

Aussendung und Empfang elektrischer Wellen

Von

Reinhold Rüdenberg

Professor, Dr.-Ing. und Dr.-Ing. e. h.

Mit 46 Textabbildungen



Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH
1926

Aussendung und Empfang elektrischer Wellen

Von

Reinhold Rüdenberg

Professor, Dr.-Ing. und Dr.-Ing. e. h.

Mit 46 Textabbildungen



Springer-Verlag Berlin Heidelberg GmbH

ISBN 978-3-662-39289-8 ISBN 978-3-662-40322-8 (eBook)
DOI 10.1007/978-3-662-40322-8

Alle Rechte, insbesondere das der Übersetzung
in fremde Sprachen, vorbehalten.

Copyright Springer-Verlag Berlin Heidelberg 1926
Ursprünglich erschienen bei Julius Springer 1926.

Vorwort.

Zahlreiche Veröffentlichungen über Rundfunk und drahtlose Telegraphie befassen sich mit der Wirkungsweise der Sende- und Empfangsapparate und ihrer einzelnen Teile. Dagegen wird der Mechanismus der Wellenübertragung vom Sender auf den Empfänger in zusammenfassenden Darstellungen meist recht stiefmütterlich behandelt. Dabei bieten gerade diese Vorgänge viele interessante Zusammenhänge und bilden eigentlich die Basis für die ganze Nachrichtenübertragung. Ihre genauere Kenntnis ist daher von Wichtigkeit zur Erzielung einer guten Verständigung.

In dieser Schrift sollen die Wechselwirkungen der Ströme und Spannungen in den Stationen mit den zwischen ihnen verlaufenden elektromagnetischen Wellen besprochen werden. Dabei wollen wir auch die Probleme der Wellenausbreitung im Zwischenmedium mit berücksichtigen. Die erstgenannten Wirkungen der Aussendung und des Empfanges elektrischer Wellen können wir als weitgehend geklärt ansehen, während sich die Anschauungen über den Verlauf der Wellen längs der Erdoberfläche noch nicht bis zu ganz festen Vorstellungen verdichtet haben.

Wir beziehen unsere gesamten Betrachtungen auf ungedämpfte Wellen, da diese heute vorwiegend verwendet werden und bei gedämpften Wellen nichts wesentlich Neues hinzutritt. Ferner setzen wir stationären Verlauf aller hochfrequenten Erscheinungen voraus und gehen auf die Einschwingvorgänge nicht näher ein, da sie für unser Thema nur eine untergeordnete Rolle spielen. Alle Untersuchungen gelten in gleicher Weise für Telegraphie auf weite Entfernungen wie für den Rundfunk. Denn ein prinzipieller Unterschied im Verhalten der Wellen ist zwischen beiden nicht vorhanden.

Die vielfachen Möglichkeiten der Apparatschaltungen im Sender und Empfänger und ihre besonderen Wirkungen wollen

wir nicht näher betrachten und ihre Kenntnis auch nicht voraussetzen. Jedoch wird sich einige Vertrautheit mit den wichtigsten Schwingungserscheinungen einschließlich der Resonanzvorgänge bei der Lektüre als nützlich erweisen. Höhere Mathematik läßt sich zur Beschreibung der Wellenerscheinungen und ihrer Wechselwirkungen nicht vollständig vermeiden. Ich glaube aber, daß der Leser, der sie nicht sicher beherrscht, über die betreffenden Gleichungen hinweglesen kann und sich mit dem erläuternden Text begnügen wird. Um die Lesbarkeit aller Formeln zu erleichtern, sind deren Bezeichnungen im Anhang alphabetisch zusammengestellt.

Zum tieferen Eindringen in bestimmte Sonderfragen findet man am Schluß des Büchleins ein Verzeichnis der wichtigsten Literatur unseres Gebietes.

Berlin, im März 1926.

R. Rüdberg.

Inhaltsverzeichnis.

I. Grundbegriffe.	Seite
1. Schwingungsformen von Antennen	1
2. Elektromagnetische Wellen	4
II. Das elektromagnetische Feld des Senders.	
3. Das Feld um die Sendeantenne	7
4. Gerichtete Strahlung	12
5. Wirkung der Erdoberfläche	16
6. Strahlungsleistung	19
III. Empfang elektrischer Wellen.	
7. Spannung in der Empfangsantenne.	24
8. Energiebilanz des Empfängers	29
9. Rückwirkung auf das primäre Feld	36
10. Entdämpfung des Empfängers	40
IV. Wellenausbreitung längs der Erde.	
11. Schattenbildung und Zerstreuung.	44
12. Wirkungen des Erdwiderstandes	46
13. Beugung um die Erde	51
14. Einfluß der Atmosphäre	55
Formelzeichen	60
Literatur	61
Sachverzeichnis	66

I. Grundbegriffe.

1. Schwingungsformen von Antennen.

Zur Ausstrahlung und zum Empfang der elektromagnetischen Wellen der drahtlosen Telegraphie und Telephonie benutzt man elektrische Schwingungskreise, die man als geschlossene oder offene Kreise bezeichnet, je nachdem die in ihrer Kapazität und Selbstinduktion aufgespeicherte Energie an wenigen Stellen konzentriert ist oder über die Erstreckung des Kreises verteilt ist. Abb. 1 stellt den Typus eines geschlossenen Schwingungskreises dar, in dem die Stromstärke längs der ganzen Leitung konstanten Wert besitzt und die Spannung an der Selbstinduktion L und der Kapazität C konzentriert ist. Die Eigenfrequenz f pro Sekunde oder die Kreisfrequenz ν in 2π sec ist gegeben durch die Thomsonsche Formel

$$\nu = 2\pi f = \frac{1}{\sqrt{LC}}. \quad (1)$$

Ihr entspricht eine Wellenlänge λ der im freien Raum mit Lichtgeschwindigkeit c verlaufenden elektromagnetischen Wellen von der Größe

$$\lambda = \frac{2\pi c}{\nu} = \frac{c}{f}. \quad (2)$$

Eine Selbstinduktion von $L = 0,14$ Millihenry gibt demnach mit einer Kapazität von $C = 0,002$ Mikروفarad Eigenschwingungen von $f = 300\,000$ Per/sec oder $\nu = 1\,880\,000$ Per/ 2π sec. Die entsprechende Wellenlänge ist $\lambda = 1000$ m.

Das Urbild eines offenen Schwingungskreises stellt Abb. 2 dar, in der ein Leiter von der Höhe H aus der Erdoberfläche herausragt und eine räumlich sinusförmige Verteilung von Spannung e und Strom i besitzt, so daß er in

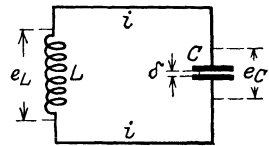


Abb. 1. Geschlossener Schwingungskreis.

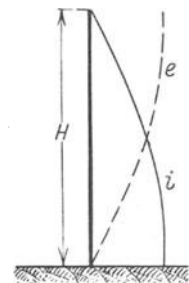


Abb. 2. Viertelwellenschwingung von Antennen.

Form einer Viertel-Sinuswelle schwingt. Die Wellenlänge dieser Marconi-Antenne ist daher

$$\lambda = 4 H. \quad (3)$$

Für eine Höhe $H = 50$ m wird $\lambda = 200$ m.

Die Eigenfrequenz dieser Antenne läßt sich ebenfalls nach Gleichung (1) berechnen, wenn man sich die Werte L und C eines linearen Leiters im Verhältnis der Mittelwerte von Strom und Spannung, also wie $2/\pi$ verkleinert denkt, einfacher erhält man sie aber aus Gleichung (2) durch Einführen des Wertes von Gleichung (3). Im ebengenannten Falle wird sie $f = 1\,500\,000$ Per/sec.

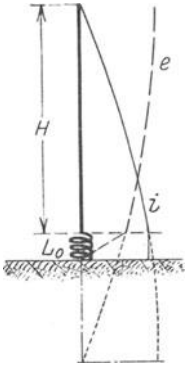


Abb. 3. Antenne mit Verlängerungsspule.

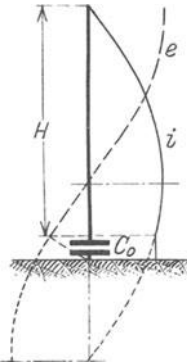


Abb. 4. Antenne mit Verkürzungskondensator.

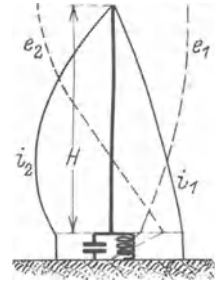


Abb. 5. Erregung der Antenne durch geschlossenen Kreis.

Durch Einschalten einer Selbstinduktion L_0 am unteren Ende dieser Antenne vergrößert man die gesamte Selbstinduktion und kann daher die Eigenfrequenz dieses Systems entsprechend Gleichung (1) verkleinern. Die Strom- und Spannungsverteilung entspricht dann den i - und e -Linien in Abb. 3, die Eigenwellenlänge erscheint nach Gleichung (2) durch diese Verlängerungsspule künstlich vergrößert.

Schaltet man einen Kondensator C_0 unten in die Leitung, so verringert man durch die Serienschaltung die gesamte Kapazität, und es stellt sich eine Strom- und Spannungsverteilung nach Abb. 4 ein. Der Strombauch und der Spannungsknoten rücken auf die Antenne, die Eigenwellenlänge wird entsprechend Gleichung (1) und (2) durch diesen Verkürzungskondensator verkleinert.

Beim Einschalten eines Schwingungskreises ins untere Antennenende nach Abb. 5 können sich zwei verschiedene Eigen-

frequenzen einstellen, deren Strom- und Spannungsverteilung wieder eingezeichnet ist. Die Anordnung ist mehrwellig geworden, die eine Wellenlänge ist größer, die andere geringer als nach Gleichung (3).

In allen Fällen lassen sich bei gegebener Dimensionierung der Antenne und der angeschlossenen Schwingungskreise, auch wenn sie kompliziertere Gestaltung haben sollten, die Verhältnisse mit ausreichender Genauigkeit vorher bestimmen. Im allgemeinen stellt man jedoch die passende Eigenwelle oder Eigenfrequenz dadurch her, daß man eine der eingeschalteten Selbstinduktionen oder Kapazitäten veränderbar vorsieht, so daß man die Wellenlänge willkürlich auf das gewünschte Maß einstellen kann.

Man kann die Antennenanordnung stets in dem Bilde eines elektrischen Dipols nach Abb. 6 idealisieren, in dem eine elektrische Ladung q längs der Antenne auf- und abschwingt. Unter dem Einfluß ihrer Spannung e wird dann eine mittlere Stromstärke

$$i = \frac{dq}{dt} = C \frac{de}{dt} \quad (4)$$

in der Antenne erzeugt, die proportional der Kapazität C der Anordnung ist. Da die linearen Antennen der Abb. 2 bis 5 nur relativ kleine Kapazität besitzen, so ergeben sie auch nur geringe Stromstärken. Die Spannung e kann man wegen der Isolation nicht beliebig steigern. Zur Erzielung stärkerer Wirkungen ist es daher angebracht, das obere Antennenende noch mit einer großen Kapazität gegen Erde zu versehen, so wie es in Abb. 7 dargestellt ist, in der die Verteilung von Strom und Spannung wieder eingezeichnet ist.

Man stellt diese Kapazität im allgemeinen ebenfalls aus Drähten her und erhält nach Abb. 8 bei einseitiger Anordnung derselben eine L-Antenne, bei zweiseitiger Anordnung eine T-Antenne und bei radialer Anordnung eine Schirmantenne. Da bei diesen praktisch meist gebräuch-

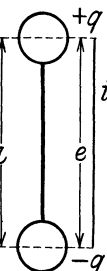


Abb. 6. Gleichwertiger Dipol.

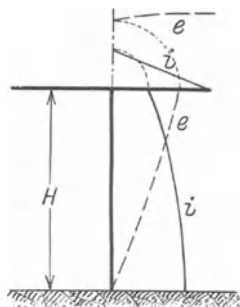


Abb. 7. Antenne mit großer Kapazität.

lichen Antennenformen die Kapazitätswirkung im wesentlichen auf den wagerechten, die Selbstinduktion im wesentlichen auf den senkrechten Leiterteil konzentriert ist, so kann man ihre

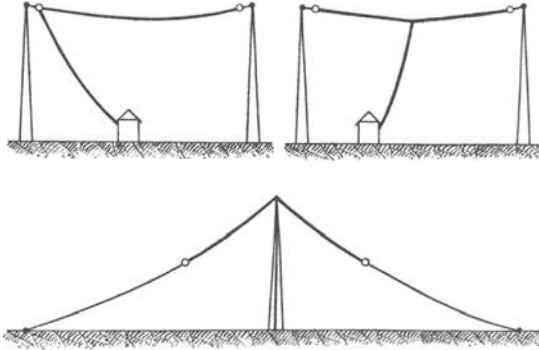


Abb. 8. Ausführungsformen von Antennen.

Eigenfrequenz angenähert nach Gleichung (1) berechnen. Durch Verlängerungsspulen L_0 oder Verkürzungskondensatoren C_0 im Fußpunkt der Antenne kann man die Eigenwellenlänge wie früher in beliebiger Weise einstellen.

2. Elektromagnetische Wellen.

Im freien Raume oder in beliebigen Medien können sich fortschreitende Wellen ausbreiten, die bei niedriger Frequenz als

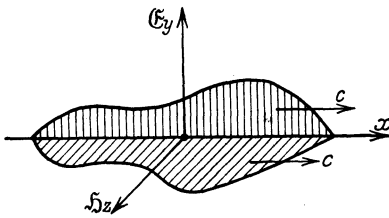


Abb. 9. Ebene elektrische und magnetische Wellen.

elektromagnetische Wellen, bei höherer Frequenz als Wärme- und Lichtstrahlen und bei sehr hohen Frequenzen als Röntgenstrahlen in Erscheinung treten.

Wir wollen die näheren Verhältnisse an dem Spezialfall ebener elektromagnetischer Wellen untersuchen, bei denen

in dem Koordinatensystem der Abb. 9 nur elektrische Feldstärken in y -Richtung und magnetische Feldstärken in z -Richtung auftreten. Durch Überlagerung derartiger Wellen in allen möglichen Richtungen können wir beliebige Strahlungsfelder aufbauen.

Das elektromagnetische Induktionsgesetz nimmt dann mit den Bezeichnungen \mathfrak{E} und \mathfrak{H} für die elektrische und magnetische Feldstärke und μ für die Permeabilität die Form an

$$-\mu \frac{\partial \mathfrak{H}_z}{\partial t} = \frac{\partial \mathfrak{E}_y}{\partial x}. \quad (5)$$

Dabei stellt die linke Seite die zeitliche Änderung des Magnetfeldes und die rechte Seite die induzierte Spannung, beides auf ein Raumelement bezogen, dar. Nach der Faraday-Maxwellschen Anschauung bringt jede elektrische Feldänderung einen Verschiebungsstrom hervor, der seinerseits genau wie ein Leitungsstrom magnetische Felder erzeugt. Das führt für jedes Raumelement zu der Beziehung

$$\varepsilon \frac{\partial \mathfrak{E}_y}{\partial t} = -\frac{\partial \mathfrak{H}_z}{\partial x}, \quad (6)$$

in der ε die Elektrizierungszahl des Mediums bezeichnet.

Durch Zusammenfassung von Gleichung (5) und (6) erhält man für den räumlichen und zeitlichen Verlauf der elektrischen Feldstärke die Differentialgleichung

$$\varepsilon \mu \frac{\partial^2 \mathfrak{E}_y}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 \mathfrak{E}_y}{\partial x^2}, \quad (7)$$

und dieselbe Beziehung gilt auch für \mathfrak{H}_z . Diese Gleichung ist nun durch jede beliebige Funktion des Arguments $t - x/c$ zu lösen, was sich durch zweimalige Differentiation von

$$\mathfrak{E}_y = \mathfrak{E}_y(t - x/c) \quad (8)$$

nach t und x sofort ergibt. Als Bedingung erhält man dabei nur

$$c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon \mu}}. \quad (9)$$

Diese Funktion (8) stellt nun eine mit der Geschwindigkeit c in x -Richtung fortschreitende Welle dar. Man erkennt dies daraus, daß die Funktion \mathfrak{E}_y sich nicht ändert, wenn man zeitlich um den Wert Δt und gleichzeitig räumlich um den entsprechenden Wert $\Delta x = c \cdot \Delta t$ fortschreitet. Die Form der Welle ist dabei ganz beliebig und ist in Abb. 9 willkürlich dargestellt. Für die magnetische Feldstärke ergibt sich aus Gleichung (5) oder (6)

$$\mathfrak{H}_z = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\mu}} \mathfrak{E}_y = \frac{\mathfrak{E}_y}{c}, \quad (10)$$

wobei die letztere Beziehung nur für unmagnetisches Medium, z. B. Luft gilt. Die magnetische Feldstärke ist stets proportional der elektrischen.

Die Lösung der Differentialgleichung führt also auf wandernde Wellen, deren Form beim Fortteilen unverändert erhalten bleibt, deren Geschwindigkeit nach Gleichung (9) von den Konstanten des Mediums abhängt, und bei denen die elektrischen und magnetischen Feldstärken nach Abb. 9 gleichen quantitativen Verlauf haben und senkrecht aufeinander sowie senkrecht zur Fortpflanzungsrichtung stehen. Wir haben also transversale Wellen vor uns. In Luft ergibt sich aus Gleichung (9) die Geschwindigkeit zu

$$c = 3 \cdot 10^{10} \text{ cm/sec} = 300\,000 \text{ km/sec.} \quad (11)$$

Sie ist also gleich der Lichtgeschwindigkeit im freien Raum.

Für harmonische Wellen mit der Kreisfrequenz ω verändert sich die Feldstärke nach der Funktion

$$\mathfrak{E}_y = c \mathfrak{H}_z = \mathfrak{E}_0 \sin \omega (t - x/c) \quad (12)$$

oder nach der entsprechenden Cosinusfunktion. Die Wellenlänge dieser Sinuswellen ergibt sich, wenn man bei konstantem t um eine solche Länge λ in x -Richtung fortschreitet, daß das Argument sich um 2π ändert. Das gibt

$$\omega \frac{\lambda}{c} = 2\pi, \quad (13)$$

was natürlich mit Gleichung (2) in Übereinstimmung steht.

Für Wellen in Leitern, z. B. im Meereswasser oder im Erdinnern, tritt an Stelle des Verschiebungsstroms der linken Seite von Gleichung (6) vorwiegend der Leitungsstrom, der der Spannung \mathfrak{E}_y selbst und dem spezifischen Widerstand s des Materials umgekehrt proportional ist. Man erhält daher als Differentialgleichung

$$\frac{4\pi\mu}{s} \frac{\partial \mathfrak{E}_y}{\partial t} = \frac{\partial^2 \mathfrak{E}_y}{\partial x^2}. \quad (14)$$

Für harmonische Wellen von der Frequenz f führt das zur Lösung

$$\mathfrak{E}_y = \mathfrak{E}_0 e^{-2\pi \sqrt{\frac{j\mu}{s}} x} \cdot \sin \omega \left(t - \frac{x}{\sqrt{f s / \mu}} \right). \quad (15)$$

Das stellt Wellen dar, deren Geschwindigkeit nicht mehr universell ist, sondern vor allem von ihrer Frequenz abhängt, und

die außerdem mit zunehmendem x eine erhebliche Dämpfung ihrer Stärke erleiden. Für Erdboden mit $\mu = 1$ und $s = 10^{13}$ cm²/sec erhält man bei $\lambda = 300$ m Wellenlänge, also $f = 10^6$ Per/sec nur eine Fortpflanzungsgeschwindigkeit vom zehnten Teil des Lichtes und eine so starke räumliche Dämpfung, daß die Wellen nach etwa 20 m Eindringtiefe ausgelöscht sind. Bei größerer Leitfähigkeit, z. B. bei Meereswasser, sind sowohl Wellengeschwindigkeit wie Eindringtiefe noch wesentlich kleiner. In Metalle dringen die Hochfrequenzwellen überhaupt kaum noch ein, sie werden vielmehr nur von ihrer Oberfläche geführt, auf der die Feldstärke in der umgebenden Luft stets senkrecht stehen muß.

Die elektromagnetischen Wellen sind mit einem Energiebetrag verknüpft, der nach dem Pointingschen Satze

$$\mathfrak{S} = \frac{1}{4\pi} [\mathfrak{E} \mathfrak{H}] \quad (16)$$

ist. Der Energiefluß steht senkrecht auf \mathfrak{E} und \mathfrak{H} und ist daher nach Abb. 8 in Laufrichtung der Wellen gerichtet. Die Wellen führen demnach strahlende Energie mit sich fort, deren Größe sich in Luft unter Zuhilfenahme von Gleichung (10) aus der elektrischen Feldstärke allein errechnen läßt zu

$$S = \frac{1}{4\pi c} \mathfrak{E}^2. \quad (17)$$

Der Energiefluß ist also dem Quadrat der Feldstärke proportional und sonst nur noch abhängig von der Lichtgeschwindigkeit.

II. Das elektromagnetische Feld des Senders.

3. Das Feld um die Sendeantenne.

In seiner berühmten Arbeit über die Ausbreitung der elektrischen Kräfte hat Heinrich Hertz die elektrischen und magnetischen Feldstärken angegeben, die sich in der Umgebung eines schwingenden elektrischen Dipols ausbilden, dessen Ladungsmoment

$$f = l \cdot q \quad (18)$$

durch die Länge l und die wechselnde Ladung q des Dipols bestimmt ist. Um den Strom i im Dipol einzuführen, differenzieren

wir das Moment entsprechend Gleichung (4) nach der Zeit und erhalten

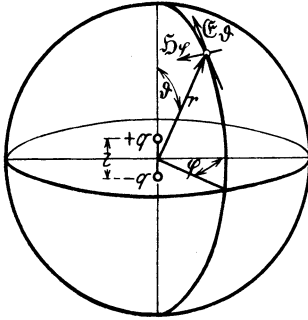


Abb. 10. Polarkoordinaten um einen Dipol.

$$\left. \begin{aligned} \frac{df}{dt} = f' = li \\ \frac{d^2f}{dt^2} = f'' = l \frac{di}{dt} \end{aligned} \right\}. \quad (19)$$

Durch die Striche ist dabei die Zahl der Differentiationen angedeutet.

In den Polarkoordinaten der Abb. 10, in denen die Lage jedes Punktes durch seinen Abstand r vom Ursprung, seinen Höhenwinkel ϑ und seinen Längswinkel φ gegeben ist,

ergeben sich dann die magnetischen und elektrischen Feldstärken um den Dipol zu

$$\left. \begin{aligned} \mathfrak{H}_\varphi &= -\frac{\sin \vartheta}{r} \left[\frac{f'}{r} + \frac{f''}{c} \right]_{t-\frac{r}{c}} \\ \mathfrak{E}_\vartheta &= -\frac{\sin \vartheta}{r} \left[\frac{c^2 f}{r^2} + \frac{c f'}{r} + f'' \right]_{t-\frac{r}{c}} \\ \mathfrak{E}_r &= 2 \frac{\cos \vartheta}{r} \left[\frac{c^2 f}{r^2} + \frac{c f'}{r} \right]_{t-\frac{r}{c}} \end{aligned} \right\}. \quad (20)$$

Darin ist für f , f' und f'' überall das Argument $t - r/c$ zu setzen, so daß wir vom Ursprung nach außen mit Lichtgeschwindigkeit forteilende Wellen vor uns haben. Der Wert dieser Funktionen zur Zeit t im Abstand r ist daher der gleiche, wie er nach Gleichung (18) und (19) im Dipol selbst zu einer Zeit $t - r/c$ war. Es kommt also für die Wirkung an irgendeiner Stelle nicht der gleichzeitige Wert im Dipol in Frage, sondern ein um die Zeit r/c retardierter Wert. Dies liegt im Wesen der Wellenausbreitung mit endlicher Geschwindigkeit begründet.

Aus den Gleichungen (20) erkennen wir, daß das Magnetfeld um den Dipol rein zirkular ist, indem nur die φ -Komponente von \mathfrak{H} auftritt, die längs der Breitenkreise läuft. Das elektrische Feld dagegen ist polar, seine Feldkomponenten laufen lediglich radial und tangential in Richtung der Längskreise.

Für kleine Abstände r kommen im wesentlichen die ersten Glieder in den Klammern der Gleichung (20) in Betracht, da die anderen hiergegen verschwinden. Das Magnetfeld entspricht dabei mit der ersten Gleichung (19) genau dem Biot-Savartschen Gesetz, das elektrische Feld mit Gleichung (18) genau dem Coulombschen Gesetz. Die Feldstärken nehmen mit der zweiten und gar dritten Potenz der Entfernung ab, so daß die Wirkung der stationären Ladungen und Ströme in einigem Abstände verschwindet. Für mittlere Abstände muß man mit sämtlichen Klammerngliedern rechnen.

Für große Abstände r kommen allein die letzten Werte der Klammern in Betracht, ja die radiale Feldstärke \mathfrak{E}_r verschwindet sogar fast vollständig gegenüber der tangentialen \mathfrak{E}_ϑ . Diese letztere und \mathfrak{H}_φ nehmen jetzt nur mit $1/r$, also sehr langsam mit zunehmender Entfernung ab. Es tritt daher im Gegensatz zu den statischen Feldern mit ihren Nahwirkungen hier eine Fernwirkung der elektrischen und magnetischen Felder auf, sofern f'' , das nach der zweiten Gleichung (19) die Änderungsgeschwindigkeit des Stromes im Dipol darstellt, ausreichend große Werte besitzt.

Für harmonische Veränderung des Stromes

$$i = J \sin \omega t \quad (21)$$

wird nach Gleichung (19)

$$f'' = \omega l J \cos \omega \left(t - \frac{r}{c} \right), \quad (22)$$

und damit werden die Feldstärken in großer Entfernung nach Gleichung (20)

$$\mathfrak{E}_\vartheta = c \mathfrak{H}_\varphi = - \frac{\sin \vartheta}{r} f'' = - \frac{\omega l J}{r} \sin \vartheta \cos \omega \left(t - \frac{r}{c} \right). \quad (23)$$

Die elektrische Feldstärke im Höhenkreis und die magnetische Feldstärke im Breitenkreis nehmen also beide vom Pol zum Äquator entsprechend dem Sinus des Höhenwinkels zu. In der Polachse sind sie Null, in der Äquatorebene ist das Maximum vorhanden. Beide sind unabhängig vom Längswinkel φ , das Feld ist zirkular-symmetrisch. Die Feldamplitude ist proportional der Frequenz, der Dipollänge und dem Strom, und umgekehrt proportional dem Abstand vom Dipol.

Wenn man den Strom in Ampere, die Feldstärke in Volt/Meter und den Abstand in Metern messen will, so muß man in Glei-

chung (23) noch mit 10^{-9} multiplizieren. Ersetzt man außerdem nach Gleichung (13) die Frequenz durch die Wellenlänge und führt den Zahlenwert der Lichtgeschwindigkeit nach Gleichung (11) ein, so erhält man die Spannungsamplitude in der Äquatorebene in Volt/Meter zu

$$\mathcal{E}_\vartheta = \frac{2\pi c l}{r} J \cdot 10^{-9} = 60\pi \frac{l}{\lambda} \frac{J}{r}. \quad (24)$$

Für $l = 100$ m Dipollänge, $\lambda = 1000$ m Wellenlänge, $J = 100$ A in der Antenne und $r = 1000$ km Abstand, erhält man danach eine elektrische Feldstärke von $\mathcal{E}_\vartheta = 1,87$ mV/m

senkrecht auf der Äquatorebene. Das stellt eine leicht nachweisbare Spannung dar.

Zur Bestimmung der Wirkung von beliebigen Antennenformen kann man sich diese stets aus Hertzschen Dipolen zusammengesetzt denken, deren Felder sich einfach übereinanderlagern. Wenn daher die Stromverteilung in der Antenne sowie ihre zeitliche Änderung bekannt ist, so kann man jede derartige Aufgabe lösen. Es interessiert uns hauptsächlich das Feld in großer Entfernung, also in der Fernzone oder Wellenzone, für die der Abstand so groß gegen die Antennenabmessung und ihre Wellenlänge ist, daß wir mit den letzten Gliedern der Gleichung (20) allein rechnen können. Für den Nenner im Ausdruck der Feldstärken genügt es dabei, wenn wir alle Abstände r unter sich gleich und parallel annehmen. Der Beitrag jedes Antennenelementes zur elektrischen Feldstärke ist dann

$$d\mathcal{E}_\vartheta = \frac{\sin\vartheta}{r} dI'' = \frac{\sin\vartheta}{r} dl \left(\frac{di}{dt} \right)_{t-\frac{r}{c}} \quad (25)$$

Für große Entfernung ist nun

$$dl \sin\vartheta = dy \quad (26)$$

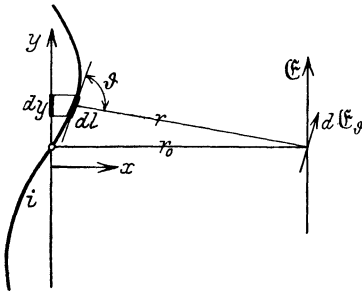


Abb. 11. Feldstrahlung beliebig geformter Antennen.

das von dort sichtbare Höhenelement der Antenne, wobei die Koordinate y entsprechend Abb. 11 senkrecht zum Abstand r zu zählen ist. An Stelle der Retardierungszeit r/c können wir weiterhin mit einer mittleren für alle Antennenelemente gleichen derartigen

Zeit rechnen, die wir nur noch um die Unterschiede x/c der verschiedenen Antennenelemente zu ergänzen haben, wobei x die Antennenerstreckung in Richtung des Abstandes bedeutet. Mit dem mittleren Abstände r_0 und der mittleren Retardierungszeit t_0 erhalten wir alsdann die gesamte Feldstärke an irgendeinem fernen Orte zu

$$\mathcal{E} = \frac{1}{r_0} \int \left(\frac{di}{dt} \right)_{t_0 - \frac{x}{c}} dy. \quad (27)$$

Da die Strombahn der Antenne, also der Zusammenhang von x und y bekannt ist, so kann dies für beliebige Stromfunktionen jederzeit integriert werden.

Am einfachsten wird die Auswertung für senkrechte Linearantennen und verwandte Formen mit beliebiger räumlicher Stromverteilung, deren Seitenerstreckung klein gegenüber der Wellenlänge ist und die in stehenden Wellen erregt werden. Denn dann ist x für alle Elemente nahezu das gleiche, so daß es für die Retardierung nicht beachtet zu werden braucht, und die zeitliche Veränderung ist ebenfalls für alle Elemente gleich. Man erhält daher

$$\mathcal{E} = \frac{1}{r_0} \frac{d}{dt} \int i dy = \frac{\bar{l}}{r_0} \frac{di}{dt} = \frac{l}{r_0} \frac{d\bar{i}}{dt}, \quad (28)$$

wobei man nach Abb. 12 entweder \bar{l} als mittlere Antennenlänge und i als Strom im Fußpunkt der Antenne oder \bar{i} als mittleren Strom und l als ganze Länge ansehen kann. Man könnte auch nach Abb. 12 i_b und l_b auf den Strombauch beziehen. Stets bedeutet das in Gleichung (28) stehende Integral die von ferne sicht-

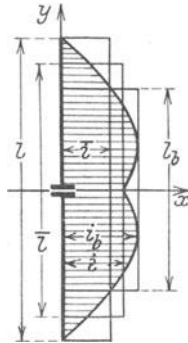


Abb. 12. Wirksame Antennenlängen.

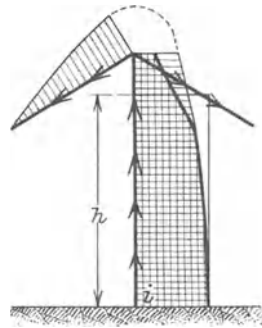


Abb. 13. Sichtbare Stromfläche einer Schirmantenne.

bare Stromfläche. Für eine Schirmantenne kann dieselbe nach dem Muster der Abb. 13 leicht graphisch konstruiert werden.

Liegt der betrachtete Punkt nicht in der Äquatorebene, sondern höher, so muß auch bei senkrechten Antennen das schräge

sichtbare Stromvolumen in Ansatz gebracht werden. Dabei muß die Retardierungszeit nach Gleichung (27) für die verschieden weit gelegenen Antennenelemente stets mit beachtet werden.

Die von einem geschlossenen Schwingungskreis nach Abb. 1 ausgestrahlten Feldstärken lassen sich ebenfalls in einfachster Weise bestimmen, wenn seine Querdimensionen so klein gegenüber der Wellenlänge sind, daß in Gleichung (27) die unterschiedliche Retardierungszeit x/c vernachlässigt werden kann. Da die Stromstärke und ihre zeitliche Veränderung hier in allen Leiterteilen die gleiche ist, so bleibt bei der Integration über die Leiterlänge schließlich nur das offene Stück der Leitungsbahn, also der Abstand δ der Kondensatorplatten übrig. Es ist demnach

$$\mathcal{E} = \frac{1}{r_0} \frac{d}{dt} \int i dy = \frac{1}{r_0} \frac{di}{dt} \oint dy = -\frac{\delta}{r_0} \frac{di}{dt}. \quad (29)$$

Die Strahlung scheint also hier von den Enden der Leitung auszugehen, die Kapazitätsströme wirken als negativer Dipol.

Durch Vergleich von Gleichung (28) und (29) erkennt man, wieviel stärker offene Kreise mit ihrer großen freien Länge l zur Ausstrahlung befähigt sind als geschlossene Kreise mit ihrem geringen Plattenabstand δ .

4. Gerichtete Strahlung.

Die zirkulare Symmetrie des Feldes geht verloren, wenn wir zwei parallele Antennen im Abstände b nach Abb. 14

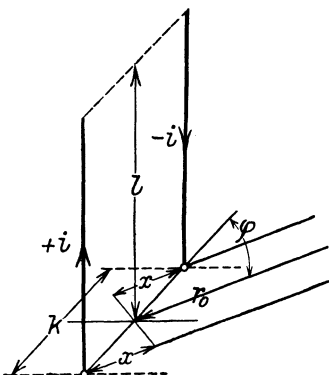


Abb. 14. Doppelantenne oder Vierpol.

gleichzeitig zum Aussenden von Wellen verwenden. Wir wollen den Strom in beiden entgegengesetzt sinusförmig schwingend und unabhängig von der Höhe y annehmen, so daß deren Integration unmittelbar auf die Antennenlänge l führt. Je nach dem Längswinkel φ , in dem wir die Strahlung in der Äquator-ebene bestimmen wollen, erscheint der Abstand der beiden Antennen, die wir auch als einen Vierpol auffassen können, um das Maß

$$x = \pm \frac{k}{2} \cos \varphi \quad (30)$$

vom mittleren Abstand r_0 verschieden. Wir erhalten daher mit Strömen nach Gleichung (21) für die Feldstärke in der Äquator-ebene nach Gleichung (27)

$$\mathfrak{E} = \frac{lJ}{r_0} \frac{d}{dt} \left[\sin \omega \left(t_0 + \frac{k \cos \varphi}{2c} \right) \right] \left\{ \begin{array}{l} \\ - \frac{lJ}{r_0} \frac{d}{dt} \left[\sin \omega \left(t_0 - \frac{k \cos \varphi}{2c} \right) \right] \end{array} \right\}, \quad (31)$$

und wenn wir dies zusammenfassen

$$\mathfrak{E} = \frac{l\omega}{r_0} J \cdot 2 \cos \omega t_0 \cdot \sin \left(\frac{\omega k}{2c} \cos \varphi \right). \quad (32)$$

Drücken wir darin die Frequenz wieder nach Gleichung (13) durch die Wellenlänge aus und formen auf das praktische Maßsystem um, so wird die Feldstärke in der Ferne

$$\mathfrak{E} = 60 \pi \frac{l}{\lambda} \frac{J}{r_0} \cdot 2 \sin \left(\pi \frac{k}{\lambda} \cos \varphi \right). \quad (33)$$

Gegenüber Gleichung (24) tritt hier also noch ein von der Richtung φ abhängiger Faktor hinzu, dessen Wert für verschieden große Abstände k im Vergleich zur Wellenlänge λ in Abb. 15 aufgetragen ist. Es tritt eine Richtwirkung ein, die Feldstärke wird vorwiegend in der Ebene des Vierpols ausgestrahlt. Senkrecht dazu erfolgt überhaupt keine Strahlung, die Wirkung beider Antennenströme hebt sich hier vollständig auf.

Bei kleinen Antennenabständen heben die entgegengesetzten Ströme ihre Strahlung auch in der Antennenebene zum großen Teil gegenseitig auf, bei größeren Abständen wirken die Antennen wegen ihrer Retardierungszeiten sich nicht mehr so stark entgegen, und für

$$\pi \frac{k}{\lambda} = \frac{\pi}{2}, \quad (34)$$

also für einen Abstand k von einer halben Wellenlänge, unterstützen sie sich wegen der Retardierungszeit sogar in vollem Maße, so daß die Ausstrahlung in der Verbindungsrichtung den doppelten Wert wie bei der einfachen Antenne erreicht.

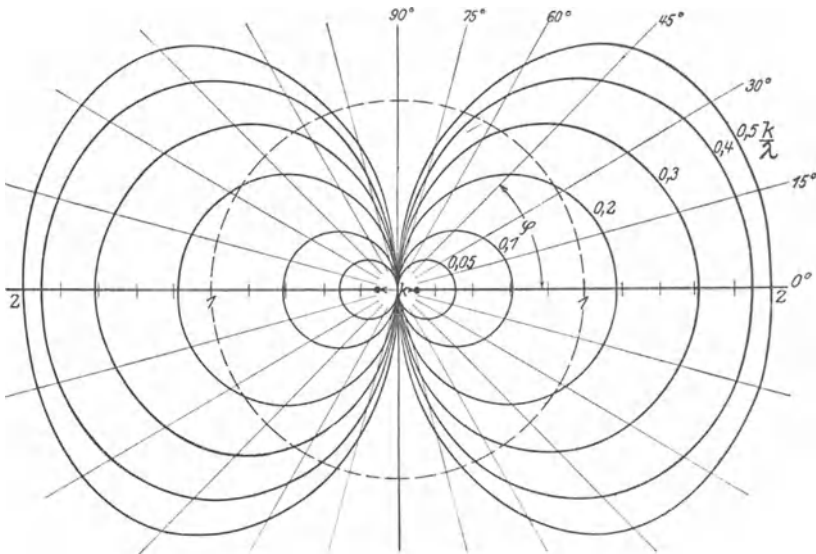


Abb. 15. Polardiagramm der Feldstärke von Vierpolantennen.

Die Wirkung einer ganz geschlossenen Spule oder einer Rahmenantenne, deren Abmessung mäßig groß gegen die Wellenlänge ist, können wir aus Gleichung (33) für den Vierpol entwickeln, wenn wir k/λ so klein ansetzen, so daß wir statt des Sinus das Argument setzen können. Dadurch

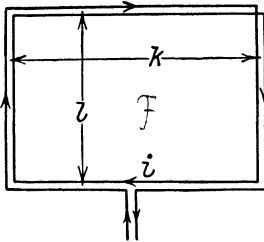


Abb. 16. Rahmenantenne.

erhalten wir die Fernwirkung der beiden vertikalen Rahmenseiten vom Abstände l nach Abb. 16 senkrecht zu ihrer Achse. Die horizontalen Rahmenseiten vom Abstand l wirken in Richtung ihrer Achse überhaupt nicht in die Ferne. Im Vergleich mit dem Dipol erhalten wir also aus dem letzten Faktor der Gleichung (33) den Schwächungsfaktor

für den Rahmen, wenn wir noch seine Windungszahl w hinzufügen, zu

$$\frac{\mathcal{E}^{\square}}{\mathcal{E}} = 2\pi w \frac{k}{\lambda} \cos \varphi. \quad (35)$$

Die Feldstärke selbst wird in großer Entfernung

$$\mathcal{E} = 60 \pi \frac{l}{\lambda} \frac{J w}{r_0} \cdot 2 \pi \frac{k}{\lambda} \cos \varphi = 120 \pi^2 \frac{k l}{\lambda^2} \frac{J w}{r_0} \cos \varphi. \quad (36)$$

Die Strahlung ist also proportional der Rahmenfläche und der Zahl ihrer Amperewindungen, sie ist ferner umgekehrt proportional dem Quadrat der Wellenlänge und zeigt außerdem eine Richtwirkung entsprechend dem Cosinus des Winkels, was durch die kleinen Kreisdiagramme von Abb. 15 dargestellt wird.

In ähnlicher Weise kann man auch die Strahlung längs des Höhenwinkels berechnen und findet, daß die Wirkung der vertikalen Rahmenteile mit $\sin^2 \vartheta$ gegen den Pol zu abnimmt, daß aber dort auch die horizontalen Rahmenteile einen mit $\cos^2 \vartheta$ zunehmenden Einfluß haben. Da die Summe dieser beiden Funktionen eins ergibt, so strahlt der Rahmen insgesamt längs jedes Höhenkreises konstante Feldstärke aus. Er stellt idealisiert einen magnetischen Dipol dar, dessen elektromagnetische Feldverteilung ganz analog der eines elektrischen Dipols ist. Nur verläuft hier die elektrische Feldstärke zirkular in der Rahmenebene, also stets parallel zu den Spulenströmen, während die magnetische Feldstärke senkrecht dazu in axialer Richtung verläuft.

Der Schwächungsfaktor für einen Rahmen von derselben Höhe wie eine Linearantenne, der bei $\lambda = 500$ m Wellenlänge eine Breite von $k = 1$ m besitzt und $w = 10$ Windungen enthält, ergibt sich nach Gleichung (35) zu 12,5 %.

Noch stärkere Richtwirkungen sind durch zwei ungleiche Linearantennen oder durch einen Rahmen in Verbindung mit einer schwachen Hochantenne in geeigneter Phase und Lage zu erzielen. Man kann dadurch Systeme entwickeln, die im wesentlichen nur nach einer einzigen Richtung strahlen. Durch Interferenz mehrerer Systeme von Antennen, die ganz analog den Erscheinungen bei der Lichtbeugung wirken, kann man sogar eine beliebig scharfe Ausbildung einseitig gerichteter Strahlen erzielen, jedoch muß das Antennenfeld dafür eine Ausdehnung haben, die groß im Vergleich zur Wellenlänge ist. Mit erträglichen Mitteln läßt sich das nur für kurze Wellen erzielen.

Die Ausbreitung der elektrischen Feldstärke längs des Meridians, die beim Dipol mit $\sin \vartheta$ veränderlich war, kann für Hoch-

antennen ebenfalls nach Gleichung (27) berechnet werden und ergibt bei größeren Abmessungen eine etwas schnellere Abnahme wegen der durch die Retardierungszeit bewirkten Phasemischung der verschiedenen Antennenelemente. Schwingt die Antenne gar in Oberwellen, so daß die Antennenlänge größer als die Wellenlänge ist, so entsteht durch die Wirkung der positiven und negativen Stromzonen in bestimmten Höhenwinkeln eine vollkommene Auslöschung des Feldes, in anderen Winkeln zeigt sich

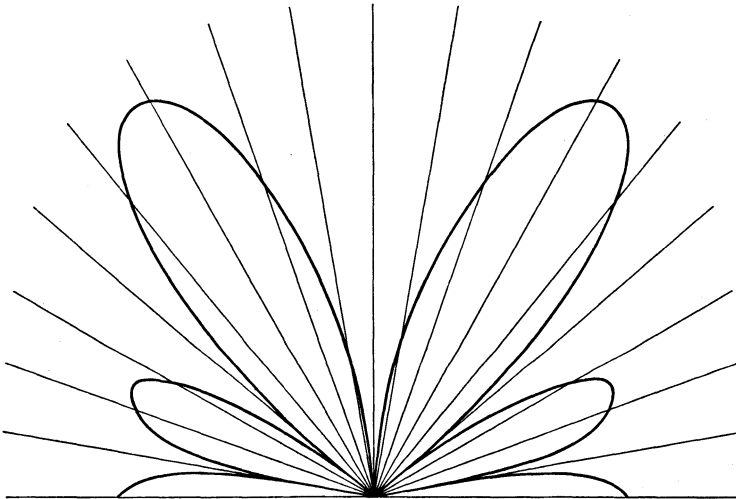


Abb. 17. Vertikaldiagramm der fünften Oberschwingung.

eine erhebliche Verstärkung. Im allgemeinen ist dabei die Strahlung schräg nach oben wesentlich stärker als die seitliche Strahlung in der Äquatorebene, weil die verschiedenphasigen Ströme sich in letzterer zum großen Teil aufheben, während sie sich nach dem Pol zu unterstützen. Abb. 17 zeigt im Polar-diagramm die Verteilung der Feldstärke über den Meridian für die fünfte Oberwelle.

5. Wirkung der Erdoberfläche.

Für einen einfachen harmonisch pulsierenden Dipol sind in Abb. 18a, b, c und d die elektrischen Kraftlinien in mittleren Entfernungen dargestellt, wie sie von Hertz gezeichnet

wurden. Abb. 18a bezieht sich auf die größte Stärke des Stromes, Abb. 18c auf die größte Stärke der Spannung im Dipol, die beiden anderen auf zwischenliegende Werte. Die aus den Polen hervorgehenden Kraftlinien dehnen sich in den Raum hin aus und kehren beim Zurückschwingen des Dipoles nicht wieder vollständig zurück. Ein Teil schnürt sich vielmehr ab und wandert als freie Wirbel in den Raum hinaus.

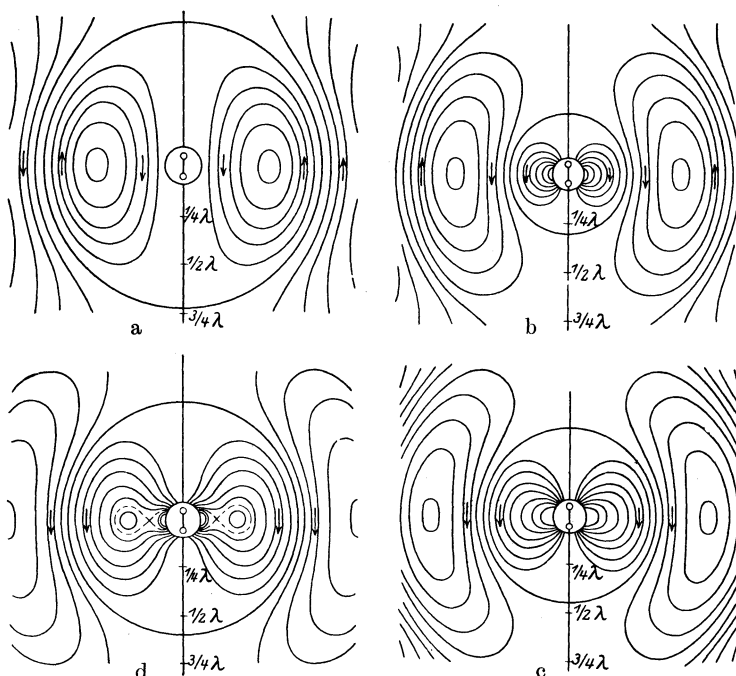


Abb. 18. Elektrisches Feld um einen schwingenden Dipol.

Abb. 19a, b, c und d zeigt die entsprechende Darstellung für die dritte Oberschwingung einer linearen Antenne, wie sie von Hack nach den Rechnungen von Abraham gezeichnet wurde. Man erkennt hier die feldlosen Zonen zwischen den schräg fort-eilenden Kraftlinienwirbeln.

Für größere Entfernung sind die Kraftlinien um einen Dipol in Abb. 20 dargestellt, und zwar nur in dem oberen Halb-raum, weil nur dieser für die Ausbreitung über die Erde Interesse besitzt. Es ist nämlich bei guter Leitfähigkeit der Erde zulässig,

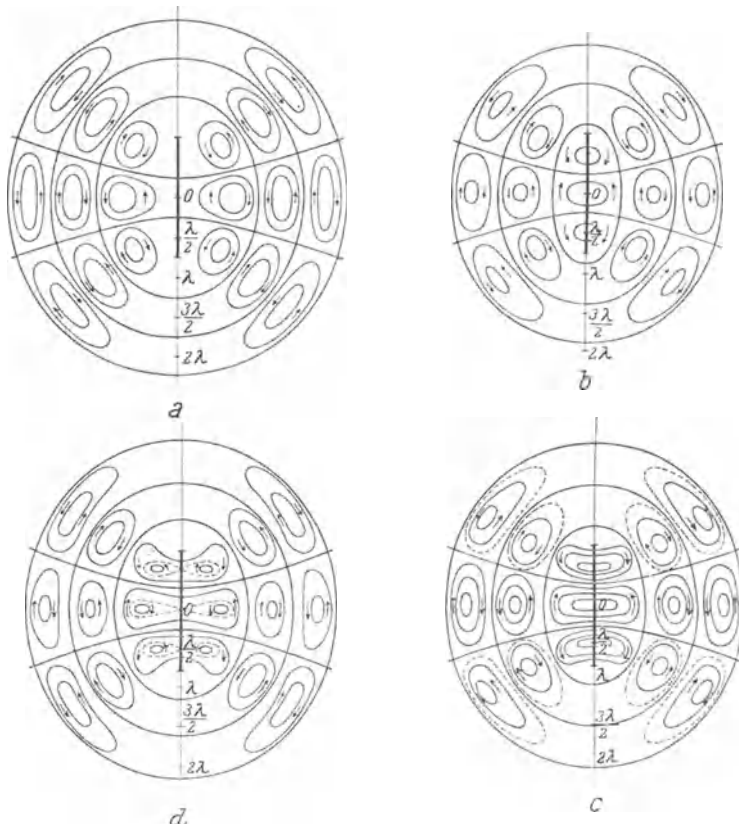


Abb. 19. Dritte Oberschwingung einer Linearantenne.

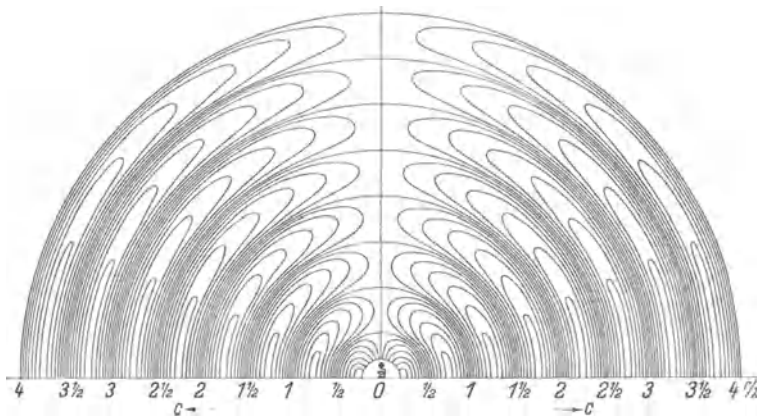


Abb. 20. Wellenausbreitung im Lufthalbraum über der Erde.

die Feldbilder der letzten Figuren durch eine Äquatorebene in zwei Hälften zu trennen. Denn die einzige an gut leitenden Oberflächen notwendige Bedingung, daß die elektrischen Kraftlinien senkrecht auf dieser stehen, ist alsdann erfüllt. Daraus geht hervor, daß jede wirkliche Antenne auf der Erdoberfläche durch ihr Spiegelbild unter der Erde zu einem Dipol ergänzt werden muß, wie es in Abb. 21 angedeutet ist. Dessen wirksame Länge l ist demgemäß stets doppelt so groß wie die wirksame Antennenhöhe h anzusetzen,

$$l = 2h, \quad (37)$$

um die richtige Fernwirkung zu erhalten. Führt man dies in die Formeln (24) und (33) für die Feldstärke ein, so erhöht sich dadurch der Zahlenfaktor von 60π auf 120π und in Gleichung (36) auf $240\pi^2$.

In Wirklichkeit leitet die Erde nun aber nicht unendlich gut, vor allem nicht bei Stationen auf dem Lande. Daher stellt sich am Fußpunkt der Antenne, dort wo ihre Leitungsströme in die Erde übertreten, ein erheblicher Ausbreitungswiderstand ein, der durch die starke Konzentration der Erdströme am Antennenfuß nach Abb. 21 bedingt ist. Man vermindert diesen Widerstand, der bei Großanlagen vielfach höher als alle anderen Widerstände werden kann, heute dadurch bis zu einem gewissen Grade, daß man Netze aus Kupferdraht unter die Antenne legt, in denen die Erdströme sich entsprechend ihrer Dichte mit geringem Widerstand ausbreiten können. Bei Kleinanlagen, vor allem bei Empfängern, benutzt man meistens die sehr ausgedehnten Rohrnetze für Wasser oder Gas als gute Erdung. Ein erheblicher Vorteil der Rahmenantennen liegt darin, daß dieser Ausbreitungsverlust bei ihnen in Fortfall kommt oder sich doch wenigstens auf einen äußerst geringen Betrag reduziert, der den schwachen Erdströmen entspricht, die vom Magnetfeld des Rahmens in der Erdoberfläche induziert werden.

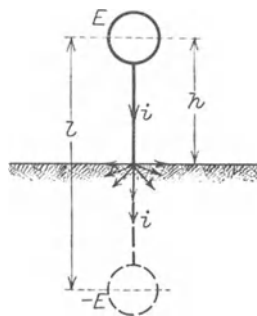


Abb. 21. Hochantenne und ihr Spiegelbild.

6. Strahlungsleistung.

Mit den Wellen der elektrischen und magnetischen Feldstärke die von einem schwingenden Dipol in den Raum ausgestrahlt

werden, ist eine erhebliche Leistung verknüpft, die wir nach Gleichung (17) für jede Richtung bestimmen können. Um die gesamte Strahlungsleistung W des Dipols zu erhalten, müssen wir den Energiestrom über die Kugeloberfläche integrieren, deren Flächenelement nach Abb. 22 gegeben ist zu

$$dF = r \cdot d\vartheta \cdot 2\pi r \sin\vartheta = 2\pi r^2 \sin\vartheta d\vartheta. \quad (38)$$

Die Leistung ist daher unter Beachtung von Gleichung (23)

$$W = \frac{1}{4\pi c} \int \mathcal{E}^2 dF = \frac{1}{2} \frac{f''^2}{c} \int_0^\pi \sin^3\vartheta d\vartheta. \quad (39)$$

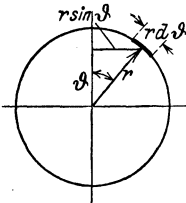


Abb. 22. Kugelfläche um einen Dipol.

Da der Wert des bestimmten Integrals gleich $4/3$ ist, so erhält man mit Gleichung (19) für die Strahlungsleistung des Dipols

$$W = \frac{2}{3} \frac{f''^2}{c} = \frac{2}{3} \frac{l^2}{c} \left(\frac{di}{dt} \right)^2 \quad (40)$$

Sie ist also nur vom Quadrat der Stromänderung und der Länge des Dipols abhängig. Dagegen ist die Leistung unabhängig vom Kugelradius r , über den integriert worden ist, sie ist also für alle Kugelschalen konstant und stellt eine vom Dipol in den Raum hinausgestrahlte Energie dar, die niemals zu ihm zurückkehrt. Für periodische Ströme ist sie mit Gleichung (22)

$$W = \frac{2}{3} \frac{\omega^2 l^2}{c} J^2 \cos^2 \omega t \quad (41)$$

und wird um so größer, je mehr das Quadrat von Stromstärke, Dipollänge und Frequenz anwächst.

Diese Leistung muß dem Dipol von einer Stromquelle wieder zugeführt werden, wenn er seine Schwingungen dauernd aufrechterhalten soll. Da sie bei periodischen Schwingungen proportional dem Quadrat der momentanen Stromstärke ist, so wirkt der strahlende Dipol auf die Stromquelle genau so wie ein Widerstand zurück. Dessen Betrag R_S ergibt sich aus Gleichung (41) zu

$$R_S = \frac{2}{3} \frac{\omega^2 l^2}{c} = \frac{8\pi^2}{3} c \left(\frac{l}{\lambda} \right)^2, \quad (42)$$

wenn man nach Gleichung (13) die Frequenz durch die Wellenlänge ersetzt.

Drückt man den Widerstand durch Multiplikation mit 10^{-9} im praktischen Maßsystem aus und setzt die Größe der Lichtgeschwindigkeit nach Gleichung (11) ein, so erhält man seinen Wert in Ohm zu

$$R_S = 80 \pi^2 \left(\frac{l}{\lambda} \right)^2. \quad (43)$$

Der Strahlungswiderstand des Dipols ist also sowohl von der Frequenz oder der ausgestrahlten Wellenlänge λ als auch von der Dipollänge l im quadratischen Maße abhängig, und zwar geht nur deren Verhältnis in die Formel ein. Dieser Strahlungswiderstand tritt zu den sonstigen Widerständen der Antennenanlage noch hinzu und stellt den Nutz wider stand der Sendeantenne dar, in dem die Rückwirkung des ausgestrahlten elektromagnetischen Feldes auf den Sender enthalten ist.

Für den Halbraum über der Erde ist die Leistung und daher auch der Strahlungswiderstand \bar{R}_S nur halb so groß wie für den bisher betrachteten ganzen Raum

$$\bar{R}_S = \frac{1}{2} R_S. \quad (44)$$

Wenn wir außerdem entsprechend Gleichung (37) die äquivalente Antennenhöhe h einführen, so erhalten wir deren Strahlungswiderstand für den Halbraum zu

$$\bar{R}_S = 160 \pi^2 \left(\frac{h}{\lambda} \right)^2. \quad (45)$$

Eine Antenne, deren Höhe gleich $\frac{1}{10}$ der Wellenlänge ist, besitzt daher einen Strahlungswiderstand von $\bar{R}_S = 16$ Ohm.

Bei ungleichförmiger Stromverteilung entsprechend Abb. 11 oder 12 kann man auch für die Energiestrahlung einen mittleren Strom oder auch eine wirksame Dipollänge oder Antennenhöhe einführen. Streng genommen darf man sie aber nicht nach den gleichen Formeln wie für die wirksame Höhe bei der Feldstrahlung berechnen. Denn hier kommt nicht nur die Äquatorialstrahlung in Betracht, sondern auch die im ganzen Meridian, die wegen der retardierten Zeiten einen etwas geringeren Wert ergibt, als ihn das vom Äquator aus sichtbare Stromvolumen besitzt. Beispielsweise erhält man für eine Viertelwellenantenne mit der

wirksamen Höhe $2/\pi H$ und einer Wellenlänge von $4H$ nach Gleichung (45) einen Strahlungswiderstand von 40 Ohm, während die genaue Integration, die zuerst von Abraham durchgeführt wurde, 36,6 Ohm ergibt. Man erkennt daraus, daß unterhalb dieser Grundwelle der Antenne die Abweichungen sich in geringen und zulässigen Grenzen halten. Dagegen muß der Strahlungswiderstand für Oberwellen von Antennen durch strenge Integration bestimmt werden.

Da die Verteilungen der elektrischen und magnetischen Felder bei einem Rahmen oder einem magnetischen Dipol gegenüber dem elektrischen Dipol genau gegeneinander vertauscht sind, so erhält man dafür den gleichen Aufbau der Formeln für die Strahlungsleistung und den Strahlungswiderstand, nur sind sie noch mit dem quadratischen Schwächungsfaktor der Feldstärken von Gleichung (35) versehen. Der Strahlungswiderstand des Rahmens ist daher nach Gleichung (43)

$$R_S = 80 \pi^2 \left(\frac{l}{\lambda} \cdot 2 \pi w \frac{k}{\lambda} \right)^2 = 320 \pi^4 \frac{(w l k)^2}{\lambda^4}. \quad (46)$$

Er ist quadratisch von der Windungszahl und der Rahmenfläche und mit der vierten Potenz von der ausgestrahlten Wellenlänge abhängig. Für längere Wellen wird die Ausstrahlung von Spulen oder Rahmen daher sehr gering.

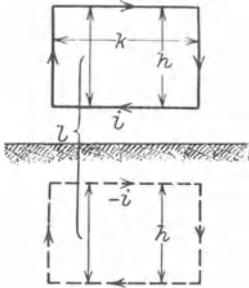


Abb. 23. Rahmenantenne und ihr Spiegelbild.

Für die praktisch meist benutzte Halbraumstrahlung mit senkrecht auf der Erdoberfläche stehenden elektrischen Kraftlinien hat man auch hier den halben Wert anzusetzen. Dabei ist nach Abb. 23 die tatsächlich benutzte Rahmenhöhe h auch nur die Hälfte der wirksamen Rahmenhöhe l mit Einschluß ihres Spiegelbildes unter der Erde. Den Strahlungswiderstand der Halbraumstrahlung erhält man daher zu

$$\bar{R}_S = 640 \pi^4 \left(\frac{w h k}{\lambda^2} \right)^2. \quad (47)$$

Für Rahmenantennen, deren Höhe und Weite je $1/500$ der Wellenlänge beträgt, erhält man damit bei 10 Windungen einen Strah-

lungswiderstand von nur $\frac{1}{100}$ Ohm. Die Energiestrahlung von Rahmen mäßiger Abmessungen ist daher sehr geringfügig.

Da für die Feldstärke und für die Strahlungsleistung des Rahmens der gleiche Schwächungsfaktor gültig ist, so kann man eine ganz allgemeine Formel für die äquivalente Dipollänge l' des Rahmens aufstellen. Sie ist gleich der wirklichen Höhe l multipliziert mit dem Schwächungsfaktor nach Gleichung (35), also

$$l' = l \cdot 2\pi w \frac{k}{\lambda} = 2\pi w \frac{lk}{\lambda}. \quad (48)$$

Da man sich jede Rahmenfläche aus beliebigen elementaren Rechtecken mit den Maßen lk aufgebaut denken kann, und der

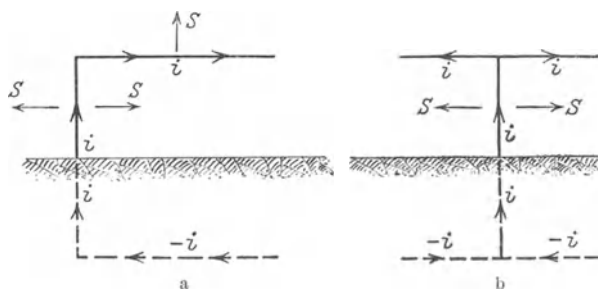


Abb. 24. Horizontal- und Vertikalstrahlung von Antennen.

Rahmen im ganzen stets wie ein magnetischer Dipol wirkt, so ist es gleichgültig, welche genaue Form er besitzt, ob seine Windungen auf ein Rechteck, einen Kreis oder eine beliebige andere ebene Fläche aufgewickelt sind. Für eine Wellenlänge von $\lambda = 500$ m, eine gesamte Rahmenfläche $lk = 1$ qm und $w = 20$ Windungen erhält man eine äquivalente Dipollänge von $l' = 0,25$ m. Der Rahmen wirkt also in jeder Hinsicht nur wie eine sehr kleine Hochantenne.

Die Strahlung der häufig benutzten L-Antennen mit seitlicher Stromzuführung nach Abb. 24 a setzt sich zusammen aus der Horizontalstrahlung der Vertikaldrähte und der Vertikalstrahlung der Horizontaldrähte, beide ergänzt durch ihr Spiegelbild unter der Erde. Die erstgenannte Strahlung liefert die erwünschte Fernwirkung, die letztere, die bei großer Antennenhöhe und langen

Horizontalleitern nicht unbedeutend ist, stellt eine unnütze Energievergeudung von der Erde weg dar. Besser sind in dieser Hinsicht die Schirm- oder T-Antennen mit mittlerer Stromzuführung nach Abb. 24b, bei denen sich die Beiträge der Horizontalleiter zur Strahlung im wesentlichen gegenseitig aufheben.

Da die Verteilungen der elektrischen und magnetischen Feldstärken um eine Hochantenne und eine Rahmenantenne lediglich gegeneinander vertauscht sind und die Strahlungsleistung vom Produkt beider Feldstärken abhängt, so kann man für diese beiden Strahlerformen eine allgemeine Beziehung zwischen Strahlungsleistung und Feldstärke angeben. Wir brauchen nur den Zusammenhang von Strom und Feldstärke nach Gleichung (24) in den aus Gleichung (43) folgenden Ausdruck für die gesamte Strahlungsleistung einzusetzen:

$$W = 80 \pi^2 \left(\frac{l}{\lambda} \right)^2 \frac{J^2}{2} = \frac{1}{90} \mathcal{E}^2 r^2. \quad (49)$$

Dann erhalten wir die Feldstärke zu

$$\mathcal{E} = 3 \sqrt{10} \frac{\sqrt{W}}{r} = 3 \sqrt{20} \frac{\sqrt{W}}{r}, \quad (50)$$

wobei mit \overline{W} die in den Halbraum ausgestrahlte Leistung bezeichnet ist. Jeder ausgestrahlten Leistung entspricht also für jede Entfernung eine ganz bestimmte Feldstärke, unabhängig von der Wellenlänge, der Antennenhöhe oder ähnlichen speziellen Merkmalen. 1 kW Strahlungsleistung im Halbraum erzeugt hiernach in 50 km Entfernung eine Feldstärke von 8,5 mV/m. Bei Antennen mit starker Richtwirkung der Strahlung ist das Verhältnis der Feldstärke zur Leistung natürlich günstiger.

III. Empfang elektrischer Wellen.

7. Spannung in der Empfangsantenne.

In der Empfangszone der elektrischen Wellen, also weitab vom Sender, verläuft die elektrische Feldstärke senkrecht zur Erdoberfläche, während die magnetische Feldstärke ihr parallel gerichtet ist, so wie es in dem Querschnittsbild der Abb. 25

dargestellt ist. Außerdem verlaufen in der Erde Ströme parallel zur Oberfläche, die den Ausgleich der Spannungen in den leitenden Erdschichten bewirken. Alle drei Felder können zum Empfang benutzt werden. Die elektrische Feldstärke kann man durch Hochantennen aus dem Raum aufnehmen und im Empfangsgerät nutzbar machen. Die magnetische Feldstärke läßt sich durch ihre Induktionswirkung auf Spulen- oder Rahmenantennen ver-

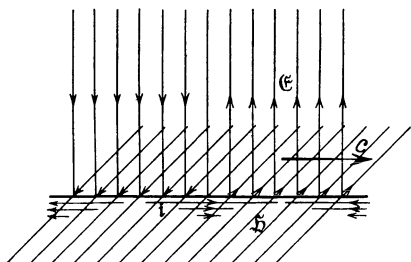


Abb. 25. Felder in der Empfangszone.

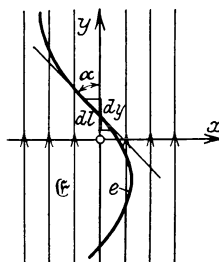


Abb. 26. Spannung in der Empfangsantenne.

wenden. Und die Erdströme kann man durch horizontale Erdantennen aufnehmen, das sind Drähte, die in der Fortpflanzungsrichtung der Wellen in oder auf der Erde gelagert sind.

In allen Fällen wünscht man in den Empfangsstromkreisen eine möglichst große elektromotorische Kraft zu erhalten, die auf den Detektor wirken soll. Da die magnetischen und elektrischen Kräfte ebenso wie das Erdstromfeld untereinander nach den Regeln des Kapitels 2 fest verknüpft sind, so genügt es stets, nur die von den Wellen auf den Empfangsleiter ausgeübte elektrische Kraft allein zu betrachten. In jedem Leiterelement dl , das nach Abb. 26 einen beliebigen Winkel α mit der Richtung der elektrischen Feldstärke \mathcal{E} einschließt, wirkt dann eine treibende elektrische Kraft $\mathcal{E} dl \cos \alpha$. Die gesamte von den Wellen im Empfangsleiter erzeugte elektromotorische Kraft ist daher

$$e = \int \mathcal{E} dl \cos \alpha, \quad (51)$$

wobei das Integral über die ganze Leiteranordnung zu erstrecken ist.

Wenn die Antenne eine gewisse Ausdehnung in der Laufrichtung der Wellen besitzt, so ist die Feldstärke nicht in allen ihren Punkten gleichphasig. Man muß daher unter \mathcal{E} in Gleichung

(51) einen retardierten Wert $\mathcal{E}(t_0 - x/c)$ verstehen, der auf irgendeinen mittleren Ort der Antenne mit der Eintreffzeit t_0 der Wellen bezogen werden kann. Faßt man die beiden anderen Glieder aus der Gleichung (51) zusammen zu

$$d l \cos \alpha = d y, \quad (52)$$

wodurch nach Abb. 26 das Leiterelement in Richtung der elektrischen Feldstärke dargestellt wird, so erhält man für die elektromotorische Kraft in der Antenne die Berechnungsformel

$$e = \int \mathcal{E} \left(t_0 - \frac{x}{c} \right) d y. \quad (53)$$

Die Analogie dieser Formel für den Wellenempfang zu der Beziehung (27) für die Ausstrahlung der Feldstärke von Sendantennen ist sehr bemerkenswert. In beiden Fällen ist eine ganz ähnliche Integration über die Leiterelemente auszuführen.

Am einfachsten wird die Berechnung für senkrechte Hochantennen, die genau in Richtung der elektrischen Feldlinien verlaufen. Die Feldstärke ist dann längs des ganzen Leiters gleichphasig und kann in Gleichung (53) daher vor das Integral gezogen werden, so daß dieses nur die Summe aller Leiterelemente von der Gesamtlänge l darstellt. Die elektromotorische Kraft der Linearantenne in freier Luft ist daher

$$e = \mathcal{E} l, \quad (54)$$

oder, wenn sie sich als Hochantenne nur im Halbraum über der Erdoberfläche erstreckt,

$$e = \mathcal{E} h. \quad (55)$$

Wenn die Wellen schräg zur Antenne einfallen, so daß ihre Feldstärke den Winkel α oder ihre Laufrichtung den Winkel ϑ mit der Antennenerstreckung einschließt, so ist in diesen Formeln noch

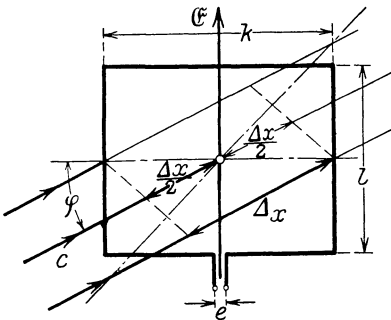


Abb. 27. Rahmenantenne im elektrischen Felde.

der Faktor $\cos \alpha$ oder $\sin \vartheta$ hinzuzufügen. Schräg von oben kommende Wellen werden daher von der Hochantenne nur geschwächt aufgenommen.

Rahmenantennen wollen wir mit rechteckiger Form nach Abb. 27 untersuchen, bei der die elektrischen Kräfte auf die

horizontalen Leiterteile verschwinden. Die Feldstärken der vertikalen Leiterteile sind wegen ihres Abstandes ein wenig verschieden, so daß wir nach Gleichung (53) ihre elektromotorische Kraft erhalten zu

$$e = \mathfrak{E}_{\left(t + \frac{\Delta x}{2c}\right)} l w - \mathfrak{E}_{\left(t - \frac{\Delta x}{2c}\right)} l w = l w \Delta \mathfrak{E}. \quad (56)$$

Dabei ist w wieder die Windungszahl des Rahmens und $\Delta \mathfrak{E}$ ist der tatsächliche Feldstärkenunterschied beider Rahmenseiten, der bei beliebiger Einfallsrichtung der Wellen unter dem horizontalen Winkel φ bedingt wird durch den Unterschied des Laufweges der Wellen

$$\Delta x = k \cos \varphi. \quad (57)$$

Für Rahmenbreiten k , die klein gegenüber der Wellenlänge sind, kann man alsdann schreiben

$$\Delta \mathfrak{E} = \Delta x \frac{d \mathfrak{E}}{d x}. \quad (58)$$

Wenn man die Feldstärke in der Empfangszone sinusförmig veränderlich annimmt

$$\mathfrak{E} = \mathfrak{E} \sin \omega \left(t - \frac{x}{c} \right), \quad (59)$$

so erhält man nunmehr die elektromotorische Kraft des Rahmens zu

$$e = l w k \cos \varphi \cdot \frac{\omega}{c} \mathfrak{E} \cos \omega \left(t - \frac{x}{c} \right). \quad (60)$$

Drückt man darin nach Gleichung (13) die Frequenz durch die Wellenlänge aus, so erhält man für die Amplitude der elektromotorischen Kraft der Rahmenantenne

$$E = \mathfrak{E} l \cdot 2 \pi w \frac{k}{\lambda} \cos \varphi. \quad (61)$$

Wir erkennen zunächst, daß in dieser Formel genau der gleiche Schwächungsfaktor gegenüber der Hochantenne nach Gleichung (54) auftritt, den wir in Gleichung (35) bereits für die Sendewirkung kennen gelernt hatten. Die äquivalente Dipollänge des Rahmens ergibt sich für den Empfang daher genau so groß wie für das Senden gemäß Gleichung (48). Sie ist proportional der Windungszahl und Windungsfläche und umgekehrt proportional der empfangenden Wellenlänge. Auch hier stellt sich der Rahmen als günstig nur für kurze Wellen dar.

Außerdem zeigt sich genau wie dort eine starke Richtwirkung, abhängig vom Einstellwinkel φ der Rahmenantenne gegenüber der Fortpflanzungsrichtung der Wellen. Ist $\varphi = 0$, liegt also die Rahmenebene in der Wellenrichtung, so ist die maximale Empfangswirkung vorhanden. Steht der Rahmen dagegen senkrecht auf der Laufrichtung der Wellen, so ist die Empfangsstärke gleich Null. Die Phase der im Rahmen erzeugten Spannung ist um 90° gegen die der einfallenden Wellen verschoben, wie aus der Cosinusfunktion der Gleichung (60) gegenüber der Sinusfunktion der Gleichung (59) hervorgeht.

Während die Rahmenantenne eine horizontale Richtwirkung zeigt, nimmt sie Wellen, die von oben auf sie fallen, ungeschwächt

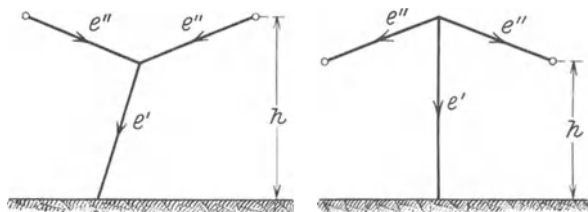


Abb. 28. Wirksame Höhe von Empfangsantennen.

auf, da alsdann außer den Vertikalteilen l auch die Horizontalteile k des Rahmens aktiv werden. Im Gegensatz zur Hochantenne, die von oben kommende Wellen nur geschwächt aufnimmt, die also vertikale Richtwirkung besitzt und horizontal gleichmäßig aufnimmt, besitzt der Rahmen eine horizontale Richtwirkung und nimmt vertikal ankommende Felder gleichmäßig auf. Dies ist hinsichtlich der unterschiedlichen Wirkung gegenüber atmosphärischen Beeinflussungen zu beachten.

Für L-, T- und Schirmantennen nach Abb. 28 ergibt sich die wirksame Empfangshöhe nach Gleichung (53) etwas anders als bei Sendeantennen. Es kommt jetzt nicht wie früher auf die Stromverteilung in den Leitern an, sondern auf die Feldstärke, die von den eintreffenden Wellen an jedem Punkt des Antennengebildes erzeugt wird. Da diese aber für Antennen mit geringer Horizontaler Streckung gegenüber der Wellenlänge an allen Punkten merklich die gleiche ist, so kommt als wirksame Höhe nach Gleichung (53) und Abb. 28 lediglich der Vertikalab-

stand des Antennenendes vom Antennenfußpunkt in Betracht. Es hat also bei Empfangsantennen keinen Zweck, ein großes Antennendach auszuführen, ihre Teilspannungen e' und e'' können sich sogar unter Umständen entgegenwirken. Bei Sendantennen dienten die Horizontalleiter lediglich zur Vergrößerung des Antennenstromes bei einer Spannungshöhe, die durch die Isolierung gegeben war. Bei Empfangsantennen darf die Spannung dagegen ruhig ansteigen, sie bleibt immer noch weit unter dem für die Isolation gefährlichen Wert.

8. Energiebilanz des Empfängers.

Wir wollen die im Empfänger erzeugte elektromotorische Kraft in Beziehung setzen zu dem im Sender wirksamen Strom. Mit den Bezeichnungen der Abb. 29 ist der Zusammenhang zwischen

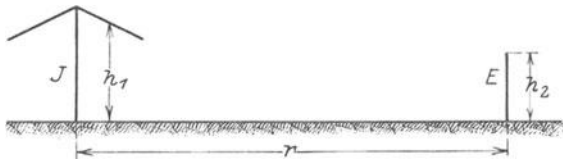


Abb. 29. Übertragung zwischen Sender und Empfänger.

Spannung und Feldstärke am Empfangsorte nach Gleichung (53) gegeben zu

$$E = h_2 \mathfrak{E}, \quad (62)$$

während die Feldstärke nach Gleichung (24) und (37) mit dem Sendestrom zusammenhängt nach der Beziehung

$$\mathfrak{E} = 120 \pi \frac{h_1}{\lambda} \frac{J}{r}. \quad (63)$$

Das liefert für die übertragene Spannung

$$E = 120 \pi \frac{h_1 h_2}{\lambda r} J. \quad (64)$$

Die Empfangsstärke ist also direkt proportional dem Produkt der beiden Antennenhöhen und der Sendestromstärke, und umgekehrt proportional der Wellenlänge und der Entfernung. Für einen Sendestrom von $J = 10$ A, der aus einer Antenne von $h_1 = 50$ m wirksamer Höhe mit einer Wellenlänge von $\lambda = 500$ m ausgestrahlt wird, erhält

man in einer Empfangsantenne von $h_2 = 10$ m Höhe bei einer Entfernung von $r = 10$ km eine Spannung $E = 0,38$ V.

Diese Spannung wirkt auf den Empfangskreis, der in Abb. 30 schematisch dargestellt ist, und versetzt denselben in elektrische Schwingungen. Um eine gute Anzeige der eintreffenden Wellen zu erhalten, pflegt man den Kreis durch Veränderung der Selbstinduktion L oder der Kapazität C stets auf die Frequenz der eintreffenden Wellen abzustimmen. Dann herrscht Resonanz im Empfangssystem und man erhält die stärksten unter den gegebenen Umständen möglichen Wirkungen. Da man im praktischen Betrieb daher immer Resonanzabstimmung vornehmen wird, so wollen wir diesen Zustand allen weiteren Betrachtungen zugrunde legen.

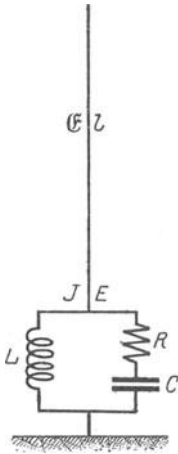


Abb. 30. Wellenaufnahme durch Empfangskreis.

Es ist eine große Zahl von Empfangsschaltungen entwickelt worden, die für direkten Betrieb eines Detektors oder auch für Verstärkerbetrieb zweckmäßig sind. Bei allen diesen Anordnungen kommt es letzten Endes darauf an, dem elektrischen Strahlungsfelde durch die Empfangsantenne einen möglichst großen Betrag von Energie zu entziehen und im Empfänger nutzbar zu machen. Wir können daher die Wechselwirkung aller dieser Empfangsanordnungen mit dem Strahlungsfelde mit einem Schlage übersehen, wenn wir nicht auf die individuelle Art des Stromverlaufs eingehen, sondern nur den Energieaustausch des Empfängers betrachten, der bei allen Schaltungen den gleichen Gesetzen gehorcht. Die Energie setzt sich aus Strom und Spannung zusammen, wir wollen diese beiden Größen stets auf die Antenne selbst beziehen. Mit Hilfe der bekannten Transformationsregeln zwischen induktiv, kapazitiv oder leitend gekoppelten Systemen kann dies bei beliebig komplizierten Kreisen immer leicht geschehen.

Im eingeschwungenen Resonanzzustande pulsiert der größte Teil der auftretenden Energien zwischen der Selbstinduktion und der Kapazität hin und her. Ihr Betrag ist

$$\frac{1}{2} \omega L J^2 = \frac{1}{2} \omega C E^2, \quad (65)$$

wobei wir unter J und E jetzt stets die Amplituden der sinusförmigen Schwingungen verstehen wollen. Da diese Energie bei Resonanz ganz innerhalb des Systems bleibt und weder ab- noch zunimmt, so brauchen wir sie für das Folgende nicht weiter zu beachten.

Aus dem ankommenden Strahlungsfelde wird von der Antenne eine Energie aufgenommen, die bestimmt ist durch das Produkt aus der einfallenden Spannung E mit dem Strom J in der Antenne, welcher letzterer berechnet werden soll. Der Mittelwert der einfallenden Energie ist bei Sinusschwingungen

$$W_E = \frac{1}{2} E J . \quad (66)$$

Durch diesen Energiebetrag werden die Empfangsschwingungen angeregt.

In den Widerständen des Empfängers wird eine Leistung verbraucht, die sich nach dem Jouleschen Gesetz darstellen läßt als

$$W_R = \frac{1}{2} R J^2 . \quad (67)$$

Dieselbe dient in ertser Linie zur Erzeugung der Nutzwirkung, ein Teil geht außerdem nutzlos als Wärme verloren. R bedeutet daher den nützlichen und schädlichen Empfängerwiderstand.

Da sich in der Empfangsantenne unter der Wirkung der einfallenden Wellen elektrische Ströme entwickeln, so rufen diese ihrerseits eine nicht unbeträchtliche Ausstrahlung rund um die Empfangsantenne hervor. Denn das Strahlungsfeld um jede Antenne ist ja nach Gleichung (20) nur durch die Ströme im äquivalenten Dipol selbst bestimmt, unabhängig davon, auf welche Weise diese Ströme entstehen. Bei der Sendeantenne werden sie durch elektromotorische Kräfte aus dem Innern der Sendeantenne erzeugt. In der Empfangsantenne entstehen sie unter der Wirkung der über den Empfänger hinwegstreichenden Wellen.

Die arbeitende Empfangsantenne strahlt daher einen Energiebetrag in alle Richtungen aus, der sich nach Gleichung (41) berechnen läßt, und der sich wegen seiner quadratischen Abhängigkeit vom Strom genau wie bei der Sendeantenne durch einen Strahlungswiderstand nach Gleichung (43) oder (45) darstellen läßt. Die vom Empfänger in alle Richtungen zerstreute Energie ist daher

$$W_S = \frac{1}{2} R_S J^2 . \quad (68)$$

Dieser Betrag läßt sich prinzipiell nicht vermeiden und kommt zu der sonst verbrauchten Energie nach Gleichung (67) noch hinzu.

Nach dem Energiegesetz müssen nun die verbrauchten und zerstreuten Energien nach Gleichung (67) und (68) im Gleichgewicht mit der einfallenden Energie nach Gleichung (66) stehen. Es ist daher

$$W_E = W_R + W_S \quad (69)$$

oder, wenn man die Werte der letzten Gleichungen einsetzt und $J/2$ heraushebt,

$$E = (R + R_S) J. \quad (70)$$

Hieraus ergibt sich der Strom im Empfangssystem zu

$$J = \frac{E}{R + R_S} = \frac{\mathcal{E} l}{R + 80 \pi^2 \left(\frac{l}{\lambda}\right)^2}. \quad (71)$$

Dabei sind die von der Dipollänge l abhängigen Werte für die elektromotorische Kraft nach Gleichung (54) und für den Strahlungswiderstand nach Gleichung (43) eingesetzt.

Die Stromstärke im Empfänger richtet sich also sowohl nach der elektromotorischen Kraft, die die Antenne aus dem Strahlungsfelde aufnimmt, als auch nach der Summe von Leitungswiderstand und Strahlungswiderstand. Der erstere ist im wesentlichen durch den Nutzwiderstand gegeben und kann in seinem auf die Antenne bezogenen Wert durch Veränderung der Kopplung eingestellt werden. Der letztere ist durch den Aufbau der Antenne selbst gegeben und hängt nur von ihrer wirksamen Dipollänge sowie von der einstrahlenden Wellenlänge ab. Hieraus ergeben sich verschiedene Besonderheiten des Empfangsystems gegenüber den sonst bekannten Schwingungskreisen der Elektrotechnik, die mit unveränderlichem Widerstand behaftet sind.

Wenn der Leitungswiderstand R gegen Null konvergiert, so wird der Strom J nach Gleichung (71) nicht immer größer und größer, sondern er nähert sich dem endlichen Grenzwert

$$J = \frac{1}{80 \pi^2} \frac{\lambda^2}{l} \mathcal{E}, \quad (72)$$

was durch die dämpfende Wirkung der Ausstrahlung bedingt ist. Bei einer Feldstärke $\mathcal{E} = 10 \text{ mV/m}$, die mit einer Wellenlänge

$\lambda = 500$ m ankommt, erhält man z. B. in einer wirksamen Dipollänge von $l = 20$ m einen maximalen Strom von $J = 1,6$ mA.

Dieser Grenzstrom wächst bei gegebener Feldstärke \mathcal{E} mit zunehmender Wellenlänge quadratisch an und wird mit zunehmender Antennenhöhe oder Dipollänge l kleiner und kleiner. Diese paradoxe Erscheinung erklärt sich ebenfalls durch die bei kurzen Wellen und bei hohen Antennen überhandnehmende Wirkung der Ausstrahlung, die auf den Strom vermindern einwirkt. Verschwindender Leitungs- und Nutzwiderstand ist zwar weder erreichbar noch erwünscht, jedoch sieht man aus dieser Grenzbetrachtung bereits, daß eine gute Empfangswirkung nicht etwa beliebig hohe Antennen erfordert.

Tatsächlich verläuft die Stromstärke in Abhängigkeit von der Dipollänge l nach Gleichung (71) wie die Kurve der Abb. 31. Bei

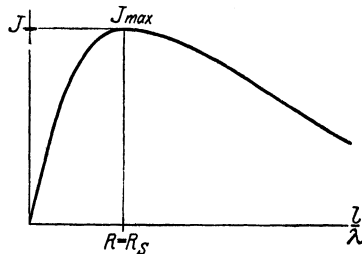


Abb. 31. Maximum der Empfangsstärke.

kleinen Dipollängen ist der Strahlungswiderstand gering, die Stromstärke nimmt mit der Antennenlänge zu, weil der Einfluß der wachsenden eingestrahnten Spannung überwiegt. Bei großer Dipollänge nimmt der Strom wieder ab, weil die zunehmende Ausstrahlung ihn mehr und mehr dämpft. Dazwischen liegt ein Maximum des Stromes für diejenige Antennenlänge, bei der der Strahlungswiderstand gleich dem Nutzwiderstand ist, also für

$$R_s = 80 \pi^2 \left(\frac{l}{\lambda} \right)^2 = R. \quad (73)$$

Daraus folgt die günstigste Dipollänge zu

$$l_{\text{opt}} = \frac{\lambda}{2\pi} \sqrt{\frac{R}{20}} = \frac{\lambda \sqrt{R}}{28,2}. \quad (74)$$

Der Strom hat dabei den halben Wert von Gleichung (72).

Für $R = 5$ Ohm auf die Antenne bezogenen Nutz- und Leitungswiderstand wendet man daher am besten eine Empfangs-Dipollänge von etwa 8% der Wellenlänge an. Das gibt nach Gleichung (37) eine wirksame Antennenhöhe von 4% der Wellenlänge, was z. B. bei 500 m Wellenlänge 20 m Antennenhöhe ergibt. Höhere Antennen würden bei 5 Ohm Nutzwiderstand die Empfangswirkung nur schwächen. Man müßte dafür durch Veränderung der Kopplung einen größeren auf die Antenne bezogenen Nutzwiderstand einstellen, ohne daß man dabei natürlich die Resonanzabstimmung stören darf.

Durch Einführen des Stromes nach Gleichung (71) in Gleichung (66) bis (68) erhalten wir die im Empfangssystem wirksamen Energiebeträge. Die aus dem Wellenfeld einfallende Leistung wird

$$W_E = \frac{1}{2} \frac{E^2}{R + R_S}. \quad (75)$$

Die im Widerstand umgesetzte Leistung wird

$$W_R = \frac{1}{2} E^2 \frac{R}{(R + R_S)^2}, \quad (76)$$

und die wieder ausgestrahlte oder zerstreute Leistung wird

$$W_S = \frac{1}{2} E^2 \frac{R_S}{(R + R_S)^2}, \quad (77)$$

Von der Widerstandsleistung W_R ist natürlich nur ein Teil in Nutzenergie, z. B. in akustische, umformbar. Die Größe dieser Leistung ist nach Gleichung (76) in zweifacher Weise abhängig vom Widerstand R . Sie folgt einer ähnlichen Kurve wie Abb. 31 und erreicht daher ebenfalls einen Maximalwert, wenn der Nutzwiderstand gleich dem Strahlungswiderstand wird. Dieses Optimumsgesetz (73) gilt also nicht nur für die Antennenhöhe bei festliegendem Widerstand, sondern auch für die Einstellung des auf die Antenne bezogenen Widerstandes bei gegebener Antennenhöhe.

Die ausnutzbare Leistung wird im günstigsten Falle mit $R = R_S$ nach Gleichung (42) oder (43)

$$W_{R \max} = \frac{E^2}{2} \frac{R_S}{(2R_S)^2} = \frac{(\mathcal{E}l)^2}{8R_S} = \frac{3\mathcal{E}^2\lambda^2}{64\pi^2c} = \frac{\mathcal{E}^2\lambda^2}{640\pi^2}. \quad (78)$$

Dabei gilt der vorletzte Wert im absoluten, der letzte Wert im praktischen Maßsystem. Die maximale Leistung wächst also mit zunehmender Wellenlänge stark an und ist unabhängig von der tatsächlichen Dipollänge, die nur immer nach Gleichung (74) dem Nutzwiderstand R angepaßt sein muß. In diesem Fall ist nach Gleichung (77) die zerstreute Strahlungsenergie

$$W_S = W_{R \max} \quad (79)$$

und daher die einfallende Energie

$$W_E = 2 W_{R \max} \quad (80)$$

Es kann also im günstigsten Falle von der aus dem Wellenfelde einfallenden Energie nur die Hälfte nützlich umgesetzt werden, die andere Hälfte wird durch Ausstrahlung wieder in den Raum zerstreut. Der Antennenwirkungsgrad ist höchstens 50 %. Für eine Feldstärke $\mathcal{E} = 10 \text{ mV/m}$ kann man bei $\lambda = 500 \text{ m}$ Wellenlänge nach Gleichung (78) äußerstenfalls eine Leistung von 4 mW aus dem Felde entnehmen. Die gleiche Menge strahlt in den Raum wieder hinaus.

Wäre der Empfangskreis widerstandsfrei, so wäre die zerstreute Energie gleich der einfallenden und würde den vierfachen Betrag von Gleichung (78) erreichen, wie man aus Gleichung (77) leicht erkennt.

Um große Nutzleistung zu erhalten, erscheinen nach Gleichung (78) bei gegebener Feldstärke lange Wellen besonders günstig. Es ist aber einerseits nicht immer möglich, alsdann nach Gleichung (73) die Antennenhöhe des Empfängers entsprechend groß oder seinen Nutzwiderstand entsprechend klein zu halten. Andererseits ist die vom Sender am Empfangsort erzeugte Feldstärke \mathcal{E} nach Gleichung (24) selbst abhängig von der Wellenlänge. Setzen wir diese Formel in Gleichung (71) für den Strom ein, so erhalten wir

$$J_2 = \frac{60 \pi \frac{l_1 J_1}{r} \left(\frac{l_2}{\lambda} \right)}{R + 80 \pi^2 \left(\frac{l_2}{\lambda} \right)^2} \quad (81)$$

In dieser Beziehung, die die Sende- und Empfangsströme verknüpft, tritt die Wellenlänge nur noch im Verhältnis zur wirksamen Empfangslänge auf, so daß sich für die Nutzwirkung die gleiche Kurve wie in Abb. 31 für veränderliche Dipollänge er-

gibt. Wir erkennen daraus, daß auch für die Wellenlänge ein Optimum besteht, dessen Auftreten ebenfalls durch Gleichung (73) bedingt ist. Diese Beziehung gilt also universell für die günstigste Dipollänge, den günstigsten Nutzwiderstand und die günstigste Wellenlänge.

Alle diese Gesetzmäßigkeiten haben wir zunächst nur für Hochantennen hergeleitet. Da aber bei Rahmenantennen in der günstigsten Stellung die vom Wellenfelde entwickelte elektromotorische Kraft und der Strahlungswiderstand beide den gleichen Schwächungsfaktor besitzen, so gelten die Entwicklungen auch für diese Antennenart. In anderen Rahmenstellungen tritt zwar für die im Rahmen entwickelte Spannung noch der Schwächungsfaktor $\cos \alpha$ hinzu. Da die Optimalgesetze aber nur durch den Nenner der Gleichungen (71), (76) und (81) bedingt sind, in denen neben dem Leitungs- und Nutzwiderstand nur der Strahlungswiderstand steht, der diesen Richtungsfaktor nicht enthält, so gelten sie, und insbesondere die Optimalbeziehung (73) oder (74), allgemein auch für Rahmenantennen.

Wegen ihres sehr kleinen Strahlungswiderstandes und des erheblichen Leitungswiderstandes arbeitet man bei Rahmenantennen fast immer auf dem ansteigenden Kurvenast der Abb. 31. Eine Vergrößerung des Rahmens oder der Windungszahl wirkt daher praktisch fast immer günstig auf die Empfangsstärke, solange keine Nebeneinflüsse, wie störende Windungskapazität, hinzutreten.

9. Rückwirkung auf das primäre Feld.

In der Umgebung der Empfangsantenne laufen zwei Wellensysteme durcheinander, nämlich die vom primären Sender einfallenden Wellen, die in dem großen Abstand des Empfängers praktisch als ebene Wellen angesehen werden können, und die von der sekundären Empfangsantenne herrührenden Wellenzüge, die als Kugelwellen von ihr wieder ausgestrahlt werden. Die Feldstärke \mathfrak{E}_2 der letzteren berechnet sich für einigermaßen große Abstände r_2 vom Empfänger nach derselben Gleichung (24) wie beim Sender, jedoch aus dem Empfangsstrom J_2 zu

$$\mathfrak{E}_2 = 60 \pi \frac{l_2}{\lambda} \frac{J_2}{r_2}. \quad (82)$$

Der Empfangsstrom ist nach Gleichung (71)

$$J_2 = \frac{\mathcal{E}_1 l_2}{R + R_S}. \quad (83)$$

Daraus ergibt sich das Verhältnis der sekundären zur primären Feldstärke zu

$$\frac{\mathcal{E}_2}{\mathcal{E}_1} = \frac{60 \pi}{R + R_S} \frac{l_2^2}{\lambda r_2}. \quad (84)$$

Es hängt also einerseits vom Nutz- und Strahlungswiderstand des Empfangssystems ab und andererseits von den beiden Verhältnissen seiner Dipollänge zur Wellenlänge und der Dipollänge zum Abstand des betrachteten Punktes.

Am größten wird das sekundäre Feld für den Grenzfall $R = 0$, wobei die Empfangsantenne lediglich eine Zerstreuung der einfallenden Energie hervorrufen würde. Dann ist mit Gleichung (43)

$$\frac{\mathcal{E}_2}{\mathcal{E}_1} = \frac{3}{4 \pi} \frac{\lambda}{r_2}. \quad (85)$$

Im Abstände einer Wellenlänge vom Empfänger beträgt hierbei das sekundäre Feld ungefähr 24 % des primären, im Abstand von 24 Wellenlängen beträgt es nur noch 1 %. Etwa bis hierher kann man den Störungsbereich also rechnen.

Für den Optimalfall nach Gleichung (73) ist die Störung nur halb so groß, bereits im Abstände von 12 Wellenlängen ist das sekundäre Feld bis auf 1 % des primären abgeklungen. Für diesen Fall sind in Abb. 32 die elektrischen Kraftlinien in der Meridianebene und in Abb. 33 die magnetischen Kraftlinien in der Äquatorialebene dargestellt. Innerhalb des Störungsbereiches interferieren die ankommenden und ausgesandten Wellen miteinander. Es bilden sich Konzentrationen der Feldstärke vor dem Empfänger und Schattenwirkungen hinter ihm aus, die im zuerst behandelten Falle reiner Zerstreuung ohne Energieabsorption noch viel stärker wären.

Durch die Wirkung dieser Interferenzen innerhalb des Störungsgebietes wird die Energie auf die Empfangsantenne übertragen. Wir wollen die vom Empfänger nutzbar absorbierte Leistung vergleichen mit dem Energiestrom, der im ungestörten Strahlungsfelde durch eine bestimmte Fläche wandert.

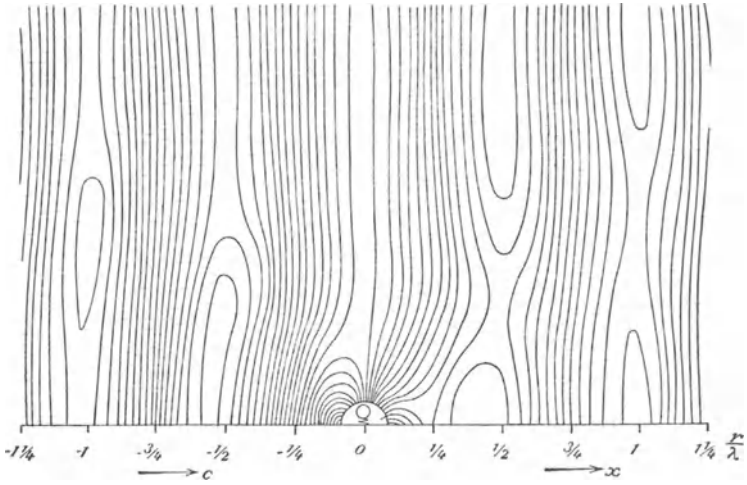


Abb. 32. Elektrisches Feld um den Empfänger.

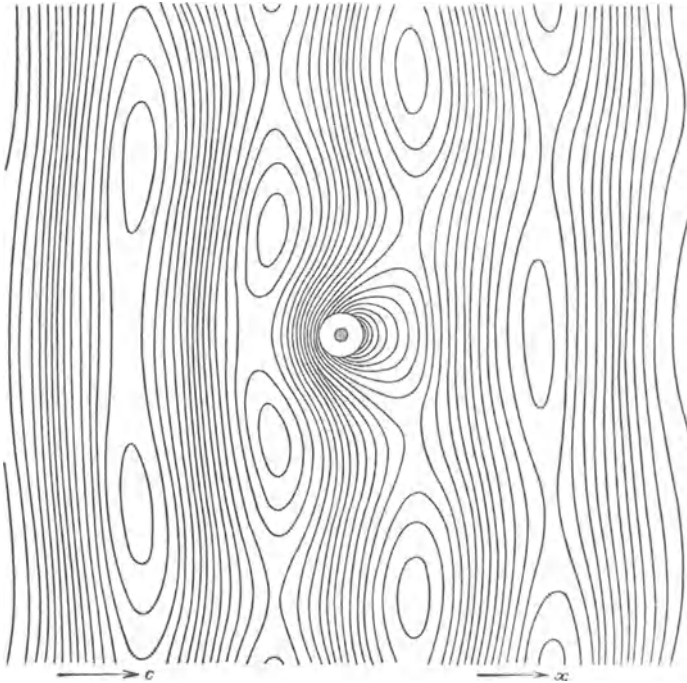


Abb. 33. Magnetisches Feld um den Empfänger.

Durch jeden Quadratcentimeter der primären Wellenfläche fließt bei sinusförmiger Feldstärke nach Gleichung (17) im zeitlichen Mittel ein Energiestrom

$$S = \frac{1}{8 \pi c} \mathcal{E}^2. \quad (86)$$

Die maximal absorbierbare Energie ist andererseits in Gleichung (78) im absoluten Maße gegeben, und daher wird die Fläche, durch die sie im ursprünglichen Strahlungsfelde geflossen ist,

$$F = a^2 \pi = \frac{W_{R:\max}}{S} = \frac{3}{8 \pi} \lambda^2. \quad (87)$$

Dabei wollen wir uns diese Absorptionsfläche kreisförmig mit dem Radius a vorstellen. Derselbe berechnet sich alsdann zu

$$a = \sqrt{\frac{3}{2} \frac{\lambda}{2 \pi}} \cong \frac{1}{5} \lambda. \quad (88)$$

Sein Verhältnis zu einer Viertelwellen-antenne ist in Abb. 34 bildlich dargestellt.

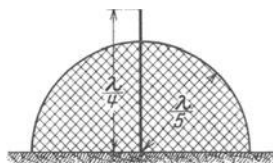


Abb. 34. Absorptionsfläche von Antennen.

Da man Empfangsantennen im allgemeinen klein gegenüber der Wellenlänge ausführt, häufig nur zu $1/50$ der Wellenlänge, so ist die Absorptionsfläche im Verhältnis zur räumlichen Erstreckung solcher Empfangsantennen bemerkenswert groß. Vergleicht man die Absorptionsfläche jedoch mit der um den Sender als Mittelpunkt geschlagenen Kugelfläche, so erkennt man, wie wenig von der gesamten Energie der Raumstrahlung durch den Empfänger nur ausnutzbar ist, noch dazu mit einem Antennenwirkungsgrad, der wegen der Energiezerstreuung im höchsten Falle 50 % beträgt.

Den maximalen elektromagnetischen Übertragungswirkungsgrad von der Sende- bis zur Empfangsantenne kann man durch Division von Gleichung (78) durch Gleichung (50) bestimmen zu

$$\eta = \frac{W_2}{W_1} = \frac{9}{64 \pi^2} \left(\frac{\lambda}{r} \right)^2. \quad (89)$$

Er ist also nur vom Verhältnis der Wellenlänge zur Entfernung abhängig und beträgt beispielsweise für Wellenlängen von $\lambda = 500$ m und Entfernungen von $r = 50$ km nur $\eta = 1,4 \cdot 10^{-6}$. Für jedes

kW ausgestrahlte Sendeenergie erhält man also nur gut 1 mW Energie im Empfänger. Mit je größerer Wellenlänge man arbeitet, um so besser im quadratischen Verhältnis wird der maximale Wirkungsgrad.

Durch scharf gerichtete Strahlung des Senders und entsprechende Empfangsvorrichtungen kann man den gesamten Übertragungswirkungsgrad zwar günstiger gestalten, jedoch ist an eine ausnutzbare Übertragung größerer Energiemengen auf erhebliche Entfernungen für andere als Nachrichtenzwecke vorläufig nicht zu denken.

10. Entdämpfung des Empfängers.

Sowohl durch den Nutzwiderstand als auch durch den Leitungs- und Strahlungswiderstand wird die Entwicklung einer stark ausgeprägten Resonanz in den Empfängerkreisen hinten gehalten. Abb. 35

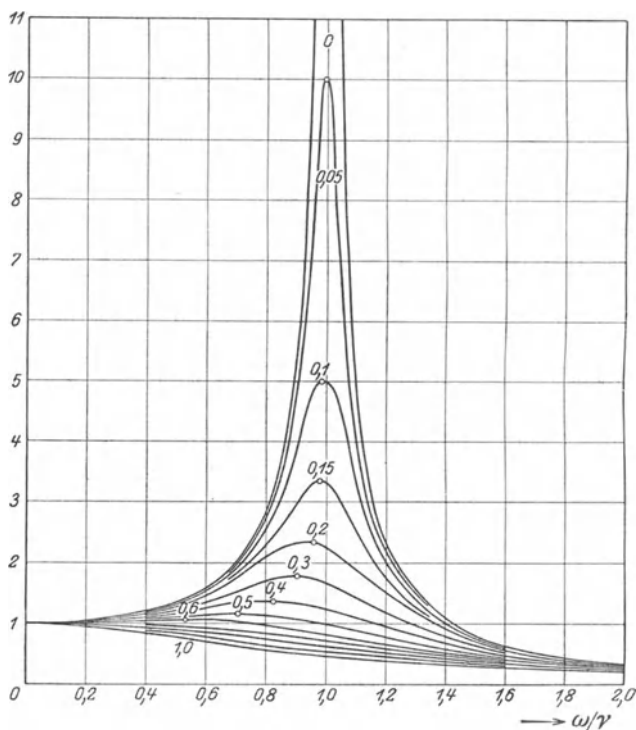


Abb. 35. Resonanzkurven bei verschiedener Dämpfung.

stellt eine Reihe von Resonanzkurven bei verschiedenen konstanten Widerstandsverhältnissen dar und zeigt, daß sowohl die Größe der Resonanzwirkung als auch die Schärfe der Resonanzabstimmung, also die Selektivität, bei erheblichen Widerständen recht schlecht wird. Durch die modernen Mittel der Elektronenröhren kann man nun auf relativ einfache Weise, nämlich durch Rückkopplung, einen negativen Widerstand oder eine Anfachung in die Schwingungskreise einführen und dadurch einen erheblichen Teil der Widerstände neutralisieren. Man erhält dann nach Abb. 35 nicht nur einen sehr viel schmaleren Resonanzbereich und kann dadurch schärfer gegenüber anderen störenden Wellen abstimmen, sondern der Strom im Empfänger wird auch auf ein Vielfaches erhöht, so daß die Empfangswirkung sehr viel stärker ist.

Die der Anfachung A entsprechende Leistung

$$W_A = \frac{1}{2} A J^2 \quad (90)$$

wird dem Schwingungssystem dabei nach Abb. 36 von außen, nämlich von den Elektronenröhren, zugeführt, so daß die Energiebilanz des Empfängers in Erweiterung von Gleichung (69) nunmehr lautet

$$W_E + W_A = W_R + W_S. \quad (91)$$

Dabei ist wieder genaue Resonanzabstimmung vorausgesetzt, so daß die in der Selbstinduktion und der Kapazität enthaltenen Energiemengen sich gegenseitig die Wage halten.

Setzt man die Gleichungen (66) bis (68) und (90) nunmehr in Gleichung (91) ein und hebt $J/2$ heraus, so erhält man die Stromstärke zu

$$J = \frac{E}{R + R_S - A}. \quad (92)$$

Man erkennt, daß man dieselbe gegenüber Gleichung (71) durch Verkleinern des Nenners durch die Anfachung A beliebig groß machen kann.

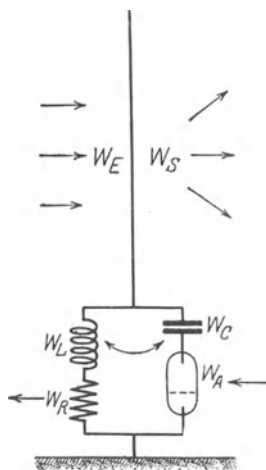


Abb. 36. Entdämpfter Empfängerkreis.

Mit dieser Stromstärke erhält man für die einfallende Leistung

$$W_E = \frac{1}{2} \frac{E^2}{R + R_S - A}, \quad (93)$$

für die Nutz- und Widerstandsleistung

$$W_R = \frac{1}{2} E^2 \frac{R}{(R + R_S - A)^2}, \quad (94)$$

für die zerstreute Leistung

$$W_S = \frac{1}{2} E^2 \frac{R_S}{(R + R_S - A)^2} \quad (95)$$

und für die Anfachungsleistung

$$W_A = - \frac{1}{2} E^2 \frac{A}{(R + R_S - A)^2}. \quad (96)$$

Es tritt also in allen Beziehungen anstatt des Leitungswiderstandes R die Differenz $R - A$ auf. Die Anfachung A ist dabei häufig noch abhängig von der Frequenz, sie kann mit ihr zunehmen oder abnehmen oder auch konstant bleiben, je nach der speziellen Schaltung der Rückkopplung der Elektronenröhren.

Man erkennt aus Gleichung (93) bis (96), daß durch Einschaltung einer Anfachung in den Empfänger nicht nur die Nutz- und Widerstandsleistung vergrößert wird, sondern daß gleichzeitig auch mehr einfallende Leistung aus dem Wellenfelde herausgesaugt wird, und daß außerdem eine größere Leistung zerstreut wird. Wird der Wert der Anfachung A von Null bis R gesteigert, so daß Nutz- und Leitungswiderstände mehr und mehr neutralisiert werden, so wachsen alle Leistungen erheblich an, bleiben aber durch die Wirkung des Strahlungswiderstandes R_S durchaus endlich.

$$\text{Für} \quad A = R \quad (97)$$

wird nach Gleichung (93) und (95) einerseits und (94) und (96) andererseits

$$W_E = W_S \quad \text{und} \quad W_R = W_A. \quad (98)$$

In diesem Fall der vollständigen Annullierung der Nutz- und Leitungswiderstände wird daher die gesamte Widerstandsleistung durch die Anfachungsenergie selbst erzeugt, die gesamte einfallende Energie wird als zer-

streute Energie wieder ausgestrahlt. Die der Empfangsantenne zuströmende Energie wird also in diesem Falle nicht mehr in Nutzenergie umgewandelt, sondern vollständig wieder abgegeben. Sie dient jetzt nur noch zur richtigen Steuerung des gesamten Empfangssystems und zur richtigen Auslösung der verschiedenen in ihm wirksamen Energiemengen.

Die eingestrahlte Leistung wird in diesem Falle nach Gleichung (93) und (43)

$$W_E = \frac{1}{2} \frac{E^2}{R_S} = \frac{\mathcal{E}^2 \lambda^2}{160 \pi^2} \quad (99)$$

und ist damit unter Berücksichtigung von Gleichung (78) und (80) zweimal so groß wie früher bei günstigster Widerstandsabstimmung. Die nutzbare Widerstandsleistung wird nach Gleichung (94) und (99)

$$W_R = \frac{1}{2} E^2 \frac{R}{R_S^2} = W_E \frac{R}{R_S} \quad (100)$$

und übertrifft daher die eingestrahlte Leistung um dasselbe Maß, um das der annullierte Nutzwiderstand größer ist als der Strahlungswiderstand. Für derartige entdämpfte Empfangssysteme ist es daher zur Erzielung starker Wirkungen zweckmäßig, den Strahlungswiderstand R_S recht klein und den Nutzwiderstand R recht groß zu halten, und den letzteren durch eine geeignete Anfachungsschaltung zu neutralisieren. Gegenüber den optimalen Werten des Empfängers ohne Anfachung nach Gleichung (78) und (99) kann man alsdann vielfach größere Wirkungen erzielen.

Steigert man die Stärke der Anfachung über R hinaus, so wachsen alle Leistungen in Gleichung (93) bis (96) immer mehr an, und zwar nimmt die einfallende Leistung umgekehrt proportional dem verbleibenden Restbetrag des Widerstandes zu, die drei anderen Leistungen umgekehrt wie das Quadrat dieses Restwiderstandes. Die ausgestrahlte Leistung übertrifft dann also die einfallende erheblich, so daß man den Vorgang nicht mehr gut als Zerstreung der Wellen betrachten kann. Vielmehr wird jetzt nicht nur die Nutzleistung, sondern auch die ausgestrahlte Leistung zum großen Teil von der Anfachung her geliefert. Die einfallende Leistung sinkt immer mehr auf die Funktion des Steuerns der Energiemengen des Empfängers herab.

Die Feldstärke der ausgestrahlten Energie war in Gleichung (85) für widerstandsfreie Empfänger berechnet, was hier der Anfachung $A = R$ entspricht. Sie beträgt dann im Abstand einer Wellenlänge vom Empfänger bei vollständiger Wellenzerstreuung schon 24 % und kann nunmehr durch die Wirkung einer verstärkten Anfachung weit über den Betrag der einfallenden Feldstärke ansteigen. Benachbarte dritte Empfänger, die von sich aus die einfallenden Wellen nicht hören können, werden durch diese Verstärkungswirkung stark entdämpfter Schwingungskreise häufig zum Mithören angeregt.

Wird die Anfachung so weit gesteigert, daß sie nicht nur den Nutz- und Leitungswiderstand, sondern auch den Strahlungswiderstand vollkommen neutralisiert, oder gar noch weiter, so werden alle Energiemengen nach den Gleichungen (93) bis (96) unendlich groß. In Wirklichkeit macht sich der rückgekoppelte Empfänger schon vorher selbständig und erregt sich in seiner Eigenfrequenz so hoch, bis irgendwie durch seine gekrümmte Kennlinie ein stabiler Zustand eintritt. Die Frequenz dieses bis auf Null entdämpften Empfängers ist nicht mehr unbedingt abhängig von den eingestrahnten Wellen. Die selbsterregten Schwingungen überlagern sich diesen vielmehr, der Empfänger wirkt völlig als wilder Sender mit seiner eigenen Frequenz.

IV. Wellenausbreitung längs der Erde.

11. Schattenbildung und Zerstreung.

Während wir über die elektromagnetischen Verhältnisse in den Antennen und ihrer Umgebung sowohl beim Aussenden als beim Empfang der Wellen ziemlich exakte Vorstellungen gewonnen haben, ist dieses für die Ausbreitung der Wellen in dem Raum zwischen Sender und Empfänger bisher nur in mäßigem Umfange gelungen. Für geringe Abstände gilt zwar mit einiger Genauigkeit das Ausbreitungsgesetz der Gleichung (24), nach dem die Feldstärken umgekehrt proportional der Entfernung absinken. Bei größeren Abständen treten jedoch Störungen mannigfaltiger Art an diesem Gesetz ein, deren Ursachen noch nicht vollständig erforscht sind. Wir können deshalb über die Aus-

breitung der Wellen längs der Erdoberfläche keine genauen quantitativen Angaben machen und müssen uns für viele der auftretenden Störungserscheinungen mit qualitativen Betrachtungen begnügen.

Wenn sich in der Nähe der Antenne fremde Leiterteile befinden, beispielsweise Eisen- oder Eisenbetonbauten, Masten, Schornsteine oder Türme, Bäume, längere Abspanndrähte usw., so werden in ihnen Gegenströme induziert, die erhebliche Größe besitzen und die Strahlungswirkung der Antenne auf die Hälfte und gar den dritten Teil herunterdämpfen können. Diese fremden Leiter verhalten sich genau so als Sekundärleiter im Felde, wie jede Empfangsantenne und wirken dann besonders stark, wenn die

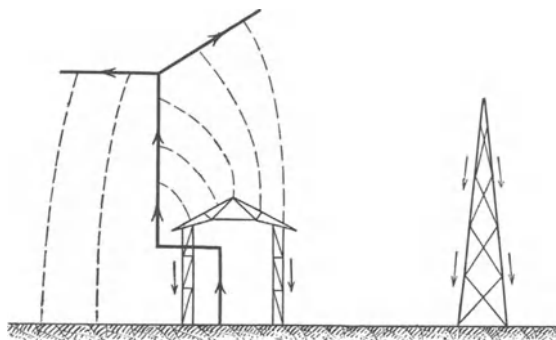


Abb. 37. Schattenwirkung von Eisenbauten.

Höhe der Leiter sich der Größe einer Viertelwellenlänge nähert, weil ihre Eigenfrequenz dann in Resonanz mit dem Wellenfelde steht. Abspanndrähte unterteilt und isoliert man deshalb gewöhnlich in mehrere kurze Strecken, die weit außerhalb des Resonanzbereiches liegen.

Stehen die leitenden Teile, wie Abb. 37 links andeutet, im direkten Kraftlinienbereich der Sendeantenne, so vermindern sie die wirksame Höhe derselben außerordentlich stark, indem sie durch ihre Gegenströme das von ferne sichtbare Stromvolumen erheblich verringern. In diesem Falle tritt eine allseitige Abdämpfung der Strahlung ein, man darf als wirksame Höhe der Antenne nur denjenigen Teil rechnen, um den sie das geerdete Leitergebilde überragt. Stehen solche Eisenkonstruktionen dagegen nach Abb. 37 rechts in einiger Entfernung von der

Sendeantenne, so wirken sie nicht auf den gesamten Raum zurück, sondern üben durch ihre phasennacheilenden Ströme nur Schattenwirkungen in der Richtung aus, in der sie stehen.

Besonders in Großstädten tritt eine starke Dämpfung in der Ausbreitung durch die zahlreichen hohen Eisengebäude ein, die einen Teil der auffallenden Wellen in alle Richtungen zerstreuen und dadurch deren Strahlung bis zu einem erheblichen Grade diffus machen. Da jetzt nicht nur die Sendeantenne, sondern auch eine große Zahl räumlich verteilter sekundärer Gebilde in die Ferne strahlen, so werden alle Richtungseffekte natürlich stark verringert.

12. Wirkungen des Erdwiderstandes.

Wenn die elektrischen Wellen sich zwischen Sender und Empfänger über einer gut leitenden Ebene ausbreiten, so stehen ihre Kraftlinien auf dieser, wie in Abb. 20, nahezu senkrecht. Merkbare Energie wird dann zwischen den Wellen im Lufthalbraum und den Strömen in der Oberfläche nicht ausgetauscht. Dies ist der Fall bei der Ausbreitung der Wellen über der Meeresfläche.

Wenn der Widerstand der Oberfläche jedoch erheblich ist, wie bei der Erdoberfläche, die aus feuchtem oder trockenem Boden oder gar Gestein besteht, so absorbieren diese schlecht leitenden Schichten eine gewisse Energie, die ihnen aus dem Luftraum zuströmen muß. Die Wellen laufen daher wie in Abb. 38 auf die Erde zu, die elektrischen Kraftlinien stehen schräg auf der Oberfläche.

Außer der Vertikalkomponente \mathcal{E}_y der elektrischen Feldstärke tritt jetzt noch eine Horizontalkomponente \mathcal{E}_x in der Laufrichtung der Wellen auf. Das Verhältnis beider beträgt nach Rechnungen von Zenneck

$$\frac{\mathcal{E}_x}{\mathcal{E}_y} = \sqrt{\frac{s}{2c\lambda}}, \quad (101)$$

wobei s , wie früher, den spezifischen Erdwiderstand bezeichnet. Für sehr trockenen Boden mit $s = 10^{14} \text{ cm}^2/\text{sec}$ erhält man bei einer Wellenlänge von $\lambda = 500 \text{ m}$ ein Feldstärkenverhältnis von 0,18, was schon eine recht bemerkbare Neigung der Feldlinien ergibt. Etwas schräg gestellte Antennen haben hierbei eine günstigere Empfangswirkung, wenn sie in Richtung der Wellen geneigt sind, als wenn

die Wellen gegen sie laufen, und analog verhält es sich natürlich beim Senden. Es erklärt sich so die Richtwirkung schräger Antennen. Über feuchtem Boden mit $s = 10^{13}$ ist das Neigungsverhältnis bei der gleichen Wellenlänge 0,06 und über Seewasser mit $s = 10^{11}$ nur 0,006.

Um den Energieverlust der Wellen zu bestimmen, der hiermit verknüpft ist, betrachten wir deren Durchgang durch das in Abb. 38 dick umrandete Rechteck. Der durch jede beliebige Fläche tretende Energiestrom ist nach Gleichung (16) durch das Produkt der magnetischen und elektrischen Feldstärken in dieser Fläche gegeben. Die magnetische Feldstärke \mathfrak{H} ist für alle Flächen die gleiche, sie liegt senkrecht zur Zeichenebene. Die elektrische

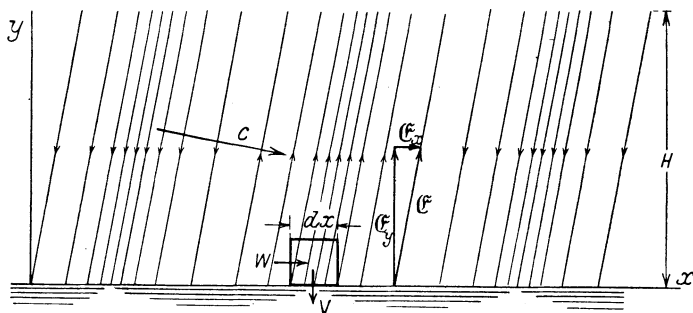


Abb. 38. Feldlinien über trockenem Boden.

Feldstärke ist für die Vertikalflächen, also für die von links einfallende Energie \mathfrak{E}_y , und für die horizontalen Flächen, also für die in die Erde strömende Energie, \mathfrak{E}_x . Auf die Einheit der Breite quer zur Zeichenebene bezogen, strömt daher in die Erde eine Verlustenergie

$$V = \frac{\mathfrak{E}_x \mathfrak{H}}{4 \pi} dx = \frac{1}{4 \pi c} \mathfrak{E}_x \mathfrak{E}_y dx, \quad (102)$$

während die Leistung der von links einfallenden Wellen ist

$$W = \frac{\mathfrak{E}_y \mathfrak{H}}{4 \pi} H = \frac{1}{4 \pi c} \mathfrak{E}_y^2 H, \quad (103)$$

wenn man sie über eine noch zu bestimmende Höhe H senkrecht zur Erdoberfläche mißt. Auf den rechten Seiten dieser beiden Gleichungen ist dabei berücksichtigt, daß sich die magnetische Feldstärke nach Gleichung (10) durch das elektrische Feld aus-

drücken läßt, dessen absoluter Betrag sich wegen der immerhin mäßigen Neigung der Feldlinien nicht wesentlich von der Vertikal-komponente \mathfrak{E}_y unterscheidet.

Beachtet man nun, daß die in die Erde abströmende Verlustleistung V die von links einfallende Wellenleistung W um den Betrag dW vermindert, so daß

$$V = -dW \quad (104)$$

ist, so erhält man nach Differenzieren von Gleichung (103) und Fortheben der gemeinsamen Faktoren

$$\mathfrak{E}_x \mathfrak{E}_y dx = -2 \mathfrak{E}_y d\mathfrak{E}_y H. \quad (105)$$

Daraus folgt als Differentialgleichung für die räumliche Änderung der Feldstärke

$$\frac{d\mathfrak{E}_y}{\mathfrak{E}_y} = -\frac{1}{2H} \frac{\mathfrak{E}_x}{\mathfrak{E}_y} dx. \quad (106)$$

Dieselbe Beziehung ergibt sich für \mathfrak{E}_x und daher auch für die gesamte Feldstärke \mathfrak{E} , da deren Verhältnisse nach Gleichung (101) unveränderlich sind. Wir können den Index y daher jetzt fortlassen.

Wenn man diese Differentialgleichung integriert und rechts das Feldstärkenverhältnis aus Gleichung (101) einsetzt, so erhält man mit irgendeiner Anfangsfeldstärke \mathfrak{E}_0

$$\mathfrak{E} = \mathfrak{E}_0 e^{-\sqrt{\frac{s}{2c\lambda}} \frac{x}{2H}}. \quad (107)$$

Die gleiche Beziehung gilt wegen Gleichung (10) auch für die magnetische Feldstärke. Die Amplituden der elektromagnetischen Wellen werden also beim Lauf über Land exponentiell gedämpft mit einem Faktor, der vom spezifischen Widerstand s des Erdreichs abhängt und umgekehrt proportional der Wurzel aus der Wellenlänge λ ist. Die letztere Abhängigkeit wurde von Austin bei zahlreichen Messungen über große Entfernungen experimentell bestätigt.

Diese räumliche Dämpfung kommt zu dem Ausbreitungsgesetz der Gleichung (24), das für gute Leitfähigkeit der Oberfläche gilt, noch multiplikativ hinzu. Man erkennt daher, daß die elektromagnetischen Wellen sich über Land mit einem spezifischen Widerstand von $s = 10^{13}$ bis 10^{14} oder gar Gestein mit 10^{15} viel schlechter ausbreiten als über Wasser

mit 10^{11} bis 10^{12} , und daß zur Überwindung großer Entfernungen lange Wellen viel günstiger sind als kurze. Diese beiden Folgerungen aus dem Dämpfungsgesetz der Oberflächenwellen nach Gleichung (107) stehen in voller Übereinstimmung mit zahlreichen Erfahrungen.

Zweifelhaft ist jedoch, wie groß man die Höhe H annehmen soll, die wir hier für nahezu ebene Wellen angesetzt haben, während dieselben in Wirklichkeit einen Teilausschnitt der Kugelwellen um die Sendeantenne herum bilden. Am einfachsten wäre die Höhe zu bestimmen, wenn die Wellen nicht nur im Erdboden, sondern auch hoch oben in der Luft an einer gut leitenden Schicht endigten. Man kleidet manchmal den Einfluß der stark verdünnten, ionisierten und daher leitenden oberen Lufträume in ein derart einfaches Bild und bezeichnet sie als Heaviside-Schicht, weil dieser Forscher zuerst auf ihren Einfluß hinwies. Dann kann man aus den experimentellen Dämpfungsziffern die Lufthöhe H rückwärts berechnen und erhält sie in der Größenordnung von 50 bis 100 km. Wenn die oberen Luftschichten ebenfalls nur unvollkommen leiten, so kann man für sie mit ihrem hypothetischen spezifischen Widerstand s' noch einen zweiten Exponentialfaktor zu Gleichung (107) hinzufügen und erhält die rückwärts errechnete Höhe H der Heaviside-Schicht entsprechend größer.

Da die Wellen mit Lichtgeschwindigkeit schräg auf die Erde zu laufen, so wird ihre Phasengeschwindigkeit an der Erdoberfläche um so größer, je schlechter deren Leitfähigkeit ist. In Abb. 39 stellen die dicken Linien die elektrischen Kraftlinien

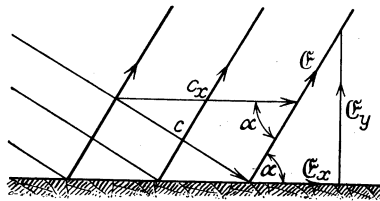


Abb. 39. Phasengeschwindigkeit an der Erdoberfläche.

dar, die unter dem Winkel α zur Erdoberfläche geneigt sind. Dieser berechnet sich daher aus

$$\operatorname{ctg} \alpha = \frac{\mathcal{E}_x}{\mathcal{E}_y} = \sqrt{\frac{s}{2c\lambda}}. \quad (108)$$

Derselbe Winkel bestimmt nach Abb. 39 auch die Phasengeschwindigkeit c_x längs der Oberfläche nach der Beziehung

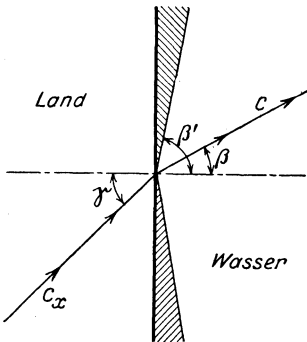
$$\sin \alpha = \frac{c}{c_x} \quad (109)$$

Ihr Wert beträgt daher nach einer bekannten Umrechnung

$$c_x = \frac{c}{\sin \alpha} = c \sqrt{1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha} = c \sqrt{1 + \frac{s}{2c\lambda}}. \quad (110)$$

Über schlecht leitenden Boden mit dem spezifischen Widerstand $s = 10^{14}$ cm²/sec ergibt das bei einer Wellenlänge von $\lambda = 500$ m eine Geschwindigkeitsvergrößerung um 1,6 %. Über Seewasser ist sie dagegen unmerklich.

Durch diese unterschiedliche Phasengeschwindigkeit treten in der Nähe der Küste beim Übergang zwischen Wasser und Land Brechungserscheinungen der Wellen auf. Ein Wellenstrahl, der nach Abb. 40 über Land unter dem Winkel γ gegen die Küste läuft, pflanzt sich über dem Wasser unter dem kleineren Winkel β fort. Vernachlässigt man die sehr geringe Geschwindigkeitsvermehrung über Wasser, so erhält man nach dem Brechungsgesetz das Winkelverhältnis zu



$$\frac{\sin \gamma}{\sin \beta} = \frac{c_x}{c} = \sqrt{1 + \frac{s}{2c\lambda}}. \quad (111)$$

Bei drahtlosen Peilungen kann hierdurch eine Mißweisung von etlichen Graden eintreten, besonders wenn man in Richtung der Küste peilt.

Beim Übergang von Wasser auf Land sind sogar Totalreflexionen möglich, da sich für einen Landwinkel von $\gamma = 90^\circ$ nach Gleichung (111) ein bestimmter Grenzwinkel β' für das Wasser bestimmt aus

$$\sin \beta' = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{s}{2c\lambda}}}. \quad (112)$$

Das gibt mit den eben genannten Zahlenwerten einen Grenzwert von $\beta' = 80^\circ$, also einen toten Winkel längs des Ufers von 10° . Bei gebogen verlaufenden Küsten können sich dadurch richtige Schattenzonen ausbilden, die man selbst von nahegelegenen Sendern aus überhaupt nicht mehr erreichen kann. Dies ist in ungünstigen Fällen mehrfach beobachtet worden.

13. Beugung um die Erde.

Obleich sich elektromagnetische Transversalwellen im freien Raum ebenso wie Lichtwellen geradlinig ausbreiten, zeigt die Erfahrung, daß die an der Oberfläche der Erdkugel nach Abb. 41 erzeugten drahtlosen Wellen der Erdkrümmung folgen. Es ist daher möglich, sie nicht nur über einen Quadranten, sondern sogar ganz um die Erdkugel herum bis zum Gegenpol zu senden. Verglichen mit den Erscheinungen beim Licht ist dieser Effekt sehr auffallend und kann bisher theoretisch nicht voll erklärt werden.

Alle Beugungsvorgänge sind abhängig vom Verhältnis der Wellenlänge zur Dimension des beugenden Körpers. Nun verhält sich eine elektrische Welle von 2 km Länge zum Erddurchmesser von 12 700 km genau so wie eine Lichtwelle von $\frac{2}{10\,000}$ cm Länge, die grünem Lichte entspricht, zu einem Kugeldurchmesser von 1,27 cm. Da man beim Auftreffen dieses Lichtes auf eine derartige Kugel eine scharfe Schattengrenze an der Oberfläche erhält und nicht etwa ein Wandern des Lichtes durch Beugung um die Kugel herum, so hat man geschlossen, daß auch lange elektromagnetische Wellen sich nur ebenso wenig um die Erdoberfläche herum krümmen könnten.

Nun sind aber die Grenzbedingungen an der Oberfläche leitender Körper bei elektrischen und Lichtwellen doch wesentlich verschieden. Während bei ersteren hauptsächlich die Leitfähigkeit maßgebend ist, kommt bei letzteren noch die atomare Beschaffenheit hinzu und kompliziert die Erscheinungen, so daß der experimentelle Vergleich mit dem Licht nicht schlüssig ist.

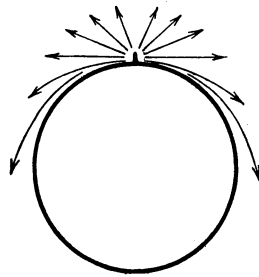


Abb. 41. Beugung um die Erdkugel.

Tatsächlich beobachtet man bei kurzen Drahtwellen, die man über eine gekrümmte Leitung nach Abb. 42 schickt, daß sie sämtlichen Krümmungen und Windungen der Leitung folgen. Sie werden durch die gute Leitfähigkeit der Drähte und die daraus folgende Bedingung, daß die elektrische Feldstärke stets senkrecht auf der Leiteroberfläche stehen muß, fast zwangläufig von diesen geführt. Ähnlich wird man sich auch bei den elektromagnetischen Raumwellen vorstellen können, daß sie durch die leitende Oberfläche der Erde geführt werden und sich dabei deren Krümmung anschmiegen.

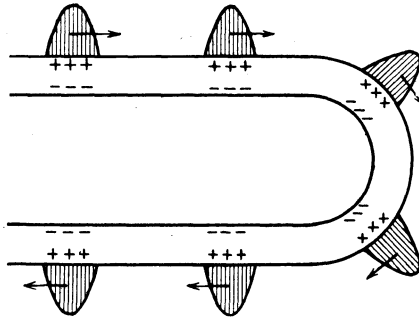


Abb. 42. Drahtwellen auf gekrümmten Leitungen.

Wenn wir von einer Absorption der Wellen absehen, so bleibt ihre gesamte Energie bei der Ausbreitung auf immer größere Wellenflächen konstant. Wir können alsdann einige Aussagen über die Abnahme der Feldstärke längs der kugelförmigen Erdoberfläche machen. Die Energiestrahlung ist nach Gleichung (17) für jedes Flächenelement proportional dem Quadrat der Feldstärke, und die Größe der Wellenfläche ist nach Abb. 43 gegeben durch den Umfang des jeweiligen Breitenkreises mit dem Radius ϱ und eine noch zu bestimmende Höhe H , senkrecht von der Erdoberfläche ausgehend. Die gesamte strahlende Energie ist daher

$$\frac{\mathcal{E}^2}{4\pi c} \cdot 2\pi\varrho H = \text{Konst.} \quad (113)$$

und daraus erhalten wir mit einer Konstanten K die elektrische Feldstärke an der Erdoberfläche zu

$$\mathcal{E} = \frac{K}{\sqrt{\varrho H}}. \quad (114)$$

Nun läßt sich nach Abb. 43 der Radius ϱ des Breitenkreises ausdrücken durch den Zentriwinkel ϑ und den Abstand r vom Sender. Es ist

$$\varrho = B \sin \vartheta = r \frac{\sin \vartheta}{\vartheta}, \quad (115)$$

so daß man für die Feldstärke erhält

$$\mathcal{E} = \frac{K}{\sqrt{rH}} \sqrt{\frac{\vartheta}{\sin \vartheta}}. \quad (116)$$

Zunächst wollen wir eine Flächenausbreitung der elektrischen Wellen annehmen, etwa derart, daß dieselben innen durch

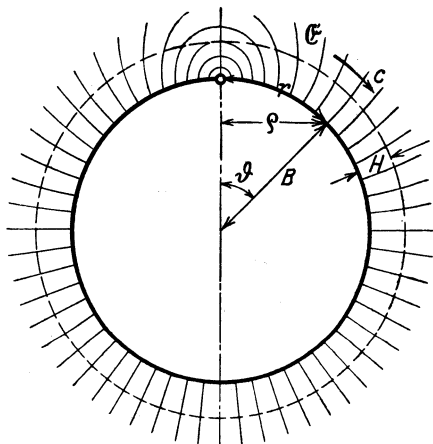


Abb. 43. Wellenausbreitung längs der Erdoberfläche.

die Erdkugel begrenzt werden und außen durch eine leitende Hohlkugel, die in Abb. 43 gestrichelt eingezeichnet ist und durch die hypothetische Heaviside-Schicht mit ihren ionisierten und gut leitenden dünnen Gasen gebildet werden kann. Die Höhe H ist dann über allen Teilen der Erde ziemlich die gleiche, so daß wir sie mit zu der Konstanten schlagen können. Wir erhalten dann als Ausbreitungsgesetz der Feldstärke

$$\mathcal{E} = \frac{K}{\sqrt{r}} \sqrt{\frac{\vartheta}{\sin \vartheta}}. \quad (117)$$

Dies ist in Abb. 44 abhängig vom Abstand r gestrichelt dargestellt. Die Feldstärke nimmt für kleine Zentriwinkel ϑ wie die Wurzel aus dem Abstände vom Sender ab, erreicht beim Durchlaufen des Erdquadranten ein Minimum und nimmt alsdann zum Gegenpol wieder bis auf den gleichen Betrag zu.

Wenn wir dagegen eine Raumausbreitung der Wellen

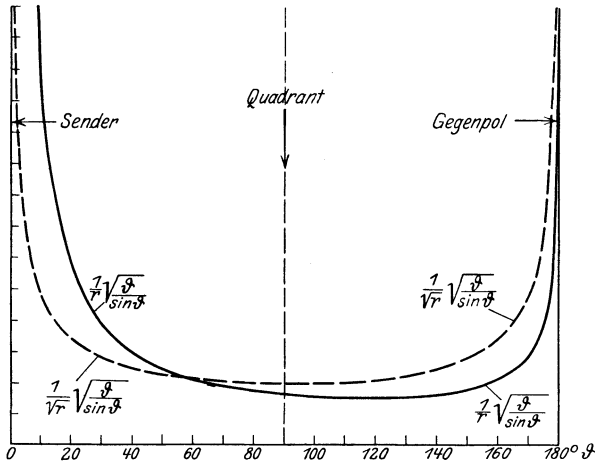


Abb. 44. Verlauf der Feldstärke bis zum Gegenpol.

annehmen, so müssen wir H proportional dem Abstände r vom Sender setzen und erhalten nunmehr als Ausbreitungsgesetz

$$\mathcal{E} = \frac{K}{r} \sqrt{\frac{\vartheta}{\sin \vartheta}}. \quad (118)$$

Für kleinen Zentriwinkel ist die Feldstärke jetzt umgekehrt proportional der Entfernung, so daß wir ohne weiteres den Anschluß an die früheren Rechnungen über die ebene Erdoberfläche erhalten. Mit zunehmender Entfernung vom Sender nimmt die Feldstärke auch über den Erdquadranten hinaus noch etwas ab, wie es die ausgezogene Kurve der Abb. 44 darstellt. Erst in großer Nähe des Gegenpoles tritt durch die Wirkung der Winkelfunktion wieder eine erhebliche Steigerung ein.

Nach den bisherigen Messungen scheint dieses Ausbreitungsgesetz für normale Verhältnisse der Wirklichkeit gut

zu entsprechen. Die Steigerung am Gegenpol kommt dadurch zustande, daß die Wellen aus allen Richtungen dort zusammenlaufen. Es ist jedoch zu beachten, daß durch das Zusammenwirken der direkten und der über den Gegenpol laufenden Wellen, und auch durch die Abweichung der Erde von der genauen Kugelgestalt erhebliche Gangunterschiede der Wellen eintreten, und daß sich hierdurch in der Nähe des Gegenpoles starke Interferenzen ausbilden, die dort den Verlauf der Ausbreitungskurve nach Abb. 44 erheblich stören.

Systematische Messungen der Ausbreitung unter genau konstanten Verhältnissen sind so schwierig anzustellen, daß die Meßpunkte nie auf einer glatten Kurve liegen, sondern fast immer einen mehr oder weniger breiten Sternenhimmel bilden. Eine ganz sichere Entscheidung zwischen den Gesetzen der Raumausbreitung nach Gleichung (118) und der Flächenausbreitung nach Gleichung (117) ist daher heute noch nicht möglich.

Während wir diese Ausbreitungsgesetze durch mehr qualitative Überlegungen gewonnen haben, hat man auch versucht, die Beugung der Wellen um eine leitende Kugel durch Anwendung der elektromagnetischen Feldgleichungen nach exakteren Methoden zu untersuchen. Die Durchführung dieser Rechnungen ist jedoch so schwierig, daß man sich über die Richtigkeit des Ansatzes und der Resultate noch nicht ganz klar geworden ist, besonders da die letzteren, die von den hier entwickelten stark abweichen, durch die experimentellen Ergebnisse in keiner Weise bestätigt werden.

14. Einfluß der Atmosphäre.

Beim Senden über große Entfernungen, etwa über den Erdquadranten von Amerika bis Europa, beobachtet man große Unterschiede in der Intensität des Tag- und Nachtempfanges. Im allgemeinen ist der Tagempfang schlechter und es treten besonders starke Schwankungen beim Sonnenauf- und Untergang an der Sende- oder Empfangsstation selbst auf. Abb. 45 gibt eine Meßreihe des Verlaufs der Feldstärken von weit entfernten Stationen wieder, die über mehrere aufeinanderfolgende Tage aufgenommen ist.

Man hat festgestellt, daß die Störungen auch an weit auseinanderliegenden Orten häufig gleichzeitig auftreten und kann daraus schließen, daß es sich nicht um lokale irdische, sondern mehr

um große kosmische Einflüsse handelt. Die Ursache der Schwankungen ist wahrscheinlich in der starken Ionisierung der Luft durch die Sonnenstrahlen zu suchen, die in den hohen Schichten reich an ultraviolettem Licht sind und dort die stark verdünnte Luft in einen mehr oder weniger gut leitenden Zustand versetzen.

Es ist bisher noch unentschieden, ob man den Nacht- oder den Tagempfang als regulären Vorgang ansehen soll, der den einfachsten Ausbreitungsgesetzen gehorcht. Im ersteren Falle muß man starke Absorption der Wellen durch die Tagesein-

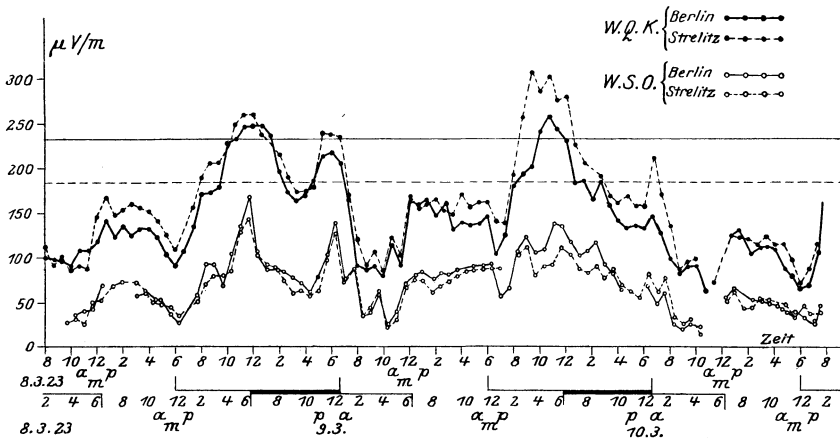


Abb. 45. Tag- und Nachtempfang ferner Großstationen.

flüsse annehmen. Im letzteren Falle muß man Reflexion oder Brechung der Wellen an den in der Nacht gleichmäßiger verlaufenden Schichtungen der Luft vermuten.

Außer diesen großen Schwankungen treten beim Fernempfang noch zahlreiche schnell verlaufende Störungen mehr lokaler Natur auf, die sich durch Zischen, Prasseln oder Knacken zu erkennen geben und deren zeitlicher Verlauf noch sehr wenig erforscht ist.

Neuere Erfahrungen bei der Übertragung sehr kurzer Wellen lassen auf ein starkes Brechungsvermögen der oberen Luftschichten schließen. Man läßt diese nämlich meistens durch Benutzung der Oberschwingungen linearer Antennen geneigt nach oben strahlen, damit sie sich aus dem Bereich der dämpfenden Wirkung der Erdoberfläche entfernen. Dabei würden sie

natürlich in den Weltenraum abstrahlen und könnten sich nicht auf die sehr großen beobachteten Entfernungen von mehreren Tausend Kilometern an der Erde ausbreiten, wenn ihre Bahnen nicht irgendwie der Erdoberfläche zu gekrümmt würden.

In der Erdnähe, also in dichter Luft ist die Bewegung der freien Elektronen und Ionen unter der Einwirkung der elektrischen Wellenfelder vor allem durch innere Reibung bestimmt. Das führt im wesentlichen zu einer Absorption der Wellen durch Umwandlung ihrer Energie in Wärme. Da die Ionisierung der unteren Luftschichten nur sehr schwach ist, so spielt diese Absorption nur eine geringe Rolle.

In den hochgelegenen Luftschichten dagegen, die aus sehr dünnen Gasen bestehen, haben die Ionen eine erhebliche freie Weglänge, die in 100 km Höhe beispielsweise 2 cm beträgt. Dort wird ihre Bewegung unter dem Einfluß der elektrischen Wellenfelder daher vorwiegend durch Beschleunigungskräfte bestimmt. Es gilt dafür die Bewegungsgleichung

$$m \frac{dv}{dt} = q \mathfrak{E}, \quad (119)$$

wenn man unter m die Masse, v die Geschwindigkeit und q die Ladung eines freien Teilchens versteht.

Die Bewegung der geladenen Teilchen bildet einen elektrischen Konvektionsstrom, dessen Wirkungen genau die gleichen sind wie beim Leitungs- oder Verschiebungsstrom. Seine Dichte beträgt

$$i_k = n q v, \quad (120)$$

wenn n die Zahl der Ladungsteilchen in der Raumeinheit bedeutet. Setzt man hierin die Geschwindigkeit aus Gleichung (119) ein und integriert für harmonisch verlaufende elektrische Feldstärken mit der Frequenz ω , so erhält man

$$i_k = \frac{n q^2}{m} \int \mathfrak{E} \sin \omega t dt = - \frac{n q^2}{\omega m} \mathfrak{E} \cos \omega t. \quad (121)$$

Dieser Konvektionsstrom der geladenen Teilchen tritt zu dem Verschiebungsstrom der Wellen, der in jedem Medium fließt, noch hinzu. Dessen Dichte ist nach Gleichung (6) für periodische Feldstärken

$$i_v = \varepsilon \frac{d \mathfrak{E} \sin \omega t}{dt} = \omega \varepsilon \mathfrak{E} \cos \omega t. \quad (122)$$

Der gesamte Wellenstrom wird daher als Summe beider Teilströme dargestellt durch

$$i = \left(\omega \varepsilon - \frac{n q^2}{\omega m} \right) \mathcal{E} \cos \omega t = \omega \left(\varepsilon - \frac{Q q}{\omega^2 m} \right) \mathcal{E} \cos \omega t, \quad (123)$$

worin Q als Produkt von n und q die gesamte freie Ladung der Raumeinheit und q/m das bekannte Verhältnis von Ladung zu Masse eines Teilchens darstellt.

Bei nur schwach ionisierter Luft überwiegt der Verschiebungsstrom mit seiner Elektrisierungszahl ε das zweite Glied bei weitem, jedoch wächst das letztere mit zunehmender Stärke der Ionisierung mehr und mehr. Da es nun sicher ist, daß die Ionisierung der Luft mit der Höhe zunimmt, so wird die wirksame Elektrisierungszahl nach Gleichung (123) mit wachsender Höhe

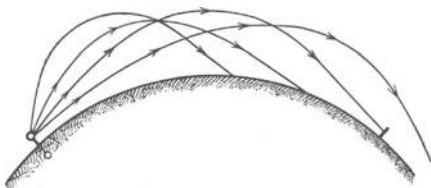


Abb. 46. Brechung in ionisierten Luftschichten.

immer geringer. Die Wellengeschwindigkeit, die nach Gleichung (9) der Wurzel aus der Elektrisierungszahl umgekehrt proportional ist, wächst daher mit zunehmender Höhe mehr und mehr an,

so daß die Laufrichtung der Wellen nicht mehr geradlinig bleibt, sondern wie in Abb. 46 nach der Erde zu gebrochen wird.

Durch diese Brechungsvorgänge in den hohen Luftschichten, die nach Gleichung (123) um so stärker in Erscheinung treten, je kleiner die Frequenz, je größer also die Wellenlänge ist, werden nicht nur die vom Sender tangential ausgestrahlten Wellen, sondern vor allem auch die schräg nach oben ausgesandten Wellen an der Abstrahlung in den Weltraum gehindert und der Erde wieder zugeführt. Die Energie der Wellen bleibt daher in der Nähe der Erdoberfläche, so daß wir auf Ausbreitungsgesetze geführt werden, wie wir sie an Hand von Abb. 43 summarisch berechnet hatten.

Erreicht oder übersteigt die Ionisierung einen bestimmten Grenzwert, so sinkt die resultierende Elektrisierungszahl für die betreffende Frequenz nach Gleichung (123) auf Null, die Wellengeschwindigkeit wird unendlich groß. Die Strahlen werden alsdann

sämtlich zurückgeworfen, die Grenze wirkt für schief auftreffende Wellen wie eine vollkommen reflektierende Schicht. Kurze Wellen können an einer solchen Grenzschicht entlang laufen, ohne sich weit nach unten bis zur Erde zu erstrecken. Sie werden daher nur wenig durch deren Bodenwiderstand gedämpft und können sich auf sehr große Entfernungen ausbreiten.

Bei einem Empfänger, der in Sichtweite des Senders liegt, kommen dessen Strahlen nicht nur auf direktem Wege an, sondern er wird auch von einer Reihe von Strahlen getroffen, die auf dem Umwege durch höhere Luftschichten zu ihm gelangen und daher einen weiteren Weg durchlaufen haben. Je nach dem Unterschied der Weglängen und Geschwindigkeiten der verschiedenen Strahlen können sich dabei Interferenzen ausbilden, durch die eine Verstärkung oder Abschwächung der Wirkung eintritt. Geringfügige Änderungen der Ionisierung führen dabei zu einem starken Wechsel der Empfangsintensität. Da nun die atmosphärischen Vorgänge, wie uns die wechselnden Winde und Wolken zeigen, besonders am Tage stark variabel sind, so erklären sich die beobachteten Empfangsschwankungen hier nach durch Schlierenbildung in der Ionisierung der höheren Luftschichten.

Jede Schwankung der freien Raumladung Q verändert dort oben die Brechung und Krümmung der elektromagnetischen Strahlen und führt dadurch zu einer anderen Verteilung der auf der Erdoberfläche ankommenden Feldstärken. Bei Nacht liegen die ionisierten Schichten ziemlich regelmäßig über der Erdoberfläche, und daher ist die Empfangsintensität dann einigermaßen konstant. Bei Tag bewirken die Ionisierungsschlieren der Sonnenstrahlen und Luftströmungen eine unregelmäßig fluktuierende Wellenzerstreuung, die eine geringere und stark schwankende Empfangsintensität verursacht.

Gleiche Unterschiede wie durch Änderung der Ionisierung kann man entsprechend Gleichung (123) auch durch Ändern der Wellenlänge oder Frequenz des Senders erreichen. Tatsächlich hat man bei derartigen Versuchen eine Reihe ausgeprägter Maxima und Minima am entfernten Sender beobachtet, was die Grundanschauung dieser Brechungstheorie aufs beste bestätigt.

Formelzeichen.

Lateinische und deutsche Zeichen.

A = Anfachung.	K = Konstante.
a = Absorptionsradius.	k = Abstand benachbarter Antennen, Rahmenbreite.
B = Erdradius.	L = Selbstinduktion.
C = Kapazität.	l = wirksame Dipollänge, Rahmenhöhe.
c = Lichtgeschwindigkeit.	m = Ionenmasse.
d = Differentialzeichen.	n = Ionenzahl.
E = Spannungsamplitude.	Q = Freie Ladung der Raumeinheit.
\mathcal{E} = elektrische Feldstärke.	q = elektrische Ladung.
e = Momentanwert der elektrischen Spannung.	R = Widerstand.
e = Basis der natürlichen Logarithmen = 2,718.	r = Abstand vom Ursprung.
F = Fläche.	S = Strahlungsleistung.
f = Frequenz in der Sekunde.	\mathcal{S} = Strahlungsvektor.
f = Ladungsmoment des Dipols.	s = spezifischer elektrischer Widerstand.
H = Höhe von Antennen.	t = laufende Zeit.
H = Atmosphärenhöhe.	V = Energieverlust.
\mathfrak{H} = magnetische Feldstärke.	v = Geschwindigkeit.
h = wirksame Antennenhöhe über der Erde.	W = Leistung.
J = Stromamplitude.	w = Windungszahl.
i = Momentanwert der Stromstärke.	x = räumliche Erstreckung.
i = Stromdichte.	y = Höhererstreckung der Antenne.

Griechische Zeichen.

α = Neigungswinkel der Kraftlinien.	λ = Wellenlänge.
β = Brechungswinkel.	μ = magnetische Permeabilität.
γ = Brechungswinkel.	ν = Eigenfrequenz in 2π sec.
Λ = Differenz.	π = 3,1416.
δ = Kondensatorplattenabstand.	ϱ = Radius des Breitenkreises.
ε = Elektrisierungszahl.	φ = Längenwinkel, Richtungswinkel.
η = Wirkungsgrad.	ω = Kreisfrequenz in 2π sec.
ϑ = Höhenwinkel.	

Literatur.

Lehrbücher.

- M. Abraham: Theorie der Elektrizität. 7. Aufl. Leipzig 1923.
J. A. Fleming: The principles of wireless telegraphy and telephony.
2. Aufl. London 1910.
H. Rein u. K. Wirtz: Radiotelegraphisches Praktikum. Berlin 1922.
E. Nesper: Handbuch der drahtlosen Telegraphie. Berlin 1923.
J. Zenneck u. H. Rukop: Lehrbuch der drahtlosen Telegraphie. 5. Aufl.
Stuttgart 1925.
A. Koerts: Atmosphärische Störungen in der drahtlosen Nachrichten-
übermittlung. Berlin 1924.
F. Ollendorff: Die Grundlagen der Hochfrequenztechnik. Berlin 1926.

1. Schwingungsformen von Antennen.

- M. Abraham: Energie elektrischer Drahtwellen. Ann. d. Phys. Bd. 6,
S. 217. 1901.
G. Seibt: Elektrische Drahtwellen mit Berücksichtigung der Marconischen
Wellentelegraphie. ETZ 1902, S. 315.
F. Emde: Die Schwingungszahl des Blitzes. ETZ 1910, S. 675.
K. W. Wagner: Zur Elektrodynamik von Strahlerkreisen. Arch. Elektrot.
Bd. 8, S. 145. 1919.
A. Meissner: Über die Bestimmung der Eigenschwingung von Antennen.
Jahrb. drahtl. Telegr. u. Telef. Bd. 14, S. 269. 1919.

2. Elektromagnetische Wellen.

- M. Abraham: Enzyklopädie der mathematischen Wissenschaften.
Bd. V, 2, Artikel 18; Elektromagnetische Wellen. Leipzig 1906.
Cl. Schaefer: Einführung in die Maxwellsche Theorie der Elektrizität
und des Magnetismus. Leipzig 1908.
K. W. Wagner: Elektromagnetische Wellen in elementarer Behandlungs-
weise. ETZ 1913, S. 1053.
A. Esau: Eigentümlichkeiten und Anwendungsmöglichkeiten kurzer elek-
trischer Wellen. Elektr. Nachrichtentechnik 1925, S. 3.

3. Das Feld um die Sendeantenne.

- H. Hertz: Untersuchungen über die Ausbreitung der elektrischen Kraft.
Leipzig 1894. S. 147.

- M. Abraham: Die elektrischen Schwingungen um einen stabförmigen Leiter, behandelt nach der Maxwell'schen Theorie. Ann. d. Phys. u. Chem. Bd. 66 (neue Folge), S. 435. 1898.
- M. Abraham: Elektrische Schwingungen in einem frei endigenden Draht. Ann. d. Phys. Bd. 2, S. 32. 1900.
- F. Hack: Das elektromagnetische Feld in der Umgebung eines linearen Oszillators. Ann. d. Phys. Bd. 14, S. 539. 1904.
- M. Abraham: Die Strahlung von Antennensystemen. Jahrb. drahtl. Telegr. u. Telef. Bd. 14, S. 146. 1919.

4. Gerichtete Strahlung.

- J. Zenneck: Über die Wirkungsweise der Sender für gerichtete drahtlose Telegraphie. Phys. Z. Bd. 9, S. 553. 1908.
- F. Braun: Über den Ersatz der offenen Strombahnen in der drahtlosen Telegraphie durch geschlossene. Jahrb. drahtl. Telegr. u. Telef. Bd. 9, S. 1. 1914.
- E. Bellini: Über die Möglichkeit einer scharf gerichteten Radiotelegraphie. Jahrb. drahtl. Telegr. u. Telef. Bd. 9, S. 425. 1915.
- W. Burstyn: Die Strahlung und Richtwirkung einiger Luftdrahtformen im freien Raume. Jahrb. drahtl. Telegr. u. Telef. Bd. 13, S. 362. 1919.
- G. Marconi: Drahtlose Telegraphie. Jahrb. drahtl. Telegr. u. Telef. Bd. 21, S. 58. 1923.
- G. W. O. Howe: The problems of directive transmission in radio-telegraphy. Electrician Bd. 93, S. 662. 1924.
- R. H. White: The theory of the wireless beam. Electrician Bd. 94, S. 392. 1925.

5. Wirkung der Erdoberfläche.

- H. True: Über die Erdströme in der Nähe einer Sendeantenne für drahtlose Telegraphie. Jahrb. drahtl. Telegr. u. Telef. Bd. 5, S. 125. 1911.
- L. W. Austin: Antennenwiderstand. Jahrb. drahtl. Telegr. u. Telef. Bd. 5, S. 574. 1912.
- M. Abraham: Ein Satz über Modelle von Antennen. Mitt. d. Phys. Ges. Zürich Nr. 19, S. 17. 1919.
- A. Meissner: Über den Erdwiderstand von Antennen. Jahrb. drahtl. Telegr. u. Telef. Bd. 18, S. 322. 1921.

6. Strahlungsleistung.

- M. Abraham: Funkentelegraphie und Elektrodynamik. Phys. Z. Bd. 2, S. 329. 1901.
- M. Reich: Über die Strahlung einer Antenne in Abhängigkeit von ihrer Form. Phys. Z. Bd. 13, S. 228. 1912.
- J. Erskine-Murray: Eine direkte experimentelle Methode für die Bestimmung der Strahlungsnutzleistung, des Erdwiderstandes und des Strahlungswiderstandes eines radiotelegraphischen Senders. Jahrb. drahtl. Telegr. u. Telef. Bd. 5, S. 499. 1912.

- B. van der Pol jr.: Über die Wellenlänge und Strahlung mit Kapazität und Selbstinduktion beschwerter Antennen. Jahrb. drahtl. Telegr. u. Telef. Bd. 13, S. 217. 1918.
- H. Rausch v. Traubenberg: Über die quantitative Bestimmung elektromagnetischer Strahlungsfelder in der drahtlosen Telegraphie. Jahrb. drahtl. Telegr. u. Telef. Bd. 14, S. 569. 1919.

7. Spannung in der Empfangsantenne.

- J. Zenneck: Über die Wirkungsweise der Empfänger für gerichtete Telegraphie. Phys. Z. Bd. 9, S. 50. 1908.
- H. Barkhausen: Theorie der gleichzeitigen Messung von Send- und Empfangsstrom. Jahrb. drahtl. Telegr. u. Telef. Bd. 5, S. 261. 1912.
- L. W. Austin: Die Messung elektrischer Schwingungen in der Empfangsantenne. Jahrb. drahtl. Telegr. u. Telef. Bd. 6, S. 178. 1912.
- M. Abraham: Die Spule im Strahlungsfelde, verglichen mit der Antenne. Jahrb. drahtl. Telegr. u. Telef. Bd. 14, S. 259. 1919.
- W. Burstyn: Die Schleife als Empfänger. Jahrb. drahtl. Telegr. u. Telef. Bd. 13, S. 378. 1919.
- H. H. Beverage, C. W. Rice u. E. W. Kellog: The Wave Antenna. Electrician Bd. 91, S. 269. 1923.
- H. Busch: Theorie der Beverage-Antenne. Jahrb. drahtl. Telegr. u. Telef. Bd. 21, S. 290. 1923.

8. Energiebilanz des Empfängers.

- R. Rüdenberg: Der Empfang elektrischer Wellen in der drahtlosen Telegraphie. Ann. d. Phys. Bd. 25, S. 446. 1908.
- J. Bethenod: Über den günstigsten Wert des Nutzwiderstandes eines Resonators. Jahrb. drahtl. Telegr. u. Telef. Bd. 6, S. 436. 1913.
- H. Rein: Lehrbuch der drahtlosen Telegraphie. 1. Aufl. S. 238. Berlin 1917.
- O. Betz: Höhe der Rundfunkantennen. ETZ 1925. S. 148.
- O. Betz: Antennenhöhe bei Detektorempfang. Z. Hochfrequenztechn. 1925, S. 128.

9. Rückwirkung auf das primäre Feld.

- R. Rüdenberg: Der Empfang elektrischer Wellen in der drahtlosen Telegraphie. Jahrb. drahtl. Telegr. u. Telef. Bd. 6, S. 170. 1912.
- J. Bethenod: Über den Empfang elektromagnetischer Wellen in der Radiotelegraphie. Jahrb. drahtl. Telegr. u. Telef. Bd. 2, S. 603. 1909.
- H. C. Forbes: Re-radiation from tuned antenna systems. Proc. Inst. Radio Eng. Bd. 13, S. 363. 1925.
- A. Sommerfeld: Das Reziprozitätstheorem der drahtlosen Telegraphie. Z. Hochfrequenztechn. Bd. 26, S. 93. 1925.
- W. Schottky: Das Gesetz des Tiefempfangs in der drahtlosen Technik. Z. Hochfrequenztechn. 1926.

10. Entdämpfung des Empfängers.

- R. Rüdberg: Eine Methode zur Erzeugung von Wechselströmen beliebiger Periodenzahl. Phys. Z. Bd. 8, S. 668. 1907.
 A. Meissner: Über Röhrensender. ETZ 1919, S. 65.
 H. Rukop: Die Hochvakuum-Eingitterröhre. Jahrb. drahtl. Telegr. u. Telef. Bd. 14, S. 110. 1919.
 H. Barkhausen: Elektronenröhren. 2. Aufl. Leipzig 1924.
 G. H. Möller: Die Elektronenröhren und ihre Anwendungen. 2. Aufl. Braunschweig 1924.
 F. Ollendorff: Der Elektronenröhren-Verstärker im Wechselstromkreis. Arch. Elektrot. Bd. 13, S. 274. 1924.
 L. B. Turner u. F. P. Best: Damping in reception. Electrician Bd. 94, S. 179. 1925.

11. Schattenbildung und Zerstreung.

- H. Barkhausen: Die Ausbreitung der elektromagnetischen Wellen in der drahtlosen Telegraphie. ETZ 1914, S. 448.
 A. Meissner: Über Mehrfach-Antennenanlagen. Telefunken-Ztg. 1923, Heft 29, S. 11.
 M. Bäumlner: Neue Untersuchungen über die Ausbreitung der elektromagnetischen Wellen. Elektr. Nachrichtentechn. Bd. 1, S. 50. 1924.
 M. Bäumlner: Die Ausbreitung der elektromagnetischen Wellen in der Großstadt. Elektr. Nachrichtentechn. Bd. 1, S. 160. 1924.

12. Wirkungen des Erdwiderstandes.

- J. Zenneck: Über die Fortpflanzung ebener elektromagnetischer Wellen längs einer ebenen Leiterfläche und ihre Beziehung zur drahtlosen Telegraphie. Ann. d. Phys. Bd. 23, S. 846. 1907.
 A. Sommerfeld: Ausbreitung der Wellen in der drahtlosen Telegraphie. Ann. d. Phys. Bd. 28, S. 665. 1909; Jahrb. drahtl. Telegr. u. Telef. Bd. 4, S. 157. 1911.
 M. Reich: Über den dämpfenden Einfluß der Erde auf Antennenschwingungen. Jahrb. drahtl. Telegr. u. Telef. Bd. 5, S. 176. 1911.
 L. W. Austin: Versuche auf der drahtlosen Station der Marine der Vereinigten Staaten zu Darien, Kanalzone. Jahrb. drahtl. Telegr. u. Telef. Bd. 11, S. 125. 1916.
 T. L. Eckersly: Refraction of electric waves. Jahrb. drahtl. Telegr. u. Telef. Bd. 18, S. 369. 1921.
 R. Hullen: Reichweiten in Theorie und Praxis. Jahrb. drahtl. Telegr. u. Telef. Bd. 20, S. 235. 1922.
 L. W. Austin: Long distance radio receiving measurements in 1924. Proc. Inst. Radio Eng. Bd. 13, S. 283. 1925.

13. Beugung um die Erde.

- J. A. Fleming: Wissenschaftliche Begründung und ungelöste Probleme der drahtlosen Telegraphie. Jahrb. drahtl. Telegr. u. Telef. Bd. 8, S. 339. 1914.

- F. Kiebitz: Über Ausbreitungsvorgänge und Empfangsstörungen in der Funkentelegraphie. Jahrb. drahtl. Telegr. u. Telef. Bd. 22, S. 196. 1923.
- O. Laporte: Zur Theorie der Ausbreitung elektromagnetischer Wellen auf der Erdkugel. Ann. d. Phys. Bd. 70, S. 595. 1923.
- A. Esau: Drahtloser Empfang am Gegenpol. Telefunken-Ztg. 1924, Heft 36, S. 20.
- G. W. O. Howe: A new theory of long distance radio communication. Electrician Bd. 93, S. 282. 1924.
- A. S. Eve: On recent advances in wireless propagation both in theory and in practice. Journ. Franklin Inst. Bd. 200, S. 327. 1925.
- H. J. Round, M. C. Member, T. L. Eckersley, K. Tremellen u. F. C. Lunnon: Report on measurements made on signal strength at great distances during 1922 and 1923 by an expedition sent to Australia. Journ. Inst. El. Eng. Bd. 63, S. 933. 1925.

14. Einfluß der Atmosphäre.

- C. J. de Groot: Über einige Probleme der Energieübertragung zwischen zwei drahtlosen Stationen. Jahrb. drahtl. Telegr. u. Telef. Bd. 12, S. 15. 1917.
- M. Bäumlner: Das gleichzeitige Auftreten atmosphärischer Störungen. Jahrb. drahtl. Telegr. u. Telef. Bd. 22, S. 2. 1923.
- A. Meissner: Die Ausbreitung der elektrischen Wellen über die Erde. Jahrb. drahtl. Telegr. u. Telef. Bd. 24, S. 85. 1924.
- J. Larmor: Why wireless electric rays can bend round the earth. Philosoph. Mag. Bd. 48, S. 1025. 1924.
- H. W. Nichols u. J. C. Schelleng: Propagation of electric waves over the earth. Bell Syst. Techn. Journ. Bd. 4, S. 215. 1925.
- E. V. Appleton u. M. A. F. Barnett: Wireless wave propagation. Electrician Bd. 94, S. 398. 1925.
- G. J. Elias: Über den Stand unserer Kenntnisse über die Heavisideschicht. Elektr. Nachrichtentechn. 1925, S. 351.

Sachverzeichnis.

- Abraham, M.** 17.
Absorptionsfläche 39.
Anfachung 41, 43.
Antennenhöhe 11, 19, 28.
Antennenkapazität 3, 29.
Äquivalente Dipollänge 23, 28.
Atmosphärische Brechung 58.
Atmosphärische Störungen 56.
Ausbreitungsgesetz 10, 29, 48, 53.
- Beugung um die Erde** 51.
Brechung an der Küste 50.
Brechung an Luftschichten 57.
- Dämpfung der Wellen** 7, 48.
Diffuse Strahlung 46.
Dipolfeld 8, 19, 37.
Dipollänge, Günstigste 33, 36.
Dipollänge, Wirksame 23, 28.
Dipolschwingung 3.
Dipolstrahlung 20.
Doppelantenne 12.
Drahtwellen 52.
- Eigenfrequenz** 1, 30, 40.
Eisenbauten 45.
Elektromagnetische Wellen 4.
Empfang von Wellen 24.
Empfangsantenne 25, 28.
Empfangsgesetz 33.
Energiebilanz des Empfängers 29.
Entdämpfung des Empfängers 40.
Erdrümmung 51, 58.
Erdoberfläche 19, 52.
Erdwiderstand 19, 46.
- Feld des Senders** 7.
Feldstärke am Empfänger 25, 29, 53.
Flächenausbreitung 53.
- Gegenpol** 51, 55.
Gerichtete Strahlung 12, 40.
Günstigste Dipollänge 33, 36.
- Halbraumstrahlung** 21, 22.
Heaviside-Schicht 49, 53.
Hertz, H. 7, 17.
Hochantenne 11, 19, 21, 26.
- Induktionsgesetz** 5.
Interferenzen 55, 59.
Ionisierung der Luft 57.
- Kraftlinienbilder** 17, 18, 38.
- L-Antenne** 4, 23, 28.
Linearantenne 11, 26.
- Maximale Leistung** 35.
Marconi, G. 2.
Mißweisung bei Peilungen 50.
Mithören 44.
- Nachtempfang** 56.
Negativer Widerstand 41.
Nutzwiderstand 34, 36, 43.
- Oberwellen** 16, 18, 56.
- Phasengeschwindigkeit** 49.
Poynting, H. 7.

- Rahmenantenne** 14, 22, 27, 36.
Raumausbreitung 54.
Resonanzabstimmung 30, 41.
Richtwirkung von Antennen 13, 27.
Rückkopplung 41, 44.
Rückwirkung auf das Feld 36.
- Schattenbildung** 44, 51.
Schirmantenne 4, 11, 28.
Schwingungsformen von Antennen 1.
Schwingungskreise 1, 12, 30, 41.
Sekundäre Leiter 29, 45.
Sendeantenne 7.
Spannung der Empfangsantenne 24.
Spiegelbild von Antennen 19, 22.
Steuerung des Empfangssystems 43.
Störungsbereich des Empfängers 37.
Strahlende Energie 7, 20.
Strahlung, Gerichtete 12, 40.
Strahlungsleistung 19.
- Strahlungswiderstand** 20, 22, 31, 43.
Strahlung von Antennen 8, 20, 31.
- Tagempfang** 56.
T-Antenne 4, 23.
Thomsonsche Formel 1.
Totalreflexion 50, 59.
- Verkürzungskondensator** 2.
Verlängerungsspule 2.
Viertelwellenantenne 1, 39.
- Wandernde Wellen** 6, 8.
Wellenausbreitung längs der Erde 44.
Wellengeschwindigkeit 6, 50, 58.
Wellenlänge 1, 6, 10, 29, 36, 49.
Wirksame Dipollänge 23, 28.
Wirkungsgrad der Übertragung 39.
- Zerstreute Energie** 31, 42, 46.
-

Verlag von Julius Springer in Berlin W 9

Kurzschlußströme beim Betrieb von Großkraftwerken

Von

Reinhold Rüdenberg

Professor, Dr.-Ing. und Dr.-Ing. e. h., Chef-Elektriker der Siemens-Schuckertwerke
Privatdozent an der Technischen Hochschule zu Berlin

Mit 60 Textabbildungen. (79 S.) 1925

RM 4.80

Elektrische Schaltvorgänge und verwandte Störungserscheinungen in Starkstromanlagen

Von

Prof. Dr.-Ing. und Dr.-Ing. e. h. **Reinhold Rüdenberg**

Chef-Elektriker der Siemens-Schuckertwerke,
Privatdozent an der Technischen Hochschule zu Berlin

Zweite, berichtigte Auflage. Mit 477 Abbildungen im Text und 1 Tafel

Erscheint im April 1926

Die Grundlagen der Hochfrequenztechnik. Eine Einführung in die Theorie von Dr.-Ing. **Franz Ollendorff**, Charlottenburg. Mit 379 Abbildungen im Text und 3 Tafeln. (656 S.) 1926.

Gebunden RM 36.—

Hochfrequenzmeßtechnik. Ihre wissenschaftlichen und praktischen Grundlagen. Von Dr.-Ing. **August Hund**, Beratender Ingenieur. Mit 150 Textabbildungen. (340 S.) 1922.

Gebunden RM 11.—

Radiotelegraphisches Praktikum. Von Dr.-Ing. **H. Rein**. Dritte, umgearbeitete und vermehrte Auflage. Von Professor Dr. K. Wirtz, Darmstadt. Mit 432 Textabbildungen und 7 Tafeln. (577 S.) 1921. Berichtigter Neudruck. 1922.

Gebunden RM 20.—

J. Scott-Taggart, Die Vakuumröhren und ihre Schaltungen für den Radio-Amateur. Deutsche Bearbeitung von Dr. **Siegm. Loewe** und Dr. **E. Nesper**. Mit 136 Textabbildungen. (188 S.) 1925. Gebunden RM 13.50

Drahtlose Telegraphie und Telephonie. Ein Leitfaden für Ingenieure und Studierende von **L. B. Turner**. Ins Deutsche übersetzt von Dipl.-Ingenieur **W. Glitsch**, Darmstadt. Mit 143 Textabbildungen. (229 S.) 1925. Gebunden RM 10.50

Der Radio-Amateur (Radio-Telephonie). Ein Lehr- und Hilfsbuch für die Radio-Amateure aller Länder. Von Dr. **Eugen Nesper**. Sechste, bedeutend vermehrte und verbesserte Auflage. Mit 955 Textabbildungen. (886 S.) 1925. Gebunden RM 27.—

Elektronen- und Ionen-Ströme. Experimental-Vortrag bei der Jahresversammlung des Verbandes Deutscher Elektrotechniker am 30. Mai 1922. Von Prof. Dr. **J. Zenneck**, München. Mit 41 Abbildungen. (48 S.) 1923. RM 1.50

Elektrische Durchbruchfeldstärke von Gasen. Theoretische Grundlagen und Anwendung. Von Professor **W. O. Schumann**, Jena. Mit 80 Textabbildungen. (253 S.) 1923. RM 7.20; gebunden RM 8.40

Überströme in Hochspannungsanlagen. Von **J. Biermanns**, Chef-elektriker der AEG-Fabriken für Transformatoren und Hochspannungsmaterial. Mit 322 Textabbildungen. (460 S.) 1926. Gebunden RM 30.—

Elektrische Hochspannungszündapparate. Theoretische und experimentelle Untersuchungen. Von Professor Dipl.-Ing. **Viktor Kulebakin**, Moskau. Mit 100 Textabbildungen. (89 S.) 1924. RM 4.20

Anleitungen zum Arbeiten im Elektrotechnischen Laboratorium. Von **E. Orlich**. Erster Teil. Mit 74 Textbildern. (100 S.) 1923. RM 2.40

Die mathematischen Hilfsmittel des Physikers. Von Dr. **Erwin Madelung**, ord. Professor der Theoretischen Physik an der Universität Frankfurt a. M. Zweite, verbesserte Auflage. (Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften, Band IV.) Mit 20 Textfiguren. (298 S.) 1925. RM 13.50; gebunden RM 15.—

Methoden der mathematischen Physik. Von Professor **R. Courant**, Göttingen, und Geh. Reg.-Rat Professor **D. Hilbert**, Göttingen. Erster Band. Mit 29 Abbildungen. (Die Grundlehren der mathematischen Wissenschaften, Band XII.) (463 S.) 1924. RM 22.50; gebunden RM 24.—