WILHELM WEBER'S WERKE

HERAUSGEGEBEN

VON DER

KÖNIGLICHEN GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN

ZU

GÖTTINGEN

FÜNFTER BAND

WELLENLEHRE

BESORGT DURCH EDUARD RIECKE

MIT XVIII TAFELN

SPRINGER-VERLAG
BERLIN HEIDELBERG GMBH
1893

Wilhelm Weber hat dem ihm wiederholt ausgesprochenen Verlangen nach einer Gesammtausgabe seiner Werke bei aller Bescheidenheit seiner Meinung über den Werth der eigenen Schriften schon im Jahre 1890 nachgegeben. Er hat dann seinerseits den lebhaften Wunsch ausgesprochen, dass die Königl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, welche die Herausgabe der Werke seines grossen Freundes Gauss besorgt hat, auch seine Werke herausgebe. Die Erfüllung dieses Wunsches, welchem sich seine Verwandten gern anschlossen, hat sich die Königl. Gesellschaft durch die unterzeichnete Kommission beeifert in Angriff zu nehmen und ist zu dem Zwecke mit Herrn Professor Heinrich Weber in Braunschweig und Herrn Professor Wilhelm Braune in Leipzig als den Vertretern der Familie Wilhelm Weber's in Verbindung getreten.

Zunächst hat dieselbe an Herrn Julius Springer in Berlin einen Verleger gefunden, welcher diesem wissenschaftlichen Unternehmen das volle Verständniss entgegenbringt, für eine würdige Ausstattung sorgen und einen, dem Wunsche nach ausgedehnter Verbreitung dieser so sehr lehrreichen Werke förderlichen, möglichst geringen Preis stellen wird.

Von den Erben von Ernst Heinrich Weber und von Eduard Weber sind die Autorrechte der von diesen zusammen mit ihrem Bruder Wilhelm Weber verfassten Werke an die *Königl. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen* übertragen worden. Die Verlagshandlungen der grösseren dieser Schriften, Herr Fr. Riehm in Basel für die 1825 erschienene *Wellenlehre*, und die Dieterich'sche Buchhandlung in Göttingen für die 1836 erschienene *Mechanik der menschlichen Gehwerkzeuge*, haben ihre Genehmigung zum Abdruck der Schriften in den gesammelten Werken ertheilt.

Die Königlich Sächsische Gesellschaft der Wissenschaften in Leipzig hat bereitwillig den Abdruck der in ihren Abhandlungen erschienenen

Fortzetzung auf der dritten Umschlagseite.

WILHELM WEBER'S WERKE

HERAUSGEGEBEN

VON DER

KÖNIGLICHEN GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN

ZU

GÖTTINGEN

FÜNFTER BAND

WELLENLEHRE

BESORGT DURCH EDUARD RIECKE

MIT XVIII TAFELN

SPRINGER-VERLAG BERLIN HEIDELBERG GMBH 1893

ISBN 978-3-662-22761-9 ISBN 978-3-662-24692-4 (eBook)
DOI 10.1007/978-3-662-24692-4

Additional material to this book can be downloaded from http://extras.springer.com

Vorwort zum fünften Bande.

Von den Söhnen des Wittenberger Theologen Michael Weber haben sich drei dem Studium der Naturwissenschaften gewidmet und der innigen geistigen Gemeinschaft, durch welche sie während ihres ganzen Lebens verbunden blieben, haben sie in zwei epochemachenden Werken ein Denkmal gesetzt, von denen das eine, die Wellenlehre, der gemeinsamen Arbeit von Wilhelm Weber und dem älteren Bruder Ernst Heinrich, das andere, die Mechanik der Gehwerkzeuge, der gemeinsamen Arbeit von Wilhelm und dem jüngeren Bruder Eduard entsprang. In der Vorrede zu der Wellenlehre berichten die Brüder über einen zufälligen äusseren Anlass ihrer Untersuchungen. Man wird aber annehmen dürfen, dass ihre Aufmerksamkeit schon früher auf Probleme der Wellenlehre gerichtet wurde. Einmal durch die freundschaftlichen Beziehungen zu Chladni, dem Begründer einer auf Versuchen beruhenden Akustik, welchem das Werk gewidmet ist. Bei dem älteren Bruder aber, der zur Zeit der gemeinsamen Arbeit schon Professor in Leipzig war, lagen im Hintergrund der Gedanken ausserdem die physiologischen Anwendungen der Wellenlehre. Hat er doch zwei Jahre nach dem Erscheinen des gemeinsamen Werkes die erste der Abhandlungen veröffentlicht, durch welche er der Begründer einer exakten physikalischen Theorie des Blutkreislaufs geworden ist.

Die Wellenlehre gehört zu den klassischen Werken der physikalischen Literatur vor Allem durch die schönen und grundlegenden Untersuchungen über die Wellen inkompressibler Flüssigkeiten. Was hierüber in dem ersten Hauptheile des Werkes gesagt ist, muss noch heute Jeder lesen, der sich eingehender mit diesem Theile der Hydrodynamik bekannt machen will. Die zahlreichen Beobachtungen, die mit so einfachen Mitteln in sinnreichster Weise ausgeführten Messungen enthalten noch genug der Anregung für weitere experimentelle und theoretische Untersuchungen. Der eigenthümliche Versuch, von den gefundenen Gesetzen der Wellenbewegung eine Brücke zu schlagen zu den Erscheinungen der Wirbel, musste freilich sein Ziel verfehlen, da die späteren Fortschritte der Wissenschaften eine wesentliche Verschiedenheit der beiden Bewegungsarten aufdeckten. Im Zusammenhange des Ganzen durften aber die drei Paragraphen über die Entstehung der Wirbel nicht unterdrückt werden.

Der zweite Haupttheil des Werkes behandelt die Wellen in Bezug auf Schall und Licht; er tritt dem Umfange nach gegen den ersten zurück und besitzt auch nicht mehr eine so unmittelbare Bedeutung wie jener. An Stelle der Andeutung des § 249 über einen Zusammenhang zwischen dem Klang einer Saite und der Gestalt, die sie bei ihrer Schwingung abwechselnd annimmt, ist die umfassende Theorie der Obertöne und Vokalklänge getreten; neue Methoden der Beobachtung, neue instrumentelle Hülfsmittel von grosser Vollkommenheit wurden geschaffen, die Resultate der Forschung durch ausgezeichnete Werke allgemeiner zugänglich gemacht. Immer aber enthält die Weber'sche Wellenlehre auch in ihrem der Akustik gewidmeten Theile eine Reihe von grundlegenden Beobachtungen, auf welche auch jetzt noch jede Darstellung der Akustik zurückgreifen wird. Wir erinnern mit Bezug hierauf an die Messungen der Geschwindigkeit von Seilwellen, an die Untersuchungen über Zungenpfeifen und über die Oerter der Stille in der Umgebung schwingender Stimmgabeln.

Der Wellenlehre des Lichts sind nur wenige Paragraphen gewidmet; der eigenen experimentellen Arbeit der Verfasser lag die Optik fern und Fresnel hatte erst wenige Jahre früher die Reihe seiner Arbeiten eröffnet; im selben Jahre mit der Wellenlehre erschien zum ersten Male die Uebersetzung einer Fresnel'schen Abhandlung in den Poggendorff'schen Annalen der Physik.

Bei dem vorliegenden Neudruck der Wellenlehre waren dieselben Grundsätze maassgebend, wie bei dem Abdruck der gesammelten Abhandlungen in den früheren Bänden. Das Zeichen für den Beginn eines neuen Paragraphen war bei dem ursprünglichen Werke an einigen Stellen ausgefallen, so bei § 3 und § 143, das Zeichen für § 219 war doppelt verwandt; diese Versehen konnten an der Hand der ausführlichen, dem Werke vorgedruckten Inhaltsübersicht leicht verbessert werden. Zwischen dem Texte und den Figuren fanden sich mancherlei Abweichungen, indem Theile der Figuren oder einzelne Buchstaben fehlen. Meist konnte über die kleinen Aenderungen und Ergänzungen, durch welche die Uebereinstimmung herzustellen war, kein Zweifel bestehen. In all diesen Fällen wurde nach den Umständen der Text oder die Figur geändert oder ergänzt. Auf eine grössere Abweichung, welche nur durch eine eingreifendere Umänderung des Textes ganz beseitigt werden könnte, ist Seite 96 und 98 in einer Note aufmerksam gemacht. Bei Figur 15 ist von der Hinzufügung der fehlenden Buchstaben Abstand genommen, da die nöthigen Anhaltspunkte dafür nicht gegeben sind; übrigens wird das Verständniss des betreffenden § 94 dadurch nicht beeinträchtigt. Von einer Uebertragung der auf Pariser Fuss bezogenen Längenmessungen in das metrische System ist Abstand genommen. Es handelt sich bei den Beobachtungen nicht um die Ermittelung von absoluten physikalischen Konstanten, sondern um die messende Verfolgung von Erscheinungen, deren Ablauf von den speciellen Verhältnissen des Versuchs abhängt. Dagegen ist bei Gewichten, welche in dem den Physikern fremden Medicinalgewicht angegeben sind, der Werth in Grammen hinzugefügt; eine Uebersicht über die Einheiten des von den Verfassern gebrauchten Medicinalgewichts ist in einer Note auf Seite 128 gegeben. Die Kolumnentitel des Originals mussten schon wegen der Verschiedenheiten des Satzes geändert werden. In der Regel wurde auf der linken Seite der Inhalt des ganzen Abschnitts angegeben, während die Ueberschrift der rechten Seite sich möglichst der ursprünglichen Fassung anschliesst. Die in der dritten Abtheilung enthaltenen Auszüge aus den Werken von Laplace, La Grange, Gerstner, Poisson und Cauchy wurden mit den Originalen verglichen und darnach Text und Formeln an einigen Stellen verbessert. Zusätze und Bemerkungen des Herausgebers sind durch eckige Klammern kenntlich gemacht. Bei der Inhaltsübersicht geben die in Klammern gesetzten Zahlen die betreffenden Seiten des Originals.

Göttingen, im März 1893.

Eduard Riecke.

Wellenlehre

auf

Experimente gegründet

oder

über die Wellen tropfbarer Flüssigkeiten mit Anwendung auf die Schall- und Lichtwellen.

Von den Brüdern

Ernst Heinrich Weber
Professor in Leipzig

und

Wilhelm Weber
in Halle.

Mit XVIII Kupfertafeln.

SPRINGER-VERLAG BERLIN HEIDELBERG GMBH 1825.

Unserm verehrten Freunde

C H L A D N I

dem Begründer

einer auf Versuchen beruhenden Akustik

dem Erfinder

einer neuen Klasse musikalischer Instrumente

dem ersten Erforscher

der auf die Erde niedergefallenen meteorischen Massen.

Vorrede.

Die Lehre von der Bewegung der Wellen hat in neuester Zeit durch die Arbeiten mehrerer der ausgezeichnetsten Mathematiker und Physiker ein allgemeineres Interesse bekommen als ehemals. Seitdem Chladni seine merkwürdigen Entdeckungen in der Akustik bekannt machte, und den Physikern in seinen wunderbar mannichfaltigen und dennoch gesetzmässigen Klangfiguren ein Räthsel vorlegte, das bis jetzt noch nicht gelöst ist; und Savart diese Arbeiten durch eine Reihe scharfsinnig erdachter Versuche vervollständigte; seitdem Young die Aufmerksamkeit der Physiker von neuem auf die Beugung des Lichts in den Schatten hinein, und die dabei entstehenden farbigen Streifen und Ringe lenkte, und sie zuerst durch die von Newton verlassene, von mehreren berühmten Männern, von Descartes, Huyghens, Euler angenommene Wellenlehre des Lichts erklärte, indem er die Erscheinung, dass sich Wellen bei ihrer Durchkreuzung an gewissen Stellen aufheben, an andern verstärken, unter dem Namen Interferenz sehr glücklich zur Erklärung jener Erscheinungen anwendete; und Fresnel, Arago und Frauenhofer durch äusserst feine Beobachtungen den Verhandlungen hierüber einen sichern Grund gaben; seitdem Poisson durch Rechnung zeigte, dass sich alle Gesetze des Lichts mit alleiniger Ausnahme der Farbenzerstreuung durch die Wellenbewegung eines elastischen Medii vollkommen erklären lassen; seitdem Fourier die Lehre von der strahlenden Wärme gleichfalls einer tiefen analytischen Untersuchung unterwarf und bewies, dass die Resultate seiner Rechnung und seiner Experimente in gleichem Grade erlaubten, dass man die von ihm untersuchten Erscheinungen der Wärme durch einen bewegten Wärmestoff zu erklären unternähme, als dass man sie auf die Gesetze der Wellenbewegung zurückzuführen versuchte, und endlich Poisson und Cauchy mit einem sehr genügenden Erfolge die Wellenbewegung des Wassers durch Rechnung enthüllten, war es zu erwarten, dass sich irgend jemand fände, der, aufmerksam gemacht durch das wissenschaftliche Bedürfniss, die Wellen der tropfbaren Flüssigkeiten einer Experimentaluntersuchung unterwürfe, da sich bei ihnen nicht nur die Bewegung der Wellen selbst, sondern auch die zugleich stattfindende Molekularbewegung beobachten lässt, und die Erscheinungen des Fortschreitens, der Zurückwerfung, der Durchkreuzung, und der dabei stattfindenden Interferenz, der Inflexion u. s. w. Schritt für Schritt verfolgt werden können.

Dennoch ist es keine solche Ueberlegung, sondern eine zufällige Beobachtung, die uns die erste Veranlassung gab, auf diese Untersuchung einzugehen.

Einer von uns, Ernst Weber, beobachtete im Winter von 1821 zu 1822, als er Quecksilber, um es zu reinigen, durch einen Papiertrichter aus einer Flasche in die andere goss, dass auf der Oberfläche des Quecksilbers dieser zweiten Flasche eine höchst regelmässige, aber verwickelte Figur durch das Hereinlaufen des Quecksilbers erregt wurde, welche unverändert fest zu stehen schien, so lange das hereinfallende Quecksilber mit derselben Geschwindigkeit und auf denselben Ort der Oberfläche auftraf, die aber eine andere Gestalt annahm, wenn sich diese Umstände änderten. Er erkannte diese Figur als eine Wirkung sich regelmässig immer an denselben Stellen durchkreuzender Wellen an, und so verbanden wir uns zu einer gemeinschaftlichen Untersuchung des Gegenstands, bei der die Ideen und Entdeckungen eines jeden von uns so sehr unter einander verwachsen sind, indem sie häufig ihre Wurzel und Nahrung in den Ideen und Beobachtungen des andern fanden, dass keiner von uns in dieser Abhandlung sein Eigenthum zu unterscheiden vermag, sondern jeder dieselbe als eine vollkommen gemeinschaftliche Frucht unserer vereinigten Anstrengungen ansieht.

Wir müssen es zugleich dankbar anerkennen, dass uns hierbei der wissenschaftliche Verkehr mit unsern hiesigen Freunden, den Professoren Weiske und Möbius, dem Kriminalaktuarius M. Schmiedt, und dem Professor Seyffarth wesentlich unterstützt hat, indem wir von ihnen bald scharfsinnige Einwürfe gegen die von uns aus Versuchen gemachten Folgerungen, bald Ideen zu neuen Versuchen und Erklärungen, bald wissenschaftliche Beiträge historischer Art erhielten. Auch wäre uns unmöglich gewesen, in so feine Zeitmessungen, die grossentheils das Fundament dieser Untersuchung ausmachen, einzugehen, wenn uns nicht durch des Professor Schweigger's Gefälligkeit der Gebrauch einer Tertienuhr des Hallischen physikalischen Apparats gestattet worden wäre, die kaum etwas zu wünschen übrig lässt.

Wir haben den Gebrauch des Buchs dadurch zu erleichtern gesucht, dass wir über jede Seite eine Ueberschrift setzten, die den wichtigsten, auf jeder Seite verhandelten Gegenstand anzeigte; dass wir nicht nur ein ausführliches Inhaltsverzeichniss, sondern auch ein Verzeichniss der im Buche eingestreuten, unsere wichtigsten Versuche enthaltenden Tabellen vorausschickten; dass wir bei jeder Figur auf der Kupferplatte die Pagina des Buchs bemerkten, wo diese Figur erklärt wird. Die Messungen sind durchaus nach dem Pariser Fusse gemacht.

Wir empfehlen Mathematikern die S. 143—146, 184—189, 190—206, 210—214, 218—224, 354—357, 377—380, 396—407, 412—414 gegebenen Aufgaben, und bemerken, dass diejenigen Leser, denen es an Zeit gebricht, das ganze Buch durchzulesen, den historischen Abschnitt S. 21—74, und S. 224—323 auslassen können, ohne im Verständnisse des übrigen Theils des Buchs gehindert zu sein.

Der Darstellung von Poisson's Theorie der Wellen haben wir vergleichende Bemerkungen der Theorie mit unseren Versuchen in französischer Sprache beigefügt, so dass der Deutsche daselbst eine Uebersicht unserer Resultate in Beziehung auf die Wellen tropfbarer Flüssigkeiten erhält, dem Ausländer aber möglich gemacht ist, unser Buch und namentlich die in vielen Tabellen zusammengestellten Versuche zu benutzen, wenn er auch die deutsche Sprache nicht kennt.

Die linearen Kupfertafeln haben wir selbst gestochen.

Inhaltsverzeichniss des fünften Bandes.

Einleitung.

Von den Schwingungen, die in verschiedenen Medien möglich sind, überhaupt.

[1] [Die in Klammern gesetzten Zahlen geben die zugehörigen Seiten der ursprünglichen Ausgabe.]

Seite

Erster Hauptheil.

Ueber die Schwingungen tropfbarer Flüssigkeiten.

Erste Abtheilung.

Ueber die fortschreitende Schwingung, oder über die Wellenbewegung tropfbarer Flüssigkeiten.

Abschnitt I.

Ueber die Erregung der Wellen tropfbarer Flüssigkeiten überhaupt.

Abschnitt II.

Ueber die Erscheinungen, welche bei Wellen wahrgenommen werden, deren erregende Ursachen auf die Wellen zu wirken fortfahren, namentlich über die unter dem Einflusse des Windes entstehenden Wellen.

1. Erregung, Vergrösserung, Höhe über der Oberfläche des Wassers, Hinabreichen in die Tiefe, Kraft und Geschwindigkeit der unter dem Einflusse des Windes stehenden Wellen.

2. Ueber die Besänftigung der unter dem Einflusse des Windes erregten Wellen durch die Ausbreitung von Oelen auf der Oberfläche des Wassers.

Abschnitt III.

Ueber die Erregung von Wellen durch bewegende Ursachen, die nur augenblicklich wirken.

Abschnitt IV.

Ueber die Gestalt der Wellen im Allgemeinen.

Abschnitt V.

Ueber die Bewegung der einzelnen Theilchen einer Flüssigkeit bei der Entstehung und Fortbewegung der Wellen.

A. Bei der Fortbewegung der Wellen.

B. Ueber die Bewegung der Theilchen einer Flüssigkeit bei der Entstehung der Wellen.

Abschnitt VI.

Ueber die Geschwindigkeit, mit welcher sich die Wellen fortbewegen.

Abschnitt II.

Geschichtliche Darstellung der bis jetzt aufgestellten Theorien der Wellen.

Zweiter Haupttheil.

Wellen in Beziehung auf Schall und Licht.

Erste Abtheilung.

Wellen in Beziehung auf den Schall.

Abschnitt I.

Ueber die sekundäre (transversale) fortschreitende Schwingung, oder über die Wellen durch Beugung fadenförmiger gespannter Körper.

Abschnitt II.

Ueber die stehende Schwingung an fadenförmigen, durch Spannung elastischen Körpern.

Ueber die sekundäre Schwingung der Körper, welche durch innere Steifigkeit elastisch sind, und eines aufgehangenen beschwerten Fadens.

Abschnitt III.

Ueber die primäre fortgepflanzte Schwingung, oder über die Wellen des fortschreitenden Stosses (longitudinale, tangentiale, mitgetheilte Schwingungen; Wellen durch Verdichtung und durch Verdünnung) in der Luft.

Abschnitt IV.

Stehende Schwingung in der Luft.

Ueber das Mittönen der Körper, oder über die Resonanz.

Abschnitt V.

Ueber die fortgepflanzte und stehende primäre Schwingung anderer Medien, als der luftförmigen.

Zweite Abtheilung.

Wellen in Beziehung auf das Licht.

Anhang.

Inhalt der Tabellen, in denen die grössere Zahl der Versuche zusammengestellt ist.

WELLENLEHRE.

Einleitung.

Von der Schwingung, die in verschiedenen Medien Statt findet, überhaupt.

§ 1.

Ein Körper befindet sich in einer schwingenden Bewegung, wenn seine Theile durch das Streben nach Gleichgewicht sich der Lage, in welcher das Gleichgewicht Statt finden kann, abwechselnd nähern, und davon entfernen. Gleichgewicht ist der Zustand eines Körpers, wo sich die Wirkungen mehrerer bewegender Kräfte gegenseitig aufheben, und dadurch einen Zustand der Ruhe hervorbringen.

Daher kann die Schwerkraft der Erde, die Elasticität, die magnetische Kraft, die Ursache von Schwingungen werden, wie sie z. B. beim Pendel, bei schwingenden Saiten, bei der Magnetnadel bemerkt werden.

§ 2.

Es giebt eine schwingende Bewegung von doppelter Art, eine fortschreitende, oscillatio progressiva, und eine stehende, oscillatio fixa. Die fortschreitende Schwingung ist gleichbedeutend mit der Wellenbewegung, motus undulatorius.

§ 3.

Die fortschreitende Schwingung kann man sehr deutlich an einem aufgespannten Seile beobachten: Wenn man ein gespanntes Seil Tab. I Fig. 1 (1) bei b in der Nähe seines einen Befestigungspunktes durch einen plötzlichen Stoss in der Richtung nach aufwärts aus seiner Lage bringt, und sich dann selbst überlässt, so wird dadurch in dem Augenblicke des Stosses nur die Strecke des Seils, welche der gestossenen Stelle sehr nahe liegt, aus ihrer ruhigen Lage gebracht, so dass z. B. die Punkte $abcd$ die Lage $a'b'c'd'$ annehmen. Es werden hierbei, bevor der Stoss vollendet ist, deswegen nicht alle Punkte des Seils aus ihrer Lage gebracht, weil der Stoss viel schneller beendigt ist, als er sich der ganzen Länge des Seils von Theil zu Theil mittheilen kann.

Hierdurch wird nun eine nach dem entgegengesetzten Ende B *fortschreitende schwingende Bewegung,* oder Wellenbewegung verursacht.

Die Linien Fig. 1 (1) bis (9) stellen dasselbe Seil in den nächsten Zeitabschnitten dar, und geben eine Vorstellung von der successiv erfolgenden Veränderung der ursprünglichen Lage der Punkte *abcdefghik*, wie sie ungefähr durch Versuche wahrgenommen wird.

Nachdem nämlich seit der Beendigung des Stosses ein erster Zeittheil verflossen ist, rückt unseren Versuchen nach die nach oben gekehrte Ausbeugung *abcd* nach *bcde* weiter fort. In einem zweiten gleichgrossen Zeittheile sieht man sie bei *cdef*, in einem dritten bei *defg*, in einem vierten bei *efgh*, in einem fünften bei *fghi* und in einem sechsten bei *ghik*. So hat nun die Ausbeugung den zweiten Befestigungspunkt des Seils erreicht. So wie nun eine Wasserwelle von dem Rande eines Gefässes, so wird diese Welle eines Seils von den Befestigungspunkten desselben zurückgeworfen, und schreitet auf demselben Wege rückwärts nach *A*, auf dem sie bis jetzt nach *B* vorwärts gegangen war, mit dem Unterschiede jedoch, dass die Welle, die vor der Anprallung bei *B* ihre Ausbeugung *nach oben* wendete, sich nun in eine *nach unten* gerichtete Ausbeugung verwandelt, so wie man sie bei Fig. 1 (7), (8) und (9), von *kihg* nach *ihgf* dargestellt sieht. Wir unterlassen, dieses Fortrücken derselben noch weiter zu verfolgen, und erwähnen nur, dass man eine und dieselbe Welle an einem 50 Ellen langen Seile, von der Dicke eines halben bis ganzen Zolles, wohl 12 bis 16 Mal mit einer sich gleich bleibenden Geschwindigkeit hin- und herlaufen sieht, wobei sie *jedes Mal*, wenn sie von *A* nach *B* läuft, eine nach *oben* gewendete, wenn sie von *B* nach *A* zurück läuft, eine nach *unten* gerichtete Ausbeugung bildet.

Aus der gegebenen Darstellung bemerkt man leicht, dass die Fortbewegung der Welle oder der Ausbeugung, von *abc* nach dem entgegengesetzten Ende des Seiles und rückwärts, nur eine *scheinbare* Bewegung eines und desselben Körpers, keine *wirkliche* ist, und dass die *wirkliche* Bewegung, die diesen Schein veranlasst, eine successive Schwingung der einzelnen Theilchen des Seils nach aufwärts und wieder nach ihrem vorigen Orte zurück nach abwärts sei. So bewegt sich z. B. der zuerst gestossene Punkt *b* aufwärts nach *b'*, und hierauf wieder abwärts zurück nach *b*, und alle anderen Punkte des Seils vollenden eine ähnliche Bewegung. Aber die verschiedenen Punkte des Seils gerathen *ungleichzeitig* in diese Bewegung, und daher befinden sich die Punkte, die an der Bildung einer Welle oder Ausbeugung zu gleicher Zeit Antheil nehmen, jeder an einer anderen Stelle seiner Bahn. Wenn die Welle bei Fig. 1 (2) in *bcde* ist, hat *a* seinen Weg nach aufwärts und wieder zurück schon durchlaufen, *b* hat auch den Weg nach aufwärts ganz, und den Weg nach abwärts fast ganz vollendet, *c* befindet sich fast an der Stelle, wo es den höchsten Punkt seiner Bewegung nach aufwärts erreicht, und den Rückweg nach abwärts anzutreten anfängt, *d* hat seinen Weg nach aufwärts erst zur Hälfte zurückgelegt, *e* hat seinen Weg nach aufwärts so eben erst begonnen, und *f* befindet sich noch in seiner ursprünglichen Lage. Daher bewegen sich die Punkte des Seils, welche in irgend einem Zeitmomente zur Bildung der vorderen Hälfte der Welle beitragen, nach aufwärts, während die, welche die hintere Hälfte derselben darstellen, nach abwärts zu ihrer ruhigen Lage zurückkehren, und zwischen beiden Hälften liegt der höchste Punkt der Ausbeugung in der Mitte, der 0 Bewegung hat. Jeder Punkt des Seils, an dem die Welle desselben vorübergeht, nimmt, während er zur Bildung der Welle beiträgt, nach und nach alle Stellen in der fortschreitenden Welle ein. So der Punkt *e*, der bei Fig. 1 (1) noch vor der Welle *abcd*, bei Fig. 1 (2) am Fusse der etwas fortgeschrittenen Welle, bei Fig. 1 (3) dem Gipfel derselben ganz nahe liegt, bei Fig. 1 (4) am Hintertheil derselben herabzusteigen anfängt, bei Fig. 1 (5) sich dem hinteren Fusse derselben ganz genähert hat, und endlich bei Fig. 1 (6) hinter der weiter fortgeschrittenen Welle zurückgelassen worden ist.

§ 4.

Die Bewegung wird in der Richtung, in der sich die Wellen des Seils zu bewegen scheinen, von Theilchen zu Theilchen fortgepflanzt, aber die Bewegung dieser Theilchen selbst geschieht in einer ganz anderen Richtung, überhaupt ist die sich fortbewegende Welle nur eine Form, die während ihres Fortrückens immer von anderen Theilen des Seils gebildet wird.

Man sieht bei genauerer Betrachtung dieses Falls leicht ein, dass der Stoss, den *b* in Fig. 1 (1) zuerst nach aufwärts erhielt, nach und nach allen Theilchen des Seils bis zu dem anderen Ende *B* mitgetheilt wird, dass aber die Punkte des Seils, welche den Stoss zuerst erhielten, wegen ihrer nahen Befestigung am Punkte *A*, und durch die Spannung, die sie erleiden, getrieben, nach dem Orte ihrer anfänglichen Lage nach abwärts sogleich mit beträchtlicher Kraft zurückgetrieben werden, und dass sich auch diese nach abwärts gerichtete Bewegung von Theil zu Theil durch das Seil hindurch fortpflanzt, und folglich alle Theile des Seils successiv nach aufwärts, und hierauf nach abwärts getrieben werden.

§ 5.

Die Spannung zwischen den Punkten, welche eine Welle, z. B. *abcd* bei Fig. 1 (1), ausmachen, ist *nicht gleich gross*, denn bei *a* ist das Seil befestigt, und also unbeweglich, bei *d* dagegen mit beweglichen Punkten des übrigen Seils in Verbindung. In der Nähe von *a* wird daher die ursprünglich durch den Stoss nach aufwärts mitgetheilte Bewegung bald aufgehoben, und mit Hülfe der Schwere oder Elasticität in eine umgekehrte nach abwärts verwandelt, während die Bewegung bei *cd* noch ferner nach aufwärts geht. Weil nun aber auch die Bewegung nach abwärts, die in *a* durch die Spannung des Seils hervorgerufen worden ist, bald darauf bis zu *c* und *d*, und bis zu den übrigen Punkten des Seils fortgepflanzt wird, so findet kurz auf einander die Fortpflanzung eines nach *aufwärts* und eines nach *abwärts* gerichteten Stosses durch die Punkte des Seils hindurch Statt, und man sieht hieraus, dass die Bewegung von *A* her aufgehoben wird, und sich nur nach *B* zu fortpflanzen kann.

Ueberall, wo ein einzelner Theil oder Abschnitt eines Körpers in Schwingung versetzt wird, scheint es auch zugleich nothwendig, dass, wenn keine besonderen Hindernisse es unmöglich machen, die Schwingung über die übrigen Abschnitte des Körpers, mit denen der zuerst in Schwingung gerathene Theil in Verbindung steht, fortschreite, und dass folglich unter diesen Umständen eine Wellenbewegung eintrete.

Da nun die Bedingungen der fortschreitenden Schwingung, d. i. der Wellenbewegung, fast überall gegeben sind, so gehört die fortschreitende Schwingung, oder Wellenbewegung, zu den am allerhäufigsten in der Natur vorkommenden Erscheinungen, und es kann sich der Mensch in der That kaum bewegen, ohne in der Luft, oder in anderen Körpern Wellenbewegungen zu erregen. Jeder Tritt auf dem Fussboden einer Stube, jede Berührung eines Körpers, erregt in demselben Wellenbewegungen, welche nach sehr ähnlichen Gesetzen fortschreiten, und von den Grenzen der Körper zurückgeworfen werden, wie die Wellen im Wasser fortschreiten, und von dem Rande, der es begrenzt, zurückgeworfen werden.

Dem ungeachtet ist man auf diese fortschreitende Schwingung nur selten aufmerksam gewesen, und hat sie vorzüglich nur in der Luft, wo sie die Fortpflanzung des Schalls bewirkt, und in dem Wasser, wo die sichtbaren Wellen den Fortgang derselben sehr in die Augen springen lassen, berücksichtigt.

§ 6.

Daniel Bernoulli[1]) hat indessen den ersten Versuch gemacht, die fortschreitenden Oscillationen der festen Körper, die er *oscillationes compositas* nennt, dem Kalkul zu unterwerfen. Er hat aber nur berechnet, in welche Lage man die Kugeln einer aufgehangenen Kugelreihe bringen müsse, damit *eine stehende Oscillation* derselben entstehe. Er sagt: „Theoriae oscillationum, quas adhuc auctores pro corporibus dederunt

[1]) Theoremata corporum filo flexili connexorum et catenae verticaliter suspensae. Commentar. Petrop. Tom. VI p. 108.

solidis, *invariatum partium situm* in illis ponunt, ita, ut singula *communi motu angulari* ferantur: corpora autem, quae ex filo flexili suspenduntur, aliam postulant theoriam, nec sufficere ad id negotium videntur principia communiter in mechanica adhiberi solita, incerto nempe situ, quem corpora inter se habeant, eodemque continue variabili. De his cogitandi ansam mihi aliquando dedit catena verticaliter suspensa et motibus oscillatoriis agitata, hancque tunc videns *motibus valde irregularibus jactari*, primo mentem subiit, ad quamnam curvam catena esset inflectenda, ut omnibus ejus partibus simul moveri incipientibus, hae quoque una in situm pervenirent lineae verticalis per punctum suspensionis transeuntis: hoc modo oscillationes aequabiles fore intellexi, atque tales, quarum tempora definiri possent.

§ 7.

Er löste diese letztere Aufgabe auch in sofern, als er bestimmte, dass wenn man z. B. Tab. I, Fig. 2, 3 gleich grosse Kugeln an einem in A aufgehangenen Faden in B, C und D so befestige, dass die Entfernungen AB, BC, CD gleich wären, man die Kugel B nach H, die Kugel C nach F, die Kugel D nach G bringen, und alle drei zugleich loslassen müsse, damit alle drei Kugeln immer während ihres Schwingens *zugleich* durch die Senkrechte AD gingen, d. h. damit dieser zusammengesetzte Pendel in eine ähnliche Schwingung geriethe, als ein gewöhnlicher Pendel. Nach seiner Berechnung muss hierbei, wenn die

Entfernung $BH = 1$ gesetzt wird,
die Entfernung $CF = 2{,}292$
und die Entfernung $DG = 3{,}922$ sein.

Eben so bestimmte er, in welche Lage man diese drei Kugeln bringen müsse, damit sie losgelassen auch alle drei, so oft sie auch hin und her schwängen, immer zugleich durch die Senkrechte AD gingen, so jedoch, dass ein Schwingungsknoten zwischen F und G gebildet würde, nämlich in die Lage Fig. 3 HFG, wobei, wenn der Abstand

$BH = 1$ gesetzt würde,
der Abstand $CF = 1{,}353$ und
der von $DG = 1{,}044$ gemacht werden müsste.

Endlich zeigte er auch, dass ausser diesen zwei Fällen nur noch ein Fall möglich sei, wo alle drei Kugeln im Schwingen immer gleichzeitig durch die Senkrechte AD gingen, wobei sich dann zwei Schwingungsknoten bildeten. Man muss nämlich $ABCD$ in die Lage $AHFG$ Fig. 4 bringen, wobei, wenn

$BH = 1$ gesetzt würde,
$CF = 0{,}645$,
$DG = 0{,}122$ gemacht werden müsste.

Bernoulli gab hiervon Commentar. Petrop. Tom. VII, p. 162 den mathematischen Beweis, und Euler bestätigte dasselbe Tom. VIII, p. 30, indem er auf einem ganz anderen Wege fand, dass im ersten Falle $CF = 2{,}3$, $DG = 3{,}89$, im zweiten $CF = 1{,}35$, $DG = 1{,}03$, im dritten $CF = 0{,}64$, $DG = 0{,}12$ sein müsse, und später auf andere Weise dasselbe noch einmal bewies.[1])

Indessen hat Bernoulli auf den Unterschied zwischen der stehenden und fortschreitenden Oscillation sehr deutlich aufmerksam gemacht. Er sagt in einer viel später geschriebenen Abhandlung:[2]) „Possunt autem in systemate, cujus singulae partes motibus reciprocis agitantur, duo potissimum oscillationum genera considerari, primum cum systematis partes necessario itus reditusque suos simul incipiunt, simulque finiunt: tales oscillationes faciunt corpora ex filo rigido formata et suspensa, jam pridem a Geometris exploratas, alterum genus est cum diversae systematis partes diversis temporibus oscillationes perficere possunt, quamvis nexus partium talis sit, ut singularum oscillationum indoles a mutatione unius cujusque mutentur.

§ 8.

Euler[3]) hat dagegen die Wellenbewegung eines Seiles durch Berechnung zu bestimmen gesucht.

Indessen scheint das Resultat, das Euler bei seiner ersten Untersuchung erhielt, nicht mit den von uns angestellten Versuchen übereinzustimmen.

Wird nämlich nach Euler eine aufgespannte Saite AB Tab I, Fig. 5 (1) aus ihrer Lage $ADCEB$ in die Lage $AdCEB$ gebracht, so nimmt die nach oben gerichtete Ausbeugung AdC nach Verlauf eines ersten Zeitraums die Lage Fig. 5 (2) DcE an, ist aber nun nur halb so hoch als zuvor, in einem zweiten gleichgrossen Zeitraume rückt sie bis nach CeB (3) fort, und behält dabei ihre Grösse, wobei jedoch zugleich hinter ihr eine nach abwärts gekehrte Ausbeugung AdC entstanden ist. In einem dritten gleichgrossen Zeitraume behält die Saite dieselbe Lage, nur mit dem Unterschiede, dass AdC (4) nach oben, CeB nach unten gekehrt ist. In einem vierten gleich grossen Zeitraume befinden sich diese beiden Ausbeugungen in CeB (5) vereinigt, und die hier entstandene Ausbeugung hat die doppelte senkrechte Höhe,

---

1) Euler de motu oscillatorio mixto plurium pendulorum ex eodem corpore mobili suspensorum. Acta Petrop. pro anno 1779 Pars prior p. 89 (erschien erst 1782).

2) De oscillationibus compositis praesertim iis quae fiunt in corporibus filo flexili suspensis. Tom. XIII pro anno 1740 (erschienen 1750) p. 97.

3) De chordis vibrantibus. Nov. Comment. Petrop. Tom. XVII p. 404 und Tab. V Fig. 10—15.

als jede der beiden einzelnen Ausbeugungen in dem vorhergehenden Zeitraume besass, folglich ist die Lage der Welle an der Saite dieselbe als von Anfang, nur dass diese grosse Ausbeugung die entgegengesetzte Lage hat als von Anfang.

Euler meint, die Welle durchlaufe nun, nur umgekehrt, auf dieselbe Weise den Weg von B nach A, als welchen sie zuvor von A nach B zurückgelegt hatte, und so wiederhole sich das Hin- und Herlaufen der Welle zwischen A und B immerfort.

Euler's Worte sind folgende: „Si initio non tota chorda AB, sed tantum ejus semissis AC in figuram trianguli isoscelis ACd diducatur; altera parte CB manente immota, tum vero chorda subito ex hoc statu remittatur; investigare ejus motum tremulum secuturum. *Evolutio.* Hic casus eo magis est memoratu dignus, quod non solum Ill. d'Alembertus, sed etiam alii, qui idem argumentum tractaverunt, istum casum non sunt ausi attingere, cumque adeo Analysi adversari sunt arbitrati. Ante autem quam ejus evolutionem suscipiamus, *populari ratiocinio* utentes videamus cujusmodi motus insequi debeat, ac primo quidem, cum chorda ipso initio fuerit in quiete, evidens est, haec duo tantum puncta Fig. 10 d et C ad motum sollicitari propterea quod in omnibus reliquis chordae punctis tensiones utrinque se in aequilibrio servant, hinc ergo punctum d axem AB versus urgebitur, punctum C vero ab axe sursum detorquebitur, quoniam alium motum nisi in directione ad axem normali recipere nequit, sequentibus vero porro temporis punctis continuo major trianguli AdC portio ad axem accedet, simul vero alterius partis Cd portio quaedam supra axem elevabitur, et sic mox *undatio* sursum vergens AdC usque ad alterum terminum B propagabitur, quae cum negari nequeant, videamus qualem motum nostra solutio producere debeat."

Euler setzt nun vier Zeittheile und bezeichnet sie mit a, $\frac{1}{4}a$, $\frac{1}{2}a$ und $\frac{3}{4}a$:

Hinc igitur cognoscimus elapso tempore $\frac{1}{4}a$ figuram chordae ita fore comparatam, ut utrinque per intervalla AD et BE chorda cum ipso axe conveniat, per intervallum autem DE triangulum isosceles sursum formet AcE, cujus autem altitudo Cc duplo erit minor quam in statu initiali, ita, ut undatio usque in spatium DE sit promota ....

Quocirca elapso tempore $= \frac{1}{2}a$ chorda in duo triangula isoscelia erit inflexa, priore deorsum posteriore vero sursum vergente ....

Sicque manifestum est elapso tempore $= \frac{3}{4}a$ hanc figuram similem prorsus esse illi, quam pro tempore elapso $x = \frac{1}{2}a$ invenimus; nisi quod haec situm inversum teneat .... ex quo patet hanc chordae figuram elapso tempore a prorsus similem et aequalem esse ipsi figurae initiali nisi quod ejus situs sit inversus, et cum jam prima vibratio sit terminata, etiam sequens motus per se cognoscetur, ita ut superfluum foret has determinationes ulterius prosequi. Omnino igitur nostra evolutio motum ostendit illi quem conjectura collegimus conformem; ita, ut hic nullum amplius dubium contra hanc solutionem moveri possit; quare cum iste casus maxime adversari sit visus, eo jam felicissime expedito, meam theoriam de chordis vibrantibus abunde extra omnem dubitationem collocasse mihi equidem videor; atque adeo spero in posterum omnibus objectionibus sufficienter esse responsum, ita, ut superfluum foret, plures adhuc casus simili modo evolvere."

§ 9.

Euler [1]) beschäftigte sich nun in der von ihm 1783 herausgegebenen Abhandlung noch einmal mit der Berechnung der Undulationen einer aufgespannten Saite, indem er sich das Problem setzte: „Si initio sive dato quopiam temporis momento, cognitus fuerit status chordae, ejus scilicet figura et motus, totum motum, qui deinceps sequetur, definire, ita, ut ad quodvis aliud tempus tam figuram, quam motum chordae in singulis punctis assignare valeamus."

Er hält auch dieses Problem durch seine Abhandlung für vollkommen gelöst. Er sagt namentlich zum Schlusse: „Hoc igitur problema resolutum utique est censendum, cum quicunque etiam status chordae initio fuerit inductus; tam ex figura, quam motu initiali, per facillimas constructiones sine ullo calculo ad quodvis tempus figura, quam chorda tum est habitura, delineari possit."

Wir werden die Zeichnungen, die man nach der von Euler hier entwickelten Formel über den Fortgang der Wellen entwerfen kann, im Abschnitte der von den sichtbaren Undulationen fester Körper handelt, mit unseren Beobachtungen vergleichen, woraus sich eine sehr merkwürdige Uebereinstimmung dieser Entwickelung mit der Erfahrung ergeben wird.

Die Berechnung der Wellenbewegung eines *frei* aufgehangenen Seils hat noch grössere Schwierigkeiten, als die der Saiten. Euler hat sie, nachdem er schon früher gemeinschaftlich mit D. Bernoulli hierüber gearbeitet hatte, später noch einmal versucht. [2]) Allein er gesteht selbst: „quo clarius appareat, quantum etiam nunc in hoc negotio ob defectum analyseos desideretur, quando quidem vix ulla spes adhuc affulget, solutionem hujus problematis ad eum perfectionis gradum evehendi, quo motum oscillatorium chordarum definire licuit.

---

[1]) Determinatio omnium motuum, quos chorda tensa et uniformiter crassa recipere potest. Acta Petrop. pro anno 1779 Petropoli 1783.

[2]) De oscillationibus minimis funis libere suspensi. Acta Petrop. pro anno 1777 Petropoli 1778.

§ 10.

Mit mehr Erfolg scheint die Mathematik zur Aufklärung über den Vorgang der Wellenbewegung der Luft bei der Fortleitung des Schalls angewendet worden zu sein, wie wohl auch hier die Resultate der Berechnung hinsichtlich der Geschwindigkeit der Schallwellen nicht mit denen der Versuche stimmen wollen. Die Phänomene dieser Wellenbewegung im Einzelnen zu beobachten ist fast unmöglich, und es fehlt uns hier daher noch ein genauer Probierstein für die Uebereinstimmung der aufgestellten Theorien mit der Erfahrung.

Euler,[1]) de Lagrange,[2]) de Laplace, Poisson, Biot und mehrere Andere haben sich um diese Lehre grosse Verdienste erworben, und nachdem Euler die Lehre von der Wellenbewegung elastischer Flüssigkeiten auch mathematisch zur Erklärung der Lichterscheinungen verarbeitet, und Young, Fresnel und Frauenhofer durch die Erfahrung die Anwendbarkeit einer solchen Erklärung bestätigt haben, indem sie die Erscheinungen der Interferenz durch sehr feine Versuche kennen lehrten, so hat die Lehre von der Wellenbewegung eine so grosse Ausdehnung erhalten, dass sie jetzt in sehr verschiedene physikalische Lehren eingreift.

§ 11.

Die zweite Art der Schwingung, deren unter günstigen Umständen auch viele Körper fähig sind, ist *die stehende Schwingung*, *oscillatio fixa*. Ihre Entstehung fordert das Zusammentreffen mehrerer Umstände, daher sie denn auch weit seltener in der Natur vorkommt, als die fortschreitende Schwingung.

Man hat sie bis jetzt fast ganz allein an tönenden Körpern genauer betrachtet, indessen ist sie nicht allein in festen und elastischflüssigen Körpern möglich, sondern, wie wir allererst gefunden haben, auch in tropfbarflüssigen.

Tönende Saiten, Scheiben, Glocken, die in Orgelpfeifen tönende Luft etc., befinden sich in *einer stehenden Schwingung.*

Sie unterscheidet sich durch folgende Umstände von der fortschreitenden Schwingung:

---

[1]) De propagatione pulsuum per medium elasticum. Novi Commentarii Petrop. Tom. 1 ad annum 1747 et 1748 Petropoli 1750 p. 67. De motu aëris in tubis. Novi Commentarii Petrop. Tom. XVI pro anno 1771 Petropoli 1772. Eclaircissements sur la génération et sur la propagation du son. Mém. de l'Acad. de Berlin 1765.

Mehreres hat auch Euler über einen ähnlichen Gegenstand in seiner Schrift de lumine et coloribus gesagt.

[2]) Mém. sur la nature et la propagation du son. Mélanges de Philosophie et de Mathématique de la Société de Turin. Tom. II.

1. Bei *der stehenden Oscillation* eines Körpers fangen alle Punkte desselben ihre Schwingung gleichzeitig an, und vollenden sie auch in gleicher Zeit, bei der *fortschreitenden Oscillation* eines Körpers gerathen sie dagegen successiv in Schwingung, und die zuerst in Schwingung versetzten sind die Ursache der Schwingung, in welche successiv die übrigen gerathen.
2. Bei der stehenden Oscillation eines Körpers üben alle zu einem schwingenden Körper gehörenden Punkte wechselseitig einen gleich grossen bewegenden Einfluss auf einander aus, und deswegen ändert ein schwingender Punkt durch Mittheilung von Bewegung die Schwingung benachbarter Punkte nicht ab; denn wenn jeder Punkt von den ihm benachbarten Punkten so viel bewegende Kraft abgetreten erhält, als er ihnen selbst abtritt, so behält jeder Punkt seine Schwingung unverändert bei; dagegen ist, wie wir gesehen haben, die Spannung zwischen den Theilchen, die zur Bildung einer *Welle* beitragen, ungleich gross, und die *Welle* schreitet daher nach der Seite hin fort, wo die Spannung zwischen den Theilchen geringer ist, und es liegt daher der Grund, warum sich jedes Theilchen der vorderen Hälfte einer Welle bewegt, in dem überwiegenden Einflusse, den jedes hinter ihm gelegene Theilchen auf dasselbe ausübt.
3. Bei der stehenden Oscillation wird daher jedem schwingenden Theile von entgegengesetzten Seiten her eine gleich grosse Bewegung mitgetheilt, statt den Theilchen eines Körpers, welche durch eine Wellenbewegung in Schwingung kommen, von der Seite her, von welcher die Welle kommt, nicht aber gleichzeitig von der entgegengesetzten, wohin die Welle geht, Bewegung mitgetheilt wird.

§ 12.

Wir wollen diese Sätze durch Beispiele erläutern.

Tab. I, Fig. 6 ist eine zwischen A und B ausgespannte Saite, die im Zustande der Ruhe die Lage der geraden Linie AB einnimmt.

Ist aber die Saite in die Lage wie $a'b'c'\ldots k'$, in welcher alle Theile in gleicher Spannung sein mögen, gebracht worden, und wird hierauf sich selbst überlassen, so fangen sich alle Theilchen gleichzeitig in der Richtung nach $abc\ldots k$ zu bewegen an, sie kommen bei dieser Bewegung gleichzeitig in der Linie AB an, und vollenden ihren Weg auch in gleicher Zeit bis $abc\ldots.k$.

Umgekehrt treten sie von hier aus ihren Rückweg gleichzeitig an, und vollenden ihn auch bis $a'b'c'\ldots.k'$ in einer gleichen Zeit, und so schwingen alle Punkte zugleich mehrmals hin und her, so jedoch, dass die Excursionen derselben, wegen des Hindernisses, das sie durch die Friktion erleiden, nach und nach kleiner werden.

Da hierbei die ganze Saite in Spannung ist, so wirken die Punkte $a'b'c'd'\ldots k'$ jeder auf die ihm benachbarten mit einer gewissen bewegenden Kraft, woher es denn kommt, dass jeder Punkt nicht von einer Seite her, sondern von entgegengesetzten Seiten einen bewegenden Einfluss erfährt. Dass dieser bewegende Einfluss, den alle Punkte auf die benachbarten Punkte ausüben, gleich sei, darüber sehe man Euler[1]) nach, der bei der Auflösung des Problems, das er sich gesetzt hat, die Spannung zwischen den einzelnen Punkten des Fadens k nennt, und als eine konstante Grösse betrachtet. Erleidet nun also der Punkt b von a und c einen gleich grossen bewegenden Einfluss als der ist, welchen er selbst auf diese beiden Punkte ausübt, so bleibt seine Schwingung durch die Schwingung jener unverändert, und daher bringt die schwingende Bewegung keiner dieser Punkte eine Wellenbewegung in der benachbarten Strecke hervor.

§ 13.

Eben so verhält es sich, wenn eine Saite $A'B'$ Tab. I, Fig. 7, in die Lage $a'b'c'd'e'$, in der, unserer Voraussetzung nach, alle Theile in gleicher Spannung sind, gebracht worden ist, und sich selbst überlassen wird; b' wird von den ihm benachbarten Punkten nach A' und nach B' zu, d. h. nach einer entgegengesetzten Richtung zugleich, jedoch auch von beiden nach abwärts gezogen. Es bewegt sich daher b' in der mittleren Richtung nach b; d' wird gleichfalls von den ihm benachbarten Punkten nach A' und nach B', zugleich aber auch von den zwei ihm zunächst liegenden Punkten nach aufwärts gezogen, und nimmt daher den mittleren Weg nach d; c wird von dem einen ihm benachbarten Punkte in der Richtung nach A, und zugleich nach aufwärts, von dem anderen in der Richtung nach B, und zugleich nach unten gezogen, und er muss daher, weil sich die Wirkungen dieser sich entgegengesetzten Kräfte aufheben, zum festen Punkte, zum Schwingungsknoten werden, und also unbewegt bleiben. Dass hierbei jedem Theilchen von entgegengesetzten Seiten her eine gleich grosse bewegende Kraft mitgetheilt werde, und daher die Ausbeugungen ihren Ort nach A oder B zu nicht verlassen, haben manche Physiker, z. B. Chladni, mit dem Ausdrucke bezeichnet, die schwingenden Theile stünden unter einander *im Gleichgewichte.* Dieses Gleichgewicht beruht also auf der gleichen Spannung. Wollte man diesen Ausdruck beibehalten, so würde der Hauptunter-

---

[1]) De motu vibratorio fili flexilis quotcunque ponduscculis onusti. Novi Commentarii Ac. Sc. Imp. Petrop. Tom. IX. pro annis 1762 et 1763. Petropoli 1764 pag. 216.

schied zwischen der fortschreitenden und stehenden Oscillation eben darin liegen, dass die schwingenden Theile bei der fortschreitenden Oscillation unter einander nicht im Gleichgewicht stünden.

Das Hinderniss, warum bei *der stehenden Schwingung* die Schwingung jedes einzelnen Theilchens nicht sichtbar auf die benachbarte Strecke desselben Körpers fortschreite, liegt also in der Schwingung der anderen Theile dieser Strecke.

§ 14.

Es giebt aber den von uns gemachten Erfahrungen zu Folge zwei Wege, auf welchen eine stehende Oscillation eines Körpers herbeigeführt werden kann.

Der erste, indem man alle einzelnen Theile eines zu einer Schwingung tauglichen Körpers gleichzeitig so in Bewegung setzt, dass alle zugleich in Schwingung gerathen, und, wegen ihrer gleichen Spannung, sich gegenseitig in ihrer Schwingung nicht stören, und dieselbe auch in gleicher Zeit vollenden, und von Neuem beginnen.

Hierzu reicht oft hin, dass alle Theilchen des schwingenden Körpers in eine bestimmte Lage, und zwar in eine solche genöthigt werden, die sie von selbst zu gleicher Zeit und mit gleicher Kraft zu verlassen streben, und dadurch in eine Schwingung gerathen, die die Eigenschaften der stehenden Oscillation hat. Daher wurde die Saite AB, Tab. I, Fig. 6 als aus ihrer ruhigen Lage in die Lage $a'b'c' \ldots . k'$ genöthigt, gedacht, um in eine stehende Oscillation gerathen zu können. Dieser Weg, *stehende Oscillationen* zu erregen, ist vorzugsweise von den Mathematikern berücksichtigt, und dem Kalkul unterworfen worden. Den meisten über die Entstehung und Fortsetzung stehender Oscillationen ausgeführten Berechnungen liegt die Annahme zum Grunde, dass die Theilchen eines der Oscillation fähigen Körpers sich in einer Stellung befinden, wo zwischen allen Theilchen eine gleiche Spannung Statt findet, und die sie gleichzeitig zu verlassen streben.

Aber dieser Weg, stehende Oscillationen zu erregen, kommt in der Wirklichkeit nur selten vor. Man schlägt eine Glocke nur an einem einzelnen Punkte, wenn sie tönen soll, keineswegs kann man alle Punkte derselben gleichzeitig aus ihrer Lage bringen. Der Akustiker, welcher auf klingenden Scheiben Klangfiguren hervorbringen will, hält dieselben an einer bestimmten Stelle fest, berührt sie an einer oder mehreren anderen leise mit dem Nagel, und streicht an einer dritten bestimmten Stelle mit dem Violinbogen. Was nun dieses Berühren der Scheiben mit dem Nagel bewirke, und durch welchen Vorgang überhaupt unter diesen Umständen stehende Oscillationen (welche bestimmte Klangfiguren veranlassen) entstehen, hat noch kein Mathematiker ausgemittelt.

§ 15.

Diese Erfolge erklären sich durch den zweiten Weg, stehende Oscillationen zu erregen, der in der Wirklichkeit weit häufiger, als der erstere, vorkommt, aber bis jetzt fast ganz aus den Augen gelassen worden ist, und auf welchen wir die Physiker und Mathematiker aufmerksam zu machen wünschen.

Dieser zweite Weg beruht nämlich darin, dass, indem mehrere gleich breite Wellen, deren Breite einem aliquoten Theile der schwingenden Linie oder Fläche gleich kommt, einander in entgegengesetzter Richtung und mit gleicher Kraft begegnen, sie durch ihren wechselseitigen Einfluss auf einander ihre fortschreitende Schwingung in eine stehende verwandeln.

§ 16.

An einem an beiden Enden befestigten Seile (welches der leichteren Beobachtung wegen hinreichend lang und dick, und nicht zu sehr gespannt sein muss) *AB* Tab. I, Fig. 7 wird durch einen plötzlichen Stoss nach aufwärts die Welle *abc* erregt, welche nach Verlauf eines gewissen ersten Zeitraums nach *d* fortschreitet, und dann als die mit Punkten angegebene Ausbeugung *cd'e* erscheint, nach Verlauf eines zweiten gleich grossen Zeitraums ist die Welle *cd'e* am Befestigungspunkte *B* abgeprallt, nimmt hierbei die Lage *cde* an und hat das Bestreben, nach *A* fortzuschreiten. Ist nun genau in demselben Zeitraume eine neue Welle *abc* durch einen nach aufwärts gerichteten Stoss erregt worden, welche nach *B* fortzurücken strebt, so stossen die beiden Wellen *abc* und *cde* bei *c* auf einander. Der Punkt *c* wird durch den entgegengesetzten Einfluss beider Wellen auf ihn unbeweglich, denn die Welle *abc* zieht ihn mit einer gleich grossen Kraft nach aufwärts, als die Welle *cde* nach abwärts. Er kann sich daher weder nach aufwärts noch nach abwärts bewegen, sondern wird fest wie die Punkte *A* und *B*. So wie nun der Erfahrung gemäss die Wellen, wenn sie an die festen Punkte *A* und *B* anprallen, von ihnen zurückgeworfen werden, und dabei eine umgekehrte Lage annehmen, so dass, wenn ihre Ausbeugung vor dem Anprallen nach aufwärts gerichtet war, sie nach dem Abprallen nach unten gekehrt ist, eben so prallt die Welle *abc*, die nach *B* fortschreitet, und die Welle *cde*, die nach *A* fortrückt, von dem beiden gemeinschaftlichen festen Punkte *c* ab und nimmt dabei die umgekehrte Lage an.

§ 17.

Auf eben dieselbe Weise entstehen zwei, drei, vier, und mehr Schwingungsknoten, wenn die Breite der erregten Wellen nicht dem zweiten, sondern dem dritten, vierten, fünften, oder irgend einem aliquoten Theile des Seiles an Grösse gleich kommt, und solche Wellen in regelmässigen Zeitabschnitten hinter einander erregt werden, deren Dauer den Zeitabschnitten entspricht, in welchen eine Welle, um zwei Mal so viel als ihre Breite beträgt, weiter rückt.

Tab. I, Fig. 8 (1) AB stellt ein aufgespanntes Seil vor, an dem bei B eine Welle a erregt wird, die so breit ist, als der vierte Theil des ganzen Seils lang ist. In einem zweiten Zeitraume (2) schreitet nun die Welle a um so viel, als ihre Breite beträgt, fort, und nimmt die in AB abgebildete Lage ein. Nach Verlauf eines dritten gleich grossen Zeitraums (3), während die Welle a zwei Mal so viel, als ihre Breite beträgt, fortgeschritten ist, ist am befestigten Ende B die neue Welle b erregt worden. Die Wellen a und b sind dann um so viel, als die Breite einer solchen Welle beträgt, von einander entfernt, und rücken in einem vierten Zeitraume (4), gleichfalls jede um so viel, als ihre Breite beträgt, vorwärts, wobei denn die Welle a am befestigten Ende A ankommt. Nach einem fünften gleich grossen Zeitraume (5) ist a am Befestigungspunkte A abgeprallt, und hat, der von uns aufgefundenen Regel gemäss, die umgekehrte Lage angenommen, wie sie bei A dargestellt ist, b aber, welches vorher um die Breite einer Welle von a entfernt war, trifft nun bei x auf a, und x wird dadurch, dass es von b nach oben, von a nach unten mit gleicher Kraft gezogen wird, zu einem *unbeweglichen Punkte*, an dem beide Wellen ebenso gut abprallen und zurückgeworfen werden müssen, als an befestigten Punkten. Zugleich ist am Ende B die neue Welle c erregt worden. In einem sechsten gleich grossen Zeitraume (6) prallen demnach die Wellen a und b von einander ab, wobei der Punkt x unbeweglich bleibt und daher zum Schwingungsknoten wird.

So wie eine Welle beim Abprallen am befestigten Ende des Seils ihre Lage umkehrt, so auch beide Wellen a und b, indem sie hier von einander abprallen; a wendet daher bei AB seine Krümmung nach aufwärts, statt sie vorher nach abwärts gekehrt war, b kehrt daher bei AB seine Krümmung nach abwärts, statt sie vorher nach aufwärts gerichtet war, a strebt sich dabei nach B, b nach A zu bewegen, statt beide, ehe sie von einander gegenseitig abprallten, die umgekehrte Richtung hatten. Während aber b abgeprallt ist, kommt ihm die Welle c entgegen und trifft in dem nämlichen Zeitraume bei y auf b in umgekehrter Richtung. Im siebenten Zeitraume (7) prallt daher die Welle a von dem befestigten Punkte B ab, zugleich prallen b und c bei y von einander ab, und nehmen eine umgekehrte Lage an, und indem sich hierauf c in der Richtung nach A (7) zu bewegen strebt, begegnet c der in diesem Zeitraume neu erregten Welle d bei z. Von nun an begegnen sich immer zwei Wellen in entgegengesetzten Richtungen. Im achten Zeitraume (8) prallt a an dem Befestigungspunkte B an, b und c prallen in y gegen einander, d aber prallt an A an; im neunten Zeitraume nehmen daher alle Theile wieder die Lage an, die sie im siebenten Zeitraume hatten. Unter allen diesen Umständen bleiben die Punkte x, y, z feste Punkte, weil sich in ihnen entgegengesetzte bewegende Kräfte aufheben.

Man kann diese Erfolge durch Versuche leicht bestätigen, wenn man ein langes Seil an seinem einen Ende befestigt, an dem anderen in der Hand hält, und durch eine schnelle kreisförmige Bewegung der Hand rotatorische Wellen von der bestimmten Breite und in den bestimmten Zwischenräumen der Zeit erregt, wo es sehr leicht ist, die grossen fortschreitenden Oscillationen sich in stehende verwandeln zu sehen, und die Zahl der Schwingungsknoten, welche zum Vorschein kommen soll, voraus zu bestimmen. Wir deuten das hier nur an, wir werden, wenn wir von den wahrnehmbaren Schwingungen fester Körper handeln, auf diesen Gegenstand zurückkommen, und zeigen, dass sich auf dieselbe Weise Schwingungsknoten bei longitudinalen Schwingungen bilden. Auch die stehende Schwingung der tropfbaren Flüssigkeiten entsteht, wie wir Abth. II aus einander setzen, gleichfalls aus denselben Ursachen.

Es ist aber zu verwundern, dass man bis jetzt noch nicht auf den Gedanken gekommen ist, den Ursprung der stehenden Oscillation, und namentlich die Entstehung der Schwingungsknoten und Knotenlinien, aus der fortschreitenden zu erklären, da doch schon Bernoulli zuerst, und nachher auch Euler durch den Kalkul gezeigt haben, dass sich die fortschreitende Oscillation einer aufgehangenen, mit vielen gleich weit von einander abstehenden Gewichten beschwerten Schnur, endlich von selbst in eine stehende Oscillation verwandeln müsse, d. h. in eine solche stehende Schwingung, welche mit der Schwingung eines einfachen Pendels übereinkommt. So sagt Bernoulli[1]) zu Ende seiner Abhandlung: „Sic igitur problemati nostro secundum totam ejus extensionem satisfactum est, indeque simul illustratum atque confirmatum puto sententiam nostram in omni *systemate oscillationes compositas*, quarum singularum duratio et excursionis magnitudo a se invicem pendent, utcunque statim sint inaequales et perturbatae, *tandem fieri uniformes et inter se tautochronas*: saltem hoc certum est, posse singularum oscillationum excursionibus talem assignari proportionem, sive excursiones istae

[1]) Commentationes de oscillationibus compositis praesertim iis quae fiunt in corporibus ex filo flexili suspensis. Commentar. Petrop. Tom. XIII ad annum 1740 Petropoli 1750.

majores sive minores sint per se, ut, cum singulae simul incipiant, simul etiam finiantur, atque sic constanter inter se tautochronae permaneant.

§ 18.

Es wird später gezeigt werden, dass die Oscillationen nach Verschiedenheit der Richtung der Bahn, welche jedes kleine Theilchen eines schwingenden Körpers während der Schwingung durchläuft, entweder eine longitudinale, oder transversale, oder drehende (rotatorische) Schwingung sein könne. Bei der longitudinalen Schwingung, welche unser berühmter Landsmann Chladni zuerst entdeckt hat, bewegen sich die schwingenden Theilchen in der Richtung des längeren Durchmessers eines schwingenden Körpers hin und her, hierher gehört die Schwingung der tönenden Luft in einer Orgelpfeife; bei der transversalen Schwingung bewegen sich die schwingenden Theilchen in der Richtung des kürzeren Durchmessers des schwingenden Körpers hin und her, z. B. bei Saiten, die auf die gewöhnliche Weise schwingen; bei der drehenden Schwingung befinden sich die schwingenden Theilchen in einer drehenden Bewegung.

Gerade so wie das von den stehenden Oscillationen schon bekannt ist, so findet dasselbe auch bei den fortschreitenden Schwingungen Statt, die man auch in *longitudinale, transversale und drehende* eintheilen kann.

Ein Beispiel von den fortschreitenden longitudinalen Schwingungen geben die Schallwellen, ein Beispiel von den transversalen fortschreitenden Wellen liefern die angeführten Wellen eines Seils oder einer Saite, ein Beispiel von den drehenden fortschreitenden Wellen giebt ein an seinem einen Ende befestigtes Seil, dessen anderes Ende man mit der Hand hält. Man theilt so dem Seile durch die Hand eine schnelle drehende Bewegung mit, die dann sogleich an diesem Seile viel Mal hin und herläuft. Diese letzteren Wellen sind vorzüglich geeignet, die Entstehung stehender drehender Oscillationen durch die Begegnung der so erregten Wellen augenscheinlich zu machen und auch die Schwingungsknoten im Grossen sichtbar zu machen. Es ist denen, welche Physik vortragen, sehr zu empfehlen, um ihren Zuhörern eine Vorstellung von den Schwingungsknoten zu geben, sich dieser Methode statt der Papierstückchen, die man auf die Schwingungsknoten schwingender Saiten hängt, zu bedienen.

§ 19.

Die Schwingungen kommen aber in der ganzen Natur in festen, tropfbarflüssigen und elastischflüssigen Körpern vor, und können von der äussersten Kleinheit und Geschwindigkeit, bei der sie unseren Sinnen unwahrnehmbar sind, bis zu der ungeheuersten unübersehbaren Grösse wachsen, und mit einer Langsamkeit vollbracht werden, dass sie uns wieder aus diesem entgegengesetzten Grunde unwahrnehmbar werden.

§ 20.

In dieser Rücksicht stehen die Schwingungen in einem dreifachen Verhältnisse zu unserem sinnlichen Erkenntnissvermögen.

Sie sind nämlich entweder gross genug, und geschehen langsam genug, um als Veränderungen an den Körpern mittelst einiger Sinne in ihrem ganzen Vorgange wahrgenommen werden zu können. So die Wellen des Wassers und Quecksilbers, die Wellen an langen Seilen, an langen dünnen Stäben, an ausgespannten Tüchern, die man durch das Auge vermittelst des Lichts beobachten kann.

Oder sie sind zu klein, und werden zu schnell vollbracht, oder schreiten zu schnell fort, um noch Eindrücke auf unsere Sinne zu machen, die die Seele deutlich von einander unterscheiden, und so jede einzelne Schwingung oder Welle in ihrem ganzen Vorgange wahrnehmen könnte. In diesem zweiten Falle machen daher mehrere Oscillationen oder mehrere Undulationen einen einzigen gemeinschaftlichen verworrenen Gesammteindruck auf besonders hierzu organisirte Sinnorgane unseres Körpers, und werden die Ursache von eigenthümlichen Empfindungen, die uns keine Vorstellung von den kleinen und schnellen Schwingungen verschaffen, durch die die Empfindungen veranlasst werden. So veranlassen die schnellen Undulationen der Materie die Empfindung des Schalls und seiner Modifikationen, der Töne, und die Seele ist sich des wahren Vorgangs bei der Wahrnehmung der Töne so wenig bewusst, dass man sich der Musik lange gefreut haben kann, ohne zu wissen, dass es Erzitterungen der Körper sind, die uns dieses Vergnügen verschaffen. Noch schnellere Undulationen der Materie werden die Ursache der Empfindung des Lichts und seiner Modifikationen, der Farben. Allein so wie die Schwingungen der tönenden Körper nicht im Auge, und die Schwingungen, die die Ursache des Lichts sind, gar nicht im Ohr wahrgenommen werden können, so giebt es eine unendliche Menge von Schwingungen, die für keinen Sinn mehr wahrnehmbar sind, z. B. Schwingungen, die schneller geschehen, als die bei den höchsten noch wahrnehmbaren Tönen erfolgenden Schwingungen. So hat ja Wollaston gefunden, das manche Menschen das Zirpen gewisser Heupferde nicht mehr wegen der zu grossen Höhe der Töne wahrnehmen können, was anderen Menschen noch möglich ist zu hören. Diese Schwingungen, die also gar nicht mehr sinnlich erkannt werden können, stehen in einem dritten Verhältnisse zu unserem sinnlichen Erkenntnissvermögen, und so entsteht dieses dreifache Verhältniss der Schwingungen zu unserem sinnlichen Erkenntnissvermögen, in dem sie entweder mittelst gewisser Sinne in ihrem ganzen Vorgange deutlich wahrgenommen werden, oder in gewissen Sinnorganen durch den verworrenen Eindruck mehrerer Schwingungen eigenthümliche Empfindungen hervorrufen, und dadurch Bedingungen der Möglichkeit gewisser Sinne werden, oder endlich gar nicht mehr wahrgenommen werden können.

Erster Haupttheil.

Ueber die Schwingungen tropfbarer Flüssigkeiten.

Erste Abtheilung.

Ueber die fortschreitende Schwingung oder über die Wellenbewegung tropfbarer Flüssigkeiten.

Abschnitt I.

Ueber die Erregung der Wellen überhaupt.

§ 21.

Jeder Entstehung von Wellenbewegung in tropfbaren Flüssigkeiten geht eine Störung des Gleichgewichts, in welchem sich die Theilchen der Flüssigkeit entweder vollkommen oder unvollkommen befinden, voraus.

War das Gleichgewicht der Theilchen der Flüssigkeit unter einander schon vorher auf irgend eine Weise gestört, wie z. B. in einer Flüssigkeit, die sich schon in Wellenbewegung befindet, oder in strömender Flüssigkeit, so kann das relative oder unvollkommene Gleichgewicht, in welches sich die Theilchen, so weit es die Umstände erlauben, immer zu setzen suchen, durch neue Einwirkungen noch mehr gestört werden.

Das Gleichgewicht kann aber in einer Flüssigkeit auf doppelte Weise aufgehoben werden, entweder so, dass die Ursache, die das Gleichgewicht stört, auf die ganze Flüssigkeit *gleichzeitig* und *gleichförmig* wirkt, und dadurch in ihr eine Schwankung hervorruft, oder so, dass sie auf die verschiedenen Theile einer Flüssigkeit ungleichzeitig oder ungleichförmig wirkt, und dadurch eine Wellenbewegung hervorruft.

Wir werden in der Folge zeigen, dass jede vollkommene Schwankung einer tropfbaren Flüssigkeit eine stehende Oscillation der ganzen Flüssigkeit ist.

§ 22.

Die Ursachen, welche Wellen in ruhender Flüssigkeit erregen sollen, müssen immer Bewegung in derselben anfangen. In bewegter Flüssigkeit dagegen erregen auch Ursachen, die die Bewegung derselben theilweise aufheben, Wellen.

Die bewegenden Kräfte, welche Wellen erregen, wirken häufig so, dass sie den Druck, den die Theilchen der Flüssigkeit nach allen Richtungen gegen einander ausüben, in einer oder in mehreren Richtungen theilweise verstärken.

Es giebt indessen auch Fälle, in welchen Wellen dadurch entstehen, dass der statische Druck aufgehoben wird, den gewisse an der Oberfläche der Flüssigkeit gelegene Flüssigkeitstheilchen auf die tiefer gelegenen ausüben.

So entstehen Wellen, wenn man den befeuchteten Finger der Oberfläche einer Flüssigkeit ganz allmählig nähert, in dem Augenblicke, wo die Flüssigkeit durch die Kraft der Adhäsion von dem befeuchteten Finger angezogen und festgehalten wird, wodurch nothwendig der Druck aufgehoben werden muss, den die angezogenen Flüssigkeitstheilchen vorher auf die unter ihnen befindlichen Flüssigkeitstheilchen ausübten.

§ 23.

Eine Bewegung, welche das Gleichgewicht der Theilchen einer Flüssigkeit längere Zeit hindurch *stetig* und mit unveränderter Kraft an einem und demselben Orte der Flüssigkeit stört, kann nur bei dem Anfange ihrer Einwirkung, und beim Aufhören derselben, Wellen erregen.

Wenn man z. B. durch einen an seiner Spitze fein geöffneten Papiertrichter, den man mit Quecksilber angefüllt hat, einen gleichförmigen Strom Quecksilber in ein mit Quecksilber gefülltes Gefäss senkrecht gehen lässt, so erregt dieser Strom nur bei seinem ersten Auftreffen auf die Oberfläche Wellen; während der Strom fortdauert, bleibt die Oberfläche eben; und erst, wenn der Strom aufhört zu fliessen, bewirkt der letzte Theil desselben von Neuem sichtbare Wellen.

Wenn man nämlich Quecksilber tropfenweise auf eine Quecksilberfläche fallen lässt, folgen die Wellen desto dichter auf einander, je dichter die Tropfen hinter einander auf dieselbe Stelle niederfallen. Ist daher die Aufeinanderfolge der fallenden Tropfen sehr schnell, so werden die erregten Wellen durch so geringe Zwischenräume getrennt, dass es schon kaum noch möglich ist, einzelne Wellen zu unterscheiden. Fällt nun endlich das Quecksilber gar nicht mehr in Tropfen in das mit Quecksilber gefüllte Gefäss herab, sondern fliesst es in einem gleichförmigen Strome herab, so werden die Wellen durch gar keine Zwischenräume mehr von einander getrennt, d. h. es entstehen dann gar keine Wellen mehr, sondern die ganze Oberfläche des Quecksilbers erhebt sich gleichförmig desto mehr, je näher sie dem Orte liegt, wo der Quecksilberstrom auftrifft.

Abschnitt II.

Ueber die Erscheinungen, welche bei Wellen wahrgenommen werden, deren erregende Ursachen auf die Wellen zu wirken fortfahren, namentlich über die unter dem Einflusse des Windes entstehenden Wellen.

Erregung, Vergrösserung, Höhe über der Oberfläche, Hinabreichen in die Tiefe, Kraft und Geschwindigkeit der unter dem Einflusse des Windes stehenden Wellen.

§ 24.

Diese Klasse von Wellen erregenden Ursachen giebt nicht nur die Veranlassung zur Entstehung von Wellen, sondern verändert auch nachher fortdauernd ihre Gestalt und Geschwindigkeit. Dadurch werden diese Wellenerscheinungen so verwickelt, dass es vergeblich sein würde, aus ihrer Zusammenstellung eine erfahrungsmässige Grundlage für eine Theorie der Wellen gewinnen zu wollen. Die wichtigsten Data zu einer Theorie der Wellen liefert vielmehr die zweite Klasse von Wellen erregenden Ursachen, welche nur augenblicklich wirkt, und die erzeugten Wellen sich dann ungestört überlässt. Man hat aber bis jetzt, durch die Schifffahrt veranlasst, diesen verwickelten Wellenerscheinungen mehr Aufmerksamkeit geschenkt, als den einfachen. Jene drängen sich dem Menschen durch gelegentlich gemachte Erfahrungen selbst auf, diese kann man nur auf dem Wege des Versuchs kennen lernen. Jene verwickelten, namentlich durch den Wind hervorgebrachten, Wellenerscheinungen sind daher schon allgemeiner bekannt als diese. Ob man es daher gleich bei einer wissenschaftlichen Anordnung gewöhnlich für nothwendig hält, von einfacheren Erscheinungen zur Betrachtung der mehr zusammengesetzten fortzugehen, so schien es uns doch hier zweckmässig, das bekanntere vorauszuschicken, und dadurch Interesse für die feineren Versuche zu erregen, welche wir zur Begründung einer Theorie der Wellen angestellt haben. Wir werden daher hier nur eine Zusammenstellung dessen geben, was man über die durch den Wind erregten Wellen weiss, und was wir hierüber durch unsere Beobachtungen auf Seen und auf dem Meere selbst erfahren haben, ohne sogleich eine gründliche Erklärung beizufügen, die erst, wenn man eine vollständige Theorie der Wellen besitzt, gegeben werden kann.

§ 25.

Die Luftstösse scheinen meistens unter einem sehr spitzen Winkel auf das Wasser aufzutreffen, und bringen in demselben eine doppelte

Wirkung hervor, indem sie es theils niederdrücken, theils in der Richtung, in der sie sich selbst bewegen, fortschieben, was man sich durch die Zerlegung der einfachen Kraft in eine horizontal und vertikal wirkende leicht erklären kann. Franklin's Hypothese über den Vorgang, wenn sich der Wind am Wasser reibt und Wellen erregt, hat viel für sich. Sie lässt sich etwa folgendermaassen darstellen: die Luft wird von dem Wasser angezogen, wie man daraus sieht, dass alles Wasser Luft in sich schliesst, und sie, wenn sie aus ihm durch Kochen ausgetrieben worden ist, begierig wieder einsaugt.

Deswegen haftet sie auch an dem Wasser, über dem sie hinstreicht, und schiebt die Theilchen, die sie an der Oberfläche berührt, mit fort. Diese aber hängen selbst wieder mit den unter ihnen gelegenen Wassertheilchen zusammen, und werden daher durch sie etwas zurück gehalten, und müssen diesen deswegen einen Theil ihrer Bewegung mittheilen, und können folglich der Luft nicht mit gleicher Geschwindigkeit folgen. Die Luft reisst sich also, wenn der Druck der nachfolgenden Luft einen gewissen Grad erreicht hat, von den Wassertheilchen los, an denen sie haftete, und gleitet über das Wasser hin, bis die Spannung so vermindert ist, dass die Luft von Neuem, während sie sich nur langsamer fortbewegt, am Wasser zu haften anfängt, und sich die erwähnte Erscheinung wiederholt.

Hierdurch wird allerdings erklärlich, warum die über das Wasser hinstreichende Luft *ruckweise* das Wasser stösst und davon abgleitet, und dadurch eine grosse Menge ganz kleiner Unebenheiten auf dem Wasser hervorbringt. Durch diese Reibung der Luft an dem Wasser entstehen aber nur die *allerkleinsten* Wellen, welche das Wasser der Eigenschaft zu spiegeln berauben, und selbst die Oberfläche grösserer Wellen bedecken.

§ 26.

Durch das Auffallen eines ganzen Luftstosses auf die Wasserfläche und sein abwechselndes Abgleiten kann aber auch gleichzeitig das Wasser in einem schon beträchtlicheren Umkreise abwechselnd niedergedrückt, und das benachbarte Wasser zu steigen genöthigt, und so Wellen von ursprünglich bedeutenderer Grösse erregt werden.

§ 27.

Jeder einzelne augenblickliche Stoss auf einen Theil der Oberfläche einer Flüssigkeit aber veranlasst aus Gründen, die später entwickelt werden sollen, eine *kreisförmige Welle*, und *so erregt denn auch der über das Wasser streichende Wind zuerst eine unendliche Menge von fast* *kreisförmigen Wellen, die von den Punkten ausgehen, auf die er vorzüglich stark stösst oder drückt.*

§ 28.

Vier Ursachen sind es, von denen die Vergrösserung der Wellen abhängt, und durch welche sie bis zu der unglaublichen Grösse wachsen, die sie auf dem Oceane erhalten:

1. die fortgesetzte Wirkung des Windes auf diejenigen Wellenstücken, welche in der Richtung des Windes fortgehen,
2. die Vereinigung mehrerer nach einer gemeinschaftlichen Richtung fortschreitender, kleinerer Wellenstücken zu einer grösseren Welle,
3. der Druck, durch welchen jede vorausgehende Welle die ihr zunächst nachfolgende unterstützt und vergrössert, oder auch neue Wellen hinter sich erregt,
4. die Durchkreuzung von Wellen, die in entgegengesetzter Richtung fortgehen.

§ 29.

Wenn sich die durch den Wind erregten kreisförmigen Wellen durch ihr Fortschreiten in immer grössere Kreise ausbreiten, so gehen die Kreisstücken derselben theils in der Richtung des Windes selbst fort, theils müssen andere dem Winde entgegen gehen, noch andere haben den Wind während ihres Fortschreitens halb. Die Wellenstücken, welche mit dem Winde gehen, werden von ihm bedeutend verstärkt, und zwar desto mehr, je vollkommener ihre Bewegung mit der Richtung des Windes übereinstimmt, die dagegen, welche ihm entgegen kommen, werden von ihm allmählig niedergedrückt, die Wellentheile, welche eine mittlere Richtung haben, erfahren auch die mittlere Wirkung von diesen beiden.

Die Ursache hiervon ist folgende: Es wird unten § 128 gezeigt, dass die *vordere Hälfte* eines Wellenstücks (welche dahin gerichtet ist, wohin die Welle fortgeht) *im Steigen*, die *hintere* Hälfte desselben dagegen im *Niedersinken* begriffen ist, und dass die *vordere* Hälfte *desto* schneller und höher steigt, *je* schneller und tiefer die *hintere* Hälfte zu sinken genöthigt wird.

Dieses vorausgesetzt, begreift man, dass dem Winde von den Wellen, die mit ihm gehen, die *sinkende hintere Hälfte zugewendet*, die *steigende vordere Hälfte abgewendet* ist. Der Wind, weil er auf die Fläche des hinteren Wellenabhanges fast vertikal auffällt, beschleunigt dadurch das Sinken derselben, hindert aber das Steigen der vorderen Hälfte weniger, weil er unter einem spitzen Winkel über die Fläche derselben hingeht. Folglich wird die Welle in jedem Momente an

Grösse zunehmen, denn die Welle wird durch den Stoss des Windes auf ihr Hintertheil mehr verstärkt, als sie durch den Druck des Windes auf das Vordertheil niedergehalten wird.

Umgekehrt verhält es sich mit den Wellen, die dem Winde entgegen kommen. Sie wenden dem Winde ihre vordere *steigende* Hälfte zu, kehren die hintere, sinkende, ab. Der Wind hemmt also das Steigen der vorderen Hälfte, auf deren Oberfläche er fast vertikal auftrifft, befördert aber das Sinken der hinteren Hälfte weniger, weil er unter einem spitzen Winkel darauf wirkt. Die Welle muss daher unter diesen Umständen in jedem Momente der Zeit an Grösse abnehmen. Dieses ist bei steilen Wellen auch noch mehr dadurch der Fall, weil die dem Winde zugekehrte Seite der Welle die entgegengesetzte vor dem Einflusse des Windes schützt.

In den Wellenstücken, die mit dem Winde fortgehen, summiren sich also gleichsam die einzelnen Windstösse, die sie nach und nach erhalten.

Franklin vergleicht diese Vergrösserung der Wellenstücken durch die fortgesetzte Wirkung des Windes sehr scharfsinnig mit der Erfahrung, dass man eine grosse aufgehängte Glocke, indem man sie in bestimmten Zwischenräumen mit einem Finger stösst, nach und nach in eine Schwingung bringen kann, die, wenn die Glocke längere Zeit hindurch so oft sie sinkt nach abwärts gestossen wird, den höchsten Grad der Höhe und Kraft erhält, deren die Glocke fähig ist, und der der ganze Körper nicht mehr zu widerstehen im Stande sein würde.

Diese Vergleichung erläutert den Vorgang, wie der Wind die mit ihm gehenden Wellen verstärke; kehrt man die Vergleichung um, so kann man sich deutlich machen, wie der Wind die ihm entgegengehenden Wellen schwäche. Eben so nämlich, als wenn man der schwingenden Glocke, jedes Mal wenn sie steigt, durch einen nach abwärts gerichteten Druck ein Hinderniss entgegensetzt.

Aus dem Vorausgeschickten erkennt man nun auch, woher es kommt, dass man auf Teichen, Seen und auf dem Meere immer Wellenstücken nach allen möglichen Himmelsrichtungen fortschreiten sieht, so jedoch, dass sie um desto kleiner sind, je mehr sie dem Winde selbst entgegengehen, mit Ausnahme der Stellen, die durch das hohe Ufer vor dem Winde zum Theil geschützt sind.

Hieraus erklärt sich auch die auf den ersten Anblick auffallende Erscheinung, die Jeder an Seeküsten zu beobachten Gelegenheit hat, und deren Bremontier unter anderem gedenkt, dass nämlich auch dann, wenn der Wind vom Ufer gegen das hohe Meer weht, die grösseren, in der Nähe des Ufers befindlichen Wellen sich dem ungeachtet immer vom offenen Meere her gegen das Ufer in einer dem Winde entgegengesetzten Richtung bewegen. Wir selbst hatten, als wir im Sommer

1822, um unsere Untersuchung über die Wellen zu vervollständigen, eine Reise nach Italien unternahmen, Gelegenheit, diese Bemerkung im Meerbusen von Triest zu bestätigen. Wir waren mit widrigem Winde von Venedig nach Triest gesegelt, der sich nach unserer Ankunft noch mehr verstärkte, und von den Gebirgen kam, die fast bis an das Ufer reichen. Dem ungeachtet bewegten sich die ziemlich grossen Wellen von der offenen See gegen das Ufer, also dem Winde gerade entgegen. Die grösseren Windstösse haben nämlich zu den vom Ufer entfernteren Strecken des Meeres einen freieren Zugang, als zu dem dem Ufer näheren Theile desselben, und die Punkte, auf welche die Windstösse mit ihrer ganzen Kraft einwirken, werden zu Mittelpunkten, von welchen grosse Kreiswellen ausgehen, die sich nach allen Richtungen und also auch nach dem Ufer fortbewegen.

§ 30.

Da der Wind zur Vergrösserung der Theile der Wellen um so mehr beiträgt, je mehr die Richtung, in der sich die Wellentheile bewegen, mit der seinigen übereinstimmt, so vereinigen sie sich bald zu grösseren Wellen, die nicht mehr die Gestalt eines Kreises haben.

Wenn *abcd* Tab. I, Fig. 9 vier kreisförmige Wellen sind, die durch die Stösse des Windes erregt wurden, so stellen die Kreisbögen *efgh* die durch den Wind vorzüglich verstärkten Wellenstücken dar, nachdem sie um ein Stück fortgeschritten sind. Die Punkte *iklmnopq* an den unterbrochen liniirten Kreisbogen werden durch den Wind gar nicht verstärkt, und verschwinden daher wie alle Wellen, welche sich allein überlassen sind, bald. Die Punkte *rstu* an den punktirten Bogen werden von dem Winde, dem sie gerade entgegen gehen, noch früher ganz niedergedrückt. Die vereinigten, durch den Wind an Höhe und Breite vergrösserten Wellenstücken *efgh* stellen nun durch ihre Vereinigung eine grosse Welle dar. Diese grosse Welle zeichnet sich um so mehr aus, da sie auf eine doppelte Weise vergrössert worden ist, durch den fortdauernden Einfluss des Windes, und durch die Vereinigung mehrerer Wellenstücken mit einander. Es wird von uns § 160 durch Versuche gezeigt, dass, wenn zwei gleich grosse Wellenstücken in entgegengesetzter Richtung an einem Orte zusammentreffen, die Stelle der Durchkreuzung *fast noch* einmal so hoch ist, als jedes der beiden Wellenstücken allein. In geringerem Grade zwar, dennoch aber merklich, vergrössert sich eine Welle, die sich mit einer anderen in gleicher Richtung fortschreitenden vereinigt.

Folgende Erfahrung giebt einen Beleg für die Wahrheit dieses Satzes.

Wenn man einen in Wasser eingetauchten, so eben herausgezogenen Körper, z. B. ein Ruder, über die Oberfläche des Wassers in einer geraden Linie hinbewegt, so läuft das Wasser von dem Körper herab, und fällt ziemlich regelmässig in einzelnen Tropfen bei *abc* ... Tab. I, Fig. 10 in das Wasser. Von jedem dieser Punkte gehen daher einige schmale koncentrische Kreiswellen, die sich immer mehr und mehr ausdehnen, aus. Die Wellen, welche die zuerst hereingefallenen Tropfen verursacht haben, sind schon sehr ausgedehnt, während die von den nachfolgenden Tropfen erregten desto kleiner sind, je später die Tropfen in das Wasser fielen. Diese regelmässig an Grösse abnehmenden kreisförmigen Wellen schneiden sich in den Linien *no* und *pq* und bilden dadurch *zwei grössere gerade Wellen*, die man noch lange fortschreiten sieht, wenn die Wellenstücken bei *rstu* .... verschwunden sind.

Auf den Meeren haben die langen Wellen, die durch die Vereinigung vieler kleineren Wellen entstehen, nicht eine gleiche Länge. Nach Herrn Bremontier sind sie desto länger, je ausgedehnter und tiefer ein Meer ist. Nach Otto sind sie im Biscaischen Meerbusen und auf dem Oceane zwischen Amerika und Europa sehr lang, und nach Pisonsky sind sie in der Ostsee kürzer als in der Nordsee.

§ 31.

Wir haben zuerst die Entdeckung gemacht, *dass eine Welle, wenn das Wasser hinter ihr eben ist, während sie fortschreitet, an dem Orte, den sie verlässt, eine neue Welle erregt, dass diese neuentstandene Welle, wenn sie auch um so viel, als ihre Breite beträgt, fortgerückt ist, wieder eine neue Welle hinter sich entstehen macht, die, nachdem sie auch um so viel als ihre Breite beträgt, weiter gegangen ist, ebenfalls hinter sich die Entstehung einer dritten Welle bewirkt, und dass auf diese Weise hinter jener ersten Welle 30—40 neue Wellen nachgebildet werden können, die alle in derselben Richtung fortschreiten als die erste Welle. Dieses geschieht durch den Druck, den die erste Welle nach rückwärts ausübt, und dadurch, dass die Bewegung, in die die Wassertheilchen durch die erste vorbeigehende Welle gekommen sind, fortdauert, wenn die Welle schon vorüber ist.* Die Erscheinung selbst findet man § 81 erzählt und die Ursachen derselben § 117 entwickelt.

Eben so wird man finden, dass, wenn mehrere parallele oder koncentrische Wellen dicht auf einander folgen, die vorausgehenden immer die ihnen zunächst nachfolgenden aus demselben Grunde unterstützen und sie vergrössern, und dass viele ungleich grosse parallele, auf einander folgende Wellen nach und nach eine fast gleiche Höhe erhalten, weil die grösseren Wellen die ihnen nachfolgenden niedrigeren sehr verstärken, niedrige Wellen dagegen die ihnen nachfolgenden grösseren Wellen nicht sehr unterstützen.

Diese Rückwirkung der Wellen auf die nachfolgenden ist daher ein wichtiger Umstand, von dem die Vergrösserung der Wellen mit abhängt.

§ 32.

Es erklärt sich aber auch hierdurch die grosse Regelmässigkeit in der Aufeinanderfolge der Meereswellen, die ziemlich gleich weit von einander abstehen und einander auch an Grösse sehr gleichen. Denn da die Windstösse in jeder Hinsicht unregelmässig bald hierhin bald dahin stossen, bald stärker bald schwächer sind, so sollte man eher das Gegentheil von regelmässigen Wellenreihen auf dem Meere erwarten.

Die durch einzelne grössere Windstösse gebildeten Wellen erzeugen nämlich hinter sich eine Reihe paralleler Wellen von ungefähr gleichem Abstande von einander. Diese füllen den Zwischenraum aus, welcher zwischen jenen und den Wellen entstehen würde, die durch periodisch wiederholte starke Windstösse erregt werden. Alle Wellen werden aber, durch die gegenseitige Rückwirkung auf einander, sich mehr und mehr gleich an Grösse, je weiter sie mit einander fortschreiten, und so wird jene Regelmässigkeit hervorgebracht.

§ 33.

Die vierte Ursache der Vergrösserung der unter dem Einflusse des Windes entstandenen Wellen, ist die Durchkreuzung von Wellen, die sich in einer mehr oder weniger entgegengesetzten Richtung begegnen.

Allein diese Vergrösserung ist nur eine vorübergehende, nicht länger als die Durchkreuzung selbst dauernde.

Es ist schon vorhin angeführt worden, dass zwei gleich hohe Wellen, die sich in entgegengesetzter Richtung begegnen, während ihrer Durchkreuzung einen Wellenberg bilden, der fast die doppelte Höhe hat, als jede der beiden einzelnen Wellen. Der § 160 giebt darüber nähere Auskunft.

§ 34.

Wir haben auf dem Meere (auf dem Adriatischen wenigstens), auf grösseren Seen der Schweiz, ja selbst auf Teichen immer zugleich mehrere linienförmige Wellenordnungen bemerkt, von welchen die grösste in der Richtung des Windes fortgeht, eine zweite etwas kleinere sich mit jener unter einem Winkel, z. B. von 40°, schneidet, eine dritte noch kleinere einen noch grösseren Winkel bildet und so weiter. Jede von diesen Wellenordnungen behält ihre eigenthümliche Richtung und Geschwindigkeit, ohne von den anderen gestört zu werden, bei.

So haben wir auf dem Bodensee vier verschiedene Ordnungen bemerkt, die in sehr verschiedenen Richtungen fortschritten, von denen aber jede ihre Richtung, so lange wir auf demselben hinfuhren, beibehielt. Aehnliche Erscheinungen nahmen wir auf dem Zürcher, Zuger See, auf dem Lago Maggiore und auf dem Lago di Garda wahr, und dasselbe können wir aus Erfahrung von den Wellen des Adriatischen Meeres sagen.

Auch Andere haben dieses vor uns wahrgenommen. So sagt z. B. James Horsburgh:[1]) „Auf dem Ocean ist es nichts seltenes, zwei Wellenbewegungen zugleich zu sehen, die entgegengesetzte Richtungen haben, oder die sich schief durchkreuzen.“ „Manchmal trifft man sogar drei verschiedene Wellenbewegungen, die in verschiedenen Richtungen auf einander stossen und durch einander laufen, und so einen vollen Tag und längere Zeit anhalten, und jede ihre eigene Richtung und Geschwindigkeit regelmässig behält.“

Otto erzählt (indem er sich auf Adanson's Reise S. 26 und 27 beruft): „Eine einfache Meereswelle ist höchstens 6 Fuss hoch; wenn sich aber noch mehrere zusammen vereinigen, übersteigen sie diese Höhe bei weitem.“

Finden sich nun, wie wir vermuthen, *immer* solche verschiedene Wellenordnungen zugleich auf dem Meere, so folgt, dass dadurch eine sich regelmässig wiederholende Kreuzung entstehe Die während der Kreuzung erhabeneren Stellen erscheinen dem Auge als höhere Wellen, welche sich von Zeit zu Zeit aufzulösen und sich von Neuem zu bilden scheinen. Daher kommt es, dass, wenn man sie mit den Augen weiter verfolgen will, sie, nachdem sie ein Stück fortgeschritten sind, plötzlich zu zergehen scheinen, wenn die Wellen sich wieder trennen. Man würde sich daher sehr täuschen, wenn man deswegen meinte, dass die Meereswellen überhaupt nicht stetig erhaben über der Oberfläche des Wassers fortschritten, und wirklich abwechselnd emporstiegen und niedersänken.

Mit der Meinung, dass die grösseren Meereswellen aus einer Menge theils vereinigter, theils sich durchkreuzender Wellen bestehen, stimmt auch ihr Ansehen ganz überein, da ihre Oberfläche nicht glatt ist, sondern eine Menge Unebenheiten, als die Spuren der Gipfel der vereinigten und sich kreuzenden Wellen, hat.

---

[1]) Thatsachen und Bemerkungen über Winde, Wellen und andere Erscheinungen an der Oberfläche des Meers aus Nicholson's Journal Vol. XV, S. 6, übersetzt in Gilbert's Annalen der Physik, Bd. XXXII, S. 405, 408.

§ 35.

Hiermit hängt auch noch eine andere merkwürdige Erscheinung zusammen.

Grössere Wellen rücken nämlich, wie man § 140 bewiesen finden wird, schneller fort als kleinere. Daher schreiten die grossen Meereswellen ausserordentlich viel schneller fort als die kleinen gekräuselten Wellen, welche der Wind zuerst erregt. Diese kleinen Wellen bleiben daher hinter jenen grossen ganz zurück, und scheinen im Verhältnisse zu ihnen *zu ruhen.* Hieraus entsteht die Täuschung, als ob sich die grossen Wellen unter einer ruhenden Oberfläche fortwälzten, ungefähr wie man eine Walze unter einem ausgebreiteten Tuche fortrollen und dadurch das Tuch heben und senken kann, ohne dass sich die Farben und Muster des Tuchs mit der sich fortbewegenden Erhabenheit weiter bewegen.

§ 36.

Wir haben bis jetzt vier Ursachen kennen gelernt, welche die Vergrösserung der Wellen bewirken. Sie können aber *sehr hohe Wellen* nur unter gewissen günstigen Bedingungen erregen, nämlich, wenn 1. die horizontale Ausdehnung der Wasserfläche sehr gross, und wenn 2. die Tiefe der Flüssigkeit sehr beträchtlich ist.

Die horizontale Ausdehnung ist insofern eine Bedingung einer bedeutenden Vergrösserung der Wellen, als die Wellen nur dadurch, dass sie sehr weit fortschreiten, und dabei immer vom Winde verstärkt werden, eine ausgezeichnete Grösse erreichen. Deswegen können die Wellen von Teichen oder Seen auch bei sehr heftigen Winden eine verhältnissmässig nur geringe Höhe erreichen.

Die Tiefe der Flüssigkeit ist eine eben so wichtige Bedingung einer sehr beträchtlichen Vergrösserung der Wellen. Man wird durch unsere Versuche § 106 überzeugt werden, dass die Erhebung an der Oberfläche des Wassers, welche man Welle nennt, nur die Wirkung einer weit in die Tiefe der Flüssigkeit reichenden inneren Bewegung der Flüssigkeit ist, und dass wir bei ganz kleinen Wellen in einer grösseren Tiefe, als die, welche der 350maligen Höhe der Wellen entsprach, noch Bewegung im Wasser wahrnehmen konnten. Aus den hier anzuführenden Erfahrungen Anderer ergiebt sich gleichfalls, dass die innere Bewegung des Wassers, während einer grossen Wellenbewegung, bis auf den Boden des tiefen Meeres reiche.

Es gehört eine gewisse Tiefe dazu, damit sich eine Welle von sehr beträchtlicher Grösse entwickeln könne; hat sie sich aber einmal in tiefer Flüssigkeit entwickelt, und schreitet dann über seichtere Stellen fort, so nimmt sie dann mit der Abnahme der Tiefe an Höhe sehr beträchtlich zu, wird aber zugleich an ihrer vorderen Seite so steil, dass sie endlich sich nicht mehr erhalten kann, und daher zusammenstürzt und *brandet.* Diese Thatsachen, die wir selbst wahrgenommen haben, bestätigen die Beobachtungen und Versuche mehrerer Schriftsteller. Hier mögen also die zusammengestellten Aeusserungen mehrerer Beobachter einen Platz finden:

§ 37.

Die Grösse der durch den Wind erregten Meereswellen, d. h. sowohl die Höhe und Breite, als die Länge der Wellen hängt, nach den Zeugnissen geschickter und erfahrener Seeleute, sehr von der Grösse der Meere ab.

Bremontier[1]) theilt hierüber folgende Erfahrungen und Bemerkungen mit: „Ich habe oft von Seeofficieren von ausgezeichnetem Verdienste sagen hören, dass die Wellen des mittelländischen Meeres weit kleiner wären, d. h. dass sie weit weniger Höhe und Länge hätten als die des Oceans. Herr de la Coudraye sagt und beweist ausdrücklich, dass die Wellen um so grösser sind, je breiter und tiefer die Meere sind, dass in den mittelländischen Meeren, wie auch ihre Tiefe sein mag, die Wellen durch die Kleinheit des Lokals beschränkt und aufgehalten werden. Nur im Ocean könnten die Wellen jene kolossale und imponirende Grösse erreichen, die bisweilen in sehr geringen Entfernungen zwei Schiffe gegenseitig einander verbirgt, und auf deren Mitte das grösste Schiff nur als eine kleine gebrechliche Maschine erscheint."

Es finden sich bei einigen Schriftstellern Messungen über die Höhe der Wellen des mittelländischen Meeres, der Ostsee u. s. w. vor. So erzählt Torbern Bergmann[2]) nach Marsigli, dass die lothrechte Höhe der Wellen des mittelländischen Meeres, von dem Niveau an gerechnet, nie über 8 Fuss betragen solle. In der Ostsee gingen sie dagegen höher, auch werde ihre Höhe grösser, wenn mehrere zusammenstiessen.

Otto[3]) führt an: „In dem Biscaischen Meerbusen und auf dem Ocean zwischen Europa und Amerika sind die Wellen überaus lang und breit." Eben daselbst sagt er von den Wellen der Ostsee, indem er sich auf Pisomsky *Bemerkungen über die Ostsee, insonderheit an den Küsten von Preussen, pag. 144,* beruft: „In der Ostsee erheben sich die Wellen nicht so hoch als in der Nordsee; sie fallen kürzer und folgen

---

[1]) Recherches sur le mouvement des ondes. Journal de Physique par De la Métherie 1814. Tome LXXIX, S. 78.

[2]) Physikalische Beschreibung der Erdkugel auf Veranlassung der kosmographischen Gesellschaft verfasset von Torbern Bergmann. Aus d. Schwed. von Röhl, Bd. I, Greifswalde 1780, S. 371.

[3]) Naturgeschichte des Meeres, Bd. I, Berlin 1792, S. 144.

geschwinder auf einander. Ihr Brausen ist daher bei stillem Wetter viel schwächer als in anderen Meeren.“ An einer anderen Stelle erzählt derselbe Schriftsteller, indem er sich auf Adanson's Reise S. 26 und 27 beruft, Folgendes:

„Eine einfache Meereswelle ist höchstens 6 Fuss hoch; wenn sich aber noch mehrere zusammen vereinigen, übersteigen sie diese Höhe bei weitem. Hier entsteht oftmals das, was man Wasserwände (les barres) nennt, eine der unangenehmsten Erscheinungen für die Schiffer, welche besonders an der Küste von Senegal häufig ist. Sie bestehen nämlich aus vielen übereinander geschobenen Wellen, die, indem sie über eine Untiefe (flache Stelle des Meeres) getrieben werden, sich stark ausbreiten, und wie eine über dem Wasser erhabene Mauer gehen, und mehrere Fuss in der Höhe schweben; endlich zerreissen und in sich hineinstürzen, da sie denn oft die ihnen nachgekommenen Schiffe bedecken, und kleinere Fahrzeuge ganz versenken.“

Ueber dieses Steilwerden grosser Wellen bei verhältnissmässig geringer Tiefe der Flüssigkeit, in der sich die Wellen befinden, sehe man weiter unten § 92, wo wir die Höhen auf gleiche Weise erregter Wellen bei verschiedener Tiefe der Flüssigkeit gemessen haben, unsere Versuche.

Herr Bremontier[1]) sagt: „Eine Menge Reisende und Seeleute, zu deren Beobachtungen man einiges Zutrauen haben kann, benachrichtigen uns, dass durch die blosse Heftigkeit der Winde bisweilen die Wellen eine Höhe von mehr als 20 Metern hätten.“

Aus derselben Ursache, weil nämlich nur auf sehr grossen und tiefen Gewässern grosse Wellen, durch die fortgesetzte Wirkung des Windes auf eine und dieselbe Welle, entstehen, haben die Wellen von Seen oder grossen Teichen eine nur sehr geringe Höhe.

Herr Bremontier[2]) führt hierüber Folgendes an: „Durch einen sehr starken Wind, der aber ziemlich gleichförmig ist, oder dessen Stärke sich beständig gleich bleibt, habe ich auf einem See oder Bassin von 200 oder 300 Fuss Breite, und von 3 oder 4 Fuss Tiefe, die Wellen nie eine Höhe von 2 oder 3 Zollen erreichen sehen.“

„In den Teichen von Biscarosse, von Canau und Hourtins, welche mehrere Stunden Länge, und 1 bis über 30 Fuss Tiefe haben, haben die grössten Wellen nur $1\frac{1}{2}$ oder 2 Fuss Höhe.“ Von diesen Teichen giebt Bremontier Folgendes an: „Der Grund dieser Teiche fällt durch einen unmerklichen Abhang gegen die Dünen, die das Wasser aufhalten und hindern, geradeswegs ins Meer abzufliessen. In der Nähe der Dünen

[1]) Recherches sur le mouvement des ondes. Journal de Physique par De la Métherie. Tom. LXXIX, S. 92.

[2]) Recherches sur le mouvement des ondes. Journal de Physique par De la Métherie. Tom. LXXIX, S. 77.

gegen Westen haben diese Teiche daher bisweilen eine Tiefe von 25 bis 30 Fuss, in einer Entfernung von 100, 150 und sogar von 200 Toisen vom Lande (vom östlichen Ufer), dagegen selten eine grössere Tiefe als von 1 bis 4 Fuss."

§ 38.

Wie weit in die Tiefe des Meeres sich die bewegende Kraft des Windes erstrecke, darüber kann die Empfindung, die die Taucher von dieser Bewegung in der Tiefe haben, ferner die Trübung des Meeres in der Tiefe durch Aufrührung des am Boden befindlichen Schlamms, welche man beim Tauchen mit der Taucherglocke findet, einige Nachweisungen verschaffen. Auch eine Erhebung und ein Aufschäumen der Wellen an der Oberfläche des Meeres an Stellen, wo in der Tiefe Felsen emporragen, erlaubt Schlüsse zu machen, wie tief in das Wasser hinein sich die Wellenbewegung erstrecke, da jenes Aufschäumen eine Wirkung der gehinderten Wellenbewegung im Innern ist.

Auch der ebene Grund des Meeres und anderer Gewässer bringt eine sichtbare Abänderung der Gestalt und Geschwindigkeit der Wellen hervor, wenn die Wellen im Verhältnisse zur Tiefe der Flüssigkeit zu gross sind.

Die Beobachtungen, die uns hierüber bekannt geworden sind, wollen wir hier zusammenstellen.

§ 39.

In dem IV. Abschnitte von der Bewegung der Theilchen der Flüssigkeit, beim Vorübergehen einer Welle, §§ 104—106, haben wir unsere Beobachtungen über die Bewegung, welche durch Wellen im Innern des Wassers erregt wird, mitgetheilt. Diese Beobachtungen sind unter Umständen angestellt, unter denen man die Bewegung der im Wasser schwebenden, festen Theilchen mit blossen Augen oder auch mit Vergrösserungsgläsern sehen und messen konnte, unter welchen man daher den Einfluss des Bodens eines mit Flüssigkeit gefüllten Gefässes oder der auf dem Boden befindlichen Körper auf die Wellen genau untersuchen konnte. Auch aus diesen Versuchen kann man den Schluss ziehen, dass sich die Bewegung, die der Druck einer an der Oberfläche des Meeres fortschreitenden grossen Welle erregt, bis auf den Grund tiefer Meere erstrecken müsse.

§ 40.

Bergmann[1]) erzählt, „die Taucher berichten, dass in einer Tiefe des Meeres von 15 Faden keine (durch die Wellen veranlasste) Be-

[1]) Physikalische Beschreibung der Erdkugel, übersetzt von Röhl, Bd. I, Greifswald 1780, S. 371.

wegung verspürt werde, wenn gleich die Oberfläche stark gehoben werde", und beruft sich hierbei auf Boyle, de fundo maris, Sekt. III. Er fährt dann fort: „Ja, erfahrene Seemänner behaupten, dass die Bewegung des Meeres 4 Faden unter der Oberfläche des stillen Wassers (Niveau?) sehr gering ist, und die Ostindischen Perlenfischer haben keinen Widerwillen zu tauchen, wenn ein Schiff kaum auszulaufen wagt."

§ 41.

Indessen führt auch Bergmann ebendaselbst an, „dass bei langwierigen und heftigen Stürmen doch das Wasser am Grunde etwas unruhig und trübe zu werden anfange".

Ueber dieses Trübewerden des Meeres in Folge eines Sturms findet man im Morgenblatt 1823 pag. 966 No. 242, jedoch ohne Anführung der Quelle dieser Nachricht, folgende Bemerkungen:

„Im November 1816 hatten die Lord-Kommissäre der Admiralität befohlen, dass der Kriegs-Sloop Eden eine Zeit lang in Salzwasser versenkt werden sollte.... da man glaubte, dass Barnpool vielleicht der gelegenste Ort hierzu sei, so ging Herr Smith in die Tiefe des Meeres hinunter.... Er fand es bis auf den Grund klar... In der folgenden Nacht erhob sich ein starker Sturm. Da er jedoch bis zum anderen Morgen nachgelassen hatte, so liess sich Herr Smith von Neuem auf den Grund des Meeres nieder, um seine Untersuchungen fortzusetzen, allein in weniger als 8 Faden Wasser war es so finster in der Glocke, dass man unmöglich sehen konnte, weil die Bewegung des Meeres den Schlamm aufgerührt hatte."

§ 42.

James Horsburgh[1]) sagt, „die Wellen scheinen in der Regel weniger Geschwindigkeit in seichtem Wasser als im Ocean zu haben. Vielleicht liegt der Grund davon in dem Widerstande, den die Wassertheilchen von dem Schlamme oder Sande, womit dort das Wasser gemengt ist, oder von der Reibung gegen den Grund leiden."

Die genauesten Beobachtungen darüber, wie weit in die Tiefe des Meeres sich die Wirkung des Drucks der Wellen und des Windes erstrecke, verdanken wir Bremontier, der es unwidersprechlich gewiss bewiesen hat, was auch mit unseren weiter unten erzählten Beobachtungen und Folgerungen übereinstimmt, dass diese Wirkung sich nicht nur bis auf den Grund des Meeres erstrecken, sondern auch eine beträchtliche Veränderung des Bodens auf demselben verursachen könne.

---

[1]) Gilbert's Annalen der Physik, Bd. XXXII, 1809, S. 407.

Herr Bremontier[1]) macht darauf aufmerksam, dass die Wellen des Biscaischen Meerbusens, die er von dem Thurme von Cordouan beobachtete, bevor sie das Ufer erreichen, wenn sie gross sind, 4 bis 5 Mal an Stellen brechen, über die sie, wenn sie flach sind, ohne Hinderniss hinweggehen, zugleich bemerkt er, dass diese Brandung in einer desto grösseren Entfernung vom Ufer Statt finde, je grösser sie sind. Ehe sie sich aber auf den Sandbänken, über welche sie hinweggehen, brechen, zeigen sie die Einwirkung dieser Bänke vorher immer dadurch an, dass sie sich allmählig erheben, was Jeder leicht beobachten kann.

Eine ähnliche Bemerkung hat einer von uns, Ernst Weber, im Jahre 1820 an den Wellen des Meerbusens von Genua zu machen Gelegenheit gehabt. Diese Erhebung der Wellen an seichteren Stellen des Meeres, welche mit einem Steilerwerden des vorderen Abhangs der Wellen begleitet ist, deutet auf eine Rückwirkung des Bodens auf die Entwickelung der Welle.

Herr Bremontier fährt fort: „zwischen den beiden Forts von St. Barbe und Soccoa findet man zwei einzelne Felsen, die Artha heissen, deren Gipfel sich nach genauen Nivellirungen 28′ unter dem Niveau während der Ebbe des Meeres (des basses mer de vive eau) befinden. Wenn eine Welle von 5 oder 6 Fuss Höhe über den Felsen ankommt, ändert sich ihre Gestalt, und erreicht hier eine Höhe, zu welcher die anderen nicht gelangen.“

An einer anderen Stelle[2]) berichtet er von denselben Felsen: „Wenn bei so ruhigem Wetter, dass man nicht unterscheiden kann, von welcher Seite der Wind komme, das Meer doch heftig bewegt ist, welches nicht selten Statt findet, wenn die Atmosphäre mit Nebel belastet ist, bricht sich während der Fluth eine Welle von 8 bis 10 Fuss Höhe über diesen Felsen, obgleich die Spitze der Felsen alsdann 38 bis 40 Fuss unter dem wahren Niveau der Oberfläche des Meeres liegt, während sie sich weder nach vorn, noch zur Rechten, noch zur Linken bricht. Nach Nivellirungen, die man angestellt hat, ist die Tiefe der Felsen unter dem Niveau des Meeres um 18 oder 20 Fuss beträchtlicher, als nach der so eben gegebenen Angabe. Der Felsen Artha grenzt an andere Felsen, die noch tiefer im Meere, und wenigstens 50 bis 60 Fuss unter der Oberfläche des Meeres liegen. Wenn die Wellen im Vorübergehen über Artha sich brechen, bemerkt man sehr wohl, dass, bevor sie dahin gelangen, sie auf jenen benachbarten Felsen dieselbe Erhebung, deren wir gedacht haben, erleiden. Es ereignet sich sogar, wenn die Wellen sich noch mehr vergrössern, dass sich zwei oder drei dieser

---

[1]) A. a. O. S. 79.

[2]) A. a. O. S. 80.

Wogen hier zugleich brechen, oder wie sich die Leute vom Lande ausdrücken, in zwei oder drei Ordnungen, alsdann ist das Meer aber wirklich stürmisch. Auf einer der höchsten Dünen der Umgegend von Teste an der Meeresküste, 180 Fuss über dem Niveau des Meeres, unterschied ich, als das Meer heftig bewegt war, deutlich alle Sandbänke, auf denen sich die Wellen brachen, und doch versicherte man mir, dass die Oberfläche mehrerer dieser Bänke sich während der Ebbe über 15 und 18 Fuss unter der Oberfläche des Meeres befände. Man konnte nicht ohne Bewunderung eine ziemlich grosse Anzahl dieser scheinbaren, durch ihre weisse Farbe, und durch das Wasser, welches bis zu einer grossen Höhe in die Höhe spritzte, ausgezeichneten Inseln betrachten. Aber die kolossalen Massen der Wellen schienen, ohne dass ihr Gang oder ihre Gestalt die geringste Störung erlitt, majestätisch zwischen den Inseln hindurch zu rollen."

An einer anderen Stelle[1]) referirt Herr Bremontier eine andere Beobachtung von Herrn de la Coudraye, welche mit den so eben vorgetragenen sehr wohl übereinstimmt:

„Herr de la Coudraye sagt ausdrücklich, dass nach seinen eigenen Beobachtungen die Wellen auf der grossen Bank von Terre-neuve schon nicht mehr hinreichenden Grund zu ihrer völligen Entwickelung finden, und doch ist dieser Grund, wie ich schon gesagt habe, stets zwischen 250 und 500 Fuss unter der Oberfläche des Meeres. Diese Versicherung geben Alle, welche den Stockfischfang auf dieser Bank treiben."

Mit dieser Rückwirkung des Bodens auf Wellen, deren bedeutende Grösse in keinem richtigen Verhältnisse zur Tiefe des Wassers steht, durch das sie fortschreiten müssen, so dass sich die Wellen erheben und an ihrer vorderen Hälfte steiler werden, scheint auch die Bildung der Wasserwände (barres) auf der Küste von Senegal in Verbindung zu stehen, deren S. 33, nach Adanson's Bemerkungen, Erwähnung geschehen ist.

§ 43.

Herr Bremontier überzeugte sich durch die von ihm angeführten Thatsachen, dass die Wellen noch in sehr beträchtlichen Tiefen des Meeres eine Bewegung hervorbringen, und gerieth dadurch auf die Vermuthung, dass die ungeheure Masse Sand, aus welcher die Hügel oder Gebirge der Dünen an der Westküste Frankreichs bestehen, von den Pyrenäen und von den Küsten Spaniens durch das Wasser dahin geführt würde, indem sie in den Betten und Mündungen der Flüsse Adour bei St. Jean de Luz und de Bidassoa fortgewälzt und endlich auf den

[1]) A. a. O. S. 79.

Grund des Meeres in beträchtlichen Tiefen, d. h. bisweilen 70 bis 80 Fuss unter der Oberfläche des Meeres, fortgerollt würde.

§ 44.

Die grosse Kraft, welche die Wellen an der Oberfläche des Meeres durch Fortbewegung schwerer Körper äussern, hat Herr BREMONTIER durch folgende Versuche erprobt:

„Den 10. Juni 1788 liess ich in Gegenwart der Herren DESCOLINS, Inspektor, und GÉLIGNY'S, Ingenieur der Brücken und Chausseen, während der Ebbe über den inneren Absatz des Dammes von St. Jean de Luz 5 mit den Zahlen 1, 2, 3, 4, 5 bezeichnete, und auf den äusseren entgegengesetzten Absatz 3 andere mit 6, 7 und 8 bezeichnete Steine legen. Das Meer war sehr schön, die perpendikulare Höhe der grössten Wellen in der Mitte der Rhede wurde auf 3 oder $3\frac{1}{2}$ Fuss geschätzt. Der Kubikinhalt des Steines No. 1 betrug 0′9″0‴; No. 2 1′1″; No. 3 1′3″; No. 4 1′6″; No. 5 2′; No. 6 3′2″; No. 7 5′3″; No. 8 8′.“[1])

„Um 5 Uhr des Nachmittags, wo das wahre Niveau einen Fuss unter der Oberfläche geschätzt wurde, wurden die Steine No. 1, 2 und 3 aufgehoben, und mehrere Fuss weit gerollt, und No. 6 wurde 3 Zoll rückwärts geschoben.“

„Um 5 Uhr 5 Minuten 30 Sekunden wurden die drei ersten Nummern fortgerissen, und in den Kanal geworfen.“

„Um 5 Uhr 10 Minuten wurde No. 4 zu No. 5, und beide Steine zusammen noch 3 Fuss weiter bewegt.“

„Um 5 Uhr 12 Minuten wurde No. 6 fortgerissen.“

„Um 5 Uhr 14 Minuten hatte No. 7 sich einige Zoll bewegt, und stemmte sich gegen No. 8, welcher selbst erschüttert wurde.“

„Um 5 Uhr 20 Minuten wurden No. 4 und 5 fortgerollt, hin und her geschleudert, und No. 4 ins Meer geworfen.“

„Um 5 Uhr 25 Minuten wurde auch No. 5, nachdem er 54 Fuss von dem Punkte seiner ersten Lage bewegt worden war, ins Meer geworfen.“

„Um 5 Uhr 57 Minuten wurden No. 7 und 8 zusammen 15 bis 18 Fuss weit bewegt.“

„Um 5 Uhr 58 Minuten wurde No. 7 umgekehrt, das hintere nach vorn (et ensuite posé en carreau, ensuite replacé en boutisse). Um 5 Uhr 59 Minuten wurde dieser Stein, ob er sich gleich sehr gegen No. 8 stemmte, fortgerissen und ins Meer geworfen.“

---

[1]) Das Gewicht des Kubikfusses dieser Steine kann nach B. 150—160 Pfund geschätzt werden.

„Um 6 Uhr hatte sich No. 8, der über 12 000 Pfund wog, nur noch 2 Fuss weit bewegt; um 6 Uhr 6 Minuten war er 9 Zoll vom Rande (parement) des Dammes, auf den er stiess (auquels il était contigú), entfernt, und um 6 Uhr 8 Minuten wurde er, wie alle übrigen, fortgerissen.“

„Man schätzte das wahre Niveau beinahe 1 Fuss über der Oberfläche des Absatzes, auf dem er lag.“

Es ist schon erwähnt worden, dass die Geschwindigkeit der Wellen des Meeres sehr von ihrer Grösse abhängt, so dass die Wellen, welche zu gleicher Zeit auf einer Stelle des Meeres befindlich sind, ob sie gleich demselben Winde ausgesetzt sind, dennoch desto weniger schnell fortschreiten, je kleiner sie sind. Andere Beobachtungen beweisen auch, dass die Geschwindigkeit der Wellen, wenn sie verhältnissmässig zur Tiefe des Wassers, in welchem sie fortschreiten, zu gross sind, und daher an ihrer vollkommenen Entwickelung gehindert werden, beträchtlich durch diesen Einfluss des Grundes vermindert wird, und dass daher eine hinlängliche Tiefe des Meeres die Geschwindigkeit der Wellen, bei sonst gleichen Umständen, vergrössert. Ob es nun gleich unmöglich ist, den Grad dieses Einflusses der Nähe des Bodens aus einer Zahl sorgfältiger Beobachtungen, die auf dem Meere in dieser Rücksicht gemacht würden, zu bestimmen, weil man nämlich die anderen Umstände, die gleichfalls auf die Geschwindigkeit der Wellen Einfluss haben, nicht in seiner Gewalt hat, und eben so wenig genau schätzen kann, so haben doch Erfahrungen, die uns die grosse Geschwindigkeit der Wellen unter günstigen Verhältnissen kennen lehren, grossen Werth.

§ 45.

Wir werden daher hier die auf dem Meere über die Geschwindigkeit der Wellen gemachten Erfahrungen mittheilen. Unsere Versuche dagegen über den Einfluss des Bodens eines Gefässes auf die Geschwindigkeit und Gestalt der Wellen, die man in der ein bestimmtes Gefäss ausfüllenden Flüssigkeit erregt, findet man weiter unten § 136 und 137. Diese Versuche wurden von uns so angestellt, dass wir die vorzüglich Einfluss habenden Umstände in unserer Gewalt hatten, und nach unserer Absicht abändern konnten, indem wir die Kraft, die die Welle erregte, die Höhe der Welle, die Tiefe der Flüssigkeit im Gefässe, und die Art der Flüssigkeit kannten und nach Absicht veränderten, und zugleich die Bewegung der in der Flüssigkeit schwebenden Theilchen, die von gleichem specifischen Gewichte als die Flüssigkeit selbst waren, in welcher wir Wellen erregten, beobachteten und so in den Stand gesetzt waren, die Geschwindigkeit der Wellen unter mannigfaltigen Umständen mit einer Tertienuhr zu messen.

§ 46.

Herr Horsburgh,[1]) dessen Arbeit schon mehrmals gedacht worden ist, theilt Folgendes über die Geschwindigkeit der Meereswellen mit:

„Bei einem starken Winde oder bei einem Passatwinde beträgt die Geschwindigkeit der Wellenbewegung wahrscheinlich 20 engl. Meilen in einer Stunde, denn die Wellen laufen dann einem Schiffe weit vor, das in einerlei Richtung mit ihnen mit 10 bis 11 Meilen Geschwindigkeit in 1 Stunde segelt. In einem solchen Falle lässt sich die Geschwindigkeit der Wellen mit dem gewöhnlichen Log leicht messen. Man lässt eine bekannte Länge der Schnur ablaufen, und beobachtet mit einer Sekundenuhr die Zeiten, wenn der Gipfel derselben Welle erst das Log und dann das Hintertheil des Schiffes hebt. Dieses giebt den Ueberschuss der Geschwindigkeit der Wellen über die des Schiffes, und letztere ist bekannt. Zur Zeit einer Windstille lässt sich ein Boot in der Richtung des Wellenschlages abschicken, und auf ähnliche Art die Zeit beobachten, wenn erst das Schiff, und dann das Boot, von derselben Welle gehoben wird.“

Auch Herr David Thomson[2]) hat nach der Methode des Kapitän Horsburgh die Geschwindigkeit der Wellen durch folgende Versuche zu bestimmen gesucht: a bezeichne die Geschwindigkeit, mit welcher das Schiff segelt, b die Anzahl der Fusse der Entfernung vom Schiffe bis zum Log, c die Anzahl der Sekunden, welche vergehen von der Hebung des Logs bis zur Hebung des Hintertheiles des Schiffes, v die scheinbare Geschwindigkeit der Wellen nach Seemeilen gerechnet, und x ihre wahre Geschwindigkeit;

dann ist $\frac{b}{c}$ = dem scheinbaren Lauf der Wellen während 1 Sekunde in Fussen;

$\frac{3600\,b}{c}$ = demselben während 1 Stunde in Fussen;

$\frac{3606\,b}{6120\,c} = \frac{30\,b}{51\,c}$ = demselben während 1 Stunde in englischen Seemeilen.

Die Schnur mass genau 510 Fuss. Die folgenden Versuche sind 36° 20′ südl. Br. und 10° östl. L. angestellt. Zur Zeit dieser Versuche war die Geschwindigkeit des Schiffes $6\frac{1}{2}$ engl. *Seemeilen* während 1 Stunde. Es wehte ein mässiger Westwind.

---

[1]) Thatsachen und Bemerkungen über Winde, Wellen und andere Erscheinungen an der Oberfläche des Meeres. Gilbert's Annalen, Bd. XXXII, 1809, S. 407, und Nicholson's Journal, Vol. XV, S. 6 seq.

[2]) Philos. Mag. by Tilloch and Taylor, No. 302, S. 405.

Versuche.	Zeiten in Sekunden.
1.	13,0
2.	13,5
3.	12,5
4.	13,0
5.	13,0
6.	13,5
7.	13,0
8.	12,5
9.	13,0
10.	13,5
	Mittel 13,05

Die scheinbare Geschwindigkeit der Wellen während einer Stunde in englischen Seemeilen ist also

$$\frac{30 \times 510}{51 \times 13{,}05} = \frac{300}{13{,}05} = 22{,}99.$$

Wenn man hierzu den Lauf des Schiffes während 1 Stunde $= 6\frac{1}{2}$ Seemeilen addirt, so ist die wahre Geschwindigkeit der Wellen während 1 Stunde 29,49 englische Seemeilen. Kapitän Horsburgh erwähnt, Dr. Wollaston habe nahe an der Küste von Yorkshire die Geschwindigkeit der Wellen 60 Meilen in 1 Stunde, und Kapitän Tate in der Chinesischen See nur 26 Meilen gefunden.

Die Bemerkung von Horsburgh, dass die Wellen in der Regel weniger Geschwindigkeit im seichten Wasser als im Ocean haben, ist schon vorhin mitgetheilt worden.

Eine 0,7 Linie hohe, 29 Zoll breite Welle hat nach unseren § 119 vorgetragenen Erfahrungen, ohne dem Winde ausgesetzt zu sein, eine Geschwindigkeit von 21 Zollen P. M. in 1 Sekunde.

§ 47.

Wir können hier zwei, den Alten sehr wohl bekannte Erfahrungen nicht mit Stillschweigen übergehen, die beide in neuester Zeit Bestätigung erhalten haben und eine genaue Aufmerksamkeit der Physiker verdienen. Die eine ist enthalten in folgender Frage des Aristoteles:[1]) „Weswegen kommen die Wogen zuweilen eher an als der Wind?"

Er scheint demnach die Thatsache als eine gewisse und vollkommen bekannte vorauszusetzen, und sucht sie auf folgende Weise einigermassen zu beantworten. „Vielleicht deswegen, weil beim Anfange des Windes, wenn der erste Theil des Meeres angetrieben worden, dieser Theil des Meeres den folgenden immer wieder antreibt, daher, weil dieses (das

[1]) Problem. XLI.

Meer) ein Kontinuum ist, gleichsam auf alle Theile ein zusammenhängender Stoss geschieht. Dieses (der Stoss auf die anderen Theile des Meeres) geschieht aber gleichzeitig, daher der Erfolg, dass der erste und letzte Theil des Meeres zugleich bewegt wird. Der Luft widerfährt aber dasselbe nicht, weil sie kein zusammenhängender Körper ist: indem sie viele Gegenstösse von allen Orten her empfängt, welche häufig die erste und heftigste Bewegung aufhalten, dem Meere aber thun sie (die Gegenstösse) das nicht, weil es schwerer und weniger beweglich ist." Ist auch diese Aristotelische Erklärung des Phänomens nicht deutlich, so ist diese Stelle doch sehr interessant, weil sie uns auf den Standpunkt führt, von welchem man zur Zeit des Aristoteles die Erscheinungen der Wellen beurtheilte. Aristoteles sieht hier die Fortpflanzung der Wellen offenbar als *eine unmittelbare Wirkung der Fortpflanzung des Stosses an, der zuerst eine Welle erregt.* Kurz darauf wird beim Aristoteles dieselbe Frage noch einmal aufgeworfen und so beantwortet: „der erste Wind löst sich eher auf als die angetriebene Welle, und es kommt nicht das an, was zuerst angetrieben wurde, sondern der Stoss geschieht immer auf das daran liegende Kontinuum."

Hierauf wird die Frage, „warum die Wellen windig sind", noch einmal so beantwortet: „Vielleicht weil sie Zeichen sind, dass der Wind entstehen wird? denn der Wind ist ein Zusammenstossen der Luft. Oder geschieht es, weil sie (die Wellen) immer vorangestossen werden? der Wind stösst sie voran, wenn er noch nicht dauernd ist, sondern erst anfängt. Das erste (der erste Theil des Windes) ist gleichsam vergangen, ein anderes aber (ein anderer Theil des Windes) hat dieses vorausgestossen, und hat eine andere Dichtigkeit hervorgebracht, und ist wieder vergangen, es erhellt daher, wenn das, was vorwärts gestossen wird (Welle), ankommt, auch das Bewegende kommen wird, denn dieses thut es gleich anfangs."

§ 48.

Herr Nicholson [1]) hat vor nicht langer Zeit, ohne Aristoteles' Bemerkungen zu erwähnen, Beobachtungen über die schon von Aristoteles erwähnte Erscheinung mitgetheilt und zu erklären gesucht: „Folgendes wurde aus Helston in Kornwall Herrn Nicholson geschrieben: Es ereignet sich häufig an unserer Küste, dass grosse Wellen von Westen her angerollt kommen, ohne dass man die geringste Ursache des Wellenschlags bemerkt. Erst mehrere Stunden später erhebt sich ein heftiger Wind oder ein Sturm aus derselben Weltgegend."

---

[1]) Bemerkungen über Stürme und über das Wellenschlagen der See, die Deining genannt, welches ihm zuweilen vorhergeht. Aus Nicholson's Journ. of natur. phil. Vol. XIV, p. 185, übersetzt in Gilbert's Annalen, Bd. XXXII, 1809.

„Ein Stein, den man auf eine ebene Wasserfläche fallen lässt, erregt eine Welle, die sich bis auf grosse Entfernungen rings umher horizontal verbreitet; es lässt sich denken, dass auf eben diese Art durch den Stoss herabblasender Winde eine Welle oder ein Wellenschlagen bewirkt werden könne, das sich rings umher in der See nach allen Richtungen verbreitet, dabei aber durch die Winde abgeändert wird. Diese Wellen, welche mit gleichförmiger Geschwindigkeit sich verbreiten, haben nahe an dem Orte, wo die Luft herabkommt, eine geringere Geschwindigkeit als der Sturm; in grösserer Entfernung von jenem Orte aber wird die Wellenbewegung blos durch den gemeinen Wind modificirt, welchem sie nach Verschiedenheit der Umstände vorläuft, oder folgt, oder ihn durchkreuzt; und in der That ist es sehr gewöhnlich auf dem Meere, den Wind aus einer Gegend, und die Wellen aus einer anderen herkommen zu sehen."

„Welches grosse und mächtige Wirkungsmittel auch immer den herabdringenden Luftstrom zwingen mag, die See in Wellenbewegung zu setzen, blos auf die Nähe desselben ist diese Bewegung deshalb nicht eingeschränkt; der Mittelpunkt der Wirkung, ist es uns erlaubt ihn so zu nennen, mag nun an einerlei Stelle bleiben, oder er mag sich mit einer bestimmten Geschwindigkeit fortbewegen, und nach Verschiedenheit der Umstände hinter der Wellenbewegung, die er veranlasst, zurückbleiben, oder mit ihr gleichmässig fortschreiten. So oft grosse Wellen an einer Küste angerollt kommen, sind wir, zu Folge der hier aufgestellten Lehre, berechtigt, sie als ein Zeichen eines Sturmes oder einer lange anhaltenden Bö anzusehen, die nach dem Striche des Kompasses, in welchem die Wellen anrollen, sich erhoben hat, und wahrscheinlich noch fortdauert. Ist die Dauer und die fortschreitende Geschwindigkeit des Sturmes gross genug, so wird er nach der Deining an der Küste anlangen, es liege denn der Ort, wo er ursprünglich entsteht, nahe bei der Küste. Auch dürfen wir annehmen, und ohne Zweifel ist dieses sehr häufig der Fall, dass die atmosphärische Ursache der Wellen (der Deining) lange zuvor zu wirken aufgehört hat, ehe die Wellenbewegung in der See ganz zur Ruhe kommt."

Mit diesen Wahrnehmungen stimmt auch das überein, was Bremontier in der mehrmals angeführten Abhandlung S. 90 über denselben Gegenstand anführt.

„Wenn die Luft und das Meer so ruhig als möglich sind, so ereignet sich's oft, dass man die Wellen allmählig anwachsen sieht, und dass sie bisweilen, ohne dass man in der Atmosphäre eine Veränderung wahrgenommen hat, endlich wie während eines Sturmes aufbrausen. Es ist nicht ohne Beispiel, dass diese Ruhe fortdauert, und dass sich die Wuth des Meeres von selbst wieder besänftigt. Die Grösse oder vielmehr die Tiefe der Wellen nimmt dann eben so langsam ab, als sie zugenommen hatte. Dieses ereignet sich eben so wohl in der Mitte der grössten Meere, wie an ihren Küsten, zum wenigsten nach den Zusicherungen, die uns mehrere Seeleute, die gute Beobachter sind, gegeben haben. Doch ereignet sich dies in der That sehr selten, denn *gewöhnlich* langt der Sturm, die erste Ursache dieser grossen Bewegung, dann an, wenn die Wellen ihre grösste Höhe erreicht haben."

Auch Richter's [1]) Beobachtungen bestätigen dasselbe, wenn er erzählt, dass die Wellen des Meeres ohne eine Spur des Windes (der unstreitig in der Ferne getobt habe) sehr heftig geworden wären, und das Schiff furchtbar umhergeschleudert hätten, worauf sich aber der Wind nachher erhoben hätte.

Die Ursache der Erscheinung liegt offenbar in dem Umstande, dass jeder aus irgend einer Ursache entstandene Wind eine *Luftströmung* ist, keine Undulation der Luft. Eine Undulation der Luft dauert, wenn sie einmal entstanden ist, unabhängig von der Ursache, die sie erregte, fort, und verbreitet sich immer weiter, wie z. B. der Schall. Bei ihr bewegen sich alle Theilchen der Luft, indem sie in Wellenbewegung kommen, in einer kleinen Bahn hin und her. Die Theilchen der Luftströmung verändern aber ihren Ort wie die Theilchen des strömenden Wassers, und werden durch den Widerstand, den ihnen die vor ihnen befindliche ruhende Luft entgegensetzt, in ihrer Bewegung gehemmt, wenn die Kraft, die sie vorwärts presst, aufhört. Da nun die Ursache, welche die Luftströmung bewirkt, anfangs periodisch und absetzend wirken kann, so kann zwar die Wirkung der ersten Luftstösse auf das Wasser sich zu einem entfernten Ufer fortsetzen, ohne dass doch die Luftströmung selbst bis dahin fortschreitet. Dass übrigens der Wind immer in einer Strömung besteht, sieht man aus der Bewegung, in welche Theilchen, die in der Luft schwimmen, durch den Wind versetzt werden.

Ueber die Besänftigung der unter dem Einflusse des Windes erregten Wellen durch die Ausbreitung von Oelen auf der Oberfläche von Wasser.

§ 49.

Eine den Alten ebenfalls bekannte Erfahrung ist die höchst überraschende Wirkung des Oels, die von dem Winde erregten Wellen zu besänftigen.

Wir wollen hier zuerst die Erfahrungen zusammenstellen, durch welche die Thatsache bestätigt wird, und dann die Versuche zu einer Erklärung dieser merkwürdigen Wirkung des Oels mittheilen.

---

[1]) Reisen zu Wasser und zu Lande in den Jahren 1805—1817. Dresden 1821, Theil II, S. 17.

Die älteste Nachricht über die Kraft des Oels, das Meer durchsichtiger zu machen, findet sich beim ARISTOTELES.[1]) Er fragt: „Warum ist das Meerwasser, welches schwerer ist als das trinkbare Wasser, durchsichtiger? Vielleicht weil es öliger ist? Hinaufgegossenes Oel macht es noch durchsichtiger.“

PLUTARCH[2]) führt auch die Erklärung an, die ARISTOTELES von der Wellen besänftigenden Kraft des Oels gegeben hat. „Warum entsteht, wenn Oel auf Wasser geträuft wird, Durchsichtigkeit und Ruhe? Macht etwa, wie ARISTOTELES sagt, der Wind, von der Glätte abgleitend, keinen Stoss noch Wogen? Oder ist das nur wahrscheinlich in Hinsicht der Oberfläche gesagt? Aber da man sagt, dass auch die Taucher, wenn sie in den Mund genommenes Oel ausspeien, in der Tiefe Licht und Durchsichtigkeit haben, so kann man wohl die Schuld nicht dem Abgleiten des Windes beimessen.“

Er giebt hier auch selbst eine Erklärung, die aber, da sie ganz unpassend ist, übergangen werden kann.

PLINIUS[3]) erzählt: „Omne (mare, das Wintermeer und Herbstmeer) oleo tranquillari et ob id urinantes ore spargere, quoniam mitiget naturam asperam lucemque deportet.“ PLINIUS[4]) sagt auch an einer zweiten Stelle: „Ea natura est olei, ut lucem adferat et tranquillet omnia, etiam mare, quo non aliud elementum est implacabilius.“

§ 50.

Die Aufmerksamkeit der Gelehrten des Mittelalters und der neuesten Zeit liess diese merkwürdige Eigenschaft des Oels ganz unbeachtet, obgleich die Kenntniss derselben unter den Schiffern nicht verloren ging und im Mittelalter sogar abergläubische Deutungen mit dieser natürlichen Eigenschaft des Oels verbunden wurden.

OTTO[5]) führt in einer Abhandlung den CANISIUS[6]) an, nach dessen Bemerkung man es unter die Wunderwerke des heiligen CUDBERT's zähle, dass er einem Priester zu einer Seereise geweihtes Oel mitgegeben habe, wodurch dieser in den Stand gesetzt worden, das durch einen heftigen Sturm in Aufruhr gebrachte Meer sogleich wieder zu besänftigen. Ebendaselbst wird auch eine Stelle des ERASMUS von Rotterdam angeführt,[7])

---

[1]) Problem. XLI.

[2]) Quaest. nat. Αἴτιαι φυσικαί. Cap. XII.

[3]) Hist. nat. Lib. II. cap. 103.

[4]) Ibid. Lib. II. cap. 106.

[5]) Das Oel, ein Mittel, die Wogen des Meeres zu besänftigen, in den Allgemeinen geographischen Ephemeriden, Bd. II, S. 517. Weimar 1798.

[6]) Lect. ant. T. II. p. 8. ED. BASN.

[7]) Colloq. e recens. P. RABI. Ulm 1747. 8. p. 262.

die so lautet: „Nonnulli procumbentes in sabulas adorabant mare, quicquid erat olei, effundentes in undas.“

So kam es denn, dass dieser Erscheinung hier und da wohl gedacht wurde, dass auch neue bestätigende Erfahrungen darüber bekannt wurden, ohne dass jedoch ein denkender Physiker über die Bedingungen, unter denen, und über die Kräfte, durch welche das Oel solche Wirkungen hervorbringt, Untersuchungen anstellte, und ohne dass man den Grad der Einwirkung, dessen das Oel zur Besänftigung von Wellen fähig wäre, bestimmte.

So führt Otto [1]) an, Linné [2]) habe von Gronov gehört, dass die holländischen Grönlandsfahrer, welchen man den Vorwurf machte, dass sie diese Eigenschaft des Oels geheim hielten, allezeit einige Fässer davon mitnähmen, wenn sie auf den Wallfischfang ausgingen. Otto erwähnt ebendaselbst, dass lange vorher, ehe der berühmte Franklin seine Bemerkungen über diesen Gegenstand mittheilte; das Annual Register folgenden Artikel enthalten habe: „Bei der letzten Feuersbrunst in Thomas-Street ward man gewahr, dass das Oel, welches, um die weitere Verbreitung des Feuers zu verhüten, in den Fluss gegossen wurde, die stürmische Bewegung desselben sichtbar stillte. Diese Eigenschaft des Oels scheint schon seit langer Zeit bekannt zu sein. Ein altes Seegesetz verordnet, dass, wenn bei einem Sturme aus einem Schiffe Güter über Bord geworfen werden müssen, und sich unter der Ladung Oel befinde, dieses zuerst ausgegossen werden solle.“

§ 51.

Franklin [3]) war der Erste, welcher die gelegentlichen Wahrnehmungen über den Einfluss des Oels zur Stillung der Wellen zu wissenschaftlichen Erfahrungen zu erheben suchte.

Nachdem Franklin auf diesen Gegenstand aufmerksam geworden war, bemühte er sich, theils eine grosse Menge glaubwürdiger Erfahrungen, die Andere vor ihm gemacht hatten, zu sammeln, theils stellte er selbst im Kleinen und im Grossen Versuche mit dem Oele an. Er führt folgende Thatsachen, die er von Anderen erfuhr, an: Gilfred Lawson versicherte dem Brownrigg, mit dem Franklin über diese Eigenschaft des Oels in Briefwechsel stand, dass er, als er längere Zeit in Gibraltar diente, oft gesehen habe, dass die Fischer, um die Austern, die dort sehr gross sind, auf dem Boden des Meeres liegen zu sehen, und sie so

---

1) Allgemeine geographische Ephemeriden, 1798, Bd. II, S. 520.

2) Reise durch Westgothland, S. 304.

3) Phil. Transact. for the Year 1774. Vol. LXIV. P. II. of the stilling of waves by means of Oil.

mit eigenen Instrumenten heraus zu heben, ein wenig Oel auf die See giessen, in der Absicht, die Bewegung derselben zu stillen. Er sagte, dass diese Verfahrungsweise auch an anderen Gegenden der spanischen Küste angewendet werde. Franklin selbst hörte von Jemanden, der auf dem mittelländischen Meere oft gewesen war, dass die Taucher, wenn sie Licht brauchten, eine geringe Menge Oel dann und wann aus dem Munde liessen, wodurch das Kräuseln des Wassers auf der Oberfläche des Meeres und folglich die Hemmung des Lichtes daselbst verhindert würde, wodurch das Licht einen freien Eingang in die Tiefe erhalte. Ein alter Seekapitän erzählte ihm auch, dass die Bermudier Oel auf das unruhige Wasser zu giessen pflegen, um die Fische zu sehen, die sie stechen wollen.

Hiermit stimmt auch das überein, was Lelyveld [1]) erzählt: die Fischer von Texel fahren allemal Oel mit sich, um das Meer zu stillen und dadurch die Bütte (einen Fisch) sehen zu können.

Franklin führt auch das Zeugniss des Pennant [2]) an, welcher erzählt: Die Fischer in Schottland, welche Seekälber (Seal) fangen, bemerken, dass, wenn diese Thiere einen öligen Fisch unter dem Wasser fressen, das Wasser merklich ruhiger sei, und an diesem Merkmale wissen sie, wo sie nach ihm zu spähen haben.

Franklin erfuhr von Fischern, dass das Wasser hinter einem Schiffe, das kürzlich mit Theer beschmiert worden, ruhiger sei, als hinter einem lange nicht gereinigten Schiffe, und als er einmal auf dem Meere fuhr, bemerkte er selbst, dass das Wasser hinter zwei Schiffen merklich ruhiger war. Der Schiffskapitän, den Franklin hierüber fragte, meinte, sie hätten wahrscheinlich ihr fettiges Wasser ausgegossen, und that, als wäre diese Wirkung hiervon allgemeiner bekannt.

Pringle erzählte Franklin, dass man, wie er von den Häringsfischern in Schottland gehört habe, die Häringsbänke (Häringshaufen) im Wasser aus der Entfernung, durch die Ruhe des Wassers an der Oberfläche desselben, erkennen könne. Pringle leitete diese Erscheinung von dem öligen Stoffe ab, der aus ihrem Körper ausgeht.

Auch führt Franklin an, dass in Rotheiland in Nordamerika bemerkt wurde, dass, wenn Wallfischfänger im Hafen von Newport lagen, der ausfliessende Thran das Wasser, mit dem er sich mischte, glatt machte.

Eine der merkwürdigsten Mittheilungen, die Franklin über die Eigenschaft des Oels, die Wellen zu besänftigen, erhielt, ist der Auszug

---

[1]) Essai sur les moyens de diminuer les dangers de la mer par l'affusion de l'huile, du goudron ou de quelque autre matiere flottante. Amsterdam 1776. Siehe Zugabe zu den Götting'schen gelehrten Anzeigen 1777, St. 12, S. 179.

[2]) Britt. Zool. London 1776. Vol. IV, Art. Seal.

aus einem Briefe des Herrn Tengnagel an den Grafen von Bentink, geschrieben zu Batavia den 15. Januar 1770, den wir daher ganz hier hersetzen:[1])

Près des isles Paulus et Amsterdam nous essuiames un orage, qui n'eut rien d'assez particulier pour vous être marqué, si non que notre Capitaine se trouva obligé en tournant sous le vent de verser de l'huile contre la haute mer pour empêcher les vagues de se briser contre le navire, ce qui réussit à nous conserver et a été d'un très-bon effet: comme il n'en versa qu'une petite quantité à la fois, la compagnie doit peut-être son vaisseau à six demi-aumes d'huile d'olive: j'ai été présent quand cela s'est fait, et je ne vous aurais pas entretenu de cette circonstance, si ce n'était, que nous avons trouvé les gens ici si prévenus contre l'esperience, que les Officiers du bord ni moi n'avons fait aucune difficulté de donner un certificat de la vérité sur ce chapitre.

§ 52.

Was die eigenen Versuche Franklin's anlangt, so machte er die ersten hierüber auf einem grossen Teiche auf dem Gemeindeplatze zu Clapham. Er goss, als der Teich ziemlich vom Winde beunruhigt wurde, auf der Seite, welche der Richtung, von der der Wind kam, entgegengesetzt ist, und wo die Wellen am grössten waren, ein wenig Oel in das Wasser, das sich mit überraschender Schnelligkeit ausbreitete, aber, weil es von dem Winde nach dem Ufer zu getrieben wurde, keine Wirkung zur Stillung der Wellen hatte. Franklin ging nun auf die Seite des Teiches, von der der Wind kam, und wo die Wellen sich zu bilden begannen, und goss nicht mehr als einen Theelöffel voll Oel in das Wasser, das unverzüglich eine Ruhe über einen Raum von mehreren Quadratellen herbeiführte.

Dieser Raum breitete sich erstaunend aus, und erreichte nach und nach die dem Winde entgegengesetzte Seite des Teiches; und so wurde diese ganze Gegend des Teiches in einem Umfange von $\frac{1}{2}$ Acre (1 Acre = 40 Ruthen Länge, 4 Ruthen Breite) glatt wie ein Spiegel. Franklinen setzte diese grosse, plötzliche und gewaltsame Ausdehnung des Oels in Erstaunen, und er nahm von dieser Zeit an, wenn er ausging, in der oberen Höhlung seines Stocks ein wenig Oel mit, um bei jeder Gelegenheit den Versuch zu wiederholen, der auch immer gelang. Oel breite sich, fährt er fort, auf einem Spiegel oder auf einer Marmorplatte, die in horizontaler Lage ist, sehr wenig aus, auf Wasser dagegen breite sich ein einziger Tropfen Oel augenblicklich mehrere Fuss

[1]) Phil. Transact. for the Year 1774, p. 455.

in der Runde aus, und werde dabei so dünn, dass er in einem beträchtlichen Raume prismatische Farben hervorbringe, und über die Grenze dieser prismatischen Farben hinaus ganz unsichtbar sei, und nur noch durch die Wirkung der Wellenbesänftigung erkannt werde.

§ 53.

Es scheint, setzt er hinzu, als ob eine gegenseitige Abstossung zwischen den Oeltheilchen einträte, sobald das Oel das Wasser berührt, und zwar eine Abstossung, die so stark ist, dass die auf der Oberfläche schwimmenden Körper, kleine Stückchen Stroh, Laub, Spähne, nach allen Seiten vor diesem Oel, wie Strahlen von ihrem Mittelpunkte, ausweichen, und einen grossen reinen Raum lassen.

§ 54.

Franklin wurde in dieser Vermuthung durch eine Erscheinung noch mehr bestärkt, auf die er bei Herrn Smeaton, dem er bei Leeds die Wirkung des Oels auf die Wellen zeigen wollte, zuerst aufmerksam gemacht wurde: dass nämlich, wenn man eine in Oel umgekommene todte Fliege in einen Teich bringe, sie sich auf dem Wasser sehr schnell um sich selbst drehe. Franklin wiederholte den Versuch sogleich, nahm aber statt einer Fliege in Oel getränkte Holz- und Papierspähne von der Grösse einer Fliege und von der Gestalt eines Komma. Das von der Spitze ausströmende Oel bewegte sie in die Runde in entgegengesetzter Richtung.

§ 55.

Auf einer Schüssel soll sich der Versuch nach Franklin's Bemerkung nicht anstellen lassen, nämlich wegen der durch die Wände beschränkten Ausbreitung des Oels, welche hindert, dass noch etwas ausser dem dünnen Oelhäutchen von dem Oeltropfen ausgehen kann.

Allein der Versuch ist uns nicht nur auf einer Schüssel gleichfalls gelungen, sondern wir haben auch die besonderen Umstände, von denen die Richtung solcher im Wasser schwimmenden, geölten Theilchen abhängt, gefunden, und werden hier bald mehr darüber beibringen.

§ 56.

Die von Franklin über die Einwirkung des Oels auf die Wellenbewegung des Wassers angestellten Versuche führten ihn zu der Erklärung, die wir hier wörtlich mittheilen wollen.

„Luft und Wasser stossen sich gegenseitig nicht ab, vielmehr zieht Wasser, aus dem die Luft vorher ausgetrieben ist, Luft wieder in sich. Daher kann der Wind, indem er über die Oberfläche des Wassers weg-streicht, auf sie reiben, und sie in kleinen Wellen erheben. Die kleinste Welle, wenn sie einmal erregt ist, sinkt nicht unmittelbar wieder ein, und lässt das benachbarte Wasser nicht in Ruhe, sondern hebt, indem sie sinkt, da die Friktion der Theilchen wenig Unterschied macht, fast eine gleiche Menge von dem sie umgebenden Wasser."

„Wirft man z. B. einen Stein in einen Teich, so erregt er um sich eine einzelne Welle, die auch, wenn er zu Boden gesunken ist, fortbesteht. Aber diese erste Welle hebt kreisförmig um sich, indem sie sich senkt, eine zweite, die zweite eine dritte, und so fort, bis zu einer grossen Entfernung. Es bringt eine kleine Kraft, die fortwährend wirkt, eine grosse Wirkung hervor. Berührt man eine schwere aufgehängte Glocke mit dem Finger, so kann man sie anfangs nur wenig bewegen; berührt man sie aber immer wieder von Neuem, wenn auch mit nicht grösserer Kraft, so nimmt die Bewegung der Glocke so lange zu, bis sie sich bis zur grössten Höhe mit einer Kraft schwingt, der man mit der ganzen Stärke des Arms und Körpers nicht zu widerstehen vermag. Wenn auf eben die Weise die zuerst erregten kleinen Wellen fortwährend unter der Einwirkung des Windes stehen, vergrössern sie sich mehr und mehr, ungeachtet der Wind nicht an Stärke zunimmt, werden höher, breiter und länger, so dass endlich jede Welle grosse Massen Wasser einschliesst, durch welche sie in ihrer Bewegung mit grosser Gewalt wirkt."

„Wenn nun zwischen den Theilchen des Oels gegenseitige Abstossung, und zwischen Oel und Wasser keine Anziehung Statt findet, so kann das Oel, wenn man es auf Wasser tropft, nicht vermöge einer Anziehung an dem Orte, wohin es gefallen ist, haften; vom Wasser wird es nicht eingesogen, und hat daher die Freiheit sich selbst auszudehnen; es wird sich auf einer Oberfläche ausbreiten, die nicht allein im höchsten Grade glatt ist, sondern auch durch Abstossung des Oels vielleicht alle unmittelbare Berührung mit dem Oele vermeidet, indem die Oberfläche dasselbe in einer kleinen Entfernung von sich selbst hält; und so wird die Ausbreitung fortdauern, bis die gegenseitige Abstossung zwischen den Theilchen des Oels durch ihre Entfernung geschwächt, und bis auf Null reducirt wird." Nun denkt sich Franklin, dass, „indem der Wind über das mit einem Oelhäutchen bedeckte Wasser bläst, er an demselben nicht haften (anfassen, catch) könne, um die ersten, kleinsten Wellen zu erregen, sondern, dass er über dasselbe hinweg gleitet, und es glatt lässt, wie er es findet. Der Wind bewegt allerdings das Oel ein wenig, welches sich zwischen ihm und dem Wasser befindet, und ihm darüber hinweg zu gleiten dient, und die Friktion hindert, wie auch Oel zwischen den Theilen einer Maschine. Daher Oel, auf die Seite eines Teiches, von der der Wind kommt, getropft, stufenweise nach der Seite fortschreitet, wohin der Wind geht, wie man an der Glätte sieht, die es bis auf die ganz entgegengesetzte Seite mit sich führt."

Da der Wind auf diese Weise gehindert wird, die ersten Kräuselchen (die Franklin als Elemente der Wellen betrachtet) hervorzubringen, so kann er keine Wellen, welche erst durch die fortwährende Einwirkung und Vergrösserung dieser Elemente bewirkt werden können, erregen, und so wird der ganze Teich beruhigt. „Man kann daher die Wellen eines Teiches ganz beruhigen, wenn man auf die Seite desselben kommen kann, wo die Wellen ihren Ursprung nehmen. Dieses kann auf dem Oceane nicht geschehen."

„Vielleicht kann aber etwas gethan werden, um die Wellen des Oceans zu mässigen, wenn wir uns in der Mitte derselben befinden, um ihre Brechung, wo sie nachtheilig sein würde, zu hindern. Denn wenn der Wind frisch bläst, so erheben sich auf dem Rücken einer grossen Welle fortwährend eine Anzahl kleinerer, welche ihre Oberfläche rauh machen, und welche den Wind haften lassen, so dass er sie mit grösserer Gewalt vorwärts treiben kann. Dieses Haften wird durch die verhinderte Entstehung der kleinen Wellen, die das Rauhwerden verursachen, gehindert; vielmehr ist es wohl möglich, dass der Wind, indem er über eine geölte Welle hinzieht, sie, statt vorwärts zu schieben, niederdrücke."

§ 57.

Franklin hatte von einem alten Seekapitän gehört, die Fischer von Lissabon pflegten, wenn sie in Begriff wären in den Fluss einzulaufen, und zu grosse Brandung Statt fände, ein bis zwei Bouteillen Oel in die See auszugiessen, die dann die brandenden Wogen beruhigten.

Diese Behauptung wurde vielleicht die Veranlassung zu dem Versuche, den er zur Stillung der brandenden Wogen, wiewohl ohne Erfolg, mit dem Kapitän Bentinck und in Gegenwart der Herren Banks, Solander und Blagden zu Portsmouth im Oktober 1773 anstellte.

Sie fuhren mit zwei Booten nach einer Küste, an der eine beträchtliche Brandung, die das Landen erschwerte, Statt hatte. Ein Theil der Gesellschaft landete hinter einer Spitze der Küste, wo die Brandung geringer war, und trat dem Boote, das sich $\frac{1}{4}$ Meile vom Ufer vor Anker gelegt hatte, gegenüber. Nun segelte eine andere Barke dem Winde entgegen so weit in die See, dass sie so weit vom Langboote entfernt war, als das Langboot vom Ufer. Die Barke segelte dabei in kurzen Zickzackfahrten (Trips) von ungefähr $\frac{1}{2}$ Meile, und goss auf diesem Wege aus einer grossen steinernen Bouteille, deren Stöpsel eine Oeffnung von der Dicke eines Federkiels hatte, in einem fort Oel aus.

Franklin hoffte, das Oel, welches vom Winde dem Ufer zugeführt wurde, würde daselbst die Brandung mässigen, was die ausgeschiffte Gesellschaft sehr gut würde haben beobachten können. Allein das erfolgte nicht; denn es wurde weder in der Höhe noch in der Gewalt der Brandung ein wesentlicher Unterschied bemerkt. Das Oel aber dehnte sich stufenweise nach dem Langboote aus, und bildete in der ganzen Strecke, wo das Oel ausgegossen worden war, einen Strich geglättetes Wasser, das zwar wogte, dem aber nur die Rauhigkeit, die durch die kleinen Wellen entsteht, fehlte, und es fanden sich daselbst keine oder wenige überschäumende Wellen, obgleich windwärts und windabwärts eine Menge derselben waren. Ein Fahrzeug schien absichtlich diese Fahrstrasse zu wählen und sie zu halten.

Franklin leugnet mit Recht, dass das Oel die Bildung der Wellen, die durch einen ins Wasser geworfenen Stein, oder durch irgend eine andere Kraft, mit Ausnahme des Windes, veranlasst werden, hemmen könnte; daher dauerten auch entstandene Wellen, wenn sie von Oel überzogen wären, fort, so wie ein Pendel fortschwinge, nachdem der Stoss, der ihn in Bewegung setzte, eine Zeit lang aufgehört hat. Das Oel schwäche nur den Stoss des Windes, der die Wellen forttreibt, und indem nun die Wellen weniger starke Stösse erhielten, sänken sie allmählig. So sänken auch die Wellen erst lange nachher, nachdem der Wind aufgehört hätte, bis zum Niveau.

Die Ursache, warum die Brandung bei dem angestellten Versuche nicht gemässigt wurde, liegt nach Franklin wahrscheinlich darin, dass die mit Oel überzogenen Wellen eine zu kurze Strecke bis zum Ufer zu durchlaufen hatten, und dass zu wenig Oel ausgegossen worden war.

Ungeachtet dieser von Franklin im Kleinen angestellte Versuch zu keinen entscheidenden und genügenden Resultaten führte, so machen es doch andere Erfahrungen, nach denen sich Oel, bei Stürmen in grosser Masse in das Meer gegossen, nützlich zur Verhütung der Schiffbrüche, oder zur Verminderung des Schadens und der Gefahr dabei bewies, wünschenswerth, dass diese Versuche auf Kosten irgend einer Regierung im Grossen wiederholt werden möchten.

§ 58.

Viel gelegentlich gemachte Erfahrungen hierüber sind von Lelyveld[1]) zusammengestellt worden.

---

[1]) Essai sur les moyens de diminuer les dangers de la mer par l'effusion de l'huile du goudron ou de quelque autre matiere flottante. Amsterdam 1776. 8. Eine Anzeige dieser Schrift von Meister steht in der Zugabe zu den Göttingischen Anzeigen 1777, St. 12, p. 177.

Er erzählt von einem holländischen Schiffshauptmann Tys Fireman (vielleicht demselben, mit dem Herr Tengnagel fuhr, und dessen Brief an den Grafen von Bentinck, vom 15. Januar 1770, zu Batavia geschrieben, wir früher hier eingerückt haben), er habe den Versuch mit Oel 1769 im Grossen bei einem Sturme angestellt, nachdem er schon sein Steuerruder und seine Segel verloren hatte, und mit sechs halben Ankern (Ancres) Oel die brausenden Wellen gestillt. Ferner erzählt er, Herr May, damals Schiffslieutenant, habe 1735 bemerkt, dass zwei mit Oel beladene und leck gewordene Schiffe durch eine glatte See gesegelt seien, so dass um dieselben herum keine Wellen waren. Ein Schiffshauptmann Namens Pral hat die Stille der Gegend des Meeres, in welche altes Oel aus dem Schiffe rann, auch bemerkt, und ein Kaschelot, aus dem Fett ausfloss, soll die See wohl zwei (holländische) Meilen weit um sich herum glatt gemacht haben.

Lelyveld merkt auch mit an, dass in der Beschreibung des Schiffbruchs der Anna Cornelia diese heilsame Kraft des Oels auch erwähnt sei.

Er führt an, dass durch das Oel ein Heringsschiff gerettet worden sei, während ein anderes, 300 Klaftern weit davon, mitsammt dem Volke zu Grunde gegangen sei. Ein Seeländer habe auf der französischen Küste die Wirkung des Oels gesehen, und glaube, das Oel habe allein ein Schiff gerettet. Ein Herr Destouches de la Fresnaye, ehemaliger Schiffshauptmann von Granville, habe 1736 gesehen, dass ein alter Matrose, bei der Bestürzung des Hauptmanns, blos durch das eben vorhandene Kabeljauöl die Gefahr abgehalten habe. Dieses Oel sei sehr übelriechend, aber das weichste unter allen Oelen.

Herr Day, ein Beamter der Französischen Gesellschaft, habe sein und des Schiffes Heil einer halben Tonne Oel, das er ausrinnen liess, zu danken gehabt, und dasselbe Glück sei durch Oel dem Hauptmann Klym in einer an den holländischen Inseln gestrandeten Schaluppe zu Theil geworden. Zu Noortwyk behaupteten die besten Seeleute die Kraft des Oels zum Stillen der See einstimmig.

Indessen erwähnt auch Lelyveld, dass andere Schiffshauptleute allerlei Einwürfe wider den Gebrauch des Oels machen, und die heilsame Kraft desselben nur auf kurze Zeit zugestehen, wie für eine mittlere einer Brandung ausgesetzte Schaluppe.

§ 59.

Ein Schiffshauptmann habe behauptet, das Meer werde freilich vom Oele glatt, nicht aber eigentlich stille, und hinter der glatten Stelle sei die See um desto zorniger. Die Wahrnehmung, dass Oel, auf das Meer gegossen, desselben Oberfläche glatt und eben mache, sei auch den holländischen Schiffern, zumal denjenigen, die nach Grönland fahren, wohl bekannt gewesen, und zuweilen, wiewohl nicht oft, von ihnen angewendet worden: nicht oft, weil die Leute in der Meinung stünden, dass ein Schiff, wenn es hinter einem Schiffe, das durch Oel die See stillt, nachfolgt, grosse Gefahr leide, und auch die durch Oel gestillte See eine grössere Wuth wieder annehme, welcher Meinung aber die Schiffshauptleute Preal und May widersprochen haben.

§ 60.

Ungeachtet so mannigfaltiger Erfahrungen hat, wie der Baron von Zach[1]) anführt, der Pater Frisi[2]) behauptet, dass das Oel die Wellen nicht besänftigen könnte, und dass die, die das behaupteten, wahrscheinlich durch eine optische Täuschung verführt worden wären.

Herr von Zach stimmt indessen dieser Behauptung nicht bei, vielmehr führt er Erfahrungen für das Gegentheil an. Er[3]) erzählt z. B., „dass ein Glied der Société Royale humaine im Jahre 1800 vorgeschlagen habe, mit Feuerspritzen Oel auf das Meer zu spritzen, um seine Oberfläche zu beruhigen. Nur alsdann (sagte dieser Seemann) werden zur Rettung abgeschickte Fahrzeuge ohne Gefahr dem gescheiterten Schiffe nahen können, ausserdem würden sie bald zertrümmert werden. Dieser erfahrene Seemann erzählt in dieser Hinsicht folgende Thatsache: Als ich mich im Jahre 1774 im Hafen von Kingston (auf Jamaika) befand, war der Wind so stark, und tobte das Meer so sehr, dass kein Fahrzeug sich dem Rande des Schiffs, das ich besteigen wollte, nähern konnte. In *geringer* Entfernung von diesem Schiffe wurde eine Fregatte getheert. Die Sonnenwärme machte den Theer abtröpfeln, und die darin enthaltene fette Materie beruhigte *weit* herum die Oberfläche des Meeres. Man sah nicht eine Riefe auf dem Wasser. Zwei kleine Boote erhielten sich ganz ruhig an seinem *Rande.* Derselbe Seemann erzählt, dass ein holländisches mit Oel beladenes Schiff in einem grossen Sturme auf *Godwin-Sands* gescheitert sei. Die Mannschaft wurde von einem Fahrzeuge von Deal gerettet, aber es wagte nicht eher dem Schiffe sich zu nahen, als bis man eine Quantität Oel in das Meer hatte fliessen lassen: nur dann konnte das Fahrzeug den Schiffbrüchigen zu Hülfe kommen. Ich glaube (fährt dieser achtungswerthe Seemann fort), dass eine der Ursachen des Windes ist, wenn das Wasser nicht hinreichend mit Luft

---

[1]) Correspondance astron. du Baron de Zach, Cahier 27, 1822, p. 492 seqq.

[2]) Opuscoli Filosofici. Milano 1781. Dissert III. dell'azione dell'olio sull' acqua p. 59.

[3]) A. a. O. S. 59.

gesättigt ist. Ein Strom dieser letzteren Flüssigkeit stürzt sich alsdann gegen das Wasser, wie gegen einen leeren Raum."

Hierher gehört auch der Versuch des russischen Hofraths und Akademikus Osorezkowsky, welcher von Halle,[1]) ohne die Quelle zu nennen, angeführt wird.

Osorezkowsky liess auf seiner Reise nach dem Ladoga und Onega im September bei ziemlich stürmischem Wetter das Fahrzeug, worauf er sich befand, am Ausflusse der Wolchawa in den Onegasee an einem Anker befestigen, und goss in vier Malen, kurz nach einander, 42 Pfund Leinöl auf's Wasser..... Die ganze geölte Strecke ward so eben als eine Spiegelfläche, und obgleich die Wellen unter dem Oele noch immer zu schlagen fortfuhren, so hoben sie sich dennoch nicht sehr in die Höhe, und es schien, als würden sie gleichsam von einer Last niedergedrückt gehalten, oder durch eine gewisse Kraft betäubt und zurückgehalten .... Die Wellen zertheilten nicht einmal die Oeldecke, sondern schoben dieselbe allmählig auf die Seite, wohin der Wind das Wasser trieb.

Eine äusserst merkwürdige Beobachtung über die besprochene Eigenschaft des Oels ist die von Herrn C. E. M. Richter,[2]) welcher Begleiter des dänischen Kapitäns Feddersen, und Lehrer seiner Söhne, auf einem nach St. Thomas bestimmten Schiffe war. Er stand während eines furchtbaren Sturmes am Ufer der Insel Porto Santo, und sah, wie ihr Schiff von den Ankern losgerissen, zertrümmert und verschlungen wurde. „Jetzt," fährt er fort, „zeigte sich mitten in der Bai ein Boot, welches von Wind und Wellen uns entgegengetrieben wurde. Als es den Strand erreichte, schien das Meer rund um dasselbe still zu stehen, und es war, als ob seine hellglänzende Schaumfarbe in diejenige überging, welche dem Meere in seinem ruhigen Zustande eigen ist. Aber bald erhoben sich die Wellen mit verdoppelter Kraft, und schleuderten, *ohne sich zu brechen,* das Boot hoch auf den Strand herauf. Es sprang dann eine Menge Menschen heraus, welche, um von den nacheilenden Wellen nicht eingeholt und zurückgeschwemmt zu werden, in grösster Eile die Anhöhe erstiegen, auf welcher wir uns befanden" — „[3])die Vorsicht unseres Kapitäns, im grossen Boote zu jeder Zeit ein Fässchen Oel bereit zu halten, kam ihm jetzt vortrefflich zu statten, und es würde ohne dem eine glückliche Landung nicht möglich gewesen sein. Denn als das nach dem inneren Ende der Bai getriebene Boot im Begriffe stand, *von den am Strande sich brechenden* Wellen verschlungen zu werden, hatte man den Boden des Oelfasses eingestossen, und das Oel in das Meer

---

[1]) Halle's Magie, Th. IV, p. 566.

[2]) Reisen zu Wasser und zu Lande in den Jahren 1805—1817, Dresden 1821, Bd. II, p. 66.

[3]) A. a. O. S. 68 bis 70.

geschüttet, wodurch jene plötzliche Veränderung des Wassers, die ich von meinem Standpunkte aus bemerkte, erzeugt worden war.“ Er sagt, es könne das Oel zwar das Meer nicht völlig glätten, auch werde die Oeldecke bald zu dünn, um dem Drucke des Windes zu widerstehen, hauptsächlich bewirke es aber, „dass die Wellen, welche beim Erreichen des Strandes als Brandung brechen würden, sich wie ein dicker, zusammenhängender Wulst den Strand beträchtlich hinaufwälzen“. — „Die Wellen treiben es (das Schiff) alsdann, anstatt es an die Kante des Strandes zu setzen, und dann darüber hin zu brechen, so weit auf denselben, dass die nachfolgenden es nur schwach berühren können.“ Von der Eigenschaft des Oels, die Wellen niederzudrücken, sagen, wie Herr Richter bemerkt, die Seeleute, es jage ihm einen *Schrecken* ein. Das Oel „wird noch heutiges Tages von Seefahrern, besonders von den holländischen, zu diesem Zwecke häufig benutzt“.

Unserem verehrten Freunde, Herrn Professor Weiske in Leipzig, der uns von der Zuverlässigkeit des Herrn Richter, den er als seinen Schulfreund genau kennt, versicherte, hat der Herr Verfasser noch mündlich mitgetheilt, dass er das zum Zwecke der Besänftigung der Wellen bestimmte Oelfässchen in vielen holländischen Fahrzeugen und Booten gesehen habe.

§ 61.

Aus den voraus geschickten Erfahrungen kann man folgende Sätze als Resultate ziehen:

1. Das Oel, wenn es auch nur in geringer Menge mit Wasser in Berührung kommt, zeigt die Erscheinung, sich mit einer bewundernswürdigen Gewalt und Geschwindigkeit über eine grosse Strecke desselben in Gestalt eines durchsichtigen, höchst dünnen Oelhäutchens auszubreiten.
2. Innerhalb dieser Strecke verschwinden die kleinsten Wellen, die die Oberfläche des Wassers und der grösseren Wellen kraus und uneben machen, und die Oberfläche des Wassers wird daher spiegelnd.
3. Die grösseren Wellen setzen zwar ihren Lauf durch diese Strecke hindurch fort, werden dabei aber selbst niedriger, und zwar in dem Grade mehr, als die geölte Strecke, durch die sie ziehen, grösser ist.
4. Es ist noch nicht gewiss ausgemacht, ob der über die geölte Strecke blasende Wind nicht auf die nächste Strecke, die ausserhalb der Grenze der geölten Fläche liegt, etwas heftiger wirke, als er darauf wirken würde, wenn gar kein Oel auf das Wasser gegossen wäre.

5. Ob die Wirkung des Oels so gross sein könne, dass man, wenn man ölige Materien in hinreichender Menge auf das Meer giesst, davon Vortheil für Schiffe bei heftigen Seestürmen und Brandungen hoffen dürfe, ist durch Versuche noch nicht bestimmt, durch Erfahrungen aber in einem gewissen Grade wahrscheinlich.
6. Die geölten Wasserflächen lassen mehr Licht in das Innere desselben eindringen, und die von den im Wasser befindlichen Gegenständen reflektirten Lichtstrahlen ungestörter herausfallen. Taucher erhalten daher im Wasser dadurch mehr Licht, und Menschen, die in das Wasser von aussen hinein sehen, erkennen die Gegenstände darin deutlicher.

§ 62.

Achard[1]) kann unmöglich die Wirkungen des Oels genauer untersucht und beobachtet haben, wenn er dabei dem Oele keine andere Wirkungsart zuschreibt, als anderen auf dem Wasser herumschwimmenden Körpern, und wenn er räth, statt Oel in das Meer zur Besänftigung der Wellen auszugiessen, eine Anzahl leerer verschlossener Tonnen, oder mit Luft erfüllter, geschlossener blecherner Kästen in das Meer auszuwerfen, von denen er im Kleinen einen erwünschten Erfolg gesehen haben will. Wir leugnen nicht, dass auch dieses Verfahren einige Wirkung haben könne, auch war diese Wirkung den Alten schon bekannt, denn schon Aristoteles[2]) stellt die Frage auf: „Warum, wenn etwas in das wogende Meer geworfen wird, wie der Anker, die Wogen sich legen?“ Auch könnte hierher wohl die Erscheinung gezogen werden, deren Richter[3]) erwähnt: „der Regen ebnete das Meer mit bewunderns-würdiger Kraft“.

Allein, dass das Oel diese Wirkung durch eine ganz andere, ihm eigenthümliche, näher zu untersuchende Eigenschaft hervorbringt, und weit schneller und mächtiger seine Kraft äussert, und diesen Einfluss auf eine sehr grosse Fläche gleichzeitig ausdehnt, ist nicht zweifelhaft.

§ 63.

Welche Körper haben die Eigenschaft, sich auf der Oberfläche des Wassers und anderer Flüssigkeiten zu einem dünnen Häutchen auszudehnen, und mit welchen Erscheinungen ist diese Ausdehnung verbunden?

---

1) Sammlung physikalischer u. chemischer Abhandlungen, Bd. I, Berlin 1784, S. 83.

2) Problem. XLI. 4.

3) Reisen zu Wasser und zu Lande in den Jahren 1805—1817, Dresden 1821, Th. I, S. 43.

Diese Eigenschaft zeigen alle Oele, sowohl die fetten und die ätherischen, als auch die brenzlichen, ferner alle Fettigkeiten, von diesen die festeren sehr deutlich auf warmem Wasser. Von uns sind untersucht, das

Rübsenöl,
Olivenöl,
Mandelöl,
Terpentinöl,
Lavendelöl,
Nelkenöl,
Bergöl, Ol. petri,
Hirschhornöl, Ol. cornu cervi.

§ 64.

Wird z. B. die Spitze eines Körpers in Rübsenöl getaucht, und, nachdem der daran hängende Tropfen abgestrichen worden ist, an die Oberfläche des Wassers gebracht, das eine Schüssel erfüllt, und durchaus keine Fettigkeit oder öligen Stoff enthält, so strömt das Oel im Augenblicke der Berührung mit dem Wasser mit überraschender Geschwindigkeit nach allen Richtungen über die ganze Oberfläche aus, und zeigt während des Ausströmens die lebhaftesten Regenbogenfarben. Eine zweite ganz kleine Menge Oel breitet sich auf derselben, schon durch den ersten Versuch etwas geölten Fläche ebenfalls, aber weniger geschwind aus, und das kleine Oeltröpfchen, das mit dem Wasser in Berührung kommt, bildet nun einen runden öligen Fleck, der gleichfalls Regenbogenfarben zeigt, und, indem er sich langsam vergrössert und ausdehnt, viele kleine nach und nach grösser werdende runde Löcher, vorzüglich in der Nähe seines Randes, erhält, zwischen welchen das angehäufte Oel in der Form einer netzförmig durchbrochenen Materie erscheint.

Hat die Wasserfläche nun so viel Oel, als sie kann, aufgenommen, so breiten sich Oeltröpfchen, die man darauf bringt, gar nicht mehr aus.

§ 65.

Mandelöl breitet sich auch in eine Oelhaut auf der Oberfläche des Wassers aus, es erscheinen aber dabei keine deutlichen Regenbogenfarben.

Die ätherischen Oele können in viel grösserer Menge auf Wasser gebracht werden, bevor ihre Ausbreitung gehindert wird, daher breiten sie sich auch auf Wasser, das mit einem dünnen Häutchen fetten Oels überzogen ist, und wo sich das fette Oel nicht mehr ausbreitet, noch immer mit beträchtlicher Gewalt aus; umgekehrt aber breitet sich fettes Oel auf Wasser, auf dem nur ein wenig ätherisches Oel ist, gar nicht aus. Terpentinöl und Lavendelöl zeigten dabei sehr schöne Regenbogenfarben; Nelkenöl dagegen (welches schwerer ist als Wasser) breitet sich zwar mit grosser Gewalt auf der Oberfläche des Wassers aus, bildet aber keine zusammenhängende Oelhaut und zeigt auch keine Regenbogenfarben. Terpentinöl, in welchem etwas resina pini aufgelöst ist, breitet sich langsamer auf Wasser aus als reines Terpentinöl, und überzieht das Wasser mit einer dünnen Harzdecke. Ol. petri und Ol. cornu cervi zeigen auch Regenbogenfarben.

Wird die Oberfläche des Wassers, die von einer Oeldecke überzogen war, durch Verdunsten des ätherischen Oels, oder durch Druckpapier, mit dem die Oberfläche gestrichen worden ist, von dem Oele befreit, so lassen sich die Erscheinungen von Neuem auf demselben Wasser hervorbringen, woraus schon hervorgeht, dass die darauf angebrachten Stoffe nur auf der Oberfläche, nicht im Innern der Flüssigkeit sich ausgebreitet hatten.

§ 66.

Mit welcher Gewalt sich die Oele auf der Oberfläche des Wassers ausbreiten, sieht man aus folgenden Versuchen. Schneidet man kleine Theilchen von der Fahne einer Feder ab und lässt sie auf Wasser schwimmen, so werden sie mit grosser Schnelligkeit gegen den Rand des Gefässes in dem Augenblicke getrieben, wo etwas Oel auf die Mitte des Wassers gebracht wird, und es wirkt dieser Stoss selbst auf die Theilchen, welche 3 bis 4 Zoll von dem Punkte entfernt sind, wo das Oel mit dem Wasser in Berührung kommt.

Bringt man einen Oeltropfen auf Kalkwasser, das sich mit einem Häutchen von kohlensaurem Kalke überzogen hat, nachdem das Häutchen durch eine Bewegung des Wassers Risse bekommen hat, so streicht das sich ausbreitende Oel das Kalkhäutchen ab, und schiebt den kohlensauren Kalk bis an den Rand des Gefässes.

Bringt man zwei Oeltröpfchen zugleich auf Wasser, so können sie sich nicht vereinigen und eine ununterbrochene sichtbare Oelhaut bilden, sondern ihre ausgebreiteten Oeldecken bleiben getrennt, und die des grösseren Tropfens drängt die des kleineren zurück, so dass die letztere keine runde, sondern eine herzförmige Gestalt erhält. Man bemerkt auch, dass eine neu sich bildende Oelhaut eine früher gebildete so zurückdrängt, dass sie über die Grenze, wo beide in Ruhe und Gleichgewicht stehen würden, fortschreitet, und daher sogleich wieder etwas zurückweichen muss. Hieraus muss man wohl schliessen, dass das Oel bei seiner Ausbreitung auf irgend eine Weise beschleunigt und retardirt wird.

Bestreicht man leichte Körper, die am Wasser nicht fest haften, z. B. eine längliche Federflocke, die man aus der Fahne einer Gänsefeder geschnitten hat, mit ein wenig fetten Oel, noch besser aber mit Lavendel- oder Nelkenöl, und zwar so, dass an dem einen Ende der länglichen Flocke der rechte Rand, am anderen Ende der linke Rand der Flocke mit etwas Oel benetzt wird, so dreht sie sich, sobald sie auf die Oberfläche eines von Oel freien Wassers gebracht wird, mit grosser Heftigkeit um sich selbst, und zwar jedes Ende der Flocke nach der Seite, welche dem Rande, an den das Oel gestrichen wurde, entgegengesetzt ist. Zugleich bemerkt man das Ausströmen des Oels von den benetzten Rändern durch die entstehenden Regenbogenfarben. Man hat daher die Bewegung dieser leichten Körper in seiner Gewalt und kann voraus bestimmen, wohin sie sich drehen sollen. Benetzt man das eine geradlinig abgeschnittene Ende einer solchen Flocke allein mit Oel, so fährt die Flocke wie ein Kahn gerade vorwärts nach der Richtung des anderen Endes der Flocke, das mit Oel nicht benetzt wurde. Wurde blos das eine Ende einer länglichen Flocke an seinem einen Seitenrande mit Oel benetzt, so dreht sich die Flocke so um sich selbst, dass die Spitze des anderen Endes der Flocke das Centrum der Drehung wird.

§ 67.

Längliche und dicke Stücke Kamphers, die an ihrem einen Ende angezündet worden sind, gerathen in eine ähnliche Bewegung; dabei wird ein Theil des Kamphers in eine gelbliche Masse verwandelt, die nach brenzlichem Oele schmeckt, und auch, wenn die Flamme verlöscht ist, mit einer erstaunenswürdigen Schnelligkeit die mannigfaltigsten, vorzüglich aber drehenden Bewegungen zeigt. Kampher in 1 Linie grossen und noch kleineren Stückchen in reinem kalten Wasser zeigt diese Bewegung, wenn die Wasserfläche nicht zu klein ist, auch, worüber man die Versuche von Prevost,[1] Carradori,[2] Venturi[3] und Link[4] nachsehen kann. Es scheint demnach vorzüglich das sich beim Verbrennen des Kamphers entwickelnde brenzliche Oel zu sein, was seine auffallenden Bewegungen verursacht.

---

[1] Annales de chimie, T. XXI, S. 259. Gren's Neues Journal der Physik, Bd. IV, Leipzig 1797, S. 243.

[2] Gilbert's Annalen XII, S. 108.

[3] Gilbert's Annalen XXIV, S. 147.

[4] Gilbert's Annalen XXVI, S. 146.

Diese Bewegungen der mit Oel bestrichenen Federflocken oder auch der Kampherstückchen werden augenblicklich aufgehoben, wenn ein klein wenig fettes Oel mit dem Wasser in Berührung kommt.

Andere stark riechende Stoffe, als Kastoreum, Moschus, kohlensaures Ammoniak drehen sich nach unseren Versuchen nicht, wenn sie mit dem Wasser in Berührung kommen, und zeigen auch keine Ausströmung durch Regenbogenfarben. Wohl aber sollen alle riechenden, festen und flüssigen Substanzen, als Naphta, Alkohol, Salpetersäure, salpetrige Säure, Ammoniak, Essig, ebenso wie ätherische Oele, wenn sie auf eine befeuchtete Platte oder auf eine weite Untertasse, die mit einer ganz dünnen Wasserschicht überzogen ist, gebracht werden, nach Prevost das Wasser aus der Stelle treiben und so um sich herum einen wasserfreien Raum von mehreren Zollen bilden. Auch aus dem nicht brennenden Kampher strömt nach Carradori ein Oel, das eine schillernde Haut auf dem Wasser bildet. Kamphercylinder, senkrecht bis zur Hälfte in Wasser getaucht, sollen, wenn sie 24 Stunden so geschwommen, nach Venturi da, wo sie von der Oberfläche des Wassers berührt werden, horizontal in zwei Hälften durchschnitten werden.

§ 68.

Nicht im Innern nur an der Oberfläche der Flüssigkeiten, wo das Oel zugleich mit der Luft in Berührung ist, giebt es die erzählten Erscheinungen. Bringt man ein Tröpfchen Nelkenöl mittelst eines eingetauchten Röhrchens auf den Boden eines mit Flüssigkeit gefüllten Gefässes, so zertheilt es sich nicht, sondern bleibt, da es specifisch schwerer ist als Wasser, in der Gestalt eines Kügelchens liegen. Tränkt man etwas Druckpapier, nachdem es durch ein Steinchen beschwert worden ist, mit etwas Lavendelöl, und lässt es nun auf den Boden eines mit Wasser gefüllten Gefässes fallen, so strömt das Oel von dem Papier nicht aus. Augenblicklich strömt es aber heftig aus, sobald man das Papier durch ein Zängelchen fasst und an die Oberfläche des Wassers bringt, und zwar an den Stellen allein, die gerade mit der Oberfläche des Wassers in Berührung sind.

§ 69.

Höchst merkwürdig sind die Erscheinungen, welche fette und ätherische Oele hervorbringen, wenn man mit ihnen im Wasser auflösliche Körper, z. B. kohlensaures Ammoniak, Zucker u. s. w. getränkt hat. Thut man nämlich ein mit Lavendelöl getränktes Stückchen Zucker in ein mit Wasser gefülltes Gefäss, so dass das Wasser etwa einen Zoll hoch den Zucker bedeckt, so werden von dem sich auflösenden Zucker kleine Oeltheilchen fortgetragen, die in dem Augenblicke, wo sie die Oberfläche des Wassers erreichen, sich so gewaltsam ausbreiten, dass sie kleine kreisförmige Wellen erregen und auf dem Wasser schwimmende Körperchen in eine zuckende Bewegung versetzen, durch welche die Körperchen von dem Punkte, von dem aus sich das Oeltheilchen ausbreitet, ein Stück abwärts geschleudert werden. Da nun die Oeltheilchen nicht nur zu dem Theile der Oberfläche des Wassers gelangen, der senkrecht über dem sich auflösenden Zucker ist, sondern auch mehrere Zoll weit von dem Zucker entfernt, die Oberfläche erreichen, so werden Körperchen, die auf dem Wasser schwimmen, von dem Zucker ruckweise bald nach der Mitte, bald nach dem Rande des Gefässes gestossen.

Hierauf beruhen auch wahrscheinlich die Erscheinungen, welche Prevost[1]) von dem Kampher erzählt hat, an dem wir sie aber, wenn wir ihn nicht mit ätherischen Oelen befeuchteten, nicht wahrnehmen konnten.

Die Oeltheilchen zertheilen sich also auch in diesem Falle nicht, während sie sich im Innern des Wassers fortbewegen, sondern breiten sich erst plötzlich von einem Pünktchen aus, sobald sie die Oberfläche des Wassers erreichen, und zeigen dabei häufig Regenbogenfarben. Man darf sich daher nicht wundern, dass die Heftigkeit der zuckenden Bewegung, in die die Oberfläche des Wassers im Anfange geräth, und die man verleitet werden könnte für eine elektrische Erscheinung zu halten, nachlässt, wenn sie sich mit einem hinreichend dicken Oelhäutchen bedeckt hat.

§ 70.

Dass es indessen hierbei auf eine gewisse Anziehung der Oberfläche des Wassers zu dem öligen Stoffe mit ankommt, sieht man daraus, dass diese Erscheinungen verstärkt werden können, wenn man dem Wasser vorher kaustisches Kali oder ätzenden Kalk, so viel es aufnehmen kann, zusetzt, und dann ein fettes oder ätherisches Oel darauf bringt, worauf die Ausströmung mit ungleich grösserer Gewalt und Geschwindigkeit vor sich geht. Es bildet der herein gethane Oeltropfen hierbei einen runden dunkeln Fleck, von dessen Rande mit der grössten Gewalt farbige Strahlen ausgeschossen zu werden scheinen. Dahingegen Schwefelsäure, die dem Wasser zugesetzt wird, die Erscheinung ganz träge macht.

---

[1]) Ueber die Ausflüsse riechender Körper und über die Mittel, sie dem Gesichte bemerkbar zu machen. Annales de chimie, T. XXI, S. 259. Gren's Neues Journal der Physik, Bd. IV, Leipzig 1797, S. 243.

Eben so breitet sich Olivenöl auf aceto destillato nur ganz träge aus, ohne Regenbogenfarben hervorzubringen; dahingegen Nelkenöl und Lavendelöl, welches letztere auch schöne Farben giebt, Federflocken mit grosser Kraft herum drehen, auch dann noch, wenn man zuvor Tropfen fetten Oels auf die Oberfläche des Essigs gebracht hatte, ein Beweis, wie wenig sich das Olivenöl auf aceto destillato auszubreiten im Stande ist. Auf Salpetersäure breitet sich Rübsenöl nicht mit grosser Geschwindigkeit aus und gab keine Regenbogenfarben, Nelkenöl breitet sich sogar gar nicht aus, Lavendelöl dagegen breitet sich darauf mit ziemlicher Geschwindigkeit und Kraft aus und lässt dabei auch Regenbogenfarben erscheinen.

Auch in einer gesättigten Kochsalzauflösung war die Ausbreitung von Rübsenöl träger als auf reinem Wasser.

Nach den Erfahrungen Draparnaud's und Carradori's breitet sich Ammoniak nicht auf Wasser und Weingeist, wohl aber auf Oel aus und treibt ein auf Wasser verbreitetes Oelhäutchen zurück. Nach Carradori breitet sich auch gepulverter Kampher auf Quecksilber aus und treibt dabei Schwefelblumen, die vorher darauf gestreut waren, in einem kleinen Umkreise zurück, noch heftiger breitet sich der weisse Saft der Euphorbia auf Quecksilber aus und treibt dabei den Kampher zurück. Dieser Saft breitet sich auch auf Wasser mit viel grösserer Kraft als Oel aus, drängt daher das Oel zurück, und dient nach Carradori dazu, das Oel sichtbar zu machen, das vom Kampher auf das Wasser ausgeht.

§ 71.

Das Oel zeigt ein ähnliches nur langsameres Fortschreiten durch feste Körper, mit denen es auch nicht chemisch verbunden wird, d. h. die es nicht auflösen kann. Dass dicke Bücher von einer kleinen Menge Oel ganz und gar durchdrungen werden können, ist Jedem bekannt. Eben dasselbe geschieht bei einem Stück Thon.

Wie eine Menge riechender Körper ihren Riechstoff in der Luft ausbreiten, ist uns gänzlich unbekannt. Dieser Vorgang hat aber namentlich auch darin Aehnlichkeit mit der Ausbreitung der Oele auf dem Wasser, weil eine in einem gewissen Grade mit den Riechstoffen gesättigte Luft nichts mehr von dem riechenden Körper in sich aufzunehmen scheint. Wenigstens wird das dadurch wahrscheinlich, dass riechende Körper, die sich an der freien Luft verriechen würden, in grösseren verstöpselten Flaschen aufgehoben, sich nicht verriechen, ungeachtet sie die Flaschen nicht ausfüllen. Eben so nimmt eine Fläche Wasser, die mit einem hinreichend dicken Oelhäutchen überzogen ist, kein Oel mehr auf, das daher sich nicht mehr ausbreitet.

Vielleicht gehört auch die grosse Gewalt, mit welcher sich sichtbare Wasserdünste, die aus einem mit heissem Wasser gefüllten Gefässe aufsteigen, in einem grossen Luftraume ziemlich gleichmässig verbreiten, hierher, und die überschüssige Menge des Wassers scheint sich sogar auf eine ähnliche Weise, wie das Oel auf der Oberfläche, in bestimmten Höhen der Luft schichtenweise anzuhäufen und zu verdichten.

§ 72.

Allein wir können Prevost nicht beistimmen, der diese Erscheinungen für fast gleichartig zu halten geneigt ist. Die Oele breiten sich nicht im Innern des Wassers aus, sondern an der Grenze zwischen zwei verschiedenartigen Flüssigkeiten, zwischen Luft und Wasser, und auch die Luft hat hierbei einen besonderen Einfluss. Man hat auch wohl kein Recht, mit Prevost die ganze Erscheinung als allen Riechstoffen, und zwar ausschliesslich, zukommend anzusehen. Denn an dem Mandelöle und manchen Fettarten, an denen man keinen deutlichen Geruch bemerkt, findet die Erscheinung so deutlich Statt; hingegen am Moschus, Kastoreum und kohlensauren Ammoniak haben wir keine dieser Erscheinungen bemerken können, ungeachtet Prevost auch diese Körper unter die Zahl derer rechnet, die solche Erscheinungen bewirken können. Indessen ist es höchst interessant, dass der Kampher nach Prevost 30 bis 40 Mal schneller verdunstet, wenn er auf Wasser liegt, als wenn er von allen Seiten von der Luft umgeben ist, dass er sich hierbei an den Ecken abrundet, statt er an der Luft verdunstend seine Gestalt behält, und dass dieselbe Wirkung des Wassers auf den Kampher auch dann bemerkt wird, wenn er nur auf nass erhaltenem Löschpapier liegt.

§ 73.

Die ganze Erscheinung ist noch gar nicht erklärt. Die Heftigkeit derselben kann auf die Vermuthung einer elektrischen Wirkung führen, die aus der Wechselwirkung der Luft und des Wassers, welche durch die dünne Oelschicht getrennt werden, hervorginge. Carradori erklärt sie durch Flächenanziehung, die aber Link von Verwandtschaft nicht streng getrennt wissen will.

§ 74.

Nach unseren Versuchen bringen alle Oele, die fetten Oele sowohl als die ätherischen und brenzlichen, die Wirkung hervor, die kleinsten Wellenordnungen zu besänftigen, welche das Wasser der Eigenschaft zu spiegeln berauben. Von dem brenzlichen Oel mag es auch wohl herrühren, dass dem Theer die Eigenschaft, das Wasser zu glätten, zukommt. Der Baron von Zach[1]) bemerkt, dass das dickste Leinöl am wenigsten fähig sei, durch Luftstösse in Bewegung gesetzt zu werden, zumal wenn es mit etwas Nürnberger Schwarz vermischt würde, wodurch man ihm eine gewisse Konsistenz geben könne, ohne die Flüssigkeit desselben zu mindern, und ohne zu hindern, dass seine Oberfläche eine vollkommene Ebene bilde. Er hält es deswegen zur Wellenstillung für vorzüglich geschickt. Wir haben auf einem Teiche bei Leipzig Rübsenöl, Mandelöl, Terpentinöl und brenzliches Hirschhornöl mit gutem Erfolge zur Wellenstillung angewendet. Natürlich dauert aber die Wirkung der ätherischen Oele, weil sie vermöge ihrer grossen Flüchtigkeit sehr schnell verfliegen, nicht lange. Es ist bewundernswürdig, wie sich einige wenige Tropfen über eine grosse Fläche eines Teiches verbreiten, und wie hier an diesem scharf begrenzten Flecke das kleine Gekräusel der Wellen aufhört. Unsere Beobachtungen stimmen hierüber ganz mit den Franklin'schen zusammen und wir brauchen sie daher nicht zu erzählen.

§ 75.

Was die Erklärung der Wellen besänftigenden Kraft des Oels anlangt, so stimmen wir Franklin in Wesentlichen bei. Der Wind kann nicht wohl an der geölten Oberfläche des Wassers haften und sein bewegender Einfluss erstreckt sich daher nur dahin, diese Oeldecke langsam weiter zu schieben, was übrigens, da der Oelüberzug selbst eben so wenig an der Wasserfläche, die er berührt, haftet, geschieht, ohne dass die Wassertheilchen selbst mit fortgerissen und beunruhigt würden. Die meisten Winde streichen unter einem sehr spitzen Winkel auf das Wasser. Man denke sich ihre bewegende Kraft in eine senkrecht auf das Wasser wirkende und in eine horizontale zerlegt. Die horizontal wirkende schiebt zum Theil das Oel weiter und beunruhigt dabei das Wasser nicht, weil die Oeldecke am Wasser nicht haftet, zum Theil gleitet der Wind selbst über die Oeldecke, an der er ebenfalls nicht haftet, hin.

Es bleibt demnach nur die schwächere, senkrecht auf das Wasser drückende Kraft des Windes übrig, die aber nicht wohl geeignet ist Wellen zu erregen, weil sie die Bildung derselben eben so sehr stört als befördert. Denn da die vordere Hälfte jeder Welle im Steigen ist, während sich die hintere Hälfte im Sinken befindet (man sehe § 128), so hemmt die senkrecht auf das Wasser wirkende Kraft des darüber hinfahrenden Windes das Emporsteigen der vorderen Hälften der Wellen eben so sehr, als er das Niedersinken der hinteren Hälften derselben

[1]) Correspondance astronomique du Baron de Zach. Cahier VI, 1822, S. 492 seqq.

befördert. Auch bemerkt man in der That, dass, wenn man auf die Oberfläche einer in einer Schüssel befindlichen Flüssigkeit, z. B. Quecksilber, durch ein Röhrchen vollkommen senkrecht und gleichförmig bläst, durch das Blasen nur bei dem ersten Aufstossen und bei dem plötzlichen Aufhören des Luftstroms einige Wellen erregt werden, dass aber während der ganzen Zwischenzeit durch das Blasen nur eine Vertiefung des Wassers ohne Wellenbewegung desselben hervorgebracht wird, dahingegen, wenn man unter einem Winkel, der von dem rechten sehr abweicht, auf das Wasser bläst, sehr regelmässige und grosse Wellen entstehen.

Folgende Vergleichung wird das Abgleiten des Windes und die Zerfällung seiner bewegenden Kraft in zwei Kräfte noch mehr erläutern.

Wenn man auf eine leicht bewegliche Tafel, über die man ein seidenes Tuch gebreitet hat, mit den Fingerspitzen unter einem schiefen Winkel drücken wollte, so würde man nicht die Tafel, sondern nur das darüber hingebreitete Tuch fortschieben, während die Tafel nur den senkrechten Druck der mit dem Tuche fortgleitenden Finger erführe.

Hieraus geht hervor, dass das Oel schon entstandene Wellen an sich nicht hindert und niederdrückt, dass es auch der Entstehung der Wellen durch andere bewegende Kräfte als der Wind, z. B. durch in Wasser geworfene Steine, nicht entgegensteht, sondern dass es nur den Wind verhindert, an der Oberfläche mit Oel überzogener Flüssigkeiten zu haften und auf diese Weise die ersten kleinsten Wellen zu bilden und die entstandenen zu vergrössern. Wellen, die aber nicht durch immer neue Stösse verstärkt werden, werden von selbst immer kleiner und verschwinden nach und nach ganz.

§ 76.

Blei auf Quecksilber in sehr geringer Menge gebracht, bringt eine ähnliche Erscheinung hervor, als das Oel auf dem Wasser. Es bildet sich nämlich über dem Quecksilber ein Häutchen von *Bleioxyd*, welches den längeren Fortgang erregter Wellen so sehr hindert, dass das Quecksilber zu den Versuchen, zu welchen es von uns benutzt wurde, ganz unbrauchbar wurde.

Allein das Bleioxydhäutchen bewirkt diese Dämpfung der Wellen auf eine ganz andere Weise, indem es als eine Haut der Erhebung der Wellen widersteht und durch die Reibung ihre Kraft schwächt. Sollte dem Oele auch in dieser Hinsicht überhaupt wirklich ein Einfluss zugestanden werden, so kann er doch nur sehr gering sein, da das Oelhäutchen auf dem Wasser so äusserst dünn und dehnbar ist, und da man, wenn man einen Stein auf eine mit Oel überzogene Wasserfläche wirft, kein merkliches Hinderniss für den Fortgang der Wellen wahrnimmt.

§ 77.

Indessen ist nicht zu leugnen, dass die Oelhäutchen eine beträchtliche Elasticität zu haben scheinen, indem sie, wenn sie durch Blasen auf die Oberfläche oder durch Schwankung der Flüssigkeit hier und da gedehnt werden, an diesen Stellen Regenbogenfarben zeigen, die sie vorher nicht zeigten, sowie die dehnende Ursache aufhört, sich wieder zusammenziehen, wobei dann die erschienenen Regenbogenfarben wieder verschwinden.

Abschnitt III.

Ueber die Erregung der Wellen durch augenblicklich wirkende bewegende Kräfte.

a) *In ruhender Flüssigkeit.*

§ 78.

Die Wellen, auf diese Weise in einem einzigen Zeitmomente erregt, bleiben sich ganz allein selbst überlassen. Hier ist also ihre Bewegung so einfach und so wenig durch den fortdauernden Einfluss fremder Kräfte gestört, dass man hoffen darf, durch genaue Betrachtung der Erscheinungen, die nach dieser Methode veranlasst werden, eine erfahrungsmässige Grundlage für eine Theorie der Wellen bilden zu können.

Das einfachste Mittel ist ein plötzlich vorübergehender Stoss auf eine Flüssigkeit, deren Gleichgewicht dadurch an einem oder mehreren Punkten gestört wird.

Die Durchsichtigkeit der Flüssigkeiten ist ein vorzügliches Hinderniss, die veränderte Gestalt der Oberfläche einer Flüssigkeit genau zu beobachten, weil man nämlich durch die Oberfläche hindurch in das Innere derselben sieht und daher die Oberfläche selbst nicht genau genug unterscheiden kann. Man bediene sich deshalb bei feinen Versuchen der allerundurchsichtigsten Flüssigkeit, des Quecksilbers; in Ermangelung desselben aber gefärbter, jedoch nicht klebriger Flüssigkeiten. Das Quecksilber hat aber noch einen zweiten Vorzug vor anderen Flüssigkeiten. Eigentlich nämlich sollten feinere Versuche über die Bewegung der Wellen im luftleeren Raume angestellt werden, weil die Luft der Entstehung und Bewegung der Wellen ein bedeutendes Hinderniss entgegensetzt. Da nun in einer Quecksilberwelle, die nur einen sehr kleinen Raum einnimmt, wegen des grossen specifischen Gewichts desselben, eine verhältnissmässig grosse bewegende Kraft wirksam ist, so werden die Quecksilberwellen durch den Widerstand, den ihnen die Luft entgegensetzt, weit weniger gehindert sich frei zu entwickeln, als Wasserwellen und Weingeistwellen. Sie sind daher viel steiler und ihre Grenzen schärfer.

§ 79.

Man kann nun Wellen entweder von einem Punkte aus oder von einer oder mehreren Linien aus entstehen lassen.

Von einem Punkte aus entstehen sie, wenn man einen Tropfen derselben Flüssigkeit oder einen fremden Körper auf die Oberfläche der zu untersuchenden Flüssigkeit fallen lässt. Unter allen zu beobachtenden Fällen ist dieser der einfachste und wichtigste.

Von einer Linie aus entstehen sie, wenn man einen Körper von bestimmter Gestalt in eine Flüssigkeit so eintaucht, dass alle Punkte des der Flüssigkeit zugekehrten Randes des Körpers diese senkrecht und gleichzeitig berühren.

Da der Stoss, den man festen Körpern ertheilt, so schnell durch dieselben fortgepflanzt wird, dass die Zeit, welche er braucht, um kleine Strecken zu durchlaufen, ganz aus der Acht gelassen werden kann, so kann man auch Wellen von einer in sich selbst zurücklaufenden Linie aus erregen, indem man den Rand eines mit Flüssigkeit erfüllten Gefässes durch einen plötzlichen Stoss erschüttert. Der Stoss wird dann von allen Punkten des Randes der Flüssigkeit, die den Rand berührt, augenblicklich und so gut als gleichzeitig mitgetheilt, und so gehen Wellen vom Rande des Gefässes aus, deren Gestalt, der Länge der Wellen nach, der Gestalt des Randes des Gefässes anfangs entsprachen.

Man sieht leicht ein, dass, wenn man dadurch, dass man Wellen von einem Punkte aus erregt, den Vortheil hat, die Entwickelung der Wellen unter den einfachsten Verhältnissen zu sehen, die Methode, Wellen von einer Linie aus zu erregen, den Vorzug besitzt, die Veränderung der Gestalt und des Ortes von Wellen sichtbar zu machen, deren ursprüngliche Gestalt man kennt und nach Willkür abändern kann.

Die Wellen, welche von einem Punkte ausgehen, *dehnen sich bei ihrem Fortschreiten auf einen immer grösser werdenden Raum aus.* Die Wellen dagegen, welche von der inneren Oberfläche des Randes eines mit Flüssigkeit erfüllten Gefässes ausgehen, das man erschüttert hat und dessen Rand durch eine in sich selbst zurücklaufende krumme Linie begrenzt wird, *laufen in einem immer kleiner werdenden Raum zusammen* und *verkürzen sich dabei beträchtlich an Länge* und können unter gewissen Umständen in einem einzigen Punkte vereinigt werden.

§ 80.

Eine der auffallendsten Erscheinungen, die man bei der Erregung der Wellen bemerkt, ist, dass ein augenblicklicher Stoss immer mehrere Wellen erregt, ja dass er, wenn er stark genug war, wohl 50 und mehr Wellen veranlassen kann.

Die Anzahl der Wellen, welche nach einem einzigen augenblicklichen Stosse entstehen, hängt theils ab von der bedeutenderen Grösse und Kraft des stossenden Körpers, theils von der hinlänglichen Tiefe der Flüssigkeit und ihrer vollkommenen Flüssigkeit, theils von der Abwesenheit äusserer Hindernisse, welche, wie der Wind oder die Friktion, die Entwickelung der Wellen stören.

§ 81.

Wenn man einen Wassertropfen oder ein kleines Steinchen von der Grösse einer Erbse auf eine ruhige Wasserfläche fallen lässt, so bemerkt man, dass im nächsten Zeitmomente, nachdem der hereinfallende Körper die Oberfläche des Wassers erreicht hat, ein Tropfen Wasser an derselben Stelle, an der der hereingefallene Körper verschwand, in die Höhe springt. Bei grösseren Massen, die man in ein hinlänglich tiefes ruhiges Wasser fallen lässt, kann man sogar ein 2 bis 3 Mal wiederholtes In-die-Höhe-springen des Wassers an dieser Stelle unterscheiden.

Die auf diese Weise mehrmals in die Höhe getriebene Wassermasse enthielt, wenn man einen Tropfen Flüssigkeit in Wasser fallen liess, wenig oder nichts von der in das Wasser gefallenen Flüssigkeit. Man darf, um sich hiervon zu überzeugen, nur in ein mit reinem Wasser gefülltes Glas einzelne Milchtropfen von einer gewissen Höhe hereinfallen lassen. Den Milchtropfen sieht man dann, während das Wasser an dem Orte des Auffallens zurückspringt, in die Tiefe des Wassers herunter fallen, so dass das zurückspringende Wasser höchstens ein wenig Milch beigemischt enthält.

Man sieht hieraus, dass das Emporspringen von Wasser an der Stelle, wo Flüssigkeit oder feste Körper in das Wasser fielen, nicht für ein Abprallen und Zurückspringen der aufgefallenen Flüssigkeit selbst gehalten werden könne; denn es müsste unter dieser Voraussetzung bei dem so eben erwähnten Versuche reine Milch zurückspringen, auch würden unter jener Voraussetzung andere feste, senkrecht auf Wasser fallende Körper zurückspringen, was nur bei platten Körpern, die unter sehr spitzem Winkel mit beträchtlicher Kraft auf Wasser geworfen werden, bemerkt wird.

Das Wasser, welches, nachdem ein grosser Stein auf eine ruhige Oberfläche geworfen wurde, mehrmals senkrecht in die Höhe springt, kann auch nicht mit dem Wasser verwechselt werden, welches im Augenblicke, wo ein Stein das Wasser erreicht, umher spritzt, denn dieses spritzt augenblicklich bei der Berührung des Steins und nicht senkrecht umher, jenes dagegen springt nicht im Momente der Berührung des Wassers, sondern in dem darauf folgenden Zeitmomente und *senkrecht* in die Höhe.

Man kann dieses ein- oder mehrmalige In-die-Höhe-springen des Wassers an dem Orte, wo ein Körper hereingefallen war, vielmehr mit einiger Wahrscheinlichkeit auf folgende Weise erklären.

Von einem in Wasser einsinkenden Körper wird ein Theil des Wassers an dem Orte, wo der Körper einsinkt, aus dem Wege gedrängt, das, weil es nach unten nicht ausweichen kann, in einer mittleren Richtung zur Seite und nach oben gedrängt wird, und um den Ort, wo der Körper eingesunken war, gleichsam einen kreisförmigen Wasserwall bildet, innerhalb dessen im Augenblicke des Einsinkens eine trichterförmige Vertiefung enthalten ist.

Dieser Wasserwall theilt sich, wie später gezeigt werden soll, in zwei Hälften, von denen die eine als Welle nach aussen fortgeht, die zweite, nach innen fortschreitend, die im Mittelpunkte dieser kreisförmigen Wellen gelegene Flüssigkeit von Neuem zu steigen nöthigt und zwar beträchtlich höher als der kreisförmige Wall selbst ist.

Die Flüssigkeit steigt daher kegelförmig in die Höhe, und wiederholt diese ganze Erscheinung, indem sie einen zweiten Wall veranlasst, von Neuem, und so bilden sich 3, 4 und mehr Wellen, von denen die später entstandenen deswegen immer mehr an Grösse abnehmen, weil die in die Höhe springende Wassermasse, welche jedes Mal eine neue Welle verursacht, bei jedem neuen In-die-Höhe-springen immer kleiner wird. So erklärt sich denn sehr gut, warum, nachdem ein Stein ins Wasser geworfen wurde, mehrere an Grösse mehr und mehr abnehmende, in gewissen immer kleiner werdenden Zwischenräumen auf einander folgende kreisförmige Wellen von einem und demselben Mittelpunkte, dem Auffallspunkte des Steins, ausgehen.

§ 82.

Nachdem durch das mehrmalige In-die-Höhe-springen der Flüssigkeit an dem Orte, wo ein Körper hineingefallen war, mehrere grössere Cirkelwellen entstanden sind, deren Zahl, wenn ein blosser Tropfen herein fiel, sich auf 3—4 beläuft, dagegen nachdem schwere Körper hereingeworfen wurden, nicht wohl bestimmt werden kann, tritt in dem Mittelpunkte, von dem die kreisförmigen Wellen ausgingen, an dem ferner das Wasser mehrmals sichtbar in die Höhe sprang, und an dessen

Stelle der in das Wasser geworfene Körper zuerst auftraf, zuerst Ruhe und Ebenheit des Wassers ein, diese glatte Ebene vergrössert sich desto mehr, je weiter die entstandenen Cirkelwellen, sich erweiternd, fortschreiten.

Indessen vergrössert sich die spiegelnde, glatte, ruhige Fläche von ihrem Mittelpunkte aus nicht vollkommen in dem Verhältnisse, in welchem die erregten Wellen fortschreiten. Denn ganz deutlich bemerkt man, dass, während die Welle, die zunächst diese ruhige spiegelnde Ebene begrenzt, oder mit anderen Worten die Welle, welche die letzte unter den erregten ist, ungefähr soviel, als ihre Breite beträgt, fortschreitet, hinter sich eine neue etwas niedrigere und schmälere Welle an dem Orte, den sie im vorhergehenden Zeitraume eingenommen hatte, erregt, dass ferner diese, wenn sie wieder, ungefähr so viel als ihre Breite beträgt, sich erweiternd fortgeschritten ist, auf dieselbe Weise eine neue noch kleinere Welle hinter sich verursacht, die auch in derselben Richtung, wie sie selbst, fortschreitet, und so entstehen denn nach und nach durch den Druck, den die Welle, die in jedem Zeitmomente die letzte ist, auf die hinter ihr befindliche Flüssigkeit ausübt, während die Wellen fortschreiten und sich dabei mehr und mehr erweitern, eine grosse Anzahl von Wellen, die sich selbst, wenn ein mittelmässig grosser Stein ins Wasser geworfen wird, nach unseren oft wiederholten Zählungen, höher als auf 50 beläuft.

§ 83.

Zugleich erkennt man, dass die kleineren nachfolgenden Wellen jede durch eine besondere Rückwirkung der ihr zunächst vorausgehenden grösseren Welle vergrössert werden, und dass daher alle erregten Wellen, je weiter sie nach vorn fortgeschritten sind, desto gleicher an Grösse werden.

Man kann sich von dem Gesagten dadurch überzeugen, dass man einen Stein in ruhiges Wasser wirft, dann abwartet, bis das Wasser an dem Orte, wo der Stein hineinfiel, wieder glatt und eben wird, hierauf eine von den Wellen, die der glatten Fläche am nächsten sind, fest ins Auge fasst, und mit ihr, ohne sie aus dem Auge zu verlieren, einige Schritte vorwärts geht. Bleibt man nun stehen und zählt die nachfolgenden Wellen, indem man Welle für Welle vor sich vorbei gehen lässt, so sieht man zu seinem Erstaunen, dass mehr als 40 bis 50 sehr grosse sichtbare, von der glatten Fläche scheinbar ausgehende, Wellen vorüber ziehen.

Aus dem Gesagten geht also von selbst der Satz hervor, dass eine vorausgehende Welle jede zunächst nachfolgende, ihr parallele, oder koncentrische Welle verstärkt, oder, wenn ihr keine nachfolgt, in dem Zeitraume, in welchem sie ihre Breite durchläuft, eine neue hinter sich verursacht. Daher, je weiter dieser Wellenzug fortschreitet, desto gleicher werden die hinter einander fortgehenden parallelen Wellen, sowohl hinsichtlich des Abstands von einander, als der Höhe und Breite. Darauf scheint auch die Gleichförmigkeit in der Aufeinanderfolge der Meereswellen zu beruhen (s. § 31, 32).

Jeder wird daraus selbst schliessen, dass diejenige Welle, welche allen anderen vorausgeht (die, welche in einem jeden Augenblicke die erste ist), und also keine Welle vor sich hat, weil ihr eine solche Unterstützung und Verstärkung durch vorhergehende Wellen abgeht, sich nicht so lange hoch erhalten könne, als andere, die durch die ihnen vorausgehenden immer unterstützt und verstärkt werden.

Die Erfahrung bestätigt das auch auf das vollkommenste.

Denn die Welle, welche in einem bestimmten Zeitmomente die vorderste und erste ist, verflacht sich bei ihrem Fortgange auf einer grossen Wasserfläche so ausserordentlich, indem sie sichtbar an Höhe ab- und an Breite zunimmt, dass sie dem Auge schon, nachdem sie ungefähr 6 bis 12 Pariser Fuss durchlaufen hat, unsichtbar wird, und nun die ihr nachfolgende zur vordersten zu werden scheint, die nach einem kurzen Verlaufe dieselbe Erscheinung der Verflachung wiederholt, so dass nun die dieser wieder folgende Welle die erste zu sein scheint, und so fort.

So nimmt denn die Zahl der sichtbaren Wellen unter jenen Umständen von hinten aus immer zu, von vorn her immer ab. Da indessen die Verflachung und das Verschwinden der jedesmal vordersten nicht so schnell eintritt, als die Erzeugung einer neuen Welle durch die hinterste sich wiederholt, so nimmt doch die Zahl der Wellen während des Fortschreitens beträchtlich zu.

§ 84.

Ein Tropfen oder ein anderer kleiner Körper, der auf eine ruhige Flüssigkeit fällt, erregt aber noch eine andere Erscheinung, durch welche die Zahl der entstehenden Wellen vergrössert wird. Man sieht nämlich *vor* der zuerst entstandenen kreisförmigen Welle eine grosse Zahl koncentrischer kreisförmiger Wellen entstehen, welche jene, durch den hereingefallenen Körper unmittelbar veranlasste Welle, einschliessen, und desto kleiner sind, und dichter in einander liegen, je grösser ihre Cirkel sind, oder, was dasselbe sagt, je weiter sie von der durch den Körper unmittelbar erregten Welle abstehen. Ueber die Ursache ihrer Entstehung sind wir noch ganz in Ungewissheit, und vermuthen nur, dass der Stoss, den ein in Wasser fallender Körper hervorbringt, nicht als ein einziger, gleichförmiger Stoss anzusehen sei, der durch den Widerstand des Wassers und sein Ausweichen mit einem Male ganz und gar aufgehoben werde, sondern, dass ein solcher Körper die Flüssigkeit zu wiederholten Malen stosse, so wie auch die Flüssigkeit bei seinem Einsinken absatzweise schneller und weniger schnell ausweiche. Hiermit scheint zusammen zu stimmen, dass die vordere Seite von grossen Quecksilberwellen, die wir in dem Fig. 12 abgebildeten Instrumente erregt hatten, deutlich treppenförmig erschien, und zwar so, dass die Stufen desto kleiner waren, und desto enger an einander lagen, je weiter sie von dem Gipfel entfernt am vorderen Abhange der Welle sich befanden.

Dass alle auf diese Art entstehenden Cirkelwellen im Fortschreiten sich von einander mit ihren Gipfeln immer mehr entfernen, und also immer breiter werden, rührt daher, dass die Wellen desto schneller fortschreiten, je grösser sie sind, und jede nachfolgende Welle, unter den angeführten Umständen, bei ihrer Entstehung etwas kleiner ist, als die vor ihr entstandene.

Zu den unwesentlichen Erscheinungen, welche diese Versuche zu begleiten pflegen, gehören eine Menge kleiner Wellen, die mit den entstehenden grösseren nicht einen und denselben Mittelpunkt haben, und theils durch das Wasser verursacht werden, welches beim Auffallen eines Körpers herumspritzt, theils von den Luftblasen herrühren, welche wenigstens von grösseren Körpern mit unter die Oberfläche des Wassers gerissen werden, dann in die Höhe steigen, und hierauf Wellen erregen.

b) *In fliessendem Wasser.*

§ 85.

Wirft man einen Stein in einen gleich tiefen und gleichförmig geschwind strömenden Fluss, so entstehen auf dieselbe Weise wie im ruhigen Wasser eine Menge Cirkelwellen, die von einem Mittelpunkte ausgehen; allein der Mittelpunkt der ausgegangenen kreisförmigen Wellen und die kreisförmigen Wellen selbst haben zugleich die Bewegung des Flusses.

Man sieht das sehr deutlich, wenn man ein leichtes Stück Holz in einen solchen Fluss wirft, wo dann das mit dem Flusse fortschwimmende Holz immer ungefähr im Mittelpunkte der ausgegangenen kreisförmigen Wellen bleibt, ungeachtet es mit der Geschwindigkeit des Flusses nach abwärts rückt. Man sieht hieraus, dass das Segment der kreisförmigen Welle, welches nach der Richtung des Flusses abwärts fortschreitet, ausser der ihm als Welle zukommenden Geschwindigkeit noch die Geschwindigkeit des Flusses besitzt, und folglich eine Geschwindigkeit hat, die beiden zusammenaddirten Geschwindigkeiten gleichkommt, dass dagegen das Segment der kreisförmigen Welle, welches in der Richtung des Flusses aufwärts fortgeht, eine Geschwindigkeit besitzt, die man bestimmt, wenn man die Geschwindigkeit des Flusses von der Geschwindigkeit der Welle abzieht. Stellt man daher den Versuch auf einem Flusse an, dessen Geschwindigkeit der Geschwindigkeit der erregten Wellen genau gleichkommt, so bleibt dieses stromaufwärts *strebende* Wellensegment auf seinem Orte stehen.

Ueberhaupt scheinen mehrere Ursachen zu verhindern, dass die Wellen sich nicht sehr weit stromaufwärts verbreiten können, z. B. der Umstand, dass die Wellen nicht füglich viel weiter aufwärts gehen können, als bis zu dem Punkte des Stroms, der mit dem Gipfel der so eben entstandenen Welle in einer horizontalen Ebene liegt, welches Hinderniss, wenn die Wellen sehr niedrig sind, der Strom aber viel Fall hat, beträchtlich einwirken muss.

§ 86.

Das Wasser der Flüsse strömt aber nicht in allen seinen Theilen mit gleicher Geschwindigkeit. Die meisten Flüsse haben in der Mitte eine weit stärkere Strömung als an den Seiten. Oft geht das Wasser an mancher Stelle sogar etwas rückwärts, und sehr nahe neben einander gelegene Wasserabtheilungen verhalten sich hierin oft sehr verschieden. Daher werden die Cirkelwellen, welche, wenn man einen Stein in einen Fluss fallen lässt, entstehen sollten, meistens auf eine eigene Weise verzerrt. Man kann daher aus diesen verzerrten Wellenfiguren auf die Geschwindigkeit der Strömungen eines Flusses an verschiedenen Stellen schliessen.

Abschnitt IV.

Ueber die Gestalt der Wellen im Allgemeinen.

§ 87.

Die Wellen erscheinen in tropfbaren Flüssigkeiten als Unebenheiten der Oberfläche derselben. Ein Theil dieser Unebenheiten ist über der horizontalen Fläche der Flüssigkeiten erhaben, ein anderer Theil unter ihr vertieft. Man kann daher die über dem Niveau der Flüssigkeiten erhabenen Theile jener Unebenheiten *Wellenberge*, die unter demselben vertieften Theile *Wellenthäler* nennen.

Die Wellenberge und Wellenthäler kommen aber niemals einzeln, sondern immer mit einander verbunden vor.

Das ist auch die Ursache, warum man nicht einen einzelnen Wellenberg oder ein einzelnes Wellenthal eine Welle zu nennen pflegt, sondern nur die Verbindung von beiden.

§ 88.

Die Physiker bestimmen aber den Anfangspunkt und Endpunkt einer Welle verschieden.

Einige, z. B. Gravesande, sagen, der Anfangs- und Endpunkt einer Welle falle in das Niveau, und es bestehe daher eine Welle aus einem Wellenberge, Fig. 11 *def*, und einem unter dem Niveau *ab* vertieften Wellenthale, *fgh*, die mit einander verbunden fortschreiten.

Andere, z. B. Flaugergues, setzen als Anfangs- und Endpunkt einer Welle, und also als Grenze mehrerer hinter einander folgender Wellen, die Stellen, wo die Wellen am meisten unter dem Niveau vertieft sind, so dass der unter dem Niveau *ab* am tiefsten liegende Punkt *c* der Anfangspunkt, der eben so tief liegende Punkt *g* der Endpunkt der Welle *cdefg* ist. Beide Vorstellungsarten sind zulässig, und jede gewährt auch eine gewisse Bequemlichkeit bei der Auseinandersetzung der Wellenbewegung.

Indessen halten wir die erstere Bestimmung für die angemessenere und werden uns derselben in der Folge für gewöhnlich bedienen.

Der Wellenberg muss aber nicht jedes Mal vorausgehen, und das Wellenthal jedes Mal nachfolgen. Zuweilen ist auch die Ordnung umgekehrt, so dass das Wellenthal vorausgeht, und mit einem nachfolgenden Wellenberge verbunden ist. Daher bemerkt Gravesande, Phys. elem. Math. Lib. III. Kap. XI, sehr richtig: „Cavitas haec cum adjuncta Aquâ elatâ vocatur Unda“.

Im gewöhnlichen Falle, wo viele Wellenberge und Wellenthäler abwechselnd auf einander folgen, ist der Rauminhalt der Wellenberge und Wellenthäler gleich; denn es bleibt die Menge der Flüssigkeit, die sich in diesem Raume während der Wellenbewegung befindet, dieselbe als vorher, wo die ganze Flüssigkeit in Ruhe war und eine ebene horizontale Oberfläche hatte, und es muss daher genau so viel Flüssigkeit in der Gestalt mehrerer Wellenberge über das Niveau erhoben worden sein, als Flüssigkeit an den vertieften Stellen, welche die Wellenthäler bilden, fehlt.

Allein die erste Welle, welche eine wellenerregende Ursache hervorbringt, kann aus einem Wellenberge und einem Wellenthale bestehen, die sich an Umfang sehr ungleich sind. Saugt man z. B. durch eine Röhre plötzlich Wasser ein, und lässt es nicht wieder zurück fliessen, so entsteht in dem Wasser, in dem die Röhre eingetaucht wurde, eine Welle, deren Thal vorausgeht, und sehr viel grösser ist, als der nachfolgende Berg.

§ 89.

Die Gestalt jedes Wellenberges kann seiner Höhe, Breite und Länge nach, jedes Wellenthales seiner Tiefe, Breite und Länge nach bestimmt werden.

Die *Höhe* eines Wellenberges oder die Tiefe eines Wellenthales wird dadurch gemessen, dass man die Entfernung der grössten senkrechten Abweichung der gekrümmten Oberfläche des Wellenberges oder Wellenthals von dem Niveau bestimmt. So ist *cx* Fig. 11 die Tiefe des Wellenthales *acd*, *ey* die Höhe des Wellenbergs *def*.

Die *Breite* der Wellenberge und Wellenthäler wird dadurch bestimmt, dass man die Entfernung zweier in der Richtung der fortschreitenden Welle liegenden Punkte an der Oberfläche derselben da misst, wo sich die Oberfläche der Wellenberge oder Wellenthäler mit der horizontalen Ebene schneidet, durch die die Oberfläche der Flüssigkeit im Zustande des Gleichgewichts begrenzt werden würde. So ist *ad* die Breite des Wellenthals *acd*, *df* die Breite des Wellenbergs *def*.

Die *Höhe* einer ganzen Welle lernt man daher kennen, wenn man die Höhe eines Wellenbergs über dem Niveau, und die Tiefe des zu derselben Welle gehörenden Wellenthales unter dem Niveau zusammen addirt, oder wenn man von dem tiefsten Punkte eines Wellenthales eine senkrechte Linie bis zu dem Punkte führt, der mit dem Wellengipfel sich in einer horizontalen Ebene befindet.

Die *Breite* einer ganzen Welle wird gefunden, wenn man die Breite eines Wellenberges und des zu ihm gehörenden Wellenthales zusammen addirt, oder wenn man den horizontalen Abstand des an der Oberfläche befindlichen Punktes, wo sich der Wellenberg über das Niveau erhebt, von einem in der Richtung der fortschreitenden Welle liegenden zweiten Punkte misst, wo der entfernteste Theil der Oberfläche des zu derselben Welle gehörenden Wellenthales das Niveau erreicht; so ist *af* die Breite der ganzen Welle *acdef*.

Die *Länge* der Wellenberge und Wellenthäler ist die Ausdehnung derselben in einer Richtung auf dem Niveau, welche auf der Dimension der Breite der Welle senkrecht steht. Ihr Maass ist eine gerade oder krumme Linie, welche die Linie, durch die die Breite derselben Welle gemessen wird, immer rechtwinkelig durchschneidet. Der höchste Punkt eines Wellenbergs ist sein Gipfel, und kann zuweilen in einem einzelnen Zeitmomente wirklich ein einziger Punkt sein. Meistens hat aber ein Wellenberg nicht die Gestalt eines Kegels, sondern eines Walles, oder er verwandelt sich wenigstens alsbald in dieselbe, und es bilden dann die neben einander liegenden höchsten Punkte eine Linie der höchsten Punkte. Eben dasselbe findet hinsichtlich des tiefsten Punktes eines kesselförmigen Thals Statt, das sich gleichfalls sogleich in ein rinnenförmiges Thal verwandelt, und nun nicht mehr einen tiefsten Punkt, sondern eine gerade oder gekrümmte Linie der tiefsten Punkte hat.

Denkt man sich einen Wellenberg, der nicht einen blossen Kegel, sondern einen Wall bildet, durch eine senkrechte, durch die Linie seiner höchsten Gipfel auf das Niveau geführte Ebene in zwei Hälften getheilt, so heisst die Hälfte des Wellenbergs, welche in der Richtung liegt, von der die Welle herkommt, das *Hintertheil* des Wellenbergs, die Hälfte, welche in der Richtung liegt, nach welcher die Welle fortgeht, das *Vordertheil* des Wellenbergs. Auf dieselbe Weise kann man sich den hohlen Raum eines Wellenthales in ein *Vordertheil* und *Hintertheil* des Wellenthales eingetheilt denken. So ist *acx* Fig. 11 das Vordertheil, *cdx* das Hintertheil des Wellenthales *acd*, *dey* das Vordertheil, *efy* das Hintertheil des Wellenbergs *def*.

Sieht man die tiefsten Punkte der Wellen als Grenzpunkte mehrerer Wellen an, so kann man auch von dem Vordertheile und Hintertheile einer *ganzen* Welle sprechen. In diesem Sinne ist *cdey* das Vordertheil, *efgy* das Hintertheil einer ganzen Welle *cdefg*. Diese Eintheilung ist hier passend, weil, wie wir § 127 zeigen, alle Flüssigkeitstheilchen des Vordertheils einer ganzen Welle im Steigen, alle Flüssigkeitstheilchen des Hintertheils beständig im Niedersinken begriffen sind.

§ 90.

Man würde sich aber sehr irren, wenn man die Wellen für eine Erscheinung hielte, die nur an der Oberfläche der Flüssigkeiten Statt finde. Vielmehr werden wir beweisen, dass die horizontalen Flächen, die man sich im Innern einer ruhigen Flüssigkeit, der Oberfläche der Flüssigkeit parallel, unter einander liegend denken kann, ebenfalls in Wellenbewegung kommen, während die Oberfläche der Flüssigkeit sichtbare Wellen zeigt. Wir haben schon § 40, 41, 42 Erfahrungen gegeben, welche beweisen, dass die Wellenbewegung sehr grosser Wellen im Innern des Meeres sich bis auf den Grund desselben erstrecke; wir werden aber im folgenden Abschnitte § 106 Versuche mittheilen, welche es sehr wahrscheinlich machen, dass auch Meereswellen von geringer Höhe von einer bis auf den Meeresgrund gehenden Wellenbewegung begleitet seien.

§ 91.

Die Ursache, warum man bis jetzt auf die Wellenbewegung, in der sich die horizontalen, der Oberfläche parallelen, Flächen im Innern einer

Flüssigkeit befinden, weniger geachtet hat, liegt nur in der Schwierigkeit, diese Bewegung sichtbar zu machen. Den grössten Nutzen hat uns in dieser und in vielen anderen Hinsichten das Fig. 12 und 13 abgebildete Instrument verschafft, welches wir mit dem Namen *Wellenrinne* bezeichnen werden.

Die kleinere Wellenrinne Fig. 12 besteht aus dem 5 Fuss 4 Zoll und einige Linien langen, geraden und glatt gehobelten Brete aus fichtenem Holze AB, auf dem in zwei tiefen Furchen vier von einander 6,7 Linien entfernte parallele Glasscheiben II, KK senkrecht eingesetzt und so dicht befestigt sind, dass durch die Fugen weder Wasser noch Quecksilber hindurchdringen kann. Diese Glasscheiben werden ausserdem in zwei festen, senkrecht stehenden Bretstücken EF an beiden Enden des langen Bretes rechtwinkelig eingefugt, und durch zwei andere, um 6,7 Linien von einander abstehende, gleichfalls senkrechte Breter GH in der Mitte fest gehalten, indem an diesem Orte ein die anliegenden Glasscheiben bedeckender Blechstreifen aufgeschraubt und angekittet wird. Der schmale, zwischen diesen Glasscheiben und Bretern eingeschlossene 5 Fuss 4 Zoll P. M. lange, 6,7 Linien im Lichten breite und über 8 Zoll tiefe Raum wird mit Wasser, Quecksilber, Milch, Branntwein etc. bis zu irgend einer Höhe gefüllt, wobei die gegenüberstehenden Glasscheiben, um eine Beugung oder Zersprengung derselben zu verhüten, durch mehrere feste hölzerne Gabeln oder Klammern zusammen geklammert, und so sich von einander zu entfernen verhindert werden.

Die grössere Wellenrinne Fig. 13, welche einen 6 Fuss P. M. langen, $2\frac{1}{2}$ Fuss tiefen und 1 Zoll 1,4 Linie breiten Raum (d. h. einen doppelt so breiten als die kleinere Wellenrinne) einschliesst, unterscheidet sich von der kleineren Wellenrinne nur dadurch, dass die senkrechten hohen Seitenwände derselben aus Bretern bestehen, und dass nur an sechs Stellen dieser zwei Bretwände, sich einander gegenüberstehend, sechs 6 Zoll breite, $2\frac{1}{2}$ Fuss hohe Glasscheiben wasserdicht eingesetzt sind, durch welche hindurch man die Bewegung beobachten kann, welche im Innern der Flüssigkeit, mit der man diese Wellenrinne füllt, Statt findet. Um die hohen senkrechten Seitenwände vor einer Beugung zu sichern, fugt man ihren oberen Rand in eine dem Boden der Rinne parallele Pfoste ein, welche eben so lang ist als die Pfoste, die den Boden des Instruments bildet, und die, um einen Zugang zu der Höhle der Rinne offen zu lassen, an mehreren Stellen Oeffnungen hat.

Man kann nun die kleinere Wellenrinne bis zu einem gewissen Punkte mit Wasser oder Quecksilber füllen, eine Glasröhre an dem einen Ende derselben eintauchen, Flüssigkeit durch Saugen mit dem Munde in derselben in die Höhe heben, sie wieder fallen lassen, und so eine Welle durch eine bekannte Kraft erregen.

Man hat dann den überraschenden Anblick, *den senkrechten Durchschnitt* der erregten Welle durch die Glaswände hindurch zu sehen, und kann ihn mit der Linie des Niveau vergleichen. Man sieht aber auch zugleich, wenn man durch die Glaswände und das Wasser hindurch gegen das Licht, das zu den Fenstern hereinfällt, blickt, die Bewegung der im Innern des Wassers schwebenden Theilchen, von gleichem specifischen Gewichte als das Wasser selbst, mit blossen Augen oder mit Vergrösserungsgläsern.

Lässt man nun in die Wellenrinne Flüssigkeiten von verschiedener Farbe und von verschiedenem specifischen Gewichte, z. B. gefärbten Branntwein, sehr flüssige Oele, Wasser, Quecksilber u. s. w., mittelst eines Hebers eintreten, so stehen sie durch mehrere horizontale Ebenen geschieden über einander, und man nimmt so die Wellen wahr, die sich zugleich auf diesen parallel unter einander liegenden, horizontalen Ebenen im Innern der Flüssigkeit und an der Oberfläche derselben fortbewegen. Man sieht auf diese Weise verschiedene horizontale Schichten, von denen jede von Wellen durchlaufen wird, die man, wenn die ganze Rinne nur von Wasser erfüllt wird, nicht sehen kann, obgleich auch dann ähnliche Wellen sich im Innern des Wassers fortbewegen.

Die genaue Kenntniss, wie sich die in der Tiefe der Flüssigkeit fortbewegenden Wellen zu den an der Oberfläche derselben hinlaufenden hinsichtlich ihrer Grösse, Gestalt und Geschwindigkeit verhalten, ist von grosser Wichtigkeit für die Lehre von der Wellenbewegung.

Wir haben hierüber Untersuchungen in dem folgenden fünften Abschnitte mitgetheilt.

§ 92.

In diesen Instrumenten überzeugt man sich schon mit dem Augenmaasse, dass die gebogene Oberfläche des Wellenbergs einer Welle eine konvexe, die des Wellenthales eine konkave Gestalt hat, dass folglich jede ganze Welle von einer zum Theil konvexen, zum Theil konkaven Oberfläche begrenzt ist; keineswegs von blos konkaven oder blos konvexen allein.

Beide Kurvenstücken gehen aber unmerklich und ohne einen in die Augen fallenden Grenzpunkt in einander über.

Flaugergues[1]) giebt dem Vordertheile einer Welle eine andere Gestalt als dem Hintertheile, indem er die des letzteren für eine parabolische Krümmung, die des ersteren für eine Kurve, die unter dem Namen einer Begleiterin der Cykloide bekannt sei, hält.

---

[1]) Mém. sur le mouvement et la figure des ondes. Verhandelingen uitgegeeven door de Hollandsche Maatschappye der Weetenschappen te Haarlem, XXIX Deel, S. 191 (1793).

Gerstner[1]) beweist nach seinen Voraussetzungen, dass die Krümmung von der Spitze einer Welle bis zu der der nächsten eine einzige entweder gemeine oder geschleifte Cykloide sei. In der That folgt auch vielleicht aus dem, was wir über die Bewegung der einzelnen Flüssigkeitstheilchen der Wellen gefunden haben, dass die Wellenlinie eine Cykloidale sei. Mittelst unseres Instruments sieht man indessen, dass diese Kurven, unter verschiedenen Umständen der Erregung der Wellen, eine beträchtlich abgeänderte Gestalt erhalten, zuweilen sehr gedehnt, zuweilen sehr wenig gedehnt sind, und daher der Welle entweder das Ansehen einer sehr steilen oder sehr flachen Welle geben.

Ja unter einigen besonderen Umständen des Fortgangs der Wellen ist das Hintertheil des Wellenbergs von dem Vordertheile desselben, das Hintertheil des Wellenthals von dem Vordertheile desselben so ausserordentlich verschieden, dass es nicht nur ganz offenbar ist, dass sie nicht von gleichen Flächen begrenzt werden, sondern dass es scheint, dass die Gestalt des Hintertheils von der des Vordertheiles der Welle ganz unabhängig sei.

Wenn man z. B. die so eben erwähnte Wellenrinne $\frac{1}{2}$ Zoll tief mit Quecksilber füllt und nun in einer senkrecht in das Quecksilber eingetauchten Glasröhre, von gleicher Dicke als die Rinne weit ist, 6 Zoll hoch Quecksilber in die Höhe hebt und wieder fallen lässt, so ist die so entstandene Welle unverhältnissmässig hoch zu der geringen Tiefe der Flüssigkeit, durch welche sie sich fortpflanzen soll, und es ändert sich daher ihre Gestalt so, dass das Vordertheil der Welle weit steiler wird als das Hintertheil derselben. Ja es kann sich unter ähnlichen Verhältnissen der fortschreitende Wellenberg über das vor ihm liegende Wellenthal in gewissem Grade überbeugen, und sich die Flüssigkeitsmasse derselben demnach in einer Lage befinden, in welcher sie an sich nach den Gesetzen des statischen Druckes und der Kohäsion gar nicht zusammenhält, hier aber dem ungeachtet wahrscheinlich durch die steigende Bewegung, in welcher das Quecksilber des Vordertheils sich befindet, erhalten wird. Die Abbildung Fig. 21 giebt Beispiele von solchen verunstalteten Wellen.

§ 93.

Diese Figuren stellen Wellen dar, die sich selbst abgebildet haben. Auf den Kunstgriff, Wellen sich selbst abbilden zu lassen, hat uns unser Freund Herr M. Seyfarth, Privatdocent auf der Universität in Leipzig,

---

[1]) Theorie der Wellen sammt einer daraus abgeleiteten Theorie der Deichprofile, Prag 1804, §§ 14, 19.

als er einigen unserer Versuche über die Wellen beiwohnte, zuerst aufmerksam gemacht.

Man bestäubt eine rechtwinkelig geschnittene Schiefertafel mit Mehl, und setzt sie in die Quecksilber enthaltene Wellenrinne, Fig. 12, langsam und senkrecht hinein. Ihre beiden Seiten müssen den Seitenwänden der Wellenrinne parallel und von ihnen gleich weit entfernt sein.

Das Quecksilber nimmt, so weit es die Schiefertafel berührt, den Mehlstaub von ihr hinweg. Zieht man sie nun völlig senkrecht heraus, so hat sich der Quecksilberstand an der Schiefertafel selbst abgebildet, denn so weit die Tafel eingetaucht wurde, so weit ist der Staub abgewischt und eine scharfe, völlig gerade erscheinende Grenzlinie scheidet diesen Theil der Tafel von dem oberen mit Mehlstaub bedeckten, und bezeichnet so das Niveau des in der Rinne befindlichen Quecksilbers.

Dieselbe Erscheinung zeigt sich auch, wenn man in die Rinne, statt sie mit Quecksilber zu füllen, Wasser oder Branntwein giesst, und eine matt geschliffene Glasplatte oder eine Schiefertafel hineintaucht. Hier kann man aber, weil diese Flüssigkeiten von selbst an diesen Tafeln haften, das Bestäuben entbehren. Wenn man daher mittelst eines Bleistifts und Lineals die Grenze zwischen dem bestäubten und unbestäubten, oder zwischen dem trockenen und nassen Theile der Tafeln durch eine Linie genau angiebt, so hat man das Niveau, in dem das Quecksilber bei vollkommener Ruhe desselben steht, bleibend bezeichnet.

So kann man auch den Quecksilberstand bezeichnen, während man Quecksilber in eine am einen Ende der Rinne eingetauchte Glasröhre angehoben erhält, wobei dann der Quecksilberstand nur ein weniges niedriger ist als zuvor.

Lässt man nun, nachdem man die Tafel von Neuem in die Rinne gestellt hat, das Quecksilber fallen, so entsteht ein grosser Wellenberg und ein ihm nachfolgendes tiefes Wellenthal, dem noch mehrere sehr kleine Wellenberge und Wellenthäler nachkommen.

Diese Wellen bewegen sich nun von dem einen Ende, wo sie erregt wurden, nach dem entgegengesetzten Ende der Rinne, die Wellenberge immer über dem Niveau erhaben, die Wellenthäler immer unter ihm vertieft, mit einer gewissen Geschwindigkeit hin.

Der erste Wellenberg wischt, wenn er bis an die Tafel gekommen ist, an ihr, so weit seine Spitze über das Niveau in die Höhe reicht, den Mehlstaub hinweg, und zeichnet durch eine dem Auge gerade erscheinende, jedoch gegen die gerade Linie, welche dem Niveau entspricht, fast unmerklich geneigte Grenzlinie die Höhe des Wellenbergs über dem Niveau während seines Vorbeigehens an der Tafel ab, und zeigt so ganz deutlich, dass die Form der Welle wirklich stetig über dem Niveau erhaben in horizontaler Richtung fortschreitet, keineswegs aber abwechselnd unter das Niveau sinkt, und sich wieder über dasselbe erhebt. Zieht man die Tafel in dem Augenblicke, da der Wellenberg bis zu ihrer Mitte fortgerückt ist, senkrecht, und zwar schneller heraus, als die Welle selbst fortschreitet, so bildet sich der vordere Abhang des Wellenbergs vollkommen ab, so wie er in dem Momente, wo man die Bewegung anfängt, wirklich ist; weil nämlich der Mehlstaub an den Stellen der Tafel, die der vordere Abhang des Wellenbergs nicht erreichte, liegen bleibt, genau bis zu der Stelle aber, bis zu welcher der Wellenberg gelangte, hinweggenommen wird. Es bedarf nur einer genaueren Betrachtung des Falles, um zu begreifen, dass die Bewegung, die der Glasplatte plötzlich senkrecht aufwärts gegeben wird, nichts an der Linie des sich abbildenden Wellenbergabhangs ändern könne, sobald, wie gesagt, die Bewegung der Glasscheibe nach aufwärts schneller als die des Wellenbergs nach vorwärts ist.

Man darf also nur die Grenze, von wo an der Staub nach unten weggewischt, nach oben nicht weggewischt ist, oder von wo an die Tafel nach unten nass und nach oben trocken ist, mit Bleistift genau bezeichnen, um eine bleibende Abbildung des vorderen Abhangs des Wellenbergs für einen bestimmten Zeitmoment zu bekommen.

§ 94.

Auf diese Weise wurden die Fig. 14 abgebildeten vorderen Wellenbergsabhänge bei Versuchen mit Branntwein gefunden. Fig. 15 stellt einen solchen vorderen Abhang dar, der in Branntwein entstand, während die Rinne 1 Zoll tief damit gefüllt war, und eine Branntweinsäule von 17 Zoll Höhe und 4 Linien Durchmesser niedersank, und sich an der eingetauchten Schiefertafel in einer Entfernung von 5 Zoll von dem Orte, wo die Welle erregt wurde, selbst abbildete. *ab* stellt das Niveau des Branntweins in der Rinne, *cd* den vorderen Abhang der Welle, *de* die Linie dar, bis zu welcher die Spitze der Welle gereicht und die Tafel angefeuchtet hatte.

Fig. 16 stellt auch einen vorderen Abhang einer Welle dar, der unter denselben Umständen, jedoch, da die Rinne 2 Zoll tief mit Branntwein gefüllt war, und an dem entgegengesetzten Ende erregt wurde, und sich in derselben Entfernung wie bei der vorigen Figur abbildete.

Fig. 17 stellt noch einen Abhang einer unter denselben Umständen als in der vorigen Figur erregten Welle dar, die sich aber in einer Entfernung von 36 Zoll an der Schiefertafel abbildete und daher viel flacher ist. Die Buchstaben haben dieselbe Bedeutung.

Fig. 18 stellt einen vorderen Abhang einer Welle dar, die unter denselben Umständen erregt wurde, mit Ausnahme des Umstands, dass die Rinne 4 Zoll tief mit Branntwein gefüllt war. Die Welle bildete sich in einer Entfernung von 5 Zoll von dem Orte, wo die Welle erregt wurde, an der Schiefertafel ab. Dieser Abhang ist wegen der grossen Tiefe der Flüssigkeit viel flacher geworden.

Ausserdem stellt Fig. 19 eine nach dem Augenmaasse gezeichnete ganze Welle bei 2 Zoll Tiefe des Quecksilbers verkleinert dar, wo die niedersinkende Quecksilbersäule und die dadurch erregte Welle verhältnissmässig zur Tiefe des Quecksilbers in der Wellenrinne nicht zu gross war, und sich daher das Hintertheil und Vordertheil der Welle gleich zu sein schienen, wobei auch die ganze Welle sehr flach erschien.

Fig. 20 zeigt eine nach dem Augenmaasse gezeichnete Welle bei einem nur 1 Zoll tiefen Quecksilberstande in der Wellenrinne, wo also die niedersinkende Quecksilbersäule und die durch sie erregte Welle im Verhältnisse zu der geringen Tiefe des Quecksilbers sehr hoch war. Die Welle erschien dann an ihrem Vordertheile bedeutend steiler als an ihrem Hintertheile; auch zeigte die Oberfläche des Vordertheils die kleinen Treppen, die nach dem Fusse zu immer kleiner, schmäler und dichter werden, viel deutlicher als dieselben sonst zu sehen sind.

Fig. 21 zeigt eine nach dem Augenmaasse verkleinert gezeichnete Welle, welche erregt wurde, wenn das Quecksilber in der Wellenrinne nur 1 Zoll hoch stand, und eine noch höhere Quecksilbersäule als in dem letzten Falle niedersinken gelassen wurde. Das Vordertheil ist im Verhältniss zum Hintertheile noch steiler und der Gipfel der Welle hängt etwas über.

§ 95.

Weit unvollkommener ist das Mittel, welches uns zu Gebote steht, auch den hinteren Abhang eines Wellenbergs in Verhältnisse zu bringen, wo er sich selbst auf eine der beschriebenen ähnliche Art abbildet. Sie ist folgende:

Man bringe die beschriebene Glasplatte, ganz so wie vorhin gesagt wurde, in das Quecksilber; tauche sie aber nicht bis auf den Boden der Rinne ein, sondern halte sie über dem Boden reichlich um so viel entfernt, als die Höhe der Welle betragen wird, welche man durch das Quecksilber erregen will, das man in einer Glasröhre am einen Ende der Rinne bis zu einer gewissen Höhe heraufgezogen erhält.[1]) Man

[1]) Es versteht sich von selbst, dass man bei Quecksilber, sowie bei anderen Flüssigkeiten, die eingesetzte Scheibe stets auf dieselbe Weise entweder genau in die Mitte, oder dicht an eine Seitenwand der Rinne anliegend einsetzen müsse, damit nämlich die Kraft der Adhäsion des Quecksilbers und der Wände der Rinne, welche macht, dass das Quecksilber in der Mitte hoch, an den Seitenwänden tief steht, bei allen Versuchen einen gleichen Einfluss und folglich so gut als keinen Einfluss äussern kann.

lässt nun die durch die niederfallende Quecksilbersäule erregte Welle so weit fortschreiten, bis sie an die Mitte der Glasplatte gelangt ist, und bewegt nun in diesem Augenblicke die Glasplatte plötzlich und schnell auf den Boden hin und davon auch sogleich zurück, so dass alle Punkte ihres unteren Randes den Boden zugleich erreichen und verlassen. Es kommt hierbei Alles darauf an, dass der Moment, in welchem die Glasplatte gegen den Boden geschoben und wieder zurück gezogen wird, so klein als möglich sei, dass dem ungeachtet der untere Rand der Platte nicht aus seiner horizontalen, dem Boden der Rinne parallelen, die Seitenflächen der Platte nicht aus ihrer perpendikularen Lage kommen können, und dass auch so viel als möglich vermieden wird, eine Bewegung der Flüssigkeit durch das Einsinken der Platte zu erregen. In gleichem Grade nämlich als die Welle während des Niedersinkens und Zurückziehens der Tafel mehr vorwärts schreitet, in demselben wird die Abbildung des Hintertheils des Wellenbergs ungenauer.

Man überzeugt sich so, dass das Hintertheil der Wellenberge dem Vordertheile derselben im Allgemeinen ähnlich, keineswegs aber immer gleich gestaltet sei. Die Versuche sind aber einer zu geringen Genauigkeit fähig, um mehr daraus zu folgern. Die Breite der Wellen und auch die Tiefe der *Wellenthäler* lässt sich durch die angegebenen Hülfsmittel gar nicht finden.

§ 96.

Um daher die Tiefe der Thäler zu messen, mussten wir uns eines leicht beweglichen Zirkels bedienen, die Spitze des einen Schenkels äusserlich an der Rinne auf einem Punkte des Niveau aufsetzen, in welchem sich die Oberfläche der Flüssigkeit bei vollkommener Ruhe befindet, dann mehrmals durch Niedersinken gleich hoher Flüssigkeitssäulen gleiche Wellen erregen und so lange die Schenkel des Cirkels in ihrer Stellung verändern, bis wir durch die Glaswand der Rinne hindurch sahen, dass die Entfernung der beiden Schenkelspitzen des Cirkels der Entfernung des tiefsten Punktes des Wellenthals von dem Niveau der Flüssigkeit gleich kam. Wir haben diese Messungen noch weit mehr in das Feine treiben können, indem wir bei flachen Wellen dieselben mit Hülfe eines einfachen Mikroskops machten, durch das wir das Niveau und die Cirkelspitzen gleichzeitig vergrössert sahen.

Da man auf dieselbe Weise auch die Höhe der Wellenberge bestimmen kann, so fanden wir dadurch Gelegenheit, die Messungen der Höhe der Wellenberge durch eingesetzte matte Glasstreifen zu bestätigen und uns so von der Zuverlässigkeit beider Methoden durch ihre Uebereinstimmung zu überzeugen.

§ 97.

Die Messungen der ganzen Breite der Wellen und ihres Verhältnisses zur ganzen Höhe derselben kann aber nach dieser Methode nur sehr unvollkommen sein, theils weil sich die Wellen so allmählig über das Niveau erheben und zu demselben herabsteigen, dass die Grenze, wo eine Welle anfängt und endigt, gar nicht wahrzunehmen ist, theils weil, wie gesagt worden ist, mittelst der beschriebenen Methode nur ein Abdruck des Vordertheils eines Wellenbergs erhalten werden kann, keineswegs die Breite des Wellenthals oder des Hintertheils des Wellenbergs bestimmt wird. Man kann die Breite der Welle daher nur nach dem Augenmaasse schätzen. Will man sie genauer kennen lernen, so muss man sie aus den im folgenden Abschnitte auseinandergesetzten Umständen berechnen.

§ 98.

Dass die Wellen im Allgemeinen sehr flach seien, d. h. dass ihre Höhe im Verhältniss zu ihrer grossen Breite äusserst gering sei, davon überzeugt man sich eben so sehr bei den allerkleinsten Wellen als bei den allergrössten. Wir suchten das Verhältniss der Höhe ganz kleiner, in einem elliptischen, mit Quecksilber gefüllten Gefässe erregter Wellen zu ihrer Breite dadurch auszumitteln, dass wir einen Lichtstrahl in einem verfinsterten Zimmer unter einem bestimmten Winkel auf die Oberfläche des Quecksilbers, während es in Wellenbewegung war, fallen liessen, um den Winkel, unter welchem das Licht von den Wellenbergen und Wellenthälern zurückgeworfen wurde, zu bestimmen. Wenn uns auch nicht auf diese Weise gelungen ist, die Neigung der Flächen der Wellen gegen die horizontale Ebene des Niveau zu bestimmen, so ging doch aus diesen Untersuchungen hervor, dass diese Wellen ausserordentlich flach sein müssen.

Von der Richtigkeit des Satzes, dass bei den Wellen die Höhe im Verhältniss zur Breite ausserordentlich gering sei, zeugte uns im Grossen der Anblick niedriger Meereswellen, deren Breite man nach der Länge des Schiffs ungefähr bestimmen konnte.

Indessen kann man die Breite der Wellen durch Berechnung finden.

Es wird im V. Abschnitte § 119 vorgetragen, dass man an der Bewegung der einzelnen Flüssigkeitstheilchen im Innern des in Wellenbewegung befindlichen Wassers wissen kann, innerhalb welcher Zeit eine Welle an der Oberfläche, um so viel als ihre Breite beträgt, fortschreite.

Da wir nun durch eine grosse Reihe von Versuchen die den verschiedenen Wellen zukommende Geschwindigkeit genau bestimmt hatten, so brauchten wir diese Geschwindigkeit nur mit der in Sekunden ausgedrückten Zeit, in welcher eine Welle um so viel als ihre Breite beträgt fortrückt, zu multipliciren, um die Breite der Wellen selbst zu erhalten.

Erregt man in einer 6 Zoll tiefen und 6,8 Linien breiten, 5 Fuss 4 Zoll 3 Linien langen Wassermasse dadurch eine Welle, dass man eine 2 Zoll hohe, 5,7 Linien im Durchmesser haltende Wassersäule plötzlich durch ihr eigenes Gewicht am einen Ende der Wellenrinne niedersinken lässt, und misst man dann 18 Zoll vom Orte der Erregung entfernt die Höhe der Welle und die Zeit, die ein Flüssigkeitstheilchen braucht, um das erste Mal seine Schwingungsbahn zu durchlaufen, und berechnet hieraus die Breite der Welle, so findet man, dass sie bei einer Höhe von 0,7 Linie, eine Breite von 29 Zoll 2 Linien besitzt.

Man sieht hieraus, so wie aus anderen der von uns angewendeten Methoden der Messung, dass Bremontier[1]) sich bei der Schätzung des gewöhnlichen Verhältnisses der Höhe der Wellen zu ihrer Breite bedeutend geirrt habe, wenn er es wie 1 : 4 anschlägt.

Eine so geringe Höhe mit einer so ungeheuren Breite verbunden (1 : 500), wie in dem erwähnten Falle, findet sich indessen nur bei Wellen, welche fortschreiten, ohne durch eine ihnen vorausgehende Welle eingeschränkt zu werden. Von einer Wellenreihe wird nur die vorderste Welle so breit und niedrig, die übrigen schränken sich gegenseitig ein und bleiben dadurch schmäler und höher.

Daher kommt es denn auch, dass von einer Reihe von Wellen die vorderste sehr schnell so flach wird, dass sie sich dem Blicke ganz entzieht.

Abschnitt V.

Ueber die Bewegung der einzelnen Theilchen einer Flüssigkeit bei der Entstehung und Fortbewegung der Wellen.

A. *Bei der Fortbewegung der Wellen.*

§ 99.

Die Wellenbewegung der tropfbaren Flüssigkeiten ist eine fortschreitende Schwingung der Flüssigkeitstheilchen; eine Welle aber ist nur die Form einer Gesammtheit von Flüssigkeitstheilchen, in welcher sich successiv andere und andere Theilchen vereinen, vorn nach einander ein-

---

[1]) Journal de Physique par de la Métherie 1814, T. LXXIX, p. 91: Quand dorénavant nous nous servirons de l'expression de grosseur ou de hauteur naturelle d'une onde, on doit entendre que sa longueur et sa hauteur sont dans le rapport de 4 à 1. Bremontier nennt Länge der Welle, was wir Breite nennen.

tretend, hinten austretend. Die Bewegung einer Welle darf man daher nicht mit der Bewegung eines Körpers vergleichen, dessen Theilchen die nämliche Bewegung haben als der ganze Körper selbst, zu dem sie gehören. Eine Welle ist *kein Körper,* der bleibend dieselben Theilchen als Bestandtheile enthielte, sie ist nur *eine Form* der Oberfläche und der einzelnen über einander ruhenden Schichten einer Flüssigkeit, die im Zustande der Ruhe die Gestalt von horizontalen oder fast horizontalen Ebenen haben, im Zustande der Wellenbewegung dagegen gekrümmt sind und daher Erhebungen oder Vertiefungen bilden. Das Fortrücken einer Welle ist daher nur ein Fortrücken dieser *Form* und insofern nur eine Bewegung eines mathematischen, keines wirklichen Körpers. Während eine Welle, die durch einen in Wasser gefallenen Körper erregt worden ist, über eine grosse Fläche fortschreitet, ist das Wasser, das diese Welle anfangs bildete, an seinem Orte geblieben.

Vorzüglich deutlich ist dieser Unterschied der Bewegung einer Welle von der eines wirklichen Körpers bei der Wellenbewegung in festen Körpern, z. B. an einem aufgespannten Seile, wie § 2 gezeigt worden ist. Stösst man dieses an einer Stelle plötzlich, so entsteht dadurch eine Welle, welche der ganzen Länge des Seiles nach vielmal hin und her läuft. Aber die Theilchen des aufgespannten Seiles selbst bewegen sich nicht mit der Welle fort. Ebenso verhält es sich nun auch mit den Wellen der tropfbaren Flüssigkeiten. Es ist schon § 2 vorläufig gesagt worden, dass eine Welle von einer durch eine Materie hindurch sich successiv fortpflanzenden *Schwingung* erzeugt werde. Und das bestätigt sich auch bei den tropfbaren Flüssigkeiten vollkommen.

Die einzelnen Theilchen der Flüssigkeit, durch welche hindurch eine Welle fortbewegt wird, sind an der Stelle, wo soeben die Welle sich befindet, in einer schwingenden Bewegung, die bis in sehr grosse Tiefen der Flüssigkeit hinab Statt findet.

Diese gemeinsame Schwingung der Theilchen der Flüssigkeit bis in die Tiefe bringt eine sichtbare Veränderung der ebenen Oberfläche hervor und veranlasst eine Erhabenheit und Vertiefung an derselben.

Indem nun die Schwingung selbst durch die Flüssigkeit fortschreitet, schreitet auch ihre Wirkung, die Erhabenheit oder Vertiefung an der Oberfläche fort.

Die fortschreitende schwingende Bewegung ist also die einzige *wirkliche* Bewegung der Flüssigkeit bei dem Fortgange der Wellen und ihre Fortpflanzung veranlasst die Fortbewegung der *Wellenform.*

§ 100.

Von der genaueren Untersuchung dieser fortschreitenden Schwingung muss daher eine gründliche Betrachtung der Wellenbewegung anfangen.

Um sie nun also im Innern durchsichtiger Flüssigkeiten sichtbar zu machen, bedienten wir uns der Fig. 12, 13 abgebildeten, § 91 beschriebenen, von uns zu diesem Zwecke erfundenen Instrumente, welche wir der Kürze wegen kleinere und grössere *Wellenrinne* nennen werden. Der schmale lange, zwischen Glaswänden eingeschlossene Raum wurde, wenn das kleinere Instrument, Fig. 12, vollkommen horizontal stand, mit Wasser gefüllt. Wir wählten hierzu absichtlich Wasser aus der Saale bei Halle, in dem viele kleine Theilchen von gleichem specifischen Gewichte als das Wasser schwebten. Nun sahen wir durch die Glaswände und das eingeschlossene Wasser hindurch gegen das zu den Fenstern eindringende Licht und beobachteten theils mit blossen Augen, theils mit einem angeschraubten einfachen Mikroskope, dessen Brennweite etwa $4\frac{1}{2}$ Linien betrug, die Bewegung, in welche die kleinen sonst ruhig schwebenden Theilchen geriethen, wenn eine Welle durch das Wasser zog. Um die Bahnen, in denen sich die Theilchen bewegten, ihrer Richtung und Grösse nach zu bestimmen, war vor dem Objektivglase ein aus zwei feinen Haaren gebildetes Kreuz angebracht worden, dessen rechtwinkelige Kreuzungsstelle in den Mittelpunkt des Sehfeldes fiel. Die besten Dienste that uns aber zur Messung der Grösse der Bahnen ein zum Schrauben eingerichteter sehr kleiner Federcirkel, dessen Schenkelspitzen wir zwischen das Objektiv des Mikroskops und die Glaswand der Wellenrinne brachten und so die Durchmesser der Bahnen maassen. Denn indem wir durch das Mikroskop die vergrösserten, im Wasser schwebenden Theilchen sahen, erblickten wir zugleich die sehr vergrösserten feinen Cirkelspitzen, die wir so lange weiter oder enger schraubten, bis ihre Entfernung dem zu messenden Durchmesser der Bahn eines schwingenden Theilchens gleich kam, das durch gleich grosse Kräfte zu wiederholten Malen dieselbe Schwingung vollbrachte.

§ 101.

Die Schwingungsbahnen der Flüssigkeitstheilchen laufen, wenn die auf einander folgenden, unter einander verbundenen Wellenberge und Wellenthäler gleich oder fast gleich gestaltet sind, in sich selbst oder fast in sich selbst zurück, und sind anscheinend Ellipsen, die in der Vertikalebene liegen.

Bewegt sich durch die Flüssigkeit, womit unsere, Fig. 12 abgebildete *Wellenrinne* gefüllt worden ist, ein Wellenberg fort, so bewegen sich alle in der Flüssigkeit schwebenden Theilchen successiv in einem Bogen, Fig. 22 *abc*, nach aufwärts, vorwärts und abwärts in derselben Richtung, in welcher sich der Wellenberg selbst fortbewegt, und welche durch den hinzugefügten Pfeil ausgedrückt ist. Diese Bahnen liegen in der

Vertikalebene. Der senkrechte Abstand des obersten Punktes dieser Bahn von der Linie des Niveau *ca* ist der Höhe des *Wellenbergs* über dem Niveau *vollkommen gleich.*

Folgt hinter dem Wellenberge ein Wellenthal nach, das eben so tief und breit als der vorausgehende Wellenberg hoch und breit ist, so bewegt sich jedes Theilchen an der Oberfläche, so bald es jene erstere Bewegung vollendet hat, sogleich, den Bogen *cda* beschreibend, an seinen vorigen Ort zurück, folglich der Richtung, in der das Wellenthal fortschreitet, entgegen, nach rückwärts, abwärts und aufwärts. Der senkrechte Abstand des tiefsten Punktes *d* dieser Bahn von der Linie, die die Bahn horizontal und ihrem längsten Durchmesser nach theilt, ist der Tiefe des Wellenthals unter dem Niveau gleich. Ist die durch die Flüssigkeit fortgehende Welle so beschaffen, dass das Wellenthal vorausgeht und ein gleich grosser Wellenberg nachfolgt, so bewegen sich alle Theilchen in derselben Bahn, nur mit dem Unterschiede, dass die Bewegung derselben in *c* anfängt und bogenförmig nach *d* und *a* fortgeht, von wo sie augenblicklich durch *b* nach *c* zurückgeht. Ein Theilchen durchläuft also, während es in einem Wellenberge sich befindet, den Bogen *abc*, während es sich in einem Wellenthale befindet, den Bogen *cda.*

Niemals kommt aber in der Natur ein Wellenberg vor, der mit gar keinem Wellenthale verbunden wäre, und ebenso wenig ein Wellenthal, das mit gar keinem Wellenberge in Verbindung stünde. Aus diesem Grunde kann auch die Bewegung eines Flüssigkeitstheilchens in dem Bogen *abc*, oder die in dem Bogen *cda* nicht Statt finden, ohne dass dasselbe Theilchen vor oder nachher in einem umgekehrten Bogen sich bewege.

§ 102.

Die Schwingungsbahnen der Flüssigkeitstheilchen laufen aber dann nicht in sich selbst zurück, wenn die aufeinander folgenden, unter einander verbundenen Wellenberge und Wellenthäler von ungleicher Grösse sind. Die Höhe und Breite des Bogens *abc*, in dem sich ein Theilchen bewegt, hängt aber von der Höhe und Breite des Wellenbergs, die Höhe und Breite des Bogens *cda* von der Tiefe und Breite des Wellenthals ab, in dem das bewegte Theilchen sich befindet. Zuweilen sind nun die aufeinander folgenden Wellenberge und Wellenthäler bei Wellen, denen keine andere Welle vorausgeht, sondern die vor sich Ebene haben, *nicht gleich gross*, und daher auch die den Wellenbergen und Wellenthälern entsprechenden bogenförmigen Bewegungen ungleich gross. Man beobachtet daher meistentheils, dass ein Theilchen, das sich in den beiden Bogenstücken hin und zurück bewegt hat, nicht ganz bis zu dem

Orte zurückkehrt, von welchem es ausging, und dass die beiden Bogen seiner Bahn häufig keine ganz in sich selbst zurücklaufende Linie darstellen.

Es zeigen sich die Bahnen daher nicht selten wie *abcde*, Fig. 23. oder wie *abcde*, Fig. 24, oder wie *abcde*, Fig. 25, oder wenn die einander folgenden Wellenberge und Wellenthäler sehr an Grösse verschieden sind, so haben die Bahnen, die die einzelnen Flüssigkeitstheilchen durchlaufen, sogar die Gestalt *abcd*, Fig. 26.

§ 103.

Die Schwingungsbahnen der in der Nähe der Oberfläche der Flüssigkeiten befindlichen Theilchen sind anscheinend Ellipsen, die sich der Kreisgestalt nähern: mit der Tiefe wird die elliptische Gestalt der Bahnen immer gestreckter und fällt endlich mit einer horizontalen geraden Linie zusammen,

Was für eine Kurve diese Bahn der kleinen Flüssigkeitstheilchen sei, ist vor der Hand noch gänzlich unbekannt. Unsere Messungen des senkrechten und horizontalen Durchmessers derselben lehren nur, dass sie selbst an der Oberfläche keine kreisförmige Gestalt haben, der sie sich aber daselbst dem Augenschein nach sehr nähern, dass sie vielmehr schon in einer geringen Entfernung unter der Oberfläche der Flüssigkeit eine dem Anblicke nach elliptische Gestalt annehmen, die desto gestreckter wird, je entfernter von der Oberfläche die Theilchen liegen, und endlich, in noch grösserer Tiefe, fast mit einer horizontalen Linie zusammenfällt, so dass man gar keine senkrechte Höhe der Bahn mehr zu unterscheiden im Stande ist.

§ 104.

Mit der Tiefe der Flüssigkeit nehmen die Bahnen der daselbst befindlichen schwingenden Theilchen sowohl im senkrechten als im horizontalen Durchmesser an Grösse ab.

Unsere Versuche wurden auf folgende Weise angestellt.

In unserer kleineren Wellenrinne, Fig. 12, stand das Wasser 6 Zoll P. M. tief. An dem einen Ende derselben wurde das Wasser in einer 5,7 Linien im Durchmesser weiten Röhre 2 Zoll hoch in die Höhe gehoben und nach eingetretener vollkommener Ruhe niederfallen gelassen. In einer Entfernung von 18 Zollen von dem Orte, wo die Welle erregt wurde, wurden die Bahnen, welche die in der Flüssigkeit schwebenden sichtbaren Theilchen beim Vorübergehen der Welle beschrieben, durch ein aus zwei Linsen bestehendes einfaches Mikroskop beobachtet und durch einen kleinen zum Schrauben eingerichteten Federcirkel gemessen, dessen sehr feine Spitzen wir zwischen das Mikroskop und die Glaswand der Wellenrinne einbrachten. Da wir nämlich eine gleich grosse Welle unter den nämlichen Umständen und durch die nämliche Kraft, so oft es nöthig war, erregen konnten, so konnten wir auch den Federcirkel so lange weiter oder enger schrauben, bis der Abstand der Cirkelspitzen dem zu messenden Durchmesser der Bahn genau gleich kam.

So wurde nun der horizontale und vertikale Durchmesser der Bahnen an der Oberfläche, sowie auch 1 Zoll, 2 Zoll und 5 Zoll unter derselben gemessen, und findet sich Fig. 27 abgebildet, wo *a* die Bahn eines an der Oberfläche liegenden Theilchens, *b* eines 1 Zoll, *c* eines 2 Zoll, *d* eines 5 Zoll unter der Oberfläche befindlichen Theilchens bedeutet. Diese Abbildung ist nach folgender Tabelle gefertigt.

Tabelle I.

Ueber die senkrechten und horizontalen Durchmesser der Bahnen, welche kleine in einer Flüssigkeit schwebende Theilchen in verschiedenen Tiefen in unserer kleineren Wellenrinne durchlaufen.

Tiefe, in welcher die Bahn der kleinen Theilchen gemessen wurde	Senkrechter Durchmesser der Bahn	Horizontaler Durchmesser der Bahn
1 Linie unter der Oberfläche[1]	0,73 Lin.	2,40 Lin.
1 Zoll „ „ „	0,50 „	2,26 „
2 „ „ „ „	0,20 „	2,00 „
5 „ „ „ „	unmessbar	1,90 „

Aehnliche Versuche wurden nun auch in unserer grösseren Wellenrinne, die 22 Zoll tief mit Wasser angefüllt war, mittelst einer niederfallenden Wassersäule von 9 Zoll Höhe und 5,7 Linien Durchmesser angestellt, und die Bahnen, die die Flüssigkeitstheilchen beschrieben, in 3 Fuss Entfernung von dem Orte der Erregung der Wellen gemessen.

Hier gaben unsere Versuche folgende Resultate.

Tabelle II.

Ueber die senkrechten und horizontalen Durchmesser der Bahnen, welche kleine in einer Flüssigkeit schwebende Theilchen, während der Wellenbewegung, in verschiedenen Tiefen der Flüssigkeit in der grösseren Wellenrinne durchlaufen.

Tiefe, in welcher die Bahn der kleinen Theilchen gemessen wurde	Senkrechter Durchmesser der Bahn	Horizontaler Durchmesser der Bahn
1 Linie unter der Oberfläche	0,8 Lin.	1,14 Lin.
3 Zoll „ „ „	0,40 „	0,75 „
6 „ „ „ „	0,32 „	0,60 „
9 „ „ „ „	0,20 „	0,40 „
12 „ „ „ „	unmessbar	0,40 „
15 „ „ „ „	—	0,30 „
18 „ „ „ „	—	0,42 „
21 „ „ „ „	—	0,60 „

[1]) Unmittelbar an der Oberfläche war es nicht rathsam die Messung vorzunehmen, weil die Adhäsion des Wassers am Glase eine Störung des Phänomens veranlassen konnte. Daher maassen wir etwa 1 Linie unterhalb der Oberfläche.

Beide Reihen von Versuchen stimmen darin überein, dass die Bahnen mit der Tiefe kleiner werden, und dass dabei der senkrechte Durchmesser derselben mehr als der horizontale an Grösse abnimmt. Hierin weichen diese Resultate von den Resultaten der Gerstner'schen Theorie ab, nach welcher die Bahnen in allen Tiefen Kreise bleiben sollen, was jedoch daher kommen könnte, weil bei dieser Theorie die Flüssigkeit als unendlich tief vorausgesetzt und also auf den störenden Einfluss des Bodens keine Rücksicht genommen wird.

§ 105.

Dass der senkrechte Durchmesser der Schwingungsbahnen kleiner sei als der horizontale, und dass er im Verhältniss zu dem horizontalen in der Tiefe immer mehr vermindert werde, scheint als eine Wirkung des Bodens angesehen werden zu müssen.

Dass der Boden allerdings den Einfluss hat, den senkrechten Durchmesser der Bahnen an der Oberfläche und in der Tiefe im Verhältniss zu dem horizontalen zu verkleinern, lehrt eine Vergleichung der beiden Tabellen und der darauf gegründeten Zeichnung, Fig. 27 A, B, deutlich, wo A die Bahn des an der Oberfläche, B die Bahn eines 3 Zoll unter derselben gelegenen Theilchens darstellt. A ist offenbar schon an der Oberfläche runder als a, welches eine gestrecktere elliptische Gestalt hat. Auch nimmt der senkrechte Durchmesser im Verhältniss zu dem horizontalen in der kleinen Wellenrinne mit der Tiefe weit stärker ab als in der grösseren Wellenrinne.

Die Bahn eines Flüssigkeitstheilchens in der kleinen Wellenrinne hatte an der Oberfläche eine Höhe von 0,73 Linie, und diese Höhe war also beinahe der 102. Theil der Tiefe der Flüssigkeit in der Rinne.

Die Bahn eines Flüssigkeitstheilchens der grossen Wellenrinne hatte eine Höhe von 0,8 Linie, und war also der 345. Theil der Tiefe des in der grossen Wellenrinne befindlichen Wassers.

Je tiefer die Flüssigkeit ist, desto mehr nähert sich das Verhältniss des horizontalen Durchmessers der Bahn eines Theilchens an der Oberfläche zu ihrem senkrechten Durchmesser der Gleichheit, desto mehr nähert sich die ganze Bahn des Theilchens der Kreisbahn.

Die Tiefe des Wassers in der kleineren Wellenrinne verhielt sich zu der in der grösseren wie $6:22 = 1:3{,}7$.

In der kleineren Wellenrinne ist der senkrechte Durchmesser in dem horizontalen 3,2... Mal enthalten, in der grösseren Wellenrinne 1,4... Mal.

Das Verhältniss dieser beiden Quotienten (des senkrechten Durchmessers in den horizontalen) ist also $3{,}2\ldots : 1{,}4\ldots$, während das entsprechende der Tiefen in beiden Rinnen $1:3{,}7$ ist.

Nimmt man eine Rinne, in der die Tiefe des Wassers noch grösser wäre, so würde der Quotient des senkrechten Durchmessers der Bahn in ihren horizontalen Durchmesser der Einheit noch näher kommen als dieser Quotient der beiden Durchmesser in unserer grösseren Rinne, wo er, wie eben angeführt, 1,4... ist.

Sehr überraschend ist aber die Erscheinung, dass nach Tabelle II der horizontale Durchmesser der Bahn, nachdem er von der Oberfläche bis zu einer Tiefe von 15 Zoll immer abgenommen hat, nun in einer Entfernung von 6 bis 7 Zoll von dem Boden wieder zuzunehmen anfängt, was offenbar für eine Rückwirkung des Bodens zu halten ist, auf die wir später noch einmal zurückkommen werden.

§ 106.

Die schwingende Bewegung der Flüssigkeitstheilchen ist unseren Versuchen zu Folge selbst in einer Tiefe, welche der 350 maligen Höhe der Welle über der Oberfläche gleich kommt, noch durch Vergrösserungsgläser und sogar mit blossen Augen wahrnehmbar.

Da wir auch dann, wenn die grössere Wellenrinne vollkommen 2 Fuss tief mit Wasser angefüllt war, und kleine Wellen in ihr erregt wurden, in der Nähe des Bodens die Bewegung der Flüssigkeitstheilchen mit blossen Augen und mit Vergrösserungsgläsern wahrnehmen konnten, so folgt hieraus, dass die Bewegung, welche eine Welle im Wasser verursacht, in einer Tiefe noch wahrnehmbar ist, die der 350 maligen Höhe der Welle entspricht. Eine 10 Fuss hohe Meereswelle würde demnach bis in eine Tiefe von 3500 Fuss noch Bewegung veranlassen. Es ist hiernach ganz offenbar, dass die Wellenbewegung selbst mässig grosser Wellen bis auf den Grund des Meeres reiche, und dadurch erklärlich, wie grosse Wellen den Grund des Meeres so sehr aufrühren können, als es § 48 erzählt worden ist.

§ 107.

Das Fortschreiten der Schwingung der Flüssigkeitstheilchen besteht darin, dass die horizontal, in der Richtung der fortschreitenden Welle, hinter einander liegenden Theilchen successiv in eine schwingende Bewegung gerathen, und zwar so, dass sich niemals mehrere derselben, die zu einer Welle gehören, gleichzeitig in entsprechenden Punkten ihrer Schwingungsbahnen befinden, sondern erst successiv in diese entsprechenden Punkte kommen.

Mittelst der Tertienuhr, der wir uns bei unseren Versuchen bedienten, konnten wir die Zeit messen, welche verlief, ehe die Flüssigkeitstheilchen in einer gewissen Entfernung von dem Orte, wo eine Welle erregt worden war, in Bewegung geriethen. Diese Zeit kommt mit der überein, die die Welle braucht, um vom Orte ihrer Entstehung bis zu derselben Entfernung fortzuschreiten. Im VI. Abschnitte, wo von der Geschwindigkeit der Wellen die Rede ist, werden hierüber genaue Nachweisungen gegeben werden, in § 109 aber sehe man die erläuternde Erklärung zu Fig. 28, der bildlichen Darstellung dieses Gegenstands nach.

§ 108.

In die Tiefe der Flüssigkeit hinab bemerkt man aber weder bei der Erregung, noch bei dem Fortgange der Wellen ein allmähliges Fortschreiten derselben, sondern die schwingende Bewegung scheint, wenigstens dem Augenscheine nach, gleichzeitig in der Tiefe und an der Oberfläche zu geschehen, und die senkrecht oder fast senkrecht unter einander liegenden Theilchen der Flüssigkeit scheinen dem Anblicke nach gleichzeitig in die sich entsprechenden[1]) *Punkte ihrer Schwingungsbahnen einzutreten.*

Betrachtet man eine Flüssigkeit als aus vielen horizontalen, über einander liegenden Schichten bestehend, welche im Zustande der Ruhe eben, im Zustande der Wellenbewegung stellenweise nach aufwärts oder nach abwärts ausgebogen sind, so würde jenem Satze gemäss die Bewegung der Schichten bei der Entstehung von Wellen nicht nur an der Oberfläche und in der Tiefe zu gleicher Zeit ihren Anfang nehmen, sondern es würden auch beim Fortgange der Wellen immer entsprechende Stücke der fortschreitenden Bewegungen senkrecht unter einander liegen.

Allein es ist sehr schwierig, die Wahrheit des vorgetragenen Satzes durch andere Beobachtungen, als durch die Betrachtung der im Wasser schwebenden Theilchen zu bestätigen, und diese Methode lässt keine grosse Genauigkeit zu. Wir haben zu diesem Zwecke in unserer Wellenrinne über eine 1 Zoll tiefe Lage Quecksilber eine eben so hohe oder höhere Wasserschicht gegossen, und nun die Wellen beobachtet, die zugleich unten im Quecksilber und oben im Wasser fortschritten, aber so gefunden, dass die Quecksilberwellen hier viel langsamer als die Wasserwellen fortliefen, und also keineswegs entsprechende Wellenstücke senkrecht unter einander lagen. Allein weil die zwei Flüssigkeiten von einem ganz verschiedenen specifischen Gewichte sind, so kann diese Erscheinung darauf bezogen werden, und so erlaubt ein solcher Versuch

[1]) Einen entsprechenden Punkt zweier Bahnen nennen wir z. B. den Punkt, welchen der senkrechte Durchmesser bei zwei Bahnen oben oder unten schneidet, oder welchen der horizontale Durchmesser bei zwei Bahnen an der einen oder an der anderen Seite schneidet, oder endlich jeden Punkt, welcher bei zwei Bahnen von einem dieser bestimmten Punkte nach derselben Richtung verhältnissmässig gleich weit absteht.

keine Folgerung für eine Flüssigkeit, deren horizontale Schichten ein gleiches specifisches Gewicht besitzen.

Einige Zweifel gegen den vorgetragenen Satz werden noch § 116 entwickelt werden. Man darf ihn daher vor der Hand noch nicht für ohne alle Beschränkung wahr halten.

§ 109.

Fig. 28 11111 stellt den Umriss eines vertikalen Querdurchschnitts von einer ganzen und zwei Viertelswellen vor, welche sich in der Richtung der beigefügten Pfeile so fortbewegen, dass sie nach Verlauf eines ersten Zeitraums den Ort von 22222, und nach Verlauf eines zweiten Zeitraums den Ort von 33333 einnehmen.

Die Kreise A*a*αa, B*b*βb, C*c*γc, D*d*δd, E*e*εe, F*f*ζf stellen sechs hier kreisförmig dargestellte (eigentlich elliptische) Schwingungsbahnen vor, die die in der Welle 11111 bei ABCDEF liegenden Theilchen durchlaufen, während die Welle, in der sie sich befinden, um so viel als ihre ganze Breite austrägt, fortschreitet.

Die Kreisstücke Aa*a*, Bb*b*, Cc*c*, Dd*d*, Ee*e*, Ff*f* u. s. w. stellen die Stücke der Schwingungsbahnen vor, in denen sich die auf der Oberfläche 11111 liegenden Theilchen ABCDEF u. s. w. während zweier Zeiträume bewegen, nämlich während die Wellen von 11111 nach 22222, und von da nach 33333 fortschreiten, so dass also diese Theilchen ABCDEF etc. in einem ersten Zeitraume $\frac{2}{12}$ ihrer Bahn durchlaufen, und sich daher am Anfange eines zweiten Zeitraums in abcdef etc. befinden, wodurch die Wellen von 11111 nach 22222 weiter rücken; während eines zweiten Zeitraums aber wieder um $\frac{2}{12}$ ihrer Bahn fortrücken, und also am Ende desselben in *abcdef* etc. eintreffen, wodurch die Wellen von 22222 nach 33333 fortgehen. Man darf nun die Flüssigkeitstheilchen noch vier Mal um gleich grosse Stücke in ihrer Bahn weiter gerückt denken, so dass sie alle an den Ort der Bahn, von dem wir sie ausgehend dachten, zurückgekehrt sind, um auch durch die Zeichnung einzusehen, dass die Welle dabei um so viel als ihre Breite beträgt fortschreitet, während die Theilchen einen Umlauf in ihren Schwingungsbahnen vollenden.

In Fig. 29 sieht man jede kreisförmige Bahn eines Theilchens in sechs Theile getheilt. Die Theilchen ABCDEF u. s. w. rücken in einem ersten Zeittheilchen nach abcdef u. s. w., und zugleich die Wellen von 11111 nach 22222.

In einem zweiten Zeittheilchen rücken die Theilchen nach *abcdef* u. s. w., und die Wellen nach 33333.

In einem dritten Zeittheilchen rücken die Theilchen nach $\alpha\beta\gamma\delta\varepsilon\zeta$ u. s. w., und die Welle nach 44444.

In einem vierten Zeittheile rücken die Theilchen nach $\mathfrak{ABCDEF}$ u. s. w., und die Welle nach 55555.

In einem fünften Zeitraume bewegen sich die Theilchen nach $\mathfrak{abcdef}$ u. s. w., und die Welle nach 66666, worauf die Theilchen in einem sechsten Zeitraume an den Ort zurückkehren, von dem sie ausgegangen sind, zugleich aber die Welle um so viel, als ihre Breite beträgt, fortgegangen ist.

Hieraus wird nun deutlich sein, was es heisse, dass die Theilchen bei dem Fortschreiten der Schwingung *successiv* in die entsprechenden Punkte ihrer Schwingungsbahnen kommen, und dass niemals mehrere in einer Welle befindliche Theilchen gleichzeitig sich in entsprechenden Punkten ihrer Bahnen befinden.

So kann man z. B. die Fig. 28 mit CDEFGHI bezeichnete Linie, die eine ganze Welle darstellt, in sechs Theile theilen, und die Theilchen, die in den sechs Theilungspunkten befindlich sind, mit den genannten Buchstaben bezeichnen. Alle diese Theilchen befinden sich in Schwingung, aber gleichzeitig jedes in einem anderen Punkte seiner Schwingungsbahn. Wenn wir den Punkt der Schwingungsbahn, in dem sich C befindet, den sechsten Punkt der Schwingungsbahn nennen, so liegt D im fünften, E im vierten, F im dritten, G im zweiten, H im ersten, folglich I wieder im sechsten, K wieder im fünften und so fort. C und I befinden sich also in entsprechenden Punkten ihrer Schwingungsbahnen, aber I gehört auch nicht mehr zur vorigen Welle. Aus eben dem Grunde liegen K und D in entsprechenden Punkten ihrer Bahnen; aber die genannten von C bis H in einer und derselben Welle liegenden Theilchen befinden sich niemals gleichzeitig in entsprechenden Punkten ihrer Bahnen, wohl aber kommt jedes der sechs Theilchen, wenn es um $\frac{1}{6}$ in seiner Bahn fortgerückt ist, in die Stelle, welche das hinter ihm befindliche Theilchen vorher einnahm, das aber nun gleichfalls um $\frac{1}{6}$ weiter in seiner Bahn gegangen ist. Daher kommt es nun, dass, wenn das Theilchen I um $\frac{1}{6}$ in seiner Bahn nach i fortgerückt ist, es an die Stelle seiner Bahn getreten ist, welche der Stelle der Bahn des Theilchens H entspricht, in der sich das um eine Stelle rückwärts gelegene H vor diesem Fortschreiten befand, und wenn I um $\frac{2}{6}$ fortgeschritten ist, es sich an der Stelle *i* seiner Bahn befindet, welche dem Orte entsprechend ist, welchen G in seiner Bahn einnahm, bevor I sich nach *i* zu bewegen anfing.[1])

Hieraus geht hervor, dass ein jedes Flüssigkeitstheilchen successiv alle die verschiedenen Stellen in seiner Bahn einnimmt, welche alle

---

[1]) [In diesem Abschnitte setzt der Originaltext eine Figur voraus, bei welcher 12 Theilchen auf die Wellenlänge kommen. Da eine solche in den Tafeln fehlt, so wurde durch eine leicht zu übersehende Aenderung Uebereinstimmung mit Fig. 28 hergestellt.]

hinter ihm gelegenen, zu derselben Flüssigkeitsschicht gehörigen, und in derselben Welle befindlichen Flüssigkeitstheilchen gleichzeitig einnehmen.

Welche Theilchen man an der Oberfläche einer Welle auswählt, um ihre Bahnen, wie in Fig. 28 geschehen ist, bildlich darzustellen, und daran das Fortschreiten der Welle zu zeigen, ist vollkommen willkürlich. Es hätten statt sechs Theilchen in einer ganzen Welle eben so gut 16, 20, oder so viel man wollte, betrachtet werden können.

Eben so sind auch nur die Theilchen, um irgend einer Ordnung zu folgen, so ausgewählt worden, dass die Mittelpunkte der Kreise, von welchen die dargestellten Bahnenstücken der Theilchen Bogen sind, um eine bestimmte Entfernung von einander abstehen. Aber welche Theilchen man auch auf der Oberfläche der Wellen 11111 wählen mag, um ihre Schwingungsbahnen bildlich darzustellen, so müssen doch immer die Mittelpunkte der Schwingungsbahnen in die Linie yz fallen, welche die verzeichneten Wellen in der halben Höhe theilt.

Die gebogenen Pfeile, welche in vier Reihen in Fig. 28 unter den Wellenlinien gezeichnet worden sind, stellen Stücke der Schwingungsbahnen der im Innern der Flüssigkeit gelegenen Flüssigkeitstheilchen vor, jedoch der einfachen Darstellung wegen, unter der Voraussetzung, als blieben sich diese Bahnen an der Oberfläche und in der Tiefe der Gestalt und Grösse nach gleich, was in der Natur nicht der Fall ist.

Jeder der Pfeile ist ein Bogen, der $\frac{1}{6}$ der ganzen kreisförmigen Bahn, die jedes Theilchen nach und nach durchläuft, ausmacht. So erhält man eine anschauliche Vorstellung von der gleichzeitigen Bewegung mehrerer senkrecht unter einander liegenden Theilchen. Während sich A nach a bewegt, bewegen sich die senkrecht unter einander liegenden Theilchen 1, 2, 3 und 4 vom Anfange bis zur Spitze ihrer Pfeile, und ebenso ist es mit den senkrecht unter B, C, D u. s. w. gelegenen Theilchen.

§ 110.

Die Schwingungsbahnen der unter einander liegenden Theilchen kreuzen sich eben sowohl, als die Schwingungsbahnen der im senkrechten Querdurchschnitte der Wellen hinter einander liegenden Theilchen. Aber die Theilchen treffen sich deswegen in den Kreuzungspunkten ihrer Bahnen nicht, und stören sich folglich auch nicht, 1. weil alle senkrecht unter einander liegenden Theilchen *gleichzeitig in die sich entsprechenden* Punkte ihrer Bahnen (in paralleler Bewegung) treten; 2. weil zwei in einer horizontalen Flüssigkeitsschicht unmittelbar hinter einander liegende Theilchen, wenn diese Schicht in Wellenbewegung kommt, successiv so in Bewegung gesetzt werden, dass jedes nächst vordere Theilchen um einen kleinsten Zeittheil später an einen entsprechenden Ort seiner Bahn gelangt, als das zunächst hinter ihm gelegene Theilchen. Dieses successive Anfangen der Bewegung bringt es mit sich, dass da, wo sich die Bahnen der nebeneinander gelegenen Theilchen *oben* kreuzen, *dasjenige* Theilchen früher den Kreuzungspunkt passire, welches seine Bewegung später angefangen hat, und welches dem vordersten Punkte der Welle näher liegt, dass dagegen *unten,* wo sich die Bahnen zweier horizontal neben einander gelegenen Theilchen auch kreuzen, dasjenige Theilchen den Kreuzungspunkt früher passire, welches früher sich zu bewegen angefangen hat, und dem hintersten Punkte der Welle näher liegt, mit einem Worte, dass zwei in einer horizontalen Ebene einer Flüssigkeit neben einander liegende Theilchen, wenn sie durch eine Welle in Bewegung kommen, niemals zugleich durch die Kreuzungspunkte ihrer beiden Bahnen laufen und sich treffen können.

So kreuzen sich z. B. in der Welle 33333 Fig. 28 die Bahnen Aa$a\alpha$ und Bb$b\beta$ bei x, aber, während das eine Theilchen b schon in x sich befindet, ist das nächst hintere noch ein Stück von x entfernt, und b ist also durch x schon durch, ehe a dahin kommt. Eben so kreuzen sich diese zwei Bahnen unten bei y. Aber durch diesen Kreuzungspunkt geht, wie man sieht, wenn man die Konstruktion fortsetzt, a zeitiger als b durch, ebenso wie man das auch bei den zwei Theilchen E und F sieht. Während E bis e durch den unteren Kreuzungspunkt hindurch geht, bewegt sich F bis f, und erreicht also den Kreuzungspunkt nicht einmal.[1])

§ 111.

Während ein Theilchen der Flüssigkeit einmal seine Bahn durchläuft, schreitet die Welle, in der sich das Theilchen jetzt befindet, um so viel als die Breite derselben beträgt, fort, und daher durchläuft auch ein Theilchen eben so vielmal seine Bahn, als Wellen durch den Raum gehen, wo sich das Theilchen bewegt. Gehen also durch einen solchen Raum drei Wellen, so bewegt sich ein dort gelegenes Theilchen 3 Mal in seiner Bahn herum.

Während die Wellen 11111 Fig. 29 bis nach 77... fortrücken, durchlaufen die in der Welle gelegenen Theilchen ABCDEF etc. jedes seine ganze Bahn. Zugleich ist aber auch jede der Wellen um ihre ganze Breite fortgeschritten.

§ 112.

Der senkrechte Durchmesser der Bahnen, welche die an der Oberfläche der Flüssigkeiten befindlichen Theilchen durchlaufen, kommt genau mit der senkrechten Höhe der ganzen Welle überein.

---

[1]) [Der letzte Abschnitt von § 110 setzt wieder die Figur voraus, bei welcher der Abstand der Theilchen A und B $\frac{1}{12}$, nicht wie in Fig. 28 $\frac{1}{6}$ der Wellenlänge beträgt.]

Die Richtigkeit dieses Satzes geht schon daraus hervor, dass die Flüssigkeitstheilchen bei der Wellenbewegung ihre verhältnissmässige Lage zu einander nicht ändern. Ein Theilchen, welches an der Oberfläche einer Flüssigkeit liegt, bleibt immer an derselben, auch während eine Welle an dem Orte vorbeigeht, wo es sich befindet. Das Theilchen steigt, seine Bahn beschreibend, bis zum höchsten Gipfel der Welle, und senkt sich ebenfalls bis zum tiefsten Punkte des Wellenthales herab. So erreichen die Theilchen in Fig. 29, welche an den tiefsten Stellen der Wellenthäler liegen, nach Verlauf von drei Zeiträumen den höchsten Punkt der Welle und ihrer Bahn.

Es ist daher für den Erfolg ganz einerlei, ob man die ganze Höhe einer Welle in unserer Wellenrinne unmittelbar mit dem Cirkel, oder ob man den senkrechten Durchmesser der Bahn eines Theilchens, das sich in der zu messenden Welle befindet, misst. Beides führt auf ein und dasselbe Resultat.

§ 113.

Der horizontale Durchmesser der Bahnen, die die Theilchen einer Flüssigkeit durchlaufen, hat dagegen kein bestimmtes Verhältniss zur Breite der Welle. Bei gleich hohen, aber ungleich breiten Wellen sind die Schwingungsbahnen unter übrigens gleichen Umständen in den breiteren Wellen ihrem senkrechten und horizontalen Durchmesser nach kleiner, in den schmäleren grösser. Umgekehrt sind die Bahnen bei gleich breiten und ungleich hohen Wellen in den höheren Wellen nach beiden Durchmessern grösser, als in den niedrigeren. Man sieht diese Sätze durch Folgendes bestätigt.

Eine jede Welle wird im Fortschreiten zwischen den parallelen Wänden unserer Rinne niedriger und breiter, vorzüglich aber die, vor denen keine andere Welle hergeht. Dem ungeachtet behält sie dieselbe bewegende Kraft, und bewegt sich fortwährend mit fast ganz gleicher Geschwindigkeit[1]) fort, woraus man schliessen kann, dass sich zwar ihre Breite auf Kosten der Höhe vergrössert, dass sie aber doch ihre Grösse unverändert behält. Ebenso findet man auch, dass die Bahnen der durch die Welle in Bewegung gesetzten Flüssigkeitstheilchen desto kleiner erscheinen, je weiter von dem Orte, an dem sie entstand, die Welle gemessen wird.

Man hat ein Mittel, *gleich grosse Wellen* durch gleiche Kräfte zu erregen, und doch der einen nach Belieben eine grössere Breite und

[1]) Denn das für einen kleinen Raum unmerkliche Langsamerwerden der Welle hängt unter diesen Umständen wohl nur von der Reibung der Welle an den Wänden der Rinne ab.

geringere Höhe, der anderen eine grössere Höhe und geringere Breite mitzutheilen. Taucht man nämlich die Röhre, in der man Flüssigkeit, um sie fallen zu lassen, in die Höhe saugt, tiefer in die Flüssigkeit ein, in der man die Wellen erregen will, so wird die erregte Welle breit und niedrig; taucht man sie dagegen nicht tief unter die Oberfläche ein, so wird die Welle höher und schmäler. Beide Wellen sind gleich gross, wenn die fallenden Wassermassen gleich gross sind, die sie verursachten, beide schreiten daher auch gleich geschwind fort. Aber die Bahnen, welche die Flüssigkeitstheilchen in der niedrigeren und zugleich breiteren durchlaufen, sind klein; die, welche sie in der höheren zurücklegen, sind beiden Durchmessern nach beträchtlich grösser. Folgende Beobachtungen geben hierüber genauere Nachweisungen. Unsere kleinere *Wellenrinne* wurde 6 Zoll P. M. tief mit Wasser gefüllt; am Ende derselben wurden durch das Niedersinken von einer 2 Zoll hohen, 5,7 Linien im Durchmesser habenden Wassersäule Wellen erregt, so jedoch, dass wir die Oeffnung der Röhre, in der wir diese Säule in die Höhe hoben und fallen liessen, entweder nur dicht unter die Oberfläche brachten, oder 1, 2 oder 4 Zoll tief unter dieselbe eintauchten. In einer Entfernung von 18 Zoll von dem Orte, wo die Wellen erregt wurden, wurden die im Wasser ruhig schwebenden, sichtbaren Theilchen mit einem angeschraubten Mikroskope beobachtet, und theils der senkrechte und horizontale Durchmesser der zuerst durchlaufenen Bahn mit einem feinen Cirkel gemessen, theils durch eine Tertienuhr die Zeit bestimmt, welche ein Theilchen brauchte, um bei dem Fortgange der vier ersten Wellen 4 Mal seine Bahn zu durchlaufen.

Tabelle III.

Ueber die verschiedene Grösse der Schwingungsbahnen und über die verschiedene Zeit, welche die Flüssigkeitstheilchen brauchen, um diese Bahnen zu durchlaufen, wenn Wellen durch das Niedersinken einer gleich grossen Wassersäule erregt werden, so jedoch, dass die Röhre, in der die Wassersäule niedersinkt, tiefer oder weniger tief eingetaucht wird.

Tiefe bis zu welcher die untere Oeffnung der Röhre unter die Oberfläche des Wassers eingebracht wurde	Senkrechter Durchmesser der Bahn der Flüssigkeitstheilchen, während der ersten so erregten Wellenbewegung	Horizontaler Durchmesser der Bahn der Flüssigkeitstheilchen, während der ersten so erregten Wellenbewegung	Zeit, in welcher ein Theilchen 4 Mal seine Bahn von Anfang an gerechnet durchlief
Möglichst geringste Tiefe	0,73 Linie	2,00 Linien	1 Sek. 12 Tertien
1 Zoll Tiefe	0,60 Linie	1,60 Linie	
2 Zoll Tiefe	0,60 Linie	1,60 Linie	1 Sek. 40 Tertien
4 Zoll Tiefe	0,60 Linie	1,60 Linie	2 Sek. 3 Tertien

Aus dieser Tabelle ergiebt sich, dass die Schwingungsbahnen der Flüssigkeitstheilchen im vertikalen und horizontalen Durchmesser grösser sind, wenn die Röhre, in der die Wassersäule niedersinkt, nicht so tief eingetaucht wird, und wenn also die niedersinkende Wassersäule gleich auf die Oberfläche der Flüssigkeit wirken kann, um eine Welle zu erregen; dass die Bahnen im umgekehrten Falle dagegen kleiner sind, wenn die niedersinkende Wassersäule erst auf die tieferen Flüssigkeitsschichten wirken muss, um eine Welle zu erregen. Dass ferner im ersteren Falle die Bahnen, ob sie gleich grösser sind, in kürzerer Zeit, im zweiten Falle, ob sie gleich kleiner sind, in längerer Zeit durchlaufen werden.

In beiden Fällen haben die Wellen eine gleiche Grösse, denn sie wurden in beiden Fällen durch gleiche bewegende Kräfte erregt, und schreiten auch in beiden Fällen mit einer gleich grossen Geschwindigkeit fort, und es findet zwischen ihnen nur die Verschiedenheit Statt, dass sie, wenn die Röhre nicht tief eingetaucht wird, höher und schmäler sind, wenn die Röhre tiefer eingetaucht wird, niedriger und breiter sind. Folglich ist der senkrechte und horizontale Durchmesser der Schwingungsbahnen in breiten und niedrigen Wellen kleiner, in hohen und schmalen Wellen grösser.

§ 114.

Die Länge des Wegs, welchen ein Flüssigkeitstheilchen in einer gegebenen Zeit in seiner Bahn zurücklegt (also die Geschwindigkeit des Theilchens selbst), hängt unter übrigens gleichen Umständen ganz allein von der Höhe der Welle ab. Je höher nämlich die Welle ist, desto grösser ist die Länge dieses Wegs in der Bahn.

Wir haben im Vorhergehenden gesehen, dass die Bahnen, in welchen sich Theilchen in zwei gleich grossen Wellen von ungleicher Gestalt bewegen, in derjenigen Welle *klein* sind, welche niedriger und zugleich breiter ist, in derjenigen Welle grösser sind, welche höher und schmäler ist. Dem ungeachtet brauchen die Flüssigkeitstheilchen in der niedrigeren und zugleich breiteren Welle *mehr* Zeit um die *kleinere* Bahn zurückzulegen, als um in der höheren und zugleich schmäleren Welle die *grössere* Bahn zu durchlaufen.

Eine zwischen parallelen Wänden fortschreitende Welle wird im Fortschreiten niedriger und breiter, behält aber ihre Schnelligkeit fast vollkommen bei, und ist daher als fast gleich gross bleibend zu betrachten. Aber je weiter sie fortschreitet, desto *kleiner* werden die Bahnen, in denen sich die Flüssigkeitstheilchen bewegen und desto *längere* Zeit bedürfen die Flüssigkeitstheilchen, um ihre kleineren Bahnen zu durchlaufen.

Eben dasselbe findet nach unseren Messungen Statt, wenn man zwei gleich grosse, aber ungleich gestaltete Wellen durch tieferes, oder weniger tiefes Eintauchen der Röhre erregt, in der man Flüssigkeit in die Höhe hebt und fallen lässt.

Wir wollen unsere Versuche hierüber nicht einzeln aufführen, weil sie nicht ausreichen, um das Gesetz ausfindig zu machen, nach welchem sich die mit der zunehmenden Höhe der Welle geschwinder werdende Bewegung der Theilchen vergrössert.

§ 115.

Aus den vorausgeschickten Thatsachen folgt von selbst, dass die Länge der Zeit, in der ein Flüssigkeitstheilchen seine ganze Bahn (sie mag gross oder klein sein) durchläuft, von dem Verhältnisse der Höhe und Breite jeder Welle abhängt. Wenn also zwei Wellen A und B gleich breit, aber ungleich hoch sind, so durchläuft das in der höheren Welle A sich bewegende Theilchen seine Bahn in kürzerer Zeit, als das in der niedrigeren Welle B befindliche, und umgekehrt.

Das Gesetz, nach welchem die Schnelligkeit, mit der die Flüssigkeitstheilchen ihre ganzen Bahnen durchlaufen, von dem Verhältnisse der Höhe einer Welle zu ihrer Breite abhängt, ist von uns auf dem Wege der Erfahrung noch nicht näher bestimmt worden.

§ 116.

Die in der Nähe der Oberfläche liegenden Theilchen einer Flüssigkeit durchlaufen ihre Bahn nicht ganz so geschwind, als die senkrecht unter ihnen, von der Oberfläche entfernter liegenden Theilchen.

Die Versuche hierüber wurden folgendermaassen angestellt.

Wir füllten unsere kleinere Wellenrinne 6 Zoll tief mit Wasser. Der Eine von uns liess am Ende der Rinne eine 2 Zoll hohe, 5,7 Linien Durchmesser habende Wassersäule auf ein von dem Anderen gegebenes Signal niederfallen; der Andere beobachtete 18 Zoll von dem Orte, wo die Wellen erregt wurden, entfernt, die Bewegung der Flüssigkeitstheilchen theils an der Oberfläche, 1 Zoll, 2 Zoll und 3 Zoll unter derselben durch ein Mikroskop, und liess beim Anfange der Bewegung die Tertienuhr gehen, hielt sie aber augenblicklich wieder an, so bald das beobachtete Theilchen seine Bahn vier Mal durchlaufen hatte.

So zeigte also die Tertienuhr an, wie viel Zeit, unter übrigens gleichen Umständen, das Theilchen nöthig hatte, um an der Oberfläche, oder 1 Zoll, 2 Zoll und 3 Zoll unter derselben, vier Mal seine Bahn zu durchlaufen.

Tabelle IV.

Ueber die Zeit, in welcher ein im Wasser schwebendes Theilchen während der Wellenbewegung seine vier ersten Umläufe vollendete.

	Wenn sich das Theilchen an der Oberfläche befindet	Wenn sich das Theilchen 1 Zoll unter der Oberfläche befindet	Wenn sich das Theilchen 2 Zoll unter der Oberfläche befindet	Wenn sich das Theilchen 3 Zoll unter der Oberfläche befindet
Beobachtungen	1 Sek. 35 Tert.	1 Sek. 28 Tert.	1 Sek. 16 Tert.	1 Sek. 12 Tert.
	1 „ 35 „	1 „ 26 „	1 „ 26 „	1 „ 11 „
	1 „ 32 „	1 „ 24 „	1 „ 18 „	1 „ 17 „
	1 „ 40 „	1 „ 24 „	1 „ 18 „	1 „ 16 „
	1 „ 36 „	1 „ 24 „	1 „ 18 „	1 „ 10 „
	1 „ 44 „	1 „ 24 „	1 „ 24 „	1 „ 6 „
	1 „ 42 „	1 „ 24 „		1 „ 14 „
	1 „ 38 „	1 „ 20 „		1 „ 12 „
	1 „ 38 „			
	1 „ 40 „			
	1 „ 38 „			
Mittel	1 Sek. 38 Tert.	1 Sek. 24 Tert.	1 Sek. 20 Tert.	1 Sek. 12 Tert.

Wir wünschten diese sehr auffallende Erscheinung auch in unserer grossen Wellenrinne, während sie 23 Zoll tief mit Wasser gefüllt war, zu bestätigen. Allein hier war es 3 Zoll unter der Oberfläche nicht mehr möglich, vier Umläufe eines im Wasser schwebenden Theilchens zu beobachten. Denn je tiefer die Flüssigkeit ist, desto schneller bewegen sich die Wellen durch sie hindurch fort. Daher kommt es, dass die ersten entstandenen Wellen, nachdem sie am anderen Ende der Rinne zurückgeworfen worden waren, früher bis zu dem Orte, wo die Bewegung der Theilchen beobachtet wurde, zurückkamen, als daselbst vier Wellen hinter einander sich entwickeln konnten. Dieses Zusammenkommen von Wellen, die sich in entgegengesetzter Richtung bewegen, stört aber nothwendig die Bewegung der einzelnen Flüssigkeitstheilchen.

Aus diesem Verhalten der Flüssigkeitstheilchen in der Tiefe kann man entweder vermuthen, *dass die Wellen in der Tiefe schneller fortschreiten, als an der Oberfläche.* Denn wären die Wellen in der Tiefe eben so breit, als an der Oberfläche, und ihre Theilchen vollendeten ihren Umlauf in kürzerer Zeit, als an der Oberfläche, so müssten die Wellen in der Tiefe schneller fortschreiten, als an der Oberfläche, weil, während ein Theilchen in einer Welle einmal in seiner Bahn umläuft (siehe § 111), die Welle um so viel, als ihre Breite beträgt, fortschreitet. Die Wellen in der Tiefe würden folglich immer in kürzerer Zeit um so viel, als ihre Breite beträgt, fortschreiten, als an der Oberfläche, d. h. sie würden schneller fortschreiten. Oder man kann durch das Verhalten der Flüssigkeitstheilchen in der Tiefe zu der Annahme veranlasst werden, *dass die Wellen in der Tiefe schmäler seien, als an der Oberfläche.* Denn dann würde ihre Geschwindigkeit dieselbe als die der

Wellen an der Oberfläche sein können, ungeachtet in der Tiefe die Theilchen ihre Bahnen schneller durchliefen, als an der Oberfläche. Denn bei dieser Voraussetzung würde zwar eine Welle an der Oberfläche wegen der langsamen Umdrehung der Theilchen in ihr längere Zeit brauchen, um, so viel als ihre Breite beträgt, fortzuschreiten, allein weil sie breiter wäre, so schritte sie in dieser Zeit um ein grösseres Stück fort, und könnte also im Ganzen um eben so viel fortschreiten, als eine Welle in der Tiefe, die in kürzerer Zeit um so viel, als ihre Breite beträgt, fortrückte; aber weil die Breite selbst geringer wäre, als an der Oberfläche, dennoch in einer gegebenen Zeit nicht weiter käme, als eine Welle an der Oberfläche. In beiden Fällen würden die senkrecht unter einander liegenden Flüssigkeitstheilchen bei der Ankunft einer Welle nicht ganz gleichzeitig in Bewegung gesetzt werden, und also der § 108 vorgetragene Satz eine Modifikation erfahren.

Denn wenn nur eine niedersinkende Wassersäule z. B. vier auf einander folgende Wellen erregt hätte, so würden im ersten Falle die Wellen in der Tiefe denen auf der Oberfläche immer mehr und mehr voraus eilen, je weiter sie fortschritten, und also könnten die Wellen an der Oberfläche und in der Tiefe nicht senkrecht unter einander liegen. Wir haben, um zu sehen, ob so etwas Statt finde, die Zeit mit einer Tertienuhr gemessen, welche die durch dieselbe Ursache erzeugte Welle braucht, um von dem einen Ende unserer grossen Wellenrinne bis zu dem anderen an der Oberfläche oder in der Tiefe von 23 Zoll fortzuschreiten, allein nicht bemerkt, dass in der Tiefe eine kürzere Zeit nöthig sei, als an der Oberfläche.

Wir müssen also die erstere Vermuthung, dass die Wellen in der Tiefe schneller als an der Oberfläche fortschritten, verwerfen, und in sofern bleibt uns die zweite Vermuthung, dass die Wellen in der Tiefe schmäler sind als an der Oberfläche (weil wir keine bessere kennen), die wahrscheinlichere. Da nun die Umdrehungen der Theilchen der Flüssigkeit in der Tiefe, ebenso wie an der Oberfläche, ununterbrochen vollbracht werden, ohne dass zwischen den einzelnen Umdrehungen eines und desselben Theilchens ruhige Zwischenräume liegen, so müssen ununterbrochen nach einander erregte Wellen in der Tiefe eben so gut ohne Zwischenräume auf einander folgen, als an der Oberfläche. Sind sie nun dabei nicht so breit, als die Wellen an der Oberfläche, so können ebenfalls die Wellen an der Oberfläche und in der Tiefe nicht vollkommen senkrecht unter einander liegen. Denkt man sich nämlich eine Reihe von vier schmalen Wellen in der Tiefe, und eine Reihe von vier breiten Wellen über jenen an der Oberfläche fortschreiten, so können diese beiden Reihen so unter einander liegen, dass der mittelste Theil der unteren Reihe unter dem mittelsten Theile der oberen Reihe liegt, aber die untere Reihe hinten und vorn nicht so weit reicht, als die obere, oder sie können so unter einander liegen, dass die obere Reihe hinten oder vorn über die untere Reihe hinaus ragt.

Die Aufklärung dieses Gegenstandes bleibt noch künftigen Versuchen, odcr dem Kalkul überlassen. Wir machen hier nur noch auf einen Umstand aufmerksam: Nämlich in der Nähe des Bodens unserer tiefen Wellenrinne (in einer Tiefe von 16 bis 17 Zoll, wenn sie 23 Zoll tief gefüllt war) wurden die Bahnen der kleinen Theilchen, wie wir § 104 bemerkt haben, wieder grösser, statt sie bis dahin an Grösse abgenommen hatten. Eben so brauchen die Theilchen in dieser Tiefe viel mehr Zeit, um ihre Bahnen zu durchlaufen, als die Theilchen, die der Oberfläche näher sind, und es gerathen die Theilchen da unten, wenn eine Welle durchgeht, sogleich in eine regelmässige, lang fortgesetzte, sich an Grösse und Dauer ziemlich gleichbleibende horizontale Hin- und Herbewegung, die den Charakter einer *stehenden Oscillation* zu haben scheint, und die noch lange fortbesteht, nachdem an der Oberfläche oder in der Mitte die fortschreitenden Schwingungen längst aufgehört haben.

§ 117.

Wenn ein Theilchen einer Flüssigkeit durch irgend eine Kraft, z. B. durch die einer niederfallenden Wassersäule, oder einer fortschreitenden Welle, in eine drehende Bewegung versetzt worden ist, so vollbringt es nicht blos diese erste Umdrehung, die durch jene Kraft unmittelbar veranlasst wird, sondern es wiederholt seine Umdrehung, die aber etwas kleiner ist und in kürzerer Zeit durchlaufen wird, als die erste Umdrehung. Diese wiederholte Bewegung hat Aehnlichkeit mit den Schwingungen eines Pendels, der, einmal angestossen, seine Schwingungen oft wiederholt, die auch dabei immer kleiner werden. Die so wiederholte Bewegung der Flüssigkeitstheilchen unterscheidet sich jedoch durch einen wesentlichen Umstand von der des Pendels, dadurch nämlich, dass die kleineren wiederholten Schwingungen der Flüssigkeitstheilchen in immer kürzerer Zeit vollbracht werden, statt die des Pendels (wenigstens des cykloidischen) in immer gleichen Zeiten vollbracht, und deswegen isochronische genannt werden.

In der erwähnten Eigenschaft der Flüssigkeit liegt der Grund, warum eine Welle, die hinter sich ebene Flüssigkeit hat, wenn sie um ihre Breite fortgerückt ist, eine neue Welle hinter sich erregt, und warum daher ein einziger Stoss, z. B. eines in Wasser gefallenen Körpers, 50 und mehr Wellen erregt, von denen die nachfolgenden immer schmäler als die vorausgehenden sind, diese dem ungeachtet aber nur um ein wenig geschwinder fortschreiten als die nachfolgenden.

Um nun die Zeit zu messen, welche ein Theilchen braucht, um seine Bahn vier Mal zu durchlaufen, oder sie auch nur das erste oder zweite Mal zurückzulegen, stellten wir sowohl in unserer kleineren als in unserer grösseren Wellenrinne Versuche an.

Am Ende der kleineren 6 Zoll tief mit Wasser gefüllten Wellenrinne liess der Eine von uns eine 2 Zoll hohe, 5,7 Linien im Durchmesser habende Wassersäule auf ein von dem Anderen gegebenes Signal niederfallen. 18 Zoll von dem Orte, wo die Wellen hierdurch erregt wurden, beobachtete der Andere mit einem Mikroskope die vier ersten Umläufe, die die Flüssigkeitstheilchen vollbrachten. Er liess beim Anfange der Bewegung eine Tertienuhr gehen und hielt sie in dem Augenblicke wieder an, wo die vier Umläufe von den in der Flüssigkeit schwebenden Theilchen vollbracht waren. So gab die Tertienuhr die Zeit an, welche nöthig gewesen war, damit ein Theilchen seine ersten vier Umläufe vollendete. Auf gleiche Weise maassen wir auch die Zeit, die ein Theilchen braucht, um seinen ersten oder zweiten Umlauf zu vollenden. Aus 7 bis 11 gelungenen Beobachtungen wurde das arithmetische Mittel als Resultat gezogen.

Tabelle V.

Ueber die Zeit, welche ein 1 Linie unter der Oberfläche der Flüssigkeit schwebendes Theilchen brauchte, um während der Wellenbewegung die vier ersten, oder den ersten, oder den zweiten Umlauf in unserer kleineren Wellenrinne zu vollenden.

	Zeit, in welcher ein Theilchen seine Bahn 4 Mal durchlief	Zeit, in welcher ein Theilchen seine Bahn das 1. Mal durchlief	Zeit, in welcher ein Theilchen seine Bahn das 2. Mal durchlief
Beobachtungen	1 Sek. 35 Tert.	44 Tert.	26 Tert.
	1 „ 35 „	37 „	18 „
	1 „ 32 „	45 „	18 „
	1 „ 40 „	38 „	26 „
	1 „ 36 „	40 „	18 „
	1 „ 44 „	45 „	22 „
	1 „ 42 „	39 „	18 „
	1 „ 38 „	38 „	
	1 „ 38 „	43 „	
	1 „ 40 „	39 „	
	1 „ 38 „		
Mittel	1 Sek. 38 Tert.	40,8 Tert.	20,8 Tert.

Aehnliche Versuche wurden auch von uns in unserer grösseren *Wellenrinne* bei einer Tiefe der Flüssigkeit von 23 Zoll angestellt, indem wir eine Wassersäule von 9 Zoll Höhe und 5,7 Linien Durchmesser fallen liessen und die Bahnen der in dem Wasser schwebenden kleinen Theilchen in einer Entfernung von 3 Fuss von dem Orte, wo wir die

Wellen erregten, durch ein Mikroskop von $4\frac{1}{2}$ Linien Brennweite beobachteten, und mittelst einer Tertienuhr die Zeit der Umläufe bestimmten.

Tabelle VI.

Ueber die Zeit, welche ein 1 Linie unter der Oberfläche der Flüssigkeit schwebendes Theilchen brauchte, um während der Wellenbewegung die vier ersten, oder den ersten, oder den zweiten Umlauf in der grösseren Wellenrinne zu vollenden.

	Zeit, in welcher ein Theilchen seine Bahn 4 Mal durchlief	Zeit, in welcher ein Theilchen seine Bahn das 1. Mal durchlief	Zeit, in welcher ein Theilchen seine Bahn das 2. Mal durchlief
Beobachtungen	2 Sek. 30 Tert.	1 Sek. 5 Tert.	43 Tert.
	2 „ 32 „	1 „ 5 „	40 „
	2 „ 34 „	1 „ 6 „	44 „
	2 „ 28 „	1 „ 2 „	48 „
	2 „ 34 „	1 „ 6 „	41 „
	2 „ 34 „	1 „ 4 „	44 „
	2 „ 30 „		
Mittel	2 Sek. 31,7 Tert.	1 Sek. 4,6 Tert.	43,3 Tert.

Vergleicht man diese beiden Tabellen unter einander, so bemerkt man, dass der erste Umlauf so langsam vollbracht wurde, dass er bei der ersten Reihe von Versuchen in der kleinen Wellenrinne etwas mehr als $\frac{2}{5}$ der Zeit brauchte, die für vier Umläufe erfordert wurde, so dass folglich zu allen drei anderen Umläufen noch nicht ganz $\frac{3}{5}$ der ganzen Zeit nöthig war, und dass der erste Umlauf etwa die doppelte Zeit erforderte als der zweite, die zwei ersten Umläufe aber zusammen genommen etwa $\frac{5}{8}$ der ganzen Zeit einnahmen, welche für alle vier Umläufe nöthig war; dass hingegen in der grossen Wellenrinne der erste Umlauf etwa $\frac{3}{7}$ der ganzen Zeit einnahm, welche zu vier Umläufen erforderlich war; der erste Umlauf aber nur $\frac{3}{2}$ der Zeit erforderte, welche der zweite und der erste und zweite zusammen genommen, $\frac{27}{38}$ oder zwischen $\frac{2}{3}$ und $\frac{3}{4}$ der ganzen Zeit wegnahmen, welche für vier Umläufe nothwendig war.

§ 118.

Der Grund dieser Verschiedenheit der Resultate in der 6 Zoll tief gefüllten kleinen und der 23 Zoll tief gefüllten grossen Wellenrinne liegt darin, dass Wellen, die durch eine seichte Flüssigkeit fortschreiten, bei weitem nicht so schnell breit und zugleich niedrig werden, als Wellen, die durch eine tiefe Flüssigkeit fortgehen. In breiten und zugleich niedrigen Wellen sind die Bahnen, welche die Theilchen der Flüssigkeit durchlaufen, klein, und werden äusserst langsam zurückgelegt. Daher brauchen vier schmale und hohe Wellen in der 6 Zoll tief angefüllten kleinen Wellenrinne weit weniger Zeit, um an einer Stelle der Flüssigkeit vorbei zu gehen, als vier breite und niedrige Wellen in der 23 Zoll tief angefüllten grossen Wellenrinne. Diese Verschiedenheit hängt zweitens auch davon ab, dass die Rückwirkung der Wellen nach hinten, vermöge deren jede vorausgehende Welle eine Erhöhung und Vergrösserung der ihr zunächst nachfolgenden bewirkt, durch einen seichten Stand der Flüssigkeit sehr gehindert wird. Daher bemerkt man bei einer Betrachtung der fortschreitenden Welle selbst, dass, wenn die Wellenrinne nur 1 bis 2 Zoll tief mit Flüssigkeit angefüllt ist, die erste Welle, welche nach einem angebrachten Stosse erscheint, immer die höchste und steilste bleibt, und die ihr nachfolgenden während des Fortschreitens immer viel niedriger und flacher bleiben als jene erste. Ganz anders ist es aber, wenn die Flüssigkeit 23 Zoll tief steht. Setzt man diese Flüssigkeit durch einen Stoss in Wellenbewegung, so ist zwar anfangs die erste Welle höher und steiler als die übrigen nachkommenden Wellen; indem sie aber fortschreitet, erhöht sie die ihr nachkommende zweite, und wird selbst dabei niedriger, so wie auch diese zweite die ihr nachfolgende dritte Welle erhöht und dadurch gleichfalls an Höhe verliert u. s. w. Daher sieht man, wenn eine Reihe Wellen 3 Fuss weit von dem Orte ihrer Entstehung in tiefer Flüssigkeit fortgeschritten sind, die erste Welle niedriger als die zweite, die zweite niedriger als die dritte, die dritte aber höher als die vierte, die vierte höher als die fünfte etc. Sind aber diese Wellen noch ein Stück weiter fortgegangen, so ist die vierte Welle unter allen die höchste und sind sie wieder um ein Stück weiter gerückt, so ist die fünfte Welle die höchste, während die vorderste Welle so niedrig und breit geworden ist, dass sie mit den Augen nicht mehr wahrgenommen werden kann.

Man sieht das sehr deutlich, wenn man einen Körper in ein ruhiges tiefes Wasser fallen lässt.

Dieselbe Erscheinung bestätigte sich auch, wenn wir in der grossen Wellenrinne die Grösse der Umläufe maassen, die ein Theilchen zu wiederholten Malen zurücklegte, während mehrere durch einen einzigen Stoss veranlasste Wellen durch den Ort des Theilchens hindurch gingen. Denn der dritte Umlauf pflegte, wenn die Umläufe in einer Entfernung von 3 Fuss von dem Orte der Erregung beobachtet wurden, der grösste zu sein, eben so wie an diesem Orte die dritte Welle die höchste unter allen war.

Diese Vergrösserung der Bahn, in der ein Theilchen der Flüssigkeit umläuft, durch den neuen Impuls, den das Theilchen durch jede neue nachfolgende Welle erhält, hat Aehnlichkeit mit der Vergrösserung der Schwungbewegung einer Glocke, der man bei jedem neuen Schwung einen neuen Stoss mittheilt. Aber bei einer Glocke brauchen die grossen Schwungbewegungen eben so viel Zeit als die kleinen; hier brauchen die grösser gewordenen Umläufe der Theilchen kürzere Zeit als die vorausgegangenen kleineren Umläufe.

§ 119.

Aus der Zeit, welche ein Flüssigkeitstheilchen braucht, um seine Bahn zu durchlaufen, und aus der mittleren Geschwindigkeit, womit die ganze Welle fortschreitet, kann man die Breite der Welle, zu welcher das Flüssigkeitstheilchen gehört, selbst berechnen. Denn da man weiss, dass eine Welle in derselben Zeit, um so viel als ihre Breite beträgt, fortrückt, in der ein in derselben Welle befindliches Flüssigkeitstheilchen einmal seine Schwingungsbahn durchläuft, so folgt, dass die Länge des Wegs, welchen die Welle zurücklegt, während der Zeit, in der sich eines ihrer Theilchen einmal in seiner Bahn herumdreht, genau der Breite der Welle gleichkommt.

Wir haben auf diese Weise die Breite der Wellen berechnet, die wir in der kleinen Wellenrinne beobachtet haben, deren Geschwindigkeit im Fortschreiten, wie wir im § 138 angeben werden, in 1 Sekunde 3 Fuss 5 Zoll beträgt; die Zeit aber, in welcher ihre Theilchen die Bahn einmal durchliefen, ist in den Tabellen IV und V, S. 103 und 106 zusammengestellt worden.

Tabelle VII.

Ueber die Breite der Wellen, welche in der kleineren Wellenrinne bei 6 Zoll Tiefe durch eine 2 Zoll hohe, 5,7 Linien im Durchmesser messende Wassersäule erregt und 18 Zoll vom Orte der Erregung entfernt gemessen wurden.

	Breite der ersten Welle	Breite der zweiten Welle	Breite der vier ersten Wellen	Höhe der ersten Welle
1 Linie unter der Oberfläche	29 Zoll	15 Zoll	70 Zoll	0,73 Linien
1 Zoll unter der Oberfläche	—	—	60 „	—
2 Zoll unter der Oberfläche	—	—	57 „	—
3 Zoll unter der Oberfläche	26 Zoll	—	51 „	—

Endlich giebt es noch einen Weg, um die Breite der Wellen zu schätzen, deren genaue Bestimmung am schwierigsten ist. Man sehe dieselbe § 167 nach.

B. *Ueber die Bewegung der einzelnen Theilchen einer Flüssigkeit bei der Entstehung der Wellen.*

§ 120.

Wir kommen nun zu der Frage nach der Ursache, welche die Flüssigkeitstheilchen nöthigt, wenn eine Welle eine Flüssigkeit durch-zieht, sich in solchen Bahnen zu bewegen, wie wir sie kennen gelernt haben. Hierüber würde sich etwas Genügendes sagen lassen, wenn man durch Erfahrung ausmitteln könnte, in welcher Richtung und mit welcher Kraft sich die Flüssigkeitstheilchen in einer verschiedenen senkrechten und horizontalen Entfernung von einem Punkte der Oberfläche einer Flüssigkeit zu bewegen beginnen würden, auf den ein plötzlicher Stoss ausgeübt würde, oder in welchem umgekehrt die Kraft der Schwere plötzlich aufgehoben würde.

Allein man kann den ersten Anfang der so veranlassten Bewegung nicht mit Augen wahrnehmen, noch weniger hinsichtlich ihrer Geschwindigkeit beurtheilen, sondern man sieht immer sogleich die *ganze* Bewegung, die ein Theilchen macht, und die nicht blos unmittelbar von dem plötzlichen Stosse abhängt, den man wirken lässt, sondern auch von der entstehenden Wellenbewegung, die die Wirkung dieses Stosses ist, und kann also die anfängliche Bewegung nur ungefähr schätzen.

Indessen lehren die von uns hierüber angestellten Versuche doch so viel, dass

1. eine anscheinend gleichzeitige Verschiebung der Flüssigkeitstheilchen bis in grosse Tiefen der Flüssigkeit hervorgebracht wird,
2. dass nach einem gewissen Gesetze jedes Flüssigkeitstheilchen, das sich in einer anderen Lage und Entfernung von dem Punkte, wo die Welle erregt wird, befindet, in einer anderen Richtung sich zu bewegen anfängt, so dass gleichzeitig manche Flüssigkeitstheilchen zum Steigen, andere zum Niedersinken gebracht werden, andere sich horizontal bewegen,
3. und dass die Bewegungen der in die Höhe steigenden, oder niedersinkenden, oder sich horizontal fortbewegenden Theilchen in einem solchen Verhältnisse zu einander stehen, dass im Innern der Flüssigkeit während der Verschiebung keine Zwischenräume und Lücken entstehen können.

§ 121.

Wir brachten in die Mitte der 6 Zoll tief mit Wasser gefüllten kleineren Wellenrinne eine 21 Zoll 3 Linien lange, 2,9 Linien im lichten Durchmesser messende Röhre unter einem Winkel von 21^0 $48'$ unter die Oberfläche des Wassers ein,[1]) und befestigten sie so, dass der Mittel-

[1]) Die Röhre wurde deswegen nicht senkrecht eingetaucht, weil man in einer senkrechten Röhre das herausgezogene Wasser nicht vollkommen erhalten kann, sondern ein Theil desselben leicht zurücksinkt. Uebrigens hat uns die Erfahrung gelehrt, dass es für die Bewegung der Wassertheilchen ganz einerlei ist, ob die Röhre senkrecht oder schief eingetaucht wird, oder dass wenigstens der hieraus entstehende Unterschied mit den Augen nicht wahrgenommen werden kann.

punkt der unteren Oeffnung der Röhre sich 7,8 Linien unter dem Niveau befand. Einer von uns hatte sich geübt, die Röhre durch Saugen mit einem gleichmässigen Zuge ganz und mit ziemlich gleicher Geschwindigkeit zu füllen und das in der Röhre in die Höhe gezogene Wasser augenblicklich fest zu halten, sobald die Röhre davon erfüllt war. Nachdem er nun die Uebung erlangt hatte, diesen Versuch oft hintereinander auf gleiche Weise zu wiederholen, konnte der Andere von uns die Bewegung, welche dadurch im Innern des Wassers hervorgebracht wurde, an bestimmten Stellen mit einem Mikroskope oder einer doppelten Lupe von einer Brennweite von $4\frac{1}{2}$ Linie P. M. beobachten und messen.

Der Andere brachte zu diesem Zwecke die eine Spitze eines sehr kleinen Cirkels dicht an die Glaswand der Rinne, zwischen das Mikroskop und die Glaswand, und stellte sie einem im Wasser schwebenden Theilchen gerade gegenüber, so dass das Theilchen, durch das Mikroskop gesehen, scheinbar dicht an der Cirkelspitze lag. Sog nun der Eine die eingetauchte Röhre voll, so bewegte sich das Theilchen, und man konnte den Cirkel bei wiederholten Versuchen so oft enger und weiter stellen, bis die Entfernung seiner beiden Spitzen dem zu messenden Durchmesser der Bahn gleich war und bei mehrmals wiederholten Versuchen gleich blieb.

§ 122.

Zu diesen Messungen wurden bestimmte Stellen an der Glaswand der Rinne ausgewählt und bezeichnet.

UV Fig. 30 ist die eingetauchte Röhre, *QR* das Niveau des 6 Zoll tiefen Wassers, *OP* der obere Rand der Glaswand der *Wellenrinne*, *ST* der Boden dieses Instruments. Um die Stelle der Glaswand der Wellenrinne, welche dem Mittelpunkte *V* der unteren Oeffnung der eingetauchten Röhre *UV* gegenüber ist, wurde mit einem Halbmesser von 2 Zoll der Kreis *AGN*, und mit einem noch einmal so grossen Halbmesser der Kreis AGN beschrieben, so, dass der unterste Punkt des grösseren Kreises noch 1 Zoll 4,2 Linien von dem Boden der Rinne *ST* entfernt war.

In ABCDEFGHIKLMN, welche immer 15^0 von einander abstehen, und in *ACEGILN*, wovon jedes um 30^0 von dem anderen absteht, wurde die Bewegung der im Wasser schwebenden sichtbaren Theilchen gemessen, und zuerst der Abstand der beiden entferntesten Punkte der Bahn, in der sich das beobachtete Theilchen bewegt, und dann die horizontale oder senkrechte Bewegung des Theilchens bestimmt, wodurch sich die Richtung der Bahn im Allgemeinen bestimmen liess, deren Gestalt nun noch durch das Augenmaass ergänzt werden konnte.

Die Fig. 30 abgebildeten geraden und gebogenen Pfeile geben einen

Ueberblick von der Grösse und Gestalt dieser Bahnen, und die geraden punktirten Linien zeigen nur die nach dem Augenmaasse bestimmten Richtungen dieser Bahnen beim Anfange der Bewegung, keineswegs ihre Grösse an.

Wir geben zu dieser Figur eine Tabelle, welche die Bestimmungen, die wir durch Messungen gefunden haben, enthält. Sie giebt die Länge und Richtung der längsten Durchmesser der Bahnen der Wassertheilchen an.

Tabelle VIII.

Ueber die Bewegung der einzelnen Wassertheilchen, die in bestimmter Entfernung von der Mündung einer 7,8 Linien tief unter das Niveau eingetauchten Röhre liegen, wenn diese 21 Zoll 3 Linien lange, 2,9 Linien im Durchmesser haltende Röhre durch Saugen gleichmässig und schnell gefüllt wird, zu Fig. 30.

Entfernung des beobachteten Theilchens vom untersten Punkte des Halbkreises in Graden	Messung der Bahnen der Theilchen: an der Peripherie des Halbkreises, dessen Halbmesser 2 Zoll ist		an der Peripherie des Halbkreises, dessen Halbmesser 4 Zoll ist	
	Länge der Bahn, die ein schwebendes Theilchen durchläuft, vom Anfangspunkte der Bahn bis zu dem Punkte derselben gerechnet, der vom Anfangspunkte in gerader Richtung am entferntesten ist	Winkel, welchen die gerade Linie dieser Entfernung mit einer horizontalen bildet	Länge der Bahn, die ein schwebendes Theilchen durchläuft, vom Anfangspunkte der Bahn bis zu dem Punkte derselben gerechnet, der vom Anfangspunkte in gerader Richtung am entferntesten ist	Winkel, welchen die gerade Linie dieser Entfernung mit einer horizontalen bildet
0° im Punkte *G* und G	2,55 Lin.	90°	1 Lin.	90°
15° im Punkte F und H			1 Lin.	60°
30° im Punkte *E*, E und *I*, I	2,9 Lin.	69° 50′	1,6 Lin.	27° 57°
45° im Punkte D und K			1,9 Lin.	23° 15°
60° im Punkte *C*, C und *L*, L	2,9 Lin.	18° 50′	2 Lin.	11° 32′
75° im Punkte B und M			2,2 Lin.	0°
90° im Punkte *A*, A und *N*, N	2,9 Lin.	0°	2,2 Lin.	0°

§ 123.

Betrachtet man nun die Fig. 30 in Gestalt von geraden und gekrümmten Pfeilen bildlich dargestellten Bewegungen der Flüssigkeitstheilchen, oder vergleicht man die Zahlen, durch welche in der mitgetheilten Tabelle der Längendurchmesser der Bahnen und der Winkel, den der Längendurchmesser der Bahnen mit einer horizontalen Linie macht, ausgedrückt sind, unter einander, so wird man zu folgenden Bemerkungen geführt.

1. *Die Grösse der Bewegung nimmt von der Oberfläche der Flüssigkeit nach der Tiefe zu sehr beträchtlich ab,* was sehr in die Augen fällt, wenn man *G* und G, oder ABCDEFG unter einander vergleicht, oder die entsprechenden Zahlen der Tabelle zusammen hält.
2. *Die Theilchen G und* G, *welche senkrecht unter der Oeffnung der Röhre liegen, durch welche die Flüssigkeit eingesogen wird, bewegen sich in einer geraden Linie senkrecht nach aufwärts und in derselben Richtung ein ganz kleines Stückchen nach abwärts zurück.* Die Bahnen in *G* und in G bilden daher einen Winkel von 90^0 mit der horizontalen Linie.
3. *Die Bahnen sind desto gekrümmter, je mehr die Theilchen der Oberfläche nahe liegen, und je mehr sie zugleich von der vertikalen Lage unter der Oeffnung der Röhre abweichen.* Die Bahnen *G* und G, F und H, *E* und E, *I* und I sind daher gerade Linien, und auch bei D und K kann man noch keine Krümmung der Bahn wahrnehmen.

   Hier kann man daher auch die Richtung, in der sich die Theilchen zu bewegen anfangen, sehr wohl bestimmen. Aber schon bei *C* und C, *L* und L krümmen sich die Bahnen sehr merklich, und bei *N* und N am allermeisten.
4. *Die Richtung, in welcher sich alle im Wasser schwebenden Theilchen zu bewegen anfangen, kann bei den Theilchen, die sich in gekrümmten Bahnen bewegen, nur ungefähr geschätzt, bei denen aber, deren Bahnen geradlinig sind, gemessen werden, und hieraus ergiebt sich, dass, wenn man sich vom Mittelpunkte der Mündung der eingetauchten Röhre aus nach allen Richtungen Radien gezogen denkt, die Theilchen, welche an verschiedenen Punkten desselben Radius liegen, bei dem ersten Anfange ihrer Bewegung keineswegs sich in der Richtung der Radien bewegen, und ebenso wenig denselben Winkel mit einer durch die Theilchen gezogenen horizontalen Linie bilden.* G bewegt sich senkrecht aufwärts nach *b*, F und H schief aufwärts nach *b*, E, D und I, K noch schiefer, C und L horizontal, B und A, M und N mehr und mehr gerade abwärts nach *b*. Dieselbe bewegende Ursache bringt also gleichzeitig in anderen Flüssigkeitstheilchen ein Steigen, in anderen ein Sinken, in noch anderen eine horizontale Bewegung hervor, und das war auch nothwendig, wenn eine Verschiebung der Flüssigkeitstheilchen bis in die Tiefe der Flüssigkeit möglich sein sollte, ohne dass Zwischen-

räume zwischen den sich bewegenden Theilchen entstünden. Denn damit sich G nach aufwärts bewegen könnte, ohne dass an der Stelle, wo G lag, ein leerer Zwischenraum entstünde, mussten die benachbarten Theile an die Stelle von G, und an ihre Stelle wieder benachbarte Theile treten u. s. w. Bei der in Fig. 30 dargestellten Bewegung, ist die Bewegung nach aufwärts die vorherrschende, weil ein bedeutender Theil der Flüssigkeit in die Röhre eingesogen wird. Bei *O, P, Q* verschwindet dieses, und die Bewegung, welche beim Fortschreiten der Wellen nothwendig ist, ist die vorherrschende.

5. *Die sichtbare Wirkung dieser ganzen Verschiebung ist die, dass in der Nähe der eingetauchten Röhre an der Oberfläche eine Vertiefung entsteht, welche in der Gestalt von zwei Thälern nach den beiden entgegengesetzten Enden der Wellenrinne fortschreitet.* Jedes dieser Thäler war in einer Entfernung von 18 Zoll vom Orte der Erregung 0,7 Linie tief. Durch die beschleunigte Bewegung, in die die Flüssigkeit geräth, indem sie die Vertiefung an der Oberfläche auszufüllen strebt, bewirkt sie, dass an der Stelle. wo die Röhre eingetaucht ist, alsbald ein sehr kleiner Wellenberg entsteht, der, gleichfalls in zwei Berge getheilt, nach den beiden entgegengesetzten Enden der Wellenberge fortgeht, und den zwei Thälern unmittelbar nachfolgt. Hiermit stimmt nun die Gestalt der abgebildeten Bahnen überein. Die Bewegung des Theilchens A bis α trägt zur Entstehung des Wellenthales bei, dahingegen der Weg des Theilchens von α bis β die Entstehung eines kleinen Wellenberges an der Oberfläche zur Folge hat. Wäre der entstehende Wellenberg ebenso hoch, als das vorangehende Wellenthal tief, so würde die Bahn in sich selbst zurücklaufen.

Wenn man dadurch eine Welle erregt, dass man in einer senkrecht eingetauchten Röhre Wasser über das Niveau durch Saugen erhebt, und es, nachdem sich das Wasser in der Rinne vollkommen beruhigt hat, plötzlich niedersinken lässt, so kann man die innere Bewegung und Verschiebung der Wassertheilchen nicht so gut beobachten, als bei der Methode der Wellenerregung, die wir vorhin angeführt haben. Denn die Theilchen der Flüssigkeit bekommen im Fallen eine Wurfbewegung, die sie auch noch im Wasser der Rinne fortsetzen, und so die Bewegungen, die von ungleichem statischen Drucke herrühren, undeutlich machen. Indessen sieht man doch so viel, dass der ganze Vorgang umgekehrt ist, dass nämlich die Theilchen, die sich im vorigen Falle in einem von oben konkaven Bogen der Röhre näherten, sich von ihr in diesem Falle in einem von oben konvexen Bogen entfernen.

§ 124.

Aus dem, was von uns bis jetzt über die Bewegung der einzelnen Flüssigkeitstheilchen während des Fortgangs und der Entstehung der Wellen vorgetragen worden ist, sieht man, dass die Ansicht, welche NEWTON,[1]) GRAVESANDE,[2]) D'ALEMBERT,[3]) GEHLER[4]) und Andere über den Fortgang der Wellen gefasst haben, in mehreren wichtigen Punkten von der Wahrheit abweicht.

Nach diesen Physikern soll nämlich die Verbreitung der Wellen dadurch geschehen, dass sich neue Wellen *neben* den zuerst entstandenen bilden.

Ein in eine ruhige Flüssigkeit gefallener Körper nöthige nämlich bei seinem Einsinken das Wasser, das er bei *dce*, Fig. 31, aus dem Wege treibe, rings um sich aus zu weichen, und sich über das Niveau der Flüssigkeit *ab* zu erheben. Dadurch entstehe ein aus Flüssigkeit bestehender, ringförmiger Wall, von dem in Fig. 31 die eine Hälfte zwischen den Linien *eud* und *ovh* eingeschlossen dargestellt ist, und dessen senkrechte Durchschnittsflächen man bei *hid* und *epo* sieht. Diese ringförmige Welle könne sich nicht über dem Niveau der Flüssigkeit erhalten, sondern sinke *in allen ihren Theilen gleichzeitig* nieder, und nöthige das unter ihr befindliche Wasser seitwärts auszuweichen, und über das Niveau der Flüssigkeit in die Höhe zu steigen. Dieses Wasser weiche daher theils nach dem innern, von der ringförmigen Welle umschlossenen Raume *dce* aus und verwandle die kesselförmige Vertiefung *dce* in einen kegelförmigen Wasserberg *dfe*, theils steige es an der äusseren Seite der niedersinkenden ringförmigen Welle in die Höhe und bilde einen neuen ringförmigen Wall, dessen eine Hälfte in Fig. 31 durch die Linien *hvo* und *lwr* begrenzt wird, und dessen senkrechte Durchschnittsfläche bei *lmh* und *osr* angegeben ist. Die niedersinkende ringförmige Welle werde dagegen während ihres Niedersinkens durch die Kraft der Schwere so beschleunigt, dass sie unter das Niveau *ab* herabfalle und sich daher in ein ringförmiges Thal verwandle, dessen senkrechte Durchschnittsflächen *hgd* und *eno* sind. Durch die Wiederholung dieses Vorgangs entstehe demnach in auf einander folgenden kurzen Zeitabschnitten immer eine neue ringförmige Welle an der äusseren Seite der äussersten Welle, die im Niedersinken begriffen sei, und durch ihre Vermehrung breiteten sich die Wellen auf einen grösseren Raum aus.

1) Philos. Nat. Princ. Math. Lib. II, Sect. 8, Propos. 44 seqq.
2) Physices El. Math. Lib. III, cap. XI.
3) Encyclopedie Art. Onde.
4) Physikalisches Wörterbuch Art. Welle.

§ 125.

Man erkennt hieraus, worin diese Vorstellung von dem wirklichen Vorgange abweicht.

1. Nach unseren Beobachtungen schreitet ein und derselbe Wellenberg gleichmässig über dem Niveau der Flüssigkeit erhaben fort (also ohne abwechselnd unter das Niveau zu sinken), wobei die Flüssigkeit des Wellenbergs sich immer erneuert und nicht mit der Welle fortgeht. Eben dasselbe gilt von Wellenthälern. Nach dieser Vorstellungsart bleibt jede Welle immer an dem Orte, an dem sie ist.
2. Nach unseren Beobachtungen schreiten die Wellenberge und Wellenthäler hinter einander fort, und erhalten sich dabei in ihrer Form; nach dieser Vorstellungsart verwandelt sich jeder Wellenberg niedersinkend in ein an derselben Stelle befindliches Wellenthal, jedes Wellenthal steigend in einen an derselben Stelle befindlichen Wellenberg, so dass die Theile der Wellen abwechselnd die Gestalt der Wellenberge und Wellenthäler annehmen.
3. Der Hauptpunkt, worin diese Vorstellungsart von dem wirklichen Vorgange abweicht, und von dem alles Unpassende in derselben abzuleiten ist, liegt darin, dass in der Wirklichkeit nicht *alle Theile* eines Wellenbergs *gleichzeitig* niederzusinken, nicht *alle* Theile eines Wellenthals *gleichzeitig* zu steigen beginnen, sondern, dass dieses Sinken und Steigen *successiv* geschieht, so dass einige Abschnitte eines Wellenbergs im Sinken begriffen sind, während andere im Steigen sind, und umgekehrt bei den Wellenthälern, einige im Steigen gefunden werden, während andere sinken.

Die zwei Hälften eines Wellenbergs oder Wellenthals befinden sich der Erfahrung gemäss immer in einer entgegengesetzten Bewegung. Während die vordere Hälfte eines Wellenbergs im Steigen begriffen ist, befindet sich die hintere Hälfte desselben im Sinken, und mit ihm sinkt auch zugleich die vordere Hälfte des mit ihm verbundenen Wellenthals, statt die hintere Hälfte dieses Thals gleichzeitig im Steigen begriffen ist. Nach der Newton'schen Ansicht dagegen sind die benachbarten Wellenberge und Wellenthäler in einer entgegengesetzten Bewegung, hingegen alle zu *einem* Wellenberge oder zu *einem* Wellenthale gehörenden Theile in einer Bewegung nach derselben Richtung. Wäre diese Annahme richtig, so müssten die Grenzlinien zwischen Wellenbergen und Wellenthälern hvo und lwr während der Wellenbewegung ruhen. Die Wellenbewegung würde nach jener Annahme der Bewegung von schwingenden Scheiben ähnlich sein, die sich in mehrere nach entgegengesetzten Richtungen schwingende Abtheilungen geschieden haben, zwischen welchen die Knotenlinien liegen, die selbst unbewegt bleiben, so dass sich nach Chladni's berühmter Erfindung der Sand, den man auf die Scheibe streut, während der Schwingung auf diesen Linien anhäuft.

Allein bei den Wellen bemerkt man nichts der Art. Leichte Körper, welche auf die Linie zwischen einem Wellenberge und einem Wellenthale geworfen werden, schwimmen nicht unbewegt, sondern werden von den unter ihnen weggehenden Wellen bald gehoben, bald unter das Niveau herunter zu steigen genöthigt. Wäre jene Vorstellungsart richtig, so würden sich die Theile einer Flüssigkeit abwechselnd in zwei entgegengesetzte Lagen begeben, wobei sich die Berge in Thäler, und die Thäler wieder in Berge verwandelten. Zwischen diesen zwei Hauptlagen müsste die Oberfläche der Flüssigkeit für einen Moment eine mittlere Lage erreichen, wobei die ganze Oberfläche eben wäre, was sehr deutlich in die Augen fallen müsste, da die Wellenbewegung nicht so schnell geschieht, dass eine solche Erscheinung sich dem Auge entziehen könnte.

In der That haben wir auch entdeckt, dass man Flüssigkeiten in diese Art von Bewegung versetzen könne, wie sie Newton bei der Wellenbewegung voraussetzt. Aber das ist keine Wellenbewegung, sondern eine *stehende Schwingung.* In der zweiten Abtheilung findet man diese Art von Schwingung, deren die Flüssigkeiten fähig sind, auseinandergesetzt. Sie verhält sich zur Wellenbewegung, wie die stehende Schwingung der Luft in einer tönenden Orgelpfeife zur fortschreitenden Schwingung der Luft bei der Schallleitung.

§ 126.

Wenn man die Resultate der durch Rechnung von Herrn Gerstner sehr scharfsinnig gefundenen Theorie der Wellen mit dem vergleicht, was von uns über die Bewegung der einzelnen Flüssigkeitstheilchen, und die hierdurch entstehende Wellenbewegung aus Erfahrung mitgetheilt worden ist, so wird man bemerken, dass die Resultate dieser Theorie der Wahrheit um vieles näher stehen, als das, was man vor Gerstner über diesen Gegenstand gelehrt hatte. Indessen weichen diese Resultate auch in mehreren Punkten von denen ab, die wir durch Versuche gefunden haben. Es sind drei Sätze in der Gerstner'schen Theorie, welche am meisten Gelegenheit geben, durch Versuche die Richtigkeit derselben zu prüfen.

1. Dass nach ihr sich die Flüssigkeitstheilchen entweder in wirklichen Kreisen bewegen müssen, oder in gemeinen oder verkürzten Cykloiden. Nach unseren Versuchen ist diese Bahn, auch wenn das Theilchen auf denselben Punkt zurückkehrt, von dem

es ausgegangen ist, keine kreisförmige, da der horizontale Durchmesser derselben stets grösser ist, als der senkrechte; es ist aber zu bemerken, dass sie sich dem Kreise desto mehr nähert, je näher sie der Oberfläche sind, dass daher diese Abweichung der Einwirkung des Bodens zugeschrieben werden könne, der in dieser Theorie unberücksichtigt geblieben ist. Die Abweichung dieses ersten Satzes von der Erfahrung hindert eine genaue Prüfung des zweiten Satzes durch Versuche.

2. Es sollen nämlich nach Gerstner die Durchmesser der Kreisbahnen in einer geometrischen Reihe abnehmen, wenn man die Tiefen der beobachteten Punkte unter der Oberfläche in einer arithmetischen Reihe zunehmen lässt.
3. Nach Gerstner hängt die Kürze der Zeit, in der ein Flüssigkeitstheilchen einmal in seiner Schwingungsbahn umläuft, nicht von der Höhe der Welle ab. Daher hängt nach Gerstner die Geschwindigkeit, mit der die ganze Welle fortrückt, gar nicht von der Höhe der Wellen, sondern nur von ihrer Breite ab, und verhält sich wie die Quadratwurzeln ihrer Breite, statt die Höhe und Breite zugleich nach unseren Versuchen die Geschwindigkeit einer Welle bestimmen.

§ 127.

Mit unseren Erfahrungen über die Bewegung der einzelnen Flüssigkeitstheilchen, und die hierdurch entstehende Wellenbewegung lässt sich nun manches, was man an den Wellen schon äusserlich wahrnimmt, zusammenreimen. Körper, die auf der Oberfläche eines ruhigen Wassers schwimmen, werden nicht von einer fortschreitenden Welle fortgetragen, sondern bewegen sich in derselben Bahn, in der sich die einzelnen Flüssigkeitstheilchen bewegen, und befinden sich, wenn die Welle vorbeigegangen ist, wieder an dem vorigen Orte. Während die Welle aber vorbeigeht, steigt ein solcher Körper an dem Vordertheile der Welle in die Höhe bis zum Gipfel derselben, und am Hintertheile derselben wieder herab, immer auf der Oberfläche derselben sich haltend.

§ 128.

Wenn man die tiefsten Punkte der Wellen als Grenzpunkte derselben ansieht, so kann man den Satz aufstellen, dass alle Flüssigkeitstheilchen des Vordertheils einer Welle im *Steigen*, alle Flüssigkeitstheilchen des Hintertheils derselben im *Niedersinken* begriffen sind. So sind an der Welle 11111, Fig. 28, die Punkte G, F, E, indem sie sich nach g, f, e bewegen, *im Steigen*, die Theilchen D, C, B dagegen, indem sie sich nach d, c, b bewegen, *im Sinken.* Nur das Theilchen, so lange es sich im höchsten Punkte der Welle, oder das Theilchen, so lange es sich im tiefsten Punkte derselben befindet, hat gar keine perpendikulare Bewegung, sondern nur eine horizontale. Alle anderen steigen entweder oder sinken. Die Theilchen dagegen, welche sich an den Punkten ihrer Bahn befinden, welche von der Linie YZ geschnitten werden, haben in diesem Augenblicke gar keine horizontale Bewegung, sondern eine ganz senkrechte. Dieses Sinken und Steigen der Theilchen lässt sich in unserer Wellenrinne auf eine interessante Weise schon durch die Gestalt der Quecksilberwellen erkennen.

Das Quecksilber steht bekanntlich vermöge seiner Kohäsion in Glasbehältern mit konvexer Oberfläche, z. B. in beiden Schenkeln der heberförmigen Barometer. Setzt man dagegen das Quecksilber in einem solchen Barometer in Schwankung, so steht es in dem einen Schenkel desselben, so lange es daselbst sinkt, mit *konkaver* Oberfläche, in dem anderen, so lange es steigt, mit einer *viel konvexeren* Oberfläche, als es im Zustande der Ruhe zu stehen pflegt.

In unserer, Fig. 12 abgebildeten Wellenrinne sieht man, wenn man ihren engen Zwischenraum zwischen den zwei langen Glaswänden mit Quecksilber füllt und eine grosse Welle erregt, dasselbe. Am Vordertheile der erregten Welle steht die Oberfläche des Quecksilbers der Quere nach beständig ausserordentlich konvex, also so, wie in dem Schenkel des Heberbarometers, in welchem es im Steigen ist; am Hintertheile der erregten Welle steht die Oberfläche des Quecksilbers der Quere nach beständig konkav, also so, wie in dem Schenkel des Heberbarometers, in welchem es im Sinken begriffen ist.

§ 129.

Mit unseren Resultaten über die Bewegung der einzelnen Flüssigteitstheilchen steht auch die Erfahrung in einem guten Einklange, dass eine Welle, die aus einem Flüssigkeitsberge und Flüssigkeitsthale besteht, eben so gut so fortschreiten kann, dass das Thal der vorderste oder vorangehende Theil der fortschreitenden Welle ist, als so, dass der Berg vorangeht und das Thal nachfolgt, wie wir das bei unseren Versuchen wahrgenommen haben.

Man setze, vor dem Thale, Fig. 28 HGF, welches unterhalb des Niveau YZ sich befindet, sei die Flüssigkeit eben, und der Berg EDC folge diesem Thale nach, so bewegen sich in einem nächsten Zeitraume die genannten Punkte, wenn Thal und Berg in der Richtung der Pfeile fortschreiten, nach hgfedc, und in dem darauf folgenden nach *hgfedc.* Die vordersten Theile der Welle bewegen sich demnach bei dem Voran-schreiten des Wellenthals nach abwärts, und der Richtung, in der das Wellenthal fortrückt, entgegen. Die Theilchen der vorderen Hälfte des Wellenthals sind dabei im Sinken, die der hinteren im Steigen, beide in einer Rückwärtsbewegung begriffen. Umgekehrt bewegen sich die Punkte des nachfolgenden Wellenbergs so, dass E steigt, D, C sinken, also so, dass die Theilchen des Vordertheils im Steigen, die Theilchen des Hintertheils des Wellenbergs im Sinken begriffen sind; das Vordertheil und Hintertheil des Wellenbergs selbst aber eine gemeinschaftliche Bewegung nach vorwärts erhalten hat.

Man kann willkürlich eine Welle erregen, deren vorderster Theil unter dem Niveau der Flüssigkeit vertieft (ein Thal) ist, oder über diesem Niveau erhaben (ein Berg) ist.

Wenn man nämlich in einer sehr tiefen Wellenrinne, wie sie Fig. 13 abgebildet ist, nachdem man sie mit Flüssigkeit gefüllt hat, dadurch eine Welle erregt, dass man an dem einen Ende des Instruments eine weite Glasröhre senkrecht in das Wasser der Rinne eintaucht, und durch plötzliches Saugen mit dem Munde an der oberen Oeffnung der eingetauchten Glasröhre die Flüssigkeit in der Glasröhre plötzlich in die Höhe zu steigen nöthigt, ohne dass die so gehobene Flüssigkeit wieder zurücksinken kann, so entsteht eine Welle, deren vorausgehender Theil ein unter dem Niveau der Flüssigkeit vertieftes Thal ist, das auch gleichmässig vertieft bleibend bis zum entgegengesetzten Ende der Rinne fortrückt. Beobachtet man durch die Glaswände der Wellenrinne hindurch, in welcher Richtung das Wasser, wenn die Welle an irgend einem entfernten Punkte der Rinne ankommt, zuerst sich zu bewegen anfängt, so sieht man, dass die Bewegung der darin schwebenden Theilchen zuerst nach *abwärts*, und der Richtung, in der die Welle vorwärts geht, *entgegen* geschieht.

Wenn man dagegen in demselben Instrumente, an derselben Stelle eine Welle dadurch erregt, dass man eine Wassersäule, die man in der eingesetzten Glasröhre in die Höhe gehoben hatte, wenn sich die ganze Flüssigkeit beruhigt hat, plötzlich niedersinken lässt, so entsteht eine Welle, deren vorangehender Theil ein über dem Niveau erhabener Flüssigkeitsberg ist, und dem ein kleineres *Thal* vielmehr *nachfolgt.*

Betrachtet man nun durch die Glaswände an einer entfernten Stelle der Rinne, wenn die Welle ankommt, die Richtung, in der sich die im Innern der Flüssigkeit ruhig schwebenden Theilchen zuerst zu bewegen anfangen, so nimmt man die umgekehrte Erscheinung wahr. Diese Theilchen bewegen sich nämlich zuerst nach *aufwärts*, und *in der Richtung*, in welcher die Welle fortschreitet.

Die Bahn selbst, in der sich die Theilchen im Innern der Flüssigkeit bewegen, ist dieselbe, es mag ein Berg oder ein Thal der vordere

Theil einer fortschreitenden Welle sein, aber der Punkt in dieser Bahn, von welchem die Bewegung anfängt, ist in jenen zwei Fällen ein anderer.

§ 130.

Es wird daher auch folgende Erscheinung vollkommen erklärlich sein.

Wenn man auf einer schwach vertieften länglichen Fläche Quecksilber ausgiesst, so dass es frei, und ohne an die Ränder eines Gefässes anzustossen, da liegt, und man in dieser Quecksilbermasse dadurch Wellen erregt, dass man in seiner Mitte einen Körper eintaucht, so bemerkt man, dass in dem Augenblicke, wo die erste Welle bis zum Rande der Quecksilbermasse kommt, dieser Rand weiter hinaus gedrückt wird und folglich die ganze Quecksilbermasse in dem Momente, wo die Welle an dem Rande derselben anlangt, auf einen grösseren Raum plötzlich ausgedehnt wird, sich aber hierauf augenblicklich wieder zurückzieht.

Erregt man dagegen in der Mitte der Quecksilbermasse dadurch eine Welle, dass man einen vorher eingetauchten Körper plötzlich hinwegnimmt, so ist die erste Bewegung, die die so erregte Welle verursacht, wenn sie am Rande der Quecksilbermasse ankommt, die, dass sich der Rand der Quecksilbermasse zurückzieht und folglich die ganze Quecksilbermasse im Momente, in welchem die Welle anlangt, sich auf einen kleineren Raum zusammenzieht, sich aber sogleich wieder ausdehnt.

§ 131.

Auch der merkwürdige Einfluss der Nähe des Bodens auf die Verminderung der Geschwindigkeit der Wellen und auf ihre Gestalt stimmt mit dem zusammen, was wir über die Bewegung der einzelnen Flüssigkeitstheilchen vorgetragen haben, so wie auch die Erscheinung, dass grosse Meereswellen den Grund des Meeres aufrühren können, wie § 43 erwähnt worden ist. Die Welle ist nicht als eine Bewegung der Oberfläche des Wassers, sondern als das Resultat einer in grosse Tiefen einer Flüssigkeit herabreichenden fortgepflanzten Bewegung der ganzen Wassermasse anzusehen, so dass nur der kleine Gipfel dieser grossen bewegten Wassermasse an der Oberfläche des Wassers sichtbar wird, und die sichtbare Welle darstellt. Sieht man daher die ganze bewegte Wassermasse als zur Welle gehörig an, so kann man nach unseren Versuchen vermuthen, dass die Meereswellen mit grosser Wahrscheinlichkeit bis auf den Grund reichen.

Endlich erklärt sich durch die gegebene Darstellung die von uns zuerst bemerkte höchst auffallende Erscheinung, dass, wenn eine einzelne Welle durch eine Flüssigkeit fortrückt, sie, wenn sie um so viel, als ihre Breite beträgt, fortgeschritten ist, hinter sich an der Stelle, die sie verlassen hat, eine Welle von derselben Breite und von etwas geringerer Höhe erregt, welche nach derselben Richtung fortschreitet, als die Welle, hinter der sie entstanden ist, und welche, wenn sie auch um so viel, als ihre Breite beträgt, fortgerückt ist, ebenfalls eine gleich breite Welle an dem Orte, den sie verlassen hat, aber von noch geringerer Höhe verursacht, und dass so nach und nach eine grosse Menge Wellen durch die Rückwirkung einer einzigen Welle entstehen könne. Siehe § 82. Sieht man nämlich die kreisförmigen Bahnen, in denen die einzelnen Flüssigkeitstheilchen sich bewegen, während eine Welle fortrückt, als eine der Natur der gedrückten Flüssigkeit allein angemessene Bewegung an, und bedenkt, dass die im Hintertheile einer Welle befindlichen niedersinkenden Flüssigkeitstheilchen nach dem Beharrungsgesetze ihre Bewegung fortsetzen, und in dieser Bewegung durch den Druck, den die vorausgehende Welle rückwärts auf sie ausübt, noch mehr beschleunigt werden, so folgt die ganze erzählte Erscheinung von selbst. Die Flüssigkeitstheilchen, Fig. 29 A, B, C, D, bleiben, nachdem sie ihre Cirkelbahn durchlaufen haben, nicht ruhig, sondern bewegen sich nach dem Beharrungsgesetze, und durch den Druck von E, F, G, H nach rückwärts beschleunigt, nach A, B, C, D und a, b, c, d u. s. w.

Es ist aber unsere ganze Erklärung nichts als der Ausdruck unserer Erfahrungen in Worten. Denn die Erfahrung lehrt, dass ein und dasselbe Flüssigkeitstheilchen, in dessen Nähe eine einzige Welle erregt worden ist, wenn die Flüssigkeit hinlänglich tief ist, nicht blos ein einziges Mal, sondern mehrmals wiederholt im Kreise sich herum bewegt.

Warum aber grosse Wellen, die in sehr seichter Flüssigkeit erregt werden, die Eigenschaft, neue Wellen hinter sich zu erregen, verlieren, sieht man sehr deutlich ein, wenn man den störenden Einfluss des Bodens auf die Bewegung der Flüssigkeitstheilchen in Kreisbahnen erwägt, die man sichtbar wahrnimmt, indem die Kreisbahnen desto mehr in Bahnen, die einer geraden horizontalen Linie ähnlich sind, verwandelt werden, je näher die bewegten Flüssigkeitstheilchen dem Boden des Gefässes sind.

Natürlich muss, wenn die Theilchen sich nicht ungehindert in ihren Bahnen bewegen können, auch die Wiederholung ihrer Bewegung gestört werden, der ausserdem durch die Reibung der Flüssigkeit am Boden noch ein Hinderniss entgegengesetzt wird.

Abschnitt VI.

Ueber die Geschwindigkeit, mit welcher sich die Wellen fortbewegen.

§ 132.

Die Geschwindigkeit der Wellen hängt von einer grossen Menge von Umständen ab, die dieselbe theils vergrössern, theils vermindern.

Es ist an sich klar, dass man, wenn man irgend etwas Genügendes über diese Umstände durch Versuche erforschen will, unter Bedingungen experimentiren müsse,

a) wo man alle Einfluss habenden Umstände kennt, und nach Gefallen abändern und entfernen kann;

b) wo man daher unter den einfachsten Verhältnissen den Einfluss, den jeder Umstand unabhängig von den übrigen äussert, schätzen lernen kann.

Hierzu eignen sich daher die Wellen, die unter dem Einflusse des Windes auf dem Meere, oder auf anderen Wasserflächen entstehen und vergrössert werden, gar nicht. Man kennt die Kraft des Windes, die übrigens sehr ungleich wirkt, nicht; die Tiefe der Flüssigkeit ist wegen des unebenen Bodens verschieden; und man hat kein Mittel, genaue Messungen der Länge, Breite und der Bewegung der Wellen anzustellen.

Die Messungen der Geschwindigkeit von Meereswellen, die wir oben § 46 angeführt haben, können uns demnach bei dieser Untersuchung zu gar nichts nützen, und sie sind für uns nur in sofern interessant, als sie uns den Grad der wirklichen Geschwindigkeit erkennen lassen, den die Wellen unter so mächtigen, wiewohl unbestimmbaren Umständen erlangen.

Wir wollen hier zuerst die Umstände, von denen die Geschwindigkeit der Wellen abhängt, aufzählen, und dann, wie wir den Einfluss jedes dieser Umstände kennen zu lernen versucht haben, erzählen.

§ 133.

Die Geschwindigkeit der Wellen hängt von ihrer Höhe und Breite ab, oder, was dasselbe ist, von ihrer Breite und von der Schnelligkeit, mit welcher die Flüssigkeitstheilchen der Wellen ihre Schwingungsbahnen durchlaufen, denn diese Schnelligkeit ist selbst von der Höhe der Wellen abhängig.

Da nun die Höhe und Breite der Wellen, oder ihre Grösse desto beträchtlicher ist, je grösser die Wellen erregende Kraft, so hängt die Geschwindigkeit der Wellen, unter übrigens gleichen Umständen, von der Masse und der Geschwindigkeit des Körpers ab, dessen Stoss Wellen erregt.

Die Geschwindigkeit der Wellen wird, selbst unabhängig von der Reibung, vermindert durch den störenden Einfluss, den die Nähe des Bodens auf die Wellenbewegung ausübt. Geringe Tiefe vermindert daher, grosse Tiefe der Flüssigkeit vermehrt, unter übrigens gleichen Umständen, die Geschwindigkeit der Wellen. Die Geschwindigkeit der Wellen wird vermindert durch die Reibung der Flüssigkeit an den Wänden des Gefässes, in dem sich die Flüssigkeit befindet, die daher desto grösser ist, je geringer die Menge der Flüssigkeit und je grösser die Adhäsion derselben an den Wänden des Gefässes ist; ferner durch den Widerstand der Luft, der verhältnissmässig desto grösser ist, je specifisch leichter die Flüssigkeit.

Die Geschwindigkeit der Wellen wird vermindert, wenn sie während ihres Fortschreitens an Länge zunehmen, wird vergrössert, wenn sie während ihres Fortschreitens an Länge abnehmen, weil ihre Höhe im ersteren Falle ab, im zweiten Falle zunimmt.

§ 134.

Die Wellen, wenn sie sich uneingeschränkt bewegen, dehnen sich nämlich entweder im Fortschreiten auf einen immer grösseren Raum aus, und nehmen dabei an Länge zu, wie z. B. die Kreiswellen, die auf einem Teiche entstehen, in den man einen Stein geworfen hat; oder sie ziehen sich durch ihr Fortschreiten auf einen kleineren Raum zusammen, und nehmen dabei an Länge ab, wie die Cirkelwellen, die vom Rande einer runden mit Flüssigkeit gefüllten Schüssel ausgehen, wenn man die Schüssel erschüttert, die zuletzt im Mittelpunkte der Schüssel selbst in einen Punkt zusammenlaufen.

Nun aber nimmt eine Welle, während sie sich ausbreitet, und an Länge zunimmt, an Höhe, wie wir später beweisen wollen, bedeutend ab, und deswegen vermindert sich die Geschwindigkeit, mit der die Flüssigkeitstheilchen ihre Bahnen durchlaufen. Wegen des langsameren Umlaufs der Flüssigkeitstheilchen in ihren Bahnen schreiten die Wellen selbst langsamer fort, ohne durch die zunehmende Länge an Geschwindigkeit zu gewinnen. Schon aus diesem Grunde behalten Wellen, die sich frei ausbreiten, nicht dieselbe Geschwindigkeit. Die Abnahme der Geschwindigkeit der Wellen, welche von Vergrösserung ihrer Länge herrührt, mussten wir daher bei unseren Versuchen, weil wir kein Mittel sie zu schätzen hatten, ganz zu verhindern, und dadurch den Wellen eine konstante Geschwindigkeit zu verschaffen suchen.

Zu diesem Zwecke muss man Wellen unter Umständen, wo sich ihre Länge nicht vergrössern und verkleinern kann, erregen.

§ 135.

Daher haben wir uns bei der Messung der Geschwindigkeit der Wellen am häufigsten des Fig. 12 abgebildeten Instruments bedient, dessen Beschreibung man § 91 nachsehe.

Der schmale, zwischen den Glasscheiben eingeschlossene, 6,7 Linien im Lichten breite, 5 Fuss 4 Zoll 3 Linien im Lichten lange, und 8 Zoll hohe Raum, wurde mit Wasser, Branntwein, Quecksilber etc. gefüllt, wobei die gegenüberstehenden Glasscheiben, um ihre Bewegung zu verhindern, durch eine Menge starker hölzerner Gabeln oder Klammern verbunden und zusammengehalten wurden.

Um nun in der die Wellenrinne erfüllenden Flüssigkeit durch eine bekannte Kraft Wellen zu erregen, brachten wir dicht an dem Holze, dass das eine Ende der Wellenrinne schliesst, senkrecht eine Glasröhre ein, die entweder selbst einen Durchmesser hatte, der dem lichten Querdurchmesser der Rinne gleichkam, oder dadurch, dass sie in eine Holzleiste gefasst wurde, den Raum der Wellenrinne gerade ausfüllte. Diese Glasröhre wurde nun so befestigt, dass ihre untere Oeffnung 1 Linie unter dem Niveau der Flüssigkeit in der Rinne befindlich war; denn es ist sehr nöthig, hierin eine bestimmte Regel fest zu halten, weil das tiefere oder weniger tiefe Eintauchen dieser Röhre in die die Rinne erfüllende Flüssigkeit allerdings einen Einfluss auf die Gestalt und Grösse der erregten Welle hat.

Durch Saugen an der oberen Oeffnung der Glasröhre wurde nun ein Theil der in der Rinne befindlichen Flüssigkeit bis zu einem bestimmten Punkte, der durch eine an der Glasröhre angebrachte Eintheilung erkannt werden konnte, in der Röhre in die Höhe gehoben, und, wenn die Flüssigkeit der Rinne vollkommen ruhig war, durch plötzliche Oeffnung des Mundes, mit dem wir die Flüssigkeit hoch in der Röhre erhalten hatten, auf ein gegebenes Zeichen fallen gelassen. Um die Zeit genau zu messen, die die Welle brauchte, um sich bis zu dem entgegengesetzten Ende der Rinne fortzubewegen, bedienten wir uns einer sehr schönen, uns von Herrn Professor Schweigger gefälligst geliehenen Tertienuhr. Diese Uhr ist so eingerichtet, dass sie durch einen leisen Druck augenblicklich in Gang kommt, und ihr Ablaufen augenblicklich endigt, wenn der einwirkende Druck aufhört.

Der Eine von uns konnte auf diese Weise die Oeffnung des Mundes in demselben Zeitmomente hervorbringen, in welchem der Andere die Tertienuhr durch einen Druck in Bewegung setzte. In demselben Zeitmomente aber, in welchem die durch die Glaswände der Rinne sichtbare Welle *mit ihrem Gipfel*[1]) das entgegengesetzte Ende der Wellen-

[1]) Der Fuss der Welle kommt, weil die Wellen sehr schnell sehr breit werden, viel früher am anderen Ende der Rinne an, als ihr Gipfel, wie man sich durch die

rinne erreichte, wurde der Fortgang der Uhr sogleich wieder gehemmt, und so zeigte nun die Uhr die Zeit an, welche die Welle zu ihrer Bewegung durch die Rinne bedurft hatte. Da nun aus vielen gelungenen Versuchen das Mittel ausgezogen wurde, so liess diese Methode eine grosse Feinheit und Sicherheit der Beobachtungen zu.

§ 136.

Die Geschwindigkeit der Wellen, die durch das Niedersinken einer gleich grossen und gleich hohen Flüssigkeitssäule erregt werden, vermindert sich mit der Verminderung der Tiefe der Flüssigkeit, welche in der Rinne enthalten ist, und in der die Wellen erregt werden und fortschreiten.

Wird die Tiefe der Flüssigkeit, in der die Wellen erregt werden, so vermindert, dass sie nach und nach 6, 5, 4, 3, 2, 1 *Zoll tief wird, so wird keineswegs auch die Geschwindigkeit der durch eine bestimmte Kraft erregten Wellen in denselben Verhältnissen dieser Zahlen vermindert, sondern (soweit unsere Versuche gehen) in weit geringeren Verhältnissen.*

Diese Verminderung der Geschwindigkeit der Wellen durch die Verminderung der Tiefe der Flüssigkeit, durch die die Wellen fortschreiten, hängt eines Theils davon ab, dass die grössere Nähe des Bodens des mit Flüssigkeit gefüllten Gefässes die Schwingungsbahnen der Flüssigkeitstheilchen abändert (siehe § 105), weil der Boden nicht gestattet, dass sich die in seiner Nähe befindlichen Flüssigkeitstheilchen in elliptischen Bahnen bewegen können, theils davon, dass die Reibung und andere Umstände hierbei einen Einfluss äussern. Im Grossen bestätigt sich der Einfluss der Tiefe auf die Geschwindigkeit und Gestalt der Wellen auch auf dem Meere. (§ 42.)

§ 137.

Folgende Tabelle liefert für die in § 136 vorgetragenen zwei Sätze beweisende Versuche, welche mit Wasser angestellt wurden. Diese zwei Sätze sind jedoch von uns auch durch Versuche mit Branntwein, mit einer gesättigten Auflösung von Kochsalz und mit Quecksilber bewährt gefunden worden, worüber bei anderer Gelegenheit Tabellen mitgetheilt werden sollen.

Beobachtung der Schwingung der Flüssigkeitstheilchen mit einem Mikroskope überzeugen kann.

Tabelle IX.

Zur Vergleichung der Geschwindigkeit der Wasserwellen, welche durch das Niedersinken einer 8 *Zoll hohen, und* 3,7 *Linien im Durchmesser habenden runden Wassersäule in der kleineren Wellenrinne bei einer Tiefe der Flüssigkeit von* 6, 4, 3, 2, 1 *Zollen erregt wurden.*[1])

	Geschwindigkeit bei 1 Zoll Tiefe	Geschwindigkeit bei 2 Zoll Tiefe	Geschwindigkeit bei 3 Zoll Tiefe	Geschwindigkeit bei 4 Zoll Tiefe	Geschwindigkeit bei 6 Zoll Tiefe
Zeit, in der die Welle den 5 Fuss 4 Zoll 3 Linien langen Raum der Rinne einmal durchläuft	3 Sek. 14 Tert. 3 „ 12 „ 3 „ 10 „ 3 „ 8 „ 3 „ 8 „ 3 „ 8 „	2 Sek. 26 Tert. 2 „ 22 „ 2 „ 16 „ 2 „ 15 „ 2 „ 13 „ 2 „ 12 „	2 Sek. 10 Tert. 2 „ 6 „ 2 „ 2 „ 2 „ 2 „ 2 „ 2 „ 1 „ 54 „	2 Sek. 2 Tert. 2 „ 2 „ 1 „ 56 „ 1 „ 54 „ 1 „ 52 „ 1 „ 50 „	2 Sek. 1 Tert. 1 „ 54 „ 1 „ 53 „ 1 „ 50 „ 1 „ 46 „ 1 „ 44 „
Mittel aus den angestellten Versuchen	3 Sek. 10 Tert.	2 Sek. 17 Tert.	2 Sek. 3 Tert.	1 Sek. 56 Tert.	1 Sek. 51 Tert.
Raum, welchen d. Welle in 1 Sekunde durchläuft	20 Zoll 4 Lin.	28 Zoll 2 Lin.	31 Zoll 5 Lin.	33 Zoll 3 Lin.	34 Zoll 9 Lin.

Aehnliche Resultate erhielten wir bei einer zweiten Reihe von Versuchen mit Wasser, die § 138 ausführlich mitgetheilt ist, und von welcher wir die Resultate hierher setzen. Diese Versuche wurden aber so angestellt, dass die Röhre, in welcher wir Wasser niederfallen liessen, so weit war, dass sie gerade in die Rinne einpasste, nämlich 5,7 Linien im Lichten, und dass sie 12 Zoll hoch gefüllt wurde, so dass also die Wassermasse, welche die Wellen erregte, grösser war, als bei den früheren Versuchen.

Tabelle X.

Ueber die Abnahme der Geschwindigkeit der Wellen bei abnehmender Tiefe des Wassers in der kleinen Wellenrinne.

Tiefe des Wassers in der kleineren Wellenrinne	Geschwindigkeit der Welle in 1 Sekunde
1 Zoll	22 Zoll — Linien
2 „	28 „ 2 „
3 „	30 „ 4 „
4 „	37 „ 5 „
6 „	41 „ — „
8 „	50 „ — „

In unserer grösseren, Fig. 13 abgebildeten, § 91 beschriebenen Wellenrinne, deren Querdurchmesser genau noch einmal so gross war als der

[1]) Die Höhle eines 1 Zoll langen Stückes *dieser* Röhre fasste an Quecksilber 3 Drachmen 19 Gran Nürnberger Medicinalgewicht, woraus zum Behufe späterer Tabellen

der kleinen Wellenrinne, hatten die Wellen, die durch eine niederfallende Wassersäule von 5,7 Linien Durchmesser und 9 Zoll Höhe bei einer Tiefe des Wassers von 23 Zoll erregt wurden, eine Geschwindigkeit von 63 Zoll 7 Linien.

§ 138.

In Flüssigkeiten von einem grösseren specifischen Gewichte scheinen gleich grosse Wellen, wegen des unmittelbaren Einflusses des specifischen Gewichts, bei übrigens gleichen Umständen, weder schneller noch langsamer fortzuschreiten, und das specifische Gewicht der Flüssigkeiten scheint daher keinen Einfluss weder zur Beschleunigung noch zur Verlangsamung der Wellen zu äussern.

Um diesen Satz zu beweisen, ist es nöthig, ein Mittel zu finden, wodurch man in Flüssigkeiten von verschiedenen specifischen Gewichten *gleich grosse Wellen* erregen kann. Diesen Zweck erfüllt einigermaassen die von uns befolgte Methode, die Wellen durch niedersinkende Flüssigkeitssäulen von bestimmter Höhe und von einem bestimmten Durchmesser zu erregen, vorausgesetzt, dass z. B. eine 8 Zoll hohe Quecksilbersäule in Quecksilber eine eben so grosse Welle erregt, als eine 8 Zoll hohe und gleich dicke Wasser- oder Branntweinsäule in Wasser oder Branntwein, bei derselben Tiefe der Flüssigkeiten in der Wellenrinne.

Allein diese Methode erfüllt ihren Zweck nur dann, wenn in hinlänglich tiefer Flüssigkeit experimentirt wird. Wenn unsere Wellenrinne nur 1 bis 4 Zoll mit Flüssigkeit angefüllt ist, so zeigen Quecksilber-, Kochsalzwasser-, Wasser- und Branntweinwellen allerdings Verschiedenheiten in ihrer Geschwindigkeit, die hauptsächlich von einem Einflusse des Bodens auf die Flüssigkeiten abzuhängen scheinen. Schade, dass man Wasser- und Quecksilberwellen unter einander nicht bei einer Tiefe von 6 bis 8 Zoll vergleichen kann, weil das Quecksilber sich bei einer solchen Druckhöhe nicht in der Wellenrinne zurückhalten lässt. Indessen beweisen gesättigtes Kochsalzwasser, Wasser und Branntwein unseren Satz schon hinreichend, wie folgende Tabelle ausweist.

Jeder das Gewicht einer 1 Zoll hohen Wasser-, Branntwein-, Kochsalzwassersäule leicht berechnen kann. [1 Nürnberger Medicinalpfund = 12 Unzen = 357,66 g,
1 Unze (℥) = 8 Drachmen = 29,805 g,
1 Drachme (ʒ) = 3 Skrupel = 3,7256 g,
1 Skrupel (℈) = 20 Gran = 1,2419 g,
1 Gran (gr) = 0,06021 g.]

Tabelle XI.

Ueber die Geschwindigkeit der Wellen in Kochsalzwasser, Wasser und Branntwein, wenn die Wellen durch eine 12 Zoll hohe, 5,7 Linien im Durchmesser habende, niederfallende Flüssigkeitssäule erregt werden.

	Wellen in Kochsalzwasser	Wellen in Wasser	Wellen in Branntwein
Zeit, in der die Welle den 5 Fuss 4 Zoll 3 Linien langen Raum der kleineren Wellenrinne durchlief *bei 6 Zoll Tiefe*	1 Sek. 35 Tert.	1 Sek. 34 Tert.	1 Sek. 27 Tert.
	1 „ 31 „	1 „ 38 „	1 „ 41 „
	1 „ 30 „	1 „ 36 „	1 „ 32 „
	1 „ 30 „	1 „ 36 „	1 „ 30 „
	1 „ 34 „	1 „ 34 „	1 „ 38 „
	1 „ 36 „	1 „ 30 „	1 „ 32 „
	1 „ 36 „		1 „ 36 „
	1 „ 36 „		1 „ 32 „
	1 „ 33 „		
	1 „ 35 „		
	1 „ 32 „		
Mittel	1 Sek. 35 Tert.	1 Sek. 34 Tert.	1 Sek. 34 Tert.
Zeit, in der die Welle den 5 Fuss 4 Zoll 3 Linien langen Raum der kleineren Wellenrinne durchlief *bei 8 Zoll Tiefe*	1 Sek. 21 Tert.	1 Sek. 16 Tert.	1 Sek. 22 Tert.
	1 „ 19 „	1 „ 20 „	1 „ 14 „
	1 „ 22 „	1 „ 12 „	1 „ 18 „
	1 „ 16 „	1 „ 16 „	1 „ 18 „
	1 „ 17 „	1 „ 20 „	1 „ 14 „
	1 „ 22 „	1 „ 20 „	1 „ 16 „
	1 „ 18 „	1 „ 15 „	1 „ 22 „
	1 „ 22 „		1 „ 18 „
	1 „ 14 „		1 „ 18 „
Mittel	1 Sek. 19 Tert.	1 Sek. 17 Tert.	1 Sek. 17 Tert.
Geschwindigkeit der Welle in 1 Sek. *bei 6 Zoll Tiefe*	3 Fuss 5 Zoll	3 Fuss 5 Zoll	3 Fuss 5 Zoll
Geschwindigkeit der Welle in 1 Sek. *bei 8 Zoll Tiefe*	4 Fuss 9 Lin.	4 Fuss 2 Zoll	4 Fuss 2 Zoll

Der Grund, warum die Nähe des Bodens die Wellen bei verschiedenen Flüssigkeiten in ungleichem Grade verlangsamt, liegt, wie es scheint, vorzüglich in zwei Umständen.

Erstlich hat wohl die verschiedene Elasticität der Flüssigkeiten einen hier zu berücksichtigenden Einfluss. Pfaff, Perkins und Oerstedt haben neuerlich durch entscheidende Versuche die Elasticität des Wassers bestätigt. Aber bedenkt man, wie weit ein dünner Quecksilberstrom, der auf Holz auffällt, zurückspringt, verglichen mit einem Wasserstrome, so wird man geneigt, die Elasticität in beiden Flüssigkeiten als sehr ungleich anzunehmen. Ist nun die Flüssigkeit, in der man Wellen erregt, nicht sehr tief, so fällt die niedersinkende Flüssigkeitssäule, durch die man die Welle erregt, auf den Boden auf, und springt von demselben mit einer Kraft, die nach Verhältniss der Elasticität der Flüssigkeit verschieden ist, wieder zurück. Dieses Zurückspringen muss auf die Erregung der Wellen einen Einfluss haben, der sich vor der Hand noch nicht bestimmen lässt, und so kann die Grösse der Wellen, die durch gleich grosse Flüssigkeitstheilchen in verschiedenen Flüssigkeiten erregt werden, ungleich sein.

Zweitens aber, gesetzt die Kraft, die die Wellen in verschiedenen Flüssigkeiten erregte, wäre gleich, so kann die Geschwindigkeit der dadurch erregten Wellen dennoch verschieden sein, weil dem Fortgange der Wellen ein Hinderniss durch das Haften der Flüssigkeiten an dem Boden und an den Wänden des Gefässes, in das die Flüssigkeiten gebracht werden, entgegensteht, dieses Hinderniss aber bei verschiedenen Flüssigkeiten, wegen grösserer oder geringerer Adhäsion an der Materie des Gefässes, verschieden sein wird. So haftet Quecksilber weniger an Holz als Wasser, und die Verlangsamung, die die Wasserwellen hierdurch erleiden, muss daher desto grösser sein, je enger das Gefäss und je weniger tief die Flüssigkeit in ihm ist. Auch die Luft setzt wohl Wellen in specifisch schwereren Flüssigkeiten ein geringeres Hinderniss im Fortschreiten entgegen als in specifisch leichteren.

Hieraus lässt sich vielleicht erklären, *warum in unserer kleineren Wellenrinne, wenn sie* 1 *oder* 2 *Zoll tief mit Flüssigkeit gefüllt und zugleich die niedersinkende Flüssigkeitssäule, die die Welle erregt,* ***klein ist, Quecksilberwellen langsamer sind als Wasserwellen,*** *warum dagegen, wenn die niedersinkende Flüssigkeitssäule gross, die Tiefe der Flüssigkeit in der Rinne aber gering ist (*1 *Zoll), Quecksilberwellen geschwinder sind als Wasserwellen,* wie folgende Tabelle ausweist.

Tabelle XII.

Zur Vergleichung der Geschwindigkeit der Wasser- und Quecksilberwellen, die durch das Niedersinken einer Flüssigkeitssäule von 5,7 *Linien Durchmesser in der kleineren Wellenrinne erregt werden.*[1])

	Höhe der die Wellen erregenden Flüssigkeitssäule	Geschwindigkeit der Welle in *Wasser*, während 1 Sekunde	Geschwindigkeit der Welle in *Quecksilber*, während 1 Sekunde
Wenn die Flüssigkeit in der Wellenrinne 1 Zoll tief steht	2 Zoll	19 Zoll 9,3 Lin.	19 Zoll 0,1 Lin.
	4 „	20 „ 7,5 „	20 „ 7,7 „
	6 „	21 „ 0,9 „	22 „ 3,9 „
	8 „	21 „ 0,9 „	23 „ 3,3 „
Wenn die Flüssigkeit in der Wellenrinne 2 Zoll tief steht	2 Zoll	27 Zoll 11,3 Lin.	22 Zoll 7,1 Lin.
	4 „	28 „ 9,4 „	24 „ 6,8 „
	6 „	28 „ 6,8 „	24 „ 3,1 „
	8 „	28 „ 1,8 „	25 „ 8,5 „

[1]) Jede der in dieser Tabelle enthaltenen Angaben ist das Mittel aus einer Anzahl Versuche, deren Uebereinstimmung in der Haupttabelle § 141 nachgesehen werden kann.

Hieraus lässt sich ferner vielleicht auch erklären, warum die Wellen in einer gesättigten Auflösung von Kochsalz, die durch eine 8 *Zoll hohe Flüssigkeitssäule erregt werden, langsamer sind als Wasserwellen, wenn die Tiefe der Flüssigkeit in der Rinne nur* 1 *bis* 3 *Zoll beträgt, dagegen gleich geschwind sind als Wasserwellen, wenn die Tiefe der Flüssigkeit in der Rinne* 4 *bis* 6 *Zoll ist.*

Tabelle XIII.

Zur Vergleichung der Geschwindigkeit der Wellen in Wasser und in gesättigtem Kochsalzwasser, die durch das Niedersinken einer 8 *Zoll hohen,* 3,7 *Linien im Durchmesser habenden Flüssigkeitssäule bei verschiedenen Tiefen der Flüssigkeiten erregt wurden.*[1]

Tiefe d. Flüssigkeit in d. Rinne		1 Zoll	2 Zoll	3 Zoll	4 Zoll	6 Zoll
Raum, den die Welle in Wasser in 1 Sek. durchlief		20 Z. 4 L.	28 Z. 2 L.	31 Z. 5 L.	33 Z. 3 L.	34 Z. 9 L.
Raum, den die Welle in Kochsalzwasser in 1 Sek. durchlief		18 Z 9 L.	26 Z. 7 L.	30 Z. 5 L.	33 Z. 7 L.	34 Z. 10 L.
Abnahme der Geschwindigkeit der Welle, wenn die Tiefe der Flüssigkeit um 1 Zoll abgenommen hat	Wasser	7 Z. 10 L.	3 Z. 3 L.	1 Z. 10 L.	1 Z. 6 L.	
	Kochsalzwasser	7 Z. 10 L.	3 Z. 2 L.	3 Z. 2 L.	1 Z. 3 L.	

Beobachtungen über die Geschwindigkeit der Wellen in gesättigtem Kochsalzwasser, die obiger Tabelle zum Grunde liegen.

Tiefe d. Flüssigkeit in d. Rinne	1 Zoll	2 Zoll	3 Zoll	4 Zoll	6 Zoll
Zeit, in der die Welle den 5 Fuss 4 Zoll 3 Lin. langen Raum der kleineren Rinne durchlief	3 Sek. 28 Tert. 3 „ 28 „ 3 „ 28 „ 3 „ 26 „ 3 „ 26 „ 3 „ 24 „ 3 „ 22 „	2 Sek. 32 Tert. 2 „ 31 „ 2 „ 28 „ 2 „ 24 „ 2 „ 20 „ 2 „ 18 „	2 Sek. 14 Tert. 2 „ 14 „ 2 „ 14 „ 2 „ 12 „ 2 „ 8 „ 2 „ 4 „ 2 „ 2 „ 1 „ 58 „ 1 „ 58 „	2 Sek. 2 Tert. 1 „ 58 „ 1 „ 56 „ 1 „ 54 „ 1 „ 54 „ 1 „ 54 „ 1 „ 52 „ 1 „ 48 „	1 Sek. 57 Tert. 1 „ 56 „ 1 „ 54 „ 1 „ 52 „ 1 „ 50 „ 1 „ 48 „ 1 „ 45 „
Mittel	3 Sek. 26 Tert.	2 Sek. 25 Tert.	2 Sek. 7 Tert.	1 Sek. 55 Tert.	1 Sek. 51 Tert.

[1]) Diese Tabelle kann mit der vorigen nicht zusammengestellt werden, in der die Flüssigkeitssäule, die die Wellen erregte, einen grösseren Durchmesser hatte. Die Angaben sind das Mittel aus vielen Beobachtungen, die hinsichtlich des Wassers in der Tabelle IX, § 137, nachzusehen, hinsichtlich des Kochsalzwassers sogleich hier beigefügt sind.

Obgleich bei einer Tiefe von 2 Par. Zoll der Flüssigkeiten in der Rinne die Wellen des specifisch schwereren Quecksilbers langsamer, als die des specifisch leichteren Wassers sind, so sind doch auch die Wellen des specifisch leichteren Branntweins bei dieser Tiefe langsamer, als die des specifisch schwereren Wassers und Kochsalzwassers; letztere werden aber bei 6 und 8 Zoll Tiefe der Flüssigkeit in der Rinne an Geschwindigkeit so gleich, dass kein merkbarer bleibender Unterschied wahrgenommen werden kann.

Tabelle XIV.

Zur Vergleichung der Geschwindigkeit der Wasser- und Branntweinwellen, die durch das Niedersinken einer 12 *Zoll hohen,* 5,7 *Linien im Durchmesser habenden Flüssigkeitssäule erregt wurden.*[1])

Tiefe der Flüssigkeit in der Rinne	Geschwindigkeit der Wasserwelle in 1 Sekunde	Geschwindigkeit der Branntweinwelle in 1 Sekunde
1 Zoll	22 Zoll 0 Lin.	21 Zoll 2 Lin.
2 „	28 „ 2 „	26 „ 9 „
3 „	30 „ 4 „	29 „ 3 „
4 „	37 „ 5 „	30 „ 4 „
6 „	41 „ 0 „	41 „ 0 „
8 „	50 „ 0 „	50 „ 0 „

§ 139.

Wenn Quecksilber, Wasser und Branntwein in der Wellenrinne 1 *bis* 2 *Zoll tief stehen, so sind die Wellen, die durch eine gleich grosse niederfallende Flüssigkeitssäule erregt werden, im Quecksilber höher und schmäler, im Wasser niedriger und breiter, im Branntwein noch niedriger und noch breiter, woran die Kohäsion der Flüssigkeitstheilchen, die im Quecksilber am grössten, im Branntwein am geringsten ist, Antheil zu haben scheint.*

Tabelle XV.

Ueber die Höhe der Wellen, die im Wasser und Quecksilber durch das Niederfallen einer 5,7 *Lin. im Durchmesser habenden Flüssigkeitssäule erregt, und in einer Entfernung von* 24 *Zollen vom Orte der Erregung gemessen werden.*

Bei 1 Zoll tiefer Flüssigkeit in der kleineren Wellenrinne.

Höhe der Flüssigkeitssäule, die d. Welle erregt	2 Zoll	4 Zoll	6 Zoll	8 Zoll
Höhe der Wasserwelle	0,7 Lin.	2,3 Lin.	3,9 Lin.	5,6 Lin.
Höhe der Quecksilberwelle	2,1 Lin.	5,4 Lin.	6,0 Lin.	7,3 Lin.
Geschwindigkeit der Wasserwelle.	19 Z. 9 L.	20 Z. 7 L.	21 Z. 1 L.	21 Z. 1 L.
Geschwindigkeit der Quecksilberwelle	19 Z. 0 L.	20 Z. 8 L.	22 Z. 4 L.	23 Z. 3 L.

[1]) Die Beobachtungen, woraus diese Angaben das Mittel sind, siehe in der Haupttabelle § 141.

Bei 2 Zoll tiefer Flüssigkeit in der kleineren Wellenrinne.

Höhe der Flüssigkeitssäule, die die Welle erregt	2 Zoll	4 Zoll	6 Zoll	8 Zoll
Höhe der Wasserwelle	0,6 Lin.	1,2 Lin.	2,0 Lin.	3,0 Lin.
Höhe der Quecksilberwelle	0,8 Lin.	2,2 Lin.	3,9 Lin.	5,1 Lin.
Geschwindigkeit der Wasserwelle	27 Z. 11 L.	28 Z. 9 L.	28 Z. 7 L.	28 Z. 2 L.
Geschwindigkeit der Quecksilberwelle	22 Z. 7 L.	24 Z. 7 L.	24 Z. 3 L.	25 Z. 8 L.

§ 140.

Die Geschwindigkeit der Wellen hängt keineswegs allein von der Breite derselben ab, wie Newton, Gravesande, D'Alembert *und neuerlich* Gerstner *behauptet haben, sondern von ihrer Grösse, d. h. von ihrer Höhe und Breite zugleich. Nur die Länge der Welle hat unmittelbar keinen Einfluss auf die Geschwindigkeit.*

Wir werden später sehen, dass, wenn Wellen, von einem Punkte ausgehend, sich in immer grössere Cirkel ausbreiten, sie dabei zwar an Breite zu-, an Höhe dagegen abnehmen. Hinge nun die Geschwindigkeit derselben blos von ihrer Breite ab, so müssten sie desto geschwinder fortschreiten, je weiter sie sich schon ausgebreitet hätten, sie müssten demnach bei ihrer Ausbreitung geschwinder werden.

Die Erfahrung lehrt aber das Gegentheil. Lässt man einen Stein in ruhiges Wasser fallen, und die von ihm erregten Wellen sich in grosse Cirkel ausbreiten, und lässt hierauf zwischen die grössesten Cirkelwellen an einem anderen Orte einen zweiten Stein von gleicher Grösse und von einer gleichen Höhe herabfallen, so haben die Wellen, die von diesem zweiten Steine entstehen, anfangs eine viel grössere Geschwindigkeit, als die schon weit fortgeschrittenen Wellen, die durch den ersten Stein erregt wurden. Die letzteren Wellen überholen daher die früher erregten.

Wenn man durch ein und dieselbe Glasröhre dadurch, dass man eine gleich hohe Wassersäule in ihr in die Höhe hebt und niedersinken lässt, Wellen erregt, so bemerkt man, dass, wenn die untere Oeffnung der Glasröhre tiefer unter das Niveau der Flüssigkeit eingetaucht wird, die erregten Wellen niedriger, aber zugleich breiter werden, und umgekehrt, während die Geschwindigkeit der unter diesen Umständen erregten Wellen dieselbe bleibt. Folgende Tabelle wird diesen Satz bestätigen.

Tabelle XVI.

Ueber die Veränderung der Geschwindigkeit und Höhe der Branntweinwellen, welche bei 4 Zoll Tiefe durch das Niedersinken einer Branntweinsäule von 9 Zoll Höhe und 4,3 Linien Durchmesser erregt wurden, wenn die untere Oeffnung der Röhre, durch welche die Wassersäule gehoben wurde, mit dem Niveau nur in Berührung war, oder sich 1, 2 bis 3 Zoll unter demselben eingetaucht befand.[1])

Entfernung der unteren Oeffnung der eingetauchten Glasröhre unter dem Niveau	Berührung	1 Zoll	2 Zoll	3 Zoll
Zeit, in der die Welle den 5 Fuss 4 Zoll 3 Linen langen Raum der Rinne einmal durchläuft	1 Sek. 57 Tert. 1 „ 54 „ 1 „ 53 „ 1 „ 51 „ 1 „ 48 „ 1 „ 47 „ 1 „ 44 „ 1 „ 44 „	2 Sek. 0 Tert. 2 „ 6 „ 1 „ 57 „ 1 „ 56 „ 1 „ 54 „ 1 „ 54 „ 1 „ 52 „ 1 „ 50 „ 1 „ 43 „	2 Sek. 2 Tert. 2 „ 1 „ 2 „ 0 „ 1 „ 52 „ 1 „ 48 „ 1 „ 48 „ 1 „ 45 „	2 Sek. 0 Tert. 1 „ 58 „ 1 „ 51 „ 1 „ 50 „ 1 „ 50 „ 1 „ 49 „ 1 „ 46 „
Mittel	1 Sek. 50 Tert.	1 Sek. 54 Tert.	1 Sek. 53 Tert.	1 Sek. 52 Tert.
Raum, welchen die Welle in 1 Sek. durchläuft	35 Zoll 1 Lin.	33 Zoll 10 Lin.	34 Zoll 2 Lin.	34 Zoll 5 Lin.
Höhe der Welle in einer Entfernung von 24 Par. Zoll	1,6 Lin.	1,3 Lin.	1,3 Lin.	1,1 Lin.

§ 141.

Die Geschwindigkeit der Wellen, die durch den Stoss bewegter Körper erregt werden, hängt, wenn wir die Wellen erregenden Ursachen berücksichtigen, von der Masse und Geschwindigkeit der stossenden Körper ab, denn diese beiden Umstände verursachen die Grösse der Wellen.

Die Wahrheit dieses Satzes bestätigt sich im Allgemeinen schon durch Wahrnehmungen, die man im Kleinen macht. Wenn man z. B. einen Quecksilbertropfen auf eine Fläche Quecksilber fallen lässt, so werden die dadurch erregten Wellen desto grösser, je höher der Tropfen herunterfällt und können eben so gross werden, als die durch einen viel grösseren, aber weniger hoch herunterfallenden Tropfen erregten

[1]) Jeder Zoll dieser Röhre fasste 7 ʒ 1 Gr. vom Nürnberger Medicinalgewicht [26,139 g] Quecksilber, wonach Jeder das Gewicht anderer Flüssigkeiten in derselben Röhre berechnen kann.

Wellen. Eben so sieht man, dass man mit einem kleineren Steine, den man mit grosser Gewalt ins Wasser wirft, eine eben so grosse Welle erregen kann, als mit einem in gewissem Grade grösseren Steine, der blos durch seine eigene Schwere getrieben in das Wasser fällt.

Dasselbe bestätigen auch unsere in der kleineren Wellenrinne angestellten Versuche, welche lehren, dass die Geschwindigkeit einer Welle unter übrigens gleichen Umständen desto grösser sei, je grösser die Masse der niederfallenden Flüssigkeit, die durch ihr Niederfallen die Welle erregt. Indessen bringt auch hier die Nähe des Bodens, die Adhäsion der Flüssigkeit an der Röhre, in der sie niederfällt, das Hinderniss, was Flüssigkeiten beim Niederfallen durch die Luft erfahren und das bei specifisch leichteren Flüssigkeiten grösser, bei specifisch schwereren geringer ist, kleinere Abänderungen hervor. Folgende Haupttabelle, welche den grössten Theil unserer Versuche, die wir in der kleineren Wellenrinne mit verschiedenen Flüssigkeiten angestellt haben, indem wir Flüssigkeit durch eine 5,7 Linien dicke Glasröhre in die Höhe zogen und fallen liessen, giebt hierzu die Belege. Jeder Zoll dieser Röhre fasste 1 ℥ 2 ʒ 1 ℈ 18. Gr. Nürnberger Medicinalgewicht[1]) Quecksilber, wonach man die Gewichte anderer Flüssigkeiten leicht berechnen kann.

Tabelle XVII.

Ueber die Veränderung der Geschwindigkeit der Wellen, 1. *auf Quecksilber;* 2. *Wasser;* 3. *Branntwein von* 28 *Grad, bei* 1, 2, 3 *und* 4 *Zoll Tiefe, welche durch das Niedersinken einer Säule derselben Flüssigkeit von* 2, 3, 4, 6, 8, 12, 18 *Zoll Höhe und* 5,7 *Linien Durchmesser erregt wurden, wenn die untere Oeffnung der Röhre, durch welche die Säule gehoben wurde, nur* 1 *Linie unter dem Niveau eingetaucht war.*

	Höhe der Wellen erregenden Säule	Geschwindigkeit der Wellen auf Quecksilber	auf Wasser	auf Branntwein
Wenn die Flüssigkeit 1 Zoll tief in der Rinne war	2 Zoll	19 Zoll 0 Lin.	19 Zoll 9 Lin.	
	3 „	20 „ 0 „	20 „ 2 „	
	4 „	20 „ 8 „	20 „ 7 „	
	6 „	22 „ 4 „	21 „ 1 „	
	8 „	23 „ 3 „	21 „ 1 „	
	12 „		22 „ 0 „	21 Zoll 2 Lin.
	18 „		23 „ 8 „	
Wenn die Flüssigkeit 2 Zoll tief in der Rinne war	2 Zoll	22 Zoll 7 Lin.	27 Zoll 11 Lin.	
	3 „	23 „ 10 „	28 „ 2 „	23 Zoll 1 Lin.
	4 „	24 „ 7 „	28 „ 9 „	
	6 „	24 „ 3 „	28 „ 7 „	24 „ 10 „
	8 „	25 „ 8 „	28 „ 2 „	
	12 „		28 „ 2 „	26 „ 9 „
	18 „		28 „ 7 „	27 „ 9 „

[1]) 1 Unze, 2 Drachmen, 1 Skrupel, 18 Gran = 39,582 g, s. S. 128.

Additional material from *Wilhelm Weber's Werke,*
ISBN 978-3-662-22761-9 (978-3-662-22761-9_OSFO1)
is available at http://extras.springer.com

	Höhe der Wellen erregenden Säule	Geschwindigkeit der Wellen auf Quecksilber	auf Wasser	auf Branntwein
Wenn die Flüssigkeit 3 Zoll tief in der Rinne war	3 Zoll		31 Zoll 10 Lin.	26 Zoll 7 Lin.
	6 „		32 „ 2 „	28 „ 1 „
	12 „		30 „ 4 „	29 „ 3 „
	18 „			29 „ 8 „
Wenn die Flüssigkeit 4 Zoll tief in der Rinne war	3 Zoll		36 Zoll 0 Lin.	
	6 „		37 „ 5 „	
	12 „		37 „ 5 „	30 Zoll 4 Lin.
	18 „			31 „ 10 „
Wenn die Flüssigkeit 6 Zoll tief in der Rinne war		Auf gesättigt Kochsalzwasser	auf Wasser	auf Branntwein
	12 Zoll	41 Zoll	41 Zoll	41 Zoll
Wenn die Flüssigkeit 8 Zoll tief in der Rinne war	10 Zoll		50 Zoll	
	12 „	48 Zoll 9 Lin.	50 „	50 Zoll

Jede dieser Zahlen ist das Mittel aus folgenden Versuchen:[1])

Aus der beigefügten Tabelle scheinen folgende Sätze mit Wahrscheinlichkeit abgeleitet werden zu können:

1. Je grösser die Wellen erregende Flüssigkeitssäule ist, desto schneller ist die Welle, jedoch steht die Zunahme an Schnelligkeit nicht in einem einfachen Verhältnisse zur Vergrösserung der Flüssigkeitssäule, durch welche man die Welle erregt, sondern diese Zunahme ist grösser bei geringer, geringer bei grosser Tiefe der Flüssigkeit in der Rinne. Wir haben uns durch besondere, hier nicht mit aufgeführte Versuche überzeugt, dass, wenn die Flüssigkeit in der Rinne 8 Zoll hoch steht, es keinen merklichen Unterschied in der Geschwindigkeit der Welle macht, wenn sie durch das Niederfallen einer 12 oder 10 Zoll hohen Flüssigkeitssäule erregt wird.
2. Von dem Einflusse des Bodens auf die Flüssigkeit hängt es vorzüglich ab, dass die Geschwindigkeit, die die Wellen erhalten, bei dem specifisch schwereren Quecksilber beträchtlicher ist, als bei dem

	Raum, den die Welle in 1 Sekunde zurücklegt				
Quecksilber	19 Zoll	20 Zoll	20 Z. 7,7 L.	22 Z. 3,9 L.	23 Z. 3,3 L.
Wasser	19 Z. 9,3 L.	20 Z. 2,3 L.	20 Z. 7,5 L.	21 Z. 0,9 L.	21 Z. 0,9 L.
Höhe der Flüssigkeitssäule, die die Welle erregt	2 Zoll	3 Zoll	4 Zoll	6 Zoll	8 Zoll

[1]) [Vgl. die Uebersicht der Versuche, welche in der dem § 141 beigegebenen Haupttabelle gegeben ist.]

Mittel						3 Sek. 2 Tert.	
Lauf während 1 Sekunde						21 Zoll 2 Lin.	
Wenn der Branntwein 2 Zoll tief in der Rinne war		2 Sek. 52 Tert. 2 „ 56 „ 2 „ 48 „ 2 „ 40 „ 2 „ 48 „ 2 „ 38 „		2 Sek. 34 Tert. 2 „ 32 „ 2 „ 38 „ 2 „ 34 „ 2 „ 36 „ 2 „ 36 „		2 Sek. 14 Tert. 2 „ 30 „ 2 „ 22 „ 2 „ 30 „ 2 „ 28 „ 2 „ 22 „ 2 „ 29 „ 2 „ 19 „ 2 „ 28 „ 2 „ 13 „ 2 „ 29 „ 2 „ 26 „	2 Sek. 20 Tert. 2 „ 16 „ 2 „ 22 „
Mittel		2 Sek. 47 Tert.		2 Sek. 35 Tert.		2 Sek. 24 Tert.	2 Sek. 19 Tert.
Lauf während 1 Sekunde		23 Zoll 1 Lin.		24 Zoll 10 Lin.		26 Zoll 9 Lin.	27 Zoll 9 Lin.
Wenn der Branntwein 3 Zoll tief in der Rinne war		2 Sek. 27 Tert. 2 „ 30 „ 2 „ 26 „ 2 „ 18 „ 2 „ 24 „ 2 „ 30 „ 2 „ 17 „		2 Sek. 15 Tert. 2 „ 12 „ 2 „ 11 „ 2 „ 16 „ 2 „ 17 „		2 Sek. 7 Tert. 2 „ 13 „ 2 „ 4 „ 2 „ 12 „ 2 „ 17 „ 2 „ 17 „	2 Sek. 10 Tert. 2 „ 10 „ 2 „ 10 „ 2 „ 10 „ 2 „ 9 „ 2 „ 11 „
Mittel		2 Sek. 25 Tert.		2 Sek. 14 Tert.		2 Sek. 12 Tert.	2 Sek. 10 Tert.
Lauf während 1 Sekunde		26 Zoll 7 Lin.		28 Zoll - Lin.		29 Zoll 3 Lin.	29 Zoll 8 Lin.
Wenn der Branntwein 4 Zoll tief in der Rinne war						2 Sek. 8 Tert. 2 „ 8 „ 2 „ 2 „ 2 „ 7 „ 2 „ 10 „ 2 „ 9 „ 1 „ 58 „ 2 „ 10 „ 2 „ 12 „	1 Sek. 58 Tert. 2 „ 6 „ 2 „ 3 „ 1 „ 55 „
Mittel						2 Sek. 7 Tert.	2 Sek. 1 Tert.
Lauf während 1 Sekunde						30 Zoll 4 Lin.	31 Zoll 10 Lin.

specifisch leichteren Wasser, wenn die Wellen durch grössere Flüssigkeitssäulen erregt werden, und die Tiefe der Flüssigkeit in der Rinne 2 Zoll beträgt, wie folgende zwei entsprechende Reihen beweisen.

3. Die Zunahme der Geschwindigkeit der Wellen, wenn sie durch das Niederfallen höherer Flüssigkeitssäulen erregt werden, ist bei Wasser weit beträchtlicher, wenn es 1 Zoll, als wenn es 2 Zoll tief in der Rinne steht; bei Quecksilber dagegen bei 2 Zoll Tiefe fast eben so beträchtlich, als bei 1 Zoll. Auch das rührt wohl vom Einflusse des Bodens her.

Wasser.

Tiefe der Flüssigkeit in der Rinne	Raum, welchen die Welle in 1 Sekunde durchläuft						
1 Zoll	19 Z. 9 L.	20 Z. 2 L.	20 Z. 7,5 L.	21 Z. 1 L.	21 Z. 1 L.	22 Z. 0 L.	23 Z. 8 L.
2 Zoll	27 Z. 11 L.	28 Z. 2 L.	28 Z. 9 L.	28 Z. 7 L.	28 Z. 2 L.	28 Z. 2 L.	28 Z. 7 L.
Höhe der Flüssigkeitssäule, die die Welle erregt	2 Zoll	3 Zoll	4 Zoll	6 Zoll	8 Zoll	12 Zoll	18 Zoll

Quecksilber.

Tiefe der Flüssigkeit in der Rinne	Raum, welchen die Welle in 1 Sekunde durchläuft				
1 Zoll	19 Zoll	20 Zoll	20 Z. 7,7 L.	22 Z. 3,9 L.	23 Z. 3,3 L.
2 Zoll	22 Z. 7 L.	23 Z. 10 L.	24 Z. 7 L.	24 Z. 3 L.	25 Z. 8,5 L.
Höhe der Flüssigkeitssäule, die die Welle erregt	2 Zoll	3 Zoll	4 Zoll	6 Zoll	8 Zoll

4. Man könnte glauben, dass, wenn die Grösse der erregten Wellen von der Masse und Geschwindigkeit der fallenden Körper abhängt, welche die Wellen erregen, eine gleich grosse Menge Flüssigkeit eine grössere Welle erregen müsste, wenn sie in einer engeren Röhre gehoben wird, weil da die Flüssigkeit eine höhere Säule bildet und deswegen im Fallen länger beschleunigt wird. Allein die Erfahrung hat uns gelehrt, dass die grössere Reibung des Wassers in einer engeren Röhre die Geschwindigkeit um so viel vermindert, als die Beschleunigung im Fallen sie vermehrt, kurz, dass der Erfolg fast ganz derselbe ist, wenn nur dieselbe Masse fällt, die Röhre mag eng oder weit sein.

§ 142.

Die Geschwindigkeit der Wellen hängt überhaupt von zwei Umständen ab:

1. von der Breite derselben,
2. von der Zeit, in welcher die einzelnen Flüssigkeitstheilchen, welche die Welle ausmachen, einmal ihre Bahn durchlaufen; denn in derselben Zeit rückt die Welle genau um so viel, als ihre Breite beträgt, fort. S. § 114 und 115..

Diese Zeit, in welcher ein Theilchen seine Schwingungsbahn durchläuft, wird selbst durch die Höhe der Welle verkleinert, durch die Breite vergrössert, und hängt daher von beiden zugleich ab.

Es kann daher eine sehr breite Welle langsam fortrücken, wenn die einzelnen Flüssigkeitstheilchen viel Zeit brauchen, um ihre Bahn einmal zu durchlaufen, oder, mit anderen Worten, wenn die Welle viel Zeit braucht, um so viel fortzurücken, als ihre ansehnliche Breite beträgt. Es kann umgekehrt eine nicht sehr breite Welle schnell fortrücken, wenn die einzelnen Flüssigkeitstheilchen derselben ihre Bahn in sehr kurzer Zeit einmal durchlaufen, oder mit anderen Worten, wenn die Welle in sehr kurzer Zeit um so viel, als ihre nicht sehr ansehnliche Breite beträgt, weiter rückt. Doch sind diese beiden Grössen, die der Breite der Welle und der Geschwindigkeit, in welcher die einzelnen Flüssigkeitstheilchen ihre Bahnen durchlaufen, nur innerhalb gewisser Grenzen unabhängig von einander, d. h. eine Welle, deren Theilchen ihre Bahnen in einer bestimmten Zeit durchlaufen, kann zwar breiter oder schmäler sein, kann jedoch nur bis zu einem gewissen Punkte breit oder schmal sein.

Es ist schon oben § 113 gezeigt worden, dass sich auch alle diese Sätze umkehren lassen, z. B. nimmt eine Welle an Breite zu, und bleibt dennoch gleich geschwind, so werden von den kleinen Flüssigkeitstheilchen ihre Bahnen in desto längerer Zeit durchlaufen, je breiter die Welle wird, woraus man schliessen kann, dass die Kräfte, welche die einzelnen Flüssigkeitstheilchen in ihren Bahnen beschleunigen, in dem Verhältnisse kleiner werden, in welchem diese Kräfte dazu verwendet werden, die Welle breiter zu machen. Es ist schon früher auseinander gesetzt worden, dass diese Kraft, von der die Theilchen in ihren Bahnen beschleunigt werden, die Höhe der Flüssigkeitssäulen ist, aus denen eine Welle zusammengesetzt ist. S. § 114.

§ 143.

Es ist interessant, die Geschwindigkeit, welche die Wellen in unserer kleinen Wellenrinne hatten, mit der zu vergleichen, welche sie in der noch einmal so breiten und viel tieferen grossen Wellenrinne zeigten.

Tabelle XVIII.

Zur Vergleichung der Geschwindigkeit der Wellen, wenn sie durch 9 Zoll hohe, 5,7 Linien im Durchmesser haltende Wassersäulen erregt werden.

	Die kleine Wellenrinne wurde durchlaufen bei 6 Zoll Tiefe des Wasserstandes, und 6,7 Linien Breite in	Die grosse Wellenrinne wurde durchlaufen bei 23 Zoll Tiefe des Wasserstandes, und 13,4 Linien Breite in
Versuche	1 Sek. 28 Tert. 1 „ 22 „ 1 „ 24 „ 1 „ 25 „ 1 „ 22 „ 1 „ 28 „ 1 „ 25 „ 1 „ 29 „ 1 „ 22 „ 1 „ 20 „ 1 „ 26 „ 1 „ 21 „ 1 „ 23 „	1 Sek. 8 Tert. 1 „ 12 „ 1 „ 16 „ 1 „ 14 „ 1 „ 14 „ 1 „ 12 „ 1 „ 5 „
Mittel	1 Sek. 24 Tert.	1 Sek. 11 Tert.
Lauf in 1 Sek.	3 Fuss 9 Z. 11 L.	5 Fuss 3 Z. 7 L.

§ 144.

Wenn eine Welle zwischen parallelen Wänden fortschreitet, und daher weder an Länge zu- noch abnimmt, so vermindert sich dabei ihre Höhe, aber es vergrössert sich zugleich ihre Breite. Weil nun die Geschwindigkeit der Welle von beiden, von der Höhe und Breite zugleich abhängt, so bleibt sie fast unverändert, und die Welle wird daher nur um so viel langsamer, als die Reibung der Flüssigkeit an den Wänden des Gefässes, und der Widerstand der Luft ihre Geschwindigkeit vermindert.

Tabelle XIX.

Ueber die Verlangsamung der Wellen, wenn sie zwischen parallelen Wänden fortschreiten, bei 1 Zoll Tiefe, und wenn die Wellen durch das Niederfallen einer 6 Zoll hohen, 5,7 Linien dicken Wassersäule erregt werden.

Zahl der Durchgänge der Welle durch die 5 Fuss 4 Zoll 3 Lin. lange Wellenrinne	Versuche über die Zeit, welche die Welle brauchte, um die Durchgänge zu vollenden	Mittel	Die Welle verlangsamt sich, während sie 2 Durchgänge mehr macht, um
1 Durchgang	3 Sek. 8 Tert. 2 „ 55 „ 3 „ 10 „ 3 „ 10 „ 2 „ 54 „	3 Sek. 3 Tert.	
3 Durchgänge	9 Sek. 26 Tert. 9 „ 28 „ 9 „ 23 „ 9 „ 22 „	9 Sek. 25 Tert.	15 Tert.
5 Durchgänge	15 Sek. 54 Tert. 15 „ 48 „ 15 „ 43 „ 15 „ 40 „ 15 „ 51 „	15 Sek. 47 Tert.	7 Tert.

Dass die Wellen während ihres Fortgangs überhaupt an Höhe ab-, an Breite zunehmen, ist eine Bemerkung, die wir, so viel uns bekannt ist, zuerst gemacht haben. Von der Richtigkeit dieser Thatsache kann sich schon Jeder mit blossen Augen überzeugen, wenn er einen schweren Körper in ein ruhiges Wasser wirft. Interessant ist es aber, dass die Abnahme der Wellen an Höhe, während sie zwischen parallelen Wänden fortschreiten, immer geringer wird, je weiter die Welle schon vom Orte ihrer Entstehung fortgeschritten ist, umgekehrt aber desto beträchtlicher ist, je näher noch die Welle dem Orte ihre Entstehung. Unsere Versuche scheinen dafür zu stimmen, *dass die Welle um eine konstante Grösse an Höhe abnimmt, während sie sich um das Doppelte vom Orte ihrer Entstehung entfernt*, oder dass, während die Entfernungen der Welle vom Orte ihrer Entstehung so zunehmen, dass jede (bei der man die Höhe der Welle bestimmt) das Doppelte der vorhergehenden ist, die Höhe nur um eine konstante Grösse abnimmt. Wir haben, um dieses zu zeigen, die Abnahme der Höhe der Wellen nach jener Hypothese berechnet und sie mit den von uns durch Versuche gefundenen Zahlen verglichen.

Tabelle XX.

Ueber die Abnahme der Wellen an Höhe bei ihrem Fortgange, während das Wasser in der kleinen Wellenrinne 1 *Zoll tief, und die niedersinkende Wassersäule, die die Welle erregte,* 6 *Zoll hoch,* 5,7 *Linien dick war.*

Entfernung der Welle vom Orte d. Erregung	Höhe der Welle in Linien	Höhe der Welle nach der Hypothese	Differenz der Berechnung von der Beobachtung
6 Zoll	7,9 Lin.	7,7 Lin.	+ 0,2 Lin.
12 „	6,4 „	5,9 „	+ 0,5 „
24 „	3,9 „	4,1 „	— 0,2 „
48 „	2,1 „	2,3 „	— 0,2 „
96 „	1,0 „	0,5 „	+ 0,5 „

Tabelle XXI.

Ueber ähnliche Versuche, wenn die Wellen durch eine niederfallende Wassersäule von 4 *Zoll Höhe erregt wurden.*

Entfernung der Welle vom Orte d. Erregung	Höhe der Welle in Linien	Höhe der Welle nach der Hypothese	Differenz der Berechnung von der Beobachtung
6 Zoll	5,1 Lin.	5,17 Lin.	— 0,07 Lin.
12 „	3,9 „	3,8 „	+ 0,1 „
24 „	2,3 „	2,4 „	— 0,1 „
48 „	1,0 „	1 „	— 0 „

Tabelle XXII.

Ueber ähnliche Versuche, wenn die Wellen durch eine niederfallende Wassersäule von 12 Zoll Höhe erregt wurden.

Entfernung der Welle vom Orte d. Erregung	Höhe der Welle in Linien	Höhe der Welle nach der Hypothese	Differenz der Berechnung von der Beobachtung
6 Zoll	12,3 Lin.	12,15 Lin.	+ 0,15 Lin.
12 „	9,4 „	9,3 „	+ 0,1 „
24 „	6,3 „	6,4 „	— 0,1 „
48 „	3,8 „	3,6 „	+ 0,2 „

Wenn eine Welle während ihres Fortschreitens an Länge zunimmt, so vermindert sich zugleich ihre Geschwindigkeit und Höhe; wenn eine Welle während ihres Fortschreitens an Länge abnimmt, so vergrössert sich ihre Geschwindigkeit und Höhe.

Dieser Satz ist das Resultat von einer Reihe von Versuchen, welche über die Geschwindigkeit der Wellen in einem Gefässe angestellt wurden, dessen ebener hölzerner Boden einen Oktanten bildete, dessen Seitenwände aus zwei senkrecht auf dem Boden stehenden 2 Fuss 8 Zoll langen, 6 Zoll hohen Glastafeln bestanden, und durch ein ebenso hohes hölzernes Ringstück, das auf dem Bogenrande des Bodens senkrecht befestigt war, zusammengehalten wurden. Man sehe Fig. 32.

Dieses Gefäss wurde 3 Zoll tief mit Wasser gefüllt, in den Winkel desselben eine 5,7 Linien dicke Glasröhre so eingetaucht, dass ihre untere Oeffnung sich unmittelbar unter der Oberfläche des Wassers befand. In der Glasröhre wurde das Wasser 3 Zoll hoch durch Saugen gehoben, und, nachdem die Flüssigkeit des Gefässes vollkommen ruhig geworden, durch seine eigene Schwere sinken gelassen, zugleich aber die Zeit gemessen, welche die so erregte Welle brauchte, um vom Winkel bis zum Bogen und wieder zurück vom Bogen des Gefässes zum Winkel fortzuschreiten. Halbirt man nun die Zeit, welche die Welle nöthig hatte, um die Länge des Gefässes einmal vorwärts und zurück zu durchlaufen, so erhält man die Zeit, welche sie braucht, um vom Winkel des Gefässes bis zum Bogen desselben fortzurücken. Wir hatten nun ein gerades, den Glaswänden an Höhe und Länge gleiches Bret so einrichten lassen, dass wir den Oktanten durch Einsetzen des Bretes in die Mitte des Gefässes in zwei halbe Oktanten verwandeln konnten, oder dass wir auch im Viertel eines Oktanten die Geschwindigkeit der Wellen messen konnten, und so bemerkten wir, dass eine auf dieselbe Weise erregte Welle ein Gefäss, das einen Viertel-Oktanten darstellt, schneller durchläuft, als ein Gefäss, das einen halben Oktanten bildet; dieses aber wieder schneller, als ein Gefäss, welches einen ganzen Oktanten darstellt, folglich, dass eine Welle ein solches Gefäss überhaupt desto schneller durchläuft, je kleiner der Winkel, den beide Seitenwände bilden, ist, und je weniger also die Welle bei ihrem Fortschreiten an Länge zunehmen kann.

Folgende Tabelle enthält hierüber das Nähere.

Tabelle XXIII.

Ueber die zunehmende Geschwindigkeit der Wellen, wenn sie durch einen ganzen, einen halben und einen viertel Oktanten fortschreitet.

	In einem Gefässe, das 1 Oktanten bildet	In einem Gefässe, das $\frac{1}{2}$ Oktanten bildet	In einem Gefässe, das $\frac{1}{4}$ Oktanten bildet
Zeit, in welcher eine Welle vom Winkel des Gefässes bis zum Bogen, und vom Bogen wieder zurück bis zum Winkel fortschreitet	3 Sek. 4 Tert. 3 „ 2 „ 3 „ 2 „ 2 „ 59 „ 2 „ 58 „ 2 „ 56 „ 3 „ 2 „ 2 „ 56 „ 3 „ 4 „ 2 „ 58 „	2 Sek. 45 Tert. 2 „ 37 „ 2 „ 38 „ 2 „ 38 „ 2 „ 40 „ 2 „ 37 „ 2 „ 36 „	2 Sek. 34 Tert. 2 „ 33 „ 2 „ 32 „ 2 „ 30 „ 2 „ 33 „
Mittel	3 Sek. — Tert.	2 Sek. 39 Tert.	2 Sek. 32 Tert.
Die Hälfte dieses Mittels, welche die Zeit anzeigt, in der die Welle vom Winkel des Gefässes bis zum Bogen desselben lief	1 Sek. 30 Tert.	1 Sek. 19,5 Tert.	1 Sek. 16 Tert.

Da bei diesen Versuchen die Zunahme der Wellen an Länge verschieden ist, und sich so verhält wie die Grade der Bögen des Gefässes, in dem die Welle ihren Verlauf macht, und wir die Anzahl dieser Grade durch Einsetzung des Bretes in den verschiedenen Versuchen nach und nach haben geometrisch abnehmen lassen, so ist es gedenkbar, dass die Geschwindigkeit der Wellen in einer gleichen Reihe nur mit verändertem Exponenten zunehme, oder die Zeit, in welcher die Rinne durchlaufen wird, abnehme.

Eine solche Reihe, welche der durch Versuche gefundenen am nächsten käme, würde folgende sein.

Reihe, wie sie die Versuche gegeben haben	Abnehmende Reihe nach einem geometrischen Gesetze
90 Tertien	87,7 Tertien
79,5 „	80,5 „
76 „	74,1 „

Legt man diese Reihe zum Grunde, so würde in einem Kreisgefässe die Zeit, in welcher eine durch gleiche Kraft erregte Welle vom Mittelpunkte desselben bis zu dessen Peripherie läuft, 1 Sekunde 53,3 Tertien betragen, wenn es mit dem beschriebenen Gefässe einen gleichen Halbmesser hat. Keiner von denen, die sich mit den Wellen vor uns beschäftigt haben, hat, so viel uns bekannt ist, die Bemerkung gemacht, dass die Wellen, indem sie im Fortschreiten an Länge zunehmen, verhältnissmässig dabei langsamer werden.

§ 145.

Die langsamsten Wellen, die man erregen kann, sind die im Quecksilber, das sich in einer Rinne befindet, deren Boden eine *schiefe Ebene* ist. Zwei Breter *AB* und *CD*, Fig. 33, sind mit einander unter einem Winkel von 90° verbunden, und bilden eine 4 Fuss lange Rinne, die an beiden Enden durch die zwei dreieckigen Bretstücken *E* und *F* geschlossen wird. Durch zwei Schrauben *G*, *G* kann die horizontal gestellte Rinne in eine Lage gebracht werden, wo der Boden *CD* mehr oder weniger gegen den Horizont geneigt, die Wand *AB* mehr oder weniger senkrecht ist. In die Rinne wird Quecksilber in bestimmter Menge gegossen, an ihrem einen Ende, auf ähnliche Weise als in der Wellenrinne, eine Glasröhre eingesetzt, mittelst derselben eine Quecksilbersäule in die Höhe gehoben, und durch deren plötzliches Sinken eine Welle erregt.

Diese Welle schreitet von dem einen Ende der Rinne nach dem entgegengesetzten fort, von da zurückgeworfen wieder zu dem ersteren Ende zurück, und wiederholt so ihren Weg mehrmals. Die Wellen schreiten hierbei desto langsamer fort, je spitzer der Winkel ist, den der Boden der Rinne *CD* mit dem Horizonte macht. Ist dieser Winkel 7° 30′, so ist die Langsamkeit der grossen Wellen so ausserordentlich, dass man die Entstehung, den Fortgang und die Gestalt der Wellen ganz bequem beobachten kann. Die Oberfläche des Quecksilbers, wo sie die schiefe Ebene *CD* berührt, ist nämlich ungleich, indem das Quecksilber da, wo das Wellenthal sich befindet, einen geringeren Theil des Bretes *CD* bedeckt, als wo der Wellenberg ist. Diese Aus- und Einbeugungen des Randes des Quecksilbers rücken nun auf dem Brete *CD* fort, und stellen die Wellen sehr deutlich dar. Jeder *Ausbeugung* der Grenze der Quecksilberoberfläche an der schiefen Ebene *CD* entspricht ein quer über dem Quecksilber vom Brete *CD* nach dem Brete *AB* herübergehender Wellenberg. Jeder *Einbeugung* der Grenze der Quecksilberoberfläche an der schiefen Ebene entspricht ein von *CD* quer nach *AB* herübergehendes Wellenthal. Es entstehen daher, wenn Wellen auf diese Weise erregt werden, quere Wellen, welche, weil sie auf der einen Seite durch die schiefe Ebene begrenzt werden, daselbst eine grosse Ausbeugung bilden. Theils aus diesem Grunde, theils weil sie so äusserst langsam fortrücken, können sie sehr bequem beobachtet werden.

Man sollte erwarten, dass der Theil dieser queren Wellen, welcher die schiefe Ebene *CD* berührt, viel langsamer fortschreiten müsse, als der Theil, welcher sich in der Mitte des Quecksilbers, oder an der Wand *AB* befindet, weil nämlich die Seichtigkeit des Quecksilbers gegen die schiefe Ebene *CD* hin so sehr zunimmt, die Geschwindigkeit der Wellen aber durch Seichtigkeit sehr vermindert wird, und weil auch die Reibung des Quecksilbers an der schiefen Ebene *CD* die Schnelligkeit der Wellen verringern könnte. Allein die Erfahrung lehrt das Gegentheil. *Alle Abschnitte dieser queren Wellen schreiten gleich schnell fort.*

Zu dieser wichtigen Thatsache kommt eine zweite sehr bemerkenswerthe: *Ganz kleine Wellen, welche so niedrig sind, dass sie an der Grenze der Oberfläche des Quecksilbers an der schiefen Ebene CD keine sehr merklichen Aus- und Einbeugungen veranlassen, haben eine viel grössere Geschwindigkeit, als grössere Wellen*, was allen unseren übrigen Beobachtungen zu widersprechen scheint. Denn wir haben § 141 gesehen, dass die Wellen mit desto grösserer Geschwindigkeit fortschreiten, je grösser sie sind. Der Widerspruch, in dem diese beiden Wahrnehmungen mit unseren übrigen Beobachtungen zu stehen scheinen, löst sich aber, wenn man bedenkt, dass die Flüssigkeitstheilchen in Flüssigkeiten, die einen horizontalen Boden bedecken, während der Wellenbewegung sich in Schwingungsbahnen bewegen, die auf der Erde und auf dem Boden senkrechte sind, dass dagegen die Quecksilbertheilchen, welche die schiefe Ebene *CD* berühren, bei grossen Wellen in Schwingungsbahnen sich bewegen, die der schiefen Ebene *CD* parallel, und folglich nicht senkrecht auf der Erde sind. Alle übrigen Quecksilbertheilchen, die zu der queren Welle gehören, werden aber desto mehr in schief liegenden Schwingungsbahnen sich bewegen, je näher sie der schiefen Ebene *D* liegen, desto weniger dagegen, je näher sie dem senkrechten Brete *AB* sind. Darin, dass die Flüssigkeitstheilchen in Schwingungsbahnen bewegt werden, die auf der Oberfläche der Erde schräg sind, scheint nun eben der Grund der ausserordentlichen Langsamkeit dieser Wellen zu suchen zu sein. Die Druckkraft der Welle bewirkt zum Theil ein Ausweichen des Quecksilbers an der schiefen Ebene hinauf, und wie ein von einer schiefen Ebene unterstützter Körper langsamer fällt, als ein frei fallender, so bewegen sich auch die Quecksilbertheilchen langsamer, je mehr ihre Bahnen schräg liegen. So wie nun ein von einer schiefen Ebene unterstützter Körper desto geschwinder fällt, je mehr die schiefe Ebene senkrecht wird, ebenso nimmt die Geschwindigkeit der Wellen in dem gegebenen Falle zu, je mehr die schiefe

Ebene CD senkrecht wird. Da wir nun aber nicht viele Rinnen, deren Boden mehr oder weniger schief lag, hatten machen lassen, so mussten wir uns begnügen, den Boden CD durch die Schrauben G, G mehr oder weniger schief zu stellen, wobei aber natürlich auch die Wand AB ihre senkrechte Lage desto mehr verlieren, und eine schräge erhalten musste, eine je steilere Lage dem Boden CD gegeben wurde, so dass beide Wände bei einem Winkel von 45° gleich geneigt waren. Die auf diese Weise über die Geschwindigkeit der Wellen von uns angestellten Versuche sind in folgender Tabelle enthalten:

Tabelle XXIV.

Ueber die Geschwindigkeit der Wellen auf der schiefen Ebene bei einer Neigung der schiefen Ebene CD von 45°, 30°, 15°, 7° 30′, *erregt durch eine* 5,7 *Linien im Durchmesser haltende,* 1 *Zoll hohe Quecksilbersäule.*

Neigung der Ebene CD	Versuche	Mittel	Weg in 1 Sek.
45°	4 Sek. 15 Tert. 4 „ 24 „ 4 „ 18 „ 4 „ 24 „ 4 „ 24 „	4 Sek. 21 Tert.	11 Zoll
30°	4 Sek. 44 Tert. 4 „ 44 „ 4 „ 40 „ 4 „ 40 „	4 Sek. 42 Tert.	10 Zoll 2 Lin.
15°	5 Sek. 34 Tert. 5 „ 36 „ 5 „ 26 „ 5 „ 36 „	5 Sek. 31 Tert.	8 Zoll 8 Lin.
7° 30′	6 Sek. 46 Tert. 6 „ 34 „ 6 „ 46 „ 6 „ 34 „ 6 „ 48 „	6 Sek. 42 Tert.	7 Zoll 2 Lin.

Während also die Neigung des Bretes von 30° bis 15° abnahm, nahm die Geschwindigkeit der Wellen während einer Sekunde um 1 Zoll 6 Linien ab, um gleich viel während die Neigung des Bretes von 15° bis 7° 30′ abnahm. Verhältnissmässig eben so gross war die Abnahme der Geschwindigkeit, als die Neigung des Bretes von 45° bis auf 30° vermindert wurde. *Es vermindert sich daher die Geschwindigkeit in arithmetischer Progression, während der Winkel in geometrischer kleiner wird.*

Was die Gestalt der Wellen auf der schiefen Ebene anlangt, so ist hier, wenn grosse Wellen erregt werden, das Vordertheil immer viel steiler als das Hintertheil. Zugleich ist es aber treppenförmig abgestuft, so dass die Stufen desto enger werden, je weiter von dem Gipfel entfernt die Stufen sich befinden.

§ 146.

Ob die Unvollkommenheit des Flüssigseins der Flüssigkeiten, ihre Klebrigkeit, die Beimengung fester Stoffe etc. die Wellen unmittelbar langsamer mache, und in welchem Grade, ist schwer auszumitteln. Diese Umstände vermehren auch die Adhäsion der Flüssigkeiten an den Wänden des Gefässes, in dem sie eingeschlossen sind. Rübsenöl, mit dem wir hierüber Versuche machen wollten, war zu wenig flüssig, und seine Wellen konnten deswegen nicht weit genug mit den Augen verfolgt werden, um deren Geschwindigkeit mit der Tertienuhr zu messen. Wir überlassen Anderen hierüber Versuche zu machen, und schlagen zu diesem Zwecke Zuckerwasser vor.

Abschnitt VII.

Ueber die Veränderung der Gestalt der Wellen bei ihrer ungehinderten und gehinderten Bewegung.

§ 147.

Die Wellen verändern, wenn sie sich während ihres Fortschreitens ganz allein überlassen sind, ihre Gestalt hinsichtlich ihrer Höhe, ihrer Breite und Länge. Hierbei vergrössert sich im gewöhnlichen Falle die Breite und Länge der Wellen auf Kosten ihrer Höhe; zuweilen indessen kann sich auch die Höhe der Wellen durch die gleichzeitige Verminderung ihrer Länge vergrössern. Eine Welle also, welche an Länge während ihrer Bewegung zunimmt (wie eine Cirkelwelle, die durch einen in ruhiges Wasser gefallenen Körper erregt worden ist, und immer in einen desto grösseren Kreis ausgedehnt wird, je länger sie fortschreitet), und zugleich breiter wird, nimmt dabei unseren Versuchen nach ausserordentlich an Höhe ab, so dass sie, wenn sie nicht durch mehrere ihr vorausgehende Wellen unterstützt wird, sehr bald so flach, d. h. so breit und niedrig wird, dass sie dem Auge vollkommen verschwindet.

Umgekehrt aber wird eine Welle, die, während sie sich bewegt, an Länge immer mehr abnimmt, zugleich beträchtlich höher, z. B. eine Welle, die dadurch erregt wird, dass man ein mit Flüssigkeit gefülltes rundes Gefäss erschüttert, indem man dadurch bewirkt, dass von dem kreisförmigen Rande eine kreisförmige Welle ausgeht, welche von allen Punkten des Randes nach dem Mittelpunkte des Gefässes zu fortschreitet, und bei dieser Bewegung in einen immer kleineren Kreis sich verwandelt, bis sie zuletzt im Mittelpunkte des Gefässes selbst in einem einzigen Punkte sich vereinigt.

Die Höhe, Breite und Länge der Welle stehen folglich in einer sehr auffallenden und nothwendigen Wechselwirkung. Man kann sich von dieser Wechselwirkung durch Erfahrung nur dadurch eine Kenntniss verschaffen, dass man die Welle hindert, sich während ihres Fortschreitens der Länge nach zu vergrössern oder zu verkleinern, so dass man also, wenn man ihre Länge unveränderlich gemacht hat, nun die Veränderung der Höhe und Breite der Welle kennen zu lernen sucht, die bei der Bewegung derselben, unabhängig von dem Einflusse, den sonst die zunehmende oder abnehmende Länge auf die Welle äussert, Statt findet.

Das Mittel hierzu ist das schon oft erwähnte, Fig. 12 abgebildete Instrument, welchem wir den Namen Wellenrinne gegeben haben. (S. S. 78.)

Durch die zwei senkrechten Wände dieses Instruments wird nämlich eine Welle, die man an dem einen Ende der Rinne durch das Niedersinken einer grossen Flüssigkeitssäule erregt, verhindert, sich weiter ihrer Länge nach auszubreiten, und zugleich durch die Seitenwände der Wellenrinne so vollkommen unterstützt, dass diese Hemmung dem Fortgange der Welle keinen beträchtlichen Eintrag thut. Die Welle muss demnach durch die Rinne fortschreiten, und dabei immer dieselbe Länge behalten. Man kann dabei den senkrechten Durchschnitt der Welle durch die durchsichtigen Glaswände der Rinne sehen, was sonst auf keine Weise erreicht werden kann.

Um indessen noch genauere Kenntniss von der Veränderung der Höhe der Welle während ihres Fortschreitens als durch das Augenmaass zu erhalten, bedienten wir uns mattgeschliffener langer und rechtwinkelig geschnittener Glasstreifen. Da nämlich das Wasser an diesen Glasstreifen haftet, ohne merklich an ihnen durch Kapillarität in die Höhe zu steigen, so kann man sie senkrecht bis auf den Boden der Rinne eintauchen und herausziehen, und dann an der Grenze ihrer trockenen und nassen Flächen sehen, wie hoch die Flüssigkeit in der Rinne über dem Boden stehe. Bezeichnet man nun diese Grenze durch einen Strich, und stellt einen solchen Glasstreifen vorsichtig so in die Rinne senkrecht hinein, dass die beiden Flächen desselben den beiden Glaswänden der Rinne parallel und von beiden gleich weit entfernt sind, so verursacht derselbe kein merkliches Hinderniss für den Fortgang einer erregten Welle. Zieht man nun den Glasstreifen, nachdem die Welle an ihm vorübergegangen ist, vorsichtig und senkrecht heraus, so bemerkt man, dass er noch *über* jenem Striche, der die Höhe des Niveau der Flüssigkeit anzeigte, befeuchtet ist, und so zeigt die scharfe Grenze zwischen der feuchten und trockenen Fläche an, wie weit die vorbeigehende Welle an dem Glasstreifen heraufgereicht habe, und der Zwischenraum zwischen der Linie des Niveau und dieser Grenze bezeichnet die Höhe der erregten Welle über dem Niveau der Flüssigkeit in der Rinne.

Man muss aber, wenn man in einer engen Rinne Versuche macht, sehr darauf Rücksicht nehmen, dass das Wasser an den Glaswänden höher als in der Mitte der Rinne steht, und daher entweder den Glasstreifen nur in der Mitte der Rinne senkrecht hereinstellen und herausziehen, oder ihn jedes Mal so hereinstellen, dass seine eine Fläche dicht an der Glaswand der Rinne anliegt, und die zweite Fläche, an der man die Höhe der Welle misst, von der Glaswand der Rinne abgewendet ist. Die letztere Methode, die uns die sicherste schien, ist von uns angewendet worden.

Sehr schade ist es aber, dass wir kein Mittel haben finden können, auch die Breite der Welle während ihres Fortgangs auf eine ebenso genaue Weise zu messen, die wir daher nur mittelbar zu bestimmen im Stande gewesen sind. S. § 119 Tabelle 7 und § 167 Tabelle 28.

Das Resultat unserer Untersuchungen über die Veränderung der Höhe und Breite der Welle, wenn sie fortschreitet, ohne dabei an Länge zu- oder abzunehmen, ist folgendes:

Eine unter diesen Umständen fortschreitende Welle nimmt im Fortschreiten an Breite zu, und an Höhe ab, und behält dabei ihre Geschwindigkeit fast unverändert.

Da die Geschwindigkeit der Welle sich hierbei nur sehr wenig vermindert, so kann man schliessen, dass die Abnahme der Welle an Höhe nur ihrem kleinsten Theile nach eine Wirkung der Reibung der Welle an den Glaswänden und an der Luft sei.

Die unter diesen Umständen Statt findende Abnahme der Höhe der Welle hat nämlich ihren vorzüglichsten Grund

1. in der zunehmenden Breite der Welle selbst,
2. in der Erregung einer neuen Welle hinter der Welle, durch ihren eigenen, nach rückwärts fortwirkenden Druck.

Die bewegende Kraft des Wellenberges (denn von diesem wollen wir hier zuerst reden) liegt nämlich in der Hälfte desselben, welche im Sinken begriffen ist, und dabei durch die Schwerkraft beschleunigt wird, d. h. in der hinteren Hälfte desselben. Diese ist es, welche die Theilchen an der vorderen Hälfte zu steigen nöthigt, und im Steigen beschleunigt. Werden nun an der vorderen Hälfte immer mehr Flüssigkeitstheilchen gehoben als hinten sinken, d. h. nimmt die Welle an Breite zu, so können diese vielen Theilchen nicht mit der Geschwindigkeit gehoben und im Steigen beschleunigt werden, als wenn ihre Menge die der hinteren sinkenden Theilchen nicht überträfe. Sie werden folglich nicht so hoch, und mit keiner so grossen Geschwindigkeit steigen, und folglich muss die Welle, die an Breite zunimmt, an Höhe und an geschwinder Bewegung ihrer einzelnen Theilchen verlieren.

Aus unseren Versuchen geht hervor, dass die Abnahme der Welle an Höhe während ihres Fortgangs für einen gleich grossen Raum keineswegs dieselbe bleibt, sondern dass sie anfangs viel beträchtlicher ist, und nach und nach, wenn die Welle weiter fortgeschritten ist, immer geringer wird. Für die von uns angestellten Versuche scheint die Hypothese sich zu bewähren, dass die Welle, während sie Räume durchläuft, die in einer geometrischen Reihe wachsen, immer nur um eine konstante Grösse an Höhe abnimmt, d. h. dass, wenn die Welle nach ihrer Entstehung, während sie um 2 Fuss fortrückte, um 1 Linie an Höhe abnahm, sie nun, wenn sie um 4 Fuss fortgerückt ist, wieder um 1 Linie niedriger geworden ist, und wenn sie dann um 8 Fuss fortgeschritten ist, nochmals um 1 Linie an Höhe vermindert worden ist, u. s. w. Man sehe hierüber § 144 die 20. bis 22. Tabelle nach, in welchen unsere Versuche zusammengestellt und mit den Zahlen, die jener Hypothese gemäss angenommen worden sind, verglichen worden sind.

Da nur die Höhe und Breite eines Wellenberges, nicht seine Länge etwas zur Vermehrung der Geschwindigkeit, mit der er fortschreitet, unmittelbar beitragen kann, so muss, wenn ein Wellenberg so fortschreitet, dass er dabei an Länge zunimmt, seine Geschwindigkeit im Gegentheile beträchtlich vermindert werden; denn die zu bewegende Masse wird in jedem Augenblicke grösser, und die bewegende Kraft bleibt dieselbe. In beiden Fällen, sowohl wenn ein Wellenberg an Länge, als auch wenn er an Breite zunimmt, werden nämlich mehr Theilchen am Vordertheile desselben zum Steigen gebracht, als am Hintertheile sinken, und deswegen muss der Wellenberg während seines Fortschreitens in beiden Fällen immer niedriger werden. Allein wenn ein Wellenberg in eben dem Verhältnisse niedriger wird, als er an Breite zunimmt, so behält er seine vorige Geschwindigkeit bei, weil sie durch die Zunahme des Wellenberges an Breite eben so vermehrt, als durch die Abnahme desselben an Höhe vermindert wird. Nimmt dagegen ein Wellenberg an Höhe eben so sehr ab, als er an Länge zunimmt, so verliert er durch die Abnahme an Höhe etwas von seiner Geschwindigkeit, ohne durch die Zunahme an Länge etwas an Geschwindigkeit zu gewinnen.

Unsere Erfahrungen hierüber, welche wir oben Seite 140—142 mitgetheilt haben, setzen diese Behauptung ausser allen Zweifel. Eine Welle durchlief die Länge eines Gefässes, das die Gestalt eines Oktanten (dessen Halbmesser 2 Fuss 8 Zoll betrug) hatte, in 1 Sekunde 30 Tertien, eine eben so grosse Welle durchlief den halbirten Oktanten in 1 Sekunde 19,5 Tertien, eine dritte eben so grosse Welle durchlief den Viertel-Oktanten in 1 Sek. 16 Tert.

§ 148.

Hieraus erhellt, dass sich die Bewegung der Wellen tropfbarer Flüssigkeiten durch mehrere wesentliche Punkte von der Bewegung der Wellen elastischer Flüssigkeiten, der Schallwellen und Lichtwellen, unterscheidet, mit der sie sonst grosse Aehnlichkeit hat. Bei den Schallwellen der Luft und den Lichtwellen kann man nämlich weder von einer Höhe noch von einer Breite sprechen, eben so wenig, als man von der Höhe und Breite der Wand sprechen kann, die eine Seifenblase bildet, denn die Schall- und Lichtwellen sind, wenn man sie sich im Ganzen vorstellt, als hohle Kugelformen zu betrachten, die sich mit ungeheurer Geschwindigkeit ausdehnen. Wenn nun die Dicke bei den Schall- und Lichtwellen vereinigt das ist, was bei den Wellen der tropfbaren Flüssigkeiten Höhe und Breite sind, so ist es schon der Analogie nach wahrscheinlich, dass sie während ihres Fortgangs nicht dicker werden können. Denn das Breiterwerden der Wasserwellen geschieht auf Kosten ihrer Höhe. Es ist vielmehr von allen Mathematikern und Physikern anerkannt, und theoretisch und durch Erfahrung bewiesen, dass die Schall- und Lichtwellen bei ihrer Bewegung nicht an Dicke zu- oder abnehmen, ausser wenn sie in Medien von verschiedener Dichtigkeit übergehen.

Ebenso gewiss ist es, dass die Geschwindigkeit der Schall- und Lichtwellen gar nicht von der Grösse der Wellen selbst, sondern nur von dem elastischen Medio abhängt, durch welches hindurch sich die Wellen fortpflanzen, statt die Geschwindigkeit der Wellen der tropfbaren Flüssigkeiten umgekehrt grösstentheils von der Höhe und Breite der Welle abhängt, und von der Dichtigkeit der Flüssigkeit, in der die Welle sich bewegt, fast unabhängig ist. (S. § 137.)

Daher rührt es denn auch, dass die Wellen elastischer Flüssigkeiten, so lange sie durch dasselbe Medium fortschreiten, dieselbe Geschwindigkeit behalten, statt die Wellen tropfbarer Flüssigkeiten während des Fortschreitens meistens langsamer, und in einigen seltenen Fällen geschwinder werden, fast nie aber dieselbe Geschwindigkeit behalten.

Daher rührt es endlich, dass die Wellen elastischer Flüssigkeiten in allen ihren Abschnitten sich immer gleich schnell fortbewegen, statt die Wellen tropfbarer Flüssigkeiten, die zuweilen in ihren verschiedenen Abschnitten ungleich hoch und breit sind, in diesen verschiedenen Abschnitten einer und derselben Welle eine ungleiche Geschwindigkeit haben.

Alle diese Verschiedenheiten sind davon abzuleiten, dass die Schall- und Lichtwellen nach drei Dimensionen, die Wellen tropfbarer Flüssigkeiten nur nach zwei Dimensionen fortschreiten, und dass den tropfbaren Flüssigkeiten die grosse Kompressibilität mangelt, die man bei den elastischen Flüssigkeiten beobachtet.

§ 149.

Ueber das Fortschreiten der Wellen, mit vorzüglicher Rücksicht auf die Veränderungen, welche die Wellenlinie der Länge[1]) *dabei erfährt.*

Alle Wellen, welche man in der Mitte der Oberfläche einer Flüssigkeit erregt, und welche demnach in keiner Richtung am Fortschreiten gehindert werden, erhalten, ihrer Länge nach betrachtet, eine solche Gestalt, dass ihre Wellenlinie der Länge eine in sich selbst zurücklaufende, einen Raum einschliessende Linie darstellt, und dass demnach die ganze Welle einem Walle ähnlich ist, der einen Theil der Oberfläche der Flüssigkeit ringsum einschliesst, und *so* nach allen Richtungen der horizontalen Ebene der Flüssigkeit fortschreitet, dass sich dabei nicht nur seine Länge, sondern auch zugleich der von ihm umschlossene Raum vergrössert oder verkleinert.

Man mag sich eines Hülfsmittels zur Erregung von Wellen bedienen, welches man immer wolle, so kann man doch auf einer freien Oberfläche nur Wellen erregen, deren Abschnitte nach allen Richtungen dieser horizontalen Ebene fortgehen, d. h. man kann nie Wellen erregen, die die Gestalt eines Walles hätten, der nicht in sich selbst zurückliefe. Man tauche eine Holz- oder Metallplatte in die Mitte der Oberfläche eines mit Quecksilber gefüllten Gefässes, und es geht eine Welle aus, die die ganze Platte ringsum einschliesst, und deren verschiedene Abtheilungen sich nach allen Richtungen der horizontalen Ebene der Flüssigkeit ausdehnen. An scharfen Kanten, oder wenn der eingetauchte Körper sehr wenig Flüssigkeit aus dem Wege treibt, werden diese Wellen gleich so niedrig und flach, dass sie dem Auge leicht entgehen. Diese Bemerkung, dass jede auf einer freien Oberfläche fortschreitende Welle immer nur eine geschlossene, nie eine nach irgend einer Seite offene Figur bilden könne, ist um so wichtiger, da dieses Gesetz auch durch die mannigfaltigste Zurückwerfung der einmal entstandenen Wellen nicht abgeändert wird, woher es denn kommt, dass die mehrmals zurückgeworfenen Wellen sehr mannigfaltig verschlungene Figuren darstellen.

§ 150.

In Beziehung auf den Raum, den die Wellen einschliessen, eben so wohl als in Beziehung auf die Länge der Wellen selbst, können, wie

---

[1]) Wellenlinie der Länge ist die Linie, welche die nebeneinander liegenden Punkte der Oberfläche einer Welle verbindet, welche in einer und derselben horizontalen Ebene sich befinden.

schon bei anderer Gelegenheit bemerkt worden ist, die Wellen auf eine doppelte Weise fortschreiten, entweder a) so, dass der von ihnen eingeschlossene Raum der Oberfläche der Flüssigkeit durch ihr Fortschreiten *vergrössert* wird, und sie selbst zugleich an Länge zunehmen, oder, wiewohl in selteneren Fällen, b) so, dass der von ihnen eingeschlossene Raum der Oberfläche der Flüssigkeit durch ihr Fortschreiten *verkleinert* wird, und sie selbst dabei an Länge abnehmen.

Beispiele der ersten Art giebt das Hereinfallen eines Körpers in ruhiges Wasser. Ein Beispiel der zweiten Art geben die Wellen, die, wenn man ein mit Flüssigkeit gefülltes rundes Gefäss erschüttert, vom Rande nach dem Mittelpunkte des Gefässes zu laufen.

§ 151.

Die Frage, wohin und wie weit alle Punkte einer Wellenform nach Verlauf einer gewissen Zeit fortschreiten, und in welcher Verbindung sie sich alsdann befinden müssen, oder, mit anderen Worten, wie sich die ganze, einen Raum einschliessende Figur einer jeden Welle nach Verlauf einer gewissen Zeit durch Erweiterung oder Verengerung in eine andere Figur verwandeln werde, soll hier nur in so weit beantwortet werden, als es uns möglich ist, auf dem Wege des Versuchs diese Veränderung der Wellen zu bestimmen.

Für die Wellen, welche eine vollkommene kreisförmige Gestalt haben, deren Wellenlinien der Breite[1]) sich an allen Stellen der Welle gleich sind, findet bei der Fortbewegung durch eine überall gleich tiefe Flüssigkeit keine andere Veränderung ihrer Wellenlinie der Länge Statt, als eine, welche alle Punkte einer jeden Wellenlinie der Länge in gleichem Grade in ihrer Stellung verändert, so dass alle Wellenlinien der Länge, so weit auch die Welle fortschreitet, stets Kreise bleiben.

Will man daher in diesem Fall die gegenseitige Lage der Punkte, die eine Wellenlinie der Länge bilden, für einen gewissen Zeitpunkt ihres Fortschreitens bestimmen, so kann man sich folgender aus der Erfahrung abgezogenen Regel bedienen.

Wenn sich eine kreisförmige Welle, deren Wellenlinien der Breite in allen Abschnitten der Welle gleich sind, durch eine völlig ruhige, gleich tiefe und gleichartige Flüssigkeit ungehindert fortbewegt, so schreiten alle zu einer jeden Wellenlinie der Länge gehörenden Punkte in einem jeden Zeitraume in der Richtung ihrer Normalen gleich weit und in gegenseitigem Zusammenhange fort.

---

[1]) Die Wellenlinie der Breite ist eine an der Oberfläche einer Welle so gezogene Linie, dass sie sich mit allen Wellenlinien der Länge unter rechten Winkeln schneidet, d. h. mit allen Linien, deren jede die in einer horizontalen Ebene an der Oberfläche der Welle nebeneinander liegenden Punkte unter einander verbindet. S. 151 in der Note.

Die Normale eines jeden zu einer Wellenlinie der Länge gehörenden Punktes ist aber bei einer kreisförmigen Welle immer ein Radius und dessen Verlängerung.

Man sieht daher sehr leicht ein, dass, wenn sich alle Punkte einer Wellenlinie der Länge entweder in der Richtung der auf sie geführten Radien dem Mittelpunkte der Kreiswelle in gleichem Grade nähern, oder in der Richtung der verlängerten Radien von jenem Mittelpunkte in gleichem Grade entfernen, in jedem Falle die kreisförmige Gestalt der Kreiswelle vollkommen erhalten werden müsse.

Aber die ganze Welle verändert dem ungeachtet bei ihrem Fortschreiten ihre Höhe und Breite, und rückt auch selbst nicht in gleichen Zeiten gleich weit fort.

Man bemerkt, wenn man davon absieht, dass die ganze kreisförmige Welle nicht in gleichen Zeiten gleich weit fortschreitet, sondern nur ihre Kreisgestalt berücksichtigt, dass ganz dieselben Konstruktionen für die Kreiswellen tropfbarer Flüssigkeiten, als für die Licht- und Schallwellen gelten.

§ 152.

Allein nur zur Bestimmung der Bewegung der kreisförmigen Wellen ist jene Regel vollkommen richtig, denn nur bei diesen dehnen sich alle Abschnitte der Welle in gleichem Grade aus, oder ziehen sich in gleichem Grade zusammen, und nehmen demnach in gleichem Grade an Geschwindigkeit zu oder ab.

§ 153.

Fig. 34 *abc* sei die Durchschnittsfläche eines Körpers, welcher in Quecksilber senkrecht eingetaucht worden ist. Es kommen hier mit dem Quecksilber die beiden langen geraden Seitenflächen, und die beiden Enden, welche durch zwei Kreisbögen, deren Mittelpunkte in *b* und *c* liegen, gleichzeitig in Berührung. Sogleich geht von dem Körper eine Welle, die genau die Gestalt des Randes des Körpers hat, aus. Schritte nun jeder Punkt der Linie *xpdefgh* in der Richtung seiner Normale gleich weit fort, so würde die Welle nach Verlauf eines Zeittheiles in *wqrstuv* ankommen, und die Gestalt der hier verzeichneten Linie haben, so dass *qwq* und *uvu* Kreisbögen aus *c* und *b*, *qu* aber Parallelen von *pg* wären. Da sich nun aber, wenn die Welle so fortschritte, die kleinen Theile der Welle *px* und *gh* in die grossen Theile *wq* und *uv* ausdehnen müssten, während die Theile *de* und *ef* sich, ohne sich auszudehnen, in *rs* und *st* verwandelten, so würden die Theile *px* und *gh* während ihres ganzen Weges sehr an Höhe abnehmen, die Theile *de* und *ef* aber ihre vorige Höhe fast ganz behalten. Denn die Wellenstücke px und gh nähmen, während sie nach wq und uv gingen, sehr an Länge zu, de und ef aber behielten, während sie nach rs und st gingen, ihre vorige Länge bei. Die Zunahme an Länge vermindert aber die Höhe, und dadurch die Geschwindigkeit der Wellenstücke. S. S. 141. Folglich würde hiermit auch die Geschwindigkeit von px und gh sehr abnehmen, statt die Geschwindigkeit von de und ef fast unvermindert bliebe. Da nun aber ungleich hohe Abschnitte einer und derselben Welle neben einander nicht bestehen können, sondern sich in Gleichgewicht zu setzen suchen, so müssen auch die, diesen erniedrigten Abschnitten px und gh benachbarten höheren Theile der Welle an Höhe und Geschwindigkeit verlieren, und zwar desto weniger, je weiter sie von px und gh entfernt sind.

§ 154.

Das Gesetz, in welchem Grade die Höhe und Geschwindigkeit der niedrigsten Abschnitte abnehmen, und wieviel sie dagegen durch Seitenmittheilung wieder an Geschwindigkeit und Höhe ersetzt erhalten, ist vor der Hand noch nicht aufgefunden; aber die Erfahrung lehrt, dass die Welle, statt nach dem Verlaufe eines gewissen Zeitraums die Lage $wqrstuv$ anzunehmen, vielmehr ungefähr die Gestalt $ilmno$ erhalte, so dass sich die geraden Wellenstücke pg während ihres Fortschreitens gekrümmt haben, weil alle Punkte derselben in dem Grade mehr an Höhe und Geschwindigkeit verloren haben, je näher sie pq und gu gewesen sind.

Verfolgt man diese Untersuchung weiter, so kommt man auf den durch die Erfahrung vollkommen bestätigten Satz, *dass, welche von dem Kreise abweichende Gestalt eine Welle bei ihrem Entstehen haben mag, sie doch, wenn sie ungehindert fortschreitet, der Kreisgestalt immer ähnlicher wird, je weiter sie sich fortbewegt.*

§ 155.

Indessen ist der Fehler, den man begeht, wenn man auf die theilweise Verminderung der Höhe und Geschwindigkeit der einzelnen Wellenstücke nicht Rücksicht nimmt, wenn man die Wellen nicht sehr weit verfolgt, nicht so gross, dass die Resultate sehr von denen, die man durch Versuche über die Bewegung der Wellen erhält, abwichen.

Wir werden vielmehr in der Folge unsere Konstruktionen mittheilen, die wir, ohne eine Berichtigung in jener Hinsicht zu machen, ausgeführt haben, und durch die grosse Uebereinstimmung derselben mit der Erfahrung den Beweis liefern, dass jene Berichtigung nur bei sehr feinen Untersuchungen nothwendig wird.

§ 156.

Wir stellten folgende Versuche in einem vierseitigen hölzernen Gefässe mit ebenem Boden und senkrechten, 16 Zoll langen Seitenwänden an, nachdem wir in dasselbe so viel Quecksilber, dass der Boden vollkommen bedeckt wurde, und dasselbe reichlich zwei Linien hoch stand, gethan hatten.

Taucht man in das Quecksilber einen gleichseitigen Kubus, Fig. 35 *abcd* ein, so erhebt sich das aus dem Wege gedrängte Quecksilber an den Seiten des Kubus, und bildet eine wie *abcd* gestaltete Welle. Die Punkte der vier mit den Seiten des Kubus parallelen Wellenstücke schreiten in der Richtung ihrer Normalen von *ad* nach *ef*, von *ab* nach *gh*, von *bc* nach *ik*, von *dc* nach *ml* fort, sind aber sogleich anfangs durch Bogenstücke verbunden, welche desto grösser werden, je weiter die Welle fortschreitet, und deren Mittelpunkte an den Ecken des Kubus *abcd* zu liegen scheinen; denn wie sich ein Tropfen in eine vollkommene Kreiswelle ausbreitet, so dehnt sich der von den Ecken des Kubus ausgehende Theil der Welle in einen Quadranten aus. Blieben alle diese Wellenstücke bei diesem Fortschreiten gleich hoch, so würden die vier geraden Wellenstücke *ef*, *gh*, *ik*, *lm* immer ganz gerade bleiben, die vier Quadranten *fg*, *hi*, *kl*, *me* immer vollkommen Quadranten sein. Allein aus den soeben entwickelten Ursachen krümmen sich *ef*, *gh*, *ik*, *lm* etwas, und die Quadranten weichen von der Kreisform etwas weniger ab, weil die Theile dieser Welle ungleich schnell fortschreiten, die Mitte der geraden Wellenstücke *ef*, *gh*, *ik*, *lm* nämlich am schnellsten, die Mitte der Quadranten am langsamsten fortgeht.

§ 157.

Erschüttert man das grosse gleichseitige viereckige Gefäss selbst, in welchem wir unsere Versuche anzustellen pflegten, z. B. durch einen Schlag auf den Tisch, auf dem es steht, Fig. 36, so gehen von allen Punkten des inneren an das Quecksilber grenzenden Randes *abcd* vier geradlinige, mit den Seiten des Gefässes parallele, und ihnen an Länge entsprechende Wellenstücke *ef*, *gh*, *ik* und *lm* in einer auf die vier Seiten des Gefässes perpendikularen Richtung nach innen aus. Die an dem Rande des Gefässes liegenden Enden dieser vier Wellenstücke erscheinen durch vier viel schwächere Kreisbögen *gi*, *lh*, *mf* und *ke* verbunden, deren Mittelpunkte in den vier Ecken des Gefässes zu liegen scheinen, von welchen sie ausgegangen sind. Je weiter die vier Wellenstücke vorwärts gehen, desto grösser werden auch die vier Bogenstücke, welche mit ihnen unter unendlich spitzen Winkeln zusammenstossen. So erhielt z. B. die Welle in einem zweiten Zeitraume die Gestalt Fig. 37

efmlhgik. Das § 151 angegebene Gesetz bedarf bei diesem Versuche weit weniger einer Berichtigung, als in dem vorher behandelten Falle, weil nämlich die geraden Stücke, da sie durch unendlich spitze Winkel mit den Bogenstücken verbunden sind, und die Verbindungsstelle durch den Rand des Gefässes unterstützt wird, den viel schneller an Höhe abnehmenden Bogenstücken wenig Flüssigkeit abtreten können, daher selbst sehr hoch und gerade bleiben, während die Bogenstücke ausserordentlich schnell an Höhe abnehmen und dem Auge sehr schnell verschwinden, aber ihre kreisförmige Gestalt behalten. Da aber die Bogenstücke, vorzüglich in der Mitte derselben, etwas langsamer fortschreiten, als die geraden Wellenstücke, so lösen sie sich immer mehr und mehr von jenen los, bleiben aber durch den Rand immer mit ihnen in Verbindung.

Ueber die Durchkreuzung der Wellen.

§ 158.

Die auffallende Erscheinung, dass die verschiedensten Wellen sich in den mannigfaltigsten Richtungen durchkreuzen können, ohne dass eine die andere in der Fortsetzung ihres Weges stört, hat von jeher die Aufmerksamkeit der Physiker auf sich gezogen. Man hat daher den Versuch, wo man dadurch, dass man zwei Körper in einiger Entfernung von einander in Wasser fallen lässt, zwei Systeme von Cirkelwellen erregt, die durch einander gehen, ohne sich zu hindern, als ein Versinnlichungsmittel angewendet, um anschaulich zu machen, wie auch die Schallwellen diese Eigenschaft besitzen. Eine genaue Erörterung dieser Erscheinung ist daher in jeder Beziehung wichtig.

Hier sind zwei Fälle zu unterscheiden. Es können nämlich entweder a) mehrere oder alle Abschnitte einer und derselben Welle, oder b) mehrere oder alle Abschnitte zweier verschiedener Wellen sich durchkreuzen, oder durch einander durchgehen. Der erstere Fall findet Statt, wenn man z. B. ein mit Quecksilber gefülltes rundes Gefäss durch einen Schlag auf den Tisch, auf dem es steht, erschüttert. Es gehen vom kreisförmigen Rande des Gefässes Kreiswellen aus, die gegen den Mittelpunkt desselben laufen, und daselbst in einem Punkte zusammentreffen, von wo sich die Wellen aber von Neuem in gegen den Rand des Gefässes fortschreitende Kreiswellen verwandeln.

In unserer, Fig. 12 abgebildeten Wellenrinne kann man den zweiten Fall herbeiführen, wo sich zwei Wellen, die von entgegengesetzten Seiten herkommen, gleichzeitig in allen ihren Theilen durchkreuzen, wenn man an beiden Enden der Rinne gleichzeitig zwei gleich grosse Wellen erregt, die sich dann in der Mitte der Rinne begegnen, wobei man durch die durchsichtigen Glaswände der Rinne zugleich die Aenderung der Gestalt und der inneren Bewegung wahrnehmen kann. Dieses Instrument macht es uns möglich, über folgende drei Fragen einige Auskunft zu geben:

1. Wie verändert sich die Gestalt zweier Wellen, während sie in einander fallen.
2. Wie verändern sich während der Durchkreuzung zweier Wellen die Bahnen, in welchen die einzelnen Flüssigkeitstheilchen schwingen.
3. Aendert sich nach der Durchkreuzung der Wellen ihre Geschwindigkeit, oder findet bei der Durchkreuzung selbst ein Zeitverlust Statt?

§ 159.

Wie verändert sich die Gestalt zweier Wellen, während sie sich durchkreuzen, und wie verhält sich namentlich die Höhe der Wellen während ihrer Vereinigung zu der Höhe der beiden einzelnen Wellen vor ihrer Durchkreuzung.

In Fig. 38 stelle *ab* einen Theil des Bodens unserer kleinen Wellenrinne dar, *cd* sei das Niveau des 2 Zoll tief stehenden Quecksilbers. Wenn nun an beiden Enden der Rinne durch das Niedersinken einer gleich grossen Quecksilbersäule zwei Wellen erregt wurden, und es wurde in die Mitte der Wellenrinne, den Seitenwänden derselben parallel, eine mit Mehlstaub bestäubte Schiefertafel eingesetzt, auf der das Niveau der Flüssigkeit *cd* durch einen geraden Strich bezeichnet war, so wischten die an der Tafel vorübergehenden Quecksilberwellen, bis zu der Höhe von 5 Linien über dem Striche des Niveaus, d. h. so weit als ihr Gipfel an der Schiefertafel heraufreichte, den Mehlstaub weg, so dass der Strich, wo der Mehlstaub abgewischt war, nach oben von der geraden Linie *ef* begrenzt wurde. Ueber dieser geraden Linie der durch die einzelnen Wellen abgewischten Tafel war nun aber noch die Stelle *ghi* bemerklich, wo die beiden vorausgehenden Wellenberge durch einander durchgegangen waren, und es hatte sich also die vereinigte Welle über die Spitze der einzelnen Wellen ein Stück erhoben. Es fand sich nämlich an dem Orte *ghi* auch der Mehlstaub mit scharfer in die Höhe gebogener Grenze abgewischt. Wir haben hier diese Figur mit denselben Linien und in derselben Grösse gegeben, wie sie sich selbst abgebildet hat.

Denselben Versuch, jedoch so, dass das Quecksilber in der Rinne nur 1 Zoll tief stand, und auch eine weniger hohe Quecksilbersäule die Welle durch ihr Niedersinken erregte, stellt Fig. 39 dar.

Wenn aber sehr hohe Quecksilbersäulen, die nicht ganz gleich gross sind, die Wellen bei einer so geringen Tiefe von 1 Zoll erregen, so entstehen bei der Durchkreuzung dieser Wellen äusserst steile Berge von unregelmässiger Gestalt, deren zwei Abhänge nicht gleiche Neigungen haben. Fig. 40, Fig. 41, Fig. 42 und Fig. 43 sind vier solche Wellen, die sich selbst auf die beschriebene Weise bei ihrer Durchkreuzung abgebildet haben.

§ 160.

Um das Verhältniss der Höhe der einzelnen Wellen zur Höhe der Wellen in ihrer Vereinigung zu finden, muss man sich zweier Röhren bedienen, die gleiche Durchmesser haben, und die Versuche sehr oft wiederholen, und aus ihnen das Mittel ziehen, so wie es in folgender Tabelle geschehen ist.

Tabelle XXV.

Ueber die Höhen zweier Wellen, welche in der 2 Zoll P. M. mit Wasser angefüllten Wellenrinne an beiden Enden durch zwei niedersinkende Wassersäulen von 6 Zoll Höhe, 5,7 Linien Dicke erregt wurden, vor und während ihrer Durchkreuzung.

Höhe des einen Wellenberges 18 Zoll vor dem Durchkreuzungspunkte durch einen eingesetzten, mattgeschliffenen Glasstreifen gemessen	Höhe beider einzelnen Wellenberge ganz in der Nähe der Kreuzungsstelle an der eingesetzten, mattgeschliffenen Glastafel gemessen	Höhe der vereinigten Wellenberge an derselben mattgeschliffenen Glastafel gemessen
	3 Lin.	5,1 Lin.
	2,9 „	4,3 „
3 Lin.	2,9 „	5,0 „
	2,6 „	4,8 „
3,1 „	2,4 „	4,9 „
3,1 „	2,3 „	4,3 „
2,9 „	2,8 „	4,4 „
	3,1 „	4,7 „
3,2 „	2,7 „	4,8 „
	2,9 „	4,8 „
2,7 „	2,1 „	5,0 „
	2,1 „	4,8 „
Mittel 3 Lin.	Mittel 2,65 Lin.	Mittel 4,74 Lin.

Aus dieser Tabelle folgt, dass die Höhe der einzelnen zwei Wellen sich zur Höhe derselben in ihrer Vereinigung ungefähr wie 26 zu 47 verhalte, oder dass, wenn die Höhe jeder einfachen Wellen 1,00 gesetzt wird, die Höhe der vereinigten Wellen 1,79 ist, und dass folglich beide Wellen in ihrer Vereinigung nicht ganz noch einmal so hoch sind, als jede Welle einzeln war.

So wie zwei sich durchkreuzende Wellenberge im Augenblicke ihres Ineinanderfallens einen einzigen viel steileren und höheren Berg darstellen, eben so vereinigen sich zwei sich durchkreuzende Wellenthäler im Augenblicke ihres Ineinanderfallens zu einem einzigen viel tieferen und jäheren Thale. Wir theilen hierüber an diesem Orte keine Erfahrungen mit, weil sich dieselbe Erscheinung noch deutlicher bei der Zurückwerfung der Wellen beobachten lässt.

§ 161.

Ausserdem lässt sich mit Augen wahrnehmen, dass der grosse steile Berg, in welchen sich die beiden in entgegengesetzter Richtung sich begegnenden Wellenberge verwandeln, augenblicklich wieder in zwei Wellenberge theilt, die nach den beiden Enden der Wellenrinne fortschreiten, indem sie sich immer mehr von einander entfernen. Diese Theilung geschieht dadurch, dass der grosse, steile Wellenberg von dem obersten Punkte seines Gipfels an successiv niedersinkt, auf jeder Seite seinen Fuss zum Steigen bringt. Indem der Gipfel im Niedersinken beschleunigt wird, erreicht er eine Geschwindigkeit, die ihn nicht blos bis zum Niveau, sondern tief unter das Niveau heruntertreibt. Wenigstens bemerkt man, dass sogleich an der Stelle, an welcher der hohe steile Berg war, ein Thal entsteht, das sich auch in zwei Thäler theilt, die den zwei Bergen nach den beiden entgegengesetzten Richtungen nachlaufen. Kurz man bemerkt, dass zwei Wellenberge, und hinter ihnen zwei Wellenthäler von dem Punkte der Durchkreuzung nach den Enden der Rinne sich bewegen, und kommt auf den ersten Anblick in Zweifel, ob die zwei Wellenberge und zwei Wellenthäler an einander wie zwei elastische Kugeln, die sich in entgegengesetzter Richtung begegnen, abgeprallt seien, und nun nach derselben Richtung zurückkehren, von der sie hergekommen sind, oder ob die zwei Wellenberge und zwei Wellenthäler durch einander, ohne sich zu stören, durchgegangen sind, und dann ihre vorige Richtung verfolgt haben. Die Flüssigkeit selbst, aus welcher die Wellen bei ihrer Begegnung bestehen, geht nicht durch einander durch, so wie überhaupt die Flüssigkeit, aus der eine Welle besteht, niemals sich in der Richtung bewegt, in der die Welle fortgeht, zu deren Bildung sie beitrug. Nur die *Formen* der Wellen gehen durch einander durch. Es ist daher ganz gleichgültig, ob man diesen Vorgang als ein Abprallen der Wellen von einander, oder als ein Durcheinandergehen der Wellenformen ansieht.

So viel ist gewiss, dass die Wellenberge und Wellenthäler nach dem Aufeinanderstossen der Wellen in der Lage zu einander sind, als ob die Wellen durch einander gegangen wären, ohne sich zu stören und ohne die vorige Richtung abzuändern. Denn waren die Wellen, ehe sie sich trafen, so beschaffen, dass der Wellenberg voraus ging und das Wellenthal nachfolgte, so hat auch die Welle, die nach dem Aufeinanderstossen der Wellen in derselben Richtung fortgeht, diese Gestalt. Waren dagegen die Wellen, bevor sie sich trafen, so beschaffen, dass das Thal den vorausgehenden Theil derselben bildete, und der Berg nachfolgte, so haben auch die Wellen, welche nach dem Aufeinanderstossen in derselben Richtung fortschreiten, dieselbe Einrichtung. War der eine der zusammentreffenden Wellenberge höher, so verhalten sich die zwei Wellenberge, in die sich der aus beiden vereinigte trennt, so, als ob der höhere und der tiefere Wellenberg seinen Weg ungestört fortgesetzt hätte und durch den anderen hindurchgegangen wäre. Gerade so, wie wenn zwei gleich grosse elastische Kugeln in entgegengesetzter Richtung mit ungleicher Geschwindigkeit zusammenstossen, beide ihre Kräfte umtauschen, so dass in derselben Richtung, in welcher sich vor dem Zusammenstossen eine von beiden geschwinder bewegte, auch nach dem Zusammenstossen die geschwindere Bewegung Statt findet, und daher, wenn man von dem Stoff der Kugeln absieht, auch gesagt werden könnte, dass die Kugeln ihrer Geschwindigkeit nach durch einander durchgingen. Ob nun hierbei ein Abprallen der Wellen von einander, oder ein Durcheinandergehen derselben ohne sich zu stören Statt finde, darüber muss uns die Beobachtung der Bewegung der einzelnen Flüssigkeitstheilchen im Innern an der Stelle, wo zwei Wellen auf einander treffen, Aufklärung verschaffen.

§ 162.

Wie verändert sich während der vollkommenen Durchkreuzung zweier Wellen die Gestalt der Bahnen, in denen sich die einzelnen Theilchen der Flüssigkeit bewegen, die die beiden sich durchkreuzenden Wellen bildet.

Unsere kleinere Wellenrinne wurde 2 Zoll P. M. tief mit Wasser angefüllt. An beiden Enden derselben wurde dicht an den Bretern, welche die Rinne an ihren Enden schliessen, eine 5,7 Linien im lichten Durchmesser messende Röhre mit ihrer Mündung dicht unter das Niveau senkrecht eingetaucht, das Wasser hierauf 6 Zoll hoch in die Höhe gehoben, und, wenn die Flüssigkeit in der Rinne vollkommen zu Ruhe gekommen war, gleichzeitig in beiden Röhren fallen gelassen. Die so erregten Wellen trafen in der Mitte der Rinne in entgegengesetzter Richtung auf einander. Hierauf wurde mit einem einfachen Mikroskope die Bewegung der kleinen, im Wasser schwebenden Theilchen, die gleiches specifisches Gewicht als das Wasser hatten, beobachtet. Es ergab sich, dass, wenn man an der Stelle beobachtete, über der senkrecht der Gipfel der grossen steilen Welle lag, die durch die Vereinigung der zwei sich kreuzenden Wellen entstand, die Theilchen sich senkrecht aufwärts, und in derselben geraden Linie wieder abwärts bewegten. (Man sehe Fig. 44*a*.) Beobachtete man dagegen, indem man sich Zoll für Zoll von dieser Stelle entfernte, an den Orten, über welchen senkrecht, während der Vereinigung der zwei sich durchkreuzenden Wellen, die Seitentheile und der Fuss der grossen, steilen, vereinigten Welle lagen, so sah man bei *bcdefg*, dass die Theilchen gleichfalls eine einer geraden Linie sich nähernde Bahn nach aufwärts, und wieder zurück nach abwärts durchliefen, dass aber die Lage dieser geradlinigen Bahnen desto mehr von der senkrechten abwich, und also eine desto schiefere war (indem das untere Ende dieser Bahnen dem Fusse, das obere dem Gipfel der vereinigten Welle näher lag), je entfernter vom Gipfel und je näher am Fusse der vereinigten Welle die Beobachtung angestellt wurde.

An keiner dieser Stellen durchliefen also die kleinen Flüssigkeitstheilchen ihre gewöhnlichen kreisförmigen oder elliptischen Bahnen. Diese Bahnen, welche in beiden Wellen eine entgegengesetzte Richtung gehabt hatten, beschränkten sich vielmehr gegenseitig hinsichtlich ihrer horizontalen Richtung, und zwar so, das da, wo wie bei *a* sich gleich hohe Abschnitte beider Wellen bei der Durchkreuzung trafen, oder mit anderen Worten, wo der Einfluss der beiden in entgegengesetzter Richtung heranrückenden Wellen auf die Flüssigkeitstheilchen gleich gross war, die horizontale Bewegung völlig aufgehoben wurde, und nur eine senkrechte Bewegung übrig blieb, dagegen aber, wo wie bei *gf*, *de* und *bc* sich ungleich hohe Wellenstücke trafen, nur ein Theil der horizontalen Bewegung nach der Richtung, in der das höhere Wellenstück fortschreiten wollte, mit der senkrechten Bewegung verbunden blieb.

Wenn aber die beiden sich treffenden Wellen die horizontale Bewegung ihrer einzelnen Flüssigkeitstheilchen gegenseitig beschränken, so verstärken sie umgekehrt die senkrechte Bewegung derselben, die sichtbar viel grösser wird, als sie an den Flüssigkeitstheilchen der einzelnen Wellen wahrgenommen wird. Die Wellen werden dadurch äusserst schmal und hoch, oder steil. Die Flüssigkeitstheilchen beider Wellen gehen daher weder in entgegengesetzter Richtung durch einander durch (wobei sie ihre horizontale Bewegung beibehalten würden), noch prallen sie von einander ab (wobei die Flüssigkeitstheilchen eine horizontale Bewegung in entgegengesetzter Richtung erhalten müssten), sondern die horizontale Bewegung der Flüssigkeitstheilchen beider Wellen erzeugt ein Ausweichen der Flüssigkeit in der einzigen Richtung, in der noch ein Ausweichen möglich ist, in der senkrechten, und verstärkt dadurch die senkrechte Bewegung der Flüssigkeitstheilchen ungemein. Wenn die vereinigten Wellenberge zu der Höhe, und die vereinigten Wellenthäler zu der Tiefe gestiegen sind, die sie erreichen können, tritt in den Bergen nach einer augenblicklichen Ruhe ein Sinken, in den Thälern ein Steigen ein.

Wir würden die Winkel, welche die senkrecht gewordenen Bahnen der einzelnen Flüssigkeitstheilchen mit dem Niveau der Flüssigkeit machen, an verschiedenen Stellen gemessen haben, wenn es sich bewirken liesse, dass sich die beiden erregten Wellen immer genau an einer bestimmten Stelle träfen, was sich aber nicht in dem Grade erreichen liess, als es zu solchen Messungen nothwendig gewesen wäre.

§ 163.

Hier muss nun noch auf eine Erscheinung aufmerksam gemacht werden, die davon abzuhängen scheint, dass durch die angewendete Methode niemals blos zwei Wellen, sondern vier bis fünf Wellen erregt werden, die sich alle nach und nach in jener Gegend der Wellenrinne durchkreuzen. Man sieht nämlich, dass jedes Flüssigkeitstheilchen sich nicht blos einmal nach aufwärts, und wieder zurück nach abwärts bewegt, sondern dass es diese Bahn, die aber immer kleiner wird, wiederholt drei bis vier Mal zurücklegt. Die Theilchen, die unter dem Gipfel der grossen vereinigten Welle liegen, behalten auch bei allen diesen wiederholten Bewegungen die senkrechte Richtung bei, und durchlaufen die kleiner werdenden Bahnen in immer kürzerer Zeit. Die Flüssigkeitstheilchen dagegen, die unter den Seitentheilen, oder unter dem Fusse der grossen vereinigten Welle sich befinden, wiederholen ihren Lauf in solchen Bahnen, die in dem Grade mehr geneigt werden, je kleiner sie sind.

§ 164.

Aendert sich nach der Durchkreuzung der Wellen ihre Geschwindigkeit, und findet während der Durchkreuzung selbst ein Zeitverlust Statt?

Unsere Versuche lehren, dass, wenn die Wellen unter den so eben angegebenen Umständen erregt wurden, allerdings ein kleiner Zeitverlust in Folge der Durchkreuzung Statt fand.

Wir maassen die Zeit, in welcher eine Welle, die durch eine 6 Zoll hohe, 5,7 Linien dicke cylindrische niedersinkende Wassersäule erregt wird, unsere kleinere Wellenrinne bei 2 Zoll Tiefe des darin befindlichen Wassers durchläuft, und verglichen damit die Zeit, welche eine genau ebenso erregte Welle braucht, wenn sie sich unterwegs mit einer gleich grossen Welle durchkreuzt hat.

§ 165.

Folgende Tabelle enthält hierüber die Resultate unserer Versuche.

Tabelle XXVI.

Ueber den Zeitverlust, wenn sich zwei durch das Niedersinken einer 6 Zoll hohen, 5,7 Linien dicken Säule in 2 Zoll tiefer Flüssigkeit an den beiden Enden unserer kleinen Wellenrinne erregte Wellen in der Mitte derselben durchkreuzen.

	Eine einzelne, sich nicht mit einer zweiten durchkreuzende Welle durchlief den 5 Fuss 4 Zoll 3 Lin. langen Raum der Wellenrinne in einer Zeit von	Eine gleich grosse Welle durchlief denselben Raum, wenn sie sich unterwegs mit einer gleich grossen Welle durchkreuzte, in einer Zeit von
Beobachtungen	2 Sek. 20 Tert.	2 Sek. 24 Tert.
	2 „ 18 „	2 „ 18 „
	2 „ 22 „	2 „ 22 „
	2 „ 16 „	2 „ 28 „
	2 „ 14 „	2 „ 28 „
	2 „ 14 „	2 „ 26 „
	2 „ 16 „	2 „ 24 „
	2 „ 14 „	2 „ 24 „
	2 „ 17 „	2 „ 22 „
	2 „ 18 „	
Mittel	2 Sek. 17 Tert.	2 Sek. 24 Tert.

Die Wellen, die sich unterwegs mit einer gleich grossen Welle durchkreuzten, brauchten folglich 7 Tertien mehr Zeit, um die ganze Länge der Wellenrinne zu durchlaufen, als die gleich grossen Wellen, welche, ohne sich mit anderen zu kreuzen, diesen Weg zurücklegten.

Glaubte man, dass dieser Zeitverlust nicht von einem Aufenthalte der Welle während ihrer Durchkreuzung herrühre, sondern von einer Veränderung der Welle selbst, welche nun nach ihrer Durchkreuzung mit einer geringeren Geschwindigkeit vorwärts schritte, so würde man annehmen müssen, dass eine solche Welle, welche sich durchkreuzt habe, in 1 Sekunde nur einen Raum von 25 Zoll 6,5 Linien zurücklege, während eine gleichgrosse Welle, die sich nicht durchkreuzt habe, in derselben Zeit 28 Zoll 1,7 Linien vorwärts schreite. Allein diese ganze Ansicht ist unerwiesen und unwahrscheinlich.

Man sieht vielmehr bei genauer Ueberlegung ein, dass während der Durchkreuzung selbst ein Zeitverlust Statt finden müsse, und dass vielleicht die ganze Verlangsamung der Welle von diesem augenblicklichen Zeitverluste hergeleitet werden könne, ohne dass die Geschwindigkeit der Wellen, mit der sie nach ihrer Durchkreuzung fortschreiten, geringer werde.

Wenn man nämlich bedenkt, dass irgend ein Theil jeder Welle, während sich ihre Flüssigkeitstheilchen in kreisförmigen oder elliptischen Bahnen bewegen, und die Welle ungestört fortrückt, immer in einer beschleunigten Bewegung bleibt, dass dagegen die Theilchen während der Durchkreuzung der Welle in einer mehr oder weniger senkrechten Richtung sich auf und ab zu bewegen genöthigt sind, und dass es hier, während alle Flüssigkeitstheilchen eines Wellenberges in die Höhe steigen, und theils ihre horizontale Bewegung verlieren, theils in ihrer senkrechten Bewegung von der Schwere retardirt werden, einen Zeitpunkt geben müsse, wo die horizontale und senkrechte Bewegung der ganzen Welle Null ist, und dass sie folglich von diesem Zeitmomente an von der Ruhe ab durch Sinken von Neuem in eine beschleunigte Bewegung gerathen müssen, so scheint hieraus zu folgen, dass bei einer Durchkreuzung zweier gleich grossen Wellen so viel Zeit verloren gehe, als der Verlust der beschleunigten Bewegung während der Vereinigung der Wellen herbeiführt, dass aber die Flüssigkeit der Welle nach ihrer Durchkreuzung ihre vorige beschleunigte Bewegung, und folglich auch ihre vorige Geschwindigkeit mit Abzug dessen, was die Reibung an den Wänden der Rinne davon hinwegnimmt, wieder erhalte.

Der Zeitverlust von 7 Tertien würde aber auch keineswegs von einer einmaligen Durchkreuzung, sondern von der mehrmals wiederholten Durchkreuzung abzuleiten sein, die die Welle bei ihrem Durchgange durch die Wellenrinne erfährt. Denn es werden durch die angewendete Methode mehrere Wellen hinter einander erregt, nicht eine einzige, und mit allen diesen Wellen kreuzt sich die erste vorangehende Welle, ehe sie das entgegengesetzte Ende der Wellenrinne erreicht. Der Zeitverlust, der bei einer einzigen Durchkreuzung zweier gleich grossen Wellen Statt fände, würde daher durch Versuche nicht wohl ausgemittelt werden können.

Hiermit sind aber noch nicht alle bei der Durchkreuzung Statt findende Erscheinungen erörtert. Es gehen nämlich während der Durchkreuzung auch der Wellenberg und ein Wellenthal durch einander durch, wobei die merkwürdige Erscheinung der Interferenz entsteht. Wir verweisen hinsichtlich der Auseinandersetzung des ganzen Vorgangs des Durcheinandergehens der Wellen auf die folgenden Paragraphen, die über die Zurückwerfung der Wellen handeln, welche auf ähnlichen Ursachen als die Durchkreuzung beruht.

§ 166.

Ueber die Zurückwerfung der Wellen.

Der einfachste Fall der Zurückwerfung der Wellen, der sich daher vorzüglich eignet, die die Zurückwerfung begleitenden Erscheinungen zu erforschen, ist der, den wir in unserer Wellenrinne herbeiführen, wenn wir an dem einen Ende der Wellenrinne eine Welle durch das Niedersinken einer Flüssigkeitssäule von bestimmter Grösse erregen, welche eine nicht grössere Länge hat, als der Querdurchmesser der Wellenrinne beträgt, und deren Länge sich auch während des Fortgangs der Welle nicht verändert. Diese Welle stösst, wenn sie an dem anderen Ende der Rinne ankommt, vertikal auf die Ebene des senkrechten Bretes, das die Wellenrinne daselbst schliesst.

Die ankommende Welle besteht aus zwei Theilen, aus einem vorausgehenden Wellenberge und einem nachfolgenden Wellenthale. Sie wird nun so zurückgeworfen, dass sie in der entgegengesetzten Richtung nach dem Ende der Wellenrinne zurückkehrt, von dem sie ausgegangen war.

Diese Zurückwerfung unterscheidet sich aber von der Zurückwerfung einer elastischen Kugel, die von einer Ebene zurückprallt, dadurch auffallend, dass die beiden Theile der Welle, der Wellenberg und das Wellenthal, in ihrer Lage umgekehrt werden, statt die beiden Hälften einer abprallenden elastischen Kugel in der Lage bleiben, in der sie waren, ehe die Kugel anprallte.

Wenn die Welle abc, Fig. 45, in der Richtung des Pfeiles 1 nach der brechenden Ebene fg auf dem Niveau de fortschreitet, so liegt ihr Wellenberg ab der brechenden Ebene dg näher, als ihr Wellenthal bc. Ist die Welle aber zurückgeworfen, so hat sie die Gestalt $a'b'c'$ angenommen, und schreitet in der Richtung des Pfeiles 2 fort. Aber das Wellenthal und der Wellenberg haben ihre Lage verkehrt, denn der Wellenberg $a'b'$ liegt nun von der brechenden Ebene entfernter, als das Wellenthal $c'b'$.

Prallt dagegen die bei b, Fig. 46, mit einem schwarzen Flecke bezeichnete Kugel ab in der Richtung des Pfeiles e ohne sich zu drehen an der Ebene cd an, und zwar so, dass der Fleck b von dieser Ebene entfernter liegt, als der Punkt a, so kehrt sie auch in der Richtung f davon zurück, aber der Fleck b' liegt noch immer entfernter von der Ebene cb, und die Hälften der Kugel haben sich beim Abprallen nicht verkehrt.

Folglich geht der Wellenberg und das Wellenthal, die zusammen eine Welle ausmachen, während der Zurückwerfung der Welle, durch einander durch.

Wir wollen hier zuerst eine Darstellung geben, wie sie hervorgeht, wenn man den Fortgang der Welle konstruirt, und auf das Zusammenfallen der Wellenberge und Wellenthäler Rücksicht nimmt. Fig. 47 gf sei die Oberfläche der Flüssigkeit, ik die zurückwerfende Ebene z. B. am einen Ende unserer Wellenrinne, $abcde$ eine in der Richtung des Pfeils gegen die zurückwerfende Ebene senkrecht anlaufende Welle, deren Wellenberg cde vorausgeht, deren Wellenthal abc nachfolgt. No. 1 bis No. 5 machen die Verwandlungen der Gestalt anschaulich, welche der Wellenberg und das Wellenthal bei der Zurückwerfung während fünf gleicher Zeiträume erfahren, wenn jeder Zeitraum so gross ist, dass der Wellenberg oder das Wellenthal darin um so viel, als seine halbe Breite beträgt, fortschreiten. Im zweiten Zeitraume (2) ist der Wellenberg *cde* an die zurückwerfende Ebene angeprallt. Die vordere und hintere Hälfte dieses Wellenberges sind dadurch zusammengefallen, und der Wellenberg dadurch halb so breit, aber fast noch einmal so hoch geworden, das Wellenthal ist um seine halbe Breite, ohne seine Gestalt zu verändern, fortgeschritten. Im dritten Zeitraume (3) rückt der Wellenberg wieder um seine halbe Breite in der umgekehrten Richtung nach *g* zu fort, und erhält dadurch die geringere Höhe und grössere Breite, die er im ersten Zeitraume hatte, wieder; da nun aber unterdessen auch das Wellenthal bis *f* fortgegangen ist, so fallen der Wellenberg *cde* und das Wellenthal *abc* in umgekehrter Richtung fortschreitend an einem Orte zusammen, so dass sie sich gegenseitig durch Interferenz auf einen Augenblick vernichten, und die Oberfläche der Flüssigkeit für einen Moment eben wird, weil der durch das Wellenthal durchgehende Wellenberg das Wellenthal gerade ausfüllt. Aus diesem Grunde sind hier der Wellenberg und das Wellenthal nur punktirt dargestellt worden. Im vierten Zeitraume (4) ist der Wellenberg *cde* in der Richtung nach *g*, das Wellenthal *abc* in der Richtung nach *f* zu fortgeschritten, und Wellenberg und Wellenthal hat sich daher wieder getrennt. Das Wellenthal ist aber zugleich an *ik* angeprallt, und die vordere Hälfte mit der hinteren Hälfte in eins zusammengefallen, und daher das Thal halb so breit und fast noch einmal so tief geworden. Im fünften Zeitraume ist die Abprallung vollendet worden. Das Thal hat seine ursprüngliche Gestalt wieder, und läuft dem Berge in der Richtung nach *g* nach.

Ganz so ist auch der Hergang, wenn das Wellenthal der vorausgehende Theil einer Welle ist, und man braucht die gegebenen Figuren nur verkehrt anzusehen, um sie zur Erläuterung dieses Hergangs zu benutzen.

Die gegebene Darstellung bestätigt sich auf das Vollkommenste durch die Anschauung und durch besonders für diesen Zweck angestellte Versuche. Man bemerkt schon mit blossen Augen, dass ein Wellenberg, indem er an der zurückwerfenden Ebene zurückprallt, viel höher und viel schmäler wird, als er zuvor war, dass umgekehrt ein Wellenthal unter den nämlichen Umständen viel schmäler und tiefer wird. Besondere Messungen mit dem Federcirkel, oder auch mit einem senkrecht in die Wellenrinne am Ende eingesetzten mattgeschliffenen Glasstreifen erhoben diese Thatsache über allen Zweifel. Wir erregten gleich hohe Wellen durch das Niedersinken gleich hoher und dicker Wassersäulen an dem einen Ende unserer Wellenrinne, und maassen am anderen in einiger Entfernung von der zurückwerfenden Ebene die Höhe der erregten Wellenberge und die Tiefe der Wellenthäler kurz vor ihrer Anprallung, indem wir die eine Spitze des Cirkels an eine Linie der Glaswand der Wellenrinne, welche dem Niveau der Flüssigkeit entsprach, ansetzten, den anderen Schenkel, bei gleichförmig wiederholten Versuchen aber so lange weiter oder enger stellten, bis die Entfernung der Cirkelspitzen von einander der Höhe des Wellenberges über dem Niveau, oder der Tiefe des Wellenthales unter dem Niveau genau entsprach. Ebenso verfuhren wir bei der Messung der Höhe des Wellenberges oder der Tiefe des Wellenthales während der Anprallung in der Nähe der zurückwerfenden Ebene. Folgendes sind die Resultate, die wir hierdurch erhielten:

Tabelle XXVII.

Ueber den Unterschied der Höhe eines Wellenberges vor und während seiner Zurückwerfung, so wie auch über den Unterschied der Tiefe eines Wellenthales vor und während seiner Zurückwerfung.

Höhe des Wellenberges, der dadurch erregt wurde, dass eine 8 Zoll hohe 5,7 Linien dicke Wassersäule an dem einen Ende der kleinen Wellenrinne bei 2 Zoll Tiefe niedersank, während die Röhre 1 Linie tief eingetaucht war		Tiefe des Wellenthales das durch in die Höhe heben einer eben so hohen Wassersäule in einer Glasröhre von gleichem Durchmesser erregt wurde, während die Röhre 1 Zoll tief eingetaucht war	
Vor der Zurückwerfung	Während der Zurückwerfung	Vor der Zurückwerfung	Während der Zurückwerfung
2,83 Lin.	4,7 Lin.	1,43 Lin.	2,5 Lin.

Man sieht aus diesen Versuchen, dass ein Wellenberg während seines Anprallens fast noch einmal so hoch werde, als er vor dem Anprallen war, und dass dasselbe von der Tiefe des Wellenthales gelte, die in dem Augenblicke, wo das Wellenthal an der zurückwerfenden Ebene anprallt, fast noch einmal so gross wird, als sie vorher war, während das Thal sich noch in einer Entfernung von 12 Zoll von der zurückwerfenden Ebene befand. Man vergleiche hiermit die Versuche, welche über die Erhöhung der Wellenberge während ihres Durcheinandergehens von uns § 160, Tabelle XXV mitgetheilt worden sind, und man wird sich überzeugen, dass es derselbe Vorgang unter etwas veränderten Umständen ist. Dort verhielt sich die Höhe des Wellenberges vor der Zurückwerfung zu der während der Zurückwerfung wie 2,65 : 4,74. Die Resultate liegen einander sehr nahe, die Methoden der Beobachtung sind aber verschieden, denn in § 160 wurde die Höhe der Welle mit einem eingesetzten mattgeschliffenen Glasstreifen, hier mit dem Cirkel gemessen.

Es kam uns sehr darauf an eine Methode zu finden, durch welche man den Zustand der Welle in dem Augenblicke, wo Berg und Thal während der Abprallung durch einander durchgehen, noch sichtbarer machen konnte, als er mit blossen Augen und ohne besondere Hülfsmittel ist.

§ 167.

Wir erregten zu diesem Zwecke eine Welle, deren Thal voranging und deren Berg nachfolgte, indem wir in derselben Glasröhre, mit der die letzten Versuche gemacht waren, an dem einen Ende der Rinne Wasser plötzlich in die Höhe zogen und fest hielten.

An dem anderen Ende der Rinne hatten wir eine mattgeschliffene rechtwinkelig geschnittene Glasplatte in die Flüssigkeit eingetaucht, aber noch nicht bis auf den Boden eingesetzt, sondern so gehalten, dass sie augenblicklich auf den Boden senkrecht herabgelassen, und wieder in die Höhe gehoben werden konnte. Wir übten uns nun, die Glasplatte in dem Momente herabzulassen und wieder senkrecht herauszuziehen, wo die erregte Welle abprallte, und es gelang uns, diesen Moment oft so genau zu treffen, dass sich die entstandene Interferenz oder augenblickliche Ausfüllung des Wellenthales durch den Wellenberg, und die dadurch für einen Augenblick entstehende Vernichtung beider, auf der Glasplatte abbildete. Der hinter dem Wellenthale herkommende Wellenberg hatte nämlich an dem vom Ende der Rinne am weitesten abstehenden Ende der mattgeschliffenen Glasplatte, indem er die Glasplatte so hoch als sein Gipfel heraufgereicht hatte, nass machte, seine eigene Höhe angezeigt. An der ganzen Stelle aber, wo der Wellenberg und das Wellenthal bei der Abprallung durch einander durchgegangen waren, wurde der von dem Wellenberge über der Linie des Niveau an der Tafel erzeugte nasse Streifen immer schmäler und verschwand endlich ganz, so dass die Tafel in der Nähe von reichlich 8 Zoll von der zurückwerfenden Ebene nicht höher herauf, nass geworden war, als bis zur Höhe, zu der das Niveau gereicht hatte. Wir haben uns sogar überzeugt, dass die bis auf den Boden der Rinne eingetauchte Tafel an dieser Stelle, wenn das Wellenthal der erregten Welle grösser als der Wellenberg war, selbst unter dem Striche, bis zu welchem das Niveau eigentlich reicht, trocken blieb, so dass während des Ineinanderfallens des Wellenberges und Wellenthales der Wellenberg nicht nur allein für einen Augenblick vernichtet wurde, sondern dass sogar an dieser Stelle, die der Wellenberg und das Wellenthal gleichzeitig einnahmen, ein kleines Thal blieb.

Dasselbe beobachtet man auch in unserer Wellenrinne mit blossen Augen. Ist nämlich der vorausgehende Wellenberg bis an die zurückwerfende Ebene gekommen, so sieht man, dass die Flüssigkeit, während der Wellenberg durch das Wellenthal durchgeht, eine Bewegung macht, die der ähnlich ist, wie wenn ein zweiarmiger Hebel sich um seinen Drehpunkt dreht. Der ruhige Punkt der Oberfläche, der sich hierbei nicht hebt und senkt, liegt ungefähr 8 Zoll von der zurückwerfenden Ebene. So wie nun ein zweiarmiger Hebel bei seiner Drehung in die Lage kommt, wo er vollkommen horizontal liegt, eben so kommt die Oberfläche der Flüssigkeit für einen Moment an der Stelle, wo der Wellenberg und das Wellenthal durch einander durchgehen, in die Lage, wo sie vollkommen eben ist.

Die an der Oberfläche im Wasser schwebenden Theilchen, welche sich in der Nähe der zurückwerfenden Ebene während der Zurückwerfung der Wellen aufwärts und sogleich wieder abwärts bewegen, bewegen sich an dem Orte, wo die Interferenz Statt findet, aufwärts, dann etwas weniges abwärts, beharren dann in dieser Höhe, indem sie sich nur etwas horizontal hin und her bewegen, und sinken erst dann vollends eben so tief herab, als andere Punkte, die nicht in der Interferenz liegen, gleich anfangs nach ihrem Aufwärtssteigen herabstiegen. Bei den Punkten, welche nicht in der Mitte der Interferenz, aber doch in der Interferenz liegen, ist dieser Aufenthalt während des Fallens um so weniger merklich, je weiter sie vom vollkommenen Interferenzpunkte entfernt liegen.

Man kann die Messung der Entfernung, in der der Interferenzpunkt vom Ende der zurückwerfenden Ebene liegt, benutzen, um die Breite der erregten Wellen ungefähr zu bestimmen, ja diese Bestimmung würde sehr genau sein, wenn das Wellenthal und der Wellenberg, die bei der Zurückwerfung der Welle durch einander gehen, immer gleich gross (breit und hoch oder tief) wären. Aus Fig. 47, No. 2, 3 und 4, sieht man, dass der Ort, wo die Interferenz zuerst in No. 2 anfängt, in *ec* liegt, dass er, wo sie in No. 4 am längsten dauert, *ac* ist, und dass *ec* in No. 2 genau ebenso weit von der zurückwerfenden Ebene *kif* entfernt ist, als *ac* in No. 4. In dieser Entfernung, wo also die Interferenz zuerst anfängt und zuletzt endigt, ist sie am vollkommensten und daher auch am deutlichsten. Sind nun der Wellenberg und das Wellenthal, die sich während ihrer Zurückwerfung durchkreuzen, gleich gross, so muss die Entfernung dieses Punktes von *kif* gerade so gross sein, als der vierte Theil der Breite der Welle. Kennt man daher diese Entfernung des Indifferenzpunktes von *kif*, so weiss man auch die Breite der Welle, die vier Mal so gross ist, vorausgesetzt, dass der Wellenberg und das Wellenthal gleich gross sind. Ob nun gleich der Wellenberg und das Wellenthal der ersten Welle, die man durch das Niederfallen einer Flüssigkeitssäule erregt, nicht ganz gleich gross sind, sondern die gleichförmige Grösse beider erst bei den nachfolgenden Wellen Statt findet, so hat doch diese Bestimmungsart der Breite der

Welle Genauigkeit genug, um einige interessante Sätze dadurch zu begründen.

Tabelle XXVIII.

Ueber die Lage des vollkommensten Interferenzpunktes des durch das Wellenthal während der Zurückwerfung hindurch gehenden Wellenberges, wenn die Wellen in der kleinen Wellenrinne durch das Niedersinken einer 8 Zoll hohen, 5,7 Linien dicken Wassersäule erregt wurden.

	Tiefe des Wassers in der Wellenrinne	Tiefe, bis zu welcher die Röhre, mit der die Welle erregt wurde, eingetaucht war	Enfernung des Interferenzpunktes vom Ende der Rinne	Gefolgerte Breite der Welle
Wenn die Welle am einen Ende der Wellenrinne erregt wurde	6 Zoll	dicht unter der Oberfläche	11 Zoll	44 Zoll
	6 "	2 Zoll	14 "	56 "
	5 "	dicht unter der Oberfläche	$9\frac{3}{4}$ "	39 "
	4 "		$8\frac{3}{4}$ "	35 "
	3 "		$7\frac{1}{2}$ "	30 "
	2 "		$6\frac{1}{4}$ "	25 "
	1 "		$2\frac{1}{2}$ "	10 "
Wenn die Welle in der Mitte der Wellenrinne erregt wurde	6 Zoll	dicht unter der Oberfläche	7 Zoll	28 Zoll
	6 "	2 Zoll	9 "	36 "

1. Man sieht aus dieser Tabelle, dass Wellen, in seichter Flüssigkeit erregt, bei weitem schmäler sind, und während ihres Fortschreitens schmäler bleiben, als Wellen, die unter denselben Umständen in tiefer Flüssigkeit erregt worden sind.
2. Dass die Wellen während ihres Fortschreitens an Breite zunehmen. Denn eine Welle, die nur die Hälfte der Rinne durchlaufen hatte, war 28 Zoll breit, während eine, welche die ganze Wellenrinne durchlaufen hatte, und fast unter denselben Verhältnissen erregt worden war, 44 Zoll breit war.
3. Dass die Wellen breiter werden, wenn sie so erregt werden, dass die Glasröhre, in der die Wellen erregende Wassersäule niederfällt, tiefer in die Flüssigkeit eingetaucht wird, dagegen schmäler werden, wenn die Glasröhre weniger tief eingetaucht wird, so dass eine sonst auf dieselbe Weise erregte Welle 56 Zoll breit war, wenn die Glasröhre 2 Zoll tief eingetaucht wurde, 44 Zoll breit wurde, wenn die Glasröhre die Oberfläche nur so eben berührte.

Will man die auf diesem Wege bestimmte Breite der Wellen mit dem Resultate vergleichen, das man erhält, wenn man die Breite der Wellen, aus der Zeit, in der ein Flüssigkeitstheilchen seine Schwingungsbahn einmal durchläuft, berechnet, so vergleiche man hiermit § 119 Tabelle VII.

Es ist die Interferenz die interessante Erscheinung, welche YOUNG zuerst hypothetisch bei den Lichtwellen angenommen und mit dem Namen Interferenz bezeichnet hat, und die neuerlich von Herren FRESNEL und FRAUENHOFER durch sehr scharfsinnig erdachte und äusserst genau ausgeführte Versuche beim Lichte wahrscheinlich gemacht worden ist.

Bei tropfbaren Flüssigkeiten kann sie dem Auge selbst dargestellt und ihr wirkliches Vorhandensein gegen jeden Zweifel gerechtfertigt werden.

Um zu sehen, welche Abänderung die Gestalt eines Wellenberges und Wellenthales successiv erfährt, während sie bei der Zurückwerfung oder bei der Begegnung zweier Wellen durch einander durchgehen, kann man folgende Methode anwenden. Fig. 48, No. 1, *abcde* und *fghik* sind zwei Wellen, die sich in der Richtung der beigesetzten Pfeile begegnen. In No. 2 ist jede Welle nur $\frac{1}{16}$ ihrer Breite fortgerückt, so dass der Berg und das Thal dieser zwei Wellen in $\frac{1}{4}$ ihrer Breite in einander fallen. Um nun zu sehen, welche Gestalt die Wellen in diesem Zeitmomente haben, errichte man die Perpendikel $\alpha\beta$, $\gamma\delta$, $\varepsilon\zeta$ auf der Linie AB, die das Niveau der Flüssigkeit darstellt. Zieht man nun den Theil der Perpendikel, der unter die Linie AB fällt, und den Theil, der über sie fällt, als negative und positive Grössen von einander ab, so erhält man die wirkliche Lage der Punkte der Oberfläche an diesen Stellen. Bei No. 3 decken sich Berg und Thal in der Hälfte ihrer Breite, und jede Welle ist um $\frac{2}{16}$ ihrer Breite fortgerückt. Man zieht wieder die über und unter die Linie AB fallenden Theile der Perpendikel $\alpha\beta$, $\gamma\delta$, $\varepsilon\zeta$, $\vartheta\lambda$, $\mu\nu$ von einander ab. Fährt man so fort, so erhält man die in Fig. 49, No. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 dargestellten Umrisse der durcheinander durchgehenden zwei Wellen. Ganz auf dieselbe Weise kann man auch den Vorgang bestimmen, wie der Berg und das Thal einer und derselben Welle durch einander durchgehen.

§ 168.

Welche Abänderung der Gestalt und Richtung erfahren die Bahnen, in welchen sich die einzelnen Flüssigkeitstheilchen bewegen, bei der Abprallung der Wellen?

Die Bahnen erleiden hier dieselbe Abänderung, welche bei der Durchkreuzung zweier Wellenberge Statt findet, und die oben § 162 schon ausführlich auseinander gesetzt worden ist.

Es mag eine Welle, bei der der Berg oder das Thal der vorausgehende Theil ist, anprallen und zurückgeworfen werden, so besteht immer die wesentlichste und deutlich bemerkbare Veränderung der Gestalt und Richtung der Bahnen der kleinsten Flüssigkeitstheilchen darin, dass, da sich bei einer ungestörten Welle die Flüssigkeitstheilchen zugleich in senkrechter und horizontaler Richtung bewegen, die eine dieser Bewegungen, die horizontale, in der Nähe der zurückwerfenden Ebene mehr und mehr aufgehoben, die andere dieser Bewegungen, die senkrechte, in der Nähe der zurückwerfenden Ebene mehr und mehr verstärkt wird. Diese Bahnen stehen in der Nähe der zurückwerfenden Ebene vollkommen senkrecht, und das Theilchen bewegt sich daher hier in einer geraden Linie aufwärts, und in derselben Linie zurück nach abwärts, so dass die Bahn keine in sich zurücklaufende Kurve ist, sondern eine fast gerade Linie.

Je weiter man sich von der zurückwerfenden Ebene entfernt, desto mehr stehen diese Bahnen, in denen sich die einzelnen Flüssigkeitstheilchen, während eine Welle zurückgeworfen wird, bewegen, schief, so dass ihr oberer Theil gegen die zurückwerfende Ebene hingeneigt, ihr unteres Ende davon abgeneigt ist. Auch die Bahnen der senkrecht unter einander liegenden Flüssigkeitstheilchen liegen desto schiefer, je näher sie dem Boden sind. Ob die Welle, welche von der zurückwerfenden Ebene zurückgeworfen wird, eine Welle mit vorausgehendem Berge oder Thale ist, macht keine andere Veränderung in der Bewegung der kleinen Theilchen, als die, dass diese Theilchen, wenn die abprallende Welle das Thal als vorausgehenden Theil hat, sich zuerst mehr oder weniger senkrecht nach abwärts zu bewegen anfangen, dann wieder nach aufwärts in derselben Linie und Richtung in die Höhe steigen; dass sie dagegen, wenn die abprallende Welle den Berg als vorausgehenden Theil hat, zuerst senkrecht nach aufwärts bewegt werden, und hierauf sogleich in derselben Linie nach abwärts zu sinken anfangen.

Man sieht hieraus, dass der Vorgang der Zurückwerfung der Wellen durch eine feste Ebene, und der Vorgang der scheinbaren Durchkreuzung zweier Wellen, man mag nun die Bewegung der einzelnen Flüssigkeitstheilchen in ihren Bahnen, oder die Veränderung der Gestalt der Wellentheile selbst betrachten, sich ganz ähnlich sind. In dem letzteren Falle werden mehrere Wellen von einander selbst zurückgeworfen, und bei beiden zeigen sich die Erscheinungen der Interferenz.

§ 169.

Wie geschieht die Zurückwerfung der Wellen an einer nicht bis auf den Boden der Flüssigkeit, sondern nur ein Stück in die Flüssigkeit hinein reichenden Wand? Da die Wellenbewegung nicht eine Bewegung ist, die nur an der Oberfläche der Flüssigkeit Statt findet, sondern nach § 106 S. 93 sich in grosse Tiefen hinab erstreckt, so muss hierdurch eine Spaltung der Wellen selbst hervorgebracht werden. Der Theil der anprallenden Welle, welcher an die in die Flüssigkeit eingetauchte Wand anstösst, muss zurückgeworfen werden, der Theil der Wellenbewegung, welcher in tieferen Wasserschichten Statt findet, bis zu welcher die eingetauchte Wand nicht hinabreicht, muss unter derselben weggehen, und auf der entgegengesetzten Seite eine fortgehende Welle darstellen.

Manche Beobachter haben diesen Erfolg geleugnet, und darauf ihre Meinung, dass die Wellenbewegung nur eine Bewegung an der Oberfläche der Flüssigkeit sei, gestützt.

Und in der That, wenn in ein Wasser ein Balken oder ein Bret nur einige Zoll tief eingetaucht ist, und vor dem eingetauchten Körper ein Stein in das Wasser geworfen wird, so sieht man die entstandenen Wellen an dem Körper zurückprallen, nicht aber deutlich unter demselben weggehen. Allein das rührt daher, dass bei so kleinen Wellen in tiefer Flüssigkeit die Wellenbewegung schon in mässiger Tiefe gering wird, und dass die auf der entgegengesetzten Seite des Körpers zum Vorschein kommenden Wellen sehr breit sind.

Der Gegenstand ist aber wichtig genug, dass es sich verlohnt, ihn durch genauere Versuche zu erörtern. Wir füllten unsere, Fig. 12 abgebildete, S. 78 beschriebene kleinere Wellenrinne 6 Zoll tief mit Wasser. In die Mitte derselben brachten wir eine schmale, dünne, hölzerne, an die Seitenwände der Rinne dicht anschliessende, quere Scheidewand ein, welche 1 Zoll, 2 Zoll, 3 Zoll, 4 Zoll, oder 5 Zoll tief unter die Oberfläche des Wassers in der Wellenrinne hineinreichte. Wir erregten dann am einen Ende der Wellenrinne eine Welle, und maassen nun die Höhe der ganzen noch ungetheilten Welle unmittelbar vor der Scheidewand, dann die Höhe der von der Scheidewand zurückgeworfenen Welle, nachdem sie bis zu dem Ende, von dem sie ausging, zurückgekehrt war, endlich auch die Höhe der unter der Scheidewand weggegangenen Welle theils dicht hinter der Scheidewand, theils nachdem sie bis an das entgegengesetzte Ende der Rinne fortgeschritten war. Folgende Tabelle enthält hierüber unsere Versuche.

Tabelle XXIX.

Ueber die Spaltung der Wellen in unserer kleinen 6 Zoll tief mit Wasser gefüllten Wellenrinne, durch eine nach und nach in die Mitte der Rinne tiefer eingesetzte quere Scheidewand, wenn die Wellen durch eine 4 Zoll hohe, 5,7 Linien dicke niederfallende Wassersäule am einen Ende der Wellenrinne erregt wurden.

Tiefe unter der Oberfläche des Wassers, bis zu welcher die Scheidewand eingetaucht wird	Höhe der erregten Welle			
	unmittelbar vor der Scheidewand, an welcher sie zur Hälfte zurückgeworfen wird	unmittelbar hinter der Scheidewand, Höhe der unter der Scheidewand fortgepflanzten Welle	am Ende der Rinne, Höhe des Theils, der unter der Scheidewand weg sich fortgepflanzt hat	am Anfange d. Rinne, Höhe des Theils, der an der Scheidewand zurückgeworfen worden ist
1 Zoll	0,94 Lin.	0,74 Lin.	1,3 Lin.	0,35 Lin.
2 „	1 „	0,65 „	1,1 „	0,5 „
3 „	1,03 „	0,64 „	1 „	0,6 „
4 „	1,18 „	0,5 „	0,8 „	0,7 „
5 „	1,33 „	0,38 „	0,55 „	0,87 „

Dass die vor der Scheidewand gemessene, in der zweiten Kolonne angegebene Höhe der Wellen immer grösser sein muss, als die hinter der Scheidewand gemessene der unter der Scheidewand weggegangenen Wellen, erkennt man sehr leicht als nothwendig, wenn man bedenkt, dass das, was vor der Scheidewand gemessen wird, das zusammenfallende Stück der von der Scheidewand zurückgeworfenen, und der noch nicht unter der Scheidewand weggegangenen Welle ist. Dagegen war die zurückgeworfene Welle, wenn die Scheidewand nicht über 3 Zoll tief eingetaucht war, am vordersten Ende der Rinne niedriger, als die unter der Scheidewand weggegangene am hintersten. Vielleicht rührt dieses aber von dem Hindernisse her, welches die zurückgeworfene Welle von den Wellen erfährt, die der ersten Welle nachfolgen. Die in der Tiefe befindlichen Theile der Wellen setzen also ihren Weg für sich und ohne die an der Oberfläche gelegenen fort.

§ 170.

Ueber die Zurückwerfung der Wellen, wenn sie unter irgend einem Winkel auf eine zurückwerfende Ebene stossen.

Ungeachtet die Zurückwerfung der Wellen keineswegs eine Erscheinung der Elasticität der Flüssigkeiten, sondern ihrer Schwere ist, so gilt doch von ihr dasselbe Gesetz, was sich bei dem Abprallen elastischer Körper bewährt, dass nämlich der Winkel, unter welchem irgend ein Theil einer Welle an eine widerstehende Ebene anprallt, gleich ist dem Winkel, unter welchem derselbe Theil wieder zurückprallt.

Da nun aber oben S. 153 gezeigt worden ist, dass nur die vollkommenen kreisförmigen Wellen, welche in allen ihren Abschnitten gleich hoch und gleich breit sind, so fortschreiten, dass sie zugleich die kreisförmige Gestalt immer behalten, dass dagegen alle Wellen, welche nicht kreisförmig sind, ihre Gestalt während des Fortschreitens verändern, so geht daraus von selbst hervor, dass, wenn die abgeprallte Welle nicht kreisförmig und in allen ihren Abschnitten gleich hoch und gleich breit ist, sie im Fortschreiten ihre Gestalt gleichfalls verändert, wo dann ihre Zurückprallung nach dem Gesetze der gleichen Winkel nur für eine sehr kleine Entfernung von der zurückwerfenden Ebene ziemlich genau und richtig bestimmt werden kann.

Eine cirkelförmige Welle, die in allen ihren Abschnitten gleich hoch und gleich breit ist, kann aber nur in zwei Fällen so zurückgeworfen werden, dass sie, nachdem alle ihre Theile zurückgeworfen sind, wieder eine kreisförmige Welle bildet, deren Abschnitte alle gleich hoch und gleich breit sind, und demnach mit gleicher Geschwindigkeit fortschreiten.

Der erste Fall ist der, wenn eine kreisförmige Welle mit allen ihren Abschnitten gleichzeitig an einen kreisförmigen Widerstand anprallt, der einen gemeinschaftlichen Mittelpunkt mit der kreisförmigen Welle hat; z. B. eine Welle, die man in einem runden mit Flüssigkeit gefüllten Gefässe dadurch erregte, dass man einen Tropfen in den Mittelpunkt des Gefässes fallen liess. Die kreisförmige Welle prallt vom kreisförmigen Rande, an den sie mit allen Abschnitten gleichzeitig ankommt, als eine kreisförmige Welle wieder zurück.

Der zweite Fall ist der, wenn eine kreisförmige Welle, die in dem einen Brennpunkte einer Ellipse erregt wurde, von der elliptischen Wand zurückgeworfen wird. Die Wirkung ist hierbei die, dass die ganze zurückgeworfene Welle eine gleich hohe und gleich breite kreisförmige Welle, deren Mittelpunkt der zweite Brennpunkt der Ellipse ist, darstellt, und dass sie folglich in dem zweiten Brennpunkte der Ellipse in einen einzigen Punkt zusammen kommt. Da nun die Welle, wenn sie in diesem zweiten Brennpunkte zusammengekommen ist, einen Kegel von beträchtlicher Höhe (im Verhältniss der Höhe der kreisförmigen Welle selbst) bildet, so verwandelt sich dieser Flüssigkeitskegel sogleich von Neuem in eine kreisförmige Welle, die wieder von dem elliptischen Gefässe zurückgeworfen wird, so dass sie sich von Neuem in dem ersten Brennpunkte, in dem sie zuerst entstand, in einen Flüssigkeitskegel verwandelt. Auf diese Weise legt eine Welle, wie wir uns durch Versuche in einem genau gebildeten elliptischen Gefässe überzeugt haben, diesen Weg auf dieselbe Weise zu wiederholten Malen zurück.

§ 171.

Um uns ein solches genaues elliptisches Gefäss zu verschaffen, konstruirten wir eine Ellipse auf einer Tafel von gewalztem Eisenbleche, schnitten dann den Theil des Bleches, welcher ausserhalb der konstruirten Ellipse lag, genau nach der Linie der konstruirten Figur weg, brachten auf das Blech eine Lage Thon, und strichen die Lage am Rande des elliptischen Bleches mittelst eines rechtwinkligen Instruments ab, so dass der Rand der Thonlage gleichfalls elliptisch wurde, und sich in einer vertikalen Ebene mit dem Eisenbleche befand. Dieser elliptische Körper wurde nun in ein Gefäss gebracht, und der Raum um ihn herum mit Fichtenharz ausgegossen. Nachdem nach dem Erkalten der Thon weggewaschen worden war, erhielten wir eine sehr genau elliptische Vertiefung.

Fig. 50 stelle ein solches elliptisches mit Quecksilber gefülltes Gefäss dar, in welches bei a ein Quecksilbertropfen hereinfalle. Der Tropfen erregt ungefähr vier hintereinander fortschreitende kreisförmige Wellen. Die erste derselben erreicht nach Ablauf eines gewissen Zeitraums den Punkt des elliptischen Gefässrandes, der dem Punkte a am nächsten liegt bei b^{I}, und die kreisförmige Welle hat dann die Gestalt $b^{\mathrm{I}} c^{\mathrm{I}} d^{\mathrm{I}} e^{\mathrm{I}} f^{\mathrm{I}} g^{\mathrm{I}} h^{\mathrm{I}} i^{\mathrm{I}}$. Keiner ihrer Theile ist bis jetzt zurückgeworfen worden. Nun aber wird der Punkt b zuerst im Fortschreiten zurückgeworfen, und er schreitet demnach innerhalb des Gefässes ebenso weit rückwärts, als er ausserdem, wenn kein Hinderniss seines Fortschreitens Statt gefunden hätte, in gerader Richtung fortgeschritten sein würde. Da nun alle Punkte, die nach ihm den Rand des elliptischen Gefässes erreichen, in derselben Ordnung, in welcher sie an diesem Rande ankommen, nach dem Gesetze der gleichen Winkel gleich weit zurückgeworfen werden, so erhält die Welle (wenn man den kleinen Aufenthalt während der Abprallung ausser Acht lässt) nach Verlauf eines gleich grossen Zeitraums die Gestalt $b^{\mathrm{II}} c^{\mathrm{II}} d^{\mathrm{II}} e^{\mathrm{II}} f^{\mathrm{II}} g^{\mathrm{II}} h^{\mathrm{II}} i^{\mathrm{II}}$, und nach Verlauf eines eben so grossen Zeitraums die Gestalt $b^{\mathrm{III}} c^{\mathrm{III}} d^{\mathrm{III}} e^{\mathrm{III}} f^{\mathrm{III}} g^{\mathrm{III}} h^{\mathrm{III}} i^{\mathrm{III}}$, dann nach Verlauf desselben Zeitraums die Gestalt $b^{\mathrm{IV}} c^{\mathrm{IV}} d^{\mathrm{IV}} e^{\mathrm{IV}} f^{\mathrm{IV}} g^{\mathrm{IV}} h^{\mathrm{IV}} i^{\mathrm{IV}}$, hierauf nach einer gleich grossen Zeit die von $b^{\mathrm{V}} c^{\mathrm{V}} d^{\mathrm{V}} e^{\mathrm{V}} f^{\mathrm{V}} g^{\mathrm{V}} h^{\mathrm{V}} i^{\mathrm{V}}$.

Bei $b^{\mathrm{V}} c^{\mathrm{V}} d^{\mathrm{V}} e^{\mathrm{V}} f^{\mathrm{V}} g^{\mathrm{V}} h^{\mathrm{V}} i^{\mathrm{V}}$ sind endlich alle Punkte der Kreiswelle mit Ausnahme des einzigen Punktes c^{V} zurückgeworfen, und alle nähern sich einander, indem sie im zweiten Brennpunkte a' zusammenlaufen, und von da aus denselben Weg nach a nehmen, den sie von a nach a' durchlaufen hatten.

Jeder sieht von selbst ein, dass die Wellen hierbei genau den Weg nehmen, welchen die Theile einer Lichtwelle durchlaufen würden, welche in a von einem leuchtenden Punkte ausgingen, oder, wenn man sich nach der Emanationstheorie ausdrücken will, dass die Wellen hierbei nach und nach alle die Linien bilden, durch welche gleichzeitig von einem leuchtenden Punkte ausgehende Lichttheilchen bei ihrem Fortgange verbunden werden könnten.

Dass nun die Wellen wirklich diesen Weg nehmen, sieht man, indem man sie mit den Augen verfolgt, und ihre Vereinigung in dem zweiten Brennpunkte wahrnimmt.

Es giebt indessen einen sinnlichen Beweis, der dasselbe noch in die Augen fallender darthut.

Wenn man nämlich ununterbrochen in gleichen Zeitabschnitten in dem einen Brennpunkte a gleich grosse Wellen erregt, so wird nach und nach das ganze elliptische Gefäss mit Wellen bedeckt, die alle gleich weit von einander abstehen. Da sich alle diese sich gegenseitig durchkreuzenden Wellen in ihrem Laufe nicht stören, so sind nach einiger Zeit Wellen von allen den Gestalten zugleich in dem elliptischen Gefässe vorhanden, welche eine einzelne fortschreitende Welle nach und nach im Fortschreiten annehmen würde.

Dieses geschieht z. B., wenn man einen an seiner Spitze durchstochenen Papiertrichter mit Quecksilber füllt, so dass das Quecksilber durch die Oeffnung regelmässig tropfenweis in den einen Brennpunkt des mit Quecksilber gefüllten elliptischen Gefässes fällt.

Man erblickt dann, wenn man die ganze Quecksilberfläche mit einem Blick übersieht, dass sie die Gestalt hat, welche Fig. 51 abgebildet ist.

Wenn sich die Dächer von drei Hausflügeln, so wie es Fig. 52 abgebildet ist, vereinigen, so sieht man zwischen ihnen einen hohlen Raum eingeschlossen, der, wenn vier Dächer vollkommen zusammenstiessen, eine hohle vierseitige Pyramide, deren Spitze nach abwärts gekehrt ist, darstellen würde. Auf ähnliche Weise stossen nun auch die sich durchkreuzenden Wellen zusammen. Schattirt man nun die Wellen so, als wären sie mit scharfen Kanten begrenzt, und als wäre ihre Oberfläche nicht spiegelnd, so erhält man die Darstellung, wie sie hier vor Augen liegt, die in den wesentlichen Punkten ganz mit dem übereinkommt, was man in dem mit Wellen bedeckten elliptischen Gefäss Fig. 51 wirklich sieht.

Der auffallendste Beweis hiervon ist, dass man dann wirklich das System koncentrischer Ellipsen sieht, die auch im Bilde sichtbar werden, und welche die beiden Brennpunkte unseres elliptischen Gefässes gemeinschaftlich haben, die desto weitläufiger liegen, und desto länglicher sind, je näher sie der Mitte des elliptischen Gefässes sind: dass man ferner das System von Hyperbeln sieht, die gleichfalls dieselben Brennpunkte gemeinschaftlich besitzen. Diese Ellipsen und Hyperbeln sind keine Wellen, sondern sie sind Wirkungen der Beleuchtung der sich durchkreuzenden Wellen. Und dass sie in der Wirklichkeit so sehr in die Augen springen, ist eine Folge der bei der Durchkreuzung der Wellen Statt findenden Interferenz. Es sind dieselben Linien, welche bei Lichtwellen, die sich regelmässig durchkreuzen, als helle und dunkle und farbige Streifen erscheinen, und daselbst von Young zuerst durch die Interferenz erklärt, von Fresnel und Frauenhofer aber mit grosser Genauigkeit gemessen worden sind.

§ 172.

In allen anderen Fällen sind die Konstruktionen über den Fortgang und die Zurückwerfung von Wellenstücken von bestimmter Gestalt, die man nach dem § 151 und § 155 angeführten Gesetze, und nach dem Gesetze der Zurückwerfung unter gleichen An- und Abprallungswinkeln machen kann, nicht vollkommen genau, indessen ist der Fehler, wenn man auch die § 154 angezeigten Berichtigungen ausser Acht lässt, nicht so gross, dass die Konstruktionen sehr merklich von dem wirklichen Fortrücken der Welle verschieden wären. Einen Beweis hierfür giebt die Fig. 53 mitgetheilte Abbildung, die man, wenn man den Versuch, den sie darstellt, wiederholt, der wirklichen Erscheinung so ähnlich finden wird, dass man nicht im Stande ist, auffallende Verschiedenheiten zu entdecken.

Man fülle nämlich ein kreisförmiges Gefäss, welches wir, um genau zu Werke zu gehen, aus Holz hatten *drehen* lassen (weil sich alle gebrannten Geschirre beim Brennen mehr oder weniger verziehen), mit Quecksilber an, und lasse in einen Halbirungspunkt des Radius des kreisförmigen Raumes regelmässig nach einander Quecksilbertropfen fallen (z. B. indem man einen an seiner Spitze durchbohrten Papiertrichter mit Quecksilber erfüllt und sehr schnell auslaufen lässt), so erscheint die Fig. 53 abgebildete Gestalt der Oberfläche des Quecksilbers, welche eine auffallende Aehnlichkeit mit der in dem elliptischen Gefässe erschienenen Figur hat.

Man sieht an der Stelle, wo dort in Folge der Beleuchtung das System koncentrischer Ellipsen zum Vorschein kam, hier auch ein System von Kurven, die auf eine ähnliche Weise den Punkt, wo die Tropfen auf die Quecksilberfläche fallen, umgeben, die auch so auseinander weichen, dass sie desto weitläufiger stehen, je näher sie der Mitte des kreisförmigen Gefässes liegen, desto dichter zusammen, je näher sie sich dem Rande dieses Gefässes befinden. Man bemerkt sogar ein zweites System von Kurven, welches die Stelle der in dem elliptischen Gefässe zum Vorschein kommenden Hyperbeln zu vertreten scheint, die gleichfalls den Punkt, in welchen die Tropfen fallen, umgeben. Alle diese sehr in die Augen fallenden krummen Linien sind keineswegs Wellen, sondern

Linien, die erst durch die Interferenz der sich durchkreuzenden Wellen zum Vorschein kommen.

Allein da, wo die Wellen in dem elliptischen Gefässe in dem zweiten Brennpunkte zusammenkommen, findet man hier einen durch eine herzförmig ausgeschnittene Linie begrenzten grossen Fleck, Fig. 53, in welchem die Wellen sich scheinbar in den mannigfaltigsten Richtungen und sehr unregelmässig durchkreuzen. Bei genauerer Ueberlegung sieht man ein, dass der herzförmige Rand dieses Fleckes, welcher dem Punkte zugewendet ist, in welchen man Quecksilber hineintropfen lässt, ein Theil der Brennlinie ist, welche auch in gewissen kreisrunden spiegelnden Gefässen, in Tassen, zum Vorschein kommt, wenn sie passend beleuchtet werden.

Die Fig. 53 abgebildete Figur ist ganz nach den Voraussetzungen konstruirt, nach welchen sich die Licht- und Schallwellen fortbewegen und reflektirt werden, und man sieht daher aus der grossen Uebereinstimmung, welche zwischen dieser Abbildung und dem wahrgenommen wird, was man in einem kreisförmigen mit Quecksilber gefüllten Gefässe mit Augen sieht, dass, wie verschieden auch die Kräfte sind, die die Lichterscheinungen und Wellenerscheinungen veranlassen, doch Aehnlichkeit in der Verbreitungsart beider zum Vorschein kommt.

§ 173.

Eine Darstellung der Methode, wie die Figur konstruirt ist, giebt Fig. 54, wo von jeder Welle eine Anzahl Punkte hinsichtlich ihres Fortrückens und ihrer Zurückwerfung bestimmt worden sind, indem vorausgesetzt worden ist, dass alle Wellen gleich hoch und gleich breit seien und bleiben, dass, wo die Zurückwerfung der Wellen bestimmt werden sollte, der Perpendikel auf den Punkt der Ebene errichtet wurde, an welchem ein Punkt der Welle abprallte, um so den Winkel zu bestimmen, unter welchem er zurückzuprallen genöthigt sei, dass ferner angenommen wurde, dass bei der Abprallung gar kein Zeitverlust Statt finde, so dass also ein anprallender Theil einer Welle vom Rande des Cirkelgefässes in einer bestimmten Zeit eben so weit nach dem Innern des Gefässes zurückgeworfen werde, als er, wenn er ungehindert fortgeschritten wäre, über den Rand des Gefässes hinaus nach aussen fortgeschritten sein würde.

Um nun zeigen zu können, wie eine Kreiswelle, welche Fig. 54 bei *a* in dem halben Radius eines mit Quecksilber gefüllten kreisförmigen Gefässes durch Hereinfallen eines Tropfens erregt wurde, ihre Gestalt durch die Zurückwerfung, die sie am Rande des Gefässes erleidet, nach und nach verändert, haben wir diese Welle Fig. 54 in 39 gleich grossen aufeinander folgenden Zeiträumen abgebildet, deren jeder so gross ist, dass die Welle in einem solchen Zeitraume, um so viel als ihre Breite beträgt, fortrücke.

So stellt denn die Welle $a^8b^8c^8d^8e^8f^8g^8h^8$, Fig. 54, die Welle in dem 8. Zeitraume nach ihrem Entstehen dar, wo sie eben im Begriff ist, im Punkte a^8 vom Rande des Gefässes abzuprallen, und wo sie daher noch kreisförmig ist. $a^{12}b^{12}c^{12}d^{12}e^{12}f^{12}g^{12}h^{12}$ stellt dagegen dieselbe Welle im 12. Zeitraume ihres Fortschreitens dar.

Der Abschnitt der Welle $a^{12}b^{12}c^{12}$ hat zu dieser Zeit schon eine Zurückwerfung vom Rande des Gefässes erlitten, und daher seine kreisförmige Gestalt verloren. Dieser zurückgeworfene Abschnitt schreitet daher gegen den inneren Raum des Gefässes fort, so wie es die Pfeile zeigen, während das übrige Stück der Welle noch seine cirkelförmige Gestalt und vorige Richtung hat.

Bei 16, 20 und 24 sieht man die Welle im 16., 20. und 24. Zeitraume ihres Fortschreitens. Im 16. Zeitraume hat etwa die Hälfte der Welle die Zurückwerfung erlitten. Auch hier zeigen die Pfeile die Richtung der Wellenstücke an. Fig. 55 zeigt die Welle im 16. und 20. Zeitraume einzeln.

In Fig. 54 und 56, bei 24 bis 31, ist nun die Welle in acht hinter einander folgenden Zeiträumen dargestellt, vom 24. Zeitraume bis zum 31. Zeitraume. Im 24. Zeitraume waren nun alle Punkte der erregten Kreiswelle am Rande des Gefässes angelangt, und alle einzelnen Abschnitte derselben nähern sich von nun an einander mehr und mehr, wie man an den Pfeilen, die die Richtungen anzeigen, sehen kann. Die Richtungen, in welchen die einzelnen Punkte der Krümmung b und c, Fig. 56, fortschreiten, sind aber nothwendig von der Art, dass sich nach und nach die benachbarten Punkte dieser Krümmungen durchschneiden oder durch einander durchgehen. Dieses Durchschneiden benachbarter Punkte einer und derselben Welle wird zuerst in b^{27} und c^{27} merklich und es bilden sich nun, in Folge dieser Durchschneidung, in $b^{28}b^{29}b^{30}b^{31}$ krummlinige Triangel an der Stelle der Bögen b^{24} und c^{24}. Gerade so würden sich auch die Lichtwellen, die von einem leuchtenden Punkte in einem Halbirungspunkte des Radius eines spiegelnden Ringes ausgegangen wären, durchkreuzen, und die spitzen Winkel dieser Triangel würden bei den Lichtwellen Punkte der Brennlinie sein, die aus der Optik hinlänglich bekannt ist.

Im 32. Zeitraume, Fig. 57, gehen die einander entgegengesetzten Punkte der Welle a^{32} und h^{32} durch einander durch, und es ist, wenn man die Pfeile des Bogens $g^{32}a^{32}f^{32}$ betrachtet, deutlich, dass sich nach und nach alle benachbarte Punkte dieses Bogens schneiden müssen, bis sich endlich auch die beiden mittelsten, bei a gelegenen, durchkreuzen.

Die Welle hat demnach im 35. und 36. Zeitraume die Gestalt Fig. 57 angenommen. Zwischen diesen beiden Zeiträumen liegt der Augenblick, wo sich die benachbarten Punkte in a des Bogens $a^{32}f^{32}g^{32}$, Fig. 56, in $\varkappa$, Fig. 57, schneiden.

Man kann nun die Welle noch weiter verfolgen, wo sie dann im 38. bis 40. Zeitraume die Fig. 58 dargestellte Gestalt annimmt. Allein die Welle wird nun schon so schwach, so dass, wenn viele Wellen zugleich vorhanden sind, sie nicht mehr bemerkt werden kann.

Dass nun die Welle wirklich nach und nach alle diese durch Konstruktion gefundenen Formen annimmt, sieht man aus der Uebereinstimmung der Fig. 53 abgebildeten erleuchteten Quecksilberfläche mit der wirklichen Quecksilberfläche, wenn dieselbe ganz und gar von so regelmässig erregten Wellen bedeckt wird. Man kann sich aber auch davon, dass sich die Konstruktionen der Wahrheit sehr annähern, durch die Betrachtung des Verlaufs einer einzelnen Welle überzeugen, wiewohl dieser Verlauf so schnell ist, dass man da, wo die Form der Welle sehr schnell wechselt, ihr nicht mit den Augen zu folgen im Stande ist. Die angewendete Konstruktion des Laufs und der Zurückwerfung der Wellen ist aber für die Schallwellen noch weit genauer, als für die Wellen tropfbarer Flüssigkeiten, wiewohl sie auch bei diesen dem Augenschein nach mit der Erfahrung übereinstimmt. Man hat hierin folglich ein sehr brauchbares Mittel, sich die Durchkreuzung der Schallwellen in einem für Koncerte einzurichtenden Saale zu veranschaulichen, den Lauf und die wirkliche Durchkreuzung der Schallwellen in Sälen zu bestimmen, von denen die Erfahrung lehrt, dass sich die Musik in ihnen sehr gut ausnahm, und so nach und nach auf das Gesetz zu kommen, nach welchem eine gewisse Zurückbrechung der Schallwellen der Aufführung musikalischer Stücke günstiger ist als eine andere.

§ 174.

Ueber die Inflexion der Wellen, wenn sie durch einen mit einer Oeffnung versehenen Widerstand zum Theil zurückgeworfen werden, zum Theil einen freien Fortgang haben.

Man setze, es werde die ebene Oberfläche einer Flüssigkeit, Fig. 59, durch zwei senkrechte Wände AB und CD unterbrochen, die aber zwischen sich eine Oeffnung von der Grösse BC übrig lassen. Man betrachte nun die Gestalt, die eine in x erregte Welle nach und nach in 14 gleichen Zeiträumen annimmt, in deren jedem die Welle um so viel, als ihre Breite beträgt, fortrücke, vorausgesetzt, dass die Flüssigkeitswellen, eben so wie es bei den Lichtwellen der Fall ist, in allen ihren Theilen während dieses ganzen Weges gleich weit in der Richtung der Normale jedes Wellenabschnittes fortschritten.

Die in x erregte Welle hat im 1. Zeitraume die Gestalt eines kleinen Kreises, den wir mit 1 *abcdef* bezeichnen wollen. Dieser Kreis vergrössert sich, indessen die Welle während des 2. bis 6. Zeitraums fortschreitet, und erhält also nach und nach die Gestalten 2 *abcdef*, 3 *abcdef*, 4 *abcdef*, 5 *abcdef*, 6 *abcdef*. Am Ende des 6. Zeitraums stösst die vergrösserte Welle zuerst an den abgerundeten Rand B und C der senkrechten Wände AB und CD und wird daselbst in Gestalt eines kleinen Kreises 7 *bz* und 7 *fz* zurückgeworfen. Das Stück der Welle 7 *baf* geht ungehindert zwischen B und C durch den zwischen beiden Wänden befindlichen Zwischenraum durch, die ganze Welle hat dann die, Fig. 60 verkleinert abgebildete Gestalt 7 *bcdefa*.[1]) In dem Augenblicke aber, wo die Punkte b und f sich am Anfange des 7. Zeitraums von B und C zu entfernen streben, setzen sie auch die Flüssigkeit in Wellenbewegung, welche den unendlich kleinen Zwischenraum zwischen 6 b und der Wand AB, zwischen 6 f und der Wand CD erfüllt. Daher bleibt der Punkt in allen folgenden Zeiträumen mit der Wand AB durch das Wellenstück 7 *by*, 8 *by*, 9 *by*, 10 *by*, 11 *by*, 12 *by*, 13 *by*, 14 *by* und eben so mit der Wand CD durch 7 *fy*, 8 *fy*, 9 *fy*, 10 *fy*, 11 *fy* etc. in Verbindung. Dieses sind also durch die Inflexion der Welle entstandene Wellenstücke. Sie stehen immer mit dem Punkte in Verbindung, wo das nicht zurückgeworfene Wellenstück *baf* mit den zurückgeworfenen *bz* und *fz* zusammenhängt. Diese durch Inflexion der Wellen entstandenen Wellenstücke erscheinen dem Augenmaasse nach als Cirkelstücke, deren Mittelpunkt in B oder C ist, und sind in den Theilen höher und sichtbarer, welche b und f näher liegen, in den Theilen niedriger und unsichtbarer, welche y näher sind.

§ 175.

Die von x ausgegangene Welle bleibt hierbei immer eine einzige unzertrennte Welle, und der durch die Oeffnung zwischen den Wänden AB und CD durchgegangene Theil in ununterbrochener Verbindung mit dem Theile der Welle, welcher sich vor den Wänden AB und BC befindet. So stellen sich auch die verkleinert abgebildeten Wellen im 9. und 11. Zeitraume ihres Fortschreitens in Fig. 60 dar. Indessen werden die Bogen *bz* und *fz*, die die Verbindung des Wellenstückes vor und hinter den Wänden AB und CD unterhalten, und die von den Punkten B und C zurückgeworfen wurden, während ihres Fortschreitens sehr bald ausserordentlich niedrig, und verschwinden dem Auge, wenn sie

[1]) [Fig. 60 giebt die Gestalt der Welle für den 9. und 11. Zeitraum in dem Maasstabe der Fig. 59. Die Zeichnung der Welle für den 7. Zeitraum fehlt in Fig. 60, ist aber in Fig. 59 hinreichend deutlich.]

von den Punkten B und C wiederholt zurückgeworfen worden sind, ob sie gleich genau genommen niemals vollkommen verschwinden können.

Der Grund, warum die Wellenstücke bz und fz so niedrig werden können, während die übrige Welle hoch bleibt, und warum sich also die übrigen höheren Wellentheile mit diesen niedrigeren, mit denen sie zusammenhängen, nicht in das Gleichgewicht setzen, liegt wohl in dem unendlich spitzen Winkel, durch den bz und fz mit baf verbunden sind.

Wenn daher die Oeffnung zwischen den Wänden AB und CD durch einen scharfen Rand begrenzt wird, so wird das Wellenstück bz und fz, das unter diesen Umständen von der Anprallung der Welle an einem ausnehmend kleinen Punkte herrührt, so niedrig, dass es sogleich Anfangs unwahrnehmbar ist. Wir haben deswegen, um die Wellenstücke bz und fz sichtbarer zu machen, die Wände AB und CD einen halben Zoll dick genommen und den Rändern derselben eine halbkreisförmige Gestalt gegeben. Bei einer solchen Vorrichtung kann man dann in Quecksilber den Lauf und die Zurückwerfung der Wellen so sehen, wie sie von uns dargestellt worden ist.

§ 176.

Die Richtigkeit der von uns gegebenen Darstellung bewährt sich, wenn man regelmässig hinter einander viele Quecksilbertropfen bei x in das Quecksilber fallen lässt.

Es existiren dann alle jene Wellenformen zu gleicher Zeit, in welche sich eine einzelne Welle während ihres Laufs und während ihrer Zurückwerfung successiv umbildet. Die vorwärtsgehenden und zurückgeworfenen Wellen durchschneiden sich regelmässig und die Durchschnittspunkte setzen, so wie bei dem § 171 erwähnten Versuche, Linien zusammen, die dem Auge als Hyperbeln erscheinen, und die wir Fig. 59 durch die kleinen Kreuzchen angezeigt haben. Macht man die Konstruktion der Wellen nach den Grundsätzen, wie wir sie § 151 angegeben und Fig. 59 und 60 angewendet haben, so sieht man es auch als nothwendig ein, dass hier hyperbolische Durchschnittslinien durch die Interferenz der Wellen entstehen müssen, und die Versuche zeigen eine Uebereinstimmung mit dieser Konstruktion, bei der man die kleinen Abweichungen durch das Augenmaass nicht entdecken kann, wenn auch eine kleine Berichtigung nach § 154 angebracht werden muss, wenn die Konstruktion ganz mit den Beobachtungen übereinstimmen soll.

Die hellen und dunklen hyperbolischen Linien, die durch die Interferenz der Wellen veranlasst, und durch die Beleuchtung sichtbar gemacht, auf dem Quecksilber erscheinen, entstehen aus der nämlichen Ursache, als die hellen und dunklen inneren, hyperbolischen Streifen, die Fresnel durch die Interferenz bei sich durchschneidenden Lichtwellen entstehen sah und maass, wenn er einen Lichtkegel durch eine enge Spalte in ein dunkles Zimmer fallen liess, und ihn daselbst mit einem Vergrösserungsglas betrachtete. Man hat daher in dem Quecksilber ein Mittel, jenen Vorgang bei den Lichtwellen in einem ganz anderen Medio anschaulich zu machen.

§ 177.

Interessant ist die Frage, wie sich wohl das Vorder- und Hintertheil des durch Inflexion entstandenen Wellenstückes, Fig. 59 und 60 by, an das Vorder- und Hintertheil des Wellenstückes ba und bz anschliessen möge?

Fände bei der Zurückwerfung, die das Wellenstück bz erlitten hat, kein Zeitverlust Statt, so würden die drei Wellenstücken so, wie es Fig. 61 dargestellt ist, unter einander zusammenhängen. Es ist daselbst das Vordertheil jeder Welle (dessen Theile im Steigen begriffen sind) mit +, das Hintertheil jeder Welle (dessen Theilchen im Sinken sind) mit — bezeichnet, und beide durch eine punktirte Linie von einander getrennt. Man sieht daher, dass in diesem Falle nach der § 151 gemäss gemachten Konstruktion nur in dem mit + und — zugleich bezeichneten kleinen rhomboidalen Felde der Durchkreuzung eine Interferenz Statt finden könne, bei der das steigende Vordertheil des Wellenstückes bz, und das sinkende Hintertheil des Wellenstückes ba in einander fallen, und sich aufheben müssen, wobei aber am Ende doch das Vordertheil der Welle bz in das Vordertheil der Welle by und ebenso das Hintertheil beider Wellenstücke in einander übergehen.

Denkt man sich indessen, dass das Wellenstück bz bei seiner Zurückwerfung von der Wand B etwas aufgehalten werde, so wäre es wohl möglich, dass bz mit seinem Vordertheile in das Hintertheil des Wellenstückes ba falle, und dadurch eine grosse Interferenz entstehe, wie sie Fig. 62 abgebildet ist, und wie sie Fresnel bei den Lichtwellen unter ähnlichen Umständen zu behaupten scheint.[1]) Durch die Beobachtung sind wir indessen nicht im Stande gewesen, etwas Entscheidendes hierüber zu sagen.

Ueber die Entstehung der Wirbel.

§ 178.

Wir haben in dem Vorigen gesehen, dass das Stück einer Welle, Fig. 59, welches durch die Oeffnung CD der Wand AB CD hindurch

[1]) Ann. de Chimie et de Physique par Gay-Lussac et Arago. Tom I, 1816, p. 248.

gegangen ist, bei seinem weiteren Fortschreiten immer mit dieser Wand in Verbindung bleibt, dass daher das durch die Oeffnung gehende Wellenstück keineswegs fortfährt, sich geradlinig in der Richtung zu bewegen, in welcher es bis zu der Oeffnung *CD* ging, sondern dass die beiden Enden desselben sich gegen die Wand in Kreisbogen umbeugen, deren Mittelpunkte da liegen, wo die Oeffnung bei *C* und *D* durch die Wand begrenzt wird. Die Wand *ABCD*, an welche sich das umgebeugte Wellenstück anlegt, setzt der weiteren Umbeugung bei einer Welle Grenzen. Es fragt sich aber, wie jene Umbeugung bei einer Welle geschehen würde, die wie die angeführte nach vorwärts fortschritte, und deren Enden nicht seitwärts oder hinterwärts, wie bei jener Welle, von einer Wand unterstützt, sondern frei wären (Fig. 63). Fände hier auch eine Umbeugung der Enden der Welle Statt, so würde die Umbeugung immer fortgesetzt werden müssen, denn es wäre kein Gegenstand vorhanden, der die fernere Umbeugung des Wellenstückes hindern könnte. Als wir uns diese Frage aufgaben, hielten wir es für unmöglich, eine Welle unter solchen Umständen wirklich hervor zu bringen. Denn durch alle die Methoden, deren wir uns zur Erregung von Wellen bedient hatten, konnten wir nur Wellen erregen, welche entweder eine in sich selbst zurücklaufende Kurve bilden, oder deren Enden durch benachbarte Körper eingeschränkt und unterstützt werden.

Als wir die Aufgabe genauer betrachteten, fanden wir, dass unter jenen Voraussetzungen wohl ein *Wirbel* entstehen werde, und nun erst fielen uns die Methoden, den Fall zu verwirklichen, bei.

§ 179.

Wenn man nämlich ein Ruder *ab*, Fig. 64, perpendikular in ruhendes Wasser taucht, und es, nachdem sich die Flüssigkeit beruhigt hat, in einer auf seiner Fläche senkrechten Richtung vorwärts bewegt, so entsteht der Erfahrung gemäss an jeder der beiden Seiten desselben ein Wirbel, der aus einer grossen Menge von Wellen besteht, die wie die Haare einer Haarlocke in einem Punkte zusammenkommen, und die noch längere Zeit fortdauern, wenn auch das Ruder aus dem Wasser herausgezogen worden, zugleich gehen aus diesen Wirbeln immer neue Wellen hervor, die sich mehr und mehr ausbreiten. Die Wellen in den beiden Wirbeln sind aber in einer entgegengesetzten Richtung gewunden. Die Wellen des rechten Wirbels (wenn wir nach derselben Richtung sehen, nach der die vordere Fläche des Ruders gewendet war) krümmen sich von vorn nach hinten, und zugleich von rechts nach links, und dann, sich abermals umbeugend, von hinten nach vorn, und zugleich von links nach rechts.

Im linken Wirbel krümmen sie sich dagegen umgekehrt. Beide Wirbel hängen nach vorn durch den mittleren Theil der Welle, der quer von einem Wirbel zum anderen geht, zusammen. Haben die Wirbel schon einige Zeit gedauert, so durchkreuzen sich die von den beiden Wirbeln weit genug fortgeschrittenen Wellentheile, ungefähr wie es Fig. 64 B zeigt.

Etwas Aehnliches ereignet sich, wenn ein strömendes Wasser sich an einem im Wasser fest stehenden Körper bricht, und um ihn herumfliesst. Dort bei dem Versuche mit dem Ruder ruhte das Wasser, und der widerstehende Körper bewegte sich ihm entgegen, hier ruht der widerstehende Körper und das Wasser bewegt sich ihm entgegen, was eine gleiche Wirkung hervorbringen muss. Daher rühren die kleinen Wirbel, die man so häufig in Flüssen mit dem Wasser forttreiben sieht, daher die Wirbel, die man an Brückenpfeilern auf beiden Seiten, we sich das Wasser herumwendet, entstehen sieht, wobei indessen allerdings ungleiche Stösse des Wassers gegen den Widerstand vorausgesetzt werden müssen.

§ 180.

Der Vorgang bei der Entstehung jener zwei Wirbel zu beiden Seiten und hinter einem eingetauchten und vorwärts bewegten Ruder wird durch folgende Ueberlegung deutlicher werden.

Es möge bei Fig. 65 die Schaufel eines Ruders senkrecht in das Wasser eingesetzt, und in der Richtung der vorderen Oberfläche nach F mit einer Geschwindigkeit, die der Geschwindigkeit der hierdurch im Wasser erregten Wellen gleichkommt, vorwärts bewegt worden sein. Vor dem Ruder wird sich der schmale aber hohe Wasserberg CDE, dessen höchste Spitze dicht an die Oberfläche des Ruders gelehnt ist, gebildet haben. Hinter dem Ruder wird ein viel flacheres und breiteres Wellenthal FG entstanden sein. Das Wellenthal hinter dem Ruder wird deswegen weit flacher sein, als der Wellenberg vor dem Ruder, weil, während das Ruder sich von H nach F bewegt, das hierdurch entstehende Wellenthal bis nach G fortschreitet, so dass ein Theil der benachbarten höher stehenden Flüssigkeit schon zur Ausfüllung des Thales beigetragen hat, wenn das Ruder in F angekommen ist. Dahingegen der Wellenberg nicht breiter werden kann, weil in demselben Verhältnisse, als er nach vorwärts fortschreitet, das unterstützende Ruder von hinten nachfolgt. Der Berg vor dem Ruder wächst daher, weil sich hier die fortschreitende Welle mit der in jedem Augenblicke neu erregten Welle summirt, das Thal hinter dem Ruder aber wächst nicht, sondern ist so tief, als die Fortbewegung des Ruders in jedem Augenblicke mit sich bringt, und verflacht sich nach hinten.

Wir wollen jetzt sehen, wie der vor dem Ruder sich anhäufende Berg, sowohl während das Ruder vorwärts bewegt, als auch wenn das Ruder senkrecht herausgezogen wird, seine Gestalt und Lage durch sein Fortschreiten ändere.

Fig. 66 D xx stelle punktirt den horizontalen Durchschnitt des in das Wasser eingetauchten Ruders in seiner anfänglichen Lage dar, $x'x'$ denselben Durchschnitt, nachdem das Ruder in einem ersten Zeitraume um so viel, als sein Querdurchschnitt beträgt, nach vorwärts bewegt worden ist, und zwar mit einer gleichen Geschwindigkeit, als der Wasserberg fortschreitet, den es dadurch erregte. Wir behaupten, der vor dem Ruder sich anhäufende Wasserberg wird sich, so wie hier dargestellt ist, während dieser Fortbewegung des Ruders um die zwei Seitenwände des Ruders herumbeugen.

Um dieses im Einzelnen zeigen zu können, wollen wir das, was in diesem ersten Zeitraume successiv erfolgt, durch einzelne Figuren erläutern.

Fig. 66 A ist der horizontale Durchschnitt des Ruders zu einer Zeit, wo es so eben *erst anfängt* bewegt zu werden. ABB abb ist ein kleiner Wasserberg, der sich sogleich beim Anfange der Bewegung des Ruders vor dem Ruder bildet, und dessen Gipfel ABB ist. Dieser Wasserberg kann aber an den Ecken des Ruders nicht plötzlich wie abgeschnitten aufhören, sondern, da das bei BB erhobene Wasser *ringsum* drückt, so muss gleich anfangs, gleich weit von B, das Wasser bei bcd zum Steigen genöthigt werden, und der Wasserberg sich seitwärts in Gestalt einer kleinen Rundung ausbreiten. Diese abgerundeten Enden des Wasserberges haben ihren Gipfel in BB.

Wenn nun das Ruder xx, Fig. 66 B, um so viel, als die Hälfte seiner Dicke beträgt, nach vorwärts bewegt worden ist, so ist auch der vor dem Ruder befindliche Wasserberg eben so viel nach vorwärts fortgeschritten, und ist dabei wegen der grösseren Menge Wasser, die sich vor dem Ruder anhäuft, etwas höher und breiter geworden. Sein höchster Gipfel AB berührt immer noch die vordere Oberfläche des Ruders. Um ebenso viel, als der Wasserberg zugleich mit dem Ruder fortrückte, dehnte sich auch das kleine abgerundete Ende bcd des Wasserberges in der Richtung seiner Normalen aus. Denn wir nehmen, um den Fall nicht verwickelter zu machen, hier an, es habe dieselbe Geschwindigkeit, als die übrige Welle, welche selbst die Geschwindigkeit des Ruders besitzt. So erhält die Ausbeugung nun die hier gezeichnete Gestalt, wobei sie immer noch durch die Seitenwand des Ruders unterstützt wird.

Wenn nun das Ruder xx, Fig. 66 C, um $\frac{3}{4}$ seiner Dicke fortgeschritten ist, so ist auch das umgebogene Stück des Wasserberges bcd nach hinten, nach aussen und nach vorn um ein gleich grosses Stück in der

Richtung seiner Normalen gleich weit fortgerückt. Von dem Augenblicke an, wo das umgebogene Ende d des Wasserberges nicht mehr durch die Seitenfläche des Ruders unterstützt wird, beugt es sich hinter dem Ruder herum, indem es das Wasser daselbst zu steigen nöthigt, und erhält auf diese Weise die Gestalt $bcde$. So erhält denn der Wasserberg successiv die in Fig. 66 D angegebene Gestalt. In einem zweiten gleich grossen Zeitraume möge die Welle um ein gleich grosses Stück in allen ihren Theilen fortrücken, und zugleich werde das Ruder senkrecht herausgezogen und entfernt. Wenn wir von der Störung absehen, welche die Ausfüllung des Raumes, den das Ruder einnahm, verursacht, so hat der Wellenberg, der in den Richtungen aller seiner Normalen gleich weit fortgeschritten ist, die Fig. 67 gezeichnete Gestalt $ABCDEF$ erhalten. An der Stelle $\alpha\beta\gamma\delta$, die der Wellenberg im Anfange des ersten Zeitraumes einnahm, ist ein Wellenthal dadurch entstanden, dass das Wasser (vermöge des bei der Wellenbewegung erörterten Vorgangs) nicht blos bis zum Niveau, sondern noch unter das Niveau herabgefallen ist. Es ist dieses Thal in der Figur durch Querstriche ausgezeichnet worden, und schreitet in derselben Richtung fort als der Wellenberg. Der Wellenberg hat deswegen die grössere Umbeugung DEF erhalten, weil das umgebogene Ende de, Fig. 66 D, in der Richtung aller seiner Normalen gleich weit fortgeschritten ist.

In einem dritten gleich grossen Zeitraume mag die Welle wieder in allen ihren Theilen und in der Richtung ihrer Normalen gleich weit fortgeschritten sein, so erhält sie die Fig. 68 gezeichnete Gestalt. Der Wellenberg nämlich hat die Lage $ABCDEFGH$ angenommen. Das Ende des umgebogenen Wellenberges hat die Krümmung FGH angenommen, weil das Ende des Wellenberges F in der vorigen Figur in der Richtung seiner Normalen gleich weit fortgeschritten ist. Aus demselben Grunde hat das Wellenthal die Gestalt $\alpha\beta\gamma\delta\varepsilon\zeta$ angenommen, und ist daher in die Stelle eingetreten, welche im vorhergehenden Zeitmomente der Wellenberg inne hatte. Das umgebogene Ende des Wellenberges wird aber durch einen neuen Wellenberg A'' verstärkt, der an diesem Orte durch die §§ 131, 117 dargestellte Ursache erregt wird, nämlich durch den nach rückwärts wirkenden Druck der vorhergegangenen Welle, welche, wenn sie um so viel, als ihre Breite beträgt, vorwärts geschritten ist, hinter sich eine neue Welle zu erzeugen anfängt.

In dem folgenden Zeitraume hat die Welle die Fig. 69 dargestellte Gestalt angenommen. Der erste Wellenberg ist mit $ABCDEFGHIK$ bezeichnet. Das zu ihm gehörige Wellenthal mit $\alpha\beta\gamma\delta\varepsilon\zeta\vartheta\lambda$. Dieses ist durch das neuentstandene Wellenthal α'' verstärkt worden, das aus demselben Grunde zum Vorschein gekommen ist, als der Wellenberg A'' im vorhergegangenen Zeitraume.

Setzt man die Konstruktion fort, so sieht man, dass nach und nach eine grosse Anzahl von Wellen entstehen, deren Enden insgesammt in den zwei Wirbeln unter einander zusammenhängen und gleichsam verwickelt sind. Die schon weit fortgeschrittenen Wellen umgeben den Ort des einen oder des anderen Wirbels in einer vielfachen Spirale.

So wie, wenn ein Körper in ein ruhiges Wasser geworfen wird, hinter der ersten erregten kreisförmigen Welle durch den nach hinten gehenden Druck derselben, und dadurch, dass die einmal in Schwingung gerathenen Wassertheilchen ihre Schwingung mehrmals wiederholen, eine zweite Welle, hinter der zweiten eine dritte und so nach und nach 40 bis 50 Wellen entstehen, eben so entstehen auch in dem erörterten Falle aus der ersten Welle, die sich vor dem Ruder gebildet hatte, nach und nach 40 bis 50. Allein, weil sich die zwei Enden der ersten Welle spiralförmig umbeugen, ohne ihren Ort zu verlassen, so haben auch alle durch den rückwärts gehenden Druck nachgebildeten Wellen diese Gestalt, und daher hängen alle 40 bis 50 Wellen in den zwei Wirbeln unter einander zusammen.

Uebrigens soll die Erläuterung dieses Vorgangs keineswegs eine mit dem wirklichen Vorgange genau übereinstimmende Konstruktion sein, sondern sie soll nur dazu dienen, eine bildliche Vorstellung von der Erscheinung zu geben, der sie nur ähnlich ist.

Der wirkliche Vorgang ist so verwickelt, dass er sich vor der Hand noch keiner Konstruktion unterwerfen lässt und, um ihn daher zu vereinfachen, haben wir Annahmen zum Grunde gelegt, die von uns keineswegs für wahr ausgegeben werden. Wir haben z. B. angenommen, dass das umgebogene Wellenstück in allen seinen Theilen mit gleicher Geschwindigkeit fortschreite, und dass die Geschwindigkeit desselben auch mit der Geschwindigkeit des mittleren Wellenstücks übereinstimme, was nicht wahr sein kann, da es der Hergang mit sich bringt, dass die verschiedenen Theile der Welle, wegen ihrer verschiedenen Höhe, auch eine verschiedene Geschwindigkeit haben müssen.

Zweite Abtheilung.

Ueber die stehende Schwingung tropfbarer Flüssigkeiten. Oscillatio fixa liquidorum.

§ 181.

So wie die festen Körper einer doppelten Schwingung fähig sind, der *stehenden Schwingung*, oscillatio fixa, durch welche sie, wenn sie schnell genug geschieht, *selbst tönen*, und der *fortschreitenden*, oscillatio progressiva, durch die sie *den Schall fortleiten* können §§ 2, 11, so wie dasselbe auch in der Luft bemerkt wird, die gleichfalls *selbst tönt*, wenn sie sich in einer sehr schnellen *stehenden Schwingung* befindet, z. B. in Orgelpfeifen und in anderen Blaseinstrumenten, dagegen, wenn sie *den Schall leitet*, nach der Vorstellung vieler Physiker in einer *fortschreitenden Schwingung* begriffen ist (was jedoch noch einer Untersuchung bedarf); eben so kann man auch in tropfbaren Flüssigkeiten diese doppelte Art der Schwingung erregen.

Die gewöhnlichen Wellen sind die sichtbare Wirkung einer fortschreitenden Schwingung in tropfbaren Flüssigkeiten, unterhalten durch die Kraft der Schwere.

Wenn aber mehrere gleich breite Wellen einen regelmässigen ringsum eingeschlossenen Raum ganz erfüllen, so dass eine regelmässig abwechselnde Vereinigung und Trennung benachbarter, nach entgegengesetzter Richtung fortschreitender Wellen Statt findet, so verwandelt sich die fortschreitende Schwingung in eine stehende.

§ 182.

Man setzt in einen viereckigen Kasten *aaa*, Fig. 71, über Ecke ein Bretchen *b* senkrecht ein, das an seinem unteren, dem Boden zugewendeten Rande zugeschärft, und etwas länger ist als höher oben, so dass also die gleichfalls zugeschärften Ränder an den beiden Enden des Bretchens nur dicht am Boden zwischen den zwei Ecken des Kastens eingeklemmt sind, übrigens aber die Ecken nicht ganz erreichen. Dieses Bretchen wird dadurch beweglich, indem es sich um seinen unteren Rand wie um seine Axe drehen lässt. Giesst man nun in diesen Kasten Wasser oder eine andere Flüssigkeit, so gehen von dem Bretchen, wenn man es mit der Hand bewegt, Wellen aus, die bei ihrem Entstehen die Länge des Bretchens *b* haben und ihm auch parallel sind. Die Wellen, die in der Richtung der Normalen des Bretchens nach *f* fortschreiten, prallen successiv an den Wänden *fac* und *fad* ab, die, welche in der Richtung der Normalen des Bretchens nach *e* fortgehen, werden successiv von den Wänden *eac* und *ead* nach dem Gesetze der Winkel zurückgeworfen.

Bewegt man nun während des Fortschreitens der zuerst erregten Wellen das Bretchen *b* in einem richtigen Takte, und erregt dadurch immer von Neuem Wellen, die gleiche Breite haben, so hört mit einem Male alles Fortschreiten der Wellen, das man bis dahin sehen konnte, auf, und wie mit einem Zauberschlage zeigt die Oberfläche eine gewisse Anzahl regelmässig gestellter, kegelförmiger Erhabenheiten, zwischen denen an gleichfalls bestimmten Orten, und sehr regelmässig, eine gewisse Anzahl trichterförmiger Thäler liegen. Die *kegelförmigen Erhabenheiten schreiten nicht mehr fort*, wie vorher die langen Wellen, an deren Stelle sie getreten sind, sondern befinden sich nur in einer Bewegung, vermöge deren sie abwechselnd lothrecht niedersinken, um an demselben Orte trichterförmige Thäler zu bilden, während sich zu gleicher Zeit die trichterförmigen Thäler senkrecht erheben, um an demselben Orte kegelförmige Berge zu bilden. So verwandeln sich denn abwechselnd die kegelförmigen Berge in trichterförmige Thäler, und die trichterförmigen Thäler in kegelförmige Berge, und umgekehrt. *Mit einem Worte, die Oberfläche der Flüssigkeit ist in regelmässige Abtheilungen getheilt, von denen die benachbarten immer in entgegengesetzter Richtung isochronisch schwingen, d. h. so schwingen, wie nach* Chladni's *interessanter Entdeckung tönende Scheiben schwingen, wenn sie sich in solche Abtheilungen getheilt haben.*

Das Bret *b* wird nun von selbst von der schwingenden Flüssigkeit abwechselnd gedrückt und gezogen, und man darf nur dem Gefühle, das man von der Bewegung hat, die dem Brete deswegen von selbst zukommt, folgen, um es auf eine passende Weise durch die Bewegung der Hand zu unterstützen, und die Schwingung zu verstärken. Auch dauert diese stehende Schwingung längere Zeit regelmässig fort, wenn man das Bretchen *b* gar nicht mehr bewegt.

§ 183.

Fig. 70 stellt die eine Hälfte des viereckigen Kastens, in der das Wasser sich in einer stehenden Schwingung befindet, dar; man sieht daselbst die kegelförmigen Berge, und die zu gleicher Zeit vorhandenen trichterförmigen Thäler. Die trichterförmigen Thäler liegen so symmetrisch, dass der tiefste Punkt eines jeden derselben gleich weit von den tiefsten Punkten der ihm zunächst liegenden Thäler, und ebenso auch gleich weit von den Spitzen der ihm zunächst liegenden kegelförmigen Berge entfernt ist. Dasselbe gilt von den höchsten Punkten der kegelförmigen Berge.

Eine *stehende* Schwingung nennen wir diese Schwingung deswegen, weil die *Form* dieser kegelförmigen Berge und Thäler *nicht von einem Orte successiv auf einen anderen Ort der Oberfläche der Flüssigkeit in horizontaler Richtung fortrückt, sondern weil sie an dem Orte bleibt, gleichsam feststeht,* indem sich die Berge durch senkrechtes Niedersinken an demselben Orte abwechselnd in Thäler, die Thäler durch senkrechtes Steigen abwechselnd in Berge verwandeln. Dadurch sind diese kegelförmigen Erhabenheiten und Vertiefungen von den gewöhnlichen Wellen unterschieden, die in horizontaler Richtung ihren Ort verändern und daher in bestimmten Richtungen *fortschreiten.*

Wir haben nun bei der genaueren Erörterung unseres Gegenstandes drei Fragen zu beantworten:

1. Unter welchen Umständen entsteht die stehende Schwingung tropfbarer Flüssigkeiten, und mit welchen Erscheinungen an ihrer Oberfläche ist sie verknüpft?
2. Wie ist die Bahn, in der die einzelnen Flüssigkeitstheilchen bei der stehenden Schwingung einer Flüssigkeit schwingen, verschieden von der Bahn, in der sie während der fortschreitenden Schwingung (oder mit anderen Worten während der Wellenbewegung) sich bewegen?
3. Worin besteht also das Wesen der stehenden Schwingung?

§ 184.

Die stehende Schwingung tropfbarer Flüssigkeiten, von der Fig. 70 eine Vorstellung giebt, gehört schon zu den zusammengesetzteren Arten derselben. Bei einfacheren Arten sind die Aus- und Einbeugungen der schwingenden Abtheilungen nicht kegel- und trichterförmig, sondern den gewöhnlichen Wellen ähnlich, von denen sie sich jedoch dadurch unterscheiden, dass sie ihren Ort in horizontaler Richtung nicht verändern.

Solche stehende Schwingungen kann man z. B. veranlassen, wenn man am Ende eines langen und schmalen, mit Wasser erfüllten Kastens, Fig. 74, der mit Glaswänden versehen ist, ein Bretchen d mit dem unteren Rande senkrecht auf den Boden, und mit den Seitenrändern auch senkrecht auf die Seitenwände einsetzt, so jedoch, dass das Bretchen in der Richtung der Länge des Gefässes um seinen unteren Rand beweglich bleibt.

Bewegt man dann das Bretchen in einem richtigen Takte, indem man das obere Ende *d* dem Ende *c* des Kastens nähert, so dass sich das Bretchen in dieser Richtung um seinen auf dem Boden aufstehenden Rand dreht, so erregt man dadurch Wellen, deren Breite man nach Absicht vermindern oder vergrössern kann.

Erregt man nun z. B. in dem Gefässe Fig. 74 auf die beschriebene Weise Wellen, die aus einem Wellenberge und einem Wellenthale bestehen, deren Breite genau mit der halben Länge des Gefässes *abc* überein kommt, und hierauf in eben der Zeit eine zweite gleich breite, und dann ebenso eine dritte u. s. w., so entsteht durch die Durchkreuzung dieser nach einander erregten Wellen die stehende Schwingung, welche hier abgebildet ist, indem sich das in dem Glaskasten befindliche Wasser abwechselnd in die Lage *efg* und *ikl* setzt, und diese Bewegung dann von selbst längere Zeit fortsetzt, wenn auch das Bretchen *d* nicht mehr bewegt wird.

§ 185.

Diese Verwandlung der fortschreitenden Schwingung in die stehende lässt sich aus dem, was wir über das Fortschreiten und über die Durchkreuzung der Wellen vorgetragen haben, sehr wohl begreifen. Es sei *AB* Fig. 75 die horizontale Oberfläche des Wassers im Glaskasten während der Ruhe. Man denke sich die Zeit, welche erfordert wird, um eine ganze Welle zu erregen, in vier kleinere Zeiträume getheilt, und bemerke nun die Veränderung, die die Oberfläche des Wassers in einem jeden solchen Zeitraume erfährt.[1])

Im 1. Zeitraume (1) wird der halbe Wellenberg bei *ab* hervorgebracht, im 2. (2) schreitet dieser bis *c* fort, und die fortgesetzte Wirkung des Bretchens erregt die zweite Hälfte des Wellenberges, so dass nun der ganze Wellenberg *abc* entstanden ist. Im 3. Zeitraume (3) schreitet dieser Wellenberg bis nach *d* fort, und hinter ihm wird die eine Hälfte des Wellenthales bei *ab* hervorgebracht. Im 4. Zeitraume (4) rückt der Wellenberg bis *e* fort, den Raum *edc* einnehmend. Die Hälfte *ab* des Wellenthales geht bis *c*, und an sie hat sich durch neue Erregung mittelst des bewegten Bretchens die zweite Hälfte bei *ab* angebildet. So ist nach Verfluss dieser vier Zeittheile eine Welle, die aus dem Wellenberge *cde* und aus dem Wellenthale *abc* besteht, entstanden, deren Breite genau die Länge des Gefässes einnimmt. In einem 5. gleich grossen Zeitraume (5) ist der Wellenberg an der zurückwerfenden senkrechten Ebene *A* angeprallt, und hat sich bis fast zur doppelten

[1]) Die Wellenberge sind hier durch Striche, dic Wellenthäler durch Punkte angedeutet, ebenso ist die Richtung, in der die Wellenberge fortgehen, durch Pfeile mit Strichen, die, in der die Wellenthäler fortrücken, durch punktirte Pfeile angegeben.

Höhe erhoben, nimmt aber in der horizontalen Fläche nur die Hälfte des Raums ein, den er vorher inne hatte (siehe oben § 166), das zu ihm gehörende Thal ist nach *bcd* fortgerückt, und hinter ihm ist bei *ab* die Hälfte eines neuen Wellenberges neu erregt worden. Im 6. Zeitraume (6) ist der Wellenberg *ed* um die Hälfte niedriger geworden, und bis nach *c* in umgekehrter Richtung fortgeschritten, den Wellenberg *edc* bildend, der hier durch punktirte Linien angegeben ist. Allein da zu gleicher Zeit das zu ihm gehörige Wellenthal *dcb* auch nach *edc* vorrückt, so fallen der Wellenberg *edc* und das nun gleichfalls in *edc* angekommene Wellenthal in einander, vernichten sich für einen Augenblick durch Interferenz, und es entsteht daher hier in *edc* für einen Augenblick eine vollkommene Ebene (siehe oben § 167). Zugleich rückt der halbe Wellenberg *ab* nach *bc* fort, und in *ab* wird die zweite Hälfte desselben durch neue Erregung gebildet, so dass nun der ganze Wellenberg *abc* da ist. Im 7. Zeitraume (7) stellt sich das Thal *edc* durch die beschleunigte Bewegung, in der sich das Wasser in *ed* nach abwärts befindet, wieder her, und erlangt, weil es an *A* anprallt, und also seine beiden Hälften zusammenfallen, eine fast doppelte Tiefe bei halber Breite. Der Wellenberg *edc* rückt zugleich wegen der beschleunigten Bewegung, in der sich das Wasser in *dc* befindet, nach *dcb* vor, und fällt daselbst mit dem von *abc* nach *bcd* vorrückenden Wellenberge zusammen, und erlangt dadurch fast die doppelte Höhe. Zugleich bildet sich in *ab* durch neue Erregung die Hälfte eines neuen Wellenthales. Im 8. Zeitraume (8) verfolgt der von *edc* nach *dcb* gekommene Wellenberg seinen Weg nach *cba*, der von *cba* nach *dcb* gekommene Wellenberg seinen Weg nach *edc*, und so trennt sich der vereinigte hohe Wellenberg *dcb* in die beiden nach entgegengesetzten Richtungen fortschreitenden Wellenberge *cba* und *edc*. Weil nun aber gleichzeitig das von *A* zurückgeworfene Thal *ed* sich bis *edc* ausbreitet, so fällt es mit dem Berge *edc* zusammen und beide vernichten sich für einen Augenblick durch Interferenz. Ebenso rückt das halbe Thal *ba* nach *cb* vor und in *ba* bildet sich durch neue Erregung die andere Hälfte dieses Thales, so dass nun zugleich auch dieses Thal *cba* mit dem Wellenberge *cba* zusammenfällt, und beide sich für den Augenblick ihres vollkommenen Zusammenfallens durch Interferenz vernichten. So ist denn die Oberfläche der Flüssigkeit am Ende des 8. Zeitraumes für einen Moment ganz eben. Im 9. Zeitraume (9) stellen sich die Wellen durch die beschleunigte Bewegung, in der sich das Wasser bei *ab* und *ed* nach aufwärts, bei *dcb* nach abwärts befindet, wieder her. Die beiden Thäler *cba* und *edc* vereinigen sich in *dcb* in ein einziges, fast noch einmal so tiefes Thal, als jedes der beiden Thäler einzeln war. Der Wellenberg *edc* prallt an *A*, der Wellenberg *abc* prallt an *B* an, beide werden während des Anprallens noch ein Mal so schmal, zugleich aber fast noch ein Mal so hoch (siehe S. 166). Nun hat die schwingende Flüssigkeit eine solche Gestalt erhalten, bei der die Schwingung von selbst, ohne neue Anregung, längere Zeit hindurch fortdauert. Alle schwingenden benachbarten Abschnitte schwingen nach entgegengesetzten Richtungen und halten sich das Gleichgewicht. Im 10. Zeitraume (10) gehen die beiden in *dcb* vereinigt gewesenen Wellenthäler durch einander durch, das eine nach *edc*, das andere nach *cba*. Da sich nun aber gleichzeitig der bei *B* abgeprallte Wellenberg *ba* nach *cba* ausbreitet, so fällt er da mit dem Wellenthale *cba* zusammen, und beide vernichten sich für den Augenblick ihres vollkommenen Zusammenfallens durch Interferenz. Dasselbe geschieht mit dem von *A* abgeprallten Wellenberge *ed*, der sich nach *edc* ausbreitet und daselbst mit dem Wellenthale *edc* zusammenfällt, und sich ebenfalls durch Interferenz aufhebt, so dass also wieder am Ende des 10. Zeitraums ein Moment eintritt, wo die ganze Flüssigkeit ganz eben ist. Im 11. Zeitraume (11) vereinigen sich die beiden Wellenberge *cba* und *edc* in *dcb* zu einem Wellenberge von fast doppelter Höhe. Das Wellenthal *edc* prallt in *A* an, und wird im Anprallen noch ein Mal so tief und halb so breit, das Wellenthal *cba* prallt in *B* an, und wird gleichfalls noch einmal so tief und halb so breit. Von nun an wiederholen sich nur die letzteren drei Lagen. Im 12. Zeitraume kehrt die 10. Lage, im 13. Zeitraume die 9. Lage, im 14. Zeitraume die 10. Lage, im 15. Zeitraume die 11. Lage zurück, und so immer fort. Jeder Berg ist bei dieser stehenden Schwingung eine Vereinigung von zwei nach entgegengesetzten Richtungen fortschreitenden Wellenbergen, und daher hat ein solcher Berg kein *Vordertheil*, das im *Steigen*, kein *Hindertheil*, das im *Sinken* begriffen wäre, wie bei einer fortschreitenden Welle, sondern beide Abhänge eines solchen vereinigten Berges sind im Sinken. Ebenso verhält es sich mit den Thälern; beide Abhänge eines solchen vereinigten Thales sind im Steigen begriffen.

§ 186.

Ebenso entsteht auch die stehende Schwingung, die Fig. 76 abgebildet ist, wenn nämlich Wellen erregt werden, deren Breite $\frac{2}{3}$ der Länge des Gefässes beträgt. Fig. 76 giebt die Veränderung an, welche die Oberfläche *AB* in den 13 ersten Zeiträumen hierbei erfährt. Hier ist wieder, so wie vorher, die Zeit der Entstehung einer Welle in vier Zeiträume getheilt. Die Figuren erklären sich aus der Erklärung zu Fig. 75 von selbst.

Ebenso entsteht die stehende Schwingung, die Fig. 78 abgebildet ist, wenn die Breite der nach einander erregten Wellen der Hälfte des Gefässes gleichkommt.

Man wird hiernach leicht einsehen, was für stehende Schwingungen entstehen, wenn man Wellen nacheinander erregt, deren Breite $\frac{1}{3}$, oder $\frac{1}{6}$, oder $\frac{1}{8}$ der Länge des Gefässes beträgt.[1])

Auch die einfache Schwankung einer Flüssigkeit ist eine stehende Schwingung, z. B. wenn die Oberfläche einer Flüssigkeit AB, Fig. 79, sich abwechselnd in die Lage ab und cd setzt. Sie ist zu betrachten, als entstände sie durch das Zusammenfallen der zwei Hälften einer Welle, deren jede Hälfte eine Breite hat, die der Länge des Gefässes gleichkommt.

§ 187.

Das, was wir bis jetzt durch Experimente erwiesen haben, die in schmalen aber langen Gefässen angestellt wurden, gilt auch von Flüssigkeiten, die sich in gleichseitigen viereckigen Kästen befinden. Und wenn die stehenden Schwingungen, in langen schmalen von Wasser erfüllten Gefässen erregt, Aehnlichkeit mit den stehenden Schwingungen der Saiten oder der schmalen Stäbe haben, so können eben dieselben Schwingungen in gleichseitigen Gefässen mit den Schwingungen der Scheiben verglichen werden. So kann die Schwingung, Fig. 76, wenn sie in einem gleichseitig viereckigen Gefässe hervorgebracht wird, mit der von Chladni[2]) abgebildeten verglichen werden.

§ 188.

Weit zusammengesetzter ist aber die Entstehung der stehenden Schwingung, wenn sich die Wellen nicht blos in zwei, sondern in vier verschiedenen Richtungen begegnen.

Davon giebt Fig. 70 ein Beispiel. Hier bilden sich eine bestimmte Anzahl sehr regelmässig gestellter kegelförmiger Erhabenheiten und trichterförmiger Vertiefungen. Wenn nämlich in dem mit Wasser gefüllten, Fig. 71 abgebildeten Gefässe auf die oben § 182 beschriebene Weise durch die Bewegung des Bretchens b Wellen erregt werden, so gehen von dem Bretchen b Wellen, die ihm parallel sind, aus, welche gegen die beiden Katheten der zwei Triangeln laufen, von denen das Bretchen b die Hypotenuse ist. Die entstandenen Wellen werden von den Katheten zwei Mal zurück geworfen, und dadurch der Hypotenuse parallel, und so ereignet es sich, dass, wenn während der mehrmaligen Zurückwerfung der Wellen am Rande des Gefässes immer neue Wellen von

---

[1]) Alle diese Versuche lassen sich in unserer kleineren Wellenrinne, Fig. 12, recht gut anstellen, wenn man ihre Länge dadurch verkürzt, dass man in ihre Hälfte oder in ihr Drittel eine quere Scheidewand einfügt.

[2]) Traité d'acoustique. Paris 1809. Pl. III, Fig. 67.

bestimmter Breite durch das Bretchen b erregt werden, endlich jedem Wellenstücke ein anderes in *entgegengesetzter Richtung* entgegen kommt, so dass sich überall entgegengesetzte Wellenberge vereinigen und ebenso auch entgegengesetzte Wellenthäler. Diese vereinigten Wellenberge durchkreuzen einander an bestimmten Stellen, und an diesen Kreuzungspunkten, wo sich vier Wellenberge begegnen und zwar immer je zwei in entgegengesetzter Richtung, erscheinen die Fig. 70 abgebildeten kegelförmigen Erhabenheiten. Ebenso durchkreuzen sich die vereinigten Wellenthäler, und an diesen Kreuzungspunkten, wo sich vier Wellenthäler begegnen, und zwar auch hier je zwei in entgegengesetzter Richtung, entstehen die trichterförmigen Vertiefungen.

Da die beiden triangulären Räume durch das Bretchen b geschieden sind, und in jedem sich das ereignet, was in dem anderen vorgeht, so brauchen wir nur den Hergang in dem einen derselben zu erörtern.

Um den Vorgang anschaulich zu machen, wollen wir die Seiten des Triangels ABC, Fig. 73, eintheilen, und zwar die Hypotenuse desselben durch 15 Striche a', b', c', d', e', f'; g', h', i', k', l', m', n', o', p' in 16 Theile, und jede Kathete, auf der einen Seite, durch a, b, c, d, e, f, g, h, und auf der anderen durch i, k, l, m, n, o, p in 8 Theile theilen.

Nun stelle man sich vor, es würden von der Hypotenuse AB aus nach und nach sechs Wellen erregt, deren jede halb so breit wäre als die Entfernung der Mitte der Hypotenuse von dem Scheitel des Triangels gross ist.

Die Zeit, in welcher jede dieser Wellen um so viel, als ihre Breite beträgt, fortschreitet, werde in vier Zeiträume getheilt, und die Lage der fortschreitenden und neu erregten Wellen am Ende eines jeden solchen Zeitraumes dargestellt, so erhält man die Figuren, wie sie in den 17 Triangeln Fig. 73 (1) (2) (3) (4) (5) (6) (7) (8) (9) (10) (11) (12) (13) (14) (15) (16) (17) für die 17 ersten Zeiträume abgebildet sind.

Hierbei sind die Wellen so dargestellt worden, dass die Linien die Gipfel der Wellenberge, die punktirten Linien die Tiefen der Wellenthäler darstellen. Wo ein Wellenberg mit einem anderen ihm entgegenkommenden Wellenberge zusammenkommt, sind zwei parallele Linien nahe bei einander gezeichnet worden. Ebenso zwei parallele punktirte Linien, wo sich zwei entgegenkommende Wellenthäler vereinigt haben. Wo ein Wellenberg mit einem ihm entgegengekommenen Wellenthale zusammenfällt, und so eine Interferenz bildet, ist eine parallele punktirte Linie neben einer geraden Linie gesetzt.

Im 1. Zeitraume (1) hat die bewegliche Hypotenuse AB die Hälfte eines Wellenberges erregt, der in der Richtung der Normalen der Hypotenuse fortschreitet. Der Gipfel dieses Wellenberges liegt überall an AB an. Im 2. Zeitraume (2) ist der Gipfel dieses Wellenberges bis ap fortgeschritten. Das Stück $a'a$ ist aber von dem Theile Aa der einen Kathete, und das Stück $p'p$ ist von dem Theile Bp der anderen Kathete nach dem Gesetze der gleichen Winkel zurückgeworfen worden. $a'a$ schreitet in der Richtung von B, $p'p$ in der Richtung von A fort, und beide bilden daher mit ap einen rechten Winkel, und der ganze Wellenberg hat daher in diesem Zeitraume die Gestalt $a'app'$. Im 3. Zeitraume (3) hat der weiter fortgeschrittene Wellenberg die Gestalt $b'boo'$ angenommen. Zugleich ist durch die bewegliche Hypotenuse AB die Hälfte des zu dem Wellenberge $b'boo'$ gehörigen Wellenthales neu erregt worden, deren tiefster, durch Punkte angedeuteter Theil AB berührt. Im 4. Zeitraume (4) hat der erste Wellenberg die Gestalt $c'cnn'$, das zu ihm gehörige Thal die Gestalt $a'app'$ erhalten. Im 5. Zeitraume (5) ist der erste Wellenberg nach $d'dmm'$, das erste Wellenthal nach $b'boo'$ fortgegangen, zugleich aber durch die Hypotenuse AB die Hälfte eines zweiten Wellenberges erregt worden, dessen Gipfel dicht an AB anliegt. Im 6. Zeitraume (6) befindet sich der erste Wellenberg in $e'ell'$, das zu ihm gehörige Wellenthal in $c'cnn'$, der zweite Wellenberg aber ist nach $a'app'$ vorgerückt. Im 7. Zeitraume (7) nimmt der erste Wellenberg den Raum $f'fkk'$, das zu ihm gehörige Wellenthal den Ort $d'dmm'$ ein. Der zweite Wellenberg befindet sich in $b'boo'$ und durch die bewegliche Hypotenuse AB ist die Hälfte des zum zweiten Wellenberge gehörigen Wellenthales erregt worden, dessen Tiefe dicht an AB anliegt, und hier durch Punkte angegeben ist. Im 8. Zeitraume (8) finden wir den ersten Wellenberg in $g'gii'$, sein Wellenthal in $e'ell'$, den zweiten Wellenberg in $c'cnn'$ und sein Wellenthal in $a'app'$. Im 9. Zeitraume (9) hat sich der ganze erste Wellenberg in den senkrecht auf der Hypotenuse stehenden Wellenberg $h'h$ verwandelt, der aus zwei Wellenstücken besteht, die sich in entgegengesetzter Richtung begegnet und zusammengefallen sind, und deswegen fast die doppelte Höhe angenommen haben. Das zu dem ersten Wellenberge gehörige Wellenthal hat die Gestalt $f'fkk'$, der zweite Wellenberg den Ort $d'dmm'$ und sein Thal $b'boo'$ eingenommen, zugleich hat aber die bewegliche Hypotenuse AB die Hälfte des dritten Wellenberges, dessen Gipfel dicht an ihr anliegt, hervorgebracht. Im 10. Zeitraume (10) hat sich der vereinigt gewesene erste Wellenberg wieder nach entgegengesetzten Richtungen getrennt, den Berg $g'gii'$ bildend, der aber mit dem ersten Wellenthale in allen Punkten zusammenfällt und eine Interferenz bildet. Der zweite Wellenberg befindet sich in $e'ell'$, sein Wellenthal in $c'cnn'$ und der dritte Wellenberg in $a'app'$. Im 11. Zeitraume (11) ist der erste Wellenberg in $f'fkk'$ dem zweiten Wellenberge in entgegengesetzter Richtung begegnet, beide haben sich in allen Punkten zu gleicher Zeit vereinigt und einen fast doppelt so hohen Wellenberg gebildet. Die beiden Stücke des ersten Wellenthales sind sich bei $h'h$ gleichfalls begegnet und haben sich in ein fast noch ein Mal so tiefes Thal vereinigt. Das zweite Wellenthal befindet sich in $d'dmm'$, der dritte Wellenberg ist nach $b'boo'$ fortgerückt, und die bewegliche Hypotenuse AB hat die Hälfte des dritten Wellenthales hervorgebracht, dessen Tiefe dicht an AB anliegt und durch Punkte angegeben ist. Im 12. Zeitraume (12) fällt der erste Wellenberg bei $e'ell'$ mit dem zweiten Wellenthale, das erste Wellenthal mit dem zweiten Wellenberge bei $g'gii'$ zusammen und bilden eine Interferenz. Der dritte Wellenberg hat den Ort $c'cnn'$, und sein Wellenthal den Ort $a'app'$ inne. Im 13. Zeitraume (13) fällt der erste Wellenberg bei $d'dmm'$ mit dem dritten Wellenberge, das erste Wellenthal mit dem zweiten bei $f'fkk'$ und die eine Hälfte des zweiten Wellenberges mit der anderen bei $h'h$ zusammen, und so entstehen zwei noch ein Mal so hohe Wellenberge und ein noch ein Mal so tiefes Wellenthal. Das dritte Wellenthal befindet sich in $b'boo'$ und zugleich hat die bewegliche Hypotenuse AB die Hälfte des vierten Wellenberges erregt, deren Gipfel AB dicht berührt. Im 14. Zeitraume (14) vereinigt sich der erste Wellenberg bei $c'cnn'$ mit dem dritten Wellenthale, das erste Wellenthal bei $e'ell'$ mit dem dritten Wellenberge, der zweite Wellenberg mit dem zweiten Wellenthale bei $g'gkk'$. Alle diese bilden eine Interferenz. Der vierte Wellenberg befindet sich in $a'app'$. Im 15. Zeitraume (15) vereinigt sich der erste Wellenberg bei $b'boo'$ mit dem vierten, das erste Wellenthal mit dem dritten bei $d'dmm'$, der zweite Wellenberg mit dem dritten bei $f'fkk'$, das eine Stück des zweiten Wellenthales mit den anderen bei $h'h$. Zugleich entsteht die Hälfte des vierten Wellenthales durch die Bewegung der Hypotenuse AB. Im 16. Zeitraume (16) fällt der erste Wellenberg mit dem vierten Wellenthale bei $a'app'$, das erste Wellenthal mit dem vierten Wellenberge bei $c'cnn'$, der zweite Wellenberg mit dem dritten Wellenthale bei $e'ell'$, das zweite Wellenthal mit dem dritten Wellenberge bei $g'gii'$ zusammen, alle heben sich gegenseitig für einen Moment durch Interferenz auf. Im 17. Zeitraume (17) stösst der erste Wellenberg auf den fünften, so eben erregten, am Rande der Hypotenuse AB, das erste Wellenthal auf das vierte bei $b'boo'$, der zweite Wellenberg auf den vierten bei $d'dmm'$, das zweite Wellenthal auf das dritte bei $f'fkk'$, und das eine Stück des dritten Wellenberges auf das zweite Stück desselben bei $h'h$. Die Berge werden durch diese Begegnung in entgegengesetzter Richtung fast noch ein Mal so hoch, die Thäler fast noch ein Mal so tief als jedes einzeln war.

Da sich nun aber die vereinigten und dadurch erhöhten Wellenberge an sieben Stellen, die hier mit kleinen Kreisen angedeutet sind, einander selbst durchkreuzen, so werden diese Punkte wieder fast noch ein Mal so hoch als jeder vereinigte Wellenberg ist, und zwar so, dass der Mittelpunkt dieser Durchkreuzung vereinigter Wellen den höchsten Punkt darstellt, und also fast vier Mal so hoch ist als eine einfache Welle. Auf gleiche Weise durchkreuzen sich die vereinigten und deswegen doppelt tiefen Wellenthäler an den sechs Stellen, die mit punktirten Kreisen angedeutet sind, und so entstehen hier sechs tiefe Trichter, die fast noch ein Mal so tief sind als jedes vereinigte Wellenthal, und deren mittelster tiefster Punkt fast vier Mal so tief ist als ein einfaches Wellenthal, und so ist durch die blosse Begegnung gleich breiter nach einander erregter Wellen die stehende Oscillation hervorgebracht worden, welche Fig. 70 durch Schatten und Licht ausgeführt darstellt.

Man darf nun den Fortgang der durcheinander durchgehenden Wellen nur weiter fortführen, um zu sehen, dass sich von nun an die drei zuletzt erwähnten Lagen immer von Neuem wiederholen, im 18. Zeitraume die 16., im 19. Zeitraume die 15., im 20. Zeitraume die 16., im 21. Zeitraume die 17., etc. Diese stehende Schwingung dauert daher, auch wenn man aufgehört hat, durch die Bewegung der Hypotenuse AB Wellen zu erregen, noch eine Zeit lang von selbst fort. Fig. 72 stellt für diese Erscheinung Linien dar, welche Chladni bei schwingenden festen Körpern Knotenlinien nennt.

§ 189.

Eine zweite Methode, stehende Schwingungen in tropfbaren Flüssigkeiten zu erregen, besteht darin, dass man in die Mitte eines mit Flüssigkeit (am besten Quecksilber) gefüllten regelmässig gestalteten Gefässes in regelmässigem Takte abwechselnd einen Körper senkrecht eintaucht und wieder herauszieht. Von dem Orte, wo dieser Körper, z. B. der Finger, eingetaucht und herausgezogen wird, gehen kreisförmige Wellenberge und Wellenthäler aus, die gegen die Wände des Gefässes laufen, dort zurückgeworfen werden, und nun den in der Mitte immer von Neuem erregten Wellen entgegenkommen, und sich mit ihnen und mit den von den übrigen Wänden zurückgeworfenen Wellen durchkreuzen. Die Punkte, wo sich die Gipfel mehrerer in entgegengesetzter Richtung fortschreitender Wellen regelmässig treffen, werden die höchsten Punkte von hohen kegelförmigen Erhebungen der Flüssigkeit. Die Punkte, wo sich die Tiefen mehrerer in entgegengesetzter Richtung fortschreitender Thäler durchkreuzen, werden die tiefsten Punkte von trichterförmigen Vertiefungen der Flüssigkeit. Sind die Wellenberge und Wellenthäler gleich breit, und gestattet es die Gestalt des Gefässes, dass die Durchkreuzung derselben sehr regelmässig geschieht, so fallen die Kreuzungspunkte der

Wellenberge und Wellenthäler abwechselnd auf einem und demselben Orte in dem Gefässe, und so entsteht die stehende Schwingung.

Auf diese Weise ist die Fig. 80, 81 dargestellte Schwingung in einem viereckigen, 2 Zoll tief mit Quecksilber gefüllten Gefässe, dessen Seitenwände 6 Zoll lang waren, hervorgebracht worden. Man bemerkte, dass das Quecksilber, welches dieses Gefäss erfüllte, abwechselnd die Fig. 80 dargestellte Lage annahm, indem es sich in den vier Ecken des Gefässes in vier Kegeln erhob, in der Mitte zugleich eine tiefe trichterförmige Vertiefung bildete, und abwechselnd die Fig. 81 abgebildete Gestalt erhielt, indem es in der Mitte eine kegelförmige Erhebung darstellte, und an den vier Ecken vertieft war, wobei zugleich auch das Quecksilber am Rande des Gefässes zwischen zwei Ecken etwas stieg. Wenn eine Scheibe auf gleiche Weise schwingt, so bildet der auf sie gestreute Sand die von Chladni, Traité d'Acoustique Pl. III, Fig. 65, abgebildete Klangfigur. Siehe Fig. 82.

Auf dieselbe Weise kann man, wenn man in einem noch schnelleren Takte durch Eintauchen und Herausziehen des Fingers in das Quecksilber des genannten Gefässes Wellen erregt, die Fig. 83 *A* und *B* angedeutete stehende Schwingung erregen. Die höchsten Punkte der kegelförmigen Erhebungen der Flüssigkeit sind durch kleine Kreise, die tiefsten Stellen der trichterförmigen Vertiefungen durch Kreuzchen angedeutet worden. Wenn eine Scheibe auf gleiche Weise schwingt, als hier die Flüssigkeit, so bildet aufgestreuter Sand die von Chladni, Traite d'Acoustique Pl. IV, Fig. 82, abgebildete Klangfigur.

Ausser diesen durch die stehende Schwingung gebildeten Figuren entstehen noch viel zusammengesetztere, wenn man die Flüssigkeit durch das Eintauchen und Herausziehen des Fingers in einem noch schnelleren Takte in Bewegung setzt. Allein diese Figuren lassen sich dann noch weit weniger übersehen, als die genannten einfacheren, und es gelingt auch schwer, mittelst der Hand eine so taktmässige Bewegung hervorzubringen, dass die Schwingung vollkommen stehend wird.

§ 190.

Es giebt noch eine dritte Methode, eine stehende Schwingung in mit Flüssigkeit gefüllten, viereckigen oder anders gestalteten Gefässen zu erregen, indem man nämlich dieses Gefäss auf eine sehr elastische Unterlage stellt, z. B. auf eine Trommel oder Pauke, oder auf die Mitte des Geflechts aus spanischem Rohr, womit man die Rohrstühle zu überziehen pflegt. Setzt man nun diese elastische Unterlage dadurch in Erzitterung, dass man sie da, wo das Gefäss steht, von unten nach aufwärts regelmässig in einem gewissen Takte stösst, so können die von den Rändern desselben ausgehenden Wellen durch ihre Vereinigung und Durchkreuzung eine stehende Schwingung, die ausserordentlich zusammengesetzt ist, hervorbringen, zuweilen kann auch durch die Stösse eine abwechselnde Schwankung der Flüssigkeit in dem Gefässe verursacht werden, so dass diese dann später eine zusammengesetztere, stehende Schwingung veranlasst. Zu bemerken ist aber hierbei, dass die Kegel und Trichter, welche zum Vorschein kommen, noch von einer unendlichen Menge ganz kleiner, sich vielfach durchkreuzender Wellen bedeckt werden, und also die Erscheinung, wenn sie nach dieser Methode hervorgebracht wird, nicht so rein hervortritt, als bei der ersten, wo die Kegel und Trichter, im Wasser wenigstens, frei von anderen Unebenheiten gesehen wurden. Man darf die hier erscheinende stehende Schwingung nicht mit der Schwingung verwechseln, welche man sieht, wenn man eine dünne Lage Flüssigkeit auf eine schwingende Scheibe oder in ein schwingendes Gefäss gebracht hat. Manche Physiker sind geneigt gewesen, diese Schwingung der Flüssigkeiten gleichsam für einen Abdruck der Molekularschwingung der festen Körper zu halten. Aus dem vorhin erörterten Vorgange ergiebt sich die Natur dieser Schwingung hinreichend. Die neun Quadrate, Fig. 84, (1) bis (9), stellen ein viereckiges, mit Quecksilber erfülltes Gefäss dar, in dem das Quecksilber successiv dadurch in eine stehende Schwingung versetzt wird, dass das Gefäss auf die Mitte des Rohrgeflechts eines Stuhls gesetzt, und in seiner Mitte durch taktmässige Stösse auf die untere Fläche des Rohrgeflechts erschüttert wurde.

Die neun Quadrate, Fig. 84, zeigen die Veränderungen, die die Oberfläche des Quecksilbers in neun gleich grossen Zeiträumen hierbei erfährt, wenn durch die regelmässigen Stösse nacheinander gleichzeitig an allen vier Seiten des Gefässes Wellen erregt werden, deren Breite der Hälfte der des quadratischen Gefässes gleichkommt. Hier tritt schon eine stehende Schwingung ein, wenn an allen vier Seiten zwei ganze und eine halbe Welle erregt worden sind. Wir bezeichnen den ersten Wellenberg an allen vier Seiten mit A, sein Wellenthal mit a, den zweiten Wellenberg mit B, sein Wellenthal mit b, den dritten Wellenberg mit C, sein Wellenthal mit c; so kann man in den neun Quadraten den Fortgang und die Begegnung der Wellen ohne Erklärung verstehen. Die Zeit, in welcher eine Welle um so viel, als ihre Breite beträgt, fortschreitet, ist in vier Theile getheilt, und jeder der neun dargestellten Zeiträume ist einem solchen Zeittheile gleich. An dem Quadrate, welches die Oberfläche des Quecksilbers im 9. Zeitraume darstellt, sind die entstehenden kegelförmigen Erhabenheiten durch Kreise, und die trichterförmigen Vertiefungen durch punktirte Kreise angezeigt. Es ist bei diesem Versuche sehr überraschend, zu sehen, wie die ganze Fläche des Quecksilbers, anfänglich mit einer grossen Anzahl grösserer und kleinerer Wälle, welche regelmässige, gleichseitig viereckige Gitter einschliessen, bedeckt ist, wie die Stellen, wo sich diese Wälle durchkreuzen, gleich anfänglich kleine Erhabenheiten bilden, wie dann aber mit einem Male alle diese Gitter verschwinden, und an ihre Stelle eine gewisse Zahl grosser Kegel und vertiefter Hohlspiegel treten, die nun nicht mehr fortschreiten, wie die Flüssigkeitswälle anfänglich, sondern feststehen.

Die hierdurch entstehende, Fig. 84, abgebildete Schwingung kommt mit der von Chladni, Traité d'Acoustique, Paris 1809, Pl. IV, Fig. 82, abgebildeten überein. Man wird, wenn man das Quadrat Fig. 84, No. 8, mit Chladni's Figur vergleicht, bemerken, dass die Chladni'schen Knotenlinien genau die Lage haben, wie die Grenzen der Wellen, während alle Wellenberge mit allen Wellenthälern zusammenfallen und sich an dem Orte, den sie einnehmen, für einen Moment durch Interferenz vernichten. Die Form der schwingenden Oberfläche der Flüssigkeit hat auch in der That hier ihre ruhenden Linien. Allein da die Flüssigkeitstheilchen nach ganz anderen Richtungen schwingen, als die aus vielen einzelnen Flüssigkeitstheilchen bestehende Oberfläche, so kann natürlich der Versuch nicht gelingen, die Knotenlinien der schwingenden Quecksilberoberfläche durch aufgestreuten Sand, wie Chladni bei den Scheiben angewendet hat, sichtbar zu machen.

§ 191.

Bei allen diesen Methoden, die stehende Schwingung zu erregen, kommt es nun also darauf an:

a) dass in regelmässigen Zeitabschnitten gleich breite Wellen erregt werden,
b) dass diese Wellen von den regelmässigen Wänden des Gefässes so zurückgeworfen werden, dass sich die zurückgeworfenen Wellenberge und Wellenthäler mit den ursprünglich erregten, und eben so die zurückgeworfenen Wellenberge und Wellenthäler mit den zurückgeworfenen an symmetrisch geordneten Stellen zweifach oder mehrfach durchkreuzen,
c) dass die höchsten und tiefsten Punkte aller dieser durch die Durchkreuzung entstehenden kegelförmigen Berge oder kesselförmigen Thäler gleich weit von einander abstehen.

Hieraus folgt von selbst, dass die Breite der erregten Wellen, oder die Schnelligkeit, mit der sie erregt werden, den grössten Antheil an der Anzahl entstehender kegelförmiger Berge oder trichterförmiger Thäler, und also auch an der Anzahl der zwischen diesen Bergen und Thälern entstehenden Linien der vollkommensten Interferenz (bei CHLADNI Knotenlinien) haben müssen.

Es folgt endlich hieraus von selbst, was Vielen bei den CHLADNI'schen Klangfiguren der mit freien Rändern schwingenden Scheiben wunderbar geschienen hat, dass diejenigen Linien der vollkommensten Interferenz (Knotenlinien), welche dem Rande des Gefässes am nächsten liegen, genau *nur halb so weit von diesem Rande entfernt sind,* als sie von den gegen die Mitte des Gefässes zu liegenden Linien der vollkommensten Interferenz abstehen. Es rührt das nämlich daher, weil am Rande des Gefässes durch die Zurückwerfung nur halbe Wellenberge und halbe Wellenthäler entstehen, die sich mit ihrer Durchschnittsfläche an den Wänden des die Flüssigkeit einschliessenden Gefässes stützen. Man sehe Fig. 84 die Linien (8), welche an einer Scheibe, die auf die nämliche Weise schwänge, Knotenlinien sein würden.

§ 192.

Wir können aber hier nicht mit Stillschweigen übergehen, dass auch da, wo die Bedingungen zu einer stehenden Schwingung der Flüssigkeiten nicht vollständig vorhanden zu sein scheinen, dennoch eine solche Schwingung entstehen könne, was wir uns so erklären, dass, wenn sich nur an einigen, vielleicht nicht ganz regelmässig gestellten Punkten Kegel und Trichter gebildet haben, die Flüssigkeit dadurch einen Schwung bekommen kann, der, durch wiederholte Zurückwerfung von den Wänden des Gefässes, mehr und mehr regelmässig werden kann.

Da die stehende Schwingung nichts ist, als eine ununterbrochen sich wiederholende regelmässige Durchkreuzung von Wellen, so gilt hier von der schwingenden Bewegung der einzelnen Flüssigkeitstheilchen dasselbe, was oben § 162 über die Bahnen gesagt worden ist, in denen sich die Flüssigkeitstheilchen während der Durchkreuzung zweier Wellen bewegen. Die Flüssigkeitstheilchen bewegen sich nämlich *nicht in Kurven, die in sich selbst zurücklaufen, sondern die Theilchen gehen durch dieselben Punkte derselben Bahnen wieder rückwärts, durch die sie vorwärts gegangen waren.* Das Flüssigkeitstheilchen. welches auf der Mitte des Gipfels eines kegelförmigen Wellenberges sich befindet, bewegt sich in einer geraden senkrechten Bahn nach abwärts gegen die Mitte der Basis dieses Kegels, so dass es, wenn es bis zum tiefsten Punkte derselben herabgestiegen ist, nun die tiefste Stelle des trichterförmigen Thales einnimmt, und sich hierauf durch dieselben Punkte seiner Bahn wieder nach aufwärts bewegt. Die übrigen Flüssigkeitstheilchen bewegen sich in mehr oder weniger krummen Bahnen, deren Krümmung sich vielleicht durch Berechnung, keineswegs durch Beobachtung bestimmen lassen wird, ungefähr so, wie die in § 162 angeführte Fig. 44 anschaulich macht.

§ 193.

Es ist sehr merkwürdig, dass die stehende Schwingung zuweilen auch in mehr oder minder vollkommenem Grade auf dem Meere entstehen kann, wenn zwei und mehrere Winde von entgegengesetzten Richtungen her Wellen erregen.

Hierher ist wohl die Beobachtung von James Horsburgh über die Wellen in der Chinesischen See während eines Typhons zu setzen. Er sagt:[1]) „In der Chinesischen See ereignet sich häufig während eines Typhons (ty-fong), dass die Wellen nach jeder Richtung laufen; sie haben dann das Aussehen von hohen Bergen oder Pyramiden, welche eine in die andere mit grosser Gewalt einbrechen. Die Schiffe laufen Gefahr, ihre Steuerruder zu verlieren, wenn diese Pyramiden dagegen schlagen, und von der heftigen turbulenten Bewegung, welche durch so verschiedenartige Stösse entsteht, leiden die Masten Schaden. Das Wellenschlagen kann von einem heftigen Winde herrühren, der mit einem anderen Winde, der ihm entgegenbläst, zu kämpfen hat, wie man das manchmal auf der See bemerkt".

§ 194.

Die stehende Schwingung findet sich auch häufig von selbst, wie wohl etwas unregelmässig, ein, wenn ein Gefäss mit Flüssigkeit bewegt und erschüttert wird. Der gemeine Mann kennt die dadurch entstehenden kegelförmigen Erhebungen der Flüssigkeiten, bei deren Bildung die Flüssigkeit oft hoch in die Höhe spritzt, sehr wohl, und sucht ihre Bildung dadurch zu verhindern, dass er ein oder mehrere Stücke Holz in das mit Wasser erfüllte Gefäss wirft, wenn es weiter getragen oder gefahren werden soll. Dasselbe Mittel pflegt man beim Fortfahren der Sturmfässer anzuwenden, um während des Fahrens nicht zu viel Wasser zu verlieren. Die schwimmenden Körper machen dann die Wellen unregelmässig, und verhüten so die stehende Schwingung.

Auch Flüssigkeiten, welche sehr schwer in eine fortdauernde Wellenbewegung versetzt werden können, sind zur stehenden Schwingung sehr wohl geeignet. So hat Rübsenöl die Eigenschaft, wenn es in einer Schüssel auf die oben beschriebene Weise regelmässig erschüttert wird, kegelförmige Erhebungen zu bilden, von denen das Oel hoch in die Luft gespritzt wird, doch eignet sich Quecksilber vor allen anderen Flüssig-

[1]) Nicholson's Journal, Vol. 15. Gilbert's Annalen, Bd. 32, 1809, pag. 408.

keiten zu ihrer Hervorbringung, so wie auch zur Erkennung der hierbei Statt findenden Bewegung des Quecksilbers das Fig. 33 abgebildete, pag. 143 beschriebene Instrument, dessen eine Seitenwand eine schiefe Ebene ist, vor allen anderen geschickt ist. Wenn man dieses Instrument so stellt, dass es nicht unbeweglich ist, und dann auf seine schiefe Ebene in einem gewissen Takte mit dem Finger klopft, so entsteht eine stehende Schwingung, die da, wo die Oberfläche des Quecksilbers durch die schiefe Ebene begrenzt wird, sehr deutlich beobachtet werden kann. Man sieht hier, dass der glänzende Rand des Quecksilbers sich abwechselnd in dieselben zwei Lagen setzt, die eine mit Schwingungsknoten unterbrochen schwingende Saite annimmt. Da man aber beide Lagen gleichzeitig zu sehen scheint, so sieht man zwei glänzende Linien, die sich wie die Schlangen eines Merkuriusstabs an bestimmten Stellen durchkreuzen.

Dritte Abtheilung.

Vergleichung der durch die Erfahrung gefundenen Wellenerscheinungen mit den Resultaten der bis jetzt aufgestellten Wellentheorien.

Abschnitt I.

Allgemeinere Bemerkungen und Versuche, welche die Anwendung des Kalkuls zu einer Begründung einer Theorie der Wellen auf verschiedenen Wegen erleichtern können.

§ 195.

Der Stoss, der eine Welle im Wasser oder in anderen tropfbaren Flüssigkeiten veranlasst, ist zwar die unmittelbare Ursache der *Entstehung* der Erhabenheit oder Vertiefung, die man Welle nennt, keineswegs aber die unmittelbare Ursache des *Fortschreitens* dieser Welle. Dadurch unterscheiden sich die Wasserwellen sehr auffallend von den Schallwellen, selbst von denjenigen, die den Schall im Wasser fortpflanzen. Denn das Fortschreiten dieser Wellen ist die unmittelbare Wirkung des fortgepflanzten Stosses.

Der Stoss, den man auf Wasser mit freier Oberfläche wirken lässt, verbreitet sich zwar mit grosser Geschwindigkeit durch dasselbe, wie uns eben der Schall lehrt, der in dem Wasser bekanntlich mit weit grösserer Geschwindigkeit fortgeleitet wird, als in der Luft. Allein die sichtbare Bewegung, die der Stoss im Wasser hervorbringt, beschränkt sich auf einen ziemlich engen Umkreis um den Punkt herum, wo der Stoss wirkte. Die Flüssigkeit, die sich aber in diesem Umkreise nach angebrachtem Stosse bewegt, scheint sich nicht *successiv*, sondern *gleichzeitig* zu bewegen.

Die Wirkung eines Stosses ist also eine fast gleichzeitige Bewegung der Flüssigkeit um den Ort herum, auf den der Stoss geschah.

Beobachtet man nämlich in unserer, Fig. 12 oder Fig. 13, abgebildeten Wellenrinne mit einer Loupe die im Wasser ruhig schwebenden Theilchen, die gleiches specifisches Gewicht als das Wasser haben, und alle seine Bewegungen theilen, in grösserer Entfernung von dem Orte, wo man das Wasser stösst, so sieht man in dem Augenblicke des Stosses keine Bewegung derselben, es müsste denn zugleich eine Erschütterung der ganzen Rinne verursacht worden sein. Erst nach Verlauf einiger Zeit fangen sich die durch die Loupe betrachteten Theilchen an zu bewegen, und eine kleine elliptische Bahn zu durchlaufen.

Wird nun die Flüssigkeit an irgend einer Stelle ihrer Oberfläche gestossen, so scheint die augenblickliche, durch den Stoss entstehende senkrechte Bewegung in die Tiefe der Flüssigkeit hinab in einer grösseren Entfernung vom Orte, auf den der Stoss wirkte, merklich zu sein, als an der Oberfläche der Flüssigkeit in horizontaler Richtung, wo diese augenblickliche Bewegung schon in einer sehr geringen, jedoch nicht genau bestimmbaren Entfernung vom Orte des Stosses unsichtbar ist.

In der Tiefe der Flüssigkeit bemerkt man senkrecht unter dem Orte an der Oberfläche, auf den der Stoss wirkte, ausser der Bewegung, die augenblicklich mit dem Stosse verbunden ist, keine Bewegung, die erst merklich würde, nachdem der Stoss einige Zeit vorbei ist, und es scheint demnach, wenigstens bei der geringen Tiefe von 6 Zoll bis zu fast 2 Fuss, bei der wir unsere Versuche anstellten, keine *merklich successive* Fortpflanzung der Bewegung von der Oberfläche der Flüssigkeit senkrecht in die Tiefe Statt zu finden.

Die unmittelbare Wirkung eines angebrachten Stosses endigt also damit, die Flüssigkeit senkrecht unter dem gestossenen Orte bis in *beträchtliche* Tiefen horizontal an der Oberfläche neben der gestossenen Stelle bis zu einer *geringen* Entfernung in eine scheinbar gleichzeitige Bewegung zu versetzen, vermöge deren auf der Oberfläche entweder eine Erhebung oder Vertiefung entsteht. Ob sich nun zwar der Stoss auch horizontal bis zu viel entfernteren Gegenden fortpflanzt, so bringt er doch daselbst keine wahrnehmbare Bewegung mehr hervor, wovon in diesem Abschnitte der Grund angegeben werden wird.

§ 196.

Wenn man nun aber die entstandene Erhebung oder Vertiefung von dem Orte der Oberfläche, an dem sie zuerst hervorgebracht wurde, langsam fortrücken sieht, so wird wohl Niemand auf den Gedanken kommen, dass der durch das Wasser fortschreitende Stoss, da wo er sich gerade befindet, an der Oberfläche diese Erhebung oder Vertiefung verursache, denn die Langsamkeit der Welle, und die Geschwindigkeit der Fortpflanzung des Stosses durch Wasser beweist es schon, dass die Welle keine unmittelbare Wirkung des fortschreitenden Stosses sein könne. Die unmittelbare Wirkung des Stosses ist schon längst verschwunden, wenn die dadurch entstandene Welle noch lange fortfährt sich zu bewegen, und das Fortschreiten der Welle geschieht also durch eine immer neu hervorgebrachte successive Bewegung von *anderen* Flüssigkeitstheilchen als denen, die durch den ursprünglichen Stoss selbst eben bewegt wurden.

Bei der Wirkung des Stosses ist zugleich nicht zu verkennen, dass die von ihm unmittelbar bewegten Theilchen der Flüssigkeit sich in einer ganz anderen Richtung bewegen, als die ist, in der die Welle fortschreitet. Wird ein Theil der Flüssigkeit niedergestossen, so bewegt sich die neben der gestossenen Stelle an der Oberfläche befindliche Flüssigkeit steigend; wird Flüssigkeit durch Saugen, z. B. in einer Röhre, in die Höhe gehoben, so bewegt sich die benachbarte Flüssigkeit an der Oberfläche sinkend. Also ist die Wirkung des Stosses in beiden Fällen eine senkrechte, während die Welle horizontal fortgeht.

§ 197.

Die Kraft aber, welche das Fortschreiten der Welle bewirkt, ist eine *andere*, von dem Stosse, der zur Entstehung der Welle Veranlassung gab, ganz verschiedene, die *Schwerkraft*. Sie bewirkt, dass die über das Niveau erhobenen Flüssigkeitstheilchen herabsinken, und dadurch die unter ihnen befindliche Flüssigkeit von Neuem drücken, und rings herum in einer kleinen Entfernung sich zu bewegen nöthigen. Auch der Stoss, der von diesen durch die Schwere niedersinkenden Flüssigkeitstheilchen ausgeht, bewirkt, in die Tiefe hinab in beträchtlicher, an der Oberfläche in geringer Entfernung, eine augenblickliche Bewegung, welche gleichfalls in anderen Richtungen, als die, in der die Welle fortgeht, geschieht, wodurch ein neues Steigen rings herum veranlasst wird.

Werden die Flüssigkeiten, etwa Wasser, gehindert, an der Oberfläche auszuweichen, z. B. dadurch, dass die Flüssigkeit ringsum eingeschlossen ist, so ist die Entstehung von Wasserwellen unmöglich, wohl aber ist die Flüssigkeit fähig zur Verbreitung von Schallwellen, denn diese werden dadurch nicht gehindert.

Eine freie Oberfläche ist eine wesentliche Bedingung der Entstehung von Wasserwellen, und sie schreiten auch nur in zwei Dimensionen, nämlich der Länge und Breite fort, und könnten deswegen Kreiswellen, oder weil die unter der Oberfläche liegenden tieferen Schichten dieselbe Bewegung haben, *Ringwellen*, cylinderförmige Wellen genannt werden. Diese Ringwellen haben zwar gleich anfangs eine Ausdehnung nach drei Dimensionen, indem der Stoss, der sie hervorbringt, nach drei Dimensionen wirkt; aber sie *schreiten* nur in zwei Dimensionen *fort*. Wenigstens lässt es sich durch *Versuche* nicht nachweisen, dass sie auch in der Dimension der Tiefe fortschritten. Die Schallwellen dagegen gehen nach drei Dimensionen fort, und können daher, weil sie hohlen

Kugeln gleichen, die sich mit ausserordentlicher Geschwindigkeit ausdehnen, *Kugelwellen* genannt werden. In Beziehung auf die Kraft, die die Ursache des Fortschreitens der Wellen ist, könnten die Wasserwellen *Fallwellen*, die Schallwellen dagegen *Stosswellen* heissen.

§ 198.

Die Ursache, warum ein auf tropfbare Flüssigkeiten wirkender Stoss an der Oberfläche nur in der nächsten Umgebung der gestossenen Stelle eine Bewegung hervorbringt, keineswegs aber sich successiv in grosse Entfernungen erstreckt, liegt theils darin, dass die tropfbaren Flüssigkeiten sehr wenig elastisch sind, theils darin, dass sie wegen der grossen Beweglichkeit ihrer einzelnen Theilchen so leicht an der Oberfläche ausweichen.

Hindert man daher dieses Ausweichen der Theilchen, so pflanzt sich ein auf Flüssigkeit wirkender Stoss fast augenblicklich bis in grosse Entfernungen fort, und bringt dort eine merkliche Bewegung hervor.

Um dieses wenigstens im Kleinen zu zeigen, nahmen wir eine 12 Fuss lange hölzerne Röhre, banden an beide Enden derselben Blasen an, und füllten die Röhre und Blasen gepresst mit Wasser an. Wurde nun die eine Blase gestossen, während einer von uns die andere mit den Händen umfasst hielt, so bemerkten wir keine Zeit, welche nöthig gewesen wäre, um den Stoss vom einen Ende der Röhre bis zum anderen durch die Flüssigkeit hindurch fortzuleiten.

§ 199.

Wir liessen, um den entsprechenden Versuch für das Gegentheil zu machen, zwei genau auf einander passende Leisten, Fig. 85 α, β, jede 1 Zoll P. M. dick, auf einander leimen, nachdem in die untere Leiste eine 2 Fuss lange, ½ Zoll im Quadrate haltende Furche eingehobelt worden war. Dadurch wurde die Furche in eine ganz geschlossene, reguläre, vierseitige Röhre verwandelt, die sich nur bei γ durch eine Mündung öffnete, welche fest verstöpselt werden konnte. Auf der oberen horizontalen Oberfläche der Leiste wurden neun gleich grosse Oeffnungen *a, b, c, d, e, f, g, h, i,* jede 4,6 Linien weit, und von der anderen 3 Zoll abstehend, senkrecht eingebohrt, dann dafür gesorgt, dass die Oberfläche ganz eben, und die Oeffnungen von scharfen platten Kanten umgeben waren. In das Loch *a* wurde eine Glasröhre .von 3,6 Linien lichtem Durchmesser senkrecht eingesetzt, und durch Siegellack befestigt. Zugleich wurde die Anstalt getroffen, dass das Quecksilber aus jeder der acht übrigen Oeffnungen nur in besondere Gefässe *b′ c′ d′ e′ f′ g′ h′ i′*

ablaufen konnte, was sich z. B. so bewirken lässt, dass man zwischen den Oeffnungen kleine Leistchen aufleimt. Die Röhre wurde nun genau horizontal gestellt, und dann mit Quecksilber gefüllt, wobei Sorge getragen wurde, dass die Luft, die sich in den blinden zwei Enden der Röhre verhalten konnte, ausgetrieben wurde.

Hierauf hob Einer von uns das Quecksilber in der Glasröhre *a* durch Saugen mit dem Munde bis zu einer gewissen Höhe, z. B. 1 Zoll hoch, und hielt die gehobene Quecksilbersäule fest, während der Andere die Röhre wieder so weit mit Quecksilber anfüllte, dass das Quecksilber aus allen Löchern in Gestalt von so hohen Halbkugeln, die alle gleiche Grösse hatten, nämlich die grösste Tropfenhöhe, emporragte, so dass die geringste Kraft das Quecksilber aus den Löchern abzufliessen nöthigen musste, und keine Vergrösserung der Halbkugeln mehr möglich war.

Wirkte daher hier der Stoss der niederfallenden Quecksilbersäule nur einigermaassen merklich in die Entfernung, so müsste das Quecksilber aus allen Oeffnungen ausfliessen. Allein das fand nicht Statt, wie folgende Tabelle unserer hierüber angestellten Versuche beweist. Das Quecksilber floss nur aus einer bis fünf der Glasröhre *a* zunächst stehenden Oeffnungen ab. Wir haben die Menge Quecksilber, die aus jeder Oeffnung abfloss, gewogen, mussten aber bei diesen Versuchen die untergesetzten Gefässe, so wie sie das abgeflossene Quecksilber aufgefangen hatten, schnell wegnehmen, weil aus den Oeffnungen, die *a* zunächst lagen, noch zu einem zweiten Male Quecksilber abfloss. Die in der Glasröhre niedersinkende Flüssigkeit sinkt nämlich wegen ihrer beschleunigten Bewegung unter das Niveau, und steigt hierauf wieder mit einer beschleunigten Bewegung über das Niveau in die Höhe. Wenn sie hierauf zum zweiten Male sinkt, treibt sie von Neuem Quecksilber aus den benachbarten Oeffnungen herab.

Tabelle XXX.

Ueber das Gewicht des aus den Oeffnungen b, c, d und den folgenden auslaufenden Quecksilbers, wenn in der Röhre aa', Fig. 85, *eine* $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, 1, 2, 3 *oder* 4 *Zoll hohe Quecksilbersäule sinken gelassen wurde.*

Höhe und Gewicht d. Quecksilbersäule in der Röhre *aa'*	Gewicht des aus *b* ausfliessenden Quecksilbers	Gewicht des aus *c* ausfliessenden Quecksilbers	Gewicht des aus *d* ausfliessenden Quecksilbers	Gewicht des aus *e* ausfliessenden Quecksilbers	Gewicht des aus *f* ausfliessenden Quecksilbers	Gewicht des gesammten ausgeflossenen Quecksilbers
$\frac{1}{4}$ Zoll 86 Gran [1])	103 Gran 112 „ 116 „					
Mittel	110 Gran					110 Gran
$\frac{1}{2}$ Zoll 171 Gran	204 Gran 210 „ 196 „	66 Gran 65 „ 62 „				
Mittel	203 Gran	64 Gran				267 Gran
1 Zoll 342 Gran	289 Gran 288 „ 287 „	130 Gran 128 „ 123 „	57 Gran 27 „ 28 „			
Mittel	288 Gran	127 Gran	37 Gran			452 Gran
2 Zoll 684 Gran	484 Gran 478 „ 477 „	293 Gran 295 „ 297 „	101 Gran 107 „ 110 „	30 Gran 6 „ 30 „		
Mittel	480 Gran	295 Gran	106 Gran	22 Gran		903 Gran
3 Zoll 1026 Gran	722 Gran 714 „	466 Gran 466 „	190 Gran 203 „	99 Gran 100 „		
Mittel	718 Gran	466 Gran	196 Gran	100 Gran		1480 Gran
4 Zoll 1368 Gran	893 Gran	614 Gran	303 Gran	165 Gran	5 Gran	1980 Gran

Wenn wir in dieselbe horizontale Röhre nur drei Oeffnungen in *a*, *e*, *i* einbohren liessen, zwei an den beiden Enden und eine in der Mitte, und dann in die Oeffnung an dem einen Ende eine Glasröhre einsetzten, und den Versuch eben so wiederholten, wie bei den neun Oeffnungen, so floss auch aus der am entgegengesetzten Ende befindlichen Oeffnung Quecksilber, das also zwei Fuss von der Glasröhre entfernt war, aus. Folgende Tabelle giebt die Menge des ausgeflossenen Quecksilbers an.

---

[1]) [1 Gran = 0,0602 g.]

Tabelle XXXI.

Ueber das Gewicht des aus der Oeffnung e und i, Fig. 85, ausfliessenden Quecksilbers, wenn in der Röhre aa' eine 1, 2 und 3 Zoll hohe Quecksilbersäule sinken gelassen wurde.

Höhe der Quecksilbersäule in der Röhre *a a'*	Gewicht des aus *e* abfliessenden Quecksilbers	Gewicht des aus *i* abfliessenden Quecksilbers
1 Zoll	458	169
2 „	837	360
3 „	1201	672

§ 200.

Aus unseren Versuchen lassen sich folgende Schlüsse ziehen.

1. Ein Stoss, der in einer Flüssigkeit, die auszuweichen gehindert ist, augenblicklich in grosse Entfernungen, und zwar überall mit gleicher Stärke, wirkt, erstreckt seine augenblickliche Wirkung in einer Flüssigkeit mit zum Theil freier, zum Theil gedeckter Oberfläche nur auf einen Theil der freien Oberfläche.
2. Sind die Orte, wo die Oberfläche frei ist, durch grosse Zwischenräume getrennt, in denen die Oberfläche gedeckt ist, so kann sich die augenblickliche Wirkung des Stosses auch in grosse Entfernung erstrecken, aber die freie Oberfläche, auf die sie sich ausdehnt, ist doch nicht grösser als vorher, sondern hat immer die nämliche Grösse. Macht man daher die Löcher in dem angegebenen Versuche weiter von einander abstehend, so fliesst doch das Quecksilber aus eben so viel Oeffnungen aus. Dies beweist schon die Vergleichung der beiden letzten Tabellen. Dass aber selbst bei sehr kleinen Drucken, bei einem Drucke von blos $\frac{1}{4}$ Zoll Quecksilber, die grössere Entfernung keinen beträchtlichen Unterschied mache, sieht man aus folgender Tabelle.

Tabelle XXXII.

Ueber den Unterschied der Wirkung des Druckes einer $\frac{1}{4}$ Zoll hohen Quecksilbersäule in der Röhre aa' des Fig. 85 abgebildeten Apparats, wenn die erste Oeffnung 3 Zoll, und wenn sie 6 Zoll von der Röhre aa' entfernt war.

Gewicht des aus der ersten Oeffnung ausfliessenden Quecksilbers, 3 Zoll von *a a'* entfernt	Gewicht des aus der ersten Oeffnung ausfliessenden Quecksilbers, 6 Zoll von *a a'* entfernt
103 Gran	106 Gran
112 „	103 „
116 „	103 „
110 Gran	104 Gran

Der sehr geringe Unterschied, der hier Statt findet, hat offenbar allein den Grund, dass, weil im zweiten Falle eine grössere Quecksilbersäule zu bewegen ist, diese weniger beschleunigt wird, und daher etwas weniger Quecksilber, als im ersten Falle, wo eine kleinere Quecksilbersäule durch dieselbe Kraft, also mehr beschleunigt, zum Ausfliessen genöthigt ist.

3. Der Stoss wirkt aber in einer Flüssigkeit mit freier, oder auch zum Theil freier Oberfläche nicht überall, wo er wirkt, gleich stark, sondern auf die näheren Punkte der freien Oberfläche viel stärker, als auf die entfernteren. Das Gesetz der Abnahme lässt sich aus den Beobachtungen noch nicht ableiten.
4. Ein stärkerer und dauernderer Stoss wirkt unter übrigens gleichen Umständen auf einen grösseren Theil der freien Oberfläche, als ein schwächerer, und folglich fliesst das Quecksilber aus mehreren Oeffnungen heraus. Beim Niederfallen einer $\frac{1}{2}$ Zoll hohen Quecksilbersäule floss das Quecksilber aus:
   bei einer 1 Zoll hohen, aus zwei Oeffnungen,
   bei einer 2 oder 3 Zoll hohen, aus vier Oeffnungen,
   bei einer 4 Zoll hohen, aus fünf Oeffnungen.
5. Ein stärkerer und dauernderer Stoss wirkt auf die näheren und entfernteren Oeffnungen nicht in gleichem Grade stärker, sondern die Stärke seiner Wirkung nimmt in den entfernteren Oeffnungen mehr zu, als in den näheren.
6. Die fallende Quecksilbersäule treibt mehr Quecksilber aus der Röhre hervor, als die Säule selbst fasst; dieses Mehr ist aber bei hohen Quecksilbersäulen beträchtlicher als bei niedrigen.

§ 201.

In den angegebenen Versuchen entstand keine Welle, die durch die ganze Röhre fortlief, und successiv aus allen Oeffnungen Quecksilber hervortrieb, wohl aber zeigt sich eine solche Welle, wenn man auf allen Oeffnungen Glasröhren mittelst Siegellacks aufklebt, so dass das bewegte Quecksilber nicht abfliessen kann, wo dann das Quecksilber in allen Röhren steigt und fällt, so dass man wirklich eine Welle hin und her laufen sieht. Der Umstand, der im ersteren Falle den Fortgang einer Welle verhindert, ist der, dass der Stoss eine Bewegung in der Flüssigkeit hervorbringt, vermöge deren sie abfliesst, ohne einen neuen Stoss nach unten auf die in der Röhre befindliche Flüssigkeit hervorzubringen. Denn da die abfliessende Flüssigkeit nicht in die Höhe steigt, so kann sie keinen stärkeren Druck auf die in der Röhre befindliche Flüssigkeit ausüben, und da sie nicht in die Röhre zurückfällt, so kann sie auch keinen Stoss auf die Flüssigkeit durch ihr Fallen verursachen, und so folgt also gar keine weitere Wirkung. Die Kraft des Stosses ist fast ganz in das ausgeflossene Quecksilber übergegangen.

Sind aber in die Oeffnungen senkrechte Glasröhren eingesetzt, so muss das ausweichende Quecksilber in ihnen steigen, und drückt theils schon bei zunehmender Höhe, theils bei seinem Niedersinken auf das Quecksilber in der horizontalen Röhre. Wir haben diesen Versuch mit einer 38 Zoll, langen 5,5 Linien weiten, runden, horizontalen Röhre gemacht, auf deren oberer Oberfläche 46 senkrechte, 3,8 Linien weite, kommunicirende Glasröhren errichtet waren, wo man dann, wenn man den Apparat mit Quecksilber füllte, die Welle deutlich hin und her laufen sah.

§ 202.

Da die Welle die Länge eines solchen Röhrenapparats unseren Messungen nach viel schneller durchläuft, als einen gleich langen Raum in der Wellenrinne, so giebt dieser Umstand Veranlassung, über die Ursache dieser auffallenden Erscheinung, so wie über die Methode etwas zu sagen, durch die man einer Wasserwelle sogar die nämliche Geschwindigkeit mittheilen könnte, als die, mit der eine Schallwelle fortschreitet.

Das Naturgesetz, das hier zum Grunde zu liegen scheint, ist folgendes:

Wenn einem Körper, dessen einzelne Theilchen so unter einander verbunden sind, dass sie keiner Verschiebung, keiner Zusammendrückung und also überhaupt keiner Bewegung im Einzelnen, sondern nur einer gemeinsamen Bewegung fähig sind, ein Stoss mitgetheilt wird, so theilt sich der Stoss allen Theilen des Körpers *gleichzeitig* mit, und der ganze Körper bewegt sich, wenn er nicht durch eine entgegengesetzte grössere Kraft gehindert ist, mit einer gewissen Geschwindigkeit, die dem Quotienten der stossenden Kraft dividirt durch die Masse des zu bewegenden Körpers proportional ist, fort.

Es kann aber auch in diesem Falle gar keine successive Fortleitung des Stosses von Theilchen zu Theilchen Statt finden. Denn diese Fortleitung des Stosses könnte doch nur darin bestehen, dass jedes früher gestossene Theilchen sich zu bewegen anfinge, vermöge seiner Bewegung auf das benachbarte stiesse, und dieses dadurch wieder in Bewegung setzte. Da wir aber eine solche Verschiebbarkeit oder Beweglichkeit der einzelnen Theilchen des Körpers als nicht vorhanden setzen, und dennoch nicht geleugnet werden kann, dass ein mit solchen Eigenschaften begabter Körper in Ganzen bewegt werden könne, auch nicht angenommen werden kann, dass er nach empfangenem Stosse eine Zeit zu ruhen fortfahre, und dann sich zu bewegen anfange, so muss angenommen werden, dass sich der Stoss unter jenen Umständen gleichzeitig auf alle Theilchen des Körpers erstrecken müsse. Denkt man sich z. B. eine horizontale eiserne Röhre von 10 000 Fuss Länge, welche an ihren beiden Enden in ein senkrecht in die Höhe gerichtetes Knie umgebogen wäre, denkt man sich ferner diese Röhre als vollkommen unausdehnbar, und stellt man sich endlich vor, dass sie mit Wasser erfüllt sei, welches man als vollkommen inkompressibel annimmt, so hat man ein Beispiel zu den gesetzten Bedingungen. Würde nun in das eine Ende des Knies ein vollkommen schliessender Stempel eingesetzt, und mit einem grossen Hammer durch einen Schlag vorwärts gestossen, so fragt sich, welche Bewegung der Flüssigkeit in der Röhre erfolgen würde. Wir behaupten, dass sich der ganze lange Wassercylinder gleichzeitig in allen seinen Theilen nach vorwärts bewegen müsste. Denn die zunächst gestossenen Theile könnten sich auch nicht um ein Minimum vorwärts bewegen, wenn sich nicht alle vorliegenden gleichzeitig bewegten. Auch wäre eine Bewegung der einzelnen Theilchen des Wassercylinders unmöglich, durch die ausserdem der Stoss von Theilchen zu Theilchen fortgepflanzt werden würde.

In dem Momente des Stosses also, und ohne Zeitverlust würde sich der ganze Wassercylinder anfangen zu bewegen, freilich mit der Geschwindigkeit, die dem Quotienten der Grösse der stossenden Kraft dividirt durch die zu bewegende Masse entspräche, woraus denn allerdings folgen könnte, dass, abgesehen von der Reibung, die das Wasser an den Wänden der Röhre erführe, bei einem selbst starken Stosse dennoch eine unmerkliche Bewegung erfolgt.

Es fragt sich nun: Durch welche Abänderung des Apparats würde man den einzelnen in der Röhre eingeschlossenen Wassertheilchen diejenige Beweglichkeit verschaffen können, durch welche eine successive Fortpflanzung des Stosses vom einen Ende der Röhre zum anderen möglich würde, und auf welche Umstände würde es ankommen, wenn man diese Fortpflanzung schneller oder langsamer machen wollte.

§ 203.

Da wir die in der Röhre enthaltene Flüssigkeit als inkompressibel angenommen haben, so könnte den einzelnen Theilchen nur dadurch eine besondere Beweglichkeit gegeben werden, dass ihnen Raum gestattet würde, auszuweichen, indem sie aus dem Raume der Röhre etwas hervorträten.

Dazu reichte nun schon hin, wenn man in die horizontale Röhre etwa von Fuss zu Fuss eine Oeffnung machte, und in dieselbe senkrecht jedes Mal eine Röhre einsetzte, so dass also mit der langen horizontalen Röhre 10 000 senkrechte Röhren von etwa $\frac{1}{4}$ Zoll lichtem Durchmesser kommunicirten. Der am einen Ende der horizontalen Röhre wirkende Stoss würde ein senkrechtes Ausweichen der Flüssigkeit in die nächsten senkrechten Röhren bewirken, das Niedersinken und der Druck des in dieser in die Höhe gestiegenen Wassers würde wieder ein Steigen in der benachbarten zur Folge haben, und so würde eine Welle durch die 10 000 Fuss lange Röhre fortschreiten, die fast nicht mehr Zeit braucht, um sie zu durchlaufen, als etwa eine Welle braucht, um unter übrigens gleichen Verhältnissen einen Raum von 10 000 Viertelzoll Länge zu durchlaufen. Je weitläufiger die Röhren stünden, und je enger ihr Durchmesser wäre, desto kürzer würde die Zeit sein, die zu dieser Fortpflanzung erforderlich wäre, desto weniger plötzlich aber auch die fortgepflanzte Bewegung an jeder einzelnen Stelle, und umgekehrt.

§ 204.

Allein es giebt noch ein zweites Mittel, um den auf das eine Ende der Röhre wirkenden Stoss in noch viel kürzerer Zeit, und auf eine mehr in die Augen fallende Weise bis zum anderen Ende der Röhre sich fortpflanzen zu lassen. Wenn man nämlich die in die 10 000 Fuss lange horizontale Röhre etwa von Fuss zu Fuss gebohrten Oeffnungen mit einer vollkommen elastischen straffen Haut fest verschlösse. Geschähe dann an dem einen Ende ein plötzlicher Stoss auf die Flüssigkeit, so würde die Flüssigkeit an den nächsten Oeffnungen so weit auszuweichen streben, als es die Ausdehnbarkeit der die Oeffnung verschliessenden Membran gestattete. Allein die Kraft, mit der diese ausgedehnte Membran sich wieder zusammen zu ziehen suchte, würde den Stoss sogleich weiter auf die nächsten Oeffnungen u. s. w. verpflanzen. Die Fortpflanzung würde desto schneller geschehen, je weniger eng die Oeffnungen stünden, je kleiner ihr Umfang, und je gespannter die Membranen, die sie decken. Denn in dem zwischen je zwei Oeffnungen liegenden Stücke der Röhre würde die Fortpflanzung, weil kein Ausweichen und Verschieben der Flüssigkeitstheilchen möglich wäre, unendlich schnell geschehen, und nur an den Oeffnungen, wo ein Ausweichen möglich wäre, ein Aufenthalt in der Fortpflanzung des Stosses Statt finden, der aber um so geringer sein würde, je weniger ausdehnbar und je vollkommener elastisch die verschliessenden Membranen wären.

Man sieht ein, dass unter jenen Voraussetzungen, und wenn man von dem Hindernisse absieht, das die Reibung entgegensetzt, eine eben so schnelle Fortleitung des Stosses im Wasser denkbar wird, als die des Lichts.

Und wenn man also die Frage aufwirft, von welchen Eigenschaften hängt die Fähigkeit eines Medii ab, Stösse bis zu grossen Entfernungen in äusserst kurzer Zeit fortzuleiten, dass sie daselbst noch einen Eindruck auf die Sinne machen können, so müssen wir sie dem Vorhergehenden gemäss so beantworten: es kommt darauf an, dass die kleinen Theilchen dieses Medii von bestimmter Grösse 1. sehr beweglich sind, aber dem ungeachtet 2. nur eine verhältnissmässig zu ihrer Grösse sehr kleine Bewegung machen können (also nur sehr wenig zusammendrückbar, und von einander nicht durch Zwischenräume getrennt, und deswegen nur in einer fast unendlich kleinen Bahn bewegt werden können), und dass sie 3. vollkommen elastisch sind. Sind die Theilchen eines Medii auch vollkommen elastisch, d. h. streben sie mit der ganzen Kraft, durch die sich die Gestalt der Theilchen änderte, ihre vorige Gestalt wieder anzunehmen, sind sie aber dabei sehr zusammendrückbar, oder durch kleine Zwischenräume von einander getrennt, und folglich einer beträchtlichen Verschiebung fähig, so kann das Medium jene Fähigkeit nicht besitzen.

§ 205.

Ueber die Wellen und Schwingungen in kommunicirenden Röhren.

Im fünften Abschnitte der ersten Abtheilung, § 99 seqq., ist durch Versuche gezeigt worden, dass, während eine Reihe gleich hoher und gleich breiter Wellen durch eine Flüssigkeit fortschreiten, die Flüssigkeitstheilchen, die die Wellen bilden helfen, in elliptischen Bahnen schwingen, und dass ein Theilchen eben so oft in seiner Bahn umläuft, als Wellen an dem Orte, wo es sich befindet, vorübergehen. Es ist auch § 105 sehr wahrscheinlich gemacht worden, dass die Bahnen der Theilchen, wenn die Flüssigkeit ausserordentlich tief wäre, an der Oberfläche kreisförmig sein würden.

Eine Schwingung eines Theilchens in einer kreisförmigen Bahn kann aber betrachtet werden als eine gleichzeitige Schwingung des Theilchens in zwei Dimensionen, in einer senkrechten und in einer horizontalen.

So kann z. B. die Schwingung eines Theilchens in der kreisförmigen Bahn, Fig. 86, als zusammengesetzt aus der senkrechten Schwingung ABC und DEF, und aus der horizontalen fab und cde gedacht werden. Während das Theilchen sich von a nach x in der kreisförmigen Bahn bewegt, ist es eben so gut, als bewegte es sich zugleich in der Richtung AB und ab, während es von x nach d geht, bewegt es sich zugleich von B nach C und von c nach d u. s. w.

Diese Schwingungen in zwei entgegengesetzten Ebenen müssen als so zusammenfallend angenommen werden, dass, während das schwingende

Theilchen in der Richtung *ABC* den höchsten Grad der Beschleunigung erhalten hätte, es in der Richtung *fab* sich im Punkte *b* befände, wo es o horizontale Bewegung hätte; und umgekehrt, dass, während es in der horizontalen Richtung *cde* am meisten beschleunigt wäre, es sich in der Richtung *DEF* in *D* befände, wo es o perpendikulare Bewegung hätte.

Nach dieser Zerlegung würde auch eine elliptische Schwingungsbahn aus zwei gleichzeitig vorhandenen Schwingungen in der senkrechten und horizontalen Ebene bestehen, von welchen aber die in der horizontalen grösser wäre.

§ 206.

In der That lassen sich auch Wellen unter Umständen hervorbringen, wo diese sonst vereinigten Schwingungen getrennt und einzeln betrachtet werden können.

Wir nahmen Fig. 87 ein 6 Fuss langes, horizontal gestelltes Parallelepipedon von hartem Holze, welches eine Röhre enthielt, deren senkrechter Durchmesser $\frac{1}{2}$ Zoll, deren horizontaler $\frac{1}{4}$ Zoll betrug. Die Seitenwände des Parallelepipedon waren durch länglich viereckige Zwischenräume unterbrochen, in welche Glasscheiben *xx* eingesetzt und durch Pech wasserdicht befestigt wurden, so dass man die Bewegung der in der horizontalen Röhre eingeschlossenen Flüssigkeit beobachten konnte. Auf der oberen Seite des Parallelepipedon wurden 37 senkrechte Glasröhren von 3 Linien Durchmesser in Löcher so eingesetzt, dass sie mit der horizontalen Röhre kommunicirten, und sich also immer zwischen je zwei senkrechten Röhren ein Zwischenraum von 2 Zoll befand.

Der ganze Apparat wurde so mit Wasser gefüllt, dass es in jeder Röhre 1 Zoll hoch stand. Wurde nun das Wasser in der ersten senkrechten Röhre 6 Zoll hoch durch Saugen gehoben und dann fallen gelassen, so erregte es eine von dem einen Ende des Apparats zum anderen fortgehende Welle, die man in den Glasröhren fortschreiten, und am anderen Ende zurückgeworfen werden sah, und die sich ganz so verhielt, wie Wellen in Flüssigkeit mit freier Oberfläche, mit dem Unterschiede, dass sie mit viel grösserer Geschwindigkeit fortschritt als jene. Vorzüglich deutlich konnten wir dieses Fortschreiten der so erregten Welle in einem ähnlichen mit Quecksilber gefüllten Apparate, der aus 42 perpendikularen, viel dichter gestellten Röhren, und einer horizontalen Röhre bestand, wahrnehmen.

§ 207.

Bei einer genaueren Betrachtung der Umstände wird man auf folgende Vermuthung über den Vorgang in diesem Apparate geführt.

Die kreisförmige oder elliptische Schwingung der Flüssigkeitstheilchen werde hier in eine senkrechte, in den perpendikularen Glasröhren wahrnehmbare, und in eine horizontale, in der horizontalen Röhre sichtbare zerfällt.

Das Theilchen D auf dem Gipfel einer Welle, Fig. 88, $ABCDEFG$, das sich in Wasser mit freier Oberfläche in der kreisförmigen Bahn im nächsten Moment nach x bewegt haben würde, bewege sich statt dessen in diesem Zeitraume senkrecht herab nach d und die Welle nehme zugleich die Lage $bcdefgh$ an.

Die Bewegung von D nach d sei aber die senkrechte Bewegung, die im Bogen Dx Statt gefunden hätte. Zu gleicher Zeit bewegten sich aber die Flüssigkeitstheilchen in der horizontalen Röhre unter jener senkrechten horizontal in der Richtung von 8 nach 9, welche horizontale Bewegung gleichfalls in dem Bogen Dx enthalten gewesen wäre.

In einem zweiten Zeitraume hätte sich ein Flüssigkeitstheilchen in Flüssigkeit mit freier Oberfläche in einem Bogen von x nach δ bewegt. Hier in der eingeschlossenen Röhre könne sich dieses Theilchen nur von d senkrecht herab nach δ bewegen, und dieses sei der senkrechte in dem Bogen $x\delta$ enthaltene Theil der Bewegung, zu gleicher Zeit bewegte sich aber die Flüssigkeit in der horizontalen Röhre von 9 nach 8, und vollbrächte hier den horizontalen Theil der Bewegung, der in dem Bogen $x\delta$ enthalten gewesen wäre, wobei die ganze Welle die Lage $\delta\varepsilon\zeta\eta\vartheta$ annähme.

In einem dritten Zeitraume hätte sich das Theilchen von δ in einem Bogen nach z bewegt. Hier vollbrächte es nur den senkrechten Weg $\delta\delta'$ nach aufwärts, zugleich bewegte sich aber die Flüssigkeit in der horizontalen Röhre in der Richtung von 9 nach 8, und die Welle sei auf diese Weise nach $\varepsilon'\zeta'\eta'\vartheta'$ fortgeschritten, und δ' gehöre zu dem Fusse der neuen nachfolgenden Welle.

In einem vierten Zeitraume würde sich das Theilchen in freier Flüssigkeit von z nach D bewegt haben. Hier bewege es sich senkrecht von δ' nach D, und in der horizontalen Röhre zugleich von 8 nach 9. Hieraus würde folgen, dass, während eine solche in einer senkrechten Glasröhre eingeschlossene Flüssigkeitssäule niedersinkt, die Flüssigkeit in der horizontalen Röhre in zwei Perioden nach zwei entgegengesetzten Seiten zu ausweichen müsse. Während die Säule, die den Gipfel des Wellenberges bildet, bis zur Hälfte heruntersinkt, bewegte sich die Flüssigkeit in der horizontalen Röhre von 8 nach 9. Während die Säule von hier bis zum tiefsten Punkte fiele, um dann den tiefsten Punkt des Wellenthales zu bilden, wiche die Flüssigkeit in der horizontalen Röhre von 9 in umgekehrter Richtung nach 8 aus. Ebenso verhielte es sich, während eine Säule, die den tiefsten Punkt eines

Wellenthales bildete, steige, um den höchsten eines Wellenberges zu bilden. In der ersten Hälfte ihres Steigens würde die Flüssigkeit von 9 nach 8 gedrängt, in der zweiten Hälfte ihres Steigens würde die Flüssigkeit von 8 nach 9 gedrängt. Niemals wiche die Flüssigkeit, wenn die Flüssigkeitssäulen während der Wellenbewegung sänken, in der horizontalen Röhre *nach beiden Seiten zugleich* aus, immer nur auf ein Mal nach *einer*, niemals strömte die Flüssigkeit in die senkrechten Röhren, in denen die Flüssigkeit bei der Wellenbewegung im Steigen ist, zu gleicher Zeit von beiden Seiten der horizontalen Röhre ein, immer nur auf ein Mal von einer, und zwar erst von der einen. dann von der anderen Seite. Dagegen müsste nach dieser Ueberlegung, wenn man in diesem Röhrenapparate eine stehende Schwingung erregte, die Flüssigkeit allerdings, während sie in der höchsten senkrechten Säule sänke, nach beiden Seiten zu in der horizontalen Röhre ausweichen und umgekehrt, während die höchste Säule stiege, von beiden Seiten her aus der horizontalen Röhre in die senkrechte Röhre einströmen.

Aber bei der stehenden Schwingung wird auch der Flüssigkeit die Schwingung von zwei entgegengesetzten Seiten her zugleich mitgetheilt, bei der fortschreitenden nur von einer her.

§ 208.

In der That bestätigte sich diese Hypothese dadurch, dass wir die in der Flüssigkeit der horizontalen Röhre schwebenden Theilchen, von gleichem specifischen Gewichte als das Wasser, durch die Glaswände hindurch mittelst einer Loupe beobachteten, während in dem Röhrenapparate eine Welle erregt worden war. Denn ob wir gleich wegen der grossen Geschwindigkeit der Erscheinung nicht jene Bewegungen einzeln in der Ordnung unterscheiden konnten, wie sie nach der Hypothese erfolgen mussten, so sahen wir doch so viel, dass, wenn die fortgerückte Welle das Wasser in einer senkrechten Röhre zum Steigen bringt, das Wasser niemals zugleich von beiden Seiten der horizontalen Röhre in die senkrechte einströme, sondern nur von einer Seite her; ebenso, wenn das Wasser in einer senkrechten Röhre während der Wellenbewegung sinkt, es niemals nach beiden Seiten der horizontalen Röhre zugleich ausweiche, sondern bald nach der einen bald nach der anderen, da es doch, wenn man in einer senkrechten Röhre Wasser durch Saugen hebt, von beiden Seiten der horizontalen Röhre zur senkrechten zuströmt und umgekehrt.

§ 209.

Damit es eher gelinge, die Ursachen der Wellenbewegung in einer Reihe kommunicirender Röhren zu finden, und den ganzen Vorgang in ein helleres Licht zu stellen, glaubten wir von den einfachsten Bewegungen der Flüssigkeiten in kommunicirenden Röhren zu den zusammengesetzteren und verwickelteren fortgehen zu müssen.

Da der Vorgang in zwei kommunicirenden Röhren schon von Newton mathematisch entwickelt, und die Uebereinstimmung der in ihnen in Schwankung gesetzten Flüssigkeit mit den Schwingungen eines cykloidischen Pendels dargethan worden war, so brauchten wir unsere Untersuchung erst mit den Schwingungen der Flüssigkeiten in drei kommunicirenden Röhren anzufangen.

Fig. 89 stellt ein aus hartem Holze gefertigtes Parallelepipedon dar, welches eine 2 Fuss lange, $\frac{1}{2}$ Quadratzoll weite, an beiden Enden geschlossene Röhre einschliesst. In drei auf der oberen Oberfläche des Parallelepipedon eingebohrte, 1 Fuss von einander entfernte Löcher wurden senkrecht drei Glasröhren A, B, C eingesetzt, deren lichter Durchmesser 3,6 Linien betrug. Wir füllten nun den Apparat so mit Quecksilber, dass es in allen senkrechten Röhren 1 Zoll hoch stand, und hoben es hierauf in der ersten und zweiten senkrechten Röhre durch Saugen mit dem Munde so in die Höhe, dass es in der Röhre A 2 Zoll hoch, in B 1 Zoll hoch stand, in C gar keine Höhe über die Ebene des Parallelepipedon hatte.

Nachdem nun diese drei Säulen einige Zeit in dieser Lage erhalten worden waren, so dass alles Schwanken derselben aufgehört hatte, wurde A und B auf ein durch Zählen in regelmässigem Takte gegebenes Signal zugleich losgelassen. Der Erfolg war, *dass die Säule A augenblicklich sank, die Säule B augenblicklich stieg, die Säule C augenblicklich aber in weit höherem Maasse als B stieg.* Dieser Erfolg ist sehr merkwürdig, da nämlich die Mittelpunkte der Oberfläche des Quecksilbers in den drei Röhren in einer geraden mit dem Horizonte einen Winkel von $4^0\ 49'$ bildenden Linie liegen, und A eben so viel höher als B ist, als B höher als C ist, so hätte man erwarten können, dass beim Niedersinken der höheren Säulen in einem ersten Zeitraume von A eben so viel Flüssigkeit nach B herabfallen werde, als von B nach C übergeht, so dass B folglich seine Höhe beibehielte, A in gleichem Grade sänke als C stiege, man hätte dagegen nicht erwarten sollen, dass B sogar noch höher stiege. Man hätte also mit einem Worte eine fortdauernde Schwankung der Flüssigkeit erwarten sollen, bei der B seine Lage unverändert beibehielte, A und C abwechselnd sänken und stiegen.

§ 210.

Bei genauerer Erwägung der hierbei in Rücksicht kommenden Umstände zeigt sich indessen der beobachtete Erfolg in der That als nothwendig.

Man bedenke, dass die stossende Kraft, mit der *A* auf *B* wirkt, durch das beschleunigte Fallen der in *A* befindlichen Flüssigkeit, dass dagegen die stossende Kraft, mit der *B* auf *C* wirkt, nicht durch eine fallende Bewegung der Flüssigkeit in *B* wächst, so sieht man ein, dass, wenn der Stoss von *A* zunächst nur auf *B*, nicht auf *C* wirkt, *B* ziemlich so viel steigen müsse, als die Zunahme der stossenden Kraft von *A* durch die Beschleunigung im Fallen beträgt, denn gerade so viel würde *B* mehr von *A*, als *C* von *B* gestossen werden.

Ganz anders würde daher die Bewegung erfolgen, wenn man die Flüssigkeit gleichzeitig in der Röhre *C* in eine beschleunigte Bewegung nach aufwärts versetzte, während man zugleich in *A* eine gleich grosse beschleunigte Bewegung der Flüssigkeit nach abwärts verursachte, z. B. wenn man die horizontale Röhre um eine unter der Röhre *B* angebrachte Axe auf und abwärts drehte und dann horizontal fest hielte. Unter solchen Umständen würde die Flüssigkeit in der Röhre *B* weder steigen noch sinken.

Diesen Erfolg sieht man auch dann, wenn man in *B* eine kurze, 2 Zoll hohe Glasröhre einsetzt, und den Apparat so mit Quecksilber füllt, dass es die Röhre *B* vollkommen anfüllte, dann die Oeffnung der Röhre *B* mit dem Finger fest verschliesst und zugleich das Quecksilber in *A* durch Saugen hebt und fallen lässt. Nimmt man den Finger von der Röhre *B* erst dann weg, wenn das Quecksilber in *A* schon in eine entgegengesetzte Schwankung gekommen ist, so bleibt das Quecksilber in *B* fast ganz ruhig, während es sich in *A* und *C* noch in einer beträchtlichen Schwingung befindet, die mit der übereinstimmt, welche Statt finden würde, wenn die Oeffnung *B* gar nicht vorhanden wäre.

Wenn man die Quecksilbersäule nur in *A* 1 bis 2 Zoll hoch hebt, und, wenn sich das Quecksilber in dem Apparate beruhigt hat, fallen lässt, so *steigt* das Quecksilber in der mittleren Röhre *B*, wenn gleich nicht früher, doch schneller als in *C*, und daher kommt es, dass das Quecksilber, das ganz im Anfange in *A* am höchsten stand, bald darauf in *B*, und dann in *C* den höchsten Ort einnimmt. Es findet also hier eine fortschreitende Schwingung oder Wellenbewegung Statt, die sich aber sogleich in eine stehende Schwingung von besonderer Art verwandelt.

Denn von nun an schwingen *A* und *C* in einem langsameren, *B* in einem geschwinderen, alle aber in einem regelmässigen Takte.

Sehr wichtig scheint uns hierbei die Bemerkung, dass das Quecksilber in der mittleren Röhre *B* ganz genau zehn Mal schwingt, während es zugleich in *A* und *C* sieben Mal schwingt, und dass man von den geschwinden Schwingungen der mittleren Röhre gleichzeitig keine merkliche Bewegung in *A* und *C* entstehen sieht, so wie auch die langsameren Schwingungen in A und C keine merkliche Bewegung in B hervorbringen.

Abschnitt H.

Geschichtliche Darstellung der bis jetzt aufgestellten Theorien der Wellen selbst.

§ 211.

Die Zahl der Versuche, die man gemacht hat, um eine Theorie der Bewegung der Wellen durch Rechnung oder Erfahrung zu begründen, ist nicht sehr gross, und dem ungeachtet grösser, als die Schriftsteller geglaubt haben, die sich zuletzt mit diesem Gegenstande beschäftigt haben.

Es scheint der Mühe werth, die mannigfaltigen Wege, die so viele geistvolle Menschen betreten haben, um zu einem und demselben Ziele zu gelangen, zu betrachten und gleichsam mit einem Blicke zu übersehen.

Dieses wird dadurch möglich, dass wir alle wichtigen Abhandlungen hierüber vollständig, wenn sie kurz sind, und im Auszuge, wenn sie umfänglich sind, hier auf einander folgen lassen, indem wir zugleich nur da von der chronologischen Ordnung abweichen, wo sich mehrere Abhandlungen auf einander beziehen und sich gegenseitig erläutern.

Die Arbeiten, welche hierüber geliefert worden sind, sind die von Newton, Gravesande, D'Alembert, La Place, La Grange, Flaugergues, Gerstner, Brandes, Bremontier, Poisson, Cauchy und Bidone. Von diesen haben Newton, La Place, La Grange, Flaugergues, Gerstner, Poisson und Cauchy besondere Theorien aufgestellt. Bremontier, Flaugergues und Bidone haben diesen Gegenstand durch Versuche aufzuklären gesucht.

Da uns die treffliche Arbeit des Herrn Poisson vorzüglich viel Gelegenheit darbietet, die Resultate seiner Rechnung mit denen der Erfahrung zu vergleichen, so werden wir den Resultaten, die wir aus seiner Rechnung ausheben wollen, ausgedehntere Anmerkungen in französischer Sprache beifügen.

§ 212.

Newton, Gravesande, D'Alembert.

Newton hat in seinen Princip. Philos. Nat. zuerst einen Versuch zu einer Theorie der Wellenbewegung gemacht. Gravesande[1]) gab eine

---

[1]) Physices Elementa Math.

ausführliche Darstellung der von NEWTON ausgesprochenen Sätze und eine Erläuterung, handelte auch über die Inflexion und Zurückwerfung der Wellen. D'ALEMBERT[1]) gab einen Auszug der GRAVESANDE'schen Abhandlung in französischer Sprache. Da aber beide Schriftsteller NEWTON's Idee nicht wesentlich vervollkommnet haben, so übergehen wir ihre Darstellungen mit Stillschweigen und setzen NEWTON's zerstreute Sätze, die sich auf seine Ansicht von den Wellen beziehen, wörtlich hierher:

§ 213.

Pressio non propagatur per fluidum secundum lineas rectas, nisi ubi particulae fluidi in directum jacent.[2])

Frustum igitur (Fig. 90) *degf* inter conum *Ade* et frustum *fhig* comprimitur utrinque, et propterea figuram suam servare nequit, nisi vi eadem comprimatur undique.[3])

Propagetur motus a puncto *A*, Fig. 90, per foramen *BC*, peragatque (si fieri potest) in spatio conico *BCQP* secundum lineas rectas divergentes a puncto *C*. Et ponamus primo, quod motus iste sit undarum in superficie stagnantis aquae. Sintque *de*, *fg*, *hi*, *kl* etc. undarum singularum partes altissimae, vallibus totidem intermediis ab invicem distinctae. Igitur quoniam aqua in undarum jugis altior est quam in fluidi partibus immotis *LK*, *NO*, defluet eadem de jugorum terminis *e*, *g*, *i*, *l* etc., *d*, *f*, *h*, *k* etc. hinc inde, versus *KL*, *NO*: et quoniam in undarum vallibus depressior est quam in fluidi partibus immotis *KL*, *NO*, defluet eadem de partibus illis immotis in undarum valles. Defluxu priore undarum juga, posteriore valles hinc inde dilatantur et propagantur versus *KL* et *NO*. Et quoniam motus undarum ab *A* versus *PQ* fit per continuum defluxum jugorum in valles proximas, adeoque celerior non est quam pro celeritate descensus; et descensus aquae hinc inde versus *KL* et *NO* eadem velocitate peragi debet; propagabitur dilatatio undarum hinc inde versus *KL* et *NO* eadem velocitate, qua undae ipsae ab *A* versus *PQ* recta progrediuntur. Proindeque spatium totum hinc inde, versus *KL*, *NO* ab undis dilatatis *rder*, *sfgs*, *thit*, *uklu* occupabitur. *Q. E. D.* Haec ita se habere quilibet in aqua stagnante experiri potest.

Quod si medium non sit elasticum: quoniam ejus partes a corporis tremuli partibus vibratis pressae condensari nequeunt, propagabitur motus in instanti ad partes ubi medium facillime cedit, hoc est, ad partes quas corpus tremulum alioqui vacuas a tergo relinqueret.

---

[1]) Encyclopédie Art. *Onde*.

[2]) Phil. Nat. Princ. Math. auctore NEWTONO. Lib. II. Sect. VIII. Londini MDCCXXVI, p. 329.

[3]) Ibidem pag. 330.

Si aqua in canalis cruribus erectis viribus alternis ascendat et descendat; construatur autem pendulum, cujus longitudo inter punctum suspensionis et centrum oscillationis aequetur semissi longitudinis aquae in canali: dico quod aqua ascendet et descendet iisdem temporibus quibus pendulum oscillatur.[1])

Longitudinem aquae mensuro secundum axes canalis et crurum, eandem summae horum axium aequando, et resisistentiam aquae quae oritur ab attritu canalis, hic non considero. Designent igitur Fig. 91 AB, CD mediocrem altitudinem aquae in crure utroque; et ubi aqua in crure KL ascendit ad altitudinem EF, descenderit aqua in crure MN ad altitudinem GH. Sit autem Fig. 92 P corpus pendulum, VP filum, V punctum suspensionis, $SPQR$ cyclois quam pendulum describat, P ejus punctum infimum, PQ arcus altitudini AE aequalis. Vis, qua motus aquae alternis vicibus acceleratur et retardatur, est excessus ponderis aquae in alterutro crure supra pondus in altero, ideoque, ubi aqua in crure KL ascendit ad EF, et in crure altero descendit ad GH, vis illa est pondus duplicatum aquae $EABF$, et propterea est ad pondus aquae totius ut AE seu PQ ad VP seu PR. Quare aquae et penduli, aequalia spatia AE, PQ describentium, vires motrices sunt ut pondera movenda; ideoque, si aqua et pendulum in principio quiescunt, vires illae movebunt eadem aequaliter temporibus aequalibus, efficientque ut motu reciproco simul eant et redeant. *Q. E. D.*

Corol. 1. Igitur aquae ascendentis et descendentis, sive motus intensior sit sive remissior, vices omnes sunt isochronae.

Corol. 2. Si longitudo aquae totius in canali sit pedum Parisiensium $6\frac{1}{9}$; aqua tempore minuti unius secundi descendet, et tempore minuti alterius secundi ascendet; et sic deinceps vicibus alternis in infinitum. Nam pendulum pedum $3\frac{1}{18}$ longitudinis, tempore minuti unius secundi oscillatur.

Corol. 3. Aucta autem vel diminuta longitudine aquae, augetur vel diminuitur tempus reciprocationis in longitudinis ratione subduplicata.

Undarum velocitas est in subduplicata ratione latitudinum.

Constituatur pendulum, cujus longitudo inter punctum suspensionis et centrum oscillationis aequetur latitudini undarum: et quo tempore pendulum illud oscillationes singulas peragit, eodem undae progrediendo latitudinem suam propemodum conficient.

Et quoniam motus undarum fit per aquae successivum ascensum et descensum, sic ut ejus partes, quae nunc altissimae sunt, mox fiant infimae; et vis motrix, qua partes altissimae descendunt et infimae ascendunt, est pondus aquae elevatae; alternus ille ascensus et descensus analogus erit motui reciproco aquae in canali, easdemque temporis leges observabit:

---

[1]) Ibid. pag. 331 seq.

Inter transitum undarum singularum tempus erit oscillationum duarum; hoc est, unda describet latitudinem suam, quo tempore pendulum illud bis oscillatur, sed eodem tempore pendulum, cujus longitudo quadrupla est, adeoque aequat undarum latitudinem, oscillabitur semel. *Q. E. D.*

Haec ita se habent ex hypothesi quod partes aquae recta ascendunt vel recta descendunt; sed ascensus et descensus ille verius fit per circulum ideoque tempus hac propositione non nisi quam proxime definitum esse affirmo.

§ 214.

Von dieser Theorie Newton's in den Princ. Philos. Nat. Math. giebt Lagrange vor der Aufstellung seiner Theorie in den Mémoires de l'acad. de Berlin ein sehr gegründetes Urtheil, welches wir daher hier sogleich nachfolgen lassen. Es findet sich in den Nouv. Mém. de l'acad. Roy. des Sc. Année 1786, Berlin 1788, p. 181 in der Abhandlung:

Sur la manière de rectifier deux endroits des Principes de Newton, relatifs à la propagation du son, et au mouvement des ondes. Par M. de Lagrange.

Parmi les différentes théories que Newton a données dans le fameux ouvrage des Principes mathématiques, les unes sont entièrement rigoureuses, et ont toute la perfection dont elles sont susceptibles, les autres ne sont qu'approchées, et laissent plus ou moins à désirer du côté de l'exactitude, et de la généralité.

A la première classe appartiennent les propositions sur le mouvement des corps isolés, et regardés comme des points; c'est à dire toutes celles du premier livre, et une part de celles du second. On doit rapporter à la seconde classe les propositions qui concernent la résistance et le mouvement des fluides, et surtout celles qui ont pour objet l'explication des phénomènes des marées, de la précession des équinoxes, et des différentes inégalités du mouvement de la Lune.

Ce n'est pas que Newton ne se montre aussi grand dans ces sujets que dans les autres; on peut même dire que son génie inventeur y brille davantage. Mais comme l'analyse et la mécanique de son temps ne pouvaient lui suffire pour résoudre des questions aussi compliquées, il s'est vu dans la nécessité de les simplifier par des hypothèses et des limitations précaires: et il n'est parvenu ainsi qu'à des résultats incomplets et peu exacts. C'est ce qui a lieu surtout à l'égard des théories de la propagation du son, et du mouvement des ondes.

A mesure que ces deux sciences ont acquis de nouveaux degrés de perfection, on a été en état de suppléer plus ou moins au défaut des théories que Newton avait laissées imparfaites; et les sujets du système du monde, comme les plus importants, ont déjà été discutés avec tant de soin par les premiers géomètres de ce siecle, qu'il parait difficile de pouvoir ajouter quelque chose à leur travaux, si ce n'est peut-être plus de facilité dans les procédés et de simplicité dans les résultats. La théorie des fluides a été également l'objet de leurs recherches, et s'ils n'y ont pas fait des progrès aussi marqués, on doit l'attribuer uniquement aux grandes difficultés dont la matière est hérissée. Les loix générales du mouvement des fluides ont été découvertes et réduites à des équations analytiques; mais ces équations sont si composées par la nature même de la chose, que leur résolution complète sera peut-être toujours au dessus des forces de l'Analyse; et il n'y a guères que le cas des mouvements infiniment petits qui soit susceptible d'un calcul rigoureux.

Heureusement les vibrations des particules de l'air dans la production du son, et celles des particules de l'eau dans la formation des ondes sont à peu près dans ce cas; et par conséquent il est possible de déterminer les loix de ces vibrations d'une manière plus exacte que Newton ne l'a fait dans la Section VIII^{me} du second livre des Principes. C'est ce que j'ai déja fait voir ailleurs; mais je me propose ici de faciliter aux commentateurs les moyens d'eclaircir et de corriger cet endroit, qui a été regardé jusqu'ici comme un des plus obscurs et des plus difficiles de l'ouvrage de Newton.

Je divise ce Mémoire en deux Sections. Dans la première j'examine la théorie de la propagation du son telle qu'elle est contenue dans les propositions XLVII et XLIX du second Livre; j'en montre l'insuffisance, et j'y donne l'exactitude et la généralité qui y manquent. Dans la seconde je fais voir comment cette même théorie peut s'appliquer aussi au mouvement des ondes.

Section seconde. De la propagation des ondes, p. 192: Newton détermine d'abord dans la Proposition XLIV^{me} du second livre le mouvement d'un fluide qui balance dans un siphon ou canal très étroit et qui a ses deux branches verticales.

Il y démontre que ce mouvement est analogue à celui d'un pendule qui oscille entre des arcs cycloïdes, et dont la longueur serait égale à la moitié de celle de la colonne de fluide contenue dans le siphon. Car, dit-il, la force par laquelle le mouvement de l'eau est alternativement accéléré et retardé, est l'excès du poids de l'eau dans l'une ou l'autre branche; donc, lorsque l'eau monte dans l'une des branches au dessus du niveau, et qu'en même temps elle descend d'autant dans l'autre, cette force est double du poids de l'eau qui est au-dessus du niveau, et est par conséquent au poids de toute l'eau, comme la longueur de la colonne supérieure au niveau, à la moitié de la longueur de la colonne entière d'eau contenue dans le tube.

Mais la force par laquelle un corps est accéléré et retardé dans la cycloïde à un lieu quelconque, est à son poids total, comme l'arc compris entre ce lieu et le lieu le plus bas, à l'arc entier, ou à la demi-longueur de la cycloïde, c'est à dire à la longueur du pendule oscillant. Donc les forces motrices de l'eau et du pendule, lorsqu'ils parcourent des espaces égaux, sont comme les poids à mouvoir; par conséquent si l'eau et le pendule sont en repos dans le commencement, ces forces les feront mouvoir également dans des temps égaux, et feront que par un mouvement reciproque l'eau et le pendule aillent et reviennent dans le même temps.

Cela posé, Newton compare dans la Proposition XLVI^me^ les élévations et les abaissements alternatifs de l'eau dans les ondes qui se forment à la surface d'une eau stagnante, aux oscillations perpendiculaires de l'eau dans un siphon. Car, dit-il, comme le mouvement des ondes se fait par la montée et la descente successive de l'eau, en sorte que les parties qui sont les plus hautes deviennent ensuite les plus basses, et que la force motrice qui fait monter les parties les plus basses et descendre les plus hautes est le poids de l'eau élevée; ces montées et descentes alternatives seront analogues au mouvement d'oscillation de l'eau dans un siphon dont la longueur horizontale serait égale aux distances entre les lieux les plus hauts et les plus bas des ondes; et par conséquent si ces distances sont égales au double de la longueur du pendule, les parties les plus hautes deviendront les plus basses dans le temps d'une oscillation, et dans le temps d'une autre oscillation elles redeviendront les plus hautes. Donc il y aura le temps de deux oscillations entre chacune de ces ondes; de sorte que chaque onde parcourra sa largeur dans le temps que le pendule emploiera à faire deux oscillations, mais dans ce même temps un pendule dont la longueur serait quadruple, et qui par conséquent serait égale à la largeur des ondes, c'est à dire à l'espace transversal qui est entre leurs moindres, ou leurs plus grandes élévations, ferait une oscillation; donc dans le temps d'une oscillation d'un pendule égal à la largeur des ondes, elles parcourront en avançant un espace égal à cette largeur.

Cette théorie est, comme l'on voit, susceptible de beaucoup de difficultés, dont la principale est que Newton n'y tient compte que du mouvement vertical de l'eau et nullement du mouvement horizontal, qui doit nécessairement s'y joindre, puisque l'eau est supposée libre de se mouvoir en tout sens. Cette difficulté parait même n'avoir pas échappé à Newton; car dans le corollaire second de la proposition citée, il remarque que cela est ainsi dans l'hypothèse que les parties de l'eau montent et descendent en ligne droite; mais que ces montées et descentes se font plutôt par des cercles, et qu'ainsi par cette proposition le temps n'est déterminé qu'a peu près. Mais en supposant même que l'eau se meuve par un arc de cercle ou d'une autre courbe quelconque, on n'approcherait pas davantage de la vérité; car la comparaison du mouvement de l'eau dans les ondes avec les oscillations de l'eau dans des siphons, est purement précaire; et ne saurait subsister avec les loix générales du mouvement des fluides dans des vases ou des canaux.

§ 215.

Mit diesem Urtheile LAGRANGE's, dass die von NEWTON aufgestellte Vergleichung durchaus keiner Theorie der Wellen zum Grunde gelegt werden könne, stimmt das Urtheil aller anderen Analysten überein, die diesen Gegenstand behandelt haben, das Urtheil LAPLACE's, GERSTNER's und POISSON's.

Diese von NEWTON aufgestellte Vergleichung hat einen grossen Werth, der freilich von diesen Analysten nicht berücksichtigt werden konnte. Für eine physikalische Untersuchung, die sich allein auf Versuche gründet, ist es von grossem Werthe, in Rücksicht auf die Wellen die einfachste Erscheinung gefunden zu haben, wo dieselben Kräfte auf ähnliche Art wirken, zumal wenn sie so beschaffen ist, dass man leicht die in ihr enthaltene Gesetzmässigkeit und deren Grund finden kann. Die Erfindung eines solchen Versuches, wo diese Erscheinung sich zeigt, kann die Quelle einer Reihe von Versuchen werden, aus welchen eine Menge neuer und wichtiger Betrachtungen über die Wellenbewegung abgeleitet werden kann. Von dem einfachen Versuche, den NEWTON in einer gekrümmten Röhre angestellt hat, sind wir übergegangen zu den Versuchen über die Bewegung der Flüssigkeit in einer horizontalen Röhre, in welche in regelmässigen Abständen vertikale Glasröhren eingesetzt waren, welche wir § 201 bis § 210 aufgeführt haben, und die ganz besonders sich eignen, das Wesentliche der Wellenbewegung tropfbarer Flüssigkeiten genau zu bestimmen. Wir haben durchgängig die stehende Oscillation von der fortschreitenden unterschieden. Dieser Hauptunterschied der Bewegung der Flüssigkeit ist durch jene Versuche vorzüglich recht ins Licht gesetzt worden. S. §§ 209, 210.

Wir haben nämlich gesehen, dass in dem von NEWTON angestellten Versuche keine fortschreitende, sondern eine stehende Schwingung Statt finde, keine Wellenbewegung, sondern eine, der bei der Hervorbringung des Schalles Statt findenden, ähnliche Bewegung; dass dagegen, sobald man mehrere senkrechte Röhren auf einer horizontalen anbringt, sogleich die Schwingung eine fortschreitende, eine wirkliche Wellenbewegung sei, die aber in eine stehende übergehen könne, und zwar desto eher, je geringer die Anzahl der senkrechten Röhren und je regelmässiger ihre Stellung ist. Daraus sieht man, wie die Theorie NEWTON's, wie wir schon § 125 auseinander gesetzt haben, gar keine Theorie der Wellen sei, sondern vielmehr eine Theorie derjenigen Schwingungen tropfbarer Flüssigkeiten, die den Schwingungen tönender Körper entsprechen. Wir wissen aber, dass bei diesen Schwingungen der tropfbaren Flüssigkeit weder die Theilchen derselben selbst, noch die Form der Welle fortschreitet, und dass sich nicht einmal die ganze Bewegung über einen noch unbewegten Theil der Oberfläche verbreiten könne, da diese Schwingungen erst dann aus der Wellenbewegung entstehen, wenn letztere schon über die ganze Oberfläche fortgepflanzt, vielfach zurückgeworfen ist und sich durchkreuzt hat. Nach unserer Meinung sagt daher die Theorie Newton's nichts von der Geschwindigkeit der Fortpflanzung der Wellen aus, sondern nur, mit welcher Geschwindigkeit bei der stehenden Schwingung sich abwechselnd ein Flüssigkeitskegel in einen Trichter, und dieser in einen Kegel verwandele. Hierauf passt auch die von ihm zum Grunde gelegte Vergleichung dieser Schwingungen mit den Schwingungen der Flüssigkeit in einer gekrümmten Röhre, und wir wissen nach § 192, dass in beiden Fällen die Bewegung der Theilchen einander sehr ähnlich ist. Wir glauben daher, dass die Theorie Newton's in der von uns angegebenen beschränkten Sphäre sich der Wahrheit wirklich nähere, wenn ihr auch keine vollkommene Genauigkeit zuzuschreiben ist.

§ 216.

Laplace.

Den zweiten Versuch, eine Theorie der Wellen zu geben, machte Laplace. Er befindet sich in der Hist. de l'Acad. Roy. des Sc. Année 1776, Paris 1779, p. 542 in der Abhandlung: *Sur les ondes,* in der: *Suite des recherches sur plusieurs points du système du monde.*

Page 543. La manière la plus simple de concevoir la formation des ondes, est d'imaginer une courbe quelconque plongée dans le fluide, jusqu'à une profondeur trèspetite, et retenue dans cet état, jusqu'a ce que tout le fluide soit en équilibre; en la retirant ensuite hors du canal, il est clair que le fluide tendra à reprendre son état d'équilibre, en formant des ondes successives; la nature et la propagation des ondes ainsi formées, seront l'objet des recherches suivantes.

Soit l la profondeur du canal dans l'état d'équilibre; X et Z les deux coordonnées horizontales et verticales qui déterminent à l'origine du mouvement, la position d'un point quelconque du fluide; $X + ax$, et $Z + az$, les coordonnées qui déterminent la position de ce même point après le temps t, a étant supposé infiniment petit; si l'on considère présentement un parallélipipède infiniment petit, dont la largeur soit égale à la largeur infiniment petite du canal, que nous désigneront par β; dont la longueur soit $dX \cdot \left[1 + \alpha \left(\frac{dx}{dX}\right)\right]$ et dont la hauteur soit $dZ \cdot \left[1 + \alpha \left(\frac{dz}{dZ}\right)\right]$; en nommant δ la densité du fluide, et négligeant les quantités de l'ordre α^2, on aura pour l'expression de la masse de ce parallélipipède, $\delta\beta \cdot dX \cdot dZ \cdot \left[1 + \alpha \left(\frac{dx}{dX}\right) + \alpha \left(\frac{dz}{dZ}\right)\right]$; dans l'instant suivant, ce parallélipipède se changera dans un solide d'une autre figure, mais il est facile de s'assurer que si l'on calcule la masse de ce nouveau solide, comme s'il était un prisme rectangle, on ne négligera que des quantités infiniment petites du second ordre, par rapport à celles que l'on considère; on peut donc supposer nulle la différentielle de la quantité précédente prise en ne faisant varier que le temps t, ce qui exige que cette quantité soit égale à une fonction indépendante du temps; on aura donc $\delta\beta \cdot dX \cdot dZ \cdot \left[1 + \alpha \left(\frac{dx}{dX}\right) + \alpha \cdot \left(\frac{dz}{dZ}\right)\right] = \delta\beta \cdot dX \cdot dZ \,.\, \varphi\,(X, Z)$; $\varphi\,(X, Z)$ étant une fonction quelconque de X et de Z sans t; mais x et z étant nuls à l'origine du mouvement, cette fonction se trouve déterminée et égale à la l'unité; partant on aura

$$o = \frac{dx}{dX} + \frac{dz}{dZ}. \tag{R}$$

Si l'on nomme ensuite p la pression qu'éprouve la molécule fluide, et g la pesanteur, l'équation (B) de l'article III donnera dans le cas présent,

$$o = gd\,(Z + \alpha z) + \alpha dX \left(\frac{d^2x}{dt^2}\right) + \alpha dZ \left(\frac{d^2z}{dt^2}\right) + \frac{dp}{\delta}. \tag{S}$$

La caractéristique d servant, comme dans l'article cité, à désigner les différentielles des quantités prises en regardant le temps t comme constant; cette équation a encore lieu par le même article pour tous les points de la surface extérieure du fluide, pourvu qu'on y suppose $dp = o$, et que les différences dX et dZ soient celles de la surface même.

Pour que l'équation précédente soit possible, il faut que $dX \left(\frac{d^2x}{dt^2}\right) + dZ \left(\frac{d^2z}{dt^2}\right)$ soit une différence exacte, et qu'ainsi l'on ait $\frac{d^3x}{dt^2\,dZ} = \frac{d^3z}{dt^2 dX}$; en intégrant cette équation deux fois de suite par rapport à t, et observant que par la formation précédente des ondes, on a $x = o$, $z = o$, $\frac{dx}{dt} = o$, et $\frac{dz}{dt} = o$ lorsque $t = o$, on aura $\frac{dx}{dZ} = \frac{dz}{dX}$; partant $\frac{d^2x}{dXdZ} = \frac{d^2z}{dX^2}$: or l'équation (R) donne $\frac{d^2x}{dXdZ} = -\frac{d^2z}{dZ^2}$; on aura donc $o = \frac{d^2z}{dX^2} + \frac{d^2z}{dZ^2}$.

Cette équation est aux différences partielles du second ordre, et son intégrale complette est, comme l'on sait, $z = \varphi\,[X + Z\sqrt{-1}] + \psi\,[X - Z\sqrt{-1}]$, $\varphi(X)$ et $\psi(X)$ étant des fonctions quelconques arbitraires de X, qui renferment le temps t; les deux équations $\left(\frac{dx}{dX}\right) + \left(\frac{dz}{dZ}\right) = o$ et $\left(\frac{dx}{dZ}\right) = \left(\frac{dz}{dX}\right)$ donneront ensuite

$$x = -\sqrt{-1}\ \{\varphi\,[X + Z\sqrt{-1}] - \psi\,[X - Z\sqrt{-1}]\}.$$

On doit observer ici que Z étant nul, on a $z = o$, quels que soient X et t; on a donc $\varphi\,(X) = -\psi\,(X)$. partant $z = \varphi\,[X + Z\sqrt{-1}] - \varphi\,[X - Z\sqrt{-1}]$, $x = -\sqrt{-1}\cdot\{\varphi\,[X + Z\sqrt{-1}] + \varphi[X - Z\sqrt{-1}]\}$, on aura, au moyen de ces équations, les valeurs de x et de z relatives à tous les points du fluide, lorsqu'on aura déterminé ces valeurs en X et en t pour tous les points de la surface; or l'équation (S) devient à la surface, $o = gd\cdot(Z + az) + adX\cdot\left(\frac{d^2x}{dt^2}\right) + adZ\cdot\left(\frac{d^2z}{dt^2}\right)$; d'où il suit que dZ est de l'ordre a. Soit donc à la surface fluide, $Z = l + au$, u étant une fonction quelconque de X; on aura, en négligeant les quantités de l'ordre a^2,

$$o = g\left(\frac{du}{dX}\right) + g\left(\frac{dz}{dX}\right) + \left(\frac{d^2x}{dt^2}\right). \qquad \text{(T)}$$

Il faut maintenant satisfaire à cette équation et à ces deux-ci, $z = \varphi[X + l\sqrt{-1}] - \varphi\,[X - l\sqrt{-1}]$; $x = -\sqrt{-1}\cdot\{\varphi[X + l\sqrt{-1}] + \varphi\,[X - l\sqrt{-1}]\}$: or cela parait très-difficile en général, c'est-à-dire en donnant à u une valeur quelconque arbitraire; il ne nous reste donc qu'a y satisfaire dans des suppositions particulières par u.

Supposons $u = a\cdot\left(\cos\frac{X}{c} - \cos\frac{h}{c}\right)$, de manière que l'on ait $u = o$, tant que X n'est pas compris entre les limites $+h$ et $-h$, ce qui revient à faire audelà de ces limites $\cos\frac{X}{c}$ constamment égal à $\cos\frac{h}{c}$; l'équation (T) devient alors $o = -\frac{ga}{c}\cdot\sin\frac{X}{c} + g\left(\frac{dz}{dX}\right) + \left(\frac{d^2x}{dt^2}\right)$; (T'). On peut y satisfaire et remplir toutes les conditions du mouvement, en supposant

$$x = A\sin\frac{X}{c}\left(e^{Z/c} + e^{-Z/c}\right),$$

$$z = -A\cos\frac{X}{c}\left(e^{Z/c} - e^{-Z/c}\right),$$

e étant le nombre dont le logarithme hyperbolique est l'unité, et A étant fonction de t seul; car il est aisé de voir, que ces valeurs de x

et de z, satisfont aux équations $\left(\frac{dx}{dX}\right)+\left(\frac{dz}{dZ}\right)=o$, $\left(\frac{dx}{dZ}\right)=\left(\frac{dz}{dX}\right)$; et à la condition de $z=o$ lorsque $Z=o$. Si l'on change dans ces valeurs, Z en l, et qu'ensuite, on les substitue dans l'équation (T¹), on aura

$$o=-\frac{ga}{c}+\frac{gA}{c}\left\{e^{l/c}-e^{-l/c}\right\}+\frac{d^2A}{dt^2}\left\{e^{l/c}+e^{-l/c}\right\}.$$

Si l'on intègre cette équation, en ayant soin de déterminer les constantes arbitraires, de manière qu'à l'origine du mouvement, on ait $A=o$, et $\frac{dA}{dt}=o$, on trouvera facilement

$$A=\frac{a}{e^{l/c}-e^{-l/c}}\left\{1-\cos nt\right\},$$

n étant égale à $\sqrt{\frac{g\left(e^{l/c}-e^{-l/c}\right)}{c\left(e^{l/c}+e^{-l/c}\right)}}$; partant on a généralement

$$x=a\,\frac{e^{Z/c}+e^{-Z/c}}{e^{l/c}+e^{-l/c}}\sin\frac{X}{c}\left\{1-\cos nt\right\},$$

$$z=-a\,\frac{e^{Z/c}-e^{-Z/c}}{e^{l/c}-e^{-l/c}}\cos\frac{X}{c}\left\{1-\cos nt\right\}.$$

Il résulte de ces expressions, que les molécules intérieures du fluide oscillent d'une manière semblable à celles de la surface, avec cette seule différence, que leur mouvement dans le sens vertical, est moindre dans la raison de $e^{Z/c}-e^{-Z/c}$ à $e^{l/c}-e^{-l/c}$, et que leur mouvement dans le sens horizontal, est moindre dans la raison de $e^{Z/c}+e^{-Z/c}$ à $e^{l/c}+e^{-l/c}$; d'où il suit, que ci c est peu considérable, le mouvement du fluide sera presque insensible à une médiocre profondeur: il ne s'agit donc plus que de bien déterminer, pour tous les points situés à la surface du fluide, la signification des valeurs précédentes de x et de z, qui, ayant été données par l'intégration d'équation aux différences partielles, doivent être plutôt regardées comme des symboles, que comme de véritables expressions analytiques. Si l'on considérait en effet sous ce dernier rapport le facteur $1-\cos nt$, qu'elles renferment, on serait naturellement porté à conclure que la masse entière du fluide doit s'ébranler dès le premier instant du mouvement, et que chaque molécule fera éternellement des oscillations, dont la durée est égale à $360^d/n$; or, l'une et l'autre de ces conséquences est démentie par l'expérience, qui nous montre que les parties du fluide s'ébranlent successivement, et que chaque molécule ne fait qu'un nombre fini d'oscillations, déterminé par la nature de l'ébranlement primitif, après quoi, elle reste en repos. La solution de cette difficulté mérite une attention particulière, en ce qu'elle renferme une application délicate du calcul intégral aux différences partielles.

L'expression de z, devient à la surface du fluide

$$z = a \cos\frac{X}{c}\left\{\cos nt - 1\right\} = a\left\{\tfrac{1}{2}\cos\left(\frac{X}{c} - nt\right) + \tfrac{1}{2}\cos\left(\frac{X}{c} + nt\right) - \cos\frac{X}{c}\right\}:$$

la hauteur de la molécule fluide au-dessus du niveau du canal, étant égale à $au + az$, sera conséquemment égale à

$$aa\left\{\tfrac{1}{2}\cos\left(\frac{X}{c} - nt\right) + \tfrac{1}{2}\cos\left(\frac{X}{c} + nt\right) - \cos\frac{h}{c}\right\};$$

il faut donc déterminer la fonction arbitraire $\varphi(X)$ de l'expression générale de $au + az$, de manière que cette expression soit égale à la quantité précédente: or on doit se rappeler ici, que t étant nul, la valeur de $au + az$ est nulle, quel que soit X, lorsqu'il cesse d'être compris entre les limites $+h$ et $-h$, en sorte que l'on a au-delà de ces limites, $\cos\frac{X}{c} = \cos\frac{h}{c}\cdot$ Cette considération doit donc nous guider dans la détermination des valeurs de $\cos\left(\frac{X}{c} \pm nt\right)$ et nous devons supposer ce cosinus constamment égal à $\cos\frac{h}{c}$ lorsque l'angle $\frac{X}{c} \pm nt$ n'est pas compris entre les limites $+\frac{h}{c}$ et $-\frac{h}{c}$; d'où résulte cette conséquence, savoir que la molécule déterminée par les coordonnées X et Z, ne commence à s'ébranler que lorsque le temps t est tel que l'angle $\frac{X}{c} \pm nt$ commence à être compris entre ces limites, et qu'elle cesse d'être ébranlée lorsque cet angle cesse d'y être compris.

Ne considérons ici que les valeurs positives de X (on pourra faire des remarques entièrement semblables sur les valeurs negatives); supposons de plus, X plus grand que h, on aura dans ce cas $\cos\left(\frac{X}{c} + nt\right) = \cos\frac{h}{c}$, et l'expression précédente de $au + az$ deviendra $\frac{aa}{2}\left\{\cos\left(\frac{X}{c} - nt\right) - \cos\frac{h}{c}\right\}$; la molécule fluide ne commencera donc à s'ébranler que lorsqu'on aura $\frac{X}{c} - nt = \frac{h}{c}$, ce qui donne $t = \frac{X-h}{nc}$, elle cessera de s'ébranler lorsqu'on aura $\frac{X}{c} - nt = -\frac{h}{c}$, ce qui donne $t = \frac{X+h}{nc}$; partant la durée de l'ébranlement sera $\frac{2h}{nc}$. Le temps de l'oscillation d'un pendule dont b représente la longueur est $\pi\sqrt{\frac{b}{g}}$, π exprimant le rapport de la demi-circonférence au rayon; nommant donc T ce temps, ou aura pour le temps après le quel la molécule fluide commence à s'ébranler

$$t = \frac{X-h}{nc} = \frac{(X-h)\sqrt{e^{l/c} + e^{-l/c}}}{\pi\sqrt{bc}\sqrt{e^{l/c} - e^{-l/c}}}\, T,$$

et le temps de l'ébranlement sera

$$\frac{2h}{nc} = \frac{2hT\sqrt{e^{l/c} + e^{-l/c}}}{\pi\sqrt{bc}\sqrt{e^{l/c} - e^{-l/c}}}.$$

Si la profondeur l du fluide est considérable par rapport à c, le temps t sera à très-peu près égal à $\frac{X-h}{\pi\sqrt{bc}} \cdot T$; d'où il suit, qu'alors la profondeur plus ou moins grande du canal, n'influe que d'une manière insensible sur le temps de la propagation des ondes: si dans ce même cas h est très-petit, on aura sensiblement $t = \frac{X}{\pi\sqrt{bc}} \cdot T$; or la largeur de l'onde, ou ce qui revient au même, l'étendue de la partie fluide ébranlée dans le même instant, est égale à $2h$; cette largeur influe donc extrêmement peu sur le temps de la propagation, ce qui est bien contraire au résultat de Newton, suivant lequel ce temps est réciproquement comme la racine quarrée de h, au lieu que suivant notre théorie, il est réciproquement comme la racine quarrée de c.

Ce cas que nous venons de discuter est trés-remarquable, en ce qu'il embrasse tous ceux dans lesquels on suppose les ondes formées par l'immersion d'une courbe très-peu plongée dans l'eau; car si l'on nomme r le rayon osculateur de la courbe au point le plus bas qui plonge dans l'eau, on aura à très-peu près $au = r\left(\cos\frac{X}{r} - \cos\frac{h}{r}\right)$, $\frac{h^2}{r}$ étant ici supposé de l'ordre a; on aura donc par ce qui précède, et en négligeant h par rapport à X,

$$t = \frac{X}{\pi\sqrt{br}}\, T\sqrt{\frac{e^{l/r} + e^{-l/r}}{e^{l/r} - e^{-l/r}}};$$

d'où il suit que la courbe étant plongée plus ou moins profondément dans l'eau, le temps de la propagation des ondes à une distance donnée, sera toujours le même, à peuprès comme le temps des oscillations d'un pendule est constant, quels que soient les arcs qu'il décrit, pourvu qu'ils soient fort petits. Si l est très-grand pas rapport à r, on aura $t = \frac{X}{\pi\sqrt{rb}} \cdot T$; en sorte que dans ce cas, les temps de la propagation des ondes engendrées par différentes courbes, ou par la même dans différentes situations, sont réciproquement comme les racines quarrées des rayons osculateurs, et les vîtesses des ondes sont directement comme ces mêmes racines; il n'en est donc pas de la vitesse des ondes comme de celle du son, qui, comme l'on sait, est indépendante de l'ébranlement primitif de l'air.

§ 217

Lagrange.

Den dritten Versuch zu einer Theorie der Wellen hat Lagrange gemacht. Ausser der méchanique analytique, seconde partie, VIII^me^ section, p. 487, findet man diesen Versuch in den Mém. de l'acad. Roy. des Sc. année 1786. Berlin 1788, p. 192, woraus das Folgende entnommen ist.[1])

Il serait peut-être impossible d'établir une théorie générale et rigoureuse sur les ondes; mais si on suppose d'un côté que les élévations et les abaissements successifs de l'eau au dessus et au dessous de son niveau soient infiniment petits, ce qui paraît conforme à l'expérience, et que de l'autre la profondeur du canal dans lequel les ondes se forment et se propagent soit assez petite, on peut déterminer les mouvements de l'eau qui les produisent, d'une manière approchée, et analogue à celle que nous venons de donner relativement aux mouvements de l'air dans le son.

(p. 195.) Car soit Fig. 93 TV le fond horizontal d'un canal ou bassin rempli d'eau à une hauteur très petite; AE la surface supérieure de l'eau en repos ou sa ligne de niveau; et $ABCD$ cette surface lorsque l'eau a été mise en mouvement par quelque cause que ce soit. Si l'on imagine toute la masse de l'eau stagnante partagée en une infinité d'éléments rectangulaires égaux $aEFb$, $bFGd$ etc. dont les hauteurs aE, bF etc. soient verticales et dont les largeurs EF, FG etc. soient infiniment petites; on pourra supposer sans erreur sensible que dans le mouvement de l'eau ces éléments parviennent en $\alpha\varepsilon\varphi\beta$, $\beta\varphi\gamma\delta$ etc. en conservant leur forme rectangulaire et leur capacité, à cause de l'incom-

---

1) [Oeuvres de Lagrange, Publiées par les soins de M. J. A. Serret. T. V, p. 605.]

pressibilité de l'eau; et il ne s'agira que de déterminer la loi du mouvement horizontal de chacun de ces éléments.

Pour cela je suppose que la courbe Fig. 94 PKH renferme cette loi d'une manière semblable à celle qui a lieu pour les particules de l'air, en sorte que pendant un temps quelconque représenté par l'arc PH, le point E ait décrit l'espace très petit $E\varepsilon = PL$, et que les points F, G aient décrit les espaces très petits $F\varphi = PM$, $G\gamma = PN$, en prenant les parties HI, IK dans une raison constante avec EF, FG.

Or en considérant les deux colonnes contiguës $\alpha\varepsilon\varphi\beta$, $\beta\varphi\gamma\delta$, je remarque que si leurs hauteurs étaient égales, elles exerceraient par l'action de la gravité une pression égale l'une contre l'autre, d'où il ne pourrait résulter aucun mouvement; mais si la hauteur $\alpha\varepsilon$ de l'une est plus grande que la hauteur $\beta\varphi$ de l'autre, l'excès $\alpha\varepsilon - \beta\varphi$ doit produire, selon les loix hydrostatiques connues, dans tous les points de la ligne $\beta\varphi$, une pression contre le rectangle $\beta\varphi\gamma\delta$, exprimée par cette même différence de hauteur $\alpha\varepsilon - \beta\varphi$, en faisant la pression ou la force accélératrice de la gravité égale à l'unité. Ainsi la pression totale qui en résultera contre l'élément $\beta\varphi\gamma\delta$, et qui tendra à lui imprimer un mouvement horizontal, sera $= (\alpha\varepsilon - \beta\varphi)\,\beta\varphi$; donc divisant par la masse à mouvoir $\beta\varphi\gamma\delta$, on aura $\frac{(\alpha\varepsilon - \beta\varphi)\beta\varphi}{\beta\varphi\gamma\delta}$ pour la valeur de la force accélératrice horizontale de l'élément $\beta\varphi\gamma\delta$, ou, ce qui revient au même, du point φ suivant la ligne φV.

Maintenant, puisque $\alpha\varepsilon\varphi\beta = aEFb$, $\beta\varphi\gamma\delta = bFGd$, et que $aEFb = bFGd$, on aura $\alpha\varepsilon = \frac{aEFb}{\varepsilon\varphi}$, $\beta\varphi = \frac{aEFb}{\varphi\gamma}$; donc $\alpha\varepsilon - \beta\varphi = \frac{aEFb(\varphi\gamma - \varepsilon\varphi)}{\varphi\gamma \,.\, \varepsilon\varphi}$, c'est à dire $= \frac{aEFb(\varphi\gamma - \varepsilon\varphi)}{EF^2}$, puisque la différence des hauteurs $\alpha\varepsilon$, $\beta\varphi$ sur les hauteurs primitives aE, bF est supposée très petite, et qu'ainsi $\varepsilon\varphi$, $\varphi\gamma$ ne diffèrent qu'infiniment peu de EF. Donc, à cause de $\beta\varphi\gamma\delta = aEFb$, et de $\beta\varphi$ égal à très peu près à aE, on aura pour la force accélératrice du point φ l'expression $\frac{(\varphi\gamma - \varepsilon\varphi) \,.\, aE}{EF^2}$. Mais $\varepsilon\varphi = EF + F\varphi - E\varepsilon = EF + PM - PL = EF - ML$, $\varphi\gamma = FG + G\gamma - F\varphi = FG + PN - PM = EF - NM$; donc la force dont il s'agit, sera $\frac{ML - NM}{EF^2} \cdot aE$. Et par le même raisonnement on trouvera la force accélératrice du point ε, c'est à dire du point E dans le lieu ε, exprimée par $\frac{(Ll - ML)\,aE}{EF^2}$ (ayant pris l'arc $Hh = IH$ et abaissé l'ordonnée hl), c'est à dire par $\frac{Ll - ML}{HI^2} \cdot \left(\frac{HI}{EF}\right)^2 \cdot aE$; c'est la force qui fait parcourir l'espace PL dans le temps PH suivant l'hypothèse. Donc, pour que cette hypothèse soit légitime, il faut, selon les principes de Mécanique, que cette force soit égale au rapport de la difference des vitesses $\frac{Ll}{Hh} - \frac{ML}{HI}$ à l'élément du temps HI; c'est à dire (à cause de $Hh = HI$) $= \frac{Ll - ML}{HI^2}$.

Ces deux expressions de la force accélératrice étant comparées, donnent l'équation $\left(\frac{HI}{EF}\right)^2 \cdot aE = 1$, laquelle est, comme l'on voit, indépendante de la figure de la courbe PH, et sert seulement à déterminer le rapport constant $\frac{EF}{HI}$, lequel devient $= \sqrt{aE}$. Ainsi la loi supposée est exacte, et la courbe PH demeure arbitraire, comme dans la théorie de la propagation du son.

Il est visible que la détermination de la courbe PH dépend des ébranlements primitifs de l'eau; c'est à dire des déplacements des colonnes $aEFb$, $bFGd$ etc. dus à la cause qui produit les ondes. La solution est donc générale, quels que puissent être ces ébranlements; et la vitesse des ondes en est entièrement indépendante, comme celle du son; car il n'est pas difficile de voir que cette vitesse sera exprimée aussi par le rapport constant de EF à HI, puisque, selon la construction, après le temps HI les points F et G se trouveront avoir parcouru des espaces respectivement égaux à ceux que les points E et F avaient parcourus au commencement de ce temps, et qu'ainsi leur distance, et par conséquent la hauteur de la colonne qui y répond, sera la même après ce temps que celle de la colonne qui répondait aux points E, F au commencement de ce temps; de sorte que celle-ci pourra être censée avoir avancé pendant le temps HI d'un espace égal à sa base, qui est à très peu près $= EF$.

Or ayant trouvé $\frac{EF}{HI} = \sqrt{aE}$ il s'ensuit que la vitesse de la propagation des ondes sera celle qu'un corps grave acquerrait en tombant de la moitié de la hauteur aE (art. 8, sect. I) c'est à dire de la moitié de la hauteur de l'eau dans le canal. De sorte qu'il y a à cet égard une parfaite analogie entre la propagation du son et celle des ondes, la vitesse de celle-la étant due à la hauteur de l'air supposé homogène, et la vitesse de celle-ci étant due à la hauteur de l'eau dans le canal.

Au reste, quoique la théorie précédente soit fondée sur la supposition que la profondeur de l'eau dans le canal soit très petite, elle pourra néanmoins toujours avoir lieu, si dans la formation des ondes l'eau n'est ébranlée et remuée qu'à une profondeur très petite; ce qui parait très naturel à cause de la ténacité et de l'adhérence mutuelle des parties de l'eau, et ce qui se trouve d'ailleurs confirmé par l'expérience, même à l'égard des grandes ondes de la mer. Ainsi la vitesse des ondes étant connue par l'expérience, on pourra déterminer réciproquement la profondeur à laquelle l'eau sera agitée dans leur formation; cette profondeur étant toujours double de la hauteur due à la vitesse observée. Voyez nos recherches sur le mouvement des fluides dans le Volume de cette Académie pour l'année 1781, où la théorie des ondes est traitée d'une manière plus directe et plus générale que nous ne l'avons fait ici.

§ 218.

Flaugergues.

Den vierten Versuch einer Theorie der Wellen, oder vielmehr der Gestalt der Wellen an der Oberfläche, und ihrer scheinbaren Bewegung hat Flaugergues gemacht. Diese Theorie unterscheidet sich von den früheren dadurch, dass sie sich auf einige gemachte Beobachtungen der Wellen gründet. Man findet sie in den Verhandelingen uitgegeeven door de Hollandsche Maatschappye der Weetenschappen te Haarlem XXIX Deel, pag. 131 (1793). Wir glauben, dass sie mit vorzüglichem Rechte hier ihre Stelle finde, erstlich, weil sie von Versuchen ausgeht, die also mit den unserigen verglichen werden können, und zweitens, weil wir diese Abhandlung uns nirgends erinnern erwähnt gefunden zu haben.

I. Expérience. Dans un réservoir plein d'eau d'environ douze pieds en quarré sur trois pieds de profondeur, renfermé dans un endroit clos de toute part, de manière que cette eau ne pouvait pas être agitée par le vent, j'ai fait flotter des boules de cire, que j'avais rendues à peu près de la même pesanteur spécifique que l'eau, au moyen d'un peu de plomb que j'y avais introduit, et qui par la étaient susceptibles de prendre tous les mouvements, dont les particules de ce fluide viendraient à être agitées. Cela fait, et les boules ainsi que l'eau étant parfaitement en repos, j'ai fait naitre des ondulations sur la surface de cette eau en la frappant avec un baton, au bout duquel était attaché perpendiculairement un cylindre de cuivre d'environ neuf lignes de diametre: j'ai eu soin que ce cylindre n'enfonça dans l'eau que de quatre à cinq lignes tout au plus, afin que son choc n'imprimât de mouvement qu'à la surface du fluide, et que la masse intérieure n'en fut pas ébranlée. Ces chocs ont fait naître des grandes ondulations sur la surface de l'eau, mais elles n'ont communiqué aucun mouvement de translation horizontale aux boules qui y flottaient, et à la fin de l'expérience elles étaient toutes à peu près à la même distance de l'origine du mouvement, ou du point de la surface de l'eau où s'étaient fait les chocs, qu'au commencement de cette expérience; seulement, à mesure, que les ondes avaient lieu dans les endroits où les boules étaient placées, ces boules s'élevaient avec la surface de l'eau et s'abaissaient ensuite avec cette surface, mais sans changer absolument de place dans le sens horizontal.

J'ai répété cette expérience en mêlant avec l'eau de la poudre de cire d'Espagne, dont un grand nombre de particules ont resté ensuite suspendus dans cette eau, où la vivacité de leur couleur les faisait aisément remarquer, j'ai observé que ces particules ont présenté exactement les mêmes apparences que les boules précédentes; les ondulations de l'eau ne leur ont communiqué aucun mouvement de translation dans le sens horizontal, mais seulement elles sont montées et descendues ensuite, à mesure que les ondes avaient lieu dans les endroits où elles se trouvaient placées.

II. Expérience. J'ai placé l'oeil à peu près au niveau de la surface de l'eau d'un bassin qui était parfaitement unie; j'avais eu soin de tracer sur le bord de ce bassin, opposé à celui où j'étais placé, une ligne horizontale, à peu de distance au dessus de la surface de l'eau. Cela étant ainsi arrangé, j'ai fait naître des ondulations sur la surface de cette eau, en la choquant légèrement de la manière que j'ai déjà dit; j'ai suivi ensuite le mouvement de plusieurs de ces ondes, depuis leur origine jusques aux bords du bassin, en le rapportant à la ligne horizontale dont j'ai parlé. J'ai remarqué que pendant tout ce mouvement le sommet de l'onde paraissait suivre uniformément et sans interruption cette ligne horizontale, et en parcourir successivement tous les points par un mouvement uniforme, sans que j'aie jamais vu le sommet de cette onde atteindre à la ligne horizontale, descendre au dessous, pour l'atteindre ensuite de nouveau en remontant, et ainsi de suite alternativement, comme cela aurait du arriver, si les ondes avaient pour cause un mouvement de translation des particules de l'eau, suivant lequel ces particules monteraient et descendraient alternativement, en décrivant une ligne serpentante ou de genre parabolique et en s'éloignant ainsi horizontalement du point de la surface de l'eau, où s'est fait le choc qui les a produites, ainsi que l'ont pensé les géometres et les physiciens.

On doit donc conclure de ces expériences, qu'une onde n'est pas l'effet d'un mouvement dans les particules de l'eau, par lequel ces particules monteraient et descendraient alternativement en suivant une ligne serpentante et en s'éloignant ainsi de l'endroit de la surface de l'eau où s'est fait le choc, mais que c'est une intumescence que ce choc fait naître tout autour de cet endroit, par la dépression qu'il y a causée, et qui se propage ensuite circulairement en s'éloignant de ce point par la dépression même de cette portion d'eau élevée au dessus du niveau de l'eau stagnante: et comme une partie de cette eau afflue de toute part dans le creux formé à l'endroit du choc, ce creux en est plus que comblé, et l'eau s'y trouve élevée de manière à produire tout autour une intumescence ou une nouvelle onde, qui se propage ensuite circulairement comme la première: et cet effet se répétant ainsi plusieurs fois, la surface de l'eau se trouve divisée en un grand nombre de cercles concentriques successivement élevés et abaissés, qui ont pu donner l'idée du mouvement ondulatoire telle qu'on l'a eue jusqu'à présent; idée qu'on a cru confirmée par l'observation de certaines ondes, qui dans les rivières rapides ont réellement un mouvement de translation en montant et en descendant alternativement; mais ces ondes n'ont lieu, ainsi qu'il est aisé de le remarquer, que dans les endroits où le fond de la rivière est inégal et couvert de creux et d'éminences, et alors ces prétendues ondes ne sont qu'une suite du mouvement, que prend l'eau en coulant sur ces inégalités.

Il est aisé, d'après ce que nous venons de dire, de déterminer la figure d'une onde; car soit (Fig. 95) ABC la coupe d'une onde par un plan vertical, passant par le centre de cette onde, ou si l'on veut la tranche verticale d'eau, qui est soutenue au dessus du niveau de l'eau stagnante pendant un instant par la pression de la colonne la plus élevée BC. Prenons à volonté dans cette tranche une colonne EF; et dans cette colonne une molécule quelconque I; et menons les lignes horizontales FD et IK. Puisque par la nature des fluides la pression de la colonne BC se communique toute entière à chacune des molécules de la tranche ABC, il s'ensuit qu'abstraction faite de leur pesanteur, chacune de ces molécules, telle par exemple que la molécule I, est poussée verticalement de bas en haut par une force égale au poids de la colonne BC; mais il est évident que le poids de la partie BK de cette colonne est détruit par l'action contraire du poids de la partie $IE = BK$ de la colonne EF; et de plus que la molécule I étant poussée de haut en bas par le poids de la colonne $FI = DK$, la force avec laquelle cette molécule est poussée de bas en haut est égale au poids seulement de la partie CD de la colonne BC; c'est à dire qu'en général la force, qui agit pour élever chacune des molécules d'une colonne EF, est égale au poids de la partie DC de la colonne BC qui est au dessus de niveau du sommet F de cette colonne EF, et par conséquent proportionnelle à la distance FG de ce sommet à la ligne horizontale CH qui passe par le sommet C de la colonne la plus élevée BC. Cela posé, prenons le point A pour l'origine des coordonnées rectangles de la courbe cherchée AC, et la ligne horizontale AB pour l'axe de cette courbe et nommons AE, x, EF, y, BC, a; t le temps durant lequel la pression de la colonne BC (ou celle des colonnes qui ont été successivement les plus élevées de la tranche, comme nous le verrons bientôt) a agi sur la colonne EF

pour faire élever jusques au point F le sommet de cette colonne, v la vitesse acquise par cette colonne en vertu de cette pression au bout du temps t: g la gravité naturelle; et enfin b la longueur de l'espace, où la pression de la colonne BC peut se propager dans un temps $= 1$.

Suivant ce que nous venons de remarquer, et en supposant que les colonnes BC et EF sont infiniment minces, nous aurons $g\ (a - y)$ pour le poids de la partie CD de la colonne BC, ou pour la valeur de la force accélératrice qui agit sur le sommet F de la colonne EF. On aura donc, par le principe général des forces accélératrices, l'équation $g\,(a - y)\,dy = v\,dv$, et en intégrant $g\ (ay - \frac{1}{2}y^2) = v^2/2$ (intégrale qui est complète puisque $v = o$ lorsque $y = o$): par conséquent $\sqrt{g}\sqrt{2ay - y^2} = v$ $= \frac{dy}{dt}$; donc $dt = \frac{1}{\sqrt{g}}\frac{dy}{\sqrt{2ay - y^2}} = \frac{1}{a\sqrt{g}} \cdot \frac{a\,dy}{\sqrt{2ay - y^2}}$.

Donc enfin $t = \frac{1}{a\sqrt{g}}$ (Arc sinus verse y) c'est à dire que t est égal à $\frac{1}{a\sqrt{g}}$ multiplié par l'arc dont le sinus verse est égal à y, d'un cercle dont le rayon est $= a$.

D'un autre côté, le fluide sur lequel les ondes se propagent étant supposé homogène, la transmission de la pression, qui produit ces ondes, doit se faire d'une manière uniforme. Or le temps, pendant lequel la pression de la colonne BC a agi sur le sommet de la colonne EF, étant le même que celui que cette pression a employé pour se transmettre du point E au point A, on a par conséquent la proportion $b:1::x:t$, $t = \frac{x}{b}\cdot$

Egalant ces deux valeurs de t et réduisant, on aura $x = \frac{b}{a\sqrt{g}}$ (Arc sin. verse y): et c'est là l'équation de la courbe AC, que forme le contour de l'onde: d'où l'on voit que cette courbe est une espèce de celles qui sont connues parmi les géomètres sous le nom de Compagnes de la Cycloïde, et qu'on peut facilement la décrire au moyen de cette dernière courbe.

Pour cela soient Fig. 96 acd, ACD deux cercles concentriques, décrits sur le même plan mobile, et tels que le rayon ca soit $= a$, et que le rayon CA soit $= \frac{b}{\sqrt{g}}$ imaginons que le cercle ACD roule sur la ligne droite AB, en applicant successivement chaque point de sa circonférence sur cette ligne, et en amenant avec lui le cercle acd de manière que la situation de ces cercles entre eux soit invariable, il est évident que pendant ce mouvement le centre commun C de ces cercles décrira une ligne droite CE parallele à AB, et que le point a de la circonférence du cercle acd pris à l'extrémité du diametre perpendiculaire à la ligne AB, décrira une courbe ax, qui sera une cycloide allongée ou raccourcie suivant que $CA \lesseqgtr$ ca. Cela posé, si d'un point quelconque a' de cette courbe, on mêne la ligne $a'F$ parallèle à AB; qu'on décrive du même point pris pour centre et avec un rayon $= ca = a$, l'arc de cercle GH, et qu'on mène ensuite par le point C', où cet arc coupe la ligne CE, la perpendiculaire PK, à le ligne AB, le point M où cette perpendiculaire coupe la ligne $a'F$ sera un des points de la ligne cherchée aMz.

Car si par le point C' comme centre, et avec les rayons $C'a'$, $C'A'$, égaux respectivement aux rayons ca, CA, on décrit les cercles $a'c'd'$, $A'C'D'$; ces cercles représenteront la position des cercles acd, ACD, lorsque le point décrivant a étant parvenu du point a au point a' en traçant la courbe aa', la circonférence du cercle ACD a roulé du point A au point K': par conséquent la ligne AK' est égale à l'arc de roulement AK ou $A'K'$. Par les points a et P soit menée la ligne ab tangente aux deux cercles $a'c'd'$, acd. Les lignes Aa, $K'P$ sont égales puisqu'elles sont les différences des rayons CA et ca, $C'K'$ et $C'P$ respectivement égaux, et elles sont parallèles puisqu'elles sont toutes les deux perpendiculaires sur la ligne AB. Les lignes AK', aP, qui les joignent, sont donc égales entr'elles, et la ligne aP est par conséquent égale à l'arc $A'K'$. De plus puisque par la construction les rayons $C'P$, $C'K'$ sont entr'eux comme $a\sqrt{g}$ est à b, les arcs $a'P$ et $A'K'$ sont dans la même raison; on a donc la proportion, $a\sqrt{g} : b :: a'P : A'K'$, $A'K' = \frac{b}{a\sqrt{g}} \cdot a'P$.

Par conséquent la ligne aP est égale à $\frac{b}{a\sqrt{g}}$ multipliée par l'arc $a'P$. A l'égard de la ligne PM, elle est évidemment le sinusverse de l'arc $a'P$; donc le point M est tel, que si l'on prend pour coordonnées à ce point les lignes PM et aP perpendiculaires entr'elles, l'ordonnée PM étant le sinusverse de l'arc $a'P$ d'un cercle dont le rayon est $= a$, l'abscisse aP sera égale à cet arc multiplié par le rapport $\frac{b}{a\sqrt{g}}$. Le point M appartient donc à la courbe cherchée aMz.

La courbe, dont nous venons de trouver l'équation, réprésente l'état de la partie antérieure d'une onde, pendant l'instant durant lequel cette onde est entretenue dans cet état par la pression de la colonne BC; à l'égard de la partie postérieure, son contour a une autre courbure. Car puisque l'expérience nous apprend que les ondes se propagent horizontalement, sans qu'il y ait cependant aucun mouvement réel dans ce sens de particules d'eau dont elles sont composées, il faut nécessairement pour produire cette apparence que les sommets des différentes colonnes, qui composent par exemple la tranche ABC (Fig. 95), parviennent successivement jusques à la ligne horizontale CH, et s'abaissent ensuite, en sorte que chacun de ces sommets, devenant pour un instant le sommet de l'onde, il semble que ce sommet, que l'on s'imagine être toujours le même, se meuve réellement de C en H le long de cette ligne. Or comme ces collonnes d'eau s'abaissent en vertu de leur gravité, et que cet effet leur arrive successivement et d'une manière uniforme, leurs sommets dans chaque tranche verticale doivent être placés de manière à former une parabole, de sorte que le contour de la section d'une onde par un plan vertical, qui passe par son centre, est une courbe semblable à celle dont nous venons de donner l'équation dans sa partie antérieure, et une parabole dans sa partie postérieure, et en effet cette figure composée, que j'avais découpée sur des cartons que je tenais à une petite distance au dessus de la surface d'une eau ondoyante, m'a paru convenir assez bien avec la figure des ondes.

Le temps, que le sommet d'une onde emploie pour parcourir par son mouvement apparent la ligne CH égale à la largeur de cette onde, n'est donc autre chose, que le temps que la colonne A placée à l'extrémité de cette onde emploie pour s'élever jusques à la ligne horizontale CH, par la pression dans le premier instant de la colonne BC, et ensuite successivement par les pressions particulières de chacune des colonnes comprises entre B et A, à mesure que chacune de ces colonnes parvient à son tour jusques à la ligne CH, et devient ainsi successivement et pour un instant la plus haute colonne de l'onde. Il s'ensuit de cette remarque que la vélocité du mouvement apparent des ondes doit être toujours la même, quelle que soit leur hauteur. Car en premier lieu la largeur des ondes ne dépend que de la distance à laquelle une pression appliquée à la surface de l'eau peut se transmettre à travers ce fluide dans un temps donné, distance qui doit toujours être la même quelle que soit cette pression, puisque cette transmission ne dépend que de l'inertie des particules fluides et de leur situation respective: en second lieu le sommet de la colonne A étant poussé vers la ligne CH, c'est à dire au niveau du sommet de la colonne BC, par une force toujours proportionnelle à sa distance à cette ligne, ce sommet emploiera toujours le même temps pour y parvenir, quelle que soit la hauteur de la colonne BC, ou la distance primitive du sommet de la colonne A à la ligne CH. Car d'après ce que nous avons dit dans la recherche de l'équation de la courbe, que forme le contour de la partie antérieure de l'onde le sommet d'une colonne poussée primitivement par la pression d'une autre colonne dont la hauteur est $= a$, s'éleve à la hauteur a

dans un temps qui est égal à $\frac{1}{a\sqrt{g}}$ multiplié par l'arc dont le sinus-verse est égal au rayon a; c'est à dire par le quart de la circonférence du cercle précédent; donc en nommant ce temps T, et π le rapport de la circonférence au rayon, on aura $T = \frac{1}{a\sqrt{g}} \cdot \frac{\pi a}{4} = \frac{\pi}{4\sqrt{g}}$.

Par la même raison, en nommant T' le temps qu'une colonne poussée primitivement par la pression d'une autre colonne, dont la hauteur est $= c$, emploie pour parvenir à une hauteur égale à cette hauteur c, on aura pareillement $T' = \frac{1}{c\sqrt{g}} \cdot \frac{\pi c}{4} = \frac{\pi}{4\sqrt{g}}$ par conséquent $T' = T$; ainsi le temps, que la dernière colonne A emploie pour s'élever au niveau du sommet de la colonne BC, étant toujours le même quelle que soit la hauteur de cette colonne; la largeur BA d'une onde étant toujours pareillement la même; et la vitesse d'une onde n'étant autre chose que le rapport de la largeur d'une onde avec le temps que le sommet de cette onde emploie pour parcourir cette largeur par son mouvement apparent, ou avec le temps que la dernière colonne emploie pour s'élever au niveau du sommet de la première colonne, il s'ensuit que la vitesse des ondes est toujours la même quelle que soit leur hauteur.

Cette égalité de vitesse des ondes grandes et petites, qu'on déduit de la théorie précédente, a été confirmée par l'expérience suivante.

III. Expérience. J'ai mesuré le long d'une branche du Rhône, dont l'embouchure était fermée de sorte que l'eau y était dormante, une longueur de trente pieds. J'ai fait jetter ensuite dans cette eau par un temps calme des petites pierres, vis-à-vis d'une des extrémités de cette longueur, et j'ai observé que les ondes grandes et petites, que le choc de ces pierres faisait sur la surface de l'eau, employaient, toutes le même temps, c'est à dire à peu près vingt et une secondes, pour parvenir à l'autre extrémité de la longueur mesurée.

Lorsque le sommet d'une colonne, telle par exemple que la colonne EF (Fig. 95) parvient par l'action de la colonne BC et des colonnes successivement descendantes à la ligne horizontale CH, qui passe par le niveau du sommet de la colonne BC, c'est à dire à une hauteur $= a$, cette colonne est douée d'une certaine vitesse, qui lui a été transmise par l'action de ces colonnes descendantes. En vertu de cette vitesse, cette colonne doit continuer à s'élever; mais comme, à mesure qu'elle monte, le poids de la partie de cette colonne, qui se trouve au dessus de la ligne CH, n'est plus contrebalancé par la pression des colonnes voisines, ce poids tend à diminuer sa vitesse; et la colonne étant ainsi retardée par une force proportionnelle à la distance de son sommet à la ligne CH, tout de même qu'elle a été accélérée par une force proportionnelle à la distance de son sommet à cette ligne, le mouvement retardé de cette colonne devrait être absolument semblable à son mouvement accéléré, ensorte que le sommet de cette colonne devrait s'élever autant au dessus de la ligne CH, qu'il était au dessous de cette ligne au commencement de son mouvement; c'est à dire que si cette colonne n'éprouvait aucune résistance dans son ascension, elle parviendrait à une hauteur $= 2a$.

Parvenue à cette hauteur, sa pression pour faire élever les colonnes suivantes étant double de celle qu'exerçait la colonne BC, ces colonnes s'éleveraient par conséquent à une hauteur $= 2a$, et parvenues à cette hauteur avec une certaine vitesse elles s'éleveraient à une hauteur double ou $= 4a$; et ainsi de suite: d'où l'on voit que dans cette supposition la hauteur des ondes augmenterait rapidement à mesure qu'elles s'éloignerait du point de leur origine.

Plusieurs causes s'opposent à cette grande augmentation de hauteur des ondes: les principales sont la résistance de l'air, le frottement des particules de l'eau les unes contre les autres, et surtout la ténacité ou l'espèce de viscosité qui lie ensemble les particules de ce fluide, et qui fait que la colonne ne peut s'élever sans entrainer avec elle un grand nombre de molécules de la masse fluide située au dessous qui lui sont adhérentes, c'est à dire une quantité d'eau assez considérable, dont le poids détruit bientôt la vitesse ascensionnelle de cette colonne, et l'empêche de parvenir à la hauteur où elle s'eleverait si elle était libre. On peut déterminer géometriquement l'effet des deux premières causes de résistance, parcequ'elles sont assujetties à des loix connues, mais à l'égard de la troisième, qui est la plus puissante et qu'il faudrait faire entrer nécessairement dans le calcul, nous ignorons absolument la loi suivant laquelle elle agit, et les hypothèses que nous pourrions former là dessus n'étant appuyées que sur des suppositions précaires et arbitraires ne seraient propres qu'à nous induire en erreur. Je me bornerai donc à remarquer ici, que quoique par l'effet des résistances susdites la hauteur des ondes n'augmente pas à beaucoup près autant que la théorie précédente semble l'annoncer, cependant cette augmentation de hauteur est très sensible, et l'on observe que les ondes, qui se propagent librement sur la surface d'une pièce d'eau tranquille, augmentent toujours de hauteur à mesure qu'elles s'éloignent du point de leur origine; mais la loi que suit cet accroissement de hauteur est bien difficile à saisir, même en employant le secours de l'expérience, par la difficulté de mesurer la hauteur d'une chose aussi fugitive que l'onde.

Der erste hier von Flaugergues angeführte Versuch, dass nämlich die Theilchen der Flüssigkeit keine horizontale, sondern nur eine senkrechte Bewegung hätten, ist in Beziehung auf das, was er beweisen soll, hinreichend genau. Er soll nämlich die Meinung widerlegen, dass bei der Wellenbewegung die Wassertheilchen sich stets nach derselben horizontalen Richtung mit der Geschwindigkeit vorwärts bewegen, mit welcher die Wellen sich ausbreiten. Wenn es daher gleich unrichtig ist, zu behaupten, die Wassertheilchen hätten nie eine horizontale Bewegung, so wird doch völlig durch die Erfahrung bestätigt, dass die Flüssigkeitstheilchen, vermöge der blossen Wellenbewegung, nie in einer sich immer gleich bleibenden horizontalen Richtung fortschreiten, sondern in schnell auf einander folgenden Zeiträumen bald vorwärts bald rückwärts, so dass sie sich nie weit von ihrer ursprünglichen Stelle entfernen. Die höchsten Wellen, die wir bei unseren Versuchen haben hervorbringen können, sind die, welche durch das Niederfallen einer Flüssigkeitssäule in einem schmalen Kanale entstanden. Ungeachtet diese weit steiler sind als die Wellen, welche auf die von Flaugergues angegebene Art entstehen, so haben wir doch ihre grosse Flachheit § 98 kennen gelernt. Je kleiner und flacher aber die Wellen sind, desto geringer ist die horizontale Bewegung, und an einer freien Oberfläche, auf welcher Flaugergues beobachtete, wo man keine festen Punkte hat, nach welchen man die Lage des Theilchens auf das Genaueste bestimmen kann, unerkennbar. Wir werden sehen, dass Bremontier selbst auf dem Meere alle horizontale Bewegung der Flüssigkeitstheilchen leugnet. Unsere Beobachtungen sowohl der senkrechten als horizontalen Bewegung der Theilchen, welche durch Wellenbewegung verursacht wird, sind im fünften Abschnitte S. 86 f. enthalten, die diese Behauptung Flaugergues', mit der gemachten Beschränkung, hinreichend bestätigen. Siehe auch §§ 127, 128.

Der zweite Versuch Flaugergues' beweist, dass die Wellen ihrer Form nach an der Oberfläche der Flüssigkeit stetig fortschreiten, wodurch er also Newton's Theorie vollkommen widerlegt. Noch lange nach diesen von Flaugergues mitgetheilten Beobachtungen, und selbst noch jetzt findet man häufig, vorzüglich in physikalischen Handbüchern, die ganz falsche Ansicht, dass die Wellen eine solche Oscillation der Flüssigkeiten seien, wie sie nach der Newton'schen Theorie Statt findet, eine Meinung, die von Gravesande und D'Alembert angenommen, und durch sie überall verbreitet wurde. Diese sehr wichtige Beobachtung Flaugergues', die wir bei allen unseren Versuchen augenscheinlich bestätigt fanden (S. §§ 93, 99), und die Entdeckung, dass man auch in tropfbaren Flüssigkeiten Berge erregen könne, welche nicht fortschreiten (die aber keine Wellen sind), welche von den früheren Beobachtern mit Wellen verwechselt worden sein konnten, veranlassten uns, über die Wellenbewegung und die stehende Schwingung in zwei besonderen Abtheilungen zu handeln. S. S. 21 und S. 190.

Der dritte Versuch Flaugergues' ist schwierig gewesen mit Genauigkeit zu beobachten, da durch das Hineinwerfen eines Steins auf der Oberfläche des Wassers sich mehrere Wellen bilden, deren Zahl sich durch Fortdauer der Schwingung der Theilchen, wo mehrere Wellen vorübergegangen sind, immer vergrössert, ungeachtet die vordersten Wellen eine nach der anderen verschwindet, indem sie sich verflacht. S. §§ 82, 83, 131. Dieser Umstand, und der, dass die Wellen während des Fortschreitens immer breiter werden, erschwert sehr, dass man mit Sicherheit den Lauf einer und derselben Welle verfolgen könne. Dass aber ein Unterschied in der Geschwindigkeit dieser verschiedenen Wellen Statt finde, beweist schon, dass die Breite der Wellen, je weiter sie fortschreiten, zunimmt, woraus sich nothwendig ergiebt, dass die ersteren Wellen schneller fortschreiten als die nachfolgenden. Doch beträgt in diesem besonderen Falle die Verschiedenheit der Geschwindigkeit nicht viel, da alle sonstigen Umstände gleich bleiben, und alle diese Wellen sogar durch dieselbe Ursache entstehen. Aber über die Verschiedenheit der Geschwindigkeit der Wellen unter verschiedenen Umständen siehe §§ 45, 46 und Abschnitt VI, S. 123 f.

Die Folgerung, dass die Wellen im Fortschreiten an Höhe zunähmen, glaubt zwar Flaugergues durch eine oberflächliche Beobachtung bestätigt gefunden zu haben, er hat sich aber nach unseren sehr bestimmten Messungen getäuscht, und zwar hat er sich um so eher täuschen können, da die Wellen, die er beobachtet hat, während des Fortschreitens an Breite zunehmen, und dadurch den Anschein einer beträchtlicheren Grösse erhalten. Siehe aber § 144 und Abschnitt VII, S. 146 f.

In den Folgerungen, die Flaugergues aus seinen Beobachtungen gemacht hat, sind, wie wir glauben, folgende zwei Fehler zu erwähnen:

1. dass er voraussetzt, die Welle schreite mit der Geschwindigkeit fort, als der Stoss sich durch die Flüssigkeit ausbreite, und dass daher alle Wellen mit gleicher Geschwindigkeit fortschreiten müssen. Siehe darüber § 195;

2. dass er annimmt, die höchste Flüssigkeitssäule in einer Welle übe denselben Druck auf alle Säulen des Vordertheils der Welle aus, und zwar denselben, als wenn sie mit jeder von ihnen in einer gekrümmten Röhre in Verbindung stände, wo dann das von Newton für diesen Fall gefundene Gesetz angewendet werden könnte.

§ 219.

Der fünfte Versuch einer Theorie der Wellen, und zugleich einer der einfachsten und erfolgreichsten, ist von Gerstner, der ausser den Abhandlungen der Königl. Böhmischen Gesellschaft der Wissenschaften zu Prag für das Jahr 1802, und ausser Gilbert's Annalen der Physik, Bd. XXXII 1809, p. 412 auch besonders gedruckt sich findet unter dem Titel:

Theorie der Wellen sammt einer daraus abgeleiteten Theorie der Deichprofile, von Franz Gerstner, *k. k. Professor der höheren Mathematik u. s. w. Prag,* 1804.

Diese interessante Abhandlung haben wir um so mehr hierher setzen zu müssen geglaubt, da sie mehrfache Vergleichung mit unseren Versuchen zulässt, und wir sie nur selten, in ausländischen Abhandlungen über die Wellen nie, berücksichtigt gefunden haben. Sie ist wörtlich diese:

I.

1. Wir wollen hier nicht die Art und Weise untersuchen, wie Wellen entstehen oder gestillet werden, sondern annehmen, das Wasser sei bereits in einer Wellenbewegung, und es setzte sie, sich selbst überlassen, fort. Diese Voraussetzung ist dem gewöhnlichen Gange der mathematischen Analysis angemessen, und es wird sich auch hieraus über die erstere Frage Licht verbreiten.

Der statische Druck, den jedes Wassertheilchen erleidet, ist bekannter Maassen auf der Oberfläche des Wassers allerorten gleich, und zwar $= 0$, das Wasser mag sich bewegen, oder ruhig stehen. Unter der Oberfläche nimmt dieser Druck mit der Tiefe des Wassers zu. In dem bewegten Wasser aber ist derselbe nicht, so wie im ruhigen, der Tiefe allein proportional, weil die verschiedene Bewegung der Theilchen auch noch einen wechselseitigen Druck hervorbringen kann.

Wir wollen nun einen beliebigen Punkt A (Fig. 96b) unter der Oberfläche des Wassers annehmen, und alle Punkte, welche mit demselben einen gleichen Druck erfahren, durch die Linie AMN verbunden denken. Es erhellet von selbst, dass die Linie im ruhigen Wasser gerade und horizontal, im bewegten Wasser aber irgend eine krumme Linie sein werde, für welche wir die Gleichung und übrigen Eigenschaften aufsuchen wollen.

2. Die Beschaffenheit dieser Linie sei, welche sie wolle, so ist schon vorläufig gewiss, dass sie zugleich den Weg bezeichnet, nach welchem sich die Wassertheilchen A, M, N bewegen. Denn wenn ein Wassertheilchen von dieser Linie abweichen, und über dieselbe hinauf oder hinab verschoben werden sollte, so müsste eine Kraft vorhanden sein, welche dieses Verschieben bewirkte, und also würde der Druck von beiden Seiten dieser Linie nicht *aller Orten gleich sein*; welches unserer Voraussetzung entgegen ist.

3. Es bewege sich nun irgend ein Wassertheilchen nach der krummen Linie AMN. Weil der Druck, den es von den umgebenden Theilchen

leidet, auf dieser Bahn von allen Seiten gleich ist, so haben wir bei der Beschleunigung desselben nur auf das Gewicht dieses Theilchens zu sehen, das wir dM nennen wollen. Man ziehe durch den höchsten Punkt der Bahn A, die Horizontallinie AQ; das Theilchen befinde sich in M, und man ziehe MP senkrecht auf AQ, so ist AM der wirkliche, AP der horizontale, und PM der senkrechte Raum, den das Theilchen zurückgelegt hat. Man setze

$$AM = s, \qquad AP = x, \qquad PM = y,$$
$$MN = ds, \qquad PQ = dx, \qquad ON = dy.$$

Die Geschwindigkeit des Theilchens in M nach der Richtung seiner Bahn sei $= v$; so ist die Geschwindigkeit desselben nach der horizontalen Richtung $= v\,\frac{dx}{ds}$, und die Geschwindigkeit nach der senkrechten Richtung $= v\,\frac{dy}{ds}$.

Eben so zerfällt die Kraft der Schwere $MC = dM$, in $MD = dM\frac{dy}{ds}$, welche das Theilchen nach der Richtung seiner Bahn beschleunigt, und in $ME = dM \cdot \frac{dx}{ds}$, welche einen Druck bewirkte, dessen Richtung auf die Bahn MN senkrecht ist, folglich die Bewegung des Theilchens weder verzögert noch beschleunigt.

4. Durch die erstere Kraft $\left(MD = dM\,\frac{dy}{ds}\right)$ wird die Geschwindigkeit des Theilchens v, während der Zeit dt um dv vermehrt. Setzen wir die Geschwindigkeit, welche die Körper durch freien Fall in einer Sekunde erhalten, $= 2g$, so ist die Geschwindigkeit, welche die Schwere während der Zeit dt giebt, $= 2gdt$. Da nun die Kräfte ihren Wirkungen, die sie in der nämlichen Zeit hervorbringen, proportional sind, so haben wir $dM : 2gdt = dM\,\frac{dy}{ds} : dv$. Demnach ist $dv = 2gdt\,\frac{dy}{ds}$, oder $\left(\text{wegen } \frac{ds}{dt} = v\right)$ $vdv = 2gdy$. Das Integrale dieser Gleichung ist offenbar $v^2 = 4gy + C$. Zur Bestimmung der beständigen Grösse C wollen wir die Geschwindigkeit, welche das Theilchen in A hatte, $= c$, und die Fallhöhe, welche dieser Geschwindigkeit zugehört, oder $\frac{c^2}{4g} = h$ setzen, so haben wir $v^2 = c^2 + 4gy = c^2\,\frac{h+y}{h}$. (A)

5. Von der zweiten Kraft, ME, mit welcher das Gewicht des Wassertheilchens senkrecht auf seine Bahn drückt, ist die Fliehkraft dieses Theilchens abzuziehen, mit welcher dasselbe nach der Richtung der Tangente MD fortzugehn, und sich also dem Gesetze der Trägheit

gemäss von der krummen Linie AMN zu entfernen sucht. Es sei der Krümmungshalbmesser des Bogens $MN = r$, so ist diese Fliehkraft, nach dem bekannten Lehrsatze der Mechanik, $= \frac{dM \cdot v^2}{2g \cdot r}$. Demnach ist der Druck des Wassertheilchens auf die Bahn $= dM\left(\frac{dx}{ds} - \frac{v^2}{2gr}\right)$.

6. Das Wassertheilchen dM hat offenbar die Linie MN zu seiner Grundlinie; wenn wir demnach seinen Druck auf die Bahn mit MN ($= ds = vdt$) dividiren, so erhalten wir das Element der Wassersäule, womit jeder Punkt der Linie MN beschweret ist, $= \frac{dM}{vdt}\left(\frac{dx}{ds} - \frac{v^2}{2gr}\right)$. Diese Wassersäule ist aber (gemäss 2) für alle Punkte der Linie AMN beständig; setzen wir also den Krümmungshalbmesser für den Ort A, $= k$, so haben wir die Gleichung

$$\frac{dM}{vdt}\left(\frac{dx}{ds} - \frac{v^2}{2gr}\right) = \frac{dM}{cdt}\left(1 - \frac{c^2}{2gk}\right),$$

$$\text{oder } \frac{dx}{ds} - \frac{v^2}{2gr} = \frac{v}{c}\left(1 - \frac{2h}{k}\right).$$

Setzen wir nun statt r den bekannten Werth des Krümmungshalbmessers $= -\frac{dy}{d \cdot \frac{dx}{ds}}$, und multipliciren alle Glieder mit dv, so erhalten wir $dv \cdot \frac{dx}{ds} + \frac{v^2 dv}{2gdy} \cdot d\frac{dx}{ds} = \frac{vdv}{c}\left(1 - \frac{2h}{k}\right)$.

Nun aber war (nach 4.) $vdv = 2gdy = \frac{c^2 dy}{2h}$. Setzen wir diese Werthe in unsere Gleichung, und $\frac{1}{2h} - \frac{1}{k} = \frac{1}{m}$, so wird $dv \cdot \frac{dx}{ds} + v \cdot d\frac{dx}{ds}$ $= cdy\left(\frac{1}{2h} - \frac{1}{k}\right) = \frac{cdy}{m}$. Das Integral dieser Gleichung ist offenbar $v\frac{dx}{ds} = C + \frac{cy}{m}$.

Und weil im höchsten Punkte der Bahn A, $v = c$, $dx = ds$, $y = o$, so ist die beständige Grösse $C = c$. Demnach haben wir *die Geschwindigkeit des Wassertheilchens nach der horizontalen Richtung*, oder

$$v \cdot \frac{dx}{ds} = c\left(1 + \frac{y}{m}\right). \qquad \text{(B)}$$

Und erheben wir diese Gleichung auf das Quadrat, und setzen $ds^2 - dy^2$, statt dx^2, so erhalten wir $v^2 - \frac{v^2 dy^2}{ds^2} = c^2 + \frac{2c^2 y}{m} + \frac{c^2 y^2}{m^2}$; und da nach 4. (A.) $v^2 = c^2 + \frac{c^2 y}{h}$ ist, so ergiebt sich, nach den nöthigen Reduktionen, *die Geschwindigkeit des Wassertheilchens nach der senkrechten Richtung,* oder $v\left(\frac{dy}{ds}\right) = c\sqrt{\frac{2y}{k} - \frac{y^2}{m^2}}$. (C)

7. Hieraus folgt: Erstens, dass die senkrechte Bewegung verschwindet, sowohl für $y = o$, als auch für $y = \frac{2m^2}{k}$. Demnach ist die Höhe der Wellen $BE = \frac{2m^2}{k}$ (Fig. 97).

Zweitens. Die Geschwindigkeit nach der Senkrechten ist am grössten für $y = \frac{m^2}{k} = \frac{1}{2}BE$, oder in der Mitte zwischen dem niedrigsten und höchsten Punkte einer Welle.

Drittens. Die horizontale Geschwindigkeit nimmt mit der Tiefe y zu. Sie ist daher am kleinsten im Punkte A, und am grössten im niedrigsten Punkte B der Welle. In A ist sie gleich c, und in B ist sie $= c\left(1 + \frac{2m}{k}\right) = c\frac{k+2h}{k-2h}$.

8. Die Zeit, in welcher das Theilchen von A nach M gelangt, ergiebt sich am kürzesten aus der Gleichung (C). Denn man erhält aus ihr ohne Schwierigkeit $\frac{ds}{v} = \frac{dy}{c\sqrt{\frac{2y}{k} - \frac{y^2}{m^2}}} = dt$. Um das Integrale dieser Gleichung zu finden, setze man $1 - \frac{ky}{m^2} = \cos\varphi$. Es ist dann $y = \frac{m^2}{k}(1 - \cos\varphi)$; und $dy = \frac{m^2}{k}\,d\varphi \sin\varphi$. Mittelst dieser Werthe erhält man nach den nöthigen Reduktionen $dt = \frac{m\,d\varphi}{c}$; folglich die Zeit

$$t = \frac{m}{c}\varphi. \tag{D}$$

Wenn wir nämlich Fig. 97 über den Durchmesser $EB = \frac{2m^2}{k}$, den Kreis ERB beschreiben, und durch M die Horizontallinie MS ziehen, welche diesen Kreis in R schneidet, so ist

$$\cos ECR = \frac{CS}{CR} = \frac{CE - SE}{CR} = \left(\frac{m^2}{k} - y\right) : \frac{m^2}{k} = 1 - \frac{ky}{m^2} = \cos\varphi.$$

Folglich ist der Winkel $ECR = \varphi$. Diesem gemäss verhalten sich die Zeiten, in welchen das Theilchen von A nach M und B gelangt, wie die Bogen ER und ERB.

9. Setzen wir den obigen Werth von $y = \frac{m^2}{k}(1 - \cos\varphi)$ in die Gleichungen (B) und (C), so erhalten wir noch folgende Ausdrücke für

die *horizontale Geschwindigkeit* $\frac{v\,dx}{ds} = \frac{cm}{2h} - \frac{cm}{k}\cos\varphi$, (E)

und für die *senkrechte Geschwindigkeit* $\frac{v\,dy}{ds} = \frac{cm}{k}\sin\varphi$. (F)

10. Wir wollen nunmehr die Gleichung für die Bahn AMB suchen. Die Gleichung (E) giebt $dx = \left(\frac{cm}{2h} - \frac{cm}{k}\cos\varphi\right)\frac{ds}{v}\cdot$ Weil aber (nach 8.) $\frac{ds}{v} = dt = \frac{m}{c}\,d\varphi$ ist, so wird $dx = \frac{m^2}{2h}\cdot d\varphi - \frac{m^2}{k}\cos\varphi\,.\,d\varphi$, und $x = \frac{m^2}{2h}\varphi - \frac{m^2}{k}\sin\varphi$, wo keine beständige Grösse hinzu zu setzen kommt, weil für den Punkt A sowohl x als auch φ verschwinden. Die krumme Linie AMB wird demnach durch folgende zwei Gleichungen bestimmt

$$y = \frac{m^2}{k}(1 - \cos\varphi) = \frac{m^2}{k}\left(1 - \cos\frac{ct}{m}\right), \tag{G}$$

$$x = \frac{m^2}{2h}\varphi - \frac{m^2}{k}\sin\varphi = \frac{mct}{2h} - \frac{m^2}{k}\sin\frac{ct}{m}\cdot \tag{H}$$

Aus diesen beiden Gleichungen lässt sich für jede beliebige Zeit t sowohl die Tiefe y, als auch der horizontale Weg x jedes Wassertheilchens berechnen, wenn für den höchsten Punkt der Bahn der Wassertheilchen die Geschwindigkeit c, und der Krümmungshalbmesser k gegeben sind.

Diese Gleichungen zeigen nun, dass die krummen Linien, welche die Wellen vorstellen, Radlinien (cycloides) sind. Denn es sei (Fig. 98) der Halbmesser des Kreises, welcher auf der geraden Linie ID fortgewälzt wird, $IO = a$, und die Entfernung des die krumme Linie beschreibenden Stiftes vom Mittelpunkte, $AO = b$. Nachdem der Kreis von I bis D gewälzt worden, befinde sich der Punkt I in i und der beschreibende Stift A in M, und es sei der Winkel $DCi = \varphi$. Dann ist $SV = ID = iD = a\varphi$, $MV = b\sin\varphi$, $CV = b\cos\varphi$; demnach $PM = GC - CV$ oder $y = b - b\cos\varphi$, und $AP = SV - MV$ oder $x = a\varphi - b\sin\varphi$. Hält man diese Gleichungen mit den vorigen (G) und (H) zusammen, so ergiebt sich der Halbmesser des Rades $IO = a = \frac{m^2}{2h}$, die Entfernung des die krumme Linie beschreibenden Stifts vom Mittelpunkte, $AO = b = \frac{m^2}{k}\cdot$

11. Aus der Gleichung $a = \frac{m^2}{2h}$ folgt, $m = \sqrt{2ah} = c\sqrt{\frac{a}{2g}}\cdot$ Setzen wir diesen Werth in die Gleichung (D), so erhalten wir folgen-

den Ausdruck für die Zeit $t = \varphi\sqrt{\frac{a}{2g}}$, und bezeichnen wir mit π das Verhältniss der Peripherie des Kreises zum Durchmesser, so ergiebt sich hieraus die Zeit einer Welle $= \pi\sqrt{\frac{2a}{g}}$. In dieser Zeit gelangt das Wasser von dem Gipfel einer Welle A (Fig. 97) zum Gipfel der nächst folgenden Welle. Diese Zeit hängt daher blos ab vom Durchmesser des Kreises $2a$, oder von der Breite der Wellen $2AE = 2a\pi$, und ist von der Tiefe der Wellen, $EB = 2b$, ganz und gar unabhängig. Daraus folgt:

Erstens, dass *Wellen, die einerlei Breite haben, auch vom Wasser in einerlei Zeit beschrieben werden*, ihre Höhe mag gross oder klein sein.

Zweitens. Da $\sqrt{\frac{2a\pi}{g}}$ der Ausdruck der Zeit ist, in welcher ein schwerer Körper von der Höhe $2a\pi$ herabfällt, so verhält sich die Zeit einer Welle zur Zeit, in welcher ein Körper durch die Breite der Wellen $(2a\pi)$ herabfällt, wie die Zahl $\sqrt{\pi}$ zu 1.

Drittens. Die Länge eines einfachen Pendels, das in einer gemeinen Cykloide, die mit dem Halbmesser a beschrieben wird, seine Schwingungen macht, ist bekannter Maassen $= 4a$. Folglich ist *die Länge eines mit der Welle gleichzeitig schwingenden Pendels doppelt so gross als der Halbmesser des die Wellencykloide beschreibenden Rades, oder* diese Pendellänge $(4a)$ verhält sich zur Breite der Wellen $(2a\pi)$, wie der Durchmesser eines Kreises (2) zu seiner halben Peripherie (π). Newton war der Meinung (Prop. 46), dass diese Pendellänge der Breite der Wellen beinahe gleich sei.

Viertens. Wenn wir endlich die Breite der Welle $2a\pi$ mit der Zeit, in welcher die Welle beschrieben wird $\pi\sqrt{\frac{2a}{g}}$ dividiren, so erhalten wir die mittlere Geschwindigkeit des Wassers, $= \sqrt{2ag}$, die wir in Zukunft v nennen wollen. Die Geschwindigkeiten der Wellen verhalten sich daher wie die Quadratwurzeln ihrer Breiten; womit Newton's Prop. 45 übereinstimmt.

II.

12. Weil die Gleichungen für die Radlinie (10.) einfacher und leichter zu übersehen sind, so wollen wir noch die Grössen m, $\frac{m}{2h}$, $\frac{m}{k}$ und $\frac{m}{c}$ durch Funktionen von a und b ausdrücken, und diese Ausdrücke in den Gleichungen D, E, F, G und H substituiren. Die Gleichungen $a = \frac{m^2}{2h}$ und $b = \frac{m^2}{k}$ geben $a - b = m^2\left(\frac{1}{2h} - \frac{1}{k}\right) = m$, weil oben (5.) $\frac{1}{2h} - \frac{1}{k} = \frac{1}{m}$

gesetzt worden. Daher ist $\frac{m}{2h}=\frac{a}{m}=\frac{a}{a-b}$, und $\frac{m}{k}=\frac{b}{m}=\frac{b}{a-b}$. Die Gleichungen $c=2\sqrt{gh}$ (3.) und $m=\sqrt{2ah}$ (11.) geben $\frac{cm}{2h}=\sqrt{2ag}=\nu$. Werden diese Werthe in die Gleichungen D, E, F, G und H gesetzt, so wird:

die Zeit $t=\frac{a\varphi}{\nu}$, oder der Winkel $\varphi=\frac{t\nu}{a}$; (I)

die horizontale Geschwindigkeit $v\frac{dx}{ds}=\nu\left(1-\frac{b}{a}\cos\varphi\right)$; (K)

die senkrechte Geschwindigkeit $v\frac{dy}{ds}=\nu\frac{b}{a}\sin\varphi$; (L)

der nach der Horizontallinie durchlaufene Raum $x=a\varphi-b\sin\varphi$; (M)

der nach der Senkrechten durchlaufene Raum $y=b\sin\text{vers.}\,\varphi$; (N)

der Mittelpunkt des beschreibenden Rades O (Fig. 98) durchläuft während der Zeit t den Raum $OC=ID=iD=a\varphi=t\nu$; (O)

die Geschwindigkeit desselben ist daher $=\frac{a\varphi}{t}=\nu$. (P)

13. Aus diesen Gleichungen sehen wir, dass die Theilchen des Wassers, das in Wellenbewegung ist, eine zweifache Bewegung haben: eine horizontale $a\varphi$ oder $t\nu$, welche allen Wassertheilchen gemein ist (und Abänderungen leidet, wie wir noch sehen werden); und eine Kreisbewegung, welche durch die Ausdrücke $b\sin\varphi$, und $b\sin\text{vers.}\,\varphi$, oder $b\sin\frac{t\nu}{a}$, und $b\sin\text{vers.}\,\frac{t\nu}{a}$ gegeben wird. Jedes Wassertheilchen dreht sich nämlich in einem Kreise um einen Mittelpunkt herum, welcher selbst nach der horizontalen Richtung mit der Geschwindigkeit ν fortbewegt wird. Beide Bewegungen, die horizontale sowohl als auch die Kreisbewegung, sind gleichförmig, und nur in ihrer Vereinigung erzeugen sie die an den Wellen sichtbaren Ungleichheiten. Die Einfachheit, welche die Natur bei so vielen anderen Wirkungen beobachtet, finden wir also auch hier wieder, und sie verdienet auch hier unsere Bewunderung.

14. Ein einfaches Pendel, dessen Länge sich zur zweifachen Breite der Wellen so verhält, wie der Durchmesser eines Kreises zu seinem Umfange, verrichtet seine Schwingungen in eben der Zeit, in welcher das Wasser seine ganzen Kreise zurücklegt, oder in welcher dasselbe vom Gipfel einer Woge zum Gipfel der folgenden gelangt. Die Durchmesser dieser Kreise sind aber nicht alle von einerlei Grösse. An der Oberfläche sind sie der Höhe der Wellen gleich, unterhalb der Ober-

fläche nehmen sie nach dem Gesetz einer geometrischen Reihe ab, wofür das Folgende der Beweis ist.

Es mögen AMN, amn, Fig. 99, die Wege bedeuten, welche zwei nächst beisammen fliessende Theilchen unter der Oberfläche des Wassers nehmen, und BC, bc die Wege der Mittelpunkte ihrer Kreisbewegungen. Für das erste Wassertheilchen sei der höchste Punkt seiner Bahn in A, der dazu gehörige Mittelpunkt seiner Kreisbewegung senkrecht darunter in B, und zu gleicher Zeit sei das zweite Wassertheilchen gleichfalls auf dem höchsten Punkt seiner Bahn in a, und der Mittelpunkt seiner Kreisbewegung in b; so dass alle vier Punkte A, a, B, b, sich in der gemeinschaftlichen Senkrechten Gb befinden. Nach Verlauf der Zeit t mögen die Mittelpunkte B, b, nach C und c gekommen sein. Weil sich alle Mittelpunkte mit der gemeinschaftlichen Geschwindigkeit ν bewegen, so ist $BC = bc = t\nu = a\varphi$ (nach 12. O.) und die Linie UCc ist abermals senkrecht. Macht man die Winkel $UCM = Ucm = \varphi$, und die Halbmesser $CM = BA$, $cm = ba$, so sind die Wassertheilchen A und a während der Zeit t nach M und m gelangt.

Da die Wassertheilchen aus ihren Bahnen nicht austreten (nach 2.), so können wir uns die Wege AMN, amn, als zwei Ufer vorstellen, zwischen welchen das eingeschlossene Wasser fortfliesst. Durch alle Querschnitte (die wir auf beide einander unendlich nahe liegende Ufer senkrecht annehmen) müssen daher während einerlei Zeit gleiche Wassermengen durchfliessen, und es müssen daher *die Produkte aus jedem Querschnitte* (me) *in die Geschwindigkeit* (v), *womit das Wasser durch denselben fliesst, alle einander gleich sein.* — Es ist bekannt, dass dieselbe Gleichheit der Produkte der Querschnitte in die Geschwindigkeiten sich auch aus dem Grundsatze der Inkompressibilität, oder der Unveränderlichkeit des kubischen Inhalts der Wassertheilchen ableiten lässt.

Die Grösse des Querschnitts me lässt sich folgender Maassen ausdrücken. Es sei der Mittelpunkt der Kreisbewegung des gleichmässig sich bewegenden Wassertheilchens der Oberfläche in U, folglich $GU = BC = bc$; die Tiefe UC sei gleich u, $Cc = du$; und die Halbmesser der Kreisbewegungen seien $MC = z$, $mc = z - dz$. Man ziehe mri senkrecht, oder parallel zu cCU; so ist $Mo = mc - MC = -dz$; und weil $Moi = MCU = \varphi$; so ist $Mi = -dz \sin\varphi$; $oi = -dz\cos\varphi$. Der Raum, den der Punkt M während der Zeit dt beschreibt, sei $MN = ds$; folglich $MO = dx$, $ON = dy$, so giebt die Aehnlichkeit der Dreiecke Mir, MON,

$$ir = Mi \cdot \frac{ON}{MO} = -dz \sin\varphi \frac{dy}{dx}.$$

Hieraus folgt: $mr = mo + oi - ir = du - dz\cos\varphi + dz \sin\varphi \frac{dy}{dx}$.

Weil nun auch das Dreieck emr dem Dreieck OMN ähnlich ist, so erhalten wir $me = mr\frac{OM}{MN}$, und also den Querschnitt

$$me = (du - dz \cos\varphi)\frac{dx}{ds} + dz \sin\varphi\frac{dy}{ds}.$$

Die Wassermenge, welche in jeder Sekunde durch den Querschnitt me fliesst, ist offenbar $= me \cdot v = (du - dz\cos\varphi)\,\frac{vdx}{ds} + dz\sin\varphi\,\frac{vdy}{ds}.$

Vorhin (K und L) war aber $\frac{vdx}{ds} = \nu\,(1 - \frac{b}{a}\cos\varphi)$, und $\frac{vdy}{ds} = \nu\,\frac{b}{a}\sin\varphi$. Setzen wir diese Werthe in die Gleichung, und statt des Halbmessers der Kreisbewegung b die gegenwärtige unbestimmte Benennung desselben z, so ist die Wassermenge

$$me \cdot v = \nu\left(du - dz\cos\varphi - \frac{z}{a}\cos\varphi\,du + \frac{zdz}{a}\right). \qquad \text{(Q)}$$

Da dieser Ausdruck für alle Punkte der Bahn AMN unveränderlich derselbe sein muss, so darf er vom Winkel φ nicht abhängen; folglich müssen die Glieder, welche mit $\cos\varphi$ multiplicirt sind, für sich verschwinden. Demnach ist $adz + zdu = 0$ und $a\log z + u = \text{Const.}$ Für die Oberfläche des Wassers sei der Halbmesser der Kreisbewegung oder die halbe Höhe der Wellen $= b$. Da dann für $u = 0$, $z = b$ wird, so ist Const. $= a\log b$; sonach $\log\frac{z}{b} + \frac{u}{a} = 0$. Bezeichnen wir daher die Grundzahl der natürlichen Logarithmen mit e, so erhalten wir

$$z = be^{-u/a} \qquad \text{(R)}$$

Werden folglich die Tiefen u in einer arithmetischen Reihe o, u, $2u$, $3u$ .... genommen, so folgen die dazu gehörenden Halbmesser der Kreisbewegung b, $be^{-u/a}$, $be^{-2u/a}$ .... dem Gesetze einer abnehmenden geometrischen Reihe.

Setzen wir endlich den Werth $du = -\frac{adz}{z}$ in die Gleichung (Q), so erhalten wir das Element der Wassermenge, welche durch jeden Querschnitt me fliesst, $= \nu\left(du + \frac{zdz}{a}\right) = -\nu\left(\frac{a^2 - z^2}{az}\right)dz. \qquad \text{(S)}$

15. Ueber die verschiedenen Bewegungen der Wassertheilchen in den Wellen giebt, dem eben bewiesenen entsprechend, Fig. 100 eine anschauliche Vorstellung.

Für die Oberfläche des Wassers wurde $b = a$ gesetzt. In diesem Falle ist folglich die horizontale Bewegung der Kreisbewegung gleich, und die Wellenlinie $ABCDEFGHIKLMA$ wird eine gemeine Cykloide: der Mittelpunkt der Kreisbewegung bewegt sich auf der horizontalen Linie NO, und die Höhe der Wellen ist $AP^2 = 2OG = 2a$.

Unter der Oberfläche des Wassers sind die Tiefen der Mittelpunkte O^1, O^2, O^3 ... in arithmetischer Progression genommen, nämlich $OO^1 = \frac{1}{2}a$, $OO^2 = a$, $OO^3 = \frac{3}{2}a$ u. s. w. Die Halbmesser der Kreisbewegung, welche diesen Tiefen zugehören, sind demnach $O^1G^1 = \frac{a}{\sqrt{e}} = 0{,}6065 \cdot a$, $O^2G^2 = \frac{a}{e} = 0{,}3679 \cdot a$, $O^3G^3 = \frac{a}{e\sqrt{e}} = 0{,}2231 \cdot a$, $O^4G^4 = \frac{a}{e^2} = 0{,}1353\ a$ u. s. w.

Die Kreise, welche mit diesen Halbmessern aus den Mittelpunkten O, O^1, O^2, O^3, O^4 u. s. w. beschrieben worden, zeigen sowohl die eigentliche Grösse der Kreisbewegungen, welche auf jeden Punkt der Horizontallinien NO, N^1O^1, N^2O^2 u. s. w. vorgehen, als auch ihre verhältnissmässige Abnahme in der Tiefe.

Endlich habe ich die Peripherien der Kreise in 12 Theile getheilt, und für jeden zwölften Theil die Punkte B, C, D, E ..., B^1, C^1, D^1 ..., B^2, C^2, D^2 ... u. s. w. auf die in 14. angegebene Art bestimmt. Dem zu Folge sind AB, BC, CD, DE ..., A^1B^1, B^1C^1, C^1D^1 ..., A^2B^2, B^2C^2, C^2D^2 u. s. w. die Räume, welche von den Punkten A, A^1, A^2 u. s. w. in gleichen Zeiten zurückgelegt werden; und die Linien $AA^1A^2A^3$ ..., $BB^1B^2B^3$ ..., $CC^1C^2C^3$ ... u. s. w. zeigen die Stellungen, in welchen sich die Punkte der Senkrechten $AA^1A^2A^3$ ... nach gleichen Zeiträumen befinden. Man sieht hieraus offenbar, dass die grösste Verschiebung der Wassertheile an der Oberfläche Statt findet, und dass die Bewegung des Wassers in der Tiefe sich sehr bald der Gleichförmigkeit nähert; womit die bereits oben angeführte Erfahrung der Taucher übereinstimmt.

Der Umstand, dass die Wellen auf ihrer Oberfläche selten eine gemeine, sondern meistens eine gestreckte Cykloide bilden, verändert an unserer Zeichnung nichts. Denn es kann zu Folge der vorgetragenen Theorie für die Oberfläche des Wassers auch irgend eine von den Linien $A^1B^1C^1D^1$ ... oder $A^2B^2C^2D^2$ ... u. s. w. genommen werden, und die Bewegung des Wassers unter dieser Oberfläche bleibt dann noch immer dieselbe, wie sie die Zeichnung vorstellt.

Wenn u negativ genommen, oder die Bewegung des Wassers oberhalb der gemeinen Cykloide untersucht wird, so haben wir den Halbmesser der Kreisbewegung $z = ae^{u/a}$, sonach grösser als u. Für diesen Fall ist also die Kreisbewegung grösser als die fortschreitende Bewegung des Wassers, und die Wellenlinie wird eine gedrückte Cykloide, wie Fig. 100 sie für den Fall $u = -\frac{1}{4}a$ durch die punktirte Linie vorstellt. An und für sich scheint es zwar nicht unmöglich, dass diejenige Kraft welche die Kreisbewegung des Wassers hervorbringt, sie auch wohl zuweilen grösser machen könne, als die fortschreitende Bewegung des Wassers ist, und in der That geschieht dies auch jedes Mal, wenn das Wasser an den Gipfeln der Wellen sich kräuselt. Wenn wir jedoch $e^{u/a}$ in die bekannte Reihe auflösen, so erhalten wir $z = a + u + \frac{u^2}{2a} \cdots$, folglich $OG = z - u = a + \frac{u^2}{2a} \cdots$; OG müsste also grösser als a sein, und daher das Wasser in einem Theile seiner Bahn sich unterhalb der Oberfläche, welche die Cykloide AGO beschreibt, bewegen. Hiermit steht aber die allgemeinste Eigenschaft aller physischen Körper, die Undurchdringlichkeit, im Widerspruche. Am Kopfe der Wellen müsste umgekehrt eine negative Undurchdringlichkeit, oder eine Anziehungskraft vorhanden sein, um die Zerstreuung der Wassertheilchen zu hindern, und sie in ihrer cykloidischen Bahn gehörig umzubiegen, welchem abermals sowohl die vollkommene Flüssigkeit des Wassers, als auch die tägliche Erfahrung widerspricht. Kräuselnde Wellen sind demnach ausser dem Beharrungsstande, welcher allein einer solchen Berechnung fähig ist, und müssen sonach von dieser Theorie ausgeschlossen werden.

16. Daraus, dass gegenwärtige Theorie der Wellen auf der Gleichheit des hydrostatischen Drucks beruht (n. 2), geht von selbst hervor, dass alle Bewegungen des Wassers, welche an dieser Gleichheit des Drucks nichts ändern, auch die Wellenbewegungen nicht stören. Es können sich daher mehrere Wellen von verschiedener Grösse und nach verschiedenen Richtungen einander durchkreuzen, und doch jede ihre Bewegung ungestört fortsetzen; welches abermals durch allgemein bekannte Erfahrungen bestätigt wird, und zugleich die mannigfaltigen Erhöhungen erklärt, welche öfters auf der Oberfläche des Wassers sichtbar sind.

17. Die bisherige Theorie unterliegt noch der Voraussetzung, dass die Gipfel der Wellen unbeweglich sind, und beständig auf der nämlichen Stelle bleiben. Es ist aber leicht einzusehen, dass die Gestalt der Wellen, und alles, was wir von der Kreisbewegung des Wassers angeführt haben, unverändert Statt finden werde, wenn wir auch dem gesammten Wasser noch irgend eine gemeinschaftliche Bewegung beilegen. Denn dadurch wird offenbar nur die fortschreitende Bewegung der Mittelpunkte der Kreisbewegungen anders bestimmt, aber die Kreisbewegung selbst, die Grösse der Halbmesser, und die Umlaufszeit bleiben dieselben, wie wir sie in 11. und 12. bestimmt haben.

Wir wollen annehmen, das gesammte Wasser habe nebst der Geschwindigkeit v noch die Geschwindigkeit $\pm w$; so ist die Geschwindigkeit, womit die Gipfel der Wellen auf der Oberfläche des Wassers fortlaufen, offenbar $= \pm w$; und die Geschwindigkeit der Mittelpunkte der Kreisbewegung ist $= \nu + w$. Jedes Wassertheilchen beschreibt also während der Zeit t den horizontalen Raum $x = (\nu + w)\ t - z \sin \frac{tv}{a}$ $= \left(1 \pm \frac{w}{\nu}\right) a\varphi - z \sin \varphi$. Der senkrechte Raum $y = z \sin \operatorname{vers} \varphi$, und der Halbmesser der Kreisbewegung $z = b e^{-u/a}$ bleiben hier dieselben, wie in (N) und (R).

18. Wenn w und ν einander gleich und entgegengesetzt sind, welches auf stehenden Wässern meistens der Fall ist, so haben wir $x = - z \sin \varphi$, $y = z \sin \operatorname{vers} \varphi$, und die ganze Bewegung eines jeden Wassertheilchens ist $= z\varphi = z \frac{t\nu}{a} \cdot$ (T). In diesem Falle beschreiben die Wassertheilchen nur Kreise, deren Mittelpunkte ruhen: sie haben keine fortlaufende horizontale Bewegung, sondern kommen in ihren Kreisen immer wieder auf ihre vorigen Stellen zurück; aber die Gipfel der Wellen laufen auf der Oberfläche des Wassers mit der Geschwindigkeit $w = \nu = \sqrt{2ag}$ fort, und die Richtung dieser scheinbaren Bewegung ist die nämliche mit der Richtung des Wassers auf den Gipfeln der Wellen: im Thale zwischen zwei Wogen aber ist die Bewegung des Wassers der Bewegung der Wellen entgegengesetzt. Man begreift hieraus deutlich, wie die Winde die Meereswogen vor sich hertreiben können, ohne dass dadurch das Wasser merklich von seiner Stelle kommt: eine Erscheinung, über deren Erklärung man bisher allgemein in Verlegenheit war.

Wenn in diesem Fall die Dauer einer Welle, nämlich die Zeit, in welcher das Wasser oder ein schwimmender Körper von der Höhe einer Woge auf die Höhe der nächstfolgenden kommt, gegeben ist, oder durch Beobachtung bestimmt wird, so lässt sich daraus sowohl die Breite der Wellen, als auch der Raum, den die Gipfel der Wellen in jeder gegebenen Zeit zurücklegen, folgender Maassen finden. Es sei die Dauer einer Welle in Sekunden ausgedrückt $= \tau$, so ist (nach 11.) $\pi \sqrt{2a/g} = \tau$; folglich (wenn $g = 15{,}09$ Par. F.) die Breite der Wellen $B = 2a\pi$ $= g\tau^2/\pi = 0{,}801\ \tau^2$, und ihre Geschwindigkeit $w = \nu = 2a\pi/\tau = 0{,}801\ \tau$. Sonach ist der Raum der Wellen in einer Stunde $= 2883{,}5 \,.\, \tau$ Toisen $= 0{,}0505 \,.\, \tau$ Grade der geographischen Breite. Wellen, deren Dauer z. B. 2 Sekunden beträgt, verbreiten sich in 10 Stunden einen Grad oder 15 deutsche Meilen weit.

Findet man diese berechnete Geschwindigkeit der Wellen von der beobachteten verschieden, so zeigt der Unterschied die wirkliche Geschwindigkeit des Wassers an.

19. Ueberhaupt sehen wir aus der vorgetragenen Theorie, dass die Breite und die Höhe der Wellen, und die wirkliche Bewegung des

Wassers drei von einander unabhängige Grössen sind, welche in jedem Falle erst durch Beobachtung bestimmt werden müssen. Die Dauer einer Welle (τ) aber hängt mit ihrer Breite (B) mittelst der Gleichung $B\pi = g\tau^2$ zusammen; und wenn wir die absolute Geschwindigkeit des Wassers A nennen, so ist die Geschwindigkeit der Wellen $\pm w = A - g\,\tau/\pi = A - \sqrt{Bg/\pi}$. Man sieht von selbst, wie man hieraus auch wieder umgekehrt die wirkliche Bewegung des Wassers bestimmen kann, wenn nebst der Geschwindigkeit der Wellen noch ihre Dauer oder Breite gegeben ist.

20. Die Erhöhung der Mittelpunkte der Kreisbewegungen verdient hier noch besonders bemerkt zu werden. Die Gleichungen (M) und (N) in 12. geben das Element der Fläche $PMNQ$ (Fig. 97) $= y\,dx = b\,(1 - \cos\varphi)\;(a - b\cos\varphi)\;d\varphi$. Hieraus folgt die Fläche $APM = \int y\,dx = ab\varphi - b\;(a + b)\sin\varphi + b^2/2\;(\varphi + \sin\varphi\cos\varphi)$. Setzen wir $\varphi = 2\pi$, so ist die Fläche der gestreckten Cykloide $= 2AMBE = (2ab + b^2)\pi$. Die doppelte Fläche $ABDE$ ist offenbar $= 2\,.\,AE\,.\,EB = 2a\pi\,.\,2b$. Demnach ist der Inhalt einer Welle $= 2\,(ADBE - AMBE) = (2a - b)\,b\pi$. Bei ruhigem Wasser steht dieser Inhalt über der Linie $2DB\;(= 2a\pi)$ durchaus gleich hoch; seine Höhe ist daher $= (2a - b)\,b\pi/2a\pi = b - b^2/2a$. Vergleicht man diese Höhe mit der Höhe der Mittelpunkte der Wellen ($= b$), so erhellt, dass die Höhe der Mittelpunkte um $b^2/2a$ grösser ist als die Höhe der Oberfläche des ruhigen Wassers.

Im Falle der gemeinen Cykloide ist $b = a$; folglich wird diese Erhöhung $= \frac{1}{2}\,a$, oder so gross als der vierte Theil der Höhe der Wellen.

Weil die nämliche Rechnung auch für die Wellenlinien unter der Oberfläche des Wassers gilt, wenn wir uns statt b den Halbmesser z oder $be^{-u/a}$ setzen, so folgt überhaupt, dass es zur Hervorbringung der Wellen nöthig ist, sämmtliche Wassertheile nicht nur in Kreisbewegungen zu setzen, sondern auch sie zu erhöhen.

Die Wassersäule, welche das Maass des hydrostatischen Drucks für jedes Wassertheilchen abgiebt, finden wir auf folgende Art. Das Element der Wassermenge, welche in jeder Sekunde durch den Querschnitt me (Fig. 99) fliesst, war (nach 14.) $= v\left(du + \frac{z\,dz}{a}\right)$. Daher ist die ganze Wassermenge, welche in jeder Sekunde durch den Querschnitt AA^n oder GG^n (Fig. 100) (wo wir statt n jede beliebige Zahl setzen können) fliesst, $= v\left(u + \frac{z^2 - b^2}{2a}\right)$. Wird nun diese mit der mittleren Geschwindigkeit des Wassers v dividirt, so haben wir die Wassersäule, womit jeder Punkt der Linie $A^n B^n C^n D^n \ldots$ beschwert ist, $= u + \frac{z^2 - b^2}{2a}$

Im ruhigen Wasser sind die Halbmesser der Kreisbewegungen b

und $z = 0$; dadurch wird diese Wassersäule $= u$, übereinstimmend mit dem bekannten Gesetze der Hydrostatik.

Setzen wir für eine beträchtliche Tiefe $z = 0$, so ist daselbst diese Wassersäule $= u - b^2/2a$. Wir haben aber zuvor gesehen, dass die Mittelpunkte der Wellen auf der Oberfläche des Wassers gleichfalls um $b^2/2a$ höher stehen als das ruhige Wasser. Hieraus folgt, dass die Bewegung der Wellen den hydrostatischen Druck des Wassers in der Tiefe unverändert lässt.

21. Sollte Jemand dabei einen Anstand finden, dass hier die Wassermenge $\nu\left(du + \frac{z\,dz}{a}\right)$, welche in jeder Sekunde durch den Querschnitt me fliesst, nur mit der mittleren Geschwindigkeit des Wassers ν, und nicht vielmehr mit der Geschwindigkeit v, welche in dem Querschnitt me wirklich vorhanden ist, dividirt worden, so ist zu merken, dass die (14.) gefundene Formel $\nu\left(du + \frac{z\,dz}{a}\right)$ ein allgemeiner Ausdruck der Wassermenge für jeden Querschnitt ist, welcher nicht von der wirklichen Geschwindigkeit des Wassers v, sondern nur von der mittleren ν abhängt, und daher auch nur mit dieser letzteren dividirt werden kann.

Dieselbe Wassersäule folgt aber auch unmittelbar aus den ersten Grundsätzen dieser Abhandlung. Das Element der drückenden Wassersäule, welche für alle Punkte der Linie AMN (Fig. 96b) eine gleiche Grösse hat, war $= \frac{dM}{c\,dt}\left(1 - \frac{2h}{k}\right)$. Wir fanden $\frac{m^2}{2h} = a$, und $\frac{m^2}{k} = b = z$ (wenn nämlich statt des Halbmessers der Kreisbewegung an der Oberfläche b die später für jede Tiefe gebrauchte allgemeinere Benennung z gesetzt wird). Wird von diesen zwei Gleichungen die zweite mit der ersten dividirt, so haben wir $\frac{2h}{k} = \frac{z}{a}$. Das Element der Wassermenge dM ist in der Senkellinie $AA^1A^2A^3$ (Fig. 100) offenbar $= c\,dt\,.\,d\,(PA^n)$ $= c\,dt\,.\,d\,(u - z)$. Hieraus folgt $\frac{dM}{c\,dt}\left(1 - \frac{2h}{k}\right) = (du - dz)\,\frac{a - z}{a}$. Weil aber $a\,dz + z\,du = 0$ (14.), so erhalten wir hieraus das Element der drückenden Wassersäule $= du + \frac{z\,dz}{a}$, wie zuvor.

22. Im Eingange dieser Abhandlung ist bereits erinnert worden, dass man bei dem Vortrage dieser Theorie vorzüglich auf Leichtigkeit und Deutlichkeit Rücksicht genommen, um so viel möglich auch Anfängern begreiflich zu werden. Aus diesem Grunde ist der einzelne Fall, wenn nämlich die fortschreitende Bewegung des Wassers so beschaffen ist, dass die Gipfel der Wellen auf der Oberfläche des Wassers nicht fortlaufen, sondern auf ihren Stellen stehen bleiben, zuerst vor-

getragen, und durch die ersten sechzehn Paragraphen möglichst erläutert worden. Dieser Fall kann aber nur auf einem tiefen Wasser Statt finden, welches sich mit derselben Geschwindigkeit den Wellen entgegen bewegt, mit welcher die Gipfel der Wellen auf dem ruhenden Wasser fortlaufen würden.

Wenn wir hingegen die Wellenbewegung von der Bewegung des Wassers unabhängig und für sich allein betrachten, so ergiebt sich von selbst, dass wir das Wasser ohne fortschreitende Bewegung nehmen, sonach in der § 17 vorgetragenen allgemeinen Theorie die Geschwindigkeit des Wassers $v - w = 0$ setzen müssen. Für diesen Fall haben wir bereits oben gesehen, dass die Wassertheile nur Kreise, und zwar mit gleichförmiger Bewegung beschreiben. Die Halbmesser dieser Kreise giebt nämlich die Gleichung $z = be^{-u/a}$, und die Winkelgeschwindigkeit ist $= v/a = \sqrt{2g/a} = \pi/\tau$. Aus der Gleichung $v - w = 0$ folgt übrigens von selbst, dass die Geschwindigkeit der Wellen w der oben angegebenen Geschwindigkeit des Wassers v gleich ist, und dass sonach auch alle Sätze, welche wir dort von den Wellen, oder eigentlich von der Geschwindigkeit des Wassers angeführt haben, in diesem letzteren Falle den Wellen allein zukommen.

Dieser Fall findet sich übrigens auf allen stehenden Wässern, und auch bei fliessenden Wässern kann immer angenommen werden, dass die ganze Wellenbewegung des stehenden Wassers mit der Geschwindigkeit des Stroms fortgetragen werde.

23. Zu dieser Absicht sind (Fig. 101) *ABCDEF* und *HIKLMN* zwei Kreise, welche von zweien auf der Oberfläche des Wassers befindlichen Wassertheilchen *A* und *H* beschrieben werden. Wir wollen diese Kreise in etliche gleiche Abtheilungen, z. B. in acht Theile, und so auch die Zeit, in welcher diese Kreise zurückgelegt werden, in acht gleiche Theile abtheilen. Im ersten Augenblicke befinden sich die Wassertheilchen *A* und *H* in der Wellenlinie *PAH*, welche für diesen Augenblick die Oberfläche des Wassers vorstellt. Nun geht während der ersten Zeitabtheilung das Theilchen *A* nach *B*, und das Theilchen *H* nach *I*, so dass beide sich wieder in der Wellenlinie *SBI* befinden, welche die Oberfläche des Wassers für den ersten Augenblick der zweiten Zeitabtheilung vorstellt. Dann geht während dieser zweiten Zeitabtheilung das Theilchen *B* nach *C*, und befindet sich nun auf dem Gipfel der Welle; das Theilchen *I* aber geht nach *K*, und beide befinden sich in der Wellenlinie *CK*. Endlich geht *C* in der dritten Zeitabtheilung vom Gipfel der Welle herab nach *D*, und *K* geht auf den Gipfel der Welle nach *L*; beide befinden sich immerfort auf der Oberfläche des Wassers, und zwar gegenwärtig in der Wellenlinie *DL* u. s. w.

Das nämliche, was hier für die Oberfläche des Wassers angeführt worden, geschieht auf ähnliche Art auch unter der Oberfläche des Wassers. Wenn wir nämlich aus den Mittelpunkten X und Z die Senkellinien $Xx\xi$, $Zz\zeta$ hinablassen, und für die Tiefen Xx, $X\xi$ die zugehörigen Halbmesser ax, $a\xi$ suchen, so beschreiben auch die Theilchen a, α um ihre Mittelpunkte x, ξ die gleichzeitigen Kreise $abcde$, $\alpha\beta\gamma\delta\varepsilon$; dasselbe thun auch die Theilchen h, η .... Es tritt demnach das in dem Raum $AHh\eta\alpha aA$ eingeschlossene Wasser nach und nach in die Stellungen $BIi\iota\beta bB$, $CKk\varkappa\gamma cC$, $DLl\lambda\delta dD$, $EMm\mu\varepsilon eE$, u. s. w.

24. Hieraus ist deutlich zu sehen, wie die Gipfel der Wellen P, S, C, L ... auf der Oberfläche des Wassers eine gleichförmig fortlaufende Bewegung zeigen, da doch die Wassertheilchen selbst nur Kreise um ruhende Mittelpunkte beschreiben.

Die Richtung dieser Wellenbewegung ist offenbar die nämliche, nach welcher sich jedes Wassertheilchen C auf dem Gipfel der Welle in seinem Kreise nach D fortbewegt. Dagegen ist die Richtung, nach welcher sich jedes Wassertheilchen in dem niedrigsten Punkte der Welle bei G nach der Kreislinie GAB bewegt, der Wellenbewegung der Gipfel C, L entgegengesetzt.

Wir sehen auch, dass bei den Wellen überhaupt die Wassertheilchen nicht zwischen einander laufen, sondern immer von denselben Wassertheilchen umgeben sind, dass sich nur die Neigungen der Flächen AH, BI, CK..., ah, bi, ck ... den angeführten Kreisbewegungen gemäss abändern, und dass die Wassermasse $AahH$ bei ihrer Erhebung gegen den Gipfel der Wellen in der Stellung $BIibB$ oder $CKkcC$ nach der Höhe verlängert, und dann bei ihrer Erniedrigung in der Stellung $FNnfF$, ... wieder in die Breite gezogen werde.

Diese Betrachtungen zeigen offenbar, dass auf solche Art nicht nur alles Zusammenstossen, sondern auch alle Reibung der Theile unter einander vermieden wird. Die Wellenbewegung enthält demnach in sich keinen Grund zur Verminderung oder Zerstörung: sie ist vielmehr den Flüssigkeiten eben so natürlich als die mit einer horizontalen Oberfläche verbundene Ruhe. In jeder vollkommenen Flüssigkeit, wofür man das Wasser gewöhnlich annimmt, würde die einmal angefangene Wellenbewegung in Ewigkeit fortdauern, wenn das Wasser nicht durch äussere Ursachen, nämlich durch das Reiben am Boden und an den Wänden, durch Aufwühlen des Grundbetts, Abschälen der Untiefen und Ufer u. d. m. in seinen Bewegungen gehindert und aufgehalten würde.

Aus derselben Ursache wird aber zum vollkommenen Beharrungsstand der Wellen auch eine unendliche Tiefe des Wassers erfordert. Da jedoch die Wellenbewegungen in die Tiefe hinab sehr schleunig abnehmen, so ist diejenige Tiefe, wo die Wellenbewegung so klein ist, dass ihr Abgang die Wellen des Wassers an der Oberfläche nur unmerklich stören kann, nicht allzuweit unter der Oberfläche des Wassers entfernt. Wenn wir nun von dieser Tiefe aufwärts rechnen, so erhellt von selbst, dass auf seichterem Gewässer keine so grossen Wellen Statt finden können, als auf tieferem.

Die Ursache, warum jede irreguläre Bewegung, die dem Wasser ertheilt wird, immer zuletzt in eine Wellenbewegung übergehe, ist sehr begreiflich, wenn wir bedenken, dass die widersinnigen Bewegungen der Wassertheile einander aufheben, und dass nur die dem Wasser natürliche Wellenbewegung übrig bleiben könne.

Aus dem Umstande endlich, dass die Theile der Flüssigkeit bei ihrer Erhebung nach der Höhe gestreckt, und bei ihrer Erniedrigung wieder in die Breite gezogen werden, folgt von selbst, dass zähere Flüssigkeiten der Wellenbewegung nicht in dem Grade fähig sind, als die flüssigeren. Hieraus erklärt sich die bekannte Erfahrung des D. Franklin und Anderer, dass nämlich die Wellen durch aufgegossenes Oel besänftigt oder vermindert werden.

25. Uebrigens sind noch keine Versuche oder Erfahrungen bekannt, wodurch die gleichförmige Kreisbewegung der Wassertheile, und die geometrische Reihe, nach welcher dieselbe in die Tiefe hinab abnimmt, genau bestätigt oder widerlegt werden könnte. Die grössten Meereswogen finden bekannter Maassen nur zur Zeit der Sturmwinde Statt, wo es aus mancherlei Ursachen schwer fällt auf dem Wasser etwas vorzunehmen. Vielleicht gelingt es aber doch dem Scharfsinne eines geschickten Experimentators noch hierüber das Nöthige zu erhalten. Die Deichbaukunst würde schon daraus grosse Vortheile ziehen können, wenn nur Jemand, der hierzu Gelegenheit hat, bei hohem und niedrigem Wasser die Wellenzeit oder die Zeit, in welcher die Wellenschläge auf einander folgen, und die Höhe der Wellen, nebst der Höhe des Wassers aufzeichnen und bekannt machen möchte.

Indessen ist jede Beobachtung schätzbar, wodurch einige hierher gehörige Umstände in ein grösseres Licht gesetzt werden. In dieser Rücksicht will ich noch ein Paar Beobachtungen über das Ueberschlagen und Kräuseln der Wellen anführen, welche ich dem durch seine herausgegebenen Schriften rühmlichst bekannten Herrn Woltmann, Direktor der Wasserbauwerke im Hamburgischen Amte Ritzebüttel verdanke. Derselbe hatte die Güte, in einem Schreiben vom 8. Dezember 1802 über diese Theorie der Wellen Folgendes anzuführen:

„Die Resultate Ihrer Rechnung scheinen ungemein mit der Erfahrung zu treffen; selbst die Bemerkung, dass die Wellen zuweilen überfallen und an den Gipfeln Knoten beschreiben, ist gar nicht ungewöhnlich. Sie fallen rückwärts über, wenn ihr Gang dem Strome entgegen ist: wenn aber der Lauf der Wellen durch Mangel an Wasser oder durch Untiefe retardirt wird, so schlagen sie vorwärts über; dies geschieht gegen Sände, Strand, Ufer und Deiche, und ist die sogenannte Brandung. In beiden Fällen, sie mögen vorwärts oder rückwärts überschlagen, bekommen sie weisse Köpfe oder sie schäumen."

Zur Erklärung des ersten Falles ist vorläufig zu merken, dass durch die Versuche der Herren Brünings, Woltmann u. A. bereits erwiesen worden, dass die Ströme an ihrer Oberfläche geschwinder fliessen als in der Tiefe und am Grundbette. Demnach werden auch die Wellen, welche z. B. aus dem Meere in die Mündung eines Stroms hineinlaufen, vom Stromwasser an der Oberfläche weiter zurückgetragen als in der Tiefe. Hierdurch erhalten die Linien, welche durch die Scheitel der Wellen gehen (Fig. 102), $Xx\xi$, $X'x'\xi'$, ... immer grössere Neigung zum Horizont; woraus dann von selbst folgt, dass die Wellen endlich rückwärts überschlagen müssen.

Wenn im Gegentheil die Wellen über eine Untiefe oder gegen Sand, Ufer und Deiche anlaufen, so kommt erstlich der Widerstand des Grundbettes der Oberfläche näher, und dann fehlt es auf der zunehmenden Untiefe an Wasser, um die Wellen der Oberfläche durch ähnliche Wellenbewegung des Wassers in der Tiefe zu unterstützen. Da nun auf solche Art die Wellen des hohen Wassers ihre nöthige Unterstützung auf der zunehmenden Untiefe vorwärts verlieren, so folgt von selbst, dass sie auch vorwärts einstürzen und auf Strand, Ufer und Deiche niederfallen müssen.

Die angeführten weissen Köpfe oder das Schäumen der Wellen wird offenbar durch die Luft, welche hinter oder zwischen das überstürzende Wasser tritt, verursacht.

§ 220.

Es vereinigt sich mehreres, diese Untersuchung Gerstner's nicht für eine Theorie der Wellen, sondern für eine Theorie einer besonderen Art der stehenden Schwingung zu halten. Gerstner betrachtet nicht das Entstehen der Wellen, sondern denkt sich, die ganze Oberfläche sei schon mit Wellen bedeckt. Wir werden nachher sehen, dass Poisson den Fall betrachtet, wo man nicht an einem bestimmten Orte, sondern gleichförmig auf der ganzen Oberfläche der Flüssigkeit Wellen erregt, und dass er findet, dass die Erscheinung hierbei wesentlich verschieden sei von der Wellenbewegung, die sich von einem bestimmten Orte aus nach und nach über die ganze Oberfläche verbreitet. Er findet, dass gewisse Theile der Bewegung, die in letzterem Falle Statt finden, im ersteren Falle sich aufheben. Gerstner's und Poisson's Untersuchung dieses besonderen Falles führen auf das Gesetz, dass die Bewegung im

Innern der Flüssigkeit, wenn man die Entfernungen von der Oberfläche in arithmetisch zunehmender Reihe nimmt, in geometrischer Reihe abnehme, welches Gesetz nach Poisson für die gewöhnlichen Wellen nicht gilt. Wir wissen aber durch unsere Versuche, 1. dass die Bewegung, welche auf die von Poisson in diesem besonderen Falle bestimmte Art entsteht, eine stehende Schwingung bilde, wie wir dies bei der Poisson'schen Abhandlung besonders anführen werden; und 2. dass in einem von regelmässig gestalteten Wänden umschlossenen Gefässe jede Wellenbewegung sich nach und nach in eine stehende Schwingung verwandle. Gerstner's Untersuchung sagt aber dasselbe, da sie beweist, dass jede Wellenbewegung endlich der von ihm gefundenen ähnlich werden müsste. Beträfe nun aber die Gerstner'sche Untersuchung die stehende Schwingung, so könnte von keiner scheinbaren Bewegung der Wellen die Rede sein. Und Gerstner spricht auch nur von der Möglichkeit einer solchen Bewegung in dem Falle, dass die ganze Wassermasse ausser der schwingenden Bewegung der einzelnen Theilchen eine gemeinsame Bewegung habe. Dass diese Bemerkung nicht hinreiche, um das scheinbare Fortschreiten der Wellen zu erklären, hat Herr Professor Brandes bemerkt, als besonderen Einwurf gegen die Gerstner'sche Theorie.

Es heisst in der Gerstner'schen Theorie (22):

„Im Eingange dieser Abhandlung ist bereits erinnert worden, dass man bei dem Vortrage dieser Theorie vorzüglich auf Leichtigkeit und Deutlichkeit Rücksicht genommen, um soviel möglich auch Anfängern begreiflich zu werden. Aus diesem Grunde ist der einzelne Fall, wenn nämlich die fortschreitende Bewegung des Wassers so beschaffen ist, dass die Gipfel der Wellen auf der Oberfläche des Wassers nicht fortlaufen, sondern auf ihren Stellen stehen bleiben, zuerst vorgetragen und durch die ersten sechzehn Paragraphen möglichst erläutert worden."

Es ist hier aber wohl zu bemerken, dass Gerstner nirgends in der Untersuchung der ersten sechzehn Paragraphen diese Hypothese gemacht habe, wodurch er also für den ersten Theil seiner Untersuchung den Fall, wo die Wellen scheinbar an der Oberfläche fortschreiten, wirklich vor der Hand ausgeschlossen hätte. Er ist durch seine ganz allgemeine, durch nichts beschränkte Untersuchung dahin gekommen, dass nach seinen Voraussetzungen die Theilchen, wenn das Wasser in Wellenbewegung sei, und blos der statische Druck die Wellenbewegung unterhalte, keine andere Bewegung machen könnten, als in Cykloiden, dass ferner auch die äussere Gestalt der Welle eine Cykloide sei, und zwar diejenige, in welcher die Theilchen an der Oberfläche sich bewegten. Dieses sind in den meisten Fällen gestreckte Cykloiden. Gerstner sagt darüber § 15: „Der Umstand, dass die Wellen auf ihrer

Oberfläche selten eine gemeine, sondern meistens eine gestreckte Cykloide bilden, verändert an unserer Zeichnung nichts" u. s. w. Dann aber: „Ist die Wellenlinie eine gedrückte Cykloide, so entstehen kräuselnde Wellen. Kräuselnde Wellen sind ausser dem Beharrungsstande, welcher allein einer solchen Berechnung fähig ist, und müssen sonach von dieser Theorie ausgeschlossen werden."

Damit schliesst Gerstner selbst den Fall aus der Berechnung aus, wo die cykloidische Bewegung sich einer Kreisbewegung annähern könnte. Die cykloidische Bewegung der Theilchen kann in den in der Rechnung begriffenen Fällen wohl gestreckt sein, aber nie gedrückt, sie kann sich wohl der Bewegung in einer geraden horizontalen Linie annähern, aber nicht der Bewegung in einem Kreise.

Gerstner hat gefunden, dass nach seinen Voraussetzungen irgend eine vorhandene Wellenbewegung durch den *blossen statischen Druck nur fortbestehen könne, indem die Wassertheilchen sich in Cykloiden bewegen,* entweder in gemeinen, oder in gestreckten, oder in gedrückten: in dem letzten Falle könne man die Bewegung nicht der Rechnung unterwerfen. Es folgt daraus, dass, wenn blos der statische Druck wirke, die Erhebungen und Vertiefungen an der Oberfläche nicht fortschreiten, dass die Wellen stehen bleiben.

Etwas anderes ist es, wenn man dem gesammten Wasser eine vom *statischen Drucke völlig unabhängige Bewegung zuschreibt.* Dass dann die Wellenbewegung noch auf eine andere Weise fortdauern könne und müsse, ist sehr einleuchtend, und auf welche Weise sie dann wirklich fortdauern würde, zeigt Gerstner in diesem zweiten Theile. Aber findet dieser Fall, wie Gerstner sagt, in den meisten stehenden Wassern Statt? Allerdings haben hier die Theilchen keine fortdauernde horizontale Bewegung. Aber nach Gerstner's Rechnung sollte dieses Stehenbleiben daraus hervorgehen, dass alle Wassertheilchen insgesammt sich *vermöge des statischen Drucks* mit einer bestimmten Geschwindigkeit horizontal fortbewegten, und dass eine Kraft, welche von dem *statischen Drucke ganz unabhängig* wäre, sie wieder um eben so viel rückwärts bewegte. Der statische Druck könnte aber eine fortdauernde horizontale Bewegung der gesammten Flüssigkeit nur hervorbringen, wenn der Boden des Gefässes oder Kanales geneigt wäre, und nur auf einem sehr tiefen Wasser (wie Gerstner selbst (22.) sagt), wo die Oberfläche des Wassers, auch wenn keine Wellen vorhanden sind, geneigt wäre. Bei keinem ruhenden Wasser findet erstens aber dieses Statt. Zweitens ist auch bei keinem stehenden Wasser eine Kraft gegeben, die unabhängig von dem statischen Drucke die ganze Wassermasse mit konstanter Geschwindigkeit zurückschiebe. Also fände die ganze Berechnung auf ruhende Wasser keine Anwendung. Man kann allerdings, statt der wirklichen Ruhe, in der Berechnung zwei entgegengesetzte gleiche Bewegungen annehmen. Es ist aber eine unstatthafte Voraussetzung, dass eine dieser entgegengesetzten Bewegungen durch den statischen Druck hervorgebracht werde, während die andere von ihm unabhängig sei.

Herr Professor Mollweide und Herr Professor Möbius in Leipzig haben uns mündlich ihr Urtheil mitgetheilt, dass der Theorie der Wellen von Gerstner eine Hypothese zu Grunde liege, die aus den allgemein angenommenen Grundeigenschaften der Flüssigkeit nicht folge. Gerstner sagt nämlich, 1. dass der Druck senkrecht auf die Bahn eines Theilchens von beiden Seiten gleich gross sein müsse, weil ausserdem das Theilchen entweder nach oben oder nach unten abweichen müsste: und dieses ist unleugbar richtig; er sagt aber auch zugleich, 2. dass alle die Kräfte, die senkrecht auf *verschiedene* Punkte der Bahn drückten, gleich wären. Dieser zweite Satz wäre nun eine reine Hypothese, welche aus den bekannten allgemeinen Eigenschaften der Flüssigkeit unmittelbar durchaus nicht folge. Und da dieser Satz zum Theil die Grundlage der ganzen Gerstner'schen Theorie ausmache, so müsste diese Voraussetzung durchaus früher gerechtfertigt sein, ehe man die Richtigkeit der Folgerungen annehmen könne.

Gerstner sagt (3.): „Weil der Druck, den das Wassertheilchen von den umgebenden Theilchen erfährt, auf dieser Bahn von allen Seiten gleich ist, so haben wir bei seiner Beschleunigung nur auf sein Gewicht zu sehen.“

Denken wir uns die auf M und N, Fig. 103, senkrecht auf die Bahn des Theilchens wirkenden Kräfte durch mM und $m'M$, nN und $n'N$ proportional dargestellt, und wären alle diese Kräfte unter einander gleich, so würde die Beschleunigung des Theilchens M allein von seinem Gewichte abhängen. Wären aber zwar $mM = m'M$, $nN = n'N$, aber $mM > nN$ (wovon blos nach den bisher allgemein anerkannten nothwendigen Eigenschaften einer vollkommenen Flüssigkeit die Möglichkeit durchaus nicht geleugnet werden kann), so würde, da jeder Druck in der Flüssigkeit nach allen Seiten wirkt, das Theilchen M in seiner Bahn nach N wirklich beschleunigt werden auch durch den auf dasselbe wirkenden von allen Seiten gleichen Druck, und die Beschleunigung des Theilchens vermöge seiner Schwere noch vergrössern.

Vermöge der Voraussetzung, dass im ganzen Kanal, dessen Tiefe und Länge unbegrenzt gedacht werden, Wellenbewegung Statt finde ist, wie in dem von Poisson besonders behandelten Falle, die von uns stehende Schwingung benannte Bewegung Gegenstand der Untersuchung bei Gerstner, womit dann die Uebereinstimmung des Gesetzes über die Abnahme der Bewegung in der Tiefe in der Gerstner'schen und

Poisson'schen Theorie sehr wohl harmonirt. Aber es scheint ferner auch nicht einmal die ganze Klasse der stehenden Schwingung der tropfbaren Flüssigkeit Gegenstand der Untersuchung Gerstner's zu sein, sondern in seiner Theorie scheint nur ein specieller Fall dieser Erscheinung geprüft zu werden.

Wir haben nämlich gesehen, dass bei der stehenden Schwingung die Flüssigkeit (wie wir es genannt haben, und wie es in einem ähnlichen Falle auch Chladni in seiner Akustik nennt) sich in ein gewisses Gleichgewicht setze, so dass die Schwingungen der einzelnen Flüssigkeitsabtheilungen in einer solchen Harmonie sind, dass nicht die eine die andere hervorbringt, wie dies bei der Fortpflanzung der Wellen Statt findet, sondern dass jede Abtheilung von selbst die Bewegung macht, zu der sie im entgegengesetzten Falle von der angrenzenden Abtheilung genöthigt werden würde, dass also alle Abtheilungen, ohne einander zu hindern, frei schwingen.

Jenes Gleichgewicht, oder diese vollkommen freie Schwingung findet aber dann nur vollkommen Statt, wenn die Geschwindigkeit jedes Theilchens in seiner Bahn blos durch seine Schwere beschleunigt oder verlangsamt wird, wenn also die Seitendrucke nicht allein von allen Seiten gleich, sondern auch in allen Punkten der Bahn gleich sind. Dies aber würde nichts anderes sein, als die Voraussetzung, welche Gerstner gemacht hat, und von der wir oben bemerkt haben, dass sie nicht aus den allgemein anerkannten Eigenschaften der Flüssigkeit hergeleitet werden könne.

Wir müssen aber bemerken, dass zur stehenden Schwingung dieses vollkommene Gleichgewicht, diese völlige Gleichheit der Seitendrucke in allen Punkten der Schwingungsbahn eines Theilchens nicht nöthig sei, dass im Gegentheile schon hinreiche, wenn in dieser Schwingungsbahn periodisch dieselben Ungleichheiten der Seitendrucke wiederkehren. Und diese Arten der stehenden Schwingungen, welche die gewöhnlichen sind, sind in der Theorie von Gerstner nicht eingeschlossen.

Man sieht sehr leicht, dass bei der stehenden Schwingung der Theil der Bewegung, um welchen das Theilchen M durch die Seitendrucke mM und $m'M$ beschleunigt worden wäre, wenn auf N kein so grosser Seitendruck wirkte, als auf M, jetzt, wo die Seitendrucke $nN = n'N = mM = m'M$ sind, aufgehoben wird. Diese Aufhebung einer Klasse von Bewegungen, welche bei der Fortpflanzung einer einzelnen Welle auf einer sonst ruhigen Flüssigkeit wohl Statt findet, setzt Gerstner in allen Tiefen im vollkommensten Grade voraus, welches bei der stehenden Schwingung nicht unumgänglich überall gleichmässig Statt zu finden braucht. Was Gerstner hier vorausgesetzt hat, darauf ist Poisson in seiner Theorie durch Rechnung gekommen. Poisson findet nämlich in dem besonderen Falle, der, wie wir gesagt haben, die Theorie der stehenden Schwingung umfasst, dass je tiefer man in diesem Falle die Flüssigkeitstheilchen nehme, in desto vollkommenerem Grade hebe sich jene Klasse von Bewegungen, die bei der Ausbreitung einzelner Wellen Statt habe, auf. Diese Abtheilung der Poisson'schen Theorie umfasst in sofern weit mehr, als die Gerstner'sche, da die letztere blos den Fall betrachtet, wo sich diese ganze Klasse von Bewegungen überall in der Flüssigkeit, sowohl an der Oberfläche, als in der Tiefe, aufhebt; da Poisson's Untersuchung auch die Fälle umfasst, wo erst in der Tiefe diese Aufhebung beginnt.

Die Gerstner'sche Untersuchung ist daher sehr speciell, aber darum in gewisser Hinsicht sehr interessant, da man das Allgemeine in der Theorie von Poisson findet. Und zwar ist sie gegen des Verfassers Willen so speciell geworden, vermöge der unerwiesenen Hypothese, die er gemacht hatte.

Das grosse Gebiet der zu untersuchenden Theorie der Wellen beschränkte Gerstner durch eine einzige, sehr einfache, leicht in Rechnung zu bringende Voraussetzung auf ein sehr kleines, völlig abgeschlossenes, und von dem ganzen übrigen Gebiete auf eine merkwürdige Weise sich unterscheidendes Feld. Diese Voraussetzung drückt nämlich die charakteristische Eigenschaft der denkbar vollkommensten stehenden Schwingung aus, die nämlich, dass zwischen den schwingenden Flüssigkeitstheilchen (zwar kein absolutes Gleichgewicht, denn alsdann wäre wirkliche Ruhe der Theilchen vorhanden, aber) ein relatives Gleichgewicht Statt finde, und zwar das vollkommenste, welches neben ihrer schwingenden Bewegung sich denken lässt. Die auf diese Voraussetzung gegründete Rechnung zeigt nun die Bedingungen, unter welchen eine solche stehende Schwingung möglich sei. Wenn auch diese Bedingungen vollkommen in der Wirklichkeit zu erfüllen nicht gelingt, so bleibt doch Gerstner's Untersuchung nicht allein interessant, sondern auch nützlich, in sofern man sich jenen Bedingungen in gewissem Grade doch annähern, auch seine Rechnung in Zukunft durch beschränktere Voraussetzungen als die jetzige erweitern kann.

Dieses ist unsere Ansicht von der Gerstner'schen Theorie der Wellen, die wir bei unserer Untersuchung über diesen Gegenstand gewonnen haben. Die Beurtheilung derselben überlassen wir den Lesern, welche ausser der Gerstner'schen Theorie sich mit der Poisson'schen und den anderen mathematischen Untersuchungen, die über diesen Gegenstand Licht verbreiten, vertraut gemacht haben, dabei aber auch wohl die Versuche kennen, welche wir vorzüglich über die stehende Schwingung tropfbarer Flüssigkeiten gemacht haben.

Wir wollen endlich noch zwei specielle Lehrsätze der Gerstner'schen

Theorie mit unseren Versuchen vergleichen. Gerstner behauptet, dass die Durchmesser der Bahnen der Wassertheilchen, welche in einer senkrechten Linie unter einander liegen, in einer geometrischen Reihe abnehmen müssen, wenn die Entfernungen in arithmetischer Reihe zunehmen.

Nach unseren Versuchen haben wir einen Unterschied machen müssen zwischen der abnehmenden Reihe der senkrechten Durchmesser und der horizontalen Durchmesser der Bahnen jener Wassertheilchen. Die erstere Reihe nimmt weit schneller ab als die letztere. Selbst in sehr beträchtlichen Tiefen in Vergleich zur Höhe der Wellen haben wir § 104, Tabelle II, gesehen, dass noch sehr beträchtliche Bewegungen wahrgenommen werden. Diese Bewegungen finden aber in einer, so weit die Beobachtung reicht, vollkommen horizontalen Richtung Statt. Was diese Wirkung in die Tiefe betrifft, scheint Gerstner's Theorie mit der nachher aufzuführenden Poisson'schen nicht übereinzustimmen. Gerstner bestätigt die Aussage der Taucher, dass die Wirkung der Wellen schon in unbedeutenden Tiefen unbemerkbar werde. Poisson dagegen bestätigt die neuere Widerlegung dieser Aussage durch Bremontier, die wir als sehr überzeugend werden kennen lernen, und mit der auch vollkommen die Beobachtungen von La Coudraye übereinstimmen. Auch die Resultate unserer Versuche stimmen mit der Aussage der Taucher nicht überein. Die Wellen bringen noch in beträchtlichen Tiefen in Vergleich zu ihrer Höhe bedeutende horizontale Bewegungen hervor. Diese Bewegungen in der Tiefe heben sich aber gegenseitig auf nach Poisson, wenn die Wellenbewegung regelmässig über die ganze Oberfläche verbreitet ist (was nach unseren Versuchen gewöhnlich so viel heisst, als wenn die Flüssigkeit sich in einer stehenden Schwingung befindet), und diesen Fall hat, wie wir gesehen haben, Gerstner betrachtet. Es erhellt sonach deutlich, warum nach seiner Theorie die horizontale Bewegung in der Tiefe eben so schnell abnehme als die senkrechte, und alle Wassertheilchen in allen Tiefen Kreisbahnen beschreiben, welches das zweite Gesetz ist, welches durch Versuche geprüft werden könnte. Nach unseren Beobachtungen der Wellen beschreiben diese Theilchen, wie wir wissen, elliptische Bahnen, und es ist nur *die* Uebereinstimmung mit der Gerstner'schen Theorie, dass die Wassertheilchen an der Oberfläche einer tiefen Flüssigkeit eine dem Kreise sich sehr nähernde Bahn hatten.

Was aber die Abnahme der Bewegung in der Tiefe betrifft, so sollte das Gerstner'sche Gesetz, der Wahrscheinlichkeit nach, für die Abnahme der senkrechten Durchmesser der Bahnen der Wassertheilchen gelten, und mit diesen wollen wir es wirklich vergleichen. § 104, Tabelle II, findet man folgende Angaben über diesen senkrechten Durchmesser. Bei 23 Zoll tiefem Wasser in einem 1 Zoll 1,4 Linien breiten, 6 Fuss langen Kanale betrug der senkrechte Durchmesser der Bahn eines Wassertheilchens an der Oberfläche, 3 Fuss von dem Ende entfernt, wo durch eine 9 Zoll hohe Wassersäule eine Welle erregt wurde,

1 Linie darunter	0,8 Linien
3 Zoll darunter	0,4 „
6 Zoll darunter	0,32 „
9 Zoll darunter	0,2 „

Die Zeit, in welcher dasselbe Theilchen seine Bahn durchlief, war 40,8 Tertien; und in 1 Sekunde 11 Tertien durchlief der Gipfel der Welle die Rinne, also 6 Fuss. Daraus findet man die Breite der Welle 3 Fuss 5 Zoll 4 Linien = 496 Linien. Aus diesen Angaben ergiebt sich für die von GERSTNER gegebene Formel, dass für diesen Fall

$a = 79$ Linien
$b = 0,4$ „
$u = 36$ Linien gewesen ist.

Daraus ergiebt sich, dass,

wenn die zunehmenden Entfernungen von der Oberfläche sind,	die abnehmenden senkrechten Durchmesser der Bahnen,	nach der Berechnung folgende sein sollten,	nach der Beobachtung aber gefunden worden sind
$o = 0$ Lin.	$2b$	0,8 Lin.	0,8 Lin.
$u = 36$ „	$2be^{-u/a}$	0,5 „	0,4 „
$2u = 72$ „	$2be^{-2u/a}$	0,32 „	0,32 „
$3u = 108$ „	$2be^{-3u/a}$	0,2 „	0,2 „

Diese Uebereinstimmung ist um so mehr zu beachten, als diese Versuche, welche an und für sich sehr schwierig zu machen waren, ohne die geringste Rücksicht auf das angeführte GERSTNER'sche Gesetz angestellt worden sind.

Wir unterlassen nicht, hier sogleich einige Bemerkungen von BRANDES über GERSTNER's Theorie der Wellen beizufügen, die man in folgender Schrift findet: *Die Gesetze des Gleichgewichts und der Bewegung flüssiger Körper, dargestellt von* LEONHARD EULER, *übersetzt mit einigen Abänderungen und Zusätzen von* H. W. BRANDES, Leipzig 1806, pag. 223.

Nachdem BRANDES die GERSTNER'sche Theorie aus einandergesetzt und einige in der Demonstration scheinbar unerwiesene Voraussetzungen zu rechtfertigen oder einzuschränken gesucht hat, fährt er wörtlich fort: „Obgleich wir aber hierdurch im Besitze einer Theorie der Wellen zu sein scheinen, so darf man doch diejenigen Umstände auch nicht übersehen, über welche unsere Theorie keine genügenden Aufschlüsse giebt. Diese sind vorzüglich das Fortlaufen der Welle auf der Oberfläche des Wassers, und die Abhängigkeit der Wellenbewegung von der Tiefe des Gewässers. In Rücksicht des letzteren Gegenstandes nämlich giebt die Theorie zwar an, dass die tiefer liegenden Cykloiden immer flacher werden, aber erst in einer unendlichen Tiefe verwandeln sie sich in gerade Horizontallinien, und es könnten daher hiernach über einem horizontalen Boden nur Wellen, deren Höhe gegen die Tiefe des Wassers unendlich klein wäre, entstehen. Man sieht also zwar, dass sehr hohe Wellen nur auf sehr tiefen Gewässern Statt finden können, aber über das Gesetz, wie Höhe der Wellen und Tiefe des Wassers von einander abhängen, fragt man die Theorie vergebens. Dagegen giebt sie aber ein Gesetz an wie l, und eben dadurch auch wie c unterhalb der Oberfläche abnehmen soll, und in der Natur findet höchst wahrscheinlich auch dieses Gesetz nicht Statt; denn die Störung des Gleichgewichts, welche Wellen hervorbringt, findet meistens ursprünglich nur an der Oberfläche Statt. dahingegen unsere Theorie zu verlangen scheint (denn eigentlich fragen wir nach dem Anfange und der Ursache der Bewegung gar nicht), dass sie nach einem genau bestimmten Gesetze auch in der Tiefe noch wirke.[1]) Das Fortlaufen der Wellen streitet zwar mit der gegenwärtigen Theorie nicht, denn diese besteht allerdings auch dann, wenn die ganze Wassermasse mit einerlei Geschwindigkeit horizontal fortgeführt wird; aber wodurch diese allen Theilen gemeinschaftliche Bewegung hervorgebracht werden mag, darüber belehrt die Theorie uns nicht. Indess ist so viel gewiss — wenn die Geschwindigkeit c auf dem Gipfel einer Welle grösser ist, als sie nach dem Werthe von l und k sein sollte, so wird die reguläre Bewegung nicht eher Statt finden können, als bis die Wellen eine, jenem Uebermaasse von Geschwindigkeit angemessene fortrückende Bewegung angenommen haben. Ueber die Art, wie diese fortrückende Bewegung hierdurch hervorgebracht wird, liessen sich allenfalls Untersuchungen anstellen, aber, so viel ich einsehe, dürften diese nicht auf die Voraussetzung gegründet werden, dass der Weg jedes Theilchens mit den Linien, welche gleichen Druck leiden, einerlei sei. Nimmt man auf dieses Fortlaufen der Wellen Rücksicht, so lässt sich eine Wellenbewegung denken, wobei jedes Wassertheilchen blos einen Kreis beschreibt, also immer auf seine vorige Stelle zurück kommt. Dieses findet nämlich Statt, wenn man annimmt, die ganze Wassermasse werde eben so schnell rückwärts bewegt, als der Mittelpunkt des rotirenden Kreises, welcher die Cykloide beschreibt, vorwärts rückt."

[1]) Dieser Einwurf wird durch unsere Versuche, sowie durch die Erfahrungen von La Coudraye und Bremontier gehoben.

§ 221.

La Coudraye und Bremontier.

Ein sechster und siebenter Versuch zu einer Theorie der Wellen ist von La Coudraye, dem im Jahre 1796 von der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften in Kopenhagen der Preis zuerkannt worden ist, und von Bremontier. Diese Untersuchungen sind (wenige Versuche von Bremontier abgerechnet) blos auf Beobachtungen auf dem Meere, keineswegs auf Versuche gegründet, die genaue Folgerungen zulassen, weil man die Umstände kennt und nach Belieben abändern kann, von welchen die Wellenerscheinungen selbst abgeändert werden. Eben so wenig findet man in diesen Arbeiten einen Versuch, die Theorie der Wellen durch Rechnung aufzuklären. Die einzelnen Stellen, welche aus diesen beiden Abhandlungen für uns hier von Wichtigkeit sein könnten, werden wir im Folgenden einzeln wiedergeben. Wir haben schon einige Stellen aus beiden Abhandlungen, vorzüglich darüber, dass die Meereswellen auch in beträchtlichen Tiefen wirken, in dem ersten Abschnitte der ersten Abhandlung dieser Schrift angeführt. La Coudraye's Abhandlung ist, verbunden mit einer Theorie der Winde, unter dem Titel: Théorie des vents et des ondes, pièces qui ont remporté le prix cet. par M. le Chevalier De La Coudraye, Emigré français etc. Copenhague 1796 (page 105—150) erschienen. Diese Schrift ist blos eine Beantwortung der Preisaufgabe der Kopenhagener Akademie: Comment, et dans quel rapport, la hauteur, la largeur et la longueur des ondes dependent-elles des dimensions des eaux dans lesquelles elles sont formées?

Um diese Frage zu beantworten, sagt La Coudraye, müsse man die Kraft des Windes gegen das Wasser, und den Widerstand des letzteren kennen, desgleichen die anderen einwirkenden Kräfte, um alsdann aus dem Unterschiede zwischen der Grösse und Gestalt der Wellen, wie sie diesen Kräften gemäss sein sollten, und der Grösse und Gestalt der Wellen, wie man sie auf dem Meere findet, den Einfluss des Lokals zu bestimmen.

„Die Schiffe, welche zwischen den Küsten von Norwegen, die sehr steil sind, und den Küsten von Dänemark fahren, bemerken nahe am Lande einen grossen Unterschied der Wellen beider Ufer. An den flachen Küsten verschwindet die Welle fast nach und nach mit der Tiefe. In den tiefen Meeren sind die Wirkungen des von den Küsten in grossen Massen zurückgeworfenen Wassers unter gewissen Umständen sehr merkbar für die Schiffe.“

La Coudraye unterscheidet auch auf dem Meere von den gewöhnlichen fortschreitenden Wellen eine schwingende Bewegung, die unabhängig sei von der Richtung des Windes, und die erst lange, nachdem der Wind, der sie veranlasst, aufgehört hat, erfolge, und die der Oberfläche des Wassers eine gewisse Regularität der Gestalt giebt, auch in Hinsicht der Länge der wellenartigen Erhebungen und Vertiefungen, die bei den gewöhnlichen Wellen durch sehr mannigfache Ursachen sehr verschieden zu sein pflegt.

„Die Erfahrung beweist, dass die Dauer aller Wellen unter denselben Umständen und in einem freien Meere isochronisch ist, und unabhängig von ihrer Breite und Höhe, ein Gesetz, welches Newton entdeckt hat. Nach diesem Gesetze hat ein französischer Marine-Officier Goimpy die Breite der Wellen aus ihrer Geschwindigkeit in einer Tabelle über Höhe, Breite und Geschwindigkeit der Wellen nach der Geschwindigkeit des Windes bestimmt, abgeleitet.“ Diese Tabelle hat La Coudraye auf dem Meere geprüft und gefunden, dass sie keine zuverlässigen Angaben giebt.

Goimpy hat also das von Newton gegebene Gesetz benutzt, aber nicht durch Erfahrung bewiesen. Unsere Versuche stehen, wie wir früher gesehen haben, in offenbarem Widerspruche mit demselben; doch können wir darüber noch folgende Bemerkungen machen. Wir haben zwar in unseren Versuchen gesehen, § 147 Seite 148, dass eine Welle, die wir in einem Kanale erregt hatten, an Breite sehr schnell zunahm, und doch wenigstens ihr Gipfel immer dieselbe Geschwindigkeit behielt, und zwar, weil die Welle immer mehr an Höhe abnahm. Es ist aber ein grosser Unterschied in dieser Hinsicht zwischen einer Welle, die ganz einzeln auf einer ruhenden Flüssigkeit erregt wird und sich fortpflanzt, und einer Welle in einem Wellenzuge, welcher eine grosse Anzahl Wellen vorausgehen und nachfolgen. Eine Welle in einem Wellenzuge hat fast, zumal wenn schon eine grosse Menge von Wellen vorausgegangen ist, dieselbe Geschwindigkeit und Breite, welche die früheren Wellen haben, während die Höhe, wenn kein Wind noch eine andere Ursache die Wellen verstärkt, der nachfolgenden Wellen kleiner wird als die der früheren. Und so kann man denn die Geschwindigkeit der Wellen in einem solchen Wellenzuge als von ihrer Breite abhängig betrachten, und die Höhe als von gar keinem Einflusse auf Geschwindigkeit, und in diesem Falle nähert sich vielleicht das Newton'sche Gesetz der Wahrheit. Jede grosse Welle bildet aber bei hinreichender Tiefe einen Wellenzug, und diese Wellen des Wellenzuges werden durch den fortdauernden Wind fast gleich hoch. Hört aber der Wind auf, so werden die sich nun noch nachbildenden Wellen immer niedriger, während sie doch Breite und Höhe fast beibehalten. So findet denn der dem Newton'schen Gesetz sich nähernde Fall auf dem Meere gewöhnlich Statt. Anders verhält es sich aber, wenn man den Lauf einer einzeln erregten Welle verfolgt, und wenn man die ersten Wellen verschiedener Wellenzüge vergleicht. Die Geschwindigkeit einer Welle, die, indem sie fortschreitet, in einer ruhenden Flüssigkeit zuerst Bewegung hervorbringt, hängt von der Masse der Flüssigkeit ab, welche die Welle bildet; ihre Breite dagegen hängt von dieser nicht allein, sondern zugleich von dem Umfang des ursprünglich in Bewegung gesetzten Wassers ab. Es können daher die ersten Wellen zweier Wellenzüge sehr verschiedene Breite, und doch gleiche Geschwindigkeit haben; und eine und dieselbe Welle, welche einzeln auf einer Flüssigkeit erregt worden, und nicht gross genug ist, um einen bedeutenden Wellenzug hervorzubringen, nimmt, wie wir § 147 gesehen haben, schnell an Breite zu, und ihr Gipfel behält in einem Kanale doch dieselbe Geschwindigkeit und wird sogar auf einer freien Oberfläche immer langsamer, das Entgegengesetzte von dem, was nach dem Newton'schen Gesetze erfolgen sollte.

Wir bemerken endlich noch aus dieser Abhandlung, dass La Coudraye die Wirkung des Oels zur Besänftigung der Wellen auf dem Meere leugnet, doch ohne dawider sprechende Erfahrungen anzuführen. Er sagt: Je dois dire que cette opinion est dénuée de fondement, et n'a jamais pu être justifiée par des expériences faites en grand et avec soin.

Von Bremontier's Abhandlung findet sich ein Auszug unter dem Titel: Recherches sur le mouvement des ondes, in dem Journal de Physique par Delamétherie, Tome LXXIX, page 73. Sie hat zum Zwecke, die Unzweckmässigkeit grosser Böschungen (talus), welche gegen die Wuth der Wellen sichern sollen, zu zeigen, und zu beweisen, dass der Meersand noch in grossen Tiefen von den Wellen bewegt werde, endlich zu untersuchen, ob es nicht möglich wäre, den Punkt zu bestimmen, wo in der Tiefe die Wellenbewegung aufhöre.

„Wenn man an dem einen Ende eines Bassins von 96 Fuss Länge, 4 Fuss Tiefe und 18 Fuss Breite einen runden Stein fallen lässt von 13—14 Linien Durchmesser, so werden die dadurch entstehenden Wellen ohne Zweifel sehr schmal sein und eine proportionale Höhe haben; diese Wellen brauchen ungefähr 60 Sekunden, um ans andere Ende zu gelangen. Ihre Geschwindigkeit in 1 Sekunde wird also etwa $1\frac{1}{2}$ Fuss betragen."

„Wenn der Durchmesser dieses Steines 3—4 Zoll beträgt, so werden die Wellen grösser sein, und in einem kürzeren Zeitraume denselben Raum durchlaufen."

„Lässt man endlich von derselben Höhe ein volles Wasserfass von 500 Pfund Schwere fallen, so werden die Wellen gross genug sein, um denselben Raum in 30 Sekunden zu durchlaufen, wo die Geschwindigkeit der Welle in 1 Sekunde 3 Fuss beträgt."

„Man kann daraus folgern, dass die Geschwindigkeit der Wellen mit ihrem Volumen im Verhältniss stehe, und dass diese Geschwindigkeit desto beträchtlicher ist, je voluminöser der Körper, der sie hervorbringt."

„Wellen, welche von einem Steine, der 1 Fuss Durchmesser hat, entstehen, sind zwar auf der Oberfläche des Wassers sehr kenntlich, erheben sich aber gegen einen perpendikular eingetauchten Stab in der Entfernung von 15 Fuss von ihrem Entstehen nur $\frac{1}{2}$ Linie über das Niveau. Die Wellen, welche durch den Fall des vollen Wasserfasses entstanden, erhoben sich an einer senkrecht eingetauchten Tafel, in der Entfernung von 45 Fuss, 1 Zoll über das Niveau."

„Stelle man in derselben Entfernung neben der ersteren oder von ihr getrennt eine zweite Tafel von 3 Fuss Breite so geneigt auf, dass sie mit der Wasseroberfläche einen Winkel von 25^0—30^0 bildet, und ihr unteres Ende den Grund berührt, während ihr oberes so weit über die Oberfläche hervorragt, dass die Wellen nicht über sie weggehen können, so erheben sich die Wellen, die an der senkrechten Tafel nur 1 Zoll über dem Niveau hervorragen, an der geneigten Tafel über 6 Zoll über dasselbe Niveau."

„Giebt man der Tafel eine Neigung von 45^0 gegen die Oberfläche, so steigt das Wasser nur 3—4 Zoll."

„Eine Welle schreitet nie allein fort, sondern es pflanzen sich stets mehrere, eine Gruppe bildend, fort. Die mittelsten Wellen sind immer die grössten, und die an beiden Enden die schwächsten. Die kleinsten, die mittleren und die grossen scheinen zusammen ein System zu bilden, und alle in gegenseitiger Abhängigkeit von einander zu stehen. Es ist also möglich, dass die vorausgehenden in ihrer Bewegung durch die folgenden beengt werden und nur verschwinden können, indem sie an Masse abnehmen (weil sie an Höhe abnehmen, ohne an Breite zunehmen zu können). Jede Welle behält ziemlich ihre Breite, und kann nur in dem Verhältniss grösser werden als das ganze System zunimmt."

§ 222.

Poisson.

Wir kommen nun zu der sehr wichtigen Arbeit Poisson's über die Bewegung der Wellen, von der wir die Resultate mittheilen werden. Sie geht so sehr in's Einzelne ein, dass sie uns sehr vielfältige Gelegenheit darbietet, die Resultate dieser Theorie mit der Erfahrung zu vergleichen. Wir werden daher eine Reihe von Anmerkungen in französischer Sprache beifügen, in welchen wir die wichtigsten Resultate unserer Arbeit zusammenfassen, und dadurch auch denjenigen das Verständniss unserer Beobachtungen möglich machen, welche der deutschen Sprache unkundig sind. Es war dies um so nöthiger, da wir zu der Zeit, als wir unser Buch ausgearbeitet hatten, die sehr wichtige Arbeit POISSON's noch nicht gelesen hatten, und daher eine Vergleichung der Resultate mit seiner Theorie bisher noch nicht anstellen konnten, wie wir das hinsichtlich der Theoreme NEWTON's und GERSTNER's gethan haben.

Diese Abhandlung POISSON's findet man in den Mém. de l'Acad. Roy. des scienc., Paris 1816, page 71—186, unter dem Titel: Mémoire sur la théorie des ondes.

„Lorsqu'on agite l'eau en un endroit de sa surface, on voit aussitôt se former des ondes, qui se propagent circulairement autour d'un centre commun, et qui sont dues aux élevations et aux abaissements successifs du fluide au-dessus et au-dessous de son niveau naturel. Ce phénomène est un des cas les plus simples du mouvement des fluides, et l'un des premiers qui se présentent aux recherches des géomètres: cependant on n'est point encore parvenu à déterminer d'une manière satisfaisante les lois de ces oscillations qu'on a si souvent l'occasion d'observer.

NEWTON, dans le livre des Principes, les compare aux oscillations de l'eau dans un syphon renversé; de cette comparaison, il conclut que la vitesse de la propagation des ondes doit être proportionnelle à la racine carrée de leur largeur, et que chaque onde doit parcourir sa largeur entière dans un temps égal à celui des oscillations d'un pendule simple qui aurait, pour longueur, le double de cette même largeur. On entend ici par *largeur* des ondes l'interval compris entre les sommets de deux ondes consécutives, l'une saillante et l'autre tracée en creux à la surface du fluide; il resterait donc à déterminer cet interval pour un ébranlement donné de la masse fluide, et à reconnaître s'il demeure constant, ou s'il varie pendant la durée du mouvement; mais en y réfléchissant avec toute l'attention que le nom de NEWTON demande, on ne trouve pas une analogie suffisante de ces deux mouvements dont ce grand physicien supposait l'identité; et son hypothèse ne parait pas assez fondée, pour servir de base à une détermination exacte de la vitesse des ondes.

Mr. LAPLACE est le premier qui ait cherché à soumettre cette question à une analyse regulière. Cet essai est imprimé à la suite des recherches sur les oscillations de la mer et de l'atmosphère, qui se trouvent dans le Volume de l'acad. des sc. pour l'année 1776. On y forme les équations différentielles du mouvement des fluides incompressibles et pesants modifiées par la seule hypothèse que les vitesses et les oscillations des molécules restent toujours assez petites pour qu'on puisse négliger leur produit et leurs puissances supérieures à la première; supposition permise, et sans laquelle ce problème deviendrait si compliqué qu'on n'en pourrait espérer aucune solution. Celle que Mr. LAPLACE donne de ces équations différentielles conviennent au cas où le fluide n'a reçu primitivement aucune vitesse, et où il a été dérangé de son état d'équilibre, en faisant prendre à sa surface, dans toute son étendue, la forme d'un throchoide, c'est à dire d'une courbe serpentante, dont l'ordonnée verticale est exprimée par le cosinus d'un arc proportionnel à l'abscisse horizontale; mais dans la théorie des ondes le cas qu'on doit avoir en vue, est, au contraire, celui où la surface n'a été déformée que dans une petite étendue; et la solution dont nous parlons ne saurait s'y appliquer, lors même que, dans cette étendue, la surface aurait reçu la figure d'une portion de throchoide.

Environ dix ans après, LAGRANGE dans les Mémoires de Berlin, et ensuite dans la mécanique analytique, traita directement le cas où la profondeur du fluide est supposée très petite et constante. Il démontre qu'alors la propagation des ondes a lieu suivant les mêmes lois que celle du son; en sorte que leur vitesse est constante et indépendante de l'ébranlement primitif; et de plus il l'a trouvée proportionnelle à la racine carrée de la profondeur du fluide, lorsqu'il est contenu dans un canal qui a la même largeur dans toute son étendue. Il suppose ensuite que le mouvement excité à la surface d'un fluide incompressible, d'une profondeur quelconque, ne se transmet qu'à de très-petites distances au-dessous de cette surface; d'où il conclut que son analyse donne encore la solution du problême, quelque grande que soit la profondeur du fluide que l'on considère; de manière que si l'observation faisait connaître la distance à laquelle le mouvement est insensible, la vitesse de la propagation des ondes à la surface, serait proportionnelle à la racine carrée de cette distance; et réciproquement si cette vitesse est mesurée directement, on en pourra déduire la petite profondeur, à laquelle le mouvement parvient. Mais qu'il nous soit permis d'exposer ici quelques observations fort simples qui prouvent que cette extension, donnée à la solution de LAGRANGE, ne peut pas être légitime, et que les choses ne se passent pas ainsi lorsqu'on a égard à la transmission du mouvement dans le sens vertical.

En effet le mouvement dans ce sens n'est pas brusquement interrompu; les vitesses et les oscillations des molécules diminuent à mesure que l'on s'enfonce au-dessous de la surface; et la distance à laquelle on peut le regarder comme insensible en admettant même, pour un moment, quelle soit très-petite, n'est pas une quantité determinée, qui puisse entrer, comme on le suppose, dans l'expression de la vitesse à la surface. Pour fixer les idées, supposons la profondeur et les autres dimensions du fluide infinies ou assez grandes pour qu elles ne puissent avoir aucune influence sur les lois de son mouvement; supposons aussi que la masse entière n'a reçu primitivement aucune vitesse, et que l'ébranlement a été produit à la manière suivante, qui est la plus facile à se représenter. On plonge dans l'eau, en l'enfonçant très-peu, un corps solide d'une forme connue; on donne au fluide le temps de revenir au repos, puis on retire subitement le corps plongé; il se produit, autour de l'endroit, qu'il occupait, des ondes dont il s'agit de déterminer la propagation. Or il est évident que, la profondeur du fluide ayant disparu, les seules lignes qui soient comprises parmi les données de la question, sont les dimensions du corps plongé, et l'espace que parcourt un corps pesant dans un temps déterminé; par conséquent l'espace parcouru par chaque onde à la surface de l'eau ne peut être qu'une fonction de ces deux sortes de lignes. Si donc la vitesse des ondes est indépendante de l'ébranlement primitif, c'est à dire de la forme et des dimensions du corps plongé, il faudra, d'après les principes de l'homogénéité des quantités, que l'espace qu'elles parcourent dans un temps quelconque, soit égal à l'espace parcouru dans le même temps par un corps pesant, multiplié par une quantité abstraite, indépendante de toute unité de ligne ou de temps; donc alors le mouvement des ondes sera semblable à celui des corps graves, avec une accélération qui sera un certain multiple, ou une certaine fraction de l'accélération de la pesanteur. Si au contraire le mouvement des ondes est uniforme, il faut, d'après les mêmes principes de l'homogénéité, que leur vitesse dépend de l'ébranlement primitif; de manière que l'espace, parcouru dans un temps donné, soit une moyenne proportionnelle entre deux lignes, savoir: la ligne décrite dans le même temps par un corps grave, et l'une des dimensions, ou plus généralement, une fonction linéaire des dimensions du corps plongé. Il pourrait encore arriver que le mouvement des ondes fut accéléré, et que l'accélération dépendit du rapport numérique qui existe entre ces dimensions: c'est au calcul à décider lequel de ces mouvements doit avoir effectivement lieu; mais on voit, a priori, qu'ils sont l'un etl'autre également contraires aux résultats de la mécanique analytique.

Telles étaient, à ma connaissance, les seules recherches théoriques publiées sur le problême des ondes, lorsque l'institut le proposa pour sujet du prix de 1816. Long temps auparavant je m'étais occupé de cette importante question; mais ce n'est que dans ce dernier temps que j'en ai obtenu une solution qui m'a complètement satisfait, sous le rapport de la rigueur, et sous celui de la simplicité. La première partie de mon Mémoire a été déposée au bureau de l'institut avant qu'aucune pièce destinée au concours, y fut parvenue; j'en ai fait lecture le 2 Oct. 1815, époque de l'expiration du concours; elle contenait les formules générales en intégrales définies qui renferment implicitement la solution du problême, et comme conséquence de ces formules la théorie des ondes qui se propagent d'un mouvement uniformément accéléré. Au mois de Décembre suivant j'ai lu la deuxiéme partie ou plutôt un second Mémoire sur le même sujet; celui-ci renfermait la théorie des ondes qui se propagent avec une vitesse constante: elles sont, comme on le verra, beaucoup plus sensibles que les ondes accélérées, et pour cette raison beaucoup plus importantes à considérer. Enfin, depuis cet époque j'ai tâché de perfectionner cette recherche, sur-tout sous le rapport de la propagation du mouvement dans le sens vertical.[1])

Mr. Biot a fait autrefois des expériences sur le mouvement des ondes produites par l'immersion de différents solides de révolution, et même par des cônes et des cylindres. Il a reconnu que leur vitesse ne dépend ni de la figure de ces corps, ni de la quantité dont ils sont enfoncés dans le fluide, mais qu'elle varie avec le rayon de leurs sections à *fleur d'eau,*[2]) ce qui est conforme à la théorie qu'on trouvera dans mon Mémoire et suivant laquelle la vitesse des ondes est proportionnelle à la racine carrée de ce rayon. On y trouvera aussi l'application de cette théorie à quatre expériences, dont Mr. Biot avait conservé la note: l'accord satisfaisant que l'on remarquera entre le calcul et l'observation, fournirait, s'il en était besoin, une vérification de l'analyse dont j'ai fait usage, et du résultat principal auquel j'ai été conduit.

Les oscillations verticales des molécules, qui produisent l'apparence des ondes qui se propagent à la surface du fluide, diminuent de grandeur à mesure que l'on s'éloigne du milieu d'ébranlement primitif: leur amplitude suit la raison inverse de la racine carrée de distance à ce point, quand le fluide est contenu dans un canal d'une largeur constante:[3]) elle suit la raison inverse de cette distance lorsque le fluide est libre de toute part, et que les ondes se propagent circulairement autor d'un

---

[1]) Cette propagation des ondes dans le sens vertical ne peut être observée si la pression se propage dans un moment immésurable jusqu'au fond et du fond jusqu'à la surface.

[2]) D'après nos expériences la vitesse de l'onde semble dépendre surtout de la masse et de la vitesse du corps qui, en tombant dans le fluide, produit l'onde. Ainsi, quand on produit une onde par une colonne d'eau subitement élevée et retenue en un tuyau de verre légèrement enfoncé, la vitesse de l'onde dépend de même de la masse de l'eau élevée, d'ou l'on conclura, que la vitesse de l'onde produite par la rélevation d'un corps qui était enfoncé dans le fluide dépend et du diamètre horizontal et du diamètre perpendiculaire du corps enfoncé et de la vitesse avec laquelle il est élevé.

[3]) D'après nos expériences la hauteur des ondes propagées dans le canal de parois parallèles et àplomb semble se diminuer en progression arithmétique si l'on prend successivement l'onde en distances de son origine augmentées en progression géometrique. Nous en parlerons ensuite.

centre commun. Les espaces que parcourent les molécules de l'intérieur du fluide, situées au-dessous de l'ébranlement primitif, décroissent suivant une loi plus rapide: suivant la raison inverse de la profondeur ou de son carré, selon que le fluide est contenu ou non dans un canal; en sorte qu'à de très-grandes distances du lieu de l'ébranlement, le mouvement doit être plus sensible à la surface que dans l'intérieure de la masse fluide. Néanmoins cette loi de décroissement dans le sens de profondeur que j'ai conclue de mon analyse, n'est pas tellement rapide que le mouvement ne puisse encore se faire à d'assez grandes profondeurs; résultat qui suffirait pour détruire l'hypothèse de LAGRANGE dont il a été question plus haut, lors même que nous n'aurions pas prouvé a priori, que la solution qu'il a donnée du problême des ondes, ne saurait s'étendre au cas d'un fluide d'une profondeur quelconque.

Cette transmission du mouvement à de grandes profondeurs à été remarquée, ce me semble, pour la première fois, par l'ingénieur BREMONTIER dans un ouvrage sur le mouvement des ondes publié en 1809. A la vérité les raisonnements qu'il emploie pour établir son opinion, sont loins d'être satisfaisants; mais les faits, qu'il cite, ne permettent pas de douter que le mouvement produit à la surface de l'eau ne soit encore sensible à de grandes distances au-dessous de cette surface; et l'on peut regarder ce résultat de l'analyse comme étant aussi confirmé par l'observation. Il serait à désirer que quelque habile observateur entreprit de vérifier, par de nouvelles expériences, tous les points de la théorie que je vais exposer dans ce Mémoire: l'accord que présenteraient, sans doute, le calcul et l'observation ne serait pas sans intérêt pour les physiciens; et les géomètres ne verraient pas non plus sans plaisir réaliser, pour ainsi dire, les diverses circonstances du mouvement des fluides qui sont contenues dans leurs formules.

Les intégrales relatives au problême des ondes, que l'on trouvera dans ce Mémoire, conviennent au cas où le fluide a une profondeur quelconque; mais on s'est spécialement appliqué à traiter le cas le plus ordinaire, celui où cette profondeur devient très-grande et comme infinie par rapport à l'étendue des oscillations des molécules. Dans un autre Mémoire, je me propose de considérer l'influence que peut avoir le plus ou moins de profondeur du fluide sur le mouvement de ces molécules, c'est à dire la réflexion du mouvement dans le sens vertical, due au fond sur lequel le fluide repose; en même temps j'essaierai de déterminer les lois de la réflexion des ondes à la surface produite par les parois latéraux et fixes qui contiennent le fluide.[1])

---

[1]) Pour completer à la théorie des 'ondes de Mr. POISSON il faudrait des recherches particulières:

§ 223.

(§ II.) **Intégration des équations précédentes dans le cas où l'on fait abstraction d'une dimension horizontale du fluide.**

Ainsi que nous l'avons expliqué au commencement de ce Mémoire, les ondes, dont nous aurons à examiner la propagation, seront censées produites par l'immersion d'un corps d'une forme donnée. Le fluide étant contenu dans un canal vertical, et les molécules ne devant pas avoir de vitesse dans le sens de sa largeur, il faudra que ce corps soit un cylindre horizontal perpendiculaire aux parois du canal, et qui en occupe la largeur entière: on l'enfonce dans le fluide jusqu'à une certaine profondeur, et après avoir donné au fluide le temps de revenir à l'état de repos, on retire subitiment le cylindre, et l'on abandonne le fluide à l'action de la pesanteur. L'immersion du cylindre détermine la figure initiale du fluide."

Nous avons employé à nos expériences un canal semblable à celui dont Mr. Poisson parle ici. Fig. 12, représente un canal de verre fermé aux deux extremités dont les parois sont à plomb et parallèles. Son espace intérieur a 5 pieds 4 pouces 3 lignes de longueur, 6,7 lignes de largeur et 8 pouces de profondeur. Fig. 13, représente un canal semblable avec des parois de bois parallèles, dans lesquels des lames de verre sont pratiquées de l'un et l'autre côté, et dont le creux a 6 pieds de longueur, 1 pouce 1,4 ligne de largeur, $2\frac{1}{2}$ pieds de profondeur. Voy. § 91.

Nous ne produisions pas les ondes dans nos expériences par l'élevation d'un cylindre enfoncé: nous enfoncions un tuyau de verre, dont le diamètre égalait la largeur du canal Fig. 12, et nous y élevions le fluide au moyen de la bouche jusqu'à une hauteur déterminée. Nous pouvions observer par les parois de verre les ondes produites de cette manière, et voir et mesurer avec un microscope les mouvements des petits corps opaques, qui flottent dans l'eau et partagent ses mouvements, parce qu'ils ont le même poids spécifique. Une autre manière de produire des ondes est d'enfoncer un corps solide dans l'eau, ou, ce qui revient au même, d'y enfoncer un tuyau de verre comme ledit, un peu au-dessous de la surface du fluide, d'élever alors le fluide, dans le tuyau jusqu'à un certain point, et de faire tomber la colonne de fluide

---

1. sur la rencontre des ondes,
2. sur leur réflexion,
3. sur leur inflexion,
4. sur les tournants naissant par inflexion,
5. sur l'oscillation fixe naissant par la rencontre.

Nous en parlerons à la fin de cet extrait. Voyez aussi les traités plus complets sur ces sujets §§ 158—169 et §§ 174—180.

élevée, quand le fluide du canal est revenu à un repos parfait. Cette seconde manière a un effet contraire à la première: La partie antérieure de l'onde qui naît par une colonne élevée est une élevation, tandisque la partie antérieure de l'onde qui naît par une colonne baissante est un creux. Voy. §§ 87, 88. Il faut remarquer, que nous avons toujours produit les ondes à l'une des deux extrémités du canal Fig. 12, et que les ondes produites ici sont et plus rapides et plus grandes que les ondes produites par la même force dans le milieu du canal. Mr. Poisson a supposé le canal infini. D'ailleurs pour la méthode de produire les ondes proposée par Mr. Poisson, il y avait deux raisons pourquoi nous n'en faisions pas usage: 1° parceque nous ne savions pas encore l'intérêt que cette méthode a par rapport au calcul de Mr. Poisson, n'ayant pas encore reçu son Mémoire, lorsque nous faisions nos expériences; 2° parceque la méthode que nous avons suivie avait outre cela un avantage dans l'exactitude des expériences. La vitesse, avec laquelle une colonne d'eau élevée par un tuyau retombe, est dans les mêmes circonstances toujours la même; mais il n'y a pas un appareil aussi simple, par lequel un corps enfoncé fut relevé verticalement toujours avec la même vitesse. Nous avons reconnu que toutes les deux méthodes conduisent en effet aux mêmes résultats, ce que prouve tab. XXXIII des expériences faites sur cet objet, § 228.

§ 224.

„Ces résultats montrent que dans un fluide incompressible, comme celui que nous considérons, l'ébranlement produit en un point quelconque se transmet instantanément dans toute l'étendue de la masse."

„Ainsi les premières vitesses des molécules sont les mêmes à distances égales du lieu de l'ébranlement; elles suivent la raison inverse du carré de cette distance, et sont proportionnelles au temps et à l'aire A. On voit aussi, d'après le rapport de la vitesse verticale à la vitesse horizontale, que chaque molécule commence à se mouvoir suivant une direction qui fait avec la verticale un angle 2ϑ, double de celui qui repond à la direction du rayon r."

Nous avons représenté par une figure ce théorème de Mr. Poisson. Pour comparer le théorème de Mr. Poisson avec nos expériences soit Fig. 104 Z la section verticale du cylindre enfoncé, A, B, C etc. et A, B, C etc. soient quelques molécules situées dans la circonférence de deux cercles concentriques. Voyons les sens dans lesquels ces molécules vont se mouvoir quand le cylindre est écarté verticalement. D'après Mr. Poisson elles commenceront de se mouvoir dans les sens indiqués par les flèches Fig. 104 en A, B, C etc.; car, par exemple, l'angle ϑ est égal en D à 45°, or 2ϑ sont égales à 90°. Le sens du premier mouvement de la molecule D est donc perpendiculaire au sens vertical, donc il est horizontal. D'ailleurs toutes les molécules situées dans la circonférence d'un même cercle ont, d'après Mr. Poisson, la même vitesse quand elles commencent de se mouvoir, mais dans la circonférence AGN une vitesse quatre fois plus grande que dans la circonférence AGN, Fig. 30 fait voir les mouvements de chaque molécule tels que nous les avons observés dans notre canal (Fig. 12) rempli d'eau à 6 pouces. Nous faisions naître les ondes en élevant une colonne d'eau qui avait 21 pouces 3 lignes de longueur, et 2,9 lignes de diamètre avec une grande et constante vitesse, dans un tuyau de verre que nous avions enfoncé 7,8 lignes au-dessous de la surface du fluide.[1]) On ne peut y observer exactement la direction du premier mouvement des petits corps flottants, mais on peut observer la direction principale du mouvement entier qui est représenté Fig. 30 par des flèches courbées, en prenant garde à la direction du plus grand diamètre de l'oscillation de ces petits corps. On peut déterminer assez exactement le sens du mouvement initial des molécules qui parcourent une route ou parfaitement droite, ou très-peu courbée. p. e. des molécules G, G, F, H. Les molécules G, G, F, H sont selon nos expériences mûes dans le même sens que Mr. Poisson leur donne par la théorie; car la déviation de 2^0 de la molécule F de la direction du mouvement selon la théorie est moindre que les fautes d'observation. Mais la molécule E, qui doit se mouvoir selon la théorie avec la molécule E en sens parallèles, se meut, selon nos expériences, beaucoup plus verticalement en dessus. Les molécules E et E Fig. 30, ne se meuvent donc pas sensiblement en sens parallèles, comme nous l'avons dessiné Fig. 104 E et E. Les molécules situées plus près de la surface ont un mouvement trop courbé pour admettre une comparaison. Leur mouvement initial peut donc bien être aussi vertical en dessous que Mr. Poisson le détermine, quoique l'observation de la première section de la route offre un mouvement beaucoup plus horizontal. Voy. § 121—123, Tab. VIII.

§ 225.

„(§ III.) Propagation des ondes à la surface dans le cas d'un canal vertical, d'une largeur constante et d'une très-grande profondeur.“

„Relativement à une racine quelconque de cette équation on aura $x = \frac{g t^2}{2\sqrt{p}}$, où l'on voit que le mouvement apparent de chaque ordonnée

---

[1]) Nous avons enfoncé le tuyau obliquement à un angle de 22°. De cette manière on réussit mieux à tenir la colonne élevée.

maxima ou *minima*[1]) est analogue à celui des corps pesants dans le vide, avec une vitesse indépendante de l'ébranlement primitif, et qui sera à celle de ces corps, comme l'unité est à $\sqrt{p}$. Chacune de ces ordonnées ayant ainsi sa vitesse particulière, les sommets des ondes s'écarteront les uns des autres, à mesure qu'ils s'éloigneront du lieu de l'ébranlement; et les intervalles entre deux sommets successifs, qu'on peut prendre pour largeurs des ondes, croîtront en raison directe du carré du temps. Au contraire, leur hauteur, ou les ordonnées de leurs sommets, suivront la raison inverse de ce carré, ou, ce qui est la même chose, la raison inverse de leur distance au lieu de l'ébranlement."

Si l'on regarde avec attention la partie antérieure d'une onde produite par le débaissement d'une colonne élevée, on aperçoit que la surface n'est pas égale, mais qu'elle monte en dégrés comme un escalier, et que les dégrés les plus proches au sommet de l'onde paraîssent plus élevés, et en plus grandes distances horizontales, tandis que les dégrés plus éloignés du sommet de l'onde paraîssent plus bas, et se succèdent en moindres distances. On les voit très-distinctement, si l'on fait tomber une seule goutte sur une surface d'eau grande et égale, mais plus distinctement, si l'on produit de grandes ondes dans notre canal, Fig. 12, rempli de mercure jusqu'à un pouce de profondeur. Voyez § 84, Fig. 20, qui représente une onde dentelée. Ce contour gradué de la partie antérieure de l'onde est trèsvisible, quand on fait passer une onde de mercure le long d'un plan incliné, Fig. 33 *CD*, dont la largeur n'est pas tout-à-fait couverte de mercure. Voyez page 145. Ces dégrés ou ces dents qui couvrent la surface des grandes ondes, d'après Mr. Poisson, n'ont pas seulement lieu à la partie antérieure de l'onde, mais aussi à la partie postérieure: mais, dans la nature, nous ne les avons pas vues clairement à la partie postérieure, pendant qu'elles étaient très-visibles, très-régulières et nettes à la partie antérieure. Mr. Poisson donne à ces petites ondes, qu'il a nommées des *dents*, une vitesse tout-à-fait indépendante de celle de la grande onde qu'elles couvrent. La loi de Mr. Poisson, que nous avons citée, ne se rapporte point aux grandes ondes, mais seulement aux dents, dont elles sont couvertes. Les expériences que nous avons faites, ne nous ont donnê, par rapport à cette loi, que le résultat que les dents plus éloignées du sommet de la grande onde semblent se propager plus vîte que les dents plus voisines au sommet de l'onde, car les distances des dents entre-elles augmentent, lorsque ces dents, se sont propagées plus loin, et les plus élevées de ces dents qui sont dans l'inclinaison antérieure d'une grande onde, et

[1]) On entend sous *l'ordonnée maxima* le sommet de l'onde, et sous *l'ordonnée minima* l'endroit le plus bas du creux de l'onde qu'on voit se propager à la surface.

le plus près du sommet, se rapprochent à ce sommet, et elles en restent même enfin en arrière; mais elles y deviennent si applanies qu'elles ne peuvent être poursuivies plus loin par les yeux. D'où l'on voit que l'expérience semble constater le théorème de Mr. Poisson, que ces dents ont une vitesse tout-à-fait différente de celle du sommet de la grande onde, puisque les dents premières se meuvent plus rapidement que le sommet, en s'éloignant en devant de ce sommet, et les dents, qui les suivent, et d'abord se trouvent encore à la partie antérieure de l'onde, se propagent plus lentement que le sommet, de manière qu'elles s'y rapprochent de plus en plus, et enfin en restent en arrière.

„Parmi ces ondes successives, la plus importante à considérer est celle dont le mouvement est le plus rapide, ou qui précède toutes les autres, parceque encore bien que le mouvement se transmette instantanément dans toute la masse fluide, cependant c'est à cette onde qu'on peut rapporter le premier ébranlement sensible de la surface aux points où elle parvient. Elle repond à la plus petite racine de l'équation (16.); or, après un très-petit nombre d'essais on trouve que cette racine est comprise entre 9, 4 et 9, 5; et, par la méthode ordinaire, on obtient pour sa valeur approchée, $p = 9{,}4482$. On aura donc le mouvement du sommet de la première onde $x = \frac{gt^2}{2} \cdot 0{,}3253$; ce qui montre que ce point se propage avec une vitesse qui est un peu moindre que le tiers de celle des corps pesants. On trouve pour son ordonnée, calculée par le moyen de la série précédente et corréspondante à cette racine de l'équation (16.), $z' = \frac{hl}{gt^2} \cdot 3{,}6777$, ou $z' = \frac{hl}{x} \cdot 0{,}5982$. La seconde racine de cette équation est comprise entre 71 et 72; en prenant $p = 71{,}5$ on a pour le mouvement de la deuxième onde, rapporté à son sommet, $x = \frac{gt^2}{2} \cdot 0{,}1183$; et pour l'ordonnée verticale de ce point

$$z' = -\frac{hl}{gt^2} \cdot 25{,}114, \text{ ou } z' = -\frac{hl}{x} \cdot 1{,}4512.\text{“}$$

§ 226.

„Il en résulte donc qu'à de grandes distances du lieu d'ébranlement primitif, les ondes dont les lois sont comprises dans la nouvelle formule, seront beaucoup plus sensibles, que celles que nous avons précédemment examinées. Ces nouvelles ondes sont, par cette raison, celles qu'il importe le plus de considérer, et nous allons déterminer, dans le plus grand détail les lois de leur propagation.“

La formule, que Mr. Poisson mentionne ici, regarde la seconde classe des ondes, celles qui seules ont été observées jusqu'à présent. On avait tout-à-fait négligé la première classe des ondes ou les dents des grandes ondes dont nous avons parlé jusqu'ici, parce qu'elles s'évanouissent bientôt, étant très-petites déjà à leur naissance. La seconde classe diffère de la première en ce qu'elle retient bien plus long temps une grandeur visible.

§ 227.

„Cette amplitude, c'est-à-dire la distance du point le plus élevé au point le plus bas de chaque oscillation, sera égale à $2\sqrt{2}\,.\,k$; d'où il résulte, d'après la valeur de k, que les amplitudes des oscillations d'égales durées seront reciproques aux racines carées des distances des points, où elles se font au lieu de l'ébranlement primitif.

Ce qui montre que la durée des oscillations, en un point quelconque, est proportionnelle à la racine carrée de la largeur des ondes au même point et au même instant.

Suivant Newton, cette durée devrait être la même que celle des oscillations d'un pendule simple d'une longueur égale à la demi-largeur des ondes, ou, autrement dit, elle devrait être égale à $\pi\sqrt{\frac{\lambda}{2g}}$; ce qui surpasse la vraie valeur de t dans le rapport de $\sqrt{\pi}$ à $\sqrt{2}$, ou de 1,2248 à l'unité.

Lorsqu'on a $K = 0$, l'amplitude des oscillations verticales est nulle; par conséquent les racines de cette équation détermineront, à chaque instant, sur la surface fluide des points qui n'auront aucun mouvement vertical, et qu'on pourra regarder comme des espèces de noeuds mobiles à cette surface: l'espace compris entre deux noeuds consécutifs forme un groupe d'ondes, que l'on peut aussi considérer comme une seule onde *dentelée* dans toute son étendue, laquelle parait se mouvoir à la surface, en s'élargissant à raison de la différence des vitesses des deux noeuds qui la terminent.

Pour chaque valeur réelle et positive de k tirée de cette équation $K = 0$, nous aurons $x = \frac{t\sqrt{gl}}{2\sqrt{k}}$, d'où l'on voit que le mouvement de chaque noeud est uniforme, avec une vitesse proportionnelle à la racine carrée de l, ou la racine carrée de la largeur de l'ébranlement primitif."

Mr. Poisson avait parlé auparavant des mouvements que les molécules en dedans du fluide ont à la naissance des ondes; à présent il parle des mouvements que les molécules font pendant la propagation d'une onde. Nous avons traité de ce mouvement à la section cinquième § 99—118, où il a été montré, que le mouvement d'une onde ne peut être comparé avec le mouvement d'un corps solide, parceque les molécules de celui-ci ont un mouvement dépendant de celui du corps entier auquel elles appartiennent. Le mouvement d'une onde est plutôt le mouvement de la forme dans laquelle une partie de la surface et des couches parallèles au-dessous de la surface se trouvent, produit par une oscillation propagée des molécules du fluide. La ligne 11111, Fig. 28, représente une onde entière avec deux ondes demies confinées, qui prennent après un premier espace de temps le lieu indiqué par la ligne 22222, et après un second espace de temps le lieu indiqué par la ligne 33333. Pendant la propagation de l'onde, les molécules *A, B, C, D, E, F*, situées à la surface de l'onde 11111 parcourent d'abord les lignes *A*a*a*α, *B*b*b*β, *C*c*c*γ, *D*d*d*δ, *E*e*e*ε, *F*f*f*ζ, que nous avons appelées les *routes d'oscillation* des molécules. Car pendant que l'onde se propage de 11111 à 22222, les molécules se meuvent dans les routes représentées par des arcs de cercle, de *A, B, C, D, E, F* à a, b, c, d, e, f; et pendant que l'onde se propage de 22222 à 33333 les molécules se meuvent par des arcs de a, b, c, d, e, f, à *a, b, c, d, e, f*. Fig. 29 nous avons représenté les routes d'oscillation toutes entières, et nous les avons divisées chacune en six parties, de sorte qu'on peut voir les situations diverses que l'onde prend en avançant pendant le mouvement des molécules dans leurs routes. Dans le premier espace de temps les molécules se propagent de *A, B, C, D, E, F* à a, b, c, d, e, f, et l'onde simultanément de 11111 à 22222. Dans le second espace de temps les molécules se propagent à *a, b, c, d, e, f*, et l'onde à 33333; dans un troisième espace de temps les molécules à α, β, γ, δ, ε, ζ, et l'onde à 44444; dans un quatrième les molécules à $\mathfrak{A}$, $\mathfrak{B}$, $\mathfrak{C}$, $\mathfrak{D}$, $\mathfrak{E}$, $\mathfrak{F}$; et l'onde à 55555; dans un cinquième les molécules à $\mathfrak{a}$, $\mathfrak{b}$, $\mathfrak{c}$, $\mathfrak{d}$, $\mathfrak{e}$, $\mathfrak{f}$, et l'onde à 66666; enfin dans un sixième espace de temps les molécules reviennent au lieu d'où elles sont parties, après quoi l'onde s'est propagée autant qu'elle est large. Cette représentation du mouvement ondulatoire explique donc le fait remarquable, que la durée de l'onde, c'est le temps dans lequel l'onde parcourt l'espace de sa largeur,[1]) est égale au temps de l'oscillation d'une molécule, ou au temps dans lequel une molécule finit sa route. Ces routes d'oscillation reviennent en elles-même ou parfaitement ou en aberrant très-peu, selon que les élévations ressemblent, pour le volume, parfaitement ou non aux creux d'ondes qui leur succèdent. Elles ont presque la forme circulaire à la surface et immédiatement au-dessous de celle-ci, quand le fluide est très-profond, mais elles sont elliptiques dans de plus grandes profondeurs, et près du fond ou en très-grandes profondeurs elles ressemblent à des lignes droites et horizontales. Voyez Tab. I et II, page 91.

---

[1]) Nous avons nommé la *largeur* ce que plusieurs physiciens ont appelé la *longueur*, savoir l'amplitude de l'onde dans la direction de la propagation.

Les expériences contenues dans Tab. I sont faites dans le canal Fig. 12 rempli d'eau à 6 pouces. L'eau fut élevée à son extrémité par un tuyau de verre de 5,7 lignes d'épaisseur à une hauteur de 2 pouces; et nous fîmes retomber cette colonne d'eau lorsque le fluide était parfaitement tranquille. Nous avons observé le mouvement des petits corps opaques flottant dans l'eau par une loupe ayant $4\frac{1}{2}$ lignes de distance focale. La grandeur de ces mouvements demeurait assez constante dans le même endroit du canal en plusieures expériences faites sous les mêmes circonstances, mais elle variait dans de diverses profondeurs. Nous l'avons mesurée au moyen d'un petit compas à ressort dont les extrémités étaient interposées entre le paroi de verre du canal et la loupe, et nous avons déterminé de cette manière le diamètre vertical et horizontal des routes d'oscillation des petits corps opaques. Les expériences dans Tab. II ont été faites dans le canal Fig. 13, où le fluide avait 22 pouces de profondeur. Les ondes y furent produites par le débaissement d'une colonne d'au de 5,7 lignes d'épaisseur, et de 9 pouces de longueur. Les petits corps opaques furent observés dans une distance de 3 pieds de l'endroit de l'ébranlement primitif.

Tab. I, la première section verticale indique la distance que les petits corps opaques flottant dans l'eau ont de la surface; la seconde montre la longueur du diamètre vertical de la route d'oscillation du corps; la troisième le diamètre horizontal.

Quand les élevations et les creux d'ondes se succédants ne sont pas d'égale grandeur, les routes d'oscillation ne reviennent pas en elles-mêmes, et ressemblent aux Fig. 22—26. Le diamètre vertical des routes d'oscillation est toujours moindre que le diamètre horizontal, ce qui peut être regardé comme un effet du fond. Car selon nos expériences les quotients des diamètres verticaux divisés par les diamètres horizontaux sont presque dans la même proportion entre eux que les profondeurs du fluide dans différents canaux. Voyez § 105, page 92, 93. Il faut remarquer que les petits corps opaques flottant près de la surface ne parcourent pas si vite leurs routes que ceux qui se trouvent en dessous et qui sont plus éloignés de la surface. Nous avons pu déterminer très-exactement cet espace de temps par la montre à tierces dont nous avons fait usage, et que nous fîmes aller au moment où les ondes, en avançant, commencaient de mouvoir le petit corps opaque. Ce petit corps parcourut quatre fois la route d'oscillation, pendant que les quatre premières ondes, produites par le débaissement d'une colonne d'eau de 2 pouces de hauteur et de 5,7 lignes d'épaisseur, passaient au-dessus du corps. Aussitôt que le corps avait parcouru la quatrième fois sa route, nous retînmes la montre, en retirant le doigt par la pression duquel nous l'avions fait aller. La montre indiqua de cette manière le nombre des tierces nécessaires pour que le petit corps parcourût quatre fois la route d'oscillation. Les observations Tab. IV, page 103, montrent que le nombre des tierces était assez constant quand une expérience fut répétée. On voit que les molécules d'une couche d'eau inférieure parcourent leurs routes d'oscillation plus vite que les molécules de la surface. Mais par d'autres expériences nous avons reconnu, que l'onde se propage avec la même vitesse dans la surface et dans les couches inférieures. Nous en devons donc conclure que les ondes dans les couches inférieures ont une moindre largeur que dans la surface.

Tab. IV, la seconde section verticale montre le temps nécessaire pour qu'un petit corps flottant immédiatement au-dessous de la surface parcoure quatre fois la route; la troisième le montre pour un corps qui se trouve à 1 pouce au-dessous de la surface; la quatrième, pour un corps qui se trouve à 2 pouces au-dessous de la surface; la cinquième, pour un corps qui se trouve à 3 pouces au-dessous de la surface. Les moyennes de ces observations sont indiquées en dessous. Le canal était rempli d'eau à 6 pouces.

D'après nos expériences, plus une onde s'éloigne du lieu où elle était produite, plus l'amplitude verticale de l'élevation et du creux de cette onde devient petite. La hauteur et la profondeur de l'élevation et du creux d'onde jointes ensemble sont égales à la distance verticale du plus profond point au point le plus élevé de la route d'oscillation d'une molécule qui est à la surface de l'onde. Or l'amplitude verticale des routes d'oscillation diminue avec l'éloignement de l'endroit où l'onde était produite. Nous avons mesuré les diamètres des routes d'oscillation dans le canal d'ondes Fig. 12, en observant par une loupe de $4\frac{1}{2}$ lignes de distance focale le mouvement des petits corps opaques flottant dans l'eau. Par des observations répétées nous avons mesuré le diamètre de la route d'oscillation au moyen d'un compas avec une vis que nous interposions entre le verre objectif de la loupe et le paroi de verre du canal. On peut déterminer le diamètre vertical de la route d'oscillation des petits corps opaques flottant à la surface des ondes par l'observation de la hauteur des ondes, parceque ces deux longueurs sont égales (voyez § 112), tandis que le diamètre horizontal de la route d'oscillation est indépendant de la largeur de l'onde. Voyez § 113, page 99. Pour mesurer les élevations de l'onde nous enfoncions dans l'eau une lame de verre terni dans une position verticale et parallèle aux parois du canal, de manière, qu'elle touchait le fond, et se levait au-dessus de la surface du fluide. Si l'on relève cette lame de verre verticalement, la ligne, qui sépare la partie humide de la sèche, indique la profondeur ordinaire du fluide. Qu'on marque cette ligne par un trait, qu'on enfonce alors de nouveau la lame verticalement jusqu'au fond, et qu'on fasse passer une onde. L'élevation de l'onde mouillera en passant la lame de verre au-dessus du trait qui indique le niveau ordinaire de la surface du fluide. De cette manière l'élevation de l'onde elle-même indique exactement sa hauteur. Nous avons mesuré la hauteur de l'élevation de l'onde jointe à la profondeur du creux d'onde avec un compas, en mesurant le diamètre vertical de la route d'un petit corps flottant à la surface du fluide, comme nous l'avons déjà décrit. Par ces observations nous sommes convaincus que l'onde diminue de hauteur en avançant, et par d'autres observations on voit que sa largeur augmente en même temps. Selon nos expériences la hauteur de l'onde semble diminuer dans une progression arithmétique, tandis que les distances du lieu de la production de l'onde augmentent dans une progression géométrique. Voyez § 144, page 139. Tab. XX, XXI, XXII.

Tab. XX la colonne d'eau baissante avait 6 pouces de hauteur; Tab. XXI, 4 pouces; Tab. XXII, 12 pouces; dans toutes les trois tables cette colonne avait 5,7 lignes de diamètre, et la profondeur de l'eau dans le canal était d'un pouce. La première section verticale de ces tables montre la distance de l'onde de l'endroit où elle naît; la seconde, la hauteur de l'onde en lignes selon l'observation; la troisième, la hauteur de l'onde hypothétique; la quatrième les différences des hauteurs hypothétiques et des hauteurs observées.

Nous devons remarquer que, dans la distance de 96 pouces (Tab. XX), l'onde était déjà rejetée, parceque notre canal n'avait que 64 pouces 3 lignes de longueur. Les trois premières observations dans toutes ces tables s'accordent avec le théorème de Mr. Poisson: que les hauteurs décroissent en raison inverse des carrés des distances. Plus loin les ondes se sont propagées, plus elles s'éloignent de cette théorie. Nous n'avons pu déterminer, s'il y avait d'autres circonstances qui causaient cette différence. On voit, par les expériences qu'on trouve Tab. XV, page 132, que les ondes produites sous les mêmes circonstances sont et demeurent plus élevées dans un fluide plus cohérent que dans un fluide moins cohérent; les ondes du mercure sont plus élevées que celles de l'eau, et les ondes de l'eau sont plus élevées que celles de l'alcool; ensuite, que les ondes produites sous les mêmes circonstances sont et demeurent plus élevées dans un fluide moins profond que dans un fluide plus profond, parceque dans le second les ondes croissent plus promptement en largeur, en se propageant. Leur largeur s'augmente aux dépens de leur hauteur.

Tab. XV est divisée en deux parties. La première montre la hauteur et la vitesse des ondes qui se propagent par le canal Fig. 12, quand le fluide y avait la profondeur d'un pouce; la seconde partie la montre quand le fluide dans le canal a la profondeur de deux pouces. L'une et l'autre contient cinq sections horizontales, dont la première indique la hauteur de la colonne fluide produisant l'onde par son débaissement; la seconde la hauteur de l'onde d'eau produite de cette manière; la troisième la hauteur de l'onde de mercure; la quatrième la vitesse de l'onde d'eau; la cinquième la vitesse de l'onde de mercure.

Mr. Poisson n'a pas examiné l'influence de la profondeur du fluide sur la vitesse des ondes, en supposant le fluide infiniment profond. Selon nos expériences la vitesse des ondes se diminue avec la diminution de la profondeur du fluide. Si la profondeur décroit en progression arithmétique, la vitesse décroit beaucoup plus lentement. Cela est évident par la Table IX, page 127, qui concerne l'onde produite à l'extrémité du canal Fig. 12 par le débaissement d'une colonne d'eau de 8 pouces de hauteur, 3,7 lignes d'épaisseur.

Tab. IX, la 2e, 3e, 4e, 5e et 6e section verticale montrent les vitesses, quand la profondeur du fluide était de 1, 2, 3, 4, 6 pouces. On y trouve les moyennes du temps que l'onde emploie pour parcourir les 64 pouces 3 lignes que le canal Fig. 12 a en longueur, et la vitesse de l'onde par seconde.

Dans ces tables le temps a été déterminé au moyen d'une montre à tierces très-exacte, en mesurant le temps entre le moment où la colonne à l'une extrémité du canal commence à baisser, et le moment où le sommet de l'onde arrive à l'autre extrémité du canal.

Tab. X, page 127, montre la même chose quand l'onde est produite par une colonne d'eau de 12 pouces de hauteur, 5,7 lignes d'épaisseur. La première section verticale montre la profondeur de l'eau; la seconde la vitesse de l'onde par seconde.

La vitesse des ondes produites par le choc d'un corps en mouvement dépend de la masse et de la vitesse du corps choquant, parceque la grandeur des ondes résulte de ces deux circonstances, ce qui est confirmé par la Table XVII, page 135.

On y voit dans la première section verticale la profondeur du fluide, qui était successivement de 1, 2, 3, 4, 6 et 8 pouces; dans la seconde la hauteur de la colonne d'eau baissante, qui produit les ondes, et a 5,7 lignes de diamètre; dans la troisième,[1] quatrième et cinquième la vitesse de l'onde du mercure, de l'eau et de l'alcool.

Cette table contient le résultat des expériences représentées dans la table ajoutée. On voit par cette table que l'onde est plus rapide à mesure que la colonne de fluide qui la produit a plus de volume; mais que l'augmentation de la vitesse de l'onde n'est pas dans une simple raison à l'augmentation du volume de la colonne. Cette augmentation est plus grande dans les fluides de petite profondeur, et beaucoup plus petite dans les fluides de grande profondeur. Car si le fluide a 8 pouces de profondeur dans le canal, il n'y a pas grande différence entre la vitesse de deux ondes produites par la chûte d'une colonne de 8 et de 12 pouces. Ensuite on voit par cette table, que le poids spécifique n'a pas d'influence sur la vitesse des ondes quand le fluide a 6 ou 8 ou plusieurs pouces de profondeur. On voit la vitesse des ondes dans un fluide de 6 à 23 pouces de profondeur Tabl. XVIII, page 139. Quand la profondeur des fluides est très-petite, la réaction du fond sur

---

[1] Il est à remarquer que les observations contenues dans la troisième colonne sur l'onde qui est produite dans un fluide profond de 6 pouces ou davantage, ne sont pas faites sur le mercure mais sur une solution saturée de soude muriatique.

la colonne baissante, qui diffère selon le poids spécifique du fluide, produit une différence de vitesse, telle qu'on la voit Tab. XI, XII, XIII, XIV. La montre à tierces, par laquelle nous avons mesuré la vitesse de ces ondes, est un instrument très-bien construit, appartenant à l'appareil physical de l'université de Halle. La grande exactitude de cet instrument se reconnait à la petite différence des nombres des tierces Tab. XVII, quand les ondes furent produites sous les mêmes circonstances, et à la différence constante du nombre de tierces, quand les circonstances ne différaient entre-elles que très-peu.

Lorsque les ondes se propagent dans un canal avec des parois verticaux, les molécules du fluide vont dans des routes elliptiques dont le point le plus bas est verticalement au-dessous du point le plus élevé de la route. Mais lorsqu'elles se propagent dans un canal Fig. 33 dont les deux parois sont perpendiculaires l'un sur l'autre, les molécules du mercure se meuvent de manière que plus elles sont situées près de la limite du mercure, plus les points les plus bas de leurs routes s'éloignent de la ligne verticale, qui traverse le point le plus élevé de la route. Les ondes produites dans le canal Fig. 33 ont un mouvement très-lent, qui se ralentit à mesure que le paroi incliné se rapproche du plan horizontal. Nous avons changé la situation du canal $ABCD$, Fig. 33, par les vis G et G', de manière que l'angle sous lequel le paroi CD s'élève sur la plaine horizontale variait de 45^0 à 7^0 $30'$. Tab. XXIV, page 145, contient nos expériences sur la vitesse des ondes, quand la situation du canal est changée de cette manière. Les expériences ont été faites avec du mercure; nous fîmes tomber à l'extrémité du canal une colonne de mercure de 5,7 lignes d'épaisseur, et de 1 pouce de hauteur; la largeur de la surface était un peu plus d'un pouce.

La première section verticale montre l'inclinaison du plan CD; la seconde les observations sur le temps que les ondes mettent à parcourir la longueur du canal de 4 pieds; la troisième les moyennes de ces observations; la quatrième les vitesses des ondes par seconde.

Il s'en suit que la vitesse diminue presque en progression arithmétique tandis que les angles augmentent en progression géométrique. Il semble que la diminution de la vitesse dépend surtout de l'inclinaison des routes d'oscillation, comme le mouvement d'un corps tombant sur un plan incliné est retardé par l'obstacle, qui empêche sa chûte verticale.

Une molécule de la surface qui est parvenue au point le plus élevé ou le plus bas de sa route d'oscillation n'a pas dans ce moment un mouvement vertical, mais seulement un mouvement horizontal, et se trouve par conséquent dans le point de l'onde que Mr. Poisson nomme un *noeud*, par exemple D, Fig. 29. Au contraire une molécule de la surface, qui est dans le point où sa route d'oscillation se croise avec le niveau du fluide, se meut avec la plus grande vitesse dans la direction verticale, mais le mouvement horizontal lui manque tout-à-fait; elle se trouve par conséquent dans le point de l'onde que Mr. Poisson nomme un *maximum* d'oscillation, par exemple C et E, Fig. 29.

Mr. Poisson est conduit par le calcul à un résultat très-remarquable, qui convient tout-à-fait avec l'expérience, savoir: Les *noeuds* et les *maxima d'oscillation* se propagent continuellement, en quoi la théorie de Mr. Poisson est contraire à la théorie de Newton, selon laquelle les sommets et les creux des ondes n'ont pas un mouvement progressif en tant que les sommets descendent après un certain temps dans les fonds des creux, et *vice versa*. Voyez § 124, 125. On comprendra facilement par Fig. 28 et 29 le procédé de la propagation des ondes comme Mr. Poisson l'a expliquée.

§ 228.

„Ce qui montre que les points de la surface, qui répondent aux *maxima des oscillations*, se meuvent, comme les noeuds qu'on vient de considérer, uniformément et avec une vitesse proportionnelle à $\sqrt{l}$. La plus petite de ces racines étant moindre que la plus petite valeur de k du numéro précédent, il s'ensuit que le premier *maximum* précède le premier noeud; ensuite il y a un *maximum* compris entre le premier et le second noeud; un autre, entre le second et le troisième; et généralement un *maximum* pour chaque onde dentelée. C'est à ces *maxima* qu'il est naturel de rapporter le mouvement de cette espèce d'ondes; ainsi, par vitesse d'une onde dentelée, nous entendrons la vitesse apparente du point de cette onde qui répond aux plus grandes oscillations verticales."

Une onde qui se propage entre deux parois parallèles et verticaux retient en avançant une vitesse presque constante; elle ne semble se ralentir que par la friction. Voyez Tab. XIX, § 144.

Tab. XIX, la première section verticale contient le nombre des passages de l'onde par la longueur de 64 pouces 3 lignes du canal Fig. 12; la seconde, les observations du temps nécessaire pour les passages; la troisième, la moyenne de ces observations: la quatrième, le ralentissement de l'onde.

La vitesse des ondes dépend premièrement de leur largeur, secondement du temps dans lequel les molécules de l'onde parcourent leurs routes; car c'est le temps que l'onde emploie pour parcourir l'espace de sa largeur.

D'après Mr. Poisson la vitesse avec laquelle le *maximum d'oscillation* ou le *noeud* d'une onde se propage dépend du diamètre de l'ébranlement primitif: c'est à l'égard de l'onde première le diamètre du corps plongé dans un fluide qui, subitement relevé, produit l'onde. (Si l'on regarde la profondeur, jusqu'où le corps est plongé, la vitesse des ondes dépend de la masse d'eau écartée par le corps.) L'élevation et le débaissement réitéré du fluide, à la place où le corps enfoncé fut relevé, produit successivement plusieurs ondes. D'après Mr. Poisson la vitesse de la seconde, de la troisième et des ondes suivantes dépend aussi du diamètre de l'ébranlement réitéré à la place où le corps fut élevé. La vitesse du mouvement ascendant et descendant y influe aussi. Mr. Poisson fait aller chaque *noeud* et chaque *maximum d'oscillation* d'une onde toujours avec la même vitesse, ce qui n'empèche pas que les *maxima* et les *noeuds* des ondes, qui naissent l'une après l'autre, n'aillent pas avec des vitesses différentes. Cela est confirmé par l'expérience, car on voit que la distance entre deux points les plus élevés de deux ondes augmente à mesure que les ondes se propagent plus loin, d'où l'on doit conclure que le noeud de chaque onde suivante se propage avec une vitesse plus petite que le noeud d'une onde précédente. On peut aussi comprendre facilement la cause que la théorie de Mr. Poisson en présente, parceque le diamètre de l'ébranlement du fluide au lieu où l'onde fut produite semble se diminuer de plus en plus, et enfin s'évanouir tout-à-fait. D'après Mr. Poisson la vitesse des ondes dépend uniquement du diamètre du corps plongé, par exemple d'un cylindre. Mais il faut remarquer 1° que Mr. Poisson n'a trouvé ce théorème que par la supposition que les vitesses et les oscillations des molécules restent toujours assez petites pour qu'on puisse négliger leur produit et leurs puissances supérieures à la première, ce qui suppose que le corps soit très-peu enfoncé. Toutefois, quand on plonge le corps produisant l'onde à une profondeur considérable, on voit clairement que les vitesses des ondes produites augmentent quand le corps était enfoncé plus profondement: 2° qu'une plus grande vitesse, avec laquelle le corps plongé remonte, produit aussi une augmentation de la vitesse de l'onde.

Cela a pu être conclu par l'analogie des expériences communiquêes Tab. XXVII, d'après lesquelles les ondes sont plus rapides à mesure que les colonnes d'eau dont le débaissement les produit sont plus grandes. Cependant, afin de prouver directement par l'expérience ces points, nous avons encore fait une série d'expériences, dans lesquelles nous avons produit les ondes de la manière supposée par Mr. Poisson. Nous avons enfoncé verticalement à l'extrémité du canal Fig. 12 un cylindre de verre solide qui a une épaisseur de 6,1 lignes presque égale à la largeur du canal, à une profondeur de 2, de 4, et de 6 pouces. On pouvait lever le cylindre verticalement par un fil attaché à son axe. Après nous être exercés de lever ce cylindre avec deux vitesses différentes, déterminées et constantes, nous sommes parvenus aux résultats réunis dans les tables suivantes, et nous y avons comparé les vitesses des ondes produites de cette manière avec celles des ondes produites par le débaissement d'une colonne d'eau de 5,7 lignes d'épaisseur, et de 2, de 4, et de 6 pouces de hauteur.

Table XXXIV.

Pour comparer les vitesses des ondes qui sont produites par la relevation lente et uniforme d'un cylindre solide qui avait 6,1 lignes d'épaisseur. Dans la première classe des expériences le cylindre fut enfoncé à 2 pouces, dans la seconde à 4 pouces, dans la troisième à 6 pouces. La profondeur de l'eau dans le canal était de 6 pouces.

Hauteur du cylindre enfoncé, et de la colonne d'eau baissante produisant les ondes		Temps dans lequel les ondes produites par la relevation d'un cylindre parcourent le canal	Temps dans lequel les ondes produites par le débaissement d'une colonne d'eau parcourent le canal
2 pouces		1 sec. 51 tierces 1 „ 46 „ 1 „ 46 „ 1 „ 52 „	1 sec. 40 tierces 1 „ 39 „ 1 „ 39 „
	moyennes	1 sec. 49 tierces	1 sec. 39 tierces
	vitesses par seconde	35 pouces 4 lignes	38 pouces 11 lignes
4 pouces		1 sec. 44 tierces 1 „ 40 „ 1 „ 48 „ 1 „ 38 „	1 sec. 38 tierces 1 „ 34 „ 1 „ 34 „
	moyennes	1 sec. 43 tierces	1 sec. 35 tierces
	vitesses par seconde	37 pouces 5 lignes	40 pouces 7 lignes
6 pouces		1 sec. 38 tierces 1 „ 46 „ 1 „ 43 „	1 sec. 32 tierces 1 „ 32 „ 1 „ 32 „
	moyennes	1 sec. 39 tierces	1 sec. 32 tierces
	vitesses par seconde	38 pouces 11 lignes	41 pouces 11 lignes

Table XXXV.

Pour comparer les vitesses des ondes qui sont produites par la relevation uniforme d'un cylindre solide qui avait 6,1 *lignes d'épaisseur, et* 6 *pouces de longueur. Le cylindre fut relevé lentement dans la première classe, et vite dans la seconde classe des expériences.*

Profondeur du fluide dans le canal		Vitesses lorsque le cylindre est relevé lentement	Vitesses lorsque le cylindre est relevé vite	Vitesses lorsque les ondes sont produites par le débaissement d'une colonne d'eau de 6 pouces de hauteur, et de 5,7 lign. d'épaisseur
6 pouces		1 sec. 38 tierces 1 „ 36 „ 1 „ 43 „	1 sec. 28 tierces 1 „ 32 „ 1 „ 24 „ 1 „ 32 „	1 sec. 33 tierces 1 „ 32 „ 1 „ 32 „
	moyennes	1 sec. 39 tierces	1 sec. 29 tierces	1 sec. 32 tierces
	vitesses par seconde	38 pouces 11 lignes	43 pouces 4 lignes	41 pouces 11 lignes
8 pouces		1 sec. 28 tierces 1 „ 24 „ 1 „ 32 „ 1 „ 28 „ 1 „ 28 „	1 sec. 18 tierces 1 „ 24 „ 1 „ 24 „	1 sec. 26 tierces 1 „ 28 „ 1 „ 26 „ 1 „ 28 „
	moyennes	1 sec. 28 tierces	1 sec. 22 tierces	1 sec. 27 tierces
	vitesses par seconde	43 pouces 10 lignes	47 pouces	44 pouces 4 lignes

On voit par Tab. XXXIV que lorsque le cylindre fut enfoncé à 4 pouces, l'onde en naissant surpassait de 2 pouces 1 ligne en vitesse l'onde qui naissait par la relevation d'un cylindre enfoncé à 2 pouces; et que, lorsque le cylindre fut enfoncé à 6 pouces, l'onde en naissant surpassait de 1 pouce 6 lignes en vitesse l'onde qui naissait par la relevation d'un cylindre enfoncé à 4 pouces: ce qui est une augmentation de vitesse semblable à celle qui a lieu lorsqu'on fait tomber successivement dans le même tuyau de verre des colonnes d'eau qui croissent en hauteur: car lorsque la colonne tombante avait 4 pouces de hauteur, l'onde en naissant surpassait de 1 pouce 8 lignes en vitesse l'onde qui naissait par la chute d'une colonne de 2 pouces de hauteur; et lorsque la colonne tombante avait 6 pouces de hauteur, l'onde en naissant surpassait de 1 pouce 4 lignes en vitesse l'onde qui naissait par la chute d'une colonne de 4 pouces de hauteur. Ensuite en voit par Tab. XXXV que l'onde, qui naissait par la relevation rapide du cylindre, surpassait de 4 pouces 5 lignes en vitesse l'onde qui naissait par la relevation lente, lorsque la profondeur du fluide dans le canal était de 6 pouces; et qu'elle la surpassait de 3 pouces 2 lignes en vitesse, lorsque la profondeur du fluide dans le canal était de 8 pouces. La vitesse de l'onde, naissant par le débaissement de la colonne d'eau qui avait 5,7 lignes d'épaisseur et 6 pouces de hauteur, était entre celles de l'onde qui naissait par la relevation lente, et de l'onde qui naissait par la relevation rapide du cylindre enfoncé dans l'eau à 6 pouces qui avait 6,1 lignes d'épaisseur.

Nous avons pu observer très-bien avec les yeux l'accroissement de la largeur de l'onde, mais nous n'avons pas trouvé le moyen de la mesurer directement, nous n'avons donc pu que conjecturer sa mesure par l'observation du temps pendant lequel une molécule fait une oscillation (car dans ce temps-là l'onde parcourt l'espace de sa largeur), et par l'observation de la vitesse avec laquelle une onde semble se propager. On verra les largeurs de quelques ondes trouvées de cette manière Tab. VII, page 109. Les expériences contenues dans cette table ont été faites dans le canal Fig. 12, dans de l'eau de 6 pouces de profondeur. Les ondes y étaient produites à l'extrémité du canal par le débaissement de colonnes d'eau de 2 pouces de hauteur et de 5,7 lignes d'épaisseur. Nous mesurions le temps qu'il faut à une molécule pour faire son oscillation dans une distance horizontale de 18 pouces du lieu de l'ébranlement primitif. La vitesse de la propagation de l'onde était de 3 pieds 5 pouces par seconde.

La première section verticale de la Tab. VII montre la distance à laquelle les petits corps opaques, dont la route d'oscillation a été observée, sont de la surface; la seconde indique le temps dans lequel une molécule de l'onde parcourt sa route pendant le passage de l'onde première; la troisième le temps dans lequel cette molécule parcourt sa route pendant le passage de l'onde seconde; la quatrième le temps dans lequel une molécule qui appartient successivement aux quatre premières ondes parcourt les quatre premières oscillations; et la cinquième donne la hauteur de l'onde première.

Les résultats montrent que la largeur de l'onde comparée avec sa hauteur est très-grande, et que les ondes sont plus étroites dans la profondeur du fluide que dans la surface. Pour la hauteur elle y était à sa largeur comme 0,73 : 29. Une seconde manière pour trouver la largeur des ondes est celle de mesurer l'éloignement du point d'interférence parfaite[1]) de l'extrémité du canal où l'onde est réfléchie pendant que l'élevation de l'onde et son creux s'y pénètrent. Voyez § 167. Car si l'élevation et le creux d'onde sont de grandeur égale, la distance du point de l'interférence parfaite du paroi réfléchissant doit être égale,

---

[1]) Quand une onde est réfléchie, il est un moment, où l'on ne voit rien de toute l'onde, et il y a un point de la surface qui retient cet état de repos le plus long temps. C'est le point que nous avons appelé le point d'interférence parfaite.

comme nous l'avons vu §§ 166, 167, à la moitié de la largeur de l'élevation ou du creux de l'onde, c'est à dire au quart de l'onde entière. Tab. XXVIII, page 170, donne les résultats de cette détermination. Les ondes étaient produites dans le canal Fig. 12 par le débaissement d'une colonne d'eau de 8 pouces de hauteur, 5,7 lignes d'épaisseur.

Nous fîmes tomber cette colonne, comme on voit dans la première section verticale, ou dans l'extrémité, ou dans le milieu du canal de 5 pieds 4 pouces 3 lignes de long Fig. 12. La seconde section verticale montre la profondeur de l'eau dans le canal; la troisième la profondeur à laquelle le tuyau de verre contenant la colonne d'eau qui produit l'onde, fut plongé, la quatrième la distance du point de l'interférence parfaite à l'extrémité du canal; la sixième la largeur de l'onde qui résulte de ces données.

On voit par cette table que les ondes produites en fluides, moins profonds sont et demeurent plus étroites qu'en fluides profonds, et que les ondes pendant leur propagation augmentent en largeur; car une onde qui n'avait parcouru que la moitié du canal avait la largeur de 28 pouces pendant qu'une onde produite sous les memes circonstances, qui s'était propagée par le canal entier avait 44 pouces de largeur. Enfin on y voit, que les ondes sont plus larges à proportion que le tuyan de verre contenant la colonne d'eau qui les produit est plus enfoncé dans le fluide; car des ondes produites de la même manière avaient 56 pouces de large, quand le tuyau était enfoncé 2 pouces; mais elles avaient 44 pouces de large, quand le tuyou touchait seulement la surface.

§ 229.

„Il s'ensuit donc que les deux premiers *maxima* sont plus grands que tous les autres, et que ceux-ci forment à la surface fluide une suite décroissante dans le sens où ils se rapprochent de l'origine des ondes.“

L'amplitude verticale de l'onde première, produite de la manière que nous avons employée dans nos expériences, est plus grande que celle de la seconde, celle de la seconde est plus grande que celle de la troisième, celle de la troisième est plus grande que celle de la quatrième etc., si toutes les ondes sont l'effet d'un seul ébranlement. Cependant nous avons aperçu que, si le canal Fig. 13 était rempli d'eau à une hauteur de 2 pieds, ce décroissement des hauteurs des ondes varie, quand elles se propageaient plus loin. Car, si l'on mesure les hauteurs de la première, seconde et troisième onde à quelque distance de leur origine, on trouve la seconde plus élevée que la première et que la troisième. Si l'on mesure les hauteurs de ces ondes à une distance encore plus grande, on trouve la seconde plus élevée que la première, mais plus petite que la troisième, et celle-ci plus grande que la quatrième. Voyez § 118, page 107, 108. On voit un phénomène semblable, quoiqu'on ne puisse l'observer aussi exactement, quand on fait tomber un corps solide dans l'eau tranquille. Les ondes suivantes retiennent en se propageant une plus grande hauteur par la pression que les ondes précédentes exercent en derrière. Voyez § 83.

§ 230.

„(§ IV.) Propagation du mouvement dans le sens de la profondeur du fluide.

Les excursions verticales des molécules, situées au-dessous de l'ébranlement primitif, suivent, comme on voit, la raison inverse de la profondeur z, et leurs vitesses à l'instant du *maximum* diminuent suivant la puissance $\frac{3}{2}$ de cette quantité. Ces décroissements sont assez peu rapides pour que le mouvement du fluide soit encore très-sensible à de très-grandes profondeurs; et c'est un résultat d'autant plus remarquable, qu'il n'en serait plus de même, si l'ébranlement primitif avait eu lieu dans toute l'étendue de la surface au lieu d'avoir été circonscrit dans un endroit déterminé.

En effet, supposons, par exemple, qu'on ait donné primitivement à la surface dans toute sa longueur la forme d'une courbe serpentente. On en déduit pour les vitesses verticale et horizontale du fluide en un point et en un instant quelconque . . . ., où l'on voit que, par rapport à la profondeur z la loi de ces vitesses est exprimée par une exponentielle; ensorte qu'elles décroissent en progression géométrique quand z croît en progression arithmétique. Or, il résulte d'un tel décroissement, qu'à de grandes profondeurs relativement à la quantité $2l$, ces vitesses seront très-affaiblies, et incomparablement moindres que dans le cas d'un ébranlement partiel.

Au reste cet ébranlement de la surface dans toute son étendue, peut être regardé comme une suite d'ébranlements partiels, dont la largeur commune serait $2l$, et dons les uns résulteraient d'une élevation de la surface, et les autres d'un abaissement: ces ébranlements partiels produisent dans la masse fluide des vitesses de signes contraires; et le calcul montre qu'elles ce détruisent à très-peu près, quand la profondeur z est un multiple de $2l$, qui n'a pas même besoin d'être très-élevé. C'est de cette manière qu'on peut concevoir la différence essentielle que nous remarquons entre le cas d'un ébranlement partiel, et celui d'un ébranlement qui s'étend à la surface entière.“

Nous avons fait des expériences pour trouver la loi du décroissement du mouvement des molécules dans la profondeur, quand une onde est produite verticalement au-dessus. Nous enfonçâmes un tuyau de verre, de 5,7 lignes de diamètre et de 8 pouces de longueur, à 6 lignes au-dessous de la surface de l'eau dans le canal Fig. 12 rempli d'eau à

8 pouces. L'un de nous s'exerça à remplir ce tuyau toujours uniformément en tirant l'eau par la bouche. Ensuite l'autre de nous observa le mouvement des petits corps opaques qui étaient verticalement au-dessous de l'ouverture du tuyau dans les profondeurs différentes, et il mesura la distance de leurs ascensions verticales dans le moment où l'autre remplit le tuyau d'eau. La table adjointe montre ces distances du mouvement vertical dans les profondeurs différentes, et elle présente une série qui convient assez avec la loi de Mr. Poisson.

Table XXXVI.

Sur le décroissement du mouvement vertical des petits corps opaques flottant dans les profondeurs différentes de l'eau verticalement au-dessous du tuyau de 5,7 *lignes d'épaisseur et de* 8 *pouces de longueur, enfoncé à* 6 *lignes au-dessous de la surface.*

Les profondeurs dans lesquelles les petits corps opaques étaient observés	La hauteur de l'ascension verticale du petit corps dans le moment où le tuyau verticalement au-dessus, fut rempli d'eau.	Une série dont les membres sont dans la raison inverse des profondeurs z
1 pouce 6 lignes	5,6 lignes	3,4 lignes
2 „ — „	3,2 „	2,55 „
2 „ 6 „	2,5 „	2,04 „
3 „ — „	1,73 „	1,7 „
3 „ 6 „	1,34 „	1,45 „
4 „ — „	1,2 „	1,27 „
4 „ 6 „	0,88 „	1,13 „
5 „ — „	0,7 „	1,01 „
5 „ 6 „	0,57 „	1,92 „
6 „ — „	0,43 „	0,84 „

On voit par cette table, que le décroissement de l'ascension verticale ne convient avec la loi de Mr. Poisson qu'à la profondeur de 3 et 4 pouces. Ce décroissement est plus rapide dans le voisinage du fond, et plus lent dans le voisinage de l'ouverture du tuyau qui est rempli d'eau. La différence première entre les expériences et la théorie se dérive vraisemblablement de l'influence du fond que Mr. Poisson a supposé infiniment éloigné; la seconde différence vient de l'élèvement d'eau par le remplissement du tuyau. Les expériences dans le canal, dont le fond était plus éloigné de la surface de l'eau, rapportées § 106 font croire que le mouvement des molécules produit par les ondes est sensible jusqu'à de grandes profondeurs; car nous avons observé le mouvement vibratoire des petits corps opaques encore dans une profondeur qui surpassait 350 fois la hauteur de l'onde.

Nous avons nommé le phénomène que Mr. Poisson examine ici, et sur lequel nous avons fait des recherches avant de connaître le travail de Mr. Poisson, l'oscillation fixe, *oscillationem fixam,* en lui opposant le mouvement ondulatoire ordinaire, *oscillationem progressivam.* Voyez page 1—4 et 9—15. La figure de l'onde qui ne contient qu'une partie du fluide pendant que l'autre partie est tranquille et unie, se propage continuellement dans le fluide; la figure, au contraire, que l'oscillation fixe produit dans la surface, c'est à dire la figure de la surface couverte dans toute sa longueur par des ondes semblables dont la largeur commune est un *aliquotum* de la longueur du canal, n'a aucun mouvement progressif, mais ses parties qui sont situées alternativement au-dessus et au-dessous du niveau ordinaire font une oscillation verticale semblable à celle d'une lame divisée en sections vibrantes en sens contraires et bornées par des lignes nodales. Dans les ondes ordinaires les noeuds ou les endroits dans lesquels le mouvement vertical est nul se meuvent; dans les oscillations fixes les noeuds restent toujours dans leur place. Dans les ondes ordinaires (l'oscillation progressive) les noeuds dans lesquels le mouvement vertical est nul sont situés dans l'élevation et dans la dépression la plus grande de l'onde; dans l'oscillation fixe les *maxima* de l'oscillation verticale se trouvent dans ces lieux, et les noeuds sont situés aux endroits où la surface est au niveau ordinaire du fluide. L'oscillation fixe des fluides incompressibles est donc un phénomène semblable à celui que Mr. Chladni a découvert dans les lames sonores qui sont en vibration simple ou composée de plusieurs sections regulières, dont Mr. Chladni a fait voir les noeuds par du sable répandu à la surface supérieure. Nous avons représenté l'oscillation fixe de l'eau dans un canal Fig. 74. Cette oscillation naquit quand des ondes produites successivement par le mouvement d'une lame à l'extrémité du canal, et dont la largeur égalait la longueur du canal, passaient par le canal en directions contraires de sorte, que les parties analogues des ondes se traversaient mutuellement. Concevons le temps, pendant lequel une onde entière est produite ou parcourt sa largeur, partagé en 4 espaces égaux. Pendant 11 espaces de cette longueur la surface du fluide prendra successivement les figures représentées Fig. 75, et nous remarquons, que dans les endroits où deux élevations sont transmises simultanément, une élevation presque de la double hauteur est produite, et que dans les endroits où deux creux sont transmis un creux d'onde presque de la double profondeur est produit; enfin, dans les endroits où une élevation et un creux d'onde sont transmis simultanément, la surface se trouve dans ce moment au niveau ordinaire. Voyez page 167—170, Fig. 75, les élevations sont indiquées par des lignes pleines, les creux par des lignes ponctuées, la rencontre de deux élevations ou de deux creux est indiquée par deux lignes pleines ou ponctuées, et l'interférence, c'est à dire la rencontre d'une élevation et d'un creux, par deux lignes dont l'une est pleine et l'autre ponctuée. Lorsqu'on poursuit le mouvement des ondes dans ces figures, on voit que les ondes primitivement produites traversent les ondes rejetées, et qu'elles prennent dans l'espace 9^e, 10^e et 11^e trois situations, qui depuis se succèdent régulièrement de manière que la dixième situation renaît dans le douzième espace, la neuvième situation dans le treizième espace, la dixième situation dans le quatorzième espace, et la onzième situation dans le quinzième espace etc.; le fluide se trouve dans une oscillation fixe avec deux noeuds. L'oscillation fixe avec trois noeuds Fig. 76 naît semblablement. Une oscillation fixe se produit dans un vase carré Fig. 71 où une lame est mise qu'on peut tourner un peu autour de son arète inférieure. Lorsqu'on tourne et retourne cette lame b avec une certaine vitesse constante, les ondes primitives et rejetées se rencontrent bientôt très-régulièrement. Dès ce moment les ondes ne se propagent plus, et la surface se transforme en un certain nombre d'élevations conoidales dans un ordre régulier, entre lesquelles un certain nombre de creux conoidaux sont dans un ordre analogue, qui ne se transmettent plus horizontalement, mais qui font un mouvement vertical, les cônes se transformant dans des creux et *vice versa*. Il est des lignes entre les cônes et les creux qui n'ont point de mouvement vertical (Fig. 72) et qui répondent donc aux lignes nodales que Mr. Chladni a découvertes. Nous avons représenté ce phénomène des cônes et des creux fixes faisant des oscillations verticales dans la moitié d'un vase carré, Fig. 70. Fig. 73 montre tout le mouvement nécessaire pour produire ce phénomène successivement dans dix-sept espaces, dont quatre sont égaux au temps dans lequel une onde parcourt sa largeur. Les ondes dont les élevations sont indiquées par des lignes pleines et les creux par des lignes ponctuées partent de la hypoténuse parallèlement avec elle, elles sont rejetées deux fois par les cathètes, et ensuite elles se rapprochent à la hypoténuse parallèlement avec elle. On y voit que deux élevations se rencontrent en même temps dans certains endroits par toute leur longueur en allant dans des directions contraires, et que la même rencontre se fait dans les creux. Deux élevations ou creux d'ondes doublés s'assemblent et se renforcent dans certains points du vase. Dans ces points de rencontre quadruple paraissent les cônes et les creux conoidaux. Mais il y a aussi des moments où les élevations s'unissent avec les creux, et dans lesquels la surface est située dans le niveau ordinaire. Ces moments passent si rapidement, que ce phénomène n'est aperçu qu'imparfaitement. Tel est le moment de l'interférence dans le seizième espace de temps. Les situations 15, 16, 17 se succèdent ensuite toujours de manière que la situation de l'espace 16 renait dans l'espace 18, la situation de l'espace 15 dans l'espace 19, la situation de l'espace 16 dans l'espace 20, la situation de l'espace 17 dans l'espace 21. On peut aussi produire l'oscillation fixe dans un vase carré et rempli à quelques pouces avec de l'argent vif quand on enfonce et relève un corps alternativement au milieu du vase avec une vitesse régulière, ce que montre Fig. 80 et 81. Les oscillations de ce genre sont plus compliquées quand on place un vase rond ou carré sur un plan élastique tendu, par exemple, sur le filet de paille d'une chaise, qu'on choque dans des intervalles réguliers. Il est très-curieux d'observer dans ce cas la transformation subite du mouvement progressif en une oscillation fixe sans qu'il y ait un état intermédiaire. Ce phénomène est tout-à-fait différent de celui que Mr. Oerstaedt, Wheatstone et Savart ont observé en couvrant des lames sonores avec des couches minces de fluide, où l'on aperçoit un grand nombre de lignes élevées et creusées, se rencontrant régulièrement, formées par le fluide. On réussit le mieux dans la production du phénomène observé par les nommés physiciens quand on couvre la surface vibrante avec une couche d'eau très-mince; mais on réussit le mieux dans la production de l'oscillation fixe, quand les vases sont remplies de fluide à une profondeur considérable. D'ailleurs celle-ci se produit, comme nous l'avons déjà dit, aussi sans l'influence du fond vibrant, qui est couvert du fluide. On n'y voit pas, comme dans la couche d'eau sur la plaque vibrante, des lignes élevées et creusées, mais on voit des cônes et des creux conoidaux, et ceux-ci sont beaucoup plus grands qu'ils ne peuvent être produits par les oscillations moléculaires. Cependant ces cônes et ces creux conoidaux sont souvent couverts par des lignes qui ressemblent à celles qui naissent par les vibrations moléculaires des lames sonores. Par exemple, lorsqu'on sécoue un vase carré rempli de mercure reposant sur un plan tendu et élastique, la surface du mercure est couverte d'abord par un grand nombre d'élevations et de creux rectilignes se croisant de manière qu'ils représentent un plan divisé en carrés. On voit dans les plus grands carrés, formés par les élevations et les creux, un grand nombre d'élevations et de creux plus petits représentant des carrés plus petits, et ainsi de suite jusqu'à ce qu'ils ne sont plus aperçus par les yeux. Quand les endroits de rencontres multiples se changent en cônes et creux conoidaux, la surface sillonnée s'aplanit aussitôt, et les cônes et les creux conoidaux ne restent couverts que par les élevations et les creux linéaires les plus petits. Nous montrerons dans la seconde partie de ce livre, que l'oscillation fixe peut naître aussi dans les corps solides par le mouvement ondulatoire.

§ 231.

„(§ V.) Intégration des équations du § Ier, dans le cas où l'on considère les trois dimensions du fluide.

Pour connaître les lois des *premières* vitesses des molécules, nous conserverons seulement le premier terme de cette série.

La première est négative pour toutes les molécules, ce qui signifie qu'elles commencent toutes à se mouvoir, en se rapprochant dans le sens horizontal du lieu de l'ébranlement; l'autre est négative pour les unes et positive pour les autres: par exemple, elle est négative pour les molécules situées au-dessous de l'ébranlement primitif, et positive pour celles de la surface; de sorte qu'à l'origine du mouvement les premières se lèvent, et les dernières s'abaissent verticalement."

Mr. Poisson traite ici du mouvement des molécules, quand on produit une onde par l'émersion d'un corps plongé sous des circonstances où l'onde peut se propager dans toutes les deux dimensions de la surface. Le mouvement, que les molécules font, est composé pour la plupart d'un mouvement horizontal et d'un mouvement perpendiculaire. Mr. Poisson regarde ces deux mouvements isolément, et il appelle mouvement horizontal négatif celui qui se dirige sur le lieu où le corps était déplongé, et mouvement positif celui qui est contraire à celui-là. De même il appelle mouvement vertical négatif celui qui tend en-dessus (vers le corps enfoncé), et positif celui qui tend en-dessous. Toutes les molécules, quant au mouvement horizontal, commencent par se mouvoir négativement, et les seules molécules qui sont situées dans l'axe vertical ne prennent aucune part au mouvement horizontal. Quant au mouvement vertical, qui a lieu dans les molécules simultanément, les molécules situées verticalement sous les corps enfoncé commencent par se mouvoir négativement ou en dessus; au contraire, les molécules qui sont à la surface commencent par se mouvoir négativement ou en dessous. Il en suit que tous les petits corps opaques et flottants, à l'exception de ceux qui sont verticalement au-dessous du corps enfoncé, ont déjà d'abord un mouvement curviligne, ce qui est conforme aux observations que nous avons faites dans le canal Fig. 12. Les flèches qui représentent les oscillations des molécules G et *G*, Fig. 30, sont droites de même que celles qui représentent le mouvement des petits corps F et H, E et *E*, I et *I*. D et K étaient encore si peu curvilignes qu'on n'en pouvait déterminer la courbure. Mais les mouvements des petits corps sont plus courbés, plus les molécules sont près de la surface. La courbure s'augmente en C et *C*, L et *L*, B et M, A et *A*, N et *N* à mesure que les petits corps se rapprochent de la surface.

„Ce qui montre que sur un même rayon, ou pour une même valeur de ϑ, les premières vitesses des molécules suivent la raison inverse du cube des distances On voit aussi qu'à distances égales et pour des directions différentes les molécules reçoivent des vitesses différentes, ce qui n'avait pas lieu dans le cas d'un fluide contenu dans un canal."

Si l'on relève un corps de revolution enfoncé dans l'eau, toutes les molécules situées dans la circonférence d'un cercle horizontal qui a le même centre que le corps, ont, d'après Mr. Poisson, un premier mouvement égal; mais les molécules qui ont la même situation relative dans un cercle vertical ont des vitesses différentes, parceque l'angle ϑ, ou l'angle du rayon avec la verticale varie pour chaque molécule.

„On voit, par ces résultats, qu'après un temps très-considérable le mouvement horizontal des molécules fluides est insensible par rapport à leur mouvement vertical. La vitesse finale, dans le sens vertical, est indépendante de leurs coordonnées, et suit la raison inverse de la cinquième puissance du temps. Comme elle est négative, cela signifie que chaque molécule achève de se mouvoir en s'élevant verticalement; le contraire a lieu, comme on l'a vu, pour un fluide contenu dans un canal d'une largeur constante.

§ 232.

(§ VI) Propagation des ondes à la surface du fluide en ayant égard à ces deux dimensions horizontales.

Chaque ordonnée *maxima* (c'est-à-dire la hauteur des ondes) repondra donc à une valeur déterminée dp: par conséquent, en s'éloignant du centre de l'ébranlement, elle décroîtra suivant la loi que nous venons d'énoncer. Elle se propagera d'un mouvement uniformément accéléré, et son mouvement apparent sera compris dans l'équation $r = \frac{gt^2}{2\sqrt{p}}$.

L'onde formée par l'intervalle compris entre deux *maxima* consécutifs s'élargira proportionnellement au carré du temps; pour cette raison, et à cause de l'abaissement rapide de leurs sommets les ondes de cette espèce ne seront pas, en général, très-apparentes à la surface de l'eau. Néanmoins nous allons déterminer la vitesse des deux sommets qui précèdent tous les autres, et qui répondent aux deux plus petites racines de l'équation (e). Le nombre des racines de cette équation est infini, et leurs grandeurs n'ont pas des limites."

Mr. Poisson examine premièrement le mouvement des très-petites ondulations très-souvent invisibles, qui couvrent la surface des ondes plus grandes, celles que nous avons comparées avec les dégrés d'un escalier, et que Mr. Poisson appelle les dents de l'onde dentelée.

„D'où il résulte pour le mouvement de la première ordonnée *maxima*

$$r = \frac{gt^2}{2} \cdot 0{,}3672;$$

en sorte que l'accélération de son mouvement est à celle de la pesanteur comme 0,3672 est à l'unité; ou l'on peut remarquer qu'elle est un peu plus rapide que pour un fluide contenu dans un canal d'une largeur constante. On trouve pour la grandeur de cette ordonnée calculée au moyen de la série du numéro précédent, et de cette valeur de p

$$z' = \frac{A}{r^2} \cdot 0{,}1567, \text{ ou } z' = \frac{A}{g^2 t^4} \cdot 4{,}6472.$$

Après quelques essais on reconnait que le seconde racine de l'équation est comprise entre 60 et 61, sa valeur approchée est $p = 60{,}19$; on a pour le mouvement de la seconde ordonnée *maxima* qui lui correspond, $r = gt^2/2 \cdot 0{,}1289$, et pour la grandeur de cette ordonnée

$$z' = -\frac{A}{r^2} \cdot 2{,}1766, \text{ ou } z' = -\frac{A}{g^2 t^4} \cdot 524{,}04.$$

§ 233.

1° .... Cette amplitude (des oscillations verticales de chaque molécule) varie avec le temps pour le même point, et au même instant, d'un point à un autre."

C'est que toutes les molécules, qui sont situées à la surface dans une ligne droite qui va par le centre du corps enfoncé, se trouvent au même moment en divers points de leurs oscillations verticales, et que toutes ces molécules parviennent successivement aux mêmes points de leurs oscillations verticales. Nous avons déjà prononcé la même chose à l'égard des ondes qui se propagent entre les deux parois parallèles d'un canal § 107, ce qui est tout contraire à la théorie de Newton.

„2° .... Ce qui montre que la durée des oscillations diminue, pour le même point, à mesure que le temps augmente."

Mr. Poisson dit ici, que les oscillations réiterées qu'une seule molécule fait (dont chacune cause une onde qui suit immédiatement la précédente) vont toujours en s'accélérant: l'oscillation seconde est faite en un temps moindre que la première, ce qui convient avec nos expériences dans le canal vertical. Nous produisions des ondes, à l'extrémité du canal, Fig. 12, rempli de 6 pouces d'eau, par le débaissement d'une colonne d'eau de 2 pouces de hauteur et de 5,7 lignes de profondeur, et nous observions à 18 pouces du lieu où l'onde était produite, les oscillations d'un petit corps opaque flottant par une double-loupe ayant $4\frac{1}{2}$ lignes de distance focale. Au commencement de l'oscillation nous faisions aller une montre à tierces, que nous arrêtions au moment où les quatre premières oscillations, ou la première, ou la seconde, étaient parfaites. Le résultat en déduit était la moyenne de 7—11 expériences exactes. De cette manière nous avons déterminé la durée de l'oscillation première, et celle de la seconde.

Tab. V, page 106, contient ces observations, où la seconde colonne verticale contient le temps dans lequel une molécule fit ses 4 premières oscillations, la colonne troisième le temps dans lequel une molécule fit la première, et la colonne quatrième le temps dans lequel une molécule fit la seconde oscillation. Nous avons mis les moyennes au-dessous des expériences.

Tab. VI contient des expériences semblables qui sont faites dans le canal Fig. 13 contenant 23 pouces d'eau. Les ondes y sont produites par une colonne d'eau de 9 pouces de hauteur et 5,7 lignes d'épaisseur. Nous observions un petit corps opaque à une distance de 3 pieds du lieu de la production des ondes. On voit par ces deux tables que la première oscillation était si lente, qu'elle durait dans la série première $\frac{2}{5}$ du temps nécessaire à 4 oscillations, et presque le double temps de la seconde, et que les deux premières oscillations ensemble duraient $\frac{5}{8}$ du temps nécessaire aux quatre premières oscillations; mais dans la seconde série d'expériences, où le fluide était beaucop plus profond, l'oscillation première durait $\frac{3}{7}$ du temps nécessaire à quatre oscillations, et $\frac{3}{2}$ du temps de la seconde oscillation, et les deux premières oscillations duraient $\frac{2}{3}\frac{7}{8}$, ou entre $\frac{2}{3}$ et $\frac{3}{4}$, du temps nécessaire aux quatre premières oscillations.

„3°. Tous les points, situés à la même distance r du centre de l'ébranlement, font au même instant leurs oscillations dans le même temps, mais toutes ces oscillations n'ont pas la même amplitude, à cause que la valeur de K renferme l'angle ϑ. Si de ce centre on décrit deux cercles très-rapprochés, l'un d'un rayon r, et l'autre d'un rayon $r+\lambda$ déterminés par cette équation

$$\frac{gt^2}{4r} - \frac{gt^2}{4(r+\lambda)} = \pi;$$

les points de la seconde circonférence feront leurs oscillations en sens inverse de ceux de la première, c'est-à-dire, que quand l'un de ceux-ci atteindra sa plus grande élevation, celui, qui répond au même angle ϑ sur l'autre circonférence, atteindra au contraire son plus grand abaissement, et *vice versa.* La surface du fluide peut être partagée en une suite de zônes semblables, qui formeront une suite d'ondes circulaires mobiles, en apparence, à cette surface; la largeur de l'onde qui répond au rayon r sera la quantité λ, et l'on aura, à très-peu près, $\lambda = 4\pi r^2/gt^2$ où l'on voit, qu'en un même endroit de la surface les ondes se rétrécissent à mesure que le temps augmente.

4°. Si l'on veut comparer la largeur des ondes à la durée des oscillations, ou λ à t', on aura $t' = \pi\sqrt{\lambda/\pi g}$; ce temps est donc proportionnel à la racine carrée de la largeur, et égal à celui des oscillations d'une pendule simple dont la longueur serait λ/π; résultat indentiquement le même que celui qu'on a trouvé dans le cas d'un canal vertical.

5°. L'amplitude *maxima* qui répond à l'une de ces valeurs de K, suit la raison inverse de r, et par conséquent la raison inverse de t;

la moitié de cette amplitude est l'ordonnée verticale des points auxquels elle répond; les ondes que nous considérons maintenant doivent donc être à de grandes distances du centre d'ébranlement beaucoup plus sensibles que celles qui se propagent d'un mouvement accéléré, puisque les hauteurs de celles-ci sont en raison inverse des carrés des distances, ou des quatrièmes puissances du temps.

6°. Comme la vitesse apparente, dont nous parlons, dépend de l'angle ϑ, excepté dans le cas particulier où l'on a $l = l'$ il s'ensuit qu'à un instant donné ils ne doivent pas être rangés sur des cercles concentriques autour du centre d'ébranlement primitif. Ainsi, les points dont les oscillations sont nulles forment à la surface des suites de courbes qui se propagent uniformément en restant semblables à elles-mêmes; et si l'on fait

$$r \,.\, \cos\vartheta = x, \quad r \,.\, \sin\vartheta = y,$$

l'équation générale de ces courbes, à un instant quelconque, sera

$$(x^2 + y^2)^3 = \frac{g^2 t^4}{16k}(l^2 x^2 + l'^2 y^2);$$

en sorte qu'elles formeront des ovales allongés dans le sens du plus grand diamètre de l'ébranlement primitif."

Mr. Poisson traite ici le cas, si le corps enfoncé, dans un fluide dont la surface est infinie en tous sens, n'est pas un corps de révolution, ou si l n'est pas égal à l'. Il y montre que la figure de l'onde dépend aussi de la figure du corps. Les points de l'onde produits simultanément n'ont pas la même vitesse de propagation, mais les parties de l'onde qui viennent de la partie moins courbée du corps se propagent d'après nos expériences, sur des bassins d'une surface assez grande en tout sens, plus vite que celles qui viennent de la plus courbée. Voyez §§ 153, 154. Qu'une onde sorte du corps *abc*, Fig. 34, enfoncé en mercure. Cette onde ne forme pas des cercles autour du centre du corps, mais la figure de la ligne qui le confine exerce une influence prévalante sur la figure de l'onde naissante. On se rapproche à la figure, que l'onde prend après un certain temps, si l'on suppose que tous les points qui sortaient simultanément des confins du corps, se sont propagés dans les directions de toutes leurs normales avec la vitesse moyenne de l'onde, dont les parties ne se séparent pas. Cela posé, l'onde *xpdefgh*, Fig. 34, aura après une première section de temps la figure *wqrstuv*, où *qwq* et *uvu* sont des arcs de cercles dont les centres sont *c* et *b*, *qu* est parallèle à *pg*. Selon l'observation elles prennent presque la situation de *ilmno*, où les parties qui étaient d'abord droites, *pg*, sont un peu courbées. On voit facilement que la différence de l'onde construite et de sa figure selon l'expérience s'augmente moins à quelque distance qu'au commencement. La figure de l'onde, si elle s'est propagée plus loin, se rapproche de plus en plus à la figure circulaire. Selon cette supposition, et selon la loi des angles égaux dans la réflexion nous avons construit les figures des ondes qui naissent dans un vase elliptique. Si l'on remplit un cône cave de papier, percé à son sommet par une aiguille, avec du mercure, et le fait dégoutter assez vite dans le foyer du fond elliptique d'un vase rempli de même avec du mercure, on remarque le phénomène représenté Fig. 51. Toutes les ondes, qui sortent de l'un foyer, se rassemblent dans l'autre foyer. Nous avons représenté toutes les figures qu'une onde prend successivement par un nombre d'ondes coéxistantes simultanément. Les systèmes d'ellipses et d'hyperboles concentriques qu'on voit très-précisement dans ce phénomème sont l'effet de l'interférence qui a lieu dans le croisement de ces ondes. Voyez § 171. Nous avons produit un phénomène semblable dans un vase circulaire où nous fîmes tomber les gouttes de mercure au milieu du rayon du fond circulaire. On le voit représenté Fig. 53. Si l'on imagine dans ce vase quarante ondes, on les voit toutes ensemble Fig. 54; l'onde 16 et 20 séparément en Fig. 55, de même en Fig. 56 les ondes 24—31, en Fig. 57 la 32^e, 35^e, 36^e, en Fig. 58 la 38^e—40^e. On voit, par l'accord parfait de cette expérience avec la construction théorique, que les suppositions de la construction viennent très-près de la vérité. Voyez § 172.

„7°. C'est dans cette direction que les oscillations *maxima* se propageront avec la plus grande vitesse, et dans le sens du plus petit diamètre, qu'elles se propageront le plus lentement.... Au contraire, à distances égales à l'ébranlement primitif l'amplitude de ces oscillation est plus grande dans la seconde direction que suivant la première.

Lorsque le corps, dont l'immersion a produit l'ébranlement du fluide, est un solide de revolution, on a $l = l'$, et tout est semblable autour de cet ébranlement. Dans ce cas particulier, que nous allons spécialement examiner, les points, dont les oscillations sont nulles, sont rangés sur des cercles concentriques et mobiles, et il en est de même de ceux qui répondent aux oscillations *maxima*. Les premiers cercles partagent les ondes en groupes dont chacun peut être pris, comme dans le cas d'un canal vertical, pour une seule onde dentelée. Les ondes dentelées s'élargissent proportionnellement au temps à mesure qu'elles se propagent. Les mouvements des cercles sont uniformes et compris dans l'équation

$$r = \frac{t\sqrt{gl}}{2\sqrt{k}}$$

Les cercles correspondants aux oscillations *maxima* se propagent suivant la même loi, c'est-à-dire avec une vitesse constante que l'on peut prendre pour celle des ondes dentelées auxquelles ils appartiennent, et qui est proportionnelle à la racine carrée du rayon l de la section à fleur d'eau du corps solide dont l'immersion a produit le mouvement."

Nous avons vu jusqu'ici que presque toutes nos expériences s'accordent bien avec la théorie de Mr. Poisson. Elles lui sont contraires à l'égard du théorème de Mr. Poisson, que les noeuds ou les *maxima* des ondes, qui se propagent dans une surface illimitée, retiennent toujours leurs vitesses, et que l'onde entière n'a pas une vitesse accélérée comme ses dents.

Nous avons nommé les lignes qui conjoignent les points contigus de la surface de l'onde, situés dans un même niveau, les lignes de longueur de l'onde, parcequ'elles déterminent la longueur de l'onde.[1]) Nos expériences apprennent qu'une onde s'augmentant en longueur pendant sa propagation diminue en vitesse et en hauteur. La longueur d'une onde s'augmente par exemple dans une onde circulaire qui s'étend en cercles toujours plus grands. Au contraire elle se diminue dans une onde circulaire dont toutes les parties vont vers le centre du cercle, p. e. si l'on ébranle un vase circulaire rempli d'un fluide, des ondes circulaires partent de la circonférence du vase, qui vont vers le centre en formant un cercle qui se diminue toujours. Le fond du vase Fig. 32 est un octant, dont les parois latéraux étaient deux lames de verre de 2 pieds 8 pouces de long et 6 pouces de large joints par un paroi de bois formant un arc de cercle. Ce vase fut rempli d'eau à trois pouces, et les ondes furent produites dans l'angle du centre de l'octant par le débaissement d'une colonne d'eau qui avait 3 pouces de longueur et 5,7 lignes d'épaisseur. Nous mesurions, en même temps, le temps pendant lequel l'onde alla du centre jusqu'à la circonférence et de la circonférence jusqu'au centre. Nous avons transformé l'octant en un demi-octant, et en un quart d'octant, par l'inposition d'un mince paroi de bois. Les ondes allaient plus vite dans un quart d'octant que dans un demi-octant, et dans celui-ci plus vite que dans un octant entier. Table XXIII, page 142, contient dans sa seconde colonne verticale les expériences sur la vitesse de l'onde dans l'octant entier, dans sa colonne troisième celles sur la vitesse de l'onde dans le demi-octant, dans sa quatrième celles sur la vitesse de l'onde dans le quart d'octant. Voyez § 144, page 141—143.

Nos expériences ne confirment pas non plus, qu'une onde, produite par un corps dont l'un diamètre est plus long que l'autre, se propage plus lentement dans la partie de l'onde moins courbée que dans la

---

[1]) D'autres physiciens ont nommé, ce que nous appelons la longueur de l'onde, sa largeur.

partie plus courbée. La partie moins courbée retient en se propageant une élevation plus grande, et semble se rallentir moins.

§ 234.

„Pour confirmer ces résultats de la théorie, nous allons en faire l'application à quelques expériences sur la vitesse des ondes que Mr. Biot a faites autrefois, et dont il a conservé une note qu'il a bien voulu nous communiquer. Cette note renferme les résultats de quatre expériences dans lesquelles on a observé le temps que la première onde, produite par l'immersion d'un corps solide, emploie à parcourir un espace égal à un mètre; or, en faisant $r = l$ dans la formule $r = 0{,}3027\, t\sqrt{gl}$ que nous venons de trouver pour le mouvement de cette onde, on en déduit $t = 3{,}3036/\sqrt{gl}$; il s'agit donc de comparer les temps observés de Mr. Biot à celui qui est déterminé par cette formule, dans laquelle on fera $g = 9{,}8088$ m, et l'on exprimera le rayon l en mètres: le temps se trouvera alors exprimé en secondes sexagésimales. Le tableau suivant contient, dans la première colonne l'indication de la figure du corps plongé; dans la seconde la valeur du rayon l de sa section à fleur d'eau; dans la troisième, le temps observé, et dans la quatrième le temps calculé.

Corps plongés	Valeurs de l	Temps observé	Temps calculé
Sphère d'un rayon égal à 0,05 m	$l = 0{,}03$ m	5 s	6,09 s
Sphère d'un rayon égal à 0,1 m	$l = 0{,}0436$ m	4 s	5,05 s
Paraboloide	$l = 0{,}02$ m	7 s	7,46 s
Ellipsoide dont l'axe vertical est double de l'horizontal	$l = 0{,}015$ m	8 s	8,61 s

Si l'on fait attention que Mr. Biot n'a pas donné les fractions de seconde on verra que la différence entre le temps calculé et le temps observé, qui s'élèvent à une seconde dans les deux premières expériences, et seulement à une demi-seconde dans les deux dernières, est comprise dans les limites des erreurs que ce genre d'observations peut comporter. On peut aussi remarquer que les temps observés sont tous quatre moindres que les temps calculés, ce qui vient sans doute que Mr. Biot aura suivi, le mouvement apparent d'un des cercles qui précédent celui des plus grandes oscillations auxquelles se rapportent les temps calculés."

Dans le cas, que la forme du corps enfoncé diffère du paraboloide, Mr. Poisson dit: „On verra que cette correction est très-petite en général"; ce qui s'accorde très-bien avec nos expériences, selon lesquelles la figure du corps enfoncé n'a presqu'aucune influence sensible.

§ 235.

„(§ VII.) Propagation du mouvement dans l'intérieur du fluide, en ayant égard à ses trois dimensions.

On a pour la profondeur à laquelle a lieu le premier *maximum* de vitesse, à un instant donné,

$$z = 2{,}2252 \frac{gt^2}{2};$$

en sorte que ce *maximum* se propage d'un mouvement uniformément accéléré sous une vitesse qui surpasse le double de celle des corps pesants.

Ce qui montre que le second *maximum* de vitesse a lieu entre les deux stations de la molécule fluide, et qui se propage avec une accélération qui n'est pas le quart de celle des corps pesants.

„Le troisième *maximum* a donc lieu, en effet, après la seconde station dont nous avons déterminé l'époque dans le numéro précédent; il se propage sous une vitesse qui n'est que le 15ᵉ de celle de la pesanteur."

§ 236.

Lorsque deux ondes égales se croisent, dont chacune a une partie élevée sur le niveau ordinaire de l'eau, suite par la partie inférieure au niveau, l'élevation, qui nait au moment où les parties élevées des deux ondes s'unissent, a presque la double hauteur de la partie élevée de l'une onde, ou, plus exactement, la hauteur de chacune des deux élevations avant de s'être unies est à leur hauteur pendant leur union comme 1 à 1,79. En Fig. 38 *ab* soit le fond du canal Fig. 12, *cd* soit le niveau ordinaire de la surface du mercure dont la profondeur est de deux pouces.

Nous enfonçâmes verticalement une feuille d'ardoise poudrée au milieu du canal parallèlement aux parois du canal, après avoir marqué sur cette feuille la hauteur du niveau ordinaire du mercure. Les sommets des deux ondes, produites aux deux extrémités du canal par le débaissement de colonnes de mercure également grandes, dépoudraient le tableau jusqu'à la droite *ef*. Au-dessus de la ligne *ef* on aperçut la place *gh*, où les deux élevations s'étaient unies, délivrée de la poudre, et elles avaient indiqué de cette manière la différence de la hauteur des élevations unies et de la hauteur d'une élevation simple. Tab. XXV, page 158, contient les mesures que nous avons faites semblablement au moyen d'un carreau de verre terni dans l'eau de deux pouces de profondeur. Les ondes y furent produites aux deux extrémités du canal par deux colonnes d'eau baissantes de 6 pouces de hauteur et de 5,7 lignes d'épaisseur. La seconde section verticale contient les hauteurs des élevations simples, la troisième les hauteurs des élevations unies. En-dessous nous avons indiqué la moyenne de 12 observations. Voyez §§ 159, 150.

Pendant que le creux d'une onde traverse une élevation, l'interférence apparaît. La construction Fig. 48 en fait voir le procédé. No. 1, *abcde* et *fghik* représentent deux ondes se rencontrant dans les directions des flèches. No. 2, chaque onde a parcouru l'espace d'un seizième de sa largeur de manière que l'élevation et le creux de ces deux ondes se sont réunis dans un quart de leur largeur. On obtient la figure approchée de ces ondes dans ce moment, en construisant les perpendicules $\alpha\beta$, $\gamma\delta$, $\varepsilon\zeta$ sur la ligne AB qui est dans le niveau du fluide. Si l'on soustrait la partie du perpendicule, qui est au-dessous de la ligne AB, de la partie qui est au-dessus de AB, on obtient quelques points de la surface des ondes. En continuant cette construction, on parviendra Fig. 49, No. 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 aux contours successifs de ces deux ondes pendant qu'elles se traversent. Les observations s'accordent avec ces résultats. Voyez page 171. Pour les routes d'oscillation des molécules, elles sont changées par cette rencontre de manière que leurs mouvements horizontaux se détruisent presque entièrement, et que leurs mouvements verticaux se renforcent presqu'au double. Les molécules parcourent ici dans leur ascension et dans leur descension les mêmes routes, elles n'ont donc plus une route circulaire ou elliptique. Voyez § 162. Cette rencontre empêche par un très-petit espace de temps la propagation des ondes. Voyez Tab. XXVI, page 163. Nous avons déterminé le temps dans lequel une onde, produite par une colonne d'eau baissante qui avait 6 pouces de hauteur et 5,7 lignes de diamètre, parcourut le canal Fig. 12 rempli d'eau à 2 pouces, et nous avons comparé le temps dans lequel une onde égale à celle-là parcourut le même espace en rencontrant une autre onde de la même grandeur.

Tab. XXVI, la première section verticale montre le temps dans lequel une onde parcourt les 64 pouces 3 lignes du canal, la seconde montre le temps si l'onde traversa une autre onde également grande dans ce chemin. En dessous on voit les moyennes de ces observations.

Selon ces observations la perte du temps est égale à 7 tierces; mais cette perte n'est pas l'effet d'une seule rencontre; l'onde rencontre dans les circonstances données une série d'ondes. Voyez §§ 164, 165.

Le réfléchissement des ondes produit un phénomène semblable à celui qui est produit par la rencontre. Dans le réfléchissement les deux moitiés d'une onde se traversent. Pendant que la partie antérieure de l'élevation traverse la partie postérieure de l'élevation, celle-ci a presque la double hauteur; pendant que les deux parties du creux de cette onde s'unissent, le creux acquiert presque la double profondeur; pendant que l'élevation et le creux de cette onde s'unissent, l'interférence est produite. Voyez Tab. XXVII, page 167. Les ondes y furent produites à l'extrémité du canal Fig. 12 par le débaissement d'une colonne d'eau de 8 pouces de hauteur et de 5,7 lignes de diamètre.

La première section verticale de la Tab. XXVII montre la hauteur de cette élevation avant son réfléchissement; la seconde montre la hauteur pendant son réfléchissement à l'extrémité du canal. Les ondes dont les creux devait précéder les élevations ont été produites par l'élevation d'une colonne d'eau de 8 pouces de hauteur et de 5,7 lignes de diamètre dans un tuyau enfoncé à 1 pouce. La troisième section verticale de la Tab. XXVII donne la profondeur du creux précédant avant son réfléchissement; la quatrième sa profondeur pendant son réfléchissement.

Ces hauteurs et ces profondeurs ont été mesurées par un compas à ressort bien empointé, dont l'une branche fut mise à la surface extérieure du paroi de verre dans le niveau ordinaire du fluide, l'autre branche indiqua la hauteur ou la profondeur cherchée d'une onde. Les routes d'oscillation des molécules d'une onde, qui est rejetée, ressemblent à celles des molecules de deux ondes qui se rencontrent. Le mouvement vertical augmente pendant que le mouvement horizontal diminue.

L'interférence produite par le réfléchissement est aperçue très-bien par les yeux; la surface de l'eau fait ici un mouvement qui ressemble au mouvement d'un levier dans lequel le point d'appui tombe entre les deux forces. Fig. 47, No. 1, 2, 3, 4, 5 représente les changements qu'une onde éprouve successivement dans son réfléchissement. Voyez §§ 166—168. D'ailleurs les ondes sont rejetées de manière que la direction d'une tranche de l'onde qui s'approche d'un obstacle, et la direction de cette tranche réfléchie forment, avec la surface de l'obstacle réfléchissant des angles égaux. Voyez § 171. Nous avons placé dans le milieu du canal Fig. 12 rempli d'eau à 6 pouces un paroi joignant exactement les deux parois du canal. Ce paroi fut enfoncé successivement 1, 2, 3, 4 et 5 pouces au-dessous de la surface de l'eau. Nous avons produit des ondes à l'extrémité du canal par le débaissement d'une colonne de 4 pouces de hauteur et de 5,7 lignes de diamètre. Nous avons vu que l'une partie de l'onde est rejetée par le paroi, et l'autre partie, sans être troublée par le paroi, se propage dans l'autre moitié du canal où l'on voit très-bien son mouvement, aussi dans la surface. L'onde primitivement produite est donc divisée en deux ondes. Voyez Tab. XXIX, page 174.

Tab. XXIX, la première section verticale indique les profondeurs jusqu'auxquelles le paroi de séparation fut plongé; la seconde indique la plus grande hauteur de l'onde immédiatement devant le paroi; la troisième, la hauteur de l'onde immédiatement derrière le paroi; la quatrième, la hauteur de l'onde qui n'était pas rejetée par le paroi à l'extrémité du canal; la cinquième, la hauteur de l'onde rejetée par le paroi au commencement du canal.

Si l'onde rencontre un paroi Fig. 59 $ABCD$ interrompu par l'ouverture BC, elle se propage en partie par l'ouverture, où elle n'est pas empêchée, et les autres parties en sont rejetées par le paroi. Ces deux parties de l'onde restent toujours conjointes par une troisième partie courbée $7by$, $8by$ etc. et $7fy$, $8fy$ etc. Ces troisièmes parties des ondes produite par l'inflexion sont, comme il semble, des arcs de cercles dont les centres sont C et D. Nous avons fait ces expériences dans une caisse carrée de bois dont les parois avoit 16 pouces de longueur et dont le fond était couvert de mercure à deux lignes. Dans ces expériences le paroi $ABCD$ qui produit l'inflexion termine en même temps la troisième partie de l'onde produite par l'inflexion. Le mouvement ondulatoire n'est pas empêché de cette manière quand on meut un corps, par exemple une rame, dans l'eau, et le relève ensuite. L'eau est accumulée devant la rame. L'élevation produite de cette manière s'infléchit aux extrémités de la rame, et on voit deux tournants qui font des mouvements opposés en arrière des deux arêtes de la rame. Fig. 66, 67, 68, 69 représentent ce procédé. Il semble que les tournants soient produits par l'inflexion qui n'est pas terminée. Voyez §§ 179—180.

Nous venons à expliquer des expériences, qui pourraient, il nous semble, être soumises à l'analyse plus facilement que la précédente où il y avait tant de circonstances influantes sur le phénomène. Nous avons contemplé page 218—224 les oscillations d'un fluide dans un appareil de tuyaux composé d'un tuyau horizontal communiquant avec trois ou plusieurs tuyaux verticaux. Que trois tuyaux verticaux mis à distances égales communiquent avec le tuyau horizontal, et que le fluide soit levé dans le tuyau Fig. 89 A. Si l'on fait tomber la colonne élevée après que le fluide est devenu tranquille, le fluide du tuyau B oscille très-exactement dix fois pendant que le fluide en A et C oscille sept fois. Au contraire, quand le fluide fut levé et retomba en B, les colonnes fluides dans les tuyaux toutes les trois oscillèrent dans le même espace de temps dix fois. Fig. 89 représente un tuyau de bois de 2 pieds de longueur et de $\frac{1}{4}$ pouce carré d'amplitude, dans lequel nous avons fait les expériences suivantes. Ce tuyau était fermé par ses deux bouts. Dans son paroi supérieur il y avait trois trous, deux aux extrémités, et un au milieu de la longueur du tuyau. Nous avions attaché par de la cire d'Espagne à ces trous trois tuyaux de verre de 3,6 lignes de diamètre. Dans la première classe d'expériences que nous avons faites dans cet appareil, où nous avions rempli le tuyau horizontal avec du mercure de sorte que le mercure n'entrait que très-peu dans les tuyaux verticaux, nous avons observé très-exactement que le mercure du troisième tuyau faisait sept oscillations pendant que le tuyau second en faisait dix. Cette raison est très-rapprochée à la raison de $1 : \sqrt{2}$ ou à la raison des racines carrées des longueurs de deux tuyaux, dont l'un joint les deux tuyaux verticaux extrêmes, et dont l'autre joint l'un tuyau extrême avec le tuyau moyen.

Dans la seconde classe d'expériences, que nous avons faites dans cet appareil, nous avons rempli les tuyaux verticaux de mercure à une hauteur de 1 pouce 11 lignes. Ensuite nous avons obtenu les résultats contenus dans la table suivante.

Table XXXVII.

Pour comparer les temps d'oscillation du mercure dans les tuyaux verticaux extrèmes et dans le tuyau moyen de l'appareil Fig. 89, *quand le mercure fut élevé dans l'un des deux premièrs à une hauteur de* 2 *pouces au-dessus de son niveau ordinaire, de laquelle il retombe ensuite.*

Nombre des oscillations [1]	Dans les tuyaux extrèmes	Dans le tuyau moyen
12 oscill.	8 sec. 13 tierces	5 sec. 58 tierces
	8 „ 17 „	6 „ — „
	8 „ 22 „	6 „ 4 „
	8 „ 20 „	
	8 „ 12 „	
moyennes	8 sec. 17 tierces	6 sec.
1 oscill.	41½ tierces	30 tierces

Nous avons fait la troisième classe d'expériences dans un appareil semblable dont le tuyau horizontal avait 37 pouces 4 lignes de longueur. Ces expériences sont centenues dans la table suivante.

Table XXXVIII.

Pour comparer les temps d'oscillation du mercure dans les tuyaux verticaux extrèmes et dans le tuyau moyen de cet appareil.

Nombre des oscillations	Dans les tuyaux extrèmes	Dans le tuyau moyen
12 oscill.	13 sec. 30 tierces	9 sec. 28 tierces
	13 „ 43 „	9 „ 30 „
	13 „ 36 „	9 „ 30 „
	13 „ 40 „	9 „ 30 „
	13 „ 45 „	
moyennes	13 sec. 39 tierces	9 sec. 30 tierces
1 oscill.	1 sec. 8¼ tierces	47½ tierces

Si l'on fait communiquer un grand nombre de tuyaux verticaux, qui sont à distances égales, par un tuyau horizontal de manière que Fig. 87, représente 37 tuyaux de verre, et qu'on les remplisse d'un fluide à une certaine hauteur, et lève ensuite une colonne de fluide par le premier tuyau et la fasse retomber, on voit naître une onde qui se propage par toute la longueur de l'appareil. Après être parvenue à

[1]) Nous appelons *une oscillation* le mouvement d'une colonne en-dessus et en-pessous.

l'autre extrémité de l'appareil, l'onde retourne à celle de laquelle elle est partie; et ainsi de suite. On voit très-bien à travers les tuyaux de verre ce mouvement progressif. Les molécules de l'eau oscillent pendant le mouvement ondulatoire dans un fluide libre dans des routes elliptiques. On peut imaginer ce mouvement composé d'un mouvement horizontal et d'un mouvement vertical. En effet, dans les expériences décrites, ces deux dimensions du mouvement des molécules sont séparées, car dans le tuyau horizontal les molécules ne peuvent se mouvoir que horizontalement, dans les tuyaux verticaux elles ne peuvent se mouvoir que verticalement.

Pour apprendre l'influence d'un choc fait contre une partie de la surface d'un fluide libre sur les parties voisines, nous avons rempli de mercure le tuyau Fig. 85 $\alpha\beta$ de 2 pieds de longueur et de $\frac{1}{4}$ pouce carré d'amplitude, qui avait dans son paroi supérieur neuf ouvertures de 4,6 lignes de diamètre dont chacune était éloignée des deux voisines à 3 pouces, de manière que le mercure formait au-dessus des neuf ouvertures des élevations convexes et égales, aussi hautes que l'adhésion des molécules du mercure entre-elles le rendait possible. Auparavant, l'un de nous avait levé une colonne de mercure par un tuyau pratiqué dans l'ouverture a jusqu'à une hauteur de $\frac{1}{4}$ à 4 pouces où elle fut retenue quelque temps. Ensuite il fit retomber cette colonne de mercure, après quoi le mercure pouvait s'écouler de chaque ouverture dans un des vases séparés b', c', d', e', f', g', h', i'. Nous avons reconnu par ces expériences: 1° que l'on ne peut apercevoir l'effet du choc par lequel le mercure s'écoule des ouvertures que dans un certain nombre de ces trous; il n'y avait donc pas une onde propagée: 2° que plus une ouverture était près du tuyau, plus il s'en écoulait de mercure: 3° que le mercure s'écoulait d'un plus grand nombre de ces ouvertures quand le choc était plus fort: 4° que le choc d'une plus grande colonne n'augmentait point également l'écoulement du mercure de toutes les ouvertures; mais qu'il l'augmentait proportionnellement davantage dans les ouvertures plus éloignées, et moins dans les ouvertures voisines: 5° que la colonne de mercure retombante faisait s'écouler une plus grande quantité de mercure qu'elle ne contenait elle-même, et que ce surplus augmentait très-sensiblement avec la hauteur de la colonne tombante. Voyez Tab. XXX, page 212.

Tab. XXX, la première section verticale indique la hauteur et le poids de la colonne élevée dans le tuyau aa'; la seconde donne le poids du mercure écoulé de b; la troisième, le poids du mercure écoulé de c; la quatrième, le poids du mercure écoulé de d; la cinquième le poids du mercure écoulé de e; la sixième le poids du mercure écoulé de f; la septième, le poids de la somme du mercure écoulé de toutes les ouvertures.

Le mercure jamais dans nos expériences ne s'écoulait des ouvertures g, h, i; mais il s'écoulait dans quelques expériences deux fois des ouvertures les plus voisines de *a*. Il fallait donc écarter dans ces expériences les vases *b'* et *c'* après le premier effet du choc.

§ 237.

Cauchy.

Gleichzeitig mit Poisson beschäftigte sich Cauchy damit, die Bewegung der Wellen aus den Hauptgleichungen der Mechanik abzuleiten. Seine Abhandlung[1]) ist von der Pariser Akademie im Jahre 1815 gekrönt, und jetzt in ihren Memoiren mit bedeutenden Erweiterungen, die ihr der Verfasser durch eine Reihe hinzugefügter Noten gegeben hat, abgedruckt worden. Sie ist aber noch nicht im Buchhandel erschienen, und so sehr wir uns bemüht haben, sie auf einem anderen Wege zu erhalten, und obgleich Herr Cauchy selbst so gefällig war, uns auf unsere Bitte ein Exemplar unmittelbar aus der Druckerei zu verschaffen, so haben wir sie doch, durch Verspätung einer Sendung Bücher, bis jetzt noch nicht bekommen.

Wir kennen daher über diese Abhandlung nur das, was Fourier in seiner Analyse des travaux de l'acad. roy. des sc. pendant l'année 1823, p. 27 darüber gesagt, und was Cauchy selbst in einem an uns gerichteten Briefe darüber erwähnt hat.

Unter Anderem sagt Fourier: Pour connaître les lois générales des ondes produites par l'émersion d'un très-petit corps, il est indispensable de conserver dans la solution une fonction qui exprime la forme entièrement arbitraire du solide plongé. C'est ce qui a lieu aussi dans une question analogue, celle des mouvements vibratoires d'une table élastique de dimensions indéfinies: la solution qu'on a donnée de cette question n'est générale que par ce qu'on y a conservé une fonction entièrement arbitraire relative à la forme initiale de la surface. L'analyse par laquelle Mr. Cauchy exprime le mouvement des ondes satisfait à cette condition: elle convient à une forme quelconque du corps immergé. C'est le caractère principal des recherches qu'il vient de publier. Il en déduit une conséquence conforme à celle que nous avions fait remarquer dans une note imprimée en 1818, savoir, que les vitesses et les hauteurs de différentes ondes, produites par l'émersion d'un corps cylindrique, ne dépendent pas seulement de la largeur et de la hauteur de la partie plongée, mais encore de la forme de la surface qui termine cette partie. On doit remarquer avec l'auteur le cas où la courbe propre à cette surface, étant divisée en deux parties symmétriques, tourne constamment sa convexité vers l'origine des coordonnées, et présente au point le plus

---

[1]) [Oeuvres complètes d'Augustin Cauchy. Ire. Série. T. I, p. 5.]

bas une sorte de rebroussement. Alors les ondes propagées avec une vitesse constante peuvent se réduire à une seule. Cauchy drückt sich in seinem Briefe an uns hierüber so aus: der Einfluss, welchen die Gestalt des eingetauchten Körpers auf die Anzahl der entstehenden Wellen hat, ist sehr beträchtlich. In gewissen Fällen, wo der Körper sich in einer Spitze endigt, entsteht nur eine einzige Welle.

Fourier bemerkt auch noch, dass die von Cauchy gegebene Auflösung auf eine Weise ausgedrückt ist, welche bei ihrer Anwendung die Berechnungen sehr leicht macht, und den ganzen Vorgang der Erscheinung bis ins Einzelne erkennen lässt.

§ 238.

Bidone.

Es folgt nun die Abhandlung von Bidone, einem italienischen Geometer in Turin. Auch diese Abhandlung, welche im Recueil de l'Acad. de Turin, tome XXV, Année 1820 enthalten ist, haben wir nicht bekommen können, da dieser Theil der Turiner Denkschriften auf den Universitätsbibliotheken in Halle und Leipzig, und der Bibliothek in Dresden nicht vorhanden war. Wir kennen daher blos den sehr kurzen Auszug aus dieser Abhandlung in den Bullet. de la société philomatique 1823, Seite 111, 112.

Bidone hatte sich vorgesetzt, die Resultate der Versuche über die Fortpflanzung der Wellen mit den Resultaten der Poisson'schen Theorie zu vergleichen. Er hat dabei eine Schwierigkeit zu besiegen gehabt, indem bei der Erregungsweise, die Poisson voraussetzt, der Körper, welcher schnell aus dem Wasser gezogen wird, eine Wassersäule bis zu einer gewissen Höhe über dem Niveau mit sich fortreisst, welche, indem sie auf der Stelle wieder niedersinkt, selbst Wellen hervorbringt. Auf diese dem eingetauchten Körper beim Herausziehen nachfolgende Wassersäule ist von Poisson natürlich nicht Rücksicht genommen worden, da sie aus zwei Ursachen entsteht, die der Einfachheit wegen stets aus diesen Rechnungen ausgeschlossen werden müssen, nämlich dem Drucke der Atmosphäre gegen die Oberfläche des Wassers, und der Adhäsion der Theilchen des Wassers am eingetauchten Körper. Um nun Wellen hervorzubringen, welche blos von der Gestalt des eingetauchten Körpers, und blos von der Wirkung der Schwere herrühren, beobachtete er die an der Oberfläche des Wassers sich fortpflanzenden Wellen in dem Augenblicke, wo man den Körper aus dem Wasser zu ziehen anfing.

In den Versuchen, in welchen alle Voraussetzungen der Theorie hinreichend erfüllt wurden, stimmten die Resultate mit den Angaben der Poisson'schen Rechnung überein.

Zweiter Haupttheil.

Wellen in Beziehung auf Schall und Licht.

Erste Abtheilung.

Wellen in Beziehung auf den Schall.

Abschnitt I.

Ueber die sekundäre (transversale) fortschreitende Schwingung, oder über die Wellen durch Beugung, an fadenförmigen, gespannten Körpern.

§ 239.

In welcher Richtung man eine gespannte Saite stossen mag, in der Richtung ihrer Länge selbst oder senkrecht auf dieselbe, so wird dieser Stoss jederzeit durch die *ganze* Saite, wie lang sie auch sei, mit einer sehr grossen, aber noch messbaren Geschwindigkeit fortgepflanzt, und am anderen Ende der Saite wahrnehmbar, z. B., wenn man die Saite daselbst, indem man die Ohren verschliesst, zwischen die Zähne fasst. Es ist dieses der nämliche Vorgang, durch welchen der Schall auch in der Luft, im Wasser und durch alle festen Körper fortgepflanzt wird, z. B. mitten durch Felsen hindurch, wenn ein Bergmann das Klopfen eines anderen, in einer entfernten Gewerkstrecke arbeitenden Bergmanns hört.

Dieser Vorgang besteht nämlich in einer Fortpflanzung einer Schwingung von Theilchen zu Theilchen, die Chladni die *mitgetheilte longitudinale Schwingung,* Savart die *mitgetheilte tangentiale Schwingung* genannt hat. Diese Namen rühren daher, dass die Theilchen einer Saite im gewöhnlichen Falle, bei diesem fortgepflanzten Stosse, in der Richtung der Länge der Saite, oder, bei einem durch eine Fläche fortgepflanzten Stosse, in der Richtung der Tangenten dieser Fläche sich hin und her bewegen. Aber da der Stoss bei Körpern, die einen kubischen Raum erfüllen, wie die Luft oder Felsen, weder blos der Länge nach, noch blos in der Richtung der Tangenten dieser Körper fortgepflanzt wird, so ziehen wir es vor, die Wellen, welche mit dem fortgepflanzten Stoss ein und dasselbe sind, *primäre* Wellen zu nennen.

Die Richtung, in welcher der Stoss fortschreitet, ist also unabhängig von der Richtung, in der sich die durch den Stoss bewegten Theilchen bewegen, wie Savart auch an flächenförmigen Körpern durch sehr schöne Versuche bewiesen hat. *abcdef* Fig. 105 seien kleinste

Theile einer Saite AB, welche, vermöge ihrer gegenseitig anziehenden Kräfte, in einer gewissen Spannung sich befinden, d. h. in einem Verhältnisse zu einander stehen, vermöge dessen sich keines dem anderen nähern, oder von ihm entfernen kann, ohne ihm eine Bewegung nach derselben Richtung mitzutheilen. Gesetzt das Theilchen c würde nach d zu gestossen, so kann es sich d nicht nähern, ohne auch d in Bewegung zu setzen. Da nun aber d sich gleichfalls nicht nach e zu bewegen kann, ohne e gleichfalls eine Bewegung nach f mitzutheilen u. s. f., so muss der Stoss nach dem Ende B zu auf eine ähnliche Weise fortschreiten, wie er durch eine Reihe sich berührender, elfenbeinerner Kugeln fortschreitet. Allein da c sich auch nicht nach d zu bewegen, und von b entfernen kann, ohne b gleichfalls nach B in Bewegung zu setzen, und b gleichfalls a bewegen muss, wenn es sich selbst nach B zu bewegen will, so muss von d theils ein Stoss nach B zu, theils ein Stoss nach A zu fortschreiten, mit dem Unterschiede, dass die Theilchen, welche durch den nach B zu fortschreitenden Stoss in Bewegung gesetzt werden, sich in der nämlichen Richtung als der fortschreitende Stoss bewegen; dass dagegen diejenigen Theilchen, die durch den nach A zu fortschreitenden Stoss in Bewegung gesetzt werden, sich in der entgegengesetzten Richtung bewegen, als die des fortschreitenden Stosses ist. Das Theilchen c kann sich aber auch nicht in der Richtung nach γ bewegen, ohne sich von b und d zu entfernen, und also b und d in Bewegung zu setzen. In dem Falle wenn b und d, c gewisse Flächen zukehrten, die in einer bestimmten Lage gegen die Flächen von c zu bleiben strebten, wie das bei steifen Körpern der Fall ist, würde sich c auch nicht nach γ bewegen können, ohne b und d eine Bewegung in einer parallelen Richtung unmittelbar mitzutheilen. Derselbe Fall würde zwischen d und e, e und f Statt finden, und so würden zwei Stosswellen von c nach B und von c nach A fortschreiten, welche die Theilchen, durch welche sie hindurchgehen, in eine Bewegung setzten, deren Richtung senkrecht auf der Bahn der Welle wäre. Alle diese Stosswellen würden mit derselben Geschwindigkeit fortschreiten, mit einer Geschwindigkeit nämlich, welche mit der durch den Zusammenhang der Theilchen herrührenden Spannung wächst und mit dem Gewichte der Theilchen abnimmt. Die Ursache dieser ersten Klasse von Wellen ist eine Verdünnung oder Verdichtung, die sich von Theilchen zu Theilchen fortpflanzt.

Es giebt aber eine zweite Klasse von Wellen, welche nicht nothwendig mit Verdünnung oder Verdichtung verbunden zu sein braucht, sondern bei deren Fortpflanzung eine blosse Verschiebung der Theile, ohne Verdünnung oder Verdichtung, Statt zu finden braucht, und welche ihre grosse Verschiedenheit von der ersten Klasse von Wellen dadurch beurkundet, dass ihr Fortschreiten viel langsamer geschieht als bei jener. Ein vollkommen passendes Beispiel einer solchen Schwingung würde ein unausdehnbarer, vollkommen biegsamer Faden geben, der an seinem Ende über eine Rolle gespannt und an irgend einer Stelle senkrecht auf seine Länge gestossen würde. In diesem Falle bringt die Fortpflanzung des ersten Stosses eine Ausbeugung hervor; aber am Fortschreiten dieser Ausbeugung hat die Fortpflanzung des ersten Stosses keinen Antheil, vielmehr ist es das Bestreben der Theilchen des Fadens in die geradlinige Lage zurückzukehren, durch welches die benachbarten Theilchen, welche sich noch in der ursprünglichen Lage befinden, genöthigt werden, aus derselben zu weichen, worauf denn auch diese, durch das Bestreben in ihre ursprüngliche Lage zurückzukehren, gleichfalls die benachbarten ruhenden Theilchen aus ihrer Lage verschieben.

Ein solcher Faden AB, Fig. 106 (1.), sei in die Lage $AbcdefB$ gebracht. Dies war geschehen, ohne dass sich der Faden ausdehnte, vielmehr musste sich durch den fortgepflanzten Stoss so viel von dem Faden bei b über der Rolle heraufziehen, als Abc grösser als $Ab'c$ ist. Schon durch eine Zerlegung der hier wirkenden Kräfte sieht man ein, dass eine solche Welle fortschreiten muss. Die Spannung zwischen allen Punkten des Fadens ist nämlich gleich gross; daher wird b eben so stark nach A als nach c gezogen. Die Kraft Ab lässt sich aber zerlegen in eine Kraft bb' und bb''. Die Kraft bc aber lässt sich auf ähnliche Art in die Kraft bb' und bb''' zerlegen. Da sich nun die Kräfte bb'' und bb''' aufheben, so bleibt nur die verdoppelte Kraft bb' übrig, mit welcher das Theilchen nach b' strebt. c dagegen wird zu gleicher Zeit eben so stark nach b als nach d gezogen. Die Kraft cb lässt sich zerlegen in die Kraft cc' und cc''; eben so lässt sich die Kraft cd in die Kraft cc' und cc''' zerlegen. cc'' und cc''' heben sich auf, und das Theilchen bewegt sich also vermöge der verdoppelten Kraft cc' nach c'. Durch diese gleichzeitigen Bewegungen erhält der Faden die Lage $Ab'c'defB$. Wendet man dieselbe Betrachtungsart auf diese neue Lage des Fadens an, so erhält in einem zweiten Momente (2.) der Faden die Lage $Ab'cd'efB$, und in einem dritten Momente (3.) die Lage $Ab'cde'fB$.

Weil diese Wellen nur eine dem fortgepflanzten Stosse nachfolgende Wirkung sind, nennen wir sie *sekundäre*, und unterscheiden sie dadurch von jener ersten Klasse von Wellen, welche ein und dasselbe mit dem fortgepflanzten Stosse sind, und die wir deswegen *primäre* genannt haben. Daraus, dass die sekundären Wellen Statt finden können, ohne eine Verdünnung oder Verdichtung der Theilchen mit sich zu führen, folgt aber noch nicht, dass sie nicht dennoch häufig von ihr begleitet wären, wie das in der That bei Saiten, die fest aufgespannt sind, der Fall ist.

§ 240.

Die sekundären Wellen lassen sich an aufgespannten Seilen von 50 Fuss Länge und $\frac{1}{3}$ Zoll Durchmesser sehr gut beobachten, indem man hier das successive Fortschreiten der Welle mit Augen sehen kann. Seite 1 sind solche Versuche erwähnt, und Fig. 1 abgebildet worden. Sind nämlich die Punkte *abcd* durch einen schnellen Stoss von unten nach oben in die Lage $a'b'c'd'$ gebracht worden, so rückt die entstandene, über der Linie des ruhenden Seiles erhabene Ausbeugung in sechs auf einander folgenden Zeitabschnitten bei (2.) (3.) (4.) (5.) (6.) (7.), ohne beträchtlich niedriger zu werden, bis ans Ende B, wird hierauf in dem folgenden Zeitraume von dem Befestigungspunkte B zurückgeworfen, und nimmt dabei die umgekehrte Lage an, so dass die Ausbeugung nun unter die Linie des ruhenden Seiles vertieft ist, statt dass sie vorher erhaben war, und in dieser Gestalt nach dem Ende A zurückschreitet, wo sie, von Neuem zurückgeworfen, ihre Lage über der Linie des ruhenden Seiles wieder annimmt, und dann den Weg von A nach B und von B nach A auf die beschriebene Weise oftmals wiederholt.

An einem dicken, 190 Fuss langen Seile, welches über die Saale bei Halle gespannt war, sahen wir die Welle 16 Mal über den Fluss hinüber und herüber laufen.

Eine sorgfältigere Beobachtung eines einzelnen Punktes des Seiles, z. B. f, lehrt, dass wenn die Welle (bei 3.) bis nach f vorwärts gerückt ist, f allmählig nach f' (bei 4.) steigt, und hierauf (bei 5. und 6.) nach f zurückkehrt, indem es um ein kleines wenig unter die Linie des ruhenden Seiles herab sinkt und von da vollkommen in die Lage des ruhenden Seiles zurückkehrt. (Da der Punkt f, wenn der Stoss stark, aber nur augenblicklich ist, nach der später zu entwickelnden Theorie nur bis zur Lage des ruhenden Seiles herabsinkt, so haben wir in der Zeichnung den Umstand, dass er bei unseren Versuchen, wo der Stoss nicht wirklich momentan war, um ein sehr geringes unter diese Linie herabsank, vernachlässigt.) Hierauf ruht der Punkt f, bis die Welle, am Ende B zurückgeworfen, (bei 9.) wieder an ihn kommt, und ihn auf dieselbe Weise, aber in der entgegengesetzten Richtung, d. h. nach abwärts und dann zurück nach aufwärts, zu bewegen nöthigt. Ist daher das Ende B sehr weit von f entfernt, und dauert es daher sehr lange, bis die Welle nach B gelangt, und von B zurückgeworfen nach f zurückkehrt, so beharrt f sehr lange in seiner Ruhe, und würde immer in Ruhe bleiben, wenn das Seil unendlich lang wäre.

§ 241.

Eine Abänderung bemerkt man in der Erscheinung, wenn man das Seil AB, Fig. 107, bei c mit dem Finger fasst, in der Linie des ruhenden

Seiles festhält, zugleich aber b nach aufwärts spannt, und dann, an beiden Stellen das Seil loslassend, es sich selbst überlässt. Die aus der Lage gebrachten Theilchen des Seils bewegen sich von der Ruhe ab nach der Lage ihres Gleichgewichts zurück. Es ereignet sich dann, was in der Figur von (2.) bis (15.) für 15 auf einander folgende Zeitmomente abgebildet ist. Nachdem nämlich die Ausbeugung $Ab'c$ (3.) fortgeschritten ist, ist die über der Linie des ruhenden Seils erhabene Ausbeugung (Wellenberg) $cd'e$ viel niedriger (nach der Theorie halb so niedrig) geworden, und in $Ab''c$ ist eine unter der Linie des ruhenden Seils vertiefte Ausbeugung (Wellenthal) von gleicher Grösse als $cd'e$ entstanden. Beide, der Wellenberg und das Wellenthal, laufen nach dem Ende B hin, der Wellenberg voraus, das Wellenthal nach, (4.) (5.) (6.) (7.) (8.). Im 9. Momente (9.) prallt der Wellenberg an B ab. Was hier bei der Abprallung geschieht, lässt sich nicht deutlich beobachten: nach der Rechnung nimmt das Seil die Gestalt (9.) (10.) (11.) an; aber das lässt sich beobachten, dass die Welle hierauf die Gestalt (12.) erhält, welche sich dadurch von der Gestalt vor ihrer Anprallung unterscheidet, dass der Theil, der nach A zu (wie bei (13.) (14.) (15.) dargestellt ist) voranschreitet, das Thal ist, statt vorher der Berg der vorausgehende Theil der Welle war. Die Welle hat also eine Bewegung in entgegengesetzter Richtung von B nach A erhalten.

Beobachtet man einen einzelnen Punkt des Seils, z. B. e, wenn (bei 3.) die Welle zu ihm gekommen ist, so sieht man, dass sich e nach e' (bei 4.) bewegt, sogleich aber nach e durch die Lage des ruhenden Seils hindurch bis nach e'' heruntergeht (5.) (6.), um dann nach e augenblicklich zurückzukehren (7.). Hier beharrt er so lange ruhig, bis die bei B zurückgeworfene Welle zu ihm gekommen ist, und ihn in eine umgekehrte Bewegung versetzt, indem er sich dann von e zuerst nach e'', dann sogleich nach e' und hierauf ununterbrochen nach e zurückbewegt.

§ 242.

Erregt man mehrere Wellen von der, Fig. 1 oder Fig. 106 abgebildeten Gestalt, so bemerkt man, dass niemals eine grössere Welle geschwinder ist als eine kleinere, und daher nie eine vorherlaufende von einer nachfolgenden eingeholt werden kann, wie das beim Wasser der Fall ist; ferner, dass wenn sie sich begegnen, sie sich in der Fortsetzung des Laufs nicht hindern, und, ohne den geringsten bemerkbaren Zeitverlust zu veranlassen, durch einander durchgehen. Hierdurch unterscheiden sie sich wesentlich von den Wasserwellen, bei deren Durchkreuzung ein kleiner aber doch merklicher Zeitverlust Statt findet (siehe S. 163), und die zwar auch in den meisten Fällen durch einander durchgehen, ohne dabei merklich ihre Gestalt zu verändern, aber in einem Falle nicht durch einander durchgehen, sondern mit einander verschmelzen, dann nämlich, wenn eine kleinere Welle von einer grösseren von demselben Punkte ausgegangenen, aber etwas später entstandenen, eingeholt wird, wo dann die kleinere nicht hinter der grösseren zurückbleibt, sondern sich mit ihr vereinigt, eine wichtige Beobachtung, die wir mit Quecksilber in dem Fig. 33, S. 143, beschriebenen Instrumente gemacht haben. Dieser Fall kann bei den Wellen eines Seils nicht eintreten, wo grosse und kleine Wellen stets gleiche Geschwindigkeit besitzen.

Bei dem Durcheinandergehen der Wellen sieht man, dass während zwei Wellenberge an einem Orte zusammenfallen, ein dem Anschein nach viel höherer Wellenberg entsteht, der sich darauf wieder in zwei kleinere, nach entgegengesetzter Richtung gehende Wellenberge theilt. Dasselbe findet bei der Begegnung von zwei Wellenthälern Statt. Endlich, wenn sich ein Wellenberg und ein Wellenthal begegnen, bilden beide im Momente ihres Zusammenfallens eine Interferenz, so dass das Seil an dieser Stelle für einen Moment eine gerade Linie bildet. Eben so wie die Wasserwellen (siehe Seite 86), ist die Welle eines Seils die Form einer Gesammtheit von Theilchen, die dadurch fortschreitet, dass vorn neue Theilchen in sie aufgenommen werden, während hinten immer andere aus ihr heraustreten. Die wirkliche Bewegung, die die scheinbare Bewegung veranlasst, ist eine Schwingung, von der die einzelnen Theilchen des Seils successiv ergriffen werden. Um sich daher das Fortschreiten der Wellen eines Seils anschaulich zu machen, lese man, was Seite 95—98 über das Fortschreiten der Wasserwellen gesagt ist. Eben so wie dort kann es hier Wellenberge und Wellenthäler geben, die aber nicht nothwendig immer verbunden vorkommen; eben so wie dort besteht ein Wellenberg aus einer vorderen Hälfte (Vordertheil), deren Theilchen im Steigen, und aus einer hinteren Hälfte (Hintertheil), deren Theilchen im Sinken begriffen sind; eben so wie dort besteht das Wellenthal aus einer vorderen Hälfte (Vordertheil), deren Theilchen im Sinken, und einer hinteren Hälfte (Hintertheil), deren Theilchen im Steigen begriffen sind; eben so wie dort nimmt ein Theilchen des Seils, indem die Welle an seinem Orte vorübergeht, vom vorderen Fusse bis zum Gipfel der Welle, und vom Gipfel bis zum hinteren Fusse derselben successiv alle Lagen in der Wellenform ein.

§ 243.

Aber die Bahn, in welcher jedes Theilchen schwingt, während die Welle durch den Ort desselben durchgeht, unterscheidet sich sehr wesentlich von der, in welcher sich die Wassertheilchen bei dem Wellenschlage bewegen. Weder die Erfahrung noch die Rechnung vermag diese Bahn bei einem fest aufgespannten elastischen Seile genau zu zeigen, aber bei einem unausdehnbaren, über eine Rolle durch Gewichte gespannten Faden, kann man sich durch eine selbst oberflächliche Betrachtung eine sehr anschauliche Vorstellung von derselben erwerben. Wenn das Seil (Fig. 107) die Ausbeugung $Ab'c$ dadurch bekommt, dass c fest gehalten, und b nach b' gezogen wird, so muss sich das ganze unausdehnbare Seil um so viel über die Rolle B heraufziehen, als $Ab'c$ länger als Abc ist. Dadurch muss der Punkt g, der sich, ehe das Seil nach $Ab'c$ heraufgezogen wurde, in h befand, so viel dem Ende A genähert haben als der Zwischenraum hg beträgt. Es fragt sich, welche Bahn wird das Theilchen g durchlaufen, während die aus einem Wellenberge und einem Wellenthale bestehende Welle an dem Orte g vorbeigeht. Wir behaupten, dass es die Fig. 107 (1.) bei g punktirt angegebene Bahn durchlaufen wird. Der entstandene Wellenberg und das ihm folgende Thal $Ab''cd'e$ (3.) enthalten zusammengenommen ein eben so grosses Stück des Seils, als die noch einmal so hohe Ausbeugung $Ab'c$ (1.). Wo die Welle ist, dahin muss nun so viel von dem Seile gezogen werden, als zur Bildung der Ausbeugung nöthig ist. So lange die Welle also sich noch zwischen A und g befindet, bleibt der Punkt des Seils nothwendig in g; wenn dagegen die Welle so weit fortgeschritten ist, dass sie zwischen B und g liegt, so muss g, um so viel als der Zwischenraum gh beträgt, näher nach B gezogen worden sein. Während also die Welle an dem Orte von g vorübergeht, hat g zu gleicher Zeit eine horizontale und senkrechte Bewegung, so dass es, während der Wellenberg an ihm vorübergeht, die Bahn $gg'g''$ (1.), während das Wellenthal vorbeiläuft, die Bahn $g''g'''h$ durchläuft.

§ 244.

Keine Wellenbewegung ist durch Rechnung so vollkommen bestimmt worden, als die der Seile, und bei keiner ist die Rechnung so einfach als bei ihr. Euler[1]) hat, wie wir schon Seite 8 angeführt haben, die Aufgabe, alle Bewegungen, deren eine gespannte, gleichförmig dicke Saite fähig ist, bei der mannigfaltigsten Erregung der Bewegung zu bestimmen, und zwar die Lage der einzelnen Theilchen der Saite für jeden einzelnen Zeitmoment zu finden, vollständig gelöst. Man kann daher für die Wellenbewegung der übrigen Körper, der steifen Körper, des Wassers, der Luft, einen nicht geringen Nutzen daraus ziehen, wenn man sie mit der Wellenbewegung der Seile vergleicht.

---

[1]) Acta Petropolitana, pro anno 1779. Petropoli 1783.

§ 245.

Euler nimmt den Faden, dessen Bewegungen er durch Rechnung bestimmen will, als vollkommen biegsam, unausdehnbar und durch Gewichte gespannt an, so wie er ihn auch so dünn voraussetzt, dass die Verschiedenheit der Bewegungen der verschiedenen Punkte eines Querdurchschnitts desselben ausser Acht gelassen werden kann. Die Lage des Seils setzt er horizontal und unmerklich von der horizontalen Linie abweichend voraus, die Schwingungen des Seils aber so klein, dass man die horizontale Bewegung der Theilchen des Fadens gegen die senkrechte vernachlässigen könne.

Unter diesen Voraussetzungen hatte man schon früher für die Bewegung eines solchen Fadens eine Differentialgleichung gefunden[1]), durch

---

[1]) Diese Differentialgleichung gründet sich auf folgende Betrachtung:

a, b, c seien drei nächst an einander grenzende Punkte des Seils. Wir wollen die Geschwindigkeit, mit welcher das mittlere Theilchen in b (Fig. 108) ankommt, B nennen, und die Geschwindigkeit, mit der es sich von diesem Punkte entfernt, mit $B+\beta$ bezeichnen. Die Kraft, welche das Theilchen im Punkte b beschleunigt oder verlangsamt, ist der Zu- oder Abnahme der Geschwindigkeit dieses Theilchen im Punkte b $(=\beta)$ gleich.

Diese Kraft ist aber nichts anderes als die Mittelkraft aus den zwei Kräften, von welchen die eine (gleich dem spannenden Gewichte P) das Theilchen dem zunächst angrenzenden Punkte a, die andere (ebenfalls $=P$) dem nächst angrenzenden Punkte c zu nähern sucht.

bb' sei nun diese durch die Grösse der beiden Seitenkräfte und durch ihre Richtungen bestimmte Mittelkraft. Wir haben sonach zwei Ausdrücke bb' und β für die Kraft, welche das mittlere Theilchen im Punkte b beschleunigt, gefunden, und es muss daher $bb'=\beta$ sein.

Drückt man nun diese Betrachtung durch die gewöhnliche mathematische Bezeichnung aus: die Geschwindigkeit, mit welcher das Theilchen nach b gelangt, und die, mit welcher es sich davon wieder entfernt, durch die Differentialkoëfficienten der Ordinaten ad und $a'd$, Fig. 109, als Funktionen der Zeit, und die aus Zerlegung jeder Seitenkraft $(=P)$ hervorgehende senkrechte Kraft durch die Differentialkoëfficienten der Ordinaten ad und be als Funktionen der Abscissen, so gelangt man zu der Differentialgleichung, die der Euler'schen Rechnung zum Grunde liegt. Sie ist folgende:

$$\frac{d^2y}{dt^2}=c^2\frac{d^2y}{dx^2}.$$

Ein Theilchen des Fadens AB, Fig. 110, befinde sich in drei auf einander folgenden unendlich kleinen, aber gleichen Zeitabschnitten $(=dt)$, successiv in a, b und c. Der Kürze wegen nenne man $ad=y$, $bd=y'$ und $cd=y''$.

In der Zeit dt durchläuft das Theilchen den Weg $y-y'=dy$, und folglich ist $\frac{y-y'}{dt}=\frac{dy}{dt}$ (der Zahlausdruck des Raums dividirt durch den Zahlausdruck der Zeit) die Geschwindigkeit, mit der das Theilchen in b ankommt.

In dem folgenden Zeitraume dt durchläuft das Theilchen den Weg $y'-y''=dy+d^2y$, der also um d^2y von dem Wege, den das Theilchen in dem vorhergehenderen Integration es EULER gelang, die Gesetze dieser Bewegungen in der grössten Allgemeinheit zu entwickeln.

---

den Zeitraume durchlief, verschieden ist. Es ist alsdann $\frac{y'-y''}{dt}=\frac{dy+d^2y}{dt}$ die Geschwindigkeit, mit der das Theilchen von b sich entfernt.

Der Unterschied dieser beiden Geschwindigkeiten ist nun die Beschleunigung, welche das Theilchen im Punkte b erfährt, $= d^2y/dt$.

Es mögen ferner, Fig. 111, die gleich langen Linien ba und bc die Grössen und Richtungen der Kräfte, welche das Theilchen nach den zwei angrenzenden Theilchen a und c hinziehen, ausdrücken. Die Kraft ba werde in eine horizontale ha, und in eine senkrechte bh zerlegt. Eben so die Kraft bc in die horizontale bk, und in die senkrechte kc. Da das Theilchen, nach der Voraussetzung, dass die Ausbeugung des Seils sehr gering ist, sich in der senkrechten Linie be bewegen muss, so müssen die beiden entgegengesetzten in horizontaler Richtung wirkenden Kräfte ha und bk gleich sein und einander aufheben. Die Differenz der beiden senkrechten entgegengesetzten Kräfte, $kc - bh$, ist aber die Beschleunigung, welche das Theilchen im Punkte b erfährt.

ad heisse $'y$; be, y; cf, y', so ist $bh = y - {}'y = dy$, $ck = y' - y = dy + d^2y$, so dass d^2y den Unterschied zwischen bh und kc bezeichne, oder $d^2y = kc - bh$. Dieser Unterschied d^2y ist aber die Beschleunigung, welche das Theilchen im Punkte b erfährt, wobei aber zu bemerken ist, dass $ha = bk = dx$ sein müsse. Dividiren wir daher d^2y mit dem Quadrate der konstanten Grösse dx, so ist der Ausdruck d^2y/dx^2 der Beschleunigung des Theilchens im Punkte b proportional. Da nun aber auch d^2y/dt^2 der Beschleunigung des Theilchens in demselben Punkte b proportional ist, so ist $\frac{d^2y}{dt^2} = c^2\,\frac{d^2y}{dx^2}$, wo c^2 eine zu bestimmende konstante Grösse anzeigt.

Aus dieser Differentialgleichung bestimmt nun EULER die Bewegungen jedes solchen gespannten Seiles auf folgende Weise.

In der allgemeinen Gleichung, welche, wie wir eben gesehen haben, die Mechanik für die Bewegung der Saiten giebt,

$$\frac{d^2y}{dt^2} = c^2\,\frac{d^2y}{dx^2}$$

ist c eine konstante Grösse, die aus der Spannung P und der durch e/E ausgedrückten Eigenschaft der Saite (wo E das Gewicht eines Stücks der Saite dessen Länge $= e$) zu bestimmen ist. Für unseren Fall ist $c = \sqrt{2geP/E}$, wo g die Fallhöhe im leeren Raume während 1 Sekunde bezeichnet. Bekanntlich kann das vollständige Integral dieser Differentialgleichung des zweiten Grades durch zwei willkürliche Funktionen, wie folgt, ausgedrückt werden:

$$y = \Gamma(ct + x) - \Delta\,(ct - x).$$

Diese allgemeine Gleichung beschränken wir zuerst für unseren Fall dadurch, dass die Ordinate y für $x = o$ und für $y = a$ stets verschwindet. Wir haben daher, wenn $x = o$, $o = \Gamma(ct) - \Delta\,(ct)$ und also $\Delta\,(ct) = \Gamma(ct)$. Es sind also die beiden Funktionen Δ und Γ von gleicher Eigenthümlichkeit. Daraus erhalten wir die für unseren Fall passendere Gleichung

$$y = \Gamma(ct + x) - \Gamma(ct - x).$$

Machen wir $x = a$, so muss nach der zweiten Bedingung $\Gamma(ct + a) = \Gamma(ct - a)$. Setzen wir $ct - a = p$, so ist $ct + a = p + 2a$; woraus hervorgeht, dass die Funktion Γ so beschaffen ist, dass

$$\Gamma\,(p + 2a) = \Gamma\,(p).$$

§ 246.

Die Euler'sche Rechnung gestattet, die veränderte Lage der Saite für jeden Moment geometrisch darzustellen, und da diese geometrischen

---

Stellt man daher diese Funktion durch eine krumme Linie über einer unendlich verlängerten Axe dar, so muss sie in's Unendliche so fortgesetzt gedacht werden, dass allen Abscissen p, $p+2a$, $p+4a$, $p+6a$ u. s. w. und ebenso $p-2a$, $p-4a$, $p-6a$ u. s. w. gleiche Ordinaten zukommen.

Was ferner die Bewegung der Saite betrifft, so schliesst man aus dem gefundenen Werthe der Ordinate y

$$\frac{dy}{dt} = c\Gamma'(ct+x) - c\Gamma'(ct-x).$$

Dieser Werth verschwindet von selbst, wenn man $x=o$ setzt. Setzt man $x=a$, so wird

$$\Gamma'(ct+a) = \Gamma'(ct-a),$$

welches aus der vorhergehenden Bedingung folgt, nach welcher

$$\Gamma(ct+a) = \Gamma(ct-a).$$

Setzt man nun $t=o$, so muss $y=z$ werden (die Ordinaten z bestimmen die anfängliche Lage der Punkte des Seils); folglich wird dann

$$z = \Gamma(x) - \Gamma(-x),$$

$$\text{also } \Gamma(-x) = \Gamma(+x) - z,$$

woraus wir schon sehen, wie die durch die Funktion Γ bezeichnete Kurve rückwärts für negative Abscissen fortgesetzt werden muss.

Wird aber $t=o$ gesetzt, so ist $dy/dt = v$ (gleich den gegebenen Geschwindigkeiten der Theilchen des Seils), und folglich $v = c\Gamma'(x) - c\Gamma'(-x)$, woraus wir für die Differentialfunktion Γ' eine ähnliche Bestimmung herleiten wie vorhin

$$\Gamma'(-x) = \Gamma'(+x) - \frac{v}{c}\cdot$$

Diesen Bedingungen muss also noch Genüge gethan werden, um die allgemeine Lösung auf den vorgelegten Fall zu beschränken und völlig zu bestimmen. Γ und Γ' können nicht unmittelbar verglichen werden.

Da nach der zweiten Bedingung

$$v = c\Gamma'(x) - c\Gamma'(-x),$$

so ist auch

$$v\,dx = c\,dx\,\Gamma'(x) - c\,dx\,\Gamma'(-x),$$

welche Gleichung, integrirt, giebt

$$\int v\,dx = c\Gamma(x) + c\Gamma(-x).$$

So haben wir zur Bestimmung der Eigenthümlichkeit der Funktionen $\Gamma(x)$ und $\Gamma(-x)$ diese zwei Gleichungen erhalten

$$\Gamma(x) - \Gamma(-x) = z \text{ und } \Gamma(x) + \Gamma(-x) = \frac{1}{c}\int v\,dx,$$

woraus wir schliessen, dass

$$\Gamma(x) = \frac{1}{2c}\int v\,dx + \tfrac{1}{2}z \text{ und}$$

$$\Gamma(-x) = \frac{1}{2c}\int v\,dx - \tfrac{1}{2}z.$$

Konstruktionen genau mit der Erfahrung übereinstimmen, so wollen wir die Methode derselben genauer entwickeln.

Die Linie ACB, Fig. 112, sei die gegebene Lage des Fadens. Man ziehe die Linie DFE, so dass, für gleiche Abscissen x in den beiden Linien ACB und DFE, die Ordinaten v der letzteren Linie dem Raume gleich ist, den der Punkt C in einer Sekunde vermöge seiner jetzigen Geschwindigkeit durchlaufen würde. Man konstruire eine dritte Linie GKH, so dass, für gleiche Abscissen x in den beiden Linien DFE und GKH, die Ordinaten s der letzteren Linie $= \int v dx : c$ genommen werden, wo v, wie wir schon erwähnt haben, die entsprechende Ordinate der Linie DFE, und c eine konstante Grösse $= \sqrt{2geP/E}$ (g bezeichnet den Fallraum eines Körpers im leeren Raume während einer Sekunde, E das Gewicht für einen Theil des Fadens, dessen Länge e ist, P das Gewicht, welches den Faden spannt), von der wir nachher sehen werden, dass sie die Geschwindigkeit, mit welcher sich die Welle fortpflanzt, angiebt.

Endlich nehme man eine nach beiden Seiten beliebig lange Abscissenlinie LM, und in ihr einen Anfangspunkt A, und konstruire von diesem Punkte aus nach rechts und nach links zwei Linien ANO und APQ, so dass für gleiche Abscissen x in den vier Linien ANO und APQ, GKH und ACB die Ordinaten der ersten dieser Linien $ANO = \frac{1}{2}(s + z)$, und die Ordinaten der zweiten dieser Linien $APQ = \frac{1}{2}(s - z)$ sind, wo s und z die Ordinaten der zwei letzten dieser Linien, s die der Linie GKH, und z die der Linie ACB anzeigt. Wiederholt man diese Konstruktion, indem man das Ende Q der Linie APQ an das Ende O der Linie ANO ansetzt, so ist man mit Hülfe dieser beiden in A zusammenhängenden Linien $ANOP'A'$ und APQ im Stande, für jeden Zeitpunkt die Lage jedes Punktes des Fadens zu bestimmen, der anfänglich die Lage ACB hatte. Man schneide nämlich vom Punkte A der Abscissenlinie LM nach O ein Stück ct (d. i. die Länge des Weges, welchen die Welle in dem angenommenen Zeitraume durchläuft) ab. Von dem Durchschnittspunkte aus schneide man nach rechts und links die Entfernung irgend eines Punktes des Fadens von dem Anfangspunkte desselben ab. Der Unterschied der beiden Ordinaten in diesen letzteren Durchschnittspunkten giebt die gesuchte Abweichung jenes Punktes des Fadens von der Lage der Ruhe an.

Mit Hülfe dieser Formel kann man blos durch die Grössen v und z die Werthe der Funktion Γ sowohl für positive Abscissen ($+ x$) als für negative ($- x$), vom Ende $x = o$ bis zum Ende $x = a$, bestimmen, so dass die Gestalt dieser Funktion für den Zwischenraum $= 2a$ beschrieben werden kann, was hinreicht, um diese Funktion nach beiden Seiten ins Unendliche fortzusetzen, weil in den Zwischenräumen $= 2a$ immer dieselben Ordinaten wiederkehren.

§ 247.

Diese Konstruktion wird sehr vereinfacht, wenn die Welle entweder so hervorgebracht wird, dass die Theilchen an einer Stelle des Fadens zwar aus der Lage des Gleichgewichts gebracht, ihnen aber doch anfänglich keine Geschwindigkeit der Bewegung mitgetheilt worden war, oder dass die Theilchen an einer Stelle des Fadens schon eine beträchtliche Geschwindigkeit in senkrechter Richtung erlangt haben, während sie von ihrer Lage noch nicht merklich abgewichen sind, oder dass den Theilchen an einer Stelle des Fadens eine Geschwindigkeit in senkrechter Richtung mitgetheilt, und sie zugleich aus der Lage des ruhenden Seils entfernt worden sind, dass aber in allen Punkten des Seils die Geschwindigkeiten diesen Entfernungen proportional sind.

Wenn man einen Theil des Fadens in der Mitte desselben aus der Lage des Gleichgewichts bringt, und ihn dann sich selbst überlässt, ohne ihm eine anfängliche Bewegung mitzutheilen, z. B., wenn man ihn, Fig. 113, bei b und c festhält, und ihn von a nach a' in die Höhe zieht, hierauf ihn aber in allen drei Stellen zugleich loslässt, so erhält man als Hülfslinien zwei bei A, Fig. 114, an einander grenzende gleiche und ähnliche Linien, von welchen aber die, welche nach O zu von A liegt, über der Abscissenlinie, die andere unter der Abscissenlinie liegt. Die Ordinaten jeder dieser Linien sind für gleiche Abscissen gleich der Hälfte der gegebenen Entfernung der Theilchen von der Lage des ruhenden Seils. Bestimmt man den angegebenen Regeln gemäss aus diesen Hülfslinien die Lage des Seils für die nächst folgenden Zeiträume, so zeigt sich, dass die Ausbeugung sich in zwei halb so grosse theilt, welche nach den beiden entgegengesetzten Richtungen A und B fortschreiten, so wie es Fig. 115 für die zehn nächsten Zeitmomente dargestellt ist. Man sieht, dass sich hier kein Thal nachbildet. An das Ende A und B gelangt, werden die beiden Wellenberge im 5. und 6. Zeitmomente (5.) (6.) zurückgeworfen, nehmen dabei die umgekehrte Lage (unter der Linie des ruhenden Seils) an, laufen dann nach der Mitte zurück, und vereinigen sich in eine noch einmal so hohe Ausbeugung (10.), und gehen hierauf durch einander durch, ohne sich in ihrem Laufe zu stören.

Wird die Welle auf dieselbe Weise an dem Ende A des Seils so erregt, dass die Punkte $Ab'c$, Fig. 116, keine Geschwindigkeit erhalten, so ist der Vorgang der nämliche wie im vorhergehenden Falle. Nach den angegebenen Regeln fällt nämlich die zur Bestimmung der Lage des Seils in jedem Zeitpunkte erforderliche Hülfslinie wie Fig. 117 aus. Durch die Bestimmung der künftigen Lagen des Seils aus dieser Hülfslinie erkennt man, dass die Ausbeugung $Ab'c$ sich in zwei halb so hohe theilt, von welchen die eine nach B fortschreitet, die andere, unmittelbar von A zurückgeworfen, die umgekehrte Gestalt, Fig. 118, $Ab''c$ (3.) annimmt, und nun als ein Thal dem vorausgehenden Berge nachläuft. Im 2. Momente (2.) war der nach A fortschreitende Wellenberg erst halb zurückgeworfen, so dass die zurückgeworfene, in ein Thal verwandelte Welle mit der noch nicht zurückgeworfenen Hälfte des Wellenbergs zusammenfällt, und sich durch Interferenz für einen Augenblick aufhebt, so dass man von dieser ganzen Welle im zweiten Zeitraume nichts sieht. (4.) bis (8.) stellen das Fortschreiten des Wellenbergs und des nachfolgenden Wellenthals nach dem Ende B vor. Im 9. Zeitmomente (9.) ist der Wellenberg so weit an B angeprallt, dass seine eine Hälfte zurückgeworfen und in ein Wellenthal verwandelt, seine andere Hälfte noch nicht zurückgeworfen ist. Beide Hälften fallen in einander, und heben sich durch Interferenz für einen Moment auf. Im 10. Zeitraume ist der voranschreitende Wellenberg ganz zurückgeworfen, und in ein Wellenthal verwandelt worden, und weil dieses Wellenthal mit dem schon früher vorhandenen Wellenthale zusammenfällt, bildet sich eine Ausbeugung unter der Linie des ruhenden Seils, welche der ursprünglichen am Ende A des Seils über der Linie des ruhenden Seils hervorgebrachten Ausbeugung an Höhe und Gestalt gleich ist. Die zusammengefallenen Wellenthäler theilen sich nun im 11. Zeitmomente wieder, nachdem sie durch einander durchgegangen sind. Das erstere schreitet nach A fort, das zweite ist halb zurückgeworfen, und weil der zurückgeworfene, in einen Berg verwandelte Theil desselben mit dem noch nicht zurückgeworfenen Theile zusammenfällt, so heben sich beide Hälften für einen Moment durch Interferenz auf. Erst im 12. Momente ist die ganze Welle zurückgeworfen, so dass alle Theile derselben nach A zu zurückschreiten; sie ist aber umgekehrt worden, denn jetzt ist der voranschreitende Theil ein Thal, der nachfolgende ein Berg. So rückt nun die umgekehrte Welle, wie (13.) (14.) (15.) (16.) zeigt, weiter nach A fort.

Man sieht hieraus, dass der Vorgang nach der Konstruktion genau so Statt findet, wie wir ihn (siehe Seite 331) durch Versuche gefunden haben.

§ 248.

Giebt man den mittelsten Theilen abc, Fig. 119 (1.), des Fadens durch einen momentanen Stoss eine beträchtliche Geschwindigkeit, z. B. nach oben, ehe sie sich noch merklich von der Lage der Ruhe haben entfernen können, so kann man die Lage des Fadens durch die Linie AB (1.) selbst ausdrücken, und die Geschwindigkeiten jedes Punktes derselben durch die Ordinaten der Linie, Fig. 120, darstellen. Die übrigen zur Bestimmung des Laufs der Wellen nöthigen Hülfslinien haben dann die Gestalt Fig. 121. In gleichen Entfernungen vom Punkte A, dem Anfangspunkte der beiden ins Unendliche sich erstreckenden Hülfslinien, haben diese stets gleiche Ordinaten ($= \frac{1}{2}\int v dx : c$, wie es aus den Regeln ihrer Konstruktion Seite 337 sich ergiebt), und diese sind auch auf einerlei Seite der Abscissenlinie gelegen. Hieraus ergiebt sich, dass nach Verlauf des ersten Zeitraums sich eine über der Linie des ruhenden Fadens erhabene Ausbeugung von der doppelten Breite des gestossenen Stücks, wie sie bei (2.), Fig. 119, dargestellt ist, sich gebildet hat. Im 3. Zeitmomente (3.) schreiten die zwei Hälften dieser Ausbeugung fdb und gec nach entgegengesetzten Richtungen fort, lassen aber das Stück bc des Fadens in einer der Lage des ruhenden Fadens parallelen, über derselben erhabenen Lage hinter sich zurück. Da das Stück bc in Ruhe ist, so kann nur die Beugung fdb und ceg, welche hier konkav sind, als Wellen angesehen werden, die nun immer weiter, (4.) und (5.), nach den beiden Enden A und B fortschreiten, indem sie sich immer mehr von einander entfernen. Bei (6.) werden sie vom Ende A und B zurückgeworfen, wobei die Beugungen khf und lig nach oben konvex geworden sind. Sie schreiten von nun an im 7. Zeitabschnitte nach der Mitte des Fadens fort, indem sie sich immer mehr einander nähern, und lassen den Faden kh und li hinter sich in der ruhenden Lage, in welcher er ursprünglich war, zurück. Dieses zeigt sich noch deutlich in (8.) und (9.). Nachdem die beiden Wellen bei (10.) zusammengefallen sind, haben sie sich durch Interferenz für einen Moment aufgehoben, und in zwei unter der Linie des ruhenden Fadens liegende Beugungen verwandelt, welche, sich von einander entfernend, gleichfalls nach den Enden A und B fortschreiten, so wie es (12.) für den nächsten Moment darstellt.

Giebt man einem Theile des Fadens nahe an dem einen Befestigungspunkte eine beträchtliche Geschwindigkeit, ehe er sich noch merklich von der Lage der Ruhe entfernen konnte, so kann man die Lage des Fadens durch die Linie AB, Fig. 122 (1.), ausdrücken, und die Geschwindigkeiten jedes Punktes des Fadens durch die Ordinaten der Linie CD, Fig. 123, darstellen. Die übrigen Hülfslinien haben dann die Gestalt, wie sie Fig. 124 abgebildet sind. Es entsteht, wie man aus der Anwendung dieser Hülfslinien sieht, eine Ausbeugung nach der Seite, wohin der Stoss gerichtet war, und diese schreitet, wie Fig. 1 zeigt, nach dem Ende B fort, ohne an Höhe abzunehmen, und ohne dass ihr ein Wellenthal nachfolgt. Indem sie am Ende B anprallt, wird sie nicht höher, vielmehr bildet ihr zusammenfallendes Vorder- und Hintertheil eine Interferenz, worauf sie sich in eine unter die Linie des ruhenden Fadens vertiefte Ausbeugung umkehrt, indem sie nach A zurückläuft. Auch hier stimmen die Resultate der nach der Rechnung gemachten Bestimmungen mit unseren, Seite 330 mitgetheilten Erfahrungen vollkommen überein. In der Wirklichkeit, wenn man eine Saite anschlägt, nähert man sich nur der hier erwähnten Methode der Wellenerregung, indem die Saite, so schnell auch der Stoss geschehen mag, doch schon während desselben eine merkliche Abweichung von der Lage der Ruhe erleidet. Für diesen Fall findet man durch die Theorie dasselbe, was wir oben, Seite 330, als Erfahrung angegeben haben, dass nämlich dem Wellenberge ein kleines Thal nachläuft.

§ 249.

Man kann daher die über den Lauf der Wellen nach der Euler'schen Rechnung gemachten Bestimmungen dazu anwenden, manches aufzuklären, was man durch Versuche nicht genau ausmitteln kann. Bekanntlich ändert sich, je nachdem man eine Saite in ihrer Mitte oder an ihrem einen Ende langsam aufhebt und fahren lässt, oder sie näher oder entfernter von ihrem Befestigungspunkte anschlägt, der eigenthümliche Klang der Saite (nicht ihre Höhe und Tiefe) etwas ab, und die Verfertiger von Pianoforten befolgen hinsichtlich der Stelle, wo sie die Hämmer an die Saiten schlagen lassen, gewisse Regeln, vermöge deren es in ihrer Macht steht, dem Tone mehr Helligkeit, oder Fülle und Weichheit u. s. w. mitzutheilen. Eben so macht es im Klange einen Unterschied, ob man eine Taste langsam anschlägt, oder schnell in die Höhe prellt. Unstreitig liegt die Ursache des Klanges und Charakters des Tones in der Gestalt, die die Saite bei ihren Schwingungen abwechselnd annimmt. Man würde sehr im Irrthum sein, wenn man glaubte, dass die Saite eines Pianoforte so schwänge, wie Fig. 6 dargestellt ist. Bei einem schnellen Anschlage an einem ihrer Enden wird die Saite vielmehr in eine Wellenbewegung versetzt werden, welche sich einer Schwingung, bei welcher alle Theile der Saite im Gleichgewichte schwingen, nur mehr oder weniger nähert. Diese Behauptung rechtfertigt sich durch die Erfahrung. Spannt man nämlich eine dicke, kurze, weisse Zwirnsschnur auf, und zieht sie in ihrer Mitte langsam aus der Lage des Gleichgewichts, so sieht man sie auf eine ähnliche Weise, wie Fig. 6 darstellt, schwingen. Der Raum $Ab'Bb''$ erscheint dem Auge als ein halbdurchsichtiger Raum, der von zwei weissen, durch das Auge unterscheidbaren Linien $Ab'B$ und $Ab''B$ begrenzt wird, welche nichts sind als die Schnur, die wegen ihrer langsameren Bewegung und Umkehrung an diesen Orten gesehen werden kann.

Zieht man dagegen eine weisse Schnur AB, Fig. 125 in der Nähe eines ihrer Befestigungspunkte bei b langsam nach abwärts aus der Lage ihrer Ruhe, und lässt sie dann los, so sieht man Bc als eine deutliche weisse undurchsichtige Linie, die nach der Mitte des Fadens zu undeutlicher wird. Ueber dieser weissen Linie ist ein halb durchsichtiger Raum, welcher oberhalb bei Bc' nur von einer schwachen weissen undurchsichtigen Linie begrenzt ist. Umgekehrt verhält es sich am Ende A, wo die starke undurchsichtige weisse Linie oben, der halb durchsichtige Raum aber unter ihr liegt. Die Welle nämlich ist zwar in diesem Falle so breit, dass ihre Breite der ganzen Länge des Fadens gleich ist, so dass sie selbst ihren Ort nicht verändern kann, aber der Gipfel derselben läuft abwechselnd von dem Ende A nach dem Ende B, und von B zurück nach A, indem er sich bei seinem Anprallen an die Befestigungspunkte jedes Mal umkehrt, so dass er, wenn er bei A unter der Linie der ruhenden Schnur lag, bei B über dieselbe tritt. Hierbei bewegt sich ein einzelner Punkt so, dass er z. B. die grosse Exkursion cc' in derselben Zeit vollendet als die kleine cc''.

Wie wir später sehen werden, geht der stehenden Schwingung tönender Körper fast immer eine Wellenbewegung voraus, so dass der Einfluss, der den Körper zum Tönen bringt, ursprünglich nur Wellen erregt, welche aber durch ihre Bewegung in ein gewisses Gleichgewicht kommen. Dieses Gleichgewicht wird aber nicht leicht jemals ganz vollkommen sein, so dass immer eine gewisse Undulation mit der stehenden Schwingung verbunden bleibt. Auch in dieser Hinsicht ist es wichtig, den Vorgang der Undulation genau zu kennen.

§ 250.

Um die Euler'sche Berechnung durch Versuche zu prüfen, war es nöthig, die Geschwindigkeit der Wellen eines Seils unter bestimmten Umständen durch Versuche kennen zu lernen, und mit der nach Euler berechneten Geschwindigkeit derselben zu vergleichen. Der Fig. 1 dargestellte, Seite 330 beschriebene Lauf der Welle eines Seils begünstigt eine genaue Messung der Geschwindigkeit der Welle ausserordentlich, weil dabei an den Befestigungspunkten eine sehr heftige und plötzliche Bewegung Statt findet.

Unsere Versuche haben uns zu zwei wichtigen Resultaten geführt, erstlich nämlich, dass die nach Euler berechnete Geschwindigkeit einer Welle so vollkommen mit den Resultaten unserer Versuche übereinstimmt, dass meistens nicht einmal eine Tertie Unterschied zwischen beiden ist. Zweitens, dass eine Welle, sie mag gross oder klein sein, die Länge einer gespannten Schnur genau in derselben Zeit durchläuft, in welcher diese Schnur, wenn sie nach der Art von Fig. 6 schwänge, sich ein Mal von ihrer höchsten Lage bis zu ihrer tiefsten Lage bewegen würde.

Eine runde, aus sehr feinen baumwollenen Fäden durch Maschinen geklöppelte Schnur, welche sehr gleichförmig biegsam und wenig elastisch war, hatte bei einer Länge von 51 Fuss 2 Zoll ein Gewicht von 864 Gran (52,02 g). Sie wurde dadurch horizontal aufgespannt, dass man sie an ihrem einen Ende mit einer Schraube festschraubte, am anderen Ende an einem Rade, Fig. 126, befestigte. Dieses Rad hatte, um die Friktion möglichst gering zu machen, 5 Zoll 10,7 Linien Durchmesser, und drehte sich um eine auf der Drehbank genau cylindrisch gedrechselte, eiserne, $\frac{1}{2}$ Linie Halbmesser habende Axe, die in schmalen Messingringen lief. Die Schnur, deren Wellen beobachtet werden sollten, war mittelst einer senkrecht in die Seitenfläche eingeschraubten Schraube *a* befestigt. Diese Schraube war 5 Zoll 3,5 Linien von der Axe des Rades entfernt, und die Schnur zog in der Richtung der Tangente des Rades im Punkte *a*. Eine seidene bei *b* befestigte Schnur trug ein Körbchen mit Gewichten, und zog das Rad gleichfalls in der Richtung der Tangente. Die Entfernungen, in welchen diese beiden Kräfte von dem festen Punkte des Rades zogen, verhalten sich, dem schon angegebenen Halbmesser gemäss, wie 203 : 201. Die Geschwindigkeiten der Wellen wurden mit der schon mehrmals erwähnten vortrefflichen Tertienuhr des Hallischen physikalischen Apparats, die durch einen leisen Fingerdruck augenblicklich in Gang kam, und durch Aufhören dieses Drucks augenblicklich still stand, gemacht. Wir bedienten uns derselben Methode, die wir auch bei der Messung der Geschwindigkeit der Wasserwellen angewendet hatten. Einer von uns zählte in einem sehr bestimmten Takte 1, 2, 3. Mit dem Worte drei stiess er das Seil schnell und scharf mit dem Finger 6 Zoll vom Befestigungspunkte am Rade. In dem nämlichen Momente liess der Andere die Tertienuhr los, und hielt sie in dem Augenblicke an, wo die Welle 1 bis 4 Mal das Seil durchlaufen hatte. Da nun in dem nämlichen Takte vorher gezählt worden war, in welchem die Pulsationen des Seils erfolgten, so liess sich die Genauigkeit der Messung aufs äusserste treiben.

Die Euler'sche Rechnung setzt eigentlich den Fall voraus, wo die Theilchen der Schnur sich nur sehr wenig von ihrer natürlichen Lage entfernen, damit ihre Bewegung als senkrecht auf die Lage der Schnur angenommen werden könne. Diese Bedingung lässt sich sehr leicht dadurch in hohem Grade erfüllen, dass man die Schnur nur sehr schnell und schwach stösst, zumal da die Welle, ihre Erregung geschehe noch so schnell, eine beträchtliche Breite erhält, und also sehr flach wird. Indessen mussten wir uns doch zuerst versichern, ob etwa Fehler bei unseren Versuchen entstehen könnten, durch Erregung einer um etwas weniges stärkeren oder schwächeren Welle. Wir stellten zu diesem Zwecke zwei Reihen von Versuchen an, wo der Unterschied der Stärke und der Dauer der Erregung weit beträchtlicher war, als er je bei den übrigen Versuchen vorkommen konnte; denn bei der ersten Reihe derselben wurden die Wellen durch ein schwaches kurzes Schnellen des Fingers, bei der zweiten durch ein ziemlich starkes Anschlagen mit dem Finger hervorgebracht.

Tabelle XXXIX.

Zur Vergleichung der Zeit, in der Wellen von verschiedener Grösse die Länge der Schnur hin und zurück, zusammen einen Raum von 102 *Fuss* 4 *Zoll durchliefen, wenn die* 51 *Fuss* 2 *Zoll lange Schnur durch* 10 023 *Gran* (603,48 *g*) *gespannt, die Welle aber* 6 *Zoll von dem Befestigungspunkte der Schnur am Rade erregt wurde.*

Erregung der Welle durch schwaches und kurzes Schnellen mit dem Finger	Erregung der Welle durch stärkeres und länger dauerndes Anschlagen des Fingers
46 Tertien	48 Tertien
46 „	48 „
46 „	42 „
48 „	48 „
46 „	48 „
46 „	48 „
44 „	
46 Tertien	47 Tertien

Diese Zeit brauchte die Welle um einen Raum von 102 Fuss 4 Zoll zurückzulegen. Es folgt aus dieser Tabelle, dass man keinen bemerkbaren Fehler aus der Verschiedenheit der Grösse der Wellen bei unseren künftigen Versuchen voraussetzen kann, da der von der Grösse der Stösse herrührende Unterschied bei unseren Versuchen auf jeden Fall viel geringer war als bei obiger Tabelle, wo er doch nur 1 Tertie beträgt. Dieses Resultat, dass die Grösse der Wellen am Seile keinen Einfluss auf die Geschwindigkeit derselben hat, ist auch darum interessant, da nicht dasselbe bei Wasserwellen Statt findet.

Zweitens wollten wir uns versichern, dass kein konstanter bemerkbarer Fehler sich dadurch einschliche, dass die Uhr bei allen Versuchen entweder um einen Moment zu spät losgelassen, oder einen Moment zu spät aufgehalten würde; und zugleich auch das Resultat der Rechnung bestätigen, dass die Welle stets mit konstanter Geschwindigkeit fortschreite. Wir haben daher zur Vergleichung mit den Versuchen in der ersten Reihe in der vorigen Tabelle noch zwei Reihen gemacht, wo in der einen die Zeit für den doppelten Raum, in der anderen die Zeit für den vierfachen Raum gemessen wurde.

Tabelle XL.

Zur Prüfung, ob die Wellen an einer Schnur immer mit gleicher Geschwindigkeit fortschreiten, und also der zweifache und vierfache Raum in der zweifachen und vierfachen Zeit zurückgelegt werde, wenn die

51 Fuss 2 Zoll lange Schnur durch 10 023 *Gran* (603,48 *g*) *gespannt wird. Die Welle wurde* 6 *Zoll von ihrem Befestigungspunkte am Rade durch schwaches und kurzes Schnellen mit dem Finger erregt.*

Zeit, in welcher die vom Rade ausgehende Welle zum Rade zurückkehrte	Zeit, in welcher die vom Rade ausgehende Welle 2 Mal zum Rade zurückkehrte	Zeit, in welcher die vom Rade ausgehende Welle 4 Mal zurückkehrte
46 Tertien	1 Sek. 32 Tertien	3 Sek. 4 Tertien
(S. die vorige Tabelle.)	1 „ 32 „	3 „ 2 „
	1 „ 32 „	3 „ 4 „
	1 „ 32 „	3 „ 4 „
	1 „ 32 „	
46 Tertien	46 Tertien	46 Tertien

Nach diesen Vorkehrungen machten wir nun die wichtigsten Versuche in Bezug auf die Euler'sche Theorie. Wir spannten nämlich die Schnur in drei Reihen von Versuchen

1. mit 9060 Gran (545,50 g),
2. „ 32 100 „ (1932,74 g),
3. „ 67 860 „ (4085,85 g),

so dass also dem angegebenen Verhältnisse der Halbmesser gemäss, und mit Hinzurechnung des Gewichts der Schnur von 864 Gran (52,02 g), (welches hier in Betracht kommen muss wegen ihrer grossen Länge) die Schnur in diesen drei Reihen von Versuchen von folgenden Gewichten gespannt war:

in der 1. von 10 023 Gran (603,48 g),
„ „ 2. „ 33 292 „ (2004,51 g),
„ „ 3. „ 69 408 „ (4179,05 g).

Tabelle XLI.

Zur Vergleichung der Geschwindigkeit der Wellen an einer Schnur, wenn dieselbe durch verschiedene Gewichte, nämlich 1. *durch* 10 023 *Gran,* 2. *durch* 33 292 *Gran,* 3. *durch* 69 408 *Gran, gespannt wird. Es wurde jedes Mal die Zeit, in welcher die vom Rade ausgehende Welle vier Mal zum Rade zurückkehrt, gemessen. Die Wellen wurden* 6 *Zoll von ihrem Befestigungspunkte am Rade durch schwaches und kurzes Schnellen mit dem Finger erregt.*

Zeit, in welcher die Welle 409 Fuss 4 Zoll 8 Linien durchlief,

wenn die Schnur durch 10 023 Gran gespannt war	wenn die Schnur durch 33 292 Gran gespannt war	wenn die Schnur durch 69 408 Gran gespannt war
3 Sek. 4 Tertien	1 Sek. 40 Tertien	1 Sek. 6 Tertien
(S. die vorige Tabelle.)	1 „ 38 „	1 „ 4 „
	1 „ 40 „	1 „ 4 „
	1 „ 38 „	1 „ 2 „
	1 „ 38 „	1 „ 6 „
	1 „ 38 „	1 „ 8 „
	1 „ 42 „	
46 Tertien	$24\frac{1}{14}$ Tertien	$16\frac{1}{4}$ Tertien

Den Raum von 102 Fuss 4 Zoll, den doppelten unserer Schnur, durchlief also die Welle im ersten Falle in 46 Tertien, im zweiten in 24,8 Tertien, im dritten in 16,25 Tertien. Wir wollen nun das Resultat unserer Versuche mit denen, die die Euler'sche Rechnung giebt, in folgender Tabelle zusammenstellen. Denn um die Geschwindigkeit einer erregten Welle an einer Schnur nach Euler zu berechnen, braucht man nur die die Schnur spannenden Gewichte, die Länge der Schnur und ihr eigenes Gewicht zu kennen.[1])

Tabelle XLII.

Zur Vergleichung der nach Euler *berechneten Geschwindigkeit der Wellen an einer Schnur mit den Angaben der Beobachtung.*

Eine Welle durchlief einen 14 738 Linien langen Raum

	nach der Berechnung in	nach den Versuchen in
1.	46,012 Tertien	46 Tertien
2.	25,246 „	24,8 „
3.	17,485 „	16,25 „

[1]) Es ist nämlich nach der Euler'schen Theorie der Raum, den die Welle an einer Schnur in einer Sekunde durchläuft, $c = \sqrt{2geP/E}$, wo $2g =$ dem doppelten Fallraum eines Körpers in 1 Sekunde = 30 Fuss = 4320 Linien; $E =$ dem Gewichte der Schnur, wenn sie die Länge e hat. Ein 51 Fuss 2 Zoll = 7368 Linien langes Stück unserer Schnur wog 864 Gran.

Wir haben also $e =$ 7368 Linien
und $E =$ 864 Gran.

Nehmen wir endlich P successiv 1. = 10 023 Gran, 2. = 33 292 Gran, 3. = 69 408 Gran, und 1 Linie und 1 Gran als Längen- und Gewichtseinheit, so erhalten wir folgende drei Ausdrücke für den Raum, welchen drei Wellen unter den angegebenen drei verschiedenen Bedingungen in 1 Sekunde durchlaufen:

$$1.\quad \sqrt{\frac{4320 \,.\, 7368 \,.\, 10\,023}{864}} = 19\,216 \text{ Linien,}$$

$$2.\quad \sqrt{\frac{4320 \,.\, 7368 \,.\, 33\,292}{864}} = 35\,021 \text{ Linien,}$$

$$3.\quad \sqrt{\frac{4320 \,.\, 7368 \,.\, 69\,408}{864}} = 50\,567 \text{ Linien.}$$

Wenn wir nun aus der Formel wissen, dass die Wellen in 60 Tertien die angegebenen Räume durchlaufen, so können wir auch die Zeit, in welcher dieselbe Welle den Raum vom Rade bis wieder zum Rade, d. h. 14 736 Linien, durchläuft, berechnen.

$$1.\quad \frac{60 \,.\, 14\,736}{19\,216{,}5} = x = 46{,}012 \text{ Tertien,}$$

$$2.\quad \frac{60 \,.\, 14\,736}{35\,023{,}6} = x' = 25{,}246 \text{ Tertien,}$$

$$3.\quad \frac{60 \,.\, 14\,736}{50\,569} = x'' = 17{,}485 \text{ Tertien.}$$

Wir können unser Erstaunen nicht verbergen, das wir empfanden, als wir unsere Versuche mit der erst später ausgeführten Rechnung so genau übereinstimmend fanden, dass die grösste Abweichung der Versuche von der Berechnung nur 1,2 Tertie betrug. Diese Uebereinstimmung zeigt eben so sehr die Anwendbarkeit der Euler'schen Theorie, als die Genauigkeit der angewendeten Methode, die Geschwindigkeit der Wellen zu messen.

Wir wünschten nun auch zu wissen, wie sich wohl die Geschwindigkeit der stehenden Schwingung zu der der fortschreitenden Schwingung oder Wellenbewegung verhalte, d. h. wie sich die Zeit, in welcher eine Schnur, Fig. 6, aus der Lage $a'b'c'd'e'f'g'h'i'k'$, in die $abcdefghik$ übergeht, verhalte zu der Zeit, in welcher eine Welle dieselbe Schnur bei derselben Spannung (10 023 Gran) von ihrem Anfange bis zu ihrem Ende, Fig. 1, durchlaufe. Zu diesem Zwecke stiessen wir die Schnur in ihrer Mitte so stark, dass eine Bewegung entstand, die mit der stehenden Schwingung dem Augenscheine nach übereinkam. (Besser wäre es gewesen, wenn wir die Schnur mit zwei Fingern gefasst, langsam heruntergezogen, und dann losgelassen hätten.)

Tabelle XLIII.

Ueber die Zeit, in welcher die 51 Fuss 2 Zoll lange Schnur, in der Mitte stark gestossen, sich vier Mal von der Lage der Ruhe aus aufwärts schwang, und in diese Lage zurückkehrte.

Beobachtungen für vier Schwingungen der aufgespannten Schnure	Zeit, in welcher eine Schwingung vollbracht wurde
3 Sek. — Tertien	$46\frac{3}{8}$ Tertien
3 „ 5 „	
3 „ 11 „	
3 „ 3 „	
3 „ 16 „	
2 „ 58 „	
3 Sek. $5\frac{1}{2}$ Tertien	

Die Versuche sind bei weitem nicht so präcis, als die über die Geschwindigkeit der Wellen, weil sich die Endigung einer Schwingung weit weniger genau erkennen lässt. Dem ungeachtet trifft das Mittel so genau mit der Zeit, in der eine Welle dieselbe Schnur bei einer Spannung durch 10 023 Gran durchläuft (46 Tert.), dass nicht zu zweifeln ist, dass eine Schwingung genau so lange dauert, als der Zeitraum, in dem eine Welle die Länge der Schnur ein Mal durchläuft, ein Satz, den der geistvolle Chladni zuerst ausgesprochen, und auf den er die Berechnung der Schnelligkeit der Fortpflanzung des Schalls durch verschiedene feste Körper gründete, indem er annahm, dass, wenn man mit der Zahl der longitudinalen Schwingungen, die ein tönender Stab in 1 Sekunde vollbringt, die Länge des Stabs multiplicire, man die Länge des Raums erhalten werde, welchen der Ton vermöge seiner Fortpflanzung in 1 Sekunde durchlaufe.

Abschnitt II.

Ueber die stehende Schwingung an fadenförmigen, durch Spannung elastischen Körpern.

§ 251.

Bekanntlich schwingen Saiten, die in ihrer Mitte langsam aus der Lage der Ruhe gezogen, und sich dann selbst überlassen werden, auf die Fig. 6 abgebildete Weise. Bei dieser Schwingungsart bemerkt man keine an der Saite hin und her laufende Ausbeugung, keine Welle, sondern die Ausbeugung bleibt immer an ihrem Orte, indem sie nur abwechselnd aus ihrer Lage über der Linie der ruhenden Saite unter diese, und umgekehrt bewegt wird, so dass also die Theilchen, welche rechts oder links von dem Gipfel der Ausbeugung liegen, sich immer gemeinschaftlich senken und gemeinschaftlich steigen. Wir nennen sie daher die *stehende* Schwingung. Wir haben aber Seite 341 gesehen, dass, wenn die Saite AB, Fig. 125, in der Nähe des Befestigungspunktes von b nach b' gezogen wird, eine Ausbeugung sich bildet, deren Gipfel abwechselnd von A nach B, und von B nach A läuft, so dass die Saite abwechselnd in die Lage $Ac''b'B$ und $Ac'b''B$ kommt. Bei dieser Schwingungsart ändert sich aber die Höhe des Tons nicht. Nun kann aber diese Saite ausser diesem Grundtone eine Reihe von Flageolettönen hervorbringen, wenn sie mit gewissen Kunstgriffen angeschlagen wird. Die Saite theilt sich dabei entweder in zwei Stücke, wie Fig. 7, welche in entgegengesetzter Richtung schwingen, und durch einen festen Punkt, Schwingungsknoten, getrennt sind, wobei sie die Oktave des Grundtons giebt; oder in drei Stücke, wie Fig. 127, wobei sie den Ton der Quinte der nächst höheren Oktave hervorbringt, und zwei Schwingungsknoten bildet; oder in vier Stücke, wo der Ton der doppelten Oktave hervorgebracht wird, u. s. w. Aber auch diese Stücke schwingen selten so regelmässig, wie es die angeführten Figuren angeben; häufiger vielmehr, wie es Fig. 128 angegeben ist, so dass der Gipfel jeder Ausbeugung an jedem Stücke hin und her läuft. Dieses ist um so mehr der Fall, da man, wenn man eine Saite zum Tönen bringt, zunächst nur einen kleinen Theil der Saite aus seiner Lage rückt, und folglich zuerst eine Wellenbewegung in der

Saite veranlasst. Wenn aber in regelmässigen Zeitabschnitten erregte, von den befestigten Enden der Saite zurückgeworfene Wellen, deren Breite ein aliquoter Theil der Länge der Saite ist, sich begegnen, so entsteht dadurch erst eine stehende Schwingung, auf eine ähnliche Weise wie beim Wasser (Seite 207 f., Fig. 74, 75, 76, 73, 80, 81), wo der Vorgang so langsam ist, dass man ihn mit Augen sehen kann. Man kann aber auch die Entstehung der stehenden Schwingung aus Wellen an etwas dicken Seilen sehen. Man befestigt es an seinem einen Ende, und bewegt es am anderen mit der Hand; am besten gelingt es, wenn man das Seil nicht blos aufwärts und abwärts in einer Ebene bewegt, sondern das Ende desselben mehrmals im Kreise herumführt. Es entstehen dann Wellen, die ganz mit den transversalen oder sekundären, die wir jetzt betrachtet haben, übereinkommen, und sich nur dadurch von ihnen unterscheiden, dass den Theilchen des Seils ausser ihrer schwingenden Bewegung noch eine Centrifugalkraft mitgetheilt wird. Es ereignet sich dann das, was § 16, Seite 13, und Fig. 7 und 8 abgebildet worden ist. Von der Schnelligkeit einer Umdrehung des Endes des Seils im Verhältniss zu ihrer Länge, Dicke und Spannung, hängt es ab, wie viel Schwingungsknoten entstehen. Diese Versuche gewähren den Vortheil, dass man die Schwingungsknoten, und die bewegten Theile des Seils mit einem Blicke übersehen kann, und zugleich auch bemerkt, wie das Seil allmählig aus der Wellenbewegung in die stehende Schwingung übergeht.

§ 252.

Nachdem wir § 16, Seite 13, durch die Erfahrung gezeigt haben, wie die stehende Schwingung mit einem oder mehreren Schwingungsknoten aus der Wellenbewegung hervorgehe, wollen wir nun eine neue Anwendung von der Euler'schen Rechnung machen, um zu beweisen, dass es auch nach der Theorie nothwendig sei, dass unter gewissen Umständen aus der Wellenbewegung eine stehende Schwingung hervorgehe.

Ein Drittel des Seils An, Fig. 129 (1.), werde in die Lage Amn gebracht, festgehalten, und sich dann selbst überlassen. Man ziehe eine nach beiden Seiten beliebig verlängerte Abscissenlinie, Fig. 130 $\alpha\beta$, und trage jede Abscisse x der Linie AB nach vorwärts und rückwärts ab. An den beiden Enden errichte man zwei Ordinaten y und y' nach entgegengesetzten Richtungen, jede halb so gross als die zu x gehörige Ordinate, welche am Seile AB (1.), Fig. 129, die Lage des Punktes m bestimmt. Auf diese Weise entsteht die Hülfslinie, Fig. 130, $\alpha\gamma\delta C\varepsilon\zeta\eta$. Diese Konstruktion kann man wiederholen, indem man das Ende α an das Ende η ansetzt, wo dann die Fortsetzung der Hülfslinie $\eta\gamma'\delta'C'\varepsilon'\zeta'\eta'$ u. s. w.

entsteht. Mit Hülfe dieser Linie konstruirt man die Lagen des Seils in den folgenden drei Zeiträumen (2.) (3.) (4.), Fig. 129. In dem darauf folgenden Zeitraume würde das erste Drittel des Seils wieder in die Lage der Ruhe zurückkehren, wenn man nicht, wie bei (1.), von Neuem eine Ausbeugung desselben durch eine äussere Kraft hervorbrächte. Geschieht dieses, so erhält das Seil die Lage (5.). Bei dieser wiederholten äusseren Einwirkung wird zur Fortsetzung der Konstruktion eine neue Hülfslinie nöthig. Von dem Anfangspunkte C, Fig. 131, der neuen beliebig verlängerten Abscissenlinie trägt man vorwärts und rückwärts, wegen der neu hervorgebrachten Ausbeugung Amn, Fig. 129 (5.), die Abscisse x des Seils Ab ab, und errichtet an den Endpunkten Ordinaten y und y', Fig. 131, nach entgegengesetzten Richtungen, deren jede gleich der Hälfte der Ordinate z am Seile AB, Fig. 129, (5.) ist, durch welche die Lage des Punkts m bestimmt wird. Auf diese Weise entsteht die Hülfslinie $\varepsilon\zeta C\eta\vartheta$, Fig. 131. Weil die Ausbeugung des Seils $nopqB$, Fig. 129 (5.), nach B zu fortschreitet, so muss dieselbe in der neuen Hülfslinie rückwärts von ε abgetragen werden, während auf der anderen Seite des Anfangspunktes C, in gleichen Entfernungen zwischen ϑ und α', die Hülfslinie mit der gegebenen Abscissenlinie zusammenfällt. Auf diese Weise erhält die neue Abscissenlinie die Gestalt $\alpha\beta\gamma\delta\varepsilon\zeta C\eta\vartheta\varkappa\alpha'\beta'$ u. s. w. Mit ihrer Hülfe findet man die Lage des Seils in den folgenden drei Zeiträumen, so wie sie (6.) (7.) (8.), Fig. 129, abgebildet sind. Im 9. Zeitraume würde das erste Drittel des Seils wieder in die Lage der Ruhe zurückkehren, wenn nicht zum dritten Male eine Ausbeugung durch äussere Einwirkung entstünde. Zugleich wird hierdurch zum dritten Male eine Hülfslinie zur Bestimmung der weiteren Fortpflanzung der Schwingung erfordert, welche die Gestalt $\alpha\beta\gamma\delta C\varepsilon\zeta\eta\alpha'\beta'$ u. s. w., Fig. 132, erhält. Daraus sieht man, dass das Seil im 10. und 11. Zeitraume die unter (10.) und (11.), Fig. 129, abgebildete Lage erhalten muss. Von nun an kehrt im 12. Zeitraume die unter (10.), im 13. die unter (9.), im 14. die unter (10.), im 15. die unter (11.) abgebildete Lage zurück u. s. w.

§ 253.

Die Entstehung der stehenden Schwingung mittelst der zweiten Methode der Wellenerregung zeigt Fig. 8. Das erste Achtel des Seils (1.) erhält bei A eine Geschwindigkeit, ehe es sich merklich von der Lage der Ruhe entfernen kann. Die Geschwindigkeiten der einzelnen Punkte mögen, Fig. 133, durch die Ordinaten v ausgedrückt werden, und die Ordinaten s, Fig. 134, seien gleich $\int vdx : c$. Zieht man nun eine beliebig nach beiden Seiten verlängerte Abscissenlinie $\alpha\beta$, Fig. 135, und trägt darauf von C nach vorwärts und rückwärts die Abscisse x, Fig. 133, ab, und errichtet an den Endpunkten nach gleicher Richtung die Ordinaten y und y' jede $= \frac{1}{2}s$, so erhält man die Hülfslinie $\gamma\delta C\varepsilon\zeta$, und wenn man sie wiederholt aufträgt, die Fortsetzung $\zeta\delta' C'\varepsilon'\zeta'$. Mit ihrer Hülfe konstruirt man die Lage des Seils für den 3. Zeitraum (2.), Fig. 8. Im 5. Zeitraume wird das erste Achtel des Seils von Neuem gestossen, und dadurch eine neue Hülfslinie nöthig, welche aus ähnlichen Gründen wie bei den früheren Konstruktionen die Fig. 136 abgebildete Gestalt erhält. Durch diese Hülfslinien findet man für den 6. und 8. Zeitraum die unter (3.) und (4.), Fig. 8, dargestellte Lage des Seils. Im 9. Zeitraume wird im ersten Achtel des Seils zum dritten Mal eine Bewegung hervorgebracht, und dadurch die Fig. 137 abgebildete Hülfslinie nöthig. Aus dieser findet man für den 10. und 12. Zeitraum die unter (5.) und (6.), Fig. 8, abgebildete Lage des Seils. Im 13. Zeitraume wird im ersten Achtel des Seils zum vierten Mal eine Bewegung hervorgebracht, und dieser entsprechend eine vierte Hülfslinie, Fig. 138, konstruirt. Daraus ergiebt sich für den 14. und 16. Zeitraum die unter (7.) und (8.), Fig. 8, abgebildete Lage des Seils, die sich von nun an so wiederholt, dass im 18. Zeitraume die Lage (7.), im 20. die Lage (8.) zum Vorschein kommt. In den dazwischen liegenden Zeiträumen, im 15., 17., 19., tritt vollkommene Interferenz ein, bei welchen das Seil eine gerade Linie bildet, was nicht besonders abgebildet worden ist. So erhält man eine Schwingung mit drei Schwingungsknoten, und es ist aus diesem Beispiel leicht einzusehen, wie eine Schwingung mit ein, zwei, oder mehreren Schwingungsknoten erregt werden könne.

§ 254.

Wenden wir dieses auf die gewöhnlichen Methoden, Flageolettöne (d. h. Töne, bei welchen die tönende Saite Schwingungsknoten bildet) hervor zu bringen, an, so lernen wir die Dienste kennen, welche dieselben bei der Erregung dieser Flageolettöne leisten. Bei der Harfe berührt man die Saite AB, Fig. 139b, z. B. an dem Punkte a, zwischen ihrem ersten und zweiten Drittel leise mit dem Ballen des Daumens, und zieht die Saite mit der Spitze des Daumens nach α, und lässt sie dann fortschnellen. Die Saite nimmt nach Verlauf eines 1. Zeitraums die Lage $a\alpha'$ (2.) an; im 2. Zeitraume entsteht eine Interferenz, die wir hier nicht mit abbilden wollen; im 3. Zeitraume (3.) ist der Wellenberg $a\beta'b$ fortgeschritten, hat das Thal $a\alpha$ nachgebildet, ist aber noch ein Mal so niedrig geworden. Lässt man nun bei a mit dem Ballen los, so nimmt die Saite im 4. Zeitraume die Gestalt (4.), im 5. die Gestalt (5.) und so weiter an. Der Ton muss in dem hier beschriebenen Falle die Quinte der nächst höheren Oktave des Grundtons der Saite sein.

Der leise Druck des Fingers an einem bestimmten Punkte der Saite bestimmt die Breite der entstehenden Wellen. Geht die Breite der erregten Wellen in der Länge der Saite nicht auf, d. h. ist Aa nicht der 2., 3., 4., 5. etc. Theil der Länge der Saite, so kann keine stehende Schwingung entstehen, wenigstens keine vollkommene.

Ueber die sekundäre Schwingung der Körper, welche durch innere Steifigkeit elastisch sind.

§ 255.

Der Vorgang, wenn Metallstäbe, Glasstäbe, Glasröhren etc. in eine sekundäre (transversale) Schwingung gebracht werden, ist dem bei Saiten ganz ähnlich. Auch hier entstehen ohne Zweifel zuerst Wellen, die, indem sie sich regelmässig begegnen, eine stehende Schwingung hervorrufen. Aber die Geschwindigkeit, mit der hier die Wellen fortschreiten, ist eine ganz andere. Die Wellen durchlaufen übrigens einen an den Enden freien Stab nicht mit einer ganz gleichförmigen Geschwindigkeit. Die Enden eines solchen Stabs sind nämlich viel beweglicher als die Mitte, weil sie nur von einer Seite her in ihrer Lage zurückgehalten werden. Daher sind die Exkursionen, die das freie Ende eines schwingenden Stabs macht, viel grösser als die, welche die Mitte macht. Gesetzt der Stab, Fig. 139a, ACB werde bei seiner Schwingung abwechselnd in der Lage $a'cb'$ und $bc'a$ versetzt, so würde die Bahn des Punktes von b nach b' noch ein Mal so gross sein, als die Bahn cc' ist. Es ist daher nicht zu verwundern, dass eine Welle, welche die Länge des Stabs durchläuft, eben so viel Zeit braucht, um das halb so lange Stück xB zu durchlaufen, und es in die Lage xb zu bringen, als nun das noch ein Mal so lange Stück yCx zu durchlaufen, und ihm die Lage ycx zu geben. Die Schwingungsknoten x, y eines Stabs, der sich in mehrere schwingende Abtheilungen getheilt hat, liegen daher so, dass die Endstücken des Stabs noch ein Mal so kurz sind, als die in der Mitte gelegenen Abtheilungen. Auf ähnliche Weise verhält es sich bei Wasser, das in eine stehende Schwingung gerathen ist. (Siehe Fig. 74.) Dieser Grund fällt weg, wenn die beiden Enden eines Stabs unbeweglich eingeschraubt werden, und daher liegen die Schwingungsknoten eines solchen Stabs so, dass alle Abtheilungen AB, BC und CD desselben, Fig. 127, wie bei einer schwingenden Saite, gleich gross sind.

Die Chladni'schen Klangfiguren geben eine Vorstellung, wie sich flächenförmige Körper bei ihrer stehenden Schwingung in verschiedene Abtheilungen, die nach entgegengesetzten Richtungen schwingen, theilen können, indem der von den schwingenden Stellen abgeworfene, und auf den ruhenden Linien aufgehäufte Sand einen Schluss auf die Bewegung, in der sich z. B. eine Scheibe befindet, erlaubt. Unsere Entdeckung (Seite 190—206), dass auch Quecksilber und Wasser, wenn sie in regelmässig gestalteten viereckigen, dreieckigen, runden und anderen Gefässen eingeschlossen sind, in eine ähnliche stehende Schwingung gerathen können, wenn auf eine passende Weise Wellen erregt werden, macht auch die Art und Weise wahrnehmbar, wie eine so zusammengesetzte stehende Schwingung entstehen könne, dass nämlich auch hier eine Wellenbewegung der stehenden Schwingung vorausgehe, und dass ein regelmässiges Zusammentreffen von erregten und zurückgeworfenen Wellen die Ursache einer solchen stehenden Schwingung sei. Unstreitig findet dieses auch auf schwingende Scheiben und Membranen eine Anwendung; denn wie sollte ein Stoss auf einen einzelnen Punkt einer Scheibe etwas anderes als eine fortschreitende Schwingung, Wellen, erregen; wie sollte wohl ein solcher Einfluss ursprünglich eine gleichzeitige, und sich das Gleichgewicht haltende Schwingung aller Abtheilungen veranlassen können?

Aber, da die Wellen tropfbarer Flüssigkeiten so langsam fortschreiten, so kann man bei ihnen auch die Gestalt der Oberfläche der schwingenden Flüssigkeit sehen, man kann bemerken, dass die Oberfläche von Fig. 70 sich in neun sehr regelmässig gestellte kegelförmige Erhöhungen, und in sechs trichterförmige Vertiefungen getheilt hat. Fig. 72 stellt die Knotenlinien dar, auf welchen sich bei einer Scheibe der aufgestreute Sand aufhäufen würde, wenn sie sich in derselben stehenden Schwingung befände als in Fig. 70 das Wasser.

Auf diese Weise können Fig. 70, 80 und 81 eine anschauliche Vorstellung von der Gestalt schwingender Scheiben geben, die mittelst aufgestreuten Sandes entsprechende Klangfiguren zeigen.

Es würde nach dieser Analogie nicht schwer sein, die Entstehung gewisser Klangfiguren auf Scheiben im Einzelnen aus einander zu setzen, wenn die Wellen auf dieselbe Weise als beim Wasser nach allen Richtungen gleich schnell fortschritten. Nun mögen sich zwar Wellen, auf der Mitte eines gleichförmig gespannten Paukenfells erregt, als kreisförmige Wellen ausbreiten, aber schon bei Membranen, die ungleichförmig gespannt sind, oder wenn der Stoss nicht auf den Mittelpunkt der Membran wirkt, ist das nicht der Fall; noch viel weniger bei Scheiben, die an gewissen Punkten gehalten werden, und deren Abschnitte sich daher hinsichtlich der Grösse ihrer Spannung und Beweglichkeit sehr unterscheiden.

Bei grossen viereckigen Leinwandtüchern, die wie Rouleaux oben und unten an einem Stabe befestigt waren, und durch das Gewicht des unteren Stabs gespannt erhalten wurden, beobachteten wir, dass ein auf die Mitte der Leinwand hervorgebrachter Stoss eine Welle veranlasste, die nach oben und unten ungleich geschwinder fortschritt, als nach den beiden unbefestigten Seitenrändern.

Auch hier hat Euler hinsichtlich der Berechnung dieser Schwingungen bei Membranen, und Ricati bei denen der Stäbe Treffliches geleistet.

Die Methode, die Scheiben dadurch zu nöthigen, sich in gewisse schwingende Abtheilungen zu theilen, dass man sie an einer oder mehreren Stellen mit dem Finger leise berührt, und eine zwischen zwei Knotenlinien gelegene Abtheilung in ihrer Mitte mit dem Violinbogen streicht, mag wohl eben so wie bei den Saiten ihren Grund darin haben, dass dadurch die Breite der durch den Violinbogen erregten Wellen bestimmt wird, die dann bei ihrer Durchkreuzung die stehende Schwingung erzeugen.

Man kann aber bei Scheiben, z. B. einer gleichseitig dreieckigen Glasscheibe, die man an ihrer einen Ecke einschraubt, auch eine grosse Menge sehr zusammengesetzter Klangfiguren mit Bestimmtheit dadurch hervorbringen, dass man an verschiedenen Stellen der Scheibe, und mit verschiedener Kraft und Geschwindigkeit mit dem Violinbogen streicht, ohne dass man eine Berührung der Scheibe mit dem Finger zu Hülfe nimmt. Wir werden die von uns hierüber angestellten Versuche ein ander Mal bekannt machen.

§ 256.

Taylor, Dan. Bernoulli und Euler haben sich mit der Berechnung der fortschreitenden und stehenden Schwingung beschäftigt, welche an einem frei aufgehangenen Faden erregt werden kann, welcher durch Gewichte beschwert ist, die sich in regelmässigen Abständen von einander befinden. Euler's Abhandlungen hierüber befinden sich in Nov. Commentar. Acad. sc. Imp. Petrop. pro annis 1762 et 1763 Petropoli 1764 p. 216, und eine zweite Abhandlung desselben über die Schwingungen eines frei aufgehangenen Seils in den Act. Petrop. pro anno 1777 Petropoli 1778.

Bei den Fortschritten, die die Analysis in unserer Zeit macht, ist es zu hoffen, dass die Lösung, die Euler niemals so vollständig, wie die Berechnung der Bewegung einer aufgespannten Saite, gelungen ist (siehe S. 8), mit Erfolg noch ein Mal versucht werden wird, und es wird dann interessant sein, die Resultate der Rechnung mit genauen Versuchen, die sich hierüber sehr gut anstellen lassen, zusammen zu halten

In dieser Rücksicht setzen wir eine Anzahl Versuche hierher, welche wir über die Geschwindigkeit der Wellen, die an einem 51 Fuss langen, im Innern des Thurms der Leipziger Sternwarte aufgehangenen Faden, der durch 51 Bleikugeln beschwert war, angestellt haben. Jede Kugel war durchbohrt, so dass durch ihre Mitte der Zwirnsfaden hindurch ging. Der Abstand zweier Kugeln war durchgängig 1 Fuss Par. M. Alle 51 Kugeln zusammengenommen wogen 9238 Gran [556,22 g], folglich eine Kugel 181,1 Gran [10,906 g] im Mittel. Die vorletzte Kugel wurde mit der einen Hand in der Lage festgehalten, in der sie sich während der Ruhe befand; die letzte aber wurde so weit aufgehoben, dass der Faden, der sie mit der vorletzten verband, mit dem übrigen Faden einen rechten Winkel machte. Dann wurden beide Kugeln bei einem durch Zählen gegebenes Signal sich selbst überlassen, zugleich aber in demselben Momente die Tertienuhr losgelassen. Die losgelassene Kugel machte nicht wie ein Pendel wiederholte Schwingungen, sondern, so viel wir sehen konnten, nur eine einzige, stand dann auf ein Mal still und ruhte, während die Welle vom untersten bis zum obersten Punkte des Fadens hinauf lief, daselbst zurückgeworfen wurde, und in umgekehrter Lage vom obersten Punkte zum untersten zurücklief. Dann mit einem Male setzte sich die letzte und vorletzte Kugel in eine heftige Bewegung. In dem Momente, wo sie sich am weitesten von dem Orte ihrer Ruhe weggeschwungen hatten, wurde die Tertienuhr angehalten. Die Schwingung dieser untersten Kugel vorwärts, dann zurück und auf die entgegengesetzte Seite, und dann wieder zurück zum Punkte der Ruhe, veranlasste wieder eine Welle, die wieder bis zum obersten Befestigungspunkte hinauf lief, und von da zurückkehrte. Liess man daher die Tertienuhr länger gehen, während die Welle mehrmals an dem Faden herauf und herunter lief, so konnte man die Zeit, die die Welle brauchte, um ein Mal, oder zwei Mal, oder vier Mal, oder sechs Mal an dem Faden herauf und herunter zu laufen, messen.

Tabelle XLIV.

Ueber die Geschwindigkeit, mit der eine Welle einen frei aufgehangenen, 51 Fuss P. M. langen, durch 51 Bleikugeln, deren Gewicht 9238 Gran [556,22 g] war, beschwerten Zwirnsfaden durchlief, wenn die Welle dadurch erregt wurde, dass die unterste Kugel bis zu einem rechten Winkel aufgehoben, und dann fallen gelassen wurde.

Wie viel Mal die Welle die Länge des Fadens durchlief	Zeit, die die Welle dazu brauchte	Zahl der Versuche, woraus das Mittel gezogen wurde	Grösste Abweichung der Versuche von einander	Zeit, die die Welle brauchte, um das 1. Mal, 2. Mal etc. die Länge des Fadens zu durchlaufen
2 Mal	5 Sek. 19 Tert.	8	8 Tertien	2. Mal 160 Tertien
4 Mal	10 Sek. 44 Tert.	5	13 Tertien	3. Mal 161 Tertien 4. „ 161 „
6 Mal	16 Sek. 11½ Tert.	5	10 Tertien	5. Mal 162½ Tertien 6. „ 162½ „

Aus dieser Tabelle sieht man, dass die Geschwindigkeit der Welle, wenn sie mehrmals die Länge des Fadens durchläuft, immer dieselbe bleibt.

§ 257.

Die Geschwindigkeit, mit welcher die Welle die Länge des Fadens vom untersten Punkte bis zum obersten durchläuft, ist zwar dieselbe als die, mit welcher sie vom obersten Punkte zum untersten herabläuft; aber von unten nach aufwärts nimmt die Geschwindigkeit der Welle zu, von oben nach abwärts nimmt sie ab, weil die Spannung an dem oberen Theile des Fadens weit grösser ist, als an dem unteren; denn ein Punkt des Fadens ist desto mehr gespannt, je mehr Kugeln unter ihm noch an dem Faden aufgehängt sind. Da nun der von der vorletzten Kugel herabhängende Faden nur durch eine Kugel, der von der drittletzten herabhängende Faden von zwei Kugeln, der von der ersten Kugel herabhängende Faden von 50 Kugeln beschwert ist, so schreitet die Welle durch den oberen Theil des Fadens viel geschwinder fort, als durch den unteren. Um dieses durch Versuche zu beweisen, befestigten wir am ersten und dritten Viertel des Fadens eine Fahne aus Papier, und liessen die Tertienuhr nur so lange fortgehen, bis die Welle von der ersten Kugel bis zum ersten, oder bis zum dritten Viertel, fortgeschritten war, was wir aus der Bewegung der daselbst befestigten Fahne beurtheilen konnten. Auf diese Weise maassen wir die Geschwindigkeit, mit der die Welle die verschiedenen Abtheilungen des Fadens durchlief.

Tabelle XLV.

Ueber die Geschwindigkeit, mit der eine Welle das erste Viertel, das zweite und dritte Viertel, und endlich das vierte Viertel eines frei aufgehangenen, 51 *Fuss langen, durch* 51 *Bleikugeln beschwerten Zwirnsfadens durchlief, der durch das Gewicht der Bleikugeln von* 9238 *Gran* [556,22 *g*] *beschwert war, wobei die Welle dadurch erregt wurde, dass die unterste Kugel so weit, dass sie einen rechten Winkel mit den übrigen bildete, aufgehoben wurde.*

Grösse des Raums den die Welle durchlief	Zeit, die die Welle dazu brauchte	Zahl der Versuche, aus denen das Mittel genommen wurde	Grösste Abweichung der Versuche von einander	Zeit, in der die Welle das 1., 2. u. 3., das 4. Viertel durchlief
$\frac{1}{4}$ des Fadens	1 Sek. 13 Tert.	10	8 Tertien	1. Viertel in 73 Tert.
$\frac{3}{4}$ des Fadens	2 Sek. 25 Tert.	6	8 Tertien	2. u. 3. Viertel zusammen in 72 Tert.
$\frac{4}{4}$ des Fadens	2 Sek. 39 Tert.	5	13 Tertien	4. Viertel in 14 Tert.

Diese Versuche konnten nicht den Grad der Genauigkeit erreichen als die früheren, da sie sehr schwer anzustellen waren.

§ 258.

Lässt man die Welle eine bestimmte Anzahl Male am Faden herauf und herunter laufen, so ändert sich die Zeit, welche die Welle dazu braucht, nach der Länge des aufgehobenen Stücks des Fadens, dessen Fallen die Welle erregt; d. h. wird nur die letzte Kugel in die Höhe gehoben, und ist sie von der vorletzten nur $\frac{1}{2}$ Par. Fuss entfernt, so braucht die Welle weniger Zeit, um den Faden vier Mal zu durchlaufen, als wenn sie 1 Fuss von der vorletzten entfernt ist; noch mehr Zeit braucht sie, wenn man zwei Kugeln, oder drei, oder vier, oder fünf Kugeln aufhebt, indem man die dritte, vierte, fünfte, sechste Kugel von unten festhält, dann die letzte bis zu gleicher Höhe als die festgehaltene hebt, und den dazwischen gelegenen Faden in einer Kettenlinie hängen lässt; dann beide Kugeln, die festgehaltene und die aufgehobene, zugleich fallen lässt, und dadurch eine Welle erregt. Nach dem Gesetze des Pendels schwingt das aufgehobene Stück langsamer, wenn es länger ist. Da nun, so oft die Welle bis zur untersten Kugel zurückkehrt, diese eine Pendelschwingung macht, so dauert diese Pendelschwingung länger, wenn das ursprünglich aufgehoben gewesene Stück des Fadens länger war, und daher rührt unstreitig der längere Aufenthalt der Welle, während die Fortpflanzung der Welle selbst stets gleich geschwind bleibt. Wurde eine Kugel gehoben, so durchlief die Welle die Länge des Seils

zwei Mal in 5 Sek. 20 Tert.,
vier Mal in 10 Sek. 43 Tert., folglich das
dritte und vierte Mal in 5 Sek. 23 Tert.

Wurden zwei Kugeln gehoben, so durchlief die Welle die Länge des Fadens

zwei Mal in 5 Sek. 21 Tert.,
vier Mal in 10 Sek. 59 Tert., folglich das
dritte und vierte Mal in 5 Sek. 38 Tert.

Wurden drei Kugeln gehoben, so durchlief die Welle die Länge des Fadens

zwei Mal in 5 Sek. 29 Tert.,
vier Mal in 11 Sek. 13 Tert., folglich das
dritte und vierte Mal in 5 Sek. 44 Tert.

Wurde eine Kugel gehoben, die nur $\frac{1}{2}$ Par. Fuss von der vorletzten abstand, so durchlief die Welle die Länge des Fadens

zwei Mal in 5 Sek. 1 Tert.

§ 259.

Wurde der Faden nur 50 Fuss lang genommen, und also auch nur durch 50 Kugeln beschwert, und die Geschwindigkeit gemessen, mit der die Welle den Faden durchlief, und dann an die unterste Kugel noch eine Kugel, und dann noch eine angebunden, so dass zuletzt an dem untersten Punkte des Fadens drei Kugeln hingen, so vergrösserte sich natürlich die Geschwindigkeit der Welle mit der wachsenden Spannung, und zwar in folgendem Verhältnisse.

Tabelle XLVI.

Ueber die Zunahme der Geschwindigkeit einer Welle durch geringe Vergrösserung der Spannung des 50 Fuss langen, senkrecht aufgehangenen, von Fuss zu Fuss mit einer Bleikugel belasteten Fadens. Die Vergrösserung der Spannung wurde durch Anhängung von mehr als einer Kugel an dem untersten Ende hervorgebracht. Es wurde allemal die Zeit beobachtet, während welcher die Welle den Faden hinauf und wieder herab lief.

Zeit, in welcher die Welle den Faden hinauf und wieder herunter lief,

wenn am untersten Ende blos 1 Kugel hing	wenn am untersten Ende 2 Kugeln hingen	wenn am untersten Ende 3 Kugeln hingen
5 Sek. 22 Tertien	5 Sek. 11 Tertien	5 Sek. 2 Tertien
5 „ 16 „	5 „ 6 „	4 „ 57 „
5 „ 21 „	5 „ 14 „	4 „ 56 „
5 „ 17 „	5 „ 10 „	4 „ 58 „
	5 „ 8 „	4 „ 58 „
	5 „ 14 „	
5 Sek. 19 Tertien	5 Sek. 11 Tertien	4 Sek. 58 Tertien

Abschnitt III.

Ueber die primäre fortgepflanzte Schwingung, oder über die Wellen des fortschreitenden Stosses (longitudinale, tangentiale mitgetheilte Schwingungen; Wellen durch Verdichtung, und durch Verdünnung) in der Luft.

§ 260.

Alle Medien befinden sich durch Kräfte, durch die sich ihre Theilchen gegenseitig anziehen und zurückstossen, in einer Spannung, die, wenn alle Theilchen dabei sich in Ruhe befinden, ihre natürliche Spannung heisst. Spannung ist aber der Zustand der Theilchen eines Körpers, deren Kräfte bei einer gewissen Entfernung oder Lage der Theilchen sich aufheben; diese Lage dagegen wieder herzustellen streben, wenn sie verändert worden. Spannung ist daher der Druck, den die Theilchen auf einander ausüben, und eine Wirkung desselben ist, dass kein Theilchen sich bewegen kann, ohne einen bewegenden Einfluss auf die benachbarten Theilchen auszuüben.

Diese Spannung scheint vergrössert zu werden, sowohl, wenn die Theilchen mehr als im natürlichen Zustande einander genähert werden, z. B. die Theilchen der Luft durch Zusammendrückung; als auch, wenn sie mehr als im natürlichen Zustande von einander entfernt werden, z. B. die Theilchen einer Saite durch Ausspannung. Manche Medien befinden sich immer in einem gedrückteren Zustande, also in einer grösseren Spannung, als die sein würde, die sie blos durch die Anziehung und Abstossung ihrer Theilchen erführen, z. B. die Luft durch die Schwerkraft, vermöge deren die höher gelegenen Schichten die tieferen zusammendrücken. Natürlich muss sich bei diesen Medien die Spannung vermindern, wenn man sie von einem Theile des Drucks befreit, der sie zusammengepresst erhält, z. B. die Luft unter der Luftpumpe. Unstreitig würde aber auch die Luft von Neuem gespannt werden, wenn man, nachdem man sie sich im leeren Raume bis zu der Grenze hätte ausdehnen lassen, wo sie sich von selbst nicht weiter ausdehnen könnte, dann ihre Theilchen durch eine mechanische Gewalt noch weiter von einander entfernen könnte; denn die Meinung, dass die Luft auch bei der grössten Verdünnung das Bestreben, sich noch immer auszudehnen, behalte, beruht keineswegs auf hinreichenden Gründen.

Die Erfahrung lehrt, dass die natürliche Spannung der Körper keineswegs immer ihrer Dichtigkeit proportional sei, vielmehr die Intensität, mit der sich die Theilchen anziehen und abstossen, bei gleicher Dichtigkeit sehr verschieden sein kann, wie denn die Wärme selbst die Spannung der Theilchen eines Körpers vermehrt, ohne seine Dichtigkeit zu ändern, wenn der Körper sich auszudehnen gehindert ist.

§ 261.

Aus dem Vorhergehenden folgt, dass vermöge der natürlichen Spannung kein Theilchen eines Körpers sich merklich bewegen kann, ohne die benachbarten Theilchen auch in Bewegung zu setzen. Hieraus folgt, dass jeder Stoss auf ein Medium sich fortpflanzen müsse.

Bei einer genaueren Betrachtung sieht man aber auch ein, dass ein Medium durch einen Stoss so in Bewegung gesetzt werden müsse, dass im Augenblicke des Stosses die Theilchen eine desto geringere Bewegung erhalten, je weiter sie von der unmittelbar gestossenen Stelle entfernt liegen; denn kein bewegtes Theilchen kann die benachbarten augenblicklich in eine eben so grosse Bewegung versetzen, als es selbst hat, weil jedes Theilchen, ehe es von der Ruhe ab einen gewissen Grad von Geschwindigkeit erlangt, alle die unendlichen Stufen der Geschwindigkeit successiv durchlaufen muss, welche zwischen der Ruhe und einem bestimmten Grade von Geschwindigkeit liegen; wohl aber muss jedes Theilchen bei jeder Stufe der Geschwindigkeit, die es erlangt hat, bewegend auf die benachbarten unbewegten oder weniger bewegten Theilchen wirken.

§ 262.

Wir kommen zu der Darstellung des Fortschreitens einer Luftwelle. Die Erfahrung lehrt, dass wenn die Luft am Anfange eines Kanals gestossen, und dadurch verdichtet worden ist, die verdichteten Lufttheilchen vermöge der Fortpflanzung des Stosses die vor ihnen liegenden verdichten, diese wieder die vor ihnen liegenden etc., und dass, während so die verdichtete Stelle der Luft durch die Länge der Röhre vorwärts rückt (indem immer entfernter liegende Lufttheilchen in Verdichtung versetzt werden), die zuerst verdichtet gewesenen in ihre ursprüngliche Dichtigkeit und Ruhe zurückkehren.

Auf den ersten Anblick ist es auffallend, warum nur bei der ersten Erregung einer Verdichtung in der Luft, dieselbe ringsum nach allen Richtungen fortgepflanzt werde, dagegen, wenn sie ein Mal fortgeschritten ist, die Verdichtung nur nach einer Seite fortgepflanzt werde; warum dagegen eine solche verdichtende Welle in jedem Momente, wo sie noch vorwärts fortschreitet, nicht auch nach rückwärts verdichtend wirke, und wie also die fortschreitende Welle die Luft hinter sich ruhig zurücklassen könne, was doch offenbar der Fall ist, da man einen Knall, oder einen anderen Schall an einer Stelle der Luft nur einen kurzen Moment hindurch hört, keineswegs aber noch dann, wenn die Schallwellen zu anderen Luftschichten übergegangen sind.

Die Ursache dieser Erscheinung ist aus dem Gesetze der Elasticität, welches freilich selbst noch nicht erklärt ist, und nur hypothetisch angenommen wird, das sich aber durch die Erfahrung überall zu bestätigen scheint, erklärlich. Denkt man sich, Fig. 140, die Theilchen a, b, c, f, g, h als Lufttheilchen einer Röhre, die sich in der ihnen im Zustande der Ruhe zukommenden Dichtigkeit befinden, giebt aber den Theilchen d, e eine doppelt so grosse Dichtigkeit als den anderen, so ist es keine Frage, dass sich die Theilchen d und e von einander zu entfernen streben müssen, indem sich e nach f, d nach c zu bewegt. Die Verdichtung de wird also nicht nach einer Seite der Röhre, sondern nach beiden zu fortschreiten.

Giebt man dagegen den Theilchen *d, e*, Fig. 141, eine gewisse Geschwindigkeit nach *c* zu, ohne dass ihre Dichtigkeit eine von der Dichtigkeit der übrigen Luft verschiedene ist, so werden sie gleichfalls einen Stoss, der nach beiden Enden der Röhre fortschreitet, hervorbringen, so aber, dass der nach *abcd* fortschreitende verdichtend, der nach *fgh* fortschreitende verdünnend sein wird.

Verbindet man dagegen beide betrachtete Fälle unter einander: denkt man sich *d, e*, Fig. 142, verdichtet, und legt ihnen zugleich eine Bewegung nach einer und derselben Richtung bei, die eben so gross ist als der Druck, den die Theilchen durch das Bestreben, wegen zu grosser Dichtigkeit sich ins Gleichgewicht zu setzen, nach *c* und *f* gleich stark ausüben, so muss *e* nothwendig ruhen; denn es wird vermöge seiner grösseren Dichtigkeit mit eben der Kraft nach *f* getrieben, als es sich vermöge der ihm ertheilten Geschwindigkeit nach *c* bewegen möchte. *d* dagegen würde sich mit einer doppelten Kraft, der seiner Geschwindigkeit, und der durch seine zu grosse Dichtigkeit veranlassten, nach *c* bewegen. *e* ruht folglich, *d* aber nähert sich *c* so lange, bis es ihm so viel von seiner Geschwindigkeit mitgetheilt hat, dass die Geschwindigkeit von *c* und *d* gleich gross ist, und zwar halb so gross als die, welche *d* vorher allein besass. (Wenn nämlich *c, d* als gleich grosse Massen angesehen werden, und folglich die Bewegung von *d* auf die doppelte Masse übergeht, und daher halb so geschwind wird.) Mit dem Drucke, den *d* auf *c* hierbei ausübt, ist in gleichem Maasse der von der Dichtigkeit zwischen *d* und *c* abhängende Druck grösser geworden, oder das Bestreben in *c* und *d* sich von einander zu entfernen gewachsen, welches Bestreben nach der der Elasticität hypothetisch zugeschriebenen Eigenschaft gleich gross als die bewegende Kraft in *c* und *d* ist. Es tritt folglich nun derselbe Fall als anfangs bei *d* und *e* ein. *d* muss folglich ruhen, und *c* wird sich mit der Geschwindigkeit, die ihm von *d* mitgetheilt wurde und mit der, die ihm das Bestreben, sich von *d* wegen zu grosser Dichtigkeit zu entfernen, mittheilt, d. h. mit der nämlichen Geschwindigkeit bewegen, mit der sich im vorhergehenden Zeitraume *d* nach *c* zu bewegte. Die Theilchen erhalten demnach die Lagen Fig. 143, 144 u. s. w. Aus demselben Grunde geschieht das Fortschreiten einer verdünnenden Welle nach einer einzigen Seite, wenn die Theilchen Fig. 145 *d, e* eine Geschwindigkeit nach einer und derselben Richtung besitzen, die eben so gross ist als die, welche ihnen durch die Verdünnung mitgetheilt wird. Nothwendig muss die Lage der Theilchen sich wie in Fig. 146 ändern, und die verdünnende Welle muss nach *f* zu fortschreiten. Dass nun aber, wenn die Luft gestossen wird, die Geschwindigkeit, die die Theilchen bekommen, nach und nach ihrer Verdichtung proportional wird, ist eine Folge des Mariottischen Gesetzes, nach welchem der Druck der Luft wie die zunehmende Dichtigkeit wächst, und der stets gleich schnellen Fortpflanzung des Stosses durch ein gleichartiges Mittel.

§ 263.

Wir haben bis jetzt die Fortpflanzung einer Verdichtung oder Verdünnung betrachtet, die nur zwischen zwei nächsten Theilchen Statt fand. Nun wollen wir von der Fortpflanzung von Wellen sprechen, von denen jede eine Menge bewegter und verdichteter Theilchen in sich fasst.

Die bildlichen Darstellungen, deren wir uns hierbei bedienen wollen, sind durch eine Anwendung von Euler's Rechnung konstruirt worden, indem wir uns einen Stempel in einer Röhre vorstellten, den wir uns nach einem von uns willkürlich angenommenen Gesetze vorwärts und rückwärts bewegt, und dabei abwechselnd beschleunigt und retardirt dachten. An die Röhre möge bei A, Fig. 147, ein luftdicht schliessender Stempel mit einer anfangs zunehmenden, dann wieder abnehmenden Geschwindigkeit vorwärts gestossen, hierauf aber gleichfalls mit einer erst zunehmenden, dann wieder abnehmenden Geschwindigkeit bis zu seiner ursprünglichen Lage zurückgezogen werden. Die Länge der auf die gerade Linie CDE senkrecht gezogenen Linien zeige die Geschwindigkeiten an, mit welchen der Stempel successiv bewegt wird, und zwar $\iota\vartheta\eta\zeta\varepsilon$ die Geschwindigkeiten, mit denen er successiv vorwärts gestossen, $\delta\gamma\beta\alpha$ die Geschwindigkeiten, mit denen er successiv zurückgezogen wird. Wir wollen die Zeit, in welcher der Stempel vorwärts gestossen und zurückgezogen wird, in acht kleinere Zeittheile theilen, deren jeden wir jetzt einzeln betrachten wollen. Am Ende des 1. Zeitraums, während der Stempel eine Geschwindigkeit, die der senkrechten Linie ϑ in CDE proportional ist, und während er um so viel, als die Entfernung $11'$ (Fig. 147 in FG) beträgt, in die Röhre hineingerückt ist, mögen die vor ihm in der Röhre liegenden Lufttheilchen eine Bewegung, folglich eine Verschiebung von ihrer ursprünglichen Lage, und also auch eine Geschwindigkeit erhalten, und eine gewisse Verdichtung erlitten haben. Die Grösse der Verschiebung, die jedes Lufttheilchen im Raume FG während dieses Zeitraums erlitten hat, können wir uns durch die senkrechten Linien (Ordinaten) 1, 2, 3 sinnlich darstellen, so dass also das Theilchen 3 in AB am Ende des 1. Zeitraums noch gar nicht verschoben ist, 2 eine Verschiebung nach B erlitten hat, welche der senkrechten Linie 2 in FG gleich ist; das Theilchen 1 in AB endlich nach B zu um so viel verschoben worden ist, als die senkrechte Linie 1 in FG beträgt. Hieraus folgt, dass das Theilchen 3 in AB noch in seiner ursprünglichen Lage sein muss, dass sich das Theilchen 2 dem Theilchen 3 um so viel genähert haben muss, als die senkrechte Linie 2 in *FG* beträgt, dass das Theilchen 1 endlich sich dem Theilchen 2 um so viel genähert haben muss, als die Differenz der senkrechten Linien 1 und 2 in *FG* beträgt. Die Lufttheilchen werden aber hierbei auch eine gewisse Verdichtung erlitten haben. Auch diese kann man durch senkrechte Linien 1, 2, 3 in *HI* bildlich ausdrücken. Eben so verhält es sich auch mit den Geschwindigkeiten, welche den Theilchen 1, 2, 3 mitgetheilt werden, und die für unseren Fall (wie es sich aus Euler's Rechnung ergiebt) der Verdichtung proportional sein müssen, und daher durch dieselben senkrechten Linien 1, 2, 3 in *HI* ausgedrückt werden können. Verbindet man die Endpunkte der senkrechten Linien 1, 2, 3 in *FG*, welche die Verschiebungen der Lufttheilchen von ihrer ursprünglichen Lage ausdrücken, durch eine krumme Linie, so kann man diese die Skale der Verschiebungen nennen. Ebenso kann man die krumme Linie, die die senkrechten in *HI* verbindet, die Skale der Verdichtungen nennen. Dieselbe Linie ist auch in unserem Falle, wo die Geschwindigkeit der Lufttheilchen ihrer Verdichtung proportional ist, die Skale der Geschwindigkeiten. Zeichnen wir nun die Theilchen, indem wir die Ordinaten der Verschiebung auf eine gerade Linie abtragen, in die Lage, die sie nach dieser Verschiebung und gegenseitigen Annäherung erhalten haben müssen, so kommen sie an die vorderen Enden der Pfeilspitzen *KL* zu liegen, wo wir zugleich die Geschwindigkeit, die jedes Theilchen hat, durch die Grösse der Pfeilspitzen, d. h. durch die geraden Entfernungen $11'$, $22'$, $33'$ u. s. w., so wie die Richtung, in welcher sich die Theilchen bewegen, durch die Richtung der Pfeilspitzen ausgedrückt haben. Hiernach sieht man nun leicht, dass die Verdichtung aller Theilchen 1, 2, 3 zusammen genommen eben so viel betragen müsse, als die Verschiebung des Stempels von z nach z'.

Im 2. Zeitmomente, in dem der Stempel um so viel als Fig. 148 zz'' in die Röhre hineingetrieben ist, hat sich die Fortpflanzung des Stosses bis zum Lufttheilchen 5 in *AB* erstreckt. In welchem Grade die Dichtigkeit der Theilchen 1, 2, 3, 4, 5 vergrössert worden sei, stellt die Lage der mit denselben Zahlen bezeichneten Punkte in *KL* dar; die Geschwindigkeit und Richtung der Theilchen wird wieder durch die Grösse und Richtung der Pfeilspitzen angezeigt, welche wieder durch die Ordinaten der Verschiebung in *FG*, und durch die Ordinaten der Geschwindigkeit und Dichtigkeit in *HI* (welche auf gleiche Weise aus den Ordinaten der Verschiebung resultiren) ausgedrückt sind.

Im 3. Zeitmomente, in dem der Stempel Fig. 149 von z'' nach z''', also ein geringeres Stück als im vorigen Zeitraume, fortgerückt ist, hat sich die Welle bis zum siebenten Lufttheilchen 7 in *AB*, Fig. 149, fortgepflanzt, und die bewegten Lufttheilchen haben in der Röhre die

Lage und Geschwindigkeit angenommen, welche die Pfeilspitzen in *KL*, Fig. 149, darstellen. So wie der Stempel in diesem Zeitraume von Zeittheilchen zu Zeittheilchen immer langsamer vorwärts geschoben wird, eben so ist die Bewegung, die die Theilchen 1, 2, 3 in diesem Zeitraume vom Stempel empfangen, von Zeittheilchen zu Zeittheilchen kleiner, statt die Bewegung, die die Lufttheilchen 4, 5, 6 von ihren benachbarten während dieses Zeitraums empfangen, von Zeittheilchen zu Zeittheilchen immer grösser geworden ist. Man übersieht das sehr gut, wenn man die krumme Linie *FG*, Fig. 149, die die Enden der die Abweichung der Lufttheilchen von ihrer ursprünglichen Lage darstellenden Linien verbindet, betrachtet, die da, wo die Lufttheilchen 4, 5, 6 liegen, nach oben konkav, da, wo die Lufttheilchen 1, 2, 3 liegen, nach oben konvex ist. Durch *HI* werden die Linien bestimmt, welche die Geschwindigkeiten sinnlich ausdrücken, die den Lufttheilchen 1 bis 7 am Ende des 3. Zeitraums zukommen. *KL,* Fig. 150, bildet die Welle am Ende des 4. Zeitraums ab, in welchem der Stempel von z''' nach z^{IV} vorwärts geschoben worden ist. Die Bewegung hat sich in diesem Zeitraume bis zum Theilchen 9 ausgebreitet. Dieser Raum ist wieder viel kleiner als der, um welchen der Stempel im vorhergehenden Zeitraume vorwärts rückte, und seine Geschwindigkeit hat sich während dieses Zeitraums vollends so verringert, dass der Stempel, wenn er in z^{IV} angekommen ist, 0 Geschwindigkeit hat. Es ist nun die ganze verdichtende Welle gebildet. Der Stempel, und zugleich mit ihm das an ihm liegende Lufttheilchen 1, hat nun den äussersten Punkt seiner Bewegung nach *L* zu erreicht. Die Linie *FG* stellt die Verschiebungen der einzelnen Lufttheilchen durch die Grösse der auf sie gefällten Perpendikel dar, die Linie *HI* giebt die Ordinaten, welche zugleich die Geschwindigkeiten und die Dichtigkeiten der Lufttheilchen ausdrücken. Fig. 151 bei *KL*, wo sich die Bewegung bis zum Theilchen 11 ausgebreitet hat, sieht man, wie der Stempel nun das Stück z^{IV} bis z^{III} rückwärts bewegt worden ist, und mit ihm das Lufttheilchen 1 und 2; daher hat sich der Zwischenraum zwischen 1 und 2 und zwischen 2 und 3 vergrössert; es ist Verdünnung eingetreten, und der Punkt 3 macht die Grenze zwischen der früher entstandenen verdichtenden Welle, und der verdünnenden, welche so eben sich zu bilden angefangen hat. *FG* zeigt die Verschiebung der Lufttheilchen von ihrem ursprünglichen Orte an, *HI* zugleich die Geschwindigkeiten und Verdichtungen.

Im 6. Zeitraume, Fig. 152, erreicht der vorderste Punkt der verdichtenden Welle das Theilchen 13. Die Stelle der Welle, in welcher die grösste Verdichtung und Geschwindigkeit Statt findet, fällt auf das Theilchen 8. Es hat sich zugleich die Hälfte der verdünnenden Welle gebildet, indem der Stempel mit verstärkter Geschwindigkeit von z'''

nach z'' rückwärts ging. *FG* stellt die Verschiebung der Lufttheilchen von ihrer ursprünglichen Lage, *HI* die Geschwindigkeiten und Verdichtungen dar. Die verdünnende Welle (Thalwelle) rückt also nach *L* zu fort, obgleich die einzelnen Lufttheilchen, die diese Welle bilden, sich nach *K* hin bewegen. Das Theilchen 1 hat am Ende dieses Zeitraums die grösste Geschwindigkeit nach *K* hin erhalten.

Im 7. Zeitraume, Fig. 153, wird die Rückbewegung des Stempels von Theilchen zu Theilchen verlangsamt, und eben dadurch wird auch die Geschwindigkeit, die den nächsten Lufttheilchen durch den Stempel von Zeittheilchen zu Zeittheilchen von Neuem mitgetheilt wird, immer geringer. Die verdichtende Welle ist bis zum 15. Lufttheilchen fortgeschritten. Die Stelle derselben, wo die grösste Verdichtung und Geschwindigkeit der Theilchen ist, befindet sich am Theilchen 11; am Theilchen 7 ist die Geschwindigkeit und Dichtigkeit 0; am 3. Theilchen ist die grösste Dichtigkeit und Geschwindigkeit der zu der verdünnenden Welle gehörigen Theilchen, die sich nach *K* zu bewegen. *FG* giebt wieder die Grösse der Linien an, die die Verschiebung der Lufttheilchen von ihrer ursprünglichen Lage ausdrücken; *HI* die Linien, welche die Geschwindigkeiten und Verdichtungen der Lufttheilchen in der Welle darstellen.

Im 8. Zeitraume, Fig. 154, *KL* ist endlich der Stempel von z' nach z, und zugleich auch das ihm zunächst liegende Lufttheilchen, in seine ursprüngliche Lage zurückgekehrt, und ist dabei in seiner Bewegung so verlangsamt worden, dass seine Geschwindigkeit gerade 0 geworden ist. *FG* stellt die Verschiebung, *HI* die Dichtigkeit und Geschwindigkeit dar.

Fig. 155 *KL*, *FG* und *HI* stellt dasselbe im 9. Zeitraume dar, nur mit dem Unterschiede, dass die Welle nach *L* zu ein Stück fortrückt. Die Verschiebung der Theilchen, so wie auch ihre Geschwindigkeit und Dichtigkeit sind dieselben als im vorigen Zeitmomente. Das Theilchen 2 ist am Ende dieses Zeitraums in seine ursprüngliche Lage zurückgekehrt. Die Welle rückt nun im 10. Zeitmoment, so wie Fig. 156 zeigt, im 11., so wie Fig. 157, im 12., so wie Fig. 158, im 13., so wie Fig. 159, im 14., so wie Fig. 160, im 15., so wie Fig. 161, im 16., so wie Fig. 162 darstellt, mit gleichförmiger Geschwindigkeit nach *L* zu fort. Die Skalen der Verschiebung der Theilchen *FG*, so wie ihrer Dichtigkeit und Geschwindigkeit *HI* bleiben während aller dieser Zeiträume dieselben, die sie im 9. Zeitraume in Fig. 155 waren. Die Welle ist nun um so viel, als ihre ganze Breite (der vereinigten Breite der verdichtenden und verdünnenden Welle) beträgt, fortgeschritten.

Die Theilchen 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 haben sich, während die verdichtende Welle an ihnen vorüberging, nach vorwärts bewegt; während die verdünnende Welle durch sie hindurchging, durch dieselbe Bahn zurück, an ihren vorigen Ort bewegt. In der Mitte ihrer Vorwärtsbewegung, und in der Mitte ihrer Rückwärtsbewegung hatten sie die grösste Geschwindigkeit.

§ 264.

Aus der hier gezeigten, durch die Erfahrung bewiesenen Eigenschaft der Luftwellen, in Röhren mit gleichförmiger Geschwindigkeit und unverändert fortzuschreiten, kann man sehr leicht erkennen, welche Geschwindigkeit den einzelnen Lufttheilchen zukommt, wenn man die Entfernung der in der Welle befindlichen Lufttheilchen von dem ihnen ursprünglich zukommenden Orte als bekannt voraussetzt. Die Entfernungen der Punkte in der Linie *abcde*, Fig. 171, von der geraden *ae*, mögen diese Entfernungen für die Lufttheilchen sinnlich darstellen, welche, als noch Gleichgewicht Statt fand, in der Axe *ae* einer Röhre lagen. Wegen der gleichförmigen und unveränderten Fortschreitung der Welle nach e' muss diese Linie im folgenden Augenblicke die Lage $a'b'c'd'e'$ annehmen. Das Theilchen, das sich während der Ruhe in *m* befand, muss also während dieses Augenblicks einen Raum, den *no* sinnlich ausdrückt, durchlaufen haben, während das Lufttheilchen, das sich während der Ruhe in *p* befand, in derselben Zeit den Raum *qr* zurücklegte. Die Geschwindigkeiten dieser Theilchen verhalten sich also wie die Linien *no* und *qr*, und indem man diese Linien senkrecht auf die Linie *fk* aufsetzt, und die Endpunkte verbindet, erhält man die Skale der Geschwindigkeiten *fghik*. Die vordere Hälfte der Skale der Abweichungen *cde* bezieht sich auf die verdichtende Welle, in der sich die Theilchen in derselben Richtung, in der die Welle fortschreitet, bewegen; der hintere Theil der Skale *abc* bezieht sich auf die verdünnende Welle, in der sich die Theilchen in entgegengesetzter Richtung als die fortschreitende Welle bewegen. Fig. 172 macht anschaulich, wie die grösste Geschwindigkeit der Lufttheilchen sowohl bei der verdichtenden als verdünnenden Welle in der Mitte liege, und nach beiden Enden jeder derselben bis zu 0 abnehme.

§ 265.

Gesetzt bei *L*, Fig. 162, befände sich in der Röhre eine senkrechte Scheidewand. Die Welle würde dann nach der Euler'schen Berechnung zurückgeworfen werden, und auf ähnliche Weise nach *K* zurücklaufen, als sie nach *L* fortgegangen war. Der Verlauf dieser Zurückwerfung ist Fig. 163 bis Fig. 170 durch geometrische Konstruktionen, denen die Euler'sche Rechnung zum Grunde liegt, verfolgt worden.

Im 17. Zeitraume, Fig. 163, ist nämlich die ganze verdünnende Welle, und die hintere Hälfte der verdichtenden noch unverändert nach L fortgeschritten. Das vorderste zurückgeworfene Viertel der verdichtenden Welle ist aber mit dem nachfolgenden Viertel zusammengefallen, und es haben sich dabei ihre Dichtigkeiten summirt, ihre Geschwindigkeit zum grossen Theil aufgehoben. Im 18. Zeitraume, Fig. 164, ist blos noch die verdünnende Welle unverändert nach L fortgeschritten. Die vordere zurückgeworfene Hälfte der verdichtenden Welle ist mit der nachfolgenden Hälfte zusammengefallen, und es haben sich dabei die Verdichtungen gerade verdoppelt, während die Geschwindigkeiten sich vollkommen aufgehoben haben.

Im 19. Zeitraume, Fig. 165, ist blos noch die hintere Hälfte der verdünnenden Welle unverändert fortgeschritten. Ihre vordere Hälfte ist mit der zurückgeworfenen vorderen Hälfte der verdichtenden Welle zusammengefallen, und es hat sich dabei die Verdichtung der einen mit der Verdichtung der anderen grossentheils aufgehoben, die Geschwindigkeiten beider aber summirt.

Im 20. Zeitraume, Fig. 166, ist die nach L fortschreitende verdünnende Welle vollkommen mit der von L zurückgeworfenen verdichtenden Welle zusammengefallen. Die Verdichtung der einen hat sich mit der Verdünnung der anderen vollkommen aufgehoben; ihre Geschwindigkeiten haben sich aber gerade verdoppelt.

Im 21. Zeitraume, Fig. 167, schreitet nun die vordere zurückgeworfene Hälfte der verdichtenden Welle unverändert nach K zurück, während ihre hintere Hälfte mit der hinteren Hälfte der nach L fortschreitenden verdünnenden Welle zusammenfällt, und sich die Verdichtung der einen mit der Verdünnung der anderen grossentheils aufhebt, ihre Geschwindigkeiten sich aber summiren. Das vorderste Viertel der verdünnenden Welle ist eben bei L zurückgeworfen worden, und dadurch mit dem zweiten Viertel zusammengefallen, wobei ihre Verdünnungen sich vergrössert, aber ihre Geschwindigkeiten grossentheils sich aufgehoben haben.

Im 22. Zeitraume, Fig. 168, schreitet die ganze verdichtende Welle unverändert nach K zurück, während die zurückgeworfene vordere Hälfte der verdünnenden Welle mit der anderen Hälfte zusammengefallen ist, und dabei ihre Verdünnungen sich verdoppelt, ihre Geschwindigkeiten sich aber aufgehoben haben.

Im 23. Zeitraume, Fig. 169, schreitet die ganze verdichtende Welle und die vordere Hälfte der verdünnenden unverändert nach K zurück, und nur das dritte Viertel der verdünnenden Welle, das so eben zurückgeworfen worden ist, fällt mit dem letzten Viertel zusammen, wobei ihre Verdünnung sich vergrössert, ihre Geschwindigkeiten aber sich grossentheils aufheben.

Im 24. Zeitraume endlich, Fig. 170, ist die ganze Welle, der verdichtende Theil sowohl als der verdünnende, durch die Wand L zurückgeworfen worden, und schreitet nun unverändert nach K zu fort. Die zurückgeworfene Welle bringt nämlich nach Euler's Berechnung diesseits der Wand ähnliche Veränderungen in der Lage, Dichtigkeit und Geschwindigkeit der Lufttheilchen hervor, die sie jenseits von dem Orte der Wand hervorgebracht haben würde, wenn die Wand ihren Fortgang nicht gehemmt hätte. Wäre die Welle über den Ort der Wand ungestört hinausgegangen, so würden ihre Skalen der Verschiebung, Geschwindigkeiten und Dichtigkeiten die Fig. 173 abgebildete Gestalt haben. Da nun aber in l die Wand dazwischen tritt, so wird die Verdichtung des Theilchens y, welches von der Wand eben so weit entfernt ist als w, durch die Verdichtung des Theilchens w vermehrt, und es muss daher in y eine Verdichtung Statt finden, die ausgedrückt werden kann, wenn man die Länge der senkrechten Linie ww' (die die Dichtigkeit von w darstellt) zu der Linie yy' addirt. Die Geschwindigkeit des Theilchens w dagegen (die hier gleichfalls durch die Linie ww' dargestellt ist) muss von der Geschwindigkeit yy' des Theilchens y abgezogen werden, woraus folgt, dass in diesem Momente der Zurückwerfung der Welle die Verdichtung in y doppelt so gross werden müsse, als vor der Zurückwerfung, die Geschwindigkeit dagegen 0 werden müsse.

Endlich muss die Abweichung des Theilchens w von seiner Lage der Ruhe (welche Fig. 174 durch ww' ausgedrückt ist), von der Abweichung des Theilchens y (die durch yy', Fig. 174, dargestellt ist), abgezogen werden. Durch diese Verfahrungsweise sind die bildlichen Darstellungen der Welle Fig. 163 bis Fig. 170 für die einzelnen Zeiträume der Abprallung erhalten worden.

§ 266.

Es ist interessant, diese Figuren mit denen zu vergleichen (Fig. 47, pag. 165), die die Zurückwerfung der Wasserwellen darstellen, und beide dann mit denen zusammen zu halten (Fig. 107, pag. 331), welche die Zurückwerfung der Wellen eines gespannten Fadens erläutern. Bei der Luftwelle, die an einer festen Wand anprallt, bleibt eine verdichtende Welle auch nach der Zurückwerfung verdichtend, und eben so eine verdünnende Welle verdünnend.

Eben so bleibt ein anprallender Wellenberg oder Wellenthal des Wassers auch nach der Zurückwerfung ein Wellenberg oder Wellenthal.

Bei einem gespannten Faden kehrt sich dagegen bei der Zurückwerfung die Bergwelle in eine Thalwelle, die Thalwelle in eine Bergwelle um.

So wie die Kraft, durch welche die Luftwelle fortschreitet, in der entstehenden Verdichtung und Verdünnung der Luft liegt, und die Verdichtung und Verdünnung der Luft daher die wesentlichste Erscheinung der Luftwelle ist, eben so hängt das Fortschreiten bei der Wasserwelle von der Erhebung oder Vertiefung des Wassers in Beziehung zu dem Niveau ab, und eben so ist die wesentliche Erscheinung der Welle eines gespannten Fadens die Beugung desselben.

Bei der Wasserwelle verdoppelt der zurückgeworfene Theil der Welle die Erhebung des hinschreitenden, während die horizontale Bewegung des zurückgeworfenen durch die des hinschreitenden vernichtet wird.

Bei der Luftwelle verdoppelt die Verdichtung des zurückgeworfenen Theils der Welle die Verdichtung des hinschreitenden, während die horizontale Geschwindigkeit des ersteren durch die des letzteren vernichtet wird. Anders verhält es sich bei der Zurückwerfung der Welle eines gespannten Fadens. Die Ausbeugung des zurückgeworfenen Theils der Welle hebt die Ausbeugung des hinschreitenden auf, während die senkrechten Geschwindigkeiten sich verdoppeln.

§ 267.

Ueber den Vorgang, wenn sich zwei Luftwellen begegnen, und durch einander durchgehen, ist hier nichts Besonderes zu bemerken. Sie stören sich dabei nicht im mindesten. Die Verdichtungen und Geschwindigkeiten summiren sich, wo zwei verdichtende oder zwei verdünnende Wellen einander begegnen. Die Geschwindigkeiten und Dichtigkeiten einer verdichtenden Welle müssen, so wie etwas Aehnliches von den Wasserwellen, pag. 171, erläutert worden ist, von den Geschwindigkeiten und Dichtigkeiten einer verdünnenden abgezogen werden, wenn eine verdichtende und eine verdünnende einander begegnen. Nach der Durchkreuzung setzt jede Welle ihren Lauf fort, als wäre keine Störung erfolgt. Alles beruht hierbei, wie man leicht einsieht, auf dem Umtausche der Kräfte zwischen den sich begegnenden bewegten Lufttheilchen.

§ 268.

In den bis jetzt gegebenen Darstellungen haben wir gesehen, dass, wenn die Lufttheilchen einer Welle so verdichtet sind, und eine solche Geschwindigkeit erlangt haben, dass die krummen Linien, durch die man ihre Dichtigkeiten und Geschwindigkeiten sinnlich darstellt (die Skalen ihrer Dichtigkeiten und Geschwindigkeiten), gleich sind, die Wellen nur nach *einer Richtung* fortschreiten, und zwar so, dass eine verdichtende Welle nach der Richtung fortschreitet, in welcher sich ihre Lufttheilchen bewegen, eine verdünnende Welle dagegen in der entgegengesetzten.

Sind die beiden Skalen der Dichtigkeiten und Geschwindigkeiten $ba'c$ und $ba''c$, Fig. 175, so kann man die Geschwindigkeit des Theilchens a und jedes anderen Theilchens in zwei Geschwindigkeiten nach derselben Richtung zerlegt denken, in die aa'', welche der Ordinate der Verdichtung immer gleich ist, und in die Geschwindigkeit $a''a'$. Vermöge des Theils der Skale der Geschwindigkeiten, welcher mit der Skale der Dichtigkeiten $ba''c$ zusammenfällt, wird eine Welle unverändert nach B fortschreiten. Vermöge des zweiten Theils der Geschwindigkeit, welcher durch die senkrechte Entfernung von $ba''c$ und $ba'c$ dargestellt wird, und den wir Fig. 176 durch die Linie $ba'c$ besonders dargestellt haben, werden noch ausserdem zwei Wellen entstehen, die nach entgegengesetzten Richtungen fortschreiten, von denen die nach B fortschreitende zu den vorhin erwähnten $ba''c$, Fig. 175, hinzu addirt werden muss.

Man kann sich nämlich die Skale der Geschwindigkeiten $ba'c$, Fig. 176, in zwei halb so grosse, in $ba'''c$, Fig. 177, zusammenfallende zerlegt denken. Die in bac vorhandene Dichtigkeit ist die, welche die Luft im ursprünglichen Zustande hat. Diesen ursprünglichen Zustand der Dichtigkeit kann man als die Folge einer an einem Orte zusammengekommenen gleich grossen Verdichtung und Verdünnung ansehen. Nimmt man daher eine Skale der Verdichtung $ba'''c$ (die also den zerlegten Skalen der Geschwindigkeit vollkommen gleich ist) und zugleich eine Skale der Verdünnung $ba''c$ an, so haben wir nun zwei Skalen der Geschwindigkeiten und zwei Skalen der Dichtigkeiten, und zwar stimmt die eine Skale der Dichtigkeiten (die der Verdichtung $ba'''c$) vollkommen mit der einen Skale der Geschwindigkeiten überein, und bildet also mit ihr eine nach B zu fortschreitende Welle, die andere Skale der Dichtigkeiten (die Skale der Verdünnung $ba''c$) stimmt auch mit der anderen Skale der Geschwindigkeiten überein, und bildet eine nach A zu fortschreitende Welle. Den Grund von allen diesen gegebenen Darstellungen findet man in den Euler'schen Abhandlungen[1]) in den Petersburger Kommentarien.

---

[1]) Siehe diese Abhandlungen in Brandes' Uebersetzung. (Gesetze des Gleichgewichts und der Bewegung flüssiger Körper. Leipzig 1806. Seite 445.)

Euler, in seinen Untersuchungen über die Bewegungen der Luft in Röhren, setzt voraus, dass erstens die Wände der Röhre vollkommen fest sind, zweitens, dass sie keine Adhäsion zur Luft haben, drittens, dass alle Bewegungen der Axe parallel geschehen, und alle Punkte eines auf die Axe senkrechten Durchschnitts der Röhre gleiche Bewegung haben, viertens, dass die Röhre sich in horizontaler Lage befinde.

Wir haben pag. 120 gesehen, dass eine niedersinkende über das Niveau erhobene Wassersäule einen fortschreitenden Wellenberg bildet,

---

Man bezeichne durch b die Dichtigkeit der Luft bei dem Drucke a; mit S die anfängliche Entfernung irgend eines Theilchens von dem als Anfangspunkt genommenen Orte der Röhre; mit s seine Entfernung von eben diesem Orte nach Verlauf des Zeitraums t; mit Q die gegebene anfängliche Dichtigkeit an irgend einer Stelle der Röhre; mit q die Dichtigkeit an derselben Stelle nach Verlauf des Zeitraums t. Die allgemeine Gleichung für die Bewegung der Luft in Röhren, oder der allgemeine Ausdruck für die Grösse der Bewegung jedes gegebenen Lufttheilchens der Röhre für jede gegebene Zeit ist alsdann folgende:

$$\frac{2gadQ}{bQdS}\left(\frac{ds}{dS}\right)-\frac{2ga}{b}\left(\frac{d^2s}{dS^2}\right)+\left(\frac{ds}{dS}\right)^2\left(\frac{d^2s}{dt^2}\right)=0.$$

Aus dieser Gleichung würde sich die ganze Theorie der Bewegung der Luft in Röhren ergeben, wenn man sie so aufzulösen vermöchte, dass für $t=0$, $s=S$, und folglich $ds/dS=1$, und $q=Q$ würde, d. h. dass, wenn man die Zeit t in der Gleichung 0 setzt, man aus der Gleichung den gegebenen anfänglichen Zustand der Luft unverändert erhält. Man kann dies aber nur, wenn man die Bewegung der Lufttheilchen sehr klein annimmt.

Die Ordinaten z der Linie ABC, Fig. 178, auf die Abscissenlinie UV mögen die *Dichtigkeiten* der Lufttheilchen darstellen, in dem Verhältnisse, dass die Dichtigkeit k der Lufttheilchen während des Gleichgewichts durch das in der Rechnung angenommene Längenmaass, den Fallraum eines Körpers im leeren Raume während der ersten Sekunde, dargestellt wird. Die Ordinaten v der Linie UDV, Fig. 179, mögen die gegebenen anfänglichen *Geschwindigkeiten* der Lufttheilchen bezeichnen, also den Raum, den sie zu Folge derselben in einer Sekunde durchlaufen würden.

Man konstruire über UV, Fig. 180, zwei neue Kurven UQV und UYV, und mache die Ordinaten der ersteren $UQV=z-k$, Fig. 178, gleich dem Unterschiede der gegebenen Dichtigkeit der bereits aus dem Gleichgewicht gebrachten Lufttheilchen (z) und ihrer Dichtigkeit während des Gleichgewichts (k), welche letztere (k) in der Rechnung dem angenommenen Längenmaasse gleichgesetzt wird, d. h. dem Fallraume eines Körpers im leeren Raume während der ersten Sekunde (g). Die Ordinaten der zweiten Kurve UYV, Fig. 180, mache man den Abscissen v, Fig. 179, d. h. den gegebenen anfänglichen Geschwindigkeiten der Lufttheilchen proportional, so dass $SY=v\sqrt{b/2ga}$.

Will man nun *die Lage*, *die Dichtigkeit* und *die Geschwindigkeit* des anfänglich im Punkte S befindlichen Lufttheilchens am Ende dss Zeitraums von t Sekunden bestimmen, so trage man vom Punkte S aus nach beiden Seiten der Axe der Luftröhre UV, Fig. 180, die Entfernungen $SR=Sr=t\sqrt{2ga/b}$ ab. *Die Entfernung des Lufttheilchens von seiner anfänglichen Lage* ist alsdann

$$=\tfrac{1}{2}RNrn-\tfrac{1}{2}SQRM+\tfrac{1}{2}SQrm;$$

seine *Dichtigkeit* ist (wenn Q die gegebene anfängliche Dichtigkeit bezeichnet)

$$=Q\,(1-SQ-\tfrac{1}{2}RN+\tfrac{1}{2}RM+\tfrac{1}{2}rn+\tfrac{1}{2}rm);$$

endlich seine *Geschwindigkeit* nach V

$$=\tfrac{1}{2}\,(RN-RM+rn+rm)\sqrt{\frac{2ga}{b}}.$$

hinter welchem, wenn er fortgeschritten ist, an dem nämlichen Orte, den er zuerst einnahm, ein Wellenthal entsteht. Etwas ähnliches zeigt

---

Ist das Gleichgewicht der Luft in der Röhre nur an einer bestimmten Stelle der Röhre gestört worden, so nehmen die Hülfslinien die Fig. 181 abgebildete Gestalt an. Für diesen Fall folgt aus der angeführten Methode, die Bewegung der Luft zu bestimmen, dass das Theilchen S sich nicht zu bewegen anfängt, bis die Zahl der Sekunden so gross geworden ist, dass $t\sqrt{2ga/b} = BS$. Daraus sieht man, dass die Welle in *einer* Sekunde den Raum $\sqrt{2ga/b}$ durchläuft. Das Theilchen S hört aber auf sich zu bewegen, wenn die Welle um ihre Breite weiter fortgeschritten ist, d. h. wenn $t\sqrt{2ga/b} = BS + BA$.

Die angeführten Formeln vereinfachen sich sehr für die meisten vorkommenden Fälle. Ist das Gleichgewicht in der Röhre nur zwischen A und B gestört worden, so ist die Dichtigkeit für einen Punkt S jenseits $B = 1 + \frac{1}{2}rn + \frac{1}{2}rm$, und die Geschwindigkeit $= \frac{1}{2}(rn + rm)\sqrt{2ga/b}$; für einen Punkt S' diesseits A aber die Dichtigkeit $= 1 - \frac{1}{2}RN + \frac{1}{2}RM$; und die Geschwindigkeit $= \frac{1}{2}(RN - RM)\sqrt{2ga/b}$; woraus man erkennt, dass wenn in allen Lufttheilchen zwischen A und B, wo das Gleichgewicht gestört worden ist, $rn = rm$, und also stets auch $RN = RM$, die Welle sich blos nach S, aber nicht nach S' fortpflanzt. In diesem Falle ist dann die Dichtigkeit des Theilchens $S = 1 + rn = 1 + rm$ und die Geschwindigkeit $= rn\sqrt{2ga/b} = rm\sqrt{2ga/b}$. Dieselbe Dichtigkeit und dieselbe Geschwindigkeit hatte im Anfange des Zeitraums t das Theilchen r, und weil der Raum Sr eben der Raum ist, den die Welle in der Zeit t durchläuft, $= t\sqrt{2ga/b}$, so erkennt man daraus, dass in diesem Falle die Welle AB sich *unverändert* nach S fortpflanzt. Wenn also die Skalen der Dichtigkeiten und Geschwindigkeiten gleich sind, und auch überall auf derselben Seite der Axe SS', darüber oder darunter, liegen, so tritt der eben erwähnte Fall ein, dass nämlich sich die Welle blos nach S und zwar unverändert fortpflanzt. Wenn dagegen in allen Lufttheilchen zwischen A und B, wo das Gleichgewicht gestört worden ist, $RM = -RN$, und also stets auch $rm = -rn$; so erkennt man aus Obigem, dass die Welle sich blos nach S' fortpflanzt; denn es wird für das Theilchen S die Dichtigkeit $= 1 + \frac{1}{2}rn - \frac{1}{2}rn = 1$ stets dieselbe, wie während des Gleichgewichts, und die Geschwindigkeit $= \frac{1}{2}(rn - rn)\sqrt{2ga/b} = 0$. Im Punkte S aber wird die Dichtigkeit $= 1 + RM$, die Geschwindigkeit $= -RM\sqrt{2ga/b}$. Wenn also die Skalen der Dichtigkeiten und der Geschwindigkeiten gleich sind, aber auf entgegengesetzten Seiten der Axe SS' liegen, so pflanzt sich die Welle blos nach S' und zwar unverändert fort.

Ist die Röhre in V, Fig. 180, verschlossen, so endigen auch die Hülfslinien in V. Soll man daher die Bewegung des Theilchens S am Ende eines Zeitraums von t Sekunden bestimmen, und ist $t\sqrt{2ga/b} > SV$, so kann man, so lange die Hülfslinien nicht über V fortgesetzt worden sind, die Bewegung des Theilchens S nicht auf die angegebene Weise finden. Euler hat nun gefunden, dass die Hülfslinie UYV so fortgesetzt werden muss, dass die Fortsetzung $U'Y'V'$ der ersteren gleich und ähnlich werde, aber an der anderen Seite der Axe zu liegen komme, dass die Hülfslinie UQV hingegen so fortgesetzt wird, dass die Fortsetzung $U'Q'V'$ der ersteren gleich und ähnlich, und auch an derselben Seite der Axe ist.

sich nach der Euler'schen Berechnung bei einem auf die Luft in irgend einer Richtung angebrachten Stosse.

Theilt man am Ende A einer Röhre AB, Fig. 182, den Lufttheilchen eine Geschwindigkeit mit, ehe sie sich noch haben einander merklich nähern oder von einander entfernen können, und zieht dann der Euler'schen Konstruktion gemäss die Linie $Ab'c'd'e$ als Skale der Geschwindigkeiten, während die Skale der Dichtigkeiten mit der Linie AB zusammenfallen mag, und bestimmt den Zustand der Welle für die folgenden Zeiträume, wobei das Ende A als verschlossen angenommen wird, so erhält man als Skalen der Geschwindigkeiten die Fig. 182 (2.) (3.) (4.) (5.) punktirt angegebenen Kurven; als Skalen der Dichtigkeiten aber, die stetigen Linien unter denselben Nummern. Man sieht daraus, dass beide Skalen sich bald vereinigen, woraus hervorgeht, dass die Welle von da an, wo diese Vereinigung geschah, sich mit gleichförmiger Geschwindigkeit nur nach B fortbewegt. Zweitens sieht man, dass die den Theilchen ursprünglich nach B zu mitgetheilte Geschwindigkeit in der Luft eine Verdichtung hervorbrachte (Wellenberg), dass sich aber dieser verdichtenden Welle in dem 5. Zeitraume eine verdünnende nachgebildet hat, welche eine gleiche Breite hat als die vorhergehende verdichtende Welle, auch gleiche und ähnliche Skalen besitzt als sie, die aber unter der Linie AB liegen, statt bei der verdichtenden Welle über dieser Linie.

Dem so eben betrachteten Falle einer Wellenerregung in der Luft ist ein zweiter entgegengesetzt. Wenn nämlich die Lufttheilchen am verschlossenen Ende A der Röhre AB, Fig. 183, verdichtet werden, ohne dass ihnen eine merkliche Geschwindigkeit mitgetheilt wird, was man sich z. B. so als möglich denken kann, dass am Ende A einer Röhre AB, Fig. 183, ein mit verdichteter Luft gefüllter Behälter befindlich sei, der plötzlich in die Röhre hinein geöffnet werde.

Auch in den auf diese Weise erregten Wellen fallen nach Euler's Theorie nach Verlauf einiger Zeiträume (2.) (3.) (4.) (5.) die Skalen der Dichtigkeiten mit den Skalen der Geschwindigkeiten zusammen, und die Welle muss daher von diesem Augenblicke an mit gleichförmiger Geschwindigkeit unverändert blos nach B fortschreiten. Es hatte sich durch die Verdichtung zuerst eine verdichtende Welle gebildet, und dieser hatte sich eine zweite und zwar gleichfalls verdichtende Welle nachgebildet, welche zwei Wellen sich in allen Stücken vollkommen gleich sind und Skalen der Dichtigkeiten enthalten, deren Ordinaten nur halb so gross als die Ordinaten der ursprünglich gegebenen Skalen sind.

Nach den Euler'schen Formeln kann man nun aber auch die aus diesen beiden einfachsten Fällen zusammengesetzten Fälle (d. h. alle Fälle, welches auch der gegebene anfängliche Zustand der Luft in einer Röhre sein möge) für jeden Zeitmoment geometrisch konstruiren.

§ 269.

Was bis jetzt über die Fortpflanzung der Wellen durch die Luft einer gleich dicken Röhre gesagt worden ist, findet leicht seine Anwendung auf die Fortpflanzung der Wellen durch einen freien Luftraum.

Fig. 184 sei eine feste Kugel, welche aus dem zusammengedrückten Zustande a in den ausgedehnten $AAAA$ schnell übergegangen sei, und dabei die sie umgebende Luft gestossen habe. Der Druck muss sich, wenn die Luft gleichartig und überall in gleichem Grade zusammengedrückt ist, in gleicher Zeit nach allen Richtungen gleich weit verbreiten. Jedes gestossene Lufttheilchen kann nicht schnell genug ausweichen, und der Druck, den es nach einer Richtung erleidet, verwandelt sich daher in ihm in einen Druck nach allen Richtungen, eben so wie das bei dem Wasser der Fall ist, das, in einem verschlossenen Gefässe nach einer Richtung gedrückt, nach allen möglichen Richtungen wiederdrückt, und auszuweichen strebt. Jedes von A her gedrückte Lufttheilchen bewegt sich aber in der mittleren Richtung der sich zum Theil aufhebenden Drücke, die es immer gleichzeitig erleidet. Daraus geht nun für den angeführten Fall hervor, dass sich z. B. jedes Theilchen der Luftschicht $aaaa$ in der Richtung des verlängerten Radius der Kugel $AAAA$ bewegen müsse, in dem es selbst liegt.

Aus dem, was wir Seite 372 über den Fortgang der Wellen gesagt haben, weiss man, dass, wenn die Welle bis $cccc$ fortgeschritten ist, die Lufttheilchen in dem Raume zwischen $aaaa$ und $bbbb$ schon wieder zur Ruhe gekommen sein können. Die Welle stellt dann eine hohle Kugel von einer gewissen Dicke dar, die wieder als aus einer unendlichen Menge koncentrischer hohler Kugeln bestehend angesehen werden kann, von denen jede nur Punkte von gleicher Dichtigkeit enthält. Diese hohle kugelförmige Welle dehnt sich im Fortschreiten immer mehr aus, behält aber dabei dieselbe Dicke. Die Welle ist daher eine Gesammtheit von Theilchen, welche gleichzeitig in Bewegung sind, und ihre Bewegung einem und demselben Stosse verdanken.

Die Dicke der Welle hängt ab theils von der Zeit, in der sich die Kugel von a nach $AAAA$ ausdehnte, theils von dem Vermögen des Medii, die empfangenen Stösse schneller oder langsamer fortzupflanzen. Pflanzte das Medium den Stoss nur mit der Geschwindigkeit fort, mit der sich die Oberfläche der Kugel von a nach $AAAA$ ausdehnte, so würde die Dicke der entstandenen Welle der Grösse der Bahn eines Theilchens dieser Oberfläche genau gleich sein; pflanzt es aber den Stoss geschwinder fort, so muss die Dicke der entstehenden Welle grösser als die Länge jener Bahn sein.

Man kann demnach die Dicke einer Welle, die sich durch ein gleichförmiges Medium hindurch fortpflanzt, bestimmen, wenn man die

Geschwindigkeit der Fortpflanzung mit dem Zahlausdrucke der Zeit multiplicirt, in welcher ein Theilchen der Kugel a seine Bahn aA durchläuft. Auf diese Weise bestimmt man auch die Breite der Wellen, die eine Saite verursacht. Man kennt die Zahl der Schwingungen, die eine Saite, welche einen bestimmten Ton hervorbringt, in 1 Sekunde macht; man kennt die Entfernung, bis zu der ein Schall in 1 Sekunde in der Luft fortgepflanzt wird. Man multiplicirt nun die Anzahl Fusse, um welche sich der Schall in 1 Sekunde fortpflanzt, mit der Zeit einer Schwingung in Sekunden ausgedrückt. Jedes Theilchen, an dessen Orte die Welle vorübergeht, wird nun durch die Welle in Bewegung gesetzt, und durchläuft seine geradlinige Bahn in der Richtung des verlängerten Radius, genau in derselben Zeit, in welcher ein Theilchen der Kugel seine Bahn durchlief, die die Welle veranlasste. Die Grösse dieser Bahn hängt bei einer Welle, die durch die Luft einer gleich weiten Röhre fortschreitet, theils von der Grösse der ursprünglichen Bewegung ab, die die Welle veranlasst, theils von dem Vermögen der Luft, den Stoss geschwinder oder weniger geschwind fortzupflanzen, d. h. von der Dicke der Welle. Wenn in der Röhre AB, Fig. 185, schnell ein Stempel von aa bis nach bb hineingeschoben wird, z. B. mit einer halb so grossen Geschwindigkeit, als mit der der Schall in der Luft fortschreitet, so würde nach geendigter Bewegung des Stempels die entstandene Schallwelle den Raum $bbcc$ einnehmen, und die Dichtigkeit der Luft würde in dem Raume derselben noch ein Mal so gross sein als vorher; denn die gleich grosse Luftmasse $aabb$ wäre in den Raum $bbcc$ mit hineingeschoben worden. In diesem Falle würde die mittlere Bewegung der in diesen Raum hineingeschobenen Lufttheilchen halb so gross sein, als die Bewegung eines Punktes des Stempels. Leitete aber die Luft den Stoss vier Mal so geschwind fort, als die Bewegung des Stempels ist, so würde die Welle nach geendigter Bewegung die Dicke $bbee$ haben. Die mittlere Dichtigkeit der Luft in diesem Raume würde grösser, die mittlere Grösse der Bahn, in der sich jedes in diesem Luftraume enthaltene Theilchen bewegt hätte, würde im Vergleich mit der Bahn eines Punktes des Stempels so viel Mal kleiner sein, als der Raum $aabb$, den der Stempel durchläuft, in dem Raume $bbee$ enthalten ist, folglich vier Mal. In einer Röhre behält aber die ein Mal gebildete Welle immer dieselbe Dicke, wie weit sie auch fortschreiten mag; und daher ist auch die Bahn, die ein Theilchen durchläuft, während die Welle an seinem Orte vorübergeht, noch eben so gross, wenn auch die Welle schon sehr weit fortgeschritten ist.

Anders verhält es sich bei den Luftwellen, die sich in freier Luft ausbreiten. Die Grösse der Bahnen nimmt daselbst bei dem ungehinderten Fortschreiten der Welle ab, wie der Raum zunimmt, den die

Welle einnimmt. Die Luftwelle behält auch hier immer dieselbe Dicke, aber sie bekommt einen immer grösseren Umfang, weil die hohle Kugel, die die Welle darstellt, im Fortschreiten immer grösser wird, und zwar so, dass ihr Durchmesser gleichförmig wächst. Die hohle Kugel nimmt daher an Umfang zu wie die Quadrate ihrer Durchmesser. In eben demselben Verhältnisse nimmt die Grösse der Bahn ab, die jedes durch die Welle bewegte Lufttheilchen durchläuft. Daher kommt es nun, dass die Intensität, oder die Stärke des Schalls in freier Luft abnimmt, wie die Quadrate der Entfernungen der Schallwelle vom Orte ihrer Entstehung zunehmen; dagegen, dass sie in der in Röhren verschlossenen Luft in allen Entfernungen gleiche Intensität behält; denn die Intensität oder Stärke des Schalls beruht auf der Grösse der Bahn, die jedes durch die Welle bewegte Lufttheilchen durchläuft.

§ 270.

Wir haben hinsichtlich der Richtung, in der sich Lufttheilchen bewegen, durch deren Ort eine Welle vorübergeht, schon erklärt, dass diese sehr verschieden sein kann, ohne dadurch die Richtung, in der die Welle fortschreitet, zu ändern.

Diese Richtung scheint immer durch die Richtung bestimmt zu werden, in welcher die Lufttheilchen von den Theilchen des schwingenden Körpers gestossen werden. Zieht sich die Kugel Fig. 184 von ihrem ausgedehnteren Zustande $AAAA$ auf den kleineren Umfang a plötzlich zusammen, so wird sie die sie zunächst umgebenden Theilchen so stossen (ziehen), dass sie sich in der Richtung nach a bewegen. Diese können sich aber dahin nicht bewegen, ohne die vor ihnen liegenden auch in dieser Richtung zu bewegen; und diese müssen ebenfalls bei ihrer Bewegung die vor ihnen liegenden in der Richtung nach a in Bewegung setzen. So theilt sich die nämliche Bewegung den ringsum gelegenen Lufttheilchen nach und nach bis in grosse Entfernungen mit, während die der Kugel a näherliegenden Lufttheilchen schon längst wieder in Ruhe gekommen sind. Die Welle, die unter diesen Umständen entsteht, ist eine *verdünnende Welle*, eine *negative* Welle (ein Wellenthal), statt die vorhin betrachtete, eine *verdichtende*, eine *positive* (ein Wellenberg) war. Da nun bei einer schwingenden Kugel immer die Ausdehnung und Zusammenziehung mit einander wechseln, so muss sie ununterbrochen abwechselnd hinter einander eine Reihe verdichtender und verdünnender Wellen erregen, die wie koncentrische hohle Kugeln liegen, und sich mit einer gleichförmigen Geschwindigkeit ausdehnen. Ein Lufttheilchen, durch dessen Ort eine Reihe solcher Wellen hindurch geht, muss sich *in der* Richtung des durch seinen Ort hindurch verlängerten Radius der Kugel *a* hin und her bewegen: nach vorwärts, während eine verdichtende Welle, nach rückwärts, während eine verdünnende Welle durch seinen Ort durchgeht.

Wenn der schwingende Körper keine Kugel ist, sondern die Gestalt eines Stabs hat, so wird der Schall nach der Erfahrung, und nach Poisson's Berechnung, gleichfalls ringsum in allen Richtungen gleich schnell fortgepflanzt. Man sollte aber glauben, dass der fortgepflanzte Schall in der Richtung, in welcher der Stab hin und her schwingt, eine grössere Intensität habe, und also stärker vernommen werde, als senkrecht auf diese Richtung.

Poisson[1]) behauptet das auch, indem er sagt: „Ich beweise ferner, dass die Fortpflanzung der Wellen mit derselben Geschwindigkeit nach allen Richtungen um die ursprüngliche Erschütterung geschieht, oder mit anderen Worten, dass die Wellen immer sphärisch sind, wenn auch die Geschwindigkeiten der flüssigen Molekulen selbst auf den verschiedenen Radien verschieden sind. Doch muss man bemerken, dass wenn die ursprüngliche Erschütterung nur in einer Richtung Statt fand, so wird sich die Bewegung nur in der Richtung dieser Schwingung bemerkbar fortpflanzen. Die entstandenen Wellen werden noch sphärisch sein; aber auf den auf die Hauptrichtung der Bewegung geneigten Strahlen werden die Geschwindigkeiten der flüssigen Molekulen selbst unmerklich sein im Verhältnisse zu denen, welche in dieser Richtung und in den nahe anliegenden Radien Statt finden“.

§ 271.

Wir müssen hier aber einige von uns gemachte Versuche anführen, deren Resultate, so viel wir wissen, neu sind, und dieser Behauptung Poisson's zu widersprechen scheinen.

Wir nahmen drei verschieden grosse Stimmgabeln, die aber den Ton *a* angaben. Befindet sich die Ohrmuschel in gleicher Höhe mit der Stimmgabel, und dreht man die Stimmgabel, während sie tönt, um ihre senkrechte Axe, so dass sie in derselben Entfernung vom Ohre bleibt, und demselben nach und nach immer eine andere Fläche zukehrt, so bemerkt man, dass der Ton, wenn das Ohr der Stimmgabel in der Richtung von *a*, Fig. 186 (in der sie hin und zurück schwingt), gegenüber steht, nur wenig stärker vernommen wird, als wenn die Ohrmuschel in der Richtung von *c* gegenüber steht, welche auf die Richtung, in der die Stimmgabel schwingt, senkrecht ist; dass aber der Ton ungefähr in der Richtung von *b* und *d* auffallend schwach vernommen wird, so

[1]) Ann. de Chim. et de Phys. par Gay-Lussac et Arago. Tom. XXII, 1823, p. 255.

dass, wenn die Stimmgabel nur noch schwach tönt, der Ton in diesen vier Richtungen vollkommen unwahrnehmbar sein kann, während er in der Richtung von *a* oder *c* noch längere Zeit hindurch gehört wird, so dass man durch abwechselndes Drehen der Stimmgabel den Ton abwechselnd nicht hören, und wieder hören kann. Hierbei bemerkt man, dass der Ton in den Richtungen, die zwischen jenen in der Mitte liegen, successiv desto stärker wird, je mehr sie sich der Richtung *a* oder *c* nähern; successiv desto schwächer wird, je mehr sie der Richtung *b* oder *d* nahe kommen. Dasselbe bemerkt man auch an der zweiten Zinke der Stimmgabel. Ebendasselbe bemerkt man auch, wenn man die Einwirkung der einen Zinke auf die umgebende Luft dadurch hindert, dass man die eine Zinke in einen weiten dünnwandigen Cylinder steckt, ohne dass sie an ihn anstösst, so dass also diese Erscheinung nicht von einer Durchkreuzung der von zwei Zinken zugleich ausgehenden Wellen abgeleitet werden kann.

§ 272.

Der Winkel, welchen die Richtungslinien, in denen der Ton am schwächsten vernommen wird, mit denen bilden, in denen er am stärksten gehört wird, ändert sich, wenn sich das Verhältniss der Breite der Stimmgabel zu ihrer Dicke ändert. Wir befestigten einen Pappcylinder von 1 Fuss 3 Zoll Länge und $1\frac{1}{3}$ Zoll Durchmesser, der an seinen Enden senkrecht abgeschnitten war, horizontal. An den Stiel der zu den Versuchen angewendeten Stimmgabel befestigten wir sehr fest eine gerade Nadel. Einer von uns hielt die angeschlagene Stimmgabel fest in seiner Hand vor der einen Oeffnung des Rohrs, sein Ohr vor die andere Oeffnung. Der Andere von uns hielt die Hand dessen, der die Stimmgabel hielt, und sorgte dafür, dass das obere Ende der Zinke immer dem Mittelpunkte der Oeffnung der Röhre gegenüber lag, und von ihm gleich weit entfernt blieb. Der, welcher die Stimmgabel hielt, drehte sie nun um ihre senkrechte Axe, und hielt sie in der Lage, wo sie am schwächsten gehört wurde, fest, während der Andere mittelst eines Transporteurs und jener an der Stimmgabel befestigten Nadel den Grad bemerkte, auf den die Nadel zeigte, und welcher den Winkel anzeigte, den die Stimmgabel mit der breiten Seite der Zinke machte. Der Ton wurde immer in der Richtung, in der die Stimmgabel schwang (senkrecht auf die breite Seite), am stärksten gehört, fast eben so stark in der Richtung, die auf die breite Seite senkrecht ist.

Tabelle XLVII.

Ueber die Richtungen, in welchen Stimmgabeln bei gleicher Entfernung am schwächsten gehört werden.

Stimmgabeln	Breite der Zinken	Dicke der Zinken	Entfernung der Zinken von einander	Winkel, den die Richtung, wo der Ton schwach gehört wurde, mit der breiten Seite der Zinke macht	Zahl der Versuche	Grösste Abweichung der Versuche vom Mittel
No. 1	3,5 Linien	1,1 Linie	4,8 Linien	$144\frac{1}{4}^0$	8	$2\frac{1}{2}^0$
No. 2	2,9 Linien	1,75 Linie	2,4 Linien	$139\frac{1}{2}^0$	8	4^0
No. 3	2,5 Linien	1,5 Linie	4,1 Linien	134^0	10	4^0

Aus dieser Tabelle folgt, dass die Richtung, in der der Ton am schwächsten gehört wird, einen desto grösseren Winkel mit der breiten und einen desto kleineren mit der schmalen Seite der Zinke der Stimmgabel bildet, je grösser die breite Seite im Verhältniss zur schmalen ist. Dieser Winkel würde ohne Zweifel 135^0 sein, wenn beide Seiten gleich gross wären.

§ 273.

Etwas Aehnliches beobachtet man, wenn man die senkrecht gehaltene Stimmgabel dem Ohre so gegenüber stellt, dass sich das Ohr in der Richtung von *a*, Fig. 187, befindet, und dann die Stimmgabel um ihre horizontale Axe dreht, so dass sich das Ohr im Verhältniss zur Stimmgabel bald in der Richtung von *a* (also senkrecht über der Zinke der Stimmgabel), bald in der Richtung von *b*, bald in der von *c*, und bald in der von *d* befindet. In der Richtung von *a* und *c* hört man den Ton fast gleich stark; zwischen diesen beiden liegt aber eine Richtung, in der man den Ton auffallend schwach hört. Diese bildet mit der Richtung von *a* ungefähr einen Winkel von 9 bis 10 Grad. Giebt man der Stimmgabel eine Stellung gegen das Ohr wie Fig. 186 *e*, so findet man, wenn man die Stimmgabel um eine quer durch ihren Stiel gehend gedachte horizontale Axe dreht, ohne den tönenden Theil derselben dem Ohre zu nähern, oder von dem Ohre zu entfernen, keine solche Richtung, in der der Ton schwach vernommen würde. Um zu sehen, welchen Einfluss die Gestalt der Stimmgabel auf den Winkel des stärker und schwächer Hörens hat, liessen wir eine dreiseitige Stimmgabel, Fig. 188, machen, von der jede Seitenfläche 2,9 Linien breit war. Wir drehten sie um ihre senkrechte Axe, bis wir die Richtungen entdeckt hatten, in denen der Ton am stärksten und am schwächsten gehört wurde. Am stärksten wurde der Ton in der Richtung *c*, *d* und *a* gehört, am schwächsten in der, welche mit der Seite der Zinke *cd*, die der anderen Zinke zugekehrt ist, einen Winkel von ungefähr $124\frac{1}{2}^0$ bildet, also in der Richtung *b* oder *e*, ein Resultat, welches das Mittel aus sechs Versuchen ist. Man sieht hieraus, dass es nicht so sehr auf die äussere Begrenzung der Stimmgabel ankommt, als auf die Richtung, in der die Theilchen der Stimmgabel hin und her schwingen. Die ganze Beobachtung scheint sich erklären zu lassen, wenn man annimmt, dass, indem die Stimmgabel, Fig. 186, schwingt, nicht nur in der Richtung *a* abwechselnd verdichtende und verdünnende Wellen ausgehen, sondern fast gleich starke Wellen auch in der Richtung von *c*, durch eine Art von Reibung. Letztere Wellen würden zwar eben so schnell fortschreiten, als die in der Richtung von *a* ausgehenden; aber die Lufttheilchen der von den Seiten *c* ausgehenden Wellen würden sich senkrecht auf die Richtung derselben bewegen. Poisson leugnet die Möglichkeit solcher Wellen in einem elastischen Fluidum. Fresnel hat durch die Annahme von Wellen dieser Art die Erscheinung der Polarisation des Lichtes zu erklären gesucht, namentlich diejenige, dass polarisirte Lichtwellen, welche einander durchkreuzen, an den Stellen, wo sie zusammenfallen, sich weder verstärken, noch aufheben, und dass also die Erscheinung der Interferenz in diesen Wellen nicht Statt findet.

§ 274.

Hierbei können wir einen anderen von uns gemachten merkwürdigen Versuch nicht mit Stillschweigen übergehen. Wenn man eine Stimmgabel so in eine Drechselbank einspannt, dass die Stimmgabel um die Längenaxe ihres Stiels gedreht werden kann, so bemerkt man, dass die tönende Stimmgabel aufhört zu tönen, wenn ihre Umdrehungen eine gewisse Geschwindigkeit erreicht haben; aber der Ton derselben wieder wahrnehmbar wird, wenn man das Rad der Drechselbank plötzlich anhält. Es ist dieses nicht so zu erklären, dass das Geräusch der Drechselbank die Stimmgabel übertäube, denn auch dann, wenn man die Oeffnung einer cylinderförmigen Röhre in die Nähe der Zinken hält, und an die andere Oeffnung der Röhre das Ohr bringt, überzeugt man sich davon, dass die Umdrehung zwar nicht die Schwingung der Stimmgabel aufhebt, aber die Mittheilung derselben an die Luft hindert. Wir können von dieser merkwürdigen Erscheinung noch keine Erklärung geben.

Abschnitt IV.

Stehende Schwingung in der Luft.

§ 275.

Die tönende Luft in einer Orgelpfeife, in jedem anderen Blasinstrumente, und in dem menschlichen Stimmwerkzeuge befindet sich in einer stehenden Schwingung. Der Vorgang, durch den sie in dieselbe geräth, ist dem sehr ähnlich, durch welchen Wasser (pag. 192 f., Fig. 75 f.), und durch welchen sekundär (transversal) schwingende Saiten (pag. 348, Fig. 129 f.) in die stehende Schwingung versetzt werden. Wir wollen bei der Auseinandersetzung, die wir jetzt geben, die Luftwellen so bildlich darstellen, dass wir die Abweichung von der natürlichen Dichtigkeit in ihnen durch gebogene Linien anzeigen, und zwar so, dass Fig. 189 *abc* die vergrösserte Dichtigkeit der Luft in einer Welle darstellt, wo die senkrechten Linien die Vergrösserung der Dichtigkeit in bestimmten Punkten der Wellen anzeigen, woraus man sehen würde, dass die grösste Verdichtung in *b* sei, in *a* und *c* aber keine Vergrösserung der Dichtigkeit Statt finde. Die Verdünnung der Luft in einer Welle wollen wir durch eine Linie, wie *defg*, darstellen, wobei die senkrechte Entfernung der Punkte in *def* von denen in *dgf* die Grösse der Verdünnung bildlich angeben mag.

Die Geschwindigkeit der Lufttheilchen wollen wir durch eine ähnliche aber mehr gekrümmte Linie ausdrücken, z. B. *hikl*, die die Linie für die Verdichtungen oder die Verdünnungen umschliessen kann, welche wir aber an der einen Seite, z. B. an *k*, mit einer Pfeilspitze versehen, die anzeigt, wohin sich die Lufttheilchen der Welle bewegen, deren Geschwindigkeit angegeben ist; denn man muss die Richtung der Bewegung der Lufttheilchen von der der Welle unterscheiden. Letztere werden wir durch punktirte und andere Pfeile besonders andeuten. Hier muss aber zuerst die Bemerkung voraus geschickt werden, dass eine in einer Röhre vorwärts schreitende Welle nicht nur zurückgeworfen wird, wenn sie an eine die Röhre verschliessende Ebene anprallt, sondern auch dann, wenn sie zu dem offenen Ende der Röhre heraustritt. Im ersteren Falle behält sie ihre Eigenschaften bei; war sie eine verdichtende Welle vor dem Anprallen, so bleibt sie auch eine nach der Zurückwerfung, und umgekehrt. Im letzteren Falle kehrt sie aber ihren Charakter um; war sie vor dem Anprallen eine *verdichtende*, so wird sie nach der Zurückwerfung eine *verdünnende*, war sie vor dem Anprallen eine *verdünnende* Welle, so wird sie nach der Zurückwerfung eine *verdichtende*.

§ 276.

Der Grund von dieser Erscheinung liegt darin: In der Röhre können die Lufttheilchen, die von einer verdünnenden Welle gedrückt werden, nur in der Richtung der Länge der Röhre, *nicht seitwärts* ausweichen. Die Lufttheilchen an der Oeffnung können dagegen, wenn sie durch dieselbe Kraft gedrückt werden, viel weiter und geschwinder ausweichen, weil sie nicht nur Platz zum Ausweichen dadurch bekommen, dass sie die gerade vor ihnen liegenden Lufttheilchen zusammendrücken, sondern auch die seitwärts liegenden, und diese wieder alle umliegenden. Es würde demnach ein Theilchen an der Oeffnung einer Röhre bei einem gewissen Drucke, den es erführe, in einem Zeittheilchen weiter ausweichen, als es, wenn es in der Röhre gelegen hätte, bei dem nämlichen Drucke ausgewichen wäre. Bernoulli hat diesen Satz zuerst ausgesprochen. Nachher ist er von Euler angewendet, und neuerlich von Poisson näher bestimmt worden. Wäre an der Oeffnung der Röhre gar kein Widerstand, so würde, während die Lufttheilchen einer verdichtenden Welle zur Oeffnung herausgestossen würden, eine eben so grosse verdünnende Welle am Ende der Röhre erzeugt werden, als die verdichtende Welle war, welche aus der Röhre hervortrat. Nach dieser Annahme werden wir nachher der Einfachheit wegen die Konstruktion geben. Allein, da die Luft vor der Röhre der austretenden Welle einen Widerstand entgegensetzt, so geschieht die Zurückwerfung an dem offenen Ende einer Röhre nur unvollkommen. Es wird also eine viel schwächere verdünnende Welle zurückgeworfen, wenn eine verdichtende austrat. Man wird dieses leicht auf den umgekehrten Fall, wo eine verdünnende Welle abprallt, anwenden. Wegen dieser unvollkommenen Zurückwerfung kommt es, dass die Blasinstrumente nur so lange tönen, als die wellenerregende Ursache (das Einblasen, das Zittern einer Stimmgabel, das Zittern der Zunge einer Zungenpfeife) fortdauert. Dieselbe Erklärung giebt man nach der Wellentheorie des Lichts von der Zurückwerfung des Lichts, wenn es aus einem Medio in ein anderes von grösserer oder geringerer Dichtigkeit fällt. AB, Fig. 190, sei eine Röhre, die am Ende B geschlossen ist. Am Ende A befinde sich eine schwingende Stimmgabel, deren eine Zinke abwechselnd mit einer solchen Geschwindigkeit in die Röhre hinein und heraus bewegt wird, dass die Zinke in einem ersten Zeittheile von a nach a' bewegt werde, und dadurch das dargestellte verdichtende Wellenstück, welches bis an das Ende des ersten Drittel s der Röhre reichen möge, hervorbringe. Ein ausserhalb der Röhre gezeichneter Pfeil zeigt an, wohin sich die Welle bewege.

Bei (2.) ist die Zinke von a' nach a'' fortgeschritten, die verdichtende Welle ist ganz gebildet. Bei (3.) ist die Zinke von a'' nach a' zurückgegangen, und hat ein verdünnendes Wellenstück gebildet. Die

Richtung, in der die Lufttheilchen sich bewegen, zeigt eine eingeschlossene Pfeilspitze an; die Richtung dagegen, in der die verdünnende Welle fortgeht, macht ein punktirter ausserhalb der Röhre gezeichneter Pfeil sichtbar. Bei (4.) ist die Zinke von a' an ihren ursprünglichen Ort nach a zurückgegangen, und die verdünnende Welle ist nun ganz gebildet. In einer gleich grossen Zeit, in der sich die Zinke hin und her bewegt hat, haben sich auch die der Zinke nächsten Lufttheilchen, während eine verdichtende und eine verdünnende Welle durch ihren Ort durchging, einmal vorwärts und zurück bewegt. Da nun aber in diesem Zeitraume die verdichtende Welle an die die Röhre verschliessende Wand in B gekommen ist, so erfolgt eine Zurückwerfung. Da die Lufttheilchen des zurückgeworfenen verdichtenden Wellenstücks eine entgegengesetzte Richtung haben müssten, als die des noch nicht zurückgeworfenen, beide aber an einer Stelle der Luft zusammenkommen, so müssen sich ihre entgegengesetzten Geschwindigkeiten für den Zeitmoment, wo sie ganz zusammenfallen, ganz aufheben, aber die Dichtigkeit muss überall die doppelte von der sein, welche Statt finden würde, wenn nur ein Wellenstück diesen Luftraum einnähme.

Bei (5.) fällt die von B zurückgeworfene verdichtende Welle mit der nach B hinschreitenden verdünnenden zusammen. Da die Lufttheilchen der zurückgeworfenen verdichtenden Welle sich nach derselben Richtung, nach A, bewegen, nach welcher auch die Lufttheilchen der nach B fortschreitenden verdünnenden Welle gehen, so verdoppelt sich die Geschwindigkeit der Lufttheilchen der in einander fallenden Wellen, wobei sich von selbst versteht, dass die Geschwindigkeit der Welle nicht grösser werde; denn in einer und derselben Luftart haben alle Wellen eine gleich grosse Geschwindigkeit, und es kann nie eine geschwinder als die andere fortschreiten. In (6.) fällt die nach A zu fortschreitende (vorher in B zurückgeworfene) verdichtende Welle mit der neu entstandenen verdichtenden Welle zusammen; ihre Geschwindigkeiten werden $= 0$, ihre Verdichtungen addiren sich. Die verdünnende Welle ist in B zur Hälfte zurückgeworfen, und fällt mit ihrer noch nicht zurückgeworfenen Hälfte zusammen, wobei sie gegenseitig ihre Geschwindigkeiten aufheben, ihre Verdünnung aber gegenseitig verdoppeln. In (7.) ist die verdichtende Welle an dem offenen Ende der Röhre angeprallt, und halb zurückgeworfen worden. Da es nun ein Gesetz ist, dass, wenn eine in einer Röhre laufende verdichtende oder verdünnende Welle an dem offenen Ende der Röhre anprallt, sie so zurückgeworfen wird, dass sie die entgegengesetzten Eigenschaften annimmt, d. h. verdünnend wird, wenn sie verdichtend war, verdichtend wird, wenn sie verdünnend war, so wird auch die in A angeprallte verdichtende Welle als eine verdünnende zurückgeworfen. Das verdünnende und verdichtende Stück verdoppelt aber die Geschwindigkeit der Lufttheilchen nach A zu, und hebt zugleich die Abweichung der Dichtigkeit von der natürlichen auf. Bei B ist die verdichtende und verdünnende Welle zusammengefallen, die Lufttheilchen haben hier die doppelte Geschwindigkeit nach B, und sind weder verdichtet noch verdünnt. In (8.) ist die in A abgeprallte verdichtende Welle ganz zurückgeworfen, und daher ganz in eine verdünnende verwandelt, die sich mit der von B hinzukommenden verdünnenden Welle durchkreuzt. Die Lufttheilchen ruhen für einen Moment, haben aber die doppelte Verdünnung. In B ist die verdichtende Welle angeprallt, und halb zurückgeworfen, und die Lufttheilchen ruhen daselbst gleichfalls für einen Moment, sind aber noch ein Mal so sehr als durch eine einfache verdichtende Welle verdichtet. In (9.) ist bei A eine verdünnende Welle angeprallt und halb als verdichtende zurückgeworfen, bei B sind eine verdichtende und eine verdünnende Welle zusammengefallen, und die Lufttheilchen bewegen sich daher noch ein Mal so geschwind nach A zu, als sie thun würden, wenn nur eine von diesen Wellen an diesem Orte wäre. In (10.) fallen bei A zwei verdichtende Wellen zusammen, die Geschwindigkeit der Lufttheilchen ist für einen Moment $= 0$, ihre Verdichtung die doppelte. Bei B ist eine verdünnende Welle halb zurückgeworfen. In (11.) ist bei A eine verdichtende Welle zurückgeworfen, und dadurch halb verdünnend geworden. Bei B fällt eine verdichtende und verdünnende Welle zusammen, und die Geschwindigkeit der Lufttheilchen nach B zu wird doppelt so gross, als sie sein würde, wenn nur eine von beiden Wellen an diesem Orte vorhanden wäre. In (12.) fallen bei A zwei verdünnende Wellen zusammen, und die Verdünnung wird daher doppelt so gross, die Geschwindigkeit der Lufttheilchen dagegen hebt sich auf. Nun tritt im 13. Zeitraum der Zustand von (9.), im 14. der von (10.), im 15. der von (11.), im 16. der von (12.), im 17. der von (9.), u. s. w. ein. Man sieht, wenn man die Figuren betrachtet, dass bei x (9.) der Schwingungsknoten liegt, und dass die Lufttheilchen sich abwechselnd nach diesem Schwingungsknoten von den Enden A und B hin bewegen, wie bei (9.), oder von ihm weg nach A und B hin bewegen, wie bei (11.), und dass zwischen diesen Zuständen zwei Zustände, nämlich der bei (10.), und bei (12.), in der Mitte liegen, wo durch Interferenz der Wellen alle Bewegung der Lufttheilchen für einen Moment aufgehoben ist. Die Luft an der Oeffnung A erleidet, wie man sieht, nie eine Verdichtung, wohl aber wird sie periodisch sehr stark bewegt.

§ 277.

Gewisse Wellen laufen nach einem gewissen Zeitabschnitte wieder in ihre vorige Bahn zurück, und befinden sich, wenn ein doppelt, oder dreifach, oder vierfach etc. so grosser Zeitabschnitt vergangen ist, wieder an der nämlichen Stelle ihrer Bahn. Daher fallen zwei Wellen, die ein Mal an einem Orte zusammengefallen sind, immer an dem nämlichen Ort zusammen. Dieses unterscheidet den Zustand des Selbsttönens (die stehende Schwingung) von der Resonanz, wovon weiter unten die Rede sein wird.

Hätte daher die Stimmgabel langsamer geschwungen, so dass die Welle bei der ersten halben Schwingung derselben, nicht, wie bei (1.), bis zu Ende des ersten Drittels der Röhre, sondern bis zur Hälfte der Röhre fortgeschritten wäre, so würde die Luft in der Röhre zwar haben resoniren, aber keineswegs selbst tönen können, es hätte keine stehende Schwingung entstehen können.

§ 278.

Hätte dagegen die Stimmgabel so langsam hin und her geschwungen, dass die Welle während einer halben Schwingung derselben bis zum Ende *B* der Röhre gekommen wäre, statt sie in dem vorhin gegebenen Beispiele bis zum Ende des ersten Drittels fortschritt, so würde die Luftsäule der Röhre, ohne einen Schwingungsknoten zu bilden, geschwungen, und den tiefsten Ton gegeben haben, dessen sie überhaupt fähig wäre.

Fig. 191 (1.) bis (5.) stellt diesen Vorgang mit denselben Zeichen dar, welche so eben gebraucht worden sind, und die daher ohne Erläuterung verständlich sind. Der Ton, den die Röhre unter diesen Umständen giebt, ist um eine Oktave und eine Quinte tiefer, als der im vorher betrachteten Falle.

§ 279.

Hätte dagegen die Stimmgabel so schnell geschwungen, dass die durch die Stimmgabel veranlasste Welle, während die Stimmgabel eine halbe Schwingung machte, nur $\frac{1}{5}$ der Röhre durchlaufen hätte, so würde eine stehende Schwingung mit zwei Schwingungsknoten entstehen, und der Ton, den die Luftsäule der Röhre gäbe, würde um zwei Oktaven und eine Tertie höher, als der tiefste Ton sein, dessen die Röhre fähig wäre. Die Schwingungszahl der hervorgebrachten Töne verhielte sich demnach im ersten und zweiten Falle zu einander, wie 3 : 1, im zweiten und dritten Falle, wie 1 : 5. Die Ursache, warum bei einer solchen Röhre nur dann eine stehende Schwingung entsteht, wenn die Wellen erregenden, verdichtenden und verdünnenden Stösse eine solche Dauer haben, dass die [halbe] Breite der in der Röhre dadurch erregten verdichtenden, oder verdünnenden Wellen der ganzen Röhre, oder einem Drittel, oder einem Fünftel, oder einem Siebentel u. s. w. gleich kommt, liegt eben darin, dass sich die anprallenden Wellen am einen offenen Ende der Röhre in die umgekehrte Form (aus verdichtenden in verdünnende und umgekehrt) verwandeln, am anderen verschlossenen Ende dagegen nicht.

§ 280.

Anders verhält sich's daher, wenn die Röhre an beiden Enden offen ist; denn da verwandelt sich an jedem Ende die Wellenform bei der Zurückwerfung in die umgekehrte. Daher müssen in diesem Falle die Wellen erregenden Stösse, wenn eine stehende Schwingung entstehen soll, eine solche Dauer haben, dass jeder verdichtende oder verdünnende Stoss Wellen erregt, deren jede eine Breite hat, die der ganzen Länge der Röhre, oder der Hälfte, [oder dem Drittel,] oder dem Viertel etc. gleich kommt.

Fig. 192 zeigt (1.) bis (8.) die Entstehung der stehenden Schwingung, wenn die erregten Wellen der ganzen Länge der Röhre gleich kommen. Der Ton, den eine Luftsäule, die durch solche Wellen in Schwingung gesetzt wird, giebt, ist die höhere Oktave von dem tiefsten Tone, den eine am Ende verschlossene Röhre bei derselben Länge giebt, wo die Breite jeder verdichtenden oder verdünnenden Welle der doppelten Länge der Röhre gleich kommt.

Man sieht in Fig. 192 sehr deutlich, warum die höhere Oktave entstehen müsse von dem Tone in Fig. 190. In dem letzteren Falle bringt nämlich eine verdichtende oder verdünnende Welle, welche doppelt so breit ist als die Länge der Röhre beträgt, eine stehende Schwingung hervor, indem durch die verschiedenartige Zurückwerfung, die sie an den beiden Enden der Röhre erfährt, bewirkt wird, dass sich abwechselnd bald zwei verdichtende oder verdünnende Theile begegnen, deren Bewegungen sich aufheben (Interferenz), bald ein verdichtender und verdünnender Theil sich begegnen, deren Bewegungen einander verstärken (Schwingung). In einer an beiden Enden offenen Röhre würde von einer doppelt so breiten Welle als die Röhre stets ein verdichtender oder verdünnender Theil einem gleichartigen begegnen, also stets Interferenz Statt finden, und kein Ton entstehen.

Methoden, die stehende Schwingung in der Luft zu erregen.

§ 281.

Damit in der Luft einer Röhre eine stehende Schwingung (ein Selbsttönen) entstehe, müssen ihr regelmässig auf einander folgende abwechselnd verdichtende und verdünnende Stösse ertheilt werden, welche Wellen erregen, deren Breiten zur Länge der Röhre sich verhalten, bei einer Röhre mit zwei offenen Enden, wie 1 : 1, wie $\frac{1}{2}$: 1, wie $\frac{1}{3}$: 1 etc., bei einer am einen Ende geschlossenen Röhre wie 2 : 1, wie $\frac{2}{3}$: 1, wie $\frac{2}{5}$: 1 etc. Diese können entweder durch einen Körper ertheilt werden, der sich selbst im Zustande des Selbsttönens befindet, oder auch nicht. So hat Savart die interessante Bemerkung gemacht, dass man cylindrische Gefässe mit verschlossenem Boden, gedeckte Orgelpfeifen, durch Vorhalten von tönenden Glasscheiben, Glocken etc. zum Tönen bringen kann. Aber, wenn die Röhren hinreichend eng waren, mussten sie eine solche Länge haben, dass die von einer halben (verdichtenden oder verdünnenden) Schwingung des Körpers erregte Welle, in der Zeit, in welcher der Körper die Schwingung machte, die ganze Röhre, oder ein Drittel derselben, oder ein Fünftel der Röhre durchlief, wo dann diesem Verhältnisse entsprechend von der Luft in der Röhre entweder derselbe Ton des Körpers, oder einer der nächsten harmonischen Töne hervorgebracht wurde.

§ 282.

Aber eine so regelmässige Reihe von geschwind auf einander folgenden Stössen auf die Luft ist nicht durchaus erforderlich, um eine stehende Schwingung hervorzurufen. Genug, dass unter einer Reihe Stösse viel solche sind, deren Dauer und Aufeinanderfolge in einem richtigen Verhältnisse zur Luftsäule steht, die sie in eine stehende Schwingung bringen sollen. Diejenigen Wellen, welche immer in ihre eigene Bahn nach einem gewissen Zeitraume zurücklaufen, wachsen an Grösse, wenn sie durch regelmässig wiederkehrende Stösse verstärkt werden, statt die Stösse, welche Wellen hervorbringen, die nicht in ihre eigene Bahn nach gewissen gleich grossen Zeiträumen zurücklaufen, nicht regelmässig verstärkt werden, und sich endlich verlieren, indem sie beim Hin- und Herlaufen mehr und mehr schwach werden.

§ 283.

Das Tönen wird entweder in ruhender Luft erregt, wie bei den Orgelpfeifen der Flötenwerke und in den Flöten, oder in einem Luftstrome, wie in den Zungenpfeifen und im menschlichen Stimmorgane. Was den ersteren Fall anlangt, so dringt die Luft, bei *a* Fig. 193 eingeblasen, bei *b* durch eine enge Spalte hervor, strömt aber nicht gleichförmig durch dieselbe, sondern verdichtet und verdünnt sich abwechselnd dabei, und geräth also in eine Schwingung. Ist die Dauer und Aufeinanderfolge der Stösse dieser Schwingung der Länge der zwischen *c* und *d* eingeschlossenen Luftsäule angemessen, oder wenigstens ziemlich angemessen, so bringt sie dieselbe in Wellenbewegung, die durch die Zurückwerfung und Begegnung der Wellen zur stehenden Schwingung wird. Die abwechselnden Stösse, die die Luft giebt, wenn sie durch eine enge Oeffnung schnell strömt, beobachtet man recht deutlich bei einem Windofen, wo die Luft, wenn die Oeffnung an der Ofenthüre gehörig verengert wird, regelmässig in den Ofen hineingestossen und angehalten wird, und so pulsirt. Wird die Oeffnung enger, oder die Wärme im Ofen grösser, so wird der Takt dieser Pulsationen schneller. Wir vermuthen, dass ein ähnlicher Vorgang die Ursache des Tönens ist in Röhren, in denen Wasserstoffgas angezündet wird. Das spitze Ende der Orgelpfeife *bca* mit seiner Spalte ist daher für die Orgelpfeife dasselbe, was der Violinbogen für die Saite ist, der zwar in keiner so regelmässigen und schnellen Erschütterung ist, dass er selbst tönte, dennoch aber die Violinsaite in regelmässige Schwingung versetzt, die bei den Flageolettönen sogar regelmässig von Schwingungsknoten unterbrochen wird. Das successive Verengern der Spalte *c* macht den Ton bei manchen Pfeifen successiv um ein bis drei ganze Töne tiefer.

An der Oeffnung *d* fährt die bei *a* eingeblasene Luft nicht heraus, wie man an einer Flamme sieht, die man vorhält. Die successive Verengerung derselben macht den Ton bei manchen Pfeifen successiv um mehrere Töne tiefer.

§ 284.

Wie wenig ganz regelmässig wiederkehrende Stösse erforderlich sind, um eine schwache stehende Schwingung in einer regelmässig gebildeten Röhre hervorzubringen, sieht man daraus, dass Röhren von einer passenden Länge und Weite durch das gewöhnliche Geräusch, welches die Luft am Tage erfüllt, fortwährend schwach tönen. Eine Röhre aus Pappe von 1 Fuss 3 Zoll P. M. Länge und $1\frac{1}{3}$ Zoll Durchmesser gab an das Ohr fest angestemmt, wenn ihr anderes Ende offen war, *a*; hielt man das andere Ende mit der Hand zu, so summte sie *a*; hielt man die Röhre nur in die Nähe des Ohres, so dass ihre beiden Enden offen waren, so summte sie *gis*.

§ 285.

Wir kommen zu der Methode, eine stehende Schwingung in strömender Luft hervorzurufen:

Fig. 194 stellt eine Zungenpfeife dar, *aa* ist ein halbirter hohler metallener Cylinder, der bei *cc* durch eine dicke Messingplatte gedeckt ist, die aber mit einer länglich viereckigen Oeffnung versehen ist, welche von einer nicht ganz dünnen Messingplatte *b'b*, von gleicher Gestalt, aber nur etwas weniges kleiner als die viereckige Oeffnung von der Zunge gedeckt wird. Bei *b* ist die Zunge frei, bei *b'* in dem hölzernen

Körper der Pfeife *dd* befestigt, der auch von dem Cylinder durchbohrt ist. Die Zunge kann sich mit ihrem freien Ende *b* in die viereckige Oeffnung des Cylinders, ohne anzustreifen, hinein und heraus bewegen. Das Ganze umgiebt ein hölzerner vierseitiger Kanal, der bei *dd* luftdicht befestigt ist. Wird nun durch ihn von *e* her Luft eingeblasen, so muss sie sich zwischen *b* und *c* in den metallenen Cylinder *a* drängen, und durch eine an den Körper der Pfeife luftdicht angesetzte Röhre *x* herausfahren. Dabei setzt sie die Zunge in Erzitterung, die abwechselnd aus dem Cylinder *a* hervorgedrückt wird, und durch eigene Elasticität hineinschwingt, und dadurch die viereckige Oeffnung bei *c* abwechselnd verschliesst und öffnet. Die Schnelligkeit, mit der die Zunge *b'b* hin und her schwingt, hängt theils von ihrer Länge und Dicke, theils von dem Hindernisse ab, das die eingeschlossene Luft der Zunge bei ihrem Schwingen entgegensetzt. Daher stimmt man die Pfeife durch eine Stemmplatte (Krücke) *g*, welche durch eine starke Stahlfeder *i* an den metallenen Cylinder *a* angedrückt wird und vorwärts und rückwärts geschraubt werden kann. Je kürzer der schwingende Theil der Zunge ist, desto höher ist der Ton. Das schnellere oder weniger schnelle Einströmen der Luft ändert die Höhe und Tiefe meistens nicht; dem ungeachtet muss es zuweilen ein gewisses Maass haben, damit überhaupt ein Ton zum Vorschein komme, namentlich bei Flageolettönen dieser Pfeifen.

§ 286.

Gottfried Weber in seinem trefflichen Werke: Versuch einer geordneten Theorie der Tonsetzkunst, Mainz 1824, Bd. I, S. 4 (welches wohl als das erste Werk zu betrachten ist, das die Musiklehre mit wissenschaftlicher Schärfe behandelt), glaubt, dass bei diesen Pfeifen eher die Zunge als die Luftsäule der Ton bestimmende Körper sei, weil die Tonhöhe weniger von der grösseren oder geringeren Länge der Röhre, als von der Länge und Steifigkeit der Zunge abhängt, dass sie indessen doch nicht ganz unabhängig von der Länge und Gestalt der eingeschlossenen Luftsäule sei. Er fragt nun, in welchem Verhältnisse einestheils die Zunge, anderentheils die Luftsäule die Tonhöhe bestimmt, und insbesondere, ob bei Zungenpfeifen, eben so wie bei den Pfeifen der Flötenwerke, die von Chladni so genannte zweite, dritte und weitere Schwingungsart Statt fand.

Zur Antwort dieser Frage führt folgende Untersuchung: Wir nahmen zwei Zungenpfeifen; die Zunge der einen, die wir mit *Y* bezeichnen wollen, war von dem Orte, wo sie angenietet war, bis zu ihrem freien Ende 2 Zoll 3 Linien lang und gab, in die Höhe gebogen und dann losgelassen, den Ton *c*.

Die zweite Pfeife, die wir mit Z bezeichnen wollen, hatte eine 2 Zoll 4 Linien lange Zunge, die auf dieselbe Weise den Ton A gab. Beide Zungen waren überall 4,2 Linien breit und 0,3 Linien dick. Der Ton wurde so hervorgebracht, dass der messingene Cylinder a selbst in den Mund gesetzt, und dann Luft eingeblasen wurde. Es ergeben sich aus unseren Versuchen mit diesen Pfeifen folgende Sätze:

1. Die Höhe des Tons hängt bei Pfeifen, in die keine lange Röhre eingesetzt ist, von der Länge, Dicke und Elasticität der Zunge ab. Bei den angewendeten Pfeifen betrug das Höherwerden des Tons bei Verkürzung der Zunge durch Heraufschrauben der Krücke nur drei bis fünf halbe Töne, und wenn eine 20 Zoll lange Röhre an den Körper der Pfeifen angesetzt worden war, nur zwei bis drei halbe Töne, wie folgende Tabelle beweist. Wurde die Zunge noch mehr verkürzt, so konnte gar kein Ton mehr hervorgebracht werden.

Tabelle XLVIII.

Ueber das Höherwerden der Töne, die eine Zungenpfeife Y und Z giebt, wenn ihre Zunge durch Heraufschrauben der Krücke (Stimmplatte) g verkürzt wird.

	Abnahme der Länge der Zunge	Ton
Pfeife Y, deren Zunge ursprüngl. 2 Zoll 3 Lin. lang war	— Linien	*dis*
	$1\frac{5}{10}$ „	*e*
	$2\frac{8}{10}$ „	*f*
	$3\frac{8}{10}$ „	*fis*
Pfeife Z, deren Zunge ursprüngl. 2 Zoll 4 Lin. lang war	— Linien	*cis*
	$1\frac{8}{10}$ „	*d*
	$2\frac{5}{10}$ „	*dis*
	$3\frac{4}{10}$ „	*e*
	$4\frac{4}{10}$ „	*f*
	$5\frac{2}{10}$ „	*fis*
	$6\frac{5}{10}$ „	*fis*
Pfeife Y, an welche eine 20 Zoll lange Röhre gesetzt wurde	— Linien	*Gis*
	$3\frac{3}{10}$ „	*A*
	$2\frac{5}{10}$ „	*A*
		B
Pfeife Z, an welche eine 20 Zoll lange Röhre gesetzt wurde	— Linien	*Fis*
	$1\frac{3}{10}$ „	*G*
	3 „	*Gis*
	$3\frac{8}{10}$ „	*A*
	$6\frac{4}{10}$ „	*A*

2. Die Höhe des Tons einer Zungenpfeife hängt unter übrigens gleichen Umständen in geringem Grade von der Weite der Röhre ab.

die in den Körper der Pfeife eingesetzt wird. Bei einem Unterschied der lichten Durchmesser der Röhren von 6,75 Linien bis zu 3,7 Linien differirten die Töne in den Zungenpfeifen um vier halbe Töne. Die Krücke der beiden Pfeifen wurde bei diesen und den anderen Versuchen so gestellt, dass das freie Stück der Zunge zwischen der Krücke und dem freien Ende derselben bei der Pfeife *Y* 1 Zoll 8,6 Linien lang war, und in die Höhe gebogen, und dann sich selbst überlassen, den Ton zwischen *f* und *fis* gab, dass das freie Stück der Zunge bei der Pfeife *Z* 2 Zoll 2 Linien lang war, und, auf die nämliche Weise in Bewegung gesetzt, den Ton *cis* gab. Hierauf wurden an den Körper der Pfeife Glasröhren von $15\frac{1}{4}$ Zoll Länge und ungleichem Durchmesser luftdicht angesetzt, und dadurch Töne erregt, dass in die Pfeife geblasen wurde. Folgendes sind die Resultate dieser Versuche.

Tabelle XLIX.

Ueber die Erniedrigung der Töne der Zungenpfeifen Y und Z, wenn sechs $15\frac{1}{4}$ *Zoll lange Röhren von verschiedenem Durchmesser an den Körper der Pfeifen angesetzt wurden.*

Durchmesser der angesetzten Röhre in Linien	Töne der Pfeife Y	Töne der Pfeife Z
6,75	(fast) *d* +	*H*
6,1	*cis*	*B*
5,53	*cis*	*B*
5,05	*c*	*A*
4,4	*H*	*Gis*
3,7	*B*	$\frac{G}{Gis}$
2,2	kein Ton	kein Ton

Etwas Aehnliches beobachtet man bei den Flötenwerken der Orgel, wo tiefe Pfeifen, wenn sie weiter sind, um ein bis einige Zoll kürzer gemacht werden müssen, wenn sie den nämlichen tiefen Ton geben sollen, als engere.

3. Die Höhe des Tons hängt vorzüglich ab von der Länge einer an den Körper der Pfeife angesetzten gleich weiten Röhre. Sind diese Röhren sehr lang, so scheint die Länge der Zunge keinen beträchtlichen Einfluss mehr auf die Höhe des Tons zu haben. Die von uns zu den Versuchen angewendete Pfeife *Y* konnte durch angesetzte Röhren einen um 23 halbe Töne tieferen Ton bekommen, als der Ton war, den sie gab, wenn gar keine Röhre in den Körper derselben eingefügt war. Die Krücken der Pfeifen waren so gestellt, dass die Pfeife *Y* ohne Röhre den Ton zwischen *f* und *fis*, die Pfeife *Z* den Ton *cis* gab.

Tabelle L.

Ueber die Verminderung der Tiefe der Töne, welche die zwei beschriebenen Zungenpfeifen Y und Z gaben, in deren Körper eine 61 Zoll lange, 3,7 Linien weite Glasröhre luftdicht eingesetzt war, wenn von der Glasröhre mehr und mehr abgeschnitten wurde; und Vergleichung der Länge dieser Röhre mit der Länge der Pfeifen eines Flötenwerks, die denselben Ton geben.

Töne der Pfeife *Y*, wenn sich keine Schwingungsknoten bildeten (nach dem Kammertone)	Flageolettöne der Pfeife *Y*, wenn sich ein Schwingungsknoten bildete (nach dem Kammertone)	Verkürzung der an die Pfeife *Y* angesetzten Röhre, wenn ihr Ton um einen halben Ton höher wurde	Töne der Pfeife *Z*, wenn sich kein Schwingungsknoten bildete (nach dem Kammertone)	Verkürzung der an die Pfeife *Z* angesetzten Röhre, wenn ihr Ton um einen halben Ton höher wurde	Länge der an die Pfeife *Y* und *Z* angesetzten Glasröhre nach Par. Zollen und Linien		Angabe des Drittels der Länge, welche die Pfeifen eines Flötenwerks nach der Berechnung haben, wenn sie im Kammertone die beigesetzten Töne geben [1])	Anmerkungen
Kontra F .	C . . .	. . . .	. . . .	. . . .	61 Z. ½ L.			[1]) Bei der Berechnung dieser Töne ist vorausgesetzt, dass die Pfeife Kontra *D*, nach dem Kammertone (Kontra *C* nach dem Chortone) 16 Fuss, *D*, 8 Fuss, *d*, 4 Fuss lang sei. [2]) Fast *Fis*. [3]) Schwachgeblasen Kontra *H*. [4]) Schwachgeblasen *C*. [5]) Zwischen *C* und *Cis*. [6]) Fast *Cis*. [7]) Schwachgeblasen *E*. [8]) Fast *Fis*. Weil der Ton sich oft nicht merklich verändert, wenn die Pfeifen um ein Stück verkürzt werden, und es daher nöthig ist, die mittlere Länge einer Pfeife, die einen bestimmten Ton geben soll, auszumitteln, so sind die Töne, bei denen die Pfeife die mittlere Länge zu haben schien, geradstehend gedruckt u. herausgerückt worden, die, bei denen die Länge der Pfeife nicht die mittlere zu sein schien, hereingerückt und schräg gedruckt worden.
Kontra Fis	. . *Cis*	. . . .	. . . .	. . . .	. . . .	58 Z. 6 L.		
Kontra Fis .	Cis . .	45½ Lin.	. . . .	. . . .	57 „ 3 „	. . . .		
Kontra G	. . . *D*	. . . .	. . . .	. . . .	. . . .	53 „ 8 „		
Kontra G .	D . . .	72 „	. . . .	. . . .	51 „ 3 „	. . . .	Kontra G 47 Z. 11.35 L.	
Kontra G	. . *Dis*	. . . .	. . . .	. . . .	. . . .	49 „ 10 „		
Kontra Gis .	Dis . .	58 „	. . . .	. . . .	47 „ 3 „	. . . .	„ Gis 45 „ 3.6 „	
Kontra Gis	. . . *E*	. . . .	. . . .	. . . .	. . . .	44 „ 11 „		
Kontra A .	E . . .	61 „	Kontra A .	. . . .	42 „ 2 „	. . . .	„ A 42 „ 8,58 „	
Kontra B	. . . *F*	. . . .	. *Kontra B*	. . . .	. . . .	39 „ 9 „		
Kontra B .	F . . .	34 „	Kontra B .	34 Zoll	39 „ 4 „	. . . .	„ B 40 „ 3,8 „	
Kontra H	. . . *F*	. . . .	. *Kontra H*	. . . .	. . . .	37 „ 6 „		
Kontra H .	Fis [2]) . .	35 „	Kontra H .	35 „	36 „ 5 „	. . . .	„ H 38 „ 0,65 „	
C [3]) . . .	. . . .	29 „	. *Kontra H*	. . . .	34 „	. . . .	C 35 „ 11.03 „	
Dis [4])	. . . .	. . . .	. . . *C* [5]) / *Cis*	. . . .	. . . .	33 „	Cis 33 „ 10,83 „	
Dis	. . . .	24 „	. . . *Cis* [6])	41 „	32 „	. . . .		
D	. . . .	19 „	Cis . . .	31 „	30 „ 6 „	. . . .	D 32 „	
Dis . . .	. . . .	26 „	D	26 „	28 „ 3 „	. . . .	Dis 30 „ 2,45 „	
E	. . . .	19 „	. . . *D* / *Dis*	. . . .	26 „ 6 „	. . . .	E 28 „ 6,1 „	
E	. . . .	. . . .	Dis . . .	32 „	. . . .	25 „ 5 „		
F [7]) . . .	. . . .	22 „	. . . *Dis*	. . . .	24 „ 8 „	. . . .	F 26 „ 10.9 „	
Fis [8])	. . . .	. . . .	E	25 „	. . . .	23 „ 4 „		
Fis	. . . .	25 „	. . . . *E*	. . . .	22 „ 7 „	. . . .	Fis 25 „ 4.78 „	
G	. . . .	. . . .	. . . *E* / *F*	. . . .	. . . .	21 „ 4 „		
G	. . . .	24 „	F	33 „	20 „ 7 „	. . . .	G 23 „ 10.35 „	
Gis	. . . .	. . . .	. . . *Fis*	. . . .	. . . .	19 „ 2 „		
Gis . . .	. . . .	26 „	Fis . . .	26 „	18 „ 5 „	. . . .	Gis 22 „ 7,53 „	
A	. . . .	. . . .	. . . *Fis* / *G*	. . . .	. . . .	17 „ 7 „		
A	. . . .	22 „	G	22 „	16 „ 7 „	. . . .	A 21 „ 4.29 „	
B	. . . .	. . . .	. . . . *G*	. . . .	. . . .	16 „		
B	. . . .	16½ „	. . . *G* / *Gis*	. . . .	15 „ 2½ „	. . . .	B 20 „ 1.91 „	
H	. . . .	. . . .	Gis . . .	24 „	. . . .	14 „ 7 „		
H	. . . .	15½ „	. . . *Gis*	. . . .	13 „ 11 „	. . . .	H 19 „ 0.32 „	
H / *c*	. . . .	. . . .	A	21 „	. . . .	12 „ 10 „		
c	. . . .	20½ „	. . . . *A*	. . . .	12 „ 2½ „	. . . .	c 17 „ 11,51 „	
cis	. . . .	. . . .	B	20 „	. . . .	11 „ 2 „		
cis	. . . .	20½ „	. . . . *B*	. . . .	10 „ 6 „	. . . .	cis 16 „ 11,42 „	
d	. . . .	. . . .	. . . . *H*	. . . .	. . . .	9 „ 8 „		
d	. . . .	17½ „	H	25½ „	9 „ ½ „	. . . .	d 16 „	
dis	. . . .	. . . .	. . . . *c*	. . . .	. . . .	7 „ 9½ „		
dis	. . . .	25½ „	c	25½ „	6 „ 11 „	. . . .	dis 15 „ 1,22 „	
b	. . . .	. . . .	. . . . *c*	. . . .	. . . .	5 „ 11½ „		
e	. . . .	19 „	. . . . *cis*	. . . .	5 „ 4 „	. . . .	e 14 „ 3,05 „	
e / *f*	. . . .	. . . .	cis	29½ „	. . . .	4 „ 5½ „		
f	. . . .	22½ „	. . . . *cis*	. . . .	3 „ 5½ „	. . . .	f 13 „ 5,45 „	
f / *fis*	. . . .	8½ „	. . . . *cis*	. . . .	1 „ 1 „	. . . .		

Aus der beigefügten Tabelle sieht man 4., dass die Länge der Luftsäule, welche zum Tönen gebracht wurde, in den tieferen Tönen von *Kontra A* bis *G* ziemlich $\frac{1}{3}$ der Länge hatte, welche eine Luftsäule in einer Pfeife eines Flötenwerks gehabt haben würde, wenn sie denselben Ton gegeben hätte. Wenn dieses Zusammentreffen nicht blos zufällig ist, so würde es die nachher von uns vorgetragene Vermuthung über den Vorgang in Zungenpfeifen bestätigen.

5. Dass auch die Zungenpfeifen Flageolettöne (Schwingungen mit Schwingungsknoten) hervorbringen können, und dass der Ton, den eine Zungenpfeife hervorbringt, wenn sie einfach schwingt, um eine Oktave und eine Quinte tiefer ist, als wenn sie so schwingt, dass sich ein Schwingungsknoten bildet.

6. Dass sich demnach die Zungenpfeifen in dieser Hinsicht verhalten, wie Pfeifen, deren eines Ende offen, deren anderes verschlossen ist.

7. Dass, wenn die angesetzte Röhre lang ist, die Länge der Zunge keinen beträchtlichen Einfluss auf die Abänderung des Tons äussert; denn die Pfeifen *Y* und *Z* trafen in *Kontra A*, *B*, *H*, und in gross *C* zusammen, ungeachtet die Zunge in der Pfeife *Y* viel kürzer war als in *Z*.

§ 287.

Was den Vorgang in der Pfeife anlangt, durch den sie tönt, so glauben wir aus unseren Versuchen folgendes schliessen zu müssen. Die Bewegung der Zunge verschliesst abwechselnd der in dem hölzernen Kanale befindlichen verdichteten Luft den Zugang in die Pfeife, und öffnet ihr denselben wieder. Die Zunge ist nicht ein selbsttönender Körper, der durch Stösse der benachbarten Luft den Ton mittheilt (denn, wenn sie in die Höhe gezogen, und dann losgelassen wird, so giebt sie nur einen schwachen Ton, der die Luft in der Pfeife nicht zum Selbsttönen bringen kann), sondern es ist ein Körper, der, indem er die Pfeife abwechselnd schliesst und öffnet, die äussere verdichtende Luft in dem hölzernen Kanale nöthigt, die Luft in der Pfeife in regelmässigen Intervallen zu stossen und nicht zu stossen. Folgen diese Stösse schneller auf einander als ungefähr 32 Mal in einer Sekunde, so entsteht ein hörbarer Ton.

Die Schnelligkeit, mit der die Zunge in Zungenpfeifen schwingt, an welche lange Röhren angefügt sind, d. h. die Grösse der auf einander folgenden Zeiträume, in denen die Zunge die Pfeife öffnet und verschliesst, hängt zum Theil (aber nur in geringerem Grade) von der Länge, Dicke und Elasticität der Zunge ab. Die Schwingung der Zunge ist aber nicht zu betrachten als eine Schwingung einer Platte in freier Luft. Denn die Luft über der Zunge (in dem hölzernen Kanale) ist abwechselnd sehr verdichtet (wenn die Pfeife durch die Zunge geschlossen ist), abwechselnd weniger verdichtet (wenn die Pfeife geöffnet ist), abwechselnd in strömender Bewegung (wenn die Pfeife geöffnet ist), abwechselnd endlich in ihrer Strömung gehemmt. An der unteren Oberfläche der Zunge im Körper der Pfeife ist die Luft bald sehr verdünnt, wenn eine verdünnende Welle an sie anprallt, bald verdichtet, wenn eine verdichtende Welle an sie anprallt: denn wir werden nachher sehen, dass im Innern der Pfeife abwechselnd verdichtende und verdünnende Wellen hin und her laufen.

Man sieht leicht ein, dass, wenn die Luft in der Nähe der Zunge in der Pfeife verdünnt, vor der Zunge in dem hölzernen Kanale dagegen verdichtet ist, die Zunge durch doppelte Kräfte, die die Elasticität der Zunge überwältigen, nach innen gedrückt werden könne; dass die Zunge dagegen dem Zuge ihrer Elasticität folgen könne, wenn die Luft in der Pfeife und in dem hölzernen Kanale verdichtet ist. Da nun dieser Fall abwechselnd eintreten muss, wie wir gleich sehen werden, so ist klar, dass die Bewegung der Zunge noch mehr von der Bewegung der in einer langen Pfeife hin und her laufenden Luftwellen, als von ihrer eigenen Elasticität abhänge; dass sie also eigentlich mehr geschwungen werde, als sich selbst schwinge. Anders verhält sich's freilich, wenn man die Pfeife, ohne dass eine Röhre angesetzt wird, schwingen lässt. Dann hängt die Schnelligkeit der Schwingung fast ganz von der Zunge ab.

§ 288.

Um nun ungefähr begreiflich zu machen, warum sich der Ton einer Zungenpfeife zu dem Tone einer gleich langen Pfeife eines Flötenwerks, etwa wie 1 : 3 verhalte, diene folgende Betrachtung. Die Zungenpfeife ist eine am einen Ende geschlossene Röhre: denn wenn auch die Zunge gehoben ist, ist die Röhre dennoch so gut als verschlossen, weil die Luft in dem hölzernen Kanale *e* verdichtet ist.

Wenn von dem verschlossenen Ende einer solchen Röhre eine verdichtende Welle ausgeht, so habe die Welle, nachdem sie bis an das entgegengesetzte offene Ende der Röhre fortgeschritten ist, die Gestalt Fig. 195 (1.) (nach der Seite 381 erklärten Bezeichnungsart). In einem 2. gleich grossen Zeitraume (2.) verwandelt sie sich am offenen Ende abprallend in eine verdünnende Welle (siehe Seite 381), die nach *A* zurückschreitet, in einem 3. Zeitraume (3.) prallt sie von dem verschlossenen Ende *A* ab, und bleibt dabei eine verdünnende Welle, und im Momente, wo sie halb abgeprallt ist, ist am Ende *A* die grösste Verdünnung. Die Welle geht aber hierauf nach *B*; in einem 4. Zeitraume (4.) prallt sie in *B* ab, und wird eine verdichtende Welle, in einem 5. Zeitraume (5.) prallt diese verdichtende Welle in A ab, und wenn sie bei A halb zurückgeworfen worden ist, ist die Verdichtung an der Zunge am Ende der Röhre A so gross, dass die innere Verdichtung der äusseren in der hölzernen Röhre in dem Grade das Gleichgewicht hält, dass die Zunge dem Zuge ihrer Elasticität folgen kann. Am Ende des 6. Zeitraums (6.) ist an der Zunge in A keine Verdichtung und keine Verdünnung, weil die verdünnende Welle sich erst nähert. Die Zunge fährt daher in ihrer Bewegung, wegen der Geschwindigkeit, die sie schon erlangt hat, und durch ihre Elasticität getrieben, fort, die Röhre zu öffnen. Zu Ende dieses Zeitraums befindet sich die Zunge etwa in der Lage, in der sie zu Anfang des ersten Zeitraums war; die verdichtete Luft in der hölzernen Röhre kann sich nun in die Pfeife hineinstürzen, und die Zunge noch weiter öffnen, so dass sich am Ende des 7. Zeitraums durch den heftigen Stoss der äusseren Luft eine neue verdichtende Welle gebildet hat, und bis nach B fortgeschritten ist, die eine so grosse Kraft hat, dass sie durch die Welle in der Röhre, die durch eine mehrmalige Zurückwerfung sehr geschwächt worden ist, nicht in ihrem Fortgange gehindert werden kann. So oft der in die Pfeife gedrungene Luftstoss am Ende B auf die äussere Luft stösst, so oft entsteht daselbst eine Schallwelle, viele solche regelmässig und schnell genug wiederholte Stösse zusammengenommen bilden einen Ton. Die schwächeren Stösse der in der Röhre durch Zurückwerfung hin und her laufenden Wellen, kommen dabei nicht in Betracht, weil sie nach Poisson's Rechnung und nach der Erfahrung viel schwächer sind, als die ursprünglichen. Man sieht hieraus, dass in der Pfeife an der Zunge abwechselnd Verdichtung und Verdünnung entsteht, und von dieser (also von dem Hin- und Hergehen der Luftwellen in der Pfeife, und also auch von der Länge der Pfeife) die Bewegung der Zunge grösstentheils abhängt.

Wenn die Luftwelle drei Mal hin und her gegangen ist, erfolgt ein neuer Stoss der in dem hölzernen Luft zuführenden Kanale verdichteten Luft in die Pfeife. Bei der Pfeife eines Flötenwerks erfolgt ein Stoss auf die äussere Luft jedes Mal, wenn die Welle die Länge der Pfeife ein Mal hin und zurück durchlaufen hat, daher scheint sich der Ton in einer Zungenpfeife zu dem der Pfeife eines Flötenwerks bei gleicher Länge der Pfeifen wie 1 : 3 zu verhalten. Wie schwierig es aber selbst noch in den neuesten Zeiten ist, das Tönen von Röhren und Blasinstrumenten durch die Rechnung zu bestimmen, sieht man aus den Arbeiten Lagrange's und Poisson's. Jener gestand ein, dass seine Formeln nur sehr unvollkommen den Grund der beobachteten Erscheinungen, über die Weite der Blasinstrumente und die Stellung ihrer Löcher angeben. Poisson's Arbeit an den Mém. de l'Ac. années 1819 et 1820. Paris 1824, pag. 19, lehrt, dass man nicht ein Mal den tiefsten Grundton einer Röhre a priori finden könne, aber die Stellung der Schwingungsknoten richtet sich in jedem einzelnen Falle nach dem Tone der Röhre.

Ueber das Mittönen der Körper oder über die Resonanz.

§ 289.

Die gebräuchlichen Stimmgabeln bringen angeschlagen einen doppelten Ton hervor; theils einen tieferen, der schon in einer geringen Entfernung von der in der Hand gehaltenen Stimmgabel nicht mehr wahrnehmbar ist, der aber, wenn die Stimmgabel näher ans Ohr gehalten wird, mit ausnehmender Fülle und Stärke vernommen wird, und der sehr verstärkt und überall im Zimmer hörbar gemacht wird, wenn man den Stiel der Stimmgabel auf eine grosse Holzplatte aufstemmt, theils einen viel höheren, der vornehmlich im Augenblicke des Anschlagens selbst bis zu einer beträchtlichen Entfernung vernommen werden kann, der auch noch längere Zeit schwach forttönt, und durch das Aufstemmen der Stimmgabel nicht verstärkt wird. An der Stimmgabel, die wir gebrauchten, war der höhere Ton noch beträchtlich höher als der höchste Ton eines Pianofortes, der tiefere aber *a*.

Eine ähnliche, aber schwächere Verstärkung des tieferen Tons bemerkt man, wenn man das obere Ende der Stimmgabel der Oeffnung einer 1 Fuss 3 Zoll langen, $1\frac{1}{3}$ Zoll im Durchmesser habenden, Papprröhre nähert, eine noch schwächere, wenn man sie einer Röhre nähert, deren Dimensionen von dieser beträchtlich abweichen. Der Resonanzboden der Pianoforte, der Geigen, und der Harfen zeigt eine ähnliche, wiewohl minder auffallende Verstärkung der Töne der Saiten, und auch hier bemerkt man, dass die höchsten Töne weit weniger durch die Resonanz verstärkt werden, als die tieferen. Von dieser Resonanz ist die Erscheinung nur dem Grade nach verschieden, dass die tönenden Körper in leeren Zimmern, Sälen und Kirchen, wenn der Luftraum durch Menschen, oder Möbel, oder andere Körper nicht zu sehr beengt und unterbrochen wird, einen viel stärkeren Ton geben, als im Freien, und dass diese Verstärkung bei einem oder einigen Tönen vornehmlich auffallend ist, für deren Verstärkung sich ein bestimmter eingeschlossener Raum vorzüglich eignet.

§ 290.

Wir unterscheiden aber zwei Arten von Resonanz, die erste Art bewirkt nur eine vollkommenere Mittheilung der Schwingungen von einem tönenden Körper an ein Medium von einem verschiedenen Kohäsionszustande und von einer verschiedenen Dichtigkeit. Die zweite Art der Resonanz verstärkt den Ton über den Grad der Stärke hinaus, den er in einem unbegrenzten Medio bei der vollkommensten Mittheilung haben könnte.

Der Ton eines Blasinstruments, oder des menschlichen Stimmorgans, theilt sich der Luft so vollkommen mit, dass er keiner Verstärkung der ersteren Art fähig ist. Dagegen theilt er sich einer Felsenmasse so schwer mit, dass sich Bergleute, die in verschiedenen Gewerkstrecken arbeiten, schwer rufen hören werden, wo sie den schwachen Schall eines an den Felsen anschlagenden Hammers deutlich vernehmen. Nach Franklin's und Monro's interessanten Versuchen klingt der Schall, den zwei unter Wasser zusammengeschlagene Steine hervorbringen, Jemanden, der in einer sehr grossen Entfernung von den Steinen den Kopf unter Wasser taucht, so stark, als würden sie in der Luft dicht vor dem Ohr zusammengeschlagen.

Die Erfahrung bestätigt in dieser Hinsicht das, was auch die Rechnung beweist, dass nämlich die Schwingung in gleichartigen und gleich dichten Medien am vollkommensten fortgepflanzt werde. Alexander von Humboldt leitet daher die weite und reine Verbreitung eines Schalls in der Nacht, die Jedem sehr auffallend ist, und die sich nicht blos aus dem Mangel des Geräusches erklären lässt, das bei Tage die Ohren übertäubt, sondern auch aus der ungleichen Dichtigkeit der Luft, die von der ungleichen Erwärmung derselben während des Tages herrührt.

Wie ein Lichtstrahl, indem er aus einem dünneren Medio in ein dichteres übergeht, an dieser Grenze zum Theil abprallt, und daher nur zum Theil in das zweite Medium übergeht, eben so prallt der Schall an den verschieden dichten Schichten eines elastischen Medii nach Poisson's Berechnung ab.

So wie nun die Fortpflanzung einer mitgetheilten Schwingung in gleichartigen Medien am vollkommensten Statt findet, eben so verhält es sich auch, wenn ein selbst schwingender Körper einem Medio die Schwingungen mittheilen soll. Tönende Luft theilt daher der Luft ihre Schwingung vollkommen, feste Körper theilen ihr dagegen ihre Schwingung unvollkommen mit, dagegen theilen starre tönende Körper anderen ihnen gleichartigen ihre Schwingung vollkommen mit. Manche Arten von Feuerzangen, die eine Art Stimmgabel bilden, geben angeschlagen einen Ton, den man ohne Hülfsmittel gar nicht vernimmt. Hängt man dieses Instrument dagegen an einem Faden auf, den man zwischen die Zähne fasst, so klingen sie bei zugehaltenen Ohren so stark wie eine Thurmglocke in mässiger Entfernung.

Die Töne werden von festen tönenden Körpern luftförmigen leichter mitgetheilt, wenn sie sehr hoch sind, als wenn sie tief sind, daher der hohe Ton der Stimmgabel auch ohne Resonanz weiter gehört wird, als der tiefe an sich stärkere, nicht aber durch die Resonanz merklich verstärkt wird. Das heisst, wenn ein und dasselbe Lufttheilchen in einer gegebenen Zeit viel Stösse von einem schwingenden Körper erfährt, werden ihm die Schwingungen leichter mitgetheilt, als wenn es in derselben Zeit wenige erhält. Zweitens wird diese Mittheilung begünstigt, wenn eine grosse Zahl von Lufttheilchen durch den festen schwingenden Körper gestossen wird, d. h., wenn die schwingende Fläche des tönenden oder in Schwingung versetzten festen Körpers sehr gross ist. Fadenförmige Körper bedürfen am meisten die Resonanz, weniger Streifen, noch weniger Platten. Drittens scheinen die Schwingungen eines primär *(longitudinal)* schwingenden festen Körpers der Luft leichter mitgetheilt zu werden, als die eines sekundär (transversal) schwingenden, was von der viel grösseren Schnelligkeit herzurühren scheint, mit der sich jedes Theilchen bei jeder einzelnen primären Schwingung bewegt.

Daher die Töne von Glasstreifen, die primär (longitudinal) schwingen, nicht merklich durch Resonanz verstärkt werden, aber von selbst einen sehr weit hörbaren Ton haben, dagegen die transversalen Töne von Glasstreifen ohne Resonanz kaum wahrnehmbar sind. (Doch kommt hier hinzu, dass bei jenen die Erregung eine fortdauernde ist. Man muss daher transversal mit dem Violinbogen gestrichene Glasstreifen mit longitudinal gestrichenen vergleichen.)

Von dem zweiten Umstande hängt die Verstärkung des Tons mit ab, wenn man eine Stimmgabel auf eine grosse Holzplatte stemmt. Vom Stiele der Stimmgabel gehen primäre Wellen aus, die sich auf der Holzplatte ausbreiten. Sehr bald ist also die Holzplatte mit gleich breiten Wellen bedeckt, von denen jede hinter der anderen so liegt, dass jede nach Verlauf eines Zeitraums, in dem sie um so viel fortschreite, als ihre Breite beträgt, die Stelle einnimmt, die vorher die vor ihr liegende Welle einnahm. Fragt man nun, welche Bewegungen ein einzelnes Theilchen macht, während ein solcher Wellenzug an dem Orte des Theilchens vorübergeht, so sieht man, dass es sich eben so wie bei einer stehenden Schwingung eines selbsttönenden Körpers in regelmässigen und unmerklichen Zeiträumen hin und her bewegt, bei jeder verdichtenden Welle nach vorwärts, bei jeder verdünnenden nach rückwärts, und dass nur zwischen der Schwingung des mittönenden und selbsttönenden Körpers der Unterschied Statt findet, dass die Schwingung des mittönenden Körpers viel schwächer ist, und die neben einanderliegenden Theilchen ihre Bewegung nicht (wie bei selbsttönenden Körpern) gleichzeitig anfangen und endigen, ob sie sie gleich in gleich grossen Zeiten vollenden. Wohl aber fangen die Punkte, welche auf der Holzplatte um die Breite einer ganzen Welle (verdichtenden und verdünnenden Welle vereinigt) vorwärts oder rückwärts liegen, ihre Bewegung gleichzeitig an, und endigen sie auch gleichzeitig. Es versteht sich von selbst aus dem, was früher vorgetragen worden, dass die Theilchen der Holzplatte augenblicklich aufhören zu schwingen, so wie die Reihe der vorüberziehenden Wellen an ihnen vorbei gegangen ist, und dass sogar die Theilchen nicht ein einziges Mal öfter schwingen, als die Zahl der vorbeiziehenden Wellen beträgt.

Theilen sich nun die Schwingungen einer Stimmgabel einer Holzplatte stärker mit als der Luft, so werden die Theilchen des Holzes, die sich bei der Fortpflanzung des Schalls hin und her bewegen, Schwingungen von gleicher Dauer in der Luft erregen, und also dazu beitragen, dass der Luft die Schwingung vollkommener mitgetheilt werde. Auf diese Weise wird aber der Ton nicht positiv verstärkt, denn er kann höchstens fast die Stärke erhalten, die der fortgepflanzte Ton in einem dem klingenden Körper gleichartigen Medio haben würde. Diese ganze Lehre beruht also auf dem schon von Chladni vorgetragenen Satze:

1. Eine Schallwelle schreitet um den Raum ihrer Breite genau in derselben Zeit fort, in welcher der schwingende Körper, der diese Welle veranlasste, eine ganze Schwingung (Hin- und Zurückschwingung) vollendet. Dieser Satz gilt für alle Medien, in die die Schallwellen übergehen können, der Schall mag in diesen Medien schnell oder langsam fortgepflanzt werden, und die Wahrheit dieses Satzes geht aus dem hervor, was früher über den Ursprung der stehenden Schwingung aus einer Durchkreuzung der Wellen gesagt worden ist.

2. Jedes Theilchen eines Körpers, durch welches hindurch eine Schallwelle fortgepflanzt wird, bewegt sich in der Zeit, während welcher die ganze Welle (verdichtende und verdünnende Welle) an ihm vorüber geht, ein Mal hin und zurück. Da nun eine jede Schallwelle in derselben Zeit um so viel, als ihre Breite beträgt, fortschreitet, in welcher der schwingende Körper, der die Schallwelle erregt hatte, ein Mal hin und zurück schwang, so bewegen sich die Theilchen eines Körpers, durch welchen Schallwellen hindurch gehen, eben so oft und gleich schnell hin und her, als die Theilchen des tönenden Körpers selbst, als er die Schallwellen erregte.

Auch dieser Satz gilt für jedes Medium, es mag den Schall schnell oder langsam fortpflanzen. Denn geht eine Welle aus einem Medio, Fig. 196 $ABDE$, das den Schall langsam fortpflanzt, in ein Medium $BECF$ über, das ihn noch ein Mal so schnell leitet, so wird jede Welle im Augenblick des Uebergangs auch noch ein Mal so breit. Da nun aus der Wellenlehre bekannt ist, dass ein Theilchen eines Medii sich ein Mal hin und her bewegt, während eine ganze Welle (verdichtende und verdünnende) an ihm vorübergeht, so muss sich das Theilchen a

in derselben Zeit hin und her bewegen, wie das Theilchen a, obgleich der Stoss durch den Ort α mit einer noch ein Mal so grossen Geschwindigkeit fortgepflanzt wird, als durch den Ort a, denn die Welle $AbDc$ ist noch ein Mal so schmal, als die Welle $B\beta E\gamma$, und geht demnach an dem Orte a in derselben Zeit vorüber, als die Welle $BE\beta\gamma$ an dem Orte α.

§ 291.

Die zweite Art der Resonanz unterscheidet sich von der ersten Art dadurch, dass ein begrenzter Körper durch einen tönenden in so heftige Schwingungen versetzt wird, als er auch bei der vollkommensten Mittheilung, wenn er unbegrenzt wäre, nicht vollbringen könnte. Das Mittel hierzu ist, dass die Schallwellen, die dem begrenzten Körper mitgetheilt werden, von dessen Rändern oder Grenzen zurückgeworfen werden (auf ähnliche Weise wie Lichtwellen, die aus einem dichten Medio in ein dünnes oder umgekehrt übergehen), und sich mit einander, und mit den von dem tönenden Körper fortwährend ausgehenden Schallwellen durchkreuzen.

Es ist schon bei den Wasserwellen durch Versuche bewiesen worden (Seite 161), dass eine Wasserwelle, während sie sich mit einer anderen gleich grossen durchkreuzt, in dem Kreuzungspunkte fast noch ein Mal so hoch wird, als jede der beiden einfachen Wellen ist, und dass sie, wo vier Wellen sich durchkreuzen, fast vier Mal so hoch wird, dass es umgekehrt sich bei der Durchkreuzung der Wellenthäler verhält, welche dann fast noch ein Mal so tief oder fast vier Mal so tief werden.

Was nun bei den Wasserwellen die Erhebung und Vertiefung der Oberfläche des Wassers ist, das ist bei den primären (longitudinalen) Wellen die Verdichtung und Verdünnung des Medii. Diese Verdichtung und Verdünnung wird also an dem Punkte zwei oder vier Mal so gross wo sich zwei oder vier Wellen durchkreuzen.

Werden nun die Schallwellen, die von einem bestimmten Punkte aus auf einen Körper, eine dicht hinter der anderen, übergehen, an den Grenzen des Körpers zurückgeworfen, und durchlaufen dann den Raum des Körpers von Neuem, so müssen sie sich an bestimmten Punkten zweifach oder mehrfach durchkreuzen. Nehmen die nachfolgenden Wellen denselben Verlauf, den die vorhergegangenen nahmen (was nothwendig ist, wenn sich nichts am Körper oder in der Erregungsart der Wellen ändert), und rühren sie von den Schwingungen eines und desselben Tons her, so müssen sich an allen Kreuzungsstellen die Kreuzungen regelmässig und in gleichen Zeiträumen wiederholen, und wenn man daher hierbei das Verhältniss der Theilchen des Körpers in Ueberlegung zieht, welche in den Punkten der vollkommensten Kreuzung liegen, so findet man, dass diese Punkte in gleichförmig sich wiederholenden Zeiträumen aus dem Zustande einer grossen Verdünnung in den einer grossen Verdichtung und umgekehrt gerathen, dass die Zeit, in der das Statt findet, genau die Dauer des Zeitraums hat, in welchem der tönende Körper an der Stelle seiner grössten Verdichtung in die der Verdünnung und umgekehrt übergeht, oder überhaupt ein Hin- und Herschwingen vollendet, und dass überhaupt die ganze Bewegung der einzelnen Theilchen durch nichts von der des selbsttönenden Körpers verschieden ist, als dadurch, dass sie nie ganz so heftig ist, als diese, und dass, so wie keine Wellen mehr nachfolgen, also die Durchkreuzung aufhört, auch sogleich jene Bewegung geendigt ist, statt sie in den Körpern, die in eine stehende Schwingung geriethen, fortdauern kann, wenn auch die erste Ursache des Tönens aufgehört hat.

Der Unterschied zwischen selbsttönenden Körpern, die durch regelmässig sich wiederholende Stösse in Schwingung gesetzt werden, und den resonirenden besteht darin: dass der ganze Raum eines selbsttönenden Körpers von gleich breiten, sich zweifach oder mehrfach durchkreuzenden, Wellen eingenommen sein muss, die vermöge der Gestalt des Körpers so zurückgeworfen werden, dass die Kreuzungspunkte auch nach einer vielfachen Zurückwerfung immer nach gleichen Zeiträumen auf dieselben Punkte fallen.

Dagegen braucht der Raum eines resonirenden Körpers nur von gleich breiten zurückgeworfenen Wellen bedeckt zu sein, die sich mit den immer neu, aber auf dieselbe Weise, erregten Wellen so durchkreuzen, dass die Kreuzungspunkte, so lange die Erregung von neuen Wellen dauert, immer auf dieselben Punkte fallen.

§ 292.

Hieraus geht der grosse Unterschied hervor, 1. dass die Wellen forttönender Körper eine Breite haben müssen, die ein aliquoter Theil des Wegs ist, den die Welle von einer zurückwerfenden Grenze des Körpers zur anderen zu durchlaufen hat. Dieses ist bei den Körpern, die zur Resonanz fähig sein sollen, nicht nöthig.

2. Dass bei forttönenden Körpern jede Welle einen Weg durchläuft, vermöge dessen sie nach einer oder mehreren Zurückwerfungen in ihren vorigen Weg zurückkehrt, was bei der Resonanz nicht der Fall ist.

3. Dass die Stärke des Tons bei einem forttönenden Körper wachsen kann, während die Erregung der Schwingungen gleichmässig fortdauert, z. B. während der Violinbogen fortfährt zu streichen, der Ton bis zu einem gewissen Punkt anwächst, weil nämlich die mehrfach zurückgeworfenen Wellen immer in die ursprüngliche Lage zurückkehren, und

daselbst durch neu erregte Wellen verstärkt werden. Dieses findet bei resonirenden Körpern nicht Statt.

4. Dass der tönende Körper durch Stösse zum Schwingen gebracht wird, die nicht so regelmässig und geschwind zu erfolgen brauchen, dass sie selbst einen Ton bilden, so dass nicht der Inbegriff der empfangenen und fortgepflanzten Stösse den Ton des tönenden Körpers bildet; der resonirende Körper dagegen, wenn er tönen soll, so regelmässige Stösse bekommen muss, dass diese Stösse selbst schon einen Ton bilden, d. h., dass ein resonirender Körper nur den Ton wiederholen kann, den der tönende Körper hervorbringt, der ihm Schwingungen mittheilt.

Der streichende Violinbogen ist in einer zitternden und gleichsam hüpfenden Bewegung, aber seine Erzitterungen erfolgen nicht so schnell und regelmässig, dass sie einen Ton bilden. Der Violinbogen tönt nicht selbst, und doch erregt er einen Ton in einer Saite oder Scheibe. Dieses kommt daher, weil nur eine gewisse Ordnung regelmässig auf einander folgender Stösse nöthig ist, um einen Körper zum Tönen zu bringen, auch wenn die Stösse viel langsamer auf einander folgen, als die Schwingungen des dadurch zum Tönen gebrachten Körpers.

AB, Fig. 197, sei ein an beiden Enden fest gemachter Stab. *Abcd* sei eine durch einen Stoss erregte Welle, die nach *B* fortschreitet. Allerdings wird die stehende Schwingung am einfachsten entstehen, wenn in dem nächsten Zeitmomente, wo die Welle *Abcd* nach *defB* fortgeschritten ist, in *Abcd* eine neue Welle erregt wird. Allein dieses ist nicht unumgänglich nöthig. Es wird auch dann eine stehende Schwingung entstehen, wenn in *Abcd* eine neue Welle entsteht, nachdem die Welle *defB* ein Mal oder mehr Mal die Länge des Stabs *AB* durchlaufen hat und durch mehrfache Zurückwerfung auf den Ort *defB* zurückgekehrt ist.

5. Hieraus sieht Jeder von selbst, dass bei forttönenden Körpern die Punkte, wo sich mehrere Wellen zu wiederholten Malen und in immer gleichen Zeiträumen durchkreuzen, regelmässig gestellt sein müssen, was bei resonirenden Körpern nicht nöthig ist. Daher die Symmetrie der CHLADNI'*schen Klangfiguren.* Bei mittönenden (resonirenden) Körpern dagegen können diese Punkte unregelmässig zerstreut liegen, ja es kann sogar nur ein Theil des Körpers mitklingen, ohne dass der andere es überhaupt oder in gleichem Grade thut. Daher der Mangel an Symmetrie bei manchen Klangfiguren, die SAVART abgebildet hat, und welche *Klangfiguren der Resonanz* sind, wovon weiter unten.

§ 293.

Wir haben gezeigt, S. 190—204, Fig. 70, wie man in Quecksilber und Wasser eine stehende Schwingung erregen kann, wo die Oberfläche der Flüssigkeit eine ähnliche Bewegung sehen lässt, als nach CHLADNI's Entdeckungen die tönenden Körper haben müssen, die sich in einer stehenden Schwingung befinden, so dass man also *den Vorgang, wie die Körper zum Tönen kommen, mit eigenen Augen sehen kann.*

Eben so kann man sich der tropfbaren Flüssigkeiten bedienen, um den *Vorgang bei der Resonanz sichtbar zu machen.* Das ist ganz leicht. Man setze ein beliebig gestaltetes mit Wasser (am besten mit Quecksilber) gefülltes Gefäss auf eine elastisch bewegliche Unterlage, z. B. auf das Rohrgeflecht eines Rohrstuhls und erschüttere das Gefäss in abgemessenen Zeiträumen, indem man an die untere Fläche des elastischen Geflechts stösst. Bei den ersten Stössen werden von den Rändern des Gefässes Wellen ausgehen, die durch das Gefäss weiter fortschreiten, und dann an den gegenüber liegenden Rändern zurückgeworfen werden. Setzt man das Stossen regelmässig fort, so werden, der Takt mag schnell oder langsam sein, an den Stellen, wo sich die grössten neu erregten Wellen mit den meisten zurückgeworfenen Wellen schneiden, kegelförmige Erhebungen entstehen, die sich abwechselnd in trichterförmige Vertiefungen verwandeln, und die bei starken Stössen grösser, bei schwachen niedriger sind. Die plötzliche Verwandlung der mannigfaltigen fortschreitenden Wellenzüge in solche an einem und demselben Orte stehen bleibende Kegel und Trichter ist sehr auffallend und überraschend. Diese Kegel sind sehr unregelmässig gestellt, und hören bald auf an denselben Stellen zu bleiben, so wie das Klopfen aufhört. Denn sie entstanden nur dadurch, dass sich die ursprünglich erregten Wellen mit den auf dieselbe Weise vorher erregten, zurückgeworfenen Wellen immer an denselben Punkten durchkreuzten. Die Wellen, wenn sie an den Grenzen des Körpers zu wiederholten Malen zurückgeworfen werden, werden so schwach, dass sie nicht mehr beachtet zu werden brauchen. Demnach kommt hier nur die Begegnung der ursprünglich erregten und der ein oder einige Mal zurückgeworfenen Wellen in Rücksicht. Fig. 51 und 53 stellt gleichfalls eine Zurückwerfung von Quecksilberwellen dar, welche auf andere Weise erregt wurden und mit der Resonanz übereinkommt, die in Räumen von ähnlicher Gestalt entstehen würde.

§ 294.

Aus dem bis jetzt Vorgetragenen wird Jeder einsehen, dass ein fester Körper, auch wenn er nicht selbst tönt, sondern nur mittönt (resonirt), Schwingungsknoten und Knotenlinien haben könne. Wir werden diese Knotenlinien *Knotenlinien des Mittönens (der Resonanz), Klangfiguren der Resonanz* nennen, und sie dadurch von den CHLADNI'schen Knotenlinien und Klangfiguren unterscheiden, von denen sie sehr wesentlich verschieden sind, denn

1. Die Chladni'schen Knotenlinien müssen, wie wir schon gesagt haben, immer symmetrisch liegen, die Knotenlinien der Resonanz können auch ganz unsymmetrisch liegen.

2. Die Zwischenräume zwischen den Chladni'schen Knotenlinien (Knotenlinien des Tönens) sind aliquote Theile des Raums von einem Rande eines tönenden Körpers zum anderen. Dieses Verhältniss findet bei den Zwischenräumen zwischen den Knotenlinien des Mittönens (der Resonanz) nicht Statt.

3. Die Zahl der Chladni'schen Knotenlinien auf einer Scheibe ändert den Ton, der desto höher wird, je mehr Knotenlinien entstehen, wie geschwind auch der Körper zittern möge, der die Schwingung und das Tönen veranlasst. Die Zahl der Knotenlinien auf einem mittönenden (resonirenden) Körper hat dagegen gar keinen Einfluss auf die Höhe des Tons, den der mittönende Körper hervorbringt, weil nämlich jede durch die Durchkreuzung von mehreren Wellen entstehende verdoppelte Verdichtung sich in derselben Zeit in eine verdoppelte Verdünnung verwandelt, in der die verdichtende Welle um so viel, als ihre Breite, fortschreitet, und ferner, weil jede solche Welle in der nämlichen Zeit um so viel, als ihre Breite beträgt, fortrückt, welche der tönende Körper (der die Wellen des resonirenden Körpers veranlasst) braucht, um eine solche Welle zu erregen, und daher alle Schwingungen des mittönenden Körpers in gleich grossen Zeiten als die des selbsttönenden vollbracht werden. Die von Savart, *Ann. de Chimie par* Gay-Lussac et Arago, *Tome XXV*, *Janvier* 1824, *Tab.* 25, *fig.* 8, 9, 10 *et* 11 abgebildeten Klangfiguren sind solche Klangfiguren der Resonanz. Ist der resonirende Körper sehr regelmässig, z. B. eine Scheibe, und werden ihm die Schwingungen auf eine passende Weise mitgetheilt, z. B. der Mitte der Scheibe, so können die Knotenlinien des Mittönens (der Resonanz) auch symmetrisch sein, und es entsteht kein Selbsttönen, wenn die Zwischenräume zwischen den Knotenlinien nicht solche aliquote Theile der Scheibe sind, dass die Wellen, nachdem sie einen gewissen Weg zurückgelegt haben, bald in ihren vorigen Weg zurücklaufen, und dann den schon ein Mal gemachten Weg noch ein Mal wiederholen. Es kann also auch bei den Knotenlinien des Mittönens (Resonanz) Symmetrie Statt finden, aber es ist nicht nothwendig.

Hierbei ist nicht geleugnet, dass auch ein tönender Körper einen anderen zum Selbsttönen bringen kann. Dann muss aber auch unter passenden Umständen der Ton fast eben so stark werden können, als der Ton des ursprünglich tönenden Körpers, was bei der Resonanz nie der Fall sein kann, es muss ferner unter gewissen Verhältnissen möglich sein, dass der Körper, der so zum Tönen gebracht wird, einen anderen Ton giebt, als der ursprünglich tönende Körper, was bei der

Resonanz unmöglich ist. Saiten, die durch einen anderen Ton in Schwingung versetzt werden, und also scheinbar mittönen, aber vermöge ihrer eigenthümlichen Spannung einen anderen Ton angeben, resoniren nicht: sie sind durch Veranlassung eines anderen Tons selbst tönend geworden. Ueberhaupt sind die Saiten so sehr geeignet und geneigt zur stehenden Schwingung, dass sie sehr leicht in dieselbe gerathen.

§ 295.

Aus dem von uns über die Resonanz gegebenen Begriffe sieht man auch ein, dass die in festen Körpern eingeschlossene Luft gleichfalls zur Resonanz geeignet sei, was man auch sogleich bestätigt findet, wenn man eine angeschlagene Stimmgabel der Oeffnung einer Röhre nähert, ohne die Röhre zu berühren.

Da die Resonanz nur so lange dauert, als noch der ursprünglich erregte Wellenzug an den bestimmten Stellen Durchkreuzungen bildet, so müssen feste Körper fast augenblicklich zu resoniren aufhören, so wie in ihnen vom tönenden Körper keine Wellen mehr erregt werden, denn ihre Wellen verlaufen sehr schnell. Mit Luft erfüllte grosse Räume müssen dagegen noch so lange zu resoniren fortfahren, bis die Schallwellen ihren Lauf so weit fortgesetzt haben, dass die Durchkreuzungen an den bestimmten Stellen aufhören. Das Nachhallen in Kirchen ist daher nicht etwa eine besondere Wirkung der Gestalt der Kirche, die von der Gestalt des Gewölbes, oder von anderen besonderen Einrichtungen abhängt, sondern eine nothwendige Wirkung der Grösse des Raums, der grossen Höhe, Breite und Länge, die noch von der Eigenschaft des Fussbodens, der Decke und der Wände, den Schall sehr vollkommen zurückzuwerfen, unterstützt wird.

§ 296.

Man hat die Frage aufgeworfen, wie ein Gebäude beschaffen sein müsse, dass es sich zur Aufführung von Musikstücken vorzüglich eigne. Man fordert hier, es solle ein solches Gebäude eine möglichst starke, in allen Punkten des Gebäudes gleichförmige, hinreichend dauernde Resonanz haben. Die Bedingungen der Erfüllung mehrerer der angegebenen Forderungen müssen sich durch die Mathematik berechnen lassen.

Erstens ist bei einem solchen Gebäude erforderlich, dass die Zurückwerfung des Schalls so vollkommen als möglich geschehe. Wände, Fussboden und Decke, die selbst durch die abprallenden Luft-Schallwellen in Erzitterung gerathen, diese Erzitterungen dem übrigen Gebälk und Gemäuer des Gebäudes mittheilen, und daher einen Theil der anprallenden Schallwellen, den sie zurückwerfen sollen, verschlucken, dämpfen den Schall. Steinmauern, steinerner Fussboden und steinerne oder mit Kalk gehörig gedeckte Decke, dürften daher in dieser Hinsicht wohl nützlicher sein, als Bretwände, Tapeten u. s. w.

Zweitens, je mehr Säulen und Pfeiler, oder überhaupt Vorsprünge, scharfe Ecken ein Saal hat, desto mehr wird jede Schallwelle beim Anprallen in viele kleine zerspalten, und desto mehr die Durchkreuzung grosser Wellen gehindert, die doch eine Hauptbedingung der Resonanz ist. Eine Stube, aus der alles Geräthe heraus geräumt ist, resonirt viel besser, als da es noch darin war.

Drittens wird es darauf ankommen, dass die zurückgeworfenen Wellenstücke, so viel als immer möglich ist, geradlinig bleiben, und dass die Punkte, wo die vorzüglichsten Durchkreuzungen der Schallwellen geschehen, ziemlich gleichförmig durch den ganzen Saal vertheilt sind, dass sie aber auch nicht so liegen, dass für gewisse Töne eine stehende Schwingung entstehen kann. Es ist nach den von uns gegebenen Erörterungen sehr wohl möglich, dass einige Stellen eines Saales stark resoniren, andere ganz schwach. Wenn man sich einen kreisrunden Saal dächte, in dem das Orchester in der Mitte mehrerer neben einander liegenden Radien angebracht wäre, so würde jedes Instrument Schallwellen erregen, die sich (wenn wir von der Zurückwerfung an der Decke und an dem Fussboden absehen) auf die Fig. 53 abgebildete Weise durchkreuzen würden. In der Nähe der Mitte desjenigen Radius, der die Verlängerung von dem wäre, in welchem sich ein tönendes Instrument befände, würde man dieses Instrument weit stärker hören als die übrigen und als irgend wo im Saale, und hieraus würde folgen, dass man an verschiedenen Punkten einzelne Instrumente sehr stark hören müsste, ohne die übrigen so laut zu vernehmen u. s. w. In der That wird man selten Koncertsäle finden, wo dieser Fehler an einzelnen Stellen nicht in geringem Grade bemerklich wäre.

Bei kleinen und regelmässigen Räumen findet man, dass sie, wenn ein gewisser Ton angegeben wird, selbst zu tönen anfangen, und daher diesen Ton ausnehmend verstärken. Es ist das ein Fehler, der in Koncertsälen sehr zu vermeiden ist. Da man die Breite der Schallwellen der verschiedenen Töne, und die Gesetze ihrer Zurückwerfung kennt, so wird die Aufgabe, welche Gestalt ein Saal haben müsse, indem man 5 bis 6 Fuss über dem Fussboden die möglichst stärkste und gleichförmigste Resonanz zu haben wünsche, ohne doch für gewisse Töne eine stehende Schwingung zu erhalten, durch Rechnung sich sehr wohl lösen lassen.

Diejenigen sind sehr im Irrthume, welche glauben, es komme, wenn man eine Musik gut hören wolle, blos darauf an, dass man den Schall in gerader Richtung und ohne Hinderniss zugeführt erhalte. Die Resonanz wird vorzüglich durch die Durchkreuzung der ursprünglichen und zurückgeworfenen Wellen gebildet. Daher hat die Gestalt und Neigung der Wand, die hinter uns ist, einen grossen Einfluss; und man kann daher in Kapellen, welche an den Wänden der Kirchen angebracht sind, oft viel schlechter hören, als in der Kirche selbst. Es wäre sehr zu wünschen, dass ein tüchtiger Mathematiker der Baukunst den Vortheil verschaffte, ihre Gebäude nach nothwendigen Regeln aufzuführen, eben so wie der Schiffsbaukunst dieser Dienst geleistet worden ist.

Was endlich den Nachhall anlangt, so müssen zuerst die Musiker bestimmen, in welchem Grade er zu einer gewissen Musik erforderlich und nützlich ist. Bei einer Kirchenmusik mit gehaltenen Tönen ist ein grösserer Nachhall wünschenswerth, als bei einem Presto oder Scherzo. Ist nur einmal bestimmt, welchen Grad er haben soll, so könnte durch Rechnung wohl gefunden werden, unter welchen Umständen ein solcher Nachhall Statt finden werde, und es muss dann bei der Grösse des Gebäudes darauf Rücksicht genommen werden; oder wenn die Länge und Breite des Gebäudes durch andere Umstände bestimmt wäre, so könnte man den Nachhall durch grössere Höhe vermehren u. s. w. Ueber alle diese Gegenstände wäre es wünschenswerth, dass die Mathematik die Regeln speciell feststellte. Die Forderungen sind nur, es kurz zu wiederholen, möglichst gleichmässige Verbreitung der Schallwellen vor und nach ihrer Zurückwerfung, bei einer möglichst geringen Zerspaltung derselben, zweitens hinreichend viele, und gleich vertheilte Punkte, wo sich recht viele und intensive Schallwellen kreuzen. Weil die eingeschlossene Luft gleichfalls resoniren kann, und, wenn sie resonirt, anderer Luft den Schall weit vollkommener mittheilt als feste Körper, ist die Gestalt des in den Resonanzböden eingeschlossenen Luftraums, und die Lage der Oeffnungen desselben nach aussen für die Resonanz von grosser Wichtigkeit. Auch hierüber hat Savart sehr wichtige Versuche gemacht. Glocken sind tönende Körper, welche ihren Resonanzboden in sich selbst tragen, und daher stärker klingen als Scheiben.

Abschnitt V.

Ueber die fortgepflanzte und stehende primäre (longitudinale) Schwingung anderer Medien als der luftförmigen.

§ 297.

Auch das Wasser, und die starren Medien sind fähig, Stösse fortzupflanzen, und also primäre Schwingungen (Wellen) durch sich hindurch fortschreiten zu lassen, und zwar mit ungleich grösserer Geschwindigkeit als die Luft. Auch bei dem Wasser hängt diese Fähigkeit von der Elasticität ab, die durch Parkin's Beobachtungen, und durch Pfaff's und Oerstädt's Versuche ausser allen Zweifel gesetzt ist, keineswegs aber etwa von der Elasticität der von dem Wasser gebundenen Luft, da nach Nollet's Versuchen auch ausgekochtes, und dann durch aufgegossenes Oel vor der Resorption von Luft geschütztes, und also luftfreies Wasser den Schall leitet. Dass das Wasser zum Tönen unfähig sei, liegt in seiner zu geringen Zusammendrückbarkeit, vermöge deren eingeschlossenes Wasser, das nicht ausweichen kann, die Schwingung von Körpern, die es zum Tönen bringen könnten, hindert.

§ 298.

Bei den festen Körpern scheint die Kraft der Adhäsion, vermöge deren die kleinen Theilchen einander bestimmte Flächen zuzuwenden bestrebt sind, noch einen besonderen Einfluss auf die Fortpflanzung primärer Wellen auszuüben. Haben diese Medien einen so grossen Umfang, dass die Entwickelung der primären Wellen nach keiner Richtung gehindert wird, so sind die erregten Wellen, wie in der Luft, kugelförmig, z. B. in einem grossen Felsen, an den geklopft wird. Hier kann weder von longitudinalen, oder tangentialen, noch von transversalen, oder normalen primären Wellen die Rede sein. Chladni hat aber zuerst entdeckt, dass Saiten und lange Stäbe tönen können, wenn sie ihrer Länge nach gerieben werden, wobei sich die Theilchen des Körpers gleichfalls in der Richtung der Länge des Stabs hin und her bewegen, Fig. 198 *a*, *a*. Er nannte sie longitudinale Schwingungen. Savart hat diesen Namen verworfen, weil es ihm gelang, auch Schwingungen sichtbar zu machen, wobei die Theilchen des Körpers in vielen anderen Richtungen hin und her schwangen, die zwischen der Richtung der Länge des tönenden Körpers und seiner Quere in der Mitte lagen. Allein hierin hat sich Savart geirrt. Chladni's Versuche betreffen nur die Schwingungen der Körper in so fern sie selbst tönen. Savart's Beobachtungen beziehen sich theils auf die durch Resonanz veranlasste Schwingung, theils auf die kleinen Schwingungen einer höheren Ordnung, die nicht mehr hörbar sind. Chladni's Satz steht daher noch jetzt fest, dass bei longitudinal *tönenden* Körpern die Schwingungen in der Richtung der Länge des Körpers geschehen, und nie schief oder senkrecht gegen die Dicke. Spricht man aber nicht von tönenden Körpern, sondern von den primären Wellen, die in ihnen vorkommen können, so muss man allerdings longitudinal-primäre, und transversal-primäre Wellen unterscheiden. Denn aus Savart's interessanten Beobachtungen kann man schliessen, dass eine solche normal- oder transversal-primäre Welle, wie *b* oder *c*, Fig. 198, der Länge eines Stabs nach nach *B* fortlaufen könne, ungeachtet die Theilchen des Stabs senkrecht auf die, die Breite oder Dicke des Stabs begrenzenden Oberflächen schwingen, oder mit allgemeineren Ausdrücken, dass es in festen Körpern Wellen geben könne, die eine Bewegung der Theilchen mit sich führen, die auf der Richtung der Welle senkrecht oder schief ist. Dass die sekundären Wellen diese Eigenschaft haben, dass die Wellen nach einer anderen Richtung fortschreiten, als in der die einzelnen Theilchen schwingen, war schon längst bekannt, dass aber auch primäre Wellen, d. h., dass der Stoss selbst so fortschreiten könne, dass sich die Theilchen senkrecht auf die Richtung der Welle bewegen, ist etwas Neues, was vielleicht in Zukunft die Rücksicht auf die Adhäsion bei Erörterung der Gesetze des Schwingens nöthig machen wird. Er hat das durch eine grosse Reihe von Versuchen bewiesen, von denen wir nur einige auswählen wollen.

Ob die Theilchen eines Körpers normal oder tangential in Beziehung zu einer Oberfläche eines Körpers schwingen, erkennt man durch die Bewegung, die dem Sande mitgetheilt wird, den man auf seine Oberflächen streut. Schwingen die Theilchen normal gegen die Oberfläche, so werden die Sandkörner mehr senkrecht in die Höhe geworfen, schwingen die Theilchen tangential in Beziehung zu einer Oberfläche, so werden die auf dieselben gestreuten Sandkörner vorwärts geschoben, ohne senkrecht in die Höhe geschleudert zu werden.

Bei der primär-tangentialen Schwingung liegen die Knotenlinien quer, wenn die Theilchen der Längenrichtung nach schwingen, der Länge, wenn die Theilchen in der queren Richtung schwingen; auch liegen nach Savart die Knotenlinien zweier entgegengesetzten Oberflächen, wenn die Schwingung vollkommen in der Richtung der Normalen dieser Oberflächen geschieht, senkrecht untereinander, verschieben sich dagegen desto mehr, je mehr die Schwingung der Theilchen von dieser Richtung abweicht, so dass die Knotenlinien zweier entgegengesetzten Oberflächen, welche tangential schwingen, so verschoben werden, dass die Knotenlinie der einen Oberfläche senkrecht unter oder über der Mitte des Zwischenraums zwischen zwei Knotenlinien der anderen Oberfläche befindlich ist.

Wenn mehrere dünne Holzplatten, Fig. 199 *bb'*, *cc*, *dd*, durch senkrechte Platten *ee* so fest vereinigt sind, dass sie als ein einziger Körper angesehen werden können, und wenn die Platte bei *b'* in *a* fest eingeklemmt ist, übrigens ihr Ende *b* mit einer dicken Saite *f* in Verbindung steht, welche über einen Steg gespannt ist, und dann die Saite senkrecht in der Richtung von *g* gestrichen wird, so zeigt der Sand, dass die Theilchen aller Platten in der nämlichen Richtung schwingen, folglich die der horizontalen Platten *bb*, *cc*, *dd* normal auf ihre untere und obere Oberfläche, die der senkrechten Platten *ee* tangential auf ihre freien Oberflächen.

Savart zeigt das, indem er den Sand erst in der Lage des Apparats, wie er gezeichnet ist, beobachtet, dann den Apparat umkehrt, so dass die Platten *ee* eine ihrer Flächen aufwärts wenden, und hierauf auch auf sie Sand streut, und die Bewegung desselben beobachtet, während er mit dem Violinbogen, im Verhältnisse zum Apparate, eben so streicht als vorher. Alle Theilchen des Apparats scheinen also so zu schwingen, dass die kleinen Bahnen, die die Theilchen durchlaufen, eine parallele Richtung haben.

Verband er nun eine einzige eingeklemmte Holzplatte mit einer aufgespannten Saite, und wurde die Saite in der Richtung von *FF*, Fig. 200, gestrichen (wo *A* den Durchschnitt der Platte, *c* den Durchschnitt der Saite bedeutet), so entstand die Knotenlinie *nn* auf der oberen Oberfläche, auf der unteren *n'n'*, keine Knotenlinie. Fig. 201 und 202 zeigen die Knotenlinien, wenn wie bei *FF* schief gestrichen wurde, hier sind sie auf der oberen Oberfläche *nn* der Platte, und auf der unteren *n'n'* entgegengesetzt gebogen. In Fig. 203, wo völlig normal gestrichen wurde, fielen die Knotenlinien der unteren *n'n'* und oberen Oberfläche *nn* auf dieselbe Gegend der Platte.

§ 299.

Aber wir können, wie gesagt, dem Schlusse Savart's nicht beistimmen, wenn er Ann. de Chimie par Gay-Lussac et Arago, Tome XXV, à Paris 1824, pag. 13 und an anderen Stellen aus seinen Beobachtungen folgert, es existire nur eine einzige Art von Schwingung, und diese begreife alle diejenigen Arten derselben in sich, welche Chladni als longitudinale, transversale, und drehende unterschieden hatte, und deren zwei erstere Arten wir primäre und sekundäre nennen.

Wenn die primären und sekundären Wellen unterschieden werden müssen, so müssen es auch die Arten der tönenden (stehenden) Schwingung, die durch eine Begegnung gleichartiger Wellen entstehen. Da aber die primären und sekundären (die longitudinalen und transversalen) Wellen mit einer so ausserordentlich verschiedenen Geschwindigkeit durch ein und dasselbe Medium, z. B. eine Saite, fortgepflanzt werden, so können sie eben so wenig als eine Klasse von Wellen angesehen werden, als die Wasserwellen, welche eine Wirkung seiner Schwere sind, und die Schallwellen des Wassers, obgleich auch diese beiden Arten von Wellen in einer Molekularbewegung bestehen. Man lese hierüber das nach, was Seite 327—329 gesagt ist, wo der Unterschied zwischen sekundären und primären Wellen auseinander gesetzt ist.

Wir glauben, dass SAVART darin geirrt hat, dass er alle Schwingungen, bei denen sich die Theilchen in der Richtung der Normalen der, die Breite oder die Dicke eines Körpers begrenzenden, Oberflächen bewegen, für sekundäre (von CHLADNI transversale genannte) Schwingungen hält. Wenn ein Stab, Fig. 204, in der Richtung der kleinen Pfeile a einen Stoss bekommen hat, so werden seine Theilchen sich in dieser Richtung, wegen des Haftens ihrer Flächen an den Flächen der benachbarten, nicht verschieben können, ohne jene in derselben Richtung fortzureissen, und diese werden wieder den nächsten dieselbe Bewegung mittheilen müssen, und so wird eine Welle von A nach B fortschreiten. die aber eine Bewegung der Theilchen mit sich führt, welche auf der Richtung der Welle senkrecht ist. Die Richtung der Welle kann durch den Pfeil a, die Richtung der Theilchen durch die kleinen Pfeile a dargestellt werden. Aber diese Welle ist keine sekundäre Welle, sie ist eine primäre, die Erscheinung des fortgepflanzten Stosses selbst, sie muss weit geschwinder fortschreiten, als eine sekundäre.

Ein ähnliches Fortschreiten machen unsere, S. 377—379, erzählten Versuche mit Stimmgabeln auch für manche Stücke der Luftwellen wahrscheinlich. Freilich können die bewegten Theilchen machen, dass an einer Stelle des Stabs eine Ausbeugung entsteht; aber diese entstandene Ausbeugung wird unabhängig von dem Stosse, der sie erzeugt, als eine sekundäre Welle fortschreiten, mit einer Langsamkeit, die sie sehr von der primären Welle unterscheidet. Man wird nicht leicht einen Körper in Schwingung bringen können, ohne primäre und sekundäre Wellen zugleich in ihm zu erregen, aber jede von diesen zwei Klassen von Wellen schreitet mit ihrer eigenthümlichen Geschwindigkeit und unabhängig von der anderen fort.

§ 300.

Ueber die fortschreitende und stehende primäre Schwingung fester Körper, wie Platten, Saiten, Stäbe, braucht hier nichts erinnert zu werden. Ihre Gesetze sind den Schwingungen in der Luft ähnlich. Die fortschreitende primäre Schwingung wird festen Körpern schon durch die Berührung mit anderen tönenden festen Körpern mitgetheilt. Die sekundäre (transversale) Schwingung eines festen Körpers theilt sich einem anderen flächenförmigen Körper, durch einen zwischen den flächenförmigen und tönenden Körper gebrachten verbindenden Stab, desto schwächer mit, je mehr die durch den verbindenden Stab fortschreitende Schallwelle eine Bewegung der Theilchen mit sich führt, deren Richtung auf der Richtung der Welle senkrecht ist. Dieses ist der Fall in c, d und e, Fig. 205, statt in b die durch den mit der Stimmgabel verbundenen Stab fortschreitende Welle eine Bewegung der

Theilchen mit sich zu führen scheint, die in derselben Richtung, als die Bewegung der Welle, geschieht. Je öfter aber, und in je höherem Grade die Richtung, in der die Theilchen schwingen, wechselt, desto mehr wird die Mittheilung des Tons gehemmt. Man kann aber leicht bestimmen, in welchem Grade die Bewegung der Theilchen auf die Richtung der Welle senkrecht sein müsse, wenn man den Savart'schen Satz als wahr annimmt, dass alle zu einem Körper fest vereinigten Theile parallel unter einander schwingen, und wenn man bedenkt, dass die Welle jeder Zeit der Länge des Stabs nach fortlaufe.

Wir haben es bestätigt gefunden, dass der Schall in *b* am stärksten, in *c*, *d* und *e* schwach fortgepflanzt wird. Um den Vorgang sinnlich darzustellen, mögen kleine Pfeile die Bewegung der Theilchen, grössere die der Welle anzeigen. Es ist dieses die Erscheinung, die Wheatstone mit dem Namen Polarisation des Schalls bezeichnete, und die man Annals of Philosophy New series No. XXXII, Aug. 1823, pag. 81, beschrieben findet. Man muss aber eine doppelte Art, wie die Stimmgabeln einem Körper, den sie berühren, Schwingung mittheilen können, unterscheiden, theils durch sehr feine Erzitterungen der einzelnen Theilchen des Stiels der Stimmgabel (diese geschehen immer parallel der Schwingung der Zinken der Stimmgabel), theils durch eine Bewegung, die dem *ganzen* Stiele abwechselnd nach aufwärts und abwärts mitgetheilt wird. Vermöge dieser Bewegung hüpft die Stimmgabel gewissermaassen auf einer Platte, auf die ihr Stiel senkrecht gestemmt wird. Wird die Stimmgabel wie in *b*, *c*, *d*, *e*, Fig. 205, angestemmt, so scheint die letztere Art von Bewegung eine Bewegung des ganzen den Schall leitenden Stabs, nicht eine besondere seiner einzelnen Theile hervorzubringen. Der Ton wird daher unter diesen Umständen nur mittelst der ersteren Art von Schwingung, durch die den Zinken parallelen feinen Schwingungen fortgepflanzt, und auf diese allein bezieht sich auch nur Wheatstone's Bemerkung. Am stärksten ist die Mittheilung des Schalls, wenn wie in *a* beide Mittheilungsarten des Schalls Einfluss haben.

§ 301.

Chladni bemerkt in seiner Akustik, § 62 der deutschen Ausgabe, § 45 der französischen, dass sich die longitudinal (primär) schwingenden Saiten unter Anderem dadurch von den transversal (sekundär) schwingenden unterschieden, dass die Höhe des Tons weder von der Dicke noch von der Spannung merklich abhängig sei, sondern allein von der grösseren Länge und der Materie der Saite tiefer gemacht werde.

Wir überlegten nun, dass, wenn der transversale (sekundäre) Ton einer Saite durch vermehrte Spannung immer höher und höher gemacht werden könnte, ohne dass sich der longitudinale Ton dieser Saite ändere, es, wenn die Saite als unzerreissbar vorausgesetzt würde, einen Punkt geben müsste, wo der longitudinale Ton tiefer als der transversale würde, was uns unmöglich schien.

Wir stellten daher folgende Versuche an.

Wir nahmen eine 31 Fuss 9 Zoll P. M. lange, 479 Nürnb. Gran M. G. (28,84 g) wiegende Eisendrahtsaite, befestigten ihr eines Ende an einem festen Körper, ihr anderes Ende an einer Schraube des 5 Zoll 10 Linien im Halbmesser grossen Rades, Fig. 126, welche 11,6 Linien von der Axe des Rades entfernt war. Die Saite war nun der Seitenfläche des Rades parallel, ohne sie zu berühren. An der seidenen Schnur wurden Gewichte aufgehangen, die 1 bis 6 Pfund betrugen, zu denen aber noch das Gewicht des Korbes, in den die Gewichte gelegt wurden, so wie der Schnur $= \frac{1}{8}$ Pfund hinzukommt. Wegen der Entfernung des Befestigungspunktes der Saite von der Peripherie zogen diese Gewichte mit einer viel grösseren leicht zu berechnenden Kraft. Die Saite wurde in ihrer Mitte mit einem nassen Tuchlappen in der Richtung ihrer Länge gerieben, und gab die Töne, die folgende Tabelle zeigt, und die nach einem rein gestimmten Pianoforte bestimmt wurden.

Tabelle LI.

Ueber die Veränderung der Höhe des Tons einer 31 Fuss 9 Zoll langen, longitudinal (primär) schwingenden Stahlsaite, wenn die Spannung der Saite vergrössert wurde.

Gewicht, das an dem Rade zog	Gewicht, das der Berechnung zu Folge die Saite spannte, insofern das spannende Gewicht an der Peripherie des Rades zog, die zu spannende Saite dagegen 11,6 Lin. weit von dessen Axe befestigt war	Ton, den die Saite gab
$1\frac{1}{8}$ Pfd.	6,857 Pfd.	*E*
$2\frac{1}{8}$ „	12,952 „	*A*
$3\frac{1}{8}$ „	19,047 „	*B*
$4\frac{1}{8}$ „	25,142 „	*B* +
$5\frac{1}{8}$ „	31,237 „	*H* —
$6\frac{1}{8}$ „	37,332 „	*H*

Das mit + bezeichnete *b* war merklich höher als *b*, das mit — bezeichnete *h* merklich tiefer als *h*.

Die Erhöhung des Tons betrug demnach durch die Vermehrung des Gewichts eine grosse Quinte und bei der Vermehrung von 1 Pfund zu 2 Pfd. betrug die Erhöhung schon eine kleine Quarte und die Vermehrung der Spannung von 2 bis 6 Pfund konnte nur noch eine Erhöhung des Tons um eine grosse Sekunde hervorbringen.

Indessen sieht man doch schon hieraus, dass die Grösse des spannenden Gewichts allerdings eine geringe Erhöhung des Tons nach sich zieht, und es müssen daher besondere Umstände bei CHLADNI's Versuchen obgewaltet haben, die diesem genauen Beobachter die Erhöhung des Tons unmerklich machten. Es scheint uns dieses Resultat auch deswegen interessant, weil daraus folgt, dass auch der Schall durch gespannte Saiten schneller fortgeleitet werden müsse, da eine longitudinale Welle die Länge der Saite nach CHLADNI's sinnreicher, durch die Rechnung von LAPLACE später bestätigten Hypothese in derselben Zeit durchläuft, in welcher die Saite ein Mal hin und her schwingt.

§ 302.

Vorzüglich interessant sind die SAVART'schen Entdeckungen über die spiralförmig gewundenen Knotenlinien an hohlen oder soliden langen Cylindern.

Wir haben dieselben mit vieler Sorgfalt wiederholt, und wünschen hier wenigstens einige Resultate dieser Wiederholungen, die in mancher Hinsicht von den SAVART'schen abweichen, niederzulegen. Wir benutzten hierzu acht 6 Fuss und darüber lange Glasröhren von einem Durchmesser von $8\frac{1}{3}$ bis $2\frac{1}{2}$ Linien, die wir dann wieder in Röhren von verschiedener Grösse zerschnitten. Man hält eine solche Röhre in ihrer Mitte zwischen zwei Fingern, oder besser, man umgiebt sie in ihrer Mitte mit einem einige Linien breiten Tuchriemen aus mehrfach zusammen gelegten Tuche, den man mit etwas Pflaster bestrichen hat, damit er an der Glasröhre hafte, ohne dass sie gedrückt wird, und näht die beiden freien Enden des Tuchriemens zusammen, und klemmt sie in einen Schraubstock, so dass die Röhre horizontal ruht, ohne an den Schraubstock zu stossen, ein. Man vertheilt hierauf gleichmässig durch die Länge der Röhre Sand, und bringt sie dadurch, dass man ihr Ende der Länge nach mit einem nassen Tuchlappen streicht, zum Schwingen und Tönen. Die Sandkörner beginnen sich an einer bestimmten Anzahl von Stellen in entgegengesetzter Richtung aus einander zu bewegen. Der Streifen Sand wird dadurch an diesen Stellen schmäler, und endlich werden diese Stellen ganz leer von Sand. Zwischen jenen Stellen der inneren Oberfläche der Röhre, von welchen der Sand in der Richtung der beiden Enden der Röhre wegwandert, liegen eine gleich grosse Anzahl anderer Stellen, nach denen der Sand hinwandert, und auf denen er sich aufhäuft, indem er von zwei entgegengesetzten Richtungen herkommt. Der Sand bildet daselbst $\frac{1}{2}$ bis 2 Zoll lange, oval oder spitz sich endigende Häufchen. Solcher Häufchen giebt es an solchen langen Röhren 5 bis 9. Sie liegen häufig in Beziehung zur Mitte und zu den

Enden der Röhre nicht symmetrisch. Wenn man den Schraubstock und mit ihm die Röhre dreht, ohne ihre Befestigung zu verändern, dann auf der nun nach unten gewandten Oberfläche der Röhre den Sand wieder gleichmässig vertheilt, und denselben Versuch wiederholt, so sieht man, dass der Sand wieder von eben so viel Stellen der Röhre nach entgegengesetzten Richtungen wegflieht, und nach anderen in entgegengesetzten Richtungen hinflieht, und dadurch wieder Zerstreuungs- und Sammlungspunkte, die eben so wie das erste Mal abwechselnd liegen, aber nicht dieselben Orte in der Röhre einnehmen, anzeigt Bezeichnet man die Stellen der Röhre, von denen er flieht, äusserlich an der Röhre mit einer Oelfarbe, und die Stellen, zu denen er flieht, mit einer anderen, und untersucht nach und nach alle Seiten der inneren Oberfläche der Röhre, indem man die Röhre gemeinschaftlich mit dem ganzen Schraubstocke herumdreht, so dass nach und nach jede Seite nach abwärts gewendet, und vom Sande bedeckt wird, den man bei jedem neuen Versuche von Neuem gleichmässig durch die Röhre vertheilt, und bezeichnet alle Stellen, wo er auseinander zu fliehen anfängt, und wo er zusammen gehäuft wird, so bekommt man zwei fast schraubenförmig um die Röhre gewundene, einander parallele Linien. Ueberall, wo die eine dieser beiden Linien die Seite der Röhre, auf der der Sand liegt, schneidet, flieht der Sand weg, überall, wo die andere diese Seite schneidet, flieht er hin und häuft sich an.

Dreht man die Röhre, in der sich Sandanhäufungen gebildet haben, immer ein wenig, ohne den Sand wieder gleichförmig zu vertheilen, so rücken die Sandanhäufungen zu den Stellen hin, wo die schraubenförmig gewundene sammelnde Linie die nach unten gekehrte Seite der Röhre schneidet, und man kann daher die Sandhäufchen nach Belieben vorwärts oder rückwärts zu wandern zwingen, wenn man die Röhre auf die eine oder auf die andere Seite dreht, und jedes Mal, nachdem man ein wenig gedreht hat, in Schwingung versetzt.

Die schraubenförmige Linie, worauf sich der Sand anhäuft, windet sich aber nicht gleichförmig um die Röhre herum, sondern besteht aus kurzen Stücken, Fig. 206, *ab*, *cd*, *ef*, *gh*, die sich fast quer um die Röhre beugen, und aus langen Stücken, die sich nur wenig beugen. Die queren Stücken liegen in ziemlich gleich grossen Abständen von einander, und zwar abwechselnd auf entgegengesetzten Seiten der Röhre. Häuft sich der Sand auf einem queren Stücke der Linie an, so bildet er kurze, sich stumpf endende Häufchen, häuft er sich auf den langen Stücken der schraubenförmigen Linie an, so bildet er sehr langgestreckte und spitze Knoten. Bei allen Röhren geschehen die Windungen der Röhre so absatzweise, aber bei kurzen und beträchtlich weiten merklicher, als bei langen Röhren, wo sie mehr schraubenförmig sind.

§ 303.

Der Grund, warum sich die schraubenförmige Linie auf eine bestimmte Weise um die Röhre windet, z. B. Fig. 206 von links nach rechts, ist nicht bekannt. Aber dieses Verhältniss scheint in gewissen Eigenschaften der Röhre selbst zu liegen, und ist von der Art, wie die Röhre gestrichen wird, und von dem Orte, wo die Röhre gestrichen wird, unabhängig.

Eben so wenig ist es bekannt, wovon es abhänge, dass an Röhren von gleicher Länge bald an einigen mehr Schraubengänge, bald an anderen weniger gefunden werden. Auf den Ton hat die Zahl der Schraubenwindungen keinen Einfluss. An zwei 77 Zoll langen Röhren, die den Ton d^3 gaben, hatte die eine, deren Durchmesser $2\frac{1}{4}$ Linien gross war, $9\frac{1}{2}$ Schraubenwindungen, die andere, deren Durchmesser $8\frac{1}{2}$ Linien betrug, nur $5\frac{1}{2}$ Schraubenwindungen; eine dritte, $77\frac{1}{2}$ Zoll lange, im Ganzen 9 Linien, im Lichten $7\frac{1}{2}$ Linien dicke Röhre, die den Ton d^3 gab, hatte $5\frac{1}{2}$ Schraubenwindungen.

Von zwei Röhren, die beide 2 Fuss 11 Zoll 11 Linien lang waren, gab die eine, deren ganzer Durchmesser $8\frac{1}{2}$ Linien, deren lichter Durchmesser $7\frac{1}{3}$ Linien betrug, h^4, und zeigte 4 bis 5 Sandanhäufungen, die andere, deren ganzer Durchmesser 4 Linien, deren lichter Durchmesser $1\frac{1}{3}$ Linie betrug, gab den Ton c^5 und zeigte 6 bis 7 Sandanhäufungen. Als die dickere Röhre um 1 Zoll 7 Linien verkürzt worden war, gab sie nun auch den Ton c^5, hatte aber nur 4 Sandanhäufungen, eine 5 Fuss $9\frac{1}{2}$ Zoll lange Röhre hatte 8 Sandanhäufungen.

Wir müssen Savart's Behauptung widersprechen, dass sich die schraubenförmige Linie an Röhren, die in der Mitte gehalten werden, nicht durch die Mitte hindurch ununterbrochen fortsetze, sondern, dass unter diesen Umständen immer zwei schraubenförmige Linien vorhanden wären, die umgekehrt gewunden wären, die eine rechts, die andere links, und deren Enden in der Mitte der Röhre an Stellen aufhörten, die sich diametral entgegengesetzt wären. An vier Röhren, wo wir das Verhältniss der schraubenförmigen Linie untersucht haben, fanden wir das Gegentheil, und nur an einer 69 Zoll 4 Linien langen, 4 Linien (mit Einschluss der Wände) dicken, $1\frac{1}{3}$ Linie weiten Glasröhre, fanden wir Savart's Angabe bestätigt. Sie gab den Ton f^3. An jenen vier Röhren rückten die Sandanhäufungen, wenn die Röhre immer nach einer Seite zu gedreht und zum Tönen gebracht wurde, durch die Mitte, wo die Röhre befestigt war, ungehindert hindurch nach dem anderen Ende zu.

An dem aufgehäuften Sande bemerkt man ausserdem, während die Röhre gerieben wird, eine doppelte Art von Bewegung. Die Körnchen der Sandanhäufungen, welche der Mitte der Röhre am nächsten liegen, bewegen sich sehr häufig in einer elliptischen Bahn herum, wie Fig. 207 zeigt. Entfernter von der Mitte liegende, lassen statt dieser Bewegung oft blos eine hüpfende Bewegung der Sandkörnchen sehen. Doch fehlt selbst diese elliptische Bewegung zuweilen einer der Sandanhäufungen, die der Mitte am nächsten liegen. Zuweilen kommt sie dagegen an vielen anderen zugleich vor. Wir können nicht bestätigen, was Savart als Regel behauptet, dass die beiden Sandanhäufungen, welche durch die befestigte Stelle der Röhre getrennt werden, eine entgegengesetzte Bewegung hätten, nämlich die Sandkörner der einen sich rechtsum schöben, wenn die der anderen linksum bewegt würden.

Wir haben das gleichfalls nur dann so gefunden, wenn von der Mitte der Röhre zwei entgegengesetzt gewundene Schraubenlinien ausgingen, was nicht als Regel angesehen werden kann.

Die zweite Bewegung der Sandanhäufungen im Augenblicke, wo die Röhre gerieben wird, besteht in einer Vorwärts- und Rückbewegung eines oder mehrerer ganzen Sandhäufchen, vorzüglich aber dessen, welches zunächst vor oder hinter der Stelle liegt, an der die Röhre mit dem nassen Tuchlappen gerieben wird. Entweder bewegen sich diese Häufchen in der Richtung des nassen Tuchlappens, und kehren dann, wenn der Tuchlappen einen gewissen Punkt seiner Vorwärtsbewegung überschreitet, mit desto grösserer Heftigkeit an ihre vorige Stelle zurück, je heftiger und schneller gerieben wird, oder sie bewegen sich umgekehrt erst mit dem Tuchlappen, dann gegen ihn. In jedem Falle hängt die Stärke dieser Bewegung sehr von der Stärke und Schnelligkeit des Reibens ab.

§ 304.

Eine wichtige und neue Bemerkung scheint uns folgende zu sein:

Nur bei manchen Glasröhren, vorzüglich bei langen, bilden die Linien, worauf der Sand gesammelt wird, und die auf denen er zerstreut wird, schraubenförmig um die Röhre gewundene, einander parallele Linien.

Dagegen findet man, dass diese Linien bei kurzen, weiten und sehr regelmässig gebildeten Röhren quere ringförmige Linien sind, die in regelmässigen Zwischenräumen gefunden werden. Jede solche ringförmige Linie ist zur Hälfte eine sammelnde, zur Hälfte eine zerstreuende, z. B. Fig. 208, wo die sammelnde Hälfte durch Pfeilspitzen, die einander zugewendet sind, die zerstreuende durch Pfeilspitzen, die einander abgewendet sind, bezeichnet worden ist. Beide Hälften liegen einander diametral gegenüber. Die Sandhäufchen verändern, so lange sie auf den sammelnden Halbkreisen sich befinden, ihren Ort nicht, sobald sie aber auf die zerstreuenden zu liegen kommen, theilen sie sich in zwei Hälften, die nach entgegengesetzten Richtungen fortwandern. Wenn ein Sandhäufchen an irgend einer anderen Stelle der Röhre liegt, an der sich weder eine zerstreuende noch eine sammelnde Linie befindet, so wandert das Häufchen nach einer Richtung, und zwar in der, in welcher die nächste sammelnde Linie liegt. Wenn z. B. ein Sandhäufchen auf der queren Linie A, Fig. 209, gelegen hat, und die Röhre, während sie abwechselnd in Schwingung versetzt wurde, so gedreht worden ist, dass es nach und nach an das Ende a derselben zu liegen kommt, so befindet es sich nun auf dem Anfange der zerstreuenden Linie, die, weil sie auf der abgewendeten Seite der Röhre liegt, punktirt angegeben ist. Hier theilt es sich sogleich in zwei Hälften, die eine wandert nach dem Ende X, und wird aus der Röhre herausgeworfen, die andere geht, ohne dass die Röhre von Neuem gedreht zu werden braucht, ohne Unterbrechung nach dem Ende b der zweiten sammelnden Linie B, und ruht nicht eher, als bis sie diesen Punkt erreicht hat. Hat sie ihn erreicht, so bleibt sie ruhen, man mag die Röhre so lange reiben, als man will. Dreht man nun die Röhre so, dass das Sandhäufchen auf der queren sammelnden Linie bleibt, so verändert es seinen Ort nicht eher, als bis es an die Grenze a der sammelnden Linie B kommt. Hier theilt sich das Häufchen von Neuem, die eine Hälfte wandert (wie die Pfeilspitzen anzeigen) nach dem Ende b der Linie A, geht dann, wenn die Röhre in der Richtung wie früher gedreht und gerieben wird, auf dieser Linie von b nach a, und hat dann einen Kreislauf vollendet, den es bei fortgesetztem Drehen eben so wie früher wiederholt. Die zweite Hälfte des Sandhäufchens, das sich am Punkte a der sammelnden Linie B trennte, geht nach dem Ende b der sammelnden Linie C. Von da aus rückt sie ohne fortzuwandern, wenn die Röhre immer auf die nämliche Weise gedreht wird, nach a der sammelnden Linie C. Da theilt sie sich wieder in zwei Hälften, von denen die eine nach b der sammelnden Linie B, die andere nach b der sammelnden Linie D wandert. Die nach der Linie B wandernde vereinigt sich in b mit der Sandanhäufung, von welcher sie sich bei dem Punkte a der Linie B getrennt hatte. Denn diese beiden Sandanhäufungen haben gleich grosse Wege in gleicher Zeit zurückgelegt, die eine von Ba nach Aba, und von da zurück nach Bb, die andere von Ba nach Cba, und von da zurück nach Bb.

Wir haben diese Versuche bei drei verschiedenen Röhren mit demselben Erfolge ausgeführt, und würden dasselbe Resultat unstreitig noch bei vielen anderen Röhren erhalten haben, wenn wir mehrere Röhren probirt hätten. Zwei dieser Röhren waren die schon ein Mal erwähnten 2 Fuss 11 Zoll 11 Linien langen, von denen die eine $8\frac{1}{3}$ Linien Durchmesser und $7\frac{1}{3}$ Linien Weite, die andere 4 Linien Durchmesser und $1\frac{1}{3}$ Linie Weite hatte. Wir zweifeln nicht, diese Art von Schwingung der Röhren für die regelmässigere, und die mit Schraubenlinien für eine unregelmässigere zu halten. Denn hier waren auch die Entfernungen der sammelnden Linien von einander gleichbleibender als dort. Die Schraubenlinie ist also dieselbe Figur, aber nur etwas verzerrt.

§ 305.

Die Gestalt der sammelnden und zerstreuenden Linien der schwingenden Röhren, wie wir sie in diesen letzeren Fällen beobachtet haben, kommt aber sehr mit der überein, die die sammelnden Linien bei Glasstreifen haben. Klemmt man einen 2 Fuss langen Glasstreifen mittelst zwei Korkstückchen in einem in der Hand zu haltenden kleinen Schraubstock ein, und streicht ihn gegen das freie Ende hin mit einem nassen Tuchlappen, so zeigt er, auf der nach oben gewendeten Oberfläche mit Sand bestreut, 4 bis 5 quere sammelnde Linien. Dreht man den Streifen sammt dem Schraubstock um, streut dann auf die Oberfläche, die vorher die untere war, Sand, und reibt dann den Glasstreifen auf die nämliche Art als vorher, so zeigen sich wieder 4 bis 5 quere Linien, die aber nicht senkrecht über den auf der entgegengesetzten Oberfläche sichtbar gewesenen liegen, sondern abwechselnd. Hieraus sieht man, dass auch hier die zerstreuenden und sammelnden Linien senkrecht über einander liegen. Wir haben auf diese Weise auch verzogenere Figuren erhalten, die auch auf beiden Oberflächen die umgekehrte Lage hatten, und die einigermaassen den Schraubenlinien der Röhren zu entsprechen schienen. Alles dieses sind aber keine Klangfiguren, denn der Ton, den so ein Streifen oder eine Röhre giebt, ist zwar sehr hoch, aber viel zu tief, als dass er von einem so kurzen Körper, der sich noch durch so viele Knotenlinien in Abtheilungen getheilt hat, herrühren könnte. Sie rühren ohne Zweifel von kleinen Schwingungen einer höheren Ordnung her, die nicht mehr hörbar sind.

Merkwürdig ist es indessen, dass wir eine Methode gefunden haben, auch Längenschwingungen einem Glasstreifen so mitzutheilen, dass die genannten Linien auf beiden Oberflächen senkrecht unter einander liegen. Man nimmt dazu eine 2 bis 3 Fuss lange, 7 bis 7½ Linien im Lichten weite Glasröhre, verstöpselt sie an ihrem einen Ende, und fügt in eine Spalte des gespaltenen Stöpsels einen nicht zu langen Glasstreifen ein. Dann streut man Sand auf den Streifen, und bringt die Röhre zum Tönen, indem man sie mit einem nassen Tuchlappen der Länge nach reibt. Man kann vielleicht hieraus schliessen, dass die Knotenlinien der beiden Oberflächen des Streifens abwechselnd zu liegen kommen, wenn den beiden Oberflächen zugleich (durch das Reiben mit dem Tuchlappen) Stösse nach derselben Richtung ertheilt werden, dass dagegen die Knotenlinien auf beiden Oberflächen des Streifens senkrecht unter einander fallen, wenn sie gleichzeitig (vom Stöpsel) Stösse nach entgegengesetzter Richtung erhalten.

Zweite Abtheilung.

Wellen in Beziehung auf das Licht.

§ 306.

Die Aehnlichkeit der Erscheinungen des Lichts und des Schalls, die schnelle Fortpflanzung des letzteren, vorzüglich in festen Körpern, seine Zurückwerfung, sein theilweiser Durchgang durch manche Körper u. s. w., mussten schon sehr frühzeitig auf den Gedanken führen, die Erscheinungen des Lichts durch einen ähnlichen Vorgang in den Körpern zu erklären, als die des Schalls. Wir übergehen hier die Spuren dieser Vergleichung, die bei den Alten, namentlich bei Aristoteles, vorkommen. Descartes ist der Erste gewesen, der die Lichterscheinungen sehr ins Einzelne durch den durch ein ruhendes Medium fortgepflanzten Stoss erklärte; nur war er genöthigt, weil man zu seiner Zeit das Licht für unendlich geschwind hielt, den Aether, durch den sich der Stoss fortpflanze, als aus Reihen harter, unzusammendrückbarer, einander unmittelbar berührender Kügelchen bestehend anzunehmen. Schon er gab durch seine Theorie die Erklärung der Farben des Regenbogens. Mit Recht setzte aber Hooke in seiner Mikrographie an die Stelle des Descartes'schen Aethers ein höchst dünnes elastisches Medium, und begründete dadurch zuerst eine Wellentheorie des Lichts, indem er, statt der augenblicklichen Fortpflanzung von Drücken, eine successive Fortpflanzung von Schwingungen annahm, und diese zur Erklärung der von ihm entdeckten farbigen Ringe dünner Platten, und zur Erklärung der Inflexion des Lichts in den Schatten anwendete, die er bemerkte, als er einen Lichtstrahl über die Schärfe eines Barbiermessers streifen liess, und die zuerst von Grimaldi entdeckt worden war. Mallebranche, Huyghens, Euler, Young, Fresnel, Frauenhofer und Poisson vervollkommeten diese Theorie, theils durch Erfahrung, theils durch Rechnung. Ihr steht die Newton'sche Emanationstheorie gegenüber. Nach ihr wird das Licht, als aus kleinen Körperchen bestehend, gedacht, die so klein sind, dass sie durch die festesten durchsichtigen Körper unaufgehalten hindurch bewegt werden können, nachdem sie von den leuchtenden Körpern mit einer so ungeheuren Geschwindigkeit ausgeworfen worden sind, dass sie in 1 Sekunde einen Raum von mehr als 40000 Meilen durchlaufen, dabei aber so einzeln fliegen, dass Tausende von Lichtströmen sich in einem Punkte des Raums kreuzen können, ohne sich gegenseitig zu stören, so dass jedes Lichttheilchen von dem anderen wohl Tausende von Meilen entfernt sein kann. Diese fliegenden Lichttheilchen können von anderen Körpern so stark angezogen und retardirt werden, dass die Beschleunigung und Retardation im Vergleich zu ihrer ungeheuren Geschwindigkeit dennoch sinnlich wahrnehmbar ist, und eine Veränderung der Richtung, in der sie fliegen, hervorbringen kann.

Sie können von anderen Körpern abgestossen werden, und von ihnen unter einem gleich grossen Winkel mit gleich bleibender Geschwindigkeit zurückprallen, als der ist, unter dem sie anprallten, sind aber nur periodisch, und zwar in gleich grossen Zeiträumen abwechselnd geeignet, um von den Körpern, auf die sie fallen, zurückgestossen und von ihnen angezogen zu werden, und durch sie hindurch zu dringen. (Accessus molecularum luminis.) Sie können sich mit ihnen chemisch vereinigen, und dadurch die Eigenschaften der Körper ändern.

Nach der Wellentheorie des Lichts muss der Raum zwischen den Weltkörpern mit einer sehr dünnen elastischen Flüssigkeit erfüllt, nach der Emanationstheorie muss der ganze Weltraum, selbst der von den Körpern eingenommene (durch grosse leere Zwischenräume), im Vergleich zur Kleinheit der Lichttheilchen, fast leer sein.

§ 307.

Bei der Wellentheorie des Lichts macht die Vergleichung mit dem Vorgange beim Schalle vieles anschaulich. Selbsttönende Körper sind den selbstleuchtenden zu vergleichen, nur folgen die Schwingungen der leuchtenden ausserordentlich viel schneller auf einander, und die Exkursionen der schwingenden Theilchen sind ausserordentlich viel kleiner. Die durch die Luft fortgepflanzten Schallwellen sind den Lichtwellen zu vergleichen, nur sind diese ausserordentlich viel dünner, so dass die dickste Lichtwelle, die rothe, nach Fresnel's Bestimmung, 0,000 285 9 Par. Linien dick ist, während die dicksten Schallwellen, die den tiefsten hörbaren Ton veranlassen, ungefähr 32 Fuss dick sind. Die Erscheinungen des Echos und Wiederhalls sind der Reflexion, die des Uebergangs des Schalls aus der Luft in Wasser und in andere Körper, der Durchsichtigkeit, die Eigenschaft mancher Körper, den Schall nicht fortzupflanzen, der Undurchsichtigkeit zu vergleichen. So wie die Empfindung des Schalls durch eine Anzahl auf den Gehörnerven erfolgender Stösse erregt wird, so die des Lichts durch eine Anzahl noch ungleich schneller auf einander folgender Stösse auf die Nervenhaut des Auges. So wie die Empfindung der Tonhöhe abhängt von der Zahl gleich breiter, dicht auf einander folgender, Schallwellen, welche in einer gewissen Zeit im Labyrinthe des Ohrs ankommt, und also von der, bei allen Wellen eines Tons gleich grossen, Zeitdauer, in welcher eine Welle ihren Stoss auf das Ohr vollendet, und in welcher jedes Mal die nächste den ihrigen beginnt, eben so hängt von dem nämlichen Verhältnisse bei den Lichtwellen die Farbe ab. Hohe Töne entsprechen den violetten, tiefe Töne den rothen Farben, wobei sich denn auch die Harmonie der Farben und Töne vergleichen lässt.

§ 308.

In einer von Newton gegebenen Darstellung seiner Hypothese (derselben, die er später wieder verliess, und die eine Verbindung der Emanations- und Undulationstheorie war), die man in der Bibliothèque universelle des sc. Tome XXI, Genève 1822, pag. 81 aus Birch's History of the Royal Society Tome III, pag. 247 übersetzt findet, hat er Gründe aufgezählt, die ihm der Wellentheorie des Lichts entgegen zu stehen schienen, und denen man noch einige beifügen kann. Er sagt:

1. „Wenn das Licht durch Schwingungen hervorgebracht würde, so müsste es sich merklich in dunkle und ruhende Mittel nach krummen Linien verbreiten, indem es alle Schatten zerstörte, und, den Tönen ähnlich, allen Wegen folgte, und in alle Poren eindränge.“ Diesen Einwurf wiederholt er in seiner Optik (Optice Newtonis latine reddidit Clarke 1740, Lib. III, Quaest. XXVIII, pag. 291): „Si lumen consisteret vel in pressu, vel in motu propagato per medium fluidum; sive in momento id fieret, sive in spatio temporis; utique futurum esset, ut id in umbram sese inflecteret. Etenim pressus vel motus in medio fluido, ultra quodvis obstaculum, quod partem aliquam motus impediat, propagari non potest in lineis rectis; sed omnino sese inflectet et diffundet quaquaversus in medium quiescens, quod ultra id obstaculum jaceat. Vis gravitans deorsum tendit: attamen aquae pressus, qui ex vi gravitatis oritur, tendit quaquaversus vi aequabili; et pari facilitate, paribusque etiam viribus propagatur in latus ac deorsum, et per curvas vias et per rectas. Undae pulsus, seu vibrationes aëris, in quibus soni consistunt, inflectunt se manifesto, licet non tantum quantum undae aquae. Soni propagantur pari facilitate per tubas incurvas, ac per rectas. Stellae fixae planetarum cujusvis interpositu evanescunt. Radii, qui proxime ipsas alicujus corporis extremitates transeunt,. inflectuntur quidem aliquantillum, corporis illius actione; quomodo supra est expositum: verum haec quidem inflexio non ad umbram versus sed ad contrarias fit partes.“

Dieser Einwurf Newton's ist jetzt gehoben, indem theils durch die schon vor Newton von Grimaldi gemachten Versuche, die von Hooke, Young, Fresnel und Frauenhofer vervollständigt wurden, bewiesen worden ist, dass das Licht, welches durch eine Spalte geht, in der That nicht ganz geradlinig fortschreitet, sondern sich auf eine ähnliche Weise in den Schatten hinein verbreitet, wie die Stücke der Quecksilberwellen (in unserer Fig. 59) sich hinter einem Körper ausbreiten, durch dessen Oeffnung sie gegangen sind. Ja es scheinen sowohl bei einer solchen Inflexion, als auch bei der Reflexion des Lichts von Ebenen, die einen sehr stumpfen Winkel bilden, ähnliche Durchkreuzungen zu entstehen, als die, welche wir beim Quecksilber beobachtet, und Fig. 59 abgebildet haben. Denn man nimmt sowohl in dem Raume des durch die Spalte gegangenen leuchtenden Strahls (innere Streifen), als in dem des Schattens, in den sich das Licht hineinbeugt (äussere Streifen), abwechselnde helle und dunkle Streifen wahr, welche nach Fresnel's Messungen in ihrem auf das Auge perpendikularen Durchschnitte Hyperbeln sind. Dieselben hyperbolischen Linien sieht man aber auch durch die Durchkreuzung der Quecksilberwellen entstehen, wenn man den Versuch, wie Fig. 56, anstellt. Denn es fallen in gewissen Reihen von Punkten, welche hyperbolisch gestellt liegen, bei der sich unaufhörlich an denselben Stellen wiederholenden Durchkreuzung immer abwechselnd je zwei Wellenberge und abwechselnd je zwei Wellenthäler zusammen, und erregen dadurch daselbst eine doppelt so heftige Schwingung des Quecksilbers, als die bei der einfachen Wellenbewegung ist. In anderen Reihen von Punkten, welche zusammen auch hyperbolische Linien darstellen, fallen immer Wellenberge und Wellenthäler zusammen, deren Schwingungen sich gegenseitig aufheben. Diese hyperbolischen Linien sieht man bei Quecksilberwellen, Fig. 51 und 53, sehr deutlich durch Zurückwerfung entstehen. Die Erscheinungen der Inflexion und Interferenz erklären sich daher nach der Undulationstheorie sehr leicht, sind dagegen, bis jetzt wenigstens, nach der Emanationstheorie unerklärlich.

Den Haupteinwurf Newton's hat aber Poisson durch Rechnung beseitigt. Er sagt Ann. de Chim. par Gay-Lussac et Arago, Tom. XXII, 1823, pag. 255: „Doch muss man bemerken, dass wenn die ursprüngliche Erschütterung nur in einer Richtung Statt findet, so wird die Bewegung nur in der Richtung dieser Schwingungen merklich fortgepflanzt werden. Die entstandenen Wellen werden noch sphärisch sein, aber auf den gegen die Hauptrichtung der Bewegung geneigten Strahlen werden die Geschwindigkeiten der flüssigen Molekule selbst unmerkbar sein im Verhältniss zu denen, welche in der Hauptrichtung und den sehr nahe liegenden Radien Statt haben, und die Abnahme der Bewegung mit der Entfernung von der Hauptrichtung wird um so schneller sein, je grösser die Geschwindigkeit der Fortpflanzung ist. Nur auf diese Weise kann man in der Undulationstheorie die Fortpflanzung eines isolirten Lichtkegels (filet isolé de lumière) begreifen.“

§ 309.

2. Newton's zweiter Einwurf „Si lumen consisteret in motu propagato ad omnia intervalla in puncto temporis, jam ad motum istum generandum opus esset vi infinita singulis momentis in particulis singulis lucentibus", bezieht sich nur auf die Ansicht des Descartes, hat aber auf die Wellenlehre des Lichts gar keine Anwendung.

3. Sagt Newton in der angeführten Stelle der Bibl. univers. 1822, pag. 98: „Ich sehe nicht ein, wie nach dieser Hypothese irgend eine Seite, wie die Oberfläche eines Prisma von Glas, auf welche die Strahlen unter einem Einfallswinkel von mehr als 40^0 fallen, ganz dunkel sein könnte (kein Licht durchlassen könnte). Denn die Schwingungen, welche auf die brechende Oberfläche, die zwei ätherische Mittel von ungleicher Dichtigkeit trennt, stossen, müssen nothwendig diese elastische Oberfläche unduliren machen, und diese Undulationen müssen Schwingungen auf der anderen Seite der Oberfläche erregen, und dahin fortpflanzen, kurz ich würde verlegen sein zu erklären, wie das Licht, welches auf Häutchen oder dünne Platten aus einem sehr durchsichtigen Medio fällt, wechselweise durch aufeinander folgende Dicken der Scheiben, die in arithmetischer Progression zunehmen, zurückgeworfen und durchgelassen wird. Denn obgleich die arithmetische Progression dieser Dicken, welche wechselweise die Strahlen zurückwerfen und durchlassen, zu beweisen scheint, dass die Reflexion oder Durchlassung durch die Zahl der Schwingungen (Wellen) bestimmt wird, die zwischen den zwei Oberflächen der Platte begriffen sind, so sehe ich dem ungeachtet nicht ein, wie ihre Anzahl den Fall verändern könne, sie sei gross oder klein, ganz oder in Bruchtheilen, wenn man nicht voraussetzt, dass das Licht etwas anderes als Schwingung ist."

Auch diesen Einwurf hat Poisson beseitigt, indem er (Ann. de Chimie, Tom. XXII, 1823, p. 363, 364 et 337) darthut, dass diese Erscheinungen mit Ausnahme der Farbenzerstreuung aus den Voraussetzungen der Wellenlehre nothwendig folgen. Er sagt: „Wenn die Geschwindigkeit der Fortpflanzung der Wellen in dem zweiten Mittel grösser ist als in dem ersten, so giebt es einen gewissen Einfallswinkel, für den der Winkel der Brechung ein rechter wird, und über welchen hinaus der Sinus der Brechung die Einheit überschreiten würde: die Brechung ist also dann nach Descartes' Gesetze unmöglich, und die Erfahrung zeigt, dass über diese Grenze des Einfallens kein Lichtstrahl mehr aus der ersten in die zweite Flüssigkeit übergeht. Man muss also in der Undulationstheorie bemerken, dass die zweite Flüssigkeit, wenn sie in gewissen Richtungen von der ersten gestossen wird, doch nicht erschüttert wird." Er zeigt hierauf, dass zwar die Schicht der zweiten Flüssigkeit, welche die erste berührt, wirklich Verdichtungen erleidet, und beträchtliche Geschwindigkeiten erhält, aber beide nehmen sehr schnell ab, wenn man sich von der Grenzfläche entfernt, und werden in dem sehr geringen Abstande von der nämlichen Grösse, als die Breite der Wellen, völlig unmerklich. Ausserdem zeigt er auch Ann. de Chim., Tome XXII, p. 337, dass an dünnen Platten, wie Seifenblasen, koncentrische Ringe in den Entfernungen, wie sie die Erfahrung giebt, nach der Wellentheorie zum Vorschein kommen müssen, aber nur dunkle, nicht farbige.

§ 310.

4. Wirft Newton ein: „Si lumen consisteret in pressu solummodo propagato sine motu actuali; utique non posset id agitare et calefacere corpora, quae id refringunt et reflectunt.“ Die Verbindung, in welcher die Wärme mit dem Lichte steht, ist aber nach jeder Theorie unerklärt.

5. Newton scheint auch an anderen Stellen den Umstand, dass man keine Retardation der Bewegung der Himmelskörper beobachten kann, als einen Einwurf gegen die Wellentheorie des Lichts, wenigstens gegen die des Descartes, betrachtet zu haben. Nach der Wellentheorie müssten nämlich die Räume zwischen den Himmelskörpern mit dem Aether erfüllt sein, und dieser müsste die Bewegung der Himmelskörper etwas retardiren, wenn er vorhanden wäre.

Allein theils kann diese Retardation wegen der Dünnheit des Aethers unmerklich sein, theils müsste dieser Einwurf auch die Newton'sche Theorie treffen, nach welcher sogar sehr schnell bewegte Theilchen den Weltkörpern begegnen, theils scheint aus Enke's Beobachtungen zu folgen, dass leichtere dunstartige Weltkörper, wie die Kometen, in der That bei ihrer Bewegung durch den Weltraum retardirt werden, denn der von Enke betrachtete Komet hatte

von 1786—1795	eine Umlaufszeit	von	1208,22	Tagen
„ 1795—1805	„	„	1207,77	„
„ 1805—1819	„	„	1207,25	„

Siehe Bode's astronom. Jahrb. 1823, p. 216.

§ 311.

6. Endlich haben viele Physiker den chemischen Einfluss, den das Licht auf salpetersaures und salzsaures Silber, die es schwarz macht, sowie auf manche andere Körper zu üben scheint, als einen vorzüglich wichtigen Beweis gegen die Wellentheorie und für die Emanationstheorie angesehen. Noch kürzlich hat Malus in seiner Théorie de la double réfraction de la lumière, Paris 1810, p. 5, dasselbe angeführt.

Allein wir sehen nicht ein, warum, da der chemische Prozess von einer Bewegung der Molekulen, und nach der Wellentheorie beim Verbrennen auch von einem Erzittern der Molekulen begleitet wird, es nicht denkbar sein solle, dass Erzitterungen, in die ein Körper durch die Lichtwellen gesetzt wird, und durch die die Molekulen einander wechselsweise angenähert werden, nicht auch den Anstoss zu chemischen Prozessen geben zu können im Stande sein sollten, eben so wie ein selbsttönender Körper Schallwellen aussendet, aber auch umgekehrt durch den Stoss der Schallwellen zum Selbsttönen gebracht werden kann. Dass die Schallwellen niemals dergleichen chemische Veränderungen veranlassen, scheint uns kein ausreichender Gegengrund, da die Schallwellen viel zu breit sind, um einzelne kleinste Theilchen eines Körpers in Bewegung zu setzen, ohne zugleich auch den benachbarten eine gleiche Bewegung mitzutheilen, und daher vielmehr grössere Massen der Körper in eine gleichzeitige Bewegung setzen können, z. B. Sandkörner, als Molekulen.

§ 312.

Da nun fast alle wichtigen Erscheinungen, welche man bis jetzt an dem Lichte wahrgenommen hat, nach Poisson's Rechnung aus der Wellentheorie des Lichts nothwendig folgen, da andere wenigstens nicht widersprechen, und selbst die verwickelten der Polarisation des Lichts nach Huyghen's Hypothese erklärlich scheinen, so kann man der Wellentheorie nur das entgegenstellen, dass durch sie nach Poisson's Rechnung die Farbenzerstreuung beim Durchgange des Lichts durch ein Prisma unerklärt bleibe. Das ist es vorzüglich, was ihr Biot entgegenstellt, und was ihn vermag, sich für die Emanationstheorie zu entscheiden.

Allein die Analyse schneidet nach Poisson's eigenem Geständnisse die Möglichkeit, dass sich auch die Farbenzerstreuung aus der Wellenlehre werde erklären lassen, nicht gänzlich ab. Er sagt in dieser Hinsicht (Ann. de Chim., Tome XXII, p. 261): „Die Breite der gebrochenen Welle ist in ihrer ganzen Ausdehnung konstant; sie verhält sich zu der der ursprünglichen Welle wie der Sinus der Brechung zum Sinus des Einfallens, folglich ändern sich dabei die Farben nicht. Die Erscheinung der Dispersion ist gänzlich unerklärt. Euler (Opusc. varii argumenti, Tome I, p. 217 und Mem. de l'Acad. de Berlin année 1750, p. 282) behauptete, auf einander folgende Wellen beschleunigten einander. In brechenden Mitteln hinge diese Beschleunigung von der Breite ab, die breitesten Wellen würden am wenigstens beschleunigt, am meisten gebrochen.“ (Weisses Licht ist nämlich beim Lichte das, was beim Schalle das Geräusch ist, eine Vermengung von Wellen, die die mannigfaltigste Breite haben. Nach Euler's Voraussetzung entsteht eine Sonderung dieser verschiedenartigen Wellen, indem die schmalen Wellen in einem brechenden Medio mehr beschleunigt würden als die breiten.) „Um nicht über die Folgerungen hinauszugehen (fährt Poisson fort), die bis jetzt aus der Analyse abgeleitet werden können, muss man zugeben, dass es nicht bewiesen ist, dass die Breite der Lichtwellen gar keinen Einfluss auf ihre Geschwindigkeit in brechenden Mitteln haben könnte, wenn man annimmt, dass der Radius der Wirksamkeit der Kräfte, welche die Elasticität des Aethers hervorbringen, eine Grösse habe, die mit jener sehr geringen Breite verglichen werden könne; doch muss man zugleich sagen, dass die Berechnung dieses Einflusses ein schweres Problem sein würde, und dass es nicht leicht ist zu sagen, wie ein geschickter Physiker geglaubt hat,[1]) was daraus für die ungleiche Brechung der Wellen von verschiedenen Breiten erfolgen würde.“

§ 313.

Was die Newton'sche Lehre vom Lichte anlangt, so muss man sie mit allen Physikern, namentlich mit Biot, der ihr Wesen so treffend auseinandergesetzt hat, für ein Meisterstück der Abstraktion aus Erfahrung halten, die Emanationstheorie dagegen nur für ein erdichtetes Hülfsmittel, die abstrahirten optischen Gesetze anschaulich zu machen, ohne den geringsten Anspruch darauf zu machen, dass diese anschauliche Erläuterung irgend dem wirklichen Lichtwesen entspräche. So betrachtet, wird die Emanationstheorie ihren Nutzen haben, ob sie gleich, da sie für die Lehre von der Inflexion und Interferenz nicht passt, ihrem Zwecke nicht ganz vollkommen entspricht. Verlangte man aber eine Hypothese für das Wesen des Lichts, durch welche die Lehre von dem Lichte in Einklang mit den von uns schon anderweit erkannten Naturkräften und Gesetzen kommen soll, und hält man das Beginnen, eine solche Hypothese zu suchen, überhaupt nicht für zu voreilig, so verdient die Wellentheorie des Lichts bei Weitem den Vorzug vor der Emanationstheorie.

---

[1]) Fresnel, supplément à la Chimie de Thomson, p. 86.

Anhang.

Einige Bemerkungen über die Wellenlehre von Ernst Heinrich Weber, Professor in Leipzig, und Wilhelm Weber in Halle.

(Mit 18 Kupfertafeln. Leipzig, bei Gerhard Fleischer, 1825.)

Von

E. F. F. Chladni.

[Allgemeine musikalische Zeitung, XXVIII. p. 18, 1826.]

Da ich in dieser *allgemeinen musikalischen Zeitung* mehrmals einiges über Entdeckungen und Schriften, die Akustik und deren Anwendungen betreffend, gesagt habe, so würde ich glauben, mich nicht nur an dieser nützlichen Zeitschrift, sondern mehr noch an den Fortschritten der Wissenschaft zu versündigen, wenn ich ein Buch hier mit Stillschweigen übergeben wollte, das, so wie überhaupt für Physik, so auch insbesondere in Beziehung auf Akustik so viele durchaus auf Experimente gegründete neue Beiträge zu unseren Kenntnissen enthält.

Von dem Inhalte des Buches und von den darin vorgetragenen neuen Entdeckungen Vieles hier zu sagen, würde überflüssig sein, da die Herren Verfasser selbst in dieser *allgemeinen musikalischen Zeitung* bald Manches davon mittheilen, und auch von Vielem, was sie seit der Zeit entdeckt haben, Nachricht geben wollen.

Von allgemeinen Voraussetzungen ist hier zu erwähnen, dass die fortschreitende Schwingung oder eigentliche Wellenbewegung (wo die Welle bei ihrem Fortrücken immer von anderen Theilen des Körpers gebildet wird) von der stehenden Schwingung (wo immer dieselben Theile des Körpers diesseits und jenseits der ruhigen Lage sich bewegen) mit Recht genau unterschieden wird, auf welche Verschiedenheit man gewöhnlich nicht genug Rücksicht genommen hat. Die fortschreitende Schwingung oder Wellenbewegung kommt in der Natur am häufigsten vor, und die stehende Schwingung, welche gewöhnlich nur an tönenden Körpern betrachtet, aber von den Verfassern dieses Buches auch an tropfbaren Flüssigkeiten hervorgebracht und sichtbar gemacht worden ist, entsteht gewöhnlich auch aus anfänglichen fortschreitenden Wellenbewegungen, so dass man das, was in diesem Buche über diese Bildung der Schwingungsarten tönender Körper gesagt ist, als einen sehr guten Kommentar zu dem ansehen kann, was ich über diese Schwingungen in ihrem ausgebildeten Zustande gesagt hatte.

Was im ersten Hauptthheile über die Wellen tropfbarer Flüssigkeiten gesagt ist, enthält sehr viel Neues und Interessantes in physikalischer Hinsicht, gehört jedoch nicht hierher, wohl aber die erste Abtheilung des zweiten Haupttheils worin die Wellen in Beziehung auf den Schall abgehandelt werden. Jeder Stoss wirkt auf den ganzen Körper und die Richtung desselben ist unabhängig von der, in welcher sich die Theilchen bewegen. Die unmittelbar durch den Stoss erregten Wellen werden primäre Wellen genannt (man könnte sie auch wohl Stosswellen nennen): sie sind dasselbe, was von mir longitudinale Schwingung [1]) und von Savart tangentiale Schwingung genannt worden ist. Die andere Klasse von Schwingungen, welche von mir transversale Schwingungen genannt worden sind, werden sekundäre Wellen oder Beugungswellen genannt, weil sie zwar auch durch einen Stoss erregt werden können, aber ihre Fortschreitung durch eine andere Kraft (bei tropfbaren Flüssigkeiten durch die Schwerkraft, bei tönenden Körpern durch die Elasticität) geschieht. Bei den primären Wellen oder Stosswellen findet alle Mal eine abwechselnde Verdichtung und Verdünnung Statt, bei den sekundären oder Beugungswellen aber meistens nur eine Verschiebung der Theile.

Was die fortschreitenden sekundären oder Beugungswellen an fadenförmigen gespannten Körpern betrifft, so haben die Verfasser gezeigt, wie diese sich an einem langen gespannten Seile gut beobachten, und wie sich auch die Ausbildungen der verschiedenen Schwingungsarten einer Saite aus anfänglichen fortschreitenden Wellen daran sichtbar darstellen lassen.

Bei den stehenden sekundären oder transversalen Schwingungen fester Körper wird mit Recht bemerkt, dass, wenn die Breite der Welle kein

---

[1]) Meine Benennung: Longitudinalschwingung hat Savart nicht dulden wollen, und die Benennung: tangentiale Schwingung vorgezogen. Auch haben die Herren Verfasser dieses Buches geäussert, dass bei der Verbreitung des Schalles in Körpern, die einen kubischen Raum einnehmen, beide Benennungen nicht recht passten, weil in solchen Körpern der Stoss nicht nur in longitudinaler oder tangentialer Richtung, sondern nach allen Richtungen verbreitet werde. Dagegen muss ich aber bemerken, dass auch bei einer solchen kugelförmigen Verbreitung des Schalles jeder Radius, oder jede lineare Strecke von dem Orte des Stosses aus, wie ich auch in meiner Akustik gesagt habe, ganz ebenso schwingt, wie ein longitudinal schwingender Stab, so dass also auch in diesem Falle meine Benennung: Longitudinalschwingung nicht unrichtig ist.

aliquoter Theil des Körpers ist, keine stehende Schwingung, wenigstens keine vollkommene, entstehen kann. An Körpern, die durch innere Steifigkeit elastisch sind, ist, wenn die Enden frei sind, die Geschwindigkeit anders als an Saiten, weil die Enden beweglicher sind als die mittleren Theile, indem sie nur von der einen Seite festgehalten werden, welches der Grund ist, warum die Endstücken nur halb so lang sind, als die mittleren Stücken.

Was die Lehre von der primären fortgepflanzten Schwingung, oder den fortschreitenden Stosswellen in der Luft betrifft, so wird zwar von einem schwingenden Körper, wenn er auch stabförmig gestaltet ist, der Schall oder Stoss nach allen Richtungen gleich schnell fortgepflanzt, man sollte aber doch glauben, dass er in der Richtung der Schwingungen eine grössere Intensität haben müsste, als in der Querrichtung. Die Verfasser haben aber gefunden, dass er in der Querrichtung eben so stark hörbar ist, als in der Richtung der Schwingungen selbst, aber in einer diagonalen Richtung äusserst schwach, wobei sie über den Winkel der schwächsten Hörbarkeit genaue Messungen angestellt haben. Dieses finde ich nicht nur bei dem Halten an das Ohr bestätigt, sondern auch, wenn ich eine Bouteille oder ein Medicinglas so weit durch eingegossenes Wasser abstimme, bis die darin befindliche Luft bei dem Einblasen denselben Ton giebt, und sodann, nach Savart's Methode, die Stimmgabel nahe an die Mündung halte, wo dann in der Richtung der Schwingungen sowohl, als in der Querrichtung, der Ton beträchtlich verstärkt wird, in einer diagonalen Richtung aber wenig oder fast gar nicht, so dass man annehmen kann, dass in dieser Richtung fast gar keine Mittheilung der Bewegung an die umher befindliche Luft Statt finde. Eine merkwürde Beobachtung der Verfasser ist auch die, dass eine Stimmgabel bei einer sehr schnellen Umdrehung gar keinen Ton nach aussen verbreitet.

Bei der Lehre von den stehenden Schwingungen in der Luft, wie in Orgelpfeifen und Blasinstrumenten, ist in den Figuren die Abweichung von der natürlichen Dichtigkeit, die Geschwindigkeit und die Richtung, in welcher die Lufttheilchen sich bewegen, wie auch die Richtung der Welle, welche wohl davon zu unterscheiden ist, auf eine sinnreiche Art ausgedrückt, und gewissermaassen bildlich dargestellt. Wenn in einer Röhre eine Welle vorwärts schreitet, wird sie nicht nur bei dem Anprallen an eine die Röhre verschliessende Ebene, sondern auch bei dem Heraustreten an einem offenen Ende zurückgeworfen; im ersten Falle behält sie ihre Eigenschaften bei, im zweiten aber nimmt sie die entgegengesetzten Eigenschaften an, so dass aus einer verdichtenden Welle eine verdünnende wird, und so umgekehrt. Zur Hervorbringung der stehenden Schwingungen der Luft, deren Entstehung aus anfänglichen fortschreitenden Wellen richtig konstruirt wird, ist erforderlich, dass der in der Röhre enthaltenen Luft Stösse ertheilt werden, welche Wellen erregen, deren Breite sich zur Länge der Röhre verhält, wenn beide Enden offen sind, wie 1 zu 1; $\frac{1}{2}$ zu 1; $\frac{1}{3}$ zu 1 u. s. w. und wenn sie an einem Ende verschlossen ist, wie 2 zu 1; wie $\frac{2}{3}$ zu 1; wie $\frac{2}{5}$ zu 1 u. s. w. (So müssen die Zahlen heissen, anstatt der Angabe in § 281 Z. 6 bis 8. Auch muss ich bemerken, dass in § 280 Z. 8 die Worte: oder dem Drittel, ausgelassen sind, und dass es in demselben Paragraph Z. 19 anstatt Fig. 190 heissen muss Fig. 191.) Ueber die Hervorbringung der stehenden Schwingung in der Luft vermittelst einer Zungenpfeife haben die Verfasser sehr viele merkwürdige Untersuchungen angestellt zur Beantwortung der Fragen GOTTFRIED WEBER's in seiner *Theorie der Tonsetzkunst*, in welchem Verhältnisse die Zunge oder die Luftsäule den Ton bestimme und ob bei Zungenpfeifen auch Schwingungsarten Statt finden, welche Flageolettöne geben, welches allerdings der Fall ist. Ausser den vorgetragenen Resultaten der Untersuchungen haben die Verfasser seitdem wieder durch neuerlich angestellte Versuche sehr Vieles entdeckt, wovon sie bald in dieser *allgemeinen musikalischen Zeitung* weitere Nachricht geben werden. Der Unterschied der Resonanz oder des Mittönens von dem Selbsttönen wird ganz richtig auseinander gesetzt und Folgerungen daraus gezogen, wobei auch bemerkt wird, dass SAVART einige Resonanzfiguren, die sich auch sichtbar machen lassen, mit meinen Klangfiguren verwechselt hat, bei welcher Gelegenheit auch die Verschiedenheit beider Arten von Figuren richtig gezeigt wird. Zu dem, was hernach darüber gesagt ist, wie ein Gebäude beschaffen sein müsse, dass es sich zur Aufführung von Musikstücken (wie auch, um einen Redner oder Schauspieler überall deutlich zu hören) vorzüglich eigne, halte ich für gut, hier noch einige Bemerkungen hinzuzufügen. Es werden als Bedingungen angegeben: 1. die Zurückwerfung des Schalles müsse so vollkommen als möglich geschehen. (Hierbei muss ich bemerken, dass in einem nicht grossen Lokale keine Zurückwerfungen nöthig sind, sondern es hinreicht, wenn man den Schall in gerader Richtung ohne Hinderniss zugeführt erhält, eben so, wie man auch in freier Luft einen Redner sowohl wie auch Musik blos durch die einfache Verbreitung des Schalles in einer geringen Entfernung deutlich hört. Bei einer beträchtlichen Grösse des Lokals reicht man aber damit nicht aus, es ist also eine Verstärkung durch Zurückwerfungen nöthig; diese dürfen aber schlechterdings nicht auf eine bemerkbare Weise von der entfernteren gegenüberstehenden Seite wieder rückwärts geschehen, weil man alsdann ein Echo oder einen alles undeutlich machenden langen Nachhall erhalten würde, worin manche Baukünstler sehr gefehlt haben, welches Uebel sich aber durch eine amphitheatralische Einrichtung der

Sitze vermindern oder vermeiden lässt. Es können also nur Zurückwerfungen von den Seiten, von oben und von hinten nach den Zuhörern hin nützlich sein, von Wänden, die dem Orte der Erregung des Schalles so nahe sind, dass zwischen den gerade ausgehenden und den zurückgeworfenen Schallwellen kein bemerkbarer Zeitunterschied Statt findet.) 2. Dass Vorsprünge, Säulen, scharfe Ecken u. s. w. möglichst vermieden werden. (Indessen kann es auch Fälle geben, wo durch solche Vorsprünge oder Vertiefungen ein zu langer Nachhall, der aus einer unvortheilhaften Gestalt des Lokals, etwa einer runden oder elliptischen, entstehen würde, verhütet werden kann.) 3. Dass die zurückgeworfenen Wellen so viel als möglich geradlinig bleiben (wozu besonders eine parabolische Gestalt oder divergirende Seitenwände nützlich sein könnten, weil diese die Schallwellen parallel zurückwerfen).

Aus dem, was über die primären (longitudinalen) Schwingungen anderer Medien, als der luftförmigen, gesagt wird, ist zu bemerken, dass auch Wasser und andere Medien fähig sind, Stosswellen durch sich fortgehen zu lassen, und zwar weit schneller als durch die Luft (Wasser, nach Laplace ungefähr 7 Mal, und feste Körper, wie ich gezeigt habe, höchstens 17 Mal schneller). Wegen der kugelförmigen Verbreitung der Stosswellen in der Luft und in einem grossen Felsen, woran geklopft wird, hat Savart (mit Unrecht, wie ich vorher bemerkt habe) meine Benennung: Longitudinalschwingungen verworfen, so wie auch deswegen, weil es ihm gelang, auch Schwingungen sichtbar zu machen, bei welchen die Theilchen des Körpers sich in Richtungen bewegten, welche zwischen der Länge und Quere des Körpers in der Mitte lagen. Es ist aber von den Verfassern ganz richtig gezeigt worden, dass Savart hierin geirrt hat, indem meine Untersuchungen die Schwingungen selbsttönender Körper betreffen, die von Savart aber theils Resonanzschwingungen, theils kleine Bewegungen, die von den tönenden Schwingungen zu unterscheiden sind. Die Verfasser stimmen übrigens eben so wenig als ich mit der Behauptung Savart's überein, dass es nur eine einzige Art von Schwingungen gebe, die alle diejenigen in sich begreife, welche ich in longitudinale, transversale und drehende unterschieden habe, indem beide erstere Klassen (primäre und sekundäre) wesentlich von einander verschieden sind. Was die drehenden Schwingungen betrifft, so habe ich selbst schon, weit früher als Savart, in meiner *Akustik* § 133 und im *Traité d'Acoustique* § 98 und § 124 No. 3 gesagt, dass sie mit einer gewissen Art von Transversalschwingungen ein und dasselbe sind. In Ansehung der primären oder Längenschwingungen einer Saite fand sich ein Widerspruch S. 554 und 555 mit dem, was ich über diese gesagt hatte, welcher aber nun ausgeglichen ist, da ich ganz neuerlich Gelegenheit gehabt habe, die Experimente der Herren Weber zu sehen und ihnen die meinigen zu zeigen. Sie haben nämlich eine Erhöhung des Tones, anfangs um eine Quarte und weiterhin ungefähr um einen ganzen Ton gefunden, ich hatte aber behauptet, dass die Spannung nur sehr wenig Einfluss auf die Höhe und Tiefe des Tones habe. Das Endresultat ist, dass an einer sehr langen (über 31 Fuss langen) und sehr dicken Saite anfangs die Höhe allerdings bei einer äusserst geringen Spannung, wenn diese nur wenig vermehrt wird, beträchtlich zunimmt und zwar, wie es sich bei einem gemeinschaftlich angestellten Versuche zeigte, wohl um eine grosse Sexte, dass aber hernach bei einer stärkeren Spannung die Höhe nur sehr wenig, noch um keinen ganzen Ton zunimmt, wenn auch die spannende Kraft endlich wohl um das Zwanzigfache bis zum Zerreissen der Saite vermehrt wird, besonders bei kürzeren und dünneren auf ein Monochord oder auf ein dickes Bret zwischen zwei Stege gespannten Saiten, deren ich mich bedient habe, wo auch der Fall einer so beträchtlichen Erhöhung bei weniger Vermehrung einer so geringen spannenden Kraft gar nicht eintritt. Es ist also von beiden Theilen richtig experimentirt und in ihrer Art die richtige Folgerung daraus gezogen worden.

Noch muss ich bemerken, dass Herr Wilhelm Weber in den neuesten Stücken des Schweigger'schen *Journals für Chemie* die Untersuchungen Savart's deutlich und in guter Ordnung vorgetragen hat, wobei auch manche mehr scheinbare, als wirkliche oder gegründete Widersprüche Savart's gegen einiges von mir Gesagte erörtert und ausgeglichen sind.

Fig. 8 p. 16

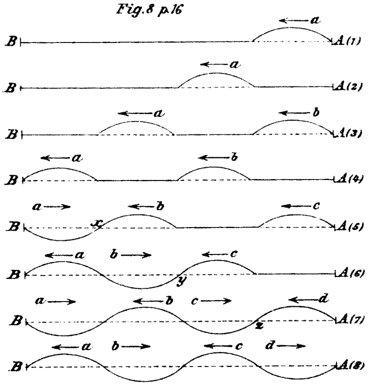
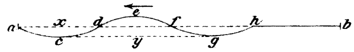


Fig. 11 p. 75



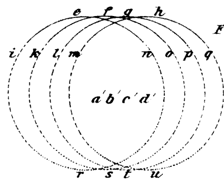


Fig. 9 p. 29

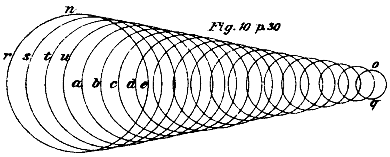


Fig. 10 p. 30

Fig. 12 p. 78. 285

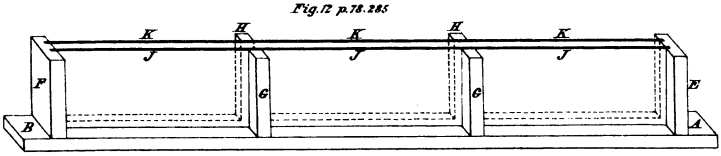
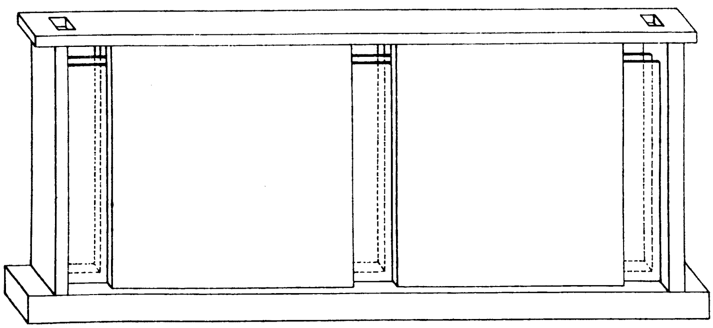


Fig. 13 p. 78. 285



Additional material from *Wilhelm Weber's Werke,*
ISBN 978-3-662-22761-9 (978-3-662-22761-9_OSFO2)
is available at http://extras.springer.com

sieben Schriften von WILHELM WEBER über die *Elektrodynamischen Maassbestimmungen,* sowie denjenigen der in ihren Berichten erschienenen kleineren Aufsätze genehmigt. Die Erben von RUDOLPH KOHLRAUSCH haben der Aufnahme der mit jenem gemeinsam verfassten Arbeiten gern zugestimmt.

Nach dem im Juni 1891 erfolgten Tode WILHELM WEBER's sind dessen Papiere durchgesehen worden, und es hat sich literarischer Nachlass vorgefunden, welcher die *Elektrodynamik* betrifft. Derselbe wird bei den zugehörigen Untersuchungen in den gesammelten Werken veröffentlicht werden.

WILHELM WEBER's gesammelte Werke werden in 6 Bänden erscheinen, und zwar wird enthalten:

Band I: **Akustik, Mechanik, Optik und Wärmelehre.** Besorgt durch WOLDEMAR VOIGT (Göttingen).

Band II: **Magnetismus.** Besorgt durch EDUARD RIECKE (Göttingen).

Band III und IV: **Galvanismus und Elektrodynamik.** Besorgt durch HEINRICH WEBER (Braunschweig).

Band V: **Wellenlehre auf Experimente gegründet.** Besorgt durch EDUARD RIECKE (Göttingen).

Band VI: **Mechanik der menschlichen Gehwerkzeuge.** Besorgt durch FRIEDRICH MERKEL (Göttingen) und OTTO FISCHER (Leipzig).

Die Kommission
für die Herausgabe der Werke Wilhelm Weber's.
E. Schering, Vorsitzender.