E_1 \cdot \sin \alpha}{w_a} \cdot e \cdot \cos (\gamma - \alpha).$$

Uns interessieren nun besonders kleine Werte von  $\gamma$ , vor allem der Wert  $\gamma = 0$ . Für diesen Wert ist die elektromotorische Kraft der Maschine gerade der Netzspannung entgegengesetzt, wie das im Augenblicke nach dem Einschalten der Fall ist. Setzen wir also  $\gamma$  gleich Null, so erhalten wir

$$\frac{dP}{d\gamma} = \frac{E_1 \cdot \sin \alpha \cdot e}{w_a} \cdot \cos \alpha = \frac{E_1 \cdot e \cdot \sin (2 \alpha)}{2 \cdot w_a}.$$

Für grofse Werte der Selbstinduktion wird der Winkel  $\alpha$  sehr klein, also nach unserer Gleichung auch die synchronisierende Wirkung gering. Sie erreicht ihren maximalen Wert, wenn  $\sin(2\alpha) = 1$  wird, also  $\alpha = 45^\circ$  ist. Dabei ist die Selbstinduktion  $L\omega$  gleich dem Ohm'schen Widerstand. Es gelingt allerdings bei der praktischen Ausführung nicht, die Selbstinduktion auch nur annähernd auf den Betrag des Ohm'schen Widerstandes herabzudrücken. Man hat auch aus anderen Gründen kein Interesse daran, die Selbstinduktion so niedrig zu halten, weil dieselbe bei einem Kurzschluss die Maschinen vor einer allzu starken Zunahme des Stromes wenigstens relativ schützt.

Würde man die Selbstinduktion jedoch noch kleiner machen als den Ohm'schen Widerstand, so würde  $\alpha$  gröfser als  $45^\circ$  werden, so dafs der Wert von  $2\alpha$  wieder abnimmt. Dadurch wird dann auch die synchronisierende Wirkung geringer, bis sie schliesslich für  $L\omega = 0$ , d. h.  $\alpha = 90^\circ$  auf Null zurückgeht. Maschinen ohne Selbstinduktion würden also nicht synchron laufen. Im Diagramm (Fig. 210) zeigt sich der ungünstige Einfluss einer übermäfsigen Verringerung der Selbstinduktion deutlich durch die Zunahme des Winkel  $\alpha$ , wodurch der Mittelpunkt des Diagrammkreises  $OP$  nach unten sinkt.

## 106. Das Parallelschalten der Wechselstrommaschinen.

Das Hinzuschalten einer Wechselstrommaschine auf ein Netz mit gegebener Klemmspannung gleicht in mancher Beziehung dem ähnlichen Vorgang bei einer Gleichstrommaschine. Soll eine Nebenschlussmaschine auf das Netz geschaltet werden, das bereits von anderen Maschinen gespeist wird, so läfst man die Maschine leer anlaufen und variiert die Magneterrregung, bis die elektromotorische Kraft der Maschine gleich der Netzspannung ist. Dann schaltet man die Klemmen der Maschine auf die gleichnamigen Klemmen des Netzes.

Bei einer Wechselstrommaschine wird man ebenfalls die Maschine leer anlaufen lassen, jedoch mufs die Tourenzahl der Periodenzahl des Netzes möglichst genau entsprechen. Darauf wird man durch Veränderung der Magneterrregung die elektromotorische Kraft der zuzuschaltenden Maschine gleich der Klemmspannung machen. Bevor man aber einschaltet, mufs man, wie bei der Gleichstrommaschine, sicher sein, dafs wirklich die Klemme der Maschine, die momentan positives Vorzeichen hat, an die momentan positive Klemme des Netzes gelegt wird. Nur dann wird man bei Einschalten wirklich die Maschinenspannung und die Netzspannung gegeneinander schalten.

Abgesehen also von der bei Wechselstrom erforderlichen Übereinstimmung in der Tourenzahl, resp. in der Periodenzahl, die für Gleichstrom-

maschinen nicht in Betracht kommt, ist der Vorgang des Parallelschaltens derselbe wie bei der Gleichstrommaschine. Naturgemäß ist es allerdings bei Wechselstrom schwieriger als bei Gleichstrom, zu erkennen, ob die Vorzeichen der Maschinenklemmen im Augenblick des Einschaltens mit den Vorzeichen der Netzklemmen übereinstimmen. Man verwendet dazu die sogenannten Phasenlampen, durch welche die Maschinenklemmen bei offenem Hauptausschalter mit den Netzklemmen verbunden sind (Fig. 214 a). Man bringt die zuzuschaltende Maschine möglichst auf die richtige Tourenzahl und schaltet bei der in Fig. 214 gezeichneten Anordnung den Ausschalter in dem Augenblick ein, wenn die Lampen erlöschen. Man ist dann sicher, daß Druck und Gegendruck in diesem Augenblicke sich das Gleichgewicht halten, wie das aus den Vorzeichen der Klemmen in Fig. 214 a hervorgeht. Diese Vorzeichen gelten natürlich nur für den gezeichneten Augenblick.

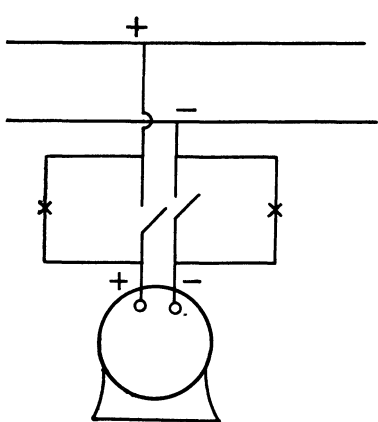


Fig. 214 a.

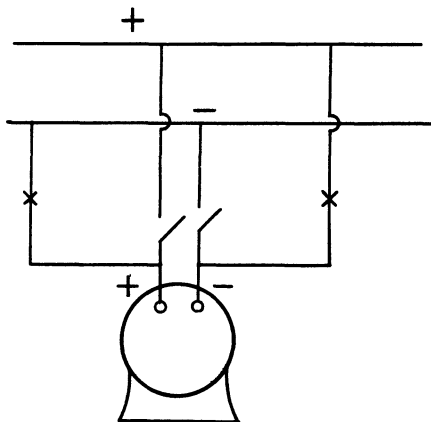


Fig. 214 b.

Man kann auch die in Fig. 214 b angegebene Schaltung anwenden, in welcher der richtige Augenblick zum Einschalten daran erkannt wird, daß die Lampen hell aufleuchten. In dem in Fig. 215 gezeichneten Augenblick haben die durch einen Ausschalterhebel zu verbindenden Klemmen der Maschine und des Netzes gerade gleiches Vorzeichen, das Netz und die Maschine sind also in Bezug auf die beiden Phasenlampen hintereinander geschaltet und die Lampen leuchten hell auf. Natürlich erfordert die Erkennung des richtigen Zeitpunktes einige Übung. Aber auch dann noch wird der Vorgang nicht ganz so glatt von statten gehen wie beim Gleichstrom, da weder die Richtigkeit der Tourenzahl, noch die Richtigkeit der Phase mit mathematischer Genauigkeit erkannt werden kann. Eine solche Genauigkeit ist aber nicht erforderlich, da sofort nach dem Einschalten die synchronisierende Wirkung des Ankers in Tätigkeit tritt, durch welche die Maschine sich bald ihren vollen Synchronismus selbst herstellt. Wir haben dabei, solange die Maschine noch unbelastet läuft, dieselben

Verhältnisse wie beim Gleichstrom. Druck und Gegendruck von gleichem Betrage sind gegeneinander geschaltet, so daß die Stromstärke und damit die Leistung noch gleich Null sind. Die prinzipielle Verschiedenheit des Betriebes von parallel geschalteten Maschinen bei Gleichstrom und Wechselstrom tritt erst hervor, wenn wir nun dazu übergehen, die Art und Weise der Belastung von Wechselstrommaschinen darzulegen.

Wir stellen wieder das Verhalten der Wechselstrommaschine demjenigen der Gleichstrommaschine gegenüber. Eine Nebenschlußmaschine sei auf ein Netz geschaltet, das bereits von mehreren großen Maschinen gespeist wird. Die Nebenschlußmaschine wird dann mehr belastet, indem man die Erregung der Maschine und dadurch die elektromotorische Kraft verstärkt. Dadurch wächst die Stromstärke des Ankers nach der Gleichung:

$$i_a = \frac{E - e}{w_a}.$$

Mit der Ankerstromstärke wird dann auch die gesamte elektrische Leistung  $E \cdot i_a$  größer.<sup>1)</sup> Die bisher zugeführte mechanische Leistung reicht dann nicht mehr aus, und die dadurch bewirkte Verzögerung bewirkt ein Heruntergehen der Kugeln des Regulators. Dadurch wird der Maschine mehr Dampf zugeführt, und die auf die Maschine übertragene mechanische Leistung ist dann wieder gleich der verbrauchten elektrischen Leistung.

Dabei ist zu beachten, daß die Vergrößerung der elektrischen Leistung eine dauernde gewesen ist, daß demnach auch der Dampfverbrauch dauernd erhöht ist. Die Regulatorkugeln stehen also dauernd in einer anderen Stellung als früher, und die Tourenzahl ist gegenüber dem Leerlauf, wenn auch nur ganz wenig, niedriger geworden. Wir fassen das alles in das Resultat zusammen: Bei der Nebenschlußmaschine wird die Belastung durch die Erregung variiert. Dabei wirkt die Dynamo auf die Dampfmaschine zurück und es ändert sich die Tourenzahl und die zugeführte mechanische Leistung. Hier richtet sich das Angebot nach der Nachfrage, die Dampfmaschine gibt das her, was die Dynamo fordert.

Ganz anders liegen dagegen die Verhältnisse beim Wechselstrom. Wir setzen auch dabei voraus, daß eine kleine Maschine auf das Netz geschaltet worden ist, das von mehreren großen Maschinen gespeist ist. Dann wird eine Belastung der kleinen Maschine zwar den großen Maschinen einen Teil der Leistung abnehmen, aber das wird in Bezug auf Klemm-

<sup>1)</sup> Da der Stromverbrauch im äußeren Netz in unserer Betrachtung der gleiche geblieben ist, so kann die Leistung unserer einzelnen Maschine nur dadurch größer geworden sein, daß die anderen Maschinen gleichzeitig entlastet worden sind. Eine Beeinflussung dieser anderen Maschinen ist allerdings nicht möglich, wenn nicht gleichzeitig die Klemmspannung sich um einen kleinen Betrag ändert.



spannung und Tourenzahl derselben kaum etwas ausmachen. Wir können also mit konstanter Periodenzahl und konstanter Netzspannung rechnen. Es fragt sich nun, wie wir die Belastung vornehmen wollen. Der erste Gedanke ist natürlich, die Erregung und damit die elektromotorische Kraft  $E_1$  unserer Maschine zu vergrößern. Wie wir erwarten, erhalten wir dabei auch eine Erhöhung der Stromstärke, aber keine Vergrößerung des Wattmeterausschlages und vor allen Dingen keine Vergrößerung des Dampfverbrauches. Wenn nun trotz der Erhöhung der elektromotorischen Kraft und der Stromstärke keine Veränderung der Leistung auftritt, so müssen wir schliessen, daß gleichzeitig die Phasenverschiebung zwischen  $E_1$  und  $i$  größer geworden ist. Nur dann kann die Leistung  $E_1 \cdot i \cdot \cos \varphi$  dieselbe geblieben sein.

Es ist ja auch ganz unmöglich, daß die Leistung durch eine Veränderung der Erregung variiert werden kann. Denn die Wechselstrommaschine läuft entweder genau im Takt, oder sie fällt aus dem Tritt. Demnach läuft auch nach Veränderung der Erregung die Dampfmaschine noch genau im alten Takt weiter. Dabei stehen aber die Regulatorkugeln genau in der alten Stellung, lassen also noch genau dieselbe Dampfmenge zu wie früher. So z. B. leistet die Dampfmaschine in dem Zeitpunkt nach dem Einschalten immer nur die Leerlaufarbeit, auch wenn wir die Erregung der Maschine variieren.

Demnach kann eine Vergrößerung der Maschinenleistung nur durch mechanische Verstellung des Regulatorgewichtes erzielt werden. Diese Verstellung erfolgt entweder von Hand oder durch einen kleinen, am Regulator angebrachten und vom Schaltbrett betätigten Elektromotor. Man erreicht dadurch, daß die Dampfmaschine bei derselben durch die Periodenzahl des Netzes ihr aufgezwungenen Tourenzahl eine größere Menge Dampf erhält. Es muß also die der Dynamo zugeführte mechanische Leistung verändert werden, wenn die elektrische Leistung variiert werden soll. Hier richtet sich also der Verbrauch nach dem Angebot.

Es fragt sich dabei nur, wodurch die Dynamo veranlaßt wird, ihre erzeugte elektrische Leistung nach der übertragenen mechanischen Leistung einzurichten. Da ist es nun von großem Interesse, daß eine Vermehrung des Dampfzutrittes eine mechanische Voreilung der Maschine zur Folge hat, und daß dadurch der Vektor der elektromotorischen Kraft in Fig. 212 vorwärts geschoben wird. Dadurch wird die von der Dynamo geleistete elektrische Arbeit vergrößert, bis sie der Dampfmaschine genügend entgegenwirkt. Auf diese Weise läßt sich die Leistung einer Maschine beliebig vergrößern, bis schliesslich die Maschine in der Nähe ihrer maximalen Leistung arbeitet, wobei sie in Gefahr ist, aus dem Tritt zu fallen.

Ein ähnlicher Unterschied besteht zwischen dem Abschalten einer Gleichstrom- und einer Wechselstrommaschine vom Netz. Eine Nebenschlussmaschine wird vor dem Abschalten entlastet, indem man ihre Erregung abschwächt und dadurch die Maschine stromlos macht. Eine

Wechselstrommaschine wird dagegen vor dem Abschalten stromlos gemacht, indem man durch Verstellung des Regulatorgewichtes die Dampfzufuhr vermindert.

Es erhebt sich jetzt nur noch die Frage, welchen Zweck denn eigentlich ein automatischer Regulator der Dampfmaschine hat, wenn doch die Tourenzahl der Dynamo und demnach auch der Antriebsmaschine unweigerlich durch die Periodenzahl des Netzes gegeben ist. Darauf ist zu antworten, daß allerdings der Regulator einer einzelnen Maschine festgestellt werden kann, ohne daß im ganzen System eine Änderung vor sich geht. Soll aber der von der Willkür des Konsumenten abhängige Mehrverbrauch an elektrischer Leistung sich gleichmäßig auf alle Maschinen verteilen, so müssen an allen Maschinen die Regulatoren automatisch in Tätigkeit treten. Sie lassen dann bei allgemein etwas verminderter Periodenzahl überall mehr Dampf zuströmen. Natürlich läßt sich dann die verminderte Periodenzahl durch mechanische Verstellung aller Regulatorgewichte wieder auf den alten Betrag bringen.

Ferner erhebt sich die Frage, welchen Einfluß die Veränderung der Erregung hat, da dieselbe nicht wie bei der Gleichstrommaschine, eine Veränderung der Leistung bedingt. Daß eine Veränderung der Erregung sämtlicher Maschinen die Klemmspannung in die Höhe bringen muß, leuchtet ja allerdings ein. Uns interessiert hier jedoch die Frage, welchen Einfluß die Veränderung der Erregung einer einzelnen Maschine auf diese Maschine selbst ausübt, unter der Voraussetzung, daß die Klemmspannung des ganzen Netzes nicht wesentlich dadurch geändert wird. Die Beantwortung dieser Frage wird sich im nächsten Abschnitt ergeben.

### 107. Die Wechselstrommaschine mit variabler Erregung.

Wir betrachten im folgenden eine Wechselstrommaschine, die an einem Netz mit konstanter Klemmspannung liegt, und der durch die Antriebsmaschine eine konstante Leistung zugeführt wird. Wir fragen uns, welche Veränderungen in der Stromstärke und in der Phasenverschiebung durch eine Veränderung der Erregung bewirkt werden.

Zu dem Zwecke schreiben wir die Gleichung (159) in der Form:

$$E_1^2 \cdot \sin \alpha + E_1 \cdot e \cdot \sin (\gamma - \alpha) = P_1 \cdot \frac{L \omega}{\cos \alpha}.$$

Wir setzen nun:

$$\sin (\gamma - \alpha) = -\sin (\alpha - \gamma) = -\cos [90^\circ + \gamma - \alpha].$$

Außerdem dividieren wir alle Glieder der Gleichung durch  $\sin \alpha$  und addieren links und rechts den Ausdruck  $\left(\frac{e}{2 \cdot \sin \alpha}\right)^2$ . Wir erhalten dann:

$$E_1^2 + \left(\frac{e}{2 \cdot \sin \alpha}\right)^2 - \frac{E_1 \cdot e}{\sin \alpha} \cdot \cos (90^\circ + \gamma - \alpha) = R^2. \quad (161)$$

Dabei ist

$$R^2 = \frac{P_1 \cdot L \omega}{\sin \alpha \cdot \cos \alpha} + \left( \frac{e}{2 \cdot \sin \alpha} \right)^2.$$

Gleichung (161) hat die Form des Cosinussatzes. Demnach muß ein Dreieck existieren, dessen Seiten durch  $E_1$ ,  $e/2 \cdot \sin \alpha$  und  $R$  gebildet werden, während die beiden ersteren Seiten den Winkel  $90^\circ + \gamma - \alpha$  einschließen. Daraus folgt ein einfaches Diagramm, das uns für jeden Wert von  $E_1$  direkt den zugehörigen Wert des Winkels  $\gamma$  zwischen der elektromotorischen Kraft und der Klemmspannung angibt. Wir tragen in Fig. 215 von  $O$  aus auf der Ordinatenachse die Strecke  $OC$  gleich  $e$

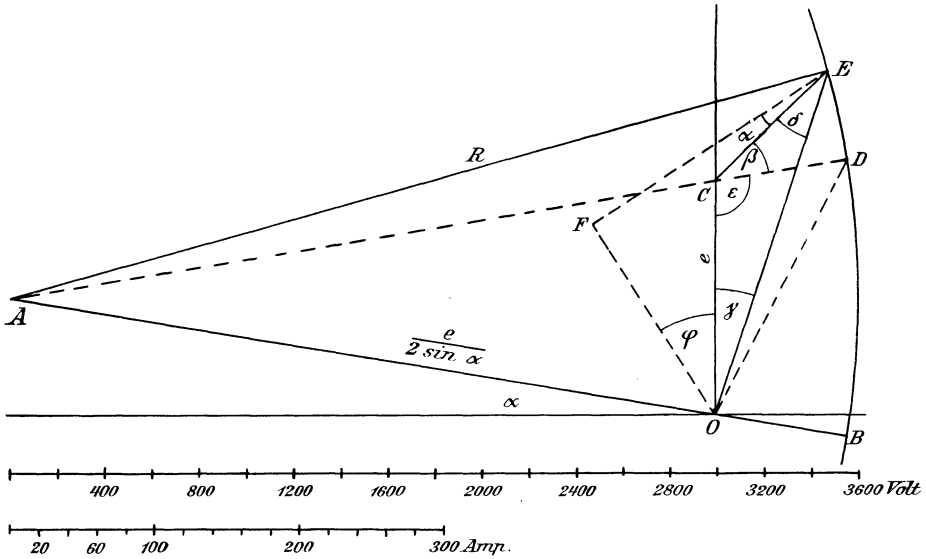


Fig. 215.

ab und ziehen den Strahl  $OA$  so, daß er mit der Abszissenachse den Winkel  $\alpha$  bildet. Die Länge  $OA$  machen wir gleich  $e/2 \cdot \sin \alpha$ . Wir schlagen dann mit  $A$  als Mittelpunkt einen Kreis, dessen Radius gleich  $R$  ist. Wenn wir dann den Strahl  $OE$  unter einem beliebigen Winkel  $\gamma$  gegen die Ordinatenachse ziehen, so schneidet derselbe den Kreis im Punkte  $E$ . Dann ist das Dreieck  $OAE$  das gesuchte Dreieck, da es die Seiten  $e/2 \cdot \sin \alpha$ ,  $R$  und den gegebenen Winkel  $AOE = 90^\circ + \gamma - \alpha$  enthält. Demnach ist der Strahl  $OE$  gleich der zu dem Winkel  $\gamma$  gehörenden elektromotorischen Kraft  $E_1$ . Umgekehrt ergibt sich, da der Punkt  $E$  stets auf dem Kreise liegt, zu einer gegebenen elektromotorischen Kraft  $E_1$  auf einfache Weise der zugehörige Wert von  $\gamma$ . Das Diagramm ist für die schon früher gewählten Verhältnisse

$$e = 1000, \sin \alpha = 0,164, \cos \alpha = 0,986, w_a = 1, L \omega = 6$$

gezeichnet. Dabei ist angenommen worden, daß eine konstante Leistung  $P_1 = 100000$  Watt auf die Maschine übertragen wird. Es ist klar, daß für einen bestimmten Betriebszustand, nämlich für die früher gewählte elektromotorische Kraft  $E_1 = 1200$  Volt, unser Diagramm denselben Winkel  $\gamma$  ergeben muß, den wir in dem Leistungsdiagramm in Fig. 210 für einen Vektor  $P_1 = 100000$  Watt finden. Es muß übrigens bemerkt werden, daß diese Leistung unter den vorliegenden Verhältnissen mit Absicht zu hoch gewählt wurde, damit das Diagramm sich deutlicher zeichnen liefs.

Wir sehen nun sofort den Einfluß der Änderung der Erregung. Je mehr wir die Erregung, also die elektromotorische Kraft verkleinern, desto größer wird der Winkel  $\gamma$ , desto mehr rückt also der Punkt  $E$  nach unten. Das stimmt auch genau mit den mechanisch-räumlichen Verhältnissen überein, indem mit verkleinerter elektromotorischer Kraft im ersten Augenblick eine Verkleinerung der erzeugten elektrischen Leistung verbunden ist. Infolgedessen überwiegt für einen kleinen Augenblick die Leistung der Antriebsmaschine. Dadurch wird der Winkel  $\gamma$  so weit vergrößert, bis die elektrische Leistung wieder der zugeführten mechanischen Leistung das Gleichgewicht hält.

Schließlich jedoch wird bei großer Schwächung der Erregung der Winkel  $\gamma$  so groß, daß der Vektor der elektromotorischen Kraft  $E_1$  in die Richtung von  $AO$  fällt, also gleich  $OB$  ist. Dieser Vektor ist  $OB$  die kleinste elektromotorische Kraft, bei der die Maschine die Leistung von 100 Kilowatt noch konsumiert. Wir können auch umgekehrt sagen: Die Leistung von 100 Kilowatt ist die größte, die bei der Erregung von  $OB$  auf die Maschine übertragen werden kann. Wird die Erregung noch mehr verringert, oder die zugeführte Leistung gesteigert, oder eilt die Maschine selbst aus irgend einem Grunde noch weiter vor, so fällt sie aus dem Tritt. Auch hier wieder ergibt sich die Analogie mit dem Leistungsdiagramm, da das Ausertrettfallen, wie früher, bei einem Verschiebungswinkel  $90^\circ + \alpha$  stattfindet. Auch hier wieder zeigt es sich, daß man, damit die Maschinen sicher im Takt bleiben, den Winkel  $\gamma$  nicht zu groß wählen darf.

Von besonderem Interesse ist es nun, zu wissen, wieviel von der zugeführten Leistung auf das äußere Netz übertragen wird, und wieviel davon im Anker in Joule'sche Wärme umgesetzt wird. Die Verluste im Anker sind dem Quadrate des Ankerstromes proportional. Nun haben wir in dem Vektor  $CE$  der Figur 215 ein Maß für die Stromstärke, da das Dreieck  $OCE$  mit dem Dreieck  $BOF$  im grundlegenden Diagramm (Fig. 209a) identisch ist. Wir erhalten also ähnlich wie im Abschnitt 104:

$$CE = \frac{L \omega \cdot i}{\cos \alpha}$$

oder

$$i = \frac{CE \cdot \cos \alpha}{L \omega}.$$

Der Strahl  $CE$  gibt uns also im passenden Maßstabe direkt die Stromstärke. Für die früheren Werte  $w_a = 1$  und  $L\omega = 6$  erhalten wir also wieder wie früher auf Seite 361:

$$i = \frac{CE \cdot 0,986}{6} = 0,164 \cdot CE.$$

Der günstigste Wirkungsgrad wird nun erreicht, wenn von der zugeführten Leistung der geringste Betrag in Joule'sche Wärme  $i^2 \cdot w_a$  umgesetzt wird, d. h. wenn die Stromstärke am geringsten ist. Um nun den kleinsten Vektor  $CE$  zu finden, verlängern wir die Verbindungslinie  $AC$ , bis sie den Kreis im Punkte  $D$  schneidet. Dann ist  $OD$  diejenige elektromotorische Kraft, bei welcher die Stromstärke den kleinsten Wert hat. Die Länge  $CD$  ergibt sich auf dem nach obenstehender Gleichung für  $i$  gezeichneten Maßstab für die Stromstärke zu 91,6 Ampere. Der Joule'sche Verlust ergibt sich dann zu

$$i^2 \cdot w_a = 91,6^2 \cdot 1 = 8400 \text{ Watt.}$$

Der Betrag ist zweifellos zu hoch bei einer Gesamtleistung von 100000 Watt. Aber es ist schon früher darauf hingewiesen, daß die Verhältnisse wegen der Deutlichkeit der Zeichnung anormal gewählt sind.

Die größte Nutzleistung, die von der zugeführten Leistung aufsen verwendet wird, ergibt sich, wenn die Verluste am kleinsten sind. Wir erhalten also:

$$P_{max} = 100000 - 8400 = 91600 \text{ Watt.}$$

Dabei ergibt sich aus Fig. 216 eine günstigste Erregung  $OD = 1220$  Volt. Für jede andere Erregung, für die der Punkt  $E$  oberhalb oder unterhalb des Punktes  $D$  liegt, wird der Wirkungsgrad schlechter, weil die Stromstärke größer wird. Allerdings macht das gerade in der Nähe des Punktes  $D$  besonders wenig aus, da dort die Erregung in ziemlich weiten Grenzen geändert werden kann, ohne daß die Stromstärke sich dabei wesentlich ändert.

Der letztere Umstand wird besonders deutlich, wenn wir die elektromotorische Kraft als Abszisse und die Stromstärke als Ordinate auftragen. Wir erhalten dann die sogenannte  $V$ -Kurve in Fig. 216. In dieser Figur sind als Abszissen direkt die Werte  $OE$  und als Ordinaten die Werte  $CE$  aus Fig. 215 verwendet. Man sieht deutlich, daß die Stromstärke bei konstanter zugeführter Leistung für eine bestimmte Erregung ein Minimum wird. Der linke Teil der Kurve ist derjenige, wo sich die Maschine bei fortgesetzter Schwächung der Erregung der Gefahr des Ausertrittfallens nähert.

Es geht nun ohne weiteres aus der Konstruktion in Fig. 215 hervor, daß eine Änderung der elektromotorischen Kraft  $OE$  die Stromstärke  $CE$  sehr wenig beeinflusst, wenn  $CE$  überhaupt verhältnismäßig groß ist. Ein großer Spannungsverlust im Anker, d. h. eine große Selbst-

induktion, wird also zweifellos von Vorteil sein, wenn es sich darum handelt, daß die Stromstärke der einzelnen Maschine von geringen Veränderungen ihrer Erregung möglichst unabhängig ist. Das wird noch deutlicher, wenn wir das Diagramm in Fig. 215 für dieselben Verhältnisse, aber für etwa die halbe Leistung konstruieren. Wir erhalten dadurch eine spitzere Kurve in Fig. 216, weil der Spannungsverbrauch durch Selbstinduktion bei der geringeren Leistung, das heißt bei der geringeren Stromstärke, verhältnismäßig klein ist.

Wir betrachten jetzt den Phasenverschiebungswinkel zwischen der Klemmspannung und der Stromstärke. Wir wissen schon, daß die zu einer bestimmten Nutzleistung erforderliche Stromstärke am geringsten ist, wenn die äußere Phasenverschiebung gleich Null ist. Wir schließen daraus, daß für den durch den Vektor  $OD$  gegebenen Betriebszustand nicht bloß die Stromstärke und die Verluste am kleinsten sind, sondern daß auch die äußere

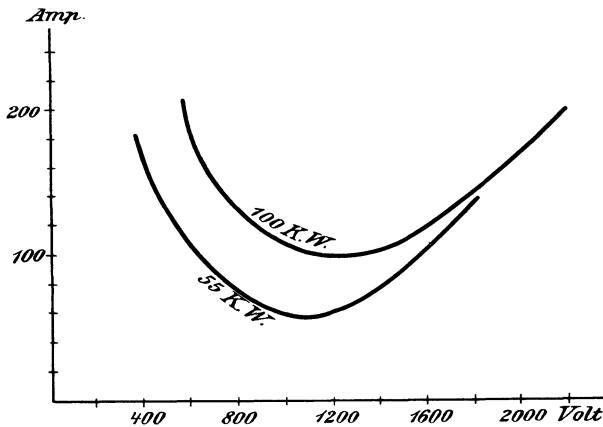


Fig. 216.

Phasenverschiebung am kleinsten ist. Das geht auch aus unserem Zahlenbeispiel hervor, wo bei 1000 Volt Klemmspannung und 91,6 Ampere Stromstärke eine Nutzleistung von 91600 Watt erzeugt wurde. Der Wert  $\cos \varphi$  ist also in diesem Falle gleich 1.

Es könnte nun scheinen, als ob es besonders gut wäre, die Maschine gerade mit der günstigsten Erregung  $OD$  laufen zu lassen. Das ist jedoch ein Irrtum. Wenn nämlich im äußeren Stromkreise infolge der dort herrschenden Selbstinduktion Phasenverschiebung eintritt und unsere Maschine nur Wattstrom liefert, so müssen eben die anderen Maschinen um so mehr wattlose Ströme liefern. Man wird vielmehr die Maschinen so erregen, daß sich die wattlosen Ströme gleichmäßig auf die Maschinen verteilen.

Allgemein erhalten wir den Winkel  $\varphi$ , wenn wir die Strecke  $EF$  so ziehen, daß sie mit  $EC$  den Winkel  $\alpha$  bildet, und dann von  $O$  aus

auf  $EF$  eine Senkrechte fällen. Wir erkennen dann leicht in dem Dreieck  $EOF$  das grundlegende Diagramm, in welchem der Winkel  $COF$  der gesuchte Winkel  $\varphi$  ist. Nun ergibt sich mit Hilfe der in Fig. 216 eingeschriebenen Bezeichnungen:

$$OA = \frac{e}{2 \cdot \sin \alpha},$$

also 
$$\frac{e}{2} = OA \cdot \sin \alpha.$$

Das Dreieck  $OAC$  ist also gleichschenkelig, und der Strahl  $AC$  bildet mit der Abscissenachse den Winkel  $\alpha$ . Daraus folgt:

$$\varepsilon = 90^\circ + \alpha.$$

Ferner ist

$$\varphi + \gamma = 90^\circ - (\alpha + \delta)$$

und

$$180^\circ = \varepsilon + \beta + \gamma + \delta.$$

Durch Addition dieser drei Gleichungen erhalten wir:

$$\varphi = \beta.$$

Der Phasenverschiebungswinkel  $\varphi$  ist also derjenige Winkel, der durch die Verbindungslinien  $CD$  und  $CE$  gebildet wird.

Wenn wir nun die Maschine übermäßig stark erregen, so rückt der Punkt  $E$  nach oben und wir erhalten eine große Phasenverschiebung des Stromes gegen die Klemmspannung, die Maschine liefert dann vorwiegend wattlosen Strom ins Netz. Umgekehrt rückt der Punkt  $E$  nach unten, wenn wir die Maschine schwach erregen. Für eine solche untererregte Maschine wird der Winkel  $\beta$ , d. h. der Winkel  $\varphi$  negativ, die Stromstärke eilt also der Klemmspannung voraus. Zugleich wird dabei die elektromotorische Kraft  $E_1$  kleiner als die Klemmspannung. Das ist der Fall, wenn z. B. die Maschine auf übererregte Synchronmotoren arbeitet, deren elektromotorische Gegenkraft größer als die elektromotorische Kraft des Generators ist. Die zwischen Motor und Generator liegende Netzspannung ist dann annähernd das Mittel zwischen beiden elektromotorischen Kräften, also größer als die elektromotorische Kraft der Dynamomaschine.

Die große Bedeutung unseres Diagramms beruht darauf, daß es nicht bloß die elektromotorischen Kräfte, sondern auch die Stromstärken und die äußere Phasenverschiebung direkt abzulesen gestattet. Ferner ist es sehr wesentlich, daß der Vektor der Klemmspannung für die verschiedenen Betriebszustände fest liegen bleibt, weil nur dadurch der Zusammenhang zwischen den elektrischen und mechanischen Vorgängen deutlich wird.

## 108. Das Pendeln der Wechselstrommaschinen.

Die periodischen Schwankungen in der Umfangsgeschwindigkeit der Dampfmaschinen bringen periodische Voreilungen und Verzögerungen

des Ankers mit sich. Dadurch wird die von der Dynamo abgegebene Leistung und die Stromstärke periodisch vergrößert und verkleinert. Die synchronisierende Kraft des Ankers sucht aber, wie wir sahen, diese Voreilungen und Verzögerungen auszugleichen. Wird nun die Dynamo durch Riemen angetrieben, so sind die periodischen Schwankungen der Leistung und der Stromstärke sehr geringfügig. Sobald aber die Dynamo mit der Dampfmaschine direkt gekuppelt ist, kann der Fall eintreten, daß starke Ströme zwischen den Maschinen hin und her fließen. Im Augenblick nämlich, wo der Tangentialdruck der Dampfmaschine am größten ist, ist auch das Drehmoment am größten, und die Dampfmaschine sowie die Dynamomaschine eilen vor. Dadurch wächst die Belastung der Dynamo nach Fig. 213 und die synchronisierende Kraft des Ankers hemmt die Bewegung. Durch diese Verzögerung kommt der Anker zunächst in seine normale Stellung, welche dem mittleren Drehmoment entspricht. Infolge der eingetretenen Verzögerung wird er aber nicht in dieser mittleren normalen Stellung bleiben, sondern noch weiter zurückbleiben. Der Anker führt also um seine mittlere Stellung Schwingungen aus, d. h. er pendelt. Die Zeitdauer der ganzen Schwingung ist nun nach einem bekannten Gesetz der Mechanik gegeben durch die Gleichung:

$$\text{Schwingszeit} = 2\pi \sqrt{\frac{\text{Trägheitsmoment}}{\text{Direktionskraft}}}$$

Dabei ist unter der Direktionskraft das Drehmoment pro Bogeneinheit zu verstehen, das durch die synchronisierende Kraft des Ankers geschaffen wird. Wenn nun, um einen besonders einfachen Fall herauszugreifen, die Zeitdauer der Schwankungen der Dampfmaschine die gleiche ist wie die Schwingungsdauer des Ankers, so tritt der Fall ein, daß die Schwingungen des Ankers sich durch den Antrieb von außen mehr und mehr vergrößern, ein Zustand, den man in der Akustik mit Resonanz bezeichnet. Dadurch wächst die Amplitude der Schwingungen außerordentlich, und die Folge ist eine gefahrdrohende Zunahme der Stromstärke.

Meistens erfolgt das Pendeln dadurch, daß die Schwingungsdauer des Ankers gleich oder nur wenig größer ist wie die Zeitdauer der Schwankungen der Dampfmaschine. In diesem Falle wird es zur Vermeidung des Pendelns darauf ankommen, die Schwingungsdauer des Ankers zu vergrößern. Dazu sind nach der obigen Gleichung für die Schwingungszeit zwei Wege möglich. Der erste Weg ist der, daß man das Trägheitsmoment vergrößert, d. h. die Schwungmassen vergrößert. Wenn demnach ein großes Trägheitsmoment des Schwungrades in den meisten Fällen günstig wirkt, so liegt das nicht daran, daß etwa der gleichzeitig erreichte hohe Ungleichförmigkeitsgrad der Dampfmaschine günstig wirkt, sondern es liegt daran, daß die Schwingungszeit des Ankers durch die großen Schwungmassen vergrößert wird.



Ein zweiter Weg zur Vergrößerung der Schwingungszeit besteht nach der obigen Gleichung in der Verkleinerung der Direktionskraft, d. h. in der Verkleinerung der synchronisierenden Wirkung des Ankers. Man legt deshalb unter Umständen Drosselspulen zwischen Maschine und Netz, da nach Abschnitt 105 die Vergrößerung der Selbstinduktion die synchronisierende Kraft schwächt.

In Ausnahmefällen wird allerdings die Schwingungsdauer des Ankers kleiner sein als die Zeitdauer der Schwankungen der Dampfmaschine. Es wird in diesem Falle darauf ankommen, den Unterschied recht groß zu machen, d. h. die Schwingungsdauer des Ankers noch mehr zu verringern. Wir kommen dadurch in Einzelfällen zu dem überraschenden Resultat, daß eine Verringerung des Schwungmomentes das Pendeln beseitigt.

Einen anderen Weg zur Vermeidung des Pendelns hat Leblanc eingeschlagen, indem er die Magnetpole mit einer kurzgeschlossenen Wickelung von Kupferband oder Kupferstäben versieht, die in Löchern am Umfang des Poles angeordnet sind. Wenn dann das Polrad voreilt oder zurückbleibt, so schneidet es durch die vom Anker erzeugten Kraftlinien, und die dadurch induzierten Ströme hindern die Bewegung. Es ist dann nur ein Schritt vorwärts, wenn man die Magnetpole nicht mehr, wie früher, zur Vermeidung von Wirbelströmen aus Blechen zusammensetzt, sondern massiv herstellt. Die Wirbelströme im massiven Poleisen ergeben dann eine vorzügliche Dämpfung der Schwingungen.

---

## Fünftehntes Kapitel.

109. Prinzip der Synchronmotoren. — 110. Der Synchronmotor bei konstanter Erregung und Klemmspannung. — 111. Der Synchronmotor bei konstanter Belastung und variabler Erregung.

### 109. Prinzip der Synchronmotoren.

Jede Wechselstrommaschine läßt sich ohne weiteres als Wechselstrommotor benutzen. Wenn wir den Nordpol des in Fig. 217a ange deuteten Wechselstromgenerators im Sinne des Uhrzeigers drehen, so wird dadurch in dem vor dem Nordpol liegenden Draht ein Strom induziert,

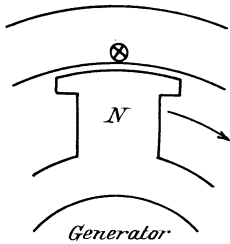


Fig. 217 a.

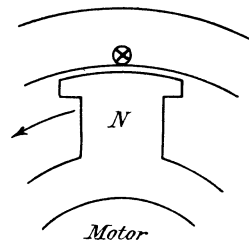


Fig. 217 b.

der, abgesehen von der Phasenverschiebung, von vorne nach hinten gerichtet ist. Dabei hat die Antriebsmaschine das vom Strom und Magnetfeld aufeinander ausgeübte Drehmoment mechanisch zu überwinden. Daraus folgt bei dem rechts gezeichneten Motor, daß die elektromagnetische Wechselwirkung das Polrad entgegen dem Uhrzeiger zu drehen sucht, und zwar in dem Augenblick, wo der Wechselstrom in dem vor dem Nordpol liegenden Draht gerade von vorne nach hinten gerichtet ist.

Nun muß gefordert werden, daß sich der Strom im folgenden Zeitmoment, wenn der Pol vor der nächsten Spulenseite steht, inzwischen in dieser Spulenseite umgekehrt hat, damit das neue Drehmoment mit dem früheren Drehmoment gleichgerichtet ist. Die Tourenzahl des Polrades muß also schon beim Anlassen genau übereinstimmen mit der Periodenzahl des Netzes, d. h. der Motor muß schon vor dem Einschalten auf Synchronismus

gebracht werden. Ist  $p$  die Zahl der Polpaare des Motors,  $n/60$  seine Tourenzahl pro Sekunde und  $\omega_1$  die Periodenzahl des Netzes, so muß die Gleichung erfüllt sein:

$$\frac{n}{60} = \frac{\omega_1}{p}.$$

Die Notwendigkeit, den Motor vor dem Einschalten auf seine normale Tourenzahl zu bringen, macht naturgemäß den Synchronmotor in vielen Fällen unmöglich. Dagegen ist er für größere Kraftübertragungen außerordentlich wichtig. Wenn es sich z. B. darum handelt, in einer Unterstation den hochgespannten Wechselstrom in Gleichstrom umzuwandeln, so zieht man häufig die Synchronmotoren den asynchronen Drehstrommotoren vor. Das Einschalten der Motoren bietet in diesem Falle keine Schwierigkeit, da man in solchen Fällen eine Akkumulatorenbatterie zur Verfügung hat, so daß man den Motorgenerator vor dem Einschalten des Wechselstromes von der Gleichstromseite aus antreiben kann. In vielen Fällen wird der Motor auf Synchronismus gebracht, indem der Anker der Erregermaschine, die die Magnetwicklung speist, auf der Motorwelle angebracht ist und nun von einer Gleichstromquelle als Motor angetrieben wird. Das Einschalten vollzieht sich dann genau wie bei einer Wechselstrommaschine.

Um das noch besser zu veranschaulichen, nehmen wir an, es sei noch ganz unentschieden, ob die aufs Netz zu schaltende Maschine als Generator oder als Motor arbeiten soll. Gerade wenn die Wechselstrommaschine mit einer Gleichstrommaschine gekuppelt ist, können wir auch praktisch diese Annahme rechtfertigen. Denn wir haben es ja in der Hand, die Gleichstrommaschine auf eine Akkumulatorenbatterie zu schalten und ohne umständliche Veränderungen die Gleichstrommaschine als Generator oder als Motor arbeiten zu lassen. Im ersteren Falle funktioniert dann die Wechselstrommaschine als Motor, im zweiten Falle als Generator.

Wir werden also, wie es im Abschnitt 106 besprochen wurde, die parallel zu schaltende Wechselstrommaschine durch die zuerst als Motor laufende Gleichstrommaschine auf die richtige Tourenzahl bringen und ihren Magnetstrom so regulieren, bis die elektromotorische Kraft der Maschine gleich der Netzspannung ist. In dem Augenblick, wo Maschinen- und Netzspannung sich genau entgegenwirken, schalten wir ein. Dann sind Druck und Gegendruck einander noch gleich, und die Stromstärke ist, wenn wir von sekundären Einflüssen absehen, gleich Null. Jedenfalls ist die von der Maschine aufgenommene oder abgegebene elektrische Arbeit noch Null, weil die bei der betreffenden Tourenzahl zugeführte Leistung der Antriebsmaschine nur gerade genügt, um die Leerlaufverluste zu decken.

Unsere Maschine wird nun dadurch zum Generator, daß wir die zugeführte Leistung erhöhen. Wir tun das z. B., indem wir bei der Gleich-

strommaschine, die jetzt als Motor arbeitet und von der Batterie gespeist wird, den Magnetstrom abschwächen. Für gewöhnlich hat eine solche Schwächung des Magnetstromes beim Nebenschlussmotor eine Erhöhung der Tourenzahl zur Folge. Nun ist aber die Tourenzahl unserer Doppelmachine jetzt unweigerlich gegeben durch die Periodenzahl des Wechselstromnetzes. Demnach hat bei konstanter Tourenzahl eine Schwächung der Kraftlinien des Gleichstrommotors nur eine Verringerung seiner elektromotorischen Kraft, also nach der Gleichung  $i = \frac{e - E}{w_a}$  eine erhebliche Vergrößerung seiner Stromstärke zur Folge. Dadurch wird nun eine momentane Beschleunigung oder Voreilung hervorgerufen, und der Anker der Wechselstrommaschine kommt dadurch in eine solche relative Lage zu den Polen, daß nach Abschnitt 104 die erzeugte elektrische Leistung des Wechselstromes vergrößert wird. Dieselbe hält dann der größer gewordenen mechanischen Leistung der Gleichstromseite das Gleichgewicht. Durch die mechanisch bewirkte Voreilung wird also die Wechselstrommaschine zum Generator.

Wir ändern nun nichts an der ganzen Anordnung, verstärken aber den Magnetstrom der Gleichstrommaschine, statt ihn abzuschwächen. Bei der konstanten, durch die Wechselstromseite gegebenen Tourenzahl muß eine Verstärkung des Feldes der Gleichstrommaschine eine Erhöhung ihrer elektromotorischen Kraft zur Folge haben. Dieselbe wird dadurch größer als die Klemmspannung oder als die elektromotorische Kraft der Batterie, so daß die Maschine Strom in die Batterie liefert und dieselbe ladet. Die Gleichstrommaschine ist also zum Generator geworden, der von der jetzt als Motor laufenden Wechselstrommaschine angetrieben wird. Natürlich ist während dieses Vorganges, wo die von der Gleichstromseite an die Batterie abgegebene elektrische Leistung erst negativ, dann Null und endlich positiv wird, eine mechanische Verzögerung der beiden Maschinen eingetreten. Durch diese Verzögerung oder Nacheilung kommt der Wechselstromanker in eine derartige relative Lage zu den Polen, daß das dabei ausgeübte Drehmoment für die auf der Gleichstromseite geforderte Leistung genügt. Durch die Verzögerung oder Nacheilung wird also die Maschine zum Motor. Wir gehen nun im folgenden Abschnitt dazu über, diese Verhältnisse des Synchronmotors durch das Vektordiagramm noch deutlicher zu gestalten.

### 110. Der Synchronmotor bei konstanter Erregung und Klemmspannung.

Das Vektordiagramm für den Wechselstrommotor (Fig. 218a) ist ganz ähnlich demjenigen für die Wechselstrommaschine. Nur haben wir zu beachten, daß die elektromotorische Kraft  $E$  des Motors dem Strome



Der davon in Joule'sche Wärme umgesetzte Betrag ist

$$i^2 \cdot w_a = i \cdot i \cdot w_a = i \cdot FC.$$

Demnach ist die mechanische Leistung  $P$  des Motors gegeben durch

$$P = P_1 - i^2 \cdot w_a = i(FH - FC) = i \cdot CH.$$

Bezeichnen wir nun den Winkel, den die elektromotorische Kraft mit der negativ genommenen Richtung der Stromstärke bildet, mit  $\varphi_1$ , so erhalten wir

$$CH = E \cdot \cos \varphi_1.$$

Demnach ist die mechanische Leistung des Motors gegeben durch

$$P = E \cdot i \cdot \cos \varphi_1, \quad (162)$$

ein Resultat, das wir nach den für Gleichstrom abgeleiteten Gesetzen voraussehen konnten.

Vergleichen wir nun das Dreieck  $FBG$  mit dem Dreieck  $OBA$  in Fig. 209a, so erkennen wir eine sehr große Übereinstimmung. Der Deutlichkeit wegen ist das Vektordiagramm des Generators daneben gezeichnet (Fig. 218b). In beiden Diagrammen sind nur die Werte  $e$  und  $E$  miteinander vertauscht. Ferner tritt die gesamte, auf den Motor übertragene Leistung  $P_1 = FB \cdot i \cdot \cos \varphi$  in Fig. 218a an die Stelle der gesamten vom Generator erzeugten elektrischen Leistung  $P_1 = OB \cdot i \cdot \cos \varphi_1$  in Fig. 218b. Wir erhalten also die auf den Motor übertragene Leistung, wenn wir in Gleichung (159) die Werte von  $e$  und  $E$  miteinander vertauschen. Dadurch ergibt sich die gesamte, auf den Motor übertragene Leistung zu

$$P_1 = \frac{e \cdot \cos \alpha}{L \omega} \cdot [e \cdot \sin \alpha + E \cdot \sin (\gamma - \alpha)]. \quad (163)$$

Ebenso tritt jetzt beim Motor die mechanische Leistung  $P = OB \cdot i \cdot \cos \varphi_1$  in Fig. 218a an die Stelle der vom Generator gelieferten elektrischen Nutzleistung  $FB \cdot i \cdot \cos \varphi$  in Fig. 218b. Wir erhalten also für beide Werte dieselben Gleichungen, haben aber wieder  $e$  und  $E$  miteinander zu vertauschen. Das ergibt nach Gleichung (160) für die mechanische Leistung die Formel:

$$P = \frac{E \cdot \cos \alpha}{L \omega} \cdot [e \cdot \sin (\alpha + \gamma) - E \cdot \sin \alpha]. \quad (164)$$

Dabei ist jetzt  $\gamma$  der Winkel, um welchen die elektromotorische Kraft des Motors hinter der negativ genommenen Netzspannung zurückbleibt.

Wir stellen nun wieder graphisch die Abhängigkeit der Leistung von dem Phasenverschiebungswinkel zwischen Netzspannung und elektromotorischer Gegenkraft dar. Zu diesem Zwecke schlagen wir, wie in Fig. 210 und 211, zwei Kreise, die durch den Punkt  $O$  gehen, und deren

Durchmesser nach oben und unten hin unter dem Winkel  $\alpha$  gegen die Horizontale geneigt sind (Fig. 219a und b). Der Durchmesser ist derselbe wie in Fig. 210 und 211, nämlich  $\frac{E \cdot e \cdot \cos \alpha}{L \omega}$ . Zu den Strahlen des Kreises in Fig. 219a addieren wir nach Gleichung (163) den konstanten Wert  $\frac{e^2 \cdot \sin \alpha \cdot \cos \alpha}{L \omega}$  und erhalten so die Kurve  $P_1$  in Fig. 219a. Der Vektor der negativ genommenen Klemmspannung fällt dabei in die positive Richtung der Ordinatenachse. Die Länge eines beliebigen Vektors der Kurve  $P_1$  ist dann die gesamte elektrische Leistung, die von dem Netz auf den Synchronmotor übertragen wird. Der Winkel zwischen dem Strahl der Kurve  $P_1$  und der Ordinatenachse ist der zugehörige Phasenver-

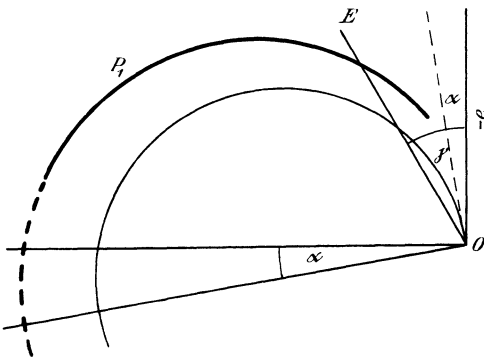


Fig. 219 a.

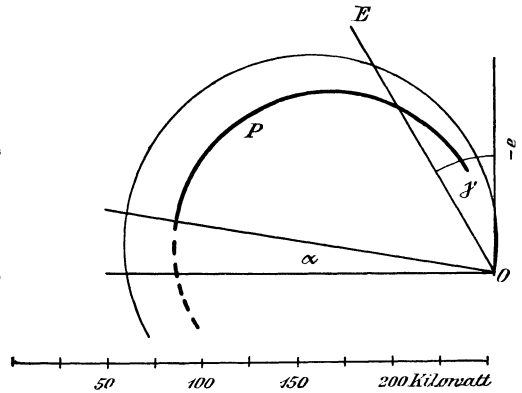


Fig. 219 b.

schiebungswinkel zwischen der elektromotorischen Kraft und der negativ genommenen Klemmspannung. Der Beweis ergibt sich genau wie bei dem entsprechenden Diagramm des Generators.

Wir subtrahieren ferner von den Strahlen des Kreises in Fig. 219b nach Gleichung (164) den konstanten Wert  $E^2 \cdot \frac{\sin \alpha \cdot \cos \alpha}{L \omega}$  und erhalten so die Kurve  $P$  in Fig. 219b. Die Strahlen dieser Kurve ergeben uns die zu den bestimmten Winkeln  $\gamma$  gehörige mechanische Leistung an.

Die Kurven sind für die Werte  $w_a = 1$ ,  $L \omega = 6$ ,  $e = 1200$  und  $E = 1000$  gezeichnet. Wie man sieht, wird die mechanische Leistung ein Maximum für den Wert  $\gamma = 90^\circ - \alpha$ . Überlasten wir den Motor noch weiter, so bleibt er noch weiter zurück und dann entspricht einer Vergrößerung des Winkels  $\gamma$  nicht eine Vergrößerung, sondern eine Verkleinerung des nach Abzug des Joule'schen Verlustes verfügbaren Effekts  $P$ . Der Motor kann dann die vergrößerte Last nicht mehr durchziehen, fällt aus dem Tritt und bleibt stehen. Natürlich wird er so konstruiert, daß er normal mit kleinem Winkel  $\gamma$  arbeitet, so daß also auch

seine normale Belastung viel kleiner ist als die maximal mögliche Belastung. Man wird etwa annehmen können, daß die normale Belastung die Hälfte der maximalen ist, so daß die Überlastungsfähigkeit das Doppelte des normalen Drehmoments beträgt. Das entspricht etwa einem Winkel  $\gamma = 30^\circ$ . Man erreicht eine große Überlastungsfähigkeit durch eine kleine Selbstinduktion des Ankers und durch Übererregung. Der Durchmesser des Diagrammkreises ist nämlich nach Gleichung (164) der elektromotorischen Gegenkraft direkt und dem Selbstinduktionskoeffizienten indirekt proportional.

Über die synchronisierende Kraft des Ankers und das Pendeln bei Motoren gilt das bei den Generatoren Gesagte. Es bleibt jetzt nur noch übrig, das Verhalten eines Motors darzustellen, dessen Belastung ungeändert bleibt, und dessen Erregung variiert wird.

### 111. Der Synchronmotor bei konstanter Belastung und variabler Erregung.

Wir fragen uns, welchen Einfluß die Veränderung der Erregung auf die Stromstärke und die Phasenverschiebung bei einem konstant belasteten und an konstanter Klemmspannung liegenden Motor hat. Wir schreiben zu diesem Zwecke Gleichung (164) in der Form:

$$E^2 \cdot \sin \alpha - E \cdot e \cdot \sin (\alpha + \gamma) = -P \cdot \frac{L \omega}{\cos \alpha}.$$

Wir setzen nun:

$$\sin (\alpha + \gamma) = \cos \cdot \left[ 90^\circ - (\alpha + \gamma) \right].$$

Außerdem dividieren wir die ganze Gleichung durch  $\sin \alpha$  und addieren links und rechts den Wert  $\left( \frac{e}{2 \cdot \sin \alpha} \right)^2$ . Wir erhalten dann:

$$E^2 + \left( \frac{e}{2 \cdot \sin \alpha} \right)^2 - \frac{E \cdot e}{\sin \alpha} \cdot \cos \cdot \left[ 90^\circ - (\alpha + \gamma) \right] = R^2. \quad (165)$$

Dabei ist

$$R^2 = \left( \frac{e}{2 \cdot \sin \alpha} \right)^2 - \frac{P \cdot L \omega}{\sin \alpha \cdot \cos \alpha}.$$

Gleichung (165) hat demnach die Form des Cosinussatzes, und es muß ein Dreieck existieren, dessen Seiten durch  $E$ ,  $\frac{e}{2 \cdot \sin \alpha}$  und  $R$  gebildet werden, während der Winkel zwischen den beiden ersteren Seiten gleich  $90^\circ - (\alpha + \gamma)$  ist. Wir ziehen also den Strahl  $OA$  so, daß seine Länge gleich  $\frac{e}{2 \cdot \sin \alpha}$  ist, und daß er mit der Horizontalen den Winkel  $\alpha$  bildet. Dann schlagen wir von  $A$  aus einen Kreis mit dem Radius  $R$ . Der



Vektor  $OE$  dieses Kreises stellt dann die elektromotorische Gegenkraft dar, bei welcher der in Fig. 220 gezeichnete Winkel  $\gamma$  auftritt. Die Figur ist in der Annahme gezeichnet, daß  $\omega_a = 1$ ,  $L\omega = 6$ ,  $e = 1200$  und die konstante Belastung  $P = 50000$  Watt ist. Je schwächer wir nun den Motor erregen, desto mehr sinkt der Punkt  $E$  nach unten, desto größer wird also der Winkel  $\gamma$ . Dadurch nähert sich aber der Motor dem gefährlichen Zustand, der durch die elektromotorische Kraft  $OB$  gegeben ist. Diese Erregung ist die kleinste, bei der der Motor die konstante mechanische Leistung  $P$  liefert, oder, wie wir im vorigen Abschnitt sagten: Die Leistung  $P$  ist die größte, die der Motor bei der elektromotorischen Kraft  $OB$  in mechanische Arbeit umsetzt.

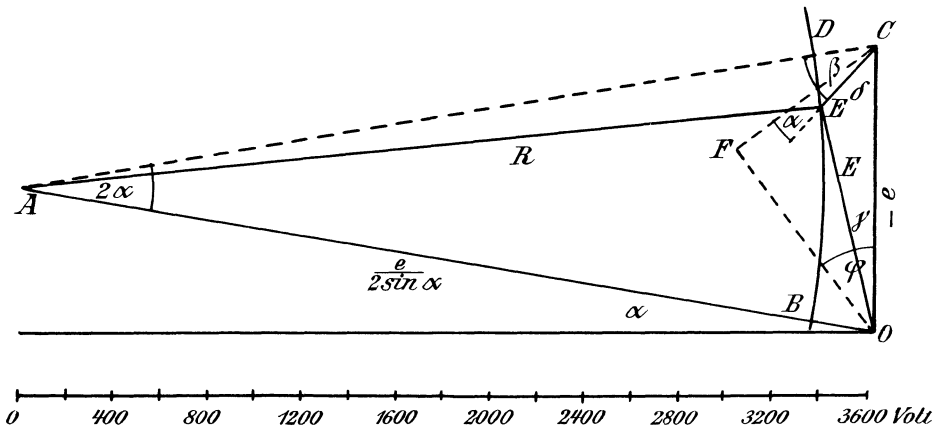


Fig. 220.

Um nun die für den Motor vorteilhafteste Erregung zu finden, tragen wir in Richtung der Ordinatenachse  $OC = e$  auf, und ziehen die Verbindungslinie  $AC$ , die den Kreis im Punkte  $D$  schneidet. Wir ziehen dann die Linie  $CF$  so, daß sie mit  $CE$  den Winkel  $\alpha$  bildet, und zeichnen  $OF$  senkrecht auf  $CF$ . Dann erkennen wir ohne Mühe in dem Dreieck  $OFC$  unserer Figur das Dreieck  $BGF$  der Fig. 218 a wieder. Demnach ist der Winkel  $COF$  gleich dem Phasenverschiebungswinkel  $\varphi$  zwischen Klemmspannung und Stromstärke.

Nun war

$$OA = \frac{e/2}{\sin \alpha}.$$

Der Punkt  $A$  liegt also um den Betrag  $e/2$  über der Abscissenachse. Infolgedessen ist das Dreieck  $OAC$  gleichschenkelig und der Winkel  $OAC$  ist gleich  $2\alpha$ . Wir erhalten also im Dreieck  $OAC$

$$180^\circ = 2\alpha + \beta + \delta + 90^\circ - \alpha.$$

Ferner ist

$$\varphi = 90^\circ - (\alpha + \delta).$$

Durch Addition beider Gleichungen ergibt sich

$$\varphi = \beta.$$

Wenn der Punkt  $E$  mit dem Punkt  $D$  zusammenfällt, so wird dieser Winkel  $\beta$  gleich Null. Wir haben dann keine Phasenverschiebung zwischen Spannung und Stromstärke.  $OD$  ist also die günstigste elektromotorische Kraft des Motors. In diesem Falle fällt die Resultierende  $EC$ , die uns wieder ein Maß für die Stromstärke ist, mit  $DC$  zusammen, d. h. sie hat den kleinsten möglichen Wert. Die Stromstärke, bei welcher die konstante, gegebene mechanische Leistung  $P$  geleistet wird, ist also am geringsten.

Fällt der Punkt  $E$  unterhalb des Punktes  $D$ , so hat  $\beta$ , also auch  $\varphi$ , einen positiven Wert. Der Vektor des Stromes, der in die Richtung von  $OF$  fällt, bleibt dann hinter der Klemmspannung zurück. Dieser Fall tritt ein, wenn die elektromotorische Kraft  $OE$  kleiner gemacht wird als die Klemmspannung  $OC$ .

Ist dagegen die elektromotorische Kraft des Motors größer als die Klemmspannung, welcher Fall bei Gleichstrommaschinen widersinnig wäre, so rückt der Punkt  $E$  von  $D$  aus auf dem Kreise nach oben. In diesem Falle nimmt der Winkel  $\beta$ , d. h. der Winkel  $\varphi$  zwischen Netzspannung und Netzstrom, einen negativen Wert an. Der Strom eilt also der Spannung voraus. Wir haben schon früher gesehen, daß derartige negative Phasenverschiebungen durch übererregte Motoren mit Vorteil dazu verwendet werden, positive Phasenverschiebungen anderer Apparate auszugleichen, so daß der Netzstrom zu einem reinen Wattstrom wird.

## Sechzehntes Kapitel.

112. Die Entstehung des Drehfeldes beim Zweiphasenmotor. — 113. Die Entstehung des Drehfeldes beim Dreiphasenmotor. — 114. Die Dreieckschaltung. — 115. Die Sternschaltung. — 116. Die Leistung des Dreiphasenstromes. — 117. Allgemeine Wirkungsweise des Rotors.

### 112. Die Entstehung des Drehfeldes beim Zweiphasenmotor.

Die Ankerwicklung eines Wechselstromgenerators bestehe aus zwei getrennten Spulen, die um  $90^\circ$  gegeneinander versetzt sind. Dann liegen die Spulenseiten der ersten Spule gerade vor den Polmitten, wenn diejenigen der zweiten Spule in der neutralen Zone liegen (Fig. 221 a und b). Die beiden Spulen unterscheiden sich also in ihrem zeitlich wechselnden Zustand, d. h. in ihrer Phase. Man nennt daher die beiden Spulen kurz die beiden Phasen des Generators.

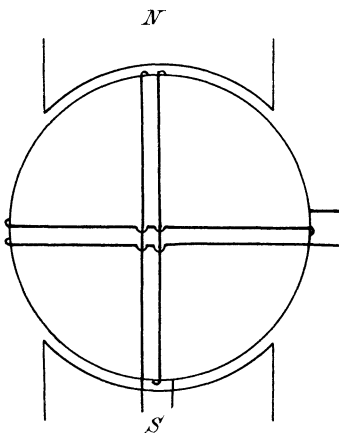


Fig. 221 a.

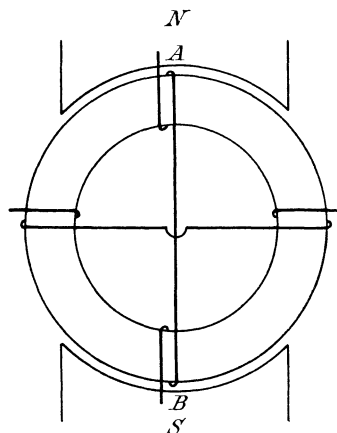


Fig. 221 b.

Die auf diese Weise ausgeführte Trommelwicklung in Fig. 221 a ist ohne weiteres verständlich. Die zweiphasige Ringwicklung in Fig. 221 b ist im Prinzip mit der Trommelwicklung identisch, indem die Stirnverbindung, wie bei der Trommel, quer über die vordere Stirnfläche hinüber-

geführt ist. Die Drähte auf der Mantelfläche bei  $A$  und  $B$  entsprechen dann den induzierten Drähten einer Windung des Trommelankers. Es ist leicht einzusehen, daß auf diese Weise die elektromotorischen Kräfte, die in den beiden Spulen einer Phase induziert werden, sich addieren.

Der im Generator erzeugte Strom dient nun dazu, den feststehenden Eisenring des Drehstrommotors zu magnetisieren. Dieser Eisenring, der sogenannte Stator, ist aus Blechen zusammengesetzt und genau in derselben Weise bewickelt, wie der Anker des Generators. Die Enden der Phasenwicklung des Stators sind mit den entsprechenden Enden der Generatorwicklung verbunden (Fig. 222). Falls der Anker des Generators rotiert, so ist diese Verbindung natürlich mit Hilfe von Schleifringen auf der Generatorachse auszuführen.

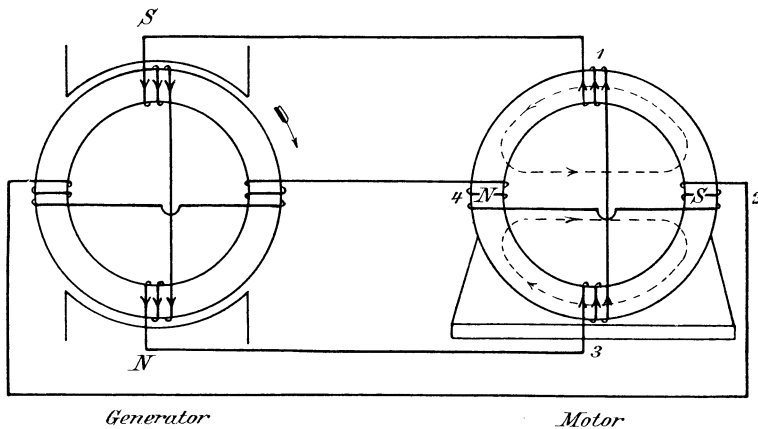


Fig. 222.

Wird nun der Anker des Generators im Sinne des Uhrzeigers gedreht, so fließt der Strom auf der vorderen Stirnfläche auf den Nordpol zu und vom Südpol weg. Wenn wir von einer Phasenverschiebung durch Selbstinduktion absehen, so hat der Strom in der Spule vor den Polmitten gerade seinen maximalen Wert, während er in der anderen Spule gleich Null ist. Verfolgen wir nun den Stromverlauf in der Statorwicklung, so ergeben sich auf Grund der Ampere'schen Schwimmerregel die punktiert gezeichneten Kraftlinien im Stator. Dieselben stoßen bei  $N$  aufeinander und dringen von  $N$  nach  $S$  durch den inneren Hohlraum des Stators, beziehungsweise durch einen innen befindlichen eisernen Zylinder. Die Kraftlinien bilden also bei  $N$  einen Nordpol und bei  $S$  einen Südpol.

Wir zeichnen nun den Generator nach einer Drehung von  $45^\circ$ , während der Stator in seiner früheren Stellung geblieben ist (Fig. 223). Jetzt liegen beide Phasen des Generators vor den Polen, und wir haben in beide Phasen die entsprechenden Strompfeile hineinzuzichnen. Weil jedoch die Feldstärke an den Polecken des Generators infolge der Abrundung der

Kanten geringer ist als in der Mitte, oder weil die Spulenseiten jetzt nicht mehr ihrer ganzen Ausdehnung nach vor den Polen liegen, so können wir annehmen, daß die Stromstärke nach dem Sinusgesetz variiert. Bezeichnet also  $i$  den Momentanwert des Stromes, so ergibt sich für den in Fig. 223 gezeichneten Fall:

$$i = i_{max} \cdot \sin 45^\circ = 0,707 i_{max}.$$

Die Abnahme des Stromes gegenüber dem ersten Falle ist in Fig. 223 durch schwächere Zeichnung der Strompfeile zum Ausdruck gebracht worden.

Verfolgen wir jetzt wieder den Stromverlauf im Stator, so sehen wir, daß alle Spulen des Stators vom Strome durchflossen werden. Obgleich nun Spule 1 und 2 zu verschiedenen Phasen gehören, so bilden sie doch jetzt für unsere Betrachtung eine einzige Spule von doppelter Windungs-

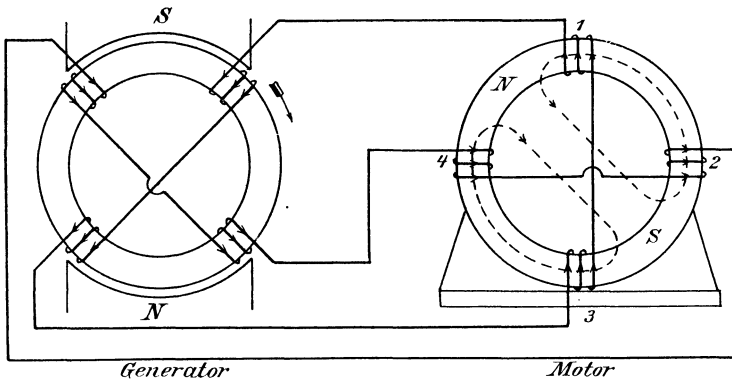


Fig. 223.

zahl. Der Strom hat nämlich in beiden die gleiche Richtung, d. h. er fließt auf der vorderen Stirnfläche vom Zentrum nach der äußeren Peripherie zu. Ebenso gehören die Spulen 3 und 4 in magnetischer Beziehung zusammen. Das wird noch deutlicher, wenn wir bedenken, daß bei den praktisch ausgeführten Motoren der Umfang vollständig ausgenutzt wird, so daß zwischen den einzelnen Spulenseiten verschiedener Phasen kein Zwischenraum frei bleibt.

Auf Grund der Ampere'schen Schwimmerregel ergeben sich nun wieder die punktiert gezeichneten Kraftlinien, die wie vorhin bei  $N$  aufeinander stoßen, dort einen Nordpol bilden und von  $N$  nach  $S$  durch den inneren Hohlraum dringen. Die Pole  $N$  und  $S$  sind aber jetzt räumlich um  $45^\circ$  gegen die Pole in Fig. 222 verschoben. Nach einer weiteren Drehung des Generators um  $45^\circ$  würde die Statorphase 1 3 stromlos werden, während durch die Phase 2 4 der maximale Strom fließt. Die Phase 2 4 erzeugt dann einen Nordpol bei 1 und einen Südpol bei 3.

Es ergibt sich also das überraschende Resultat, daß infolge der Drehung des Generators ein rotierendes Feld im Motor auftritt, oder daß im fest-

stehenden Statoreisen die Magnetpole umlaufen. Wir können also die mehrphasige, feststehende Statorwicklung durch ein rotierendes Polgestell ersetzt denken, dessen Pole nach innen gerichtet sind und dessen Kraftlinien durch einen im inneren Hohlraum drehbar gelagerten Eisenzylinder hindurchschneiden (vgl. Fig. 235 a).

Dieser Eisenzylinder, der sogenannte Rotor, ist ebenfalls aus Blechen zusammengesetzt und trägt eine längs des Umfanges in Nuten untergebrachte, in sich geschlossene Kupferwicklung. In derselben werden durch das rotierende Feld Ströme induziert, die nach dem Lenz'schen Gesetz die relative Verschiebung zwischen Kraftlinienfeld und Rotorleitern aufzuhalten suchen. Die Folge ist, daß der Rotor von dem rotierenden Feld mitgenommen wird, also in der Drehungsrichtung des Feldes rotiert. Dabei hängt die Drehungsrichtung des Feldes, also auch des Rotors, von der Schaltung ab. Vertauscht man die Stromzuführungen einer Phase miteinander, so ändert man dadurch die Drehrichtung.

### 113. Die Entstehung des Drehfeldes beim Dreiphasenmotor.

Auf dem Anker des Dreiphasen-Generators (Fig. 224) liegen drei Wicklungen, die um  $120^\circ$  gegeneinander versetzt sind. Bei der Zeichnung

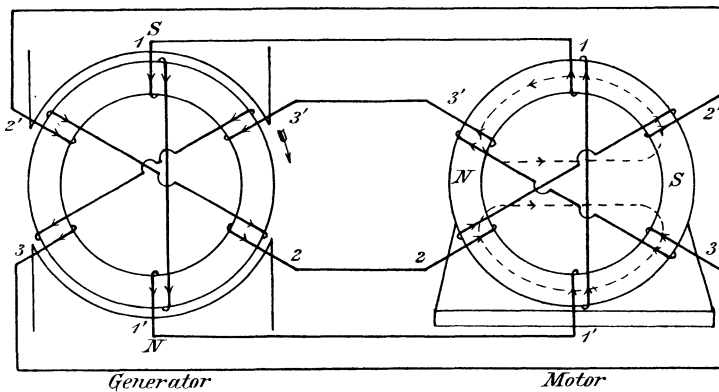


Fig. 224.

der Wicklung achte man darauf, daß die Anfänge 1, 2 und 3 der drei Phasen um  $120^\circ$  voneinander abstehen, und daß diese Anfänge in gleichem Sinne gewickelt werden. In Fig. 224 sind sie z. B. auf der vorderen Stirnfläche von der äußeren zur inneren Peripherie geführt worden. Mit Hilfe von Schleifringen sind die Enden der Phasenwicklungen des Generators mit den entsprechenden Klemmen der drei Phasen des Stators verbunden. Daß die Numerierung des Generators im Sinne des Uhrzeigers und diejenige des Stators entgegen dem Uhrzeiger erfolgt ist, ist

gleichgültig. Man spart auf diese Weise in der Zeichnung eine Reihe von Überkreuzungen.

Die Phase 1 1' des Generators befindet sich gerade vor den Polen, führt also den maximalen Strom. Unter der Annahme, daß die Stromstärke nach dem Sinusgesetz variiert, ist der Strom in den beiden anderen Phasen  $i_{max} \cdot \sin 30^\circ = 0,5 i_{max}$ . Verfolgen wir jetzt den Stromverlauf im Stator, so erkennen wir, daß die Spulenseiten 3', 1 und 2' magnetisch zusammengehören, da sie von gleichgerichteten Strömen durchflossen werden. Ebenso bilden die Spulenseiten 2, 1' und 3, obgleich sie zu verschiedenen Phasen gehören, gleichsam eine einzige Spule. Nach der Ampere'schen Schwimmerregel ergeben sich nun wieder im Stator des Motors die punktiert gezeichneten Kraftlinien, sowie die Lage der Polmitten *N* und *S*.

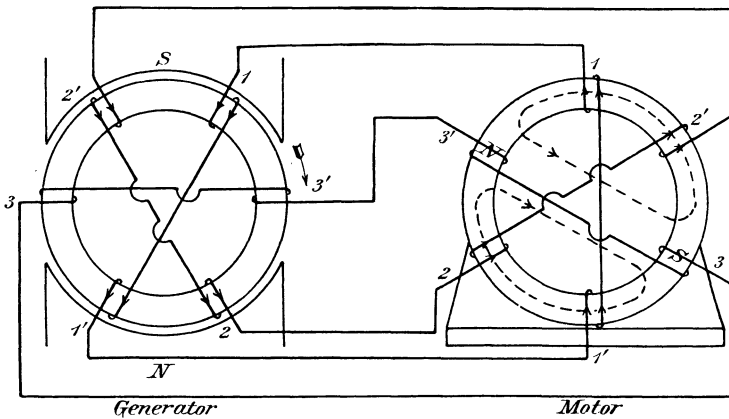


Fig. 225.

Wir zeichnen jetzt den Generator nach einer Drehung von  $30^\circ$  (Fig. 225). In diesem Augenblicke liegt die Phase 3, 3' des Generators gerade in der neutralen Zone, ist also, wenn wir wieder von einer, durch Selbstinduktion veranlaßte Phasenverschiebung absehen, gerade stromlos. Dagegen fließt in den beiden anderen Phasen der Strom  $i_{max} \cdot \sin 60^\circ = 0,866 \cdot i_{max}$ .

Jetzt gehören wieder beim Motor die Spulenseiten 1 und 2' und andererseits die Spulenseiten 2 und 1' magnetisch zusammen. Die erzeugten Kraftlinien sind wieder durch punktierte Linien angedeutet. Sie stoßen bei *N* aufeinander und bilden dort einen Nordpol. Die Lage der Pole ist um  $30^\circ$  gegenüber Fig. 224 verschoben. Auch hier wieder ergibt sich das Resultat, daß infolge der Drehung des Generators ein rotierendes Feld im Motor entsteht. Bei der gezeichneten zweipoligen Wicklung des Stators macht das Feld während einer Periode eine Umdrehung.

### 114. Die Dreieckschaltung.

Die in Fig. 224 und 225 gezeichneten sechs Zuleitungen zwischen Generator und Motor lassen sich tatsächlich auf drei reduzieren. Bei der Dreieckschaltung verbindet man zu diesem Zwecke das Ende einer Phase mit dem Anfang der folgenden Phase, was sowohl für den Generator als auch für den Stator gilt. Die drei Netzleiter sind dann an die Verbindungspunkte je zweier Phasen angeschlossen. Fig. 226 zeigt, wie das Ende der ersten Phase mit dem Anfang der zweiten Phase verbunden ist, während Fig. 228 eine vollständige Dreieckschaltung zeigt. Die in dieser Figur gezeichnete Generatorwicklung stellt eine Dreieckschaltung dar, wobei die Breite einer Spulenseite gleich zwei Drittel der Polteilung ist. Wir haben dann eine gewöhnliche Gleichstromwicklung vor

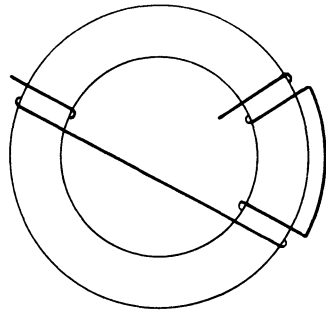


Fig. 226.

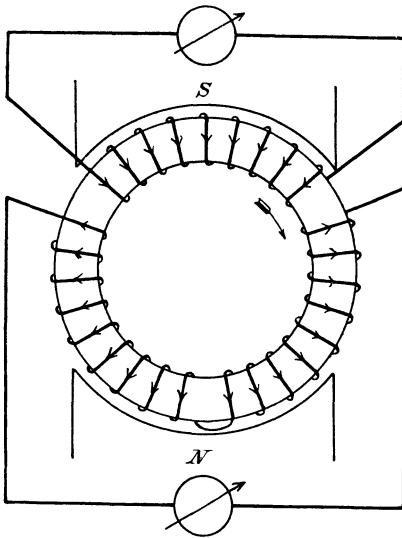


Fig. 227 a.

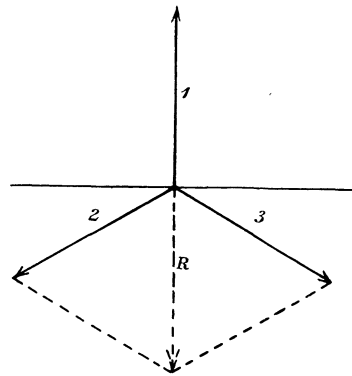


Fig. 227 b.

uns, bei welcher drei um  $120^\circ$  voneinander abstehende Punkte an Schleifringe angeschlossen sind. Tatsächlich läßt sich auf diese Weise gleichzeitig Gleichstrom und Wechselstrom aus einer Maschine entnehmen, falls die Maschine einen Kommutator besitzt.



Die Berechtigung einer solchen Dreieckschaltung wird am deutlichsten, wenn man sich in Fig. 227 a ein Voltmeter an die Phase 1 und ein anderes Voltmeter an die hintereinander geschalteten Phasen 2 und 3 gelegt denkt. Beide Voltmeter zeigen dieselbe Spannung an. Ja, nicht nur die Effektivwerte, sondern auch die Momentanwerte der beiden Spannungen sind in jedem Augenblicke einander gleich. Zeichnen wir nämlich im Vektordiagramm (Fig. 227 b) die Vektoren der drei Phasenspannungen, die um  $120^\circ$  voneinander abstehen, in einem beliebigen Zeitmoment, so ergibt sich, daß die Resultierende  $R$  aus den Vektoren 2 und 3 immer genau dem Vektor 1 gleich und entgegengesetzt ist. Wenn wir also jetzt das Ende einer Phase mit dem Anfang der folgenden verbinden und die ganze Ringwicklung schließen, so schalten wir damit zwei gleiche elektromotorische Kräfte gegeneinander, d. h. wir schalten sie im Verhältnis zum äußeren Kreise zu einander parallel. Innere Ströme können dabei nicht auftreten, weil die elektromotorischen Kräfte in den parallel geschalteten Ankerabteilungen sich das Gleichgewicht halten. Die Analogie mit den beiden Ankerhälften eines Gleichstromankers oder mit zwei parallel auf dasselbe Netz geschalteten Maschinen tritt dabei deutlich zu Tage.

Es ist leicht einzusehen, daß die Spannung zwischen zwei Außenleitern bei Dreieckschaltung gleich der Spannung einer einzelnen Phase ist, und daß eine Phase immer parallel zu der Summe der beiden anderen arbeitet. Dagegen bietet die Stromverteilung bei Dreieckschaltung dem Anfänger mehr Schwierigkeiten. Schon die Tatsache, daß man mit drei Zuleitungen auskommt, erscheint schwer verständlich. Der Hinweis darauf, daß die Elektrizität sich nirgends stauen kann, daß also in jedem Augenblicke der eine Leiter als Rückleitung für die beiden anderen dient, genügt kaum zum völligen Verständnis. Wir haben vielmehr Generatorstrom, Netzstrom und Statorstrom in den beiden schon früher erwähnten extremen Fällen zu betrachten.

Im ersten betrachteten Zeitmoment (Fig. 228) liegt die Phase 1 des Generators gerade vor der Polmitte, und die in ihr induzierte elektromotorische Kraft ist ein Maximum. Sehen wir wieder von einer Phasenverschiebung ab, so ist auch die Stromstärke in dieser Phase ein Maximum, während sie in den beiden anderen Phasen den halben Wert hat. Ist also der Strom in der Phase 1 gleich  $i_{max}$ , so ist er in den anderen Phasen gleich  $\frac{1}{2} \cdot i_{max}$  und der Strom im Netzleiter  $I$  ist im gezeichneten Augenblick gleich  $1,5 \cdot i_{max}$ . Dieser Strom teilt sich im Stator in der Weise, daß der Betrag  $i_{max}$  vom Netzleiter  $I$  aus durch die Phase 1 1' fließt, während ein halb so starker Strom durch die beiden Phasen 3' 3 und 2' 2 hintereinander fließt. Wir haben also auch jetzt wieder die Tatsache, daß im Motor wie im Generator die eine Spulenseite, die den maximalen Strom führt, von zwei anderen Spulenseiten eingeschlossen wird, die einen gleichgerichteten Strom von halber Stärke führen. Zwischen 1' und

2 vereinigen sich die beiden Statorströme, und es fließt der Strom  $1,5 \cdot i_{max}$  durch den Netzleiter *III* zum Generator zurück, während der Netzleiter *II* stromlos ist.

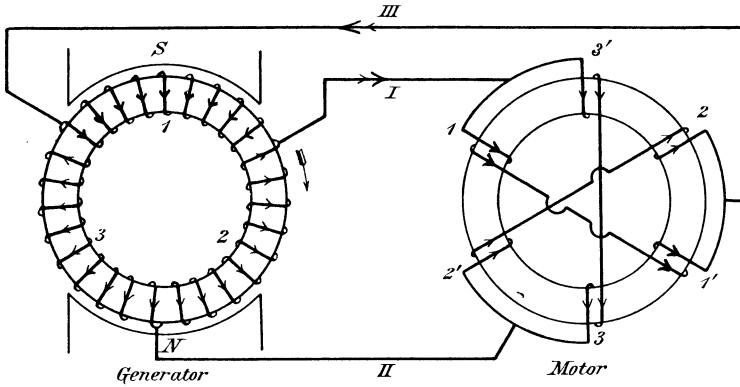


Fig. 228.

In der zweiten extremen Stellung liegt die Generatorphase 3 in der neutralen Zone, ist also stromlos (Fig. 229), während die Phasen 1 und 2 jede den Strom  $i_{max} \cdot \sin 60^\circ = 0,866 \cdot i_{max}$  führen. Aus den beiden letzteren Phasen fließt also der Strom  $2 \cdot 0,866 \cdot i_{max} = 1,73 \cdot i_{max}$  in den Leiter *I*, der jetzt seinen maximalen Strom führt. Dieser Strom teilt sich dann

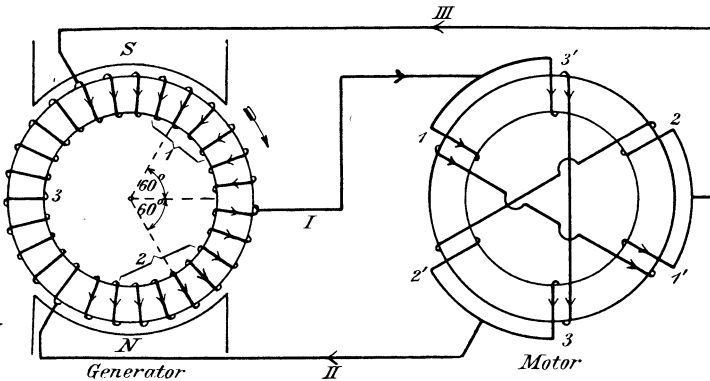


Fig. 229.

beim Motor in zwei gleiche Teile. Die eine Hälfte fließt durch die Statorphase  $3'3$  und durch den Netzleiter *II* zum Generator zurück, während die andere Hälfte durch die Phase  $11'$  und durch den Netzleiter *III* zum Generator zurückfließt. In dem Zeitmomente also, wo die Netzleiter den maximalen resp. den halben Netzstrom führen, ist der Strom in einer Generator- und einer Motorphase gleich Null.

Wir finden also, daß die Ströme im Netz und den Maschinen sowohl nach Stärke als nach ihrer Phase voneinander verschieden sind. Der maximale Netzstrom bei Dreieckschaltung ist 1,73 mal so groß wie der maximale Strom im Generator oder Stator. Dasselbe Verhältnis besteht zwischen den Effektivwerten. Andererseits besteht zwischen dem Netzstrom und dem Phasenstrom eine Differenz von  $30^\circ$ . Das wird am deutlichsten, wenn man bedenkt, daß im Netzleiter  $I$  (Fig. 229) der maximale Netzstrom fließt, während der Strom in der an  $I$  angeschlossenen Phase 1 sein Maximum schon um  $30^\circ$  überschritten und der Strom in der anderen an  $I$  angeschlossenen Phase 2 sein Maximum erst nach einer Drehung von  $30^\circ$  erreicht. Diese Phasendifferenz wird im Abschnitt 116 für die Leistungsmessung von besonderer Wichtigkeit. Sie ergibt sich übrigens in einfacher Weise aus dem Vektordiagramm. Da nicht die Anfänge zweier Phasen aneinander liegen, sondern das Ende der einen Phase mit dem Anfang der nächsten Phase verbunden ist, so haben wir bei der vektoriellen Addition der ins äußere Netz fließenden Ströme den einen Vektor negativ zu nehmen. Addieren wir denselben dann vektoriell zu dem Strom einer anderen Phase, so ergibt sich, wie ein Blick auf Fig. 231 a lehrt, ein resultierender Netzstrom, der 1,73 mal so groß ist wie der Strom in einer Phase. Fig. 231 a gilt gleichmäßig für die Zusammensetzung der Ströme bei Dreieckschaltung, wie für die Spannungen bei Sternschaltung.

### 115. Die Sternschaltung.

Während bei der Dreieckschaltung das Ende der einen Phase mit dem Anfang der folgenden Phase verbunden ist, sind bei Sternschaltung die Anfänge der drei Phasen aneinander gelegt (Fig. 230 a). Daß eine solche Schaltung ohne Störungen möglich ist, ergibt sich aus Fig. 230 b, wo aus den Vektoren  $OA$  und  $OB$  zweier Phasenströme die Resultierende  $OR$  gezeichnet ist. Dieselbe ist genau gleich und entgegengesetzt dem Vektor  $OC$  der dritten Phase. Die Summe zweier Ströme ist also in jedem Augenblicke gleich dem dritten Strom. Das war besonders deutlich in Fig. 224, wo der maximale Strom die Phase 1 durchfloss und wo in jeder der beiden anderen Phasen, auch wenn sie ganz von Phase 1 getrennt sind, die Stromstärke gleich  $i_{max} \cdot \sin 30^\circ = 0,5 i_{max}$  war. Wir können also, ohne daß im Stromkreise eine Veränderung auftritt, die drei Anfänge der Phasen aneinander legen. Der Strom aus Phase 1 fließt dann in Fig. 230 a einfach zu zwei gleichen Teilen durch die Phasen 2 und 3 weiter.

Es ist nun ohne weiteres deutlich, daß bei Sternschaltung der Netzstrom nach Stärke und Phase identisch ist mit dem Strom in einer Wickelung. Dagegen ist die Netzspannung nicht gleich der Spannung einer einzelnen Phase, sondern gleich der Spannung zweier hintereinander geschalteter Phasen. Es sei z. B. das Voltmeter in Fig. 230 a an die Enden der Phasen 1 und 3 gelegt. Im gezeichneten Augenblick wird in der Spule 1 die

maximale elektromotorische Kraft induziert. Dazu addiert sich der Momentanwert  $E_{max} \cdot \sin 30^\circ = 0,5 E_{max}$ , der in Spule 3 induziert wird. Demnach ist der Momentanwert der Spannung zwischen den Netzleitern, die an 1 und 3 angeschlossen sind, im gezeichneten Augenblick gleich der Summe, nämlich  $1,5 E_{max}$ .

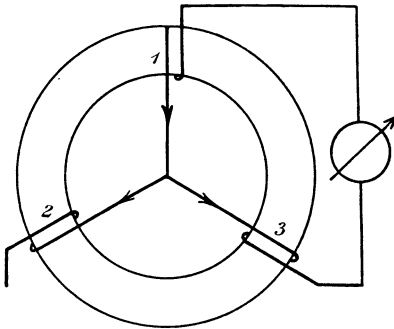


Fig. 230 a.

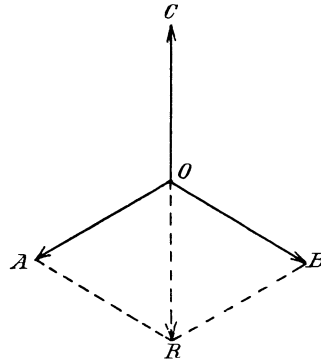


Fig. 230 b.

Wir betrachten jetzt den Augenblick, in welchen die Phase 2 des Generators in der neutralen Zone liegt. Dann ist der Strom in derselben gleich Null, während in den beiden anderen Phasen die Stromstärke gleich

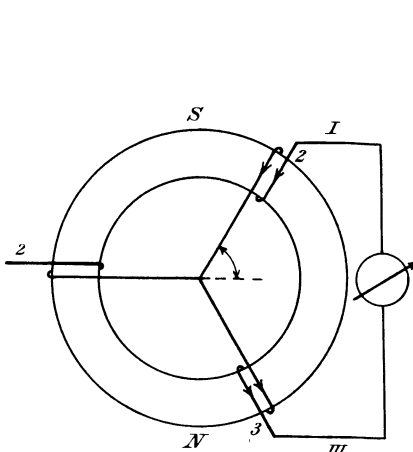


Fig. 231 a.

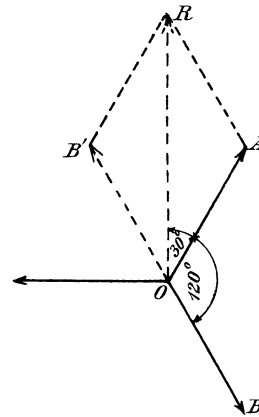


Fig. 231 b.

$i_{max} \cdot \sin 60^\circ = 0,866 \cdot i_{max}$  ist (Fig. 231a). Zeichnen wir wieder in bekannter Weise die Strompfeile in die Stirnverbindungen, so ergibt sich, daß der Strom aus dem Netzleiter I auf den Nullpunkt zufließt und in seiner vollen Stärke durch die Phase 3 weiterfließt. Ein Voltmeter zwischen den Netzleitern I und III mißt in diesem Augenblick die Spannung  $2 E_{max} \cdot \sin 60^\circ = 1,73 E_{max}$ . Es ergibt sich leicht, daß dieses der größte

Momentanwert ist, der zwischen zwei Netzleitern auftreten kann. Die Maximalwerte der Netzspannung und der Phasenspannung verhalten sich also wie  $1,73 : 1$ . Dasselbe Verhältnis besteht dann natürlich auch für die Effektivwerte.

Zugleich ergibt sich, daß der Maximalwert der Netzspannung zwischen den Phasen 1 und 3 um  $30^\circ$  gegen den Maximalwert der Spannungen in diesen Phasen verschoben ist. Allgemein erhalten wir dies Resultat, wenn wir zwei Phasenspannungen oder, wie man neuerdings sagt, Sternspannungen nach dem Parallelogramm der Kräfte addieren (Fig. 231 b). Da die beiden Spulen nicht in gewöhnlichem Sinne hintereinander geschaltet sind, sondern Anfang der einen Spule an den Anfang der anderen, so haben wir wieder statt des Vektors  $OB$  den entgegengesetzten Vektor  $OB'$  einzuführen. Aus  $OA$  und  $OB'$  ergibt sich dann die Resultierende  $OR$ , die uns die Netzspannung nach Größe und Phase angibt. Dieselbe ist  $1,73$  mal so groß wie die Sternspannungen und zeigt gegen dieselben eine Phasendifferenz von  $30^\circ$  resp.  $120 + 30 = 150^\circ$ .

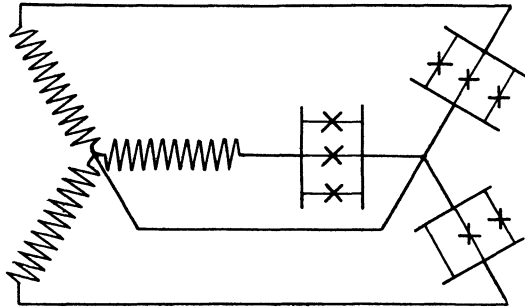


Fig. 232.

Natürlich kann nun der Generator in Sternschaltung und der Motor in Dreieckschaltung angeordnet sein oder umgekehrt. Bei Kraftübertragungen auf weite Entfernungen wird man natürlich die Sternschaltung bei Generator und Motor vorziehen, weil die Netzspannung dabei  $1,73$  mal so groß ist wie die Spannung pro Phase. Sind Widerstände, also z. B. Lampen statt der Motoren eingeschaltet, so können dieselben ebenfalls in Stern- oder Dreieckschaltung angeordnet sein. Dabei ist aber zu beachten, daß nur bei Dreieckschaltung die Anzahl der Lampen in den drei Zweigen eine verschiedene sein darf.

Wenn man auch bei Sternschaltung des Netzes eine ungleiche Belastung der 3 Phasen ermöglichen will, ohne daß die für die Glühlampen erforderliche Konstanz der Spannung gestört wird, so hat man nach Fig. 232 die Nullpunkte des Generators und des Netzes miteinander zu verbinden. Dieser Nulleiter erfüllt dann die gleiche Aufgabe wie der Nulleiter eines Dreileiternetzes für Gleichstrom.

Die bisher besprochenen Generatorwickelungen sind vollständig symmetrisch, da die Anfänge der drei Phasenwickelungen um den dritten

Teil einer Periode voneinander entfernt sind. Es gibt jedoch auch unsymmetrische Wickelungen, unter denen das monocyclische System von Steinmetz das wichtigste ist. Bei diesem System liegt auf dem Anker zunächst eine Hauptspule, die in der gewöhnlichen Weise von Mitte Nordpol bis Mitte Südpol gewickelt ist. Diese Hauptspule können wir uns in zwei gleiche, hintereinander geschaltete Einzelspulen zerfallend denken. An den Mittelpunkt dieser beiden Einzelspulen ist nun nach Art der Sternschaltung eine aus schwächerem Draht bestehende Hilfswicklung angeschlossen, die gegen die Hauptspule um  $90^\circ$  versetzt ist. Man kann dann den freien Enden der Hauptspule und der Hilfsspule einen verketteten Dreiphasenstrom für Kraftbetrieb entnehmen, während die Hauptspule außerdem für Lichtbetrieb benutzt wird.

Durch geeignete Windungszahl der Hilfsspule kann man dabei erreichen, daß der Effektivwert der verketteten Spannung an den drei Klemmen der gleiche ist. Die Hauptspule liefere z. B. eine elektromotorische Kraft  $E$  und die Hilfsspule eine elektromotorische Kraft  $E'$ . Dann ergibt sich die verkettete Spannung zwischen dem freien Ende der Hauptspule und demjenigen der Hilfsspule nach dem Parallelogramm der Kräfte zu

$$\sqrt{\left(\frac{E}{2}\right)^2 + (E')^2}.$$

Soll diese Spannung gleich derjenigen der Hauptspule sein, so erhalten wir:

$$E = \sqrt{\left(\frac{E}{2}\right)^2 + (E')^2}$$

oder

$$E' = \sqrt{\frac{3}{4}} \cdot E = 0,86 \cdot E.$$

Die Drahtzahlen der Hilfsspule und der Hauptspule müssen sich also wie 0,86 zu 1 verhalten.

### 116. Die Leistung des Dreiphasenstromes.

Bedeutet unabhängig von der Schaltung

$e_1$  die Spannung pro Phase, also bei Sternschaltung die Sternspannung,

$i_1$  den Strom pro Phase,

$\varphi$  den Winkel zwischen der Spannung und dem Strom in einer Phase,

$e$  die Netzspannung,

$i$  den Netzstrom,

$P$  die Gesamtleistung in Watt,

so ergibt sich für Stern- und Dreieckschaltung die Leistung pro Phase zu

$$e_1 \cdot i_1 \cdot \cos \varphi.$$

Für Sternschaltung ergab sich:

$$e = 1,73 \cdot e_1$$

$$i = i_1.$$

Daraus folgt für Sternschaltung die Leistung aller drei Phasen zusammen:

$$P = 3 \cdot e_1 \cdot i_1 \cdot \cos \varphi = 3 \cdot \frac{e}{1,73} \cdot i \cdot \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot e \cdot i \cdot \cos \varphi.$$

Für Dreieckschaltung ergab sich:

$$i = 1,73 \cdot i_1$$

$$e = e_1.$$

Daraus folgt:

$$P = 3 \cdot e_1 \cdot i_1 \cdot \cos \varphi = 3 \cdot e \cdot \frac{i}{1,73} \cdot \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot e \cdot i \cdot \cos \varphi. \quad (166)$$

Führt man also Netzspannung und Netzstrom in die Formel für die Leistung ein, so ergibt sich die gleiche Formel für beide Arten der Schaltungen.

Es wird hier der Ort sein, um den prozentischen Verlust in der Wechselstromleitung mit dem prozentischen Verlust in der Gleichstromleitung zu vergleichen. Wir setzen zu diesem Zwecke den Fall, daß die gleiche Leistung  $P$  auf die gleiche Entfernung übertragen werden soll. Es soll dabei das eine Mal Gleichstrom, das andere Mal Wechselstrom verwendet werden, und zwar soll die Netzspannung und der Effektverlust in beiden Fällen die gleichen sein. Wir fragen uns dann, wie sich die Kupfervolumina beider Anlagen verhalten. Bezeichnen wir den Widerstand einer Einzelleitung bei Gleichstrom mit  $w_1$ , bei Wechselstrom mit  $w_2$  und die entsprechenden Querschnitte mit  $q_1$  und  $q_2$ , so erhalten wir:

Gleichstrom

$$P = e \cdot i$$

$$i = \frac{P}{e}.$$

Wechselstrom

$$P = \sqrt{3} \cdot e \cdot i \cdot \cos \varphi$$

$$i = \frac{P}{\sqrt{3} \cdot e \cdot \cos \varphi}.$$

Verlust in Hin- und Rückleitung

$$2 \cdot i^2 \cdot w_1 = 2 \cdot \frac{P^2 \cdot w_1}{e^2}.$$

Verlust in drei Leitungen

$$3 \cdot i^2 \cdot w_2 = \frac{P^2 \cdot w_2}{e^2 \cdot \cos^2 \varphi}.$$

Setzen wir nun die Verluste gleich, so ergibt sich

$$2 \cdot w_1 = \frac{w_2}{\cos^2 \varphi}$$

oder

$$\frac{w_1}{w_2} = \frac{1}{2 \cdot \cos^2 \varphi}.$$

Bei gleicher Länge sind die Querschnitte den Widerständen umgekehrt proportional. Wir erhalten also:

$$\frac{q_2}{q_1} = \frac{w_1}{w_2} = \frac{1}{2 \cdot \cos^2 \varphi}.$$

Nun ist bei ein und derselben Länge das gesamte Kupfervolumen gegeben durch die Summe der Einzelquerschnitte, d. h. es ist das Volumen  $V_1$  bei Gleichstrom dem Werte  $2 \cdot q_1$  proportional. Ebenso ist das Volumen  $V_2$  bei Wechselstrom gegeben durch den Wert  $3 \cdot q_2$ . Wir erhalten also:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{3 \cdot q_2}{2 \cdot q_1}$$

oder mit Benutzung des obigen Wertes von  $q_2/q_1$

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{3}{4 \cdot \cos^2 \varphi} = \frac{0,75}{\cos^2 \varphi}.$$

Ist also  $\cos \varphi = 1$ , d. h. hat der Strom gleiche Phase mit der Spannung, so ist für die Drehstromleitung nur 75% des Kupfers bei der Gleichstromleitung aufzuwenden. Die Verhältnisse liegen allerdings bei Phasenverschiebung wesentlich ungünstiger.

Wir gehen jetzt zur Besprechung der experimentellen Bestimmung der Leistung über. Es sei bei Sternschaltung die Spannungsspule des Wattmeters zwischen den Nullpunkt und das Ende der einen Phase gelegt, während die Starkstromspule des Wattmeters von dem Strom derselben Phase durchflossen wird. Man mißt auf diese Weise die Leistung dieser einen Phase. Bei gleicher Belastung der drei Phasen ist die Gesamtleistung das Dreifache der so gemessenen Einzelleistung. Bei ungleicher Belastung der drei Phasen hat man die Messung für jede einzelne Phase zu machen und die gemessenen Watt zu addieren. Das erfordert entweder drei Wattmeter oder das jedesmalige Umschalten eines Wattmeters.

Legt man die Voltmeterspule des Wattmeters nicht an die Sternspannung, sondern an die verkettete Spannung, d. h. an das Netz, so kann man mit zwei Wattmeterablesungen auskommen, man muß aber die beiden Wattmeter völlig symmetrisch schalten. In Fig. 233 sind z. B. die Generatorphasen 1 und 3 beide zur linken Klemme der Starkstromspule des Wattmeters geführt. Die Voltmeterspulen liegen beide mit ihrem unteren Ende an der Starkstromspule und mit ihrem oberen Ende an dem Netzleiter, der nicht an die Starkstromspule angeschlossen ist. Nun ist der Momentanwert des Effektes, wenn  $e_1, e_2, e_3$  die Momentanwerte der Sternspannungen und  $i_1, i_2, i_3$  die Momentanwerte des Stromes bedeuten:

$$P = e_1 \cdot i_1 + e_2 \cdot i_2 + e_3 \cdot i_3.$$

Nun ist die Summe der drei Ströme, die aus den Generatorphasen ins Netz hineinfließen, in jedem Augenblicke gleich Null. Wir erhalten also:

$$i_2 = -(i_1 + i_3).$$



Setzen wir diesen Wert in die Gleichung für  $P$  ein, so ergibt sich:

$$P = e_1 \cdot i_1 - e_2 \cdot (i_1 + i_3) + e_3 \cdot i_3$$

oder, wenn wir umformen:

$$P = (e_1 - e_2) \cdot i_1 + (e_3 - e_2) \cdot i_3.$$

Dabei ist  $e_1 - e_2$  nichts anderes als der Momentanwert der verketteten Spannung, an welche die Spannungsspule des oberen Wattmeters angeschlossen ist. Ebenso ist  $e_3 - e_2$  die momentane verkettete Spannung am unteren Wattmeter. Das Produkt  $(e_1 - e_2) \cdot i_1$  ist also der Momentanwert der Leistung am oberen Wattmeter und das Produkt  $(e_3 - e_2) \cdot i_3$  ist der Momentanwert der Leistung am unteren Wattmeter. Dafs in den

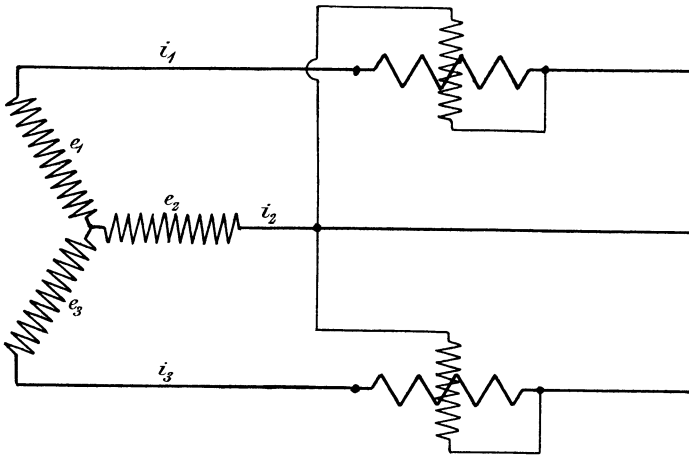


Fig. 233.

Klammern dabei die Differenzen und nicht die Summen auftreten, erklärt sich wieder daraus, dafs die beiden betreffenden Phasen in ungleichem Sinne hintereinander geschaltet sind.

Nun nimmt das Wattmeter infolge der Trägheit seines beweglichen Systems sozusagen das Mittel aus den Momentanwerten der Leistung. Die Gesamtleistung ergibt sich also aus der Summe der beiden Wattmeterausschläge. Dabei sind aber die Vorzeichen der einzelnen Glieder zu beachten. Im allgemeinen werden ja allerdings beide Ausdrücke der rechten Seite positiv sein, d. h. die Wattmeter schlagen bei der oben angegebenen Schaltung beide nach derselben Seite aus. In diesem Falle sind die Wattmeterausschläge zu addieren.

Ist jedoch eine erhebliche Selbstinduktion im Stromkreise vorhanden, so schlägt bei der gezeichneten Schaltung das eine Wattmeter nach der verkehrten Richtung aus. Der Vektor  $OB'$  bleibt nämlich in Fig. 131b um  $30^\circ$  hinter der Netzspannung  $OR$  zurück. Wenn nun die Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung in der Phase  $OB'$  mehr als

$60^\circ$  beträgt, so wird die Phasendifferenz zwischen dem betreffenden Phasenstrom und der Netzspannung  $OR$  mehr als  $90^\circ$  sein. Die Folge ist, daß das betreffende Wattmeter eine negative Leistung anzeigt. In diesem Falle ergibt sich die ganze Leistung nicht aus der Summe, sondern aus der Differenz beider Wattmeterausschläge. Sind dabei die Wattmeter nur für einseitigen Ausschlag eingerichtet, so ist der Strom in der Spannungsspule des Wattmeters zu kommutieren, das nach der verkehrten Richtung ausschlägt.

Die Messung läßt sich nun auch mittels eines einzigen Wattmeters ausführen, wozu passend ein Quecksilberkommutator mit drei Bügeln verwendet wird. In Fig. 234 a fließt der Strom des Netzleiters 2 durch die Starkstromspule des Wattmeters, während nach Umlegung der drei Bügel (Fig. 234 b) der Strom des Netzleiters 1 durch die Starkstromspule fließt. Die Spannungsspule des Wattmeters liegt in

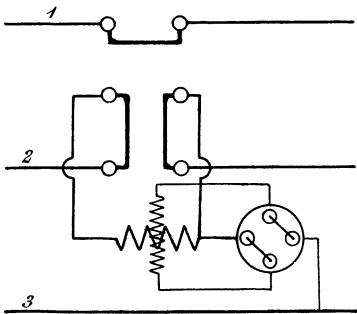


Fig. 234 a.

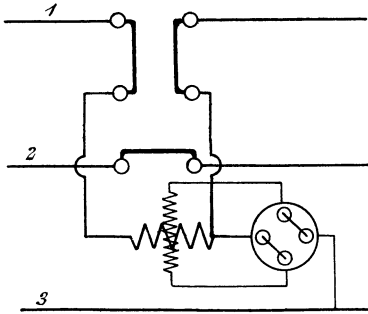


Fig. 234 b.

beiden Fällen an der Starkstromspule und dem nicht an die Starkstromspule angeschlossenen Leiter 3. Ein Quecksilberkommutator erlaubt die Umkehrung der Stromrichtung in der Spannungsspule.

Will man doppelte Ablesung vermeiden, so muß man Wattmeter verwenden, die aus zwei Einzelwattmetern bestehen. Die beweglichen Teile derselben sitzen auf ein und derselben Achse, so daß sich die ausgeübten Drehmomente addieren, beziehungsweise subtrahieren.

## 117. Allgemeine Wirkungsweise des Rotors.

Nachdem wir bisher die Entstehung des Drehfeldes, sowie die Schaltung des Stators betrachtet haben, fassen wir jetzt die Wirkung des rotierenden Feldes auf den Rotor ins Auge. Der im Hohlraum des Stators drehbar gelagerte Eisenzylinder ist aus Blechen zusammengesetzt. Er trägt auf seinem Umfang entweder eine Kurzschlußwicklung oder eine Phasenwicklung. Die Kurzschlußwicklung besteht entweder aus lauter einzelnen, in sich geschlossenen Schleifen, oder aus Stäben, die in Nuten ver-

legt und durch Stirnringe sämtlich miteinander verbunden sind. Die Phasenwicklung des Rotors entspricht genau der Statorwicklung. Ihre Enden sind zu Schleifringen geführt, so daß beim Anlassen ein Widerstand in den Rotorkreis eingeschaltet werden kann.

Wir sahen nun, daß bei den bisher besprochenen zweipoligen Wicklungen das Feld des Stators während einer Periode des Generators einmal umläuft. Um die Wirkung dieses rotierenden Feldes besser zu veranschaulichen, denken wir uns dasselbe ersetzt durch ein Polrad, das entgegengesetzt dem Uhrzeiger rotieren möge (Fig. 235 a). Die Kraftlinien dieses Polrades schneiden in der Figur durch den Rotor in einer Richtung, die dem Uhrzeiger entgegengesetzt ist. Es ist also, als wenn der Rotor im Sinne des Uhrzeigers durch das feststehende Feld gedreht würde. Nach

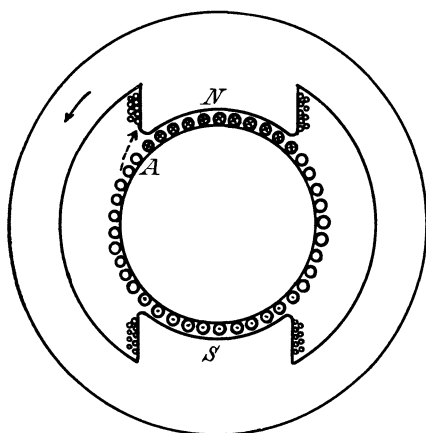


Fig. 235 a.

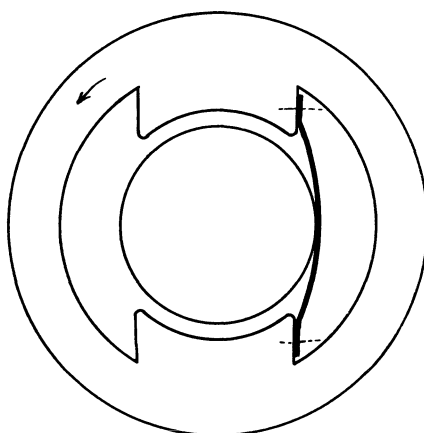


Fig. 235 b.

der bekannten Regel haben wir also in den Drähten vor dem Nordpol den Schaft und vor dem Südpol die Spitze zu zeichnen, um die Richtung des induzierten Stromes anzudeuten.

Wir nehmen dann aber weiter an, daß das gezeichnete Polrad uns nicht eigentlich die vom Stator erzeugten Kraftlinien darstellt, sondern das resultierende Feld  $N$ , das sich aus der gemeinsamen Wirkung des Statorstromes und des Rotorstromes ergibt. In diesem Falle haben wir keine Phasenverschiebung zwischen der im Rotor induzierten elektromotorischen Kraft und dem Rotorstrom. Vor den Polmitten ist also nicht bloß die elektromotorische Kraft, sondern gleichzeitig auch der Strom ein Maximum.

Nun wirkt nach dem Lenz'schen Gesetz der induzierte Strom der Bewegung entgegen. Der Rotorstrom sucht also die relative Verschiebung zwischen Magnetfeld und Rotordraht zu verhindern, d. h. er läuft in Richtung der Drehung des Feldes mit. Um das noch deutlicher zu machen, schwimmen wir nach der Ampere'schen Regel bei  $A$  von vorne nach

hinten und sehen nach dem Nordpol, so wird eine Kraft ausgeübt, die den Nordpol nach unserer linken Hand zu treiben sucht. Durch diese Kraft, die durch den punktierten Pfeil angedeutet ist, sind das Magnetfeld und der Rotor gleichsam miteinander gekuppelt. Es ist, als ob das rotierende Polrad gegen einen Anschlag des Rotors stößt, den wir uns an Stelle des punktierten Pfeiles denken können, und durch den der Rotor mitgenommen wird. Noch besser werden wir Fig. 235 b zum Vergleich heranziehen, wo das unmagnetische Eisengestell den Rotor vermittelt eines Riemens mitnimmt.

Wäre der Rotor völlig unbelastet, liefe er also auch ohne Reibung in den Lagern, so würde er bei zweipoliger Wickelung mit einer Tourenzahl pro Sekunde umlaufen, die gleich der Tourenzahl des primären Feldes ist. Dann finden überhaupt keine Kraftlinienschnitte im Rotor statt; die im Rotor induzierte elektromotorische Kraft und der Rotorstrom sind also gleich Null. Ist der Rotor dagegen belastet, so ist zur Hervorbringung des erforderlichen Drehmomentes ein bestimmter Rotorstrom nötig. Infolgedessen bleibt der Rotor in seiner Tourenzahl etwas hinter der Tourenzahl des Feldes zurück, d. h. es tritt eine Schlüpfung auf. Diese Differenz der Tourenzahlen ermöglicht ein Schneiden von Kraftlinien durch die Rotordrähte, so daß in ihnen eine elektromotorische Kraft und der für das Drehmoment nötige Rotorstrom induziert wird. Unter normalen Verhältnissen genügt eine ganz geringe elektromotorische Kraft, um in dem kleinen Kupferwiderstand des Rotors den genügenden Strom zu erzeugen. Deshalb ist die Differenz der Touren oder die Schlüpfung unter normalen Verhältnissen sehr klein, sie beträgt oft nur 1—2<sup>0</sup>/<sub>0</sub>.

Jetzt wird es auch deutlich, warum wir den Vergleich mit dem Riemen (Fig. 235 b) dem Vergleich mit dem Anschlag vorzogen. Bei der Übertragung durch den Riemen ist nämlich infolge des Riemengleitens die Tourenzahl des mitgenommenen Eisenzylinders ebenfalls geringer als die des rotierenden Eisengestelles. Diesen Tourenverlust durch das Riemengleiten können wir also sehr gut mit der Schlüpfung des Rotors vergleichen.

Wenn nun nach dem Obigen die Tourenzahl des Rotors bei normalen Verhältnissen annähernd gleich der Tourenzahl des primären Feldes ist, so folgt, daß zweipolige Wickelungen bei der üblichen Periodenzahl nicht anwendbar sind. Im Interesse eines ruhigen Brennens der Lampen arbeitet man nämlich mit 50 Perioden pro Sekunde. Bei zweipoliger Wickelung des Stators würde also das Feld 50 mal in der Sekunde oder 3000 mal in der Minute rotieren und die Tourenzahl des Rotors wäre annähernd dieselbe.

Man vermeidet diese hohen Tourenzahlen durch Anwendung mehrpoliger Wickelungen. Wir schieben zu diesem Zwecke die bei zweipoliger Wickelung auf dem ganzen Umfang liegenden Spulen so zusammen, daß sie nur auf dem halben Umfang liegen, und denken uns die Spulen der anderen Hälfte entsprechend dahintergeschaltet. In Fig. 236 a sind z. B.

die nach dem Prinzip der Trommelwicklung geschalteten Spulen 1 und 1' eines dreiphasigen Motors nicht, wie früher, diametral einander gegenüber angeordnet, sondern nur um  $90^\circ$  gegeneinander verschoben. Die zu derselben Phase gehörigen Spulen 2 2' sind dann in entsprechender Weise dahinter geschaltet. Der Deutlichkeit wegen ist dabei in Fig. 236 a nur eine einzige Phase gezeichnet. Die Stromrichtung in den anderen Phasen ergibt sich aber leicht, wenn man bedenkt, daß in dem einen extremen Zeitpunkt die Spulenseite mit dem maximalen Strom rechts und links von zwei anderen Spulenseiten eingeschlossen ist, die einen gleichgerichteten Strom von der halben Stärke führen. Nehmen wir nun an, daß der maximale Strom in Fig. 236 a gerade in die Spule 1 hineinfließt, so ergeben sich auf Grund der Ampere'schen Schwimmerregel die punktiert gezeichneten Kraftlinien und die Lage der 4 Pole.

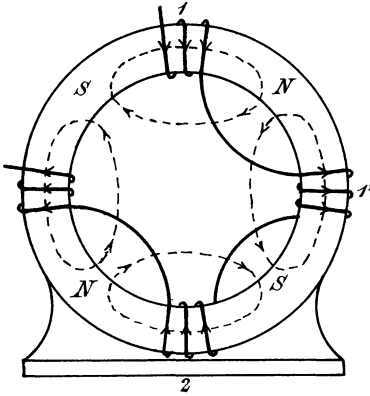


Fig. 236 a.

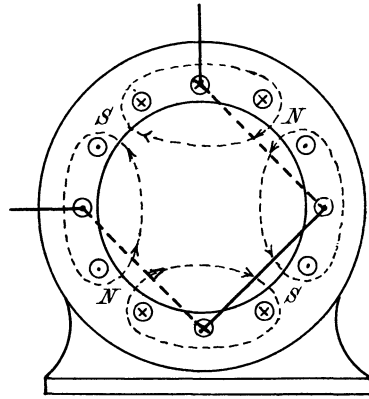


Fig. 236 b.

Während einer Periode wird das Feld jetzt nur eine halbe Umdrehung machen. Ist allgemein  $p$  die Anzahl der Polpaare und  $\sim_1$  die Periodenzahl des primären Stromes, so ergibt sich die Umdrehungszahl des Feldes pro Sekunde zu

$$\frac{n_1}{60} = \frac{\sim_1}{p}.$$

Ist nun  $\frac{n}{60}$  die Umdrehungszahl des Rotors, so ist die Differenz der Tourenzahlen gleich  $\frac{n_1 - n}{60}$ . Es ist, als wenn der Rotor mit dieser Tourenzahl die Kraftlinien eines feststehenden Feldes schneidet. Die Periodenzahl der Schlüpfung, die dieser Tourenzahl entspricht, ergibt sich dann bei  $p$  Polpaaren zu

$$\sim = \frac{n_1 - n}{60} \cdot p. \quad (167)$$

In Fig. 236 b ist nun noch eine vierpolige Trommelwicklung gezeichnet, wobei wiederum die Wickelung nur für eine Phase durchgeführt ist. Bei den anderen Phasen sind nur Schaft und Spitze der Stropfpeile in die Löcher hineingezeichnet, unter der Annahme, daß der Strom in der vollständig gezeichneten Phase ein Maximum und in den beiden anderen Phasen halb so stark ist. Für die praktische Ausführung ist die Trommelwicklung ungleich wichtiger, wiewohl die Entstehung des Drehfeldes besser an der Ringwicklung zu erklären ist.

Was nun die Drehungsrichtung des Rotors betrifft, so ist dieselbe durch die Drehungsrichtung des rotierenden Feldes gegeben. Sie wird umgekehrt, wenn man zwei Hauptleitungen miteinander vertauscht.

In dieser Beziehung unterscheidet sich der Drehstrommotor von dem asynchronen Einphasenmotor. Wir können uns den letzteren aus dem Drehstrommotor entstanden denken, indem wir eine Zuleitung des in Sternschaltung angeordneten Stators unterbrechen. Erteilt man dem Kurzschlussanker eines solchen Motors eine kleine Geschwindigkeit, gleichgültig in welcher Richtung, eventuell, indem man den Motor mit einer Hilfswickelung als Drehstrommotor anlaufen läßt, so arbeitet sich die Tourenzahl fast bis auf den Betrag in die Höhe, der durch die primäre Periodenzahl gegeben ist. Die Drehungsrichtung ist dabei nur durch die anfänglich mitgeteilte Drehungsrichtung gegeben, sie bleibt also dieselbe, wenn man die beiden Hauptleitungen vertauscht. Das Zustandekommen des Drehmomentes dabei läßt sich durch Zerlegung des schwingenden Feldes in zwei entgegengesetzt rotierende Felder erklären, doch bleiben auch dabei erhebliche Schwierigkeiten für das Verständnis bestehen.

---

## Siebzehntes Kapitel.

118. Die verteilten Wickelungen und die in ihnen induzierten elektromotorischen Kräfte. — 119. Die Kraftlinienzahl des Drehstrommotors. — 120. Berücksichtigung des Eisenwiderstandes. — 121. Das Drehmoment des Drehstrommotors. — 122. Berechnung der Schlüpfung.

### 118. Die verteilten Wickelungen und die in ihnen induzierten elektromotorischen Kräfte.

Wir haben bisher der Deutlichkeit wegen eine Spulenseite in einem einzigen Loch untergebracht oder die Breite der Spulenseite sehr klein angenommen, so daß zwischen den Spulenseiten verschiedener Phasen ein erheblicher Raum frei blieb. In Wirklichkeit liegen nun aber die Drähte einer Spulenseite in mehreren Löchern längs des Umfangs verteilt. Es geschieht das, um ein möglichst gleichmäßiges Feld zu erzeugen, welches keine plötzlichen Änderungen in der Feldstärke besitzt, und um andererseits die Anzahl der Ampere-drähte in einem Loch möglichst klein zu machen. Der Einfluß des letzteren Umstandes auf die Selbstinduktion oder Streuung wird später im Abschnitt 131 besprochen werden. Man wählt gewöhnlich 2—5 Löcher pro Spulenseite im Stator und 3—7 Löcher pro Spulenseite im Rotor. Die Anzahl der Löcher im Stator muß von der Lochzahl des Rotors verschieden sein, da sich sonst der Drehstrommotor leicht wie ein ruhender Transformator verhält und nicht anzieht.

In Fig. 237 ist nun eine vierpolige verteilte Spulenwicklung gezeichnet, wobei die einzelnen Phasen durch Ausziehen, Stricheln und Strichpunktieren der Stirnverbindungen unterschieden sind. Es ist dabei angenommen worden, daß der Strom in der ausgezogenen Phase gerade den maximalen Wert hat, während er in den beiden anderen Phasen halb so stark ist. Das ist in Fig. 237 durch stärkere oder schwächere Zeichnung von Schaft und Spitze der Strompfeile angedeutet. Die Amperé'sche Schwimmerregel ergibt jetzt die Lage der beiden Nord- und Südpole. Die Polmitte, die durch  $N$  und  $S$  bezeichnet ist, liegt dort, wo zwei entgegengesetzt durchflossene Spulenseiten aneinander grenzen. Die neutrale Zone liegt jedesmal in der Mitte einer gleichmäßig durchflossenen Gruppe von Drähten.

Zur Berechnung der induzierten elektromotorischen Kraft machen wir die Annahme, daß das rotierende Feld räumlich nach dem Sinusgesetz variiert. Ferner mögen so viele Löcher pro Spulenseite vorhanden sein, daß die Wickelung gleichwertig ist mit einer glatten Wickelung. Ist dann

$N_0$  die den Stator schneidende Kraftlinienzahl pro Pol,<sup>1)</sup>

$z_1'$  die Drahtzahl des Stators pro Phase,

$\sim_1$  die Periodenzahl des Statorstromes,

so ergibt sich nach Gleichung (145) die elektromotorische Kraft im Stator bei unserer Wickelung, deren Spulenseiten eine Breite von  $1/3$  der Teilung besitzen:

$$E_1 = 2,12 N_0 \sim_1 z_1' \cdot 10^{-8}.$$

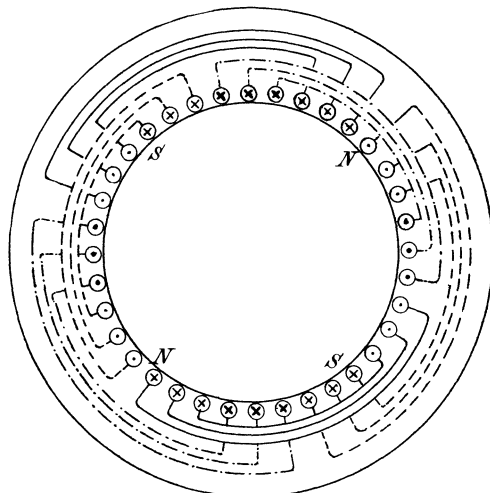


Fig. 237.

Nun ist wegen der Streuung die den Rotor schneidende Kraftlinienzahl  $N$  eine andere als die den Stator schneidende Kraftlinienzahl.<sup>2)</sup> Ebenso ist die Periodenzahl, mit der die Rotordrähte geschnitten werden, nicht gleich der primären Periodenzahl  $\sim_1$ , sondern gleich der Schlüpfung  $\sim$ . Dann ergibt sich für den Rotor bei verteilter Spulenkwicklung:

$$E_2 = 2,12 N \sim z_2' \cdot 10^{-8},$$

wo  $z_2'$  die Drahtzahl des Rotors pro Phase bedeutet.

<sup>1)</sup> Mit  $N_0$  bezeichnen wir die gesamte Kraftlinienzahl im Stator. Sie ergibt sich aus den vom Stator auf den Rotor und vom Rotor auf den Stator übertragenen Kraftlinien, sowie aus den Streulinien des Stators.

<sup>2)</sup> Mit  $N$  bezeichnen wir die gesamte Kraftlinienzahl im Rotor. Sie ergibt sich aus den vom Rotor auf den Stator und vom Stator auf den Rotor übertragenen Kraftlinien, sowie aus den Streulinien des Rotors.



Bei der bisher besprochenen Spulenwicklung war die Breite der Spulenseite gleich  $1/3$  der Teilung. Dabei wird die vor einem Polpaar liegende Spule einer Phase durch Hin- und Zurückschreiten fertig gewickelt, und dann werden die entsprechend vor den anderen Polen liegenden Spulen derselben Phase dahinter geschaltet.

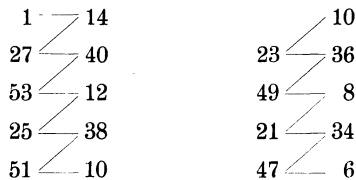
Für den Stator und Rotor kommt nun außerdem die schleichende Stabwicklung in Betracht. Bei dieser Wicklung schreitet man nach Art der Gleichstromserienwicklung fortlaufend vorwärts und kommt nach einem Umgang fast an den Ausgangspunkt zurück. Wenn man dann weiter vorwärts wickelt, so legen sich bei den wiederholten Umgängen die Drähte einer Spulenseite aneinander. Bezeichnet  $z_2$  die gesamte Drahtzahl, so ergibt sich der Wicklungsschritt nach der Regel:

$$y = \frac{z_2 \pm 2}{2p}.$$

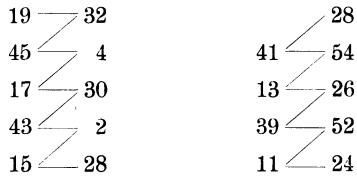
$y$  muß dabei eine ungerade Zahl sein und  $z_2$  muß durch 3, d. h. durch die Anzahl der Phasen teilbar sein. Das Prinzip dieser Wicklung wird nur bei ziemlich großer Drahtzahl deutlich, da eine geringe Unsymmetrie in der Wicklung, die nicht zu vermeiden ist, sonst das Verständnis hindert. Wir wählen also  $z_2 = 54$ . Dann ergibt sich bei vierpoliger Wicklung ( $p = 2$ ):

$$y = \frac{54 \pm 2}{4} = 14 \text{ oder } 13.$$

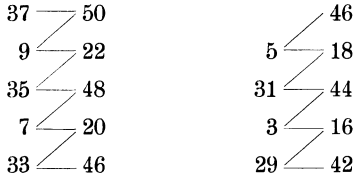
Davon ist nur  $y = 13$  brauchbar, da die Wicklung sonst keine einfach geschlossene ist. Fig. 238 zeigt diese Wicklung mit Sternschaltung. Pro Phase haben wir 18 Drähte. Die erste Phase führe den maximalen Strom, und zwar fließe derselbe in dem Sinne, wie wir wickeln, d. h. vom Nullpunkt aus nach 1, dann längs der Mantelfläche nach hinten und auf der hinteren Stirnfläche nach  $1 + 13 = 14$  etc., nach dem Schema:



Der Deutlichkeit wegen sind die Löcher auf dem Umfang in zwei Lagen übereinander angebracht, während sie in Wirklichkeit natürlich in einer Reihe liegen. Die Spulenseiten der ersten Phase sind stark umrahmt. Die Umrahmung der zweiten Phase ist schwach ausgezogen, und diejenige der dritten Phase ist gestrichelt. Da die Summe zweier Ströme in jedem Augenblicke gleich dem dritten ist, so fließt der Strom aus diesen beiden Phasen auf den Nullpunkt zu. Die Stromrichtung ist also der jetzt folgenden, vom Nullpunkt ausgehenden Wicklungsrichtung entgegengesetzt. Das Schema der Wicklung der zweiten Phase ergibt sich zu



Ebenso ergibt sich das Schema der dritten Phasenwicklung zu



Die Umrahmung der zu einer Spulenseite gehörenden Drähte macht es deutlich, dafs die einzelnen Spulenseiten verschiedener Phasen sich teil-

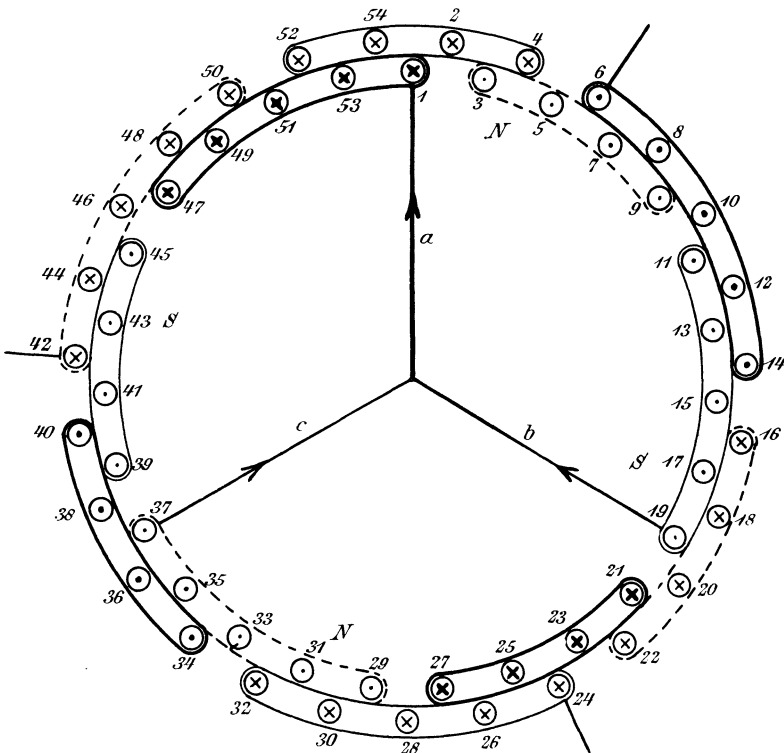


Fig. 238.

weise überdecken oder überlappen. Dabei ist die Breite der Spulenseite gleich  $\frac{2}{3}$  der Teilung. Bei grosser Lochzahl pro Spulenseite und sinus-

förmigem Feld ergeben sich also die im Stator bzw. im Rotor induzierten elektromotorischen Kräfte bei schleichender Stabwicklung nach Gleichung (146) zu

$$E_1 = 1,84 \cdot N_0 \sim_1 z_1' \cdot 10^{-8}.$$

$$E_2 = 1,84 \cdot N \sim z_2' \cdot 10^{-8}.$$

Für den Rotor kommt endlich noch die Einzelschleifen oder die Käfigwicklung in Betracht. Bei sinusförmigem Feld ergibt sich die in einem Draht induzierte elektromotorische Kraft nach Gleichung (142) zu

$$2,22 \cdot N \sim \cdot 1 \cdot 10^{-8}.$$

Wir können aber, wo es sich um den in Joule'sche Wärme umgesetzten Effekt handelt, den dritten Teil der Drähte hintereinander geschaltet denken, wenn wir gleichzeitig als Widerstand den Widerstand der hintereinander gedachten Drähte einführen. In diesem Falle ergibt sich „pro Phase“ des Rotors die elektromotorische Kraft zu

$$E_2 = 2,22 \cdot N \sim z_2' \cdot 10^{-8}.$$

Allgemein ergibt sich also:

$$E = k \cdot N \sim z' \cdot 10^{-8}.$$

In dieser Gleichung ist

$$\begin{aligned} k &= 2,12 \text{ bei Spulenwicklung,} \\ &1,84 \text{ „ schleichender Wickelung,} \\ &2,22 \text{ „ Käfigwicklung.} \end{aligned}$$

### 119. Die Kraftlinienzahl des Drehstrommotors.

Wir haben in diesem Abschnitt den Nachweis zu liefern, daß das Kraftlinienfeld des Drehstrommotors räumlich annähernd sinusförmigen Verlauf hat, und haben die von den Stator- und Rotorströmen erzeugten Kraftlinien für die verschiedenen Wickelungsarten zu berechnen. Zu dem Zwecke ist in Fig. 239 eine verteilte Spulenwicklung mit vielen Löchern pro Spulenseite gezeichnet. Dabei ist der Statorumfang der Deutlichkeit wegen in eine Gerade gestreckt und die einzelnen Spulenseiten ein wenig voneinander getrennt gezeichnet. Der Strom hat in der einen Spulenseite gerade seinen maximalen Wert, er ist also in den beiden benachbarten Spulenseiten halb so stark. Das ist in der Figur dadurch angedeutet, daß Schaft und Spitze der Strompfeile in den einzelnen Phasen verschieden stark gezeichnet sind. Wir finden nun, daß der Punkt  $D$  die Polmitte eines Nordpols ist, während an den Punkten  $A$  und  $G$  der Nordpol in den Südpol übergeht. Von  $D$  an fällt also die Feldstärke entsprechend der an den einzelnen Stellen des Umfangs wirksamen Erregung

nach beiden Seiten hin ab. Das ist durch die verschiedene Länge der in die Kraftlinien gezeichneten Pfeile angedeutet.

Um nun an den verschiedenen Punkten des Umfangs die dort wirksame Erregung zu finden, beachten wir, daß eine Kraftlinie durch die Amperedrähte erzeugt wird, die von der betreffenden Kraftlinie umschlossen werden. Daraus ergibt sich, wenn  $q'$  die Drahtzahl pro Spulenseite, d. h. die Drahtzahl pro Pol und pro Phase bedeutet:

bei  $A$  die Erregung Null,

„  $B$  „ „  $q' \cdot i_{max}$ ,

„  $D$  „ „  $\frac{q' \cdot i_{max}}{2} + q' \cdot i_{max} + \frac{q' \cdot i_{max}}{2} = 2 \cdot q' \cdot i_{max}$ .

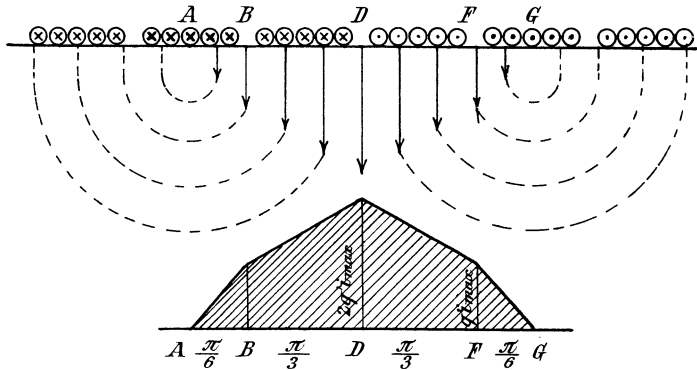


Fig. 239.

Wir tragen nun den Umfang oder bequemer den Bogen als Abszisse auf, wobei der Bogen einer ganzen Polteilung natürlich wieder gleich  $\pi$  ist. Wenn wir dann die Erregungen, die an den einzelnen Stellen des Umfangs wirksam sind, als Ordinaten auftragen, so erhalten wir die im unteren Teil der Figur gezeichnete Kurve. Zwischen  $A$  und  $B$  und zwischen  $B$  und  $D$  ist die Zunahme der Erregung der Zunahme des Umfangs proportional. Die mittlere Erregung erhalten wir, wenn wir die schraffierte Fläche berechnen und durch die Basis  $\pi$  dividieren. Wir erhalten dann mit Hilfe der in Fig. 239 eingeschriebenen Bezeichnungen

$$X_{mittel} = \frac{1}{\pi} \cdot \left( \frac{\pi}{6} \cdot q' \cdot i_{max} + 3 \frac{\pi}{3} \cdot q' \cdot i_{max} \right) = 1,166 \cdot q' \cdot i_{max}.$$

Da die Kraftliniendichte an den einzelnen Punkten des Umfangs den dort wirksamen Erregungen proportional ist, so hat die Kurve der Feldstärke denselben Verlauf wie die Kurve der Erregungen, sie ist also fast eine Sinuskurve.

Wir betrachten nun den anderen extremen Zeitpunkt, wo die Stromstärke in der einen Phase gleich Null ist, während sie in den beiden anderen Phasen gleich  $i_{max} \cdot \sin 60^\circ = 0,866 \cdot i_{max}$  ist (Fig. 240). Jetzt

bilden die Drähte zwischen  $D$  und  $H$  eine gemeinsame Spulenseite von der Amperewindungszahl  $2 \cdot q' \cdot 0,866 \cdot i_{max} = 1,73 \cdot q' \cdot i_{max}$ . Diese Erregung ist gleichmäßig zwischen  $B$  und  $D$  wirksam. Das ist durch die gleichmäßige Länge der Kraftlinienpfeile zwischen  $B$  und  $D$  angedeutet, während die wirksame Erregung nach links und rechts hin proportional dem Umfang schwächer wird. Wenn wir nun wieder die an den einzelnen Punkten des Umfanges wirksame Erregung als Ordinate auftragen, so erhalten wir die Kurve im unteren Teil der Fig. 240. Berechnen wir die schraffierte Fläche und dividieren dieselbe durch die Basis, so erhalten wir eine mittlere Erregung

$$X_{mittel} = \frac{1}{\pi} \cdot 2 \cdot \frac{\pi}{3} \cdot 1,73 \cdot q' \cdot i_{max} = 1,155 \cdot q' \cdot i_{max}.$$

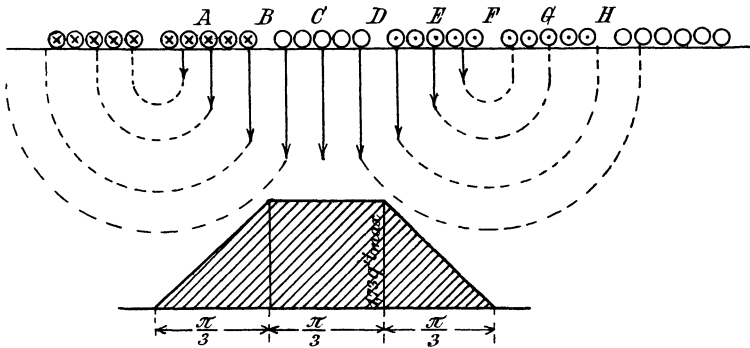


Fig. 240.

Das ist fast genau derselbe Wert, den wir oben in dem ersten extremen Zeitpunkt fanden; die mittlere Erregung und die mittlere Kraftliniendichte ist also annähernd konstant. Nehmen wir das Mittel aus den beiden gefundenen Werten, so erhalten wir:

$$X_{mittel} = \frac{1,167 + 1,155}{2} \cdot q' \cdot i_{max} = 1,16 \cdot q' \cdot i_{max}.$$

Wenn nun der magnetische Widerstand nur aus dem doppelten Luftabstand zwischen Rotor und Stator besteht, so ergibt sich nach Gleichung (48) die mittlere Feldstärke in der Luft zu

$$B_{mittel} = \frac{0,4 \pi \cdot 1,16 \cdot q' \cdot i_{max}}{l} = \frac{1,46 \cdot q' \cdot i_{max}}{l}.$$

Die gesamte vom Stator auf den Rotor übertragene Kraftlinienzahl  $N_1$  erhalten wir, wenn wir in diese Gleichung für  $i_{max}$  den Wert  $i_1 \sqrt{2}$  setzen und die rechte Seite der Gleichung mit der Polfläche  $Q_l$  multiplizieren. Das ergibt:

$$N_1 = 1,46 \cdot q' \cdot i_1 \sqrt{2} \cdot \frac{Q_l}{l} = 2,06 \cdot q' \cdot i_1 \cdot \frac{Q_l}{l}. \quad (168)$$

Ebenso ergibt sich die vom Rotor erzeugte Kraftlinienzahl  $N_2$ , wenn  $q'$  die Drahtzahl pro Pol und pro Phase beim Rotor und  $i_2$  den Effektivwert des Rotorstromes bedeutet, zu

$$N_2 = 2,06 \cdot q' \cdot i_2 \cdot \frac{Q_l}{h}. \quad (169)$$

Wenn wir nun oben fanden, daß die Kraftlinienzahlen in den beiden extremen Zeitpunkten fast genau konstant sind, so können wir auch annehmen, daß sie in den dazwischen liegenden Zeitpunkten dieselben sind. Wir haben es also beim Dreiphasenmotor mit einem rotierenden Feld zu tun, dessen Maximalwert nur im Verhältnis 2:1,73 variiert, und dessen Gesamtkraftlinienzahl konstant ist. Darin liegt einer der Hauptvorteile des Dreiphasenmotors gegenüber dem Zweiphasenmotor. Bei dem letzteren sind die Schwankungen des Feldes nach Abschnitt 112 viel bedeutender,

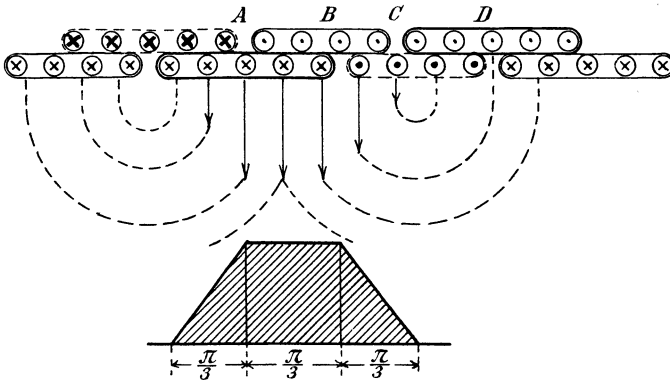


Fig. 241.

weil in den dort betrachteten beiden extremen Zeitpunkten die wirksame Erregung gleich  $q' \cdot i_{max}$  und  $2 \cdot q' \cdot i_{max} \cdot \sin 45^\circ$  war. Sie schwankt also im Verhältnis 1:1,41.

In ähnlicher Weise wie bei der Dreiphasenspulenwicklung ergibt sich die Kraftlinienzahl bei der schleichenden Stabwicklung. In Fig. 241 ist eine solche schleichende Stabwicklung noch einmal gezeichnet, und zwar ist der Strom in der einen Phase gerade ein Maximum, während er in den beiden anderen Phasen gleich  $\frac{1}{2} \cdot i_{max}$  ist. Wie man sieht, heben sich die magnetischen Wirkungen der Stromleiter zwischen A und B auf. Wir haben dort also eine gleichmäßige Feldstärke, die von den Ampere-drähten zwischen B und D geschaffen wird. Die Zahl dieser Ampere-drähte ist  $q' \cdot i_{max} + 2 \cdot \frac{q'}{2} \cdot \frac{i_{max}}{2} = 1,5 \cdot q' \cdot i_{max}$ . Wenn wir wieder eine große Drahtzahl pro Spulenseite, also eine fast glatte Wicklung voraussetzen, so nimmt die wirksame Amperewindungszahl von B an proportional dem Umfang bis auf den Wert Null ab. Dieser Wert wird etwas rechts

vom Punkte  $C$  erreicht, wenn der Nordpol in den Südpol übergeht. Wir tragen nun wieder die wirksamen Amperewindungen als Ordinaten auf und erhalten so die im unteren Teil der Fig. 241 gezeichnete Kurve.

Dieselbe Konstruktion führen wir nun auch für den zweiten Grenzfall aus, in welchem der Strom der einen Phase gleich Null ist (Fig. 242). Die Drähte zwischen  $A$  und  $D$  bilden jetzt eine gemeinsame Spulenseite, in deren Mitte die Feldstärke gleich Null ist. Von da aus nimmt sie nach beiden Seiten proportional dem Ankerumfang zu. Bei  $B$  entspricht sie den zwischen  $B$  und  $C$  liegenden Amperedrähten, deren Betrag  $2 \cdot \frac{q'}{2} \cdot i_{max} \cdot \sin 60^\circ = 0,866 \cdot q' \cdot i_{max}$  ist. Von  $B$  bis  $A$  nimmt die Feldstärke dann ebenfalls noch zu, aber langsamer. Sie entspricht schließlich bei  $A$  allen Amperedrähten, die zwischen  $A$  und  $D$  liegen, also dem Betrage  $2 \cdot q' \cdot i_{max} \cdot \sin 60^\circ = 1,73 \cdot q' \cdot i_{max}$ .

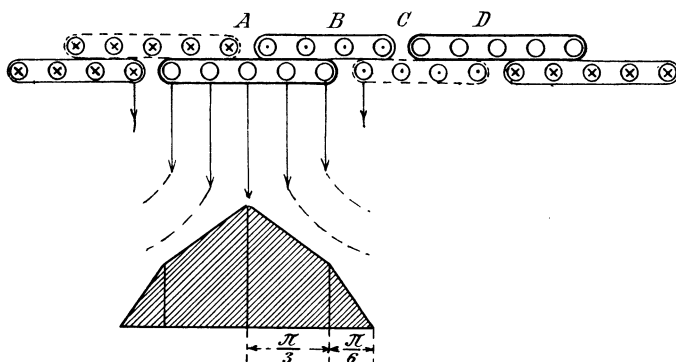


Fig. 242.

Wir vergleichen jetzt die Flächen in Fig. 241 u. 242 mit den Flächen in Fig. 239 u. 240 und finden, daß die beiden Flächen in den beiden extremen Zeitpunkten ihre Rolle gewechselt haben, aber daß sonst die Form der Kurven die gleiche geblieben ist. Dagegen sind die Ordinaten in Fig. 242 im Verhältnis  $1,73 : 2$  kleiner als in Fig. 239 und die Ordinaten in Fig. 241 im Verhältnis  $1,5 : 1,73$  kleiner als in Fig. 240. Dieses Verhältnis ist in beiden Fällen das gleiche, nämlich  $0,866 : 1$ . Demnach ist auch die Kraftlinienzahl bei schleichender Stabwicklung in demselben Verhältnis kleiner geworden als bei Spulenumwicklung, und wir erhalten aus Gleichung (168):

$$N_1 = 0,866 \cdot 2,06 \cdot q' \cdot i_1 \cdot \frac{Q_t}{l} = 1,784 \cdot q' \cdot i_1 \cdot \frac{Q_t}{l}. \quad (170)$$

Dieselbe Gleichung gilt natürlich auch mit Änderung der Indices für die schleichende Stabwicklung des Rotors.

Wir gehen jetzt dazu über, die von der Käfigwicklung des Rotors erzeugte und auf den Stator übertragene Kraftlinienzahl zu bestimmen. Die obere Kurve in Fig. 243 stellt das den Rotor schneidende Feld dar,

das längs des Umfanges nach dem Sinusgesetz variiert. Die in den einzelnen Rotordrähften induzierte elektromotorische Kraft und der Rotorstrom  $i_2$  sind dann ebenfalls eine Sinusfunktion des Ortes. Das ist in Fig. 243 durch entsprechend starke Zeichnung von Schaft und Spitze der Strompfeile in den Rotordrähften angedeutet.

Die vom Rotor ausgeübte wirksame Erregung ist nun im Punkte  $B$  gleich Null und nimmt nach links und rechts hin bis zu einem Maximum zu, das bei  $A$  und  $C$  erreicht wird. Um das Gesetz zu finden, nach dem sich die wirksame Erregung längs des Umfanges ändert, berechnen wir die zwischen  $D$  und  $E$  liegenden Ampere-drähfte, wobei die Punkte  $D$  und  $E$  je um den Bogen  $\gamma$

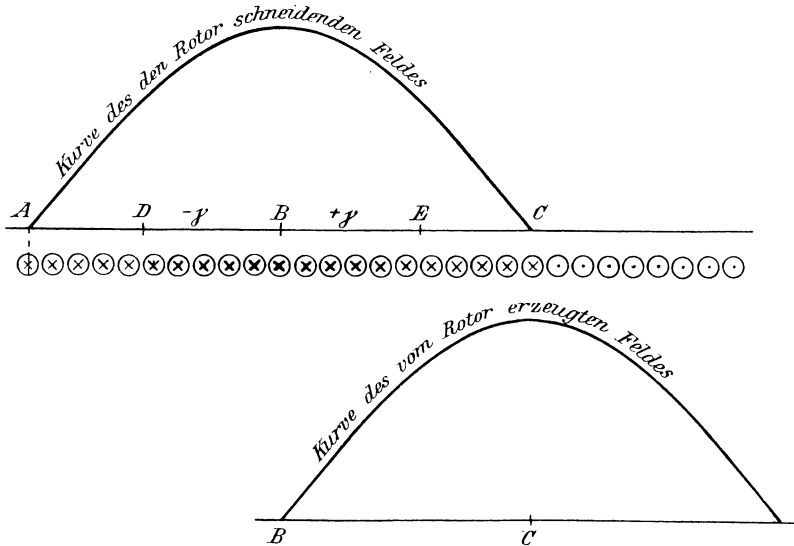


Fig. 243.

von der Mitte  $B$  abstehen mögen. Auf den Bogen  $2\gamma$  zwischen  $D$  und  $E$  kommt dann eine Drahtzahl  $\frac{2\gamma}{\pi} \cdot \frac{z_2}{2p} = \frac{\gamma \cdot z_2}{\pi \cdot p}$ , wo  $z_2$  die Gesamtzahl der Rotordrähfte ist. Diese Drahtzahl haben wir mit der mittleren Stromstärke zwischen  $D$  und  $E$  zu multiplizieren. Nun ist die Stromstärke an einem beliebigen Punkte, der um den Bogen  $\alpha$  von  $B$  entfernt ist, gleich  $i_{2max} \cdot \sin(90^\circ - \alpha) = i_{2max} \cdot \cos \alpha$ . Demnach erhalten wir die mittlere Stromstärke zwischen  $D$  und  $E$  zu

$$\frac{1}{2\gamma} \int_{-\gamma}^{+\gamma} i_{2max} \cdot \cos \alpha \cdot d\alpha = i_{2max} \cdot \frac{\sin \gamma}{\gamma}.$$

Das Produkt aus dieser mittleren Stromstärke und der Drahtzahl zwischen  $D$  und  $E$  liefert uns dann die gesuchte Zahl der Ampere-drähfte, die an den Punkten  $D$  und  $E$  wirksam sind. Wir erhalten dieselben zu



$$X = i_{2max} \cdot \frac{\sin \gamma}{\gamma} \cdot \frac{\gamma \cdot z_2}{\pi \cdot p} = \frac{z_2 \cdot i_{2max} \cdot \sin \gamma}{\pi \cdot p}$$

Die Zahl der wirksamen Amperedrähte ändert sich also längs des Umfanges mit dem Sinus des Winkels  $\gamma$ . Die Kurve der wirksamen Erregung und die Kurve der vom Rotor erzeugten Feldstärke, wie sie im unteren Teil der Figur gezeichnet ist, sind also Sinuslinien. Aus der obigen Gleichung für  $X$  ergibt sich dann der Maximalwert der vom Rotor ausgeübten Erregung zu

$$X_{max} = \frac{z_2 \cdot i_{2max}}{\pi \cdot p}$$

Der Mittelwert ist  $7/11$  oder  $2/\pi$  des Maximalwertes, also:

$$X_{mittel} = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{z_2 \cdot i_{2max}}{\pi \cdot p}$$

In dieser Gleichung setzen wir, um den Vergleich mit der Spulenumwicklung und der schleichenden Wicklung durchführen zu können:

$$z_2 = 3 \cdot 2 p \cdot q'$$

und erhalten:

$$X_{mittel} = \frac{12 \cdot q' \cdot i_{2max}}{\pi^2}$$

Die mittlere Feldstärke im Luftzwischenraum wird dann:

$$B_{mittel} = \frac{0,4 \pi \cdot 12 \cdot q' \cdot i_{2max}}{l \cdot \pi^2} = \frac{1,53 \cdot q' \cdot i_{2max}}{l}$$

Die gesamte vom Rotor auf den Stator übertragene Kraftlinienzahl erhalten wir nun, wenn wir mit der Polfläche  $Q_l$  multiplizieren und  $i_{2max} = \sqrt{2} \cdot i_2$  setzen:

$$N_2 = \frac{1,53 \cdot q' \cdot i_2 \cdot \sqrt{2} \cdot Q_l}{l} = 2,16 q' \cdot i_2 \cdot \frac{Q_l}{l} \tag{171}$$

Allgemein ergibt sich die vom Rotor auf den Stator übertragene Kraftlinienzahl zu

$$N_2 = c \cdot q' \cdot i_2 \cdot \frac{Q_l}{l}$$

Es ist nun von Wichtigkeit, daß die Koeffizienten  $c$  bei den drei betrachteten Wicklungen den entsprechenden Koeffizienten  $k$  fast mathematisch genau proportional sind. Es ergibt sich nämlich:

	$k$	$c$	$k/c$
Für Käfiganker . . . . .	2,22	2,16	1,025
„ Dreiphasenspulen . . . . .	2,12	2,06	1,025
„ Dreiphasen, schleichend . . . . .	1,84	1,784	1,025

Dabei haben wir die übertragenen Kraftlinienzahlen  $N_2$  ins Auge gefasst, weil die Käfigwicklung nur beim Rotor anwendbar ist. Im übrigen gelten die Werte der Tabelle auch für den Stator. Es ergibt sich also das Resultat, daß die von zwei verschiedenen Wicklungen unter sonst gleichen Umständen geschaffenen und übertragenen Kraftlinienzahlen sich verhalten wie die für die betreffenden Wicklungen geltenden Koeffizienten  $k$  in der allgemeinen Formel:

$$E = k \cdot N \sim z' \cdot 10^{-8}.$$

## 120. Berücksichtigung des Eisenwiderstandes.

Ein 150 PS Motor der Firma Örlikon diene uns dazu, die bisher abgeleiteten Formeln zu kontrollieren. Die dazu nötigen Daten (vgl. Fig. 244) sind folgende:<sup>1)</sup>

Klemmspannung verkettet . . . . .	= 3300 Volt
Primäre Periodenzahl . . . . .	$\sim_1 = 50$
Zahl der Polpaare . . . . .	$p = 6$
Ankerlänge (axial) . . . . .	$b = 32,5$ cm
Ankerdurchmesser . . . . .	$D = 90$ „
Doppelter Luftabstand . . . . .	$l_l = 0,15$ „
Drahtzahl des Stators . . . . .	$z_1 = 2016$
Länge eines Stator- und Rotorzahnes zusammen . . . . .	= 6 „
Verhältnis der Zahnteilung zur Zahnbreite . . . . .	= 2,5.

Daraus ergeben sich nun zunächst folgende Werte:

$$\begin{aligned} \text{Spannung pro Phase . . . . .} & e_1 = \frac{3300}{\sqrt{3}} = 1910 \text{ Volt} \\ \text{Drahtzahl pro Phase . . . . .} & z_1' = \frac{z_1}{3} = 672 \\ \text{Drahtzahl pro Pol und pro Phase . . . . .} & q' = \frac{z_1}{3 \cdot 2p} = 56. \end{aligned}$$

Es sei nun

$N_0$  das gesamte vom Stator erzeugte Feld bei Leerlauf,  
 $N_1$  das dabei auf den Rotor übertragene Feld.

Da die Phasenspannung  $e_1$  nahezu gleich und entgegengesetzt der induzierten elektromotorischen Kraft  $E_1$  ist, so ergibt sich nach Gleichung (145):

$$e_1 = E_1 = 2,12 \cdot N_0 \sim_1 \cdot z_1' \cdot 10^{-8}.$$

Demnach

$$N_0 = \frac{e_1 \cdot 10^8}{2,12 \cdot \sim_1 \cdot z_1'} = \frac{1910 \cdot 10^8}{2,12 \cdot 50 \cdot 672} = 2,69 \cdot 10^6.$$

<sup>1)</sup> Die Angaben sind aus Arnolds Konstruktionstabellen für den Dynamomaschinenbau entnommen.

Nehmen wir an, daß 2% davon durch Streuung verloren gehen, so werden 98% auf den Rotor übertragen, und wir erhalten die auf den Rotor übertragene Kraftlinienzahl  $N_1$  zu

$$N_1 = 0,98 \cdot N_0 = 2,64 \cdot 10^6.$$

Wollte man nun den Eisenwiderstand der Zähne vernachlässigen, so würde man, indem man bei Leerlauf für  $i_1$  den Wert  $i_0$  einführt, nach Gleichung (168) erhalten:

$$N_1 = 2,06 \cdot q' \cdot i_0 \cdot \frac{Q_l}{l}.$$

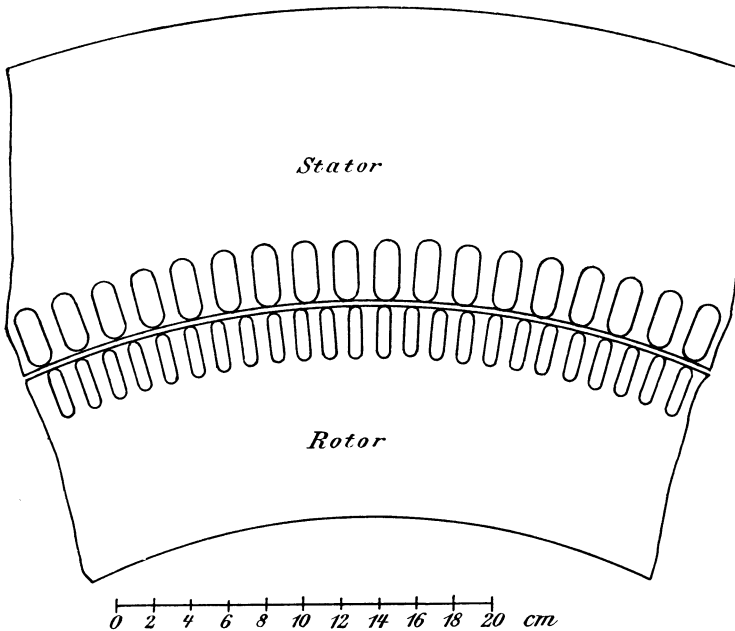


Fig. 244.

Dabei haben wir für  $Q_l$  das Produkt aus einer Polteilung mal der Ankerlänge einzusetzen.

$$Q_l = \frac{D \cdot \pi}{2p} \cdot b = \frac{90 \cdot 3,14 \cdot 32,5}{2 \cdot 6} = 763.$$

Wenn wir dann für  $i_0$  auflösen und die betreffenden Werte für  $N_1$ ,  $q'$ ,  $Q_l$  und  $l$  einsetzen, so erhalten wir

$$i_0 = \frac{2,64 \cdot 10^6 \cdot 0,15}{2,06 \cdot 56 \cdot 763} = 4,5 \text{ Amp.}$$

Dieser Magnetisierungsstrom würde bei Leerlauf erforderlich sein, wenn der magnetische Widerstand des Eisens gleich Null wäre. Tatsächlich ist nun für diesen Motor ein Leerstrom von 6 Ampere angegeben.

Die Differenz zwischen dem theoretisch berechneten und dem praktisch gefundenen Wert beträgt also 33<sup>0</sup>/<sub>0</sub>.

Man könnte nun versucht sein, den magnetischen Widerstand der Zähne, auf den es hier besonders ankommt, durch einen entsprechenden Zuschlag zur Luftstrecke  $l$  in Rechnung zu setzen. Da der Querschnitt der Zähne kleiner ist, als der Querschnitt der Luft, andererseits aber die Leitfähigkeit des Eisens  $\mu$  mal so groß ist als die der Luft, so ergibt sich der Zuschlag, wenn man die Zahnlänge mit dem Verhältnis des Luftquerschnittes zum Zahnquerschnitt multipliziert und durch die Leitfähigkeit  $\mu$  dividiert. Dabei hätte man für  $\mu$  die Leitfähigkeit bei mittlerer Zahninduktion einzusetzen. Die mittlere Luftinduktion ergibt sich im vorliegenden Falle zu

$$B_{\text{mittel}} = \frac{N_1}{Q_l} = \frac{2,64 \cdot 10^6}{763} = 3450.$$

Nun ist das Verhältnis der Zahnteilung zur Zahnbreite etwa 2,5. Mit Berücksichtigung des Faktors 0,85 für Papierisolation ergibt sich demnach:

$$\frac{\text{Luftquerschnitt}}{\text{Zahnquerschnitt}} = \frac{2,5}{0,85} = 2,95.$$

Die mittlere Zahninduktion ist also 2,95 mal so groß als die mittlere Luftinduktion, also gleich  $2,95 \cdot 3450 = 10200$ . Dafür ergibt sich aus der Magnetisierungskurve die Amperewindungszahl pro Centimeter zu

$$\frac{X}{l} = 2,6 \text{ oder } H = 0,4 \pi \cdot \frac{X}{l} = 0,4 \pi \cdot 2,6 = 3,25.$$

Wir erhalten also:

$$\mu = \frac{B}{H} = \frac{10200}{3,25} = 3140.$$

Die einfache Zahnlänge im Stator und Rotor zusammen ist 6 cm, der Kraftlinienweg hin und zurück ist also 12 cm. Diese sind gleichwertig einem Zuschlag zur Luftstrecke, der sich berechnet zu  $\frac{12 \cdot 2,95}{3140} = 0,011$  cm. Wir hätten demnach den Wert  $l$  um diesen Betrag zu vergrößern, also statt 0,15 cm den Wert 0,16 cm einzusetzen. Der Wert von  $i_0$  wird dann ebenfalls im Verhältnis 0,16 zu 0,15 größer, ergibt sich also zu

$$i_0 = \frac{4,5 \cdot 0,16}{0,15} = 4,8.$$

Es zeigt sich also, daß der Unterschied zwischen berechnetem und gemessenem Leerstrom immer noch zu groß ist und die Einführung der Leitfähigkeit des Eisens bei einer mittleren Induktion nicht zulässig ist. Der Grund der großen Differenz zwischen berechnetem und gemessenem Leerstrom liegt hauptsächlich darin, daß das Eisen bei der mittleren Induktion von etwa 10200 Kraftlinien pro qcm gerade eine besonders große

Leitfähigkeit besitzt, und wir daher zu günstig rechnen. Man könnte nun auf den Gedanken kommen, statt der Leitfähigkeit bei einer mittleren Induktion lieber das Mittel aus den Leitfähigkeiten bei den verschiedenen Induktionen längs des Umfanges einzusetzen. Die Rechnung ergibt dann aber keine wesentliche Verbesserung des Resultats.

Man hat demnach den von Kapp in seinen elektromechanischen Konstruktionen eingeschlagenen Weg zu folgen und zunächst eine sogenannte Charakteristik des Motors zu zeichnen, die für jede wirksame Ampere-windungszahl die entsprechende Induktion im Luftzwischenraum angibt. Man wählt zu diesem Zwecke beliebige Werte der Luftinduktion  $B_l$  und berechnet die für die Luft nötigen Amperewindungen nach der Gleichung:

$$X_l = 0,8 \cdot B_l \cdot l_l$$

oder, da in unserem Falle  $l_l = 0,15$  ist,

$$X_l = 0,8 \cdot B_l \cdot 0,15 = 0,12 \cdot B_l.$$

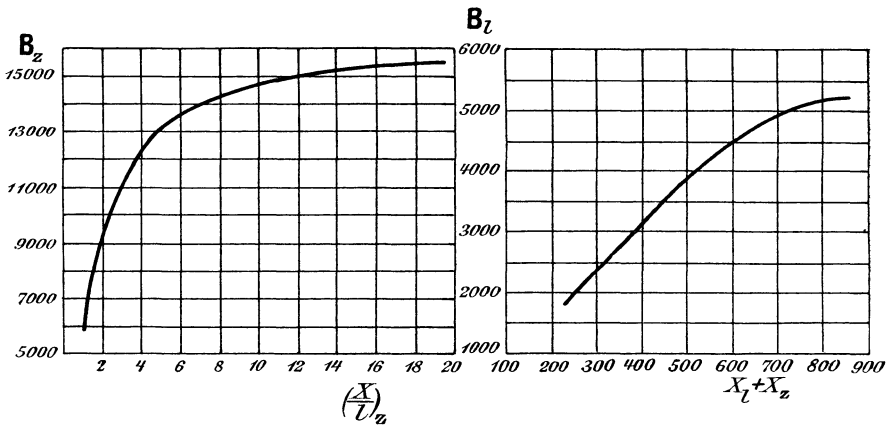


Fig. 245 a.

Fig. 245 b.

Dann berechnet man die Zahninduktion an der betreffenden Stelle aus der Luftinduktion und dem Verhältnis der Querschnitte. Dieses Verhältnis ist in unserem Falle gleich 2,95. Wir erhalten also:

$$B_z = 2,95 \cdot B_l.$$

Zu  $B_z$  ergibt sich die betreffende Ampere-windungszahl pro cm Weglänge der Kraftlinien aus der in Fig. 245 a angegebenen Magnetisierungskurve für Eisenblech. Dann ergibt sich:

$$X_z = \left( \frac{X}{l} \right)_z \cdot l_z.$$

Dabei ist für  $l_z$  jetzt das Doppelte der einfachen Zahn-längen einzusetzen. Wir erhalten also in unserem Falle

$$X_z = \left(\frac{X}{l}\right)_z \cdot 2 \cdot 6 = 12 \cdot \left(\frac{X}{l}\right)_z.$$

Die Summe aus  $X_l$  und  $X_z$  ergibt uns dann die an der betreffenden Stelle wirksame Erregung  $X$ .

Diese Rechnung ist für Werte von  $B_l = 2000$  bis  $B_l = 5200$  ausgeführt und die Resultate in der folgenden Tabelle zusammengestellt.

$B_l$	$X_l = 0,12 \cdot B_l$	$B_z = 2,95 \cdot B_l$	$\left(\frac{X}{l}\right)_z$	$X_z = 12 \cdot \left(\frac{X}{l}\right)_z$	$X_l + X_z$
2000	240	5900	1,1	13	253
3000	360	8850	1,9	23	383
4000	480	11800	3,6	43	523
4500	540	13300	5,4	65	605
5000	600	14800	10,7	128	728
5200	624	15300	18,5	222	850

Wir tragen nun den Wert  $X_l + X_z$  als Abscisse und die Luftinduktion  $B_l$  als Ordinate auf und erhalten so die Kurve in Fig. 245 b.

Wir gehen jetzt auf die Kurven der längs des Umfanges wirksamen Erregung in Fig. 239 und 240 zurück. Das Maximum der bei Leerlauf wirksamen Amperewindungen ist in Fig. 239 gleich  $2 \cdot q' \cdot i_{0max}$ , in Fig. 240 gleich  $1,73 \cdot q' \cdot i_{0max}$ . Man wählt nun einen Magnetisierungsstrom, der gröfser ist als der theoretisch berechnete, und zeichnet dafür die Kurve der längs des Umfanges variierenden, wirksamen Amperewindungen. Wir wählen zu diesem Zwecke:

$$i_0 = 5,5 \text{ Ampere.}$$

Dann ergibt sich:

$$i_{0max} = \sqrt{2} \cdot i_0 = 7,78 \text{ Ampere.}$$

Wir tragen nun den Umfang als Abscisse und die an der betreffenden Stelle wirksame Erregung als Ordinate auf (Fig. 246 a). Für eine Abscisse gleich  $\pi/2$  erhalten wir im ersten Grenzfall eine maximale Ordinate:

$$2 \cdot q' \cdot i_{0max} = 2 \cdot 56 \cdot 7,78 = 870.$$

Dagegen ergibt sich für eine Abscisse gleich  $\pi/6$  eine wirksame Erregung, die halb so groß ist wie die maximale. Der Maßstab für die Erregung ist links an der Ordinatenachse aufgetragen. Auf diese Weise ist die Kurve  $X$  in Fig. 246 a gezeichnet.

Wir tragen nun ferner auf der Ordinatenachse von  $O$  aus die aus der Charakteristik in Fig. 245 b oder aus der Tabelle entnommenen Werte

$$X = X_l + X_z = 253, \quad 383, \quad 523, \quad 605, \quad 728, \quad 850$$

auf und ziehen durch die Teilpunkte Parallele zur Abscissenachse. In den Schnittpunkten dieser Parallelen mit der Kurve  $X$  errichten wir Ordinaten, deren Länge nacheinander den betreffenden Werten

$$B_l = 2000, 3000, 4000, 4500, 5000, 5200$$

entspricht. Der Maßstab für  $B_l$  ist dabei beliebig; er ist im rechten Teil der Fig. 246 b angegeben. Die Kurve, welche die Endpunkte dieser Ordinaten miteinander verbindet, ist die gesuchte Feldkurve bei einem Strom von 5,5 Ampere. Die von dieser Feldkurve und der Abscissenachse eingeschlossene Fläche haben wir dann nach der Simpson'schen Regel zu planimetrieren und die Fläche durch die Basis zu dividieren. Wir erhalten dadurch die mittlere Feldstärke bei einem Magnetisierungsstrom von 5,5 Ampere.

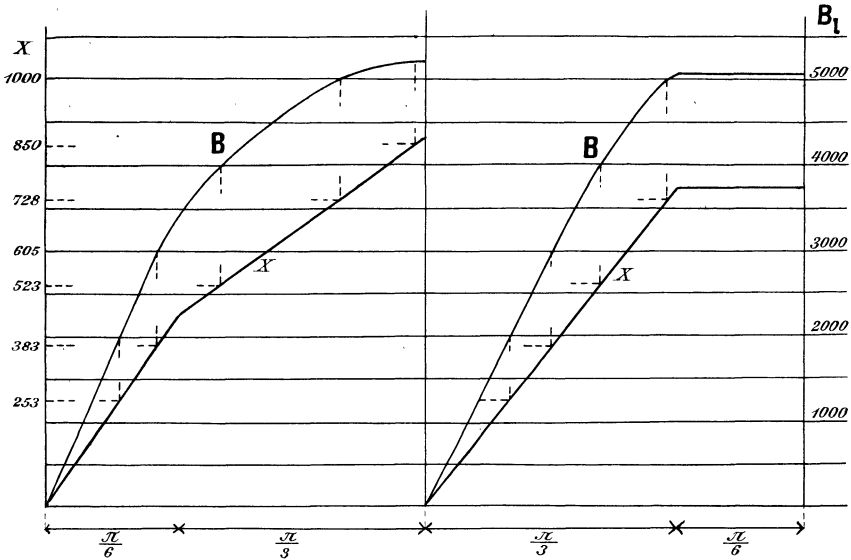


Fig. 246 a.

Fig. 246 b.

Wenn wir die Planimetrierung ausführen und die so erhaltene Fläche durch die Basis dividieren, so erhalten wir:

$$B_{\text{mittel}} = 3635.$$

Dieselbe Konstruktion ist für den zweiten Grenzfall in Fig. 246 b durchgeführt, und zwar wird dabei die maximale Ordinate der Kurve  $X$  nach Fig. 240

$$1,73 \cdot q' \cdot i_{0\text{max}} = 1,73 \cdot 56 \cdot 7,78 = 750.$$

Durch Zeichnen der Kurve  $X$  und  $B$  und durch Planimetrieren der von der Kurve  $B$  und der Abscissenachse eingeschlossenen Fläche erhalten wir jetzt:

$$B_{\text{mittel}} = 3583.$$

Nehmen wir das Mittel aus den für die beiden Grenzfälle gefundenen Werten, so erhalten wir:

$$B_{l\text{mittel}} = \frac{3635 + 3583}{2} = 3609.$$

Die gesamte übertragene Kraftlinienzahl  $N_1$  ergibt sich dann zu

$$N_1 = B_{l\text{mittel}} \cdot Q_l = 3609 \cdot 763 = 2,76 \cdot 10^6.$$

Dieser Wert liegt so nahe an dem von uns gewünschten Wert von  $2,64 \cdot 10^6$  Kraftlinien, daß wir Proportionalität zwischen Stromstärke und Kraftlinienzahl annehmen können. Der zur Erzeugung von  $2,64 \cdot 10^6$  Kraftlinien erforderliche Magnetisierungsstrom ergibt sich also zu

$$i_0 = \frac{5,5 \cdot 2,64 \cdot 10^6}{2,74 \cdot 10^6} = 5,3 \text{ Ampere.}$$

Dabei ist der Eisenwiderstand des Stator- und Rotorkernes noch nicht berücksichtigt. Außerdem kommt noch die Verringerung des von den Kraftlinien durchflossenen Luftquerschnittes durch die Nutenöffnungen in Betracht. Endlich ist der gemessene Leerstrom von 6 Ampere nicht durchweg Magnetisierungsstrom, sondern zum Teil Wattstrom, der für mechanische Reibung und Hysterisis verbraucht wird. Wir können uns also nicht wundern, daß der berechnete Leerstrom  $i_0 = 5,3$  Ampere noch um 10% kleiner ist als der gemessene Leerstrom von 6 Ampere. Jedenfalls aber ist unsere jetzige Rechnung zuverlässiger als die frühere mit Hilfe der Leitfähigkeit des Eisens bei einer mittleren Induktion.

## 121. Das Drehmoment des Drehstrommotors.

Zur Berechnung des Drehmomentes eines Drehstrommotors denken wir uns das rotierende Feld durch ein sinusförmiges Feld von gleicher

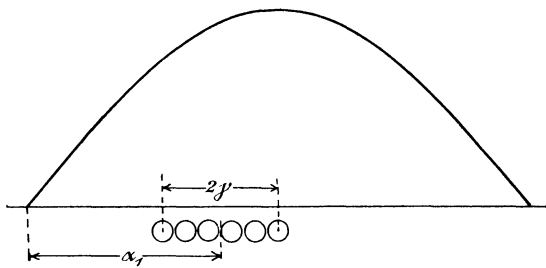


Fig. 247.

Kraftlinienzahl ersetzt. Wir betrachten nun eine Spulenseite des Rotors, deren Breite wieder, wie früher, gleich  $2\gamma$  ist, und deren Mitte sich im Abstand  $\alpha_1$  von der neutralen Zone befindet (Fig. 247). Wir wissen nun aus Abschnitt 90, daß die in dieser Spulenseite induzierte elektromotorische Kraft und demnach auch der Rotorstrom dem Sinus dieses Winkels  $\alpha_1$  proportional sind. Der Momentanwert des Rotorstromes ist also:



$$i_2 = i_{2 \max} \cdot \sin \alpha_1.$$

Dieser Strom fließt in allen Drähten der Spulenseite, die einzelnen Drähte befinden sich aber in einem verschieden starken Felde. Um also das Drehmoment in diesem Augenblick zu finden, müssen wir die mittlere Kraftlinienzahl längs des Bogens  $2\gamma$  kennen. Allgemein ist in einem beliebigen Abstand  $\alpha$  von der neutralen Zone die Feldstärke gleich  $B_{\max} \cdot \sin \alpha$ . Die mittlere Feldstärke über dem Bogen  $2\gamma$  ist also:

$$B = \frac{1}{2\gamma} \int_{\alpha_1 - \gamma}^{\alpha_1 + \gamma} B_{\max} \cdot \sin \alpha \cdot d\alpha = B_{\max} \cdot \frac{\sin \gamma}{\gamma} \cdot \sin \alpha_1.$$

Das zur Berechnung des momentanen Drehmomentes nötige Produkt aus der momentanen Stromstärke und dem für den Augenblick berechneten Mittelwert der Induktion ergibt sich also zu

$$i_2 \cdot B = i_{2 \max} \cdot \sin \alpha_1 \cdot \frac{B_{\max} \cdot \sin \gamma \cdot \sin \alpha_1}{\gamma}.$$

Durch Umformung erhalten wir:

$$i_2 \cdot B = B_{\max} \cdot i_{2 \max} \cdot \frac{\sin \gamma}{\gamma} \cdot \sin^2 \alpha_1.$$

Dabei bedeutet  $i_2$  den Momentanwert und  $B$  die mittlere Feldstärke über der Spulenseite in dem betreffenden Augenblick.

Nun kommt die Spulenseite fortdauernd in einen anderen Teil des Feldes zu liegen, d. h. der Winkel  $\alpha_1$  verändert sich zwischen 0 und  $360^\circ$ . Da der Momentanwert des Produktes  $i_2 \cdot B$  vom Quadrate des Sinus  $\alpha_1$  abhängig ist, so ergibt sich der Mittelwert  $i_2 \cdot B$  genau wie die mittlere Leistung in Abschnitt 71. Wir erhalten also analog der Gleichung (115) den Mittelwert über eine ganze Periode:

$$(B \cdot i_2)_{\text{mittel}} = \frac{B_{\max} \cdot i_{2 \max}}{2} \cdot \frac{\sin \gamma}{\gamma}.$$

Wenn wir die Zugkraft in Dyn haben wollen, müssen wir die Stromstärke im absoluten Maß einführen (1 Ampere =  $1/10$  cgs). Nach dem Biot-Savart'schen Gesetz haben wir dann das Produkt aus Feldstärke und Stromstärke mit der gesamten Leiterlänge des Rotors, also mit  $z_2 \cdot b$  zu multiplizieren. Das ergibt mit Hilfe des obigen Wertes von  $(B \cdot i_2)_{\text{mittel}}$ :

$$f = \frac{B_{\max} \cdot i_{2 \max}}{2 \cdot 10} \cdot \frac{\sin \gamma}{\gamma} \cdot z_2 \cdot b \text{ Dyn.}$$

Wir brauchen nun den Hebelarm, an dem diese Kraft wirkt, also den Radius  $r$  des Rotors in cm. Zu dem Zwecke setzen wir die Mantelfläche gleich dem Produkt aus der Polfläche mal der Anzahl der Pole:

$$2r\pi \cdot b = 2p \cdot Q_1$$

oder, wenn wir für  $r$  auflösen:

$$r = \frac{2p \cdot Q_l}{2\pi \cdot b}.$$

Das Drehmoment in Meterkilogramm ergibt sich dann, wenn wir das Produkt  $f \cdot r$  durch  $981000 \cdot 100$  dividieren. Das ergibt:

$$M_d = \frac{f \cdot r}{981 \cdot 10^7} = \frac{2 \cdot B_{max} \cdot Q_l \cdot z_2 \cdot i_2 \cdot \sin \gamma}{\pi \cdot 40 \cdot 981 \cdot 10^7}.$$

Wir setzen nun, ähnlich wie in Gleichung (113):

$$\frac{2}{\pi} \cdot B_{max} = B_{mittel}.$$

Demnach

$$\frac{2}{\pi} \cdot B_{max} \cdot Q_l = N.$$

Ferner setzen wir nach Gleichung (117):

$$i_2 \cdot \sin \gamma = \sqrt{2} \cdot i_2,$$

wo  $i_2$  den Effektivwert des Stromes bedeutet.

Mit Benutzung dieser Gleichungen ergibt sich:

$$M_d = 3,6 \cdot p \cdot N \cdot z_2 \cdot i_2 \cdot 10^{-10} \cdot \frac{\sin \gamma}{\gamma}. \quad (172)$$

Für Käfigwicklung haben wir die Breite der Spulenseite, also den Winkel  $\gamma$ , gleich Null zu setzen; dafür nimmt der Wert  $\frac{\sin \gamma}{\gamma}$  den Wert 1 an, und wir erhalten für Käfiganker:

$$M_d = 3,6 \cdot p \cdot N \cdot z_2 \cdot i_2 \cdot 10^{-10} \text{ mkg}. \quad (173)$$

Für Dreiphasenspulenwicklung des Rotors ist die Breite der Spulenseite gleich dem dritten Teil der Teilung. Wir erhalten also  $2\gamma = \pi/3$  und  $\gamma = \pi/6$ , demnach:

$$\frac{\sin \gamma}{\gamma} = \frac{0,5}{\pi/6} = 0,958.$$

Daraus ergibt sich ein Drehmoment bei Dreiphasenspulen zu:

$$M_d = 3,44 \cdot p \cdot N \cdot z_2 \cdot i_2 \cdot 10^{-10}. \quad (174)$$

Für schleichende Dreiphasenwicklung des Rotors ist die Breite  $2\gamma$  der Spulenseite gleich  $2/3$  der Teilung, also  $\gamma = \pi/3$ . Wir erhalten also:

$$\frac{\sin \gamma}{\gamma} = \frac{\sin \pi/3}{\pi/3} = 0,83.$$

Mit Benutzung dieses Wertes ergibt sich ein Drehmoment:

$$M_d = 2,98 \cdot p \cdot N \cdot z_2 \cdot i_2 \cdot 10^{-10}. \quad (175)$$

Nun ergaben sich auch die Koeffizienten  $k$  für die elektromotorischen Kräfte in Gleichung (144), (145) und (146) mit Hilfe des Faktors  $\frac{\sin \gamma}{\gamma}$

Bei verschiedenen Wickelungen des Rotors verhalten sich die Drehmomente also wie die Koeffizienten  $k$  für die im Rotor induzierten elektromotorischen Kräfte.

Das obige Resultat ergibt sich auch direkt, wenn wir den Rotor festgebremst denken, so daß die ganze auf den Rotor übertragene Leistung in Joule'sche Wärme im Rotor oder in einem vorgeschalteten Widerstand umgesetzt wird. Nun ist  $N$  das im Rotor wirklich vorhandene Feld, wie es sich aus dem vom Stator übertragenen und dem vom Rotor geschaffenen Feld zusammensetzt. Dieses Feld schneidet bei Festbremsung des Rotors mit der primären Periodenzahl  $\simeq_1 = p \cdot \frac{n_1}{60}$  durch die Rotordrähte, wobei  $n_1$  die Tourenzahl des rotierenden Feldes ist. Dabei wird im Rotor eine elektromotorische Kraft  $E_2$  induziert, die gleiche Phase mit dem Rotorstrom hat. Wenn also  $z_2$  die Gesamtzahl der Rotordrähte ist, so ist die auf den Rotor übertragene Leistung in allen drei Phasen zusammen gegeben durch:

$$P_2 = 3 \cdot E_2 \cdot i_2 = 3 \cdot k \cdot N \simeq_1 \cdot z_2' \cdot 10^{-8} \cdot i_2 = k \cdot N \simeq_1 \cdot z_2 \cdot 10^{-8} \cdot i_2. \quad (176)$$

Diese Leistung wird auf den Rotor durch ein Feld übertragen, das mit der mechanischen Winkelgeschwindigkeit

$$\omega = 2\pi \cdot \frac{n_1}{60}$$

rotiert.<sup>1)</sup> Nun ist die Leistung in mkg gleich dem Produkt aus dem Drehmoment mal der Winkelgeschwindigkeit. Wenn wir die Leistung in Watt haben wollen, müssen wir noch mit 9,81 multiplizieren. Wir erhalten also:

$$P_2 = M_d \cdot \omega \cdot 9,81.$$

Lösen wir für  $M_d$  auf und setzen die obigen Werte für  $P_2$  und  $\omega$  ein, so erhalten wir:

$$M_d = \frac{P_2}{\omega \cdot 9,81} = \frac{k \cdot N \simeq_1 \cdot z_2 \cdot 10^{-8} \cdot i_2}{2\pi \cdot \frac{n_1}{60} \cdot 9,81}.$$

Setzen wir jetzt  $\simeq_1 = p \cdot \frac{n_1}{60}$ , so erhalten wir:

$$M_d = \frac{k \cdot p \cdot N \cdot z_2 \cdot i_2 \cdot 10^{-8}}{2\pi \cdot 9,81}. \quad (177)$$

Dabei ist es nun gleichgültig, ob der Rotor läuft oder festgebremst ist, wofern nur die Werte von  $N$  und  $i_2$  dieselben sind. Setzen wir die auf Seite 416 angegebenen Werte für  $k$  ein, so erhalten wir für das Dreh-

<sup>1)</sup> In diesem Falle ist die mechanische Winkelgeschwindigkeit  $\omega = 2\pi \cdot \frac{n_1}{60}$  einzusetzen, während wir sonst gewöhnlich unter  $\omega$  den Wert  $2\pi \simeq = 2\pi \cdot p \cdot \frac{n_1}{60}$  verstanden haben.

moment bei den verschiedenen Wickelungen die gleichen Werte, wie wir sie oben berechnet haben, und damit zugleich eine Bestätigung unserer Rechnung.

Es ist nun von Interesse, das Drehmoment des Drehstrommotors mit demjenigen eines Gleichstrommotors zu vergleichen. Für den Gleichstrommotor ergab sich, wenn  $i'$  die Stromstärke im Ankerdraht bezeichnete, nach Gleichung (95):

$$M_d = \frac{p \cdot N \cdot z \cdot i' \cdot 10^{-8}}{\pi \cdot 9,81} = 3,25 \cdot N \cdot z \cdot i' \cdot 10^{-10}.$$

Für Käfigwicklung erhielten wir oben den Faktor 3,6. Das Drehmoment des Drehstrommotors ist also für gleiche Verhältnisse bei Käfigwicklung um 10% größer als dasjenige des Gleichstrommotors.

## 122. Berechnung der Schlüpfung.

Der völlig unbelastete Rotor läuft synchron mit dem Felde, also mit der Tourenzahl

$$n_1 = \frac{\sim \cdot 60}{p}.$$

Dabei findet keine relative Verschiebung zwischen Feld und Rotor draht und kein Schneiden von Kraftlinien statt. Infolgedessen ist die im Rotor induzierte elektromotorische Kraft  $E_2$  und der Rotorstrom  $i_2$  gleich Null, wie das ja auch dem völlig unbelasteten Rotor entspricht.

In Wirklichkeit ist jedoch der Rotor mehr oder weniger belastet, sei es auch nur durch die Reibung in den Lagern. Seine praktische Tourenzahl  $n$  ist also so viel geringer als die Tourenzahl  $n_1$  des rotierenden Feldes, daß durch die Kraftlinienschnitte eine genügende elektromotorische Kraft  $E_2$  im Rotor zu stande kommt. Dadurch wird ein Rotorstrom geschaffen, der nach den Gleichungen des vorigen Abschnittes das erforderliche Drehmoment liefert.

Wegen des kleinen Rotorwiderstandes genügt schon eine geringe elektromotorische Kraft, um den für das Drehmoment nötigen Strom zu liefern. Die Schlüpfung oder die Periodenzahl  $\sim$ , mit der die Rotordrähte geschnitten werden, ist also eine sehr geringe. Sie entspricht nur der Differenz der Tourenzahlen des Feldes und des Rotors:

$$\sim = \frac{n_1 - n}{60} \cdot p.$$

Dieser Schlüpfung entspricht eine geringe, in den Rotordrähten induzierte elektromotorische Kraft  $E_2$ , die sich nach der bekannten Gleichung berechnet

$$E_2 = k \cdot N \sim z_2' \cdot 10^{-8}.$$

Da wir unter  $N$  das tatsächliche, den Rotor schneidende Feld verstehen, wie es sich zusammensetzt aus dem vom Stator aus übertragenen Feld und dem ganzen, vom Rotor erzeugten Feld, so haben wir, wie schon wiederholt bemerkt wurde, keine Phasenverschiebung zwischen der elektromotorischen Kraft  $E_2$  und dem Rotorstrom  $i_2$ . Bezeichnet also  $w_2$  den Rotorwiderstand pro Phase, so ergibt sich

$$E_2 = i_2 \cdot w_2.$$

Die im Rotor in Joule'sche Wärme umgesetzte Leistung ist also in allen drei Phasen zusammen

$$3 \cdot i_2^2 \cdot w_2 = 3 \cdot E_2 \cdot i_2 = k \cdot N \sim z_2 \cdot 10^{-8} \cdot i_2. \quad (178)$$

Dabei ist  $z_2$  für  $3 \cdot z_2'$  eingesetzt. Mit Benutzung der Gleichung (176) erhalten wir dann:

$$\frac{3 \cdot i_2^2 \cdot w_2}{P_2} = \frac{\sim}{\sim_1}. \quad (179)$$

Die prozentischen Verluste im Motor sind also gleich der prozentischen Schlüpfung. Dadurch wird es deutlich, warum man die Motoren immer so konstruiert, daß die Schlüpfung nur wenige Prozente beträgt. Es ist ferner klar, daß man durch Veränderung des Rotorwiderstandes bei der Konstruktion in einfacher Weise eine Veränderung der Schlüpfung erreichen kann.

Es ist von besonderem Interesse, dieses Verhalten des Drehstrommotors mit demjenigen eines Nebenschlußmotors zu vergleichen. Für den letzteren gilt die Gleichung

$$e \cdot i_a = E \cdot i_a + i_a^2 \cdot w_a.$$

Darin ist  $e \cdot i_a$  die auf den Anker übertragene Leistung, während  $E \cdot i_a$  der in mechanische Leistung umgesetzte Effekt ist. Beide Leistungen verhalten sich also wie  $e$  zu  $E$ , d. h. wie die Tourenzahl  $n_0$  bei absolutem Leerlauf zur Tourenzahl  $n$  bei Belastung:

$$\frac{E \cdot i_a}{e \cdot i_a} = \frac{n}{n_0}.$$

Durch Umformung erhalten wir

$$\frac{n_0 - n}{n_0} = \frac{e \cdot i_a - E \cdot i_a}{e \cdot i_a} = \frac{i_a^2 \cdot w_a}{e \cdot i_a}.$$

Der prozentische Tourenverlust bei Betrieb gegenüber dem Leerlauf ist also auch beim Nebenschlußmotor gleich dem prozentischen Effektverlust im Anker.

Wir betrachten jetzt den Fall, wo die Schlüpfung 100% beträgt. Dieser Fall tritt ein, wenn der Rotor festgebremst ist, wobei also der Drehstrommotor sich genau wie ein ruhender Transformator verhält. Dabei schneidet das rotierende Feld mit der großen Periodenzahl  $\sim_1$  durch die

Rotordrähte und induziert in denselben eine hohe elektromotorische Kraft. Der Strom im Rotor (und entsprechend auch im Stator) wird dabei so stark, daß der Rotor beschädigt und eventuell der Betrieb durch die plötzliche übermäßige Stromentnahme gestört wird.

Wenn man also einen derartigen Versuch macht und den Drehstrommotor wie einen ruhenden Transformator behandelt, so muß man die an den Stator gelegte Spannung sehr gering wählen. Dadurch verändert sich auch die der Klemmspannung entgegengesetzte elektromotorische Kraft des Stators und nach Gleichung (143) die Stärke des rotierenden Feldes. Man kann aber auch, wenn die Wickelung des Rotors nicht in sich geschlossen, sondern zu Schleifringen geführt ist, in den Rotorkreis Widerstand einschalten. Die gesamte auf den festgebremsten Rotor übertragene Leistung wird dann im Anker und dem Vorschaltwiderstand in Joule'sche Wärme umgesetzt. Die Gesamtleistung im Rotorkreis ist dann dieselbe wie die bei Betrieb auf den rotierenden Anker übertragene Leistung. Dabei ist der gleiche Rotorstrom bei Festbremsung und bei Betrieb vorausgesetzt. Unter Umständen dient also die gemessene Joule'sche Leistung bei Festbremsung sehr bequem zur Bestimmung der mechanischen Leistung, die der Motor bei Betrieb mit demselben Strom hergeben würde. Zugleich wird das Verständnis des Drehstrommotors ungemein erleichtert, wenn man denselben als einen Transformator betrachtet, auf welchen alle früher besprochenen Gesetze des gewöhnlichen Transformators anwendbar sind. Daß das Kraftlinienfeld beim gewöhnlichen Transformator ein schwingendes, beim Drehstrommotor aber ein rotierendes ist, begründet keinen wesentlichen Unterschied.

Von besonderer Wichtigkeit ist es nun, daß auch für den Zeitpunkt des Anlassens die Schlüpfung  $100\%$  ist. Infolgedessen wird bei Motoren mit Kurzschlussanker die Stromstärke im ersten Augenblicke sehr groß. Daher lassen sich Kurzschlussanker im allgemeinen nur für kleinere Motoren verwenden. Eventuell sind dabei noch Anlaufwiderstände in den Statorleitungen vorzusehen, damit nicht durch plötzlichen starken Stromverbrauch benachbarte Lampen gestört werden. Kurzschlussanker werden auch verwendet, wo man die Motoren vor dem Einschalten auf die normale Tourenzahl bringen kann, oder wo man den Generator zugleich mit dem Motor anlaufen lassen kann. In allen anderen Fällen muß man Phasenanker verwenden und den Rotorstrom im Augenblick des Anlassens durch Anlaufwiderstände im Rotorkreis abschwächen. Solche Phasenanker sind natürlich ebenso gut in Dreieckschaltung, wie in Sternschaltung möglich. Eine gewöhnliche Dreieckschaltung ist zwar mechanisch in sich geschlossen. Elektrisch aber würde man sie wie beim Generator, so lange als offen bezeichnen müssen, bis die drei Eckpunkte des Dreiecks durch einen äußeren Anlaufwiderstand oder Kurzschluss der Schleifringe miteinander verbunden sind. Die Anlaufwiderstände werden natürlich am besten in Sternschaltung angeordnet.

Als Anlaufwiderstände werden häufig Flüssigkeitswiderstände benutzt, bei denen durch tieferes Eintauchen der als Elektroden dienenden Blechplatten eine Verringerung des Widerstandes erzielt wird. Es muß übrigens darauf hingewiesen werden, daß die Anlaufwiderstände im Rotorkreis nicht bloß dazu dienen, den Motor vor zu hoher Stromstärke beim Anlaufen zu schützen, sondern auch das Drehmoment beim Anlaufen zu erhöhen (vergl. Abschnitt 126).

Die Gleichung (179) zeigt, daß man durch Einschaltung eines Widerstandes im Rotorkreis die Schlüpfung vergrößern, also die Tourenzahl erniedrigen kann. Doch ist dabei, ähnlich wie bei einem Gleichstrommotor mit Vorschaltwiderstand, der Effektverlust bedeutend. Außerdem ist die Tourenzahl dann bei jeder Belastungsschwankung stark veränderlich. Eine Umschaltung der Statorwicklung auf verschiedene Polzahl ist möglich, aber umständlich. Unter Umständen läßt man den Rotor des einen Motors, anstatt auf Vorschaltwiderstände, auf den Stator des anderen arbeiten und erniedrigt dadurch die Tourenzahl etwa im Verhältnis 1 : 2 (Kaskadenschaltung). Immerhin macht die unter gewöhnlichen Verhältnissen fast konstante Tourenzahl des Drehstrommotors denselben für manche Zwecke ungeeignet.

---

## Achtzehntes Kapitel.

123. Rotorstrom, Drehmoment und Leistung des streuungslosen Motors in ihrer Abhängigkeit von der Schlüpfung. — 124. Das Kreisdiagramm unter Vernachlässigung der primären Verluste. — 125. Die auf den Rotor übertragene Leistung, das Drehmoment und die Schlüpfung nach dem Kreisdiagramm. — 126. Normale Belastung, Anzugsmoment und maximales Drehmoment. — 127. Das Kreisdiagramm mit Berücksichtigung der primären Kupferverluste. — 128. Leistung, Rotorstrom und Schlüpfung im genaueren Diagramm. — 129. Das Kreisdiagramm in seiner einfachsten Form. — 130. Praktisches Beispiel. — 131. Der Streuungsfaktor.

### 123. Rotorstrom, Drehmoment und Leistung des streuungslosen Motors in ihrer Abhängigkeit von der Schlüpfung.

Wir nehmen der Einfachheit wegen an, daß zwischen den Stegen der Statorzähne oder der Rotorzähne keine Kraftlinien verlaufen und daß überhaupt keine Streuung auftritt. Dann wird der gesamte vom Stator erzeugte Kraftlinienfluß auf den Rotor übertragen und umgekehrt. Die vom Stator auf den Rotor übertragenen Kraftlinien  $N_1$  und die vom Rotor auf den Stator übertragenen Kraftlinien  $N_2$  setzen sich dann zu einem gemeinsamen Kraftlinienfeld  $N$  zusammen, das gleichmäßig den Stator, wie den Rotor durchdringt. Wollen wir nun in Fig. 248 die betreffenden Felder zusammensetzen, so nehmen wir an, daß das resultierende Feld  $N$  gerade bei  $A$  ein positives und bei  $B$  ein negatives Maximum habe. Dann bildet das resultierende Kraftlinienfeld bei  $A$  die Mitte eines Nordpols und bei  $B$  die Mitte eines Südpols. Die Kraftlinien dieses Feldes sind also gerade von oben nach unten gerichtet, wie es durch den Vektor  $ON$  angedeutet ist. Wenn dies Feld im Sinne des Uhrzeigers rotiert, so induziert es im Rotor einen Strom, der bei  $A$  und  $B$  ein Maximum ist. Wir sehen dann nach der Faraday'schen Regel bei  $A$  die Spitze und bei  $B$  den Schaft des Strompfeiles in den Rotordrähten. Jede Phase des Rotors ist im vorliegenden Falle in 4 Löchern gewickelt. Wir zeichnen also in den Löchern bei  $A$  und  $B$  den Schaft und die Spitze des Strompfeiles besonders stark. In den benachbarten Phasen ist der Strom gerade halb so stark, was durch schwächere Zeichnung der Pfeile angedeutet ist.

Die Ampere'sche Schwimmerregel ergibt jetzt, daß die vom Rotor erzeugten Kraftlinien  $N_2$  in Richtung des Vektors  $ON_2$  durch den Rotor



verlaufen. Aus den Vektoren  $ON$  und  $ON_2$  ergibt sich dann der Vektor  $ON_1$ , der uns die vom Stator erzeugten Kraftlinien nach GröÙe und Richtung darstellt. Diese vom Stator geschaffenen Kraftlinien stehen senkrecht auf der Fläche der von den Statordrähten gebildeten Spule. Wir haben also bei  $C$  und  $D$  das Maximum des Statorstromes, wobei der Durchmesser  $CD$  senkrecht auf  $ON_1$  steht. Damit die Richtung der vom Stator erzeugten Kraftlinien nach der Ampere'schen Schwimmerregel mit  $ON_1$  zusammenfällt, haben wir bei  $C$  den Schaft und bei  $D$  die Spitze des Strompfeiles zu zeichnen. Jede Statorphase ist im vorliegenden Falle in 3 Löchern gewickelt. Wir zeichnen in die Phase bei  $C$  und  $D$  die Strompfeile am stärksten und in den benachbarten Phasen halb so stark.

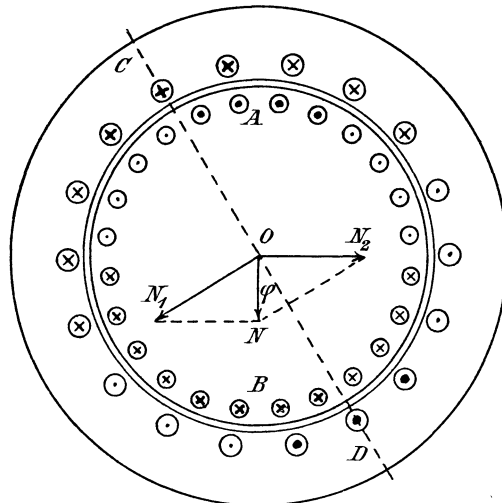


Fig. 248.

Fig. 248 zeigt nun:

1. dafs der primäre und sekundäre Strom wie beim Transformator einander wesentlich entgegengesetzt sind;
2. dafs der induzierte Strom im Rotor da am stärksten ist, wo das den Rotor schneidende, resultierende Feld am stärksten ist;
3. dafs der Vektor des vom Rotorstrom erzeugten Feldes senkrecht auf dem Vektor des resultierenden Feldes steht.

Bedenken wir nun, dafs das resultierende Feld nicht blofs durch den Rotor, sondern auch durch den Stator schneidet, so ergibt sich, dafs die maximale elektromotorische Kraft im Stator im gezeichneten Augenblick bei  $A$  und  $B$  induziert wird, während der Statorstrom bei  $C$  und  $D$  ein Maximum ist. Es ergibt sich also:

4. dafs der Statorstrom hinter der Statorspannung um den in der Figur gezeichneten Winkel  $\varphi$  zurückbleibt.

Diese verhältnismäßig große Phasenverschiebung ist darin begründet, daß die Drehstrommotoren sich ihr eigenes Feld schaffen (Induktionsmotoren), und daß dazu wegen des Luftzwischenraumes ein verhältnismäßig starker wattloser Strom oder Magnetisierungsstrom nötig ist. Trotzdem man den Abstand zwischen Anker und Stator oft bis auf einige Zehntel eines Millimeters erniedrigt, wird der Wert  $\cos \varphi = 0,9$  nur bei größeren Motoren erreicht und nur bei besonders großen Motoren noch überschritten. Der wattlose Strom bildet nun, wie wir früher sahen, eine unnötige Belastung des Drahtquerschnittes im Generator, im Netz und im Motor. Drehstrommotoren müssen also verhältnismäßig größer konstruiert werden als Gleichstrommotoren oder Synchronmotoren. Endlich wird der starke Magnetisierungsstrom besonders unangenehm bei Leerlauf.

Wir gehen nun dazu über, die wichtigsten Größen des streuungslosen Motors rechnerisch zu bestimmen. Die im Stator induzierte elektromotorische Kraft ist, wenn der Ohm'sche Spannungsverlust im Stator gering ist, fast gleich der konstanten, an den Stator gelegten Netzspannung  $e_1$ . Andererseits ist sie von der Kraftlinienzahl  $N$  abhängig. Die letztere ist in unserem Falle dem Rotor und dem Stator gemeinsam, da nach der Voraussetzung keine Streuung stattfindet. Wir erhalten also die im Stator induzierte elektromotorische Kraft  $E_1$  zu:

$$E_1 = k \cdot N \sim_1 z_1' \cdot 10^{-8}.$$

Ist aber der Wert von  $E_1$  gleich dem Wert von  $e_1$ , also konstant, so muß auch nach der obigen Gleichung das resultierende Feld  $N$  konstant sein.

Wenn nun dieses gemeinsame Feld mit einer, der Schlüpfung entsprechenden Periodenzahl  $\sim$  durch die Rotordrähte schneidet, so induziert es in denselben eine elektromotorische Kraft

$$E_2 = k \cdot N \sim z_2' \cdot 10^{-8}.$$

Der Rotorstrom ergibt sich zu  $i_2 = E_2/w_2$ , ist also der Periodenzahl der Schlüpfung proportional. Wir erhalten demnach, wenn  $c_1$  einen konstanten Faktor bedeutet:

$$i_2 = c_1 \sim.$$

Das Drehmoment berechnet sich nach Gleichung (177) durch das Produkt aus dem Rotorstrom  $i_2$  und der Kraftlinienzahl  $N$ . Die letztere ist in unserem Falle konstant, während der Rotorstrom der Schlüpfung proportional ist. Wir erhalten daher, wenn  $c_2$  einen konstanten Faktor bedeutet:

$$M_d = c_2 \cdot \sim.$$

Ebenso ist jetzt nach Gleichung (176) die auf den Rotor übertragene Leistung  $P_2$  proportional dem Rotorstrom, weil der Wert von  $N$  konstant

ist. Wir erhalten also, wenn  $c_3$  einen konstanten Faktor bedeutet, die auf den Rotor übertragene Leistung zu:

$$P_2 = c_3 \sim .$$

Von dieser ganzen auf den Rotor übertragenen Leistung haben wir den Effektverlust durch Joule'sche Wärme im Rotor abzuziehen, um die mechanische Leistung  $P$  des Rotors zu erhalten. Nun sind die Verluste durch Joule'sche Wärme dem Quadrate des Stromes, also dem Quadrate der Schlüpfung proportional. Es ergibt sich also, wenn  $c_4$  einen konstanten Proportionalitätsfaktor bedeutet:

$$P = P_2 - 3 \cdot i_2^2 \cdot w_2 = c_3 \sim - c_4 \cdot \sim^2.$$

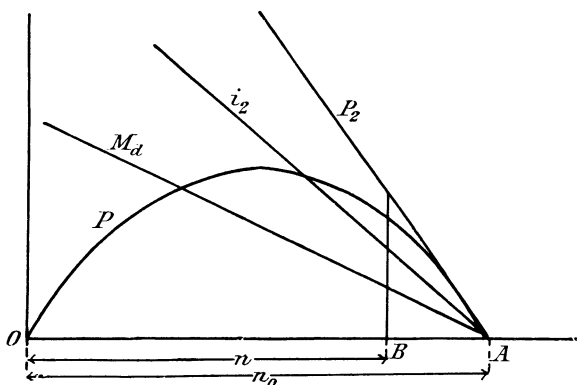


Fig. 249.

Diese Gleichung ist die Gleichung einer Parabel, deren Achse der Ordinatenachse parallel ist und die durch den Anfangspunkt geht. Wir tragen also (Fig. 249) die Tourenzahl  $n$  als Abscisse auf. Dann ist z. B.  $OA$  gleich der maximalen Tourenzahl  $n_0 = \frac{\sim 1}{p}$ , die bei absolutem Leerlauf erreicht wird. Ist dann  $OB$  die Tourenzahl bei einer bestimmten Belastung, so ist die Differenz  $OA - OB = AB$  der Tourenverlust durch Schlüpfung. Der Rotorstrom  $i_2$ , das Drehmoment  $M_d$  und die auf den Rotor übertragene Leistung  $P_2$  sind diesem Tourenverlust proportional. Sie werden also durch die Ordinaten der Geraden in Fig. 249 dargestellt. Dagegen ist die mechanische Leistung  $P$  gleich Null im Punkte  $O$ , wo die Tourenzahl gleich Null ist, wo also der Motor festgebremst ist. Sie ist aber auch gleich Null im Punkte  $A$ , also bei absolutem Leerlauf. Für eine Schlüpfung von 50%, bei welcher  $n$  gleich  $n_0/2$  ist, erreicht die Ordinate der Parabel und damit die mechanische Leistung ihren höchsten Wert. Der normale Betrieb liegt natürlich viel weiter nach rechts. Dabei sind die Schlüpfung und die Verluste im Rotor verhältnismäßig gering, also der Wirkungsgrad verhältnismäßig hoch.

Der praktisch ausgeführte Motor unterscheidet sich nun von dem eben besprochenen idealen Motor hauptsächlich in Bezug auf die Überlastungsfähigkeit und in Bezug auf das Drehmoment beim Anlassen. Das letztere ist nach dem Diagramm bei der Tourenzahl 0 beim idealen Motor gerade besonders groß. Dagegen besitzt der praktisch ausgeführte Motor infolge der Streuung des Stators und des Rotors gerade ein besonders kleines Drehmoment beim Angehen. Man erreicht dann das Anziehen mit Belastung nur durch Einschaltung von Widerständen in den Rotorkreis.

Wir können uns dabei vorstellen, daß der starke Anlaßstrom, der bei 100% Schlüpfung induziert wird, infolge der Selbstinduktion des Stators und des Rotors das magnetische Feld  $N$  außerordentlich schwächt, und daß das Drehmoment infolgedessen besonders klein wird. Demnach hat der Anlaßwiderstand nicht bloß den Zweck, eine zu große Stromdichte im Motor zu verhindern, sondern auch ein hohes Drehmoment beim Angehen zu erzielen. Zum vollständigen Verständnis dieser Tatsachen kommen wir allerdings erst durch das im folgenden Abschnitt gegebene Heyland'sche Kreisdiagramm.

### 124. Das Kreisdiagramm unter Vernachlässigung der primären Verluste.

Es bezeichne:

- $N_1$  die vom Stator auf den Rotor übertragene Kraftlinienzahl,
- $N_{s_1}$  „ Streulinien des Stators,
- $\eta_1 = \frac{N_1}{N_1 + N_{s_1}}$  das Verhältnis der auf den Rotor übertragenen Kraftlinien zu den gesamten vom Stator erzeugten Kraftlinien,
- $N_2$  die vom Rotor auf den Stator übertragenen Kraftlinien,
- $N_{s_2}$  „ Streulinien des Rotors,
- $\eta_2 = \frac{N_2}{N_2 + N_{s_2}}$  das Verhältnis der vom Rotor auf den Stator übertragenen Kraftlinien zu den gesamten vom Rotor erzeugten Kraftlinien,
- $N_m$  das aus  $N_1$  und  $N_2$  resultierende Feld, das dem Stator und dem Rotor gemeinsam ist,
- $N_0$  das im Stator vorhandene Feld, bestehend aus dem gemeinsamen Feld und den Streulinien des Stators,
- $N$  das im Rotor vorhandene Feld, bestehend aus dem gemeinsamen Feld und den Streulinien des Rotors,
- $i_0$  den Magnetisierungsstrom pro Phase bei Leerlauf oder den Primärstrom bei offener Rotorwicklung, also ruhendem Rotor,
- $i_1$  den primären Phasenstrom bei Betrieb (Stator),
- $i_2$  „ sekundären „ „ „ (Rotor),
- $e_1$  die an den Stator gelegte Klemmspannung (Spannung pro Phase),

- $E_1$  die pro Phase induzierte elektromotorische Kraft des Stators,  
 $E_2$  " " " " " " " " Rotors.  
 $z_1$  " Gesamtzahl der Statordrähte in allen drei Phasen,  
 $z_2$  " " " " " " " " " " " "  
 $z_1'$  " Drahtzahl pro Phase im Stator,  
 $z_2'$  " " " " " " " " " " " "  
 $p$  " Zahl der Polpaare,  
 $\omega_1$  " Periodenzahl des primären Stromes,  
 $\omega$  " " " " " " " " " " " "  
 $w_1$  den Statorwiderstand pro Phase,  
 $w_2$  " Rotorwiderstand " " "  
 $P_1$  die dem Stator zugeführte Leistung in Watt,  
 $P_2$  " auf den Rotor übertragene Leistung in Watt,  
 $P$  " die mechanische Leistung des Motors in Watt } einschließlic  
 $M_a$  das Drehmoment in mkg } der Reibung,  
 $k_1$  den Faktor für die im Stator induzierte elektromotorische Kraft nach  
 Gleichung (143),  
 $k_2$  den Faktor für die im Rotor induzierte elektromotorische Kraft nach  
 Gleichung (143).

Um das Verhalten des Drehstrommotors zu verstehen, betrachten wir zunächst die einzelnen Kraftlinienfelder hinsichtlich ihrer Phasen.

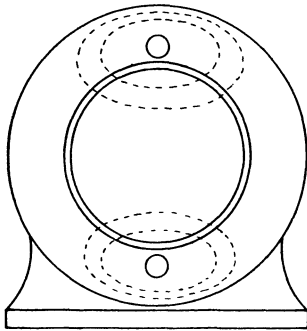


Fig. 250 a.

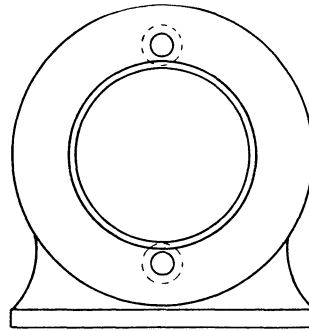


Fig. 250 b.

Die vom Stator auf den Rotor übertragenen Kraftlinien  $N_1$ , wie sie in Fig. 250 a gezeichnet sind, treten senkrecht durch die Fläche der Statorspule und sind am zahlreichsten in dem Augenblick, in welchem der Statorstrom seinen maximalen Wert hat. Ebenso treten die in Fig. 250 b gezeichneten Selbstinduktionslinien  $N_{s_1}$  des Stators senkrecht durch die Fläche der Statorspule, von der sie erzeugt werden, und sind am zahlreichsten, wenn der Strom seinen maximalen Wert hat. Die Kraftlinien  $N_1$  und  $N_{s_1}$  haben also gleiche Phase und lassen sich algebraisch addieren.

Aus dem Verhältnis:

$$\eta_1 = \frac{N_1}{N_1 + N_{s_1}}$$

folgt sofort durch einfache Umformung:

$$N_{s_1} = \frac{1 - \eta_1}{\eta_1} \cdot N_1.$$

In ähnlicher Weise sind in Fig. 251 a die von einer Rotorwindung erzeugten übertragenen Kraftlinien gezeichnet. Dagegen gibt Fig. 251 b ein Bild von den Selbstinduktionslinien oder Streulinien des Rotors, wie sie gleichzeitig mit den übertragenen Kraftlinien von derselben Rotorwindung erzeugt werden.

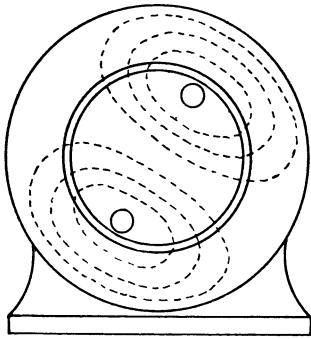


Fig. 251 a.

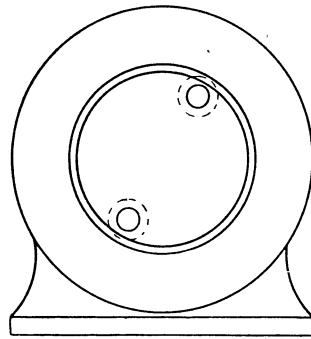


Fig. 251 b.

Die Kraftlinien  $N_2$  und  $N_{s_2}$  haben ebenfalls gleiche Phase. Aus dem Verhältnis

$$\eta_2 = \frac{N_2}{N_2 + N_{s_2}}$$

ergibt sich wieder sofort durch einfache Umformung:

$$N_{s_2} = \frac{1 - \eta_2}{\eta_2} \cdot N_2.$$

Das vom Stator auf den Rotor übertragene Feld  $N_1$  und das vom Rotor auf den Stator übertragene Feld  $N_2$  setzen sich nun zu einem gemeinsamen Feld  $N_m$  zusammen (Fig. 252 a). Dabei wäre eigentlich  $N_2$  in Richtung des punktierten Vektors nach unten aufzutragen, jedoch ist es leicht ersichtlich, daß man statt der Parallelogrammkonstruktion auch die Konstruktion des Dreiecks  $OAB$  durchführen kann.

Das resultierende Feld  $N_m$  bildet nun mit dem Streufeld  $N_{s_1}$  des Stators das im Stator vorhandene Feld  $N_0$  (Fig. 252 b). Bei der Konstruktion des Diagramms in Fig. 252 b hat man nur zu beachten, daß der Vektor  $N_{s_1}$  dieselbe Richtung hat wie der Vektor  $N_1$ , weil beide Felder phasengleich sind. Der Vektor  $N_m$  hat natürlich dieselbe Größe und Richtung wie in Fig. 252 a.

Wir setzen nun voraus, daß der Motor an einer konstanten Netzspannung liegt, und daß die primären Verluste vernachlässigt werden können.

Dann ist die elektromotorische Kraft  $E_1$ , wie beim Transformator, gleich und entgegengesetzt der konstanten Klemmspannung  $e_1$ . Andererseits aber ist sie nach Gleichung (143) durch das gesamte, den Stator schneidende Feld  $N_0$  gegeben.

$$E_1 = k_1 \cdot N_0 \sim_1 \cdot z_1' \cdot 10^{-8}.$$

Ist also die Klemmspannung konstant, so ist auch das gesamte, den Stator schneidende Feld  $N_0$  konstant, gleichgültig, ob der Motor belastet ist, oder ob er leer läuft. Aus diesem Grunde wurde die für Leerlauf passende Bezeichnung  $N_0$  für die im Stator vorhandenen gesamten Kraftlinien gewählt.

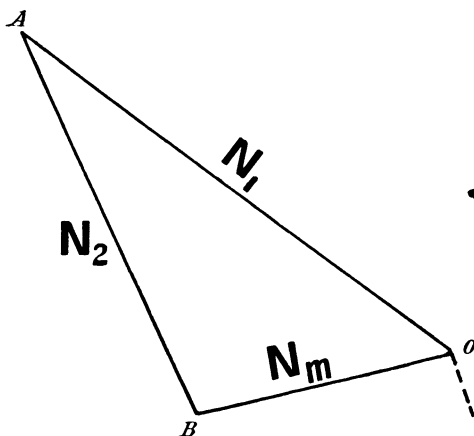


Fig. 252 a.

Fig. 252 b.

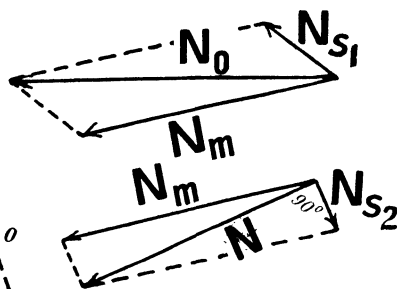


Fig. 252 c.

Andererseits ergibt sich das im Rotor vorhandene Feld  $N$  aus dem gemeinsamen Feld  $N_m$  und aus den Streulinien  $N_{s_2}$  des Rotors nach Fig. 252 c. Bei Konstruktion des Diagramms hat man nur wieder darauf zu achten, daß der Vektor  $N_{s_2}$  dieselbe Richtung hat wie der Vektor  $N_2$  in Fig. 252 a. Ferner muß ein rechter Winkel bestehen zwischen dem tatsächlich im Rotor resultierenden Feld  $N$  und zwischen dem vom Rotor erzeugten Feld  $N_{s_2}$  oder  $N_2$ . In dem Augenblick nämlich, wo die maximale Kraftlinienzahl  $N$  die Fläche der Rotorschleife durchdringt, ändert sich die Kraftlinienzahl für eine kleine Zeit gar nicht und die induzierte elektromotorische Kraft ist Null. In diesem Augenblick ist demnach auch der Rotorstrom und das vom Rotor erzeugte Feld gleich Null. Es besteht also eine Phasendifferenz von  $90^\circ$  zwischen den die Rotordrähte schneidenden resultierenden Kraftlinien  $N$  und den von der Rotorschleife erzeugten Kraftlinien  $N_2 + N_{s_2}$ . Besonders deutlich geht das aus dem Diagramm in Fig. 248 hervor.

Wir setzen nun die in Fig. 252a, b, c gegebenen Einzeldiagramme zu dem vollständigen Diagramm in Fig. 253a zusammen. In demselben ergibt sich aus der Ähnlichkeit der Dreiecke  $OFA$  und  $CFB$

$$\frac{OF}{FC} = \frac{OA}{BC} = \frac{N_1}{N_{s_1}}$$

oder, wenn wir die Summe  $OF + FC = OC$  in den Nenner einführen:

$$\frac{OF}{OC} = \frac{N_1}{N_1 + N_{s_1}} = \eta_1,$$

oder, wenn wir für  $OF$  auflösen und für  $OC$  den Wert  $N_0$  einführen:

$$OF = \eta_1 \cdot OC = \eta_1 \cdot N_0. \tag{a}$$

Ebenso erhalten wir natürlich wegen der Ähnlichkeit derselben Dreiecke

$$FA = \eta_1 \cdot BA = \eta_1 \cdot N_2. \tag{b}$$

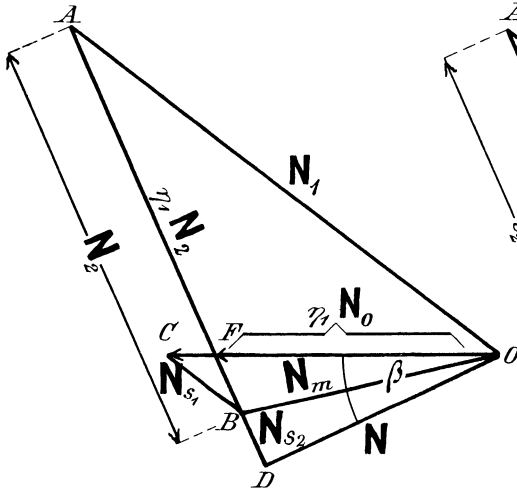


Fig. 253 a.

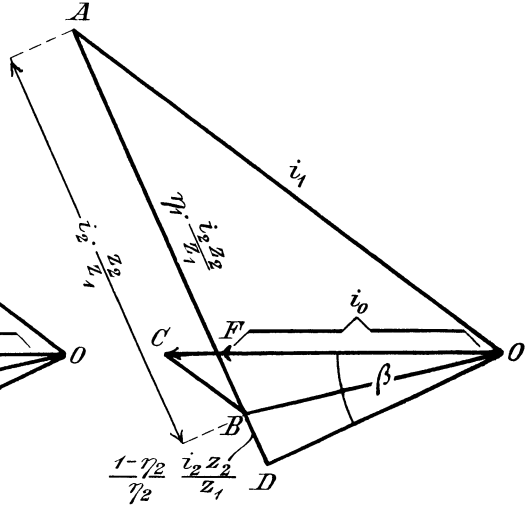


Fig. 253 b.

Endlich ergibt sich auf Grund des oben ausgerechneten Wertes von  $N_{s_2}$  der Wert von  $BD$  zu

$$DB = N_{s_2} = \frac{1 - \eta_2}{\eta_2} \cdot N_2. \tag{c}$$

In diesen Gleichungen bedeuten  $N_1$  und  $N_2$  die durch den gemeinsamen magnetischen Widerstand des Rotors und Stators verlaufenden übertragenen Kraftlinien. Wenn wir also jetzt statt dieser Kraftlinien die Amperewindungen einführen, so sind dieselben den übertragenen Kraftlinien proportional und haben gleiche Phase mit denselben. Wir erhalten nun das Diagramm der Amperewindungen, wenn wir die Kraftlinien mit dem Widerstand des gemeinsamen magnetischen Kreises multiplizieren. Das



Amperewindungsdiagramm ist dann dem Kraftliniendiagramm ähnlich, und wir können einfach an die Stelle von  $N_1$  nach Seite 417 den Wert  $k_1 \cdot i_1 \cdot z_1$  und an die Stelle von  $N_2$  den Wert  $k_2 \cdot i_2 \cdot z_2$  einführen. Wenn wir dann jede Seite des Diagramms noch durch  $k_1 \cdot z_1$  dividieren, so erhalten wir an Stelle von  $N_1$  den Vektor  $i_1$  und an Stelle von  $N_2$  den Vektor  $\frac{k_2 \cdot i_2 \cdot z_2}{k_1 \cdot z_1}$ . Der Einfachheit wegen nehmen wir jedoch für Rotor und Stator dieselbe Wicklung an, so daß das Verhältnis  $k_2 : k_1$  gleich Eins wird. Dabei merken wir uns jedoch, daß bei ungleicher Wicklung des Rotors und Stators der Quotient  $k_2 : k_1$  überall da einzuführen ist, wo das Verhältnis  $z_2 : z_1$  auftritt. Zu gleicher Zeit mag erwähnt werden, daß die Faktoren  $k_1$  und  $k_2$  nach Abschnitt 119 nur unter Voraussetzung einer völlig glatten Wicklung gelten. Für die gebräuchlichen Lochwicklungen wäre eigentlich eine Korrektur anzubringen, deren Berechnung jedoch hier zu weit führen würde (vgl. E. T. Z. 1899 S. 303).

Setzen wir nun  $k_1$  gleich  $k_2$ , so tritt an die Stelle von  $N_1$  der Vektor  $i_1$  (Fig. 253b) und an die Stelle von  $N_2$  der Vektor  $\frac{i_2 \cdot z_2}{z_1}$ . Die Umwandlung des Kraftliniendiagramms in das Stromdiagramm erfordert jedoch Aufmerksamkeit, wenn es gilt, die physikalische Bedeutung des Vektors  $OF$  im Stromdiagramm zu bestimmen. Wir fanden, daß  $OF$  im Kraftliniendiagramm den Wert  $\eta_1 \cdot N_0$  darstellte, also denjenigen Betrag der Leerlaufkraftlinien, der durch den gemeinsamen magnetischen Widerstand fließt. Wenn wir also diesen Betrag mit dem magnetischen Widerstand des gemeinsamen Feldes multiplizieren, so erhalten wir den magnetisierenden Strom  $i_0$  bei Leerlauf. Das muß besonders betont werden, da die Gefahr sehr nahe liegt, den Vektor  $OC$  statt des Vektors  $OF$  gleich  $i_0$  zu setzen.

Der Einfachheit wegen haben wir dabei von dem immer sehr kleinen Hysteresisstrom abgesehen und direkt den Magnetisierungsstrom bei Leerlauf gleich dem ganzen Leerstrom gesetzt.

Aus Gleichung (a), (b), (c) ergibt sich nun:

Im Kraftliniendiagramm:	Im Stromdiagramm:
$OA = N_1$	$OA = i_1$
$BA = N_2$	$BA = \frac{i_2 \cdot z_2}{z_1}$
$OF = \eta_1 \cdot N_0$ nach (a)	$OF = i_0$ (!!)
$FA = \eta_1 \cdot N_2$ nach (b)	$FA = \eta_1 \cdot \frac{i_2 \cdot z_2}{z_1}$ (180)
$DB = \frac{1 - \eta_2}{\eta_2} \cdot N_2$ nach (c)	$DB = \frac{1 - \eta_2}{\eta_2} \cdot \frac{i_2 \cdot z_2}{z_1}$
$BF = BA - FA = (1 - \eta_1) \cdot N_2$	$BF = BA - FA = (1 - \eta_1) \cdot \frac{i_2 \cdot z_2}{z_1}$

Der Deutlichkeit wegen sind diese Bezeichnungen in das Stromdiagramm in Fig. 253b eingeschrieben und beide Diagramme nebeneinander gestellt. Wir erhalten dann aus Fig. 253b mit Benutzung der obigen Gleichungen:

$$\sin \beta = \frac{DB + BF}{OF} = \frac{\left(\frac{1 - \eta_2}{\eta_2} + 1 - \eta_1\right) \cdot \frac{i_2 \cdot z_2}{z_1}}{i_0}.$$

Wenn wir den Zähler zusammenziehen, so erhalten wir:

$$\sin \beta = \frac{1 - \eta_1 \cdot \eta_2}{\eta_1 \cdot \eta_2} \cdot \frac{\eta_1 \cdot i_2 \cdot z_2 / z_1}{i_0}.$$

Wir führen nun für  $\frac{\eta_1 \cdot i_2 \cdot z_2}{z_1}$  nach Gleichung (180) den Wert  $FA$  ein und setzen

$$\frac{1 - \eta_1 \cdot \eta_2}{\eta_1 \cdot \eta_2} = \sigma. \quad (180a)$$

Dann erhalten wir:

$$\sin \beta = \frac{FA}{i_0 / \sigma}. \quad (181)$$

Daraus folgt:

1. die Strecke  $FA = \eta_1 \cdot i_2 \cdot z_2 / z_1$  ist also die Sehne eines Halbkreises, dessen Durchmesser gleich  $i_0 / \sigma$  ist (Fig. 254);
2. der Anfangspunkt  $O$  des primären Stromvektors liegt auf dem verlängerten Durchmesser, und zwar ist er um die Strecke  $OF = i_0$  von dem Endpunkt  $F$  des Durchmessers entfernt;
3. der Endpunkt des primären Stromvektors liegt auf dem Kreise selbst (Heyland'sches Diagramm).

Wie man sieht, sind die Verhältnisse bei den verschiedenen Betriebszuständen wesentlich gegeben durch die beiden Streukoeffizienten  $\eta_1$  und  $\eta_2$  und den daraus folgenden Wert von  $\sigma$ . Die Werte von  $\eta_1$  und  $\eta_2$  schwanken zwischen 0,93 und 0,98. Die Tabelle auf S. 447 gibt den Wert von  $\sigma$ , wenn  $\eta_1$  und  $\eta_2$  gleich gesetzt werden.

## 125. Die auf den Rotor übertragene Leistung, das Drehmoment und die Schlüpfung nach dem Kreisdiagramm.

Nach Gleichung (176) war die auf den Rotor übertragene Leistung gegeben durch

$$P_2 = k \cdot N \cdot z_2 \cdot 10^{-8} \cdot i_2.$$

Wir können jetzt die Probe machen, ob das Gesetz von der Erhaltung der Arbeit in unserem Diagramm erfüllt ist.

Zu dem Zwecke setzen wir nach Fig. 253a:

$$N = \eta_1 \cdot N_0 \cdot \cos \beta \quad (182)$$

und nach Gleichung (180):

$$i_2 \cdot z_2 = \frac{FA \cdot z_1}{\eta_1} = \frac{FA \cdot 3 \cdot z_1'}{\eta_1}$$

Wir führen ferner nach Fig. 254 für  $FA$  den Wert  $\frac{AH}{\cos \beta}$  ein und setzen die Werte von  $i_2 \cdot z_2$  und  $N$  in die Gleichung für die auf den Rotor übertragene Leistung ein. Dann heben sich  $\eta_1$  und  $\cos \beta$  heraus, und wir erhalten:

$$P_2 = 3 \cdot k \cdot N_0 \sim_1 z_1' \cdot AH.$$

Nun steht in Fig. 254 der Vektor der Klemmspannung senkrecht auf  $i_0$  unter der Voraussetzung, daß die Statorverluste gleich Null sind. Es ist also die Ordinate  $AH$  nichts anderes als  $i_1 \cdot \cos \varphi$ . Ferner ist

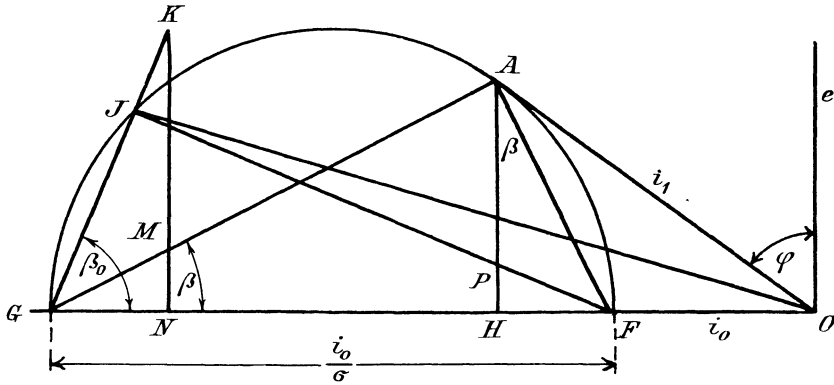


Fig. 254.

$k \cdot N_0 \sim_1 z_1'$  gleich der elektromotorischen Kraft  $E_1$ , demnach auch gleich der primären Klemmspannung  $e_1$ . Durch Einsetzung dieser Werte erhalten wir:

$$P_2 = 3 \cdot e_1 \cdot AH = 3 \cdot e_1 \cdot i_1 \cdot \cos \varphi. \quad (183)$$

Damit ist der Beweis geliefert, daß die auf den Rotor übertragene Leistung gleich der primär zugeführten Leistung ist.

Bedenken wir nun, daß die Leistung  $P_2$  durch das mit der Tourenzahl  $\omega = 2\pi \sim_1 / p$  rotierende Feld auf den Rotor übertragen wird, gleichgültig, ob er rotiert oder festgebremst ist, so erhalten wir das Drehmoment zu

$$M_d = \frac{P_2}{\omega \cdot 9,81} \text{ mkg} = \frac{P_2 \cdot p}{2\pi \sim_1 \cdot 9,81} \text{ mkg}.$$

Mit Einsetzung des Wertes für  $P_2$  aus Gleichung (183) erhalten wir:

$$M_d = \frac{3 \cdot e_1 \cdot p}{2\pi \sim_1 \cdot 9,81} \cdot AH = \frac{e_1 \cdot p}{20,5 \sim_1} \cdot AH. \quad (184)$$

Das Heyland'sche Diagramm gestattet aber nicht bloß eine bequeme Ablesung der auf den Rotor übertragenen Leistung und des Drehmomentes, sondern auch eine direkte Ablesung der Schlüpfung für jeden

Wert des Primärstromes  $i_1$ . Wir benutzen dazu die durch Gleichung (179) gegebene Beziehung, daß die relativen Verluste im Rotor gleich der relativen Schlüpfung sind:

$$\frac{\sim}{\sim_1} = \frac{3 \cdot i_2^2 \cdot w_2}{P_2}$$

Wir setzen nun für  $P_2$  den Wert  $k \cdot N \sim_1 z_2 \cdot 10^{-8} \cdot i_2$  ein, wodurch sich der eine Faktor  $i_2$  im Zähler weghebt. Wir erhalten dadurch:

$$\frac{\sim}{\sim_1} = \frac{3 \cdot i_2 \cdot w_2}{k \cdot N \sim_1 z_2 \cdot 10^{-8}}$$

Für  $i_2$  setzen wir nun nach Gleichung (180):

$$i_2 = \frac{FA \cdot z_1}{\eta_1 \cdot z_2}$$

und erhalten:

$$\frac{\sim}{\sim_1} = \frac{3 \cdot FA \cdot z_1 \cdot w_2}{\eta_1 \cdot k \cdot N \sim_1 z_2^2 \cdot 10^{-8}}$$

Wir setzen nun nach Gleichung (182)  $N = \eta_1 \cdot N_0 \cdot \cos \beta$  und nach Gleichung (181)  $FA = \frac{i_0}{\sigma} \cdot \sin \beta$  und erhalten:

$$\frac{\sim}{\sim_1} = \frac{3 \cdot i_0}{\sigma} \cdot \frac{z_1 \cdot w_2}{k \cdot \eta_1^2 \cdot N_0 \sim_1 z_2^2 \cdot 10^{-8}} \cdot \frac{\sin \beta}{\cos \beta}$$

Wir erweitern nun im Zähler mit  $z_1$  und im Nenner mit  $3 z_1'$  und setzen  $\sin \beta / \cos \beta = \operatorname{tg} \beta$ . Dann ergibt sich:

$$\frac{\sim}{\sim_1} = \frac{i_0 \cdot z_1^2 \cdot w_2}{\sigma \cdot \eta_1^2 \cdot z_2^2 \cdot e_1} \cdot \operatorname{tg} \beta^{(1)} \quad (185)$$

wo  $e_1$  statt  $k \cdot N_0 \sim_1 \cdot z_1'$  eingeführt ist.

Wir setzen nun

$$C = \frac{i_0 \cdot z_1^2 \cdot w_2}{\sigma \cdot \eta_1^2 \cdot z_2^2 \cdot e_1}$$

und erhalten:

$$\frac{\sim}{\sim_1} = C \cdot \operatorname{tg} \beta \quad (186)$$

Die relative Schlüpfung ist also der Tangente des Winkels  $\beta$  proportional. Um also die Schlüpfung graphisch zu ermitteln, ziehen wir von  $G$  aus einen Strahl unter einem Winkel  $\beta_0$  gegen die Abscissenachse, so daß

$$\operatorname{tg} \beta_0 = \frac{1}{C} = \frac{\sigma \cdot \eta_1^2 \cdot z_2^2 \cdot e_1}{i_0 \cdot z_1^2 \cdot w_2} \quad (187)$$

---

<sup>1)</sup> Bei ungleichen Koeffizienten  $k_1$  und  $k_2$  für Stator und Rotor ist der Ausdruck für  $\sim/\sim_1$  noch mit  $k_1^2/k_2^2$  zu multiplizieren. Es ist übrigens von Interesse, daß in der Gleichung für die Schlüpfung der Ausdruck  $\frac{z_1^2 \cdot w_2}{z_2^2}$  vorkommt. Dieser Ausdruck ist der auf die Primärwicklung reduzierte sekundäre Widerstand, wie wir ihn schon beim Transformator kennen gelernt haben.

wird. Ist  $J$  der Schnittpunkt dieses Strahles mit dem Halbkreis, so ergibt sich für den durch den primären Stromvektor  $OJ$  gegebenen Betriebszustand:

$$\frac{\sim}{\sim_1} = C \cdot \operatorname{tg} \beta_0 = 1.$$

Die Schlüpfung erreicht also für den durch den primären Stromvektor  $OJ$  gegebenen Zustand den Wert  $100\%$ , d. h. der Rotor steht still.  $OJ$  ist also der Kurzschlußstrom, d. h. der primäre Strom bei festgebremstem Rotor oder im Augenblicke des Anlassens.

Wir fällen nun von einem Punkte  $K$  des Strahles  $GJ$  eine Senkrechte  $KN$  auf den Kreisdurchmesser, so daß  $KN$  gleich  $100$  mm ist. Dieselbe schneidet die Verbindungslinie  $GA$  im Punkte  $M$ . Dann ergibt sich für den Betriebszustand, der durch den beliebigen primären Vektor  $OA$  gegeben ist, nach Gleichung 186:

$$\frac{\sim}{\sim_1} = C \cdot \operatorname{tg} \beta = \frac{\operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \beta_0}.$$

Nun ist

$$\frac{MN}{GN} = \operatorname{tg} \beta,$$

$$\frac{KN}{GN} = \operatorname{tg} \beta_0.$$

Demnach wird

$$\frac{\sim}{\sim_1} = \frac{\operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \beta_0} = \frac{MN}{KN}.$$

Da  $KN$  gleich  $100$  mm gemacht war, so gibt die Länge  $MN$  in mm direkt die prozentische Schlüpfung an.

Wir können nun, um die mechanische Leistung des Motors zu finden, die auf den Rotor übertragene Leistung um einen der Schlüpfung entsprechenden Betrag vermindern. Einfacher ergibt sich jedoch die mechanische Leistung, wenn wir die Verbindungslinie  $FJ$  ziehen. Dieselbe schneidet die Ordinate  $AH$  im Punkte  $P$ . Dann ist der Winkel  $FPH$  gleich  $\beta_0$  und wir erhalten:

$$\operatorname{tg} \beta_0 = \frac{HF}{PH}.$$

Ferner ist nach Fig. 254:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{HF}{AH}.$$

Demnach erhalten wir:

$$\frac{\sim}{\sim_1} = \frac{\operatorname{tg} \beta}{\operatorname{tg} \beta_0} = \frac{PH}{AH}.$$

Nun war die relative Schlüpfung gleich dem Wirkungsgrad des Rotors. Wir erhalten also:

$$\frac{3i_2^2 \cdot r_2}{P_2} = \frac{\sim}{\sim_1} = \frac{PH}{AH}.$$

Da  $AH$  ein Maß für die dem Rotor zugeführte Leistung  $P_2$  ist, so ist in demselben Maßstabe  $PH$  ein Maß für den Verlust im Rotor, und die Differenz  $AP$  ein Maß für die mechanische Leistung  $P$ . Wir erhalten also mit Berücksichtigung der Gleichung (183) die mechanische Leistung zu

$$P = 3 \cdot e_1 \cdot AP \text{ Watt.}$$

Diese mechanische Leistung  $P$  besteht dann aus der für Reibung verbrauchten Leistung und aus der Nutzleistung.

### 126. Normale Belastung, Anzugsmoment und maximales Drehmoment.

Der Vektor des primären Stromes bildet mit der Klemmspannung den Winkel  $\varphi$ . Unter Vernachlässigung der primären Verluste ist der

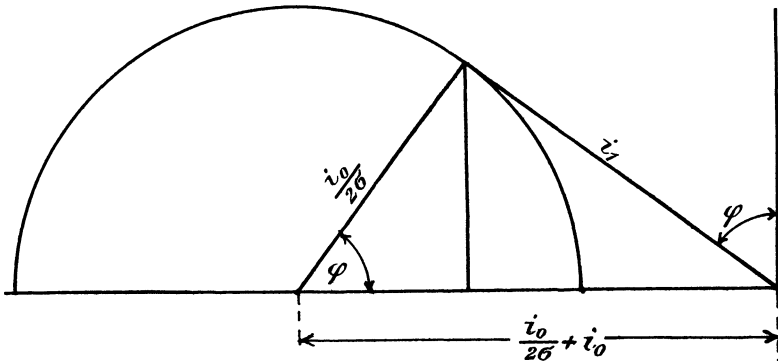


Fig. 255.

Vektor der Klemmspannung direkt entgegengerichtet dem Vektor der induzierten elektromotorischen Kraft, bildet also mit dem Magnetisierungsstrom einen Winkel von  $90^\circ$  (Fig. 255). Wie man sieht, ist die Phasenverschiebung zwischen der Spannung und Stromstärke am geringsten, wenn der primäre Stromvektor die Tangente an den Halbkreis bildet. Für diesen Betriebszustand ist also der Motor zu konstruieren. Der maximale Leistungsfaktor ergibt sich dann durch die Beziehung:

$$(\cos \varphi)_{max} = \frac{i_0/2\sigma}{i_0/2\sigma + i_0} = \frac{1}{2\sigma + 1}. \quad (188)$$

Die unten folgende Tabelle gibt den maximalen Leistungsfaktor für verschiedene Werte der Streukoeffizienten unter der Annahme, daß  $\eta_1$  gleich  $\eta_2$  ist. Wir erkennen aus der Tabelle, daß ein Wert  $\cos \varphi = 0,9$  nur schwer erreicht und selten überschritten werden kann, weil dabei ein

Koeffizient  $\eta = 0,97$  erfordert wird.<sup>1)</sup> Ferner ergibt sich, daß bei gegebenem Wert von  $\sigma$  und  $i_0$  der günstigste Betriebsstrom  $i_1$ , der also die Tangente bildet, in einer bestimmten Beziehung zum Werte von  $i_0$  steht. Diese Beziehung ist durch die Gleichung

$$\frac{i_0/2\sigma}{i_1} = \cot \varphi$$

gegeben. Diese Gleichung gilt natürlich nur für diesen einen günstigsten Betriebszustand, für den der primäre Stromvektor die Tangente bildet. Wir erhalten daraus:

$$\frac{i_0}{i_1} = 2\sigma \cdot \cot \varphi.$$

Die betreffenden Werte von  $i_0/i_1$  sind in der Tabelle für verschiedene Werte der Streuungskoeffizienten ausgerechnet. Man erkennt daraus, daß unter der Annahme eines günstigsten normalen Betriebszustandes der Leerstrom  $\frac{1}{5}$  bis  $\frac{1}{3}$  des normalen Stromes ist. Dieser verhältnismäßig hohe Leerstrom wird durch den Luftraum zwischen Stator und Rotor veranlaßt und bildet, obgleich er wattloser Strom ist, einen der größten Nachteile des Drehstrommotors. Bei einer Streuung von nur 2% im Stator und Rotor ist der Leerstrom immer noch das 0,19fache des normalen Betriebsstromes. So z. B. hat ein 500 PS Motor der Firma Alioth, der wegen seiner Größe besonders günstig gestellt ist, einen Leerstrom von 9,3 Ampere bei einem normalen Betriebsstrom von 50 Ampere. Das Verhältnis  $i_0:i_1$  ist also  $9,3:50 = 0,186$ . Wir können bei diesem Motor nach unserer Tabelle auf einen Streuungsfaktor 0,98 schließen, in der sicheren Voraussetzung, daß der normale Stromvektor von 50 Ampere die Tangente an den Halbkreis bildet.

Wenn wir nun ferner daran gehen, die Überlastungsfähigkeit des Motors festzustellen, so nehmen wir wieder an, daß der Motor bei normalem Betrieb mit kleinster Phasenverschiebung arbeitet, so daß der primäre Vektor die Tangente an den Halbkreis bildet. Ist  $i_1$  wieder der normale Strom, so ist  $i_1 \cdot \cos \varphi$  nach Gleichung (184) ein Maß für das

---

<sup>1)</sup> Heyland erreicht einen Wert  $\cos \varphi = 1$ , indem er den Magnetisierungsstrom nicht dem Stator, sondern mit Hilfe eines aus wenigen Lamellen bestehenden Kollektors dem Rotor zuführt. Da die im Rotor induzierte elektromotorische Kraft nur der geringen Periodenzahl der Schlüpfung entspricht, so genügt eine ganz geringe Spannung, um den Magnetisierungsstrom durch die Rotorwicklung zu treiben. Gewöhnlich wird diese Spannung von einzelnen Statorspulen abgenommen. Infolgedessen ist der Verbrauch dieses wattlosen Stromes fast ohne Einfluß auf den ganzen, dem Stator zufließenden Strom, und die Phasenverschiebung zwischen der primären Spannung und dem primären Strom ist gleich Null (vergl. die Elektrotechn. Zeitschrift 1901, S. 633; 1902, S. 28 u. 533; 1903, S. 51, 72, 95, 213).

normale Drehmoment, während der Radius des Halbkreises  $\frac{i_0}{2\sigma}$  ein Maß für das maximale Drehmoment ist. Wir erhalten also die Überlastungsfähigkeit nach der Gleichung:

$$\frac{\text{Maximales Drehmoment}}{\text{Normales Drehmoment}} = \frac{i_0/2\sigma}{i_1 \cdot \cos \varphi} = \frac{i_0/i_1}{2\sigma \cdot \cos \varphi}.$$

Nach dieser Gleichung sind die Werte der letzten vertikalen Reihe in der folgenden Tabelle berechnet.

$\eta_1 = \eta_2$	$\sigma$	$(\cos \varphi)_{\max} = \frac{1}{2\sigma + 1}$	$i_0/i_1 = 2\sigma \cdot (\cot \varphi)_{\max}$	Überlastungsfähigkeit $\frac{i_0/i_1}{2\sigma \cdot \cos \varphi}$
0,93	0,156	0,76	0,36	1,52
0,94	0,136	0,786	0,34	1,6
0,95	0,108	0,82	0,31	1,75
0,96	0,085	0,855	0,28	1,93
0,97	0,0532	0,904	0,23	2,4
0,98	0,0412	0,92	0,19	2,5

Man erkennt aus dieser Tabelle, daß eine Überlastung auf das 2,5fache des bei kleinster Phasenverschiebung entwickelten Drehmoments schwer erreicht wird. Selbstverständlich kann man nun den Motor so konstruieren, daß sein normaler primärer Stromvektor kleiner ist als die Tangente. Das wird den Winkel  $\varphi$  nur unwesentlich vergrößern, während die Überlastungsfähigkeit natürlich erheblich wächst.

Von besonderem Interesse ist nun das Drehmoment beim Angehen oder das Anzugsmoment. Wäre der Rotorwiderstand gleich Null, so ergäbe sich nach Gleichung (186) und (187):

$$t_g \beta_0 = \frac{1}{C} = \frac{\sigma \cdot \eta_1^2 \cdot z_2^2 \cdot e_1}{i_0 \cdot z_1^2 \cdot w_2} = \infty.$$

Der Winkel  $\beta_0$  wäre dann  $90^\circ$ , und die Punkte  $J$  und  $G$  würden zusammenfallen.  $OG$  ist also der theoretische Anlaufstrom im Stator, falls der Rotorwiderstand gleich Null ist. In diesem Falle ist auch die Kreisordinate und damit das Drehmoment beim Angehen gleich Null.

Aber auch wenn der praktische Wert des Rotorwiderstandes in die Gleichung für  $\beta_0$  eingesetzt wird, wird die Richtung des Strahles  $OJ$  immer noch sehr steil sein. Der Punkt  $J$ , der dem Moment des Anlaufens entspricht, liegt also noch sehr niedrig, und das Drehmoment beim Anlassen ist sehr gering. Es leuchtet nun ein, daß durch Einschalten eines Anlaufwiderstandes im Rotorkreis der Widerstand  $w_2$  beliebig erhöht werden kann. Dadurch wird nach der obigen Gleichung der Winkel  $\beta_0$  größer, so daß die Kreisordinate und das Drehmoment beim Anlassen vergrößert



wird. Damit der Motor mit seinem maximalen Drehmoment angeht, muß  $\beta_0 = 45^\circ$ , also  $\operatorname{tg} \beta_0 = 1$  werden. Bezeichnet  $W_2$  den gesamten Widerstand der Rotorwicklung und des Anlagers pro Phase, so ergibt sich für diesen Fall, also für  $\beta_0 = 45^\circ$ :

$$\operatorname{tg} \beta_0 = \frac{\sigma \cdot \eta_1^2 \cdot z_2^2 \cdot e_1}{i_0 \cdot z_1^2 \cdot W_2} = 1$$

oder

$$W_2 = \frac{\sigma \cdot \eta_1^2 \cdot z_2^2 \cdot e_1}{i_0 \cdot z_1^2}.$$

Bei diesem Gesamtwiderstand pro Phase im Rotorkreis geht der Motor mit seinem maximalen Drehmoment an.

### 127. Das Kreisdiagramm mit Berücksichtigung der primären Kupferverluste.

Wir haben bisher angenommen, daß der Ohm'sche Spannungsverlust im Stator vernachlässigt werden kann. In diesem Falle ist die elektromotorische Gegenkraft  $E_1$  gleich und entgegengesetzt der primären Klemmspannung  $e_1$ , und der Vektor der letzteren bildet mit dem Vektor des Magnetisierungsstromes  $i_0$  einen Winkel von  $90^\circ$ .

Tatsächlich treffen nun diese Voraussetzungen nicht zu. Infolge des Ohm'schen Spannungsverlustes im Stator ist die elektromotorische Gegenkraft bei Betrieb kleiner als bei Leerlauf. Dadurch aber wird auch die Kraftlinienzahl  $N_0$  und der zu ihrer Erzeugung verbrauchte Magnetisierungsstrom  $i_0$  bei Betrieb kleiner sein als bei Leerlauf.

Die Werte von  $i_0$ ,  $i_0/\sigma$  und überhaupt alle Vektoren des ursprünglichen Diagramms sind also im Verhältnis  $c = e_1 : E_1$  zu groß. Der Vektor  $OA$  in Fig. 256 ist also nicht gleich  $i_1$ , sondern in Wirklichkeit gleich  $c \cdot i_1$ . Ebenso ist der dem Ohm'schen Spannungsverlust entsprechende Vektor  $OQ = OA \cdot w_1$  nicht gleich  $i_1 \cdot w_1$ , sondern gleich  $c \cdot i_1 \cdot w_1$ . Dabei ergibt sich der Wert von  $c$  für den betreffenden Betriebszustand, wenn wir  $QR$  senkrecht auf  $i_0$  ziehen und gleich  $e_1$  machen. Wenn wir dann das ganze Diagramm im Verhältnis  $QR : OR$  verkleinert denken, so bleiben alle Winkel dieselben, und es wird dann der verkleinerte Vektor  $OR$  die Klemmspannung nach Größe und Phase darstellen. Für den betreffenden Betriebszustand ist also der Reduktionsfaktor  $c$  gegeben durch:

$$c = \frac{OR}{QR}.$$

Da  $QR$  gleich  $e_1$  ist, so ergibt sich:

$$OR = c \cdot e_1.$$

Der Phasenverschiebungswinkel  $\varphi$  im primären Stromkreis ist nun der Winkel zwischen  $OR$  und  $OA$ . Wir ziehen nun nach dem Vorgange von

Behrend<sup>1)</sup> den Strahl  $OA'$  so, daß er mit der Ordinatenachse den Winkel  $\varphi_1 = \varphi$  bildet. Ebenso bilde  $AA'$  mit  $OA$  den Winkel  $\varphi_2 = \varphi$ . Dann ergibt sich, daß der Winkel  $\alpha$  gleich dem Winkel  $\alpha_1$ , also auch gleich dem Winkel  $\alpha_2$  ist. Demnach sind die Dreiecke  $ORQ$  und  $AOA'$  einander ähnlich, und es verhält sich:

$$\frac{OA'}{OA} = \frac{RQ}{RO} = \frac{1}{c}$$

Es ist also  $OA' = OA \cdot 1/c$  oder gleich dem gesuchten reduzierten Vektor, der uns den wirklichen Wert des Primärstromes für die betreffende Phasenverschiebung angibt.

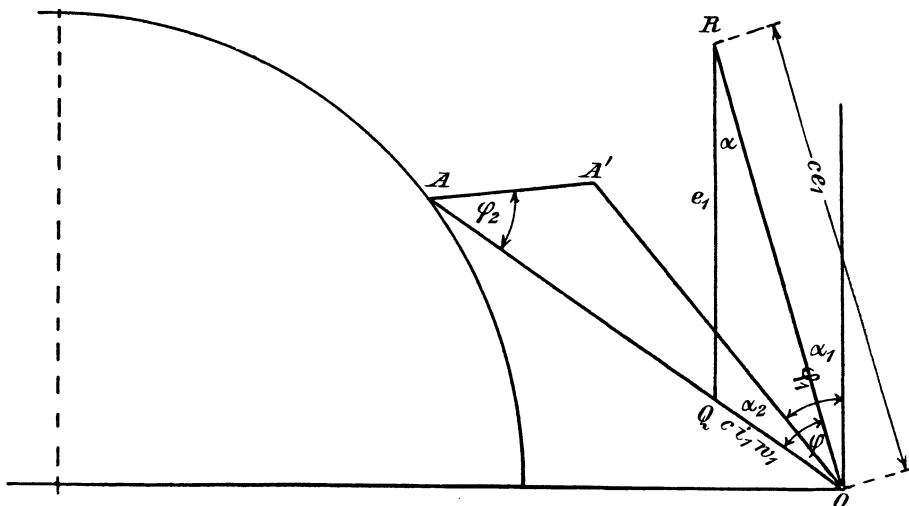


Fig. 256.

Dabei hat sich allerdings die Richtung des Stromvektors geändert. Er sollte eigentlich im reduzierten Diagramm die gleiche Richtung haben wie im ursprünglichen. Wir haben aber jetzt den außerordentlichen Vorteil, daß der Stromvektor  $OA'$  jetzt mit der Ordinatenachse den Winkel  $\varphi_1 = \varphi$  bildet. Der Vektor der Klemmspannung fällt also in die Ordinatenachse, wenn der Vektor des Stromes in die Richtung  $OA'$  fällt. Wir stellen uns nun die Aufgabe, den geometrischen Ort des Punktes  $A'$  zu ermitteln, damit wir für einen gegebenen Winkel  $\varphi$  direkt die zugehörige primäre Stromstärke ablesen können.

Es seien  $x$  und  $y$  die Koordinaten des Punktes  $A'$ , während  $X$  und  $Y$  die Koordinaten des Punktes  $A$  sind. Dann ergibt sich (Fig. 257):

$$\varphi_3 = \varphi_1 = \varphi_2.$$

<sup>1)</sup> Electrical World and Engineer 1901.

Daraus folgt die Ähnlichkeit der Dreiecke  $OAA'$  und  $OA'B'$ . Demnach verhält sich:

$$\frac{OB'}{OA'} = \frac{OA'}{OA} = \frac{1}{c}.$$

Nun war  $OA' = i_1$ . Demnach erhalten wir:

$$OB' = \frac{i_1}{c}$$

und

$$OA = c \cdot i_1.$$

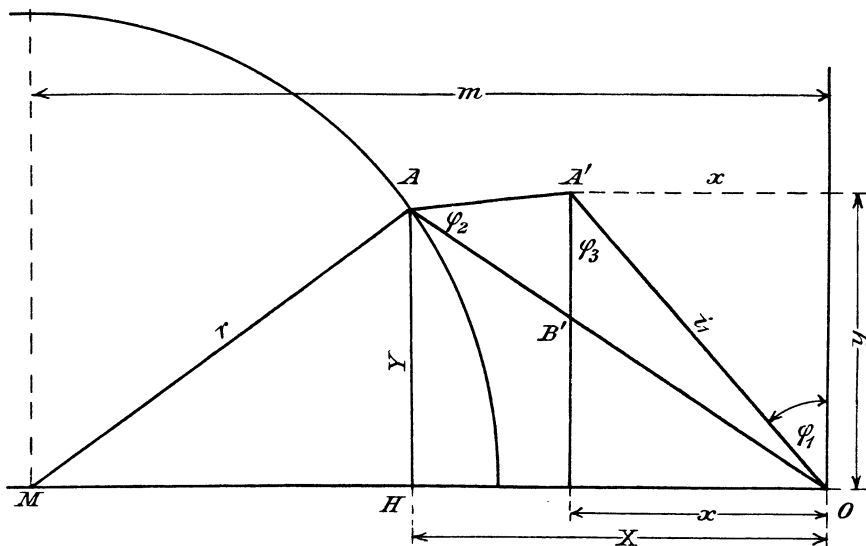


Fig. 257.

Es verhält sich also:

$$\frac{x}{X} = \frac{OB'}{OA} = \frac{1}{c^2}. \quad (a)$$

Ferner ergibt sich im rechtwinkligen Dreieck  $OHA$ :

$$Y^2 = OA^2 - X^2 = c^2 \cdot i_1^2 - X^2.$$

Wir bezeichnen nun den Radius  $i_0/2\sigma$  mit  $r$  und die Entfernung  $OM = \frac{i_0}{2\sigma} + i_0$  mit  $m$ . Dann erhalten wir im rechtwinkligen Dreieck  $AHM$ :

$$Y^2 = r^2 - (m - X)^2.$$

Setzen wir beide Werte von  $Y^2$  einander gleich und lösen die Klammer auf, so erhalten wir:

$$c^2 \cdot i_1^2 = r^2 - m^2 + 2m \cdot X,$$

oder mit Einsetzung des Wertes von  $X$  aus Gleichung (a):

$$c^2 \cdot i_1^2 = r^2 - m^2 + 2m \cdot x \cdot c^2.$$

Wir setzen nun:

$$s^2 = m^2 - r^2$$

und erhalten, wenn wir für  $c^2$  auflösen:

$$c^2 = \frac{s^2}{2m \cdot x - i_1^2}.$$

Andererseits ergibt sich durch Anwendung des Cosinussatzes auf das Dreieck  $ORQ$  in Fig. 256:

$$e_1^2 = c^2 \cdot e_1^2 + c^2 \cdot i_1^2 \cdot w_1^2 - 2 \cdot c^2 \cdot e_1 \cdot i_1 \cdot w_1 \cdot \cos \varphi.$$

Nun ist nach Fig. 257

$$i_1 \cdot \cos \varphi = y.$$

Setzen wir diesen Wert in die darüber stehende Gleichung ein und lösen für  $c^2$  auf, so erhalten wir:

$$c^2 = \frac{e_1^2}{e_1^2 + i_1^2 \cdot w_1^2 - 2 \cdot e_1 \cdot w_1 \cdot y}.$$

Wenn wir die beiden gefundenen Werte von  $c^2$  gleichsetzen und übers Kreuz multiplizieren, erhalten wir:

$$2m \cdot e_1^2 \cdot x - e_1^2 \cdot i_1^2 = s^2 \cdot e_1^2 + s^2 \cdot i_1^2 \cdot w_1^2 - 2 \cdot s^2 \cdot e_1 \cdot w_1 \cdot y.$$

Wir setzen nun

$$i_1^2 = (OA')^2 = x^2 + y^2$$

und dividieren die ganze Gleichung mit  $e_1^2 + s^2 \cdot w_1^2$ , wofür wir der Kürze wegen  $z^2$  einführen. Dadurch erhalten wir:

$$x^2 + y^2 - \frac{2 \cdot m \cdot e_1^2}{z^2} \cdot x - \frac{2 \cdot s^2 \cdot e_1 \cdot w_1}{z^2} \cdot y = - \frac{s^2 \cdot e_1^2}{z^2}.$$

Wir setzen nun

$$p = \frac{m \cdot e_1^2}{z^2} \quad (189)$$

$$q = \frac{s^2 \cdot e_1 \cdot w_1}{z^2} \quad (190)$$

und addieren links und rechts  $p^2 + q^2$ . Dann erhalten wir:

$$(x-p)^2 + (y-q)^2 = p^2 + q^2 - \frac{s^2 \cdot e_1^2}{z^2}.$$

Der Punkt  $A'$  liegt also auf einem Kreise (Fig. 258), dessen Mittelpunktskoordinaten gleich  $p$  und  $q$  sind, und dessen Radius  $R$  gegeben ist durch die Gleichung

$$R^2 = p^2 + q^2 - \frac{s^2 \cdot e_1^2}{z^2}. \quad (191)$$

Setzen wir nun die betreffenden Werte von  $p$  und  $q$  in die Gleichung für  $R^2$  ein, und erweitern im letzten Gliede mit

$$z^2 = e_1^2 + s^2 \cdot w_1^2,$$

so erhalten wir:

$$R^2 = \frac{m^2 \cdot e_1^4}{z^4} + \frac{s^4 \cdot e_1^2 \cdot w_1^2}{z^4} - \frac{s^2 \cdot e_1^2 \cdot (e_1^2 + s^2 \cdot w_1^2)}{z^4}.$$

Nach Auflösen der Klammer heben sich zwei Glieder weg und wir erhalten:

$$R^2 = \frac{m^2 \cdot e_1^4}{z^4} - \frac{s^2 \cdot e_1^4}{z^4}$$

oder, da  $m^2 - s^2 = r^2$  ist:

$$R = \frac{r \cdot e_1^2}{z^2} = \frac{r \cdot e_1^2}{e_1^2 + s^2 \cdot w_1^2}. \quad (191a)$$

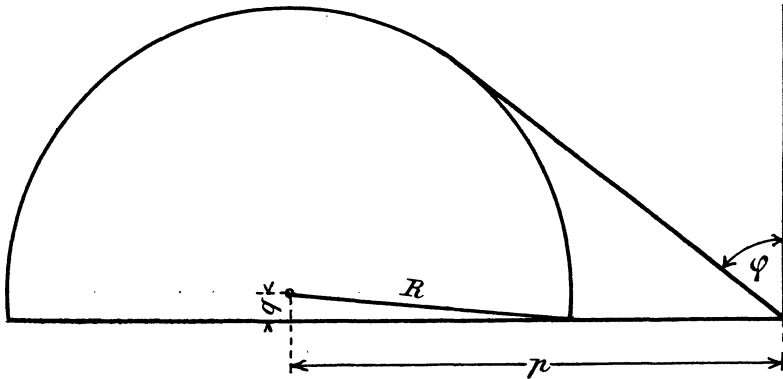


Fig. 258.

Nun war

$$s^2 = m^2 - r^2 = (m + r) \cdot (m - r)$$

oder mit Benutzung der Gleichung:  $m = \frac{i_0}{2\sigma} + i_0$  und  $r = \frac{i_0}{2\sigma}$ :

$$s^2 = \left(\frac{i_0}{\sigma} + i_0\right) \cdot i_0 = \frac{i_0^2 \cdot (1 + \sigma)}{\sigma}.$$

Führen wir diesen Wert in die letzte Gleichung für  $R$  ein und setzen  $r = i_0/2\sigma$ , so erhalten wir:

$$R = \frac{i_0/2}{\sigma + \left(\frac{i_0 \cdot w_1}{e_1}\right)^2 \cdot (1 + \sigma)}. \quad (192)$$

Dabei ist  $i_0$  streng genommen derjenige Magnetisierungsstrom, dessen Kraftlinien eine elektromotorische Kraft genau gleich der Klemmspannung schaffen. Der Kreis mit dem Radius  $R$  gestattet nun, zu einem beliebigen Werte von  $\varphi$  direkt den zugehörigen Primärstrom abzulesen.

Es ist nun noch nötig, daß wir uns über die Größenverhältnisse von  $p$ ,  $q$  und  $R$  orientieren. Da der Statorwiderstand immer eine sehr kleine Größe ist, so wird in der Gleichung  $z^2 = e^2 + s_1^2 \cdot w_1^2$  das zweite

Glied außerordentlich klein. Wenn wir dasselbe vernachlässigen, so erhalten wir mit großer Annäherung:

$$\text{aus Gleichung (189) } p = m = i_0 + \frac{i_0}{2\sigma}$$

$$\text{aus Gleichung (190) } q = \frac{s^2 \cdot w_1}{e_1}$$

$$\text{aus Gleichung (191 a) } R = \frac{i_0}{2\sigma} = r.$$

Der Radius des neuen Diagrammkreises ist also mit sehr großer Annäherung gleich dem Radius des ursprünglichen Diagramms, und der Mittelpunkt des neuen Kreises liegt in der Entfernung  $q$  fast senkrecht über dem Mittelpunkt des alten Kreises.

Für einen 600 PS Motor der Maschinenfabrik Örlikon, der in der elektrotechnischen Zeitschrift vom Jahre 1900 Heft 52 beschrieben wurde, ist zum Beispiel der Wert von  $\sigma$  auf die im Abschnitt 131 angegebene Weise zu 0,117 ermittelt. Das entspricht nach Gleichung (180a) einem Streukoeffizienten  $\eta_1 = \eta_2 = 0,947$ . Dieser verhältnismäßig ungünstige Wert ist dadurch veranlaßt, daß der Motor für besonders niedrige Tourenzahl, also mit großer Polzahl gebaut werden mußte. Die Klemmspannung beträgt 1900 Volt, der Statorwiderstand 0,4 Ohm pro Phase und der Leerstrom im Netzleiter 62 Ampere. Da der Stator in Dreieckschaltung angeordnet ist, so ist der Leerstrom pro Phase gegeben durch

$$i_0 = \frac{62}{\sqrt{3}} = 36 \text{ Amp.}$$

Wir erhalten also:

$$r = \frac{i_0}{2\sigma} = \frac{36}{2 \cdot 0,117} = 154$$

$$m = i_0 + \frac{i_0}{2\sigma} = 190$$

$$s^2 = m^2 - r^2 = 12400.$$

Die Nenner in den Ausdrücken für  $p$  und  $q$  ergeben sich also zu

$$z^2 = e_1^2 + s^2 \cdot w_1^2 = 1900^2 + 12400 \cdot 0,4^2 = 3600 \cdot 10^3 + 2 \cdot 10^3.$$

Wenn wir also das zweite Glied vernachlässigen, so machen wir nur einen Fehler von 2 auf 3600. Der gleiche Fehler ergibt sich, wenn wir in der Gleichung für  $R$  das zweite Glied im Nenner vernachlässigen.

Wir gehen nun im folgenden Abschnitt dazu über, in dem neuen Diagramm, das wir im Gegensatz zum ursprünglichen das genauere Diagramm nennen wollen, die Maße für Leistung, Rotorstrom und Schlüpfung zu ermitteln.

### 128. Leistung, Rotorstrom und Schlüpfung im genaueren Diagramm.

In Fig. 259 ist der ursprüngliche Diagrammkreis (Radius  $r$ ) gestrichelt gezeichnet, während der tatsächliche, mit Berücksichtigung der

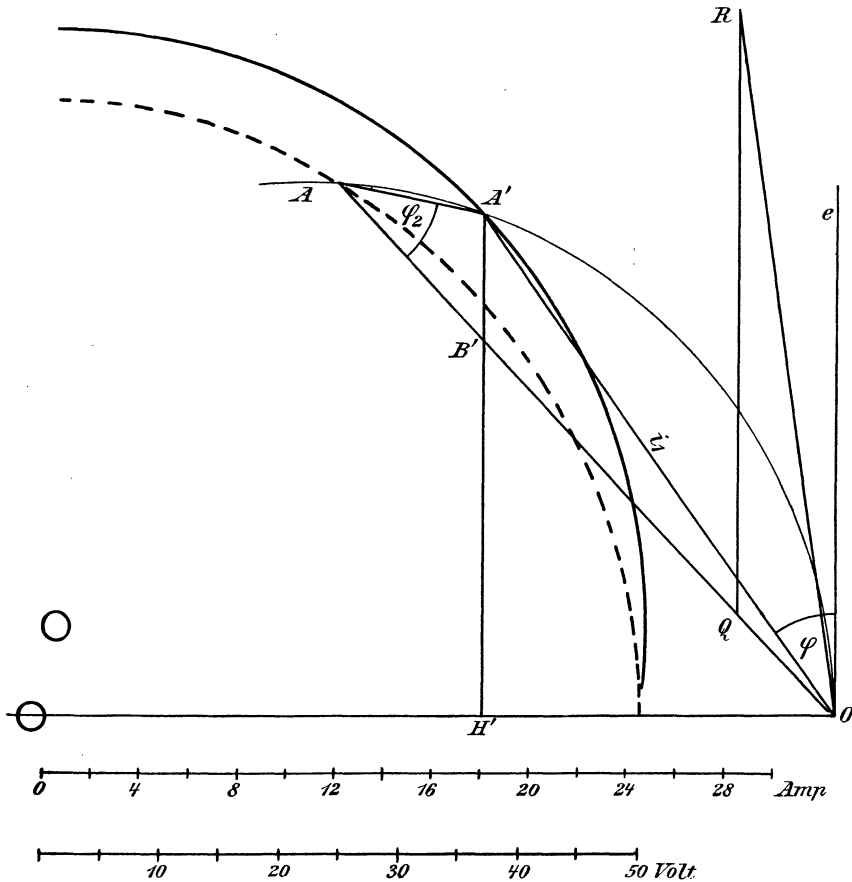


Fig. 259.

primären Kupferverluste gezeichnete Diagrammkreis (Radius  $R$ ) ausgezogen ist. Dabei sind, um die Zeichnung deutlich zu machen, folgende Verhältnisse gewählt:

$$e_1 = 50, \quad w_1 = 0,4, \quad i_0 = 8, \quad \sigma = 0,16.$$

Es ergeben sich dann nach den früheren Gleichungen:

$$r = \frac{i_0}{2\sigma} = 25$$

$$m = r + i_0 = 25 + 8 = 33$$

$$s^2 = m^2 - r^2 = 464$$

$$z^2 = e_1^2 + s^2. w_1^2 = 2500 + 464 \cdot 0,4^2 = 2574$$

$$p = \frac{m \cdot e_1^2}{z^2} = \frac{33 \cdot 2500}{2574} = 32$$

$$q = \frac{s^2 \cdot e_1 \cdot w_1}{z^2} = \frac{464 \cdot 50 \cdot 0,4}{2574} = 3,6$$

$$R = \frac{r \cdot e_1^2}{z^2} = \frac{25 \cdot 2500}{2574} = 24,3.$$

Mit diesen Werten ist Fig. 259 maßstäblich gezeichnet. Wir bestimmen nun zwei zusammengehörige Punkte  $A$  und  $A'$ , indem wir den Zirkel in einem beliebigen Punkt der Abscissenachse einsetzen und durch  $O$  einen Kreis schlagen. Derselbe ist in Fig. 259 schwach ausgezogen. Er schneidet den neuen Diagrammkreis in  $A'$  und den ursprünglichen Kreis in  $A$ . Beide Punkte gehören zusammen, d. h. sie stellen ein und denselben Betriebszustand dar. Der Peripheriewinkel  $\varphi_2$  ist nämlich gleich dem Sehntangentenwinkel  $\varphi$  über ein und denselben Bogen  $OA'$ , und es ist also diejenige Bedingung erfüllt, die wir im vorigen Abschnitt für zwei zusammengehörige Punkte  $A$  und  $A'$  gefunden haben. Wir zeichnen nun die Ordinate  $A'H'$  und erhalten:

$$A'H' = OA' \cdot \cos \varphi = i_1 \cdot \cos \varphi.$$

Demnach ergibt sich die dem Stator zugeführte Leistung zu

$$P_1 = 3 \cdot e_1 \cdot i_1 \cdot \cos \varphi = 3 \cdot e_1 \cdot A'H'.$$

Wir messen nun die Länge  $OA$  im Amperemaßstab und multiplizieren sie mit  $w_1$ . Das Resultat tragen wir im willkürlich gewählten Voltmaßstab als  $OQ$  auf. Beispielsweise ist  $OA$  in Fig. 259 gleich 30 Ampere und  $OQ = 30 \cdot 0,4 = 12$  Volt. Ferner machen wir  $QR$  im Voltmaßstab gleich  $e_1$ . Dann ergibt sich aus der früher bewiesenen Ähnlichkeit der Dreiecke  $OA'B'$  und  $ROQ$ :

$$\frac{A'B'}{OQ} = \frac{OA'}{OR}.$$

Wir setzen nun nach Seite 449 für  $OA'$  den Wert  $i_1$ , für  $OQ$  den Wert  $c \cdot i_1 \cdot w_1$  und für  $OR$  den Wert  $c \cdot e_1$  ein und erhalten:

$$A'B' = \frac{c \cdot i_1 \cdot w_1 \cdot i_1}{c \cdot e_1} = \frac{i_1^2 \cdot w_1}{e_1}.$$

Daraus ergibt sich die in primäre Joule'sche Wärme umgesetzte Leistung zu

$$3 \cdot i_1^2 \cdot w_1 = 3 \cdot e_1 \cdot A'B'.$$

Durch einfache Subtraktion erhalten wir dann die auf den Rotor übertragene Leistung zu

$$P_2 = 3 \cdot e_1 \cdot B'H'.$$



Es empfiehlt sich, für den gezeichneten Betriebszustand die Probe zu machen, ob  $3 \cdot e_1 \cdot A'B'$  wirklich gleich dem Produkte  $3 \cdot (OA')^2 \cdot w_1$  ist.

Wir gehen jetzt dazu über, den Rotorstrom im tatsächlichen Diagramm zu bestimmen. In dem nicht reduzierten Diagramm war  $FA$  ein Maß für den Rotorstrom. Es ergibt sich also nach Gleichung (180) mit Berücksichtigung des Reduktionsfaktors  $c$ :

$$FA = c \cdot \eta_1 \cdot \frac{i_2 \cdot z_2}{z_1}.$$

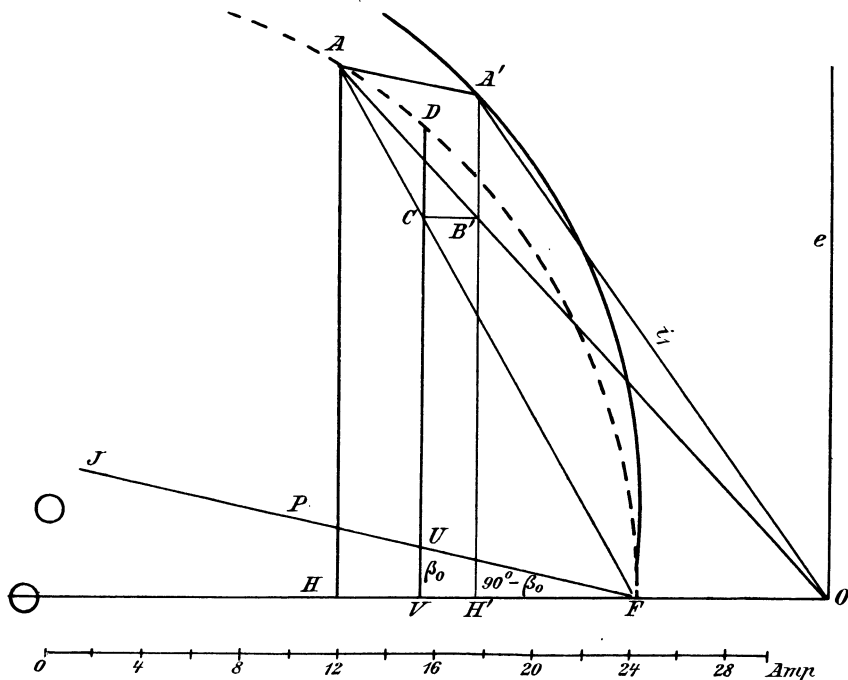


Fig. 260.

Wir ziehen nun durch  $B'$  eine Parallele zur Abscissenachse, die den Strahl  $FA$  im Punkte  $C$  schneidet. Dann verhält sich nach Gleichung (a) auf Seite 450:

$$\frac{FC}{FA} = \frac{OB'}{OA} = \frac{1}{c^2}.$$

Eine Gerade, die durch  $C$  senkrecht zur Abscissenachse gelegt wird, schneidet nun den ursprünglichen Kreis im Punkte  $D$ . Denken wir uns nun die Verbindungslinien  $FD$  und  $AD$  gezogen, so ergibt sich leicht, daß der Winkel  $FAD$  als Peripheriewinkel über dem Bogen  $DF$  gleich dem Winkel  $FDV$  ist. Infolgedessen sind die Dreiecke  $FAD$  und  $FDC$  einander ähnlich und wir erhalten:

$$\frac{FD}{FC} = \frac{FA}{FD}.$$

Durch Multiplikation dieser Gleichung mit der zunächst vorhergehenden erhalten wir:

$$\frac{FD}{FA} = \frac{FA}{FD \cdot c^2}$$

oder, wenn wir für  $FD$  auflösen und den obigen Wert für  $FA$  einsetzen:

$$FD = \frac{FA}{c} = \eta_1 \cdot \frac{i_1 \cdot z_2}{z_1}$$

Nachdem wir so im Diagramm ein Maß für den Rotorstrom gefunden haben, können wir die Joule'schen Verluste im Rotor bestimmen. Zu dem Zwecke ziehen wir den Strahl  $FJ$  unter dem Winkel  $90^\circ - \beta_0$  gegen die Abscissenachse, so daß nach Gleichung (187) die Bedingung erfüllt ist:

$$\operatorname{tg} \beta_0 = \frac{1}{C} = \frac{\sigma \cdot \eta_1^2 \cdot z_2^2 \cdot e_1}{i_0 \cdot z_1^2 \cdot w_2}$$

Es leuchtet ein, daß dieser Strahl identisch ist mit der Verbindungslinie  $FJ$  in Fig. 254. Er schneidet die Ordinate  $DV$  im Punkte  $U$  und wir erhalten:

$$UV = \frac{FV}{\operatorname{tg} \beta_0}$$

Nun ist nach einem bekannten Satze der Planimetrie:

$$FV = \frac{FD^2}{2 \cdot r} = \frac{FD^2}{i_0 / \sigma}$$

Demnach erhalten wir:

$$UV = FD^2 \cdot \frac{\sigma}{i_0 \cdot \operatorname{tg} \beta_0}$$

Setzen wir nun für  $FD$  den oben ermittelten Wert ein, so erhalten wir:

$$UV = \eta_1^2 \cdot \frac{i_2^2 \cdot z_2^2}{z_1^2} \cdot \frac{\sigma}{i_0 \cdot \operatorname{tg} \beta_0}$$

oder mit Benutzung des Wertes von  $\operatorname{tg} \beta_0$  aus Gleichung (187):

$$UV = \frac{i_2^2 \cdot w_2}{e_1}$$

Die Joule'sche Wärme im Rotor ergibt sich also zu

$$3 \cdot i_2^2 \cdot w_2 = 3 \cdot e_1 \cdot UV$$

Da die Strecke  $CV = B'H'$  die auf den Rotor übertragene Leistung darstellt, so ergibt sich die mechanische Leistung des Rotors durch einfache Subtraktion zu

$$P = 3 \cdot e_1 \cdot (CV - UV) = 3 \cdot CU$$

Die Konstruktion ist in Fig. 260 für die auf Seite 454 angegebenen Werte, sowie für  $z_1 = 432$ ,  $z_2 = 192$ ,  $w_2 = 0,04$ ,  $\eta_1 = 0,93$  durchgeführt. Dann ergibt sich:

$$\operatorname{tg} \beta_0 = 4,25$$

Es empfiehlt sich zu kontrollieren, ob tatsächlich das Produkt  $3 \cdot e_1 \cdot UV$  gleich dem aus  $FD$  und  $w_2$  berechneten Verlust im Rotor ist.

Wir haben nun noch ein Maß für die Schlüpfung zu ermitteln. Dieselbe ist gleich dem prozentischen Verlust im Rotor, ergibt sich also zu

$$\frac{\approx}{\approx_1} = \frac{UV}{CV}.$$

Dieses Verhältnis ist nun das gleiche wie das Verhältnis  $PH:AH$ , d. h. wir können zur Ermittlung der Schlüpfung einfach den Punkt  $A$  im nicht reduzierten Diagramm benutzen und die in Fig. 254 angegebene Konstruktion anwenden. Es tritt hierbei deutlich zu Tage, wie vorteilhaft es ist, daß man durch eine einfache Konstruktion stets den zu einem Punkte  $A'$  gehörenden Punkt  $A$  finden kann. Dennoch ist für praktische Zwecke das angegebene Diagramm etwas kompliziert und man benutzt daher meistens die im folgenden Abschnitt gegebene, von Heyland angewendete Vereinfachung, bei welcher die Verluste im Stator und im Rotor von den Ordinaten des ursprünglichen Diagramms abgezogen werden. Der dadurch gemachte Fehler ist verhältnismäßig sehr gering gegenüber dem durch Einfachheit des Diagramms gewonnenen Vorteil.

### 129. Bequemste Form des Kreisdiagramms.

Im Abschnitt 127 hat sich ergeben, daß der Radius des tatsächlichen Diagrammkreises fast genau gleich  $i_0/2\sigma$  ist und daß der Mittelpunkt dieses Kreises um die kleine Strecke  $q$  fast senkrecht über dem Mittelpunkt des ursprünglichen Kreises liegt. Wir vernachlässigen jetzt diesen Betrag  $q$ , lassen also den tatsächlichen Diagrammkreis mit dem ursprünglichen Kreis zusammenfallen. Der Vektor der primären Klemmspannung fällt dabei in die Ordinatenachse. Unter diesen Verhältnissen ergibt sich die primär zugeführte Leistung in Fig. 261 zu

$$P_1 = 3 \cdot e_1 \cdot i_1 \cdot \cos \varphi = 3 \cdot e_1 \cdot AH.$$

Von dieser primär zugeführten Leistung ziehen wir nun die primären Kupferverluste ab. Zu diesem Zwecke ziehen wir von  $G$  aus einen Strahl, der mit der Abscissenachse den Winkel  $\alpha_1$  bildet. Die Tangente dieses Winkels  $\alpha_1$  entspreche der Gleichung:

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{i_0 \cdot w_1}{e_1} \cdot \left(2 + \frac{1}{\sigma}\right). \quad (193)$$

Der Strahl schneidet eine durch  $M$  gelegte Vertikale im Punkte  $M_1$ . Wir schlagen nun mit  $M_1$  als Mittelpunkt und mit  $M_1G$  als Radius einen Halbkreis, der die Verlängerung von  $GM_1$  im Punkte  $K$  und die Verbindungslinie  $GA$  im Punkte  $P$  schneidet. Durch  $P$  legen wir eine Parallele zur Abscissenachse, die die Höhe  $AH$  im Punkte  $C$  schneidet.





Mittelpunkt und mit  $M_2G$  als Radius einen Halbkreis, der unseren Strahl im Punkte  $L$  und die Verbindungslinie  $GA$  im Punkte  $R$  schneidet. Dann ergibt sich wie früher:

$$\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma_3.$$

Wir ziehen nun durch  $R$  eine Parallele zur Abscissenachse, die die Höhe  $AH$  im Punkte  $S$  schneidet. Wir erhalten dann:

$$\frac{RA}{FA} = \operatorname{tg} \gamma_3.$$

Andererseits ergibt sich:

$$\frac{AS}{RA} = \frac{HF}{FA}.$$

Durch Multiplikation der beiden Gleichungen miteinander erhalten wir:

$$AS = HF \cdot \operatorname{tg} \gamma_3 = HF \cdot \operatorname{tg} \gamma_1. \quad (b)$$

Mit Benutzung des auf Seite 459 gefundenen Wertes von  $AC = HF \cdot \operatorname{tg} \alpha_1$  erhalten wir:

$$CS = AS - AC = HF \cdot \operatorname{tg} \gamma_1 - HF \cdot \operatorname{tg} \alpha_1 = HF \cdot (\operatorname{tg} \gamma_1 - \operatorname{tg} \alpha_1).$$

Nun ist nach dem bekannten Lehrsatz der Planimetrie

$$HF = \frac{FA^2}{i_0/\sigma}.$$

Setzen wir diesen Wert, sowie den oben gewählten Wert von  $\operatorname{tg} \gamma_1 - \operatorname{tg} \alpha_1$  in die Gleichung für  $CS$  ein, so erhalten wir:

$$CS = \frac{FA^2}{i_0/\sigma} \cdot \frac{i_0 \cdot z_1^2 \cdot w_2}{\sigma \cdot \eta_1^2 \cdot z_2^2 \cdot e_1} = \frac{FA^2 \cdot z_1^2}{\eta_1^2 \cdot z_2^2} \cdot \frac{w_2}{e_1}.$$

Nun ist, wenigstens im ursprünglichen Diagramm, also auch angenähert im jetzigen Diagramm nach Gleichung (180)

$$\frac{FA^2 \cdot z_1^2}{\eta_1^2 \cdot z_2^2} = i_2^2.$$

Demnach ergibt sich:

$$CS = \frac{i_2^2 \cdot w_2}{e_1}.$$

Die Verluste durch Joule'sche Wärme im Rotor ergeben sich also zu

$$3 \cdot i_2^2 \cdot w_2 = 3 \cdot e_1 \cdot CS.$$

Durch Subtraktion ergibt sich dann die mechanische Leistung  $P$  zu

$$P = 3 \cdot e_1 \cdot SH = 3 \cdot e_1 \cdot RT.$$

Diese mechanische Leistung schließt nun noch die Leerlaufleistung mit ein. Diese läßt sich durch eine in Fig. 262 punktiert gezeichnete Parallele zur Abscissenachse in Rechnung setzen. Der Einfachheit wegen

schlagen wir die Verluste durch Hysterese mit zum mechanischen Leerlaufeffekt und erinnern uns zugleich, daß wir bei den Verlusten durch primäre Joule'sche Wärme den Betrag  $i_0^2 \cdot w_1$  vernachlässigt haben. Diesen Fehler korrigieren wir jetzt, indem wir den bei Leerlauf in Joule'sche Wärme umgesetzten Effekt bei der Leerlaufsleistung mitzählen. Ist also  $P_0$  die gesamte Leistung bei Leerlauf, also der Effektverlust durch mechanische Reibung, Hysterese und Joule'sche Wärme, so haben wir zu setzen:

$$P_0 = 3 \cdot e_1 \cdot T' T.$$

Die Strecke  $RT'$  ist dann ein Maß für die Nutzleistung.

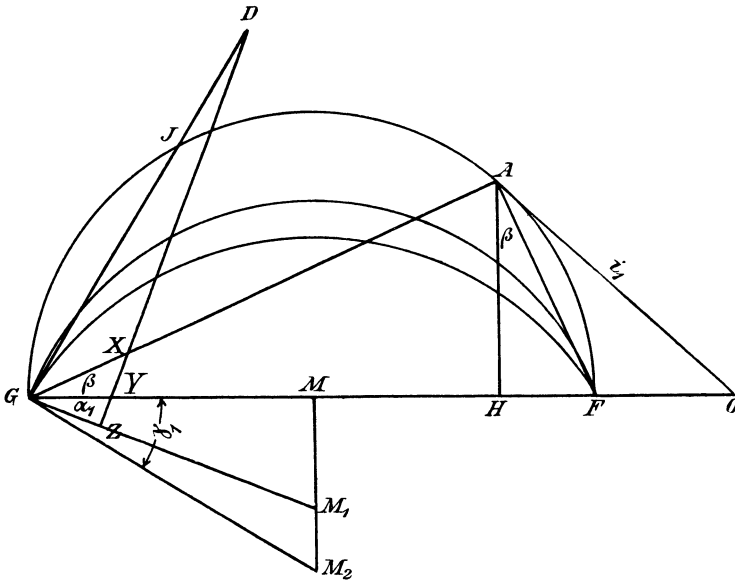


Fig. 263.

Wir haben nun noch in unserem Diagramm ein Maß für die Schlüpfung zu ermitteln. Zu dem Zwecke ziehen wir von  $G$  einen Strahl  $GJ$  senkrecht auf  $GM_2$  (Fig. 263). Dieser Strahl schneidet den ursprünglichen Diagrammkreis im Punkte  $J$ . Da  $GJ$  eine Tangente an den Kreis um  $M_2$  ist, so gibt es überhaupt keinen Schnittpunkt des Strahles  $GJ$  mit dem Kreis um  $M_2$ , d. h. der Punkt  $R$  in Fig. 262 fällt mit dem Punkte  $G$  zusammen und die mechanische Leistung ist Null. Der Motor steht still, und der Punkt  $J$  entspricht einer Schlüpfung von 100%. Der Strahl  $OJ$  ist also der Strom beim Anlaufen.

Um nun die Schlüpfung für den durch den Punkt  $A$  gegebenen Betriebszustand zu bestimmen, ziehen wir die Verbindungslinie  $GA$  und fällen von einem beliebigen Punkte  $D$  des Strahles  $GJ$  die Senkrechte  $DZ$  auf  $GM_1$ . Dann ergibt sich:

$$XY = XZ - YZ$$

$$DY = DZ - YZ.$$

Nun ist

$$XZ = GZ \cdot \operatorname{tg}(\alpha_1 + \beta)$$

$$DZ = GZ \cdot \operatorname{tg}[90^\circ - (\gamma_1 - \alpha_1)] = GZ \cdot \operatorname{cot}(\gamma_1 - \alpha_1)$$

$$YZ = GZ \cdot \operatorname{tg} \alpha_1.$$

Mit Benutzung dieser Gleichungen ergibt sich:

$$\frac{XY}{DY} = \frac{\operatorname{tg}(\alpha_1 + \beta) - \operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{cot}(\gamma_1 - \alpha_1) - \operatorname{tg} \alpha_1}.$$

Mit Benutzung der bekannten trigonometrischen Formeln für  $\operatorname{tg}(\alpha_1 + \beta)$  und für  $\operatorname{cot}(\gamma_1 - \alpha_1)$  und nach einigen Umrechnungen<sup>1)</sup> ergibt sich dann:

$$\frac{XY}{DY} = \frac{\operatorname{tg} \gamma_1 - \operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{cot} \beta - \operatorname{tg} \alpha_1}.$$

Nun war nach Gleichung (a) und (b) dieses Abschnitts:

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{AC}{HF}$$

$$\operatorname{tg} \gamma_1 = \frac{AS}{HF}$$

und nach Fig. 263:

$$\operatorname{cot} \beta = \frac{AH}{HF}.$$

Setzen wir diese Winkelfunktionen in die obige Gleichung für  $XY : DG$  ein, so erhalten wir mit Benutzung der Fig. 262:

$$\frac{XY}{DY} = \frac{AS - AC}{AH - AC} = \frac{CS}{CH}.$$

<sup>1)</sup> Die Umrechnung ist im Folgenden ausgeführt, wobei die Indizes der Bequemlichkeit wegen weggelassen sind:

$$\operatorname{tg}(\alpha + \beta) - \operatorname{tg} \alpha = \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{1 - \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta} - \operatorname{tg} \alpha = \frac{\operatorname{tg} \beta + \operatorname{tg}^2 \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta}{1 - \operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{tg} \beta}$$

oder, wenn wir rechts im Zähler und Nenner durch  $\operatorname{tg} \beta$  dividieren:

$$\operatorname{tg}(\alpha + \beta) - \operatorname{tg} \alpha = \frac{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}{\operatorname{cot} \beta - \operatorname{tg} \alpha}. \quad (c)$$

Ebenso ergibt sich:

$$\operatorname{cot}(\gamma - \alpha) - \operatorname{tg} \alpha = \frac{1 + \operatorname{tg} \gamma \cdot \operatorname{tg} \alpha}{\operatorname{tg} \gamma - \operatorname{tg} \alpha} - \operatorname{tg} \alpha$$

oder

$$\operatorname{cot}(\gamma - \alpha) - \operatorname{tg} \alpha = \frac{1 + \operatorname{tg}^2 \alpha}{\operatorname{tg} \gamma - \operatorname{tg} \alpha}. \quad (d)$$

Indem wir die Gleichungen (c) und (d) durcheinander dividieren, erhalten wir den oben angegebenen Wert.



Dies Verhältnis  $CS : CH$  ist aber nichts anderes als das Verhältnis des Effektverlustes durch Joule'sche Wärme im Rotor zu der ganzen auf den Rotor übertragenen Leistung; es gibt uns also direkt die relative Schlüpfung an. Wir erhalten also:

$$\frac{XY}{DY} = \frac{\sim}{\sim_1}.$$

Ist nun die Senkrechte  $DZ$  so gezogen, daß die Länge  $DY$  gleich 100 mm wird, so liefert uns die Strecke  $XY$  in mm direkt die prozentische Schlüpfung.

### 130. Praktisches Beispiel.

Wir gehen nun dazu über, die Anwendung des Heyland'schen Diagramms auf einen praktisch ausgeführten Motor zu zeigen und wählen dazu den in No. 52 der elektrotechnischen Zeitschrift vom Jahre 1900 beschriebenen Motor der Maschinenfabrik Örlikon, dessen Abbildung (Fig. 264) ebenfalls aus der E. T. Z. entnommen ist. Der Motor ist für eine Leistung von 600 PS bei der besonders niedrigen Tourenzahl von 75 Umdrehungen pro Minute gebaut. Diese niedrige Tourenzahl bedingt natürlich eine verhältnismäßig große Polzahl und infolgedessen, wie wir im 131. Abschnitt sehen werden, eine verhältnismäßig große Streuung. Aus diesem Grunde konnte die gewöhnliche Zahl von 50 Perioden nicht angewendet werden, sondern es mußte der Wert  $\sim_1 = 22,5$  gewählt werden. Dabei ergibt sich dann die Zahl der Polpaare zu

$$p = \frac{\sim_1}{n/60} = 18.$$

Der Durchmesser des Rotors beträgt rund 300 cm, der Abstand des Rotoreisens vom Statoreisen 0,2 cm.

Die Spannung an den Klemmen des in Dreieckschaltung angeordneten Stators beträgt  $e_1 = 1900$  Volt. Der Statorwiderstand ist  $w_1 = 0,4$  Ohm pro Phase, der Rotorwiderstand  $w_2 = 0,016$  Ohm pro Phase. Die Statorwicklung ist in 324 Löchern untergebracht. Jedes Loch enthält<sup>1)</sup> 8 Drähte, so daß die primäre Drahtzahl sich zu  $z_1 = 324 \cdot 8 = 2592$  ergibt. Die Rotorwicklung besteht aus einer blanken Drahtwicklung, die in 432 Löchern untergebracht ist; es ergibt sich also der Wert  $z_2$  zu 432. Da Stator und Rotor beide Spulenwicklung tragen, so werden die Wicklungskoeffizienten  $k_1$  und  $k_2$  einander gleich und das Verhältnis  $k_1 : k_2$  wird gleich Eins. — Der Leerstrom ist zu 62 Ampere, der normale Betriebsstrom zu 170 Ampere pro Netzleiter angegeben. Die entsprechenden Phasenströme erhalten wir also durch Division mit  $\sqrt{3}$ .

<sup>1)</sup> Nach einer freundlichen Mitteilung der Firma Örlikon.

Zusammenstellung:

$$e_1 = 1900.$$

$$w_1 = 0,4$$

$$w_2 = 0,016$$

$$z_1 = 2592$$

$$z_2 = 432$$

$$i_0 = \frac{62}{\sqrt{3}} = 36$$

$$i_1 = \frac{170}{\sqrt{3}} = 100 \text{ (normal).}$$

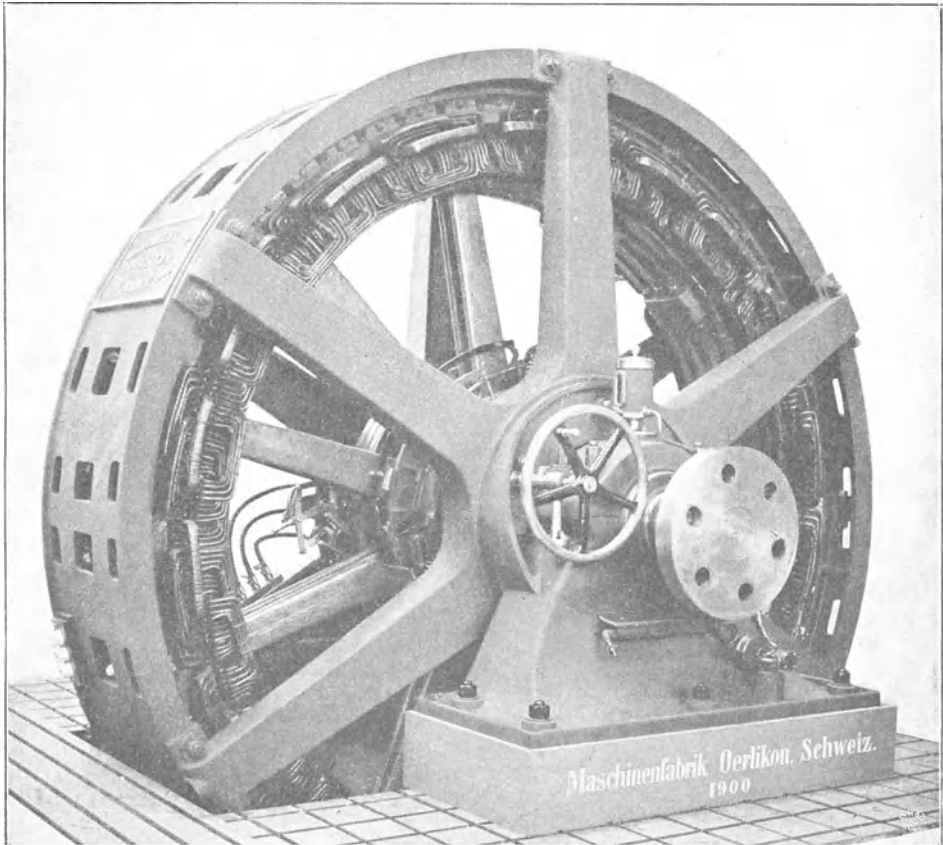


Fig. 264.

Auf Grund von Versuchen, die an dem Motor vorgenommen wurden und die im folgenden Abschnitt besprochen werden sollen, ergab sich für den normalen Betriebszustand ein Streuungsfaktor

$$\sigma = 0,117 \text{ oder } \eta_1 = \eta_2 = 0,947.$$

Demnach erhalten wir zur Konstruktion des Diagramms die folgenden Daten:

$$OF = i_0 = 36$$

$$FG = \frac{i_0}{\sigma} = \frac{36}{0,117} = 306.$$

Ferner nach Gleichung (193) und (194):

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{i_0 \cdot w_1}{e_1} \cdot \left(2 + \frac{1}{\sigma}\right) = \frac{36 \cdot 0,4}{1900} \cdot \left(2 + \frac{1}{0,117}\right) = 0,08$$

$$\operatorname{tg} \gamma_1 - \operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{i_0 \cdot z_1^2 \cdot w_2}{\sigma \cdot z_2^2 \cdot \eta_1^2 \cdot e_1} = 0,103.$$

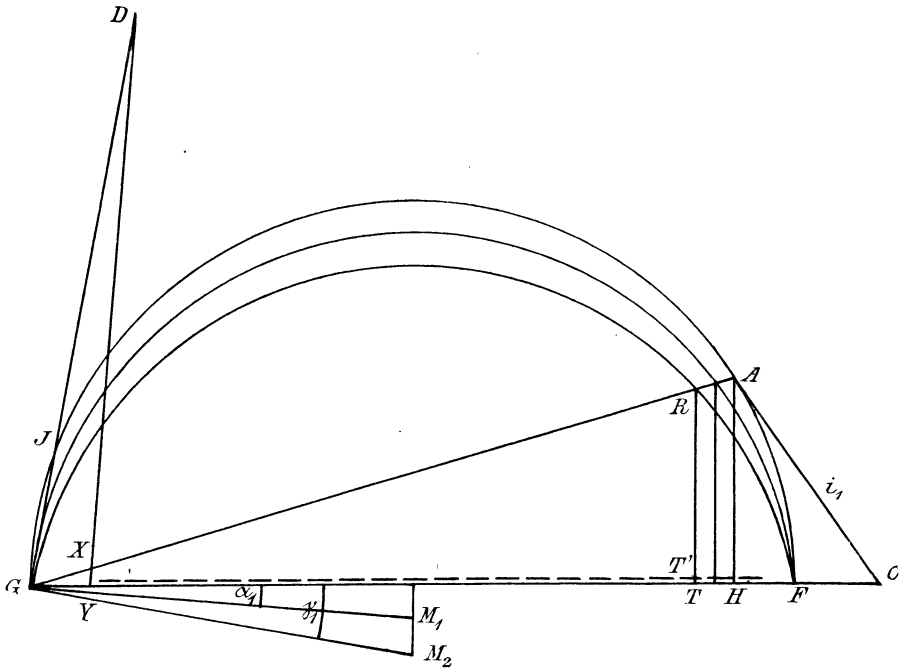


Fig. 265.

1 mm = 3 Ampere.

Aus beiden Gleichungen ergibt sich also:

$$\operatorname{tg} \gamma_1 = 0,103 + 0,08 = 0,183.$$

Wir zeichnen nun das Diagramm aus  $i_0$ ,  $\frac{i_0}{\sigma}$ ,  $\alpha_1$  und  $\gamma_1$  (Fig. 265).

Da der gesamte Leerlaufverlust zu  $P_0 = 16000$  Watt ermittelt worden ist, so ist der Abstand der punktiert gezeichneten Horizontalen von der Abscissenachse gegeben durch

$$T'T = \frac{P_0}{3 \cdot e_1} = \frac{16000}{3 \cdot 1900} = 2,8 \text{ Ampere.}$$

Wir gehen nun dazu über, die Abhängigkeit der Stromstärke, des Wirkungsgrades, des Leistungsfaktors und der Tourenzahl von der Be-

lastung zu bestimmen, wobei wir unter der Belastung das nutzbare Drehmoment  $M'_a$  verstehen. Dasselbe ergibt also nicht mehr, wie früher, aus der auf den Rotor übertragenen Leistung, sondern aus der Nutzleistung  $P$  in Verbindung mit der Tourenzahl, nach der Gleichung:

$$M'_a = \frac{P}{2\pi \cdot n/60 \cdot 9,81} \text{ mkg.}$$

Da die Nutzleistung durch das Produkt  $3 \cdot e_1 \cdot RT'$  gegeben ist, wobei  $RT'$  im Amperemaßstab zu messen ist, so ergibt sich:

$$M'_a = \frac{3 \cdot 1900 \cdot RT'}{2\pi \cdot n/60 \cdot 9,81} = 5550 \cdot \frac{RT'}{n} \text{ mkg.} \quad (\text{a})$$

Zu diesem nutzbaren Drehmoment gehört ein primärer Strom  $i_1 = OA$  im Amperemaßstab:

$$i_1 = OA, \quad (\text{b})$$

während die Wattkomponente des primären Stromes gleich  $AH$  ist. Der Wirkungsgrad ergibt sich dann zu

$$\eta = \frac{RT'}{AH}. \quad (\text{c})$$

Um nun die Tourenzahl direkt ablesen zu können, ziehen wir  $DY$  senkrecht auf  $GM_1$ , so daß die Strecke  $DY$  in mm gleich der Tourenzahl bei Leerlauf, also gleich  $\frac{v_1 \cdot 60}{p} = 75$  mm ist. Dann ergibt sich leicht auf Grund des vorigen Abschnittes, daß  $DX$  in mm direkt gleich der Tourenzahl ist:

$$n = DX \text{ in mm.} \quad (\text{d})$$

Mit Hilfe der Gleichungen (a), (b), (c) und (d) ergibt sich dann für beliebig gewählte Werte von  $i_1$  außerordentlich schnell die folgende Tabelle. Die dritte horizontale Reihe entspricht dem normalen in Fig. 265 gezeichneten Betriebszustand. Die letzte vertikale Reihe enthält den Netzstrom  $i$ , der sich bei der Dreieckschaltung des Stators zu  $\sqrt{3} \cdot i_1$  ergibt.

$i_1 =$ $OA$	$RT'$	$AH$	$\eta =$ $\frac{RT'}{AH}$	$n =$ $DX$ in mm	$\cos \varphi =$ $\frac{AH}{OA}$	$M'_a =$ $5550 \cdot \frac{RT'}{n}$	$i$
45	21,2	24,2	0,87	74,4	0,548	1 565	78
60	38,7	42,7	0,91	74	0,718	2 900	104
100	73,5	80,5	0,916	73	0,805	5 600	173
196,3	121,2	142,7	0,85	70,5	0,73	9 520	340
220	123,9	150	0,83	68,3	0,682	10 000	380
243	121,2	152,5	0,793	66,6	0,63	10 100	421
(284)	113,5	150,2	0,753	64,8	0,57	9 700	490)

Mit Hilfe dieser Werte sind dann die Kurven in Fig. 266 konstruiert, wobei das nutzbare Drehmoment als Abscisse aufgetragen ist. Wie man sieht, ist das maximale Drehmoment gleich 10000 mkg, während das Drehmoment bei normalem Betrieb etwa 5600 mkg beträgt. Der Motor kann also auf das Doppelte überlastet werden, wobei die Stromstärke im Netzleiter von normal 173 Ampere auf 380 Ampere steigt. Bei noch stärkerer Belastung bleibt der Motor stehen. Die aus dem linken Teil des Diagramms in Fig. 265 entnommenen Werte sind daher nicht reell oder gelten vielmehr nur für die Anlaufperiode.

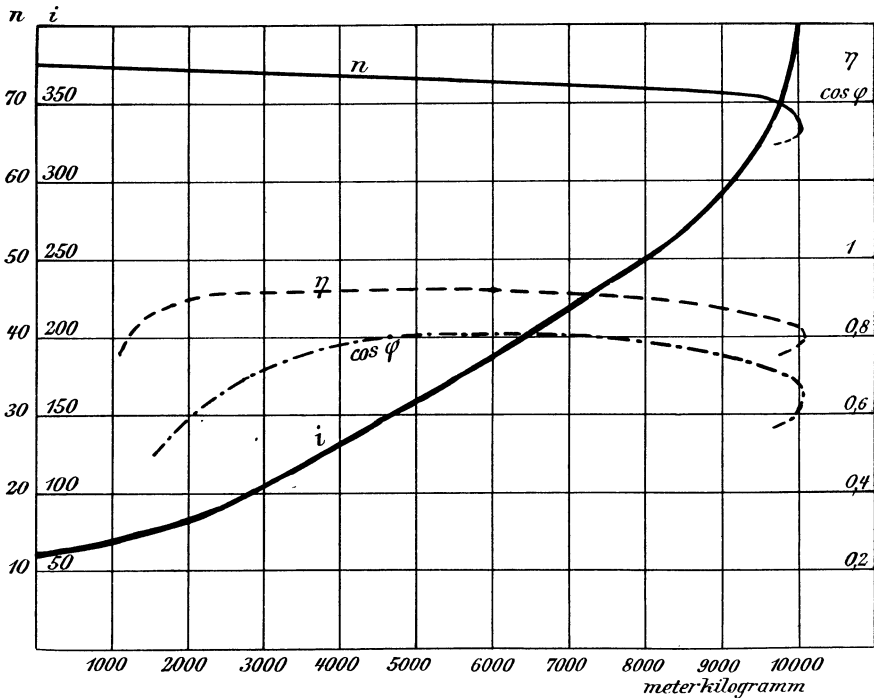


Fig. 266.

Was nun die Tourenzahl betrifft, so ist dieselbe bei normalem Betrieb gleich 73, was einer Schlüpfung von 2 auf 75 oder 2,7% entspricht. Bei stärkerer Belastung nimmt die Tourenzahl dauernd ab und erreicht bei der maximalen Belastung den Wert 68,8.

Die Kurven des Wirkungsgrades und des Leistungsfaktors steigen bei wachsender Belastung verhältnismäßig schnell an, erreichen bei der normalen Belastung ihren höchsten Wert und fallen dann bei Überlastung langsam wieder ab. Bemerkenswert ist, daß beide Kurven in der Nähe des Maximums über eine große Strecke fast parallel zur Abscissenachse verlaufen. Es könnte nun auffallen, daß bei einem 600 PS-Motor nur ein totaler Wirkungsgrad von rund 92% und ein Wert  $\cos \varphi = 0,81$  er-

zielt wird. Aus dem folgenden Abschnitt wird sich jedoch ergeben, daß die besonders niedrige Tourenzahl unseres Motors eine verhältnismäßig große Streuung bewirkt. Dadurch wird die Phasenverschiebung verhältnismäßig groß, und das muß natürlich den Wirkungsgrad ungünstig beeinflussen. Ein normaler Motor derselben Firma für die gleiche Leistung und 370 Umdrehungen pro Minute bei 50 Perioden ergab z. B.:

$$\cos \varphi = 0,92$$

$$\eta = 0,95$$

$$\text{Schlüpfung} = 1,5 \text{ } \text{‰}$$

Wir werden uns nun im nächsten Abschnitt die Frage stellen, wie man den Streuungsfaktor  $\sigma$ , der die Grundlage für die Wirkungsweise des Motors bildet, experimentell bestimmt, und wodurch seine Größe bedingt ist.

### 131. Der Streuungsfaktor.

Wenn der Rotor eine Phasenwicklung besitzt, so kann die experimentelle Bestimmung des Streuungsfaktors  $\sigma$  in folgender Weise geschehen. Man legt eine primäre Klemmspannung  $e_1$  an den Stator und mißt die Spannung an den Klemmen der offenen Rotorwicklung. Der Drehstrommotor verhält sich dann wie ein ruhender unbelasteter Transformator, und es sollten sich die Klemmspannungen  $e_1$  und  $e_2$  wie die Drahtzahlen  $z_1$  und  $z_2$  verhalten. Dabei ist natürlich gleiche Schaltung des Rotors und Stators vorausgesetzt. Bei ungleicher Schaltung wäre die verkettete Spannung durch den bekannten Faktor  $\sqrt{3}$  zu dividieren.

Wir erwarten nun an den Klemmen des Rotors eine Spannung  $e_1 \cdot z_2/z_1$ . Wenn aber infolge der Streuung nicht alle vom Stator erzeugten Kraftlinien in den Rotor dringen, so wird die sekundäre Spannung  $e_2$  kleiner sein, als der theoretisch berechnete Wert  $e_1 \cdot z_2/z_1$ . Das Verhältnis  $e_2 : e_1 \cdot z_2/z_1$  gibt uns dann das Verhältnis der auf den Rotor übertragenen Kraftlinien zu den gesamten vom Stator erzeugten Kraftlinien an. Wir erhalten also:

$$\eta_1 = \frac{e_2}{e_1 \cdot z_2/z_1}$$

In derselben Weise können wir eine äußere Drehstromquelle an den Rotor legen und dabei die Spannung  $e_1$  an den Klemmen des Stators messen. Ist  $e_2$  die an den Rotor gelegte Spannung, so ist  $e_2 \cdot z_1/z_2$  der Wert der Statorspannung, falls alle im Rotor erzeugten Kraftlinien auch in den Stator dringen. Ist dagegen eine Streuung vorhanden, so ist die am Stator gemessene Spannung  $e_1$  geringer als die theoretisch berechnete, und es ergibt sich:

$$\eta_2 = \frac{e_1}{e_2 \cdot z_1/z_2}$$

Aus den Werten von  $\eta_1$  und  $\eta_2$  ergibt sich dann der Streuungskoeffizient  $\sigma$  nach Gleichung (180 a).

Diese Methode der Bestimmung des Streuungskoeffizienten hat den Vorzug grosser Einfachheit und Übersichtlichkeit, weil sie ja direkt auf der Definition der Koeffizienten  $\eta_1$  und  $\eta_2$  beruht. Sie führt indessen in den meisten Fällen zu falschen Resultaten, weil der Streuungskoeffizient tatsächlich nicht, wie wir bisher angenommen haben, einen konstanten Wert hat. Die Diagramme, die wir bisher besprochen haben, gelten nämlich nur unter der Voraussetzung einer konstanten magnetischen Leitfähigkeit des Kraftlinienweges. Nur unter dieser Voraussetzung ist nämlich das Verhältnis des Nutzfeldes zum Streufeld ein konstantes. Tatsächlich trifft diese Voraussetzung nur für den magnetischen Widerstand des Nutzfeldes zu, der ja wesentlich aus der Luftstrecke besteht. Dagegen ändert sich der magnetische Widerstand des Streuweges, der ja wesentlich aus den Zahnstegen besteht, ganz erheblich mit der Sättigung dieser Stege. Bei Leerlauf ist die Stromstärke gering, also auch die Zahl der Streulinien, absolut genommen, gering. Weil aber dabei die magnetische Leitfähigkeit der Stege verhältnismässig gross ist, so ist der „pro Ampere“ erzeugte Streufluss bei Leerlauf grösser als bei Belastung.

Dieses Resultat wird noch deutlicher, wenn wir die Gleichung

$$\eta_1 = \frac{N_1}{N_1 + N_{s_1}}$$

so umformen, dass sie uns direkt das Verhältnis der magnetischen Widerstände angibt. Wir setzen zu diesem Zwecke

$$\frac{\eta_1}{1 - \eta_1} = \frac{N_1}{N_{s_1}}$$

Nun verhalten sich bei parallel geschalteten Zweigen die Kraftlinienflüsse umgekehrt wie die magnetischen Widerstände. Es ergibt sich also:

$$\frac{\eta_1}{1 - \eta_1} = \frac{\text{Widerstand des primären Streufeldes}}{\text{Widerstand des Nutzfeldes}}$$

oder durch Umformung:

$$\eta_1 = \frac{\text{Widerstand des primären Streufeldes}}{\text{Widerstand des Nutzfeldes} + \text{Widerstand des primären Streufeldes}}$$

Wenn nun mit wachsender Belastung die Stromstärke und die absolute Zahl der Streulinien zunimmt, so wird dadurch die Sättigung und der magnetische Widerstand des Streufeldes grösser. Dadurch wird dann der Wert von  $\eta_1$  ebenfalls grösser als bei Leerlauf. Die Maschine arbeitet also bei Belastung weit günstiger, als man es nach den oben bei Leerlauf ermittelten Koeffizienten  $\eta_1$  und  $\eta_2$  erwarten sollte.

Man wird sich also darauf beschränken müssen, den für den normalen Betriebszustand geltenden Wert von  $\sigma$  zu ermitteln. Das geschieht, indem man den Rotor kurz schliesst und den Statorstrom  $J_0$

bei ruhendem Rotor mißt. Unter der Annahme eines geringen Rotorwiderstandes fällt der Kurzschlußstrom  $J_0 = OJ$  in Fig. 254 mit dem Vektor  $OG$  zusammen. Man erhält auf diese Weise direkt  $OG = i_0 + \frac{i_0}{\sigma} = J_0$ . Man mißt außerdem den Leerstrom  $i_0$  und erhält:

$$J_0 = i_0 + \frac{i_0}{\sigma}$$

oder 
$$\sigma = \frac{i_0}{J_0 - i_0}. \quad (195)$$

Würde man nun diese Beobachtung des Kurzschlußstromes bei der gewöhnlichen Spannung vollziehen, so würde erstens der Drahtquerschnitt die hohe Stromstärke nicht aushalten, und zweitens würde der Wert von  $\sigma$  zu groß ausfallen. Während die vorige Methode einen Wert von  $\sigma$  lieferte, der nur für den äußersten rechten Teil des Diagramms gilt, würde der jetzt erhaltene Wert nur für den äußersten linken Teil gelten. Man wird daher eine solche Spannung an den Stator legen, daß bei Kurzschluß gerade der normale Betriebsstrom durch den Stator fließt. Dann sind die Streulinien während des Kurzschlusses dieselben wie bei normalem Betrieb, also ist auch das Verhältnis der magnetischen Widerstände des Streufeldes und des Nutzfeldes das gleiche wie bei normalem Betrieb. Man gewinnt auf diese Weise allerdings nicht einen allgemein gültigen Wert von  $\sigma$ , aber wenigstens den Wert von  $\sigma$  für den normalen Betriebszustand. Natürlich ist in den obigen Gleichungen für  $i_0$  ebenfalls der Magnetisierungsstrom bei der verkleinerten Spannung in Rechnung zu setzen.

Ein Beispiel wird diese Methode deutlich machen, wobei wir auf den im vorigen Abschnitt erwähnten Motor zurückgehen. Die experimentell ermittelten Daten sind aus No. 52 der E. T. Z. vom Jahre 1900 entnommen. Zur Ermittlung des Wertes von  $\sigma$  wurde der Rotor kurz geschlossen, wobei nicht die normale Netzspannung von 1900 Volt, sondern nacheinander die Spannungen von 600 und 390 Volt an den Stator gelegt wurden. Dabei ergaben sich die Kurzschlußströme zu 200 und 110 Ampere pro Netzleiter, die Kurzschlußströme pro Phase also zu  $J_0 = 200/\sqrt{3} = 116$  und  $110/\sqrt{3} = 63,7$  Ampere.

Um nun daraus die entsprechenden Werte von  $\sigma$  für die beiden Betriebszustände zu berechnen, ermitteln wir die Leerströme, die bei den Spannungen von 390 und 600 Volt auftreten würden. Diese Leerströme sind ganz wesentlich Magnetisierungsströme und dienen zur Magnetisierung der Luftstrecke zwischen Stator und Rotor. Demnach sind sie der erzeugten Kraftlinienzahl, also der elektromotorischen Gegenkraft  $E_1$  proportional, sie verhalten sich also wie die Klemmspannungen. Wenn wir demnach für eine bestimmte Klemmspannung den Wert des Leerstromes kennen, so können wir daraus die Leerströme bei anderen Klemmspannungen berechnen.



Demnach ergibt sich folgende Tabelle:

$e_1$	$i_0$	$J_0$ (gemessen)	$\sigma = \frac{i_0}{J_0 - i_0}$
1900	36 (gemessen)	—	—
600	$36 \cdot \frac{600}{1900} = 11,4$	116	0,109
390	$36 \cdot \frac{390}{1900} = 7,4$	63,7	0,131

Wir sehen sehr deutlich, daß mit wachsender Stromstärke der Wert von  $\sigma$  kleiner wird, d. h. daß die Streukoeffizienten  $\eta_1$  und  $\eta_2$  nach der Tabelle auf Seite 447 größer werden. Der Grund liegt wieder darin, daß mit wachsender Stromstärke die übertragenen Kraftlinienzahlen  $N_1$  und  $N_2$  proportional dem Strome wachsen, während die Streulinien schließlich wegen der Sättigung der Zahnstege kaum mehr zunehmen. Der prozentische Verlust durch Streuung wird also immer geringer, je stärker der Strom im Stator und Rotor ist.

Um nun den Wert von  $\sigma$  für den normalen Betriebszustand, also bei einem Phasenstrom  $i_1 = 100$  Ampere zu finden, haben wir einfach zwischen den Werten

$$\begin{array}{cc} J_0 = 116 & \sigma = 0,109 \\ & 63,7 & 0,131 \end{array}$$

zu interpolieren und erhalten für eine Stromstärke von 100 Ampere den Wert von  $\sigma$  zu

$$\sigma = 0,117.$$

Aus Gleichung (180 a) ergibt sich nun:

$$\eta_1 \cdot \eta_2 = \frac{1}{1 + \sigma}.$$

Schätzen wir also  $\eta_1 = \eta_2$ , so erhalten wir für den normalen Betriebszustand:

$$\eta_1 = \eta_2 = \sqrt{\frac{1}{1 + \sigma}} = 0,947.$$

Das ist ein im Verhältnis zur Leistung des Motors ungünstiger Wert, aber ein im Verhältnis zur großen Polzahl immerhin recht günstiger Wert.

Der dritte Weg zur experimentellen Aufnahme des Diagramms beruht darin, daß man die Belastung des Rotors verändert oder, noch besser, bei festgebremstem Rotor den Anlaufwiderstand im Rotorkreis variiert. Man mißt dann die Netzspannung  $e$ , den Netzstrom  $i$  und mit Hilfe eines oder mehrerer Wattmeter die zugeführte primäre Leistung  $P_1$ . Dann ergibt sich:

$$\cos \varphi = \frac{P_1}{\sqrt{3} \cdot e \cdot i}.$$

Man trägt dann die primäre Klemmspannung auf der Ordinatenachse auf, legt den Winkel  $\varphi$  daran und trägt auf dem anderen Schenkel des Winkels  $\varphi$  den primären Strom  $i_1$  auf. Die Kurve, die die Endpunkte des primären Vektors verbindet, ist zwar wegen der Veränderlichkeit von  $\sigma$  kein Kreis, sie wird sich aber für den Bereich des praktischen Betriebes einem Kreise nähern, dessen Durchmesser dann zur Berechnung von  $\sigma$  verwendet werden kann. Die in Fig. 267 gezeichnete Kurve ist von Behrend experimentell aufgenommen worden (Elektr. World and Engineer 1900).

Wir gehen jetzt dazu über, darzulegen, welche Umstände die Größe des Streuungskoeffizienten beeinflussen. Da die Größe des Leistungsfaktors und die Überlastungsfähigkeit direkt von  $\sigma$  abhängen, so ist die erste Aufgabe bei der Konstruktion des Drehstrommotors die Erreichung eines möglichst niedrigen Wertes von  $\sigma$ , also einer möglichst geringen Streu-

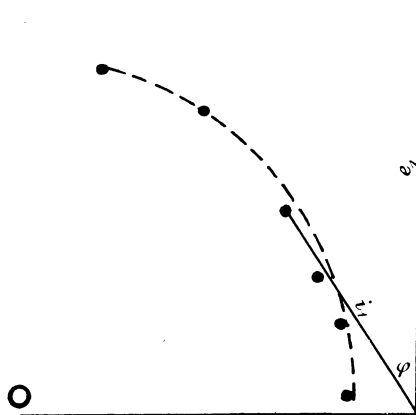


Fig. 267.

ung. Man sieht sofort, daß die Unterbringung der Drähte in geschlossenen Löchern wegen des geringen Widerstandes des Streuweges von ungünstigem Einfluß sein wird. Dieser Einfluß wird dann besonders groß, wenn die Löcher ziemlich weit von dem Luftzwischenraum entfernt sind. Sind dagegen die Stege zwischen den Zähnen sehr dünn, d. h. liegen die Löcher unmittelbar am Luftzwischenraum, so wird gegen eine geschlossene Nut kaum etwas einzuwenden sein. Am vorteilhaftesten wäre sicherlich die ganz offene Nut, weil der magnetische Widerstand des Streupfades dabei am größten ist. Indessen verursachen derartige Nuten eine ungleichmäßige Verteilung der Kraftlinien im Luftzwischenraum und daher eine Erhöhung des Magnetisierungsstromes.

Dagegen wird es vorteilhaft sein, möglichst viele Löcher pro Spulen- seite anzuwenden, damit die Anzahl der Streulinien, die von den Ampere- drähten eines Loches geschaffen wird, möglichst gering ist. Natürlich kann man darin nicht zu weit gehen, weil bei sehr großer Lochzahl der

durch Isolation eingenommene Raum unverhältnismäßig groß wird. Man beschränkt sich daher darauf, die Statorwicklung in 3 bis 5, die Rotorwicklung in 4 bis 7 Löchern pro Spulenseite unterzubringen. Aus den obigen Überlegungen geht auch hervor, daß man bei Drehstrommotoren unbedingt große Durchmesser mit kleiner Ankerlänge bevorzugen wird, da es bei großen Durchmessern, also verhältnismäßig großer Polteilung, viel leichter ist, die Drähte einer Spulenseite auf viele Löcher zu verteilen.

Um also ein günstiges Verhältnis der Streulinien zu den übertragenden Kraftlinien herbeizuführen, wird man den Widerstand des Streufeldes möglichst groß machen. Man wird aber auch gleichzeitig bestrebt sein, den Widerstand des Nutzfeldes möglichst zu erniedrigen. Das geschieht in erster Linie durch Wahl eines kleinen Luftspaltes. Es ergibt sich nämlich, daß der Wert von  $\sigma$  fast genau dem magnetischen Widerstand des Nutzfeldes, also der Länge des Luftweges zwischen Rotor und Stator proportional ist. Schreiben wir nämlich die Gleichung

$$\sigma = \frac{1 - \eta_1 \cdot \eta_2}{\eta_1 \cdot \eta_2}$$

in der Form

$$\sigma = \frac{1}{\eta_1 \cdot \eta_2} - 1$$

und setzen

$$\eta_1 \cdot \eta_2 = \frac{N_1}{N_1 + N_{s_1}} \cdot \frac{N_2}{N_2 + N_{s_2}},$$

so erhalten wir

$$\sigma = \frac{(N_1 + N_{s_1}) \cdot (N_2 + N_{s_2})}{N_1 \cdot N_2} - 1.$$

Multiplizieren wir dann den Zähler aus und vernachlässigen wir das sehr kleine Produkt  $N_{s_1} \cdot N_{s_2}$ , so erhalten wir:

$$\sigma = \frac{N_{s_1}}{N_1} + \frac{N_{s_2}}{N_2}. \quad (196)$$

Führen wir nun statt des Verhältnisses der Kraftlinien das Verhältnis der magnetischen Widerstände ein, so erhalten wir:

$$\sigma = \frac{\text{Widerst. des Nutzfeldes}}{\text{Widerst. des prim. Streufeldes}} + \frac{\text{Widerst. des Nutzfeldes}}{\text{Widerst. des sek. Streufeldes}}. \quad (197)$$

Wir finden also, daß der Wert von  $\sigma$  dem Widerstand des Nutzfeldes, d. h. der Länge des Luftweges, proportional ist, was Behrend auch experimentell nachgewiesen hat.

Es ist nun interessant, zu verfolgen, welchen Einfluß eine Verringerung des Luftabstandes auf die Wirkungsweise des Motors hat. Zunächst wird der maximale Leistungsfaktor nach der Gleichung

$$(\cos \varphi)_{max} = \frac{1}{2\sigma + 1}$$

mit Verringerung des Luftabstandes, also des Wertes von  $\sigma$  größer. Die Phasenverschiebung ist also bei der günstigsten Belastung geringer. Ebenso wird natürlich bei Verkleinerung des Luftabstandes der Leerstrom geringer, weil jetzt schon ein schwächerer Magnetisierungsstrom zur Erzeugung der Kraftlinien genügt. Dagegen war das maximale Drehmoment durch die maximale Ordinate des Halbkreises, also durch den Wert  $i_0/2\sigma$  gegeben. Da in diesem Quotienten Zähler und Nenner sich beide dem Luftabstand proportional ändern, so ist das maximale Drehmoment unabhängig von der Größe des Luftabstandes.

Von besonders großem Einfluß auf den Wert des Streuungsfaktors  $\sigma$  wird nun die gewählte Periodenzahl sein. Um das zu erkennen, betrachten wir zwei Motore, deren Eisengestell dieselben Dimensionen und dieselbe Nutenzahl hat, und die beide für die gleiche Spannung, Leistung und Tourenzahl bestimmt sind. Es soll aber der eine Motor für 50 Perioden, der andere für 30 Perioden gewickelt werden. Beide Motoren sollen in Bezug auf die Ausnutzung des Nutenquerschnittes, auf die Zahl der Ampere pro Quadratmillimeter und die Zahl der Amperedrähte pro Centimeter Umfang gleich sein.

Nun ergibt sich, wenn wir von der Verschiedenheit des Wertes von  $\cos \varphi$  bei beiden Motoren absehen, daß bei gleicher Leistung und Spannung auch die Stromstärke in beiden Fällen dieselbe ist. Soll also die Zahl der Amperedrähte pro Centimeter Umfang dieselbe sein, so haben wir in beiden Fällen dieselbe Drahtzahl und bei gleicher Lochzahl auch dieselbe Drahtzahl pro Loch.

Dagegen sind beide Motore in Bezug auf die Zahl der Polpaare verschieden, nach der Gleichung:

$$p = \frac{\sim_1}{n_1/60}.$$

Wir müssen also bei gleicher Tourenzahl dem Motor für 50 Perioden eine im Verhältnis 5 : 3 größere Polzahl geben, als dem Motor für 30 Perioden. Da der Umfang bei beiden Motoren derselbe ist, so verhalten sich die Polteilungen wie 3 : 5. Auf dem ersten Motor (Fig. 268 a) sind beispielsweise 3 Löcher pro Spulenseite oder 9 Löcher pro Polteilung vorhanden. Dann besitzt der zweite Motor statt dessen 5 Löcher pro Spulenseite oder 15 Löcher pro Polteilung (Fig. 268 b). Die Drahtzahlen pro Spulenseite verhalten sich also wie 3 : 5.

Nun folgt aus der Gleichung:

$$e_1 = k_1 \cdot N_0 \sim_1 z_1' \cdot 10^{-8},$$

wenn wir  $N_0$  rund gleich der übertragenen Kraftlinienzahl

$$N_1 = B_{\text{mittel}} \cdot Q_l$$

und  $\sim_1$  rund gleich  $p \cdot n/60$  setzen:

$$e_1 = k_1 \cdot B_{\text{mittel}} \cdot Q_1 \cdot p \cdot \frac{n}{60} \cdot z_1' \cdot 10^{-8}.$$

Nun ist  $Q_1 \cdot p$  der halbe Umfang der inneren Statorfläche, hat also in beiden Fällen denselben Wert. Da ferner auch die Werte  $e_1$ ,  $k_1$ ,  $n$  und  $z_1'$  in beiden Fällen gleich sind, so folgt, daß beide Motore mit derselben Kraftliniendichte  $B_{\text{mittel}}$  arbeiten.

Nun ist bei gleicher Induktion der Hysteresisverlust der Periodenzahl proportional. Er ist also bei dem Motor mit 50 Perioden im Verhältnis 5 : 3 größer, als bei dem Motor mit 30 Perioden.

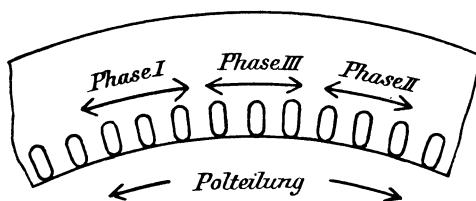


Fig. 268 a.

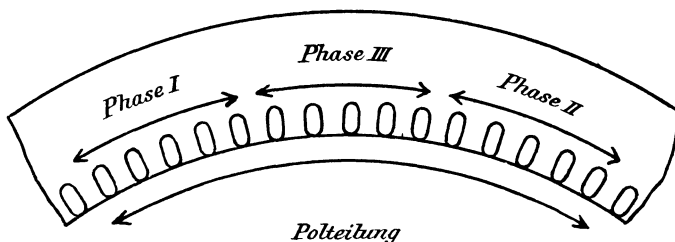


Fig. 268 b.

Ferner ergibt sich, daß zur Erzeugung derselben Induktion bei beiden Motoren auch dieselben Amperedrähte pro Spulenseite erforderlich sind. Da die Spulenseite des ersten Motors im Verhältnis 3 : 5 weniger Drähte enthält, so verhalten sich die Leerströme wie 5 : 3, also direkt wie die Periodenzahlen.

Schwieriger gestalteten sich dagegen die Verhältnisse, wenn wir den Streuungsfaktor in beiden Fällen ins Auge fassen. Wir können annehmen, daß der magnetische Widerstand des Streufeldes für beide Motoren der gleiche geblieben ist. Dagegen erhalten wir bei 50 Perioden, entsprechend der geringeren Polbreite, einen im Verhältnis 5 : 3 größeren Widerstand des Nutzfeldes als bei 30 Perioden. Nun war nach Gleichung (197) mit großer Annäherung

$$\sigma = \frac{\text{Widerst. des Nutzfeldes}}{\text{Widerst. des primären Streufeldes}} + \frac{\text{Widerst. des Nutzfeldes}}{\text{Widerst. des sekundären Streufeldes}}.$$

Wenn also die Nenner der rechten Seite bei beiden Motoren gleich geblieben sind und die Zähler sich verhalten wie die Periodenzahlen, so

folgt, daß die Werte von  $\sigma$  der Periodenzahl direkt proportional sind. Eine niedrigere Periodenzahl bedingt also einen kleinen Wert von  $\sigma$ , d. h. einen großen maximalen Leistungsfaktor. Behrend hat dieses Resultat ebenfalls experimentell bestätigt.

Es ist nun interessant, daß eine Veränderung der Periodenzahl, ebensowenig wie eine Veränderung des Luftspaltes, eine Veränderung des maximalen Drehmomentes zur Folge hat. Da nämlich in unserem Falle die größere Periodenzahl sowohl eine Vergrößerung des Magnetisierungsstromes  $i_0$ , als eine Vergrößerung des Streuungsfaktors  $\sigma$  zur Folge hat, so bleibt der Wert  $i_0/\sigma$  und damit der Durchmesser des Halbkreises konstant. Die größere Periodenzahl hat also nur den Einfluß, daß der Anfangspunkt  $O$  des primären Stromvektors weiter nach rechts gerückt und dadurch der Phasenverschiebungswinkel  $\varphi$  für den günstigsten Betriebszustand vergrößert wird.

---

## Neunzehntes Kapitel.

132. Das Verhältnis der Stromstärken im rotierenden Umformer. — 133. Der Effektverlust im rotierenden Umformer. — 134. Vergleich des rotierenden Umformers mit dem Gleichstromgenerator hinsichtlich des Effektverlustes im Anker.

### 132. Das Verhältnis der Stromstärken im rotierenden Umformer.

Das Prinzip des rotierenden Umformers ist schon im Abschnitt 95 besprochen. Eine gewöhnliche Gleichstrommaschine, der ein Gleichstrom mit Hilfe eines Kollektors zugeführt wird, läuft als Gleichstrommotor und liefert zugleich Wechselstrom, der von Schleifringen auf der Achse abgenommen wird. Umgekehrt läuft eine solche Maschine als Synchronmotor, wenn ihr durch die Schleifringe ein Wechselstrom zugeführt wird. Dabei liefert sie dann am Kommutator einen Gleichstrom. Das Eigentümliche dieser Maschinen besteht also darin, daß im Anker beide Ströme fließen, so daß sich also der Wechselstrom zeitweise zu dem Gleichstrom addiert und zeitweise subtrahiert. Die Joule'sche Wärme im Anker ist also im Umformer eine ganz andere, als wenn die Maschine bei derselben Stärke des Gleichstromes mechanisch als Generator angetrieben wird.

Um nun die Joule'sche Wärme im Umformer mit derjenigen eines Gleichstromgenerators vergleichen zu können, müssen wir das Verhältnis der Stärke des in einem Ankerleiter fließenden Gleichstroms  $c$  zu dem Maximalwert  $i_{max}$  des Wechselstromes kennen. Dieses Verhältnis sei gegeben durch die Gleichung:

$$\eta = \frac{i_{max}}{c}. \quad (198)$$

Nun folgt, daß die Leistung des Wechselstromes gleich der Leistung des Gleichstromes ist. Ist also:

$\nu$  die Anzahl der Ankerabteilungen, also  $\nu = 2$  bei Einphasenumformer,  
 $\nu = 3$  bei Dreiphasenumformer etc.,

$z'$  die Drahtzahl pro Ankerabteilung,

$i = \frac{i_{max}}{\sqrt{2}}$  die effektive Stromstärke pro Ankerabteilung,

$E$  die elektromotorische Kraft pro Ankerabteilung,

$\varphi$  die Phasenverschiebung zwischen der elektromotorischen Kraft  $E$  und der Stromstärke  $i$ ,

so ergibt sich die Gesamtleistung des Wechselstromes zu

$$P = \nu \cdot E \cdot i \cdot \cos \varphi.$$

Setzen wir darin für  $E$  den bekannten Ausdruck

$$E = k \cdot N \sim z' \cdot 10^{-8}$$

und für  $i$  den Ausdruck

$$i = \frac{i_{max}}{\sqrt{2}} = \frac{\eta \cdot c}{\sqrt{2}},$$

so erhalten wir die Leistung des Wechselstromes zu

$$P = \nu \cdot \frac{k}{\sqrt{2}} \cdot N \sim z' \cdot \eta \cdot c \cdot 10^{-8} \cdot \cos \varphi.$$

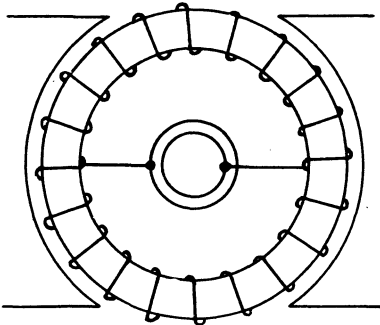


Fig. 269 a.

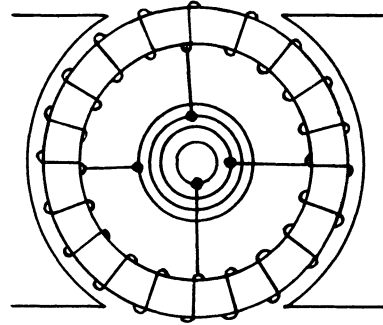


Fig. 269 b.

Dagegen ist die Stromstärke des Gleichstromes bei Serienwicklung gleich  $2c$ , und die ganze Leistung ergibt sich zu

$$P = p \cdot N \cdot \frac{n}{60} \cdot z \cdot 10^{-8} \cdot 2c = N \sim z \cdot 10^{-8} \cdot 2c.$$

Für Parallelwicklung ergibt sich übrigens die gleiche Formel.

Ersetzen wir jetzt  $z$  durch  $\nu \cdot z'$  und setzen die Leistung des Wechselstromes gleich derjenigen des Gleichstromes, so erhalten wir:

$$\eta = \frac{2 \cdot \sqrt{2}}{k \cdot \cos \varphi}. \tag{199}$$

Dabei hängt der Wert von  $k$  wesentlich von der Breite der Spulenseite ab. Bei Einphasenumformern (Fig. 269 a) entspricht die Breite  $2\gamma$  einer Spulenseite einer Polteilung, ist also gleich dem Bogen  $\pi$ . Bei Zwei- oder Vierphasenumformern (Fig. 269 b) ist die Breite  $2\gamma$  gleich dem Bogen



$\pi/2$ . Bei Dreiphasenumformern (Fig. 269c) ist sie gleich  $\frac{2}{3}\pi$  und bei Sechsphasenumformern gleich dem Bogen  $\pi/3$  (Fig. 269d).

Ferner ist der Wert des Faktors  $k$  von der Gestaltung des magnetischen Feldes abhängig. Wir haben wieder, wie früher, ein sinusförmiges Feld, eine Polbreite gleich  $\frac{2}{3}$  der Teilung und eine Polbreite gleich  $\frac{1}{2}$  der Teilung zu unterscheiden.

Für ein sinusförmiges Feld ergibt sich nach Gleichung (144):

$$k = 2,22 \cdot \frac{\sin \gamma}{\gamma} = \frac{\pi}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sin \gamma}{\gamma}.$$

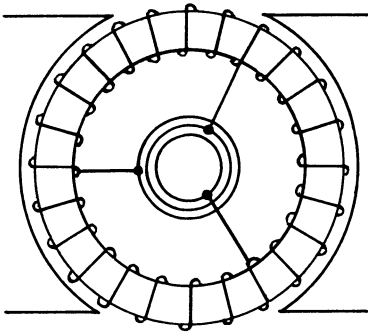


Fig. 269 c.

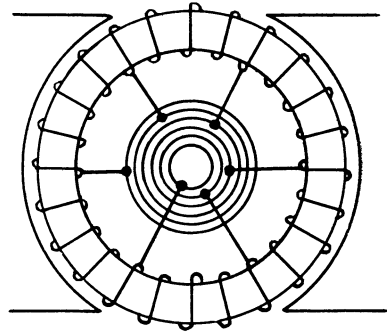


Fig. 269 d.

Für Polbreiten gleich  $\frac{2}{3}$  und  $\frac{1}{2}$  der Teilung kommt zunächst der Fall in Betracht, wo die Breite  $2\gamma$  der Spulenseite größer ist als der Polbogen  $\beta$ . Dieser Fall trifft für Einphasen- und Dreiphasenumformer mit den Polbreiten  $\frac{2}{3}$  und  $\frac{1}{2}$  der Teilung zu. Ist also nach Gleichung (151)

$$\delta = 2\gamma + \beta - \pi,$$

so ergibt sich nach Gleichung (152) und (153):

$$k = \frac{\pi}{\gamma} \sqrt{\frac{2\gamma}{\pi} - \frac{\beta}{3\pi} - \frac{\delta^3}{3\beta^2 \cdot \pi}}. \quad (2\gamma > \beta.)$$

Dagegen ist die Breite der Spulenseite bei Vier- und Sechsphasenumformern kleiner als die Polbreite, vorausgesetzt, daß die Polbreite gleich  $\frac{2}{3}$  und  $\frac{1}{2}$  der Teilung ist. Für Vier- und Sechsphasenumformer kommen daher die Gleichungen (147) und (154) in Betracht. Aus denselben ergibt sich:

$$k = \frac{2\pi}{\beta} \sqrt{\frac{\beta}{\pi} - \frac{2\gamma}{3\pi} - \frac{\delta^3}{12\gamma^2 \cdot \pi}}. \quad (2\gamma < \beta.)$$

Dabei ist  $\delta$  gleich Null zu setzen, falls negative Werte herauskommen.

Nach diesen Gleichungen sind die Werte der folgenden Tabelle berechnet.

	$2\gamma/\pi$	Werte des Faktors $k$		
		für Sinusform	für $\beta/\pi = 2/3$	für $\beta/\pi = 1/2$
Einphasen . . . .	1	$\sqrt{2}$	$2/3\sqrt{5}$	$2/3\sqrt{6}$
Dreiphasen . . . .	$2/3$	$3/4\sqrt{6}$	$1/2\sqrt{15}$	$2/3\sqrt{10}$
Vierphasen . . . .	$1/2$	2	$2/3\sqrt{10}$	$4/3\sqrt{3}$
Sechphasen . . . .	$1/3$	$3/2\sqrt{2}$	$\sqrt{5}$	$2/3\sqrt{14}$

Aus den Werten von  $k$  ergeben sich dann leicht die Werte von  $\eta = \frac{2\sqrt{2}}{k \cdot \cos \varphi}$ . Dieselben werden uns nun im folgenden Abschnitt dazu dienen, den Effektverlust durch Joule'sche Wärme im Umformer zu ermitteln.

### 133. Der Effektverlust im rotierenden Umformer.

Der Umformer laufe als Gleichstrommotor und Wechselstromgenerator. Bei Phasengleichheit zwischen Stromstärke und elektromotorischer Kraft des Wechselstromes tritt der Stromwechsel gerade ein, wenn die Mitte der Spulenseite sich in der neutralen Zone befindet. Die Richtung des Wechselstromes ist nun im wesentlichen stets derjenigen des Gleichstromes entgegengesetzt, da Motorenstrom und Generatorenstrom entgegengesetzte Richtung haben. Die Spulenseite des Wechselstromes hat jedoch eine verhältnismäßig große Breite, und es liegt daher eine vom Wechselstrom durchflossene Spulenseite zeitweise gleichzeitig vor beiden Polen. Da die Stromrichtung des Gleichstromes in den Drähten vor dem Nordpol die entgegengesetzte ist wie vor dem Südpol, so folgt, daß zeitweise in einem Teil der Spulenseite eine Addition, im andern Teil eine Subtraktion beider Ströme stattfindet.

In dem in Fig. 270 gezeichneten Augenblick, wo die Mitte der Spulenseite mit der neutralen Zone den Winkel  $\alpha$  bildet, ist z. B. der Strom oberhalb der neutralen Zone  $c - i_{max} \cdot \sin \alpha$ , unterhalb der neutralen Zone  $c + i_{max} \cdot \sin \alpha$ . Bei Phasenverschiebung zwischen der elektromotorischen Kraft und der Stromstärke haben wir statt dessen oberhalb der neutralen Zone den Strom

$$c - i_{max} \cdot \sin(\alpha - \varphi) = c \cdot [1 - \eta \cdot \sin(\alpha - \varphi)]$$

und unterhalb der neutralen Zone

$$c + i_{max} \cdot \sin(\alpha - \varphi) = c \cdot [1 + \eta \cdot \sin(\alpha - \varphi)].$$

Setzen wir jetzt

$$\eta \cdot \sin(\alpha - \varphi) = x,$$

so ergibt sich die Stromstärke

$$\begin{aligned} &\text{oberhalb der neutralen Zone zu } c(1-x), \\ &\text{unterhalb " " " " } c(1+x). \end{aligned}$$

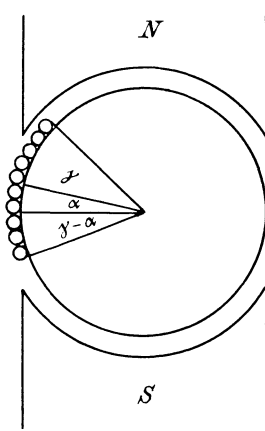


Fig. 270.

Ist nun  $w$  der Widerstand der ganzen Spulenseite, so ist nach Fig. 270 der Widerstand des oben liegenden Teiles  $\frac{\gamma + \alpha}{2\gamma} \cdot w$ , und der Widerstand des unten liegenden Teiles  $\frac{\gamma - \alpha}{2\gamma} \cdot w$ . Der Momentanwert des Effektverlustes in der Spulenseite ist also:

$$P_0 = \frac{\gamma + \alpha}{2\gamma} \cdot w \cdot c^2 \cdot (1 - x)^2 + \frac{\gamma - \alpha}{2\gamma} \cdot w \cdot c^2 \cdot (1 + x)^2.$$

Quadrieren wir aus und ziehen zusammen, so erhalten wir unter vorläufiger Vernachlässigung des Faktors  $c^2 \cdot w$  den Momentanwert:

$$P_0 = x^2 + 1 - \frac{2\alpha}{\gamma} \cdot x.$$

Diese Gleichung gilt gleichmäßig für positive und negative Werte von  $\alpha$ .

Der Zeitraum, während dessen die Spulenseite gleichzeitig vor beiden Polen liegt, erstreckt sich nun zwischen den Grenzen  $\alpha = -\gamma$  und  $\alpha = +\gamma$ .

Wir tragen jetzt den Bogen  $\alpha$  als Abscisse und den Momentanwert des Effektverlustes als Ordinate auf und erhalten zwischen den Grenzen  $\alpha = -\gamma$  und  $\alpha = +\gamma$  eine Fläche:

$$F_1 = \int_{-\gamma}^{+\gamma} (1 + x^2) \cdot d\alpha - \int_{-\gamma}^{+\gamma} \frac{2\alpha \cdot x}{\gamma} \cdot d\alpha.$$

Wir betrachten jetzt den Zeitraum, in welchem die ganze Spulenseite vor einem Pol allein liegt. Dieser Zeitraum erstreckt sich zwischen den Grenzen  $\alpha = \gamma$  und  $\alpha = \pi - \gamma$ . Während desselben ergibt sich die Stromstärke durch die Differenz des Gleichstromes und Wechselstromes. Der Momentanwert des Effektverlustes ist also in diesem Zeitraum gegeben durch die Gleichung:

$$P_0 = w \cdot c^2 \cdot (1 - x)^2 = w \cdot c^2 \cdot (1 + x^2 - 2x).$$

Wir vernachlässigen wieder vorläufig den Faktor  $w \cdot c^2$ , tragen den Bogen als Abscisse und den Momentanwert des Effektverlustes als Ordinate auf. Die Fläche zwischen  $\alpha = \gamma$  und  $\alpha = \pi - \gamma$  ergibt sich dann zu

$$F_2 = \int_{\gamma}^{\pi-\gamma} (1 + x^2) \cdot d\alpha - \int_{\gamma}^{\pi-\gamma} 2x \cdot d\alpha.$$

Das erste Integral in der Gleichung für  $F_1$  und  $F_2$  ergibt ein fortlaufendes Integral. Wir erhalten also eine Gesamtfläche:

$$F = F_1 + F_2 = \int_{-\gamma}^{\pi-\gamma} (1 + x^2) \cdot d\alpha - \int_{\gamma}^{\pi-\gamma} 2x \cdot d\alpha - \int_{-\gamma}^{+\gamma} \frac{2\alpha \cdot x}{\gamma} \cdot d\alpha.$$

Wir setzen nun für  $x$  den Wert  $\eta \cdot \sin(\alpha - \varphi)$  ein. Das erste Integral ist dann durch Substitution zu lösen. Das zweite ist direkt lösbar, und beim dritten ist die teilweise Integration anzuwenden. Wir erhalten dann der Reihenfolge nach die folgenden Werte:

$$\begin{aligned} & \left[ \alpha + \frac{\eta^2}{2} (\alpha - \varphi) - \frac{\eta^2}{2} \cdot \sin(\alpha - \varphi) \cdot \cos(\alpha - \varphi) \right]_{-\gamma}^{\pi-\gamma}, \\ & + \left[ 2\eta \cdot \cos(\alpha - \varphi) \right]_{\gamma}^{\pi-\gamma}, \\ & + \frac{2\eta}{\gamma} \left[ \alpha \cdot \cos(\alpha - \varphi) - \sin(\alpha - \varphi) \right]_{-\gamma}^{+\gamma}. \end{aligned}$$

Durch Einsetzung der Grenzen und Summierung erhalten wir die Gesamtfläche zu

$$F = \pi + \frac{\eta^2 \cdot \pi}{2} - \frac{2\eta}{\gamma} \cdot \left\{ \sin(\gamma + \varphi) + \sin(\gamma - \varphi) \right\}.$$

Setzen wir jetzt für  $\sin(\gamma + \varphi)$  und  $\sin(\gamma - \varphi)$  die bekannten Formeln aus der Trigonometrie ein, so erhalten wir:

$$F = \pi + \frac{\eta^2 \cdot \pi}{2} - \frac{2\eta}{\gamma} \cdot \sin \gamma \cdot \cos \varphi.$$

Wenn wir diese Fläche durch die Basis  $\pi$  dividieren und den konstanten Faktor  $w \cdot c^2$  wieder einführen, so erhalten wir den mittleren Effektverlust pro Spulenseite zu

$$P_0 = w \cdot c^2 \cdot \left\{ 1 + \frac{\eta^2}{2} - \frac{4\eta}{\gamma \cdot \pi} \cdot \sin \gamma \cdot \cos \varphi \right\}.$$

Führen wir nun für  $\eta$  den früher ermittelten Wert  $\frac{2 \cdot \sqrt{2}}{k \cdot \cos \varphi}$  ein, so erhalten wir:

$$P_0 = w \cdot c^2 \cdot \left( 1 + \frac{4}{k^2 \cdot \cos^2 \varphi} - \frac{3,6}{k} \cdot \frac{\sin \gamma}{\gamma} \right). \quad (200)$$

Diese Gleichung wird uns nun im folgenden Abschnitt dazu dienen, den Umformer mit dem Gleichstromgenerator in Hinsicht des Kupferverlustes im Anker zu vergleichen.

### 134. Vergleich des rotierenden Umformers mit einem Gleichstromgenerator hinsichtlich des Effektverlustes im Anker.

In Gleichung (200) ist das Produkt  $w \cdot c^2$  der Effektverlust pro Spulenseite, wenn die Maschine als Gleichstromgenerator angetrieben wird und dabei den Gleichstrom  $c$  liefert. Der Ausdruck in der Klammer

$$\varepsilon = 1 + \frac{4}{k^2 \cdot \cos^2 \varphi} - \frac{3,6}{k} \cdot \frac{\sin \gamma}{\gamma}$$

gibt also an, wie viel mal größer der Effektverlust im Umformer ist, als wenn die Maschine denselben Gleichstrom als mechanisch angetriebener Generator liefert.

Je größer also der Phasenverschiebungswinkel  $\varphi$  ist, je kleiner also der Wert von  $\cos \varphi$  ist, desto größer wird in der obigen Gleichung für  $\varepsilon$  das zweite Glied und damit der Verlust. Ferner ergibt sich aus der Gleichung für  $\varepsilon$  sehr deutlich der Einfluss der Spulenbreite. Ist z. B. das Feld sinusförmig, so ist der Faktor  $k$  dem Werte  $\frac{\sin \gamma}{\gamma}$  proportional, d. h., das letzte Glied in der Gleichung für  $\varepsilon$  ist für alle Spulenbreiten konstant. Demnach kommt der Einfluss der Spulenbreite nur in dem zweiten Gliede in Betracht. Je kleiner die Spulenbreite ist, desto größer wird der Faktor  $k$ . Dadurch wird dann das zweite Glied in der obigen Gleichung kleiner und demnach der Effektverlust ebenfalls geringer. Die Überlegenheit des Sechphasenumformers infolge seiner geringen Breite der Spulenseite tritt also klar hervor. Ist das Feld nicht sinusförmig, so werden diese Verhältnisse nur ganz unwesentlich geändert.

Die folgende Tabelle enthält für die verschiedenen Fälle die Werte von  $\varepsilon$ , d. h., das Verhältnis des Verlustes im Umformer zu dem Verlust im Generator bei gleicher Stromstärke des Gleichstromes.

	$\cos \varphi$	$\varepsilon = 1 + \frac{4}{k^2 \cdot \cos^2 \varphi} - \frac{3,6}{k} \cdot \frac{\sin \gamma}{\gamma}$		
		Sinusförmiges Feld	$\beta/\pi = 2/3$	$\beta/\pi = 1/2$
Einphasen . . . . .	1	1,38	1,26	1,10
	0,8	2,5	2,28	1,94
Dreiphasen . . . . .	1	0,56	0,53	0,49
	0,8	1,23	1,13	0,99
Vierphasen . . . . .	1	0,38	0,36	0,35
	0,8	0,94	0,87	0,77
Sechphasen . . . . .	1	0,27	0,26	0,26
	0,8	0,77	0,71	0,63

Die Tabelle zeigt, daß man die Verluste ganz erheblich vermindert, wenn man durch geeignete Erregung der Maschine dafür sorgt, daß die Phasenverschiebung gleich Null wird. Ferner zeigt die Tabelle die gewaltige Überlegenheit des mehrphasigen Umformers gegenüber dem einphasigen. Der Einfluß der Polform ist nach der Tabelle sehr gering und wird in Wirklichkeit wegen der Abrundung der Pole noch weniger ins Gewicht fallen.

Für die Praxis interessiert uns nun noch die Frage, wie stark wir den rotierenden Umformer belasten können, ohne daß der Anker zu warm wird. Es sei

$c$  der Gleichstrom, den der Umformer liefert,

$c_1$  der Strom, den dieselbe Maschine als mechanisch angetriebener Gleichstromgenerator liefert.

Der Verlust pro Spulenseite ist dabei im Generator  $c_1^2 \cdot w$ , im Umformer dagegen nach Gleichung (200)  $\varepsilon \cdot c^2 \cdot w$ . Wenn beide Verluste gleich sein sollen, so ergibt sich:

$$c_1^2 \cdot w = \varepsilon \cdot c^2 \cdot w$$

oder

$$\frac{c}{c_1} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}}$$

Unter Voraussetzung gleichen Effektverlustes im Anker ist also das Verhältnis des Gleichstromes im Umformer zum Gleichstrom im Generator durch den Wert  $1/\sqrt{\varepsilon}$  gegeben. Dieser Wert gibt also auch das Verhältnis der Leistungen beider Maschinen unter Voraussetzung gleicher Erwärmung des Ankers an. In der folgenden Tabelle sind die Werte von  $1/\sqrt{\varepsilon}$  für die einzelnen Fälle zusammengestellt.

	$\cos \varphi$	$1/\sqrt{\varepsilon}$		
		Sinusförmiges Feld	$\beta/\pi = 2/3$	$\beta/\pi = 1/2$
Einphasen . . . . .	1	0,85	0,89	0,95
	0,8	0,63	0,66	0,72
Dreiphasen . . . . .	1	1,33	1,37	1,43
	0,8	0,9	0,94	1,0
Vierphasen . . . . .	1	1,62	1,66	1,70
	0,8	1,03	1,07	1,14
Sechsphasen . . . . .	1	1,93	1,95	1,94
	0,8	1,14	1,18	1,26

Ist also die Phasenverschiebung gleich Null, so leistet der Einphasenumformer bei gleicher Erwärmung des Ankers 85 % von dem, was der Gleichstromgenerator leistet. Dagegen leistet der Sechsphasenumformer bei  $\cos \varphi = 1$  etwa das Doppelte des Gleichstromgenerators.

# Anhang.

## Die symbolische Darstellung von Wechselstromgrößen.

(Nach Steinmetz, Theorie und Berechnung der Wechselstromerscheinungen.)

### 1. Das Polardiagramm.

Wir haben früher im Vektordiagramm die Maximalwerte der Spannung oder der Stromstärke als Vektoren aufgetragen und haben diese Vektoren rotieren lassen. Die Richtung des Radius Vektor entsprach dann z. B. der räumlich wechselnden Stellung der Ankerspule, und der Momentanwert der Spannung war durch die Projektion des Vektors auf die Ordinatenachse gegeben.

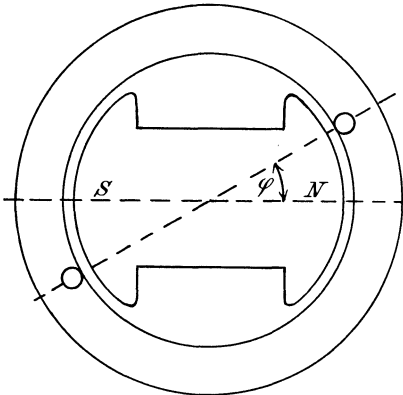


Fig. 271 a.

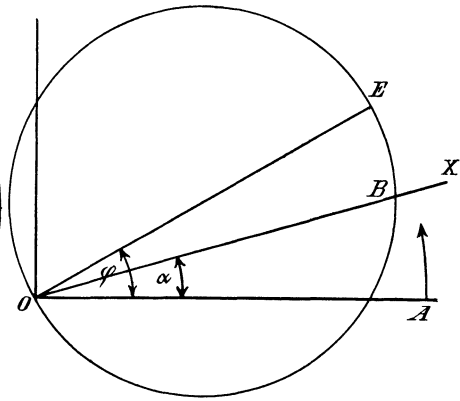


Fig. 271 b.

Im Gegensatz dazu betrachten wir in Fig. 271a die Ankerspule als feststehend und lassen das Polrad rotieren. Die Anfangslage der magnetischen Achse des Polrades sei willkürlich in die Abscissenachse gelegt, und die Ebene der feststehenden Spulenseite bilde mit der Anfangslage den konstanten Winkel  $\varphi$ . Wir betrachten nun im Polardiagramm (Fig. 271b) ebenfalls die Abscissenachse als die Anfangslage und zeichnen den Vektor  $OE = E_{max}$  in einer durch den Winkel  $\varphi$  gegebenen Richtung. Über  $OE$  als Durchmesser schlagen wir dann einen Kreis. Wir betrachten nun  $OE$  als feststehend und lassen den Strahl  $OX$  entgegen dem Uhrzeiger



rotieren. Wenn derselbe um den Winkel  $\alpha$  gegen die Nulllage vorgeschritten ist, so schneidet er den Kreis im Punkte  $B$ . Der Momentanwert der elektromotorischen Kraft ist dann:

$$E_{max} \cdot \cos(\varphi - \alpha) = OB.$$

Man bezeichnet nun den Durchmesser  $E_{max}$  als die Intensität der Sinuswelle und den Winkel  $\alpha$  als die Amplitude der Welle in dem betrachteten Zeitpunkt. Der Winkel  $\varphi$  oder die Amplitude des Durchmessers heißt die Phase der Welle. In Polarkoordinaten ist also der Momentanwert als Funktion der Amplitude  $\alpha$  gegeben. Der Maximalwert wird in dem Augenblicke erreicht, wenn der rotierende Strahl  $OX$  mit dem Durchmesser  $OE$  zusammenfällt.

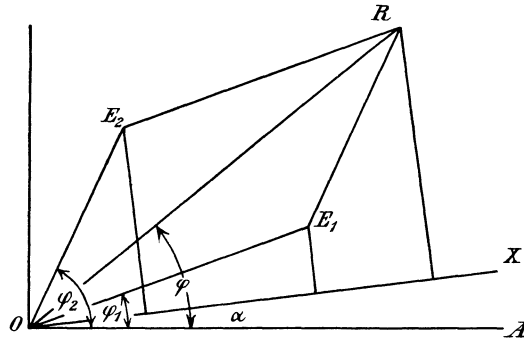


Fig. 272.

In Fig. 272 sind z. B. die elektromotorischen Kräfte  $E_1$  und  $E_2$  von verschiedener Phase, weil ihre Maximalwerte  $OE_1$  und  $OE_2$  verschiedene Winkel  $\varphi_1$  und  $\varphi_2$  mit der Nulllage einschließen. Die elektromotorische Kraft  $E_2$  bleibt hinter  $E_1$  in der Phase zurück, weil der rotierende Strahl  $OX$  zuerst mit  $OE_1$  und später mit  $OE_2$  zusammenfällt. Es zeigt sich, daß wir bei Drehung des Strahles  $OX$  entgegen dem Uhrzeiger genau dieselbe Figur erhalten, wie früher, wo wir die Vektoren der Maximalwerte im Sinne des Uhrzeigers rotieren ließen.

## 2. Geometrische Addition.

Nach Fig. 271b ist der Momentanwert durch  $OB$ , d. h. durch die Projektion des Durchmessers  $OE$  auf den rotierenden Strahl  $OX$  gegeben. Ähnlich wie in Abschnitt 73 (Seite 252) ergibt sich daraus, daß wir die beiden elektromotorischen Kräfte  $OE_1$  und  $OE_2$  in Fig. 272 durch eine Resultierende ersetzen können, deren Intensität gleich  $OR$  und deren Phase gleich  $\varphi$  ist.

Wir sehen nun im folgenden von den Momentanwerten ab und betrachten nur den Maximalwert (die Intensität) und die Phase der Welle.

Selbstverständlich können wir wieder, wie früher, statt der Maximalwerte die Effektivwerte auftragen, da sich dadurch nur der Maßstab ändert. Wie wir sahen, ist eine Welle durch ihre Intensität und ihre Phase gegeben. Wir können nun aber statt der Intensität und der Phase die rechtwinkligen Koordinaten des Durchmessers  $OE$  einführen. In diesem Sinne ist die Welle in Fig. 273 durch die Abscisse  $a = 3$  und die Ordinate  $b = 4$  gegeben. Dabei gelten die Gleichungen:

$$OE = \sqrt{a^2 + b^2},$$

und

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{b}{a}.$$

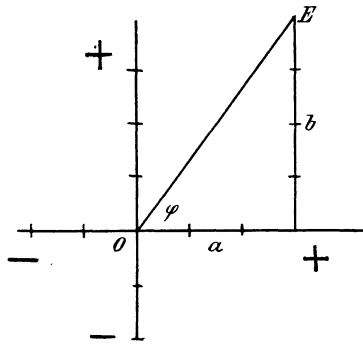


Fig. 273.

Wie gebräuchlich, werden wir dabei die Abszissen, die rechts von der Ordinatenachse liegen, als positiv, diejenigen links von der Ordinatenachse als negativ einführen. Es empfiehlt sich nun, die Ordinaten in der positiven Richtung der Ordinatenachse als positiv imaginär und die Ordinaten in der negativen Richtung der Ordinatenachse als negativ imaginär einzuführen. Da der Buchstabe  $i$  schon zur Bezeichnung der Stromstärke dient, so wird zur Bezeichnung der imaginären Zahl  $\sqrt{-1}$  der Buchstabe  $j$  gewählt. Dann ergibt sich zur symbolischen Bezeichnung der Wechselstromwelle in Fig. 273, wenn  $E$  die Intensität bedeutet, die Gleichung:

$$E = 3 + j \cdot 4.$$

Allgemein wählen wir, wie Steinmetz es in seinem Werke „Theorie und Berechnung der Wechselstromerscheinungen“ tut, für die Intensität große Buchstaben, für die Projektionen auf die Achsen kleine Buchstaben.

Nun ist die Projektion einer Resultierenden nach Seite 252 gleich der Summe der Projektionen der Komponenten. Sind also z. B. zwei Wellen von verschiedener Phase gegeben, so können wir die geometrische Addition statt der früher benutzten graphischen Methode jetzt rechnerisch durchführen. In Fig. 274 ergeben z. B. die elektromotorischen Kräfte

$E_1$  und  $E_2$ , deren Phase  $\varphi_1$  und  $\varphi_2$  ist, eine Resultierende, deren Intensität gleich  $E$  und deren Phase gleich  $\varphi$  ist. Eine Berechnung der Intensität mit Hilfe trigonometrischer Formeln wäre sehr umständlich. Auch die Zeichnung ist umständlich, wenn man aus den gegebenen Winkeln  $\varphi_1$  und  $\varphi_2$  die Richtungen von  $E_1$  und  $E_2$  festzulegen hat. Nach der symbolischen Methode ergibt sich dagegen:

$$\begin{aligned} E_1 &= +3 + j \cdot 2 \\ E_2 &= -4 + j \cdot 3 \\ \hline E = E_1 + E_2 &= -1 + j \cdot 5. \end{aligned}$$

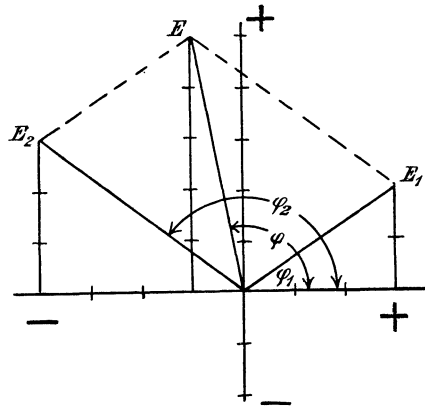


Fig. 274.

Wie man sieht, ist die geometrische Addition, die früher für uns ein bloßer Name war, jetzt wirklich zur Rechenoperation des Addierens geworden. Das + Zeichen zwischen  $E_1$  und  $E_2$  bedeutet die geometrische Addition. — Will man nun von der Rechnung mit komplexen Zahlen zur Rechnung mit reellen Werten zurückgehen, so hat man im obigen Resultat zu setzen:

$$E = \sqrt{(-1)^2 + 5^2} = \sqrt{26},$$

und

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{+5}{-1} = -5.$$

### 3. Drehung der Wellen.

Wir betrachten in Fig. 275 zwei elektromotorische Kräfte von gleicher Intensität, von denen  $E_2$  um  $90^\circ$  hinter  $E_1$  zurückbleibt. Wie man sieht, ist

$$E_1 = +4 + j \cdot 3$$

und

$$E_2 = -3 + j \cdot 4.$$

Da  $(j)^2 = -1$  ist, so folgt, daß man die Welle  $E_2$  aus der Welle  $E_1$  durch Multiplikation mit  $j$  erhält:

$$E_2 = j \cdot E_1 = j \cdot 4 - 3.$$

Die Multiplikation mit  $j$  verschiebt also den Durchmesser der Welle in Richtung des rotierenden Strahles  $OX$ , und man erhält eine Welle, die gegen die ursprüngliche Welle um  $90^\circ$  zurückbleibt.

Ebenso können wir die Welle  $E_1$  aus der Welle  $E_2$  entstanden denken durch Multiplikation mit  $-j$ .

$$E_1 = -j \cdot E_2 = -j(-3 + j \cdot 4)$$

oder, da  $(-j)(+j) = +1$  ist,

$$E_1 = 4 + j \cdot 3.$$

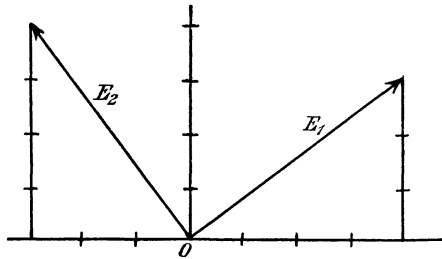


Fig. 275.

Die Multiplikation einer Welle mit  $-j$  bedeutet also die Verschiebung des Durchmessers entgegengesetzt der Rotationsrichtung des Strahles  $OX$ . Man erhält dadurch eine Welle, die der ursprünglichen Welle um  $90^\circ$  voraufeilt.

Haben wir endlich zwei Wellen, deren Phasendifferenz  $180^\circ$  beträgt, so sind die Koordinaten der einen Welle die negativen Werte der Koordinaten der andern Welle. Multiplikation mit  $-1$  verschiebt also die Welle um  $180^\circ$ .

Wir sind jetzt in der Lage, die Ohm'sche Spannung und die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion durch symbolische Bezeichnung auszudrücken, wenn die Stromstärke nach Intensität und Phase gegeben ist. Es sei z. B. die Stromstärke nach Intensität und Phase gegeben durch

$$J = 3 - j \cdot 2.$$

Der Widerstand  $w$  sei gleich 2 Ohm und die Induktanz  $L\omega$ , die wir der Einfachheit wegen mit  $x$  bezeichnen, sei 1,5 Ohm. Dann ergibt sich die Ohm'sche Spannung nach Größe und Phase, indem wir einfach die Gleichung für  $J$  mit  $w$  multiplizieren.

Dadurch erhalten wir:

$$J \cdot w = 2 \cdot (3 - j \cdot 2) = 6 - j \cdot 4.$$

Um die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion nach Gröfse und Phase zu bestimmen, haben wir aber die Gleichung für  $J$  nicht blofs mit  $x$ , sondern außerdem mit  $j$  zu multiplizieren. Dadurch erreichen wir, dafs die berechnete Welle um  $90^\circ$  hinter der Stromwelle zurückbleibt. Wir erhalten also:

$$E_s = j \cdot x \cdot J$$

oder in unserm Falle:

$$E_s = j \cdot 1,5 \cdot (3 - j \cdot 2) = +3 + j \cdot 4,5.$$

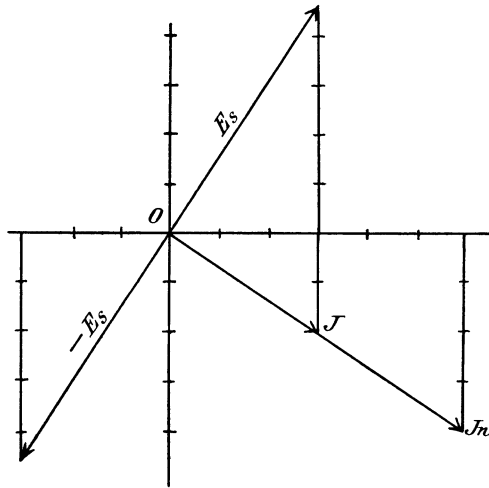


Fig. 276.

Ein Blick auf Fig. 276 bestätigt uns dies Resultat. Dabei haben wir unter  $E_s$  die elektromotorische Kraft der Selbstinduktion verstanden, die der Klemmspannung zum Teil entgegenwirkt. Wollen wir die Komponente der Klemmspannung haben, die der Selbstinduktion das Gleichgewicht hält, so haben wir die Gleichung für  $E_s$  noch mit  $-1$  zu multiplizieren und erhalten

$$-E_s = -3 - j \cdot 4,5.$$

#### 4. Induktanz und Ohm'scher Widerstand in serie.

Allgemein eilt die Komponente der Klemmspannung, die der Selbstinduktion das Gleichgewicht hält, dem Strome um  $90^\circ$  voraus. Wir erhalten sie also, wenn wir den Strom  $J$  mit  $x$  und außerdem mit  $-j$  multiplizieren. Das ergibt  $-j \cdot x \cdot J$ . Die ganze Klemmspannung ist die Resultierende aus den beiden Spannungen, die zur Überwindung des Ohm'schen Widerstandes und der Selbstinduktion dienen. Sie ergibt sich also durch geometrische Addition zu

$$E = J \cdot w + (-j \cdot x \cdot J) = J \cdot (w - j \cdot x).$$

Als gesamten Widerstand oder als Impedanz  $Z$  ist also der Wert  $w - j \cdot x$  einzuführen.

$$Z = w - j \cdot x.$$

Die Impedanz ergibt sich demnach ebenfalls aus zwei Katheten und ihr reeller Wert berechnet sich nach dem pythagoräischen Lehrsatz zu

$$z = \sqrt{w^2 + (-x)^2}.$$

Das Ohm'sche Gesetz für Wechselstrom lautet also

in symbolischer Darstellung:

$$J = \frac{E}{Z} = \frac{E}{w - j \cdot x},$$

in reeller Form:

$$i = \frac{e}{z} = \frac{e}{\sqrt{w^2 + x^2}}.$$

Wir gehen jetzt dazu über, die Klemmspannung eines Generators zu bestimmen, dessen innerer Widerstand gleich  $w_0$  und dessen innere Induktanz gleich  $x_0$  ist. Der äußere Widerstand sei  $w$  und die äußere Induktanz gleich  $x$ . Dann ist der gesamte innere Widerstand  $Z_0 = w_0 - j \cdot x_0$ , während der scheinbare äußere Widerstand  $Z = w - j \cdot x$  ist (vergl. Fig. 192 a auf Seite 330). Bezeichnen wir die konstante elektromotorische Kraft des Generators, ausgedrückt in komplexen Größen, mit  $E_0$  und die Klemmspannung in komplexen Größen mit  $E$ , so erhalten wir:

$$J = \frac{E_0}{Z_0 + Z} = \frac{E_0}{w_0 + w - j \cdot (x_0 + x)}$$

und

$$E = J \cdot Z = \frac{E_0 \cdot Z}{w_0 + w - j \cdot (x_0 + x)}.$$

Gehen wir jetzt zu reellen Werten über, so erhalten wir:

$$E = \frac{E_0 \cdot z}{\sqrt{(w_0 + w)^2 + (x_0 + x)^2}} = \frac{E_0 \cdot z}{\sqrt{w_0^2 + 2w_0 \cdot w + w^2 + x_0^2 + 2x \cdot x_0 + x^2}}.$$

Nun ist

$$w_0^2 + x_0^2 = z_0^2$$

und

$$w^2 + x^2 = z^2.$$

Demnach erhalten wir:

$$E = \frac{E_0 \cdot z}{\sqrt{z_0^2 + z^2 + 2 \cdot (w_0 \cdot w + x_0 \cdot x)}}.$$

Dieselbe Gleichung hätte man natürlich auch direkt mit Hilfe des pythagoräischen Lehrsatzes aus Fig. 192 a ableiten können.

## 5. Kapazität und Ohm'scher Widerstand in serie.

Im Abschnitt 78 hat sich ergeben, daß die elektromotorische Gegenkraft  $E_c$  des Kondensators dem Strome um  $90^\circ$  vorauffeilt. Die Kapazitätsspannung  $E_c$  ergibt sich also, wenn wir nach Gleichung (126) die Strom-

stärke  $J$  durch  $C\omega$  dividieren und wegen der Phasendifferenz mit  $-j$  multiplizieren. Wir erhalten so:

$$E_c = -j \cdot \frac{J}{C\omega}.$$

Die Komponente der Klemmspannung, die der elektromotorischen Gegenkraft des Kondensators das Gleichgewicht hält, ist also  $+j \cdot \frac{J}{C\omega}$ . Demnach ergibt sich bei Hintereinanderschaltung von Kapazität und Ohm'schem Widerstand eine Klemmspannung

$$E = J \cdot w + j \cdot \frac{J}{C\omega} = J \cdot \left( w + j \cdot \frac{1}{C\omega} \right).$$

Wir haben also als Impedanz des Kreises den Ausdruck

$$Z = w + j \cdot \frac{1}{C\omega}$$

zu setzen, wobei  $w$  und  $\frac{1}{C\omega}$  die rechtwinkligen Komponenten der Induktanz  $Z$  sind. Natürlich ergibt sich in reellen Werten

$$z = \sqrt{w^2 + \left( \frac{1}{C\omega} \right)^2}.$$

Vergleichen wir nun die Gleichungen

$$Z = w - j \cdot L\omega$$

und

$$Z = w + j \cdot \frac{1}{C\omega},$$

so erkennen wir, daß wir die Größe  $\frac{1}{C\omega}$  als eine negative Induktanz auffassen können. Bezeichnen wir also die zum Ohm'schen Widerstand rechtwinklige Komponente der Impedanz allgemein als die Reaktanz  $x$ , so gilt die Gleichung

$$Z = w - j \cdot x$$

ganz allgemein für eingeschaltete Induktanzen und eingeschaltete Kapazität. Für Induktanzen ist  $x = L\omega$ , und für Kapazitäten ist  $x = -\frac{1}{C\omega}$ . Wir nennen die Größe  $\frac{1}{C\omega}$  nach Steinmetz die Kondensanz.

## 6. Ohm'scher Widerstand, Induktanz und Kondensanz in serie.

Die Gleichung

$$J = \frac{E}{w - j \cdot x}$$

gilt jetzt ganz allgemein, indem wir unter  $x$  die Summe  $L\omega - \frac{1}{C\omega}$  verstehen. Wir erhalten also:

$$J = \frac{E}{w - j \cdot \left( L\omega - \frac{1}{C\omega} \right)}.$$

In reellen Werten ergibt sich dann sofort:

$$J = \frac{E}{\sqrt{w^2 + \left( L\omega - \frac{1}{C\omega} \right)^2}}.$$

Es gilt also jetzt auch allgemein die früher abgeleitete Gleichung für die Klemmspannung eines Generators:

$$E = \frac{E_0 \cdot z}{\sqrt{z_0^2 + z^2 + 2 \cdot (w_0 \cdot w + x_0 \cdot x)}}.$$

Diese Gleichung läßt erkennen, daß bei gegebenem äußeren Gesamtwiderstand  $z = \sqrt{w^2 + x^2}$  und gegebener innerer Impedanz des Generators die Klemmspannung unter Umständen gleich der elektromotorischen Kraft ist. Das tritt ein, wenn der Nenner gleich  $z$  wird, oder wenn

$$z_0^2 + 2 \cdot (w_0 \cdot w + x_0 \cdot x) = 0$$

ist. Vernachlässigen wir den kleinen inneren Widerstand  $w_0$  und setzen dementsprechend die Impedanz  $z_0$  gleich  $x_0$ , so erhalten wir

$$x_0^2 + 2x \cdot x_0 = 0$$

oder

$$x = -\frac{x_0}{2}$$

Die äußere Reaktanz, das heißt die Summe der positiven Induktanz und der negativen Kondensanz muß also gleich  $-\frac{x_0}{2}$  sein, wenn die Klemmspannung gleich der elektromotorischen Kraft sein soll.

Überwiegt die äußere Kondensanz noch mehr, so wird der Nenner in der Gleichung für  $E$  kleiner als  $z$ , und die Klemmspannung ist größer als die elektromotorische Kraft (vergl. Fig. 196).

### 7. Induktanz und Kondensanz in Parallelschaltung.

In Fig. 277 ist der Fall gezeichnet, wo ein Kondensator im Nebenschluß zu einem Zweige liegt, in welchem Ohm'scher Widerstand und Induktanz hintereinander geschaltet sind. Dann gilt für den oberen Zweig die Gleichung

$$J_1 = \frac{E}{w - j \cdot x}.$$

Da der Kondensatorstrom  $J_2$  der Klemmspannung  $E$  um  $90^\circ$  voraufeilt, so ergibt sich nach der auf Seite 491 angegebenen Regel

$$J_2 = -j \cdot C\omega \cdot E.$$



Der Gesamtstrom  $J$  ergibt sich also zu

$$J = J_1 + J_2 = \frac{E}{w - j \cdot x} - j \cdot C \omega \cdot E.$$

Wir sondern nun  $E$  ab und multiplizieren im Zähler und Nenner mit  $w + j \cdot x$ , damit die komplexen Größen aus dem Nenner wegfallen. Wir erhalten dann:

$$J = E \cdot \left\{ \frac{w + j \cdot x}{w^2 + x^2} - j \cdot C \omega \right\}$$

oder

$$J = E \cdot \left\{ \frac{w}{w^2 + x^2} + j \cdot \left( \frac{x}{w^2 + x^2} - C \omega \right) \right\}. \quad (\text{a})$$

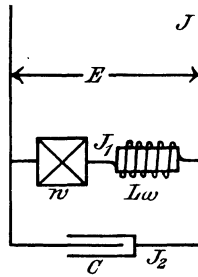


Fig. 277.

Kehren wir wieder zu reellen Werten zurück, so haben wir statt der Addition in der geschweiften Klammer die Addition nach dem pythagoräischen Lehrsatz zu setzen und erhalten:

$$J = E \cdot \sqrt{\left( \frac{w}{w^2 + x^2} \right)^2 + \left( \frac{x}{w^2 + x^2} - C \omega \right)^2}.$$

Soll nun z. B. der Hauptstrom gleiche Phase mit der Klemmspannung  $E$  haben, so unterscheiden sich beide nur durch einen reellen Faktor, und die imaginäre Größe in der Gleichung (a) muß Null sein. Wir erhalten dafür die Bedingung

$$C \omega = \frac{x}{w^2 + x^2}.$$

In dieser Gleichung ist außer der Induktanz  $x$  auch der Widerstand  $w$  enthalten. Die Gleichung zeigt, daß eine vollständige Aufhebung der wattlosen Ströme durch Einschaltung einer Kapazität im Nebenschluß zwar erreicht werden kann, daß aber bei Veränderung des Widerstandes  $w$  wieder Phasenverschiebung eintritt.

### 8. Admittanz, Konduktanz und Suszeptanz.

Schon auf Seite 11 haben wir erwähnt, daß man unter Umständen bequemer mit dem Leitvermögen, als mit dem Widerstand rechnet. Als

es sich darum handelte, den Widerstand mehrerer paralleler Zweige auszurechnen, erhielten wir als Resultat:

$$\frac{1}{w} = \frac{1}{w_1} + \frac{1}{w_2} + \frac{1}{w_3} \cdot \cdot \cdot$$

In dieser Gleichung sind direkt die Leitfähigkeiten der ganzen Verzweigung und der einzelnen Zweige enthalten. Wir stellen uns nun die Aufgabe, eine derartige Rechnung auch bei der symbolischen Methode anzuwenden. Wir führen nach Steinmetz für den reziproken Wert der Impedanz die Bezeichnung Admittanz ein und bezeichnen sie mit dem Buchstaben  $Y$ . Dann ergibt sich:

$$Y = \frac{1}{Z} \qquad y = \frac{1}{z}$$

Dann erhalten wir:

$$Y = \frac{1}{Z} = \frac{1}{w - j \cdot x} = \frac{w + j \cdot x}{w^2 + x^2} = \frac{w}{w^2 + x^2} + \frac{j \cdot x}{w^2 + x^2}$$

Die Admittanz  $Y$  besteht also ebenfalls aus einer reellen und einer imaginären Komponente. Wir nennen die reelle Komponente die Konduktanz und bezeichnen sie mit dem Buchstaben  $g$ . Ebenso nennen wir die imaginäre Komponente die Suszeptanz und führen dafür die Bezeichnung  $b$  ein. Wir erhalten dann:

$$g = \frac{w}{w^2 + x^2} = \frac{w}{z^2}, \tag{a}$$

$$b = \frac{x}{w^2 + x^2} = \frac{x}{z^2}, \tag{b}$$

$$Y = g + j \cdot b.$$

Das Ohm'sche Gesetz lautet dann:

$$J = \frac{E}{Z} = E \cdot Y$$

oder

$$J = E \cdot (g + j \cdot b).$$

Der absolute Wert der Admittanz ergibt sich natürlich wieder nach dem pythagoräischen Lehrsatz zu

$$y = \sqrt{g^2 + b^2} = \sqrt{\frac{w^2}{z^4} + \frac{x^2}{z^4}}$$

oder, da  $w^2 + x^2 = z^2$  ist:

$$y = \sqrt{\frac{1}{z^2}} = \frac{1}{\sqrt{w^2 + x^2}}$$

Um die Anwendung dieser Gleichungen zu zeigen, fragen wir wieder, unter welchen Umständen der parallel geschaltete Kondensator in Fig. 277

die Phasenverschiebung im Hauptleiter zu Null macht. In diesem Falle muß die imaginäre Komponente in der Gleichung

$$J = E \cdot (g + j \cdot b) \quad (c)$$

zu Null werden.

Nun ist die Admittanz des oberen Kreises in Fig. 277, wenn wir der Deutlichkeit wegen die Induktanz mit  $x_1$  bezeichnen, nach Gleichung (b)

$$b_1 = \frac{x_1}{z^2} = \frac{x_1}{x_1^2 + w_1^2}.$$

Ebenso ergibt sich die Admittanz des unteren Stromkreises nach Gleichung (b), indem wir  $x = -1/C\omega$  und  $w = 0$  setzen, zu

$$b_2 = -C\omega.$$

Wir erhalten also die gesamte Admittanz beider Stromzweige zu

$$b = b_1 + b_2 = \frac{x_1}{x_1^2 + w_1^2} - C\omega.$$

Soll die Phasenverschiebung im Hauptleiter zu Null werden, so unterscheiden sich  $E$  und  $J$  nur durch einen reellen Faktor, und es muß  $b$  in Gleichung (c) gleich Null werden. Daraus ergibt sich, wie früher, die Bedingung:

$$C\omega = \frac{x_1}{w^2 + x_1^2}$$

Es ist aber bemerkenswert,

1. daß die Konduktanz und Suszeptanz der einzelnen Zweige nicht die reziproken Werte des Widerstandes bzw. der Induktanz sind, sondern durch die Gleichungen

$$g = \frac{w}{z^2} \quad \text{und} \quad b = \frac{x}{z^2}$$

gegeben sind;

2. daß der Widerstand und ebenso die Reaktanz des ganzen Kreises nicht die Summe der einzelnen Widerstände, bzw. der einzelnen Induktanzen darstellt.

Um also in dem obigen Beispiel die Größe  $b$  zu berechnen, dürfen wir nicht in der Gleichung  $b = \frac{x}{w^2 + x^2}$  die sämtlichen aufsen liegenden Reaktanzen zusammenzählen, sondern wir mußten die Suszeptanzen  $b_1$  und  $b_2$  für jeden einzelnen Zweig bilden und beide dann zusammenzählen.

## Bezeichnungen.

Für alle im absoluten Maß gemessenen Größen sind fett gedruckte Bezeichnungen gewählt. Die Verwendung ein und derselben Bezeichnung für verschiedene Größen wurde nicht prinzipiell ausgeschlossen. Die angeführten Seitenzahlen beziehen sich auf die Seite, wo die betreffende Bezeichnung zuerst auftritt. Von den Indices bezieht sich

- a* auf den Anker,
- z* auf die Zähne,
- l* auf die Luft,
- m* auf die Magnete,
- p* auf die Polkerne,
- J* auf das Joch,
- mittel* auf den Mittelwert,
- max* auf den Maximalwert.

Bei der symbolischen Bezeichnung sind für die Intensitäten der Welle große Buchstaben gewählt.

### Kleine lateinische Buchstaben.

	Seite
<i>a</i> das Atomgewicht . . . . .	32
<b><i>a</i></b> die Beschleunigung in cm/sek. <sup>2</sup> . . . . .	106
<i>b</i> die Suszeptanz . . . . .	497
<b><i>b</i></b> die Ankerlänge in Centimetern . . . . .	77
<i>c</i> verschiedene Proportionalitätsfaktoren.	
„ den Gleichstrom pro Ankerleiter im Umformer . . . . .	478
<b><i>d</i></b> die Diagonale einer Spule in Centimetern . . . . .	69
<b><i>d<sub>w</sub></i></b> der Wellendurchmesser in Centimetern . . . . .	77
<i>e</i> die Klemmspannung in Volt . . . . .	7
„ beim Drehstrom die Netzspannung . . . . .	397
<b><i>e<sub>1</sub></i></b> bzw. <b><i>e<sub>2</sub></i></b> beim Transformator die primäre bzw. sekundäre Klemmspannung in Volt . . . . .	284
„ beim Drehstrom die primäre Sternspannung (Spannung pro Phase) in Volt . . . . .	397
<i>f</i> der Traktionskoeffizient in Kilogramm pro Tonne . . . . .	230
<b><i>f</i></b> die Kraft in Dyn . . . . .	49

	Seite
$g$	die Konduktanz . . . . . 497
$h$	die Horizontalkomponente des Erdmagnetismus . . . . . 58
$i$	die Stromstärke in Ampere . . . . . 2
"	der Momentanwert des Wechselstromes in Ampere . . . . . 244
"	der Effektivwert des Wechselstromes in Ampere . . . . . 249
"	der Effektivwert des Netzstromes bei Mehrphasensystemen . . . . . 397
$i_0$	der Leerstrom im Anker der Gleichstrommaschinen . . . . . 214
"	der Leerstrom des Transformators . . . . . 288
"	der Magnetisierungsstrom des Drehstrommotors pro Phase . . . . . 435
$i_1$	bezw. $i_2$ beim Transformator der primäre bzw. sekundäre Strom, beim Drehstrommotor die Ströme pro Phase . . . . . 291
$i'$	die Stromstärke pro Ankerleiter im Gleichstrommotor . . . . . 209
$i_b$	der Batteriestrom . . . . . 189
$i_g$	der Galvanometerstrom . . . . . 15
$i_h$	der Hysteresisstrom des Transformators . . . . . 288
$i_\mu$	der Magnetisierungsstrom des Transformators . . . . . 284
$i_z$	der Strom in der Abzweigung . . . . . 15
$k$	die Wertigkeit . . . . . 32
"	das Verhältnis $w_m/w = w/w_a$ . . . . . 200
"	das Verhältnis der Tourenzahl des Motors und des Rades beim Bahnwagen . . . . . 232
"	der Koeffizient für die elektromotorische Kraft der Wechselstrommaschine 314
$l$	die Länge in Metern . . . . . 9
$l$	die Drahtlänge in Centimetern . . . . . 61
"	die Länge des Kraftlinienweges in Centimetern . . . . . 74
$l_s$	die Länge des Streuweges in Centimetern . . . . . 80
$m$	die Gewichtsmenge in Milligramm . . . . . 32
"	$= i_0 + i_0/2 \sigma$ beim Drehstrommotor . . . . . 450
$m$	die Polstärke in absolutem Maß . . . . . 49
$n$	die Tourenzahl pro Minute . . . . . 123
$n_1$	die Tourenzahl des primären Feldes beim Drehstrommotor . . . . . 427
$p$	die Zahl der Polpaare . . . . . 130
"	die Abscisse für den Kreismittelpunkt . . . . . 451
$q$	die Ordinate für den Kreismittelpunkt . . . . . 451
"	der Querschnitt in Quadratmillimetern . . . . . 9
$q'$	die Drahtzahl pro Spulenseite . . . . . 411
$r$	$= i_0/2 \sigma$ der Kreisdurchmesser in Abschnitt 127 und 128 . . . . . 450
$r$	die Entfernung in Centimetern . . . . . 49
$s$	die Anzahl der Felder auf dem Ankerumfang . . . . . 134
"	die Steigung pro mille . . . . . 230
$s^2$	$= m^2 - r^2$ . . . . . 451
$s$	die Strecke in Centimetern . . . . . 81
$t$	die Zeit in Sekunden . . . . . 2
$t_1$	die Zeit einer Periode in Sekunden . . . . . 242
"	die Nutentiefe in Centimetern . . . . . 172
$t_2$	die Nutenbreite in Centimetern . . . . . 172
$v$	die Geschwindigkeit in cm/sek. . . . . 90

	Seite
$v_0$ die Umfangsgeschwindigkeit in cm/sek. . . . .	240
$w$ der Widerstand in Ohm, speziell der äußere Widerstand . . . . .	5
$w_b$ der Batteriewiderstand in Ohm . . . . .	17
$w_d$ der Widerstand der Hauptstromwindungen . . . . .	179
$w_g$ der Galvanometerwiderstand . . . . .	15
$w_i$ der innere Widerstand . . . . .	17
$w_z$ der Abzweigungswiderstand . . . . .	15
$w_1$ bzw. $w_2$ der innere Widerstand der primären bzw. sekundären Wicklung . . . . .	291
$x$ die Reaktanz, speziell die Impedanz . . . . .	494
$y$ die Admittanz . . . . .	497
„ der Wicklungsschritt . . . . .	126
$z$ die Impedanz . . . . .	493
„ die Anzahl der Drähte auf dem Anker . . . . .	123
$z^2 = \frac{s^2 \cdot e_1^2}{e_1^3 + s^2 \cdot w_1^2}$ . . . . .	451
$z_1$ bzw. $z_2$ die Drahtzahl auf dem Stator bzw. Rotor . . . . .	415
$z'$ die Zahl der hintereinander geschalteten Drähte . . . . .	240
$z_1'$ bzw. $z_2'$ die Drahtzahl pro Phase im Stator bzw. Rotor . . . . .	436
$\sim$ die Periodenzahl pro Sekunde . . . . .	88
„ speziell die Periodenzahl der Schlüpfung . . . . .	404
$\sim_1$ die Periodenzahl des primären Stromes . . . . .	404

Große lateinische Buchstaben.

$A$ die Arbeit in Joule . . . . .	32
$A$ die Arbeit in Erg . . . . .	81
$B$ die magnetische Induktion . . . . .	70
$B_q$ die von den Queramperewindungen geschaffene Induktion . . . . .	166
$C$ die Kapazität in Farad . . . . .	116
„ $= \frac{i_0 \cdot z_1^2 \cdot w_2}{\sigma \cdot \eta_1^2 \cdot z_2^2 \cdot e_1}$ . . . . .	443
$D$ der Ankerdurchmesser in Centimetern . . . . .	77
$D_0$ der Durchmesser des inneren Hohlraumes in Centimetern . . . . .	172
$E$ die elektromotorische Kraft in Volt . . . . .	5
„ der Momentanwert der elektromotorischen Kraft . . . . .	240
„ der Effektivwert der elektromotorischen Kraft . . . . .	270
$E$ die elektromotorische Kraft im absoluten Maß . . . . .	91
$E_c$ die elektromotorische Gegenkraft des Kondensators . . . . .	275
$E_s$ der Momentanwert der elektromotorischen Kraft der Selbstinduktion . . . . .	100
„ der Effektivwert der elektromotorischen Kraft der Selbstinduktion . . . . .	255
$F$ die Kraft in Kilogramm . . . . .	62
„ die Fläche bei Integrationsrechnung . . . . .	318
$G$ das Eisengewicht in Kilogramm . . . . .	87
„ das Wagengewicht in Tonnen . . . . .	230
$H$ die magnetisierende Kraft . . . . .	50
$J$ die Stromstärke im absoluten Maß . . . . .	61
$J_0$ der Kurzschlussstrom . . . . .	471

	Seite
$K$ die Wagengeschwindigkeit in Kilometern pro Stunde . . . . .	232
$L$ der Selbstinduktionskoeffizient in Henry . . . . .	99
$M$ die Masse in Gramm . . . . .	105
$M_a$ das Drehmoment in Meterkilogramm . . . . .	63
$M'_a$ das nutzbare Drehmoment des Motors . . . . .	229
$N$ die Kraftlinienzahl . . . . .	54
„ bei Maschinen die Kraftlinienzahl im Anker oder Rotor . . . . .	78
„ bei Drosselspulen und Transformatoren die maximale Kraftlinienzahl . . . . .	256
$N_m$ die Kraftlinienzahl in den Feldmagneten . . . . .	77
„ beim Drehstrommotor die dem Stator und Rotor gemeinsamen Kraftlinien . . . . .	435
$N_s$ die Streulinien . . . . .	159
$N_0^1)$ die gesamten im Stator vorhandenen Kraftlinien . . . . .	437
$N_1^1)$ die von den primären Windungen allein erzeugten übertragenen Kraftlinien . . . . .	162
$N_2^1)$ die von den sekundären Windungen allein erzeugten übertragenen Kraftlinien . . . . .	162
$N_{s_1}$ bzw. $N_{s_2}$ beim Drehstrommotor der primäre und sekundäre Streufluss . . . . .	435
$P$ die Leistung in Watt (auch Momentanwert oder Mittelwert) . . . . .	23
„ speziell die elektrische Nutzleistung des Generators . . . . .	201
„ die gesamte mechanische Leistung des Motors in Watt . . . . .	212
$P'$ die Nutzleistung des Motors in Watt . . . . .	229
$P_1$ die gesamte elektrische Leistung des Generators . . . . .	355
„ die gesamte dem Motor zugeführte elektrische Leistung . . . . .	380
$P_2$ die auf den Rotor übertragene Leistung . . . . .	434
$P_0$ der Leerlaufverlust . . . . .	198
$P_h$ der Wattverlust durch Hysterese . . . . .	88
$Q_\epsilon$ die Elektrizitätsmenge in Coulomb . . . . .	2
$Q_w$ die Wärmemenge in Grammkalorien . . . . .	21
$Q$ Querschnitt in Quadratcentimetern . . . . .	74
$Q_s$ Querschnitt des Streuflusses . . . . .	80
$T$ die Temperatur in Celsius . . . . .	10
$U$ Umfang in Metern . . . . .	295
$V$ Volumen in Kubikcentimetern . . . . .	86
$W$ magnetischer Widerstand des Nutzfeldes . . . . .	347
$W_s$ magnetischer Widerstand des Streufeldes . . . . .	159
$W_2$ äußerer sekundärer Widerstand . . . . .	296
$Z$ Gesamtzahl der Elemente . . . . .	17

#### Kleine griechische Buchstaben.

$\alpha$ der Winkel der neutralen Zone . . . . .	165
„ der Winkel zwischen der Ebene der Spule und der Nulllage . . . . .	241
„ der Winkel zwischen Spannungsverlust im Anker und der Komponente $L\omega \cdot i$ . . . . .	353
$\beta$ der Winkel der Polbohrung (beim Wechselstrom im elektrischen Maß) . . . . .	77
„ der Winkel zwischen $N_0$ und $N$ bei Drehstrommotoren . . . . .	441

<sup>1)</sup> Ausgenommen in den Abschnitten 61, 88 und 103.

	Seite
$\beta_0$ der Winkel zwischen $N_0$ und $N$ beim Kurzschluß . . . . .	443
$\gamma$ die halbe Breite der Spulenseite . . . . .	315
" der Phasenverschiebungswinkel zwischen der elektromotorischen Kraft und der Klemmspannung . . . . .	354
$\delta$ der Betrag, um den die Breite der Spulenseite größer ist als die neutrale Zone . . . . .	172
$\varepsilon = 1 + \frac{4}{k^2 \cdot \cos^2 \varphi} - \frac{3,6}{k} \cdot \frac{\sin \gamma}{\gamma}$ . . . . .	484
$\zeta$ die Anzahl der Nuten . . . . .	172
$\eta$ der totale Wirkungsgrad . . . . .	198
" das Verhältnis des Gleichstromes im Umformer zum Maximalwert des Wechselstromes . . . . .	478
$\eta_0$ der elektrische Wirkungsgrad . . . . .	197
$\eta_1$ das Verhältnis der auf den Rotor übertragenen Kraftlinien zu den gesamten vom Stator erzeugten Kraftlinien . . . . .	435
$\eta_2$ das Verhältnis der auf den Stator übertragenen Kraftlinien zu den gesamten vom Rotor erzeugten Kraftlinien . . . . .	435
$\mu$ die magnetische Leitfähigkeit . . . . .	70
$\nu$ die Anzahl der Ankerabteilungen des Wechselstromes . . . . .	478
$\xi$ die Windungszahl . . . . .	68
$\xi_1, \xi_2$ die primäre bzw. die sekundäre Windungszahl . . . . .	283
$\rho$ der spezifische Widerstand . . . . .	9
$\sigma$ der Streukoeffizient $N_m : N$ bei Gleich- und Wechselstrommaschinen . . . . .	81
" $= \frac{1 - \eta_1 \cdot \eta_2}{\eta_1 \cdot \eta_2}$ bei Drehstrommotoren . . . . .	441
$\varphi$ der Winkel zwischen Leiter und Kraftlinie . . . . .	61
" der Phasenverschiebungswinkel zwischen Spannung und Stromstärke (speziell zwischen Klemmspannung und Stromstärke, auch beim Drehstrom) . . . . .	261
$\varphi_1$ bei Generatoren und Motoren der Winkel zwischen der elektromotorischen Kraft und der Stromstärke . . . . .	331
$\varphi_1$ und $\varphi_2$ bei Transformatoren der Winkel zwischen Klemmspannung und Stromstärke (primär und sekundär) . . . . .	292

Große griechische Buchstaben.

$A_Q$ der Temperaturkoeffizient . . . . .	10
$X$ die Zahl der Amperewindungen . . . . .	74
$X_g$ die Gegenamperewindungen . . . . .	165
$X_q$ die Queramperewindungen . . . . .	166
$X_1$ bzw. $X_2$ die Amperewindungen auf den Magneten bzw. auf dem Anker . . . . .	336
$\frac{X}{l}$ die Amperewindungen pro Centimeter Kraftlinienweg . . . . .	74



## Verzeichnis der Gleichungen.

		Seite
(1)	$Q_e = i \cdot t$ Coulomb . . . . .	2
(2)	$i = \frac{E}{w}$ . . . . .	5
(3)	$w = \frac{E}{i}$ . . . . .	6
(4)	$E = iw$ . . . . .	6
(5)	$w = \rho \cdot \frac{l}{q}$ . . . . .	9
(6)	$w_2 = w_1[1 + \Delta\rho(T_2 - T_1)]$ . . . . .	10
(7)	$\Delta\rho = \frac{w_2 - w_1}{w_1(T_2 - T_1)}$ . . . . .	10
(8)	$\Sigma i \cdot w = \Sigma E$ . . . . .	11
(9)	$\Sigma i = 0$ . . . . .	12
(10)	$w = \frac{w_1 \cdot w_2}{w_1 + w_2}$ . . . . .	14
(11)	$\frac{1}{w} = \frac{1}{w_1} + \frac{1}{w_2} + \frac{1}{w_3}$ . . . . .	14
(12)	$\frac{i_1}{i_2} = \frac{w_2}{w_1}$ . . . . .	15
(13)	$i = i_g \cdot \frac{w_z + w_g}{w_z}$ . . . . .	15
(14)	$\frac{a}{b} = \frac{x}{w}$ . . . . .	18
(15)	$\frac{AC}{AC} = \frac{E_o}{x}$ . . . . .	20
(16)	$Q_w = 0,24 \text{ eit gkal.}$ . . . . .	21
(17)	$A = \text{eit Joule}$ . . . . .	22
(18)	$1 \text{ mkg} = 9,81 \text{ Joule}$ . . . . .	22
(19)	$P = e \cdot i$ Watt . . . . .	23
(20)	$P = i^2 \cdot w$ . . . . .	25
(21)	$m = 0,010386 \frac{a}{k} \text{ it mg}$ . . . . .	32
(22)	$e = E_1 + i \cdot w_i$ . . . . .	42
(23)	$e = E_1 - i \cdot w_i$ . . . . .	43

	Seite
(24) $i = \frac{m_2 - m_1}{1,118 t}$ Ampere . . . . .	47
(25) $f = \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$ . . . . .	49
(26) $f = m \cdot H$ . . . . .	50
(27) $H = \frac{m \cdot 1}{r^2} = \frac{m}{r^2}$ . . . . .	51
(28) $N = 4 \pi m$ . . . . .	54
(29) $N = H \cdot Q$ . . . . .	54
(30) $df = \frac{m \cdot J \cdot dl \cdot \sin \varphi}{r^3}$ . . . . .	61
(31) $df = H \cdot J \cdot dl \cdot \sin \varphi$ . . . . .	61
(32) $f = H \cdot J \cdot l$ Dyn . . . . .	61
(33) $J = \frac{i}{10}$ . . . . .	62
(34) $f = H \cdot \frac{i}{10} \cdot l$ . . . . .	62
(35) $f = \frac{m \cdot J \cdot 2r\pi}{r^2} = \frac{m \cdot J \cdot 2\pi}{r}$ . . . . .	64
(36) $H = \frac{2\pi \cdot J}{r}$ . . . . .	64
(37) $J = \frac{h \cdot r}{2\pi} \operatorname{tg} \alpha$ . . . . .	65
(38) $i = \frac{10 \cdot h \cdot r}{2\pi} \operatorname{tg} \alpha$ . . . . .	65
(39) $f = \frac{2\pi \cdot m \cdot J}{r} \cdot \sin^3 \alpha$ . . . . .	66
(40) $H = \frac{2\pi \cdot J}{r} \cdot \sin^3 \alpha$ . . . . .	66
(41) $H = \frac{4\pi \cdot \xi J}{d}$ . . . . .	69
(42) $H = \frac{4\pi \cdot \xi J}{l}$ . . . . .	69
(43) $H = \frac{0,4\pi \cdot \xi i}{l} = \frac{\xi i}{0,8l}$ . . . . .	69
(44) $H = \frac{2\pi \cdot \xi J}{l} \cdot \cos \alpha_1$ . . . . .	69
(45) $B = \mu \cdot H$ . . . . .	70
(46) $\mu = \frac{B}{H}$ . . . . .	70
(47) $\frac{X}{l} = \frac{\xi i}{l} = 0,8 H$ . . . . .	74
(48) $B = \mu \cdot H = \frac{\mu \cdot 0,4\pi \cdot \xi \cdot i}{l}$ . . . . .	74
(49) $N = \frac{X}{\frac{0,4\pi \cdot \mu \cdot Q}{l}}$ . . . . .	75
(50) $B_1 = \frac{N_1}{Q_1}$ . . . . .	77

	Seite
(51) $X_1 = 0,8 H_1 \cdot l_1$ . . . . .	77
(52) $\Sigma X = X_1 + X_2 + X_3 \dots = 0,8 H_1 \cdot l_1 + 0,8 H_2 \cdot l_2 + 0,8 H_3 \cdot l_3 \dots$ . . . . .	77
(53) $A = H \cdot J \cdot l \cdot s = N \cdot J$ Erg . . . . .	82
(54) $dA = \xi \cdot dN \cdot J = \xi \cdot dB \cdot Q \cdot J$ . . . . .	82
(55) $A = \int_0^B dB \cdot \frac{Q \cdot B \cdot l}{4\pi} = \frac{Q \cdot l}{4\pi} \cdot \frac{B^2}{2} = \frac{B^2}{8\pi} \cdot Q \cdot l$ . . . . .	82
(56) $f = \frac{B^2}{8\pi} \cdot Q$ Dyn . . . . .	83
(57) $F = \frac{B^2 \cdot Q}{8\pi \cdot 981000} = 4 \cdot B^2 \cdot Q \cdot 10^{-8}$ kg . . . . .	83
(58) $\frac{A}{V} = \sum_0^B \frac{H \cdot dB}{4\pi} = \frac{1}{4\pi} \sum_0^B H \cdot dB$ . . . . .	86
(59) $A = \eta_h \cdot B_{max}^{1,6} \cdot V$ Erg . . . . .	87
(60) $P_h = \frac{\eta_h \cdot B_{max}^{1,6} \cdot G \cdot \infty \cdot 10^{-4}}{7,7}$ Watt . . . . .	88
(61) $E = H \cdot l \cdot \frac{ds}{dt} = H \cdot l \cdot v$ . . . . .	91
(62) $E = H \cdot l \cdot v \cdot 10^{-8}$ . . . . .	91
(63) $E = H \cdot l \cdot v \cdot \sin \varphi \cdot 10^{-8}$ . . . . .	91
(64) $E = \frac{dN}{dt}$ . . . . .	91
(65) $E = \frac{\text{Kraftlinienschnitte}}{\text{Zeit}} \cdot 10^{-8}$ Volt . . . . .	92
(66) $E = \xi \frac{dN}{dt} = \frac{4\pi \xi^2 \mu \cdot Q}{l} \cdot \frac{dJ}{dt}$ absolute Einheiten . . . . .	98
(67) $E = \frac{4\pi \xi^2 \mu \cdot Q}{l} \cdot 10^{-9} \cdot \frac{di}{dt}$ Volt . . . . .	98
(68) $E = L \cdot \frac{di}{dt}$ Volt . . . . .	99
(69) $v = \frac{l \text{ cm}}{t \text{ sek.}}$ . . . . .	106
(70) $a = \frac{v_2 - v_1}{t}$ (cgs) . . . . .	106
(71) $f = M \cdot a$ . . . . .	107
(72) $1 \text{ Dyn} = \frac{1}{981000} \text{ kg}^* = 1,02 \text{ mg}^*$ . . . . .	108
(73) $A = f \cdot s$ . . . . .	112
(74) $L = \frac{4\pi \xi^2 \mu Q}{l} \cdot 10^{-9}$ . . . . .	114
(75) $C = \frac{Q^e}{E}$ Farad . . . . .	116
(76) $E = N \cdot \frac{n}{60} \cdot z \cdot 10^{-8}$ . . . . .	123
(77) $w_a = \frac{\rho \cdot \frac{l}{2}}{2q} = \frac{\rho \cdot l}{4q}$ Ohm . . . . .	124

- (78)  $w_a = \frac{\varrho \cdot \frac{l}{2p}}{q \cdot 2p} = \frac{\varrho \cdot l}{4p^2 \cdot q}$  . . . . . 131
- (79)  $E = p \cdot N \cdot \frac{n}{60} \cdot z \cdot 10^{-8}$  . . . . . 142
- (80)  $\sigma = \frac{N_m}{N}$  . . . . . 158
- (81)  $W_s = \frac{l_s}{0,4\pi \cdot Q_s}$  . . . . . 159
- (82)  $N_s = \frac{X_a + X_z + X_l + X_g}{W_s}$  . . . . . 159
- (83)  $W_s = \frac{c}{\sqrt{\frac{D}{p} \cdot b}}$  . . . . . 160
- (84)  $X_g = \frac{z \cdot \alpha}{360} \cdot \frac{i_a}{2}$  bei Serienschaltung . . . . . 165
- (85)  $X_g = \frac{z \cdot \alpha}{360} \cdot \frac{i_a}{2p}$  bei Parallelschaltung . . . . . 165
- (86)  $X_q = \frac{z \cdot \beta}{360} \cdot \frac{i_a}{2}$  bei Serienschaltung . . . . . 166
- (87)  $X_q = \frac{z \cdot \beta}{360} \cdot \frac{i_a}{2p}$  bei Parallelschaltung . . . . . 166
- (88)  $0,4\pi \cdot \frac{X_l - X_q}{l} \geq 1500$  für Trommelanker . . . . . 167
- (89)  $0,4\pi \cdot \frac{X_l - X_q}{l} \geq 2500$  für Ringanker . . . . . 167
- (90)  $\eta = \frac{e \cdot i}{E \cdot i_a + P_0}$  . . . . . 198
- (91)  $\eta_0 = \frac{e \cdot i}{E \cdot i} = \frac{w}{w + w_a + w_d}$  . . . . . 198
- (92)  $\eta_0 = \frac{i^2 \cdot w}{i^2 \cdot w + i_a^2 \cdot w_a + i_m^2 \cdot w_m}$  . . . . . 198
- (93)  $\eta_0 = \frac{1}{1 + \frac{w_a}{w} + \frac{2w_a}{w_m} + \frac{w(w_a + w_m)}{w_m^2}}$  . . . . . 199
- (94)  $\eta_0 = \frac{k - 1}{k + 1}$  . . . . . 200
- (95)  $M_d = \frac{p \cdot N \cdot z \cdot i'}{\pi \cdot 9,81} \cdot 10^{-8}$  . . . . . 209
- (96)  $M_d = \frac{N \cdot z \cdot i_a}{2\pi \cdot 9,81} \cdot 10^{-8}$  . . . . . 209
- (97)  $M_d = \frac{p \cdot N \cdot z \cdot i_a}{2\pi \cdot 9,81} \cdot 10^{-8}$  . . . . . 209
- (98)  $M_d = \frac{[p] \cdot N \cdot z \cdot i_a}{2\pi \cdot 9,81} \cdot 10^{-8}$  . . . . . 209
- (99)  $e = E + i_a \cdot w_a$  . . . . . 211
- (100)  $i_a = \frac{e - E}{w_a}$  . . . . . 211
- (101)  $n = \frac{E \cdot 60 \cdot 10^8}{[p]N \cdot z} = \frac{(e - i_a \cdot w_a) \cdot 60 \cdot 10^8}{[p]N \cdot z}$  . . . . . 211

	Seite
(102) $P = M_d \cdot \omega \cdot 9,81 = M_d \cdot 2\pi \cdot \frac{n}{60} \cdot 9,81$ Watt . . . . .	212
(103) $e \cdot i_a = E \cdot i_a + i_a^2 \cdot w_a$ . . . . .	212
(104) $\eta_0 = \frac{E \cdot i_a}{e \cdot i_a} = \frac{E \cdot i_a}{E \cdot i_a + i_a^2 \cdot w_a}$ . . . . .	214
(105) $M_d = \frac{[\rho] N \cdot z \cdot i_a}{2\pi \cdot 9,81} \cdot 10^{-8} = c \cdot i_a$ . . . . .	214
(106) $\eta = \frac{E \cdot (i_a - i_0)}{e \cdot i} = \frac{(e - i_a \cdot w_a) \cdot (i_a - i_0)}{e \cdot (i_a + i_m)}$ . . . . .	215
(107) $E = \pi \cdot N \cdot \frac{n}{60} \cdot z' \cdot 10^{-8} \cdot \sin \alpha$ . . . . .	241
(108) $E_{max} = \pi \cdot N \cdot \frac{n}{60} \cdot z' \cdot 10^{-8}$ . . . . .	241
(109) $E = E_{max} \cdot \sin \alpha$ . . . . .	241
(110) $E = E_{max} \cdot \sin(\omega t)$ . . . . .	241
(111) $E = \pi \cdot N \sim z' \cdot 10^{-8} \cdot \sin \alpha$ . . . . .	243
(112) $E_{max} = \pi \cdot N \sim z' \cdot 10^{-8}$ . . . . .	243
(113) $i_{mittel} = \frac{2}{\pi} \cdot i_{max} = 0,636 \cdot i_{max}$ . . . . .	246
(114) $E_{mittel} = \frac{2}{\pi} \cdot E_{max} = 0,636 \cdot E_{max}$ . . . . .	246
(115) $P = \frac{E_{max} \cdot i_{max}}{2}$ . . . . .	248
(116) $P = \frac{i_{max}^2 \cdot w}{2}$ . . . . .	248
(117) $i = \frac{i_{max}}{\sqrt{2}} = 0,707 \cdot i_{max}$ . . . . .	249
(118) $E_s = -L \omega \cdot i_{max} \cdot \cos \alpha$ . . . . .	254
(119) $i = \frac{B_{max} \cdot l}{1,78 \cdot \xi \cdot \mu}$ . . . . .	256
(120) $E_s = 4,44 \cdot N \sim \xi \cdot 10^{-8}$ . . . . .	256
(121) $i = \frac{e}{\sqrt{w^2 + (L\omega)^2}}$ . . . . .	263
(122) $tg \varphi = \frac{L\omega}{w}$ . . . . .	263
(123) $P = E \cdot i \cdot \cos \varphi$ . . . . .	270
(124) $\cos \varphi = \frac{P}{E \cdot i}$ . . . . .	270
(125) $i = C \cdot \omega \cdot e$ . . . . .	276
(126) $E_c = \frac{i}{C \cdot \omega}$ . . . . .	276
(127) $i = \frac{e}{\sqrt{w^2 + \left(\frac{1}{C\omega} - L\omega\right)^2}}$ . . . . .	279
(128) $\omega = \frac{1}{\sqrt{CL}}$ . . . . .	280

	Seite
(129) $\omega = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{CL}}$ . . . . .	280
(130) $E_1 = 4,44 \cdot N \sim \xi_1 \cdot 10^{-8}$ . . . . .	283
(131) $E_2 = 4,44 \cdot N \sim \xi_2 \cdot 10^{-8}$ . . . . .	284
(132) $\frac{e_2}{e_1} = \frac{\xi_2}{\xi_1}$ . . . . .	284
(133) $\mu = \frac{B_{max} \cdot l}{1,78 \cdot i_\mu \cdot \xi_1}$ . . . . .	285
(134) $i_h = \frac{P_h}{e_1}$ . . . . .	288
(135) $i_\mu = \sqrt{i_0^2 - i_h^2}$ . . . . .	289
(136) $\frac{i_1}{i_2} = \frac{e_2}{e_1} = \frac{\xi_2}{\xi_1}$ . . . . .	291
(137) $e_1 \cdot i_1 \cdot \cos \varphi_1 = E_2 \cdot i_2 + i_1^2 \cdot w_1 + E_1 \cdot i_h$ . . . . .	294
(138) $\eta = \frac{e_2 \cdot i_2}{e_1 \cdot i_1 \cdot \cos \varphi_1} = \frac{e_2 \cdot i_2}{e_2 \cdot i_2 + i_1^2 \cdot w_1 + i_2^2 \cdot w_2 + P_h}$ . . . . .	294
(139) $N = \frac{N_1}{2}$ . . . . .	311
(140) $N = \frac{N_1 - N_0}{2}$ . . . . .	312
(141) $E_{mittel} = 2 N \sim z' \cdot 10^{-8}$ . . . . .	313
(142) $E = \frac{\pi}{\sqrt{2}} \cdot N \sim z' \cdot 10^{-8} = 2,22 \cdot N \sim z' \cdot 10^{-8}$ . . . . .	314
(143) $E = k \cdot N \sim z' \cdot 10^{-8}$ . . . . .	314
(144) $E = 2,22 \cdot \frac{\sin \gamma}{\gamma} \cdot N \sim z' \cdot 10^{-8}$ . . . . .	316
(145) $E = 2,22 \cdot \frac{3}{\pi} \cdot N \sim z' \cdot 10^{-8} = 2,12 \cdot N \sim z' \cdot 10^{-8}$ . . . . .	316
(146) $E = 2,22 \cdot \frac{0,866}{\pi/3} \cdot N \sim z' \cdot 10^{-8} = 1,84 \cdot N \sim z' \cdot 10^{-8}$ . . . . .	316
(147) $E_{max} = 2 \frac{\pi}{\beta} \cdot N \sim z' \cdot 10^{-8}$ . . . . .	317
(148) $E = \sqrt{\frac{\beta}{\pi}} \cdot E_{max}$ . . . . .	317
(149) $E = \sqrt{\frac{\beta}{\pi} - \frac{\gamma}{\pi}} \cdot E_{max}$ . . . . .	319
(150) $E = \sqrt{\frac{\beta}{\pi} - \frac{8}{9} \cdot \frac{\gamma}{\pi}} \cdot E_{max}$ . . . . .	320
(151) $\delta = 2\gamma - (\pi - \beta) = 2\gamma + \beta - \pi$ . . . . .	322
(152) $E = E_{max} \cdot \sqrt{\frac{2\gamma}{\pi} - \frac{\beta}{3\pi} - \frac{\delta^3}{3\beta^2 \cdot \pi}} \quad (2\gamma > \beta)$ . . . . .	323
(153) $E_{max} = \frac{\pi}{\gamma} \cdot N \sim z' \cdot 10^{-8} \quad (2\gamma > \beta)$ . . . . .	323
(154) $E = E_{max} \cdot \sqrt{\frac{\beta}{\pi} - \frac{2\gamma}{3\pi} - \frac{\delta^3}{12\gamma^2 \cdot \pi}} \quad (2\gamma < \beta)$ . . . . .	323

	Seite
(155) $X_2 = \frac{1,5 \cdot \sqrt{2 \cdot z' \cdot i}}{2p} = \frac{1,06 \cdot i \cdot z'}{p}$ . . . . .	339
(156) $X_0 = X_1 - \frac{X_g}{\sigma}$ . . . . .	348
(157) $N_0 - N = \frac{\sigma - 1}{\sigma} \cdot \frac{X_g}{W}$ . . . . .	349
(158) $X = X_1 - X_2 \cdot \sin \varphi_1$ . . . . .	352
(159) $P_1 = \frac{E_1 \cdot \cos \alpha}{L \omega} \cdot (E_1 \cdot \sin \alpha + e \cdot \sin (\gamma - \alpha))$ . . . . .	355
(160) $P = \frac{e \cdot \cos \alpha}{L \omega} \cdot [E_1 \cdot \sin (\alpha + \gamma) - e \cdot \sin \alpha]$ . . . . .	358
(161) $E_1^2 + \left(\frac{e}{2 \cdot \sin \alpha}\right)^2 - \frac{E_1 \cdot e}{\sin \alpha} \cdot \cos (90^\circ + \gamma - \alpha) = R^2$ . . . . .	369
(162) $P = E \cdot i \cdot \cos \varphi_1$ . . . . .	381
(163) $P_1 = \frac{e \cdot \cos \alpha}{L \omega} \cdot [e \cdot \sin \alpha + E \cdot \sin (\gamma - \alpha)]$ . . . . .	381
(164) $P = \frac{E \cdot \cos \alpha}{L \omega} \cdot [e \cdot \sin (\alpha + \gamma) - E \cdot \sin \alpha]$ . . . . .	381
(165) $E^2 + \left(\frac{e}{2 \cdot \sin \alpha}\right)^2 - \frac{E \cdot e}{\sin \alpha} \cdot \cos [90^\circ - (\alpha + \gamma)] = R^2$ . . . . .	383
(166) $P = 3 \cdot e_1 \cdot i_1 \cdot \cos \varphi = 3 \cdot e \cdot \frac{i}{1,73} \cdot \cos \varphi = \sqrt{3} \cdot e \cdot i \cdot \cos \varphi$ . . . . .	398
(167) $\sim = \frac{n_1 - n}{60} \cdot p$ . . . . .	404
(168) $N_1 = 1,46 \cdot q' \cdot i_1 \sqrt{2} \cdot \frac{Q_l}{l} = 2,06 \cdot q' \cdot i_1 \cdot \frac{Q_l}{l}$ . . . . .	412
(169) $N_2 = 2,06 \cdot q' \cdot i_2 \cdot \frac{Q_l}{l}$ . . . . .	413
(170) $N_1 = 0,866 \cdot 2,06 \cdot q' \cdot i_1 \cdot \frac{Q_l}{l} = 1,784 \cdot q' \cdot i_1 \cdot \frac{Q_l}{l}$ . . . . .	414
(171) $N_2 = \frac{1,53 \cdot q' \cdot i_2 \cdot \sqrt{2} \cdot Q_l}{l} = 2,16 q' \cdot i_2 \cdot \frac{Q_l}{l}$ . . . . .	416
(172) $M_a = 3,6 \cdot p \cdot N \cdot z_2 \cdot i_2 \cdot 10^{-10} \cdot \frac{\sin \gamma}{\gamma}$ . . . . .	425
(173) $M_a = 3,6 \cdot p \cdot N \cdot z_2 \cdot i_2 \cdot 10^{-10}$ . . . . .	425
(174) $M_a = 3,44 \cdot p \cdot N \cdot z_2 \cdot i_2 \cdot 10^{-10}$ . . . . .	425
(175) $M_a = 2,98 \cdot p \cdot N \cdot z_2 \cdot i_2 \cdot 10^{-10}$ . . . . .	425
(176) $P_2 = 3 \cdot E_2 \cdot i_2 = 3 \cdot k \cdot N \sim_1 \cdot z_2' \cdot 10^{-8} \cdot i_2 = k \cdot N \sim_1 \cdot z_2 \cdot 10^{-8} \cdot i_2$ . . . . .	426
(177) $M_a = \frac{k \cdot p \cdot N \cdot z_2 \cdot i_2 \cdot 10^{-8}}{2\pi \cdot 9,81}$ . . . . .	426
(178) $3 \cdot i_2^2 \cdot w_2 = 3 \cdot E_2 \cdot i_2 = k \cdot N \sim z_2 \cdot 10^{-8} \cdot i_2$ . . . . .	428
(179) $\frac{3 \cdot i_2^2 \cdot w_2}{P_2} = \frac{\sim}{\sim_1}$ . . . . .	428
(180) $FA = \eta_1 \cdot \frac{i_2 \cdot z_2}{z_1}$ . . . . .	440

	Seite
(180 a) $\frac{1 - \eta_1 \cdot \eta_2}{\eta_1 \cdot \eta_2} = \sigma$ . . . . .	441
(181) $\sin \beta = \frac{FA}{i_0/\sigma}$ . . . . .	441
(182) $N = \eta_1 \cdot N_0 \cdot \cos \beta$ . . . . .	441
(183) $P_2 = 3 \cdot e_1 \cdot AH = 3 \cdot e_1 \cdot i_1 \cdot \cos \varphi$ . . . . .	442
(184) $M_d = \frac{3 \cdot e_1 \cdot p}{2\pi \sim_1 \cdot 9,81} \cdot AH = \frac{e_1 \cdot p}{20,5 \sim_1} \cdot AH$ . . . . .	442
(185) $\frac{\sim}{\sim_1} = \frac{i_0 \cdot z_1^2 \cdot w_2}{\sigma \cdot \eta_1^2 \cdot z_2^2 \cdot e_1} \cdot \text{tg} \beta$ . . . . .	443
(186) $\frac{\sim}{\sim_1} = C \cdot \text{tg} \beta$ . . . . .	443
(187) $\text{tg} \beta_0 = \frac{1}{C} = \frac{\sigma \cdot \eta_1^2 \cdot z_2^2 \cdot e_1}{i_0 \cdot z_1^2 \cdot w_2}$ . . . . .	443
(188) $(\cos \varphi)_{\max} = \frac{i_0/2\sigma}{i_0/2\sigma + i_0} = \frac{1}{2\sigma + 1}$ . . . . .	445
(189) $p = \frac{m \cdot e_1^2}{z^2}$ . . . . .	451
(190) $q = \frac{s^2 \cdot e_1 \cdot w_1}{z^2}$ . . . . .	451
(191) $R^2 = p^2 + q^2 - \frac{s^2 \cdot e_1^2}{z^2}$ . . . . .	451
(191 a) $R = \frac{r \cdot e_1^2}{z^2} = \frac{r \cdot e_1^2}{e_1^2 + s^2 \cdot w_1^2}$ . . . . .	452
(192) $R = \frac{i_0/2}{\sigma + \left(\frac{i_0 \cdot w_1}{e_1}\right)^2 \cdot \left(1 + \sigma\right)}$ . . . . .	452
(193) $\text{tg} \alpha_1 = \frac{i_0 \cdot w_1}{e_1} \cdot \left(2 + \frac{1}{\sigma}\right)$ . . . . .	458
(194) $\text{tg} \gamma_1 - \text{tg} \alpha_1 = \frac{i_0 \cdot z_1^2 \cdot w_2}{\sigma \cdot \eta_1^2 \cdot z_2^2 \cdot e_1} = C$ . . . . .	460
(195) $\sigma = \frac{i_0}{J_0 - i_0}$ . . . . .	471
(196) $\sigma = \frac{N_{s_1}}{N_1} + \frac{N_{s_2}}{N_2}$ . . . . .	474
(197) $\sigma = \frac{\text{Widerst. des Nutzfeldes}}{\text{Widerst. des prim. Streufeldes}} + \frac{\text{Widerst. des Nutzfeldes}}{\text{Widerst. des sek. Streufeldes}}$ . . . . .	474
(198) $\eta = \frac{i_{\max}}{c}$ . . . . .	478
(199) $\eta = \frac{2 \cdot \sqrt{2}}{k \cdot \cos \varphi}$ . . . . .	479
(200) $P_0 = w \cdot c^2 \cdot \left(1 + \frac{4}{k^2 \cdot \cos^2 \varphi} - \frac{3,6}{k} \cdot \frac{\sin \gamma}{\gamma}\right)$ . . . . .	484



## Sachregister.

- Absolute Einheit der Stromstärke 62. 110.  
Absolutes Maßsystem 104.  
Abwicklung des Ankers 128.  
Akkumulatoren 39. 187.  
Admittanz 497.  
Äquipotentialverbindungen 132.  
Äquivalentgewichte, elektrochemische 34.  
Ampere (Einheit der Stromstärke) 2. 111.  
Amperemeter 7.  
Ampere'sche Regeln über parallele Ströme 89.  
— Schwimmerregel 59.  
Amperestunden 111.  
Amperewindungen 74.  
Amperewindungsdiagramm 334.  
Angehen der Dynamomaschinen 152.  
Ankerrückwirkung bei Gleichstrommaschinen 164.  
— — Wechselstrommaschinen 335. 340.  
Ankerstreuung 335. 341.  
Ankerwiderstand 124. 131. 142.  
Anode 29.  
Anlasser der Motoren 220.  
Anlasser von Drehstrommotoren 429.  
Anzugsmoment von Drehstrommotoren 447.  
Arbeit 22. 112.  
— Erhaltung der 37.  
— bei Ummagnetisierung 82. 100.  
Atomgewicht 32.  
  
Ballistisches Galvanometer 71.  
Basen 30.  
Batterie in Parallelschaltung mit Maschine 187.  
Beschleunigung 106.  
Bifilare Wickelung 100.  
Biot-Savart'sches Gesetz 61. 110.  
Bürstenstellung 161.  
Bunsenelement 4. 44.  
  
Centimeter 104.  
Centimeterdyn 82.  
Charakteristik der Hauptstrommaschine 180.  
— — Nebenschlußmaschine 182.  
Chemische Vorgänge in Akkumulatoren 40.  
— — in Elementen 43.  
Chromelement 4. 43.  
Coulomb (Einheit der Elektrizitätsmenge) 2. 111.  
Coulomb'sches Gesetz 49.  
  
Dämpfung von Galvanometern 102.  
Daniellelement 4. 43.  
Dimension 105.  
Doppelzellenschalter 196.  
Drehfeld 386. 389.  
Drehmoment von Motoren 63. 208.  
— — Drehstrommotoren 423. 442.  
— — Hauptstrommotoren 228.  
— — Nebenschlußmotoren 214.  
Drehstrommotoren 386.  
Drehungsrichtung der Motoren 205.  
— — Drehstrommotoren 405.  
Dreieckschaltung 391.  
Dreileitersystem 26.  
Dreilochwicklung 320.  
Drosselspulen 255. 273. 376.

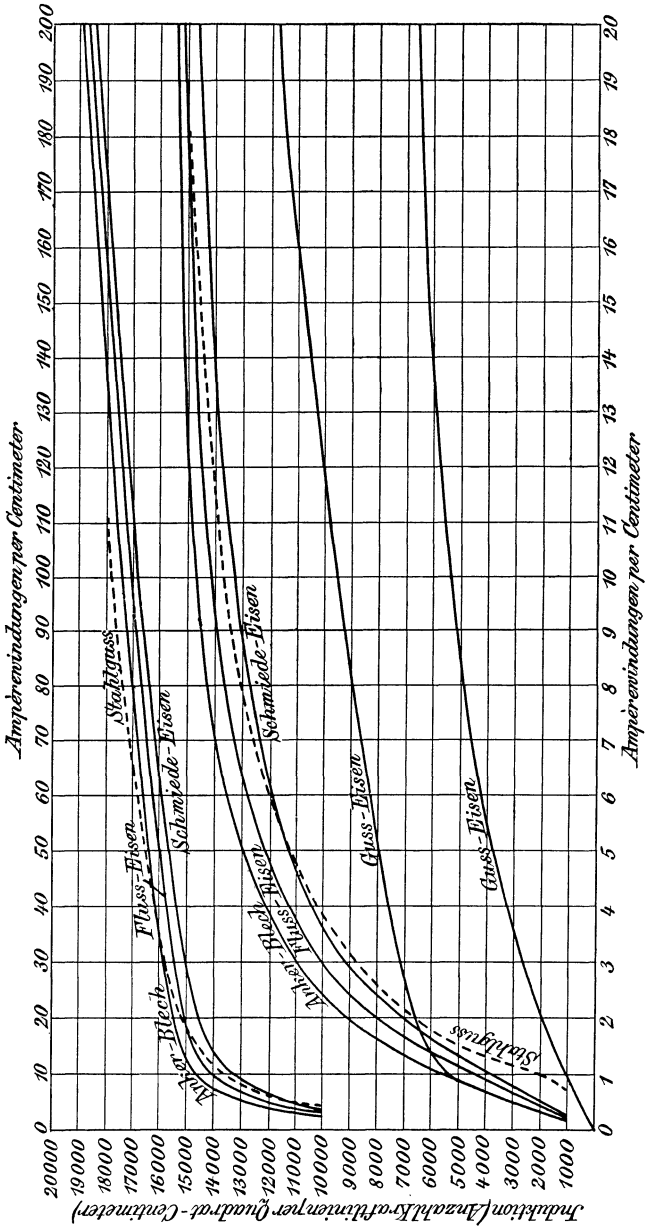
- Dyn 49. 107.  
 Dynamische Wirkung paralleler Ströme 89.  
 Dynamometer 250.  
 Dynamoprinzip 141.  
  
**E**ffektive Stromstärke 249.  
 Effektverluste in Leitungen 25.  
 Einfachzellenschalter 193.  
 Einphasenmotoren 405.  
 Elektrizitätsmenge 2. 111.  
 Elektromagnet 81.  
 Elektromotorische Kraft 3. 90. 110.  
 — — von Drosselspulen 256.  
 — — — Gleichstrommaschinen 118. 129. 131. 142.  
 — — — Transformatoren 283.  
 — — — Wechselstrommaschinen 312.  
 Energie, Gesetz von der Erhaltung der 37.  
 Entladekurve 43.  
 Erg 82. 112.  
  
 Farad 116. 275.  
 Faraday'sche Schwimmerregel 92.  
 Faraday'sches Gesetz 32.  
 Feldstärke 50. 109.  
 Ferrantimaschine 308.  
 Foucaultströme 101.  
 Funkenloser Anlasser 224.  
 — Gang 162.  
  
**G**egenamperewindungen 165. 336.  
 Gegenseitige Induktion 94.  
 Geschwindigkeit 105.  
 Gleichstromwicklung bei Wechselstrommaschinen 323.  
 Gramm 104.  
 Gramme'scher Ring 120.  
 Grammkalorie 113.  
  
**H**auptstrommaschine 152. 179.  
 — als Motor 206. 225.  
 Henry 114.  
 Heyland'sches Diagramm 441.  
 Hitzdrahtinstrumente 250.  
 Hopkinson'scher Apparat 71.  
 Horizontalkomponente 58.  
 Hysteresis 58. 84.  
 Hysteresisstrom 287.  
 Thomälen, Elektrotechnik.
- I**mpedanz 263. 493.  
 Induktanz 263. 493.  
 Induktion, magnetische 70.  
 — von elektromotorischer Kraft 90.  
 Induktionsapparat 96.  
 Induktionslose Belastung 344.  
 Induktive Belastung 333. 345.  
 Ionen 29.  
 Joule 22. 113.  
 Joule'sches Gesetz 21.  
  
**K**alorie 21. 113.  
 Kapazität eines Akkumulators 41.  
 — — Kondensators 115. 274.  
 Kaskadenschaltung 430.  
 Kathode 29.  
 Kirchhoff'sche Regeln 11.  
 Kommutator 119. 120.  
 Kommutierungsfeld 167.  
 Kompensationsmethode 20.  
 Compoundmaschine 154.  
 Kondensanz 494.  
 Konduktanz 497.  
 Kraft 107.  
 Kraftlinie 53. 109.  
 Kraftlinienfluß 75.  
 — beim Drehstrommotor 410.  
 Kraftlinienschnitte 92.  
 Krei-diagramm 435.  
 Kurze Spulen 319.  
 Kurzschluss in der neutralen Zone 123.  
 Kurzschlussanker 401.  
 Kurzschlusscharakteristik 341.  
 Kurzschlussstrom 340.  
  
**L**adekurve 43.  
 Ladestrom des Kondensators 275.  
 Lahmeyertype 157.  
 Lauffener Type 308.  
 Leblancdämpfung 376.  
 Leclanchéelement 4. 45.  
 Leerlaufcharakteristik 171.  
 Leistung 22. 113.  
 — beim Wechselstrom 246. 267.  
 — eines Drehstrommotors 434.  
 — — Motors 212.  
 Leistungsfaktor 270. 445.  
  
**M**agnet 48.  
 Magnetelektrische Maschine 171.

- Magnetische Achse** 48.  
 — **Kraft** 49.  
 — **Leitfähigkeit** 70. 285.  
**Magnetischer Widerstand** 75.  
**Magnetisches Feld** 50. 59. 63. 67.  
 — **Moment** 51.  
**Magnetisierende Kraft** 70.  
**Magnetisierungskurven** 70. 516.  
**Magnetisierungsstrom** 284.  
**Magnetomotorische Kraft** 75. 77.  
**Magnetsysteme** 156. 306.  
**Manchestertype** 157.  
**Maximale elektromotorische Kraft** 241.  
**Metalle** 30.  
**Meterkilogramm** 112.  
**Mikrocoulomb** 111.  
**Mittlere elektromotorische Kraft** 312.  
 — **Leistung** 246.  
 — **Stromstärke** 244.  
**Molekularmagnetismus** 58.  
**Momentanwert der elektromotorischen Kraft** 239.  
 — — **Stromstärke** 244.  
**Monozyklisches System** 397.  
**Mordeymaschine** 309.  
**Mordeyverbindungen** 132.  
  
**Nebenschlusmaschine** 153.  
 — **als Motor** 208.  
**Nebenschlussmotor** 220.  
**Neutrale Zone** 160.  
**Nichtmetalle** 30.  
**Niveauflächen** 25.  
  
**Ohm** 5. 112.  
**Ohm'sches Gesetz für Gleichstrom** 5.  
 — — — **Magnetismus** 74.  
 — — — **Wechselstrom** 259. 278.  
**Ohm'sche Kathete** 262.  
  
**Parallelschaltung von Batterie und Maschine** 187.  
 — — **Elementen** 16.  
 — — **Wechselstrommaschinen** 365.  
 — — **Widerständen** 14. 266.  
**Parallelwicklung** 129. 133.  
**Pendeln** 374.  
**Periodenzahl** 243.  
**Pferdestärke** 113.  
  
**Phase des Kapazitätsstromes** 275.  
 — **der Selbstinduktion** 254.  
**Phasenlampen** 366.  
**Phasenverschiebung** 261. 281. 298. 305. 333.  
**Polarisation** 35.  
**Pole** 48.  
**Potential** 55. 75.  
**Potentialdifferenz** 24.  
  
**Quermagnetisierung** 165.  
**Queramperewindungen** 166.  
  
**Reaktanz** 494.  
**Regelung von Hauptstrommotoren** 233.  
 — — **Nebenschlussmotoren** 221.  
 — — **Drehstrommotoren** 430.  
**Regulierwiderstand im Nebenschluss** 185.  
**Remanenter Magnetismus** 58. 151.  
**Resonanz** 280.  
**Richtung der elektromotorischen Kraft der Selbstinduktion** 99.  
**Ringwicklung** 129. 141.  
**Rotierender Umformer** 324. 478.  
**Rotor** 401.  
  
**Säuren** 30.  
**Salze** 31.  
**Schleichende Spulenwicklung** 328.  
 — **Stabwicklung** 326. 408.  
**Schlüpfung** 403. 427. 443.  
**Schwungradynamo** 307.  
**Sehnenwicklung** 135.  
**Sekunde** 105.  
**Sekundenmeterkilogramm** 114.  
**Selbstinduktion** 98. 114. 254.  
 — **der Maschine** 331.  
 — **des Transformators** 302.  
**Selbstinduktionskoeffizient** 114.  
**Serienparallelwicklung** 137.  
**Serienwicklung** 141. 145.  
**Siemestype** 156.  
**Silbervoltmeter** 46.  
**Spezifischer Widerstand** 9.  
**Spiegelgalvanometer** 64.  
**Spragueschaltung** 235.  
**Spulenwicklung, Dreiphasen-** 406.  
**Stator** 387.  
**Steigung** 230.

- Sternschaltung 394.  
 Streuung 76. 79. 81. 156. 158. 312. 335. 345.  
 — bei Transformatoren 300.  
 Streuungsfaktor bei Drehstrommotoren 469.  
 Stromstärke 2. 110.  
 Suszeptanz 497.  
 Symbolische Bezeichnung 487.  
 Synchronisierende Kraft 361.  
 Synchronmotoren 377.  
**T**  
 Tangentenbussole 64.  
 Thomson'sche Doppelbrücke 19.  
 Torsionsgalvanometer 64.  
 Tragkraft von Elektromagneten 81.  
 Traktionskoeffizient 230.  
 Transformatoren 97. 283.  
 Tourenzahl von Motoren 211. 221. 229.  
 Trommelwicklung 124. 133. 145.  
**U**  
 Überlastung von Drehstrommotoren 447.  
 Umformer 324. 478.  
 Umsteuerung 207.  
**V**  
 V-Kurve 373.  
 Valenz 33.  
 Vektordiagramm 251.  
 Verlustziffer 88.  
 Volt 4. 110.  
 Voltmeter 41.  
 Voltmeter 7.  
 Volumenverhältnisse bei der Elektrolyse 35.  
 Vorausberechnung der Erregung 174. 343.  
**W**  
 Wärmemenge 21. 113.  
 Wagengeschwindigkeit 232.  
 Wasserstoff 30.  
 Watt 23.  
 Wattkomponente 271.  
 Wattlose Ströme 271.  
 Wattmessung, Dreiphasen- 399.  
 Wertigkeit 33.  
 Westonelement 4. 45.  
 Wheatstone'sche Brücke 17.  
 Wicklungsschritt 126.  
 Widerstand, elektrischer 5. 111.  
 — magnetischer 75.  
 Winkelgeschwindigkeit 212. 241.  
 Wirbelströme 101.  
 Wirkungsgrad von Akkumulatoren 42.  
 — — Maschinen 197. 202. 213.  
 — — Transformatoren 294.  
**Z**  
 Zellschalter 193.  
 Zusammensetzung von elektromotorischen Kräften 251.  
 Zusatzmaschinen 197.  
 Zweilochwicklung 318.

# Magnetisierungskurven.

(Aus Kapp, Dynamomaschinen für Gleich- und Wechselstrom, 3. Aufl.)



Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH

---

## Hilfsbuch für die Elektrotechnik.

Von C. Grawinkel und K. Strecker.

Unter Mitwirkung von  
Borchers, Eulenberg, Fink, Pirani, Seyffert, Stockmeier und H. Strecker  
bearbeitet und herausgegeben von

**Dr. K. Strecker,**

Kaiserl. Ober-Telegrapheningenieur,  
Professor und Dozent a. d. Technischen Hochschule zu Berlin.

Sechste, vermehrte und verbesserte Auflage.

Mit 330 Figuren im Text. — In Leinwand gebunden Preis M. 12,—.

---

## Die Gleichstrommaschine.

Theorie, Konstruktion, Berechnung, Untersuchung und Arbeitsweise derselben.

Von **E. Arnold,**

o. Professor und Direktor des Elektrotechnischen Instituts  
an der Großherzoglichen Technischen Hochschule Fridericiana zu Karlsruhe.

In zwei Bänden.

I. Band: **Die Theorie der Gleichstrommaschine.**

Mit 421 in den Text gedruckten Figuren. — In Leinwand gebunden Preis M. 16,—.

Der zweite Band, umfassend die Berechnung und den Bau der Gleichstrommaschine, befindet sich unter der Presse.

---

## Die Wechselstromtechnik.

Herausgegeben von

**E. Arnold,**

o. Professor und Direktor des Elektrotechnischen Instituts an der Großherzoglichen  
Technischen Hochschule Fridericiana zu Karlsruhe.

In vier Bänden.

I. Band: **Theorie der Wechselströme und Transformatoren**

von **J. L. la Cour.**

Mit 263 in den Text gedruckten Figuren. — In Leinwand gebunden Preis M. 12,—.

In Vorbereitung befinden sich:

II. Band: **Die Wechselstrom-  
wicklungen, die Generatoren  
und Synchronmotoren**  
von **E. Arnold.**

III. Band: **Die Transformatoren  
und asynchronen Maschinen**  
von  
**E. Arnold** und **J. L. la Cour.**

IV. Band: **Die Wechselstromkommutatormaschinen**  
von **O. S. Bragstad** und **J. L. la Cour.**

---

## Transformatoren für Wechselstrom und Drehstrom.

Eine Darstellung ihrer Theorie, Konstruktion und Anwendung.

Von **Gisbert Kapp.**

Zweite, vermehrte und verbesserte Auflage.

Mit 165 in den Text gedruckten Figuren. — In Leinwand geb. Preis M. 8,—.

---

## Elektromotoren für Gleichstrom.

Von **Dr. G. Roessler,**

Professor an der Königl. Technischen Hochschule zu Berlin.

Zweite, verbesserte Auflage.

Mit 49 in den Text gedruckten Figuren. — In Leinwand geb. Preis M. 4,—.

---

Zu beziehen durch jede Buchhandlung.

Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH

---

## **Elektromotoren für Wechselstrom und Drehstrom.**

Von **Dr. G. Roessler,**

Professor an der Königl. Technischen Hochschule zu Berlin.

Mit 89 in den Text gedruckten Figuren. — In Leinwand geb. Preis M. 7,—.

---

## **Die Arbeitsweise der Wechselstrommaschinen.**

Für Physiker, Maschineningenieure und Studenten der Elektrotechnik.

Von **Fritz Emde.**

Mit 32 in den Text gedruckten Figuren. — Preis M. 2,40; in Leinwand geb. M. 3,—.

---

## **Die elektrischen Wechselströme.**

Für Ingenieure und Studierende bearbeitet.

Von **T. H. Blakesley.**

*Autorisierte Übersetzung von C. P. Feldmann.*

Mit 31 Textfiguren. — In Leinwand gebunden Preis M. 4,—.

---

## **Theorie der Wechselströme in analytischer und graphischer Darstellung.**

Von **Fr. Bedell** und **A. C. Crehore.**

*Autorisierte deutsche Übersetzung von Alfred H. Bucherer.*

Mit 112 Textfiguren. — In Leinwand gebunden Preis M. 7,—.

---

## **Asynchrone Generatoren**

für ein- und mehrphasige Wechselströme.

Ihre Theorie und Wirkungsweise

Von **Clarence Feldmann,**

Ingenieur und Privatdozent an der Großh. Techn. Hochschule in Darmstadt.

Mit 50 Abbildungen im Text. — Preis M. 3,—.

---

## **Praktische Dynamokonstruktion.**

Ein Leitfaden für Studierende der Elektrotechnik.

Von **Ernst Schulz,**

Chefelektriker der Deutschen Elektrizitätswerke zu Aachen.

**Zweite, verbesserte und vermehrte Auflage.**

Mit 35 in den Text gedr. Figuren und einer Tafel. — In Leinwand geb. Preis M. 3,—.

---

## **Leitfaden zur Konstruktion von Dynamomaschinen und zur Berechnung von elektrischen Leitungen.**

Von **Dr. Max Corsepius.**

**Dritte, vermehrte Auflage.**

Mit 108 in den Text gedr. Figuren und 2 Tabellen. — In Leinwand geb. Preis M. 5,—.

---

## **Theoretische und praktische Untersuchungen zur Konstruktion magnetischer Maschinen.**

Von **Dr. Max Corsepius.**

Mit 13 Textfiguren und 2 lithogr. Tafeln. — Preis M. 6,—.

---

Zu beziehen durch jede Buchhandlung.

Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH

---

## Die Akkumulatoren für Elektrizität.

Von Prof. Dr. Edmund Hoppe.

Dritte, neubearbeitete Auflage.

Mit zahlr. in den Text gedr. Abbildungen. — Preis M. 8,—; in Leinwand geb. M. 9,—.

---

## Anlasser und Regler für elektrische Motoren und Generatoren.

Theorie, Konstruktion, Schaltung.

Von Rudolf Krause,  
Ingenieur.

Mit 97 in den Text gedruckten Figuren. — In Leinwand geb. Preis M. 4,—.

---

## Generatoren, Motoren und Steuerapparate für Elektrisch betriebene Hebe- u. Transportmaschinen.

Unter Mitwirkung von Ingenieur E. Veesenmeyer  
herausgegeben von

Dr. F. Niethammer,  
Oberingenieur.

Mit 805 in den Text gedruckten Abbildungen. — In Leinwand geb. Preis M. 20,—.

---

## Die Bahnmotoren für Gleichstrom.

Ihre Wirkungsweise, Bauart und Behandlung.

Ein Handbuch für Bahntechniker von

M. Müller,                      und                      W. Mattersdorff,  
Oberingenieur der Westinghouse-Elektrizitäts-                      Abteilungsvorstand  
Aktiengesellschaft.                      der Allgemeinen Elektrizitäts-Gesellschaft.

Mit 231 in den Text gedruckten Figuren und 11 lithogr. Tafeln,  
sowie einer Übersicht der ausgeführten Typen.

In Leinwand gebunden Preis M. 15,—.

---

## Elektromechanische Konstruktionen.

Eine Sammlung von Konstruktionsbeispielen  
und Berechnungen von Maschinen und Apparaten für Starkstrom.

Zusammengestellt und erläutert  
von Gisbert Kapp.

Zweite, verbesserte und erweiterte Auflage.

Mit 36 Tafeln und 114 Textfiguren. — In Leinwand geb. Preis M. 20,—.

---

## Elektromechanische Konstruktions-Elemente.

Skizzen, herausgegeben von

Dr. G. Klingenberg,

Professor und Dozent an der Königl. Technischen Hochschule zu Berlin.

==== *Erscheint in Lieferungen zum Preise von je M. 2,40.* ====

Bisher sind erschienen: Lieferung 1, 2, 3 (Apparate) und 6 (Maschinen).

Jede Lieferung enthält 10 Blatt Skizzen in Folio.

---

Zu beziehen durch jede Buchhandlung.



---

Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH

---

## **Die Berechnung elektrischer Leitungsnetze** in Theorie und Praxis.

Von  
**Josef Herzog,** und **Clarence Feldmann,**  
Vorstand der Abteilung für elektrische Beleuchtung, Ganz & Co., Budapest. Privatdozent an der Großherzoglichen Technischen Hochschule zu Darmstadt.

**Zweite Auflage in zwei Teilen.**

Erster Teil: **Strom- und Spannungsverteilung in Netzen.**

Mit 269 Abbildungen. — In Leinwand gebunden Preis M. 12,—.

Der zweite Teil: **Die Dimensionierung der Netze** befindet sich in Vorbereitung.

---

## **Handbuch der elektrischen Beleuchtung.**

Bearbeitet von  
**Jos. Herzog** und **Cl. Feldmann.**

**Zweite, vermehrte Auflage.**

Mit 517 Abbildungen. — In Leinwand gebunden Preis M. 16,—.

---

## **Verteilung des Lichtes und der Lampen** bei elektrischen Beleuchtungsanlagen.

Ein Leitfaden für Ingenieure und Architekten.

Von **Jos. Herzog** und **Cl. Feldmann.**

Mit 35 in den Text gedruckten Figuren. — In Leinwand gebunden Preis M. 3,—.

---

## **Herstellung und Instandhaltung elektrischer Licht- und Kraftanlagen.**

Ein Leitfaden auch für Nichttechniker.

Herausgegeben unter Mitwirkung von O. Görling und Michalke

von **S. Frhr. v. Gaisberg.**

In Leinwand gebunden Preis M. 2,—.

---

## **Schaltungsarten und Betriebsvorschriften** elektrischer Licht- und Kraftanlagen

unter Verwendung von Akkumulatoren.

Zum Gebrauche für Maschinisten, Monteure und Besitzer elektrischer Anlagen, sowie für Studierende der Elektrotechnik

von **Alfred Kistner.**

Mit 81 in den Text gedruckten Figuren. — In Leinwand gebunden Preis M. 4,—.

---

## **Die künstlichen Kohlen**

für elektrotechnische und elektrochemische Zwecke,  
ihre Herstellung und Prüfung.

Von **Dr. Julius Zellner,**

Professor der Chemie an der Staatsgewerbeschule in Bielitz.

Mit 102 Abbildungen im Text. — Preis M. 8,—; in Leinwand gebunden M. 9,—.

---

## **Die Beleuchtung von Eisenbahn-Personenwagen** mit besonderer Berücksichtigung der Elektrizität.

Von **Dr. M. Büttner.**

Mit 60 in den Text gedruckten Figuren. — In Leinwand gebunden Preis M. 5,—.

---

**Zu beziehen durch jede Buchhandlung.**